



**HAL**  
open science

# Avalanches invariantes d'échelle dans un milieu granulaire modèle

Sébastien Lherminier

► **To cite this version:**

Sébastien Lherminier. Avalanches invariantes d'échelle dans un milieu granulaire modèle. Géophysique [physics.geo-ph]. Université de Lyon, 2016. Français. NNT : 2016LYSE1229 . tel-01484434

**HAL Id: tel-01484434**

**<https://theses.hal.science/tel-01484434>**

Submitted on 7 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2016 LYSE1229

## THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

opérée au sein de

l'Université Claude Bernard Lyon 1

École Doctorale ED52

PHysique et ASTrophysique de Lyon

Spécialité de doctorat : Physique

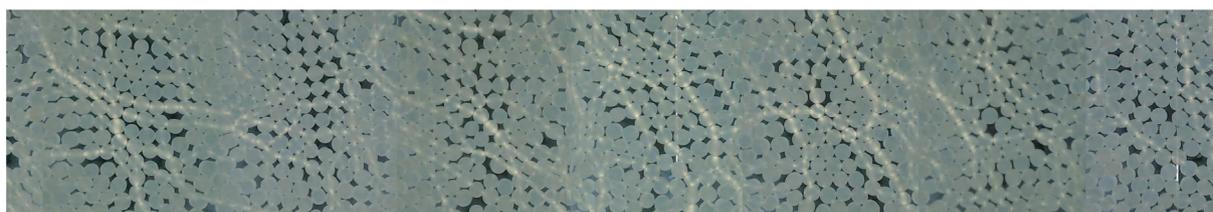
Soutenue publiquement le 25/11/2016, par :

**Sébastien Lherminier**

---

# Avalanches invariantes d'échelle dans un milieu granulaire modèle

---



Devant le jury composé de :

AMON Axelle	Maître de Conférences	Université Rennes 1	Rapporteure
MANGENEY Anne	Professeure	Université Paris Diderot	Examinatrice
TOUSSAINT Renaud	DR CNRS	Université de Strasbourg	Rapporteur
VANEL Loïc	Professeur	Université Lyon 1	Président du jury
VIDAL Valérie	CR CNRS	ENS de Lyon	Examinatrice
RAMOS Osvanny	Maître de Conférences	Université Lyon 1	Directeur de thèse



Que savons-nous si des créations de mondes ne sont  
point déterminées par des chutes de grains de sable ?

---

Victor HUGO, *Les Misérables*, 1862



# Remerciements

Un manuscrit de thèse est un exercice d'écriture très personnel, mais cela n'empêche pas que de nombreuses personnes y ont contribué, directement ou indirectement. C'est ici l'occasion de les en remercier.

Une soutenance ne peut avoir lieu sans un jury, et en particulier les rapporteurs qui l'ont autorisée. Je commence donc par remercier Axelle AMON et Renaud TOUSSAINT pour leur lecture attentive du manuscrit et leurs remarques qui ont permis de l'améliorer. Je remercie également Anne MANGENEY et Valérie VIDAL pour avoir accepté le rôle d'examinatrices, et Loïc VANEL celui de président du jury. J'espère que ma soutenance aura pu être l'occasion de rapprocher les deux mondes de la géophysique et de la physique. Les discussions qui ont suivi ma soutenance ont montré que le chemin est encore long avant de pouvoir comparer mesures de terrain et résultats expérimentaux, mais aujourd'hui la machine est lancée.

J'ai eu la chance lors de ces trois années de doctorat de trouver non seulement un directeur de thèse, mais aussi (et surtout) un ami. Un grand merci à Osvanny, dont j'ai pu apprécier la créativité, la manière bien cubaine de résoudre les problèmes techniques et l'usage immodéré du scotch. Ce fut un plaisir de travailler avec toi pendant ces 3 ans (et quelques) et de discuter, que ce soit de physique ou de tout autre chose. Tu as toujours été là lorsque j'en avais besoin mais tu m'as aussi laissé explorer mes idées même lorsqu'elles ne te convainquaient pas. Merci également pour toutes tes corrections qui ont permis d'améliorer ce manuscrit. Je te souhaite toute la réussite que tu mérites, tant pour la recherche que dans ta vie personnelle.

Ces trois ans passés au sein de l'équipe *Liquides et interfaces* m'ont permis d'apprécier la bonne ambiance qui y règne (avec l'équipe Biophysique), que ce soit entre doctorants ou avec les chercheurs permanents. J'aime à penser que cette ambiance est transmise d'une année à l'autre par les plus anciens sur le départ aux plus jeunes qui viennent juste d'arriver. Je veux donc remercier, dans le désordre, Catherine, Anne-Laure, Frédéric, Jean, Cécile, François, Quentin, Rémy, Félix, Emmanuel, Vincent, Bruno, Loren, Ronan, Natsuda, Marie, Mathieu, Alexandra, Agnès, Christophe, Stella, Andrea, Christophe, Bahareh, Catherine, Simon, Nicolas, Baptiste, Christophe, Florence, Thomas, Hélène, Tess, Sylvain, Jean-Paul, Charlotte. Mes co-bureaux Menka, Joseph, Teresa, Marie-Émeline et Angélique, qui m'ont successivement supporté, méritent eux aussi des remerciements.

C'est au sein de la *team Fracture* comme nous nous sommes auto-désignés, avec Alexis, Loïc, Menka, Ramon, Osvanny et les « petits » Johan, Félix, Florine et Kenny, que j'ai eu les discussions les plus fructueuses, les pauses café les plus relaxantes, les after-work les plus mémorables, autant de bons souvenirs.

En tant qu'à la fois co-bureau, et co-doctorante d'Osvanny, j'ai partagé beaucoup avec Menka, que ce soient des blagues, des rires, des parties de coinche ou encore le voyage en Norvège et les aurores boréales. Merci beaucoup pour tous ces bons moments !

Pour finir, j'ai bénéficié pendant ces trois années du soutien de toute ma famille, de mes sœurs, mes parents, mes grands-parents, mes beaux-parents, mais surtout de celui d'Aurélia. Merci pour tout.

# Sommaire

Remerciements	v
Sommaire	vii
I Introduction et contexte de l'étude	1
II Onde acoustique dans un milieu granulaire confiné	13
III Simulation expérimentale d'une faille tectonique	27
IV Mécanismes d'avalanches	63
V Simulation d'effondrements d'une pile de billes	91
Conclusion	105
A Développement limité du contact de Hertz pour des cylindres	109
B Reconstruction de l'image panoramique	113
C Propagation et amortissement d'une onde acoustique	119
D Intensité sortant d'un polariscope	123
Bibliographie	127
Table des matières	137
Résumé – Abstract	140



*À Sophie, Aurélie et Aurélia*



# Chapitre I

## Introduction et contexte de l'étude

### Sommaire

---

<b>I.1</b>	<b>Avalanches invariantes d'échelle . . . . .</b>	<b>1</b>
<b>I.2</b>	<b>Milieux granulaires . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>I.3</b>	<b>Séismes et invariance d'échelle, un système modèle . . . . .</b>	<b>5</b>
I.3.1	Tremblements de terre . . . . .	5
I.3.2	Modèle fragments–aspérités . . . . .	6
I.3.3	Avalanches lors d'un cisaillement simple . . . . .	7
<b>I.4</b>	<b>Méthodes expérimentales . . . . .</b>	<b>10</b>

---

### I.1 Avalanches invariantes d'échelle

Dans la nature, lorsqu'un système accumule lentement de l'énergie potentielle et la relâche très rapidement, on parle d'*avalanche*. À la manière d'une avalanche de neige, la libération d'énergie commence lentement, puis s'accélère rapidement par un effet domino : l'énergie relâchée en un point est en partie transmise à ses voisins, qui vont pouvoir continuer la réaction en chaîne. Certaines avalanches ont une propriété supplémentaire, l'*invariance d'échelle*, qui décrit l'impossibilité de leur trouver une taille caractéristique. Dans ce cas, les tailles possibles sont bornées uniquement par la plus petite unité physique et par la taille globale du système. Entre ces bornes, l'invariance d'échelle se traduit par une distribution de probabilité des tailles  $s$  de la forme  $\mathcal{P}(s) \sim s^{-b}$ , avec  $b$  un nombre positif. Un grand nombre de phénomènes, présents dans la nature ou liés à l'activité humaine, sont décrits par de telles avalanches invariantes d'échelle (voir la figure I.1), comme par exemple les tremblements de terre [1–4], les effondrements de certains empilements granulaires [5–12], les avalanches de neige [13], les éruptions solaires [14, 15], les vortex supraconducteurs [16–19], la fracture sous-critique de matériaux désordonnés [20, 21], l'évolution des espèces [22] et les krachs des marchés financiers [23–25]. Malgré la diversité des phénomènes concernés, les avalanches invariantes d'échelle restent peu connues et leurs processus mal compris. La statistique des avalanches est complexe, puisque celles-ci s'enchaînent en per-



FIGURE I.1 – Différents phénomènes décrits par le processus d'*avalanche* :  
**a** avalanches de neige (© Grant Gunderson )  
**b** éruptions solaires (© NASA/SDO)  
**c** séisme du 12 janvier 2010, Haïti (© ONU/Logan Abassi)  
**d** krachs boursiers (© London Herald, 25.10.1929)

manence, alors que leurs tailles sont peu ou pas corrélées. La prédiction, habituellement basée sur la recherche de précurseurs, en devient très difficile, alors qu'elle est d'une importance vitale dans le cas des catastrophes naturelles (tremblements de terre, avalanches de neige...).

Pour expliquer l'omniprésence dans la nature des avalanches invariantes d'échelle, la tentative la plus connue aujourd'hui est la théorie de la *Criticalité Auto-Organisée* (SOC pour *Self Organized Criticality* en anglais) [26]. La SOC met en relation l'invariance d'échelle avec les phénomènes critiques, en considérant l'état critique d'un système comme un attracteur de la dynamique [27, 28], de telle façon que le système « s'auto-organise » autour de cet état critique. L'exemple de référence associé à la SOC est la formation d'un tas de sable : en ajoutant des grains sur une surface plane, on forme une pile avec un angle de repos déterminé. La théorie suggère que que la dynamique s'auto-organise dans l'invariance d'échelle sans aucun paramètre ajustable. Plusieurs expériences ont montré que tous les tas de sable ne montrent pas un comportement invariant d'échelle [29], et que des conditions spécifiques sont nécessaires, par exemple pour le type de grains [6] ou le niveau de désordre [7], pour obtenir une distribution de probabilité en loi de puissance. Dans tous les cas, l'émergence d'une distribution de probabilité en loi de puissance nécessite une séparation d'échelles de temps entre l'ajout lent des grains, et la libération rapide

de l'énergie. Plusieurs autres modèles montrant un comportement invariant d'échelle ont été développés [3, 17, 22], mais la théorie en elle-même n'a pas connu d'ajouts ou d'améliorations. La possibilité, à tout instant, qu'une avalanche se déclenche et atteigne la taille du système rend difficile la prédiction et a entraîné cette classification comme phénomène critique. Au-delà de la SOC, la criticalité est un sujet de discussion pour les avalanches invariantes d'échelle en général.

Cette thèse s'inscrit dans un projet de recherche plus large, dont les objectifs sont de déterminer les éléments clés de l'invariance d'échelle :

- i. Quelles sont les conditions pour qu'un système physique s'organise dans une dynamique d'avalanches invariantes d'échelle ?
- ii. Quels sont les paramètres déterminant cette organisation, ainsi que leurs rôles ?
- iii. Quelles sont les propriétés de criticalité dans ces processus invariants d'échelle ?
- iv. Est-il possible de prédire les événements extrêmes dans de tels systèmes, et si oui comment ?

L'objet d'étude principal de cette thèse est une simulation expérimentale d'une faille tectonique, réalisée grâce à des milieux granulaires. En particulier, cette thèse s'intéresse à démontrer que l'expérience reproduit bien un comportement de faille tectonique, en comparant les résultats obtenus à des lois établies pour les tremblements de terre, et notamment la dynamique invariante d'échelle. Différentes méthodes de mesure ont été utilisées, les résultats sont confrontés et les corrélations analysées. Des expériences plus simples ont été réalisées afin d'étudier plus en détail le déroulement d'une avalanche. Enfin des simulations numériques permettent de rechercher l'influence des paramètres physiques du système sur la valeur de l'exposant  $b$  de la loi de puissance.

L'emploi de milieux granulaires est motivé par leur utilisation, en plus de leurs applications pratiques et industrielles, comme modèles simplifiés de systèmes physiques comme les mousses, les émulsions, les solides amorphes ou les systèmes colloïdaux [30–32], ou de phénomènes complexes tels que la transition de blocage [33–35], ou justement la criticalité auto-organisée [26] et la dynamique des séismes [36, 37].

## I.2 Milieux granulaires

Les milieux granulaires [38–40] désignent l'ensemble des matériaux constitués de nombreuses particules, indépendantes, macroscopiques. Cela exclut tous les matériaux constitués de particules de tailles inférieures à  $1\ \mu\text{m}$ , qui constituent les systèmes colloïdaux, sensibles à l'agitation thermique. Comme il n'y a pas de borne supérieure à la taille d'un grain, le physicien décrira de la même façon une pincée de sucre en poudre, un silo de grains de blé ou une plage de galets. Ces matériaux granulaires revêtent une grande importance pour l'être humain : on pensera par exemple à des applications industrielles aussi variées que la construction, l'industrie pharmaceutique ou l'agroalimentaire, pour la manutention ou le stockage [41] mais aussi à des phénomènes géophysiques tels que les avalanches de

neige, les glissements de terrain [42–44] ou l'érosion des dunes de sable [45]. Mais on les retrouve également dans la vie quotidienne, par exemple en cuisine (farine, sucre, etc). Dans le cas de granulaires secs, les interactions entre particules se font uniquement par contact, avec des forces répulsives empêchant l'inter-pénétration des particules entre elles, et des forces de frottement solide, ce qui en fait des matériaux non-cohésifs qui ne résistent pas à la traction<sup>1</sup>.

À cause de ses nombreuses applications, l'étude des milieux granulaires est très ancienne et indissociable des recherches en ingénierie. On peut retrouver quelques noms de physiciens célèbres comme COULOMB qui proposa le concept de frottement solide en 1773, ou encore REYNOLDS qui introduisit en 1885 la notion de dilatance, c'est-à-dire la nécessité pour un milieu granulaire compacté de se dilater avant tout cisaillement. L'étude des milieux granulaires d'un point de vue plus fondamental s'est développée dans les dernières décennies [38], et la France compte un nombre important de groupes collaborant sur ces sujets [50].

Suivant les conditions, le comportement d'un milieu granulaire peut changer radicalement, et se rapprocher des états solide, liquide ou gaz [38, 40]. Malgré des recherches toujours plus poussées et des modèles de plus en plus précis, les physiciens ne disposent pas encore d'une équation constitutive unifiant les différents comportements des milieux granulaires [51–53], les interactions de contact (dont le frottement solide qui reste controversé [54]) et le grand nombre de particules constituant des obstacles importants.

Le comportement de type gaz peut être obtenu par exemple en secouant un récipient contenant des grains. Le gaz granulaire formé est fortement dissipatif à cause des nombreuses collisions inélastiques entre particules et avec les parois. Des problèmes thermodynamiques associés aux gaz ont d'ailleurs été abordés du point de vue des gaz granulaires, comme le problème du démon de MAXWELL [55]. Cette dissipation rapide d'énergie fait des milieux granulaires un système amortisseur très efficace [56].

Les comportements solide et liquide permettent de déterminer une rhéologie (du grec *rheo*, « couler ») des milieux granulaires, qui a fait l'objet de recherches approfondies ces dernières années, dans de multiples géométries [6, 57, 58] et avec de nombreuses méthodes de suivi [59–61]. Dans la géométrie de cisaillement la plus simple (voir la figure I.2), le comportement solide ou liquide est déterminé par le rapport entre la pression de confinement  $P$  et la contrainte de cisaillement  $\tau$ . Pour des valeurs de  $P$  et  $\tau$  constantes, lorsque la pression  $P$  est très supérieure au cisaillement  $\tau$ , le tas de grains se comporte comme un solide [62, 63] : les contacts ne sont pas ou très peu modifiés, et le déplacement des parois est déterminé par l'élasticité du matériau constitutif des grains. Mais si le cisaillement augmente jusqu'à avoir  $\tau \gg P$ , l'ensemble des grains va se mettre à couler comme le ferait un fluide visqueux, c'est-à-dire que le profil de vitesse dans l'empilement sera quadratique avec la hauteur [57]. Entre ces deux cas extrêmes, on peut observer différents

---

1. La présence d'un liquide entre les particules modifie les interactions entre particules [46–49], par des effets de tension de surface notamment.

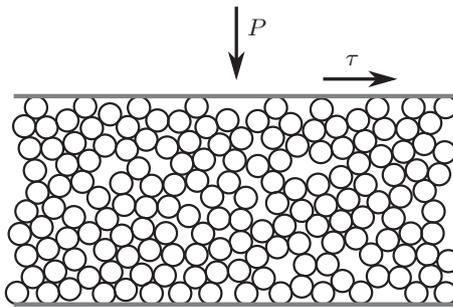


FIGURE I.2 – Cisaillement simple d'un milieu granulaire, soumis à une pression  $P$  et une contrainte de cisaillement  $\tau$ .

comportements, comme par exemple des bandes de cisaillement [58] : le milieu granulaire se comporte comme un solide sur une portion de l'épaisseur, et comme un fluide sur l'épaisseur restante. De plus, pour des valeurs fixées de  $\tau$  et  $P$ , augmenter la compacité de l'empilement, c'est-à-dire ajouter des particules pour un volume total constant, peut permettre de passer du comportement liquide au comportement solide (selon les valeurs numériques de  $\tau$  et  $P$ , le type de grains, etc). Ce phénomène est appelé *transition de blocage* et est apparenté à une transition de phase [64]. À proximité de cette transition, le passage d'une onde élastique dans le milieu est capable de fluidifier le matériau et de permettre un mouvement global des grains [65–68]. On remarquera qu'un « débloccage » (*unjamming* en anglais) est une avalanche, et que la proximité avec cette transition rend le système sensible à la moindre perturbation, ce qui participe à la difficulté de la prédiction dans un système où des avalanches de toutes tailles s'enchaînent en permanence. Malgré l'existence uniquement d'interactions de contact entre les particules, la rhéologie des matériaux granulaires dépend d'effets à longue portée [69–71], dus à l'existence d'un réseau de forces dans tout le matériau, aussi appelé chaînes de forces.

Grâce à cette dualité de comportement solide et liquide, les milieux granulaires sont des outils privilégiés pour l'étude des avalanches [6, 12, 36, 62, 65, 72–76].

## I.3 Séismes et invariance d'échelle, un système modèle

### I.3.1 Tremblements de terre

26 décembre 2004, *Sumatra*, magnitude 9,4. 12 janvier 2010, *Haïti*, magnitude 7,2. 11 mars 2011, *Japon*, magnitude 9,3. 25 avril 2015, *Népal*, magnitude 7,8. Voici quatre des tremblements de terre les plus meurtriers depuis le début du siècle, cumulant plusieurs centaines de milliers de victimes. Les séismes représentent le phénomène naturel avec une dynamique d'avalanche invariante d'échelle le plus étudié aujourd'hui. Chaque année voit plusieurs dizaines de milliers de séismes de magnitude suffisante pour être ressentis par les populations, mais seulement une vingtaine de magnitude supérieure à 7, lesquels causent des dégâts considérables.

Grâce à l'étude intensive dont ils font l'objet, les mécanismes à l'origine des séismes sont aujourd'hui bien connus : la majorité des séismes sont causés par les déplacements des plaques tectoniques au niveau des failles [77–79], mais ils peuvent aussi avoir une origine volcanique (remplissages de poches magmatiques), polaire (contraintes agissant sur les masses glaciaire) ou anthropique (par exemple à cause de la fracturation hydraulique pour l'extraction de pétrole de schiste). La statistique des séismes tectoniques suit plusieurs lois bien établies. La première est la preuve que les séismes suivent une dynamique invariante d'échelle : la loi de GUTENBERG-RICHTER (GR) [80, 81] décrit la distribution de probabilité des séismes comme une loi de puissance décroissante de leur énergie. Deux autres lois traitent des répliques (ou *aftershocks* en anglais), séismes plus faibles suivant un séisme important : la loi d'OMORI [82, 83] décrit la décroissance en loi de puissance du taux de répliques au cours du temps suivant le séisme principal, et la loi de productivité des répliques [84] montre que le taux de répliques augmente comme une loi de puissance de l'énergie du séisme principal.

Les zones avec la plus grande activité sismique étant situées au niveau des frontières de plaques, le développement des villes peut aujourd'hui prendre en compte ce risque. Mais une fois un séisme déclenché, seule les méthodes de détection locales (GPS, accéléromètres) et la rapidité des moyens de communications par ondes électromagnétiques (plus rapides que les ondes sismiques) permettent d'avertir les populations à proximité de l'épicentre [85]. Dans ces situations, quelques secondes d'avance sur l'onde sismique revêtent une importance vitale.

L'approche principale pour la prévision à court terme consiste à rechercher l'existence de signes précurseurs aux séismes de forte magnitude, que ce soit par analyse statistique de données sismiques [86, 87], des anomalies électromagnétiques [88], des émissions de radon [89], ou encore du comportement animal [90]. Mais aucun de ces indicateurs ne s'est montré reproductible ou généralisable, en partie à cause du faible échantillonnage statistique pour les séismes majeurs (chaque année, environ 20 tremblements de terre seulement ont une magnitude supérieure à 7 sur l'ensemble du globe).

L'impossibilité actuelle de prédire les séismes, *a fortiori* des plus grands, a été associée à la criticalité, et des travaux suggèrent même que l'impossibilité de prédiction est une caractéristique inhérente aux séismes [91–93]. Pourtant, des prédictions ont déjà pu être obtenues dans un système expérimental avec une dynamique en loi de puissance [12]. L'étude expérimentale des mécanismes à l'origine de la sismicité peut être un moyen de répondre à ces questions.

### I.3.2 Modèle fragments–aspérités

Les milieux granulaires permettent de modéliser une faille tectonique : le modèle dit *fragments–aspérités* [94] décrit la faille comme deux blocs solides rugueux (représentant les bords de plaques tectoniques) séparés par une assemblée de grains de tailles et formes diverses (voir la figure I.3a). Un effort mixte de compression et cisaillement est appliqué au

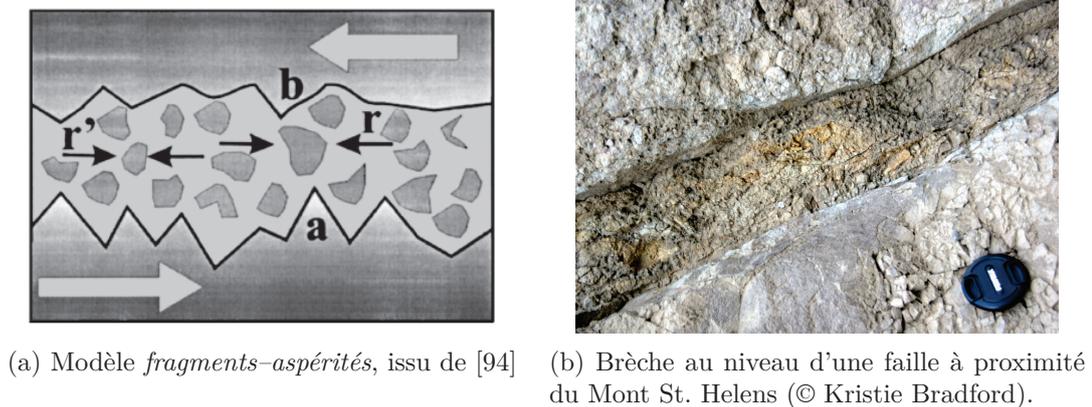


FIGURE I.3 – Représentation modèle et photographie d'une faille tectonique.

modèle pour représenter les mouvements relatifs des plaques tectoniques. Cette assemblée de grains représente le matériau appelé *brèche* ou *gouge* (« fault gouge » en anglais), qui désigne un conglomérat de fragments rocheux anguleux, dont les tailles vont de centimétrique à micrométrique (voire moins), et que l'on trouve au niveau des failles (voir la figure I.3b). Ce matériau, issu de la pulvérisation des roches lors de mouvements sismiques [95], est responsable de la dynamique particulière des failles sous la forme d'un mouvement de type *stick-slip* irrégulier.

Au niveau d'une faille tectonique, de l'énergie élastique s'accumule *via* la déformation des roches lorsque la faille est bloquée. Lorsque les contraintes deviennent suffisantes, la déformation devient plastique, la roche casse, la faille se débloque et l'énergie est libérée sous la forme d'un séisme [96]. La brèche est le résultat de l'usure par frottement et des fractures de roche au niveau de ces failles et donc s'accumule entre les deux plaques.

La modélisation expérimentale peut servir à améliorer la compréhension des phénomènes physiques à l'origine de la formation des séismes. La diversité des failles empêchant la comparaison directe de résultats sur une série ou une autre de tremblements de terre, il est nécessaire d'isoler les paramètres pertinents et d'étudier leurs effets de façon statistique.

Bien que simplifié, notamment car il ne prend pas en compte les différentes fissures qui peuvent apparaître à proximité d'une frontière de plaques et qui peuvent jouer le rôle de failles secondaires, ce modèle reste complexe de par sa large distribution de tailles de rugosités et de fragments. Quelle est l'importance de cette distribution de tailles dans le modèle pour obtenir une dynamique d'avalanches invariantes d'échelle et donc quelle est la relation entre structure du matériau et dynamique ?

### I.3.3 Avalanches lors d'un cisaillement simple

Plusieurs expériences se sont intéressées à des milieux granulaires sous cisaillement simple afin de reproduire une dynamique comparable à celle des séismes.

Le cisaillement simple d'une fine couche de billes de verre a montré une dynamique

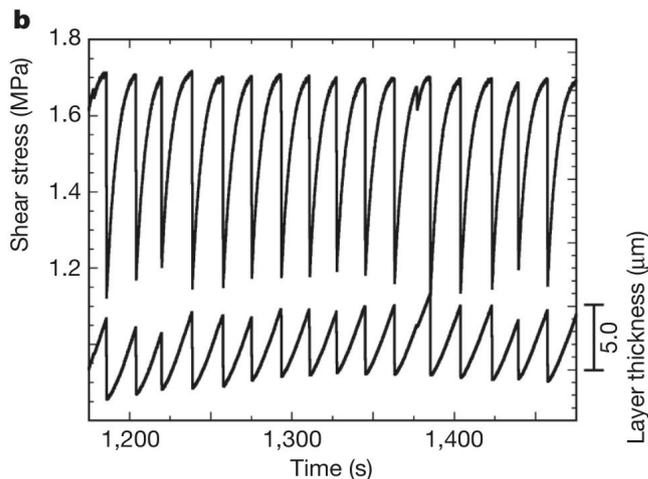
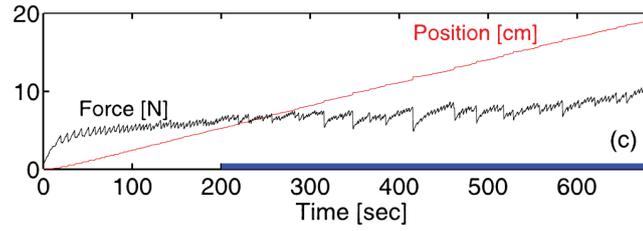


FIGURE I.4 – Dynamique de type *stick-slip* dans une couche granulaire cisillée, d'après [36]

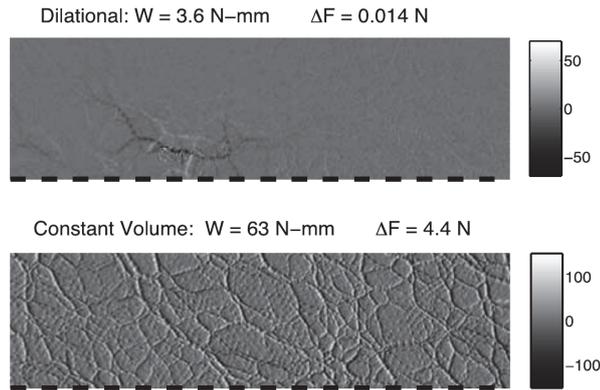
très régulière de type *stick-slip* [36, 62], (voir figure I.4), donc ne correspondant pas à la distribution de taille très large des avalanches invariantes d'échelle. Cette dynamique est modifiée par le passage d'ondes acoustiques de grande amplitude (déformation  $> 10^{-6}$ ) dans la couche granulaire, on observe alors un déclenchement des décrochages pour des valeurs de force plus faibles et un temps d'attente plus long et moins régulier entre les événements (observé aussi dans [65–68]). Le passage d'une onde n'ayant un effet que lorsque le système est déjà proche d'un décrochage naturel, l'explication invoquée pour cette dynamique modifiée est la désactivation temporaire des chaînes de force au passage de l'onde, qui facilite les déplacements relatifs des grains et le réarrangement global qui va dissiper l'énergie élastique stockée.

Une dynamique plus irrégulière, tant pour les temps d'attente que pour les amplitudes, a été observée pendant le cisaillement d'une monocouche de plus de 9000 cylindres dans une cellule de rapport d'aspect 5:1 avec une ligne privilégiée pour la rupture [74]. Les grains sont constitués d'un matériau polymère photoélastique, ce qui permet d'observer et d'enregistrer les chaînes de force grâce à un polariscope (voir la section IV.2). Le comportement observé est une fois encore de type *stick-slip* (voir figure I.5a), mais la statistique est trop faible pour reconnaître une loi de puissance. L'analyse des photos des chaînes de force montre une corrélation entre la taille d'un événement (mesurée à partir de la chute de force) et l'échelle de taille des modifications des chaînes de force (voir figure I.5b) : plus un événement est de grande taille, plus les chaînes de force seront modifiées sur une grande zone du système (la limite haute étant la taille du système, la limite basse la taille d'un grain).

Le groupe de R. BEHRINGER a effectué de nombreuses recherches sur les milieux granulaires sous contraintes, en utilisant à la fois des suivis optiques [35, 97] (grâce à des grains photoélastiques) ou mécaniques [60, 98]. Le cisaillement continu d'un empilement tridimensionnel de billes de verre dans une géométrie de type COUETTE [60] a montré



(a) Force et déplacement pour le cisaillement d'une monocouche de cylindres.



(b) Différences entre photos avant et après un décrochage, respectivement pour un petit (en haut) et un grand (en bas) événement.

FIGURE I.5 – Résultats obtenus lors du cisaillement d'une monocouche de cylindres photoélastiques dans une cellule de rapport d'aspect 5:1, d'après [74].

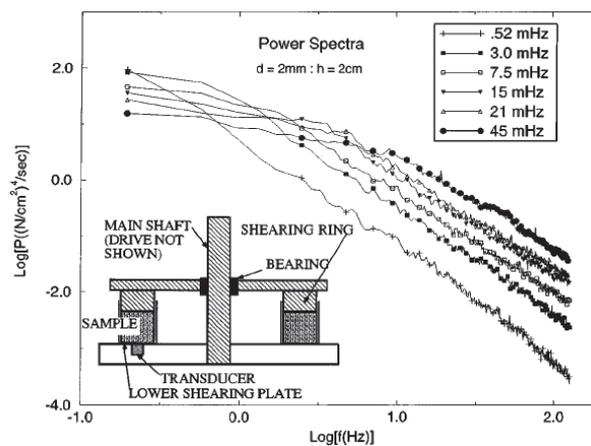


FIGURE I.6 – Spectres de puissance des fluctuations de force normale lors du cisaillement continu d'une pile 3D de billes de verre, d'après [60]

des fluctuations importantes de la contrainte normale (c'est-à-dire orthogonale au plan de cisaillement). L'étude s'est concentrée sur l'analyse des spectres de puissance des fluctuations, montrant un comportement en  $1/f$  à basse fréquence et  $1/f^2$  à haute fréquence (voir la figure I.6), indépendamment de la vitesse de cisaillement.

Enfin, les méthodes d'analyse développées à l'origine pour les systèmes complexes sont adaptées pour l'étude de la réponse mécanique lors du cisaillement simple [98]. Ces méthodes montrent qu'il existe une forte corrélation entre la dynamique des réseaux de force et la réponse mécanique globale du système, mais que l'empilement n'a pas de mémoire à long terme.

Un des défauts récurrents dans toutes les expériences précédentes concernant les avalanches dans les empilements granulaires est le manque de statistique dû à une géométrie linéaire de la cellule de cisaillement (sauf dans [60], qui n'a pas recherché spécifiquement de preuves de l'invariance d'échelle). Dans ce travail, nous proposons une expérience originale, qui en plus de cumuler les différentes manières de surveiller le système déjà évoquées (optique, mécanique et acoustique), permet d'accéder à une statistique importante, même pour les événements extrêmes, c'est-à-dire les plus rares. Plusieurs expériences plus simples ont aussi été imaginées et réalisées afin d'améliorer les techniques utilisées pour l'analyse.

## I.4 Méthodes expérimentales

L'expérience principale de cette thèse est donc une cellule de cisaillement continu, correspondant à une cellule de cisaillement simple en deux dimensions (similaire à celle utilisée dans les expériences précédemment présentées), mais à laquelle on aurait ajouté des conditions aux limites périodiques. Pour cela, la cellule a été repliée sur elle-même en une forme cylindrique. Bien qu'aisée dans le cas d'une simulation numérique, la mise en place expérimentale de conditions aux limites périodiques ajoute plusieurs contraintes supplémentaires, comme par exemple la prise en compte de la courbure. Le suivi du système sera multiple, mais les résultats principaux proviendront des ondes acoustiques, à la manière des ondes sismiques. L'expérience et ses résultats seront présentés au chapitre III de ce manuscrit.

Avant cela, nous étudierons une expérience plus simple, permettant d'étudier la propagation d'une onde acoustique dans un milieu granulaire constitué de grains identiques à ceux utilisés pour l'expérience de cisaillement. Cette expérience présentée dans le chapitre II consiste en une cellule de confinement, servant à comprimer une monocouche de cylindres photoélastiques. Le confinement a été appliqué de façon unidirectionnelle, et aucun cisaillement n'a ici été effectué. La pression de confinement a été modifiée et l'expérience répétée pour plusieurs structures de l'empilement granulaire. La relation entre la vitesse de l'onde acoustique et la pression appliquée permet de déduire la structure du milieu.

Le chapitre IV présentera des expériences complémentaires à l'expérience principale,

pour pousser plus avant l'étude de la dynamique d'une avalanche unique. Une cellule de cisaillement simple, semblable à celle utilisée pour la propagation d'ondes acoustiques, permettra une analyse optique à hautes et basses fréquences grâce à l'utilisation d'une caméra rapide et de la photoélasticité du matériau constitutif des grains. La taille réduite de cette cellule (par rapport à celle de l'expérience principale) permet d'avoir une plus grande précision lors des mesures optiques (de photoélasticité) ou acoustique. La source des ondes acoustiques sera également recherchée par l'étude individuelle des deux phénomènes susceptibles de produire des sons : impacts de grains et frottement de leurs interfaces.

Enfin, une expérience [12] ayant montré que les prédictions sont possibles même si la dynamique est distribuée en loi de puissance, nous avons effectué des simulations numériques de l'expérience en question, celles-ci permettant de faire varier les paramètres beaucoup plus facilement que dans une expérience. Les résultats préliminaires de ces simulations seront présentés au chapitre V.



## Chapitre II

# Onde acoustique dans un milieu granulaire confiné

### Sommaire

---

<b>II.1 Introduction</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>II.2 Dispositif expérimental et protocole</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>II.3 Résultats expérimentaux</b> . . . . .	<b>17</b>
II.3.1 Analyse des données acoustiques . . . . .	17
II.3.2 Vitesse du son . . . . .	18
II.3.3 Anisotropie . . . . .	22
II.3.4 Chemin des ondes acoustiques . . . . .	24
<b>II.4 Conclusion</b> . . . . .	<b>24</b>

---

*En collaboration principale avec R. Planet*

Travail publié dans *Physical Review Letters* [99] et présenté en couverture



## II.1 Introduction

Une onde acoustique est une onde de pression pouvant se propager dans tout milieu matériel, et donc dans un milieu granulaire. L'onde se transmet alors de grain en grain *via* les points de contacts, lesquels sont plus ou moins sollicités en fonction de la force qui leur est appliquée. C'est pourquoi la manière dont les forces extérieures se distribuent dans un milieu granulaire est primordiale pour étudier la transmission d'une onde acoustique. Or, dans un milieu granulaire à deux ou trois dimensions, une force extérieure, de compression ou de cisaillement, ne se transmet pas dans le milieu de manière homogène, mais plutôt sous forme de lignes, appelées chaînes de force [100], de telle façon que deux grains même voisins peuvent subir des forces différant de plus d'un ordre de grandeur. Ces chaînes de force ont pour conséquence un fort degré d'hétérogénéité dans le système [101], et donc augmentent la dispersion de l'onde acoustique. Les ondes acoustiques se propagent préférentiellement – en termes de vitesse et d'amplitude – le long des chaînes de force [102],

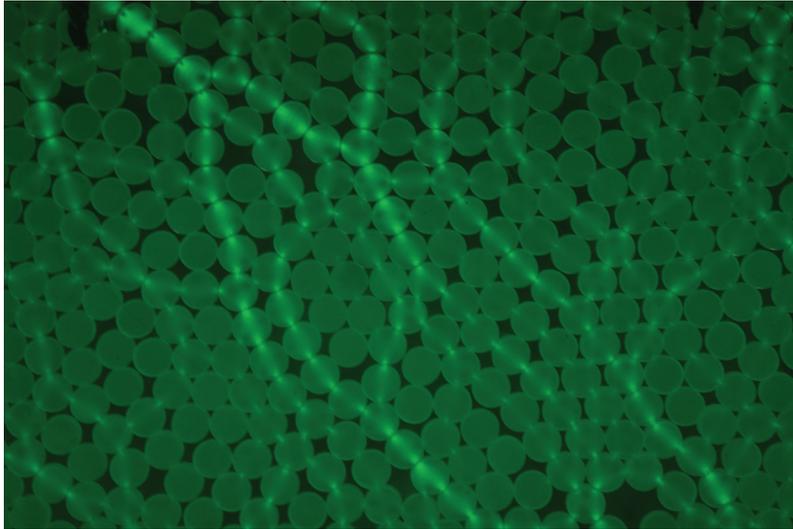


FIGURE II.1 – Empilement granulaire à 2 dimensions, soumis à un effort mixte de compression et cisaillement, observé en lumière verte à travers un polariscope circulaire à champ sombre. Les chaînes de force apparaissent par contraste entre les zones soumises à de fortes contraintes et celles subissant peu de contraintes.

et le passage d'une onde de grande amplitude au niveau d'un contact peut le désactiver temporairement [103, 104], amplifiant ainsi l'atténuation de l'onde.

Grâce à la photoélasticité, présentée plus en détail dans la partie IV.2, les chaînes de force au sein d'un milieu granulaire 2D sont facilement observables (voir la figure II.1). En effet, les zones de contact les plus sollicitées vont modifier la polarisation de la lumière les traversant et donc devenir visibles dans un polariscope. Dans le cas d'un polariscope à champ sombre (utilisé ici), les zones de fortes contraintes vont apparaître plus lumineuses.

L'objectif de l'étude est de déterminer si, malgré la complexité de la propagation de l'onde acoustique dans le milieu, il est possible d'extraire des informations sur la structure d'un milieu granulaire à partir de données simples telles que le temps de vol de l'onde acoustique à travers le milieu. Lors de sa propagation à travers le milieu, l'onde subit de multiples réflexions aux interfaces des grains et aux points de contact. On peut distinguer deux parties à l'onde enregistrée en sortie du milieu granulaire : la partie balistique, la plus rapide et non dispersive, et la coda de l'onde (terme habituellement utilisé en musique pour désigner le passage final d'un morceau), qui est composée des multiples réflexions et qui a subi une forte dispersion. Bien que l'information sur la structure soit entièrement contenue dans la coda, sa détermination nécessite un calcul inverse hors de portée [105–108]. Notre étude se focalisera donc sur la partie balistique.

Dans un milieu granulaire confiné, la vitesse d'une onde acoustique est généralement exprimée sous la forme  $c = KF^\alpha$  [109], avec  $K$  un préfacteur numérique,  $F$  la force de confinement appliquée et  $\alpha$  un exposant dépendant par exemple du type de grain, de la dimension du problème, etc. Nous souhaitons vérifier cette loi et déterminer la dépendance de l'exposant  $\alpha$  et du préfacteur  $K$  avec la structure interne de l'empilement.

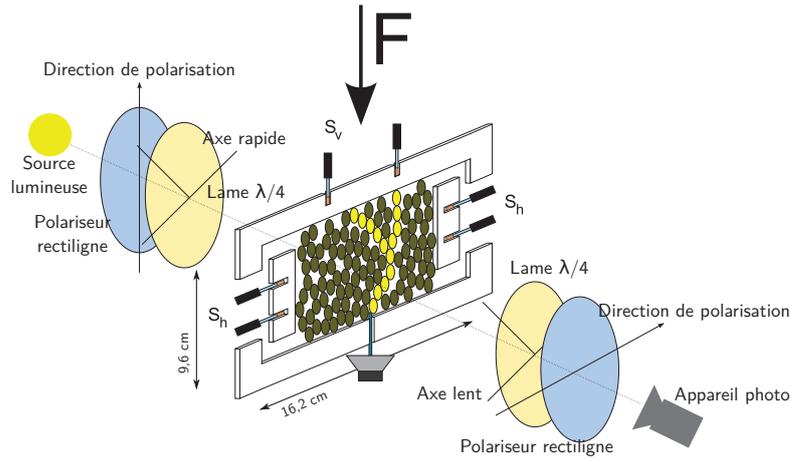


FIGURE II.2 – Dispositif expérimental utilisé pour l'étude de la propagation des ondes acoustiques au sein d'un empilement granulaire à deux dimensions.

## II.2 Dispositif expérimental et protocole

Le milieu granulaire étudié est une monocouche de cylindres confinés dans une cellule rectangulaire de dimensions initiales  $162 \times 96 \text{ mm}^2$  et d'épaisseur  $3,6 \text{ mm}$  (voir figure II.2). Les cylindres ont un diamètre ( $d$ ) de  $6,4 \text{ mm}$  et une épaisseur ( $L$ ) de  $3,4 \text{ mm}$ , sont constitués de plastique Durus White 430 et ont été fabriqués avec une imprimante 3D Objet30. Les parois latérales et inférieure de la cellule sont fixes, tandis que la paroi supérieure peut se déplacer verticalement pour comprimer plus ou moins le milieu granulaire. Les parois sont également constituées du même matériau que les grains. Pour éviter tout effet 3D, la monocouche de grains est confinée entre deux plaques en plastique transparent qui n'ont pas d'effet sur la polarisation de la lumière. L'ensemble du système est maintenu en place dans un cadre métallique rigide. Comme expliqué précédemment, la photoélasticité du Durus White 430 permet d'accéder qualitativement aux efforts internes au milieu. L'extraction des forces aux contacts est difficile, mais le comptage du nombre de contacts est aisé en analysant le profil de luminosité au bord extérieur du contact. Ces informations visuelles sont enregistrées en photographiant le dispositif avec un appareil photo Nikon D700 permettant une résolution de  $0,045 \text{ mm/pixel}$ .

L'étude a porté sur trois différentes structures cristallines (figure II.3) : carrée orientée à  $45^\circ$  (S45), carrée à  $90^\circ$  (S90), hexagonale à  $60^\circ$  (H60) et différentes structures désordonnées (D). Ces structures cristallines ont été construites grain par grain en utilisant des conditions aux limites spécifiquement dessinées et imprimées en 3D dans le même matériau. Elles consistent en une ligne de demi-cylindres, séparés par un espacement spécifique à la structure cristalline recherchée. Ces conditions aux limites sont fixées aux parois supérieure et inférieure de la cellule. Dans le cas S45, l'écartement entre 2 demi-cylindres aux conditions aux limites est de  $\sqrt{2}d$  alors que dans le cas H60 les demi-cylindres sont en contact les uns avec les autres. La ligne utilisée pour le cas S45 a aussi été utilisée pour réaliser les structures désordonnées, obtenues en versant aléatoirement les grains dans la

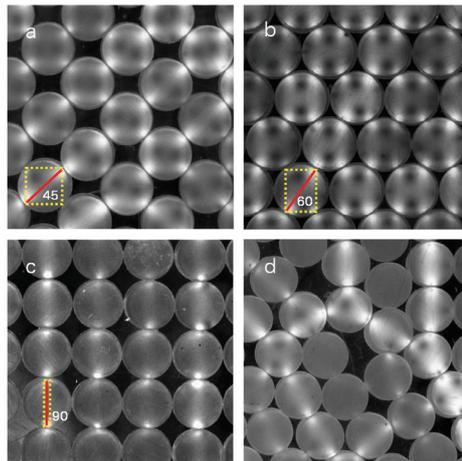


FIGURE II.3 – Détail des différentes structures internes étudiées : (a) S45, (b) H60, (c) S90, (d) D. Les contacts sont identifiables grâce à la photoélasticité.

cellule. Pour la structure S90, les conditions aux limites étaient plates. Nous avons également réalisé l'expérience sur une configuration 1D (ligne de cylindres) comme expérience de référence.

L'onde acoustique qui se propage dans le milieu est émise par un choc entre une tige métallique et le grain central de la ligne inférieure. La tige métallique est collée sur un haut-parleur, que l'on alimente avec une tension de 10 V pendant 1 ms. Le déplacement de la membrane du haut-parleur accélère la tige métallique qui frappe le grain. L'onde acoustique générée a une fréquence proche de 4 kHz, et constitue une faible perturbation par rapport à la pression de confinement appliquée au milieu dans son ensemble. L'onde acoustique qui se propage est donc assimilable à une onde linéaire. À cette fréquence, la vitesse de l'onde dans le matériau Durus White 430 est d'environ 1200 m/s. L'onde se propage à travers le milieu et est enregistrée par six transducteurs piézoélectriques CTS Valpey Corporation VP-1.5 placés dans les parois latérales et supérieure. Ces transducteurs ont été choisis pour leur réponse constante pour des fréquences inférieures à 100 kHz. Dans la configuration de l'expérience, nous analysons uniquement les ondes de compression (ondes  $P$ ), qui sont aussi les plus rapides et correspondent aux ondes émises principalement lors de l'impact de la tige métallique. Lors de leur propagation dans l'empilement, les ondes  $P$  peuvent perdre de l'énergie en générant des ondes de cisaillement (ondes  $S$ ), on parle de conversion de mode. La conséquence de ce phénomène est une atténuation plus rapide des ondes  $P$ , mais il n'est pas gênant pour nos mesures car, en plus de leur vitesse plus élevée, ces ondes  $P$  sont les seules auxquelles nos transducteurs sont sensibles. La mesure de leur vitesse ne dépend pas de leur amplitude car il suffit que l'onde soit détectable lors de l'analyse du signal.

Pour réaliser une mesure, on commence par déformer le milieu granulaire en utilisant une vis s'appuyant sur la paroi supérieure. La force de compression est mesurée avec un capteur de force Interface SML-900N de gamme 0–900 N et de raideur  $1,75 \times 10^7$  N/m. Le milieu granulaire est alors excité en envoyant le signal électrique au haut-parleur. Le signal

acoustique et la force appliquée sont enregistrés en continu avec une carte d'acquisition National Instruments USB-6366 avec une fréquence d'échantillonnage de 2 MHz pendant un temps  $T = 1,1 \text{ ms} : 150 \text{ ms}$  avant l'excitation et 950 ms après. On comprime alors le milieu de nouveau, avec une force/déformation plus grande, et on renvoie le signal acoustique. L'expérience a été répétée plusieurs fois avec chaque structure interne pour vérifier la reproductibilité. Enfin, à chaque excitation du milieu, on prend une photo du milieu pour obtenir la forme des chaînes de force à l'intérieur. Un programme simple permet ensuite de compter le nombre de contacts pour chaque grain.

## II.3 Résultats expérimentaux

### II.3.1 Analyse des données acoustiques

L'extraction du temps de vol de l'onde acoustique pour chaque capteur est effectuée par analyse spectrale. Afin d'obtenir des niveaux d'amplitude comparables pour chaque capteur, le signal acoustique  $p(t)$  est d'abord normalisé par son énergie

$$P(t) = \frac{p(t)}{\int_0^T p^2(t) dt} dt \quad (\text{II.1})$$

Ensuite, nous calculons le spectre de puissance sur une fenêtre temporelle de  $64 \mu\text{s}$  (soit 128 échantillons du signal, valeur faible permettant une précision temporelle élevée)

$$S_{t_i}(f) = \tilde{P}_{t_i}(f) \tilde{P}_{t_i}(-f) \quad (\text{II.2})$$

où  $\tilde{P}_{t_i}(f)$  est la transformée de FOURIER de  $P(t) - \langle P(t) \rangle$  dans la fenêtre temporelle centrée en  $t_i$ . Enfin, nous sommes la puissance spectrale sur toutes les fréquences

$$A_{t_i} = \sum_f S_{t_i}(f) \quad (\text{II.3})$$

Le temps d'arrivée  $t_a$  est alors déterminé par le passage d'un seuil  $A_{t_a} > 10^{-4}$  indépendant du capteur.

La vitesse du son est calculée comme

$$c = \frac{D_{euc}}{t_a - t_0} \quad (\text{II.4})$$

avec  $t_0$  le temps associé à l'impact et  $D_{euc}$  la distance euclidienne du point d'impact au capteur.

Cette méthode est plus précise qu'un seuillage simple car elle prend en compte l'ensemble des fréquences et détecte la plus rapide sans prendre en compte d'éventuels effets dispersifs.

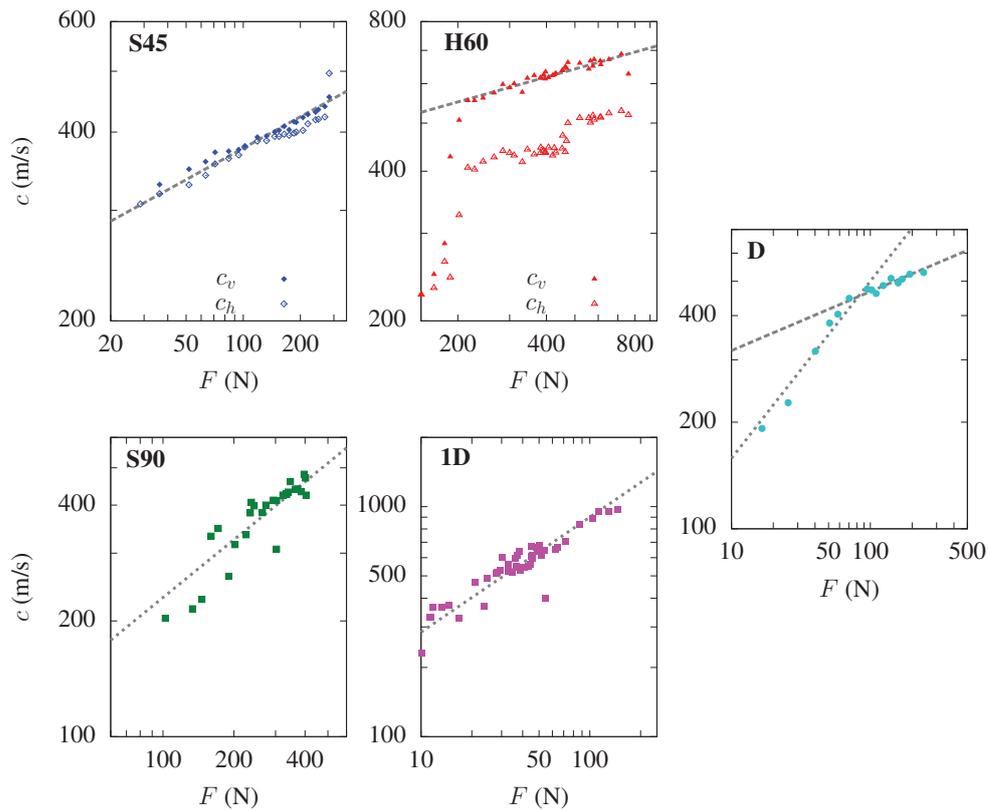


FIGURE II.4 – Représentation de la vitesse du son en fonction de la force appliquée pour les différentes structures étudiées. La structure correspondante est précisée en haut à gauche de chaque graphique. Dans les cas **S45** et **H60**, les symboles pleins et évidés représentent respectivement les vitesses mesurées pour la paroi supérieure  $c_v$  et les parois latérales  $c_h$ . Les lignes correspondent à des comportements en loi de puissance : (—) correspond à  $F^{0,16}$  (**S45**, **H60** et **D**) et (··) à  $F^{0,5}$  (**S90**, **1D** et **D**). Dans le cas désordonné **D**, on observe une transition entre les deux lois de puissance.

### II.3.2 Vitesse du son

La figure II.4 présente la vitesse des ondes acoustiques en fonction de la force appliquée à l'empilement, pour les différentes structures étudiées. Comme attendu, nous observons un comportement en loi de puissance du type  $c \sim F^\alpha$ . Pourtant, les résultats peuvent être séparés en deux groupes que l'on va expliciter.

Dans le cas des expériences sur les structures S45 et H60 (dont les grains ont 4 contacts activés), on obtient un exposant  $\alpha = 0,16 \pm 0,03$  alors que dans le cas S90 (avec 2 contacts activés par grain), on obtient  $\alpha = 0,50 \pm 0,06$  ce qui correspond à la valeur également observée pour la chaîne 1D. Le résultat pour la chaîne 1D diffère de celui rapporté pour une autre expérience réalisée avec des grains plus durs et aux parois latérales plus lisses [110] : nous pensons que la différence est due à la rugosité plus élevée de nos cylindres, approximativement  $25 \mu\text{m}$  (mesurée au profilomètre optique) contre environ  $1$  à  $2 \mu\text{m}$ . Il faut également remarquer la présence (surtout visible dans le cas H60) d'un régime

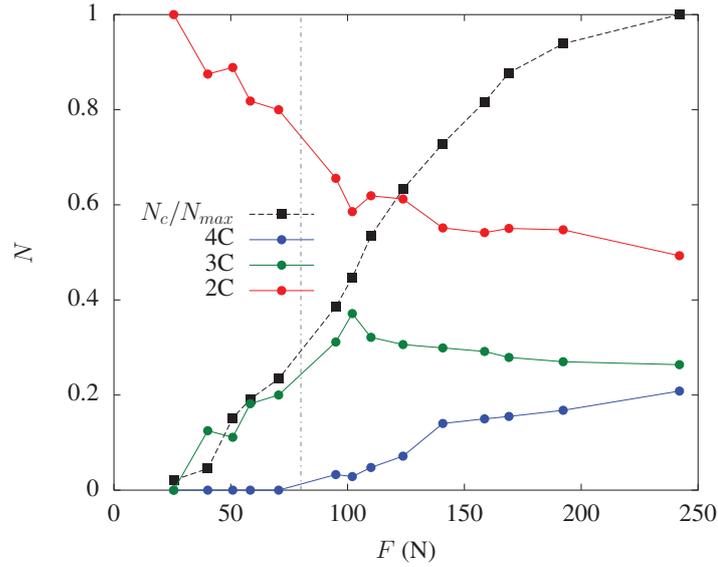


FIGURE II.5 – Proportions des grains supportant 2, 3 ou 4 contacts dans l’expérience avec une structure désordonnée D. La ligne discontinue verticale précise la force (80 N) correspondant à la transition entre les deux lois de puissance observées sur la figure II.4(D). Le nombre total de contacts normalisé par sa valeur maximale est également représenté et montre un comportement monotone sur toute la gamme de force.

préliminaire à faible force, qui correspond à l’activation progressive des contacts dans le milieu. Le cas désordonné D présente les deux comportements selon le régime de force. À faible confinement, un exposant 0,5 est observé alors qu’à grand confinement, on retrouve l’exposant 0,16. Dans l’expérience présentée dans la figure II.4, la transition entre les deux valeurs d’exposant a lieu à environ 80 N. Cette valeur de force correspond à l’émergence de grains ayant 4 contacts activés dans l’empilement, comme on peut le voir à l’aide des données extraites des images de photoélasticité ( figure II.5). La force associée à cette transition dépend des conditions initiales de l’expérience et change lorsque l’empilement est mélangé, ce qui est commun dans les études concernant des milieux granulaires [38]. Les valeurs des exposants et du nombre de contacts par grain sont rapportées dans le tableau II.1.

Structure	$\alpha$	$Z$
S45	0,16	4
H60	0,16	4
S90	0,5	2
1D	0,5	2
$D_{F < 80 \text{ N}}$	0,5	2
$D_{F > 80 \text{ N}}$	0,16	4

TABLE II.1 – Exposants  $\alpha$  et nombres de contacts par grain  $Z$  obtenus pour les différentes structures étudiées.

La propagation d’une onde sonore dans un empilement granulaire est gouvernée par

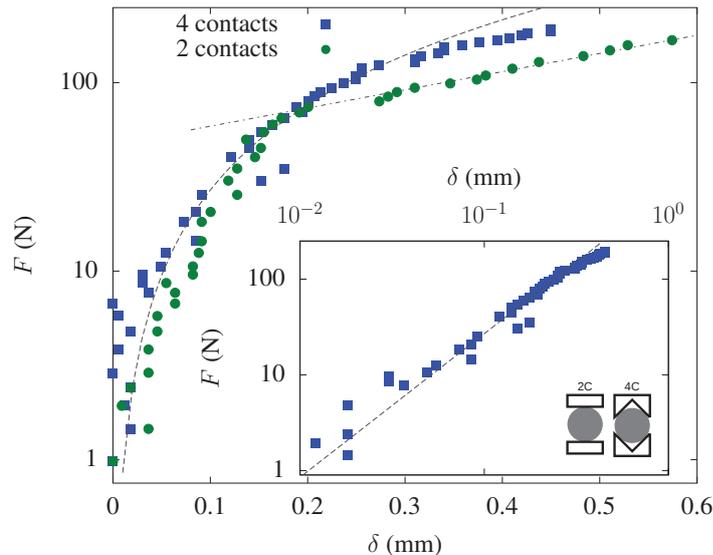


FIGURE II.6 – Relation force–déformation mesurée pour un grain unique dans une géométrie à 2 contacts (2C, points verts  $\bullet$ ) ou 4 contacts (4C, carrés bleus  $\blacksquare$ ). La loi de puissance  $f \sim \delta^{3/2}$  est représentée par une ligne discontinue (---) et la loi exponentielle  $f \sim e^\delta$  est représentée par une ligne alternée point–trait (–·–).  $\delta$  est la déformation totale du grain :  $\delta = 2\delta_1$ .

la mécanique de ses contacts [111]. Pour comprendre comment le nombre de contacts par grain modifie le comportement global de l’empilement, nous avons effectué plusieurs expériences de compression d’un seul grain entre deux surfaces métalliques (dural) planes ou en coin (à angle droit), qui correspondent respectivement aux situations de 2 et 4 contacts. La figure II.6 montre les résultats obtenus pour la loi de force–déformation d’un seul grain cylindrique dans les deux géométries différentes. Dans la géométrie à 2 contacts, on observe un régime en loi de puissance avec un exposant  $3/2$  pour les faibles forces, puis une transition vers un régime exponentiel aux grandes forces. Dans le cas de 4 contacts, le régime de loi de puissance est observée pour une gamme de force plus large, et en particulier pour des forces supérieures à la force de transition du cas 2 contacts. Pour cette loi de puissance, nous mesurons un exposant  $\beta = 1,5 \pm 0,3$ . Des valeurs similaires ont déjà été obtenues pour des cylindres viscoélastiques, et l’écart par rapport à la valeur attendue dans le cas élastique (1 pour des cylindres [111]) a été attribué à des effets de rugosité [35]. Les aspérités à la surface des cylindres ont une forme plus ou moins sphérique et peuvent jouer un rôle important pour des déformations jusqu’à 50 fois leur taille [110], ce qui entraîne l’observation d’un exposant habituellement associé au contact entre sphères. Un comportement semblable a été observé pour d’autres matériaux viscoélastiques tels que le PDMS et un type de caoutchouc (voir figure II.7).

La relation force–déformation aux contacts, et donc la raideur des contacts, est déterminante pour la vitesse des ondes acoustiques. Par analogie avec un modèle discret de phonons dans un solide [112], on trouve que la vitesse  $c$  d’une onde sonore de longueur d’onde  $\lambda$  dans une chaîne de grains de raideur  $\kappa$ , masse  $m$  et distance entre contacts  $d_c$

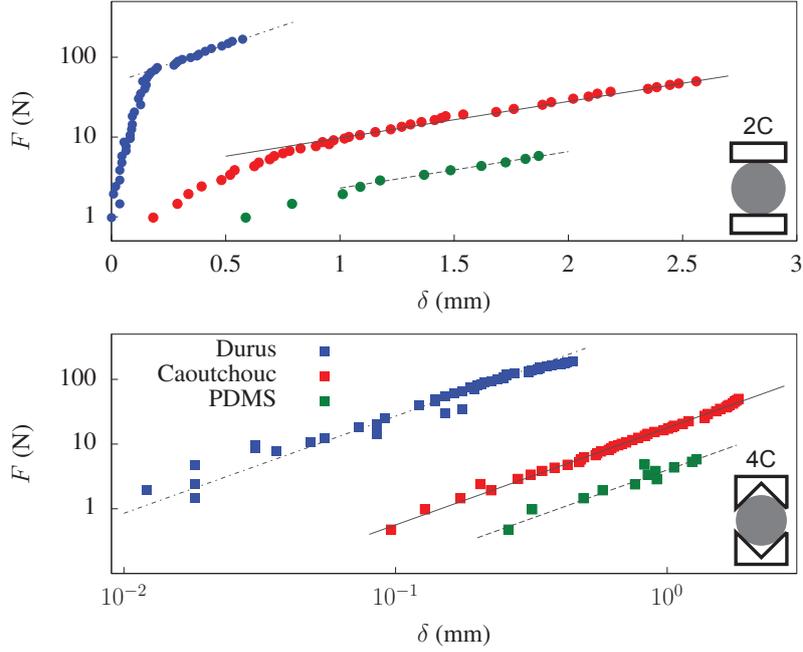


FIGURE II.7 – Relations force–déformation pour un grain unique en Durus, caoutchouc ou PDMS dans une géométrie à 2 contacts (2C) ou 4 contacts (4C). Le cas 2 contacts est bien décrit par un comportement exponentiel, alors que le cas 4 contacts est décrit par une loi de puissance.

est donnée par :

$$c = d_c \sqrt{\frac{\kappa}{m}} \cos\left(\pi \frac{d_c}{\lambda}\right) \approx d_c \sqrt{\frac{\kappa}{m}} \quad (\text{II.5})$$

dans le régime de grandes longueurs d’ondes par rapport aux tailles de grains (dans notre expérience, les longueurs d’onde observées sont de plusieurs dizaines de centimètres, soit au moins un ordre de grandeur au-dessus du diamètre des grains). Une loi similaire a déjà été proposée dans la littérature [113]. Ici, la raideur est donnée par  $\kappa = df/d\delta$  où  $f$  correspond à la force au contact entre grains et  $\delta$  l’élongation.

Les relations force-déformation expérimentales peuvent être interprétées à partir de la relation théorique pour les cylindres. En effet, la loi de contact de HERTZ pour des cylindres de rayon  $R$  et longueur  $L$  est [111] :

$$\delta_1 = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \frac{f}{L} \left[ \ln\left(\frac{4\pi ERL}{(1 - \nu^2)f}\right) - 1 \right] \quad (\text{II.6})$$

où  $\delta_1$  est l’élongation d’un seul contact,  $\nu$  le module de POISSON (généralement  $\nu \approx 0,4$  pour les polymères [114]) et  $E$  le module de YOUNG ( $E \approx 100$  MPa, mesuré en statique). Cette équation peut être adimensionnée en définissant  $\tilde{f} = f(1 - \nu^2)/(4\pi ERL)$  et  $\tilde{\delta} = \delta_1/4R$ .

Pour déterminer la raideur effective du contact  $\kappa$ , nous pouvons effectuer un développement limité de l’équation II.6 adimensionnée autour d’une force  $\tilde{f}_0$  (voir l’annexe

A) :

$$\tilde{\delta} = - \left[ \tilde{f}_0 + 2\tilde{f}_0 \ln \tilde{f}_0 \right] - \left( 3 + \ln \tilde{f}_0 \right) \epsilon + \tilde{f}_0 \ln(\tilde{f}_0 + \epsilon) \quad (\text{II.7})$$

où  $\epsilon = \tilde{f} - \tilde{f}_0$ . L'équation II.7 montre deux comportements différents selon le niveau de force  $\tilde{f}_0$ . Dans le cas  $\tilde{f}_0$  faible, le terme  $(3 + \ln \tilde{f}_0)\tilde{f}$  domine ce qui donnerait un comportement linéaire  $f \sim \delta$  : ceci n'est vrai qu'à très faibles forces  $\tilde{f}_0$  et s'apparente plus à une loi de puissance lorsque la force augmente (voir la discussion en annexe A). À plus grande force  $\tilde{f}_0$ , le terme dominant est  $\tilde{f}_0 \ln \tilde{f}$ , ce qui correspond à une dépendance exponentielle  $f \sim e^\delta$ . Les deux régimes sont séparés par une valeur de force  $f_c$  donnée par le poids des préfacteurs :  $f_c = e^{-4} 4\pi ERL / (1 - \nu^2) \approx 315$  N. La transition expérimentale était obtenue pour  $f_e \approx 70$  N, soit environ 4,5 plus petit que la valeur attendue. Cet écart peut être dû à un comportement viscoélastique du Durus, à la longueur finie de nos cylindres (la loi de HERTZ n'est valable que pour des cylindres infinis) ou à des effets de rugosité. Enfin, il faut noter que les équations II.6 et II.7 sont valables aux faibles déformations, mais le comportement exponentiel obtenu correspond qualitativement aux observations pour des déformations  $\delta/R > 0,1$ . La transition vers le régime exponentiel ne semble pas affectée qualitativement, car elle serait liée à une déformation globale du cylindre, et non à des déformations locales autour des contacts.

À partir des deux régimes obtenus précédemment et en utilisant  $\kappa = df/d\delta$  et  $c \sim \kappa^{1/2}$ , il est possible de calculer l'exposant  $\alpha$  associé à la vitesse de propagation du son (en considérant  $f \propto F$ ).

- dans le cas où  $f \sim \delta^\beta$  avec  $\beta \approx 3/2$ , on obtient  $c \sim F^{(\beta-1)/2\beta} \sim F^\alpha$  soit  $\alpha \approx 1/6$ .
- dans le second cas,  $f \sim e^\delta$ , on trouve  $c \sim F^{1/2}$  soit  $\alpha = 1/2$ .

Sachant que la distribution des forces dans le milieu est très hétérogène (même dans une structure régulière de type cristal [101]), et que les chaînes de force dominant la dynamique, le cas « 2 contacts » ne permet pas d'observer le régime à faibles forces associé à un exposant  $\alpha = 1/6$ , mais seulement le régime  $\alpha = 1/2$  associé au comportement exponentiel dans la déformation d'un grain.

Cela explique également l'exposant à faible force observé en II.4.(D) : dans une structure désordonnée, les premières chaînes de force qui se mettent en place ne se croisent pas et chaque grain supporte essentiellement 2 contacts. Lorsque la force globale augmente, les chaînes de force commencent à se croiser et l'on voit apparaître des grains avec 4 contacts, ce qui provoque la transition observée.

Les raideurs effectives obtenues d'après la figure II.6 sont comprises entre  $3 \times 10^5$  N/m et  $2 \times 10^6$  N/m. À partir de l'équation II.5, nous déduisons une vitesse dans la gamme  $c \approx 370 - 860$  m/s, en bon accord avec les vitesses mesurées.

### II.3.3 Anisotropie

La figure II.4.(H60) montre l'existence d'un décalage entre la vitesse mesurée pour les capteurs supérieurs par rapport aux capteurs latéraux. Cet effet est invisible dans le cas

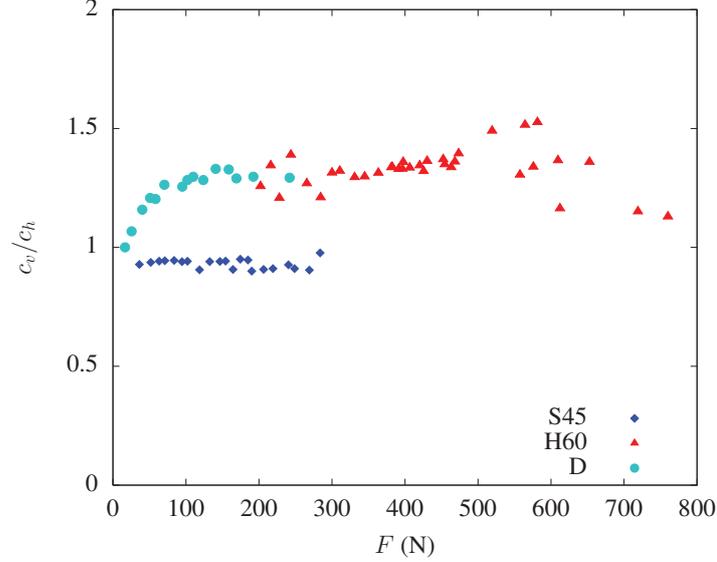


FIGURE II.8 – Rapport des vitesses verticales  $c_v$  et horizontales  $c_h$  mesurées pour les structures S45, H60 et D en fonction de la force appliquée à l’empilement. Pour la structure S45, ce rapport est constant et vaut environ 0,93, alors que pour la structure H60, ce rapport vaut environ 1,33. La structure désordonnée présente un comportement intermédiaire.

S45.

La figure II.8 montre le rapport entre la vitesse du son mesurée pour les capteurs supérieurs  $c_v$  et celle mesurée pour les capteurs latéraux  $c_h$  (dans le cas S90, les valeurs de  $c_h$  sont négligeables par rapport à  $c_v$ ).

Sachant que la propagation du son est gouvernée par la mécanique des contacts entre grains, la valeur de la vitesse va être affectée aussi par l’orientation des chaînes de force dans le milieu. Dans un réseau régulier, la distance  $d_c$  entre contacts dans les directions verticales et horizontales sera respectivement proportionnelle à  $\sin \theta$  et  $\cos \theta$ , avec  $\theta$  l’angle formé par un grain et deux de ses voisins sur deux lignes consécutives (voir la figure II.3).

D’après l’équation II.5, les dépendances de la vitesse dans les deux directions  $x$  et  $y$  seront respectivement  $c_x \sim \cos \theta$  et  $c_y \sim \sin \theta$ . Pour un capteur placé à un angle  $\eta$  par rapport à l’horizontale et à une distance  $d$  de la source, la distance à parcourir selon  $x$  (resp.  $y$ ) sera  $d_x = d \cos \eta$  (resp.  $d_y = d \sin \eta$ ). Le temps mis pour parcourir cette distance est alors  $t_\eta = d_x/c_x + d_y/c_y$ . On obtient alors la vitesse comme

$$c_\eta = \frac{d}{\frac{d \cos \eta}{\cos \theta} + \frac{d \sin \eta}{\sin \theta}} = \frac{\cos \theta \sin \theta}{\cos \eta \sin \theta + \sin \eta \cos \theta} = \frac{\sin 2\theta}{2 \sin(\theta + \eta)} \quad (\text{II.8})$$

Dans l’expérience, les angles pour les capteurs supérieurs et latéraux sont respectivement  $\eta_v \approx 70^\circ$  et  $\eta_h \approx 20^\circ$ , donc le rapport des vitesses doit être 1 pour le cas S45 ( $\theta = 45^\circ$ ) et environ 1,3 pour H60 ( $\theta = 60^\circ$ ). Ces valeurs sont cohérentes avec les valeurs observées de 0,93 et 1,33 pour S45 et H60 respectivement (voir la figure II.8). Dans le cas désordonné D, le rapport  $c_v/c_h$  évolue lentement pour se rapprocher d’une valeur proche

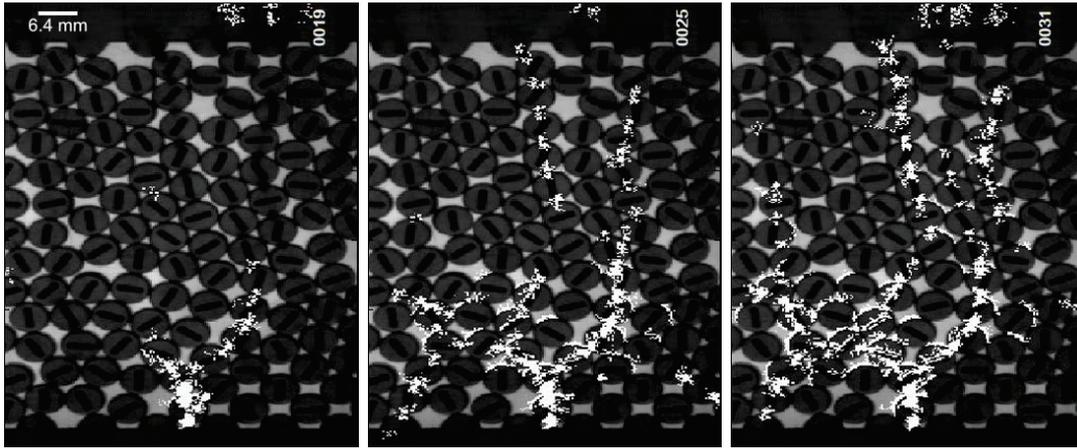


FIGURE II.9 – Images extraites de la vidéo de propagation du son après traitement. Les différences entre images consécutives ont été colorées en blanc pour la visibilité. Deux images sont séparées de  $120 \mu\text{s}$ .

de celle obtenue en H60 (configuration la plus stable) à la force de transition 80 N.

### II.3.4 Chemin des ondes acoustiques

Comme précisé en introduction, les ondes acoustiques se propageant dans un milieu granulaire le font préférentiellement le long des chaînes de force [102]. Nous avons pu vérifier cette affirmation en utilisant une caméra ultra-rapide pour filmer l'empilement pendant la propagation de l'onde acoustique. En filmant à environ 50 000 images par seconde, nous avons pu accéder aux effets de la propagation de l'onde sur la photoélasticité aux contacts. En augmentant artificiellement les différences (supérieures à un seuil de quelques unités sur 256 niveaux de gris) entre deux images consécutives, la propagation de l'onde acoustique devient visible (voir la figure II.9).

En réalisant la trace de ces différences (pixels ayant varié d'au moins quelques unités au cours du temps), on obtient le chemin par lequel l'onde acoustique s'est propagée. La figure II.10 compare le chemin de l'onde avec la forme des chaînes de force photographiées en couleur naturelles. La concordance est très bonne entre les grains appartenant à une chaîne de force importante et ceux qui ont subi le passage de l'onde.

## II.4 Conclusion

L'étude des milieux granulaires est rendue difficile par leur complexité et leur grand nombre de particules. L'hétérogénéité des contraintes internes apporte une difficulté supplémentaire, qui n'est pas présente lors de l'étude des liquides ou des solides usuels. Nous avons montré que la propagation d'une onde acoustique dans le milieu granulaire permet d'accéder à des informations sur le réseau de contacts dans le milieu ainsi que son (an)isotropie. Cette méthode ne nécessite aucun accès visuel, mais seulement la possibilité

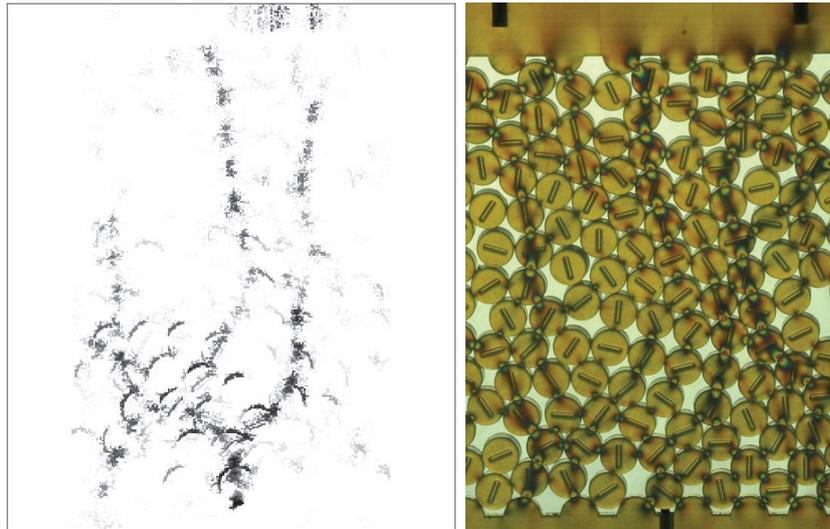


FIGURE II.10 – Chemin de l’onde acoustique et forme des chaînes de force au même instant. La corrélation est très forte entre les deux images.

d’émettre une onde acoustique et de placer des capteurs sur les parois du système. En contrepartie, elle ne fournit qu’une information fragmentaire et globale sur la structure interne de l’empilement. L’utilisation d’ondes acoustiques est possible dans des systèmes de toutes dimensions, donc la méthode présentée ici en deux dimensions devrait donc pouvoir être adaptée en trois dimensions.



# Chapitre III

## Simulation expérimentale d'une faille tectonique

### Sommaire

---

<b>III.1 Introduction</b> . . . . .	<b>27</b>
<b>III.2 Dispositif expérimental</b> . . . . .	<b>28</b>
III.2.1 Montage final . . . . .	28
III.2.2 Évolution du montage expérimental . . . . .	30
<b>III.3 Données optiques</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>III.4 Données mécaniques</b> . . . . .	<b>36</b>
III.4.1 Détection des avalanches . . . . .	39
III.4.2 Description des avalanches . . . . .	40
III.4.3 Analyse statistique . . . . .	42
III.4.4 Conclusion sur les données mécaniques . . . . .	45
<b>III.5 Données acoustiques</b> . . . . .	<b>45</b>
III.5.1 Détection des émissions acoustiques . . . . .	45
III.5.2 Analyse statistique . . . . .	52
III.5.3 Fréquences caractéristiques . . . . .	55
III.5.4 Conclusion sur les données acoustiques . . . . .	57
<b>III.6 Corrélations entre les mesures</b> . . . . .	<b>58</b>
<b>III.7 Conclusion</b> . . . . .	<b>61</b>

---

Travail publié dans deux actes de conférences avec comité de lecture :  
*Congrès Français de Mécanique* [115] et *MarchCOMeeting'15* [116]

### III.1 Introduction

Le modèle *fragments-aspérités* [94] évoqué dans la section I.3.2 représente une faille tectonique comme un empilement granulaire cisailé. Nous allons utiliser ce modèle expérimentalement sous la forme d'une cellule de cisaillement 2D. En choisissant un empilement

à deux dimensions seulement, nous facilitons l'accès à de nombreuses caractéristiques du milieu granulaire, à commencer par les positions de tous les grains qui le composent.

Pour effectuer un cisaillement simple, on utilise une cellule de taille finie à laquelle on impose des contraintes de compression et de cisaillement [36, 62, 74]. Cette méthode expérimentale a l'avantage d'être aisée à mettre en œuvre, mais présente aussi plusieurs inconvénients. Premièrement, la cellule étant de taille finie, l'existence de parois dans la direction du cisaillement modifie le comportement du milieu [117], c'est ce que l'on appelle communément des effets de bords. Ces effets de bords sont susceptibles de modifier la répartition des chaînes de force puisqu'elles offrent une surface dure sur laquelle les grains peuvent s'appuyer avec peu de déformation. Deuxièmement, la forme de la cellule impose un déplacement maximum limité lors du cisaillement à cause des charnières utilisées pour maintenir les parois latérales et supérieures ou inférieures. Ceci implique que le nombre d'avalanches qui peuvent être créées et donc étudiées en détail est très faible : nos expériences sur ce type de cellule, présentées au chapitre IV, ont montré que seulement 1 ou 2 avalanches importantes (concernant plusieurs grains) sont observées à chaque essai.

Si l'on souhaite effectuer une étude statistique, alors ce type de montage n'est pas utilisable. La manière de s'affranchir de ces limitations est simple : il suffit d'utiliser des conditions aux limites périodiques. Cet artifice est souvent utilisé dans le cas de simulations numériques pour lesquelles il suffit de définir une taille de cellule et un report des positions lorsqu'une particule passe au-delà de cette zone. De manière expérimentale, cette méthode est plus difficile à mettre en œuvre : la solution est d'utiliser un contenant cylindrique, dont le rayon de courbure est très grand devant la taille caractéristique d'un grain. Ainsi autour d'un grain, la surface sera quasi plane, mais à l'échelle du milieu granulaire dans son ensemble, il n'existera pas de parois pouvant s'opposer au mouvement causé par le cisaillement.

La section suivante décrit plus en détail le dispositif utilisé et les moyens de mesure mis en œuvre pour assurer un suivi de la dynamique du milieu granulaire.

## III.2 Dispositif expérimental

### III.2.1 Montage final

Le dispositif expérimental (photographié sur la figure III.1) est composé de deux cylindres de plexiglas transparents et concentriques, dont les parois sont espacées de 5 mm, ce qui permet d'introduire une monocouche d'environ 3500 grains dans l'espace ainsi libre (voir les figures III.2 et III.3). Deux couronnes, imprimées en 3D dans le même matériau que les grains, sont introduites respectivement sous et sur la monocouche pour la confiner et lui appliquer les contraintes voulues. Ces deux couronnes ont une rugosité bien définie : elles se composent chacune de 99 demi-cylindres de diamètre  $d = 6,4$  mm et dont les centres sont écartés de  $\sqrt{2}d \approx 9$  mm, ce qui correspond à une circonférence d'environ

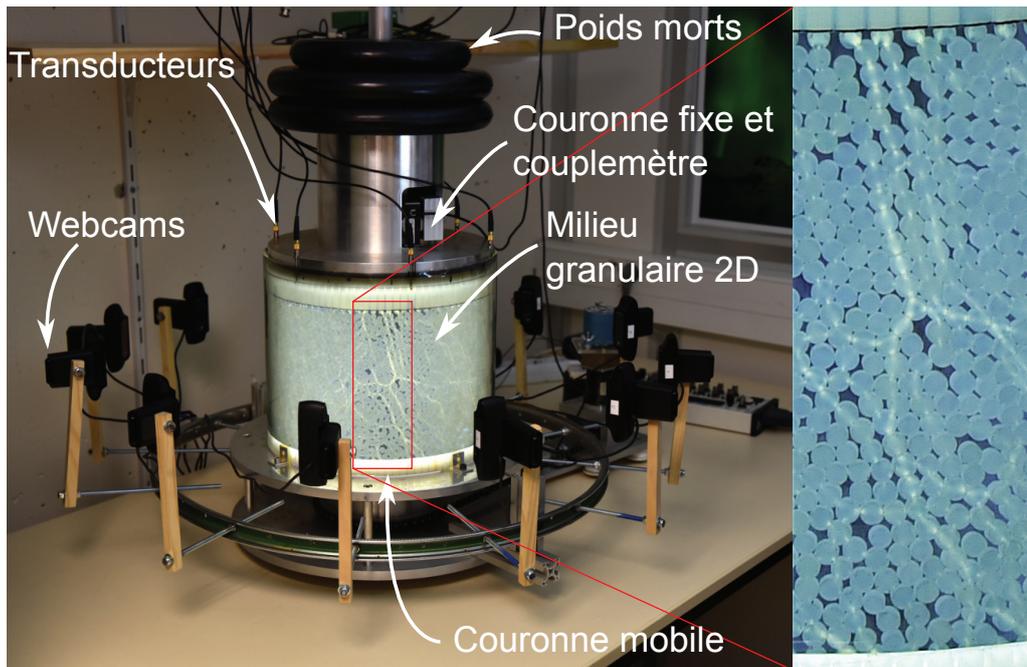


FIGURE III.1 – Photographie du dispositif expérimental alors que le cisaillement est actif. On peut voir la monocouche granulaire confinée derrière un cylindre acrylique transparent, les webcams servant à photographier l'empilement, les poids morts appliquant une pression de confinement et les capteurs acoustiques. Grâce à la photoélasticité, le réseau de force apparaît par contraste entre des grains illuminés et d'autres non (zoom sur l'empilement).

90 cm et donc à un diamètre moyen des couronnes d'environ 28,5 cm. La couche de grains a une hauteur (en fonction du nombre de cylindres et de la densité) proche de 20 cm.

La couronne supérieure est maintenue fixe et donc ne peut tourner sur elle-même, alors que la couronne inférieure est fixée à un pignon entraîné par un moteur pas-à-pas. Elle avance à une vitesse très lente et constante d'environ  $13,8 \mu\text{m/s}$  (les caractéristiques du moteur utilisé donnent accès à une gamme de 2 à  $150 \mu\text{m/s}$ ), ce qui correspond à un tour complet en 18 heures et 20 minutes. La rotation de cette couronne rugueuse par rapport à l'autre couronne fixée est à l'origine du cisaillement de la pile de grains. La pression de confinement est appliquée par des poids morts posés sur la couronne supérieure, qui coulisse librement dans la direction verticale.

Les contraintes de cisaillement dans l'empilement sont relâchées *via* des *avalanches*, correspondant à des réorganisations de grains et/ou du réseau de forces. Ces avalanches se manifestent également par des émissions acoustiques audibles. Ce montage expérimental a l'avantage de permettre un suivi à la fois mécanique, acoustique et optique de l'empilement pendant le cisaillement.

Les grains utilisés sont les mêmes que dans l'expérience présentée au chapitre II sur la propagation d'une onde acoustique, c'est-à-dire imprimés en 3D en Durus White 430. Le jeu de grains est bidisperse avec des diamètres 6,4 et 7 mm, et leur épaisseur est de 4 mm.

Afin de caractériser la réponse mécanique de l'empilement pendant le cisaillement, nous

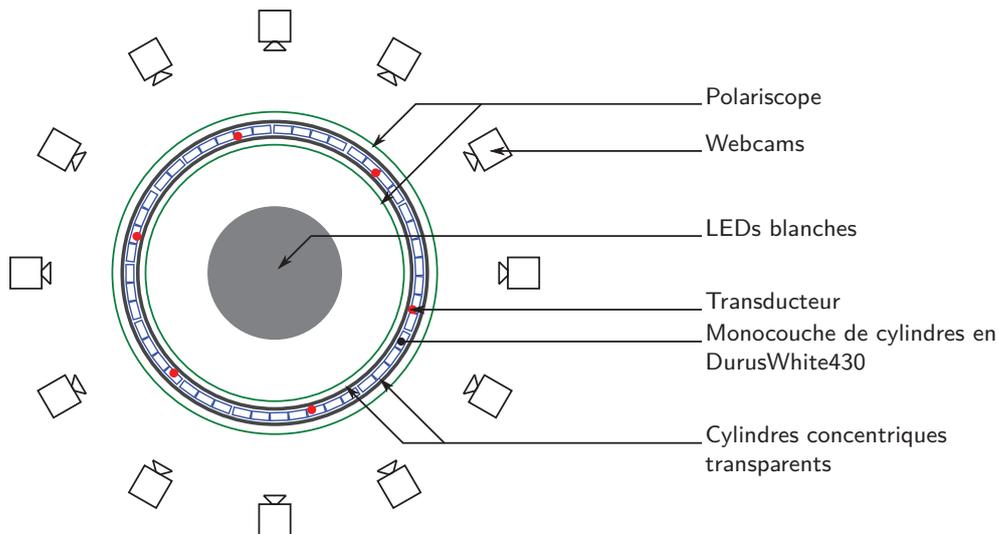


FIGURE III.2 – Vue de dessus du dispositif expérimental. L'empilement 2D de cylindres est maintenu entre deux cylindres concentriques transparents. Deux polariscope entourent les cylindres pour former le polariscope comme décrit en IV.2. Douze webcams photographient l'ensemble de l'empilement à intervalles de temps régulier.

mesurons le couple résistant du système en utilisant un levier en acier fixé à la couronne supérieure et en appui sur un capteur de force Interface SML-900N (de gamme 900 N et de raideur  $1,1 \times 10^7$  N/m). Les mesures acoustiques sont réalisés avec les capteurs de type *pinducer* (CTS Valpey Corporation VP-1.5) déjà utilisés précédemment, ici insérés dans des cavités ajustées dans la couronne supérieure. Les signaux générés par les transducteurs sont amplifiés par un circuit électronique basé sur les puces AD745 et AD604. Les fréquences générées lors des avalanches (mesurées par un échantillonnage à 2 MHz) sont inférieures à 25 kHz, donc nous nous contenterons d'un échantillonnage à 100 kHz pour économiser de l'espace disque. En effet, les expériences sont longues (de l'ordre de la journée) et nécessitent un enregistrement en continu des voies acoustiques afin de détecter certains signaux dont l'amplitude ne dépasse pas ou très peu celle du bruit. Deux polariscope circulaires, placés respectivement à l'intérieur du plus petit cylindre de plexiglas et à l'extérieur du plus grand, forment un polariscope et permettent d'observer directement par photoélasticité les contraintes internes au matériau formant les grains (les détails concernant la photoélasticité sont donnés dans le chapitre IV).

### III.2.2 Évolution du montage expérimental

Si le montage semble simple et évident, il a en réalité fait l'objet de nombreux ajustements au fur et à mesure de l'avancée de cette thèse.

La première version du montage date de la thèse d'Osvanny RAMOS en 2005 à Oslo : l'expérience était à l'origine prévue pour cisailier un tas de billes d'acier (voir la figure III.4). L'expérience a ensuite été mise de côté pendant plusieurs années jusqu'à l'arrivée d'Osvanny à Lyon. Le projet a été relancé, et la conception de l'expérience reprise, grâce à

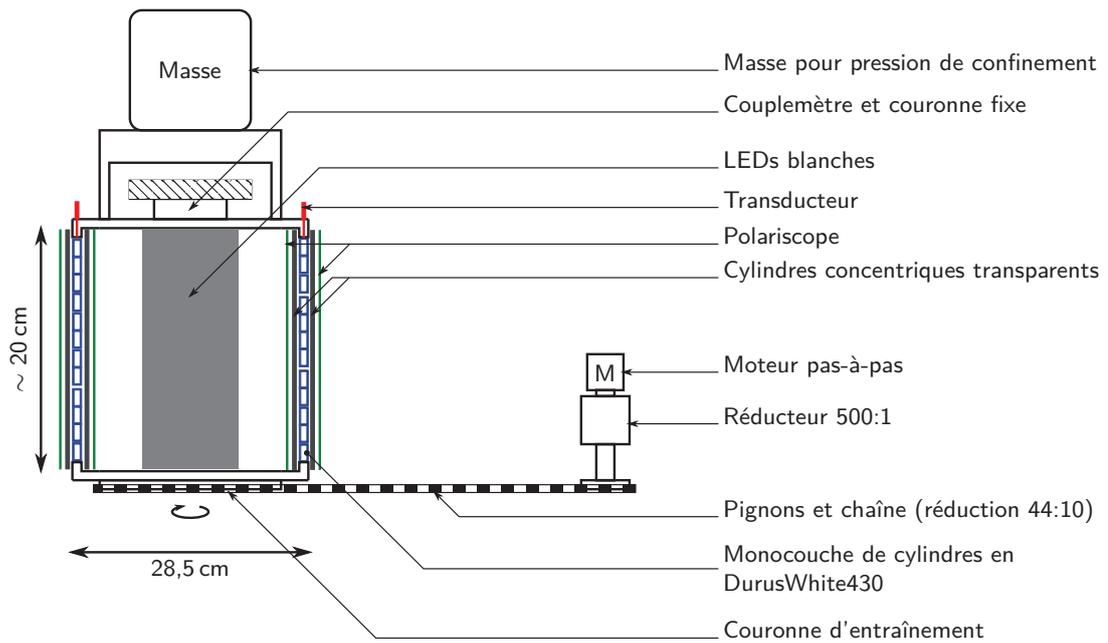


FIGURE III.3 – Vue latérale du dispositif expérimental. Le cisaillement est effectué grâce à une couronne crantée (les 99 crans sont des demis cylindres de 6,4 mm de diamètre) réalisée en Durus White 430. Cette couronne est reliée *via* un système de pignons-chaîne (réduction totale 2200:1) à un moteur commandé en vitesse ou en couple. La couche supérieure de l'empilement est maintenue fixe par contact avec une couronne crantée jumelle de celle inférieure mais reliée au bâti *via* un capteur de force INTERFACE SML-900N de raideur élevée, jouant le rôle de couplemètre. Cette couronne supérieure sert également à transmettre la pression de confinement appliquée par des poids posés dessus.



FIGURE III.4 – Photographies du premier montage imaginé par Osvanny RAMOS à Oslo. Le milieu granulaire était constitué de billes d'acier, et l'observation se faisait par le haut grâce à un miroir plan tournant.

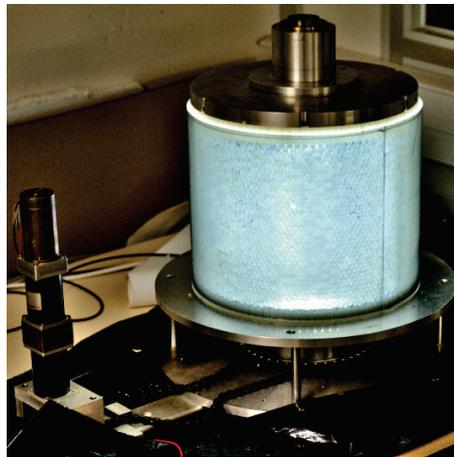


FIGURE III.5 – Montage expérimental au début de ma thèse.

l'expertise de Gilles SIMON. Grâce à un financement AXA Research Fund, Ramon PLANET a continué le développement de l'expérience pendant 2 ans.

Lorsque j'ai commencé ma thèse, l'expérience (figure III.5) avait fourni des résultats préliminaires prometteurs, mais de nombreux problèmes n'avaient pas encore été résolus. Le problème principal était dû au milieu granulaire : un jeu monodisperse de grains de diamètre 6,4 mm et d'épaisseur 3,6 mm était utilisé. Comme on le distingue sur la figure III.5, pendant le cisaillement, d'importantes zones de l'empilement cristallisaient en maille hexagonale (maille la plus stable), ce qui modifiait drastiquement la résistance au cisaillement du milieu granulaire. De plus, à cause de la faible épaisseur des grains, il arrivait très souvent que des grains sortent de la monocouche et se chevauchent, créant une singularité dans l'empilement sous la forme d'un point de frottement élevé et difficilement mobile. La solution a été d'imprimer un nouveau jeu de grains, d'épaisseur plus grande (4 mm) et bidisperse (6,4 et 7 mm de diamètre en proportions égales). Le problème du chevauchement de grains n'a pas été complètement réglé ainsi, et il a fallu augmenter le centrage des cylindres de plexiglas grâce à des cales, afin de réduire au maximum les jeux de coaxialité.

Le second problème important venait de la façon dont on contrôlait le cisaillement : on utilisait un moteur universel 12 V alimenté en courant continu par une alimentation stabilisée en tension. Le réglage grossier de la vitesse de rotation se faisait en modifiant la tension d'alimentation entre 6 V et 12 V. Le moteur ajustait naturellement sa vitesse et son couple en fonction de la résistance du système au cisaillement. Ainsi ni la vitesse ni le couple appliqué n'étaient contrôlés précisément. La première solution mise en place a été de remplacer l'alimentation à tension constante par une alimentation à courant constant, afin de fixer le couple appliqué. En effet, pour un moteur universel idéal, le couple produit est proportionnel au courant consommé.

Cette solution a été utilisée pendant quelques temps, puis nous avons voulu pouvoir contrôler la vitesse de cisaillement plutôt que le couple. Il aurait fallu ajouter un rétro-contrôle du courant d'alimentation pour maintenir la vitesse la plus constante possible. Nous avons décidé d'explorer une autre voie en changeant le moteur (qui commençait par ailleurs à montrer des signes de fatigue). Nous l'avons remplacé par un moteur de type *brushless* de ventilateur informatique : la commande à courant constant fonctionnait, mais pas la commande en vitesse, prévue sur ce type de moteur en modifiant la tension d'alimentation (ces moteurs sont prévus pour tourner pendant des temps très longs, mais ils ne sont pas prévus pour subir des variations rapides de résistance à la rotation). L'idée suivante a été d'utiliser un moteur de modélisme (drone). Ces moteurs sont alimentés *via* un contrôleur externe qui génère un courant d'alimentation adapté. La commande en vitesse fonctionnait ici avec une variation inférieure à 5 %, ce qui était acceptable. Mais le moteur était utilisé à proximité de sa limite basse en vitesse, c'est-à-dire que nous ne pouvions réduire la vitesse de cisaillement, mais seulement l'augmenter. C'est pourquoi l'utilisation d'un moteur pas-à-pas s'est imposée pour pouvoir profiter d'une grande gamme de vitesses accessibles. Dans la configuration standard, le moteur effectue 400 pas par minute, soit une impulsion toutes les 150 ms. Le moteur est limité à une impulsion toutes les 10 ms (vitesse haute) et la seule limite basse en vitesse est due à la nécessité d'avoir un mouvement quasi-continu (une impulsion correspond à un déplacement d'environ 2  $\mu\text{m}$ ). Ici le fait d'avoir une impulsion toutes les 150 ms peut sembler discontinu, mais vu le rapport de réduction total 2200:1 et les jeux mécaniques (tension de chaîne, engrenages du réducteur), le cisaillement effectif de l'empilement peut être considéré comme continu.

La troisième évolution majeure de l'expérience a été la mise en place du suivi optique par webcams : 12 webcams Logitech C920 ont été placées à intervalles angulaires réguliers (30°) autour de l'empilement. La régularité des espacements a été obtenue en fixant les caméras sur une jante de vélo, déjà percée de 36 trous pour les rayons. La principale difficulté est d'assurer l'alignement du plan focal de la caméra avec les cylindres de plexiglas : l'alignement doit être parfait à la fois verticalement et horizontalement. Le moindre écart se répercute ensuite sur l'image panoramique. Celle-ci est obtenue par interpolation des positions réelles des pixels par rapport aux positions projetées (la méthode est décrite plus en détail dans l'annexe B). On obtient donc une image du cylindre projetée sur un plan, ce qui permet de connaître la position de tous les grains dans l'empilement et, grâce à la

photoélasticité, d'avoir une donnée qualitative sur les chaînes de force.

### III.3 Données optiques

Les 12 webcams disposées autour de l'empilement le photographient toutes les 30 secondes et séquentiellement. Augmenter la fréquence des photographies est difficile : la limitation est essentiellement matérielle, car toutes les webcams sont branchées en USB 2.0 sur l'ordinateur de contrôle. Une gestion plus fine des flux USB serait possible mais nécessiterait l'écriture d'un pilote spécifique (ces webcams ne sont pas prévues pour fonctionner en grand nombre et en parallèle). Pour le moment, nous nous contenterons de cette faible fréquence d'échantillonnage. Les mêmes contraintes empêchent la prise de toutes les photographies en même temps. Les photos sont ensuite modifiées pour compenser la courbure du système cylindrique et fusionnées pour obtenir une image panoramique de l'empilement complet (voir l'annexe B pour le détail des calculs). Malgré ce traitement, une faible courbure résiduelle est souvent présente sur les photos. La qualité et la petite taille des lentilles des webcams entraînent des aberrations géométriques et peuvent expliquer ces déformations. Enfin le recouvrement des plans focaux des webcams successives est insuffisant, ce qui laisse des zones floues. C'est pourquoi nous avons pour projet d'améliorer le montage expérimental en passant à 24 capteurs photos avec des mémoires indépendantes et déclenchés par un signal logique extérieur, ce qui permettra aussi d'augmenter la fréquence de prise de vue.

La détection visuelle des réarrangements (et donc des modifications du réseau de force) est aisée à partir de l'observation de la différence entre deux photos successives, ce qui permet aussi d'estimer la portée spatiale de ces réarrangements. Nous pouvons déterminer une *activité optique* par sommation (en valeur absolue) des différences d'une photo à la suivante. Si l'on réalise ce calcul pour deux photos entourant une réorganisation importante, on obtient une localisation approximative de l'avalanche<sup>1</sup>, et en particulier des chaînes de force modifiées lors de la réorganisation. La figure III.6 présente les différences obtenues entre deux photos entourant une avalanche importante (l'image a été modifiée pour faire ressortir les chaînes de force plutôt que les déplacements de grains). On notera que l'activité optique souffre d'un bruit de fond important, dû aux déplacements non négligeables des grains (même en l'absence d'avalanche) pendant les 30 secondes séparant chaque photo.

En sommant ces différences sur un grand nombre de photos et pour chaque pixel de l'image, on obtient une carte d'activité sur l'empilement entier. Le résultat pour une série de 1000 images est donné sur la figure III.7. On observe une activité importante à proximité de la couronne mobile, mais peu sur le reste de l'empilement. De plus l'activité semble structurée par lignes. On remarque également que les photos sont trop floues sur les zones de chevauchement des champs des webcams pour pouvoir extraire des informations.

---

1. Si l'avalanche est très grande, alors la réorganisation touche l'empilement dans son ensemble.

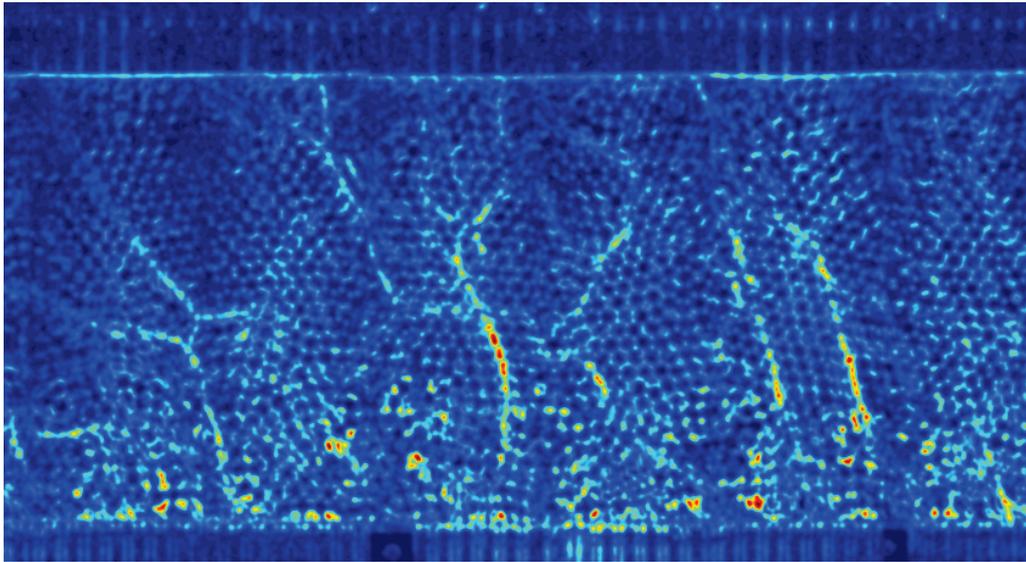


FIGURE III.6 – Différences entre deux photographies panoramiques de l'empilement (détail sur la moitié du système). L'image a été modifiée pour mettre en avant les chaînes de force plutôt que les déplacements de grains.

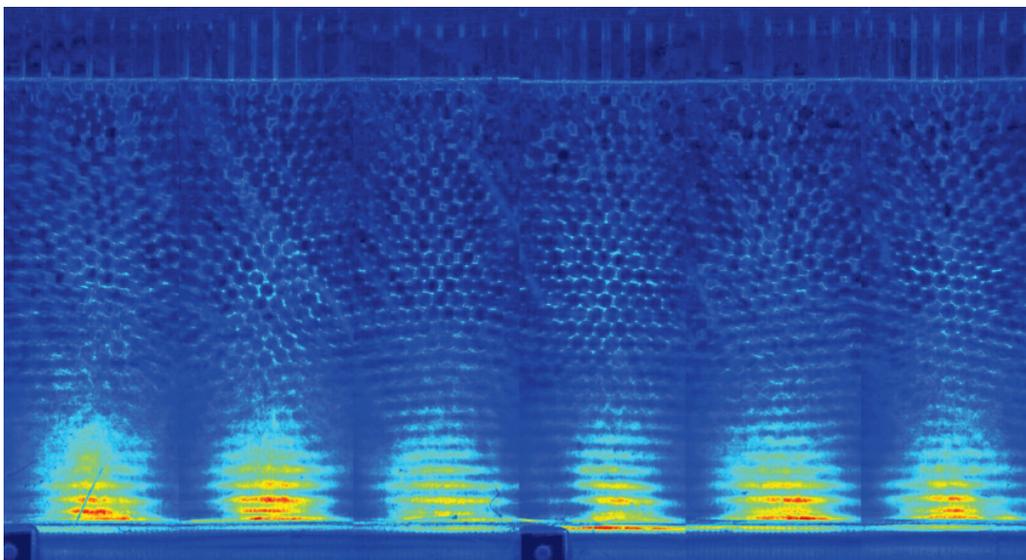


FIGURE III.7 – Carte d'activité moyenne sur la moitié de l'empilement, réalisée par sommation des différences sur une série de 1000 photos successives (séparées de 30 secondes, soit 8 heures et 20 minutes). La plupart des différences entre images sont localisées à proximité de la couronne mobile (en bas).

Pour confirmer ces observations, nous effectuons la sommation des différences sur les lignes de pixels au lieu de le faire sur l'image entière, et nous pouvons en déduire une carte de l'activité en fonction de la hauteur dans l'empilement. Nous obtenons un profil d'activité reproduit sur la figure III.8 et sur lequel on peut observer l'existence de deux bandes de cisaillement. La première, proche de la couronne fixe, est quasiment statique et il y a très peu de mouvements sur toute son épaisseur. Alors que la seconde, proche de la couronne mobile, concentre l'essentiel de la dynamique du système, et la périodicité observée correspond au(x) diamètre(s) des grains. Cette périodicité est liée à la régularité de la couronne mobile, qui crée une structure de lignes à la base de l'empilement.

Si l'on observe l'évolution de cette activité optique sur l'ensemble des images au cours du temps (voir la figure III.9), on trouve un comportement intermittent, avec de grosses variations pour certains couples de photos, alors que d'autres montrent très peu de différences. On observe une activité non nulle pour toutes les photos, une partie des différences entre photos étant dues au mouvement global (élastique) des grains et des couronnes crénelées.

Les différences entre images fournissent une information parcellaire, dans le sens où il n'y a pas de correspondance entre la valeur d'activité et, par exemple, le nombre de grains s'étant déplacés. De plus les déplacements de grains et les modifications de chaînes de force vont avoir un effet sur le calcul de différences, mais nous n'avons pas les moyens de les discerner. Pour effectuer une étude statistique, il faut trouver des observables plus faciles à exploiter, ce sera le rôle des mesures mécaniques et acoustiques. Une information importante que nous a tout de même apporté ce suivi optique est la localisation importante des réarrangements de grains dans le tiers inférieur de l'empilement.

## III.4 Données mécaniques

Pendant le cisaillement, le couple résistant appliqué par l'empilement à la couronne supérieure montre un comportement de type *stick-slip*, cohérent avec les observations de failles tectoniques. En effet, le couple suit une augmentation régulière, interrompue de façon intermittente par des chutes brutales de tailles variées, comme on peut le voir sur la figure III.10. Ces chutes de couple sont la conséquence de réorganisations internes à l'empilement, qui dissipent de l'énergie élastique accumulée. Ce comportement est identique à celui observé pour une cellule de cisaillement simple (qui sera décrit en détail dans le chapitre IV), à la différence près qu'ici il se répète indéfiniment tant que le cisaillement est activé, ce qui permet d'acquérir une statistique importante. Si l'on observe cette valeur de couple pendant un temps long de l'ordre de plusieurs heures (voir la figure III.11), sa valeur moyenne reste inchangée au cours du temps. Le système évolue autour d'un état stationnaire.

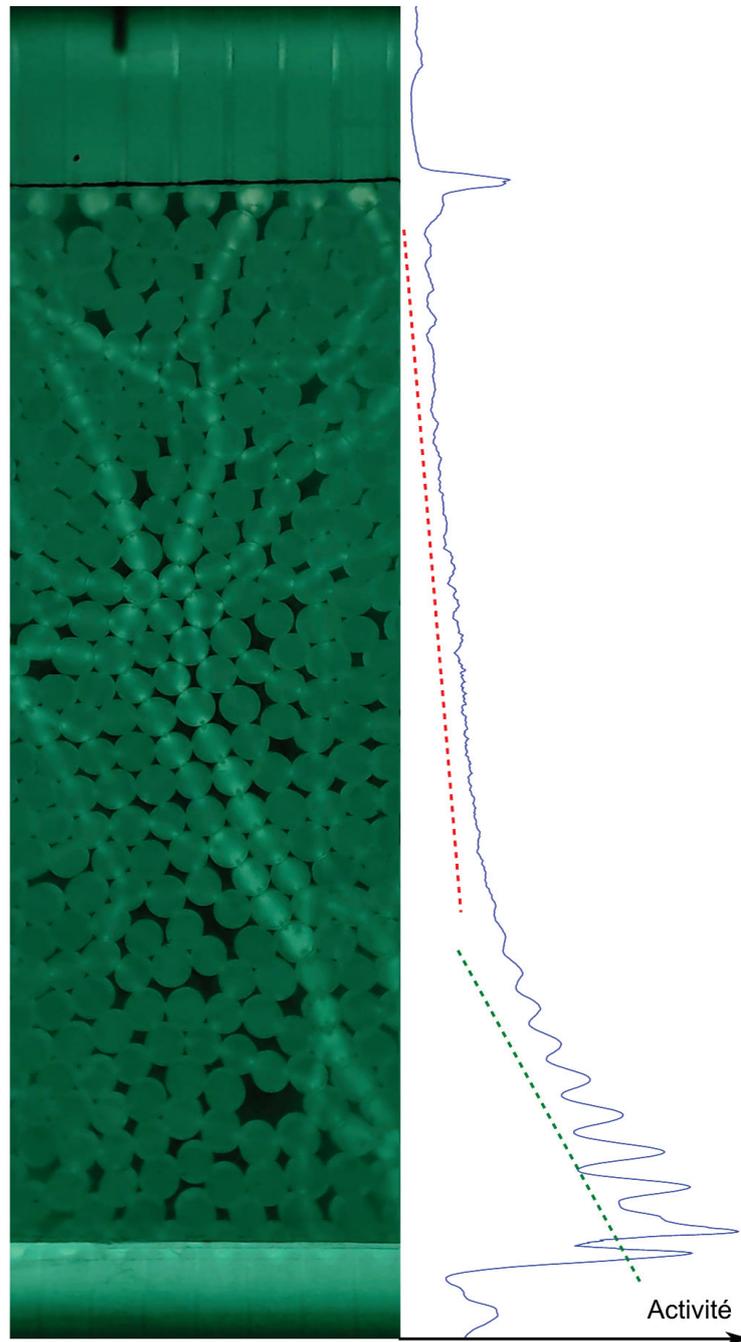


FIGURE III.8 – Représentation comparée de l'activité moyenne sur l'épaisseur de l'empilement (moyenne sur 1000 images) et un détail de l'empilement. On remarque l'existence de deux bandes de cisaillement, l'une représentée en rouge quasiment statique, l'autre en vert concentrant l'essentiel de la dynamique. De plus, dans la bande dynamique, on remarque que l'activité suit une quasi-périodicité correspondant au diamètre des grains.

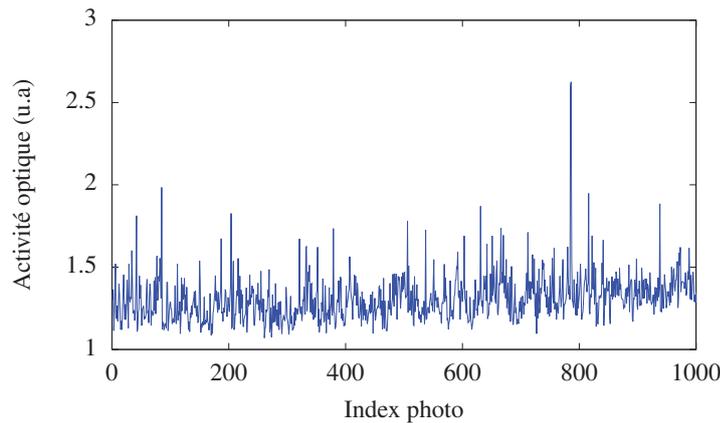


FIGURE III.9 – Activité sur l'ensemble de l'image, au cours du temps entre deux photos successives, pour une série de 1000 photos prises à 30 secondes d'intervalle.

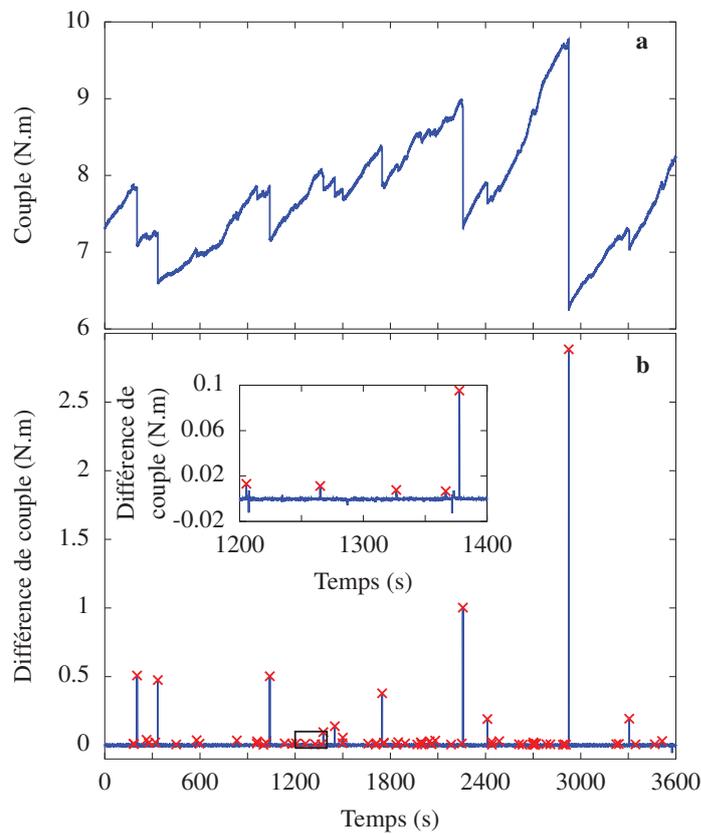


FIGURE III.10 – **a.** Signal de couple typique sur une fenêtre d'une heure. Les chutes brutales sont la signature de réarrangements dans l'empilement granulaire. **b.** Différences entre deux valeurs de couple séparées par 0,1 s. Les chutes de couple apparaissent sous la forme de pics. Les tailles de ces chutes s'étendent sur environ trois décades, donc les plus petites semblent appartenir au bruit de fond, mais en réalité apparaissent clairement lorsque l'on zoome (voir l'insert). La valeur moyenne de ce signal en l'absence d'événements étant négative, la représentation semi-logarithmique n'est pas adaptée.

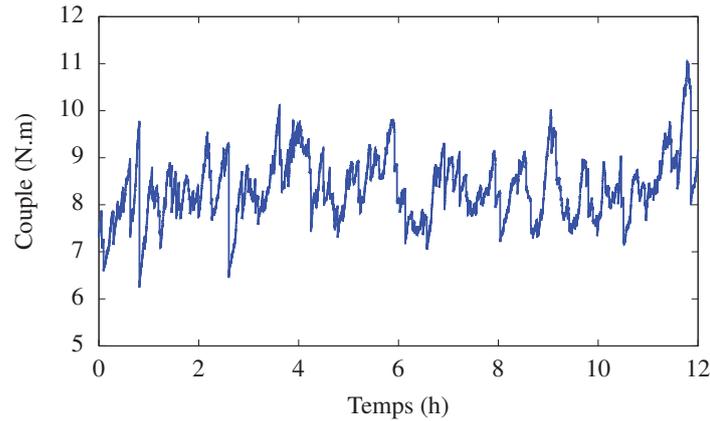


FIGURE III.11 – Fluctuations du couple résistant pendant un temps long (12 h). Le système fluctue autour d'un état stationnaire.

### III.4.1 Détection des avalanches

La première méthode utilisée pour détecter automatiquement ces chutes de couple était de calculer la différence entre deux valeurs de couple séparées d'un dixième de seconde, correspondant au temps caractéristique d'une avalanche. Cette méthode a l'avantage d'être très simple et rapide à mettre en œuvre, mais est limitée du point de vue de la précision temporelle : l'instant de l'avalanche est connu à 0,1 seconde près seulement.

Nous avons donc utilisé le signal de couple décimé à 1 kHz, ce qui permet un compromis entre la taille du signal à analyser d'un seul coup et la précision temporelle recherchée. En élevant le couple au carré, on obtient l'énergie élastique stockée dans le capteur de force.

À cause du bruit important, nous avons appliqué un lissage numérique par une gaussienne (équivalent à un filtre passe-bas à 50 Hz) à la dérivée de l'énergie, puis nous avons recherché la présence de pics dans le signal obtenu. La présence d'un pic ressortant suffisamment du bruit indique une libération rapide d'énergie, ce qui correspond bien au comportement attendu lors d'une avalanche. Cette méthode de détection permet d'obtenir une précision temporelle de l'ordre de quelques millisecondes, soit environ 20 fois mieux que par la méthode initialement évoquée (précision de 0,1 seconde).

La figure III.12 présente plusieurs pics normalisés en amplitude. On remarque que plusieurs d'entre eux, malgré des amplitudes très différentes, semblent se superposer sur la même courbe. Ce comportement est confirmé en calculant la largeur à mi-hauteur des pics détectés. Les proportions de largeurs trouvées (entre 1 et 20 ms) sont représentées sur l'histogramme III.13 pour respectivement les petits, moyens et grands pics. On constate que la plupart ont une largeur à mi-hauteur entre 3 et 5 ms, quelle que soit l'amplitude du pic. Nous pensons que ce comportement provient de la relaxation de l'empilement granulaire qui agit comme un amortisseur visqueux. En effet, dans le cas d'un oscillateur harmonique amorti par un frottement visqueux, la forme de la relaxation vers l'état d'équilibre est indépendante de la position (ou force) initiale et peut être renormalisée par cette

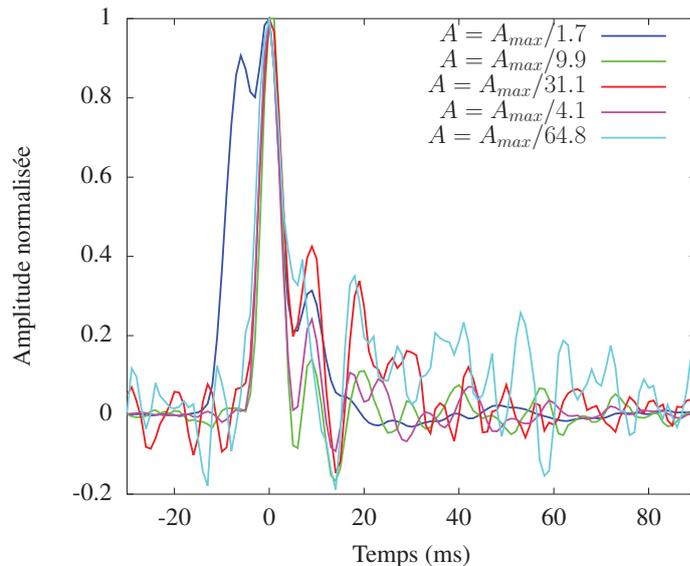


FIGURE III.12 – Tracé des évolutions temporelles filtrées (passe-bas à 50 Hz) et normalisées de la dérivée du couple résistant, pour plusieurs avalanches de tailles diverses (entre 1,7 et 65 fois plus petites que l’avalanche la plus grande détectée pendant l’expérience). Les oscillations après le pic principal semblent assez reproductibles pour toutes les amplitudes d’avalanches, et doivent être due à la relaxation de l’empilement granulaire. Pour l’avalanche représentée en bleu foncé, le pic principal est précédé d’un pic légèrement plus petit, mais de même forme et représentant un précurseur de l’avalanche principale.

condition initiale. Seule la constante d’amortissement visqueux (et éventuellement la pulsation propre de l’oscillateur en régime pseudo-périodique) intervient dans la dépendance temporelle.

### III.4.2 Description des avalanches

Afin d’étudier la dynamique des avalanches, nous devons en définir la taille. Nous avons choisi de définir les tailles d’avalanches par l’énergie mécanique qu’elles dissipent. Pour cela, nous allons considérer le montage expérimental entier comme un montage en série de trois ressorts de torsion : l’un associé au mécanisme de réduction et d’entraînement de la couronne mobile de raideur  $K_{gear}$ , un autre associé à l’empilement  $K_{grains}$  et le dernier associé au capteur de force jouant le rôle de couplemètre  $K_{sens}$ . Nous pouvons alors calculer l’énergie  $E_{drop}$  associée à une chute de couple comme

$$E_{drop} = \frac{1}{K_{tot}} \Gamma_i^2 - \frac{1}{K_{tot}} \Gamma_f^2 = \frac{1}{K_{tot}} (\Gamma_i^2 - \Gamma_f^2)$$

avec  $K_{tot}^{-1} = K_{gear}^{-1} + K_{grains}^{-1} + K_{sens}^{-1} \approx K_{grains}^{-1}$  (car  $K_{grains} \ll K_{gear}, K_{sens}$ ) et  $\Gamma_i$  (respectivement  $\Gamma_f$ ) est le couple résistant à l’instant précédant (resp. suivant) l’avalanche. La valeur de  $K_{tot} \approx K_{grains}$  peut être estimée à partir de la pente du signal de couple lors d’une phase de chargement sur la figure III.10.a. On obtient une raideur d’environ 860 N/rad. On

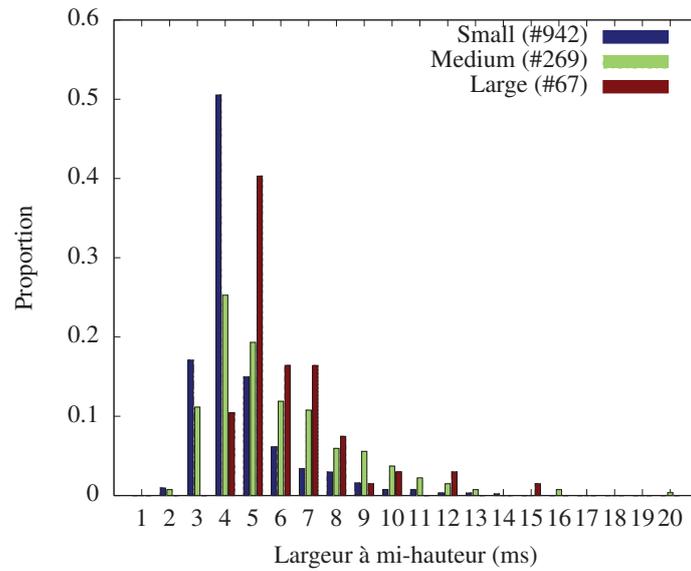


FIGURE III.13 – Proportions de largeurs à mi-hauteur des pics détectés en fonction de leur amplitude  $A$ . La gamme d'amplitudes a été divisée en trois intervalles logarithmiques, les catégories *Small* (**S**), *Medium* (**M**) et *Large* (**L**), définies par :

$$\mathbf{S} \quad A_S \leq A_{max}/40$$

$$\mathbf{M} \quad A_{max}/40 < A_M \leq A_{max}/6,5$$

$$\mathbf{L} \quad A_{max}/6,5 < A_L$$

$A_{max}$  désigne l'amplitude la plus grande mesurée. Le nombre de pics dans chaque catégorie est indiqué entre parenthèses.

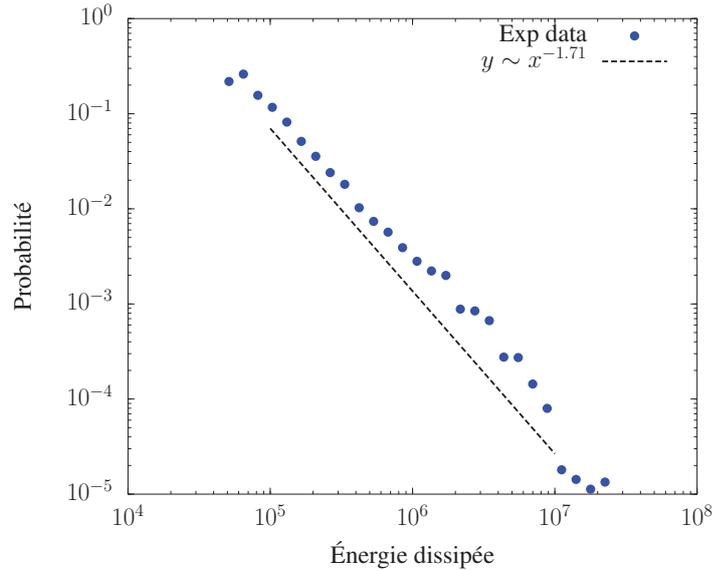


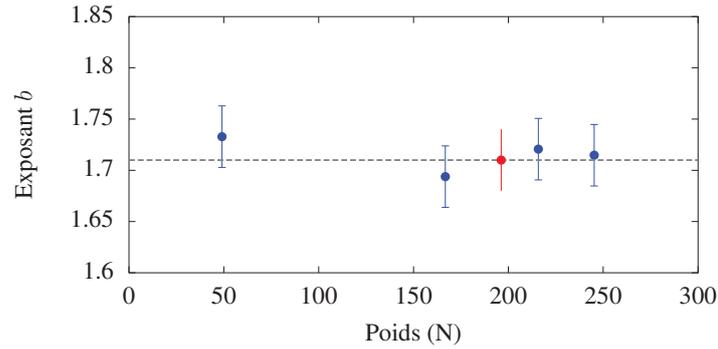
FIGURE III.14 – Distribution de probabilité des énergies dissipées lors d'un réarrangement. L'expérience correspondante a été réalisée avec une vitesse de cisaillement de  $13,8 \mu\text{m/s}$  et une force de confinement de  $200 \text{ N}$ . On constate une bonne correspondance avec une loi de puissance d'exposant  $1,71$  (calculé par ailleurs par une méthode de maximum de vraisemblance).

notera que le capteur de force donne accès à la force appliquée sur lui-même, mais les ressorts de torsion équivalents étant montés en série, ils subissent tous trois le même couple. Nous pouvons alors exprimer l'énergie de l'avalanche comme  $E_{drop} \sim (\Gamma_i^2 - \Gamma_f^2)$ .

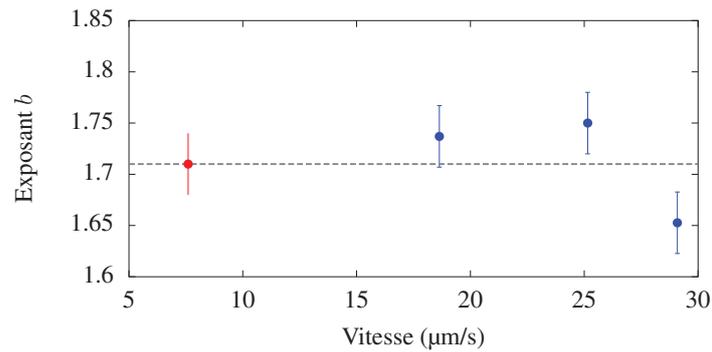
### III.4.3 Analyse statistique

Une fois les avalanches détectées, nous pouvons étudier la statistique des événements. En particulier, nous pouvons comparer la distribution des tailles et la distribution des temps d'attente aux lois connues pour les séismes. Cette analyse était rendue difficile dans l'expérience de cisaillement simple par le faible nombre d'événements enregistrés. Ici, le nombre moyen d'événements détectés s'élève à  $2000$  par jour d'expérience pour une vitesse de cisaillement de  $13,8 \mu\text{m/s}$ . La distribution de probabilité des énergies dissipées mécaniquement lors d'un réarrangement dans le milieu est représentée sur la figure III.14. Une analyse en maximum de vraisemblance [118, 119] a permis d'extraire un exposant de loi de puissance de  $1,71 \pm 0,03$ . La droite de probabilités associée est également représentée sur la figure III.14. On remarque une bonne correspondance pour les faibles valeurs, alors que le manque de statistique sur les grandes valeurs (seulement  $55$  valeurs supérieures à  $10^8$ ) rend difficile l'identification.

Lors du développement du montage expérimental, nous avons réalisé quelques expériences préliminaires en faisant varier la pression de confinement appliquée à l'empilement (*via* des poids morts). Les masses utilisées ont varié de  $5$  à  $25 \text{ kg}$ . Nous n'avons pu observer d'effet sur l'exposant de la loi de puissance, comme on peut le voir sur la figure III.15a.



(a) Effet de la pression de confinement sur l'exposant de la loi de puissance.



(b) Effet de la vitesse de cisaillement sur l'exposant de la loi de puissance.

FIGURE III.15 – Exposants mesurés pour différentes pression de confinement **(a)** appliquées au milieu granulaire (sous forme de poids mort) et différentes vitesses de cisaillement **(b)**. Les points rouges ( $\bullet$ ) représentent l'exposant obtenu sur la figure III.14.

De même en modifiant la vitesse de cisaillement, nous n'avons pas observé d'effet sur la valeur de l'exposant (figure III.15b).

La série temporelle des avalanches nous permet également d'analyser les temps d'attente entre événements successifs. Leur distribution de probabilité constitue une autre caractéristique de la dynamique du système. La figure III.16 représente les distributions de probabilité associées à d'une part les temps d'attente pour la série complète d'avalanches, et d'autre part les temps d'attente entre les 200 événements de plus grande taille. Pour la série complète, la distribution de probabilité est bien représentée par une distribution gamma généralisée de la forme  $\tau^{-0,3} \exp(-(\tau/70)^{0,8})$ , compatible avec le comportement observé pour des données sismiques réelles [120]. Pour ce qui est des événements les plus grands, la distribution des temps d'attente suit une décroissance exponentielle, ce qui montre que les plus grandes réorganisations dans le milieu granulaire suivent un processus de Poisson et sont indépendantes. Il ne semble donc pas y avoir d'effet mémoire à long terme dans le système.

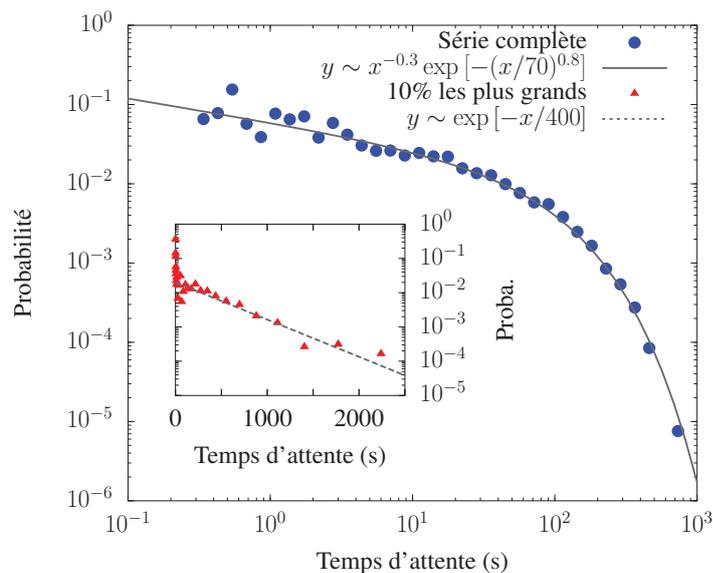


FIGURE III.16 – Distributions de probabilité des temps d'attente entre avalanches pour l'expérience dont la distribution des énergies est représentée en figure III.14 (vitesse de cisaillement de  $13,8 \mu\text{m/s}$  et force de confinement de  $200 \text{ N}$ ). Le calcul a été effectué d'une part pour la série complète d'événements (points bleus  $\bullet$ ) et pour les 10 % d'événements les plus grands (triangles rouges  $\blacktriangle$ ). L'insert est une représentation semi-log pour la distribution des temps associée aux événements grands. Des ajustements ont également été tracés : une fonction gamma généralisée  $\tau^{-0,3} \exp(-(\tau/70)^{0,8})$  pour la distribution associée à la série complète (ligne continue —) et une exponentielle  $\exp(-\tau/400)$  pour les 200 événements les plus grands (ligne pointillée  $\cdots$ ).

### III.4.4 Conclusion sur les données mécaniques

Le suivi du couple résistant de l'empilement face à un cisaillement à vitesse constante montre que le système fluctue autour d'un état stationnaire. Ces fluctuations correspondent à l'accumulation d'énergie sous forme de déformations élastiques, énergie qui est ensuite relâchée lors d'un réarrangement des grains dans le milieu. Ces réorganisations se signalent par des chutes rapides de la résistance de l'empilement, dont la forme est indépendante de la taille de l'avalanche pour une majorité d'événements. L'étude statistique de la série temporelle de ces réarrangements montre une correspondance qualitative avec les comportements observés pour les tremblements de terre réels. Pour la loi de GUTENBERG–RICHTER, l'exposant observé est de  $5/3 = 1,66$ , soit une valeur proche de l'exposant mesuré ici à 1,71.

Mais la gamme de tailles d'avalanches est peu étendue, à peine trois décades. De même le nombre d'événements détectés, environ 2000 pour 24 heures d'expérience, ne permet pas une statistique suffisante sur les avalanches les plus grandes. Le suivi acoustique devrait permettre de combler ces manques et de confirmer les comportements observés.

## III.5 Données acoustiques

Les émissions acoustiques du système sont enregistrées grâce à six transducteurs piézoélectriques à large bande de fréquence. Le couplage acoustique entre les grains et la couronne supérieure où sont situés les capteurs est assuré par la pression de confinement s'appliquant aux points de contacts entre grains et couronne. Les transducteurs sont insérés dans des cavités ajustées dans la couronne, et le couplage est ici assuré par un liquide. Les premières expériences ont été réalisées en utilisant un gel médical pour échographies. Le couplage était excellent, mais le gel à base d'eau s'évaporait, ce qui empêchait des expériences de plus de quelques heures. Ce gel a donc été remplacé par du glycérol, qui assure un couplage constant à très long terme.

### III.5.1 Détection des émissions acoustiques

L'acquisition continue des signaux à 100 kHz génère des fichiers très volumineux : environ 140 Go par jour. Il est donc nécessaire d'optimiser l'analyse pour gagner du temps de calcul. L'analyse des signaux est effectuée de façon itérative sur des portions successives d'un dixième de seconde. Un premier tri est effectué en calculant l'énergie<sup>2</sup> du signal dans une fenêtre temporelle de un dixième de seconde. Si la valeur obtenue est supérieure à un seuil choisi juste au-dessus de la valeur moyenne obtenue pour le bruit de fond, alors le signal est analysé plus en profondeur. Cela signifie que des portions de signal ne contenant

2. Le terme *énergie* employé dans tout cette partie représente une sommation de valeurs élevées au carré : les échantillons temporels dans le cas de l'énergie acoustique du signal, les coefficients de FOURIER dans le cas de l'énergie spectrale. Les deux valeurs sont équivalentes dans des conditions normales d'acquisition (en particulier si le critère de SHANNON est respecté), à un facteur géométrique  $\sqrt{2\pi}$  près.

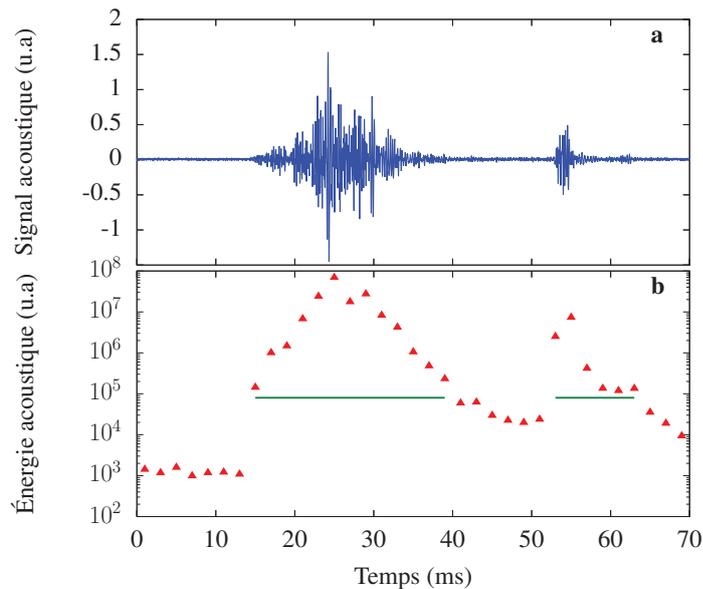


FIGURE III.17 – Méthode par fenêtres d'analyse — **a.** Signal acoustique enregistré pendant une expérience. **b.** Énergie acoustique calculée comme une somme des valeurs élevées au carré, sur une fenêtre de 2 ms. Le signal a d'abord été filtré par un filtre numérique BUTTERWORTH d'ordre 8, passe-bande entre 0,5 et 20 kHz.

que du bruit seront tout de même analysées, mais en contre partie, nous avons l'assurance de trouver même des événements à peine discernables du bruit.

Trois méthodes différentes ont été utilisées, et elles sont présentées ici dans l'ordre croissant de complexité.

La première, triviale, est le calcul de l'énergie du signal sur une fenêtre temporelle de 2 ms après passage d'un filtre numérique BUTTERWORTH passe-bande d'ordre 8 entre 0,5 et 20 kHz. Cette méthode est très rapide, mais ne peut distinguer deux émissions acoustiques très rapprochées, ni différencier les différentes fréquences émises (voir la figure III.17). De plus la précision temporelle de la détection est limitée à deux millisecondes. Les émissions acoustiques apparaissent sous la forme de pics plus ou moins larges. La détection est encore une fois réalisée par seuillage simple ou par recherche de maxima locaux. L'amplitude est obtenue par sommation des points adjacents supérieurs au seuil (risque de sommer deux événements indiscernables car séparés de moins de quelques millisecondes).

La seconde, plus élaborée, consiste à utiliser le spectrogramme du signal pour effectuer la détection. Le spectrogramme est le résultat d'une transformée de FOURIER à court-terme, c'est-à-dire appliquée sur le signal temporel multiplié par une fenêtre gaussienne<sup>3</sup> centrée sur l'instant considéré. La technique est décrite plus en détail par la figure III.18 : le spectrogramme est alors calculé pour un signal simple, d'amplitude constante au cours du temps et dont la fréquence caractéristique augmente linéairement avec le temps. Ce signal est multiplié par une fenêtre gaussienne centrée en un certain instant, puis on

3. La largeur de cette fenêtre, exprimée en termes de nombre d'échantillons, correspond à la moitié du nombre de fréquences sur lequel la transformée de FOURIER est calculée. Dans notre cas, pour 512 fréquences entre 0 et 100 kHz, on obtient une largeur de 2,56 ms.

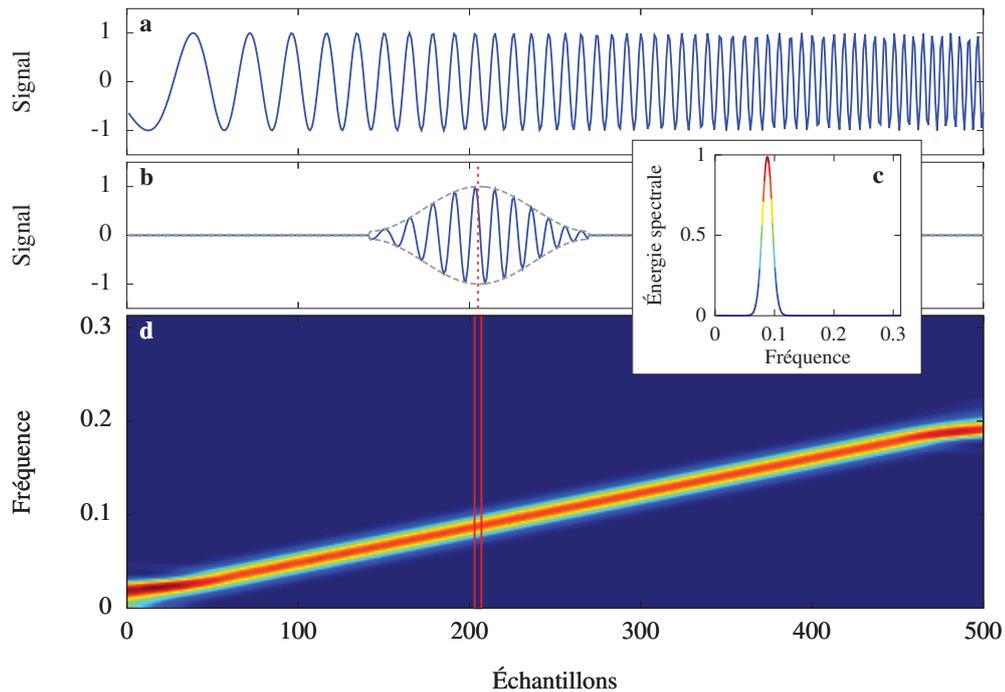


FIGURE III.18 – Illustration de la technique du spectrogramme sur un signal simple — **a.** Signal artificiel d'amplitude 1 et dont la fréquence augmente linéairement au cours du temps. **b.** Signal représenté en **a** multiplié par une fenêtre gaussienne dont la largeur correspond au nombre de fréquences recherchées lors de la transformée de FOURIER, ici 256. **c.** Énergie spectrale du signal **b** représentée en fonction de la fréquence (ici pour  $0 \leq f \leq 0,31$  en unités normalisées). L'énergie spectrale est convertie en un code couleur utilisé ensuite sur le spectrogramme. **d.** Spectrogramme du signal sur les fréquences comprises entre 0 et 0,31. À chaque instant, le code couleur représente l'énergie spectrale pour les différentes fréquences, les couleurs chaudes représentant les énergies les plus grandes. L'énergie spectrale représentée en **c** est représentée dans le cadre rouge ( $\square$ ). On retrouve que la fréquence du signal d'origine (**a**) augmente linéairement avec le temps.

calcule la transformée de FOURIER du signal obtenu pour obtenir son énergie spectrale en fonction de la fréquence. L'opération est répétée pour tous les instants afin de construire une carte des énergies spectrales à chaque instant et pour toutes les fréquences, constituant le spectrogramme du signal original.

La détection est réalisée à partir d'une valeur numérique caractéristique du signal dans la gamme de fréquence de 0,5 kHz à 50 kHz, obtenue par sommation des logarithmes des valeurs du spectrogramme sur les fréquences recherchées (voir la figure III.19). Une valeur numérique est associée à chaque instant d'échantillonnage, et lorsque cette valeur dépasse un seuil déterminé à partir du bruit, c'est qu'une onde acoustique traverse le capteur. Grâce à l'effet du logarithme, on obtient une valeur qui est du même ordre de grandeur (quelques centaines en unités arbitraires) pour toutes les portions de signal. En particulier, la détection pour les événements les plus petits sera facilitée car ils ne risquent pas de se trouver cachés par un événement grand à proximité. L'onde acoustique est détectée sur l'intervalle

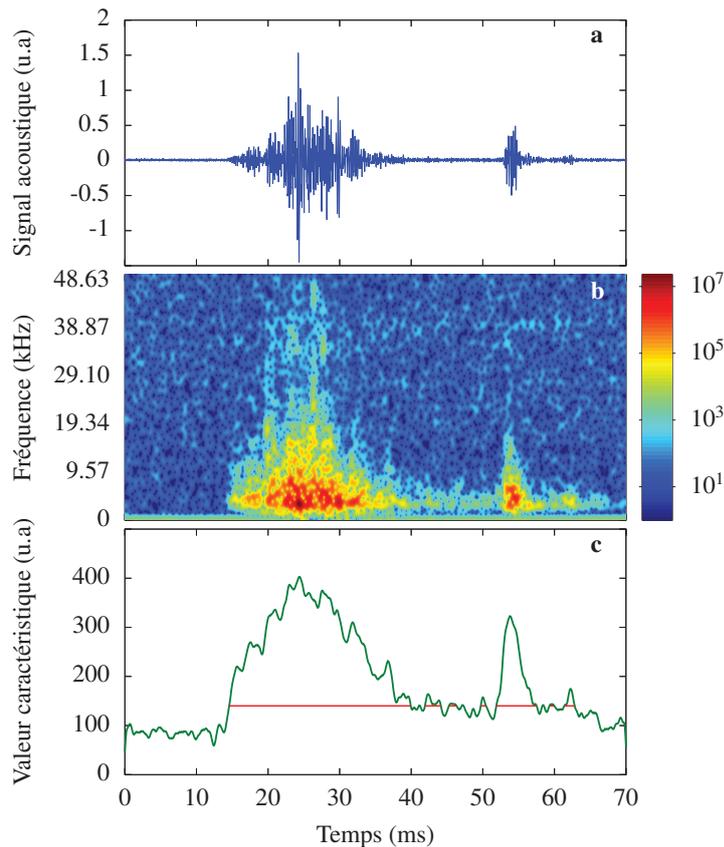


FIGURE III.19 – Méthode du spectrogramme — **a.** Signal acoustique enregistré pendant une expérience. **b.** Spectrogramme brut correspondant sur 256 fréquences entre 0 et 50 kHz. Les couleurs représentent une échelle logarithmique. **c.** Valeur caractéristique calculée par sommation (sur les fréquences) du logarithme du spectrogramme à chaque instant. Le seuil de détection a été représenté par une ligne rouge (—) dans les intervalles détectés.

de temps où la valeur instantanée est supérieure au seuil choisi, donc la durée du passage de l'onde devient accessible, de même que son énergie totale. Une fois la détection réalisée dans le domaine fréquentiel, on peut revenir au signal temporel et extraire l'enveloppe du signal et son amplitude. Cette méthode est indépendante de la fréquence caractéristique du signal acoustique, et la détection s'affranchit donc de l'éventuelle dispersion lors de la propagation. Cela implique également qu'il est impossible de distinguer deux événements quasi-simultanés même s'ils ont des fréquences caractéristiques très différentes.

La troisième méthode consiste à réaliser une Transformée en Ondelettes Partielle (en anglais Discrete Wavelet Transform, DWT). Cette transformée est proche de la transformée de FOURIER, à la différence près que le calcul n'est pas basé sur des sinusoides, mais sur des *ondelettes*. Une ondelette est une oscillation de représentation temporelle finie. Les ondelettes  $\psi(t, f, \sigma)$  utilisées ici (ondelettes de MORLET) commencent au temps  $t$  et correspondent au produit d'une sinusoïde (de fréquence  $f$ ) par une fenêtre gaussienne (voir la figure III.20) dont la largeur  $\sigma$  est constante lorsqu'elle est exprimée en terme de périodes de la sinusoïde.

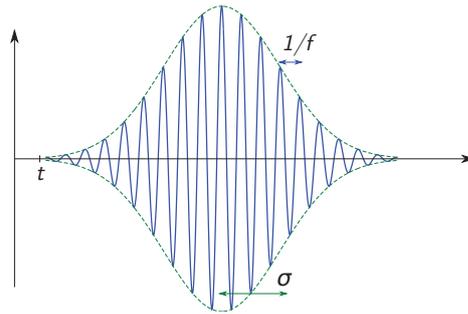


FIGURE III.20 – Représentation temporelle de l'ondelette  $\psi(t, f, \sigma)$  utilisée (ligne pleine bleue —) et de la fenêtre gaussienne associée (ligne pointillée verte - -). L'axe temporel n'a pas été légendé car un changement de fréquence de l'ondelette revient à faire une dilatation ou contraction de l'axe des temps. La forme de l'ondelette reste inchangée, on parle d'ondelette mère.

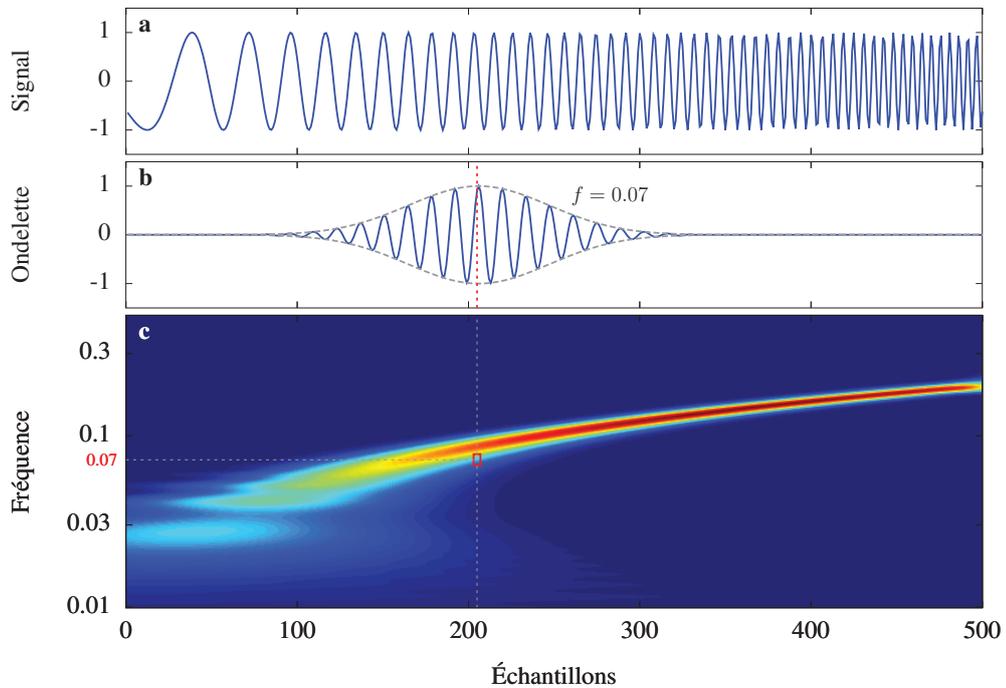


FIGURE III.21 – Illustration du calcul d'un scalogramme — **a.** Signal artificiel d'amplitude 1 et dont la fréquence augmente linéairement au cours du temps. **b.** Ondelette de fréquence donnée (ici  $f = 0,07$ ) et centrée sur un instant précis (représenté en pointillés rouges). Par multiplication du signal par l'ondelette puis intégration sur l'axe des temps, on obtient une valeur caractéristique de corrélation entre le signal et l'ondelette. On notera ici que seule la partie réelle de l'ondelette est représentée, mais que le calcul est réalisé sur des nombres complexes pour prendre en compte également la phase existant entre le signal et l'ondelette. **c.** Carte de corrélation entre le signal et les différentes ondelettes en fonction du temps et de leurs fréquences, constituant le scalogramme, représentée pour  $0,01 \leq f \leq 0,5$ . La valeur de corrélation obtenue pour l'ondelette **b** est reportée au temps et à la fréquence correspondante sur le scalogramme, dans le cadre rouge (□).

L'avantage de la transformée en ondelettes par rapport à une transformée de FOURIER est que l'ondelette a une plus grande réalité physique qu'une sinusoïde de portée temporelle infinie. En effet, lors de l'émission de l'onde acoustique, on s'attend à ce que l'amplitude d'émission augmente, atteigne un pic puis diminue pour atteindre zéro à nouveau. Ce comportement est modélisé par la fenêtre gaussienne qui module l'amplitude de l'ondelette.

Le résultat d'une transformée en ondelettes est un scalogramme<sup>4</sup>, cartographie 2D de l'énergie du signal dans les domaines fréquentiels et temporels. La figure III.21 illustre le calcul du scalogramme sur le signal artificiel déjà utilisé pour expliquer le calcul du spectrogramme.

Puisqu'une ondelette est définie par deux paramètres, respectivement la fréquence de la sinusoïde et la largeur de la gaussienne, le scalogramme résulte d'un compromis entre la précision temporelle et la précision fréquentielle. La largeur de l'ondelette (au sens du nombre de périodes de la sinusoïde représentées) utilisée ici a été choisie pour correspondre à la largeur typique du signal balistique (la partie de grande amplitude en début de signal).

Une fois le scalogramme obtenu, on applique un lissage gaussien à l'image pour faciliter la détection de maxima locaux par analyse d'image. La figure III.22.b et c présente à la fois le scalogramme brut, très bruité, et l'image lissée, qui permet la détection. L'ordonnée du pic donne directement la fréquence de plus haute énergie, et l'abscisse correspond au temps d'arrivée du signal sur le capteur. Un filtrage est de nouveau effectué pour s'assurer que les pics détectés ont une énergie suffisante et ne proviennent pas du bruit.

L'avantage d'une telle analyse est sa précision à la fois temporelle (environ 0,1 ms) et fréquentielle (plus précise sur les basses fréquences grâce à l'étagement logarithmique des fréquences), mais elle a l'inconvénient d'être lente : la détection pour une expérience d'une journée met plus d'une semaine par capteur (il est seulement possible d'en calculer deux à la fois à cause de limitations en vitesse de lecture simultanée de données du même fichier sur le disque dur).

La figure III.23 reprend les résultats des trois méthodes appliquées à la même portion de signal des figures III.17, III.19 et III.22. Les énergies des événements détectés sont représentées en fonction du temps. Pour les méthodes de sommation sur une fenêtre de 2 ms et d'analyse du spectrogramme, nous avons accès à une durée d'événement, mais pas dans le cas du scalogramme (l'utilisation de seuils pourrait permettre de déterminer une durée aussi dans le cas du scalogramme). La précision de détection augmente avec la complexité de la méthode : par rapport au spectrogramme, la méthode des fenêtres de 2 ms ne parvient pas à séparer les deux événements autour de 60 ms. Les résultats pour le spectrogramme et le scalogramme sont proches, à l'exception de la séparation des

---

4. On remarquera la différence entre un spectrogramme et un scalogramme (si obtenu par ondelettes de MORLET) : pour le spectrogramme, le signal est multiplié par une fenêtre gaussienne avant le calcul de corrélation avec une sinusoïde de fréquence variable ; alors que le scalogramme est obtenu en corrélant le signal entier avec une ondelette, elle-même obtenue en multipliant une sinusoïde par une fenêtre gaussienne. De plus, les fréquences d'intérêt sont distribuées linéairement pour la transformée de FOURIER et de façon logarithmique pour la transformée en ondelettes. Il en résulte une bien meilleure précision fréquentielle dans les basses fréquences.

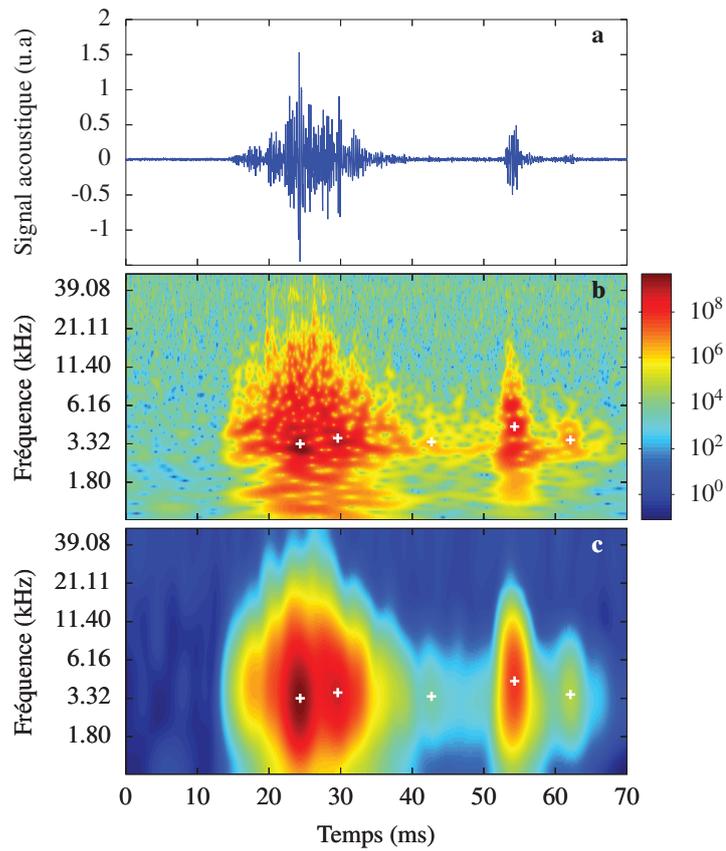


FIGURE III.22 – Méthode du scalogramme — **a.** Signal acoustique enregistré pendant une expérience. **b.** Scalogramme brut correspondant sur 128 fréquences entre 1 et 50 kHz. Les couleurs représentent une échelle logarithmique. **c.** Scalogramme après lissage pour détection des pics d'énergie. Les croix (+) blanches correspondent aux pics d'énergie détectés par analyse d'image. On remarquera que malgré un lissage qui semble excessif, les pics détectés sont bien positionnés sur le scalogramme brut.

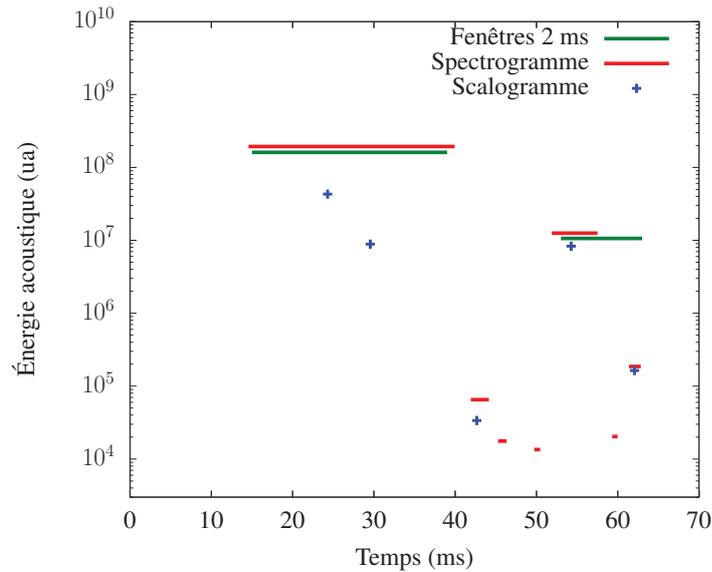


FIGURE III.23 – Comparaison des trois méthodes de détection acoustique. On représente les événements détectés en fonction du temps et de leur énergie. Les méthodes des fenêtres de 2 ms et du spectrogramme permettent d'accéder à une durée d'événement, ce qui n'est pas le cas pour la méthode des ondelettes/scalogramme.

deux événements autour de 20 et 30 ms, réussie dans le cas du scalogramme mais pas pour le spectrogramme. En effet, le second événement survient alors que la partie diffusive du premier est encore enregistrée par le capteur. Le seuil de détection utilisé pour le spectrogramme n'est pas croisé, donc les deux événements apparaissent comme un événement unique, plus long. De plus, l'énergie obtenue par l'analyse en ondelettes est inférieure à celle obtenue pour l'analyse en transformée de FOURIER car l'énergie est calculée sur la longueur de l'ondelette, c'est-à-dire plutôt sur la partie balistique de l'onde, alors que la méthode du spectrogramme prend également en compte l'énergie de la partie diffusive, d'où la surestimation.

Une fois la détection effectuée par l'une des méthodes décrites ci-dessus, il en résulte une liste contenant tous les événements détectés, caractérisés par, *a minima*, leur amplitude (dont la définition varie en fonction de la méthode) et leur temps d'arrivée sur le capteur. L'analyse en ondelettes fournit également la fréquence caractéristique. L'analyse *via* le spectrogramme donne la fréquence caractéristique (dans l'hypothèse qu'elle est unique), le temps associé à l'amplitude maximale et la longueur temporelle du signal. Une fois ces données en main, l'analyse statistique peut commencer.

### III.5.2 Analyse statistique

De la même manière que pour les avalanches détectées sur les données mécaniques, nous pouvons calculer la distribution de probabilité des énergies des scalogrammes pour les ondes acoustiques enregistrées. Le résultat est donné sur la figure III.24. On constate à nouveau une bonne correspondance avec une loi de puissance d'exposant  $1,71 \pm 0,03$

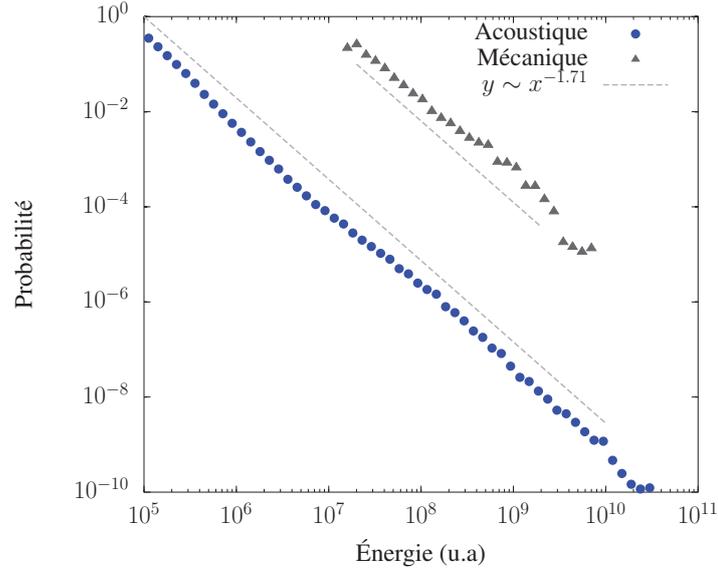


FIGURE III.24 – Distribution de probabilité des énergies des scalogrammes des signaux acoustiques (points bleus •) émis lors du cisaillement et enregistrés par un seul des six capteurs. La distribution obtenue pour les données mécaniques pour la même expérience (vitesse de cisaillement de  $13,8 \mu\text{m/s}$  et force de confinement de  $200 \text{ N}$ ) a été rappelée (triangles gris ▲). De nouveau une loi de puissance d'exposant  $1,71 \pm 0,03$  a été calculée par maximum de vraisemblance et est représentée par une ligne discontinue (- -). L'alignement des deux lois de puissance a été obtenu en faisant correspondre en amplitude les événements simultanés (les explications détaillées sont données plus loin en section III.6).

(correspondant au maximum de vraisemblance), c'est-à-dire avec le même exposant que pour les énergies dissipées mécaniquement. Ici, le calcul a été effectué pour un seul capteur acoustique (sur les 6) correspondant à 200 000 événements détectés. On remarque que les énergies enregistrées s'étendent sur plus de 5 décades (contre à peine 3 pour l'énergie mécanique). À cause de différences au niveau du couplage acoustique et de différences de sensibilité des éléments piézoélectriques, les différents capteurs acoustiques ne permettent pas de détecter autant d'événements pour chacun d'entre eux. Sur la figure III.25 sont représentés les distributions de probabilité pour chacun des capteurs. On voit que la distribution de probabilité est identique pour les 6 capteurs. Le capteur ayant enregistré le plus d'événements (capteur 4 avec 1,8 millions d'événements) montre une loi de puissance s'étendant sur 6 décades.

Les différences de couplage acoustique entre les capteurs n'amènent pas de différences dans la statistique observée pour les énergies des événements. L'explication en est que les différences d'impédance acoustique entre le matériau, le liquide couplant et le capteur piézoélectrique, n'introduisent qu'un facteur géométrique, indépendant de l'amplitude du signal. Mais qu'en est-il de la propagation de l'onde dans le milieu granulaire et donc de son atténuation avant l'enregistrement par le capteur piézoélectrique? En effet, les ondes acoustiques sont générées partout dans le milieu, et ont donc des chemins différents à parcourir avant d'atteindre l'un des capteurs. L'atténuation d'une onde acoustique dans

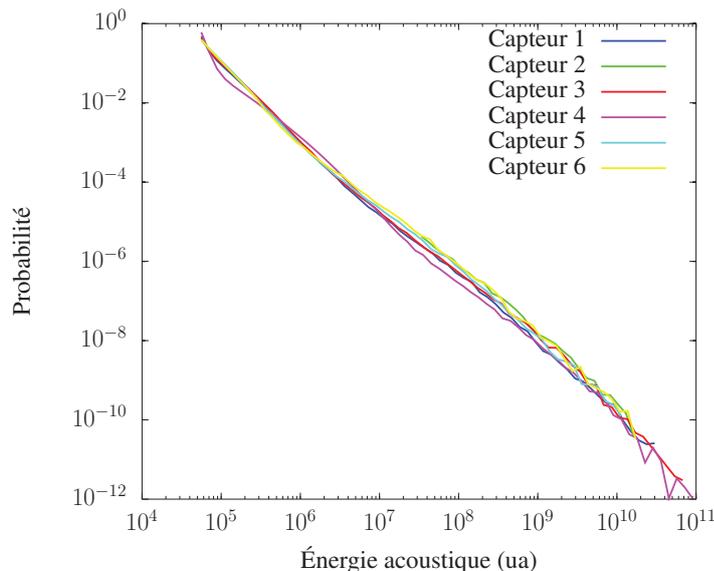


FIGURE III.25 – Comparaison des distributions de probabilité pour les 6 capteurs acoustiques. Les distributions sont identiques et suivent la même loi de puissance.

un milieu granulaire est essentiellement due à la propagation au niveau des contacts entre grains [103, 104], en plus d'une atténuation géométrique en  $1/r^2$ . Pour tester l'influence de cette atténuation, nous avons simulé la propagation d'une onde acoustique à travers le milieu granulaire par une décroissance exponentielle avec une longueur caractéristique correspondant à la taille d'un grain : on obtient bien une atténuation exponentielle avec le nombre de points de contact traversés. À partir d'un jeu simulé de un million d'événements localisés de façon aléatoire et homogène dans le milieu granulaire, avec des énergies distribuées en loi de puissance (exposant 1,71 correspondant à celui observé), nous avons obtenu les énergies atténuées à partir de la distance par rapport aux capteurs. La distributions de probabilité obtenue est représentée sur la figure III.26, comparée avec la loi de puissance pour le jeu simulé original. L'équivalent d'un seuil de détection a été appliqué : en effet, les événements les plus petits observés dans l'expérience réelle doivent correspondre à l'énergie détectable la plus faible. En particulier, un événement dont l'énergie est juste supérieure au seuil de détection mais dont la source est située à proximité immédiate d'un capteur sera très peu atténué lors de son enregistrement. Le seuil de détection doit donc être choisi à la valeur la plus basse des énergies du jeu original (soit 1 dans la simulation). On observe la même loi de puissance (et en particulier le même exposant) pour le jeu original et le jeu atténué (ce dernier ayant beaucoup moins d'événements enregistrés, puisqu'un grand nombre d'entre eux est passé en dessous du seuil).

Cette robustesse de la loi de puissance, et de la valeur de l'exposant, est observée également pour une atténuation exponentielle d'une fraction du nombre de contacts, ou encore pour une atténuation en  $1/r$  ou  $1/r^2$  (avec  $r$  la distance parcourue par l'onde entre le lieu d'émission et un capteur). Ces calculs sont détaillés dans l'annexe C. De la même façon, pour faire écho aux observations optiques, si l'on localise l'ensemble des sources dans le

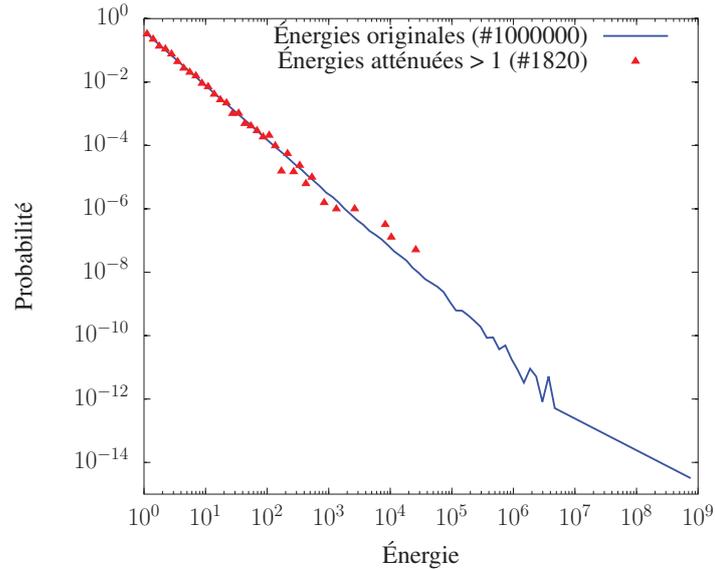


FIGURE III.26 – Simulation de l’atténuation des ondes acoustiques lors de leur propagation dans le milieu et effet sur la distribution de probabilité observée. La loi de puissance observée pour le jeu d’énergies atténuées est identique à celle du jeu original (aux barres d’erreur près,  $1,71 \pm 0,03$ ). Le calcul d’atténuation a été effectué pour un seul capteur mais le système simulé est ici invariant par translation, donc tous les capteurs sont équivalents. On notera le nombre d’événements atténués d’énergie supérieure au seuil, environ 500 fois plus faible que le nombre d’événements original. Ce rapport dépend de la fonction choisie pour l’atténuation lors de la propagation, mais la loi de puissance est toujours conservée.

tiers inférieur du milieu granulaire, la loi de puissance est toujours conservée. Nous pouvons donc en conclure que la loi de puissance d’exposant 1,71 observée pour les observations réelles correspond bien à la distribution de probabilité des énergies acoustiques émises par les avalanches dans le milieu granulaire.

L’analyse des temps d’attente entre émissions acoustiques se fait de la même façon que pour les événements mécaniques. On effectue le calcul sur tous les signaux acoustiques sans discrimination de fréquence. Le calcul est de nouveau effectué pour la série complète et pour les événements les plus grands. On obtient les distributions représentées sur la figure III.27. À nouveau, une fonction gamma généralisée de la forme  $\tau^{-0,3} \exp[-(\tau/67 \text{ (ms)})]$  reproduit bien la distribution des temps d’attente pour la série complète, alors qu’une décroissance exponentielle  $\exp[-(\tau/138 \text{ (s)})]$  correspond pour la distribution des temps d’attente entre les grands événements. On retrouve donc les mêmes comportements qu’obtenus précédemment pour le suivi mécanique.

### III.5.3 Fréquences caractéristiques

L’analyse en ondelettes donne accès à la fréquence de l’émission acoustique comme sur les figures III.22 (définition du scalogramme) et III.28). Plusieurs fréquences caractéristiques peuvent être extraites, avec par exemple sur la figure III.28 des pics à 3,3 kHz et

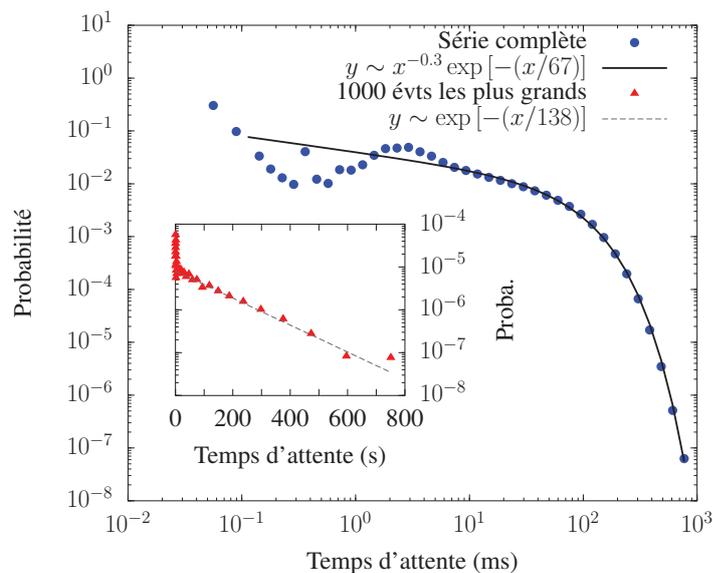


FIGURE III.27 – Distribution des temps d’attente pour les événements dont la distribution de probabilité des amplitudes est représentée en figure III.24. La distribution des temps d’attente pour la série complète est représentée en représentation log-log (points bleus  $\bullet$ ) et celle pour les 1000 événements de plus grandes amplitudes en représentation semilog (triangles rouges  $\blacktriangle$ ). On notera la différence d’unités de temps : l’unité est la milliseconde pour les temps d’attente de la série complète, alors que la seconde est utilisée pour les temps d’attente entre les événements les plus grands. Des ajustements par respectivement une fonction gamma généralisée  $\tau^{-0,3} \exp[-(\tau/67 \text{ (ms)})]$  et une exponentielle  $\exp[-(\tau/138 \text{ (s)})]$  ont aussi été représentés.

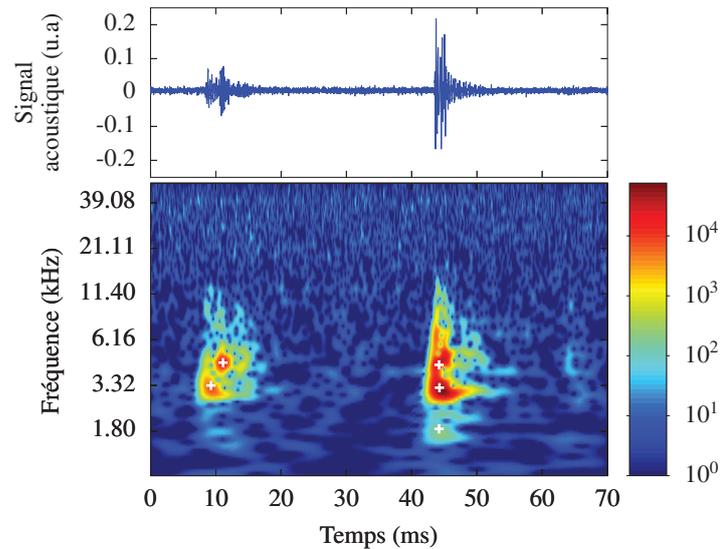


FIGURE III.28 – Analyse en ondelettes d’une portion de signal acoustique. On voit deux fréquences caractéristiques se détacher sur les deux signaux, respectivement 3,3 kHz et 4,4 kHz (un autre pic est présent à 1,8 kHz).

4,4 kHz. Pour l’expérience complète, on peut déterminer une distribution des fréquences caractéristiques émises. La distribution de ces fréquences caractéristiques est représentée sur la figure III.29. On observe plusieurs pics, assez larges, représentant 4 familles de fréquences (en couleurs sur la figure) : 3 fréquences seules (1,8, 3,3 et 4,8 kHz) et un jeu d’harmoniques (4,1, 8,2 et 12,3 kHz). La largeur des pics peut être due à l’existence de dispersion lors de la propagation, mais aussi à l’incertitude lors de l’analyse des scalogrammes.

### III.5.4 Conclusion sur les données acoustiques

L’utilisation de capteurs acoustiques piézoélectriques, insérés au plus près de l’empilement, permet d’enregistrer un grand nombre d’émissions acoustiques. Ces ondes acoustiques sont produites par des avalanches lors du cisaillement du milieu granulaire. La distribution des énergies transportées par ces ondes suit une loi de puissance de même exposant que les avalanches mécaniques observées et analysées précédemment. Les six capteurs disposés régulièrement sur la paroi de l’empilement produisent la même loi de puissance, et nous avons montré que la propagation de ces ondes au sein du milieu granulaire ne modifie pas la distribution de probabilité de leurs énergies. L’analyse des temps d’attente a montré un comportement encore une fois qualitativement cohérent avec les tremblements de terre réels.

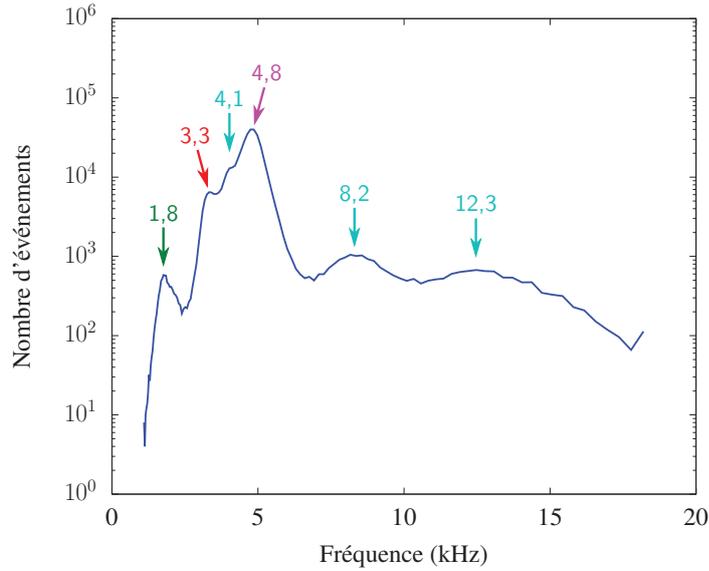


FIGURE III.29 – Distributions des fréquences caractéristiques des émissions acoustiques enregistrées par un des capteurs. Les pics ont été légendés avec la fréquence correspondante en kHz.

### III.6 Corrélations entre les mesures

Grâce à notre suivi multiple de l'empilement granulaire pendant le cisaillement, nous avons accès à plusieurs descriptions physiques du même phénomène. Puisque nous observons toujours le même système, mais de manières différentes, nous devons être capables de mettre en parallèle les différentes analyses décrites précédemment. Le suivi optique étant réalisé à une fréquence de 1/30 Hz, l'analyse des différences d'images donnera peu d'informations par rapport aux suivis mécanique et acoustique.

Le suivi acoustique offre une précision bien supérieure au suivi mécanique : le nombre d'événements détectés est bien supérieur (facteur 10 à 100 selon les descriptions), et leur occurrence temporelle est connue avec une précision de 0,05 ms, contre quelques millisecondes pour la détection mécanique. Ainsi pour décrire la corrélation entre les deux analyses, nous représenterons les événements acoustiques comme des événements ponctuels de 0,05 ms, alors que les événements mécaniques seront représentés comme des événements étendus sur 1 ms. Il devient possible de réaliser un calcul de la corrélation  $\xi$  entre les deux séries temporelles booléennes, valant 0 tout le temps sauf lors d'un événement où elles valent 1. Pour un incrément temporel  $\tau$ , on utilisera la formule

$$\xi(\tau) = \frac{\sum_t b_t a_{t-\tau} - \langle b_t \rangle \langle a_t \rangle}{\sqrt{\sum_t (b_t - \langle b_t \rangle)^2 \sum_t (a_t - \langle a_t \rangle)^2}} \quad (\text{III.1})$$

où  $b_t$  représente la série booléenne mécanique,  $a_t$  la série acoustique et  $\langle \cdot \rangle$  la moyenne temporelle (très proche de 0 pour des séries booléennes d'événements discrets). On peut réaliser ce calcul pour l'ensemble des événements ou seulement les plus grands. Le résultat

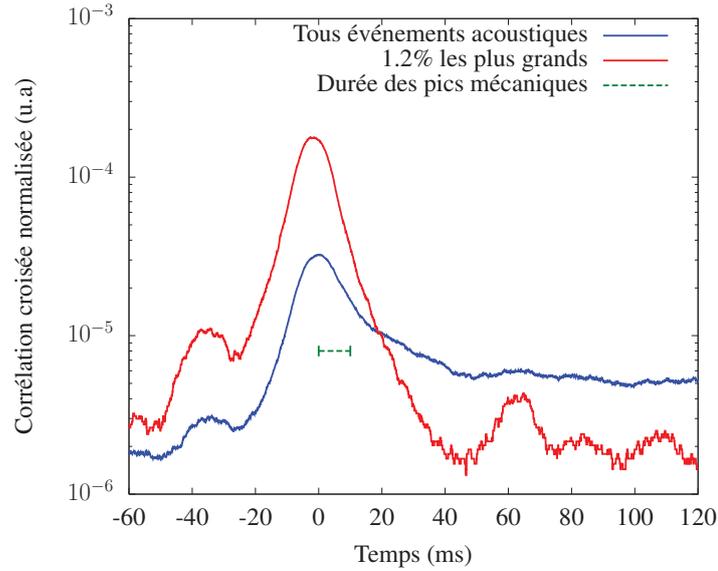


FIGURE III.30 – Corrélation croisée entre suivis acoustique et mécanique. Le calcul a été réalisé pour la série temporelle d'événements acoustiques complète et également en ne prenant en compte que les 1,2% d'événements les plus importants. Les deux calculs montrent un pic de corrélation à 0 ms, mais on remarque une différence importante de symétrie du pic : pour les événements grands, le pic est symétrique entre temps négatifs et positifs, ce qui montre qu'à l'imprécision de mesure près, les événements acoustiques importants sont synchronisés avec les chutes de couple résistant. À l'inverse, la corrélation reste élevée pendant un temps long après la chute de couple, alors qu'elle augmente rapidement avant. Cette observation est la signature de répliques.

obtenu est donné sur la figure III.30. On observe un pic de corrélation élevé au temps nul (correspondant au début des événements mécaniques) dans les deux cas, mais la symétrie des pics est différente : en effet, alors que le pic de corrélation associé aux seuls événements acoustiques importants est symétrique, celui associé à tous les événements acoustiques sans distinction est étendu aux temps positifs. La raison en est l'existence de répliques, avalanches secondaires de plus faible ampleur, dues au caractère instable de l'empilement juste après une avalanche importante.

Le calcul de corrélation prend en compte uniquement les données temporelles des événements, mais pas leur amplitude. La prise en compte de l'amplitude dans le calcul direct (équation III.1) est possible en remplaçant les coefficients booléens  $b_t$  et  $a_t$  par :

- soit l'amplitude des avalanches  $B_t$  et  $A_t$  (avec toujours une valeur 0 en cas d'absence d'événement). Dans ce cas, la distinction entre corrélation avec tous les événements ou seulement les plus grands n'est plus pertinente, vu que la statistique est dominée par les grandes valeurs d'amplitude. On obtient un pic de corrélation pour  $\tau = 0$ , mais la corrélation à temps non nul est faible et bruitée.
- soit le logarithme de l'amplitude des avalanches  $\log B_t$  et  $\log A_t$  (avec toujours une valeur 0 en cas d'absence d'événement). La corrélation obtenue est quasiment identique à celle pour la série booléenne, la statistique ne faisant pas la distinction entre

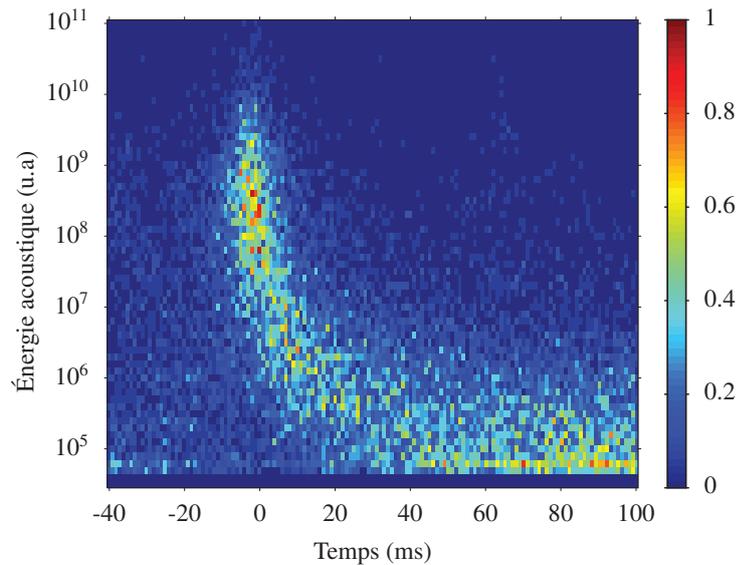


FIGURE III.31 – Carte de distribution des temps et amplitudes des émissions acoustiques à proximité d'une chute de couple. On observe une décroissance de l'amplitude la plus probable à mesure que le temps s'écoule après la chute de couple. L'échelle de couleur représente le taux d'événements moyen ( $\text{ms}^{-1}$ ).

des valeurs du même ordre de grandeur (quelques unités pour le logarithme des amplitudes).

Afin d'analyser les amplitudes des événements acoustiques autour d'une chute de couple, nous avons réalisé l'historique en deux dimensions des amplitudes et instants des émissions acoustiques dans une fenêtre de 40 ms avant et 100 ms après chaque chute de couple. On obtient alors une carte donnant la distribution des couples amplitude-temps des émissions acoustiques. Cette carte est représentée en figure III.31. L'amplitude la plus probable est maximale au temps 0 (très exactement dans les quelques millisecondes précédant le temps 0), correspondant à l'instant de la chute de couple, puis diminue au fur et à mesure que le temps s'écoule pour atteindre une valeur proche du seuil de détection après environ 80 ms. Ces répliques voient donc leur amplitude diminuer d'autant plus qu'elles ont lieu longtemps après l'avalanche principale, ce qui correspond à un retour du système vers un état stable. On remarquera que les émissions acoustiques prises en compte dans ce calcul représentent moins de 1% de l'ensemble des émissions détectées. Tous les autres événements acoustiques ont eu lieu loin d'une chute de couple.

Cette carte a été réalisée sans distinguer les chutes de couple les unes des autres, quelles que soient leurs amplitudes respectives. Pourtant, si l'on a extrait pour chaque chute de couple l'émission acoustique de plus grande amplitude dans l'intervalle précédemment évoqué, on peut comparer les énergies mécaniques et acoustiques correspondant à une même avalanche. La figure III.32 présente un nuage de points correspondant chacun à une avalanche enregistrée. La gamme d'énergies mécaniques est divisée en plusieurs intervalles étroits, et pour chacun d'eux on peut calculer l'énergie acoustique moyenne (en

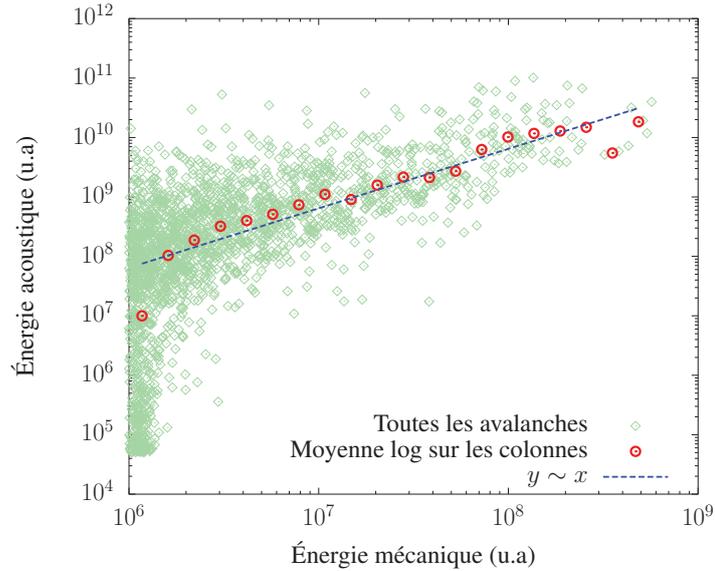


FIGURE III.32 – Nuage de point des chutes de force, avec leur énergie mécanique et l’énergie acoustique maximale enregistrée dans une fenêtre de  $[-40\text{ ms}; 100\text{ ms}]$ . La moyenne logarithmique sur des intervalles étroits d’énergie mécanique a également été représentée, elle varie linéairement avec l’énergie mécanique.

moyenne logarithmique), qui est aussi présentée sur la figure. Cette énergie acoustique moyenne varie proportionnellement à l’énergie mécanique. Ce résultat n’est pas modifié si l’on prend en compte la somme des énergies acoustiques dans la fenêtre temporelle, l’émission acoustique la plus importante ayant le plus souvent une énergie supérieure d’au moins un ordre de grandeur par rapport aux autres.

### III.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une expérience qui reproduit une dynamique de faille tectonique. En simplifiant au maximum le modèle fragments–aspérités, nous décrivons la faille comme une assemblée de cylindres faiblement bidisperses, confinée entre deux plaques à la rugosité contrôlée. L’empilement est soumis à une contrainte mixte de compression et cisaillement. La géométrie à deux dimensions permet un suivi optique de l’ensemble des grains, et grâce à la photoélasticité, les contraintes internes au matériau constituant les cylindres apparaissent, ce qui permet de visualiser les chaînes de force transmettant les contraintes dans l’empilement granulaire. Enfin les conditions aux limites périodiques permettent l’acquisition d’une statistique riche, qui après analyse s’est révélée compatible avec les comportements observés pour les tremblements de terre réels.

L’empilement granulaire a été suivi par trois méthodes, respectivement optique, mécanique et acoustique. La méthode optique est prometteuse mais demande encore des améliorations pour donner des résultats quantitatifs. Les méthodes mécanique et acoustique donnent les mêmes résultats, en l’occurrence une distribution des tailles d’avalanches

en loi de puissance, ce qui confirme que la dynamique est invariante d'échelle. Les énergies des événements mécaniques et acoustiques sont proportionnelles, ce qui explique aussi que nous obtenions le même exposant pour la loi de puissance, soit 1,71, proche de la valeur de 1,66 observée pour les séismes. La meilleure sensibilité de la méthode acoustique permet de valider ce comportement invariant d'échelle sur près de 5 décades en énergie dissipée par les avalanches. La distribution des temps d'attente entre événements a aussi été déterminée comme compatible qualitativement avec des observations réalisées sur des catalogues de séismes. Les corrélations entre les événements ont aussi été analysées, et bien que nous n'ayons pu mettre en évidence de précurseurs aux événements extrêmes, des répliques ont pu être observées.

Plusieurs questions restent en suspens, comme l'origine des émissions acoustiques ou l'effet des avalanches sur la structure des chaînes de force. Le chapitre suivant s'intéressera à répondre à ces questions en étudiant les mécanismes à l'œuvre pendant le déroulement d'une avalanche.

# Chapitre IV

## Mécanismes d'avalanches

### Sommaire

---

<b>IV.1 Introduction</b>	<b>63</b>
<b>IV.2 Photoélasticité</b>	<b>64</b>
IV.2.1 Théorie de la photoélasticité	65
IV.2.2 Polariscope	65
IV.2.3 Application à la mesure de force	68
<b>IV.3 Étude d'avalanches uniques</b>	<b>72</b>
IV.3.1 Dispositif expérimental	73
IV.3.2 Suivi optique à basse fréquence	75
IV.3.3 Enregistrements à la caméra ultra-rapide	79
IV.3.4 Suivi mécanique	80
IV.3.5 Suivi acoustique et corrélations	83
IV.3.6 Conclusion	84
<b>IV.4 Mécanismes d'émissions acoustiques</b>	<b>85</b>
<b>IV.5 Conclusion</b>	<b>88</b>

---

### IV.1 Introduction

Les conditions aux limites périodiques de l'expérience présentée au chapitre précédent permettent l'acquisition d'une statistique riche et la recherche de comportements récurrents pendant le cisaillement d'un milieu granulaire. Mais l'avantage de l'empilement granulaire à 2 dimensions, c'est-à-dire d'avoir un accès visuel à toutes les particules, est contrecarré par la courbure du système et donc le manque de précision des photos de la couche de grains.

L'utilisation d'une cellule de cisaillement simple, donc avec des parois sur les 4 bords de l'empilement, permet de pallier à cette difficulté, et ne pose pas de problème lorsque l'objectif est l'étude d'une avalanche unique plutôt qu'une analyse statistique. La première partie de ce chapitre se concentrera sur l'utilisation de la photoélasticité comme

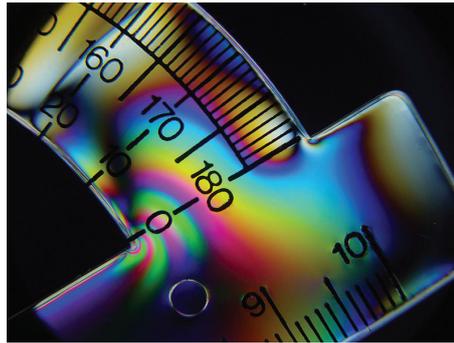


FIGURE IV.1 – Photoélasticité dans un rapporteur en plexiglas, non soumis à des forces externes (source : <http://en.wikipedia.org/wiki/Photoelasticity>)

sonde locale des forces aux contacts. La seconde partie s'intéressera au déroulement d'une avalanche unique, suivie avec toutes les méthodes disponibles : mécanique, acoustique, et optique. Dans une troisième partie, nous rechercherons les mécanismes unitaires à l'origine des ondes acoustiques émises lors du cisaillement.

## IV.2 Photoélasticité

*En collaboration avec F. Bunel & K. Rapina*

La photoélasticité est la capacité qu'ont certains solides transparents ou translucides de devenir biréfringents sous l'effet de contraintes [121, 122]. La biréfringence est la caractéristique d'un matériau dans lequel la lumière se déplace à des vitesses différentes selon sa direction de polarisation. Certains matériaux, en particulier cristallins (par exemple le zircon ou le rutile), présentent une biréfringence naturelle. Dans le cas de la photoélasticité, cette biréfringence est dite induite car causée uniquement par les contraintes internes au matériau, et son intensité dépend du corps considéré. Les matériaux utilisés en photoélasticimétrie (c'est-à-dire la mesure de contraintes grâce à la photoélasticité) ont une biréfringence induite importante afin de faciliter les observations. Ce phénomène est facile à mettre en évidence dans des objets de la vie quotidienne : par exemple, en regardant une règle en plexiglas transparent placée entre deux polariseurs, on observe des franges lumineuses et colorées (voir la figure IV.1). On l'explique facilement par l'existence, au sein du matériau composant la règle, de contraintes internes figées lors du refroidissement rapide du plexiglas fondu dans le moule utilisé en production. En tordant la règle, on peut modifier ce réseau de franges puisqu'on ajoute alors des contraintes supplémentaires dans le matériau.

Dans la suite, on s'intéresse plus particulièrement au cas d'un solide bidimensionnel contraint dans un plan orthogonal à la direction de propagation de la lumière.

### IV.2.1 Théorie de la photoélasticité

Un matériau au repos, exempt de contraintes internes, présente un indice de réfraction  $n_0$ , indépendant de la direction de polarisation de la lumière le traversant. En deux dimensions, s'il est soumis à un champ de contraintes de composantes principales  $\sigma_1, \sigma_2$ , l'indice n'est plus indépendant de la direction de polarisation. On appellera  $n_1$  et  $n_2$  les indices associés aux directions de polarisation 1 et 2 de la base.

On obtient une différence d'indices

$$\Delta n = n_2 - n_1 = C(\sigma_2 - \sigma_1) \quad (\text{IV.1})$$

où  $C$  est appelé constante de BREWSTER ou constante photoélastique du matériau considéré. Sa dimension est l'inverse d'une contrainte, et elle est souvent exprimée en Brewster ( $1 \text{ Bw} = 1 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ ).

Si l'on considère deux ondes polarisées selon les directions 1 et 2 traversant le matériau, la différence de marche introduite entre elles est :

$$\delta = h(n_2 - n_1) = hC(\sigma_2 - \sigma_1) \quad (\text{IV.2})$$

avec  $h$  l'épaisseur du matériau dans la direction de propagation.

Dans le cas de deux ondes cohérentes qui interfèrent, l'ordre d'interférence en sortie du matériau est donné par

$$p = \frac{hC(\sigma_2 - \sigma_1)}{\lambda} = \frac{h(\sigma_2 - \sigma_1)}{f_\sigma} \quad (\text{IV.3})$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde et  $f_\sigma = \lambda/C$  est appelée constante de frange du matériau.

### IV.2.2 Polariscopes

Afin de pouvoir observer le phénomène de photoélasticité, il faut placer l'échantillon entre deux polariseurs. La lumière obtenue en sortie du système va alors interférer et sera exploitable pour des mesures quantitatives. On distingue ici deux façons d'observer ces interférences, selon que la lumière traversant le matériau est polarisée de façon rectiligne ou circulaire.

**Le polariscopes plan** (voir figure IV.2) fait usage d'une lumière polarisée de façon rectiligne, obtenue à partir de lumière blanche traversant un polariseur.

La lumière traverse ensuite l'échantillon, puis un second polariseur, croisé avec le premier. L'intensité de la lumière en sortie est donnée par

$$I \propto \sin^2(2\phi) \sin^2(\pi p) \quad (\text{IV.4})$$

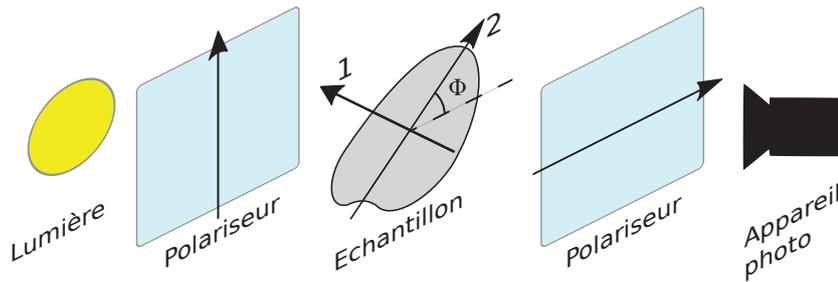


FIGURE IV.2 – Schéma de principe du polariscope plan, constitué de deux polariseurs croisés entre lesquels est placé l'échantillon étudié. L'angle  $\phi$  est défini comme l'angle entre la direction du second polariseur et la direction 2 de la base de l'échantillon.

Les calculs sont détaillés en annexe D.

L'intensité lumineuse peut donc être nulle dans deux cas :

- si  $\sin(2\phi) = 0$  : dans ce cas, les directions principales des contraintes sont parallèles à la direction d'un des polariseurs. L'ensemble des points vérifiant cette condition forme des lignes appelées *isoclines*. On peut remarquer que ces lignes sont indépendantes de l'épaisseur de matériau traversé ou de la longueur d'onde, mais elles tournent avec l'ensemble formé par les deux polariseurs ;
- si  $\sin(\pi p) = 0$  : ici, le déphasage induit par la biréfringence est un multiple de  $2\pi$  :  $\pi p = k\pi$  avec  $k \in \mathbb{N}$ . L'ensemble des points vérifiant cette condition forme les lignes dites *isochromes*. Cette condition peut aussi s'écrire sous la forme

$$\sigma_2 - \sigma_1 = k \frac{\lambda}{Ch} \quad (\text{IV.5})$$

c'est-à-dire que la différence entre les contraintes propres prend des valeurs fixes. Cette condition dépend uniquement de la contrainte, et les isochromes restent fixes lorsque l'on tourne le couple de polariseurs (à la différence des isoclines).

Lorsque l'on souhaite faire des mesures en photoélasticimétrie, seules les valeurs des différences de contraintes nous intéressent, c'est-à-dire que l'on ne souhaite observer que les lignes isochromes. Puisque ces dernières ne dépendent pas de la direction de polarisation de la lumière, il suffit de moyenner une mesure sur toutes les directions de polarisation possibles. Pour cela, nous allons utiliser une lumière polarisée circulairement.

**Le polariscope circulaire** (voir la figure IV.3) fait usage de lumière polarisée circulairement. Pour l'obtenir, on place en sortie du premier polariseur une lame quart d'onde, orientée d'un angle  $\pi/4$  par rapport à la direction du polariseur. La lumière traverse ensuite l'échantillon, et le second polariseur voit lui aussi s'intercaler une lame quart d'onde.

L'intensité lumineuse en sortie du polariscope circulaire s'écrit :

$$I \propto \sin^2(\pi p) = \cos^2 \left[ \frac{\pi h C}{\lambda} (\sigma_2 - \sigma_1) \right] \quad (\text{IV.6})$$

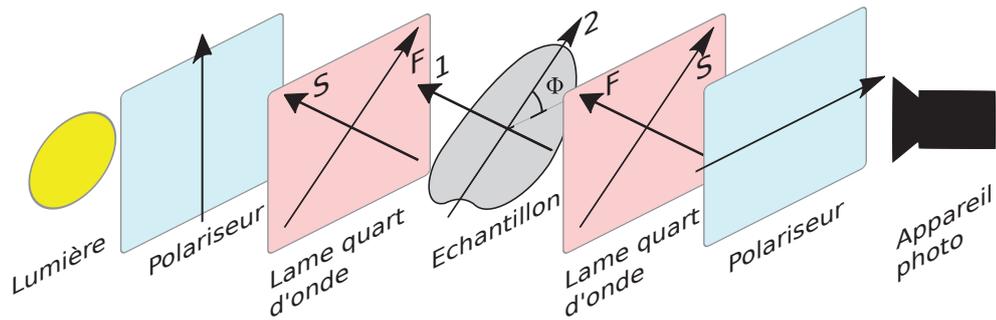


FIGURE IV.3 – Schéma de principe du polariscope circulaire, constitué de deux polariseurs circulaires (chacun constitué d'un polariseur et d'une lame quart d'onde) croisés entre lesquels est placé l'échantillon étudié. Les axes S et F des lames quart d'onde représentent respectivement les directions lente (*Slow*) et rapide (*Fast*).

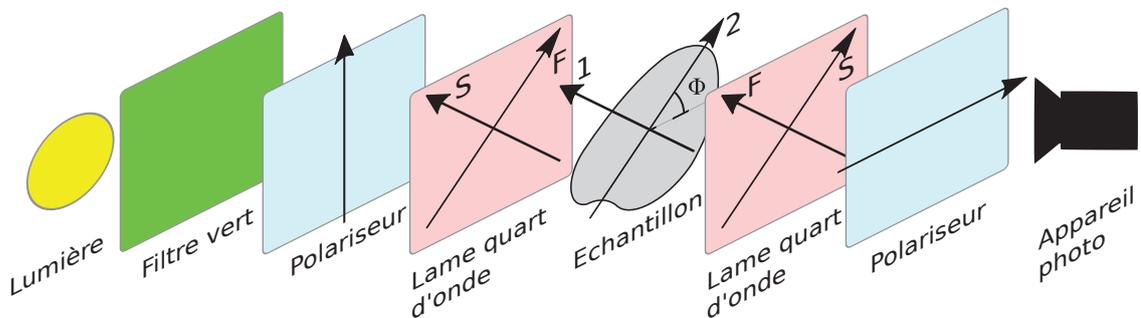


FIGURE IV.4 – Schéma de principe du polariscope circulaire monochromatique

Le détail des calculs pour obtenir cette expression est donné dans l'annexe D. Contrairement au polariscope plan, l'intensité lumineuse est ici indépendante des directions principales du champ de contraintes.

Le polariscope présenté ici est dit « à champ sombre », où les zones de contrainte sont plus lumineuses que le fond. En tournant le second polariseur de  $\pi/2$ , on obtient un polariscope « à champ lumineux » où les contraintes apparaissent sombres sur un fond lumineux.

On constate également que la position des isochromes dépend de la longueur d'onde de la lumière utilisée. Pour assurer une bonne précision des mesures des zones d'extinction, il faut travailler en lumière monochromatique. C'est pourquoi le montage final du polariscope utilisé (figure IV.4) intercale également un filtre vert entre la source de lumière et le premier polariseur. Le choix de la couleur verte est dû à la plus grande densité de photorécepteurs verts sur les capteurs photographiques (matrice de BAYER, contenant en proportions 1 pixel bleu, 1 rouge et 2 verts).

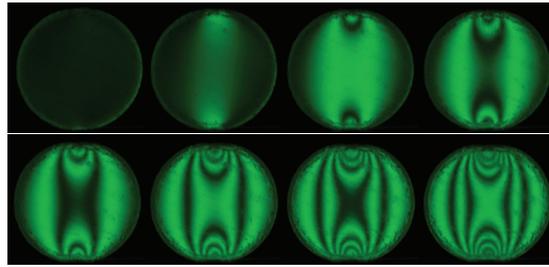


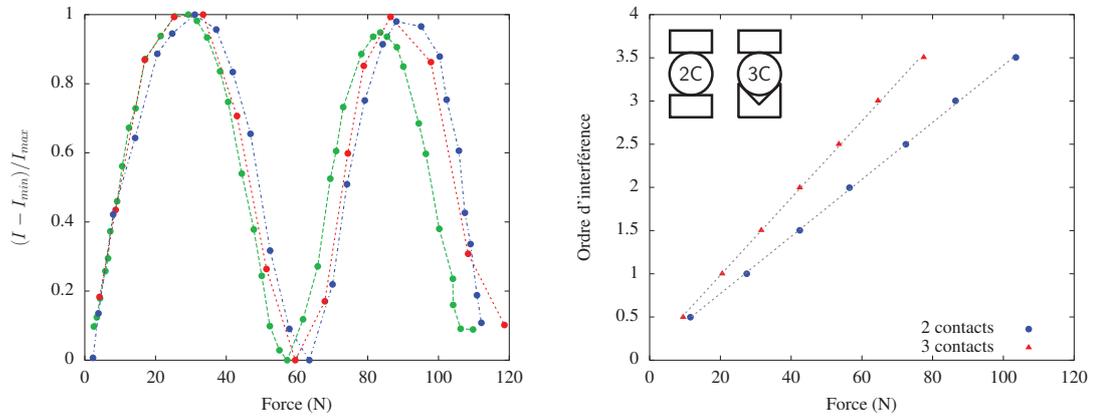
FIGURE IV.5 – Photographies d'un cylindre photoélastique ( $\varnothing 6,4$  mm) soumis à une force croissante. On constate l'apparition de franges d'interférence alternativement claires et sombres, de plus en plus nombreuses lorsque la force augmente. L'étude de ces franges doit permettre l'évaluation de la force appliquée.

### IV.2.3 Application à la mesure de force

La photoélasticité donne directement une information qualitative sur l'existence ou non de contraintes internes dans un matériau. L'extraction d'information quantitatives est plus difficile, et nécessite une calibration adaptée au matériau et aux conditions étudiées. Dans notre cas, la calibration passe par l'application d'une force connue à un unique cylindre photoélastique (voir figure IV.5), et par l'extraction depuis l'image d'une quantité caractéristique qui doit varier de façon monotone avec la force appliquée.

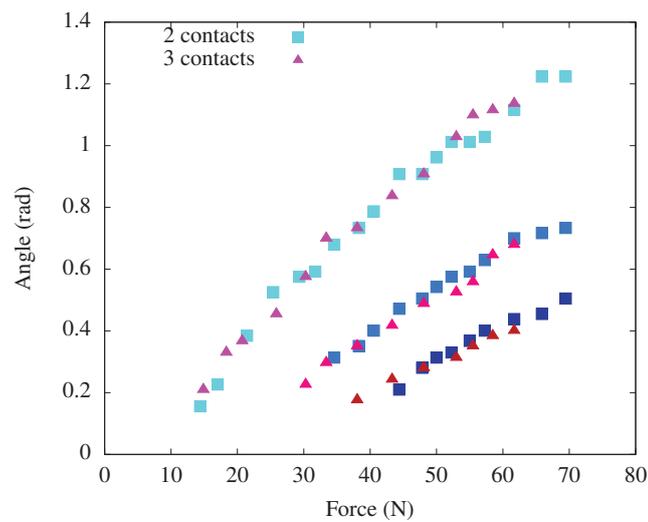
L'intensité lumineuse au centre du cylindre est la mesure la plus simple et la plus directe que l'on peut faire. Le problème est que cette mesure, seule, ne permet pas d'estimer la force appliquée à un contact : en effet, en plus d'être une mesure globale (c'est-à-dire résultant de l'ensemble des contacts appliqués au cylindre), sa variation avec la force appliquée est périodique comme on le voit sur la figure IV.6a. Cette périodicité est due à la création de nouvelles franges d'interférence au niveau du contact, ce qui déplace les franges existantes vers le centre où elles rejoignent leurs jumelles issues du contact opposé. Cette mesure permet tout de même de vérifier la reproductibilité de la mesure photoélastique : les points de mesures réalisés pour trois cylindres différents se superposent assez bien. De plus, la périodicité permet d'extraire la valeur de la constante de frange. Dans notre cas, la valeur obtenue est  $f_{\sigma} = (2,3 \pm 0,1) \times 10^4$  N/m. On peut donc calculer la constante photoélastique (caractéristique du matériau)  $C = 2 \times 10^{-10}$  Pa $^{-1}$ , compatible avec les valeurs usuelles pour des polymères [123].

L'ordre d'interférence maximal autour d'un contact donne accès à une mesure locale de la force appliquée au cylindre. La figure IV.6b présente les résultats de cette mesure : l'exploitation de l'image permet de déterminer le demi-ordre maximal (nombre de franges, et différence entre claires/sombres) autour d'un contact. On voit que la dépendance est linéaire, mais la correspondance avec la force est très peu précise à cause du caractère discret de la mesure (entiers ou demi-entiers uniquement). Enfin, l'existence d'interactions entre les franges d'interférence – de différents contacts – les plus éloignées de leur point d'origine sont susceptibles de rendre difficile la détection des franges aux plus grandes



(a) Mesure d'intensité au centre d'un cylindre photoélastique en fonction de la force globale appliquée (deux contacts seulement)

(b) Mesure de l'ordre d'interférence maximal autour de chacun des contacts en fonction de la force globale appliquée



(c) Angle d'ouverture des franges d'interférence en fonction de leur ordre (1, 2 et 3, du plus clair au plus foncé) et de la force appliquée à chaque contact

FIGURE IV.6 – Mesures effectuées sur les photos d'un cylindre photoélastique placé dans un polariscope circulaire et soumis à une force variable dans une géométrie à deux contacts diamétralement opposés ou à 3 contacts (voir l'encart sur la figure b).

forces.

L'angle d'ouverture des franges de différents ordres (voir la figure IV.6c) est la mesure la plus précise pour déterminer la force. On constate une quasi-linéarité entre l'angle mesuré et la force appliquée au contact. De plus, la mesure est bien indépendante de la géométrie de mesure, et même si des interactions de franges ont lieu pour les ordres les plus bas, la mesure des franges d'ordres supérieurs reste valable. La principale difficulté est la détection précise des franges, qui nécessite d'avoir des photos de bonne qualité avec suffisamment de pixels pour différencier les franges même lorsqu'elles sont très fines. Afin d'améliorer encore la méthode, on pourrait coupler le comptage des franges pour un contact donné avec la mesure d'ouverture de la frange de plus grand ordre, ce qui déterminera sur quelle courbe d'étalonnage se placer sur la figure IV.6c.

Le gros problème que nous avons rencontré est que ces mesures ne sont applicables qu'à l'instant d'application de la force. En effet, le caractère viscoélastique du matériau Durus rend les grains sensibles au vieillissement : lorsqu'une force constante leur est appliquée pendant un temps long, la déformation augmente au cours du temps. Nous avons alors remarqué que les franges s'élargissent également au cours de l'aplatissement, comme on peut le voir sur la figure IV.7. Ainsi, la photoélasticité ne donne pas un accès direct à la force, mais à la déformation du grain.

Afin de résoudre parfaitement la force à un contact, nous aurions besoin de connaître l'historique complet de la force appliquée sur tous les contacts d'un grain. Une manière moins précise mais plus simple est d'estimer le temps moyen que dure un contact et d'utiliser ce temps pour réaliser la calibration. Nous décrirons la méthode utilisée plus en détail et appliquée à un cas concret dans la partie suivante.

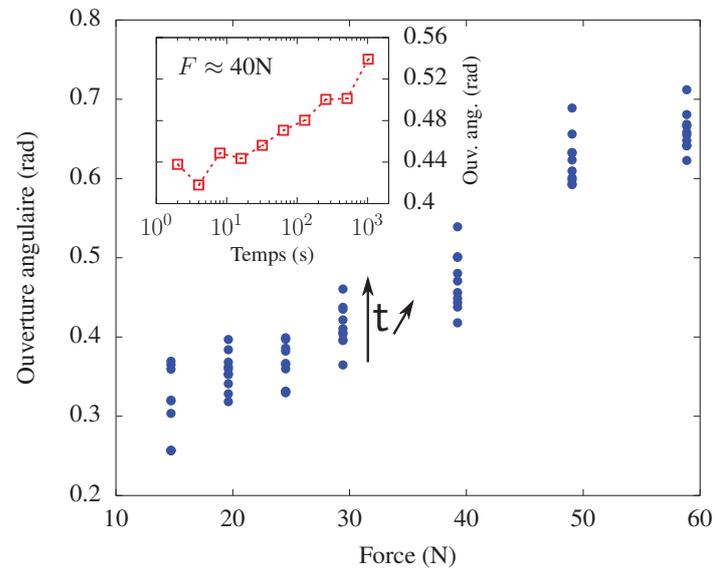
Lorsque nous étudierons un grand nombre de grains à la fois, la résolution en pixels sur un grain sera beaucoup plus faible. De plus, les grains pourront être soumis à plusieurs contacts dans des directions différentes. Afin de discerner un grain faisant partie du réseau de force, il suffit de savoir qu'une force lui est appliquée, sans que la valeur numérique de cette force ne soit nécessaire. Nous avons donc cherché une méthode alternative, moins précise pour un contact particulier, mais plus adaptée à la détection des chaînes de force et à une faible résolution des photographies. L'idéal serait de calculer une valeur caractéristique de la luminosité pour chaque grain, et dont la calibration permettrait d'estimer la force (moyennée dans toutes les directions) appliquée sur le grain.

Pour cela, nous avons comparé l'évolution temporelle de luminosité d'un grain sur sa totalité ou seulement sur une couronne extérieure, en fonction de la force appliquée (on remarquera qu'appliquer une force constante et laisser le temps s'écouler revient à augmenter la force et faire la mesure correspondante au temps nul). La figure IV.8 présente les résultats obtenus pour un grain de 6,4 mm de diamètre soumis à une force de respectivement 10 et 60 N sur deux contacts. L'évolution temporelle de l'intensité sur la totalité du grain dépend de la force qui lui est appliquée, alors que l'intensité sur la couronne extérieure évolue de la même façon avec le temps lorsque la force appliquée au grain change. Les



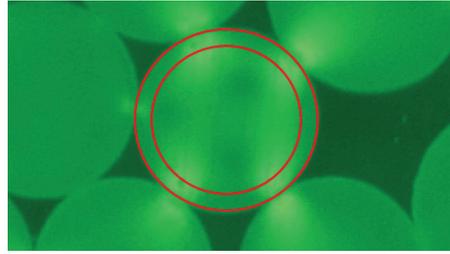
(a) Grain supportant une force de 80 N sur 2 contacts après 2 s.

(b) Grain supportant une force de 80 N sur 2 contacts après 128 s.

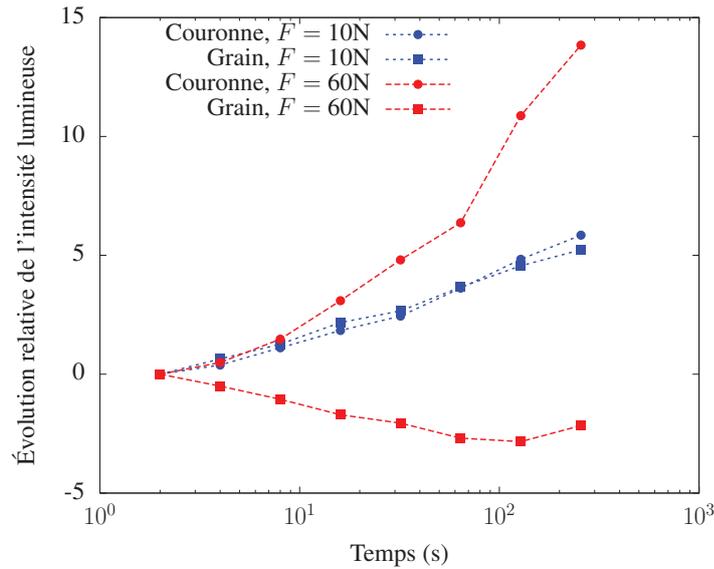


(c) Évolution de l'ouverture angulaire pour différentes forces lorsque celle-ci est appliquée pendant un temps long. Une même ouverture est associée à différentes forces pour des temps différents. L'insert présente l'augmentation de l'ouverture angulaire au cours du temps pour une force d'environ 40 N.

FIGURE IV.7 – Vieillissement des contacts soumis à une force constante.



(a) Définition de la couronne d'observation de l'intensité lumineuse, avec un rayon intérieur de  $0,7R$  et un rayon extérieur de  $0,98R$  ( $R$  rayon du grain).



(b) Évolution de l'intensité lumineuse moyenne sur une couronne ou sur la totalité du disque d'un grain. En fonction de la valeur de la force appliquée, l'intensité lumineuse augmente ou diminue sur la totalité du disque, alors que celle de la couronne augmente toujours.

FIGURE IV.8 – Observation de l'intensité lumineuse en fonction de la déformation d'un grain, moyennée sur toutes les directions.

résultats qualitatifs sont inchangés si le grain subit 3 contacts ou a un diamètre différent. La méthode retenue est donc l'observation de l'intensité lumineuse sur une couronne entre 70 et 98% du rayon du grain.

### IV.3 Étude d'avalanches uniques

*En collaboration avec F. Bunel, F. Dubourg & K. Rapina*

Grâce à des photographies prises à intervalles de temps réguliers et par simple analyse d'images, nous pouvons suivre chacun des grains dans ses déplacements au cours du cisaillement. Et grâce à la propriété de photoélasticité du matériau composant nos grains, les contraintes internes apparaissent qualitativement, voire quantitativement avec la calibration adaptée. La plupart des études antérieures concernant une couche de cylindres

cisaillée se sont concentrées sur un suivi optique ou mécanique. Pourtant, comme nous l’avons montré dans le chapitre II de ce manuscrit, la propagation des ondes acoustiques dans un milieu granulaire est susceptible de fournir des informations sur sa structure interne, et donc également sur ses changements de structure. En particulier, la coda de l’onde acoustique contient toutes les informations structurelles sur l’empilement, mais l’extraction de ces informations par calcul inverse est difficile [105–108]. Il est plus facile d’extraire des informations des ondes directement émises par l’empilement lors de réarrangements, donnant des renseignements sur la taille et la nature de ces réarrangements. Nous avons donc couplé un suivi optique et mécanique à un suivi acoustique de l’empilement cisaillé. Un autre avantage du suivi acoustique est la possibilité d’isoler des événements proches dans le temps : en effet, deux réarrangements qui se succèdent en quelques millisecondes seront difficiles à isoler sur un suivi mécanique à cause du temps de relaxation de l’empilement granulaire, lié à l’inertie des grains. À l’inverse, les ondes acoustiques émises seront bien séparées, au moins pour leur partie balistique, et le premier train d’onde aura déjà été enregistré par les capteurs acoustiques lorsque le second sera émis. Cette caractéristique est essentielle pour l’étude des failles tectoniques : les tremblements de terre importants sont connus pour être immédiatement suivis de répliques [82, 124], tremblements de terre moins puissants permettant à la faille de relaxer vers un état de basse énergie. Les premières répliques suivent immédiatement le séisme principal dans un laps de temps très court, et leur détection dans notre système modèle nécessite une fréquence d’échantillonnage plus élevée que celle permise par le seul suivi mécanique.

### IV.3.1 Dispositif expérimental

Le dispositif utilisé est constitué d’une cellule ressemblant à celle de la partie II, mais dont les parois latérales peuvent pivoter, ce qui permet de cisailier l’empilement (voir la figure IV.9). Ses dimensions sont maintenant de  $172 \times 115 \text{ mm}^2$ . Les cylindres d’une épaisseur de 4 mm constituant l’empilement sont toujours fabriqués en Durus White 430 par impression 3D sur une imprimante Objet30. On rappelle que le module de YOUNG du matériau Durus est d’environ 100 MPa, ce qui est bien plus élevé que dans les expériences classiques avec des grains photoélastiques de module 4 MPa [35, 59, 60, 74, 97, 98, 102]. Les grains utilisés ici sont donc capables de soutenir des forces bien plus élevées sans trop se déformer, ce qui favorise la propagation des ondes acoustiques. Deux jeux de cylindres de 300 à 400 cylindres ont été utilisés, l’un monodisperse avec un diamètre de 6,4 mm, et l’autre bidisperse avec des diamètres 6,4 et 7 mm en proportions égales (pour éviter la cristallisation). Le cisaillement de la cellule est réalisé en traction grâce à un combiné moteur pas-à-pas/réducteur/vis à billes qui permet des déplacements très lents (mouvement quasi-continu jusqu’à  $1 \mu\text{m/s}$ ) et très contrôlés. La monocouche de cylindres est maintenue entre deux plaques de plastique transparent et non biréfringent. La paroi supérieure peut coulisser verticalement et transmet une pression de confinement appliquée *via* des poids morts.

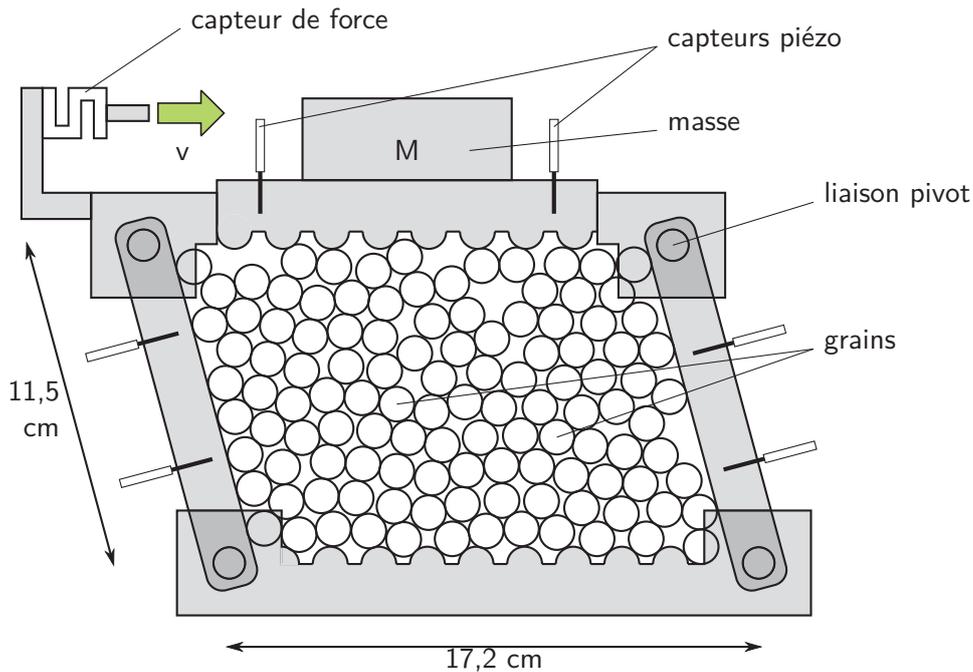


FIGURE IV.9 – Dispositif expérimental utilisé pour le cisaillement simple d'une monocouche de cylindres. L'angle de cisaillement a été volontairement exagéré pour la compréhension. Le déplacement maximal de la partie supérieure est d'environ deux diamètres de cylindres.

Comme expliqué précédemment (partie IV.2), le système est observé à travers un polariscope qui permet une visualisation directe et une quantification partielle des chaînes de force. Le suivi mécanique est effectué via un capteur de force Interface SML-50 de capacité 50 lbf (environ 250 N) et de grande raideur. Le suivi acoustique est réalisé grâce à des transducteurs piézoélectriques VP-1.5 CTS Valpey (identiques à ceux de la partie II). Les signaux analogiques sont amplifiés et enregistrés par une carte d'acquisition National Instruments USB-6366 à une fréquence de 100 kHz, suffisante pour les fréquences émises qui ne dépassent pas 20 kHz. Des photographies de l'empilement sont prises avec un appareil photo Nikon D750 et un objectif à focale fixe 50 mm ou d'un objectif à focale fixe 200 mm réduisant les distorsions. La vitesse d'écriture des données photos sur la carte mémoire de l'appareil photo ne permet pas de prendre plus d'une photo par seconde durant tout le cisaillement.

Pour générer une onde acoustique qui va se propager dans le milieu et dont nous pourrions analyser la propagation, la même tige métallique que pour la partie II est maintenant fixée sur un pot vibrant qui permet un meilleur contrôle de la vitesse et du temps de contact. Lors de l'alimentation du pot vibrant, la tige accélère et impacte une fine couche de Durus White 430 située juste en dessous du grain central de la ligne inférieure (voir la figure IV.9). En effet, nous avons remarqué que dans la configuration précédente où la tige impactait directement un grain, si celui-ci n'était pas maintenu en place par une chaîne de force, alors il pouvait se déplacer sous l'effet de l'impact, absorbant une partie de l'énergie du choc et modifiant donc la forme et le délai de l'émission acoustique. L'émis-

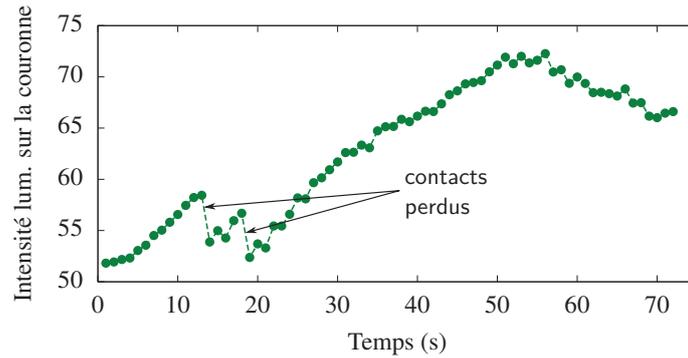


FIGURE IV.10 – Évolution temporelle de l'intensité lumineuse sur la couronne extérieure d'un grain au cours du cisaillement. Les diminutions importantes sont le signe d'une disparition de contact(s).

sion de l'onde directement au sein de la paroi assure de connaître exactement l'instant d'émission et d'avoir une forme d'onde parfaitement reproductible.

### IV.3.2 Suivi optique à basse fréquence

Grâce à la photoélasticité, plusieurs informations peuvent être extraites des photos de l'empilement au cours du cisaillement. Mais une difficulté entre en jeu par rapport à l'étude d'un grain unique effectuée dans la partie IV.2 : la précision des photos. En effet, lorsque les photos d'un seul grain permettaient des densités de pixels d'environ 1000 pixels sur un diamètre, la photographie de l'empilement complet est beaucoup moins précise avec une densité de l'ordre de 140 pixels par diamètre. À cette perte de résolution s'ajoute la perspective qui déforme les grains les plus éloignés du centre de la photo (malgré l'utilisation d'un objectif à longue focale). Enfin le caractère dynamique, que l'on a vu très important à cause du vieillissement des contacts, ajoute une incertitude supplémentaire sur les estimations de force.

Les contacts ont donc une durée de vie limitée, et cette durée de vie a un impact sur la mesure optique de la force. Afin de déterminer une durée de vie moyenne des contacts, nous allons observer chacun des grains pendant l'ensemble de l'expérience. Au cours du cisaillement, l'observation de l'intensité moyenne sur la couronne extérieure permet de détecter la disparition d'un contact : à force constante, l'intensité lumineuse augmente au cours du temps, et si la force augmente, l'intensité lumineuse augmente également. Mais la seule possibilité pour que la luminosité diminue est la baisse de la force appliquée à un ou plusieurs contacts. En recherchant les diminutions suffisantes de cette luminosité pour un grain donné, nous pouvons détecter les pertes de contacts. La figure IV.10 présente cette intensité lumineuse pour un grain au cours du cisaillement. En calculant le temps de vie des contacts moyenné sur tous les grains de l'empilement, on obtient une valeur d'environ 12 s.

La figure IV.11 présente les différences entre deux photos successives respectivement

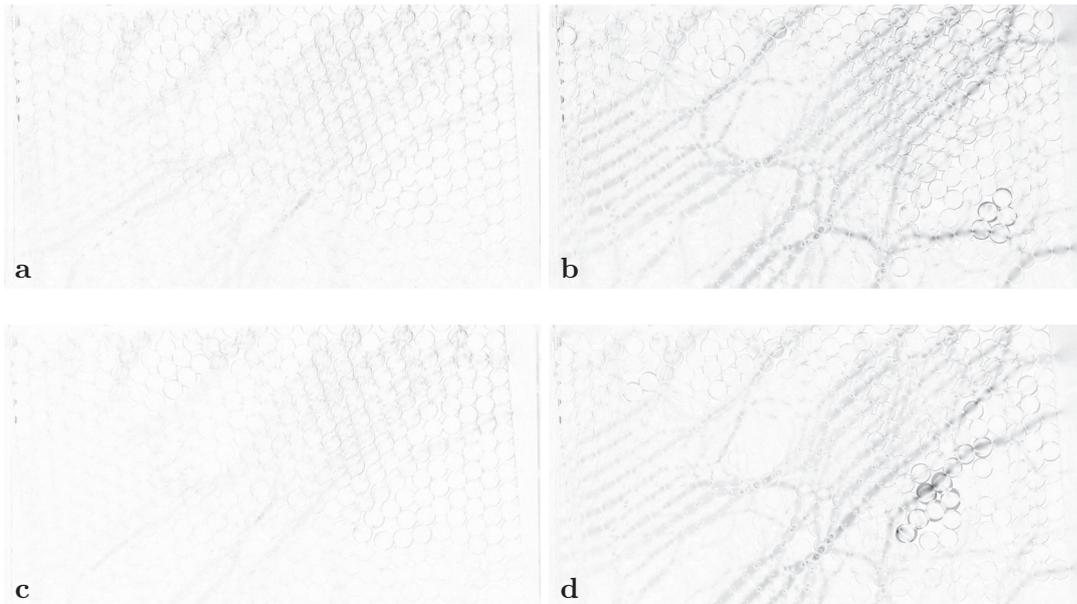


FIGURE IV.11 – Différences entre photos successives respectivement précédant le réarrangement et l'entourant, pour deux réarrangements différents (**a-b** et **c-d**). Sur **a** et **c**, seule les déplacements élastiques très faibles sont visibles, alors que sur **b** et **d**, on constate l'existence de déplacements de grains associés à la modification du réseau de chaînes de force.

précédant un réarrangement ou l'entourant, pour deux réarrangements différents pendant le cisaillement d'un même empilement. Lorsque les deux photos n'entourent pas un réarrangement, leur différence est non nulle uniquement à cause des déformations élastiques de l'empilement, mais lorsqu'un réarrangement a lieu entre les deux prises de vue, on peut observer la trace des grains s'étant déplacés (ombres autour des cylindres ayant bougé) ainsi que celle des modifications du réseau de chaînes de force (sous forme de lignes foncées).

Si l'on s'intéresse plus particulièrement à la déformation aux contacts dans l'empilement (qui est donnée directement par la photoélasticité, comme expliqué dans la partie IV.2 précédente), et à leur évolution au cours du cisaillement, on peut caractériser d'une nouvelle façon les réarrangements. Malgré la viscoélasticité du Durus, même un contact en place depuis longtemps conserve une part d'élasticité, qui va pouvoir se relâcher en cas de diminution de la force qui y est appliquée. La faible résolution par grain ne permet pas d'accéder à l'ouverture angulaire des franges photoélastiques, mais l'on peut mesurer l'ordre maximal atteint. Si la diminution de force est suffisante sur un contact, il est alors possible que l'ordre diminue d'une unité. Si l'on trace le nombre de contacts d'un ordre donné pour une série de photos, les avalanches les plus importantes doivent apparaître sous la forme de chutes abruptes du nombre de contacts. La figure IV.12 présente ces tracés pour le cisaillement à  $50 \mu\text{m/s}$  d'un empilement soumis à une force de confinement de  $110 \text{ N}$ . On constate qu'à deux instants différents, respectivement aux photos 115 et 126, le nombre de contacts d'ordre 2 subit une chute de quelques dizaines. Pour les autres

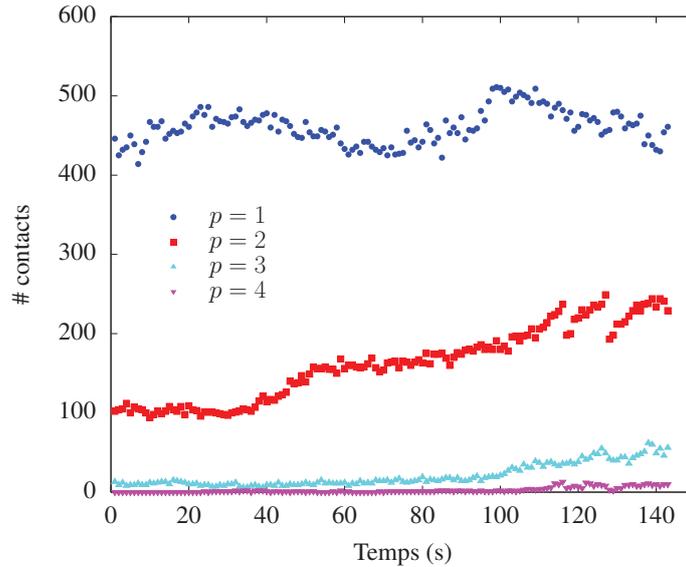


FIGURE IV.12 – Nombre de contacts par ordre d'interférence  $p$  au cours du cisaillement. Les ordres 1 à 4 sont représentés, l'ordre 4 étant l'ordre maximum observé pendant l'expérience. Expérience réalisée avec une force de confinement de 110 N et une vitesse de cisaillement de  $50 \mu\text{m/s}$ .

ordres d'interférence (1, 3, 4), l'effet est beaucoup moins marqué. Ces deux événements correspondent aux deux séries de 3 photos analysées en figure IV.11.

Les réseaux de force dans les granulaires sont connus pour avoir une structure fractale [125, 126]. Nous souhaitons analyser cette propriété dans notre cas et voir l'évolution de la dimension fractale (le cas échéant) au cours du cisaillement. Lors d'une avalanche, le réseau de chaînes de force est modifié, et ces changements pourraient se répercuter sur la dimension fractale. La première étape consiste à détecter les chaînes de force grâce à la méthode d'analyse de la couronne extérieure. En utilisant cette méthode, nous avons obtenu la figure IV.13. Il y a une très bonne correspondance entre les grains subissant des contraintes fortes et le réseau détecté. Pour les contacts avec des forces plus faibles, la détection est moins aisée.

Ensuite, nous utilisons la méthode des blocs (ou méthode de MINKOWSKI–BOULIGAND) pour déterminer la dimension fractale, décrite sur la figure IV.14. Elle consiste à diviser le système en blocs carrés identiques de taille de plus en plus petite. À chaque étape, on compte le nombre de blocs contenant un grain appartenant au réseau de force. En traçant le nombre de blocs occupés par le réseau de force en fonction de la taille des blocs (en échelles log), l'alignement des points indique la fractalité, et l'opposé de la pente de la droite obtenue est la dimension fractale.

En appliquant cette méthode à notre réseau de force, nous obtenons une dimension fractale proche de 1,7 qui varie peu au cours du cisaillement (voir la figure IV.15b). La dimension fractale ne démontre pas de comportement particulier pendant le cisaillement : pas de variations brusques qui pourraient correspondre aux avalanches ou de variation

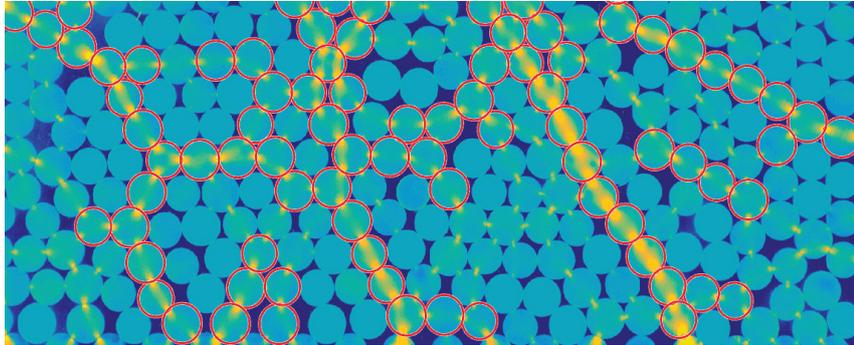


FIGURE IV.13 – Réseau de force détecté par étude de la luminosité sur la couronne extérieure des grains (fausses couleurs). Les grains marqués comme appartenant au réseau de force sont entourés en rouge.

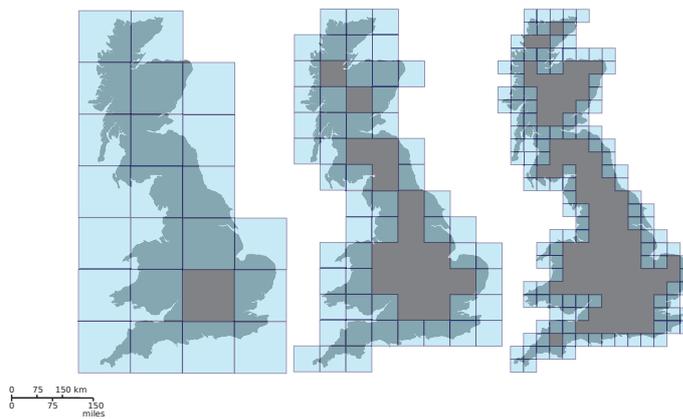
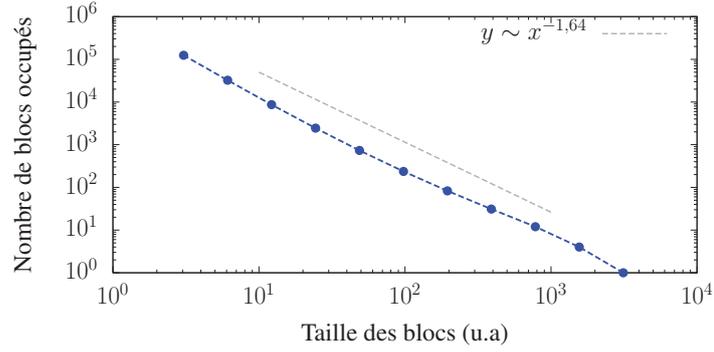
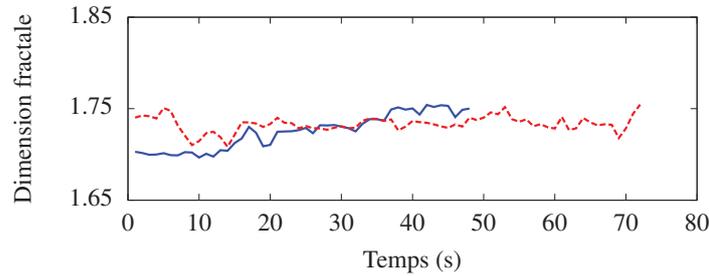


FIGURE IV.14 – Méthode de MINKOWSKI-BOULIGAND. Recouvrement par blocs carrés de la côte de Grande-Bretagne pour en calculer la dimension fractale. Trois étapes sont représentées. (© Prokofiev, CC BY-SA 3.0, [Wikimedia](#))



(a) Détermination de la dimension fractale à partir de la pente de la droite obtenue en traçant le logarithme du nombre de blocs occupés en fonction du logarithme de la taille des blocs (en unité arbitraire).



(b) Évolution de la dimension fractale du réseau de force au cours du cisaillement pour deux expériences différentes.

FIGURE IV.15 – Dimension fractale du réseau de force : détermination et évolution temporelle.

monotone. La faible taille de la cellule de cisaillement utilisée et la difficulté à détecter correctement les chaînes de force peuvent expliquer l'imprécision de la mesure de la dimension fractale et notre incapacité à observer un comportement spécifique lors d'une avalanche. D'autres observables pourraient être utilisées pour caractériser les chaînes de force, par exemple la force totale supportée, la variation de force, ou encore les déplacements et rotations de la structure.

### IV.3.3 Enregistrements à la caméra ultra-rapide

La géométrie plane de la cellule de cisaillement simple permet d'utiliser facilement une caméra rapide pour filmer la totalité de l'empilement. Nous avons filmé le cisaillement avec une caméra PHANTOM v711 à 49 000 images par seconde, soit une précision temporelle proche de 0,02 ms. Les images ont une résolution de 256×512 pixels. L'enregistrement (rétroactif sur une seconde) est déclenché automatiquement lorsque l'un des capteurs acoustiques reçoit un signal supérieur à un seuil déterminé, ce qui permet d'assurer que l'enregistrement est réalisé lors d'une avalanche suffisamment grande.

Le niveau de bruit élevé sur les images brutes empêche d'observer à l'œil nu les réorganisations. Avec un traitement informatique approprié consistant à augmenter les change-

ments d'intensité lumineuse [127] d'une image à la suivante, les modifications du réseau de force deviennent visibles. La figure IV.16 représente différentes étapes d'un réarrangement tel qu'observé après traitement.

La réorganisation des chaînes de force n'est pas immédiate, et ne constitue pas un report simple des contraintes d'une chaîne sur une autre. Le réarrangement complet prend environ 1 milliseconde, et l'évolution se fait par une oscillation sur plusieurs chaînes (alternance rouge-bleu sur les figures IV.16.D.b-c).

### IV.3.4 Suivi mécanique

Lors du cisaillement, un capteur de force faisant la jonction entre la vis à billes et la cellule permet d'obtenir l'effort nécessaire pour cisailier à déformation imposée. Les réarrangements des grains lors du cisaillement apparaissent alors sous la forme de chutes brutales de l'effort de cisaillement : en effet, lors d'un réarrangement, la résistance du matériau diminue brusquement en dissipant de l'énergie élastique *via* les mouvements des grains. La conséquence est une fluidisation transitoire de l'empilement, avant de retrouver une structure solide élastique. La figure IV.17 présente une mesure de force en fonction du temps pour un empilement soumis à une force de confinement de 70 N. La mesure de force montre une augmentation régulière entrecoupée de chutes brutales, correspondant aux réarrangements. La chute de force dure environ un dixième de seconde, puis l'empilement retrouve une structure mécaniquement stable et la force augmente de nouveau régulièrement jusqu'à l'avalanche suivante. La croix rouge (+) indiquée sur la figure IV.17 indique la première avalanche de grande taille. Le suivi optique permet d'estimer la position et la portée de cette avalanche en comparant les photos de l'empilement avant et après l'avalanche. La figure IV.18 montre la différence résiduelle entre ces deux images. L'ensemble des grains a bougé, mais l'essentiel de l'avalanche est localisé dans le coin supérieur droit, et deux grains en particulier se sont déplacés, entraînant des changements sur deux chaînes de force.

D'après l'analyse des figures IV.17 et IV.18, on constate une corrélation forte entre la détection optique et mécanique sur un événement. Il faut vérifier cette relation tout au long de l'expérience. Pour cela, nous définissons une activité optique comme la somme des différences résiduelles (en valeur absolue) entre deux photos successives. Une immobilité parfaite doit donc donner une activité nulle, mais en pratique le bruit électronique du capteur photo introduit un biais. On notera que cette sommation ne permet pas de différencier une variation de l'image due à un déplacement d'un ou des grains et une variation dans l'intensité lumineuse causée par un changement de force aux contacts. De plus, la fréquence des prises de vue de 1 seconde implique qu'il existe toujours un mouvement global (dû au cisaillement) et une augmentation des forces aux contacts entre deux photos. L'activité optique sera donc normalisée de façon à varier entre 0 et 1. La figure IV.19 compare cette activité optique avec la différence de force mesurée entre deux points distants d'une seconde (correspondant à la fréquence de prise de vue). On constate une

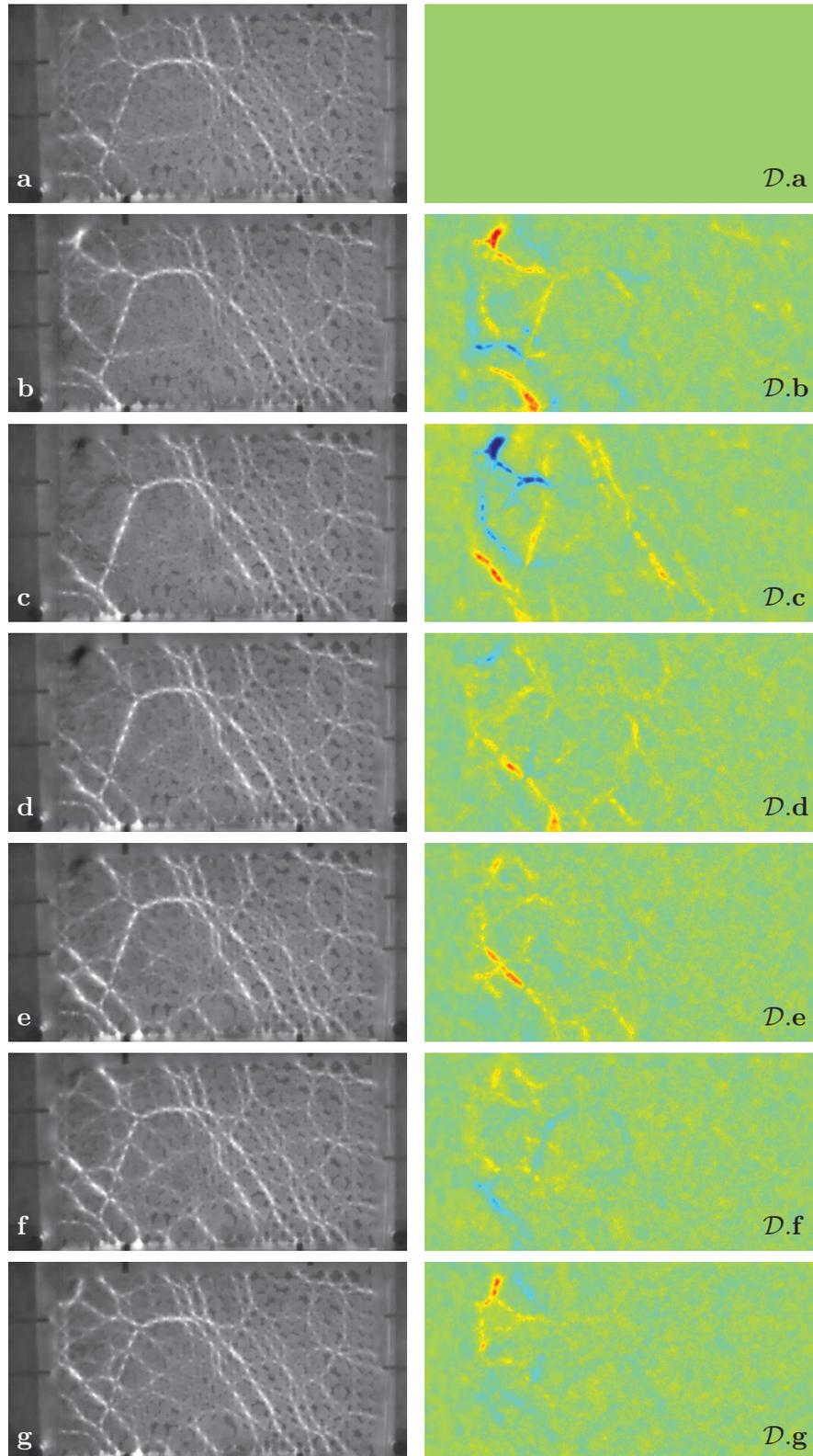


FIGURE IV.16 – **a–g** : étapes d'une avalanche enregistrées à la caméra rapide (images traitées pour faire ressortir les changements d'intensité lumineuse [127]). Les images sont séparées de 0,2ms. Les modifications de structure ont lieu en majorité dans la partie gauche de l'empilement (pour cette avalanche particulière).

**D.a–g** : différences entre images successives, en fausses couleurs assurant la visibilité.

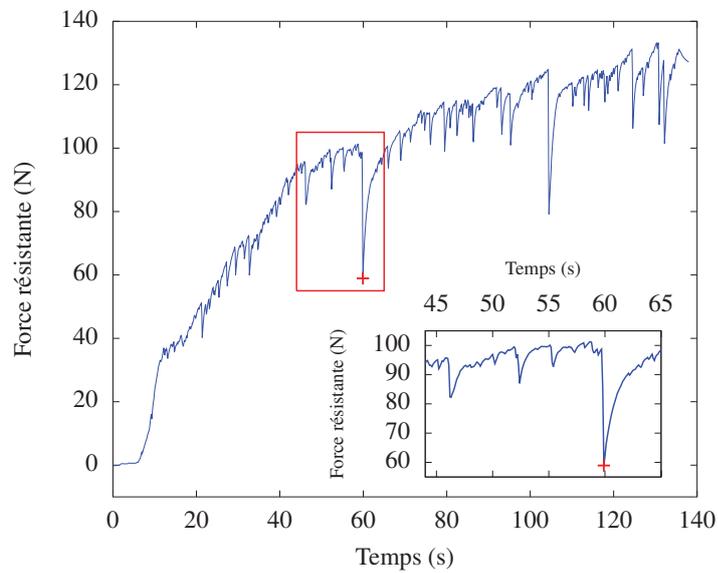


FIGURE IV.17 – Effort nécessaire pour cisailer à vitesse constante ( $100 \mu\text{m/s}$ ) un empilement granulaire soumis à une force de confinement de 70 N. L'encart est un agrandissement de la fenêtre entourée en rouge afin de mieux distinguer les chutes brutales de force.

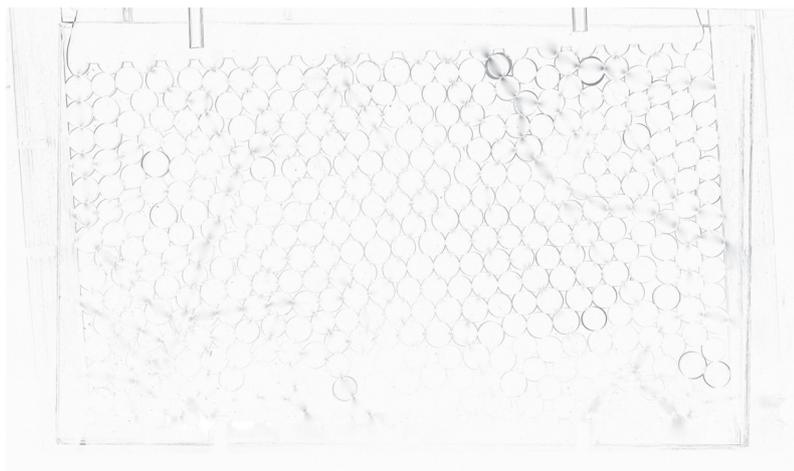


FIGURE IV.18 – Représentation (en différences d'images) du réarrangement associé à la chute de force indiquée par une croix rouge (+) sur la figure IV.17.

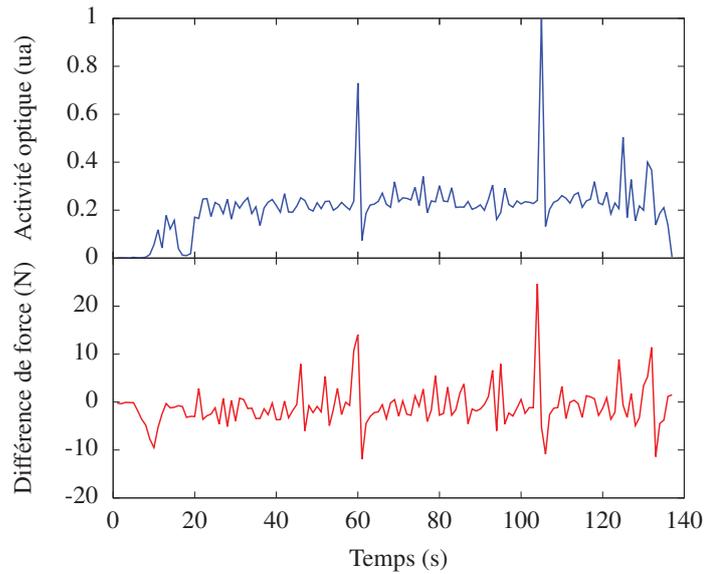


FIGURE IV.19 – Comparaison entre l’activité optique (définie comme la somme des différences entre deux photos consécutives) normalisée et les différences de force (entre 2 points distants d’une seconde). On remarque une bonne corrélation des pics d’activité optique et mécanique pour les réarrangements importants.

bonne correspondance entre les pics d’activité optique et les variations de force, les pics des deux signaux étant bien alignés dans le temps. Même les variations plus faibles semblent corrélées.

### IV.3.5 Suivi acoustique et corrélations

Pour le suivi acoustique, la petite taille de la cellule est un avantage, puisque le signal est peu atténué lorsqu’il atteint le plus proche capteur, quel que soit sa position d’émission. Nous utilisons six capteurs échantillonnés à 100 kHz, et sensibles à une large gamme de fréquence entre 0.5 et 50 kHz. Nous avons donc accès à des informations précises à la fois dans les domaines temporel et fréquentiel. De plus, la multiplicité de nos capteurs permet une évaluation grossière de la localisation de l’avalanche (la localisation précise dans un milieu très hétérogène tel qu’un empilement granulaire sous contrainte n’a pas encore été résolue aujourd’hui [128–130]), simplement en identifiant le capteur le plus proche – pour lequel l’amplitude est la plus forte.

Grâce à l’enregistrement vidéo avec la caméra rapide, nous pouvons comparer les émissions acoustiques avec les variations de structure observées par photoélasticité. Le calcul d’activité optique appliqué aux images de la caméra rapide peut alors être mis en regard avec l’énergie des ondes acoustiques enregistrées. Sur la figure IV.20, on voit que les émissions acoustiques sont synchronisées avec les variations optiques, et les deux méthodes ont une résolution temporelle élevée, inférieure à la dizaine de millisecondes.

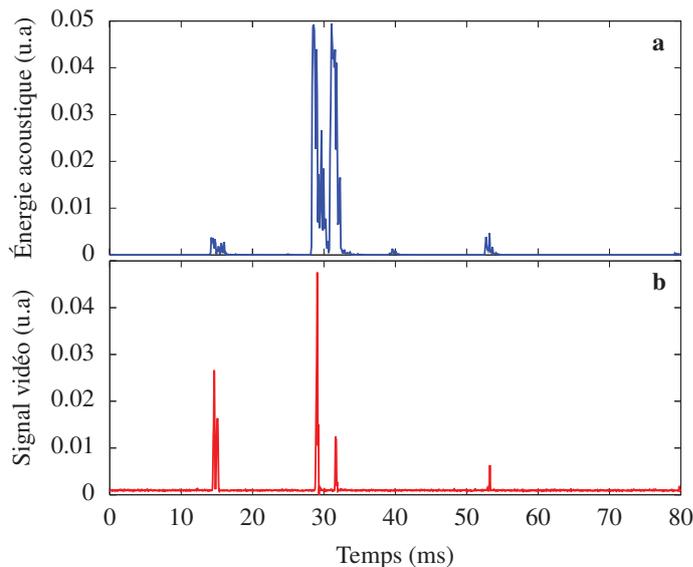


FIGURE IV.20 – Comparaison entre émissions acoustiques (a) et changements de structure observés par photoélasticité (b) sur les images de la caméra rapide.

### IV.3.6 Conclusion

L'utilisation d'une cellule de cisaillement simple permet, en réduisant la complexité du système expérimental, un suivi plus précis des grains individuels et du réseau de chaînes de forces. La contrepartie est la faible statistique due à un déplacement réduit des parois de la cellule. La géométrie plane permet aussi l'utilisation d'une caméra rapide pour étudier la propagation de l'avalanche, qui prend seulement quelques millisecondes.

Malgré la taille de la cellule bien plus faible que dans l'expérience avec conditions aux limites circulaires présentée au chapitre III précédent, on retrouve un comportement de *stick-slip* irrégulier lors du cisaillement. Les tailles des décrochages sont distribuées largement, mais leur nombre limité ne permet pas de déduire une distribution de probabilité.

Les avalanches se manifestent par une perte de contacts pour certains grains de l'empilement et/ou par une diminution de l'ordre d'interférence d'une partie des contacts. La modification du réseau de chaînes de force n'a pas pu être mise en évidence du point de vue de la fractalité. Des explications possibles sont le trop faible nombre de grains (et donc une imprécision importante sur la mesure de la dimension fractale) ou simplement le manque de sensibilité lors de faibles variations de la force.

Les résultats des méthodes de suivis acoustiques, optiques et mécaniques sont très corrélés temporellement, jusqu'à l'échelle de la milliseconde pour la corrélation optique-acoustique. Les corrélations de tailles sont moins bien définies, car le suivi optique nécessiterait une calibration à partir de la photoélasticité (impossible vu la résolution des images pour la caméra rapide).

L'utilisation de la caméra rapide permet d'observer la propagation de l'avalanche. La dynamique n'est pas linéaire mais plutôt sous forme d'oscillations, le temps que l'empile-

ment trouve une nouvelle stabilité.

## IV.4 Mécanismes d'émissions acoustiques

*En collaboration avec F. Dubourg*

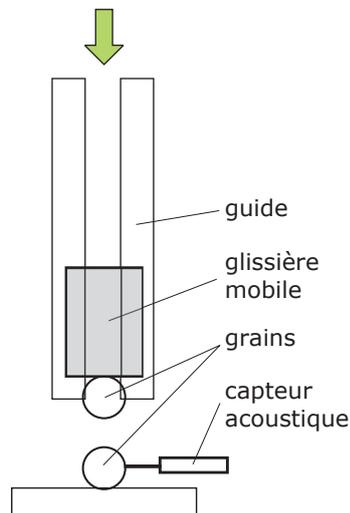
Nous souhaitons connaître l'origine des ondes émises par l'empilement et de leurs fréquences caractéristiques. Les deux mécanismes susceptibles de produire des sons dans l'empilement sont le choc de deux grains ou le frottement entre deux grains. Afin de départager ces deux sources possibles, nous avons réalisé deux expériences très simples reproduisant chacun de ces mécanismes.

La première expérience consiste à enregistrer l'impact entre deux grains : une glissière, coulissant dans un rail métallique vertical, est lâchée depuis une hauteur (variable) de plusieurs dizaines de centimètres (voir la figure IV.21a). Un grain fixé à son extrémité inférieure va alors impacter un autre grain, placé au sol. Grâce à une caméra rapide filmant à 79 000 images par seconde et à un capteur acoustique collé au grain immobile, nous pouvons mesurer la vitesse avant et après l'impact, et enregistrer l'onde acoustique émise [131, 132].

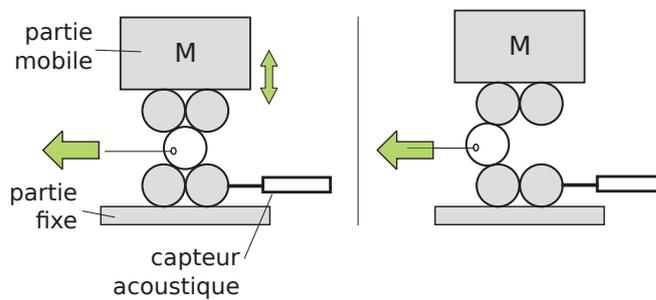
La seconde expérience, décrite sur la figure IV.21b, consiste à maintenir un grain prisonnier par 4 autres (eux-même maintenus par un poids mort de 0 à 1 kg), puis à l'extraire d'un coup sec à l'aide d'un fil en nylon. Les deux grains inférieurs sont fixés au sol, les grains supérieurs peuvent coulisser verticalement. De nouveau la caméra rapide et un capteur acoustique servent à suivre l'expérience.

Pendant la première expérience, lors de l'impact, une partie de l'énergie cinétique de la glissière est dissipée. Cette dissipation a lieu en partie sous forme de chaleur, mais aussi sous la forme d'une onde acoustique émise par le choc. Cette onde acoustique est enregistrée par le capteur piézoélectrique, et on peut en extraire l'énergie (comme l'intégrale du carré du signal). Grâce à la vidéo, il est possible de mesurer la vitesse avant et après l'impact, et donc de connaître les énergies mécaniques associées. Sur la figure IV.22.b, nous avons représenté l'énergie de l'onde acoustique en fonction de l'énergie mécanique avant l'impact. L'énergie acoustique émise semble proportionnelle à l'énergie mécanique avant l'impact. On notera que l'énergie cinétique restituée (représentée sur la figure IV.22.a) est aussi proportionnelle à l'énergie cinétique avant le choc (*via* le coefficient de restitution de vitesse, ici évalué à 0,84), donc il y a aussi une dépendance linéaire entre l'énergie cinétique dissipée et l'énergie acoustique émise. Pour la deuxième expérience, nous n'avons pas accès à l'énergie mécanique mise en jeu, donc nous n'avons rien à comparer à l'énergie de l'onde acoustique.

Une autre caractéristique de l'onde acoustique émise est sa distribution fréquentielle, accessible grâce à un spectrogramme (par exemple). Nous pouvons alors comparer les fréquences caractéristiques émises par les deux mécanismes. La figure IV.23 effectue cette



(a) Une glissière (de masse variable) coulisse dans un rail métallique vertical, entraînant un grain fixé à son extrémité. À la fin de la chute, le grain mobile impacte un grain fixe, auquel est collé un capteur acoustique. Plusieurs rebonds sont enregistrés jusqu'à ce que la glissière s'immobilise.



(b) Deux grains fixés à un support immobile et deux autres fixés à une glissière de masse variable emprisonnent un grain percé. Avec un fil en nylon, on arrache rapidement le grain prisonnier, qui va donc frotter contre les autres lors de son extraction. Un capteur acoustique est collé à l'un des deux grains fixes pour enregistrer les émissions acoustiques.

FIGURE IV.21 – Étude des mécanismes à l'origine des émissions acoustiques au cours du cisaillement. Les expériences sont filmées à 79 000 images par seconde avec une caméra rapide, et le signal acoustique enregistré à 100 kHz. (schémas © Florine Dubourg).

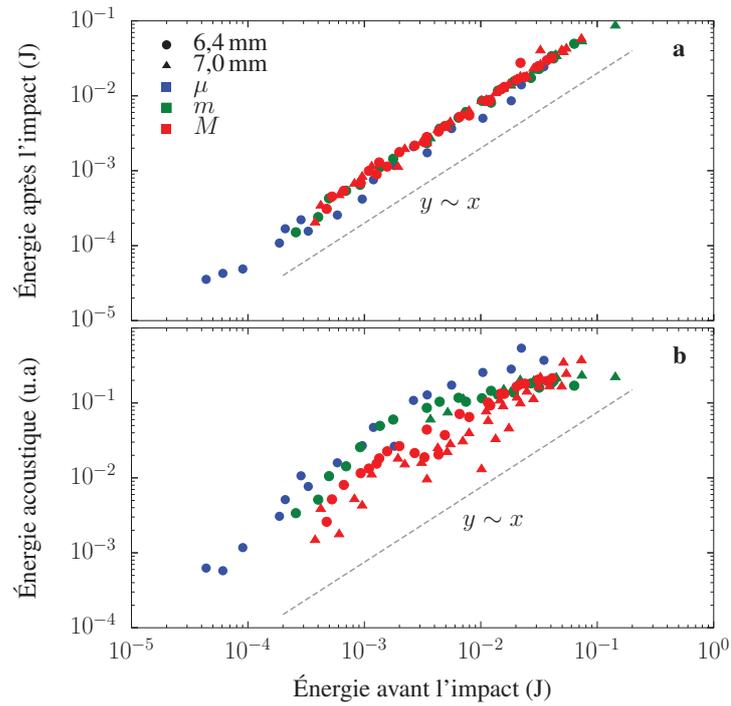


FIGURE IV.22 – Énergie mécanique après l'impact (a) et énergie de l'onde acoustique (b) en fonction de l'énergie mécanique avant le choc. Les différents paramètres d'impact sont représentés par les couleurs et formes des points : les deux diamètres de grains et les trois masses des glissières ( $\mu = 4,5$  g,  $m = 17,5$  g et  $M = 31,6$  g). L'énergie acoustique a été calculée par intégration du carré du signal acoustique.

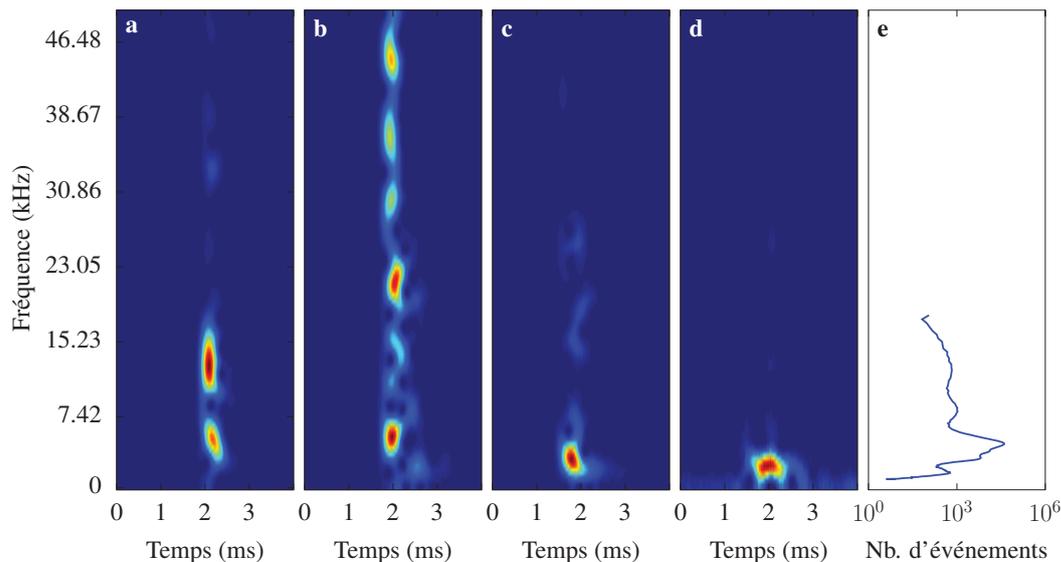


FIGURE IV.23 – Comparaison entre les spectrogrammes de signaux acoustiques issus de respectivement l'expérience d'extraction d'un grain (a) et l'expérience d'impact à grande vitesse b ( $v = 2,8$  m/s), à vitesse faible c ( $v \approx 0,3$  m/s) et à très faible vitesse d ( $v < 0,1$  m/s). Le pic important autour de 5 kHz est présent sur les spectrogrammes d'extraction et d'impact à grande vitesse. Lorsque la vitesse d'impact diminue, les hautes fréquences sont de moins en moins excitées et la fréquence fondamentale diminue légèrement (respectivement à environ 3,1 et 2,3 kHz pour les vitesses faible et très faible). e Rappel de la distribution des fréquences dans l'expérience de cisaillement continu (section III.5.3).

comparaison, et on voit que, si une fréquence (autour de 4,9 kHz) est commune aux deux signaux, la distribution des plus hautes fréquences est différente. En particulier, l'expérience d'extraction d'un grain présente un pic à environ 12,5 kHz, tandis que l'expérience d'impact présente des fréquences plus élevées, respectivement environ 21, 30, 37 et 45 kHz.

Si l'on compare les fréquences mesurées ici avec celles obtenues pour l'expérience de cisaillement continu (figures III.28 et III.29), on retrouve le pic important à 4,8 kHz (ici environ 5 kHz) pour l'impact à grande vitesse et le cisaillement et ceux à fréquences plus basses peuvent correspondre aux fréquences générées par les impacts à faible vitesse. La fréquence 12,3 kHz peut correspondre à l'une de celles émises lors de l'extraction. Finalement, nous ne pouvons choisir l'un ou l'autre des deux mécanismes, qui pourraient très bien coexister lors du cisaillement.

## IV.5 Conclusion

Une expérience complexe comme celle présentée au chapitre III précédent ne permet pas d'analyser en détail le déroulement d'une avalanche. En complément, nous avons décrit dans ce chapitre des expériences plus réduites, et en particulier une expérience de cisaillement simple permettant une exploitation optimale de la photoélasticité du matériau constituant les grains.

La photoélasticité est difficile à calibrer pour extraire la force s'appliquant à un contact, à cause d'interactions entre les figures d'interférences produites par les différents contacts d'un grain, et surtout à cause de la viscoélasticité du matériau, et donc du vieillissement important des contacts sur l'échelle de temps d'une expérience de cisaillement.

Lors du cisaillement, nous avons montré qu'une avalanche est associée à une modification importante des chaînes de force, avec des pertes de contacts entre grains ou la diminution des forces transmises à ces contacts. Ces modifications n'ont pu être détectées à partir de l'étude préliminaire de la dimension fractale du réseau de force. La propagation de l'avalanche a été observée avec une caméra rapide, qui a montré une dynamique plus riche qu'un simple report de contrainte d'une chaîne de force à une autre. Les observations optique et acoustique se révèlent corrélées jusqu'à l'échelle de la milliseconde.

Les mécanismes pouvant être à l'origine des émissions acoustiques ont été étudiés en détail. Nous avons montré que, lors d'un impact entre deux grains, l'onde acoustique produite a une énergie proportionnelle à l'énergie cinétique dissipée lors de l'impact. Lors du glissement de deux grains sur leurs parois latérales, des ondes acoustiques sont aussi produites, et les fréquences mobilisées sont en partie différentes de celles émises lors d'un impact. Nous n'avons pas pu identifier une prévalence de l'un des deux mécanismes pour expliquer les émissions acoustiques.



# Chapitre V

## Simulation d'effondrements d'une pile de billes

### Sommaire

---

<b>V.1 Contexte</b> . . . . .	<b>91</b>
<b>V.2 Description du programme</b> . . . . .	<b>92</b>
<b>V.3 Résultats obtenus</b> . . . . .	<b>94</b>
V.3.1 Paramètres physiques et effets sur l'évolution de la pile . . . . .	94
V.3.2 Avalanches . . . . .	97
V.3.3 Structure interne de la pile . . . . .	99
<b>V.4 Conclusion et perspectives</b> . . . . .	<b>102</b>

---

### V.1 Contexte

Les simulations numériques sont un outil très pratique pour le physicien : elles permettent de reproduire une expérience en faisant varier facilement des paramètres physiques. Dans l'expérience de cisaillement, par exemple, faire varier la taille des grains ou le frottement entre eux doit avoir un effet sur la dynamique. Mais réaliser la même expérience avec plusieurs jeux de grains, de tailles différentes et dans des matériaux différents (pour modifier le frottement), puis exploiter les données, prendrait un temps extrêmement long. La simulation numérique permet de s'affranchir de ces contraintes expérimentales.

Afin de valider les méthodes de simulation, nous avons choisi de reproduire une expérience plus simple mais qui suit également une dynamique invariante d'échelle : l'exemple de référence de la SOC, le tas de sable, mais cette fois réalisé en 2D avec des billes sphériques. L'expérience a déjà été réalisée par Osvanny durant sa thèse [12] (voir la figure V.1a), avec deux types de billes différents, lâchées entre deux plaques de verre écartées juste ce qu'il faut pour laisser passer les billes. L'expérience réelle a montré une dynamique par avalanches invariantes d'échelle, comme démontré sur la figure V.1b. Nous avons donc

des résultats expérimentaux auxquels nous pourrions comparer les simulations.

Lorsque l'on forme une pile de billes en lâchant les billes une par une à partir d'un point source, une pile d'angle donné va se former. Cet angle  $\varphi$  est appelé angle de repos et vérifie  $\varphi \approx \tan \mu_s$ , avec  $\mu_s$  le coefficient de frottement solide au sens de COULOMB. Si la pile est formée sur une surface de dimension finie, elle va atteindre un état stationnaire avec un angle toujours proche de l'angle de repos. Le frottement entre les billes est donc un des paramètres les plus importants régissant la dynamique de la pile. L'écartement des plaques de verre ou encore le coefficient de restitution de vitesse lors d'un impact peuvent aussi avoir un effet sur la dynamique.

Ces simulations permettront d'aborder une question importante concernant les avalanches invariantes d'échelle : qu'est-ce qui influe sur la valeur de l'exposant ? Le paramètre d'intérêt ici est la dissipation, représentée par le frottement entre les billes ou par le coefficient de restitution de vitesse lors d'un impact. En effet, des observations réalisées sur le modèle OLAMI–FEDER–CHRISTENSEN (OFC) [3] ont montré que la variation de la dissipation modifiait de manière continue la valeur de l'exposant de la loi de puissance.

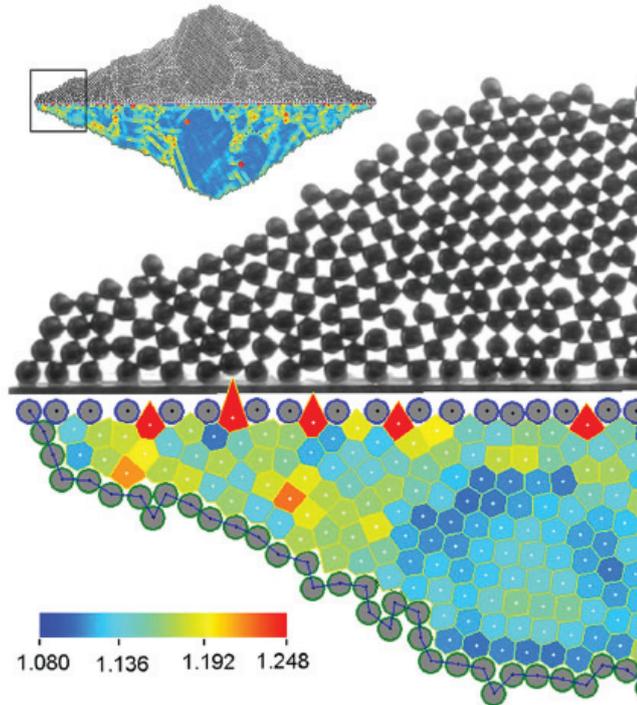
## V.2 Description du programme

Nous avons utilisé LAMMPS, librairie de simulation de particules indépendantes de type simulation moléculaire. Plusieurs options sont disponibles pour étudier les milieux granulaires, caractérisés par des interactions de contact uniquement. Cette librairie permet d'écrire rapidement des scripts définissant les paramètres de la simulation, et lançant le calcul en prenant soin d'exporter à intervalles de temps réguliers l'état du système.

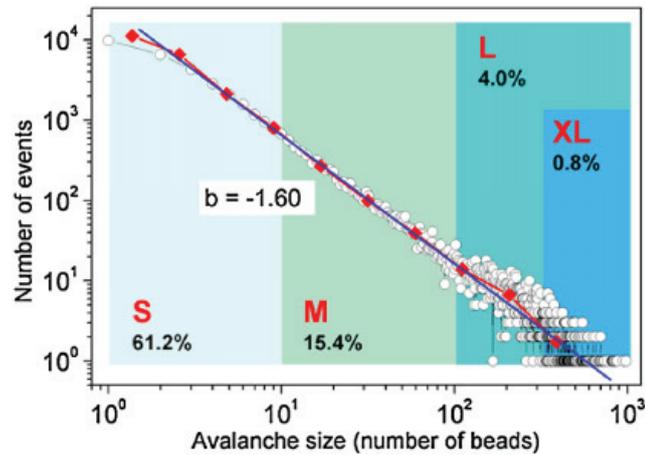
La progression de la simulation se fait comme suit :

- définition des paramètres de la simulation : conditions aux limites, unité de temps, loi de contact (loi de HOOKE pour les forces de répulsion, et dissipation tangentielle nulle lors de collisions)
- définition des paramètres géométriques : rayon des billes, écartement des plans de confinement, largeur et rugosité du plan support
- définition des paramètres physiques : coefficients de frottement et de restitution de vitesse, élasticité du matériau
- boucle de calcul
  - ⇒ lâcher d'une bille
  - ⇒ relaxation du tas jusqu'à ce que l'énergie cinétique totale soit quasi-nulle
  - ⇒ enregistrement des positions des particules

Pour obtenir les mêmes statistiques que dans l'expérience, c'est-à-dire pour environ 50 000 lâchers, le programme prend environ 3 semaines sur un nœud de calcul à 8 cœurs. L'avantage de la simulation n'est donc pas tant la rapidité (très dépendante du pas de temps choisi pour les intégrations), que la facilité avec laquelle les paramètres physiques



(a) Détail d'une photographie de la pile de billes pendant l'expérience.



(b) Distribution de probabilité des tailles d'avalanches (exprimées en termes de nombre de billes ayant bougé de plus d' $1/7^e$  de diamètre). On trouve une distribution en loi de puissance avec un exposant 1,60.

FIGURE V.1 – Photographies et résultats de l'expérience consistant à ajouter des billes sphériques une à une au sommet d'une pile à 2 dimensions, d'après [12].

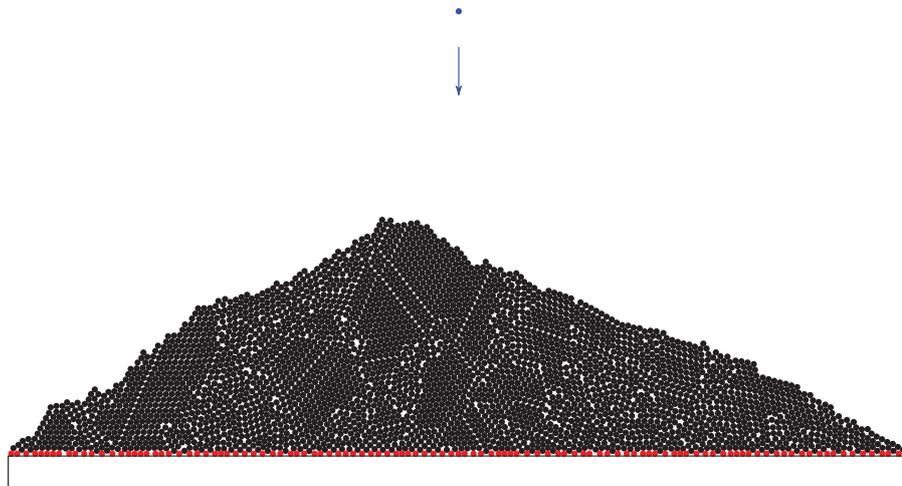


FIGURE V.2 – Représentation de la pile de billes au cours de l'expérience. Toutes les billes appartenant à la ligne inférieure (•) sont fixes, les autres sont libres de se déplacer. La bille bleue (•) est représentée au point de lâcher. Toutes les billes sortant de la pile ne sont plus considérées.

peuvent être modifiés.

La forme de la pile au cours de l'expérience est représentée sur la figure V.2. On constate l'existence de zones cristallines, où les billes forment un motif régulier, et des zones où les billes se placent de manière aléatoire les unes à côté des autres. Certaines zones cristallines sont séparées par des lignes formant des zones fragiles susceptibles de glisser. Un des avantages de la simulation numérique par rapport à l'expérience réelle est la possibilité de suivre les mouvements de chaque bille indépendamment des autres, alors que l'observation optique ne permet pas de distinguer une bille de sa voisine.

## V.3 Résultats obtenus

### V.3.1 Paramètres physiques et effets sur l'évolution de la pile

Au cours du temps, la taille de la pile est sujette à des variations : en effet, les billes ne sont pas retenues au niveau de la base de la pile, donc peuvent s'échapper du système et ne sont alors plus comptabilisées. Des billes impliquées dans une avalanche peuvent sortir de la pile, mais ce n'est pas toujours le cas. Le nombre total de billes dans la pile fluctue autour d'une valeur moyenne  $\langle N \rangle$  dépendant des paramètres dynamiques et de frottement choisis (voir la figure V.3). En effet, plus le frottement entre les billes est grand, plus l'angle de repos est élevé, et donc plus il doit y avoir de billes dans la pile (en moyenne). Si l'on applique la théorie de COULOMB pour l'angle de repos, on obtient une taille moyenne de

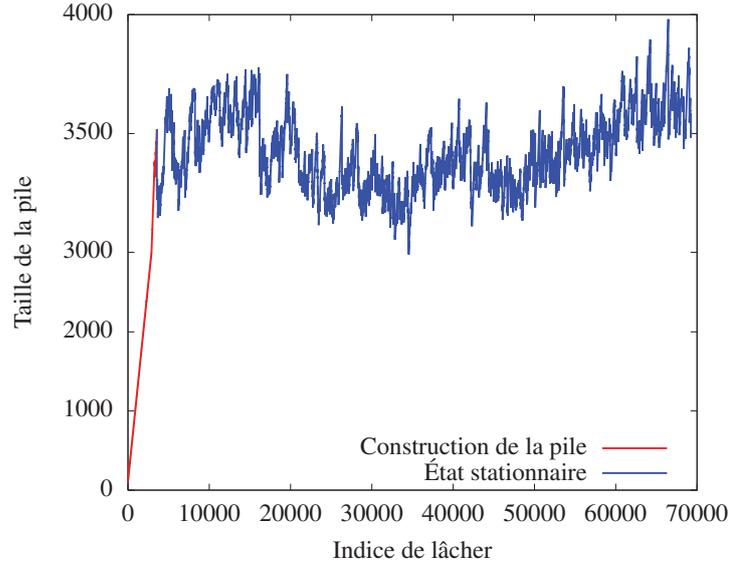


FIGURE V.3 – Taille de la pile au cours du temps. La construction de la pile est représentée par une ligne rouge (—), l'état quasi-stationnaire en bleu (—).

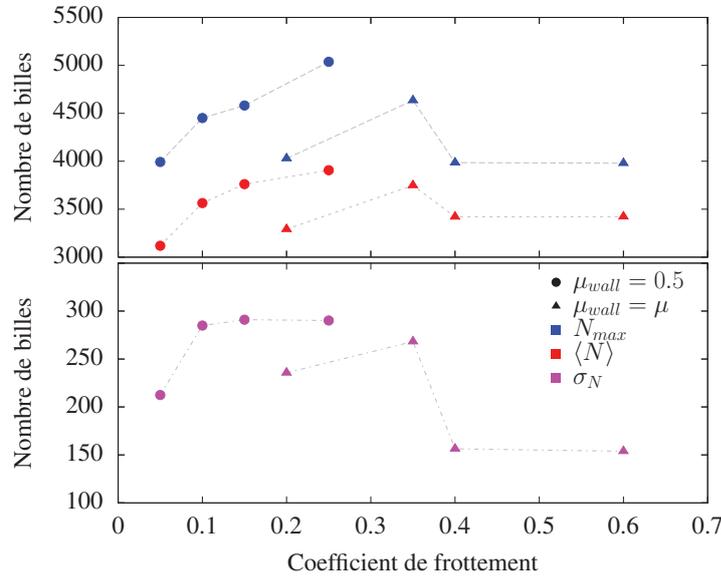
la pile proportionnelle au coefficient de frottement :

$$\langle N \rangle = kV = k \frac{L^2}{4} \tan \varphi = k \frac{L^2}{4} \mu_s \quad (\text{V.1})$$

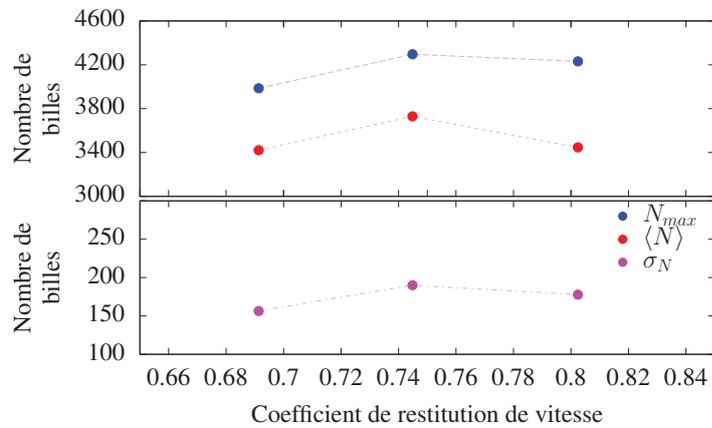
où  $V$  représente le volume (2D) de la pile,  $k \lesssim 1$  la fraction volumique de l'empilement (proche de 1 pour une structure hexagonale en 2D) et  $L$  la longueur de la base de la pile (exprimée en unité de diamètres des sphères). En pratique, les billes fixées à la base de la pile la retiennent et permettent d'obtenir un angle de repos plus élevé. Les autres paramètres comme le frottement avec les parois  $\mu_{wall}$  et le coefficient de restitution de vitesse  $\varepsilon$  lors d'un choc influent aussi sur ce nombre moyen. De même le nombre maximal  $N_{max}$  de billes atteint durant l'expérience et l'écart-type des fluctuations  $\sigma_N$  dépendent de ces mêmes paramètres.

Le résultat des analyses des séries temporelles est donné sur la figure V.4a. Pour les paramètres testés, on constate que la taille moyenne et maximale de la pile augmente avec le coefficient de frottement entre billes (figure V.4a) seulement lorsque celui-ci est faible (inférieur à 0,3) et pour le frottement avec les parois latérales fixé (0,5 est une valeur commune pour un frottement verre-métal). Lorsque le frottement avec les parois est le même qu'entre les billes, la taille de la pile (que ce soit en moyenne ou en termes de taille maximale) ne varie pas beaucoup, mais les valeurs faibles de frottement n'ont pas été étudiées. Dans l'expérience réelle, la taille de la pile a légèrement augmenté lorsque les billes étaient plus rugueuses. Les coefficients de frottement exacts n'ont pu être mesurés avec précision, mais des valeurs entre 0,15 et 0,4 ont été obtenues.

Les variations de taille de la pile avec le coefficient de restitution de vitesse (figure V.4b) sont faibles dans la gamme considérée.



(a) Dépendance des caractéristiques de taille de la pile avec le coefficient de frottement entre billes.



(b) Dépendance des caractéristiques de taille de la pile avec le coefficient de restitution de vitesse pour des chocs entre billes.

FIGURE V.4 – Évolution des caractéristiques de taille de la pile avec les paramètres physiques choisis pour les billes :

$N_{max}$  nombre maximal de billes dans la pile au cours de la série temporelle

$\langle N \rangle$  nombre moyen de billes dans la pile

$\sigma_N$  écart-type des fluctuations du nombre de billes autour de la valeur moyenne

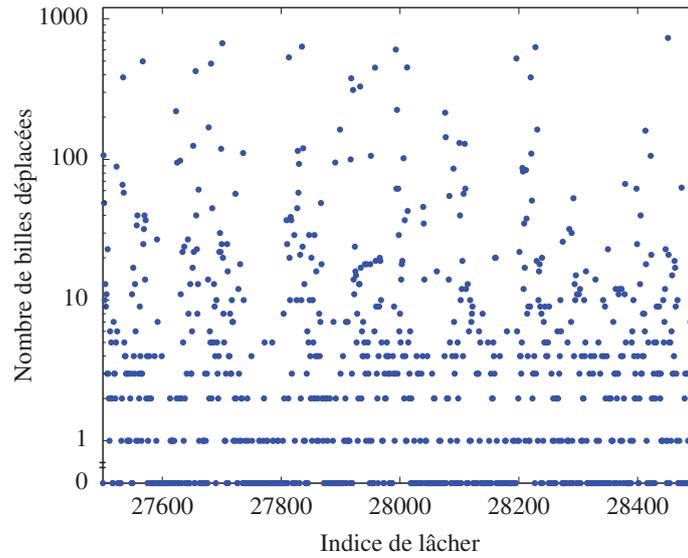


FIGURE V.5 – Détail de la série des tailles d’avalanches au cours du temps. Cette simulation a été réalisée avec des coefficients de frottement de 0,6 entre billes et avec les murs latéraux. Beaucoup de lâchers ne sont accompagnés d’aucune avalanche (valeur 0). L’ensemble des tailles est distribué sur plusieurs décades.

### V.3.2 Avalanches

Les données de simulation consistent en une série temporelle de coordonnées de toutes les billes présentes, indexées par le numéro de lâcher  $t$ . Par simple comparaison entre un jeu de coordonnées à l’instant  $t$  et celui à l’instant  $t + 1$ , on détermine le nombre de billes ayant bougé d’une distance supérieure à un seuil défini à  $1/7^e$  d’un diamètre (seuil repris de [12]). À chaque instant  $t$  est donc associé un nombre de billes ayant bougé, c’est-à-dire une taille d’avalanche. Une portion de cette série temporelle est représentée sur la figure V.5. Les tailles d’avalanches sont distribuées sur plusieurs décades, avec une taille maximale (dépendant des paramètres de frottement) de l’ordre de 2000 à 3000, soit l’ordre de grandeur de la taille de la pile.

L’analyse des séries d’avalanches obtenues permet de déterminer la distribution de probabilité des tailles d’avalanches  $s$ . On remarquera qu’ici les tailles d’avalanches sont des valeurs discrètes, en l’occurrence des entiers naturels. Comme dans l’expérience réelle, la distribution de probabilité des tailles d’avalanches obtenues est une loi de puissance, avec en plus une décroissance exponentielle (*cut-off*) pour les valeurs comparables à la taille de la pile. Les exposants mesurés sont proches de la valeur expérimentale de 1,60. La mesure des exposants est réalisée par une méthode de maximum de vraisemblance [118, 119], en utilisant différentes formes fonctionnelles :

**PL** loi de puissance simple :  $\mathcal{P}(s) \sim s^{-b}$  (*Power Law*)

**TPL** loi de puissance avec cut-off exponentiel :  $\mathcal{P}(s) \sim s^{-b} \exp[-s/\Lambda]$  (*Truncated Power Law*)

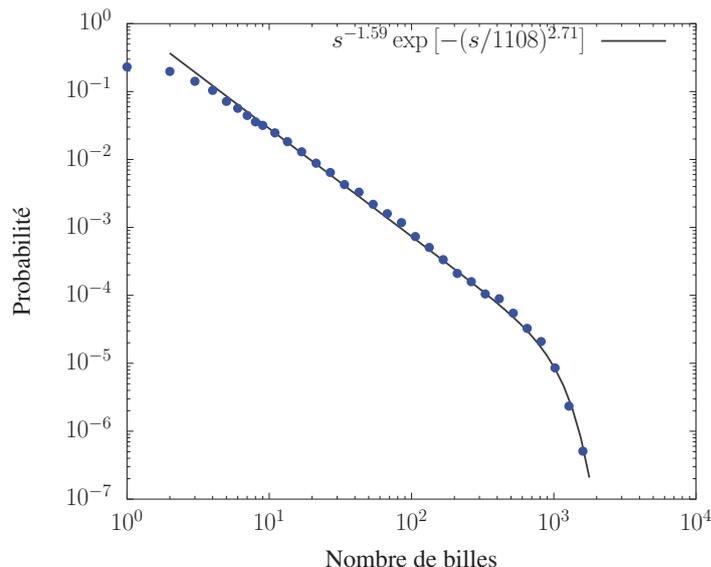


FIGURE V.6 – Exemple de distribution de probabilité obtenue pour une série d’avalanches. La simulation a été réalisée avec un coefficient de frottement de 0,4 entre billes et avec les parois, et un coefficient de restitution de vitesse de 0,69. La distribution suit une loi de puissance avec un *cut-off* exponentiel (avec un exposant proche de 3).

**TEPL** loi de puissance avec *cut-off* exponentiel et exposant :  $\mathcal{P}(s) \sim s^{-b} \exp[-(s/\Lambda)^\delta]$   
 (*Truncated-Exponent Power Law*)

Les méthodes PL et TPL sont utilisables analytiquement avec des données discrètes, mais une approximation de données continues a dû être effectuée pour la méthode TEPL. L’avantage de la méthode TEPL est de décrire précisément la décroissance exponentielle de la distribution de probabilité aux grandes valeurs, et donc d’améliorer la précision pour la valeur de l’exposant. Si l’on utilise la loi de puissance simple alors que la distribution a un *cut-off*, la valeur obtenue pour l’exposant sera trop grande (en valeur absolue). Un exemple de distribution obtenue est donné en figure V.6 ainsi que l’interpolation par la méthode TEPL.

L’interpolation des différentes distributions de probabilité permet d’observer l’évolution de la valeur de l’exposant et du *cut-off* en fonction du coefficient de frottement entre billes, et des conditions de l’expérience (frottement avec les parois, coefficient de restitution de vitesse). La figure V.7 présente les valeurs obtenues pour toutes les simulations réalisées (lorsque la méthode de maximum de vraisemblance a réussi). La dépendance de l’exposant (figure V.7a) avec le coefficient de frottement n’est pas claire, et même si on pourrait observer une augmentation de l’exposant avec le coefficient de frottement pour les faibles valeurs (dans le cas où le frottement avec les parois  $\mu_{wall}$  est fixé à 0,5), le manque de points de mesure empêche de donner une conclusion définitive. Pour ce qui est du *cut-off*, on observe une nette diminution de sa valeur lorsque le coefficient de frottement augmente. Cette évolution est attendue, puisque l’augmentation du coefficient de frottement rend plus difficile la propagation de l’avalanche d’une bille à sa voisine, et donc

l'avalanche doit s'arrêter plus rapidement.

Outre leur taille, les avalanches sont caractérisées par leur occurrence temporelle et leur localisation. Cette dernière est obtenue en calculant le barycentre des billes s'étant déplacées. On obtient alors une position approximative, dont la précision est inversement proportionnelle au nombre de billes impliquées dans l'avalanche : pour quelques billes seulement, qui auront donc une position initiale proche, la localisation sera bien définie. Dans le cas d'une avalanche de grande taille, impliquant une fraction importante du tas, la position moyenne sera peu représentative. La figure V.8 présente les localisations calculées pour une des simulations. L'image obtenue en est proche pour tous les jeux de paramètres testés. Les avalanches sont en grande majorité localisées à la surface de la pile, et l'on voit que les grandes avalanches (représentées en rouge) sont localisées sur les côtés de l'empilement, ce qui signifie qu'elles correspondent à l'effondrement préférentiellement d'une aile complète de la pile plutôt qu'à un effondrement symétrique.

La série temporelle des avalanches permet l'analyse des temps d'attente entre avalanches. En observant les temps d'attente entre les avalanches de grande taille (supérieure à 100, représentant 7% du total des avalanches), on trouve une distribution de probabilité avec une décroissance exponentielle, comme représenté sur la figure V.9. Cela signifie que les avalanches de grande taille sont indépendantes, de la même façon que pour les grandes avalanches du chapitre III. Le paramètre de la décroissance exponentielle a été mesuré à quelques dizaines (29,8 sur la figure V.9), comparable à la valeur expérimentale de  $1/0,016 = 62,5$  [12].

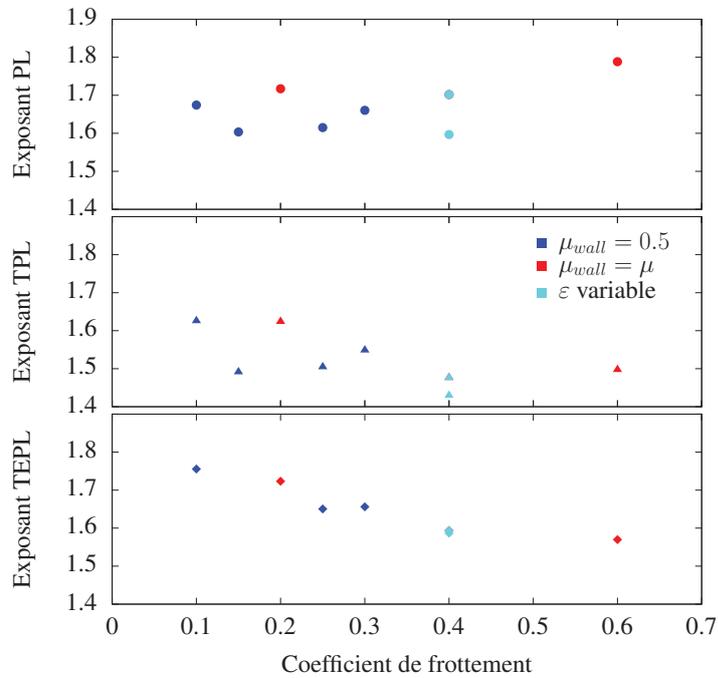
### V.3.3 Structure interne de la pile

Pour l'expérience réelle, une prédiction partielle des événements extrêmes avait été atteinte en analysant la structure locale de l'empilement autour de chaque bille. Grâce à un diagramme de VORONOÏ calculé pour l'ensemble des billes intérieures de l'empilement (c'est-à-dire en excluant la ligne inférieure et la « surface » supérieure), on calcule pour chaque bille un facteur de forme  $\xi$  défini par :

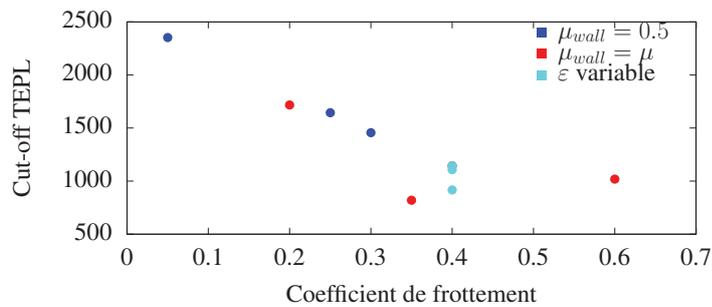
$$\xi = \frac{L^2}{4\pi A} \quad (\text{V.2})$$

où  $L$  est le périmètre de la cellule de VORONOÏ et  $A$  son aire.

Le diagramme de VORONOÏ d'un ensemble de points est un pavage du plan tel que chaque cellule ne contient qu'un seul point (appelé germe) de l'ensemble initial, et la cellule autour d'un de ces germes représente l'ensemble des positions plus proches de ce germe que de n'importe quel autre. La taille d'une cellule du diagramme est donc d'autant plus grande que la bille en son centre a peu de voisins. Le facteur de forme  $\xi$  est donc une mesure de la densité locale autour d'une bille. Les valeurs théoriquement possibles pour  $\xi$  sont comprises entre 1 (pour une cellule parfaitement circulaire) et l'infini. En pratique, la valeur la plus faible observée est proche de 1,103 (hexagone régulier). L'hexagone régulier



(a) Dépendance de l'exposant de la loi de puissance avec le coefficient de frottement entre billes.



(b) Évolution du cut-off de la distribution de probabilité en fonction du coefficient de frottement entre les billes.

FIGURE V.7 – Paramètres des lois de puissance et dépendance avec le coefficient de frottement entre billes.

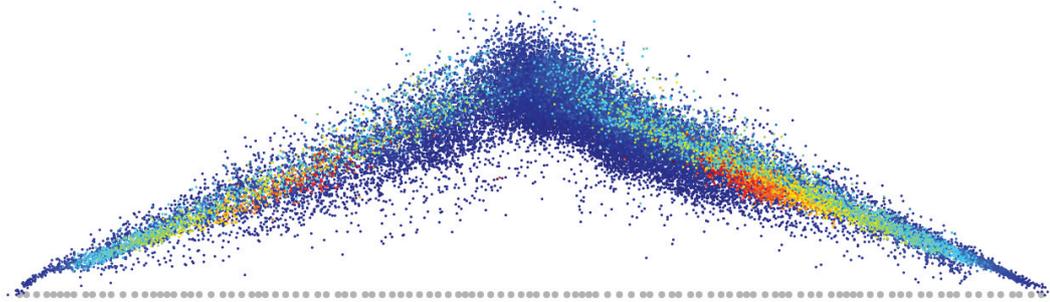


FIGURE V.8 – Positions moyennes des avalanches (calculées comme le barycentre des billes s'étant déplacées) représentées en fonction de leur taille (code couleur logarithmique, le rouge correspond aux plus grandes avalanches).

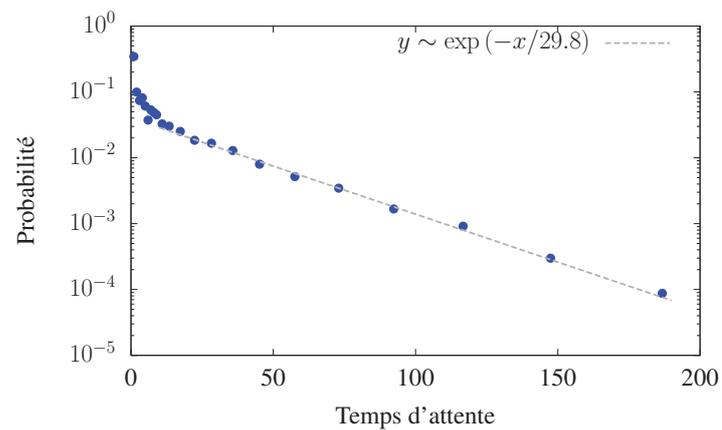


FIGURE V.9 – Distribution de probabilité des temps d'attente entre les avalanches de taille supérieure à 100. Un ajustement par une exponentielle  $\exp(-x/29,8)$  a également été tracé.

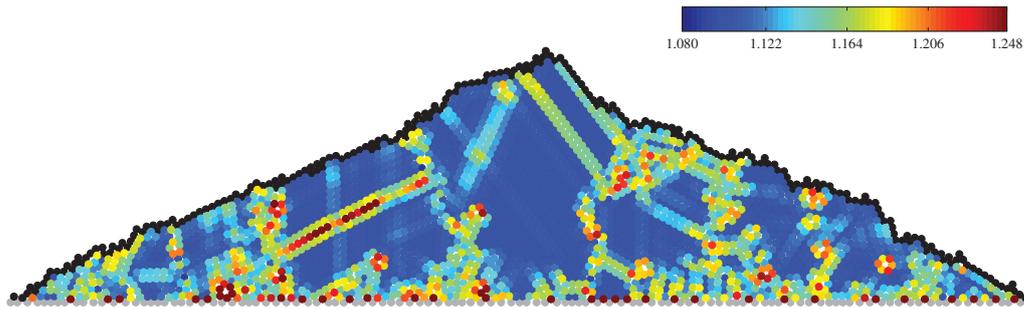


FIGURE V.10 – Facteur de forme déterminé pour l'ensemble des billes intérieures de la pile.

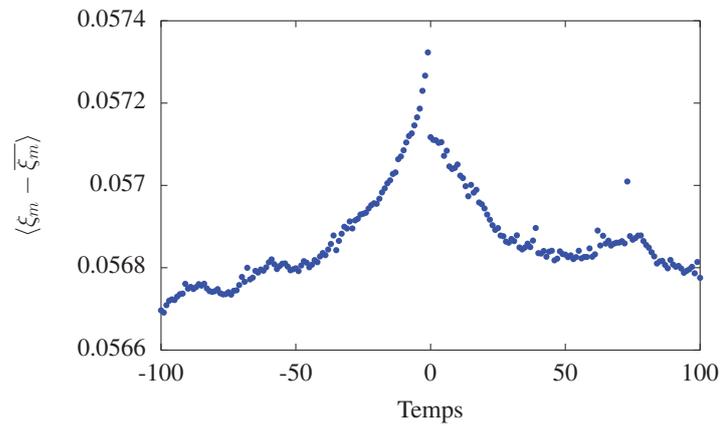
correspond à un ordre maximal dans l'empilement, c'est la structure cristalline 2D la plus stable. Plus la valeur du facteur de forme augmente, plus la structure locale s'éloigne de la stabilité.

Le calcul des facteurs de forme a été effectué sur une simulation complète. Un exemple est donné sur la figure V.10. Les couleurs chaudes correspondent à une stabilité moindre par rapport aux couleurs froides. Comme évoqué précédemment, les lignes de dislocation cristalline correspondent à des zones fragiles et peu stables.

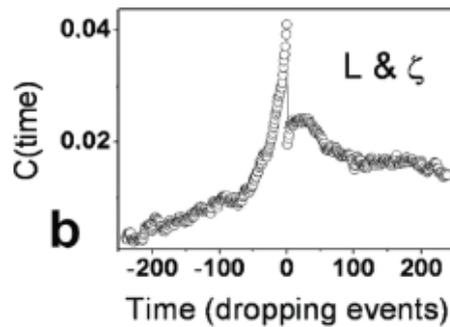
Sur une simulation complète, nous pouvons analyser les variations du facteur de forme et les comparer aux positions des avalanches, comme effectué pour l'expérience réelle. La figure V.11a présente la corrélation entre les variations du facteur de forme moyen sur la pile  $\xi_m$  et la position des avalanches de taille supérieure à 500. Avant l'avalanche, le facteur de forme augmente pendant une cinquantaine de lâchers pour atteindre un maximum juste avant l'avalanche, puis diminue brusquement lors de l'avalanche. Une baisse continue, moins rapide, est observée pendant quelques dizaines d'unités de temps après l'avalanche. Cette baisse peut être associée à des répliques suivant l'avalanche importante, et permettant au tas de rejoindre un état plus stable. La figure V.11b présente le résultat d'un calcul similaire pour l'expérience réelle. On obtient le même comportement dans les deux cas, avec une augmentation du facteur de forme pendant une cinquantaine de lâchers avant l'avalanche, puis une diminution brusque lors de l'avalanche.

## V.4 Conclusion et perspectives

Les résultats présentés dans ce chapitre concernent la simulation numérique d'une pile de billes, qui conformément à la SOC, montre une dynamique invariante d'échelle. Lorsque l'on ajoute une à une des billes au sommet de la pile, celle-ci peut s'effondrer sous son propre poids. Ces effondrements constituent des avalanches invariantes d'échelle. La simulation a pu reproduire des résultats existants sur le même système, en particulier la distribution de probabilité des tailles d'avalanches sous la forme d'une loi de puissance. Les



(a) Écart du facteur de forme (moyenné sur la pile)  $\xi_m$  par rapport à sa valeur moyenne temporelle  $\bar{\xi}_m$ . L'écart tracé est moyenné sur l'ensemble des avalanches de taille supérieure à 500 (moyenne  $\langle \cdot \rangle$ ). On remarque une corrélation forte au temps 0 et une augmentation régulière avant l'avalanche. Lors de l'avalanche, le facteur de forme (moyenné sur la pile) diminue brusquement.



(b) Corrélation croisée entre facteur de forme moyen sur la pile et avalanches de grandes tailles, issu de [12].

FIGURE V.11 – Comportement du facteur de forme moyen à proximité d'une avalanche de grande taille, comparé entre une simulation et l'expérience réelle.

exposants obtenus sont comparables à celui mesuré expérimentalement, proche de 1,60.

Nous avons effectué une analyse des effets de la dissipation dans l'empilement, sous la forme du coefficient de frottement entre billes et du coefficient de restitution de vitesse lors d'un impact. Ce dernier a peu d'effet sur la forme de la pile et sur sa dynamique. Pour ce qui est du coefficient de frottement, un effet clair n'a pas pu être identifié pour l'exposant de la loi de puissance, mais la valeur du *cut-off* de la distribution diminue lorsque le coefficient de frottement augmente. Une analyse des temps d'attente entre grandes avalanches a donné une distribution qui décroît exponentiellement, avec un paramètre du même ordre de grandeur que la valeur expérimentale (quelques dizaines de lâchers).

Enfin nous avons reproduit les mesures de facteur de forme réalisées lors de l'expérience réelle, et la corrélation entre le facteur de forme (moyen sur la pile) et l'occurrence des grandes avalanches a été calculée : le même comportement a été retrouvé, avec une augmentation du facteur de forme avant une grande avalanche, et une diminution brusque lorsque l'avalanche se produit.

La possibilité de reproduire numériquement un système granulaire avec une dynamique invariante d'échelle a été démontrée, et les méthodes développées ici pourront être réutilisées pour la simulation de l'expérience de cisaillement avec conditions aux limites périodiques. Dans le cas de la pile de billes, de nouvelles simulations sont en cours pour explorer de façon plus complète l'espace des paramètres. Pour cela, une collaboration avec des spécialistes de la simulation granulaire a été mise en place.

# Conclusion

Ces trois années de thèse ont été consacrées à l'élaboration, puis à l'exploitation, d'une simulation expérimentale d'une faille tectonique. Une faille tectonique est une structure géologique qui résulte de la tectonique des plaques, et dont les mouvements peuvent engendrer des tremblements de terre. Ces séismes constituent l'un des exemples les plus connus de phénomène invariant d'échelle, c'est-à-dire pour lequel on ne peut définir de taille caractéristique. En pratique, cette invariance d'échelle se manifeste sous la forme de la loi de GUTENBERG–RICHTER, qui stipule que la distribution de probabilité des séismes en fonction de leur énergie est une loi de puissance. Le projet de recherche dans lequel s'inscrit cette thèse vise à mieux comprendre les mécanismes à l'origine de cette invariance d'échelle. Pour cela, le modèle fragments–aspérités, modélisant une faille tectonique, a été simplifié au maximum, pour finalement décrire la faille comme un empilement de cylindres avec des conditions aux limites périodiques, confiné et cisailé en continu. Des outils mécanique, optique et acoustique ont été utilisés pour observer la dynamique du milieu granulaire.

Dans le chapitre I, le contexte de l'étude est présenté, ainsi que les connaissances de base sur les milieux granulaires et les séismes. Des éléments bibliographiques sur le cisaillement de milieux granulaires complètent le chapitre.

Le chapitre II introduit la propagation d'une onde acoustique au sein d'un milieu granulaire, et montre que la manière dont l'onde se propage permet de prédire la structure interne du milieu granulaire. La relation entre la force de confinement appliquée à un milieu granulaire et la vitesse de l'onde en son sein est une loi de puissance, dont l'exposant est directement relié au nombre de contacts supportés par les grains dans l'empilement : un exposant  $1/2$  pour 2 contacts et un exposant  $1/6$  pour 4 contacts. Un modèle basé sur la relation force–déformation d'un seul grain permet d'expliquer ces exposants. De plus, l'utilisation d'un matériau photoélastique pour fabriquer les grains constituant l'empilement a permis l'observation directe de l'onde acoustique, qui a confirmé que le chemin préférentiel de l'onde suit les chaînes de force présentes dans l'empilement.

Le chapitre III décrit la construction puis l'analyse des résultats obtenus grâce à l'expérience imitant une faille tectonique. Les méthodes utilisées pour détecter les événements, que ce soit sur les données mécaniques, optiques ou acoustiques, sont présentées en détail. L'analyse statistique de ces données a permis l'observation d'une dynamique invariante d'échelle et d'une distribution de probabilité en loi de puissance, compatible avec la loi de

GUTENBERG–RICHTER avec une valeur d'exposant proche de la valeur observée pour les séismes. L'étude des temps d'attente entre événements a également reproduit un comportement comparable à celui des tremblements de terre. Les méthodes mécanique et acoustique ont donné les mêmes résultats, mais avec une précision et une statistique bien meilleure dans le cas de l'acoustique. En particulier, les exposants mesurés pour les deux méthodes sont identiques et les énergies des événements se produisant simultanément sont proportionnelles, ce que nous avons vu lors de l'étude des corrélations entre les deux méthodes. Enfin nous avons observé (grâce à l'acoustique) des répliques à la suite d'événements importants, mais dans une statistique insuffisante pour les comparer à la loi d'OMORI.

Dans le chapitre IV, nous avons décrit des expériences complémentaires, avec en particulier l'utilisation d'une cellule de cisaillement simple, limitée en déplacement et donc en statistique, mais pour laquelle l'utilisation d'une méthode optique est facilitée. La photoélasticité a été présentée en détail, avec les difficultés que nous avons rencontré pour calibrer localement la mesure de force à partir des photos de l'empilement. L'utilisation de la cellule de cisaillement simple a permis l'utilisation d'une caméra ultra-rapide, grâce à laquelle le déroulement d'une avalanche a pu être observé. Nous avons observé une dynamique oscillatoire, avec une activation transitoire de certaines chaînes de force, très corrélée aux mesures acoustiques même à l'échelle de temps de la milliseconde. Enfin la reproduction des mécanismes à l'origine des émissions acoustiques a mis en évidence une excitation préférentielle de différentes fréquences acoustiques, mais nous n'avons pu déterminer formellement celui étant à l'origine de ces émissions acoustiques.

Finalement le chapitre V s'intéresse à des simulations numériques d'une autre expérience utilisant des granulaires et qui montre une dynamique invariante d'échelle : la construction d'une pile en deux dimensions. Les méthodes de simulation sont décrites, et les résultats comparés à des résultats expérimentaux déjà existants. La cohérence des résultats obtenus, pour le comportement invariant d'échelle et sur l'évolution temporelle, valide les méthodes utilisées, qui pourront ensuite être adaptées pour simuler l'expérience modélisant la faille tectonique.

## Perspectives

Un projet de recherche ne s'éteint généralement pas avec le départ du doctorant, et celui-ci ne fera pas exception. De nombreuses questions restent en suspens, des méthodes restent à développer, des résultats restent à affiner. Pour le moment, seuls quelques résultats préliminaires ont étudié la dépendance de l'exposant de la loi de puissance avec la pression de confinement et la vitesse de cisaillement. Cette étude devra être reprise et développée, et au-delà de l'exposant, il faudra rechercher les effets sur la taille maximale d'avalanche enregistrée ou sur leur distribution temporelle.

Les ondes acoustiques peuvent être utilisées comme des sondes locales de la structure, et il faudra rechercher une méthode pour utiliser les sons produits par l'empilement pour

analyser la structure interne, en profitant des nombreux capteurs acoustiques disponibles. L'étude des fréquences acoustiques ou de l'évolution temps–fréquence des émissions acoustiques devrait permettre la détermination des mécanismes individuels à l'origine de chaque onde acoustique.

La recherche de précurseurs aux événements extrêmes devra être poursuivie, et l'amélioration du dispositif de suivi optique permettra l'utilisation de la méthode du facteur de forme telle qu'utilisée sur la simulation numérique. Enfin, plusieurs études ont montré que la dynamique des tremblements de terre peut être modifiée par l'activité humaine, par exemple avec la fracturation hydraulique pour l'extraction de pétrole. Au-delà de la prédiction des avalanches, qu'en est-il du contrôle de la dynamique ? Si nous parvenions à libérer l'énergie stockée dans la faille avant qu'elle ne soit trop élevée, les séismes produits resteraient de faible magnitude, et la faille ne pourrait plus engendrer de tremblements de terre destructeurs. Un modèle de faille tel que celui présenté dans ce manuscrit pourrait être un bon outil pour développer des méthodes de déclenchement d'avalanches.



## Annexe A

# Développement limité du contact de Hertz pour des cylindres

### Sommaire

---

A.1 Le modèle . . . . . 109

A.2 Les deux régimes . . . . . 111

---

### A.1 Le modèle

Les calculs d'élasticité [111] donnent une relation force-déformation ( $F$ - $\delta$ ) au contact de deux cylindres d'axes parallèles :

$$\delta_1 = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \frac{F}{L} \left\{ \ln \left[ \frac{4\pi ERL}{(1 - \nu^2)F} \right] - 1 \right\}, \quad (\text{A.1})$$

où  $\nu$  correspond au module de POISSON,  $E$  au module de YOUNG,  $L$  à la longueur des cylindres et  $R$  à leur rayon. Cette équation est valable dans la limite des faibles déformations et des grandes longueurs  $L$ .

D'après l'équation (A.1), on peut définir une force adimensionnée  $F^*$  comme

$$F^* = \frac{4\pi ERL}{1 - \nu^2}, \quad (\text{A.2})$$

de façon à écrire (A.1) comme

$$\delta_1 = 4R \frac{F}{F^*} \left[ \ln \left( \frac{F^*}{F} \right) - 1 \right]. \quad (\text{A.3})$$

Nous pouvons maintenant adimensionner la relation force-déformation par le changement

de varibales

$$\tilde{f} = F/F^*, \quad (\text{A.4})$$

$$\tilde{\delta} = \delta_1/4R. \quad (\text{A.5})$$

ce qui permet d'écrire

$$\tilde{\delta} = \tilde{f} \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}} \right) - 1 \right]. \quad (\text{A.6})$$

L'équation (A.6) peut-être exprimée sous la forme d'un développement de TAYLOR autour d'une force adimensionnée  $\tilde{f}_0$  :

$$\tilde{\delta} = \tilde{f}_0 \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}_0} \right) - 1 \right] + \left\{ \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}_0} \right) - 1 \right] - 1 \right\} (\tilde{f} - \tilde{f}_0) - \frac{1}{2\tilde{f}_0} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^2 + \frac{1}{6\tilde{f}_0^2} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^3 + O(4). \quad (\text{A.7})$$

Le développement de TAYLOR du logarithme népérien  $\ln x$  autour de  $x_0$  est :

$$\ln x = \ln x_0 + \frac{1}{x_0} (x - x_0) - \frac{1}{2x_0^2} (x - x_0)^2 + \frac{2}{6x_0^3} (x - x_0)^3 + O(4). \quad (\text{A.8})$$

Dans la suite nous négligerons le terme  $O(4)$ .

En ajoutant les termes  $+\frac{1}{6\tilde{f}_0^2}(\tilde{f} - \tilde{f}_0)^3$  et  $+(\tilde{f} - \tilde{f}_0)$  dans les deux membres de (A.7), on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{\delta} &= \tilde{f}_0 \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}_0} \right) - 1 \right] + \tilde{f} \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}_0} \right) - 3 \right] + 3\tilde{f}_0 \\ &+ \tilde{f}_0 \ln \tilde{f}_0 - \frac{1}{6\tilde{f}_0^2} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^3 + (\tilde{f} - \tilde{f}_0) - \frac{1}{2\tilde{f}_0} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^2 + \frac{2}{6\tilde{f}_0^2} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^3. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Cette expression peut être reformulée en

$$\begin{aligned} \tilde{\delta} &= \tilde{f}_0 \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}_0} \right) - 1 \right] + \tilde{f} \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}_0} \right) - 3 \right] + 3\tilde{f}_0 - \frac{1}{6\tilde{f}_0^2} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^3 \\ &+ \tilde{f}_0 \left[ \ln \tilde{f}_0 + \frac{1}{\tilde{f}_0} (\tilde{f} - \tilde{f}_0) - \frac{1}{2\tilde{f}_0^2} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^2 + \frac{2}{6\tilde{f}_0^3} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^3 \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Le dernier terme entre parenthèses dans (A.10) peut être remplacé par  $\ln \tilde{f}$  en utilisant la relation vue en (A.8) :

$$\tilde{\delta} = \tilde{f}_0 \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}_0} \right) - 1 \right] + \tilde{f} \left[ \ln \left( \frac{1}{\tilde{f}_0} \right) - 3 \right] + 3\tilde{f}_0 - \frac{1}{6\tilde{f}_0^2} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^3 + \tilde{f}_0 \ln \tilde{f}. \quad (\text{A.11})$$

On peut simplifier cette expression en

$$\tilde{\delta} = 2\tilde{f}_0 - \tilde{f}_0 \ln \tilde{f}_0 - (\ln \tilde{f}_0 + 3) \tilde{f} - \frac{1}{6\tilde{f}_0^2} (\tilde{f} - \tilde{f}_0)^3 + \tilde{f}_0 \ln \tilde{f}. \quad (\text{A.12})$$

En ne gardant que les termes d'ordre inférieur ou égal à 2, on obtient :

$$\tilde{\delta} = 2\tilde{f}_0 - \tilde{f}_0 \ln \tilde{f}_0 - (\ln \tilde{f}_0 + 3) \tilde{f} + \tilde{f}_0 \ln \tilde{f}. \quad (\text{A.13})$$

## A.2 Les deux régimes

L'équation (A.13) a un terme logarithmique  $\tilde{f}_0 \ln \tilde{f}$  qui donne une dépendance

$$\tilde{f} \sim e^{\tilde{\delta}}, \quad (\text{A.14})$$

et un terme linéaire  $(\ln \tilde{f}_0 + 3) \tilde{f}$  qui peut correspondre au développement de TAYLOR d'une loi de puissance. On obtient donc une dépendance

$$\tilde{f} \sim \tilde{\delta}^\beta. \quad (\text{A.15})$$

Le choix d'une loi de puissance plutôt que d'une relation linéaire n'est pas arbitraire : c'est le résultat du tracé de l'équation (A.6) dans la figure A.1, sur lequel on peut voir une transition entre deux régimes, passant d'une loi de puissance (d'exposant proche de 1,25) à un plateau exponentiel lorsque  $\tilde{f}$  augmente.

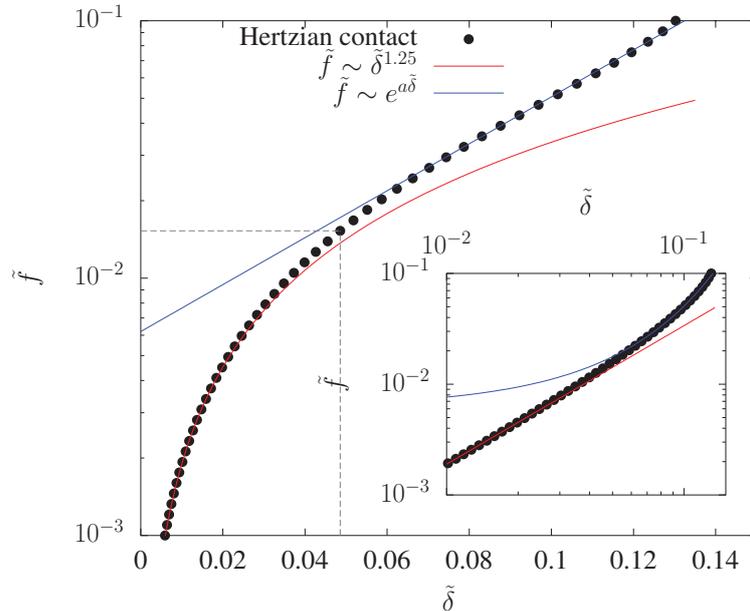


FIGURE A.1 – Résolution numérique de la relation force–déformation pour un cylindre, donnée par l'équation (A.6). La ligne pointillée correspond à  $\tilde{f}_c = e^{-4}$  qui sépare les deux régimes.

Lorsque  $\tilde{f}$  diminue de la valeur associée à la transition jusqu'à zéro, l'exposant de la loi de puissance diminue lentement depuis environ 1,25 jusqu'à une valeur proche de 1 (comme montré sur la figure A.2), s'approchant d'une loi linéaire  $\tilde{f}$  en fonction de  $\tilde{\delta}$  pour

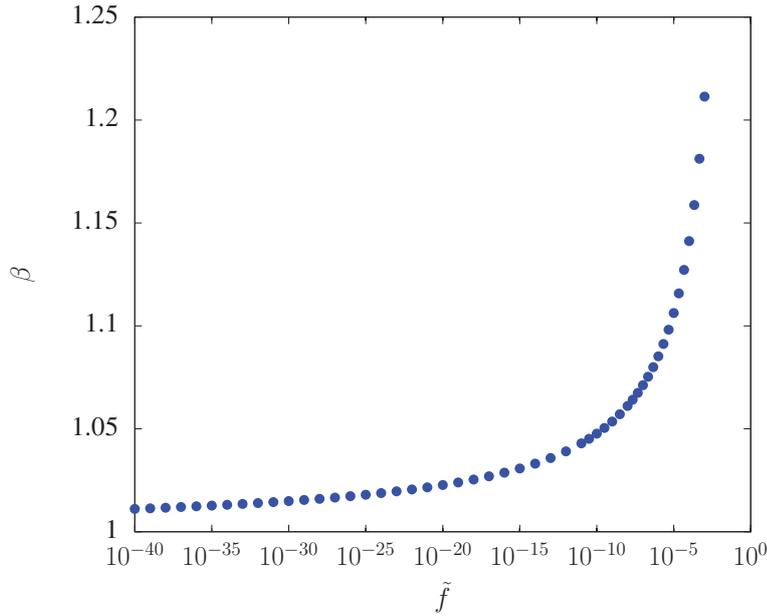


FIGURE A.2 – Évolution de l'exposant équivalent  $\beta$  pour la relation force–déformation d'un cylindre dans le régime de loi de puissance. Cet exposant équivalent pour  $\tilde{f}_0$  est calculé comme la pente du meilleur fit linéaire de  $\log(\tilde{f})$  en fonction de  $\log(\tilde{\delta})$  donné par A.6 entre  $0.1\tilde{f}_0$  et  $10\tilde{f}_0$ .

des valeurs de force extrêmement faibles ( $\tilde{f} \sim 10^{-40}$ ).

En écrivant  $\tilde{f} = \tilde{f}_0 + \epsilon$ , l'équation (A.13) devient

$$\tilde{\delta} = - \left[ \tilde{f}_0 + 2\tilde{f}_0 \ln \tilde{f}_0 \right] - \left( \ln \tilde{f}_0 + 3 \right) \epsilon + \tilde{f}_0 \ln(\tilde{f}_0 + \epsilon). \quad (\text{A.16})$$

Le terme logarithmique peut être écrit comme  $\tilde{f}_0 \ln(\tilde{f}_0 + \epsilon) = \tilde{f}_0 \ln \tilde{f}_0 + \epsilon$ . On peut donc comparer les deux dépendances en  $\epsilon$  :

$$- \left( \ln \tilde{f}_0 + 3 \right) \epsilon = \epsilon, \quad (\text{A.17})$$

La transition peut donc être estimée pour

$$\tilde{f}_c = \exp(-4). \quad (\text{A.18})$$

Cette valeur de  $\tilde{f}_c$  a été tracée sur la figure A.1. Comme  $\tilde{f}_c = \frac{1-\nu^2}{4\pi ERL} F_c$ , la force réelle associée à la transition entre le régime de loi de puissance et le régime exponentiel pour la relation force–déformation est donc

$$F_c = \frac{4\pi ERL}{1-\nu^2} e^{-4}. \quad (\text{A.19})$$

## Annexe B

# Reconstruction de l'image panoramique

### Sommaire

---

B.1	Objectif . . . . .	113
B.2	Définitions géométriques et corrections de coordonnées . . . . .	113
B.3	Photographie panoramique finale . . . . .	116

---

### B.1 Objectif

L'objectif est de compenser la courbure sur la photographie de l'empilement prise avec une webcam placée à une distance finie du cylindre extérieur. Le système étant cylindrique, chaque webcam effectue la projection d'une portion du cylindre sur son plan focal (voir la photographie B.1), sans conserver les longueurs. On souhaite calculer les longueurs réelles à partir des longueurs projetées, afin de reconstruire l'image de l'empilement comme s'il était plan.

### B.2 Définitions géométriques et corrections de coordonnées

Nous introduisons dans la figure B.2 un certain nombre de notations pour les distances et angles intervenant dans le problème.

Les angles  $\theta$  et  $\alpha$  sont donnés respectivement par les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \theta = \frac{x}{d} \\ \tan \theta = \frac{R \sin \alpha}{d + R(1 - \cos \alpha)} \end{array} \right. \quad (\text{B.1})$$



FIGURE B.1 – Photographie de l'empilement par une webcam placée à une trentaine de centimètres. La courbure observée est importante.

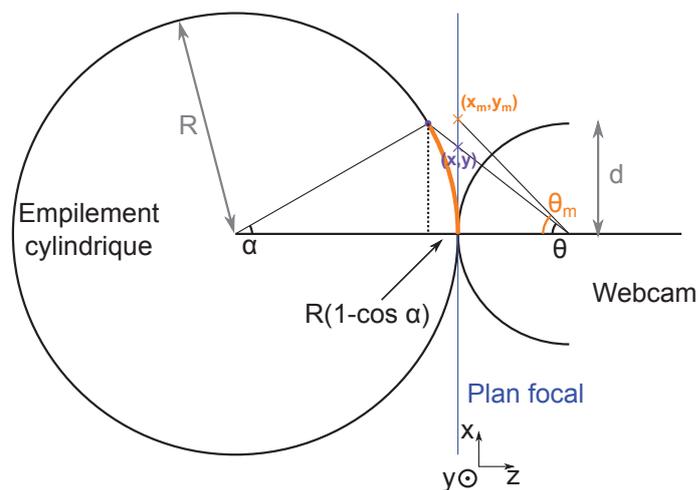


FIGURE B.2 – Description géométrique du système et notations. Le point  $(x, y)$  (exprimé dans le repère du plan focal de la webcam) représente la projection du point violet ( $\bullet$ ) dans le plan focal. On obtient le point  $(x_m, y_m)$  par conservation des distances lors de la projection au lieu de la conservation des angles. Les distances ont été volontairement modifiées pour la clarté du schéma (en réalité, la distance focale de la webcam est environ deux fois plus grande que le rayon de l'empilement).

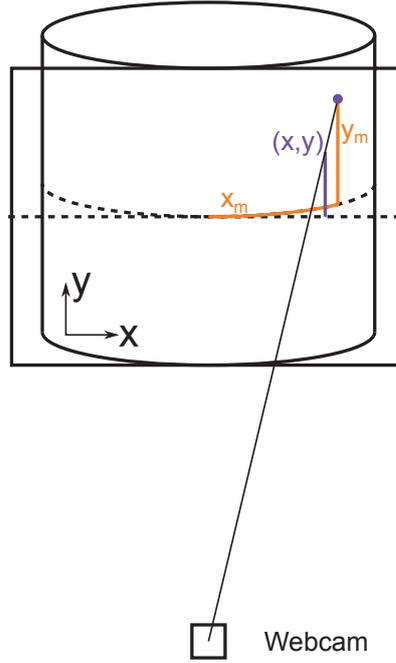


FIGURE B.3 – Vue de côté du système géométrique. Le point  $(x, y)$  (exprimé dans le repère du plan focal de la webcam) représente la projection du point violet ( $\bullet$ , appartenant au cylindre) dans le plan focal. Les longueurs  $x_m$  et  $y_m$  réelles sont représentées.

La relation sur  $\alpha$  se transforme en

$$d \sin \theta + R \sin \theta - R \sin \theta \cos \alpha = R \sin \alpha \cos \theta \quad (\text{B.2})$$

soit en simplifiant

$$(d + R) \sin \theta = R \sin(\alpha + \theta) \quad (\text{B.3})$$

On en déduit :

$$\begin{cases} \theta = \arctan\left(\frac{x}{d}\right) \\ \alpha = \arcsin\left[\left(1 + \frac{d}{R}\right) \sin \theta\right] - \theta \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

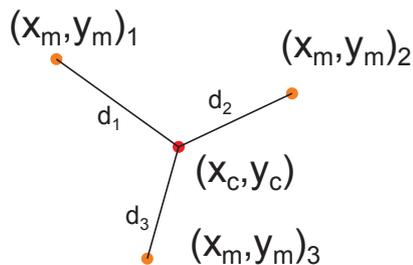
On obtient le point de coordonnées  $(x_m, y_m)$  par conservation des distances (voir la figure B.3) :  $x_m$  est la longueur réelle de l'arc représenté en orange sur les figures B.2 et B.3.  $y_m$  est l'altitude réelle du point considéré, que l'on obtient grâce au théorème de THALÈS :

$$\frac{y}{y_m} = \frac{\frac{d}{\cos \theta}}{\frac{d+R(1-\cos \alpha)}{\cos \theta}} \quad (\text{B.5})$$

Finalement :

$$\begin{cases} x_m = R\alpha \\ y_m = y \left[1 + \frac{R}{d}(1 - \cos \alpha)\right] \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

Le calcul d'intensité lumineuse est réalisé par interpolation barycentrique à 2 dimen-

FIGURE B.4 – Plus petit triangle contenant  $(x_c, y_c)_1$  et définitions de longueurs associées.

sions. En effet, les coordonnées corrigées  $(x_m, y_m)_i$  ne forment pas un réseau régulier de type pixels. Il faut donc convertir ce réseau de points en une maille carrée. Pour cela, on crée une nouvelle table de coordonnées  $(x_c, y_c)_j$  dont pour chaque point on va calculer l'intensité lumineuse dans les trois couleurs (rouge, vert et bleu). Le point  $(x_c, y_c)_1$  va être associé à un triplet  $(x_m, y_m)_{1,2,3}$  formant le plus petit triangle contenant  $(x_c, y_c)_1$  (voir la figure B.4). La valeur attribuée au point  $(x_c, y_c)_1$  sera le résultat du calcul barycentrique :

$$I_{c,1} = \frac{w_1 I_{m,1} + w_2 I_{m,2} + w_3 I_{m,3}}{w_1 + w_2 + w_3} \quad \text{avec} \quad w_i = \frac{1}{d_i} \quad (\text{B.7})$$

Ce calcul est répété pour les trois couleurs et pour chaque point de la nouvelle maille carrée. Les coefficients de passage étant constants une fois les paramètres géométriques fixés, une matrice de passage est calculée pour chacune des 12 webcams et ensuite appliquée sur chaque photo (une journée d'expérience représente environ 3000 photos en résolution  $1920 \times 1080$ , pour chacune des 12 caméras).

### B.3 Photographie panoramique finale

Une fois les images compensées obtenues pour les 12 caméras, on peut les assembler en coupant les parties redondantes ou inutiles. On obtient alors une photographie panoramique comme montré sur la figure B.5.

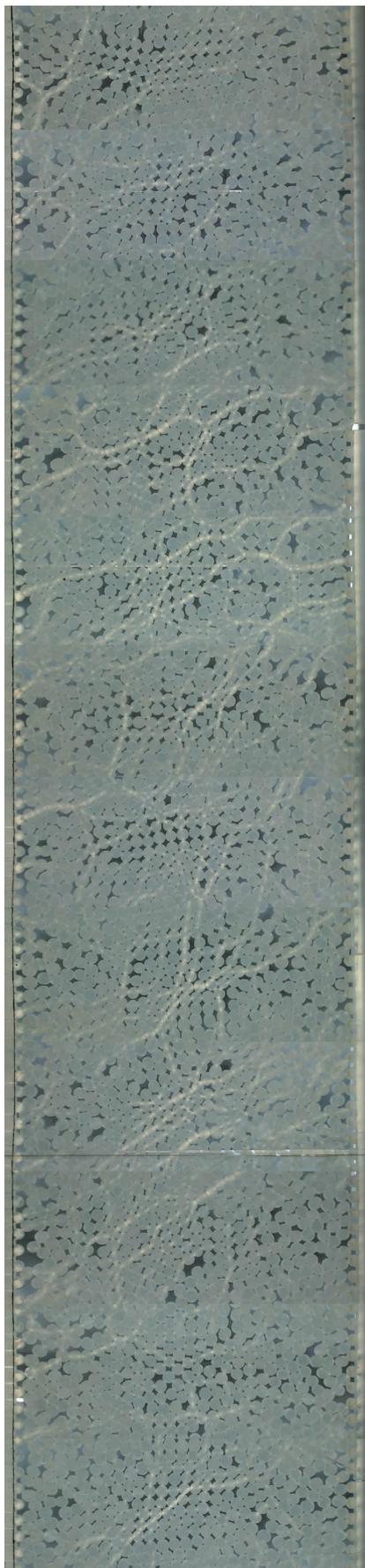


FIGURE B.5 – Photographie panoramique de l'empilement comme s'il était plan. Les bords droits et gauches correspondent.



# Annexe C

## Propagation et amortissement d'une onde acoustique

### Sommaire

---

C.1 Méthodes de simulation . . . . .	119
C.2 Résultats . . . . .	120

---

### C.1 Méthodes de simulation

Nous souhaitons démontrer la robustesse d'une distribution de probabilité en loi de puissance pour les énergies des ondes acoustiques malgré leur propagation. Pour cela, la propagation de l'onde est simulée par plusieurs fonctions telles qu'une exponentielle, une décroissance en  $1/r$  ou en  $1/r^2$ . Cette propagation est simulée au sein d'un système homogène, dont la taille est compatible avec celle du système réel (voir la figure C.1). La simulation est basée sur la génération de nombres aléatoires. La première étape consiste à générer un million d'énergies  $E$  distribuées en loi de puissance, avec un exposant 1,71 (correspondant à l'exposant observé expérimentalement), et avec une valeur minimum de  $E_{min} = 1$ . À chacune de ces énergies est ensuite attribuée une position aléatoire  $(x, y)$  dans le système (répartition homogène). On peut alors calculer la distance à chacun des capteurs de coordonnées  $(x_c, y_c)$  et en déduire l'énergie atteignant chaque capteur  $E_c$  :

$$E_c = Ef(r) \tag{C.1}$$

avec  $r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}$  et  $f$  la fonction choisie pour l'atténuation.

Les fonctions  $f$  correspondantes sont :

- atténuation exponentielle :  $f(r) = \exp(-r/d_0)$  avec  $d_0 = 3d$ ,  $d$  le diamètre d'un grain (le choix  $d_0 = 3d$  est arbitraire, mais le résultat est inchangé pour  $d_0 = d$  ou  $d_0 = 5d$  par exemple), soit  $d_0 = 0,12$  pour le système simulé.

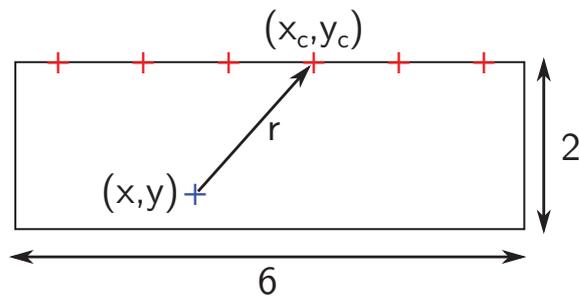


FIGURE C.1 – Représentation du système simulé. Les échelles sont conservées par rapport au système réel.

- atténuation en  $1/r$  :  $f(r) = \lambda/r$  avec  $\lambda$  la longueur d'onde acoustique, calculée comme  $\lambda = 20$  cm (pour une vitesse de l'onde de 1000 m/s en volume et une fréquence de 5 kHz), soit  $\lambda = 1,33$  pour le système simulé.
- atténuation en  $1/r^2$  :  $f(r) = (\lambda/r)^2$

On sélectionne ensuite les énergies  $E_c$  supérieures à  $E_{min} = 1$  pour en calculer la distribution de probabilité. Cette sélection correspond à la limite de détection dans le cas expérimental : on peut raisonnablement supposer que parmi les émissions acoustiques détectées avec une énergie proche de la limite de détection, l'une d'entre elles a été émise à proximité immédiate d'un capteur et n'a pas eu le temps de s'atténuer. Son énergie détectée est donc la même que son énergie réelle (la conversion de l'onde de pression en signal électrique et le couplage acoustique ne sont ici pas pris en compte puisque s'appliquent de la même façon quelle que soit l'énergie de l'onde acoustique).

## C.2 Résultats

Le résultat pour une atténuation exponentielle a déjà été montré dans le chapitre III. Nous montrons ici les distributions obtenues pour des atténuations en  $1/r$  (respectivement  $1/r^2$ ) sur la figure C.2 (resp. la figure C.3).

Pour le cas exponentiel, la modification de  $d_0$  de 10 à 0,1 n'a pas d'effet sur l'exposant obtenu pour les énergies atténuées, mais le nombre d'énergies atténuées supérieures au seuil  $E_{min} = 1$  diminue. En-deçà de 0,1, la statistique devient insuffisante (à peine quelques centaines de valeurs) pour extraire un exposant avec une précision acceptable. Pour les cas  $1/r$  et  $1/r^2$ , si l'on diminue la valeur de  $\lambda$  de 1,33 à 0,05, la statistique diminue également mais la valeur de l'exposant se rapproche de 1,71 et l'atteint (aux barres d'erreur près) pour  $\lambda = 0,05$  (voir la figure C.4). De plus, comme nous avons vu que la plupart des réarrangements de grains ont lieu dans le tiers inférieur de l'empilement (donc le tiers opposé aux capteurs acoustiques), nous avons essayé de faire le calcul pour des événements dont les sources se trouvent uniquement dans ce tiers inférieur : les mêmes résultats ont été retrouvés.

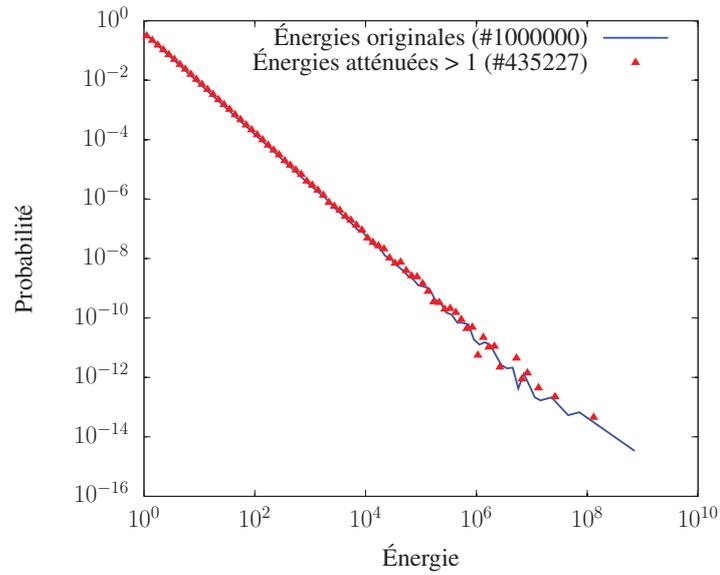


FIGURE C.2 – Distributions de probabilité pour une atténuation en  $1/r$ . Les deux distributions correspondent, l'exposant est mesuré comme  $1,68 \pm 0,03$ . Le nombre d'énergies conservées (c'est-à-dire supérieures à  $E_{min} = 1$  après atténuation) est indiqué dans la légende.

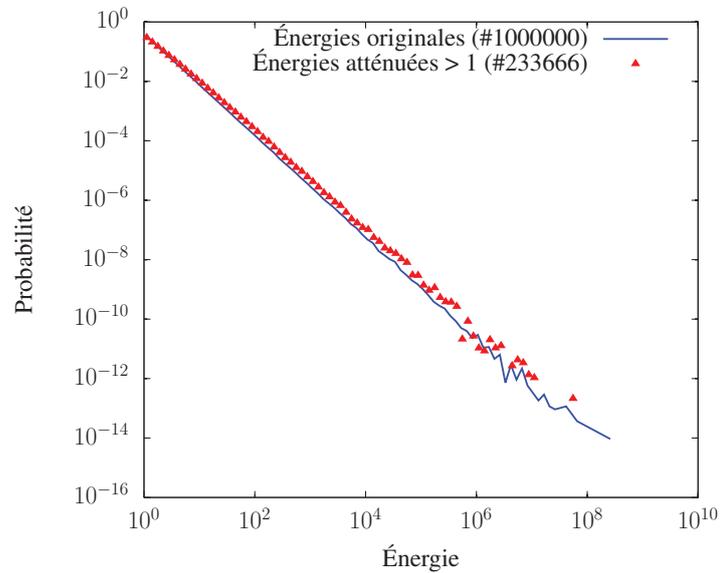


FIGURE C.3 – Distributions de probabilité pour une atténuation en  $1/r^2$ . La distribution obtenue est légèrement décalée, on obtient un exposant  $1,62 \pm 0,03$ . Le nombre d'énergies conservées est indiqué dans la légende.

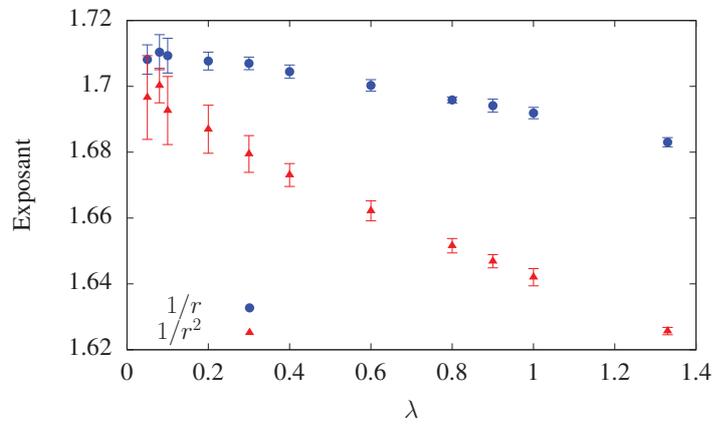


FIGURE C.4 – Variation de l'exposant mesuré pour les énergies atténuées en fonction de la valeur de  $\lambda$ . Les cas  $1/r$  ( $\bullet$ ) et  $1/r^2$  ( $\blacktriangle$ ) sont représentés. Les barres d'erreur ici correspondent à l'écart-type sur 10 essais pour chaque valeur du paramètre  $\lambda$ , et ne prennent pas en compte l'incertitude due à la méthode de mesure elle-même ( $\pm 0,03$ ).

# Annexe D

## Intensité sortant d'un polariscope

### Sommaire

---

D.1	Polariscope plan . . . . .	123
D.2	Polariscope circulaire . . . . .	124

---

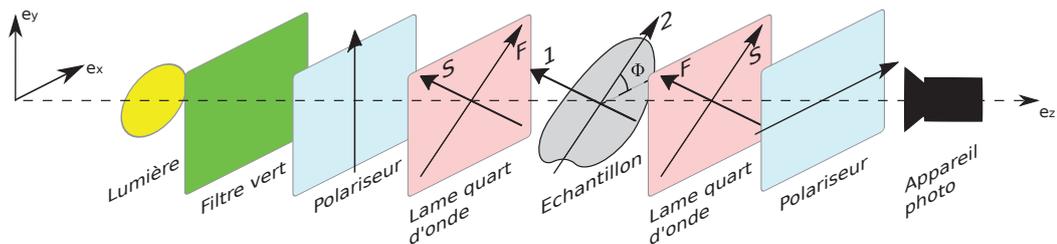


FIGURE D.1 – Polariscope circulaire. Définition des axes de coordonnées.

### D.1 Polariscope plan

On souhaite démontrer la relation IV.4 pour l'intensité sortant d'un polariscope plan. On utilisera les définitions des axes données par la figure D.1, sans prendre en compte les lames quart d'onde.

À la sortie du filtre polariseur, le champ électrique prend la forme :

$$\mathbf{E} = ae^{i\omega t}\mathbf{e}_y = ae^{i\omega t}(\sin \phi \mathbf{e}_1 + \cos \phi \mathbf{e}_2)$$

où  $a$  est la norme du champ électrique et  $\mathbf{e}_1$  et  $\mathbf{e}_2$  sont les vecteurs unitaires des directions propres du matériau biréfringent.

À la traversée du matériau, on introduit un déphasage de  $2\pi p$  à la composante 1 :

$$\mathbf{E} = ae^{i\omega t}(\sin \phi \mathbf{e}_1 e^{i2\pi p} + \cos \phi \mathbf{e}_2)$$

Le second polariseur projette les vecteurs sur  $\mathbf{e}_x$  :

$$\mathbf{E} = ae^{i\omega t}(\sin \phi \cos \phi e^{i2\pi p} - \cos \phi \sin \phi)\mathbf{e}_x$$

$$\mathbf{E} = ae^{i\omega t} \frac{\sin(2\phi)}{2} (e^{i2\pi p} - 1)\mathbf{e}_x$$

$$\mathbf{E} = ae^{i\omega t} \frac{\sin(2\phi)}{2} e^{i\pi p} \frac{\sin(\pi p)}{2i} \mathbf{e}_x$$

L'intensité en sortie du polariscope plan s'écrit finalement :

$$I \propto \sin^2(2\phi) \sin^2(\pi p)$$

## D.2 Polariscope circulaire

On souhaite établir l'équation IV.6 donnant l'intensité à la sortie d'un polariscope circulaire dans lequel on a placé un objet biréfringent. La lumière émise par la source est de la lumière blanche qui est ensuite filtrée de manière à obtenir une lumière verte.

Dans ce cas, à la sortie du filtre polariseur, le champ électrique prend la forme :

$$\mathbf{E} = ae^{i\omega t} \mathbf{e}_y = \frac{ae^{i\omega t}}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_{\frac{\pi}{4}} + \mathbf{e}_{\frac{3\pi}{4}})$$

La lame quart d'onde tournée de  $\pi/4$  permet de générer une onde polarisée circulairement en introduisant un déphasage de  $\pi/2$  à la composante selon l'axe rapide  $\mathbf{e}_{\frac{\pi}{4}}$  :

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_{\frac{3\pi}{4}} + i\mathbf{e}_{\frac{\pi}{4}})$$

c'est-à-dire

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{2} [i(\cos \phi + \sin \phi)\mathbf{e}_1 + i(\cos \phi - \sin \phi)\mathbf{e}_2 + (\sin \phi - \cos \phi)\mathbf{e}_1 + (\cos \phi + \sin \phi)\mathbf{e}_2]$$

où  $\mathbf{e}_\theta = \cos \theta \mathbf{e}_x + \sin \theta \mathbf{e}_y$ .

Le matériau photoélastique ajoute un déphasage de  $2\pi p$  dans la direction 1 formant ainsi une polarisation elliptique. Le champ s'écrit donc dans la base des directions principales de contrainte :

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{2} [(i \cos \phi + i \sin \phi + \sin \phi - \cos \phi)e^{i2\pi p}\mathbf{e}_1 + (i \cos \phi - i \sin \phi + \cos \phi + \sin \phi)\mathbf{e}_2]$$

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{2\sqrt{2}} \left\{ \begin{array}{l} [\cos \phi(i - 1) + \sin \phi(1 + i)][(\cos \phi + \sin \phi)\mathbf{e}_{\frac{\pi}{4}} + (\sin \phi - \cos \phi)\mathbf{e}_{\frac{3\pi}{4}}]e^{i2\pi p} \\ + [\cos \phi(i + 1) + \sin \phi(1 - i)][(\cos \phi - \sin \phi)\mathbf{e}_{\frac{\pi}{4}} + (\cos \phi + \sin \phi)\mathbf{e}_{\frac{3\pi}{4}}] \end{array} \right\}$$

La seconde lame quart d'onde, croisée par rapport à la première, ajoute ensuite un déphasage  $\pi/2$  à la composante selon  $\mathbf{e}_{\frac{3\pi}{4}}$  :

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{2\sqrt{2}} \left\{ \begin{array}{l} [\cos \phi(i-1) + \sin \phi(1+i)][(\cos \phi + \sin \phi)\mathbf{e}_{\frac{\pi}{4}} + i(\sin \phi - \cos \phi)\mathbf{e}_{\frac{3\pi}{4}}]e^{i2\pi p} \\ + [\cos \phi(i+1) + \sin \phi(1-i)][(\cos \phi - \sin \phi)\mathbf{e}_{\frac{\pi}{4}} + i(\cos \phi + \sin \phi)\mathbf{e}_{\frac{3\pi}{4}}] \end{array} \right\}$$

Le dernier polariseur projette le champ selon l'axe  $\mathbf{e}_x$  ce qui donne finalement le champ en sortie du polariscopes :

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{4} \mathbf{e}_x \left\{ \begin{array}{l} [\cos \phi(i-1) + \sin \phi(1+i)][\cos \phi + \sin \phi - i \sin \phi + i \cos \phi]e^{i2\pi p} \\ + [\cos \phi(i+1) + \sin \phi(1-i)][\cos \phi - \sin \phi - i \cos \phi - i \sin \phi] \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{4} \mathbf{e}_x \left\{ \begin{array}{l} [\cos \phi(i-1) + \sin \phi(1+i)][\cos \phi(1+i) + \sin \phi(1-i)]e^{i2\pi p} \\ + [\cos \phi(i+1) + \sin \phi(1-i)][\cos \phi(1-i) - \sin \phi(1+i)] \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{4} \mathbf{e}_x \left\{ \begin{array}{l} [-2 \cos^2 \phi + 2 \sin^2 \phi + 4i \cos \phi \sin \phi]e^{i2\pi p} \\ + [2 \cos^2 \phi - 2 \sin^2 \phi - 4i \cos \phi \sin \phi] \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{E} = \frac{ae^{i\omega t}}{2} \mathbf{e}_x (\cos \phi - i \sin \phi)^2 (1 - e^{i2\pi p}) = -\frac{ae^{i\omega t}}{2} e^{-i2\phi} e^{i\pi p} \frac{\sin(\pi p)}{2i} \mathbf{e}_x$$

L'intensité en sortie du polariscopes circulaire s'écrit finalement :

$$I \propto \sin^2(\pi p)$$



# Bibliographie

- [1] Charles F. Richter. An instrumental earthquake magnitude scale. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 25 :1–32, 1935.
- [2] Per Bak et Chao Tang. Earthquakes as a self-organized critical phenomenon. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 94(B11) :15635–15637, 1989.
- [3] Zeev Olami, Hans Jacob S Feder, et Kim Christensen. Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes. *Physical Review Letters*, 68(8) :1244, 1992.
- [4] E. A. Jagla. Realistic spatial and temporal earthquake distributions in a modified olami-feder-christensen model. *Physical Review E*, 81 :046117, 2010.
- [5] G. A. Held, D. H. Solina, H. Solina, D. T. Keane, W. J. Haag, P. M. Horn, et G. Grinstein. Experimental study of critical-mass fluctuations in an evolving sand-pile. *Physical Review Letters*, 65 :1120–1123, 1990.
- [6] Vidar Frette, Kim Christensen, Anders Malthe-Sørensen, Jens Feder, Torstein Jøssang, et Paul Meakin. Avalanche dynamics in a pile of rice. *Nature*, 379(6560) :49–52, 1996.
- [7] Ernesto Altshuler, O Ramos, C Martinez, LE Flores, et C Noda. Avalanches in one-dimensional piles with different types of bases. *Physical Review Letters*, 86(24) :5490, 2001.
- [8] C. M. Aegerter, R. Günther, et R. J. Wijngaarden. Avalanche dynamics, surface roughening, and self-organized criticality : Experiments on a three-dimensional pile of rice. *Physical Review E*, 67 :051306, 2003.
- [9] N. Nerone, M. A. Aguirre, A. Calvo, D. Bideau, et I. Ippolito. Instabilities in slowly driven granular packing. *Physical Review E*, 67 :011302, 2003.
- [10] C. M. Aegerter, K. A. Lőrincz, M. S. Welling, et R. J. Wijngaarden. Extremal dynamics and the approach to the critical state : Experiments on a three dimensional pile of rice. *Physical Review Letters*, 92 :058702, 2004.
- [11] Kinga A. Lőrincz et Rinke J. Wijngaarden. Edge effect on the power law distribution of granular avalanches. *Physical Review E*, 76 :040301, 2007.

- [12] O Ramos, Ernesto Altshuler, et KJ Måløy. Avalanche prediction in a self-organized pile of beads. *Physical Review Letters*, 102(7) :078701, 2009.
- [13] K. W. Birkeland et C. C. Landry. Power-laws and snow avalanches. *Geophysical Research Letters*, 29(11) :49-1-49-3, 2002.
- [14] Brian R. Dennis. Solar hard x-ray bursts. *Solar Physics*, 100(1-2) :465-490, 1985.
- [15] D. Hamon, M. Nicodemi, et H. J. Jensen. Continuously driven ofc : A simple model of solar flare statistics. *Astronomy and Astrophysics*, 387(1) :326-334, 2002.
- [16] Stuart Field, Jeff Witt, Franco Nori, et Xincheng Ling. Superconducting vortex avalanches. *Physical Review Letters*, 74 :1206-1209, 1995.
- [17] Kevin E. Bassler et Maya Paczuski. Simple model of superconducting vortex avalanches. *Physical Review Letters*, 81 :3761-3764, 1998.
- [18] E. Altshuler et T. H. Johansen. *Colloquium* : Experiments in vortex avalanches. *Review of Modern Physics*, 76 :471-487, 2004.
- [19] E. Altshuler, T. H. Johansen, Y. Paltiel, Peng Jin, K. E. Bassler, O. Ramos, Q. Y. Chen, G. F. Reiter, E. Zeldov, et C. W. Chu. Vortex avalanches with robust statistics observed in superconducting niobium. *Physical Review B*, 70 :140505, 2004.
- [20] Stéphane Santucci, Loïc Vanel, et Sergio Ciliberto. Subcritical statistics in rupture of fibrous materials : Experiments and model. *Physical Review Letters*, 93 :095505, 2004.
- [21] M. Stojanova, S. Santucci, L. Vanel, et O. Ramos. High Frequency Monitoring Reveals Aftershocks in Subcritical Crack Growth. *Physical Review Letters*, 112 :115502, 2014.
- [22] K Sneppen, P Bak, H Flyvbjerg, et M H Jensen. Evolution as a self-organized critical phenomenon. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 92(11) :5209-5213, 1995.
- [23] Youngki Lee, Luis A. Nunes Amaral, David Canning, Martin Meyer, et H. Eugene Stanley. Universal features in the growth dynamics of complex organizations. *Physical Review Letters*, 81 :3275-3278, 1998.
- [24] Xavier Gabaix, Parameswaran Gopikrishnan, Vasiliki Plerou, et H. Eugene Stanley. A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, 423 :267-270, 2003.
- [25] Tobias Preis, Johannes J. Schneider, et H. Eugene Stanley. Switching processes in financial markets. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(19) :7674-7678, 2011.

- 
- [26] Per Bak, Chao Tang, et Kurt Wiesenfeld. Self-organized criticality : An explanation of the  $1/f$  noise. *Physical Review Letters*, 59(4) :381, 1987.
- [27] P. Bak. *How Nature works-The Science of Self-organized Criticality*. Oxford Univ. Press, Oxford, 1997.
- [28] H. J. Jensen. *Self-organized Criticality, Emergent Complex Behavior in Physical and Biological Systems*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1998.
- [29] HM Jaeger, Chu-heng Liu, et Sidney R Nagel. Relaxation at the angle of repose. *Physical Review Letters*, 62(1) :40, 1989.
- [30] Andrea J. Liu et Sidney R. Nagel. Nonlinear dynamics : Jamming is not just cool any more. *Nature*, 396 :21–22, 1998.
- [31] François Boyer, Élisabeth Guazzelli, et Olivier Pouliquen. Unifying suspension and granular rheology. *Physical Review Letters*, 107(18) :188301, 2011.
- [32] Martin Trulsson, Mehdi Bouzid, Jorge Kurchan, Eric Clément, Philippe Claudin, et Bruno Andreotti. Athermal analogue of sheared dense brownian suspensions. *Europhysics Letters*, 111(1) :18001, 2015.
- [33] Patrick Richard, Mario Nicodemi, Renaud Delannay, Philippe Ribiere, et Daniel Bideau. Slow relaxation and compaction of granular systems. *Nature Materials*, 4(2) :121–128, 2005.
- [34] Matthieu Wyart, Leonardo E. Silbert, Sidney R. Nagel, et Thomas A. Witten. Effects of compression on the vibrational modes of marginally jammed solids. *Physical Review E*, 72 :051306, 2005.
- [35] TS Majmudar, M Sperl, S Luding, et Robert P Behringer. Jamming transition in granular systems. *Physical Review Letters*, 98(5) :058001, 2007.
- [36] Paul A Johnson, Heather Savage, Matt Knuth, Joan Gomberg, et Chris Marone. Effects of acoustic waves on stick–slip in granular media and implications for earthquakes. *Nature*, 451(7174) :57–60, 2008.
- [37] F. Brenguier, M. Campillo, C. Hadziioannou, N. M. Shapiro, R. M. Nadeau, et E. Larose. Postseismic relaxation along the san andreas fault at parkfield from continuous seismological observations. *Science*, 321 :1478, 2008.
- [38] Heinrich M Jaeger, Sidney R Nagel, et Robert P Behringer. Granular solids, liquids, and gases. *Review of Modern Physics*, 68(4) :1259, 1996.
- [39] Pierre-Gilles de Gennes. Granular matter : a tentative view. *Reviews of Modern Physics*, 71(2) :S374, 1999.

- [40] Bruno Andreotti, Yoël Forterre, et Olivier Pouliquen. *Les milieux granulaires : Entre fluide et solide*. EDP sciences, 2012.
- [41] G Gutiérrez, Claudia Colonnello, P Boltenhagen, JR Darias, R Peralta-Fabi, Fabian Brau, et Eric Clément. Silo collapse under granular discharge. *Physical Review Letters*, 114(1) :018001, 2015.
- [42] St B Savage et K Hutter. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *Journal of Fluid Mechanics*, 199 :177–215, 1989.
- [43] Charles S Campbell. Rapid granular flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 22(1) :57–90, 1990.
- [44] Jean Rajchenbach. Dense, rapid flows of inelastic grains under gravity. *Physical Review Letters*, 90(14) :144302, 2003.
- [45] Ralph A Bagnold. The physics of wind blown sand and desert dunes. *Methuen, London*, 265(10), 1941.
- [46] DJ Hornbaker, Réka Albert, István Albert, Albert-László Barabási, Peter Schiffer, et al. What keeps sandcastles standing? *Nature*, 387(6635) :765, 1997.
- [47] Réka Albert, István Albert, Daniel Hornbaker, Peter Schiffer, et Albert-László Barabási. Maximum angle of stability in wet and dry spherical granular media. *Physical Review E*, 56(6) :R6271, 1997.
- [48] L Bocquet, E Charlaix, S Ciliberto, et J Crassous. Moisture-induced ageing in granular media and the kinetics of capillary condensation. *Nature*, 396(6713) :735–737, 1998.
- [49] Frédéric Restagno, Cécile Ursini, Hervé Gayvallet, et Élisabeth Charlaix. Aging in humid granular media. *Physical Review E*, 66(2) :021304, 2002.
- [50] GDR MiDi. On dense granular flows. *The European Physical Journal E*, 14(4) :341–365, 2004.
- [51] RM Nedderman. *Statics and kinematics of granular materials*. Cambr. Univ. Press, 1992.
- [52] Isaac Goldhirsch. Rapid granular flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 35(1) :267–293, 2003.
- [53] Pierre Jop, Yoël Forterre, et Olivier Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094) :727–730, 2006.
- [54] O Ben-David, Gil Cohen, et J Fineberg. The dynamics of the onset of frictional slip. *Science*, 330 :211–214, 2010.
- [55] Jens Eggers. Sand as maxwell’s demon. *Physical Review Letters*, 83(25) :5322, 1999.

- 
- [56] Marcus N Bannerman, Jonathan E Kollmer, Achim Sack, Michael Heckel, Patric Mueller, et Thorsten Pöschel. Movers and shakers : Granular damping in microgravity. *Physical Review E*, 84(1) :011301, 2011.
- [57] Yoël Forterre et Olivier Pouliquen. Flows of dense granular media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 40 :1–24, 2008.
- [58] Antoine Le Bouil, Axelle Amon, Jean-Christophe Sangleboeuf, Hervé Orain, Pierre Bésuelle, Gioacchino Viggiani, Patrick Chasle, et Jérôme Crassous. A biaxial apparatus for the study of heterogeneous and intermittent strains in granular materials. *Granular Matter*, 16(1) :1–8, 2014.
- [59] Daniel Howell, RP Behringer, et Christian Veje. Stress fluctuations in a 2d granular couette experiment : a continuous transition. *Physical Review Letters*, 82(26) :5241, 1999.
- [60] Brian Miller, Corey O’Hern, et RP Behringer. Stress fluctuations for continuously sheared granular materials. *Physical Review Letters*, 77(15) :3110, 1996.
- [61] Marion Erpelding, Axelle Amon, et Jérôme Crassous. Mechanical response of granular media : New insights from diffusing-wave spectroscopy. *Europhysics Letters*, 91(1) :18002, 2010.
- [62] G. Ovarlez et E. Clément. Slow dynamics and aging of a confined granular flow. *Physical Review E*, 68 :031302, 2003.
- [63] Thierry Darnige, Ary Bruand, Eric Clement, et al. Creep and fluidity of a real granular packing near jamming. *Physical Review Letters*, 107(13) :138303, 2011.
- [64] Giulio Biroli. Jamming : A new kind of phase transition ? *Nature Physics*, 3(4) :222–223, 2007.
- [65] Lénaïc Bonneau, Bruno Andreotti, et Eric Clement. Surface elastic waves in granular media under gravity and their relation to booming avalanches. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5) :3274–3274, 2008.
- [66] A Janda, Diego Maza, A Garcimartín, E Kolb, J Lanuza, et E Clément. Unjamming a granular hopper by vibration. *Europhysics Letters*, 87(2) :24002, 2009.
- [67] Adeline Pons, Axelle Amon, Thierry Darnige, Jérôme Crassous, et Eric Clément. Mechanical fluctuations suppress the threshold of soft-glassy solids : the secular drift scenario. *Physical Review E*, 92(2) :020201, 2015.
- [68] Henri Lastakowski, Jean-Christophe Géminard, et Valérie Vidal. Granular friction : Triggering large events with small vibrations. *Scientific Reports*, 5, 2015.

- [69] Olivier Pouliquen et Yoel Forterre. A non-local rheology for dense granular flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 367(1909) :5091–5107, 2009.
- [70] F Malloggi, B Andreotti, et E Clément. Nonlocal effects in sand flows on an inclined plane. *Physical Review E*, 91(5) :052202, 2015.
- [71] Mehdi Bouzid, Adrien Izzet, Martin Trulsson, Eric Clément, Philippe Claudin, et Bruno Andreotti. Non-local rheology in dense granular flows. *The European Physical Journal E*, 38(11) :1–15, 2015.
- [72] Jean Rajchenbach. Dynamics of grain avalanches. *Physical Review Letters*, 88(1) :014301, 2001.
- [73] Jean Rajchenbach. Development of grain avalanches. *Physical Review Letters*, 89(7) :074301, 2002.
- [74] Karen E Daniels et Nicholas W Hayman. Force chains in seismogenic faults visualized with photoelastic granular shear experiments. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 113(B11), 2008.
- [75] Axelle Amon, Roman Bertoni, et Jérôme Crassous. Experimental investigation of plastic deformations before a granular avalanche. *Physical Review E*, 87(1) :012204, 2013.
- [76] Mickael Pailha, Maxime Nicolas, et Olivier Pouliquen. From dry granular flows to submarine avalanches. Dans *Mechanics Down Under*, pages 189–198. Springer, 2013.
- [77] Alfred Wegener. Die entstehung der kontinente. *Geologische Rundschau*, 3(4) :276–292, 1912.
- [78] J. Tuzo Wilson. Hypothesis on the earth’s behaviour. *Nature*, 198(4884) :849–865, 1963.
- [79] J. Tuzo Wilson. A new class of faults and their bearing on continental drift. *Nature*, 207(4995) :343–347, 1965.
- [80] Beno Gutenberg et Charles Francis Richter. Magnitude and energy of earthquakes. *Annals of Geophysics*, 9(1) :1–15, 1956.
- [81] Thomas C Hanks et Hiroo Kanamori. A moment magnitude scale. *Journal of Geophysical Research B*, 84(B5) :2348–2350, 1979.
- [82] F. Omori. On the aftershocks of earthquakes. *Journal of the College Science, Imperial University of Tokyo*, 7 :111–200, 1894.
- [83] Tokuji Utsu et Yosihiko Ogata. The centenary of the omori formula for a decay law of aftershock activity. *Journal of Physics of the Earth*, 43(1) :1–33, 1995.

- 
- [84] Robert Shcherbakov et Donald L. Turcotte. A modified form of bâth's law. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 94(5) :1968–1975, 2004.
- [85] R. Allen. Seismic hazards ; seconds count. *Nature*, 502(7469), 2013.
- [86] Yosihiko Ogata. Detection of precursory relative quiescence before great earthquakes through a statistical model. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 97(B13) :19845–19871, 1992.
- [87] V. Keilis-Borok, P. Shebalin, A. Gabrielov, et D. Turcotte. Reverse tracing of short-term earthquake precursors. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 145(1) :75–85, 2004.
- [88] P. A. Varotsos, N. V. Sarlis, E. S. Skordas, et M. S. Lazaridou. Electric pulses some minutes before earthquake occurrences. *Applied Physics Letters*, 90(6), 2007.
- [89] Yumi Yasuoka, George Igarashi, Testuo Ishikawa, Shinji Tokonami, et Masaki Shinogi. Evidence of precursor phenomena in the kobe earthquake obtained from atmospheric radon concentration. *Applied Geochemistry*, 21(6) :1064–1072, 2006.
- [90] Joseph L. Kirschvink. Earthquake prediction by animals : Evolution and sensory perception. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 90(2) :312–323, 2000.
- [91] Ian Main. Statistical physics, seismogenesis, and seismic hazard. *Reviews of Geophysics*, 34(4) :433–462, 1996.
- [92] Robert J. Geller, David D. Jackson, Yan Y. Kagan, et Francesco Mulargia. Earthquakes cannot be predicted. *Science*, 275(5306) :1616, 1997.
- [93] Ian Main. Is the reliable prediction of individual earthquakes a realistic scientific goal? *Nature*, 1999.
- [94] Oscar Sotolongo-Costa et A Posadas. Fragment-asperity interaction model for earthquakes. *Physical Review Letters*, 92(4) :048501, Jan 2004.
- [95] Frans F M Aben, M.-L Doan, Thomas Mitchell, R Toussaint, T Reuschlé, Michele Fondriest, J.-P Gratier, et F Renard. Dynamic fracturing by successive coseismic loadings leads to pulverization in active fault zones. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 121 :23, April 2016.
- [96] M. Ohnaka. *The Physics of Rock Failure and Earthquakes*. Cambridge University Press, 1993.
- [97] Jie Zhang, TS Majmudar, M Sperl, et RP Behringer. Jamming for a 2d granular material. *Soft Matter*, 6(13) :2982–2991, 2010.
- [98] David M Walker, Antoinette Tordesillas, Michael Small, Robert P Behringer, et K Tse Chi. A complex systems analysis of stick-slip dynamics of a laboratory fault. *Chaos : An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 24(1) :013132, 2014.

- [99] S Lherminier, R Planet, G Simon, L Vanel, et O Ramos. Revealing the structure of a granular medium through ballistic sound propagation. *Physical Review Letters*, 113(9) :098001, 2014.
- [100] Trushant S Majmudar et Robert P Behringer. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials. *Nature*, 435(7045) :1079–1082, 2005.
- [101] Daniel L Blair, Nathan W Mueggenburg, Adam H Marshall, Heinrich M Jaeger, et Sidney R Nagel. Force distributions in three-dimensional granular assemblies : Effects of packing order and interparticle friction. *Physical Review E*, 63(4) :041304, 2001.
- [102] Eli T Owens et Karen E Daniels. Sound propagation and force chains in granular materials. *Europhysics Letters*, 94(5) :54005, 2011.
- [103] Carl F Schreck, Thibault Bertrand, Corey S O’Hern, et MD Shattuck. Repulsive contact interactions make jammed particulate systems inherently nonharmonic. *Physical Review Letters*, 107(7) :078301, 2011.
- [104] Bruno Gilles et Christophe Coste. Low-frequency behavior of beads constrained on a lattice. *Physical Review Letters*, 90(17) :174302, 2003.
- [105] ML Cowan, IP Jones, JH Page, et DA Weitz. Diffusing acoustic wave spectroscopy. *Physical Review E*, 65(6) :066605, 2002.
- [106] Richard L Weaver et Oleg I Lobkis. Ultrasonics without a source : Thermal fluctuation correlations at mhz frequencies. *Physical Review Letters*, 87(13) :134301, 2001.
- [107] Eric Larose, Julien de Rosny, Ludovic Margerin, Domitille Anache, Pierre Gouillard, Michel Campillo, et Bart van Tiggelen. Observation of multiple scattering of khz vibrations in a concrete structure and application to monitoring weak changes. *Physical Review E*, 73(1) :016609, 2006.
- [108] Kees Wapenaar, Filippo Brogini, Evert Slob, et Roel Snieder. Three-dimensional single-sided marchenko inverse scattering, data-driven focusing, green’s function retrieval, and their mutual relations. *Physical Review Letters*, 110(8) :084301, 2013.
- [109] J. D. Goddard. Nonlinear elasticity and pressure-dependent wave speeds in granular media. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 430 :105, 1990.
- [110] Guillaume Huillard, Xavier Noblin, et Jean Rajchenbach. Propagation of acoustic waves in a one-dimensional array of noncohesive cylinders. *Physical Review E*, 84(1) :016602, 2011.
- [111] K.L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, 1985.

- 
- [112] Charles Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 6th edition, 1986.
- [113] B Velický et C Caroli. Pressure dependence of the sound velocity in a two-dimensional lattice of hertz-mindlin balls : Mean-field description. *Physical Review E*, 65(2) :021307, 2002.
- [114] D.V. Rosato, N.R. Schott, et M.G. Rosato. *Plastics Institute of America Plastics Engineering, Manufacturing & Data Handbook*. Springer, New York, 2001.
- [115] R Planet, S Lherminier, G Simon, K.J Måløy, L Vanel, et O Ramos. Mimicking earthquakes with granular media. Dans *22ème Congrès Français de Mécanique*, 2015.
- [116] S Lherminier, R Planet, G Simon, K.J Måløy, L Vanel, et O Ramos. A granular experiment approach to earthquakes. Dans *MarchCOMeeting'15*, 2016.
- [117] M. W. Richman et C. S. Chou. Boundary effects on granular shear flows of smooth disks. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, 39(6) :885–901, 1988.
- [118] Aaron Clauset, Cosma Rohilla Shalizi, et Mark EJ Newman. Power-law distributions in empirical data. *SIAM Review*, 51(4) :661–703, 2009.
- [119] Jeff Alstott, Ed Bullmore, et Dietmar Plenz. powerlaw : a python package for analysis of heavy-tailed distributions. *PLOS ONE*, 9(1) :e85777, 2014.
- [120] Alvaro Corral. Long-term clustering, scaling, and universality in the temporal occurrence of earthquakes. *Physical Review Letters*, 92(10) :108501, 2004.
- [121] Stephen P Timoshenko et JN Goodier. *Theory of elasticity*. McGraw-Hill, 1970.
- [122] H.T. Jessop et F.C. Harris. *Photoelasticity, principles and methods*. Dover books on science. Dover Publications, 1950.
- [123] J.F. Doyle et J.W. Phillips. *Manual on experimental stress analysis*. Society for Experimental Mechanics, 1989.
- [124] T. Utsu. A statistical study of the occurrence of aftershocks. *GeophysicalMagazine*, 30 :521–605, 1961.
- [125] Luis E Vallejo, Sebastian Lobo-Guerrero, et Zamri Chik. A network of fractal force chains and their effect in granular materials under compression. Dans *Fractals in Engineering*, pages 67–80. Springer, 2005.
- [126] Srdjan Ostojic, Ellák Somfai, et Bernard Nienhuis. Scale invariance and universality of force networks in static granular matter. *Nature*, 439(7078) :828–830, 2006.

- [127] Hao-Yu Wu, Michael Rubinstein, Eugene Shih, John Guttag, Frédo Durand, et William T. Freeman. Eulerian video magnification for revealing subtle changes in the world. *ACM Trans. Graph. (Proceedings SIGGRAPH 2012)*, 31(4), 2012.
- [128] Chu-heng Liu et Sidney R Nagel. Sound in sand. *Physical Review Letters*, 68(15) :2301, 1992.
- [129] Chu-heng Liu et Sidney R Nagel. Sound in a granular material : disorder and nonlinearity. *Physical Review B*, 48(21) :15646, 1993.
- [130] Xiaoping Jia, C Caroli, et B Velicky. Ultrasound propagation in externally stressed granular media. *Physical Review Letters*, 82(9) :1863, 1999.
- [131] Maxime Farin, Anne Mangeney, Renaud Toussaint, Julien de Rosny, Nikolai Shapiro, Thomas Dewez, Clément Hibert, Christian Mathon, Olivier Sedan, et Frédéric Berger. Characterization of rockfalls from seismic signal : insights from laboratory experiments. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 120(10) :7102–7137, 2015.
- [132] Maxime Farin, Anne Mangeney, Julien De Rosny, Renaud Toussaint, Jacques Sainte-Marie, et Nikolai M. Shapiro. Experimental validation of theoretical methods to estimate the energy radiated by elastic waves during an impact. *Journal of Sound and Vibration*, 362 :176–202, November 2015.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Sommaire</b>	<b>vii</b>
<b>I Introduction et contexte de l'étude</b>	<b>1</b>
I.1 Avalanches invariantes d'échelle . . . . .	1
I.2 Milieux granulaires . . . . .	3
I.3 Séismes et invariance d'échelle, un système modèle . . . . .	5
I.3.1 Tremblements de terre . . . . .	5
I.3.2 Modèle fragments–aspérités . . . . .	6
I.3.3 Avalanches lors d'un cisaillement simple . . . . .	7
I.4 Méthodes expérimentales . . . . .	10
<b>II Onde acoustique dans un milieu granulaire confiné</b>	<b>13</b>
II.1 Introduction . . . . .	13
II.2 Dispositif expérimental et protocole . . . . .	15
II.3 Résultats expérimentaux . . . . .	17
II.3.1 Analyse des données acoustiques . . . . .	17
II.3.2 Vitesse du son . . . . .	18
II.3.3 Anisotropie . . . . .	22
II.3.4 Chemin des ondes acoustiques . . . . .	24
II.4 Conclusion . . . . .	24
<b>III Simulation expérimentale d'une faille tectonique</b>	<b>27</b>
III.1 Introduction . . . . .	27
III.2 Dispositif expérimental . . . . .	28
III.2.1 Montage final . . . . .	28

III.2.2	Évolution du montage expérimental . . . . .	30
III.3	Données optiques . . . . .	34
III.4	Données mécaniques . . . . .	36
III.4.1	Détection des avalanches . . . . .	39
III.4.2	Description des avalanches . . . . .	40
III.4.3	Analyse statistique . . . . .	42
III.4.4	Conclusion sur les données mécaniques . . . . .	45
III.5	Données acoustiques . . . . .	45
III.5.1	Détection des émissions acoustiques . . . . .	45
III.5.2	Analyse statistique . . . . .	52
III.5.3	Fréquences caractéristiques . . . . .	55
III.5.4	Conclusion sur les données acoustiques . . . . .	57
III.6	Corrélations entre les mesures . . . . .	58
III.7	Conclusion . . . . .	61
<b>IV</b>	<b>Mécanismes d'avalanches</b>	<b>63</b>
IV.1	Introduction . . . . .	63
IV.2	Photoélasticité . . . . .	64
IV.2.1	Théorie de la photoélasticité . . . . .	65
IV.2.2	Polariscope . . . . .	65
IV.2.3	Application à la mesure de force . . . . .	68
IV.3	Étude d'avalanches uniques . . . . .	72
IV.3.1	Dispositif expérimental . . . . .	73
IV.3.2	Suivi optique à basse fréquence . . . . .	75
IV.3.3	Enregistrements à la caméra ultra-rapide . . . . .	79
IV.3.4	Suivi mécanique . . . . .	80
IV.3.5	Suivi acoustique et corrélations . . . . .	83
IV.3.6	Conclusion . . . . .	84
IV.4	Mécanismes d'émissions acoustiques . . . . .	85
IV.5	Conclusion . . . . .	88
<b>V</b>	<b>Simulation d'effondrements d'une pile de billes</b>	<b>91</b>
V.1	Contexte . . . . .	91
V.2	Description du programme . . . . .	92

V.3	Résultats obtenus . . . . .	94
V.3.1	Paramètres physiques et effets sur l'évolution de la pile . . . . .	94
V.3.2	Avalanches . . . . .	97
V.3.3	Structure interne de la pile . . . . .	99
V.4	Conclusion et perspectives . . . . .	102
<b>Conclusion</b>		<b>105</b>
<b>A Développement limité du contact de Hertz pour des cylindres</b>		<b>109</b>
A.1	Le modèle . . . . .	109
A.2	Les deux régimes . . . . .	111
<b>B Reconstruction de l'image panoramique</b>		<b>113</b>
B.1	Objectif . . . . .	113
B.2	Définitions géométriques et corrections de coordonnées . . . . .	113
B.3	Photographie panoramique finale . . . . .	116
<b>C Propagation et amortissement d'une onde acoustique</b>		<b>119</b>
C.1	Méthodes de simulation . . . . .	119
C.2	Résultats . . . . .	120
<b>D Intensité sortant d'un polariscope</b>		<b>123</b>
D.1	Polariscope plan . . . . .	123
D.2	Polariscope circulaire . . . . .	124
<b>Bibliographie</b>		<b>127</b>
<b>Table des matières</b>		<b>137</b>
<b>Résumé – Abstract</b>		<b>140</b>

## Résumé

Ce travail de thèse a pour objectif la reproduction et l'analyse du comportement invariant d'échelle, tel que l'on peut le trouver dans la nature et en particulier au niveau d'une faille tectonique. Pour cela, une expérience reproduisant la structure locale d'une faille par le cisaillement d'un milieu granulaire 2D a été montée et exploitée. L'utilisation de conditions aux limites périodiques dans cette expérience permet l'acquisition d'une statistique très riche, principal défaut des expériences présentes dans la littérature. Le suivi du système est effectué à la fois par des moyens optiques, mécaniques et acoustiques, ces derniers fournissant les informations les plus nombreuses et les plus précises. La dynamique a montré une invariance d'échelle compatible avec les lois statistiques existantes pour les tremblements de terre réels. Les corrélations entre les avalanches et entre les différents moyens de mesure sont analysées. Des expériences complémentaires ont été réalisées pour mieux comprendre les mécanismes à l'œuvre lors du déclenchement d'une avalanche et pendant son déroulement. La principale concerne la propagation d'une onde acoustique au sein d'un milieu granulaire, et a montré qu'une simple mesure de la vitesse de l'onde permet d'obtenir des informations sur la structure interne de l'empilement. L'utilisation d'un matériau photoélastique a permis, suite à une calibration adaptée, de sonder les forces locales aux niveau des contacts entre grains et de voir l'évolution des réseaux de force dans le milieu au cours du cisaillement.

**Mots-clefs :** invariance d'échelle, avalanches, séismes, milieu granulaire, émissions acoustiques, photoélasticité

---

## Abstract

The aim of this thesis is to reproduce and analyze the scale invariant behavior, as one can find in nature and in particular for a tectonic fault. Thus we set an experiment which reproduces the local structure of a fault thanks to a sheared 2D granular medium. The use of periodic boundaries in the experiment allows us to gain a very rich statistics, which was lacking in previous experiments presented in the literature. The system is monitored by three different methods: optical, mechanical and acoustics, which gives the most numerous and most precise informations. We observed scale invariant dynamics, consistent with statistical laws derived for real earthquakes. We also analyzed the correlations between avalanches and between the three monitoring methods. Additional experiments have been performed to better understand the mechanisms that take place at the triggering and during an avalanche. The main one focuses on sound wave propagation inside a granular pile, and we have shown that a mere velocity measure can give information about the internal structure of the pile. The use of a photoelastic material allows us (with appropriate calibration) to probe local forces at the edges and contacts of the grains and to see the evolution of force chains during the shear.

**Keywords:** scale invariance, avalanches, earthquakes, granular medium, acoustic emissions, photoelasticity