

## Nouveau modèle TLM thermique pour la dosimétrie numérique de structures fortement hétérogènes Oualid Makhlouf

## ► To cite this version:

Oualid Makhlouf. Nouveau modèle TLM thermique pour la dosimétrie numérique de structures fortement hétérogènes. Autre. Université Côte d'Azur, 2016. Français. NNT : 2016 AZUR4123 . tel-01486566

### HAL Id: tel-01486566 https://theses.hal.science/tel-01486566

Submitted on 10 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.





### École doctorale : Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication (STIC)

Unité de recherche : Laboratoire d'Électronique, Antennes et Télécommunication (LEAT)

# Thèse de doctorat

Présentée en vue de l'obtention du

grade de docteur en Électronique

de

l'UNIVERSITE COTE D'AZUR

par

# Oualid MAKHLOUF

# NOUVEAU MODÈLE TLM THERMIQUE POUR LA DOSIMÉTRIE NUMÉRIQUE DE STRUCTURES FORTEMENT HÉTÉROGÈNES

Dirigée par Jean-Lou DUBARD

Co-encadrée par Marylène CUEILLE

Soutenue le 06 Décembre 2016

Devant le jury composé de :

| Michel    | NEY         |
|-----------|-------------|
| Raphaël   | GILLARD     |
| Fabien    | NDAGIJIMANA |
| Alexandre | LAISNÉ      |
| Jean-Yves | DAUVIGNAC   |
| Jean-Lou  | DUBARD      |
| Marylène  | CUEILLE     |

Professeur, Télécom Bretagne Professeur, INSA Rennes Professeur, INP Grenoble Ingénieur, DGA-TA Toulouse Professeur, UNS Professeur, UNS Maître de conférences, UNS Président Rapporteur Rapporteur Examinateur Examinateur Directeur de thèse Encadrante

 $\grave{A}$  mes parents,

À mes frères et sœurs

Et à toute la famille MAKHLOUF

## Remerciements

Ces trois années de thèse ont été effectuées au sein du Laboratoire d'Électronique, Antennes et Télécommunications (LEAT) de l'Université de Nice Sophia Antipolis.

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Jean-Yves DAUVIGNAC, Professeur à l'UNS et directeur du LEAT, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire et pour avoir accepté d'examiner ce travail de recherche.

J'exprime toute ma gratitude à mon directeur de thèse, Monsieur Jean-Lou DUBARD, Professeur à l'UNS. « C'était un grand plaisir de travailler avec toi durant toutes ces années. Merci pour ta disponibilité, pour le temps que tu m'as consacré et pour tes conseils qui m'ont permis de bien avancer dans la recherche. Merci aussi pour la confiance que tu m'as accordé. Les réunions avec toi finissent toujours en bonne humeur. »

Je tiens également à exprimer ma gratitude à Madame Marylène CUEILLE, Maître de Conférences à l'UNS et co-encadrante de ma thèse. « J'ai beaucoup apprécié le travail avec toi tout au long de cette période. Merci pour avoir partagé avec moi ton expérience et tes connaissances en bioélectromagnétisme. Grâce à tes conseils et tes encouragements, j'ai pu progresser et faire face aux difficultés rencontrées. »

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Michel NEY, Professeur à l'Institut Télécom-Bretagne, qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je remercie vivement Monsieur Raphaël GILLARD, Professeur à l'INSA de Rennes, et Monsieur Fabien NDAGIJIMANA, Professeur à l'université Joseph Fourrier à Grenoble, pour avoir accepté d'être rapporteurs de ce manuscrit. Je les remercie pour leur lecture approfondie et leurs remarques pertinentes qui m'ont permis d'apporter plus de clarté à mon mémoire de thèse.

Je remercie également Monsieur Alexandre LAISNÉ, ingénieur à la DGA Technique Aéronautique de Toulouse, pour avoir accepté d'examiner et de juger mon travail.

Je remercie profondément tous mes collègues du LEAT, permanents et non permanents pour les bons moments passés ensemble aussi bien au labo qu'à l'extérieur. Je les remercie aussi pour leur sympathie et leur soutien durant toutes ces années passées au LEAT. Je voudrais remercier vivement mon grand frère et ma belle-sœur pour leur soutien durant mes premières années en France. C'est grâce à eux que je suis arrivé jusqu'ici.

Un grand merci à mes frères et sœurs pour leurs encouragements et leur soutien depuis mon enfance. « Vous êtes les meilleurs.»

Enfin, un ENORME merci à mes parents à qui je dédie ce travail pour leur amour, leur éducation et leur soutien permanent malgré la distance. « Je ne peux pas exprimer en quelques mots ce que je vous dois, mais ça y est, le **petit** est maintenant Docteur et c'est en grande partie grâce à vous. MERCI INFINIMENT.»

Merci à tous du fond du cœur !

# Résumé:

Depuis plusieurs années, le développement des technologies sans fil utilisant les ondes électromagnétiques dans différents milieux d'applications (télécommunications, médicales, militaires...) ne cesse d'augmenter. Il devient donc nécessaire d'évaluer les effets de l'environnement sur les antennes en amont de leur conception afin d'optimiser la transmission entre les divers objets connectés. De plus, les études sur les systèmes utilisant les ondes électromagnétiques amènent à se poser un certain nombre de questions autour de l'interaction ondes/vivant, nous obligeant à considérer des modèles fortement hétérogènes tel que le corps humain. C'est dans ce cadre que s'inscrivent ces travaux de thèse.

La conception de ces systèmes de plus en plus complexes fait de la simulation numérique un outil nécessaire. Face aux difficultés de mesures, elle permet de quantifier numériquement la puissance absorbée par les tissus au travers du DAS et l'élévation de la température correspondante. Dans ce domaine, la méthode TLM (Transmission Line Matrix) s'est révélée être particulièrement adaptée au calcul du DAS dans des structures fortement hétérogènes grâce à la colocalisation des champs au centre de la maille.

Ce travail de thèse porte sur le développement d'un modèle numérique 3D basé sur la méthode des lignes de transmission (TLM) pour effectuer des études dosimétriques en calculant le DAS et la température dans des milieux fortement hétérogènes.

Après une présentation du contexte de la thèse, des méthodes numériques et des logiciels commerciaux utilisés dans la littérature ainsi que des études dosimétriques tenant compte de l'aspect thermique, la seconde partie de ce travail est consacré au développement d'un nouveau modèle numérique TLM pour résoudre l'équation de la chaleur (Pennes) dans des tissus humains. Ce modèle permet de simuler la température et le flux thermique dans des milieux fortement hétérogènes exposés à des sources électromagnétiques.

Pour valider notre algorithme, nous avons comparé les résultats de l'exposition d'un modèle d'une tête humaine à une onde plane avec ceux obtenus par le logiciel commercial CST basé sur la méthode FIT (Finite Integration Technique). La comparaison a montré un très bon accord entre les deux méthodes avec toutefois une convergence plus rapide pour la TLM.

Finalement, nous avons effectué dans la dernière partie de ce travail de thèse une étude dosimétrique plus réaliste en exposant les têtes d'un adulte et d'un enfant à un Smartphone modélisé par une antenne PIFA fonctionnant à la fréquence GSM 900MHz. Les résultats d'exposition sur le plan du DAS et de la température ont montré que les enfants sont plus sensibles aux rayonnements électromagnétiques émis par les téléphones portables.

# Abstract:

For several years, the development of the wireless technologies using the electromagnetic waves in various applications (telecommunications, medical, military ...) does not stop increasing. Thus, it becomes necessary to evaluate the effects of the environment on antennas upstream to their conception to optimize the transmission between diverse connected objects. Furthermore, studies on the systems using the electromagnetic waves lead to ask a number of questions about waves/living interaction, obliging us to consider highly heterogeneous models such as human body. It's in this context that joins this thesis research.

The conception of these systems more and more complex made the numerical simulation a necessary tool. In front of difficulties of measures, it allows to quantify numerically the power absorbed by tissues and the corresponding temperature rise. In this domain, the TLM method (Transmission Line Matrix) has proved to be particularly adapted to the simulation of the SAR in highly heterogeneous structures thanks to the co-localisation of the fields at the centre of mesh.

This thesis work focuses on developing a 3D numerical model based on the TLM method to make dosimetrics studies by calculating the SAR and the temperature in highly heterogeneous media.

After a presentation of the context of the thesis, the numerical methods and the commercial software used in the literature as well as the dosimetric studies taking into account the thermal aspect, the second part of this work was dedicated to the development of the new numerical model TLM to solve the bioheat equation in human tissues. This model allows the simulation of temperature and heat flow in highly heterogeneous media exposed to electromagnetic sources.

To validate our algorithm, we have compared the exposure results of a human head model to a plane wave with those obtained by the commercial software CST based on the FIT (Finite Integration Technique) method. The comparison showed a very good agreement between both methods; however a fast convergence is noted for the TLM method.

Finally, we made in the last part of this thesis work a more realistic dosimetric study by exposing the heads of an adult and a child to a Smartphone modelled by a PIFA antenna working at the GSM 900MHz frequency. The exposure results in terms of SAR and temperature have shown that children are more sensitive to the electromagnetic radiation emitted by mobile phones.

# Table des matières

| Remerciementsi   |
|--|
| Résumé:iii   |
| Abstract:iv  |
| TABLE DES MATIERESV  |
| INTRODUCTION GENERALE1   |
| CHAPITRE I. CONTEXTE DE L'ETUDE ET ETAT DE L'ART 3               |
| I. Présentation du projet4                                       |
| II. Dosimétrie   |
| II. 1. Interaction ondes matières5                               |
| II. 2. Débit d'Absorption Spécifique6                            |
| II. 3. Types de dosimétrie et instruments dédiés à la mesure 8   |
| II. 3. 1 Dosimétrie numérique                                    |
| II. 3. 2 Dosimétrie expérimentale                                |
| II. 3. 3 Instruments dédiés à la dosimétrie9                     |
| a- Les sondes pour mesurer le champ électrique                   |
| b- Les sondes pour mesurer la température 11                     |
| II. 4. Les normes de sécurité des ondes électromagnétiques 11    |
| II. 5. Les effets thermiques et non-thermiques13                 |
| II. 5. 1 Les effets thermiques14                                 |
| II. 5. 2 Les effets non-thermiques14                             |
| III. Applications thérapeutiques14                               |
| III. 1. La diathermie15  |
| III. 2. L'hyperthermie15   |
| III. 2. 1 Hyperthermie locale16                                  |
| III. 2. 2 Hyperthermie régionale16                               |
| III. 3. Ablation thermique17                                     |
| IV. Les équations régissant les phénomènes électromagnétiques et |
| thermiques17   |
| IV. 1. Équations de Maxwell17                                    |
| IV. 1. 1 Propriétés diélectriques                                |
| IV. 1. 2 La puissance absorbée par les tissus biologiques        |

| IV. 2. Équation de Pennes19                                      |
|--|
| IV. 2. 1 Les paramètres thermiques20                             |
| a- La conductivité thermique $K_t$ 20                            |
| b- La chaleur spécifique $C_m$ $20$                              |
| c- La diffusivité thermique <i>D</i> <sub>f</sub> 20             |
| IV. 2. 2 Les différents échanges thermiques dans le corps humain |
| a- Génération de chaleur par le métabolisme                      |
| b- Transfert de chaleur par conduction22                         |
| c- Transfert de chaleur par convection22                         |
| d- Stockage de l'énergie thermique dans le tissu                 |
| IV. 3. Le couplage électromagnétique thermique24                 |
| IV. 3. 1 Couplage unidirectionnel24                              |
| IV. 3. 2 Couplage bidirectionnel                                 |
| V Outils de simulation   |
| V. 1 Méthodos de résolution                                      |
| V. 1. Methodes de resolution                                     |
| V. 1. 2 FDTD 27  |
| V 1 3 FIT 28   |
| V. 1. 4 TLM  |
| V. 1. 5 ADI  |
| V. 1. 6 Synthèse   |
| V. 2. Les logiciels commerciaux33                                |
| V. 2. 1 ANSYS_HFSS   |
| V. 2. 2 SEMCAD/SIM4LIFE  |
| V. 2. 3 CST  |
| V. 3. Les ressources matérielles34                               |
| V. 3. 1 Simulations TLM  |
| V. 3. 2 Simulations CST Studio Suite                             |
| VI Etudos dosimátriquos avos aspost thormiquo                    |
| vi. Etudes dosinieti iques avec aspect thermique                 |
| VII. Conclusion  |
| Références 49  |
|  |
| CHAPITRE II. DEVELOPPEMENT D'UN MODELE TLM                       |
| THERMIQUE  |
| I. Introduction  |
| II. La méthode des lignes de transmissions (TLM)                 |
| II. 1. La méthode TLM en électromagnétisme                       |
| II. 1. 1 Les nœuds TLM_3D  |

| II. 1. 2 Organigramme de l'algorithme TLM                     |          |
|---|----------|
| II. 2. La méthode TLM pour la modélisation des effets the     | ermiques |
|   |          |
| II. 2. 1 L'algorithme TLM utilisé dans la littérature         |          |
| II. 2. 2 Conclusion   |          |
| III. Débit d'Absorption Spécifique                            | 59       |
| III. 1. DAS corps entier                                      | 60       |
| III. 2. DAS local   | 60       |
| III. 2. 1 Moyenne cubique du DAS                              |          |
| III. 2. 2 Moyenne sphérique du DAS                            | 61       |
| IV. Le modèle TLM thermique                                   | 63       |
| IV. 1. Définitions des impulsions de tensions                 | 64       |
| IV. 2. Calcul de la température et du flux                    | 67       |
| IV. 3. Étape répartition                                      | 72       |
| IV. 4. Étape connexion  | 73       |
| IV. 5. Choix du pas temporel TLM                              | 74       |
| IV. 6. Conclusion   | 75       |
| V. Étude de la dispersion et de la stabilité                  | 75       |
| V. 1. L'onde thermique  |          |
| V. 2. La dispersion numérique                                 | 77       |
| V. 3. Nouvelle formulation mathématique de l'algorithme       | e TLM_Th |
|   | 77       |
| V. 3. 1 Calcul de la température et du flux                   |          |
| V. 3. 2 Étape de répartition                                  |          |
| V. 3. 3 Étape de connexion                                    |          |
| V. 4. Étude de la dispersion                                  |          |
| V. 5. Étude de la stabilité                                   |          |
| V. 6. Résultats et discussions                                |          |
| V. 6. 1 La dispersion dans l'air pour une propagation axiale  |          |
| V. 6. 2 Dispersion pour différentes directions de propagation |          |
| V. 6. 3 Dispersion dans différents milieux                    |          |
| V. 6. 4 Résultats de la stabilité                             |          |
| VI. Conclusion  | 89       |
| Références  | 91       |
| CHAPITRE III. APPLICATION A DES MODELES                       |          |
| FORTEMENT HETEROGENES   |          |

| I. Introduction  |            |
|--|------------|
| <ul> <li>II. Comparaison des Modèles Thermiques TLM et FDTD</li> <li>II. 1. Validation sur une structure cubique multicouches</li> <li>II. 2. Validation sur une tête faiblement hétérogène</li> <li>II. 2. 1 Modèle de la tête</li> <li>II. 2. 2 Résultats de comparaison</li> <li>II. 3. Conclusion</li> </ul> |            |
| III. Les modèles anatomiques du corps humain   | 105        |
| III. 1. Famille Virtuelle de CST   | 105        |
| III. 2. Population virtuelle d'IT'IS   | 106        |
| IV. Comparaison TLM/CST sur une tête fortement hétérogèn   | ie 108     |
| IV. 1. Création du fichier d'entrée  |            |
| IV. 2. Comparaison thermique TLM/CST   | 109        |
| IV. 2. 1 Etude des termes sources  | 110<br>119 |
| IV. 2. 2 Étude de la discretisation  | 113        |
| IV. 2. 5 Educe dans le regime transitoire  | 113        |
| IV 2. 5 Conclusion   | 115        |
| IV. 3. Couplage TLM électromagnétique thermique  |            |
| IV. 3. 1 Étude de la discrétisation  |            |
| IV. 3. 2 Étude de la convergence de chaque méthode   |            |
| a- Étude de la convergence à deux points différents  |            |
| b- Étude de la convergence globale   | 129        |
| V. Conclusion  |            |
| Références   |            |
| CHAPITRE IV. EXPOSITION D'UNE TETE HUMAINE A   | UN         |
| SMARTPHONE   | 134        |
|  |            |
| I. Introduction  |            |
|  | 1 105      |
| II. L'exposition d'une tete heterogene a un telephone portab   | le 135     |
| II. I. Presentation de l'antenne   |            |
| II. 2. Etude de l'exposition d'une tête hétérogène au rayon  | nement     |
| de l'antenne PIFA.   |            |
| II. Z. 1 Tete adulte   |            |
| a- Influence de la presence de la tete sur l'antenne   |            |
| b- Résultats électromagnétiques  |            |

| c- Resultats thermiques   |                   |
|---|-------------------|
| II. 2. 2 Comparaison avec la tête d'un enfant de 14 ans           |                   |
| a- Influence de la présence de la tête sur l'antenne              |                   |
| b- Résultats électromagnétiques                                   |                   |
| c- Résultats thermiques   |                   |
| d- Aspect temporel  |                   |
| e- Synthèse   |                   |
| III. Conclusion   | 151               |
|   |                   |
| CONCLUSION ET PERSPECTIVES  | 154               |
| CONCLUSION ET PERSPECTIVES<br>Conclusion générale                 | 154<br>154        |
| CONCLUSION ET PERSPECTIVES<br>Conclusion générale<br>Perspectives | 154<br>154<br>155 |

# **Introduction Générale**

Les systèmes utilisant les ondes électromagnétiques comme support pour transmettre les informations sont en forte progression depuis les vingt dernières années. Que ça soit pour des applications militaires ou civiles, les évolutions très rapides de ces technologies sans fil devraient se poursuivre dans les années à venir accompagnées d'une augmentation de l'exposition du public aux radiofréquences.

Cette présence quotidienne des sources électromagnétiques pousse les utilisateurs à se poser un certain nombre de questions sur les éventuels effets sanitaires des ondes électromagnétiques. Plusieurs études fournissant des éléments de réponses ont été menées pour pouvoir limiter l'exposition au rayonnement électromagnétique afin d'assurer une protection contre ces effets. Jusqu'à maintenant, toutes ces études considèrent que les seuls effets des ondes électromagnétiques dans la bande de fréquence de 100 KHz-100 GHz sont des effets thermiques dus à la puissance absorbée par les tissus permettant alors aux scientifiques de proposer des restrictions en visant à limiter l'augmentation de la température dans les tissus.

En pratique, l'évaluation expérimentale de la puissance absorbée ne peut se faire que sur fantômes homogènes simplifiés. Face à la complexité de ces procédures, la simulation numérique se révèle être un outil puissant qui permet de quantifier numériquement le champ et la puissance induite dans le corps humain. Grâce aux progrès des outils de calcul et de l'imagerie médicale, on trouve depuis quelques années des modèles hétérogènes numériques du corps humain permettant d'effectuer des études dosimétriques plus réalistes.

Depuis plusieurs années, le LEAT (Laboratoire d'Électronique Antennes et Télécommunications) développe un code de simulation informatique basé sur la méthode temporelle TLM (Transmission Line Matrix) pour simuler des structures antennaires complexes en tenant compte de leur environnement. Ce code a connu de nombreux développements tels que l'intégration des composants électroniques actifs non linéaires, les parois absorbantes, la modélisation des milieux dispersifs et la parallélisation pour bénéficier de la puissance des calculateurs parallèles fournie par le CINES (Centre Informatique National de l'Enseignement Supérieur).

Afin de simuler des objets connectés et d'optimiser la transmission entre eux en présence du corps humain tout en caractérisant les effets thermiques dus à l'interaction ondes/vivant, il est indispensable de développer des « modules » supplémentaires permettant de calculer la puissance électromagnétique absorbée par les tissus humains au travers du DAS et l'élévation de la température correspondante. Grâce à la colocalisation des composantes du champ électromagnétique au centre de la maille, la TLM s'est révélé être une méthode particulièrement adaptée au calcul du DAS dans des

milieux fortement hétérogènes comme le corps humain. C'est dans ce cadre que s'inscrivent mes travaux de thèse.

Mes travaux de thèse avaient pour objectif de caractériser l'élévation thermique dans des milieux biologiques exposés à des ondes électromagnétiques en intégrant dans un premier temps un « module » pour calculer le DAS puis en développant un nouvel algorithme TLM pour résoudre l'équation de Pennes en se basant sur le même schéma numérique utilisé pour résoudre les équations de Maxwell.

Dans le premier chapitre, le contexte de la thèse sera présenté avec un rappel sur la dosimétrie et les paramètres fondamentaux permettant de quantifier la puissance électromagnétique absorbée par les tissus et l'évolution de la température correspondante. Une dosimétrie numérique repose sur la résolution des équations régissant la propagation électromagnétique et la diffusion thermique par les méthodes numériques, c'est pourquoi une analyse de celles-ci sera présentée dans ce chapitre afin de comparer leurs avantages et inconvénients à modéliser l'exposition des milieux fortement hétérogènes à des sources électromagnétiques. Enfin, un état de l'art des études dosimétriques couplant l'électromagnétique et la thermique sera présenté.

Le second chapitre de ce manuscrit est consacré à la présentation de l'outil TLM utilisé pour effectuer des études dosimétriques. Après une présentation générale de la méthode TLM et de l'outil pour calculer le DAS, nous décrirons en détails toutes les étapes du nouvel l'algorithme TLM pour simuler la température dans des milieux biologiques exposés à des sources électromagnétiques. Ensuite, une étude de la dispersion et de la stabilité de cet algorithme sera présentée.

Après avoir présenté dans les chapitres précédents le contexte et l'aspect numérique de l'étude, ce troisième chapitre est dédié à la comparaison des résultats TLM avec ceux obtenus avec d'autres méthodes afin de valider numériquement notre travail. Cette étude comparative est divisée en deux parties. Une première comparaison avec la méthode FDTD faite sur des structures faiblement hétérogènes, et une deuxième avec le logiciel commercial CST basé que la méthode FIT effectuée sur un modèle de tête fortement hétérogène.

Le quatrième et dernier chapitre de ce travail de thèse propose une étude dosimétrique un peu plus réaliste en exposant les têtes d'un adulte et d'un enfant au rayonnement électromagnétique émis par un Smartphone modélisé par une antenne PIFA fonctionnant à la fréquence GSM 900 MHz.

# Chapitre I. Contexte de l'étude et état de l'art

#### **SOMMAIRE :**

| I. Présentation du projet   | 4             |
|---|---------------|
| II. Dosimétrie  | 5             |
| III. Applications thérapeutiques  | 14            |
| IV. Les équations régissant les phénomènes électromagnéti<br>thermiques | ques et<br>17 |
| V. Outils de simulation   | 26            |
| VI. Etudes dosimétriques avec aspect thermique                          | 35            |
| VII. Conclusion   |               |

De nos jours, les ondes électromagnétiques sont omniprésentes dans notre environnement à cause de leur utilisation dans différents domaines d'applications (télécommunications, médical, industriel...). Ce développement des sources électromagnétiques a entraîné une augmentation du nombre d'utilisateurs exposés et amène à se poser plusieurs questions sur les effets éventuels de ces ondes. Afin de limiter l'exposition, des restrictions basées seulement sur l'effet thermique dû à la puissance absorbée par le corps ont été imposées. La première partie du chapitre sera donc consacrée à des rappels sur la dosimétrie, aux paramètres généraux qui permettent de quantifier la puissance absorbée et à l'élévation de la température correspondante.

La simulation numérique présente un outil performant pour effectuer des études dosimétriques. Pour cela, différentes méthodes numériques ainsi que quelques logiciels commerciaux seront présentés dans la deuxième partie de ce chapitre en précisant les avantages et les inconvénients de chaque outil dans le cas des études dosimétriques dans des milieux fortement hétérogènes.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présenterons une revue bibliographique des études dosimétriques tenant compte de l'aspect thermique.

## I. Présentation du projet

Le Laboratoire d'Électronique Antennes et Télécommunication (LEAT) est organisé autour de trois thématiques de recherche. Mes travaux de thèse s'inscrivent dans la thématique intitulée « Modélisation et Conception d'Antennes (CMA) » dont l'objectif est de modéliser et concevoir des systèmes antennaires pour diverses applications. Les travaux de recherche de l'équipe CMA portent aussi sur le développement de la méthode numérique TLM<sup>1</sup> basée sur les différences finies dans le domaine temporel.

Depuis quelques années, des travaux de recherche en télémédecine et l'e-santé ont été effectués au LEAT en collaboration avec des biologistes, des médecins et d'autres laboratoires de recherche. Ces activités de recherche portent sur la conception des antennes en tenant compte de la présence de milieux biologiques [1] [2].

L'expertise du LEAT dans le calcul numérique avec la méthode TLM depuis plus de 20 ans lui a permis de développer un logiciel performant implémenté sur des calculateurs parallèles pour simuler des antennes complexes multi-échelles. Cependant, face à la croissance incessante des technologies radiofréquences et de leurs applications, de nombreuses questions se posent sur l'interaction des ondes électromagnétiques avec le vivant et de leurs effets possibles sur les systèmes biologiques. Afin d'appréhender ces problèmes bio-électromagnétiques, le LEAT a décidé de développer son logiciel TLM

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Transmission Line Matrix

en intégrant des modules supplémentaires permettant d'effectuer des études dosimétriques.

Face à la difficulté des mesures dosimétriques, la simulation s'avère nécessaire, elle permet de quantifier numériquement les champs électromagnétiques dans les tissus humains et conduit à la détermination du  $DAS^2$  et de l'élévation de la température correspondante. Dans le cas où les paramètres diélectriques dépendent de la température, un couplage bidirectionnel entre les solveurs électromagnétique et thermique est obligatoire pour avoir une étude dosimétrique plus réaliste.

Mes travaux de recherche s'inscrivent aussi dans le cadre d'un projet ANR\_ASTRID qui s'intitule MÉDUSÉS2<sup>3</sup> et qui met en collaboration le LEAT avec le laboratoire LAB-STICC de Télécom Bretagne et la DGA-TA<sup>4</sup>. L'objectif du projet est de mettre en œuvre un simulateur complet basé sur la méthode TLM pour des études dosimétriques dans des structures fortement hétérogènes pour des applications civiles et militaires. Le rôle du LEAT dans ce projet est de développer un « module » permettant de simuler la température dans les milieux biologiques et d'étudier le couplage électromagnétique thermique en prenant en compte la dépendance des paramètres diélectriques de la température.

L'objectif final est donc de concevoir un outil assez complet et performant basé sur la TLM pour pouvoir, par la suite, effectuer des simulations multi-physiques (électromagnétiques et thermiques) pour différentes applications.

## II. Dosimétrie

La dosimétrie est la quantification des champs et puissances induits dans les tissus. Elle permet de caractériser les interactions ondes vivant en analysant les effets biologiques possibles de ces ondes. Le but de cette partie est de présenter brièvement d'une part les types de dosimétrie et les outils de mesure existants et d'autre part de rappeler les limites d'exposition afin d'assurer une protection contre les ondes électromagnétiques.

#### II. 1. Interaction ondes matières

Il existe différents types d'interaction des champs électromagnétiques avec le vivant qui dépendent de l'environnement, de la fréquence et des caractéristiques physicochimiques de la matière vivante. Le Tableau I. 1 présente les effets sanitaires dus à

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Débit d'Absorption Spécifique (W/kg)

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Modèle Électromagnétique avec couplage thermique pour la Dosimétrie nUmérique sur Structrures fortement hÉtérogèneS

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Direction Générale de l'Armement, Techniques Aéronautiques

l'interaction des ondes avec la matière pour chaque gamme de fréquences en précisant la grandeur physique (champ électrique ou magnétique).

Pour des fréquences allant de 100 KHz jusqu'à 10 GHz, la quantification de la dissipation de l'énergie dans le vivant qui peut entrainer un échauffement localisé ou un stress thermique généralisé du corps se fait par le débit d'absorption spécifique (DAS) (SAR en anglais) exprimé en watts par kilogramme (W/kg).

Nous nous intéressons dans nos travaux de recherche à la bande entourée en rouge (100 KHz-10 GHz) dans laquelle l'interaction ondes/vivant peut introduire une élévation de la température dans les tissus.

|         | Gamme de<br>fréquences                        | Grandeur physique  | Unités   | Effets à l'origine des valeurs limites<br>visant à prévenir les effets<br>sanitaires |  |
|---------|---|--|--|--|--|
|         | 0 - 1 Hz                                      | Induction magnétique pour<br>les champs statiques<br>(fréquence nulle) | т  | culaire  | Système cardiovasculaire<br>/ charges électriques de<br>surface - induction de<br>champ électrique dans les<br>tissus en mouvement |
|         |   | Densité de courants pour les<br>champs variables dans le<br>temps      | A/m <sup>2</sup>   | tion muso  | Système nerveux central  |
| ٨       | 1 Hz - 100 kHz                                | Densité de courants  | A/m <sup>2</sup>   | Iula   | Système nerveux  |
| ences   | 100 kHz - 10 MHz                              | Densité de courant <u>et</u> débit<br>d'absorption spécifique          | le courant <u>et</u> débit A/m <sup>2</sup><br>ption spécifique W/kg |  | Système nerveux<br>Stress thermique<br>généralisé du corps,<br>Échauffement localisé   |
| ofréque | 10 MHz - 10 GHz Débit d'absorption spécifique | W/kg   |  | Stress thermique<br>généralisé du corps  |  |
| adic    |   | specifique   |  | Ħ  | Échauffement localisé  |
| Ä       | 10 GHz - 300 GHz                              | Densité de puissance   | W/m <sup>2</sup>   | nauffeme   | Tissus à la surface ou<br>proches de la surface du<br>corps  |
| ł       | 300 GHz –<br>Rayonnements<br>ionisants        | Énergie des photons  | eV   | Ęċ   | Tissus à la surface ou<br>proches de la surface du<br>corps, réaction<br>photochimique   |

Tableau I. 1 Grandeurs physiques caractérisant l'interaction ondes/matières en fonction de la fréquence [3].

#### II. 2. Débit d'Absorption Spécifique

Lorsqu' un milieu biologique est exposé à une onde électromagnétique, une partie de la puissance transportée par l'onde est absorbée par le milieu. La quantité de cette puissance absorbée par la matière a permis de définir en 1981 le paramètre de référence pour des études dosimétriques. Ce paramètre est le Débit d'Absorption Spécifique

(DAS), il est défini comme étant le rapport de la quantité de puissance absorbée par l'unité de masse du tissu.

$$DAS = \frac{dW}{dm} \tag{I. 1}$$

Avec,

- W : Puissance absorbée en watts (W).
- m : Masse en kilogramme (kg).

Pour une exposition à une source électromagnétique, exprimer le DAS nécessite le calcul du champ électrique induit dans les milieux biologiques à une fréquence donnée en tenant compte de la conductivité électrique et la densité du milieu.

$$DAS = \frac{\sigma}{2\rho_m} |E|^2 = \frac{\sigma}{2\rho_m} \left( |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 \right)$$
(I. 2)

Avec,

- $\sigma$  : Conductivité électrique du milieu (S/m).
- $\rho_m$  : Densité volumique du milieu (kg/m<sup>3</sup>).
- *E* : Valeur maximale du champ électrique (V/m).

En cas de courte durée d'exposition, le DAS peut être exprimé en fonction de la variation de la température comme suit :

$$DAS = C_m \frac{\Delta T}{\Delta t} \tag{I. 3}$$

Où,

- $C_m$ : Chaleur spécifique du milieu (J.K<sup>-1</sup>.kg<sup>-1</sup>).
- $\Delta T$  : Variation de la température (K).
- $\Delta t$  : Temps d'exposition (s).

Pour déterminer les normes de sécurité aux expositions radiofréquences, le DAS est le paramètre de référence qui a été choisi pour ce genre d'études.

#### II. 3. Types de dosimétrie et instruments dédiés à la mesure

On distingue deux types de dosimétrie afin de quantifier les champs ou la puissance absorbée par les tissus vivants quand ces derniers sont exposés aux ondes électromagnétiques.

#### II. 3. 1 Dosimétrie numérique

La dosimétrie numérique repose sur les méthodes numériques permettant par exemple de calculer le DAS et l'élévation de la température due à l'exposition aux ondes EM. Elle utilise pour cela des modèles homogènes ou hétérogènes de corps humain. Parmi les méthodes numériques utilisées, on peut citer la méthode TLM, les méthodes des différences finies (FDTD<sup>5</sup>) dans le domaine temporel et les méthodes d'éléments finis (FEM<sup>6</sup>).

#### II. 3. 2 Dosimétrie expérimentale

La dosimétrie expérimentale nécessite un matériel spécifique comme des sondes pour mesurer les trois composantes du champ électrique et des sondes thermiques pour mesurer la température dans des fantômes homogènes. D'ailleurs, le LEAT a été sollicité dans le cadre d'un projet DOSIT<sup>7</sup> (Figure I. 1) dont l'objectif est de développer une sonde optoélectronique pour mesurer le DAS.



Figure I. 1 Schéma du projet DOSIT.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Finite Difference Time Domain

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Finite Element Method

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Development of a high resOlution SAR Scanner based on electro-optIc Transducer

Dans tous les cas, ce sont des mesures complexes à réaliser et qui nécessitent de nombreuses études pour notamment définir les caractéristiques électriques et thermiques du liquide équivalent aux tissus vivants. Face à toutes ces difficultés, la simulation se révèle être un outil performant permettant d'effectuer numériquement toute étude dosimétrique.

La Figure I. 2 montre deux types de bancs de mesure de DAS dans des fantômes remplis de liquide.



Figure I. 2 a) Mesure de DAS d'un mobile collé à l'oreille. b) Banc de mesure de DAS corps entier.

#### II. 3. 3 Instruments dédiés à la dosimétrie

La mesure du Débit d'Absorption Spécifique est relativement difficile à mettre en œuvre car elle dépend de plusieurs paramètres : la fréquence, l'amplitude du champ électrique, les paramètres diélectriques et thermiques du tissu exposé, la position de ce dernier...Comme mentionné précédemment, le DAS peut être mesuré de deux façons différentes, soit via la mesure du champ électrique dans les milieux exposés aux rayonnements radiofréquences, soit en mesurant l'élévation de la température due à l'exposition aux ondes radiofréquences. Pour pouvoir effectuer ce genre de mesure, il est important de disposer de sondes spécifiques pour mesurer le champ et la température. Dans cette partie nous présentons brièvement les différents types de sondes dédiées à la mesure du DAS.

#### a- Les sondes pour mesurer le champ électrique

Pour évaluer le DAS via la mesure du champ électrique dans les milieux biologiques exposés à un rayonnement électromagnétique, on trouve deux types de sondes, les antennes dipôles actives et les sondes basées sur l'effet électro-optique.

#### Les sondes composées d'antennes dipôles actives

Les sondes basées sur des antennes dipôles actives pour mesurer le champ électrique dans les milieux biologiques ont été présentées pour la première fois par Bassen et Smith [4]. Cette sonde est composée d'une antenne dipôle qui permet de convertir le champ électrique en tension alternative appliquée aux bornes d'une diode qui redresse le signal. Ce dernier est ensuite filtré est délivré à l'aide d'une ligne de transmission à haute impédance.

Cette sonde ne permet de mesurer qu'une seule composante du champ électrique, et afin de mesurer toutes les composantes du champ, il existe des sondes constituées de trois sondes élémentaires orthogonales permettant de détecter les trois composantes du champ électrique.



Figure I. 3 Schéma de principe basique d'une antenne dipolaire active [4]

#### Les sondes électro-optiques

L'utilisation des sondes électro-optiques pour mesurer le DAS est très récente, elles sont basées sur l'effet Pockels qui se traduit par la variation linéaire des caractéristiques diélectriques d'un cristal particulier en présence d'un champ électrique. Ce type de sonde permet de mesurer l'amplitude, la phase et la direction du champ électrique conduisant à une mesure vectorielle. Le fait que ces sondes ne possèdent aucun élément métallique qui peut perturber les mesures, présente un des avantages par rapport aux autres sondes.



Figure I. 4 Sonde électro-optique développée par Togo et al. [5]

#### b- Les sondes pour mesurer la température

Comme nous l'avons soulevé précédemment, le débit d'absorption spécifique peut être déterminé par le biais de la variation de la température pour une durée d'exposition courte d'un milieu biologique à une source radiofréquence. Les sondes utilisées dans les expérimentations dosimétriques reposent généralement sur le fonctionnement des thermistances ou sur les effets thermo-optiques.

Les sondes thermiques utilisant les thermistances reposent sur le principe de la variation de la résistance en fonction de la température. Ces sondes présentent de nombreux avantages (fiabilité, taille réduite, faible coût, précision), mais néanmoins ont l'inconvénient d'avoir une partie métallique qui peut perturber la mesure de la température.

Concernant les sondes basées sur les effets thermo-optiques, elles sont utilisées depuis des années dans le domaine de la dosimétrie. Ce genre de capteurs de température utilise la variabilité thermique de la photoluminescence d'un élément spécifique (généralement du phosphore) placé aux extrémités de la fibre optique et mis en contact avec l'objet. L'excitation des particules du phosphore par rayonnement ultraviolet provoque un phénomène de fluorescence dont le spectre est fonction de la température. Ces sondes ont l'avantage de ne pas contenir du métal qui peut perturber la mesure de la température.



Figure I. 5 Sonde thermo-optique luxtron [6]

#### II. 4. Les normes de sécurité des ondes électromagnétiques

L'évolution très rapide des technologies et des systèmes de télécommunications sans fil a nécessité une réglementation pour limiter l'exposition aux champs électromagnétiques et assurer une protection des travailleurs et du public contre les effets qu'ils peuvent provoquer.

La majeure partie des pays a adopté les limites basées sur les restrictions de base de la Commission internationale de protection contre les rayonnements non ionisants  $(ICNIRP^8)$  et celles de l'IEEE<sup>9</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection

Comme la grande majorité de la communauté scientifique, l'ICNIRP considère que les seuls effets des champs électromagnétiques sont des effets thermiques dus à l'absorption d'énergie électromagnétique par les tissus vivants dans la bande de 100 KHz à 100 GHz.

Les recommandations pour les champs électromagnétiques proposées par l'ICNIRP dans la bande radiofréquence visent à limiter l'augmentation de la température dans les corps humain ou dans ses organes par une limitation de la quantité de la puissance électromagnétique absorbée. Par conséquent, les limites d'exposition sont exprimées en termes de débit d'absorption spécifique (DAS).

En effet, l'ICNIRP considère que les premiers effets apparaissent à partir d'un seuil de de DAS égal à 4 W/kg pour le corps entier qui correspond à une élévation de température de 1°C. À partir de ce seuil, ils appliquent un facteur de sécurité de 10 pour obtenir la limite de 0,4 W/kg pour les travailleurs et un facteur de 50 pour avoir la limite de 0,08 W/kg pour le public. Ces facteurs de réductions sont introduits pour tenir compte des incertitudes scientifiques liées aux erreurs expérimentales par exemple.

L'ICNIRP recommande aussi des limites sur le DAS local dans le cas où l'exposition est inhomogène. Il s'agit d'un DAS moyenné pour une masse de 10g de tissu exposé obtenu sur un intervalle de 6 minutes qui permet de tenir compte du temps de réponse de l'organisme à un effet thermique. Ces limites sont de 4 W/kg pour les travailleurs et 2 W/kg pour le public (Tableau I. 2). Dans le cas d'une exposition partielle du corps humain, il existe d'autres limites qui sont reportées dans le Tableau I. 3.

|              | DAS pour corps entier | DAS Local (10g) |
|--------------|-----------------------|-----------------|
| Travailleurs | 0,4 W/Kg              | 4 W/Kg          |
| Public       | 0,08 W/Kg             | 2 W/Kg          |

Tableau I. 2 Limites d'expositions recommandées par l'ICNIRP

|              | Tête et tronc | Membres |
|--------------|---------------|---------|
| Travailleurs | 2 W/Kg        | 4 W/Kg  |
| Public       | 10 W/Kg       | 20 W/Kg |

Tableau I. 3 Limites dans le cas d'une exposition partielle.

En termes de champ électrique, champ magnétique et densité de puissance, les niveaux de référence sont reportés dans le Tableau I. 4 pour différentes plages de fréquence.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Institute of Electrical and Electronics Engineers

| Plage              | Intensité du champ<br>électrique (V/m) |                       | Intensité du champ<br>magnétique (A/m) |                  | Densité de puissance<br>(W/m <sup>2</sup> ) |        |
|--------------------|--|-----------------------|--|------------------|---|--------|
| fréquence<br>(MHz) | Travailleur                            | Public                | Travailleur                            | Public           | Travailleur                                 | Public |
| 10-400             | 61                                     | 28                    | 0,16                                   | 0,073            | 10  | 2      |
| 400-2000           | $3f^{1/2}$                             | 1,375f <sup>1/2</sup> | 0,008f <sup>1/2</sup>                  | $0,0037 f^{1/2}$ | f/40  | f/200  |
| 2000-<br>300000    | 137                                    | 61                    | 0,36                                   | 0,16             | 50  | 10     |

Tableau I. 4 Niveaux de référence pour l'exposition des travailleurs et du public en général



Figure I. 6 Niveaux de référence pour le champ électrique fournis par l'ICNIRP.

Pour notre application qui sera présentée dans le chapitre III, nous avons choisi une valeur de champ qui dépasse celle imposée par l'ICNIRP pour le public à la fréquence de 900 MHz pour avoir une élévation de température plus significative.

#### II. 5. Les effets thermiques et non-thermiques

Dans des études d'expositions aux ondes électromagnétiques des tissus biologiques, on distingue deux types d'effets qui peuvent entrainer ou non une élévation de la température dans les milieux exposés.

#### II. 5. 1 Les effets thermiques

Ils désignent les effets biologiques qui peuvent entrainer une augmentation de la température des cellules ou des tissus exposés à des sources radiofréquences. Ce sont des effets qui peuvent être observés surtout dans la gamme de fréquences mentionnées précédemment (10MHz-10GHz). Par ailleurs, certains de ces effets thermiques sont utilisés dans des traitements médicaux comme l'hyperthermie ou dans des applications industrielles telles que les fours à micro-ondes qui utilisent les ondes électromagnétiques avec des puissances allant de 700W jusqu'à 1000W pour chauffer les aliments.

Pour une personne exposée aux ondes électromagnétiques, l'élévation de la température est limitée à 1°C, cette hausse de température correspond à un DAS moyen de 4W/Kg [3].

#### II. 5. 2 Les effets non-thermiques

Ce sont des effets qui n'entrainent aucune augmentation macroscopique de la température des tissus lorsque ces derniers sont exposés à une source électromagnétique de faible puissance. Dans le cas où le maintien de la température constante est dû à la thermorégulation de l'organisme qui implique la circulation sanguine, les effets sont appelés « athermiques ».

Dans mes travaux de thèse, nous ne nous intéressons qu'aux effets thermiques dus à l'interaction des ondes électromagnétiques avec les vivants.

### III. Applications thérapeutiques

Les progrès de l'électronique et de l'électromagnétisme ont ouvert la voie au développement de dispositifs médicaux pour des applications thérapeutiques utilisant les champs électromagnétiques. La thérapie utilisant des sources radiofréquences ou micro-ondes et qui engendrent une élévation de la température a été appelée thérapie thermique ou thermothérapie.

La thermothérapie englobe tous les traitements basés sur le transfert de l'énergie thermique dans les tissus. L'objectif principal d'une thérapie thermique est d'arriver à traiter efficacement les tissus malades sans endommager les tissus voisins.

En général, la thermothérapie est classée en trois catégories différentes qui dépendent du niveau de la température et la durée du traitement [7]. On trouve la diathermie, l'hyperthermie et l'ablation thermique.

#### III. 1. La diathermie

La diathermie est une technique de physiothérapie généralisée basée sur le chauffage des tissus blessés par des rayonnements électromagnétiques jusqu'à une température de 41°C. On distingue deux types de diathermie, une diathermie à ondes courtes SWD<sup>10</sup> fonctionnant à 13.56, 27.12 ou 40.68 MHz, et une diathermie micro-ondes MWD<sup>11</sup> à 915 MHz ou 2450 MHz [8]..

Cette technique est utilisée pour le traitement des maladies articulaires et musculaires douloureuses. Le traitement de la douleur et de l'inflammation avec la chaleur produite par la diathermie peut accélérer la guérison des tissus surtout au niveau des muscles, des articulations et les tendons. Cependant, le risque de brûlure est significatif lorsqu'elle est utilisée dans des zones humides.



Figure I. 7 (a) Schéma d'un système de diathermie[9]. (b) Exemple d'un applicateur de diathermie [10].

#### III. 2. L'hyperthermie

L'hyperthermie est une procédure médicale qui utilise le rayonnement électromagnétique pour augmenter la température des tissus du corps humain entre 41°C et 45°C et les maintenir dans cette gamme de température pendant une durée demandée. Cette technique est utilisée dans le traitement des tumeurs et souvent en l'associant avec la radiothérapie et la chimiothérapie. L'objectif principal de l'hyperthermie est d'augmenter la température de la tumeur afin de détruire les tissus cancéreux sans affecter les tissus sains qui l'entoure ou améliorer le fonctionnement des autres thérapies anticancéreuses.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Short Waves Diathermy

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> MicroWave Diathermy

Comme pour la diathermie, on trouve une hyperthermie radiofréquence fonctionnant dans la bande 10-120 MHz et une autre micro-onde utilisant des antennes à des fréquences de 434, 915 et 2450 MHz.

Le traitement hyperthermique peut être effectué en local ou en régional.

#### III. 2. 1 Hyperthermie locale

L'hyperthermie locale est utilisée pour chauffer les tumeurs superficielles à des températures très élevées pour tuer les cellules cancéreuses et détruire les vaisseaux sanguins. Selon l'emplacement de la tumeur, cette technique peut être réalisée par deux méthodes différentes. Une première où les ondes électromagnétiques sont délivrées à la tumeur par des antennes situées à l'extérieur de la surface corporelle et une deuxième utilisant des sondes ou des aiguilles qui sont insérées directement dans la tumeur afin d'augmenter sa température.



Figure I. 8 Illustration de l'hyperthermie locale, (a) application externe, (b) application interne [11].

#### III. 2. 2 Hyperthermie régionale

L'hyperthermie régionale consiste à exposer une partie profonde du corps telle qu'un organe ou un membre. Elle permet donc de traiter une large partie du corps par le biais des antennes externes positionnées autour de la partie à traiter.

La Figure I. 9 présente un système d'hyperthermie régionale en utilisant une configuration circulaire de réseau d'antennes de façon à concentrer l'énergie thermique sur la zone de traitement ciblé en profondeur dans le bassin, l'abdomen ou à la poitrine.



Figure I. 9 Exemple d'un applicateur d'hyperthermie régionale [12].

#### III. 3. Ablation thermique

L'ablation thermique est une hyperthermie locale utilisant une sonde ou une aiguille pour chauffer les cellules cancéreuses à des températures au-delà de 55°C pendant une courte durée afin de les éradiquer sans endommager les tissus voisins.

Pour les trois applications thérapeutiques, le contrôle de la température dans la tumeur et les tissus voisins pendant tout le traitement hyperthermique est primordial, il doit permettre de vérifier si le seuil est atteint dans les zones définies. Tout au long du traitement, la température est mesurée par des sondes électro-optiques.

### IV. Les équations régissant les phénomènes électromagnétiques et thermiques

Pour toute étude dosimétrique complète qui relie les deux domaines de l'électromagnétisme et de la thermique, on trouve deux types d'équations qui permettent de décrire le comportement d'une onde électromagnétique ou d'une onde thermique dans un milieu donné. Il s'agit des équations de Maxwell et de l'équation de Pennes qui sont rappelées dans la partie suivante.

#### IV. 1. Équations de Maxwell

La description de la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu donné de permittivité  $\varepsilon(F/m)$ , de conductivité  $\sigma(S/m)$ , et de perméabilité  $\mu(H/m)$ , nécessite une résolution spatio-temporelle des équations de Maxwell qui s'écrivent sous leurs formes différentielles comme suit :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{I. 4}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \vec{J}$$
 (I. 5)

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon} \tag{I. 6}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \tag{I. 7}$$

Avec,

- $\vec{E}$  est le champ électrique, en V/m.
- $\vec{B}$  est l'induction magnétique, en T,  $\vec{B} = \mu \vec{H}$  ( $\vec{H}$  est le champ magnétique, en A/m).
- $\vec{J}$  est la densité de courant électrique, en A/m<sup>2</sup>,  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ .
- $\rho_e$  est la densité de charges électrique, C/m<sup>3</sup>.

#### IV. 1. 1 Propriétés diélectriques

Pour bien modéliser la propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux biologiques, la connaissance de leurs propriétés diélectriques est obligatoire. Les tissus biologiques sont des milieux dispersifs caractérisés par la permittivité complexe à chaque fréquence, donnée comme suit :

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega) \tag{I. 8}$$

Où,

$$\varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0} \tag{I. 9}$$

Avec  $\varepsilon_0$  est la permittivité du vide, égale à 8.85\*10<sup>-12</sup> F/m.

La permittivité complexe peut être décrite par le modèle de Debye en fonction de la fréquence angulaire  $\omega$  comme suit [13] :

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty} + \frac{\Delta \varepsilon}{1 + j\omega\tau} + \frac{\sigma_i}{j\omega\varepsilon_0}$$
(I. 10)

Où  $\varepsilon_{\infty}$  est la permittivité où  $\omega \tau \gg 1$ ,  $\Delta \varepsilon = \varepsilon_s - \varepsilon_{\infty}$  est l'amplitude de la dispersion avec  $\varepsilon_s$  est la permittivité à des fréquences où  $\omega \tau \ll 1$ ,  $\sigma_i(S/m)$  est la conductivité ionique du tissu et  $\tau$  est le temps de relaxation(s).

La dépendance en fréquence de la permittivité complexe peut être exprimée aussi en utilisant l'équation de Cole-Cole suivante [13]:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty} + \frac{\Delta \varepsilon}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}} + \frac{\sigma_i}{j\omega\varepsilon_0}$$
(I. 11)

Où  $\alpha$  est le paramètre de distribution.

Les mesures de permittivité effectuées par Gabriel et al dans [14] pour quelques tissus biologiques permettent de déterminer les paramètres des deux modèles Debye et Cole-Cole.

#### IV. 1. 2 La puissance absorbée par les tissus biologiques

En tenant compte des conditions initiales et aux limites, la résolution des équations de Maxwell nous permet de déterminer les champs électrique et magnétique. La puissance électromagnétique  $Q_{em}(W/m^3)$  absorbée par les tissus est déterminée en fonction du champ électrique et de la conductivité comme suit :

$$Q_{em} = \frac{\sigma \left| \vec{E} \right|^2}{2} \tag{I. 12}$$

Où  $|\vec{E}|$  est la valeur crête du champ électrique (V/m).

Elle peut être exprimée en fonction du DAS en tenant compte de la masse volumique  $\rho_m(kg/m^3)$  du tissu.

$$Q_{em} = \rho_m DAS \tag{I. 13}$$

Cette puissance induit une variation de la température dans le tissu, elle est considérée comme une source de chaleur dans l'équation de Pennes que nous allons présenter dans le paragraphe suivant.

#### IV. 2. Équation de Pennes

L'exposition d'un milieu biologique aux ondes électromagnétiques en bande radiofréquence provoque une élévation de la température principalement dû à la puissance électromagnétique absorbée par les tissus. Le comportement thermique dans le vivant a été modélisé analytiquement par Pennes [15] à travers l'équation de biochaleur ou BHTE<sup>12</sup> présentée ci-dessous.

$$\rho_m C_m \frac{\partial T}{\partial t} = K_t \nabla^2 T + \rho_b C_b \omega_b (T_{blood} - T) + Q_{met} + Q_{em}$$
(I. 14)

Cette équation tient compte de différents paramètres et des échanges thermiques dans le vivant que nous allons présenter juste après la définition des paramètres thermiques.

#### IV. 2. 1 Les paramètres thermiques

#### a- La conductivité thermique $K_t$

La conductivité thermique  $K_t$  exprimée en (W.m<sup>-1</sup>.°C<sup>-1</sup>), est une grandeur physique qui caractérise l'aptitude d'un milieu à conduire la chaleur par conduction thermique. Elle représente la quantité de chaleur transportée par unité de surface et de temps sous un gradient de température. Plus la conductivité est élevée, plus le milieu est un conducteur thermique et dans le cas contraire, c'est un isolant.

Ce paramètre thermique dépend de l'état de la matière, de la température et des conditions de la pression et de l'humidité.

#### b- La chaleur spécifique Cm

La chaleur spécifique ou la capacité thermique massique est la capacité d'un milieu à stocker de la chaleur. Elle définit la quantité qu'il faut fournir à un corps d'une masse de 1kg pour augmenter sa température de 1°C. Elle s'exprime en (J.kg<sup>-1</sup>. °K<sup>-1</sup>).

#### c- La diffusivité thermique *D*<sub>f</sub>

La diffusivité thermique  $D_f$  exprimée en (m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>), est le paramètre le plus important pour décrire la propagation d'une onde thermique dans un milieu donné. Cette grandeur physique caractérise la capacité d'un milieu à transmettre une onde thermique d'un point à un autre de ce milieu. Elle est définie en fonction de la conductivité thermique  $K_t$ , de la chaleur spécifique  $C_m$  et de la masse volumique  $\rho_m$ du milieu comme suit :

$$D_f = \frac{K_t}{\rho_m C_m} \tag{I. 15}$$

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Bio Heat Transfert Equation

La diffusivité thermique est la vitesse à laquelle la chaleur se propage dans le milieu par conduction. Plus la valeur de la diffusivité thermique est faible, plus l'onde de chaleur mettra du temps à traverser le milieu.

#### IV. 2. 2 Les différents échanges thermiques dans le corps humain

D'après l'équation de Pennes (I. 26), les échanges thermiques se produisent dans le corps humain sous forme de quatre mécanismes. Ces processus d'échanges thermiques qui assurent le maintien de l'équilibre thermique sont les suivants :

- Génération de l'énergie thermique à l'intérieur du tissu par le métabolisme.
- Transfert de l'énergie par conduction thermique.
- Transfert de l'énergie par convection (circulation sanguine).
- Stockage de l'énergie par le tissu lors du régime transitoire.

La Figure I. 10 illustre les mécanismes des échanges thermiques dans un volume de contrôle V d'un tissu. Pour maintenir l'équilibre, l'énergie thermique générée par le métabolisme  $q_m$  est conduite aux tissus adjacents, transportée (par convection) par le flux sanguin ou stockée à l'intérieur du tissu.



Figure I. 10 Illustration des mécanismes de transfert de chaleur dans un volume [16].

#### a- Génération de chaleur par le métabolisme

Un organisme vivant fonctionne en réalisant un ensemble de réactions chimiques ce qui lui permet de se maintenir en vie. Ces processus biochimiques appelés métabolisme produisent de la chaleur à l'intérieur du tissu. Les facteurs qui influencent la production
de chaleur métabolique comprennent l'âge, le sexe, la taille, le stress, les hormones ainsi que le poids corporel global.

La puissance thermique générée par le métabolisme  $Q_m$  dans le volume V est donnée par la formule suivante :

$$Q_m = \int q_m dV \tag{I. 16}$$

Où  $q_m$  est la chaleur volumique produite dans le tissu (W/m<sup>3</sup>) qui peut généralement dépendre de la température.

#### b- Transfert de chaleur par conduction

La conduction thermique est un mode de transfert de chaleur induit par un gradient de température à l'intérieur du milieu sans mouvement de la matière. Ce mode de transfert est décrit analytiquement par la loi de Fourier (I. 17) qui considère le vecteur flux thermique proportionnel au gradient de température et à la conductivité thermique du milieu.

$$\overrightarrow{q_c} = -K_t \overrightarrow{\nabla T} \tag{I. 17}$$

La puissance thermique échangée par conduction  $Q_c(W)$  est déterminée par sommation du vecteur flux sur toute la surface A du volume V.

$$Q_c = \int K_t \nabla T. \vec{n} dA \tag{I. 18}$$

 $\vec{n}$  est le vecteur unité perpendiculaire à l'élément de surface dA.

Pour pouvoir transformer cette sommation sur la surface A en une sommation sur le volume V, la formule de la convergence a été utilisée. Dans le cas où le milieu est homogène et isotrope, l'équation (I. 18) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$Q_c = \int K_t \nabla^2 T. \, dV \tag{I. 19}$$

#### c- Transfert de chaleur par convection

Contrairement à la conduction thermique, la convection est un mode de transfert qui se produit quand un gradient de température induit un mouvement dans un fluide. Ce mode

de transfert thermique est exprimé mathématiquement par la loi de Newton qui permet de déterminer le flux de chaleur  $q_{conv}$  échangé par convection entre la surface d'un solide de température  $T_s$  est un fluide de température  $T_f$  comme suit :

$$q_{conv} = h_c \big( T_s - T_f \big) \tag{I. 20}$$

Avec  $h_c$  est le coefficient d'échange thermique par convection (W.m<sup>-2</sup>. °C<sup>-1</sup>)

Dans le corps humain, la chaleur produite par les différents tissus doit être absorbée par la circulation sanguine et transportée vers la surface du corps. Donc, lorsqu'il y a une différence entre la température du sang et le tissu à travers lequel il circule, le transfert de chaleur par convection se produit et modifie la température à la fois du sang et du tissu.

La modélisation de ce phénomène a été proposée en 1948 par Pennes qui a exprimé la quantité de chaleur échangée entre le tissu et le sang par la formule suivante :

$$q_b = \rho_b C_b \omega_b (T_b - T) \tag{I. 21}$$

Où  $\rho_b(kg.m^{-3})$  et  $C_b(J.kg^{-1}K^{-1})$  sont la densité et la chaleur spécifique du sang respectivement.  $\omega_b(kg.m^{-3}.s^{-1})$  est le taux de perfusion sanguine qui dépend généralement du tissu.

La puissance thermique évacuée par la circulation sanguine est la somme de  $q_b$  dans tout le volume V.

$$Q_b = \int q_b dV \tag{I. 22}$$

#### d- Stockage de l'énergie thermique dans le tissu

Lorsque la température du corps humain est constante, le taux de stockage de chaleur dans les tissus est pratiquement nul sur de longues durées. Dans les conditions transitoires, une partie de l'énergie générée ou transférée au volume V est stockée à l'intérieur du tissu.

Cette énergie stockée est déterminée par la sommation de la variation de la température dans tout le volume V en tenant compte de la densité  $\rho_m$  et de la chaleur spécifique  $C_m$ .

$$Q_s = \int \rho_m \, C_m \frac{\partial T}{\partial t} \, dV \tag{I. 23}$$

À partir de ces mécanismes d'échange thermique dans le vivant, et appliquant le principe de la conservation de l'énergie dans le volume V, la puissance métabolique est égale à la somme des puissances stockée, transférée et conduite. Soit :

$$Q_m = Q_s + Q_c + Q_b \tag{I. 24}$$

En remplaçant chaque puissance par son expression, on retrouve l'équation de biochaleur donnée dans (I. 14).

#### IV. 3. Le couplage électromagnétique thermique

Comme mentionné précédemment, pour une étude dosimétrique plus complète, l'aspect thermique doit être pris en compte en couplant les deux solveurs électromagnétique (EM) et thermique (TH). Il existe donc deux types de couplage, un couplage appelé « unidirectionnel » et un autre « bidirectionnel » :

#### IV. 3. 1 Couplage unidirectionnel

Le couplage unidirectionnel consiste à évaluer les pertes thermiques induites dans les tissus à partir du DAS calculé par le solveur EM et utilisées comme source de chaleur dans le solveur thermique TH sans tenir compte de la dépendance des paramètres diélectriques en fonction de la température.

Ce type de couplage est celui utilisé dans la majorité des études dosimétriques et par les logiciels commerciaux qui possèdent un solveur thermique.

#### IV. 3. 2 Couplage bidirectionnel

Comme on peut le voir sur la Figure I. 11, dans ce couplage, la dépendance des paramètres diélectriques en fonction de la température est prise en compte. À chaque itération, les valeurs de la permittivité et de la conductivité sont mises à jour.

Mettre à jour les paramètres diélectriques à chaque itération rend le calcul beaucoup trop grand et notamment dans le cas d'un temps d'exposition très long. Pour pallier à ce problème, Torres et al ont proposé dans [17] une technique pour accélérer la simulation thermique avec la méthode FDTD en multipliant l'équation de Pennes (I. 14) par un facteur d'accélération  $\alpha$  défini comme suit :

$$\alpha = \frac{T_{TH}}{T_{EM}} \tag{I. 25}$$

Où,

 $T_{TH}$  est le temps d'exposition.

 $T_{EM}$  est la durée du calcul électromagnétique.

En général, ce facteur  $\alpha$  est de l'ordre de 10<sup>9</sup> puisque le temps du phénomène électromagnétique (ps) n'a pas le même ordre de grandeur qu'un phénomène thermique (ms).

Pour ce genre de couplage, l'expression des paramètres diélectriques en fonction de la température est nécessaire. On trouve beaucoup d'études dans la littérature qui développent des techniques pour mesurer les paramètres diélectriques de différents tissus en fonction de la température pour différentes fréquences [18] [19] [20] [21] [22].



Figure I. 11 Le couplage bidirectionnel électromagnétique thermique.

Dans les études dosimétriques présentées dans ce manuscrit, nous avons considéré que l'élévation de température constatée n'influe pas sur les paramètres diélectriques des tissus. Par conséquent, nous avons couplé les deux solveurs par un simple couplage unidirectionnel.

# V. Outils de simulation

#### V. 1. Méthodes de résolution

Une étude dosimétrique numérique repose sur la résolution des équations de Maxwell et de Pennes par différentes méthodes numériques. On citera dans cette partie quelques méthodes couramment utilisées dans la littérature pour ce type de calcul.

#### V. 1. 1 FEM/BEM

La méthode des éléments finis (FEM<sup>13</sup>) est un outil de modélisation numérique largement répandu dans de nombreux domaines de la physique pour résoudre des problèmes décrits par des équations aux dérivées partielles.

Le principe de la FEM est de discrétiser le domaine de calcul en sous-domaines appelés éléments, ensuite d'associer à chacun de ces éléments un certain nombre de nœuds.

La méthode utilise depuis le début de sa mise en œuvre un maillage non structuré, le domaine de calcul est discrétisé en éléments sous forme de triangles, de rectangles ou des quadrilatères pour des structures en 2D comme montré sur la Figure I. 12(a), ou des hexaèdres ou tétraèdres pour des problèmes 3D (Figure I. 12 (b)). Ce type de maillage non structuré offre à la méthode un avantage majeur pour modéliser des structures complexes et hétérogènes, mais cela exige une grande taille de stockage et un temps de calcul énorme. Cette méthode est utilisée par la société ANSYS pour développer le logiciel commercial HFSS.



Figure I. 12 Différents types de maillage utilisé par la FEM (a) 2D (b) 3D.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Finite Element Method

On trouve aussi une autre méthode qui utilise les mêmes notions que la méthode des éléments finis (FEM) appelée la méthode des éléments de frontière (BEM<sup>14</sup>). C'est une méthode qui repose sur la résolution d'équations différentielles partielles écrites sous forme d'équations intégrales sur les frontières du domaine étudié. Contrairement à la FEM, la BEM nécessite une discrétisation de la surface plutôt qu'une discrétisation de l'ensemble du domaine du calcul. Ce gain d'une dimension de l'espace lors de la discrétisation constitue un des principaux avantages de la méthode. Cependant, cette méthode est adaptée seulement au traitement des problèmes linéaires et homogènes ou grossièrement hétérogènes dans lesquels le domaine est infini ou dont le rapport volume/surface est important.

#### V. 1. 2 FDTD

La FDTD<sup>15</sup> est la méthode temporelle la plus utilisée pour les études dosimétriques grâce à sa simplicité d'implémentation, elle est aussi utilisée par plusieurs logiciels commerciaux comme SEMCAD [23]. La méthode a été proposée pour la première fois par K.Yee en 1966 [24] pour modéliser les phénomènes de propagation des ondes en résolvant les équations de Maxwell. Le principe de la méthode consiste à approcher les dérivées spatiales et temporelles en utilisant les différences finies centrées. La discrétisation spatiale du domaine du calcul est effectuée en utilisant la grille de Yee illustrée dans Figure I. 13. Le champ électrique E et magnétique H sont calculés avec un décalage d'un demi pas dans l'espace et dans le temps. À chaque  $\frac{\Delta t}{2}$ , les champs E et H sont mis à jour alternativement en utilisant le schéma dit « Leap-frog » ou saut de mouton présenté sur Figure I. 14.



Figure I. 13 La grille de discrétisation de Yee

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Boundary Element Method

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Finite-Difference Time Domain



Figure I. 14 Le modèle « Leap-Frog ».

Afin d'assurer la stabilité de l'algorithme itératif FDTD, une condition appelée CFL<sup>16</sup> qui établit une relation entre la taille du maillage et le pas temporel est nécessaire :

$$\Delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}}$$
(I. 26)

Avec c la vitesse de la lumière,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  sont respectivement les dimensions de la grille suivant les axes x, y et z.

Nos premiers résultats TLM seront comparés avec ceux obtenus par l'algorithme FDTD développé par M. Cueille durant sa thèse [25].

#### V. 1. 3 FIT

La technique d'intégration finie ou FIT<sup>17</sup> a été introduite pour la première fois en 1977 par Weiland [26]. Elle a depuis été appliquée pour résoudre différents problèmes électromagnétiques. La méthode de discrétisation utilisée par la FIT est similaire à celle de la FDTD pour des milieux homogènes. Cependant, la FIT transforme les équations de Maxwell en leurs formes intégrales d'où le nom intégration. Le principe de cette méthode est présenté sur la Figure I. 15. La discrétisation spatiale des équations de Maxwell est réalisée à la fois dans la grille principale (gris) et la grille secondaire (bleue) qui sont orthogonales. La principale se réfère à la tension électrique et au flux magnétique, la seconde se réfère à la tension magnétique et au flux électrique.

Comme la FDTD, la méthode FIT nécessite la même condition CFL (I. 26) pour assurer la stabilité du calcul numérique. Le principal avantage par rapport à la FDTD est la possibilité de caractériser deux milieux différents dans la même maille ce qui permet de réduire le nombre global de mailles pour une précision équivalente.

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Courant-Friedrich-Levy

<sup>&</sup>lt;sup>17</sup> Finte Integration Technique

Cette méthode est la méthode de base utilisée par CST pour commercialiser leur logiciel CST STUDIO.



Figure I. 15 Principe de la méthode FIT.

#### V. 1. 4 TLM

La méthode TLM<sup>18</sup> est une méthode numérique temporelle développée à l'origine en 2D par P. Johns et Beurle en 1971[27] pour résoudre les équations de Maxwell. Elle est basée sur l'analogie entre la propagation du champ électromagnétique dans un milieu donné et la propagation des tensions et courants dans des lignes de transmissions. Le domaine de calcul est considéré alors comme un réseau de lignes de transmission interconnectées entre elles. Grâce au développement du nœud condensé symétrique (SCN<sup>19</sup>) (Figure I. 16) quelques années après, la co-localisation spatio-temporelle du champ E et du champ H au centre du nœud offre à la TLM un avantage majeur par rapport aux autres méthodes pour les études dosimétriques dans des milieux fortement hétérogènes.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Transmission Line Matrix

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Symmetrical Condensed Node



Figure I. 16 Le Nœud Symétrique Condensé (SCN).

Contrairement à la TLM où le champ électrique est calculé au centre de chaque cellule, la FIT/FDTD évalue le champ électrique sur l'arête de la cellule, et donc à l'interface de quatre tissus différents. Cela conduit à une moyenne des caractéristiques électriques et par conséquent à une approximation des résultats (Figure I. 17). Cet avantage de la TLM par rapport à la FIT/FDTD lui permet d'assurer une convergence plus rapide et un traitement d'interfaces plus précis.



Figure I. 17 Prise en compte des interfaces par les nœuds TLM et FIT [28].

Pour confirmer cet avantage, une étude a été faite par des ingénieurs de la DGA Techniques Aéronautiques [28] où ils étudient la convergence des deux méthodes TLM et la FIT en comparant les résultats dosimétriques de chacune d'elles sur un fantôme fortement hétérogène. Les deux simulations ont été réalisé par les solveurs TLM et FIT proposés par CST. On voit bien sur la Figure I. 18, qu'avec une discrétisation de 8mm, le  $DAS_{10g}$  simulé par la TLM est le même pour un maillage correspondant à la taille du voxel (8mm) et un maillage plus fin (4mm), ce qui n'est pas le cas avec la FIT.

On présentera en détails, dans le chapitre 2, le principe de la méthode TLM ainsi que l'algorithme utilisé en électromagnétisme et en thermique.



Figure I. 18 Influence du maillage sur le  $DAS_{10g}$  simulé par la TLM et la FIT [28].

#### V. 1. 5 ADI

La méthode des directions implicites alternées  $(ADI^{20})$  est une méthode qui a été proposée par Douglas, Peaceman and Rachford en 1955 [29] basée aussi sur les différences finies pour résoudre les équations aux dérivées partielles. Le principe de l'ADI est de réduire un problème de *d* dimensions à *d* successions de problèmes d'une seule dimension. Comme son nom l'indique, elle consiste à résoudre le problème en considérant toutes les valeurs du champ selon la direction x comme connues (explicites), les valeurs selon la direction y étant implicites, et en alternant entre les directions à chaque pas de temps. Ceci permet de s'affranchir d'un pas temporel maximum.

L'utilisation de cette méthode pour résoudre l'équation de la chaleur a fait l'objet de plusieurs publications [30][31][32][33].

#### V. 1. 6 Synthèse

Nous avons présenté rapidement quelques méthodes numériques les plus utilisées pour résoudre les problèmes électromagnétiques et thermiques. Il s'agit à présent d'analyser

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Alterning Direction Implicit

leur application aux études dosimétriques dans des milieux fortement hétérogènes. Nous présentons dans le tableau ci-dessous (Tableau I. 5) une synthèse des méthodes présentées.

|          | Avantages   | Limitations  |
|----------|---|--|
| FEM      | <ul> <li>Modélisation des structures<br/>complexes et hétérogènes.</li> </ul>   | <ul> <li>Ressources informatiques importantes.</li> <li>Temps de calcul énorme.</li> <li>Difficile à paralléliser.</li> </ul>  |
| BEM      | <ul> <li>Maillage réduit (gain en temps de calcul).</li> <li>Traitement des milieux infinis ou semi-infinis.</li> </ul>       | <ul> <li>Adaptée à des structures<br/>homogènes.</li> <li>Difficile à paralléliser.</li> </ul>   |
| FDTD/FIT | <ul><li>Principe et implémentation<br/>simple.</li><li>Facile à paralléliser.</li></ul>                                       | <ul> <li>Condition de stabilité.</li> <li>Approximation dans le traitement des interfaces entre des milieux différents.</li> </ul>   |
| TLM      | <ul> <li>Convergence rapide.</li> <li>Traitement efficace des milieux hétérogènes.</li> <li>Facile à paralléliser.</li> </ul> | <ul><li>Condition de stabilité.</li><li>Staircasing.</li></ul>   |
| ADI      | <ul> <li>Simple à implémenter.</li> <li>Nécessite moins de mémoire<br/>que la FDTD.</li> </ul>                                | <ul> <li>Dispersion qui augmente<br/>avec Δt.</li> <li>Plus de temps de calcul en<br/>raison de manipulations<br/>matricielles impliquées dans<br/>l'algorithme.</li> <li>Difficile à paralléliser.</li> </ul> |

Tableau I. 5 Récapitulatif des méthodes numériques.

On constate que la méthode TLM présente des avantages significatifs tels que le traitement des interfaces pour des études dosimétriques dans des milieux fortement hétérogènes.

Beaucoup de logiciels commerciaux ont été mis au point pour les simulations électromagnétique et thermique basées sur les méthodes numériques présentées précédemment. Nous rappelons dans cette partie les logiciels les plus utilisés.

#### V. 2. Les logiciels commerciaux

#### V. 2. 1 ANSYS\_HFSS

HFSS est un outil de simulation électromagnétique 3D basé sur la méthode fréquentielle des éléments finis (FEM) présentée précédemment, il est développé par la société américaine ANSYS. Cet outil fait partie des logiciels commerciaux les plus utilisés par les laboratoires de recherche et les industriels. ANSYS inclut un solveur multi-physique qui permet par exemple d'étudier les effets thermiques.

#### V. 2. 2 SEMCAD/SIM4LIFE

La société suisse SPEAG développe depuis quelques années le logiciel SEMCAD basé sur la méthode FDTD. Ce logiciel intègre différents types de solveurs adaptés pour différentes applications comme « Antenna Solution » qui permet d'étudier la propagation et le rayonnement des ondes électromagnétiques. SPEAG collabore avec ZMT<sup>21</sup> qui développe à son tour un logiciel appelé Sim4life basé aussi sur la FDTD et très utilisé dans le domaine dosimétrique et médical (Imagerie médicale, traitements thérapeutiques..). Sim4life propose des outils numériques comme « Poser » qui permet de manipuler la position des fantômes afin de réaliser des études dosimétriques dans des situations réelles, et « P-Thermal » un outil qui permet de modéliser le transfert de la température dans les tissus humains.

#### V. 2. 3 CST

La compagnie allemande CST<sup>22</sup> développe une gamme de logiciels pour la simulation électromagnétique principalement basés sur la méthode FIT. Le produit le plus utilisé est CST Studio Suite, il comprend des modules permettant de faire des simulations pour différentes applications (antennes, filtres, câbles, dosimétrie...). Cet outil, dans sa dernière version, propose une « base de données » d'antennes paramétrées appelée « Antennas Magus » qui permet aux concepteurs d'accélérer le design et la modélisation de leurs antennes. Pour les études dosimétriques, CST Studio Suite supporte les modèles de voxels et propose une famille de modèles hétérogènes humains (CST Voxel Family) non incluse dans la licence de base. L'outil permet de faire aussi des co-simulations entre les différents modules, par exemple importer la distribution de champ dans le module multi-physiques pour calculer les effets thermiques.

Ce logiciel intègre un solveur basé sur la méthode TLM que nous n'avons pas utilisé parce qu'il ne permet pas de simuler la distribution thermique.

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> Zurich MedTech

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> Computer Simulation Technology

Notons qu'il existe d'autres logiciels commerciaux comme COMSOL Multiphysics qui est basé aussi sur la méthode FEM et qui propose un module pour simuler le transfert de la chaleur.

Nous disposons au LEAT des dernières versions des logiciels HFSS et CST Studio Suite. Pour valider notre algorithme, nous avons choisi d'utiliser ce dernier pour comparer nos résultats dosimétriques simulés avec le code TLM.

#### V. 3. Les ressources matérielles

#### V. 3. 1 Simulations TLM

Le temps de calcul numérique en général est limité par les ressources informatiques utilisées. Afin de palier à cette limitation et pouvoir faire des simulations plus réalistes, il existe la technique de parallélisation d'un code de calcul.

Le code TLM du LEAT est parallélisé depuis plusieurs années et utilise les supercalculateurs proposés par le CINES<sup>23</sup> installé à Montpellier. C'est pourquoi le module thermique développé durant ma thèse a été également parallélisé pour pouvoir effectuer des études dosimétriques sur des modèles humains en un temps raisonnable.

Le calculateur sur lequel nous avons travaillé est présenté sur Figure I. 19, il s'agit du cluster Bull « Occigen » qui est un supercalculateur scalaire parallèle d'une puissance théorique maximum de 2,1 Pflop/s. La machine était au 26<sup>ème</sup> rang mondial du classement Top500 de novembre 2014.



Figure I. 19 La machine Bull « Occigen » du CINES [34].

Le cluster Occigen est composé de 2106 nœuds, dont chaque nœud contient de processeurs. Chacun de ces processeurs comprend 12 cœurs (Haswell à 2.6 GHz) avec

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Centre Informatique National d'Enseignement Supérieur

plus de 2.6Go de mémoire par cœur. Au total, la machine de calcul possède 50544 cœurs.

#### V. 3. 2 Simulations CST Studio Suite

Comme mentionné précédemment, nous avons choisi le logiciel commercial CST Studio Suite pour comparer les résultats TLM. Les simulations réalisées avec ce logiciel ont été effectuées sur une machine locale de marque Dell avec un processeur intel Xeon® X5482 à 3,2GHz composée de 4 cœurs avec une mémoire totale de 12 Go (Figure I. 20).



Figure I. 20 Machine de simulation CST.

## VI. Etudes dosimétriques avec aspect thermique

Face à l'accroissement incessant des sources électromagnétiques, de nombreuses questions se posent sur leurs effets sanitaires, ce qui a conduit à plusieurs études dosimétriques numériques ou expérimentales reliant l'électromagnétisme et le thermique.

Concernant l'élévation de la température dans les tissus biologiques dus à l'exposition aux ondes électromagnétiques, elle a été abordée dans plusieurs publications :

P. Bernardi et son équipe de l'université de Rome s'intéressent depuis plusieurs années à des études dosimétrique reliant l'électromagnétisme et la thermique. En 1998, dans [35], les auteurs ont évalué l'élévation de la température induite dans un œil humain exposé à une onde plane à la fréquence de 6 GHz. Le DAS et la température ont été calculés dans un modèle anatomique d'un œil humain avec une résolution de 0,5mm en utilisant un code basé sur la méthode FDTD. Une augmentation thermique de 0,04°C a été constatée dans l'œil pour une densité de puissance de 1mW/cm<sup>2</sup> à la fréquence de 6GHz. Dans [36], Hirata et son équipe ont eux aussi étudié l'exposition de l'œil humain à des ondes électromagnétiques dans la gamme de fréquences entre 600MHz et 6GHz en analysant avec la FDTD l'influence de la polarisation de l'onde et de la taille de l'œil sur le DAS et la température induite dans les tissus.

En 1999, Van Leeuwen et al dans [37] ont étudié numériquement avec la FDTD l'élévation de la température induite par un téléphone portable modélisé par une antenne dipôle dans une tête humaine. Pour une puissance émise de 250 mW qui correspond à la puissance maximale émise par un téléphone portable à 915MHz, un DAS<sub>10g</sub> de 1,6 W/Kg et une augmentation de la température de 0,11°C ont été relevé au niveau du cerveau.

Une autre étude dosimétrique a été effectuée par l'équipe de Bernadi dans [38] en 2000 où ils ont étudié l'influence des différents types d'antennes d'un téléphone portable sur la puissance absorbée par les tissus et l'élévation de la température correspondante. Cette étude numérique a été réalisée avec la méthode FDTD sur une tête hétérogène composée de 16 milieux différents exposée au champ rayonné par 4 différentes antennes d'un mobile (dipôle, monopôle, fouet et PIFA). Les résultats obtenus pour une puissance rayonnée de 600 mW montrent un DAS<sub>1g</sub> maximal au niveau de l'oreille de 2,2 à 3,7 W/Kg en fonction de l'antenne utilisée et sa position. L'augmentation maximale de la température après 50 minutes d'exposition a été obtenue au niveau de l'oreille et varie entre 0,22 et 0,43°C.

Hirata et al dans [39] se sont intéressés à l'élévation de la température dans une tête hétérogène de 14 milieux différents exposée à une antenne dipôle dans la gamme de fréquence de 900 MHz à 2,45 GHz positionnée à une distance de 12mm d'elle. Ils ont analysé l'influence de la fréquence et la polarisation de l'onde sur les résultats après une durée d'exposition de 30 minutes. Comme dans la plupart des études dosimétriques, la FDTD a été utilisée pour résoudre les deux problèmes électromagnétique et thermique.

Dans [40], les auteurs ont étudié la relation entre l'élévation maximale de température et le DAS moyenné sur une masse de 10g dans différents modèles de têtes hétérogènes (Duke, Bilie, Norman, Hanako et Taro) à des fréquences entre 1GHz et 10GHz. Des antennes dipôles positionnées à une distance de 25mm de l'oreille ont été utilisées pour chaque fréquence comme source d'exposition. Le DAS<sub>10g</sub> a été calculé en utilisant différents algorithmes de moyennage. Les auteurs ont constaté que le rapport entre l'augmentation maximale de la température et le DAS<sub>10g</sub> a été affecté par le modèle de la tête, surtout en hautes fréquences, et par l'algorithme de moyennage utilisé pour passer à un DAS<sub>10g</sub>.

Samaras et al ont mis en évidence dans [41] deux problèmes qui doivent être pris en compte dans la modélisation thermique avec la méthode FDTD dans le cas des structures hétérogènes exposées à des sources électromagnétiques. Ces deux sources d'erreur sont le traitement des interfaces entre différents tissus utilisé par la FDTD et l'effet marche d'escalier (staircasing en anglais) dû à l'utilisation de maillage cartésien.

Buccella et al dans [42] ont calculé numériquement le DAS et la distribution de la température dans l'œil humain avec une résolution de 0,5mm à la fois pour des expositions en champ proche et en champ lointain. Une antenne tri-bande PIFA intégrée

dans un téléphone portable et une antenne dipôle ont été adoptées comme principales sources d'exposition en champ proche, tandis que l'exposition en champ lointain a été modélisée par un champ d'ondes planes. Dans cette étude, le DAS a été simulé par le logiciel commercial CST Microwave Studio. Les résultats de simulation obtenus par la solution de l'équation de Pennes avec la méthode des différences finies pour plusieurs configurations de téléphones mobiles ont clairement montré qu'il n'y a pas d'augmentation de température importante dans la lentille pour ce genre d'exposition.

Dans le cas des études médicales, Qing-yuan Lin et al dans [43] ont étudié numériquement la distribution de la température dans un modèle de sein sans et avec une tumeur en résolvant l'équation de la chaleur avec la méthode FEM. Ils ont montré l'effet du métabolisme, de la perfusion sanguine ainsi que de la taille de la tumeur sur la distribution de la température dans le sein.

Morega et al ont présenté dans [44] le couplage bidirectionnel électromagnétique et thermique en tenant compte de la dépendance des paramètres diélectriques de la température dans le cas de l'hyperthermie. La méthode FEM a été à la fois utilisée pour calculer la puissance absorbée et la distribution de la température dans le volume de tissu exposé. Les auteurs ont constaté que dans le cas d'un couplage unidirectionnel (les paramètres diélectriques ne dépendent pas de la température), la puissance nécessaire pour atteindre la température de 45°C autorisée dans l'hyperthermie était de 1,43W, alors que dans le cas du couplage bidirectionnel, la puissance nécessaire pour avoir la même élévation de température était de 1,2W. D'après les résultats, la différence entre la distribution de la température dans les deux cas était faible, mais le contrôle de la température dans ce genre d'application est crucial.

Dans [45], Bernardi et al ont étudié numériquement avec la FDTD l'élévation de la température dans une tête hétérogène composée de dix-neuf tissus différents avec une résolution de 3 mm exposée au champ rayonné par un téléphone portable modélisé par une antenne bi-bandes fonctionnant aux fréquences 900 MHz et 1800 MHz. Une élévation de la température de 0,93°C et de 1,28°C a été obtenue au niveau de l'oreille aux fréquences 1800 MHz et 900 MHz respectivement pour une puissance rayonnée de 1W.

Hirata et al [46] ont développé un modèle thermique pour simuler l'élévation de la température du corps des enfants et la comparer à celle d'un adulte. Le modèle de l'enfant de 3 ans et celui de la femme adulte ont été exposés à la même onde plane avec une polarisation verticale. Pour un DAS corps entier fixé à 0,08W/Kg pour les deux modèles et une durée d'exposition de quatre heures, une élévation de température du corps de l'enfant de 0,03°C a été constatée ce qui est inférieur de 35% à celle de l'adulte. Cette différente de température est attribuée au rapport de la surface du corps à la masse.

L'exposition d'un cameraman aux émissions provenant d'une caméra sans fil a été étudié par Bernardi et son équipe dans [47] en s'intéressant seulement à la puissance absorbée par les tissus (DAS). Les simulations numériques ont été effectuées par l'utilisation du logiciel commercial CST Studio Suite. Pour une puissance rayonnée de 100mW dans la bande de fréquence de 2,5-2,7GHz, les résultats obtenus en termes de DAS étaient bien en dessous de la limite imposée par la réglementation européenne pour les travailleurs.

Selon la norme de l'ICE<sup>24</sup>, l'élévation de la température dans le fœtus doit être inférieure à 0,5°C dans un équipement de résonnance magnétique. Pour simuler la différence de température entre le fœtus et la mère, une équipe japonaise propose dans cet article [48], une nouvelle modélisation thermique pour un modèle hétérogène d'une femme enceinte avec une résolution de 2mm exposée à une onde plane à la fréquence de 80MHz. Pour une exposition d'une heure et avec un DAS corps entier de 2W/Kg, l'élévation de la température dans le fœtus est de 0,5°C, ce qui est supérieur à celle de la mère de 0,11°C.

Une nouvelle stratégie de simulation basée sur la méthode FDTD a été présentée dans ce papier [49] par Miry et al. Cette technique de simulation appelée "*Bilateral Dual Grille FDTD*" est appliquée pour analyser la transmission entre deux antennes implantées dans ou sur le corps humain. Elle peut être également appliquée pour calculer le DAS dans un endroit précis dans le corps humain. Le principe de cette méthode consiste à diviser la simulation globale en trois simulations FDTD séquentielles avec un maillage donné. Pour valider la technique, elle a été appliquée dans un premier temps à l'analyse de la transmission entre deux antennes PIFA à 2,45 GHz sur une partie du corps humain modélisée par un simple parallélépipède homogène. Dans un second temps, la nouvelle approche a été utilisée pour calculer le DAS dans le cerveau d'un fœtus à la fréquence de 900 MHz en utilisant cette fois-ci un modèle hétérogène d'une femme enceinte avec des voxels de taille de 2mm<sup>3</sup> exposé à une antenne dipôle placée à une distance de 40 mm du corps et avec une puissance rayonnée de 1W. La méthode a montré son gain en termes de temps de simulation (7.5 fois plus rapide) pour des résultats similaires à ceux obtenus avec la FDTD.

L'élévation de la température produite par une antenne implantée dans un modèle sphérique d'une tête homogène pour contrôler la pression intracrânienne a été étudié dans [50] par Konstantinos et al. L'analyse numérique du débit d'absorption spécifique (DAS) ainsi que la distribution de la température ont été effectués avec le logiciel SEMCAD X. L'antenne utilisée dans cette étude fonctionne dans les deux bandes MICS<sup>25</sup> (401-406 MHz) et ISM<sup>26</sup> (2,4-2,48 GHz), elle a été placée à une distance de 1,3mm de la surface extérieure de la tête. Une élévation de température de 0,5°C et

<sup>&</sup>lt;sup>24</sup> Commission Électrotechnique Internationale

<sup>&</sup>lt;sup>25</sup> Medical Device Radiocommunications Service

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> Industrial, Scientific and Medical

2,7°C a été relevée dans la bande MICS et ISM respectivement pour une puissance d'entrée de 32,94mW.

Huang et al ont évalué dans [51] le DAS pour le traitement de la tumeur quand le champ électromagnétique est émis par une antenne à fentes pour l'ablation micro-ondes opérant à la fréquence de 2,45GHz. Le DAS simulé par CST pour une puissance d'entrée de 1W a été validé par des mesures de température à l'aide d'une sonde thermique dans un foie de porc pour une exposition de courte durée.

Les effets thermiques sur un modèle de tête faiblement hétérogène par un téléphone portable modélisé par une antenne PIFA opérant à 900 MHz avec une puissance de sortie de 250mW ont été étudiés par Stankovic et al dans [52]. Les simulations électromagnétiques et thermiques ont été faites sous le logiciel COMSOL basé sur la méthode FEM. Des mesures de l'élévation de la température au niveau de la surface de la tête ont été effectuées à l'aide d'une caméra thermique pour différents temps de conversation (5-10 et 15minutes) pour les comparer aux résultats thermiques de la simulation. Un accord entre les résultats obtenus par la simulation et ceux obtenus par la caméra thermique a été obtenu au niveau de la surface de la tête.

Une récente étude dosimétrique menée par Othman et al [53], a eu pour but d'étudier l'impact de la présence d'un implant médical conducteur dans le corps humain sur les résultats du DAS. Les simulations ont été réalisées sur les jambes d'un modèle hétérogène avec une antenne dipôle utilisée comme source électromagnétique fonctionnant à 3 fréquences différentes, 0.9, 1.8 et 2.4 GHz. L'implant est une plaque d'ostéosynthèse modélisée par un rectangle d'acier inoxydable fixée à l'os. La comparaison des résultats sans et avec l'objet métallique ont montré que la présence de ce dernier, pourrait augmenter la puissance absorbée par les tissus. À la fréquence de 900 MHz, les auteurs ont constaté une augmentation significative de plus de 3 fois du DAS<sub>10g</sub> dans les tissus à proximité de la plaque conductrice qui est due à la forte concentration de la densité de courant.

Dans [54], les auteurs ont confirmé que la présence d'un implant métallique modifie la distribution du DAS. Ce travail a été effectué sur un simple parallélépipède homogène qui modélise le torse d'un homme avec un pacemaker cardiaque implanté. Une antenne hélice proche du torse a été considérée comme source EM opérant à une fréquence de 150MHz. La comparaison des résultats sans et avec le pacemaker a montré que la distribution surfacique du DAS est affectée par la réflexion de l'onde électromagnétique au niveau de la surface métallique de l'implant.

Une étude récente [55] effectuée par J. Frère et al pour analyser l'exposition d'une personne à une onde plane en bande HF et VHF. Dans un premier temps, en utilisant CST, les auteurs ont exposé de face trois fantômes de morphologies différentes à une onde plane polarisée verticalement avec une densité de puissance de  $1 \text{W/m}^2$  pour des fréquences entre 30 et 90MHz. Le but était d'étudier l'influence de l'homogénéisation

des fantômes ainsi que l'impact des tissus en surface sur les valeurs du  $DAS_{CE}$  (corps entier) et le  $DAS_{10g}$ . Les résultats montrent que le  $DAS_{CE}$  dans les deux cas (hétérogènes et homogène) est analogue. Cependant, pour le DAS10g, un écart entre les deux cas a été observé pour les trois modèles. Dans un second temps, les auteurs ont exposé un seul modèle (Duke) à la même onde plane mais avec une densité de puissance de  $10W/m^2$  afin d'étudier l'élévation de la température dans le corps. Grâce au logiciel Sim4life, un  $DAS_{10g}$  maximal de 5W/Kg à la fréquence de 60MHz et une élévation de température de  $0.75^{\circ}$ C ont été obtenu au niveau de la surface de la cheville.

Plusieurs études dosimétriques reliant les deux domaines électromagnétique et thermique ont ainsi été réalisées dans le but de caractériser les effets des ondes électromagnétiques sur le vivant. La plupart de ces études ont été effectuées en utilisant la méthode FDTD ou des logiciels commerciaux basés sur la même méthode. Malgré les atouts de la méthode TLM, rares sont les études dosimétriques numériques qui l'utilisent comme méthode de résolution. C'est la raison pour laquelle nous avons décidé d'enrichir notre « code maison » pour le calcul de la dosimétrie en mettant en œuvre dans un premier temps un couplage thermique unidirectionnel utilisant le même schéma numérique.

# VII. Conclusion

Nous avons vu dans ce premier chapitre que le développement des technologies utilisant les ondes électromagnétiques ne cesse pas d'évoluer, et afin de protéger les utilisateurs, des normes de sécurité ont été imposées. Plusieurs études dosimétriques ont été menées et d'autres sont en cours pour étudier toujours l'interaction de ces ondes avec le vivant dans différents domaines d'applications.

Face aux difficultés rencontrées pour mettre en œuvre des mesures dosimétriques, la simulation numérique présente un outil performant qui permet de quantifier numériquement la puissance absorbée par les tissus et l'élévation de la température. Nous avons présenté les méthodes numériques les plus utilisées dans la littérature et nous avons fait le choix d'utiliser la TLM qui permet de bien traiter les interfaces dans les milieux hétérogènes tels que les milieux biologiques.

Le LEAT possède depuis plusieurs années un code TLM pour simuler des antennes de structures complexes. Pour pouvoir effectuer des simulations dosimétriques avec ce code TLM en tenant compte de l'aspect thermique, nous avons développé dans le cadre de cette thèse des « modules » pour calculer le DAS et l'élévation de la température correspondante. Cette étape fait l'objet du chapitre II.

L'algorithme thermique développé pour évaluer la variation de la température dans un corps hétérogène lors d'une exposition à un champ électromagnétique est basé sur le même schéma numérique que celui utilisé pour résoudre les équations de Maxwell, il

utilise le même maillage afin que le couplage électromagnétique thermique soit compatible et facile à mettre en œuvre.

L'objectif final de ce travail est d'avoir un outil de simulation plus performant permettant à l'équipe CMA de continuer à effectuer des études « bioélectromagnétiques » et de s'intéresser à des nouvelles applications (thérapeutiques, bio-médicales...).

#### Références

[1] Philippe Perrissol, "Conception d'antennes pour biocapteurs implantables," Université de Nice-Sophia Antipolis, 12-Aug-2015.

[2] Hafedh HAMOUDA, "Conception d'antennes miniatures intégrées à leur support pour applications en télémédecine mobile," Université de Nice-Sophia Antipolis, 2014.

[3] A. de l'Afsset, "Les systèmes d'identification par radiofréquences (RFID),"2009.

[4] H. Bassen and G. Smith, "Electric field probes--A review," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 31, no. 5, pp. 710–718, Sep. 1983.

[5] H. Togo, N. Shimizu, and T. Nagatsuma, "Tip-on-fiber electro-optic probe for near-field measurement," *NTT Tech. Rev.*, vol. 4, pp. 12–20, 2006.

[6] Jean-Claude FESTINGER, Capteurs a Fibres Optiques Mesures et Controles,Ed. Techniques Ingénieur.

[7] R. W. Y. Habash, *Bioeffects and therapeutic applications of electromagnetic energy*. Boca Raton: CRC Press, 2008.

[8] L. Benetazzo, M. Bertocco, M. Farias, and A. Sona, "Evaluation of the electromagnetic field radiated by shortwave and microwave diathermy equipment," in *Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2003. IMTC'03. Proceedings of the 20th IEEE*, 2003, vol. 2, pp. 930–933.

[9] "http://www.slideshare.net/sreerajsr/microwave-diathermy.".

[10] "http://sams-international.com/product/microwave-diathermy-biowave-hm-801c.".

[11] T. A. and C. J., "Principles and Application of RF System for Hyperthermia Therapy," in *Hyperthermia*, N. Huilgol, Ed. InTech, 2013.

[12] "http://orbhealthcare.com/index.php/en/products/bsd-2000.".

[13] T. Wu, T. S. Rappaport, and C. M. Collins, "Safe for Generations to Come: Considerations of Safety for Millimeter Waves in Wireless Communications," *IEEE Microw. Mag.*, vol. 16, no. 2, pp. 65–84, Mar. 2015.

[14] S Gabriel, R W Lau, and C Gabriel, "The dielectric properties of biological tissues: III. Parametric models for the dielectric spectrum of tissues," *Phys Med Biol*, vol. 41, pp. 2271–2293, Apr. 1996.

[15] H. H. Pennes, "Analysis of Tissue and Arterial Blood Temperatures in the Resting Human Forearm," *J. Appl. Physiol.*, vol. 1, no. 2, pp. 93–122, Aug. 1948.

[16] Philippe Roussel, "Microcapteur de conductivité thermique sur caisson épais de silicium poreux pour la mesure de la microcirculation sanguine," L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON, Lyon-France, 1999.

[17] F. Torres and B. Jecko, "Complete FDTD analysis of microwave heating processes in frequency-dependent and temperature-dependent media," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 45, no. 1, pp. 108–117, 1997.

[18] D. Faktorová, "Microwave Characterisation of Frequency and Temperature Dependence of Beef Bone Dielectric Properties Using Waveguide Measurement System," in *Proc. of the Measurement 09 Conference*, 2009, pp. 20–23.

[19] D. Faktorova, "Temperature dependence of biological tissues complex permitivity at microwave frequencies," *Adv. Electr. Electron. Eng.*, vol. 7, no. 1–2, p. 354, 2008.

[20] C. L. Brace, "Temperature-dependent dielectric properties of liver tissue measured during thermal ablation: Toward an improved numerical model," in 2008 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, 2008, pp. 230–233.

[21] M. Lazebnik, M. C. Converse, J. H. Booske, and S. C. Hagness, "Ultrawideband temperature-dependent dielectric properties of animal liver tissue in the microwave frequency range," *Phys. Med. Biol.*, vol. 51, no. 7, pp. 1941–1955, Apr. 2006.

[22] Shrivastav B.D, Barde R, Mishra A, and Phadake S, "Frequency and Temperature Dependence of Dielectric Properties of Fish Scales Tissues," *Res. J. Phys. Sci.*, vol. Vol. 1(6), pp. 24–29, Jul. 2013.

[23] "http://www.speag.com/products/semcad.".

[24] Kane Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, no. 3, pp. 302–307, May 1966.

[25] M. CUEILLE, "Contribution à la modélisation multiphysique, électromagnétique, thermique et hydrodynamique, appliquée à la dosimétrie des systèmes d'exposition aux rayonnements électromagnétiques non ionisants," XLIM-Limoges, 2007.

[26] Weiland, T, "A discretization method for the solution of Maxwell's equations for six-component fields," *Electron. Commun. AEU*, vol. 31, No. 3, pp. 116–120, 1977.

[27] P. B. Johns and R. L. Beurle, "Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix," *Electr. Eng. Proc. Inst. Of*, vol. 118, no. 9, pp. 1203–1208, 1971.

[28] A. Laisné and J. Drouet, "Comparison of finite integration technique (fit) and transmission line matrix (tlm) for numerical dosimetry in hf/vhf band," in *Electromagnetic Compatibility (EMC EUROPE), 2013 International Symposium on*, 2013, pp. 659–664.

[29] D. W. Peaceman and H. H. Rachford, "The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equations," *J Soc Indust Appl Math*, no. 3, pp. 28–41, 1955.

[30] J. Douglas and D. W. Peaceman, "Numerical solution of two-dimensional heat-flow problems," *AIChE J.*, vol. 1, no. 4, pp. 505–512, 1955.

[31] V. Singh, A. Roy, R. Castro, K. McClure, R. Dai, R. Agrawal, R. J. Greenberg, J. D. Weiland, M. S. Humayun, and G. Lazzi, "On the Thermal Elevation of a 60-

Electrode Epiretinal Prosthesis for the Blind," *IEEE Trans. Biomed. Circuits Syst.*, vol. 2, no. 4, pp. 289–300, Dec. 2008.

[32] S. Pisa, M. Cavagnaro, E. Piuzzi, P. Bernardi, and J. C. Lin, "Power density and temperature distributions produced by interstitial arrays of sleeved-slot antennas for hyperthermic cancer therapy," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 51, no. 12, pp. 2418–2426, Dec. 2003.

[33] A. Ibrahiem, C. Dale, W. Tabbara, and J. Wiart, "Analysis of the temperature increase linked to the power induced by RF source," *Prog. Electromagn. Res.*, vol. 52, pp. 23–46, 2005.

[34] "https://www.cines.fr/calcul/materiels/occigen/configuration/.".

[35] P. Bernardi, M. Cavagnaro, S. Pisa, and E. Piuzzi, "SAR distribution and temperature increase in an anatomical model of the human eye exposed to the field radiated by the user antenna in a wireless LAN," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 46, no. 12, pp. 2074–2082, 1998.

[36] A. Hirata, S.-I. Matsuyama, and T. Shiozawa, "Temperature rises in the human eye exposed to EM waves in the frequency range 0.6-6 GHz," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 42, no. 4, pp. 386–393, 2000.

[37] G M J Van Leeuwen, J J W Lagendijk, B J AM Van Leersum, A P M Zwamborn, S N Hornsleth, and A N T JKotte, "Calculation of change in brain temperatures due to exposure to a mobile phone," pp. 2367–2379, Mar. 1999.

[38] P. Bernardi, M. Cavagnaro, S. Pisa, and E. Piuzzi, "Specific absorption rate and temperature increases in the head of a cellular-phone user," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 48, no. 7, pp. 1118–1126, 2000.

[39] A. Hirata, M. Morita, and T. Shiozawa, "Temperature increase in the human head due to a dipole antenna at microwave frequencies," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 45, no. 1, pp. 109–116, Feb. 2003.

[40] A. Hirata, S. Ohta, I. Laakso, and O. Fujiwara, "Relationship between spatialaveraged SAR and temperature elevation in human head models from 1–10 GHz," in *Electromagnetic Compatibility, Tokyo (EMC'14/Tokyo), 2014 International Symposium on*, 2014, pp. 174–177.

[41] T. Samaras, A. Christ, and N. Kuster, "Effects of geometry discretization aspects on the numerical solution of the bioheat transfer equation with the FDTD technique," *Phys. Med. Biol.*, vol. 51, no. 11, pp. N221–N229, Jun. 2006.

[42] C. Buccella, V. De Santis, and M. Feliziani, "Prediction of Temperature Increase in Human Eyes Due to RF Sources," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 49, no. 4, pp. 825–833, Nov. 2007.

[43] Q. Lin, H. Yang, S. Xie, S. Chen, and Z. Ye, "Finite Element Analysis for Temperature Distribution of Breast," in *Complex Medical Engineering, 2007. CME 2007. IEEE/ICME International Conference on*, 2007, pp. 1075–1080.

[44] M. Morega, M. Neagu, and A. Morega, "Bidirectional coupling of electromagnetic and thermal processes in radiofrequency hyperthermia," 2008, pp. 257–262.

[45] "38 Bernardi2001\_Power Absorption and Temperature Elevations Induced in the human head.pdf.".

[46] A. Hirata, T. Asano, and O. Fujiwara, "Development of thermal model in a child and its application to dosimetry due to RF whole-body exposures," in *2008 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, 2008, pp. 3277–3280.

[47] P. Bernardi, M. Cavagnaro, M. La Rosa, S. Pisa, and E. Piuzzi, "Power absorption in the body of a cameraman exposed to the electromagnetic field emitted from a digital radio-camera," in *Microwave Conference, 2009. EuMC 2009. European*, 2009, pp. 882–885.

[48] A. Hirata, Y. Ishii, T. Nomura, and I. Laakso, "Computation of temperature elevation in fetus due to radio-frequency exposure with a new thermal modeling," in

2013 35th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2013, pp. 3753–3756.

[49] C. Miry, R. Loison, and R. Gillard, "An Efficient Bilateral Dual-Grid-FDTD Approach Applied to On-Body Transmission Analysis and Specific Absorption Rate Computation," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 58, no. 9, pp. 2375–2382, Sep. 2010.

[50] K. A. Psathas and K. S. Nikita, "Temperature elevation produced by miniature implantable antennas for Intracranial Pressure Monitoring," in *General Assembly and Scientific Symposium (URSI GASS), 2014 XXXIth URSI*, 2014, pp. 1–4.

[51] C.-F. Huang, C.-F. Li, and H.-Y. Chao, "The study of SAR distribution in microwave ablation for tumours," in *2015 Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility (APEMC)*, 2015, pp. 24–26.

[52] V. Stanković, D. Jovanović, D. Krstić, N. Cvetković, and V. Marković, "Thermal effects on human head from mobile phones," in *Telecommunication in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services (TeLSIKS), 2015 12th International Conference on*, 2015, pp. 205–208.

[53] N. Othman, N. A. Samsuri, M. K. A. Rahim, and N. A. Elias, "SAR in the presence of conductive medical implant at 0.9, 1.8 and 2.4 GHz due to close proximity antenna," in *2016 10th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, 2016, pp. 1–5.

[54] Denshi Jōhō Tsūshin Gakkai (Japan), 2015 International Symposium on Antennas and Propagation (ISAP). 2015.

[55] J. Frère, A. Alcaras, C. Lemoine, G. Le Cadre, M. Zhadobov, and R. Sauleau, "Impact du débit d'absorption spécifique sur les effets thermiques d'une personne exposée à une onde plane en bandes HF et VHF," in *18ème colloque international et exposition sur la compatibilité électromagnétique (CEM 2016)*, 2016.

# Chapitre II. Développement d'un Modèle TLM Thermique

#### **SOMMAIRE :**

| I. Introduction                                  | 50 |
|--|----|
| II. La méthode des lignes de transmissions (TLM) | 50 |
| III. Débit d'Absorption Spécifique               | 59 |
| IV. Le modèle TLM thermique                      | 63 |
| V. Étude de la dispersion et de la stabilité     | 75 |
| VI. Conclusion                                   | 89 |
| Références                                       | 91 |

## I. Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter les outils nécessaires pour des études dosimétriques plus complètes. Après une brève présentation de la méthode TLM, de l'algorithme thermique utilisé dans la littérature ainsi que de l'outil pour calculer le débit d'absorption spécifique (DAS), nous détaillons le développement d'un nouveau modèle numérique TLM pour résoudre l'équation de la chaleur dans des milieux biologiques. Cet algorithme est basé sur le même schéma numérique que celui permettant de résoudre les équations de Maxwell. Ce modèle thermique permet de simuler la température et le flux de chaleur dans des milieux fortement hétérogènes exposés à des sources électromagnétiques.

Nous présentons également une étude complète de la dispersion et de la stabilité du modèle TLM thermique pour trouver les conditions sur la discrétisation spatiale et temporelle afin de minimiser l'erreur numérique et assurer la stabilité du calcul.

# II. La méthode des lignes de transmissions (TLM)

#### II. 1. La méthode TLM en électromagnétisme

La méthode des lignes de transmission, couramment notée par son acronyme anglais TLM pour Transmission Line Matrix, est une méthode numérique temporelle développée pour la première fois par Johns et Beurle en 1971[1]. Leur objectif était alors de modéliser numériquement en 2D la propagation spatio-temporelle des champs électromagnétiques en discrétisant dans l'espace et le temps les équations de Maxwell.

Cette technique de modélisation considère le domaine de calcul comme un réseau de nœuds interconnectés entre eux par des lignes de transmission qui assurent le transfert des impulsions. Elle est basée sur l'analogie entre la propagation du champ électromagnétique régie par les équations de Maxwell et la propagation des impulsions de tension et de courant dans un réseau de lignes de transmission [2].

Pour modéliser la propagation dans le réseau TLM, Johns avait appliqué le principe de Huygens décrit en 2D dans la Figure II. 1. Lorsqu'une impulsion arrive à un nœud, elle rencontre une discontinuité et elle sera partiellement réfléchie et transmise selon la théorie des lignes de transmission vers les quatre nœuds voisins. À l'itération suivante, chacun de ces nœuds se comporte comme une source donnant naissance à de nouvelles impulsions qui vont à leur tour se propager vers les nœuds voisins. Contrairement aux autres méthodes telles que la FDTD et la FEM qui ont des approches de discrétisation mathématique, la TLM est basée sur une approche de discrétisation physique.



Figure II. 1 Principe de Huygens dans réseau TLM 2D [3].

Ce processus itératif peut s'écrire sous une forme matricielle comme suit :

$$\begin{cases} V_r^{n+\frac{1}{2}} = [S] \cdot V_i^{n-\frac{1}{2}} \\ V_i^{n+\frac{1}{2}} = [C] \cdot V_r^{n+\frac{1}{2}} \end{cases}$$
(II. 1)

Avec,

- $V_i^{n-\frac{1}{2}}$  et  $V_r^{n+\frac{1}{2}}$  représentent respectivement les impulsions incidentes définies à l'instant  $\left(n-\frac{1}{2}\right)\Delta t$  et réfléchies définies à l'instant  $\left(n+\frac{1}{2}\right)\Delta t$ .
- [S] est la matrice de répartition qui permet d'écrire les impulsions réfléchies en fonction des incidentes.
- [C] est la matrice de connexion du nœud, elle permet de calculer les impulsions incidentes à l'instant  $\left(n + \frac{1}{2}\right)\Delta t$  en fonction des impulsions réfléchies déterminées à l'étape de répartition.

Le pas temporel  $\Delta t$  représente le temps nécessaire pour qu'une impulsion électromagnétique puisse se propager d'un nœud à l'autre, il est défini en fonction de la plus petite taille de maille  $\Delta l$  et la vitesse de la lumière  $c_0$  comme suit :

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{2c_0} \tag{II. 2}$$

#### II. 1. 1 Les nœuds TLM\_3D

La TLM a été développée à l'origine comme une méthode en deux dimensions basée sur les lignes de transmission pouvant être reliées entre elles en parallèle ou en série au niveau des nœuds. La combinaison de ces deux nœuds TLM\_2D a permis de proposer un nœud 3D appelé en anglais *'expanded node'* [4]. Le principal inconvénient de ce nœud réside dans le fait que les composantes du champ électromagnétique ne sont pas calculées au même endroit, ce qui rend le traitement des interfaces et la mise en œuvre d'un maillage de taille variable plus difficile.

Ces difficultés ont conduit au développement de nouveaux nœuds 3D passant par le nœud condensé asymétrique (*ACN pour Asymmertrical Condensed Node*) [5] jusqu'au nœud le plus largement utilisé, développé par Johns en 1987, nommé le nœud condensé symétrique (*SCN pour Symertrical Condensed Node*) [6]. Ce nœud permet de calculer toutes les composantes du champ électromagnétique en un seul point, ce qui facilite le traitement des milieux inhomogènes et la description des conditions limites.

La Figure II. 2 présente les trois nœuds TLM 3D qu'on vient de présenter.



Figure II. 2 Les nœuds TLM 3D.

Le nœud *SCN* est le nœud TLM le plus précis, il est composé des 12 impulsions reliant les nœuds ainsi que de 6 impulsions additionnelles localisées au centre du nœud (3 pour le champ électrique et 3 pour le champ magnétique). Ce nœud utilise un pas temporel qui tient compte du rapport h entre la plus grande et la plus petite maille (II. 3).

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{2hc_0} \tag{II. 3}$$

Lors de l'utilisation d'un maillage variable, le coefficient h augmente, le pas temporel  $\Delta t$  diminue et par conséquent, le temps de calcul ainsi que la mémoire de stockage peuvent devenir prohibitifs.

Pour surmonter ces difficultés, un nouveau nœud hybride a été développé à partir du *SCN*. Ce nœud est appelé le nœud HSCN pour *Hybrid Symetrical Condensed Node* [7], il est composé de 15 impulsions au lieu de 18 pour le nœud *SCN*. Quel que soit le maillage utilisé, le pas de temps de calcul imposé par le HSCN est le même que (II. 2).

On trouve également un autre nœud TLM appelé *SSCN*, pour *Symetrical Super Condensed Node* [8], composé uniquement de 12 impulsions, ce qui conduit à une plus faible consommation de l'espace mémoire.

Le prix à payer pour utiliser les deux nœuds *HSCN* et *SSCN* est une plus grande dispersion des résultats en fonction de la fréquence et une légère perte de précision numérique.

Des études ont montré que le meilleur compromis en termes de précision et espace de stockage est le nœud *HSCN*. Le LEAT a développé et continue à développer un code TLM basé sur le nœud *HSCN*.

#### II. 1. 2 Organigramme de l'algorithme TLM

L'algorithme fondamental de la méthode TLM est présenté Figure II. 3, il est décrit comme suit [3]:

- Fichier d'entrée : C'est notre interface graphique virtuelle, il contient la description totale du domaine du calcul (géométrie de la structure, les plans métalliques, les paramètres diélectriques des milieux, le maillage, les conditions limites, les composants électroniques...)
- Excitation : Les impulsions incidentes à l'instant  $\left(n \frac{1}{2}\right)\Delta t$  sont calculées à partir du type d'excitation (ondes planes, générateur de tension...).

- Calcul des champs : Toutes les composantes du champ sont calculées au centre de chaque cellule en fonction des impulsions incidentes déterminées précédemment.
- Répartition : Les impulsions réfléchies sont obtenues en fonction de celles incidentes.
- Connexion : Calculer les nouvelles impulsions incidentes en fonction de celles réfléchies en tenant compte de la variation d'impédance caractéristiques de chaque bras du nœud TLM par l'introduction d'un coefficient de réflexion.
- Fichier de sortie : Les champs électromagnétiques temporels sont régulièrement sauvegardés.



Figure II. 3 L'organigramme de la méthode TLM [3].

# II. 2. La méthode TLM pour la modélisation des effets thermiques

#### II. 2. 1 L'algorithme TLM utilisé dans la littérature

Le but de cette partie est de décrire l'algorithme TLM utilisé dans la littérature pour résoudre l'équation de la chaleur présentée ci-dessous.

$$\rho_m C_m \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (K_t \nabla T) - \rho_b C_b \omega_b (T - T_b)$$
(II. 4)

Cet algorithme TLM a été proposé pour la première fois en 2D par P.B Johns [9] en 1977 pour résoudre l'équation de la diffusion thermique. Il a ensuite été adapté à sa résolution 3D[10]. Cet algorithme est basé sur l'analogie avec l'équation des télégraphistes qui décrit la propagation dans un milieu avec des pertes (II. 5).

$$\nabla^2 \mathbf{V}(x, y, z, t) = a \left[ L_d C_d \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} + (2R_d C_d + L_d G_d) \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + 2R_d G_d \mathbf{V} \right]$$
(II. 5)

Où,

- V est ta tension au centre du nœud, en volt (V).
- t est le temps, en secondes (s).
- a est une constante qui représente la dimension de l'espace, elle égale 1, 2 ou 3.
- $R_d(\Omega/m), C_d(F/m), L_d(H/m)$  et  $G_d(S/m)$  sont respectivement la résistance, la capacité, l'inductance et la conductance linéiques. Elles sont exprimées en fonction de la longueur élémentaire  $\Delta x$  comme suit :

$$\begin{cases} R_{d} = \frac{R}{\Delta x} \\ C_{d} = \frac{C}{\Delta x} \\ L_{d} = \frac{2L}{\Delta x} \\ G_{d} = \frac{G}{\Delta x} \end{cases}$$
(II. 6)

Pour pouvoir modéliser la diffusion thermique avec la méthode TLM, le terme  $(L_d C_d \frac{\partial^2 V}{\partial t^2})$  dans l'équation (II. 5) est indésirable et doit être négligé. Cela conduit à imposer un pas temporel très petit ainsi qu'une faible valeur de la conductance G par rapport à la résistance et la capacitance [11].

À partir de ces simplifications, l'équation (II. 5) se réécrit sous la forme suivante :

$$\nabla^2 \mathbf{V}(x, y, z, t) = 2aR_d C_d \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + 2aR_d G_d \mathbf{V}$$
(II. 7)

Avec la TLM, le flux de chaleur est représenté physiquement comme une séquence d'impulsions se propageant dans un réseau de lignes de transmission. La tension V (température) au centre de chaque nœud est calculée en résolvant l'équation simplifiée (II. 7).

On remarque que les équations (II. 4) et (II. 7) ont la même structure, et donc par analogie, on peut écrire :

$$\begin{cases} V(x, y, z, t) \equiv \theta(x, y, z, t) \\ 2aR_dC_d \equiv \frac{\rho_m C_m}{K_t} \\ 2aR_dG_d \equiv \frac{\omega_b \rho_b C_b}{K_t} \end{cases}$$
(II. 8)

Avec  $\theta = T - T_b$ .

Le système d'équations (II. 8) décrit comment les paramètres du circuit électrique sont utilisés pour modéliser le problème de la diffusion thermique.

Pour pouvoir modéliser le flux thermique entre les nœuds et assurer le transfert des impulsions, la capacité thermique du nœud définie dans (II. 9) a été assimilée à une impédance caractéristique Z qui permet de connecter le nœud aux six nœuds voisins [12]. Sa définition est donnée dans (II. 10).

$$C = \rho_m C_m \Delta x \Delta y \Delta z \tag{II. 9}$$

$$Z = a \frac{\Delta t}{C}$$
(II. 10)

Où *a* est la constante définie précédemment, et  $\Delta t$  est le pas temporel.

Les résistances thermiques R et la conductance thermique G sont données dans le système d'équations (II. 11).
$$\begin{cases}
R_x = \frac{1}{2K_t \Delta x} \\
R_y = \frac{1}{2K_t \Delta y} \\
R_z = \frac{1}{2K_t \Delta z} \\
G = \omega_b \rho_b C_b \Delta x \Delta y \Delta z
\end{cases}$$
(II. 11)

Avec,

 $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  sont respectivement la taille de la cellule suivant les directions x, y et z.

À partir de tous ces éléments, le nœud TLM 3D équivalent utilisé dans la littérature est représenté sur la Figure II. 4 avec les numéros de chaque port.



Figure II. 4 Le nœud TLM 3D utilisé dans la littérature [13].

Maintenant que le nœud TLM est établi, le calcul des impulsions incidentes  $V_i$  et réfléchies  $V_r$  ainsi que la température au centre de chaque nœud peuvent être étudiés en suivant le principe de Huygens présenté précédemment.

Par application de la loi de Kirchoff, la température à l'instant n au centre du nœud est calculée en fonction des impulsions incidentes comme suit :

$$T_{i,j,k}^{n} = \left[\frac{2(V_{i,1}^{n} + V_{i,2}^{n})}{R_{x} + Z} + \frac{2(V_{i,3}^{n} + V_{i,4}^{n})}{R_{y} + Z} + \frac{2(V_{i,5}^{n} + V_{i,6}^{n})}{R_{z} + Z}\right]\frac{1}{Y}$$
(II. 12)

Où Y est l'admittance totale du nœud calculée en fonction des résistances thermiques et l'impédance caractéristique du nœud.

$$Y = \frac{2}{R_x + Z} + \frac{2}{R_y + Z} + \frac{2}{R_z + Z}$$
(II. 13)

Les impulsions réfléchies sont calculées en fonction des  $V_i$  et la température  $T_{i,j,k}^n$  de la façon suivante :

$$V_r^n = \frac{1}{R+Z} \left[ ZT_{i,j,k}^n + (R-Z)V_i^n \right]$$
(II. 14)

D'après le principe de la TLM, ces impulsions réfléchies à l'instant n vont devenir incidentes pour les nœuds voisins à l'itération n+1.

Le nœud TLM présenté ci-dessus est utilisé pour des structures homogènes avec un maillage constant. Si ce n'est pas le cas, un stub capacitif est introduit au centre du nœud et il est modélisé par une ligne de transmission de longueur  $\frac{\Delta l}{2}$  en circuit ouvert et une impédance caractéristique  $Z_s$  définie sous la forme suivante:

$$Z_s = \frac{\Delta t}{2C_s} \tag{II. 15}$$

Avec  $C_s$  la capacité du stub.

#### II. 2. 2 Conclusion

Le but de cette partie était de présenter brièvement l'algorithme TLM utilisé dans la littérature pour résoudre l'équation de la chaleur. Ce schéma numérique est basé sur l'approximation et l'analogie avec l'équation des télégraphistes.

# III. Débit d'Absorption Spécifique

Le LEAT dispose d'un code de calcul basé sur la méthode TLM. Les avantages de cette méthode en font un outil de simulation performant pour les structures complexes et fortement hétérogènes. Pour pouvoir l'appliquer à des études dosimétriques, il est nécessaire d'implémenter *"un module"* pour le calcul de DAS.

Comme présenté dans le chapitre I, l'exposition des tissus biologiques aux champs radiofréquences peut engendrer une augmentation de leur température. Cette interaction ondes/vivant est caractérisée par un paramètre appelé Débit d'Absorption Spécifique (DAS) exprimé en W/Kg et qui caractérise la quantité de puissance absorbée par les tissus. On peut le calculer en utilisant la formule suivante :

$$DAS = \frac{\sigma}{2\rho_m} |E|^2 \tag{II. 16}$$

Avec,

- $\sigma$  : Conductivité électrique du milieu (S/m).
- $\rho_m$ : Densité volumique du milieu (Kg/m<sup>3</sup>).
- *E* : Valeur crête du champ électrique (V/m).

La formule (II. 16) permet d'avoir le DAS pour chaque cellule (i,j,k) du milieu.

Pour assurer une protection des travailleurs et du public contre les effets des ondes électromagnétiques et contrôler indirectement l'augmentation de la température, des limites d'exposition en termes de DAS ont été imposées par l'ICNIRP et l'IEEE. Ces limites impliquent deux types de valeurs de DAS, on trouve le DAS dit 'corps entier' et le DAS local (cf. chapitre I).

#### III. 1. DAS corps entier

Dans le cas d'une exposition d'un corps humain à une source radiofréquence, la limite du DAS est de 0.08 W/Kg pour le public et de 0.4 W/Kg pour les travailleurs. Pour passer du DAS ponctuel défini dans (II. 16) au DAS moyenné sur le corps entier on peut utiliser la définition suivante :

$$DAS_{corps\ entier} = \frac{Puissance\ absorbée\ par\ le\ corps}{Masse}$$
(II. 17)

On peut réécrire (II. 17) en fonction du champ électrique E efficace sous la forme suivante :

$$DAS_{corps\,entier} = \frac{\int \sigma |E_{eff}|^2 dV}{\int \rho dV}$$
(II. 18)

#### III. 2. DAS local

Pour évaluer et limiter l'exposition locale aux ondes électromagnétiques, le DAS local a été introduit, il s'agit du DAS moyenné sur une masse de 10g de tissu. Il existe deux types d'algorithmes pour passer du DAS ponctuel au DAS moyenné [14]:

#### III. 2. 1 Moyenne cubique du DAS

Cet algorithme est basé sur l'élargissement dans toutes les directions du volume centré autour du voxel où on veut calculer la moyenne jusqu'à l'obtention d'un volume cubique dont la masse désirée est de n grammes. Pour que le voxel soit évalué, il faut que le volume pour la moyenne n'atteigne pas la surface externe du corps (Figure II. 5).

Dans la Figure II. 5 on trouve trois exemples de cette technique. En haut, la moyenne du DAS est calculée en utilisant les voxels gris et la valeur calculée est attribuée au volume central en noir. Au milieu, la moyenne est calculée en utilisant le volume cubique construit autour du voxel noir et il est également attribué au voxel en rouge, car il est impossible de construire un volume cubique centré autour du voxel rouge et qui n'a pas de surface limite avec au moins un voxel à l'intérieur du corps. En bas, le volume construit est invalide parce qu'il a une surface externe sans voxels internes au corps.



Figure II. 5 Exemples d'une moyenne cubique du DAS.

## III. 2. 2 Moyenne sphérique du DAS

Pour surmonter le problème rencontré dans le moyennage cubique, les auteurs de [15] ont proposé une nouvelle méthode de moyennage du DAS sur une masse donnée. Ils ont modifié la forme des volumes d'étalement, passant de cubique à sphérique afin de minimiser la distance entre les voxels du volume et son centre. Ceci permet d'obtenir une plus grande précision dans la méthode de calcul du DAS moyen car les voxels les plus proches de l'emplacement du voxel concerné font partie du volume de la moyenne.

L'algorithme augmente séquentiellement le rayon de la sphère autour du voxel concerné jusqu'à atteindre un volume de n-grammes. Au niveau des surfaces limites, il adapte la géometrie du volume d'une manière inconditionnelle avec des formes sphériques jusqu'à ce que le volume comprenne la masse requise (Figure II. 6).



Figure II. 6 Exemples d'une moyenne sphérique du DAS.

Le DAS moyenné sur une masse n donnée, peut être calculé en utilisant la formule suivante :

$$DAS_{n_g} = \frac{\left(\frac{n - n_{int}}{n_{ext}}\right) \sum (DAS \text{ dans les voxels externes}) + \sum (DAS \text{ dans les voxels internes}}{\left(\frac{n - n_{int}}{n_{ext}}\right) \sum (Nombre \text{ de voxels externes}) + \sum (Nombre \text{ de voxels internes})}$$
(II.19)

Avec,

- *n* est la masse souhaitée (g).
- *n<sub>int</sub>* est la masse des voxels internes (g).
- *n<sub>ext</sub>* est la masse des voxels externes (g).

Dans la Figure II. 6, on trouve deux cas de calcul de la moyenne sphérique. En haut de la figure, la moyenne du DAS est calculée en utilisant les voxels gris et la valeur calculée est attribuée au volume central en noir. En bas, la moyenne est calculée en

utilisant le volume sphérique en expansion dans l'échantillon, construit autour du voxel noir. De cette façon, nous sommes en mesure d'adapter la forme de l'objet à la géométrie de l'échantillon.

Dans nos travaux de recherches, nous avons adopté le deuxième algorithme pour passer d'un DAS localisé dans chaque cellule à un DAS local moyenné sur une masse donnée.

# IV. Le modèle TLM thermique

L'objectif est de proposer une nouvelle résolution spatio-temporelle de l'équation de Pennes basée sur la méthode TLM (II. 20) [16]. Cette équation caractérise bien la distribution de la chaleur dans les tissus humains en tenant compte de la circulation sanguine, du métabolisme et ainsi que de la puissance électromagnétique absorbée par le corps quand ce dernier est exposé à une source radiofréquence. Ce nouvel algorithme TLM est totalement différent de celui utilisé dans la littérature car il n'est pas basé sur l'analogie avec l'équation des télégraphistes.

$$\rho_m C_m \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (K_t \nabla T) - \rho_b C_b \omega_b (T - T_b) + P_{em} + P_{met}$$
(II. 20)

Où,

- *C* est la chaleur spécifique du tissu (*J*/(*Kg*.*K*)).
- $\rho$  est la masse volumique du tissu ( $Kg/m^3$ ).
- Les indices *m* et *b* font référence au milieu et au sang respectivement.
- $K_t$  représente la conductivité thermique du tissu (W/(m.K)).
- $\omega_b$  est le débit sanguin (*Kg/(m<sup>3</sup>.s)*).
- $P_{met}$  représente la chaleur produite par le métabolisme ( $W/m^3$ ).
- $P_{em}$  est la chaleur produite par le champ électromagnétique  $(W/m^3)$ .

Les étapes à suivre pour établir un calcul numérique basé sur la méthode TLM sont les suivantes :

- À l'itération  $\left(n \frac{1}{2}\right)$ , les impulsions incidentes sont connues.
- À l'itération (n), nous calculons la température et le flux au centre de chaque cellule en fonction des impulsions incidentes.
- À l'itération  $\left(n + \frac{1}{2}\right)$ , nous exprimons les impulsions réfléchies en fonction de la température, du flux et des impulsions incidentes.
- Les impulsions réfléchies deviennent des incidentes pour les cellules adjacentes à l'itération suivante.

Cette dernière phase nécessite le calcul du coefficient de réflexion à l'interface entre deux cellules lorsque ces dernières sont dans deux milieux différents.

#### IV. 1. Définitions des impulsions de tensions

Ce nouvel algorithme TLM est basé sur la dérivation de Jin et al [17], et afin de bien suivre cette dérivation, nous avons eu l'idée d'introduire le vecteur flux thermique défini par la loi de Fourier (II. 21) pour des milieux isotropes comme étant proportionnel au gradient de la température.

$$\phi = -K_t \,\overline{grad}(T) \tag{II. 21}$$

En intégrant (II. 21) dans (II. 20), on obtient :

$$\frac{\rho_m C_m}{3} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\rho_m C_m}{3} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\rho_m C_m}{3} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \phi_z}{\partial z}$$
(II. 22)  
=  $-\rho_b C_b \omega_b (T - T_b) + P_{em} + P_{met}$ 

Comme la méthode TLM est une méthode basée sur une résolution spatio-temporelle, les trois dimensions de l'espace et le temps sont échantillonnés comme suit :

$$\begin{cases} x = Xu \\ y = Yv \\ z = Zw \\ t = T_p \Delta t \end{cases}$$
 (II. 23)

Où,

*u*, *v*, *w* sont respectivement les dimensions de la cellule TLM suivant les directions x, y, z et  $\Delta t$  est le pas temporel.

X, Y, Z, T<sub>p</sub> sont les indices que l'on notera *i*, *j*, *k*, *n* pour plus de simplicité.

En utilisant la transformation (II. 23), l'équation de la chaleur modifiée (II. 22), peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\rho_m C_m}{3\Delta t} \frac{\partial T}{\partial T_p} + \frac{1}{u} \frac{\partial \phi_x}{\partial X} + \frac{\rho_m C_m}{3\Delta t} \frac{\partial T}{\partial T_p} + \frac{1}{v} \frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\rho_m C_m}{3\Delta t} \frac{\partial T}{\partial T_p} + \frac{1}{w} \frac{\partial \phi_z}{\partial z}$$
(II. 24)  
=  $-\rho_b C_b \omega_b (T - T_b) + P_{em} + P_{met}$ 

On peut encore simplifier l'équation (II. 24) pour pouvoir passer aux coordonnées mélangées plus facilement en l'écrivant sous cette forme :

$$\frac{\partial T}{\partial T_p} + \frac{\partial \phi'_x}{\partial X} + \frac{\partial T}{\partial T_p} + \frac{\partial \phi'_y}{\partial y} + \frac{\partial T}{\partial T_p} + \frac{\partial \phi'_z}{\partial z}$$

$$= -\frac{3\Delta t \rho_b C_b \omega_b}{\rho_m C_m} (T - T_b) + P'_{em} + P'_{met}$$
(II. 25)

Avec,

$$\begin{cases}
P'_{em} = \frac{3\Delta t}{\rho_m C_m} P_{em} \\
P'_{met} = \frac{3\Delta t}{\rho_m C_m} P_{met}
\end{cases}$$

$$\begin{cases}
\varphi'_x = \frac{3\Delta t}{u\rho_m C_m} \varphi_x \\
\varphi'_y = \frac{3\Delta t}{v\rho_m C_m} \varphi_y \\
\varphi'_z = \frac{3\Delta t}{w\rho_m C_m} \varphi_z
\end{cases}$$
(II. 26)

Pour former un nouveau système de coordonnées, nous introduisons le système (II. 27) qui mélange à la fois les coordonnées spatiales et temporelles.

$$\begin{cases} \kappa_x = X + T_p \\ \eta_x = X - T_p \end{cases}; \begin{cases} \kappa_y = Y + T_p \\ \eta_y = Y - T_p \end{cases}; \begin{cases} \kappa_z = Z + T_p \\ \eta_z = Z - T_p \end{cases}$$
(II. 27)

Avant d'utiliser ce nouveau système de coordonnées mélangées, nous rappelons une de ses propriétés :

Pour deux fonctions A et B dépendantes des variables (X,Y,Z) et  $T_p$ , nous pouvons écrire par exemple:

$$\frac{\partial A}{\partial X} + \frac{\partial B}{\partial T_p} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial (A+B)}{\partial \kappa_x} + \frac{\partial (A-B)}{\partial \eta_x} \right)$$
(II. 28)

Donc, l'équation (II. 25) peut être réécrite sous une nouvelle forme en utilisant la propriété (II. 28)

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial (\phi'_{x} + T)}{\partial \kappa_{x}} + \frac{\partial (\phi'_{x} - T)}{\partial \eta_{x}} \right) \\
+ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial (\phi'_{y} + T)}{\partial \kappa_{y}} + \frac{\partial (\phi'_{y} - T)}{\partial \eta_{y}} \right) \\
+ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial (\phi'_{z} + T)}{\partial \kappa_{z}} + \frac{\partial (\phi'_{z} - T)}{\partial \eta_{z}} \right) \\
= - \frac{3\Delta t \rho_{b} C_{b} \omega_{b}}{\rho_{m} C_{m}} (T - T_{b}) + P'_{em} + P'_{met}$$
(II. 29)

Après avoir écrit notre équation dans le système de coordonnées mélangées, nous appliquons ensuite les différences finies centrées au point (i, j, k) et à l'instant n.

$$\frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + \emptyset_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \left( T_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \emptyset_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} - \emptyset_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\
+ \frac{1}{2} \left( T_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \emptyset_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\
+ \frac{1}{2} \left( T_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + \emptyset_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \left( T_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} + \emptyset_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \left( T_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\
+ \frac{1}{2} \left( T_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - \emptyset_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\
+ \frac{1}{2} \left( T_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \emptyset_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\
+ \frac{1}{2} \left( T_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + \emptyset_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{2} \left( T_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \emptyset_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\
+ \frac{1}{2} \left( T_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \emptyset_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\
- \frac{3\Delta t \rho_b C_b \omega_b}{\rho_m C_m} \left( T_{i,j,k}^n - T_b^n \right) + P_{em}^{\prime n} + P_{met}^{\prime m}$$
(II. 30)

À partir de (II. 30), on peut faire apparaitre les impulsions incidentes et réfléchies qui sont définies à partir d'une combinaison linéaire de la température et du flux thermique aux surfaces de la cellule TLM. Les impulsions incidentes sont définies à l'instant  $\left(n + \frac{1}{2}\right)$ , et celles réfléchies sont définies à l'instant $\left(n - \frac{1}{2}\right)$ .

$$\begin{cases} V_{i,1}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,2}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,3}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,3}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,3}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i,j+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,3}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,5}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} + {\emptyset'}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ V_{i,6}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n$$

D'après le système d'équations (II. 31), notre nœud TLM thermique est composé de six ports comme présenté sur Figure II. 7.



Figure II. 7: Nœud TLM thermique tridimensionnel

## IV. 2. Calcul de la température et du flux

Cette étape consiste à déterminer l'expression de la température et le flux thermique au centre de chaque nœud et à chaque instant n.

À partir des définitions des impulsions (II. 31), nous obtenons une première équation qui lie les impulsions incidentes aux impulsions réfléchies.

$$\begin{pmatrix} V_{r,1}^{n} + V_{r,2}^{n} + V_{r,3}^{n} + V_{r,4}^{n} + V_{r,5}^{n} + V_{r,6}^{n} \\ = \begin{pmatrix} V_{i,1}^{n} + V_{i,2}^{n} + V_{i,3}^{n} + V_{i,4}^{n} + V_{i,5}^{n} + V_{i,6}^{n} \\ - \frac{3\Delta t\rho_{b}C_{b}\omega_{b}}{\rho_{m}C_{m}} (T_{i,j,k}^{n} - T_{b}^{n}) + P_{em}^{\prime n} + P_{met}^{\prime n}$$
(II. 32)

Pour pouvoir exprimer la température et le flux thermique à l'instant n en fonction des impulsions incidentes, nous appliquons les différences finies à l'équation (II. 25) à l'instant  $\left(n + \frac{1}{2}\right)$  en un point quelconque de coordonnées (i,j,k) :

$$3(T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n}) + \left( \varphi_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - \varphi_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right) + \left( \varphi_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - \varphi_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ + \left( \varphi_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \varphi_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ = -\frac{3\Delta t\rho_{b}C_{b}\omega_{b}}{\rho_{m}C_{m}} \left( T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{b}^{n+\frac{1}{2}} \right) + P_{em}^{n+\frac{1}{2}} + P_{met}^{n+\frac{1}{2}}$$
(II. 33)

On observe dans l'équation (II. 33) l'apparition les composantes du flux localisées aux extrémités de la cellule et définies à l'instant  $\left(n + \frac{1}{2}\right)$  qu'on peut éliminer en faisant le calcul suivant :

À partir de (II. 31),

$$V_{i,1}^{n+1} = \frac{1}{2} \left( T_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} + {\phi'}_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right)$$
(II. 34)

$$V_{r,1}^{n} = \frac{1}{2} \left( T_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - {\varphi'}_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right)$$
(II. 35)

Pour avoir l'expression de  ${\emptyset'}_{i,j-\frac{1}{2}k}^{n+\frac{1}{2}}$ , il suffit de calculer (II. 34)-(II. 35):

$$\emptyset'_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = V_{i,1}^{n+1} - V_{r,1}^{n}$$
(II. 36)

De la même manière, on trouve :

$$\begin{cases} \emptyset'_{i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = V_{i,1}^{n+1} - V_{r,1}^{n} \\ \emptyset'_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = V_{i,2}^{n+1} - V_{r,2}^{n} \\ \emptyset'_{i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = V_{i,3}^{n+1} - V_{r,3}^{n} \\ \emptyset'_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} = V_{i,4}^{n} - V_{i,4}^{n+1} \\ \emptyset'_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = V_{r,5}^{n} - V_{i,5}^{n+1} \\ \emptyset'_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = V_{r,6}^{n} - V_{i,6}^{n+1} \end{cases}$$
(II. 37)

Afin d'éliminer cette fois-ci les variables localisées au centre de la cellule et les exprimées à l'instant $\left(n + \frac{1}{2}\right)$ , on utilise les moyennes temporelles :

$$\begin{cases} T_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{T_{i,j,k}^{n+1} + T_{i,j,k}^{n}}{2} \\ T_{b}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{T_{b}^{n+1} + T_{b}^{n}}{2} \\ P_{em}^{\prime n+\frac{1}{2}} = \frac{P_{em}^{\prime n+1} + P_{em}^{\prime n}}{2} \\ P_{met}^{\prime n+\frac{1}{2}} = \frac{P_{met}^{\prime n+1} + P_{met}^{\prime n}}{2} \end{cases}$$
(II. 38)

En remplaçant les définitions (II. 37) et (II. 38) dans l'équation (II. 33), nous obtenons une deuxième équation qui relie les impulsions incidentes aux impulsions réfléchies.

$$3(T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^{n}) = (V_{i,1}^{n+1} + V_{i,2}^{n+1} + V_{i,3}^{n+1} + V_{i,4}^{n+1} + V_{i,5}^{n+1} + V_{i,6}^{n+1}) - (V_{r,1}^{n} + V_{r,2}^{n} + V_{r,3}^{n} + V_{r,4}^{n} + V_{r,5}^{n} + V_{r,6}^{n}) - \frac{3\Delta t \rho_b C_b \omega_b}{\rho_m C_m} \left(\frac{T_{i,j,k}^{n+1} + T_{i,j,k}^{n}}{2}\right)$$
(II. 39)  
$$+ \frac{3\Delta t \rho_b C_b \omega_b}{\rho_m C_m} \left(\frac{T_b^{n+1} + T_b^{n}}{2}\right) + \frac{P_{em}^{\prime n+1} + P_{em}^{\prime n}}{2} + \frac{P_{met}^{\prime n+1} + P_{met}^{\prime n}}{2}$$

On substitue l'équation (II. 32) dans (II. 39), on obtient :

$$3\left(1 + \frac{\Delta t \rho_b C_b \omega_b}{2\rho_m C_m}\right) \left(T_{i,j,k}^{n+1} - T_{i,j,k}^n\right) = \left(V_{i,1}^{n+1} + V_{i,2}^{n+1} + V_{i,3}^{n+1} + V_{i,4}^{n+1} + V_{i,5}^{n+1} + V_{i,6}^{n+1}\right) - \left(V_{i,1}^n + V_{i,2}^n + V_{i,3}^n + V_{i,4}^n + V_{i,5}^n + V_{i,6}^n\right) + \frac{3\Delta t \rho_b C_b \omega_b}{\rho_m C_m} \left(\frac{T_b^{n+1} - T_b^n}{2}\right) + \frac{P_{em}^{\prime n+1} - P_{em}^{\prime n}}{2} + \frac{P_{met}^{\prime n+1} - P_{met}^{\prime n}}{2}$$
(II. 40)

Finalement, on peut en déduire l'expression de la température à l'instant n et au centre de chaque cellule TLM en fonction des impulsions incidentes :

$$T_{i,j,k}^{n} = \frac{\left(V_{i,1}^{n} + V_{i,2}^{n} + V_{i,3}^{n} + V_{i,4}^{n} + V_{i,5}^{n} + V_{i,6}^{n}\right)}{3a} + \left(\frac{a-1}{a}\right)T_{b}^{n} + \frac{P_{em}^{\prime n} + P_{met}^{\prime n}}{6a}$$
(II. 41)

Avec a une constante définie comme suit :

$$a = 1 + \frac{\Delta t \rho_b C_b \omega_b}{2 \rho_m C_m} \tag{II. 42}$$

Après avoir exprimé la température au centre de chaque cellule à chaque instant n $\Delta t$  en fonction des impulsions incidentes, nous nous intéressons maintenant au calcul du flux suivant chaque direction en fonction des  $V_i^n$ .

Nous proposons d'utiliser dans un premier temps la moyenne temporelle du flux suivant x :

$$\phi_{x_{i,j,k}}^n = \frac{\phi_{x_{i,j,k}}^{n+\frac{1}{2}} + \phi_{x_{i,j,k}}^{n-\frac{1}{2}}}{2} \tag{II. 43}$$

Comme le flux est défini par la loi de Fourier (II.2) :

$$\phi_{x_{i,j,k}}^{n+\frac{1}{2}} = -K_t \frac{\partial T^{n+\frac{1}{2}}}{\partial x}$$
(II. 44)

L'approximation de la température T par les différences finies, nous permet d'écrire :

$$\phi_{x_{i,j,k}}^{n+\frac{1}{2}} = -\frac{K_t}{u} \left( T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right)$$
(II. 45)

Avec u, la dimension de la cellule TLM suivant l'axe x.

Ensuite, pour passer au flux normalisé et l'exprimer en fonction des impulsions, nous utilisons les définitions (II. 26) et (II. 31) :

$$\frac{u^2 \rho_m C_m}{3K_t \Delta t} \phi_{x_{i,j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}} = -\left( \left( V_{i,6}^{n+1} - V_{i,3}^{n+1} \right) + \left( V_{r,6}^n - V_{r,3}^n \right) \right)$$
(II. 46)

Afin d'éliminer les impulsions réfléchies dans l'équation (II. 46), nous proposons de les écrire en fonction des  $V_i^n$  en utilisant le système d'équation (II. 37) :

$$V_{r,6}^{n} - V_{r,3}^{n} = \left(V_{i,6}^{n+1} - V_{i,3}^{n+1}\right) + \emptyset_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}} + \emptyset_{x_{i-\frac{1}{2},j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}}$$
(II. 47)

Et à partir de l'approximation suivante :

$$\phi_{x_{i,j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}} = \frac{\phi_{x_{i+\frac{1}{2}j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}} + \phi_{x_{i-\frac{1}{2}j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}}}{2}$$
(II. 48)

Nous pouvons en déduire l'expression de  $\phi_{x_{i,j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}}$ :

$$\phi_{x_{i,j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}} = -\frac{\left(V_{i,6}^{n+1} - V_{i,3}^{n+1}\right)}{\left(1 + \frac{u^2 \rho_m C_m}{6K_t \Delta t}\right)}$$
(II. 49)

De la même manière, on peut écrire l'expression de  $\varphi_{x_{i,j,k}}^{\prime n-\frac{1}{2}}$ :

$$\phi_{x_{i,j,k}}^{\prime n-\frac{1}{2}} = -\frac{\left(V_{i,6}^n - V_{i,3}^n\right)}{\left(1 + \frac{u^2 \rho_m C_m}{6K_t \Delta t}\right)}$$
(II. 50)

En insérant (II. 49) et (II. 50) dans (II. 43), nous pouvons exprimer la composante x du flux au centre de chaque cellule TLM, et à l'instant n en fonction des impulsions incidentes :

$$\phi_{x_{i,j,k}}^{\prime n} = -\frac{1}{2\left(1 + \frac{u^2 \rho_m C_m}{6K_t \Delta t}\right)} \left( \left(V_{i,6}^{n+1} - V_{i,3}^{n+1}\right) + \left(V_{i,6}^n - V_{i,3}^n\right) \right)$$
(II. 51)

On voit que l'expression de  $\emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n}$  à l'instant n, est définie à partir des impulsions incidentes à l'instant n+1, ce qui rend le calcul du flux impossible. Pour résoudre ce problème et pouvoir exprimer le flux au centre de la cellule TLM juste en fonction des impulsions incidentes à l'instant n, nous proposons d'utiliser la moyenne de  $\emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n} + T_{i,j,k}^{n}$  et de  $\emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n} - T_{i,j,k}^{n}$  dans le système de coordonnées mélangées défini dans (II. 27).

$$\begin{cases} \varphi_{x_{i,j,k}}^{\prime n} + T_{i,j,k}^{n} = \frac{\left(\varphi_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}} + T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}\right) + \left(\varphi_{x_{i-\frac{1}{2},j,k}}^{\prime n-\frac{1}{2}} + T_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}}\right)}{2} \\ \varphi_{x_{i,j,k}}^{\prime n} - T_{i,j,k}^{n} = \frac{\left(\varphi_{x_{i+\frac{1}{2},j,k}}^{\prime n-\frac{1}{2}} + T_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-\frac{1}{2}}\right) + \left(\varphi_{x_{i-\frac{1}{2},j,k}}^{\prime n+\frac{1}{2}} + T_{i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}}\right)}{2} \end{cases}$$
(II. 52)

En utilisant les définitions des impulsions incidentes et réfléchies (II. 37), on en déduit :

$$\begin{cases} \emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n} + T_{i,j,k}^{n} = V_{r,6}^{n} + V_{i,3}^{n} \\ \emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n} - T_{i,j,k}^{n} = -(V_{r,3}^{n} + V_{i,6}^{n}) \end{cases}$$
(II. 53)

À partir du système d'équations (II. 53), on en déduit :

$$\left(V_{r,6}^{n} - V_{r,3}^{n}\right) = \left(V_{i,6}^{n} - V_{i,3}^{n}\right) + 2\emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n}$$
(II. 54)

Ensuite nous comparons les deux équations (II. 47) et (II. 54), ce qui nous permet d'avoir l'expression finale du flux en fonction seulement des impulsions incidentes à l'instant n.

$$\phi_{x_{i,j,k}}^{\prime n} = -\frac{1}{\left(1 + \frac{u^2 \rho_m C_m}{6K_t \Delta t}\right)} \left(V_{i,6}^n - V_{i,3}^n\right) \tag{II. 55}$$

Finalement, les expressions des trois composantes du flux thermique en fonction des impulsions incidentes sont données dans le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n} = -\frac{1}{\left(1 + \frac{u^2 \rho_m C_m}{6K_t \Delta t}\right)} \left(V_{i,6}^n - V_{i,3}^n\right) \\ \emptyset_{y_{i,j,k}}^{\prime n} = -\frac{1}{\left(1 + \frac{v^2 \rho_m C_m}{6K_t \Delta t}\right)} \left(V_{i,4}^n - V_{i,1}^n\right) \\ \emptyset_{z_{i,j,k}}^{\prime n} = -\frac{1}{\left(1 + \frac{w^2 \rho_m C_m}{6K_t \Delta t}\right)} \left(V_{i,5}^n - V_{i,2}^n\right) \end{cases}$$
(II. 56)

#### IV. 3. Étape répartition

Après avoir exprimé la température et le flux thermique au centre de chaque nœud TLM en fonction des impulsions incidentes, cette étape consiste à calculer les impulsions réfléchies en fonction des impulsions incidentes. Pour cela nous réutilisons la moyenne de la température et du flux dans le système de coordonnées mélangées défini dans (II. 53).

Donc, à partir du système d'équations (II. 53), on peut en déduire les expressions de  $V_{r,3}^n$  et de  $V_{r,6}^n$  en fonction de la température et du flux calculés précédemment.

$$V_{r,3}^{n} = T_{i,j,k}^{n} - \emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n} - V_{i,6}^{n}$$
  

$$V_{r,6}^{n} = T_{i,j,k}^{n} + \emptyset_{x_{i,j,k}}^{\prime n} - V_{i,3}^{n}$$
(II. 57)

Il suffit ensuite de suivre le même raisonnement pour déterminer les quatre autres impulsions réfléchies.

Finalement nous obtenons le système d'équations pour l'étape répartition :

$$\begin{cases}
V_{r,1}^{n} = T_{i,j,k}^{n} - \emptyset_{y_{i,j,k}}^{m} - V_{i,4}^{n} \\
V_{r,2}^{n} = T_{i,j,k}^{n} - \emptyset_{z_{i,j,k}}^{m} - V_{i,5}^{n} \\
V_{r,3}^{n} = T_{i,j,k}^{n} - \emptyset_{x_{i,j,k}}^{m} - V_{i,6}^{n} \\
V_{r,4}^{n} = T_{i,j,k}^{n} + \emptyset_{y_{i,j,k}}^{m} - V_{i,1}^{n} \\
V_{r,5}^{n} = T_{i,j,k}^{n} + \emptyset_{z_{i,j,k}}^{m} - V_{i,2}^{n} \\
V_{r,6}^{n} = T_{i,j,k}^{n} + \emptyset_{x_{i,j,k}}^{m} - V_{i,3}^{n}
\end{cases}$$
(II. 58)

Pour écrire les impulsions réfléchies en fonction des impulsions incidentes, nous devons remplacer la température et le flux par leurs expressions, mais à présent, nous restons sur les expressions données dans (II. 58) et une écriture matricielle en fonction des  $V_i^n$  sera donnée dans la suite pour l'étude de la stabilité et de la dispersion.

## IV. 4. Étape connexion

Cette étape consiste à déterminer les impulsions incidentes à l'itération n+1, à partir des impulsions réfléchies calculées précédemment dans l'étape répartition.

Puisque nous nous intéressons à des structures fortement hétérogènes, le cas où l'impédance caractéristique des bras du nœud TLM diffère d'une cellule à l'autre devra être modélisé correctement. Pour cela nous allons ici introduire les coefficients de réflexion.

Comme le montre la figure II.1, le coefficient de réflexion  $\varphi_x(i)$  est défini entre les cellules i et (i-1) :

$$\varphi_x(i) = \frac{Z_x(i-1) - Z_x(i)}{Z_x(i-1) + Z_x(i)}$$
(II. 59)



Figure II. 8 : Définition du coefficient de réflexion

Avec les impédances caractéristiques définies comme suit :

$$\begin{cases} Z_x = \frac{3\Delta t}{u\rho_m C_m} \\ Z_y = \frac{3\Delta t}{v\rho_m C_m} \\ Z_z = \frac{3\Delta t}{w\rho_m C_m} \end{cases}$$
(II. 60)

À partir de la Figure II. 8, on peut en déduire les expressions des impulsions incidentes dans la direction x à l'instant (n+1):

$$\begin{cases} V_{i,3}^{n+1}(i) = \varphi_x(i)V_{r,3}^n(i) + (1 - \varphi_x(i))V_{r,6}^n(i-1) \\ V_{i,6}^{n+1}(i) = -\varphi_x(i+1)V_{r,6}^n(i) + (1 + \varphi_x(i+1))V_{r,3}^n(i+1) \end{cases}$$
(II. 61)

Nous suivons le même raisonnement pour écrire les expressions des autres impulsions incidentes suivant les directions y et z.

$$\begin{cases} V_{i,1}^{n+1}(j) = \varphi_{y}(j)V_{r,1}^{n}(j) + (1 - \varphi_{y}(j))V_{r,4}^{n}(j-1) \\ V_{i,2}^{n+1}(k) = \varphi_{z}(k)V_{r,2}^{n}(k) + (1 - \varphi_{z}(k))V_{r,5}^{n}(k-1) \\ V_{i,3}^{n+1}(i) = \varphi_{x}(i)V_{r,3}^{n}(i) + (1 - \varphi_{x}(i))V_{r,6}^{n}(i-1) \\ V_{i,4}^{n+1}(j) = -\varphi_{y}(j+1)V_{r,4}^{n}(j) + (1 + \varphi_{y}(j+1))V_{r,1}^{n}(j+1) \\ V_{i,5}^{n+1}(k) = -\varphi_{z}(k+1)V_{r,5}^{n}(i) + (1 + \varphi_{z}(k+1))V_{r,2}^{n}(k+1) \\ V_{i,6}^{n+1}(i) = -\varphi_{x}(i+1)V_{r,6}^{n}(i) + (1 + \varphi_{x}(i+1))V_{r,3}^{n}(i+1) \end{cases}$$
(II. 62)

#### IV. 5. Choix du pas temporel TLM

Pour choisir un pas temporel pour des simulations thermiques, on s'est basé sur la définition (II. 63) du temps t mis par une onde thermique pour se propager sur une distance L.

$$t = \frac{L^2}{D_f} \tag{II. 63}$$

Où,

 $D_f$  est la diffusivité thermique (m<sup>2</sup>/s) qui caractérise la propagation de l'onde thermique dans un milieu donné. Elle est définie en fonction de la conductivité thermique  $K_t(W.m^l.k^{-1})$ , de la capacité thermique  $C_m(J.Kg^{-1}.K^{-1})$  et de la masse volumique  $\rho_m(K.m^3)$  du milieu comme suit :

$$D_f = \frac{K_t}{\rho_m C_m} \tag{II. 64}$$

À partir de la définition (II. 63), notre pas temporel est défini comme suit :

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta l^2}{D_{fmax}} \tag{II. 65}$$

## Où,

 $\Delta l = \min(u, v, w)$  est la petite dimension de la cellule TLM.

 $D_{fmax}$  est la plus grande diffusivité thermique parmi tous les milieux choisis pour notre étude.

Rappelons que le pas temporel utilisé en FDTD est limité par la condition suivante :

$$\Delta t_{FDTD} \leq \frac{1}{2.D_{fmax} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}\right)}$$
(II. 66)

Pour un maillage uniforme, cela correspond à un pas temporel maximum 6 fois plus petit que le pas temporel TLM.

Une étude de la stabilité sera présentée dans la suite pour valider ce choix du pas temporel TLM.

# IV. 6. Conclusion

Nous venons d'établir un nouveau schéma numérique basé sur la méthode TLM pour résoudre l'équation de Pennes qui nous permet de calculer la température et le flux thermique dans des milieux biologiques à chaque itération. Ce schéma est basé sur celui de Jin pour résoudre les équations de Maxwell et ne nécessite aucune approximation comme c'est le cas pour les précédents modèles TLM thermique proposés dans la littérature.

Pour compléter notre développement, une étude de la dispersion et de la stabilité du schéma numérique proposé sera présentée dans la partie suivante.

# V. Étude de la dispersion et de la stabilité

Comme toute méthodes numériques, l'algorithme TLM que nous venons de présenter pour la résolution de l'équation de Pennes peut faire apparaître des solutions numériques non-physiques. Celles-ci peuvent alors conduire à une divergence et à une instabilité du calcul et donc à des résultats faux. Pour éviter toute divergence et instabilité, nous avons dû effectuer une étude de la dispersion et de la stabilité du schéma numérique.

Avant de commencer l'étude de la dispersion, nous rappelons quelques définitions thermiques nécessaires telles que la longueur d'onde, le vecteur d'onde thermique et la longueur de la diffusion thermique.

#### V. 1. L'onde thermique

L'onde thermique se propage plus lentement qu'une onde électromagnétique, et pour modéliser la propagation unidimensionnelle d'une onde thermique dans un milieu exposé à une source de chaleur, on trouve dans [18] l'expression de l'onde thermique.

$$T(x,t) = T_0 e^{\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2D_f}}x\right)} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2D_f}}x\right)$$
(II. 67)

Où,

- *x* est la distance (m) entre la source et un point donné.
- $\omega$  est la pulsation (rad s<sup>-1</sup>).
- $D_f$  est la diffusivité thermique (m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>).

À partir de (II. 67), on peut déduire la relation de dispersion et la longueur d'onde des ondes planes thermiques :

$$v = 2\sqrt{\pi D_f f} \tag{II. 68}$$

Et

$$\lambda = 2\sqrt{\frac{\pi D_f}{f}} \tag{II. 69}$$

Où *v* est la vitesse de l'onde thermique,  $\lambda$  (m) est la longueur d'onde et *f* est la fréquence (Hz).

Il faut noter que l'amplitude des ondes thermiques décroit exponentiellement avec la distance. Le terme  $\mu$  défini dans (II. 70) représente la distance à laquelle l'amplitude diminue d'un facteur de 1/e ( $\approx$ 36,8%).

$$\mu = \sqrt{\frac{2D_f}{\omega}} \tag{II. 70}$$

On remarque que cette distance (appelée souvent la longueur de la diffusion thermique) dépend des caractéristiques thermiques du milieu de propagation et de la fréquence.

Ainsi, le nombre d'onde thermique complexe est donné par :

$$K_{th} = (1+i) \sqrt{\frac{\omega}{2D_f}}$$
(II. 71)

## V. 2. La dispersion numérique

Afin d'étudier la dispersion, nous devons trouver la relation entre la pulsation  $\omega$  et le vecteur d'onde numérique K<sub>thn</sub> d'une onde thermique se propageant dans un milieu donné. Cette relation va nous permettre dans la suite d'établir l'erreur de la vitesse de propagation en calculant le rapport de la vitesse numérique et de la vitesse théorique. L'étude de la dispersion numérique permet de trouver un compromis entre la taille de la maille (temps du calcul) et le niveau de l'erreur numérique acceptable.

Nous n'avons trouvé dans la littérature aucune étude de la dispersion et de la stabilité d'un algorithme pour résoudre l'équation de la chaleur. L'analyse de la dispersion de notre schéma TLM a été basée sur des études de la dispersion pour des nœuds TLM pour résoudre les équations de Maxwell proposées dans les papiers suivants [19] [20] [21] [22].

Pour pouvoir étudier la dispersion et la stabilité du schéma numérique, nous présentons dans le sous-chapitre suivant une nouvelle formulation mathématique de l'algorithme TLM qu'on vient de présenter.

# V. 3. Nouvelle formulation mathématique de l'algorithme TLM\_Th

Dans cette section nous présentons une nouvelle formulation de l'algorithme TLM thermique présenté précédemment, qui nous facilitera la dérivation des équations aux valeurs propres nécessaires afin d'obtenir la relation de la dispersion et les critères de la stabilité.

À partir du calcul présenté précédemment, nous pouvons formuler les trois étapes nécessaires de l'algorithme TLM.

## V. 3. 1 Calcul de la température et du flux

La température et le flux sont calculés au centre de chaque cellule en fonction des impulsions incidentes :

$$F_n = PV_i^n \tag{II. 72}$$

Avec  $F_n$ , un vecteur contenant la température et les flux dans la cellule et  $V_i^n$  un vecteur contenant les impulsions incidentes à l'instant n :

$$F_{n} = \begin{pmatrix} T \\ \phi_{x} \\ \phi_{y} \\ \phi_{z} \end{pmatrix}$$
(II. 73)  
$$V_{i} = \begin{pmatrix} V_{i,1} \\ V_{i,2} \\ V_{i,3} \\ V_{i,4} \\ V_{i,5} \\ V_{i,6} \end{pmatrix}$$
(II. 74)

La matrice P est définie à partir des expressions de la température et du flux trouvées précédemment :

$$T_{i,j,k}^{n} = \frac{nV_{1}^{i} + nV_{2}^{i} + nV_{3}^{i} + nV_{4}^{i} + nV_{5}^{i} + nV_{6}^{i}}{3\left(1 + \frac{\Delta t\rho_{b}C_{b}\omega_{b}}{2\rho_{m}C_{m}}\right)} + \frac{P_{em}^{\prime n} + P_{met}^{\prime n}}{6\left(1 + \frac{\Delta t\rho_{b}C_{b}\omega_{b}}{2\rho_{m}C_{m}}\right)} + \frac{T_{b}^{n}}{\left(1 + \frac{2\rho_{m}C_{m}}{\Delta t\rho_{b}C_{b}\omega_{b}}\right)}$$

$$\left\{ \begin{cases} \chi \emptyset_{i,j,k}^{\prime n} = -\frac{1}{\left(1 + \frac{u^{2}\rho_{m}C_{m}}{6K_{t}\Delta t}\right)} \left(nV_{6}^{i} - nV_{3}^{i}\right) \\ y \emptyset_{i,j,k}^{\prime n} = -\frac{1}{\left(1 + \frac{v^{2}\rho_{m}C_{m}}{6K_{t}\Delta t}\right)} \left(nV_{4}^{i} - nV_{1}^{i}\right) \\ z \emptyset_{i,j,k}^{\prime n} = -\frac{1}{\left(1 + \frac{w^{2}\rho_{m}C_{m}}{6K_{t}\Delta t}\right)} \left(nV_{5}^{i} - nV_{2}^{i}\right) \end{cases}$$
(II. 75)

Pour des milieux homogènes et sans sources de chaleur, la matrice P peut être écrite sous la forme suivante :

$$P = \begin{pmatrix} a & a & a & a & a & a & a \\ 0 & 0 & b & 0 & 0 & -b \\ c & 0 & 0 & -c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 & -d & 0 \end{pmatrix}$$
(II. 76)

Où les paramètres a, b, c et d sont définis dans le tableau suivant :



Tableau II. 1 Les éléments de la matrice P

Avec u, v, w les dimensions de la cellule TLM suivant les directions x, y et z respectivement et  $\Delta t$  est le pas temporel.

#### V. 3. 2 Étape de répartition

Une fois que la température et le flux au centre de chaque cellule TLM ont été exprimés à l'instant  $n\Delta t$ , cette étape consiste à définir les impulsions réfléchies qui vont nous permettre par la suite de déterminer les impulsions incidentes pour les cellules adjacentes à l'instant (n+1) $\Delta t$ .

Le vecteur des impulsions réfléchies s'écrit de la façon suivante :

$$V_{r} = \begin{pmatrix} V_{r,1} \\ V_{r,2} \\ V_{r,3} \\ V_{r,4} \\ V_{r,5} \\ V_{r,6} \end{pmatrix}$$
(II. 77)

 $V_r$  peut être exprimé sous la forme d'une combinaison linéaire en fonction des vecteurs  $F_n$  et  $V_i^n$ .

$$V_r = AF_n - BV_i^n \tag{II. 78}$$

Où A et B sont des matrices de dimensions (6,4) et (6,6) respectivement, et qui sont définies comme suit :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(II. 79)

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & I_3 \\ I_3 & 0 \end{pmatrix} \tag{II. 80}$$

Avec  $I_3$  est la matrice unité d'ordre 3.

#### V. 3. 3 Étape de connexion

D'après le principe de la TLM, les impulsions réfléchies (II. 78) deviennent incidentes pour les cellules TLM voisines à l'itération suivante. Cette étape peut être écrite de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} V_{i,1} \\ V_{i,2} \\ V_{i,3} \\ V_{i,4} \\ V_{i,5} \\ V_{i,6} \end{pmatrix}_{n+1} = \begin{pmatrix} V_{r,4}(i,j-1,k) \\ V_{r,5}(i,j,k-1) \\ V_{r,6}(i-1,j,k) \\ V_{r,1}(i,j+1,k) \\ V_{r,2}(i,j,k+1) \\ V_{r,3}(i+1,j,k) \end{pmatrix}_{n}$$
(II. 81)

Avec (i,j,k) les indices spatiaux de la position du nœud TLM, et n est l'indice temporel.

Pour pouvoir écrire les impulsions incidentes à l'instant n+1 en fonction de celles réfléchies à l'instant n, nous introduisons la matrice  $\Psi$  qui tient compte du déphasage spatial entre le nœud de coordonnées (i,j,k) et ses six voisins.

$$V_i^{n+1} = \Psi V_r \tag{II. 82}$$

Donc  $\Psi$  peut s'écrire comme suit :

$$\Psi = \begin{pmatrix} 0_{3,3} & \Psi_1 \\ \overline{\Psi_1} & 0_{3,3} \end{pmatrix},$$
 (II. 83)

où  $0_{3,3}$  est la matrice nulle d'ordre 3, ainsi que  $\Psi_1$  et  $\overline{\Psi_1}$  sont respectivement une matrice complexe diagonale d'ordre 3 et son conjugué.

 $\Psi_1$  est définie sous la forme suivante :

$$\Psi_{1} = \begin{pmatrix} e^{-i\eta} & 0 & 0\\ 0 & e^{-i\xi} & 0\\ 0 & 0 & e^{-i\chi} \end{pmatrix},$$
(II. 84)

où  $\chi$ ,  $\eta$  et  $\xi$  sont les fréquences spatiales normalisées. Ils sont définis en fonction du nombre d'onde thermique  $K_{th}$ :

- $\chi = \Delta x K x_{th}$
- $\eta = \Delta y K y_{th}$
- $\xi = \Delta z K z_{th}$

Avec  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  les dimensions de la maille suivant les x, y et z respectivement. K<sub>th</sub> est le nombre d'onde thermique.

Le tableau ci-dessous résume l'analogie entre les paramètres  $\chi$ ,  $\eta$ ,  $\xi$  et les coordonnées des nœuds dans le réseau TLM.

| $e^{-i\chi}$ | (i-1,j,k)     |
|--------------|---------------|
| $e^{+i\chi}$ | (i+1,j,k)     |
| $e^{-i\eta}$ | (i, j - 1, k) |
| $e^{+i\eta}$ | (i, j + 1, k) |
| $e^{-i\xi}$  | (i, j, k - 1) |
| $e^{+i\xi}$  | (i, j, k + 1) |

Tableau II. 2 Les paramètres de la matrice  $\Psi$ 

Les impulsions incidentes à l'instant n+1 peuvent aussi être calculées en fonction de celles à l'instant n en introduisant cette fois-ci la matrice diagonale T qui tient compte du déphasage temporel.

$$V_i^{n+1} = \mathrm{T}V_i^n,\tag{II. 85}$$

avec

$$T = e^{i\omega\Delta t} I_6 \tag{II. 86}$$

où,

- $I_6$  est la matrice unité d'ordre 6, et  $\Delta t$  est le pas temporel.
- $\omega = 2\pi f$  est la fréquence angulaire (rad.s-1).

À partir de cette nouvelle formulation mathématique de l'algorithme TLM thermique, nous pouvons maintenant établir l'étude de la dispersion et la stabilité de notre nouveau schéma numérique.

# V. 4. Étude de la dispersion

Afin de déterminer l'équation de la dispersion, nous considérons que l'onde thermique se propage dans un milieu isotrope ayant des caractéristiques thermiques données.

Comme montré précédemment, la relation entre la pulsation  $\omega$  et le vecteur d'onde thermique numérique  $K_{Thn}$  correspond bien à la relation de la dispersion.

Nous commençons dans un premier temps, par l'utilisation de la nouvelle formulation de l'algorithme TLM thermique, qui va nous permettre d'établir la relation de la dispersion.

À partir du (II. 82) on peut écrire :

$$V_i^n = \Psi V_r^{n-1} \tag{II. 87}$$

En combinant (II. 72) et (II. 78) on obtient :

$$V_i^n = \Psi(A(PV_i^{n-1}) - BV_i^{n-1})$$
(II. 88)

La matrice T définie dans (II. 85), (II. 88) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$TV_i^{n-1} = \Psi(A(PV_i^{n-1}) - BV_i^{n-1})$$
(II. 89)

Ou plus simplement, on peut écrire :

$$T - \Psi((AP) - B)V_i^{n-1} = 0$$
(II. 90)

(II. 90) représente l'équation de la dispersion de l'algorithme TLM proposé pour résoudre l'équation de Pennes. Cette équation dépend bien du vecteur d'onde thermique  $K_{Th}$ , du pas temporel  $\Delta t$ , du pas spatial  $\Delta l$ , de la fréquence angulaire  $\omega$  et aussi des paramètres thermiques du milieu qu'on trouve dans la matrice P.

Pour que l'équation (II. 90) soit vérifiée, il suffit de trouver les valeurs propres correspondantes en résolvant l'équation suivante :

$$\det(T - \Psi((AP) - B)) = 0 \tag{II. 91}$$

La résolution de l'équation (II. 91) va nous permettre d'avoir les informations nécessaires afin d'évaluer le niveau de la dispersion dans le réseau TLM. Généralement, cette tache se fait par un calcul formel en utilisant des logiciels mathématiques dédiés à ce genre d'études.

Pour un milieu et un pas temporel donnés, la solution du (II. 91) va nous aider à exprimer l'amplitude de vecteur d'onde numérique  $K_{thn}$ en fonction de  $\omega$ ,  $\Delta t$  et  $\Delta l$ .

$$K_{thn} = f(\omega, \Delta t, \Delta l) \tag{II. 92}$$

À partir de (II. 92), le niveau de la dispersion peut être évalué en calculant le rapport de la vitesse de propagation numérique et la vitesse théorique.

$$\frac{V_n}{V} = \frac{K_{th}}{K_{thn}}$$
(II. 93)

Où,

- >  $V_n$  est la vitesse de propagation numérique dans le réseau TLM.
- V est vitesse de propagation théorique.
- >  $K_{th}$  est le nombre d'onde thermique théorique.
- $\succ$  *K*<sub>thn</sub> est le nombre d'onde thermique numérique.

Dans la suite nous allons évaluer le niveau de la dispersion en fonction de la taille du maillage par rapport à la longueur d'onde thermique  $\frac{\Delta l}{\lambda_{th}}$  où  $\lambda_{th} = \frac{2\pi}{K_{th}}$  dans un milieu et pour un pas temporel  $\Delta t$  donné.

Choisir un maillage plus fin pour avoir une dispersion nulle est rarement une bonne idée, car cela augmente le nombre de cellules et par conséquent le coût de calcul. Dans la TLM électromagnétique, la plupart des études choisissent une taille de maillage  $\Delta l \leq \frac{\lambda}{10}$  afin de minimiser le niveau de la dispersion. En thermique, nous cherchons à trouver la taille du maillage maximale pour avoir une dispersion acceptable.

#### V. 5. Étude de la stabilité

Comme tout calcul itératif, la notion de la stabilité est nécessaire afin de déterminer la condition sur le pas temporel  $\Delta t$  pour que l'erreur numérique n'augmente pas au fil du temps de calcul. Comme dans l'étude de la dispersion, l'utilisation d'un pas temporel trop grand afin de diminuer le temps de simulation peut rendre le calcul instable. Dans le but de déterminer la condition de la stabilité ou le domaine de la stabilité, nous

proposons d'utiliser la méthode de Von-Neumann.

À partir de (II. 88) on peut écrire :

$$V_i^n = SV_i^{n-1} \tag{II. 94}$$

Avec S est une matrice définie comme suit :

$$S = \Psi(AP - B) \tag{II. 95}$$

Cette matrice *S* tient bien compte des paramètres thermiques des milieux ainsi que des pas temporel et spatial.

La condition nécessaire pour que le système (II. 95) soit stable, est que le module des valeurs propres de la matrice S soit à l'intérieur du cercle de stabilité pour chaque pas temporel :



Figure II. 9 Cercle de stabilité.

# V. 6. Résultats et discussions

L'objectif de cette partie et de valider numériquement l'étude de la dispersion et de la stabilité qu'on vient de présenter pour différents pas temporels, différentes directions de propagations ainsi que pour des milieux différents. Les résultats présentés dans cette partie sont obtenus pour un maillage uniforme.

# V. 6. 1 La dispersion dans l'air pour une propagation axiale

Nous commençons par étudier la dispersion pour différents pas temporels, et pour cela nous considérons l'air comme milieu de propagation.

Dans un premier temps, nous proposons de simplifier les paramètres de la matrice P définis dans le Tableau II. 1 en utilisant un maillage cubique et de l'air comme milieu de propagation.

L'air étant un milieu sans perfusion sanguine, la constante  $a = \frac{1}{3}$ . Le maillage cubique assure l'égalité entre les constantes b, c et d.

On peut alors calculer le nombre d'onde numérique ( $K_{thn}$ ) en résolvant l'équation (II. 91), pour différentes valeurs de  $\Delta t$ .

Pour une propagation axiale  $K_x$  ( $K_y = K_z = 0$ ), le Tableau II. 3 donne l'expression du nombre d'onde numérique ( $K_{thn}$ ) et la valeur de la constante b pour différents pas temporels  $\Delta t$ .

| Pas temporel<br>Δt       | Constante<br>b | K <sub>thn</sub>  |  |  |
|--------------------------|----------------|---|--|--|
| $\Delta t_0$             | 6/7            | $\frac{1}{\Delta l} Cos^{-1} \left( \frac{15 + 21e^{i3\omega\Delta t} - 7e^{i2\omega\Delta t} - 5e^{i\omega\Delta t}}{8e^{i2\omega\Delta t} + 16e^{i\omega\Delta t}} \right)$     |  |  |
| $\Delta t_0/2$           | 3/4            | $\frac{1}{\Delta l} Cos^{-1} \left( \frac{3 + 6e^{i3\omega\Delta t} - 2e^{i2\omega\Delta t} - 1e^{i\omega\Delta t}}{1e^{i2\omega\Delta t} + 5e^{i\omega\Delta t}} \right)$        |  |  |
| <b>2</b> Δt <sub>0</sub> | 12/13          | $\frac{1}{\Delta l} \cos^{-1} \left( \frac{33 + 39e^{i3\omega\Delta t} - 13e^{i2\omega\Delta t} - 11e^{i\omega\Delta t}}{20e^{i2\omega\Delta t} + 28e^{i\omega\Delta t}} \right)$ |  |  |

Tableau II. 3 Expression de  $K_{thn}$  pour différents  $\Delta t$ .

Après avoir obtenu le nombre d'onde thermique numérique  $K_{thn}$  pour chaque pas temporel, on peut exprimer l'erreur de vitesse de propagation en calculant le module du rapport des vecteurs d'onde théorique et numérique.

À titre d'exemple, pour le pas temporel  $\Delta t_0$ ,

$$\left|\frac{K_{th}}{K_{thn}}\right| = \left|\frac{2\pi\frac{\Delta l}{\lambda}}{\cos^{-1}\left(\frac{15+21e^{i3\omega\Delta t}-7e^{i2\omega\Delta t}-5e^{i\omega\Delta t}}{8e^{i2\omega\Delta t}+16e^{i\omega\Delta t}}\right)}\right|$$
(II. 97)

Dans la Figure II. 10, on présente l'erreur de dispersion en fonction du maillage par rapport à la longueur d'onde pour différents pas temporels  $\Delta t$  et dans le cas d'une propagation axiale à une fréquence f de 1 mHz.

 $K_{th}$  est le nombre d'onde thermique théorique et  $K_{thn}$  est le nombre d'onde thermique numérique calculé à partir de l'équation de la dispersion (II. 91).



Figure II. 10 Dispersion dans l'air pour différentes valeurs de  $\Delta t$ .

La Figure II. 11, présente l'erreur de vitesse de propagation en pourcentage en la calculant avec la formule suivante :



$$\frac{K_{th} - K_{thn}}{K_{th}} \bigg| * 100(\%) \tag{II. 98}$$

Figure II. 11 Erreur de vitesse de propagation en pourcentage.

On constate que la dispersion est quasi nulle pour des pas temporel petits et un maillage plus fin. Avec le pas temporel  $10\Delta t_0$ , pour que l'erreur de dispersion reste négligeable (de l'ordre de 1%), le pas spatial maximal  $\Delta l_{max}$  doit être inférieur à  $\lambda/5$ .

Nous rappelons que la longueur d'onde thermique dans l'air à la fréquence de 1mHz est de 570 mm.

# V. 6. 2 Dispersion pour différentes directions de propagation

Dans cette partie nous présentons l'influence de la direction de la propagation sur l'erreur de dispersion. Nous considérons toujours l'air comme milieu de propagation à la fréquence thermique de 1 mHz et avec le pas temporel  $\Delta t_0$ .

Comme montré dans la Figure II. 12, l'erreur de dispersion reste quasi nulle quelle que soit la direction de propagation.



Figure II. 12 Dispersion pour différentes directions de propagations.

## V. 6. 3 Dispersion dans différents milieux

Comme le vecteur d'onde dépend de la diffusivité thermique du milieu, nous avons étudié la dispersion pour différentes valeurs de diffusivité.

La Figure II. 13 présente l'erreur de dispersion pour différentes valeurs de diffusivité dans le cas d'une propagation axiale à la fréquence f = 1 mHz. Dans ce cas, la pas temporel utilisé est le pas temporel initial défini par  $\Delta t_0 = \frac{\Delta l^2}{D_{fmax}}$ .

On constate que l'erreur de dispersion augmente dans des milieux de diffusivités faibles. Compte tenu des caractéristiques données dans le Tableau II. 4, on peut déduire que l'erreur de dispersion dans les milieux biologiques est plus grande que celle dans l'air.

À titre exemple, la résolution de l'équation de la chaleur dans un milieu biologique comme la peau ou la graisse, nécessite un maillage inférieur à  $\lambda/10$ .

| Milieux    | $K_t$ | $ ho_m$ | $C_m$ | $D_f$           |
|------------|-------|---------|-------|-----------------|
| La peau    | 0,233 | 1100    | 3500  | 6,05 e-8        |
| L'Os       | 0,4   | 1990    | 1289  | <b>1,55 e-7</b> |
| La graisse | 0,201 | 910     | 2500  | 8,80 e-8        |
| L'air      | 0 03  | 1 16    | 1000  | 2.58 e-5        |

La longueur d'onde  $\lambda$  d'une onde thermique se propageant dans la peau à la fréquence de 1mHz est de 27.6mm.

Tableau II. 4 Les caractéristiques thermiques de quelques milieux biologiques.



Figure II. 13 Dispersion pour différentes valeurs de diffusivité.

## V. 6. 4 Résultats de la stabilité

Dans cet exemple nous avons voulu étudier la stabilité de notre algorithme dans l'air toujours à la fréquence de 1 mHz pour différents pas temporels. Comme présenté précédemment, l'étude de la stabilité se fait en trouvant les six valeurs propres de la matrice S définie dans (II. 95).

Pour un  $\Delta l$  fixé à  $\lambda/10$  et un pas temporel qui varie de sa valeur initiale  $\Delta t_0$  à une valeur 5 fois plus grande, nous présentons sur la Figure II. 14 le module des six valeurs propres de la matrice S pour chaque pas temporel  $\Delta t$ . On note que la condition de la stabilité est respectée même pour un pas temporel plus grand que l'initial.



Figure II. 14 Étude de la stabilité dans l'air.

À partir de ces résultats, on peut dire que l'algorithme TLM thermique est inconditionnellement stable.

# VI. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un nouveau schéma numérique basé sur la méthode TLM pour résoudre l'équation de Pennes dans des milieux biologiques. Nous avons aussi présenté une procédure pour évaluer l'erreur numérique de dispersion et les conditions de stabilité. Cet aspect ne semble pas avoir été traité dans les études antérieures dans le cadre de la TLM.

Il a été montré qu'avec un pas temporel  $\Delta t_0$  donné par (II. 65), une résolution inférieure à 0.2 $\lambda$  est nécessaire pour obtenir une erreur de dispersion de 1%. D'autre part, l'algorithme s'est révélé être inconditionnellement stable.

Par rapport aux modèles thermiques de la littérature, ce nouveau schéma numérique présente des avantages. On peut citer son pas de temps initial  $\Delta t_0$  plus grand, ce qui permet de réduire le temps de simulation global. Sa stabilité est indépendante du pas temporel choisi. Enfin, la simplicité de traitement des interfaces dans le cas des structures hétérogènes ne nécessite pas de moyennage des caractéristiques des milieux, conduisant à une meilleure précision.

Afin de situer nos études dosimétriques dans le cadre des limites d'exposition imposées par les organismes de protections contre le rayonnement électromagnétique, nous avons présenté un outil permettant de calculer un DAS moyenné sur une masse donnée à partir d'un DAS localisé par cellule.

Le chapitre qui suit est totalement consacré à l'application de notre nouvel algorithme sur différentes structures en comparant les résultats avec d'autres méthodes et un logiciel commercial.

# Références

[1] P. B. Johns and R. L. Beurle, "Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix," *Proc. Inst. Electr. Eng.*, vol. 118, no. 9, p. 1203, 1971.

[2] W. J. R. Hoefer, "The Transmission-Line Matrix Method--Theory and Applications," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 33, no. 10, pp. 882–893, Oct. 1985.

[3] Thi Quynh Van Hoang, "MAILLAGE CARTESIEN NON-CONFORME POUR LA METHODE TLM. APPLICATION A LA CONCEPTION DE RECTENNAS COMPACTES," Université de Nice Sophia Antipolis, 2012.

[4] S. Akhtarzad and P. B. Johns, "Solution of Maxwell's equations in three space dimensions and time by the t.l.m. method of numerical analysis," *Proc. Inst. Electr. Eng.*, vol. 122, no. 12, p. 1344, 1975.

[5] P. Saguet and E. Pic, "Utilisation d'un nouveau type de noeud dans la méthode TLM en 3 dimensions (Usage of a new type of node in the 3D TLM method)," *Electron. Lett.*, vol. 18, no. 11, p. 478, 1982.

[6] P. B. Johns, "A Symmetrical Condensed Node for the TLM Method," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 35, no. 4, pp. 370–377, Apr. 1987.

[7] R. Scaramuzza and A. J. Lowery, "Hybrid symmetrical condensed node for the TLM method," *Electron. Lett.*, vol. 26, no. 23, p. 1947, 1990.

[8] C. Christopoulos, V. Trenkic, and T. M. Benson, "New symmetrical supercondensed node for the TLM method," *Electron. Lett.*, vol. 30, no. 4, pp. 329–330, Feb. 1994.

[9] P. B. Johns, "A simple explicit and unconditionally stable numerical routine for the solution of the diffusion equation," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 11, no. 8, pp. 1307–1328, 1977.

[10] S. H. Pulko and P. B. Johns, "Modelling of thermal diffusion in three dimensions by the transmission line matrix method and the incorporation of nonlinear thermal properties," *Commun. Appl. Numer. Methods*, vol. 3, no. 6, pp. 571–579, 1987.

[11] X. Gui and D. de Cogan, "Transmission-line matrix models for solving transient problems of diffusion with recombination," *Int. J. Numer. Model. Electron. Netw. Devices Fields*, vol. 16, no. 5, pp. 453–464, Sep. 2003.

[12] S. H. Pulko and P. B. Johns, "Modelling of thermal diffusion in three dimensions by the transmission line matrix method and the incorporation of nonlinear thermal properties," *Commun. Appl. Numer. Methods*, vol. 3, no. 6, pp. 571–579, Nov. 1987.

[13] R. Hocine, S. H. Pulko, A. B. Stambouli, and A. Saidane, "TLM method for thermal investigation of IGBT modules in PWM mode," *Microelectron. Eng.*, vol. 86, no. 10, pp. 2053–2062, Oct. 2009.

[14] GIUSEPPE CARLUCCIO, "Locally Optimized B1 Field for MRI Systems," University of Illinois at Chicago,, IL, USA., 2011.

[15] S. Oh, G. Carluccio, and C. M. Collins, "Method and tool for improved, rapid Ngram average SAR determination," in *Proc Intl Soc Mag Reson Med*, 2011, vol. 19, p. 3868.

[16] H. H. Pennes, "Analysis of Tissue and Arterial Blood Temperatures in the Resting Human Forearm," *J. Appl. Physiol.*, vol. 1, no. 2, pp. 93–122, Aug. 1948.

[17] H. Jin and R. Vahldieck, "Direct derivations of TLM symmetrical condensed node and hybrid symmetrical condensed node from Maxwell's equations using centered differencing and averaging," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 42, no. 12, pp. 2554–2561, 1994.

[18] O. Kwon, L. Shi, and A. Majumdar, "Scanning Thermal Wave Microscopy (STWM)," *J. Heat Transf.*, vol. 125, no. 1, p. 156, 2003.

[19] J. Nielsen and W. Hoefer, "A complete dispersion analysis of the condensed node TLM mesh," *Magn. IEEE Trans. On*, vol. 27, no. 5, pp. 3982–3983, 1991.

[20] A. Ijjeh, "Etudes d'un modèle temporel efficace pour la simulation d'objets communicants contenant des milieux complexes," Télécom Bretagne; Université de Bretagne Occidentale, 2014.

[21] J. Nielsen, "Spurious modes of the TLM-condensed node formulation," *IEEE Microw. Guid. Wave Lett.*, vol. 1, no. 8, pp. 201–203, Aug. 1991.

[22] A. Ijjeh, M. M. Ney, and F. Andriulli, "Dispersion analysis in time-domain simulation of complex dispersive media," in 2015 IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization (NEMO), 2015, pp. 1–4.
# Chapitre III. Application à des Modèles Fortement Hétérogènes

### **SOMMAIRE :**

| I. Introduction   | 96    |
|---|-------|
| II. Comparaison des Modèles Thermiques TLM et FDTD        | 96    |
| III. Les modèles anatomiques du corps humain              | . 105 |
| IV. Comparaison TLM/CST sur une tête fortement hétérogène | . 108 |
| V. Conclusion   | . 131 |
| Références  | . 132 |

# I. Introduction

Après avoir présenté dans le chapitre précédent un nouvel algorithme TLM pour résoudre l'équation de Pennes avec une étude complète de la dispersion et de la stabilité, nous présentons dans ce troisième chapitre les résultats numériques des études comparatives avec la méthode FDTD et le logiciel commercial CST sur différentes structures. Ces études nous permettent de valider numériquement notre travail.

La première comparaison avec la FDTD a été faite sur deux structures différentes. La première est un simple cube qui modélise les trois couches de la peau telles qu'étudiées dans la littérature. La deuxième structure est une tête complète faiblement hétérogène (Os, Peau et Tissus mous).

La seconde comparaison a été effectuée avec le logiciel commercial CST en utilisant un modèle de tête fortement hétérogène exposée à une onde plane à 900 MHz. Dans un premier temps, nous avons comparé pour différentes discrétisations l'algorithme TLM thermique avec le solveur thermique CST basé sur la méthode FIT en utilisant le DAS simulé par ce dernier comme source de chaleur. Dans un deuxième temps, une étude dosimétrique complète (électromagnétique et thermique) est proposée avec le même scénario d'exposition et les mêmes discrétisations en utilisant cette fois-ci le DAS calculé par chaque méthode comme source de chaleur pour la partie thermique. L'objectif de ces études est de comparer par la suite la convergence de chaque méthode et de montrer l'intérêt de la TLM pour des études dosimétriques dans des structures fortement hétérogènes.

# II. Comparaison des Modèles Thermiques TLM et FDTD

Dans cette partie, nous présentons les résultats d'une première comparaison avec la méthode FDTD sur deux structures différentes. Une structure cubique multicouches et une tête faiblement hétérogène. Le but est de comparer l'algorithme TLM thermique sur des structures déjà étudiées dans la littérature avec d'autres schémas numériques.

#### II. 1. Validation sur une structure cubique multicouches

Pour une première validation, l'algorithme TLM thermique a été appliqué à une structure 3D cubique simple (Figure III. 1). Celle-ci a déjà été étudiée en 2D par Bellia et al dans [1] avec l'algorithme TLM\_2D et la FEM, pour prédire les blessures de la peau après exposition à une source de chaleur à haute température pour une durée de quelques secondes.

Cette simulation a également été effectuée avec un algorithme basé sur la FDTD développé par Cueille [2] et dont le code est disponible au laboratoire.

Cette structure est composée de trois couches de peau (épiderme, derme et tissus souscutanés) dont les propriétés thermiques et l'épaisseur de chaque couche sont présentés dans le Tableau III. 1.



Figure III. 1 Illustration tridimensionnelle de la géométrie de la peau.

| Dimensions  | Couches             |                    |                        |  |
|---|---------------------|--------------------|------------------------|--|
| Brimensions<br>&<br>Propriétés Thermiques                   | Epiderme            | Derme              | Tissus sous<br>cutanés |  |
| Epaisseur (m)   | $80 \times 10^{-6}$ | $2 \times 10^{-3}$ | $2.92 \times 10^{-3}$  |  |
| Chaleur Spécifique<br>(J Kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> ) | 3590                | 3300               | 2500                   |  |
| Perfusion sanguine $\omega_b$ $(s^{-1})$                    | 0                   | 0.00125            | 0.00125                |  |
| Conductivité thermique $(W m^{-1} K^{-1})$                  | 0.24                | 0.45               | 0.19                   |  |

Tableau III. 1 Paramètres thermiques et dimensions de la structure 3D de la peau.

Afin de prédire la distribution thermique dans les trois couches de la peau, nous avons pris les mêmes conditions limites que les auteurs de [1] :

- La température de la surface de la peau (0,j,k) est fixée à 90°C tout au long de la simulation.
- La température des autres surfaces est maintenue à 37°C.

Avec un  $\Delta l$  de 40µm, tel qu'utilisé par [1], les pas temporels maximaux de chaque méthode sont :

- $\Delta t = 14 ms$  pour la TLM.
- $\Delta t = 2,3 ms$  pour la FDTD.

Le pas temporel maximal pour l'algorithme FDTD a été choisi pour assurer la stabilité du calcul itératif en utilisant la condition de stabilité suivante :

$$\Delta t \leq \frac{1}{2D_{fmax} \left( \left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2 \right)}$$
(III. 1)

- $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$ , sont les dimensions de la maille, en *m*.
- $D_{fmax}$  est la diffusivité thermique maximale, en  $m^2/s$ .

Dans [1], le pas temporel a été fixé à 1ms sans apporter de justification sur le choix de cette valeur et sur la condition de stabilité.

La Figure III. 2 montre la variation de la température dans la structure simulée avec les méthodes TLM et FDTD pour des temps d'expositions de 5s et 10s.

Les résultats obtenus avec la TLM\_2D sont présentés dans la Figure III. 3 extrait de [1].



Figure III. 2 Variation de la température simulée avec les méthodes TLM et FDTD.



Figure III. 3 Variation de la température simulée dans [1].

Les différentes méthodes donnent des résultats similaires malgré un rapport 6 et 14 entre le pas temporel de la TLM et ceux de la FDTD de la TLM\_2D. L'avantage du pas temporel plus grand de la TLM devrait lui permettre de réduire le temps de calcul pour les mêmes résultats.

Nous présentons dans la Figure III. 4 l'erreur relative par rapport à la FDTD. On observe une erreur de moins de 2% pour les deux temps d'exposition ce qui permet de valider la précision de notre algorithme.



Figure III. 4 L'erreur relative par rapport à la FDTD.

Pour confirmer le gain en termes de temps de calcul avec la TLM grâce à son pas temporel 6 fois plus grand que celui de la FDTD, nous avons décidé de comparer les temps de calcul des deux méthodes. Pour cela nous avons choisi de ré-implémenter les deux codes sous Matlab, puis de les exécuter sur la même machine. Nous nous assurons ainsi que nous comparons des programmes ayant un niveau d'optimisation comparable et utilisant les mêmes ressources matérielles et logicielles.

Nous avons réutilisé la structure précédente avec un temps d'exposition de 5s. Le Tableau III. 2 donne les temps de calcul des deux méthodes.

|           | Pas tem                   | porel Δt                 |
|-----------|---------------------------|--------------------------|
| Wiethodes | $\Delta t=2,3 \text{ ms}$ | $\Delta t=14 \text{ ms}$ |
| FDTD      | 68 min                    | instable                 |
| TLM       | 65 min                    | 8 min                    |

Tableau III. 2 Temps de calcul pour un temps d'exposition de 5s.

Cette réduction du temps de calcul par un facteur 8 souligne les meilleures performances de la technique proposée. Cela offre des perspectives réelles pour simuler l'exposition complexe du corps humain dans un environnement réel.

#### II. 2. Validation sur une tête faiblement hétérogène

Grâce à la collaboration de notre laboratoire avec l'Unité de Physique Médicale et Radioprotection (UPMR) du centre hospitalier Princesse Grace-Monaco (CHPG), nous avons obtenu un modèle d'une tête faiblement hétérogène. Nous avons alors pu appliquer notre algorithme TLM ainsi que la FDTD.

#### II. 2. 1 Modèle de la tête

Le centre hospitalier dispose d'un des modèles de la famille de fantômes ATOM (Figure III. 5) développé par l'entreprise américaine CIRS<sup>27</sup> [3], mondialement reconnue dans la fabrication de tissus équivalents pour des études dosimétriques et de simulateurs pour l'imagerie médicale. Ces modèles prennent en compte les os, les poumons et les tissus mous dont les caractéristiques thermiques sont données dans le Tableau III. 3.

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Computerized Imaging Reference Systems, Incorporated



Figure III. 5 Famille ATOM de l'entreprise CIRS.

Chaque fantôme de la famille ATOM est conçu à partir de sections transversales épaisses de 25 mm et traversées de trous de 5mm de diamètre contenant des tissus bouchons équivalents (Figure III. 6). L'emplacement des trous est optimisé pour une dosimétrie précise de 22 organes internes (yeux, cerveau, cœur...).



Figure III. 6 Exemple d'une section transversale d'un fantôme.

Le fantôme de l'homme a été scanné et voxélisé par l'UPMR. Pour notre application, nous nous concentrons que sur la tête du modèle pour minimiser le temps de calcul dans cette étape de validation.

#### II. 2. 2 Résultats de comparaison

Les algorithmes TLM et FDTD ont été appliqués sur la tête de l'homme de la famille ATOM discrétisée par des voxels de taille  $\Delta x^* \Delta y^* \Delta z = 2^* 2.5^* 2 \text{ mm}^3$ . Les propriétés thermiques sont présentées dans le Tableau III. 3. Le pas de temps TLM est initialement calculé par sa définition générale (III. 2) pour un  $\Delta l = 2$ mm et est ainsi fixé

à 155ms. À noter que le pas temporel FDTD doit être fixé à 25ms pour des raisons de stabilité.

$$\Delta t = \frac{\Delta l^2}{D_{fmax}} \tag{III. 2}$$

Pour estimer l'échauffement dans la tête, nous avons appliqué un DAS local de 2W / Kg au niveau de l'oreille (Figure III. 7) pendant 30min. Cette valeur de DAS correspond à la limite d'exposition recommandée par l'ICNIRP pour le public. La température limite du domaine de calcul est prise à 25°C et la température initiale de la tête est de 37°C.



Figure III. 7 Structure de la tête dans le plan XY.

|             | Caractéristiques thermiques                                     |   |  |                                  |                                     |  |
|-------------|---|---|--|----------------------------------|-------------------------------------|--|
| Milieux     | Chaleur<br>Spécifique<br>(J.Kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) | Constante<br>$\rho_b * C_b * \omega_b$<br>(W.m <sup>-3</sup> .K <sup>-1</sup> ) | Conductivité<br>thermique<br>(W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) | Densité<br>(Kg.m <sup>-3</sup> ) | Métabolisme<br>(W.m <sup>-3</sup> ) |  |
| Air         | 1008  | 0   | 0.03   | 1.16                             | 0                                   |  |
| Peau        | 3610  | 12310   | 0.42   | 1125                             | 2190                                |  |
| Tissus mous | 3687  | 54490   | 0.57   | 1038                             | 10040                               |  |
| Os          | 1650  | 0   | 0.30   | 1990                             | 0                                   |  |

Tableau III. 3 Propriétés thermiques.

La comparaison des résultats de la Figure III. 8 montre une élévation similaire de 0,21°C au niveau de l'oreille pour les deux méthodes. Cependant, la TLM semble fournir une distribution thermique plus réaliste en particulier au niveau des interfaces entre les tissus mous, la peau et l'air. Cette différence aux interfaces est due au traitement utilisé par la FDTD qui moyenne les paramètres thermiques des milieux et donne des résultats moins précis.

La distribution thermique semble également être un peu plus concentrée autour des os avec la TLM. Ceci est dû au fait que la diffusion de la température est affectée par la diffusivité thermique des tissus.



Figure III. 8 Température simulée (a) avec la TLM, (b) avec la FDTD.

Nous avons reproduit la simulation TLM précédente avec des pas temporels différents. La Figure III. 9 montre l'évolution temporelle de la température à un point fixe dans l'oreille. Il est clair que le calcul est stable même si le pas de temps est 100 fois plus grand que le pas temporel initial de 155ms.



Figure III. 9 Évolution temporelle de la température simulée avec la TLM au niveau de l'oreille pour différents pas de temps  $\Delta t$ .

#### II. 3. Conclusion

Afin de valider notre algorithme de diffusion thermique, nous l'avons appliqué sur des structures faiblement hétérogènes en comparant les résultats avec un algorithme basé sur la méthode FDTD. La TLM donne des résultats plus précis au niveau des discontinuités du milieu, car elle évite le moyennage des caractéristiques et permet d'utiliser un pas temporel plus important pour des résultats équivalents, ce qui permet de réduire le temps de simulation.

Pour simuler la température dans les structures fortement hétérogènes, nous avons cherché des modèles anatomiques du corps humain disponibles sur le marché afin de pouvoir faire des études dosimétriques plus réalistes. Le but des parties qui suivent est ainsi de présenter quelques modèles numériques du corps humain parmi les plus utilisés dans le monde de la dosimétrie ainsi qu'une étude comparative avec un logiciel commercial.

## III. Les modèles anatomiques du corps humain.

Pour une étude plus réaliste, l'utilisation de modèles anatomiques d'un corps humain ou animal est nécessaire. Ces modèles sont construits grâce à l'Imagerie à Résonnance Magnétique (IRM) et sont composés de plusieurs tissus biologiques (peau, muscle, graisse, cerveau, ...).

Grâce aux progrès de l'imagerie médicale et des outils de calcul, on trouve depuis quelques années plusieurs modèles numériques de corps humain hétérogènes pour différentes morphologies, sexes, âges et avec différentes résolutions. Les familles virtuelles de fantômes les plus utilisées dans le monde de la dosimétrie numérique sont celles proposées par la compagnie CST (Computer Simulation Technology) [4] et la fondation IT'IS [5]. Elles sont présentées ci-dessous.

#### III. 1. Famille Virtuelle de CST

La compagnie allemande qui développe le logiciel de simulation CST STUDIO SUITE, utilisé par la plupart des laboratoires de recherche ou de l'industrie, propose avec une discrétisation donnée, sa propre famille virtuelle de modèles hétérogènes de différents corps humains (Figure III. 10). Le Tableau III. 4 présente les caractéristiques de chaque fantôme proposé par CST. Le logiciel CST permet aussi d'importer des fantômes proposés par d'autres compagnies.



Figure III. 10. Famille virtuelle de CST.

| <u>Modèle</u> | Age        | <u>Sexe</u> | <u>Taille (cm)</u> | <u>Poids</u><br>(Kg) | <b>Résolution (mm<sup>3</sup>)</b> |
|---------------|------------|-------------|--------------------|----------------------|------------------------------------|
| Bébé          | 8 semaines | F           | 57                 | 4,2                  | 0.85*0.85*4.0                      |
| Enfant        | 7 ans      | F           | 115                | 21,7                 | 1.54*1.54*8.0                      |
| Donna         | 40 ans     | F           | 176                | 79                   | 1.875*1.875*10                     |
| Emma          | 26 ans     | F           | 170                | 81                   | 0.98*0.98*10                       |
| Gustav        | 38 ans     | М           | 176                | 69                   | 2.08*2.08*8.0                      |
| Laura         | 43 ans     | F           | 163                | 51                   | 1.875*1,875*5.0                    |
| Katja         | 43 ans     | Enceinte    | 163                | 62                   | 1.775*1.775*4.84                   |

Tableau III. 4 Caractéristiques de la famille virtuelle de CST.

#### III. 2. Population virtuelle d'IT'IS

La fondation indépendante suisse IT'IS est mondialement réputée pour ses recherches dans la modélisation biophysique des systèmes d'exposition électromagnétiques pour la recherche biomédicale et dans l'évaluation de ces effets. Elle développe des modèles anatomiques de corps humain avec une précision allant de 0,5\*0,5\*0,5 mm<sup>3</sup> jusqu'à 10\*10\*10 mm<sup>3</sup> et rangés en deux familles de fantômes (Figure III. 11). La première, appelée la Virtual Family, est composée d'une femme *'Ella'*, d'un homme *'Duke'*, d'une fille de 11 ans *'Billie'* et d'un garçon de 6 ans *'Thelonious'*. Une seconde famille, appelée la Virtual Classroom, est composée de deux filles *'Roberta'* et *'Eartha'* et deux garçons *'Louis'* et *'Dizzy'* dont les caractéristiques sont présentées dans le Tableau III. 5.

Glenn et Fats sont des modèles numériques de deux hommes d'âge et de gabarits différents. IT'IS les propose séparément des deux familles virtuelles présentées cidessus.



Figure III. 11. Population virtuelle IT'IS

La fondation IT'IS développe aussi des modèles virtuels très hétérogènes de rats, de souris ainsi que de porcs et fourni un outil appelé '*Virtual Family Outil*' qui permet de voxéliser ces modèles et de les récupérer sous forme de fichiers binaires. Nous disposons dans notre laboratoire des deux familles présentées ci-dessus qui nous ont permis d'appliquer notre algorithme.

| <u>Modèle</u> | Age | <u>Sexe</u> | <u>Taille (cm)</u> | <u>Poids (Kg)</u> |
|---------------|-----|-------------|--------------------|-------------------|
| Glenn         | 84  | М           | 173                | 61,1              |
| Fats          | 37  | М           | 182                | 119,5             |
| Duke          | 34  | М           | 177                | 70,2              |
| Ella          | 26  | F           | 163                | 57,3              |
| Louis         | 14  | М           | 168                | 49,7              |
| Bellie        | 11  | F           | 149                | 34,0              |
| Eartha        | 8   | F           | 136                | 29,9              |
| Dizzy         | 8   | М           | 137                | 25,3              |
| Thelonious    | 6   | М           | 116                | 18,6              |
| Roberta       | 5   | F           | 109                | 17,8              |

Tableau III. 5 Caractéristiques de la famille virtuelle d'IT'IS.

# IV. Comparaison TLM/CST sur une tête fortement hétérogène

#### IV. 1. Création du fichier d'entrée

Nous ne disposons pas d'interface graphique ou d'outil pour mailler des structures complexes avec notre code TLM. Pour simuler des structures fortement hétérogènes avec des interfaces non uniformes, nous avons dû créer un fichier de chaque modèle numérique à étudier. Pour cela, j'ai développé une fonction *Matlab* qui permet de créer un fichier de données à partir d'un fichier 3D du modèle numérique.

La Figure III. 12 montre les étapes à suivre pour pouvoir créer le fichier d'une structure donnée. À partir d'un fichier 3D, nous discrétisons le modèle en voxels de taille allant de 0,5mm à 10mm à l'aide de l'outil « *virtuel family* » fourni par la fondation *IT'IS*. Nous attribuons ensuite à chaque voxel les propriétés électromagnétiques et thermiques correspondantes présentées dans le Tableau III. 6. La fondation IT'IS propose aussi sur son site web [6] une base de données des milieux biologiques à des fréquences différentes.

Nous avons choisi d'utiliser les données proposées par CST [4] pour pouvoir, par la suite, comparer les résultats numériques obtenus par ce logiciel et par la TLM.



Figure III. 12 Étapes pour créer un fichier d'entrée de chaque structure.

#### IV. 2. Comparaison thermique TLM/CST

Dans cette partie nous présentons une étude comparative de notre algorithme thermique basé sur la méthode TLM et du solveur thermique disponible dans le logiciel commercial CST Studio Suite afin d'étudier la convergence des deux méthodes.

Pour cette étude comparative, les paramètres électromagnétiques et thermiques sont ceux utilisés par CST à 900 MHz (Tableau III. 6).

Les deux méthodes sont appliquées sur la tête hétérogène du modèle Duke de la Virtual Family présentée précédemment avec différentes discrétisations de  $(5mm)^3$ ,  $(2mm)^3$  et $(1mm)^3$ . La face de la tête est exposée à une onde plane incidente à la fréquence de 900 MHz avec un champ électrique de 100 V/m. Cette amplitude dépasse la valeur limite recommandée pour que l'élévation de la température soit significative (Figure III. 13).

Nous rappelons que dans cette bande de fréquence, la limite d'exposition en termes de densité de puissance est de  $10W/m^2$  qui correspond à champ électrique efficace de 61,4V/m.

Le maillage utilisé par chaque méthode correspond à la taille du voxel.

Des couches parfaitement adaptées PML qui entourent la structure ont été utilisées comme conditions limites pour la simulation électromagnétique, et pour le solveur thermique, nous avons imposé aux limites une température fixe de 25°C.



Figure III. 13. Coupe verticale de la tête de Duke.

Pour une première comparaison, nous utilisons le Débit d'Absorption Spécifique (DAS) simulé par CST dans chaque cellule (non moyenné) pour calculer les pertes thermiques

| Milieu              | Eps    | Mue | Kappa (S/m) | Rho (kg/m3) | Kt (W/m.K) | HeatCap (J/g.K) | BloodFLow (W/m3.K) | Metabolic (W/m3) |
|---------------------|--------|-----|-------------|-------------|------------|-----------------|--------------------|------------------|
| Air_internal        | 1      | 1   | 0           | 0           | 0,02       | 1               | 0                  | 0                |
| Artery              | 61,36  | 1   | 1,5379      | 1060        | 0,51       | 3,824           | 1,00E+06           | 0                |
| Blood_vessel        | 61,36  | 1   | 1,5379      | 1060        | 0,51       | 3,824           | 1,00E+06           | 0                |
| Brain_grey_matter   | 52,72  | 1   | 0,942       | 1030        | 0,502      | 3,7             | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| Brain_white_matter  | 38,89  | 1   | 0,591       | 1030        | 0,502      | 3,6             | 1,73E+04           | 7,10E+03         |
| Cartilage           | 42,653 | 1   | 0,7823      | 1030        | 0,624      | 3,5             | 9,00E+03           | 1,60E+03         |
| Cerebellum          | 52,72  | 1   | 0,942       | 1030        | 0,502      | 3,7             | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| Cerebrospinal_fluid | 71,568 | 1   | 2,5156      | 1000        | 0,6        | 4,187           | 0                  | 0                |
| Commissura_anterior | 38,89  | 1   | 0,591       | 1030        | 0,502      | 3,6             | 1,73E+04           | 7,10E+03         |
| Connective_tissue   | 5,462  | 1   | 0,051       | 910         | 0,201      | 2,5             | 1,70E+03           | 3,00E+02         |
| Cornea              | 55,235 | 1   | 1,3943      | 1076        | 0,52       | 3,793           | 2,59E+03           | 0,00E+00         |
| Ear_cartilage       | 42,653 | 1   | 0,7823      | 1030        | 0,624      | 3,5             | 9,00E+03           | 1,60E+03         |
| Ear_skin            | 41,405 | 1   | 0,8668      | 1100        | 0,293      | 3,5             | 9,10E+03           | 1,62E+03         |
| Eye_lens            | 46,573 | 1   | 0,7934      | 1090        | 0,4        | 3,664           | 0                  | 0                |
| Eye_Sclera          | 55,271 | 1   | 1,1668      | 1032        | 0,4        | 3               | 1,96E+03           | 0,00E+00         |
| Eye_vitreous_humor  | 68,902 | 1   | 1,6362      | 1009        | 0,624      | 3,932           | 0                  | 0                |
| Fat                 | 5,462  | 1   | 0,051       | 910         | 0,201      | 2,5             | 1,70E+03           | 3,00E+02         |
| Hippocampus         | 52,72  | 1   | 0,942       | 1030        | 0,502      | 3,7             | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| Hypophysis          | 59,684 | 1   | 1,0385      | 1050        | 0,624      | 3,761           | 3,60E+05           | 6,40E+04         |
| Hypothalamus        | 59,684 | 1   | 1,0385      | 1050        | 0,624      | 3,761           | 3,60E+05           | 6,40E+04         |
| Larynx              | 42,653 | 1   | 0,7823      | 1030        | 0,624      | 3,5             | 9,00E+03           | 1,60E+03         |
| Mandible            | 12,454 | 1   | 0,1433      | 1990        | 0,4        | 1,289           | 3,40E+03           | 6,10E+02         |
| Marrow_red          | 20,788 | 1   | 0,34        | 1028        | 0,22       | 2,7             | 3,20E+04           | 5,70E+03         |
| Medulla_oblongata   | 45,805 | 1   | 0,7665      | 1030        | 1,13       | 3,675           | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| Midbrain            | 45,805 | 1   | 0,7665      | 1030        | 1,13       | 3,675           | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| Mucosa              | 46,08  | 1   | 0,8447      | 1050        | 0,34       | 3,15            | 9,00E+03           | 1,60E+03         |
| Muscle              | 55,032 | 1   | 0,9429      | 1041        | 0,53       | 3,546           | 2,70E+03           | 4,80E+02         |
| Nerve               | 52,231 | 1   | 0,9211      | 1038        | 0,46       | 3,664           | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| Pharynx             | 1      | 1   | 0           | 0           | 0,02       | 1               | 0                  | 0                |
| Pinealbody          | 59,684 | 1   | 1,0385      | 1050        | 0,624      | 3,761           | 3,60E+05           | 6,40E+04         |
| Pons                | 45,805 | 1   | 0,7665      | 1030        | 1,13       | 3,675           | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| SAT                 | 5,462  | 1   | 0,051       | 910         | 0,201      | 2,5             | 1,70E+03           | 3,00E+02         |
| Skin                | 41,405 | 1   | 0,8668      | 1100        | 0,293      | 3,5             | 9,10E+03           | 1,62E+03         |
| Skull               | 12,454 | 1   | 0,1433      | 1990        | 0,4        | 1,289           | 3,40E+03           | 6,10E+02         |
| Spinal_cord         | 52,231 | 1   | 0,9211      | 1038        | 0,46       | 3,664           | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| Teeth               | 12,454 | 1   | 0,1433      | 1990        | 0,4        | 1,289           | 3,40E+03           | 6,10E+02         |
| Tendon_Ligament     | 1      | 1   | 0           | 0           | 0,02       | 1               | 0,00E+00           | 0,00E+00         |
| Thalamus            | 52,72  | 1   | 0,942       | 1030        | 0,502      | 3,7             | 4,00E+04           | 7,10E+03         |
| Tongue              | 55,271 | 1   | 0,9363      | 1041        | 0,53       | 3,546           | 2,70E+03           | 4,80E+02         |
| Vein                | 61,36  | 1   | 1,5379      | 1060        | 0,51       | 3,824           | 1,00E+06           | 0,00E+00         |
| Vertebrae           | 12,454 | 1   | 0,1433      | 1990        | 0,4        | 1,289           | 3,40E+03           | 6,10E+02         |

dans la tête ( $P_{em} = \rho DAS$ ) et les utiliser comme source de chaleur dans l'équation de Pennes pour les deux algorithmes. La durée d'exposition est de 40 minutes.

Tableau III. 6 Propriétés électriques et thermiques des tissus de la tête proposés par CST à la

fréquence de 900MHz.

#### IV. 2. 1 Étude des termes sources

Avant de commencer notre étude comparative des deux solveurs, nous rappelons dans cette partie les termes sources de chaleur existants et leurs impacts sur l'élévation de la température finale. Dans le cas d'une exposition d'un être vivant à une source électromagnétique, l'augmentation de la température dans les tissus est due au métabolisme ( $P_{met}$ ) et à la puissance électromagnétique ( $P_{em}$ ) absorbée par chaque tissu. Pour bien comprendre ceci, nous présentons dans la Figure III.14 dans deux coupes différentes l'élévation de la température pour chaque source de chaleur ainsi que l'élévation totale dans le cas où la tête, ayant une température initiale de 37°C, est exposée à une onde plane pendant 40 minutes.

Cette étude des termes sources a été effectuée en trois temps. Dans un premier temps, on ne considère que le métabolisme comme source de chaleur ( $P_{em}=0$ ). Ensuite, on utilise juste le  $P_{em}$  pour regarder l'élévation de la température, enfin on combine les deux sources de chaleur pour avoir la température globale.

Comme on peut le voir sur la Figure III.14,  $P_{met}$  et  $P_{em}$  affectent bien l'élévation finale de la température dans la tête. On remarque que les effets thermiques se combinent linéairement. Il est cependant nécessaire de prendre en compte les deux sources de chaleur pour étudier l'élévation de la température par rapport aux seuils définis par les organismes sanitaires.

Les résultats thermiques présentés dans ce chapitre tiennent compte des deux sources de chaleur ( $P_{met}+P_{em}$ ).



Figure III.14 Effet des différentes sources de chaleur.

#### IV. 2. 2 Étude de la discrétisation

Afin d'étudier l'influence de la discrétisation sur les résultats, nous avons commencé par une taille de voxel de (5mm)<sup>3</sup>, nous avons attribué à chaque voxel les caractéristiques électromagnétiques et thermiques propres au milieu concerné. Nous souhaitons dans un premier temps valider l'algorithme TLM thermique sur des structures fortement hétérogènes, pour cela, nous utilisons le DAS calculé par le logiciel commercial CST pour avoir une source de chaleur identique pour les deux solveurs. Nous estimons ensuite l'élévation de la température due à l'exposition à l'onde électromagnétique et comparons les résultats obtenus par les deux méthodes.

La Figure III. 15 présente la tête du modèle Duke sur deux coupes verticale (V) et horizontale (H) avec différentes résolutions. On constate, qu'avec des voxels de (2mm)<sup>3</sup> et  $(1\text{mm})^3$ , la résolution est bien meilleure que celle avec  $(5\text{mm})^3$ .

Les traits discontinus en rouge sur la coupe verticale de la tête représentent les points de comparaison entre les deux méthodes FIT et la TLM.



Coupe H de la tête avec ∆l=5mm



Coupe H de la tête avec ∆l=2mm





Coupe H de la tête avec ∆l=1mm



Figure III. 15 Structure de la tête du modèle de Duke avec différentes discrétisations et dans deux coupes différentes.

Comme mentionné précédemment, l'élévation de la température dans la tête est calculée à partir du DAS local (calculé dans chaque cellule). On présente dans la Figure III. 16 les cartographies du DAS calculé avec CST en fonction de la discrétisation. On remarque que la résolution influe bien sur le calcul du DAS surtout dans des zones fortement hétérogènes telles qu'au niveau des yeux et de la langue.



Figure III. 16 DAS local calculé avec CST pour différentes discrétisations.

Dans ce genre d'exposition (exposition d'une partie du corps), l'ICNIRP ainsi que les autres organismes de sécurité recommandent des limites pour le DAS moyenné sur une masse de 10g. Nous rappelons que cette limite est de 2W/Kg pour le public. Le logiciel CST propose aussi un DAS<sub>10g</sub> que nous présentons sur la Figure III. 17 pour les trois discrétisations différentes. Le passage d'un DAS local dans chaque cellule à un DAS moyenné modifie la distribution de ce dernier surtout dans des zones hétérogènes. Ainsi, le DAS10g simulé avec des cellules de tailles  $(2mm)^3$  est déjà une bonne approximation de celui obtenus avec  $(1mm)^3$ . Cependant, un maillage de 5mm est insuffisant pour avoir de bons résultats.



Figure III. 17 DAS<sub>10g</sub> calculé avec CST pour différentes discrétisations.

Afin d'estimer l'élévation de la température due à l'exposition de la tête à une onde électromagnétique, nous introduisons les pertes thermiques calculées à partir du DAS dans les deux solveurs thermiques. La température aux limites est fixée à la température ambiante de 25°C et la température initiale de la tête est de 37°C.

Les deux figures Figure III. 18 et Figure III. 19 présentent respectivement la distribution de la température simulée par le solveur thermique de CST et la TLM dans les coupes présentées précédemment. Comme on peut le constater, les distributions du DAS et de la température ne sont pas proportionnelles les unes aux autres. En effet, l'élévation de la température dans la tête n'est pas uniquement due au DAS mais aussi au métabolisme.

Nous remarquons qu'après une exposition de 40 minutes, la distribution de la température obtenue par notre algorithme TLM est similaire à celle simulée par CST pour toutes les discrétisations avec une légère différence au niveau de la langue et les yeux.



Figure III. 18 Cartographies de l'élévation de la température simulée par CST après 40 minutes d'exposition avec le DAS local CST pour les trois discrétisations.



Figure III. 19 Cartographies de l'élévation de la température simulée par la TLM après 40 minutes d'exposition avec le DAS CST pour les trois discrétisations

Pour compléter la comparaison thermique, nous présentons sur la Figure III. 20, la température simulée par les deux méthodes le long de la ligne rouge pointillée de la Figure III. 15. Quelle que soit la discrétisation, les résultats thermiques sont proches. Néanmoins, une résolution minimale de 2mm<sup>3</sup> est nécessaire pour avoir une estimation de la température dans les zones à fort gradient.

Par la suite, nous allons présenter une étude dans le régime transitoire des deux méthodes en comparant le pas temporel choisi pour chaque méthode et le temps de simulation nécessaire.



Figure III. 20 Température au niveau des yeux simulée par les deux méthodes pour les trois discrétisations. (N<sub>y</sub> est le nombre de cellule suivant l'axe y)

#### IV. 2. 3 Étude dans le régime transitoire

Nous avons voulu dans cette partie comparer la distribution de la température des deux méthodes avant d'atteindre le régime permanent, et comme les résultats avec une discrétisation de 2mm sont assez similaires pour les deux méthodes, nous allons étudier l'élévation de la température avec cette résolution pour seulement 5 minutes d'exposition.

On présente sur la Figure III. 21 l'élévation de la température après 5 minutes d'exposition simulée par la TLM et la FIT sur deux coupes différentes. On remarque que la température simulée par les deux méthodes se comporte d'une façon similaire même en régime transitoire.



Figure III. 21 Cartographie de l'élévation de la température après 5 minutes pour les deux méthodes et une résolution de 2mm<sup>3</sup>.

#### IV. 2. 4 Temps de calcul

Comme présenté dans le chapitre I, les simulations TLM et CST se font sur deux machines différentes. Le calcul TLM s'effectue sur la machine Occigen du centre informatique national de l'enseignement supérieur (CINES), et celui de CST est exécuté sur une machine locale dont les caractéristiques sont présentées dans le chapitre I.

Les temps de simulations thermiques des deux méthodes sont comparés seulement pour la discrétisation de  $(2mm)^3$  et un temps d'exposition de 40 minutes.

Pour  $\Delta l$  égal à 2mm, les pas temporel initiaux sont respectivement de 155 ms et de 13ms pour la TLM et CST.

En choisissant un nœud de calcul sur la machine Occigen avec des caractéristiques techniques équivalentes à celles de la machine locale, nous avons constaté que le calcul TLM est 3 fois plus rapide que CST (Tableau III. 7).

|                 | Métl    | ıode     |
|-----------------|---------|----------|
|                 | TLM     | FIT(CST) |
| Temps de calcul | 4,5 min | 12 min   |



#### IV. 2. 5 Conclusion

Une comparaison de notre algorithme TLM avec le solveur thermique du logiciel commercial CST a été présentée en utilisant le DAS simulé par CST comme source de chaleur. Cette première comparaison nous a permis de valider notre schéma numérique pour simuler la température dans les milieux biologiques.

Pour une comparaison plus complète, nous avons décidé de refaire la même étude dosimétrique en couplant les parties électromagnétiques et thermiques propres à chaque méthode.

#### IV. 3. Couplage TLM électromagnétique thermique

Le but de cette partie, est de présenter une étude comparative plus complète des deux méthodes numériques TLM et FIT (CST) en se basant sur le même scénario d'exposition étudié précédemment.

Comme mentionné auparavant, nous disposons au LEAT d'un code électromagnétique plus complet basé sur la méthode TLM auquel nous avons ajouté la fonction qui permet de calculer le DAS et la partie thermique pour des études dosimétriques plus complètes.

Pour pouvoir étudier le couplage unidirectionnel électromagnétique/thermique, nous allons refaire la même étude que précédemment pour les trois différentes tailles de voxel en utilisant cette fois-ci le DAS calculé par chaque méthode. Cette étude va nous permettre par la suite de comparer la convergence en déterminant à partir de quelle taille de maillage les méthodes convergent vers la solution exacte.

#### IV. 3. 1 Étude de la discrétisation

Comme dans la partie validation, la tête du modèle Duke est exposée à une onde plane à 900 MHz polarisée verticalement avec un champ électrique de 100V/m en gardant les mêmes conditions limites.

Le DAS calculé avec la TLM dans chaque cellule est présenté sur la Figure III. 22 pour les différentes discrétisations et sur les mêmes coupes définies précédemment. En le comparant avec celui de CST présenté dans Figure III. 16 (§ IV. 2. 2), nous remarquons qu'une bonne estimation du DAS est obtenue dès la résolution de (5mm)<sup>3</sup>, notamment au niveau de la langue, ce qui n'est pas le cas avec CST.

Nous avons comparé aussi dans la Figure III. 23 le DAS local au niveau des yeux (suivant les traits rouges) des deux méthodes pour les trois discrétisations. Contrairement à la FIT, on voit que la TLM avec des voxel de taille de (5mm)<sup>3</sup> prévoit déjà un maximum de DAS au niveau des yeux.



Figure III. 22 DAS local calculé avec la TLM pour différentes discrétisations. (à comparer avec la Figure III. 16).



Figure III. 23 DAS local au niveau des yeux pour les trois discrétisations.

Pour passer du DAS\_TLM dans chaque cellule au DAS moyenné sur une masse de 10g, nous avons utilisé l'algorithme sphérique que nous avons présenté dans le deuxième chapitre II avec une petite modification pour qu'il ne fasse pas la moyenne dans des cellules où le DAS est nul [7] (Annexe).

Nous présentons dans la Figure III. 24 le  $DAS_{10g}$  simulé par la TLM pour les différentes résolutions dans les deux coupes horizontale et verticale. En le comparant au  $DAS_{10g}$  calculé par la FIT (Figure III. 17), on remarque une différence au niveau des yeux pour les trois cas. Cette différence peut être due à l'algorithme utilisé pour moyenner le DAS sur une masse donnée et au traitement des interfaces utilisées par CST.

On peut donc conclure que dans le cas des structures fortement hétérogènes, la FIT nécessite un maillage plus fin pour des résultats équivalents à ceux de la TLM avec un maillage plus grossier.



Figure III. 24 DAS<sub>10g</sub> calculé avec TLM pour différentes discrétisations. (à comparer avec la Figure III. 17)

Pour comparer le  $DAS_{10g}$  au niveau des yeux, nous avons tracé sur la Figure III. 25 les valeurs relevées sur la ligne pointillée rouge définie en IV. 2. 2 pour les trois discrétisations. Comme pour le DAS local présenté dans la Figure III. 23, la TLM permet d'avoir une meilleure estimation du  $DAS_{10g}$  au niveau des yeux dès l'utilisation d'une résolutionde 5mm<sup>3</sup>.



Figure III. 25  $DAS_{10g}$  au niveau des yeux pour les trois discrétisations.

Après une durée d'exposition de 40 minutes, l'élévation de la température simulée par le solveur thermique TLM est présentée pour les trois résolutions dans la Figure III. 26 sur les mêmes coupes que le DAS. On constate que pour des voxels de tailles  $(2mm)^3$  et  $(1mm)^3$ , la distribution de la température est quasi-identique. Concernant la comparaison avec les résultats du solveur thermique de CST présenté auparavant dans la Figure III. 18 (§ IV. 2. 2), nous constatons que le point chaud au niveau des yeux est déjà bien visible sur les résultats TLM avec une résolution de 5mm<sup>3</sup>, ce qui est confirmé en regardant l'élévation de la température suivant l'axe des y avec les deux méthodes présentée sur la Figure III. 27.



Figure III. 26 Cartographies de l'élévation de la température simulée par la TLM après 40 minutes d'exposition avec le DAS TLM pour les trois discrétisations.



Figure III. 27 Température simulée par CST et la TLM au niveau des yeux pour les trois discrétisations.

# IV. 3. 2 Étude de la convergence de chaque méthode

Après avoir présenté l'étude dosimétrique complète par les deux méthodes TLM et FIT pour des discrétisations différentes, nous avons voulu étudier dans cette sous-section la

convergence de chacune d'elles. Dans un premier temps nous allons étudier la convergence au niveau de deux points différents. Dans un deuxième temps nous calculons l'erreur quadratique moyenne de chaque méthode et pour chaque discrétisation en considérant celle de 1mm comme référence.

#### a- Étude de la convergence à deux points différents.

Nous comparons d'abord la convergence à deux points différents (les points chauds). Le point 1 est situé au niveau de la langue et le point 2 se trouve au niveau des yeux (Figure III. 28).



Figure III. 28 Les deux points de l'étude de la convergence.

Nous présentons sur les deux figures Figure III. 29 et Figure III. 30 l'influence de la taille du voxel sur l'évolution temporelle de la température au niveau de la langue et des yeux. On constate qu'au niveau de la langue, avec des discrétisations de (2mm) et 1mm<sup>3</sup> la méthode FIT(CST) converge vers la même valeur que la TLM avec une discrétisation de (5mm)<sup>3</sup>. Au niveau du point 2, on constate un léger écart entre les résultats CST et TLM d'environ 5% pour une discrétisation de 1mm<sup>3</sup>. Concernant les voxels de taille de (5mm)<sup>3</sup> et (2mm)<sup>3</sup>, on note un gros écart entre les résultats CST et ceux de la TLM. On présente dans le Tableau III. 8 l'écart en pourcentage par rapport à 1mm<sup>3</sup> calculé dans (III. 3) pour chaque méthode.

$$Ecart(\%) = \left(\frac{T_n - T_{1mm^3}}{T_{1mm^3}}\right)_m * 100$$
 (III. 3)

Avec,

- n est la discrétisation  $((5 \text{mm})^3 \text{ ou } (2 \text{mm})^3)$ .
- *m* est la méthode utilisée (TLM ou FIT).

| Méthode | Ecart entre T <sub>(2mm)3</sub> et T <sub>1mm</sub> | Ecart entre T <sub>(5mm)3</sub> et T <sub>1mm</sub> |
|---------|---|---|
| TLM     | 1 .17%  | 12.3%   |
| CST     | 2.45%   | 23.36%  |

Tableau III. 8 Ecart en pourcentage entre les températures au niveau des yeux.

À partir de ces résultats, on constate que l'écart entre la température obtenue avec une discrétisation de  $(5mm)^3$  et celle avec  $1mm^3$  en utilisant CST est deux fois plus grand que celui de la TLM, ce qui offre à la TLM une meilleure convergence.



Figure III. 29 Influence de la résolution du modèle sur la température de la langue.



Figure III. 30 Influence de la résolution du modèle sur la température au niveau des yeux.

#### b- Étude de la convergence globale.

Pour une étude de la convergence globale de chaque méthode, nous avons décidé de calculer l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) définie dans (III. 4), en considérant les résultats obtenus avec une discrétisation de (1mm)<sup>3</sup> comme référence.

$$EQM = \frac{1}{n_x * n_y * n_z} \sum_{1}^{n_x} \sum_{1}^{n_y} \sum_{1}^{n_z} \left( T_{5;2} - T_1 \right)^2$$
(III. 4)

Avec,

- $n_x$  est le nombre de voxels suivant l'axe x.
- *ny* est le nombre de voxels suivant l'axe y.
- *nz* est le nombre de voxels suivant l'axe z.
- $T_{5,2}$  est la température calculée avec des voxels de taille de  $(5mm)^3$  ou  $(2mm)^3$ .
- $T_1$  est la température référence calculée avec des voxels de taille de  $(1 \text{ mm})^3$ .

Afin de pouvoir calculer cette erreur entre une température calculée avec une discrétisation plus grande que celle de 1mm, nous avons utilisé la fonction d'interpolation du logiciel MATLAB. Cette fonction permet de passer d'une température donnée (VAL) dans une cellule de 5mm par exemple, à une matrice 2D 5x5 remplie de la même valeur (Figure III. 31).

Nous pouvons aussi utiliser cette idée d'interpolation pour passer d'un maillage qui correspond à la taille du voxel à un maillage deux ou trois fois plus fin en gardant la même résolution.

L'erreur quadratique moyenne dans la tête pour la TLM et CST et à différentes durées d'exposition est présentée sur la Figure III. 32. On constate que l'EQM entre 5mm et 1mm pour la TLM est plus faible que celle de CST ce qui nous permet de confirmer la meilleure convergence de la TLM par rapport à celle de la FIT.


Figure III. 31 Exemples d'interpolation en 2D.



Figure III. 32 Erreur Quadratique Moyenne pour TLM et CST.

#### V. Conclusion

Le but de ce chapitre était de présenter des études comparatives avec la méthode numérique FDTD et le logiciel commercial CST afin de valider notre algorithme thermique et démontrer les avantages de la méthode TLM dans les études dosimétriques sur des structures fortement hétérogènes. Les comparaisons ont été effectuées sur différentes structures, une première structure simple déjà étudiée dans la littérature, une seconde faiblement hétérogène et une troisième structure d'une tête humaine fortement hétérogène.

La comparaison des résultats de l'étude dosimétrique complète de la méthode TLM avec ceux de la FIT sur le modèle d'une tête très hétérogène avec différentes discrétisations montre un très bon accord entre les deux avec toutefois une différence au niveau des yeux où la variation des propriétés électriques et thermiques est très forte. Cette différence est due au traitement des interfaces utilisées par la FIT (CST) qui calcule la moyenne des paramètres des milieux rendant les résultats moins précis.

On a vu que la FIT nécessite un maillage plus fin que celui de la TLM pour des résultats équivalents, pour confirmer cette conclusion nous avons étudié la convergence de chaque méthode et montré que la TLM converge plus rapidement que la FIT.

Après avoir étudié et validé le couplage électromagnétique thermique avec la TLM, nous allons présenter dans le chapitre suivant une étude dosimétrique un peu plus réaliste en utilisant cette fois-ci un smartphone modélisé par une antenne PIFA (Planar Inverted-F Antenna) comme source électromagnétique à côté de la tête voxélisée avec une résolution de 2mm<sup>3</sup>.

#### Références

[1] S. Aliouat Bellia, A. Saidane, A. Hamou, M. Benzohra, and J. M. Saiter, "Transmission line matrix modelling of thermal injuries to skin," *Burns*, vol. 34, no. 5, pp. 688–697, Aug. 2008.

[2] M. CUEILLE, "Contribution à la modélisation multiphysique, électromagnétique, thermique et hydrodynamique, appliquée à la dosimétrie des systèmes d'exposition aux rayonnements électromagnétiques non ionisants," XLIM-Limoges, 2007.

[3] "www.cirsinc.com.".

[4] "www.cst.com.".

[5] "http://www.itis.ethz.ch/virtual-population/virtual-population-cvip-vip/cvip3and-vip1/.".

[6] "http://www.itis.ethz.ch/virtual-population/tissue-properties/downloads/.".

[7] S. Oh, G. Carluccio, and C. M. Collins, "Method and tool for improved, rapid Ngram average SAR determination," in *Proc Intl Soc Mag Reson Med*, 2011, vol. 19, p. 3868.

# Chapitre IV. Exposition d'une Tête Humaine à un Smartphone

#### **SOMMAIRE** :

| I. Introduction                                      |                |
|--|----------------|
| II. L'exposition d'une tête hétérogène à un téléphon | e portable135  |
| II. 1. Présentation de l'antenne                     |                |
| II. 2. Étude de l'exposition d'une tête hétérogène a | au rayonnement |
| de l'antenne PIFA                                    |                |
| III. Conclusion                                      |                |

#### I. Introduction

Depuis l'apparition de la téléphonie mobile dans notre quotidien, plusieurs études se sont intéressées à l'exposition des utilisateurs aux rayonnements électromagnétiques émis par les téléphones portables afin de décrire les effets de ces ondes électromagnétiques sur la santé des usagers. Le but de ce dernier chapitre est d'étudier l'exposition d'une tête hétérogène en simulant le DAS et l'élévation de la température correspondante due à l'utilisation d'un Smartphone modélisé par une antenne PIFA<sup>28</sup> fonctionnant à la fréquence de 900 MHz. Dans un premier temps, nous allons présenter les caractéristiques en termes d'adaptation et le diagramme de rayonnement de l'antenne PIFA utilisée pour modéliser le téléphone mobile, ensuite, nous présentons les résultats de l'étude dosimétrique sur la tête d'un adulte. Enfin, nous allons comparer l'exposition d'un enfant à celle de l'adulte en utilisant la même antenne PIFA.

### II. L'exposition d'une tête hétérogène à un téléphone portable

#### II. 1. Présentation de l'antenne

L'antenne PIFA est l'antenne la plus utilisée dans les appareils de communication mobile grâce à sa simplicité de fabrication. C'est pour cette raison que nous avons décidé d'utiliser une PIFA pour modéliser un Smartphone de taille  $120 \times 60 \text{ }mm^2$ .

La PIFA utilisée dans cette partie est une antenne métallique simple, mono-bande, fonctionnant à la fréquence GSM de 900MHz(GSM900<sup>29</sup>). La Figure IV. 1 présente la géométrie et les dimensions de l'antenne proposée pour avoir une bonne adaptation à 900 MHz.

<sup>&</sup>lt;sup>28</sup> Planar Inverted-F Antenna

<sup>&</sup>lt;sup>29</sup> Global System for Mobile communication



Figure IV. 1 Géométrie et dimensions de l'antenne PIFA utilisée.

La simulation en espace libre permettant d'obtenir le coefficient de réflexion et le gain de l'antenne a été effectuée avec le code TLM. On constate sur la Figure IV. 2 que l'antenne présente un coefficient de réflexion de -31.5 dB à la fréquence de 900 MHz et une bande passante pour un S<sub>11</sub> inférieur à -10 dB de 34 MHz.



Figure IV. 2 Coefficient de réflexion de l'antenne PIFA simulé par la TLM.

Le rayonnement de l'antenne simulé avec la TLM à la fréquence de 900 MHz, est présenté sur la Figure IV. 3 sur deux plans différents et en 3D sur la Figure IV. 4. Les résultats montrent un rayonnement d'une antenne PIFA avec un niveau de gain maximal de 2,2 dBi.



Figure IV. 3 Gain de l'antenne simulé avec la TLM sur deux plans différents.



Figure IV. 4 Gain en 3D de l'antenne PIFA en espace libre simulé par la TLM.

## II. 2. Étude de l'exposition d'une tête hétérogène au rayonnement de l'antenne PIFA.

#### II. 2. 1 Tête adulte

L'antenne présentée précédemment est utilisée dans cette partie pour étudier l'exposition d'une tête humaine à un téléphone portable en communication. Comme montré sur la Figure IV. 5, l'antenne est positionnée proche de l'oreille à une distance de 2 mm.

La tête utilisée dans cette étude est celle du modèle de DUKE (34 ans) utilisée précédemment avec une discrétisation de  $(2 \text{ mm})^3$ . La structure est entourée des cellules de PML.



Figure IV. 5 Structure de la tête en présence de l'antenne au niveau de l'oreille selon les plans vertical et horizontal.

À la norme GSM900, la puissance maximale émise par un mobile est de 2W crête. Pour cette étude, nous avons décidé d'utiliser cette valeur maximale pour simuler le DAS et la température après une durée d'exposition donnée.

#### a- Influence de la présence de la tête sur l'antenne

Afin d'étudier l'exposition de la tête hétérogène à l'antenne PIFA, nous allons présenter dans cette section quelques résultats en terme de champ électromagnétique rayonné par l'antenne et de la puissance absorbée par la tête pour une puissance émise de 2W.

Tout d'abord, nous avons voulu regarder l'influence de la présence de la tête sur l'adaptation et sur le rayonnement de l'antenne. La Figure IV. 6 montre le coefficient

de réflexion dans les deux cas. On voit bien un léger décalage vers les hautes fréquences avec toujours une bonne adaptation à la fréquence de 900MHz.



Figure IV. 6 Comparaison du coefficient de réflexion dans les deux cas.

Le diagramme de rayonnement de l'antenne en présence de la tête est présenté sur la Figure IV. 7 selon les plans  $\varphi=0^\circ$  et  $\theta=90^\circ$  et en 3D sur la Figure IV. 8. On note une déformation du rayonnement arrière de l'antenne ainsi qu'une diminution de la valeur maximale du gain de 1,45 dBi au lieu de 2,2 dBi en espace libre.



Figure IV. 7 Diagramme de rayonnement de l'antenne selon deux plans différents en présence de la tête de Duke.



Figure IV. 8 Gain en 3D de l'antenne PIFA en présence de la tête de Duke.

#### b- Résultats électromagnétiques

Les résultats d'exposition du modèle de tête adulte à un téléphone portable modélisé par la PIFA sont présentés dans cette partie. Le module du champ électrique à la fréquence de 900 MHz, pour une puissance d'entrée de 2W, est présenté selon les coupes xOz et xOy (Figure IV. 9).



Figure IV. 9 Module du champ électrique de l'antenne selon les coupes xOz et xOy.

On remarque que la valeur maximale du champ électrique est obtenue à proximité de l'antenne. Cependant, une partie non négligeable de ce champ est observée au niveau de l'oreille et à l'intérieur de la tête.

La distribution du DAS local correspondante est présentée sur la Figure IV. 10 selon les mêmes plans que le champ électrique. La quantité maximale de puissance absorbée par les tissus de la tête est observée au niveau de l'oreille droite, proche de la source RF.



Figure IV. 10 DAS local simulé par la TLM selon les coupes xOz et xOy.

Les normes de restriction étant exprimées en fonction du DAS 10g, la Figure IV. 11 présente le DAS moyenné sur une masse de 10g. Le maximum observé, au niveau de l'oreille, est de 0.68W/kg.



Figure IV. 11  $DAS_{10g}$  simulé par la TLM selon les coupes xOz et xOy.

#### c- Résultats thermiques

Comme mentionné précédemment, la puissance électromagnétique absorbée par les tissus de la tête induit une élévation de température dans ces derniers. Pour caractériser

la température dans la tête après exposition au téléphone portable, nous présentons dans la Figure IV. 12 l'élévation de la température après 30 minutes d'exposition, selon les coupes xOz et xOy. Deux zones « chaudes » sont observées : une au niveau du cerveau et l'autre au niveau de l'oreille. L'échauffement observé dans le cerveau est supérieur à  $37.3^{\circ}$ C. Il est principalement dû au métabolisme du tissu (P<sub>met</sub>). Pour le confirmer, nous avons simulé, avec le même temps d'exposition (30min), la distribution de température sans tenir compte de la puissance électromagnétique absorbée (Figure IV. 13). On ne constate pas, dans ce cas, d'élévation de température au niveau de l'oreille. Cette étude permet d'attribuer au DAS une augmentation de température d'environ 0.3°C au niveau de l'oreille après 30 minutes d'exposition.



Figure IV. 12 Distribution de la température dans la tête selon les coupes xOz et xOy. avec prise en compte de  $P_{met}$  et  $P_{em}$ .



Figure IV. 13 Distribution de la température dans la tête selon les coupes xOz et xOy. avec prise en compte de P<sub>met</sub> seulement.

Nous avons simulé sur la Figure IV. 14 la température avec et sans prise en compte de la puissance électromagnétique  $P_{em}$  suivant les mêmes points que dans la Figure IV. 12. On constate que seulement 0.21°C d'augmentation de température est dû à l'exposition de la tête à l'antenne.



Figure IV. 14 Température suivant l'axe x au niveau de l'oreille sans et avec prise en compte de Pem.

Une tête adulte exposé à une antenne PIFA fonctionnant à 900 MHz est donc soumise à un DAS moyen de 0.68 W/kg. Cette exposition est à l'origine d'une augmentation de température d'environ 0.21°C, localisée au niveau de l'oreille.

#### II. 2. 2 Comparaison avec la tête d'un enfant de 14 ans

Depuis quelques années, et grâce au dévéloppement des technologies sans fil, l'utilisation du téléphone portable est de plus en plus importante chez les plus jeunes, qui sont alors exposés aux champs radiofréquences. Afin de comparer l'exposition d'un enfant à celle d'un adulte, nous avons exposé à la même antenne PIFA, la tête de « **Louis** » présentée dans le chapitre III, modèle d'un garçon agé de 14 ans (Figure IV. 15). La résolution choisie est toujours de 2mm.



Figure IV. 15 Modèle de la tête de l'enfant Louis selon les plans vertical et horizontal.

#### a- Influence de la présence de la tête sur l'antenne

Avant de comparer les résultats d'exposition avec ceux de Duke, nous avons étudié l'influence de la morphologie de la tête sur les caractéristiques de l'antenne PIFA en la plaçant à la même distance soit à 2mm de l'oreille droite.

Nous avons vu dans la Figure IV. 6 que la présence de la tête de l'adulte Duke conduit à un petit décalage en fréquence (910 MHz) avec une légère diminution du niveau d'adaptation (-4.5 dB). Dans le cas de la tête de l'enfant (Figure IV. 16), aucun décalage en fréquence n'est observé ; Par contre, on constate que la présence de la tête de Louis introduit une baisse du niveau d'adaptation (= -15 dB) qui reste néanmoins acceptable. Il semble donc que la morphologie de la tête puisse entrainer une modification du fonctionnement de l'antenne.

En ce qui concerne l'impact de la tête de Louis sur le rayonnement de l'antenne à la fréquence de 900MHz (Figure IV. 17 et Figure IV. 18), on constate un rayonnement semblable à celui avec la tête de Duke avec un maximum de gain de 1,4dBi.



Figure IV. 16 Influence des têtes sur le coefficient de réflexion de l'antenne.



Figure IV. 17 Diagramme de rayonnement de l'antenne sur deux plans différents en présence des deux têtes.



Figure IV. 18 Gain 3D en présence de la tête de Louis.

#### b- Résultats électromagnétiques

Après avoir présenter l'influence de morphologie sur l'adaptation et le rayonnement de l'antenne, nous présentons le DAS local (Figure IV. 19) et le DAS moyenné sur 10g (Figure IV. 20) pour la même puissance émise de 2W et les mêmes conditions limites. En comparant ces résultats avec ceux du modèle Duke (Figure IV. 10 et Figure IV. 11), nous remarquons que les distributions sont similaires. Un DAS<sub>10g</sub> maximal de 0.83W/kg a été relevé au niveau de l'oreille droite. Cependant, la comparaison des figures montre que la pénétration des ondes électromagnétiques dans le tête de l'enfant est plus profonde que celle dans la tête de l'adulte. En effet, la faible taille et masse de la tête des enfants les rend plus sensibles aux rayonnements des ondes électromagnétiques. Pour confirmer cette remarque, nous avons tracé dans la Figure IV. 21 le DAS<sub>10g</sub> suivant une ligne prise au niveau de l'oreille des deux tête (indiquée en pointillée au sur Figure IV. 5 et Figure IV. 15). Le DAS<sub>10g</sub> reste plus élevé pour Louis jusqu'à une profondeur d'environ de 6 cm.



Figure IV. 19 DAS local dans la tête de Louis selon les coupes xOz et xOy..



Figure IV. 20  $DAS_{10g}$  dans la tête de Louis selon les coupes xOz et xOy.



Figure IV. 21 Variation du DAS<sub>10g</sub> suivant l'axe au niveau de l'oreille des deux têtes.

#### c- Résultats thermiques

La Figure IV. 22 présente la distribution de température dans la tête de l'enfant selon les coupes xOz et xOy, après une durée d'expositon de 30 minutes. La comparaison avec la distribution dans la tête de Duke présentée dans la Figure IV. 12, montre que la température se diffuse plus dans la tête de l'enfant avec un maximum de 37.33°C relevé toujours dans l'oreille. Pour étudier la diffusion de la température dans les deux têtes, nous présentons dans la Figure IV. 23, la variation de la température suivant les mêmes lignes pointillées. Comme la pénétration de l'enfant, la température se diffuse plus dans cette dernière, elle reste plus forte jusqu'à une profondeur de 2.5 cm.



Figure IV. 22 Distribution de la température dans la tête de Louis sur deux coupes différentes après 30 minutes d'exposition.



Figure IV. 23 Variation de la température suivant l'axe au niveau de l'oreille des deux têtes.

#### d- Aspect temporel

Nous avons comparé dans la Figure IV. 24 l'évolution temporelle de la température des deux têtes au point de l'oreille où celle-ci est maximale. Le résultat confirme que l'élévation de la température dans l'oreille de l'enfant est plus élevée que celle de l'adulte.



Figure IV. 24 Evolution temporelle de la température au niveau de l'oreille des deux modèles.

#### e- Synthèse

Nous avons analysé la répartition du DAS, du  $DAS_{10g}$  et de la température dans les cellules de chaque tête en traçant des histogrammes représentant le pourcentage de

voxels (nombre de voxels par rapport au nombre total dans chaque tête) en fonction d'une valeur donnée. Sur la Figure IV. 25, on voit que malgré la faible taille de la tête de l'enfant (moins de voxels que celle de DUKE), il y a plus de cellules où le DAS local est maximal (de l'ordre de 1W/kg et 1.5W/kg). Ce qui se vérifie pour la répartition du DAS<sub>10g</sub> présenté sur la Figure IV. 26. En effet, 0.47% des cellules de Louis ont un DAS<sub>10g</sub> supérieur à 0.3 W/kg contre 0.25% pour Duke. Quant à la distribution de température, présentée sur la Figure IV. 27, on constate que plus que la moitié des cellules ont une température entre 37.1°C et 37.2°C. 13.98% des voxels de Louis ont leur température supérieur à 37.3°C contre 12.98% pour Duke. Il semble donc que les zones de chaleur soient plus étendues dans la tête de l'enfant.



Figure IV. 25 Histogramme de la distribution du DAS dans les voxels de chaque tête.

(a) DAS limité de 0.05 à 0.7W/kg, (b) DAS limité de 0.4 à 2W/kg.



Figure IV. 26 Histogramme de la distribution du DAS<sub>10g</sub> dans les voxels de chaque tête.



Figure IV. 27 Histogramme de la distribution de la température dans les voxels de chaque tête.

Pour résumer la comparaison entre l'exposition des deux têtes, nous présentons dans le Tableau IV. 1, le nombre de voxels dans chaque tête, les valeurs maximales en termes de DAS moyenné sur une masse de 10g ainsi que de l'élévation de la température au niveau de l'oreille dans les deux têtes.

|                                      | Duke      | Louis     |
|--------------------------------------|-----------|-----------|
| Nombre de voxels                     | 1058854   | 917896    |
| Max_DAS <sub>10g</sub>               | 0,68 W/kg | 0,83 W/kg |
| Élévation maximale<br>de température | 0,31 °C   | 0,33 °C   |

Tableau IV. 1 Comparaison des résultats d'exposition entre les deux têtes au niveau de l'oreille.

Il semble donc que la morphologie du sujet est une influence aussi bien en ce qui concerne le DAS que l'élévation de température.

#### **III.** Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de faire une première étude sur l'exposition d'une tête humaine à un Smartphone modélisé par une antenne PIFA de taille  $60*120 \text{ mm}^2$  fonctionnant à la fréquence GSM900. L'étude a été effectuée sur deux différents modèles de têtes humaines en utilisant le code TLM développé au sein du LEAT.

Dans un premier temps, nous avons présenté la structure ainsi que le rayonnement en espace libre de l'antenne PIFA utilisée pour modéliser un Smartphone. L'étude en

présence de la tête à proximité de l'antenne a montré la sensibilité de l'adaptation et du rayonnement à l'environnement.

Dans un second temps, nous avons exposé un modèle d'une tête d'un adulte au rayonnement émis par l'antenne pour une puissance de 2W. Un  $DAS_{10g}$  maximal de 0.68W/kg a été relevé au niveau de l'oreille avec une élévation de la température de 0.31°C après 30 minutes d'exposition.

Enfin, nous avons comparé l'exposition de la tête d'un adulte à celle d'un enfant. Les résultats de comparaison montrent que pour la même puissance émise, Les tissus sont plus impactés en profondeur tant au niveau électromagnétique que thermiques. Les enfants semblent donc être plus sensibles au rayonnement électromagnétique.

### **Conclusion et Perspectives**

#### Conclusion générale

Le travail effectué au sein du LEAT durant ces trois années de thèse a porté sur le développement d'un outil numérique basé sur la méthode TLM capable de simuler la puissance électromagnétique absorbée et l'élévation de la température correspondante dans des milieux fortement hétérogènes tel que le corps humain.

Nous avons commencé dans le chapitre I par présenter le contexte de l'étude et rappeler les paramètres fondamentaux permettant d'effectuer une étude dosimétrique plus complète en calculant le DAS et l'élévation de la température due à la puissance électromagnétique absorbée. Une étude comparative des méthodes numériques utilisées pour modéliser l'exposition aux ondes électromagnétiques a montré que la TLM semble être la méthode la plus adaptée pour calculer le DAS dans des structures fortement hétérogènes grâce à la co-localisation des composantes des champs au centre de la maille. Avec l'accroissement incessant ces dernières années des systèmes sans fil utilisant les ondes électromagnétiques pour différentes applications, plusieurs études dosimétriques tenant compte de l'aspect thermique ont été menées pour analyser l'exposition à ces sources électromagnétiques. Une présentation de quelques travaux publiés a été exposée dans la dernière partie du chapitre I.

Ainsi, dans le deuxième chapitre nous avons présenté brièvement le principe de la méthode TLM et les différents nœuds existants. L'algorithme TLM utilisé dans la littérature pour résoudre l'équation de la chaleur et les techniques pour calculer le DAS ont été également exposés. Ensuite, nous avons détaillé le nouvel algorithme thermique que nous avons intégré dans le code TLM du LEAT qui permet de simuler la température dans des milieux biologiques fortement hétérogènes. Ce modèle est basé sur le même schéma numérique utilisé pour résoudre les équations de Maxwell ce qui nous permet de calculer le DAS et la température au même point. De plus, nous avons établi une étude de la dispersion et de la stabilité de cet algorithme pour éviter toute divergence et instabilité de calcul.

Afin de valider numériquement notre algorithme, nous l'avons dans le chapitre III appliqué sur différentes structures et nous avons comparé les résultats TLM avec ceux d'autres méthodes. La première comparaison avec la méthode FDTD a été effectuée sur une structure cubique simple utilisée dans la littérature et qui modélise les trois couches de la peau, et une deuxième structure d'une tête faiblement hétérogène. Un bon accord entre les résultats a été observé pour cette première comparaison avec toutefois un traitement des interfaces plus efficace pour la TLM et un pas temporel plus grand que celui utilisé par la FDTD.

L'objectif étant d'effectuer des études dosimétriques dans des milieux fortement hétérogènes, nous avons réalisé une nouvelle comparaison avec la méthode FIT utilisée par le logiciel commercial CST en exposant de face une tête fortement hétérogène avec différentes discrétisations à une onde plane à 900MHz. L'analyse des résultats a montré un bon accord entre les deux méthodes avec toutefois une différence au niveau des yeux où la variation des propriétés électriques et thermiques est très forte. Une étude de la convergence de chaque méthode a été effectuée, nous permettant de constater que la FIT nécessite un maillage plus fin que la TLM pour obtenir des résultats équivalents.

Après avoir validé notre algorithme en le comparant avec d'autres méthodes, nous avons consacré le dernier chapitre à étudier et comparer avec le code TLM l'exposition d'une tête d'un adulte et d'un enfant à un Smartphone modélisé par une antenne PIFA mono-bande fonctionnant à la fréquence GSM-900MHz. Nous avons également montré que la présence de la tête provoquait une légère désadaptation et une déformation du diagramme de rayonnement arrière de l'antenne. Pour une puissance émise de 2W, la comparaison des résultats d'exposition en termes de DAS, montre que la pénétration des ondes électromagnétiques dans la tête de l'enfant est plus profonde que celle dans la tête de l'adulte. En ce qui concerne l'élévation de la température dans les cas têtes, les résultats thermiques confirment bien la sensibilité des enfants au rayonnement émis par les téléphones portables.

#### Perspectives

La réalisation de ce travail durant ces trois années a mis en évidence quelques aspects qui pourront être approfondis dans le futur ou même pendant mon contrat ATER.

En ce qui concerne le chapitre IV, on compte continuer l'exposition de la tête au rayonnement d'un Smartphone, mais cette fois-ci avec une antenne multi-bandes qui couvre toutes les bandes de communications (GSM, UMTS, LTE, Wifi...) et pour différentes positions d'utilisation du téléphone.

D'un point de vue numérique, nous avons utilisé dans ce travail un couplage unidirectionnel entre l'électromagnétisme et la thermique, or dans le cas où les paramètres diélectriques dépendent de la température, un couplage bidirectionnel pourrait être envisagé. Pour bien modéliser les conditions limites thermiques, on pourrait aussi envisager de développer une sorte de « PML thermique ».

Avec le développement des technologies WBAN (Wireless Body Area Networks) qui consiste à interconnecter des dispositifs sur ou dans le corps humain pour des applications médicales, on peut envisager de concevoir des antennes en présence d'un modèle hétérogène de corps humain afin d'optimiser la transmission entre les divers objets connectés présents sur ou dans ce corps, tout en quantifiant comme on sait le faire la puissance électromagnétique absorbée et l'élévation de la température due à

l'interaction du corps avec les antennes. Il pourra être intéressant aussi d'étudier l'influence de la proximité d'autre personnes sur la transmission entre les objets connectés.

### Annexe :

#### Fonction Matlab pour passer d'un DAS localisé dans chaque cellule, à un DAS moyenné sur une masse de n grammes.

```
%MaterialDensity-> the 3D matrix containing the 3D spatial
distribution
2
                   of the material density distribution
%SAR-> the 3D matrix describing the 3D spatial SAR distribution
%a, b, c-> the x, y, z, cell resolution in meters (commonly 2 mm each)
%grams-> the mass in grams of the volumes where
00
        the SAR average is computed (commonly 1g or 10g)
00
%This tool has been presented in international symposia and published
in
%the article:
%G. Carluccio, D. Erricolo, S. Oh, C. M. Collins,
%"An Approach to Rapid Calculation of Temperature Change in Tissue
Using
Spatial Filters to Approximate Effects of Thermal Conduction",
%in IEEE Trans. on Biomedical Engin., (Early View).
%Please consider citing this article if you have found this tool
useful.
8
function SARave = SARavesphnp (MaterialDensity, SAR, a, b, c, grams)
si = size(SAR);
SARave= zeros(si(1), si(2), si(3));
dist=1;
for Slice = 1:si(3)
    SARave(:,:,Slice) = aversphSAR2 (MaterialDensity, SAR, a, b, c,
Slice, dist, grams);
    compl = 100*Slice/si(3);
    %Delete next line if you do not want to have printed information
of the
    %status of the computation
    fprintf('%.2f %% Completed\n', compl);
end
end
function avesphSAR= aversphSAR2 (Material, SAR, a1, b1, c1, Slice,
dist, grams)
si=size(SAR);
row=si(1);
col=si(2);
```

```
avesphSAR=zeros(si(1), si(2));
for k=dist:row-dist+1
    k;
    for l=dist:col-dist+1
        if (Material(k,l, Slice)>0)
        avesphSAR(k, 1) = comptS(Material, SAR, k, 1, Slice, a1, b1,
cl, grams);
        end
    end
end
end
응응
function totSAR = comptS(Material, SAR, a, b, c, a1, b1, c1, grams)
si=size(SAR);
radius=0;
OK=0;
totwei=0;
totSAR=0;
totpx=0;
while (totwei<=grams*1e-3 && OK==0)</pre>
    totwei2=totwei;
    totSAR2=totSAR;
    totpx2=totpx;
    totwei=0;
    totpx=0;
    totSAR1=0;
    totSAR=0;
    radius=radius+1;
    for o=-radius:radius
        rado=floor(sqrt(radius^2-o^2));
        for m=-rado:rado
            radm=floor(sqrt(rado^2-m^2));
            for n=-radm:radm
                if (a+m >= 1 && a+m <= si(1) && b+n >=1 && b+n <=si(2)
\&\& c+o >= 1 \&\& c+o <= si(3))
                if totwei<=10e-3
                totwei=totwei+a1*b1*c1*Material(a+m, b+n, c+o);
                     if SAR(a+m, b+n, c+o)>0
                         totpx=totpx+1;
                         totSAR=totSAR+SAR(a+m, b+n, c+o);
                     end
                end
                end
            end
        end
    end
    if totSAR==totSAR1
        OK=1;
    end
end
coefw = (grams*1e-3 - totwei2)/(totwei-totwei2);
totpxs = coefw*(totpx-totpx2);
totSARs = coefw*(totSAR-totSAR2);
```

```
totpx;
if totpx>0
totSAR=(totSAR2+totSARs)/(totpx2+totpxs);
end
end
```