



HAL
open science

Traitements cohérents d'images RSO multi-modes multi-resolutions pour la caractérisation du milieu urbain

Flora Weissgerber

► **To cite this version:**

Flora Weissgerber. Traitements cohérents d'images RSO multi-modes multi-resolutions pour la caractérisation du milieu urbain. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Télécom ParisTech, 2016. Français. NNT : 2016ENST0074 . tel-01481528v2

HAL Id: tel-01481528

<https://theses.hal.science/tel-01481528v2>

Submitted on 26 Nov 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



EDITE - ED 130

Doctorat ParisTech

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

TELECOM ParisTech

Spécialité « Signal et images »

présentée et soutenue publiquement par

Flora Weissgerber

le 29 novembre 2016

Traitements cohérents d'images RSO multi-modes multi-resolutions pour la caractérisation du milieu urbain

Directeur de thèse : **Jean-Marie Nicolas et Elise Colin-Koeniguer**

Co-encadrement de la thèse : **Nicolas Trouvé**

Jury

M. Stian Anfissen, Maître de conférence, Norges arktiske universitet

Mme Elise Colin-Koeniguer, Ingénieur de recherche, DTIM, ONERA

M. Laurent Ferro-Famil, Professeur, IETR, Université de Rennes 1

M. Carlos Lòpez-Martínez, Maître de conférence, Universitat Politècnica de Catalunya

M. Jean-Marie Nicolas, Professeur, LTCI, Télécom ParisTech

M. Philippe Réfrégier, Professeur, Institut Fresnel, Ecole Centrale Marseille

M. Emmanuel Trouvé, Professeur, Listic, Polytech Annecy-Chambéry

M. Nicolas Trouvé, Ingénieur de recherche, DEMR, ONERA

Examineur

Directrice de thèse

Rapporteur

Rapporteur

Directeur de thèse

Examineur

Président du jury

Examineur

TELECOM ParisTech

école de l'Institut Mines-Télécom - membre de ParisTech

Table des matières

Remerciements	9
Introduction	13
I L'existant	17
1 Le principe de l'imagerie SAR	19
1.1 La synthèse d'ouverture	20
1.2 La géométrie en imagerie SAR	21
1.3 Le spectre	22
1.4 Les statistiques	25
1.4.1 Le modèle de Goodman : le speckle pleinement développé	25
1.4.2 Le speckle multivarié	26
1.4.3 Prendre en compte les inhomogénéités	27
1.4.4 Caractériser les distributions	27
2 La polarimétrie	31
2.1 Mesurer le changement de direction d'oscillation d'une onde	32
2.2 Interpréter le changement de polarisation	33
2.3 Quantifier l'aléatoire	37
2.4 Estimer la matrice de covariance	38
3 L'interférométrie	39
3.1 Mesurer la différence de trajet par la différence de phase	40
3.2 Mesure de la hauteur : comparer deux images acquises depuis deux points de vues différents	41
3.3 Mesure de la déformation : comparer deux images acquises à des instants différents	43
3.4 Recalage	44
3.5 Estimer la phase	45

II	Estimer la matrice de covariance	49
4	Quantifier la précision d'estimation de la différence de phase	53
4.1	Estimateur de la phase à variance minimale	54
4.2	Borne de Cramér-Rao de différents paramètres issus de la matrice de covariance	56
4.3	Biais et la variance de l'estimateur du maximum de vraisemblance de différents paramètres issus de la matrice de covariance	58
4.3.1	Biais	59
4.3.2	Variance et efficacité	60
4.4	Indicateur des fluctuations de l'estimation de la phase par l'estimateur du maximum de vraisemblance	63
4.5	Analyse des fluctuations de la phase estimée sur des données synthétiques	66
4.5.1	Séparer deux populations de degrés de cohérence différents	67
4.5.2	Augmenter la taille de la fenêtre d'analyse	68
4.5.3	Séparer deux populations de degrés de cohérence différents et de phases séparées de π	70
4.6	Analyse des fluctuations de la phase estimée sur des données réelles	72
4.6.1	Détection de montagnes	73
4.6.2	Dérouler la phase de bâtiments	74
4.6.3	Enlever les franges orbitales	77
5	Caractériser l'influence du choix des pixels dans l'estimation de la matrice de covariance : comparaison de l'entropie spatiale et temporelle.	81
5.1	Causes de mésestimation de l'entropie	82
5.1.1	Effet du bruit thermique et du mélange entre deux populations de speckle	83
5.1.2	Effet du nombre d'échantillons	85
5.1.3	Effet de la corrélation entre pixels de l'échantillon	86
5.2	Comparaison des estimations spatiales et temporelles de l'entropie	89
5.2.1	Différentes estimations de la matrice de covariance	89
5.2.2	Comparaison entre les méthodes d'estimation de l'entropie en milieu urbain	90
5.2.3	Comparaison entre les méthodes d'estimation de l'entropie en milieu naturel	92
5.3	Lien avec le degré de cohérence interférométrique	94
III	La fusion d'images haute résolution et polarimétrique pour le suivi du milieu urbain	97
6	Comprendre l'influence de la résolution sur les statistiques : le modèle <i>speckle et points-brillants</i>	101
6.1	Effet théorique de la résolution sur les images SAR	102

6.1.1	Points-brillants blancs et isotropes	103
6.1.2	Le speckle de Goodman	105
6.2	San Francisco à plusieurs résolutions	108
6.2.1	Présentation du jeu de données	108
6.2.2	Les zones étudiées	110
6.2.3	Étude de la qualité image	112
6.3	Les zones homogènes	114
6.3.1	La statistique spatiale des images	114
6.3.2	Evolution des matrices de covariance	115
6.4	Les zones contenant des points-brillants	117
6.4.1	Évolution du diagramme log-cumulant 2 - log-cumulant 3	117
6.4.2	Modification des cartes d'entropie avec la résolution	119
6.5	Modèle statistique adapté à l'étude multi-résolution	121
7	Affiner la résolution polarimétrique : le Pol-Sharpning	125
7.1	Contexte	127
7.2	Hypothèses de travail	128
7.3	Algorithme spatial : Pol-Ratio	129
7.4	Algorithmes spectraux	130
7.4.1	Principe général	130
7.4.2	Les algorithmes fondés sur la transformée de Fourier discrète à deux dimensions : 2D et 2D+Sum	131
7.4.3	Algorithme 1D1D	134
7.5	Évaluation avec une Vérité Terrain	137
7.5.1	Présentation du jeu de données	137
7.5.2	Cartes de c	137
7.5.3	Protocole de test	140
7.5.4	Évaluation de la reconstruction des points-brillants	142
7.5.5	Evaluation de la reconstruction du fouillis	147
7.5.6	Évaluation de la reconstruction du fouillis au voisinage d'un point- brillant	153
7.5.7	Conclusion de l'évaluation des algorithmes que nous avons déve- loppés	157
7.6	Résultats sur données réelles	158
7.6.1	Estimation de c : localisation du spectre basse résolution	158
7.6.2	SETHI : Salon de Provence	160
7.6.3	TerraSAR-X : Amsterdam, Paris et San Francisco	162
7.6.4	RADARSAT-2 : Manosque	168

IV Une application de l'utilisation conjointe d'images de résolutions différentes	175
8 Mesurer la hauteur et la déformation	179
8.1 Présentation des données de l'expérience	181
8.1.1 Le jeu de données	181
8.1.2 Les immeubles suivis	182
8.2 Mesure de la hauteur par interférométrie	184
8.2.1 Déroulement de la phase	184
8.2.2 Détection des <i>Permanent Scatterers</i>	185
8.2.3 Mesure de la hauteur	186
8.3 Influence de la déformation	188
8.3.1 Sensibilité à la déformation	188
8.3.2 Les déformations structurelles des bâtiments suivis	189
8.4 Mesure de la déformation par interférométrie	190
8.5 Validation des mesures de déformation	191
8.5.1 Comparaison avec des données météorologiques	191
8.5.2 Comparaison avec des déformations mesurées par cordes optiques	193
8.5.3 Pose de <i>corner reflectors</i> pour mesurer la déformation	195
8.6 Vers une mesure locale de la déformation	197
8.6.1 Utilisation d'un modèle 3D	197
8.6.2 Utilisation des interférogrammes monopasses	200
8.7 Discussion sur l'impact de l'atmosphère	203
Conclusion et perspectives	207
Annexes	211
A Compléments sur la synthèse	213
A.1 La synthèse, un miroir convergent électronique	214
A.2 Lien entre la distance entre deux impulsions et la longueur d'intégration	215
B Effet de la quantification à l'acquisition	219
B.1 Histogramme de phase en imagerie Synthetic Aperture Radar (SAR)	220
B.2 Quantification de la phase	220
B.2.1 Nombre de phases possibles	221
B.2.2 Répartition des phases	222
B.3 Quantification du module	224
C Estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance	227
C.1 La vraisemblance	228
C.2 Estimateur du maximum de vraisemblance	228
C.3 Estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance C	229

D	Cibles canoniques en polarimétrie	231
D.1	Les surfaces	232
D.2	Les trièdres	233
D.3	Rétrodiffusion par un dièdre incliné d'un angle φ	234
E	La couleur et la polarimétrie : l'image AIRSAR	239
E.1	L'image AIRSAR de San Francisco	240
E.2	Composition colorée et seuils	241
F	Compléments sur les statistiques directionnelles	245
F.1	Densité de probabilité	246
F.2	Fonction caractéristique et moments	246
F.3	Sommes de variables directionnelles	247
F.4	Différentes distributions de probabilité	247
F.4.1	Loi Uniforme	247
F.4.2	Loi de Von Mises	248
F.4.3	Loi normale enroulée (<i>wrapped</i>)	250
F.5	Le théorème Centrale Limite	250
G	Autres paramétrisations de la matrice de covariance	251
H	Matrices utilisées pour étudier l'impact du mélange, de la taille de l'échantillon et de la corrélation sur l'entropie	255
I	Compléments sur les image <i>PolInSAR</i> et <i>Double Dual Pol</i>	259
I.1	Images PolInSAR	260
I.2	Images Double Dual Pol	261
J	Figures du chapitre PolSharpening	265
J.1	Évaluation de la reconstruction des points brillants	266
J.2	Évaluation de la reconstruction du fouillis	267
J.3	Évaluation de la reconstruction du fouillis au voisinage d'un point-brillant	268
K	Variation des paramètres météorologique pendant la durée des acquisitions de la Tour Eiffel	273

Remerciements

Je tiens d'abord à remercier la Direction Générale de l'Armement (DGA), Télécom ParisTech et l'Office National pour l'Etude et la Recherche Aérospatiale (ONERA) pour m'avoir donné l'opportunité de faire ce travail de thèse. Je remercie particulièrement Mme Veronique Serfaty, correspondante DGA, pour avoir suivi mon travail avec bienveillance pendant ces trois années de thèse.

Mon travail de thèse s'est déroulé au sein de l'équipe TII du département TSI du LTCI de Télécom ParisTech ainsi que de l'équipe TSI du département DEMR et de l'équipe PSR du département DTIM de l'ONERA. Je tiens donc à remercier les directeurs des départements qui m'ont accueilli : Gael Richard (TSI, LTCI, Télécom ParisTech), Jean-Marc Boutry (DEMR, ONERA) et Virginie Wiels et Gilles Foulon (DTIM, ONERA), ainsi que les chefs d'équipe : Isabelle Bloch puis Florence Tupin pour TII, Christian Riché pour TSI et Alain Michel pour PSR.

Je tiens également à remercier Jean-Marie Nicolas, Elise Colin-Koeniguer et Nicolas Trouvé pour m'avoir fait confiance, guidé et épaulé tout au long de ma thèse.

Je tiens enfin à remercier les membres de mon jury de thèse qui ont étudié avec attention mon travail. Leurs remarques constructives ont fait progresser mon manuscrit et m'ont donné des idées pour la suite de ce travail. I want particularly to thank the ones that have attended twice my Defense presentation and have accepted my english-french compromise.

Mais reprenons au commencement.

Il était une fois dans le monde de la science, une apprentie chercheuse. Après avoir décidé qu'elle voulait se spécialiser dans la science du chatoiement, elle tapa à la porte de trois chercheurs : le Sage, la Décidée et le Débrouillard qui l'acceptèrent comme apprentie.

C'est ainsi que commença l'aventure de l'apprentie chercheuse. Les trois chercheurs furent très disponibles pour elle et ne refusèrent jamais de répondre à ses questions. Bien que différents, ils partageaient un vrai amour de leur travail et un réel dévouement à leur science.

Au coté du Sage, l'apprentie chercheuse apprit à observer, à s'émerveiller et à ne jamais ignorer ce qu'elle voyait. La chercheuse Décidée lui apprit à aller de l'avant et à ne pas se décourager lorsqu'on a choisi une voie et que de nombreux autres chercheurs objectent qu'elle a déjà été bien empruntée. Qui sait, on pourrait trouver un autre

point de vue que celui de ses prédécesseurs. Le chercheur Débrouillard lui apprit qu'il est parfois plus facile d'expliquer pourquoi ça marche que de se convaincre a priori que ça va marcher. Il faut donc toujours essayer et ne pas se limiter dans ses idées.

L'apprentie chercheuse n'avait pas que trois collègues, elle en avait plusieurs dizaines! Des collègues qui l'ont aidée et soutenue et lui ont donné envie d'aller au travail.

Elle a ainsi pu bénéficier du savoir faire de ses collègues en matière de présentations. De nombreux collègues ont pris du temps pour l'aider à résoudre ses problèmes informatiques et lui apprendre les bonnes pratiques, parfois même lorsqu'un canard aurait pu suffir. Parfois ses collègues ont aussi pris le temps de relire ses emails ou ses posts de blog. Et tous ont été disponibles pour parler d'avenir.

Un élément non-négligeable de la vie au travail est le bureau, que l'on partage souvent avec l'un ou plusieurs co-bureaux. Et en matière de co-bureaux, l'apprentie chercheuse est bien tombée. Dans ses nombreux bureaux, elle a rencontré des gens souriants et attentionnés, qui lui ont pardonné ses infidélités pour d'autres bureaux. Jusqu'à la dernière co-bureau, que l'apprentie chercheuse n'a cotoyée que quelques mois, ses co-bureaux ont été des coups de foudre, quand ce n'est pas elle qui a convaincu ses collègues d'emménager dans son bureau.

Une autre facette du travail est justement lorsqu'on ne travaille pas vraiment. Les nombreuses pauses en groupe ou les thés en tête à tête ainsi que les dégustations de chocolat ont été des moments réconfortants où l'on rigole, mais où il est aussi possible de se plaindre, de l'organisation de la recherche dans le monde, en France et même de l'organisation de sa recherche personnelle. Ce qui a souvent débouché sur des conseils avisés de ses collègues, qui ont permis à l'apprentie chercheuse d'éviter de longs moments de galère.

Les Marday Cakes et Friday Beers, les soirées, parfois films, Karaokés (surtout en espagnol) ou de Saint Nicolas, les pixels arts, les sorties shopping, les discussions cuisines ou les conseils nutriments, les vidéos de Kémar ou de Norman, le tournage de notre propre vidéo, les repas de journées des doctorants, les matchs de hand, les fromage parties, le concours de cartes postales, les paris sur les matchs de foot ou les résumés de ces mêmes matchs ont été des moments vraiment funs! Les trajets quotidiens ont été l'occasion de longues discussions qui ont même réussi à rendre le RER agréable. Lorsqu'ils ont été effectués en voiture, les trajets étaient magiques.

Une partie importante du cursus de l'apprentie chercheuse a été les conférences, qui sont l'occasion de rencontrer des chercheurs d'autres institutions mais pendant lesquelles on peut en profiter pour faire du tourisme avec ses collègues.

L'apprentie chercheuse a ainsi eu l'occasion de se promener longuement dans le Vieux Lille la nuit, de voir un petit spectacle de magicien, de boire des verres (de terre) dans des bars peu remplis à Frascatti, de profiter de la patinoire à minuit, de nager dans le lac d'Annecy, d'essayer de gérer le stress de ses collègues sans leur faire trop subir son propre stress, de faire de l'escalade au Semnoz, de discuter d'avenir dans un bar à la gare de Lyon Part Dieu, de voir Hambourg depuis l'immeuble le plus haut de la ville,

de prendre une glace à l'aéroport de Hambourg à défaut d'un verre de champagne dans l'avion, d'assister à un lancement de satellite à la télévision indienne, de profiter d'un petit déjeuner allemand et de faire un footing à Munich.

Grâce à ses collègues et en particulier à deux collègues-coachs, le premier aimant la compétition et qu'on touche ses muscles (sans obligation bien sur) et le deuxième, démarchant en montres sportives mesurant le rythme cardiaque, l'apprentie chercheuse a retrouvé du plaisir à la natation, au point d'aller maintenant nager sans son coach et a trouvé du plaisir au jogging! Grâce aux membres de l'Association Vincennoise d'Escalade, elle a appris que l'escalade est certes une activité sportive mais surtout très sociale. Les week-end d'escalade ont été des occasions de se vider l'esprit en bonne compagnie. C'est ainsi que l'apprentie chercheuse est devenue sportive, prenant conscience qu'il était toujours possible de progresser, même si tout le monde ne peut pas prétendre aux mêmes performances!

L'apprentie chercheuse a été entourée d'amis de longue date, dont deux autres apprenties chercheuses devenue chercheuse depuis, qui ont permis à la protagoniste de notre histoire de partager son ressenti, à défaut de partager le même bureau comme cela avait été le cas par le passé. Les amis déménageant à Paris et les nouvelles rencontres, lui ont permis de s'acclimater facilement et de ne pas trop ressentir la froideur Parisienne. Et les amis laissés à Porto Alegre, Rio de Janeiro, Detona Beach, Montréal ou plus simplement à Strasbourg, Marseille, Lyon, Rognac, La Fare-les-Oliviers ou Martigues ont été des formidables prétextes pour de superbes journées de détente ou de plus long voyages.

La clef de voute de cette histoire reste le soutien et l'affection de son compagnon, sa famille et sa belle famille. Cet environnement qui lui a permis de se ressourcer et de ne jamais perdre confiance, a été primordial pour la réussite de son projet.

C'est ainsi que l'apprentie chercheuse a pu évoluer dans le monde de la science sans aucun doute merveilleux. Elle est devenue chercheuse, entourée de sa famille, de ses amis et de ses collègues. Jusqu'au bout, les pots et les soirées ont été vraiment géniaux et il y a fort à parier que ce ne seront pas les derniers de cette aventure.

Introduction

Depuis le lancement des premiers satellites d'observation de la Terre en 1960, leur nombre n'a cessé d'augmenter et les applications qu'ils permettent se sont considérablement diversifiées. Le premier satellite civil [SAR](#), SEASAT, a été lancé en 1978. Il a ouvert la voie aux images de télédétection par microondes dont les premiers essais aéroportés avaient été concrétisés fin des années 50. Cette technologie active est peu sensible aux nuages et a pour avantage de fournir des images quelle que soit la météo, de jour comme de nuit. La maîtrise du processus d'acquisition permet d'obtenir des images dans des modes différents. La [polarimétrie SAR \(PolSAR\)](#), mise en œuvre pour la première fois en 1988, apporte plus de diversité dans l'information disponible en une seule acquisition. Pour les capteurs actuels, cet apport se fait au prix d'une résolution moins fine. L'[interférométrie SAR \(InSAR\)](#), développée dans les années 90, permet d'obtenir la mesure de la hauteur des objets présents dans la scène.

Depuis ces premières démonstrations de principe, la résolution des images s'est affinée, quel que soit le mode d'acquisition. Des images ayant une résolution de l'ordre de la dizaine de centimètre en aéroporté ou de l'ordre du mètre en satellitaire sont actuellement disponibles. Le suivi du milieu urbain, très riche en détails, devient alors possible. De plus, les capteurs actuels permettent l'acquisition dans des conditions proches, d'images dans des modes différents. Le champ des applications possibles concernant le suivi du milieu urbain par imagerie [SAR](#) en est encore élargi. Parmi toutes ces applications, nous avons envisagé :

- La **cartographie** dont la précision est directement liée à la résolution des images utilisées.
- La **classification** des objets imagés en s'appuyant sur les informations relatives à la nature ou la géométrie de ces objets, qui sont apportées par le mode [polarimétrie SAR \(PolSAR\)](#).
- La **mesure de la hauteur** dont la précision est indirectement liée à la résolution des images. Comme la résolution spatiale, la précision de la mesure de hauteur est proportionnelle à la longueur d'onde des microondes émises. De plus, les traitements d'extraction de la hauteur peuvent être plus spécifiques lorsqu'ils sont appliqués à des images hautes résolutions.
- Pour les mêmes raisons que la mesure de la hauteur, la **mesure de la déformation** des objets entre deux acquisitions est plus sensible dans le cas des images hautes résolutions. Mais la direction de la déformation peut être déterminée plus

précisément par l'estimation de l'orientation des diffuseurs avec les images acquises en mode PolSAR pourtant moins résolues.

- La **détection des changements entre deux images** est plus aisée lorsque la résolution est plus fine. Par contre, la polarimétrie apportera des informations pour la **caractérisation** de ces changements.

Pour ces applications liées au suivi du milieu urbain, les images hautes résolutions et polarimétriques sont souvent complémentaires : les images hautes résolutions apportent la précision spatiale et les images polarimétriques apportent la caractérisation des objets imagés. Combiner les images PolSAR et hautes résolutions sera donc l'un des objectifs majeurs de ce travail.

Ce manuscrit est divisé en quatre parties. La **Partie I** présentera les notions et les techniques qui seront utilisées dans la suite du manuscrit. Elle ne constitue cependant pas un état de l'art exhaustif. Nous commencerons par présenter le principe de l'imagerie SAR au **chapitre 1** ainsi que la description générale de leur spectre et de leurs statistiques liées au phénomène de chatoiement ou *speckle*. Les modes PolSAR et **interférométrie SAR (InSAR)** et leurs spécificités seront présentés au **chapitre 2** et au **chapitre 3** respectivement.

Dans la **Partie II**, nous nous intéresserons au choix de l'estimateur de l'échantillon servant à l'estimation de la matrice de covariance.

La précision d'estimation des paramètres statistiques du *speckle*, dans le cas de zones complètement homogènes, est discutée au **chapitre 4**. Dans ce même chapitre, nous nous intéresserons particulièrement à la différence de phase entre deux images SAR, car elle permet la mesure de la hauteur et de la déformation des objets. Le caractère 2π -périodique de cette grandeur nécessitera la mise en place d'une méthode d'analyse adaptée, particulièrement pour la mesure de la fluctuation de son estimation.

Le milieu urbain est composé de nombreux objets de natures très différentes. Trouver des zones de feuillus homogènes dans les images SAR du milieu urbain peut devenir un véritable défi. Dans le **chapitre 5**, l'impact du mélange de pixels appartenant à des populations différentes sera étudié au travers de l'entropie polarimétrique. Une estimation temporelle des propriétés statistiques polarimétriques des diffuseurs sera proposée et comparée à différentes estimations spatiales. Pour ces différentes estimations, l'impact du mélange sera discuté sur des données réelles de milieu urbain et naturel.

Puis, la **Partie III** portera sur la fusion des images polarimétriques et hautes résolutions.

Le **chapitre 6** permettra de présenter et de justifier le modèle d'image que nous allons utiliser pour combiner des images PolSAR et hautes résolutions, et de façon plus générale la combinaison d'images SAR de résolutions différentes. Ce modèle sépare le *speckle* qui correspond aux zones dites homogènes des *points-brillants* qui sont les cibles quasi ponctuelles et énergétiques souvent présentes dans les images SAR urbaines. Ces deux types de cibles sont séparées car leurs comportements vis-à-vis d'un changement de résolution diffèrent.

Différents algorithmes de fusion des images PolSAR et hautes résolutions, s'appuyant

sur les propriétés spectrales des *points-brillants* seront présentés au [chapitre 7](#). Ces algorithmes seront comparés sur un jeu de données comportant une [Vérité Terrain \(VT\)](#), ce qui permettra de quantifier l'amélioration de la résolution ainsi que la préservation des caractéristiques polarimétriques. L'algorithme le plus performant sera ensuite appliqué à des images acquises par différents capteurs, aéroportés et satellitaires.

La dernière partie ([Partie IV](#)) est dédiée aux applications liées au suivi du milieu urbain. Parmi toutes les applications que nous avons envisagées, nous nous sommes concentrés sur la mesure de la hauteur et de la déformation de plusieurs bâtiments parisiens, dont la Tour Eiffel. Cette étude sera présentée au [chapitre 8](#). Nous montrerons sur un jeu de données de 98 images comment la déformation peut impacter la mesure de la hauteur et réciproquement. Les déformations mesurées globalement sur toute la structure seront comparées aux archives météorologiques ainsi qu'à des mesures *in-situ*. La précision de cette mesure grâce aux nombreux points-brillants présents sur les bâtiments est de l'ordre de quelques millimètres. Plusieurs techniques de mesure locale de la déformation, nécessitant l'apport d'information extérieure ou la fusion avec des images de types différents, seront aussi présentées. Finalement, nous discuterons l'impact de l'atmosphère sur la précision de la mesure des déformations.

Plusieurs annexes apportent des compléments sur ce travail. L'annexe [A](#) présentera une image mentale simple de la synthèse [SAR](#). Quelques histogrammes de phase de données réelles seront analysés à la lumière de la quantification des données dans l'annexe [B](#). La vraisemblance sera définie à l'annexe [C](#) où la formule de l'estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance sera aussi démontrée. Les vecteurs de rétrodiffusion d'un ensemble de cibles canoniques en polarimétrie sont démontrées à l'annexe [D](#). L'annexe [E](#) offrira une discussion sur la représentation colorée des images polarimétriques illustrées dans ce travail. La théorie des statistiques directionnelles a été développée pour les variables aléatoires périodiques. Un petit résumé des principaux résultats utilisés dans ce manuscrit se trouve en annexe [F](#). L'annexe [G](#) présentera la même analyse que celle faite au [chapitre 4](#), mais pour d'autres paramètres issus de la matrice de covariance. Les différentes matrices utilisées pour les simulations du [chapitre 5](#), sont présentées à l'annexe [H](#). L'annexe [I](#) présente les pré-traitements nécessaires à l'utilisation de deux types expérimentaux d'acquisitions des satellites TerraSAR-X et TanDEM-X. Des figures complémentaires à l'analyse sur des données contenant une [Vérité Terrain \(VT\)](#) présentée au [chapitre 7](#) se trouvent dans l'annexe [J](#). Enfin, l'annexe [K](#) présentera les variations temporelles des paramètres météorologiques utilisés au [chapitre 8](#).

Première partie

L'existant

Chapitre 1

Le principe de l'imagerie SAR

1.1 La synthèse d'ouverture

Le principe de l'imagerie **RA**dio **D**etection and **R**anging (**radar**) est l'émission d'impulsions électromagnétiques de fréquence centrale f_0 (correspondant à la longueur d'onde λ_0), par l'antenne d'un porteur qui se déplace le long d'une trajectoire connue¹. Les impulsions sont émises selon la direction de visée (*Line of sight* (LOS) en anglais). La direction est définie par deux angles : l'angle de dépointage θ_q , et l'angle d'incidence θ . Le dépointage (ou *squint* en anglais) correspond à l'angle entre la direction de visée et la perpendiculaire à la trajectoire alors que l'angle d'incidence correspond à l'angle entre la direction de visée et le *nadir* du porteur. Ces angles sont schématisés à la Figure 1.1

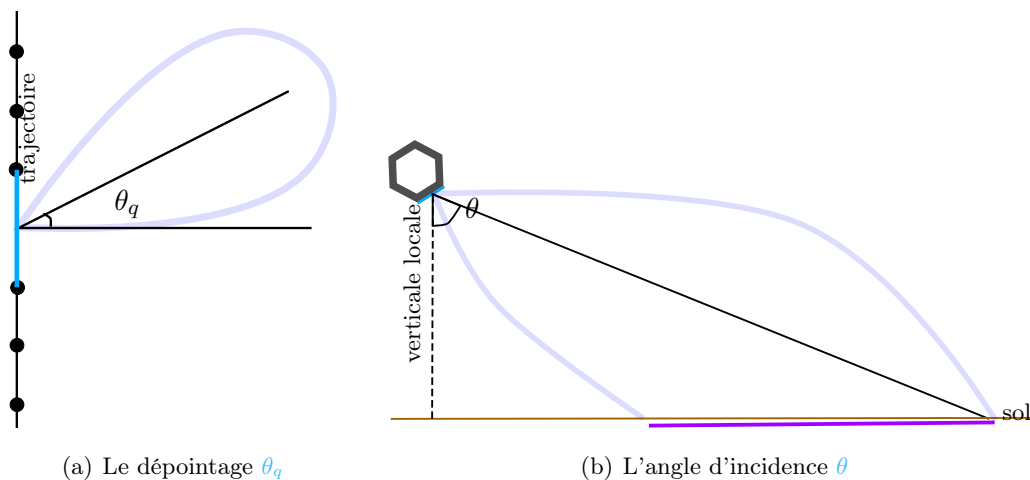


FIGURE 1.1 – Schéma représentant la direction de visée et le lobe d'antenne.

Chaque impulsion illumine la portion de sol située dans le lobe principal de l'antenne. Pour une antenne de dimension L , ce lobe est décrit par l'angle $\frac{\lambda_0}{L}$. Le signal rétrodiffusé par le sol est reçu et enregistré par le même porteur selon l'hypothèse *start-stop* : le porteur est à l'arrêt pendant l'émission et la réception de l'onde puis se déplace de la distance d pour effectuer une nouvelle émission.

Pour chaque position du porteur, le signal uni-dimensionnel enregistré correspond à la réponse de la scène à l'impulsion émise. L'*image brute* est la concaténation de ces signaux uni-dimensionnels pour toutes les impulsions émises. L'image **SAR** est obtenue à partir de l'image brute par un traitement appelé *synthèse* qui peut être séparé en un traitement selon l'axe distance (dans la direction de visée), et selon l'axe azimuth (dans la direction de la trajectoire).

L'axe distance. Le radar est d'abord un système d'écho-localisation. Le but initial est de mesurer la distance r entre le capteur et les objets présents sur la scène. La mesure de distance est effectuée par la mesure du retard τ entre l'émission et la réception de l'onde. Le signal émis est généralement un *chirp* de fréquence centrale f_0 et de bande passante B_w . Dans ce cas, la mesure du retard est obtenue par la *compression*

1. Nous allons supposer la trajectoire rectiligne.

d'impulsions, appelée aussi filtrage adapté, appliqué entre le signal reçu et le signal émis. La compression d'impulsions permet d'atteindre une résolution sur la mesure temps d'aller-retour τ de $\delta_\tau = \frac{1}{B_w}$, soit une résolution distance $\delta_r = \frac{c}{2B_w}$, dont on peut déduire la résolution distance au sol $\delta_s = \frac{c}{2B_w \sin(\theta)}$ où θ est l'angle d'incidence local et c est la vitesse de la lumière.

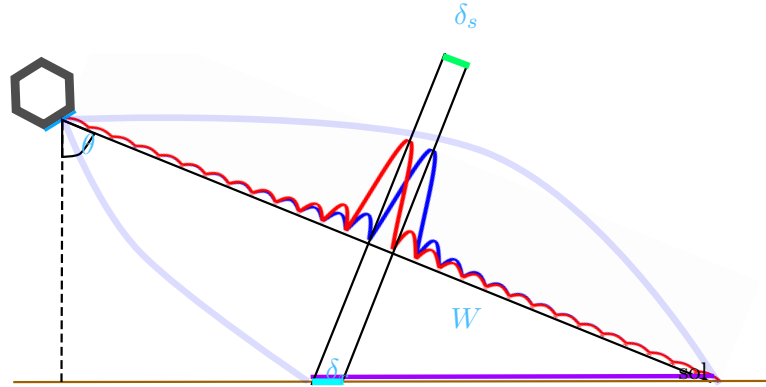


FIGURE 1.2 – Echo-localisation (hypothèse d'onde plane)

Le choix de la fréquence centrale influe sur le choix de la bande passante maximale utilisée et donc de la résolution distance obtenue. Le spectre électromagnétique a été divisé en différentes bandes d'émission dont certaines sont réservées au radar. Leurs fréquences centrales sont reprises dans le tableau ci-dessous à titre indicatif des résolutions distances δ_r observées dans le cas satellitaire et aéroporté.

	λ_0	f_0	δ_r satellitaire		δ_r aéroporté	
Ka	1 cm	30 GHz	50 m	<i>SWOT</i> (2021)		Busard
X	3 cm	9 GHz	1 m	TerraSAR-X	10 cm	SETHI
C	5 cm	6 GHz	5 m	RADARSAT-2	40 cm	F-SAR
L	30 cm	1 GHz	6 m	ALOS 2	2 m	UAVSAR
P	60 cm	500 MHz	50 m	<i>Biomass</i> (2020)	2 m	SETHI

TABLE 1.1 – Bande d'émission. Les résolutions dépendent aussi des angles d'incidences, qui seront faibles pour SWOT, conduisant à des résolutions élevées.

1.2 La géométrie en imagerie SAR

La [section 1.1](#) montre bien que de nombreuses considérations géométriques s'ajoutent aux considérations propres au traitement du signal dans l'acquisition d'une image SAR. Dans cette section, nous allons récapituler les principales grandeurs géométriques et les illustrer sur les [Figure 1.3](#) et [Figure 1.4](#).

Le radar est à une distance moyenne R de la Terre. C'est un système de visée latérale : la direction de visée fait à l'émission un angle θ avec le *nadir*, c'est à dire la verticale du porteur. L'angle θ_q paramétrise la direction de visée du radar. En mode [stripmap](#), cet angle ne varie pas au cours de temps. Par contre, en mode [spotlight](#), le

dépointage varie au cours de l'acquisition de façon à garder toujours une zone précise dans le lobe d'antenne. Ce mode permet donc d'augmenter la longueur de l'antenne synthétique L_i sans modifier L , la longueur de l'antenne réelle en azimut. La longueur réelle de l'antenne en distance est notée l .

Par la diffraction, les dimensions de l'antenne physique vont imposer l'excursion angulaire du lobe d'antenne en distance Θ_d , et en azimut Θ_a . A partir de l'angle d'incidence θ et de l'excursion angulaire Θ_d , on peut calculer la distance minimale entre le capteur et la scène éclairée, r_{\min} , et la distance maximale, notée r_{\max} . On peut alors définir la fauchée W qui correspond à la partie au sol éclairée par le lobe d'antenne.

Si l'on définit un point dans le lobe d'antenne, son angle d'incidence local est noté θ_r et le dépointage local est noté θ_a . La distance entre l'antenne et ce point est notée r .

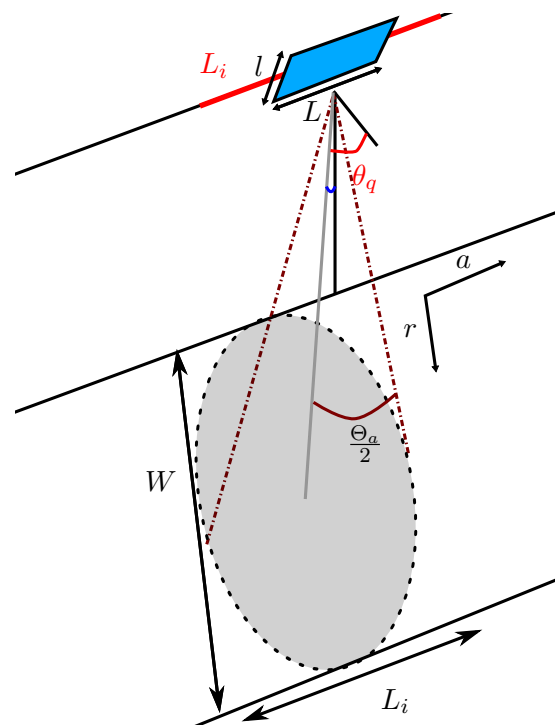


FIGURE 1.3 – Paramètres géométriques en imagerie SAR.

1.3 Le spectre

Le spectre d'une image SAR peut être vu comme un spectre de nombre d'onde \mathbf{k} . Les nombres d'onde qui sont représentés résultent de l'émission de l'onde par les cellules de résolutions au sol lorsqu'elles sont excitées par les ondes émises par le porteur. Nous pouvons donc les considérer comme des *antennes sols*. Une cible émet les fréquences $f \sin(\theta_r)$, qui sont les fréquences émises par le capteur et projetées au sol, puis reçues par le capteur sous l'angle de vue θ_a^2 . Ce principe de *spectre de retour du sol* (*ground*

2. Les paramètres θ_r et θ_a ne sont pas indépendants mais reliés entre eux par la plus petite distance entre la cible et le capteur, r_0 (c'est à dire la distance au *Closest Point of Approach* (CPA) ou *zero-*

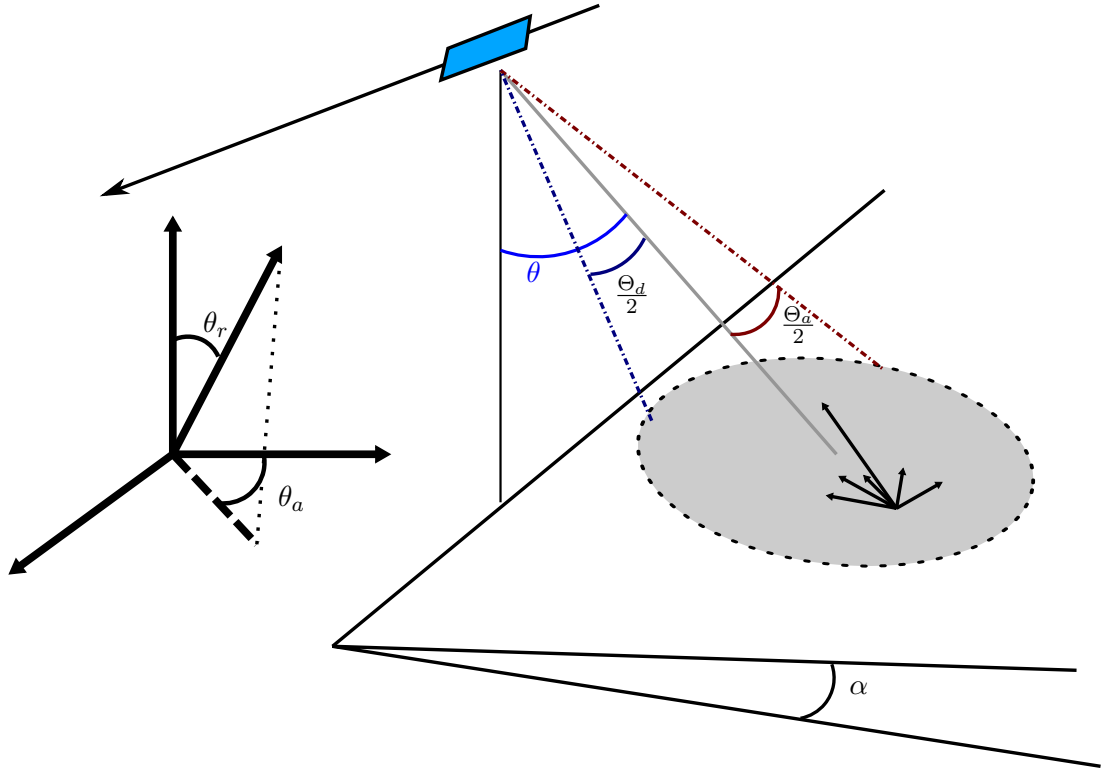


FIGURE 1.4 – Paramètres géométriques en imagerie SAR et projection de l'antenne sol.

reflectivity spectrum) explique le déplacement du spectre dû à un changement d'angle d'incidence ou de pente du sol α [Gatelli *et al.*, 1994].

Dans le spectre, les nombres d'onde azimut représentent donc ces informations projetées selon l'axe azimut : $k_a = \frac{2\pi f \sin(\theta_r)}{c} \sin(\theta_a)$ et les nombres d'onde distance représentent les mêmes informations projetées selon l'axe distance : $k_r = \frac{2\pi f \sin(\theta_r)}{c} \cos(\theta_a)$ avec $\theta_a \in [\theta_q - \frac{\Theta_d}{2}, \theta_q + \frac{\Theta_d}{2}]$, $\theta_r \in [\theta - \alpha - \frac{\Theta_d}{2}, \theta - \alpha + \frac{\Theta_d}{2}]$, et $f \in [f_0 - \frac{B_w}{2}, f_0 + \frac{B_w}{2}]$ [Tria, 2005]. Ces projections sont représentées à la Figure 1.4. Ce principe est utilisé dans les algorithmes de synthèse dits $\omega - k$ [Bamler, 1992].

La fréquence centrale n'est plus visible dans le spectre car les impulsions reçues sont démodulées. Lors de la démodulation du signal, le signal est transformé en signal complexe, le spectre perd sa symétrie hermitienne. Il est alors représenté en bande de base : $f \in [-\frac{B_w}{2}, \frac{B_w}{2}]$. Lorsque la bande passante est importante, par exemple 1GHz (cas de SETHI, le capteur de l'ONERA, $\lambda_0 = 3$ cm), la courbure du spectre³ sera visible, ce qui ne sera pas le cas lorsque la bande passante est de quelques centaines de mégahertz (cas de TerraSAR-X, satellite du DLR/Astrium, $\lambda_0 = 3$ cm). En conséquent, dans le cas d'une bande passante faible, le spectre pourra être considéré comme rectangulaire.

Comme la transformée de Fourier discrète ne modifie pas le nombre de points,

doppler), la direction de visée de l'antenne, paramétrée par l'angle de dépointage θ_q et l'angle d'incidence θ .

3. La courbure du spectre peut être intuitée par la définition polaire du domaine spectrale dont les rayons sont bornés.

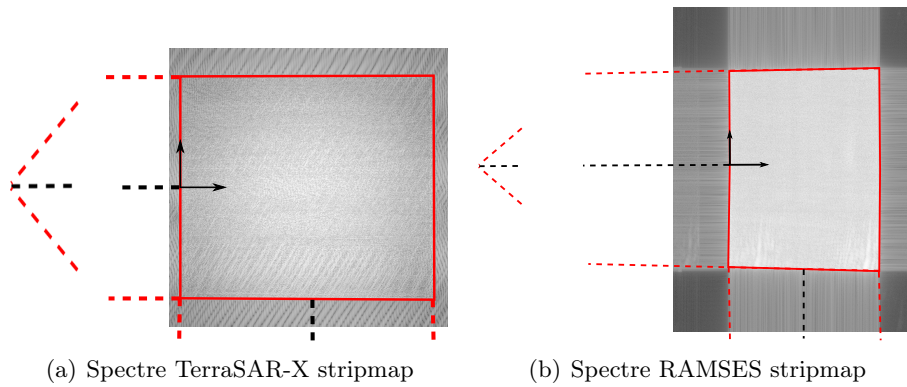


FIGURE 1.5 – Spectres stripmap.

l'échantillonnage de k_a dépendra du nombre de lignes d'acquisition de l'image en azimut et l'échantillonnage de k_r du nombre de cellules de résolution distances qui sont enregistrées.

Les spectres représentés sur la figure Figure 1.5 sont entourés de zéros qui résultent de *marges de sécurité* : la fréquence d'échantillonnage des impulsions est légèrement supérieure à la fréquence de Shannon et l'écart spatial d entre deux émission d'impulsions est légèrement inférieur à $\frac{\lambda}{2}$. Ces marges de sécurité résultent en un bourrage de zéro ou *zero-padding* implicite du spectre : la surface de spectre utile est inférieure à la surface totale du spectre. La taille des pixels de l'image en azimut Δ_a et en distance Δ_r est donc inférieure à la résolution dans la direction considérée.

La représentation polaire du spectre permet aussi de comprendre le concept de *sous ouverture*. Lorsque l'on applique la transformée de Fourier inverse pour une sous-bande fréquentielle et une partie du lobe d'antenne, l'image obtenue a la même étendue spatiale mais une résolution moins fine. Plus spécifiquement, l'image obtenue par sous ouverture en considérant des fréquences $f' \in [-\frac{B'_w}{2}, \frac{B'_w}{2}]$ avec $B'_w < B_w$ et des angles $\theta'_a \in [\theta'_q - \frac{\Theta'_a}{2}, \theta'_q + \frac{\Theta'_a}{2}]$ avec $[\theta'_q - \frac{\Theta'_a}{2}, \theta'_q + \frac{\Theta'_a}{2}] \subset [\theta_q - \frac{\Theta_a}{2}, \theta_q + \frac{\Theta_a}{2}]$, correspond à l'image qui aurait été acquise en émettant uniquement les fréquences f' et avec un lobe d'antenne d'angles θ'_a .

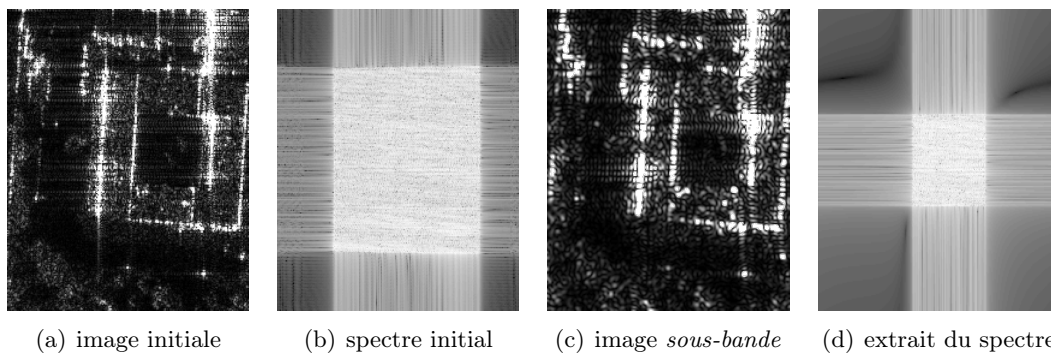


FIGURE 1.6 – Procédé de sous-ouverture. On peut remarquer sur cette exemple que la résolution est dégradée lorsque la surface du spectre est réduite.

1.4 Les statistiques

L'étude des statistiques des signaux radar est bien antérieure à l'utilisation de l'imagerie SAR. Son objectif a souvent été de détecter une cible dans une scène. La réponse de la scène est alors appelée **fouillis** ou *diffus* (*clutter* en anglais). L'imagerie **radar** est une imagerie cohérente qui est le siège d'un phénomène de *chatoiement* ou **speckle** : dans une même cellule de résolution, les réponses de tous les diffuseurs sont sommées, en module et en phase, avant d'arriver à l'antenne. Ce phénomène est conservé lors de la synthèse. Les traitements cherchant à détecter des cibles, ou de façon générale, à extraire de l'information des images **SAR**, doivent prendre en compte les statistiques des images. Les lois statistiques utilisées dépendent alors des applications et des modèles physiques pris en compte.

1.4.1 Le modèle de Goodman : le speckle pleinement développé

Joseph Goodman modélise les diffuseurs présents dans la cellule de résolution comme des phaseurs indépendants et identiquement distribués dont la partie réelle et la partie imaginaire sont indépendantes [Goodman, 1976].

La rétrodiffusion d'une cellule de résolution, qui est représentée par la valeur d'un pixel de l'image $p = me^{i\psi}$, est dictée par la somme de ces phaseurs, dont le grand nombre permet d'appliquer le théorème central limite.

Dans une zone homogène, c'est à dire une zone où les cellules de résolution voisines sont constituées des mêmes diffuseurs, les pixels \tilde{p} suivent une loi gaussienne complexe centrée de variance σ :

$$\tilde{p} \sim \frac{1}{\pi\sigma} e^{-\frac{\tilde{p}\tilde{p}^*}{\sigma}} \quad (1.1)$$

La partie réelle et la partie imaginaire des pixels suivent toutes deux une loi gaussienne centrée de variance $\frac{\sigma}{2}$. Le module des pixels m suit une loi de Rayleigh :

$$\tilde{m} \sim \frac{2\tilde{m}}{\sigma} e^{-\frac{\tilde{m}^2}{\sigma}} \quad (1.2)$$

dont le mode est $\frac{\sigma}{2}$ et l'espérance $\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}$. La phase ψ suit une loi uniforme sur un intervalle de longueur 2π ⁴. L'intensité \tilde{m}^2 des pixels suit une loi exponentielle décroissante (qui est aussi une loi Gamma d'ordre 1) :

$$\tilde{m}^2 \sim \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{\tilde{m}^2}{\sigma}} \quad (1.3)$$

dont l'espérance vaut σ et la variance σ^2 . Nous noterons donc l'intensité d'un pixel $\tilde{\sigma} = \tilde{m}^2$. La loi exponentielle décroissante a un écart-type égal à sa moyenne : les fluctuations du phénomène de speckle augmentent avec son énergie, raison pour laquelle on parle de bruit multiplicatif.

4. Aux effets induits par la quantification à l'acquisition près. Ces effets seront discutés en annexe B.

1.4.2 Le speckle multivarié

Lorsque l'on combine N images en une pile dans le modèle de speckle de Goodman, les pixels deviennent des vecteurs $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_N]$ et suivent une loi gaussienne complexe circulaire, centrée, multivariée :

$$\mathbf{p} \sim \mathcal{N}_c(0, \mathbf{C}) = \frac{1}{\pi^N |\mathbf{C}|} e^{-\mathbf{p}^\dagger \mathbf{C}^{-1} \mathbf{p}} \quad (1.4)$$

où \mathbf{C} est la matrice de covariance de la loi.

La matrice de covariance caractérise alors à elle seule la loi de la rétrodiffusion. De nombreux paramètres physiques pourront en être extraits, ce qui sera abordé dans le [chapitre 2](#) et le [chapitre 3](#).

Pour pouvoir extraire ces informations physiques, la matrice de covariance doit être estimée à partir d'un échantillon $\chi = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_L\}$ de L pixels indépendants et identiquement distribués selon $\mathcal{N}_c(0, \mathbf{C})$ avec $L \geq N$. L'estimateur le plus utilisé en SAR est l'estimateur du maximum de vraisemblance⁵ qui s'écrit :

$$\hat{\mathbf{C}} = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L \mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^\dagger \quad (1.5)$$

L'estimée du maximum de vraisemblance $\hat{\mathbf{C}}$, aussi appelée *sample covariance matrix* en anglais ou *matrice de covariance empirique*, suit une loi de Wishart et s'écrit :

$$P_{\hat{\mathbf{C}}}(\hat{\mathbf{C}}|\mathbf{C}, L) = \frac{L^{LN} |\hat{\mathbf{C}}|^{L-N}}{\pi^{\frac{N(N-1)}{2}} |\mathbf{C}|^L \prod_{i=0}^{N-1} \Gamma(L-i)} e^{-L \text{tr}(\hat{\mathbf{C}} \mathbf{C}^{-1})} \quad (1.6)$$

si $L \geq N$, avec tr représentant l'opérateur trace.

Les termes diagonaux $\hat{\sigma}_j$ de cette matrice, qui représentent la puissance des différents canaux suivent alors une loi Gamma :

$$P_{\hat{\sigma}}(\hat{\sigma}|\sigma, L) = \frac{1}{\Gamma(L)} \frac{L}{\sigma} \left(\frac{L\hat{\sigma}}{\sigma}\right)^{L-1} e^{-\frac{L\hat{\sigma}}{\sigma}} \quad (1.7)$$

où le facteur de forme, L , est le nombre de pixels utilisés pour estimer la matrice de covariance empirique. Il est souvent appelé *le nombre de vues*. La racine carrée des termes diagonaux, qui correspond à l'amplitude d'une image multi-vue suit une loi de Rayleigh-Nakagami :

$$N_g(\hat{m}|L, m) = \frac{2}{m} \frac{\sqrt{L}}{\Gamma(L)} \left(\frac{\sqrt{L}\hat{m}}{m}\right)^{2L-1} e^{-\left(\frac{\sqrt{L}\hat{m}}{m}\right)^2} \quad (1.8)$$

qui correspond bien à la loi de Rayleigh explicitée à l'[Équation 1.2](#) lorsque $L = 1$.

5. qui s'obtient par maximisation de la vraisemblance $\mathcal{L}(\chi|\mathbf{C})$ de l'échantillon χ par rapport à \mathbf{C} définie comme $\mathcal{L}(\chi|\mathbf{C}) = \prod_k^L P(\mathbf{p}_k|\mathbf{C})$, ce qui sera démontré en annexe [C](#).

1.4.3 Prendre en compte les inhomogénéités

Certains milieux peuvent difficilement être considérés comme homogènes, notamment le milieu marin et le milieu urbain. En effet, l'interaction des ondes électromagnétiques avec la mer (rarement parfaitement plane et lisse) peut produire des pixels d'énergie élevée, appelés pics ou *spike*, qu'il est difficile de différencier des cibles telles que des bateaux, que l'on veut détecter. De même, les structures métalliques ou certaines particularités géométriques présentes en milieu urbain, entraînent une rétrodiffusion élevée qui ne subit pas les mêmes variations statistiques que celles des pixels voisins.

Ces cibles brillantes peuvent être modélisées par les lois à tendance "queue lourde", c'est à dire des lois qui admettent des valeurs de rétrodiffusion plus importantes comme faisant partie du *fouillis*. En amplitude, les lois utilisées sont, par exemple, les lois \mathcal{K} à 2 paramètres [Jakeman and Pusey, 1976], Weibull et Lognormal [Goldstein, 1973]. Pour ces lois qui sont représentées à la figure 1.7(a), les valeurs d'amplitude élevées ont une probabilité plus importante d'apparaître que pour la loi de Rayleigh de même mode. En intensité, la loi de Weibull et la loi Lognormal [Simonetto, 2002] peuvent aussi être utilisées pour d'autres valeurs de leurs paramètres. Contrairement à la loi exponentielle, la loi de Weibull et la loi Lognormal ont un mode, comme le montre la figure 1.7(b). La loi de Fisher [Tison *et al.*, 2003] et la loi \mathcal{K} à 3 paramètres, représentées à la figure 1.7(c), ont aussi été proposées spécialement pour prendre en compte les inhomogénéités dans le speckle multi-vues.

Certains de ces modèles, comme la loi \mathcal{K} ou la loi de Fisher, peuvent être modélisés par le produit d'une variable aléatoire τ appelée texture et du speckle :

$$\mathbf{p} = \sqrt{\tau} \circ \mathbf{s} \quad (1.9)$$

où \circ représente le produit terme à terme de Hadamard. Pour la loi \mathcal{K} , la texture τ suit une loi Gamma et pour la loi de Fisher, la texture soit une loi Gamma Inverse. Dans le modèle *Spherically Invariant Random Vector (SIRV)*, la texture est supposée scalaire et est donc la même pour toutes les composantes de \mathbf{s} [Pascal *et al.*, 2008]. Ce modèle permettent de ne pas choisir *a priori* la distribution de la zone pour estimer la matrice de covariance.

1.4.4 Caractériser les distributions

Les moments

Les moments M_k d'une distribution de densité de probabilité $P(x)$ de la variable x définie sur \mathcal{D} sont définis par l'équation suivante :

$$M_k(x) = \int_{\mathcal{D}} x^k P(x) dx \quad \forall k \in \mathbb{N} \quad (1.10)$$

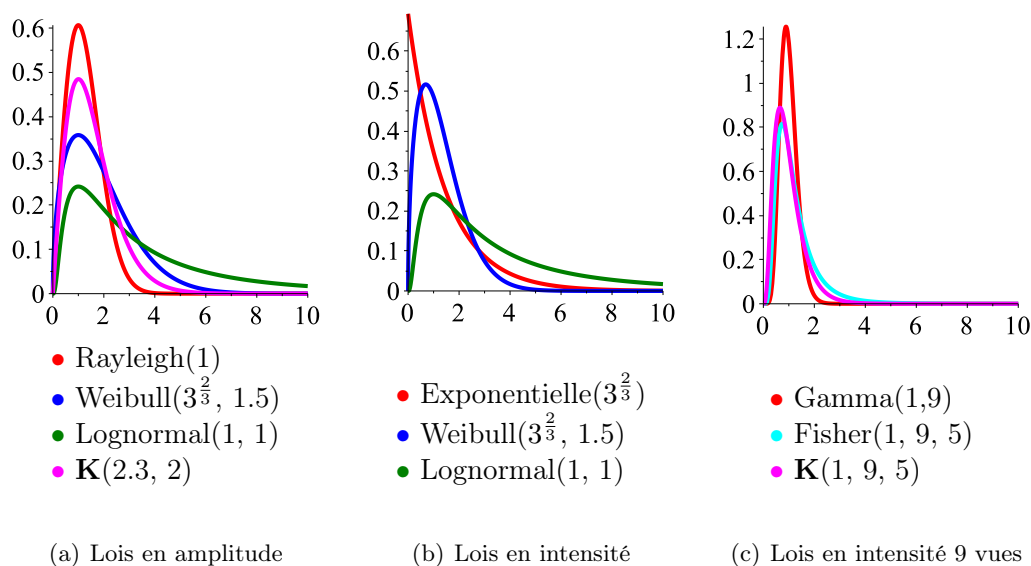


FIGURE 1.7 – Lois de probabilité en amplitude et en intensité.

à partir desquels on peut définir les moments centrés :

$$M_k^c(x) = \int_{\mathcal{D}} (x - M_1)^k P(x) dx \quad (1.11)$$

Les moments et les moments centrés peuvent être utilisés en imagerie SAR pour caractériser la distribution du fouillis. Dans ce cas, la variable x peut être à la fois l'amplitude m ou l'intensité des images σ .

Parmi les critères basés sur les moments on peut citer le coefficient de variation c_v :

$$c_v = \frac{\sqrt{M_2^c(\bar{\sigma})}}{M_1(\bar{\sigma})} = \frac{\sqrt{\text{var}_{\bar{\sigma}}}}{\bar{\sigma}} \quad (1.12)$$

Ce critère correspond à l'écart-type de l'intensité $\sqrt{\text{var}_{\bar{\sigma}}}$ des images sur sa moyenne $\bar{\sigma}$.

Il est utilisé pour distinguer des zones de speckle pur de zones de mélange [Nezry *et al.*, 1991] ou pour distinguer les pixels stables dans le temps de speckle [Ferretti *et al.*, 2001] car il est égal à 1 pour des zones de speckle suivant une loi gaussienne mono-vue et à $\frac{1}{\sqrt{L}}$ pour les coefficient diagonaux d'une matrice de covariance estimée en utilisant un échantillon de taille L . Lorsque le coefficient de variation d'un échantillon de pixel s'écarte de ces valeurs théoriques, on peut supposer que les pixels ne sont pas indépendants et identiquement distribués selon une seule loi gaussienne complexe circulaire centrée.

Les log-cumulants

Les log-moments K_k d'une distributions de densité de probabilité $P(x)$ de la variable x sur $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^+$ sont définis par l'équation suivante [Nicolas, 2002] :

$$K_k = \int_{\log(\mathcal{D})} \log(x) P(x) dx \quad (1.13)$$

à partir desquels on peut définir les log-cumulants :

$$\begin{aligned}\tilde{\kappa}_1 &= K_1 \\ \tilde{\kappa}_2 &= K_2 - K_1^2 \\ \tilde{\kappa}_3 &= K_3 - 3K_2K_1 + 2K_1^3\end{aligned}\tag{1.14}$$

qui permettent de caractériser une distribution de pixels.

En particulier, le diagramme $\tilde{\kappa}_2$ - $\tilde{\kappa}_3$ dans lequel peuvent être représentés les $\tilde{\kappa}_2$ d'un ensemble de pixels en fonction de leurs $\tilde{\kappa}_3$ permet de caractériser des textures [Nicolas and Tupin, 2016].

Enfin, \hat{L} , le nombre de vue d'un échantillon d'amplitude de pixel suivant une loi de Rayleigh-Nakagami N_g peut être estimé à partir de $\tilde{\kappa}_2$, le log-cumulant d'ordre 2. Pour un speckle monovue, $\hat{L}=1$ et tout écart suffisant de cette valeur peut montrer que les pixels ne sont pas indépendants et identiquement distribués selon une seule loi gaussienne complexe circulaire centrée.

Chapitre 2

La polarimétrie

2.1 Mesurer le changement de direction d'oscillation d'une onde

Les ondes électromagnétiques sont émises par l'antenne dans une direction dite *direction de propagation*, paramétrisée par le vecteur de propagation \mathbf{k} . Le champ électrique et le champ magnétique évoluent alors dans un plan perpendiculaire à \mathbf{k} . La *polarisation* de l'onde électromagnétique décrit la somme vectorielle du champ électrique et du champ magnétique. Elle est dite *rectiligne* lorsque le champ électrique et le champ magnétique oscillent en phase et que la direction de la polarisation ne change pas au cours du temps.

Le principe de la *polarimétrie SAR* (PolSAR) est d'obtenir des informations sur la scène éclairée au travers de la mesure de la modification de la polarisation de l'onde entre son émission et sa réception, marqueur de la façon dont l'onde a été diffusée par la scène. Pour que ces analyses puissent être comparatives, notamment d'une image à l'autre, plusieurs conventions sont adoptées. Pour les images que nous allons analyser dans cette étude :

- Les polarisations émises sont rectilignes et appelées H et V . La polarisation H est définie selon la tangente au sol. La direction de V dépend de l'angle d'incidence local θ puisqu'elle est choisie de façon à ce que \mathbf{k} , H et V forment une base orthogonale directe.
- Le repère de projection de la polarisation d'une onde est le même à l'émission et à la réception. Le vecteur \mathbf{k} émis devient donc le vecteur $-\mathbf{k}$ à la réception. Cette convention est appelée *Back Scattering Alignement* (BSA).

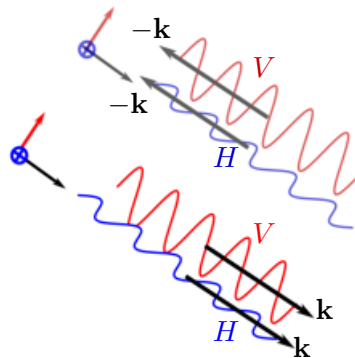


FIGURE 2.1 – Base polarimétrique à l'émission (\mathbf{k} , H, V) et à la réception (\mathbf{k} , H, V)

Le mode dit *Single-Pol*, où une seule image est acquise avec une polarisation donnée, par passage du porteur est le mode classique en SAR. Le mode *Full-Pol* ou *Quad-Pol* permet l'acquisition de quatre images, appelées canaux de polarisation grâce à l'émission alternée d'impulsions polarisées *horizontalement* (selon H) et *verticalement* (selon V) puis à la réception simultanée selon les deux polarisations. Les canaux HH et VV appelées *co-pol* résultent de l'émission et la réception de l'onde suivant H et V respectivement. Les canaux *cross-pol*, HV et VH résultent d'un changement de polarisation

entre l'émission et la réception. En configuration *monostatique*, lorsque l'émetteur et le récepteur se trouvent au même endroit, on peut faire l'hypothèse (parfois faite au cours de la calibration) que $HV = VH$: seuls trois canaux de polarisation différents sont alors considérés. Dans le mode *Dual-Pol* seulement deux canaux polarimétriques sont acquis soit parce que l'émission n'est pas alternée soit parce que la réception ne se fait que selon une seule polarisation.

Le vecteur de rétrodiffusion polarimétrique \mathbf{p} , qui concatène la réponse d'une même cellule de résolution dans les différents canaux, peut être exprimé dans la base dite *lexicographique* $\mathbf{p}_{\text{lexico}} = [p_{HH}, p_{HV}, p_{VH}, p_{VV}]^T$. Lorsque l'hypothèse $HV = VH$ est faite, on peut redéfinir la base *lexicographique* $\mathbf{p}_{\text{lexico}} = [p_{HH}, \sqrt{2}p_{HV}, p_{VV}]^T$ qui peut alors être transformée par une consimilarité unitaire en la base de *Pauli* $\mathbf{p}_{\text{pauli}} = [p_{HH} + p_{VV}, 2p_{HV}, p_{HH} - p_{VV}]^T$. La transformation par une consimilarité unitaire permet de conserver les paramètres polarimétriques et ainsi de pouvoir transférer l'analyse polarimétrique d'une base polarimétrique à l'autre [Lüneburg *et al.*, 1997].

Les vecteurs de rétrodiffusion sont définis à une phase près : c'est la différence de phase entre les canaux et non la phase absolue qui constitue l'information polarimétrique.

Lorsque un capteur passe d'un mode d'acquisition *Single-Pol* à un mode *Dual-Pol* ou *Quad-Pol* sans changer d'autres paramètres d'acquisition comme la fauchée, la distance d entre deux impulsions reste inchangée. Comme l'émission des polarisations H et V est alternée, la distance entre deux émissions consécutives de H ou V , d_H et d_V , est donc supérieure à d . Or, il a été montré à la [section 1.1](#) que la résolution azimutale des images est bornée par la distance entre deux impulsions : $\delta_a \geq d$. La résolution azimutale des images polarimétriques est donc plus grossière que la résolution d'une image en mode *Single-Pol*. On peut trouver dans [Eineder *et al.*, 2013] une explication du compromis choisi pour le passage du mode *Single-Pol* au mode *Dual-Pol* du satellite TerraSAR-X.

2.2 Interpréter le changement de polarisation

La polarimétrie permet d'apporter des informations sur les *propriétés électromagnétiques* des diffuseurs, leur *structure* et leur *orientation*. L'étude des changements de polarisation est souvent basée sur un corpus de scénarios de rétrodiffusion dont les propriétés physiques sont connues. Ces différents scénarios sont schématisés à la [Figure 2.2](#). Les démonstration des formules des vecteurs de rétrodiffusion se trouvent à l'annexe [D](#).

Les surfaces. Ils s'agit de la structure la plus simple que nous allons considérer dans ce travail. Une surface métallique soumise à un champ se comporte comme une antenne. Sa diffusion est directionnelle : la directivité de la surface dépend du rapport $\frac{\lambda_0}{L}$ où L est la longueur de la surface dans la direction perpendiculaire à la propagation et l'orientation du lobe principale dépend des lois de la réflexion de Snell-Descartes. Cette direction est appelée direction *spéculaire*. L'énergie rétrodiffusée par une surface S_e dépend donc de son orientation par rapport au [radar](#) mais aussi de sa rugosité qui



FIGURE 2.2 – Schéma représentant différents scénarios de rétrodiffusion : ● les surfaces, ● les doubles rebonds, ● les triples rebonds, ● les rebonds multiples. Photos des *Painted Ladies* ©Jacques Weissgerber.

déterminera l'énergie du phénomène de *speckle*.

Les équations de Maxwell appliquées à la surface d'un métal conducteur parfait permettent de montrer que la composante tangentielle du champ change de signe alors que la composante normale est modifiée en fonction des propriétés électromagnétiques de la surface. Pour modéliser la rétrodiffusion d'une surface, on considère que cette réponse provient d'un petit élément perpendiculaire à \mathbf{k} . Les polarisations H et V sont alors tangentes à la surface et $\mathbf{p}_{\text{lexico}} = [-S_e, 0, -S_e]^T$ où S_e est l'énergie rétrodiffusée¹. Une surface renvoie très peu de signal dans le canal HV et la différence de phase entre p_{HH} et p_{VV} est nulle. L'eau, les prairies, les parkings, les toits et certaines façades d'immeubles peuvent être considérés comme des surfaces. On peut donc voir sur la figure 2.3(e) que le bosquet d'arbres a une réponse plus élevée dans le canal $HH + VV$ de la base de Pauli, alors que les immeubles répondent dans le canal $HH - VV$.

Les rebonds pairs. La cible canonique représentant la rétrodiffusion par rebonds pairs est le *dièdre* : 2 plaques métalliques perpendiculaires dont l'axe fait un angle φ avec le vecteur de propagation \mathbf{k} . Pour ce dièdre, la rétrodiffusion est composée de deux diffusions spéculaires et sa focalisation se fait à la position de son axe. Son vecteur de rétrodiffusion, est $\mathbf{p}_{\text{lexico}} = S_e[\cos(2\varphi), \sin(2\varphi), -\cos(2\varphi)]^T$ où S_e correspond à l'énergie rétrodiffusée. Un dièdre dont l'axe est parallèle à la trajectoire aura donc $\mathbf{p}_{\text{lexico}} = [S_e, 0, -S_e]^T$. Dans ce cas, comme dans le cas de toute rétrodiffusion par un nombre pair de rebonds, la différence de phase entre p_{HH} et p_{VV} est de π . C'est ce qu'on peut observer sur la figure 2.3(g), où les immeubles ont une rétrodiffusion très importante dans le canal $HH - VV$ de la base de Pauli. Un dièdre dont l'axe un angle de $\varphi = \frac{\pi}{4}$ avec le vecteur de propagation a un vecteur de rétrodiffusion $\mathbf{p}_{\text{lexico}} = [0, \sqrt{2}S_e, 0]^T$.

Les dièdres urbains, composés principalement d'une réflexion par une rue puis par

1. Cette formule est démontrée à la

un immeuble, ne devraient renvoyer de l'énergie que lorsque les rues et les façades sont parallèles à la trajectoire. La largeur du lobe principale Θ_a ou les lobes secondaires des surfaces permettent une rétrodiffusion atténuée dans les autres cas. L'intensité du retour en HV dépend de l'orientation des rues par rapport à la trajectoire. L'interaction des ondes avec le sol et un tronc d'arbre ou bien avec un lampadaire et une rue peut aussi créer un effet dièdre.

Les rebonds impairs supérieurs à 1. Le *trièdre* canonique est composé de 3 plaques métalliques qui forment un coin de cube. Sa rétrodiffusion, composée de trois diffusions spéculaires, est très énergétique et son cône de directivité est bien plus important que celui du dièdre. De plus, la focalisation des trièdres est ponctuelle. Pour un trièdre ou pour toute rétrodiffusion composée d'un nombre impair de rebonds, la différence de phase entre p_{HH} et p_{VV} est nulle : $\mathbf{p}_{\text{lexico}} = [S_e, 0, S_e]^T$ où S_e correspond à l'énergie rétrodiffusée.

A part les trièdres déposés dans la scène pour des fins de calibration des systèmes radar ou de test, on retrouve peu de vrais trièdres dans les scènes. Cependant, en milieu urbain, certaines structures peuvent créer des rétrodiffusions types trièdres : ces cibles appelées *points-brillants* semblent ponctuelles, sont très énergétiques, ont une différence de phase nulle entre p_{HH} et p_{VV} et renvoient très peu de signal dans le canal HV .

Les rebonds indénombrables. Certaines rétrodiffusions plus complexes peuvent résulter d'un grand nombre de rebonds voir de couplages électromagnétiques entre les diffuseurs. Dans ces cas là, l'énergie et la polarisation de l'onde rétrodiffusée sont plus difficiles à caractériser. Pour obtenir un lien analytique entre les paramètres physiques de la scène et la rétrodiffusion mesurée, des modèles plus fins doivent être développés.

Ce type de rétrodiffusion concerne par exemple la rétrodiffusion par la végétation qui est influencée par les types de plantes, leur structure, leur teneur en eau, mais aussi la structure des plantations et les conditions météorologiques. Le modèle empirique le plus simple de rétrodiffusion par la végétation est que la puissance du canal HV est proportionnelle à la quantité de biomasse présente dans la cellule de résolution, jusqu'à un phénomène de saturation. On peut voir sur les figures 2.3(c) et 2.3(d) que les arbres répondent plus dans le canal HV que les immeubles.

Mélange de scénarios simples La rétrodiffusion des cibles présentées résulte du mélange d'effets dus à leurs propriétés électromagnétiques, leur structure ou leur orientation. L'objectif est de séparer ces informations pour obtenir une meilleure caractérisation des diffuseurs et ainsi d'améliorer les performances de détection des cibles, leur classification ou leur identification.

Plusieurs modèles décomposant la réponse polarimétrique d'une cellule de résolution ont été proposés. La plupart s'appuient sur la décomposition de la matrice de covariance \mathbf{C} telles que la décomposition dites de **Cloude-Pottier** [Cloude and Pottier, 1996] qui permet une classification en 9 classes [Cloude and Pottier, 1997], la décomposition de

Freeman-Durden conçue pour expliquer la rétrodiffusion en milieu forestier [Freeman and Durden, 1998] ou la décomposition de **Yamaguchi** [Yamaguchi *et al.*, 2005] qui complète la décomposition précédente pour l'adapter au milieu urbain. La décomposition de **Touzi** [Touzi, 2007] propose une décomposition du vecteur de rétrodiffusion invariante à la base de polarisation qui est ensuite étendue à la matrice de covariance.

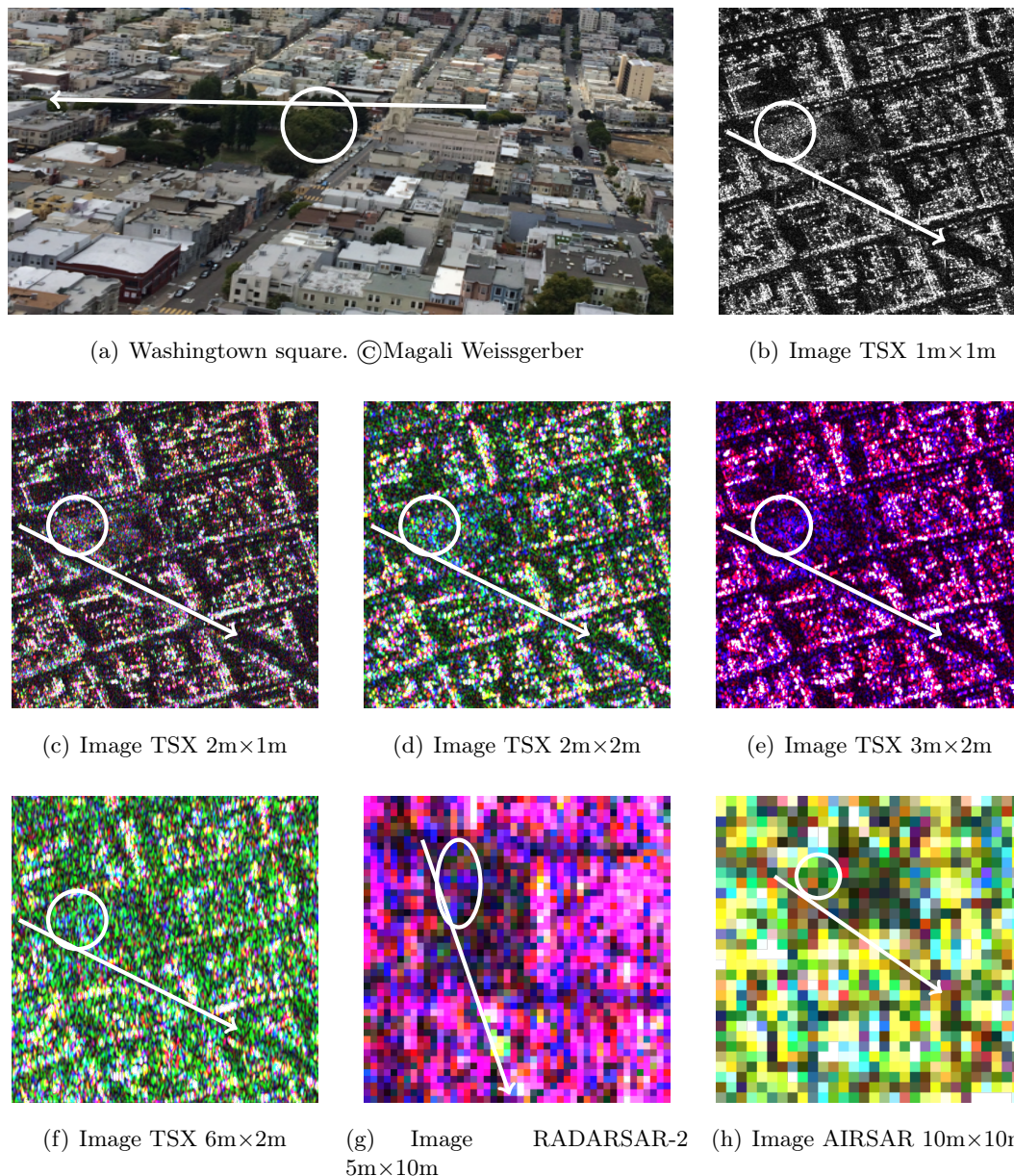


FIGURE 2.3 – Washington Square, San Francisco. Images SAR de résolutions différentes. → Columbus Avenue ○ bosquet d'arbres. Les couleurs sont codées dans la base de Pauli : $HH+VV$, $HH-VV$, $2HV$. Les seuils et les couleurs en polarimétrie seront discutés en annexe E.

L'interprétation du comportement polarimétrique des diffuseurs dépend aussi de la *calibration* des images polarimétriques. Durant l'étape de calibration, l'énergie et la phase de chaque canal peuvent être modifiées afin de compenser des différences de gain

d'antenne ou des différences de phase introduite par le capteur. Dans ce travail, nous allons considérer que les images ont été correctement qualibrées par les agences qui les ont acquises. De plus, dans les travaux présentés ici, le comportement polarimétrique absolu des diffuseurs n'est pas étudié. Seule la modification de ce comportement due à la résolution, les algorithmes d'amélioration de la résolution ou le processus d'estimation sont étudiés. Les résultats sont donc peu impactés par des erreurs de calibration.

2.3 Quantifier l'aléatoire

L'enjeu de l'analyse du changement de polarisation des ondes par la décomposition en mécanismes simples est de pouvoir quantifier le mélange pour rendre compte du degré d'aléatoire dans la cellule de résolution.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés à un paramètre issu de la décomposition dite de **Cloude-Pottier** [Cloude and Pottier, 1996] : l'entropie H . L'entropie est calculée à partir des valeurs propres $\{\lambda_i\}_{i=1}^N$ de la matrice de covariance \mathbf{C} selon l'équation :

$$H = - \sum_{k=1}^N p_k \log_N p_k \quad p_k = \frac{\lambda_k}{\sum_{l=1}^N \lambda_l} \quad (2.1)$$

avec N le nombre de canaux polarimétriques. Dans ce travail dédié à des capteurs monostatiques, $N = 3$. Avec cette définition, $H \in [0, 1]$. Si un unique vecteur permet de rendre compte de la rétrodiffusion engendrée par \mathbf{C} (une seule valeur propre est non nulle) alors $H = 0$. Par contre, si une base de trois vecteurs est nécessaire pour rendre compte de la rétrodiffusion engendrée par \mathbf{C} et que les trois valeurs propres sont égales, $H = 1$. L'entropie est une mesure de la variabilité possible dans une population de pixel ayant \mathbf{C} comme matrice de covariance.

L'entropie peut être associée à la mesure de la *dépolarisation* qui se définit comme la capacité d'un matériau à modifier, de façon aléatoire, la polarisation de l'onde incidente qu'il rétrodiffuse. Il est entendu ici que seule une mesure de dépolarisation liée à l'ensemble du processus d'acquisition et de synthèse peut être effectuée. Pour mesurer l'aléatoire, il est nécessaire d'avoir plusieurs occurrences indépendantes de la même expérience qui vont constituer un échantillon χ de la variable aléatoire. Dans le cas de l'imagerie radar telle qu'elle est envisagée pour la télédétection, on ne peut mesurer l'effet du milieu sur une onde (donc un photon) que l'on émet : par le processus de synthèse, la réponse d'une cellule de résolution est déjà la somme d'ondes émises et rétrodiffusées avec des angles de vues (θ_q) différents. De plus, les trajectoires n'étant jamais identiques, on ne peut mesurer la réponse d'une seule cellule de résolution que l'on aurait éclairée plusieurs fois de façon indépendante sans modifier les paramètres d'acquisition. Enfin la maîtrise de l'émission du signal nécessaire à la technique d'interférométrie (détaillée au chapitre 3) a pour conséquence que deux acquisitions ne peuvent pas être considérées comme des tirages indépendants. Nous verrons dans le chapitre 5 comment les difficultés liées à la définition d'un échantillon contenant assez de pixels, impactent l'analyse des images SAR polarimétriques.

Lorsque l'entropie est calculée à partir d'une matrice de covariance estimée $\hat{\mathbf{C}}$, elle devient une mesure de la variabilité de l'échantillon χ ayant servi à estimer $\hat{\mathbf{C}}$. Ceci peut se comprendre si l'on voit la décomposition de la matrice de covariance empirique comme la première étape de l'*analyse en composantes principales* qui permet entre autre de quantifier la redondance des données.

Il est attendu que l'entropie soit basse en milieu urbain [Cloude and Pottier, 1997] puisque les immeubles ont souvent une réponse déterministe, mais ceci n'est pas souvent le cas sur des images de milieu urbain ayant une résolution métrique [Colin-Koeniguer et al., 2015].

2.4 Estimer la matrice de covariance

Les analyses polarimétriques reposent sur le lien entre les paramètres des diffuseurs et des caractéristiques physiques. Lorsque plusieurs diffuseurs sont présents dans la cellule de résolution, le phénomène de *speckle* résultant a comme unique paramètre la matrice de covariance \mathbf{C} .

L'estimation de la matrice de covariance est souvent effectuée par un filtre moyenneur qui somme les pixels se trouvant dans une fenêtre $L_1 \times L_2 = L$ autour du pixel d'intérêt selon l'Équation C.6. Ce filtre est souvent appelé filtre *glissant* ou *boxcar*. Cependant, l'Équation C.6 est basée sur l'hypothèse que les pixels constituant l'échantillon χ sont indépendants et identiquement distribués. Lorsque cette hypothèse n'est pas respectée et que les pixels voisins ne représentent pas la même réalité physique, l'interprétation de la rétrodiffusion par la matrice $\hat{\mathbf{C}}$ estimée ne pourra pas reposer sur les mêmes outils sous peine de mauvaise interprétation de la nature de la rétrodiffusion.

Plusieurs filtres ont donc été proposés pour préserver l'homogénéité de l'échantillon. Ils peuvent s'appuyer les structures présentes dans l'image [Lee et al., 1999], sur les variations d'intensité [Vasile et al., 2006] des pixels ou bien rechercher des pixels voisins [Lee et al., 2006b; Morio et al., 2007; Alonso-Gonzalez et al., 2012] ayant des mécanismes de rétrodiffusion proches. Cette recherche peut s'étendre à un voisinage du pixel d'intérêt, comme dans le filtre NL-SAR [Deledalle et al., 2015]. Dans ce cas, la matrice de covariance est estimée par une somme pondérée de matrice de covariance pré-calculées :

$$\hat{\mathbf{C}}_{\text{NL-SAR}} = \sum_{l=1}^L w(l) \tilde{\mathbf{C}}_l \quad (2.2)$$

Les matrices $\tilde{\mathbf{C}}_l$ ne sont pas nécessairement les matrices des pixels voisins. Les poids associés à chaque pixel $w(l)$ sont choisis en fonction de la distance entre les patches centrés sur les pixels dont on cherche à comparer les matrices de covariance. Le nombre de vue équivalent *Equivalent Number of Looks (ENL)* de cette estimation peut alors être calculé : $\text{ENL} = \frac{(\sum w(l))^2}{\sum w(l)^2}$. Il correspond au facteur de réduction de la variance de $\hat{\mathbf{C}}_{\text{NL-SAR}}$.

Chapitre 3

L'interférométrie

3.1 Mesurer la différence de trajet par la différence de phase

Le principe de l'[InSAR](#) est de comparer la longueur du trajet parcouru par deux ondes électromagnétiques entre leur émission et leur réception. Comme en interférométrie optique, cette comparaison se fait au travers de la mesure de la différence de phase.

En optique, la différence de phase s'obtient par interaction des deux ondes. En [radar](#), la phase du signal est mesurée lors de la démodulation, ce qui permet une comparaison de la phase de deux images acquises à deux dates différentes et dont l'écart peut atteindre dans certains cas plusieurs années.

Dans les deux disciplines, la notion de *cohérence* qualifie la capacité à mesurer la différence de phase. Cela dépend donc du procédé d'émission des ondes et du trajet qu'elles ont parcouru. En radar, pour un capteur donné, l'émission du signal peut être considérée comme suffisamment maîtrisée¹ pour que la différence de phase mesurée ne dépende que de la différence de trajet parcouru par ces ondes. Le *degré de cohérence interférométrique* dépend donc uniquement de la stabilité de la rétrodiffusion de l'onde par le sol. Pour garantir cette stabilité, il faut non seulement que les conditions d'acquisition (trajectoire, angle d'incidence θ ,...) varient peu entre les acquisitions mais aussi que la façon dont les ondes sont rétrodiffusées n'ait pas été modifiée dans le temps entre les deux acquisitions.

La stabilité des conditions d'acquisition peut se mesurer en observant la surface de la partie commune du spectre : si les spectres des deux images ont exactement la même empreinte dans le plan de Fourier, le degré de cohérence pourra être élevé, alors qu'il sera nul si les deux spectres n'ont pas de partie commune. La partie commune spécifiée ici est bien la partie commune absolue, lorsque le spectre n'est pas en bande de base, comme expliqué à la [section 1.3](#).

Si la perte de cohérence due à l'acquisition peut se modéliser à partir des paramètres d'acquisition, la cohérence de la rétrodiffusion n'est généralement qu'observée. C'est une donnée physique importante qui permet de caractériser des diffuseurs et qui permet souvent de faire le lien entre la physique et les statistiques au travers de la loi de speckle présentée à la [section 1.4](#) et qui sera explicitée à la [section 3.5](#).

Si les conditions d'acquisition sont suffisamment proches et la rétrodiffusion suffisamment stable entre deux acquisitions, la différence de phase ϕ entre les deux images peut être mesurée. On peut alors observer des structures de phase appelée des [franges](#), comme celles présentes sur la Tour Eiffel ou la Tour Cristal présentée à la [Figure 3.1](#). Étudier la différence de phase permet d'obtenir des informations sur les paramètres faisant varier les trajets optiques entre les deux ondes. Nous allons nous intéresser à deux de ces paramètres : la hauteur des diffuseurs et leur mouvement.

1. Nous supposons qu'il en est de même pour le recalage des images. Différentes techniques de recalage seront abordées à la [section 3.4](#).

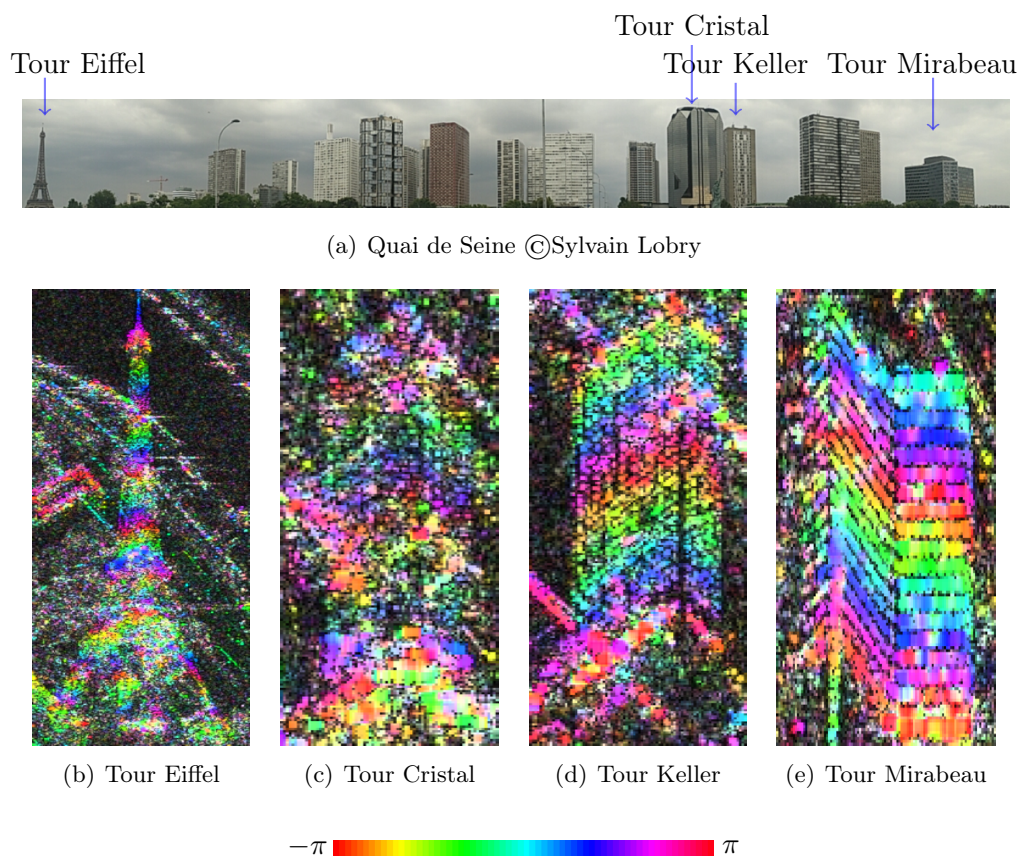


FIGURE 3.1 – Franges interférométriques sur la Tour Eiffel, la Tour Cristal, la Tour Keller et la Tour Mirabeau.

3.2 Mesure de la hauteur : comparer deux images acquises depuis deux points de vues différents

Pour pouvoir mesurer la différence de phase due à la hauteur, les images doivent être acquises depuis deux points de vue différents. Comme pour l'expérience des trous d'Young, la différence de trajet δ entre les deux ondes est alors proportionnelle à B_{\perp} , la ligne de base orthogonale à la propagation du front d'onde, aussi appelée *baseline*, et inversement proportionnelle à la distance r entre l'objet et le capteur.

Si les images ne sont pas acquises à partir du même point de vue, la grille au sol décrivant les cellules de résolution azimuth et distance sera différente entre les deux images. Une étape préliminaire à l'interférométrie est donc le *recalage* entre les deux images, abordé à la [section 3.4](#). Cette différence de projection des cellules de résolution crée un régime de franges dites *franges orbitales* dues à la variation de la distance entre les émetteurs et les cibles le long de la fauchée W . Ce sont les franges visibles dans l'expérience des trous d'Young si l'on considère que la Terre est un écran plat^{2,3}. Lors du recalage, ces variations de la phase peuvent être compensées pour ne faire apparaître

2. D'où leur autre nom de *franges de Terre plate*

3. Il faut cependant se rappeler que contrairement à l'expérience classique des trous d'Young, l'écran n'est pas parallèle à la baseline, mais présente un angle $\pi - \theta$ par rapport à la direction de propagation

que les variations de phases dues aux diffuseurs présents sur la scène et non à la géométrie de l'acquisition.

Dans le cas *monopasse*, les acquisitions ont lieu simultanément, un porteur émettant l'onde et les deux antennes réceptrices recevant les ondes rétrodiffusées. Après le [recalage](#) et la compensation des [franges orbitales](#), la différence de phase ϕ entre les images est proportionnelle à la hauteur h des cibles présentes sur la scène selon la relation :

$$\phi \equiv \bar{k}_z h = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{B_\perp}{R \sin(\theta)} h \quad [2\pi] \quad (3.1)$$

Lorsque les acquisitions sont *multipasses*, donc acquises à deux dates différentes, la différence de phase ϕ entre les images est proportionnelle à la hauteur h des cibles présentes sur la scène selon la relation :

$$\phi \equiv \bar{\bar{k}}_z h = 2 \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{B_\perp}{R \sin(\theta)} h \quad [2\pi] \quad (3.2)$$

le facteur multiplicatif 2 prenant en compte le trajet aller-retour de chaque acquisition [[Bamler and Hartl, 1998](#)]. Le facteur de proportionnalité entre la phase et la hauteur est généralement appelé k_z dans les deux cas. Dans ce manuscrit, nous avons décidé d'introduire deux notations : \bar{k}_z dans le cas de l'interférométrie monopasse et $\bar{\bar{k}}_z$ dans le cas de l'interférométrie multipasse. La notation k_z sera utilisée lorsque que la relation s'applique aussi bien à l'interférométrie monopasse qu'à l'interférométrie multipasse.

Un schéma général de la configuration géométrique d'une acquisition interférométrique pour la mesure de la hauteur se trouve à la [Figure 3.2](#).

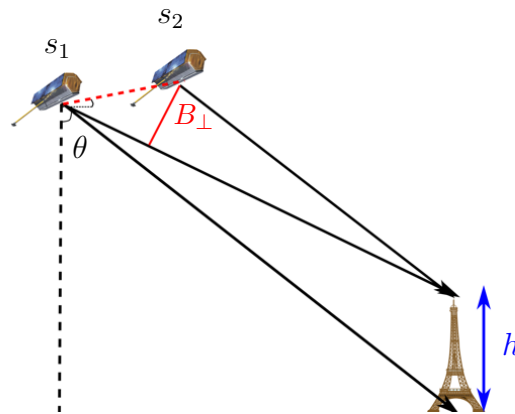


FIGURE 3.2 – Principe de l'interférométrie pour la mesure de la hauteur des diffuseurs.

Comme le montrent les équations (3.1) et (3.2), la relation de proportionnalité entre la phase et la hauteur est définie modulo 2π . La hauteur d'ambiguïté $h_{\text{amb}} = \frac{2\pi}{k_z}$ définit la hauteur mesurée pour un *tour*⁴ de 2π de la phase. Pour obtenir une hauteur relative à l'altitude du sol et non plus modulo h_{amb} , il est nécessaire d'effectuer le [déroutement de la phase](#).

4. On dit généralement que la phase tourne.

3.3 Mesure de la déformation : comparer deux images acquises à des instants différents

Lorsque deux images sont acquises depuis la même trajectoire mais à des dates différentes, la surface ou les structures imagées peuvent avoir subi des déformations (liées par exemple à un séisme, une éruption, ...). La différence de phase est alors proportionnelle à δr , le déplacement des diffuseurs le long de la ligne de visée :

$$\phi \equiv \frac{4\pi}{\lambda_0} \delta r \quad [2\pi], \quad (3.3)$$

comme le montre la [Figure 3.3](#). Pour pouvoir être mesuré, ce déplacement doit préserver la structure des diffuseurs. De plus, pour être mesuré sans ambiguïté, le déplacement δr doit être inférieur à la moitié de la longueur d'onde par cellule de résolution et le déplacement doit être inférieur à la taille de la cellule de résolution pour être mesuré sans recalage supplémentaire.

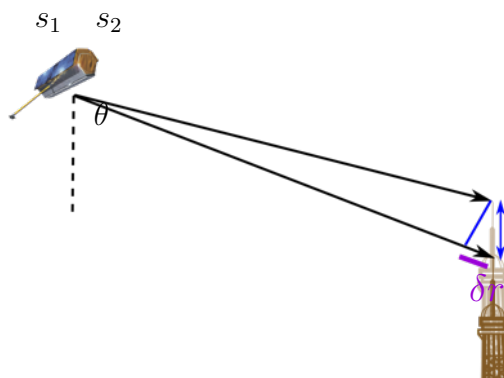


FIGURE 3.3 – Principe de l'interférométrie pour la mesure de la déformation aussi appelée interférométrie différentielle.

Bien que la trajectoire des satellites soit bien maîtrisée, il n'est pas possible que le satellite repasse exactement au même endroit sans consommation importante de carburant. Dans le cas général, les acquisitions auront donc lieu à des dates différentes mais aussi selon des points de vues légèrement différents. La phase est alors sensible à la hauteur et à la déformation des diffuseurs :

$$\phi \equiv \bar{k}_z h + \frac{4\pi}{\lambda_0} \delta r \quad [2\pi] \quad (3.4)$$

De nombreux travaux ont montré qu'il était possible d'utiliser l'interférométrie différentielle et un [Modèle Numérique de Terrain \(MNT\)](#) pour mesurer les déplacements de la terre lors de tremblements de terre, d'éruptions volcaniques ou de phénomènes de subsidence [[Ferretti et al., 2000b](#)], ainsi que de mesurer le déplacement des glaciers [[Gourmelen et al., 2011](#)] ou les déformations des immeubles [[Ferretti et al., 2000a](#); [Fornaro et al., 2011](#)] et que des précisions de l'ordre du millimètre étaient atteignables en bande X [[Quin and Loreaux, 2013](#)].

3.4 Recalage

Lorsque les images sont acquises depuis des points de vues tant soit peu différents, la cellule de résolution (l, k) d'une image ne correspond pas à la cellule de résolution (l, k) de la seconde. Le recalage consiste en la mise en correspondance des cellules de résolution de l'image appelée *esclave* sur l'image appelée *maître*. Un schéma synoptique des différentes étapes du recalage est présenté à la [Figure 3.4](#).

La première étape est le *calcul des déplacements* entre les grilles des deux images, à laquelle succédera le *ré-échantillonnage* de l'image esclave sur l'image maître. Afin que l'étalement de la distribution de phase soit suffisamment faible pour que les techniques d'interférométrie puissent être mises en oeuvre, il est d'usage de dire que le calcul des déplacements doit être précis au dixième de pixel près. Plusieurs types d'algorithmes de calcul des déplacements ont été développés et peuvent être séparés en trois types :

- **Les algorithmes utilisant les informations de trajectoire.** Les informations de déplacement de la grille sont obtenues par le calcul de la distance entre des points de la grille de l'image de référence et les trajectoires du satellite pendant les autres acquisitions [[Nicolas et al., 2012](#)]. Ces méthodes ont pour avantage de ne pas utiliser d'information de l'image mais uniquement les informations relatives à l'acquisition. Une connaissance très fine de la trajectoire est donc nécessaire. Ces méthodes sont donc utilisables pour les images des satellites actuels mais rarement dans le cas aéroporté.
- **Les algorithmes utilisant les informations d'amplitude de l'image.** Le déplacement de chaque pixel de l'image esclave est calculé par minimisation d'un critère de ressemblance local qui ne prend en compte que l'amplitude des images [[Plyer et al., 2015](#)]. Aucune information sur les conditions d'acquisition n'est nécessaire pour le recalage. Ces algorithmes peuvent être mis à défaut sur des zones totalement homogènes et sont peu robustes pour des images ne comportant pas de structure.
- **Les algorithmes utilisant les informations en module et en phase des images.** Le calcul des déplacements des pixels de l'image esclave est effectué dans le but de maximiser l'apparition de structures de phase, appelées *franges* [[Array Systems Computing Inc., 2010](#); [Yague-martinez et al., 2010](#)]. L'avantage de ces algorithmes est que de telles structures de phase seront présentes dans un cas interférométrique et qu'ils peuvent s'appliquer en aéroporté. Par contre, seules des images acquises en conditions interférométriques peuvent être recalées. De notre point de vue, l'inconvénient majeur de ces algorithmes est que le critère qu'ils maximisent porte sur la phase qui est justement la grandeur étudiée en interférométrie. Dans certains cas, on observe que ces algorithmes peuvent créer des franges qui ne sont que des artefacts de traitement mais qu'un traitement interférométrique considérera comme de "vraies" franges.

Lorsque les déplacements ont été calculés, les images vont pouvoir être ré-échantillonnées. Cette étape est délicate car le ré-échantillonnage doit garder la conti-

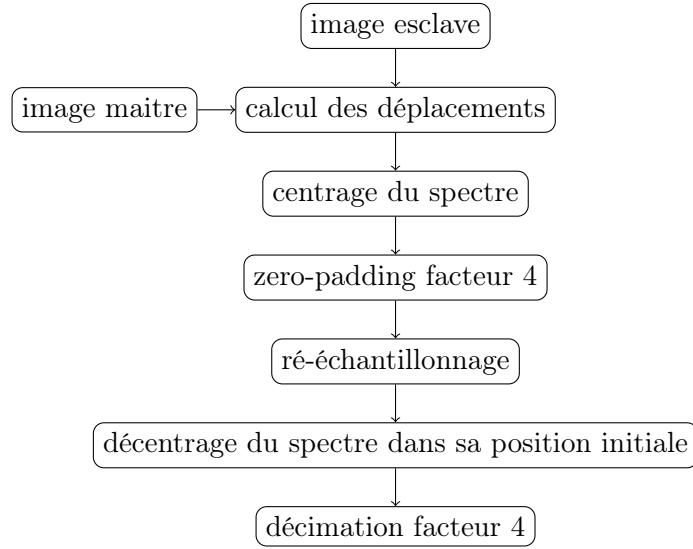


FIGURE 3.4 – Schéma synoptique du recalage

nuité de la phase, grandeur qui est 2π périodique. Des sauts peuvent être introduits dans la phase si l'interpolation de la phase ne se fait pas dans le même sens (sens trigonométrique ou anti-trigonométrique) pour des pixels voisins. Cette étape est difficile à contrôler car l'interpolation passe par une interpolation en partie réelle et une autre sur la partie imaginaire. Pour garantir la continuité de la phase, un **zero-padding** (ou bourrage de zéro) d'un facteur supérieur à deux est recommandé pour laisser à la transformée de Fourier le soin de faire une interpolation qui ne modifie pas la phase. Par contre, il est nécessaire de centrer le spectre avant le *zero-padding*, puis de le remettre dans sa configuration initiale après ré-échantillonnage.

3.5 Estimer la phase

Dans le cas de l'interférométrie à deux canaux, la différence de phase entre les pixels est contenue dans le terme extra-diagonal de la matrice de covariance qui est généralement paramétrisée ainsi :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sqrt{\sigma_1\sigma_2}\gamma e^{i\phi} \\ \sqrt{\sigma_1\sigma_2}\gamma e^{-i\phi} & \sigma_2 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

où γ est appelé le *degré de cohérence*. A partir de cette équation et de $\hat{\mathbf{C}}$, l'estimateur maximum de vraisemblance de \mathbf{C} défini à l'Équation C.6, on peut définir

$$\hat{\phi}_{n,n'} = \angle \sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n',k}^* \quad (3.6)$$

où \angle définit l'argument du nombre complexe. Cet estimateur est l'estimateur du maximum de vraisemblance de la phase. La distribution $P(\hat{\phi}|\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi, L)$ dont l'étalement

ne dépend que de $\gamma \in [0, 1[$ et L a pour expression [Maitre, 2001] :

$$P_{\hat{\phi}}(\hat{\phi}|\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi_0, L) = \frac{(1 - \gamma^2)^L}{2\pi} \frac{1}{2L + 1} {}_2F_1\left(2, 2L; L + \frac{3}{2}; \frac{1 + \gamma \cos(\phi_0 - \hat{\phi})}{2}\right) \quad (3.7)$$

où ${}_2F_1()$ est la fonction hypergéométrique de Gauss. Cet estimateur est non biaisé comme le montre la symétrie de $P(\hat{\phi}|\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi, L)$ par rapport à la valeur vraie ϕ que l'on peut observer à la Figure 3.5.

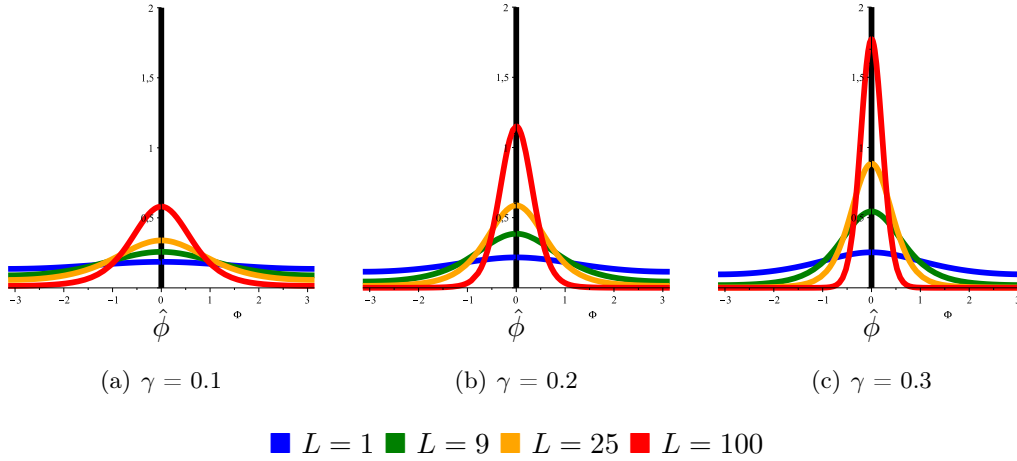


FIGURE 3.5 – Distribution de la phase interférométrique en fonction du degré de cohérence γ et du nombre de vues L

L'étalement de la distribution de $\hat{\phi}$ va permettre de caractériser la précision de l'estimation de ϕ . Sur des données réelles, cet étalement peut être mesuré par $\hat{\gamma}$:

$$\hat{\gamma} = \frac{|\sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n',k}^*|}{\sqrt{\sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n,k}^*} \sqrt{\sum_{k=1}^L p_{n',k} p_{n',k}^*}} \quad (3.8)$$

qui est l'estimateur du maximum de vraisemblance de γ .

Physiquement, la perte de cohérence peut être liée aux modifications des conditions géométriques d'acquisition, dont le paramètre principal est la baseline B_{\perp} . Dans ce cas,

$$\gamma = \frac{B_{\perp}^c - B_{\perp}}{B_{\perp}^c} \quad (3.9)$$

où B_{\perp}^c est la *baseline critique*, c'est à dire la baseline maximale pour que les spectres des deux images aient une partie commune.

La cohérence peut aussi être diminuée par le bruit thermique, mesuré par le *Clutter-to-Noise ratio (CNR)* :

$$\gamma = \frac{1}{1 + \text{CNR}^{-1}}. \quad (3.10)$$

Le *CNR* est défini comme le ratio entre la puissance du fouillis ou *clutter* P_{speckle} , et la

puissance du bruit thermique P_{bruit} :

$$CNR = \frac{P_{\text{speckle}}}{P_{\text{bruit}}} \quad (3.11)$$

Puisque le bruit n'est pas corrélé, il est assez intuitif que la corrélation du mélange signal + bruit diminue lorsque la puissance du bruit augmente par rapport à la puissance du signal.

Plusieurs raisons limitent l'utilisation de $\hat{\gamma}$ pour caractériser l'étalement de la distribution de $\hat{\phi}$:

- Contrairement à l'écart-type de $P(\hat{\phi}|\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi, L)$, γ n'a pas la même unité que ϕ , il est donc difficile de fixer un critère de précision sur γ qui ait un sens physique.
- L'étalement de $P(\hat{\phi}|\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi, L)$ dépend autant de L que de γ . Il n'est donc pas possible de définir un critère de précision uniquement sur la valeur de γ .
- L'estimateur $\hat{\gamma}$ est biaisé et son biais est d'autant plus grand que γ est proche de 0 [Tough *et al.*, 1995].

La variance de $P_{\hat{\phi}}(\hat{\phi}|\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi, L)$, notée $\text{var}_{\hat{\phi}}$, peut être utilisée comme indicateur de l'étalement de la distribution. Cependant, l'expression analytique de $\text{var}_{\hat{\phi}}$ n'a pas encore été calculée, contrairement à l'expression analytique de la [Borne de Cramér-Rao \(BCR\)](#) de la phase [Seymour and Cumming, 1994; Rodríguez and Martin, 1992] :

$$\text{BCR}_{\phi} = \frac{1}{2L} \frac{1 - \gamma^2}{\gamma^2} \quad (3.12)$$

Cette grandeur est la borne minimale de la variance de la phase : $\text{var}_{\hat{\phi}} \geq \text{BCR}_{\phi}$. Certains auteurs ont alors utilisé la [BCR](#) de ϕ comme approximation de $\text{var}_{\hat{\phi}}$ lorsque L est important [Zebker *et al.*, 1994; Rosen *et al.*, 2000]. Les limites de cette approximation seront discutées au [chapitre 4](#).

Deuxième partie

Estimer la matrice de covariance

Résumé

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'estimation de la matrice de covariance, et plus particulièrement à :

- l'estimation des fluctuations de la distribution de la phase estimée, qui est l'objet du [chapitre 4](#),
- l'impact du choix de l'échantillon servant à l'estimation de la matrice de covariance, qui est l'objet du [chapitre 5](#).

L'estimateur de la matrice de covariance que nous considérons est l'estimateur du maximum de vraisemblance car nous démontrons qu'il est à variance minimale. Cet estimateur est sans biais et efficace lorsque l'on considère les puissances des canaux et les parties réelles et imaginaires des coefficients extra-diagonaux. Par contre, l'estimateur du degré de cohérence est biaisé et celui de la phase n'est pas systématiquement efficace. La Borne de Cramér-Rao n'est donc pas adaptée pour la mesure des fluctuations de l'estimation de la phase.

Nous proposons la dispersion $\hat{R} = |\frac{1}{L'} \sum_{n=1}^{L'} e^{i\varphi_n}|$ comme indicateur des fluctuations de l'estimation de la phase et nous la comparons à d'autres indicateurs proposés dans la littérature sur des données synthétiques et réelles. La dispersion a pour avantage de ne dépendre que de la phase, et peut donc être utilisée quelque soit la distribution de la phase. Cependant, le fait qu'elle ne dépende que de la phase la rend peu robuste au mélange de différentes populations de speckle.

L'effet de corrélation entre les pixels ainsi que celui du mélange sur l'estimation de la matrice de covariance sont caractérisés à l'aide de l'entropie polarimétrique H . Par des simulations, nous avons montré que le mélange peut augmenter la valeur de l'entropie estimée, alors que la corrélation des pixels la diminue, surtout si elle est la même pour tous les canaux polarimétriques.

Sur des données réelles de milieux urbains et naturels, nous comparons l'entropie estimée spatialement en utilisant des pixels voisins, l'entropie estimée spatialement par le filtre NL-SAR et l'entropie estimée temporellement. L'entropie spatiale est impactée par le mélange, ce qui aboutit à des cartes d'entropie très homogènes. Le filtre NL-SAR permet de rendre plus lisse les cartes d'entropie spatiale tout en préservant les structures présentes dans l'image. Cependant, tout comme l'entropie spatiale, l'entropie estimée avec le filtre NL-SAR semble plus sensible à l'orientation des diffuseurs qu'à leur nature. Enfin, les cartes d'entropie temporelle sont plus contrastées bien que l'estimation de l'entropie temporelle soit impactée par la corrélation interférométrique. Cependant, cette corrélation est une donnée importante pour la caractérisation des diffuseurs.

Chapitre 4

Quantifier la précision d'estimation de la différence de phase

Introduction

Les applications utilisant des images polarimétriques ou interférométriques mentionnées au [chapitre 2](#) et au [chapitre 3](#), sont fondées sur l'extraction d'informations provenant de la matrice de covariance. Par exemple, la mesure de la hauteur ou du mouvement des diffuseurs se fait grâce à la phase des coefficients extra-diagonaux d'une pile d'images acquises en mode interférométrique. La caractérisation des diffuseurs par l'imagerie polarimétrique peut se faire par des décompositions de la matrice de covariance.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser aux fluctuations de l'estimation de la matrice de covariance \mathbf{C} et particulièrement à la quantification des fluctuations de la phase des coefficients extra-diagonaux. Parmi les applications théoriques de la quantification des fluctuations de l'estimation de la phase, on peut penser au choix des configurations interférométriques permettant de minimiser ces fluctuations. Pouvoir séparer deux populations de pixels ayant des fluctuations d'estimation différentes peut permettre de caractériser ces pixels ou être un guide au [déroutement de la phase](#). Enfin, obtenir une métrique des fluctuations de la phase permet de comparer la proximité de deux populations de phase, quelque soit leurs distributions statistiques.

Nous nous plaçons dans la situation où les pixels composant l'échantillon χ servant à l'estimation de la matrice de covariance, sont indépendants et identiquement distribués selon une loi gaussienne complexe circulaire centrée, de matrice de covariance \mathbf{C} . A la [section 4.1](#), nous allons montrer que dans ce cas, l'estimateur du maximum de vraisemblance est l'estimateur de la matrice de covariance à la variance minimale. Dans ce chapitre, nous ne considérerons donc que cet estimateur.

La première étape sera de comparer les variances de l'estimation des paramètres extraits de \mathbf{C} à leur [Borne de Cramér-Rao \(BCR\)](#), calculée à la [section 4.2](#). Nous montrerons à la [section 4.3](#) que les propriétés des estimateurs du maximum de vraisemblance des parties réelles et imaginaires des coefficients de \mathbf{C} ne se transmettent pas nécessairement à ceux des autres paramètres extraits de la matrice de covariance.

Les sections suivantes seront dédiées à l'analyse de la qualité de la phase estimée par l'estimateur du maximum de vraisemblance $\hat{\phi}$ dans le cas du speckle pleinement développé. Différents indicateurs de la qualité de $\hat{\phi}$ seront présentés à la [section 4.4](#), avant d'être comparés sur des données synthétiques à la [section 4.5](#). Enfin, à la [section 4.6](#), différents exemples d'utilisation de ces indicateurs seront illustrés sur diverses problématiques utilisant des données réelles.

4.1 Estimateur de la phase à variance minimale

Nous nous plaçons ici dans le cas d'échantillons $\chi = \{\mathbf{p}_i\}_{i=1,L}$ contenant L pixels issus d'un phénomène de speckle pleinement développé, c'est à dire dont les valeurs com-

plexes suivent une loi gaussienne complexe circulaire centrée, de matrice de covariance \mathbf{C} .

L'estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance $\hat{\mathbf{C}}$ a été présenté à l'Équation C.6. A un facteur multiplicatif près, $\frac{1}{L}$, il est égal à la statistique $T(\chi)$:

$$T(\chi) = \sum_{i=1}^L \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\dagger \quad (4.1)$$

qui ne dépend que de $\chi = \{\mathbf{p}_i\}$ et qui est une statistique exhaustive.¹ De plus, la distribution de $\hat{\mathbf{C}}$, suit une loi de Wishart et fait donc partie de la famille exponentielle qui est une famille complète. Comme $\hat{\mathbf{C}}$ est sans biais, le théorème de Lehmann-Scheffé permet de montrer que l'estimateur du maximum de vraisemblance de \mathbf{C} est à variance minimale.

Les estimateurs du maximum de vraisemblance des paramètres extraits de la matrice de covariance, comme ϕ , sont extraits de $\hat{\mathbf{C}}$. On peut ainsi définir l'estimateur du maximum de vraisemblance de la puissance du canal n , $\hat{\sigma}_n$:

$$\hat{\sigma}_n = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n,k}^\dagger \quad (4.2)$$

mais aussi de la partie réelle et de la partie imaginaire de la covariance, c_r et c_i entre les canaux n et n' :

$$\begin{aligned} \hat{c}_r &= \frac{1}{L} \operatorname{Re} \left(\sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n',k}^* \right) \\ \hat{c}_i &= \frac{1}{L} \operatorname{Im} \left(\sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n',k}^* \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

où Re est l'opérateur partie réelle et Im l'opérateur partie imaginaire. L'estimateur du maximum du vraisemblance de degré de cohérence $\hat{\gamma}$ entre les canaux n et n' peut aussi être extrait de $\hat{\mathbf{C}}$ selon l'Équation 3.8 :

$$\hat{\gamma} = \frac{|\sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n',k}^*|}{\sqrt{\sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n,k}^*} \sqrt{\sum_{k=1}^L p_{n',k} p_{n',k}^*}}$$

Enfin, l'estimateur du maximum de vraisemblance de la phase $\hat{\phi}$ entre les canaux n et n' , a été défini à l'Équation 3.6 :

$$\hat{\phi} = \angle \sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n',k}^*$$

1. Une statistique $T(\chi)$ est dite exhaustive si la vraisemblance peut s'écrire sous la forme d'un produit de deux fonctions $g(T(\chi)|\mathbf{C})h(\chi)$, ce que l'on peut vérifier dans notre cas avec l'expression de la vraisemblance $\mathcal{L}(\chi|\mathbf{C})$ se trouvant à l'Équation C.2.

Si ces estimateurs sont sans biais, ils seront aussi à variance minimale. Vu que $\hat{\phi}$ ne dépend que de $\hat{\mathbf{C}}$ et est sans biais, comme il a été montré à la [section 3.5](#), c'est donc l'estimateur à la variance minimale de ϕ . Puisque cet estimateur est l'estimation à variance minimale, nous n'allons considérer que cet estimateur dans la suite de ce chapitre.

Bien que cet estimateur soit à variance minimale, comparer sa variance à la [Borne de Cramér-Rao \(BCR\)](#) permet de caractériser le problème d'estimation. Nous allons commencer par présenter les propriétés de la [BCR](#) puis la calculer pour deux jeux de paramètres extraits de la matrice de covariance.

4.2 Borne de Cramér-Rao de différents paramètres issus de la matrice de covariance

Nous considérons ici une matrice de covariance de deux images. Il s'agit donc d'une matrice 2×2 . La phase ϕ n'est pas le seul paramètre issu de cette matrice de covariance qui apporte des informations sur une scène. Les puissances respectives des images, σ_1 et σ_2 permettent d'obtenir des informations sur la rugosité des matériaux composant la scène ou sa géométrie, et le degré de cohérence entre les images γ permet d'obtenir des informations sur la stabilité de la rétrodiffusion. L'expression de la matrice de covariance a été donnée à l'[Équation 3.5](#) :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sqrt{\sigma_1\sigma_2}\gamma e^{i\phi} \\ \sqrt{\sigma_1\sigma_2}\gamma e^{-i\phi} & \sigma_2 \end{bmatrix}$$

L'ensemble des $M = 4$ paramètres à estimer est donc :

$$\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi\}$$

Le terme extra-diagonal de cette matrice de covariance peut aussi s'exprimer en fonction de sa partie réelle c_r et de sa partie imaginaire c_i :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & c_r + ic_i \\ c_r - ic_i & \sigma_2 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

et l'ensemble des paramètres à estimer s'écrit :

$$\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i\}$$

Les paramètres réels c_r et c_i n'apportent a priori pas d'information sur la scène, mais nous verrons à la [section 4.3](#) qu'ils possèdent d'intéressantes propriétés d'estimation. Deux autres jeux de paramètres extraits de la matrice de covariance $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, D, \phi\}$ et $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i\}$ sont considérés en annexe [G](#).

Soit $\boldsymbol{\theta}$ un ensemble de M paramètres et $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ l'estimateur du maximum de vraisem-

blance de ces paramètres. Comme tout estimateur, $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ est dit sans biais si :

$$E[\hat{\boldsymbol{\theta}}] - \boldsymbol{\theta}_0 = 0 \quad (4.5)$$

où $\boldsymbol{\theta}_0$ est la valeur vraie des paramètres à estimer.

S'il est sans biais, sa variance $\text{var}_{\boldsymbol{\theta}_k}$ a pour borne minimale la [Borne de Cramér-Rao \(BCR\)](#), introduite à la [section 3.5](#) :

$$\text{var}_{\boldsymbol{\theta}_k} \geq \mathbf{BCR}_{k,k} = BCR_k \quad \forall k \in [1, M] \quad (4.6)$$

où \mathbf{BCR} est une matrice de taille $M \times M$. Ce paramètre est indépendant des estimateurs et peut donc être utilisé pour caractériser la difficulté d'un problème d'estimation. Un estimateur dont la variance atteint la [BCR](#) est dit [efficace](#).

La matrice \mathbf{BCR} est calculée à partir de la matrice d'information de Fisher \mathbf{IF} :

$$\mathbf{BCR} = \mathbf{IF}^{-1} \quad (4.7)$$

Cette matrice dépend de la vraisemblance $\mathcal{L}(\chi|\mathbf{C})^2$:

$$\mathbf{IF}_{\boldsymbol{\theta}_k, \boldsymbol{\theta}_l} = \frac{\partial \mathcal{L}(\chi|\mathbf{C})}{\partial \boldsymbol{\theta}_k \partial \boldsymbol{\theta}_l} \quad \forall (k, l) \in [1, M]^2 \quad (4.8)$$

où $\boldsymbol{\theta}_k$ et $\boldsymbol{\theta}_l$ sont les paramètres k et l respectivement.

Dans le cas des lois gaussiennes circulaires, la formule de Slepian-Bang permet de relier facilement la matrice de covariance \mathbf{C} à la matrice d'information de Fisher \mathbf{IF} :

$$\mathbf{IF}_{k,l} = L \text{tr}(\mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \boldsymbol{\theta}_k} \mathbf{C}^{-1} \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial \boldsymbol{\theta}_l}) \quad (4.9)$$

où tr est l'opérateur trace. A partir de cette formule, on peut obtenir la matrice de Borne de Cramér-Rao de $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i\}$:

$$\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & c_r^2 + c_i^2 & c_r \sigma_1 & c_i \sigma_1 \\ c_r^2 + c_i^2 & \sigma_2^2 & c_r \sigma_2 & c_i \sigma_2 \\ c_r \sigma_1 & c_r \sigma_2 & \frac{1}{2}(c_r^2 - c_i^2 + \sigma_1 \sigma_2) & c_i c_r \\ c_i \sigma_1 & c_i \sigma_2 & c_i c_r & \frac{1}{2}(-c_r^2 + c_i^2 + \sigma_1 \sigma_2) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

et de $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi\}$:

$$\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \gamma^2 \sigma_1 \sigma_2 & (1 - \gamma^2) \sigma_1 \gamma & 0 \\ \gamma^2 \sigma_1 \sigma_2 & \sigma_2^2 & (1 - \gamma^2) \sigma_2 \gamma & 0 \\ (1 - \gamma^2) \sigma_1 \gamma & (1 - \gamma^2) \sigma_2 \gamma & \frac{1}{2}(1 - \gamma^2)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \frac{1 - \gamma^2}{\gamma^2} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Ces deux matrices de \mathbf{BCR} sont liées par un changement de base linéaire dont

2. La vraisemblance \mathcal{L} est définie en annexe C.

la matrice de passage est la matrice jacobienne $\mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}(\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi)$, qui relie $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi\}$ et $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i\}$. Cette matrice s'écrit :

$$\mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}(\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{\gamma}{2\sigma_1} & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{\gamma}{2\sigma_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\cos(\phi)}{\sqrt{\sigma_1\sigma_2}} & -\frac{\sin(\phi)}{\sqrt{\sigma_1\sigma_2}\gamma} \\ 0 & 0 & \frac{\sin(\phi)}{\sqrt{\sigma_1\sigma_2}} & \frac{\cos(\phi)}{\sqrt{\sigma_1\sigma_2}\gamma} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

ce qui permet d'obtenir la relation entre $\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi}$ et $\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}$;

$$\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi} = \mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}^T(\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi) \mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i} \mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}(\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi) \quad (4.13)$$

On peut noter que la matrice $\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi}$ est obtenue par transformation linéaire de la matrice $\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}$ bien que le changement de variable qui relie $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi\}$ et $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i\}$ ne soit pas linéaire.

Les paramètres issus de la matrice de covariance, leur estimateur du maximum de vraisemblance ainsi que l'expression de leur borne de Cramér-Rao, sont résumés dans le [Tableau 4.1](#).

symbole	estimateur	BCR
Puissance du canal 1 $\sigma_1 \in \mathbb{R}_+^*$	$\hat{\sigma}_1 = \frac{1}{L} \sum_k^L p_{1,k} p_{1,k}^*$	$\mathbf{BCR}_{\sigma_1} = \frac{1}{L} \sigma_1^2$
Puissance du canal 2 $\sigma_2 \in \mathbb{R}_+^*$	$\hat{\sigma}_2 = \frac{1}{L} \sum_k^L p_{2,k} p_{2,k}^*$	$\mathbf{BCR}_{\sigma_2} = \frac{1}{L} \sigma_2^2$
Partie réelle $c_r \in \mathbb{R}$	$c_r = \frac{1}{L} \text{Re}(\sum_k^L p_{n,k} p_{n',k}^*)$	$\mathbf{BCR}_{c_r} = \frac{1}{2L} (c_r^2 - c_i^2 + \sigma_1 \sigma_2)$
Partie imaginaire $c_i \in \mathbb{R}$	$c_i = \frac{1}{L} \text{Im}(\sum_k^L p_{n,k} p_{n',k}^*)$	$\mathbf{BCR}_{c_i} = \frac{1}{2L} (-c_r^2 + c_i^2 + \sigma_1 \sigma_2)$
Degré de cohérence $\gamma \in [0, 1]$	$\hat{\gamma} = \left \frac{\sum_k^L p_{n,k} p_{n',k}^*}{\sqrt{\sum_k^L p_{n,k} p_{n,k}^*} \sqrt{\sum_k^L p_{n',k} p_{n',k}^*}} \right $	$\mathbf{BCR}_{\gamma} = \frac{1}{2L} (1 - \gamma^2)^2$
Phase $\phi \in [\phi_0 - \pi, \phi_0 + \pi]$	$\hat{\phi} = \angle \sum_{k=1}^L p_{n,k} p_{n',k}^*$	$\mathbf{BCR}_{\phi} = \frac{1}{2L} \frac{1 - \gamma^2}{\gamma^2}$

TABLE 4.1 – Jeux de paramètres permettant de paramétriser \mathbf{C} lorsque $N = 2$, leur estimateur du maximum de vraisemblance et leur BCR. Ces BCR avaient déjà été présentées [Rodríguez and Martin, 1992], démontrées dans le cas $\sigma_1 = \sigma_2$ [Seymour and Cumming, 1994] et démontrées dans le cas général [Tough et al., 1995].

4.3 Biais et la variance de l'estimateur du maximum de vraisemblance de différents paramètres issus de la matrice de covariance

Deux paramétrisations θ de la matrice de covariance \mathbf{C} de deux images ont été présentées : $\{\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi\}$ et $\{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i\}$. Puisque deux paramètres sont en commun dans ces deux paramétrisations, nous allons caractériser le biais et la variance de six estimateurs du maximum de vraisemblance : $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{c}_r, \hat{c}_i, \hat{\gamma}, \hat{\phi}$.

La caractérisation du biais de ces estimateurs va nous permettre de définir le domaine où leur variance et leur BCR peuvent être comparées. Montrer que la variance de certains de ces estimateurs est très différente de la BCR peut remettre en cause l'utilisation de la BCR pour caractériser leurs fluctuations. Ce procédé est utilisé pour des études théoriques, particulièrement dans le cas de la variance de la phase pour laquelle une expression analytique n'a pas encore été calculée [Zebker *et al.*, 1994; Rosen *et al.*, 2000], bien qu'il ait déjà été remis en question pour les faibles degrés de cohérence [Denis *et al.*, 2008].

4.3.1 Biais

Les estimateurs $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{c}_r$ et \hat{c}_i ne sont pas biaisés [Tough *et al.*, 1995]. Nous avons montré à la section 3.5 que $\hat{\phi}$ n'est pas biaisé. Mais il est très important de définir l'intervalle d'existence de ϕ autour de ϕ_0 , mode de la distribution de ϕ , comme cela a été fait au Tableau 4.1.

La distribution de $\hat{\gamma}$ est donnée par l'équation suivante [Tough *et al.*, 1995] :

$$P_{\hat{\gamma}}(\hat{\gamma}|\gamma, L) = 2\hat{\gamma}(L-1)(1-\gamma^2)^L(1-\hat{\gamma}^2)^{L-2} {}_2F_1(L, L; 1; (\hat{\gamma}\gamma)^2) \quad \forall \gamma \in [0, 1[\quad (4.14)$$

Il est important de noter que L doit être au moins égal à 2 pour que la densité de probabilité ait du sens. Lorsque $L = 1$, $\hat{\gamma} = 1$ quel que soit γ . Le biais de $\hat{\gamma}$ a été étudié [Tough *et al.*, 1995], et l'expression théorique de la fonction génératrice de ses moments est :

$$E[\hat{\gamma}^m] = \frac{\Gamma(L)\Gamma(\frac{m}{2}+1)}{\Gamma(\frac{m}{2}+L)}(1-\gamma_0^2)^L {}_3F_2(\frac{m}{2}+1, L, L; L+m, m; \gamma_0^2) \quad (4.15)$$

Cette expression théorique montre que le biais de $\hat{\gamma}$ ne dépend ni de ϕ , ni de σ_1 ou σ_2 . On peut aussi voir que $E[\hat{\gamma}]$ tend vers γ_0 lorsque L tend vers l'infini comme le montre la figure 4.1(b). On aimerait donc définir un critère à partir duquel le biais serait négligeable, pour pouvoir étudier l'efficacité de l'estimation du maximum de vraisemblance de γ .

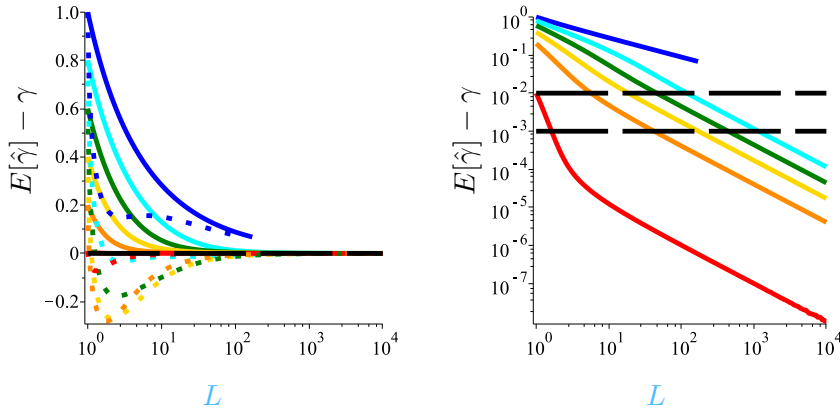
L'une des solutions serait de considérer la variance d'estimation de $\hat{\gamma}$ qui est définie selon la formule :

$$\text{var}_{\hat{\gamma}} = \frac{\text{var}_{\gamma}}{L} = \frac{E[\hat{\gamma}^2] - E[\hat{\gamma}]^2}{L} \quad (4.16)$$

où L est la taille de l'échantillon χ ayant servi à estimer $\hat{\gamma}$. Cette variance peut ensuite servir à définir une la borne minimale de l'intervalle de confiance :

$$B_b = E[\hat{\gamma}] - \gamma - 3\sqrt{\text{var}_{\hat{\gamma}}} \quad (4.17)$$

qui a été représentée à la figure 4.1(a). Le biais peut être considéré comme négligeable si la valeur 0 (représenté par les pointillés --- sur la figure 4.1(a)) est incluse dans l'intervalle de confiance défini par B_b .



(a) Biais de $\hat{\gamma}$ (—) et borne B_b (---)

(b) Biais de $\hat{\gamma}$ (—) et seuil

FIGURE 4.1 – Evolution du biais de $\hat{\gamma}$ en fonction de L pour $\bullet \gamma = 0 \quad \bullet \gamma = 0.2 \quad \bullet \gamma = 0.4$
 $\bullet \gamma = 0.6 \quad \bullet \gamma = 0.8 \quad \bullet \gamma = 0.99$.

En utilisant cette borne, le biais pourrait être considéré comme négligeable à partir de 2 pixels si $\hat{\gamma} \geq 0.18$. Or, la figure 4.2(a), qui représente la distribution de $\hat{\gamma}$ pour différent γ_0 pour $L = 9$, montre que le biais de $\gamma_0=0.2$ ne peut être considéré comme négligeable. La borne B_b n'est donc pas utilisable en pratique à cause de la variance importante des distributions de $\hat{\gamma}$ lorsque L est faible. Ces distributions sont représentées à la Figure 4.2 lorsque $L = 9$ [4.2(a)], $L = 25$ [4.2(b)] et $L = 100$ [4.2(c)]. La variance de la distribution de $\hat{\gamma}$ lorsque $L = 9$ et $\gamma_0 = 0.4$ est assez importante pour que toutes les valeurs de $\hat{\gamma} < 0.9$ soient probables. Avec $L = 100$, les valeurs de $\hat{\gamma} = 0.2$ et $\hat{\gamma} = 0.6$ ne sont plus probables pour $\gamma_0 = 0.4$.

Nous allons donc simplement fixer un seuil sur la valeur du biais. Le biais sera considéré comme négligeable s'il est inférieur ou égal à 10^{-2} ou 10^{-3} . Ces seuils sont représentés par les pointillés --- à la figure 4.1(b). Le Tableau 4.2 reprend le nombre de pixels nécessaire pour que le le biais $E[\hat{\gamma}] - \gamma$ soit inférieur ou égal à ces seuils. On peut voir que pour $\gamma = 0.2$, il est effectivement nécessaire d'avoir $L \geq 100$.

γ	0	0.2	0.4	0.6	0.8	0.99
L tel que $E[\hat{\gamma}] - \gamma \leq 10^{-2}$	7855	120	46	19	6	1
L tel que $E[\hat{\gamma}] - \gamma \leq 10^{-3}$	785388	1156	443	173	43	2

TABLE 4.2 – Nombre de pixels nécessaire pour que le biais $E[\hat{\gamma}] - \gamma$ soit inférieur ou égal à 10^{-2} ou 10^{-3} .

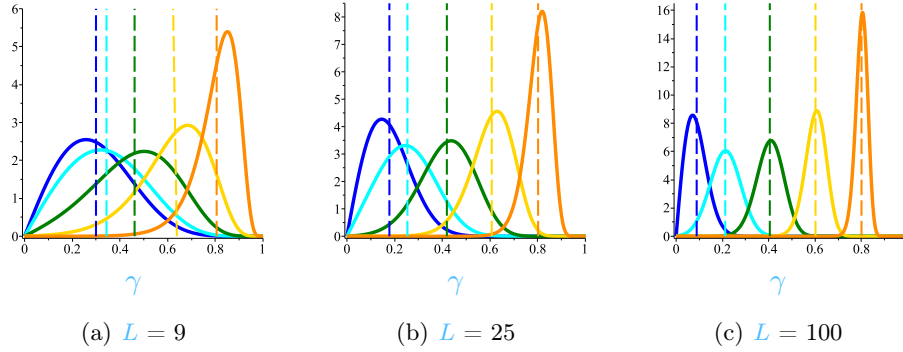


FIGURE 4.2 – Distribution de $\hat{\gamma}$ (–) et leur moyenne (–) en fonction de γ et L pour \bullet $\gamma = 0$ \bullet $\gamma = 0.2$ \bullet $\gamma = 0.4$ \bullet $\gamma = 0.6$ \bullet $\gamma = 0.8$.

4.3.2 Variance et efficacité

Pour les estimateurs non biaisés, il est licite de comparer la variance à la [BCR](#).

Nous allons commencer par la variance d'estimation de la puissance des canaux. La variance de $\hat{\sigma}_n$ (avec ici $n=1$ ou 2) s'écrit :

$$\text{var}_{\hat{\sigma}_n} = \frac{1}{L^2} \sum_{k=1}^L \text{var}(p_{n,k} p_{n,k}^*) = \frac{1}{L} \hat{\sigma}_n^2 \quad (4.18)$$

ce qui est égal à $BCR_{\hat{\sigma}_n}$. L'estimateur du maximum de vraisemblance est donc efficace quel que soit L car sa variance est égale à sa borne de Cramer-Rao.

On peut aussi montrer que la variance des estimateurs \hat{c}_r et \hat{c}_i sont égales à leur [BCR](#). Leur moments d'ordre 2 sont $\frac{1}{2}(\sigma_1\sigma_2 + 3\hat{c}_r - \hat{c}_i)$ et $\frac{1}{2}(\sigma_1\sigma_2 + 3\hat{c}_i - \hat{c}_r)$ respectivement [[Tough et al., 1995](#)]. On peut donc calculer leurs variances :

$$\begin{aligned} \text{var}_{\hat{c}_r} &= \frac{1}{2}(\sigma_1\sigma_2 + \hat{c}_r - \hat{c}_i) \\ \text{var}_{\hat{c}_i} &= \frac{1}{2}(\sigma_1\sigma_2 + \hat{c}_i - \hat{c}_r) \end{aligned} \quad (4.19)$$

qui sont bien égales à leurs bornes de Cramér-Rao, calculées à l'[Équation 4.10](#).

Pour étudier l'efficacité de l'estimateur de maximum de vraisemblance de γ , nous pouvons calculer la variance en utilisant les moments théoriques donnés par l'[Équation 4.15](#). Sur la [Figure 4.3](#), la variance $\text{var}_{\hat{\gamma}}$ ainsi calculée a été comparée à la [BCR](#) de $\hat{\gamma}$ déterminée à l'[Équation 4.11](#) :

$$BCR_{\hat{\gamma}} = \frac{(1 - \gamma^2)^2}{2L}$$

Le nombre de vues minimal considéré, L_{\min} , est celui pour lequel le biais est inférieur ou égal à 10^{-2} et est donné par le [Tableau 4.2](#). On peut voir que les courbes de $BCR_{\hat{\gamma}}$ et de $\text{var}_{\hat{\gamma}}$ se superposent pour L proche de L_{\min} , le biais résiduel pouvant conduire à $\text{var}_{\hat{\gamma}} < BCR_{\hat{\gamma}}$ sans remettre en cause la validité de $BCR_{\hat{\gamma}}$. On peut donc dire que l'estimateur du maximum de vraisemblance est efficace dès que son biais est négligeable.

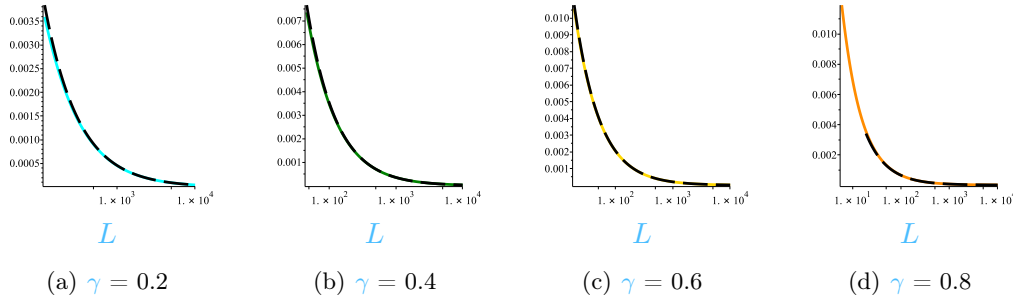


FIGURE 4.3 – Variance de $\hat{\gamma}$ (—) et $BCR_{\hat{\gamma}}$ (---).

L'expression analytique de la variance de la phase $\text{var}_{\hat{\phi}}$ n'a pas encore été calculée. Nous avons donc étudié l'efficacité de $\hat{\phi}$ en estimant $\text{var}_{\hat{\phi}}$, la variance de $\hat{\phi}$ par une méthode de type Monte Carlo de 10^4 itérations. La comparaison des courbes de $\text{var}_{\hat{\phi}}$ et de $BCR_{\hat{\phi}}$ est faite à la Figure 4.4. Trois régimes différents peuvent être distingués :

- **L est grand ou γ est proche de 1.** L'estimateur $\hat{\phi}$ est efficace : les courbes de $BCR_{\hat{\phi}}$ et de $\text{var}_{\hat{\phi}}$ sont confondues.
- **L ou γ sont intermédiaires**³. La courbe de $\text{var}_{\hat{\phi}}$ se trouve au dessus de la courbe de $BCR_{\hat{\phi}}$. L'estimateur du maximum de vraisemblance de ϕ n'est pas efficace.
- **L est proche de 1 ou γ est proche de 0.** La variance de la phase est inférieure à sa BCR bien que l'estimateur du maximum de vraisemblance de ϕ ne soit pas biaisé. En effet, la variance de $\hat{\phi}$ est bornée puisque ϕ est définie sur un intervalle de longueur 2π . Lorsque cet intervalle est bien symétrique autour de la valeur vrai ϕ_0 , la distribution de phase qui a la variance maximale est la distribution uniforme, qui a une variance de $\frac{2\pi^2}{12}$. C'est vers cette distribution que tend $P_{\hat{\phi}}(\hat{\phi}|\sigma_1, \sigma_2, \gamma, \phi, L)$ lorsque γ tend vers 0, comme le montre l'Équation 3.7. Or $BCR_{\hat{\phi}}$ diverge vers l'infini lorsque γ tend vers 0 et est donc supérieure à $\text{var}_{\hat{\phi}}$.

Les frontières de ces trois régimes dépendent des valeurs de γ ou de L . Lorsque $L = 1$, $\hat{\phi}$ n'est efficace que pour $\gamma = 1$ alors que lorsque $L = 100$, $\gamma = 0.2$ suffit. A contrario, lorsque $\gamma = 0.1$, plus de 100 pixels sont nécessaires pour que $\hat{\phi}$ soit efficace alors que lorsque $\gamma = 0.3$, 50 pixels suffisent.

Conclusion

Les estimateurs des termes diagonaux de la matrice de covariance, $\hat{\sigma}_n$ sont sans biais et efficaces dès $L = 1$.

Ce résultats est vrai aussi pour \hat{c}_r et \hat{c}_i les estimateurs de la partie réelle et de la partie imaginaire du terme extra-diagonal.

Bien que $\hat{\phi}$ soit sans biais, sa variance $\text{var}_{\hat{\phi}}$ est inférieure à sa Borne de Cramér-Rao lorsque γ est proche de 0 car $\text{var}_{\hat{\phi}}$ est bornée puisque $\hat{\phi}$ est définie sur un

3. La limite de ce domaine dépend des valeurs conjointes de L et γ

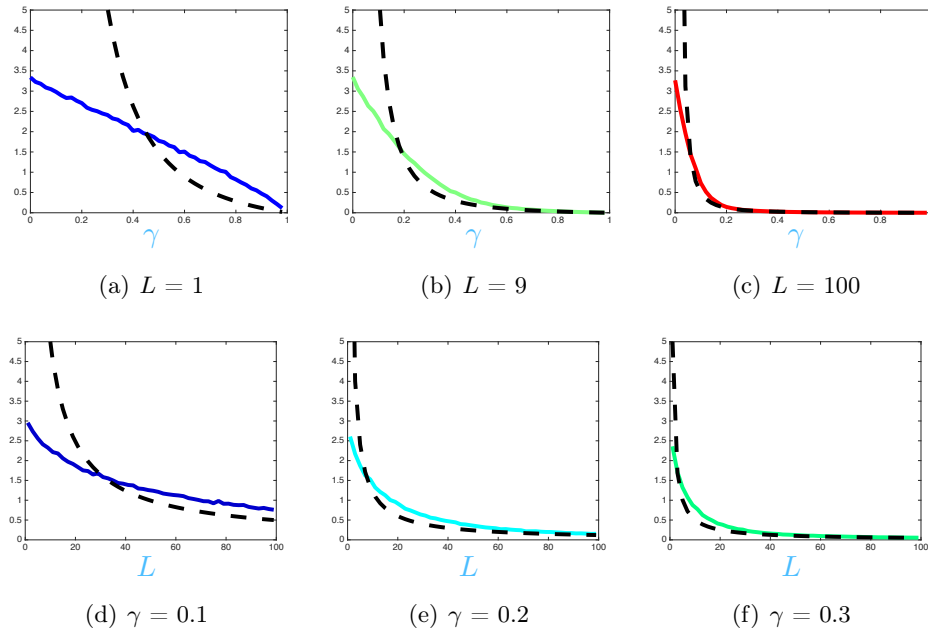


FIGURE 4.4 – Variance de $\hat{\phi}$ (—) et $BCR_{\hat{\phi}}$ (---).

Conclusion (cont)

intervalle de longueur 2π . Puis, sa variance devient supérieure à $BCR_{\hat{\phi}}$ avant que les deux courbes se confondent. Le L nécessaire pour que $\hat{\phi}$ soit efficace dépend de la valeur de γ_0 . Cependant, $\hat{\phi}$ est bien l'estimateur à variance minimale de la phase. Il ne sera donc pas possible de trouver un estimateur qui approche plus $BCR_{\hat{\phi}}$.

L'estimateur $\hat{\gamma}$ est biaisé. Lorsque L est suffisamment grand, le biais peut être considéré comme négligeable et l'estimateur du maximum de vraisemblance peut être considéré comme efficace.

On peut donc remarquer que les estimateurs \hat{c}_r et \hat{c}_i ont des propriétés très différentes de $\hat{\phi}$ et $\hat{\gamma}$ alors que le même paramètre complexe est estimé par ces deux couples d'estimateurs. La transformation non-linéaire qui relie ces couples d'estimateurs semble donc avoir un effet très important sur leurs propriétés. On peut remarquer aussi que c_r et c_i sont des quantités réelles alors que γ est compris entre 0 et 1 et que son biais et son défaut d'efficacité sont les plus importants pour le bord 0 de son intervalle de définition.

De plus, il est très important de centrer l'intervalle de définition de ϕ sur ϕ_0 pour obtenir les propriétés d'estimation de ce paramètre. Or, ϕ_0 est généralement le paramètre que l'on cherche à estimer. On voit donc apparaître une contradiction puisque l'analyse des fluctuations de l'estimation de la phase des coefficients extra-diagonaux de la matrice de covariance demande la connaissance de cette même phase. Nous allons donc chercher à mettre en place une autre caractérisation des fluctuations de l'estimation de la phase.

4.4 Indicateur des fluctuations de l'estimation de la phase par l'estimateur du maximum de vraisemblance

La variance de $\hat{\phi}$, $\text{var}_{\hat{\phi}}$, est souvent utilisée comme un indicateur des fluctuations de l'estimation de la phase [Garestier *et al.*, 2006; Suwa and Iwamoto, 2007; Pinel-Puysegur *et al.*, 2012]. Elle peut être estimée à partir d'un échantillon de L' phases indépendantes et identiquement distribuées $\chi_{\varphi} = \{\varphi_k\}_{k=1..L'}$ par la formule :

$$\text{var}_{\varphi} = \frac{1}{L'} \sum_{k=1}^{L'} (\varphi_k - \frac{1}{L'} \sum_{k=1}^{L'} \varphi_k)^2 \quad (4.20)$$

Lorsque les phases sont des estimées par l'estimateur du maximum du vraisemblance, cette variance sera notée $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$. Cet estimateur de la variance de la distribution est sans biais si l'ensemble de $\{\hat{\phi}_l\}_{l=1..L'}$ est bien défini sur un intervalle de longueur 2π centré sur la valeur vraie ϕ_0 . Puisque ϕ_0 est la valeur que l'on cherche à estimer, $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$ n'est pas adapté pour caractériser les fluctuations de $\hat{\phi}$. Nous allons donc chercher d'autres grandeurs plus adaptées pour cette caractérisation.

L'équation (3.7) montre que seuls γ et L ont une influence sur la distribution de $\hat{\phi}$, dans le cas où $\phi_0 = 0$:

$$P_{\hat{\phi}}(\hat{\phi} | \sigma_1, \sigma_2, \gamma, L) = \frac{(1 - \gamma^2)^L}{2\pi} \frac{1}{2L + 1} {}_2F_1(L, 2L; L + \frac{3}{2}; \frac{1 + \gamma \cos(\hat{\phi})}{2}) \quad \forall \gamma \in [0, 1[$$

Si l'on connaît le nombre de vues utilisé pour estimer la phase, il ne manque plus que la connaissance de γ pour connaître l'étalement de la distribution de la phase estimée. Bien que l'on n'ait pas encore calculé l'expression analytique de $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$, elle peut être tabulée en fonction de γ et de L [Lee *et al.*, 1994], comme le montre la figure 4.5(a), ce qui permet d'extraire un indicateur de l'étalement de la distribution de $\hat{\phi}$ qui puisse être facilement comparable d'une expérience à l'autre.

L'estimateur du maximum de vraisemblance du degré de cohérence $\hat{\gamma}$ apporte une information sur la qualité de la phase estimée, puisque L est généralement connu. Cependant, l'estimateur $\hat{\gamma}$ est biaisé et son biais n'est pas négligeable si L est faible, comme l'a montré la section 4.3.

Un estimateur de γ ayant un biais inférieur à l'estimateur du maximum de vraisemblance $\hat{\gamma}$, a été proposé [Touzi *et al.*, 1999] :

$$\hat{Y}e^{i\hat{\mu}} = \frac{1}{L'} \sum_{k=1}^{L'} \hat{\gamma}_k e^{i\hat{\phi}_k} \quad (4.21)$$

Comme $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$, estimer \hat{Y} nécessite un échantillon $\chi_{\hat{\gamma}e^{i\hat{\phi}}} = \{\hat{\gamma}_k e^{i\hat{\phi}_k}\}_{k=1..L'}$ de L' estimés du maximum de vraisemblance indépendants et identiquement distribués de $\hat{\gamma}e^{i\hat{\phi}}$. Contrairement à $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$, cet estimateur de $\hat{\gamma}$ ne dépend pas de l'intervalle de définition de ϕ . Tout comme $\hat{\gamma}$, il est nécessaire de connaître L , le nombre de vues ayant servi à estimer les individus de $\chi_{\hat{\gamma}e^{i\hat{\phi}}}$ pour avoir une information sur les fluctuations de $\hat{\phi}$.

L'étude des distributions de grandeurs 2π -périodiques est l'objet des statistiques directionnelles [Mardia and Jupp, 1999]. Quelques notions de la théorie des statistiques directionnelles utilisées dans ce document peuvent être trouvées à l'annexe F. Dans cette théorie, une nouvelle grandeur est introduite. Il s'agit de la dispersion $R \in [0, 1]$ qui permet de mesurer l'étalement d'une distribution de phase autour de son mode :

$$Re^{i\Phi} = E[e^{i\varphi}] \quad (4.22)$$

La dispersion vaut 0 lorsque la phase est uniformément distribuée ou que sa distribution admet deux modes séparés de π , et vaut 1 lorsque la distribution de la phase est un dirac. Cette grandeur a déjà été utilisée pour comparer un motif de phase modélisé à une différence de phase mesurée [Feigl and Thurber, 2009].

La distribution de phase étant monomode, nous pouvons utiliser R pour caractériser les fluctuations de $\hat{\phi}$. La dispersion de la distribution de $\hat{\phi}$ sera notée $R_{\hat{\phi}}$. Cette grandeur apporte une information similaire à celle qu'apporte la variance comme le montre la figure 4.5(b). De plus, l'expression analytique de $R_{\hat{\phi}}$ en fonction de γ et de L a été calculée [López-Martínez, 2003] :

$$R_{\hat{\phi}}(\gamma, L) = (1 - \gamma^2)^L \frac{(2L - 2)!(2L - 1)\gamma}{[(L - 1)!]^2 2^{2(L-1)}} \frac{\pi}{4} {}_2F_1\left(\frac{3}{2}, L + \frac{1}{2}; 2; \gamma^2\right) \quad \forall \gamma \in [0, 1[\quad (4.23)$$

Les variations de $R_{\hat{\phi}}$ en fonction de γ_0 et L sont représentées à la figure 4.5(b). En comparant les courbes à celle de la figure 4.5(a), on peut observer la similarité entre les variations de $\text{var}_{\hat{\phi}}$ et de R pour les mêmes γ et L .

L'expression analytique de l'Équation 4.23 permet de faire une étude théorique de l'impact de paramètre physique sur la qualité de la phase en passant par l'étude de l'impact de ces paramètres sur γ . Notons que la fonction hypergéométrique de Gauss ${}_2F_1$ est connue de nombreux logiciels ou bibliothèques⁴. L'expression (4.23) permet donc d'éviter d'approximer $\text{var}_{\hat{\phi}}$ par $\text{BCR}_{\hat{\phi}}$, ce qui n'est valable que pour des valeurs de γ ou de L élevées, ou d'estimer $\text{var}_{\hat{\phi}}$ par un processus Monte Carlo.

Soit $\chi_{\phi} = \{\phi_l\}_{n=1..L'}$ un échantillon de L' phases iid, la dispersion R peut être estimée en utilisant la formule suivante :

$$\hat{R}e^{i\hat{\Phi}} = \frac{1}{L'} \sum_{k=1}^{L'} e^{i\varphi_k} \quad (4.24)$$

On notera $\hat{R}_{\hat{\phi}}$ l'estimateur empirique de $R_{\hat{\phi}}$.

En estimant $\text{var}_{\hat{\phi}}$ et $\hat{R}_{\hat{\phi}}$ en utilisant le même échantillon $\chi_{\hat{\phi}} = \{\hat{\phi}_l\}_{n=1..L'}$ qui dépend de L et de γ , par un processus de Monte Carlo en prenant garde à ce que ϕ_0 soit bien au centre de l'intervalle de définition de la phase, on montre que $\text{var}_{\hat{\phi}}$ et $R_{\hat{\phi}}$ partagent la même information. La figure 4.5(c) représente les courbes de niveaux de ces deux grandeurs dans le plan $[L, \gamma]$. On peut voir que les courbes de niveaux se superposent.

4. Des fonctions hypergéométriques généralisées sont implémentées dans la bibliothèque SciPy de python, Maple Matlab ou Mathematica

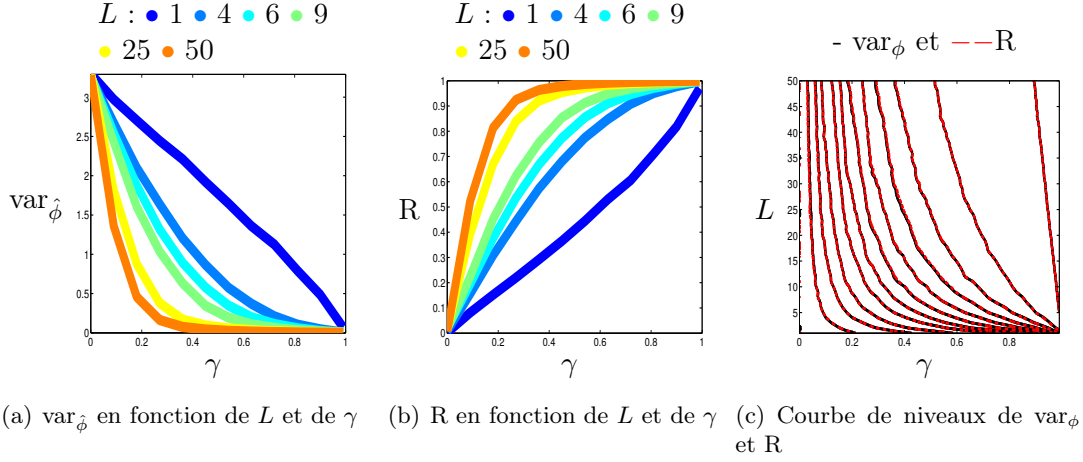


FIGURE 4.5 – Comparaison des informations sur la distribution de la phase apportées par R et $\text{var}_{\hat{\phi}}$

Conclusion

Nous avons définis quatre indicateurs des fluctuations de l'estimation de la phase des coefficients extra-diagonaux de la matrice de covariance : la variance $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$, le degré de cohérence et le nombre de vues $(\hat{\gamma}, L)$, la moyenne de la cohérence complexe et le nombre de vues (\hat{Y}, L) , et enfin la dispersion \hat{R} .

Les propriétés de ces indicateurs ont été déduites lorsque la matrice de covariance est estimée par un échantillon χ constitué de pixels indépendants et identiquement distribués selon une loi gaussienne complexe circulaire centrée.

Nous allons maintenant comparer ces indicateurs sur des données simulées dont les pixels suivent bien du speckle théorique, même si le caractère non identiquement distribué de certains échantillons va être abordé.

4.5 Analyse des fluctuations de la phase estimée sur des données synthétiques

L'objectif de cette section est de comparer l'estimation des indicateurs des fluctuations de la phase : $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$, $(\hat{\gamma}, L)$, (\hat{Y}, L) , et \hat{R} , pour des pixels qui suivent une loi gaussienne complexe circulaire centrée.

Nous allons nous intéresser à la capacité des indicateurs de séparer deux populations de pixels en ne considérant que les fluctuations de la distribution de la différence de phase estimée. L'image que nous allons étudier contient deux régions. C'est une mire de Siemens représentée à la figure 4.6(a).

En effectuant une estimation spatiale de la matrice de covariance en considérant les pixels voisins, deux cas vont être considéré simultanément. Premièrement, le cas où où l'échantillon χ servant à estimer la matrice de covariance contient bien des pixels

indépendants et identiquement distribués. Aux bords entre les deux populations, nous aborderons aussi le cas où l'échantillon χ servant à estimer la matrice de covariance contient des pixels suivant deux lois gaussiennes complexes circulaires centrées de matrices de covariance différentes.

Nous allons donc évaluer les indicateurs sur leur capacité à séparer la population de pixels χ_1 , qui suivent une loi gaussienne complexe circulaire centrée de matrice de covariance \mathbf{C}_1 et qui se situent dans la partie blanche de la mire, des pixels χ_2 se situant dans la partie noire de la mire et qui suivent une loi gaussienne complexe circulaire centrée de matrice de covariance \mathbf{C}_2 . Les phases $\hat{\phi}$ sont calculées sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$.

Le problème de séparation des populations peut s'exprimer comme un problème de détection : l'estimation de la phase sera considérée comme fluctuant peu si la valeur de l'indicateur est au dessus d'un certain seuil t . Dans ce cas, le pixel sera attribué à la population tirée selon \mathbf{C}_1 dont le degré de cohérence est toujours plus élevé que \mathbf{C}_2 . Le seuil t est fixé en fonction de γ . Il est donc de γ pour $\hat{\gamma}$ et \hat{Y} . A partir de la valeur de γ on peut calculer R grâce à l'Équation 4.23 et $\text{var}_{\hat{\phi}}$ grâce aux tabulations faites à la figure 4.5(a). Bien sûr, une application particulière pourrait amener à choisir d'abord un seuil sur $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$ qui pourrait être reporté sur les autres indicateurs.

La probabilité de détection de nos indicateurs, P_d , peut être définie comme le nombre de pixels attribués à la région 1 sur le nombre total de pixels de cette région. C'est le score de réussite de nos indicateurs. La probabilité de fausses alarmes, P_{fa} , est définie comme le nombre de pixels attribués à la région 1 alors qu'ils appartiennent à la région 2 sur le nombre total de pixels de la région 2.

Leurs courbes **Receiver Operating Characteristic (ROC)** sont les courbes de P_d en fonction de P_{fa} , paramétrisée par t . Elles permettent de comparer les performances des quatre indicateurs. Une courbe **ROC** idéale n'est que le point $P_d=1$ et $P_{fa}=0$ quel que soit t .

4.5.1 Séparer deux populations de degrés de cohérence différents

Pour la première expérience, nous avons considéré la matrice $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}$ et la matrice $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$. Les deux phases vraies sont donc bien au centre de l'intervalle de description de $\hat{\phi}$. Au vu des différences de degré de cohérence, si le même nombre d'échantillons est utilisé pour calculer $\hat{\phi}_1$ et $\hat{\phi}_2$, $\text{var}_{\hat{\phi}_1}$ sera plus petite que $\text{var}_{\hat{\phi}_2}$.

La cohérence complexe $\hat{\gamma}e^{i\hat{\phi}}$ a été estimée en utilisant un filtre glissant de 3×3 pixels. Le résultat d'estimation est représenté à la figure 4.6(b) pour $\hat{\phi}$ et à la figure 4.6(c) pour $\hat{\gamma}$.

En prenant un filtre glissant de taille 5×5 pixels (soit $L' = 25$), on a estimé $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$, $\hat{R}_{\hat{\phi}}$ et \hat{Y} représentés aux figures 4.7(a), 4.7(b) et 4.7(c) respectivement. On en déduit les courbes **ROC** de $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$, $(\hat{\gamma}, L)$, (\hat{Y}, L) et \hat{R} qui sont tracées à la figure 4.8(a).

Pour ces courbes, le seuil varie entre $\gamma = 0.3$ et $\gamma = 0.8$. En dessous de $\gamma = 0.3$, la

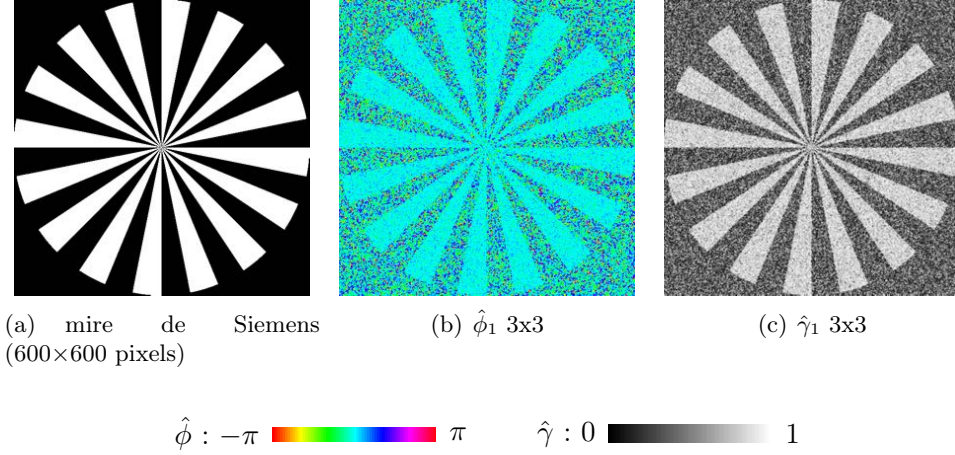


FIGURE 4.6 – Phase et module de la corrélation avec $L = 9$ pour $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}$ (partie blanche de la mire) et $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ (partie noire de la mire).

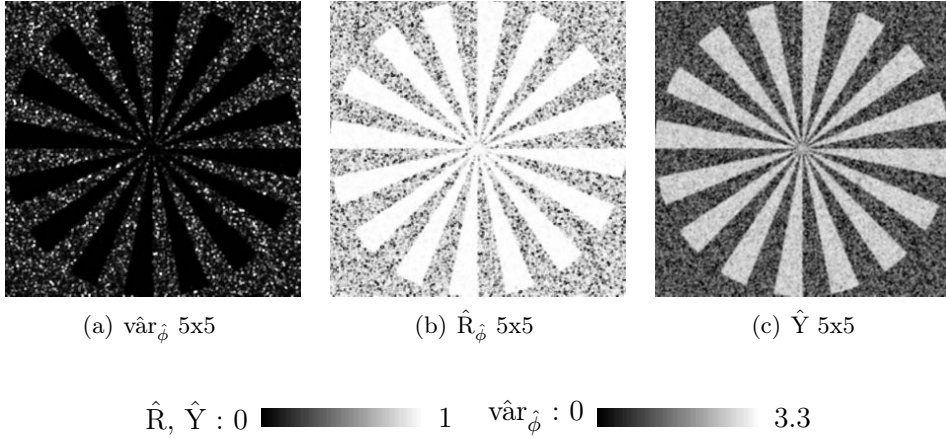


FIGURE 4.7 – $\text{var}_{\hat{\phi}}$, $\hat{R}_{\hat{\phi}}$ et \hat{Y} pour $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ pour $L = 9$ et $L' = 25$.

P_{fa} est en faite une probabilité de détection. Après 0.8, P_d devient une probabilité de fausses alarmes. On peut voir que \hat{Y} a la courbe ROC la plus proche du classifieur idéal. Le degré de cohérence $\hat{\gamma}$ est l'indicateur dont la courbe est la plus éloignée du classifieur idéal. Les indicateurs $\text{var}_{\hat{\phi}}$ et \hat{R} ont un comportement similaire et leurs courbes se situent entre celles de \hat{Y} et celle de $\hat{\gamma}$.

À la figure 4.8(b) sont représentées les courbes de la probabilité de détection P_d en fonction du seuil pour $\hat{\gamma}$, \hat{Y} , $\text{var}_{\hat{\phi}}$ et \hat{R} . Leurs P_{fa} en fonction du seuil sont représentées à la figure 4.8(c). On peut voir que \hat{Y} et $\hat{\gamma}$ ont la même P_d à seuil fixé mais que \hat{Y} a une P_{fa} plus faible. Ces indicateurs ont une P_d proche jusqu'au t équivalent à $\gamma = 0.6$. Après cela, leur P_d diminue fortement, spécialement pour \hat{Y} . Pour ce scénario, fixer le seuil

équivalent à $\gamma = 0.6$ permet d'avoir $P_d \geq 0.95$ et $P_{fa} \leq 0.15$ pour tous les indicateurs. Ce seuil semble être le bon compromis pour séparer des populations ayant un degré de cohérence $\gamma = 0.3$ et $\gamma = 0.8$.

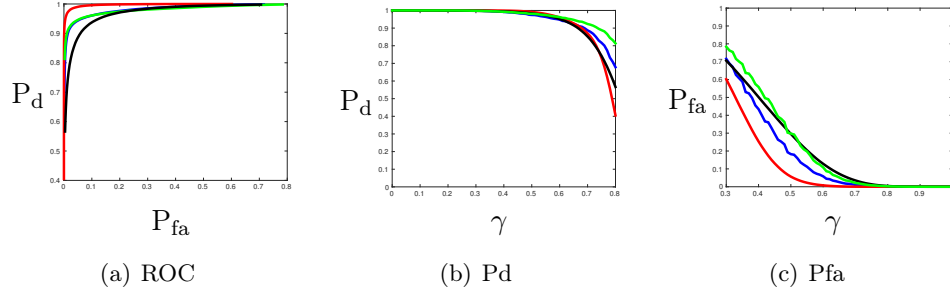


FIGURE 4.8 – ● $\hat{\gamma}$ ● $\hat{\text{var}}_\phi$ ● \hat{R} ● \hat{Y} . Evaluation des performances de $\hat{\gamma}$ estimé avec $L = 9$, \hat{R} , \hat{Y} et $\hat{\text{var}}_\phi$ estimés avec $L' = 25$ pour $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$. Le seuil t qui permet de tracer les courbes de P_d et de P_{fa} est fixé à partir de γ pour tous les indicateurs.

4.5.2 Augmenter la taille de la fenêtre d'analyse

Pour cette expérience, $\hat{\gamma}e^{i\hat{\phi}}$ est toujours estimé avec $L = 9$. On retrouve son module représenté à la figure 4.6(c) et sa phase à la figure 4.6(b). Par contre, $\hat{\text{var}}_\phi$, \hat{R} et \hat{Y} sont estimés avec $L' = 10 \times 10$. Augmenter la taille de la fenêtre d'estimation permet d'observer l'effet de la non homogénéité sur l'estimation des indicateurs $\hat{\text{var}}_\phi$, \hat{R} et \hat{Y} , qui sont représentés aux figures 4.9(a) 4.9(b) et 4.9(c) respectivement. Les courbes ROC, de P_d en fonction du seuil et de P_{fa} en fonction du seuil sont représentées à la Figure 4.10.

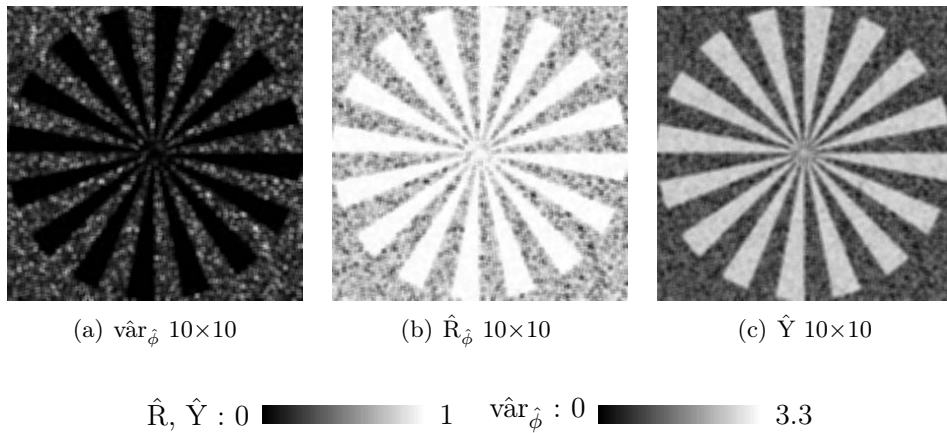


FIGURE 4.9 – $\hat{\text{var}}_\phi$, \hat{R} et \hat{Y} pour $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ pour $L = 9$ et $L' = 100$.

La rupture d'homogénéité fait baisser la P_d des indicateurs lorsque le seuil passe

au dessus de la réponse des bords, comme le montre la figure 4.10(b). En effet, pour les bords, les indicateurs sont estimés en utilisant des échantillons contenant des pixels ayant $\gamma = 0.3$ et des pixels $\gamma = 0.8$: la valeur des indicateurs se situe donc entre la valeur qu'ils ont pour des échantillons de pixels ayant $\gamma = 0.3$ et des échantillons de pixels ayant $\gamma = 0.8$. Cet effet est plus visible pour $\hat{\text{vâr}}_{\hat{\phi}}$ et \hat{R} que pour \hat{Y} . L'utilisation du module de la corrélation permet à \hat{Y} d'être plus robuste⁵ à la non homogénéité des pixels.

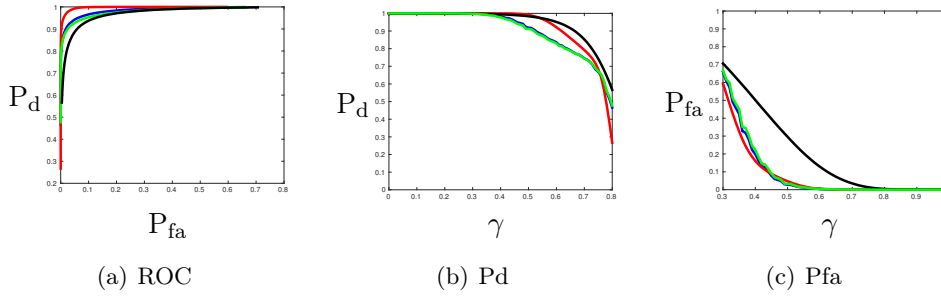


FIGURE 4.10 – ● $\hat{\gamma}$ ● $\hat{\text{vâr}}_{\hat{\phi}}$ ● \hat{R} ● \hat{Y} . Evaluation des performances de $\hat{\gamma}$ estimé avec $L = 9$, \hat{R} , \hat{Y} et $\hat{\text{vâr}}_{\hat{\phi}}$ estimés avec $L' = 100$ pour $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$.

4.5.3 Séparer deux populations de degrés de cohérence différents et de phases séparées de π

Pour la deuxième expérience, la matrice $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8e^{i\pi} \\ 0.8e^{-i\pi} & 1 \end{bmatrix}$ et la matrice $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ ont été considérées. La phase ϕ_1 est donc au bord de l'intervalle de définition de $\hat{\phi}$. La cohérence $\hat{\gamma}e^{i\hat{\phi}}$ est estimée avec un filtre glissant de 3×3 pixels. Les indicateurs $\hat{\text{vâr}}_{\hat{\phi}}$, \hat{R} et \hat{Y} sont calculés avec un filtre glissant de 5×5 pixels.

La population de pixels qui a le degré de cohérence le plus élevé est aussi celle dont la phase se trouve au bord de l'intervalle de définition de $\hat{\phi}$. Le biais introduit par la définition de l'intervalle de définition de $\hat{\phi}$ rend $\hat{\text{vâr}}_{\hat{\phi}}$ très élevée sur la zone où cet indicateur devrait être le plus faible, comme on peut le voir sur la figure 4.12(c). Ce biais a pour conséquence une diminution de la probabilité de détection P_d de $\hat{\text{vâr}}_{\hat{\phi}}$, comme le montrent les figures 4.13(a) et 4.13(b).

L'estimation des indicateurs \hat{R} et \hat{Y} aux frontières entre les deux populations est marquée par la non homogénéité de la phase : \hat{R} et \hat{Y} sont faibles aux bords entre les populations, comme on peut le voir à la figure 4.12(a) et 4.12(b) respectivement.

Cette non homogénéité se retrouve sur leur courbes ROC représentées à la figure 4.13(a). Les bords ont pour effet de faire diminuer la P_{fa} : les indicateurs qui sont calculés

5. En statistique, la robustesse d'un estimateur se définit comme sa capacité à ne pas être impacté par une petite modification des données d'entrée. Ici quelques pixels constituant χ ne sont plus identiquement distribué à la majorité des pixels constituant l'échantillon.

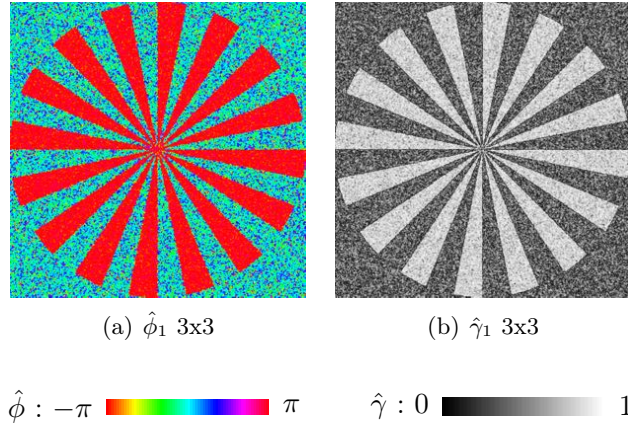


FIGURE 4.11 – Phase et module de la corrélation estimée avec $L = 9$ pour $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8e^{i\pi} \\ 0.8e^{-i\pi} & 1 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$.

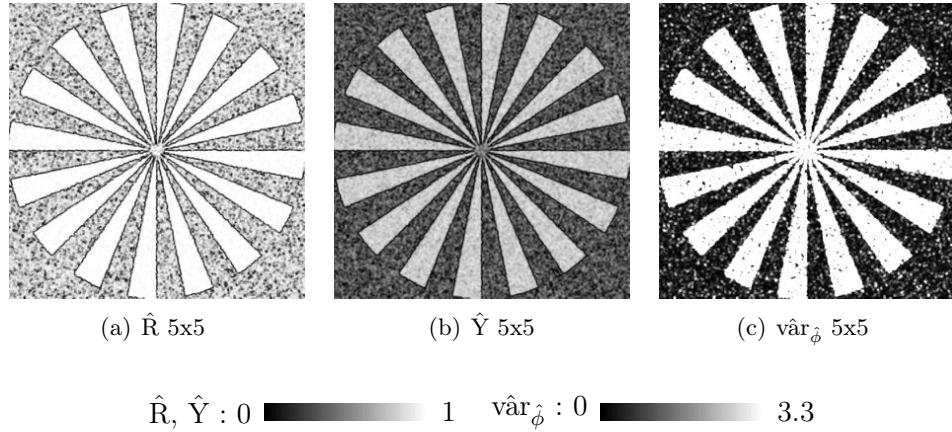


FIGURE 4.12 – $\hat{var}_{\hat{\phi}}$, $\hat{R}_{\hat{\phi}}$ et \hat{Y} pour $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8e^{i\pi} \\ 0.8e^{-i\pi} & 1 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$ pour $L = 9$ et $L' = 100$.

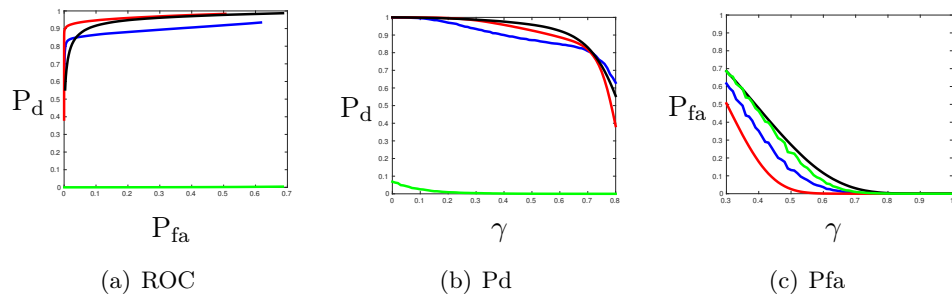


FIGURE 4.13 – \bullet $\hat{\gamma}$ \bullet $\hat{var}_{\hat{\phi}}$ \bullet \hat{R} \bullet \hat{Y} . Evaluation des performances de $\hat{\gamma}$ estimé avec $L = 9$, \hat{R} , \hat{Y} et $\hat{var}_{\hat{\phi}}$, estimés avec $L' = 25$ pour $\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8e^{i\pi} \\ 0.8e^{-i\pi} & 1 \end{bmatrix}$ et $\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{bmatrix}$

pour des pixels de la population 2 proches de la frontière avec la population 1 seront plus faibles que dans le cas de l'expérience menée à la sous-section 4.5.1. La contrepartie est que la P_d diminue aussi pour les mêmes raisons : les pixels de la population 1 mais proches de la frontière ne seront pas détectés car des pixels des deux populations seront mélangés dans l'estimation de \hat{R} et \hat{Y} .

La largeur des bords est plus importante pour \hat{R} que pour \hat{Y} , ce qui montre que la non homogénéité impacte toujours plus \hat{R} que \hat{Y} , car \hat{R} ne se calcule qu'avec la phase alors que l'estimation de \hat{Y} inclut aussi le module de la cohérence complexe. Puisque l'estimation de $\hat{\gamma}$ est aussi impactée par la non homogénéité, \hat{Y} est plus sensible dans cette expérience que dans le l'expérience menée à la sous-section 4.5.2 où seul L' avait augmenté.

Conclusion

Dans cette section, nous nous sommes intéressés à la capacité des indicateurs $\hat{\gamma}$, $(\hat{\gamma}, L)$, \hat{R} et (\hat{Y}, L) de pouvoir séparer deux zones ayant des degrés de cohérence différents et par conséquent des étalements différents de la distribution de $\hat{\phi}$.

Nous avons vu que $\hat{\gamma}$ ne peut donner une information sur l'étalement de la distribution de la phase que si l'on connaît déjà le mode de cette distribution. Lorsque la phase vraie ϕ_0 se trouve au bord de l'intervalle de $\hat{\phi}$, le biais introduit dans l'estimation de $\hat{\gamma}$ diminue sa probabilité de détection. Ce biais constitue la limitation pratique de l'utilisation de la variance pour caractériser les fluctuations de l'estimation de la phase.

Le biais de $\hat{\gamma}$ en fait l'estimateur avec la plus grande probabilité de fausses alarmes, quel que soit le seuil fixé. Cependant, cette comparaison n'est pas forcément juste puisque $\hat{\gamma}$ n'est estimé dans nos exemples qu'avec $L = 9$ alors que les autres indicateurs ont été estimés avec des échantillons de taille supérieure à 25.

Le premier moment des statistiques directionnelles \hat{R} n'est pas sensible à la valeur vraie de la phase. Sa probabilité de fausses alarmes diminue beaucoup lorsque le nombre de pixels utilisés pour son estimation augmente. Cependant, il est très sensible à la non homogénéité des pixels voisins qui fera baisser ses performances de détection.

Le dernier indicateur \hat{Y} est l'estimateur ayant la P_{fa} la plus faible. Comme son estimation se base sur $\hat{\gamma}$ et pas uniquement sur $\hat{\phi}$, sa P_d est moins sensible à la non homogénéité de pixels voisins.

Après avoir comparé ces indicateurs sur des données simulées, nous allons les comparer sur des données réelles.

4.6 Analyse des fluctuations de la phase estimée sur des données réelles

Dans cette section, nous allons montrer comment les indicateurs de la qualité de la phase peuvent être utilisés dans des problèmes liés aux données réelles.

Le premier cas ([sous-section 4.6.1](#)), est très proche des expériences menées à la [section 4.5](#). Il s'agit de différencier des zones de montagnes et des zones d'ombre pour lesquelles la phase est uniformément distribuée et ne contient pas d'information.

Pour le second cas ([sous-section 4.6.2](#)), nous proposerons un moyen de dérouler la phase interférométrique de bâtiments, c'est à dire dont la direction d'enroulement est connue.

Enfin, nous proposerons une méthode permettant d'enlever les franges orbitales lorsqu'elles n'ont pas été enlevées au cours du recalage entre les paires d'images interférométriques ([sous-section 4.6.3](#)).

Les deux derniers cas auront en commun de comparer les phases mesurées à des phases simulées grâce aux indicateurs de la distribution de la phase. Ce sont des applications simples de la méthode de la modélisation de la phase et de sa comparaison avec la phase mesurée décrite dans [[Feigl and Thurber, 2009](#)].

4.6.1 Détection de montagnes

Nous allons étudier l'interférogramme entre deux images Stripmap acquises par TerraSAR-X dans le massif du Mont Blanc les 31-05-2009 et les 11-06-2009. Sur l'extrait sélectionné, représenté à la figure [4.14\(a\)](#), on peut voir les montagnes entourées d'ombres dues aux falaises. Sur la figure [4.14\(b\)](#), on peut voir d'une part des franges topographiques (ou possiblement troposphériques) sur les montagnes et d'autre part une zone où la phase semble uniformément distribuée et qui correspond à l'ombre due à la falaise. Comme pour les données simulées, $\hat{\gamma}e^{i\hat{\phi}}$ est estimé en utilisant $L = 9$ pixels. L'intervalle sur lequel est calculé $\hat{\phi}$ est $[-\pi, \pi]$.

L'objectif de cette section est de séparer les zones contenant des franges et dont la phase contient de l'information, des zones d'ombres pour lesquelles la phase est uniformément distribuée. Cette information peut être incluse dans un algorithme de déroulement de phase, qui ne chercherait pas à dérouler la phase lorsqu'elle est uniformément distribuée.

Nous allons nous restreindre uniquement aux informations provenant de la phase interférométrique elle-même, bien que dans ce cas précis, les zones où la phase est uniformément distribuée sont de faible intensité par rapport aux zones de franges.

Les différents paramètres pouvant caractériser la qualité de l'estimation de $\hat{\phi}$ sont aussi représentés à la figure [4.14](#). Les indicateurs $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$, \hat{Y} et \hat{R} sont estimés en utilisant $L' = 25$ pixels. Nous faisons ici l'hypothèse que, malgré la présence de franges, la phase a la même valeur vraie dans la fenêtre de taille 5×5 pixel utilisée pour estimer les indicateurs de qualité de l'estimation.

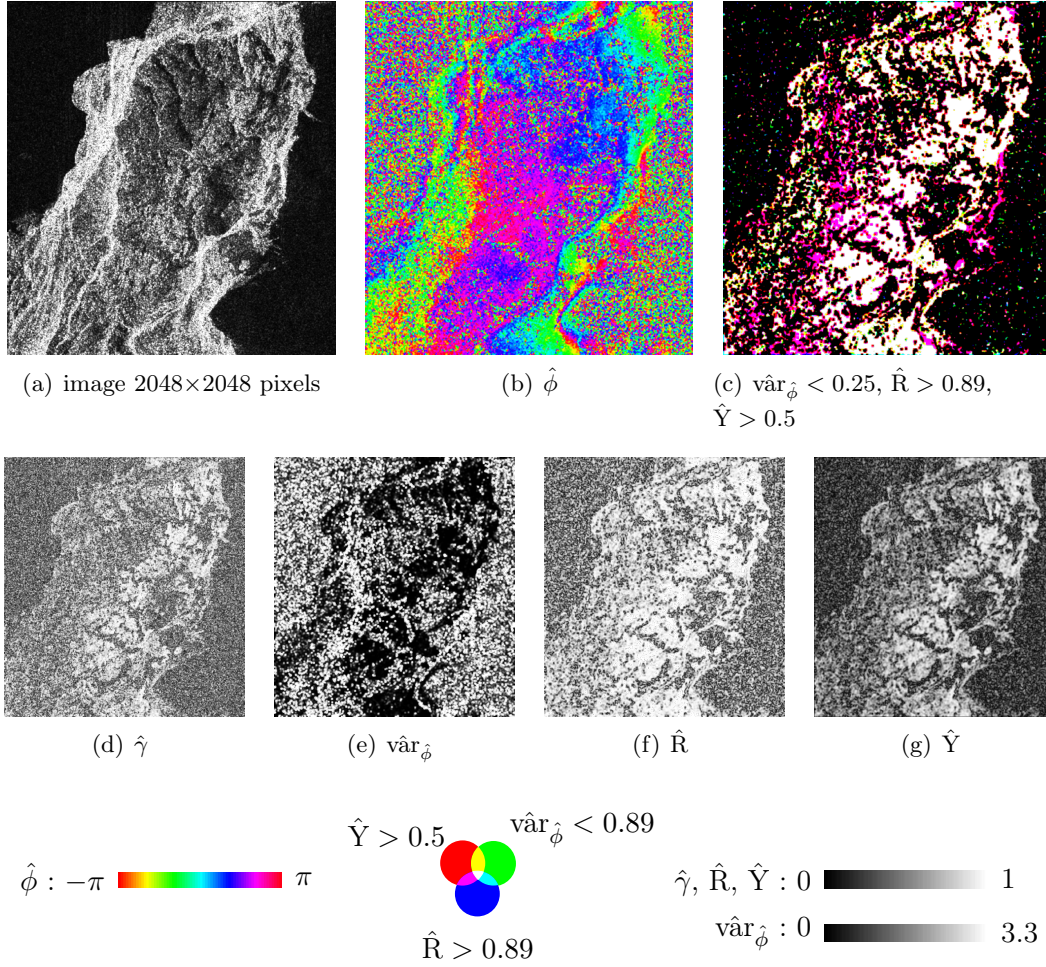


FIGURE 4.14 – Image et phase d’une zone de montagnes entourées d’ombre ainsi que les indicateurs de la fluctuations de l’estimation de $\hat{\phi} : (\hat{\gamma}, L)$, $\text{var}_{\hat{\phi}}$, \hat{R} (\hat{Y}, L).

Pour comparer les paramètres entre eux, nous avons fixé des seuils équivalents sur chacun d’eux et comparé les zones qui seront considérées comme des zones présentant peu de fluctuation pour l’estimation de $\hat{\phi}$. En l’absence d’application qui dicterait la précision, nous allons alors fixer le seuil à $\hat{\gamma} > 0.5$, ce qui veut dire $\hat{Y} > 0.5$ et, pour $L = 9$ pixels, un écart type inférieur à 30° (soit 0.5 radian) $\text{var}_{\hat{\phi}} < 0.25$ et $\hat{R} > 0.89$, ce qui permet d’avoir un nombre suffisant de pixels pour pouvoir faire une comparaison.

Nous allons nous concentrer sur la comparaison de $\text{var}_{\hat{\phi}}$, \hat{R} et \hat{Y} qui permettent de réduire le nombre de fausses alarmes de $\hat{\gamma}$, au détriment de la résolution du résultat. La figure 4.14(c) représente une composition colorée des images des paramètres seuillés : $\hat{Y} > 0.5$ est représenté en rouge, $\text{var}_{\hat{\phi}} < 0.25$ en vert et $\hat{R} > 0.89$ en bleu.

La comparaison de \hat{Y} et de \hat{R} avec $\text{var}_{\hat{\phi}}$ nous montre bien le problème d’estimation de $\text{var}_{\hat{\phi}}$, qui peut être élevée sur des zones de phase homogène, si la valeur de la phase ϕ n’est pas au centre de l’intervalle de calcul de $\text{var}_{\hat{\phi}}$. Dans ces cas, la variance peut parfois dépasser la variance de la loi uniforme sur un intervalle de longueur 2π . Cependant, sur la figure 4.14(e), la représentation des valeurs de $\text{var}_{\hat{\phi}}$ a été seuillée à cette valeur (3.3)

pour garder du contraste sur les petites valeurs de \hat{v}_ϕ .

Les deux autres paramètres ont des réponses proches. On peut cependant voir apparaître une différence entre \hat{R} et \hat{Y} sur les bords des zones de montagne et d'ombres : la zone où la phase est considérée comme bien estimée par \hat{Y} est plus grande que celle obtenue avec \hat{R} . Aux endroits de transitions entre zones de phase bien estimée mais de valeurs différentes, \hat{Y} sera plus robuste⁶ que \hat{R} dont la valeur passera sous le seuil.

L'exemple de la détection de montagne nous montre aussi que le nombre de fausses alarmes dans le bruit peut être réduit si le critère qui permet de séparer les zones de montagne des zones de bruit combine les classifications de \hat{Y} et \hat{R} , ce qui correspond aux zones blanches et magenta sur la figure 4.14(c).

4.6.2 Dérouler la phase de bâtiments

Dans cette étude, nous allons proposer un moyen de compter le nombre de tours que fait une phase entre deux points d'une façade d'un immeuble. L'objectif n'est donc pas d'obtenir en chaque pixel la valeur de la phase déroulée. La phase initiale $\hat{\phi}^{\text{haut}} = \hat{\phi}_1$ et la phase finale $\hat{\phi}^{\text{base}} = \hat{\phi}_{L'}$ qui forment les extrémités du vecteur $\hat{\phi} = (\hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \dots, \hat{\phi}_{L'})$ de phase à dérouler, ont été sélectionnées auparavant et l'on s'est assuré qu'il n'y a pas de discontinuités dans $\hat{\phi}$. Le vecteur $\hat{\phi}$ contient L' phases estimées en utilisant L pixels. C'est un exemple simple de la méthodologie décrite dans [Feigl and Thurber, 2009] qui consiste à modéliser un motif de phase avant de le comparer avec la phase mesurée. Nous allons d'abord présenter la modélisation de la phase avant de présenter sa comparaison.

Modélisation de la phase d'un bâtiment

La phase d'un bâtiment est modélisée comme une droite entre les points $\hat{\phi}^{\text{haut}}$ et $\hat{\phi}^{\text{base}}$:

$$\hat{\phi}^{\text{base}} - \hat{\phi}^{\text{haut}} = s(\Delta\Phi_{\text{res}} + 2\pi N_F) \quad (4.25)$$

où s est le sens de variation de la phase, N_F le nombre de franges complètes et $\Delta\Phi_{\text{res}}$ le résidu de phase qui n'est pas une frange complète.

Le sens de variation de la phase entre ces deux points peut être obtenu à partir d'informations extérieures à la seule donnée "image"⁷ ou peut être estimée en comparant la variation de phases consécutives, en prenant bien en compte la circularité de la phase. Ainsi on peut estimer le sens de variation par la formule suivante :

$$s = \text{sign}\left(\sum_{k=2}^{L'} \text{sign}(\angle e^{i(\hat{\phi}_{k-1} - \hat{\phi}_k)})\right) \quad (4.26)$$

où $\text{sign}(x)$ est une fonction qui vaut 1 si x est positif et -1 si x est négatif. Dans cette

6. Toujours au sens statistique du terme, c'est à dire à ne pas être impacté par une petite modification des données.

7. Par exemple en utilisant les trajectoires des capteurs pour obtenir le sens de la baseline B_\perp entre le capteur ayant acquis l'image maître et le capteur ayant acquis l'image esclave.

formule, le signe de la phase de l'exponentielle complexe est indépendant de l'intervalle de définition de la phase.

Puis il faut estimer $\Delta\Phi_{\text{res}}$ le résidu de phase qui n'est pas une frange complète. Ce résidu dépend du sens de variation de la phase :

$$\Delta\Phi_{\text{res}} = \begin{cases} |\hat{\phi}^{\text{haut}} - \hat{\phi}^{\text{base}}| & \text{si } s > 0 \\ (2\pi - |\hat{\phi}^{\text{haut}} - \hat{\phi}^{\text{base}}|) & \text{si } s < 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

La k ème composante du vecteur de la phase modélisée $\phi_{\text{sim}}^{N_F}$, qui contient N_F franges complètes, est définie selon la formule suivante :

$$\phi_{\text{sim}}^{N_F}(k) = s(k-1) \frac{2\pi N_F + \Delta\Phi_{\text{res}}}{L' - 1} \quad \forall k \in [1, L'] \quad (4.28)$$

Le vecteur $\phi_{\text{sim}}^{N_F}$ ainsi défini peut être comparé avec $\hat{\phi}$.

Comparaison des franges modélisées avec les franges mesurées

Pour cette comparaison, on utilise la dispersion de la différence de phase :

$$\hat{R}_{N_F} = \frac{1}{L'} \left| \sum_{k=1}^{L'} e^{i(\phi_{\text{sim}}^{N_F}(k) - \hat{\phi}_k)} \right| \quad (4.29)$$

qui sera maximale lorsque $\phi_{\text{sim}}^{N_F}$ contiendra autant de tour de phase que $\hat{\phi}$.

La méthode de déroulement de la phase est illustrée à la figure 4.15 pour les interférogrammes construits du deuxième étage à l'extrémité de l'antenne de la Tour Eiffel et pour l'interférogramme de la Tour Mirabeau présentés à la Figure 3.1. Bien que la phase soit très bruitée, cette méthode permet de dérouler la phase entre deux points. De plus \hat{R}_{N_F} est un indicateur de la qualité du déroulement qui permet d'écarter ou de corriger des interférogrammes qui seraient mal déroulés.

Dans cet exemple, trois franges ont été détectées pour la Tour Eiffel et une frange pour la Tour Mirabeau comme le montre la Figure 4.15, ce qui correspond bien à ce que l'on peut compter sur la figure 3.1. La hauteur monoscopique est de 170 m entre le deuxième étage et l'extrémité de l'antenne de la Tour Eiffel et celle de la Tour Mirabeau de 70 m. Le ratio des hauteurs correspond donc bien au ratio des étendues de phase mesurée puisque 22.5 rad ont été mesurés sur la Tour Eiffel et 9.2 rad sur la Tour Mirabeau.

Vu que les bâtiments considérés renvoient beaucoup d'énergie, la phase est peu bruitée et ne suit pas les lois d'interférogramme du speckle. L'indicateur \hat{Y} n'apporte donc pas le même avantage dans ce cas qu'en présence de speckle.

4.6.3 Enlever les franges orbitales

Les franges orbitales sont dues à la variation de l'angle d'incidence le long de la fauchée. Il est nécessaire de les supprimer pour avoir accès aux informations de différence

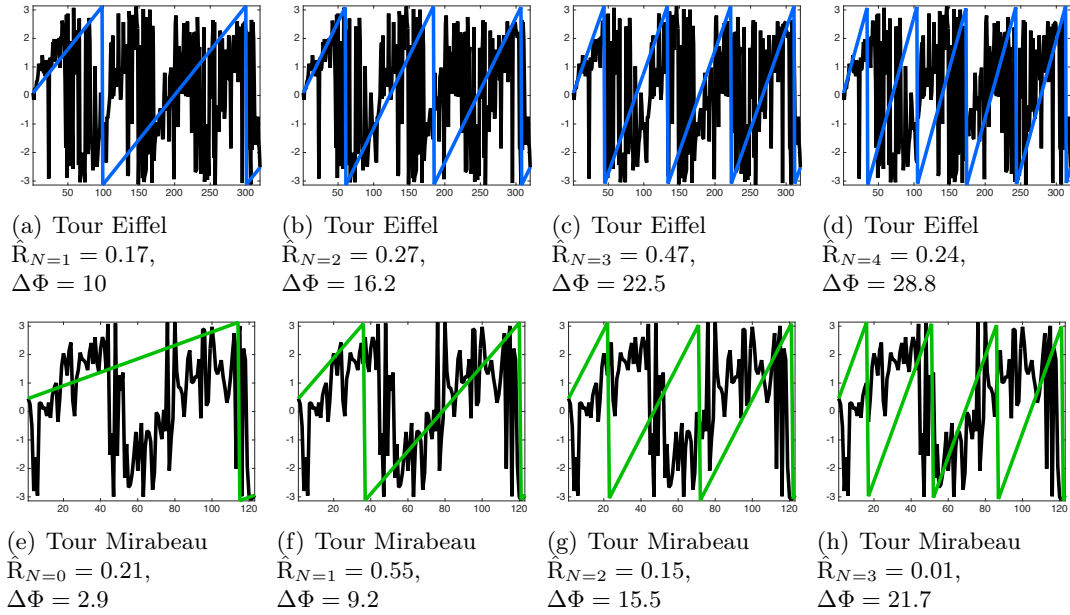
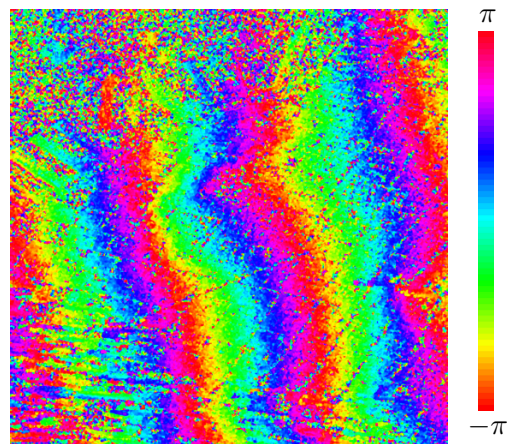


FIGURE 4.15 – Méthode de déroulement de la phase

de phase interférométrique.

Elles peuvent être supprimées au cours du recalage, en tenant compte de la variation de la taille de la cellule de résolution, mais peuvent aussi être enlevée a posteriori. Dans cette section, nous allons présenter une méthode de suppression des franges orbitales qui est un exemple simple de la méthodologie décrite dans [Feigl and Thurber, 2009].

Nous allons illustrer cette méthode sur des données TanDEM, acquises conjointement par les satellites TerraSAR-X et TanDEM-X. Elles sont fournies recalées par le DLR, mais comportent encore des franges orbitales, comme le montre la Figure 4.16. Il s'agit de l'interférogramme des canaux HV de l'image PolInSAR acquises sur San Francisco le 20-12-2015. L'interférogramme a été estimé avec un filtre glissant de 5×5 pixel. Nous considérons ici un extrait de l'image contenant L' pixels.


 FIGURE 4.16 – Mélanges de franges orbitales et de franges topographique sur la ville de San Francisco. Images PolInSAR du 20-12-2015, canal polarimétrique HV .

Nous allons d'abord présenter la modélisation de la phase avant de présenter la comparaison de la phase simulée avec la phase mesurée.

Modélisation des franges orbitales

Les franges orbitales peuvent être simulées par une sinusoïde de fréquence f_{orb} , qui n'est pas nécessairement un entier. Comme les franges orbitales ne sont pas systématiquement parallèle à l'axe azimut, nous allons aussi définir un angle d'inclinaison θ_{orb} ⁸. Les franges orbitales $\phi_{\text{sim}}^{f_{\text{orb}}, \theta_{\text{orb}}}$ peuvent être modélisées par l'équation suivante :

$$\phi_{\text{sim}}^{f_{\text{orb}}, \theta_{\text{orb}}}(l, k) = 2\pi f_{\text{orb}}(l \sin(\theta_{\text{orb}}) + k \cos(\theta_{\text{orb}})) \quad \forall (l, k) \in \llbracket 1, \sqrt{L} \rrbracket^2 \quad (4.30)$$

La phase absolue n'est pas prise en compte dans la modélisation pour plusieurs raisons :

- L'indicateur de la dispersion de la phase \hat{R} est indépendant de la phase absolue.
- La phase interférométrie est toujours obtenue par rapport à une phase de référence (par exemple celle du sol).

Comparaison des franges modélisées avec les franges mesurées

Comme les franges orbitales sont simulées sur de nombreux points, la phase simulée $\phi_{\text{sim}}^{f_{\text{orb}}, \theta_{\text{orb}}}$ peut être comparée à la différence de phase entre les images, soit $\hat{\phi}$ pour $L = 1$:

$$\hat{R}_{f_{\text{orb}}, \theta_{\text{orb}}} = \frac{1}{L} \left| \sum_{l=1}^{\sqrt{L}} \sum_{k=1}^{\sqrt{L}} e^{i(\phi_{\text{sim}}^{f_{\text{orb}}, \theta_{\text{orb}}}(l, k) - \hat{\phi}_{l, k})} \right| \quad (4.31)$$

Le résultat est représenté à la [Figure 4.17](#). On peut y voir qu'il est très important d'échantillonner précisément les fréquences f_{orb} ou l'angle θ_{orb} . pour enlever les franges orbitales. Lorsque f_{orb} ou θ_{orb} ne correspond pas, des franges résiduelles apparaissent.

La phase simulée $\phi_{\text{sim}}^{f_{\text{orb}}, \theta_{\text{orb}}}$ correspond moins aux franges présentes sur l'image que $\phi_{\text{sim}}^{N_F}$ ne correspondait aux franges des immeubles car la valeur maximale de $\hat{R}_{f_{\text{orb}}, \theta_{\text{orb}}}$ est inférieure à la valeur maximale de \hat{R}_{N_F} . Plusieurs raisons peuvent expliquer la diminution de la valeur maximal du critère :

- L'extrait considéré contient une zone de mer sur laquelle la phase est distribuée selon une loi uniforme sur une intervalle de longueur 2π et ne correspond donc pas aux franges simulées.
- Des franges topographiques sont présentes et induisent aussi une différence entre les franges orbitales simulées et la phase mesurée sur l'image.
- L'échantillonnage de f_{orb} et θ_{orb} doit être suffisamment fin, alors que N_F est forcément entier. Des erreurs peuvent apparaître dans le cas où l'échantillonnage de f_{orb} et θ_{orb} n'est pas assez précis.

8. L'inclinaison entre la direction des franges orbitales et l'axe azimut est du à la variation de la position relative d'un satellite par rapport à l'autre. Dans le cas monopasse, cette variation est causée par l'attraction d'un satellite sur l'autre ce qui leur donne des orbites en fuseau. Dans le cas multipasse, la variation de la trajectoire d'une passe par rapport à l'autre peut être du au fait que les orbites des satellites sont elliptiques et ne sont donc pas complètement parallèle les unes aux autres.

La dispersion $\hat{R}_{f_{\text{orb}},\theta_{\text{orb}}}$ peut toujours être utilisée comme un indice sur la précision des franges déroulées, mais le seuil à partir duquel on peut considérer que les franges orbitales n'ont pas été correctement enlevées est plus difficile à fixer.

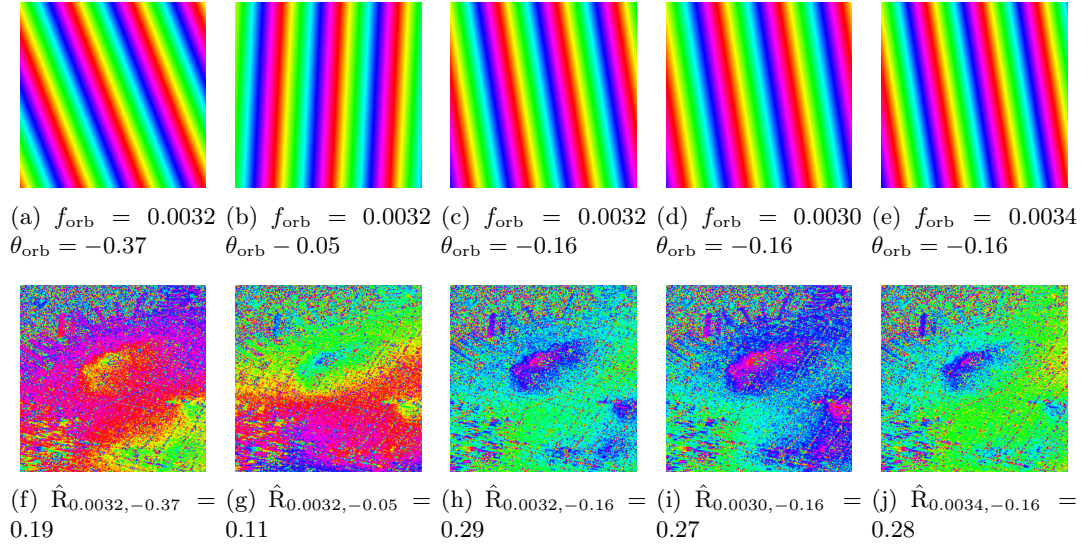


FIGURE 4.17 – Comparaison entre la différence de phase comportant des franges orbitales et les franges orbitales simulées.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré que l'estimateur du maximum de vraisemblance $\hat{\phi}$ est l'estimateur à variance minimale pour la phase. Cet estimateur est fondé sur l'estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance \hat{C} , qui permet aussi d'estimer le degré de cohérence $\hat{\gamma}$.

La variance $\text{var}_{\hat{\phi}}$ de la distribution de la phase $\hat{\phi}$, ne dépend que de γ , le degré de cohérence de la scène et de L , le nombre de pixels utilisés pour estimer $\hat{\phi}$. Les paramètres $\hat{\gamma}$ et L offrent donc conjointement une information sur la variance de la phase, qui peut être calculée sans perdre d'avantage de résolution. Cependant, $\hat{\gamma}$ sur-estime la valeur de γ_0 , ce qui introduit un biais dans la caractérisation de la variance de $\hat{\phi}$.

L'estimateur de la variance empirique $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$ permet d'estimer $\text{var}_{\hat{\phi}}$, mais uniquement lorsque l'intervalle de définition de $\hat{\phi}$ est bien centré sur la valeur vraie ϕ_0 , ce qui est une limitation pratique importante puisque ϕ_0 est généralement le paramètre que l'on cherche à estimer.

Dans ce chapitre, nous avons proposé d'utiliser $\hat{R}_{\hat{\phi}}$, l'estimateur empirique du premier moment directionnel, comme indicateur de la variance de la phase. Cet estimateur, basé sur L' estimations de $\hat{\phi}$ permet de prendre en compte la circularité de la phase et n'est donc pas sensible au domaine de définition de $\hat{\phi}$. Bien qu'il ne prenne pas ses valeurs sur le même intervalle que $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$ et qu'il n'ait pas le même sens de variation, ces

deux estimateurs apportent la même information sur l'étalement de la distribution de $\hat{\phi}$.

Enfin, \hat{Y} , un estimateur de γ dont le biais est inférieur à celui de $\hat{\phi}$, déjà proposé dans la littérature, a été comparé à $\hat{\text{var}}_{\hat{\phi}}$ et $\hat{R}_{\hat{\phi}}$. Cet estimateur utilise L' estimations de $\hat{\gamma}e^{i\hat{\phi}}$ ce qui le rend plus robuste que $\hat{R}_{\hat{\phi}}$ à la non homogénéité de pixels voisins. Comme \hat{R} , il n'est pas sensible au domaine de définition de $\hat{\phi}$.

Les indicateurs \hat{Y} et \hat{R} permettent de séparer deux zones de phases dont l'étalement de la distribution de $\hat{\phi}$ est différente. Ainsi, les zones où la distribution de $\hat{\phi}$ est considérée comme trop bruitée pour apporter de l'information peuvent être écartées. Utiliser \hat{Y} et \hat{R} conjointement permet d'éliminer des fausses alarmes dans du bruit.

Ces deux indicateurs permettent aussi de comparer deux vecteurs ou deux images de phases enroulées, \hat{Y} étant à utiliser lorsque le module des pixels apporte de l'information et \hat{R} lorsque seule la phase est significative. Cette comparaison des deux vecteurs de phase permet ensuite de dérouler la phase ou d'enlever une composante de phase connue.

Dans ce chapitre, nous avons considéré que les échantillons servant à estimer la matrice de covariance était indépendant et identiquement distribuées, même si le mélange de deux populations a été abordé dans l'analyse de données synthétiques et de données réelles. Dans le chapitre suivant, nous allons considérer l'effet du choix de l'échantillon sur l'estimation de la matrice de covariance au travers de l'entropie polarimétrique.

Chapitre 5

Caractériser l'influence du choix des pixels dans l'estimation de la matrice de covariance : comparaison de l'entropie spatiale et temporelle.

Introduction

Dans le [chapitre 4](#), nous nous sommes intéressés à l'estimation des coefficients de la matrice de covariance, et particulièrement de phase des coefficients extra-diagonaux, en zone homogène. Les propriétés théoriques des estimateurs ont été obtenues en supposant que les pixels servant à l'estimation étaient indépendants et identiquement distribués.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser plus spécifiquement à l'influence du choix de l'échantillon sur l'estimation des matrices de covariance. Nous allons étudier l'effet de la rupture de l'indépendance (les pixels sont corrélés entre eux) ainsi que l'effet du mélange de pixels appartenant à différentes populations (les pixels ne sont plus identiquement distribués), et comparer différentes stratégies d'estimation de la matrice de covariance.

Cette comparaison se fera au travers de l'entropie polarimétrique [H](#). Cette grandeur, présentée à la [section 2.3](#), a été introduite pour quantifier la *dépolarisation* d'un système. La dépolarisation est alors associée à une mesure de la stabilité des mélanges de mécanismes de rétrodiffusion au sein d'une population homogène de pixels. Or, l'estimation de l'entropie est impactée lorsque l'homogénéité et l'indépendance des pixels ne sont pas garanties lors de l'estimation de la matrice de covariance.

Dans la [section 5.1](#), nous allons d'abord analyser théoriquement l'impact des causes de mésestimation de l'entropie, parmi lesquelles le mélange de pixels provenant de différentes populations et la corrélation des pixels constituant l'échantillon servant à l'estimation de la matrice de covariance. Puis, dans la [section 5.2](#), nous proposerons une estimation temporelle de l'entropie dans le but de préserver l'homogénéité des pixels utilisés pour estimer la matrice de covariance. Nous la comparerons, sur des données réelles, au filtre spatial glissant et au filtre NL-SAR, conçu lui aussi pour éviter le mélange dans l'estimation. Enfin, dans la [section 5.3](#), nous caractériserons le lien entre l'entropie temporelle et la cohérence interférométrique.

5.1 Causes de mésestimation de l'entropie

La première cause de mésestimation¹ de l'entropie que nous allons considérer est le mélange de deux populations de pixels issus d'un phénomène de speckle pleinement développé. Nous rapprocherons aussi ce type de mélange à l'effet du bruit thermique.

Pour pouvoir faire une comparaison éclairée des différentes estimations de la matrice de covariance, nous allons aussi étudier deux autres causes de mésestimation :

- L'influence de L , le nombre de pixels constituant l'échantillon χ . Nous avons vu dans le [chapitre 4](#) que l'estimation du degré de cohérence était significativement

1. Nous utiliserons ici le mot mésestimation, bien que littéraire, à la place de mauvaise estimation car cette mauvaise estimation est causée par une mauvaise prise en compte des conditions d'estimation et non pas à un défaut de l'estimateur (comme un biais).

biaisée lorsque L était trop faible. Il a déjà été montré que l'estimation de H souffrait aussi d'un biais pour des petits L . Nous allons donc nous contenter d'illustrer cet effet.

- L'effet de la corrélation entre pixels constituant χ . A cause des marges de sécurité², les pixels voisins sont légèrement corrélés. Le degré de cohérence interférométrique montre aussi que les pixels de deux images acquises à des dates différentes sont aussi corrélés. Intuitivement, on peut penser que cette corrélation aura pour effet de diminuer l'entropie puisqu'elle diminue le degré d'aléatoire de χ : si on connaît un pixel contenu dans χ , on a aussi de l'information sur les autres pixels de l'échantillon. Nous allons compléter cette conclusion en considérant différents types de corrélation (corrélation évoluant dans le temps et corrélation différente par canaux) qui apporte d'autres informations.

L'influence du nombre d'échantillons a déjà été étudiée analytiquement [López-Martínez *et al.*, 2005]. Nous nous restreignons donc ici à une illustration du phénomène. Les effets du mélange et de la corrélation ont déjà été étudiés par des méthodes de Monte Carlo [Lee *et al.*, 2006a], mais dans le cas de degrés de cohérence moindres que ceux qui seront considérés dans ce travail.

Huit matrices de covariance, représentant les huit classes initiales de la classification de Cloude-Pottier [Cloude and Pottier, 1997], ont été tirées aléatoirement pour ces simulations. Leurs paramètres se trouvent dans le [Tableau 5.1](#) et leurs valeurs dans l'annexe [H](#).

	H	$\bar{\alpha}$ en °	Classe
C_1	0.10	45.5	Z8 : Mécanismes ayant un retour différent en HH et VV
C_2	0.25	75	Z7 : Double rebond
C_3	0.40	20	Z9 : Surface
C_4	0.60	45	Z5 : Rétrodiffusion de dipôles ayant des orientations différentes
C_5	0.76	30	Z6 : Rétrodiffusion principalement issu d'une surface rugueuse
C_6	0.8	65	Z4 : Double rebond mélangé avec d'autres mécanismes
C_7	0.94	54	Z2 : Plusieurs mécanismes sans orientation particulière
C_8	0.92	70	Z1 : Double rebond mélangé avec beaucoup d'autres mécanismes

TABLE 5.1 – Les huit matrices utilisées pour illustrer les causes de mes-estimation. Les expressions de ces matrices peuvent se trouver en annexe [H](#). La classe Z3 ne correspond à aucun cas physique.

5.1.1 Effet du bruit thermique et du mélange entre deux populations de speckle

L'objectif du travail présenté dans cette section est de mesurer l'impact d'un mélange de deux populations de speckle ou d'une population de speckle et du bruit thermique. En effet, le bruit thermique suivant une loi gaussienne complexe circulaire, on ne peut pas le différencier statistiquement du speckle.

2. Elles ont pour effet un [zero-padding](#) implicite du spectre

Pour mesurer l'impact d'un mélange à deux populations, nous avons calculé l'entropie d'une matrice de covariance représentant cet échantillon. La proportion de mélange est notée r . A notre connaissance, il n'existe pas de théorème sur les valeurs propres de la somme de deux matrices quelconque. L'entropie a donc été estimée sur les mélanges des matrices du [Tableau 5.1](#). Le resultat est présenté à la figure [5.1\(a\)](#).

Le bruit qui a été considéré ici est bruit blanc et décorréolé, donc $\mathbf{N} = \sigma^2 \mathbf{I}_d$ où \mathbf{I}_d est la matrice identité et σ^2 la puissance du bruit. Cette matrice a une entropie de 1. L'importance du bruit dans le mélange est quantifiée par le [Signal-to-Noise Ratio \(SNR\)](#) qui est défini pour cette expérience comme le ratio entre la puissance du canal polarimétrique le plus puissant et la puissance du bruit. La figure [5.1\(b\)](#) présente l'influence du bruit thermique en échelle logarithmique habituellement utilisée pour quantifier le bruit.

Sur les deux figures représentées à la [Figure 5.1](#), on peut voir que l'entropie augmente avec le mélange. Dans le cas du bruit thermique, ce résultat est attendu vu que l'entropie de la matrice de bruit est de 1. Lorsque le bruit devient prédominant, c'est son entropie qui est mesurée. L'augmentation de l'entropie commence pour des [SNR](#) plus faibles, lorsque l'entropie initiale est inférieure. L'impact du bruit thermique semble donc être plus marqué pour les zones de faible intensité et d'entropie faible.

Dans le cas d'un mélange de deux matrices d'entropie inférieure à 1, on peut voir que l'entropie du mélange peut devenir plus élevée que l'entropie initiale des matrices. De plus, l'augmentation de l'entropie semble être liée à la différence d'angle $\bar{\alpha}$. Ainsi, l'entropie du mélange des matrices \mathbf{C}_1 et \mathbf{C}_4 a une entropie maximale de 0.63 alors que l'entropie de \mathbf{C}_4 est de 0.60. Ces deux matrices ont un angle $\bar{\alpha}$ proche de 45° . Par contre, l'entropie du mélange des matrices \mathbf{C}_3 et \mathbf{C}_2 est plus importante que les entropies initiales et ces deux matrices ont des angles $\bar{\alpha}$ différents : celui de la matrice \mathbf{C}_2 est de 75° et celui de \mathbf{C}_3 est de 20° .

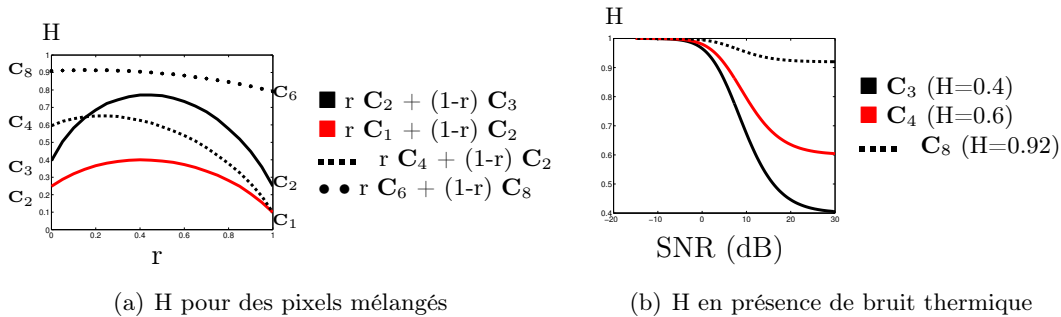


FIGURE 5.1 – H pour un mélange de deux populations de speckle ou pour un mélange de speckle et de bruit thermique

Ces expériences montrent que lorsque plusieurs populations de speckle sont mélangées durant l'estimation, l'entropie ne représente plus uniquement la variabilité ou dépolarisation d'une population de speckle mais aussi une variabilité due à l'estimation. Il ne semble pas être possible de pouvoir distinguer ces deux effets.

5.1.2 Effet du nombre d'échantillons

Il a déjà été montré que l'entropie est sous-estimée lorsque L est trop faible et que ce biais augmente avec la valeur de H [López-Martínez *et al.*, 2005; Lee *et al.*, 2006a].

Pour illustrer l'impact du mélange, l'entropie a été calculée 10^4 fois en utilisant des échantillons contenant 3, 6 ou 100 pixels. Les histogrammes de l'entropie estimée se retrouvent à la Figure 5.2. Puis, la moyenne de l'entropie estimée, \bar{H} , a été calculée. Afin de caractériser l'importance du biais, la moyenne de la moyenne $\langle \bar{H} \rangle$ et la variance de la moyenne de l'entropie $\sigma_{\bar{H}}$ ont été estimées par un processus de Monte Carlo de 100 tirages. Les intervalles de confiance ainsi obtenus sont repris dans le Tableau 5.2.

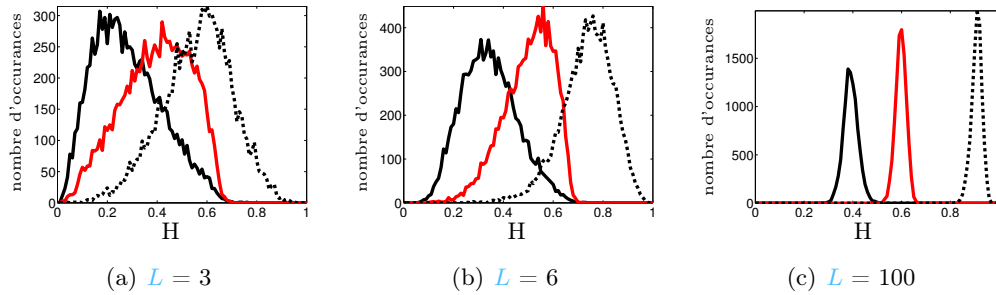


FIGURE 5.2 – Histogrammes de H pour les matrices \blacksquare C_3 ($H=0.40$), \blacksquare C_4 ($H=0.60$), \bullet C_8 ($H=0.91$)

Le calcul des intervalles de confiance montre que même avec un échantillon de taille 100, l'estimation de H peut être biaisée. Cependant on peut remarquer en étudiant les histogrammes de l'entropie qu'une forme de contraste est préservée même lorsque $L=6$, car les pics des histogrammes sont séparés. En fixant des seuils à 0.45 et 0.65, on pourrait faire la différence entre H faible, H moyenne et H élevée, bien qu'il y aurait un nombre important de mauvaises classifications.

	N	H	$\langle \bar{H} \rangle - 3\sqrt{\text{var}_{\bar{H}}}$	$\langle \bar{H} \rangle$	$\langle \bar{H} \rangle + 3\sqrt{\text{var}_{\bar{H}}}$
C_3	3	0.4002	0.2786	0.2827	0.2868
C_3	6	0.4002	0.3409	0.3443	0.3476
C_3	100	0.4002	0.3905	0.3915	0.3924
C_4	3	0.6004	0.3924	0.3966	0.4007
C_4	6	0.6004	0.4976	0.5006	0.5035
C_4	100	0.6004	0.5961	0.5968	0.5974
C_8	3	0.9196	0.5558	0.5600	0.5642
C_8	6	0.9196	0.7327	0.7358	0.7388
C_8	100	0.9196	0.9072	0.9078	0.9084

TABLE 5.2 – Intervalles de confiance pour H . La moyenne de \bar{H} est notée $\langle \bar{H} \rangle$ et son écart-type est noté $\sqrt{\text{var}_{\bar{H}}}$. C_3 représente un mécanisme de surface (classe Z9), C_4 des dipôles d'orientations différentes (classe Z5) et C_8 un double rebond mélangé avec d'autres mécanismes (classe Z1).

5.1.3 Effet de la corrélation entre pixels de l'échantillon

Spatialement, la corrélation entre pixels voisins est introduite par les marges de sécurité³.

Temporellement, la corrélation est introduite par la maîtrise du processus d'acquisition. Pour pouvoir permettre la synthèse, la phase des **impulsions** doit être connue avec une grande précision⁴. De plus, elle est conservée d'une acquisition à l'autre ce qui permet l'interférométrie. C'est donc en mesurant le degré de cohérence interférométrique que l'on pourra juger de la corrélation temporelle des pixels.

Pour simuler l'effet de la corrélation entre les pixels, nous allons tirer un échantillon χ selon les matrices $\mathbf{\Upsilon}$ et $\mathbf{\Lambda}$ que nous allons définir :

- La matrice de covariance $\mathbf{\Upsilon}$ permet de prendre en compte une corrélation stable dans le temps. Elle est de taille $MN \times MN$ où M est le nombre d'échantillons temporels et N le nombre de canaux polarimétriques. Elle peut s'écrire :

$$\mathbf{\Upsilon} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{R} & \mathbf{R} & \dots & \mathbf{R} \\ \mathbf{R} & \mathbf{C} & \mathbf{R} & \dots & \mathbf{R} \\ \mathbf{R} & \mathbf{R} & \mathbf{C} & \dots & \mathbf{R} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{R} & \mathbf{R} & \mathbf{R} & \dots & \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

où \mathbf{R} , de taille $N \times N$, est définie comme :

$$\mathbf{R}_{n,n'} = \sqrt{\gamma_n \gamma_{n'}} \mathbf{C}_{n,n'} \quad (5.2)$$

On peut ainsi définir un degré de cohérence interférométrique $\gamma_n \in [0, 1]$ qui varie avec la polarisation.

- Pour prendre en compte une corrélation entre les échantillons qui varie dans le temps, on définit la matrice $\mathbf{\Lambda}$:

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{T}(1,2) & \mathbf{T}(1,3) & \dots & \mathbf{T}(1,M) \\ \mathbf{T}(2,1) & \mathbf{C} & \mathbf{T}(2,3) & \dots & \mathbf{T}(2,M) \\ \mathbf{T}(3,1) & \mathbf{T}(3,2) & \mathbf{C} & \dots & \mathbf{T}(3,M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{T}(M,1) & \mathbf{T}(M,2) & \mathbf{T}(M,3) & \dots & \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

où

$$\mathbf{T}(m, m')_{n,n'} = \sqrt{\gamma_n \gamma_{n'}^{|m-m'|}} \mathbf{C}_{n,n'} \quad (5.4)$$

avec, pour chaque canal de polarisation n , $\gamma_n \in [0, 1]$. On voit donc que plus l'écart temporel entre les acquisitions est important, moins les canaux sont corrélés. Ce comportement est assez réaliste pour des acquisitions satellitaires, dont le temps

3. Ou bien par le zéro-padding introduit pour le recalage d'images à différentes résolution

4. Ceci inclut entre autre la précision de l'horloge ou la maîtrise de la longueur des câbles reliés aux modules de l'antenne ou aux cornets.

de revisite est constant et pour le milieu urbain dont la décorrélation est lente dans le temps. Par contre, en milieu végétal, le degré de cohérence interférométrique varie de façon beaucoup plus aléatoire et la matrice \mathbf{A} serait plus représentative de la décorrélation due à la baseline B_{\perp} .

Pour calculer l'entropie, un vecteur de taille $MN=300$ est tiré puis découpé en $M=100$ vecteurs de $N=3$ canaux polarimétriques qui forment χ . Pour simplifier la simulation, nous avons choisi $\gamma_1 = \gamma_3$.

Les cartes d'entropie obtenues en faisant varier γ_1 et γ_2 entre 0 et 1 sont représentées à la Figure 5.3 pour les matrices \mathbf{C}_1 et \mathbf{C}_7 , ainsi que pour les matrices \mathbf{C}_3 , \mathbf{C}_4 et \mathbf{C}_8 lorsque la corrélation ne dépend pas du canal de polarisation ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3$).

L'entropie diminue avec le degré de cohérence lorsque celui est constant et ne dépend pas du canal de polarisation comme le montrent les figures 5.3(a), 5.3(b) et 5.3(c). Lorsque $\gamma = 1$, il n'y a plus aucune variabilité dans χ quelle que soit la variabilité initiale de la loi de speckle. L'entropie est donc nulle.

Lorsque la corrélation diminue dans le temps selon la loi définie à l'Équation 5.4, l'entropie finit aussi par s'annuler lorsque $\gamma = 1$ mais est relativement stable lorsque $\gamma < 1$. En effet, nous avons choisi une loi de corrélation temporelle avec une décroissance forte. En considérant un échantillon de taille 100, le dernier pixel n'est plus corrélé au premier lorsque $\gamma \neq 1$. Si $\gamma = 0.99$, le degré de cohérence entre la première et la dernière image ne sera que de 0.37, ce qui permet de conserver assez de variabilité dans χ pour ne pas impacter l'estimation de H .

Il est assez intéressant d'observer l'évolution de l'entropie lorsque le degré de cohérence varie avec la polarisation, particulièrement pour la matrice \mathbf{C}_1 , représentée aux figures 5.3(a) et 5.3(d). On peut y voir que la différence de corrélation entre les canaux polarimétriques a fait augmenter l'entropie. Lorsque les réponses polarimétriques sont très corrélées pour l'un des canaux seulement, les degrés de cohérence estimés entre ce canal de polarisation et les autres canaux sont nuls⁵. Dans le cas de la matrice \mathbf{C}_1 , c'est le degré de cohérence entre les canaux 1 et 2, qui a la valeur la plus importante, qui s'annule. La matrice de covariance devient donc presque diagonale avec 2 canaux ayant la même énergie. Finalement, $H \approx 0.63$, qui est la valeur d'entropie de canaux décorrélés de même énergie, ce que l'on peut observer sur les figures 5.3(a) et 5.3(d).

On voit donc que le degré de cohérence influe beaucoup sur l'estimation de l'entropie dans le cas où il est élevé, constant dans le temps et ne dépend pas du canal polarimétrique.

5. Si tous les échantillons du canal 2 sont corrélé, c_2 est constant et $E[c_1 c_2^*] = E[c_1] c_2^* = 0$.

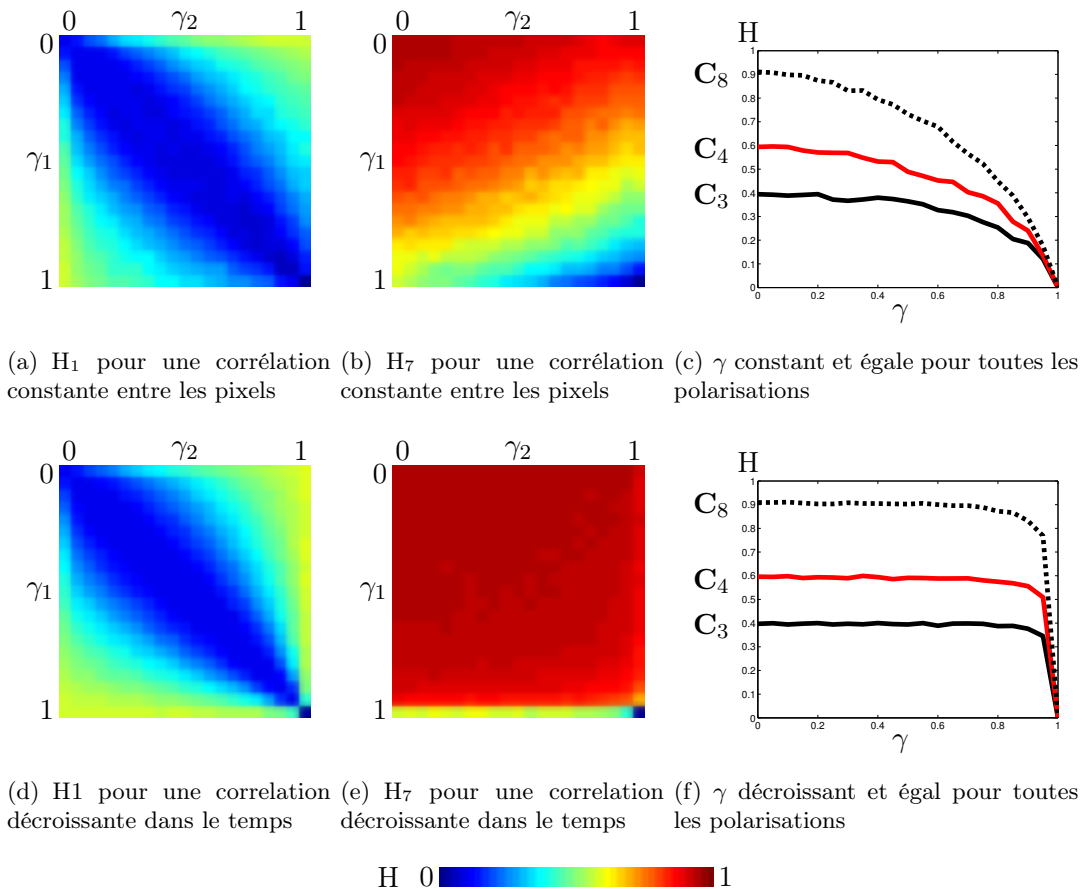


FIGURE 5.3 – Evolution de H avec la corrélation entre les pixels constituant χ .

Conclusion

Nous avons vu 4 causes de mésestimation :

- **Le bruit thermique** qui augmente l'entropie jusqu'à ce que l'entropie estimée soit celle du bruit. Il est particulièrement impactant sur des zones à faible **SNR** et faible entropie.
- **Le mélange** de deux populations de speckle qui peut résulter en une entropie plus élevée que l'entropie respective des deux populations.
- **Un trop petit L** qui introduit un biais dans l'estimation de H : la variabilité de l'échantillon peut ne pas être bien établie si il n'y a pas assez d'individus pour la représenter
- **La corrélation entre les individus de χ** , qui fait diminuer l'entropie lorsqu'elle ne dépend pas de la polarisation, particulièrement si elle est constante entre les individus.

5.2 Comparaison des estimations spatiales et temporelles de l'entropie

5.2.1 Différentes estimations de la matrice de covariance

Parmi les causes de mésestimation de l'entropie, le mélange est celle qu'il est le plus difficile de détecter et de quantifier sur des données réelles. Des paramètres statistiques peuvent permettre de caractériser une zone qui n'est pas du speckle pur, mais il sera difficile de distinguer un mélange de speckle, une texture ou des points isolés présents dans la zone d'analyse. Cette question sera abordée au [chapitre 6](#).

Par contre, il est possible de quantifier grossièrement l'effet du bruit thermique en comparant l'énergie d'une zone au niveau de bruit du capteur, généralement spécifié par l'agence qui a acquis les données. La corrélation entre les pixels peut s'estimer grâce à la proportion de [spectre utile](#) dans le cas spatial, et par estimation du degré de cohérence dans le cas temporel. Enfin, le nombre de vue L est soit une valeur fixée par l'utilisateur soit un paramètre de sortie des algorithmes de filtrage : c'est donc un paramètre contrôlé.

Puisqu'il est difficile de détecter le mélange et que son impact sur l'estimation de la matrice de covariance est important, plusieurs filtres ont été proposés pour garantir l'homogénéité des pixels considérés. Certains ont été présentés à la [section 2.4](#), dont le filtre NL-SAR. Nous avons proposé d'utiliser la disponibilité de piles temporelles pour estimer temporellement la matrice de covariance. Ces deux techniques d'estimation seront comparées au filtre spatial glissant qui est le plus utilisé pour estimer l'entropie. Des schémas résumant ces stratégies d'estimation sont présentés à la [Figure 5.4](#). On peut y voir que le filtre temporel ne fait intervenir aucun moyennage spatial.

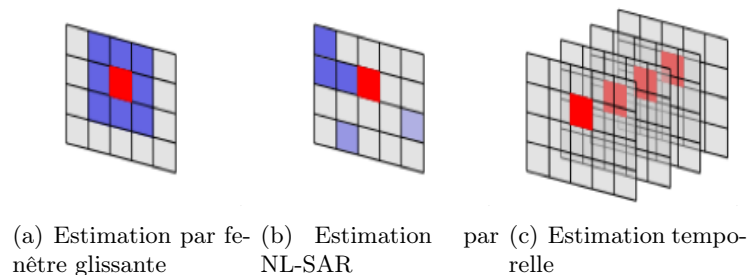


FIGURE 5.4 – Différentes techniques d'estimation de la matrice de covariance.

La matrice de covariance estimée par fenêtre glissante sera notée $\hat{C}_{\text{glissant}}$ et l'entropie résultante H_{glissant} , alors que la matrice de covariance estimée temporellement sera notée $\hat{C}_{\text{temporelle}}$ et l'entropie associée $H_{\text{temporelle}}$. Enfin la matrice de covariance estimée par le filtre NL-SAR sera notée $\hat{C}_{\text{NL-SAR}}$ et son l'entropie $H_{\text{NL-SAR}}$.

Dans cette étude, deux jeux de données aéroportés vont être considérés, l'un en milieu urbain et l'autre en milieu naturel. Des compléments, dont des résultats sur des jeux de données satellitaires, sont proposés dans [\[Weissgerber et al., 2016\]](#).

5.2.2 Comparaison entre les méthodes d'estimation de l'entropie en milieu urbain

Le premier jeu de données a été acquis par le capteur du JPL UAVSAR, en bande L, au dessus de San Francisco. Les dates d'acquisition sont reprises dans le [Tableau 5.3](#). La résolution azimutale est de 0.8 m et la résolution distance est de 1.8 m. Le recalage a été effectué par l'algorithme GeFolki [[Plyer et al., 2015](#)].

	Flight Plan	Date		Flight Plan	Date
1	09006	2009-02-18	7	11071	2011-11-03
2	09092	2009-11-19	8	12017	2012-04-18
3	10008	2010-01-15	9	12126	2012-11-02
4	10024	2010-03-01	10	13088	2013-05-07
5	10031	2010-04-23	11	14088	2014-06-20
6	10080	2010-11-10	12	14165	2014-11-12

TABLE 5.3 – Jeu de données UAVSAR flight line Haywrd_23501.

Deux extraits ont été considérés. Le premier est acquis au dessus du quartier SoMa, dont les rues sont orientées à 45° des autres quartiers de San Francisco. Pour ces acquisitions, les rues du quartier SoMa sont parallèles à la trajectoire. Le deuxième se situe au dessus de Candlestick Point. Des objets variés tels qu'un stade, un parking, un parc, l'océan et des quartiers résidentiels sont visibles. Les images en couleur de Pauli sont représentées à la [Figure 5.5](#), après filtrage par NL-SAR.

L'entropie temporelle a été estimée en utilisant les 12 images, l'entropie par fenêtre glissante de 4 pixels en azimut et 3 en distance. L'[ENL](#) représente le nombre équivalent de vue de l'algorithme NL-SAR.

Les cartes d'entropie sont présentées à la [Figure 5.5](#). Trois résultats principaux sont à retenir :

- Les cartes de H_{glissant} sont très homogènes et semblent très influencées par l'orientation des cibles.
- Les cartes de $H_{\text{NL-SAR}}$ sont moins bruitées et plus contrastées que celle de H_{glissant} : certaines cibles d'entropie faible sont préservées. On peut cependant noter que l'[ENL](#) médian est de 25, soit le double du nombre de pixels utilisé pour estimer H_{glissant} , ce qui conduit à des valeurs plus élevées de H ⁶.
- Les cartes de $H_{\text{temporelle}}$ sont plus contrastées et les routes gardent une entropie élevée quelles que soient leurs orientations.

On peut cependant s'interroger sur la partialité de l'étude alors que les résultats des algorithmes spatiaux n'ont été montrés que pour une seule image. Or, comme l'illustre la [Figure 5.6](#), l'entropie spatiale dépend de la date d'acquisition. Plus particulièrement, les variations d'état de mer peuvent changer le [SNR](#). Une mer ayant un rétrodiffusion plus faible aura donc une entropie plus élevée. Cette figure montre aussi que $H_{\text{temporelle}}$

6. Nous aurions pu diminuer la taille de la fenêtre de recherche de l'algorithme NL-SAR pour limiter l'[ENL](#), mais nous avons choisi dans ce travail de ne pas modifier les paramètres par défaut de cet algorithme.

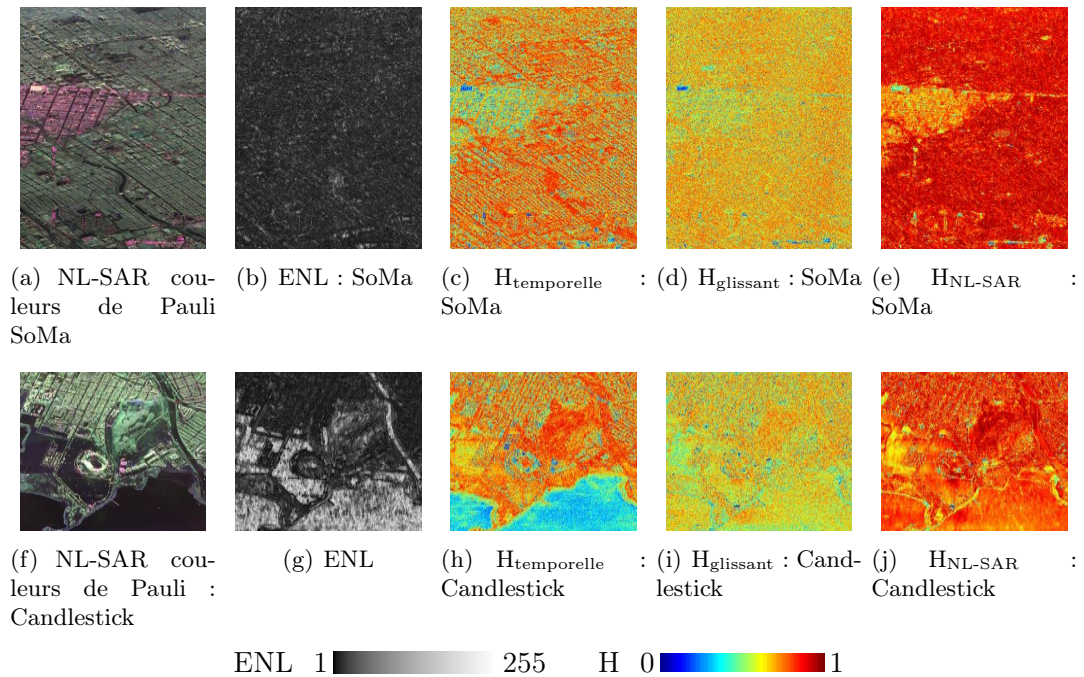


FIGURE 5.5 – San Francisco, extrait du quartier SoMa et du Candlestick Point, UAV-SAR. Les résultats pour les estimations spatiales sont présentés sur l'image du 18-02-2009.

sur la mer est résultante d'un mélange. Pour les autres cibles, l'entropie spatiale est stable dans le temps.

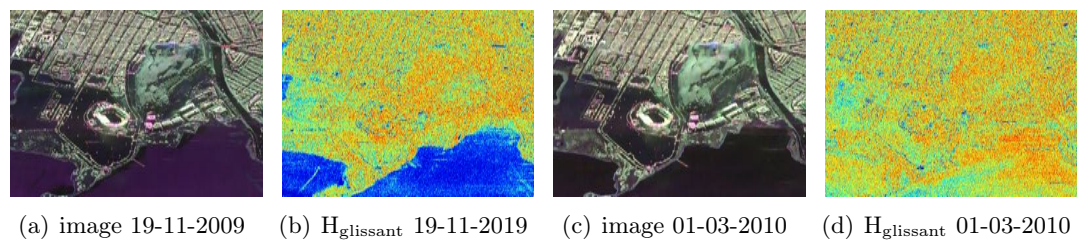


FIGURE 5.6 – UAVSAR, extrait Candlestick Point. Valeurs extrêmes de H_{glissant} sur la mer et les images correspondantes.

Comme l'image est acquise avec des marges de sécurité (le spectre contient environ 25% de zéros en azimuth et en distance), une fenêtre de 3×4 pixels ne correspond pas à 12 échantillons indépendants. Une fenêtre de 4×5 pixels équivaut à 11.25 pixels indépendants, ce qui est plus proche des 12 utilisés pour $H_{\text{temporelle}}$. Le résultat de ce filtrage est représenté à la figure 5.7(b). On y voit que H_{glissant} augmente mais que le contraste reste toujours faible. Pour essayer d'augmenter L sans introduire de mélange, une estimation spatio-temporelle peut être envisagée. La figure 5.7(e) représente la carte d'entropie estimée temporellement après un moyennage spatial par une fenêtre 3×3 à toutes les dates. Le contraste est mieux préservé que pour l'entropie calculée par une fenêtre glissante [figures 5.7(a) et 5.7(b)] mais le contraste et la précision spatiale de l'entropie purement temporelle [figure 5.7(d)] ne sont pas retrouvés.

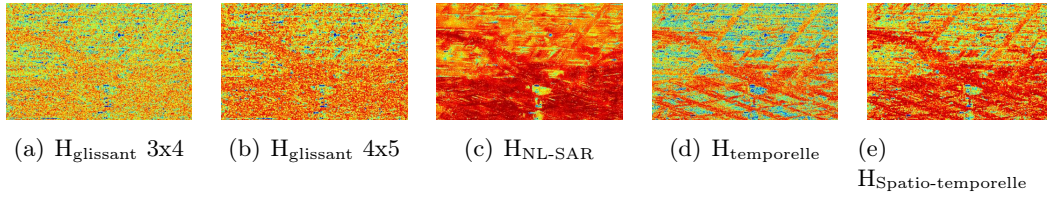


FIGURE 5.7 – UAVSAR, extrait de la zone du SoMa. Comparaison entre des estimations temporelle, spatio-temporelle, par NL-SAR et par fenêtres glissantes.

Le milieu urbain contient peu de zones homogènes, ce qui rend l'entropie estimée spatialement très sujette au mélange. Les images de milieu naturel contiennent, a priori, plus de zones homogènes, bien que l'entropie estimée spatialement soit généralement élevée en milieu naturelle. Nous allons donc comparer l'estimation de l'entropie spatial et temporelle sur des images de milieu naturel. Cela nous permettra de vérifier si l'amélioration du contraste obtenue sur les cartes d'entropie temporelle en milieu urbain se retrouve sur les images de milieu naturel.

5.2.3 Comparaison entre les méthodes d'estimation de l'entropie en milieu naturel

La comparaison des méthodes d'estimation en milieu naturel est effectuée sur le jeu de données TropiSAR, acquis par l'ONERA en bande P avec le capteur aéroporté SETHI. La zone choisie est celle du site de Paracou, pour lequel des données de vérités terrains sont disponibles sur 16 stands de forêt (numéroté de P1 à P16). Les dates d'acquisition des images sont reprises dans le [Tableau 5.4](#) et des informations complémentaires se trouvent dans [\[Dubois-Fernandez et al., 2012\]](#).

ID	Date	ID	Date	ID	Date
1	0104 2009-08-12	3	0305 2009-08-17	5	0506 2009-08-30
2	0208 2009-08-14	4	0402 2009-08-24	6	0603 2009-09-01

TABLE 5.4 – TropiSAR, jeu temporel en bande P

On peut voir sur la figure [5.8\(a\)](#) que la partie supérieure de l'image est vallonnée et a une rétrodiffusion plus importante dans le canal HV que la partie inférieure qui semble plus plate. Enfin, une route représentée en bleu sur la figure [5.8\(a\)](#) se trouve dans la partie supérieure de l'image. L'ENL représenté à la figure [5.8\(b\)](#) est plus faible que celui sur San Francisco, mettant en évidence le caractère inhomogène de la forêt tropicale.

Ce caractère inhomogène résulte en une carte de $H_{glissant}$ très homogène autour de 0.6, due au faible nombre de pixels utilisés pour son estimation (6, sans prendre en compte l'influence des marges de sécurité), comme le montre la figure [5.8\(d\)](#). L'algorithme NL-SAR fait augmenter l'entropie [\[figure 5.8\(e\)\]](#) car le nombre de pixels utilisés dans l'estimation de H_{NL-SAR} est plus important que le nombre de pixels utilisés dans l'estimation de $H_{glissant}$. Cependant, l'entropie de la route reste faible. Ceci est la preuve

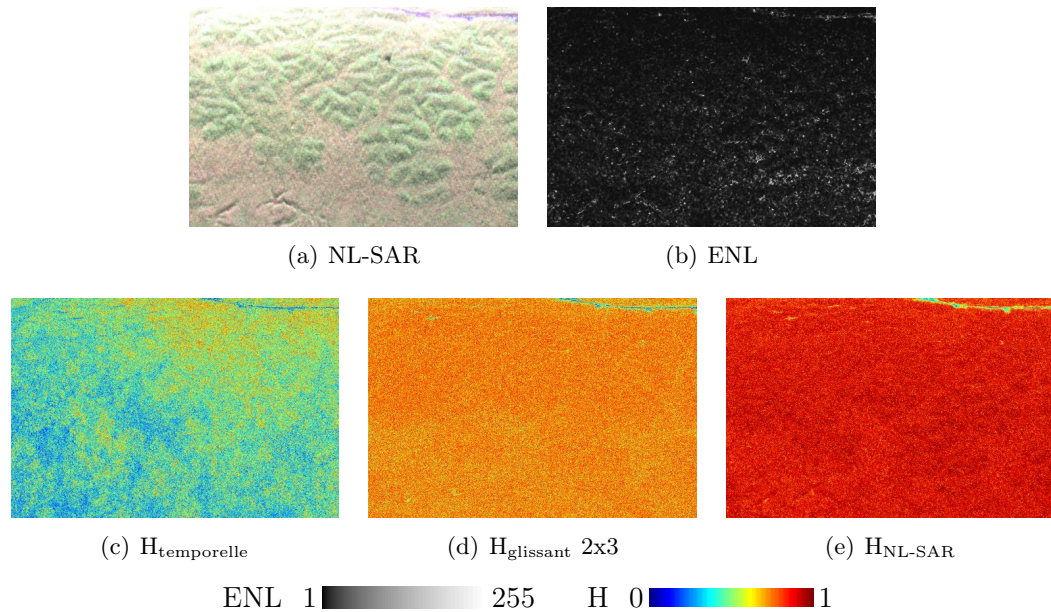


FIGURE 5.8 – TropiSAR, site de Paracou, extrait contenant la vérité terrain. Les résultats pour les filtres spatiaux (par fenêtre glissante et NL-SAR) sont illustrés sur l'image acquise le 2009-08-12.

que l'algorithme NL-SAR permet de préserver les structures présentes dans l'image.

Pour tenter d'expliquer les valeurs de $H_{temporelle}$, $H_{glissant}$ et H_{NL-SAR} , les cartes d'entropie ont été comparées à la biomasse et à la variation de terrain à la Figure 5.9 pour le stand de forêt P16. On peut voir qu'il n'y a pas de corrélation entre les valeurs d'entropie et la biomasse. Par contre, il semble y avoir un lien entre $H_{temporelle}$ et le DEM. Cependant, la résolution spatiale de $H_{temporelle}$ est d'environ 1 m alors que celle du DEM (STRM) est de 90 m. Un DEM plus précis devrait être utilisé avant de pouvoir tirer des conclusions.

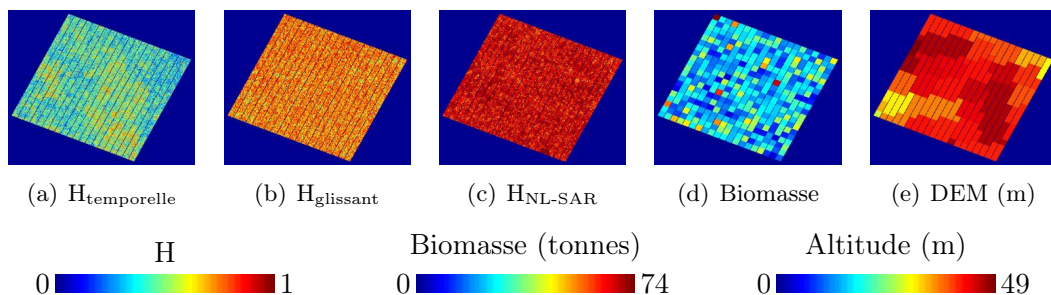


FIGURE 5.9 – Lien entre les cartes de $H_{temporelle}$, $H_{glissant}$ et H_{NL-SAR} et les paramètres physiques.

Conclusion

En milieu urbain ou pour des forêts inhomogènes, les cartes d'entropie calculées avec un filtre glissant sont homogènes, en raison du mélange qui est introduit lors

Conclusion (cont)

de l'estimation.

L'utilisation du filtre NL-SAR permet de conserver la précision spatiale de certaines structures. Cependant, la valeur moyenne de l'entropie augmente car un nombre important de pixels est utilisé pour estimer la matrice de covariance.

L'utilisation des piles temporelles permet d'améliorer le contraste des cartes d'entropie. En milieu urbain, ce contraste peut être facilement relié au type de cible : la mer a une entropie plus faible que les immeubles qui ont eux même une entropie plus faible que les rues ou les parcs. Par contre, en milieu naturel, ces variations d'entropie temporelle sont plus difficiles à expliquer par les paramètres physiques tels que la biomasse ou la variation d'altitude des diffuseurs. Elles ne semblent pas reliées à la biomasse et pourrait être reliées à la pente, mais un DEM plus précis devrait être utilisé pour comprendre plus finement les mécanismes en jeu.

5.3 Lien avec le degré de cohérence interférométrique

Nous avons vu à la sous-section 5.1.3 que le degré de cohérence entre les pixels impacte l'estimation de \mathbf{H} . Cet impact est maximal lorsque le degré de cohérence est constant dans le temps et indépendant du canal polarimétrique. Dans ce cas, la valeur de \mathbf{H} est sous-estimée.

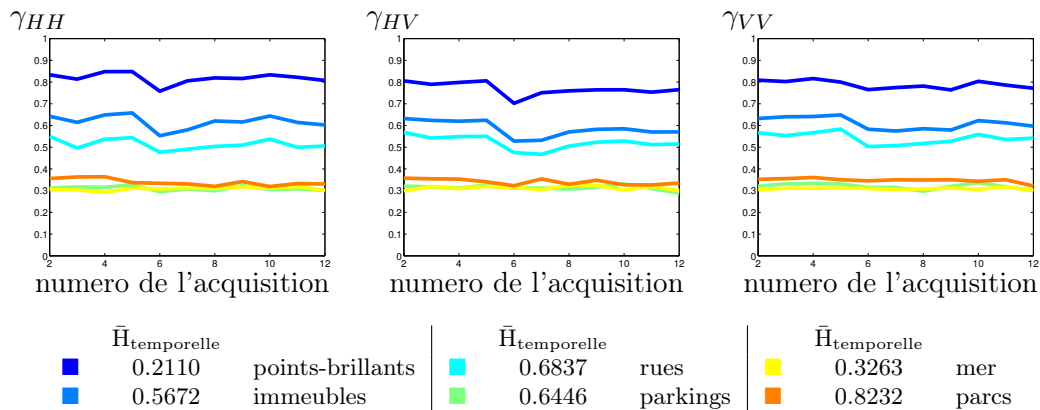


FIGURE 5.10 – UAVSAR (12 acquisitions entre 2009 et 2014), extrait de Candlestick Point. Evolution du degré de cohérence interférométrique avec la première acquisition pour différents type de cibles.

Nous avons calculé le degré de cohérence pour six types de cibles différents présents sur l'extrait de Candlestick Point sur les images UAVSAR. Le degré de cohérence moyen pour ces cibles ainsi que leur entropie temporelle moyenne sont présentés à la Figure 5.10. On peut y voir que le degré de cohérence est constant dans le temps et indépendant de la polarisation. Lorsqu'il est faible, comme pour la mer, les parkings et les parc, l'entropie

temporelle peut prendre n'importe quelle valeur. Par contre, un degré de cohérence élevé imposera $H_{\text{temporelle}}$ faible, comme c'est le cas pour les points-brillants.

Pour étudier le lien entre le degré de cohérence et l'entropie temporelle en milieu naturel, l'entropie temporelle et le degré de cohérence avec la première acquisition ont été représentés au dessus du stand P16 à la Figure 5.11, pour le jeu de données TropiSAR. Contrairement aux images de UAVSAR, le degré de cohérence n'est pas constant dans le temps pour les images de TropiSAR. De plus, la variabilité avec le canal polarimétrique augmente avec l'écart temporel entre les acquisitions.

Cependant, le lien entre les valeurs de l'entropie temporelle et le degré de cohérence demeure. Les zones de $H_{\text{temporelle}}$ élevée sont les zones où le degré de cohérence est tout le temps faible. On notera particulièrement la similitude entre les motif de $H_{\text{temporelle}}$ élevée et du degré de cohérence faible entre les acquisitions du 2009-08-12 et 2009-09-01. On peut d'ailleurs remarquer aussi que le degré de cohérence semble plus influencé par la pente que par la biomasse sur cet extrait.

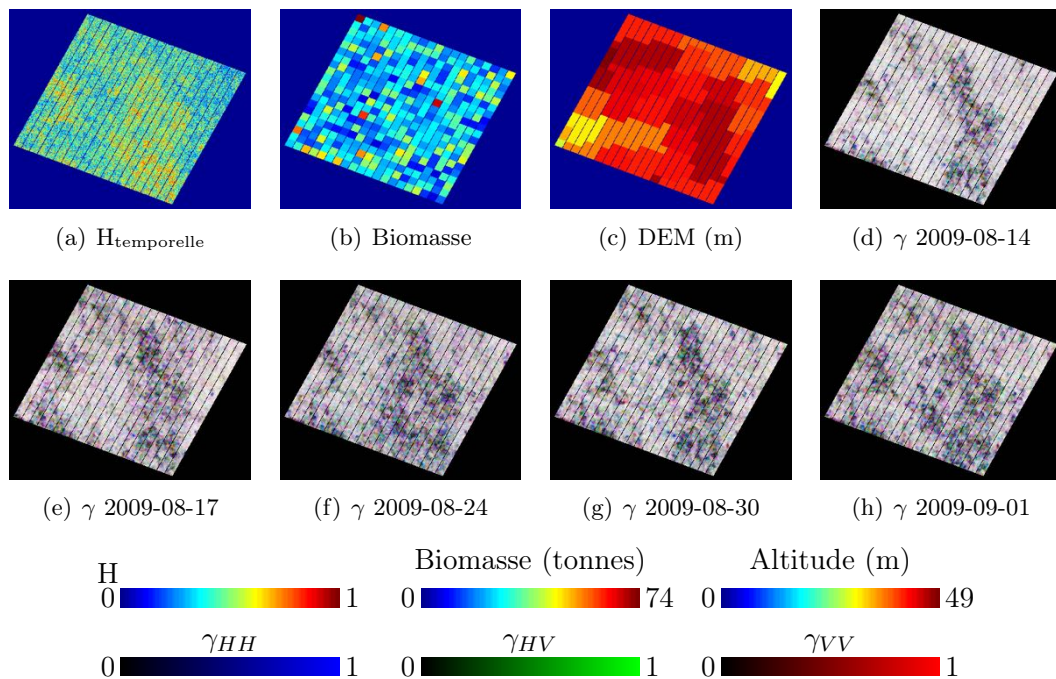


FIGURE 5.11 – TropiSAR, extrait du stand P16. Evolution du degré de cohérence interférométrique avec l'acquisition du 2009-08-12 pour tous les canaux de polarimétrie.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence quatre causes de mésestimation de l'entropie : un mélange de pixels de zones homogènes différentes, un faible SNR, une petite taille d'échantillon et la corrélation entre les pixels.

Par des simulations, nous avons montré que le mélange peut parfois augmenter l'entropie et la rendre impossible à discerner de l'entropie élevée estimée sur une zone

homogène.

A cause de ce mélange, les cartes d'entropie estimée spatialement sont très homogènes en milieu urbain, ainsi que pour certain milieu naturel. Le filtre NL-SAR a été conçu pour éviter le mélange lors de l'estimation des matrices de covariance. Les cartes d'entropie résultantes sont donc plus contrastées car certaines structures sont préservées dans l'image.

Nous avons proposé d'utiliser les piles temporelles pour estimer l'entropie. Les cartes d'entropies résultantes sont très contrastées, permettant la séparation de cibles en milieu urbain. Deux inconvénients subsistent :

- En cas de changements entre les acquisitions, l'entropie temporelle sera aussi impactée par le mélange.
- Les acquisitions étant en conditions interférométriques, les pixels utilisés pour estimer l'entropie peuvent être très corrélés. Lorsque le degré de cohérence est élevé, stable dans le temps et égal pour tous les canaux polarimétriques, $H_{\text{temporelle}}$ sera forcément faible.

Estimer temporellement les matrices de covariance polarimétriques peut donc être une alternative à une estimation spatiale lorsque une résolution spatiale fine est souhaitée. L'entropie résultante peut s'apparenter à un degré de cohérence interférométrique multi-polarimétrique.

Dans cette partie, nous avons caractérisé les précisions d'estimation de la matrice de covariance en nous intéressant d'abord à l'influence de l'estimateur puis du choix l'échantillon. Nous disposons d'outils qui vont nous permettre d'étudier l'influence de la résolution sur les statistiques des images SAR, puis de proposer un modèle qui permettra la combinaison d'images polarimétriques et hautes résolutions.

Troisième partie

La fusion d'images haute résolution
et polarimétrique pour le suivi du
milieu urbain

Résumé

L'objectif de ce travail est de combiner des images acquises dans des modes différents (polarimétrique et interférométrique par exemple), sans perdre aucune information propre à ces modes. Due à des contraintes durant l'acquisition, les images issues des différents modes peuvent avoir des résolutions différentes.

Dans le [chapitre 6](#), nous évaluons l'influence de la résolution sur les informations polarimétriques et interférométriques. Ces informations se trouvent dans la matrice de covariance dans le cas du [fouillis](#), et de façon plus générale dans la différence de phase ou d'intensité des diffuseurs. Comme nous l'avons vu dans la [Partie II](#), l'estimation de ces informations dépend beaucoup de la sélection de l'échantillon χ servant à l'estimation. Comme les images ont des résolutions différentes, il n'est pas possible de définir des échantillons comportant le même nombre de pixels et représentant exactement la même réalité. L'étude sur données réelles acquises par TerraSAR-X est donc précédée d'une étude théorique illustrée par des données simulées. Ces deux études montrent que les degrés de cohérence polarimétrique des zones de [fouillis](#) ne dépendent pas de la résolution. Par contre, l'analyse des données réelles au travers des log-cumulants $\tilde{\kappa}$ et de l'entropie H montre que la variabilité des statistiques spatiales des pixels augmente avec la résolution.

Notre hypothèse est que cette variabilité provient majoritairement de l'isolement de certains phénomènes de rétrodiffusion qui deviennent des points brillants. Nous proposons donc un modèle, appelé *speckle et point-brillant*, pour l'étude des images multi-résolutions. Ce modèle sert de point de départ à la conception d'algorithmes de fusion cohérente d'image haute résolution et d'image polarimétrique.

Les différents algorithmes, dit de *Pol-Sharpening*, que nous avons développés sont présentés au [chapitre 7](#). Ils sont conçus pour améliorer la résolution des points brillants, mais ils sont aussi appliqués au fouillis. L'évaluation sur le jeu de données contenant une [Vérité Terrain \(VT\)](#) souligne la difficulté de préserver à la fois les points brillants, déterministes, et du fouillis, défini par un phénomène aléatoire, lors de la reconstruction. Pour pouvoir appliquer les algorithmes sur des données réelles, des pré-traitements qui dépendent des traitements appliqués aux images avant leur livraison, ont du être conçus. Les résultats seront illustrés sur des images acquises par un capteur aéroporté, SETHI, ainsi que des images acquises par deux capteurs satellitaires : TerraSAR-X et RADARSAT-2. Les algorithmes que nous avons développés focalisent les points brillants et en conservent les propriétés polarimétriques et interférométriques. Un choix judicieux de la taille de la fenêtre de traitement permet de préserver des statistiques spatiales et des propriétés polarimétriques du fouillis.

Chapitre 6

Comprendre l'influence de la
résolution sur les statistiques : le
modèle *speckle et points-brillants*

Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons une première étude de l'influence de la résolution sur les propriétés polarimétriques et les statistiques spatiales des images SAR. Cette étude porte sur un jeu de données acquis par TerraSAR-X comportant plusieurs images polarimétriques de résolutions différentes.

L'étude expérimentale sera précédée d'une étude théorique, qui sera effectuée à la [section 6.1](#). Nous présenterons aussi des métriques permettant de quantifier l'influence de la résolution sur deux objets canoniques de l'imagerie SAR :

- **Les points-brillants blancs et isotropes.** Ces cibles, qui ont la même rétro-diffusion quelque soit l'angle de vue et la fréquence de l'onde incidente sont celles qui justifient les algorithmes de synthèse.
- **Le speckle** aussi appelé fouillis gaussien, défini ici comme fouillis suivant le modèle statistique théorisé par Goodman.

Le jeu de données acquis par TerraSAR-X au dessus de la ville de San Francisco sera présenté à la [section 6.2](#). Les différents modes d'acquisition polarimétrique qui aboutissent à des résolutions différentes y seront détaillés.

La [section 6.3](#) portera sur l'étude de zones homogènes sélectionnées manuellement alors que la [section 6.4](#) illustrera les effets du mélange qui peuvent survenir lors de l'estimation des paramètres des lois sur des zones résidentielles. Nous pourrons alors conclure sur l'effet de la résolution sur les images SAR, pour les gammes de résolutions étudiées. Ces conclusions nous amèneront à proposer un modèle pertinent pour la fusion d'image de résolutions différentes en milieu urbain à la [section 6.5](#). Ce modèle sera le point de départ des algorithmes d'amélioration de la résolution qui seront présentés au [chapitre 7](#).

6.1 Effet théorique de la résolution sur les images SAR

Pour étudier théoriquement l'effet de la résolution sur les images SAR, nous allons d'abord expliciter la réponse spectrale de situations canoniques : l'image d'un point brillant blanc et isotrope et l'image du speckle parfaitement défini par le modèle statistique de Goodman.

Connaissant la réponse spectrale de ces cibles, nous allons pouvoir quantifier l'effet d'une modification de la bande passante azimuth ou distance et ainsi obtenir des informations sur le changement de résolution. Le spectre des images SAR est un spectre de nombres d'onde et il ne contient pas la même information que celui des images naturelles qui est un spectre de fréquences spatiales, comme l'explique la [section 1.3](#). Cependant, la résolution est toujours inversement proportionnelle à la bande passante¹.

1. La bande passante prend alors une acception générique. Elle est définie à partir de la largeur du [spectre utile](#) est non plus uniquement à partir du signal émis. On peut donc parler à la fois de bande

Dans cette section, nous considérons des images recalées. Quelle que soit la résolution, la taille totale du spectre est la même, mais la proportion de **spectre utile**, définie par la surface du spectre qui contient de l'information, évolue avec la résolution. Les images basses résolutions sont rééchantillonnées sur la grille des images hautes résolutions.

6.1.1 Points-brillants blancs et isotropes

Définition d'un point-brillant blanc et isotrope

Un point-brillant blanc et isotrope ou *ponctuel radar* est la cible canonique pour laquelle les algorithmes de synthèse ont été conçus. C'est un dirac au sol qui renverra le même signal quelque soit la fréquence avec laquelle il est éclairé et la direction de visée du capteur, permettant l'utilisation du filtrage adaptée pour la localisation en distance et la somme cohérente des signaux le long de l'antenne synthétique.

La transformée de Fourier d'une telle cible s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(k_a, k_r) &= m e^{i\psi} e^{i(k_a x_0 \Delta_a + k_r y_0 \Delta_r)} \mathbb{1}_{[-\frac{\pi}{\delta_a}, \frac{\pi}{\delta_a}] \times [-\frac{\pi}{\delta_r}, \frac{\pi}{\delta_r}]} \\ \forall (k_a, k_r) &\in [-\frac{\pi}{\Delta_a}, \frac{\pi}{\Delta_a}] \times [-\frac{\pi}{\Delta_r}, \frac{\pi}{\Delta_r}] \end{aligned} \quad (6.1)$$

où x_0 et y_0 sont les positions en azimuth et en distance du point-brillant dans l'image (en nombre de pixel²) et k_a et k_r les nombres d'onde en azimuth et en distance respectivement. La résolution des images est notée δ_a en azimuth et δ_r en distance alors que la taille des pixels est notée Δ_a en azimuth et Δ_r . La fonction indicatrice $\mathbb{1}_{[-\frac{1}{2\delta_a}, \frac{1}{2\delta_a}] \times [-\frac{1}{2\delta_r}, \frac{1}{2\delta_r}]}$ représente la surface de **spectre utile**, c'est à dire la surface du spectre qui représente de l'information.

Outre sa phase propre ψ et son module propre m , le spectre d'un point-brillant est donc constitué d'une rampe de phase qui est paramétrée par sa position relative dans l'image.

Puisque le spectre des images SAR n'est jamais plein à cause des *marges de sécurité* dont nous avons parlées à la [section 1.3](#), on peut supposer que la réponse impulsionnelle du point-brillant blanc et isotrope peut toujours être approximée par un *sinus cardinal*³ :

$$\mathbf{I}(x, y) = m e^{i\psi} \frac{\sin(\pi \frac{(x-x_0)\Delta_a}{\delta_a})}{\pi \frac{(x-x_0)\Delta_a}{\delta_a}} \frac{\sin(\pi \frac{(y-y_0)\Delta_r}{\delta_r})}{\pi \frac{(y-y_0)\Delta_r}{\delta_r}} \quad (6.2)$$

Mesurer la résolution d'un point-brillant blanc et isotrope

La notion de résolution est définie par la capacité de séparation de deux cibles identiques. Dans le cas de points-brillants blancs et isotropes, elle est reliée à la largeur du lobe principal du sinus cardinal, puisque un point blanc et isotrope à la position (x_0, y_0) pourra être séparé d'un autre point ayant les mêmes module m et phase ψ , à

passante distance ou azimuth.

2. Ce nombre n'est pas nécessairement entier.

3. La transformée de Fourier inverse d'une porte.

la position (x, y) lorsque $\frac{(x-x_0)\Delta_a}{\delta_a}$ ou $\frac{(y-y_0)\Delta_r}{\delta_r}$ sont égales au moins à 1 ou -1 et que la réponse impulsionnelle $\mathbf{I}(x, y)$ est nulle.

On voit aussi que lorsqu'il n'y a pas de sur-échantillonnage et que $\Delta_a = \delta_a$ et $\Delta_r = \delta_r$, la réponse impulsionnelle du point sera un dirac discret si x_0 et y_0 sont entiers : le point est alors au centre de la cellule de résolution et $\mathbf{I}(x, y)$ sera nulle pour tous les (x, y) entiers qui composent la grille d'échantillonnage, sauf pour (x_0, y_0) où $\mathbf{I}(x_0, y_0) = me^{i\psi}$.

Pour mesurer la résolution d'un point, il faudrait être capable de mesurer la largeur de son lobe principal. Pour que cette mesure soit précise, elle nécessite souvent un facteur de sur-échantillonnage important et un rapport élevé entre la puissance du point et la puissance du speckle.

À la notion de résolution, nous allons adjoindre la notion de *focalisation* d'un point comme la concentration, dans l'image, de la puissance présente dans le spectre. La concentration peut être mesurée par un critère statistique, le coefficient de variation, définie à l'Équation 1.12 et qui peut être estimé selon l'équation :

$$\hat{c}_v = \frac{\sqrt{\text{vâr}_{\tilde{\sigma}}}}{\langle \tilde{\sigma} \rangle} = \sqrt{\hat{L}} \frac{\sqrt{\sum_{k=0}^{L'} (\tilde{\sigma}_k - \frac{1}{L'} \sum_{k=0}^{L'} \tilde{\sigma}_k)^2}}{\sum_{k=0}^{L'} \tilde{\sigma}_k} \quad (6.3)$$

où $\text{vâr}_{\tilde{\sigma}}$ est la variance de l'intensité estimée et $\langle \tilde{\sigma} \rangle$ la moyenne empirique de l'intensité. Le coefficient de variation ne prend pas en compte d'information spatiale sur la position du point-brillant dans l'image testée, mais est un critère de la distribution statistique des intensités de l'image.

Pour vérifier que le coefficient de variation \hat{c}_v permet bien de mesurer la focalisation du point brillant, nous avons testé, par des simulations, sa sensibilité à :

- La présence d'une rampe de phase dans le spectre, qui permet l'apparition du point brillant et la concentration de l'énergie présente dans le spectre.
- La résolution des images.

Pour tester la sensibilité du coefficient de variation \hat{c}_v à la présence d'une rampe de phase dans le spectre, nous avons bruité cette rampe de phase. Comme la phase est une variable 2π -périodique, nous avons choisi un modèle de bruit suivant une loi de Von Mises définie pour les variables circulaires, ce qui permet d'écrire (Équation F.14) :

$$P_{\phi_{\text{bruit}}}(\phi_{\text{bruit}}|r) = \frac{e^{r \cos(\phi_{\text{bruit}})}}{2\pi I_0(r)}$$

où $r \geq 0$ est le paramètre d'étalement de la loi et $I_0(r)$ est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 0. Le mode de cette loi est 0. À partir du paramètre r , la dispersion $\mathbf{R} \in [0, 1]$ de la loi peut être définie comme à l'Équation F.16 :

$$\mathbf{R} = \frac{I_1(r)}{I_0(r)}$$

où $I_1(r)$ est la fonction de Bessel modifiée d'ordre 1. Lorsque $\mathbf{R} = 0$, la loi est uniforme

et l'image ne contiendra que du speckle. Si $R=1$ la loi est très concentrée autour de son mode, ce qui veut dire que la rampe de phase n'est pas bruitée et que le point brillant sera bien présent dans l'image. L'effet du bruit sur la rampe de phase peut être constaté en comparant les spectres représentés aux figures 6.1(c), 6.1(e) et 6.1(f) ainsi que les images correspondantes aux figures 6.1(h), 6.1(j) et 6.1(k).

Nous avons aussi vérifié sensibilité du coefficient de variation à la résolution d'un point brillant en estimant \hat{c}_v par simulation pour différente proportion de **spectre utile**, que nous allons noter $\rho_s = \frac{\Delta_a}{\delta_a} \frac{\Delta_r}{\delta_r}$. Lorsque $\Delta_a = \delta_a$ et $\Delta_r = \delta_r$, le spectre ne contient que du spectre utile, $\rho_s=1$, et la résolution est la plus fine. Lorsque la proportion de spectre utile est proche de 0, la surface du spectre utile est très faible par rapport à la surface totale du spectre et la résolution est grossière. L'effet de la proportion de spectre utile peut être constaté en comparant les spectres représentés aux figures 6.1(b), 6.1(c) et 6.1(d) ainsi que les images correspondantes aux figures 6.1(g), 6.1(h) et 6.1(i).

Comme on peut le voir à la 6.1(a), représentant le coefficient de variation estimé pour différent R et différente proportion de spectre utile ρ_s , le coefficient de variation \hat{c}_v permet bien de mesurer :

- **La présence d'une rampe de phase dans le spectre**, cette rampe de phase permettant l'apparition du point-brillant, puisque \hat{c}_v est croissant avec R .
- **La proportion de spectre utile dans le spectre**, puisque \hat{c}_v est croissant avec la proportion de spectre utile.

Le coefficient de variation augmente donc lorsque un point-brillant se focalise, c'est à dire qu'une rampe de phase apparait dans le spectre ou que la proportion de **spectre utile** augmente. Nous pourrions donc utiliser ce critère statistique pour quantifier la focalisation des points-brillants par nos algorithmes d'amélioration de la résolution qui sera effectuée à la [section 7.5](#).

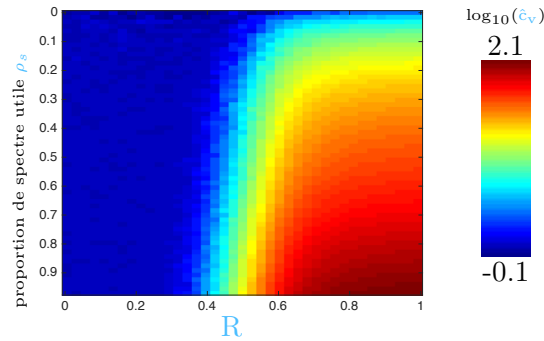
6.1.2 Le speckle de Goodman

Le modèle de speckle mono-vue a été présenté à la [sous-section 1.4.1](#). Dans le cas de ce speckle idéal, qui suit une loi normale complexe circulaire centrée de matrice de covariance \mathbf{C} , la transformée de Fourier de l'image suit aussi une loi normale complexe circulaire centrée de même matrice de covariance⁴.

Lorsque la résolution évolue, c'est à dire lorsque la surface du **spectre utile** évolue, l'apparence des grains de speckle change, comme le montre la [Figure 6.2](#). Par contre, la statistique du speckle pleinement développé ne change pas. En effet, la statistique du spectre est la même quelque soit la *sous-ouverture* considérée et cette statistique se conserve dans l'image par transformée de Fourier inverse.

A la [sous-section 1.4.4](#) nous avons présenté deux critères permettant de statuer sur le caractère pleinement développé d'une zone de speckle :

4. Le théorème de Parseval nous assure de la préservation de la puissance de chaque canal et des corrélations entre les canaux.



(a) \hat{c}_v en fonction de la proportion de spectre utilisée et de la dispersion de la phase

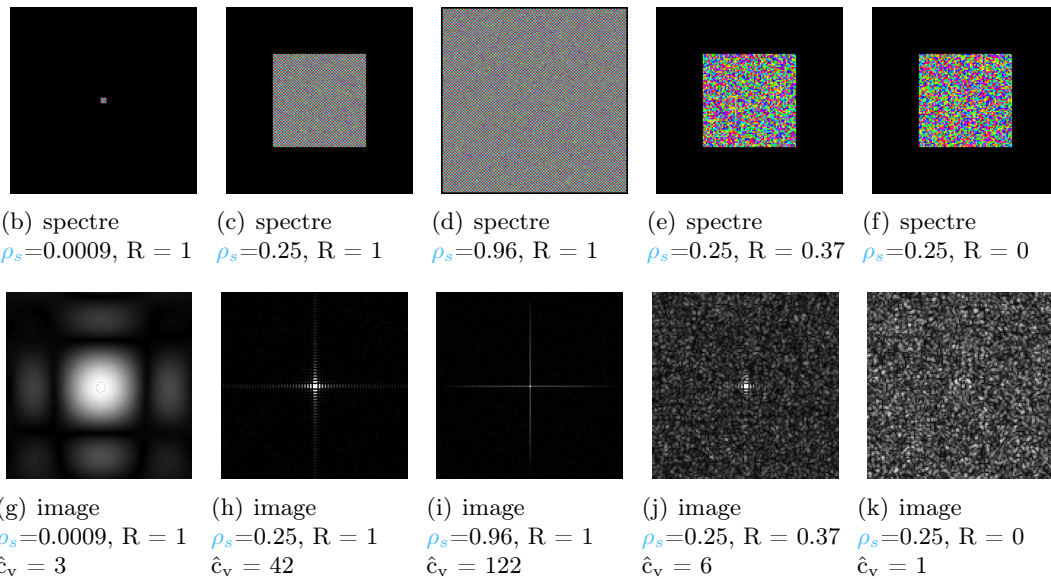


FIGURE 6.1 – Le coefficient de variation en fonction de la proportion de spectre utile ρ_s .

- \hat{c}_v : le coefficient de variation estimé, défini à Équation 6.3, qui vaut 1 si les pixels suivent une loi de speckle pleinement développé.
- \hat{L} : l'estimé du paramètre L de la loi de Rayleigh-Nakagami par le méthode des log-cumulants. Le paramètre \hat{L} vaut 1 pour du speckle pleinement développé mono-vue.

L'estimation de ces indicateurs en fonction de la proportion de spectre utile, sur des patches contenant 128^2 pixels est présentée à la Figure 6.3. Cette figure montre qu'ils évoluent tous les deux entre 0.95 et 1.05 tant que la proportion de spectre utile est supérieure à 10% du spectre, ce qui est le cas sur les données réelles.

Cependant, on peut imaginer que la résolution puisse avoir deux types d'impacts sur la statistique des zones qui semblent homogènes :

- Une zone homogène en haute résolution peut se retrouver mélangée à d'autres zone homogènes ou à des points-brillants pendant l'acquisition basse résolution. Les statistiques de cette nouvelle zone peuvent ne plus correspondre à une loi de speckle pure : un mécanisme de rétrodiffusion particulier peut en effet prendre le

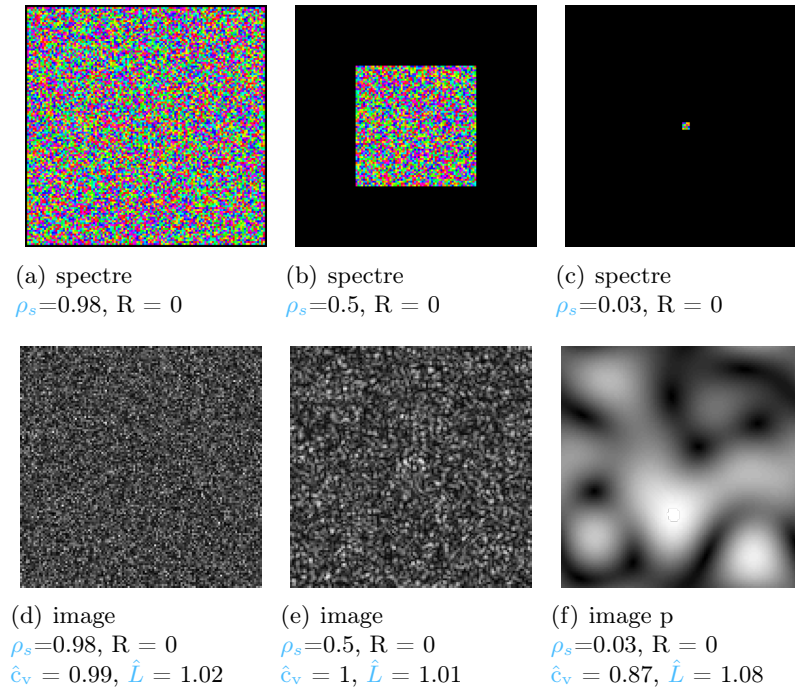


FIGURE 6.2 – Apparence du speckle en fonction de la proportion de spectre utile ρ_s .

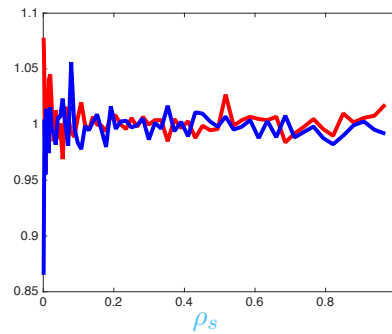


FIGURE 6.3 – Evolution de \bullet \hat{c}_v et \bullet \hat{L} avec la proportion de spectre utile.

dessus dans la cellule de résolution. A titre d'exemple, la Figure 2.3, nous a montré que le double rebond devient le mécanisme prédominant pour tous les pixels sur l'image quad-pol Radarsat2 [2.3(g)] qui a une résolution de $10\text{m} \times 5\text{m}$ alors qu'on voyait des zones homogènes entre les immeubles sur l'image TerraSAR-X Spotlight mono-canal [2.3(b)] qui a une résolution de $1\text{m} \times 1\text{m}$.

- L'augmentation de la résolution peut faire apparaître des détails d'une zone qui semblait homogène en basse résolution et qui ne suit plus une loi gaussienne complexe circulaire à cause de l'apparition d'une texture en haute résolution. Cependant, nous n'avons pas trouvé dans la littérature d'étude phénoménologique qui permette de valider cette approche.

Conclusion

Nous avons vu que dans le cas d'un point-brillant blanc et isotrope, dont la réponse peut être approximée par un sinus cardinal en azimuth et en distance, une modification de la résolution entraîne un changement de la largeur du lobe principal. Ce changement de résolution peut aussi être associé à un changement de focalisation du point-brillant, qui peut être mesuré par un critère statistique, le coefficient de variation \hat{c}_v .

Dans le cadre d'un speckle pleinement développé comme le prévoit le modèle de Goodman, un changement de résolution ne doit pas changer les propriétés du speckle, c'est à dire sa matrice de covariance \mathbf{C} .

Cependant, la résolution pourrait avoir un impact sur le mélange des cibles au sein d'une cellule de résolution. Un raffinement de la résolution pourrait faire apparaître une texture au sein des pixels qui entraîne une perte du caractère pleinement développé de la zone étudiée. Au contraire, un mécanisme de rétrodiffusion pourrait devenir prépondérant lorsque la résolution devient plus grossière ayant aussi pour conséquence un changement des statistiques de la zone étudiée.

Sur des données réelles, une modification des statistiques peut être constatée par une valeur différente du coefficient de variation \hat{c}_v ou du nombre de vues estimé \hat{L} .

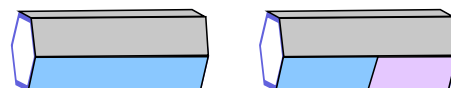
6.2 San Francisco à plusieurs résolutions

6.2.1 Présentation du jeu de données

Le satellite TerraSAR-X n'a pas été conçu pour produire des données Quad-Pol. Seules les données Dual-Pol sont acquises, par alternance de la polarisation à l'émission ou à la réception.

Cependant, trois expériences d'acquisitions Quad-Pol ont été menées :

- La première que nous allons simplement appeler *PolSAR*, a eu lieu en 2010. L'antenne du satellite TerraSAR-X a été coupée électroniquement en deux à la réception, pour permettre l'acquisition en H et V simultanément, comme représenté à la Figure 6.4.



(a) Antenne normale (b) Antenne DRA

FIGURE 6.4 – Antenne de réception en mode normal et en mode **Dual Receive Antenna (DRA)** du satellite TerraSAR-X

Ce mode appelé **Dual Receive Antenna (DRA)** est possible car l'antenne du satellite est divisée en 384 modules (*array elements*) qui peuvent être groupés en deux

antennes de 192 modules. Comme il nécessite l'utilisation de l'unité électronique centrale de secours (*redundant central electronic unit*) pour acquérir les deux canaux simultanément, ce mode n'est que rarement autorisé. L'antenne est utilisée en un seul bloc à l'émission. Le mode d'acquisition des expériences PolSAR est illustré à la figure 6.5(a). Les images sont acquises en mode Stripmap.

- En 2015, lors d'une phase *small baseline* des satellites TerraSAR-X et TanDEM-X, le DLR a mené l'expérience que nous allons appeler *PolInSAR*. Les deux satellites ont été basculés en mode [DRA](#) permettant ainsi l'acquisition de huit canaux polarimétriques, comme on peut le voir à la figure [I.1\(a\)](#).
- Pendant la phase *small baseline* de 2015, nous avons proposé au DLR l'acquisition dans un mode expérimentalement unique. Ces acquisitions dites *Double Dual Pol* ont été acceptées. Le satellite maitre a alors acquis les canaux *HH* et *VV* et le satellite esclave les canaux *HV* et *VH*, comme représenté à la figure [I.1\(b\)](#). Les images ont été acquises en mode Spotlight et recalées par le DLR formant ainsi des images Quad-Pol.

Des précisions sur les pré-traitements effectués sur les images PolInSAR et Double Dual Pol peuvent se trouver en annexe [I](#).

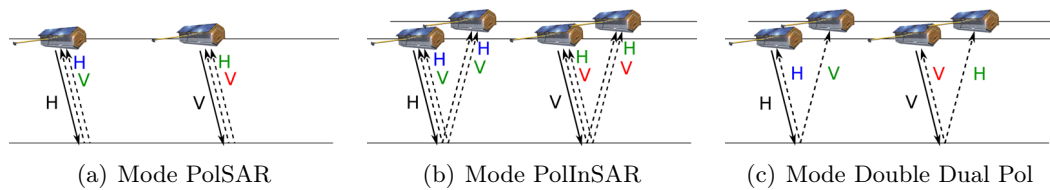


FIGURE 6.5 – Modes polarimétriques des satellites TerraSAR-X et TanDEM-X

Des images ont été acquises au dessus de San Francisco dans ces trois modes. En plus des modes High-Resolution Spotlight et Dual-Pol Spotlight, ce sont 18 images qui composent le jeu de données que nous allons étudier. Ce jeu de données est résumé dans le [Tableau 6.1](#). Toutes les images ont été acquises en condition interférométrique.

Les tailles des pixels dans l'image en azimut Δ_a et en distance Δ_r sont calculées à partir de l'algorithme de recalage orbital. A partir de ces valeurs et des proportions de [spectre utile](#) ou [zero-padding](#) du spectre, les résolutions azimut δ_a et distance δ_s peuvent être estimées. Ces résolutions seront supérieures à la taille des pixels à cause du sur-échantillonnage induit par les marges de sécurité. Les valeurs de résolutions sont aussi données par l'agence spatiale dans un document xml qui accompagne les données. Comme on peut le voir dans le [Tableau 6.1](#) ces résolutions ont des valeurs plus élevées que celles estimées à partir de l'image. Cet écart peut être causé par une définition différente de la résolution.

On peut remarquer une grande différence entre la résolution et la taille des pixels pour les images PolSAR. La proportion de spectre utile dans leur spectre a été diminuée pour qu'elles contiennent autant de pixels que les images Stripmap Single Pol, comme on peut le voir sur la figure [6.7\(c\)](#). Bien que la taille des pixels des images PolInSAR soit

	Mode	Date	$\delta_a \times \delta_s$ xml	$\delta_a \times \delta_s$ image	$\Delta_a \times \Delta_r$
1	Spotlight	2007-12-05	1×1	0.91×0.79	0.87×0.71
2	Spotlight	2007-12-16	1×1	0.91×0.79	0.87×0.71
3	Spotlight	2007-12-27	1×1	0.91×0.79	0.87×0.71
4	Spotlight Dual Pol	2008-07-23	3×2	2.72×1.55	2.72×1.42
5	PolSAR	2010-04-11	6×2	5.10×1.59	2.40×1.40
6	PolSAR	2010-04-22	6×2	5.10×1.59	2.40×1.40
7	PolSAR	2010-05-03	6×2	5.10×1.59	2.40×1.40
8	Spotlight	2011-10-02	1×1	0.91×0.79	0.87×0.71
9	Spotlight	2011-10-13	1×1	0.91×0.79	0.87×0.71
10	Spotlight	2011-10-24	1×1	0.91×0.79	0.87×0.71
11	Spotlight Double Dual Pol	2015-11-17	2×1	2.01×0.79	1.81×0.71
12	Spotlight Double Dual Pol	2015-11-28	2×1	2.01×0.79	1.81×0.71
14	PolInSAR	2015-12-20	6×2	2.89×1.58	2.31×1.42
15	PolInSAR	2015-12-31	6×2	2.89×1.58	2.31×1.42
16	Spotlight Double Dual Pol	2016-01-11	2×1	2.01×0.79	1.81×0.71
17	Spotlight Double Dual Pol	2016-01-22	2×1	2.01×0.79	1.81×0.71
18	Spotlight Double Dual Pol	2016-02-02	2×1	2.01×0.79	1.81×0.71

TABLE 6.1 – Jeu de données TerraSAR-X sur San Francisco. DLR projects LAN2939, NTI_POLI6922.

très proche de celle des images PolSAR, la proportion de spectre utile dans ces images est bien plus importante comme on peut le voir sur la figure 6.7(b), preuve du raffinement de la résolution entre ces deux types d'acquisition, bien qu'il ne soit pas mentionné dans le xml. On peut voir à la figure 6.7(d) que le spectre de l'image RADARSAT-2 est rectangle, bien que les images soit orthorectifiées, ce qui aurait du faire apparaître un dépointage θ_q dans le spectre, puisqu'il y a un angle entre la trajectoire et la direction nord-sud. Le dépointage variable au cours de l'acquisition en mode Spotlight se retrouve dans le spectre des images Double Dual Pol que l'on peut voir sur la figure 6.7(a).

Une conséquence du mode DRA est aussi l'apparition du phénomène d'ambiguïté sur la mer, qui peut être observé sur la figure 6.6(e) et dans une moindre mesure sur la figure 6.6(g). Le choix des paramètres d'acquisition (dont la distance entre l'émission des impulsions d) a été optimisé pour les modes d'exploitation du satellite. Ces paramètres sont modifiés pour ces acquisitions expérimentales et la taille du lobe principal de l'antenne de réception est doublée en mode DRA. Le signal provenant de la rétrodiffusion d'impulsions précédentes ou de lobes secondaires de l'impulsion actuelle peut se mélanger avec la rétrodiffusion du lobe principal de l'impulsion actuelle. Ces ambiguïtés sont visibles sur les zones de retour faible comme la mer.

6.2.2 Les zones étudiées

Notre objectif est d'étudier l'influence de la résolution sur les statistiques des images SAR. Pour cela, nous allons nous concentrer sur deux types de zones différents.

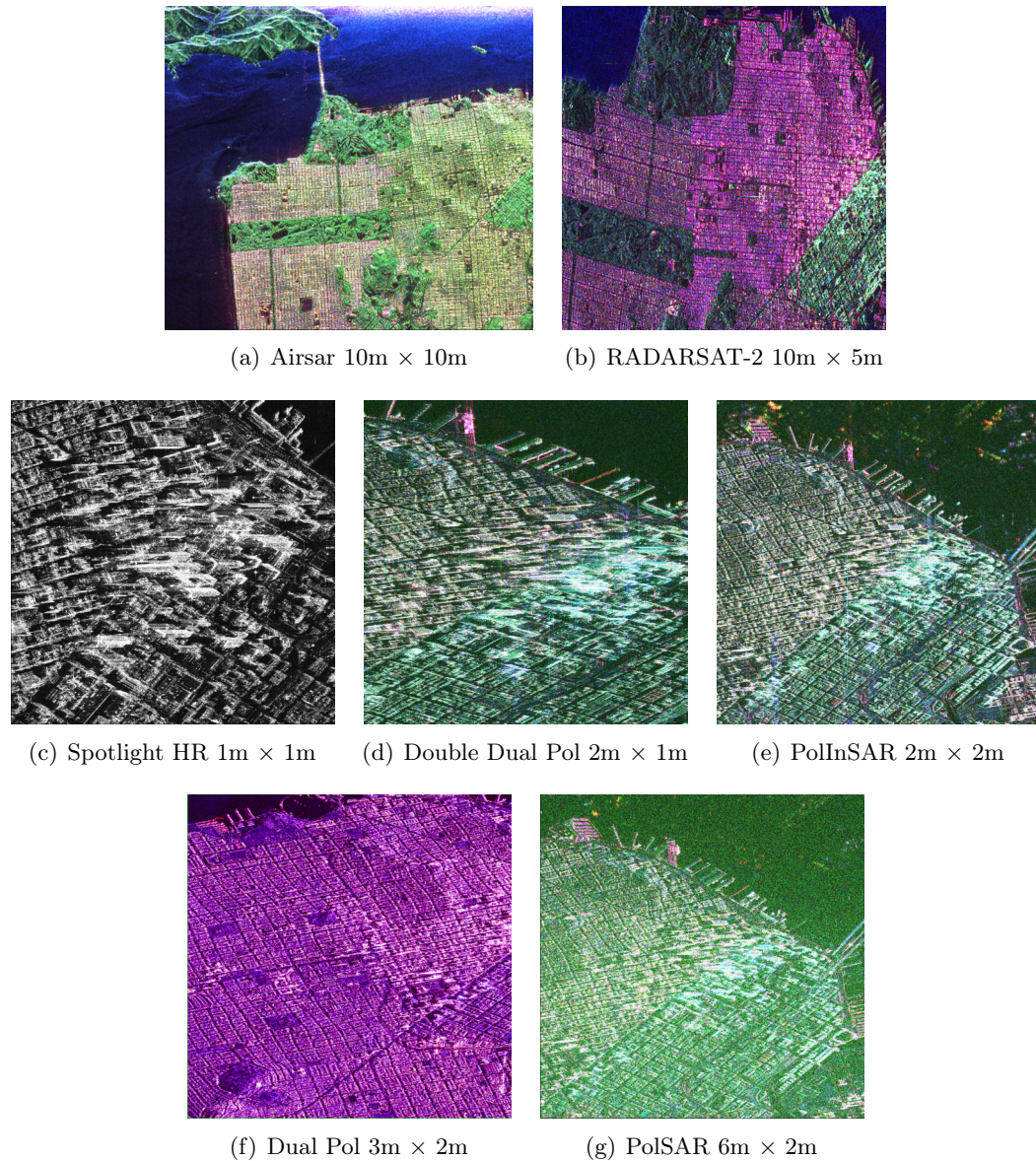
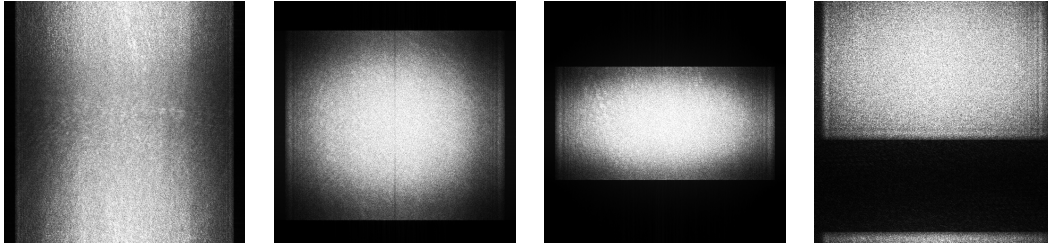


FIGURE 6.6 – Images des différents modes. Les images TerraSAR-X contiennent toutes 2048×2048 pixels. Les images TerraSAR-X présentent la même orientation. On peut donc voir apparaître l'effet de la résolution et de la variation de la taille des pixels sur la zone couverte. L'empreinte au sol de image Dual Pol ne s'étend pas plus à l'est.

$HH + VV$, $HH - VV$, HV

Les zones homogènes qui correspondent à du fouillis pur. Nous avons sélectionné manuellement un patch de mer et trois patches de végétation. Les patches de végétation sont normalement du speckle parfait : créé par la somme d'un grand nombre de diffuseurs présents dans la cellule de résolution. Nous pourrions tester l'influence de la taille de la cellule de résolution sur les statistiques de la zone, par exemple si une texture ou des speckles aux propriétés différentes apparaissent. Ces textures peuvent être induites par la forme de la canopé par exemple. Nous pouvons supposer que la réponse de la mer est dominée par le bruit thermique. Bien que le processus physique en jeu ne soit pas le même, cette zone a la même réponse statistique que le speckle. La modification de



(a) Double Dual Pol 2m × 1m (b) PolInSAR 2m × 2m (c) PolSAR 6m × 2m (d) RADARSAT-2 10m × 5m

FIGURE 6.7 – Les spectres des images polarimétriques. Le spectre des images Spotlight est enroulé en azimut : on ne voit pas les marges de sécurité dans cette direction. Le spectre des images PolSAR est très zéro-paddé par l’agence spatiale. Chaque spectre a été seuillé individuellement à 1σ .

la résolution ne devrait pas en modifier les statistiques car le processus de création du bruit ne dépend pas de la résolution.

Les zones contenant des points-brillants qui sont très représentatives du milieu urbain. Il peut s’agir de zones pavillonnaires, qui contiennent un mélange de speckle homogène et de points-brillants ou de zones de grattes-ciels qui contiennent majoritairement des points-brillants. En fonction de la résolution, la proportion de speckle et de points-brillants sur les images peut être modifiée, ayant pour conséquence une modification des statistiques de ces zones.

6.2.3 Étude de la qualité image

Avant de comparer les réponses polarimétriques de zones d’intérêts, nous allons comparer la qualité image et en particulier le **CNR**, dont nous rappelons la définition vue à l’Équation 3.11 :

$$CNR = \frac{P_{\text{speckle}}}{P_{\text{bruit}}}$$

Les images PolSAR de 2010 sont connues pour être particulièrement bruitées. L’étude de la qualité image va donc nous permettre de différencier les changements dans le comportement polarimétrique induits par une modification de la qualité image de ceux induits par le changement de résolution.

Méthode d’estimation du CNR. Le niveau de bruit des satellites TerraSAR-X et TanDEM-X est donné théoriquement à -19dB et -26dB en fonction de l’angle d’incidence [Fritz and Eineder, 2008]. Cependant, les images polarimétriques sont des acquisitions expérimentales et le niveau de bruit s’est avéré être modifié par rapport à sa valeur théorique. Cette valeur peut aussi dépendre de la compression utilisée à bord [Fritz and Eineder, 2008]. Nous allons donc utiliser des données images pour estimer le ratio entre le niveau de bruit et le niveau du fouillis. Bien que relative, cette méthode est robuste à la calibration qui peut être appliquée aux données et permet de rendre compte du contraste ressenti sur les images. Nous allons considérer des patchs de taille 21×21

pixels. Pour ne pas avoir à prendre en compte les effets du [zero-padding](#), seul le point au milieu du patch sera recalé : les patchs contiennent donc le même nombre de pixels mais ne couvrent pas la même surface spatiale.

Estimation du bruit. Nous allons supposer que la mer renvoie suffisamment peu d'énergie pour que le niveau de bruit P_{bruit} puisse être estimé, à un facteur près, sur la mer. Cela dépend bien sûr de la polarisation (la mer renvoie plus d'énergie en VV qu'en HH) et de l'état de surface de la mer (l'image acquise le 2010-04-11 a été écartée de l'étude car la mer était agitée). Comme les empreintes des images dépendent de l'acquisition, les patchs de mer considérés varient en fonctions des images.

Estimation du niveau du speckle. La puissance du [fouillis](#) P_{speckle} est estimée, à un facteur près, sur différents parcs considérés comme homogènes et sélectionnés manuellement. Ces zones homogènes ne rétrodiffusent pas la même énergie et des variations peuvent être observées au cours du temps pour une même mode d'acquisition. Nous allons faire l'hypothèse que si le type de végétation modifie sa rétrodiffusion, l'effet sera similaire sur les images PolSAR que sur les autres modes. C'est donc la différence entre le [CNR](#) (en dB) des images PolSAR et des images acquises dans les autres modes qui va être moyennée.

Résultat. Sur la [Figure 6.8](#) sont représentés un patch de mer et un patch de fouillis pour chaque mode. Le seuil est le même pour toutes les images. On peut y voir que l'énergie sur la mer est plus importante pour les images PolSAR.

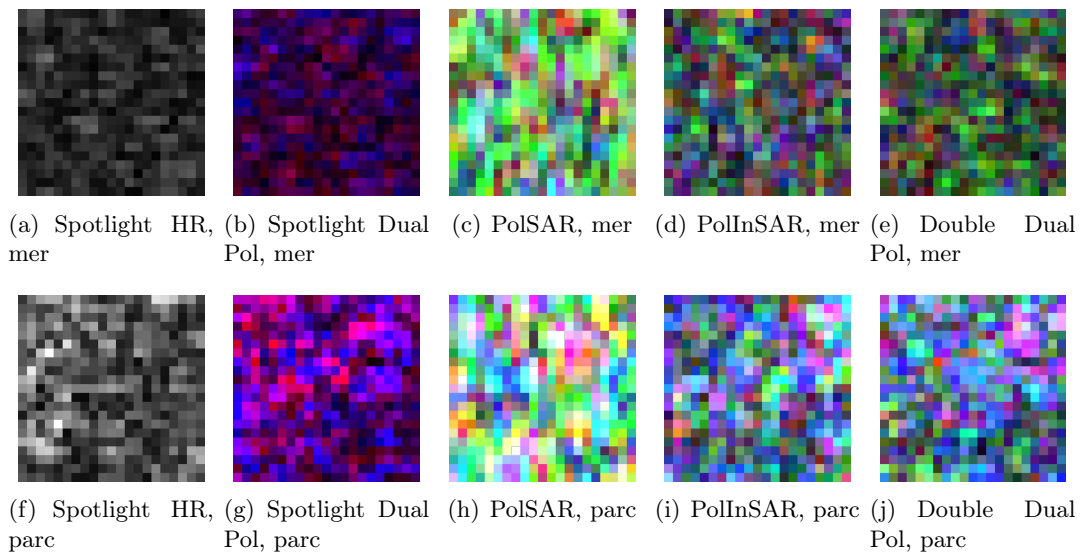


FIGURE 6.8 – Exemple de CNR. Toutes les images ont été seuillées avec le même seuil de 2σ (Correspondant à un seuil de 238) pour l'image résultant de la concaténation de toutes les vignettes comme expliqué à l'annexe E. Sur la mer, la plus grand luminosité de certaines images, en particulier de l'image PolSAR, est causée par la présence de bruit thermique plus important.

$HH + VV$, $HH - VV$, HV

Le gain en **CNR** par rapport aux images PolSAR, moyenné sur plusieurs patches de feuillus et sur toutes les images d'un même mode (dans le mode PolInSAR, les images maitres et esclaves sont moyennées ensemble), est repris dans le **Tableau 6.2**. On peut voir que le gain par rapport à l'image PolSAR n'est pas beaucoup plus important que les 3 dB attendu du fait de la diminution d'un facteur deux de la surface de l'antenne de réception. On peut remarquer aussi que le gain en VV est moindre qu'en HH . Ceci est principalement du au fait que la mer renvoie plus de signal en VV . Ce n'est ainsi plus exactement le seul bruit thermique qui est mesuré sur la mer dans ce canal.

	$\delta_a \times \delta_s$	HH	HV	VH	VV
Spotlight HR	1m \times 1m	3.2 dB			
Spotlight Dual Pol	3m \times 2m	4.1 dB			2.6 dB
PolInSAR	2m \times 2m	2.4 dB	2.6 dB	2.0 dB	1.1 dB
Double Dual Pol	2m \times 1m	3.6 dB	2.8 dB	2.2 dB	2.1 dB

TABLE 6.2 – Gain moyen en **CNR** par rapport à l'image PolSAR en fonction des modes d'acquisitions et des canaux polarimétriques

On peut observer un gain du **CNR** des images PolSAR à PolInSAR bien qu'elles soient toutes deux acquises en mode **DRA** et ont donc la même taille d'antenne de réception. Pour diminuer le niveau de bruit dans le mode **DRA**, le DLR a fait des modifications dans les paramètres d'acquisition. On peut par exemple noter l'augmentation de la longueur d'intégration L_i , visible sur la figure 6.7(b), qui permet d'améliorer la résolution mais aussi d'augmenter la quantité d'énergie intergrée⁵.

6.3 Les zones homogènes

6.3.1 La statistique spatiale des images

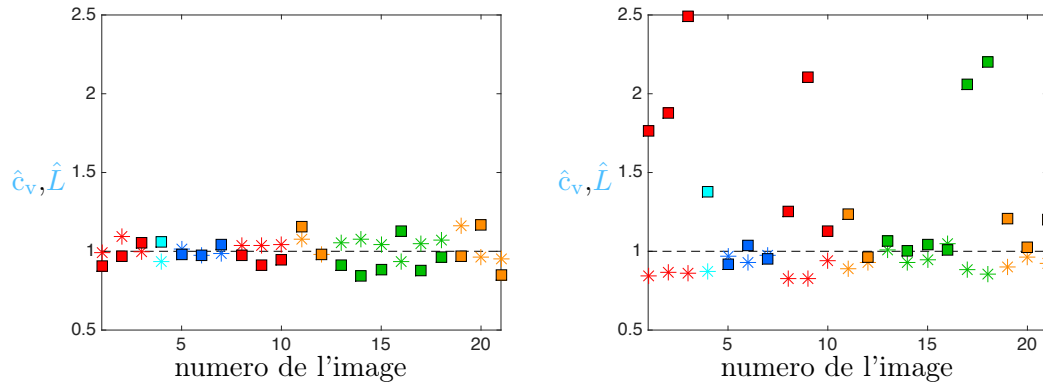
Pour étudier l'évolution de la statistique des images avec la résolution, nous allons utiliser les mêmes patches que pour l'étude du **CNR**. Pour chacun de ces patches, nous avons estimé le nombre de vue \hat{L} et le coefficient de variation \hat{c}_v . Ces patches sont de tailles 21 \times 21.

L'évolution de ces deux paramètres est illustrée à la figure **Figure 6.9** pour le canal HH . Les images sont classées par date d'acquisition, un code couleur permettant de différencier les types d'acquisition. Les trois images PolInSAR ont été séparées en 6 images quad-pol, l'image esclave étant rangée juste après l'image maitre.

Sur la mer, dont la réponse est essentiellement du bruit thermique en HH , \hat{L} et \hat{c}_v sont proches de 1 pour tous les types d'acquisition. Sur la zone de parc, leurs valeurs sont moins stables, particulièrement pour \hat{c}_v . De plus, l'apparition de non homogénéité

5. Par des discussions avec le DLR, nous avons aussi appris que le gain d'antenne avait aussi été modifiée pour ce mode expérimental. Pour ces acquisitions, le nombre de bits de compression à bord a été augmenté, ce qui améliore les signaux transmis mais augmente la quantité de données qui doivent être envoyées à terre. Comme nous ne disposons que des images synthétisées, nous ne pouvons que constater l'apport global de ces mesures sur la diminution du bruit thermique.

sur l'image semble induire une augmentation de la valeur de \hat{c}_v lorsqu'elle induit une diminution de la valeur de \hat{L} .



(a) Evolution de \hat{c}_v et \hat{L} sur une zone de mer (b) Evolution de \hat{c}_v et \hat{L} sur une zone de végétation

Légende des formes : * \hat{L} ■ \hat{c}_v

Légende de couleurs : ● Spotlight HR ● Double Dual Pol ● PolInSAR ● Dual Pol ● PolSAR

FIGURE 6.9 – Evolution des statistiques de zones homogènes, en fonction des paramètres d'acquisition

Ce résultat peut être indifféremment interprété comme l'apparition d'une texture dans l'image ou d'un mélange. Ni \hat{L} ni \hat{c}_v ne sont des mesures d'éloignement à une distribution de speckle. S'ils sont proches de 1⁶, la distribution est celle du speckle pleinement développé. Lorsqu'ils s'éloignent de 1, la distribution n'est plus celle d'un speckle pleinement développé, mais celle d'un mélange de speckle ou d'un speckle présentant une texture.

La Figure 6.10 représente un patch de speckle pour une image PolSAR et pour deux images Spotlight acquises à seulement 11 jours d'intervalle. L'image PolSAR semble homogène, alors qu'un mélange apparaît sur les images Spotlight. Ce mélange se modifie au cours du temps, causant une modification importante de \hat{L} et \hat{c}_v . Cette étude montre qu'il est difficile de séparer l'apparition d'une texture et l'apparition d'un mélange et donc de conclure sur l'impact de la résolution sur la modification de la texture.

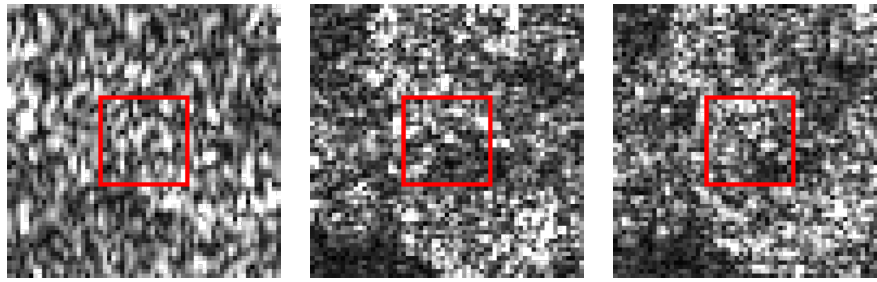
Cette étude a été illustrée sur le canal HH car les images Spotlight n'ont été acquises que dans ce canal. Les résultats sont très similaires sur le canal VV . Sur le canal HV , \hat{L} et \hat{c}_v restent plus proches de 1, même sur les zones de végétation.

6.3.2 Evolution des matrices de covariance

L'étude des degrés de cohérence polarimétriques (les modules des coefficients extra-diagonaux des matrices de covariance polarimétriques) a été effectuée sur les mêmes extraits que les études de CNR et des statistiques monocanales.

La Figure 6.11 représente les 6 degrés de cohérence polarimétriques pour les mêmes zones que la Figure 6.9. Le même code couleur est utilisé pour représenter les différents

6. Pour une fenêtre 21×21 , l'écart-type de l'estimation de \hat{L} est d'environ 0.06 si $L = 1$.

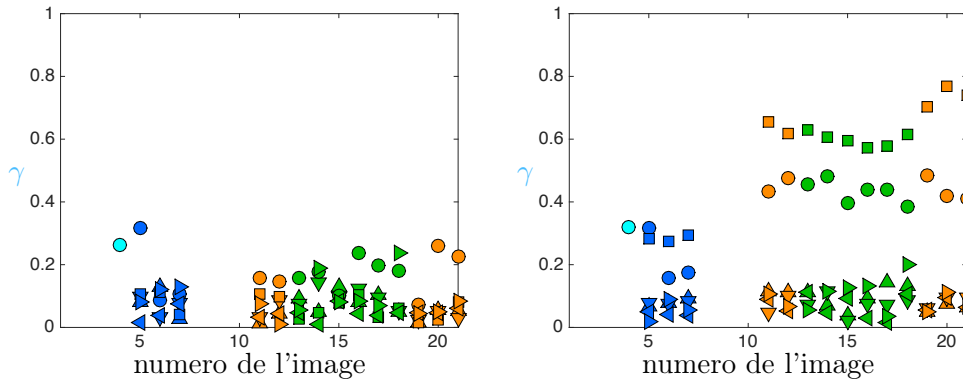


(a) Image du 2010-05-03, (b) Image du 2011-10-13, (c) Image du 2011-10-24, végétation, $\hat{L}=0.97$, $\hat{c}_v = 0.95$ végétation, $\hat{L}=0.83$, $\hat{c}_v = 2.1$ végétation, $\hat{L}=0.93$, $\hat{c}_v = 1.1$

FIGURE 6.10 – Evolution des statistiques d’une zones homogène en fonction du temps. Les paramètres \hat{L} et \hat{c}_v ont été estimés sur la partie encadrée en rouge. Les trois images ont été seuillées avec le même seuil 2σ (soit 241) pour l’image résultant de la concaténation de toutes les vignettes comme expliqué à l’annexe E.

types d’acquisition. Comme les images Spotlight sont monocanales, aucun degré de cohérence polarimétrique n’a pu être mesuré.

Sur la mer, tous les degrés de cohérence polarimétriques sont sensés être nuls. On peut voir à la figure 6.11(a) qu’ils ne le sont pas, certainement à cause du biais d’estimation de ce paramètre. Seul le degré de cohérence $\gamma_{HH,VV}$ du 2010-04-11 (numéro 5) pourrait être non nul car la mer était agitée pour cette acquisition et le signal qu’elle a renvoyé est plus élevé, particulièrement en VV .



(a) Evolution des corrélations entre canaux polarimétriques sur une zone de mer (b) Evolution des corrélations entre canaux polarimétriques sur une zone de végétation

Légende des formes : \bullet $\gamma_{HH,VV}$ \blacksquare $\gamma_{HV,VH}$ \blacktriangle $\gamma_{HH,HV}$ \blacktriangledown $\gamma_{HH,VH}$ \blacktriangleleft $\gamma_{VV,HV}$ \blacktriangleright $\gamma_{VV,VH}$
 Légende des couleurs : \bullet Double Dual Pol \bullet PolInSAR \bullet Dual Pol \bullet PolSAR

FIGURE 6.11 – Evolution des degrés de cohérence entre les canaux polarimétriques, en fonction des modes d’acquisition.

Sur la végétation, on peut voir que $\gamma_{HV,VH}$ est le degré de cohérence le plus élevé, mais qu’il n’est que de 0.6 alors qu’on se serait attendu à ce qu’il soit plus proche de 1 dans le cas monostatique. Le seul autre degré de cohérence qui ne soit pas nul est le degré de cohérence entre HH et VV . Des considérations de symétrie expliquent que tous les autres degrés de cohérence soit nul.

Les degrés de cohérence des modes PolInSAR et Double Dual Pol ont des valeurs similaires. Ces degrés de cohérence sont plus faibles sur les images PolSAR, mais ceci est certainement le résultat du plus faible CNR sur ces images, comme cela a été présenté à la [section 3.5](#).

Conclusion

Nous avons comparé les statistiques des images monocanales, puis les degrés de cohérence entre les canaux polarimétriques sur des zones homogènes sélectionnées manuellement. Trois de ces zones sont des zones de végétation et la dernière est une zone de mer.

Sur la mer, c'est principalement du bruit thermique qui est mesuré. Ce bruit a les mêmes statistiques que le speckle pleinement développé. Les statistiques images ne changent pas avec la résolution, comme le prévoit le modèle de Goodman. Les corrélations entre canaux polarimétriques sont sensées être nulles, le biais d'estimation de ce paramètre explique qu'ils ne le soient pas exactement en pratique.

Sur les zones de végétation, une texture peut apparaître avec la résolution, modifiant \hat{c}_v et \hat{L} , qui devraient être égaux à 1 si l'image correspondait à du speckle pleinement développé. Cependant, cette modification ne semble pas être uniquement liée à la résolution, car on peut observer une variabilité au sein d'images acquises avec le même mode d'acquisition. Les paramètres \hat{c}_v et \hat{L} peuvent ainsi être modifiés même lorsqu'il n'y a que 11 jours entre deux acquisitions. Malgré la modification de la texture de l'image et la présence de mélange, les degrés de cohérence polarimétriques semblent stables avec la résolution, comme le prévoit le modèle théorique du speckle pleinement développé.

6.4 Les zones contenant des points-brillants

Après avoir évalué la modification des statistiques des images ne contenant que du [fouillis](#), nous allons étudier la modifications des statistiques des images contenant aussi des points-brillants. Pour cela, nous allons nous intéresser à la modification de la position des nuages de points dans le diagramme $\tilde{\kappa}_2$ - $\tilde{\kappa}_3$, présenté à la [section 1.4.4](#) ainsi que de l'entropie polarimétrique [H](#). Comme nous l'avons étudié au [chapitre 5](#), la modification des valeurs de [H](#) est un marqueur de la modification de l'échantillon étudié. Puisque nous considérons l'entropie estimée spatialement, c'est particulièrement à la modification du mélange présent dans les fenêtres d'estimateur que nous allons nous intéresser.

6.4.1 Évolution du diagramme log-cumulant 2 - log-cumulant 3

Le plan des log-cumulants d'ordre 2, $\tilde{\kappa}_2$, et d'ordre 3, $\tilde{\kappa}_3$, permet de différencier différentes lois de distribution de l'amplitude des pixels. Du fait de la grande fluctuation

de l'estimation de $\tilde{\kappa}_2$ et $\tilde{\kappa}_3$, il est préférable de représenter un nuage de points de la loi pour pouvoir l'identifier.

Ce plan $\tilde{\kappa}_2$ - $\tilde{\kappa}_3$ peut être structuré par la courbe de la loi de *Nakagami*, paramétré par L . C'est sur cette courbe que doit se trouver le speckle pleinement développé, au point $L = 1$. Lorsque les statistiques de la zone étudiée s'écartent du speckle pleinement développé à cause de la présence de points-brillants, de mélange ou de texture, le nuage de point s'étallera entre les courbes de la loi de *Nakagami* N_g et celle de la loi *Nakagami inverse*, notée N_g^{-1} . La courbe de la loi *Lognormale* se trouve au milieu de ce domaine, pour les points $\tilde{\kappa}_3 = 0$.

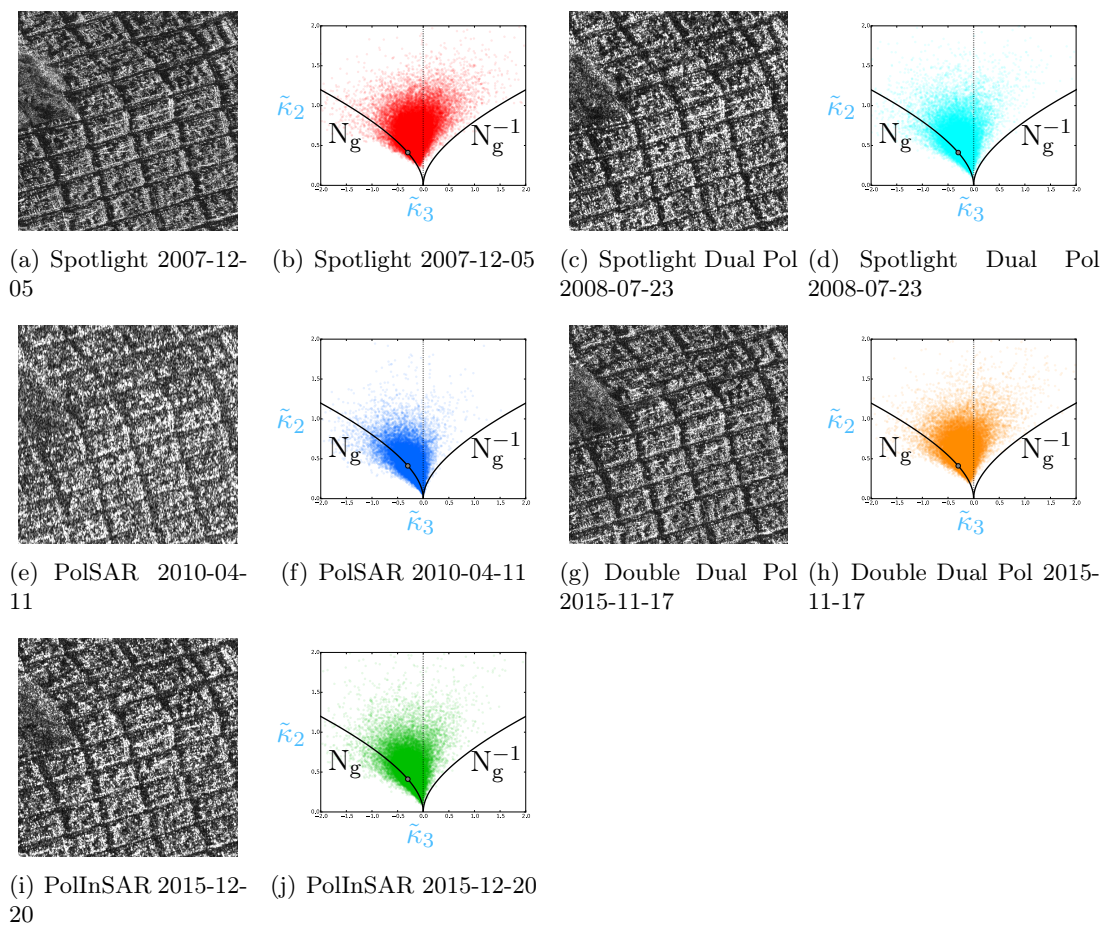


FIGURE 6.12 – Vignette et diagramme $\tilde{\kappa}_2$ - $\tilde{\kappa}_3$ pour des images de résolutions différentes. Plus la résolution s'affine, plus le nuage de points s'écarte de la zone dédié au speckle pleinement développé. Cette zone est représentée par le point \bullet se trouvant à la position $L = 1$ sur la courbe de la loi de *Nakagami*.

La Figure 6.12 représente l'évolution du nuage du points pour des images acquises par TerraSAR-X dans les différents modes que nous avons étudiés. Comme les diagrammes $\tilde{\kappa}_2$ - $\tilde{\kappa}_3$ sont très sensibles à la scène imagée, nous avons décidé d'utiliser les vignettes recalées.

Les images PolSAR ont la résolution la plus grossière. On peut voir à la figure 6.12(f) que son nuage de point est le plus concentré autour du point $L = 1$ de la courbe de la loi

de Nakagami, et celui qui se situe le moins dans la partie des $\tilde{\kappa}_3$ négatifs. Le nuage des images PolInSAR et Spotlight Dual Pol, se rapproche de la courbe de la loi Lognormale. La résolution de ces images est plus fine que la résolution des images PolSAR, mais moins fine que celles des images Spotlight et Double Dual Pol. Pour ces types d'images, dont les diagrammes sont représentés aux figures 6.12(b) et 6.12(h) respectivement, les nuages de points couvrent presque toute la zone entre les lois Nakagami et Nakagami inverse.

Ces diagrammes montrent bien l'évolution des statistiques des images SAR avec la résolution : plus la résolution s'affine, plus les distributions des pixels d'écartent du speckle pleinement développé. Cependant, ces diagrammes ne permettent pas de faire la différence entre les causes de la modification des statistiques car une loi statistique issue d'une loi de speckle texturée ou un mélange de plusieurs lois de speckle pleinement développé peuvent donner les mêmes nuages de points dans le diagramme $\tilde{\kappa}_2$ - $\tilde{\kappa}_3$ [Deng *et al.*, 2016].

6.4.2 Modification des cartes d'entropie avec la résolution

L'entropie a été initialement utilisée pour caractériser les diffuseurs. Mais étudier la modification de l'entropie apporte des informations sur la modification des échantillons d'estimation, comme nous l'avons étudié au chapitre 5.

L'entropie H a été estimée spatialement sur les images PolSAR, PolInSAR et Double Dual Pol, qui représentent la même zone mais qui n'ont pas été recalées : le *zero-padding* de ces images est celui choisi par l'agence spatial. Les cartes d'entropie sont représentées à la Figure 6.14. Les cartes d'entropie de références, celles de l'image AIRSAR et celle de l'image Radarsat-2 sont représentées à la Figure 6.13. On peut y voir que l'entropie est faible sur la mer, moyenne sur les immeubles et plus élevée au niveau des parcs. Pour toutes ces images, l'estimation de l'entropie est effectuée avec une fenêtre glissante de 5 par 5 pixels, sauf pour l'image AIRSAR où le nombre de vue est celui choisi par l'agence spatiale lors de la fourniture de l'image. Le nombre de vues de l'image AIRSAR est discuté à l'annexe E.

La carte d'entropie de l'image PolSAR se trouve à la figure 6.14(a). On peut y voir que l'entropie est élevée, sauf sur les grattes-ciels. Les rues semblent avoir une entropie plus faible que les immeubles. Les jetées et le pont ont une entropie élevée. L'entropie relativement élevée sur de ces images pourraient être la conséquence du faible CNR. En effet, nous avons vu à la sous-section 5.1.1, que le bruit thermique faisait augmenter H .

Cependant, la carte d'entropie sur l'image PolInSAR est encore plus élevée, comme le montre la figure 6.14(b). Son CNR est pourtant 2 à 3 dB supérieur à celui de l'image PolSAR. Cette diminution du niveau du bruit thermique fait ressortir les ambiguïtés sur la mer : une partie du retour des immeubles est synthétisée sur la mer, ce qui y augmente l'entropie. L'entropie n'est vraiment faible que sur les haut grattes-ciels pour les rues larges du quartier SoMa. Il semble donc que dans ce cas, ce soit l'effet du mélange et non le bruit thermique qui augmente ces cartes d'entropie.

Bien que la résolution des images Double Dual Pol soit très proche de celle des

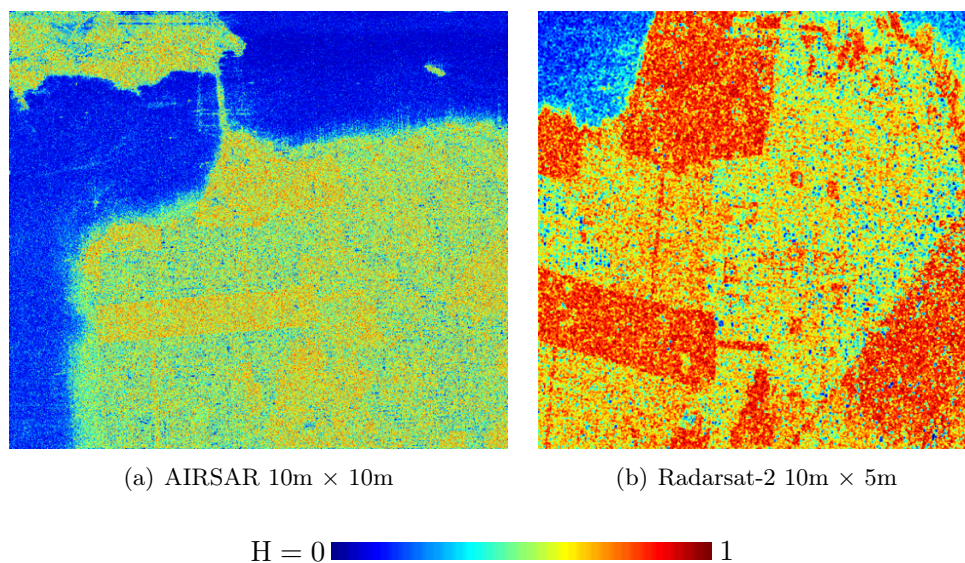


FIGURE 6.13 – Entropies spatiales de références. L'entropie est calculée avec un filtre spatial glissant de 5 pixels en azimuth et 3 en distance pour l'image AIRSAR et de 5 pixels en azimuth et en distance pour l'image Radarsat-2.

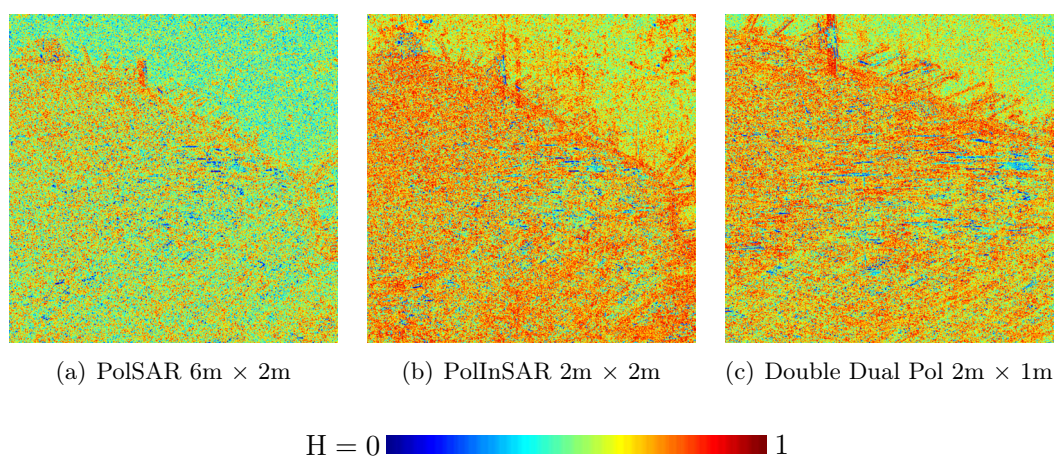


FIGURE 6.14 – Entropie spatiale pour des images à différentes résolutions. Seul le pixel central de ces images a été recalé pour éviter tout effet de la chaîne de recalage sur les variations d'entropie. Les zones présentées sur ces images ne sont donc pas identiques à cause de la variation de la résolution. L'entropie est calculée avec une fenêtre glissante de 5 pixels en azimuth et en distance.

images PolInSAR, les rues deviennent visibles sur sa carte d'entropie présentée à la figure 6.14(c). Ces rues dont la rétrodiffusion est plus homogène que celle des immeubles d'habitation ont une entropie moyenne. A nouveau, seul les hauts grattes-ciel dont la façade est bien visible ont une entropie faible.

Il semble donc que lorsque la résolution est assez grossière pour qu'il y ait un mécanisme de rétrodiffusion prépondérant dans la cellule de résolution (comme pour les images AIRSAR ou Radarsat-2), l'entropie sera faible en milieu urbain. Lorsque la

résolution se raffine, l'entropie spatiale semble augmenter car des pixels voisins ne représentent plus le même mécanisme de rétrodiffusion. Si la résolution se raffine encore, des zones homogènes contenant plusieurs pixels apparaissent, faisant baisser l'entropie et ré-apparaître du contraste. L'évolution de l'entropie est schématisée à la Figure 6.15.

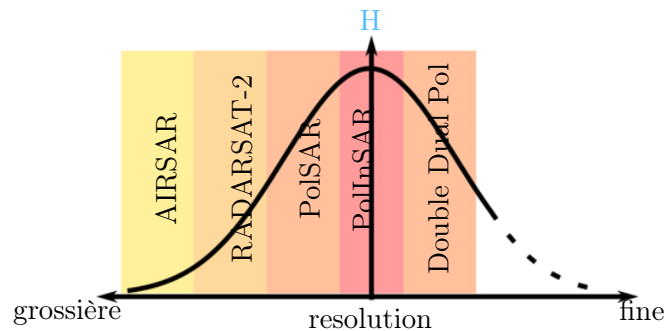


FIGURE 6.15 – Schéma de l'évolution de l'entropie moyenne en milieu urbain en fonction de la résolution

6.5 Modèle statistique adapté à l'étude multi-résolution

L'objectif principal de ce travail est la fusion d'images de résolutions différentes en milieu urbain, et particulièrement la fusion d'images polarimétriques et hautes résolutions. Pour pouvoir mener à bien ce travail au chapitre 7, un modèle qui permette d'utiliser conjointement des images de résolutions différentes est nécessaire.

La résolution ne devrait pas avoir d'effet sur des zones homogènes de speckle pleinement développé, comme nous l'avons montré à la sous-section 6.1.2. Cependant, la modification de la résolution fait varier les paramètres statistiques des zones de fouillis. Cette modification pourrait être causée par l'apparition d'une texture dans les zones homogènes. Mais la grande variabilité de la mesure de la modification des statistiques au sein même d'un même mode d'acquisition, ne permet pas d'établir un lien définitif entre la résolution et la texture. Nous allons donc faire l'hypothèse que les zones de fouillis suivent un modèle de speckle de Goodman⁷ quelque soit la résolution.

Par contre, nous considérons que les pixels brillants qui sont présents sur les images ne font pas partie du fouillis. Nous allons assimiler ces pixels brillants à des points-brillants blancs et isotropes. La sous-section 6.1.1 a montré que la réponse impulsionnelle d'un point brillant peut être approximée par un sinus cardinal en azimuth et en distance. L'effet de la résolution est un changement de la largeur du lobe principal du sinus cardinal.

Le modèle que nous proposons pour expliquer un vecteur de rétrodiffusion représenté par un pixel \mathbf{p} est le suivant :

$$\mathbf{p} = \mathbf{s} + \mathbf{t} + \mathbf{b} \quad (6.4)$$

7. C'est à dire que les pixel suivent une loi gaussienne complexe circulaire centrée de matrice de covariance \mathbf{C} .

où le vecteur \mathbf{s} représente le speckle et suit une loi gaussienne complexe circulaire centrée de matrice de covariance \mathbf{C} . Le vecteur \mathbf{t} représente la réponse impulsionnelle d'un point-brillant, c'est à dire un lobe principal ou secondaire. Le vecteur de bruit thermique \mathbf{b} suit une loi gaussienne complexe circulaire de matrice de covariance \mathbf{N} . Nous appelons ce modèle *speckle et point brillant*.

Si une étude plus complète permettait de lier l'évolution de la texture avec la résolution, le modèle suivant pourrait être utiliser :

$$\mathbf{p} = \sqrt{\boldsymbol{\tau}} \circ \mathbf{s} + \mathbf{t} + \mathbf{b} \quad (6.5)$$

où \circ représente le produit terme à terme de Hadamard. Le vecteur $\boldsymbol{\tau}$ représente la texture appliquée au vecteur de speckle \mathbf{s} . Quel que soit le rôle joué par la texture, il nous paraît très important de ne pas inclure les points-brillants dans la texture car la modification de leur réponse avec la résolution est connue et différente de la modification de la statistique d'une zone homogène.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'influence de la résolution sur les propriétés polarimétriques et les statistiques spatiales du speckle pleinement développé simulé et de zones de fouillis sélectionnées manuellement sur des données réelles. Les propriétés polarimétriques et les statistiques spatiales ne sont pas modifiées par la résolution pour du speckle pleinement développé. Sur les données réelles, les caractéristiques polarimétriques sont stables alors que les statistiques spatiales varient avec la résolution.

La résolution impacte aussi les statistiques des zones qui contiennent différents types de fouillis et des points-brillants. Dans le diagramme $\tilde{\kappa}_2\text{-}\tilde{\kappa}_3$, les nuages de points s'écartent de la zone du speckle pleinement développé lorsque la résolution se raffine. L'entropie polarimétrique qui est généralement considérée faible en milieu urbain augmente puis semble diminuer avec la résolution. Notre hypothèse est que la variation de l'entropie est liée au mélange de pixels ayant des propriétés polarimétriques différentes. Lorsque les images ont une résolution grossière, la somme cohérente faite au cours de l'acquisition conduit à des pixels voisins ayant les même caractéristiques polarimétriques. L'amélioration de la résolution va introduire des comportements polarimétriques différents entre des pixels voisins avant que la résolution ne soit assez fine pour que des zones homogènes ne réapparaissent. Cependant, l'étude préliminaire que nous avons menée ici ne nous permet pas de proposer un modèle de la variation des statistiques des images avec la résolution.

Finalement, nous avons proposé un modèle que nous avons appelé *speckle et point-brillant* pour permettre la fusion d'images de résolutions différentes que nous aborderons au chapitre 7. Ce modèle sépare la contribution des zones homogènes et des points-brillants puisque un changement de résolution les impacte de manière différente. Dans ce travail, nous considérerons que les statistiques des zones homogènes sont celles du

speckle pleinement développé et que la réponse impulsionnelle des points-brillants est un sinus cardinal en azimuth et en distance dont la largeur du lobe principale change avec les paramètres d'acquisition.

Chapitre 7

Affiner la résolution polarimétrique : le Pol-Sharpening

Introduction

Comme nous l'avons vu au [chapitre 6](#) avec le jeu de données acquis par TerraSAR-X et TanDEM-X au dessus de San Francisco, la modification des paramètres d'acquisition du mode Single-Pol au mode polarimétrique (Dual-Pol ou Quad-Pol) se fait souvent au détriment de la résolution des images. Mais TerraSAR-X et TanDEM-X ne sont pas les seuls capteurs à pouvoir commuter entre un mode haute résolution et un mode polarimétrique. Le satellite RADARSAT-2, pour lequel ces deux modes sont opérationnels, et le capteurs aéroporté SETHI sont d'autres exemples de capteurs qui acquièrent les images polarimétriques avec une résolution moins fine que leur résolution nominale.

Or, la résolution est un paramètre clef dans l'étude du milieu urbain puisqu'elle permet une cartographie détaillée des éléments qui composent la scène ou la mesure de la hauteur des immeubles individuellement, ce que nous étudierons en détails au [chapitre 8](#). Cette modification de la résolution des images peut donc être vue comme un désavantage des images polarimétriques, alors qu'elles ont montré de bonnes performances pour des applications comme la segmentation, la classification ou la détection et la caractérisation des changements.

L'objectif de ce travail est de développer des algorithmes d'amélioration de la résolution des images polarimétriques, pour profiter des informations sur la nature et la géométrie des diffuseurs offertes par la polarimétrie à une résolution plus fine que la résolution d'acquisition. Les images polarimétriques dont la résolution a été raffinée, devraient être le plus proches possible de l'image qui aurait été acquise avec une résolution plus fine. Nous avons opté pour un traitement cohérent afin que les pixel des images reconstruites soient des nombres complexes. Le traitement est alors indépendant de l'application finale, contrairement à un traitement orienté sur la fusion d'informations déjà extraites.

Nous commencerons par situer notre travail relativement aux approches existantes à la [section 7.1](#), avant de présenter nos hypothèses de travail à la [section 7.2](#). Puis les algorithmes que nous avons développés seront explicités. Ces algorithmes sont fondés soit sur des hypothèses spatiales ou soit sur des hypothèses spectrales. Les deux familles, spatiales et spectrales, seront présentées à la [section 7.3](#) et à la [section 7.4](#) respectivement. Les différents algorithmes seront évalués sur un jeu de données réelles contenant une *Vérité Terrain* (VT) à la [section 7.5](#), avant d'être illustrés sur des jeux de données réelles sans vérité terrain à la [section 7.6](#). Les pré-traitements nécessaires à l'application des algorithmes sur ces jeux de données seront aussi détaillés à cette section.

7.1 Contexte

Extrapolation du spectre des points-brillants

La première approche d'amélioration de la résolution des images SAR peut être fondée sur un modèle de la réponse des diffuseurs. Pour développer l'algorithme *2D-PWBE* (2D-Polarimetric Bandwidth Extrapolation) [Suwa and Iwamoto, 2007], le modèle de points brillants que nous avons explicité à la sous-section 6.1.1 a été considéré, et plus particulièrement le fait que la transformée de Fourier d'un point-brillant soit une exponentielle complexe (Équation 6.1). Comme la résolution est plus fine quand la surface de spectre utile est plus importante, ce qui a été illustré sur des données réelles à la Figure 6.7, l'algorithme *2D-PWBE* extrapole le spectre des points-brillants présents dans l'image pour en améliorer la résolution. Aucune autre information n'est introduite dans le traitement et les propriétés polarimétriques sont propagées dans l'extrapolation.

L'avantage de cet algorithme est que la résolution peut théoriquement être raffinée de façon infinie. De notre point de vue, les inconvénients de cette méthode sont :

- Aucun écart au modèle des points-brillants n'est permis.
- A chaque étape d'estimation, le spectre est étendu d'un pixel. Les estimations en cours dépendent des résultats des estimations précédentes, au risque de propager les erreurs.
- Le speckle n'est pas pris en compte dans l'extrapolation.

Pol-Sharpening de la matrice de covariance

Une deuxième approche d'amélioration de la résolution est d'utiliser une image haute résolution comme information a priori. Les algorithmes utilisant une images haute résolution seront appelés *Pol-Sharpening* en référence aux algorithmes de Pan-Sharpening en optique.

L'algorithme développé dans [Schmitt *et al.*, 2015] est un algorithme de Pol-Sharpening opérant dans le domaine image. La matrice de covariance est estimée à travers les éléments réels de la matrice de Kenough en utilisant une combinaisons des images hautes et basses résolutions. La matrice de covariance dépend du processus de multi-vues qui a été utilisé au cours de la reconstruction. Un multi-vue s'adaptant aux structures de l'image et choisissant automatiquement l'échelle adaptée pour la reconstruction a été introduit [Schmitt, 2016].

L'avantage de cet algorithme est qu'il permet potentiellement de combiner des images qui ne sont pas acquises en condition interférométrique et qui peuvent être issue de capteurs différents utilisant des longueurs d'onde différentes. De notre point de vue, les inconvénients sont :

- La phase interférométrique n'est pas conservée.
- Les informations polarimétriques ne sont conservées qu'à travers la matrice de covariance, ce qui est uniquement adapté à une analyse incohérente.

Positionnement des approches

Trois questions binaires indépendantes peuvent être posées pour permettre de positionner les approches de raffinement de la résolution :

1. L'approche est-elle du Pol-Sharpening ou de l'extrapolation ? Dans le cas du Pol-Sharpening une image haute résolution est utilisée pour améliorer la résolution de l'image polarimétrique ce qui n'est pas le cas dans l'extrapolation.
2. L'approche opère-t-elle dans le domaine spectral ou le domaine spatial ?
3. Les images résultats sont-elles des images cohérentes ou incohérentes ? Dans le cas où les images résultats sont cohérentes, la phase interférométrique peut être obtenue alors que ce n'est pas dans le cas des images incohérentes. Si un processus de multivue est utilisé dans les approches incohérentes, la matrice de covariance peut être obtenue.

Les deux algorithmes de la littérature que nous avons présentés ont fait des choix différents :

- [Suwa and Iwamoto, 2007] présente un algorithme cohérent d'extrapolation spectrale.
- [Schmitt *et al.*, 2015] présente un algorithme de Pol-Sharpening spatial incohérent.

7.2 Hypothèses de travail

L'objectif de ce travail est d'obtenir des images qui pourraient être utilisées dans tous les algorithmes déjà existant comme une image Dual-Pol ou Quad-Pol directement acquise par un capteur. Les algorithmes que nous avons conçus doivent donc être **cohérents**. Les algorithmes que nous avons développés sont des algorithmes de **Pol-Sharpening**. Nous faisons donc l'hypothèse qu'une image haute résolution est disponible. La résolution des images polarimétriques ne pourra donc pas être étendue au delà de celle de l'image haute résolution utilisée. Ces algorithmes opèrent majoritairement dans le domaine **spectral**. Un unique algorithme opérant dans le domaine image a été développé.

Par rapport à une méthodologie image, la méthodologie spectrale ajoute la contrainte que l'image haute résolution doit avoir une partie de son spectre en commun avec l'image basse résolution. Les images hautes et basses résolutions doivent donc être acquises par le même capteur et en condition interférométrique. Comme nous le verrons à la [section 7.6](#), c'est une situation finalement assez courante.

L'algorithme opérant dans le domaine image que nous avons développé n'est pas cohérent car la phase haute résolution n'est pas reconstituée. Ce point sera abordé plus en détail à la [section 7.3](#).

Dans tout ce travail, les images hautes et basses résolutions d'entrée ont été recalées

subpixeliquement. L'image basse résolution a donc été sur-échantillonnée.

7.3 Algorithme spatial : Pol-Ratio

L'algorithme spatial Pol-Ratio présenté ici s'inspire directement du Pan-Sharpening en optique. En optique, une image panchromatique est acquise en même temps qu'une image contenant plusieurs canaux spectraux. L'image panchromatique ne contient qu'un canal qui couvre la majeure partie de la largeur spectrale des différents canaux de l'image couleur et est acquise avec une meilleure résolution. Le principe des algorithmes de Pan-Sharpening les plus simples est d'utiliser l'image panchromatique comme une image d'intensité pour améliorer la résolution de l'image multi-canaux.

La configuration des acquisitions radar n'est pas exactement la même : un canal polarimétrique, n , est acquis en haute et en basse résolution. L'intensité polarimétrique, ou $\text{span} = \|\mathbf{p}\|_2^2 = \sum_{n=1}^N |p_n|^2$, n'est pas acquise dans les deux résolutions. On pourrait donc augmenter la résolution de l'image polarimétrique par la formule suivante :

$$\sigma_{n'}^{\text{Res}} = \sigma_{n'}^{\text{QP}} \frac{\sigma_n^{\text{HR}}}{\sigma_n^{\text{QP}}} \quad (7.1)$$

où seules les intensités σ sont reconstruites. En imagerie cohérente ($L = 1$), le dénominateur peut s'annuler ou avoir des valeurs très faibles en présence de speckle, rendant cette formule peu applicable.

Pour pallier ce problème, nous avons opté pour la formule de reconstruction suivante :

$$\sigma_{n'}^{\text{Res}} = \sigma_{n'}^{\text{QP}} \frac{\sigma_n^{\text{HR}}}{\sum_{k=1}^N \sigma_k^{\text{QP}}} = \sigma_{n'}^{\text{QP}} \frac{\sigma_n^{\text{HR}}}{\text{span}} \quad (7.2)$$

Il est évident que la statistique de l'image haute résolution n'est pas la même que la statistique du span . Mais cette approximation, qui est aussi faite dans [Schmitt *et al.*, 2015] permet d'avoir une reconstruction plus lisse.

Dans cette approche, la phase n'est pas reconstruite. En effet, si l'on applique à la phase le même principe que l'on a appliqué à l'intensité à l'Équation 7.1 :

$$\psi_{n'}^{\text{Res}} = \psi_{n'}^{\text{QP}} + \psi_n^{\text{HR}} - \psi_n^{\text{QP}} \quad (7.3)$$

la différence de phase polarimétrique serait la différence de phase basse résolution :

$$\psi_{n'}^{\text{Res}} - \psi_n^{\text{Res}} = (\psi_{n'}^{\text{QP}} + \psi_n^{\text{HR}} - \psi_n^{\text{QP}}) - \psi_n^{\text{HR}} = \psi_{n'}^{\text{QP}} - \psi_n^{\text{QP}}$$

Les phases interférométriques des polarisations qui ne sont pas celles de l'image de référence seraient la différence entre deux phases interférométriques issues probablement de configurations géométriques différentes¹, calculées dans des polarisations différentes :

$$\psi_{n'}^{\text{Res}} - \psi_{n'}^{\text{HR}'} = (\psi_{n'}^{\text{QP}} + \psi_n^{\text{HR}} - \psi_n^{\text{QP}}) - \psi_{n'}^{\text{HR}'} = (\psi_n^{\text{HR}} - \psi_n^{\text{QP}}) - (\psi_{n'}^{\text{HR}'} - \psi_{n'}^{\text{QP}})$$

1. À moins que l'image haute résolution comporte plusieurs canaux polarimétriques.

La méthode simple d'un ratio de pixels en nombre complexe ne permet donc pas de reconstruire les informations physiques présentes dans la phase.

Pour conserver les informations de phase et ainsi conserver les propriétés polarimétriques et interférométriques de l'image, la phase de l'image basse résolution surechantillonnée peut être utilisée.

7.4 Algorithmes spectraux

7.4.1 Principe général

L'objectif des algorithmes spectraux d'amélioration de la résolution est d'étendre la surface du **spectre utile**, comme le montre la **Figure 7.1**. Pour les algorithmes de Pol-Sharpning, cette extension s'appuiera sur le spectre d'une image haute résolution.

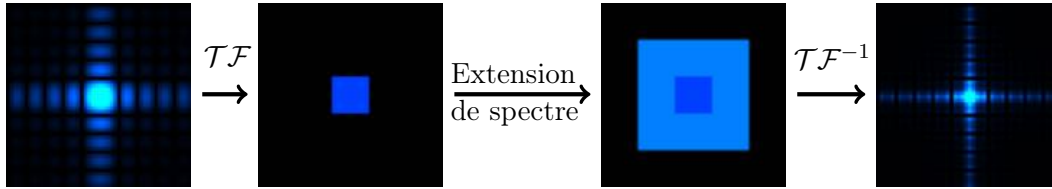


FIGURE 7.1 – Étendre la surface du spectre utile permet d'affiner la résolution d'un point-brillant.

Cependant, l'image haute résolution n'a pas été acquise dans le canal polarimétrique dont on souhaite raffiner la résolution. Le point clef des algorithmes de Pol-Sharpning spectraux est de transmettre les propriétés polarimétriques d'un spectre à un autre.

Pour cela, nous faisons l'hypothèse qu'un seul point brillant est présent sur l'image. La transformée de Fourier de l'image a alors un module constant m et une phase qui dépend de sa position dans l'image $(x_0 \Delta_a, y_0 \Delta_r)$ et la phase propre du point ψ selon l'Équation 6.1 :

$$\mathbf{S}(k_a, k_r) = m e^{i\psi} e^{i(k_a x_0 \Delta_a + k_r y_0 \Delta_r)} \mathbb{1}_{[-\frac{\pi}{\delta_a}, \frac{\pi}{\delta_a}] \times [-\frac{\pi}{\delta_r}, \frac{\pi}{\delta_r}]}$$

$$\forall (k_a, k_r) \in \left[-\frac{\pi}{\Delta_a}, \frac{\pi}{\Delta_a}\right] \times \left[-\frac{\pi}{\Delta_r}, \frac{\pi}{\Delta_r}\right]$$

où x_0 et y_0 sont les positions en azimuth et en distance du point-brillant dans l'image (en nombre de pixels) et k_a et k_r les nombres d'onde en azimuth et en distance respectivement. La résolution des images est notée δ_a en azimuth et δ_r en distance alors que la taille des pixels est notée Δ_a en azimuth et Δ_r . Vu que la position du point ne change pas avec le canal polarimétrique, seul le module et la phase propre du point en dépendent.

L'objectif est donc d'estimer $\frac{m_{n'}}{m_n}$, le ratio entre le module du point brillant dans les canaux de polarimétrie n et n' ainsi que la différence de phase entre les points brillants dans les mêmes canaux de polarisation $\psi_{n'} - \psi_n$, pour pouvoir obtenir un spectre haute résolution dans le canal de polarisation n' à partir du spectre haute résolution de référence acquis dans le canal de polarisation n . En notant $c_{n',n} = \frac{m_{n'}}{m_n} e^{i(\psi_{n'} - \psi_n)}$,

l'équation du Pol-Sharpning spectral s'écrit :

$$\mathbf{S}_{n'}(k_a, k_r) = c_{n',n} \mathbf{S}_n(k_a, k_r) \quad (7.4)$$

Cette équation est illustrée à la [Figure 7.2](#). La relation entre les spectres dans les canaux polarimétriques n et n' est déterministe, comme le montre l'Équation 7.4. Faire l'hypothèse que seuls des points-brillants sont présents dans l'image revient à faire l'hypothèse que les réponses dans les différents canaux polarimétriques sont totalement corrélées. L'un des points clés de nos algorithmes spectraux de Pol-Sharpning réside donc dans l'estimation du complexe c .

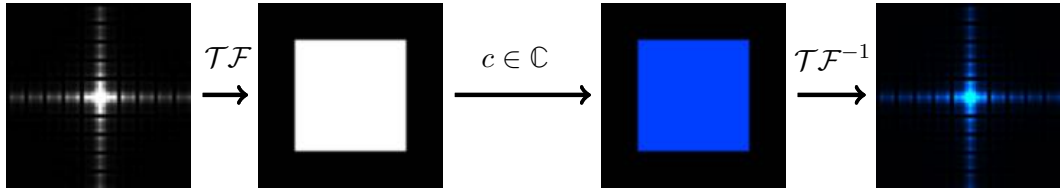


FIGURE 7.2 – Les réponses d'un point-brillant dans les différents canaux de polarisation sont totalement corrélées. En multipliant le spectre ou à l'image par un nombre complexe, on peut en changer la réponse polarimétrique.

Pour pouvoir écrire l'Équation 7.4 nous avons fait l'hypothèse qu'un seul point-brillant est présent dans l'image. Les algorithmes que nous avons développés sont donc des algorithmes par fenêtre glissante \mathbf{W} de N_l lignes et N_c colonnes contenant au total N_w pixels. Si N_w est suffisamment faible, nous pouvons faire l'hypothèse qu'un seul point-brillant est présent dans la fenêtre, mais nous ne disposerons que d'un échantillon de taille faible pour estimer le complexe c . A l'inverse, si N_w est important, l'estimation de c fluctuera moins mais des effets de mélange peuvent en altérer l'estimation.

7.4.2 Les algorithmes fondés sur la transformée de Fourier discrète à deux dimensions : 2D et 2D+Sum

Les deux algorithmes 2D et 2D+Sum utilisent un noyau algorithmique commun, illustré à la [Figure 7.3](#).

Les différentes étapes de ce noyau algorithmique sont :

- ① La transformée de Fourier discrète à deux dimensions est appliquée aux vignettes haute résolution \mathbf{W}_n^{HR} et basse résolution $\mathbf{W}_{n'}^{\text{QP}}$ pour obtenir les spectres \mathbf{V}_n^{HR} et $\mathbf{V}_{n'}^{\text{QP}}$.
- ② Le complexe $c_{n',n}$ est estimé en utilisant les spectres \mathbf{V}_n^{HR} et $\mathbf{V}_{n'}^{\text{QP}}$. Son module

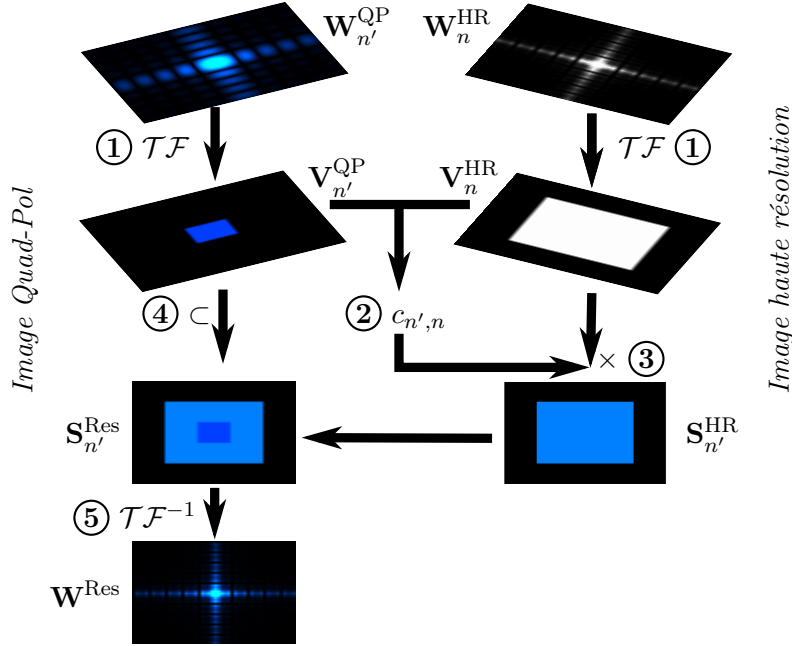


FIGURE 7.3 – Schéma de fonctionnement du noyau algorithmique commun aux algorithmes 2D et 2D+Sum .

$|c_{n',n}|$ et sa phase $\angle c_{n',n}$ sont estimés séparément selon les formules² :

$$\begin{aligned}
 |c_{n',n}| &= \sqrt{\frac{\sum_k^{N_w^{\text{QP}}} |v_k^{\text{QP}}|^2}{\sum_k^{N_w^{\text{HR}}} |v_k^{\text{HR}}|^2}} \\
 \angle c_{n',n} &= \angle \sum_l^{N_w^{\text{QP}}} e^{j(\angle v_l^{\text{QP}} - \angle v_l^{\text{HR}})}
 \end{aligned} \tag{7.5}$$

où N_w^{QP} est le nombre de pixels contenus dans le spectre utile de la vignette basse résolution. Le module $|c_{n',n}|$ est le ratio des puissances estimées de chaque spectre et la phase $\angle c_{n',n}$ est la différence de phase moyenne entre les deux spectres.

- ③ Le spectre haute résolution \mathbf{V}_n^{HR} est alors multiplié par $c_{n',n}$ et devient $\mathbf{S}_{n'}^{\text{HR}}$, le spectre haute résolution dans la polarisation n' .
- ④ Le **spectre utile** de la vignette basse résolution est inclus dans $\mathbf{S}_{n'}^{\text{HR}}$, pour éviter de modifier l'information basse résolution. Le spectre résultat $\mathbf{S}_{n'}^{\text{Res}}$ est alors obtenu.
- ⑤ La vignette résultat \mathbf{W}^{Res} est obtenue par transformée de Fourier inverse du spectre résultat $\mathbf{S}_{n'}^{\text{Res}}$.

Les fenêtres $\mathbf{W}_{n'}^{\text{QP}}$ et \mathbf{W}_n^{HR} sont multipliées par une fenêtre d'apodisation de Hamming \mathbf{H} qui évite que des oscillations soient présentes dans le spectre de la vignette,

2. Le module et la phase sont estimée séparément car le module $\frac{1}{N_w^{\text{QP}}} \sum_k e^{i(\angle v_k^{\text{QP}} - \angle v_k^{\text{HR}})}$ correspond à la dispersion \mathbf{R} et celui de $\frac{1}{N_w^{\text{QP}}} \sum_k |v_k^{\text{QP}}| |v_k^{\text{HR}}| e^{i(\angle v_k^{\text{QP}} - \angle v_k^{\text{HR}})}$ au degré de cohérence γ , comme nous l'avons vu au chapitre 4.

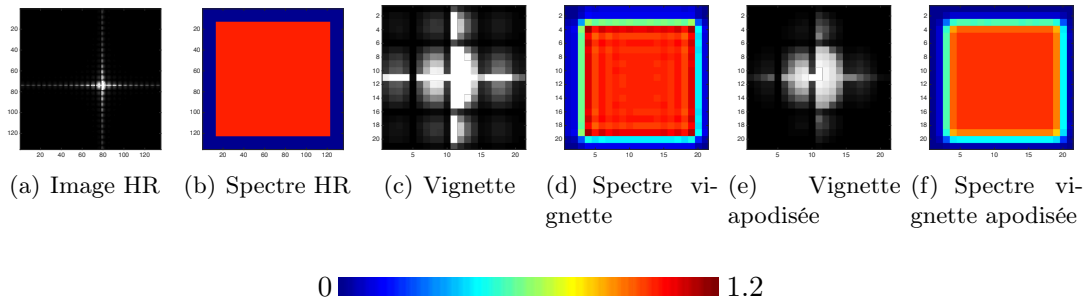


FIGURE 7.4 – Effet de l'extraction d'une vignette sur le spectre. La vignette a une taille 21×21 .

comme la montre la Figure 7.4. Le point-brillant [figure 7.4(a)] a été simulé par transformée de Fourier inverse du spectre [figure 7.4(b)] dont le module vaut 1 sur tout le spectre utile. Le spectre d'une vignette extraite de l'image [figure 7.4(c)] présente des oscillations [figure 7.4(d)]. Ces oscillations ont pour effet d'élever le niveau d'énergie dans les marges de sécurité du spectre et peuvent modifier l'estimation du complexe c . Lorsque une fenêtre d'apodisation est appliquée sur la vignette [figure 7.4(e)] l'amplitude de ces oscillations est diminuée [figure 7.4(f)].

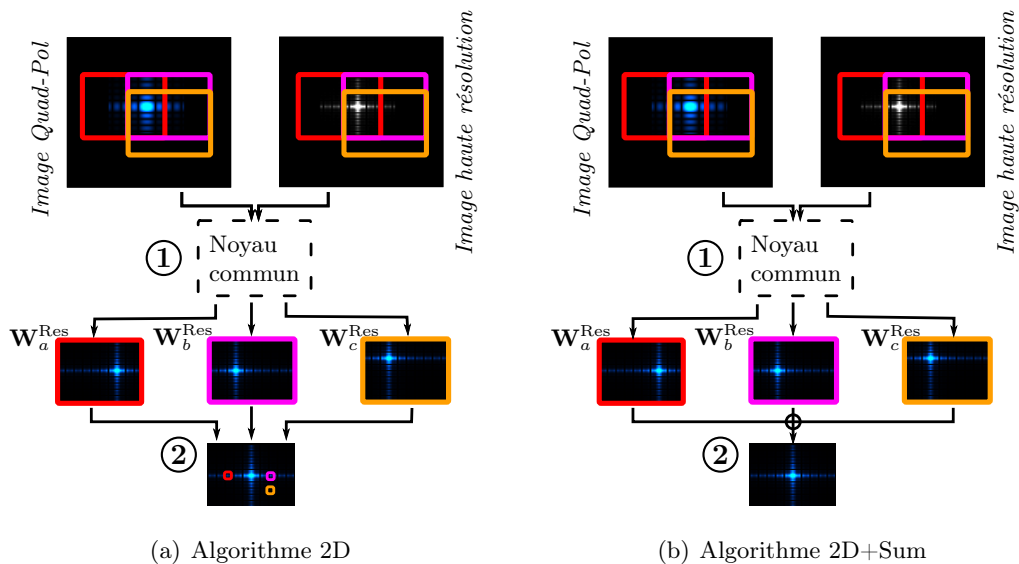


FIGURE 7.5 – Schéma de fonctionnement des algorithmes 2D et 2D+Sum.

L'algorithme 2D

Le schéma de fonctionnement de l'algorithme 2D est représenté à la figure 7.5(a).

- ① Le *Noyau Commun* est appliqué sur une vignette centrée sur toutes les positions (x,y) dans l'image.
- ② Le pixel central de la vignette résultat \mathbf{W}^{Res} devient le pixel à la position (x,y)

de l'image résultat³.

L'algorithme 2D+Sum

Dans l'algorithme 2D, un même pixel est reconstruit plusieurs fois car les pixels appartiennent à plusieurs vignettes \mathbf{W} (entre 1 et N_w vignettes). Mais seul le pixel estimé au centre de la vignette est utilisé pour la formation de l'image finale. La conception de l'algorithme 2D+Sum cherche à exploiter cette redondance. Le schéma de fonctionnement de cet algorithme est repris à la figure 7.5(b).

- ① Le *Noyau Commun* est appliqué sur une vignette centrée sur toute les positions (x,y) dans l'image.
- ② Le pixel à la position (x,y) de l'image résultat \mathbf{p}^{Res} est reconstruit à partir de tous les pixels $\tilde{\mathbf{k}}_l^{\text{Res}}$ appartenant à une vignette résultat $\mathbf{W}_l^{\text{Res}}$ incluant la position (x,y) selon les formules suivantes :

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}^{\text{Res}}| &= \frac{\sum_{k=1}^{N_e} |\tilde{\mathbf{k}}_k|}{\sum_{k=1}^{N_e} h_k} \\ \angle \mathbf{p}^{\text{Res}} &= \angle \sum_{k=1}^{N_e} e^{i(\angle \tilde{\mathbf{k}}_k)} \end{aligned} \quad (7.6)$$

où $N_e \in [1, N_w]$ correspond au nombre de fois que le pixel d'intérêt a été estimé par l'algorithme 2D et h_k à l'énergie de la fenêtre de Hamming appliquée aux vignettes \mathbf{W}_k^{HR} et \mathbf{W}_k^{QP} à la position (x,y) . Les pixels situés au bord de la vignette d'estimation auront donc un poids moindre lors de l'estimation du module de \mathbf{p}^{Res} .

7.4.3 Algorithme 1D1D

Les algorithmes 2D et 2D+Sum ont *a priori* que la réponse des vignettes dans les différentes polarisations est totalement corrélée. Dans l'algorithme 1D1D, cette hypothèse est faite non pas pour toute la vignette mais uniquement ligne par ligne puis colonne par colonne, permettant de relaxer l'hypothèse de corrélation sans en modifier le principe.

L'algorithme 1D1D est construit autour d'une brique algorithme permettant de raffiner la résolution dans l'une des deux directions, azimuth ou distance. Le schéma de fonctionnement de cette brique est représenté à la Figure 7.6. Les étapes du traitement sont les suivantes :

- ① Une transformée de Fourier uni-dimensionnelle est appliquée aux colonnes des fenêtres \mathbf{W}^{QP} et \mathbf{W}^{HR} .
- ② Pour chaque colonne, un complexe $\mathbf{c}_{l,q}$ est estimé, en utilisant les formules de l'Équation 7.5. Ces complexes peuvent être concaténés dans un vecteur $\mathbf{c}_{l,q} \in \mathbb{C}^{N_c}$.

3. Dans cette version de l'algorithme, les pixels aux bords qui ne peuvent pas être au centre de la vignette \mathbf{W} ne sont pas reconstruits

- ③ Chaque colonne du spectre \mathbf{V}^{HR} est multipliée par le complexe correspondant pour former \mathbf{S}_l^{HR} .
- ④ Le **spectre utile** de \mathbf{W}^{QP} est inséré dans \mathbf{S}_l^{HR} pour devenir le spectre résultat \mathbf{S}^{Res} .
- ⑤ Par transformée de Fourier inverse uni-directionnelle de \mathbf{S}^{Res} , les points-brillants présents dans \mathbf{W}^{QP} sont focalisés dans la direction des colonnes.

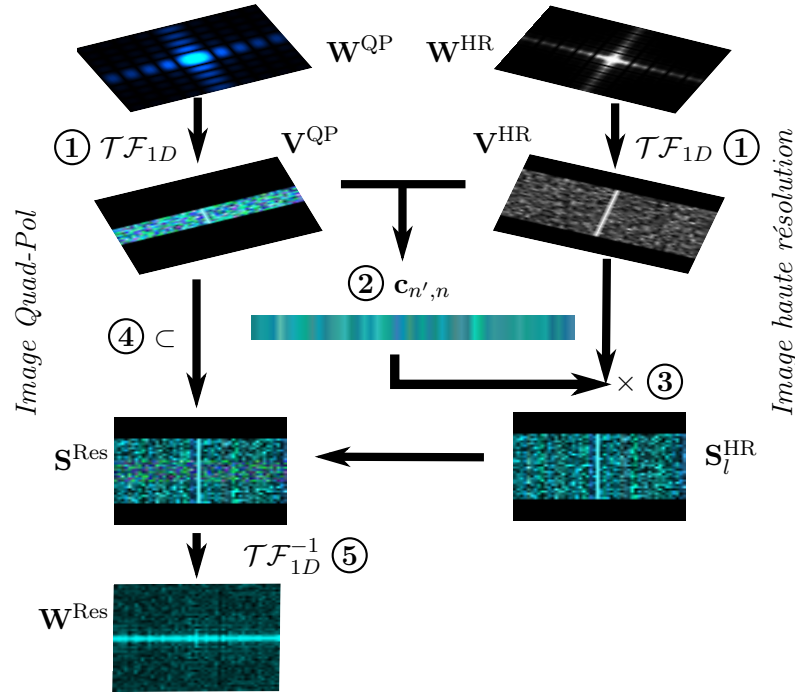


FIGURE 7.6 – Schéma de fonctionnement de la brique algorithmique permettant l'amélioration des lignes ou des colonnes d'une vignette.

La même procédure est appliquée sur les lignes de \mathbf{W}^{QP} et de \mathbf{W}^{HR} pour que les points soient totalement focalisés, comme le montre la Figure 7.7. Puis, comme pour l'algorithme 2D, le pixel au centre de la fenêtre devient le pixel de l'image de référence.

Le premier avantage de cet algorithme est que plusieurs points-brillants peuvent être présents dans les vignettes \mathbf{W}^{QP} et \mathbf{W}^{HR} sans qu'ils n'impactent l'estimation de $c_{n',n}$, s'ils ne sont ni sur la même ligne ni sur la même colonne. De plus, l'algorithme 1D1D permet d'appliquer moins strictement l'hypothèse d'une complète corrélation entre les canaux polarimétriques sur le speckle pour lequel $\gamma_{n',n}$ n'est pas égal à 1. Ainsi le complexe $c_{n',n}$ estimé lors de l'amélioration de la résolution des lignes pourra être différent de celui estimé lors de l'amélioration des colonnes.

Puisque l'algorithme 1D1D a été conçu pour relaxer l'hypothèse de corrélation complète entre les canaux, nous n'avons pas implémenté de version utilisant la redondance des estimations. En effet, prendre en compte la redondance des estimations permettrait au contraire de renforcer l'hypothèse de déterminisme des réponses polarimétriques en considérant que les variations de l'estimation sont dues à des erreurs ou du bruit d'estimation.

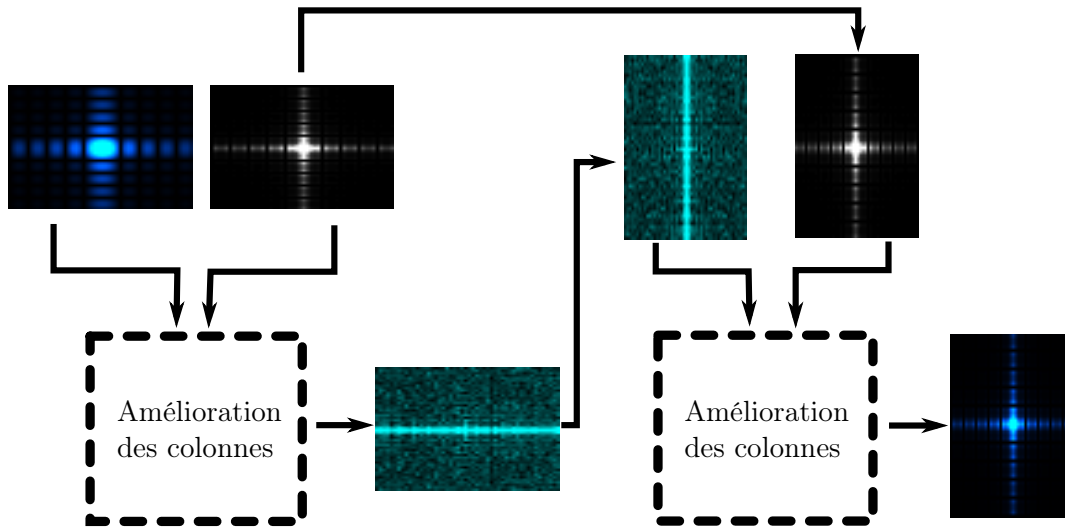


FIGURE 7.7 – Schéma de fonctionnement de l'algorithme 1D1D

Conclusion

Trois algorithmes de Pol-Sharpening spectraux ont été présentés :

- l'algorithme 2D
- l'algorithme 2D+Sum
- l'algorithme 1D1D

Le premier algorithme, 2D, fait l'hypothèse que la variation de la réponse d'une vignette d'un canal polarimétrique à l'autre est déterministe. Un seul complexe lie les réponses polarimétriques dans les deux canaux. Ce complexe est estimé sur la partie commune des spectres.

L'algorithme 2D+Sum ajoute l'hypothèse que les estimations de la réponse d'un pixel diffèrent à cause d'erreurs d'estimation ou de la présence de bruit. Les différentes estimations sont donc moyennées (en amplitude et en phase séparément) pour permettre l'estimation finale du pixel.

L'algorithme 1D1D relaxe quant à lui l'hypothèse que les réponses polarimétriques de la vignette sont complètement corrélées. La seule hypothèse est que la réponse des lignes ou des colonnes d'une vignette dans un canal polarimétrique est complètement corrélée à celle dans les autres canaux polarimétriques. Plus de complexes c sont estimés, laissant plus de variabilité lors de l'estimation. Mais ces complexes sont estimés en utilisant un échantillon de taille plus petite, introduisant potentiellement plus de variance dans l'estimation.

7.5 Évaluation avec une Vérité Terrain

7.5.1 Présentation du jeu de données

Pour pouvoir évaluer les performances des algorithmes que nous avons développés, nous avons constitué un jeu de test comprenant une image polarimétrique basse résolution et la même image polarimétrique haute résolution. L'image basse résolution a été créée par sous-ouverture à partir de l'image haute résolution.

L'image d'origine est une image acquise en 2005 par RAMSES, l'un des capteurs aéroportés de l'ONERA, au dessus de Toulouse. Les bâtiments de ISAE-SUPAERO sont visibles sur l'extrait sélectionné, ainsi que quelques arbres bordant le canal du midi. Les informations sur les paramètres d'acquisition de cette image sont reprises dans le [Tableau 7.1](#).

λ_0	3.2 cm	B_w	264 MHz	δ_a	0.50m	δ_r	0.58m
f_0	9447 MHz	θ	60°	Δ_a	0.35m	Δ_r	0.40m

TABLE 7.1 – Paramètres d'acquisition de l'image RAMSES

Pour tester l'influence du ratio de résolution sur les performances de nos algorithmes, trois images polarimétriques basses résolutions ont été créées. Les images et les spectres sont représentés à la [Figure 7.8](#). Le spectre de la première image compte 56% de la surface originale du spectre : la résolution a été dégradée d'un facteur $\frac{4}{3}$ en azimuth et en distance. Le ratio de résolution entre l'image haute résolution et l'image basse résolution est $r_\delta = \frac{3}{4}$. La résolution de la deuxième image a été dégradée d'un facteur 2 en azimuth et en distance. Le spectre ne compte plus que 25% de sa surface originale et $r_\delta = \frac{1}{2}$. Enfin, la dernière image a été dégradée d'un facteur 4 : $\frac{6}{8}$ du spectre a été enlevé en azimuth et en distance et $r_\delta = \frac{1}{4}$.

L'image initiale sera notre [Vérité Terrain \(VT\)](#) et nous permettra de comparer les résultats de nos algorithmes de reconstruction à l'image qui a été réellement acquise. Un algorithme idéal serait un algorithme qui reconstruirait exactement les canaux polarimétriques de l'image de [VT](#).

La polarisation de référence pour la reconstruction est HH . Comme le complexe c est estimé séparément pour chaque canal polarimétrique à reconstruire, les algorithmes développés dans ce travail sont théoriquement indépendants du canal polarimétrique dans lequel l'image haute résolution a été acquise. Cependant, dans nos jeux de données réelles présentés à la [section 7.6](#), l'image haute résolution est principalement une image HH , sauf pour le résultat illustré sur le capteur RADARSAR-2, présenté à la [sous-section 7.6.4](#), où l'image haute résolution a été acquise dans le canal VV .

7.5.2 Cartes de c

Pour qu'il représente l'information polarimétrique haute résolution, le spectre haute résolution est multiplié par le complexe c avant que le spectre basse résolution n'y soit inséré. Ce complexe est estimé sur la partie commune des spectres, selon l'[Équation 7.5](#).

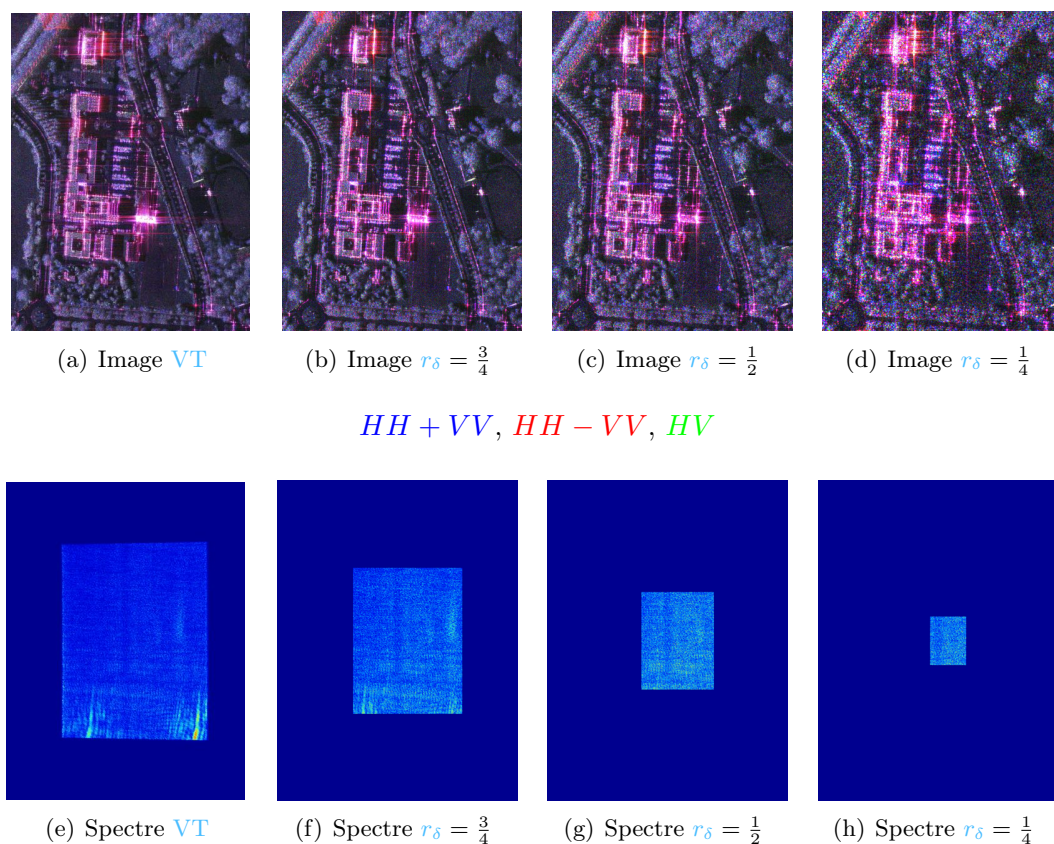


FIGURE 7.8 – Image polarimétrique de Toulouse acquise par RAMSES en 2005 et les images basses résolution obtenues par sous ouverture.

La phase et le module de ce complexe sont estimés séparément car la phase correspond à la différence de phase entre les deux canaux et le module correspond aux ratios entre les énergies dans les deux canaux considérés. Ce complexe est estimé de la même manière pour les algorithmes 2D et 2D+Sum car son estimation fait partie de la *Brique Commune* de ces deux algorithmes. Dans l’algorithme 1D1D, les composantes du vecteur \mathbf{c} sont estimées en utilisant les mêmes formules, mais avec un échantillon de taille plus faible.

Dans cette section, nous allons illustrer le resultat de l’estimation de \mathbf{c} pour les algorithmes 2D et 2D+Sum. La Figure 7.9 présente les cartes de l’estimation de \mathbf{c} entre les différentes polarisations. La phase code la couleur de la composition colorée et le module en code l’intensité et la saturation.

Le complexe qui relie le canal HH en haute et en basse résolution a une phase nulle pour presque tous les points, comme le montre la figure 7.9(a). On peut voir quelques différences dans l’intensité des modules dans les zones de *fouillis*.

La figure 7.9(b) montre que la phase du complexe $c_{HH,HV}$ reliant le canal HH en haute résolution et le canal HV en basse résolution est aléatoire sur le fouillis. En effet, sur ces zones à symétrie azimutale, le canal HH et le canal HV ne sont pas corrélés. La taille des tâches de phase homogène visibles dans le fouillis dépend de la taille de la fenêtre utilisée. Les zones sombres au niveau des bords des bâtiments correspondent aux points-brillants dont l’intensité est plus importante dans le canal HH que dans le canal

HV . L'énergie du spectre haute résolution va donc être diminuée pour que le spectre basse résolution puisse être inclus.

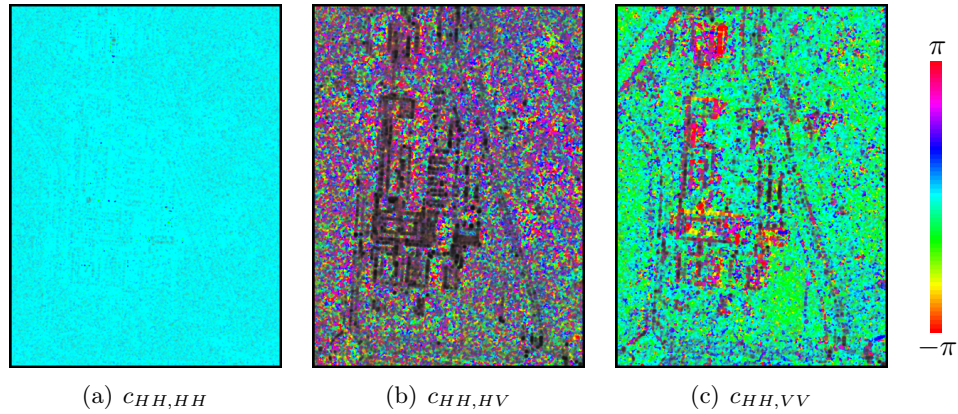


FIGURE 7.9 – Carte de c pour le jeu de donnée $r_\delta = \frac{1}{2}$ pour une fenêtre 21×21 . La couleur de ses images correspond à la phase de c alors que leurs saturations et leurs amplitudes correspondent au module de c .

Enfin, la carte du nombre complexe permettant l'inclusion du spectre basse résolution VV dans le spectre haute résolution HH est présentée à la figure 7.9(c). Comme pour $c_{HH,HV}$, les zones de faible intensité correspondent aux points-brillants dont le retour est plus faible dans le canal VV . La phase de $c_{HH,VV}$ correspond à la différence de phase entre le canal VV et HH , comme on peut le voir en comparant la figure 7.9(c) à la Figure 7.10 qui représente l'interférogramme en les canaux HH et VV .

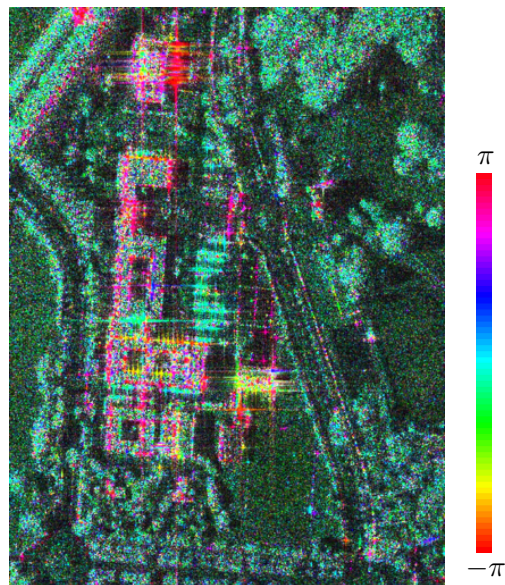


FIGURE 7.10 – Interférogramme entre les canaux VV et HH de l'image polarimétrique basse résolution. La cohérence code la saturation, la phase code la couleur et l'intensité est codée par l'image VV

Le complexe c contient donc bien à la fois le ratio entre les modules des pixels dans les différents canaux de polarisation ainsi que la différence de phase entre ces mêmes

canaux de polarisation.

7.5.3 Protocole de test

Pour l'évaluation des algorithmes, nous allons comparer les résultats des quatre algorithmes que nous avons développés, 2D , 2D+Sum , 1D1D , Pol-Ratio selon plusieurs critères, que nous allons mesurer sur un grand nombre de vignettes extraites de l'image.

Dans cette sous-section, nous allons détailler ces différents critères. Les résultats seront présentés :

- à la [sous-section 7.5.4](#) pour les points-brillants,
- à la [sous-section 7.5.5](#) pour le fouillis,
- à la [sous-section 7.5.6](#) pour le fouillis au voisinage d'un point-brillant.

Sur toutes les figures le même code de couleurs et de symboles sera utilisé. Il est présenté au [Tableau 7.2](#). La courbe de moyenne des valeurs, calculée sur toutes les vignettes testées, est représentée. Lorsque les courbes de *moyenne + écart-type* et de *moyenne - écart-type* peuvent être calculées, elles seront représentées avec des symboles plus petits que ceux de la courbe de la moyenne.

	BR	2D	2D+Sum	1D1D	Pol-Ratio
HH	—	▲	●	■	--
HV	—	▲	●	■	--
VV	—	▲	●	■	--
P_W ou C_W	—	▲	●	■	--

TABLE 7.2 – Code de représentation pour les figures des sections [7.5.4](#), [7.5.5](#) et [7.5.6](#)

Pour limiter les figures et la profusion des courbes, seules les courbes les plus représentatives se trouveront dans ce chapitre. Les courbes complémentaires se trouvent en annexe J.

Pour évaluer l'impact de la taille de la fenêtre N_w sur le traitement, nous avons effectué le traitement pour N_w valant de 5^2 à 101^2 avec un échantillonnage plus fin pour les petites valeurs.

Les points-brillants

L'objectif principal des algorithmes que nous avons développés est d'affiner la résolution des points-brillants, tout en préservant leur réponse polarimétrique. Pour tester la reconstruction des points-brillants, les critères suivants sont utilisés :

- **Critère P1 La focalisation** Ce concept a été défini à la [sous-section 6.1.1](#) où nous avons montré qu'il représentait à la fois la résolution et donc la proportion de [zero-padding](#) et la présence d'une rampe de phase dans le spectre qui permet de focaliser le point brillant. La focalisation peut être mesurée par la concentration, dans l'image, de l'énergie présente dans le spectre.

- **Critère P2** La préservation de l'intensité polarimétrique L'objectif des algorithmes de Pol-Sharpening que nous avons développé est de conserver l'intensité dans les différents canaux polarimétriques afin que la contribution de chaque canal au `span` des points brillants ne soit pas modifiée.
- **Critère P3** La préservation de la phase Mesurer la valeur et des fluctuations de la différence de phase entre l'image résultat et l'image VT permet de mesurer l'impact des algorithmes à la fois sur l'information polarimétrique et interférométrique. Si la différence de phase est nulle et les fluctuations sont faibles, la différence de phase entre les différents canaux polarimétriques de l'image résultat ainsi que la différence de phase entre l'image résultat et une image acquise dans des conditions interférométriques seront préservées.

Cinquante points-brillants ont été sélectionnés et seront étudiés par des vignettes centrées comptant 9×9 pixels. Ces vignettes sont visibles à la figure 7.11(a). Le code couleur est arbitraire.

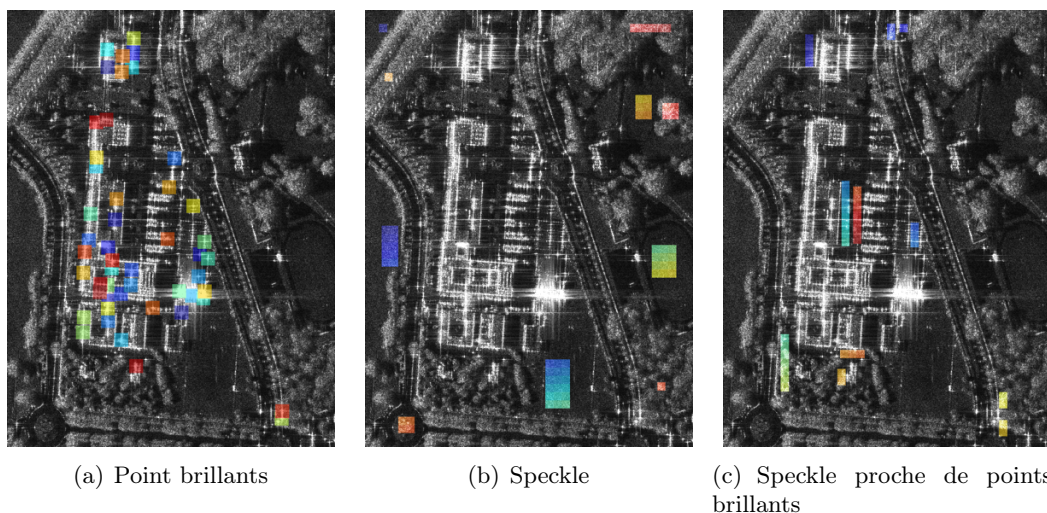


FIGURE 7.11 – La reconstruction des points-brillants, du speckle proche de ces points ou du speckle loin ont été testées séparément.

Le speckle

Bien qu'aucune hypothèse ne permette de prendre spécifiquement en compte le speckle lors de la reconstruction, notre objectif est de ne pas en modifier les propriétés statistiques et les informations polarimétriques. Nous allons donc vérifier :

- **Critère S1** La préservation des statistiques spatiales Si le fouillis des images hautes et basses résolutions suit une loi du speckle pleinement développé, le fouillis des images résultats doit suivre la même loi.
- **Critère S2** La préservation de l'intensité polarimétrique Nous allons vérifier que la reconstruction ne modifie pas l'énergie du canal HH et la proportion de l'énergie de chaque canal polarimétrique dans le `span`.

- **Critère S3** La préservation de la corrélation polarimétrique Les degrés de cohérence polarimétriques entre les différents canaux ne doivent pas être modifiés.
- **Critère S4** La préservation des informations interférométriques Nous allons vérifier que la différence de phase entre l'image résultat et l'image VT dans le canal polarimétrique correspondant est nulle, ce qui nous permettra de vérifier la préservation des informations de phase interférométrique et polairmétrique.

Pour tester la reconstruction du speckle, soixante et une zones de fouillis ont été sélectionnées, comme on peut le voir à la figure 7.11(b). Pour évaluer l'impact des points-brillants sur la reconstruction du speckle, quarante et une zones de speckle au voisinage d'un point-brillant ont été identifiées. Elles sont représentées à la figure 7.11(c). Dans les deux cas le code couleur est arbitraire.

7.5.4 Évaluation de la reconstruction des points-brillants

Critère P1 La focalisation

À l'Équation 6.3, nous avons défini un critère statistique qui permet de mesurer la focalisation des points-brillants, le coefficient de variation de l'intensité de l'image \hat{c}_v :

$$\hat{c}_v = \sqrt{\hat{L} \frac{\sum_{k=0}^{L'} (\tilde{\sigma}_k - \frac{1}{\hat{L}} \sum_{k=0}^{L'} \tilde{\sigma}_k)^2}{\sum_{k=0}^{L'} \tilde{\sigma}_k}}$$

où $\tilde{\sigma}$ est l'intensité des pixels. Puisque nous utilisons un critère statistique, nous ne prenons pas en compte la position du point dans le spectre. Cependant, nous n'avons jamais observé en pratique un point focalisé à une position différente, car cela nécessiterait de reconstruire une rampe de phase dans le spectre de fréquence différente de la rampe de phase initiale. La Figure 7.12 présente un exemple de sous-focalisation de point et la Figure 7.13 un exemple de sur-focalisation de points qui sont les défauts de reconstruction rencontrés.

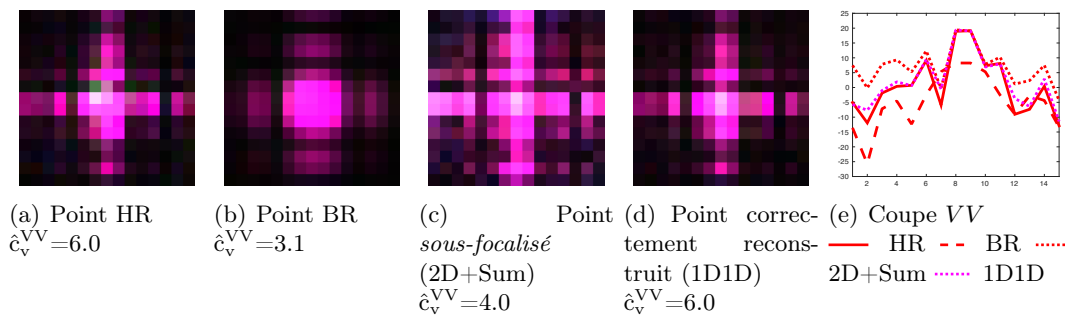


FIGURE 7.12 – Illustration du **Critère P1** La focalisation : apparence et profil d'un point *sous-focalisé*. Le même seuil a été appliqué aux vignettes.

Les coefficients de variation des images résultats et basses résolutions BR ont été comparés à celui des hautes résolutions HR, puis moyennés sur les 50 points brillants faisant partie de la base de test. La moyenne de la différence entre le coefficient de

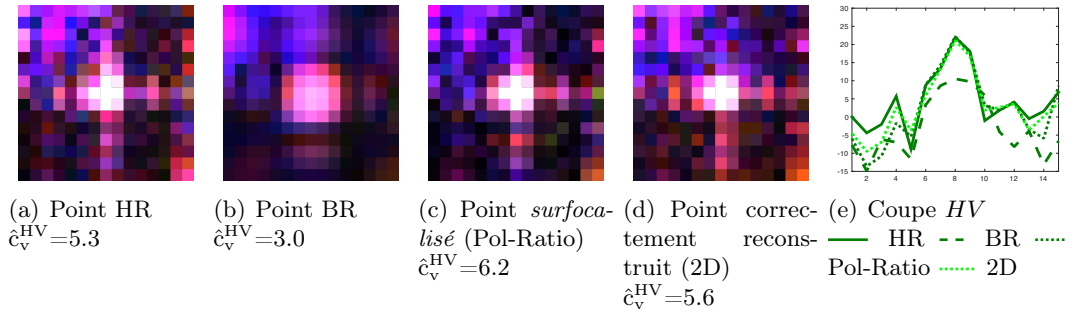


FIGURE 7.13 – Illustration du critère **Critère P1 La focalisation** : apparence et profil d'un point *surfocalisé*. Le même seuil a été appliqué aux vignettes.

variation de l'image haute résolution et le coefficient de variation des images reconstruites est représentée à la Figure 7.14 pour tous les canaux de polarisation.

Pour la polarisation *HH*, qui est la polarisation de référence, les algorithmes spectraux ont le même comportement. L'augmentation de la taille de la fenêtre, rapproche \hat{c}_v des images résultats de celui de l'image haute résolution. Le \hat{c}_v^{Res} atteint la valeur de \hat{c}_v^{HR} et n'augmente presque plus lorsque la taille de la fenêtre dépasse un certain seuil dont la valeur dépend du ratio entre la résolution de l'image haute et basse résolution.

Pour les polarisations *HV* et *VV*, \hat{c}_v^{Res} s'approche de \hat{c}_v^{HR} avant de s'en éloigner. La valeur de N_w pour laquelle \hat{c}_v^{Res} est le plus proche de \hat{c}_v^{HR} dépend de la polarisation et du ratio entre la résolution des images hautes et basses résolutions :

- Lorsque l'image basse résolution a une résolution très grossière et donc que le ratio entre les résolutions est faible, les points-brillants seront surfocalisés lorsque N_w dépassera la valeur du seuil. L'information du canal de référence semble devenir prédominante et \hat{c}_{vHH} est plus important que \hat{c}_v des autres polarisations. Il est cependant possible de trouver un N_w qui minimise l'écart entre \hat{c}_v^{Res} et \hat{c}_v^{HR} avec tous les algorithmes.
- Lorsque le ratio entre les résolutions est proche de 1, les points brillants des images résultats sont sous focalisés en moyenne : l'apport d'information haute résolution d'un autre canal polarimétrique ne permet plus de focaliser les points. Ainsi, l'algorithme 2D+Sum, qui utilise la redondance de la reconstruction, ne focalise pas les points-brillants alors que \hat{c}_{v1D1D} est très proche de \hat{c}_v^{HR} pour certain N_w .

Pour focaliser les points-brillants dans un canal polarimétrique différent du canal de référence, il est important de ne pas trop contraindre le modèle de corrélation des canaux polarimétriques. Utiliser la redondance des estimations comme pour l'algorithme 2D+Sum ou une fenêtre contenant un nombre important de pixel ne semble pas être la bonne stratégie.

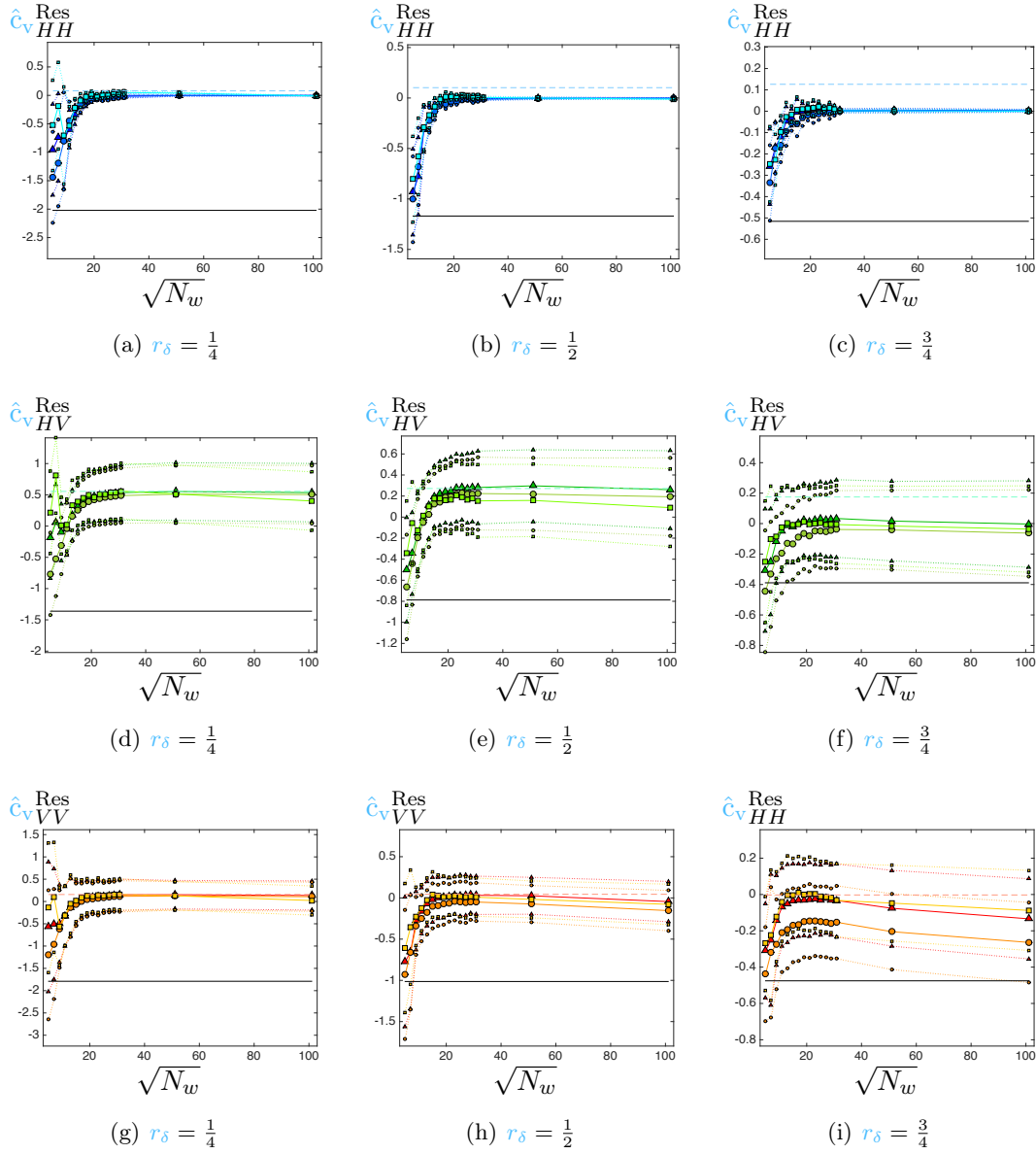


FIGURE 7.14 – Analyse du **Critère P1** La focalisation : Evolution de $\hat{c}_{vHH}^{\text{Res}}$, $\hat{c}_{vHV}^{\text{Res}}$ et $\hat{c}_{vVV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ \blacktriangle 2D \bullet 2D+Sum \blacksquare 1D1D
- - Pol-Ratio — BR

Critère P2 La préservation de l'intensité polarimétrique

Pour évaluer si la contribution au **span** des canaux polarimétriques n'est pas modifiée, nous allons utiliser l'indicateur suivant :

$$P_w = \frac{\text{span}^{\text{HR}}}{\text{span}^{\text{Res}}} \sum_n \frac{\sigma_n^{\text{Res}}}{\sigma_n^{\text{HR}}} + \frac{\text{span}^{\text{Res}}}{\text{span}^{\text{HR}}} \sum_n \frac{\sigma_n^{\text{HR}}}{\sigma_n^{\text{Res}}} - 2N \quad (7.7)$$

Il s'agit de la somme du ratio entre les proportions que représente chaque canal polarimétrique dans l'énergie du point. L'indicateur a été rendu symétrique et centré pour ressembler à une distance. Il est donc égale à 0 si deux points-brillants ont exactement

la même répartition de leur énergie entre les différents canaux.

Nous avons décidé de nous concentrer sur la proportion de chaque canal et non pas sur l'énergie absolue de chaque canal. Si l'énergie du canal HH est préservée, étudier la modification de la proportion du `span` qui correspond à l'énergie de chaque canal polarimétrique suffit pour quantifier la modification de l'énergie de chaque canal individuellement.

L'énergie du canal HH est préservée sur ce jeu de données où l'image basse résolution est extraite de la vérité terrain. La figure [Figure 7.15](#) représente les histogrammes du logarithme en base 10 du ratio entre l'énergie de l'image haute résolution et de l'énergie des images basse résolution, 1D1D , 2D et 2D+Sum .

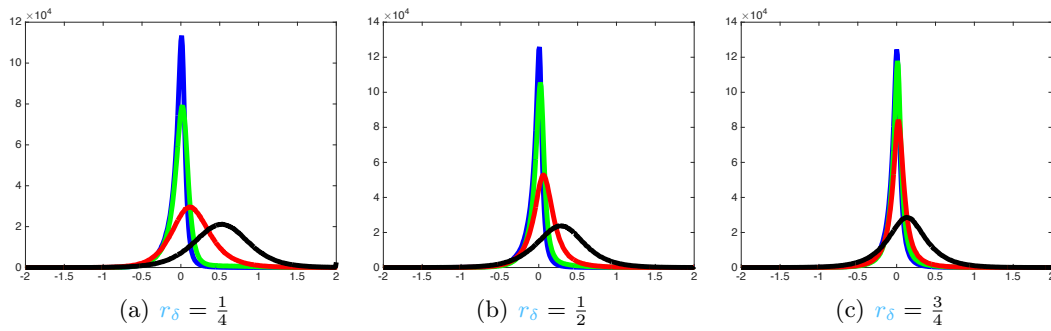


FIGURE 7.15 – Histogramme du log ratio de l'énergie du canal HH de l'image haute résolution et • de l'image basse résolution, • de l'image basse résolution, • 1D1D , • 2D , • 2D+Sum pour $N_w = 21^2$.

La variation du pic de l'histogramme du ratio des énergies des images hautes résolutions et basses résolutions est due à la modification de la surface du `spectre utile` de l'image basse résolution. Lorsque $r_\delta = \frac{1}{4}$, le maximum se trouve en $0.59 \approx \log_{10}(4)$, si $r_\delta = \frac{1}{3}$, le maximum se trouve en $0.30 \approx \log_{10}(2)$ et lorsque $r_\delta = \frac{3}{4}$, le maximum se trouve en $0.13 \approx \log_{10}(\frac{4}{3})$.

La dispersion des histogrammes est principalement causée par les lobes secondaires des points-brillants comme on peut le voir sur la [Figure 7.16](#).

Puisque l'énergie du canal HH est préservée, nous allons pouvoir utiliser P_W pour vérifier la reconstruction des intensités polarimétriques des points-brillants. La moyenne des distances P_W avec l'image haute résolution calculée sur les 50 points-brillants est illustrée à la [Figure 7.18](#).

La distance P_W augmente avec N_w , qu'elle soit calculée avec l'image haute ou basse résolution. L'algorithme 1D1D préserve le mieux le ratio polarimétrique et son erreur moyenne varie peu avec N_w alors que l'algorithme 2D+Sum a l'erreur moyenne la plus importante. Les points résultats semblent avoir un ratio polarimétrique plus proche de celui de l'image basse résolution que de celui de l'image haute résolution, ce qui est cohérent avec le fait que c'est le ratio polarimétrique basse résolution qui est appris par les algorithmes.

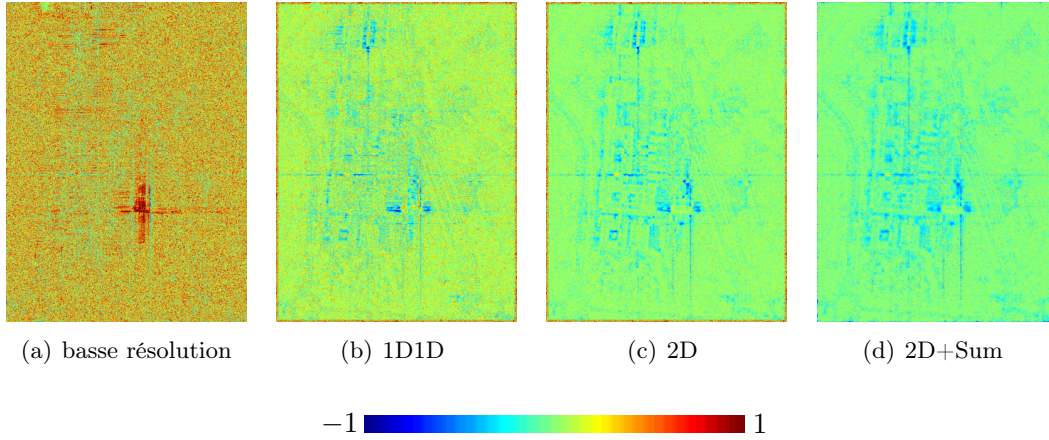


FIGURE 7.16 – Log ratio de l'énergie du canal HH de l'image haute résolution et de l'énergie des images basse résolution, 1D1D , 2D et 2D+Sum pour $r_\delta = \frac{1}{2}$ et $N_w = 21^2$.

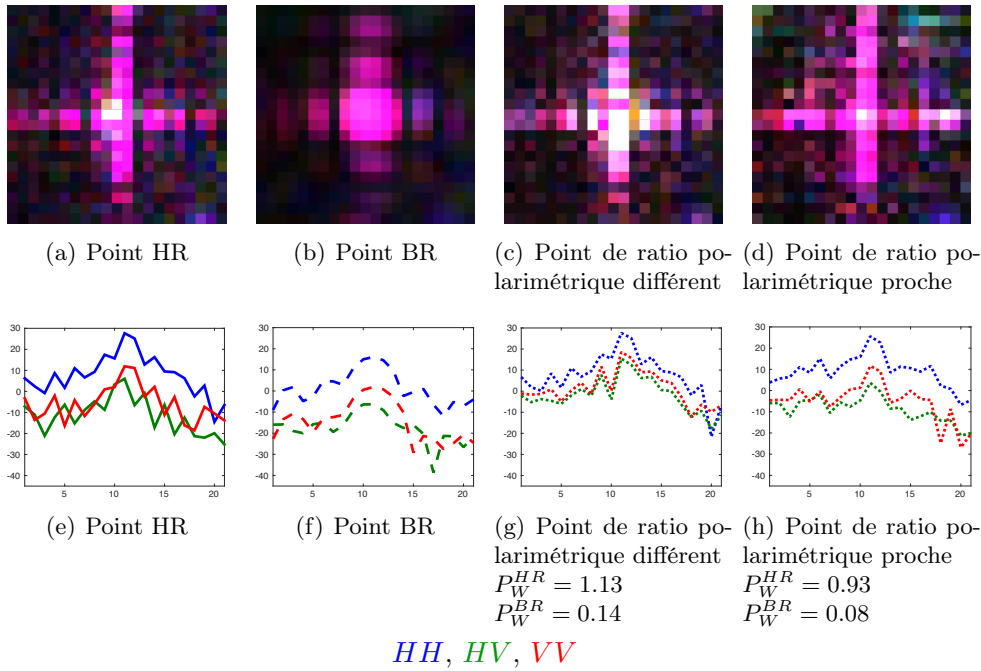


FIGURE 7.17 – Illustration du **Critère P2** La préservation de l'intensité polarimétrique : apparence et profil d'un point dont l'intensité des canaux polarimétrique est modifiée. Le même seuil a été appliqué aux figure (a), (b), (c) et (d).

Critère P3 La préservation de la phase

Pour estimer la qualité de la reconstruction de la phase, nous allons utiliser des critères explicités dans le chapitre 4 : $\hat{\gamma}$, le module de la moyenne des corrélations $\gamma e^{j\phi}$ calculées sur chaque vignette, et $\hat{\mu}$, la phase de la même moyenne.

On peut remarquer à la Figure 7.19 que $\hat{\gamma}$ entre les images hautes et basses résolution diminue avec le ratio de résolution r_δ . Lorsque la résolution des images polarimétriques devient plus grossière, les points-brillants sont moins cohérents entre eux. Même dans

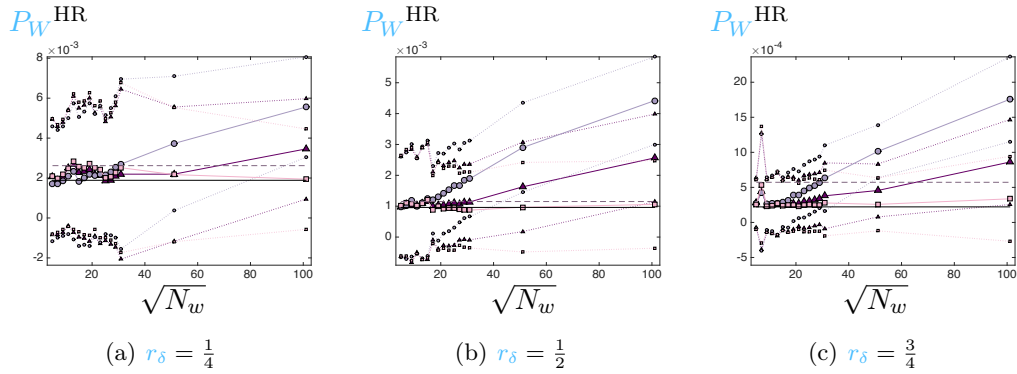


FIGURE 7.18 – Analyse du **Critère P2** La préservation de l'intensité polarimétrique : évolution de P_W^{HR} et avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ .

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

ce cas, la différence de phase entre l'image résultat et l'image VT, $\hat{\mu}$ a une amplitude maximum de 0.12 radian soit 7° .

Pour les faibles r_δ , la valeur de \hat{Y} augmente alors avec N_w . Les algorithmes corrèlent la phase des images résultats à la phase de l'image haute résolution, sans en changer la valeur moyenne, comme le montre la figure Figure 7.19.

Par contre, lorsque r_δ est proche de 1, le gain en cohérence est moins significatif et choisir N_w trop grand peut même amener une diminution de \hat{Y}^{Res} qui peut passer sous la valeur de \hat{Y}^{QP} . Ce comportement ne varie pas avec la polarisation, seul la polarisation HV est représentée à la Figure 7.19.

Conclusion

Tous les algorithmes ont des performances comparables sur la focalisation des points brillants. Pour éviter une mauvaise focalisation dans les canaux différents du canal de référence, il faut privilégier des fenêtres de traitement de taille inférieure à 25×25 pixels, surtout lorsque la résolution de l'image polarimétrique est beaucoup plus grossière que celle de l'image haute résolution ($r_\delta = \frac{1}{4}$).

Cette conclusion est similaire pour la phase où des écarts maximum de 10° en moyenne sont observés. Les fluctuations de la phase sont minimales pour des fenêtres de $N_w = 21^2$ environ.

L'algorithme 1D1D permet de mieux préserver les informations de l'intensité polarimétrique, quelle que soit la taille de la fenêtre de traitement.

7.5.5 Evaluation de la reconstruction du fouillis

Critère S1 La préservation des statistiques spatiales

Si le fouillis des images hautes et basses résolutions d'entrée est du speckle pleinement développé, notre objectif est que le fouillis des images résultats de nos algorithmes garde les mêmes propriétés.

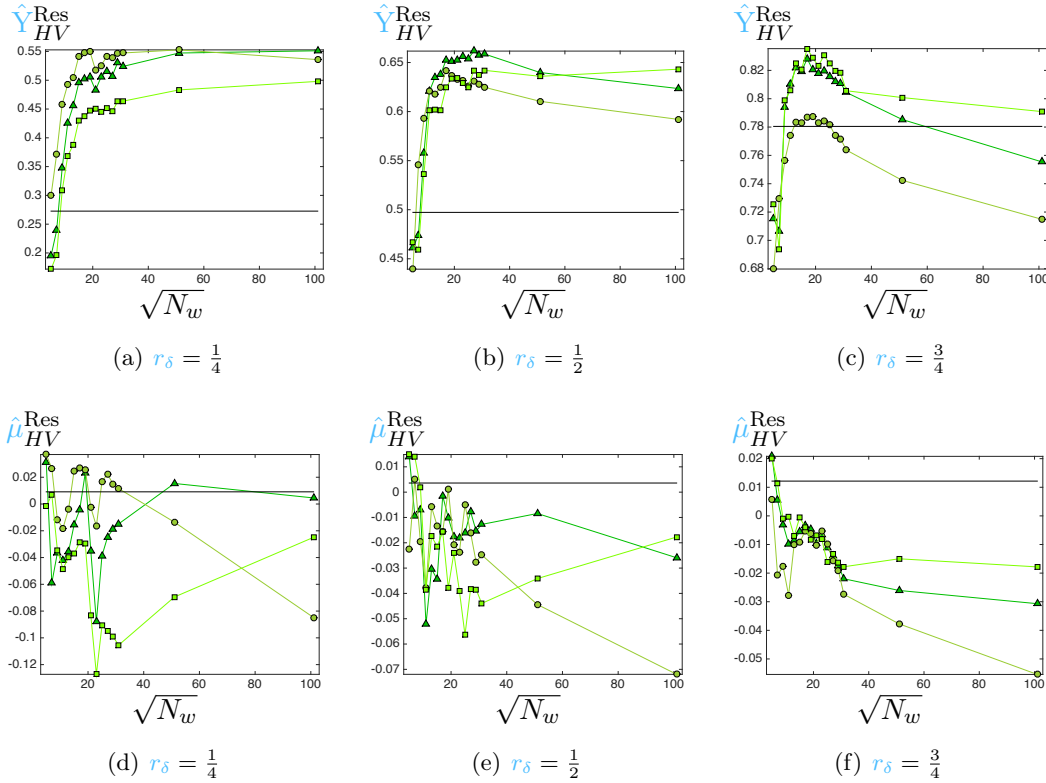


FIGURE 7.19 – Analyse du **Critère P3** La préservation de la phase : évolution de \hat{Y}_{HV}^{Res} et $\hat{\mu}_{HV}^{Res}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . Ces indicateurs calculés pour les canaux HH et VV peuvent se trouver à la [Figure J.1](#) et à la [Figure J.2](#).
▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D — BR

Pour évaluer le caractère pleinement développé du speckle, deux indicateurs ont déjà été proposés à la [sous-section 6.1.2](#) : \hat{L} , l'estimé du paramètre L de la loi de Rayleigh-Nakagami par la méthode des log-cumulants et \hat{c}_v , le coefficient de variation défini à l'[Équation 6.3](#). Comme nous l'avons vu dans la [sous-section 6.3.1](#), ces deux indicateurs permettent uniquement de savoir si le speckle est pleinement développé ou non et ne peuvent pas être utilisés comme des mesures de l'éloignement à la distribution gaussienne.

Bien que n'ayant pas les mêmes valeurs, ces deux paramètres ont des comportements similaires. Pour étudier le fouillis, nous avons choisi de ne représenter que les valeurs de \hat{L} à la [Figure 7.20](#). Sur cette figure, seuls les résultats dans le canal HV ont été représentés car les statistiques du fouillis reconstruit ne varient pas avec la polarisation.

Comme attendu pour du speckle pleinement développé, \hat{L}^{QP} est proche de 1, ce qui n'est pas le cas pour Pol-Ratio dont la valeur de $\hat{L}^{Pol-Ratio}$ est très inférieure à 1. Les algorithmes spectraux ont aussi une valeur de \hat{L}^{Res} différente de 1 lorsque N_w est faible mais cette valeur se rapproche de 1 lorsque N_w augmente.

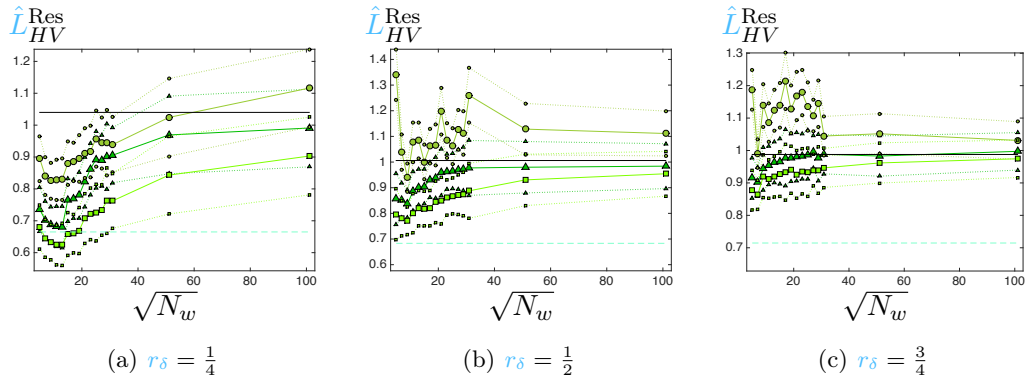


FIGURE 7.20 – Analyse du **Critère S1** La préservation des statistiques spatiales : évolution de \hat{L}_{HV}^{Res} avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . Les valeurs de \hat{L}_{HH}^{Res} et \hat{L}_{VV}^{Res} peuvent se trouver à la [Figure J.3](#).

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

Critère S2 La préservation de l'intensité polarimétrique

Comme pour les points-brillants, la reconstruction de l'intensité des canaux polarimétriques est testée en utilisant le critère P_W , défini à l'Équation 7.7.

A la [Figure 7.21](#), la distance P_W avec l'image haute résolution est représentée pour l'image basse résolution et les algorithmes d'amélioration de la résolution que nous avons développés. On peut y voir que tous les algorithmes spectraux ont des valeurs proches entre eux et proches de l'image basse résolution. Pour les algorithmes spectraux, l'ordre de grandeur de P_W diminue lorsque r_δ s'approche de 1 alors que la valeur de $P_W^{Pol-Ratio}$ varie peu avec r_δ . Lorsque r_δ est proche de 1, l'algorithme $P_W^{Pol-Ratio}$ a une valeur supérieure à celle des autres algorithmes.

Contrairement aux points-brillants, P_W n'augmente pas avec N_w . Le speckle étant homogène pour les vignettes choisies, augmenter la taille de la fenêtre ne modifie pas l'estimation de la puissance des canaux polarimétriques.

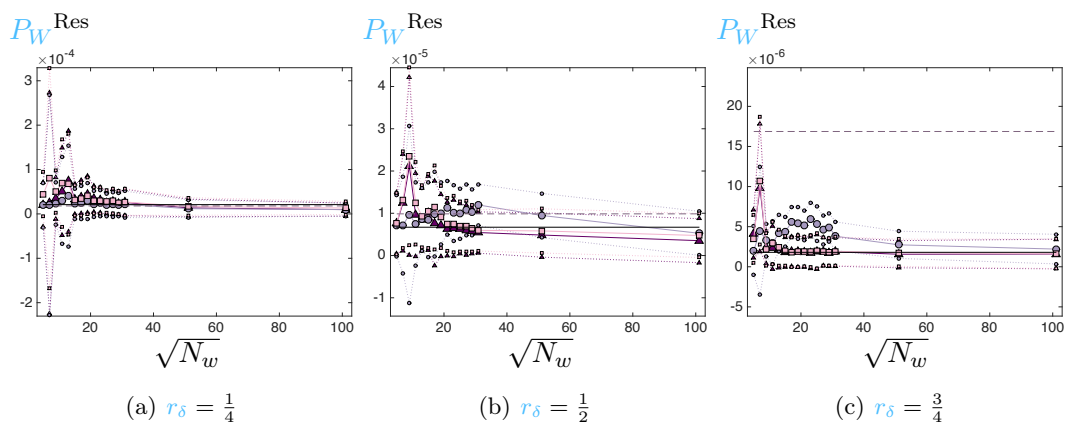


FIGURE 7.21 – Analyse du **Critère S2** La préservation de l'intensité polarimétrique : évolution de P_W^{Res} avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . ▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

Critère S3 La préservation de la corrélation polarimétrique

Pour étudier la corrélation entre les canaux polarimétriques, nous allons utiliser une distance dérivée de la distance de Wishart symétrique :

$$C_W = \text{Tr}(\mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{\Gamma}_2^{-1}) + \text{Tr}(\mathbf{\Gamma}_1^{-1} \mathbf{\Gamma}_2) - 2N \quad (7.8)$$

où Tr est l'opérateur trace et $\mathbf{\Gamma}$, la matrice de covariance normalisée dont les composantes $\mathbf{\Gamma}_{n,n'}$ peuvent être définies de la façon suivante, à partir des composantes de la matrice de covariance \mathbf{C} :

$$\mathbf{\Gamma}_{n,n'} = \frac{C_{n,n'}}{\sqrt{C_{n,n}} \sqrt{C_{n',n'}}} \quad \forall (n, n') \in [1, N]^2 \quad (7.9)$$

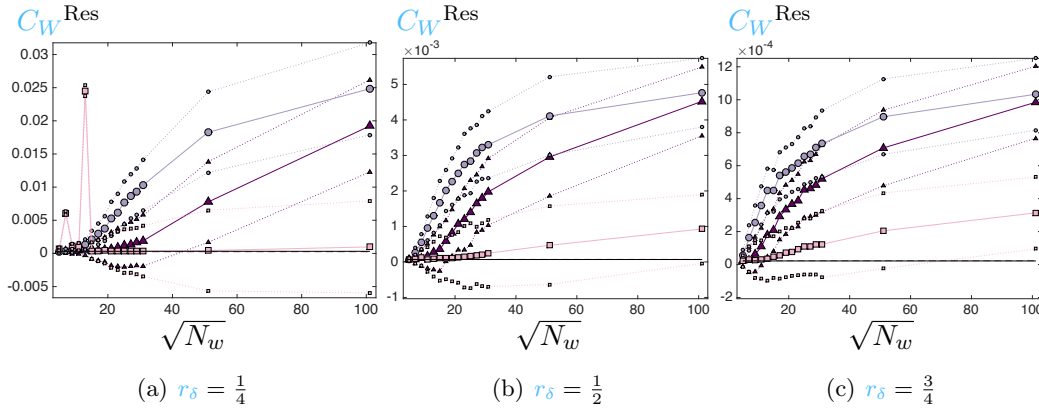


FIGURE 7.22 – Analyse du critère S3 la corrélation entre les canaux polarimétrique : évolution de C_W^{Res} avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . \blacktriangle 2D \bullet 2D+Sum \blacksquare 1D1D - - Pol-Ratio — BR

La Figure 7.22 montre que C_W augmente avec N_w : plus la fenêtre de traitement est grande, plus le degré de cohérence entre les canaux polarimétrique est modifiée. L'algorithme 1D1D est celui qui modifie le moins le degré de cohérence. Ce comportement est illustré à la Figure 7.23, qui montre que le degré de cohérence est augmenté par les algorithmes. En effet, nous avons conçu les algorithmes sur l'hypothèse que les réponses polarimétriques des vignettes sont corrélées, ce qui n'est pas le cas pour le fouillis. L'augmentation de la corrélation est plus important lorsque r_δ est proche de 0 car une proportion plus importante du spectre haute résolution est inclus. De plus, C_W est croissant avec N_w et est plus important pour l'algorithme 2D+Sum car l'hypothèse de point-brillant sera imposée plus strictement lors de la reconstruction.

Critère S4 La préservation des informations interférométriques

Bien que C_W prenne en compte la différence de phase entre les canaux, il est important de la tester individuellement pour évaluer l'information interférométrique disponible dans les images résultats. Comme pour les points-brillants, les paramètres $\hat{\mu}$ et \hat{Y} sont utilisés pour analyser la modification de la phase.

$HH + VV$, $HH - VV$, HV

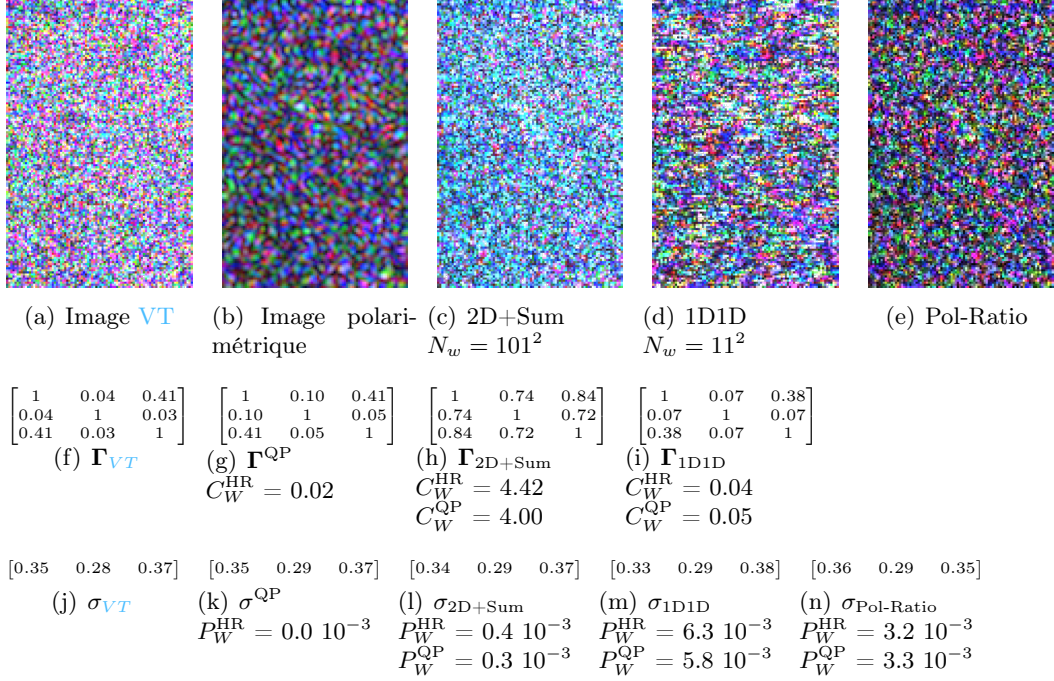


FIGURE 7.23 – Illustration du **Critère S3** La préservation de la corrélation polarimétrique : Les algorithmes développés corrélient les canaux polarimétriques du speckle.

Les trois canaux polarimétriques ont la même variation de $\hat{\mu}$. Seul le canal VV a été représenté à la Figure 7.24. L'ordre de grandeur de la différence de phase moyenne entre les images résultats et les images hautes et basses résolutions est de 10^{-2} à 10^{-3} radian, soit 3° au maximum.

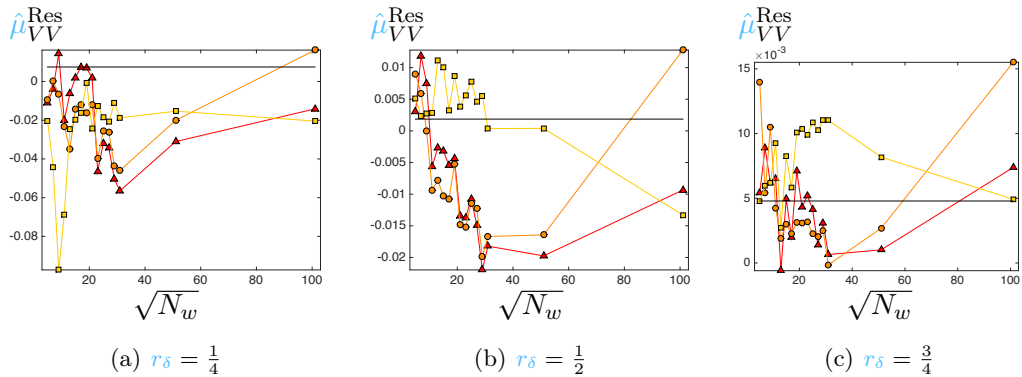


FIGURE 7.24 – Analyse du **Critère S4** La préservation des informations interférométriques : évolution de $\hat{\mu}_{VV}^{Res}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . L'évolution de $\hat{\mu}_{HH}^{Res}$ et $\hat{\mu}_{HV}^{Res}$ est représentée à la Figure J.4.

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

Comme le montre la Figure 7.25, le comportement de \hat{Y} dépend du canal de polarisation :

- **HH**. La valeur de \hat{Y}_{HH}^{Res} est proche \hat{Y}_{HH}^{QP} , puis augmente avant d'atteindre une

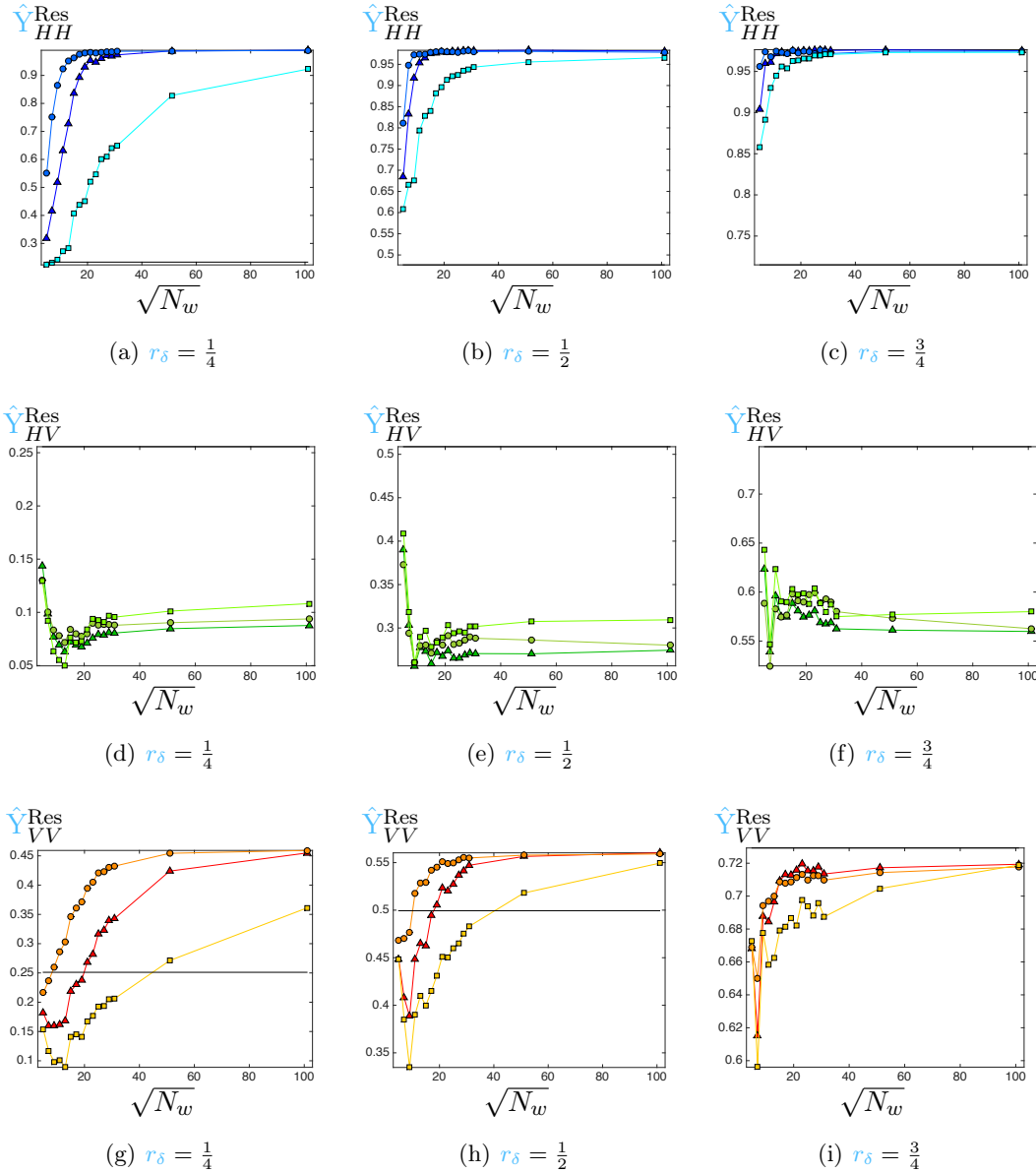


FIGURE 7.25 – Analyse du **Critère S4** La préservation des informations interférométriques : évolution de $\hat{Y}_{HV}^{\text{Res}}$ et $\hat{Y}_{VV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ .
▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

valeur de seuil supérieure à 0.90. La taille de la fenêtre pour laquelle la valeur de seuil est atteinte diminue lors r_δ s'approche de 1. Lorsque r_δ et N_w sont faible, l'information de phase n'est pas estimée sur beaucoup de points puisqu'elle n'est estimée que sur la partie commune des spectres, ce qui peut expliquer ces faibles valeurs de $\hat{Y}_{HH}^{\text{Res}}$.

- **HV**. La variabilité de l'estimation de l'information de phase lorsque N_w est petit est certainement causée par la petite taille de l'échantillon d'estimation. Cette variabilité peut expliquer que $\hat{Y}_{HV}^{\text{Res}}$ diminue pour les petits N_w , puis augmente à nouveau pour atteindre sa valeur d'origine. Mais $\hat{Y}_{HV}^{\text{Res}}$ est toujours plus faible que \hat{Y}_{HV}^{QP} . Il faut aussi souligner que HV n'est pas corrélé avec HH , ce qui rend

difficile l'estimation de la phase entre les canaux.

- **VV**. Le comportement dans ce canal est entre celui du canal *HH* et celui du canal *HV*, certainement car le canal *VV* est plus corrélé avec le canal *HH* que ne l'est le canal *HV*. La courbe de $\hat{Y}_{VV}^{\text{Res}}$ diminue lorsque N_w est faible puis augmente avant d'atteindre un plateau supérieur à sa valeur d'origine et supérieur à la valeur de \hat{Y}_{VV}^{QP} lorsque r_δ est faible.

Conclusion

Dans le cas du fouillis, les intensités des canaux polarimétriques sont mieux préservées que dans le cas des points-brillants. De plus, la différence de phase entre les images résultat et les images **VT** est très faible (3°), quel que soit l'algorithme.

Par contre, tous les algorithmes de Pol-Sharpning que nous avons développés modifient les statistiques polarimétrique du fouillis, particulièrement lorsque la résolution de l'image polarimétrique est plus grossière que celle de l'image haute résolution et qu'une proportion importante de spectre haute résolution est insérée. Les statistiques spatiales des images résultats s'approchent des statistiques d'entrée lorsque la taille de la fenêtre de traitement augmente.

Les algorithmes reposent sur l'hypothèse que les réponses des vignettes dans les canaux polarimétriques sont complètement corrélées. De ce fait, le degré de cohérence entre les différents canaux polarimétriques des images résultats est supérieur au degré de cohérence de l'image basse résolution et de l'image **VT**. L'algorithme 1D1D est celui qui augmente le moins le degré de cohérence alors que l'algorithme 2D+Sum est celui qui l'augmente le plus. Ce comportement est accentué par la taille de la fenêtre N_w .

7.5.6 Évaluation de la reconstruction du fouillis au voisinage d'un point-brillant

Critère S1 La préservation des statistiques spatiales

Les statistiques du fouillis au voisinage de points-brillants ont le même comportement quelque soit le canal polarimétrique considéré. La [Figure 7.26](#) représente donc \hat{L}^{QP} et \hat{L}^{Res} pour le canal *VV*.

On peut y voir que \hat{L}^{QP} n'est plus strictement égal à 1, ce qui est certainement causé par des lobes secondaires d'amplitude faible qui peuvent être présents dans les vignettes de speckle au voisinage de points-brillants. \hat{L}^{Res} tend à se rapprocher de la valeur de \hat{L}^{QP} lorsque N_w augmente. Cela est d'autant plus rapide que le ratio de résolution r_δ est proche de 1. Lorsque le ratio de résolution est faible, seul l'algorithme 2D+Sum atteint la valeur de \hat{L}^{QP} pour $N_w \leq 100$.

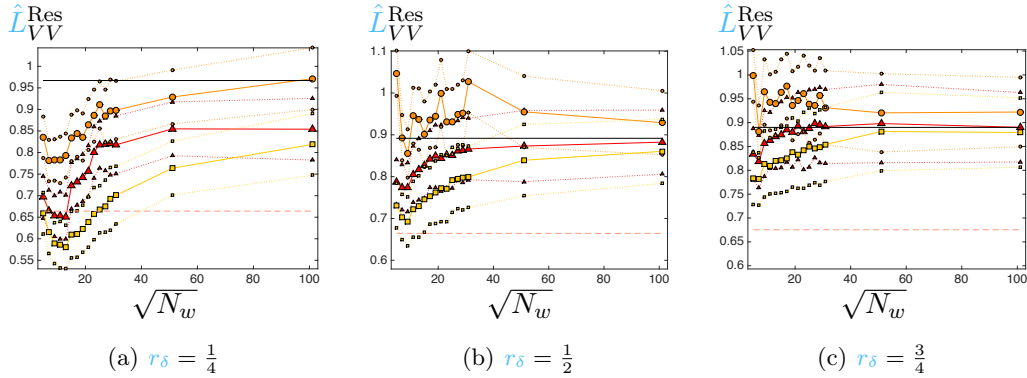


FIGURE 7.26 – Analyse du **Critère S1** La préservation des statistiques spatiales : évolution de $\hat{L}_{VV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . Pour comparer \hat{L}^{Res} en fonction du canal polarimétrique, $\hat{L}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{L}_{HV}^{\text{Res}}$ sont représentés à la Figure J.5

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

Critère S2 La préservation de l'intensité polarimétrique

Comme dans les deux études précédentes, nous avons utilisé P_W pour évaluer la modification de l'intensité des canaux polarimétriques. Les valeurs de cette distance sont représentées à la Figure 7.27.

Au voisinage de points-brillants, les intensités des canaux polarimétriques sont modifiées et P_W augmente avec N_w . Ce comportement s'explique par le fait que des points-brillants peuvent alors être inclus dans \mathbf{W} . Ce point-brillant va alors influencer l'estimation du complexe c et modifier l'estimation de la proportion polarimétrique.

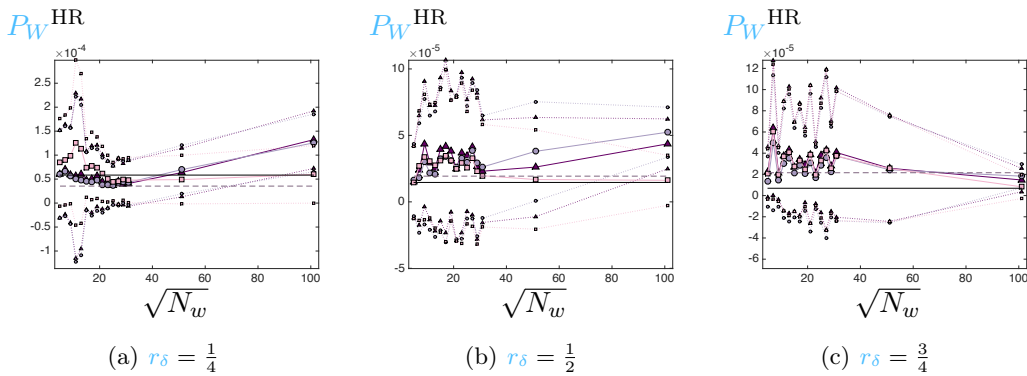
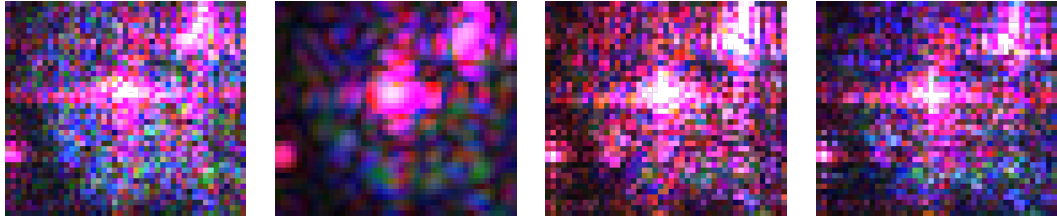


FIGURE 7.27 – Analyse du **Critère S2** La préservation de l'intensité polarimétrique : évolution de P_W^{HR} et avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ .

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

Bien que les algorithmes ont des valeurs de P_W proches, 1D1D préserve mieux l'intensité des canaux polarimétriques dans le cas des fenêtres qui peuvent inclure des points-brillants, comme le montre la Figure 7.28. Le fait que c soit estimé ligne par ligne et colonne par colonne permet de diminuer l'influence du point-brillant sur la reconstruction du speckle.

$HH + VV, HH - VV, HV$


(a) Image VT (b) Image polarimétrique (c) 2D+Sum $N_w = 101^2$ (d) 1D1D $N_w = 101^2$

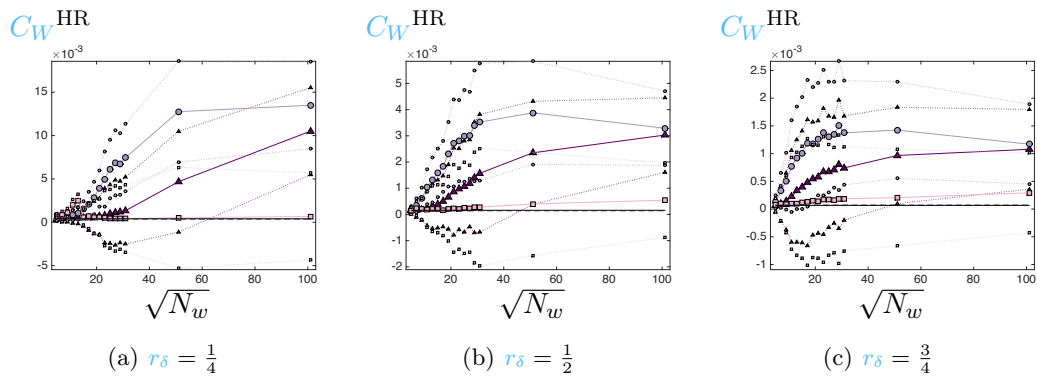
$[0.38 \ 0.25 \ 0.37]$	$[0.41 \ 0.24 \ 0.35]$	$[0.46 \ 0.19 \ 0.35]$	$[0.42 \ 0.22 \ 0.36]$
(e) σ_{VT}	(f) σ^{QP}	(g) σ_{2D+Sum}	(h) σ_{1D1D}
	$P_W^{HR} = 0.9 \cdot 10^{-2}$	$P_W^{HR} = 7.6 \cdot 10^{-2}$	$P_W^{HR} = 1.3 \cdot 10^{-2}$
		$P_W^{QP} = 11.7 \cdot 10^{-2}$	$P_W^{QP} = 2.8 \cdot 10^{-2}$

FIGURE 7.28 – Illustration du **Critère S2** La préservation de l'intensité polarimétrique : modification de l'intensité des canaux polarimétriques du speckle par le voisinage d'un point-brillant

Critère S3 La préservation de la corrélation polarimétrique

La modification du degré de cohérence entre les canaux polarimétriques est aussi mesurée par C_W dans le cas du speckle au voisinage de points-brillants. Comme le montre la Figure 7.29, les résultats sont similaires à ceux de l'étude sur le speckle ne subissant pas l'influence d'un point-brillant : C_W augmente avec N_w pour tous les algorithmes sauf pour l'algorithme 1D1D qui préserve le mieux la corrélation des canaux.

Lorsque la taille de la fenêtre augmente, l'information haute résolution devient prépondérante dans les canaux polarimétriques reconstruits et les canaux polarimétriques deviennent très corrélés.



(a) $r_\delta = \frac{1}{4}$

(b) $r_\delta = \frac{1}{2}$

(c) $r_\delta = \frac{3}{4}$

FIGURE 7.29 – Analyse du **Critère S3** La préservation de la corrélation polarimétrique : évolution de C_W^{HR} avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

Critère S4 La préservation des informations interférométriques

La différence de phase entre les images résultats et l'image haute résolution, $\hat{\mu}$ est de 10^{-1} à 10^{-2} radian pour tous les algorithmes. Lorsqu'un point-brillant est au voisinage du speckle, la valeur maximum de l'amplitude de la différence de phase est de 20° alors qu'il n'était que de 3° pour le fouillis. La précision sur cette différence de phase augmente avec r_δ . Comme, la différence de phase varie peu avec le canal polarimétrique, seul $\hat{\mu}$ pour le canal HV qui est représenté à la Figure 7.30.

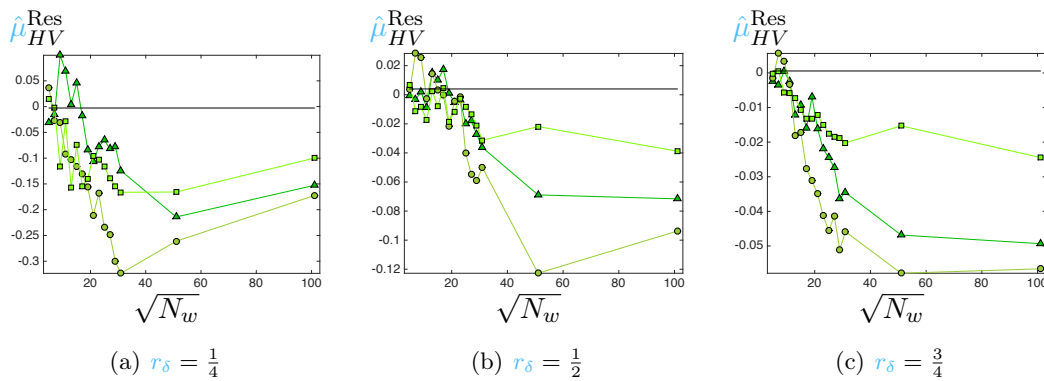


FIGURE 7.30 – Analyse du critère S4 La phase : évolution de $\hat{\mu}_{HV}^{Res}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . Les variations de $\hat{\mu}_{HH}^{Res}$ et $\hat{\mu}_{VV}^{Res}$ sont représentées à la Figure J.6.

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

L'évolution de \hat{Y} pour le speckle proche des points-brillants est similaire à son évolution pour le speckle loin de points-brillants comme le montre la Figure 7.31. Il semble que l'estimation de l'information de phase soit instable pour les petites tailles de fenêtre. Pour le canal HV , peu corrélé au canal HH pour les zones de speckle considérées, ajouter de l'information haute résolution augmente la dispersion de la différence de phase entre l'image haute résolution et l'image résultat par rapport à l'image basse résolution.

Conclusion

Les statistiques des images résultats ont les mêmes écarts au modèle du speckle $L = 1$ dans le cas où le un point-brillant est au voisinage du speckle que dans le cas où il n'y a pas de points-brillants au voisinage du speckle.

Par contre, les points-brillants au voisinage du fouillis dégradent les résultats de reconstruction de l'intensité des canaux polarimétriques, du degré de cohérence entre les canaux polarimétriques et de la phase. Les estimations de ces paramètres sont modifiées par les points-brillants, lorsqu'ils se trouvent dans la fenêtre de traitement. Seul l'algorithme 1D1D conserve des résultats proches du scénario précédent.

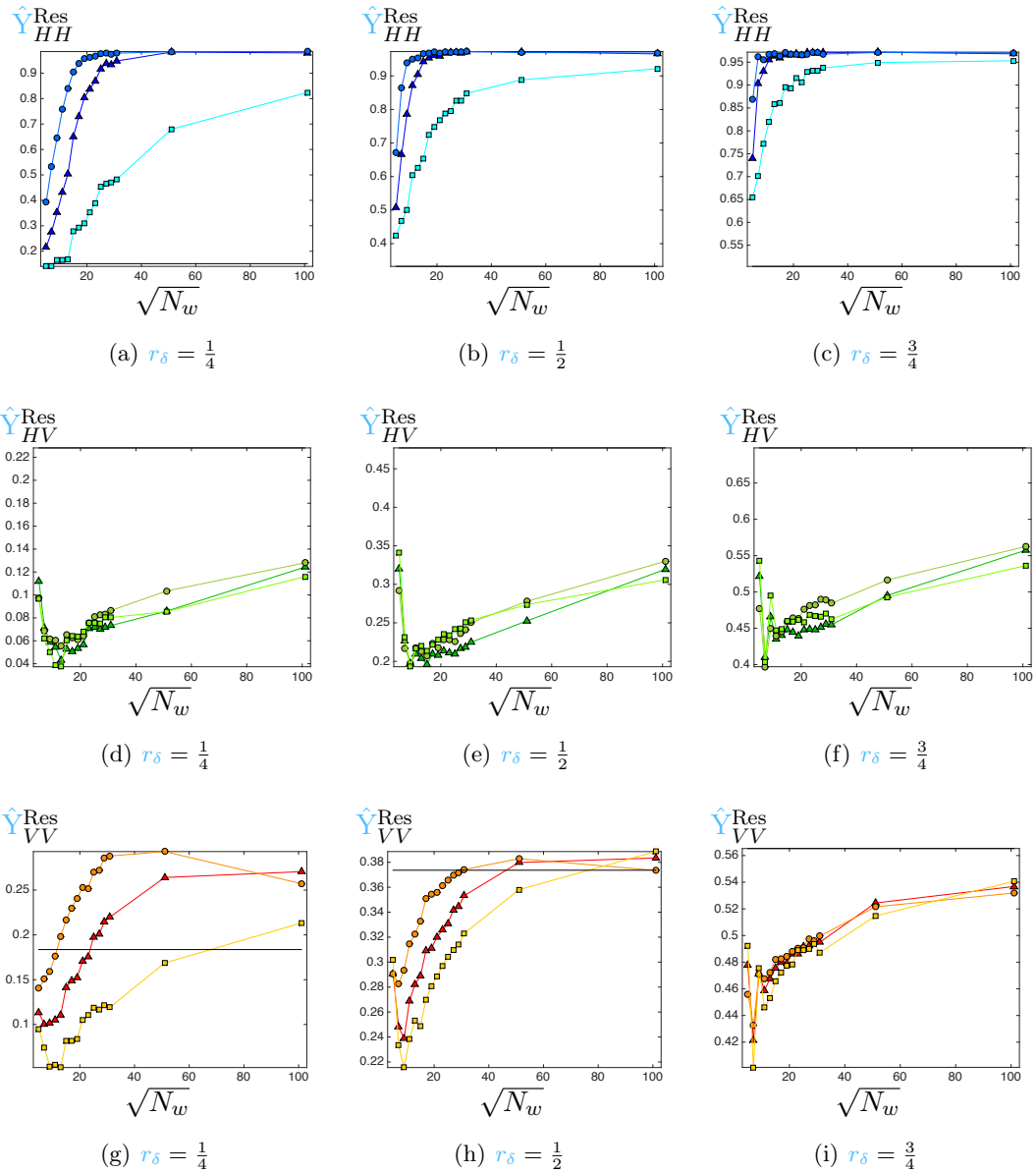


FIGURE 7.31 – Evolution de $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ et avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

7.5.7 Conclusion de l'évaluation des algorithmes que nous avons développés

L'information polarimétrique est mieux préservée lorsque N_w , la taille de la fenêtre d'estimation \mathbf{W} , est petite. Lorsqu'elle augmente, l'énergie des points-brillants ou du speckle proche des points-brillants change dans les canaux polarimétriques qui ne sont pas celui de référence. La corrélation entre les canaux polarimétriques augmente aussi. L'algorithme 1D1D est celui qui minimise la modification de ces paramètres, en permettant l'estimation de plusieurs comportements dans la même fenêtre.

Par contre, pour obtenir un fouillis avec les mêmes statistiques spatiales que celles

des images basses résolutions, des grandes fenêtres \mathbf{W} sont à privilégier et l'algorithme 2D est celui qui offre le meilleur compromis. Un choix de N_w élevé permet d'estimer de façon plus stable l'information de phase interférométrique du speckle.

Pour les polarisations qui ne sont pas la polarisation de référence (donc HV et VV dans notre cas), il est nécessaire de trouver un compromis dans la taille de la fenêtre pour permettre une bonne focalisation des points-brillants et l'estimation de leur phase. Ce compromis dépend de r_δ , le ratio entre la résolution de l'image haute résolution et de l'image basse résolution :

- Lorsque r_δ est faible, il n'est pas possible de trouver un N_w qui permette de ne pas *sur-focaliser* HV sans *sous-focaliser* HH et VV . Par contre lorsque $r_\delta \geq \frac{1}{2}$, $N_w = 21^2$ est adapté à tous les canaux polarimétriques.
- Une fenêtre de taille $N_w = 21^2$ permet aussi de limiter les erreurs et les fluctuations de la reconstruction de la phase des points-brillants.

Utiliser la redondance de l'estimation, comme le fait l'algorithme 2D+Sum n'apporte pas d'avantage car cet algorithme apporte trop d'information de l'image haute résolution dans la reconstruction. Par contre, il est plus robuste aux changements entre l'image haute et basse résolution. En privilégiant l'information haute-résolution, il permet une meilleure reconstruction que les autres algorithmes.

7.6 Résultats sur données réelles

7.6.1 Estimation de c : localisation du spectre basse résolution

Pour que vignette par vignette, le complexe c puisse être estimés, il est nécessaire de connaître la partie commune entre le spectre haute résolution et le spectre basse résolution. Dans ce travail, nous faisons l'hypothèse que le spectre basse résolution est entièrement inclus dans le spectre haute résolution. Il devient donc uniquement nécessaire de connaître la position du spectre basse résolution dans une vignette.

Cette étape est aussi très importante pour une bonne inclusion du spectre basse résolution dans le spectre haute résolution. Si dans chaque vignette, des zones correspondants aux marges de sécurité sont incluses dans le spectre haute résolution, des zones d'énergie faible se retrouveront au milieu du spectre de l'image reconstruite, pouvant introduire des artefacts dans l'image résultat.

Dans ce travail, nous avons choisi de ne pas déduire la position du spectre basse résolution des vignettes de la position du spectre de l'image entière. En effet, estimer les bords du spectre de l'image d'entrée n'est pas nécessairement plus évident et les erreurs de localisation pourraient se propager. De plus, pour réduire les oscillations présentes dans le spectre, une fenêtre d'apodisation est appliquée à la vignette image avant sa transformée de Fourier, changeant légèrement la taille du spectre. Nous avons donc décidé d'estimer la position du spectre basse résolution dans une vignette à partir de spectre de la vignette. Or la [Figure 7.32](#) montre que la répartition de l'énergie du spectre change en fonction de la vignette.

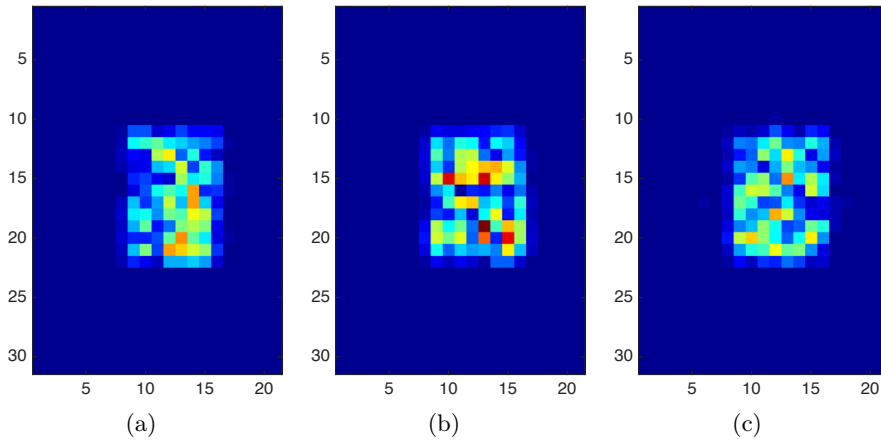


FIGURE 7.32 – Spectre de différentes vignettes 31×21 de l'image basse résolution du jeu de données de Toulouse $r_\delta = \frac{1}{2}$.

L'estimation de la position du spectre est effectuée en azimuth et en distance séparément. La transformée de Fourier unidirectionnelle est appliquée à toutes les lignes ou toutes les colonnes de la vignette séparément puis sommée dans la direction orthogonale. Le résultat est un profil du spectre. Pour limiter encore la variabilité de l'estimation, ces profils sont sommés sur un grand nombre de vignettes (10^6 généralement). Cette opération est coûteuse en temps de calcul, mais ne doit être effectuée qu'une fois pour les trois algorithmes. Les profils pour l'image de Toulouse avec $r_\delta = \frac{1}{2}$ sont représentés à la Figure 7.33. Puis un seuil est appliqué. Le seuil est fixé par rapport au maximum du spectre, en fonction de paramètres spécifiés par l'utilisateur.

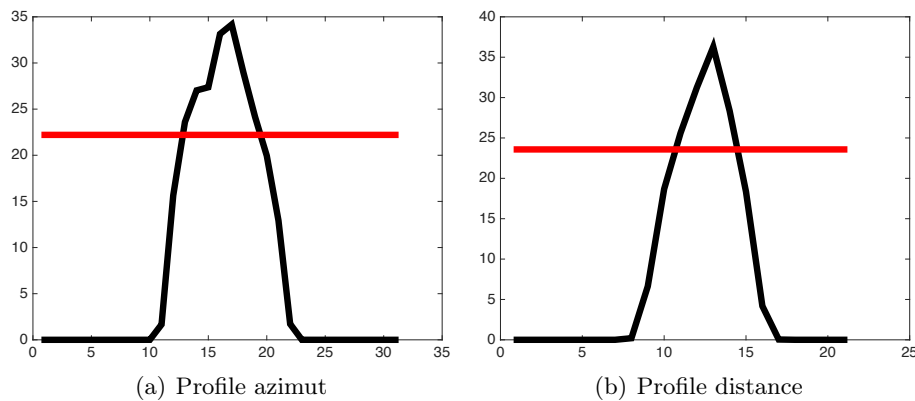


FIGURE 7.33 – Profils du spectre dans la direction azimuth et la direction distance pour le jeu de données de Toulouse $r_\delta = \frac{1}{2}$.

L'objectif est de garder le plus grand nombre de points possible dans ce qui est considéré comme le spectre d'une vignette basse résolution. En effet, si le spectre basse résolution estimé contient un faible nombre de points, l'estimation du complexe c aura une très grande variance⁴.

4. La variance de l'estimation des coefficients diagonaux de la matrices de covariance, ce qui correspond au module de c ou de la phase des coefficient extra-diagonaux (ce qui correspond à la phase de

Cependant, ces profils montrent bien que l'énergie du spectre basse résolution décroît rapidement. Inclure une surface de spectre basse résolution trop grande pourrait induire une rupture de continuité dans le spectre résultat car une partie des marges de sécurité pourrait être incluse.

7.6.2 SETHI : Salon de Provence

Présentation du jeu de données. Les images de Salon de Provence acquises par le capteur SETHI de l'ONERA en bande X sont très proches des images utilisées dans la section précédente. Ces images ont la même résolution en azimuth. L'image haute résolution a une résolution de 10 cm en distance alors que l'image basse résolution a une résolution de 15 cm en distance. Les deux images ont été acquises en 2008, à quelques jours d'intervalle. Les vignettes traitées sont visibles à la [Figure 7.34](#). La dégradation de la résolution y est peu visible.

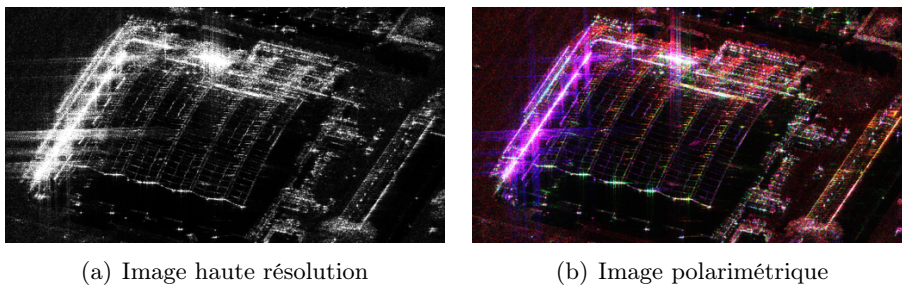


FIGURE 7.34 – Les images de Salon de Provence acquises par SETHI. Image polarimétrique représentée dans la base de Pauli : $HH + VV$, $HH - VV$, HV .

Pré-traitements nécessaires. Peu de pré-traitements sont nécessaires pour ces données, mais pour rendre l'implémentation informatique plus simple, il faut que le [spectre utile](#) soit continu dans la fenêtre d'analyse. Il est donc nécessaire de le localiser, puis de le translater. La translation est effectuée par multiplication de l'image par une rampe de phase. Il suffira de multiplier les images résultats par la rampe de phase conjuguée pour que leur spectre soit dans la configuration d'origine.

Le spectre est localisé dans les deux directions séparément. Dans chaque direction, une corrélation avec une sinusoïde dont la période est la taille de l'image est effectuée, comme le montre la [Figure 7.35](#). Les *marges de sécurité* ainsi que la partie contenant de l'énergie pourront être localisées sans hypothèses sur la largeur du [spectre utile](#). Pour plus de robustesse, la corrélation est appliquée sur la somme des transformées de Fourier à une dimension faite sur toute l'image.

Le décalage est mesuré sur le spectre haute résolution, puis appliqué de la même manière au spectre basse résolution pour conserver les informations interférométriques, comme on peut le voir à la [Figure 7.36](#).

c) ont été discutés au [chapitre 4](#) dans le cas du speckle.

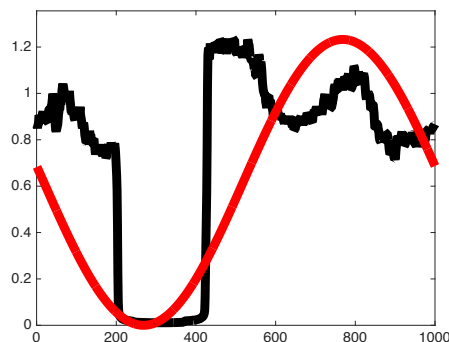
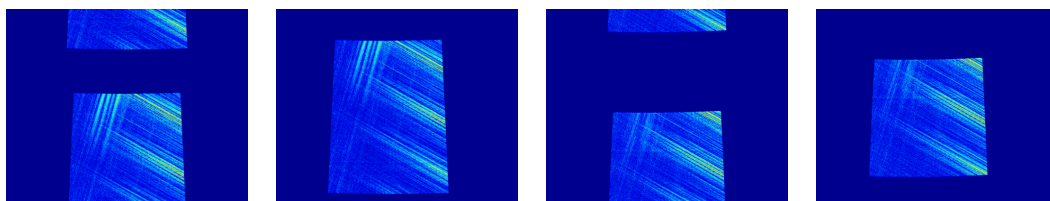


FIGURE 7.35 – Comparaison entre le spectre et une sinusoïde. ● Somme des \mathcal{TF}_{1D} ● Sinusoïde correspondante



(a) Spectre HR enroulé (b) Spectre HR centré (c) Spectre BR enroulé (d) Spectre BR centré

FIGURE 7.36 – Recentrage du spectre

Résultats Le résultat de reconstruction présenté à la [Figure 7.37](#) est celui de l'algorithme 1D1D avec une fenêtre 21×21 , qui nous semble être le meilleur compromis entre la focalisation des points, et la préservation des propriétés polarimétriques des points-brillants et du speckle.

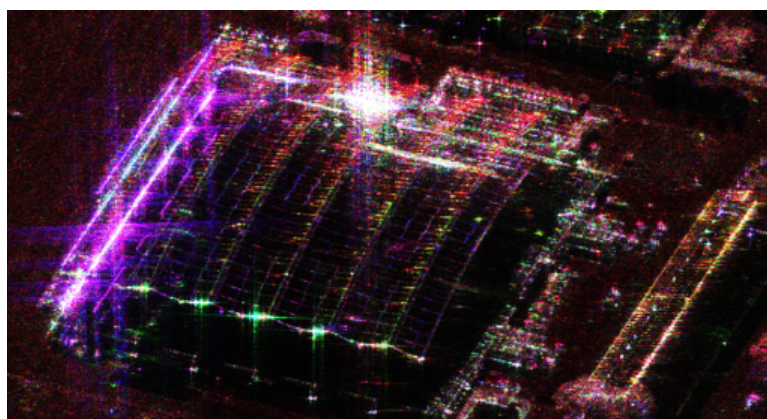


FIGURE 7.37 – Résultat avec l'algorithme 1D1D . Image polarimétrique représentée dans la base de Pauli : $HH + VV$, $HH - VV$, HV

Il n'est pas évident de vérifier l'amélioration de la résolution en comparant la [Figure 7.34](#) et la [Figure 7.37](#). Par contre, les mêmes seuils ont été appliqués pour obtenir les images polarimétriques en fausses couleurs, ce qui permet de montrer la préservation des informations polarimétriques. Pour évaluer plus précisément le raffinement de la résolution, nous avons zoomé sur un seul point-brillant. Le résultat est présenté à la

Figure 7.38. Peu de différences sont visibles entre les résultats des algorithmes 1D1D, 2D et 2D+Sum. Seules les réponses polarimétriques des lobes secondaires ou du speckle autour du point diffèrent légèrement. Bien que l’algorithme Pol-Ratio ait été reconstruit dans la base de polarisation dans laquelle les résultats sont illustrés (base de Pauli), sa réponse polarimétrique est différente des autres algorithmes et de l’image basse résolution.

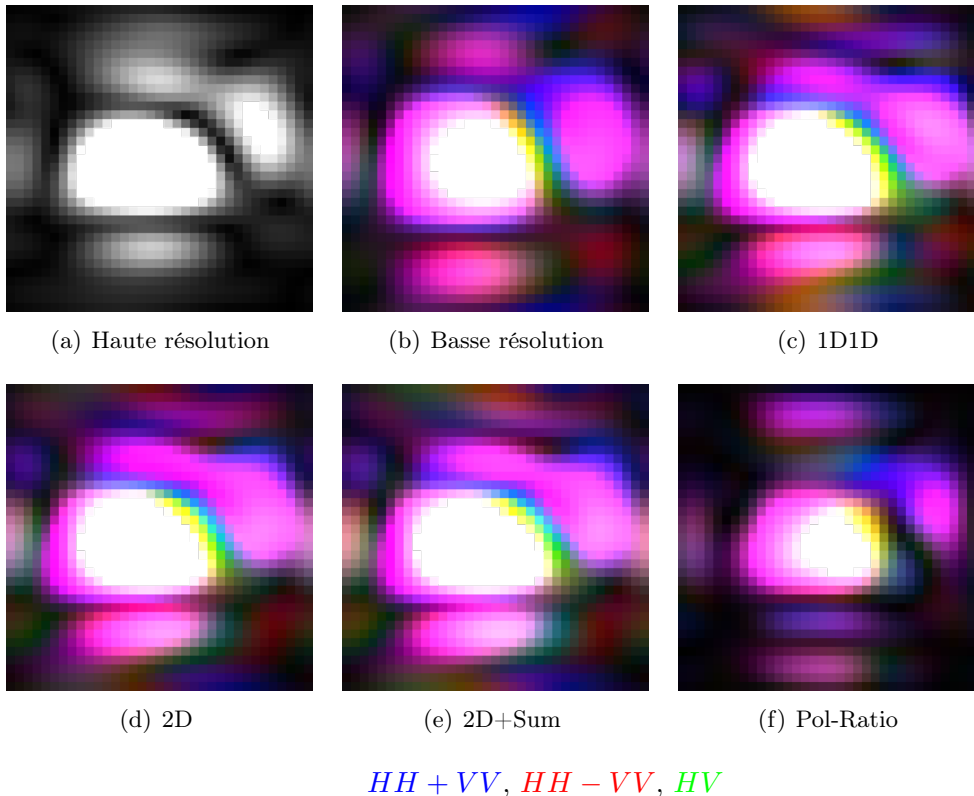


FIGURE 7.38 – Résultat sur un point-brillant pour l’image de Salon de Provence, $N_w = 21^2$

7.6.3 TerraSAR-X : Amsterdam, Paris et San Francisco

Présentation des jeux de données. Plusieurs configurations d’images hautes et basses résolutions peuvent être rencontrées. Nous présenterons des résultats dans trois configurations acquises au dessus de trois villes différentes : Amsterdam, Paris et San Francisco.

Les images d’Amsterdam que nous avons utilisées sont des images Stripmap. Les images hautes résolutions sont des images acquises uniquement dans le canal HH alors que les images polarimétriques ont été acquises dans la configuration que nous avons appelée PolSAR à la sous-section 6.2.1, lors de l’expérience DRA menée le premier semestre de 2010. L’image haute résolution a été acquise le 08-03-2010 et l’image polarimétrique le 21-04-2010. La résolution des images polarimétriques est donc de 6 m en azimut et 2 m en distance. L’image haute résolution a la même résolution distance mais

une résolution azimutale de 3 m.

Pour Paris, nous avons choisi de présenter les résultats des algorithmes sur une image HR Spotlight acquise le 09-06-2012 et une image Double Dual Pol acquise le 29-12-2015. La résolution de l'image Spotlight est approximativement de 1 m par 1 m et celle de l'image Double Dual Pol de 2 m par 1 m.

Enfin, pour San Francisco, une image HR Spotlight de résolution 1 m par 1 m et une image PolSAR de résolution 6 m par 2 m ont été traitées. Il s'agit donc de l'écart le plus important entre les résolutions. L'image haute résolution a été acquise le 02-10-2011 alors que l'image polarimétrique a été acquise le 03-05-2010.

Désapodisation. Le spectre des images TerraSAR-X peut lui aussi être enrôlé en fonction des conditions d'acquisition. La même méthode que pour les images SETHI est appliquée, comme le montre la [Figure 7.39](#).

Cette figure montre aussi que contrairement aux images acquises par RAMSES ou SETHI, les images acquises par TerraSAR-X sont apodisées par une fenêtre de type *cosinus sur piédestal* de paramètre 0.6, donné dans le xml qui accompagne les images.

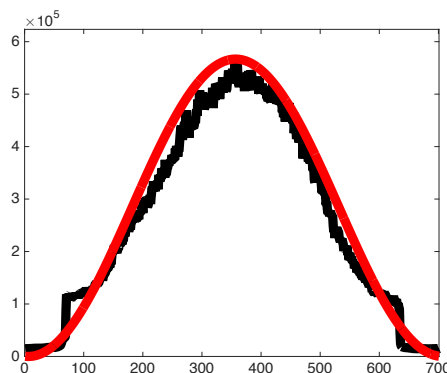


FIGURE 7.39 – Comparaison entre le spectre et une sinusoïde. ● Somme des \mathcal{TF}_{1D} ● Sinusoïde correspondante

Pour pouvoir inclure le spectre basse résolution dans le spectre haute résolution, la fenêtre d'apodisation doit être enlevée avant le traitement. Sinon, l'inclusion du spectre basse résolution dans le spectre haute résolution donnerait un résultat qui ne serait pas un spectre continu.

Pour enlever la fenêtre d'apodisation, il faut diviser le spectre par la fenêtre d'apodisation qui lui a été appliquée. Si l'on divise les marges de sécurité par une valeur plus petite que 1, on fait remonter les valeurs du bruit⁵. Il faut donc connaître la largeur du [spectre utile](#) pour ne pas modifier les marges de sécurité et diviser correctement le spectre par la valeur de la fenêtre d'apodisation.

Or, il est plus difficile de trouver les bords du spectre lorsque celui-ci est apodisé. Si la surface du spectre est sur-estimée, la désapodisation augmentera l'énergie du bruit présent dans les marges de sécurité. Si la surface du spectre est sous-estimée, une partie du spectre ne sera pas désapodisée. De plus, les coins du spectre désapodisé auront une

5. Les fenêtres d'apodisation sont toujours comprises entre 0 et 1.

énergie trop élevée car la fenêtre de désapodisation aura une valeur plus grande que la fenêtre d'apodisation.

Nous avons donc opté pour une méthode de recherche conjointe de la largeur et de la position du [spectre utile](#), à nouveau en séparant les deux directions. La somme des transformées de Fourier unidirectionnelles sur toutes les lignes ou les colonnes de l'image est corrélée avec des fenêtres d'apodisation de largeurs différentes. En cherchant le maximum de corrélation, on peut obtenir la largeur et la position du spectre, comme le montre la [Figure 7.40](#).

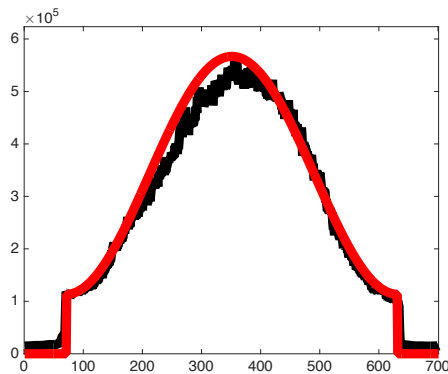
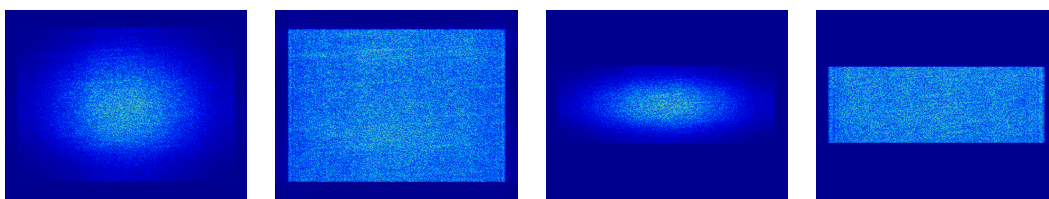


FIGURE 7.40 – Comparaison entre le spectre et la fenêtre d'apodisation. ● Somme des \mathcal{TF}_{1D} ● Fenêtre d'apodisation correspondante

Une fois que l'on a déterminée la largeur et la position du spectre utile, on peut diviser la valeur du spectre par la fenêtre d'apodisation, colonne par colonne ou ligne par ligne, une dimension après l'autre. Le spectre est alors déroulé et désapodisé, comme le montre la [Figure 7.41](#).



(a) Spectre HR apodisé (b) Spectre HR désapodisé (c) Spectre BR apodisé (d) Spectre BR désapodisé

FIGURE 7.41 – Désapodisation du spectre des images TerraSAR-X.

En mode Spotlight, le dépointage θ_q varie tout au long de l'acquisition. La position du spectre en azimuth varie aussi et la désapodisation devrait être faite position du spectre par position, ce qui n'est pas possible car tous les spectres sont mélangés. La désapodisation pourrait être faite en une fois grâce au *deramping* qui consiste à compenser la modification du dépointage en appliquant une parabole de phase à l'image. Après *deramping*, le spectre Spotlight ressemble à un spectre Stripmap. Il peut être désapodisé puis remis dans sa configuration d'origine. Une autre option qui a été privilégiée dans ce travail est de prendre un extrait avec une faible variation en azimuth, ce qui permet de ne pas subir le changement de dépointage.

Résultats. Les résultats sont présentés pour trois ratios de résolutions différents. A nouveau, nous avons privilégié l’algorithme 1D1D avec une fenêtre 21×21 pour son compromis entre la focalisation des points et la préservation des propriétés polarimétriques du speckle et des points brillant.

Pour les images d’**Amsterdam**, les images hautes et basses résolution ont été acquises en mode Stripmap. L’image haute résolution a donc une résolution de 3 m en azimut et 2 m en distance. L’image basse résolution est une image PolSAR qui a donc une résolution de 6 m en azimut et de 2 m en distance. Les images d’entrée ainsi que l’image résultat avec l’algorithme 1D1D sont présentées à la [Figure 7.42](#). On peut voir que les informations polarimétriques ont été préservées.

Ce jeu de données présente un cas de changement. Un bateau est présent sur l’image haute résolution et ne l’est pas sur l’image basse résolution. Il n’a donc pas été reconstruit sur l’image résultat, mais le [fouillis](#) n’a pas exactement le même aspect à l’endroit où se trouve le bateau sur l’image haute résolution.

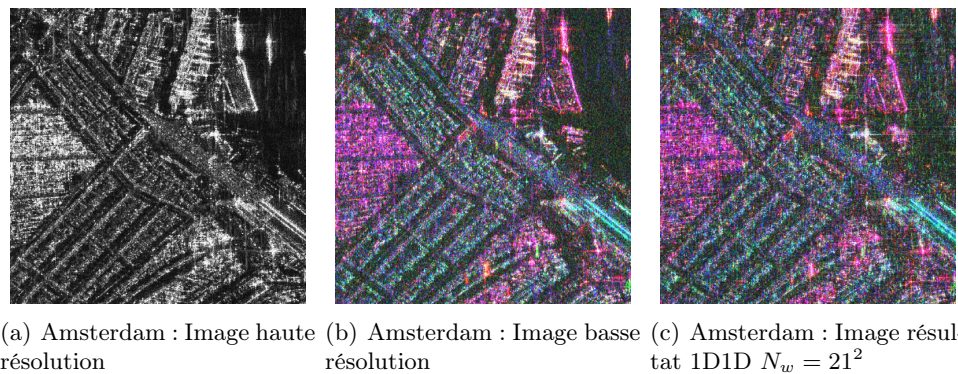


FIGURE 7.42 – Les images de Amsterdam acquises par TerraSAR-X. Images polarimétriques représentées dans la base de Pauli : $HH + VV$, $HH - VV$, HV

La [Figure 7.43](#) représente un zoom sur un point-brillant de l’image d’Amsterdam. On peut voir l’affinement du lobe principale dans la direction azimut. Les algorithmes 2D et 2D+Sum ont des réponses très proches. Les lobes secondaires ont une réponse polarimétrique légèrement différente pour l’algorithme 1D1D, puisque cette algorithme permet plus de variabilité dans l’estimation des propriétés polarimétriques des points-brillants. Les couleurs de l’image Pol-Ratio dans la base de Pauli sont bien celles de l’image basse résolution.

Enfin, pour vérifier la reconstruction de la phase interférométrique, nous avons construit les interférogrammes entre l’image reconstruite par l’algorithme 1D1D avec $N_w = 21^2$ et le canal HH de l’image Stripmap monocal acquisite le 10-03-2009 [[figure 7.44\(a\)](#)], ainsi qu’avec le canal VV de l’image Quad-Pol acquisite le 02-05-2010 [[figure 7.44\(d\)](#)] avec une fenêtre glissante de taille 3×3 . Les franges que l’on voit sur ces deux images sont les mêmes que celles des interférogrammes de l’image basse résolution (qui a été acquisite le 21-04-2010) avec le canal HH de l’image Stripmap monocal acquisite le 10-03-2009 [[figure 7.44\(b\)](#)] et le canal VV de l’image Quad-Pol acquisite le 02-05-2010 [[figure 7.44\(e\)](#)]. Pour le canal HH , on a aussi représenté l’interférogramme entre l’image

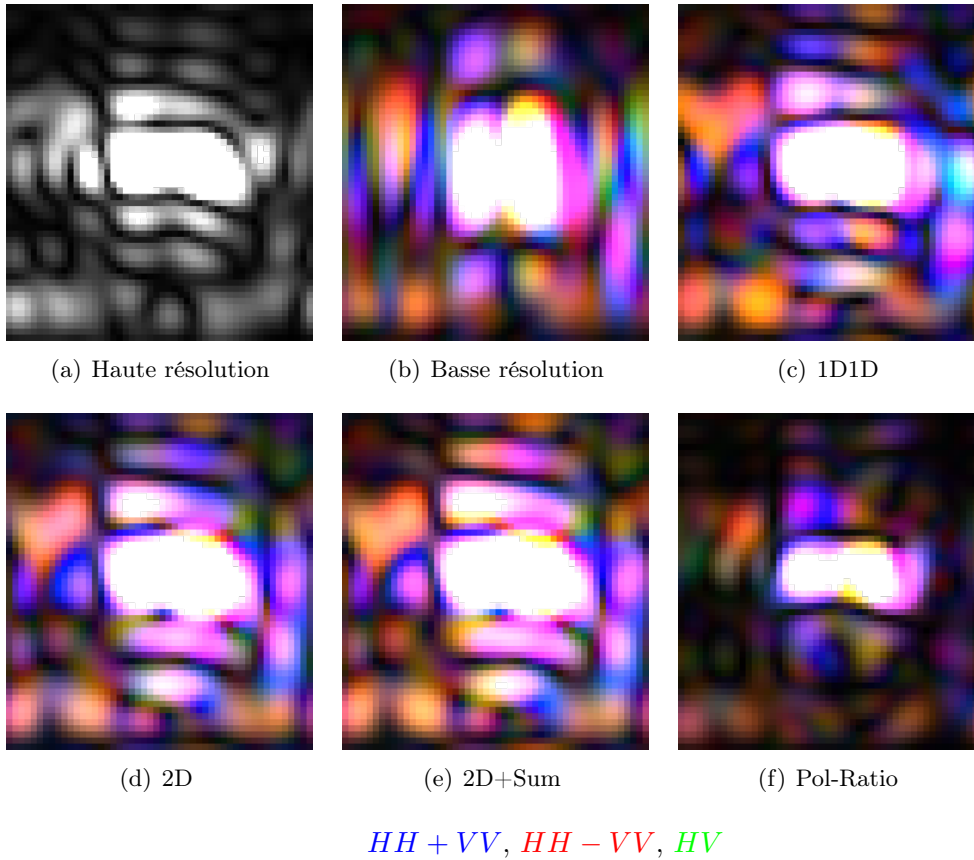


FIGURE 7.43 – Résultat sur un point-brillant pour l’image d’Amsterdam, $N_w = 21^2$

haute résolution utilisée en entrée de l’algorithme et l’image du 10-03-2009 à la figure 7.44(c). Cet interférogramme conduit à des franges différentes des franges visibles aux figures 7.44(a) et 7.44(b). C’est donc bien l’information de la phase basse résolution qui a été transmise à l’image résultat par l’algorithme 1D1D.

La dispersion R entre les phases interférométriques ϕ_{HH}^{Res} et ϕ_{HH}^{QP} est de 0.63 et celle entre les phases ϕ_{VV}^{Res} et ϕ_{VV}^{QP} est de 0.67, preuve que l’algorithme 1D1D préserve bien l’information de la phase interférométrique. Notons cependant que le degré de cohérence associé à l’interférogramme VV est plus faible pour l’image résultat de l’algorithme 1D1D que pour l’image basse résolution d’entrée.

Le jeu de données de **Paris** a un ratio de résolution équivalent à celui d’Amsterdam car l’image haute résolution est une image Spotlight de résolution 1 m en azimut par 1 m en distance et l’image polarimétrique est une image Double Dual Pol de résolution 2 m en azimut et 1 m en distance. Les images initiales et l’image résultat avec l’algorithme 1D1D et une fenêtre 21×21 sont présentées à la Figure 7.45. Sur ces images polarimétriques, on peut voir la modification de la réponse de la Tour Eiffel avec l’orientation des poutrelles. De plus, le deuxième étage a une réponse bien distincte du reste de la structure. Ces propriétés polarimétriques sont bien retransmises à l’image résultat.

Sur la Figure 7.46 est représenté un zoom sur un point de la Tour Eiffel pour les images initiales, l’image PolInSAR qui a une résolution proche de 3 m en azimut et 2 m

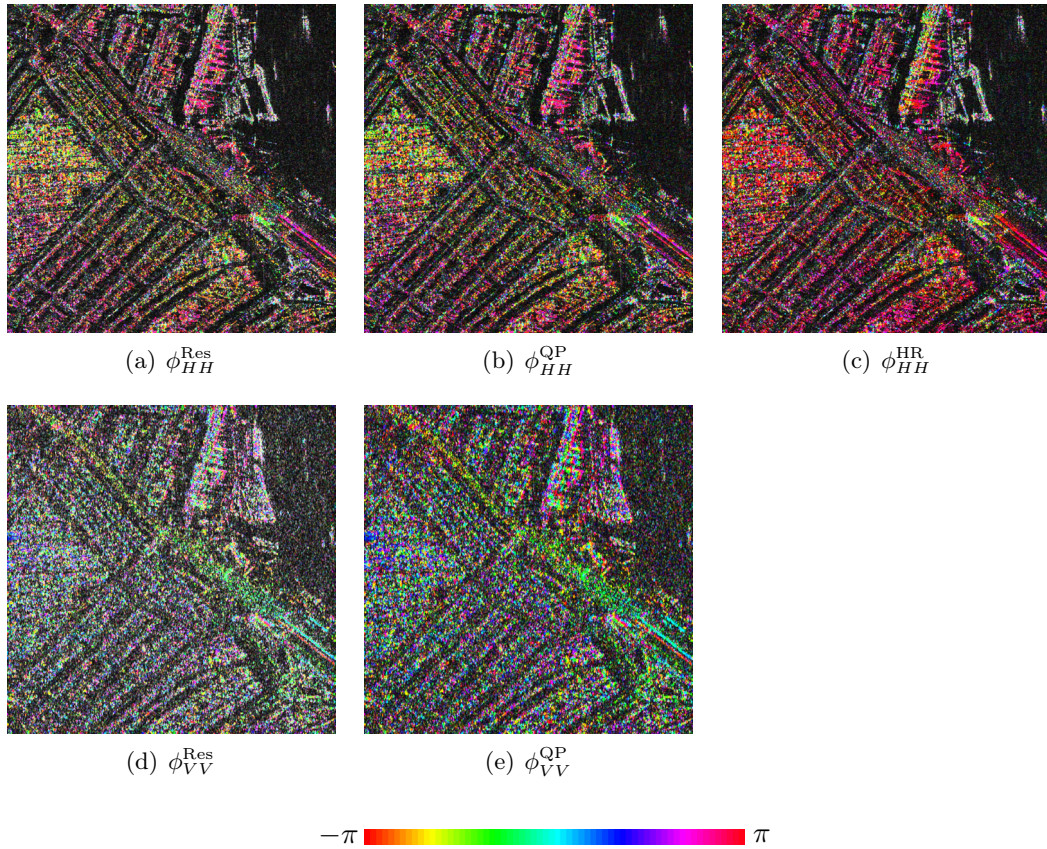
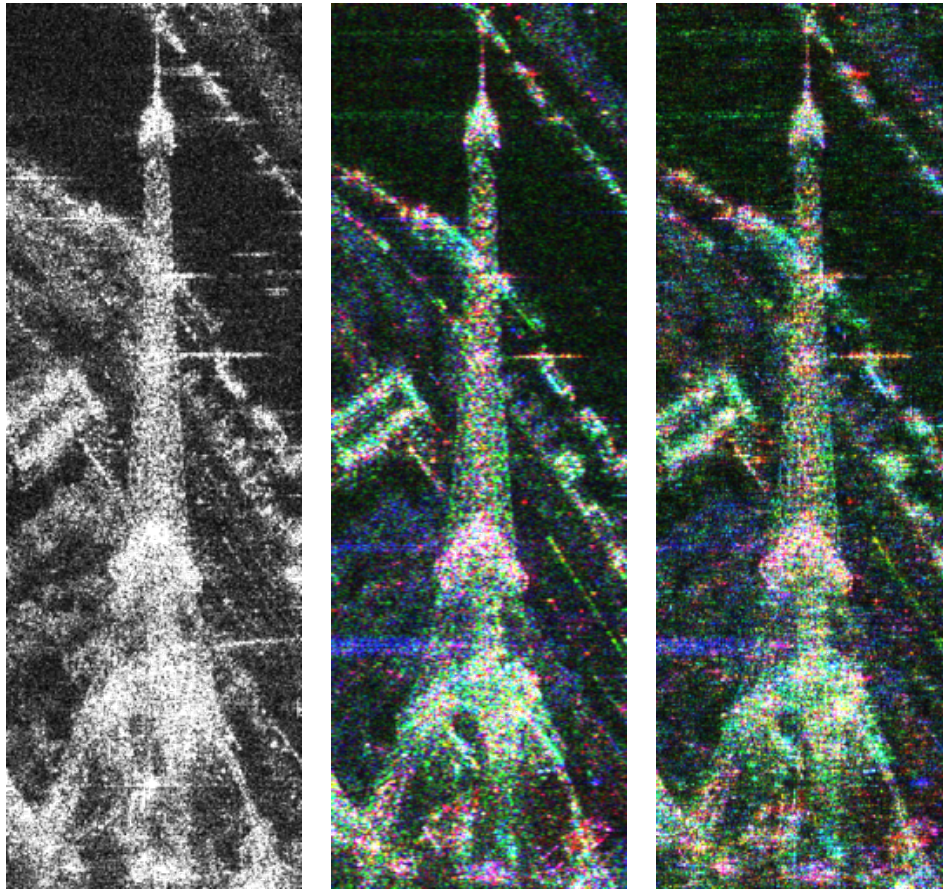


FIGURE 7.44 – Évaluation de la phase reconstruite par l'algorithme 1D1D sur l'image d'Amsterdam.

en distance et les algorithmes 1D1D , 2D et 2D+Sum . Ces zooms permettent d'illustrer la différence de réponse polarimétrique avec la résolution. On peut voir des couleurs sur l'image Double Dual Pol [figure 7.46(b)] qui ne sont pas du tout présentes sur l'image PolInSAR [figure 7.46(c)].

Sur les images résultats des algorithmes, présentées aux figures 7.46(d) pour 1D1D , 7.46(e) pour 2D et 7.46(f) pour 2D+Sum, on peut voir un affinement du lobe principal, qui a la même largeur que sur l'image haute résolution présentée à la figure 7.46(a). Avec ce ratio de résolution, les images résultats des algorithmes 1D1D , 2D et 2D+Sum sont très proches. Quelques différences dans les lobes secondaires ou dans le fouillis autour du point peuvent être remarquées.

Enfin, le dernier jeu de données considéré pour TerraSAR-X est un jeu de données sur San Francisco où l'image haute résolution a une résolution de 1 m en azimuth et 1 m en distance (image spotlight) et l'image polarimétrique a une résolution de 6 m en azimuth et 2 m en distance (image PolSAR). Le ratio de résolution est donc très faible. Les images initiales et l'image résultat avec l'algorithme 1D1D se trouvent à la Figure 7.47. Sur l'image résultat [figure 7.47(b)], la différence d'énergie entre les immeubles et les rues est plus contrastée que sur l'image basse résolution [figure 7.47(b)] et plus proche du contraste de l'image haute résolution [figure 7.47(a)]. Par contre, dans le parc présidio,



(a) Paris : Image haute résolution
(b) Paris : Image basse résolution
(c) Paris : Image résultat 1D1D $N_w = 21^2$

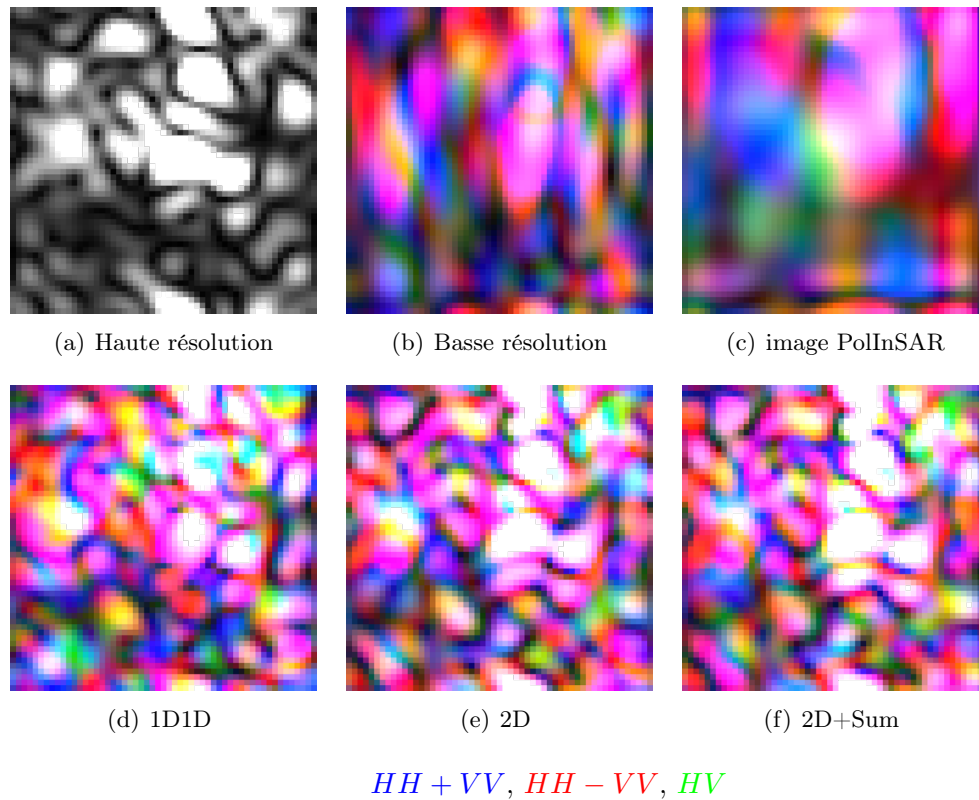
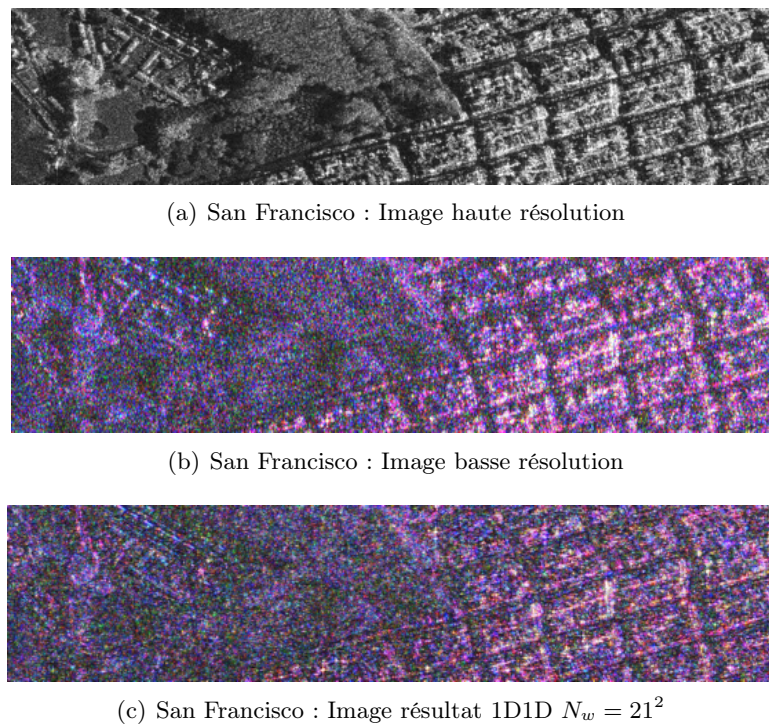
FIGURE 7.45 – Les images de Paris acquises par TerraSAR-X. Images polarimétriques représentées dans la base de Pauli : $HH + VV$, $HH - VV$, HV

on ne retrouve pas le même rendu sur l'image résultat que sur l'image haute résolution. La différence de résolution entre les images haute et basse résolution semble être trop importante pour parvenir à une reconstruction dans ces zones de fouillis.

Un zoom sur un point-brillant est représenté à la Figure 7.48. On peut voir que tous les algorithmes retrouvent bien la forme du point-brillant. Il est plus difficile de juger en ce qui concerne l'information polarimétrique à cause de la très grande différence de résolution entre les images d'entrée. Les caractéristiques polarimétriques des points-brillants sont reportées sur ses lobes secondaires et sur le fouillis pour les algorithmes 2D [figure 7.48(d)] et 2D+Sum [figure 7.48(e)]. Ce comportement est atténué pour l'algorithme 1D1D [figure 7.48(c)] qui offre plus de degrés de liberté pendant la reconstruction. Par contre, la forme des lobes secondaires est plus proche de celle de l'image haute résolution pour les algorithmes 2D et 2D+Sum.

7.6.4 RADARSAT-2 : Manosque

Présentation du jeu de données. Le jeu de données RADARSAT-2 se compose d'une image Fine Quad Polarization acquise le 20-05-2012 et d'une image Ultrafine

FIGURE 7.46 – Résultat sur un point-brillant pour l'image de Paris, $N_w = 21^2$ FIGURE 7.47 – Les images de San Francisco acquises par TerraSAR-X. Images polarimétriques représentées dans la base de Pauli : $HH + VV$, $HH - VV$, HV

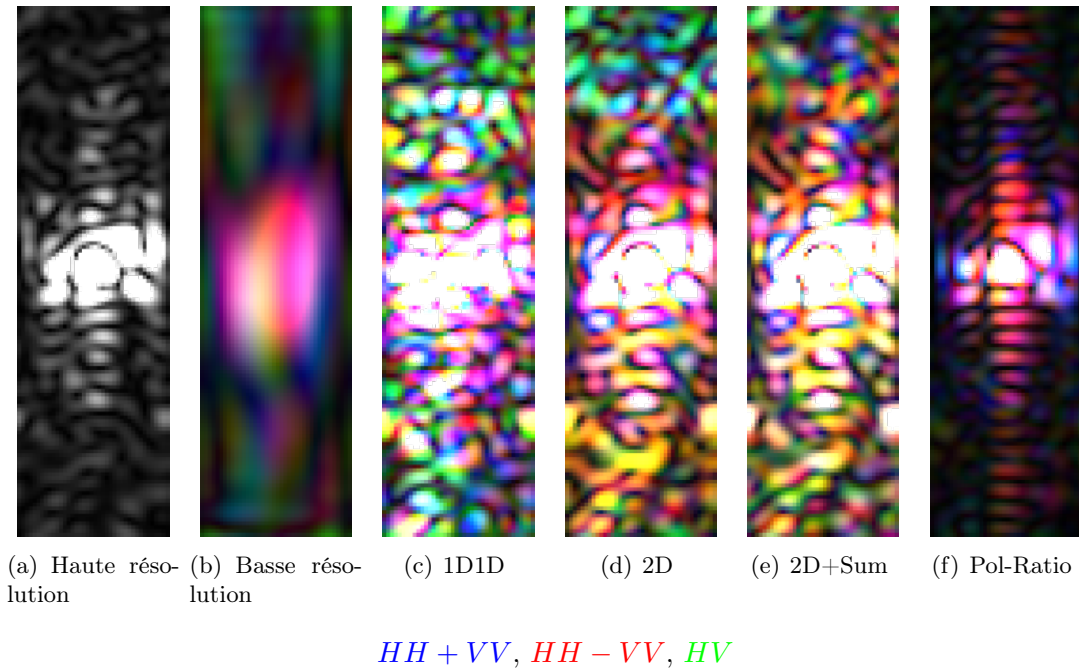


FIGURE 7.48 – Résultat sur un point-brillant pour l’image de San Francisco $N_w = 21^2$

acquise en polarisation VV le 13-07-2011. L’image haute résolution a une résolution de 3 m alors que l’image polarimétrique a une résolution de 8 m environ. Les images sont géocodées, mais un recalage supplémentaire a été nécessaire pour assurer une précision pixelique.

Désapodisation La fenêtre d’apodisation appliquée aux images RADARSAT-2 est une fenêtre de Kaiser avec un paramètre de 2.4, d’après le fichier xml qui accompagne les données. Comme pour les images TerraSAR-X, on peut se servir de cette connaissance pour déterminer la position du spectre en azimuth et en distance, comme le montre la Figure 7.49.

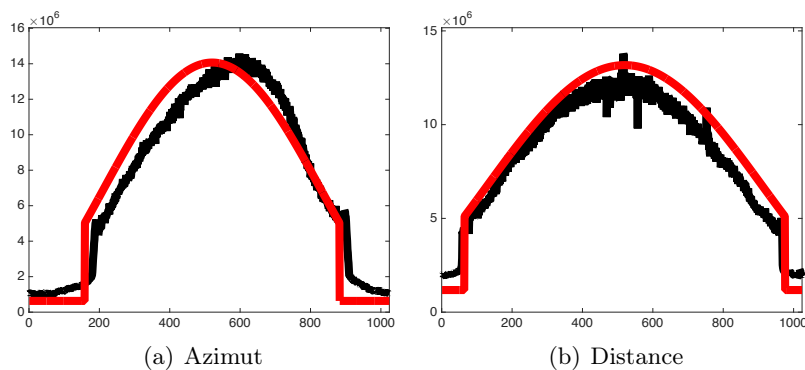


FIGURE 7.49 – Comparaison entre le spectre et la fenêtre d’apodisation. ● Somme des \mathcal{TF}_{1D} ● Fenêtre d’apodisation correspondante

Les résultats de désapodisation sont présentés à la Figure 7.50. Pour le jeu de données

considéré dans ce travail, la forme du spectre ne correspond pas exactement à la fenêtre d'apodisation.

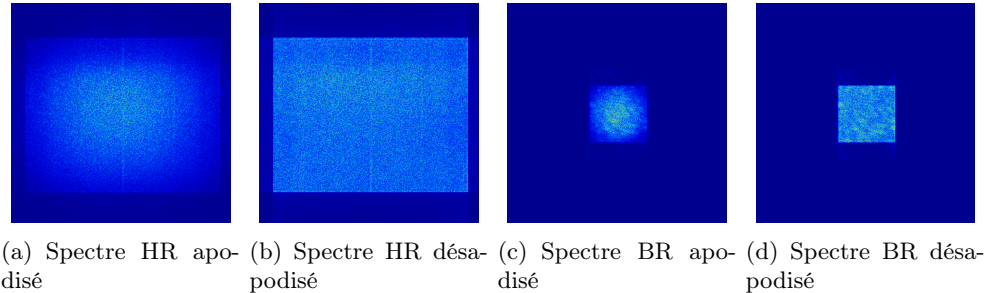


FIGURE 7.50 – Désapodisation des images RADARSAT 2

Comme le montre la figure 7.50(b), des erreurs de bords se retrouvent dans le spectre désapodisé et une zone du spectre apparaît *sur-désapodisé* : trop d'énergie a été restaurée. Malgré cela, il est difficile d'obtenir automatiquement une fenêtre d'apodisation dont la forme corresponde mieux aux données que la fenêtre proposée par le fichier xml.

Résultats Sur la Figure 7.51 sont présentées des vignettes issues des images originales acquises par RADARSAT-2 après leur désapodisation ainsi que le résultat de l'algorithme 1D1D avec $N_w = 21^2$. Bien que la résolution des images polarimétriques soit beaucoup plus grossière que celle de l'image haute résolution, comme en témoigne la différence entre les surfaces de spectre utile que l'on peut voir à la Figure 7.50, les informations polarimétriques semblent correctement préservées et la résolution des structures a été raffinée sur l'image résultat.

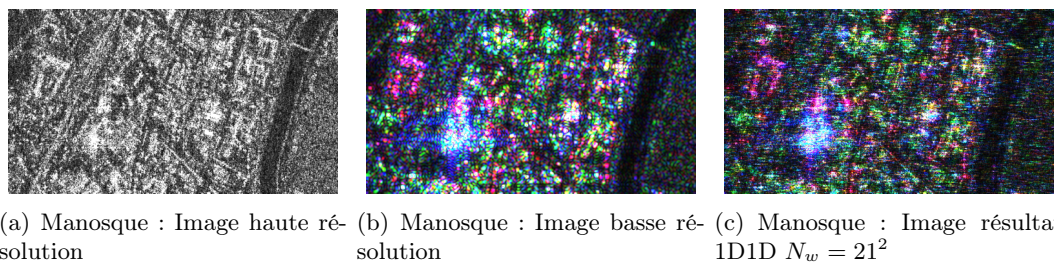


FIGURE 7.51 – Les images de Manosque acquises par RADARSAT-2. Les images polarimétriques sont représentées dans la base de Pauli : $HH + VV$, $HH - VV$, HV .

La reconstruction d'un point-brillant est présenté à la Figure 7.52. Tous les algorithmes affinent le lobe principal du point-brillant et lui donnent une forme proche de celui de l'image haute résolution.

Une tâche de HV visible sur l'image basse résolution [figure 7.52(b)] et sur le résultat de l'algorithme Pol-Ratio [figure 7.52(f)] n'est pas visible sur les résultats des algorithmes 2D [figure 7.52(d)] et 2D+Sum [figure 7.52(e)] dont les reconstructions sont très proches. Les lobes secondaires reconstruits par l'algorithme 1D1D [figure 7.52(c)] présentent plus de variabilité polarimétrique que ceux reconstruits par les algorithmes 2D et 2D+Sum, bien que peu de HV soit visible.

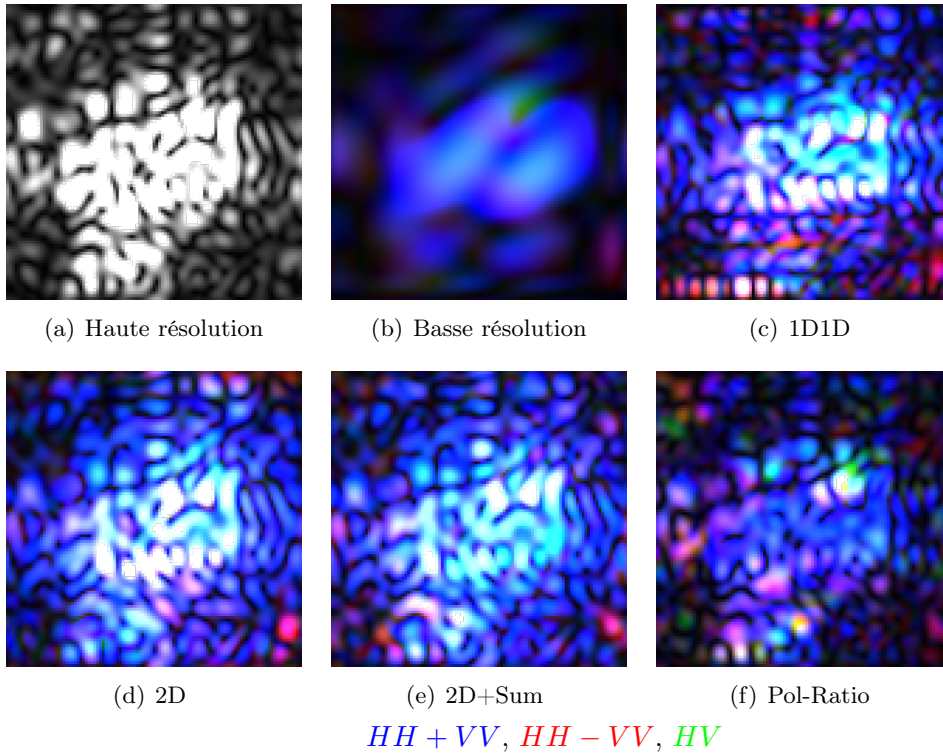


FIGURE 7.52 – Résultat sur un point-brillant pour l’image de Manosque, $N_w = 21^2$

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quatre algorithmes d’amélioration de la résolution d’une image polarimétrique. Ces algorithmes sont des algorithmes de Pol-Sharpening : la résolution des images polarimétriques est affinée par l’ajout d’information d’une image haute résolution acquise dans un seul canal polarimétrique.

Notre objectif est que les images reconstruites puissent être utilisées dans toutes les applications basées sur des images polarimétriques, comme si cette image avait été acquise par un capteur. Pour ce faire, nous voulons reconstruire un module et une phase pour tous les pixels de l’image.

Cet objectif n’est pas atteint pour l’algorithme Pol-Ratio, dont la conception est très proche des algorithmes de Pan-Sharpening en optique. Cet algorithme opère dans le domaine image. Bien que le module des pixels soit reconstruit, la phase ne l’est pas. Une partie des informations polarimétriques et les informations interférométriques sont donc perdues.

Trois algorithmes opérant dans le domaine spectral, les algorithmes 2D, 2D+Sum et 1D1D ont été conçus. La comparaison de la reconstruction des images par ces algorithmes par rapport à une image de référence appelée la **Vérité Terrain (VT)**, a montré que leurs performances de focalisation des points-brillants étaient comparables et qu’ils en préservaient les informations polarimétriques. Par contre, leurs performances de reconstruction du speckle diffèrent. L’algorithme 1D1D est celui qui modifie le moins

les informations polarimétriques du fouillis, particulièrement au voisinage des points-brillants alors que l'algorithme 2D+Sum est celui qui en préserve le mieux les statistiques spatiales.

Pour que les algorithmes puissent être appliqués sur des données réelles, plusieurs pré-traitements sont nécessaires. Par commodité algorithmique, le spectre haute résolution est centré et le spectre basse résolution est décalé de la même façon pour préserver les informations interférométriques. Si les spectres des images d'entrée sont apodisés, il est nécessaire d'enlever la fenêtre d'apodisation pour garantir la continuité de l'énergie du spectre final. Cette étape est délicate et conditionne beaucoup le résultat de la reconstruction. Lors de la désapodisation, une partie du [spectre utile](#) peut garder un niveau proche du bruit, ou au contraire, du bruit peut être inclus au [spectre utile](#). Le spectre vignette des images basses résolution doit aussi être localisé pour permettre l'estimation des informations polarimétriques.

Enfin, les performances des algorithmes sont conditionnées par la différence de résolution entre les images polarimétriques et les images hautes résolutions. Si les résolutions de ces deux images sont proches, l'ajout des informations haute résolution peut modifier les propriétés polarimétriques sans gain significatif sur la résolution. Si la résolution de l'image basse résolution est beaucoup plus grossière que celle de l'image haute résolution, les informations polarimétriques peuvent être modifiées lors de la reconstruction car elles seront estimées avec un échantillon de taille faible.

Quatrième partie

Une application de l'utilisation conjointe d'images de résolutions différentes

Résumé

La mesure de l'altitude et des mouvements de terrain sont des problématiques bien connues en [InSAR](#). Grâce au raffinement de la résolution, les mêmes techniques peuvent être envisagées pour le suivi de bâtiments individuels, sur des zones d'une dizaine de kilomètres de cotés. Dans cette partie nous proposons le suivi sur quatre ans de la hauteur et de la déformation de la Tour Eiffel ainsi que des Tours Cristal, Keller et Mirabeau, en utilisant des images de résolution métrique.

Lorsque la mesure de la hauteur est effectuée par interférométrie en négligeant la déformation, des valeurs aberrantes ou même négatives peuvent être mesurées. Ces valeurs aberrantes peuvent être éliminées par l'étude d'une pile temporelle si celui contient un nombre important d'images.

En estimant la hauteur [monoscopique](#), nous avons pu mesurer jusqu'à 4 cm de déformation pour la Tour Eiffel et 2 cm pour les autres tours. Les déformations des tours Mirabeau et Keller sont faibles en hiver et maximales en été, alors que les déformations de la Tour Eiffel ne présentent pas cette périodicité. La corrélation de ces déformations avec la température minimale mesurée le jour de l'acquisition est de 0.5 pour la Tour Eiffel et de 0.8 pour la tour Mirabeau. De plus, les déformations linéiques mesurées par interférométrie sur la Tour Eiffel sont du même ordre de grandeur que celle mesurée *in situ* par des cordes optiques. Mais nous ne disposons pas pour l'instant de modèle permettant d'inférer des déformations globales de la Tour Eiffel telles que nous les avons mesurées par interférométrie à partir de mesures locales.

Pour obtenir des déformations locales par interférométrie, il est nécessaire de disposer d'une hauteur pour chaque pixel. Cette hauteur peut être obtenue par un modèle 3D, à condition de prendre en compte la géométrie d'acquisition et les effets de rétrodiffusion. Un interférogramme monopasse peut aussi être utilisé bien que le déroulement des franges puisse introduire des erreurs. Les cartes de déformations que nous avons obtenues par les deux méthodes ont des ordres de grandeur équivalents.

La précision de la mesure des déformations est cependant limitée par l'atmosphère. Notre estimation du délai introduit par la traversée de la troposphère est de 0.5 cm sur la Tour Eiffel et 0.1 cm sur la Tour Mirabeau. Une précision centimétrique peut être attendue sur la mesure des déformations réalisée en négligeant l'impact de l'atmosphère.

Chapitre 8

Mesurer la hauteur et la déformation

Introduction

Ce travail se situe dans le contexte du suivi du milieu urbain pour lequel les applications s'étoffent avec l'amélioration de la résolution. Par exemple, le suivi individuel de bâtiments devient possible avec l'apparition des résolutions métriques en imagerie satellitaire. De plus, le raffinement de la résolution permet une amélioration de la précision de nombreux produits, notamment ceux de l'interférométrie.

L'interférométrie est fondée sur l'étude de la différence de phase de deux images acquises dans des géométries proches. Plusieurs informations peuvent en être extraites, comme la mesure de la hauteur et de la déformation. Mais, si un seul couple d'images est utilisé, ces mesures sont intriquées et ne peuvent être séparées sans exploiter des informations ou des hypothèses complémentaires, comme le montre l'Équation 3.4.

Notre objectif est de mettre en place une chaîne de traitement qui permette de mesurer la hauteur et les déformations ponctuellement dans le temps, de bâtiments en utilisant uniquement des informations issues des images et la connaissance des paramètres d'acquisitions. Ce chapitre présente une première étude de mise en place d'une telle chaîne et les premières expériences de validation.

Nous allons nous intéresser au suivi de la Tour Eiffel et de trois tours situées dans son voisinage sur le Front de Seine : la Tour Cristal, la Tour Keller et la Tour Mirabeau. Ces bâtiments seront présentés à la section 8.1. Dans la même section, nous préciserons les paramètres d'acquisition des 98 images hautes résolutions acquises par les satellites TerraSAR-X et TanDEM-X utilisées dans ce travail.

La première étape, présentée à la section 8.2 sera de mesurer les hauteurs des bâtiments par interférométrie. Puis, à la section 8.3 nous caractériserons l'influence des déformations subies par ces immeubles sur la mesure de la hauteur, avant de mesurer les déformations ponctuelles à la section 8.4. Pour tenter d'évaluer nos résultats, ces mesures de déformation seront comparées à des données météorologiques et des mesures de déformation in-situ à la section 8.5. Une expérience de validation des mesures de déformation à l'aide de trièdre d'étalonnage (ou *corner reflectors* en anglais) sera aussi présentée à cette section. Enfin, des techniques de mesure locale de la déformation seront présentées à la section 8.6. En particulier, la fusion de différents modes d'acquisition pour obtenir une carte de déformation sera considérée.

Une hypothèse très importante faite dans ce travail est que l'atmosphère n'impacte pas le trajet parcouru par l'onde et donc sa phase. Si cette hypothèse est valide dans le cadre de la mesure locales de la hauteur par interférométrie, elle peut être restrictive dans le cas de mesures fines de déformation. Elle sera discutée plus en détails à la section 8.7.

8.1 Présentation des données de l'expérience

8.1.1 Le jeu de données

Entre 2007 et 2012, plus d'une centaine d'images Spotlight HR ont été acquises par TerraSAR-X ou TanDEM-X au dessus de Paris. Parmi ces images, 98 sont en condition interférométrique, toutes acquises en polarisation HH . Le [Tableau 8.1](#), reprend les paramètres d'acquisition de ces images nécessaires à cette étude.

Altitude du satellite	514 km
Longueur d'onde λ_0	0.031 m
Angle d'incidence θ	34.69 °
Distance au point R	625 km
Dimension du pixel au sol	$\Delta_a = 0.87$ m et $\Delta_r = 0.71$ m
Résolution	$\delta_a = 0.91$ m et $\delta_r = 0.79$
Heure d'acquisition	17h34 Coordinated Universal Time (UTC)
valeur ancillaire $\frac{4\pi}{\lambda_0 R \sin(\theta)}$	0.0011

TABLE 8.1 – Paramètres d'acquisition du satellite TerraSAR-X nécessaire au calcul de la hauteur et de la déformation

L'image de référence, qui sera l'image maître pour tous les interférogrammes est l'image acquise le 24-01-2009. Il s'agit de la première image qui a été disponible à Télécom ParisTech. La liste de toutes les images et des baselines B_{\perp} correspondantes se trouve dans le [Tableau 8.2](#).

Les baselines en fonction du temps sont représentées à la [Figure 8.1](#). On peut y voir une interruption des acquisitions entre juin et novembre 2010, ce qui correspond au début de la mission TanDEM¹. Notons que si avant le lancement de TanDEM-X, les baselines se situent dans un intervalle de 400 m, cet intervalle s'élargit à presque 900 m en 2011, les données étant indifféremment acquises par TerraSAR-X ou TanDEM-X.

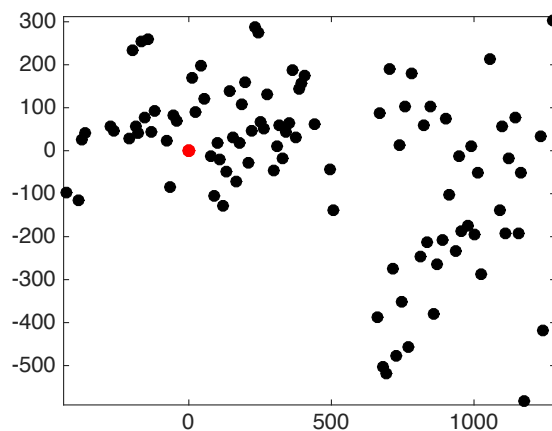


FIGURE 8.1 – Dates d'acquisition et baselines B_{\perp}

Quelques images Double Dual Pol et PolInSAR² acquises entre novembre 2015 et

1. le satellite TanDEM-X a été lancé le 21 juin 2010.

2. Ces modes ont été définis à la [sous-section 6.2.1](#).

	date	Δ_J	B_{\perp}		date	Δ_J	B_{\perp}		date	Δ_J	B_{\perp}
1	22-11-2007	-429	-96.5	2	05-01-2008	-385	-115.6	3	16-01-2008	-374	26.3
4	27-01-2008	-363	41.5	5	24-04-2008	-275	56.8	6	05-05-2008	-264	47.1
7	29-06-2008	-209	27.6	8	10-07-2008	-198	234.5	9	21-07-2008	-187	56.1
10	01-08-2008	-176	40.4	11	12-08-2008	-165	254.8	12	23-08-2008	-154	77.8
13	03-09-2008	-143	260.1	14	14-09-2008	-132	44.6	15	25-09-2008	-121	91.5
16	08-11-2008	-77	22.6	17	19-11-2008	-66	-85.9	18	30-11-2008	-55	81.9
19	11-12-2008	-44	68.3	20	24-01-2009	0	0.0	21	04-02-2009	11	169.1
22	15-02-2009	22	89.7	23	09-03-2009	44	196.8	24	20-03-2009	55	120.2
25	11-04-2009	77	-13.4	26	22-04-2009	88	-104.4	27	03-05-2009	99	17.5
28	14-05-2009	110	-20.7	29	25-05-2009	121	-127.3	30	05-06-2009	132	-49.9
31	16-06-2009	143	138.6	32	27-06-2009	154	30.4	33	08-07-2009	165	-71.2
34	19-07-2009	176	16.9	35	30-07-2009	187	107.3	36	10-08-2009	198	160.4
37	21-08-2009	209	-28.7	38	01-09-2009	220	47.4	39	12-09-2009	231	287.4
40	23-09-2009	242	274.8	41	04-10-2009	253	67.5	42	15-10-2009	264	50.9
43	26-10-2009	275	130.6	44	17-11-2009	297	-45.3	45	28-11-2009	308	10.1
46	09-12-2009	319	59.4	47	20-12-2009	330	-19.1	48	31-12-2009	341	42.9
49	11-01-2010	352	63.2	50	22-01-2010	363	186.8	51	02-02-2010	374	30.1
52	13-02-2010	385	143.3	53	24-02-2010	396	157.7	54	07-03-2010	407	175.5
55	09-04-2010	440	62.3	56	03-06-2010	495	-42.4	57	14-06-2010	506	-137.6
58	15-11-2010	660	-386.8	59	26-11-2010	671	87.0	60	07-12-2010	682	-503.4
61	18-12-2010	693	-517.7	62	29-12-2010	704	190.1	63	09-01-2011	715	-273.3
64	20-01-2011	726	-478.2	65	31-01-2011	737	12.5	66	11-02-2011	748	-351.4
67	22-02-2011	759	101.7	68	05-03-2011	770	-455.8	69	16-03-2011	781	180.6
70	18-04-2011	814	-245.4	71	29-04-2011	825	60.3	72	10-05-2011	836	-213.3
73	21-05-2011	847	103.1	74	01-06-2011	858	-379.4	75	12-06-2011	869	-264.6
76	04-07-2011	891	-208.5	77	15-07-2011	902	75.2	78	26-07-2011	913	-103.4
79	17-08-2011	935	-233.0	80	28-08-2011	946	-13.4	81	08-09-2011	957	-188.0
82	30-09-2011	979	-174.9	83	11-10-2011	990	9.5	84	22-10-2011	1001	-195.1
85	02-11-2011	1012	-50.1	86	13-11-2011	1023	-288.0	87	16-12-2011	1056	212.9
88	18-01-2012	1089	-138.2	89	29-01-2012	1100	56.0	90	09-02-2012	1111	-192.2
91	20-02-2012	1122	-17.8	92	13-03-2012	1144	77.2	93	24-03-2012	1155	-192.9
94	04-04-2012	1166	-50.9	95	15-04-2012	1177	-581.6	96	09-06-2012	1232	34.5
97	20-06-2012	1243	-417.2	98	23-07-2012	1276	302.0				

TABLE 8.2 – Liste des 98 images utilisées pour le suivi de la hauteur et de la déformation.

janvier 2016 viennent compléter ce jeux de données. La liste de ces images spécifiques se trouve au [Tableau 8.3](#).

	date	mode		date	mode
P1	04-11-2015	Double Dual Pol	P2	15-11-2015	Double Dual Pol
P2	07-12-2015	PolInSAR	P3	18-12-2015	PolInSAR
P5	29-12-2015	Double Dual Pol	P6	09-01-2016	Double Dual Pol
P7	20-01-2015	Double Dual Pol			

TABLE 8.3 – Images polarimétriques acquises au dessus de Paris entre 2015 et 2016 par TerraSAR-X et TanDEM-X.

8.1.2 Les immeubles suivis

La hauteur et la déformation de quatre immeubles ou monuments ont été mesurées au cours de cette étude : la Tour Eiffel, qui a fait l'objet d'une étude préliminaire sur 10 images [[Weissgerber et al., 2015](#)], la Tour Cristal, la Tour Keller et la Tour Mirabeau. Une image optique et des franges interférométriques sur ces monuments ont été présentées à la [Figure 3.1](#).

Ces immeubles ont des structures différentes :

- La Tour Eiffel est une structure de 300 m en fer puddlé à laquelle s'ajoute une antenne qui culmine à 324 m. On peut voir sa structure composée de trois étages et de son antenne à la figure 8.2(a).
- La Tour Cristal mesure 100 m, sa structure principale est en béton et sa façade, non porteuse, est en verre. Comme on peut le voir à la figure 8.2(b), sa radiométrie est moins importante que celle des autres bâtiments.
- La Tour Keller et la Tour Mirabeau ont des structures et des façades en béton, avec une hauteur de 97 m et de 70 m respectivement. La Tour Keller est rectangulaire [figure 8.2(c)] alors que la Tour Mirabeau est un tripode dont seules les façades de deux bras sont imagées [figure 8.2(d)] .

Etant donnée l'orientation de la trajectoire du satellite, ce sont les façades ouest et sud de ces bâtiments qui se projettent sur les images SAR représentées à la Figure 8.2. La résolution temporelle (en distance) est de 3.0310^{-9} secondes (les marges de sécurité sont prises en compte dans cette valeur), ce qui équivaut à un espacement de 0.4550 m en distance oblique que l'on peut projeter en une taille de pixel verticale de 0.55 m. La projection de la Tour Eiffel compte 570 pixels, ce qui équivaut à 315 m. Celle de la Tour Cristal est de 182 pixels, soit 102 m alors que la Tour Keller a une projection totale de 100 m (181 pixels) avec un retour très important à 10 m du sol (20 pixels) où la structure de la Tour change. Enfin, la mesure de la hauteur de la Tour Mirabeau est de 71 m (128 pixels). Il n'est pas évident de localiser au pixel près la base et le sommet d'un bâtiment, surtout pour la Tour Cristal dont la façade rétrodiffuse peu d'énergie et présente des structures géométriques particulières.

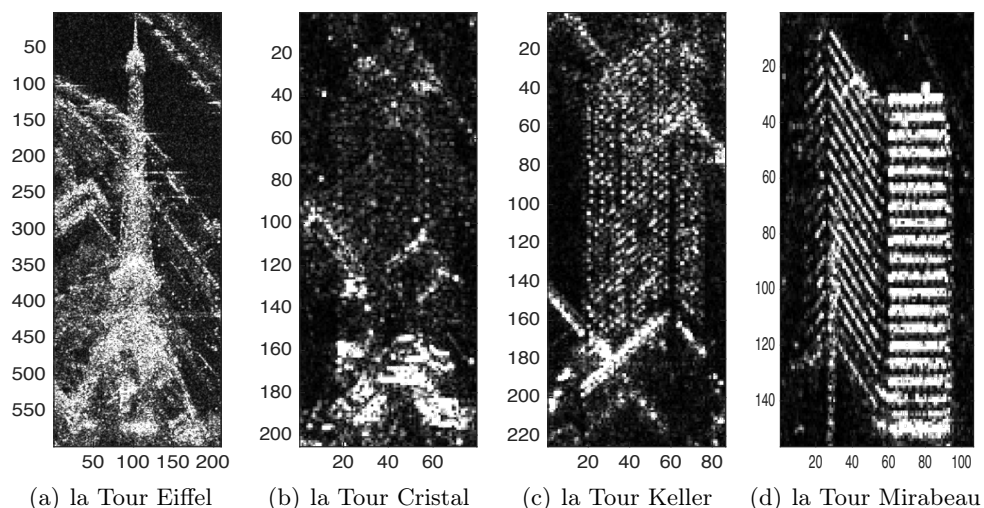


FIGURE 8.2 – Structures des immeubles suivis. Extrait des images TerraSAR-X Spotlight. L'axe distance est l'axe vertical et l'axe azimuth est l'axe horizontal.

La forme de la Tour Eiffel induit une sous-estimation de sa hauteur. Pour illustrer le phénomène, la structure de la Tour Eiffel jusqu'au 1er étage et les cases distances obliques correspondants à un angle d'incidence de 34° ont été représentées sur la Fi-

gure 8.3. On peut voir que le premier étage ne se projette pas dans le pixel dans lequel il se serait projeté si la Tour Eiffel avait eu une façade verticale. Ces mesures de hauteurs montrent néanmoins qu’il est possible d’obtenir une estimation de la hauteur **monoscopique** des bâtiments avec une précision métrique grâce à la résolution verticale des images, lorsque les bâtiments ont des façades droites.

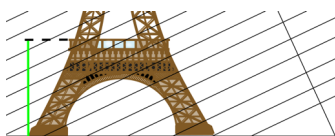


FIGURE 8.3 – Influence de la forme de la Tour Eiffel sur sa projection dans l’image SAR

8.2 Mesure de la hauteur par interférométrie

8.2.1 Déroulement de la phase

Pour mesurer la hauteur de ces bâtiments par interférométrie, il est nécessaire de dérouler les franges interférométriques. La méthode de déroulement que nous avons utilisée a été présentée à la **sous-section 4.6.2**. Il s’agit d’une méthode unidimensionnelle qui permet d’obtenir la différence de phase globale entre deux points. L’objectif de cette méthode est d’introduire le moins de moyennage spatial possible pour obtenir la mesure la plus précise possible. L’algorithme permet uniquement d’obtenir le nombre de franges entre deux points ce qui le rend robuste à une variation de la vitesse d’enroulement des franges. Il est cependant nécessaire d’avoir une grande précision sur la phase du pixel initial et du pixel final. Pour garantir cette précision, ces points seront choisis parmi les **Permanent Scatterers (PS)** présents sur les bâtiments. La détection des **PS** sera l’objet de la **sous-section 8.2.2**.

Outre la phase déroulée, l’algorithme de déroulement de la phase offre aussi un indice de confiance du déroulement qui permet de demander une validation de l’utilisateur et ainsi d’éviter les erreurs de déroulement de la phase :

- Pour la Tour Eiffel, le déroulement des franges des images du 15/11/2010, 20/01/2011 et du 23/07/2012 a été corrigées manuellement.
- Le déroulement des franges des tours Keller et Mirabeau n’a pas nécessité de corrections.
- La Tour Cristal est le bâtiment étudié pour lequel il est le plus difficile de dérouler la phase. Un moyennage de 5 pixels dans la direction azimut a été ajouté avant le déroulement. Cependant, le déroulement des franges de 5 images a été corrigé manuellement (les 05/01/2008, 19/11/2008, 16/12/2011, 24/03/2012 et 23/07/2012).

Un autre algorithme permettant de dérouler la phase sur des images (et non plus uniquement sur des lignes) sera utilisé à la **section 8.6**. Cet algorithme appelé *snaphu*³

3. <http://web.stanford.edu/group/radar/softwareandlinks/sw/snaphu/>

fait l'hypothèse que la phase à dérouler est continue sur toute l'image.

8.2.2 Détection des *Permanent Scatterers*

Les PS [Ferretti *et al.*, 2000a, 2001] sont des points dont la radiométrie est très stable dans le temps. Ces points ne sont donc ni du speckle ni du bruit thermique mais généralement des points-brillants pour lesquels la variance de la phase peut être liée à la variance du module.

La détection des PS se base sur le calcul du coefficient de variation temporel des pixels, appelé indice de dispersion :

$$\mathcal{D}_A = \frac{\sigma_A}{\mu_A} \quad (8.1)$$

où σ_A est l'écart-type temporel de l'intensité des pixels et μ_A la moyenne arithmétique temporelle de l'intensité des pixels.

Un pixel est sélectionné comme un PS si \mathcal{D}_A est inférieur à un seuil⁴. Plus le seuil est petit, plus la variance de la phase des points choisis sera faible. Pour obtenir une densité suffisante de PS, nous avons fixé la condition à $\mathcal{D}_A < 0.5$ ⁵.

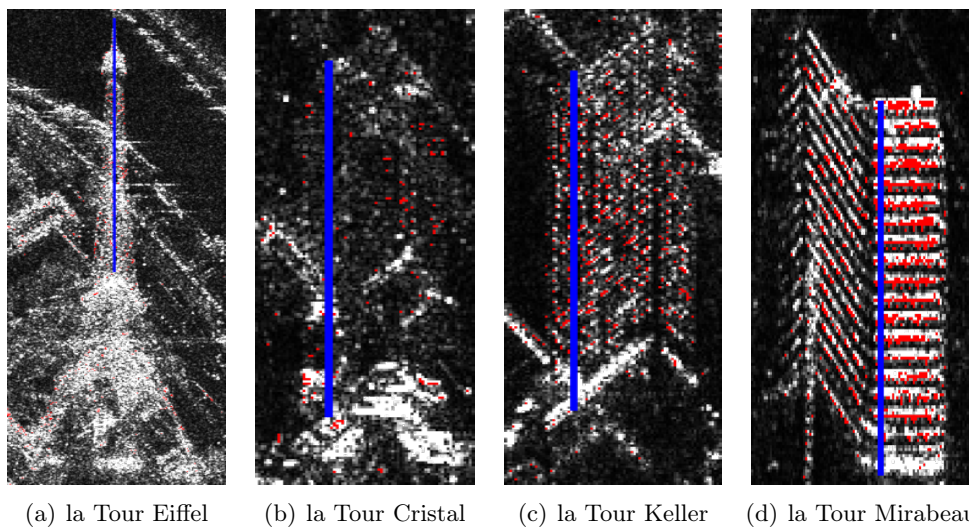


FIGURE 8.4 – PS (en rouge) et les vecteurs de phase que nous allons étudier (en bleu) pour la Tour Eiffel, la Tour Cristal, la Tour Keller et la Tour Mirabeau

La Figure 8.4 reprend la carte des PS et le vecteur de phase choisi pour ces bâtiments. Pour la Tour Eiffel, nous n'avons considéré que la partie entre le deuxième étage et le sommet. La partie entre le premier et le deuxième étage est moins cohérente à cause d'une superposition d'écho (ou *layover* en anglais) important dans cette zone.

La hauteur que nous désirons retrouver n'est donc plus la hauteur théorique des immeubles mais peut être retrouvée par projection. Nous pouvons supposer que la structure

4. Ce seuil est inférieur à 1, puisque $\mathcal{D}_A=1$ dans le cas du speckle pleinement développé.

5. Un seuil de 0.25 est conseillé dans [Ferretti *et al.*, 2001], mais ce seuil ne permettait que la détection de très peu de PS pour cette pile temporelle contenant 98 images de résolution métrique. Un seuil de 0.5 nous semble mieux adapté dans ce cas.

de la Tour Eiffel est verticale à partir du deuxième étage⁶. La hauteur de cette partie de la Tour Eiffel est donc de 177 m, celle de la Tour Cristal de 85 m, 89 m est la hauteur de cette partie de la Tour Keller et 68 m de la Tour Mirabeau.

8.2.3 Mesure de la hauteur

L'Équation 3.2 est l'équation fondatrice de l'interferométrie. Elle relie la hauteur h et la différence de phase déroulée $\Delta\phi$ entre deux points. Les immeubles que nous observons sont imagés par repliement : le toit de l'immeuble a une distance plus faible avec le satellite que sa base, comme le représente la Figure 8.5. Aussi, un signe moins est introduit dans l'Équation 3.2 qui se réécrit :

$$\Delta\phi = -\bar{k}_z h \quad (8.2)$$

avec $\bar{k}_z = 2\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{B_\perp}{R \sin(\theta)}$. Les valeurs absolues des baselines sont comprises entre 10.1 m (28-11-2009) et 581.6 m (15/04/2012) [Tableau 8.2]. A partir de ces valeurs et des paramètres capteurs [Tableau 8.1], on obtient $\bar{k}_z \in [0.0108, 0.6627]$. Le signe = est introduit ici à la place du signe \equiv car la phase est déroulée et n'est plus mesurée modulo 2π .

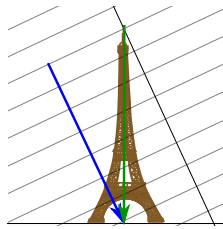


FIGURE 8.5 – Pour les objets imagés en repliement, la hauteur diminue lorsque la distance augmente. Il faut donc changer le signe de k_z .

La Figure 8.6 représente la hauteur mesurée au cours du temps pour les quatre bâtiments considérés. On peut voir apparaître des hauteurs aberrantes, particulièrement pour la Tour Eiffel. Ces hauteurs sont beaucoup plus importantes que les hauteurs attendues et peuvent être négatives.

Les histogrammes de hauteur présentés à la Figure 8.7 montrent que la hauteur la plus souvent mesurée est bien la hauteur théorique. L'histogramme de la Tour Eiffel est celui qui a la variance la plus importante, suivi de celui de la Tour Cristal

Les hauteurs aberrantes sont plus souvent mesurées lorsque k_z est petit, ce qui peut être observé à la Figure 8.8. Comme le montre l'Équation 8.2, k_z est le facteur de proportionnalité entre la hauteur et la phase. Lorsque k_z est petit, toute erreur de phase engendrera une erreur de hauteur importante (la phase étant divisée par k_z pour obtenir la hauteur). Les erreurs sur la mesure de la phase peuvent résulter de la présence de bruit, d'un moyennage spatial trop important ou d'un mauvais déroulement de la phase.

6. La taille d'un coté de la Tour Eiffel est de 40m au deuxième étage et de 20m au troisième situé 160m plus haut. L'angle fait par la structure par rapport à la verticale est d'environ +/- 3°.

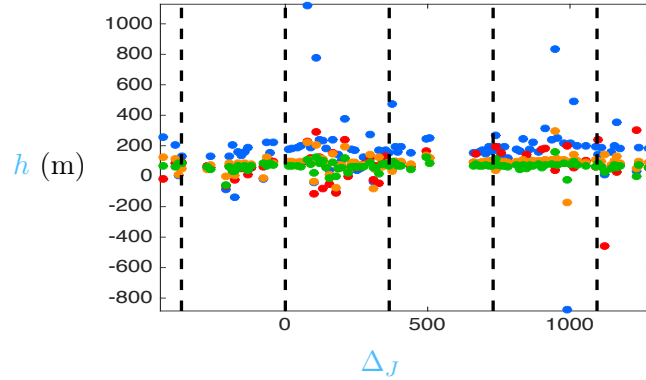


FIGURE 8.6 – Hauteur au cours du temps. • Tour Eiffel, • Tour Cristal, • Tour Keller, • Tour Mirabeau

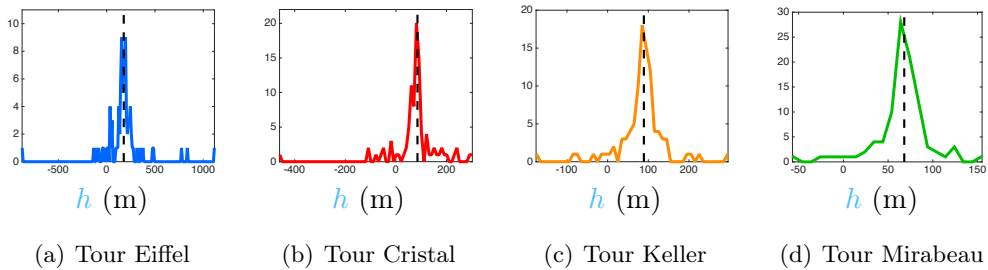


FIGURE 8.7 – Histogramme des hauteurs mesurées en mètre.

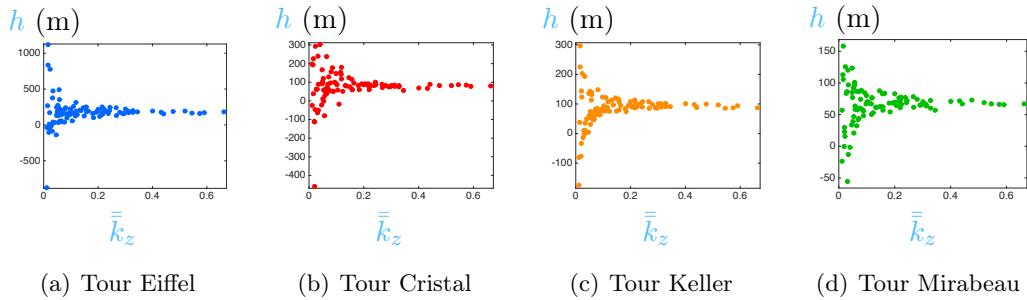


FIGURE 8.8 – La hauteur (m) en fonction de \bar{k}_z (m^{-1}).

Cependant, en faisant l'hypothèse que les erreurs de mesure de la phase sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées selon une loi normale centrée et de variance σ^2 , on peut retrouver la hauteur par régression linéaire de la phase par rapport à \bar{k}_z . Bien que nous n'ayons pas d'éléments pour vérifier ces hypothèses, la représentation des différences de phase déroulée $\Delta\phi$ en fonction de \bar{k}_z faite à la Figure 8.9, fait apparaître des droites.

La mesure de hauteur faite par corrélation peut se trouver dans le Tableau 8.4, ainsi que le coefficient de précision R^2 . Pour la Tour Eiffel et la Tour Mirabeau, la hauteur mesurée par régression ne diffère de la hauteur monoscopique que de 50 cm. Par contre, cette différence est de 3 m pour la Tour Keller bien que le coefficient de précision de la régression soit aussi de 0.99, ce qui pourrait suggérer une erreur de mesure de la hauteur

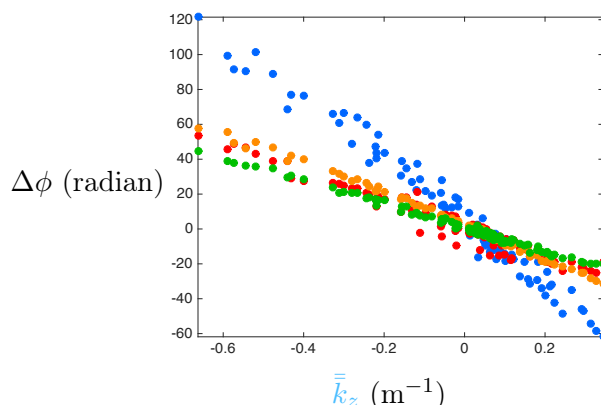


FIGURE 8.9 – La différence de phase déroulée $\Delta\phi$ en fonction de \bar{k}_z . • Tour Eiffel • Tour Cristal • Tour Keller • Tour Mirabeau.

monoscopique. Sur la Tour Cristal, le coefficient de précision de la régression est de 0.95 et la différence entre la hauteur monoscopique et la hauteur obtenue par régression est de 4 m.

	Tour Eiffel	Tour Cristal	Tour Keller	Tour Mirabeau
h monoscopique	177.1	85.2	89.1	68.1
h regresion	176.7	81.1	92.0	67.7
R^2	0.98	0.95	0.99	0.99

TABLE 8.4 – Comparaison de la hauteur monoscopique et de la hauteur obtenue par régression linéaire.

8.3 Influence de la déformation

8.3.1 Sensibilité à la déformation

L'erreur sur la mesure de la phase n'est pas la seule cause qui pourrait expliquer ces hauteurs aberrantes. Nos images sont acquises en configuration multipasse. Dans ce cas, un mouvement des diffuseurs entre les acquisitions a un impact sur la phase mesurée, comme le montre l'Équation 3.4, qui s'écrit en présence de repliement :

$$\phi = -\bar{k}_z h + \frac{4\pi}{\lambda_0} \delta r \quad (8.3)$$

Cette équation montre aussi que lorsque \bar{k}_z est petit, la phase est très influencée par la déformation : dès que les satellites sont suffisamment proches, la différence de chemin optique est plus influencée par le déplacement des diffuseurs que par leur hauteur.

L'Équation 8.3 permet de faire une étude de sensibilité de chacun des paramètres dans le cas de notre étude. Le facteur $\frac{4\pi}{\lambda_0} = 405.3668$ a une valeur fixe qui dépend uniquement de la valeur de λ_0 donnée dans le Tableau 8.1, alors que $|\bar{k}_z| \in [0.0108, 0.6627]$.

Négliger 1 cm de déformation engendrera une erreur de 375 m sur la hauteur dans le cas de $\bar{k}_z = 0.0108$ et de 6 m dans le cas de $\bar{k}_z = 0.6627$. Négliger la déformation

dans le calcul de la hauteur peut donc mener à des hauteurs aberrantes comme celles que nous avons obtenues.

Par contre, lors de la mesure de la déformation, une erreur de mesure de 1 m de hauteur engendrera une erreur de l'ordre de 10^{-5} m dans le cas où $\bar{k}_z = 0.0108$ et de 1 mm dans le cas où $\bar{k}_z = 0.6627$. On voit donc que l'erreur métrique sur la mesure de la hauteur par simple projection du nombre de pixel permet d'obtenir une précision de l'ordre du millimètre sur la mesure de la déformation.

L'influence de la déformation sur la mesure de la hauteur est donc due d'abord à l'utilisation de la bande X, mais aussi aux faibles baselines qui peuvent être atteintes par cette constellation de satellites.

8.3.2 Les déformations structurelles des bâtiments suivis

Avant de mesurer la déformation, nous allons passer en revue les modes de déformation des bâtiments que nous étudions et particulièrement ceux de la Tour Eiffel.

La Tour Eiffel est une structure très haute et complètement métallique, qui se déforme quotidiennement. Les causes de déformation sont listées par ordre croissant d'importance ⁷ :

- **Le vent** est l'une des premières causes de déformation à laquelle on peut penser. Cependant, Gustave Eiffel a conçu la Tour Eiffel pour qu'elle soit peu sensible au vent, grâce à sa structure ajourée. Les déformations maximales dues au vent ont été enregistrées pendant la tempête de 1998 où la Tour Eiffel a oscillé latéralement avec une amplitude de 20 cm sous des rafales de 200 km/h.
- **La température ambiante** engendre une dilatation thermique globale verticale de la Tour Eiffel. Pour calculer l'amplitude de la dilatation, on peut approximer la Tour à une poutrelle métallique. Un delta de température Δ_T de 10 K engendre une dilatation totale verticale de 3.5 cm ⁸.
- **L'ensoleillement** est le paramètre prépondérant dans les déformations de la Tour Eiffel, bien que ce soit le plus difficilement quantifiable. En chauffant sélectivement les poutrelles exposées qui se dilatent alors que la longueur des poutrelles non exposées au soleil n'est pas modifiée, le soleil fait pencher la Tour dans la direction opposée à la direction d'éclairement. Une journée ensoleillée peut avoir un impact de 20 cm sur la position latérale de la pointe de la Tour Eiffel.

Ces différentes causes de déformation sont schématisées sur la [Figure 8.10](#).

La Tour Keller et la Tour Mirabeau ne devraient pas subir de déformations dues à des facteurs météorologiques. Vu qu'à notre connaissance, il n'y a pas de subsidence du sol dans ce quartier de Paris, peu de déformations sont attendues.

7. Ces informations nous ont été communiquées par Marc-Antoine Durand, Chef de Service Structure, [Société d'Exploitation de la Tour Eiffel \(SETE\)](#) et par Constant Choqueuse, Responsable Bureau d'Etude de la société OSMOS.

8. Le coefficient de dilatation du fer est de $11.8 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$ et celui de l'acier est de $12 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$

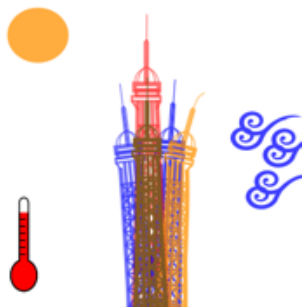


FIGURE 8.10 – Causes de déformation de la Tour Eiffel et leurs impacts.

La façade de verre de la Tour Cristal est portée par une armature métallique qui pourrait être amenée à se déformer avec la température ou le soleil. Mais la structure principale de la tour est en béton et ne devrait donc pas se déformer.

8.4 Mesure de la déformation par interférométrie

Pour mesurer les déformations acquisition par acquisition, nous allons inverser l'Équation 8.3 en utilisant les différences de phase calculées pour la mesure de la hauteur et les hauteurs monoscopiques. Les déformations sont représentées en fonction du temps (mesurée en jour par rapport à l'acquisition de référence Δ_J) à la Figure 8.11.

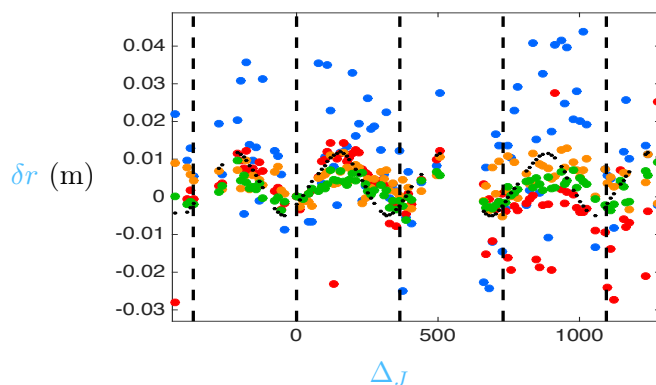


FIGURE 8.11 – Les déformations au cours du temps (en jour par rapport à l'acquisition de référence). • Tour Eiffel • Tour Cristal • Tour Keller • Tour Mirabeau • Heure du coucher du soleil en unité arbitraire - - 24 janvier

On peut remarquer que les valeurs mesurées présentent une périodicité saisonnière pour les Tour Keller et Mirabeau. Comme l'image de référence a été acquise fin janvier, les déformations sont les plus importantes en été. Pour la Tour Eiffel, la périodicité est moins marquée et les déformations semblent plus ponctuelles.

Sur la Tour Eiffel, la majorité des déformations a des valeurs inférieures à 5 cm comme le montre la Figure 8.12. Bien que quelques hauteurs aberrantes soient mesurées sur la Tour Keller et la Tour Mirabeau, les déformations mesurées sont inférieures au centimètre pour ces deux bâtiments. Les déformations restent inférieures à 3 cm pour la Tour Cristal.

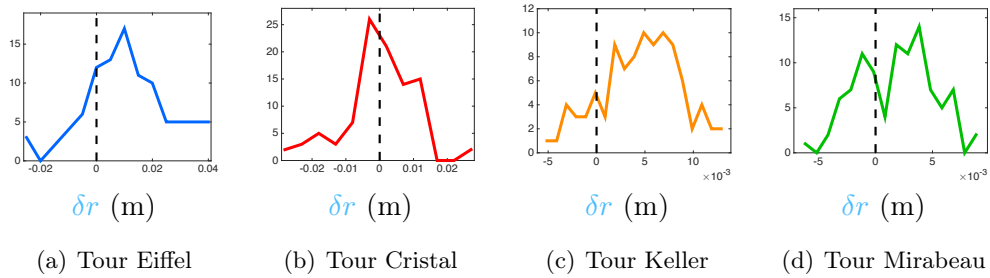
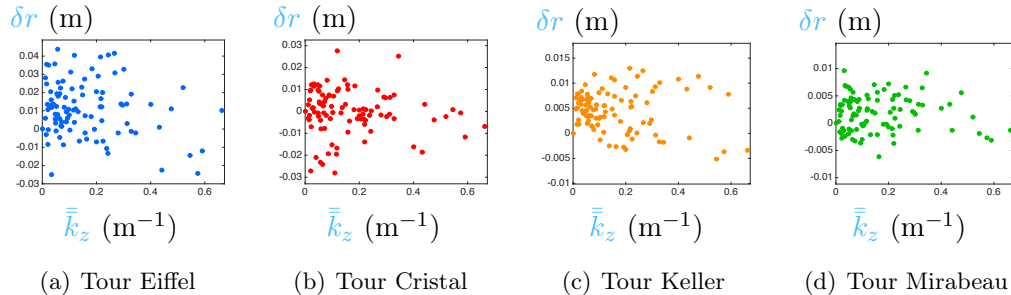


FIGURE 8.12 – Histogramme des déformations.

Les nuages de points de l'amplitude des \bar{k}_z par rapport à l'amplitude des déformations (Figure 8.13) montrent qu'il n'y a pas de corrélation entre ces grandeurs bien qu'un faible \bar{k}_z rende la mesure de la hauteur plus sensible à la déformation.

FIGURE 8.13 – Les déformations en fonction de \bar{k}_z .

8.5 Validation des mesures de déformation

8.5.1 Comparaison avec des données météorologiques

Puisque la température, le vent et s'ensoleillement sont des causes de déformation de la Tour Eiffel, l'analyse des données météorologiques doit permettre d'expliquer certaines de ses déformations ainsi que celle des autres immeubles⁹. Parmi les grandeurs météorologiques disponibles dans les données d'archive de Météo France, nous avons sélectionné¹⁰ :

- **La durée entre le coucher du soleil et l'heure d'acquisition Δ_H .** Une fois la nuit tombée, l'ensoleillement cesse, la température chute et les structures reviennent petit à petit dans leur état d'équilibre. L'amplitude des déformations est donc moins importante pour les acquisitions faites après le coucher du soleil. De plus, les acquisitions réalisées après l'heure de coucher du soleil sont hivernales ce qui pourrait expliquer des déformations saisonnières. Lorsque le soleil est couché avant l'heure d'acquisition (17h34 UTC), Δ_H est positif.

9. Ce travail a été effectué en collaboration avec Elise Nkassa lors de son stage de deuxième année de licence à l'institut Villebon-Georges Charpack.

10. Des figures représentant la variation de ces paramètres en fonction du temps peuvent être trouvées en annexe K.

- **Les températures minimales T_{\min} et maximales T_{\max} du jour d’acquisition.** Ces données permettent d’expliquer les déformations dues à la dilatation thermique car elles sont proportionnelles à la température. Ces températures sont données en degrés Celsius.
- **Le delta de température Δ_T du jour d’acquisition.** Ce paramètre peut refléter l’ensoleillement du jour d’acquisition et être proportionnel à la déformation dans le cas de déformation journalière. Le delta de température est calculé en degrés Celsius.
- **La durée d’ensoleillement Δ_e .** La cause principale de déformation de la Tour Eiffel est le delta de température entre les parties chauffées par le soleil et celles qui ne le sont pas. La durée d’ensoleillement peut permettre de rendre compte de ce delta, bien que l’orientation des bâtiments vis à vis du soleil ne soit pas prise en compte. Elle est donnée en heure entière sur la journée.

En première analyse, on peut penser que l’ensoleillement et la température journalière soient des facteurs explicatifs car les acquisitions en mode ascendant ont lieu à une heure proche de celle du coucher du soleil¹¹. Les structures, déformées au cours de la journée ne sont pas revenues dans leur position d’équilibre, même lorsque les acquisitions ont lieu après le coucher du soleil. Si les images étaient acquises selon une orbite descendante, vers 6h du matin UTC, ces paramètres n’auraient pas la même influence car les structures seraient revenues dans leur état d’équilibre.

Nous avons ajouté les grandeurs suivantes :

- **Hauteur de précipitation journalière H_p .** Ce paramètre peut donner une information sur la couverture nuageuse. De plus, les structures déformées par l’accumulation de chaleur reviennent rapidement dans leur état d’équilibre en cas de pluie¹². La hauteur de précipitation est mesurée en millimètre.
- **Le vent moyen v_{vent} et la rafale de pointe à l’heure d’acquisition v_{rafale} .** Bien que la Tour Eiffel se déforme peu sous l’action du vent (hormis en cas de vent violents), certaines déformations dues au vent durant l’acquisition ont été mesurées. Ces déformations ne sont pas visibles directement dans la phase mais dans la délocalisation ou la défocalisation de la flèche de la Tour Eiffel causée par son mouvement au cours de l’acquisition, comme le montre la [Figure 8.14](#). Ces vitesses sont mesurées en km/h.

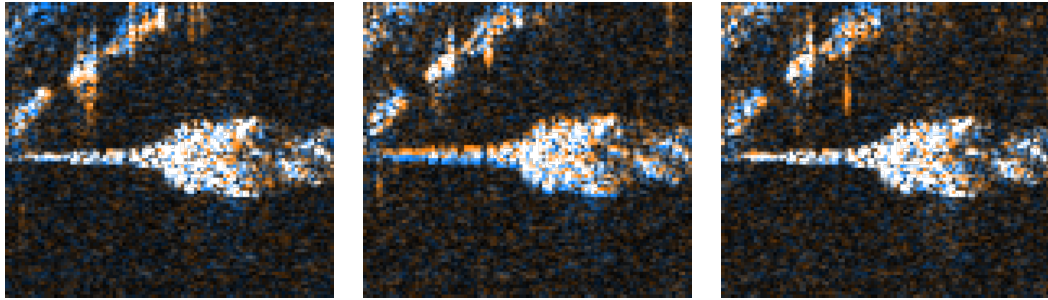
Pour quantifier l’impact des paramètres météorologiques sur la déformation δr , nous avons utilisés la corrélation ρ :

$$\rho = \frac{\text{cov}(x, \delta r)}{\sqrt{\text{var}(x)\text{var}(\delta r)}} \quad (8.4)$$

où x est un paramètre météorologique cité ci-dessus, cov représente la covariance et var la variance estimées des paramètres.

11. L’heure d’acquisition est 17h34 UTC, soit 18h34 [Central European Time \(CET\)](#) ou 19h34 [Centrale European Summer Time \(CEST\)](#) en fonction de la période de l’année.

12. Information fournie par la [SETE](#).



(a) Image de référence et image du 17-11-2009 (b) Image de référence et image du 28-11-2009 (c) Image de référence et image du 09-12-2009

FIGURE 8.14 – Défocalisation de la Tour Eiffel le 28-11-2009, vraisemblablement due à sa vitesse azimutale pendant l’acquisition. La pointe de la Tour Eiffel est défocalisée d’un pixel, ce qui équivaut à une vitesse de rafale de 9 mm/s. En effet le déplacement durant l’acquisition d_a est égal à $\frac{L_i d_f}{R}$ où d_f est la distance de défocalisation qui équivaut ici à la taille d’un pixel $\Delta_a = 0.87$ m. Donc $d_a = 0.028$ m car en mode Spotlight, $L_i = 20$ km et $R = 624$ km pour TerraSAR-X. Comme l’acquisition dure 3 secondes, on obtient une vitesse de presque 1 cm/s.

Pour tous les bâtiments, les corrélations entre la déformation¹³ et les températures T_{\min} et T_{\max} sont les plus importantes, comme le montre le Tableau 8.5. Le deuxième paramètre expliquant le mieux la déformation est la durée entre le coucher du soleil et l’heure d’acquisition. Étonnemment, la durée d’ensoleillement Δ_e est plus corrélée aux déformations de la Tour Mirabeau qu’à celles de la Tour Eiffel, bien que les variations de ce paramètre ne soient pas uniquement saisonnières comme le montre la Figure K.5.

Tour	Δ_H	T_{\min}	T_{\max}	Δ_T	Δ_e	H_p	v_{vent}	v_{rafale}
Eiffel	-0.30	0.52	0.48	0.18	-0.09	-0.03	-0.06	-0.08
Cristal	-0.35	0.53	0.43	0.05	0.01	0.11	-0.00	0.06
Keller	-0.27	0.48	0.46	0.22	0.02	0.00	-0.15	-0.11
Mirabeau	-0.73	0.81	0.86	0.58	0.53	-0.10	0.08	0.11

TABLE 8.5 – Corrélation entre les déformations et les paramètres météorologiques sur toute la durée de l’étude

8.5.2 Comparaison avec des déformations mesurées par cordes optiques

L’entreprise OSMOS est spécialisée dans la surveillance de structures ou de bâtiments. Dans ce but, cette entreprise a développé la *corde optique*. Il s’agit de fibres optiques tressées qui sont fixées à la paroi du bâtiment à surveiller. En mesurant l’atténuation du signal lumineux envoyé dans la fibre, la longueur de celle-ci peut être mesurée au micromètre près. La corde optique est solidaire du bâtiment, comme on peut le voir

13. La variation de ces valeurs est inférieure à 0.02 pour la Tour Cristal lorsque l’on considère la hauteur mesurée par régression. Par contre, la corrélation des déformations mesurée sur la Tour Keller et T_{\min} devient 0.54, 0.52 pour T_{\max} et 0.25 pour Δ_T , ce qui pourrait indiquer que la hauteur mesurée par régression est plus proche de la hauteur réelle, bien que la façade verticale de cet immeuble devrait permettre une mesure monoscopique très précise.

sur la [Figure 8.15](#) et se déforme avec celui-ci permettant de mesurer la déformation du bâtiment suivi.



FIGURE 8.15 – Corde optique posée sur la Tour Eiffel ©OSMOS

Plus d'une centaine de cordes optiques sont installées sur la Tour Eiffel. Pour pouvoir comparer nos mesures de déformations aux leurs, la société OSMOS nous a fourni les relevés de 8 cordes optiques pour 35 dates¹⁴. La [Figure 8.16](#) schématise la position de ces 8 cordes optiques, placées au premier étage de la Tour Eiffel.

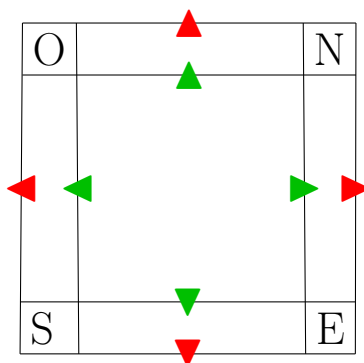



FIGURE 8.16 – Position des 8 cordes optiques au niveau du premier étage de la Tour Eiffel

Les mesures produites par ces cordes sont des déformations linéiques. Nous avons donc divisé les déformations mesurées par interférométrie par la hauteur monoscopique des bâtiments, puis nous les avons comparées aux mesures des cordes optiques à la [figure 8.17\(a\)](#), où les symboles représentant chaque corde sont les symboles de la [Figure 8.16](#). On peut remarquer que les déformations que nous avons mesurées sont du même ordre de grandeur que les déformations mesurées par les cordes optiques. La [figure 8.17\(b\)](#) montre que 9 de nos mesures se situent entre la déformation minimale et la déformation maximale mesurées par les cordes optiques.

L'écart entre la déformation maximale et minimale semble augmenter avec le temps, ce qui pourrait être causé par une dérive des mesures des cordes, en particulier de la corde optique intérieure sur le côté Nord-Est (représentée par ). À partir de la date 10, cette corde mesure toujours la déformation maximale. Si l'on ne considère que les 7 autres cordes, 7 des déformations que nous avons mesurées se situent entre la déformation minimale et la déformation maximale mesurée par les cordes optiques.

14. Par mesure de confidentialité, les dates des mesures ne seront pas précisées.

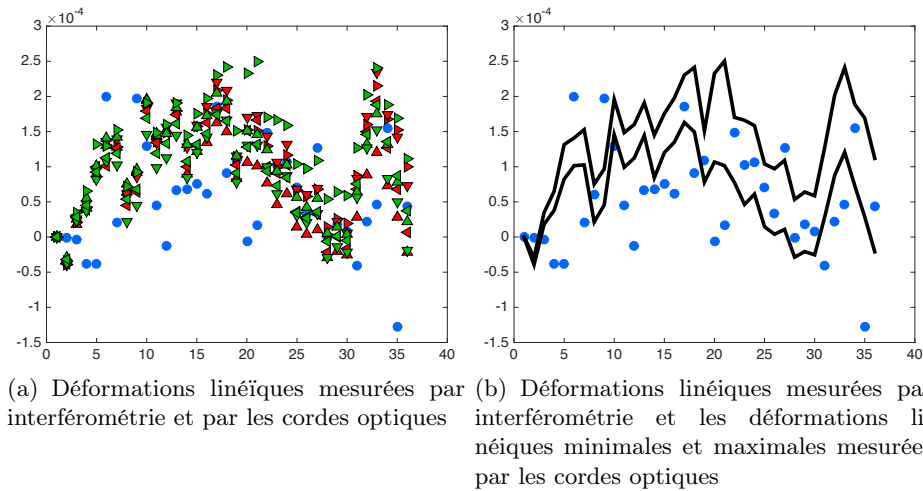


FIGURE 8.17 – Comparaison des déformations mesurées par • InSAR et par les cordes optiques (les symboles représentant chaque corde sont les symboles de la Figure 8.16 : ► intérieure NE ▲ intérieure NO ◄ intérieure SO ▼ intérieure SE ► extérieure NE ▲ extérieure NO ◄ extérieure SO ▼ extérieure SE)

Ces mesures permettent donc de confirmer l'ordre de grandeur de nos mesures de déformation mais ne permettent pas d'en vérifier la valeur exacte car nous ne possédons pas encore de modèle qui nous permettrait d'extrapoler les déformations sur toute la structure à partir des mesures de déformation mesurées par les cordes optiques au premier étage. De plus, nous mesurons les déformations dans l'axe de la ligne de visée du radar, en faisant l'hypothèse que la Tour Eiffel se déforme verticalement. De nombreux interférogrammes, dont certains ont été représentés à la Figure 8.18 présentent des régimes de franges non horizontales. Ces franges peuvent résulter de déformations dans un axe différent de l'axe vertical.

8.5.3 Pose de *corner reflectors* pour mesurer la déformation

Des cibles de calibration peuvent être utilisées pour améliorer la précision de la mesure de la déformation. Grâce à ces cibles, appelées coin de cube ou *corner reflector* en anglais, des déformations de l'ordre du millimètre ont pu être mesurées en bande X, [Quin and Loreaux, 2013].

Grâce à la collaboration de la Société d'Exploitation de la Tour Eiffel (SETE), deux *corner reflectors* ont pu être placés sur la Tour Eiffel du 29 décembre 2015 jusqu'au 5 février 2016, au moment de la phase *small baseline* des satellites TerraSAR-X et TanDEM-X. Trois images *Double Dual Pol* ont été acquises pendant que les *corner reflectors* se trouvaient sur la Tour Eiffel. Deux autres images ont été acquises avant leur installation.

Les deux *corner reflectors* ont été fixés sur une plateforme se trouvant au dessus du restaurant *Jules Verne*, comme le montrent les images 8.19(a) et 8.19(b). Ils sont donc à une altitude de 160.47m NGF/VDP¹⁵.

15. Dans ce référentiel, le parvis de la Tour Eiffel se trouve à 33m d'altitude

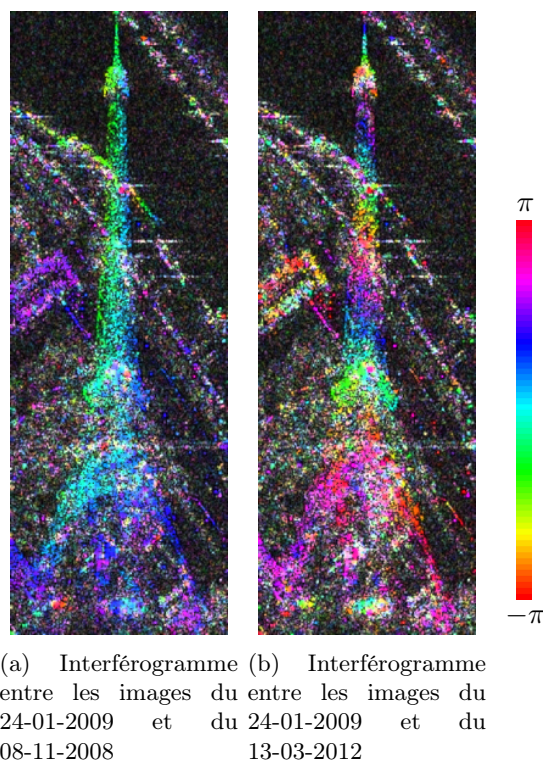
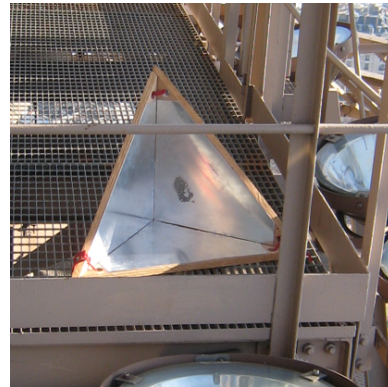


FIGURE 8.18 – Exemple de franges non horizontales sur la Tour Eiffel

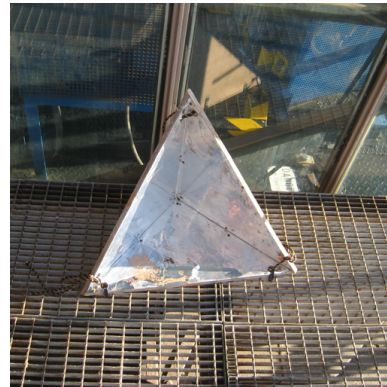
Deux corner reflectors photographiés sur la figure 8.19(c), l'un de la même taille que ceux qui se trouvaient sur la Tour Eiffel et un plus petit, ont été simplement posés sur le pont de Iena les soirs des acquisitions du 29-12-2015 et du 09-01-2016. Ces corner reflectors ont été placés sur le parapet du pont, comme le montre la figure 8.19(d), puisqu'ils n'ont pas pu être laissés sur place. Ils ont été orientés à vue, en fonction des images déjà acquises par le satellite dans les mêmes configurations.

Les emplacements des corner reflectors, sur la Tour Eiffel et sur le Pont d'Iena, sont marqués sur la figure 8.20(a). Les deux corner reflectors placés sur le pont d'Iena sont bien visibles sur le zoom des images SAR. Sur la figure 8.20(b), on peut voir que les corner reflectors installés le 09-01-2016 n'ont pas été posés à la même place que le 29-12-2015.

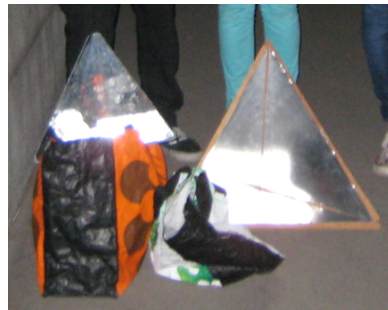
Les corner reflectors présents sur la Tour Eiffel sont plus difficiles à identifier. Seul un candidat potentiel a été sélectionné. On peut le voir apparaître à partir de l'image du 29-12-2015. Il est représenté en orange, entouré d'un rond rouge sur les figures 8.20(d), 8.20(e) et 8.20(f), alors qu'il n'apparaît pas sur la comparaison des images du 04-11-2015 et du 15-11-2015 faite à la figure 8.20(c). Bien que ces corner reflectors ne soient pas des corner reflectors de calibration, la connaissance de la radiométrie du corner reflector de taille équivalente posé sur le pont pourrait nous permettre de distinguer les corner reflectors de tous les points-brillants de la Tour Eiffel. Une fois identifié, nous pourrions utiliser leur altitude comme référence dans la mesure de déformation.



(a) Corner reflector au dessus du Jules Verne



(b) Corner reflector au dessus du Jules Verne



(c) Petit et grand corner reflector sur le pont



(d) Grand corner reflector pointant à 90° par rapport à la trajectoire du satellite

FIGURE 8.19 – Corners reflectors posés sur la Tour Eiffel et sur le pont de Iena

8.6 Vers une mesure locale de la déformation

La section [sous-section 8.3.2](#) nous a montré que les déformations dues à l'ensoleillement sont celles ayant les plus grandes amplitudes. Ces déformations ne sont pas verticales, puisque la Tour Eiffel se penche dans la direction opposée à la direction d'éclairage.

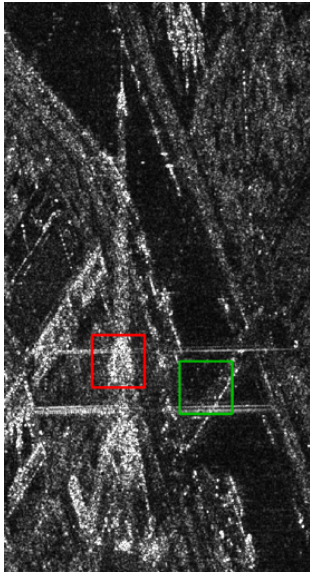
Pour obtenir une mesure locale de la déformation, il est nécessaire de connaître la composante de la phase liée à la hauteur de la structure dont on veut mesurer les déformations. Dans cette section, nous allons présenter deux méthodes permettant d'obtenir la composante de hauteur de la phase. La première se base sur l'utilisation d'un modèle en trois dimensions de la structure et la deuxième sur des acquisitions simultanées.

8.6.1 Utilisation d'un modèle 3D

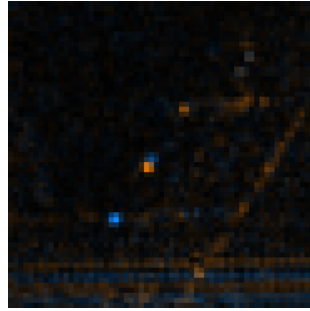
De nombreux modèles en trois dimensions de bâtiments sont disponibles. Ils sont majoritairement créés par des amateurs¹⁶. Le modèle 3D de la Tour Eiffel que nous avons utilisé, représenté sur la [Figure 8.23](#), est un modèle amateur¹⁷ qui respecte les

16. Un modèle professionnel permettant d'effectuer des simulation mécanique sur la structure a été effectué par le CETIM mais nous n'y avons pas eu accès à ce jour.

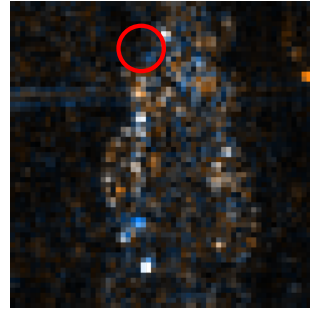
17. Ce modèle est distribué dans la base de google Sketchup



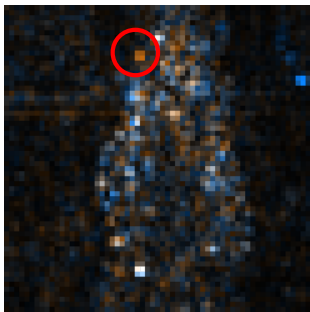
(a) Image du 04-11-2015. Zone où les corner reflectors ont été posés \square sur la Tour Eiffel \square sur le pont d'Iena



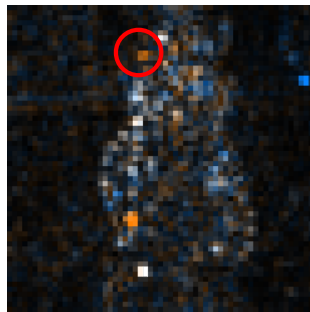
(b) Comparaison des images 29-12-2015 et du 09-01-2016 sur le



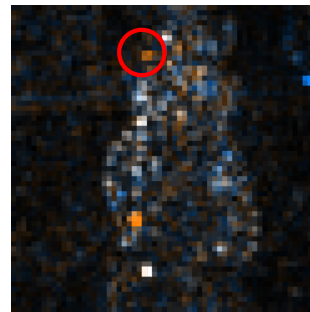
(c) Comparaison des images du 04-11-2015 et du 15-11-2015 sur la Tour Eiffel. Les corners reflector ne sont pas installés.



(d) Comparaison des images du 15-11-2015 et du 29-12-2015 sur la Tour Eiffel.



(e) Comparaison des images du 15-11-2015 et du 09-01-2016 sur la Tour Eiffel.



(f) Comparaison des images du 15-11-2015 et du 20-01-2016 sur la Tour Eiffel.

Image antérieure  Image postérieure

FIGURE 8.20 – Position des corner reflectors sur les images Double Dual Pol acquises au dessus de Paris en décembre 2015 et janvier 2016

proportions de la Tour Eiffel indiquées par les plans de Gustave Eiffel. Il reprend la structure de la Tour Eiffel jusqu'à la base du troisième étage.

La première étape du traitement consiste à projeter le modèle 3D dans la géométrie d'acquisition du radar. Pour cela, les paramètres de trajectoires doivent être connus. Pour les données TerraSAR-X, ces paramètres font partie des méta-données. La figure 8.22(a) présente les franges obtenues sur le modèle 3D après sa projection dans la géométrie d'acquisition. On peut remarquer leur ressemblances aux franges présentes sur l'interférogramme à partir duquel nous cherchons à estimer la déformation, représentées



FIGURE 8.21 – Modèle en 3 dimensions de la Tour Eiffel

à la figure 8.22(b). Cependant, la simple projection que nous avons effectuée n'est pas complètement représentative de la projection effectuée durant l'acquisition. Les ombres et les occlusions ne sont pas prises en compte, ce qui pourra introduire des artefacts lors des estimations des déformations. Le masque que nous avons utilisé pour représenter les données est fondé sur le modèle 3D.

Pour pouvoir comparer ces régimes de franges, il est nécessaire qu'elles soient déroulées¹⁸. Nous avons utilisé le logiciel *snaphu*, souvent utilisé en géologie, pour dérouler l'interférogramme des données réelles. Pour obtenir un bon déroulement des franges, un filtre glissant de taille 5 par 5 pixels a été utilisé. La sortie de *snaphu* est une nappe de phase déroulée. Notons que l'algorithme de déroulement des franges a été conçu pour dérouler des franges topographiques qui ne présentent pas de discontinuités. On peut voir l'interférogramme déroulé sur la figure 8.22(c). Puisque le modèle 3D fournit la hauteur, nous pouvons obtenir directement la phase déroulée, comme on peut le voir à la figure 8.22(d).

Enfin, à partir de la différence de ces deux phases déroulées, la déformation peut être calculée. Le résultat est présenté à la figure 8.22(e). La déformation minimale est de -0.051 m et la déformation maximale est de 0.023 m. Ces valeurs paraissent élevées au regard de la déformation de 0.0066 m que l'on obtient entre le deuxième et le troisième étage, en faisant l'hypothèse que cette déformation est linéaire. La figure 8.22(e) représente une déformation plutôt linéaire entre le deuxième et le troisième étage, ce qui correspond bien à notre modèle. On peut voir des artefacts de projection,

18. Un moyen simple de s'en convaincre est que la différence de phase entre deux phase enroulée ne pourra être supérieur à 4π . De plus, la différence de deux rampes de phase devrait être continue, mais elle comportera des sauts si les sauts des rampes de phase enroulées ne se trouvent pas au même endroit.

particulièrement au niveau du premier étage. De plus, les déformations mesurées au niveau des pieds de la Tour Eiffel ne sont pas réalistes, à cause de la différence entre l’empreinte du modèle 3D et l’empreinte de la Tour Eiffel sur l’interférogramme des données réelles. Néanmoins, le fait que snaphu extrapole la valeur de la phase dans cette partie permet de lisser la carte des déformations.

Bien que cette expérience soit encore incomplète, elle permet de montrer qu’un modèle de hauteur pré-existant peut permettre de mesurer localement la déformation. Si ce modèle de hauteur se présente comme un maillage 3D, il est nécessaire de le projeter dans la géométrie d’acquisition. Avec la projection simple que nous avons utilisée, les effets comme les occlusions et le repliement ne sont pas bien pris en compte. L’utilisation d’un simulateur d’image radar pourrait permettre d’améliorer la projection et le rendu du modèle 3D dans la géométrie d’acquisition en prenant en compte les mécanismes de rétrodiffusion.

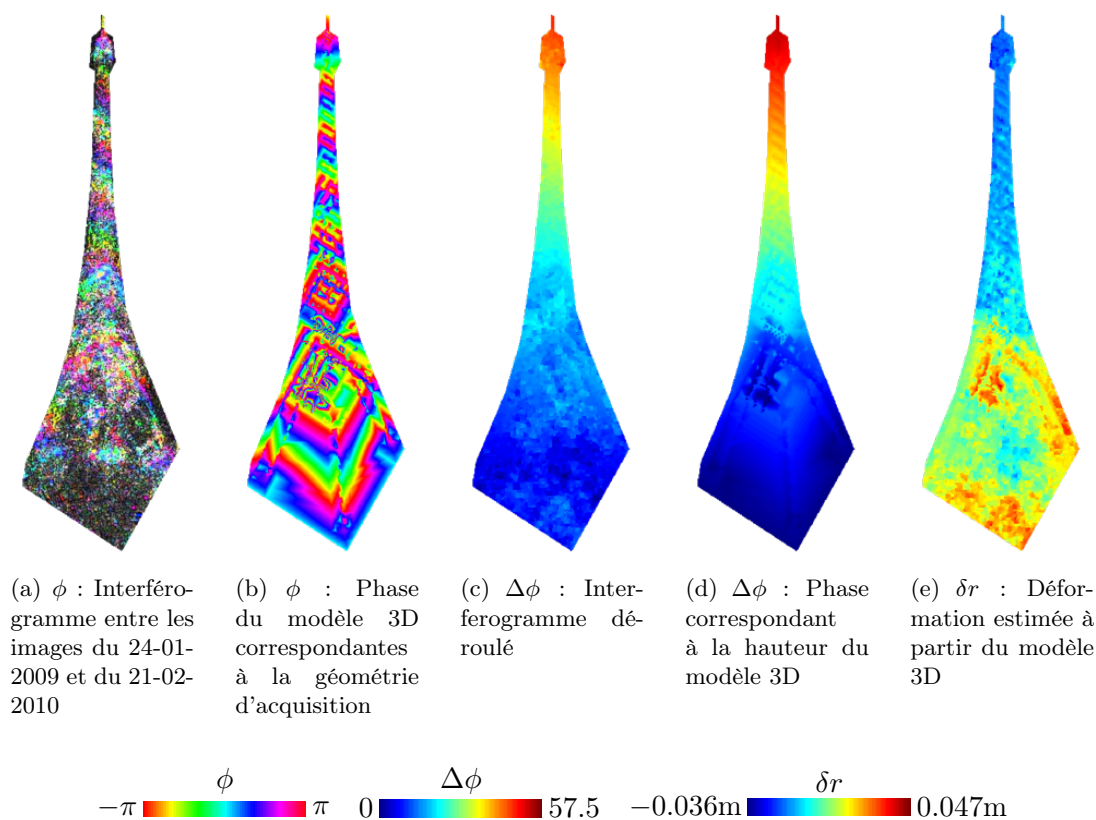


FIGURE 8.22 – Comparaison des franges de l’interférogramme entre les images du 24-01-2009 et du 21-02-2010 et du modèle 3D projeté dans la géométrie d’acquisition

8.6.2 Utilisation des interférogrammes monopasses

Lorsque deux images sont acquises exactement en même temps, mais depuis des points de vue différents, leur différence de phase (après recalage) correspond uniquement à la composante due à la hauteur des diffuseurs présents sur la scène imagée. La hauteur

mesurée par les interférogrammes monopasses peut donc être utilisée comme hauteur de référence.

La mesure de la déformation a été effectuée en comparant la phase de l'interférogramme entre les images du 24-01-2009 et du 21-02-2010 et la phase des acquisitions HH de l'image PolInSAR du 07-12-2015. La résolution de l'image PolInSAR n'est pas la même que celle des images Spotlight du 24-01-2009 et du 21-02-2010. Un recalage fin multi-résolution est donc nécessaire. Par contre, la géométrie d'acquisition est la même car les images ont été acquises en condition interférométrique.

Les interférogrammes déroulés par le logiciel *snaphu* peuvent être observés à la figure 8.23(c) pour l'interférogramme multipasse et à la figure 8.23(d) pour l'interférogramme monopasse. Pour être correctement déroulé, l'interférogramme monopasse a du être filtré avec un filtre glissant de taille 10×10 . La phase en dehors du masque correspondant à la Tour Eiffel a du être ignorée car les franges présentes sur le sol ou les autres bâtiments prévalaient dans la création de la nappe de phase déroulée et des franges subsistaient sur la Tour Eiffel.

Pour obtenir une mesure de la déformation, la phase de l'interférogramme monopasse doit être convertie en phase équivalente de l'interférogramme multipasse $\hat{\phi}_{\text{eq}}$:

$$\hat{\phi}_{\text{eq}} = \hat{\phi}_{\text{mono}} \frac{\bar{\bar{k}}_z}{k_z} \quad (8.5)$$

où $\bar{\bar{k}}_z$ doit être calculé en utilisant l'Équation 3.2 (qui prend en compte le trajet aller-retour pour les deux acquisitions) et \bar{k}_z doit être calculé en utilisant l'Équation 3.1 (qui ne prend en compte que la différence de trajet due à un aller-retour).

Puis la phase $\hat{\phi}_{\text{eq}}$, qui représente la composante de la hauteur des diffuseurs dans la géométrie d'acquisition de l'interférogramme multipasse, peut être soustraite à la phase de l'interférogramme multipasse pour mesurer la déformation. Le résultat est présenté à la figure 8.23(e).

La comparaison entre la déformation mesurée par un interférogramme monopasse (figure 8.23(e)) et en utilisant un modèle 3D (figure 8.22(e), qui a la même échelle de couleur que la figure 8.23(e)) montre une grande différence dans les résultats, même si les ordres de grandeurs sont comparables. Ces différences peuvent s'expliquer par :

- la projection du modèle 3D
- le déroulement des franges de l'interférogramme monopasse en utilisant l'algorithme *snaphu* qui fait l'hypothèse de continuité des structures de phase,

qui peuvent tous deux introduire des erreurs dans la mesure de la déformation.

Conclusion

Les différences entre les déformations mesurées en utilisant un modèle 3D ou un interférogramme monopasse sont liées aux nombreuses difficultés rencontrées dans la mesure locale de la déformation. Deux étapes de traitement semblent les plus délicates :

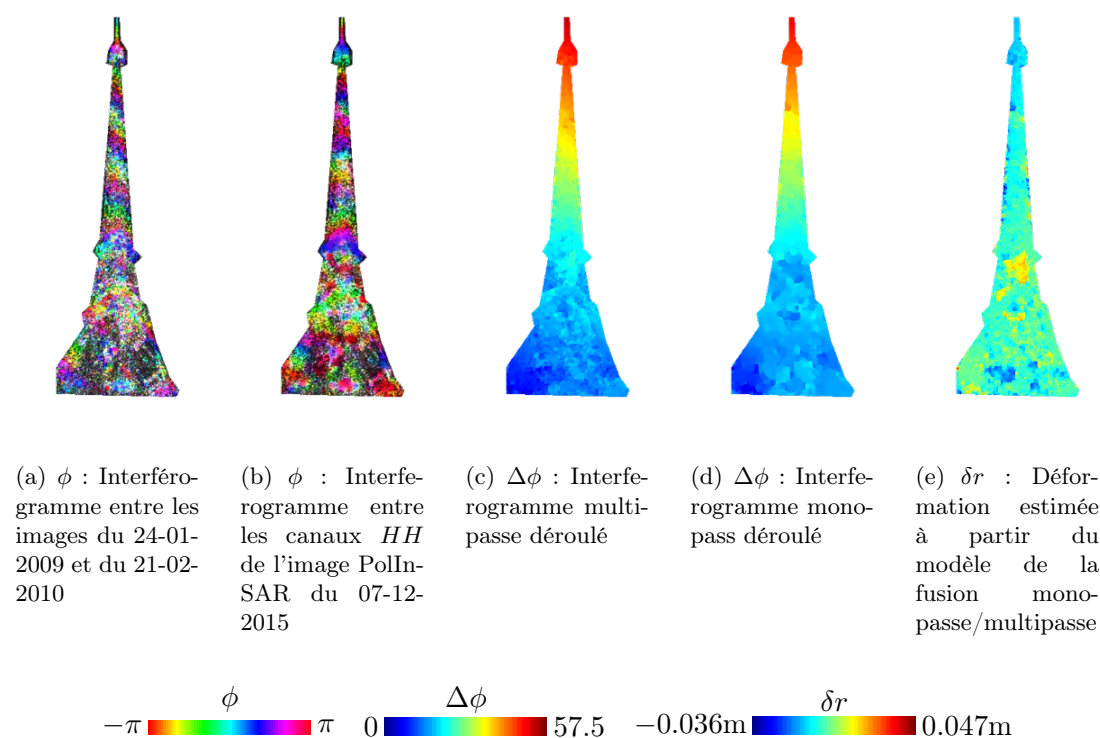


FIGURE 8.23 – Comparaison des franges de l'interférogramme entre les images du 24-01-2009 et du 21-02-2010 et de l'image PolInSAR du 07-12-2015

Conclusion (cont)

La mise en correspondance des images

- **Le modèle 3D** doit être projeté dans la même géométrie d'acquisition que l'interférogramme dont on cherche à séparer la composante liée à la hauteur et celle liée à la dilatation. Les connaissances précises de l'orbite et de la position du bâtiment par rapport à cette orbite sont nécessaires. Une prise en compte des mécanismes de rétrodiffusion permettrait aussi d'améliorer la mise en conformité du modèle 3D dans la géométrie de l'interférogramme considéré.
- Si les acquisitions sont bien faites en condition interférométrique, **l'interférogramme monopasse** est dans la même géométrie que l'interférogramme multipasse. Par contre, un recalage fin entre les deux paires d'image est nécessaire. Des différences entre les paramètres d'acquisition des deux paires d'acquisition, tel qu'un changement de résolution, sont à prendre en compte dans ce recalage.

Le déroulement de la phase Pour pouvoir comparer deux régimes de franges, il est nécessaire de les avoir déroulées auparavant.

Conclusion (cont)

- Lorsqu'un **Modèle 3D** est utilisé, seul un interférogramme doit être déroulé
- Le fait que le sol soit cohérent dans le cas des **interférogrammes mono-passes** pose la difficulté de déroulement d'un motif de frange qui n'est pas continu avec les autres motifs présents sur l'image. Pour dérouler les franges, nous avons utilisé le logiciel snaphu qui n'est pas adapté au déroulement de franges discontinues et peut donc introduire des erreurs.

8.7 Discussion sur l'impact de l'atmosphère

Dans cette étude, nous avons négligé l'impact que l'atmosphère peut avoir sur la mesure de la déformation. Or, en modifiant la vitesse des ondes électromagnétiques, l'atmosphère peut induire une modification de la mesure de la distance entre des objets présents sur la scène et le capteur. L'un des cas les plus emblématique est l'étude de la déformation du Mont Etna [Massonnet *et al.*, 1995] faite sans prendre en compte l'atmosphère qui pourrait avoir un impact non négligeable sur la différence de phase [Delacourt *et al.*, 1998].

Dans cette section, nous allons passer en revue les différentes causes de modification des ondes électromagnétiques par l'atmosphère pour discuter de leur impact possible sur la mesure de la déformation des immeubles. Deux couches atmosphériques peuvent impacter le signal **radar** : l'ionosphère et la troposphère.

L'ionosphère est la couche supérieure de l'atmosphère. Elle se situe entre 50 km et 1000 km d'altitude. Elle est caractérisée par la présence d'ions qui forment un plasma. Les ions sont générés par les ultraviolets et les rayons X solaires et ne se recombinaient pas à cause de la faible densité de gaz. La présence de cette couche permet la propagation *trans-horizon* des ondes basses fréquences : des ondes sont réfléchies par l'ionosphère et le lobe d'antenne peut éclairer la Terre à une distance plus importante de l'antenne que dans le cas d'une visée droite.

Lorsque les ondes sont émises depuis un satellite, la traversée de l'ionosphère peut engendrer un retard qui dépend de la fréquence de l'onde et de la quantité d'électrons se trouvant dans l'ionosphère. Ce retard est inversement proportionnel à la fréquence et affecte donc peu la bande X. De plus la variation spatiale de cette quantité d'électrons peut être négligée lorsque la zone étudiée est petite et que les longueurs d'intégration ne sont pas trop importantes. Dans le cas de l'interférométrie multipasse, seule la modification temporelle de l'ionosphère peut introduire un déphasage, que l'on peut supposer constant dans un voisinage de la Tour Eiffel et des autres immeubles étudiés.

Remarquons que pour mesurer la déformation, nous avons utilisé la différence entre la phase du sommet et de la base des bâtiments, le déphasage constant d'origine ionosphérique est donc supprimé.

La troposphère est la couche inférieure de l'atmosphère dont la limite supérieure se situe à une altitude de 8 à 15 kilomètres. Dans cette couche, la variation d'indice de réfraction dépend à la fois de la pression, de la température et de l'humidité de l'air. Il existe de nombreuses études dont le but est de séparer la composante de phase interférométrique due à l'atmosphère de celle réellement due à une déformation de l'écorce terrestre.

Le retard troposphérique peut aussi être estimé à partir des **Zenith Path Delay (ZPD)**, mesuré au sol par des stations **Global Navigation Satellite System (GNSS)**. Contrairement à l'ionosphère, le retard induit par la troposphère ne dépend pas de la fréquence de l'onde électromagnétique qui la traverse, mais dépend de l'altitude des diffuseurs. En faisant l'hypothèse que le retard induit par la traversée de la troposphère a un profil exponentiel¹⁹, on peut relier le **ZPD** au retard pour une traversée oblique de l'atmosphère.

$$\delta_{\text{tropo}}(h, \delta_{\text{ZPD}}) = \frac{\delta_{\text{ZPD}}}{\cos(\theta)} e^{-\frac{h-h_{\text{ZPD}}}{H}} \quad (8.6)$$

où H est l'épaisseur de la troposphère. Les équipes du DLR ont fait l'hypothèse que $H = 6000\text{m}$ [Eineder *et al.*, 2011].

La station **Global Positioning System (GPS)** la plus proche de la Tour Eiffel faisant partie du réseau **EUREF Permanent Network (EPN)** est la station MLVL se situant à l'IGN à Marne la Vallée. La station MLVL se situe à une élévation de 160 m, ce qui correspond à l'élévation du deuxième étage de la Tour Eiffel, le troisième étage se situant environ 160 m plus haut que le deuxième étage. La **Figure 8.24** représente le **ZPD** moyen calculé mois par mois à la station MLVL. Une différence de 10 cm entre l'hiver et l'été peut être observée, ce qui peut introduire un déphasage dans les interférogrammes utilisant des images acquises à deux saisons différentes.

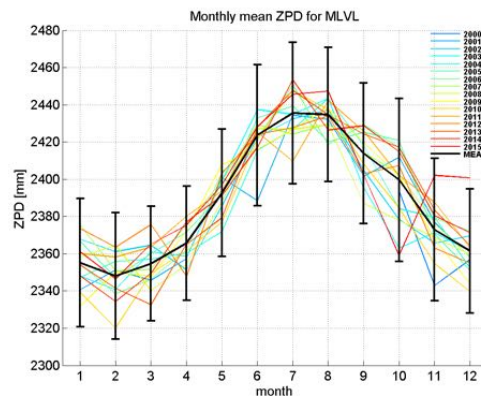


FIGURE 8.24 – **Zenith Path Delay (ZPD)** mensuel à la station MLVL à Marne la Vallée http://www.epncb.oma.be/_networkdata/zenith_path_delay_timeseries.php?station=MLVL_10092M001

En calculant $\delta_{\text{tropo}}(160, 2340)$ et $\delta_{\text{tropo}}(320, 2340)$ (ce qui correspond aux retards pour le deuxième et le troisième étage en hiver), et $\delta_{\text{tropo}}(160, 2440)$ et $\delta_{\text{tropo}}(320, 2440)$

19. Ce profil simple permet de prendre que plus les rayons traverse la troposphère, c'est à dire, plus l'altitude des diffuseurs est faible, plus le délai est important.

(ce qui correspond aux retards pour le deuxième et le troisième étage en été), on peut calculer le retard résiduel :

$$(\delta_{\text{tropo}}(320, 2440) - \delta_{\text{tropo}}(320, 2340)) - (\delta_{\text{tropo}}(160, 2440) - \delta_{\text{tropo}}(160, 2340)) = -3.2\text{mm}$$

Ce retard n'explique pas seul les déformations de l'ordre de quelques centimètres mesurées sur la Tour Eiffel.

Sur la Tour Mirabeau, d'une hauteur de 70 m située à 33m d'altitude, le retard résiduel est de -1.6 mm. Or les déformations que nous avons mesurées ont une amplitude inférieure au centimètre et peuvent donc être impactées par le retard introduit par la troposphère. Les déformations mesurées sur la Tour Mirabeau et le ZPD sont périodiques. Cependant, le minimum des déformations de la tour est mesuré en décembre alors que le minimum de ZPD est en janvier. Les déformations mesurées et le ZPD ne dépendent donc probablement pas des mêmes paramètres météorologiques.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié la mesure de la hauteur et des déformations ponctuelles en utilisant 98 images acquises en condition interférométriques par les satellites TerraSAR-X et TanDEM-X. Quatre bâtiments ont été suivis individuellement : la Tour Eiffel, dont les déformations sont sensibles aux conditions météorologiques à cause de sa structure métallique, la Tour Cristal, la Tour Keller et la Tour Mirabeau pour lesquelles peu de déformations étaient attendues.

Dans un premier temps, nous avons mesuré leur hauteur par interférométrie. Les résultats comportent de nombreuses hauteurs aberrantes. Ces hauteurs aberrantes peuvent résulter de la modification de la phase par d'autres facteurs tels que la déformation des bâtiments. Au vu de la longueur d'onde utilisée (3.1 cm) et des faibles baselines qui peuvent être rencontrées dans cette pile temporelle, nous avons montré que négliger 1 cm de déformation peut engendrer une erreur de 6 m à 375 m sur la mesure de la hauteur.

Cependant, il est nécessaire de connaître la hauteur des bâtiments pour pouvoir en mesurer les déformations en utilisant la phase interférométrique. Une hauteur monoscopique a été dans un premier temps utilisée comme hauteur de référence. Des déformations d'une amplitude de 4 cm ont pu être mesurées pour la Tour Eiffel, de 3 cm pour la Tour Cristal et de moins de 2 cm pour la Tour Keller et la Tour Mirabeau. De plus, pour ces deux derniers bâtiments, les déformations varient périodiquement avec les saisons.

Pour valider ces mesures, nous les avons comparées à des données météorologiques. Les déformations mesurées sur la Tour Keller sont corrélées à 0.48 avec la température minimale du jour de l'acquisition. Ce coefficient de corrélation augmente à 0.53 pour la Tour Eiffel et la Tour Cristal et à 0.81 pour la Tour Mirabeau. De plus, l'ordre de grandeur des déformations que nous avons mesurées sur la Tour Eiffel est le même que

celui des déformations in situ mesurées par des cordes optiques installées par la société OSMOS. Un quart de nos mesures est inclus entre les valeurs minimales et maximales des cordes optiques.

Enfin, nous avons mené deux expériences de mesure locale de la déformation, la première en utilisant un modèle 3D et la deuxième en utilisant un interférogramme monopasse pour obtenir une hauteur de référence. L'inconvénient du modèle 3D est qu'il faut le projeter correctement dans le repère des images SAR et que le rendu de l'acquisition n'est pas pris en compte, pouvant introduire des erreurs. L'utilisation d'un interférogramme monopasse permet d'éviter ces inconvénients mais est très sensible au déroulement de la phase. Globalement, les cartes de déformations obtenues par ces deux méthodes diffèrent, mais ont les mêmes ordres de grandeur.

Une hypothèse forte qui a été faite dans cette analyse est que les résidus de phase conduisant à des hauteurs aberrantes n'étaient pas liés à l'impact de l'atmosphère sur la phase. En extrapolant les mesures de Zenith Path Delay (ZPD) faites par GPS à Marne la Vallée, nous avons montré que la troposphère peut effectivement introduire des retards de l'ordre de quelques millimètres sur la différence de phase entre deux acquisitions pour des points dont l'altitude diffère de quelques centaines de mètre. Obtenir une mesure précise au millimètre près sera donc difficile sans prendre en compte la variation des conditions atmosphériques les jours des acquisitions.

Nous avons néanmoins montré qu'il était possible de calculer de façon ponctuelle les déformations de bâtiments sans faire d'hypothèse sur la nature de ces déformations. Une précision de l'ordre d'un demi-centimètre peut être envisagée pour ces techniques. Cependant, une expérience complémentaire serait nécessaire pour permettre une validation plus fine des mesures de déformation sur un bâtiment pour lequel un modèle pourrait permettre de relier les déformations locales mesurées in situ (par exemple par des cordes optiques) aux déformations globales mesurées par satellite.

Conclusion et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse a été de combiner des images SAR acquises dans des modalités et des résolutions différentes, par exemple une image polarimétrique et une image haute résolution, et ainsi de bénéficier des informations offertes par les modes avancés à la meilleure résolution disponible.

Une première partie du travail a consisté à dégager les techniques aujourd'hui existantes dans l'exploitation des modes SAR avancés, tels que la polarimétrie SAR (Pol-SAR) et l'interférométrie SAR (InSAR). L'analyse de l'impact d'une modification sur ces techniques nous a amené à distinguer dans le comportement statistique de nos images, les points-brillants que l'on suppose déterministes et le fouillis soumis au phénomène aléatoire de speckle. Plus précisément, dans le cas du speckle, une partie importante de la caractérisation des diffuseurs se fait au travers de la matrice de covariance. Dans le cas des images polarimétriques, les différences d'intensité et de degré de cohérence entre les différents canaux polarimétriques est une caractéristique des milieux ; en interférométrie, la phase des coefficients extra-diagonaux permet de mesurer la hauteur des diffuseurs.

Aussi, afin de proposer un algorithme de fusion des images polarimétriques et hautes résolutions, il apparaît indispensable de bien connaître l'influence de la résolution sur la matrice de covariance, et également l'influence des méthodes d'estimation mises en place. Cette tâche est d'autant plus importante en milieu urbain, très riche en détails, et où il est donc difficile d'obtenir des échantillons suffisamment grands de pixels homogènes.

Pour cette étude de la caractérisation de l'estimation de la matrice de covariance, nous avons d'abord abordé le choix de l'estimateur $\hat{\mathbf{C}}$, puis de l'échantillon χ servant à l'estimation. Cette étude a fait l'objet de la [Partie II](#).

Elle a permis de mettre en avant plusieurs résultats théoriques aux conséquences pratiques. Nous avons d'abord montré dans le cas du phénomène de speckle, que l'estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance est l'estimateur à variance minimale. Les estimateurs des puissances des images et des parties réelles et imaginaires des coefficients hors-diagonaux de la matrice de covariance sont sans biais et efficaces, cependant ces qualités ne sont pas transmises à l'estimateur de la phase. Nous avons proposé de ne pas utiliser la variance pour caractériser les fluctuations de l'estimation de la phase, mais la dispersion d'un échantillon de phase estimée. Cet indicateur polyvalent peut être utilisé pour comparer une phase mesurée à une phase modélisée et séparer des populations de phases différentes, même si ses performances vont décroître à

la frontière entre les deux populations. De façon générale, nous avons montré que l'estimation de la matrice de covariance est impactée lorsque l'échantillon n'est pas constitué de pixels indépendants et identiquement distribués. Nous avons également étudié l'impact de la corrélation des pixels et du mélange de plusieurs populations de pixels au sein de l'échantillon, au travers de l'entropie polarimétrique. Par des simulations, nous avons montré que l'entropie augmente en cas de mélange. Les cartes d'entropie calculées spatialement en utilisant des pixels voisins auront donc tendance à être très uniformes. Un filtre spatial plus adaptatif tel que le filtre NL-SAR permet d'apporter du contraste en préservant les structures. Nous avons proposé également d'employer lorsque c'est possible, une estimation temporelle de la matrice de covariance, car elle peut apporter une meilleure caractérisation des diffuseurs en prenant en compte l'évolution de leur réponse polarimétrique dans le temps.

En analysant les matrices de covariances de zones de fouillis sur des images polarimétriques de résolutions différentes acquises en condition interférométrique, nous avons montré que leurs propriétés polarimétriques ne sont pas modifiées avec la résolution, comme le prévoit l'analyse théorique. Les statistiques spatiales du fouillis peuvent néanmoins être modifiées par la résolution.

Tous ces apports théoriques nous ont permis de proposer une série d'algorithmes d'amélioration de la résolution d'une image acquise en mode polarimétrique, à l'aide d'une image de la même scène acquise à une résolution plus fine. Ces algorithmes ont été désignés sous le nom de *Pol-Sharpening*. Nos acquis des chapitres précédents nous ont mené à proposer un modèle original décrivant le signal d'un pixel comme une addition d'un signal de fouillis, d'un éventuel point-brillant, et du bruit de capteur.

Pour les zones de fouillis, nous avons considéré un modèle de speckle pleinement développé. A ces zones de fouillis, nous avons ajouté les points-brillants dont la réponse impulsionnelle classique est un sinus cardinal en azimuth et en distance. Les algorithmes de *Pol-Sharpening* que nous avons développés sont fondés sur les propriétés spectrales de ces points-brillants, et incluent la dépendance des canaux polarimétriques les uns par rapport aux autres. Ces algorithmes permettent de reconstruire une image cohérente, c'est-à-dire une image dont les pixels sont toujours des nombres complexes. Nous avons montré qu'ils raffinent bien la résolution des points brillants en préservant leurs propriétés polarimétriques et interférométriques. Par contre, les propriétés polarimétriques du speckle peuvent être modifiées car le caractère aléatoire de sa réponse polarimétrique n'est pas pris en compte. Une fois leur résolution raffinée, ces images polarimétriques vont pouvoir être incluses dans les procédures de suivi du milieu urbain. Les différents défauts des algorithmes ont été caractérisés, ce qui permet de sélectionner un algorithme en fonction des applications basées sur l'exploitation des images améliorées.

Parmi les applications associées au suivi du milieu urbain, nous nous sommes intéressés en dernière partie à la mesure de la hauteur et de la déformation des bâtiments par interférométrie. Nous avons montré qu'il est possible de mesurer la hauteur des bâtiments avec une précision d'environ 5 m lorsqu'une pile temporelle était utilisée, mais que certains couples interférométriques conduisaient à des hauteurs aberrantes. La pile

temporelle que nous avons utilisée contient 98 images de résolution métrique acquises sur quatre ans. En estimant la hauteur monoscopique, nous avons suivi les déformations de la Tour Eiffel et quatre autres immeubles parisiens. Pour la Tour Eiffel, jusqu'à 4 cm de déformations ont été mesurés. Ces déformations ont une corrélation de 0.5 avec la température et sont en accord avec les déformations mesurées in situ par des cordes optiques. Nous avons également évalué l'impact de l'atmosphère sur ces mesures : le retard introduit par la traversée de la troposphère limite la précision de la mesure de la déformation au centimètre. Ce travail a principalement concerné la mesure les déformations globales des structures. Nous avons commencé à étudier une mesure locale en utilisant un modèle 3D de la structure ou la fusion avec un interférogramme monopasse de type TanDEM-X. Cependant, la nécessité de la prise en compte des effets de rétro-diffusion limite l'utilisation du modèle 3D et les erreurs qui peuvent être introduites par le déroulement de la phase limitent aujourd'hui l'utilisation de l'interférogramme monopasse.

Plusieurs suites à ces travaux sont envisageables à court et à moyen terme.

Le développement d'un algorithme de déroulement des franges adapté à la forte discontinuité des structures de phase du milieu urbain pourrait être utile pour prolonger cette étude. Pour éviter le déroulement des franges, une approche de modélisation des franges et de leur comparaison pourrait être développée. Des données exogènes (météorologiques ou issues des cordes optiques) pourraient être introduites pour modéliser les franges. Pour concevoir cette technique, une nouvelle campagne d'acquisition conjointe à une récolte de données exogènes serait nécessaire, sur des structures plus simples que la Tour Eiffel pour commencer. Enfin, nous pourrions envisager d'estimer la direction des poutrelles de la Tour Eiffel, et donc celle des déformations, à partir des images polarimétriques, si leur résolution était encore affinée.

Pour cette application, des images issues des algorithmes de reconstruction pourraient être utilisées. Seule une acquisition Single-Pol en haute résolution serait alors nécessaire. Utiliser les images reconstruites pour cette application permettrait aussi de vérifier la finesse de reconstruction des matrices de covariance.

Enfin, pour que les algorithmes de Pol-Sharpning que nous avons développés puissent être utilisés dans des milieux naturels contenant une plus grande part de fouillis, une approche statistique pourrait être ajoutée à l'approche spectrale. Cette approche inclurait le tirage aléatoire des valeurs de pixels, conjointement aux informations hautes et basses résolutions, pour que les degrés de cohérence entre les canaux polarimétriques soient préservés. Le modèle du tirage aléatoire pourrait varier avec le canal polarimétrique.

Le modèle de variation du fouillis pourrait aussi être différent de celui du speckle pleinement développé si l'influence de la résolution sur les statistiques du fouillis était modélisée. Une étude de plusieurs jeux de données contenant des images acquises dans

des résolutions différentes et dans plusieurs bandes de fréquences serait nécessaire. Si les différences de résolution sont exacerbées, la problématique du choix de l'échantillon dans des images de résolutions différentes sera encore renforcée. Préalablement à l'étude multi-résolution, il faudrait donc quantifier précisément l'influence du recalage, du zero-padding et de la taille de l'échantillon sur les indicateurs des statistiques des images.

L'évolution du biais du degré de cohérence devrait être particulièrement étudiée. Une étude théorique pourrait permettre de montrer pourquoi l'estimation du degré de cohérence est biaisée alors que l'estimation des parties réelles et imaginaires des coefficient hors-diagonaux ne l'est pas. Cette étude pourrait être prolongée par l'étude du lien entre le biais du degré de cohérence et le biais de l'entropie, par exemple en considérant les invariants de similitudes. Une fois ces biais modélisés, une étape de débiaisage pourrait être incluse dans les classifications basées sur l'entropie et des informations liées à l'entropie temporelle pourraient être ajoutées.

Enfin, d'autres applications liées à l'analyse du milieu urbain pourraient être envisagée, comme la cartographie. Cette application pourrait être abordée sous l'angle de l'analyse des discontinuités de la phase interférométrique par les indicateurs des fluctuations de l'estimation de la phase.

Annexes

Annexe A

Compléments sur la synthèse

Introduction

Cette annexe a pour but de démontrer l'?? :

$$L_i \leq \frac{\lambda_0 R}{d}$$

qui montre que la résolution en azimut ne peut être plus fine que l'échantillonnage de l'antenne synthétique. L'importance de la fréquence d'échantillonnage de l'antenne synthétique est ainsi démontrée.

Cette fréquence d'échantillonnage est appelée **Pulse Repetition Frequency (PRF)**. C'est la fréquence d'émission des impulsions : $PRF = \frac{v}{d}$ où v est la vitesse du porteur et d la distance qui sépare l'émission de deux impulsions consécutives. Bien que nous n'ayons introduit que d dans le corps du texte, les bornes de résolution sont généralement données en fonction de la **PRF** dans la littérature.

A.1 La synthèse, un miroir convergent électronique

Le principe de la synthèse est celui de focaliser un réseau d'antenne à commande de phase (*phased array* en anglais) où tous les éléments seraient equi-répartis (*linear phased array* en anglais).

Dans le cas classique d'un réseau d'antenne linéaire, la direction de focalisation est obtenue en sommant la réponse des éléments de l'antenne après avoir compensé le retard du front d'onde à l'arrivée sur chacun des éléments. Ce retard dépend de la distance d entre les éléments et de la direction de visée, paramétrée généralement par un seul angle θ_q . Le signal $S(\theta_q)$ de la formation de faisceau (*beamforming* en anglais) s'écrit :

$$S(\theta_q) = \sum_{k=0}^{N_e} s(\theta_q) e^{i \frac{2\pi}{\lambda_0} (kd) \sin(\theta_q)} \quad (\text{A.1})$$

où $s(\theta_q)$ est le signal de chaque élément. Si l'on suppose que chaque élément émet la même énergie $\frac{1}{\sqrt{N_e}}$, on obtient la formule du faisceau d'antenne, qui s'écrit sous sa forme simplifiée [Skolnik, 1990]

$$S(\theta_q) = \frac{\sin(\frac{\pi}{\lambda_0} N_e d \sin(\theta_q))}{\frac{\pi}{\lambda_0} N_e d \sin(\theta_q)} \quad (\text{A.2})$$

Cette équation correspond bien à un sinus cardinal dont la largeur du lobe principal dépend de la longueur totale de l'antenne $N_e d$. C'est sur ce principe qu'est construit l'antenne physique de TerraSAR-X, composée d'un grand nombre de modules.

Ainsi pour focaliser un réseau d'antennes, il suffit de sommer les réponses de chacun des modules, en compensant le retard à l'arrivée du front d'onde qui a été émis à l'endroit de la focalisation. Le cas de la synthèse **SAR** est plus proche du cas de la focalisation en

échographie, mais utilise cependant le même principe. La [Figure A.1](#) montre la variation de la distance entre un point de l'image et les instants d'acquisitions de long de l'antenne synthétique.

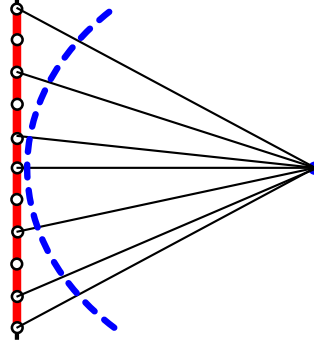


FIGURE A.1 – L'équation de la synthèse vue comme un miroir convergent

Cette variation de distance ΔR introduit un retard $\Delta t = \frac{2\Delta R}{c}$ qu'il faudra compenser pour focaliser la réponse de ce point. Si l'on appelle r la distance minimale entre le point à focaliser et la trajectoire, r_k , la distance entre le point à focaliser et la k ème impulsion s'écrit :

$$\begin{aligned} r_k &= \sqrt{r_0^2 + (kd)^2} = r_0 \sqrt{1 + \left(\frac{kd}{r_0}\right)^2} \\ &\approx r_0 \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{kd}{r_0}\right)^2\right) = r_0 + \frac{(kd)^2}{2r_0} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

On obtient donc l'approximation suivante pour ΔR :

$$\Delta R \approx \frac{(kd)^2}{2r_0} \quad (\text{A.4})$$

ce qui correspond bien à la loi quadratique souvent associée à la fréquence dite *doppler* dans les algorithmes de synthèse. On peut néanmoins voir sur la [Figure A.1](#) que compenser la variation de distance revient à transformer l'antenne linéaire en une antenne convexe dont le foyer est le point à focaliser.

A.2 Lien entre la distance entre deux impulsions et la longueur d'intégration

Lors des acquisitions satellitaires où la trajectoire est très stable, un calcul au bord de l'antenne synthétique permet de relier la longueur d'intégration à l'échantillonnage le long de la trajectoire d . Le déphasage $\delta\phi$ entre l'avant-dernière impulsion et la dernière impulsion, séparées par la distance d , ne peut pas être supérieur à $\frac{\lambda_0}{2}$. Or $\delta\phi$ est relié à L_i et à d par la relation suivante :

$$\cos(\alpha) = \frac{\delta\phi}{d} = \frac{L_i}{2} \frac{1}{R} \quad (\text{A.5})$$

où α est l'angle formé par la trajectoire et la droite [Dernier impulsion - Cible] comme le montre la figure A.2.

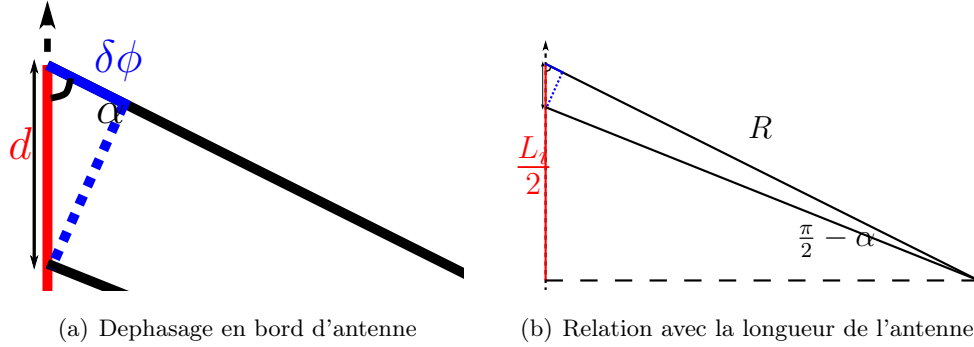


FIGURE A.2 – Déphasage en bord d'antenne synthétique

On a donc :

$$\delta\phi = \frac{L_i d}{2 R} < \frac{\lambda_0}{2} \quad (\text{A.6})$$

En combinant l'Équation A.6 et l'???, on obtient la relation montrant que la résolution en azimuth δ_a est limitée par d :

$$d < \frac{\lambda_0 R}{L_i} = \delta_a \quad (\text{A.7})$$

La résolution en azimuth ne peut pas être plus fine que la distance entre deux émissions de pulse.

L'équation (A.6) montre aussi que la longueur d'intégration est limitée par d et permet donc de démontrer l'??? :

$$L_i < \frac{\lambda_0 R}{d}$$

En combinant l'??? avec l'???, on peut redémontrer la valeur de la résolution azimuthale la plus fine en imagerie SAR, présentée à l'??? :

$$d < \delta_a < \frac{L}{2} \quad (\text{A.8})$$

Cette borne se présente aussi comme la borne maximale de d : il sera nécessaire d'échantillonner l'antenne synthétique avec un pas inférieur à $\frac{L}{2}$ pour obtenir la meilleure résolution possible en azimuth. En pratique, d est souvent bien inférieure à sa borne maximale pour éviter les problèmes d'aliasing [Freeman *et al.*, 1999].

Conclusion

L'image mentale d'un miroir convergent permet d'expliquer simplement la synthèse azimuth. On comprend ainsi pourquoi un déphase doit être ajouté à chaque impulsion

avant leur sommation cohérente et pourquoi ce déphasage suit une loi quadratique qui dépend de la distance entre le capteur et l'objet à imager.

Un simple calcul du déphasage au bord de l'antenne permet ensuite de vérifier que la résolution azimut ne peut pas être plus fine que l'échantillonnage de l'antenne synthétique.

Annexe B

Effet de la quantification à
l'acquisition

Introduction

Les histogrammes des phases des images SAR peuvent présenter des pics en désaccord avec la théorie du speckle pleinement développé qui prédit un histogramme uniforme sur un intervalle de longueur 2π .

A la section B.1 nous verrons que ces pics sont séparés de $\frac{\pi}{2}$, se qui nous amènera à étudier la quantification de la phase à la section B.2 puis celle du module à la section B.3.

B.1 Histogramme de phase en imagerie SAR

La Figure B.1 présente la phase d'une image TerraSAR-X Spotlight [figure B.1(a)] et des canaux HH et HV de l'image RADARSAT 2 [figure B.1(b) et B.1(c) respectivement] ainsi que leurs histogrammes normalisés.

Bien que la phase des images semble uniformément distribuée comme le prévoit la théorie du speckle pleinement développée présentée à la section 1.4, les histogrammes présentent des pics pour les valeurs de 0 , $\frac{\pi}{2}$, π et $-\frac{\pi}{2}$. Ces pics n'ont pas la même intensité : ils sont plus marqués pour l'image TerraSAR-X [B.1(d)] que pour le canal HV de RADARSAT 2 [B.1(f)]. Un autre motif est visible dans l'historgramme du canal HH [B.1(e)], mais les pics sont aussi présents.

Nous allons étudier la quantification des données SAR pour voir si les approximations liées à la quantification peuvent expliquer ces pics.

B.2 Quantification de la phase

Dans les images radars, la valeur des pixels est codée en bit. Elle est donc quantifiée. La quantification des parties réelles et des parties imaginaires entraîne de fait la quantification du module et de la phase. Nous allons nous concentrer ici sur la quantification de la phase en fonction du nombre de bits servant à coder la partie réelle et la partie imaginaire, noté N_{bit} . Le nombre de bits servant à coder un pixel est alors $2N_{\text{bit}}$.

Puisque un bit sert à coder le signe des entiers, les parties réelles et imaginaires prennent leurs valeurs dans $[-2^{N_{\text{bit}}-1}, 2^{N_{\text{bit}}-1}]$ si la valeur 0 n'est pas permise. Sinon 0 est considéré comme une valeur positive et les parties réelles et imaginaires sont comprises entre $[-2^{N_{\text{bit}}-1}, 2^{N_{\text{bit}}-1} - 1]$. Concernant la quantification de la phase, ce choix n'est pas anodin : la phase du complexe $0 + i0$ n'est pas définie.

Nous allons d'abord regarder l'évolution du nombre de phases possibles en fonction du nombre de bits codant la partie imaginaire et la partie réelle puis la répartition de ces phases sur le cercle unité.

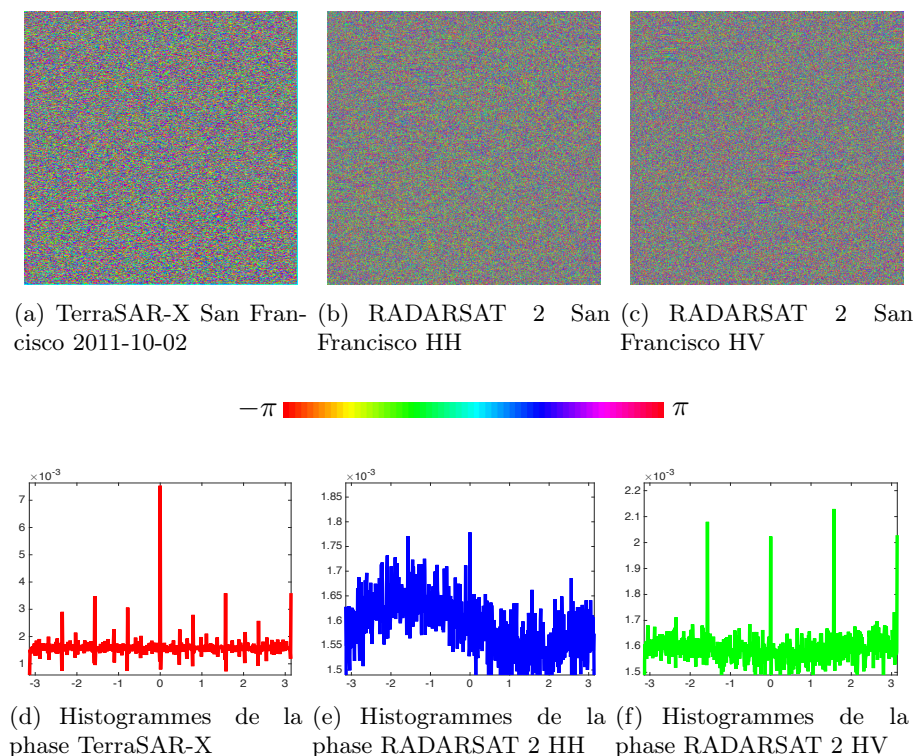


FIGURE B.1 – Images et histogrammes de la phase d’une image TerraSAR-X Spotlight et d’une image RADARSAT 2 de San Francisco.

B.2.1 Nombre de phases possibles

Pour retrouver le nombre de phases possibles à partir des valeurs possibles de la partie réelle et de la partie, il faut trouver les couples $(\text{Re}, \text{Im}) \in \mathbb{N}^2$ où $\frac{\text{Im}}{\text{Re}}$ est une fraction irréductible. La phase d’un couple $(\text{Re}, \text{Im}) \in \mathbb{N}^2$ où $\frac{\text{Im}}{\text{Re}}$ est réductible sera la même que la phase du couple $(\text{Re}, \text{Im}) \in \mathbb{N}^2$ de la fraction $\frac{\text{Im}}{\text{Re}}$ réductible correspondante : $(1,1)$, $(2,2)$ et $(3,3)$ correspondent tous à une phase de 45° .

Pour TerraSAR-X, chaque pixel est codé par deux entiers de 16 bit¹. La partie réelle et la partie imaginaire sont donc codées sur 16 bits. Par mesure de simplicité, nous allons étudier des images codées sur 8 bits et dont la partie réelle et la partie imaginaire peuvent prendre $2^8 = 256$ valeurs allant de -128 à 128 (si nous excluons la valeur 0) ou de -128 à 127 (si la valeur 0 es permise).

Sans zéro Les parties réelles et imaginaires des pixels peuvent prendre les valeurs entières dans l’intervalle $[-2^{\text{N}_{\text{bit}}-1}, 2^{\text{N}_{\text{bit}}-1}]$.

La figure B.2(a) permet de vérifier les résultats jusqu’à 4 bits codant la partie imaginaire et la partie réelle. Les pixels noirs représentent les valeurs de partie réelle et de partie imaginaire ayant une phase permise alors que les pixels blancs les valeurs représentent les valeurs de partie réelle et de partie imaginaire ayant une phase déjà définie par un autre couple de partie réelle et de partie imaginaire.

1. Sauf pour les données TanDEM, qui sont codées en demi-float

N_{bit}	Intervalle	Nombre de phase
1	[-1 1]	4
2	[-2 2]	12
3	[-4 4]	44
4	[-8 8]	172
5	[-16 16]	636
6	[-32 32]	2588
7	[-64 64]	10076
8	[-128 128]	40172

TABLE B.1 – Quantification de la phase en fonction du nombre de bits codant les parties réelles et imaginaires, la valeur 0 n'étant pas permise.

Si zéro n'est pas défini, les quatre cadrans sont similaires et contiennent la même quantification de la phase. Le nombre de phases permises est donc un multiple de 4. Le centre (0,0) étant entre les 4 pixels centraux, il est facile de voir apparaître les droites de même phase.

Avec zéro Les parties réelles et imaginaires des pixels peuvent prendre les valeurs entières dans l'intervalle $[-2^{N_{\text{bit}}-1}, 2^{N_{\text{bit}}-1} - 1]$.

N_{bit}	Intervalle	Nombre de phase
1	[-1 0]	3
2	[-2 1]	12
3	[-4 3]	40
4	[-8 7]	160
5	[-16 15]	608
6	[-32 31]	2528
7	[-64 63]	9953
8	[-128 127]	39920

TABLE B.2 – Quantification de la phase en fonction du nombre de bits codant les parties réelles et imaginaires, la valeur 0 étant permise.

La figure B.2(b) permet de vérifier les résultats jusqu'à 4 bits. On peut voir un motif de phase apparaître autour du point (0,0), qui lui même n'est pas permis car sa phase n'est pas définie. Par contre, la symétrie des quartiers qu'apportait le premier codage a été perdue.

B.2.2 Répartition des phases

La figure B.2 semble montrer que toutes les régions du cercle unité ne sont pas quantifiées de la même façon. Pour un nombre de bits N_{bit} donné, on peut représenter l'histogramme des phases possibles, ce qui est fait à la Figure B.3 pour $N_{\text{bit}} = 8$, avec zéro défini ou non. Ces histogrammes sont définis au centième de radian près.

Les deux histogrammes sont très semblables. Les valeurs 0, $\frac{\pi}{2}$, π et $\frac{3\pi}{2}$ sont sous-quantifiées alors que les phases autour de $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{4}$ et $\frac{7\pi}{4}$ sont beaucoup mieux quantifiées. Sur la figure B.3(b), on peut aussi voir que le quartier où $\text{Re} > 0$ et $\text{Im} > 0$ est

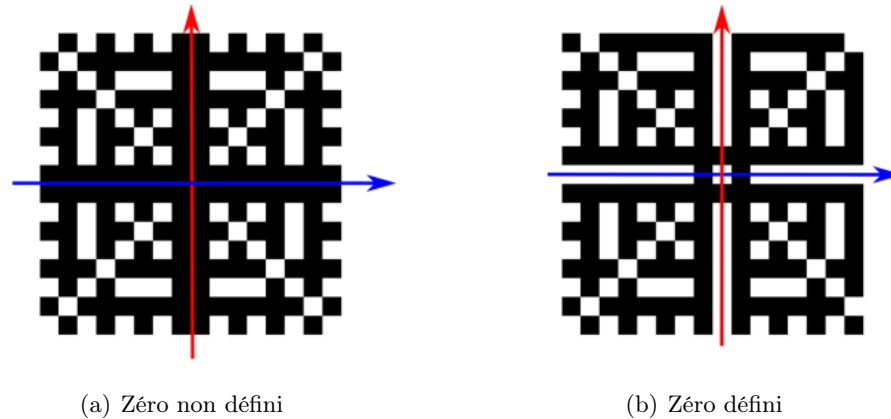


FIGURE B.2 – Représentation des phases possibles pour des pixels entiers signés codés sur 8 bits. L'axe \rightarrow est l'axe des imaginaire et \rightarrow celui des réelles. Les pixels noirs représentent les valeurs de partie réelle et de partie imaginaire ayant une phase permise alors que les pixels blancs les valeurs de partie réelle et de partie imaginaire ayant une phase déjà définie par un autre couple de partie réelle et de partie imaginaire

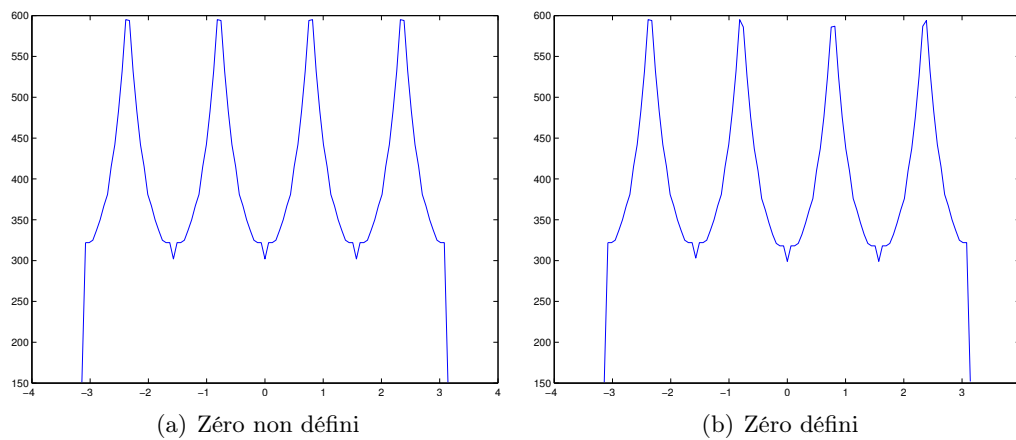


FIGURE B.3 – Histogramme des phases possibles pour des parties réelles et imaginaires codées sur 8 bits.

légèrement moins bien quantifié au profit du quartier $\text{Re} < 0$ et $\text{Im} < 0$. Ceci est dû à la perte de symétrie du codage comportant un zéro et du fait que les axes réels et imaginaires qui sont définis n'apportent que peu de quantification de phase. Ce comportement dissymétrique est d'ailleurs exacerbé lorsque peu de bits sont utilisés. La figure B.4 représente le même histogramme mais lorsque seulement 4 bits sont utilisés.

Le fait qu'il y ait moins de quantification possible autour des valeurs 0 , $\frac{\pi}{2}$, π et $-\frac{\pi}{2}$ explique en partie les pics observés à la Figure B.1 : toutes les phases mesurées qui devraient avoir des valeurs proches de ces pics ont des valeurs égales à ces pics à cause de la quantification.

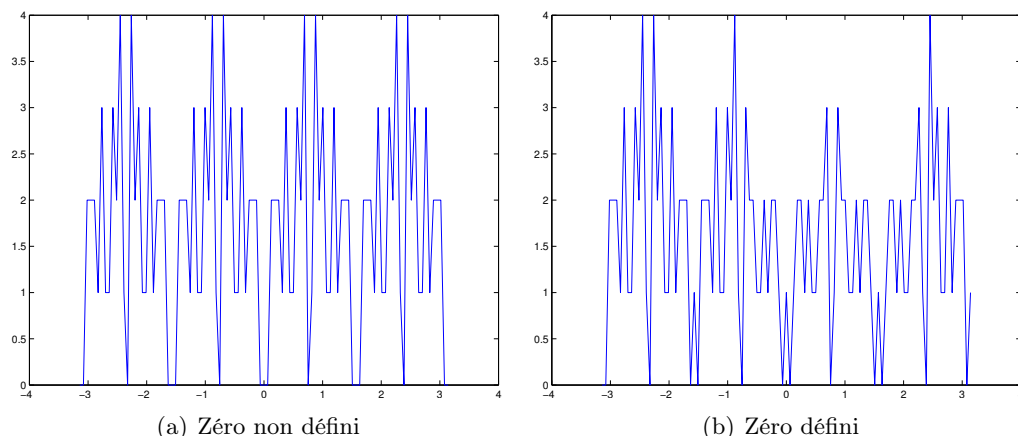


FIGURE B.4 – Histogramme des phases possibles pour des parties réelles et imaginaires codées sur 4 bits.

B.3 Quantification du module

Tout comme la phase, la quantification du module dépend de la quantification des parties réelles et imaginaires et donc du nombre de bits N_{bit} . Le tableau B.3 reprend le nombre de modules permis dans les deux cas présentés précédemment : zéro non permis et zéro permis. À N_{bit} constant, le nombre de module est plus important lorsque zéro est permis que lorsqu'il ne l'est pas. Par contre, les modules permis dépendent alors de la phase du signal puisque les symétries horizontales et verticales sont perdues.

N_{bit}	Nombre module		Module maximum		Module carré maximum	
	0 non permis	0 permis	0 non permis	0 permis	0 non permis	0 permis
1	1	3	1.41	1.41	2	2
2	3	6	2.83	2.83	8	8
3	10	15	5.66	5.66	32	32
4	34	42	11.31	11.31	128	128
5	122	135	22.63	22.63	512	512
6	434	457	45.25	45.25	2048	2048
7	1581	1621	90.51	90.51	8192	8192
8	5854	5924	181.02	181.02	32768	32768

TABLE B.3 – Quantification du module en fonction du nombre de bits codant les parties réelles et imaginaires.

En plus de l'histogramme des modules permis, l'écart entre deux modules successifs permet d'évaluer l'influence de la quantification. Ces deux indicateurs sont illustrés sur la Figure B.5 dans le cas où zéro est défini. Le cas où zéro n'est pas défini n'est pas représenté car les histogrammes sont similaires. L'histogramme de module est quantifié en 50 bins équirépartis entre la 0 et la valeur max.

Sur la figure B.5(a) on peut voir que l'écart entre deux modules successifs est important pour les petits modules et pour les grands. Pour ces modules, il y a peu de bins de quantification, comme le montre la figure B.5(b). La quantification du module induit

donc des problèmes pour les pixels très sombres, pouvant faire apparaître un nombre anormal de pixels à 0, ou une saturation des points très brillants.

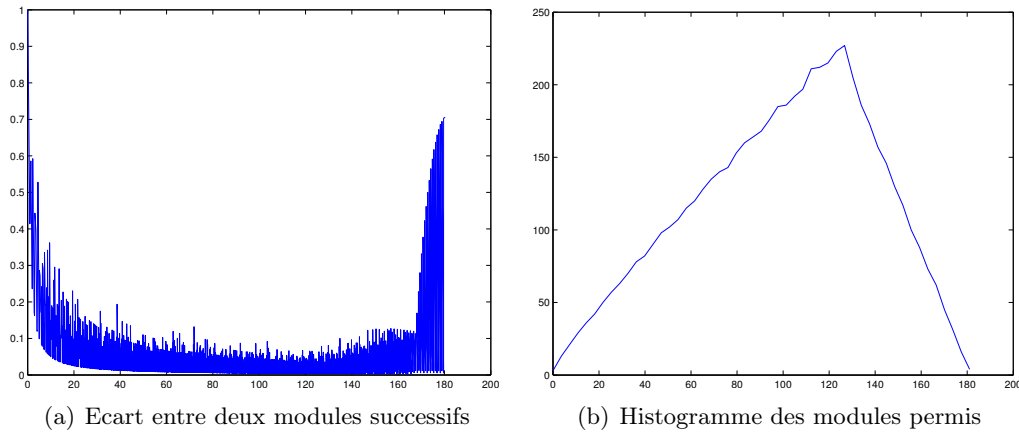


FIGURE B.5 – Ecart entre deux modules successifs et histogramme des modules permis pour 8 bits.

Conclusion

Le fait que la quantification soit faite sur les parties réelles et imaginaires du signal peut modifier la distribution observée de la phase. Lorsque le nombre de bits de codage est trop faible, l'histogramme de la phase des données réelles peut ne pas suivre une loi uniforme.

Dans une image radar, la dynamique est très particulière. Les amplitudes du speckle sont majoritairement faibles alors que des points brillants très énergétiques sont aussi présents sur l'image. La quantification peut modifier les lois de distribution observée du module. Le fait que peu de bins de quantification soient disponibles pour les petites valeurs peut écarter la distribution du speckle de la loi de Rayleigh en faisant apparaître un nombre important de pixels à zéro. Lorsque les bins de quantifications sont mis au profit du speckle, les points brillants peuvent être saturés.

Pour les données satellitaires, la transmission des données vers la Terre limite la quantité de données qui peuvent être acquises. La quantification des données sera donc plus importante que dans le cas aéroporté et ses effets seront plus visibles. Les pics de quantification ne sont pas visibles sur les données aéroportées de l'ONERA (RAMSES ou SETHI) ou sur les données de JPL (UAVSAR) sur lesquelles nous avons travaillé.

Annexe C

Estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance

Introduction

L'analyse faite au [chapitre 4](#) est fondée sur l'estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance.

Dans cette annexe, nous allons d'abord définir la vraisemblance ainsi que l'estimateur du maximum de vraisemblance, puis démontrer la formule de l'estimation du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance.

C.1 La vraisemblance

La vraisemblance (*likelihood* en anglais) est une fonction statistique qui décrit la densité de probabilité d'un échantillon $\chi = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_L\}$ en fonction d'un ensemble de paramètres $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$ supposés connus.

Si les individus composant l'échantillon χ sont bien indépendants et identiquement distribués, la fonction de vraisemblance s'écrit :

$$\mathcal{L}(\chi|\theta) = \prod_i^L P(\mathbf{p}_i|\theta) \quad (\text{C.1})$$

où $P(\mathbf{p}_i|\theta)$ est la densité de probabilités de l'observations \mathbf{p}_i sachant les paramètres θ .

Dans la problématique de l'estimation, l'ensemble des paramètres est inconnu alors que l'échantillon χ est connu. La vraisemblance $\mathcal{L}(\chi|\theta)$ devient alors une fonction de θ . Cette fonction permet de quantifier l'hypothèse que les paramètres inconnus aient la valeur θ lorsque l'on observe l'échantillon χ .

C.2 Estimateur du maximum de vraisemblance

L'estimateur du maximum de vraisemblance permet d'estimer un ensemble de paramètres $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$ à partir d'un ensemble d'observations $\chi = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_L\}$ indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi dépendant des paramètres θ .

Le modèle qui relie la loi de distribution de χ aux paramètres θ , $P(\mathbf{p}_i|\theta)$, est donc supposé connu et la vraisemblance peut être calculée. L'ensemble des paramètres qui maximiseront la fonction de vraisemblance seront les estimées par l'estimateur du maximum de vraisemblance.

En pratique, une fois l'expression de la vraisemblance obtenue (ou l'expression du logarithme de la vraisemblance), il suffit de la dériver par rapport à chacun des paramètres. Un exemple de calcul de l'estimateur du maximum de vraisemblance est explicitée à la [section C.3](#).

L'estimateur du maximum de vraisemblance possède, entre autres, les propriétés statistiques suivantes :

- Il est convergent : il converge en probabilité vers la valeur vraie $\boldsymbol{\theta}_0$ lorsque la taille de l'échantillon χ tend vers l'infini.
- Il est asymptotiquement efficace : la variance de cet estimateur a pour limite la [Borne de Cramér-Rao \(BCR\)](#).

Ces propriétés justifient l'approximation de la variance de l'estimation du maximum de vraisemblance de la phase par sa BCR [Zebker *et al.*, 1994; Rosen *et al.*, 2000]. Cependant, la taille minimale de χ pour que ces propriétés s'appliquent n'est pas discutée ou sévèrement sous-estimée. Ainsi, dans [Rosen *et al.*, 2000], cette approximation est jugée licite pour une taille d'échantillon de 4 pixels. Or la [Figure 4.4](#) montre bien qu'une telle affirmation ne peut pas être faite sans prendre en compte la valeur du degré de cohérence. Lorsque $\gamma = 0.1$, plus de 100 pixels sont nécessaires pour pouvoir approximer la variance de la phase par sa BCR.

C.3 Estimateur du maximum de vraisemblance de la matrice de covariance \mathbf{C}

Dans cette section, nous allons démontrer l'expression de l'estimateur du maximum de vraisemblance $\hat{\mathbf{C}} = \frac{1}{L} \sum_i^L \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\dagger$ de \mathbf{C} .

Soit $\chi = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_L\}$ un échantillon de L pixels indépendants et identiquement distribués selon $\mathcal{N}_c(0, \mathbf{C})$. On peut alors calculer la vraisemblance de l'échantillon χ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\chi|\mathbf{C}) &= \prod_i^L P(\mathbf{p}_i|\mathbf{C}) = \prod_i^L \frac{1}{\pi^2|\mathbf{C}|} e^{-\mathbf{p}_i^\dagger \mathbf{C}^{-1} \mathbf{p}_i} = \prod_i^L \frac{1}{\pi^2|\mathbf{C}|} e^{\text{tr}(-\mathbf{p}_i^\dagger \mathbf{C}^{-1} \mathbf{p}_i)} \\ &= \frac{1}{\pi^{2L}|\mathbf{C}|^L} e^{-\sum_i^L \text{tr}(\mathbf{p}_i^\dagger \mathbf{C}^{-1} \mathbf{p}_i)} = \frac{1}{\pi^{2L}|\mathbf{C}|^L} e^{-\text{tr}(\sum_i^L \mathbf{p}_i^\dagger \mathbf{p}_i \mathbf{C}^{-1})} = \frac{1}{\pi^{2L}|\mathbf{C}|^L} e^{-\text{tr}((\sum_i^L \mathbf{p}_i^\dagger \mathbf{p}_i) \mathbf{C}^{-1})} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

A partir de cette expression on peut calculer la log vraisemblance :

$$\ln(\mathcal{L}(\chi|\mathbf{C})) = \ell(\chi|\mathbf{C}) = -\ln(\pi^{2L}) - L \ln(|\mathbf{C}|) - \sum_i^L \mathbf{p}_i^\dagger \mathbf{C}^{-1} \mathbf{p}_i \quad (\text{C.3})$$

que l'on peut dériver :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell(\chi|\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} &= -L \frac{\partial \ln(|\mathbf{C}|)}{\partial \mathbf{C}} - \sum_i^L \frac{\partial \mathbf{p}_i^\dagger \mathbf{C}^{-1} \mathbf{p}_i}{\partial \mathbf{C}} \\ &= -L(\mathbf{C}^{-1})^T + \sum_i^L (\mathbf{C}^{-1})^T \mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_i^T (\mathbf{C}^{-1})^T \\ &= -L(\mathbf{C}^T)^{-1} + \sum_i^L (\mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_i^T (\mathbf{C}^T)^{-1} \\ &= -L(\mathbf{C}^T)^{-1} + (\mathbf{C}^T)^{-1} (\sum_i^L \mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_i^T) (\mathbf{C}^T)^{-1} \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Pour obtenir l'estimateur du maximum de vraisemblance, on doit annuler $\frac{\partial \ell(\chi|\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}}$:

$$\begin{aligned}
 -L(\mathbf{C}^T)^{-1} + (\mathbf{C}^T)^{-1}(\sum_i^L \mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_i^T)(\mathbf{C}^T)^{-1} &= 0 \\
 -\mathbf{C}^T L + (\sum_i^L \mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_i^T) &= 0 \\
 (-\mathbf{C}^T L + (\sum_i^L \mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_i^T))^T &= 0 \\
 (-\mathbf{C}^T)^T L + (\sum_i^L (\mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_i^T))^T &= 0 \\
 -\mathbf{C} L + (\sum_i^L \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\dagger) &= 0
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

et on peut finalement montrer que l'estimateur du maximum de vraisemblance pour la matrice de covariance s'écrit :

$$\hat{\mathbf{C}} = \frac{1}{L} \sum_i^L \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\dagger \tag{C.6}$$

On peut, par identification à partir de l'équation C.6, obtenir les estimateurs du maximum de vraisemblance pour tous les paramètres qui peuvent servir à paramétriser \mathbf{C} .

Conclusion

En théorie de l'estimation, la vraisemblance est une fonction des paramètres θ à estimer. Elle donne une mesure du caractère plausible de faire l'hypothèse que θ soit la valeur des paramètres inconnus, étant donné un échantillon $\chi = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_L\}$ d'individus indépendants et identiquement distribués.

On peut obtenir un estimateur des paramètres θ en cherchant la valeur de θ qui maximise la vraisemblance. Dans le cas de la matrice de covariance, on obtient :

$$\hat{\mathbf{C}} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\dagger$$

Annexe D

Cibles canoniques en polarimétrie

Introduction

A la [section 2.2](#), un corpus de scénario de rétrodiffusion connu a été défini. Parmi les cibles présentées, se trouvent les *surfaces*, les rebonds impaires d'ordre supérieur à 1 dont les propriétés polarimétriques peuvent se déduire des *trièdres* (comportant 3 rebonds) et les rebonds pairs dont les propriétés polarimétriques peuvent se déduire des *dièdres*. Dans cette annexe, nous allons démontrer les propriétés électromagnétiques de ces cibles, dans le cas idéal où elles sont métalliques.

D.1 Les surfaces

Les règles de réflexion des ondes électromagnétiques sur une surface permettent de construire la matrice de rétro-diffusion des surfaces, des dièdres et des trièdres.

On note E_{\parallel} la composante parallèle à la surface et E_{\perp} la composante normale à la surface.

Equation de surface On considère la surface d'un métal conducteur parfait. Les équations de Maxwell conduisent à l'équation suivante :

$$\mathbf{E}_{air} - \mathbf{E}_{conducteur} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \mathbf{n} \quad (\text{D.1})$$

où \mathbf{n} représente la normale au métal et σ la conductivité électrique. Lorsque le métal est considéré comme un conducteur, $\mathbf{E}_{conducteur} = \mathbf{0}$. On peut alors séparer la contribution du champ incident \mathbf{E}^i et réfléchi \mathbf{E}^r .

$$\mathbf{E}_{air} = \mathbf{E}_{air}^i + \mathbf{E}_{air}^r = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \mathbf{n} \quad (\text{D.2})$$

Cette relation peut se projeter suivant les directions normales et tangentielles du métal :

$$E_{\parallel}^i + E_{\parallel}^r = 0 \quad E_{\perp}^i + E_{\perp}^r = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{D.3})$$

On a donc la composante tangentielle du champ qui s'oppose lors de la réflexion et la composante normale est modifiée en fonction des propriétés du matériau.

Rétrodiffusion par une surface Pour comprendre le comportement du champ polarisé lors de sa rétrodiffusion par une surface, nous allons considérer une surface rectangulaire. La rétrodiffusion par une surface excitée est alors la même qu'une antenne : la multiplication d'un sinus cardinal dont la largeur du lobe principal est inversement proportionnelle à la taille de la surface dans la direction considérée. Plus la surface est grande, plus elle est directionnelle.

Pour que la surface rétrodiffuse toute l'énergie, il faut que sa normale soit parallèle à la direction d'incidence, comme le présente la [Figure D.1](#). Les champs polarisés en \mathbf{H}

et en \mathbf{V} sont tangents à la surface et s'inversent. La matrice de Sinclair a alors pour forme :

$$\mathbf{S}_{surface} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.4})$$

Comme la matrice de Sinclair n'est définie qu'à une phase près, on peut la représenter sous la forme canonique :

$$\mathbf{S}_{surface} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

Si la normale de la surface n'est plus parallèle au vecteur \mathbf{k} , la direction de rétrodiffusion ne sera plus la direction dans laquelle le lobe principal est maximal. Si l'inclinaison de la surface augmente, la rétrodiffusion pourra être causée par un lobe secondaire de la surface. La direction renvoyant le maximum d'énergie est appelée la direction spéculaire.

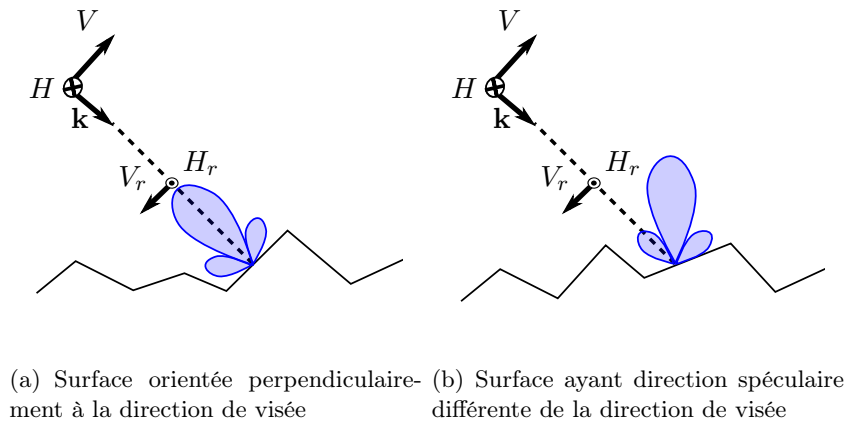


FIGURE D.1 – Rétrodiffusion par une surface

D.2 Les trièdres

Lorsque l'onde incidente est réfléchiée par un miroir, le sens de la composante normale du vecteur \mathbf{k} est inversée alors que ses composantes tangentielles sont conservées. Pour les vecteurs de polarisation \mathbf{H} et \mathbf{V} , c'est la composante normale qui est conservée et les composantes tangentielles qui sont opposées. Les polarisations sont projetées sur la base $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ représentée sur la figure D.2.

$$\mathbf{H} = a_H \mathbf{x} + b_H \mathbf{y} + c_H \mathbf{z} \quad \mathbf{V} = a_V \mathbf{x} + b_V \mathbf{y} + c_V \mathbf{z} \quad (\text{D.6})$$

Après la réflexion par le miroir M_1 :

$$\mathbf{H}_1 = -a_H \mathbf{x} - b_H \mathbf{y} + c_H \mathbf{z} \quad \mathbf{V}_1 = -a_V \mathbf{x} - b_V \mathbf{y} + c_V \mathbf{z} \quad (\text{D.7})$$

Après la réflexion par le miroir M_2 :

$$\mathbf{H}_2 = +a_H\mathbf{x} - b_H\mathbf{y} - c_H\mathbf{z} \quad \mathbf{V}_2 = +a_V\mathbf{x} - b_V\mathbf{y} - c_V\mathbf{z} \quad (\text{D.8})$$

Après la réflexion par le miroir M_3 :

$$\mathbf{H}_3 = +a_H\mathbf{x} + b_H\mathbf{y} + c_H\mathbf{z} \quad \mathbf{V}_3 = +a_V\mathbf{x} + b_V\mathbf{y} + c_V\mathbf{z} \quad (\text{D.9})$$

Ce résultat, représenté sur la figure D.2 montre bien que la direction du rayon réfléchi est la même que celle du rayon incident. C'est le phénomène de *corner reflector*, à l'origine des points brillants sur les images radar. On peut voir aussi que le champ réfléchi garde la même polarisation que le champ incident, dans la configuration BSA où la base de mesure est la même que la base d'émission de l'onde. La matrice de Sinclair du trièdre prend la forme suivante :

$$\mathbf{S}_{\text{triedre}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.10})$$

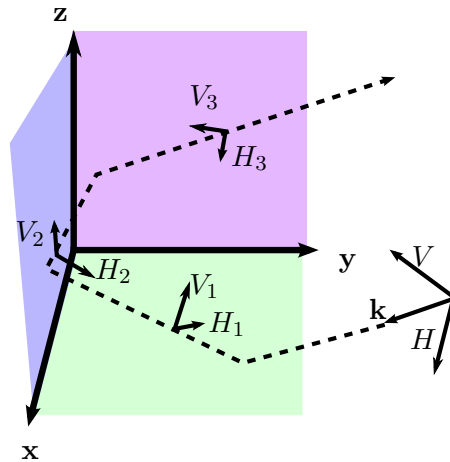


FIGURE D.2 – Rétrodiffusion par un trièdre

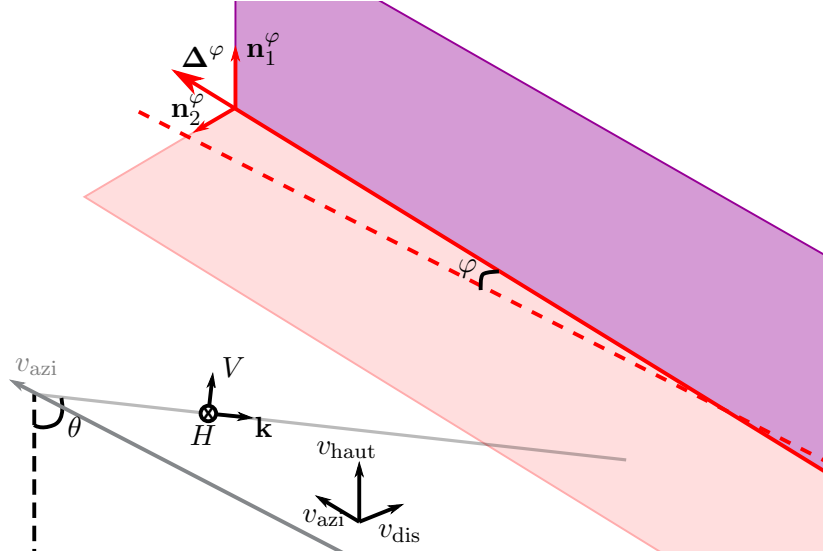
D.3 Rétrodiffusion par un dièdre incliné d'un angle φ

Le dièdre est constitué de deux miroirs M_1 et M_2 orientés à 90° l'un de l'autre. On définit \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 les normales respectivement aux miroirs M_1 et M_2 . La droite Δ est la droite d'intersection entre M_1 et M_2 .

Le repère d'acquisition est défini par les vecteurs $(v_{\text{azi}}, v_{\text{dis}}, v_{\text{haut}})$ représentant les axes azimut, distance et vertical respectivement.

Les vecteurs de polarisation peuvent se projeter dans ce repère :

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sin(\theta) \\ -\cos(\theta) \end{bmatrix} \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{D.11})$$

FIGURE D.3 – Rotation du dièdre d'un angle φ

Le dièdre orienté d'un angle φ est donc défini par les vecteurs $(\Delta^\varphi, \mathbf{n}_1^\varphi, \mathbf{n}_2^\varphi)$, représentés à la figure D.3. Ces vecteurs se projettent dans le repère $(v_{\text{azi}}, v_{\text{dis}}, v_{\text{haut}})$ de la façon suivante :

$$\Delta^\varphi = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{n}_1^\varphi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{n}_2^\varphi = \begin{bmatrix} \sin(\varphi) \\ -\cos(\varphi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.12})$$

On peut donc définir la matrice de passage du repère $(v_{\text{azi}}, v_{\text{dis}}, v_{\text{haut}})$ dans le repère du dièdre, $\mathbf{M}_{\text{dièdre}}^\varphi$:

$$\mathbf{M}_{\text{dièdre}}^\varphi = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \sin(\varphi) & -\cos(\varphi) & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{D.13})$$

Ce qui nous permet de projeter les vecteurs de polarisation dans le repère du dièdre :

$$\begin{aligned} \mathbf{k} &= +\sin(\theta)\sin(\varphi)\Delta^\varphi + \cos(\theta)\mathbf{n}_1^\varphi - \sin(\theta)\cos(\varphi)\mathbf{n}_2^\varphi \\ H &= \cos(\varphi)\Delta^\varphi + \sin(\varphi)\mathbf{n}_2^\varphi \\ V &= \sin(\varphi)\cos(\theta)\Delta^\varphi + \sin(\theta)\mathbf{n}_1^\varphi - \cos(\varphi)\cos(\theta)\mathbf{n}_2^\varphi \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

Lorsque le vecteur de propagation \mathbf{k} est réfléchi par un miroir, sa composante normale change de signe et les autres ne sont pas modifiées. Par contre, pour les vecteurs de polarisation H et V , ce sont les composante tangentielle qui changent de signe et la composante normale qui n'est pas modifiée.

Après réflexion sur le premier miroir, on obtient les vecteurs (\mathbf{k}_1, H_1, V_1) exprimés

de la façon suivante dans le repère du dièdre :

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_1 &= +\sin(\theta)\sin(\varphi)\mathbf{\Delta}^\varphi - \cos(\theta)\mathbf{n}_1^\varphi - \sin(\theta)\cos(\varphi)\mathbf{n}_2^\varphi \\ H_1 &= -\cos(\varphi)\mathbf{\Delta}^\varphi - \sin(\varphi)\mathbf{n}_2^\varphi \\ V_1 &= -\sin(\varphi)\cos(\theta)\mathbf{\Delta}^\varphi + \sin(\theta)\mathbf{n}_1^\varphi + \cos(\varphi)\cos(\theta)\mathbf{n}_2^\varphi\end{aligned}\tag{D.15}$$

Après réflexion sur le deuxième miroir, les vecteurs (\mathbf{k}_1, H_1, V_1) deviennent les vecteurs (\mathbf{k}_2, H_2, V_2) :

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_2 &= +\sin(\theta)\sin(\varphi)\mathbf{\Delta}^\varphi - \cos(\theta)\mathbf{n}_1^\varphi + \sin(\theta)\cos(\varphi)\mathbf{n}_2^\varphi \\ H_2 &= +\cos(\varphi)\mathbf{\Delta}^\varphi - \sin(\varphi)\mathbf{n}_2^\varphi \\ V_2 &= +\sin(\varphi)\cos(\theta)\mathbf{\Delta}^\varphi - \sin(\theta)\mathbf{n}_1^\varphi + \cos(\varphi)\cos(\theta)\mathbf{n}_2^\varphi\end{aligned}\tag{D.16}$$

que si $\varphi \neq 0$ le vecteur \mathbf{k}_2 n'est pas parallèle au vecteur \mathbf{k} . Lorsque les dièdres ne sont pas orientés parallèlement à l'azimut, ce n'est donc pas suite à deux réflexions spéculaires que l'énergie peut être renvoyée au capteur [radar](#). Au moins une des deux réflexions sera une réflexion diffuse. L'énergie reçue sera donc moindre que lorsque $\varphi \neq 0$.

Pour obtenir la matrice de Sinclair, il faut projeter H_2 et V_2 dans la base polarimétrique initiale à cause de la convention BSA.

Pour obtenir la matrice de Sinclair on peut projeter les vecteurs H_2 et V_2 sur les vecteur H et V :

$$\mathbf{S}_{\text{dièdre}}^{\theta,\varphi} = \begin{bmatrix} \cos(2\varphi) & \cos(\theta)\sin(2\varphi) \\ \cos(\theta)\sin(2\varphi) & -\cos^2(\theta)\cos(2\varphi) - \sin^2(\theta) \end{bmatrix}\tag{D.17}$$

Pour obtenir un mécanisme de rétrodiffusion pour lequel le vecteur \mathbf{k}_2 est parallèle au vecteur \mathbf{k} , on peut considérer la réflexion sur le sol comme diffuse [[Franceschetti et al., 2002](#)]. On trouve une matrice de Sinclair plus complète qui dépend aussi des coefficients de Fresnel de la surface. La formule proposée ici, qui n'a pas été vérifiée sur des données réelles, permet juste d'avoir une idée des paramètres qui entrent en jeu dans la réflexion par un dièdre.

On retrouve la matrice de Sinclair classique pour la rotation de dièdre lorsque $\theta = 0$:

$$\mathbf{S}_{\text{dièdre}}^{0,\varphi} = \begin{bmatrix} \cos(2\varphi) & \sin(2\varphi) \\ \sin(2\varphi) & -\cos(2\varphi) \end{bmatrix}\tag{D.18}$$

Ceci n'a pas beaucoup de sens avec la configuration étudiée : si $\theta = 0$, l'onde revient au [radar](#) sans être réfléchi sur le miroir M_2 . Mais cette matrice est la matrice de Sinclair pour un dièdre dont l'axe $\mathbf{\Delta}^\varphi$ est perpendiculaire au vecteur \mathbf{k} et pour une rotation d'angle φ selon le vecteur \mathbf{k} . Ce qui est effectivement le cas dans notre configuration lorsque $\theta = 0$. On retrouve la matrice de Sinclair d'un polariseur croisé lorsque $\varphi = \frac{\pi}{2}$:

$$\mathbf{S}_{\text{dièdre}}^{0,\frac{\pi}{2}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\tag{D.19}$$

On voit aussi que lorsque le dièdre est orienté parallèlement à l'azimut et que $\varphi = 0$, on obtient la matrice de Sinclair suivante :

$$\mathbf{S}_{\text{dièdre}}^{\theta,0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.20})$$

Dans les autres cas, la matrice de Sinclair du dièdre orienté $\mathbf{S}_{\text{dièdre}}^{\theta,\varphi}$ dépend de l'angle θ et de l'angle d'orientation du dièdre φ . Les mécanismes de rétrodiffusion sont donc assez éloignés du mécanisme classique de double rebond repris à l'équation D.20.

Conclusion

Dans cette annexe, nous avons montré que le signe des polarisations H et V n'est pas modifié lors d'une rétrodiffusion par une surface ou un dièdre.

Par contre, lors de la rétrodiffusion des ondes par un dièdre dont l'arrête est parallèle à la direction de la polarisation V , son signe change. Les canaux HH et VV ont donc des signes opposés.

Si l'arrête du dièdre est orienté à 45° de la direction de H ou de V , la polarisation H sera rétrodiffusée en polarisation V et la polarisation V sera rétrodiffusée en polarisation H . Le retour dans le canal HV sera donc énergétique.

Annexe E

La couleur et la polarimétrie : l'image AIRSAR

Introduction

Une première interprétation des images polarimétriques repose souvent sur leur affichage en fausses couleurs. Dans ce chapitre, nous allons discuter les différentes stratégies d'affichage des images en prenant pour exemple la première image polarimétrique de San Francisco, acquise par AIRSAR en 1988.

Pour cela, nous allons commencer par discuter les différentes informations disponibles sur les conditions d'acquisition de cette célèbre image.

E.1 L'image AIRSAR de San Francisco

Cette image est l'image d'exemple par excellence en polarimétrie. Elle a été acquise en bande L par le système AIRSAR du JPL et distribuée sans en-tête dans "SIR-C Education Program CD ROM Volume_ID SIRCED01" puis dans Polsarpro et est mise en ligne par l'ESA.

Parce qu'elle a été distribuée sans en-tête, il est difficile d'avoir des informations certaines quant aux paramètres d'acquisition de l'image. Elle contient 900 lignes et 1024 colonnes. Chaque ligne couvre approximativement 11 km et chaque colonne couvre les 10 km de fauchée. La taille des pixels est approximativement de 11 m en azimut et 11 m en distance.

L'image est fournie dans un format appelé .stk¹ (pour Stokes). Ce ne sont pas quatre canaux complexes qui sont fournis, mais 10 coefficients réels de la matrice symétrique de Kennaugh, que l'on peut transformer en la matrice de covariance, dans la base lexicographique ou de Pauli.

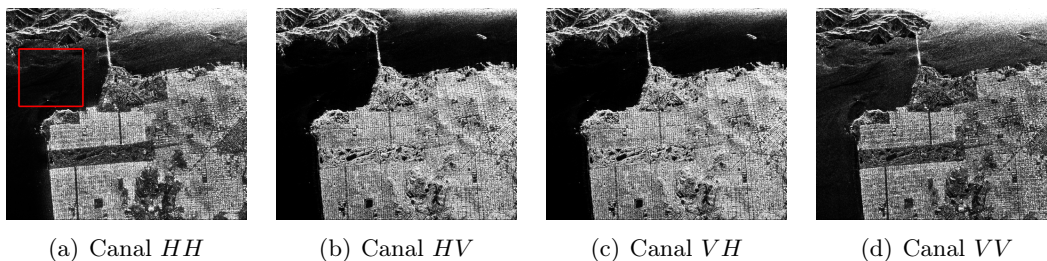


FIGURE E.1 – Module des quatre canaux de l'image AIRSAR

L'histogramme de l'amplitude du canal HH de la zone encadrée en rouge sur l'image E.1(a) est représenté à la Figure E.2. Le nombre de vues estimé par la méthode des cumulants est de 1.6 pour le canal HH , 2.5 pour les canaux HV et VH et 2.1 pour le canal VV sur cette zone. Une image multi-vue d'un facteur deux pourrait correspondre au processeur embarqué, les produits finaux couvrant généralement une plus grande distance le long de la trajectoire avec un nombre de vues de 8 ou 16 [Lou *et al.*, 1996].

1. Le format est décrit plus en détails à l'adresse suivante : <http://southport.jpl.nasa.gov/cmdesc.html>

Cependant, le fait que nous ayons pu obtenir des entropies égales à 1 à la figure 6.13(a) sans aucun moyennage supplémentaire des pixels signifie que le rang de ces matrices peut être égal à trois et donc le nombre de vues est supérieur à trois².

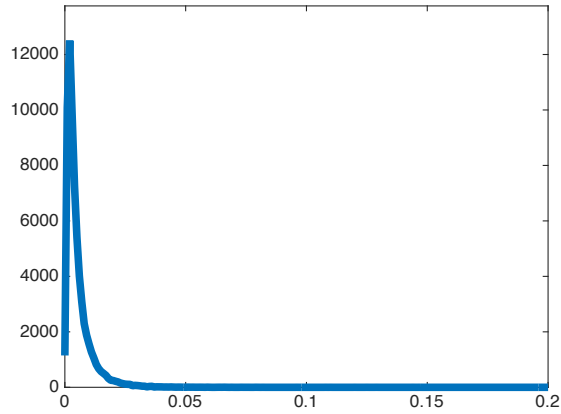


FIGURE E.2 – Histogramme intensité HH

E.2 Composition colorée et seuils

Dans ce travail, les images polarimétriques sont majoritairement représentées dans la base de Pauli. Cette base, présentée à la section 2.1, permet de combiner des informations d'amplitude et de phase. Elle permet normalement de rapidement séparer des scénarios de rétro-diffusion simples : surface, double rebond comme en atteste la représentation classique de l'image AIRSAR. Sur la Figure E.3, on peut voir que les buildings sont majoritairement en rouge ou jaune, les parcs en vert et la mer en bleu.

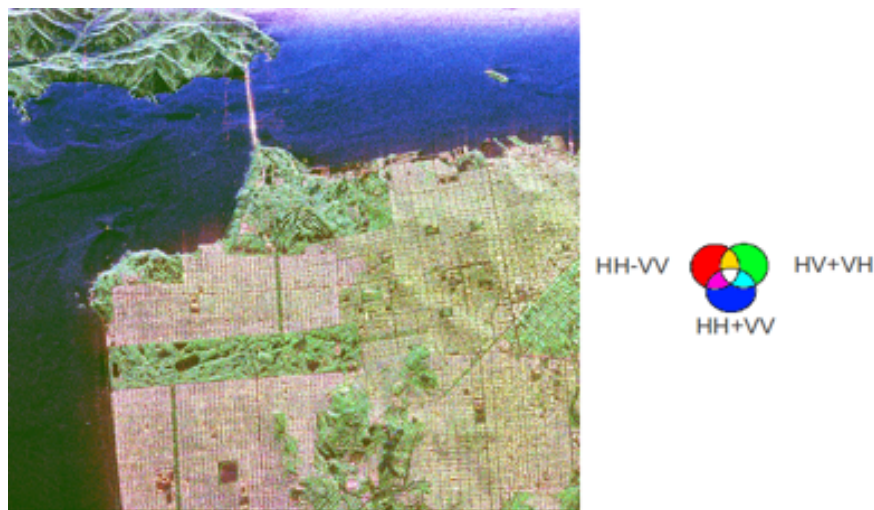


FIGURE E.3 – Composition colorée classique de l'image AIRSAR

Cette représentation colorée voudrait faire penser que la différence de phase entre les canaux HH et VV est nulle sur la mer, ce qui n'est pas exactement le cas comme le

². Si le nombre de vue était égal à deux, la matrice de covariance aurait deux valeurs propres non nulle et 0.63 serait la valeur maximale de l'entropie.

montre la Figure E.4. L'histogramme de la différence de phase sur la mer est représenté à la figure E.4(b). Il a été calculé sur la zone encadrée en rouge à la figure E.1(a). On peut voir que le mode est plutôt à -0.15 radians (soit environ -8.6°), ce qui n'est pas très loin des 0° attendu et n'est donc pas visible sur l'image de Pauli. Un nombre important de pixels ont malgré tout une différence de phase nulle, créant une distribution à deux modes comme le montre la figure E.4(c).

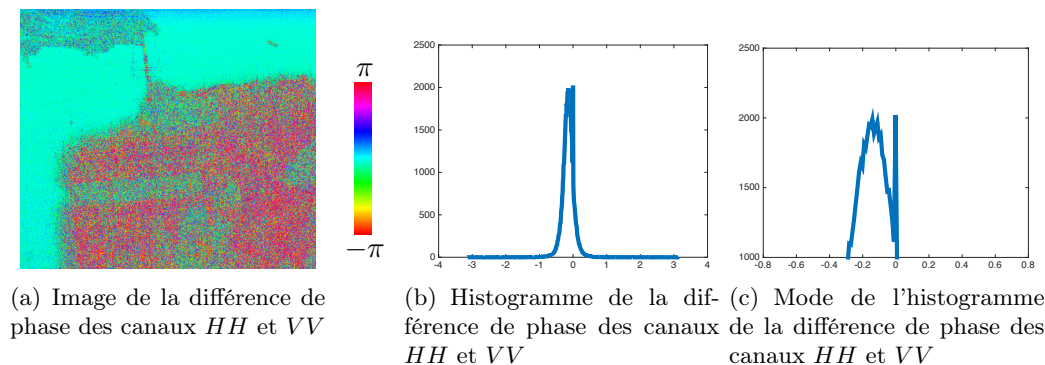


FIGURE E.4 – Différence de phase entre les canaux HH et VV

En fonction des seuils que l'on choisi pour chaque canal, la représentation en fausses couleurs de l'image peut beaucoup changer. Dans ce document, les images mono-canal sont seuillées à $\mu + \alpha\sigma$ où μ est la moyenne de l'amplitude de l'image et σ , l'écart type de l'amplitude de l'image. Pour la plupart des images (TerraSAR-X, RADARSAT 2), nous choisissons $\alpha = 1$ pour la représentation et $\alpha = 3$ pour une visualisation sur un écran. Pour les images AIRSAR de la Figure E.1, $\alpha = 0.15$ a été choisi.

L'avantage de fixer le seuil suivant la formule $\mu + \alpha\sigma$, est que cette procédure est automatique et s'adapte à l'image considérée : on peut toujours voir ce qui est représenté sur l'image. L'inconvénient est que le seuil d'une vignette de l'image donnera une représentation différente de la vignette extraite de l'image seuillée.

Pour adapter ce seuil à des images multi-canaux, nous pouvons :

- **Choisir le même seuil pour tous les canaux.** Les trois canaux polarimétriques sont concaténés, dans la base de Pauli, en une seule image, dont on calcule μ et σ . Le résultat est présenté à la figure E.5(a).
- **Choisir le même α pour tous les canaux.** La composition colorée est alors effectuée après le seuil de chacune des images. Le résultat, représenté à la figure E.5(b) est bien plus proche de l'image classique que l'on peut voir à la Figure E.3.
- **Choisir le seuil séparément par canaux, voir par zone de l'image ou par pixel.** La composition colorée résultante permet de mettre en évidence certaines caractéristiques des images polarimétriques. On peut alors séparer la représentation colorée de l'interprétation physique. Au vu de la variabilité des représentations, on peut en effet partir du principe que la composition colorée est un simple outil de visualisation d'un résultat. Des techniques d'égalisation d'histogramme permettent d'obtenir des images plus lisses ou les couleurs sont plus facilement séparables et interprétables. Ces approches sont aussi plus souples lors du passage

de la visualisation sur un écran à l'impression papier ou la projection dans une présentation.

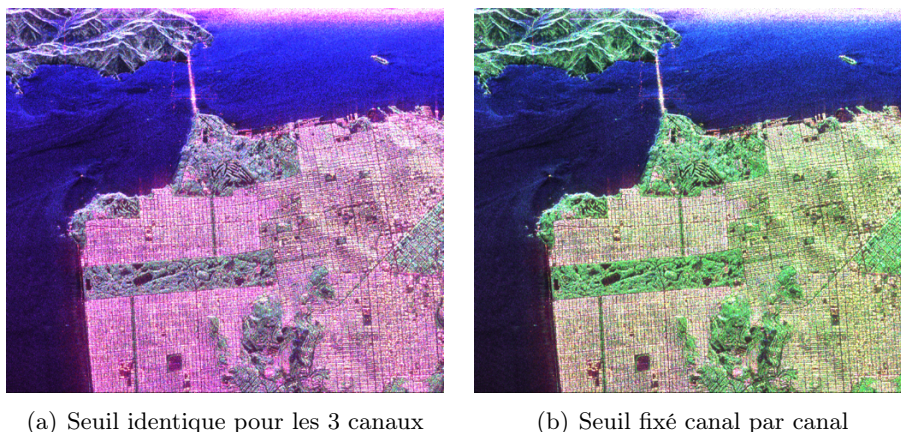


FIGURE E.5 – Différent seuil pour la représentation colorée des images polarimétriques, toutes deux dans la base de Pauli $HH + VV$, $HH - VV$, HV

La figure E.5(a) montre aussi que les parcs de San Francisco ne sont pas composés de végétation aussi dense que ce qui est généralement attendu dans une classification. Le Presidio, au nord de la ville est bien plus urbanisé que ne le laisse penser l'image E.5(b). De même, la couleur verte du quartier SoMa sur l'image E.5(b), pourrait laisser croire à une zone de parc alors qu'il s'agit d'une zone buildings résidentiels et d'un quartier d'affaires. Cette image nous montre donc les limites de la représentation des images par une composition colorée.

Dans ce document, nous avons choisi de prendre le même seuil pour tous les canaux sur la plupart des images. Sur les images TerraSAR-X, le canal HV des images est bien plus puissant que ce qui est attendu classiquement. Pour éviter d'avoir une image très verte, ce canal sera souvent seuillé séparément, comme sur la plupart des outils de visualisation. Seulement, dans le cas de ces images il s'agit de diminuer la participation du canal HV dans la composition colorée au lieu de la renforcer.

Conclusion

La composition colorée dans la base de Pauli de l'image AIRSAR a eu un rôle non négligeable sur les premiers traitements développés en polarimétrie. L'image donne l'impression d'être composée de zones bien délimitées : mer, parcs, zones urbaines, ayant des comportements polarimétriques distincts.

Dans cette annexe, nous avons d'abord recensé le peu d'informations disponibles sur les paramètres de l'image. Le nombre de ligne et de colonne est la seule information fiable. Les utilisateurs de l'image semblent être d'accord sur l'année d'acquisition : 1988 et la bande : L, bien que ces informations ne soient pas fournies directement par le JPL.

La résolution, l'angle d'incidence ou même le facteur de multi-vues ne semblent pas être connus avec certitude.

Puis nous avons montré qu'en changeant la composition colorée nous pouvions changer l'interprétation visuelle des objets présents dans l'image. Une représentation colorée peut donc amener de mauvaises interprétations sur la nature des objets présents sur l'image : bien que répondant beaucoup dans le canal *HV*, les immeubles du quartier SoMa apparaissent nettement et des structures non végétales sont visibles dans les parcs.

Cependant, la représentation colorée est un bon outil de représentation des résultats et est nécessaire pour des besoins de visualisation des images polarimétriques.

Annexe F

Compléments sur les statistiques
directionnelles

Introduction

Les statistiques directionnelles permettent de définir et d'étudier les variables aléatoires directionnelles, c'est à dire des variables périodiques. Nous nous intéresserons ici particulièrement aux variables 2π -périodiques telles que la phase des nombres complexes.

Cette annexe a pour but de fournir un complément au [chapitre 4](#) dans lequel nous avons utilisé un paramètre issu des statistiques directionnelles, la dispersion R , comme indicateur de la qualité de la phase.

F.1 Densité de probabilité

Pour les variables aléatoires directionnelles telles que la phase, la densité de probabilité $P(\phi)$ est définie de la manière suivante [[Mardia and Jupp, 1999](#)]

- $P(\phi) \geq 0$ presque partout sur $(-\infty .. + \infty)$
- $P(\phi + 2\pi) = P(\phi)$ presque partout sur $(-\infty .. + \infty)$
- $\int_0^{2\pi} P(\phi) d\phi = 1$

La densité de probabilité est donc une fonction 2π -périodique. Si elle est continue en ϕ et dérivable à gauche et à droite en ϕ , le théorème de Dirichlet assurera la convergence de sa série de Fourier et l'égalité avec la fonction en ϕ . Cette propriété sera utilisée pour la définition de la fonction caractéristique et des moments.

F.2 Fonction caractéristique et moments

On peut définir le moment d'ordre $p \in \mathbb{Z}$ de la densité de probabilité par la formule suivante :

$$\mathcal{M}e_p(\phi) = E[e^{jp\phi}] = \int_0^{2\pi} e^{jp\phi} P(\phi) d\phi \quad (\text{F.1})$$

Le moment d'ordre zéro $\mathcal{M}e_0$ est égal à 1 selon la troisième propriété de la densité de probabilité.

La fonction caractéristique est alors définie comme la suite infinie des moments. Le moment d'ordre p est relié à c_p , le coefficient de Fourier d'ordre p , par une relation très simple :

$$\mathcal{M}e_p = 2\pi c_p \quad (\text{F.2})$$

Si $P(\Phi)$ vérifie les hypothèses du théorème de Dirichlet, on a l'égalité suivante :

$$P(\phi) = \frac{1}{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \mathcal{M}e_p e^{-jp\phi} \quad (\text{F.3})$$

Dans le [chapitre 4](#), nous nous sommes particulièrement intéressés au moment d'ordre 1 $\mathcal{M}e_1 = \text{Re}e^{j\Phi}$. On appellera Φ la moyenne ou la direction privilégiée de la densité de probabilité et $R \in [0..1]$ sa dispersion. Il convient de différencier cette variable du concept de variance d'une loi circulaire puisque $R = 1$ dans le cas d'une distribution de dirac et $R = 0$ pour une loi uniforme. Plusieurs auteurs ont néanmoins défini une variance circulaire à partir de R .

F.3 Sommes de variables directionnelles

Soit S_n une somme de variables directionnelles.

$$S_N = \sum_{k=1}^N \phi_k \quad (\text{F.4})$$

alors la fonction caractéristique de S_N , $\mathcal{M}e_{S_N}$, est le produit des fonctions caractéristiques des différentes ϕ_i :

$$\forall p \in \mathbb{Z} \quad \mathcal{M}e_p(S_N) = \prod_{k=1}^N \mathcal{M}e_p(\phi_k) \quad (\text{F.5})$$

Dans le cas où les ϕ_k sont identiquement distribuées, on obtient :

$$\forall p \in \mathbb{Z} \quad \mathcal{M}e_p(S_N) = \mathcal{M}e_p^N \quad (\text{F.6})$$

Dans le cas où $P(\phi)$ vérifie les hypothèses du théorème de Dirichlet, on peut obtenir la distribution de probabilité de S_N par convergence de la série de Fourier :

$$P_{S_N}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \prod_{k=1}^N \mathcal{M}e_p(\phi_k) e^{-ip\phi} \quad (\text{F.7})$$

ce qui se simplifie dans le cas où les ϕ_k sont identiquement distribuées et donne l'expression suivante :

$$P_{S_N}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \mathcal{M}e_p^N e^{-ip\phi} \quad (\text{F.8})$$

F.4 Différentes distributions de probabilité

F.4.1 Loi Uniforme

La distribution de probabilité uniforme est définie, pour une grandeur ϕ définie sur un intervalle de longueur 2π , par la densité suivante :

$$P_U(\phi) = \frac{1}{2\pi} \quad (\text{F.9})$$

Sa fonction caractéristique est alors définie par l'équation :

$$\mathcal{M}e_p = \delta_{0,p} \quad (\text{F.10})$$

où δ_p représente le symbole de Kronecker. Ses moments sont donc tous nuls sauf le moment d'ordre 0. En particulier, $\mathcal{M}e_1 = 0$. Sa dispersion est donc nulle et la moyenne n'est pas définie puisque la distribution uniforme n'a pas de direction privilégiée.

La distribution de dispersion d'une loi uniforme estimée en utilisant un échantillon χ de taille L , \hat{R} , peut être approximée par la loi de probabilité suivante :

$$2L\hat{R}^2 \sim \chi_2^2 \quad (\text{F.11})$$

A partir de cette expression on peut calculer le biais d'estimation de \hat{R} [Upton and Fingleton, 1989] :

$$E[\hat{R}] = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{L}} \quad (\text{F.12})$$

et la variance d'estimation de R :

$$\sigma^2(\hat{R}) = E[(\hat{R} - E[\hat{R}])^2] = \frac{1}{L} - \frac{\pi}{4L} \quad (\text{F.13})$$

Une autre propriété intéressante de la loi uniforme est qu'elle est absorbante pour la somme puisque la somme $S = \phi + \theta$ de toute variable aléatoire θ avec une variable aléatoire ϕ suivant une loi uniforme suit une loi uniforme.

Ceci se démontre facilement en considérant la fonction caractéristique de S donnée par l'Équation F.5 :

$$\mathcal{M}e_p(S) = \mathcal{M}e_p(\phi)\mathcal{M}e_p(\theta)$$

Or l'Équation F.10 nous montre que $\mathcal{M}e_p(\phi) = 0 \quad \forall p > 1$. On a donc $\mathcal{M}e_p(S) = 0 \quad \forall p > 1$ et $\mathcal{M}e_0(S) = 1$, ce qui est bien la fonction caractéristique d'une loi uniforme.

F.4.2 Loi de Von Mises

La loi de Von Mises est la loi "en cloche" des statistiques directionnelles. Elle représente un phénomène ayant un mode privilégié. C'est à ce titre qu'elle a été utilisée dans la sous-section 6.1.1 pour modéliser un bruit additif sur la phase.

Sa densité est donnée par :

$$P_{VM}(\phi|r) = \frac{1}{2\pi I_0(r)} e^{r \cos(\phi - \mu)} \quad (\text{F.14})$$

où $I_0(\cdot)$ est la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre 0.

Elle est représentée pour différents r à la Figure F.1 et enroulée autour du cercle unité sur la Figure F.2. Ces figures montrent bien la difficulté de trouver un mode de représentation qui permettent une interprétation facile pour les distributions de variables directionnelles.

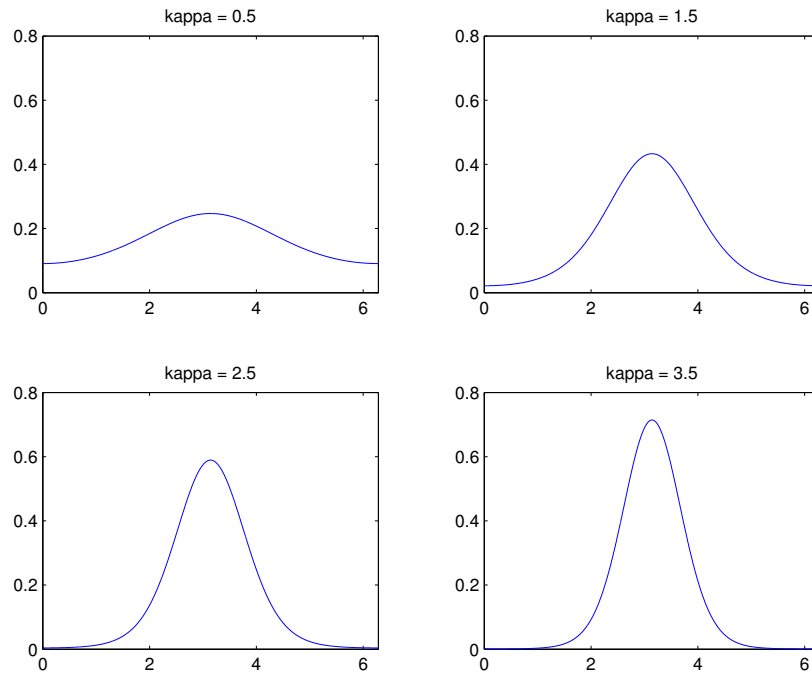


FIGURE F.1 – Distribution de Von Mises pour κ allant de 0.5 à 3.5, représentée entre $[0 .. 2\pi]/$

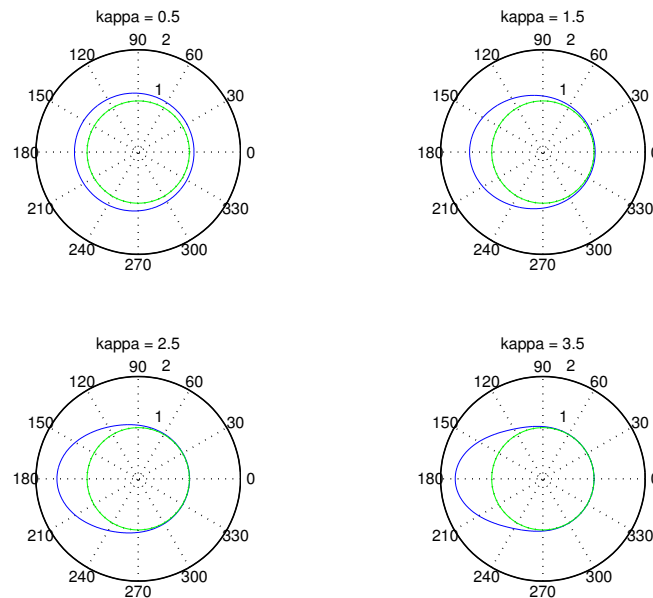


FIGURE F.2 – Distribution de Von Mises pour κ allant de 0.5 à 3.5, enroulée autour du cercle unité représenté en vert.

La fonction caractéristique de la loi de Von Mises est décrit par l'équation [Mardia and Jupp, 1999] :

$$R = \frac{I_p(r)}{I_0(r)} \tag{F.15}$$

avec $I_p(r)$ est la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre p . En particulier,

sa dispersion est donnée par :

$$R = \frac{I_1(r)}{I_0(r)} \quad (\text{F.16})$$

F.4.3 Loi normale enroulée (*wrapped*)

La loi normale enroulée est une loi normale définie entre $[-\infty, \infty]$ qui est enroulée sur un cercle de périmètre 2π . Sa densité est donnée par

$$P_{WN}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\phi+k2\pi)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{F.17})$$

Lorsque sa variance est faible, elle ressemble beaucoup à la loi de Von Mises avec le paramètre r élevé.

F.5 Le théorème Centrale Limite

Soit $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N$, N variables aléatoires angulaires indépendantes et identiquement distribuées. Soit S_N la somme de ces variables :

$$S_N = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_N \quad (\text{F.18})$$

Alors S_N suit une loi uniforme.

En effet, soit $\mathcal{M}e_p(\theta)$ le moment d'ordre p de la distribution des θ . Il a été montré [Mardia and Jupp, 1999] :

$$\forall p \neq 0, |\mathcal{M}e_p(\theta)| < 1 \quad (\text{F.19})$$

Soit $\mathcal{M}e_{S_N p}$ le moment d'ordre p de S_N . Il peut se déduire de $\mathcal{M}e_p(\theta)$ par la formule suivante :

$$\mathcal{M}e_{S_N p} = (\mathcal{M}e_p(\theta))^N \quad (\text{F.20})$$

Et si $N \rightarrow \infty$, alors

$$p \neq 0, \mathcal{M}e_{S_N p} \rightarrow 0 \quad (\text{F.21})$$

et devient bien le moment d'une distribution angulaire uniforme.

Annexe G

Autres paramétrisations de la matrice de covariance

Introduction

Dans le chapitre 4, nous avons caractérisé le biais et l'efficacité de six paramètres issus de la matrice de covariance. Dans cette annexe, nous allons ajouter le calcul de la **Borne de Cramér-Rao (BCR)** pour quatre paramètres : le module et la phase de la covariance, et la partie réelle et la partie imaginaire de la corrélation.

Le module et la phase de la covariance notés respectivement D et ϕ sont définis par l'équation suivante :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & De^{i\phi} \\ De^{-i\phi} & \sigma_2 \end{bmatrix} \quad (\text{G.1})$$

Avec la puissance des canaux, ils forment le jeu de paramètres $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, D, \phi\}$ à estimer, dont la **BCR** est, dans le cas d'une distribution gaussienne complexe circulaire centrée :

$$\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, D, \phi} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & D^2 & \sigma_1 D & 0 \\ D^2 & \sigma_2^2 & \sigma_2 D & 0 \\ \sigma_1 D & \sigma_2 D & \frac{1}{2}(\sigma_1 \sigma_2 + D^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \frac{\sigma_1 \sigma_2 - D^2}{D^2} \end{bmatrix} \quad (\text{G.2})$$

On peut aussi retrouver cette matrice à partir d'un changement de variable appliqué à la matrice $\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}$ où c_r et c_i sont respectivement les parties réelles et imaginaires de la covariance. Pour cela, il faut définir le Jacobien de la transformation de $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, D, \phi\}$ en $\boldsymbol{\theta} = \{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i\}$:

$$\mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}(\sigma_1, \sigma_2, D, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\phi) & -\frac{\sin(\phi)}{D} \\ 0 & 0 & \sin(\phi) & \frac{\cos(\phi)}{D} \end{bmatrix} \quad (\text{G.3})$$

On obtient bien :

$$\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, D, \phi} = \mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}^T(\sigma_1, \sigma_2, D, \phi) \mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i} \mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}(\sigma_1, \sigma_2, D, \phi) \quad (\text{G.4})$$

Les parties réelles et imaginaires de la corrélation sont notées ρ_r et ρ_i respectivement. Elles sont définies par :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sqrt{\sigma_1 \sigma_2}(\rho_r + i\rho_i) \\ \sqrt{\sigma_1 \sigma_2}(\rho_r - i\rho_i) & \sigma_2 \end{bmatrix} \quad (\text{G.5})$$

On peut exprimer la matrice de borne de Cramer-Rao de l'ensemble $\boldsymbol{\theta} =$

$\{\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i\}$:

$$\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i} = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & (\rho_r^2 + \rho_i^2)\sigma_1\sigma_2 & \frac{1}{2}\sigma_1\rho_r(1 - (\rho_r^2 + \rho_i^2)) & \frac{1}{2}\sigma_1\rho_i(1 - (\rho_r^2 + \rho_i^2)) \\ (\rho_r^2 + \rho_i^2)\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 & \frac{1}{2}\sigma_2\rho_r(1 - (\rho_r^2 + \rho_i^2)) & \frac{1}{2}\sigma_2\rho_i(1 - (\rho_r^2 + \rho_i^2)) \\ \frac{1}{2}\sigma_1\rho_r(1 - (\rho_r^2 + \rho_i^2)) & \frac{1}{2}\sigma_2\rho_r(1 - (\rho_r^2 + \rho_i^2)) & \frac{1}{2}(\rho_r^2 - 1)(\rho_r^2 + \rho_i^2 - 1) & \rho_r\rho_i(\rho_r^2 + \rho_i^2 - 1) \\ \frac{1}{2}\sigma_1\rho_i(1 - (\rho_r^2 + \rho_i^2)) & \frac{1}{2}\sigma_2\rho_i(1 - (\rho_r^2 + \rho_i^2)) & \frac{1}{2}\rho_r\rho_i(\rho_r^2 + \rho_i^2 - 1) & \frac{1}{2}(\rho_i^2 - 1)(\rho_r^2 + \rho_i^2 - 1) \end{bmatrix} \quad (\text{G.6})$$

A nouveau, on peut obtenir la matrice $\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i}$ à partir de la matrice $\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}$ en définissant la matrice Jacobienne $\mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}(\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i)$ de la paramétrisation $\theta = \{\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i\}$ en $\theta = \{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i\}$:

$$\mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}(\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{c_r}{2\sigma_1} & -\frac{c_i}{2\sigma_1} \\ 0 & 1 & -\frac{c_r}{2\sigma_2} & -\frac{c_i}{2\sigma_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\sigma_1\sigma_2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\sigma_1\sigma_2}} \end{bmatrix} \quad (\text{G.7})$$

on obtient bien :

$$\mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i} = \mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}^T(\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i) \mathbf{BCR}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i} \mathbf{J}_{\sigma_1, \sigma_2, c_r, c_i}(\sigma_1, \sigma_2, \rho_r, \rho_i) \quad (\text{G.8})$$

Annexe H

Matrices utilisées pour étudier
l'impact du mélange, de la taille de
l'échantillon et de la corrélation sur
l'entropie

Introduction

Cette annexe présente les expressions des matrices ayant été utilisées pour faire les simulations de la [section 5.1](#). Ces matrices appartiennent à des classes différentes de la classification dite de Cloude-Pottier et leurs paramètres ont été tirés aléatoirement. Les phases sont exprimées en radian.

Elles sont représentées dans la base de Pauli

$$\mathbf{P}_{\text{pauli}} = [p_{HH} + p_{VV}, 2p_{HV}, p_{HH} - p_{VV}]^T,$$

bien que les interprétations physiques puissent s'appliquer à une permutation de cette base : le calcul de l'entropie est indépendant d'une permutation des canaux polarimétriques et que chaque paramètre (intensités des canaux, degrés de cohérence et différences de phase) a été tiré indépendamment des autres.

Les différentes classes de la classification dite de Cloude-Pottier [[Cloude and Pottier, 1997](#)] sont illustrées à la [Figure H.1](#).

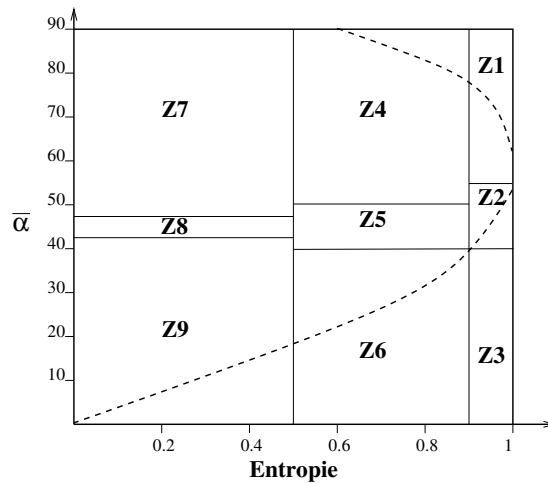


FIGURE H.1 – Les neuf classes de la classification de Cloude-Pottier dans le diagramme H- α .

$\mathbf{C}_1 \rightarrow$ **Classe Z8** : cette classe comprend les mécanismes de types dipôle, ayant des retours en HH et VV d'amplitude différente.

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0.49 & 0.48e^{-i0.92} & 0.06e^{i0.31} \\ 0.48e^{i0.92} & 0.50 & 0.07e^{i0.50} \\ 0.06e^{i0.31} & 0.07e^{-i0.50} & 0.01 \end{bmatrix}$$

Si l'on considère le premier canal comme $HH+VV$ et le deuxième comme $HH-VV$, on peut voir que le canal VV a une amplitude plus faible que celle du canal HH car la différence de phase entre le premier et le deuxième canal est plus proche de 0 que de π .

$\mathbf{C}_2 \rightarrow$ **Classe Z7** : cette classe comprend les mécanismes de rebonds pairs, comme par exemples les doubles rebonds.

$$\mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.19e^{-i0.14} & 0.02e^{-i0.50} \\ 0.19e^{i0.14} & 0.86 & 0.16 \\ 0.02e^{i0.50} & 0.16 & 0.06 \end{bmatrix}$$

Seul le canal $HH - VV$ est censé être très énergétique et correspond sûrement au deuxième canal de cette matrice alors que le canal $HH + VV$ peut correspondre au premier ou au troisième canal, avec le canal HH d'amplitude plus élevée que le canal VV car la différence de phase entre ces canaux est plus proche de 0 que de π .

$\mathbf{C}_3 \rightarrow$ **Classe Z9** : cette classe comprend les mécanismes de rétrodiffusion de type *surface* (les canaux polarimétriques HH et VV ne sont pas déphasés), avec une entropie faible.

$$\mathbf{C}_3 = \begin{bmatrix} 0.84 & 0.08e^{i1.07} & 0.10e^{-i1.06} \\ 0.08e^{-i1.07} & 0.05 & 0.06e^{-i1.56} \\ 0.10e^{i1.06} & 0.06e^{i1.56} & 0.11 \end{bmatrix}$$

On peut voir ici que le premier canal a une intensité élevée et pourrait correspondre à $HH + VV$ alors que le deuxième canal a une intensité très faible et pourrait donc correspondre à $HH - VV$ dans le cas d'une rétrodiffusion surfacique.

$\mathbf{C}_4 \rightarrow$ **Classe Z5** : cette classe contient des mécanismes d'entropie moyenne qui sont caractérisés par des retours de type dipôle.

$$\mathbf{C}_4 = \begin{bmatrix} 0.50 & 0.19e^{-i0.68} & 0.15e^{-i0.98} \\ 0.19e^{i0.68} & 0.09 & 0.10e^{-i0.56} \\ 0.15e^{i0.98} & 0.10e^{i0.56} & 0.41 \end{bmatrix}$$

Le canal $HH + VV$ ne serait sûrement pas le deuxième canal car il a l'amplitude la plus faible et qu'a priori HH et VV ont une amplitude différente.

$\mathbf{C}_5 \rightarrow$ **Classe Z6** : cette classe correspond aux mécanismes de surface ayant une entropie moyenne.

$$\mathbf{C}_5 = \begin{bmatrix} 0.68 & 0.03e^{i0.76} & 0.02e^{i0.05} \\ 0.03e^{-i0.76} & 0.15 & 0.01e^{-i0.81} \\ 0.02e^{-i0.05} & 0.01e^{i0.81} & 0.17 \end{bmatrix}$$

Le premier canal est le canal $HH + VV$ et le canal $HH - VV$ serait le troisième canal. Dans ce cas, l'amplitude de HH serait plus élevée que VV car la différence de phase entre ces canaux est plus proche de 0 que de π .

$\mathbf{C}_6 \rightarrow$ **Classe Z4** : cette classe contient des mécanismes de type dièdre ou rebond pair ayant une entropie moyenne.

$$\mathbf{C}_6 = \begin{bmatrix} 0.19 & 0.17e^{i0.81} & 0.08e^{-i0.94} \\ 0.17e^{-i0.81} & 0.42 & 0.07e^{i1.19} \\ 0.08e^{i0.94} & 0.07e^{-i1.19} & 0.39 \end{bmatrix}$$

Le canal $HH + VV$ est le premier alors que le canal $HH - VV$ peut être le deuxième ou le troisième canal. Vu que la différence d'amplitude entre les canaux $HH - VV$ et $HH + VV$ est faible, d'autres mécanismes se superposent au double rebond, augmentant l'entropie.

$\mathbf{C}_7 \rightarrow$ **Classe Z2** : cette classe contient des mécanismes d'entropie élevée de type volume (et donc plutôt un ensemble de dipôles).

$$\mathbf{C}_7 = \begin{bmatrix} 0.37 & 0.08e^{-i0.83} & 0.03e^{i1.04} \\ 0.08e^{i0.83} & 0.20 & 0.04e^{-i1.50} \\ 0.03e^{-i1.04} & 0.04e^{i1.50} & 0.30 \end{bmatrix}$$

On peut voir que les amplitudes des trois canaux sont très proches et que les degrés de cohérence entre les canaux sont très faible. Ceci représente bien une classe de rétrodiffusion très différente d'une observation à l'autre.

$\mathbf{C}_8 \rightarrow$ **Classe Z1** : cette classe représente les mécanismes de double rebond mélangé à d'autres mécanisme qui augment l'entropie.

$$\mathbf{C}_8 = \begin{bmatrix} 0.18 & 0.03e^{-i1.16} & 0.02e^{i0.33} \\ 0.03e^{i1.16} & 0.34 & 0.07e^{-i0.90} \\ 0.02e^{-i0.33} & 0.07e^{i0.90} & 0.48 \end{bmatrix}$$

Le canal $HH + VV$ est donc plutôt le premier canal, d'amplitude faible alors que le canal $HH - VV$ est plutôt le troisième. On peut voir que les degrés de cohérence entre les canaux sont aussi très faibles.

Classe Z3 : cette classe ne peut pas être atteinte.

Annexe I

Compléments sur les image

PolInSAR et *Double Dual Pol*

Introduction

Dans le [chapitre 6](#), nous avons utilisé des images polarimétriques expérimentales acquises par TerraSAR-X et TanDEM-X, les deux satellites du DLR, à la fin de l'année 2015 : les images *PolInSAR* et *Double Dual Pol*. Ces modes sont présentés à la figure [Figure I.1](#).

Dans le mode *PolInSAR*, l'un des satellites émet alternativement les polarisations H et V et les deux satellites reçoivent selon les polarisation H et V simultanément. Huit canaux de polarisations sont donc enregistrés pendant l'acquisition. Dans le mode *Double Dual Pol*, que nous avons proposé et qui a été accepté par le DLR, l'un des satellites émet alternativement les polarisations H et V . Ce satellite enregistre la même polarisation que celle qu'il a émise, alors que l'autre satellite reçoit selon l'autre polarisation. Les quatre canaux polarimétriques sont donc acquis.

Dans cette annexe, nous allons présenter les pré-traitements ou les précautions nécessaires à l'utilisation de ces données très spécifiques et uniques.

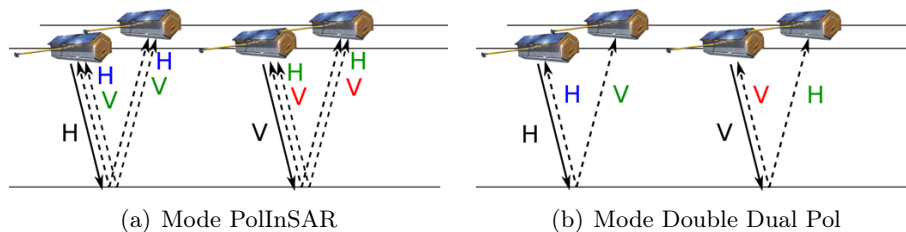


FIGURE I.1 – Modes polarimétriques des satellites TerraSAR-X et TanDEM-X

I.1 Images PolInSAR

Dans le mode PolInSAR, chaque satellite fait l'acquisition d'une image polarimétrique qui contient quatre canaux. Les deux images sont donc acquises en condition interférométrique et une baseline B_{\perp} sépare ces deux satellites. Bien que le recalage entre ces deux images ait été effectué par le DLR, les [franges orbitales](#) sont encore présentes, comme le montre la figure [I.2\(a\)](#). Ces franges orbitales doivent être enlevées avant de pouvoir utiliser polarimétriquement ces données. Une méthode de suppression de ces franges a été présentée à la [sous-section 4.6.3](#) et le résultat peut être observé à la figure [I.2\(b\)](#).

Sur ces données, une inversion de signe se produit à l'émission et à la réception de la polarisation V par les satellite TanDEM-X. La différence de phase entre les canaux HV et VH , qui devrait être nulle, peut donc être de π , ce qui peut être observé sur la [Figure I.3](#).

Le schéma suivant de corrections doit donc être appliqué avant utilisation des données :

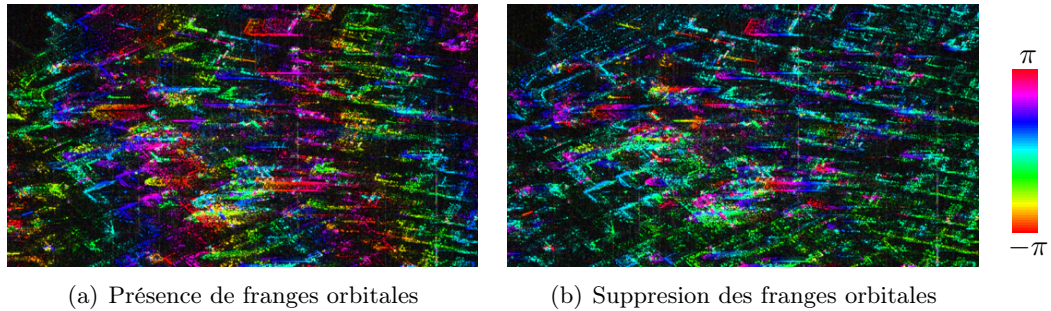


FIGURE I.2 – Suppression des franges orbitales sur les images PolInSAR, canal HH , du 20/12/2015 acquise sur San Francisco

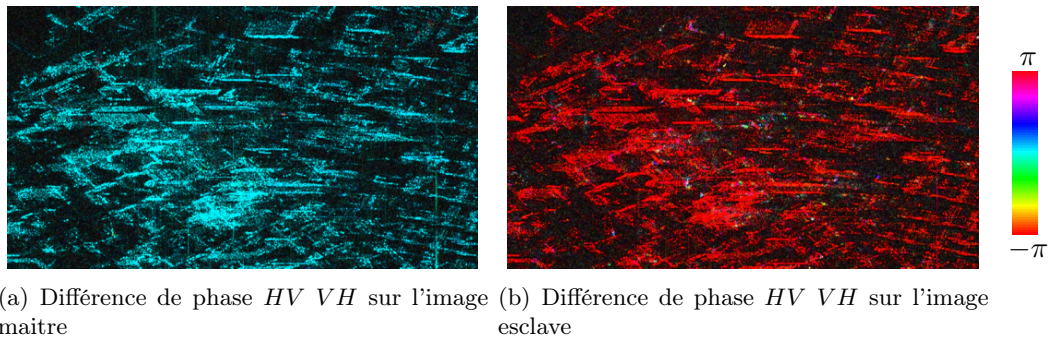


FIGURE I.3 – Inversion du signe sur la polarisation V du satellite TanDEM-X

- Si TerraSAR-X est le satellite maître, le signe doit être inversé sur les canaux HV et VV de l'image esclave (qui a donc été acquise par TanDEM-X).
- Si TanDEM-X est le satellite maître, le signe doit être inversé sur les canaux HV et VH de l'image maître et sur les canaux VH et VV de l'image esclave (acquise par TerraSAR-X).

Le problème est connu du DLR et une enquête pour en déterminer l'origine est en cours. Cette enquête a déjà permis d'exclure le traitement de synthèse SAR des causes possibles¹.

I.2 Images Double Dual Pol

Pour les images Double Dual Pol, deux canaux de l'image polarimétrique sont acquis par chaque satellite. Les canaux co-pol (HH et VV) sont acquis par le satellite maître et les canaux cross-pol (HV et VH) sont acquis par le satellite esclave. Comme pour les images PolInSAR, les franges orbitales entre les canaux acquis par le satellite maître et ceux acquis par le satellite esclave doivent être supprimées. Si la suppression *a posteriori* des franges orbitales est faisable pour les images de San Francisco, elle est beaucoup plus difficile sur les images de Paris où le degré de cohérence entre les canaux HH et

1. Pour plus d'information, contactez le DLR : tandemx-science@dlr.de (mon contact sur ce point a été Jose-Luis Bueso-Bello : jose-luis.bueso-bello@dlr.de).

HV est très faible. Par contre, les franges orbitales peuvent être supprimées dans l'étape de recalage lorsque des algorithmes utilisant les trajectoires des satellites sont utilisés.

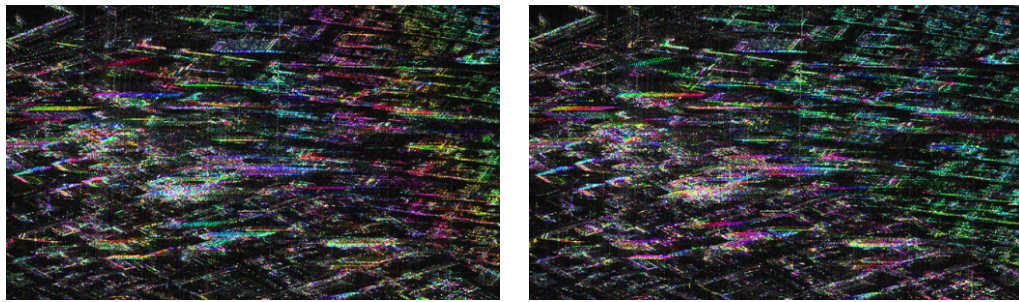
De plus, en fonction de quel satellite est le satellite maitre, les corrections suivantes doivent être apportées :

- Si TerraSAR-X est le satellite maitre, le signe du canal HV doit être inversé.
- Si TanDEM-X est le satellite maitre, le signe du canal VH doit être inversé.

Dans ce travail, nous avons considéré les images Double Dual Pol comme des images Quad-Pol, particulièrement pour le canal de l'entropie H . Cependant, il est important de noter que la différence de phase entre les canaux co-pol et cross-pol contient une information interférométrique en plus de l'information polarimétrique puisque les deux images ont été acquises par deux satellites séparé par une baseline B_{\perp} .

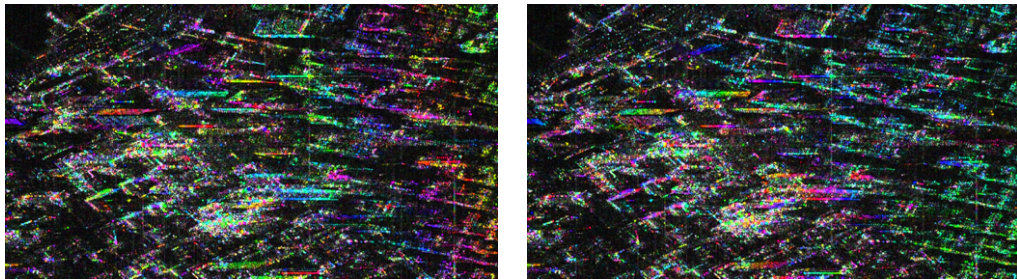
La [Figure I.4](#) présente la différence de phase entre les canaux HH et HV pour l'image Double Dual Pol acquise le 17-11-2015 [[figure I.4\(b\)](#)] et la différence de phase entre le canal HH de l'image maitre et le canal HV de l'image esclave de l'acquisition PolInSAR du 20-12-2015 [[figure I.4\(d\)](#)].

En comparant les figures [I.4\(b\)](#) et [I.4\(d\)](#), on peut voir que la différence de phase entre les canaux HH et HV de l'image Double Dual Pol apporte bien la même information que la différence de phase entre le canal HH de l'image maitre et le canal HV de l'image esclave de l'acquisition PolInSAR. La phase comprend donc une composante polarimétrique et une composante interférométrique qui devrait être supprimée pour obtenir une information polarimétrique pure. Cette étape de correction n'a pas été prise en compte dans ce travail.



(a) Différence de phase HH HV sur l'image Double Dual Pol du 17-11-2015 acquise au dessus de San Francisco, avec les franges orbitales

(b) Différence de phase HH HV sur l'image Double Dual Pol du 17-11-2015 acquise au dessus de San Francisco, sans les franges orbitales



(c) Différence de phase entre le canal HH de l'image maître et HV de l'image esclave de l'acquisition PolInSAR du 20-12-2015 sur San Francisco, avec les franges orbitales

(d) Différence de phase entre le canal HH de l'image maître et HV de l'image esclave de l'acquisition PolInSAR du 20-12-2015 sur San Francisco, sans les franges orbitales



FIGURE I.4 – Présence de franges topographiques sur la différence de phase entre les canaux co-pol et cross-pol des images Double Dual Pol

Annexe J

Figures du chapitre PolSharpening

Introduction

Dans le chapitre 7, les critères qui ne variaient pas ou peu avec la polarisation n'ont été illustrés que sur un seul canal polarimétrique. Dans cette annexe, nous avons regroupé les résultats sur les autres canaux.

J.1 Évaluation de la reconstruction des points brillants

Critère P3 La préservation de la phase

La différence de phase entre les images reconstruites et les images de VT correspondante est le seul critère d'évaluation de la reconstruction dont l'évolution ne varie pas avec la polarisation. Seul le canal HV a été représenté à la Figure 7.19.

Les valeurs de $\hat{Y}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{Y}_{VV}^{\text{Res}}$ sont supérieures aux valeurs de $\hat{Y}_{HV}^{\text{Res}}$, ce qui prouve que les réponses des points brillants étudiées dans les différents canaux de polarisation ne sont pas parfaitement corrélées. La valeur maximale de $\hat{Y}_{HV}^{\text{Res}}$ est de 0.55 pour $r_\delta = \frac{1}{4}$, de 0.65 pour $r_\delta = \frac{1}{2}$ et de 0.85 pour $r_\delta = \frac{3}{4}$.

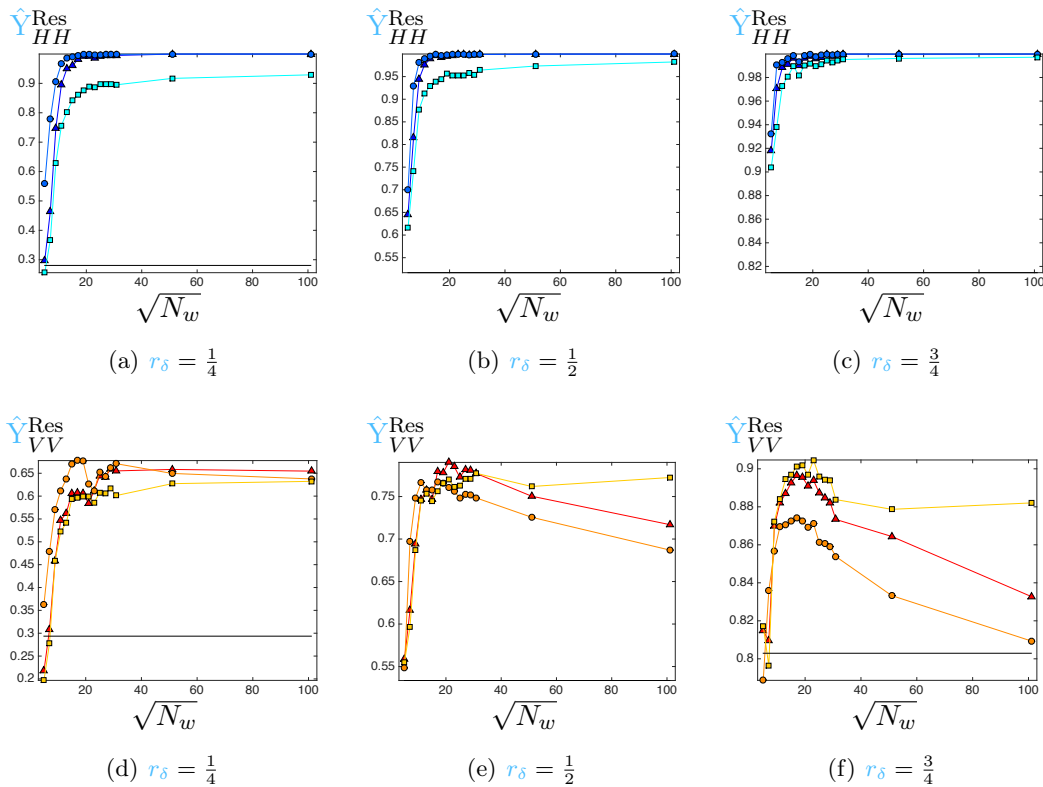


FIGURE J.1 – Analyse du Critère P3 La préservation de la phase : Evolution de $\hat{Y}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{Y}_{VV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . Le paramètre $\hat{Y}_{HV}^{\text{Res}}$ est représenté à la Figure 7.19.

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D — BR

Comme pour le canal HV , $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{\mu}_{VV}^{\text{Res}}$ se rapprochent de 0 lorsque N_w augmente, et l'amplitude de ces paramètres diminue lorsque r_δ se rapproche de 1. Les valeurs des amplitudes de $\hat{\mu}_{VV}^{\text{Res}}$ sont comparables à celles de $\hat{\mu}_{HV}^{\text{Res}}$. Par contre, la valeur maximale d'amplitude de $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ est inférieure à celle de $\hat{\mu}_{HV}^{\text{Res}}$ (0.03 radian contre 0.12 radian).

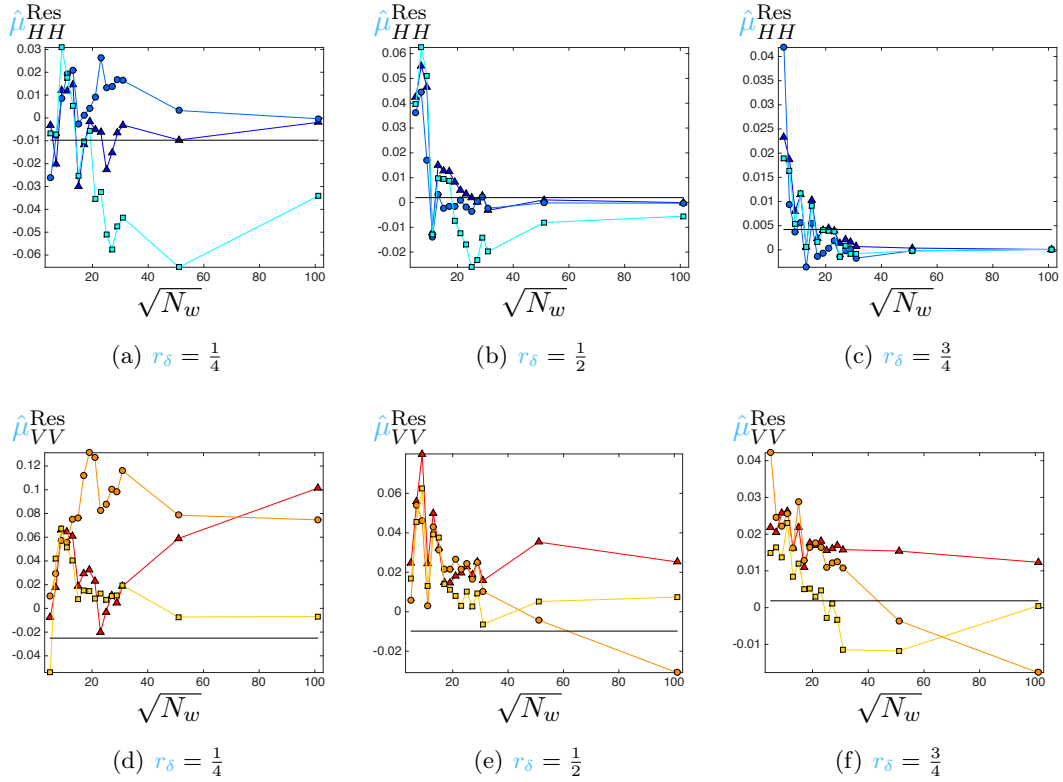


FIGURE J.2 – Evolution de $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{\mu}_{VV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . Le paramètre $\hat{\mu}_{HV}^{\text{Res}}$ est représenté à la Figure 7.19.
 ▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D — BR

J.2 Evaluation de la reconstruction du fouillis

Critère S1 La préservation des statistiques spatiales

Les valeurs de $\hat{L}_{HV}^{\text{Res}}$ se trouvent à la Figure 7.20 et sont très proches des valeurs de $\hat{L}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{L}_{VV}^{\text{Res}}$ représentées à la Figure J.3.

Les valeurs de \hat{L}^{QP} sont proches de 1, quelque soit le canal polarimétrique, ce qui est attendu pour du speckle pleinement développé. Les statistiques des images résultats convergent vers celle du speckle pleinement développé lorsque N_w augmente. Seules les valeurs de \hat{L}^{Res} pour l'algorithme 2D+Sum sont supérieures à la valeur de \hat{L}^{QP} .

La vitesse de convergence de \hat{L}^{Res} ne varie pas avec la polarisation. Cela signifie que la modification des statistiques spatiales par les algorithmes n'est pas causée par une mauvaise estimation de c car son estimation est très peu bruitée pour ce jeu de données où les images polarimétriques sont extraites de l'image haute résolution.

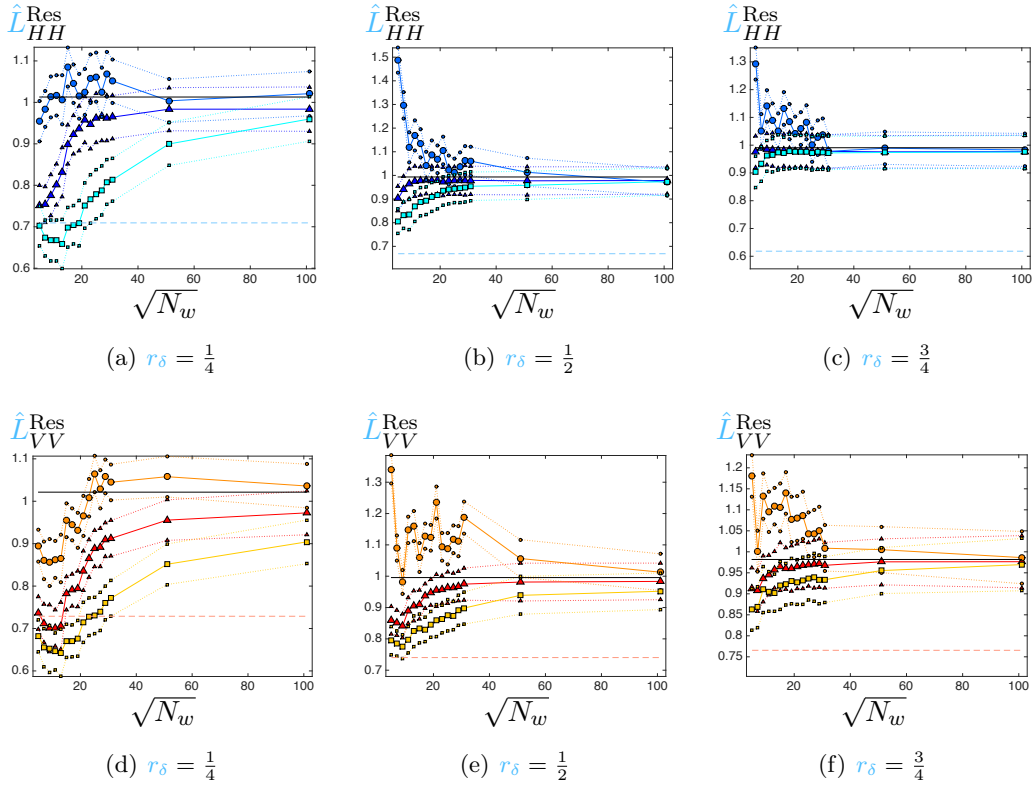


FIGURE J.3 – Analyse du **Critère S1** La préservation des statistiques spatiales : évolution de $\hat{L}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{L}_{VV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . $\hat{L}_{HV}^{\text{Res}}$ est représenté à la Figure 7.20 ▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

Critère S4 La préservation des informations interférométriques

La Figure 7.24 présente les valeurs de $\hat{\mu}_{VV}^{\text{Res}}$. Les valeurs de $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{\mu}_{HV}^{\text{Res}}$ sont présentés à la Figure J.4.

La valeur de la différence de phase entre les images résultats et les images VT correspondante n'évolue pas avec N_w pour HV et VV alors qu'elle semble converger vers 0 lorsque N_w augmente pour HH. Pour les trois canaux polarimétriques, la valeur de la différence de phase moyenne diminue avec r_δ . De plus, les valeurs des différences de phase moyennes sont très proches dans les trois canaux polarimétriques et ont pour amplitude maximum 0.1 radian, valeur atteinte dans le canal VV.

J.3 Évaluation de la reconstruction du fouillis au voisinage d'un point-brillant

Critère S1 La préservation des statistiques spatiales

Le nombre de vue estimés pour les polarisation HH et HV sont représentés à la Figure J.5, alors que celui du canal VV est représenté à la Figure 7.26.

Comme pour le fouillis, les variations et les valeurs de \hat{L}^{Res} ne dépendent pas de la polarisation. Bien que \hat{L}^{QP} ne soit pas égal à 1 pour toutes les polarisations et tous les

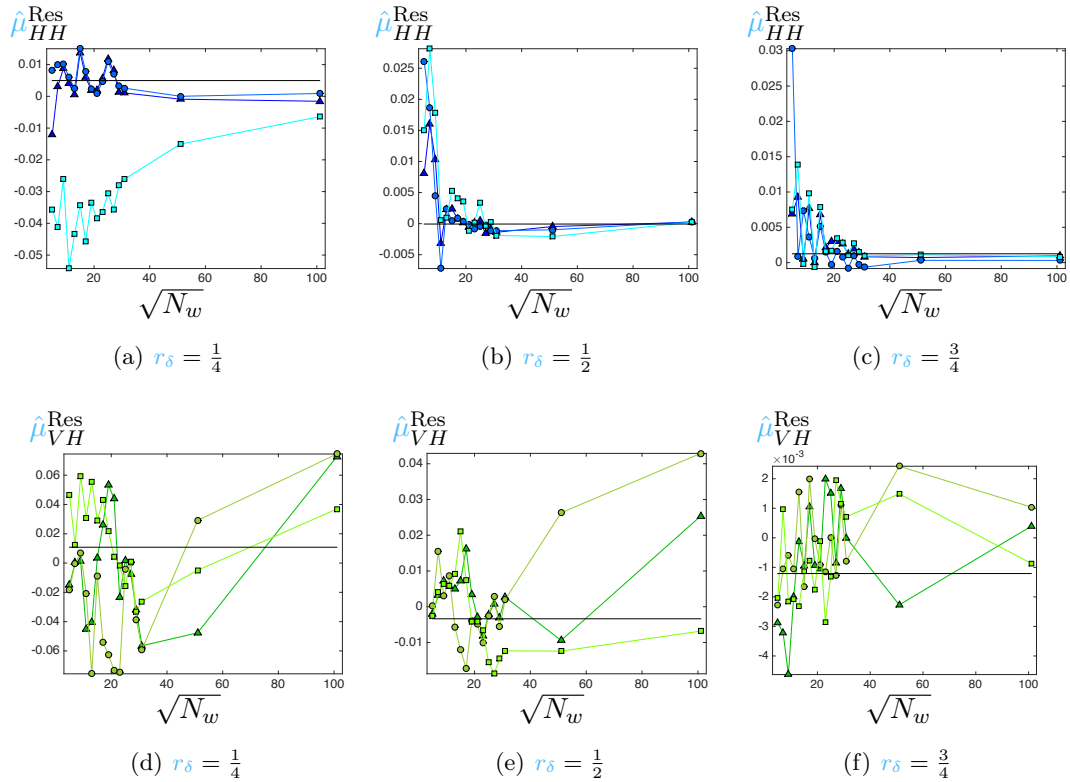


FIGURE J.4 – Analyse du critère **S4** la phase : évolution de $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{\mu}_{HV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . A la Figure 7.24, les variations de $\hat{\mu}_{VV}^{\text{Res}}$ peuvent être observées. \blacktriangle 2D \bullet 2D+Sum \blacksquare 1D1D - - Pol-Ratio — BR

ratios de résolution r_δ , les valeurs de \hat{L}^{Res} convergent vers \hat{L}^{QP} lorsque N_w augmente.

Critère S4 La préservation des informations interférométriques

La Figure 7.30 représente les variations de $\hat{\mu}_{HV}^{\text{Res}}$ alors que la Figure J.6 représente les variations de $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ et de $\hat{\mu}_{VV}^{\text{Res}}$.

Pour le speckle au voisinage des points brillants, la différence de phase entre les images résultats et les images VT correspondante diminue avec r_δ . Les valeurs de cette différence de phase varient peu avec la résolution.

Pour les polarisation HV et VV, leurs variations ne semblent pas dépendre de N_w ou de l'algorithme de reconstruction. Par contre, les valeurs de $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ diminuent avec N_w ce qui s'explique par le fait l'image HH de l'image VT soit l'image de référence pour les algorithmes de reconstruction.

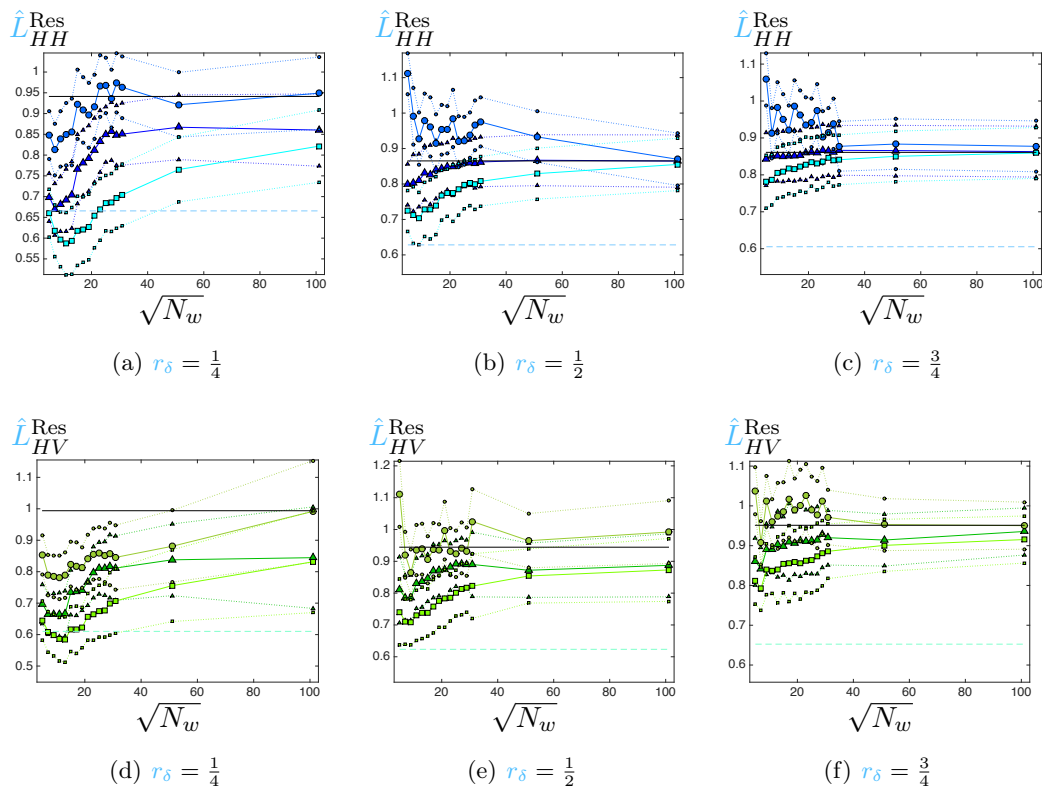


FIGURE J.5 – Analyse du **Critère S1** La préservation des statistiques spatiales : évolution de $\hat{L}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{L}_{HV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . $\hat{L}_{VV}^{\text{Res}}$ est représenté à la [Figure 7.26](#)

\blacktriangle 2D \bullet 2D+Sum \blacksquare 1D1D - - Pol-Ratio — BR

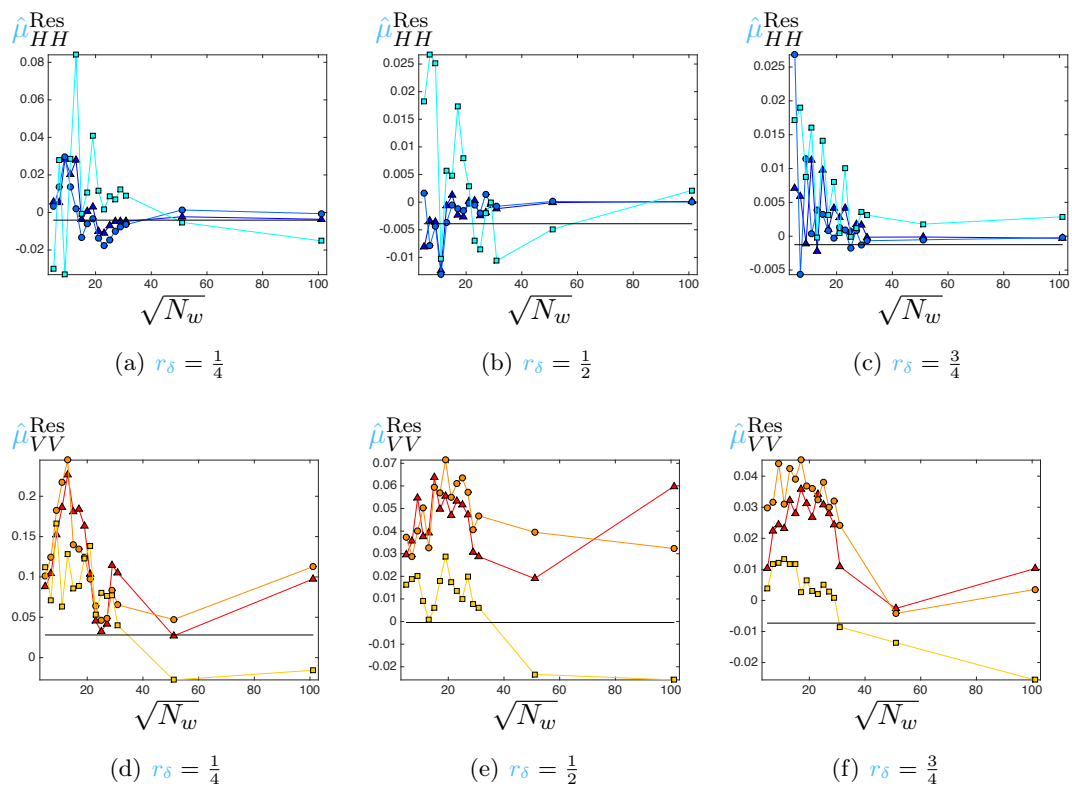


FIGURE J.6 – Analyse du **Critère S4** La préservation des informations interférométriques : évolution de $\hat{\mu}_{HH}^{\text{Res}}$ et $\hat{\mu}_{VV}^{\text{Res}}$ avec la taille de la fenêtre N_w et le ratio de résolution r_δ . Les variations de $\hat{\mu}_{HV}^{\text{Res}}$ sont représentés à la Figure 7.30.

▲ 2D ● 2D+Sum ■ 1D1D - - Pol-Ratio — BR

Annexe K

Variation des paramètres météorologique pendant la durée des acquisitions de la Tour Eiffel

Introduction

Dans le [chapitre 8](#), nous avons comparé les déformations de la Tour Eiffel mesurée par interférométrie à des données météorologiques d'archive.

Cette annexe regroupe les figures présentant la variation temporelle des paramètres météorologiques que nous avons considérés à la [sous-section 8.5.1](#).

Le delta entre l'heure d'acquisition et l'heure du coucher du soleil L'heure d'acquisition est 17h36 UTC. Le soleil se couche donc avant l'acquisition en hiver (Δ_H positif) et après celle-ci en été (Δ_H négatif). L'image de référence a été acquise le 24 janvier, on peut voir la variation périodique de l'heure du coucher du soleil au cours des années sur la [Figure K.1](#).

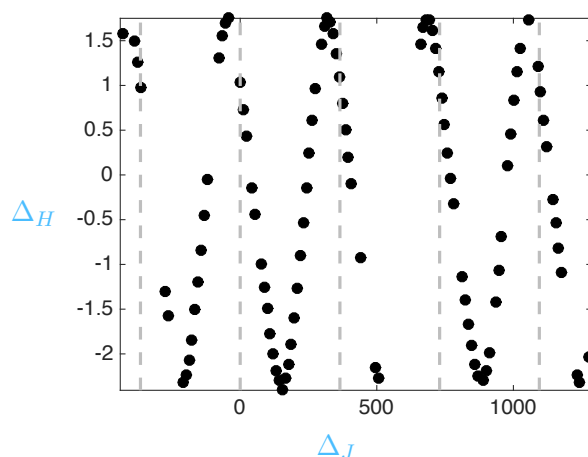


FIGURE K.1 – Delta entre l'heure d'acquisition et l'heure du coucher du soleil. Les traits verticaux représentent les années, l'origine étant le 24 janvier 2009.

La température minimale Sur la [Figure K.2](#), on peut voir que la température minimale T_{\min} est plus importante en été qu'en hiver, bien que ses valeurs soient moins périodique que l'heure du coucher du soleil

La température maximale Comme T_{\min} , la température maximale au cours de la journée d'acquisition, T_{\max} , est plus importante en été qu'en hiver. Comme le montre la [Figure K.3](#), elle est cependant soumise à de nombreuse variation journalière.

Le delta entre les température maximale et minimale La [Figure K.4](#) représente Δ_T , la différence entre la température maximale et la température minimale les jours des acquisitions. Cette différence est généralement plus importante en été qu'en hiver.

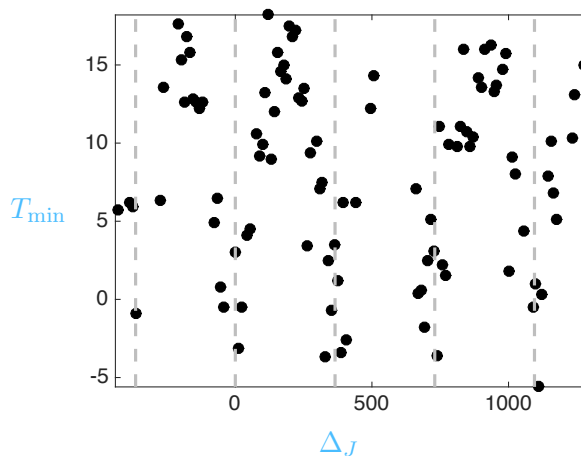


FIGURE K.2 – La température minimale. Les traits verticaux représentent les années, l’origine étant le 24 janvier 2009.

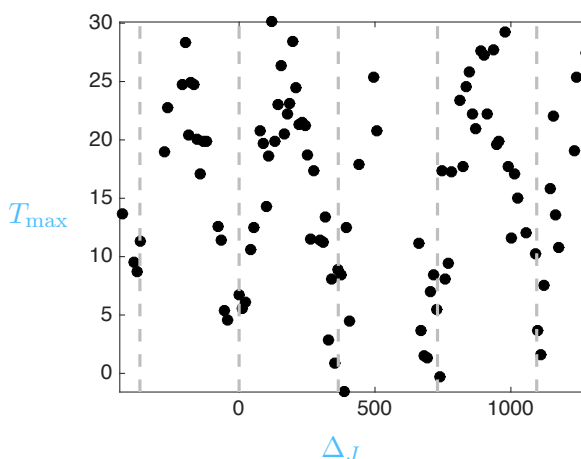


FIGURE K.3 – La température maximale. Les traits verticaux représentent les années, l’origine étant le 24 janvier 2009.

La durée d’ensoleillement Elle est mesurée par Météo France en heure entière sur la journée. Ses variations sont représentées à la [Figure K.5](#). Les jours où la durée d’ensoleillement est nulle ou proche de zéro sont en hiver et les durées d’ensoleillement les plus importantes au printemps ou en été. Cependant, à cause de la variation journalière de la couverture nuageuse, la durée d’ensoleillement varie aussi journalièrement.

La hauteur de précipitation est mesurée en millimètre. Contrairement à ce qu’on pourrait penser, elle est souvent nulle les jours des acquisitions. L’année 2009 semble avoir été plus pluvieuse que les autres années avec une journée totalisant plus de 10 mm de pluie, comme on peut le voir sur la [Figure K.6](#).

La vitesse moyenne du vent durant l’heure de l’acquisition Les variations temporelles de la vitesse moyenne du vent durant l’heure de l’acquisition, v_{vent} , sont représentées à la [Figure K.7](#). On peut y voir que les jours sans vent sont rares et qu’il ne

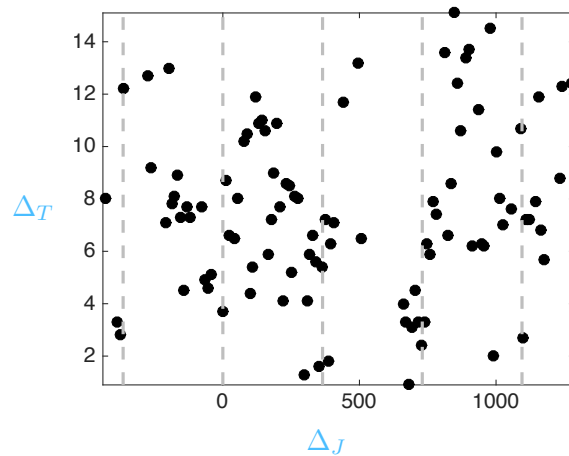


FIGURE K.4 – Le delta entre la température maximale et la température minimale. Les traits verticaux représentent les années, l'origine étant le 24 janvier 2009.

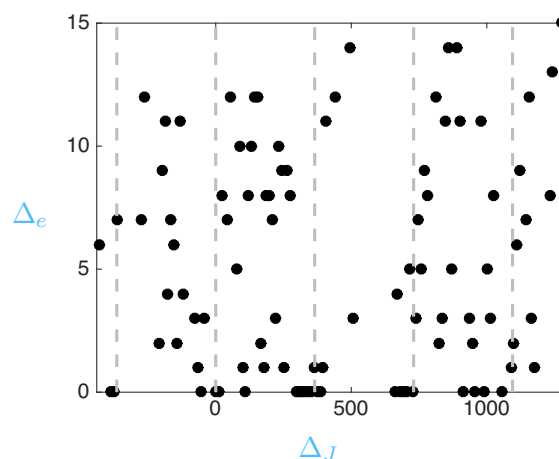


FIGURE K.5 – La durée d'ensoleillement. Les traits verticaux représentent les années, l'origine étant le 24 janvier 2009.

semble pas y avoir de variations saisonnières, bien que les jours les plus venteux soient au printemps ou en été.

La vitesse maximale du vent pendant l'heure de l'acquisition La vitesse maximale du vent pendant l'heure de l'acquisition, v_{rafale} , représentée à la [Figure K.8](#), varie plus au cours du temps que la vitesse moyenne du vent pendant l'heure de l'acquisition. Comme cette dernière, v_{rafale} ne semble pas présenter pas de variations saisonnières.

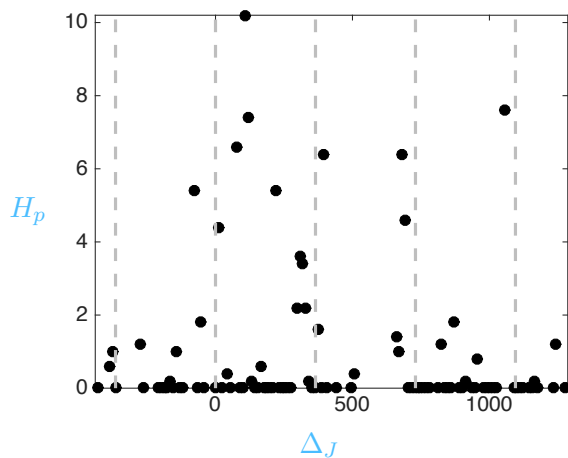


FIGURE K.6 – La hauteur de précipitation. Les traits verticaux représentent les années, l'origine étant le 24 janvier 2009.

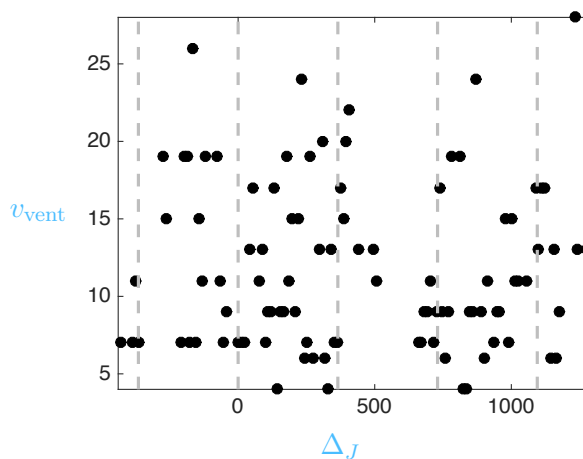


FIGURE K.7 – La vitesse moyenne du vent durant l'heure de l'acquisition. Les traits verticaux représentent les années, l'origine étant le 24 janvier 2009.

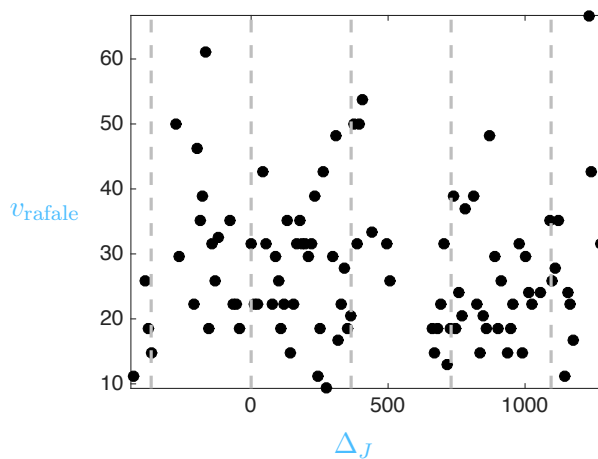


FIGURE K.8 – La vitesse maximale du vent pendant l'heure de l'acquisition. Les traits verticaux représentent les années, l'origine étant le 24 janvier 2009.

Bibliographie

- Alberto Alonso-Gonzalez, Carlos Lopez-Martinez, and Philippe Salembier. Filtering and Segmentation of Polarimetric SAR Data Based on Binary Partition Trees. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 50(2) :593–605, 2012.
- Array Systems Computing Inc. Next ESA SAR Toolbox help, 2010.
- Richard Bamler and Philipp Hartl. Synthetic aperture radar interferometry. *Inverse Problems*, 14 :1–54, 1998.
- Richard Bamler. A comparison of Range-Doppler and Wavenumber Domain SAR Focusing Algorithms. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 30(4) :706–713, 1992.
- Shane R. Cloude and Eric Pottier. A Review of Target Decomposition Theorems in Radar Polarimetry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 34(2), 1996.
- Shane R. Cloude and Eric Pottier. An Entropy Based Classification Scheme for Land Applications of Polarimetric SAR. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 35(1) :68–78, 1997.
- Elise Colin-Koeniguer, Flora Weissgerber, Nicolas Trouvé, and Jean-Marie Nicolas. A new light on origins of polarimetric misclassification of the SOMA district, due to the difficulty to predict entropy. In *POLinSAR*, Frascati, 2015.
- Christophe Delacourt, Pierre Briole, and José Achache. Tropospheric corrections of SAR interferograms with strong topography. Application to Etna. *Geophysical Research Letters*, 25(15) :2849–2852, 1998.
- Charles-Alban Deledalle, Loic Denis, Florence Tupin, Andreas Reigber, and Marc Jäger. NL-SAR : a unified Non-Local framework for resolution-preserving (Pol)(In)SAR denoising. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 4(53) :2021 – 2038, 2015.
- Xinping Deng, Carlos López-Martínez, and Eduardo Makhoul Varona. A Physical Analysis of Polarimetric SAR Data Statistical Models. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 54(5) :3035–3048, 2016.

- Loic Denis, Florence Tupin, Jerome Darbon, and Marc Sigelle. Joint Filtering of SAR Interferometric and Amplitude Data in Urban Areas by TV Minimization. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2008. IGARSS 2008. IEEE International*, pages 471–474, 2008.
- Pascale Dubois-Fernandez, Thuy Le Toan, Sandrine Daniel, Hélène Oriot, Jérôme Chave, Lilian Blanc, Ludovic Villard, Malcolm W. J. Davidson, and Michel Petit. The TropiSAR Airborne Campaign in French Guiana : Objectives, Description, and Observed Temporal Behavior of the Backscatter Signal. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 50(8) :3228–3241, 2012.
- Michael Eineder, Christian Minet, Peter Steigenberger, Xiaoying Cong, and Thomas Fritz. Imaging Geodesy-Toward Centimeter-Level Ranging Accuracy With TerraSAR-X. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(2) :661–671, 2011.
- Michael Eineder, Thomas Fritz, Josef Mittermayer, Achim Roth, Elke Börner, Helko Breit, Benjamin Bräutigam, and Thomas Kraus. TerraSAR-X Basic Product Specification Document. Technical report, DLR, 2013.
- Kurt L. Feigl and Clifford H. Thurber. A method for modelling radar interferograms without phase unwrapping : application to the M 5 Fawnskin, California earthquake of 1992 December 4. *Geophysical Journal International*, 176 :491–501, 2009.
- Alessandro Ferretti, Filomena Ferrucci, Claudio Prati, and Fabio Rocca. SAR Analysis of Building Collapse by means of Permanent Scatterers Technique. In *IGARSS*, pages 3219 – 3221 vol.7, 2000.
- Alessandro Ferretti, Claudio Prati, and Fabio Rocca. Nonlinear Subsidence Rate Estimation Using Permanent Scatterers in Differential SAR Interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 38(5) :2202–2212, 2000.
- Alessandro Ferretti, Claudio Prati, and Fabio Rocca. Permanent scatterers in SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 39(1) :8–20, 2001.
- Gianfranco Fornaro, Antonio Pauciuolo, Diego Reale, Xiao Zhu, and Richard Bamler. Peculiarities of Urban Area Analysis With Very High Resolution Interferometric SAR Data. In *JURSE 2011 - Joint Urban Remote Sensing Event*, pages 185–188, 2011.
- Giorgio Franceschetti, Antonio Iodice, and Daniele Riccio. A Canonical Problem in Electromagnetic Backscattering From Buildings. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 40(8) :1787–1801, 2002.
- Anthony Freeman and Stephen L. Durden. A Three-Component Scattering Model for Polarimetric SAR Data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(3) :963–973, 1998.

- Anthony Freeman, William T.K Johnson, Bryan Huneycutt, Rolando Jordan, Scott Hensley, Paul Siquereira, and John Curlander. The “Myth” of the Minimum SAR Antenna Area Constraint. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1999. IGARSS '99 Proceedings. IEEE 1999 International*, volume 3, pages 1770–1772, 1999.
- Thomas Fritz and Michael Eineder. TerraSAR-X Ground Segment Basic Product Specification. Technical report, DLR, 2008.
- Franck Garestier, Pascale Dubois-Fernandez, Xavier Dupuis, P. Paillou, and Irena Hajsek. PolInSAR analysis of X-band data over vegetated and urban areas. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(2) :356–364, feb 2006.
- Fabio Gatelli, Andrea Monti Guamieri, Francesco Parizzi, Paolo Pasquali, Claudio Prati, and Fabio Rocca. The Wavenumber Shift in SAR Interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 32(4) :855–865, 1994.
- Gene B. Goldstein. False-Alarm Regulation in Log-Normal and Weibull clutter. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-9(1) :84 – 92, 1973.
- Joseph W. Goodman. Some fundamental properties of speckle. *Journal of the Optical Society of America*, 66(11) :1145–1150, 1976.
- Noel Gourmelen, Sang Wan Kim, Andy Shepherd, Jaehong W. Park, Aud V. Sundal, Helgi Björnsson, and Finnur Pálsson. Ice velocity determined using conventional and multiple-aperture InSAR. *Earth and Planetary Science Letters*, 307(1-2) :156–160, 2011.
- Eric Jakeman and Peter N. Pusey. A Model for Non-Rayleigh Sea Echo. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 24(6) :806–814, 1976.
- Jong-Sen Lee, Karl W. Hoppel, Stephen A. Mango, and Allen R. Miller. Intensity and Phase Statistics of Multilook Polarimetric and Interferometric SAR Imagery. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 32(5) :1017–1028, 1994.
- Jong-Sen Lee, Mitchell R. Grunes, and Gianfranco De Grandi. Polarimetric SAR Speckle Filtering and Its Implication for Classification. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 37(5) :2363–2373, 1999.
- Jong-sen Lee, Thomas L. Ainsworth, and Mitchell R. Grunes. Monte Carlo Evaluation of Multi-Look Effect on Entropy/Alpha /Anisotropy Parameters of Polarimetric Target Decomposition. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2006. IGARSS 2006. IEEE International Conference on*, pages 52–55, 2006.
- Jong-Sen Lee, Eric Pottier, and Laurent Ferro-famil. Scattering-Model-Based Speckle Filtering of Polarimetric SAR Data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(1) :176–187, 2006.

- Carlos López-Martínez, Eric Pottier, and Shane R. Cloude. Statistical Assessment of Eigenvector-Based Target Decomposition Theorems in Radar Polarimetry. *IEEE TGRS*, 43(9) :2058–2074, 2005.
- Carlos López-Martínez. *Multidimensional speckle noise modelling and filtering related to SAR data*. PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, 2003.
- Yunling Lou, Yunjin Kim, and Jakob J. Van Zyl. The NASA/JPL Airborne Synthetic Aperture Radar System. In *Summaries of the Sixth Annual JPL Airborne Earth Science Workshop*, pages 51–56, 1996.
- Ernst Lüneburg, Shane R. Cloude, and Wolfgang-Martin Boerner. On the proper polarimetric scattering matrix formation of the forward propagation versus backscattering radar systems description. In *Geoscience and Remote Sensing, 1997. IGARSS '97. Remote Sensing - A Scientific Vision for Sustainable Development., 1997 IEEE International*, pages 1591–1593, 1997.
- Henri Maitre. *Traitement des images de RSO*. Hermes Science Publications, 2001.
- Kanti V. Mardia and Peter E. Jupp. *Directional Statistics*. Wiley, 1999.
- Didier Massonnet, Pierre Briole, and Alain Arnaud. Deflation of Mount Etna monitored by spaceborne radar interferometry. *Nature*, 375 :567–570, 1995.
- Jérôme Morio, François Goudail, Xavier Dupuis, Pascale Dubois-Fernandez, and Philippe Réfrégier. Polarimetric and interferometric SAR image partition into statistically homogeneous regions based on the minimization of the stochastic complexity. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(11) :3599–3609, 2007.
- Edmond Nezry, Armand Lopes, and Ridha Touzi. Detection of Structural and Textural Features for SAR Images Filtering. In *IGARSS*, pages 2169–2172, 1991.
- Jean-Marie Nicolas and Florence Tupin. Statistical models for SAR amplitude data : a unified vision through Mellin transform and Meijer functions. In *EUSIPCO 2016*, 2016.
- Jean-Marie Nicolas, Emmanuel Trouve, Renaud Fallourd, Flavien Vernier, Florence Tupin, Olivier Harant, Michel Gay, and Luc Moreau. A first comparison of Cosmo-Skymed and TerraSAR-X data over Chamonix Mont-Blanc test-site. In *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS 2012)*, page 4141, 2012.
- Jean-Marie Nicolas. Introduction aux statistiques de deuxième espèce : applications des logs-moments et des logs-cumulants à l'analyse des lois d'images radar. *Traitement du Signal*, 19(3) :139–167, 2002.
- Frédéric Pascal, Philippe Forster, Jean-philippe Ovarlez, and Pascal Larzabal. Performance Analysis of Covariance Matrix Estimates in Impulsive Noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(6) :2206–2217, 2008.

- Beatrice Pinel-Puysssegur, Rémi Michel, and Jean-Philippe Avouac. Multi-Link InSAR Time Series : Enhancement of a Wrapped Interferometric Database. *Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 5(3) :784–794, 2012.
- Aurelien Plyer, Elise Colin-Koeniguer, and Flora Weissgerber. A New Coregistration Algorithm for Recent Applications on Urban SAR Images. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, pages 1–5, 2015.
- Guillaume Quin and Philippe Loreaux. Submillimeter Accuracy of Multipass Corner Reflector Monitoring by PS Technique. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 51(3) :1775–1783, mar 2013.
- Ernesto Rodríguez and Jan M. Martin. Theory and design of interferometric synthetic aperture radars. *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, 139(2) :147 – 159, 1992.
- Paul A. Rosen, Scott Hensley, Ian R. Joughin, Fuk K. Li, Søren N. Madsen, Ernesto Rodríguez, and Richard M. Goldstein. Synthetic Aperture Radar Interferometry. *Proceedings of the IEEE*, 88(3) :333 – 382, 2000.
- Andreas Schmitt, Anna Wendleder, and Stefan Hinz. The Kennaugh element framework for multi-scale, multi-polarized, multi-temporal and multi-frequency SAR image preparation. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 102 :122–139, 2015.
- Andreas Schmitt. Multi-scale and Multi-directional Multi-looking for SAR Image Enhancement – The Schmittlets. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, pages 1–18, 2016.
- Mike S. Seymour and Ian G. Cumming. Maximum Likelihood Estimation For SAR Interferometry. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1994. IGARSS '94. Surface and Atmospheric Remote Sensing : Technologies, Data Analysis and Interpretation., International*, pages 2272–2275, 1994.
- Elisabeth Simonetto. *Extraction 3-D de structures industrielles sur des images RAMSES haute résolution par radargrammetrie*. PhD thesis, Université de Rennes 1, 2002.
- Merrill I. Skolnik. *Radar Handbook*. McGraw-Hill, 1990.
- Kei Suwa and Masafumi Iwamoto. A Two-Dimensional Bandwidth Extrapolation Technique for Polarimetric Synthetic Aperture Radar Images. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(1) :45–54, jan 2007.
- Celine Tison, Jean-Marie Nicolas, and Florence Tupin. Accuracy of Fisher distributions and log-moment estimation to describe amplitude distributions of high resolution SAR images over urban areas. *IGARSS 2003. 2003 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Proceedings (IEEE Cat. No.03CH37477)*, 3(C) :1999–2001, 2003.

- Robert J. A. Tough, David Blacknell, and Shaun Quegan. A Statistical Description of Polarimetric and Interferometric Synthetic Aperture RADAR Data. *Mathematical and Physical Sciences*, 1995.
- Ridha Touzi, Armand Lopes, Jerome Bruniquel, and Paris W. Vachon. Coherence Estimation for SAR Imagery. *Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, 37(1) :135–149, 1999.
- Ridha Touzi. Target Scattering Decomposition in Terms of Roll-Invariant Target Parameters. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(1) :73–84, 2007.
- Mohamed Tria. *Imagerie Radar à Synthèse d’Ouverture Par Analyse en Ondelettes Continues Multidimensionnelles*. PhD thesis, Université Paris-Sud XI, 2005.
- Graham J. G. Upton and Bernard Fingleton. *Spatial data analysis by example*. Wiley, 1989.
- Gabriel Vasile, Emmanuel Trouvé, Jong-Sen Lee, and Vasile Buzuloiu. Intensity-Driven Adaptive-Neighborhood Technique for Polarimetric and Interferometric SAR Parameters Estimation. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 44(6) :1609–1621, 2006.
- Flora Weissgerber, Jean-Marie Nicolas, Elise Colin-koeniguer, and Nicolas Trouvé. Measure de la dilatation thermique de la Tour Eiffel par interférométrie RSO différentielle. In *Gretsi*, 2015.
- Flora Weissgerber, Elise Colin-Koeniguer, Nicolas Trouvé, and Jean-Marie Nicolas. A Temporal Estimation of Entropy and its Comparison with Spatial Estimations on PolSAR images. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 9(8) :3809 – 3820, 2016.
- Nestor Yague-martinez, Michael Eineder, Ramon Brcic, Helko Breit, and Thomas Fritz. TanDEM-X mission : SAR image coregistration aspects. *European Synthetic Aperture Radar (EUSAR) conference, 2010*, pages 576–579, 2010.
- Yoshio Yamaguchi, Toshifumi Moriyama, Motoi Ishido, and Hiroyoshi Yamada. Four-Component Scattering Model for Polarimetric SAR Image Decomposition. *IEEE Transaction on Geoscience and Remote Sensing*, 43(8) :1699–1706, 2005.
- Howard A. Zebker, Thomas G. Farr, Ronald P. Salazar, and Timothy H. Dixon. Mapping the World’s Topography Using Radar Interferometry : The TOPSAT Mission. *Proceedings of the IEEE*, 82(12) :1774 – 1786, 1994.

Traitements cohérents d'images RSO multi-modes multi-resolutions pour la caractérisation du milieu urbain

Flora Weissgerber

RÉSUMÉ : Nous nous sommes intéressés à l'étude du milieu urbain par l'imagerie Radar à Synthèse d'Ouverture (RSO), rendue possible par l'amélioration des résolutions des images. Différents modes d'acquisition d'images RSO multi-variées sont possibles, comme la polarimétrie qui apporte des informations sur la nature et la géométrie des objets présents sur la scène et l'interférométrie qui permet d'en mesurer la hauteur ou le déplacement entre différentes acquisitions. Cependant, tous ces modes n'ont pas la même résolution. L'objectif de ce travail a été de combiner des images polarimétriques et des images mono-canales de résolution plus fine pour former des images de résolution fine conservant les propriétés polarimétriques et interférométriques des images originales.

Nous avons commencé par étudier l'estimation des matrices de covariance des images qui permet l'extraction de paramètres tels que la phase, qui peuvent être reliés à des informations physiques. Nous avons tout d'abord montré que la variance n'est pas un indicateur statistique adapté pour décrire les fluctuations de la phase estimée. Nous avons alors proposé un indicateur basé sur la théorie des statistiques directionnelles qui permet de séparer deux populations de pixels dont les fluctuations de la phase sont différentes ou de comparer des phases mesurées à des phases simulées, quel que soit l'intervalle de définition de la phase. Nous avons aussi montré que la résolution impacte l'estimation des statistiques des images du milieu urbain en imposant des contraintes sur la taille de l'échantillon de pixels dont les valeurs peuvent être considérées comme indépendantes et identiquement distribuées pour l'estimation de la matrice de covariance.

Nous avons modélisé les diffuseurs présents en milieu urbain en une combinaison de diffuseurs ayant un comportement aléatoire et des diffuseurs déterministes, ponctuels et très énergétiques appelés points-brillants. Les valeurs des pixels qui représentent les diffuseurs aléatoires sont modélisées selon le modèle de speckle pleinement développé ; les points-brillants sont supposés blancs et isotropes. Les algorithmes de raffinement de la résolution des images polarimétriques que nous avons développés sont fondés sur les propriétés spectrales de ces points-brillants. L'un des enjeux majeurs est d'utiliser un échantillon de taille suffisamment grande pour limiter la fluctuation de l'estimation des informations polarimétriques, sans introduire de mélange, tout en gardant les propriétés aléatoires du speckle. La méthode spectrale choisie permet d'assurer la focalisation des points-brillants et donc le raffinement de la résolution tout en préservant leurs informations polarimétriques et interférométriques. Si les algorithmes développés conservent bien les valeurs d'intensité et de phase des pixels des zones homogènes de speckle, ils en diminuent le degré d'aléatoire.

Enfin, nous nous sommes intéressés à la mesure de la hauteur et de la déformation de la Tour Eiffel et de trois autres tours situées sur le Front de Seine, en utilisant une pile temporelle de 98 images TerraSAR-X acquises entre 2008 et 2012. Nous avons montré que négliger les déformations lors de la mesure de la hauteur peut résulter en des hauteurs aberrantes. Si ces hauteurs aberrantes peuvent être supprimées dans le cadre de l'étude d'une pile temporelle, elles sont néanmoins une limitation de la technique d'interférométrie sur des bâtiments. En mesurant une hauteur monoscopique, nous avons pu mesurer des déformations allant jusqu'à quatre centimètres pour la Tour Eiffel. Ces déformations ne présentent pas de tendance saisonnière contrairement aux déformations mesurées sur la Tour Mirabeau, qui sont minimale en hiver et maximale en été. Par contre, nous avons négligé l'impact de l'atmosphère dans la mesure de la déformation ce qui limite la précision de la mesure de la déformation au centimètre.

Mots Clefs : Radar à synthèse d'ouverture, Polarimétrie, Interférométrie, Interférométrie différentielle, Pol-Sharpening spectral, Estimation de la matrice de covariance, Borne de Cramér-Rao

ABSTRACT : The refinement of Synthetic Aperture Radar (SAR) imagery makes the monitoring of urban areas possible. Different acquisition modes of multivariate SAR images are available, such as the polarimetric mode that gives information about the nature or the geometry of imaged objects, or the interferometric mode that enables the measure of their height or the displacement between two acquisitions. However, all the acquisition modes do not reach the same spatial resolution. The major goal of this work was to combine polarimetric images and a mono-channel high-resolution image to create high resolution polarimetric images with the same properties as the initial polarimetric image.

This work started with the study of covariance matrices estimation from which meaningful parameters linkable to physical information, such as the phase, can be extracted. We first showed that the variance is not adapted to describe the fluctuations of the estimated phase. We proposed a directional statistics indicator to describe the estimated phase fluctuations, whichever the definition interval of the phase. This indicator can be used to separate two populations of pixels with different phase fluctuations or to compare the measured phase to a modeled phase. We also showed that the resolution has an impact on the covariance matrix estimation, because it restrains the size of the sample of pixels which values can be considered as independent and identically distributed for the covariance matrix estimation.

We chose to model the urban scatterers as a combination of randomly responding scatterers and deterministic bright point-like scatterers. The values of the pixels representing the random scatterers are modeled following the fully developed speckle ; the point-like scatterers are supposed to be white and isotropic. The Pol-Sharpening algorithms that we developed are based on the point-like scatterers spectral properties. One of the key issue is to have a sufficient sample size in order to limit the fluctuation of the polarimetric information estimation without introducing mixing. The chosen spectral method enables to focalize the point-like scatterers, i.e. to refine the resolution, while preserving their polarimetric and interferometric properties. If the developed algorithms keep the value of intensity and phase of the pixels included in homogeneous speckle areas, they modify their statistical parameters.

Finally, we studied the measure of the height and the deformation of the Eiffel Tower and three other towers on the Front de Seine in Paris using a temporal stack of 98 TerraSAR-X images acquired between 2008 and 2012. We showed that neglecting the deformation during the height measurement could result in outliers. Even though these outliers can be removed during the study of a temporal stack, it is still a limitation of the interferometry techniques on buildings. By measuring a monoscopic height, we could measure deformations up to four centimeters for the Eiffel Tower. These deformations do not present any seasonal trend contrary to the deformations measured on the Mirabeau Tower, which are minimal in winter and maximal in summer. Nevertheless, we neglected the impact of the atmosphere on the deformation measurement and this work hypothesis limits our measurement accuracy to the centimeter.

KEY-WORDS : Synthetic Aperture Radar, Polarimetry, Interferometry, Differential Interferometry, Spectral Pol-Sharpening, Covariance matrix estimation, Cramér-Rao Lower Bound

