



HAL
open science

**Analyse de la polarisation de données
multi-composantes à partir d'une seule station ou d'une
antenne : méthodes et applications à la caractérisation
du champ d'ondes sismiques**

Claire Labonne

► **To cite this version:**

Claire Labonne. Analyse de la polarisation de données multi-composantes à partir d'une seule station ou d'une antenne : méthodes et applications à la caractérisation du champ d'ondes sismiques. Sciences de la Terre. COMUE Université Côte d'Azur (2015 - 2019), 2016. Français. NNT : 2016AZUR4135 . tel-01489485

HAL Id: tel-01489485

<https://theses.hal.science/tel-01489485>

Submitted on 14 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale SFA Sciences Fondamentales et Appliquées n°364
Unité de recherche : UFR Sciences de l'Université Nice Sophia Antipolis

THÈSE DE DOCTORAT

Présentée en vue de l'obtention du
grade de **Docteur en Sciences**
Mention : Sciences de la Planète et de l'Univers
de
l'UNIVERSITÉ CÔTE d'AZUR
par

Claire LABONNE

Analyse de la polarisation de données multi-
composantes à partir d'une seule station ou
d'une antenne : méthodes et applications à la
caractérisation du champ d'ondes sismiques

dirigée par Stéphane GAFFET,

Directeur de Recherche CNRS, Université de Nice Sophia Antipolis
et codirigée par Olivier SÈBE,

Docteur en sciences de la Terre et de l'Univers, CEA Ile de France

soutenue le 9 décembre 2016
devant le Jury composé de :

Bertrand	DELOUIS	Professeur, Université Nice Sophia Antipolis	Examineur, Président
Stéphane	GAFFET	Directeur de Recherche CNRS, Université Nice Sophia Antipolis	Directeur
Nicolas	LE BIHAN	Chargé de Recherche CNRS, Université de Grenoble Alpes	Examineur
Matthias	OHRNBERGER	Docteur en Géophysique, Université de Potsdam, Allemagne	Rapporteur
François	SCHINDELÉ	Expert International, CEA Ile de France	Invité
Olivier	SÈBE	Docteur en sciences de la Terre et de l'Univers, CEA Ile de France	Co-directeur
Nikolai	SHAPIRO	Directeur de Recherche CNRS, Institut de Physique du Globe de Paris	Examineur
Jean	VIRIEUX	Professeur Emérite, Université de Grenoble Alpes	Rapporteur

Polarization analysis of
multicomponent data from a single
station or an array : methods and
applications to the characterization of
the seismic wavefield

Analyse de la polarisation de données
multi-composantes à partir d'une seule
station ou d'une antenne : méthodes et
applications à la caractérisation du
champ d'ondes sismiques

Remerciements

Alors que je rédige les dernières pages de mon manuscrit et que je mets les dernières touches à ma présentation de soutenance, je réalise en écrivant ces remerciements à quel point mes travaux de recherche m'ont amené à collaborer avec un nombre varié de personnes enthousiastes, généreuses et serviables.

Je tiens en premier lieu à adresser mes remerciements à mes deux directeurs de thèse Olivier Sèbe et Stéphane Gaffet pour la confiance qu'ils m'ont accordé au cours de ces trois années. J'aimerais dire à Olivier Sèbe que son enthousiasme et sa gentillesse lors de mon stage de Master ont joué un grand rôle dans mon envie de poursuivre une thèse et m'ont aussi beaucoup soutenu lors de cette thèse. Merci à Stéphane Gaffet pour son expérience et son recul sur les questions scientifiques ont été d'une aide précieuse et pour ne pas avoir ménagé ses déplacements pour venir faire le point en personne avec moi malgré la distance.

Ce travail n'aurait pas été possible sans le soutien du CEA et de la région PACA, ni sans la collaboration du LDG avec le LSBB.

Je remercie François Schindelé pour les nombreuses discussions sur les articles, pour ses corrections et pour ses relectures même pendant les vacances. Merci très sincèrement à Nicolas Le Bihan de m'avoir reçu à Grenoble afin de discuter avec moi de différentes pistes de recherche et pour m'avoir très justement conseillé afin d'éviter les écueils mathématiques des biquaternions notamment. Je tiens aussi à le remercier d'avoir été membre de mes comités de thèse et du jury de ma thèse. Merci pour l'intérêt qu'il a porté à mon sujet de thèse, pour sa disponibilité et ses conseils. Je suis infiniment gré à Jean Virieux et Matthias Ohrnberger d'avoir accepté la fonction de rapporteur et pour leur précieux travaux de relecture de ma thèse. Merci de l'intérêt que vous avez porté à mon travail et des considérations et questions constructives qui m'ont été adressées en retour. Je suis très reconnaissante à chacun des membres du Jury de soutenance de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'examiner mon travail de thèse.

Sans données une thèse de sismologie dont le but est d'améliorer l'utilisation des données n'aboutirait pas à grand chose. Je tiens à remercier l'équipe du LSBB et le service technique du CEA (TMG) pour leur assistance lors de l'installation des stations sismiques ainsi que lors de la campagne d'orientation au gyrocompas et dans bien d'autres occasions.

J'aimerais exprimer ma gratitude à Yves Cansi pour l'intérêt scientifique qu'il a porté à mes travaux et pour la relecture du manuscrit. Je remercie Laurent Bollinger pour les discussions sur la géologie du Kazakhstan et de l'Asie centrale. Mes pensées vont également à Jocelyn Guilbert dont l'intérêt pour mon travail ne s'est jamais démenti. Merci aussi à Hélène Hebert et Jean-Marc Guerin dont les

relectures complètes du manuscrit ont été très appréciées.

Mes remerciements vont également à l'ensemble de mes collègues du LEGA-CENALT-CSEM dont la bonne humeur des pauses café et les nombreuses activités (la voile avec Philippe et Pierre, l'escalade avec Aline, la randonnée avec Roser et Aurore, le musée du Louvre avec Delphine, les repas de Noël du labo etc) ont rendu ces trois années très agréables. Une pensée particulière pour mes collègues et amis thésards qui m'ont précédé ou qui me suivent Antoine, Adrien N., Dorianne et Roser (bon courage pour la fin !); mais aussi à ma co-bureau Delphine et l'ensemble des non-permanents du BARD qui ont fait un bout de chemin avec moi au cours des trois dernières années dont Aurore, David, Adrien P., Julien, Angélique, Amandine, Myriam, Denis, Matthieu, Robert et Laura.

Je remercie l'ensemble de ma famille (au sens large du terme... "Labonne" et "la belle" famille) pour leur soutien et leur compréhension tout au long de la thèse et notamment pour leur aide dans la préparation du pot de soutenance. Je suis très reconnaissante des "cantines" de Longjumeau et de Montreuil qui ne m'ont pas laissé mourir de faim pendant la rédaction. J'adresse enfin mes plus sincères remerciements à Fabien.

Table des matières

Introduction générale	1
1 Champ d’ondes et antennes sismiques	5
1.1 Caractéristiques du champ d’ondes sismiques	7
1.1.1 Ondes élastiques	7
1.1.2 Décomposition en ondes planes	10
1.1.3 Ondes polarisées	14
1.1.4 Complexité du champ d’ondes sur Terre	16
1.1.5 Influence de la source	26
1.1.6 Résumé	29
1.2 Système d’enregistrement (1C au 3C, mono au multi-stations)	30
1.2.1 Station isolée (3C)	30
1.2.2 Définition d’une antenne	30
1.2.3 Antenne classique (1CV-2D)	31
1.2.4 Antennes de l’IMS	31
1.2.5 Antenne sismique (3C-3D) du LSBB	32
1.3 Conclusion	39
2 Traitement d’antenne 1C au 3C	41
2.1 Rappel sur la décomposition temps-fréquence	44
2.1.1 Notion de fréquence instantanée	44
2.1.2 Transformée de Fourier à fenêtre glissante	44
2.1.3 Transformée en ondelettes	45
2.1.4 Transformée de Stockwell	46
2.1.5 Conclusion	49
2.2 Influence de la géométrie d’une antenne	50
2.2.1 Fonction de transfert d’une antenne	50
2.2.2 Distance inter-capteur : aliasing	50
2.2.3 Ouverture de l’antenne : résolution	52
2.2.4 Exemple avec une antenne du Kazakhstan	52
2.2.5 Aliasing et résolution pour une antenne complexe	54
2.3 État de l’art du traitement d’antenne mono-composante	55
2.3.1 Paramètres de propagation “apparente” d’une onde plane	56
2.3.2 Retard-sommation et méthode f-k	57
2.3.3 Matrice spectrale	58
2.3.4 Méthode de minimum variance	60
2.3.5 MUSIC (MUltiple Signal Classification)	61
2.3.6 Sélection des fenêtres temps-fréquence	62
2.3.7 <i>PMCC</i> (Progressive Multiple Channel Correlation)	62
2.3.8 Conclusion	64

2.4	Article : Detailed analysis of the far-regional seismic coda in Kazakhstan using array processing	65
2.4.1	Abstract	65
2.4.2	Introduction	66
2.4.3	Kazakhstan Geology and Description of Available Data And Network	68
2.4.4	Data Processing	72
2.4.5	Results	75
2.4.6	Discussion	81
2.4.7	Conclusions	83
2.4.8	Electronic Supplements	85
2.5	Etat de l'art du traitement d'antenne multi-composantes	87
2.5.1	Méthode de la matrice spectrale moyenne	88
2.5.2	Approche en vecteur-long	89
2.5.3	Utilisation de matrices dépliantes	92
2.5.4	Utilisation de quaternions	93
2.6	Conclusion	95
3	Analyse de la polarisation : méthodes et applications	99
3.1	Définition d'un système de paramètres pour l'analyse du champ d'ondes sismiques	102
	Article : Seismic wavefield polarization - Part I : Describing an elliptical polarized motion, a review of motivations and methods .	103
	Article : Seismic wavefield polarization - Part II : Definition of a parameter system in the three-dimensional (3D) space, example case review using LSBB seismic station data	109
3.2	Revue des méthodes d'analyse de polarisation adaptées à notre paramétrisation	115
3.2.1	Méthodes basées sur la matrice de covariance	115
3.2.2	Méthodes de polarisation 'instantanée'	117
3.2.3	Spectre d'éléments elliptiques	118
3.2.4	Tableau récapitulatif	121
3.2.5	Conclusion	123
3.3	Article : Part I - Optimized time-frequency representation of the polarization based on a single-station records	124
3.3.1	Introduction	124
3.3.2	Polarization parameters estimation	125
3.3.3	Visualization of polarization - a synthetic data example . . .	126
3.3.4	Selection of relevant time-frequency cell	131
3.3.5	Application to real data	133
3.3.6	Conclusion	138
3.4	Article : Part II - Spatial coherency study of the polarization through an array : Application to teleseismic records	139
3.4.1	Abstract	139

3.4.2	Introduction	139
3.4.3	Definition of parameters to investigate the spatial coherency .	140
3.4.4	Application to teleseismic records	141
3.4.5	Precise station orientation requirement	144
3.4.6	Identifying seismic phases	146
3.4.7	Conclusion	153
	Conclusion générale	155
	A Article Népal	167
	B Pinnegar equations	183
	Bibliographie	189

Introduction générale

(FR)

Tout comme les champs d'ondes électromagnétiques tels que la lumière ou les ondes radio, le champ d'ondes sismiques est un champ vectoriel d'ondes polarisées. Cela signifie que la définition du champ d'ondes s'étend dans les trois dimensions de l'espace et que les ondes génèrent un mouvement de particules spécifique à leurs natures respectives sur leurs passages. De nombreuses applications tirent parti des caractéristiques de polarisation des ondes dans un but précis. Le filtrage grâce à la polarisation par exemple est très commun, c'est le principe même des lunettes polarisées. Cet exemple illustre bien comment une étude de polarisation d'une onde, ici la lumière se réfléchissant sur une surface lisse, permet d'établir une meilleure compréhension du champ d'ondes, dans ce cas les ondes réfléchies sont toutes polarisées parallèlement à la surface de réflexion, jusqu'à la ségrégation d'une certaine partie de son énergie et ce malgré l'absence totale de contrôle que ce soit sur la source, ici le soleil, ou le milieu de propagation.

Dans le cas de la sismologie, étudier la polarisation permet d'obtenir des informations complémentaires contribuant à la compréhension du champ d'ondes et à l'identification des phases sismiques. Ces informations peuvent être utilisées dans le filtrage de certaines phases sismiques mais peuvent aussi contribuer plus largement à la caractérisation du champ d'ondes. Une amélioration de la caractérisation du champ d'ondes ou une augmentation de la confiance dans le pointé des phases sismiques entraînent des conséquences positives sur un nombre d'applications variées allant de la localisation de l'épicentre ou de la magnitude d'un séisme à la caractérisation du bruit de fond en passant par les applications au risque sismique, la volcanologie, la discrimination de sources pour n'en citer que quelques unes. A ce jour, la polarisation reste cependant un critère trop peu utilisé dans l'étude des ondes sismiques.

L'objectif de cette thèse est de proposer des méthodes d'analyse de la polarisation pour la caractérisation du champ d'ondes à partir de données d'une station isolée ou d'antennes. Le chapitre 1 revient en premier lieu sur la définition des caractéristiques d'un champ d'ondes et cherche à expliquer, dans le cadre de la sismologie, quels principes de la théorie physique des ondes sont sous-jacents à toute analyse de données sismiques. Ce chapitre fait aussi état de la complexité du champ d'ondes due à la diversité des sources, et également des milieux rencontrés lors de la propagation. Dans le but de décrire ce champ d'ondes complexes les outils de mesure ont été et sont constamment améliorés passant de la station 1-composante à la station 3-composantes et de la station isolée à l'antenne 3 dimensions. Le chapitre 1 présente plus en détails ces outils de mesure et fournit un ensemble d'exemples d'antennes sismiques.

Comme le montrent les exemples cités au chapitre 1, la configuration des antennes sismiques varie. Cette configuration influe sur les données enregistrées et doit être prise en compte dans l'analyse de ces données. Le chapitre 2 aborde les effets de la configuration d'une antenne sur le type d'ondes pouvant être analysé par traitement d'antenne. Ce chapitre résume l'état de l'art du traitement d'antenne 1-composante et son extension aux 3-composantes. La polarisation d'une onde étant le mouvement des particules relativement à une direction de propagation, l'intégration de la polarisation dans le traitement d'antenne paraît indiquée. L'extension aux 3-composantes nécessite non seulement la prise en compte de la propagation comme dans le cas mono-composante mais aussi celle des relations inter-composantes donc de la polarisation. Cette prise en compte simultanée rencontre des limitations importantes qui sont détaillées dans le chapitre 2 et qui nous ont amené à reconsidérer l'analyse de polarisation.

Un pré-requis à l'analyse de la polarisation est la définition d'un système de paramètres capables de décrire tous les états de polarisation présents dans le champ d'ondes sismiques. Un grand nombre de systèmes différents et plus ou moins complets a été développé selon les besoins d'applications spécifiques. Par exemple, les applications liées au filtrage des ondes ont proposé des paramètres sur la polarisation pour exclure certaines ondes spécifiques suivant leurs besoins. Ces applications se fondent essentiellement sur la forme de la polarisation et peu sur l'orientation. Aucun système standardisé complet n'est cependant disponible en sismologie. La première partie du chapitre 3 est consacrée à l'établissement d'un tel système inspiré des différentes applications et d'autres domaines. Une fois ce système en place, nous proposons, dans ce même chapitre, une méthode d'analyse de polarisation inspirée de l'état de l'art et une application directe à des données d'une station isolée qui permet de visualiser les paramètres choisis.

L'application de l'analyse de polarisation à une station isolée apporte des informations complémentaires utiles à la caractérisation du champ d'ondes cependant aucun profit n'est à ce stade fait de l'appartenance de cette station à une antenne. Dans la suite du chapitre 3, nous proposons d'étendre la méthode appliquée à une station à l'antenne dans le cas simple d'un événement basse fréquence où il est possible de s'affranchir des délais de propagation tout en utilisant la propriété de propagation à travers l'antenne. Cette étude nous permet d'illustrer une des applications potentielles de l'analyse de polarisation en antenne.

(EN)

Both seismic and electromagnetic wavefields, such as light or radio waves, are wavefields made of polarized waves. This means that these wavefields are defined in the 3D space and that their waves induce different particle motions depending on their nature. Numerous applications use the wave's polarization characteristics towards a specific purpose. Filtering based on polarization, for example, is very common, it is the principle behind polarized sun glasses. This example illustrates very well how the study of a wave's polarization characteristics, here light reflecting on a flat surface, leads to a better understanding of the wavefield, in this case the reflected light has a polarization parallel to the reflection surface. This knowledge can be used to filter out an undesirable part of the wavefield despite a complete lack of information on either the source, here the sun, or the propagation.

In the field of seismology, polarization contributes to wavefield characterization and seismic phase identification by providing complementary information. This information can be used to filter specific seismic phases but will also largely contribute to characterizing the wavefield. Both improved seismic wavefield characterization and increased confidence in seismic phase picking lead to positive impacts on a wide range of applications, from epicenter localization, earthquake magnitude or seismic noise's characterization to applications in seismic hazard, volcanology or source discrimination, to name but a few. However so far, polarization remains underused in seismic waves study.

This thesis focuses on proposing methods to analyze the polarization from single station data or array data in order to characterize the wavefield. The chapter 1 covers the definition of the seismic wavefield and the physical principles standing back any data analysis in seismology. This chapter also touches on the complexity of the wavefield and its root causes : the diversity of sources and the media encountered during the propagation. In the constant process to improve our ability to accurately describe the wavefield, recording systems have been regularly improved by introducing multi-component stations instead of mono-component stations and seismic arrays made of several closely spaced stations used together instead of isolated stations. This chapter 1 gives a short introduction to the different types of recording systems and provides some seismic arrays examples.

As shown by the array examples provided in Chapter 1, array configuration can vary which influences the performance of the array and needs to be taken into account in data analysis. The chapter 2 discusses the effects of array configuration on the wave types that can be analyzed by array processing. This chapter summarizes the state of the art of 1-component array processing and its extension to 3-component. Since the wave's polarization is the particles motion relatively to the direction of wave's propagation, the integration of the polarization into array processing seems appropriate. In addition, the extension of the array processing to 3-component requires not only to take into account the propagation, as in

the 1-component case, but also the inter-component relations, thus polarization. Having to take into account both polarization and propagation simultaneously in the analysis incurs limitations that are detailed in chapter 2 and led us to reconsider our approach to the polarization analysis.

A pre-requisite to the analysis of the polarization is the definition of a set of parameters suitable to the description of all polarization states existing in a seismic wavefield. Several sets of parameters had been already proposed each more or less comprehensive depending on the application domain. For example, filtering applications mostly use polarization parameters to discriminate between specific waves according to their needs. These applications are mainly based on polarization shape and not much on polarization orientation. No comprehensive and standardized parameter system can be found in seismology. The first part of the chapter 3 is devoted to establishing such a system inspired from different applications and disciplines. Once the parameter system is set up, we propose in this chapter a polarization analysis method inspired from a review of methods available in the literature, and an application on a single station data is done allowing to visualize the chosen parameters.

The polarization analysis application to a single station gives complementary information useful for the wavefield characterization, but no advantage is taken from the affiliation of the station to an array. In the remainder of the chapter 3, we extend the use of polarization characteristics to array data applied on a low frequency content event allowing to neglect the propagation time delays through the array. This study illustrates one of the potential applications of polarization analysis with an array.

Champ vectoriel d'ondes polarisées et antennes sismiques

Les ondes sismiques se propageant à l'intérieur de la Terre sont émises par des sources qui se situent en surface ou en profondeur. Ces ondes ne sont pas observables de manière directe, mais les mouvements que produisent les vibrations, i.e. le mouvement des particules, sont enregistrés par des sismomètres. Le but de ce chapitre est de définir les caractéristiques du champ d'ondes sismiques, et de présenter les stations et les antennes sismiques conçues pour enregistrer ce champ d'ondes. Ce chapitre permet de poser les bases du problème direct : comment le type de source et la diversité des milieux qui constituent la Terre peuvent influencer sur les caractéristiques du champ d'ondes, et ainsi ouvrir sur l'objectif principal de cette thèse, à savoir retrouver le maximum d'informations permettant de caractériser le champ d'ondes sismiques à partir des enregistrements des mouvements du sol, que ce soit des enregistrements issus d'une station à trois composantes isolée, d'une antenne sismique mono-composante voire même d'une antenne sismique multi-composantes.

Seismic wavefield and seismic arrays

The seismic waves propagating through Earth are generated by different sources located either near the surface or at depth. These waves are not directly observable but the particle motion that the vibrations generate is recorded by the seismograms. The objective of this chapter is to define the seismic wavefield characteristics and to describe the stations and arrays designed to record the wavefield. This chapter aims at defining the direct problem principle : how can the source type and the diversity of media that constitute the Earth influence the wavefield characteristics. This problem leads directly to the main objective of this thesis which is to derive as much information as possible from the vibrations recorded at the surface to characterize the seismic wavefield independent of whether the available recordings come from isolated three components stations, single component arrays or even three components arrays.

Sommaire

1.1	Caractéristiques du champ d'ondes sismiques	7
1.1.1	Ondes élastiques	7
1.1.2	Décomposition en ondes planes	10
1.1.2.1	Ondes planes	10
1.1.2.2	Ondes planes harmoniques	11
1.1.2.3	Ondes planes harmoniques et analyse de Fourier	12
1.1.3	Ondes polarisées	14
1.1.4	Complexité du champ d'ondes sur Terre	16
1.1.4.1	Propagation des ondes dans un modèle de Terre 1D	16
1.1.4.2	Polarisation des ondes dans un modèle de Terre 1D	17
1.1.4.3	Variations latérales de vitesse	21
1.1.4.4	Anisotropie	21
1.1.4.5	Notion d'échelle	24
1.1.4.6	Scattering	25
1.1.5	Influence de la source	26
1.1.5.1	Ratio d'énergie/de magnitude	26
1.1.5.2	Mécanismes de source	27
1.1.6	Résumé	29
1.2	Système d'enregistrement (1C au 3C, mono au multi-stations)	30
1.2.1	Station isolée (3C)	30
1.2.2	Définition d'une antenne	30
1.2.3	Antenne classique (1CV-2D)	31
1.2.4	Antennes de l'IMS	31
1.2.5	Antenne sismique (3C-3D) du LSBB	32
1.2.5.1	Contexte historique du site	32
1.2.5.2	Contexte géologique	32
1.2.5.3	Description de l'antenne sismique	33
1.2.5.4	Particularité de l'antenne sismique	34
1.3	Conclusion	39

1.1 Caractéristiques du champ d'ondes sismiques

1.1.1 Ondes élastiques

La Terre peut être considérée comme un milieu élastique dans lequel des ondes sismiques peuvent se propager sur de très grandes distances, et où les roches agissent comme des ressorts. L'impulsion de départ, la source sismique (un séisme, une explosion, un glissement de terrain...), va déplacer des particules du sous sol, qui elles-mêmes vont déplacer d'autres particules avant de reprendre leur places initiales. Ainsi, selon les principes de la mécanique des milieux continus, une onde sismique se propage à travers la Terre. Ce modèle de Terre élastique est valable à l'échelle de temps de l'onde sismique, où les déformations dues aux ondes sismiques sont suffisamment faibles pour que les contraintes restent proportionnelles aux déformations. A plus longue échelle de temps, la Terre présente une dynamique interne visqueuse et non plus élastique. Au voisinage de la source sismique, les déformations deviennent irréversibles, jusqu'à plus d'une centaines de kilomètres pour les très forts séismes (où l'accélération peut dépasser $1g^*$).

Soit $\vec{u}(t, \vec{r})$ le vecteur déplacement local d'une particule à l'instant t occupant la position \vec{r} . On peut relier, dans un milieu continu, les dérivées temporelles du déplacement avec le tenseur de contrainte ($\vec{\sigma}$) (décrivant les forces de surfaces) et des forces de volume (\vec{f}) en exprimant la seconde loi de Newton :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \overrightarrow{div} \cdot \vec{\sigma} + \vec{f} \quad (1.1)$$

où ρ correspond à la densité du milieu et \vec{f} comprend le terme de gravité et le terme de source. Le terme de gravité est un paramètre important à très basses fréquences (par exemple, pour l'étude des modes propres de la Terre), que l'on peut négliger à plus hautes fréquences pour l'étude des ondes de surface et de volume par exemple.

Notons que, par la suite, dans la description de la propagation des ondes on négligera le terme \vec{f} . Dans un milieu élastique, par la loi de Hooke (loi de l'élasticité linéaire), on peut exprimer le tenseur de contrainte en fonction du tenseur de déformation ($\vec{\varepsilon}$) :

$$\vec{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \vec{\varepsilon}_{ij} \quad (1.2)$$

où C_{ijkl} contient les modules élastiques définissant les propriétés du milieu (21 paramètres indépendants).

Dans le cas d'un milieu isotrope (propriétés du milieu indépendantes de la direction), seuls deux paramètres suffisent, à savoir les coefficients de Lamé : le module de cisaillement μ et la rigidité λ :

$$\vec{\sigma} = \lambda \text{tr}[\vec{\varepsilon}] \vec{I} + 2\mu \vec{\varepsilon} \quad (1.3)$$

*. accélération normale de pesanteur terrestre $g \approx 9.81ms^{-2}$

où \bar{I} correspond à la matrice identité, et tr à la fonction trace d'une matrice carré.

Si l'on fait l'hypothèse des petites déformations, on peut exprimer au premier ordre le tenseur de déformation en fonction des dérivées partielles du déplacement :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\vec{u} + (\vec{\nabla}\vec{u})^t) \quad (1.4)$$

où t désigne l'opérateur transposé.

D'où l'équation d'élasticité en milieu isotrope :

$$\bar{\sigma} = \lambda(\vec{\nabla} \cdot \vec{u})\bar{I} + \mu(\vec{\nabla}\vec{u} + (\vec{\nabla}\vec{u})^t) \quad (1.5)$$

Dérivées spatiales et opérateur $\vec{\nabla}$:

Gradient :

$$\overrightarrow{\text{grad}}(a) = \vec{\nabla}a = \begin{pmatrix} \frac{\partial a}{\partial x} \\ \frac{\partial a}{\partial y} \\ \frac{\partial a}{\partial z} \end{pmatrix}$$

$$\overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{a}) = \vec{\nabla}\vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{\partial a_x}{\partial x} & \frac{\partial a_x}{\partial y} & \frac{\partial a_x}{\partial z} \\ \frac{\partial a_y}{\partial x} & \frac{\partial a_y}{\partial y} & \frac{\partial a_y}{\partial z} \\ \frac{\partial a_z}{\partial x} & \frac{\partial a_z}{\partial y} & \frac{\partial a_z}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Divergence :

$$\text{div}(\vec{a}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

$$\overrightarrow{\text{div}}(\bar{A}) = \vec{\nabla} \cdot \bar{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial A_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial A_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial A_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial A_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial A_{yz}}{\partial z} \\ \frac{\partial A_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial A_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial A_{zz}}{\partial z} \end{pmatrix}$$

Laplacien :

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(a)) = \Delta a = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}a) = \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial z^2}$$

$$\overrightarrow{\text{div}}(\overline{\overline{\text{grad}}}(\vec{a})) = \Delta \vec{a} = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla}\vec{a}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 a_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 a_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 a_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial z^2} \end{pmatrix}$$

$$\Delta \vec{a} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{a}) - \vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{a})$$

Ainsi, en incluant cette équation d'élasticité dans l'équation du mouvement (1.1), et en ajoutant l'hypothèse d'un milieu homogène (permettant de négliger les dérivées spatiales des constantes élastiques), on obtient :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \mu \underbrace{\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \vec{u})}_{\Delta \vec{u}} \quad (1.6)$$

En développant le laplacien, on trouve :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} - \mu \vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{u}) \quad (1.7)$$



Validité de l'hypothèse d'homogénéité sur Terre

L'équation d'onde (1.7) a été obtenue en supposant le milieu homogène permettant de négliger les gradients des paramètres de Lamé (i.e. le gradient de vitesse). Bien entendu, il existe de forts contrastes de vitesse à travers la Terre. Cette équation d'onde homogène ne peut être utilisée que si la vitesse de l'onde varie peu dans le volume spatial considéré, c'est à dire sur environ une longueur d'onde de signal. Ainsi, localement on considère le milieu comme homogène. Cette approximation est notamment utilisée dans la théorie des rais sismiques.

Par exemple, supposons que la vitesse soit uniquement fonction de la profondeur, on peut alors modéliser le milieu comme une série de couches homogènes superposées, où dans chaque couche on considère les gradients négligeables.

Cette équation d'onde 'élasto-dynamique' (1.7) relie les dérivées spatiales et temporelles du déplacement d'une particule. Cette équation va pouvoir être séparée en introduisant le potentiel scalaire, et le potentiel vectoriel. En effet, le déplacement \vec{u} est un champ vectoriel, et tout champ vectoriel peut être décomposé comme la somme d'un gradient d'un champ scalaire (compression-dilatation sans changement de forme) et du rotationnel d'un champ vectoriel (rotation sans changement de volume) selon le théorème d'Helmholtz-Hodge :

$$\vec{u} = \vec{\nabla} \phi + \vec{\nabla} \wedge \vec{\Psi} \quad (1.8)$$

Cette décomposition introduit 4 composantes indépendantes $(\phi, \Psi_x, \Psi_y, \Psi_z)$ au lieu de 3 initialement (u_x, u_y, u_z) . Une condition supplémentaire est ajoutée pour réduire les composantes indépendantes à 3 :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\Psi} = 0 \quad (1.9)$$

De cette décomposition, puisque $\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \Delta \phi$ et $\vec{\nabla} \wedge \vec{u} = -\Delta \vec{\Psi}$, on aboutit à la relation suivante :

$$\vec{\nabla} \left[(\lambda + 2\mu) \Delta \phi - \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right] = -\vec{\nabla} \wedge \left[\mu \Delta \vec{\Psi} - \rho \frac{\partial^2 \vec{\Psi}}{\partial t^2} \right] \quad (1.10)$$


Cette relation ne peut être validée que si les deux cotés de l'égalité sont nuls, ce qui conduit aux deux équations d'ondes suivantes :

$$(\lambda + 2\mu)\Delta\phi - \rho\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.11)$$

$$\mu\Delta\vec{\Psi} - \rho\frac{\partial^2\vec{\Psi}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (1.12)$$

Les deux parties du champ vérifient une équation d'onde. Les deux solutions correspondant à chacune des équations d'onde correspondent aux deux modes fondamentaux de propagation d'une onde dans un milieu élastique. Ces ondes sont appelées ondes de volume : les ondes de compression et les ondes de cisaillement. On peut remarquer que les ondes de compression sont plus rapides et arrivent en premier d'où leur dénomination onde P de vitesse $v_P = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$ supérieure à la vitesse des ondes de cisaillement qui arrivent en second d'où leur dénomination d'onde S de vitesse $v_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$.

Ainsi, deux types d'ondes fondamentales (P et S) de vitesses différentes peuvent se propager à travers la Terre élastique.

 Vitesse des ondes selon le type de roche traversée		
Matériau	Vitesse onde P (m/s)	Vitesse onde S (m/s)
air	332	non présente
eau	1400-1500	non présente
basalte	6400	3200
grès	1400-4300	700-2800
calcaire	5900-6100	2800-3000
argile	1000-2500	400-1000

1.1.2 Décomposition en ondes planes

1.1.2.1 Ondes planes

L'équation d'onde 'élasto-dynamique' (1.7) relie les dérivées spatiales et temporelles du déplacement d'une particule. De ce couplage spatio-temporel résulte l'existence d'ondes progressives fonctions du temps et de l'espace. Une famille de solution de cette équation est la famille des ondes planes progressives. On considère que le déplacement associé au passage d'une onde plane varie seulement avec la direction de propagation et est donc constant dans les directions orthogonales à la direction de propagation. La composante i du déplacement d'une particule à la position \vec{r} au passage d'une onde plane se propageant dans la direction \vec{u} avec une vitesse v s'exprime ainsi :

$$u_i(t, \vec{r}) = h(t - \vec{s} \cdot \vec{r}) \quad (1.13)$$

où h est une fonction arbitraire et $\vec{s} = \frac{1}{v}\vec{u}$ le vecteur lenteur avec \vec{u} un vecteur unitaire dans la direction de propagation.

1.1.2.2 Ondes planes harmoniques

Une onde plane harmonique correspond au choix d'une solution de type sinusoïdale (également appelé monochromatique). Elle a la particularité de posséder une pulsation (ω) précise et un vecteur nombre d'onde (\vec{k}) précis. C'est une onde périodique dans l'espace et dans le temps (Figure 1.1).

Une onde sismique est dite plane progressive harmonique si chaque composante i de son déplacement est de la forme :

$$u_i(t, \vec{r}) = A_i \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_i) \quad (1.14)$$

où \vec{k} est le vecteur d'onde, \vec{r} le vecteur position de la particule, A_i , φ_i l'amplitude et la phase de la composante i du signal.

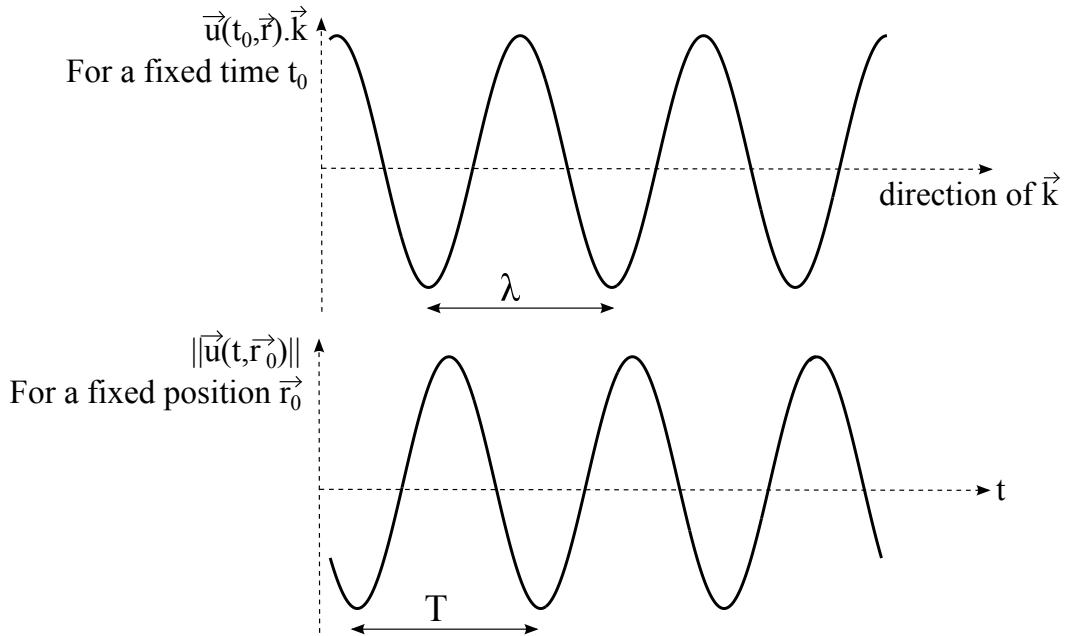


FIGURE 1.1 – Représentation d'une onde plane harmonique pour un temps fixe en fonction de la distance le long de la direction de \vec{k} , et pour un point fixe en fonction du temps t . λ et T correspondent aux périodes spatiale et temporelle

Une onde plane harmonique est non physique puisque qu'elle se propage dans un espace homogène infini. Une onde physique réelle possède quant à elle une durée et une distance de propagation bornée. La solution spécifique d'onde plane harmonique est mathématiquement avantageuse du fait que, par une analyse de Fourier, toute forme d'onde peut être décomposée comme une somme d'ondes planes harmoniques.

Paramètres d'une onde plane harmonique		
fréquence	f	$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda}$
vecteur fréquence spatiale	$\vec{\sigma}$	$\vec{\sigma} = \frac{\vec{k}}{2\pi} = f\vec{s} = \frac{1}{\lambda}\vec{e}$
période	T	$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\lambda}{v}$
vecteur longueur d'onde	$\vec{\lambda}$	$\vec{\lambda} = T\vec{v} = \frac{2\pi}{k}\vec{e} = \frac{1}{\sigma}\vec{e}$
pulsation	ω	$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = vk$
vecteur nombre d'onde	\vec{k}	$\vec{k} = 2\pi\vec{\sigma} = \omega\vec{s} = \frac{2\pi f}{v}\vec{e} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e}$
vecteur vitesse	\vec{v}	$\vec{v} = \frac{1}{s}\vec{e} = f\vec{\lambda} = \frac{\omega}{k}\vec{e}$
vecteur lenteur	\vec{s}	$\vec{s} = \frac{1}{v}\vec{e} = T\vec{\sigma} = \frac{\vec{k}}{\omega}$
vecteur direction	\vec{e}	$\vec{e} = \frac{\vec{k}}{k} = \frac{\vec{\sigma}}{\sigma} = \frac{\vec{\lambda}}{\lambda} = \frac{\vec{v}}{v} = \frac{\vec{s}}{s}$

1.1.2.3 Ondes planes harmoniques et analyse de Fourier

Soit $g(t, \vec{r})$ une fonction continue variable du temps et de l'espace. Ce signal peut se décomposer par analyse de Fourier comme suit :

$$\begin{aligned}
 g(t, \vec{r}) &= \int_{-\infty}^{\infty} G_{\vec{r}}(f) e^{2\pi i f t} df \\
 &= \int_{-\infty}^0 G_{\vec{r}}(f) e^{2\pi i f t} df + \int_0^{\infty} G_{\vec{r}}(f) e^{2\pi i f t} df \\
 &= \int_0^{\infty} G_{\vec{r}}(-f) e^{-2\pi i f t} df + \int_0^{\infty} G_{\vec{r}}(f) e^{2\pi i f t} df \quad (1.15)
 \end{aligned}$$

où $G_{\vec{r}}$ est la transformée de Fourier temporelle de g .

Si on suppose que g est à valeurs réelles, on a $G_{\vec{r}}(f) = G_{\vec{r}}^*(-f)$, où l'opérateur $*$ correspond au complexe conjugué. D'où :

$$g(t, \vec{r}) = \int_0^{\infty} G_{\vec{r}}^*(f) e^{-2\pi i f t} + G_{\vec{r}}(f) e^{2\pi i f t} df$$

En introduisant la transformée de Fourier spatiale, on obtient :

$$g(t, \vec{r}) = \int_0^{\infty} \left[\underbrace{\iiint_{-\infty}^{\infty} G(f, \vec{\sigma}) e^{2\pi i \vec{\sigma} \cdot \vec{r}} d\vec{\sigma}}_{\iiint_{-\infty}^{\infty} G^*(f, \vec{\sigma}) e^{-2\pi i \vec{\sigma} \cdot \vec{r}} d\vec{\sigma}} \right]^* e^{-2\pi i f t} + \left[\iiint_{-\infty}^{\infty} G(f, \vec{\sigma}) e^{2\pi i \vec{\sigma} \cdot \vec{r}} d\vec{\sigma} \right] e^{2\pi i f t} df \quad (1.16)$$

Rappel sur la transformée de Fourier

La transformée de Fourier permet la décomposition d'un signal en éléments sinusoïdaux sur une base d'exponentielles complexes. Le signal g et sa transformée de Fourier G représentent la même grandeur physique mais dans deux représentations différentes.

TEMPORELLE :

Lorsque l'on considère $g(t)$, le point représentatif se déplace dans le domaine [amplitude-temps], et lorsque l'on considère $G(f)$, le point représentatif se déplace dans le domaine [amplitude complexe-fréquence].

Transformée de Fourier directe et inverse en continu :

$$G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2\pi i f t} dt$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) e^{2\pi i f t} df = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Transformée de Fourier directe et inverse en discret :

$$G(j) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n) e^{-\frac{2\pi i n j}{N}}$$

$$g(n) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} G(j) e^{\frac{2\pi i n j}{N}}$$

SPATIALE :

Lorsque l'on considère $g(\vec{r})$, le point représentatif se déplace dans le domaine [amplitude-espace], et lorsque l'on considère $G(\vec{k})$, le point représentatif se déplace dans le domaine [amplitude complexe-vecteur nombre d'onde].

Transformée de Fourier directe et inverse en continu :

$$G(\vec{k}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} g(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{r}$$

$$g(\vec{r}) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} G(\vec{\sigma}) e^{2\pi i \vec{\sigma}\cdot\vec{r}} d\vec{\sigma} = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} G(\vec{k}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} d\vec{k}$$

Transformée de Fourier directe et inverse en discret :

$$G(u, v, w) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(x, y, z) e^{-2\pi i (\frac{xu}{L} + \frac{yv}{M} + \frac{zw}{N})}$$

$$g(x, y, z) = \frac{1}{LMN} \sum_{u=0}^{L-1} \sum_{v=0}^{M-1} \sum_{w=0}^{N-1} F(u, v, w) e^{2\pi i (\frac{xu}{L} + \frac{yv}{M} + \frac{zw}{N})}$$

Condition d'existence de la transformée de Fourier

L'existence de la transformée de Fourier est liée à la convergence de l'intégrale. Un signal physique est observé sur un temps fini avec une amplitude bornée. La convergence de l'intégrale est donc nécessairement respectée. Nous n'aurons pas à nous poser l'existence de cette transformée dans le cas de données sismiques réelles.

D'où,

$$g(t, \vec{r}) = \int_0^\infty \iiint_{-\infty}^\infty G^*(f, \vec{\sigma}) e^{-2\pi i(\vec{\sigma} \cdot \vec{r} + ft)} + G(f, \vec{\sigma}) e^{2\pi i(\vec{\sigma} \cdot \vec{r} + ft)} d\vec{\sigma} df \quad (1.17)$$

En écrivant le complexe $G(f, \vec{\sigma})$ en fonction de son amplitude A et de sa phase φ ($G(f, \vec{\sigma}) = A(f, \vec{\sigma}) e^{i\varphi(f, \vec{\sigma})}$), l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} g(t, \vec{r}) &= \int_0^\infty \iiint_{-\infty}^\infty A(f, \vec{\sigma}) e^{-i(\varphi(f, \vec{\sigma}) + 2\pi \vec{\sigma} \cdot \vec{r} + 2\pi ft)} + A(f, \vec{\sigma}) e^{i(\varphi(f, \vec{\sigma}) + 2\pi \vec{\sigma} \cdot \vec{r} + 2\pi ft)} d\vec{\sigma} df \\ g(t, \vec{r}) &= \int_0^\infty \iiint_{-\infty}^\infty A(f, \vec{\sigma}) \underbrace{\left(e^{-i(\varphi(f, \vec{\sigma}) + 2\pi \vec{\sigma} \cdot \vec{r} + 2\pi ft)} + e^{i(\varphi(f, \vec{\sigma}) + 2\pi \vec{\sigma} \cdot \vec{r} + 2\pi ft)} \right)}_{2 \cos(\varphi(f, \vec{\sigma}) + 2\pi \vec{\sigma} \cdot \vec{r} + 2\pi ft)} d\vec{\sigma} df \end{aligned} \quad (1.18)$$

D'où,

$$g(t, \vec{r}) = 2 \int_0^\infty \iiint_{-\infty}^\infty \underbrace{A(f, \vec{\sigma}) \cos(\varphi(f, \vec{\sigma}) + 2\pi \vec{\sigma} \cdot \vec{r} + 2\pi ft)}_{\text{onde plane harmonique}} d\vec{\sigma} df \quad (1.19)$$

Ainsi, tout signal à valeurs réelles peut se décomposer en somme d'ondes planes harmoniques progressives.

1.1.3 Ondes polarisées

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, une famille de solutions de l'équation d'onde est la famille des ondes planes progressives et harmoniques. Dans ce cas, on peut écrire le potentiel scalaire solution de l'équation d'onde sous la forme d'une onde progressive de type sinusoïdale :

$$\phi(t, \vec{r}) = A \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \quad (1.20)$$

où la direction du vecteur \vec{k} donne la direction de propagation de l'onde, la norme du vecteur \vec{k} est inversement proportionnelle à la vitesse v de propagation de l'onde.

La partie du déplacement solution de l'équation d'onde (1.11) correspondant au potentiel scalaire $\vec{u} = \vec{\nabla} \phi$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \vec{u}(t, \vec{r}) &= \begin{pmatrix} k_x A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \\ k_y A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \\ k_z A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \end{pmatrix} \\ &= \vec{k} A \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Ainsi, le déplacement des particules au passage d'une onde P , généré par le potentiel scalaire, est colinéaire à la direction de propagation. On appelle l'onde P une onde longitudinale (Figure 1.2).

De la même manière, on peut écrire le potentiel vecteur sous la forme :

$$\vec{\Psi}(t, \vec{r}) = \begin{pmatrix} A_x \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_x) \\ A_y \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_y) \\ A_z \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_z) \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

La partie du déplacement correspondant au potentiel vectoriel $\vec{u} = \vec{\nabla} \wedge \vec{\Psi}$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \vec{u}(t, \vec{r}) &= \begin{pmatrix} k_y A_z \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_z) - k_z A_y \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_y) \\ k_z A_x \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_x) - k_x A_z \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_z) \\ k_x A_y \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_y) - k_y A_x \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_x) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} A_x \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_x) \\ A_y \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_y) \\ A_z \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_z) \end{pmatrix} \\ &= \vec{k} \wedge \vec{\Psi} \end{aligned} \quad (1.23)$$

$$(1.24)$$

Ainsi, le déplacement des particules au passage d'une onde S , généré par le potentiel vecteur, est perpendiculaire à la direction de propagation. On appelle l'onde S une onde transverse (Figure 1.2).

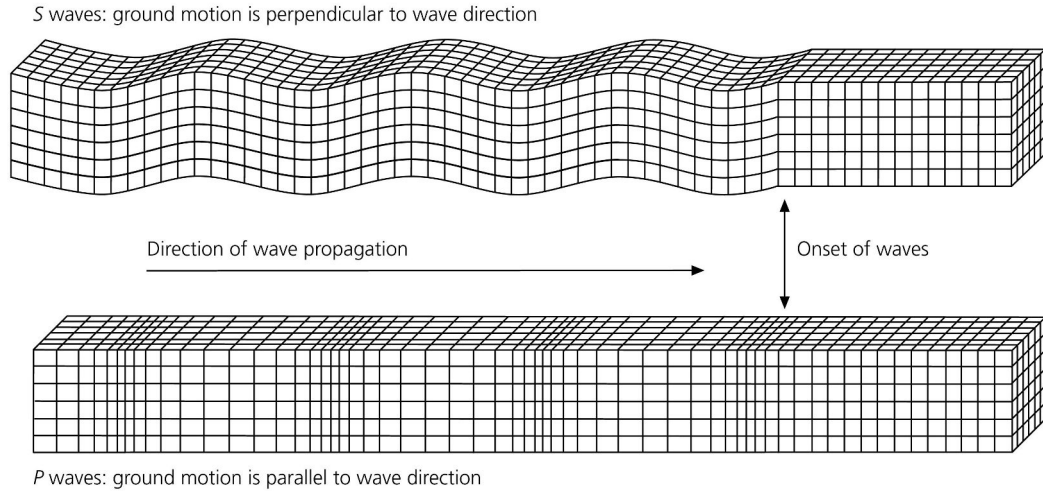


FIGURE 1.2 – Figure illustrant la longitudinalité et la transversalité des ondes P et S . Image extraite de [Stein & Wysession 2009].

1.1.4 Complexité du champ d'ondes sur Terre

1.1.4.1 Propagation des ondes dans un modèle de Terre 1D

Le champ d'ondes sismiques enregistré est un champ d'ondes complexe. Commençons par simplifier le problème en faisant l'hypothèse forte d'une Terre 1D où la vitesse des ondes dépend uniquement de la profondeur. Ces variations avec la profondeur peuvent être assimilées à différentes couches géologiques telles que la croûte, le manteau ou le noyau. Selon l'échelle de Terre étudiée, différents types de couche géologique peuvent être définis avec différents niveaux de raffinement. Chacune des couches définies peut être considérée comme homogène avec une caractéristique de vitesse (v) et une caractéristique de densité (ρ). Ces caractéristiques sont différentes pour chacune des couches. Ces différences d'une couche à l'autre vont complexifier le champ d'onde.

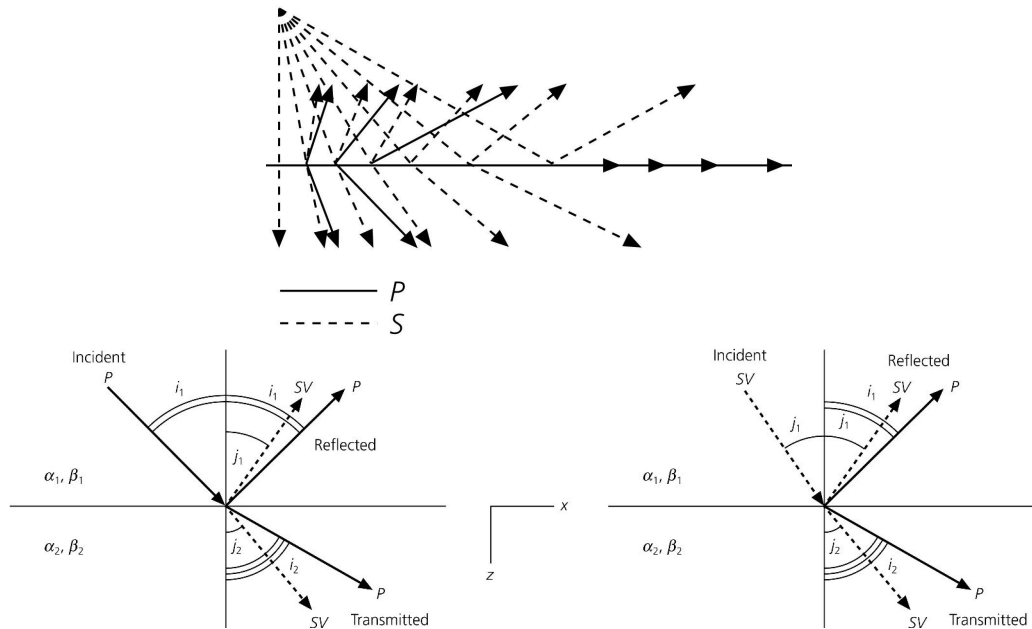


FIGURE 1.3 – Figure illustrant les processus de réflexion, transmission, réfraction et conversion. Image extraite de [Stein & Wysession 2009].

Dans un milieu parfaitement homogène infini (une seule couche), l'onde créée par une source se propage en ligne directe jusqu'au récepteur. L'existence de différentes interfaces sur Terre combinées aux deux types d'ondes (P ou S) pouvant se propager dans un milieu élastique résulte en un grand nombre de possibilités de rais que l'on nomme phases sismiques. En effet, dans un modèle incluant plusieurs couches avec des impédances z différentes (produit de la vitesse et de la densité $z = v\rho$), une onde en se propageant dans une couche va atteindre l'interface avec une autre couche. Sur cette interface, une partie de l'onde va se réfléchir, une autre partie va se transmettre en changeant de direction de propagation, et une autre partie va également pouvoir

se réfracter si l’onde arrive avec une certaine incidence se propageant alors le long de l’interface géologique pour ressortir plus tard vers sa couche d’origine (Figure 1.3). Il existe également des phénomènes de conversion aux interfaces. Par exemple, une onde P va à la fois générer des ondes transmises et réfléchies de type P et de type S_V . La répartition d’énergie entre chaque partie d’une onde interagissant avec une interface dépend de l’angle incidence de l’onde et du contraste d’impédance entre les deux couches.

Tous ces phénomènes de réflexion, transmission, réfraction et conversion vont se produire à chaque interface de couche. Le signal correspondant à l’arrivée en surface de toutes ces phases devient rapidement très complexe avec des arrivées d’ondes multiples qui se succèdent voire se superposent (Figure 2.1).

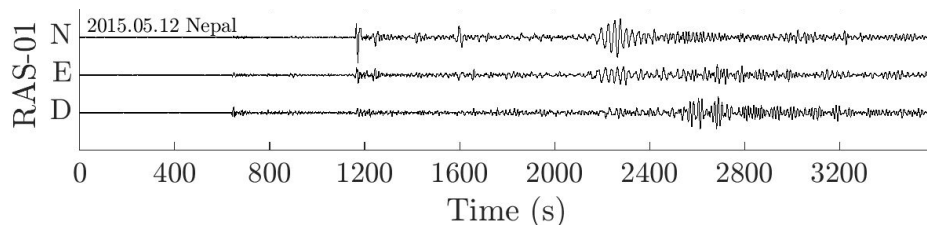


FIGURE 1.4 – Sismogramme illustrant les arrivées successives et superposées.

1.1.4.2 Polarisation des ondes dans un modèle de Terre 1D

Chaque phase sismique possède des caractéristiques différentes, notamment la polarisation. On appelle polarisation d’une onde la caractéristique d’une onde reliée au mouvement des particules relativement à la direction de propagation de l’onde. En effet, l’énergie de ces ondes est répartie préférentiellement dans certaines directions de l’espace, autrement dit, le mouvement d’une particule du sol possède des directions préférentielles au passage d’une onde sismique.

Les ondes P génèrent un mouvement linéaire de particule dans la direction de propagation de l’onde. Ces ondes sont dites de polarisation linéaire et longitudinale. Dans le cas des ondes S , le mouvement des particules est perpendiculaire à la direction de propagation des ondes. Ces ondes sont dites de polarisation transverse. Il est usuel et commode de distinguer deux types de polarisation transverse en sismologie (Figure 1.5) :

- les ondes S_V de polarisation linéaire perpendiculairement à la direction de propagation et dans le plan vertical,
- les ondes S_H de polarisation linéaire perpendiculairement à la direction de propagation et dans le plan horizontal

Toutes les phases mentionnées jusqu’à présent sont des ondes qui peuvent se propager dans l’ensemble du modèle et sont donc appelées ondes de volume. Du fait que la Terre est un milieu limité par une surface libre et de l’existence d’interfaces géologiques, des phénomènes de guides d’ondes apparaissent à la surface de la Terre

i Nomenclature des différentes phase sismiques (ondes de volume)

- PP* : onde *P* réfléchié à la surface
- PPP* : onde *P* réfléchié deux fois à la surface
- SP* : onde *S* réfléchié à la surface en onde *P*
- PS* : onde *P* réfléchié à la surface en onde *S*
- p* : réflexion des ondes *P* à la surface du globe, à proximité du séisme
- s* : réflexion des ondes *S* à la surface du globe, à proximité du séisme
- K* : onde *P* à travers le noyau externe
- I* : onde *P* à travers le noyau interne
- J* : onde *S* à travers le noyau interne
- c* : réflexion sur l'interface manteau-noyau externe
- i* : réflexion sur l'interface noyau externe-noyau interne

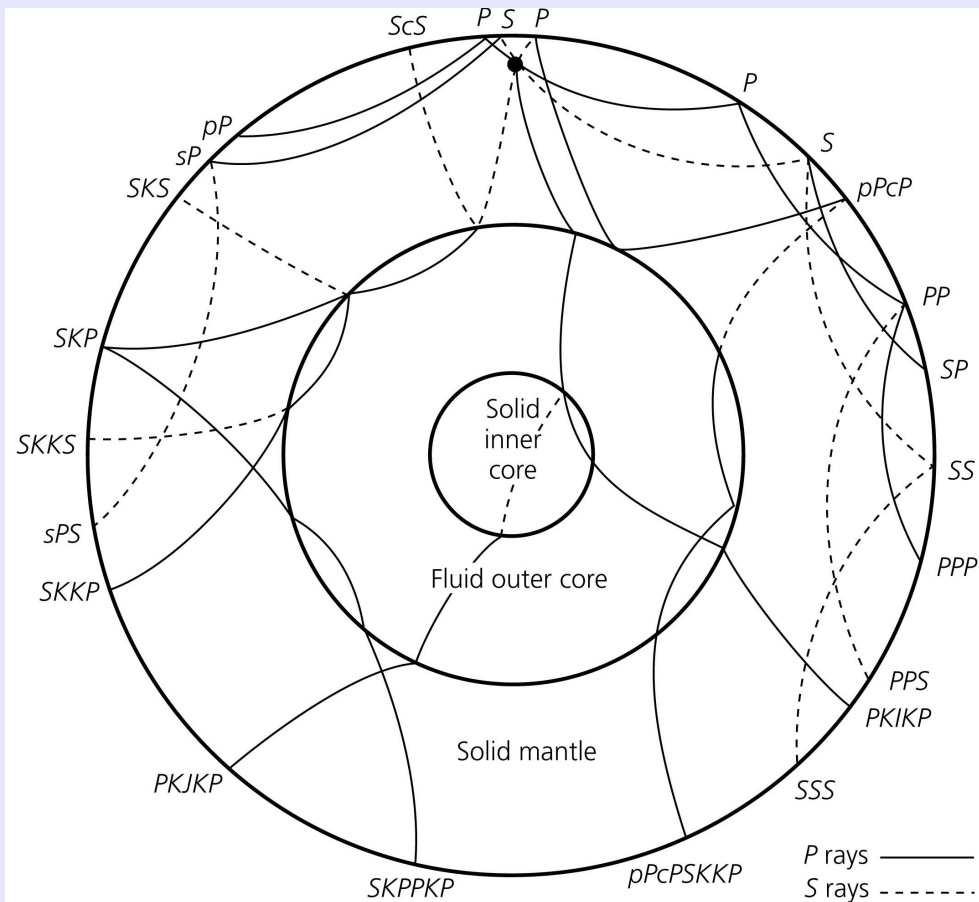


Schéma de la Terre illustrant les différentes trajectoires possibles de rai. Image extraite de [Stein & Wysession 2009].

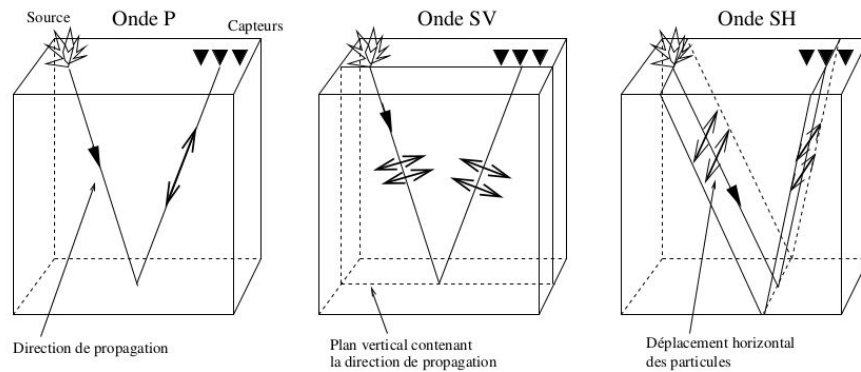


FIGURE 1.5 – Schéma illustrant la polarisation des différents type d'ondes de volume. Image extraites de [Miron 2005]

donnant naissance aux ondes de surface. Comme leur nom l'indique les ondes de volume se propagent à travers la Terre et les ondes de surface se propagent uniquement dans les couches superficielles de la Terre. Les ondes de surface s'ajoutent aux ondes de volume formant le sismogramme.

Les ondes de volume se propageant en profondeur jusqu'à même traverser le noyau, offrent la possibilité d'étudier les structures profondes. Contrairement aux ondes de volume, sensibles principalement aux propriétés du milieu le long du rai, les ondes de surface échantillonnent, pour des séismes forts induisant de longues périodes ($> 20s$), une épaisse couche terrestre superficielle, offrant la possibilité d'étudier finement les structures de la croûte et du manteau supérieur du globe.

Il existe deux types d'onde de surface dont les caractéristiques de polarisation sont décrites ci-dessous :

- les ondes de Love sont de polarisation linéaire perpendiculaire à la direction de propagation et se propagent parallèlement à la surface de la Terre (Figure 1.6). Ces ondes résultent de l'interférence constructive des multiples réflexions des ondes S_H .
- les ondes de Rayleigh sont de polarisation elliptique dans le plan vertical parallèle à la direction de propagation (Figure 1.7) (mouvement prograde ou rétrograde selon le sens du mouvement des particules). Ces ondes résultent de l'interférence constructive des multiples réflexions des ondes S_V et P . Les propriétés de l'ellipticité dépendent des vitesses des ondes S_v et P .

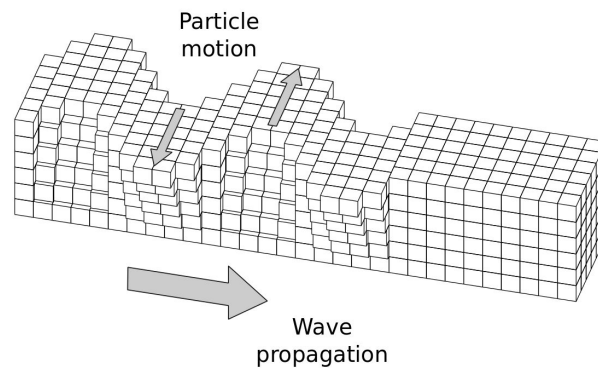


FIGURE 1.6 – Schéma illustrant la polarisation des ondes de *Love*. Image issue de <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=49692536>

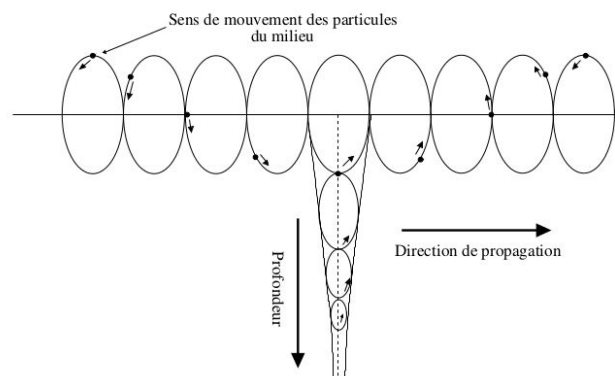


FIGURE 1.7 – Schéma illustrant la polarisation des ondes de *Rayleigh*. Image issue de [Miron 2005]

Définition de la dispersion

Contrairement aux ondes de volume, les ondes de surface ont la particularité d'être dispersives si elles se trouvent en présence d'une structure verticalement inhomogène. La dispersion correspond à la déformation du train d'onde due à la variation de la vitesse de propagation avec la fréquence. En effet, de manière générale, la vitesse augmente avec la profondeur de la Terre, si bien que les ondes longues périodes (basses fréquences), qui ont un pouvoir de pénétration plus important, traversent des milieux de vitesses plus élevées que les ondes courtes périodes (hautes fréquences). Le calcul des courbes de dispersion (vitesse en fonction de la fréquence) peut ainsi être utilisé pour retrouver des hétérogénéités de vitesses du milieu traversé.

1.1.4.3 Variations latérales de vitesse

Bien que l’hypothèse de base de Terre 1D permette de comprendre les arrivées successives des différentes phases sismiques, elle ne permet pas d’expliquer toute la complexité du champ d’ondes, ni de représenter de manière réaliste la Terre. Pour se rapprocher d’un modèle plus réaliste, des variations latérales de vitesse doivent être ajoutées sous la forme d’hétérogénéités formées de blocs homogènes isotropes. La présence de zones montagneuses, d’océans, ou même de frontières de plaques tectoniques illustre la nécessité de tenir compte de ces variations latérales.

Dans un modèle de Terre 1D, l’onde enregistrée s’est nécessairement propagée dans le plan verticale reliant la source à la station. Par l’ajout de variations latérales, l’onde ne se propage plus uniquement dans ce plan, et peut suivre d’autres trajectoires extérieures à ce plan. L’existence de plusieurs trajectoires pour une même onde est appelé le “multi-pathing”. La multiplication des trajectoires due à des variations de vitesse n’est pas spécifique aux variations latérales. Cependant, le terme “multi-pathing” fait principalement référence aux effets latéraux.

Une variation de vitesse peut aussi affecter l’amplitude des ondes jusqu’à de grandes distances du lieu de variation de vitesse. Par exemple, une petite hétérogénéité de vitesse proche de l’épicentre d’un séisme ou d’un capteur peut induire de grandes variations d’amplitude à des distances téléseismiques. Ceci peut être d’autant plus important que les séismes se produisent aux frontières de plaque où les hétérogénéités de vitesse sont importantes.

1.1.4.4 Anisotropie

On dit qu’un milieu est anisotrope lorsque la vitesse des ondes dépend de la direction. En plus des variations latérales et radiales de vitesse dues à une succession d’unités géologiques distinctes, le champ de vitesse peut être anisotrope à l’intérieur de certaines unités géologiques. Dans un milieu de propagation anisotrope, les caractéristiques des ondes sismiques sont plus complexes, parmi lesquelles les caractéristiques de polarisation. Les ondes peuvent alors ne plus être parfaitement longitudinales ou transverses, on parle alors d’ondes quasi- P et d’ondes quasi- S . On peut obtenir également des phénomènes de dédoublement des ondes S (‘shear wave splitting’) lors du passage de l’onde dans un milieu anisotrope. Ces ondes dédoublées se propagent avec des vitesses différentes causant des déphasages (Figure 1.8).

Si le temps de séparation des deux ondes dédoublées est plus grand que la durée du pulse d’origine ($\delta t > T_{pulse}$), deux arrivées distinctes seront observées avec pour chacune une polarisation linéaire, orthogonale entre elles, où la direction de polarisation de la première arrivée sera contrôlée par la direction des vitesses rapides, et de la deuxième arrivée par la direction des vitesses lentes. Si le temps de séparation des deux ondes dédoublées est plus petit que la durée du pulse d’origine ($\delta t < T_{pulse}$), les ondes dédoublées vont interférer entre elles et résulter en une polarisation elliptique du mouvement, où l’orientation de l’ellipse de polarisation sera contrôlée par les directions des vitesses lentes et rapides du milieu relativement à la direction de propagation et le degré d’ellipticité par le degré d’anisotropie de vitesse du milieu.

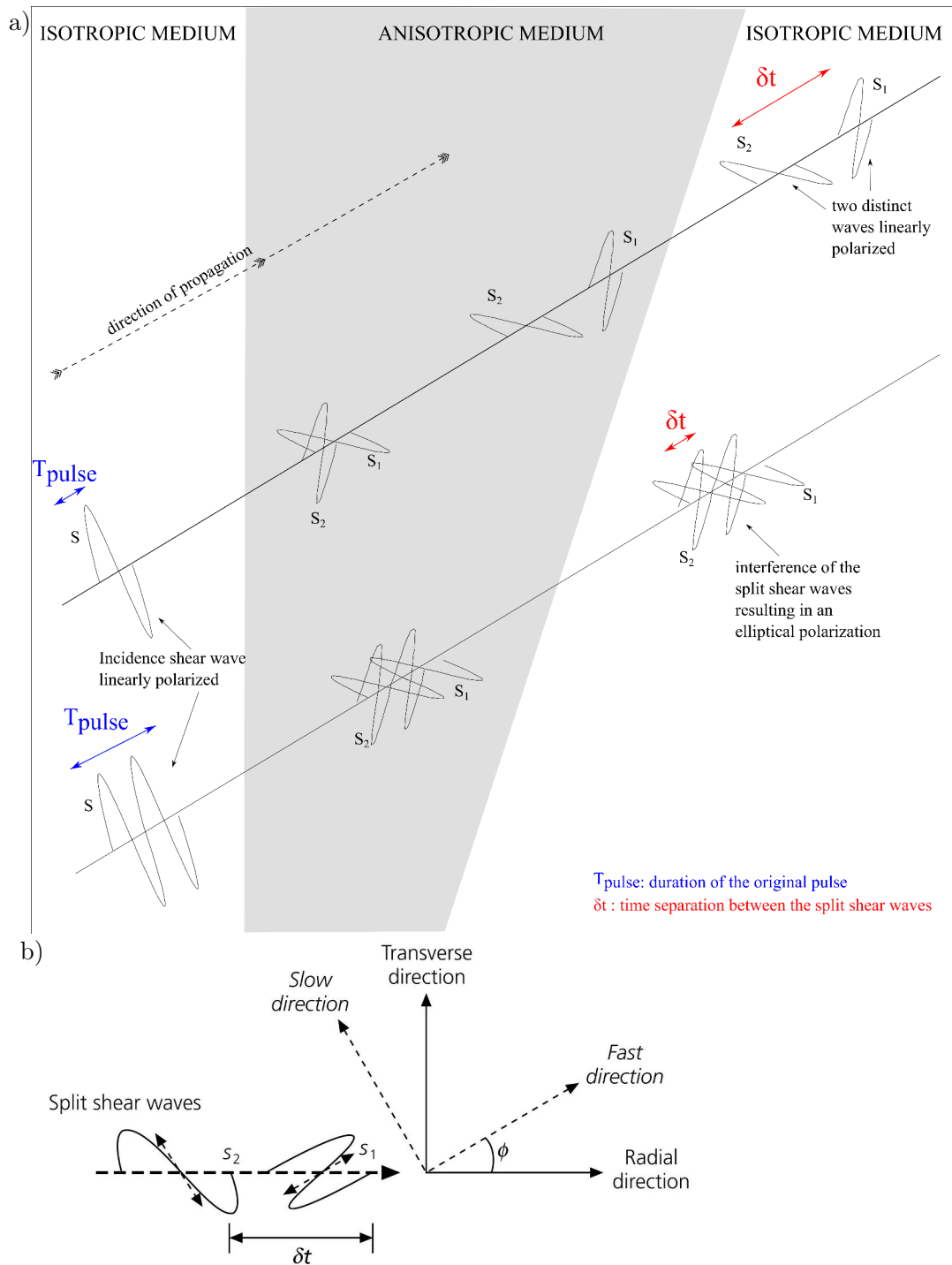


FIGURE 1.8 – Schémas illustrant le dédoublement de phase ('Shear-wave splitting'). La figure (b) est extraite de [Stein & Wysession 2009]

Ainsi, la polarisation est une caractéristique importante du champ d'ondes liée à la nature originelle de l'onde (*P*, *S*, *Love*, *Rayleigh*) mais aussi à la nature du milieu traversé. Il est intéressant de mesurer indépendamment et de comparer l'orientation

de la polarisation avec la direction de propagation de l'onde afin d'intégrer l'information d'anisotropie dans la caractérisation des ondes [Bear *et al.* 1999].

Quelques exemples d'anisotropie sur Terre

Au premier ordre, du fait de la grande variabilité de la vitesse avec la profondeur, on peut modéliser la Terre comme une unité d'anisotropie radiale (ou transverse isotrope) tel que le modèle PREM, AK135 ou IASP91. Ceci implique que la vitesse varie seulement avec l'incidence et pas avec l'azimut. De cette anisotropie radiale résultent deux types de polarisation transverses, où les ondes S générées par une source se partagent en ondes de polarisation horizontale (S_H) généralement plus rapides et en ondes de polarisation verticale (S_V). Cette différence de vitesse explique notamment pourquoi la courbe de dispersion des ondes de *Love* a des valeurs plus élevées que celle de *Rayleigh* et qu'on observe généralement en premier la *Love* avant la *Rayleigh* sur les sismogrammes.

D'autres types d'anisotropie ont également été observés tels que l'anisotropie azimutale. Au niveau des dorsales océaniques, par exemple, les directions des axes rapides ont tendance à être perpendiculaire aux dorsales du fait d'un alignement d'inclusions liquides ou d'une orientation préférentielle des minéraux dans la direction d'expansion de la plaque. De même, le manteau supérieur est considéré comme la source principale d'anisotropie. L'olivine constituant plus de 60% du manteau supérieur possède une orientation préférentielle. De cette anisotropie résulte un dédoublement des ondes *SKS* par exemple.

Couplage *Rayleigh-Love*

Dans un milieu de Terre 1D, les ondes de *Love* et de *Rayleigh* sont en théorie complètement séparées par leurs polarisations orthogonales.

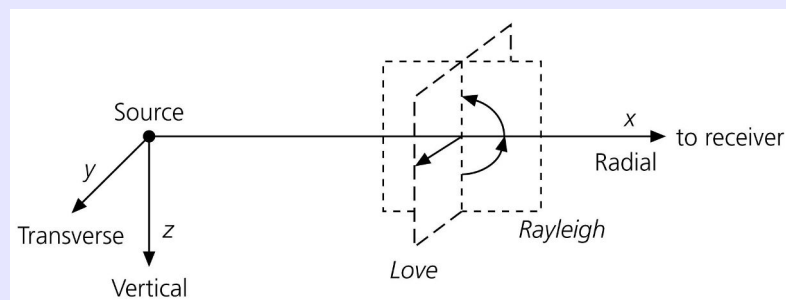


Schéma illustrant la séparation des ondes de *Love* et *Rayleigh* dans le cas d'un modèle de Terre 1D. Image extraite de [Stein & Wysession 2009].

Cependant la présence d'hétérogénéités et/ou de phénomènes d'anisotropie sur Terre peuvent entraîner un couplage entre les ondes de *Rayleigh* et de *Love*.

1.1.4.5 Notion d'échelle

Les hétérogénéités de vitesse peuvent avoir plusieurs tailles et formes. Cette notion d'échelle va avoir un impact important selon le contenu fréquentiel de l'onde (i.e. sa longueur d'onde λ) et selon la distance parcourue (L) dans l'hétérogénéité (Figure 1.9).

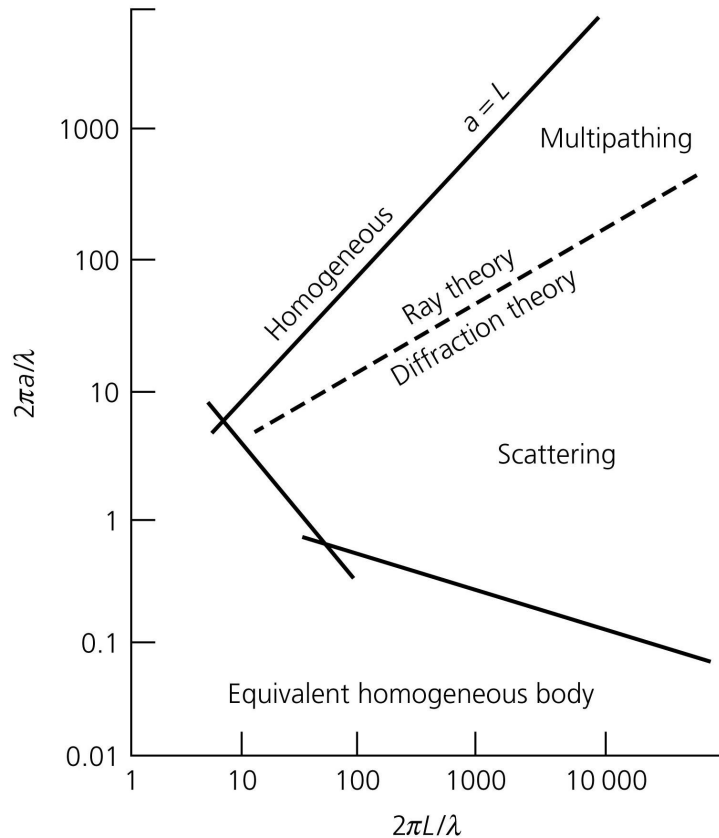


FIGURE 1.9 – Figure illustrant les différents comportements d'une onde vis à vis d'une hétérogénéité selon la taille de l'hétérogénéité (a), la longueur d'onde de l'onde (λ) et la distance parcourue dans le milieu hétérogène (L). Image extraite de [Stein & Wysession 2009].

Si la distance parcourue est plus petite que la taille (a) de l'hétérogénéité ($L < a$), l'onde ne s'est propagée que dans le bloc d'hétérogénéité. On peut restreindre le milieu à considérer à l'hétérogénéité, soit un milieu localement homogène. L'approximation des rais issus de l'optique n'aura quant à elle un sens que si la longueur d'onde de l'onde est bien inférieure à la taille de l'hétérogénéité ($\lambda \ll a$). En effet, il est nécessaire que l'onde ait pu parcourir dans l'hétérogénéité plus d'une longueur d'onde, pour que l'onde voit cette hétérogénéité comme une entité géologique distincte. Le principe de diffraction intervient lorsque la taille de l'hétérogénéité se rapproche de la longueur d'onde de l'onde ($\lambda \sim a$). Lorsque

l’onde rencontre un point diffractant, son énergie est redistribuée dans toutes les directions de l’espace. Si la taille de l’hétérogénéité est bien plus petite que la longueur d’onde ($a \ll \lambda$), l’onde ne sera pas affectée par l’hétérogénéité, le milieu sera équivalent à un milieu homogène.

Ainsi, les relations d’échelle sont une notion très importante, puisqu’elles déterminent le comportement de l’onde vis à vis des hétérogénéités existantes sur son parcours et donc la capacité de l’onde à échantillonner les détails du sous-sol.

1.1.4.6 Scattering

La Terre n’est pas qu’un simple milieu stratifié, et présente des hétérogénéités à toutes les échelles. La lithosphère (constituée de la croûte et du manteau supérieur) abrite en particulier de nombreuses hétérogénéités physiques et chimiques de petites tailles par la présence de failles, de disparités minéralogiques ou topographiques. Ces petites hétérogénéités vont agir comme des points diffractants. Les nombreuses diffractions successives du champ d’ondes correspondent au phénomène appelé “scattering”. Les arrivées directes des ondes P et S vont être alors suivies de trains d’ondes successifs qui s’amortissent lentement avec le temps, résultant des multiples interactions du champ d’ondes avec les nombreuses petites hétérogénéités présentes dans la lithosphère. Ce train d’onde suivant une arrivée est appelée “coda” [Aki 1969, Aki & Chouet 1975]. Son énergie décroît exponentiellement, c’est pourquoi la coda est particulièrement visible sur les sismogrammes locaux et régionaux, i.e. de distance épiscopentrale $\Delta < 20^\circ$ (Figure 1.10).

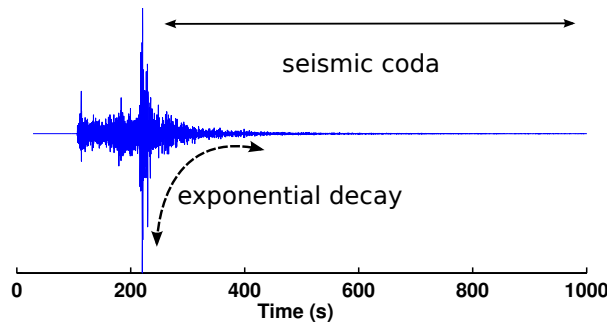


FIGURE 1.10 – Sismogramme régionale d’un séisme à plus de 700km de la station KK02 de l’antenne Karatau du Kazakhstan.

L’analyse de la coda par traitement d’antenne a démontré le caractère omnidirectionnel de son énergie. De ce fait une approche statistique analysant l’atténuation de la coda (Q_{coda}) est généralement utilisée pour caractériser les propriétés du milieu environnant [Sato *et al.* 2012]. Dans le cas des milieux particulièrement inhomogènes latéralement, plusieurs études déterministes par traitement d’antenne ont pu observer des directions préférentielles de la coda (e.g. [Schisselé *et al.* 2004, Schisselé *et al.* 2005]). Un exemple de telles observations sera abordé au chapitre 2.4,

comme exemple d'application du traitement d'antenne.

Ainsi, les phénomènes de scattering du fait de l'existence de petites hétérogénéités ajoute encore de la complexité au sismogramme, ne limitant pas le signal à une simple succession d'arrivées cohérentes.

1.1.5 Influence de la source

Les caractéristiques du champ d'ondes sismiques ne dépendent pas que du milieu de propagation (voir section précédente) mais aussi de la source sismique. Tout mécanisme physique générant un champ d'ondes dans la Terre est appelé source sismique. Les mécanismes de source peuvent être très variés incluant les séismes, les explosions, les glissements de terrain, les tremors volcaniques ou d'autres activités humaines (mines, extraction d'hydrocarbure, ...). Ces différents types de sources génèrent des champs d'ondes différents que ce soit en terme d'amplitude, de contenu fréquentiel ou de type d'ondes générées. La localisation et la profondeur de source sont tout autant des caractéristiques du type de source que des facteurs influant sur le champ d'onde. Dans le cas particulier de séismes, des effets de directivité liés à la direction et à la vitesse de rupture sismique sont également à considérer.

1.1.5.1 Ratio d'énergie/de magnitude

L'amplitude du champ d'onde, autrement dit l'amplitude des déplacements du sol mesurée est une caractéristique importante du champ d'ondes qui dépend aussi bien de la source que du milieu traversé. Selon le type de source, certains types d'ondes générées vont être plus énergétiques que d'autres. C'est pourquoi, le rapport d'amplitude ou de magnitude des différents types d'ondes est utilisé comme outil de discrimination de source ou comme indicateur de profondeur de source. D'où le grand intérêt d'améliorer l'identification et l'extraction des différentes phases sismiques.

Un glissement le long d'une faille générera des ondes S de cisaillement très énergétiques. Une explosion générera quant à elle des ondes P de pression très énergétiques. Le rapport d'énergie des ondes P et S peut être utilisé comme discriminant entre séisme et explosion [Zeiler & Velasco 2009]. Les premières tentatives d'utilisation des trois composantes du signal ont révélé des résultats encourageant pour améliorer la discrimination de sources [Kim *et al.* 1997, Gibbons *et al.* 2011]

Les ondes de surface présentent des amplitudes plus fortes que les ondes de volume à grandes distances (r); l'énergie décroît en $\frac{1}{r}$ pour les ondes de surface et en $\frac{1}{r^2}$ pour ondes de volume. C'est pourquoi les ondes de surfaces sont généralement les ondes les plus énergétiques du sismogramme pour des séismes suffisamment superficiels pour les exciter. Les séismes profonds génèrent peu ou pas d'ondes de surface à l'exception des séismes de forte magnitude ($M > 6$). C'est pourquoi le

rapport d’énergie entre les ondes de surface et ondes de volume peut également être utilisé comme indicateur de profondeur de séismes.

La magnitude relative des différents types d’ondes a été utilisé comme critère de discrimination de sources. Par exemple, [Bonner *et al.* 2006] utilise la différence de magnitude entre les ondes de surface et de volume. [MacCarthy *et al.* 2013], quant à eux, fondent leur critère expressément sur les ondes de surface (*Love et Rayleigh*).

L’amélioration de l’identification des phases sismiques, notamment grâce à l’utilisation de la polarisation, entraîne une meilleure estimation et une plus grande confiance dans les résultats des méthodes de discrimination.

1.1.5.2 Mécanismes de source

La nature de la source d’une onde sismique détermine la fonction de radiation de l’onde. Un explosion par exemple génère une fonction de radiation quasi isotropique d’onde P, autrement dit la polarité des ondes P radiées est la même dans toutes des directions (Figure 1.11a ISO). Une séisme quant à lui possède des fonctions de radiation plus complexes (Figure 1.11a DC) qui sont dépendantes du plan de faille associé au glissement responsable de l’émission des ondes P et S. Le plan de faille et le plan auxiliaire, i.e. le plan perpendiculaire au plan de faille, définissent l’orientation de ces lobes d’émission (1.11b). Ceci explique que suivant la position de la station et de la source, on peut avoir des amplitudes P ou S plus ou moins fortes.

Le processus de rupture sismique peut être considérée comme une suite de failles ponctuelles qui vont casser successivement le long d’un plan de faille, ce qui va entraîner une dépendance azimutale de la durée de propagation et de l’amplitude des des ondes émises. Cette dépendance est appelée directivité de la rupture. La polarisation peut notamment être utilisée pour suivre l’évolution temporelle d’une rupture. Par exemple, [Bayer *et al.* 2012] étudie l’évolution temporelle de l’orientation de la polarisation des ondes P dans ce but.

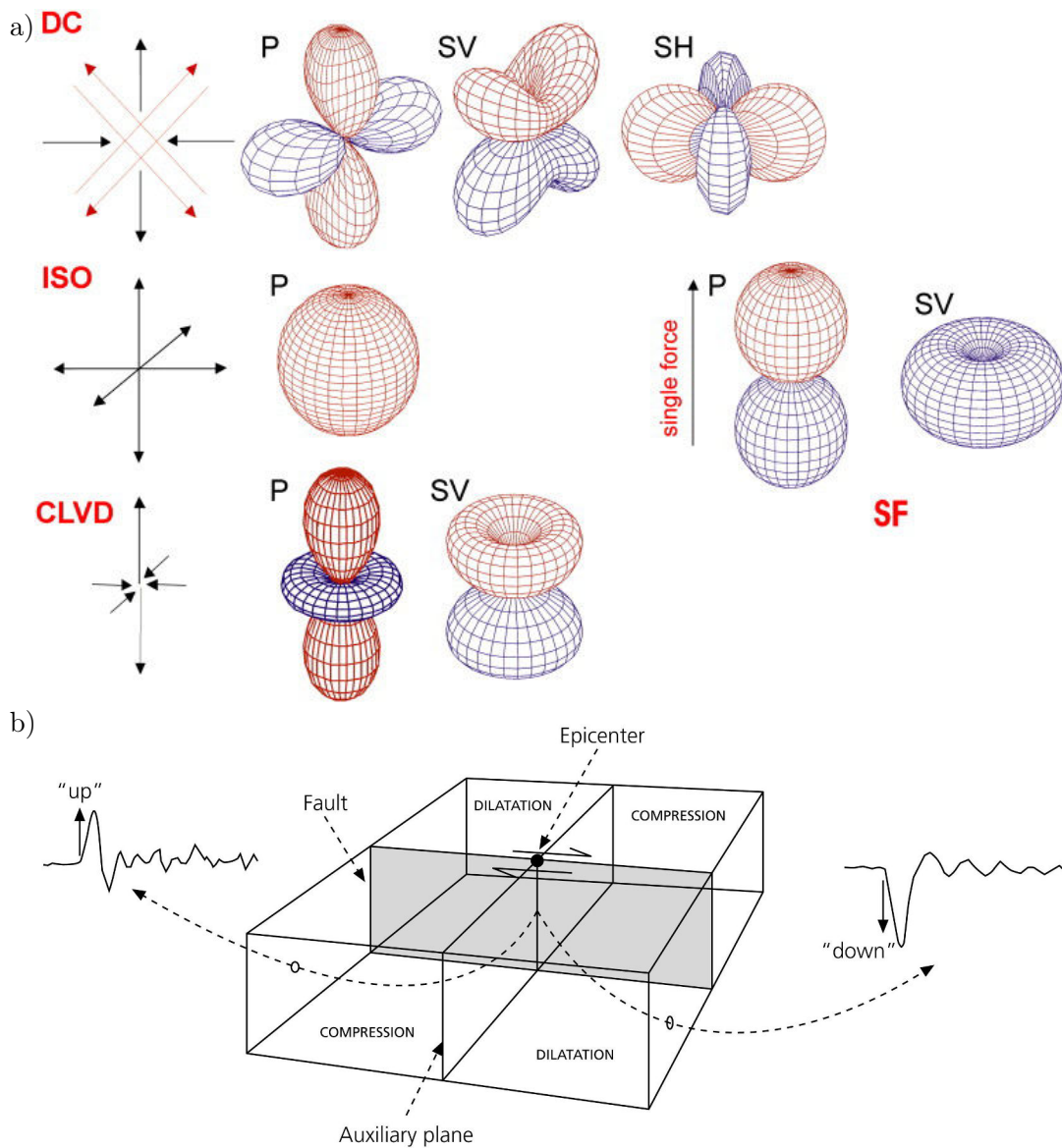


FIGURE 1.11 – a) Fonction de radiation des ondes P , S_V et S_H pour quatre modèles de sources : le modèle double couple (DC) ponctuel généralement utilisé dans le cas d'un séisme tectonique, le modèle isotrope (ISO) généralement utilisé dans le cas d'une explosion, le modèle Compensated linear vector dipoles (CLVD) qui peut être utilisé pour modéliser des sources dans les zones magmatiques ou des réservoirs soumis à injections de fluides et le modèle de force unique (SF). La couleur rouge représente la compression et le bleu la dilatation. Figure extraite de [Šílený & Milev 2008]. b) Figure illustrant la dépendance de la fonction de radiation à la géométrie du plan de faille. Figure extraite de [Stein & Wysession 2009].

1.1.6 Résumé

(FR)

Une onde sismique est une onde élastique qui se propage en déplaçant les particules de leur position d'équilibre. Deux types d'onde peuvent se propager dans un milieu élastique isotrope avec des vitesses distinctes et des polarisations distinctes. Une onde est donc caractérisée par deux directions : la direction de propagation de l'onde et la ou les directions de polarisation du champ d'ondes.

Sur Terre, le champ d'ondes sismiques est relativement complexe (interférence d'ondes, réflexion, réfraction, diffraction, anisotropie), composé d'une succession et d'une superposition d'ondes polarisées. Chaque onde a des caractéristiques particulières que ce soit son temps d'arrivée, son contenu fréquentiel, son amplitude ou ses paramètres de propagation (vitesse, azimuth, incidence) ou sa polarisation (forme et orientation). Ces caractéristiques dépendent aussi bien de la source que du milieu de propagation. Ainsi, pour pouvoir améliorer notre connaissance des processus de source et des processus de propagation, il est essentiel d'identifier au mieux le plus de paramètres possibles pour décortiquer les sismogrammes. Dans la suite, nous présentons les différents systèmes d'enregistrement déployés pour enregistrer le champ d'ondes sismiques et les informations correspondantes auxquelles on va pouvoir avoir accès.

(EN)

A seismic wave is an elastical wave that propagates through a medium by displacing particles from their equilibrium. Two types of waves can exist and propagate in an elastic medium with two distinctive propagation velocities and two distinct polarization characteristics. A wave is defined by two directions : its own direction of propagation and the polarization directions.

The seismic wavefield through Earth is quite complex as it is made of a succession and superposition of waves generated by various processes like waves' interferences, reflections, refractions, diffractions or anisotropy effects. Each wave has a unique set of characteristics composed of its arrival time, frequency content, amplitude, propagation parameters (i.e. velocity, azimuth, dip angle) and polarization (both shape and orientation). These characteristics are directly related to both the source of the waves and the propagation medium. In that respect, it is essential to derive as many of these parameters as possible in the most accurate way achievable from the recorded data in order to better understand the source and propagation processes. In the following, we will present the various recording systems deployed to record the seismic wavefield and the different type of information that can be extracted from each of them.

1.2 Système d'enregistrement (1C au 3C, mono au multi-stations)

Un système d'enregistrement (sismomètre, accéléromètre) est généralement composé d'un aimant fixé dans le capteur qui suit les mouvements du sol lors du passage des ondes sismiques. Cet aimant coulisse dans une bobine qui doit rester au maximum immobile. Ces stations traduisent le mouvement du sol (respectivement vitesse, accélération) suivant un axe. Le mouvement du sol étant tri-dimensionnel, on peut associer trois appareils mono-axiaux (un vertical et deux horizontaux orthogonaux entre eux) ou bien utiliser des sismomètres triaxiaux (à 3 composantes identiques) tels que le sismomètre de type STS2 de Streckeisen, afin de mesurer le mouvement du sol dans l'espace 3D.

1.2.1 Station isolée (3C)

Le champ d'ondes sismiques est un champ d'ondes polarisées qui peut présenter des directions préférentielles d'oscillation. En un point de l'espace, l'énergie des ondes reçues par la station d'enregistrement a une distribution suivant des axes privilégiés. Les stations à 1 composante ne sont pas sensibles à cette caractéristique du champ d'ondes. Seule les stations 3-composantes permettent de rendre compte de la polarisation. Cependant, une seule station 3 composantes ne fournit aucune information spatiale sur les signaux enregistrés. Pour rendre sensible le système d'enregistrement à la structure spatiale du champ d'ondes (i.e. à ses propriétés de propagation), une dimension dépendant de l'espace doit être ajoutée par l'association de plusieurs stations en différents points de l'espace formant ce que l'on appelle une antenne sismique.

1.2.2 Définition d'une antenne

Une simple station permet d'enregistrer l'évolution temporelle du mouvement du sol au simple passage d'une onde en un point de l'espace. Le principe d'une antenne est l'association de plusieurs stations déployées dans une zone donnée de sorte à pouvoir observer l'évolution spatiale du champ d'ondes. Si la distance séparant deux stations de l'antenne est suffisamment petite pour observer une cohérence du champ d'ondes entre les stations, on a une redondance de l'information. On peut alors par sommation judicieuse des formes d'ondes augmenter le rapport signal sur bruit.

Les antennes ont initialement été utilisées comme système de détection des essais nucléaires, et ceci à très grande distance de la source. Aujourd'hui, les antennes ne sont plus uniquement utilisées qu'à des fins de détection, mais aussi dans le but de comprendre la structure d'une région particulière, pour remonter au processus et à la géométrie de la rupture sismique [Roessler *et al.* 2010].

1.2.3 Antenne classique (1CV-2D)

La plupart des antennes déployées à la surface de la Terre sont bi-dimensionnelles (2D) à une composante verticale (1CV). Le terme “bi-dimensionnelle” signifie que les stations de l’antenne sont réparties sur une surface relativement plane à la surface de la Terre.

1.2.4 Antennes de l’IMS

Dans le cadre du traité d’interdiction complète des essais nucléaires (TICE), l’IMS (International Monitoring System, www.ctbto.org) a pour but la détection, la localisation et l’identification de toute explosion nucléaire souterraine, sous marine ou aérienne. Pour cela, l’IMS a conçu, implanté et mis à disposition les données des réseaux sismiques, hydro-acoustiques, et infrasons, avec plus d’une centaine de stations large bande 3 composantes, dont presque la moitié sont entourées d’une petite antenne de stations courtes périodes verticales. La plupart des antennes sismiques de l’IMS sont donc des antennes purement verticales dont une des stations est colocalisée avec une station 3C, généralement la station centrale (Figure 1.12).

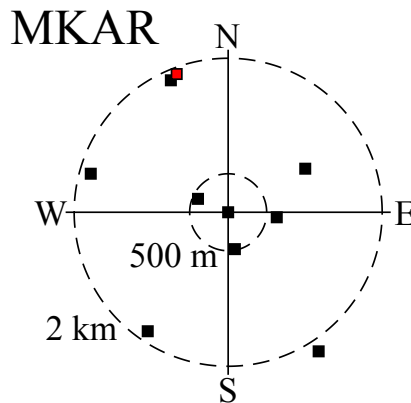


FIGURE 1.12 – Configuration de l’antenne IMS de Makanchi (MKAR) au Kazakhstan. Les stations (1C) de l’antenne sont purement verticales (carré noir). Une des stations est colocalisée avec une station 3C (carré rouge).

Il existe néanmoins quelques antennes opérées par NORSAR (NORway Seismic ARray) dont NOA, ARCESS, SPITS, NORES qui ont été modernisées comportant plusieurs stations 3C dans une même antenne (d’après “Annual report for the Norwegian National Seismic Network 2014”).

1.2.5 Antenne sismique (3C-3D) du LSBB

1.2.5.1 Contexte historique du site

Le Laboratoire Souterrain à Bas Bruit (LSBB) (<http://www.lsbb.eu>) se situe à Rustrel dans le département du Vaucluse. Son infrastructure est un héritage de la période de la guerre froide dans le cadre de la force de dissuasion nucléaire. Ce site fut initialement un des deux postes de conduite de tir du groupe de missiles du plateau d'Albion. Chaque poste de conduite était rattaché à 9 zones de lancement de missiles disséminées sur l'ensemble du plateau d'Albion. Le plateau d'Albion fut choisi pour ses caractéristiques géologiques (roche calcaire facile à creuser mais suffisamment résistante pour encaisser une attaque nucléaire) et pour sa situation géographique isolée et privilégiée.

Les galeries souterraines subhorizontales qui constituent le site du LSBB ont été creusées dans le massif rocheux de la Grande Montagne dans les années 60. L'entrée des galeries se situe au niveau de la bordure sud du plateau d'Albion. Les galeries s'étendent sur plus de 3,7 km de long sous une couverture rocheuse variant de 30 m à 500 m selon la topographie locale. La galerie principale relie l'entrée avec la partie la plus profonde où se situe la capsule. Cette capsule blindée de 28 mètres de longueur montée sur amortisseurs contenait du temps de la guerre froide la console de commande du feu nucléaire français. A 500 m au dessus de la capsule se situe en surface l'ancienne antenne militaire de Vestale (VES). Au delà de la capsule, le tunnel se prolonge sur plus de 1750 m par une galerie de secours (GS) dont l'extrémité se situe à seulement 30 m de la surface. Deux galeries secondaires sont également connectées à la galerie principale mesurant chacune 250 m de long : la galerie des gaz brûlés (GGB) et la galerie anti-souffle (GAS). Ces galeries seront complétées en 2017 et 2018 par deux galeries perpendiculaires horizontales de 300 m chacune.

En 1996, le président de la République, Jacques Chirac, décida "le retrait du service de la composante sol-sol du plateau d'Albion dont les missions ne se justifiaient plus dans le contexte actuel et dont la modernisation aurait été, en tout état de cause, extrêmement coûteuse". Le Laboratoire Souterrain à Bas Bruit est l'aboutissement d'une reconversion progressive depuis 1998 du poste de conduite de tir de Rustrel en un centre de recherche multi- et inter-disciplinaires dans les domaines des sciences de la Terre, de la physique, de la métrologie, de la biologie et de l'astrophysique notamment.

1.2.5.2 Contexte géologique

Le LSBB se situe dans une région essentiellement caractérisée par des reliefs et faciès calcaires. La plateforme carbonatée qui abrite les infrastructures du LSBB est analogue aux champs pétrolifères du Moyen Orient. Elle forme un monoclin calcaire de pendage Sud-Ouest, affecté par deux familles de failles sub-verticales

orientées N120°E et N30°E [Derode 2013] (Figure 1.13). Les galeries s'y déploient recoupant le réseau karstique au sein de la formation calcaire dans la zone non saturée de l'aquifère de Fontaine-de-Vaucluse [Blondel 2008].

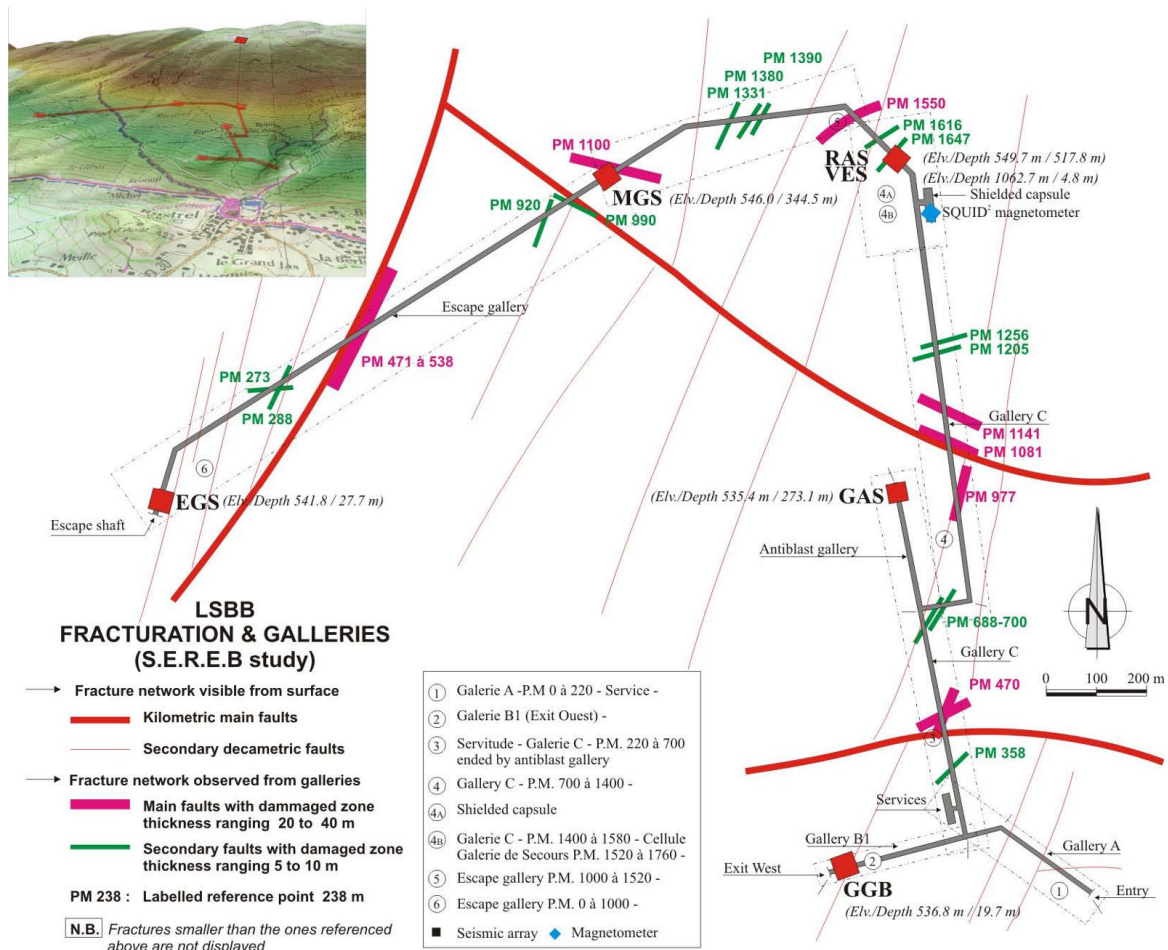


FIGURE 1.13 – Carte des galeries et de la fracturation du massif. Les positions des stations formant l’antenne sismique du LSBB sont marquées par des carrés rouges. L’encart en haut à gauche positionne schématiquement les galeries sous la surface topographique. Figure extraite du site <http://www.lsbb.eu>

1.2.5.3 Description de l’antenne sismique

L’antenne sismique du LSBB est composée initialement de 6 vélocimètres large bande (100s-40Hz) à 3 composantes (STS2). Cinq de ces stations sont réparties le long des galeries souterraines : GAS au fond de la galerie anti-souffle, GGB au fond de la galerie de gaz brûlé, RAS dans la salle “rameau” à 30 m de la capsule, EGS à l’extrémité de la galerie de secours et MGS située au milieu de la galerie de secours. La sixième station VES se situe à 500 m au dessus de RAS, à ~10m de profondeur au niveau de l’ancienne antenne militaire à Vestale (Figure 1.13).

Dans le cadre d'une collaboration du CEA avec le LSBB, l'antenne initiale du LSBB a été densifiée par 5 stations en surface, des vélocimètres 3 composantes de type STS2.5 (génération succédant aux STS2). Trois de ces stations ont été installées sur le plateau d'Albion (RNW, RNE, RCE). Une autre station a été installée à mi-pente de la montagne RHP. La cinquième station a été installée en bas de pente de la montagne RBP (Figure 1.14).

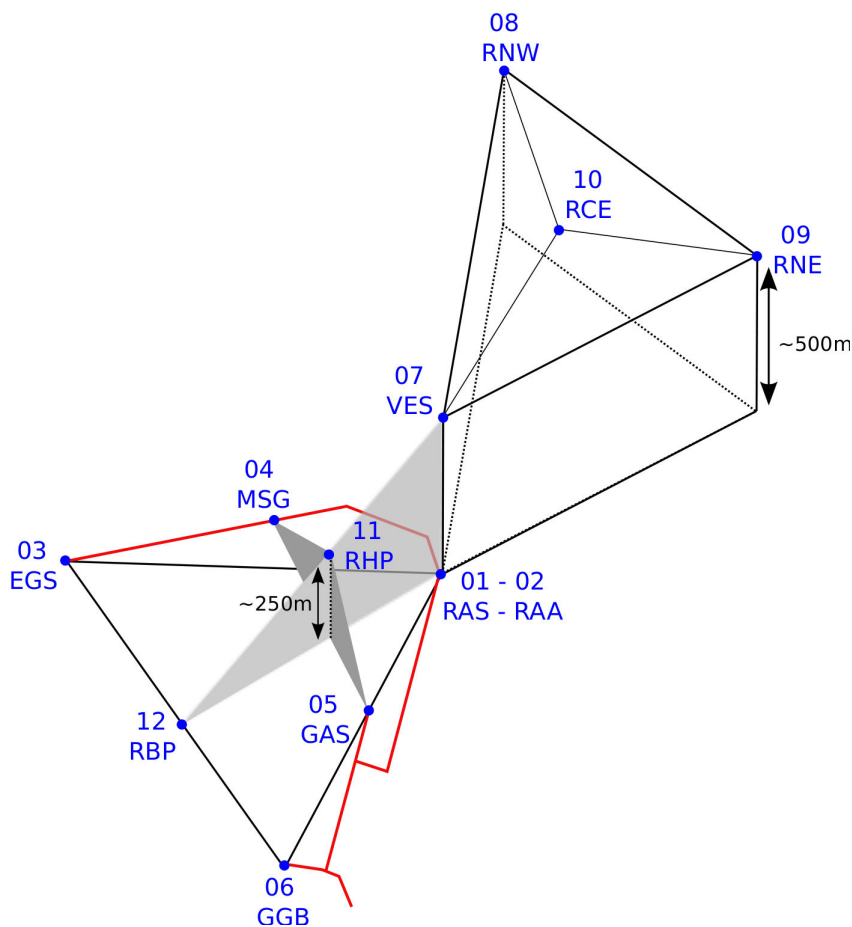


FIGURE 1.14 – Schéma de l'antenne du LSBB après densification

1.2.5.4 Particularité de l'antenne sismique

Le site se situe dans le parc Naturel Régional du Lubéron bénéficiant ainsi d'un environnement bas bruit (Figure 1.15). L'enfouissement des galeries permet d'accentuer le caractère bas bruit en isolant d'autant plus les stations aux vibrations parasites liées au vent et aux activités humaines. Les cinq stations de surface ont été installées de sorte à se rapprocher le plus possible du bas niveau de bruit des stations en galerie (Figure 1.16).

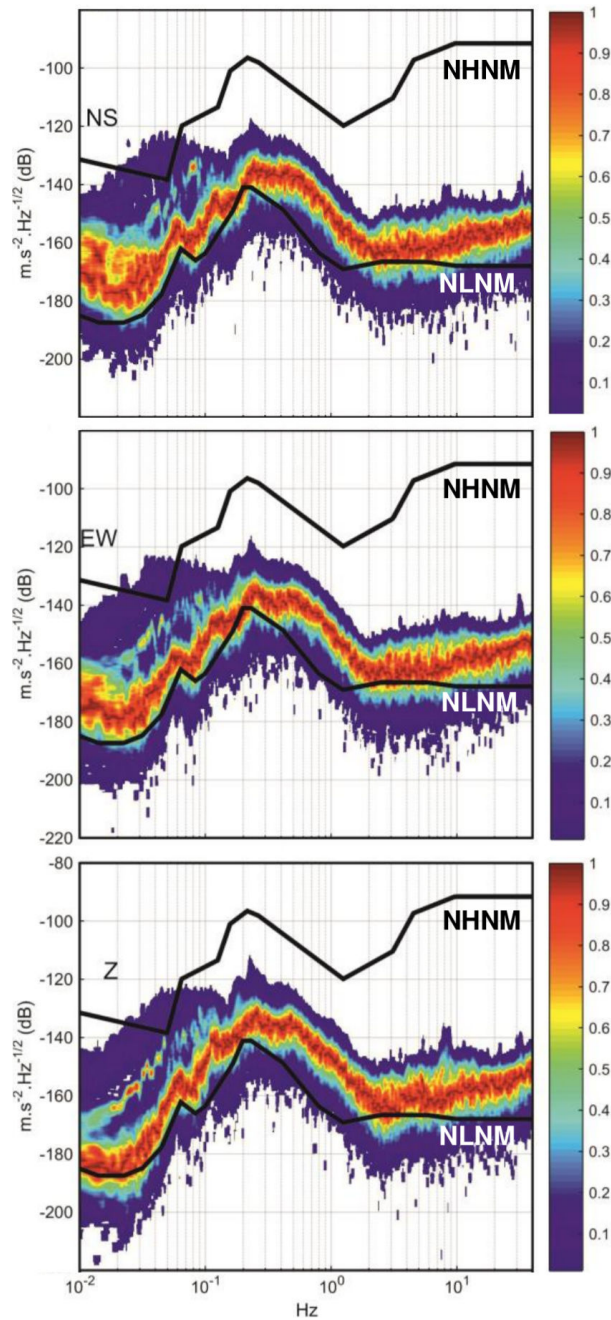


FIGURE 1.15 – Spectre du niveau de bruit au LSBB. Probabilité de niveau de bruit de chaque composante sur les stations en profondeur pour l'année 2011. Figure extraite du LSBB.

L'antenne bénéficie d'une instrumentation homogène, où chaque station correspond au même type de capteur et numériseur. L'antenne initiale du LSBB est composée de capteurs STS2 de Streckeisen et les nouvelles stations de surface sont de type STS2.5 de performance équivalente aux capteurs STS2. Ces capteurs couvrent une large bande de fréquence (100s-20Hz) (Figure 1.17).

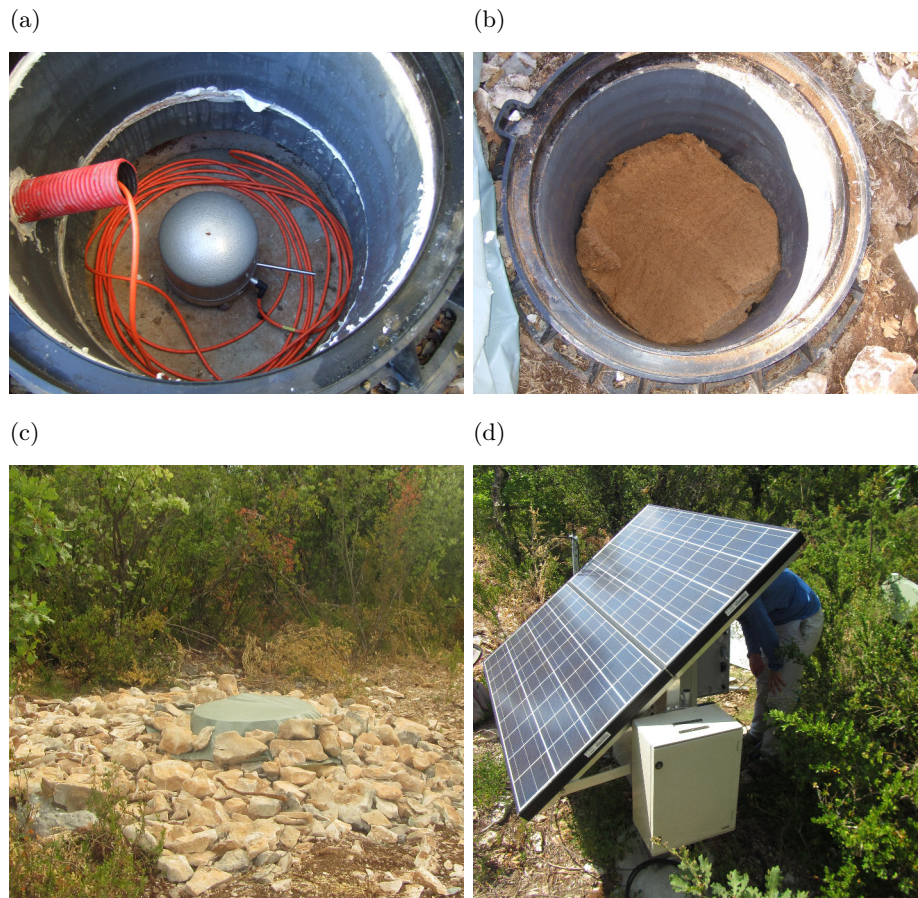


FIGURE 1.16 – Différentes étapes de l'installation des stations de surface. (a) installation de la station dans un puit de 1 à 2m. Le tubage est découpé à mi-hauteur de sorte à découpler mécaniquement la partie inférieure de la partie supérieure affectée par les effets en surface. (b) Une couche d'isolation est ajoutée au dessus de la station. (c) Le puit est fermé par un couvercle en plastique étanche. (d) Un panneau solaire est utilisé pour alimenter la station.

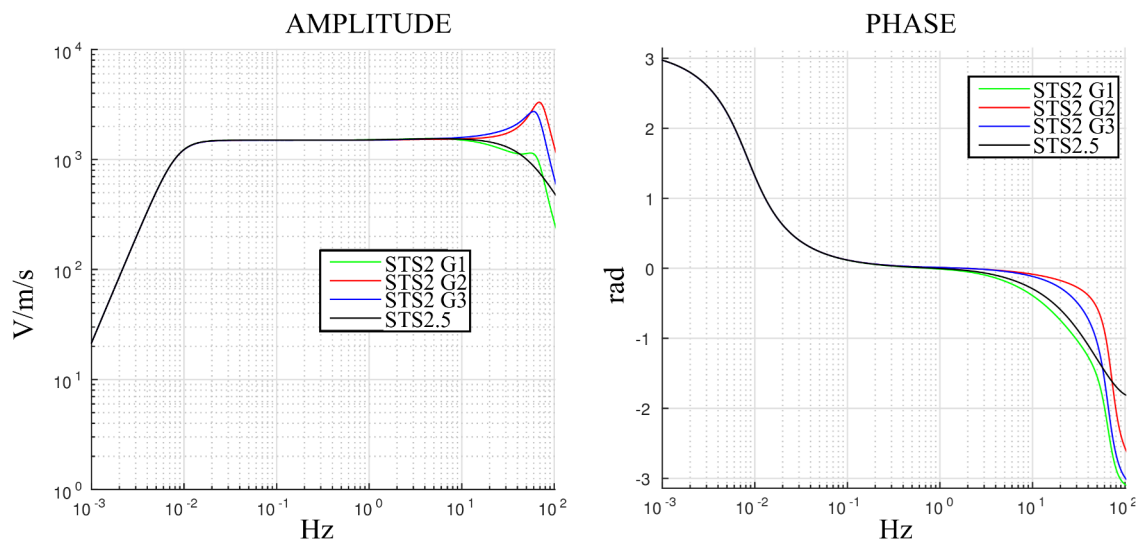


FIGURE 1.17 – Réponse en amplitude et en phase des capteurs STS2 et STS2.5.

1.2. Système d'enregistrement (1C au 3C, mono au multi-stations) 37

Contrairement à la majorité des antennes, l'antenne du LSBB est à 3 composantes permettant aussi bien d'accéder aux mouvements verticaux que horizontaux. Cet aspect 3C ouvre la possibilité d'étudier la cohérence spatiale de la polarisation du champ d'ondes enregistré par l'antenne.

Un soin particulier a été apporté à l'orientation des stations. Cette orientation a été mesurée à l'aide d'un gyrocompas avec une précision meilleure que le degré (Figure 1.18). Une connaissance précise de l'orientation est indispensable afin de pouvoir comparer les composantes horizontales d'une station à un autre.

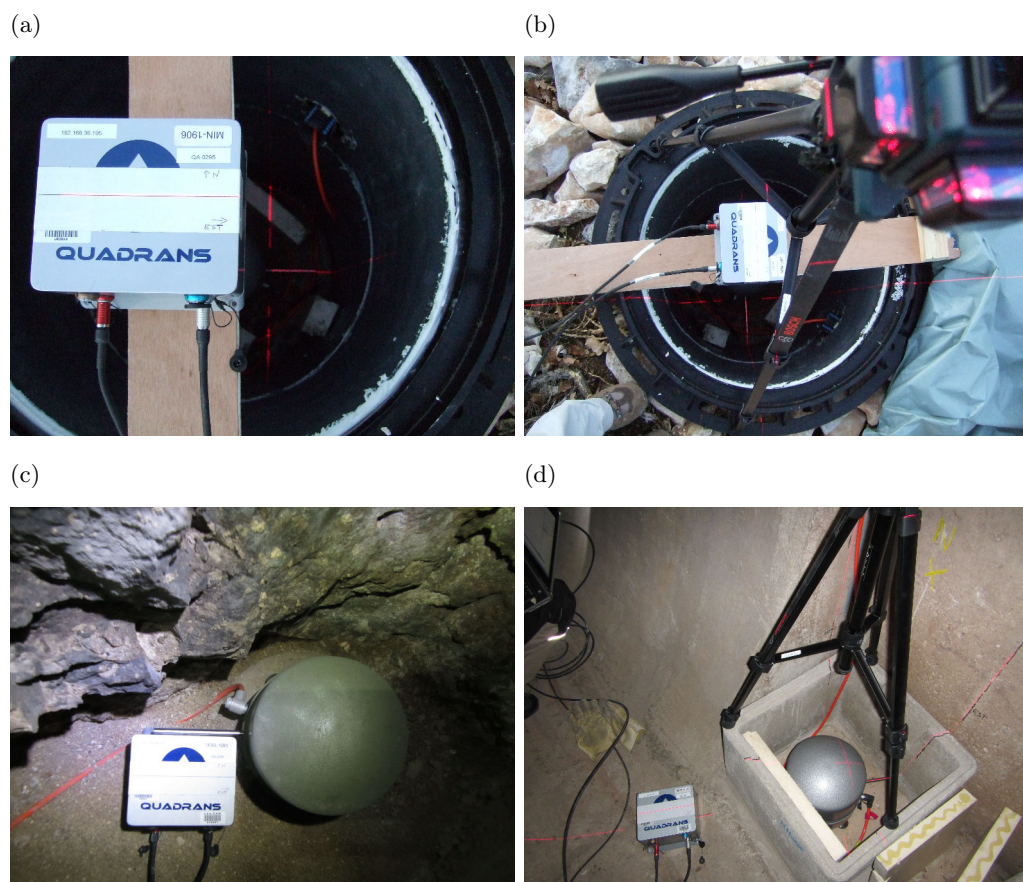



FIGURE 1.18 – Photos illustrant la campagne de mesure d'orientation des stations sismiques du LSBB (stations en surface et en galerie) à l'aide d'un gyrocompas.

L'antenne du LSBB peut être vue comme deux antennes plans (2D) séparées verticalement. En effet, six stations forment une première antenne dans le plan horizontal, et quatre autres stations forment une seconde antenne 500 m plus haut. Ces deux antennes ont une ouverture relativement similaire et peuvent être considérées comme une antenne deux fois 2D. Une station supplémentaire se

situe verticalement à mi-chemin entre les deux antennes. Si ces 11 stations sont considérées comme un ensemble, ils forment alors une antenne 3D.

Au vu de ces installations, il est apparu logique d'inclure l'aspect 3D dans le traitement des ces données. Cependant, cet aspect ne pourra être complètement abordé qu'après avoir exploité le potentiel 3C.

 Nomenclature des systèmes enregistrement et informations disponibles		
1(3C)	station 3 composantes isolée	- paramètres de polarisation
N(1CV-2D)	antenne plan de N stations verticales	- paramètres de propagation "apparente"
N(1CV-2D)+1(3C)	antenne plan de N stations verticales avec une station centrale 3 composantes	- paramètres de propagation "apparente" - paramètres de polarisation
N(3C-2D)	antenne plan de N stations 3 composantes	- paramètres de propagation "apparente" - paramètres de polarisation - cohérence spatiale de la polarisation (2D)
N(3C-3D)	antenne 3D de N stations 3 composantes	- paramètres de propagation - paramètres de polarisation - cohérence spatiale de la polarisation (3D)

1.3 Conclusion

(FR)

Le champ d'ondes sismiques est composé d'une superposition complexe d'ondes dont les caractéristiques varient selon de nombreux paramètres liés à la nature et à la localisation de la source (zone géologique, profondeur...) ou au milieu de propagation. Identifier et caractériser chacune de ces ondes est un pré-requis à toute interprétation de données sismiques. L'identification et la caractérisation des ondes sismiques sont facilitées ou limitées par les attributs des systèmes d'enregistrement et par les méthodes de traitement du signal.

Dans le cas d'une station isolée mono-composante, seule la dimension temporelle est disponible. Une station isolée 3 composantes donne quant à elle accès aux ondes de composantes principales horizontales et à la polarisation des ondes. L'association de plusieurs stations introduit une dimension spatiale nécessaire à la détermination des paramètres de propagation. Une antenne de stations 3 composantes regroupe les deux avantages en ouvrant l'accès aux caractéristiques locales de polarisation des ondes et aux caractéristiques de propagation à l'échelle de l'antenne.

Les méthodes de traitement du signal pour extraire ces caractéristiques doivent encore être améliorées afin d'exploiter pleinement le potentiel offert par des données d'antennes 3 composantes.

(EN)

The seismic wavefield is made of a complex superposition of waves whose characteristics vary depending on a number of parameters related to both the nature and the location of the source (geologic area, depth...) and the propagation medium. Identifying and characterizing each of these waves is an absolute pre-requisite to any interpretation of seismic data. The identification and characterization of seismic waves will be either helped or impaired by the recording system attributes and by the chosen signal processing approach.

Considering an isolated single component station, only the temporal dimension of the seismic wave is available. A three components station however will also record the near horizontal waves and will be usable for polarization analysis. The creation of an array by combining several close stations together introduces a spatial dimension necessary to the derivation of the propagation parameters. A three components array regroups both advantages by providing access to the local polarization characteristics of the waves and to the propagation characteristics within the array range.

Still the signal processing methods to extract the propagation parameters need to be further refined to fully exploit the three components array data.

Traitement d'antenne 1C au 3C

Une antenne sismique correspond à une répartition dense de capteurs dans un espace restreint. La nature locale de cette répartition permet de considérer comme valable l'hypothèse d'une onde sismique traversant l'antenne de façon cohérente. Cette cohérence entraîne une redondance d'information entre les signaux enregistrés par chaque capteur. Le principe fondamental du traitement d'antenne est d'analyser les différents temps d'arrivées de ces champs d'ondes cohérents pour en déduire les deux caractéristiques de propagation à savoir la vitesse et la direction de propagation. Afin de mieux contraindre l'analyse en antenne il est commun de faire cette analyse dans l'espace temps-fréquence.

CHAPTER 2 Array processing from 1C to 3C

A seismic array is a dense distribution of recording stations in a limited space. Due to this local nature of the array, a seismic wave travelling through it can be seen as coherent. This coherency leads to a redundancy of information between the signals recorded by each station. The fundamental principle of array processing is to analyze the different arrival times of coherent wavefield to derive the two propagation characteristics, velocity and direction of propagation. In order to better constrain the problem it is customary to perform array processing in the time-frequency domain.

Sommaire

2.1	Rappel sur la décomposition temps-fréquence	44
2.1.1	Notion de fréquence instantanée	44
2.1.2	Transformée de Fourier à fenêtre glissante	44
2.1.3	Transformée en ondelettes	45
2.1.4	Transformée de Stockwell	46
2.1.5	Conclusion	49
2.2	Influence de la géométrie d'une antenne	50
2.2.1	Fonction de transfert d'une antenne	50
2.2.2	Distance inter-captur : aliasing	50
2.2.3	Ouverture de l'antenne : résolution	52
2.2.4	Exemple avec une antenne du Kazakhstan	52
2.2.5	Aliasing et résolution pour une antenne complexe	54
2.3	État de l'art du traitement d'antenne mono-composante	55
2.3.1	Paramètres de propagation "apparente" d'une onde plane	56
2.3.2	Retard-sommation et méthode f-k	57
2.3.3	Matrice spectrale	58
2.3.3.1	Définition	58
2.3.3.2	Opérateur de moyenne	59
2.3.3.3	Matrice spectrale et opérateur $f - k$	60
2.3.4	Méthode de minimum variance	60
2.3.5	MUSIC (MUltiple SIgnal Classification)	61
2.3.6	Sélection des fenêtres temps-fréquence	62
2.3.7	<i>PMCC</i> (Progressive Multiple Channel Correlation)	62
2.3.7.1	Critère de détection	63
2.3.7.2	Regroupement par "famille"	64
2.3.8	Conclusion	64
2.4	Article : Detailed analysis of the far-regional seismic coda in Kazakhstan using array processing	65
2.4.1	Abstract	65
2.4.2	Introduction	66
2.4.3	Kazakhstan Geology and Description of Available Data And Network	68
2.4.4	Data Processing	72
2.4.4.1	<i>PMCC</i> Algorithm	72
2.4.4.2	Post-Processing Selection of Detections	74
2.4.5	Results	75
2.4.5.1	Density of Detection	75
2.4.5.2	Investigation of Event Dependency	77
2.4.5.3	Results for Intermediate Events	81
2.4.6	Discussion	81
2.4.7	Conclusions	83
2.4.8	Electronic Supplements	85
2.5	Etat de l'art du traitement d'antenne multi-composantes	87

2.5.1	Méthode de la matrice spectrale moyenne	88
2.5.2	Approche en vecteur-long	89
2.5.2.1	Matrice spectrale d'un vecteur-long	89
2.5.2.2	Traitement d'antenne utilisant le principe de vecteur-long .	90
	Vecteur directionnel "polarisé" - "polarized" steering vector . .	90
	Matrice directionnelle de Wagner	91
2.5.3	Utilisation de matrices dépliantes	92
2.5.4	Utilisation de quaternions	93
2.6	Conclusion	95

2.1 Rappel sur la décomposition temps-fréquence

L'analyse spectrale de Fourier convient parfaitement pour des signaux stationnaires (i.e. des signaux dont les propriétés statistiques sont invariantes avec le temps). Cependant, pour des signaux non-stationnaires (ce qui est le cas en sismologie), tous les aspects temporels (début, fin et durée) deviennent illisibles dans le spectre bien que présents dans la phase. Pour de tels signaux, la prise en compte explicite du temps comme paramètre de description est essentielle ce qui conduit au concept de décomposition temps-fréquence.

2.1.1 Notion de fréquence instantanée

Lorsque les propriétés fréquentielles du signal varient en fonction du temps, il est commun d'introduire la notion de fréquence instantanée qui localise une fréquence en fonction du temps. En considérant le signal comme une onde modulée en amplitude et en fréquence, on peut décrire le signal dans le plan complexe (signal analytique) par un vecteur tournant (z) dont le module (A) et la phase (Φ) varient au cours du temps [Taner *et al.* 1979] :

$$z(t) = A(t)e^{i\Phi(t)} \quad (2.1)$$

On appelle A et Φ l'amplitude et la phase instantanée du signal. La fréquence instantanée se déduit alors de cette représentation par [Boashash 1992] :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.2)$$

Cependant l'interprétation de la fréquence instantanée impose la présence d'une seule fréquence par instant. Dans le cas de signaux multi-fréquentiels, la fréquence instantanée obtenue sera une moyenne pondérée. Prenons l'exemple d'un signal composé de deux sinusoides d'amplitudes égales et de fréquences f_1 et f_2 , la fréquence instantanée obtenue sera une valeur moyenne des deux fréquences $(f_1 + f_2)/2$. Ainsi le calcul de la fréquence instantanée n'a de sens que si localement, autour de l'instant t , une seule fréquence est présente. Les limites du concept de fréquence instantanée sont atteintes. Par conséquent, des représentations décrivant simultanément dans un même plan les variations temporelles et fréquentielles doivent être introduites.

2.1.2 Transformée de Fourier à fenêtre glissante

La transformée de Fourier à fenêtre glissante ("short time Fourier transform") consiste à effectuer une transformée de Fourier à l'aide d'une fenêtre glissante d'analyse. Cette méthode est basée sur l'hypothèse que, pour la fenêtre de temps considérée, la condition de stationnarité est vérifiée. L'expression mathématique de la transformée de Fourier à fenêtre glissante s'écrit :

$$TCT(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)h(t - \tau)e^{-2\pi ift} dt \quad (2.3)$$

où $h(t)$ définit la période temporelle de la fenêtre d'analyse.

Ainsi, la transformée de Fourier à fenêtre glissante constitue une analyse globale du signal observé à travers la fenêtre analysante de durée finie. Une analyse similaire peut être faite dans l'espace des fréquences grâce à la formule de Parseval. Dans ce cas on remarquera que la transformée de Fourier de la fenêtre analysante joue un rôle de filtre dans le domaine fréquentiel. Quoiqu'il en soit, l'encombrement fréquentiel et temporel sont liés par l'inégalité d'Heisenberg-Gabor :

$$\Delta f \Delta t \geq \frac{1}{4\pi} \quad (2.4)$$

Le paramètre essentiel, fixé par l'utilisateur est la durée de la fenêtre d'analyse. Une fenêtre courte favorise la résolution temporelle au détriment de la résolution fréquentielle, et vice-versa.

2.1.3 Transformée en ondelettes

Contrairement à la transformée de Fourier à fenêtre glissante parcourant le signal avec une fenêtre d'analyse de longueur constante, la transformée en ondelettes parcourt le signal avec une fenêtre de longueur variable. Ceci permet d'observer précisément les phases impulsives, hautes fréquences et de courte durée du signal à l'aide d'une fenêtre étroite, et les phases moins impulsives, basses fréquences et de durée plus longue à l'aide d'une fenêtre plus longue. Ce type d'analyse est dite multi-résolution du fait que l'on regarde le signal à de multiples échelles. Elle utilise une fenêtre d'analyse de durée variable en fonction de la zone spectrale à analyser mais admet une longueur de fenêtre relative constante de sorte à maintenir le rapport fréquence centrale - largeur de bande constant ($\frac{f}{\Delta f}$), autrement dit un nombre d'oscillations par fenêtre constant.

Le principe de la transformée en ondelettes est de décomposer le signal en série de dilatations et compressions d'une ondelette mère (h) :

$$TO(\tau, d) = \frac{1}{\sqrt{|d|}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) h\left(\frac{t-\tau}{d}\right) dt \quad (2.5)$$

avec d le paramètre d'échelle (dilatation) et τ le paramètre de translation pour centrer la fenêtre d'analyse.

Malgré le grand avantage de l'utilisation d'une fenêtre variable, la transformée en ondelettes ne retient pas l'information de la phase et n'est donc pas inversible au sens du spectre de Fourier.

Notion d'atomes temps-fréquence

La transformée de Fourier à fenêtre glissante et la transformée en ondelettes sont des transformations temps-fréquence linéaires d'un signal. Autrement dit, si le signal est composé de plusieurs composantes, on admet que la transformation du signal est la combinaison linéaire de chaque transformation calculée individuellement. Pour ce type de transformation on parle de décomposition en atomes temps-fréquence où le pavage dépend de la transformation utilisée. Dans le cas de la transformée de Fourier à fenêtre glissante, du fait de l'invariance de la fenêtre d'analyse le pavage temps fréquence est constant. Pour la transformée en ondelettes, le pavage change en fonction du paramètre d'échelle tout en conservant la surface $\Delta f \Delta t$ constante.

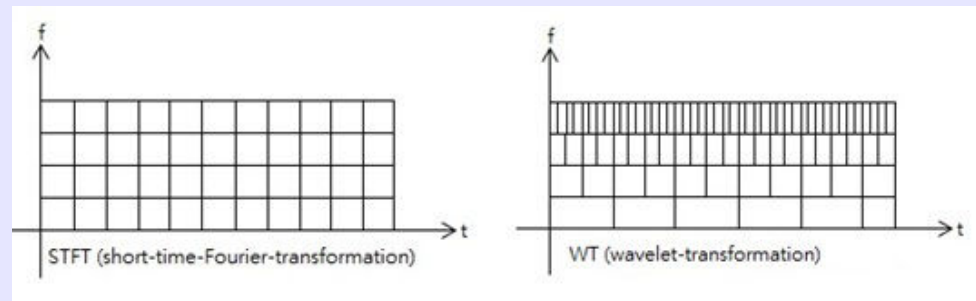


FIGURE 2.1 – Figure extraite de https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/c/c4/STFT_and_WT

2.1.4 Transformée de Stockwell

Contrairement à la transformée en ondelettes, la transformée de Stockwell [Stockwell *et al.* 1996] retient l'information de la phase tout en étant multi-résolution. Le principe de cette transformée est très similaire à la transformée de Fourier à fenêtre glissante à la différence que l'amplitude et la longueur de la fenêtre d'analyse sont variables en fonction de la fréquence comme c'est le cas de la transformée en ondelettes. L'expression mathématique de la transformée de Stockwell du signal $x(t)$ s'écrit :

$$ST(\tau, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}} e^{-2\pi i f t} dt \quad (2.6)$$

i **Transformée à fenêtre glissante VS transformée de Stockwell**

L'équation 2.6 peut se réécrire comme :

$$ST(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)g_f(t - \tau)e^{-2\pi ift} dt \quad (2.7)$$

avec $g_f(t) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2 f^2}{2}}$.

$g_f(t)$ correspond à l'équation d'une gaussienne normalisée de variance $\sigma = \frac{1}{|f|}$.

On peut noter la similarité de cette expression 2.7 avec l'équation 2.3. On peut voir la transformée de Stockwell comme la transformée à fenêtre glissante avec le choix d'une fenêtre gaussienne normalisée de longueur proportionnelle à l'inverse de la fréquence. Cette dépendance à la fréquence de la fenêtre gaussienne localisante est une amélioration par rapport à la fenêtre fixe utilisée dans la transformée à fenêtre glissante.

i **Transformée en ondelettes VS transformée de Stockwell**

L'équation 2.6 peut également se réécrire comme :

$$ST(\tau, f) = e^{-i2\pi f\tau} \underbrace{\sqrt{\frac{|f|}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)h((t - \tau)f)dt}_{TO(\tau, \frac{1}{f})} \quad (2.8)$$

avec $h(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-i2\pi x}$

$h(x)$ correspond à l'ondelette mère de la transformée en ondelettes. On peut voir la transformée de Stockwell comme la transformée en ondelettes multipliée par un facteur de phase $e^{-i2\pi f\tau}$ et un facteur de normalisation $\sqrt{\frac{|f|}{2\pi}}$. Le facteur de phase permet à la transformée de Stockwell d'avoir une référence de phase absolue et non plus relative à chaque centre de fenêtre d'analyse comme c'est le cas pour la transformée en ondelettes. Le facteur de normalisation permet à la réponse en amplitude de la transformée de Stockwell d'être une fonction invariante de la fréquence, et la comparaison absolue de deux amplitudes à deux fréquences différentes.

La transformée de Stockwell possède plusieurs propriétés importantes [Stockwell 2007] :

- L'information de la phase a une référence absolue, autrement dit la transformée se réfère toujours au même instant $t = 0$.
- La transformée de Stockwell est une généralisation de la transformée de Fourier pour les signaux non stationnaires. Il existe par construction une connexion directe entre ces deux transformées, où l'inverse de la transformée de Stockwell

est la transformée de Fourier :

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} ST(\tau, f) d\tau \right) e^{i2\pi ft} df \quad (2.9)$$

- La résolution est progressive dans le domaine temps-fréquence, et liée par l'inégalité (2.4) d'Heisenberg-Gabor. Le choix de la fenêtre gaussienne permet d'avoir une égalité dans l'inégalité d'Heisenberg-Gabor et de ce fait d'avoir une représentation dans le plan temps-fréquence le plus compacte possible. Le choix d'une largeur de gaussienne proportionnelle à l'inverse de la fréquence permet à la transformée de Stockwell de présenter une meilleure résolution temporelle vers les hautes fréquences, et une meilleure résolution fréquentielle vers les basses fréquences.
- La réponse en amplitude est invariante avec la fréquence.
- La transformée de Stockwell (ST) de $x(t)$ peut s'écrire à l'aide de sa transformée de Fourier ($X(f)$) comme :

$$ST(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f + f') e^{-\frac{2\pi^2 f'^2}{f^2}} e^{i2\pi f' \tau} df' \quad (2.10)$$

Dans la cas discret cette équation devient :

$$ST(jT, \frac{n}{NT}) = \sum_{m=-N/2}^{N/2-1} X[\frac{m+n}{NT}] e^{-\frac{2\pi^2 m^2}{n^2}} e^{\frac{i2\pi m j}{N}}, n \neq 0 \quad (2.11)$$

$$ST(jT, 0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x[kT] \quad (2.12)$$

Cette formulation conduit à l'algorithme de calcul de la transformée de Stockwell suivant prenant l'avantage de l'équivalence dans le domaine des fréquences :

- 1) Calcul de la transformée de Fourier de x
- 2) Calcul de la gaussienne
- 3) Décalage du spectre pour la fréquence f
- 4) Multiplication du spectre décalé avec la gaussienne
- 5) Calcul de la transformée inverse
- 6) Répéter 3-4-5 pour chaque fréquence d'analyse

Transformée de Stockwell comme une convolution

L'équation 2.6 peut se réécrire comme la convolution de deux fonctions p_f et g_f :

$$\begin{aligned} ST(\tau, f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_f(t)g_f(\tau - t)dt \\ &= p_f(\tau) * g_f(\tau) \end{aligned} \quad (2.13)$$

avec $p_f(\tau) = x(\tau)e^{-i2\pi f\tau}$ et $g_f(\tau) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\tau^2 f^2}{2}}$

Sachant que la convolution dans le domaine temporel devient une multiplication dans le domaine fréquentiel, la transformée de Fourier de la transformée de Stockwell ($B_f(f')$) s'exprime comme :

$$B_f(f') = P_f(f')G_f(f') \quad (2.14)$$

avec P_f et G_f les transformées de Fourier de p_f et g_f

En appliquant la transformée de Fourier inverse, on retrouve bien l'expression 2.10 :

$$ST(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_f(f')G_f(f')e^{i2\pi f'\tau}df' \quad (2.15)$$

avec $P_f(f') = X(f + f')$ et $G_f(f') = e^{-\frac{2\pi^2 f'^2}{f^2}}$

2.1.5 Conclusion

(FR)

La décomposition temps-fréquence permet de prendre en compte le caractère non-stationnaire des signaux sismiques en fournissant une description de l'évolution temporelle de la distribution de l'énergie selon les fréquences. Cette méthode peut être utilisée pour traiter chaque composante d'un capteur. Dans le cas d'une antenne composée de plusieurs capteurs déployés dans l'espace, la décomposition temps-fréquence peut être adaptée pour ouvrir sur une dimension supplémentaire, l'espace des nombres d'onde. Pour les signaux sismiques non stationnaires, une prise en compte explicite du temps et de la fréquence dans la description des paramètres de propagation est essentielle ce qui conduit au concept de décomposition temps-fréquence-vecteur nombre d'onde ($t - f - \vec{k}$). L'espace nombre d'onde pouvant être considéré est limité par les attributs d'échantillonnage spatial.

(EN)

The time-frequency decomposition provides a description of the evolution of the energy distribution versus the frequency over time taking into account the non-stationarity of the seismic signal. This method can be used to process each component of a recording station independently. Using an array of stations distributed in space, the time-frequency decomposition can be adapted to include an additional

dimension, the wavenumber domain. In the case of non-stationary seismic signals, the description of the propagation parameters requires to explicitly take into account both the time and the frequency dimensions leading to a more complex time-frequency-wavenumber vector $(t - f - \vec{k})$ decomposition. The wavenumber domain is limited by the spatial sampling attributes.

2.2 Influence de la géométrie d'une antenne

La géométrie d'une antenne a une grande importance sur le traitement en antenne. En effet, elle influe sur le type d'ondes que l'analyse sera à même d'identifier sans ambiguïté. C'est ce que l'analyse de la réponse de l'antenne nous permet d'identifier [Zywicki 1999].

2.2.1 Fonction de transfert d'une antenne

La réponse impulsionnelle d'une antenne de N stations à la position (x, y) est définie par la fonction :

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^N \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) \quad (2.16)$$

avec (x_i, y_i) les coordonnées du $i^{\text{ème}}$ capteur dans l'espace orthonormé (O, x, y) . La transformée de Fourier de la réponse de l'antenne dans l'espace des nombres d'onde, nommée fonction de transfert de l'antenne, est définie par :

$$\begin{aligned} TF_{array}(k_x, k_y) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\delta(x - x_i) \delta(y - y_i) e^{i(k_x x + k_y y)}) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{i(k_x x_i + k_y y_i)} \end{aligned} \quad (2.17)$$

avec $k_x = \frac{2\pi}{x}$, $k_y = \frac{2\pi}{y}$.

La figure 2.3 montre un exemple de réponse en amplitude de la fonction de transfert d'une antenne sismique Kazakhstan.

2.2.2 Distance inter-capteur : aliasing

D'une part, la distance inter-capteur ne doit pas être trop petite de sorte qu'on n'observe pas de corrélation de bruit entre deux capteurs quelconques de l'antenne. Cela est d'autant plus vrai que les traitements en antenne sont basés sur l'hypothèse que le bruit est spatialement aléatoire tandis que le signal est spatialement cohérent.

D'autre part, pour mieux comprendre l'effet de la distance inter-capteur sur le domaine d'action d'une antenne, on peut faire un parallèle avec l'échantillonnage

temporel. Tout comme un capteur sismologique permet d'accéder à un échantillonnage temporel des mouvements du sol, une antenne sismologique permet d'accéder à un échantillonnage spatial du champ d'ondes. Ainsi, la distance séparant deux capteurs dans le domaine spatial équivaut au temps séparant deux échantillons dans le domaine temporel. D'après le théorème de Shannon, un minimum de deux points d'échantillonnage spatial est nécessaire pour décrire correctement un champ d'ondes. On définit ainsi un nombre d'onde maximum de Nyquist tel que $k_N = \frac{2\pi}{2\delta_x}$, seuil au-delà duquel un recouvrement spatial (aliasing) est possible, où δ_x est la distance séparant 2 capteurs adjacents. Cette définition du nombre d'onde de Nyquist n'est valable que pour une antenne uniforme où la distance séparant 2 capteurs adjacents reste constante.

Dans le cas d'une antenne plus complexe bi-dimensionnelle où les stations ne sont pas réparties de manière équidistante, la notion d'aliasing et donc de nombre d'onde de Nyquist devient plus complexe. Plusieurs familles de pics secondaires d'aliasing, correspondant aux différentes distances inter-capteurs présents, vont gouverner la réponse en amplitude de la fonction de transfert de l'antenne. Tout ceci se voit très clairement sur la figure 2.3a-b représentant la réponse en amplitude de la fonction de transfert de l'antenne bi-dimensionnelle du Kazakhstan, où l'on observe la présence d'un lobe central, mais aussi de lobes secondaires dus à la périodisation de la fonction de transfert elle-même induite par l'échantillonnage spatial. Une façon simple de voir les choses est de considérer une onde plane (caractérisée par un seul nombre d'onde \vec{k}_0) se propageant à travers l'antenne. Ceci se traduit dans l'espace des nombres d'onde par la convolution entre la fonction de transfert de l'antenne et un dirac positionné en \vec{k}_0 :

$$\begin{aligned} TF(S_e) &= TF_{array} * TF(S_c) \\ &= TF_{array} * \delta(\vec{k} - \vec{k}_0) \end{aligned} \quad (2.18)$$

où S_e le signal échantillonné et S_c le signal continu caractérisé par \vec{k}_0 .

La fonction de transfert de l'antenne subira une translation de vecteur \vec{k}_0 dans l'espace des nombres d'onde. Si cette translation de $||\vec{k}_0||$ est supérieure à $||\vec{k}_N||$, un lobe d'aliasing au lieu du lobe central risque d'être retenu comme étant le nombre d'onde caractérisant le mieux la propagation.

Ainsi, l'amplitude des lobes secondaires joue un rôle d'autant plus important que le champ d'ondes analysé comporte généralement plusieurs ondes distinctes de nombres d'onde différents. Ainsi, selon la position relative des diracs correspondants aux différents nombres d'onde gouvernant la propagation, la sommation des fonctions de transfert correspondant aux convolutions sur chacun de ces diracs peut parfois rendre prépondérante l'énergie des lobes secondaires par rapport aux lobes principaux. Les vecteurs nombres d'onde risque alors d'être mal estimés par traitement d'antenne dus aux interférences constructives de lobes secondaires. De même, la présence de bruit pourrait rendre un lobe secondaire prépondérant.

2.2.3 Ouverture de l'antenne : résolution

La dimension de l'antenne étant finie, la capacité de séparation de deux ondes quasi-similaires l'est aussi. C'est que l'on appelle le critère de Rayleigh dans la théorie de la diffusion.

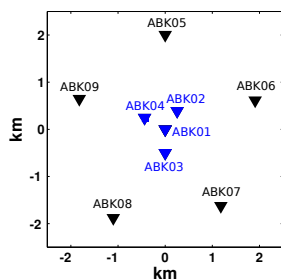
Lorsque le signal sismique est composé de plusieurs composantes caractérisées par des nombres d'onde différents \vec{k}_j , on peut en théorie les séparer par transformation de Fourier dans l'espace des nombres d'onde. Dans cet espace, le signal est caractérisé par plusieurs lobes issus de la convolution de la fonction de transfert de l'antenne avec chacun des diracs positionnés sur les différents nombres d'onde \vec{k}_j gouvernant la propagation :

$$TF(Se) = \sum_{j=1}^N (\delta(\vec{k} - \vec{k}_j) * TF_{array})$$

Un paramètre important à prendre en compte est l'ouverture de l'antenne, qui est la distance maximale entre 2 stations de l'antenne. En effet, la largeur du lobe central de la fonction de transfert de l'antenne est directement liée à l'ouverture de l'antenne. Ainsi, si la différence séparant deux nombres d'onde est inférieure à la largeur à mi-hauteur du lobe central, la séparation dans l'espace des nombres d'ondes devient difficile voire impossible. Plus on augmente l'ouverture de l'antenne, plus la largeur du lobe central diminue. On améliore ainsi le pouvoir de résolution de l'antenne, c'est-à-dire sa capacité à séparer deux ondes de longueurs d'onde proches.

2.2.4 Exemple avec une antenne du Kazakhstan

Regardons l'antenne de Akbulak (ABKAR) du Kazakhstan (Figure 2.2). Cette antenne est caractérisée par deux distances distinctes liées :

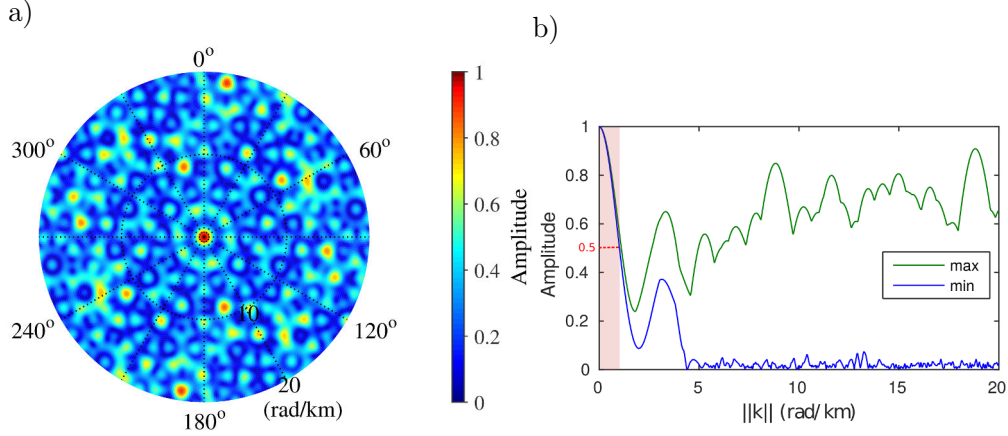


1. à la sous-antenne 1 centrale (ABK01, ABK02, ABK03, ABK04) de distance inter-capteur $\sim 0.5\text{km}$.
2. à la sous-antenne 2 extérieure (ABK01, ABK05, ABK06, ABK07, ABK08) de distance inter-capteur $\sim 2\text{km}$.

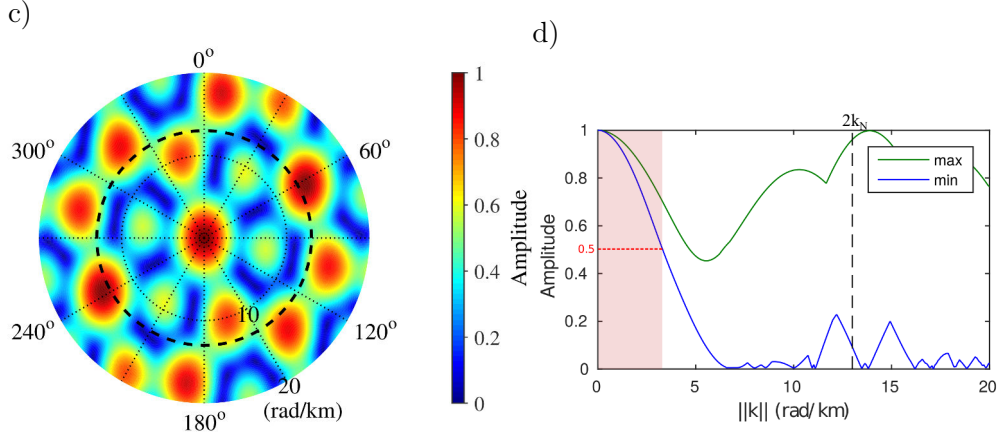
FIGURE 2.2 – Configuration géométrique de l'antenne Akbulak, en bleu la sous-antenne centrale (1), et en noir le sous-antenne extérieure (2).

La figure 2.3 représente respectivement les fonctions de transfert de l'antenne ABKAR ainsi que celles des deux sous-antennes 1 et 2.

Antenne ABKAR



Sous antenne 1



Sous antenne 2

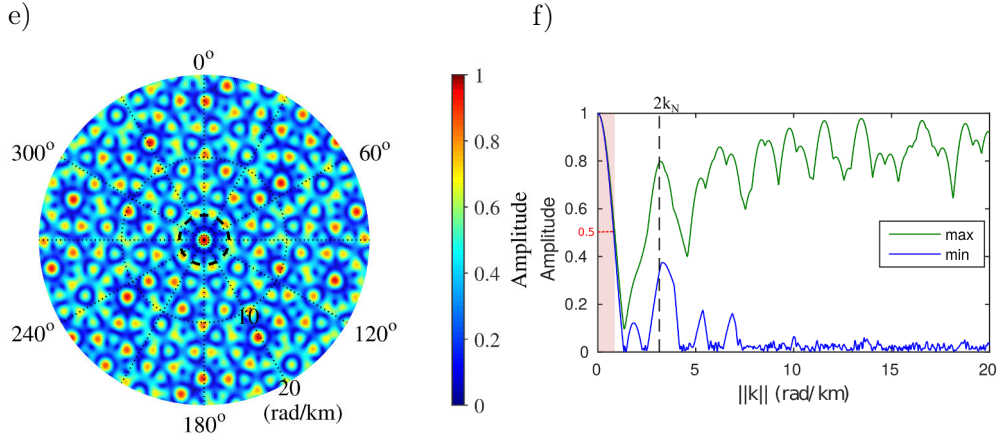


FIGURE 2.3 – Chaque ligne correspond respectivement aux résultats de l'antenne ABKAR (a-b), de la sous-antenne 1 centrale (c-d), et de la sous-antenne 2 extérieure (e-f). A gauche, représentation polaire de la réponse en amplitude de la fonction de transfert. A droite, le maximum (en vert) et le minimum (en bleu) de l'amplitude de cette fonction de transfert sur tous les azimuts pour chaque valeur de norme du vecteur d'onde possible ($||\vec{k}||$). Le cercle pointillé en figure c (resp. e) ou le trait pointillé vertical en figure d (resp. f) correspond au pic d'aliasing attendu pour une antenne de distance inter-capteur constant de 0.5km (resp. 2km). La zone rosée correspond à la zone non-résolue par l'antenne.

Pour la sous antenne 1, plusieurs pics d'aliasing sont observés à l'extérieur du cercle de rayon 13rad/km , correspondant à $2k_N$ théorique estimé pour une antenne de distance inter-capteur constant de 0.5km . Pour la sous antenne 2, plusieurs pics d'aliasing sont observés à l'extérieur du cercle de rayon 3rad/km , correspondant à $2k_N$ théorique estimé pour une antenne de distance inter-capteur constant de 2km .

On retrouve ainsi le nombre d'onde théorique de Nyquist. Ceci met bien en évidence le fait que l'échantillonnage spatial contraint le domaine de non-recouvrement, et donc la limite maximale en nombre d'onde pour l'identification des caractéristiques de propagation.

D'autre part, on remarque que la largeur du lobe central est plus importante pour la sous-antenne 1 ($\sim 3.5 \text{ rad/km}$) que la sous-antenne 2 ($\sim 0.7 \text{ rad/km}$). L'ouverture de l'antenne contraint la largeur du lobe central et donc le pouvoir de résolution de l'antenne.

L'idéal serait donc de pouvoir augmenter l'ouverture de l'antenne tout en diminuant la distance séparant deux capteurs adjacents. Il faudrait pour cela une antenne comportant un très grand nombre de capteur.

Si l'on regarde maintenant l'antenne totale de ABKAR composée des sous-antennes 1 et 2, on remarque que le lobe central a la finesse de la sous-antenne 2 et que le nombre et l'amplitude des lobes secondaires sont plus faibles pour l'antenne totale que pour la sous-antenne 2. C'est en quelque sorte un compromis entre ouverture, distance inter capteurs et nombre de capteurs.

2.2.5 Aliasing et résolution pour une antenne complexe

Dans le cas d'une antenne complexe où les stations ne sont pas réparties de façon équidistante, la définition d'un nombre d'onde de Nyquist et de résolution devient complexe. Cependant, par analogie avec une antenne linéaire équidistante ou par analyse de la fonction de transfert, le domaine des nombres d'ondes analysable par traitement d'antenne peut être estimé. Les différentes façons de les estimer sont synthétisées dans les deux tableaux suivants (Table 2.1 et 2.2).

Theoretical Nyquist	Linear equi-spaced array	$k_{max} = \frac{2\pi}{2d}$	d : spatial sampling
	Complex array	$k_{max} = \frac{2\pi}{2d_{min}}$	d_{min} : minimum spatial sampling (minimum offset between two adjacent stations) ⇒ Less restrictive
		$k_{max} = \frac{2\pi}{2d_{max}}$	d_{max} : maximum spatial sampling (maximum offset between two adjacent stations) ⇒ More restrictive [Gaffet <i>et al.</i> 1998]
		$k_{max}(\theta) = \frac{2\pi}{2d(\theta)}$	$d(\theta)$: maximum apparent spatial sampling ⇒ function of incidence angle θ

TABLE 2.1 – Nyquist wavenumber

Linear equi-spaced array	Peak-to-Zero	$k_{min} = \frac{2\pi}{\Delta x}$	Δx : aperture of the array [Johnson & Dudgeon 1992]
	HWHM (Half-Width at Half Maximum)	$k_{min} = \frac{1.2\pi}{\Delta x}$	
	FWHM (Full-Width at Half Maximum)	$k_{min} = \frac{2.4\pi}{\Delta x}$	
Complex array	Peak-to-Zero	function of incidence angle	⇒ Rarely feasible for complex array in case of the array response function doesn't have conveniently located zeros.
	HWHM		⇒ Can be investigated by looking at the array response along for each incidence angle [Johnson & Dudgeon 1992]
	FWHM		[Zywicki 1999]

TABLE 2.2 – Resolution wavenumber

2.3 État de l'art du traitement d'antenne mono-composante

Alors qu'un capteur sismique isolé permet d'enregistrer uniquement l'évolution temporelle du mouvement du sol au passage d'une onde sismique, une antenne enregistre également son évolution spatiale. Une antenne enregistre les ondes émises par une source en différents points de l'espace relativement proches entre eux de sorte à introduire une redondance d'information. En s'appuyant sur cette redondance d'information, le traitement d'antenne consiste à analyser la cohérence du champ d'onde entre tous les capteurs de l'antenne. En effet, le traitement d'antenne

repose sur l'hypothèse qu'une onde incidente se propage à travers l'antenne sans aucune déformation du front d'onde contrairement au bruit incohérent.

Les sections suivantes constituent une synthèse rapide des différentes méthodes classiques de traitement d'antenne en commençant par les méthodes les plus intuitives de "retard-sommation", les méthodes de "minimum de variance", les méthodes de "décomposition en composantes horizontales", et enfin une méthode dite "progressive" (*PMCC*). Ces méthodes ont deux objectifs principaux : la détection et la caractérisation des ondes ; autrement dit, d'une part savoir si une onde est présente, et si elle est présente quelles sont ses caractéristiques en termes de propagation (direction et vitesse "apparente").

2.3.1 Paramètres de propagation "apparente" d'une onde plane

Le traitement d'antenne repose sur l'approximation "champ lointain", où la distance parcourue par l'onde doit être très grande devant l'ouverture de l'antenne. Autrement dit, l'approximation "champ lointain" est valide si la distance D entre la source et l'antenne est supérieure à la distance de Fraunhofer [Balanis 2005] et donc respecte l'inégalité suivante $D \gg \frac{2d^2}{\lambda}$, avec d l'ouverture de l'antenne et λ la longueur d'onde. Cette approximation permet de considérer un modèle d'onde plane qui se propage à travers l'antenne. La propagation d'une onde plane est caractérisée par son vecteur lenteur $\vec{s} = \frac{\vec{k}}{\omega}$. Ce vecteur lenteur peut s'exprimer en fonction de trois paramètres : la vitesse (v) de propagation de l'onde contrôlant la norme du vecteur, et de deux angles orientant la propagation, le back-azimut baz (angle par rapport au Nord dans le sens horaire) et l'incidence i (angle par rapport à la verticale) :

$$\vec{s} = -\frac{1}{v} \begin{pmatrix} \sin(baz) \sin(i) \\ \cos(baz) \sin(i) \\ \cos(i) \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la plupart des antennes sismiques sont des antennes 2D où les stations sont positionnées dans un plan horizontal. Si la différence d'altitude h entre les stations est bien inférieure à l'ouverture d de l'antenne ($h \ll d$), l'antenne sera considérée comme plane. Dans une telle configuration, il devient difficile d'estimer les trois composantes du vecteur lenteur. Seule sa projection dans le plan horizontal pourra être retrouvée :

$$\vec{s}_{app} = -\frac{1}{v_{app}} \begin{pmatrix} \sin(baz) \\ \cos(baz) \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

On parle alors de paramètres de propagation "apparente", où les deux paramètres d'intérêt sont la vitesse apparente ($v_{app} = \frac{v}{\sin(i)}$) et le back-azimuth (baz).

2.3.2 Retard-sommation et méthode f-k

La méthode dite de "retard-sommation" consiste à rechercher les décalages temporels à appliquer à chacun des signaux enregistrés par l'antenne permettant de générer un signal "somme" maximum. Si les signaux sont bien remis en phase par les décalages temporels, l'amplitude de la partie cohérente des signaux sera multipliée par un facteur plus important que le bruit décorrélé. En pratique, du fait de la complexité du champ d'ondes, cette opération de retard-sommation est effectuée successivement sur différentes fenêtres de temps et bandes de fréquence réduites permettant de réduire le nombre d'ondes prises en compte à chaque opération. La sélection d'une bande de fréquence réduite permet notamment de réaliser une première séparation des ondes par leur contenu fréquentiel.

La formulation de l'opérateur mesurant l'énergie du signal "somme" dans le domaine temporel est :

$$P_{BEAM}(t, f, \vec{s}) = \sum_{\tau \in T_f} \left| \sum_{m=1}^M u_m^f(\tau + \delta t_m(\vec{s})) \right|^2 \quad (2.21)$$

avec T_f la fenêtre de temps sur laquelle on effectue la somme centrée autour de t dont la largeur de fenêtre peut être choisie plus ou moins large selon la bande de fréquence d'analyse, M le nombre de stations de l'antenne, u_m^f le signal enregistré à la station m et filtré sur une bande étroite de fréquence centrée sur f et δt_m les décalages temporels appliqués à chaque station compte-tenu d'une onde plane se propageant avec un vecteur lenteur \vec{s} à travers l'antenne. Dans le cas d'une onde plane, les décalages δt_m sont reliés à la position de la station ($r_m^{\vec{}}$) et au vecteur lenteur (\vec{s}) par :

$$\delta t_m = \vec{s} \cdot r_m^{\vec{}} \quad (2.22)$$

La version normalisée de cet opérateur, appelée semblance, est :

$$P_{Semblance}(t, f, \vec{s}) = \frac{1}{M} \frac{\sum_{\tau \in T} \left| \sum_{m=1}^M u_m^f(\tau + \delta \tau_m(\vec{s})) \right|^2}{\sum_{\tau \in T} \sum_{m=1}^M \left| u_m^f(\tau + \delta \tau_m(\vec{s})) \right|^2} \quad (2.23)$$

La semblance a des valeurs comprises entre 0 et 1, permettant de facilement quantifier l'énergie qui peut être expliquée par une onde plane se propageant dans l'antenne selon un vecteur lenteur \vec{s} . La semblance peut être vue et utilisée comme une mesure de cohérence, c'est à dire un rapport d'énergie entre ce qui repart et ce qui arrive dans l'antenne. Le côté négatif de cet opérateur est la perte de la notion d'amplitude du fait de la normalisation.

La version de cette méthode dans le domaine de Fourier est appelée méthode f-k. Cette méthode est basée sur la décomposition du champ d'ondes incident dans le plan (f-k) fréquence-nombre d'onde. A partir de cette décomposition, on cherche

à maximiser le signal “somme” autour d’une fréquence d’intérêt f pour différents vecteurs nombre d’onde \vec{k} .

La formulation de l’opérateur $f - k$ mesurant l’énergie du signal “somme” dans le domaine fréquentiel est :

$$P_{BEAM}(t, f, \vec{k}) = \sum_{n=1}^N \left| \sum_{m=1}^M U_m(t, f_n) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_m} \right|^2 \quad (2.24)$$

avec $U_m(t, f_n)$ une transformée de Fourier locale (telle la transformée de Stockwell) de u_m à l’instant t et la fréquence f_n , (f_1, \dots, f_N) l’ensemble des fréquences appartenant à une bande de fréquence étroite centrée sur f , \vec{r}_m le vecteur position de la station m .

La version semblance de cet opérateur f-k est :

$$P_{Semblance}(t, f, \vec{k}) = \frac{1}{M} \frac{\sum_{n=1}^N \left| \sum_{m=1}^M U_m(t, f_n) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_m} \right|^2}{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M |U_m(t, f_n) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_m}|^2} \quad (2.25)$$

Pour chaque cellule temps-fréquence, les caractéristiques de propagation de l’onde la plus cohérente sont obtenues par recherche en grille dans le domaine des nombres d’onde.

2.3.3 Matrice spectrale

2.3.3.1 Définition

Soit $u_m(t)$ l’ensemble des signaux enregistrés à chaque station m de l’antenne. Notons $\vec{U}(t, f)$ le vecteur contenant l’ensemble des transformées de Fourier locales de ces signaux ($U_m(t, f)$) à la fréquence f et pour une fenêtre d’observation centrée sur t :

$$\vec{U}(t, f) = \begin{pmatrix} U_1(t, f) \\ U_2(t, f) \\ \dots \\ U_M(t, f) \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

La matrice spectrale $\bar{\bar{R}}$ est une matrice carrée de taille $M \times M$ définie pour la fréquence f à l’instant t comme :

$$\bar{\bar{R}}(t, f) = E\{\vec{U}(t, f)\vec{U}^*(t, f)\} \quad (2.27)$$

où $*$ désigne l’opérateur transposé conjugué, $E\{\}$ l’espérance mathématique représente un opérateur de moyenne et M le nombre de stations de l’antenne.

Cette matrice spectrale (également appelée matrice inter-spectrale) contient les informations relatives aux interactions des signaux enregistrés par l’antenne.

L'opérateur de moyenne joue un rôle important car il permet de rendre la matrice de rang supérieur à 1, et ainsi inversible. D'un point de vue plus physique, cette moyenne a pour but de décorrélérer les ondes du bruit, et les ondes entre elles.



Matrice de covariance

La matrice spectrale est l'équivalent dans le domaine fréquentiel de la matrice de covariance définie dans le domaine temporel.

2.3.3.2 Opérateur de moyenne

Il existe trois types de moyenne pouvant être combinés : la moyenne des réalisations, la moyenne spatiale et, la plus courante, la moyenne en fréquence. Chacune de ces trois moyennes est limitée par la condition de stationnarité du signal.

La moyenne des réalisations consiste à moyenner sur plusieurs réalisations disponibles. Elle est souvent utilisée en électromagnétisme du fait de la durée relativement longue des signaux permettant de moyenner sur plusieurs fenêtres temporelles (i.e. réalisations). Notons ici que la moyenne des réalisations a été remplacé par la moyenne sur divers intervalles de temps en utilisant les propriétés d'ergodicité du signal, ce qui implique une stationnarité du signal. En sismique, la source est contrôlée et donc reproductible plusieurs fois menant à plusieurs enregistrements (réalisations). En sismologie, la nature impulsionnelle des sources et la non reproductibilité de la source rend ce type de moyenne quasiment impossible.

La moyenne spatiale consiste faire la moyenne des matrices spectrales calculées sur des sous-antennes "identiques" de l'antenne. Ce type de moyenne suppose que les propriétés statistiques du signal sont invariantes par translation dans l'espace. La moyenne spatiale initialement introduite pour des antennes linéaires équidistantes, a été étendue pour des antennes 2D en choisissant des sous-antennes composées de deux stations respectant une condition de similarité. Soit \vec{d} le vecteur reliant les deux stations composant une sous-antenne. Si les deux sous-antennes 1 et 2 sont similaires (en distance et azimuth) alors $\vec{d}_1 \approx \vec{d}_2$. [Cornou 2002, Cornou *et al.* 2003] propose de contrôler ces similarités à partir d'une distance de tolérance égale au tiers de l'ouverture minimale des sous-antennes. Deux sous-antennes similaires doivent vérifier :

$$|\vec{d}_1 \cdot \vec{i} - \vec{d}_2 \cdot \vec{i}| < \frac{\min(d_1, d_2)}{3} \quad (2.28)$$

où \vec{i} correspond à n'importe quel vecteur unitaire du plan de l'antenne.

Si les deux sous antennes ont la même ouverture, cela correspond à une tolérance en azimuth allant jusqu'à 20°, tolérance qui diminue de plus en plus quand les ouvertures diffèrent de plus en plus. Cette méthode est donc fortement contrainte par la géométrie de l'antenne, et ne peut convenir à tout type d'antenne notamment lorsque le nombre de stations de l'antenne est relativement faible limitant le nombre

de sous-antennes valides selon critère de similarité.

La moyenne en fréquence consiste à moyenner la matrice spectrale sur plusieurs fréquences voisines en pondérant soit les inter-spectres dans le domaine fréquentiel, soit les inter-corrélations dans le domaine temporel. Cette moyenne suppose que l'onde recherchée est bien observée par chaque capteur sur une fenêtre temporelle d'analyse restreinte par l'opération de moyenne. Plus on moyenne en fréquence et plus la fenêtre d'analyse temporelle correspondante se restreint. Il faut donc que la durée de la fenêtre d'analyse reste suffisante pour inclure l'ensemble des décalages en temps observés entre les capteurs de l'antenne. L'inconvénient de cette méthode est la dépendance du déphasage inter-capteurs avec la fréquence. Ceci entraîne une perte d'information sur le déphasage qui serait utile pour retrouver les paramètres de propagation d'une onde se propageant à travers l'antenne.

2.3.3.3 Matrice spectrale et opérateur $f - k$

L'opérateur $f - k$ défini à l'équation 2.24 correspond au cas particulier de l'utilisation de la moyenne en fréquence avec un poids de pondération unitaire sur toute la bande de fréquence choisie. Il peut se réécrire en notation vectorielle de façon plus générale à partir de la matrice spectrale \bar{R} comme :

$$P_{BEAM}(t, f, \vec{k}) = \vec{A}^*(\vec{k}) \bar{R}(t, f) \vec{A}(\vec{k}) \quad (2.29)$$

avec

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_1} \\ e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_2} \\ \dots \\ e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_M} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

le vecteur directionnel (appelé en anglais "the steering vector") permettant de balayer l'espace des nombres d'onde.

2.3.4 Méthode de minimum variance

La méthode de minimum variance (également appelée méthode de *Capon* ou méthode $f - k$ haute résolution) consiste à estimer la puissance du signal en complexifiant l'opérateur $f - k$ par la construction d'un filtre dépendant du vecteur nombre d'onde. Ce filtre a pour but de garder un gain unitaire dans la direction de visée \vec{k} et de minimiser les contributions énergétiques des autres directions (minimum variance). [Capon 1969] propose un filtre respectant ces deux contraintes et aboutit à l'opérateur de *Capon* suivant :

$$P_{CAPON}(t, f, \vec{k}) = \frac{1}{\vec{A}^*(\vec{k}) \bar{R}(t, f) \vec{A}(\vec{k})} \quad (2.31)$$

2.3.5 MUSIC (Multiple Signal Classification)

Une autre approche se fonde sur la décomposition en valeurs singulières des matrices de covariance ou des matrices spectrales selon le domaine considéré (temporel ou fréquentiel). Cette décomposition permet la création de sous-espaces orthogonaux : l'espace "signal" et l'espace "bruit" :

$$\bar{R} = E_s D_s E_s^* + E_n D_n E_n^* \quad (2.32)$$

avec E_s et E_n contenant respectivement les vecteurs propres du sous-espace "signal" et du sous-espace "bruit", et D_s et D_n des matrices diagonales contenant les valeurs propres associées.

Décomposition d'une matrice en valeurs singulières

Une matrice peut se décomposer en valeurs singulières consistant à trouver la base orthonormée dans laquelle les éléments (lignes ou colonnes) de la matrice considérée peuvent s'exprimer. Une matrice M de taille $(K \times L)$ peut se décomposer de façon unique comme :

$$M = U D V^T = \sum_{i=1}^N \lambda_i u_i v_i^T \quad (2.33)$$

avec

- $N = \min(K, L)$
- D de taille $(K \times L)$ est pseudo-diagonale contenant les valeurs propres de la matrice M ordonnées de façon décroissante,
- U de taille $(K \times K)$ et V de taille $(L \times L)$ contiennent les vecteurs propres gauches et droits de la matrice M .

La méthode *MUSIC* [Schmith 1986] tire avantage de cette décomposition pour n'utiliser que l'information relative à l'un de ces espaces auquel on applique le principe de la méthode $f - k$ classique. Une particularité de *MUSIC* est d'appliquer ce principe $f - k$ au sous-espace "bruit". Maximiser l'énergie dans le sous-espace "signal" est en principe équivalent à minimiser l'énergie dans le sous-espace "bruit". L'usage montre de meilleurs résultats pour la minimisation dans le sous-espace "bruit" correspondant à maximiser l'opérateur *MUSIC* suivant :

$$P_{MUSIC}(t, f, \vec{k}) = \frac{1}{\vec{A}^*(\vec{k}) E_n(t, f) E_n^*(t, f) \vec{A}(\vec{k})} \quad (2.34)$$

Un pré-requis à la création des deux sous-espaces est la connaissance du nombre de sources présentes dans le signal afin de déterminer les rangs du sous-espace "signal" et du sous-espace "bruit".

On peut trouver plusieurs façons de déterminer le nombre de sources. Une première catégorie repose sur le profil de décroissance des valeurs propres consistant

à trouver l'indice de valeur propre pour lequel une rupture de pente est observée. Cet indice peut être estimé à partir de critères statistiques tels que le AIC (Aikake Information Criteria, [Akaike 1973]) ou le MDL (Minimum Description Length, [Ris-sanen 1978]). Ces critères mesurent la qualité d'un modèle proposé et dépendent à la fois du nombre de paramètres formant le modèle et du maximum de vraisemblance du modèle. C'est donc un compromis entre simplicité du modèle (plus le nombre de paramètres augmente plus le modèle est complexe) et adéquation du modèle (plus le nombre de paramètres augmente plus la vraisemblance du modèle augmente). Le modèle qui minimise la valeur du AIC ou du MDL est le modèle qui assurera le meilleur compromis.

Une alternative repose sur la modélisation du profil de décroissance des valeurs propres du bruit et sa comparaison avec le profil de décroissance des valeurs propres du signal. L'indice à partir duquel les deux profils ne coïncident plus correspond au nombre de sources dominantes dans le signal. [Marcos *et al.* 1998] et [Cornou 2002] ont proposé un modèle de décroissance exponentielle.

Une deuxième catégorie repose sur le principe de reconstitution des signaux [Schisselé *et al.* 2005]. Ce principe consiste à ajouter des sources de manière itérative et à évaluer l'apport de l'ajout à chaque itération. Ceci implique l'exécution d'un nouveau traitement d'antenne pour chaque itération.

2.3.6 Sélection des fenêtres temps-fréquence

Les algorithmes mentionnés jusqu'à présent $f - k$, *Capon* et *MUSIC* recherchent un maximum. Or, il est toujours possible d'identifier un maximum dans une fenêtre d'analyse qu'une onde physique soit présente ou non. De ce fait, pour que les résultats de ces traitements d'antennes aient un sens physique, il est essentiel de sélectionner les cellules temps-fréquence qui semblent porteuses d'information.

Cette sélection peut s'appuyer sur des critères spécifiques comme un critère en énergie [Schisselé *et al.* 2004] ou un critère en cohérence basé, par exemple, sur le niveau de semblance. Le critère énergétique peut être utilisé en amont tandis que le critère en cohérence ne peut être utilisé qu'après traitement.

2.3.7 *PMCC* (Progressive Multiple Channel Correlation)

Parmi les méthodes de traitement d'antenne, *PMCC* se distingue par un caractère de recherche progressive utilisé conjointement avec un critère de détection [Cansi 1995]. Ce traitement a été conçu pour être appliqué au traitement automatique des données, incluant une étape de post-processing supplémentaire dont le but est d'exclure les fausses détections en utilisant le principe de regroupement par famille pour associer des détections ayant des caractéristiques similaires.

2.3.7.1 Critère de détection

PMCC est fondé sur la décomposition du signal mono-composante en ondes planes se propageant à travers l'antenne et sur l'hypothèse que le bruit est spatialement aléatoire tandis que le signal est spatialement cohérent. Ainsi on suppose que la morphologie du signal est identique pour chaque capteur de l'antenne, ce qui implique que les relations suivantes soient valides pour des enregistrements de deux capteurs distincts :

$$\begin{aligned} A_2(f) &= A_1(f) \\ \phi_2(f) &= \phi_1(f) + \vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \end{aligned} \quad (2.35)$$

où $A_i(f)$ représente l'amplitude spectrale du signal et $\phi_i(f)$ la phase spectrale au capteur i . Le décalage temporel δt_{ij} observé entre différents capteurs ne dépend alors que de la position de ces capteurs (\vec{r}_1 et \vec{r}_2) et il est identique pour chaque fréquence. Il peut alors s'écrire :

$$\delta t_{ij} = \frac{1}{2\pi f} (\phi_j(f) - \phi_i(f)) \quad (2.36)$$

Dans cette hypothèse d'ondes planes, le signal se propageant diffère uniquement d'un terme de phase d'un capteur à l'autre.

Le critère de détection de *PMCC* est ainsi basé sur la validité de la relation de fermeture suivante [Cansi 1995] :

$$\delta t_{ij} + \delta t_{jk} + \delta t_{ki} = 0 \quad (2.37)$$

Cette relation de fermeture dans le cas de bruit n'est rapidement plus valide en raison du caractère aléatoire de la phase du bruit. En cas de détection, l'inversion de des décalages temporels δt_{ij} estimés permet ensuite de retrouver les paramètres de propagation des ondes traversant l'antenne à savoir l'azimut ou la vitesse de propagation. Pour estimer ces décalages, *PMCC* utilise les fonctions d'inter-corrélation C_{ij} des formes d'onde entre les différents capteurs pris deux à deux. Les retards δt_{ij} sont alors obtenus en cherchant pour quel décalage τ ces fonctions sont maximales :

$$\delta t_{ij} = \max_{\tau} C_{ij}(\tau) \quad (2.38)$$

Cependant, le maximum n'est pas toujours clairement identifié. L'ambiguïté dans la détermination de cet écart temporel peut être due à la présence de bruit, d'aliasing ou à l'éloignement des stations qui conduirait à la déformation du signal d'une station à l'autre. *PMCC* consiste donc à une recherche progressive des paramètres de propagation en initiant l'analyse des fonctions d'inter-corrélation pour un sous-réseau de l'antenne, suffisamment petit pour qu'il n'y ait pas d'ambiguïté dans le choix du maximum ; puis à ajouter progressivement des stations de plus en plus éloignées afin d'améliorer la résolution des paramètres de propagation estimés.

2.3.7.2 Regroupement par "famille"

Une fois chaque détection obtenue, *PMCC* applique un deuxième traitement "post-processing" de sorte à associer les détections similaires (Figure 2.4). Ceci permet de grouper les détections lorsqu'un signal est clairement visible. L'agrégation d'un pixel (détection) dans une famille se fait à l'aide d'une fonction distance dépendant de l'écart de temps, de fréquence, de vitesse, d'amplitude et d'azimut entre 2 pixels :

$$d(P_j, P_i) = \sqrt{\frac{(t_i - t_j)^2}{\sigma_t^2 t^2} + \frac{(f_i - f_j)^2}{\sigma_f^2 f^2} + \frac{(V_i - V_j)^2}{\sigma_V^2 V^2} + \frac{(\theta_i - \theta_j)^2}{\sigma_\theta^2 \theta^2} + \frac{(A_i - A_j)^2}{\sigma_A^2 A^2}} \quad (2.39)$$

Les pixels en dessous d'un certain seuil de distance sont alors regroupés.

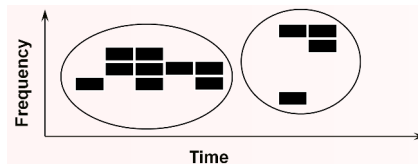


FIGURE 2.4 – Schéma illustrant le regroupement des "pixels" par famille.



A noter :

PMCC permet d'extraire l'onde avec le **maximum** de cohérence dans le domaine temps-fréquence. On ne peut donc ni quantifier la répartition de l'énergie du champ d'ondes ni extraire des arrivées multiples de contenu fréquentiel proche.

2.3.8 Conclusion

Les traitements d'antenne permettent de déterminer les paramètres de propagation des ondes détectées. Ces méthodes peuvent être affinées pour des besoins spécifiques tels que l'utilisation de décompositions en composantes orthogonales permettant la séparation d'arrivées multiples ou la mise en place de traitements progressifs pour réduire les erreurs sur les résultats. Une application du traitement en antenne pour l'analyse de la coda sismique à l'échelle régionale au Kazakhstan est l'objet de l'article qui suit. Cette étude a la particularité de combiner des résultats de traitement d'antenne issus de cinq antennes sismiques réparties autour du Kazakhstan sur une variété de séismes de profondeurs, de localisations, et de géologies différentes.

2.4 Article : Detailed analysis of the far-regional seismic coda in Kazakhstan using array processing

Claire Labonne ^{1,2}, Olivier Sèbe ¹, Alexandr Smirnov ³, Stéphane Gaffet ^{2,4}, Yves Cansi ¹ and Natalya Mikhailova ³

accepted at the Bulletin of the Seismological Society of America on 17/09/2016

¹ CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpaçon, France, Corresponding author : claire.labonne@cea.fr

² Univ. Nice Sophia Antipolis, CNRS, IRD, Observatoire de la Côte d'Azur, Géoazur UMR 7329, 250 rue Albert Einstein, Sophia Antipolis 06560 Valbonne, France

³ Institute of geophysical Research National Nuclear Center of Republic Kazakhstan, Kurchatov, Kazakhstan

⁴ Univ. Nice Sophia Antipolis, Univ. Avignon, CNRS, Aix-Marseille Univ., LSBB UMS 3538, 84400 Rustrel, France

2.4.1 Abstract

An analysis of seismic coda phases recorded by five small aperture arrays in Kazakhstan and Russia is performed. The characteristics of the coda phases are obtained using array processing providing estimates of direction of propagation, frequency content, and apparent propagation velocity of coherent arrivals propagating through the arrays. A statistical analysis, using the coda characteristics of the whole data set (far-regional earthquakes) recorded by the arrays are performed leading to a time-azimuth distribution of the detected waves. Long Lg coda wave trains clearly dominate the far-regional seismic records. The later part of a Lg coda wavefield is generally expected to consist of omni-directionally and multiply scattered waves; still, in the present study, preferential propagation directions of scattered waves are identified in seismic signals, even for lapse-time larger than 1200s. The comparison of the Lg coda characteristics for two different groups of earthquakes and for the different arrays shows that the geometrical configuration of event-array strongly influences the back-azimuthal distribution of detected waves. More precisely, temporal variations of the Lg coda characteristics are identified : (1) a transitory regime in the early part of the coda where arrival directions deviate from the epicenter back-azimuth (eastward or westward) ; (2) a final regime where the later part of the Lg-coda observed by the two northern arrays exhibits incoherent phases with random propagation directions, and (3) a final regime for the three southern arrays that reveals coherent arrivals propagating from array specific back-azimuths not related with the epicenter back-azimuth.

2.4.2 Introduction

Regional array observations provide useful information on the lithosphere's heterogeneity. To improve the image and the structural model of these heterogeneities, additional studies are needed to fully understand how geological medium heterogeneities interact with the seismic wavefield. Seismic small aperture arrays, as installed by the Comprehensive Nuclear-Test-Ban Treaty Organization, combined with signal processing algorithms are an efficient tool for regional phases analysis. At regional distances, the wavefield is mainly composed of Pn, Pg, Sn, Lg and surface waves. These waves are diffracted by numerous heterogeneities in the lithosphere and form the coda of the seismogram of each phase.

Coda analysis was pioneered by [Aki 1969] who interpreted coda from local seismograms as a superposition of incoherent waves scattered by randomly distributed small-scale heterogeneities in the lithosphere. The nature of coda waves can be studied by deterministic approach using array observations (e.g. [Baumgardt 1990, Dainty & Toksöz 1990, Kuwahara *et al.* 1997, Wagner 1998, Matsumoto *et al.* 2001, Schisselé *et al.* 2004]). Most of these studies demonstrate that P-coda waves from local earthquakes mainly originate from the same direction than the direct P waves. S-coda waves, on the other hand, consist of scattered waves coming from broader directions consistent with classic scattering models introduced by [Aki & Chouet 1975] (see [Sato *et al.* 2012] for a review of models).

These classic scattering models within an unbounded, homogeneous, isotropic medium with randomly distributed heterogeneities are good first approximations. However, such a medium appears to be not fully representative particularly at far-regional distance. The composition of the coda waves can be affected by irregular topography and/or complex near-surface geology such as active faults ([Yoshimoto & Jin 2008]).

In addition to the fundamental difference in scattering of regional P and S codas (mentioned above), [Wagner 1998] observed that the direction of arrivals in the early S-coda part differs considerably from one event to another. [Schisselé *et al.* 2004, Schisselé *et al.* 2005] investigated the interdependence of earthquake and array locations on coda characteristics. They identify both a dependency of coda characteristics on the location of the earthquakes and on the location of the recording sites. The coda illuminates different areas according to the source-array geometrical configuration within the heterogeneous surrounding geology.

Following these general considerations on the coda characteristics, the analysis focuses on the propagation of the far-regional seismic waves through the Kazakhstan area. [Hong & Xie 2005] investigated the phase composition of regional seismic waves from underground nuclear explosions recorded by the historic Borovoye seismic station in Kazakhstan. They applied the frequency-wavenumber

(F-K) technique from a cluster of events occurring in the same small area and recorded by the same single station using the reciprocity theorem (introduced by [Spudich & Bostwick 1987]). With this source array technique, they investigated frequency ranges of [0.5-3] Hz. They identified Pn waves with an apparent phase velocity of 8 km/s, scattered Pg waves in the Sn window with 7.1 km/s, Sn waves with 4.8 km/s, Lg waves with 4.2 km/s and Rg waves with 3.0 km/s. [Hong & Menke 2008] further investigated this dataset by analyzing the variation of scattered Lg, Rg and Sn energy with azimuthal angle and time, and correlated these variations to geological structures by converting temporal variation to spatial variation using the single scattering concept. They concluded that Rg phase is particularly sensitive to surface topography, Lg phase to large crustal variations and Sn phase to structural variations near the Moho. All these observations confirm that classical homogeneous medium models cannot fully explain the wavefield spatial distribution, and that sensitivity to lateral structural variations needs to be accounted for.

In this paper, the analysis is based on earthquake recordings from several arrays. The data recorded by each array can be analyzed through classical station array processing techniques. The availability of five separate arrays regionally distributed in central Asia in and around Kazakhstan gives the opportunity to take advantage of a multi-array approach. The analyzed events come from the Pamirs and Tien Shan seismic areas.

Preliminary studies on few such far-regional data in Kazakhstan ([Mikhailova *et al.* 2010, Smirnov 2005]) showed the possibility of exhibiting coherent parts for both regional P and Lg codas. They identified wave-type dependent behaviors with very stable back-azimuths close to the epicenter one for P-coda, and wide ranges of back-azimuths for Lg coda, even in the opposite direction of the epicenter, suggesting two different main origins.

Based on the above observations, a larger dataset is selected and processed. This processing confirmed the preliminary observations about the different nature of P and Lg codas. In addition, further analysis led to observations on the influence of the event on the direction of arrivals in the early Lg-coda. As an example, Figure 2.5 illustrates the time evolution of back-azimuth and apparent velocity of coherent waves propagating through a specific array and generated by two events. Two clearly distinct behaviors of Lg coda deviation are observed : (1) eastward deviation of the back-azimuth from the epicenter or (2) westward deviation. This example shows the presence of event location dependency on a specific array. This paper further analyzes, characterizes and compares the temporal variation of the coda characteristics and its dependencies on the relative source location, scattering areas and array location leading to a combined multi-event multi-array approach.

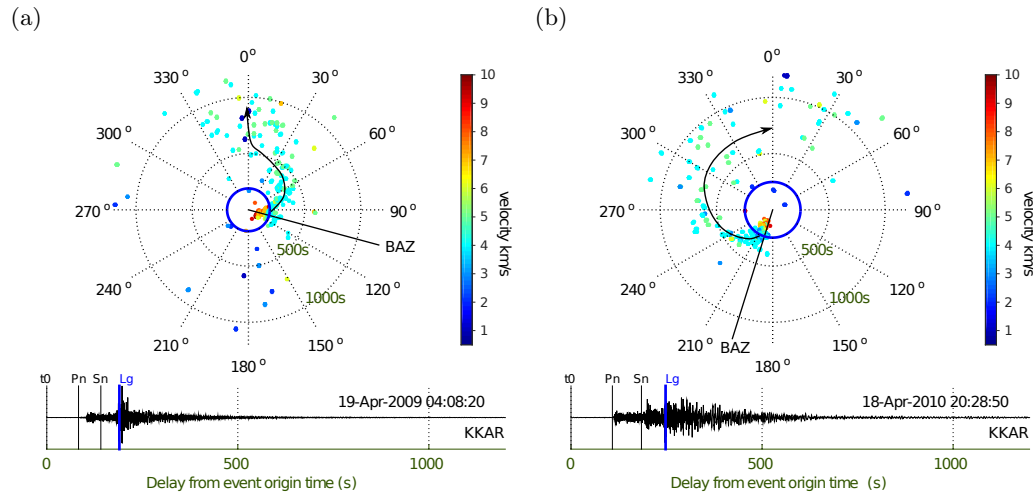


FIGURE 2.5 – Deviation of Lg coda from the theoretical event back-azimuth (BAZ) eastward (a) or westward (b) for two earthquakes recorded by KKAR. (Top) Each detection dot is characterized by a back-azimuth (given by angle), an apparent velocity (coded by color scale), and an arrival time (given by radius). The arrows indicate the direction of deviation. (Bottom) Seismogram of the central station of the array. The theoretical arrival times of Pn, Sn and Lg waves are taken for a group velocity of 8 km/s, 4.7 km/s and 3.5 km/s respectively. Pn and Sn arrivals are marked by black vertical lines in the seismograms, and Lg arrival is marked by a blue vertical line and a blue circle line in the seismograms and the polar plots.

2.4.3 Kazakhstan Geology and Description of Available Data And Network

Kazakhstan is located in the middle of central Asia between the Ural, Tien Shan and Altai mountain ranges (Figure 2.6). The Kazakhstan block (e.g. [Korobkin & Buslov 2011]) or Kazakhstan orocline (e.g. [Xiao *et al.* 2010]) corresponds to a 1500 x 1000 km² low relief region surrounded by the above mentioned mountain ranges. The Kazakhstan block incorporates a dozen of tectonic units (typically 500 x 200 km²) that were accreted during the Paleozoic (e.g. [Sengor & Natalin 1996]). According to the Paleotectonic reconstructions, these small tectonic units that integrate accretionary complexes and large pieces of magmatic arcs result from the dismantlement of the Kipchak arc. The sedimentary regions are located in the areas around this Kazakhstan orocline in the Tarim basin, the Junggar basin, the Caspian basin, the Turan basin, and along the Ural mountain ranges (Figure 2.6b). The Tibetan plateau is characterized by an unusually thick crust (Figure 2.6c). There is a large lithospheric thickness variation between the thick East European Craton and everything to the East of the Ural Mountains (Figure 2.6d). The northern part of the Kazakhstan orocline has significant upper mantle velocities (Figure 2.6e). Across central Asia, the lithosphere is clearly heterogeneous in terms of sediment, crustal and lithospheric thicknesses, topography and geological structure. According to [Quin & Thurber 1992], P- and S wave velocities in the crust from the surface to 50 km depth range from 4.5 to 7.0 km/s and 2.6 to 4.0 km/s respectively, and

reach up to about 8.0 and 4.7 km/s in the uppermost mantle. These latter velocities are used to compute the theoretical arrival times of Pn and Sn waves shown in Figure 2.5.

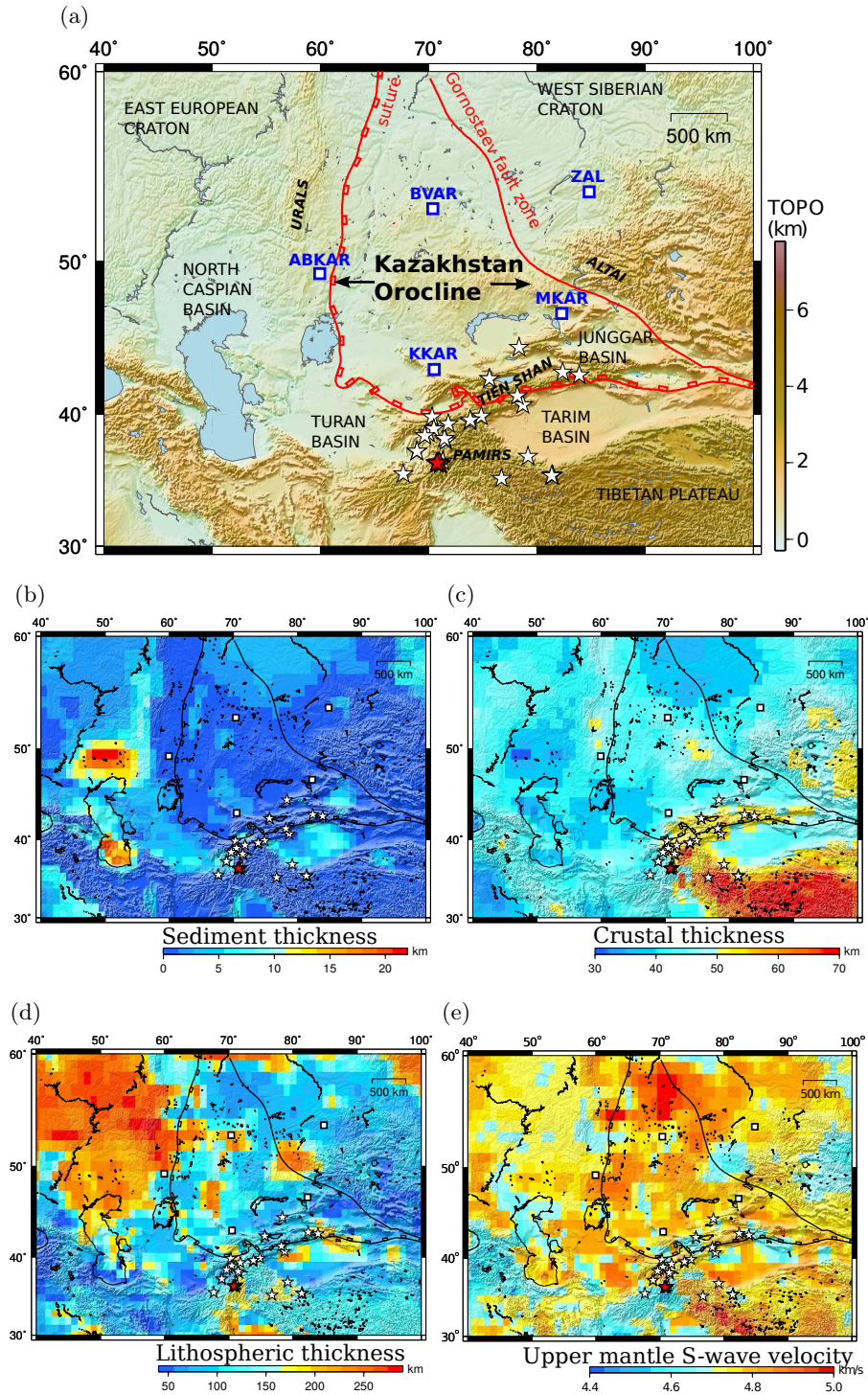


FIGURE 2.6 – (Caption next page.)

FIGURE 2.6 – Map of Kazakhstan. The squares represent the location of the five arrays and the stars represent the location of the earthquakes used for the analysis (white stars for crustal events, and red stars for intermediate events). (a) Major structures in central Asia (mountain ranges, basins and cratons) and surface topography (color scale). The Kazakhstan orocline is a triangle-shaped area delimited by the Uralian suture in the west, the Tien Shan suture in the south and the Gornostaev fault zone in the east (modified from [Xiao *et al.* 2010]). (b), (c) and (d) Sediment, crustal and lithospheric thickness. (e) Upper mantle shear wave velocity (See Data and Resources Section).

The Kazakhstan block is generally considered to be aseismic. Large earthquake occurrence in this area is rare with the exception of the June 21st 2014 Karagandy M_s 5.2 earthquake. Seismicity increases southward in the mountainous region of the Tien Shan. Historical earthquakes are concentrated in this area (see [Rautian & Leith 2002] for a general overview of the seismicity in central Asia). Events selected for this study are crustal earthquakes with magnitude larger than 5 that occurred from the North tectonic arc of the Pamirs, along the Tien-Shan mountain range, up to the west part of Altai. Some deeper intermediate earthquakes occurring in the same area of Pamirs have also been used. All these events listed in Table 2.3 are recorded by five arrays.

The five small arrays operated by the National Data Center of Kazakhstan and the International Data Center considered in this study are the Makanchi (MKAR), Karatau (KKAR), Akbulak (ABKAR), Borovoye (BVAR) and Zalesovo (ZAL) arrays. The analyzed wavefields correspond to far-regional distances from 300 up to 2500 km. The considered arrays and earthquakes locations are shown in Figure 2.6a.

Each array consists of nine vertical stations arranged in two concentric circles (inner circle of ~ 0.5 km radius and outer circle of ~ 2 km radius) with one central station (Figure 2.7, left). The detectability of a seismic array depends on its configuration. In case of a linear equally spaced array, the maximum theoretical wavenumber that can be analyzed (called the Nyquist wavenumber) is $\frac{2\pi}{2\delta_x}$ with δ_x the spatial sampling. But for more complex array geometries, the spatial sampling is not constant. The Nyquist wavenumber can be related to the maximum distance between adjacent sensors ([Gaffet *et al.* 1998]). To be less restrictive in our study, the Nyquist wavenumber is related to the minimum distance between adjacent sensors. This choice is well adapted to the used array processing technique, initializing the detection procedure with a subgroup of stations, thus limiting spatial aliasing bias (see section 'Data Processing'). Another important parameter is the aperture of the array (Δx), the larger the aperture, the better the resolution, i.e. the ability to separate two different waves propagating at closely spaced wavenumbers. The minimum theoretical wavenumber that can be analyzed (called resolution wavenumber) is $\frac{\pi}{\Delta x}$. The resolution and Nyquist wavenumbers are plotted on the 2D-array response function (Figure 2.7, right). These values constrain the maximum and the minimum wave velocity that can be characterized for each frequency (Figure 2.7,

TABLE 2.3 – Characteristics of the 36 analyzed events.

	Event origin time yyyy/mm/dd hh :mm :ss.ss	Lat °N	Lon °E	Depth km	Mag mb	Cluster W/E	
Crustal earthquakes	2010/04/18 20 :28 :50.49	35.72	67.68	14	5.5	W	
	2007/06/22 04 :51 :27.04	37.24	68.95	19	5.2	W	
	2008/09/01 04 :24 :30.36	37.36	68.95	0.1	5.3	W	
	2010/08/03 16 :26 :26.16	38.42	69.56	32	5.4	W	
	2005/09/26 21 :49 :42.00	38.53	69.93	43	4.9	W	
	2007/01/08 17 :21 :50.43	39.82	70.31	18	5.8	W	
	2008/10/13 17 :16 :11.63	38.63	70.37	18	5.2	W	↓
	2007/07/21 22 :44 :14.86	38.95	70.53	17	5.5	W	↓
	2005/07/01 03 :48 :29.05	36.59	71.24	78	5.4	W	↓
	2009/03/03 14 :22 :14.01	38.23	71.43	22	4.9	W	↓
	2010/01/02 02 :15 :10.08	38.29	71.45	30	5.3	W	↓
	2010/08/20 16 :57 :15.90	39.30	71.77	15	5.1	W	↓
	2010/09/07 15 :41 :41.60	39.50	73.77	32	5.5	W	↓
	2008/10/13 16 :05 :26.61	39.49	73.85	47	5.2	W	↓
	2010/06/10 06 :38 :05.70	39.85	74.85	30	5.5	W	↓
	2010/03/02 01 :55 :38.34	42.44	75.61	15	4.8	W	↓
	2007/10/26 06 :50 :09.77	35.25	76.70	30	5.2	E	↓
	2009/04/19 04 :08 :18.97	41.27	78.22	23	5.2	E	↓
	2007/09/02 15 :30 :38.31	44.63	78.34	26	5.0	E	↓
	2005/04/06 08 :44 :55.81	41.38	78.70	21	5.1	E	↓
	2009/02/20 10 :02 :31.35	40.61	78.71	30	5.4	E	↓
	2005/08/25 21 :08 :11.10	36.87	79.14	18	5.4	E	↓
	2008/03/21 00 :26 :16.03	35.48	81.39	29	5.1	E	↓
	2008/03/20 23 :12 :02.42	35.52	81.45	20	5.4	E	↓
2008/03/20 22 :32 :58.07	35.55	81.51	10	6.1	E	↓	
2007/07/20 10 :06 :53.81	42.91	82.38	20	5.5	E	↓	
2006/11/23 11 :04 :44.86	44.28	83.52	23	5.2	E	↓	
2008/08/30 12 :46 :47.65	42.71	83.89	9	5.2	E	↓	
Intermediate earthquakes	2005/07/23 14 :40 :23.02	36.41	70.73	203	5.3		
	2005/12/12 21 :47 :44.65	36.41	71.10	224	6.0		
	2007/04/03 03 :35 :06.81	36.52	70.69	213	5.7		
	2009/01/04 23 :12 :59.97	36.50	70.91	195	5.6		
	2009/10/22 19 :51 :27.60	36.52	71.01	189	6.1		
	2009/10/29 17 :44 :32.11	36.38	70.77	214	5.8		
	2010/02/27 23 :21 :12.34	35.93	70.02	99	5.8		
	2010/09/17 19 :21 :15.20	36.54	70.97	215	5.9		

The columns represent respectively the origin time, the latitude, the longitude, the depth, the magnitude of the earthquake, and the type of group where the earthquake belongs. W for the western group and E for the eastern group. (See section 'Investigation of Event Dependency' for the building of the two groups)

center). According to Figure 2.7, the geometries of these five arrays are similar and well adapted to analyze frequency and velocity ranges matching the expected waves characteristics (as observed by [Hong & Xie 2005]).

2.4.4 Data Processing

Array processing methods are based on the assumption that the incident wave crosses the array without any deformation of the wavefront as opposed to incoherent noise. These methods take advantage of the high degree of coherency between records due to the small aperture of the array. This coherency hypothesis permits to compute arrival time delays between records and thus to retrieve the propagation parameters. Conventional Beam-Forming methods determine the back-azimuth and the phase velocity of propagating waves by delaying the records at different sensors according to different back-azimuth and velocity values, hence by determining the back-azimuth and velocity values maximizing the sum signal. Such methods can be implemented in the time ([Gaffet *et al.* 1998]) or frequency domain ([Capon 1969]). The array resolution improves as its aperture increases but the signal coherency decreases with increasing distance between adjacent sensors. For this reason, [Cansi 1995] suggested a progressive procedure by initializing the detection using the smallest group of sensors and progressively adding distant sensors. This procedure minimizes ambiguity problems when correlating records from sensors too far apart. Distant sensors are then added improving the wave front parameter estimation while removing false detections associated with correlated noise at the scale of the starting group of sensors. In this study, data is processed using this procedure referred as the Progressive Multi-Channel Correlation algorithm (*PMCC*).

2.4.4.1 *PMCC* Algorithm

An extensive description of the *PMCC* algorithm can be found in [Cansi & Le Pichon 2008] and [Brachet *et al.* 2010]. This algorithm is a plane wave detection processing performed in the combined time-frequency domain. It is based on the study of the consistency of a set of time delays. The time delays between records are estimated by maximizing the correlation functions. In case of propagating plane wave, the only difference between records is a time delay. In such case, the sum of the time delays Δt between several pairs of records gets closer to zero, i.e. the set of time delays satisfies what is called the closure relation $\Delta t_{ij} + \Delta t_{jk} + \Delta t_{ki} = 0$ between three sensors i, j and k . In case of incoherent noise, the time delays become random and this relation is no longer valid. The validity of this relation through the array is controlled by a consistency parameter defined as the mean quadratic residual of the closure relations. The computation of the consistency is initialized from triplets of closely spaced stations and then progressively completed by adding distant stations as long as the consistency criterion remains valid (i.e. average residual lower than an acceptable threshold). For each new aggregation, the propagation parameters of the detection are retrieved from the estimated delays by least squares method assuming

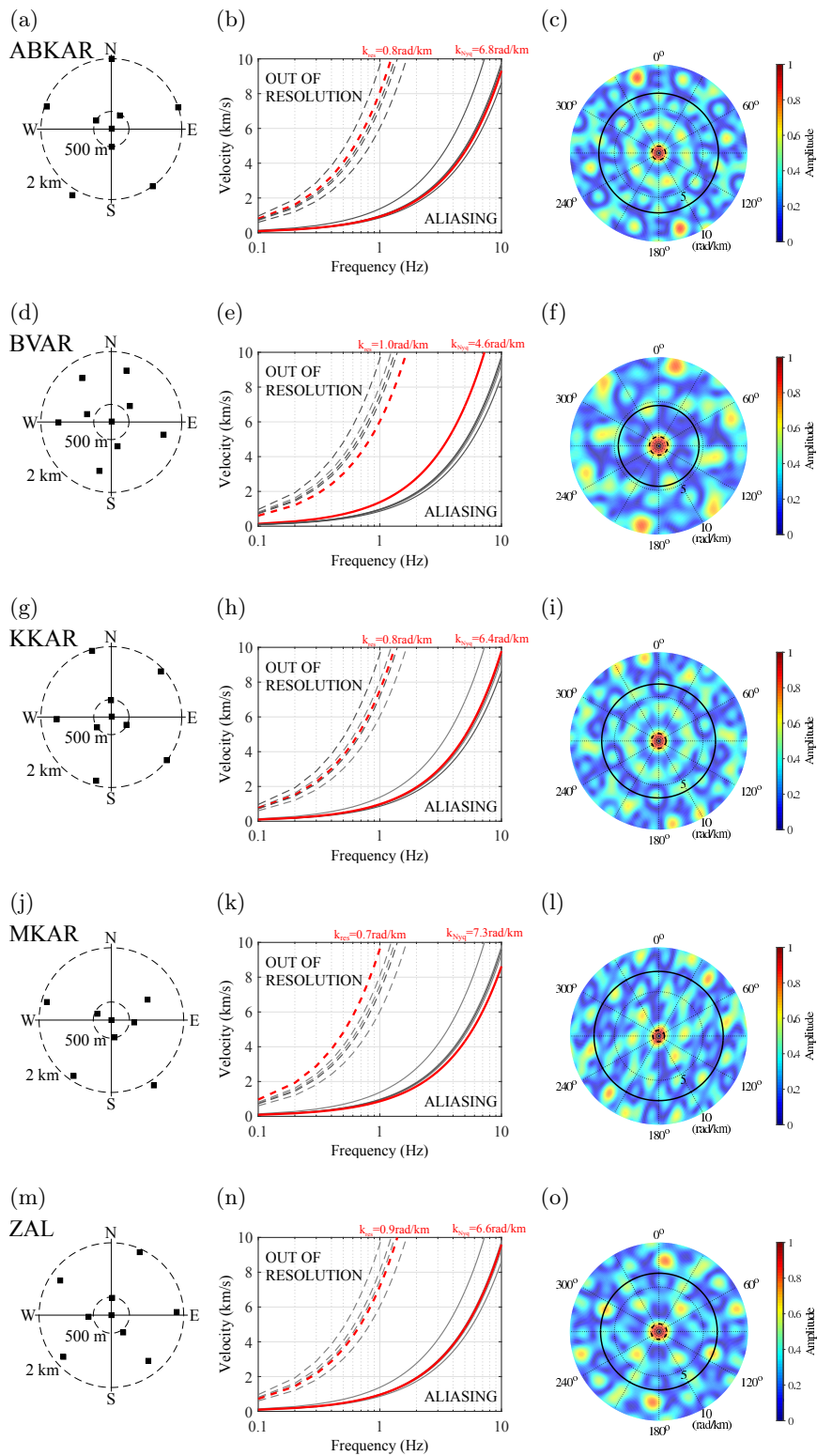


FIGURE 2.7 – (Caption next page.)

FIGURE 2.7 – (Previous page.) Comparison of the different arrays characteristics. (Left) Geometrical configuration of the five arrays used for this analysis. The aperture (Δx) of the five arrays is around 4km (2*2 km radius) and the minimum distance between two adjacent sensors (δx) is around 0.5 km. (Center) Theoretical array limitation constrains given by the resolution wavenumber and the Nyquist wavenumber. The frequency-velocity area analyzable by array processing is delimited by the bold red dashed and solid lines. The thin gray lines correspond to the limitations of the four other arrays. (Right) Theoretical array transfer function in the wavenumber space. The dashed circle corresponds to the theoretical resolution wavenumber ($k_{res} = \pi/\Delta x$), and the solid black circle corresponds to theoretical Nyquist wavenumber ($k_{Nyq} = \pi/\delta x$). Each line describes one specific array.

a propagation of a planar wave front. This progressiveness allows to steer the search of the new time delay by using the propagation information estimated by the initial sub-network. If the process succeeds to incorporate enough stations, the detection is finally approved. This detection processing step is performed for several frequency bands and for sliding time windows along the whole signal. For a given time and a given central frequency only one detection can be made. Each detection is finally characterized by its arrival time, central frequency, apparent velocity, back-azimuth, associated consistency, and by the number of stations participating to the detection.

2.4.4.2 Post-Processing Selection of Detections

For each earthquake (listed in Table 2.3), recorded wavefields are analyzed by the five arrays using the *PMCC* algorithm. The processing is performed for 15 frequencies from 0.5 Hz to 10 Hz along the record for a maximum consistency threshold of 0.08s. The time window length varies with frequency and contains ~ 20 -50 periods : 40 seconds at 0.5 Hz and 5 seconds at 10 Hz. A minimum of 6 stations is chosen to declare a detection in order to involve at least one distant station (of the outer circle) and to insure precise propagation parameters estimation. Detections with apparent velocity in the range of 0.5-10 km/s are depicted in Figure 2.8a. Detections with arbitrary back-azimuths are observed for high frequencies and slow apparent velocities. These detections that appear all along the record and before the P-wave arrival are clearly spurious detections.

To reduce these false detections, a post-processing discards aliased or out of resolution detections as defined in Figure 2.7b-e-h-k-n (e.g. for ABKAR at 1 Hz, detections below 1 km/s or above 6 km/s are rejected). Figure 2.8b displays the remaining detections after this first filtering. The result exhibits a clear reduction of randomly distributed detections. The temporal evolution of the back-azimuths shows stable values for the P arrivals close to the epicenter back-azimuth. On the contrary, the Lg arrival back-azimuths continuously deviate eastward (back-azimuth decreasing from 100° to 0°). An aftershock is identified with a delay of ~ 1300 seconds.

To focus on the wavefield analysis of the primary earthquake, the aftershock time window needs to be excluded (Figure 2.8c). For each frequency, the time window

starts at the theoretical Pn arrival and ends at a time that depends on the signal to noise ratio (SNR) of the filtered composite envelopes. These envelopes are computed for signal bandpass filtered around central frequencies used by *PMCC* and are stacked for all the stations of the array. Based on these stacked envelopes, the end of the coda is selected for each frequency as the time where the SNR is lower than a predefined threshold of 1. The default end time limits are then manually adjusted to exclude the aftershock (Figure 2.8d).

2.4.5 Results

The data processing described in the previous section is performed for each recorded earthquake at the five arrays. For the earthquake used as example (Figure 2.8c-d), the Lg wave time window clearly dominates the seismogram wave content with a long coda of 1000 seconds length. A back-azimuth migration is observed for detections in this Lg coda window (200-1200s), back-azimuths migrated eastward from 100° to 350°. These 'deviated' detections correspond to a low frequency range of (0.5-1.5Hz) and have a clear stable apparent velocity around 4.5 km/s (Figure 2.8d).

2.4.5.1 Density of Detection

To observe the global behavior of each array, detections are stacked for all the available crustal events. Figure 2.9 represents the density of detections observed by the five arrays. The density of detections is defined as the number of *PMCC* detections in a time-azimuth cell of 50 s length and 5 ° resolution divided by the number of available events for each cell. The density of detections shows that the Lg coda exhibits two different regimes evolving with time within the Lg wave train : (1) a transitory regime at 'early' coda (short lapse time after Lg wave train start) where the detected directions span a wide range of back-azimuths, and (2), an asymptotic regime at 'late' coda (large lapse time) where detected directions exhibit more stable back-azimuth in a specific direction.

The 'early' coda is defined as the time window delimited by the theoretical Lg start time for each earthquake and by the end of the transitory regime (referred to as t_{lim} in Figure 2.9). For the three eastern arrays BVAR, MKAR and ZAL, the Lg coda continuously deviates westward from the epicenter (increasing back-azimuth in Figure 2.9 c-d-e). For the two western arrays KKAR and ABKAR, the Lg coda back-azimuths are detected in both direction : west and east of the epicenter direction (Figure 2.9a-b).

The 'late' coda is defined for times larger than t_{lim} . For all the arrays, the coda envelopes still have significant amplitude (SNR>1) at low frequencies (<1.5 Hz) up to 1500 s depending on the event magnitude.

A clear asymptotic regime of the 'late' coda is observed for the three southern ar-

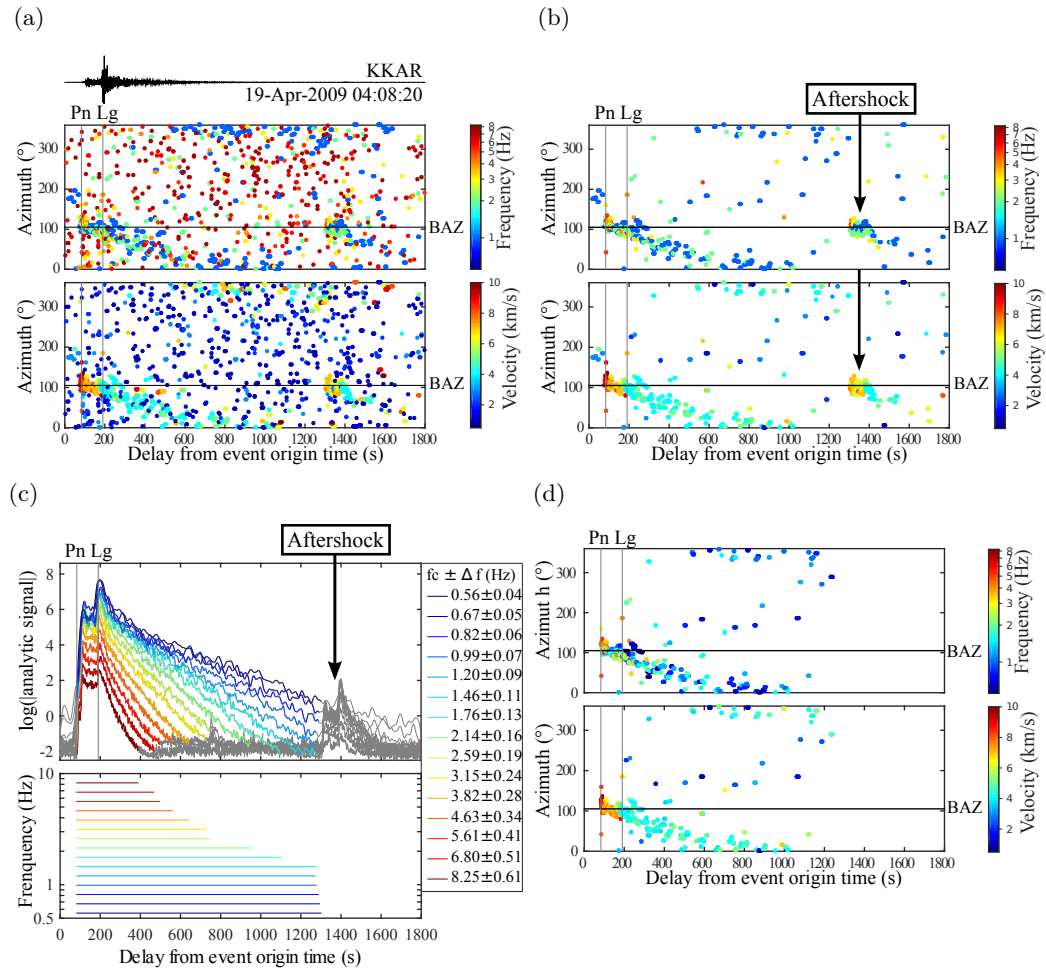


FIGURE 2.8 – Graphs illustrating post-processing steps using the same earthquake as in Figure 1a. (a) *PMCC* detections before post-processing. Evolution of the back-azimuth as a function of time. The color codes the frequency and the apparent velocity. The black horizontal lines mark the theoretical back-azimuth (BAZ). The theoretical direct wave arrivals of Pn and Lg are taken respectively for a group velocity of 8 km/s and 3.5 km/s (marked by gray vertical lines). (b) *PMCC* detections after the first step of the post-processing, rejecting detections in the aliasing domain or in the 'out of resolution' domain. (c) Manual selection of time windows (highlighted by colored bold lines) according to frequency where there is significant energy without including aftershocks or noisy signal. The envelopes are formed for 15 narrow frequency bands centered on the same frequencies as for the *PMCC* processing. (d) *PMCC* detections after the second step of the post-processing, selecting only detections inside the selected time windows.

rays ABKAR, KKAR and MKAR, where most detections come from a direction called AZf in Figure 2.9a-b-c. For each array, the final direction does not correspond to the epicenter direction (referred to as BAZ in Figure 2.9) but originates from the northern part of Kazakhstan ($N17.5^\circ$, $N7.5^\circ$ and $N307.5^\circ$ for ABKAR, KKAR and MKAR respectively). Despite the large range of epicenter back-azimuths (more than 120 degrees for KKAR array), the final direction is the same for all the events. Denser detections during longer travel times are observed for ABKAR and MKAR than KKAR array (up to 1500s, 1400s and 1200s respectively). It is particularly remarkable at ABKAR which is the furthest array.

For the two northern arrays BVAR and ZAL, the coda does not reach any asymptotic regime. Only few detections of coherent waves appear at large lapse time (Figure 2.9d-e) while the coda envelopes have significant amplitude until 1500 s. These observations illustrate that this 'late' coda is incoherent and cannot be detected by array processing. It is consistent with previous analyses (e.g. [Dainty & Toksöz 1990, Der *et al.* 1984]) which showed that the later portion of Lg coda consists of omni-directionally scattered waves by examining the coherency and the amplitude of Lg-wave for different time windows.

The comparison between the 'late' coda detection distributions from array to array highlights the influence of the location of the array relative to geologic structures on coda characteristics.

Frequency content As for the record used as example in Figure 2.8d, the frequency content of the 'early' and the 'late' coda is particularly low [0.5-1.5] Hz. A density of detection as a function of time and frequency for each array is available in the electronic supplement to this article (Figure 2.12).

2.4.5.2 Investigation of Event Dependency

Figure 2.5 shows, for the array KKAR, eastward and westward deviations of the 'early' Lg coda back-azimuths for two different earthquakes. Such deviations exhibit a dependency of the coda origin on the source location. This spatial dependency is investigated for each array in term of back-azimuth deviation from the source back-azimuth along increasing epicenter longitude or latitude (Figure 2.10).

- For the KKAR array, denser detections with negative back-azimuth deviations are observed for the eastern earthquakes (with larger longitudes) indicating that the Lg coda deviates eastward. For the western earthquakes (with lower longitudes) denser detections with positive back-azimuth deviations (thus, westward deviations) are observed. Using this array, a longitude limit of 76°E (called *lon0* in Figure 2.10a) may be determined to separate western and eastern groups. The other arrays are investigated by looking at their behavior against the longitude limit determined from KKAR.
- As for the KKAR array but less pronounced, detections for the ABKAR array are mainly observed with positive back-azimuth deviations (thus, westward) for

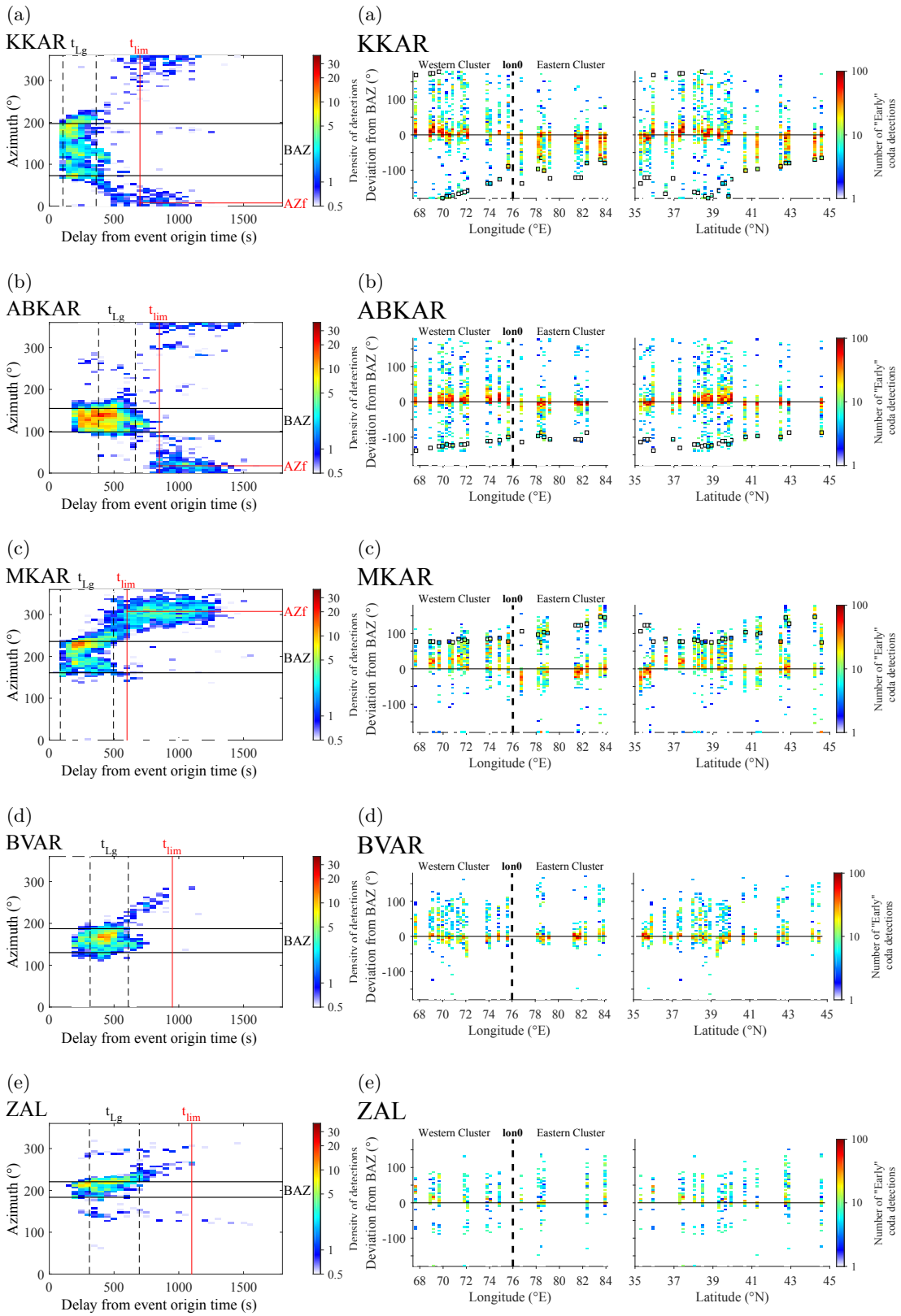


FIGURE 2.9 – (Caption next page.)

FIGURE 2.10 – (Caption next page.)

FIGURE 2.9 – (Previous page.) Density of detections observed by each of the five arrays as a function of time and back-azimuth. The density of detections is defined as the number of *PMCC* detections in a time-azimuth cell of 50 s length and 5° width length divided by the number of available events. The black horizontal lines mark the range of theoretical back-azimuths (BAZ) of the used events. The vertical dotted black lines mark the range of theoretical Lg arrivals for all used events. The red vertical line marks the time (t_{lim}) delimiting the end of the 'early' coda regime and the beginning the 'late' coda regime. This time limit is manually chosen for each array by visual inspection. See text for the description of both regimes. The AZf line corresponds to the final asymptotic back-azimuth at 'late' coda.

FIGURE 2.10 – (Previous page.) Number of detections in the 'early' coda as a function of event longitude (left) or latitude (right) and relative back-azimuth (deviation in degree from the theoretical event back-azimuth (BAZ)) for each of the five arrays. The 'early' coda is defined as the time window between the theoretical Lg arrival (corresponding to a group velocity of 3.5 km/s) and the time limit (t_{lim} , red vertical line in Figure 2.9). The black squares correspond to the relative final asymptotic back-azimuth (AZf - BAZ). Different deviation behaviors for the arrays KKAR, MKAR, ABKAR and BVAR between the eastern earthquakes and western earthquakes are observed. The vertical dotted line marks the longitude limit delimiting two groups of event : the western and eastern groups.

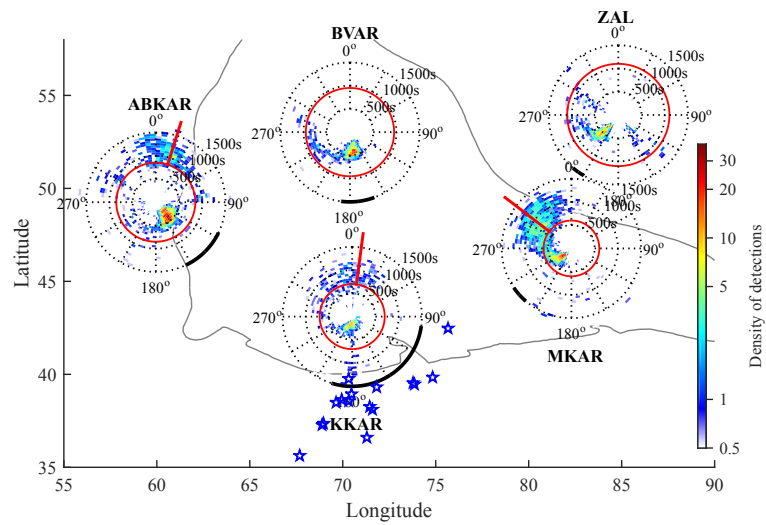
the western group while for the eastern group negative back-azimuth deviations (thus, eastward) are observed (Figure 2.10b).

- Distinct back-azimuth distributions are observed between the two groups for the MKAR array (Figure 2.10 c). Most detections are observed with positive back-azimuth deviations (thus, westward) for the western group whereas the detections for the eastern group are mainly concentrated around the epicenter direction (deviations centered around 0°).
- As for the MKAR array, most detections are observed for the BVAR array with westward deviations for the western group whereas the detections for the eastern group are mainly concentrated around the epicenter back-azimuth (Figure 2.10 d).
- For the ZAL array, no longitude dependency on the source location is identified. Positive deviation is observed for all the earthquakes (Figure 2.10e).

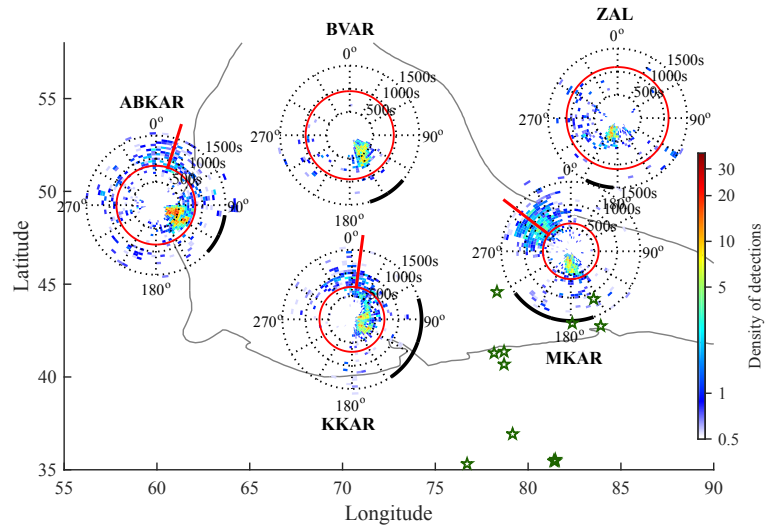
A longitude dependency on the source location is identified on the back-azimuth distribution of 'early' coda waves for the four south-western arrays ABKAR, BVAR, KKAR, and MKAR. However, the observed back-azimuth deviations along increasing latitude do not reveal any dependency on the latitude of the source location.

As a conclusion, the dependency of the coda characteristics on the earthquake location vs array location is depicted in Figure 2.11a-b, that shows the detections stacked separately for the two groups of events.

(a)



(b)



(c)

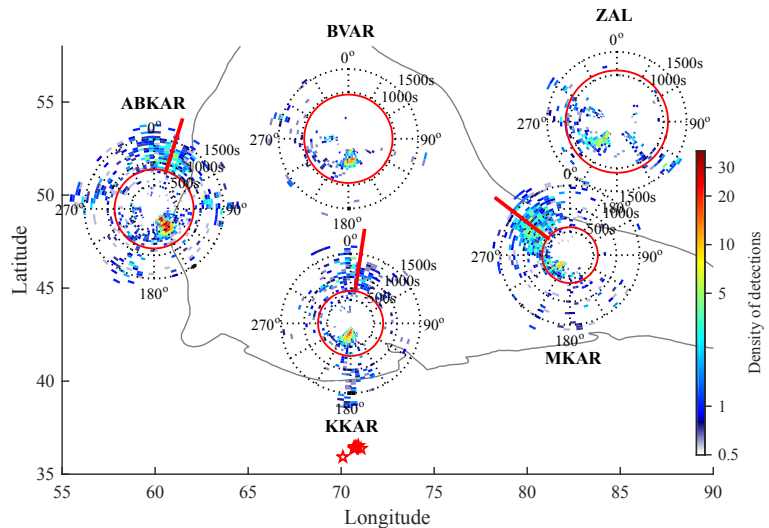


FIGURE 2.11 – (Caption next page.)

FIGURE 2.11 – (Previous page.) Density of detections observed by the five arrays for two event groups : (a) crustal western events (blue stars), (b) crustal eastern events (green stars), (c) intermediate events (red stars). The density of detections is defined as the number of *PMCC* detections in a time-azimuth cell of 50 s length and 5 °width divided by the number of available events in each group. The red circle line marks the time (t_{lim}) delimiting the end of the 'early' coda regime and the beginning the 'late' coda regime. The red lines indicate the final asymptotic back-azimuth (AZf) at 'late' coda. The black arcs mark the range of epicenter back-azimuths. The gray lines delimit the Kazakhstan orocline.

2.4.5.3 Results for Intermediate Events

Crustal and intermediate events are analyzed separately because the seismograms were quite different. Contrary to the crustal events, intermediate events are not dominated by the crustal guided waves but by the body waves. Please note that for intermediate events, we cannot use anymore the terms Pn, Pg, Sn, and Lg waves but will refer to P, S and surface waves. As expected, P- and S-waves for intermediate events arrive earlier than for crustal events. Crustal waves from intermediate events are less energetic but still observed at low frequencies (0.5-2Hz) (see Figure 2.13, available in the electronic supplement to this article). For these frequencies, the same back-azimuth migration and the same asymptotic coda regime are observed as for the western crustal earthquakes (Figure 2.11c).

2.4.6 Discussion

The 'early' Lg codas of the western crustal group have the same behavior for all the five arrays in terms of back-azimuths pointing to the same area. This similarity for these five arrays suggests that the 'early' codas are influenced by the same regional scattering area located outside of the region delimited by the five arrays (south and west part of the five arrays, thus south and west of Kazakhstan orocline). This area is characterized by complex geological structures (Uralian and Tien Shan sutures), by topographic reliefs and thick sedimentary basins (North Caspian and Turan). Energy can be trapped into these reliefs and basins before being back-diffracted toward the array azimuths. Considering the eastern group, the 'early' coda does not have the same behavior for the five arrays, suggesting that the codas are not influenced by the same regional scattering area or that the common scattering area is inside or bordering the region delimited by the five arrays. Even so the ABKAR and KKAR arrays both reveal eastward deviations on their 'early' coda that can be generated by a common scattering area. The southeast part of the ABKAR and KKAR arrays points to diffracting structures potentially located in the Tien Shan mountain belt, the Tarim basin, the Junggar basin, the Altai mountain belt and the high reliefs of Tibetan plateau. The contribution of different scattering areas to the 'early' coda seems strongly dependent on the position of the earthquake in the medium : the western group illuminates mainly the southwest-west region whereas the eastern group illuminates the southeast-east region.

Despite the group illumination effect discussed above, the figure shows that the 'late' coda appears not to depend on the group. The interpretation can be found in the geological heterogeneity.

Only a small part of the energy of the 'late' Lg coda comes from the southern and western part of Kazakhstan orocline. These areas mainly correspond to the sedimentary basins (North Caspian, Turan, Tarim, and Junggar basins) that appear to progressively trap the seismic waves. This phenomenon is particularly notable for ABKAR, the closest array to the thicker sedimentary basin of North Caspian where few detections are coming from the west.

The Caspian basin and the Tibetan plateau are known to strongly extinguish Lg waves ([Baumgardt 2001]) due to deep sedimentary layer and unusually thick crust, and the Urals mountain belt to partially extinguish Lg waves ([Baumgardt 1990, Mitchell *et al.* 1996]). These Lg blockages can also explain that only a small part of the energy at large lapse time comes from the western or southern part, particularly for ABKAR, the closest array to the Urals and Caspian basin.

[Li *et al.* 2007] investigated lateral variation of Lg amplitude ratios in Northern Eurasia within 0.5-3Hz by using nuclear explosions recorded by linear profiles. One of these profiles crosses the Ural Mountains from the East European Craton to the West Siberian Craton. They found high Lg ratios around the Uralian suture bordered by low Lg ratios in the Ural Mountains, in the West Siberian Craton. Their observations are coherent with our results. Back azimuths in the 'late' coda for ABKAR array steers in the direction of this high Lg ratios suture area.

The upper mantle shear wave velocity of the northern part of Kazakhstan (north of BVAR array, and east of Ural) is particularly high (Figure 2e). This high velocity (thus, high impedance contrast at Moho discontinuity) should contribute to intensify the crustal guided wave in the northern part. Furthermore, the northern part of Kazakhstan has a thin crust 30-40km (Figure 2c). The lateral variation of crustal thickness could significantly affect Lg propagation. Lg energy may increase along the crustal thinning ramp due to focusing and backscattered Lg energy as suggested by [Li *et al.* 2007]. Thus, a high upper mantle shear wave velocity associated with a crustal thinning could explain that the most energetic arrivals in the 'late' coda for the three southern arrays come from the North due to backscattering on the crustal ramp. The two northern arrays are too close to the ramp to generate any back-azimuth directionality.

Geological and structural observations report the presence of old compact basement in central-north Kazakhstan, i.e. the Kazakhstan orocline, which is most likely less heterogeneous than the newest mountain structures around (Urals, Altai, Tien Shan). Waves that travel mainly in this compact basement appear to be

less attenuated. These observations are in agreement with the attenuation maps of [Phillips *et al.* 2008, Mitchell *et al.* 1997, Mitchell *et al.* 2008], in which high Lg coda Q quality factor (thus, low attenuation) is observed in northern region of Kazakhstan and low Q (thus, high attenuation) in the seismic active zones along mountain belts of Pamirs, Tien Shan and Altai. This attenuation process could explain that the most energetic arrivals in the 'late' Lg coda come from the Kazakhstan orocline.

The coda asymptotic regime is not reached immediately but more than 200-300s after the Lg arrival, and during the transitory regime, continuous deviations of back-azimuths are observed. Because of this delay and this continuity, back-azimuths migration and back-azimuths directionality may be more due to regional feature than a specific local feature to each array, where some local geological feature might act as a scatterer. Furthermore, the final back-azimuth of the asymptotic regime points to the northern part of Kazakhstan for three of the arrays. This observation reinforces the idea of a common more distance feature.

These dependencies show that the lithosphere, in which the scattering process occurs, is laterally heterogeneous in central Asia. Lg coda waves are clearly affected by irregular topography, by complex geology and by the distribution of heterogeneities leading to lateral variations of wave velocity but also to variations in the attenuation and in the scattering strength of the seismic wavefield.

2.4.7 Conclusions

The coda characteristics of a set of far-regional earthquakes have been investigated using a multi-array multi-event approach. The detailed analysis of the time-frequency-azimuth-velocity for 36 far-regional earthquakes (summarized in Figure 2.11) shows that a significant part of the coda can be characterized by a deterministic process.

Two main observations stand out.

(1) The regional P and Sn waves and their codas exhibit very stable back-azimuths coinciding with the epicenters, suggesting that all these waves propagate roughly in specific vertical planes connecting the epicenters to the array. This behavior is in agreement with what has been observed in numerous previous studies (e.g. [Kuwahara *et al.* 1997]).

(2) The Lg wavefield provide wide ranges of back-azimuths, even in the opposite back-azimuth of the epicenter area. Temporal changes in coda characteristics are observed where different regimes of coda within the Lg wave train have been identified :

- a transitory regime where the Lg arrivals deviate westward or eastward from the source epicenter depending on the earthquake and the array locations.

- a final regime where the 'late' Lg coda for the two northern arrays exhibits incoherent phases with random propagation back-azimuths.
- an asymptotic regime observed for the three southern arrays where coherent information still remains in the late coda. Most arrivals come from array specific back-azimuths not related to the epicenter back-azimuth. These observations differ from the classic interpretation of Lg coda composed of wave energy propagating from random directions.

The comparison of the Lg coda back-azimuths evolutions for different groups of events and for different arrays reveals the influences of the relative configuration of the source location vs the scattering areas vs the array location on coda characteristics.

Data and resources

Seismograms used in this paper were collected using the National Data Center of Kazakhstan (www.kndc.kz, last accessed April 2016) and cannot be released to the public. Additional data were obtained from the CTBTO's International Data Center (www.ctbto.org/verification-regime/the-international-data-centre/, last accessed April 2016). These data cannot be released to the public but CTBT Member States have the right of full access to all monitoring data. Information provided in Table 2.3 come from the ISC catalogue. This catalogue can be found on the website <http://www.isc.ac.uk/iscbulletin/search/catalogue/> (last accessed April 2016). Sediment and crustal thicknesses used in this paper come from the CRUST1.0 global crustal model of [Laske *et al.* 2013]. This model can be obtained from the website ipgpweb.ucsd.edu/~gabi/crust1.html#litho1 (last accessed April 2016). Lithospheric thickness and upper mantle shear wave velocity come from the LITHO1.0 lithospheric model of [Pasyanos *et al.* 2014]. This model can be obtained from the website ipgpweb.ucsd.edu/~gabi/litho1.0.html#surfcodes (last accessed April 2016). Figure 2.6 was made using the Generic Mapping Tools v4.1.4 (gmt.soest.hawaii.edu, last accessed November 2015).

Acknowledgements

Authors would like to thank the Kazakhstan National Data Center (www.kndc.kz) for sharing their first observations and kindly providing the seismic data used in this study. They thank Inna Sokolova for her help in preparing and formatting data in valuable way and are grateful to the CTBTO and IMS station operators for guaranteeing the high-quality seismic data from Zalesovo seismic array. Authors thank Dr L. Bollinger for helpful discussion about geology in central Asia. They are also grateful to reviewer Michael Pasyanos and reviewer Nori Nakata for their comments that helped to improve this manuscript.

2.4.8 Electronic Supplements

Frequency Content of detections To illustrate the frequency content of the detections mentioned in the article, the following figures show the density of detections for each array as a function of time and frequency for the crustal events (Figure 2.12) and for the intermediate events (Figure 2.13).

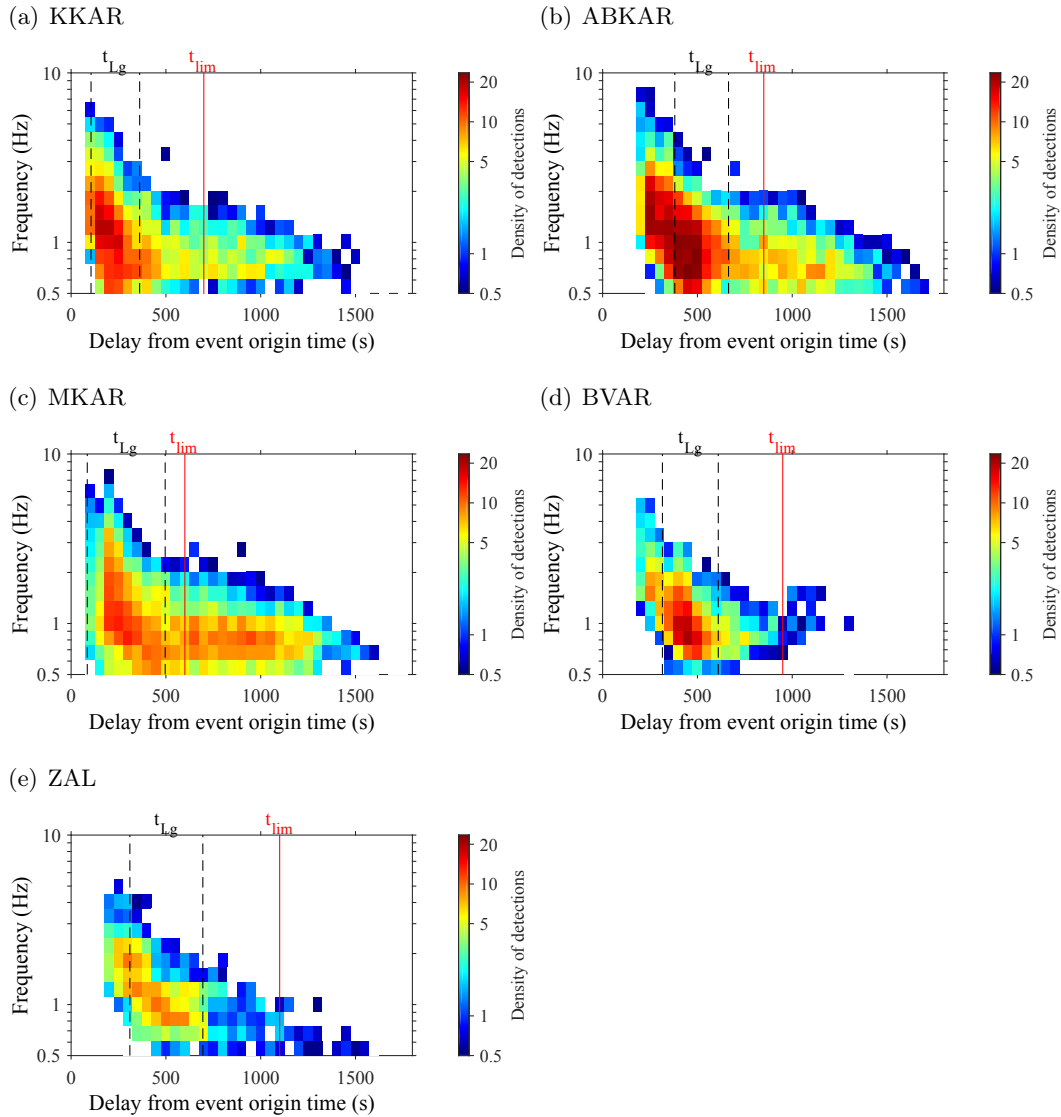


FIGURE 2.12 – Density of detections for the crustal events observed by each of the five arrays as a function of time and frequency. The density of detections is defined as the number of *PMCC* detections in a time-frequency cell of 50 s length and one frequency band width length divided by the number of available events. The vertical dotted black lines mark the range of theoretical Lg arrivals for all used events. The red vertical line marks the time t_{lim} delimiting the end of the 'early' coda regime and the beginning of the 'late' coda regime.

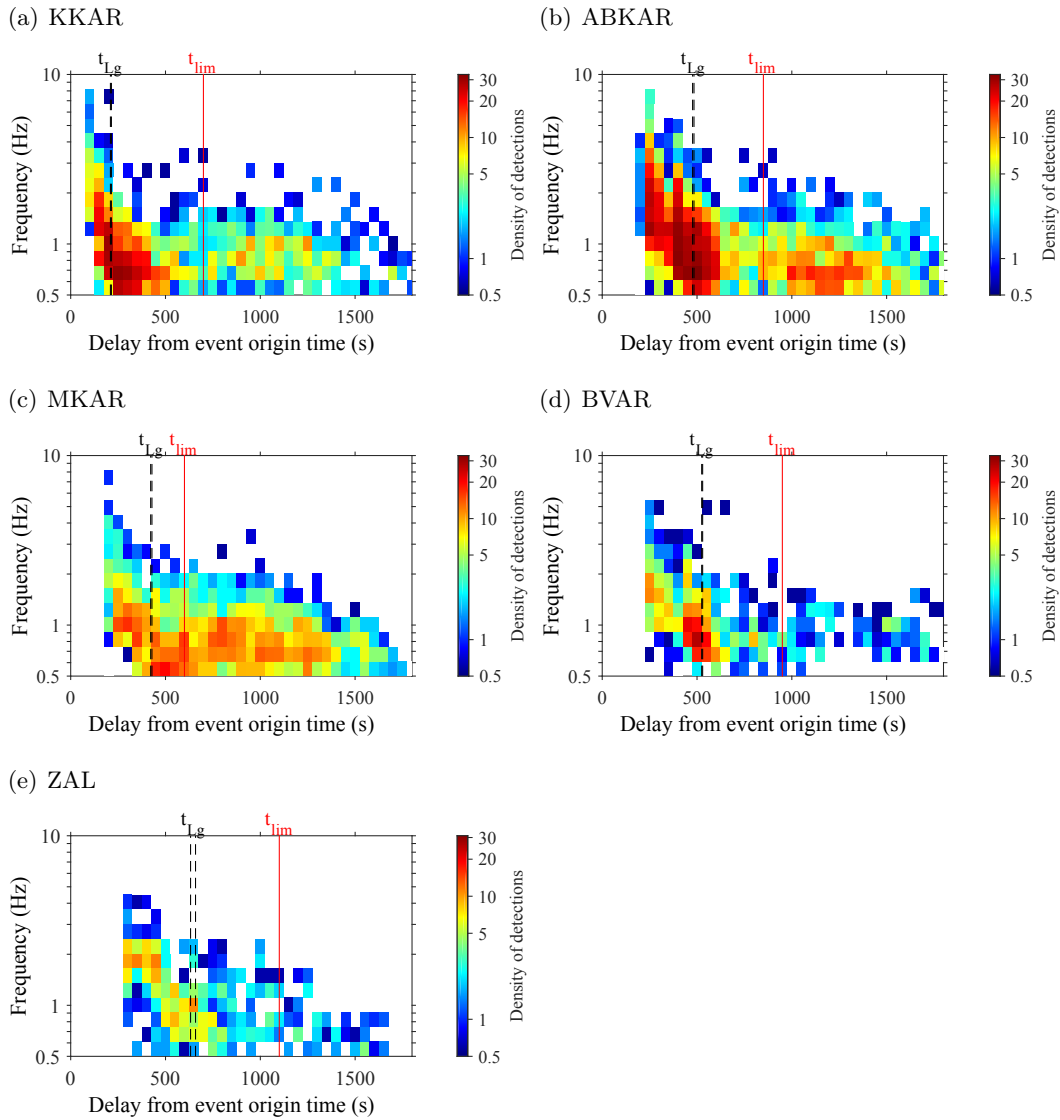


FIGURE 2.13 – Density of detections for the intermediate events observed by each of the five arrays as a function of time and frequency. The density of detections is defined as the number of *PMCC* detections in a time-frequency cell of 50 s length and one frequency band width length divided by the number of available events. The vertical dotted black lines mark the range of theoretical L_g arrivals for all used events. The red vertical line marks the time t_{lim} delimiting the end of the 'early' coda regime and the beginning of the 'late' coda regime.

2.5 Etat de l'art du traitement d'antenne multi-composantes

Les traitements d'antenne décrits jusqu'à présent permettent uniquement de considérer une seule composante des données, la composante verticale. L'inconvénient majeur de ces méthodes est qu'elles ne prennent pas en compte l'information complémentaire disponible sur les deux autres composantes, les composantes horizontales.

L'article précédent [chapitre 2.4] analyse des données d'antennes mono-composantes verticales typiques de l'IMS (International Monitoring System). Cependant, il est possible d'améliorer la confiance dans les résultats du traitement d'antenne par recouplement avec l'information de polarisation extraite de la station 3-composantes généralement couplée à une station mono-composante dans les antennes de l'IMS [Kværna & Ringdal 1992]. Cette information ponctuelle de polarisation ne permet pas de prendre en compte l'évolution spatiale des composantes horizontales. Certaines ondes sismiques comme les ondes S, les ondes de Love ou les ondes de Rayleigh possèdent de fortes composantes horizontales. Ne pas disposer des composantes horizontales prive l'analyse d'informations potentiellement essentielles à la détection et à l'identification correcte de ces phases [Gibbons *et al.* 2011, Jepsen & Kennett 1990].

L'approche la plus intuitive serait d'exécuter un traitement d'antenne mono-composante sur chacune des trois composantes individuellement. Cette approche fournirait cependant trois résultats différents dont il faudrait ensuite tirer une interprétation conjointe. Le champ sismique étant de nature 3D, son énergie est partiellement recueillie par chacune des composantes dans une proportion variant selon les caractéristiques des ondes. Chaque composante possède donc tout ou partie des informations concernant les ondes enregistrées. [Bear *et al.* 1999] suggèrent de ne garder pour chaque temps-fréquence analysée que la composante dont la semblance est la plus grande des trois ce qui se fonde sur l'hypothèse que la même onde est vue par les 3 composantes. [Poggi & Fäh 2010, Behr *et al.* 2013], quant à eux, proposent d'effectuer une première séparation des ondes sur les composantes horizontales en les projetant sur les directions radiale et transverse au back-azimuth afin d'éviter la division d'énergie. Supposant un modèle de Terre 1D et quelle que soit l'incidence, la projection horizontale des ondes P, SV et Rayleigh sera purement radiale alors que la projection des ondes SH et Love sera purement transverse. La connaissance a priori du back-azimuth n'est pas nécessaire puisqu'elle peut être aisément déduite d'une analyse sur la composante verticale de l'onde P. Cette méthode présente l'avantage d'améliorer le rapport signal à bruit de chacune des ondes sur les composantes horizontales. Appliquées à des données réelles cette approche atteint tout de même ses limites dès lors que le modèle de Terre 1D n'est plus valable, dans le cas de la coda par exemple.

Dans le but d'intégrer les informations complémentaires de chacune des composantes dans un même traitement d'antenne, différents outils mathématiques ont été développés. Tous ces outils mathématiques sont fondés sur une approche liée à la matrice spectrale. L'ajout des deux composantes au problème d'analyse entraîne une transformation de la matrice spectrale en tenseur spectral. La manière de gérer la complexification due au tenseur spectral est au coeur des différentes approches mathématiques du traitement d'antenne. En effet, quatre approches existent :

- la création d'une matrice spectrale résultant de la moyenne des matrices spectrales sur chaque composante [Inza 2013, Inza *et al.* 2013, Inza *et al.* 2014].
- l'expression du signal en vecteur-long qui permet de réduire l'approche tensorielle en une approche matricielle [Wagner 1996, Paulus 2006]
- la décomposition du tenseur spectral en trois matrices dépliantes [Miron 2005]
- l'utilisation de quaternions afin de réduire l'approche tensorielle en une approche matricielle [Le Bihan *et al.* 2007, Hobiger 2011]

Le concept de ces outils mathématiques et quelques-unes de leurs applications seront brièvement abordés par la suite.

2.5.1 Méthode de la matrice spectrale moyenne

Afin d'intégrer l'ensemble des informations de chaque composante et d'améliorer le rapport signal à bruit, une approche simple est d'estimer la matrice spectrale de chaque composante et de les sommer. Cette méthode a été proposée par [Inza 2013] comme solution pour améliorer le rapport signal à bruit de l'onde P de faible énergie dans le cas d'évènements liés à une activité volcanique. Communément, les paramètres de propagation réelle ne peuvent être résolus du fait de l'horizontalité des antennes qui ne permet pas de contraindre suffisamment les paramètres. En intégrant les trois composantes, cette méthode a été particulièrement précieuse pour augmenter la contrainte des paramètres malgré la quasi-horizontalité de l'antenne et donc la détermination des paramètres de propagation réelle et notamment de l'angle d'incidence. La sommation des matrices spectrales de chaque composante permet aussi l'obtention d'une matrice moyenne dont les dimensions sont identiques à la matrice spectrale mono-composante. Il est de ce fait possible de l'utiliser directement dans les algorithmes tel *MUSIC*.

La matrice spectrale moyenne ($\bar{\bar{R}}_{3C}$) s'exprime comme :

$$\bar{\bar{R}}_{3C}(t, f) = \left(\bar{\bar{R}}_{X,X} + \bar{\bar{R}}_{Y,Y} + \bar{\bar{R}}_{Z,Z} \right) \quad (2.40)$$

avec $\bar{\bar{R}}_{i,i}$ la matrice spectrale de la composante i .

L'opérateur *MUSIC* correspondant à cette approche prend la forme suivante :

$$P_{MUSIC}^{3C}(t, f, \vec{k}, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2) = \frac{1}{\vec{A}^*(\vec{k}) E_n^{3C}(t, f) E_n^{3C}(t, f) \vec{A}(\vec{k})} \quad (2.41)$$

où E_n^{3C} correspond à la matrice de vecteurs propres du sous espace "bruit" de la matrice spectrale moyenne \bar{R}_{3C} et $\vec{A}(\vec{k})$ le vecteur directionnel prenant en compte les délais de propagation entre les stations comme défini au cas mono-composante (Eq 2.30).

Cependant, la matrice spectrale moyenne ne contient aucune information sur les relations inter-composantes et ne garantit pas toujours une diminution des niveaux de bruit. Les ondes de Rayleigh et de Love qui possèdent des bandes de fréquences communes sont habituellement aisément séparables de par leur orthogonalité, la sommation des matrices spectrales entraîne la perte de cette information. De plus l'ajout d'une composante fortement bruitée peut entraîner des performances globales détériorées de l'algorithme *MUSIC*.

2.5.2 Approche en vecteur-long

La modélisation des signaux de type "vecteur-long" consiste à concaténer l'information des différentes composantes de l'antenne dans un même vecteur de grande taille. Si N échantillons sont enregistrés par M stations à N_c composantes, les données seront stockées dans une matrice de taille $(M.N_c) \times N$. Ainsi, une antenne vectorielle multi-composantes est vue comme une antenne scalaire N_c fois plus importante. Cette modélisation des signaux a le grand avantage de permettre l'utilisation quasi-directe des méthodes classiques mono-composantes qui ne nécessite qu'un ajustement du vecteur directionnel.

2.5.2.1 Matrice spectrale d'un vecteur-long

Soit une antenne sismique composée de M stations à 3 composantes. Le modèle de vecteur-long \vec{U}_{LV} correspondant à cette antenne peut alors s'écrire comme :

$$\vec{U}_{LV}(t, f) = \begin{pmatrix} X_1(t, f) \\ \dots \\ X_M(t, f) \\ Y_1(t, f) \\ \dots \\ Y_M(t, f) \\ Z_1(t, f) \\ \dots \\ Z_M(t, f) \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

où X_i , Y_i et Z_i correspondent aux transformées de Fourier locales des composantes x , y et z de la station i .

De la même manière que dans le cas mono-composante (Eq 2.27), la matrice spectrale du vecteur-long \vec{U}_{LV} s'exprime comme :

$$\bar{R}_{LV}(t, f) = E\{\vec{U}_{LV}(t, f)\vec{U}_{LV}^*(t, f)\} \quad (2.43)$$

Cette matrice de taille $(3M \times 3M)$ peut se réécrire sous forme de blocs comme :

$$\bar{\bar{R}}_{LV}(t, f) = \begin{pmatrix} \bar{\bar{R}}_{X,X} & \bar{\bar{R}}_{X,Y} & \bar{\bar{R}}_{X,Z} \\ \bar{\bar{R}}_{Y,X} & \bar{\bar{R}}_{Y,Y} & \bar{\bar{R}}_{Y,Z} \\ \bar{\bar{R}}_{Z,X} & \bar{\bar{R}}_{Z,Y} & \bar{\bar{R}}_{Z,Z} \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

où les blocs $\bar{\bar{R}}_{X,X}$, $\bar{\bar{R}}_{Y,Y}$ et $\bar{\bar{R}}_{Z,Z}$ correspondent aux matrices spectrales (de tailles $M \times M$) définies dans le cas mono-composante pour les composantes X , Y et Z . Les autres blocs correspondent aux matrices spectrales inter-composantes et contiennent donc à la fois des informations liées aux relations inter-stations et inter-composantes. Les blocs situés sur la diagonale correspondent aux matrices spectrales utilisées dans l'approche précédente proposée par [Inza 2013].

2.5.2.2 Traitement d'antenne utilisant le principe de vecteur-long

La matrice spectrale vecteur-long peut, de la même façon que dans le cas mono-composante, être décomposée en deux sous espaces orthogonaux. Cependant, les dimensions de la matrice spectrale vecteur-long n'étant plus identiques à celles de la matrice spectrale mono-composante, il n'est plus possible de l'utiliser directement dans les algorithmes tel *MUSIC*. Le vecteur directionnel de longueur M , défini précédemment dans le cas mono-composante (Eq 2.30), ne convient plus et doit être élargi de sorte à prendre en compte l'existence des relations inter-composantes du signal.

Vecteur directionnel "polarisé" - "polarized" steering vector Le vecteur directionnel polarisé de longueur $(3M)$ adapté au modèle de vecteur-long est de la forme :

$$\vec{A}_{LV}(\vec{k}, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2) = \begin{pmatrix} \vec{A}(\vec{k}) \\ \rho_1 e^{i\phi_1} \vec{A}(\vec{k}) \\ \rho_2 e^{i\phi_2} \vec{A}(\vec{k}) \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

avec ρ_1, ρ_2 les rapports d'amplitude et ϕ_1, ϕ_2 les rapports de phase entre les composantes Y et X et entre Z et X , et \vec{A} le vecteur directionnel mono-composante défini à l'équation (Eq 2.30).

Ce vecteur directionnel étendu est de longueur $3M$ où chaque section de longueur M s'adresse à une composante. La partie $\vec{A}(\vec{k})$ du vecteur directionnel permet de compenser les délais de propagation entre les stations de l'antenne. Les différences entre les composantes dues à l'état de polarisation sont prises en compte par l'introduction d'un rapport d'amplitude et d'un décalage supplémentaire utilisant la composante X comme référence.

Ce vecteur directionnel "polarisé" est prêt à être utilisé en association avec la matrice spectrale d'un vecteur-long (Eq 2.44) avec un opérateur du type *Capon*,

MUSIC etc. Pour chaque cellule temps-fréquence donnée, une recherche des cinq paramètres du vecteur directionnel $(\vec{k}, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2)$ minimisant l'opérateur *Capon* ou *MUSIC* conduit à retenir le meilleur jeu de solution décrivant une propagation et un modèle de polarisation. Pour donner un exemple avec l'algorithme *MUSIC*, son extension au cas des antennes 3 composantes (3C) en utilisant l'approche vecteur-long s'exprime comme :

$$P_{MUSIC}^{LV-3C}(t, f, \vec{k}, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2) = \frac{1}{A_{LV}^*(\vec{k}, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2) E_n^{LV}(t, f) E_n^{LV}(t, f) A_{LV}(\vec{k}, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2)} \quad (2.46)$$

où E_n^{LV} contient les vecteurs propres du sous-espace bruit de la matrice spectrale $\bar{\bar{R}}_{LV}$.

On peut trouver une application de cette approche sur des données sismiques dans les travaux de [Paulus 2006] restreints au cas deux composantes (2C).

Matrice directionnelle de Wagner L'approche de [Wagner 1996, Wagner 1997, Wagner 1998] utilise le principe vecteur-long en supposant un modèle de polarisation purement linéaire. Plutôt qu'un vecteur directionnel, Wagner propose l'utilisation d'une matrice directionnelle ($\bar{\bar{A}}_{WG}$) de taille $(3M \times M)$ dont l'expression est la suivante :

$$\bar{\bar{A}}_{WG}(\vec{k}) = \begin{pmatrix} e^{\vec{k} \cdot \vec{r}_1} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{\vec{k} \cdot \vec{r}_M} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\vec{k} \cdot \vec{r}_1} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & e^{\vec{k} \cdot \vec{r}_M} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\vec{k} \cdot \vec{r}_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & e^{\vec{k} \cdot \vec{r}_M} \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

$$= \begin{pmatrix} \vec{A}(\vec{k}) & \vec{0} & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{A}(\vec{k}) & \vec{0} \\ \vec{0} & \vec{0} & \vec{A}(\vec{k}) \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

où \vec{k} le vecteur nombre d'onde test, \vec{r}_i correspond à la position de la station i , et $\vec{A}(\vec{k})$ le vecteur directionnel prenant en compte des délais de propagation entre les stations comme défini au cas mono-composante (Eq 2.30).

Chaque colonne de cette matrice directionnelle peut être vue comme un vecteur directionnel qui correspondrait à la compensation des délais de propagation associée

à un modèle purement linéaire selon chaque composante respectivement. L'utilisation de cette matrice directionnelle selon la méthode $f - k$ résulte en une matrice $\bar{\bar{M}}_{WG}$ de taille (3×3) :

$$\bar{\bar{M}}_{WG}(t, f, \vec{k}) = \bar{\bar{A}}_{WG}^*(\vec{k}) \bar{\bar{R}}_{LV}(t, f) \bar{\bar{A}}_{WG}(\vec{k}) \quad (2.49)$$

$$= \begin{pmatrix} \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{XX} \vec{A} & \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{XY} \vec{A} & \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{XZ} \vec{A} \\ \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{YX} \vec{A} & \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{YY} \vec{A} & \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{YZ} \vec{A} \\ \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{ZX} \vec{A} & \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{ZY} \vec{A} & \vec{A}^* \bar{\bar{R}}_{ZZ} \vec{A} \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

Notons que les termes de la diagonale correspondent à l'opérateur *BEAM* d'une antenne mono-composante (Eq 2.29) obtenu pour chaque composante prise individuellement. Les autres termes correspondent à un opérateur *BEAM* agissant sur deux composantes orthogonales sans terme correctif de polarisation, ce qui équivaut à utiliser un modèle de polarisation purement linéaire à 45° de chacune des composantes. Cette matrice décrit l'adéquation d'une propagation donnée \vec{k} à chacun des 6 modèles de polarisation considérés (polarisation purement linéaire selon X, selon Y, selon Z, à 45° entre X et Y, à 45° entre X et Z ou à 45° entre Y et Z). Afin de déterminer le modèle de polarisation le plus adéquat pour un (t, f, \vec{k}) donné, la matrice $\bar{\bar{M}}_{WG}$ est décomposée en valeurs singulières. La plus grande des trois valeurs propres (λ_1) correspond à l'opérateur *BEAM* que l'on cherche à maximiser sur différents \vec{k} donnés pour déterminer les paramètres de propagation :

$$P_{BEAM}^{WG}(t, f, \vec{k}) = \lambda_1(t, f, \vec{k}) \quad (2.51)$$

Le vecteur propre associé à la valeur propre issue de la maximisation du P_{BEAM} correspond à l'orientation de la polarisation linéaire la plus adéquate. Une approche semblable peut être appliquée aux méthodes de *Capon* ou *MUSIC* [Wagner 1996]. L'avantage de telles méthodes est d'optimiser sur un seul paramètre (\vec{k}) ce qui permet une convergence plus aisée. Cependant ces méthodes induisent une restriction forte de linéarité des modèles de polarisation considérés.

Héritier de la même philosophie, les récents travaux de [Gal et al. 2016] reprennent le principe de la matrice directionnelle de Wagner dans une approche multi-sources utilisant un processus itératif.

2.5.3 Utilisation de matrices dépliantes

Une catégorie de méthodes étend la matrice spectrale au cas multi-composantes sous la forme d'un tableau 3D (tenseur) de complexes et non plus une matrice de complexes. Ce tableau permet de garder la cohérence trimodale des données (temporelle, spatiale et de polarisation). Pour pouvoir être décomposé en valeurs singulières, ce tableau peut se réarranger sous forme de trois matrices dépliantes [Bihan 2001]. La décomposition en valeurs singulières se réalise sur ces trois matrices.

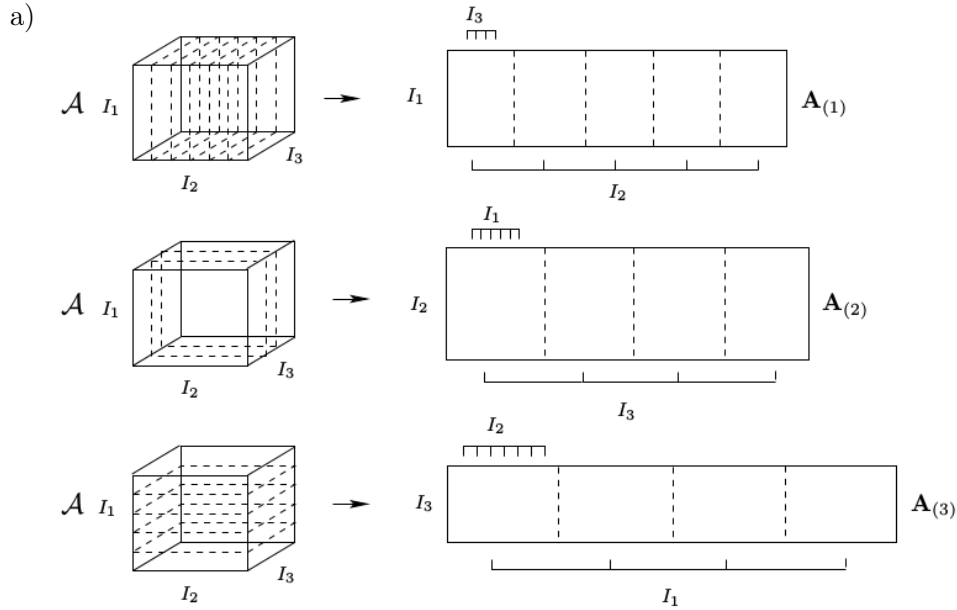


FIGURE 2.14 – Schéma illustrant le principe des matrices dépliantes d'un tenseur de 3 dimensions. Figure extraite de [Miron 2005]

[Miron 2005] a proposé une méthode “High Order MUSIC” (*HO – MUSIC*) utilisant ces matrices dépliantes dans le cadre de *MUSIC*. A ma connaissance, aucune application de cette méthode n'a été réalisée sur des données réelles.

2.5.4 Utilisation de quaternions

Une autre catégorie de méthodes utilise les quaternions afin d'étendre la matrice spectrale au cas multi-composantes sous la forme d'une matrice de quaternions et non plus une matrice de complexes.

Définition d'un quaternion

Un quaternion est l'extension d'un nombre complexe du plan 2D à la dimension 4D. Autrement dit, un quaternion q s'écrit de manière unique sous la forme d'une partie réelle (a) et de trois parties imaginaires (b, c, d) :

$$a + bi + cj + dk$$

avec a,b,c,d des nombres réels et i,j, k des nombres imaginaires respectant les lois suivantes :

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

$$ij = k = -ji$$

$$ki = j = -ik$$

$$jk = i = -kj$$

[Miron 2005] propose une version de *MUSIC* utilisant la version quaternionique de la matrice spectrale. Cette version, nommée *Q – MUSIC* ou *MUSIC* quaternionique, permet d'utiliser deux composantes conjointement pour estimer simultanément les paramètres de propagation et de polarisation. [Hobiger 2011] a appliqué cette méthode sur des données réelles avec succès.

L'extension à trois composantes nécessite l'intervention de bi-quaternion (nombre complexe à 8 dimensions) pour accommoder les 6 dimensions requises [Miron 2005]. [Hobiger 2011] a démontré l'incapacité des bi-quaternions à résoudre certains cas spécifiques jetant un doute sur l'ensemble des résultats obtenus par cette méthode.

Pour contourner cette difficulté, [Hobiger 2011, Hobiger *et al.* 2011] propose de restreindre le problème à deux fois deux composantes pour par la suite appliquer *Q – MUSIC* sur chacun des deux cas deux composantes. Cette méthode nommée *MUSIQUE* a été spécialement proposée pour regarder les ondes de surface qui peuvent être séparées en ondes transverses ou radiales [Hobiger *et al.* 2016], mais a été également été utilisée pour étudier le champ d'ondes sismiques d'événements sismiques [Imtiaz 2015].

2.6 Conclusion

(FR)

L'étude proposée sur des données sismiques provenant d'antennes situées au Kazakhstan illustre la complexité du champ à l'échelle régionale. Caractériser correctement cette complexité représente un obstacle technique majeur à notre compréhension des processus de source et de propagation. L'identification et la caractérisation des phases sismiques constituant le champ d'ondes complexe enregistré par les systèmes de capteurs est l'enjeu principal de l'analyse des sismogrammes.

Les ondes polarisées enregistrées par une antenne multi-composantes présentent trois modes de cohérence, une cohérence temporelle, une cohérence spatiale et une cohérence de polarisation. Un enjeu majeur est de pouvoir identifier et de complètement caractériser les ondes formant les sismogrammes en utilisant simultanément les trois modes de cohérence existants.

Les méthodes classiques de traitement d'antenne mono-composante permettent déjà la prise en compte simultanée de deux modes de cohérence, temporelle et spatiale. Ces méthodes permettent d'identifier les phases les plus énergétiques et les plus cohérentes, et de caractériser ces phases en termes de paramètres de propagation. L'inconvénient majeur de ces méthodes est qu'elles se limitent au cas mono-composante, et donc ne permettent pas la prise en compte des phases dont l'énergie est orthogonale à la direction des signaux enregistrés. Les composantes horizontales et verticale ne sont pas soumises aux mêmes sollicitations et contiennent donc des informations complémentaires sur la structure du champ d'ondes.

Ces méthodes classiques de traitement mono-composante peuvent directement être utilisées avec des antennes multi-composantes en moyennant les contributions de chaque composante du signal [Inza 2013], ce qui permet d'ajouter les informations complémentaires qu'apporte chaque composante. Cependant, cette approche ne permet pas de prendre en compte les relations inter-composantes, autrement dit les caractéristiques de polarisation du champ d'ondes. Cette non-prise en compte du mode de cohérence de polarisation, propriété déterminante pour l'identification des différents types d'ondes, est un verrou des méthodes classiques de traitement d'antenne.

Récemment, de nouvelles méthodes de traitement d'antenne multi-composantes pour l'estimation conjointe des directions d'arrivée et des paramètres de polarisation des sources ont été développées mathématiquement [Miron 2005]. Toutes ces méthodes appliquées au cas 3-composantes doivent résoudre un problème inverse dont les degrés de liberté sont définis par $(\vec{k}, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2)$ soit un minimum de 6 degrés, ce qui implique une grande complexité dans la recherche du jeu de paramètres optimum. Ce caractère commun aux méthodes vecteurs-long, matrices dépliantes et

quaternions est le plus grand obstacle à leur utilisation dans le cas 3-composantes. Pour palier ce verrou, de fortes hypothèses permettant de simplifier le problème ont été proposées : modèle de polarisation purement linéaire [Wagner 1996] ou limitation au cas 2C [Hobiger 2011]. Ces deux solutions présentent tout de même le désavantage de restreindre le type d'ondes pouvant être analysé.

Pour contourner la difficulté d'estimer simultanément un grand nombre de paramètres sans restreindre le modèle de polarisation ni limiter la dimension 3D du problème, nous proposons de séparer le problème en deux étapes :

- rechercher les paramètres de propagation sans prise en compte de la polarisation, puis injecter ces paramètres de propagation pour estimer les paramètres de polarisation
- rechercher les paramètres de polarisation en premier sans aucune prise en compte des paramètres de propagation, puis utiliser les paramètres de polarisation estimés à chaque station pour retrouver les paramètres de propagation.

La deuxième grande limitation du traitement d'antenne provient de la distribution 2D plane des stations d'une antenne sismique. Cette planarité des antennes implique que les paramètres de propagation estimés par traitement d'antenne ne sont que des paramètres de propagation "apparente" (back-azimuth et vitesse horizontale de l'onde). Une utilisation des 3 composantes permettrait de compenser cette planarité par la connaissance du mouvement des particules. La longitudinalité ou la transversalité des ondes pourrait être alors utilisée pour estimer l'incidence de la propagation et retrouver la vitesse réelle de propagation.

Que ce soit pour déterminer le couple (paramètres de propagation apparente - polarisation) ou les paramètres de propagation réelles, l'analyse de polarisation est un pré-requis commun. L'analyse de polarisation reste à ce jour sous-développée et constitue l'objet principal du chapitre suivant.

(EN)

The study performed on seismic data recorded on array located in Kazakhstan illustrates the complexity of the regional wavefield. Correctly characterizing this complexity is a major technical challenge to understanding the source mechanisms and the propagation. The identification and characterization of the seismic phases constituting the wavefield recorded by instrument systems is the main objective of seismogram analysis.

Polarized waves recorded by a multi-component array exhibit three kinds of coherency, a temporal coherency, a spatial coherency and a polarization coherency. Identifying and fully characterizing the waves in seismograms simultaneously using the three existing coherency modes is a major challenge.

Common single-component array processing methods can already simultaneously include two coherency modes, the temporal and the spatial ones. These methods can be used to identify the most energetic and most coherent phases and to characterize the propagation parameters of these phases. These methods main drawback is their limitation to the single component case which does not open for the analysis of phases whose energy is orthogonal to the recorded signal's direction. The horizontal and vertical components are not subject to the same influences and therefore contain complementary information on the wavefield's structure.

These classic processing methods can be directly applied to multi-component array data by averaging the contributions from each component [Inza 2013], which permits to include complementary information brought by each component. However, This approach does not take into account the inter-component dependencies, meaning the wavefield's polarization characteristics. This lack of useage of the polarization coherency mode, a determinant property in the identification of the different type of waves, is a bottleneck of the classic array processing methods.

Recently, mathematical approaches to processing methods of multi-component arrays for the joint estimation of arrival directions and sources polarization parameters have been developped [Miron 2005]. These approaches are essentially optimization problems with a minimum of 6 degrees of freedom defined by $(\vec{k}, \rho_1, \rho_2, \phi_1, \phi_2)$ which induces a large complexity in the convergence to the optimal parameter set. This bottleneck is shared by the "long-vector" methods, as well as unfolding matrices methods and quaternion methods. It is the major challenge to the use of these methods in the 3-component cases. To remedy this problem, strong assumptions have been proposed to simplify the problem such as a linear polarization model [Wagner 1996] or a limitation to the 2D case [Hobiger 2011]. Both these approaches have the same drawback of restricting the types of waves that can be analyzed.

To overcome the challenges of simultaneously estimating a large number of parameters without restricting the polarization model or shrinking the problem from 3D to lower dimensions, we suggest to divide the problem in two separate stages :

- by first deriving the propagation parameters without considering the polarization and then using these propagation parameters to estimate the polarization parameters
- by first estimating the polarization parameters at each station and then use those to find the propagation parameters.

The second major limitation of array processing is a direct consequence of the distribution of seismic array stations on a 2D plane. This array planarity implies that the propagation parameters derived by array processing can only be apparent propagation parameters (back-azimuth and horizontal velocity). A good use of the

3-component could compensate the planarity of the array by knowledge of the particles motion. The longitudinal and transverse waves properties could then be used to estimate the propagation incidence angle and propagation velocity.

The polarization analysis is a common pre-requisite to either the determination of (apparent propagation parameters - polarization), or actual propagation parameters. To this day, polarization analysis remains underdeveloped, it constitutes the main topic of the next chapter.

Analyse de la polarisation : méthodes et applications

Dans le but d'améliorer la compréhension du champ d'ondes sismiques, la décomposition temps-fréquence-polarisation s'avère être un outil indispensable. Selon la source et le milieu de propagation, les ondes sismiques peuvent avoir plusieurs types de polarisation. L'information de la polarisation est une aide à l'identification et la séparation des phases sismiques. La polarisation d'une onde décrit le mouvement d'une particule du milieu au passage de cette onde. Cette information de polarisation n'est accessible qu'à l'aide d'enregistrements 3 composantes.

Polarization analysis : methods and applications

To improve our understanding of the seismic wavefield, the time-frequency-polarization decomposition proves to be an essential tool. Seismic waves can have different types of polarization depending on the source and the propagation medium. Polarization information is helpful to identify and separate seismic phases. The polarization of a wave describes the particle motion of the medium induced by the wave passing through. This information is only accessible using 3-component records.

Sommaire

3.1	Définition d'un système de paramètres pour l'analyse du champ d'ondes sismiques	102
	Article : Seismic wavefield polarization - Part I : Describing an elliptical polarized motion, a review of motivations and methods	103
	Introduction	103
	1 Why an elliptical model?	103
	2 Polarization and orientation conventions in other disciplines	104
	2.1 Electromagnetism	104
	2.2 Astrodynamics	105
	2.3 Focal mechanism	107
	Conclusion	108
	Article : Seismic wavefield polarization - Part II : Definition of a parameter system in the three-dimensional (3D) space, example case review using LSBB seismic station data	109
	Introduction	109
	1 Seismic wave polarization parameter system	110
	2 Visualization and comparison of polarization parameters through an earthquake record at LSBB seismic station	113
	Conclusion	114
3.2	Revue des méthodes d'analyse de polarisation adaptées à notre paramétrisation	115
3.2.1	Méthodes basées sur la matrice de covariance	115
	Filtre de polarisation rectilinéaire	115
	Matrice de covariance "instantanée"	116
3.2.2	Méthodes de polarisation 'instantanée'	117
3.2.3	Spectre d'éléments elliptiques	118
3.2.4	Tableau récapitulatif	121
3.2.5	Conclusion	123
3.3	Article : Part I - Optimized time-frequency representation of the polarization based on a single-station records	124
3.3.1	Introduction	124
3.3.2	Polarization parameters estimation	125
3.3.3	Visualization of polarization - a synthetic data example	126
3.3.4	Selection of relevant time-frequency cell	131
3.3.5	Application to real data	133
3.3.6	Conclusion	138
3.4	Article : Part II - Spatial coherency study of the polarization through an array : Application to teleseismic records	139
3.4.1	Abstract	139
3.4.2	Introduction	139
3.4.3	Definition of parameters to investigate the spatial coherency	140
3.4.4	Application to teleseismic records	141

3.4.5	Precise station orientation requirement	144
3.4.6	Identifying seismic phases	146
3.4.6.1	Coherency mask	147
3.4.6.2	Coherency mask vs energy based mask	150
3.4.7	Conclusion	153

3.1 Définition d'un système de paramètres pour l'analyse du champ d'ondes sismiques

L'analyse de la polarisation consiste à décrire le mouvement des particules du sol au passage d'une onde sismique. Cette analyse peut être faite par des approches purement visuelles en comparant les sismogrammes obtenus selon chaque composante, ou en utilisant des diagrammes de polarisation également appelés hodochrones. Ces diagrammes représentent simplement une composante en fonction d'une autre sur une fenêtre de temps restreinte. La Figure 3.1 rassemble les sismogrammes des trois composantes Nord (N), Est (E) et vertical (Z) et les trois diagrammes de polarisation associés. L'observation directe des sismogrammes permet de constater que le signal est majoritairement sur les composantes E et Z sans déphasage apparent, traduisant une polarisation linéaire inclinée dans la direction de l'Est. Le diagramme de polarisation permet de mieux visualiser l'état de polarisation à un instant donné.

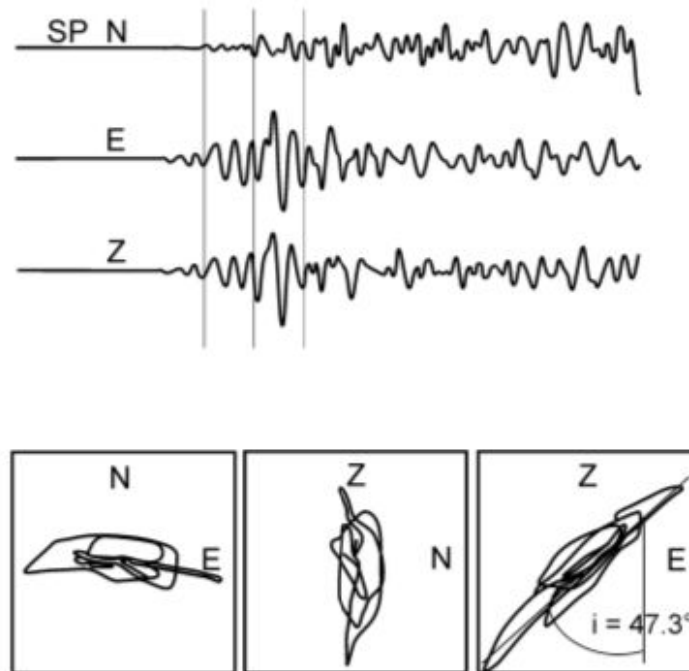


FIGURE 3.1 – Exemple de diagrammes de polarisation. Figure extraite de [Bormann 2012]

Une telle approche n'est pas adaptée pour une analyse générale de l'état de polarisation d'un signal au cours du temps. L'analyse visuelle est qualitative et requiert une interprétation des résultats dans chaque fenêtre de temps considérée. Une analyse systématique de l'état de polarisation ne peut être que quantitative, et donc s'effectuer à travers un jeu de paramètres définis. Les deux articles qui suivent présentent la construction de deux jeux de paramètres angulaires ou vectoriels basés sur les approches existantes en sismologie et dans d'autres domaines (actes de conférence iDUST 2016 acceptés).

Seismic wavefield polarization – Part I: Describing an elliptical polarized motion, a review of motivations and methods

Claire Labonne^{1,2a}, Olivier Sèbe¹, Stéphane Gaffet^{2,3}

¹ CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France

² Univ. Nice Sophia Antipolis, CNRS, IRD, Observatoire de la côte d'Azur, Géoazur UMR 7329, Valbonne, France

³ LSBB UMS 3538, Rustrel, France

Abstract. The seismic wavefield can be approximated by a sum of elliptical polarized motions in 3D space, including the extreme linear and circular motions. Each elliptical motion need to be described: the characterization of the ellipse flattening, the orientation of the ellipse, circle or line in the 3D space, and the direction of rotation in case of non-purely linear motion. Numerous fields of study share the need of describing an elliptical motion. A review of advantages and drawbacks of each convention from electromagnetism, astrophysics and focal mechanism is done in order to thereafter define a set of parameters to fully characterize the seismic wavefield polarization.

Introduction

The seismic wavefield is a combination of polarized waves in the three-dimensional (3D) space. The polarization is a characteristic of the wave related to the particle motion. The displacement of particles effected by elastic waves shows a particular polarization shape and a preferred direction of polarization depending on the source properties (location and characteristics) and the Earth structure. P-waves, for example, generate linear particle motion in the direction of propagation; the polarization is thus called linear. Rayleigh waves, on the other hand, generate, at the surface of the Earth, retrograde elliptical particle motion. Three-component seismic stations record the trajectory of a particle displacement at the free surface of the Earth, and thus the polarization. The change in polarization can be analyzed and interpreted to improve our understanding of both the source process and the Earth structures illuminated by the recorded waves. The objective of the polarization analysis is the determination of the state of polarization consisting in a type of polarization (linear, purely elliptical or circular) and an orientation of the polarization in 3D space. This polarization analysis requires a system of parameters fit to describe an object and its attributes in space. Numerous fields of study share this need. In the following, in order to be able to build an efficient parameter system in seismology, a reviewed convention from other disciplines (electromagnetism, astrophysics and focal mechanism) is done and a parallel between these disciplines and seismology is drawn.

1 Why an elliptical model?

^a Corresponding author: claire.labonne@cea.fr

A 3-component record of a monochromatic wave can be expressed as followed:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} A_x \cos(2\pi f t - \varphi_x) \\ A_y \cos(2\pi f t - \varphi_y) \\ A_z \cos(2\pi f t - \varphi_z) \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A_x \cos \varphi_x \\ A_y \cos \varphi_y \\ A_z \cos \varphi_z \end{pmatrix}}_{\vec{p}} \cos(2\pi f t) + \underbrace{\begin{pmatrix} A_x \sin \varphi_x \\ A_y \sin \varphi_y \\ A_z \sin \varphi_z \end{pmatrix}}_{\vec{q}} \sin(2\pi f t) \quad (1)$$

where A_i and φ_i represent the amplitude and the phase of the component i . This expression corresponds to the equation of an ellipse as shown in [1]. Thus, the trajectory of a particle through the propagation of a monochromatic wave describes necessarily a full ellipse as a function of time every one time period $T=1/f$. The vectors \vec{p} and \vec{q} can be seen as the positions on the ellipse at $t=0$ and at $t=T/4$. The extreme cases of linear and circular polarizations will be described by respectively collinear \vec{p} and \vec{q} (linear case) and $|\vec{p}| = |\vec{q}|$ (circular case).

Using Fourier analysis, an arbitrary real signal can be decomposed into a sum of quasi-monochromatic signal:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} (t) = 2 \int_0^\infty \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{p}(f, \tau) \cos(2\pi f t) + \vec{q}(f, \tau) \sin(2\pi f t) d\tau df \quad (3)$$

where $\vec{p}(f) = \begin{pmatrix} Re(X(f, \tau)) \\ Re(Y(f, \tau)) \\ Re(Z(f, \tau)) \end{pmatrix}$, $\vec{q}(f) = -\begin{pmatrix} Im(X(f, \tau)) \\ Im(Y(f, \tau)) \\ Im(Z(f, \tau)) \end{pmatrix}$, $X(f, \tau)$ corresponds to a local Fourier transform of $x(t)$ e.g. the Stockwell transform [2], Re and Im correspond to real and imaginary part operator.

The seismic wavefield records can be decomposed into a sum of quasi-monochromatic waves, and thus a sum of elliptical motions. To describe each elliptical motion, the characterization of the ellipse flattening, the orientation of the ellipse, circle or line in the 3D space, and the direction of rotation must be defined.

2 Polarization and orientation conventions in other disciplines

2.1 Electromagnetism

In physics, the notion of polarized waves is not only defined in seismology. In electromagnetism, wave polarization is defined by the temporal behavior of a transverse electromagnetic wave at a given point in space. The state of polarization is investigated in the plane perpendicular to the wave's direction of propagation. Two parameters are introduced to characterize this elliptical state of polarization (see Figure 1) [1]:

- the signed ellipticity (ρ_s) or the ellipticity angle ($\chi = \text{atan}(\rho)$)
This parameter specifies the shape and the direction of rotation. It is defined as the ratio between the semi-minor axis (b) and the semi-major axis (a): $\rho_s = \pm \frac{b}{a}$. The signed ellipticity values (respectively ellipticity angle) range from -1 to 1 (resp. from $-\frac{\pi}{4}$ to $\frac{\pi}{4}$). A zero value (resp. 0) corresponds to a purely linear motion, and ± 1 (resp. $\pm \frac{\pi}{4}$) to purely circular motion. The sign of ρ_s (resp. χ) discriminates the two possible directions in which the ellipse may be described: handed-left or handed-right polarization.
- the inclination γ
This parameter represents the angle between the major direction and the reference direction. The inclination values range from 0 to π .

Linear and circular polarizations are special cases of elliptical polarization. The 'purely elliptical polarization' notion will be used to exclude these two special cases. Each individual state of

polarization is defined by a unique pair of shape-orientation parameters (χ, γ) . A graphical representation can be done using Poincaré's sphere on which all states of polarization are compressed over the surface of a sphere [3].

In order to reconstruct and not only characterize a polarized motion, one additional parameter needs to be defined, the phase factor (φ) . The phase permits to locate the point on the ellipse at $t=0$. Consider a circumscribed circle with a radius of a , that is concentric with an ellipse of semi-major axis of a . A line perpendicular to the major axis of the ellipse is extended through the point at $t=0$ and intersects the circle. The phase factor is the angle between the intersect point and the major direction, thus, the eccentric angle and not the polar angle of the position at $t=0$ relatively to the major direction.

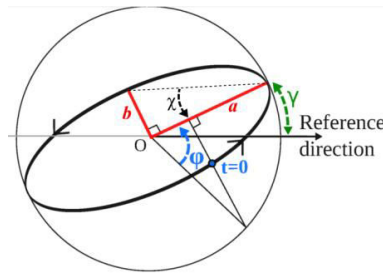


Figure 1. Electromagnetism parameters convention. The blue dot corresponds to the position on the ellipse at time $t=0$.

To parametrize an elliptical motion in 2D plane, four parameters are required: the semi-major axis a , the signed ellipticity ρ_s , the inclination γ and the phase factor φ :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} (t) = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma \\ \sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \cos(2\pi ft - \varphi) \\ a\rho_s \sin(2\pi ft - \varphi) \\ \pm b \end{bmatrix} \quad (4)$$

The parameter system used to describe the polarization in electromagnetism fully characterizes the shape of polarization, the direction of rotation and the orientation of polarization relative to a reference plane. However, this system requires the a-priori knowledge of the orientation of the polarization plane which would be a major limitation in seismology. In seismology, the seismic wavefield is a combination of polarized waves in the 3D space. Due to multi-pathing propagation, a plane of reference cannot be pre-defined. Therefore, polarization parameters need to be oriented in the 3D space without pre-defined plane of polarization.

2.2 Astrodynamics

In a gravitational two-body problem, the relative position of one body with respect to the other follows an elliptical orbit in 3D space [4]. Therefore, the particle motion in seismology can be considered analogous to the elliptical orbit of bodies in space. The relative orbit motion is confined in a plane, but motions in solar system are not confined to a single plane. That is why, in astrodynamics, a 3D representation of an orbit in space is considered (see Figure 2).

The orbital motion is referred to a reference plane in which the direction of a reference line is defined and called **x-direction**. The origin of the coordinate system is centered on one of the two bodies at a focus of the ellipse. Usually, the reference plane is defined as the orbit plane of a reference object. For example, when considering the planets' orbit around the sun, a sun-centered coordinate system is chosen, the reference plane is defined as the Earth's orbit and the reference line is in the direction of the vernal equinox along the line of intersection of the Earth's equator and the Earth's orbit plane. This system can be used to describe any planet's orbit around the sun.

i-DUST 2016

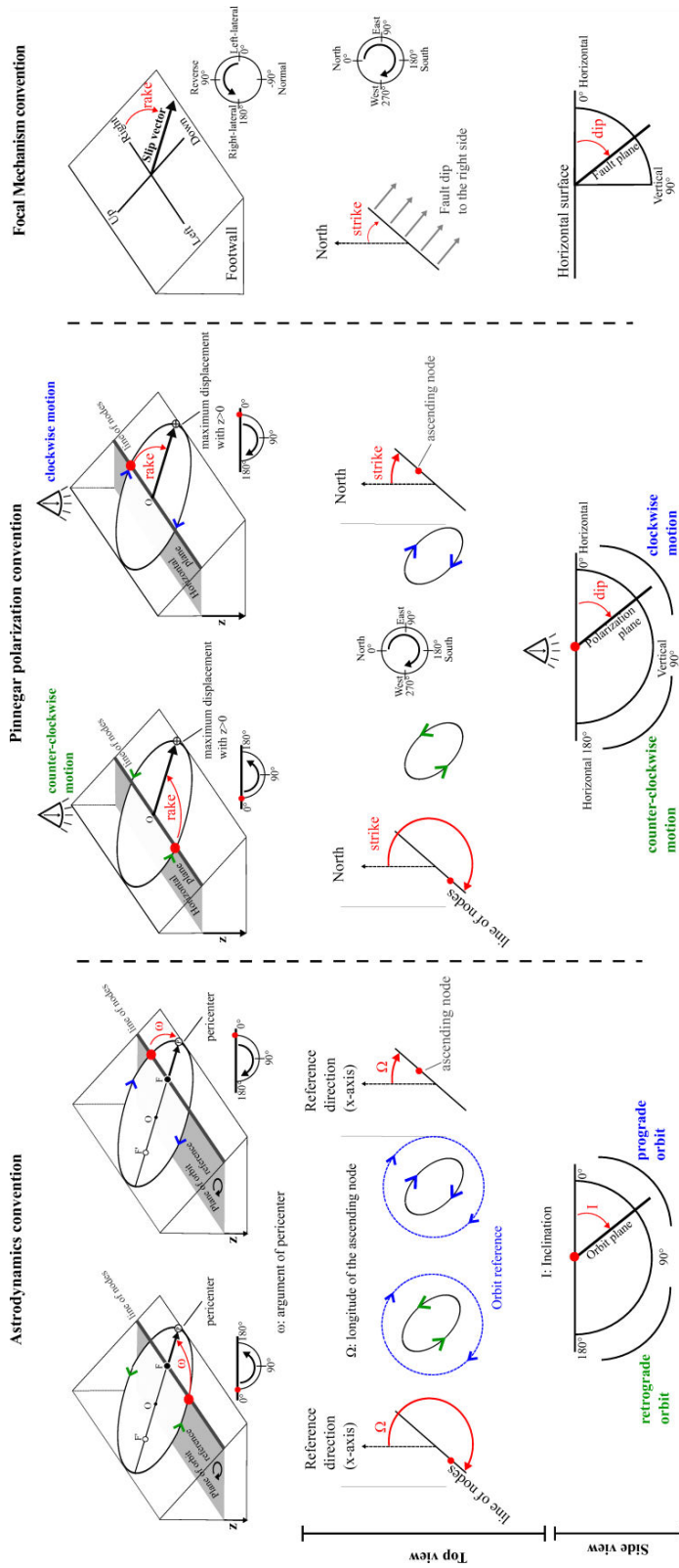


Figure 2. Comparison of the astrodynamics convention, the polarization parameter system of [5], and the focal mechanism convention.

The **z-direction** is a vector orthogonal to the reference plane, which direction is defined by the rotation of the reference object. In the example mentioned above, the direction of rotation of the Earth is the defining criterion for the positive z-direction.

In general, orbit planes do not coincide with the reference plane but have an inclination angle called **inclination of the orbit, I** . The line of intersection between an orbital plane and the reference plane is called **line of nodes**. The point where an orbit crosses the reference plane with positive z-direction is called **ascending node**. The angle between the reference line and the radius vector of an ascending node is called **longitude of the ascending node, Ω** . The point corresponding to the minimum orbital radius is called the **pericenter**. The angle between the radius vector of the ascending node and the pericenter radius is called **the longitude of the pericenter, ω** .

An orbital plane can be described by a local right-handed triad system (i,j,k). The i-axis is taken to lie along the major axis in the direction of the pericenter. The j-axis is perpendicular to the i-axis and is confined in the orbital plane; its direction is defined by the direction of the rotation. The k-axis is taken perpendicular to the i- and j-axis.

To summarize, three angles (inclination I - argument of pericenter ω - longitude of ascending node Ω) are used to relate the local orbital plane system (i,j,k) with a general reference system (x,y,z) by a series of three rotations: a rotation around the z axis with an angle of ω , so that the x-axis coincide with the line of nodes, a rotation around the x-axis with an angle of I , so that the two planes are coincident, and finally a rotation around the z-axis with an angle of Ω .

Note that the inclination ranges from 0° to 180° . If the inclination is smaller than 90° the motion is prograde whereas if the inclination is larger than 90° the motion is retrograde. A 'purely' elliptical motion in the 3D space can be fully orientated using this coordinate system.

In seismology, the most complete polarization parametrization uses similar angular convention [5]. The only difference lies in the choice of the origin of the coordinate system defined at the center of the ellipse and not at a focus of the ellipse (Figure 2). The reference plane is the horizontal plane and the direction of reference is the North (x-axis). The y-axis corresponds to the East and the z-vector is oriented downward. Since the origin of the coordinate system is now at the center of the ellipse, a pericenter cannot be defined anymore. In order to be able to orientate the ellipse, the notion of pericenter is replaced by the notion of 'positive' maximum displacement which corresponds to the position of maximum displacement in the ellipse with a strictly positive z-coordinate. As in astrodynamics, three angles are defined to relate the local polarization plane system (i,j,k) with a general reference system (North, East, Down): **the rake, the dip and the strike**.

This system still has limitations. A purely horizontal polarization plane is a singularity which cannot be described as both maximum displacements would have the same z-coordinate making them impossible to differentiate. This parameter system requires the definition of both a plane of polarization and a major displacement.

In the case of linear motion, the motion is confined to a line meaning that neither the line of nodes nor the plane of polarization can be defined. Without a line of nodes none of the above mentioned angles exist and a new system would have to be used like the trend and plunge system in structural geology.

In the case of circular motion, the norm of the displacement vector is constant over the time, thus the position of major displacement cannot be defined and the rake becomes irrelevant. It is worth noting that the rake, the strike and the dip defined above do not exactly correspond to the rake, the strike and the dip used to orientate fault planes in focal mechanism and structural.

2.3 Focal mechanism

Fault strike, fault dip, and slip rake are used to describe earthquake focal mechanisms, consisting in fault plane orientation, and the direction of the slip displacement. The **fault strike** is the azimuth of a strike line, which is the line created by the intersection of a fault plane and a horizontal plane, relative to North. Strike is always defined such that a fault dips to the right side of the trace when moving

along the trace in the strike direction. Fault strike values range from 0° to 360° . The **fault dip** is the angle between the fault plane and a horizontal plane, with values ranging from 0° to only 90° . The **slip vector** shows displacement of the hanging wall relative to the footwall, where the hanging wall is the fault block above the fault plane and the footwall the block below the fault plane. The **slip rake** is the angle between the strike direction and the slip vector. The rake values range from -180° to 180° .

Using this system for polarization characterization, the polarization plane corresponds to the fault plane, and the maximum displacement corresponds to the slip displacement. As defined the strike and the dip permit to orientate the plane in space. However, these two angles are not sufficient to characterize the direction of a rotating motion inscribed in the plane and thus orientate the normal vector to this plane. The direction of a rotating motion is an important parameter to characterize the polarization. To give an example, Rayleigh waves usually generate at the surface of the Earth retrograde elliptical particle motion, but the motion recorded at the surface can still sometimes be prograde, as a result of a specific Earth structure below the recorded station.

The major limitation of the focal mechanism system is its inability to characterize a direction of motion contrary to the astrodynamics convention. A comparison of the strike, dip and rake for both conventions is available in Figure 2.

Conclusion

The seismic wavefield can be approximated by a sum of elliptical polarized motions in 3D space, including the extreme linear and circular motions. The study of the polarization is a key element in the analysis of source properties and Earth structure. For this study, a system of parameters needs to be defined to characterize the ellipse flattening, the orientation of the ellipse, circle or line in the 3D space, and the direction of rotation in case of non-purely linear motion. In electromagnetism, the waves' characteristics to be described are very similar to seismic waves'. Therefore, the parameter system would be very well adapted to our needs if it weren't limited by the 2D space hypothesis. To overcome the 2D limitation, the astrodynamics provides a full 3D orientation system, presenting the only drawback of having the origin located at a focus of the ellipse instead of the center. [5] proposed a system which regroups the advantage of both electromagnetism and astrodynamics conventions. Finally, [5] system must not be mistaken for the convention used in focal mechanism description. A standardized full parameter system is required in seismology (as defined in [6]) to provide a full characterization of any elliptical motion in 3D space including the extreme linear and circular motions and to provide access to all parameters required in most polarization studies.

References

1. Born, M., Wolf, E. (2000). Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. Cambridge University Press (2000)
2. Stockwell, R. G., Mansinha, L., & Lowe, R. P. (1996). Localization of the complex spectrum: the S transform. IEEE transactions on signal processing, 44(4), 998-1001.
3. Deschamps, G., & Mast, P. (1973). Poincaré sphere representation of partially polarized fields. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 21(4), 474-478.
4. Murray, C. D., & Dermott, S. F. (1999). Solar system dynamics. Cambridge university press.
5. Pinnegar, C. R. (2006). Polarization analysis and polarization filtering of three-component signals with the time—frequency S transform. Geophysical Journal International, 165(2), 596-606.
6. Labonne C., Sèbe O., Gaffet, S., Schindelé, F., Boyer D., Decitre J.B. and Cavaillou A., (2016) Seismic wavefield polarization – Part II: Definition of a parameter system in three-dimensional (3D) space, example case review using LSBB seismic station data, Web of Conferences.

Seismic wavefield polarization – Part II: Definition of a parameter system in three-dimensional (3D) space, example case review using LSBB seismic station data

Claire Labonne^{1,2a}, Olivier Sèbe¹, Stéphane Gaffet^{2,3}, François Schindelé¹, Daniel Boyer³, Jean-Baptiste Decitre³ and Alain Cavaillou³

¹ CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France

² Univ. Nice Sophia Antipolis, CNRS, IRD, Observatoire de la côte d'Azur, Géoazur UMR 7329, Valbonne, France

³ LSBB UMS 3538, Rustrel, France

Abstract. A full polarization parameter system in 3D space is presented to characterize the state of polarization of a seismic wavefield and to parametrize any type of elliptical polarized seismic wave including extreme linear and circular polarizations. This parameter system does not require the a-priori knowledge of the orientation of the polarization plane and provides access to all parameters required in most polarization studies. Two groups of angular and vectorial parameters are defined, which can be easily related to one another. The knowledge of particle motion polarization opens the field of applications for 3-component seismic records contributing to improvements in phase identification. An example of a time-frequency visualization of the polarization parameters on a teleseismic earthquake recorded at a seismic station of LSBB is presented.

Introduction

A 3-component seismogram corresponds to the local trajectory of a particle motion at the surface as recorded through the passing of the seismic wavefield. The particle motion trajectory varies with the type of wave. For example, the particle motion for a P-wave is linear along the direction of propagation and for an S-wave is orthogonal to the direction of propagation. The polarization is defined as a particle motion shape and orientation. The change in polarization can be analyzed and interpreted to improve our understanding of both the source process and the Earth structures illuminated by the recorded waves. The analysis of the polarization in seismology was traditionally performed by simple visual approach using hodochrones and displays of the 3-component seismogram. Still more quantitative approaches were developed [e.g. 1, 2, 3, 4, 5]. However, each author used his own parameters and appellations depending on the type of wave to analyse. In this paper, we bring together and standardize the different polarization parameters in order to (i) characterize the state of polarization and (ii) model the particle motion for all types of polarization. The characterization and the modelling require a system of parameters fit to describe an object and its attributes in space. Numerous fields of study share this need. In the following, a full parameter system

^a Corresponding author: claire.labonne@cea.fr

for seismology will be proposed based on the conclusions from [6] reviewing different parameter systems.

1 Seismic wave polarization parameter system

Starting the definition of the parameter system, the origin is defined at the center of the ellipse and the reference axis system is set to (*North, East, Down*).

To orientate an ellipse, a unique reference point needs to be chosen. Following [3], the positions of major displacement along the ellipse are ideal candidates. Still a criterion to discriminate between the two positions is needed since only one point can serve as reference. The ‘**positive**’ **major displacement** defines the unique position of major displacement with a strictly positive Down-component i.e. the point is located under the reference plane. If the ellipse is parallel to the reference plane i.e. horizontal, this definition reaches a singularity which requires the introduction of additional criteria:

- In case of nullity of Down-component, the major displacement with strictly positive North-component is chosen.
- In case of nullity of both Down- and North-component, the major displacement with strictly positive East-component is chosen.

In case of purely circular motion, the notion of major displacement is irrelevant. This displacement has no orientation.

Deriving directly from the definition of the positive major displacement position, four parameters are defined:

- \vec{a} vector: the ‘positive’ major displacement position vector. $|\vec{a}|$, written as a , is equal to the semi-major axis length. \vec{a} corresponds to the position on the ellipse at the time t_a .
- \vec{b} vector: the minor displacement vector with respect to the direction of rotation. $|\vec{b}|$, written as b , is equal to the semi-minor axis length. \vec{b} corresponds to the position on the ellipse at $t_a + T/4$, with T the rotation period.
- **Plunge Δ** : the angle from horizontal to the ‘positive’ major displacement vector (\vec{a}).
- **Trend Ω** : the azimuth from North of the ‘positive’ major displacement vector (\vec{a}).

Note that similar angular parameters to orientate the major displacement were also called dip or inclination and strike or azimuth by others authors as [4, 1, 5], not to be mistaken for the parameters defined in the next paragraph to orientate the polarization plane.

To orientate the ellipse plane and take into account the direction of rotation, an ‘oriented’ ellipse plane shall be defined. Following the astrodynamics convention, the line of intersection between the ellipse plane and the horizontal plane is called the **line of nodes**. The **ascending node** is the point where a particle following the ellipse crosses the horizontal plane downward. In case of horizontal polarization plane, the notion of node is irrelevant. Any inclined plane in 3D space can be oriented using the following two angles:

- **Dip δ** : the angle between the horizontal plane and the ellipse plane.
- **Strike θ** : the azimuth from North of the ascending node.

A third independent angle, the **rake γ** , can be introduced to define directly the major direction relatively to the ellipse plane. It represents the angle between the ascending node and the ‘positive’ major displacement. Note that these three angles depend on the direction of rotation. The triplets (δ, θ, γ) and ($\pi - \delta, \theta + \pi, \pi - \gamma$) correspond to the same plane but define each a different direction of rotation (See Figure 1).

To resolve the horizontal plane singularity, a vectorial approach is preferable to the angular approach above. The vectorial approach defines the following \vec{c} vector, which is the normal vector to the ellipse plane taking into account the direction of rotation: $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{p} \wedge \vec{q}$. It presents the strong advantage of being a null vector in case of linear motion. The orientation of the polarization is fully

controlled by the orientation of \vec{a} and \vec{c} vectors in case of purely elliptical motion, by \vec{a} vector only for linear motion and by \vec{c} vector only for circular motion.

As the angular and vectorial parameters are defined on the same basis, both group of parameters can easily be related to one another by the following equations:

$$trend = atan2(a_E, a_N) \tag{6}$$

$$plunge = asin\left(\frac{a_D}{|\vec{a}|}\right) \tag{7}$$

$$strike = atan2(c_N, -c_E) \tag{8}$$

$$dip = acos\left(\frac{c_D}{|\vec{c}|}\right) \tag{9}$$

where $\vec{a} = (a_N, a_E, a_D)$ and $\vec{c} = (c_N, c_E, c_D)$ in the (North, East and Down) system, atan2 is the four-quadrant inverse tangent.

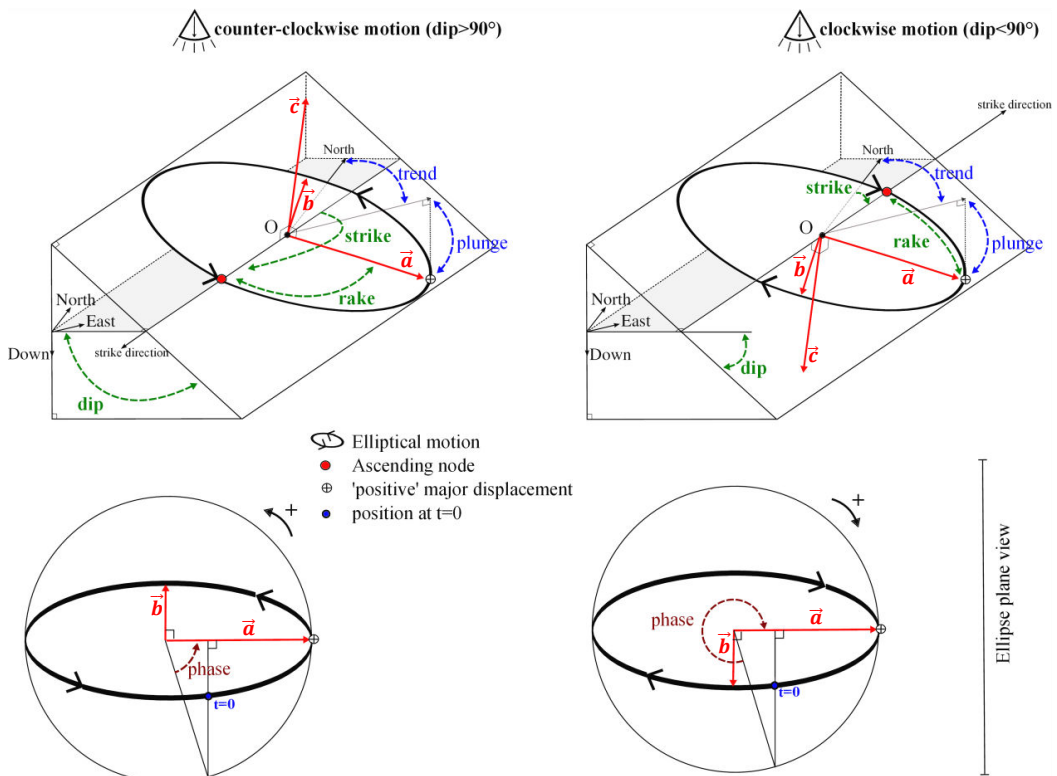


Figure 1. Seismic wave polarization parameter system.

Angular and vectorial approaches can both fully describe an ellipse in 3D Space. They, however, present different advantages and drawbacks. The vectorial approach presents the major advantage of removing the singularity from the angular approach in case of a horizontal polarization plane and can easily be used to recover the angular definition (see equations above). The angular approach is closer to the usual representation of space which makes it easier to visualize.

In addition to describing the polarization orientation, the second objective of the proposed set of parameters is to characterize the shape also called ellipticity. The ellipticity parameter (ρ) is defined as the ratio between b and a : $\rho = \frac{b}{a}$

To reconstruct and not only characterize a polarized motion, one additional parameter needs to be defined, the **phase factor** (φ). As in electromagnetism, the phase permits to locate the point on the ellipse at $t=0$. The only difference is that the phase factor is an 'orientated' angle relatively to the

‘orientated’ polarization plane, meaning that the phase angle is in the same direction than the direction of rotation. Consider a circumscribed circle with a radius of a , that is concentric with an ellipse of semi-major axis a . A line perpendicular to the \vec{a} vector is extended through the point at $t=0$ and intersect the circle. The phase factor is the angle between the intersect point and the \vec{a} vector, also called the eccentric angle. The phase factor φ is the eccentric angle between the position at $t=0$ and the position of ‘positive’ major displacement. This definition of the phase becomes irrelevant in case of circular motion because the notion of position of ‘positive’ major displacement is irrelevant in such case.

All the parameters defined in this section are listed in the Table below, which summarizes the domain of validity of each parameter. The parameters that can be used to characterize the state of polarization (the shape or the orientation) are in bold.

Table 1. List of polarization parameters and their domain of validity.

PARAMETER	Particle motion		
	LINEAR	PURELY ELLIPTICAL	CIRCULAR
\vec{a} vector	unique	unique	(\vec{a}, \vec{b}) non unique
\vec{b} vector	$\vec{b} = \vec{0}$	unique	
\vec{c} vector	$\vec{c} = \vec{0}$	unique	unique
Phase φ	$0 \leq \varphi < 2\pi$		φ depends on the choice of \vec{a}
a	$a > 0$		
b	$b = 0$	$0 < b < a$	$b = a$
Ellipticity $\rho = \frac{b}{a}$	$\rho = 0$	$0 < \rho < 1$	$\rho = 1$
Dip δ	undefined	$0 \leq \delta \leq \pi$	
Strike θ	undefined	$0 \leq \theta < 2\pi$ undefined if $\delta = 0$	
Rake γ	undefined	$0 \leq \gamma \leq \pi$ undefined if $\delta = 0$	undefined
Plunge Δ	$0 \leq \Delta \leq \frac{\pi}{2}$		undefined
Trend Ω	$0 \leq \Omega < 2\pi$		undefined

To parametrize an elliptical motion in 3D space, the angular and vectorial approaches are equally valid and both require a set of six parameters. The six parameters proposed in case of the angular convention are the semi-major axis, the ellipticity, the dip, the strike, the rake and the phase factor, leading to the following parametrization [3]:

$$\begin{bmatrix} x_N \\ x_E \\ x_D \end{bmatrix} (t) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\delta & -\sin\delta \\ 0 & \sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \cos(2\pi ft - \varphi) \\ a\rho \sin(2\pi ft - \varphi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

In case of the vectorial convention, the six parameters are the five independent components of the orthogonal vectors \vec{a} and \vec{c} and the phase factor, leading to the following parametrization:

$$\begin{bmatrix} x_N \\ x_E \\ x_D \end{bmatrix} (t) = \vec{a} \cos(2\pi ft - \varphi) + \underbrace{\vec{c} \wedge \vec{a}}_{\vec{b}} \sin(2\pi ft - \varphi) \quad (11)$$

This parametrization can be used to rebuild a polarized motion from information extracted from records.

2 Visualization and comparison of polarization parameters through an earthquake record at LSBB seismic station

To illustrate the parameter system defined above, a short study of the polarization of a seismic wavefield recorded on a Low Noise Underground Laboratory (LSBB, Laboratoire Souterrain à Bas Bruit) seismic station is presented in the following section. The example data correspond to the Mw 7.3 earthquake that occurred on May 12th 2015 in Nepal recorded by RAS station (see Figure 2a and 2b). The epicentral distance and the back-azimuth associated to the recording station are respectively 77° and 75°. Figure 2c displays a zoomed-in section of the seismogram focusing on the first arrivals of P- and S- waves.

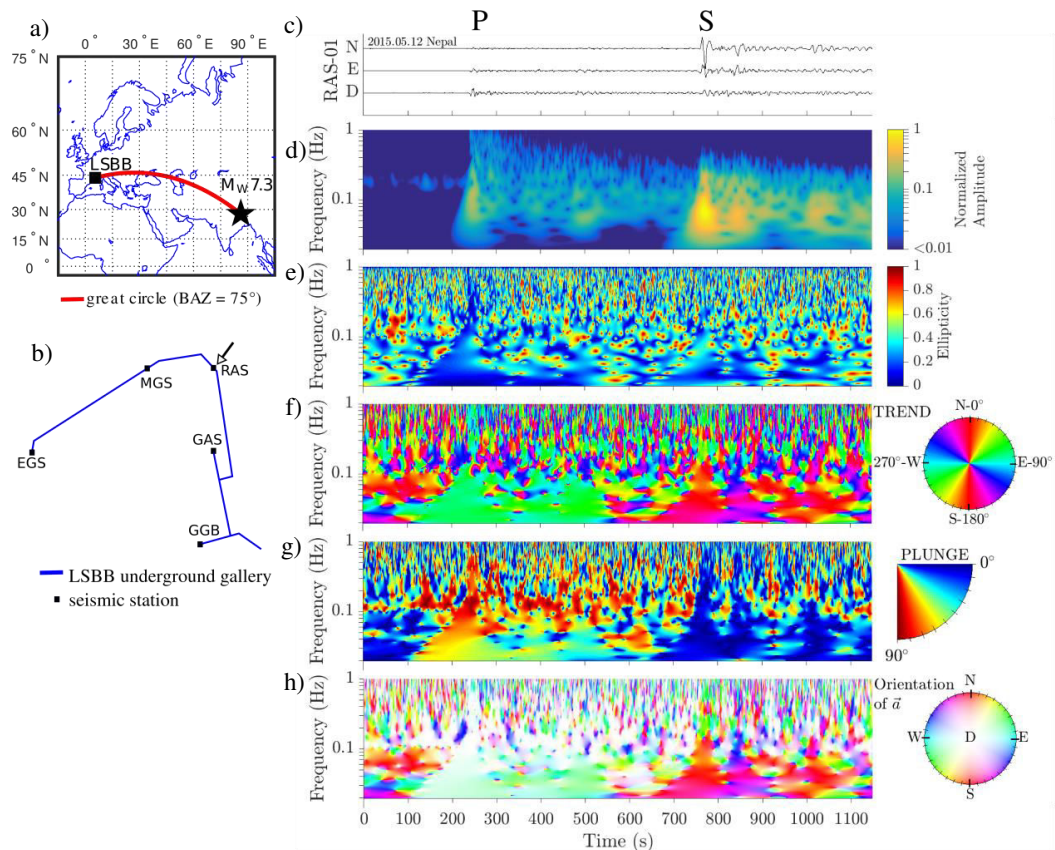


Figure 2. (a) Map showing the position of the earthquake relatively to the LSBB. (b) Map of LSBB seismic array, the arrow points the station used in this article named RAS (c) 3-component seismogram, N (North), E (East), D (Down) (d) Normalized amplitude spectrum obtained from an average of the 3-component Stockwell spectra (e) Ellipticity spectrum (f) Trend spectrum (g) Plunge spectrum (h) \vec{a} vector orientation spectrum.

Following the time-frequency polarization analysis of [3], consisting in the Stockwell time-frequency decomposition (Figure 2d) and in the approximation of each time-frequency contribution by an elliptical motion lying in a plane in the 3-D space, the polarization parameters are estimated directly from the 3-component data. Some of these parameters are represented in Figure 2e-f-g-h, the ellipticity, the trend, the plunge, and \vec{a} vector.

Assuming a 1D Earth model, the direct ray path from the epicentre to the recording station will have an azimuth of 75° and an incidence of 20° . For the direct P-wave, the major particle displacement direction is expected to be parallel to the ray path, corresponding to respectively a trend and a plunge of 77° and 70° . Low ellipticity values specific to linear motion (lower than 0.3), trend and plunge of approximately 80° and $60\text{-}90^\circ$ are observed at the direct P wave arrival time of 250s roughly matching the expectations from the 1D Earth model.

For the direct S-wave, the major particle displacement direction is expected to be orthogonal to the ray path. In Figure 2, the direct S-wave is observed at ~ 775 s on the seismogram with quasi-horizontal North-South particle motion, corresponding to an orthogonal direction to the expected ray path.

Figure 2h displays the orientation of the \vec{a} vector. The hue corresponds to the trend and the saturation level to the plunge. This representation of \vec{a} vector orientation regroups in only one figure the information of both trend and plunge. Similarly to \vec{a} vector, a representation of the orientation of \vec{c} vector can also regroup the information of dip and strike.

Conclusion

Polarization is an important property that can be used to better characterize both source and Earth structure from seismic recordings. Polarization can be used to further improve the extraction, the visualization, the filtering, and the rebuilding of the polarized seismic wavefield in 3D space. An exhaustive and simple parameter system is an absolute pre-requisite to the description of the polarization. Two equivalent groups of parameters have been defined, angular and vectorial parameters. The angular parameters can be deduced from the vectorial parameters. To fully characterize the polarization, both shape and an orientation should be described in space. The shape is fully controlled by the ellipticity parameter. Using the vectorial parameter system, the orientation of the polarization is fully controlled by the orientation of the \vec{a} and \vec{c} vectors in case of purely elliptical motion, by the \vec{a} vector only for linear motion and by the \vec{c} vector only for circular motion. The vectorial parameters have the strong advantage to reduce the number of parameter to visualize.

Acknowledgements

This work was performed through the funding of the 'Région Provence Alpes Côte d'Azur' (PACA) and the Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives (CEA). Authors thank the LSBB team and the Technologie de la Mesure dans la Géosphère (CEA/TMG) staff for their technical help.

References

1. Vidale, J. E. (1986). Complex polarization analysis of particle motion. *Bulletin of the Seismological society of America*, 76(5), 1393-1405.
2. Diallo, M. S., Kulesh, M., Holschneider, M., Scherbaum, F., & Adler, F. (2006). Characterization of polarization attributes of seismic waves using continuous wavelet transforms. *Geophysics*, 71(3), V67-V77.
3. Pinnegar, C. R. (2006). Polarization analysis and polarization filtering of three-component signals with the time—frequency S transform. *Geophysical Journal International*, 165(2), 596-606.
4. Jurkevics, A. (1988). Polarization analysis of three-component array data. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 78(5), 1725-1743.
5. Kulesh, M., Diallo, M. S., Holschneider, M., Kurennaya, K., Krüger, F., Ohrnberger, M., & Scherbaum, F. (2007). Polarization analysis in the wavelet domain based on the adaptive covariance method. *Geophysical Journal International*, 170(2), 667-678.
6. Labonne, C., Sèbe, O., Gaffet S., (2016) Seismic wavefield polarization – Part I: Describing an elliptical polarized motion, a review of motivations and methods, Web of Conferences.

3.2 Revue des méthodes d'analyse de polarisation adaptées à notre paramétrisation

Une fois le système de paramètres nécessaires à la description des états de polarisation mis en place, il reste toujours à estimer ces paramètres à partir des données 3-composantes. Trois grandes approches coexistent sur ce sujet : les approches basées sur la matrice de covariance, les méthodes de polarisation instantanée et les méthodes de décomposition en spectres d'éléments elliptiques. Chacune de ces méthodes a été développée sans système de paramètres standardisé à disposition, et introduit de ce fait ses propres notations. Notons qu'il est possible d'adapter chacune d'entre elles pour adopter le système de paramètres elliptique unifié proposé précédemment.

La polarisation est la description du mouvement des particules. La description d'un mouvement ne peut être instantanée, elle nécessite la mesure de positions sur une période de temps. Cet état de fait reste valide même pour les méthodes de polarisation dites instantanées. La sélection de la fenêtre temporelle d'entrée est un critère déterminant au succès de l'analyse de polarisation. L'objectif de la fenêtre en temps est d'être suffisamment longue pour bien représenter le mouvement de la particule et suffisamment courte pour ne sélectionner qu'une seule phase sismique.

3.2.1 Méthodes basées sur la matrice de covariance

Une catégorie de méthodes se base sur la matrice de covariance pour décrire les relations inter-composantes sur une fenêtre de temps choisie. La décomposition en valeurs singulières correspond à une analyse en composantes principales de la matrice de covariance, donc des relations inter-composantes. La plus grande des trois valeurs propres (λ_1) correspond à l'amplitude de la direction du maximum de polarisation. L'orientation du maximum de polarisation est représentée par le vecteur propre (\vec{v}_1) associé à la valeur propre principale λ_1 . Dans le cadre d'un modèle elliptique et dans notre système de paramètres, λ_1 équivaut à la norme de \vec{a} et les vecteurs \vec{v}_1 et \vec{a} sont colinéaires. Selon le même principe, on associe (λ_2, \vec{v}_2) à (b, \vec{b}) et (λ_3, \vec{v}_3) à (c, \vec{c}). Les approches historiques ont été développées, pour la plupart, dans un but de filtrage. Quelques exemples directs sont données dans la suite.

Filtre de polarisation rectilinéaire L'une des premières méthodes utilisées pour analyser la polarisation d'un signal sismique a été proposée par [Flinn 1965] utilisant un filtre de rectilinéarité. Ce filtre utilise la matrice de covariance calculée à partir d'une station 3 composantes. Le signal est orienté selon le back-azimuth de l'événement, séparant les contributions radiales et transverses. Pour une fenêtre de temps donnée, la matrice de covariance est calculée à partir des 3 traces : radiale, transverse et verticale (R, T et Z). Le paramètre de rectilinéarité (G_1) est défini à

partir des valeurs propres $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (où $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$) de cette matrice de covariance :

$$G_1 = 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3.1)$$

G_1 a des valeurs comprises entre 0 et 1. La valeur 1 correspond à un mouvement de particule rectilinéaire et 0 à un mouvement circulaire. [Flinn 1965] définit un second paramètre de directivité (G_2) mesurant la déviation de la direction de la particule par rapport à une direction donnée \vec{d} (comme la direction de la source) :

$$G_2 = \vec{e}_1 \cdot \vec{d} \quad (3.2)$$

où \vec{e}_1 correspond au vecteur propre associé à la direction principale. G_2 a des valeurs comprises entre 0 et 1, 1 lorsque le vecteur propre pointe dans la direction \vec{d} , et 0 dans une direction orthogonale à \vec{d} . Le produit $G_1 G_2$ peut alors être utilisé comme filtre de rectilinearité dans une direction donnée.

La technique de filtrage proposée par Flinn a été améliorée par [Montalbetti & Kanasewich 1970] définissant le paramètre de rectilinéarité de la façon suivante :

$$F = \left(1 - \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^n \right)^j \quad (3.3)$$

où n et j sont des paramètres arbitraires. La directivité est quant à elle définie par le biais de fonctions directions :

$$\begin{aligned} D_R &= (e_{1R})^k \\ D_T &= (e_{1T})^k \\ D_Z &= (e_{1Z})^k \end{aligned} \quad (3.4)$$

où $\vec{e}_1 = (e_{1R}, e_{1T}, e_{1Z})$ et k un paramètre arbitraire.

Il est possible de lisser la directivité et la rectilinéarité en moyennant leurs valeurs sur une fenêtre de temps. Le signaux filtrés (R_f, T_f, Z_f) sont alors obtenus par :

$$\begin{aligned} R_f(t) &= R(t) \cdot F(t) \cdot D_R(t) \\ T_f(t) &= T(t) \cdot F(t) \cdot D_T(t) \\ Z_f(t) &= Z(t) \cdot F(t) \cdot D_Z(t) \end{aligned} \quad (3.5)$$

D'autres variantes de filtres de rectilinéarité utilisant les rapports des valeurs propres existent (e.g. [Takahashi et al, 1988])

Matrice de covariance "instantanée" [Vidale 1986] propose d'utiliser le signal analytique dans le calcul de la matrice de covariance. Cette matrice de covariance 'instantanée' s'exprime comme :

$$C(t) = \begin{pmatrix} z_1(t)z_1^*(t) & z_1(t)z_2^*(t) & z_1(t)z_3^*(t) \\ z_2(t)z_1^*(t) & z_2(t)z_2^*(t) & z_2(t)z_3^*(t) \\ z_3(t)z_1^*(t) & z_3(t)z_2^*(t) & z_3(t)z_3^*(t) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

où z_i correspond au signal analytique de la composante i et z_i^* le conjugué complexe. Le signal analytique consiste à écrire le signal sous la forme d'une amplitude et d'une phase instantanée.

Le vecteur propre (\vec{v}_1) associé à la plus grande valeur propre (λ_1) indique la direction du maximum de polarisation. Du fait de l'utilisation du signal analytique, le vecteur \vec{v}_1 est en général complexe, et tout produit $\vec{v}_1 e^{i\alpha}$ est encore un vecteur propre. Le choix du vecteur propre parmi ces solutions est effectué par maximisation de la partie réelle de ce produit, autrement dit par maximisation sur α de la fonction suivante :

$$g(\alpha) = ||\text{Re}(\vec{v}_1 e^{i\alpha})|| \quad (3.7)$$

On peut noter que cette méthode est à l'entre deux entre les méthode basées sur la matrice de covariance et les méthodes de polarisation 'instantanée' présentées dans la section suivante. De ce fait, la nécessité d'une telle maximisation sera développée plus en détails dans la section suivante. [Kulesh *et al.* 2007, Diallo *et al.* 2006] étendent la méthode de [Vidale 1986] de polarisation basée sur la décomposition de la matrice de covariance 'instantanée' à la décomposition temps-fréquence par transformée en ondelettes.

3.2.2 Méthodes de polarisation 'instantanée'

La méthode de [Morozov & Smithson 1996] utilise le signal analytique vecteur :

$$\vec{Z}(t) = [z_1(t), z_2(t), z_3(t)] \quad (3.8)$$

où $z_i(t)$ correspond au signal analytique de la composante i .

Leur approche est basée sur la factorisation du signal analytique vecteur :

$$\vec{Z}(t) = \vec{A}(t) \exp(i\varphi(t)) \quad (3.9)$$

avec φ correspondant à la phase et \vec{A} un vecteur. Le premier terme (\vec{A}) varie lentement tandis que le second (φ) varie plus rapidement. Dans ce cas on peut considérer l'amplitude comme étant invariante avec une rotation de phase. La fonction phase est obtenue en maximisant la forme quadratique :

$$\sum_j (\text{Re}(e^{-i\alpha} z_j(t)))^2 \quad (3.10)$$

Soit α_0 la rotation de phase qui maximise l'expression précédente. On retrouve les équivalences suivantes dans notre système de paramètres :

- le vecteur $\vec{a} = \text{Re}[e^{-i\alpha_0} \vec{Z}(t)]$
- le vecteur $\vec{b} = \text{Re}[e^{-i(\alpha_0 + \frac{\pi}{2})} \vec{Z}(t)]$

Dans le cas d'un mouvement circulaire la direction du mouvement principal devient instable et est très sensible à la présence de bruit. C'est pourquoi [Schimmel & Gallart 2003] vont rechercher un vecteur planarité orthogonal au plan de l'ellipse de polarisation, correspondant à notre vecteur \vec{c} . [Diallo *et al.* 2005] étend la méthode de [Morozov & Smithson 1996] au domaine temps-fréquence par transformée en ondelettes.

3.2.3 Spectre d'éléments elliptiques

[Pinnegar 2006] propose d'exprimer un signal vectoriel comme une superposition de sinusoïdes qui oscillent dans l'espace en décrivant pour chaque fréquence considérée un mouvement elliptique. Autrement dit, il décompose le signal en spectre d'éléments elliptiques où chaque contribution est exprimée avec un paramétrage d'ellipse.

Soulignons que cette décomposition en éléments elliptiques est valide sur bandes étroites en fréquence quel que soit le signal. Cette propriété découle directement de la transformée de Fourier appliquée à des signaux à valeurs réelles.

Soit $x(t)$ un signal temporel à valeurs réelles. On peut écrire $x(t)$ en fonction de sa transformée de Fourier $X(f)$ de la façon suivante :

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} [Re[X(f)] \cos(2\pi ft) - Im[X(f)] \sin(2\pi ft)] df \quad (3.11)$$

Notons $X(\tau, f)$ une transformée de Fourier locale de $x(t)$ qui vérifie la condition d'égalité suivante $X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\tau, f) d\tau$, telle que la transformée de Stockwell. L'expression précédente devient :

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [Re[X(\tau, f)] \cos(2\pi ft) - Im[X(\tau, f)] \sin(2\pi ft)] d\tau df \quad (3.12)$$

Cette expression devient pour un signal $(\vec{r}(t))$ à 3-composantes :

$$\vec{r}(t) = 2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\vec{p}(\tau, f) \cos(2\pi ft) + \vec{q}(\tau, f) \sin(2\pi ft)] d\tau df \quad (3.13)$$

$$\text{où } \vec{p}(\tau, f) = \begin{pmatrix} Re[X(\tau, f)] \\ Re[Y(\tau, f)] \\ Re[Z(\tau, f)] \end{pmatrix} \text{ et } \vec{q}(\tau, f) = \begin{pmatrix} -Im[X(\tau, f)] \\ -Im[Y(\tau, f)] \\ -Im[Z(\tau, f)] \end{pmatrix}$$

L'expression à l'intérieur des intégrales $\vec{p}(\tau, f) \cos(2\pi ft) + \vec{q}(\tau, f) \sin(2\pi ft)$ correspond à l'expression d'une ellipse dans le cas où \vec{p} et \vec{q} sont invariants en temps et fréquence. Cette hypothèse d'invariance est vérifiée en présence d'une phase sismique à l'échelle de la cellule temps-fréquence considérée, d'où l'importance du choix de la décomposition temps-fréquence.

Par soucis de lisibilité des formules mathématiques qui vont suivre dans notre adaptation de la méthode de [Pinnegar 2006], on notera simplement \vec{p} pour $\vec{p}(\tau, f)$ et \vec{q} pour $\vec{q}(\tau, f)$. En utilisant la paramétrisation d'une ellipse en notation vectorielle $(\vec{a}, \vec{b}, \varphi)$, on obtient :

$$\begin{aligned} \vec{p} \cos(2\pi ft) + \vec{q} \sin(2\pi ft) &= \vec{a} \cos(2\pi ft - \varphi) + \vec{b} \sin(2\pi ft - \varphi) \\ &= [\vec{a} \cos(\varphi) - \vec{b} \sin(\varphi)] \cos(2\pi ft) + [\vec{a} \sin(\varphi) + \vec{b} \cos(\varphi)] \sin(2\pi ft) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Ce qui entraîne :

$$\vec{p} = \vec{a}\cos(\varphi) - \vec{b}\sin(\varphi) \quad (3.15)$$

$$\vec{q} = \vec{a}\sin(\varphi) + \vec{b}\cos(\varphi) \quad (3.16)$$

D'où,

$$\vec{a} = \vec{p}\cos(\varphi) + \vec{q}\sin(\varphi) \quad (3.17)$$

$$\vec{b} = \vec{q}\cos(\varphi) - \vec{p}\sin(\varphi) \quad (3.18)$$

Et par définition :

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \vec{a} \wedge \vec{b} \\ &= (\vec{p}\cos(\varphi) + \vec{q}\sin(\varphi)) \wedge (\vec{q}\cos(\varphi) - \vec{p}\sin(\varphi)) \\ &= \vec{p} \wedge \vec{q}\cos^2\varphi - \vec{q} \wedge \vec{p}\cos^2\varphi \\ &= \vec{p} \wedge \vec{q} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Les vecteurs \vec{a} et \vec{b} étant orthogonaux, on a la relation suivante :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad (3.20)$$

$$(\vec{p}\cos(\varphi) + \vec{q}\sin(\varphi)) \cdot (\vec{q}\cos(\varphi) - \vec{p}\sin(\varphi)) = 0 \quad (3.21)$$

D'où si $p \neq q$ (i.e. $a \neq b$),

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{atan}\left(\frac{2\vec{p} \cdot \vec{q}}{p^2 - q^2}\right) + k \frac{\pi}{2} [2\pi], \quad k \in [0, 1, 2, 3] \quad (3.22)$$

On retrouve ainsi 4 valeurs de φ possibles. Si on ajoute la condition (H_1) que la norme du vecteur \vec{a} est supérieure à la norme de \vec{b} , cela réduit le nombre de possibilité à deux. De plus, si on ajoute notre convention (H_2) de 'positive major displacement' (cf chapitre 3.1), on réduit le nombre de possibilités à une.

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{2} \operatorname{atan}\left(\frac{2\vec{p} \cdot \vec{q}}{p^2 - q^2}\right) + k \frac{\pi}{2} [2\pi], \quad k \in [0, 1, 2, 3] \\ &\text{avec } k \text{ tel que } \begin{cases} H_1 : (p^2 - q^2)\cos(2\varphi) + 2\vec{p} \cdot \vec{q}\sin(2\varphi) > 0 \\ H_2 : p_Z\cos(\varphi) + q_Z\sin(\varphi) \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.23)$$

où p_Z et q_Z correspondent à la composante Z de \vec{p} et \vec{q}

En exprimant \vec{p} et \vec{q} en fonction de \vec{a} , \vec{b} et φ , on trouve les relations suivantes :

$$p^2 + q^2 = a^2 + b^2 \quad (3.24)$$

$$p^2 - q^2 = (a^2 - b^2)\cos(2\varphi) \quad (3.25)$$

$$2\vec{p} \cdot \vec{q} = (a^2 - b^2)\sin(2\varphi) \quad (3.26)$$

On peut alors exprimer l'ellipticité ρ directement en fonction de \vec{p} et \vec{q} :

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{b}{a} \\ &= \frac{\sqrt{p^2 + q^2 - \sqrt{(p^2 - q^2)^2 + (2\vec{p} \cdot \vec{q})^2}}}{\sqrt{p^2 + q^2 + \sqrt{(p^2 - q^2)^2 + (2\vec{p} \cdot \vec{q})^2}}}\end{aligned}\tag{3.27}$$

L'ensemble de nos paramètres de polarisation peut ainsi s'exprimer sous forme analytique en fonction de \vec{p} et \vec{q} . Une formulation angulaire basée sur [Pinnegar 2006] est fournie en annexe.

3.2.4 Tableau récapitulatif

Article	Domain	Method	Polarization attributes	Filter/Extraction
[Flinn 1965]	Time	Covariance matrix applied on windowed signal	<ul style="list-style-type: none"> > rectilinearity, > directionality (deviation from a given direction) 	rectilinear polarization filter in a particular direction
[Montalbetti & Kanase-wich 1970]	Time	Covariance matrix applied on signal	<ul style="list-style-type: none"> > rectilinearity, > direction of particule motion 	rectilinear polarization filter
[Vidale 1986]	Time	Covariance matrix applied on analytic signal	<ul style="list-style-type: none"> > azimuth of the direction of maximum polarization > dip of the direction of maximum polarization > strength polarization (P_S) > degree of planar polarization (P_P) > degree of elliptical polarization (P_E) 	angular and linear polarization filter
[Jurkevics 1988]	Time-frequency	<ul style="list-style-type: none"> > Covariance matrix applied on data after filtering and windowing > Use of array configuration for improving SNR : averaging covariance matrices of the different sensors, time alignment between array sensors by frequency wavenumber analysis > bank of 3 narrow-band Butterworth filters, > selection of time-window lengths according to wave type, > averaging of polarization parameters extracted from neighboring windows 	<ul style="list-style-type: none"> > rectilinearity > planarity > incidence of the direction of maximum polarization, > azimuth of the direction of maximum polarization as a function of wave type and frequency 	rectilinear and planar polarization filter
[Lilly & Park 1995]	Time-frequency	wavelet transform (Slepian wavelets) and multitaper spectral analysis, scalability of the time window with frequency, SVD on multiwavelet transform, Confidence level based on Monte Carlo simulations of the SVD	elliptical motion in horizontal plane and radial-vertical plane	coherent particle motion is reconstructed by a linear combination of the wavelets
[Morozov & Smithson 1996]	Time	all polarization parameters are defined as invariants of "instantaneous phase rotation" Use of all components simultaneously	<ul style="list-style-type: none"> > semi-major axis > semi-minor axis > amplitude of the multicomponent signal > signed ellipticity 	directional filter

Article	Domain	Method	Polarization attributes	Filter/Extraction
[Diallo <i>et al.</i> 2005]	Time-frequency	<ul style="list-style-type: none"> > wavelet transform > scalability of the time window with frequency, > polarization characteristics are calculated by computing the instantaneous phase factor 	<ul style="list-style-type: none"> > semi major axis, > semi minor axis > instantaneous amplitude, > ellipticity ratio, > phase factor > planarity vector, > 3 angles for defining position of ellipse 	Signal reconstruction by linear combination of the wavelets
[Diallo <i>et al.</i> 2006]	Time-frequency	<ul style="list-style-type: none"> > Covariance method on approximated signal 	<ul style="list-style-type: none"> > major axis > medium axis > minor axis 	
[Pinnegar 2006]	Time-frequency	<ul style="list-style-type: none"> > S-transform of "Stockwell et al 2006" (combination of Short Time Fourier Transform and Continuous Wavelet Transform). > Polarization characteristics calculated directly from the complex S-transform. > The model assumes that at a specific time and frequency the ground motion can be considered as an elliptical motion confined in a plane 	<ul style="list-style-type: none"> > semi-major axis > semi-minor axis > inclination > strike > pitch of the major axis > phase of particule motion > plunge > trend 	Selection of (time-frequency) cells whose total power is larger than the threshold.
[Kulesh <i>et al.</i> 2007]	Time-frequency	<ul style="list-style-type: none"> > wavelet transform (complex Morlet wavelet) scalability of the time window with frequency using instantaneous frequency > Covariance method on approximated wavelet transform. > same as [Diallo <i>et al.</i> 2006] with wavelet transform 	<ul style="list-style-type: none"> > major half-axis, minor > half-axis > second minor half-axis > reciprocal ellipticity > minor reciprocal ellipticity > signed reciprocal ellipticity > dip angle > azimuth. 	<ul style="list-style-type: none"> > selection of energetic parts of signal where the wavelet transform exceed a threshold. > polarization filter constrained by reciprocal ellipticity and rise angle.
[Meza-Fajardo <i>et al.</i> 2015]	Time-frequency	<ul style="list-style-type: none"> > S-transform of "Stockwell et al 2006" > Normalized Inner Product (NIP) 		<ul style="list-style-type: none"> > only for SURFACE waves > NIP more stable than instantaneous reciprocal ellipticity > Signal reconstruction/extraction of surface waves, isolate prograde/ retrograde motion

3.2.5 Conclusion

Les travaux adressant l'étude de la polarisation des ondes sont pour la plupart liés à des applications de filtrage des données et se concentrent donc sur une partie des caractéristiques de polarisation uniquement. Le modèle elliptique de polarisation est commun à la grande majorité des méthodes. Trois grands types de méthodes émergent : les méthodes basées sur la matrice de covariance inter-composante, les méthodes de polarisation instantanée et la méthode de décomposition en éléments elliptiques. Notre revue de ces méthodes a souligné l'importance de la sélection de la fenêtre temporelle d'analyse dans les études de polarisation. En effet, cette fenêtre doit être le meilleur compromis possible entre la longueur nécessaire à une bonne représentation du signal et la nécessité de ne sélectionner qu'une seule phase dans l'analyse afin d'obtenir des résultats clairs et précis. La plupart des méthodes mentionnées auparavant décline d'ailleurs une variante utilisant une décomposition temps-fréquence (transformée de Fourier à fenêtre glissante, transformée de Stockwell ou transformée en ondelettes) pour adresser le choix de la fenêtre d'analyse en temps et la séparation des phases.

Par la suite, les travaux de cette thèse utilisent une approche vectorielle dérivée de la méthode proposée par [Pinnegar 2006] pour caractériser la polarisation. Cette approche décrite en détail dans ce chapitre sera utilisée avec la décomposition de Stockwell (chapitre 2.1) ce qui assure le respect de la condition des bandes étroites en fréquence nécessaire au modèle elliptique et le choix de la fenêtre d'analyse temporelle optimale pour une fréquence donnée. La méthode dérivée de [Pinnegar 2006] a été choisie pour la simplicité et l'élégance de son approche qui cherche à trouver un modèle d'ellipse adapté à un signal quasi-elliptique. Enfin, cette méthode permet de couvrir l'ensemble des états de polarisation du cas linéaire au cas circulaire et donc tous les types d'ondes sans restriction.

3.3 Article : Part I - Optimized time-frequency representation of the polarization based on a single 3-component station records : methodology and application

Draft for submission to Geophysical Journal International

3.3.1 Introduction

Polarization analysis is a very important tool to characterize and identify the seismic phases present in complex seismograms. Three component stations contain the information necessary to determine the polarization state of each phase in the signal. The polarization state description however requires a set of parameters that need to be represented and visualized in order to correctly interpret the meaning of the polarization attributes. Polarization state is often used in filtering applications which lead to partial visualization, only focusing on the discriminating parameter for the filter. Most of the different approaches to the visualization of the polarization parameters make assumptions to focus on a specific type of waves or particular polarization parameters.

Historically, the first and most intuitive approach to visualize the polarization are the polarization diagrams. These diagrams consist in cross-plotting each recorded component versus one another within a selected time window resulting in a qualitative representation of the polarization state. This approach provides a characterization of the polarization state at a given time bound to the selected time window but is not well suited to analyze the polarization variation over time. The later requires a quantitative approach to the characterization of the polarization. The set of parameters resulting from this characterization of the polarization can then be plotted over time (e.g. [Vidale 1986, Jurkevics 1988]). More recent approaches take advantage of time-frequency decomposition techniques to integrate the frequency aspect in the polarization state characterization. The polarization parameters are then represented as colormaps in a 2D time-frequency grid [Pinnegar 2006, Kulesh *et al.* 2007]. These colormaps are still difficult to interpret as they have to be examined in relation to each other. Usually only a subset of the polarization parameters are represented together to answer a specific question, this stems from original assumptions based on a priori knowledge of the problem to study, and thus simplifies the visualization challenge.

Visualizing polarization parameters without making any assumption is a difficult task. The polarization needs first of all to be oriented in the 3D space. In addition a large number of parameters need to be represented at the same time and in correlation with each others in the time-frequency domain. Finally, to make things even more complex, the set of parameters to be considered will vary depending on

the nature of the polarization itself, indeed different parameters will have to be taken into account for linear versus circular polarization for example.

3.3.2 Polarization parameters estimation

Studying the polarization of a signal requires the description of the particles trajectories in space through a set of uniquely defined parameters. The polarization is described using both the angular and the vectorial parameters as defined in chapter 3.1. To estimate these two sets of parameters, an approach from [Pinnegar 2006] had been used, decomposing each time-frequency contribution by an elliptical motion.

By Fourier analysis, any 3-component seismic records ($\vec{r}(t)$) can be rewritten as follow :

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x_N \\ x_E \\ x_D \end{pmatrix} (t) = 2 \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty [\vec{p}(\tau, f) \cos(2\pi ft) + \vec{q}(\tau, f) \sin(2\pi ft)] d\tau df \quad (3.28)$$

where $p(\vec{\tau}, f) = \begin{pmatrix} Re(S_N(\tau, f)) \\ Re(S_E(\tau, f)) \\ Re(S_D(\tau, f)) \end{pmatrix}$, $q(\vec{\tau}, f) = - \begin{pmatrix} Im(S_N(\tau, f)) \\ Im(S_E(\tau, f)) \\ Im(S_D(\tau, f)) \end{pmatrix}$, $S_N(\tau, t)$, $S_E(\tau, t)$ and $S_D(\tau, t)$ the Stockwell transforms [Stockwell *et al.* 1996] of the real signals $x_N(t)$, $x_E(t)$ and $x_D(t)$, Re and Im the real and the imaginary part operator. In the following, the reference orthonormal axis system ($\vec{e}_N, \vec{e}_E, \vec{e}_D$) is set to (North, East, Down).

With the strong assumption that \vec{p} and \vec{q} do not vary with time nor frequency, the term inside the integrals, called the time-frequency contribution, corresponds to the expression of a monochromatic wave, thus the expression of an ellipse. In reality \vec{p} and \vec{q} can be considered as quasi-invariant inside the time-frequency cell leading to a quasi-monochromatic wave and a quasi-elliptical motion.

Each time-frequency contribution will be expressed within an elliptical polarization model. The parametrization of the ellipse will be done using either the angular or the vectorial notation [Chapter 3.1]. The inversion of the parametrization gives back the analytic expression of each polarization parameter in terms of \vec{p} and \vec{q} . The derivation of the parametrization is done in chapter 3.2.3.

Using the vectorial notations, the set of parameters is made of two orthogonal vectors \vec{a} and \vec{c} and one scalar ρ . Expressing the polarization parameters as a function

of \vec{p} and \vec{q} , the following analytical expressions are obtained :

$$\rho = \frac{\sqrt{p^2 + q^2 - \sqrt{(p^2 - q^2)^2 + (2\vec{p} \cdot \vec{q})^2}}}{\sqrt{p^2 + q^2 + \sqrt{(p^2 - q^2)^2 + (2\vec{p} \cdot \vec{q})^2}}} \quad (3.29)$$

$$\vec{c} = \vec{p} \wedge \vec{q} \quad (3.30)$$

$$\vec{a} = \vec{p} \cos(\varphi) + \vec{q} \sin(\varphi) \quad (3.31)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{atan}\left(\frac{2\vec{p} \cdot \vec{q}}{p^2 - q^2}\right) + k \frac{\pi}{2} [2\pi], k \in [0, 1, 2, 3]$$

with k such as $\begin{cases} H_1 : (p^2 - q^2) \cos(2\varphi) + 2\vec{p} \cdot \vec{q} \sin(2\varphi) > 0 \\ H_2 : p_D \cos(\varphi) + q_D \sin(\varphi) \geq 0 \end{cases}$ (3.32)

Condition H_1 ensures that the selected \vec{a} vector corresponds to one of the ellipse's semi-major axis vectors and not one of the semi-minor axis vectors. The condition H_2 means that $\vec{a} \cdot \vec{e}_D \geq 0$ respecting the 'positive' major displacement convention defined in chapter 3.1 and [Pinnegar 2006].

In case of linear motion, \vec{p} and \vec{q} vectors are collinear and thus the \vec{c} vector is a null vector. At the opposite, in case of circular motion, $p = q$ the previous definition of φ become undefined and thus the notion of major axis vector \vec{a} is irrelevant.

Using angular notations, the set of parameters is made of four angles (dip δ , strike θ , plunge Δ , trend Ω) and one scalar (ellipticity ρ). The two first ones define the planar part of the ellipse, and the two last ones the linear part of the ellipse. Following the chosen convention, the angular parameters match the vectorial parameters and therefore it is straight forward to derive the angular parameters from the estimated vectorial parameters [chapter 3.1].

Each parameter is calculated for every time-frequency cell in the polarization analysis. This approach in time and frequency is particularly adapted to seismic waves as it takes into account both the non-stationarity and the limited frequency bandwidth of the signal. In addition, the proposed set of parameters can describe any type of elliptical polarization including the extreme linear and circular cases independently of its orientation in the 3D space and without any strong assumption on the expected wave type. To contribute to the identification of the seismic phases, all these parameters need to be clearly visualized in the 2D time-frequency space allowing for a correct interpretation.

3.3.3 Visualization of polarization - a synthetic data example

Synthetic data example for simple polarization states have been generated to illustrate how the corresponding parameters can be visualized and how to interpret the resulting plots. The same polarization analysis method was performed on

both this synthetic data example and the real case study presented afterwards. Since the analysis was run in time-frequency domain, the resulting parameters have to be plotted on a 2D time-frequency grid. The scalar parameters are easy to handle, the third dimension on the plot is simply introduced by the use of a color scale. Representing vector's orientation is as a 3D problem and therefore tricky to solve with a 2D grid constraint on top of fit. To overcome this issue, the colormaps will not only use a 1D color scale as third dimension but will provide a 3D colorscale using saturation, hue and brightness as the three dimensions required for vector orientation. Worth noticing, since \vec{a} is defined in a half space due to the positive major displacement condition, its orientation can be reduced to a 2D problem leading to the use of only hue and saturation on the visualization colormap.

The polarization parameters should be interpreted together as they each bring complementary information. The panel of figures displayed below regroups the colormaps for every polarization parameters from synthetic data (Figure 3.2a). The characteristics of the different synthetic elliptical motions are listed in the Table 3.2. The signal to noise ratio is set to two.

number	1	2	3
time range	[14 43]	[28 72]	[57 85]
Ellipticity ρ	1	0.3	0
Normalized \vec{a} vector	-	[1 0 0]	[0 0 1]
Trend Ω	-	0°	-
Plunge Δ	-	0°	90°
Normalized \vec{c} vector	[-1 0 0]	[0 0 -1]	-
Strike θ	270°	-	-
Dip δ	90°	180°	-

TABLE 3.2 – Synthetic data input parameters

Figure 3.2b shows the amplitude of the 3-component signal in time-frequency using [Stockwell *et al.* 1996] decomposition, the crest lines labeled 1,2 and 3 underline the extent of the three different waves types. In cases where different wave types interact, the frequency content of each wave will be determinant to the resulting parameter mapping :

- At around 34 s, the waves have similar frequency contents, the combined characteristics of the two waves are plotted in the same time-frequency cell and becomes difficult to interpret.
- At around 64 s, the waves have distinct frequency contents, the time-frequency decomposition manages to separate the waves.

Figure 3.2c is the ellipticity color map. The ellipticity parameter varies between 0, corresponding to a linear polarization underlined by crest line number 3, and 1 which is a purely circular polarization as illustrated by crest line number 1. Wave number 2 provides the elliptical polarization case.

The plunge is displayed on Figure 3.2d and the trend on Figure 3.2f. These two parameters need to be interpreted closely together to orientate correctly the polarization's linear part.

As mentioned above, \vec{a} is confined in a half space by definition. By normalization of \vec{a} , this half solution space becomes a half-sphere. Therefore, any normalized $\frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|}$ vector used in Figure 3.2h to represent the orientation of the polarization's linear part can be seen as one radius of a half sphere oriented downward. The color legend on the right shows a projection of the solution half sphere used as colorbar. On this half sphere the hue corresponds to the azimuth angle of the vector and therefore varies along the parallels of the half-sphere. The vector's inclination is represented by the saturation. Since this angle is related to the Down axis, it is logical to have the saturation varying along the meridian of the half sphere to reach zero when the \vec{a} is purely vertical.

The circular polarization underlined by crest line number 1 shows the expected random behavior on all three colormaps, plunge, trend, and \vec{a} . Interpreting either the plunge and trend colormaps together with the \vec{a} colormap, the consistent blue color on the plunge corresponding to the fully saturated color on \vec{a} reveals the horizontal motion of case number 2. The pattern's red coloration on both trend and \vec{a} characterizes North-South orientation. Crest line number 3 shows an example of vertical orientation of the linear part of the polarization. In this case the trend value becomes unstable and irrelevant as illustrated by the random pattern on the colormap. The plunge value should then be used independently. A solution to avoid any misinterpretation of the trend and improve readability of the figure is to use specifically designed masks to cover the areas where the trend should be ignored. The \vec{a} exhibits a stable behavior pointing Down.

Please note that mathematically speaking the trend angle is actually defined between 0 and 360 degrees, however it is commonly represented between 0 and 180 degrees only. The restriction to the trend angle representation is introduced to handle the horizontal case where two trend angles separated by 180 degrees would represent the exact same movement. Following the same logic, the hue scale used in the vectorial representations also exhibits a central symmetry that ensures that two similar orientation have similar colors. A by product of this choice is that for any inclined major motion, one color can represent either of two distinct orientations that may be more or less close to each other, the worst case scenario being an inclined major motion with a 45 degrees orientation. Figure 3.2h regroups the information contained in both Figure 3.2d and Figure 3.2f in one colormap. The vector's azimuth or hue corresponds to the trend and the saturation is linked to the plunge. This color scheme has the advantage of improving the readability of the figure by excluding any confusion due to irrelevant trend values. In all cases, the circular polarization shows a very unstable pattern as neither \vec{a} nor the angles are defined.

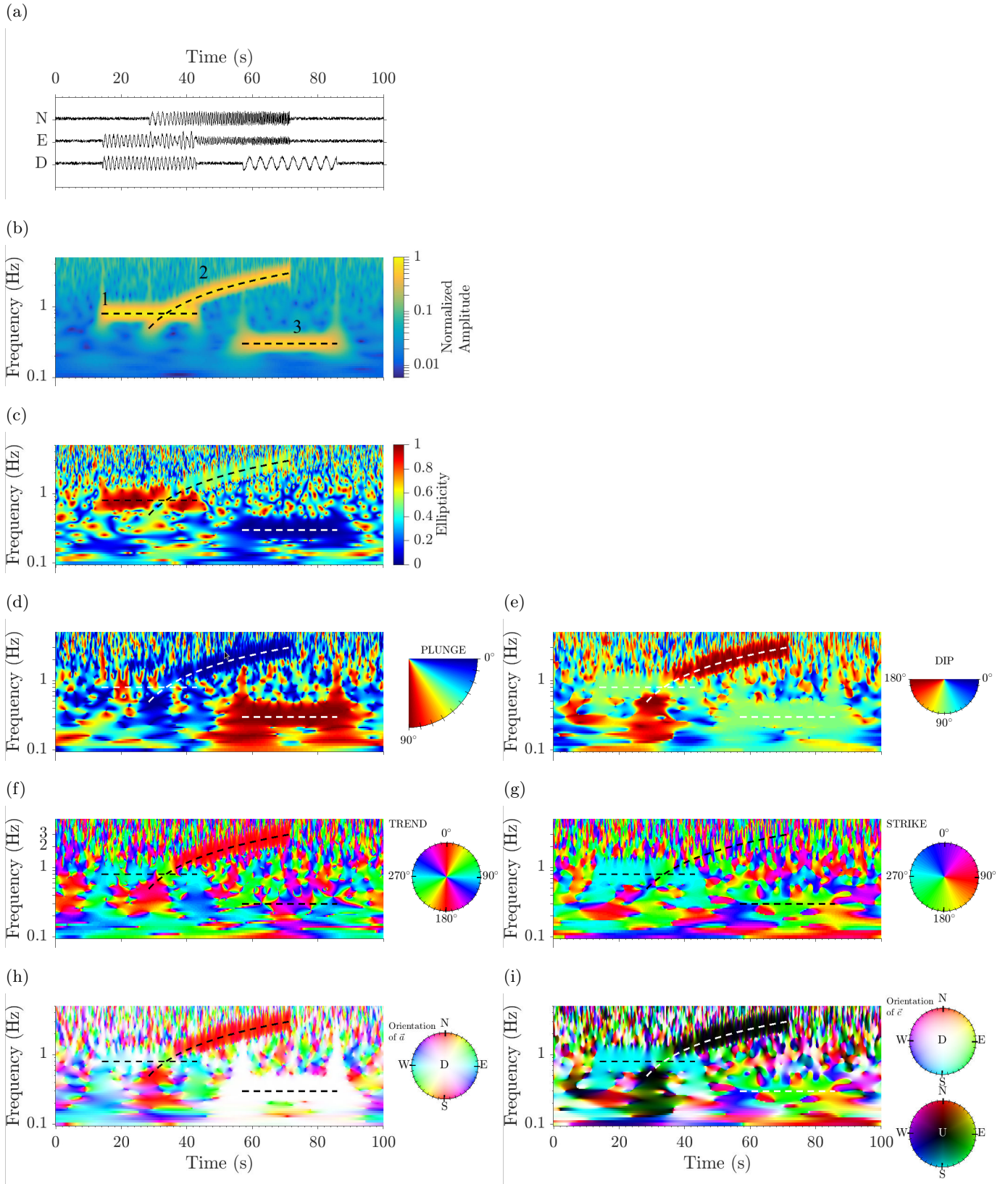


FIGURE 3.2 – Polarization analysis on synthetic data example. (a) 3-component time series. (b) Stockwell normalized amplitude spectrum averaged over the three components. (c) Ellipticity spectrum. (d) Plunge spectrum. (e) Trend spectrum. (f) Orientation of \vec{a} spectrum. (g) Dip spectrum. (h) Strike spectrum. (i) Orientation of \vec{c} spectrum. The dotted lines highlight each of the three polarization profiles' location in time-frequency.

Figure 3.2e is the dip colormap and Figure 3.2g is the strike colormap. These two angles are used together to orientate the planar part of the polarization and again should be interpreted in relation to each other. The dip angle especially has a range comprised between 0 and 180 degrees in order to include the information on the polarization's rotation direction. Both strike and dip angles depend largely on the rotation direction. This dependency must be taken into account when interpreting figures such as Figure 3.2e and Figure 3.2g.

Figure 3.2i represents the orientation of the \vec{c} vector. Similarly to the \vec{a} vector, the normalized \vec{c} vectors are distributed over a sphere of radius one. This complete sphere is color coded using hue along the parallels, saturation along the meridian of the down half sphere and brightness along the meridian of the upper half sphere.

Contrary to the linear part of the polarization, the planar part has a stable behaviour in case of circular polarization. Under crest line number 1, both dip and strike show consistent pattern of ~ 90 degrees value which corresponds to the horizontal Southward orientation of the \vec{c} , thus a vertical polarization plane oriented East-West and a rotation direction following the right-hand rule. Crest line number 2 shows an example of horizontal polarization plane with a stable dip angle at 180 degrees meaning that the rotation is counter clockwise as viewed from above and an undefined strike angle due to the horizontal singularity. The dip angle should in this case be interpreted on its own and do match the information displayed by the \vec{c} vector. The third case is a vertical linear polarization example. The planar part of the polarization is expected to be unstable in this particular case as there is an infinite number of planes that contain a particular line. The strike and the \vec{c} vector both exhibit this random characteristic however the dip seems stable. This behavior can be explained by the vertical orientation of the linear part of the polarization, any plane containing this part is vertical and has therefore a dip of 90 degrees.

The angular representation will be suited to more accurate readings as the hue is generally clearer to interpret than saturation or brightness effect. The use of the vectorial visualization approach permits to reduce the number of color maps to visualize simultaneously from 5 to 3 by combining the information from the trend and the plunge for the \vec{a} vector and from the strike and the dip for the \vec{c} vector. This might not appear as such an advantage when using synthetic seismograms in which the type of waves is a priori known. However, in real case studies where waves types and arrivals are mixed, it is even more important to interpret the parameters in relation with each others and reducing the number of plots to look at makes it easier to visually correlate them. For these reasons, the vectorial parameters will be preferred in the following article.

3.3.4 Selection of relevant time-frequency cell

The careful selection of relevant time-frequency cells aims at removing the artifacts due to mathematically irrelevant polarization parameters, to highlight areas where arrivals are expected and dampen areas where only noise is present. This selection is performed by applying masks onto the color maps. This is a powerful tool to improve the readability of the polarization color maps and to assist the interpretation. In the following, two masks have been designed : an ellipticity based mask applied to both the \vec{a} and \vec{c} time-frequency plots and an energy based mask applied on all polarization parameters.

The ellipticity based mask is defined by two thresholds to exclude both the purely linear motion and the purely circular motion. Since the linearity \vec{a} vector is undefined in case of purely circular motion, and since the planarity \vec{c} vector is undefined in case of purely linear motion, instabilities on the \vec{a} and \vec{c} vectors respectively will be observed when approaching these cases. These instabilities will be taken out by the ellipticity mask leaving only the time-frequency cells that have a mathematical meaning in the color map (Figure 3.3 second row). The time-frequency cells which have an ellipticity larger than 0.75 are taken out for the \vec{a} vector colormap and cells which have an ellipticity lower than 0.25 are taken out for the \vec{c} vector colormap. Since the white color on the color map represents down orientation, contour lines have been drawn to separate areas containing sensible data from filtered out area. For example on the \vec{a} vector orientation map, the crest line 1 goes through a white area contained within a black contour. This area corresponds to the data exclusion zone using the ellipticity based mask and should be interpreted as blank. On the other hand, the white area corresponding to crest line 3 on the main plot does have meaning, it shows that the linear polarization is oriented downward.

To further select relevant cells, an energy based mask was designed to separate the cells that contain signal from the cells that only contain noise by using an energy threshold (Figure 3.3 third row). In this synthetic example, the chosen threshold for the energy mask is 10% of the maximum amplitude over all time-frequency cells. Applying this mask to all color maps will help removing the artificial polarization parameter values extracted from noise and clean up the plots.

Figure 3.3 fourth row shows the combined application of both ellipticity and energy masks on all parameters. The figures are much cleaner with only the data zones of interest standing out and the artefacts due to noise or irrelevant parameters suppressed.

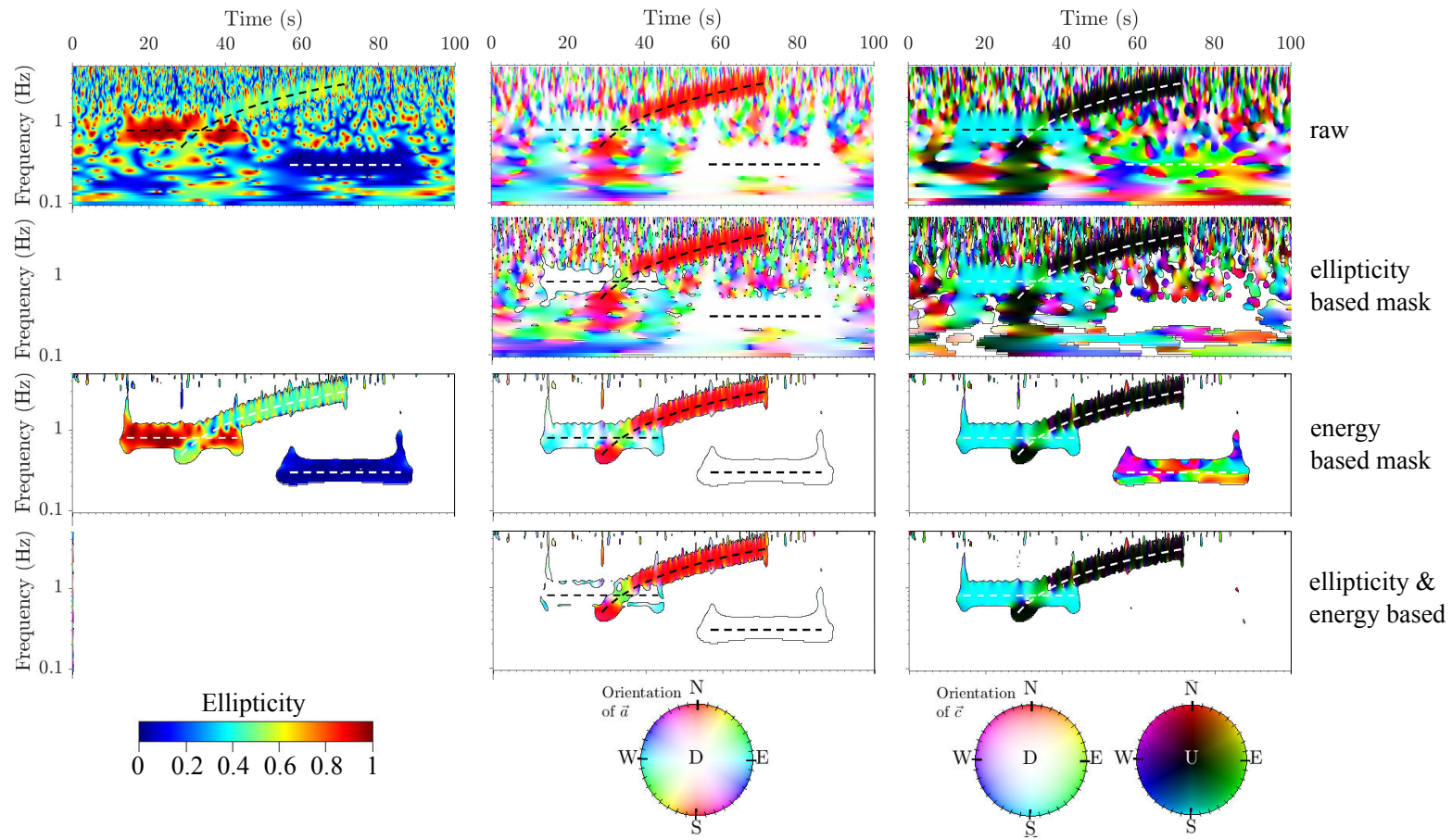


FIGURE 3.3 – Polarization results with and without application of masks. The first column corresponds to the ellipticity, the second column to the \vec{a} vector and the third column to the \vec{c} vector. The first row corresponds to the raw polarization results, the second row to the ellipticity based mask, the third row to the energy based mask and the fourth row the combined ellipticity-energy based mask.

3.3.5 Application to real data

The optimized time-frequency representation of the polarization is applied on the M_w 7.3 Nepal earthquake that occurred on May 12th 2015. This earthquake was the main aftershocks of the large 25 April 2015 Gorkha Earthquake with M_w 7.8 (USGS) [Bhattacharai *et al.* 2015, Grandin *et al.* 2015, Adhikari *et al.* 2015]. The earthquake was recorded on 3-component stations installed by the LSBB (Low noise laboratory underground) in France 66° from the epicenter (Figure 3.4). In the following article, the first hour of seismic data used for analysis was recorded on the RAS station from the LSBB seismic array. This station was selected for its large depth (around 500m below free surface) and its very low noise level.

Several aftershocks with magnitude larger than 5 occurred in the hour following May 12th event, among which the first is not visible on the following analysis. The P wave of this event arrives most likely at the same time as the high energy S -waves and is therefore masked by them on the time-frequency spectra. The following two P waves of the aftershocks arrive simultaneously with the surface waves train and are therefore also masked on the seismogram. However, due to the difference in frequency contents, the aftershocks high frequency P -waves manage to stand out from the low frequency surface waves on the time-frequency representations.

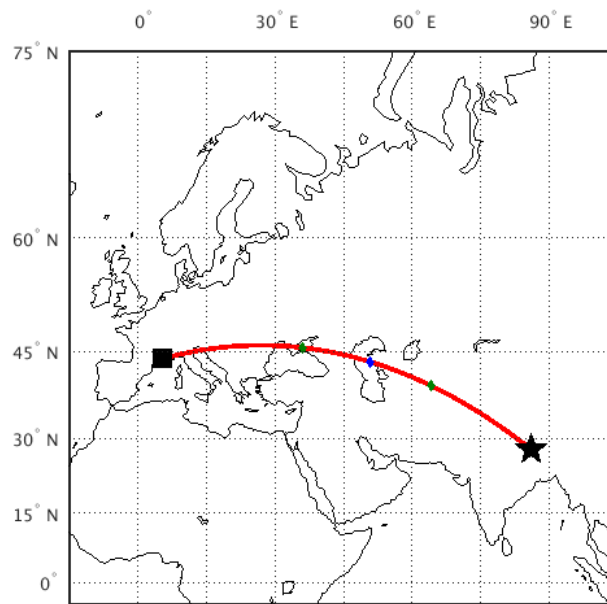


FIGURE 3.4 – Map showing the position of the earthquake relatively to the LSBB.

Figure 3.5 shows the same panel of plots as presented previously to visualize the polarization characteristics of a signal. Even on the raw analysis plots, the main features stand out. It is indeed possible to identify the main patch of energy for

the first arrivals of P and S waves. Applying ellipticity and energy based masks as introduced before permits to refine the interpretation as shown on Figure 3.6. The vertical superimposed color lines in Figure 3.5 and 3.6 show the theoretical arrival times of the different types of waves using a IASPE1 1D model. These arrival times match fairly well the high energy patches displayed on Figure 3.5b. Overlaid on top of the time-frequency energy map from Figure 3.5b, lie two red curves. The plain line curve corresponds to the theoretical arrivals of Rayleigh wave whilst the dotted curve is the Love wave both estimated using the model of 3D CUB2.0 from [Ritzwoller *et al.* 2003]. These curves are plotted on top of each polarization parameter color map for use as a visual help to interpretation.

The first three energy spikes occur at times close to the theoretical P , PP and PPP wave arrival times. Around those times, the ellipticity shows a dominant blue color corresponding to a linear polarization in accordance with the expected P wave type. The ellipticity is not a perfect shade of blue as, in real data, noise and interaction between waves will complexify the polarization state. The \vec{a} vector exhibits a more stable behavior at these times corresponding to an inclined major direction oriented with an azimuth of $70 - 80^\circ$ or $250 - 260^\circ$. Assuming a 1D Earth model, the direct ray path from the epicenter to the LSBB station have an azimuth of 75° and an incidence of 20° . The major particle motion is expected to be parallel to the ray path. This orientation of the estimated \vec{a} is well aligned with the ray path which backs up the P wave interpretation. Worth noting, the low frequency part of the waves seems to have a less inclined polarization orientation (green more saturated) than the high frequency part which seems closer to vertical. Finally, despite the expected linear polarization, the \vec{c} vector is still, for the most part, defined and stable meaning that real data do not contain pure polarization state. The dominant turquoise color reveals a \vec{c} vector oriented predominantly southward ($\sim 160^\circ$) and, as a consequence, a polarization plane oriented Eastward, aligned with the back azimuth direction. A string of unstable pink-red patches can be spotted around 0.14 Hz on \vec{c} . This coincides with the microseismic noise peak frequency as observed on the energy map before any arrival. The interactions between the noise and the P waves are likely to cause the instability pattern on the \vec{c} vector.

The S -wave arrivals follow the P -waves as shown by the four major energetic bursts located under the dotted red lines. These energy patches have the lower frequency content and stronger amplitude associated with S -waves. In addition, clear patterns stand out on the polarization parameters around those times. The ellipticity color map proves to be difficult to interpret even after having applied the energy based mask. The numerous interactions between waves create a relatively unstable ellipticity parameter. The particle motion of the S waves is expected to be perpendicular to the ray path. As the ray path is nearly vertical (incidence at 20°) S waves are expected mainly in a near-horizontal plane. Both the \vec{c} and \vec{a} vectors orientations confirm this expectation as shown on their respective color maps. The \vec{c} vector is mainly white or black at the S -waves arrival times meaning a Down

or Up orientation and consequently a near horizontal S -wave plane. The \vec{a} vector is exhibiting patches of fully saturated color which again represents an horizontal major axis characteristic. In addition, the dominant color present on the \vec{a} patches matching S -waves energy location is pink. This color represents a major particle motion orientated [160-170°]. Since S -wave particle motion is orthogonal to the ray direction, this can be interpreted as dominant S_H wave type energy. A second less visible consistent \vec{a} color patch can be observed at S -waves arrivals times, green. This green color corresponds to a major particle motion oriented [70-80°] which leads to believe this could be S_v wave type.

Please note that the PPP and the SSS waves are more energetic than the PP and SS waves. These behaviors are not consistent with normal expectations. Some kind of surface reflection effect is suspected to play a role in this amplitude anomaly but a more detailed analysis, beyond the scope of this study, would be required to confirm this hypothesis.

The low frequency head of the Love wave can be observed on the amplitude spectrum matching fairly well the theoretical arrival time curves derived using the 3D CUB2.0 model. The energy seems distributed around the dotted red curve. On the ellipticity color map, the Love wave is very clear with a strong dominant blue crescent just above the theoretical arrival time. The high energy of the surface waves explain the consistence of this pattern that takes precedence over all other effects with the exception of the other surface wave type, the Rayleigh wave. The Love wave is then as expected linearly polarized and the \vec{c} vector is consequently irrelevant and suppressed by any ellipticity mask applied thereafter. The \vec{a} vector on the other hand reveals a fully saturated pink facies matching the Love wave arrival. This facies corresponds to an horizontal major particle motion oriented perpendicular to the back azimuth direction. As mentioned before, the Love wave energy is dominant on most of the [1700 - 2500]s time range with the exception of the [1900-2100]s interval where Love and Rayleigh waves are superimposed. In this time interval, Rayleigh waves dominate seismic signal as confirmed by the red pattern in ellipticity, typical of circular polarization. Rayleigh waves' energy seem to mostly follow the theoretical arrival curve as well and two main areas on the spectra exhibit Rayleigh waves' characteristics. The first area is the above mentioned [1900-2100]s interval and the second is located around 2500s. In both cases the circular nature of the polarization is not in doubt based on the ellipticity and therefore the \vec{a} is irrelevant and taken out. With fully saturated pink patterns, the \vec{c} vector carries the following information :

- the \vec{c} vector is nearly horizontal meaning that the polarization plane is vertical
- the \vec{c} vector is oriented 340-350° from North, consequently the polarization plane is aligned with the back azimuth direction (75 °)
- following the right hand rule, the \vec{c} vector's orientation indicates a retrograde rotation.

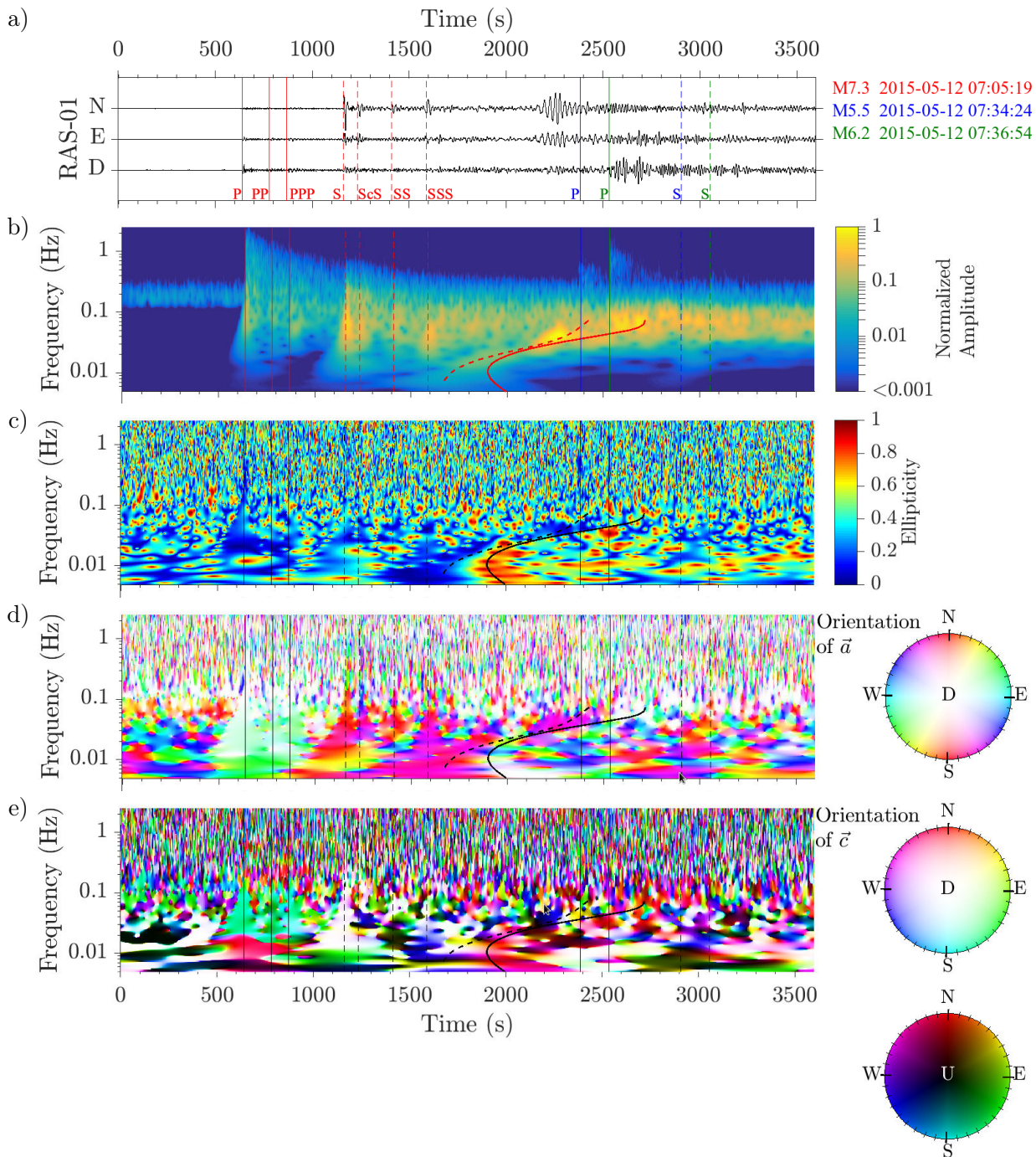


FIGURE 3.5 – Polarization analysis on real data example. The vertical red, blue and green lines show respectively the theoretical arrival times for the M_w 7.3 May 12th 2015 Nepal earthquake, the M_w 5.5 aftershock and the M_w 6.2 aftershock. The dotted and the plain red curves corresponds respectively to the theoretical arrivals of Love and Rayleigh waves. (a) 3-component time series. (b) Stockwell normalized amplitude spectrum averaged over the three components. (c) Ellipticity spectrum. (d) Orientation of \vec{a} spectrum. (e) Orientation of \vec{c} spectrum.

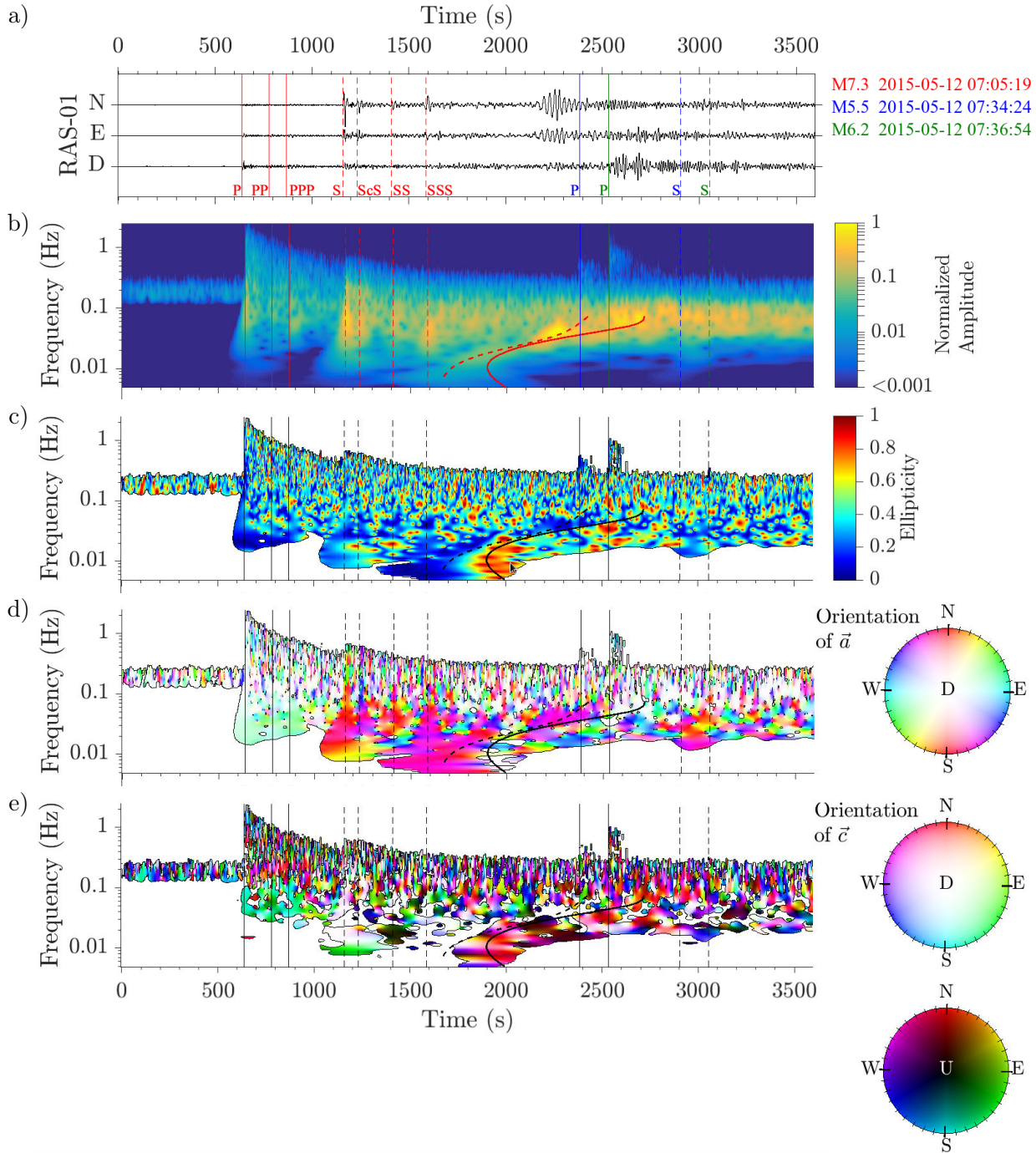


FIGURE 3.6 – Polarization analysis on real data example with mask. (a) 3-component time series. (b) Stockwell normalized amplitude spectrum averaged over the three components. (c) Ellipticity spectrum with an energy based mask using a 0.03% threshold. (d) Orientation of \vec{a} spectrum with energy and ellipticity based masks using a 0.03% energy threshold and 0.75 ellipticity threshold. (e) Orientation of \vec{c} spectrum with energy and ellipticity based masks using a 0.03% energy threshold and 0.25 ellipticity threshold.

Aftershocks P -waves arrive towards the tail of the surface waves and are only visible due to their high frequency content which makes them stand out on the amplitude spectra. Their linear polarization nature is confirmed by the solid blue color shown by the time-frequency cells on the ellipticity map. These P -waves are nearly vertical following the \vec{a} vector orientation. Aftershocks S -waves however, are drowned in the background energy of the mainshock. Nothing specific stands out on the ellipticity nor the amplitude spectrum at their theoretical times of arrival. The low frequency pink facies on the \vec{a} vector map might be related to S -waves energy from the aftershock but nothing conclusive may be claimed.

3.3.6 Conclusion

Well visualizing the polarization analysis results is a key element in identifying the seismic phases. Two optimized approaches have been proposed in this article : an angular and a vectorial approaches. These approaches both present the advantages of using a time-frequency representation of the parameters, including masking to improve readability and remove artifacts, and avoiding any assumption that may restrict the type of waves that are taken into account. The vectorial representation permits to reduce the number of color maps that need simultaneous interpretation while the angular representation is more suited to accurate figure reading. Applied to real data from an earthquake in Nepal, this approach shows good results cleaning up the figures and helping the interpreter identify surface waves. Further improvements to these approaches can be developed as for example the design of confidence masks that would estimate how well the derived elliptical polarization model fits the data and highlight the areas where the quasi-monochromatic assumption becomes invalid. The distinctive patterns shown for the different polarization states could be automatically detected and integrated in automatic detection methods.

3.4 Article : Part II - Spatial coherency study of the polarization through an array : Application to teleseismic records

Draft for submission to Geophysical Journal International

3.4.1 Abstract

The seismic wavefield is a combination of polarized waves. These waves are characterized not only by their propagation properties (i.e. velocity and direction of propagation) but also by the local particle motion trajectories they generate. These particle motion trajectories are related to the polarization properties of the waves and play a large part in identifying and extracting the seismic phases. The LSBB (Low Noise Underground Laboratory) 3-components seismic array offers the possibility to study the spatial coherency of polarization properties of a propagating wave through the array.

An optimized time-frequency decomposition of the polarization properties (ellipticity ρ , rectilinearity vector \vec{a} and planarity vector \vec{c}) is done for each station of the array. Applied to a teleseismic record, the study of the spatial coherency of the polarization yields three main results (i) a very precise station orientation (lower than 1 degree) is required to observe a significant spatial coherency (ii) a relative station orientation can be done by maximizing the spatial coherency of the polarization and (iii) if the precision of the station orientation is sufficient, identifying seismic phases according to their coherent polarization parameters becomes possible.

3.4.2 Introduction

Polarization analysis was originally developed for filtering purposes. A large number of methods describe different ways to characterize part of the polarization state using their own set of parameters [Flinn 1965, Vidale 1986, Kulesh *et al.* 2007, Pinnegar 2006]. Since these approaches are not aiming at fully characterizing the polarization for further use but at extracting the partial information required for filtering, none of the parameter sets were used to fully describe all polarization states. This article belong to a series of works to investigate the use of polarization characteristics in the characterization of seismic wavefields. Therefore, a standardized parameter set able to fully describe all polarization states assuming an elliptical model was developed prior to this work [chapter 3.1]. Using this parameter set and calculating the polarization parameters in time-frequency domain, the first article in the series [chapter 3.3] demonstrated the possibility of using polarization characteristics to assist in the interpretation of single 3-component station recordings.

This second article investigates the possibility to extend the use of polarization characteristics to seismic array data interpretation. Since the principle behind array design is to record redundant information, this article will assess the degree of redundancy that can be found back with the polarization parameters, calling it polarization spatial coherency. Using 3-component arrays, [Jurkevics 1988, Jepsen & Kennett 1990] demonstrated that the averaging the polarization parameters leads to more stable results which strongly suggests the present of a spatial coherency. A recent article by [Jones *et al.* 2016] studies in more details the similarity of seismic polarization using a statistical approach. Next in our article, the minimum material requirements to achieve a useable polarization spatial coherency will be discussed and finally an application of this coherency in supporting data interpretation and wavefield characterization will be provided. Please note that the real data applications are performed using teleseismic recordings. The teleseismic record was chosen for its energy content mostly located at low frequencies. Dealing with low frequency data allows to neglect the propagation time delays between the different stations of the array and simplifies spatial coherency analysis.

3.4.3 Definition of parameters to investigate the spatial coherency

Using the vectorial notations, the polarization state is fully defined by one scalar, the ellipticity ρ , and two orthogonal vectors, the planarity vector \vec{c} and the linearity vector \vec{a} . The coherency of the polarization is estimated through three criteria : the coherency in shape (ellipticity) and the coherency in orientation of the planar part and the coherency in orientation of the linear part. The deviation in polarization shape between two stations can be simply measured from the ellipticity values as follow :

$$\rho_{diff}(sta1, sta2) = |\rho_{sta1} - \rho_{sta2}| \quad (3.33)$$

The deviation in polarization orientation between two stations requires to quantify the angle between the two straight lines defined by the linearity \vec{a} vectors and the angle between the two planarity \vec{c} vectors. Since the \vec{a} vector is only defined in a half space, two nearly opposite \vec{a} vectors can only exist simultaneously in the horizontal plane. Even if these two opposite vectors would describe very similar motions, the angle between the two vectors would be very large introducing a false negative in the coherency analysis. To avoid such artifacts, the angle between the two straight lines corresponding to these vectors is calculated by taking the modulus of the dot product, as illustrated in equation 3.34. Opposite \vec{c} vectors however do represent different polarization states, therefore the deviation in orientation should take into account the vectors directions and is evaluated through the angle between the two vectors.

$$\theta_{\vec{a}}(sta1, sta2) = \text{acos}\left(\frac{|a_{sta1}^{\vec{a}} \cdot a_{sta2}^{\vec{a}}|}{\|a_{sta1}^{\vec{a}}\| \cdot \|a_{sta2}^{\vec{a}}\|}\right) \quad (3.34)$$

$$\theta_{\vec{c}}(sta1, sta2) = \text{acos}\left(\frac{c_{sta1}^{\vec{c}} \cdot c_{sta2}^{\vec{c}}}{\|c_{sta1}^{\vec{c}}\| \cdot \|c_{sta2}^{\vec{c}}\|}\right) \quad (3.35)$$

3.4.4 Application to teleseismic records

Vectorial polarization parameters are estimated on the M_w 7.3 Nepal earthquake that occurred on May 12th 2015. This earthquake was the main aftershocks of the large 25 April 2015 Gorkha Earthquake with M_w 7.8 (USGS) [Bhattacharai *et al.* 2015, Grandin *et al.* 2015, Adhikari *et al.* 2015]. The data were recorded on a 3-component array installed by the LSBB (Low noise laboratory underground) in France 66° from the epicenter for one hour from the moment the event occurred. The LSBB seismic array consists in six 3-component stations, five located at depth inside the gallery and one at the surface of the hill 500 m above. The Figure 3.7 depicts the spatial distribution of the stations.

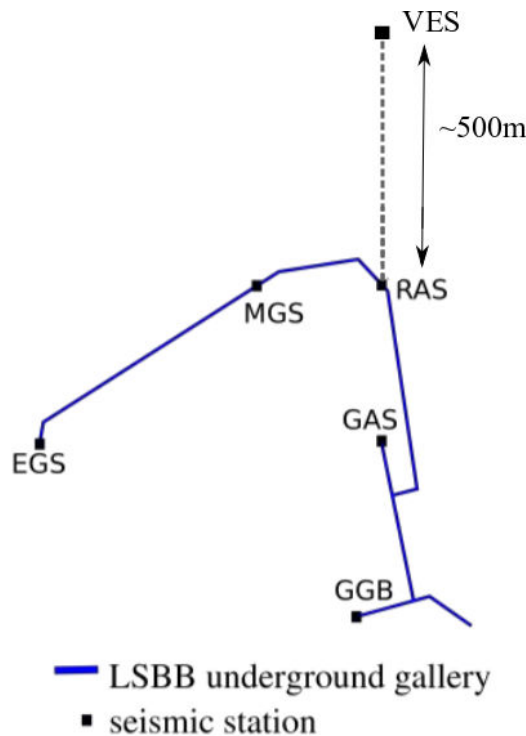


FIGURE 3.7 – Map of the LSBB seismic array

The choice of a teleseismic record for this study permits to neglect the propagation time delays within the array since most of the energy is expected below 1 Hz.

Figure 3.8 displays the result of the coherency analysis between the stations of the array taken in pairs. The top plot (Figure 3.8a) is a seismogram overlaying the six stations time series. All seismograms do superimpose very well, the only discrepancy can be spotted around 700s on the North component of station GGB-06 where a low frequency artifact is observed. The vertical lines point out the respective theoretical arrival times of the mainshock P -waves (red lines), the mainshock S -waves (dotted red lines), the aftershocks P -waves (blue and green lines) and the aftershocks S -

waves (dotted blue and green lines). The following time-frequency spectrum (Figure 3.8b) is the average amplitude spectrum over the 3-components and the 6 stations. The additional red curves, plain and dotted, show the theoretical arrival times of the Love and Rayleigh waves assuming 3D CUB2.0 model [Ritzwoller *et al.* 2003]. The theoretical arrival times seem to match fairly well the energy spikes in the spectrum with the exception of the aftershocks *S*-waves which appear to be drowned in the mainshock remaining energy. Finally, the three bottom plots (Figure 3.8c-d-e) represent the average over all the stations of the polarization parameters deviations calculated for every combination of two stations :

$$P_{diff} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{sta1=1}^N \sum_{sta2>sta1}^N \rho_{diff}(sta1, sta2) \quad (3.36)$$

$$\Theta_{\vec{a}} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{sta1=1}^N \sum_{sta2>sta1}^N \theta_{\vec{a}}(sta1, sta2) \quad (3.37)$$

$$\Theta_{\vec{c}} = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{sta1=1}^N \sum_{sta2>sta1}^N \theta_{\vec{c}}(sta1, sta2) \quad (3.38)$$

N represents the number of stations of the array (i.e. 6 in the case of the LSBB array).

Warm colors represent large deviations, cold colors correspond to low deviation so higher coherency. It is worth noting that on all three plots, the lower deviation envelopes always highlight the high energy areas even if energy and coherency are estimated completely independently from each other.

On the amplitude spectrum, the microseismic peak at 0.14 Hz is clearly visible before the mainshock arrival. Looking at the deviation plots, a frequency band centered around 0.07 Hz stands out of the red background exhibiting good coherency with deviations in the range of 0.01 for the ellipticity and a few degrees for the \vec{a} vector. The \vec{c} vector is less coherent with values in the ten degrees range. Both center frequencies correspond to the microseismic peaks; the coherency analysis shows that even if the peak at 0.14 Hz is the most energetic, it is the peak at 0.07 Hz which is the most coherent.

P-waves arrival are difficult to clearly delineate on the amplitude spectrum, on the contrary three very distinct blue patterns emerge from the red background on both the ellipticity deviation (P_{diff}) plot and the \vec{a} vector orientation deviation ($\Theta_{\vec{a}}$) plot. The coherency of the *P*-waves can be tracked up to high frequencies on the first arrival looking at these two deviation plots. The \vec{c} vector is less relevant due to the linearity nature of the *P*-wave's polarization, still good coherency level remains visible.

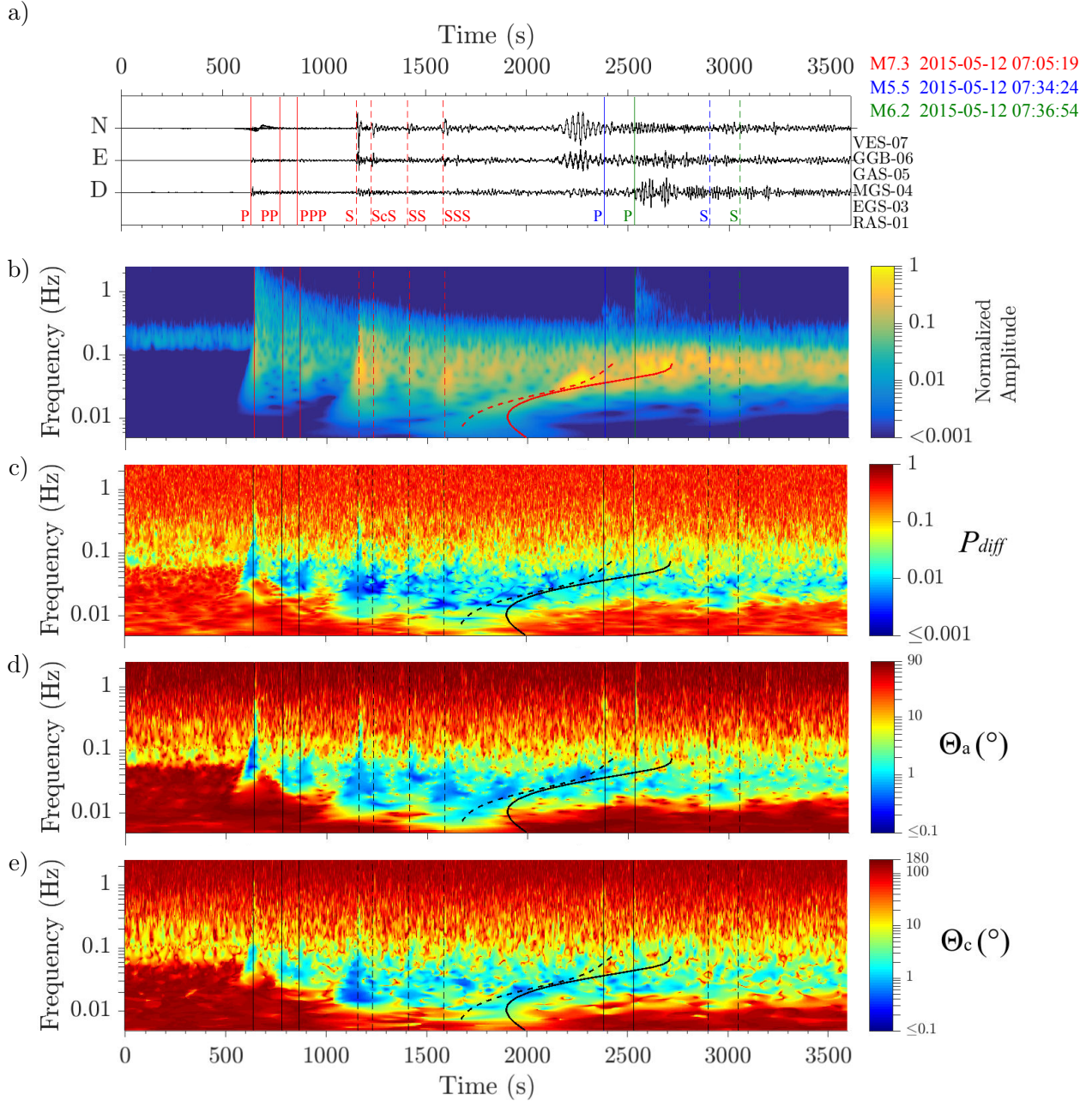


FIGURE 3.8 – Results with oriented sensors. (a) Seismograms (b) Normalized amplitude spectrum (c) P_{diff} spectrum. (d) $\Theta_{\bar{a}}$ spectrum. (e) $\Theta_{\bar{c}}$ spectrum.

Patterns showing high coherency levels directly correspond to the S -waves arrivals on the three deviation plots as well. These patterns reach lower in frequency which matches the energy characteristics of the S -waves. Each deviation plots show a slightly different picture of the coherency for the S -waves, $\Theta_{\bar{a}}$ exhibits more separated patches of very low deviations in a low deviation background while $\Theta_{\bar{c}}$ shows a more uniform low deviation pattern with the exception of the first arrival

that stands out.

The spatial coherency information given by each deviation plot varies much more for the surface waves. Using the theoretical arrival times for the Love and Rayleigh waves, it is difficult to see any coherency pattern following those curves emerge from the P_{diff} spectrum. The spectrum shows low deviation band between 0.2 Hz and 0.11 Hz but no distinctive feature inside it. On the $\Theta_{\vec{a}}$ spectrum however, low deviation values can be found along the Love's theoretical arrival curve with the exception of a short time interval around 2000 s where the coherency drops down slightly. This coherency drop coincides with a coherency increase on the $\Theta_{\vec{c}}$ spectrum. The $\Theta_{\vec{c}}$ spectrum does not present a good coherency pattern along the Love's arrival curve. This lack of coherency on $\Theta_{\vec{c}}$ might be explained by the linear nature of the Love waves which would make the \vec{c} parameter irrelevant and therefore unstable. Still on the $\Theta_{\vec{c}}$ plot a blue coherent pattern is observable at low frequencies around 1900 s where a red patch is present on $\Theta_{\vec{a}}$ plot. This blue pattern followed by the coherency increase mentioned above follow the arrival time curve of the Rayleigh waves and might be interpreted as areas of the spectra where Rayleigh waves are dominant. The Rayleigh waves are less visible on the $\Theta_{\vec{a}}$ spectrum due to their circular polarization. Good levels of coherency can still be seen on $\Theta_{\vec{c}}$ at longer times, these levels are mostly located below the Rayleigh arrival curve though which could mean that the theoretical curve is slightly off when comparing to the data or that this coherent energy should be attributed to other waves, this interpretation requires an analysis of the parameters themselves in addition to their coherency.

The P -waves from the aftershocks are only distinguishable at high frequencies on the energy spectrum. These two arrivals do not clearly stand out on the deviation plots either, except on the $\Theta_{\vec{a}}$ spectrum where two medium deviation level can be spotted in the red background at high frequencies. The S -waves are completely transparent in this analysis.

3.4.5 Precise station orientation requirement

The polarization orientation analysis is performed directly on the recorded three components of each station and therefore relies completely on the station's orientation in the global geodetic system. Any discrepancies in the station's orientation measurements will automatically trickle down to the polarization orientation itself. In this article, the polarization state is estimated at every six stations independently. The orientation accuracy of each individual station will have a direct influence on the estimated polarization orientation and as a consequence on the comparisons' results. Orientation errors may create artifacts in the deviation color maps that could lead to misinterpretations.

A campaign of measurement was performed as part of this thesis work to precisely establish the orientation of each station in the array using Fiber Optic

Gyrocompass. This measurement campaign was decided based on the results from a preliminary analysis run on stations in pairs. The measurement campaign yielded the results summarized in Table 3.3 that were used in the final spatial coherency analysis. Please note that these stations being located inside the LSBB underground tunnels, their primary orientation was performed based on georeferenced points and not using the more common compass approach which would have been incorrect due to the disruption in the magnetic field from the tunnels structure. Except for station VES-07, the orientation results from the gyrocompass actually reveals similar or better orientation of the stations than what could be expected of usual surface arrays often in the order of minimum 5° .

Station name	Degree from North
RAS-01	3.5
EGS-03	-1.8
MGS-04	9.1
GAS-05	-1.2
GGB-06	-14.8
VES-07	46.7

TABLE 3.3 – Station orientation from North estimated with gyrocompass.

Previous coherency analysis color maps have been estimated after correction of the orientation bias on all the stations in the array. Average results with correction applied only to the VES-07 station are shown on Figure 3.9. The VES-07 station was handled differently due to the very large orientation bias which would have introduced an uncommonly large bias in the results. This figure illustrates clearly the drop in spatial coherency on the polarization parameters related to the orientation. The ellipticity is only dependent on the orthogonality of the three components of a station not on its orientation. Therefore the ellipticity deviation between stations in an array will not be affected by errors in station's orientation. The $\Theta_{\vec{a}}$ and the $\Theta_{\vec{c}}$ parameters are strongly affected by these orientation errors. Even if the general envelop corresponding to the high amplitude spectrum can be found back on the color maps, nearly all the details within it are missing. Still P -waves arrival deviation level seems less affected on $\Theta_{\vec{a}}$ while it is the S -waves arrival deviation level and surface waves deviation level which continues to stand out on $\Theta_{\vec{c}}$. Based on the earthquake's location the ray path is expected to be close to vertical (incidence of 20°). Therefore the \vec{a} vector is expected to be close to vertical for the P -waves and the \vec{c} vector close to vertical for the S -wave and the Love waves whose polarization is within the horizontal plane. Orientating a station is only difficult for the horizontal components. Good control on the vertical component axis is easier to achieve with most stations equipped with built-in tilt correction solutions. Since the orientation errors mostly affect the horizontal components, any vectorial parameter mostly confined to the vertical axis will be

less affected which explains the earlier observations on $\Theta_{\vec{a}}$ and $\Theta_{\vec{c}}$.

The above analysis clearly shows that station orientation plays an important role in the quality and usefulness of the spatial coherency analysis for the two polarization parameters that depend on direction \vec{a} and \vec{c} . The independency of P_{diff} to the stations relative orientation is an important characteristic that may be exploited in order to set P_{diff} as a reference pattern identifying expected low deviation area. This mask on the ellipticity might be used in conjunction with an optimization scheme that would aim at minimizing $\theta_{\vec{a}}$ and $\theta_{\vec{c}}$ in the selected areas thus finding the best relative orientation between stations using an arbitrary station as reference. Ellipticity would be in such a system the corner stone on which relative orientation of unknown arrays could be performed permitting a better use of the following polarization analysis methods.

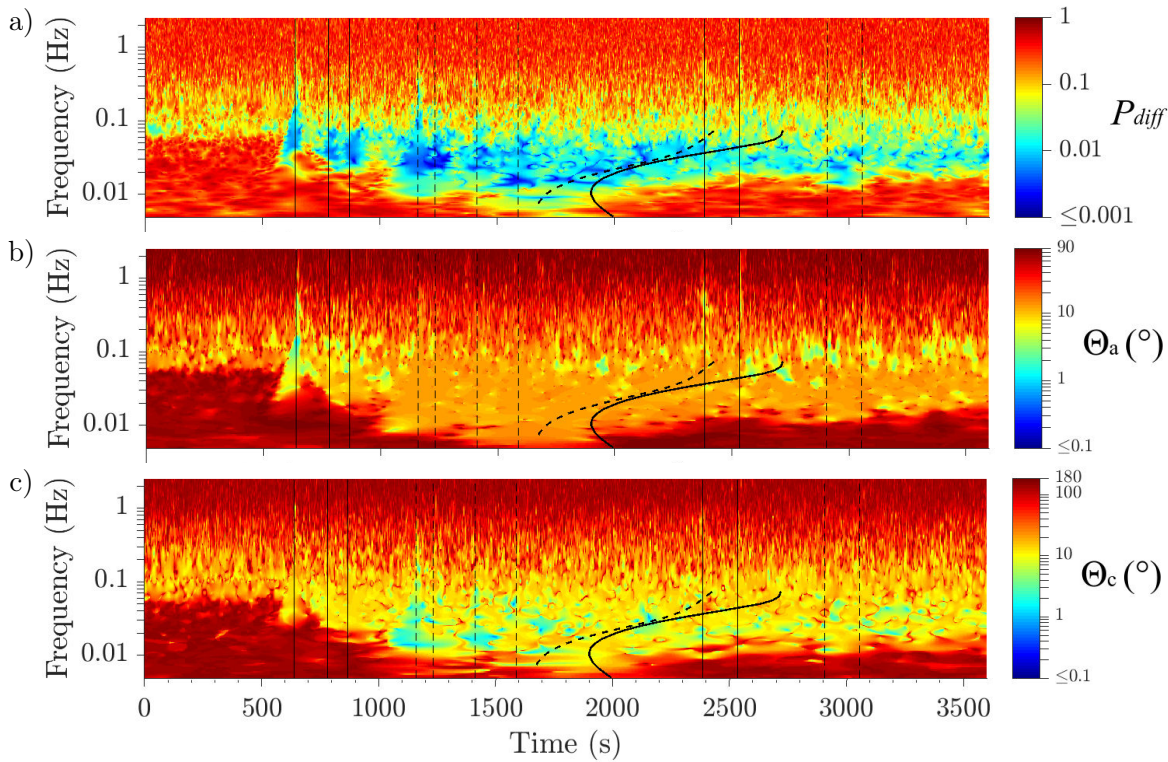


FIGURE 3.9 – Results with non-oriented stations (expected for VES station). (a) P_{diff} spectrum. (b) $\Theta_{\vec{a}}$ spectrum. (c) $\Theta_{\vec{c}}$ spectrum.

3.4.6 Identifying seismic phases

Provided that the stations composing an array have a precisely known orientation, spatial coherency is clearly present in the polarization parameters for tele-seismic records. This spatial coherency brings information on the reliability of the polarization parameters averaged over the array. The coherency analysis confirms

the validity of the averaging process of the polarization parameters calculated at each station. Indeed without coherency through the array, averaging the polarization parameters would not increase the signal to noise ratio but only create a blurry polarization profiles which worth would be in question. Designing coherency mask can be used to help selecting the relevant time-frequency areas for interpretation and identification of waves.

3.4.6.1 Coherency mask

The spatial coherency within the array was estimated based on three independent parameters. Each of these parameters could be used to derive a specific coherency mask to apply to the polarization parameters. It would however not make much sense to design a coherency mask based on $\Theta_{\vec{a}}$ and apply to \vec{c} since both parameters do not have the same validity spaces. The ellipticity deviation would be the only valid candidate as an input for a common mask on all polarization parameters. However, such a mask would not take out the specific areas where \vec{a} or \vec{c} are irrelevant (linear and circular case respectively); this would require the application of two specific other masks based on ellipticity threshold for \vec{a} and for \vec{c} similar to the masks proposed in [Chapter 3.3] on a single station. In this article, a specific mask was designed based on $\Theta_{\vec{a}}$ to be applied on \vec{a} and on $\Theta_{\vec{c}}$ to be applied on \vec{c} . This approach has the advantage of selecting areas where the averaging over the array made sense since the spatial coherency was high and take out the areas where either the average or the parameters themselves were irrelevant and thus unstable. To correctly interpret the polarization state, it is absolutely necessary to look at both \vec{a} , \vec{c} and ρ together. To ensure that the ρ colormap would gather the information for both vectorial parameters, a mask has been designed as the combination of both $\Theta_{\vec{a}}$ and $\Theta_{\vec{c}}$ based masks filtering away data only where both masks would exclude it.

Figure 3.10 is a panel of plots regrouping the average polarization parameters for the $M_w 7.3$ Nepal earthquake. Raw color maps are difficult to read and interpret even with the overlay of the wave types theoretical arrival times. On figure 3.11, the previously described masks have been applied selecting the most coherent areas for interpretation. As underlined in the earlier analysis of the deviation plots, some energy arriving before the mainshock located around 0.07 Hz is coherent on both \vec{a} and ρ showing a southward orientation of \vec{a} at roughly 200° from North and a rather low ellipticity value varying from 0 to 0.4. This energy can be attributed to the microseismic peak and its orientation points directly to the Mediterranean sea. The coherency masks were crucial to the identification of the direction of the microseismic peak energy.

The P waves arrivals marked by the theoretical arrival time curves and the energy patches are clearly delineated on all polarization parameters using the coherency masks. An additional arrival, the PcP may even be visible on both \vec{a} and ρ as underlined by the red vertical line at 700s. This low energy, slightly

less coherent arrival was completely drowned in the background energy in the raw plots but stands out in the filtered ones. The ellipticity and the \vec{a} orientation show consistent behavior with P -waves characteristics with low ellipticity values corresponding to linear polarization and a general orientation downward and in alignment with back azimuth direction (75°).

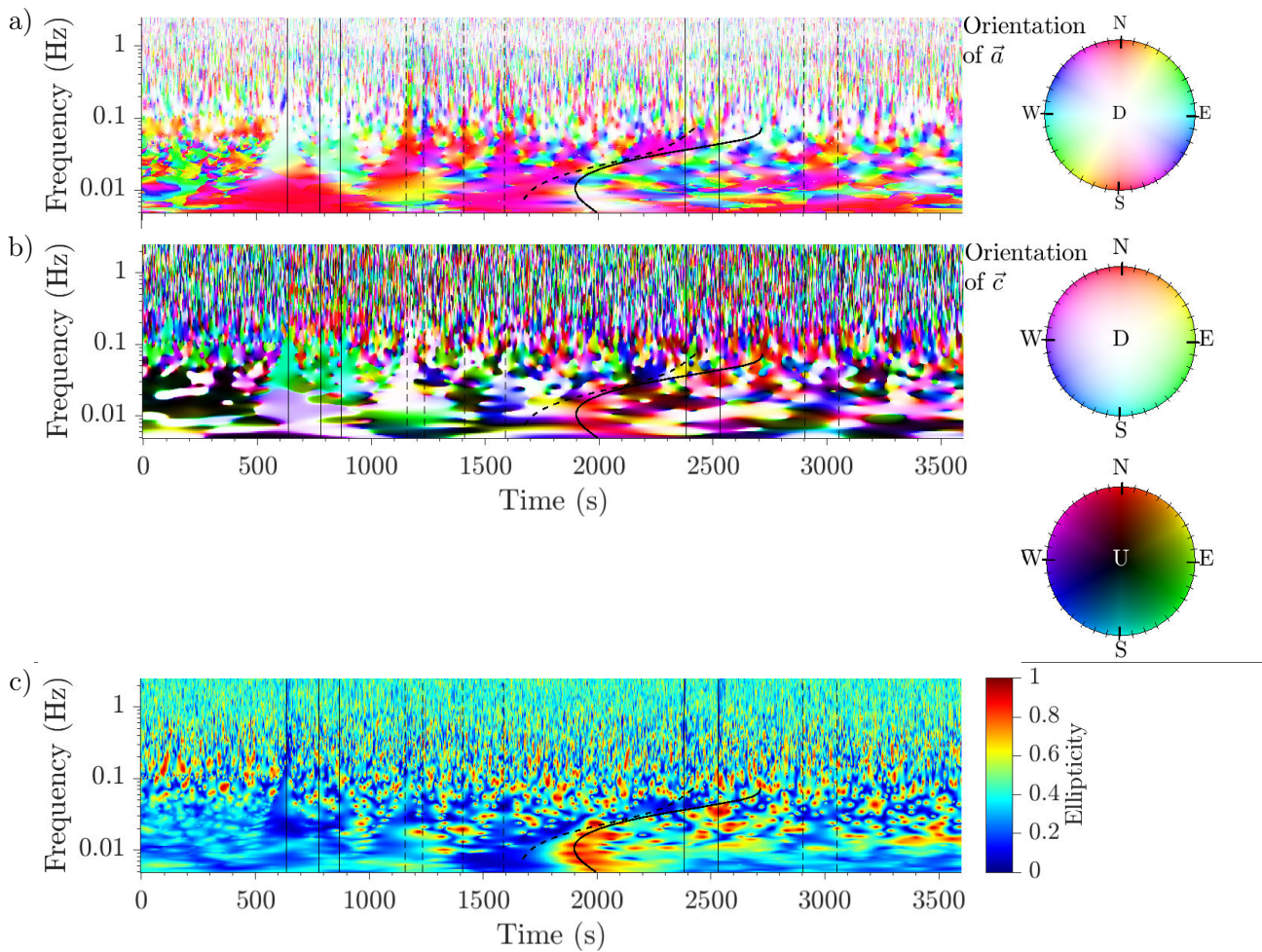


FIGURE 3.10 – Raw average polarization results. (a) \vec{a} vector orientation spectrum. (b) \vec{c} vector orientation spectrum. (c) ellipticity spectrum.

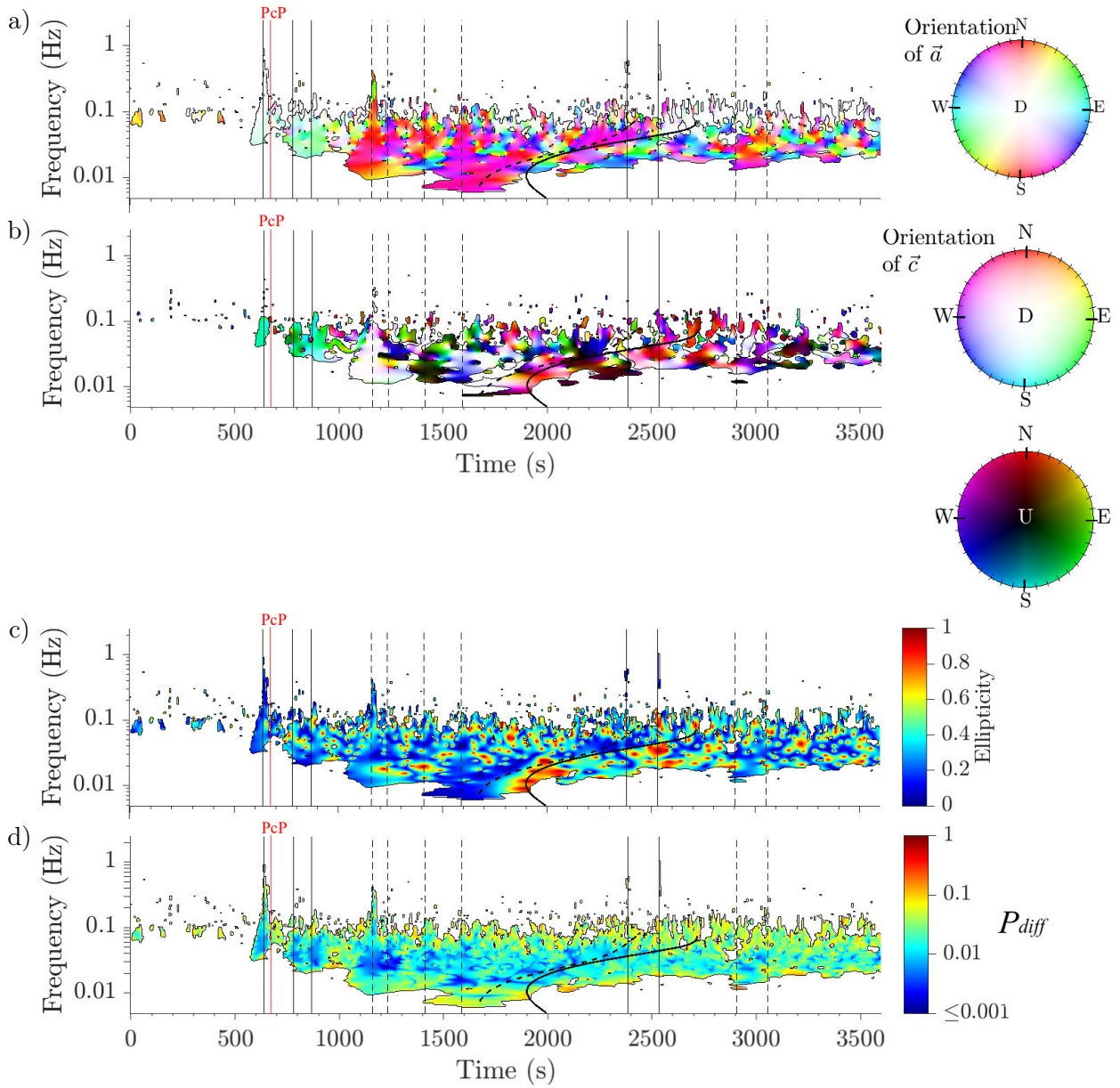


FIGURE 3.11 – Average polarization results with coherency mask with a threshold at 5 degrees for both $\Theta_{\vec{a}}$ threshold and $\Theta_{\vec{c}}$ threshold. (a) \vec{a} vector orientation spectrum. (b) \vec{c} vector orientation spectrum. (c) ellipticity spectrum. (d) P_{diff} spectrum.

The selected patches corresponding to the S -waves arrivals show fully saturated colors on the \vec{a} vector which infers near horizontal orientation confirmed by the white and black colors taken by the \vec{c} vector. The polarization parameters seem to be coherent for lower frequencies than for the P -waves in agreement with the energy distribution. The ellipticity of the S -waves is mostly consistent on the linear end close to 0.2 but a few red stains are present inside the blue background. These red stains still correspond to low deviation value and are therefore not a local artifact. They represent circular polarization but are hardly distinguishable on either \vec{a} or \vec{c} .

The Love and the Rayleigh waves arrival time curves are in some places very close. Due to their polarization characteristics, the Love waves and the Rayleigh waves will be irrelevant respectively on the \vec{a} for the Rayleigh waves due to their close to circular polarization and on the \vec{c} for the Love waves due to their linear polarization. It is interesting to see that the designed coherency based mask takes correctly care of these limit cases. On one hand, two well defined fully saturated pink patches nicely delineate the Love waves contribution on the \vec{a} color map following the theoretical arrival time dotted curve. These patches are met by two blank areas on \vec{c} and two deep blue areas on the ellipticity color map. On the other hand, the Rayleigh waves is identifiable on the ellipticity with two large red to yellow stains following the theoretical arrival curve at around 2000s and 2500s. Based on the ellipticity value, the Rayleigh waves do not seem perfectly circular, explaining the \vec{a} is still spatially coherent with a green full saturated hue that denotes a 70° orientation confined in the back azimuth plane. The \vec{c} exhibits two pink patches colocated with the red ellipticity patterns meaning that the vector is horizontal and pointing 240° from North describing a vertical polarization plane aligned with the back azimuth direction and a retrograde motion.

Two hints of the P -waves aftershock arrivals may be observed on both \vec{a} and ρ in the frequency interval [0.3 to 1]Hz. These narrow vertical bands are colored blue for the ellipticity and white for \vec{a} corresponding to purely linear polarization coming from directly below.

It is worth noting that even if the ellipticity values seem unstable as they vary sometimes very rapidly from one cell to another, the selection using the coherency masks ensures that these jumps are not due to local artifacts but most likely to waves interactions that do propagate inside the array. This is very well illustrated by the red dots included in the P -waves arrivals blue ellipticity patch which do not correspond to an increase in the P_{diff} parameter.

3.4.6.2 Coherency mask vs energy based mask

Energy based masks are the most intuitive way to select signals most interesting areas. The assumption behind the energy based masks is that if high energy is present it most likely represent interpretable signal. The following figure 3.12 shows

the application of a simple energy based mask and an additional ellipticity based mask in order to exclude the limit cases that may cause artifacts on the \vec{a} and \vec{c} maps. Both masks were defined in [Chapter 3.3]. Comparing to the previous maps where coherency masks were used (Figure 3.11), the first observation that meets the eye is the larger frequency band which is selected by the energy based mask including much more high frequency energy. Coherency masks have a tendency to favor low frequencies since propagation time delays were not taken into account. As higher frequencies are considered the influence of the time delays will become larger and cannot be neglected any longer. Extending the coherency masks towards higher frequencies would require to correctly take into account the propagation time delays which in turn would require knowledge of the waves' arrival direction and propagation velocity. Low energy areas notably located at low frequencies are more sensitive to local variation in the noise level. These areas are therefore more often seen as spatially incoherent. For example, the low frequency low energy area that may be associated with the mainshock P -waves arrival is showing large $\Theta_{\vec{a}}$, $\Theta_{\vec{c}}$ and P_{diff} values which would lead to its exclusion by a coherency mask.

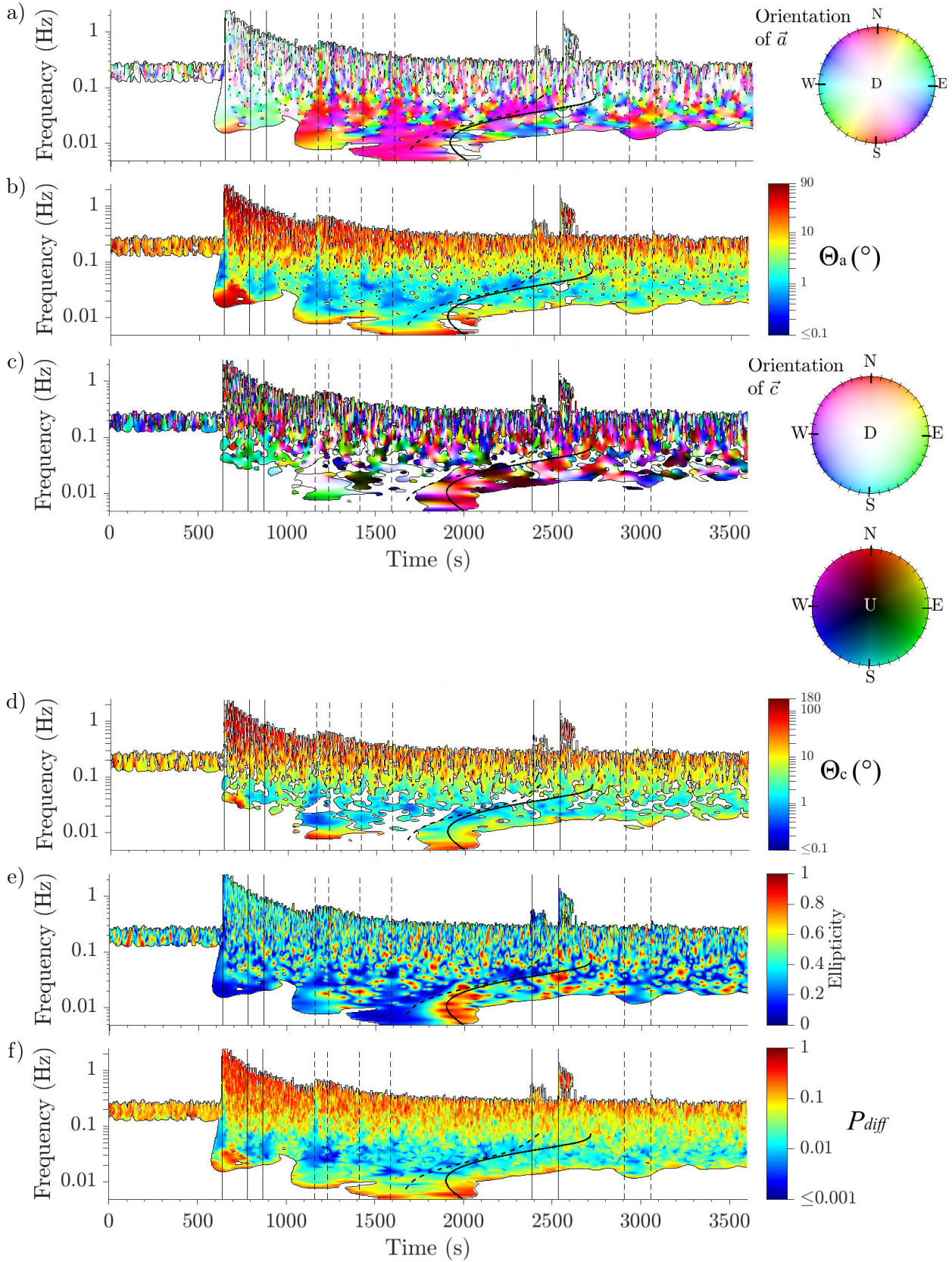


FIGURE 3.12 – Average polarization results with energy and ellipticity based mask. (a) and (b) \vec{a} vector orientation and Θ_a spectra with energy and ellipticity based masks using 0.03% energy threshold and 0.75 ellipticity threshold. (c) and (d) \vec{c} vector orientation and Θ_c spectra with energy and ellipticity based masks using 0.03% energy threshold and 0.25 ellipticity threshold. (e) and (f) Ellipticity ρ and P_{diff} spectra with an energy based mask using 0.03% threshold.

3.4.7 Conclusion

3-component seismic arrays open access to additional dimension information and polarization information in the study of seismic events. Teleseismic records are expected to mainly contain energy below 1 Hz. Based on the LSBB array aperture, the propagation time delays for a teleseismic event could be neglected. Teleseismic records are therefore chosen as a simpler case study to analyze the spatial coherency of the polarization parameters.

The polarization parameters are calculated for each station independently and then needed to be combined for analysis and interpretation. The most intuitive way to combine these parameters is to simply average them over the array. For this average operation to make sense, the polarization sets of parameters need to be correctly oriented relative to the same reference. The study of the average deviation of each polarization parameters for every combination of two stations in the array clearly showed that errors in station orientation would deteriorate the perceived spatial coherency. The orientation of the stations relative to each other is an important information to fully use 3C data recorded by an array. A method has been proposed to recover the relative orientation of the different stations by using teleseismic records in conjunction with an optimization process on the spatial coherency seen through polarization analysis.

When the stations are well oriented, a plane wave propagation through the array will result in coherent polarization parameters. In case of the teleseismic record, the spatial coherency study after orientation correction demonstrated the possibility to identify coherent wave propagation based on the polarization parameters' coherency. This criterion is a major advantage of the array polarization analysis over the single station approach. The single station approach can only select interesting area based on energy and provide a polarization state for this energy. Using an array, the selection based on spatial coherency ensures that the considered energy that is interpreted propagated through the array in addition to providing its polarization state. Noise which is recorded at station level will be reduced by the averaging process of redundant energy as well as excluded by the coherency mask.

Conclusion générale

(FR)

Cette thèse s'inscrit dans la lignée des travaux de recherche visant à mieux exploiter le potentiel des antennes 3-composantes. Ma démarche scientifique a débuté par l'établissement de l'état de l'art du traitement d'antenne 1-composante afin d'établir une base solide pour l'étude d'une extension aux 3-composantes. Cette étude bibliographique a abouti sur une publication illustrant une application sur un jeux de données au Kazakhstan. La suite de mon étude bibliographique a porté sur les méthodes actuelles prenant en compte les 3-composantes. L'aspect commun à chacune des méthodes est la nécessité de simplifier la recherche des caractéristiques du champ vectoriel d'ondes. Notre objectif étant d'analyser tout type d'ondes sans restriction a priori, nous sommes parvenus à la conclusion qu'il était nécessaire de considérer une approche permettant de séparer les caractéristiques du champ d'ondes en deux, les paramètres de propagation d'un côté et les paramètres de polarisation de l'autre. A cette étape de notre raisonnement, l'inconnue principale est la manière par laquelle les paramètres de polarisation peuvent être établis, visualisés et utilisés dans l'analyse en antenne. Les principaux travaux de cette thèse se sont concentrés sur la résolution de ces questions pour une station isolée puis pour une antenne dans la perspective de réunir ces résultats avec le traitement d'antenne pour l'établissement des caractéristiques du champ d'ondes vectoriel.

Pourquoi utiliser des stations multi-composantes ?

Les stations multi-composantes permettent d'enregistrer le vecteur vitesse particulaire au passage de l'onde au même point et au même instant suivant les trois directions de l'espace. Elles permettent donc de prendre en compte le champ d'ondes vectoriel complet et non plus simplement la dimension verticale. Les ondes, qui possèdent une composante horizontale telles les ondes de surface ou les ondes S, bénéficient d'une meilleure représentation. Même les ondes P, bien que souvent principalement verticales, possèdent via leur incidence une part d'énergie horizontale qui dans le cas de stations mono-composantes reste ignorée. L'enregistrement sur les 3 composantes est un pré-requis nécessaire à la description du mouvement complet du sol au passage d'une onde. Une opération de traitement du signal permet par la suite d'extraire et de représenter les caractéristiques de polarisation. Les stations multi-composantes en ouvrant les enregistrements aux dimensions horizontales et en donnant accès à la polarisation apportent des informations complémentaires précieuses à l'analyse et à l'interprétation du champ vectoriel d'ondes sismiques.

Quels sont les avantages de l'antenne face à la station isolée ?

La distribution spatiale des stations constitue le plus grand avantage des antennes. Cette dimension spatiale permet d'enregistrer des informations redondantes

et donc d'améliorer le rapport signal à bruit. Du fait de la taille réduite des antennes, une onde sismique qui se propage à travers l'antenne est vue comme cohérente, ce qui signifie que moyennant un modèle de propagation, le mouvement enregistré à chaque station au passage de l'onde est similaire. Cette cohérence spatiale et temporelle s'étend à tous les paramètres de l'onde que ce soit l'amplitude ou la polarisation.

Différents critères de cohérence en amplitude sont classiquement utilisés dans l'estimation des paramètres de propagation. Un exemple d'application a été donné à travers l'étude des ondes de coda au Kazakhstan (chapitre 2.4).

Les résultats de l'analyse de la polarisation à travers une antenne dans le cas d'un télé-séisme montrent la possibilité d'utiliser des critères de cohérence spatiale de la polarisation dans la sélection et l'identification des phases sismiques (chapitre 3.4). Ces résultats ouvrent également d'encourageantes perspectives quant à l'utilisation de la polarisation dans l'estimation des paramètres de propagation pour l'analyse de signaux à plus hautes fréquences.

Comment paramétrer et représenter la polarisation dans l'espace ?

Tout signal décomposé en bandes étroites de fréquence peut s'écrire sous forme d'une somme d'ondes quasi-monochromatiques donc de mouvements quasi-elliptiques. Un modèle elliptique est donc adapté à la description de la polarisation. Ce modèle comprend l'ensemble des états de polarisation possibles, incluant les cas limites linéaire et circulaire. Paramétrer un état de polarisation revient donc à paramétrer et orienter une ellipse dans l'espace. Les travaux de cette thèse ont conduit à la proposition d'un système unifié et exhaustif de paramètres vectoriels (chapitre 3.1). Ce système de paramètres comprend un paramètre pour contrôler la forme de la polarisation, l'ellipticité; un paramètre pour orienter la direction principale du mouvement, le vecteur \vec{a} ; et un paramètre pour orienter le plan de polarisation et le sens de rotation, le vecteur \vec{c} , qui permet par exemple de rendre compte du mouvement prograde ou rétrograde des ondes de Rayleigh.

Ces paramètres vectoriels présentent un intérêt particulier pour la visualisation de la polarisation (chapitre 3.3). L'interprétation de l'état de polarisation des ondes requiert la visualisation simultanée et la comparaison de tous les paramètres de polarisation. La notation vectorielle permet de simplifier l'interprétation de la polarisation en réduisant le nombre de paramètres à représenter conjointement tout en prenant en compte tout type d'ondes du cas linéaire au cas circulaire.

L'approche de la polarisation dans cette thèse que ce soit l'estimation des paramètres ou leur représentation a soigneusement pris en compte l'évolution temporelle comme fréquentielle des ondes sismiques. Cette approche temps-fréquence de la polarisation est à ce jour sous-utilisée dans la visualisation notamment. Elle est cependant essentielle à la séparation d'ondes simultanées en temps par leurs contenus fréquentiels. Du fait de cette approche temps-fréquence, les visualisations des paramètres de polarisation doivent s'effectuer sous forme de carte en couleur dont la saturation, la teinte et la luminosité peuvent être utilisées pour représenter toutes

les dimensions des paramètres, notamment des paramètres vectoriels.

Quels sont les apports de la polarisation dans l'interprétation des signaux ?

L'étude de la polarisation apporte une source d'information complémentaire pour l'identification et l'interprétation des phases sismiques. Tandis que le traitement d'antenne permet de qualifier la propagation du champ d'ondes, l'analyse de polarisation permet de rendre compte de l'aspect vectoriel du champ d'onde. Un exemple d'utilisation de la polarisation pour aider à l'interprétation du champ d'ondes a été développé dans cette thèse (chapitre 3).

L'analyse de polarisation à partir d'une seule station 3 composantes est déjà une grande source d'information sur le champ d'ondes (chapitre 3.3). Le recoupement des informations apportées par les états successifs de polarisation avec les observations effectuées sur le sismogramme et le spectre d'amplitude en temps-fréquence permet de déduire l'identité des phases sismiques avec une meilleure certitude. Des masques basés sur l'ellipticité et sur l'énergie guident la lecture des cartes de polarisation de sorte à faciliter le recoupement des informations. L'analyse de la polarisation d'une station unique prend en compte l'ensemble de l'énergie enregistrée quel que soit sa provenance. Autrement dit, il est impossible d'identifier la part d'énergie attribuable à l'événement sismique étudié du reste de l'énergie.

L'association de plusieurs stations 3 composantes apporte une dimension spatiale nécessaire à la sélection des cellules temps-fréquence porteuses d'information (chapitre 3.4). Cette sélection est fondée sur la cohérence spatiale de la polarisation utilisée comme critère de propagation à basse fréquence. Cette condition de basse fréquence permet de négliger les délais de propagation d'une onde entre les stations. Lorsqu'une onde se propage à travers l'antenne, elle sera vue simultanément par les stations et un même état de polarisation est attendu. Autrement dit, tout ce qui est cohérent du point de vue de la polarisation correspond au signal et tout ce qui ne l'est pas au bruit. Ce critère est limité par la configuration de l'antenne et favorise les basses fréquences. L'utilisation des hautes fréquences nécessite de considérer des décalages temporels, ce qui reste à étudier. Le concept de cohérence peut lui aussi se traduire sous forme de masques applicables aux cartes couleur de polarisation complémentaires des masques basés sur l'énergie et l'ellipticité.

Malgré la dimension spatiale apportée par la formation d'antennes, la plupart de ces antennes sont confinées au plan horizontal, c'est pourquoi un traitement d'antenne ne permet pas la détermination de l'incidence de la propagation, seule la polarisation offre la possibilité d'accéder à cette information.

La polarisation ne peut exister que si une connaissance ferme, a priori ou hypothétique de la direction de propagation de l'onde précède l'analyse de polarisation. Sans la connaissance de la direction de propagation, seul le mouvement des particules peut être décrit, pas l'état de polarisation. La direction de propagation peut être établie de manière ferme grâce à un traitement d'antenne, ou a priori grâce à la localisation du séisme, ou hypothétique en associant la polarisation linéaire de l'onde

P à la trajectoire de l'onde. Les applications d'analyse de polarisation présentées dans cette thèse sont fondées sur les connaissances a priori et hypothétiques.

Comment utiliser conjointement traitement d'antenne et polarisation ?

Le traitement d'antenne classique est constitué de méthodes mono-composantes basées sur la cohérence des signaux en amplitude (chapitre 2.3). La multiplication des données 3 composantes a entraîné l'extension de ces méthodes pour exploiter simultanément la polarisation et la propagation (chapitre 2.5). Sans hypothèse restreignant le modèle de polarisation, ces méthodes conjointes requièrent la résolution de problèmes inverses qui nécessite une approche d'optimisation lourde peu adaptée à la complexité d'un champ d'ondes dans l'espace 3D. L'utilisation d'hypothèses restrictives permet de rendre les méthodes conjointes viables mais limite grandement leur domaines d'application. Par exemple, pour l'étude des ondes de surface, l'hypothèse forte de l'orthogonalité des ondes de Love et de Rayleigh permet de restreindre l'approche conjointe à deux cas 2D. Une autre approche considère uniquement les cas de polarisation linéaire mais garde l'aspect vectoriel du champ d'ondes dans l'espace 3D. Afin de contourner le problème épineux de l'optimisation tout en évitant les hypothèses restrictives sur le modèle de polarisation, deux approches alternatives ont été proposées dans cette thèse. Ces deux approches proposent d'aborder le problème en deux étapes successives :

- soit exécuter un traitement d'antenne pour récupérer des paramètres de propagation préliminaires sans tenir compte de la polarisation et ensuite utiliser les délais de propagation obtenus pour l'analyse de la polarisation moyenne sur l'antenne.
- soit estimer l'état de polarisation sur chaque station de l'antenne indépendamment pour ensuite chercher les paramètres de propagation qui permettent de maximiser la cohérence spatiale des paramètres de polarisation.

Quelle est l'influence de l'orientation des stations sur la validité des résultats d'une analyse de polarisation en antenne ?

Toute analyse utilisant les signaux d'une antenne repose sur la similitude et la capacité à comparer les enregistrements de chaque station composant l'antenne. Bien que d'autres paramètres puissent jouer un rôle prépondérant dans l'utilité finale d'une antenne, les résultats de cette thèse montrent que l'orientation précise des capteurs est indispensable à l'analyse de polarisation (chapitre 3.4). Deux des paramètres de polarisation sont des paramètres d'orientation dont la valeur est directement impactée par la précision de l'orientation de chaque station. L'étude de cas présentée dans cette thèse illustre l'effet déterminant d'orienter très précisément les capteurs afin de pouvoir considérer la cohérence spatiale de la polarisation qui était jusqu'alors inutilisable avec l'orientation précédente malgré des erreurs de l'ordre

de ± 5 degrés. La précision inférieure au degré obtenue lors de la campagne de mesure au gyrocompas a permis au niveau de cohérence de la polarisation d'émerger clairement du bruit de fond.

Si l'orientation est un pré-requis essentiel à l'utilisation de la cohérence de polarisation dans les analyses en antenne de signaux basses fréquences, un processus inverse d'optimisation peut être imaginé afin d'orienter relativement les stations d'une antenne entre elles. En effet, comme évoqué dans cette thèse, une méthode inverse d'optimisation maximisant la cohérence des paramètres d'orientation de la polarisation dans une antenne peut être directement liée à une fonction de coût visant à trouver le meilleur ensemble d'erreurs d'orientation horizontales. Comme l'ellipticité ne dépend pas de l'orientation des stations, la cohérence spatiale associée à ce paramètre ne sera pas impactée et peut être utilisée pour discriminer le signal du bruit et donc pré-sélectionner un sous ensemble signal propice à l'optimisation. Ce type de méthodes pourrait être très utile dans le cas de station en forage afin d'orienter cette station relativement à une station en surface connue ou de données historiques dont l'orientation précise est inconnue et irrécupérable.

Quelles perspectives ?

Utilisation des antennes sismiques de l'IMS

L'analyse de la coda au Kazakhstan (chapitre 2.4) a mis en évidence une coda atypique dont les directions d'arrivées, observées par traitement d'antenne sur différentes antennes autour du Kazakhstan, évoluent avec le temps et pointent dans des directions inattendues. L'ensemble des antennes utilisées comporte une station centrale 3 composantes, qui offre la possibilité d'effectuer une analyse de polarisation complémentaire dans l'espoir de recueillir des informations utiles pour aider à l'interprétation de ces ondes diffractées. Cette approche peut être étendue à la plupart des antennes de l'IMS. Ceci nécessite une attention particulière due à la différence des bandes de fréquences couvertes par la station centrale généralement large bande et par les stations mono-composantes généralement courte période. Le recoupement des informations ainsi obtenues est seulement valide sur la bande de fréquence commune.

Analyse conjointe traitement d'antenne et analyse de polarisation

L'un des enjeux principaux pour pleinement utiliser les antennes 3C est de pouvoir coupler le traitement d'antenne avec l'analyse de la polarisation afin d'améliorer l'identification des phases sismiques et l'interprétation des sismogrammes. Dans cette thèse, deux stratégies distinctes ont été proposées pour arriver à ce résultat. La stratégie *A* utilise les résultats du traitement d'antenne pour l'estimation de la polarisation, alors que la stratégie *B* utilise les résultats de l'analyse de polarisation sur chaque station pour retrouver les paramètres de propagation par traitement d'antenne. Chacune de ces stratégies reste cependant à développer et comprend ses défis relatifs.

L'estimation des paramètres de propagation par traitement d'antenne est la première étape de la stratégie *A*. La meilleure approche au traitement d'antenne 3C reste à déterminer, il peut être abordé soit en utilisant une seule des composantes, soit en moyennant sur chaque composante ou encore en utilisant le principe de semblance appliqué aux signaux vectoriels. Une fois les paramètres de propagation obtenus, les délais de propagation peuvent être pris en compte dans l'estimation de la polarisation pour chaque station et une cohérence spatiale de polarisation peut être analysée afin de déterminer si une moyenne de la polarisation peut être réalisée sur l'antenne.

Dans le cas de la stratégie *B*, la première étape consiste à estimer les paramètres de polarisation à chaque station puis à utiliser chacun de ces paramètres comme entrée au traitement d'antenne à la place des signaux ; autrement dit rechercher les délais de propagation qui vont maximiser la cohérence spatiale des paramètres de polarisation moyennant un modèle de propagation.

Classification automatique des phases sismiques

La création et l'utilisation des masques dans les chapitres 3.3 et 3.4 ont démontré la possibilité de sélectionner les zones temps-fréquence porteuses d'information, soit les zones les plus énergétiques soit les zones les plus spatialement cohérentes du point de vue de la polarisation. Ces zones d'intérêt peuvent être raffinées afin de regrouper les cellules temps-fréquence proches en familles. La proximité des cellules peut être définie par une fonction distance prenant à la fois en compte la proximité des cellules en temps et en fréquence et la similarité des paramètres de polarisation. Une fois le regroupement en famille effectué, interpréter le sismogramme revient à associer chaque famille à une phase sismique. Cette approche peut aussi bien s'appliquer à des données de stations isolées comme à des données d'antennes à basses fréquences.

Le principe de regroupement en famille peut aussi être utilisé avec les paramètres de propagation comme critère, par exemple le post-traitement de PMCC (chapitre 2.3.7.2). Les phases sismiques étant caractérisées par leurs paramètres de propagation et de polarisation, le regroupement en familles ne pourrait que bénéficier de l'utilisation de ces deux ensembles de paramètres dans la définition des familles. Ceci nécessite de faire l'analyse conjointe traitement d'antenne - analyse de polarisation en amont.

(EN)

This thesis belongs to the body of work dedicated to better exploit the 3-component arrays large potential. I started my research by reviewing extensively the array processing techniques state of the art for 1-component arrays to establish a solid background on which the extension to 3-components can be assessed. This bibliographical work led to a publication illustrating the application of 1-component array processing on data recorded in Kazakhstan. The second part of the bibliographical review focused on the current 3-component array processing techniques. These techniques share the common feature of needing to simplify the search for the vectorial wavefield characteristics. Based on this observation, we reached the conclusion that to fulfill our objective to analyze any kind of waves without introducing limiting hypothesis we would have to consider an approach separating the wavefield characteristics in two parts, the propagation parameters on one hand and the polarization parameters on the other. Following this reasoning, the main question for us at this stage was how to establish, visualize and use the polarization parameters in array processing. This thesis' main work focuses on answering the three questions above, first using an isolated 3-component station and then an array with the final objective to integrate these results in array processing to establish the characteristics of the vectorial wavefield.

Why using 3-component stations ?

Multi-component stations record the particle velocity vector induced by a traveling wave at one point in space and time for the three directions of space. They therefore permit to take into account the complete wavefield instead of the vertical dimension only. Waves presenting dominant horizontal components such as surface waves or S-waves are better represented by 3-component records. Even P-waves which are in general mainly vertical possess some energy on the horizontal components due to incidence, an energy which would be completely ignored by 1-component recording systems. Recording on the 3-components is a pre-requisite to the full description of the ground motion induced by a traveling wave. The wave's polarization characteristics can be extracted and represented through the processing of these recorded signals. By extending the recording to the horizontal dimensions and giving access to the waves' polarization characteristics, multi-component stations provide complementary information invaluable to the analysis and the interpretation of the seismic vectorial wavefield.

What are the advantages of the array versus the single station ?

The spatial distribution of the stations constituting an array is the main advantage of arrays versus single stations. This spatial dimension creates redundancy in the recorded data which can be used to improve signal to noise ratio. A seismic wave propagating through an array is seen as coherent because of the limited extension of arrays. This means that, provided a propagation model, the particle motions re-

corded at each station in the array are similar. This spatial and temporal coherency applies to all the waves parameters amplitude as well as polarization.

Various amplitude coherency criteria are commonly used in propagation parameters estimation. An example of application was given in the study of coda waves from Kazakhstan data (chapter 2.4).

The results from the polarization analysis through an array using teleseismic records demonstrated the possibility to use spatial coherency criteria with polarization characteristics to select and identify seismic phases (chapter 3.4). These results also open encouraging perspectives toward the use of polarization in propagation parameters estimation for higher frequency signals.

How to parameterize and represent polarization in space ?

Any signal decomposed in narrow frequency bands can be written as a sum of quasi-monochromatic waves, i.e. a sum of quasi-elliptical motions. The elliptical model is therefore well suited to the description of polarization. This model covers every possible polarization states including the linear and circular limit cases. To parameterize a polarization state is equivalent to parameterize and orientate an ellipse in space. This thesis work led to a standardized and exhaustive vectorial parameter system (chapter 3.1). This parameter system includes a parameter to control the polarization shape, the ellipticity ; a parameter to orientate the major displacement direction, the \vec{a} vector ; and a parameter to orientate the polarization plane and the direction of rotation, the \vec{c} vector, which permits to describe the prograde or retrograde motion of Rayleigh waves for example.

These vectorial parameters prove particularly interesting for the polarization visualization (chapter 3.3). The interpretation of the waves' polarization state requires simultaneous visualization and comparison of all the polarization parameters. The vectorial notation simplifies the interpretation by reducing the number of parameters to display while still taking into account every wave types from circular to linear polarization states.

In this thesis, the variation of seismic waves with time and frequency has been carefully handled in both the parameters estimation and display. This time-frequency approach of the polarization is to this day underused especially in visualization. It is however essential to the separation of simultaneous wave arrivals with different frequency contents. The polarization parameters visualization in time-frequency requires the use of color map where saturation, hue and brightness can be used to represent the different dimensions of the vectorial parameters.

How does polarization contribute to signal interpretation ?

Polarization study offers an additional source of information to identify and interpret seismic phases. Array processing permits to describe the wavefield's propagation while polarization analysis permits to characterize the vectorial aspect of the wavefield. An example of the use of the polarization to help the wavefield

interpretation is developed in these thesis (chapter 3).

Polarization analysis from a single 3-component station is a large source of information on the wavefield (chapter 3.3). The cross referencing of the successive polarization states with seismogram observations and time-frequency amplitude spectrum permits to infer the identity of the seismic phases with greater confidence. Ellipticity and energy based masks can guide the reading of polarization maps in order to help the cross referencing. Polarization analysis from a single station takes into account energy of the whole recording whatever its origin. In other words, it is not possible to identify the part of energy attributable to a seismic event from the rest.

The association of several 3-component stations creates a spatial dimension required to the selection of relevant time-frequency cells (chapter 3.4). This selection is based on the spatial coherency of the polarization used as propagation criterion at low frequency. The low frequency condition permits to neglect the propagation delays between the different stations. A seismic wave propagating through the array can be seen simultaneously by the different stations of the array and a same polarization state is expected. In other words, spatially coherent polarization part of the polarization is associated to signal and spatially incoherent polarization part to noise. This criterion is limited by the array configuration and favors the low frequencies. Using high frequencies requires to take into account time delays, which remains to study. The coherency concept can also be used to define complementary masks that can be applied on polarization colormaps in addition to energy and ellipticity based masks.

Despite the spatial dimension brought by the array concept, most existing arrays are confined in an horizontal plane. This 2D limitation prevents us from determining the incidence of the wave propagation. In such case, only the polarization gives the possibility to obtain this information.

Polarization can only make sense if the direction of wave's propagation is either firmly, a priori or hypothetically known before the polarization analysis. Without the knowledge of the direction of propagation, only the particle motion can be described, not the state of polarization. The direction of propagation can be firmly established by array processing, or a priori estimated by knowing the event location, or hypothetically assumed by associating the linear polarization of the P wave to the path direction. In this thesis, polarization analysis applications are based on the a priori and hypothetical knowledges.

How to jointly use array processing and polarization analysis ?

Common array processing is made of mono-component methods based on the signal coherency in amplitude (chapter 2.3). The multiplication of 3-components data lead to the extension of these methods to simultaneously exploit the polarization and the propagation (chapter 2.5). Without introducing limiting hypothesis on the polarization model, these extended methods are required to solve inverse problems by using heavy optimization schemes poorly adapted to the complexity of a 3D wavefield. The use of limiting hypothesis renders the extended methods viable

but seriously limits their application domains. For example, to study surface waves, the strong hypothesis of orthogonality of Love waves with Rayleigh waves permits to simplify the extended approach to two 2D cases. Another approach is to only consider the linear polarization case but keep the 3D aspect (the linear polarization can be arbitrarily orientated in the 3D space). To bypass the tricky problem of optimization without limiting the polarization model, two alternatives were proposed in this thesis. The two alternatives approach the problem in two successive steps :

- Perform an array processing to recover propagation parameters without taking into account polarization, and then, use the obtained propagation delays in the array average polarization analysis
- Estimate the polarization state at each station of the array independently to later find the propagation parameters which maximize the spatial coherency of the polarization parameters.

What is the influence of station orientation on the results validity of polarization analysis on an array ?

Any analysis using array data is based on the similarity and the capacity to compare records from each station in the array. Even though other parameters can play a major role in the final array utility, the results of this thesis show that a precise station orientation is essential to the polarization analysis. Two amongst the polarization parameters are orientation parameters which are directly impacted by the accuracy of each station's orientation. The case study in this thesis illustrates the importance to precisely orientate the sensors in order to be able to consider spatial coherency of the polarization which was unusable with the previous orientation accuracy despite errors in the order of 5 degrees. The lower than 1 degree accuracy obtained with a gyrocompass in a dedicated measurement campaign permits an increase in the level of spatial coherency for the polarization up to the point where it clearly emerges from the background noise.

Since the orientation is an essential pre-requisite to the use of the polarization coherency in array analysis of low frequency data, an inverse process of optimization can be imagined to orientate the stations of an array relative to each other. Indeed, as mentioned before in this thesis, an optimization method using a cost function designed to find the best set of horizontal orientation errors that would maximize the coherency of the polarization's orientation parameters in an array would permit to orientate the stations relative to each other. Since the ellipticity is not affected by orientation issues its associated spatial coherency will never vary and can be used to discriminate between signal and noise and therefore select the signal subset to be used in the above described optimization scheme. This type of methods could be particularly useful in the case of a borehole station to orientate this station relatively to a precisely orientated station at the surface or for historic array data where the orientations are unknown and unrecoverable.

Which perspectives ?

IMS seismic array use

The coda analysis in Kazakhstan (chapter 2.4) highlights an atypical coda where the direction of arrivals, observed by array processing on different arrays around Kazakhstan, changes with time and takes unexpected values. All the used arrays contain one station co-located with a 3C station, which offers the possibility to perform a polarization analysis with the aim of gathering complementary information to help the interpretation of these diffracted coda waves. This approach can be extended to most of the IMS arrays but would require particular attention due to the difference in the frequency band ranges covered by the 3C station, in general broadband, and the mono-component stations, in general short period. The cross referencing of information will be only valid on the common frequency band.

Array processing and polarization analysis joint method

One of the main issue to fully use the 3C arrays is to be able to gather array processing and polarization analysis in order to improve seismic phases identification and seismograms interpretation. In this thesis, two distinct strategies have been proposed to reach this objective. The strategy *A* uses the array processing results to estimate the polarization, whereas the strategy *B* uses the polarization analysis results to estimate the propagation parameters. Each of these strategies are still to be developed and present their own challenges.

The propagation parameters estimation by array processing is the first step in strategy *A*. The best approach to use 3-component array processing remains to be determined ; it can for example be addressed by using only one component, or by averaging each component, or by using semblance principle applied to vectorial data. Once propagation parameters are obtained, the propagation delays can be taken into account to estimate the polarization parameters at each station and the spatial coherency of the polarization can be analyzed in order to determine if an array polarization average has a meaning.

In the case of strategy *B*, the first step is to estimate the polarization parameters at each station, and then use each of the polarization parameters as input to the array processing instead of signal records ; in other words, search for the propagation delays which maximize the spatial coherency of the polarization parameters assuming a propagation model.

Automatic classification of seismic phases

The design and the use of masks in chapters 3.3 et 3.4 demonstrate the possibility to select relevant time-frequency areas using either the most energetic areas or the most spatially coherent areas considering polarization. These areas can be refined in order to regroup close time-frequency cells into families. The cells closeness can be defined through a distance function taking into account both the cells time and

frequency closeness and the similarity in polarization parameters. Once the grouping in family is done, interpreting the seismogram consists in associating each family to a specific seismic phase. This approach can be applied to data from single stations as well as low frequency array data.

The grouping in family principle can also be used with the propagation parameters as grouping criterion, e.g. PMCC's post-processing (chapter 2.3.7.2). Since seismic phases are actually characterized by both their propagation and polarization parameters, the family grouping could only benefit from a definition of families including both sets of parameters. Using both propagation and polarization parameters together would however require a joint analysis to be performed beforehand.

ANNEXE A

Article Népal



Overview of the Large 25 April 2015 Gorkha, Nepal, Earthquake from Accelerometric Perspectives

by M. Bhattarai, L. B. Adhikari, U. P. Gautam, A. Laurendeau, C. Labonne, R. Hoste-Colomer, O. Sèbe, and B. Hernandez

ABSTRACT

Central Nepal was struck on 25 April 2015 by the M_w 7.8 (M_L 7.6) Gorkha earthquake, which initiated about 80 km northwest of Kathmandu and ruptured toward the east along a 140-km-long west-northwest–east-southeast fault segment. Kathmandu basin, located about halfway along the ruptured segment a few kilometers from the southernmost fault tip, was strongly affected. In this article, we present a preliminary analysis of the acceleration-time histories of the 25 April 2015 M_w 7.8 mainshock and the 12 May 2015 M_w 7.3 (M_L 6.8) aftershock recorded at the Department of Mines and Geology office building in central Kathmandu valley. We analyze their frequency content using Stockwell *et al.* (1996) time–frequency decomposition and a polarization analysis (Pinnegar, 2006). We then compute their strong-motion parameters and finally compare their spectral accelerations with the Boore and Atkinson (2008) ground-motion prediction equation.

Online Material: Raw accelerometric data at station DMG for the 25 April mainshock, the 25 and 26 April aftershocks and the 12 May aftershock, and preliminary analysis of signals recorded at station_NQ.KATNP.

THE 2015 GORKHA EARTHQUAKE AND MAJOR AFTERSHOCKS

The Gorkha earthquake occurred on 25 April at 06:11 UTC (11: 56 Nepal Standard Time). It is the most devastating seismic event in Nepal since the great 1934 earthquake (M_w 8.4). It was widely felt in Nepal and neighboring countries (India, China, and Bangladesh). The intensity of the shaking in the Kathmandu valley was strong, with reported macroseismic intensities generally around VI–VII on the European Macroseismic Scale (EMS) (Martin *et al.*, 2015). As a result, the seismic event caused 8778 fatalities and 22,303 injuries, and more than 790,000 buildings were fully or partially damaged in Nepal

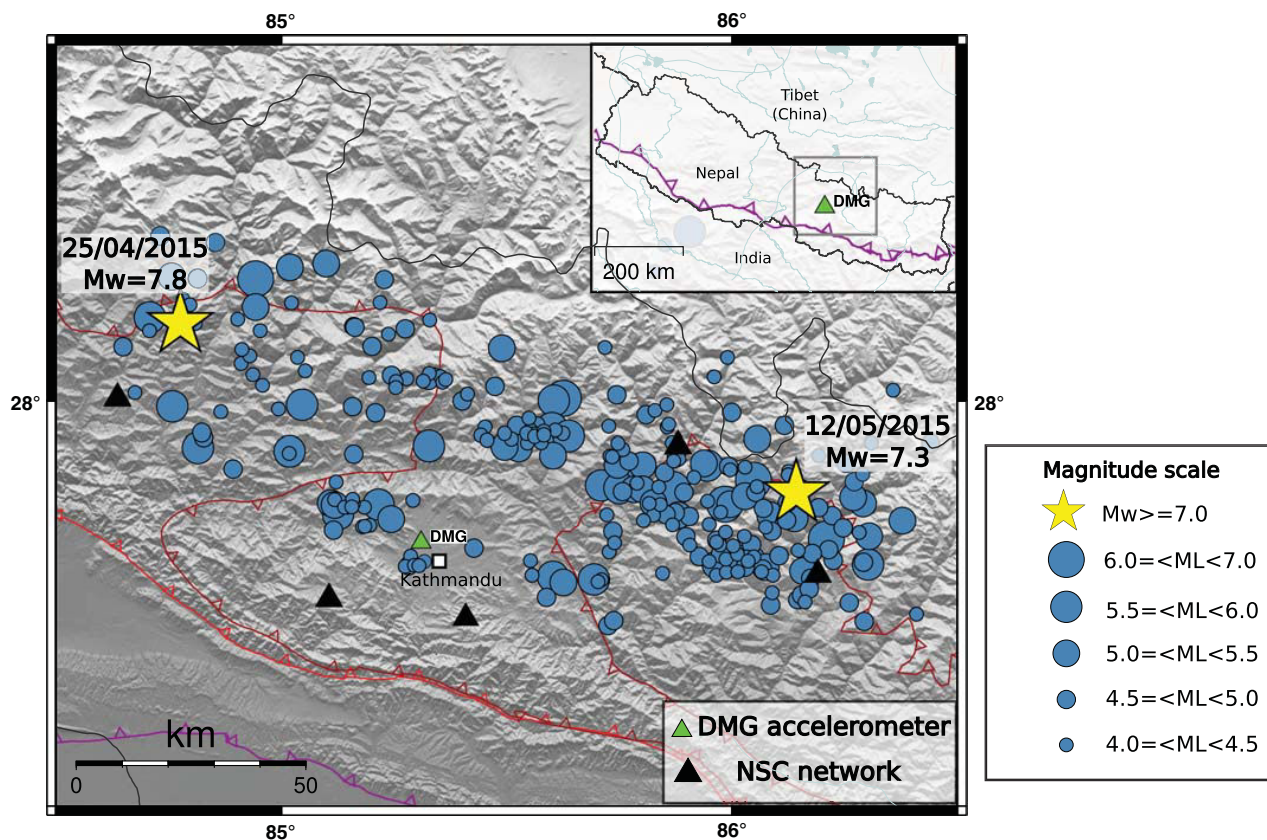
(Government of Nepal, 2015, <http://drrportal.gov.np/>, last accessed June 2015). It triggered numerous landslides, avalanches, and rockslides above and near the rupture zone.

The mainshock epicenter was located near Barpak village, Gorkha district, 80 km northwest of Kathmandu. The local magnitude reported by the National Seismological Center of Nepal (NSC) was M_L 7.6, and the final moment magnitude was M_w 7.8 according to the U.S. Geological Survey (USGS). The earthquake ruptured a segment of the Main Himalayan thrust (MHT). This plate boundary megathrust accommodates about 20 mm/yr of the convergence between the Indian and Eurasian plates (~ 40 mm/yr; Lavé and Avouac, 2000; Jouanne *et al.*, 2004; Bettinelli *et al.*, 2006; Ader *et al.*, 2012). The focal mechanism displays a purely thrust-faulting motion consistent with reverse-fault displacement of the MHT (Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives [CEA], 2015).

The mainshock rupture is delineated by the aftershocks, a result consistent with preliminary finite-source modeling using Interferometric Synthetic Aperture Radar, seismological data, and continuous Global Positioning System (Avouac *et al.*, 2015; Galetzka *et al.*, 2015). From 25 April to 11 May, 260 aftershocks with $M_L \geq 4.0$ were located by the NSC (Adhikari *et al.*, 2015). A second major event took place on 12 May 2015 at 07:05 UTC, with M_L of 6.8 (NSC) and M_w 7.3 (USGS). This event is located at the eastern edge of the mainshock rupture zone (Fig. 1).

THE DMG ACCELEROMETRIC STATION

One accelerometer (DMG), installed in the premises of the Department of Mines and Geology in Lainchaur, Kathmandu (85.3166° E, 27.7193° N), recorded the mainshock and aftershocks. The accelerometric station considered here was installed to complement the existing National Seismological Center Network (Fig. 1). The station is instrumented with a Geosig-AC23 sensor and a GSR24 digitizer (Bhattarai *et al.*, 2011) installed on a concrete slab in a single-story building. Complementary non-telemetered stations have been deployed in the past (Bhattarai



▲ **Figure 1.** The seismic stations (black triangles) and the DMG accelerometric station (green triangle). Yellow stars show the location of the mainshock and the major aftershock. The mainshock occurred on 25 April 2015; its epicenter is located at the western part of the seismic sequence. Blue circles show the location of the aftershocks with magnitude greater than 4.0 until 14 May 2015.

et al., 2011). However, some were out of service and some remain unvisited because of the mainshock, given the recent workload at the NSC. The DMG station is located at the center of the Kathmandu valley, a basin filled by Pleistocene and Quaternary lacustrine, alluvial fan, and fluvial deposits. The sediments reach a depth of 500 m at DMG and rest on a metasedimentary Pre-Cambrian to Paleozoic bedrock (Sakai, 2001). Boreholes drilled nearby corroborate this subsurface geology. However, to our knowledge, no geophysical data characterizing the local shear-wave velocity or the site response at DMG are presently available. Because of that lack, we use later estimates of the average shear-wave velocity over the upper 30 m (V_{S30}) derived from a relationship between the topographic slope and V_{S30} (Wald and Allen, 2007). The V_{S30} maps and grid are available on the USGS website (<http://earthquake.usgs.gov/hazards/apps/vs30/>, last accessed June 2015). At the DMG location, V_{S30} is estimated at ~ 250 m/s. We are aware of the limitations of this method; however, the V_{S30} value is consistent with the range of V_{S30} values estimated by Japan International Cooperation Agency (JICA, 2002) to be between 180 and 310 m/s for the Kathmandu basin. In addition, Paudyal *et al.* (2012) estimated the horizontal-to-vertical spectral ratios

(HVSRS) from microtremors (method introduced by Nakamura, 1989) for a grid of 171 points around Kathmandu. These authors estimated dominant periods to be between 0.5 and 1 Hz in the vicinity of DMG. Their study is reliable only for frequencies larger than 0.5 Hz.

GROUND-MOTION OBSERVATION OF THE TWO MAIN EVENTS AT DMG STATION

In this section, we describe the strong ground motion records from DMG station for the Gorkha M_w 7.8 mainshock and the 12 May 2015 M_w 7.3 aftershock by considering the time histories, the frequency content, the time–frequency decomposition, and the polarization. For the other aftershocks with $M_L > 6.5$, the strong-motion parameters are computed following Bhattarai *et al.* (2011) and are given in Table 1 (© the raw accelerometric records are provided in the electronic supplement to this article). NQ.KATNP, another accelerometric station located in Kathmandu, recorded the seismic sequence; the accelerograms recorded at this station are publicly available (<http://www.strongmotioncenter.org>, last accessed June 2015) and have been analyzed by Goda *et al.* (2015) and Dixit *et al.*

Table 1
Main Characteristics of the Events with $M_L > 6.5$ Associated with the 25 April M_w 7.8 Gorkha Earthquake

Event ID	Station	M_L/M_w	R_{epi} (km)	Components	PGA (cm/s ²)	PGV (cm/s)	I_A (m/s)	CAV (m/s)	I_H (cm)	Dsr (5%–95%) (s)
20150425_061140	DMG	7.6/7.8	80	N	174	58.7	1.02	16.9	95.7	48
20150425_061140	DMG	7.6/7.8	80	W	124	62.7	1.12	18.2	102.0	46
20150425_061140	DMG	7.6/7.8	80	D	202	30.1	1.38	17.2	66.8	36
20150425_0645	DMG	6.6/6.6	85	N	63.7	5.56	4.98	2.96	33.2	34
20150425_0645	DMG	6.6/6.6	85	W	62.2	11.1	9.92	3.98	56.1	27
20150425_0645	DMG	6.6/6.6	85	D	32.3	3.74	2.54	2.27	22.7	35
20150426_0709	DMG	6.9/6.7	73	N	57.4	6.86	12.3	6.04	34.7	48
20150426_0709	DMG	6.9/6.7	73	W	58.4	9.42	14.8	6.70	39.8	47
20150426_0709	DMG	6.9/6.7	73	D	44.3	3.65	6.22	4.39	24.2	48
20150512_0705	DMG	6.8/7.3	80	N	82.7	10.4	23.3	8.61	50.1	45
20150512_0705	DMG	6.8/7.3	80	W	120	17.7	33.2	9.65	82.5	36
20150512_0705	DMG	6.8/7.3	80	D	54.9	8.57	10.5	5.73	36.7	41

Ⓔ These raw accelerometric data are provided in the electronic supplement.

Event ID corresponds to the event date defined as YYYYMMDD_HHMM; M_L/M_w , local/moment magnitudes; R_{epi} , epicentral distance; Components of the signal are N (north), W (west), and D (down); PGA, peak ground acceleration; PGV, peak ground velocity; I_A , Arias intensity; CAV, cumulative absolute velocity; I_H , Housner intensity; Dsr, significant relative duration.

(2015). We analyzed the NQ.KATNP data using a process similar to that used for the DMG station and present the analysis in Ⓔ Figures S1–S3.

Time History Analysis (Fig. 2)

A simple processing is applied to the raw acceleration-time histories recorded at DMG. The first 100 and 70 s of signal are extracted for the mainshock and for the aftershock, respectively. The signal is tapered with a 5% cosine taper. Then, the acceleration-time histories are analyzed and the main strong-motion parameters computed. Horizontal and vertical acceleration-time histories of these two events are shown in Figure 2.

The mainshock records have a peak ground acceleration (PGA) of 0.15g for the geometrical mean of the two horizontal components, with a larger PGA of 0.21g on the vertical component. Thus, the vertical-to-horizontal ratio is 1.4. Figure 2 presents a quantification of the strong ground motion duration using the normalized Husid diagram (Husid, 1969), which represents the cumulative Arias intensity (I_A) over time, a measure of the signal energy (Arias, 1970). A common duration parameter is the significant relative duration (noted as Dsr(5%–95%)) (e.g., Bommer *et al.*, 2009), which is the time interval between 5% and 95% of the cumulative I_A over time. Dsr(5%–95%) is around 42 s for the horizontal components and around 35 s for the vertical one. The energy is mainly accumulated between 21 and 37 s. The horizontal components are mainly characterized by a low-frequency signal from 23 s.

Time histories of the aftershock recorded at DMG show PGAs of 0.10g and 0.06g for the horizontal and the vertical components, respectively. Dsr(5%–95%) is around 28 s for

the horizontal components and around 33 s for the vertical one. The energy is mainly accumulated between 13 and 26 s.

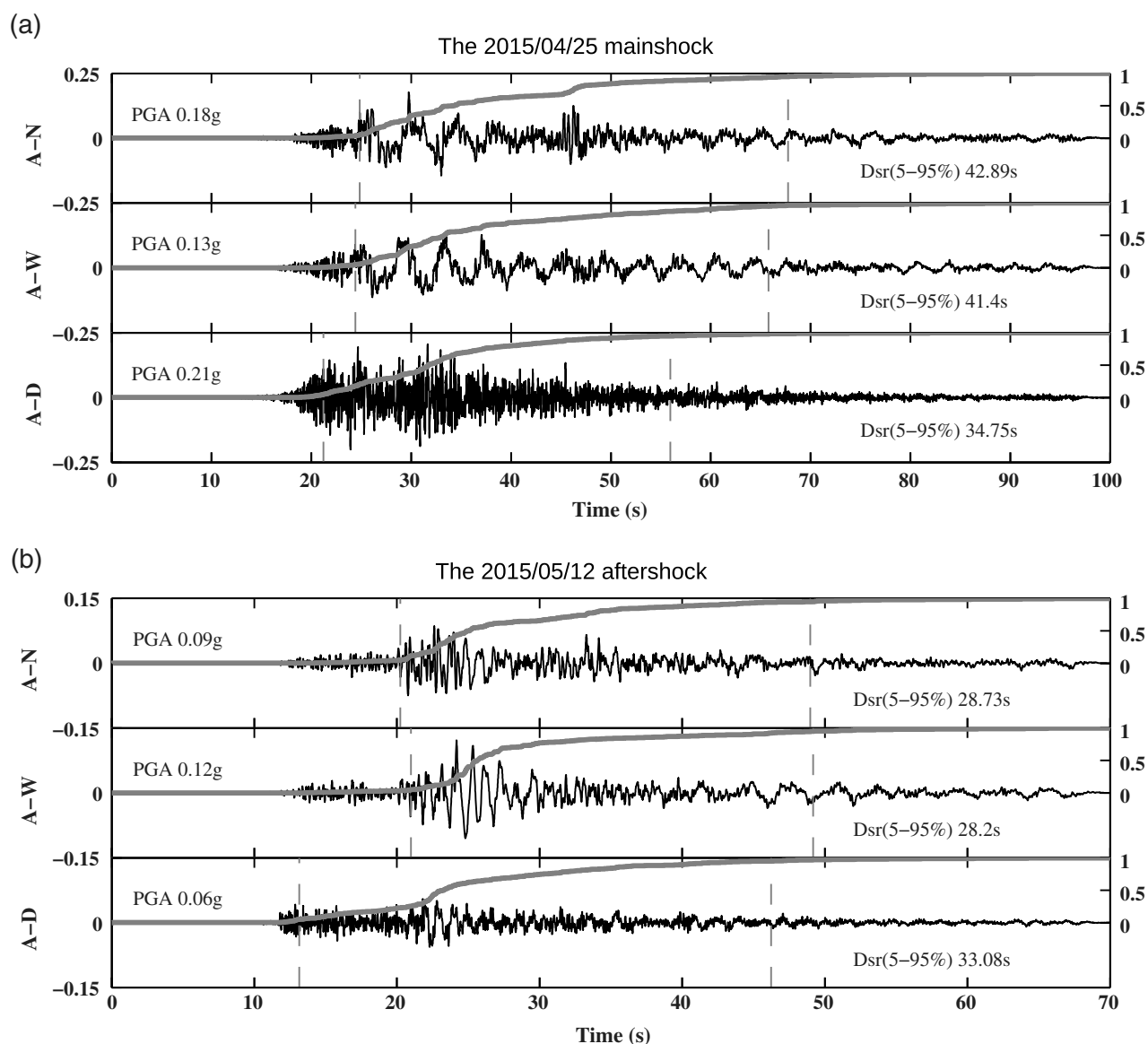
For both the mainshock and the aftershock, a second energy pulse in the *S*-wave part is observed on the north component: ~44 s for the mainshock and ~32 s for the aftershock. This is observable especially with the Husid plots, which present a rapid increase at these times. The NQ.KATNP records reveal the same arrivals (Ⓔ Fig. S1).

Spectral Content (Fig. 3)

Figure 3 shows the Fourier acceleration spectra (FAS) for each component. For the mainshock, the predominant period of the horizontal component is ~0.23 Hz. The vertical spectrum is flatter and more consistent with a Brune model spectrum (Brune, 1970, 1971) with an apparent corner frequency slightly above 0.1 Hz. The large amplitude on the horizontal component (~0.23 Hz) may be related to a Kathmandu basin site effect and/or properties of the source. A classical way to estimate site effects is to consider spectral ratios of ground-motion recordings. The HVSR potentially highlights the predominant periods of amplification resulting from strong impedance contrasts (e.g., Lermo and Chavez-Garcia, 1993). The HVSR of the mainshock exhibits a clear peak at 0.2 Hz (Fig. 3).

For the 12 May aftershock, we also observe amplification at frequencies between 0.2 and 0.3 Hz, but the peak is less sharply defined. HVSRs also reveal amplification around 2–3 Hz, which is not visible on the mainshock HVSRs. For the FAS, the maximum is reached around 1 Hz. The vertical component reveals a corner frequency of ~0.4 Hz.

The vertical-component FAS presents a larger amplitude at high frequency for both events.

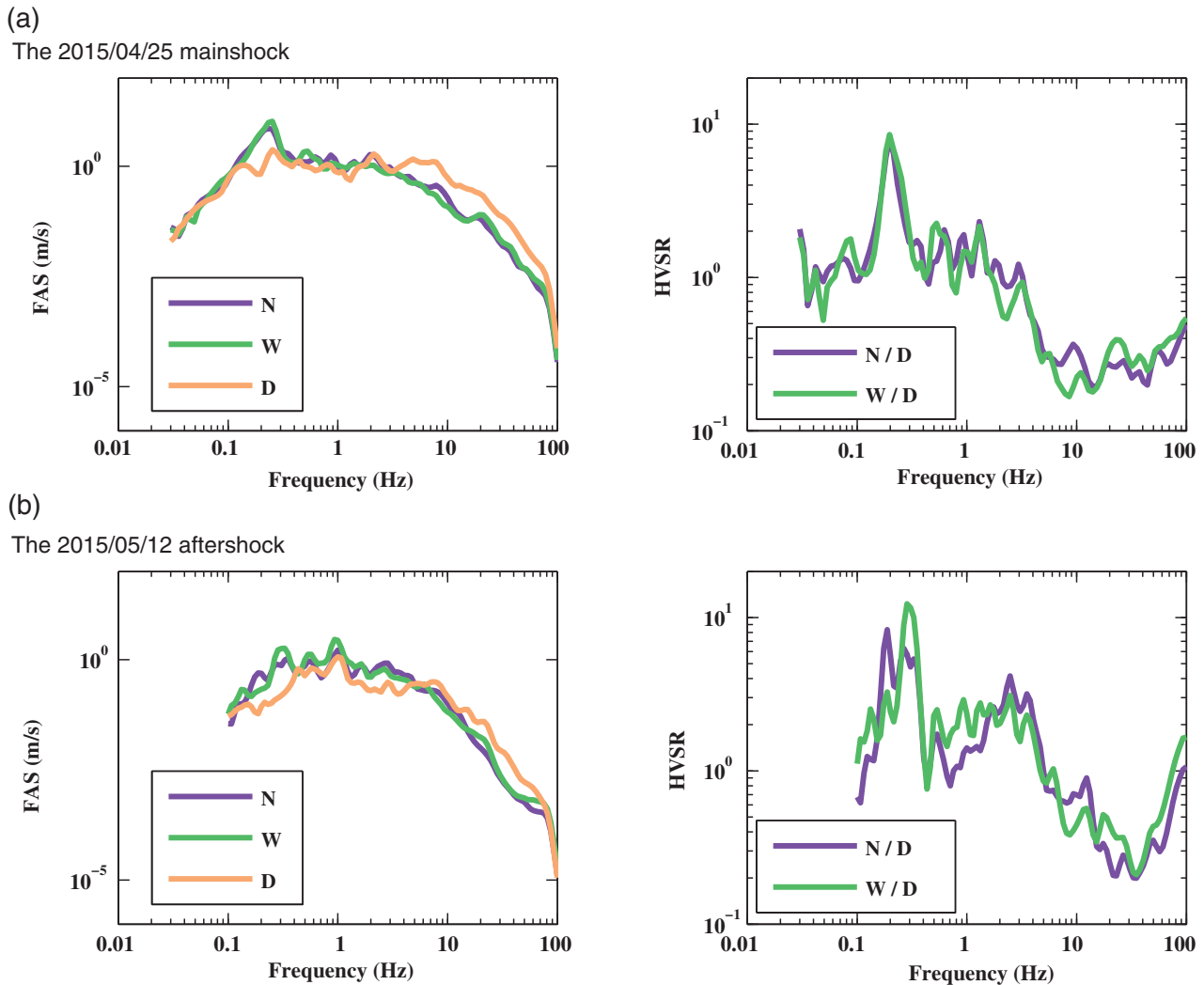


▲ **Figure 2.** Acceleration-time histories in g at the DMG station (a) for the 25 April M_w 7.8 mainshock and (b) for the 12 May M_w 7.3 aftershock. N, W, and D correspond, respectively, to north, west, and down components. The normalized Husid diagrams are represented on the second axis (gray solid lines). The time corresponding to 5% and 95% of the cumulative Arias intensity is also represented (dashed gray lines). The peak ground acceleration (PGA) and significant relative duration $D_{sr}(5\%–95\%)$ are also indicated for each component.

Time–Frequency and Polarization Analysis (Fig. 4)

An analysis of three-component signals can provide an estimate of polarization characteristics of seismic wavefields. The polarization characteristics help with understanding the seismic-wavefield composition and discriminating between the different types of waves based on their degree of ellipticity or the orientation of their polarization plane. Here, the time–frequency representation is incorporated in the polarization analysis, and the polarization attributes are estimated directly from the three components (Fig. 4).

Using three-component accelerometric DMG data, the characteristics of the wavefield are analyzed in time–frequency, both for the amplitude spectra using [Stockwell *et al.* \(1996\)](#) decomposition (called S -transform [ST]; Fig. 4a,b,f,g) and for the polarization attribute spectra (Fig. 4c–e,h–j) based on [Pinnegar \(2006\)](#). The model assumes that the ground motion at a specific time and frequency can be considered as an elliptical motion confined in a plane. The polarization attributes used in this study to characterize the elliptical motion are the ellipticity and the orientation of the polarization plane.



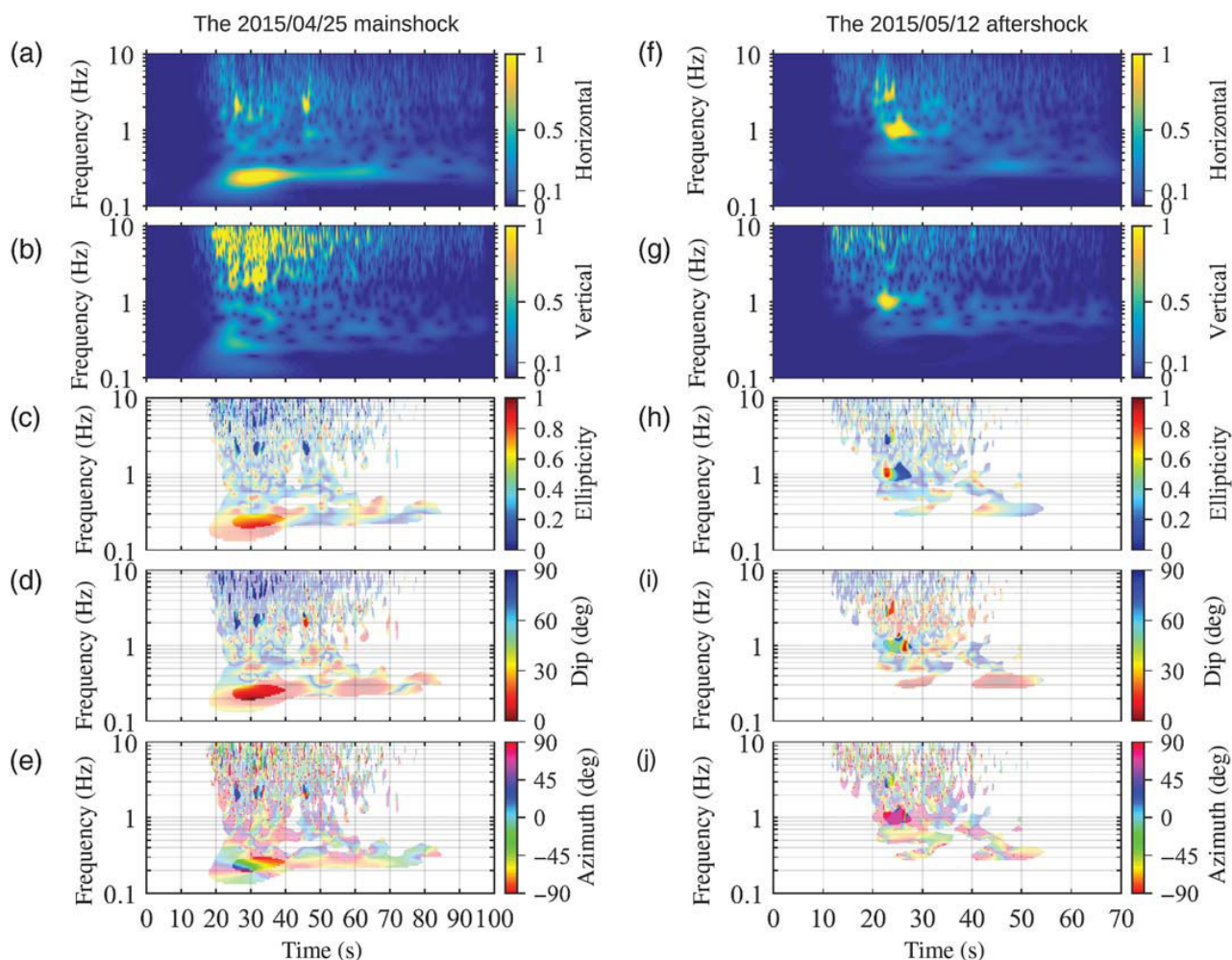
▲ **Figure 3.** (left) Fourier acceleration spectra (FAS) and (right) horizontal-to-vertical spectral ratios (HVSRS) for the two main events. FAS are smoothed according to the [Konno and Ohmachi \(1998\)](#) smoothing with $b = 30$. FAS and HVSRS are represented on the frequency band for which the signal is larger than the noise.

The ellipticity is defined as the ratio between the semi-minor axis and the semi-major axis of the main ellipse motion. The ellipticity values range from 0 to 1, with 0 corresponding to pure linear motion and 1 to pure circular motion (Fig. 4c-h). The azimuth and the dip describe the orientation of the polarization plane. The azimuth (Fig. 4d-i) represents the orientation from the north, and the dip (Fig. 4e-j) is the angle from the horizontal plane (0° corresponds to a horizontal plane and 90° to a vertical plane). Opacity is used to highlight significant amplitudes.

Considering the mainshock (Fig. 4a-c), two separate frequency behaviors are observable: below and above 1 Hz. The low-frequency part (below 1 Hz) on the horizontal components of the ST is dominated by a peak of amplitude around

0.25 Hz (Fig. 4a). This peak is less energetic on the vertical component (Fig. 4b). Around this frequency of 0.25 Hz, the ellipticity is close to 1 from 12 to 40 s (Fig. 4c), meaning that the particle motion is almost circular. After 40 s, the ellipticity becomes close to 0, corresponding to a linear particle motion.

At high frequencies (above 1 Hz), the amplitude is mainly concentrated on the vertical component (Fig. 4b). The waves are all close to linearly polarized motion (ellipticity around 0). It is difficult to determine the actual nature of the wavefield (body or surface waves) without velocity information. Three large, high-frequency energetic arrivals appear around 2 Hz at 26, 32, and 44 s (Fig. 4c-e). The two first arrivals at 26 and 32 s are confined in nearly vertical polarization planes with an azimuth of 40° from north. The polarization of the last arrival at



▲ **Figure 4.** Analysis of the mainshock event (on the left) and the aftershock (on the right). (a) and (f) Amplitude of the S -Transform (ST) of the horizontal components normalized by the maximum of the total amplitude, defined as $ST_{\max} = \max_{t,f} \sqrt{ST_N(t,f)^2 + ST_W(t,f)^2 + ST_D(t,f)^2}$; (b) and (g) amplitude of the ST of the vertical component normalized by ST_{\max} (note that the amplitude values above 1 may be clipped by the color scale in some places, leading to some yellow patches); (c) and (h) ellipticity attribute; (d) and (i) dip attribute; (e) and (j) azimuth attribute. In plots (c–e) and (h–j), opacity has been used to highlight the values at which the total amplitude is larger than an arbitrary threshold, lighter colors are for values between 0.1 and 0.5, and brighter colors are for values above 0.5.

44 s is nearly horizontal. This last energetic arrival at 44 s on the horizontal component corresponds to the pulse observed only on the north component of the acceleration-time history (Fig. 2).

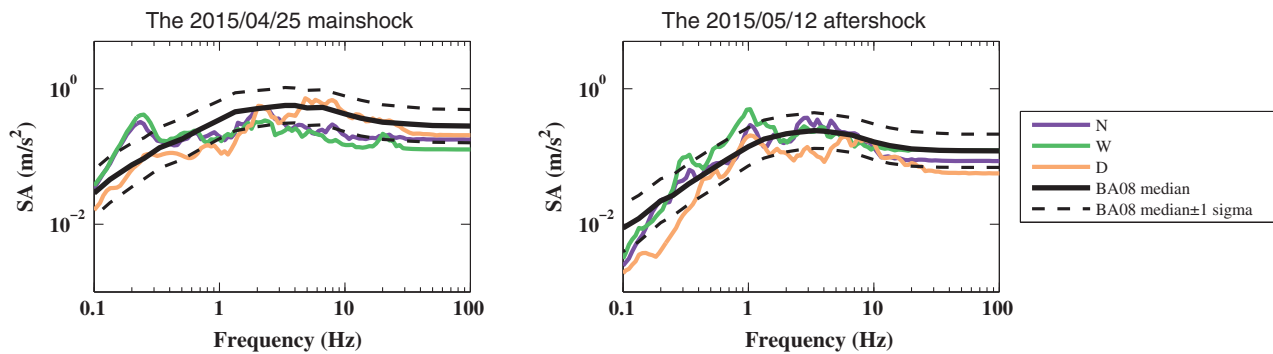
The rupture surface of the aftershock was located at a larger distance from Kathmandu than the rupture surface of the mainshock, therefore P - and S -wave arrivals become distinguishable from each other. The P waves, arriving around 10 s, are mainly represented on the vertical component and are dominated by high frequency between 2 and 10 Hz (Fig. 4f,g). The S waves arrive around 20 s and have a broader frequency content from 0.25 to 10 Hz. The time–frequency representations are dominated by two peaks of energy, both around 22 s

at 1 and 3 Hz (Fig. 4h–j). The peak of energy at 3 Hz is concentrated on the horizontal component, whereas the peak at 1 Hz is polarized with a dip of 45° and with an azimuth of 60°. This peak at 1 Hz is noticeable on the three components and is not observable on the mainshock, meaning that it is probably due to a source effect.

We obtain similar time–frequency results for NQ_KATNP (see © Fig. S3), providing a confirmation of the fidelity of both recordings.

Preliminary Discussion about Site Effects

Previously, the work of Paudyal *et al.* (2012) discussed site effects in the Kathmandu basin. Unfortunately, the signal



▲ **Figure 5.** Response spectral accelerations with a damping of 5% in meters/square second of the 25 April M_w 7.8 mainshock and of the 12 May M_w 7.3 aftershock, compared with the ground-motion prediction equations of [Boore and Atkinson \(2008\)](#); referred to as BA08). The following input parameters are used: (left) for the mainshock, $M_w = 7.8$, $R_{JB} = 15$ km, $V_{S30} = 250$ m/s, and $RS = 1$; and (right) for the aftershock, $M_w = 7.3$, $R_{JB} = 65$ km, $V_{S30} = 250$ m/s, and $RS = 1$, in which RS refers to thrust/reverse fault type.

processing choices did not allow investigation of signals below 0.5 Hz. In this study, the analysis reveals a large, low-frequency amplification: that is, a clear peak at 0.2 Hz for the mainshock and a slightly more diffuse frequency amplification between 0.2 and 0.3 Hz for the aftershock. The observed predominant frequencies are consistent both with the site response estimates of [Galetzka et al. \(2015\)](#) and [Dixit et al. \(2015\)](#) and with the dominant frequency observed for NQ.KATNP (© Figs. S2 and S3).

The differences of predominant frequency between the mainshock and the aftershock could be explained by geometric effects (e.g., [Kawase, 1996](#)). Indeed, the Kathmandu basin has a complex geometric shape ([Sakai, 2001](#)). These two events have two different azimuths; and, for the aftershock, HVSRS display differences between the two horizontal components. In addition, the second pulse, observed mainly on the north component for the two events and at the two stations (DMG and NQ.KATNP), could be diffracted waves.

Otherwise, the observed differences in terms of frequency could indicate some potential nonlinear site effects, as suggested by [Dixit et al. \(2015\)](#) and as has been inferred for other large earthquakes (e.g., [Chin and Aki, 1991](#); [Field et al., 1997](#); [Bonilla et al., 2011](#)). Nonlinear site effects are characterized by a decrease in frequency of the predominant peak with the PGA ([Beresnev and Wen, 1996](#)).

A more advanced study is required to fully understand the nature of site effects. It seems necessary to process a larger number of events with different characteristics in terms of magnitude, distance, PGA, and azimuth to detect any potential basin edge effects and/or nonlinear effects.

RESPONSE SPECTRA AND COMPARISON WITH PREDICTION

The reference papers for the seismic-hazard assessment in Nepal are [National Society for Earthquake Technology \(2001\)](#)

and [JICA \(2002\)](#). A recent global probabilistic seismic-hazard analysis study of [Chaulagain et al. \(2015\)](#) predicts, with 10% probability of exceedance in 50 years for the Kathmandu metropolitan city, a PGA around 0.3g and a maximum response spectrum of 0.65g around 0.2 s.

The acceleration response spectra with a damping of 5% are computed and compared with the prediction from the empirical model of [Boore and Atkinson \(2008\)](#) (Fig. 5). The [Boore and Atkinson \(2008\)](#) ground-motion prediction equation (GMPE) is developed from the Next Generation Attenuation database, composed of worldwide data from active crustal regions. This model has the advantage of well representing the physics of the phenomenon (e.g., nonlinearity with the magnitude, nonlinearity of the geometric attenuation, and nonlinearity of the site) with only few input parameters (M_w , R_{JB} , V_{S30} , and the style of faulting). The Joyner–Boore distance (R_{JB}) parameter, defined as the shortest distance from a site to the surface projection of the rupture surface, must be estimated. A distance of 15 km is used for the mainshock (following the [Galetzka et al., \[2015\]](#) rupture model) and a distance of 65 km is used for the aftershock (following the rupture model of [CEA, 2015](#)).

A GMPE obtained from different types of sites represents an average spectral acceleration for a given V_{S30} . The comparison of a GMPE with a real response spectrum highlights the characteristics of a specific site. The two horizontal observed response spectra are generally in good agreement with the prediction within ± 1 sigma (Fig. 5). For the mainshock, the observed PGA (0.15g) occurs in the lowest part of the predicted distribution, that is, lower than the predicted median (0.27g). Thus, this comparison indicates that mainshock was only moderate for the magnitude and distance. However, the response spectra from DMG reveal some amplification peaks with amplitudes larger than the [Boore and Atkinson \(2008\)](#) GMPE. For example, the response spectrum of the mainshock shows a huge amplification at 0.25 Hz.

CONCLUSION

This article presents a preliminary analysis of the acceleration-time histories of the 25 April M_w 7.8 earthquake and its main aftershock of the 12 May M_w 7.3. These time histories are recorded at the station DMG located in Kathmandu under the responsibility of NSC. The comparison with [Boore and Atkinson \(2008\)](#) GMPE indicates that the Gorkha earthquake was only moderate for the magnitude and distance.

The Kathmandu basin is composed of soft sediments with a thickness of about 500 m at the DMG accelerometric station. The rheological contrast between sediments and the bedrock has contributed to amplify the low-frequency ground motions coming from the rupture of the mainshock. During the mainshock, most of the buildings in Kathmandu did not suffer from the low-frequency ground motions because the buildings are not high enough to be affected.

Our time history analysis reveals a particular frequency content with high amplification of the horizontal components around 0.25 Hz for the mainshock and around 0.3 Hz for the aftershock. For the mainshock, the maximum corresponds to circular waves in a horizontal plane. Unfortunately, the comparison with previous site-effect studies is limited because past studies did not consider data below 0.5 Hz. To better understand the frequency content associated with these two events, a more detailed site response analysis would be required. ☒

ACKNOWLEDGMENTS

The authors are most grateful to Sarbajit Prasad Mahato, Director General of the Department of Mines and Geology (DMG) and Soma Nath Sapkota, head of the Geosciences Division, as well as to all the staff of the National Seismological Center of Nepal (NSC) and Département Analyse, Surveillance, Environnement (DASE) who have contributed to this project. Eric Sauvage is particularly thanked for his assistance, as is Sudhir Rajaura for his exchanges at the beginning of the project. Specific thanks to L. Bollinger for discussion about this article. We are grateful to S. Gaffet at Laboratoire Souterrain à Bas Bruit (LSBB), France, for helpful discussion and support on the polarization method. We are also grateful to Susan Hough and an anonymous reviewer for their comments that helped to improve this article.

REFERENCES

- Ader, T., J.-P. Avouac, J. Liu-Zeng, H. Lyon-Caen, L. Bollinger, J. Galetzka, J. Genrich, M. Thomas, K. Chanard, S. N. Sapkota, *et al.* (2012). Convergence rate across the Nepal Himalaya and interseismic coupling on the Main Himalaya thrust: Implications for seismic hazard, *J. Geophys. Res.* **117**, no. B04403, doi: [10.1029/2011JB009071](#).
- Adhikari, L. B., U. Gautam, B. P. Koirala, M. Bhattarai, T. Kandel, R. M. Gupta, C. Timsina, N. Maharajan, K. Maharajan, T. Dahal, *et al.* (2015). The aftershock sequence of the April 25 2015 Gorkha-Nepal earthquake, *Geophys. J. Int.* (submitted).
- Arias, A. (1970). A measure of earthquake intensity, in *Seismic Design for Nuclear Power Plants*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 438–483.
- Avouac, J.-P., L. Meng, S. Wei, T. Wang, and J.-P. Ampuero (2015). Lower edge of locked Main Himalayan Thrust unzipped by the 2015 Gorkha earthquake, *Nature Geosci.*, **8**, doi: [10.1038/ngeo2518](#).
- Beresnev, I. A., and K. L. Wen (1996). Nonlinear site response—A reality? *Bull. Seismol. Soc. Am.* **86**, 1964–1978.
- Bettinelli, P., J.-P. Avouac, M. Flouzat, F. Jouanne, L. Bollinger, P. Willis, and G. R. Chitrakar (2006). Plate motion of India and interseismic strain in the Nepal Himalaya from GPS and DORIS measurements, *J. Geodes.* **80**, 567–589.
- Bhattarai, M., U. Gautam, R. Pandey, L. Bollinger, B. Hernandez, and V. Boutin (2011). Capturing first records at the NSC accelerometric network, Nepal, *J. Nepal Geol. Soc.* **43**, 15–22.
- Bommer, J., P. Stafford, and J. Alarcón (2009). Empirical equations for the prediction of the significant, bracketed, and uniform duration of earthquake ground motion, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **99**, no. 6, 3217–3233, doi: [10.1785/0120080298](#).
- Bonilla, L. F., K. Tsuda, N. Pulido, J. Régnier, and A. Laurendeau (2011). Nonlinear site response evidence of K-NET and KiK-net records from the 2011 Off the Pacific Coast of Tohoku earthquake, *Earth Planets Space* **63**, 785–789.
- Boore, D., and G. Atkinson (2008). Ground-motion prediction equations for the average horizontal component of PGA, PGV, and 5%-damped PSA at spectral periods between 0.01 s and 10.0 s, *Earthq. Spectra* **24**, no. 1, 99–138, doi: [10.1193/1.2830434](#).
- Brune, J. (1970). Tectonic stress and the spectra of seismic shear waves from earthquakes, *J. Geophys. Res.* **75**, no. 26, 4997–5009.
- Brune, J. (1971). Correction (to Brune, 1970), *J. Geophys. Res.* **76**, 5002.
- Chaulagain, H., H. Rodrigues, V. Silva, E. Spacone, and H. Varum (2015). Seismic risk assessment and hazard mapping in Nepal, *Nat. Hazards* **78**, 583–602.
- Chin, B. H., and K. Aki (1991). Simultaneous determination of source, path and recording site-effects on strong ground motion during the Loma Prieta earthquake—A preliminary result on pervasive nonlinear site effect, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **81**, 1859–1884.
- Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives (CEA), *Nepal Earthquakes of 25 April and 12 May 2015*, http://www-dase.cea.fr/actu/dossiers_scientifiques/2015-05-12/index_en.html (last accessed September 2015).
- Dixit, A. M., A. Ringler, D. Sumy, E. Cochran, S. E. Hough, S. S. Martin, S. Gibbons, J. Luetgert, J. Galetzka, S. N. Shrestha, *et al.* (2015). Strong-motion observations of the M 7.8 Gorkha, Nepal, earthquake sequence and development of the N-SHAKE strong-motion network, *Seismol. Res. Lett.* **86**, no. 6, doi: [10.1785/0220150146](#).
- Field, E. H., P. A. Johnson, I. A. Beresnev, and Y. Zeng (1997). Nonlinear ground-motion amplification by sediments during the 1994 Northridge earthquake, *Nature* **390**, no. 6660, 599–602.
- Galetzka, J., D. Melgar, J. F. Genrich, J. Geng, S. Owen, E. O. Lindsey, X. Xu, Y. Bock, J.-P. Avouac, L. B. Adhikari, *et al.* (2015). Slip pulse and resonance of Kathmandu basin during the 2015 Gorkha earthquake, Nepal, *Science* **349**, no. 6252, 1091–1095.
- Goda, K., T. Kiyota, R. Pokhrel, G. Chiaro, T. Katagiri, K. Sharma, and S. Wilkinson (2015). The 2015 Gorkha Nepal earthquake: Insights from earthquake damage survey, *Front. Built Environ.* **1**, 8, doi: [10.3389/fbuil.2015.00008](#).
- Government of Nepal (2015). *Nepal Disaster Risk Reduction Portal*, <http://drrportal.gov.np/> (last accessed June 2015).
- Husid, R. (1969). Analisis de terremotos: Analisis general, *Revista del IDIEM* **8**, no. 1, 21–42 (in Spanish).
- Japan International Cooperation Agency (2002). *The Study on Earthquake Disaster Mitigation in the Kathmandu Valley Kingdom of Nepal*, Japan International Cooperation Agency (JICA) and Ministry of Home Affairs His Majesty's Government of Nepal, Vols. I–III, Nippon Koei Co., Ltd., Oyo Corporation.

- Jouanne, F., J. L. Mugnier, J. F. Gamond, P. L. Fort, M. R. Pandey, L. Bollinger, M. Flouzat, and J. P. Avouac (2004). Current shortening across the Himalayas of Nepal, *Geophys. J. Int.* **157**, 1–14.
- Kawase, H. (1996). The cause of the damage belt in Kobe: “The basin-edge effect,” constructive interference of the direct S-wave with the basin-induced diffracted/Rayleigh waves, *Seismol. Res. Lett.* **67**, no. 5, 25–34.
- Konno, K., and T. Ohmachi (1998). Ground-motion characteristics estimated from spectral ratio between horizontal and vertical components of microtremor, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **88**, no. 1, 228–241.
- Lavé, J., and J.-P. Avouac (2000). Active folding of fluvial terraces across the Sivaliks Hills, Himalayas of central Nepal, *J. Geophys. Res.* **105**, 5735–5770.
- Lermo, J., and F. J. Chavez-Garcia (1993). Site effect evaluation using spectral ratios with only one station, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **83**, no. 5, 1574–1594.
- Martin, S. S., S. E. Hough, R. Bilham, and C. Hung (2015). Ground motions from the 2015 M_w 7.8 Gorkha, Nepal, earthquake, constrained by a detailed assessment of macroseismic data, *Seismol. Res. Lett.* **86**, no. 6, doi: [10.1785/0220150138](https://doi.org/10.1785/0220150138).
- Nakamura, Y. (1989). A method for dynamic characteristics estimation of subsurface using microtremor on the ground surface, *Q. Rep. Railway Tech. Res. Inst.* **30**, 25–33.
- National Society for Earthquake Technology (2001). The Kathmandu Valley Earthquake risk management action plan, a product of the Kathmandu Valley Earthquake Risk Management Project, <http://www.nset.org.np/nset2012/images/publicationfile/20111220133210.pdf> (last accessed September 2015).
- Paudyal, Y. R., N. P. Bhandary, and R. Yatabe (2012). Seismic microzonation of densely populated area of Kathmandu Valley of Nepal using microtremor observations, *J. Earthq. Eng.* **16**, no. 8, 1208–1229.
- Pinnegar, C. R. (2006). Polarization analysis and polarization filtering of the three-component signals with the time-frequency S transform, *Geophys. J. Int.* **165**, 596–606.
- Sakai, H. (2001). Stratigraphic division and sedimentary facies of the Kathmandu basin sediments, *J. Nepal Geol. Soc.* **25**, 19–32.
- Stockwell, R. G., L. Mansinha, and R. P. Lowe (1996). Localization of the complex spectrum: The S-transform, *IEEE Trans. Signal Process.* **44**, no. 4, 998–1001.
- United States Geological Survey (USGS), http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eventpage/us20002926#general_summary (last accessed June 2015).
- Wald, D. J., and T. I. Allen (2007). Topographic slope as a proxy for seismic site conditions and amplification, *Bull. Seismol. Soc. Am.* **97**, no. 5, 1379–1395.

M. Bhattarai

L. B. Adhikari

U. P. Gautam

*National Seismological Centre
Department of Mines and Geology*

Lainchaur

Kathmandu, Nepal

mukunda.research@gmail.com

A. Laurendeau

C. Labonne¹

R. Hoste-Colomer²

O. Sèbe

B. Hernandez

Commissariat Energie Atomique

Direction des Applications Militaires (DAM)

Direction Ile de France (DIF)

F-91297 Arpajon, France

¹ Also at Université Nice Sophia Antipolis, National Centre for Scientific Research (CNRS) L'Institut de recherche pour le développement (IRD), Geoazur UMR 7329, Observatoire de la Côte d'Azur, Valbonne, France.

² Also at Laboratoire de Géologie, Ecole Normale Supérieure, CNRS, 24 rue Lhomond, 75004 Paris, France.

Electronic Supplement to
**Overview of the Large 25 April 2015 Gorkha, Nepal, Earthquake from
Accelerometric Perspectives**

by M. Bhattarai, L. B. Adhikari, U. P. Gautam, A. Laurendeau, C. Labonne, R. Hoste-Colomer, O. Sèbe, and B. Hernandez

Raw accelerometric data at station DMG is presented in downloadable form for the events associated with the 25 April earthquake in Gorkha, Nepal. In the main paper, only the records of the DMG station are analyzed. This supplementary material presents a similar preliminary analysis of the signals recorded at the NQ.KATNP station. NQ.KATNP and DMG are separated by a distance of about 800 m. Figure S1 presents the acceleration time histories, Figure S2 the Fourier acceleration spectra (FAS) and the horizontal-to-vertical ratios (HVSRs), and Figure S3 the time–frequency analysis and the results of polarization.

The National Seismological Center of Nepal (NSC) Raw Accelerometric Data

The raw accelerometric data recorded at station DMG and presented in Table 1 of the main article are provided. The records are in g and available for the three components: north, west, and down. The station is instrumented with a Geosig-AC23 sensor and a GSR24 digitizer (Bhattarai *et al.*, 2011) installed on a concrete slab in a single story building. The parameters are shown below.

- Sampling rate = 200 Hz
- Pre-event window = 10 s; post-event window = 40 s
- Threshold value = 0.000977 g
- Short-term average/long-term average (STA/LTA) = 25 dB
- STA interval = 500 ms
- LTA interval = 10 s

Download: [Accelerometric_Data.zip](#) [Zip Archive of ASCII Text Files; ~12.1 MB]. This zip archive contains the following raw data for the 25 April mainshock and the 26 April and 12 May aftershocks: time (s), and acceleration (g) for the north, west, and down directions.

- DMG__20150425_061140.txt (~18.1 MB; 25 April mainshock data);
- DMG__20150425_063309.txt (~13.5 MB; 25 April aftershock data);
- DMG__20150426_070923.txt (~3.3 MB; 26 April aftershock data); and
- DMG__20150512_070535.txt (~6.1 MB; 12 May aftershock data).

Analysis of the Signal of the NQ.KATNP Station

The acceleration time histories at NQ.KATNP (Fig. S1) are quite similar to the records of DMG station, providing confirmation of the fidelity of both recordings. For DMG records, a predominant peak of 0.2 Hz is observed for the mainshock and the aftershock from HVSR (Fig. S2). Based on polarization analysis results (Fig. S3), for this frequency of 0.2 Hz, the motion is mainly concentrated on the horizontal component for both the mainshock and the aftershock (dip value around 0° on Fig. S3d and i) in a manner similar to that observed at the DMG station.

Figure S1. Acceleration time histories in g at station NQ.KATNP from the U.S. Geological Survey for (a) the 25 April M_w 7.8 mainshock and (b) the 12 May M_w 7.3 aftershock (20 s of pre-event noise are removed from the raw accelerograms). N, E, and U correspond respectively to north, east, and up components. The normalized Husid diagrams are represented on the second axis (grey solid lines). The time corresponding to 5% and 95% of the cumulative Arias intensity are also represented (dashed grey lines). The peak ground acceleration (PGA) and the significant relative duration Dsr(5%–95%) are also indicated for each component.

Figure S2. (Left) Fourier acceleration spectra (FAS) and **(right)** horizontal-to-vertical spectral ratios (HVSR) for (a) the 25 April M_w 7.8 mainshock and (b) the 12 May M_w 7.3 aftershock recorded at NQ.KATNP. FAS are smoothed according to the Konno and Ohmachi (1998) smoothing with $b=30$. FAS and HVSRs are represented on the frequency band for which the signal is larger than the noise.

Figure S3. Analysis of the mainshock event **(left)** and the aftershock **(right)** recorded at NQ.KATNP. **(a)** and **(f)** Amplitude of the S-transform (ST) of the horizontal components normalized by the maximum of the total amplitude, defined as

$$ST_{\max} = \max_{t,f} \left[\frac{1}{3} \sqrt{ST_N(t,f)^2 + ST_W(t,f)^2 + ST_D(t,f)^2} \right];$$

in which t is the time and f is the frequency. **(b)** and **(g)** amplitude of the ST of the vertical component normalized by ST_{\max} (please note that the amplitude values above 1 may be clipped by the color scale in some places, leading to some yellow patches); **(c)** and **(h)** ellipticity attribute; **(d)** and **(i)** dip attribute; **(e)** and **(j)** azimuth attribute. In plots (c–e) and (h–j), opacity has been used to highlight the values at which the total amplitude is larger than an arbitrary threshold, lighter colors are for values between 0.1 and 0.5, and brighter colors are for values above 0.5.

References

- Bhattarai, M., U. Gautam, R. Pandey, L. Bollinger, B. Hernandez, and V. Boutin, (2011). Capturing first records at the NSC accelerometric network, Nepal, *J. Nepal Geol. Soc.* **43**, 15–22.
- Konno K., and T. Ohmachi (1998). Ground-motion characteristics estimated from spectral ratio between horizontal and vertical components of microtremor. *Bull. Seismol. Soc. Am.* **88**, no. 1, 228–241.
-

FIGURE S1

FIGURE S2

FIGURE S3

Pinnegar equations

Soit $x(t)$ un signal temporel à valeurs réelles. On peut écrire $x(t)$ en fonction de sa transformée de Fourier $X(f)$ de la façon suivante :

$$x(t) = 2 \int_0^{\infty} \text{Re}[X(f)] \cos(2\pi ft) - \text{Im}[X(f)] \sin(2\pi ft) df \quad (\text{B.1})$$

Notons $X(\tau, f)$ une transformée de Fourier locale de $x(t)$ qui vérifie la condition d'égalité suivante $X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(\tau, f) d\tau$, telle que la transformée de Stockwell. L'expression précédente devient :

$$\begin{aligned} x(t) &= 2 \int_0^{\infty} \text{Re} \left[\int_{-\infty}^{\infty} X(\tau, f) d\tau \right] \cos(2\pi ft) - \text{Im} \left[\int_{-\infty}^{\infty} X(\tau, f) d\tau \right] \sin(2\pi ft) df \\ &= 2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\underbrace{\text{Re}[X(\tau, f)]}_{X_R(\tau, f)} \cos(2\pi ft) - \underbrace{\text{Im}[X(\tau, f)]}_{X_I(\tau, f)} \sin(2\pi ft) \right] d\tau df \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Soit $\vec{r}(t)$ un signal vectoriel à valeurs réels. On peut écrire $\vec{r}(t)$ de la même manière :

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= 2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{R}_t(\tau, f) d\tau df \\ &= 2 \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\vec{p}(\tau, f) \cos(2\pi ft) + \vec{q} \sin(2\pi ft)] d\tau df \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

$$\text{où } \vec{p}(\tau, f) = \begin{pmatrix} X_R(\tau, f) \\ Y_R(\tau, f) \\ Z_R(\tau, f) \end{pmatrix} \text{ et } \vec{q}(\tau, f) = \begin{pmatrix} -X_I(\tau, f) \\ -Y_I(\tau, f) \\ -Z_I(\tau, f) \end{pmatrix}$$

$\vec{R}_t(\tau, f)$ désigne la contribution de la fréquence f à l'instant τ au signal $\vec{r}(t)$.

L'idée ici est de reprendre les travaux de [Pinnegar 2006] en prenant soin de considérer tous les cas limites (le cas d'alignement singulier des angles d'Euler, le cas linéaire et le cas circulaire). Le signal vectoriel 3C est exprimé par une superposition de sinusoides qui oscillent dans l'espace en décrivant pour chaque fréquence considérée un mouvement elliptique (comprenant les cas limites d'un mouvement

linéaire ou circulaire). Autrement dit, on décompose le signal en spectre d'éléments elliptiques où chaque contribution $\vec{R}_t(\tau, f)$ est exprimée avec un paramétrage d'ellipse.

Le paramétrage d'une ellipse $Ell(t)$ orientée arbitrairement dans un espace 3D est défini de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 Ell(t) &= \overbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}^{\text{Positionnement du plan de l'ellipse dans l'espace 3D}} \overbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & -\sin \delta \\ 0 & \sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix}}^{\text{Orientation de l'ellipse dans le plan (xy)}} \overbrace{\begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}^{\text{Paramétrage d'une ellipse dans le plan (xy)}} \overbrace{\begin{pmatrix} a \cos(2\pi ft - \varphi) \\ b \cos(2\pi ft - \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}}^{\text{Paramétrage d'une ellipse dans le plan (xy)}} \\
 &= R_\theta^z R_\delta^x R_\gamma^z \begin{pmatrix} a \cos \varphi \cos(2\pi ft) + a \sin \varphi \sin(2\pi ft) \\ -b \sin \varphi \cos(2\pi ft) + b \cos \varphi \sin(2\pi ft) \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= R_\theta^z R_\delta^x R_\gamma^z \begin{pmatrix} a \cos \varphi \\ -b \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \cos(2\pi ft) + R_\theta^z R_\delta^x R_\gamma^z \begin{pmatrix} a \cos \varphi \\ b \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \sin(2\pi ft) \tag{B.4}
 \end{aligned}$$

où γ mesure l'orientation du grand axe dans le plan de l'ellipse (angle entre le noeud ascendant et la point de déplacement maximum), θ l'azimut du plan de l'ellipse par rapport à l'axe Ox, δ l'inclinaison du plan de l'ellipse par rapport à l'axe horizontal, a le demi grand axe de l'ellipse, b le demi petit axe de l'ellipse, φ l'angle excentrique de la position initiale ($t=0$) par rapport au point déplacement maximum, f la fréquence, et t le temps. R_θ^z (R_δ^x , R_γ^z) représente la matrice de rotation d'un angle θ (δ , γ) autour de l'axe Oz (Ox, Oz).

Soit $\vec{r}(t)$ un signal vectoriel à trois composantes à valeurs réels :

$$R_t(\tau, f) = \begin{pmatrix} p_x(\tau, f) \cos(2\pi ft) + q_x(\tau, f) \sin(2\pi ft) \\ p_y(\tau, f) \cos(2\pi ft) + q_y(\tau, f) \sin(2\pi ft) \\ p_z(\tau, f) \cos(2\pi ft) + q_z(\tau, f) \sin(2\pi ft) \end{pmatrix} \tag{B.5}$$

En égalisant l'équation B.4 avec B.5, on obtient :

$$\begin{pmatrix} p_x(\tau, f) \\ p_y(\tau, f) \\ p_z(\tau, f) \end{pmatrix} = R_\theta^z R_\delta^x R_\gamma^z \begin{pmatrix} a \cos \varphi \\ -b \sin \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \tag{B.6}$$

$$\begin{pmatrix} q_x(\tau, f) \\ q_y(\tau, f) \\ q_z(\tau, f) \end{pmatrix} = R_\theta^z R_\delta^x R_\gamma^z \begin{pmatrix} a \sin \varphi \\ b \cos \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \tag{B.7}$$

D'où :

$$\left[\begin{array}{l} p_x = a \cos \varphi [\cos \gamma \cos \theta - \sin \gamma \sin \theta \cos \delta] + b \sin \varphi [\sin \gamma \cos \theta + \cos \gamma \sin \theta \cos \delta] \\ q_x = a \sin \varphi [\cos \gamma \cos \theta - \sin \gamma \sin \theta \cos \delta] - b \cos \varphi [\sin \gamma \cos \theta + \cos \gamma \sin \theta \cos \delta] \\ p_y = a \cos \varphi [\cos \gamma \sin \theta + \sin \gamma \cos \theta \cos \delta] + b \sin \varphi [\sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \cos \theta \cos \delta] \\ q_y = a \sin \varphi [\cos \gamma \sin \theta + \sin \gamma \cos \theta \cos \delta] - b \cos \varphi [\sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \cos \theta \cos \delta] \\ p_z = a \cos \varphi \sin \gamma \sin \delta - b \sin \varphi \cos \gamma \sin \delta \\ q_z = a \sin \varphi \sin \gamma \sin \delta + b \cos \varphi \cos \gamma \sin \delta \end{array} \right] \quad (\text{B.8})$$

En élevant au carré, on obtient :

$$\left[\begin{array}{l} p_x^2 = a^2 \cos^2 \varphi (\cos \gamma \cos \theta - \sin \gamma \sin \theta \cos \delta)^2 + b^2 \sin^2 \varphi (\sin \gamma \cos \theta + \cos \gamma \sin \theta \cos \delta)^2 \\ \quad + 2ab \cos \varphi \sin \varphi (\cos \gamma \cos \theta - \sin \gamma \sin \theta \cos \delta) (\sin \gamma \cos \theta + \cos \gamma \sin \theta \cos \delta) \\ q_x^2 = a^2 \sin^2 \varphi (\cos \gamma \cos \theta - \sin \gamma \sin \theta \cos \delta)^2 + b^2 \cos^2 \varphi (\sin \gamma \cos \theta + \cos \gamma \sin \theta \cos \delta)^2 \\ \quad - 2ab \cos \varphi \sin \varphi (\cos \gamma \cos \theta - \sin \gamma \sin \theta \cos \delta) (\sin \gamma \cos \theta + \cos \gamma \sin \theta \cos \delta) \\ p_y^2 = a^2 \cos^2 \varphi (\cos \gamma \sin \theta + \sin \gamma \cos \theta \cos \delta)^2 + b^2 \sin^2 \varphi (\sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \cos \theta \cos \delta)^2 \\ \quad + 2ab \cos \varphi \sin \varphi (\cos \gamma \sin \theta + \sin \gamma \cos \theta \cos \delta) (\sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \cos \theta \cos \delta) \\ q_y^2 = a^2 \sin^2 \varphi (\cos \gamma \sin \theta + \sin \gamma \cos \theta \cos \delta)^2 + b^2 \cos^2 \varphi (\sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \cos \theta \cos \delta)^2 \\ \quad - 2ab \cos \varphi \sin \varphi (\cos \gamma \sin \theta + \sin \gamma \cos \theta \cos \delta) (\sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \cos \theta \cos \delta) \\ p_z^2 = a^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \gamma \sin^2 \delta + b^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \gamma \sin^2 \delta - 2ab \cos \varphi \sin \varphi \cos \gamma \sin \gamma \sin^2 \delta \\ q_z^2 = a^2 \sin^2 \varphi \sin^2 \gamma \sin^2 \delta + b^2 \cos^2 \varphi \cos^2 \gamma \sin^2 \delta + 2ab \cos \varphi \sin \varphi \cos \gamma \sin \gamma \sin^2 \delta \end{array} \right] \quad (\text{B.9})$$

D'où :

$$\begin{aligned} A &= p^2 + q^2 \\ &= p_x^2 + q_x^2 + p_y^2 + q_y^2 + p_z^2 + q_z^2 \\ &= +a^2 \underbrace{[(\cos \gamma \cos \theta - \sin \gamma \sin \theta \cos \delta)^2 + (\cos \gamma \sin \theta + \sin \gamma \cos \theta \cos \delta)^2 + \sin^2 \gamma \sin^2 \delta]}_1 \\ &\quad + b^2 \underbrace{[(\sin \gamma \cos \theta + \cos \gamma \sin \theta \cos \delta)^2 + (\sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \cos \theta \cos \delta)^2 + \sin^2 \gamma \sin^2 \delta]}_1 \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= p^2 - q^2 \\ &= p_x^2 - q_x^2 + p_y^2 - q_y^2 + p_z^2 - q_z^2 \\ &= (a^2 - b^2)(\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) \\ &= (a^2 - b^2) \cos(2\varphi) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned} C &= 2\vec{p} \cdot \vec{q} \\ &= 2(p_x q_x + p_y q_y + p_z q_z) \\ &= \dots \\ &= (a^2 - b^2) \sin(2\varphi) \end{aligned}$$

On trouve ainsi :

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A + \sqrt{B^2 + C^2}} \\
 b &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{A - \sqrt{B^2 + C^2}} \\
 A &= p^2 + q^2 \\
 B &= p^2 - q^2 \\
 C &= 2\vec{p} \cdot \vec{q}
 \end{aligned}
 \tag{B.11}$$

Si $a > b \geq 0$ (Cas linéaire ou purement elliptique)

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{C}{B}\right) + k\pi (k \in \mathbb{Z}) \\
 B &= p^2 - q^2 \\
 C &= 2\vec{p} \cdot \vec{q}
 \end{aligned}
 \tag{B.12}$$

Notons \vec{c} le produit vectoriel de \vec{p} et \vec{q} .

$$\vec{c} = \vec{p} \wedge \vec{q} = \begin{pmatrix} p_y q_z - p_z q_y \\ p_z q_x - p_x q_z \\ p_x q_y - p_y q_x \end{pmatrix}
 \tag{B.13}$$

$$\tag{B.14}$$

On obtient alors les relations suivantes en utilisant (Eq B.8) :

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ab \sin \delta \sin \theta \\ -ab \sin \delta \cos \theta \\ ab \cos \delta \end{pmatrix}
 \tag{B.15}$$

Si $a \geq b = 0$ (Cas linéaire)

$$\begin{aligned}
 c_x = c_y = c_z = 0 \\
 \theta \text{ et } \delta \text{ indéfinis}
 \end{aligned}
 \tag{B.16}$$

Si $a \geq b > 0$ (Cas purement elliptique ou circulaire)

$$\left. \begin{array}{l}
 \cos(\delta) = cz \\
 \sin(\delta) = \sqrt{c_x^2 + c_y^2} \\
 \left. \begin{array}{l}
 \cos(\theta) = -c_y \\
 \sin(\theta) = c_x
 \end{array} \right\} \text{ si } \delta \neq 0 \\
 \theta \text{ indéfini si } \delta = 0
 \end{array} \right\} \quad (\text{B.17})$$

De même, on retrouve les relations suivantes en utilisant (Eq B.8) :

$$\left[\begin{array}{l}
 p_x \cos \varphi + q_x \sin \varphi = a(\cos \gamma \cos \theta - \sin \gamma \sin \theta \cos \delta) \\
 p_x \sin \varphi - q_x \cos \varphi = b(\sin \gamma \cos \theta + \cos \gamma \sin \theta \cos \delta) \\
 p_y \cos \varphi + q_y \sin \varphi = a(\cos \gamma \sin \theta + \sin \gamma \cos \theta \cos \delta) \\
 p_y \sin \varphi - q_y \cos \varphi = b(\sin \gamma \sin \theta - \cos \gamma \cos \theta \cos \delta) \\
 p_z \cos \varphi + q_z \sin \varphi = a \sin \gamma \sin \delta \\
 p_z \sin \varphi - q_z \cos \varphi = -b \cos \gamma \sin \delta
 \end{array} \right] \quad (\text{B.18})$$

Si $a \geq b > 0$ (Cas purement elliptique ou circulaire)

$$\left[\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \cos(\gamma) = \frac{p_z \cos \varphi + q_z \sin \varphi}{a} \\
 \sin(\gamma) = \frac{p_z \sin \varphi - q_z \cos \varphi}{-b}
 \end{array} \right\} \text{ si } \delta \neq 0 \\
 \gamma \text{ indéfini si } \delta = 0
 \end{array} \right] \quad (\text{B.19})$$

Bibliographie

- [Adhikari *et al.* 2015] LB Adhikari, UP Gautam, BP Koirala, M Bhattarai, T Kandel, RM Gupta, C Timsina, N Maharjan, K Marharjan, T Dhalet *et al.* *The aftershock sequence of the 2015 April 25 Gorkha–Nepal earthquake*. *Geophysical Journal International*, vol. 203, no. 3, pages 2119–2124, 2015. (Cité en pages 133 et 141.)
- [Akaike 1973] Htrotugu Akaike. *Maximum likelihood identification of Gaussian autoregressive moving average models*. *Biometrika*, vol. 60, no. 2, pages 255–265, 1973. (Cité en page 62.)
- [Aki & Chouet 1975] Keiiti Aki et Bernard Chouet. *Origin of coda waves : source, attenuation, and scattering effects*. *Journal of geophysical research*, vol. 80, no. 23, pages 3322–3342, 1975. (Cité en pages 25 et 66.)
- [Aki 1969] Keiiti Aki. *Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves*. *Journal of geophysical research*, vol. 74, no. 2, pages 615–631, 1969. (Cité en pages 25 et 66.)
- [Balanis 2005] Constantines A Balanis. *Antenna theory : analysis and design*. 2005. (Cité en page 56.)
- [Baumgardt 1990] Douglas R Baumgardt. *Investigation of teleseismic Lg blockage and scattering using regional arrays*. *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 80, no. 6B, pages 2261–2281, 1990. (Cité en pages 66 et 82.)
- [Baumgardt 2001] Douglas R Baumgardt. *Sedimentary basins and the blockage of Lg wave propagation in the continents*. *pure and applied geophysics*, vol. 158, no. 7, pages 1207–1250, 2001. (Cité en page 82.)
- [Bayer *et al.* 2012] B Bayer, R Kind, M Hoffmann, X Yuan et T Meier. *Tracking unilateral earthquake rupture by P-wave polarization analysis*. *Geophysical Journal International*, vol. 188, no. 3, pages 1141–1153, 2012. (Cité en page 27.)
- [Bear *et al.* 1999] Lorie K Bear, Gary L Pavlis et Götz HR Bokelmann. *Multi-wavelet analysis of three-component seismic arrays : Application to measure effective anisotropy at Pinon Flats, California*. *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 89, no. 3, pages 693–705, 1999. (Cité en pages 23 et 87.)
- [Behr *et al.* 2013] Y Behr, J Townend, M Bowen, L Carter, R Gorman, L Brooks et S Bannister. *Source directionality of ambient seismic noise inferred from three-component beamforming*. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, vol. 118, no. 1, pages 240–248, 2013. (Cité en page 87.)
- [Bhattarai *et al.* 2015] M Bhattarai, LB Adhikari, UP Gautam, A Laurendeau, C Labonne, R Hoste-Colomer, O Sèbe et B Hernandez. *Overview of the large 25 April 2015 Gorkha, Nepal, earthquake from accelerometric perspectives*. *Seismological Research Letters*, vol. 86, no. 6, pages 1540–1548, 2015. (Cité en pages 133 et 141.)

- [Bihan 2001] Le Bihan. *Traitement algébrique des signaux vectoriels. Application en séparation d'ondes sismiques*. PhD thesis, Institut national Polytechnique de Grenoble, 2001. (Cité en page 92.)
- [Blondel 2008] Thibaut Blondel. *Traçage spatial et temporel des eaux souterraines dans les hydrosystèmes karstiques par les matières organiques dissoutes : expérimentation et application sur les sites du Laboratoire Souterrain à Bas Bruit (LSBB) de Rustrel–Pays d’Apt et de Fontaine de Vaucluse*. Avignon, 2008. (Cité en page 33.)
- [Boashash 1992] B. Boashash. *Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals*. Proceedings of the IEEE, vol. 80, no. 4, pages 520–538, Apr 1992. (Cité en page 44.)
- [Bonner *et al.* 2006] Jessie L Bonner, David R Russell, David G Harkrider, Delaine T Reiter et Robert B Herrmann. *Development of a time-domain, variable-period surface-wave magnitude measurement procedure for application at regional and teleseismic distances, Part II : Application and Ms–mb performance*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 96, no. 2, pages 678–696, 2006. (Cité en page 27.)
- [Bormann 2012] P Bormann. *New manual of seismological observatory practice (NMSOP-2)*. IASPEI, GFZ German Research Centre for Geosciences, Potsdam, 2012. (Cité en page 102.)
- [Brachet *et al.* 2010] Nicolas Brachet, David Brown, Ronan Le Bras, Yves Cansi, Pierrick Mialle et John Coyne. *Monitoring the earth’s atmosphere with the global IMS infrasound network*. In *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pages 77–118. Springer, 2010. (Cité en page 72.)
- [Cansi & Le Pichon 2008] Yves Cansi et Alexis Le Pichon. *Infrasound event detection using the progressive multi-channel correlation algorithm*. In *Handbook of signal processing in acoustics*, pages 1425–1435. Springer, 2008. (Cité en page 72.)
- [Cansi 1995] Y Cansi. *An automatic seismic event processing for detection and location : The PMCC method*. Geophysical research letters, vol. 22, no. 9, pages 1021–1024, 1995. (Cité en pages 62, 63 et 72.)
- [Capon 1969] Jack Capon. *High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis*. Proceedings of the IEEE, vol. 57, no. 8, pages 1408–1418, 1969. (Cité en pages 60 et 72.)
- [Cornou *et al.* 2003] C Cornou, Pierre-Yves Bard et M Dietrich. *Contribution of dense array analysis to basin-edge-induced waves identification and quantification. Methodology (I)*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 93, pages 2604–2623, 2003. (Cité en page 59.)
- [Cornou 2002] Cécile Cornou. *Traitement d’antenne et imagerie sismique dans l’agglomération grenobloise (Alpes françaises) : implications pour les effets de site*. PhD thesis, Université Joseph-Fourier-Grenoble I, 2002. (Cité en pages 59 et 62.)

- [Dainty & Toksöz 1990] Anton M Dainty et M Nafi Toksöz. *Array analysis of seismic scattering*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 80, no. 6B, pages 2242–2260, 1990. (Cité en pages 66 et 77.)
- [Der *et al.* 1984] Zoltan A Der, Margaret E Marshall, Anne O’Donnel et Thomas W McElfresh. *Spatial coherence structure and attenuation of the Lg phase, site effects, and the interpretation of the Lg coda*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 74, no. 4, pages 1125–1147, 1984. (Cité en page 77.)
- [Derode 2013] Benoît Derode. *Approche expérimentale in-situ de la signature sismique du rôle des fluides dans la rupture des zones de faille : application à la rupture des grands versants rocheux fracturés*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis, 2013. (Cité en page 33.)
- [Diallo *et al.* 2005] Mamadou Sanou Diallo, M Kulesh, M Holschneider et F Scherbaum. *Instantaneous polarization attributes in the time–frequency domain and wavefield separation*. Geophysical Prospecting, vol. 53, no. 5, pages 723–731, 2005. (Cité en pages 117 et 122.)
- [Diallo *et al.* 2006] Mamadou Sanou Diallo, Michail Kulesh, Matthias Holschneider, Kristina Kurennaya et Frank Scherbaum. *Instantaneous polarization attributes based on an adaptive approximate covariance method*. Geophysics, vol. 71, no. 5, pages V99–V104, 2006. (Cité en pages 117 et 122.)
- [Flinn 1965] EA Flinn. *Signal analysis using rectilinearity and direction of particle motion*. Proceedings of the IEEE, vol. 53, no. 12, pages 1874–1876, 1965. (Cité en pages 115, 116, 121 et 139.)
- [Gaffet *et al.* 1998] Stéphane Gaffet, Christophe Larroque, Anne Deschamps et Florence Tressols. *A dense array experiment for the observation of waveform perturbations*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol. 17, no. 7, pages 475–484, 1998. (Cité en pages 55, 70 et 72.)
- [Gal *et al.* 2016] M Gal, AM Reading, SP Ellingsen, KD Koper, R Burlacu et SJ Gibbons. *Deconvolution enhanced direction of arrival estimation using one-and three-component seismic arrays applied to ocean induced microseisms*. Geophysical Journal International, vol. 206, no. 1, pages 345–359, 2016. (Cité en page 92.)
- [Gibbons *et al.* 2011] Steven J Gibbons, Johannes Schweitzer, Frode Ringdal, Tormod Kværna, Svein Mykkeltveit et B Paulsen. *Improvements to seismic monitoring of the European Arctic using three-component array processing at SPITS*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 101, no. 6, pages 2737–2754, 2011. (Cité en pages 26 et 87.)
- [Grandin *et al.* 2015] Raphaël Grandin, Martin Vallée, Claudio Satriano, Robin Lacassin, Yann Klinger, Martine Simoes et Laurent Bollinger. *Rupture process of the Mw=7.9 2015 Gorkha earthquake (Nepal) : insights into Himalayan megathrust segmentation*. Geophysical Research Letters, vol. 42, no. 20, pages 8373–8382, 2015. (Cité en pages 133 et 141.)

- [Hobiger *et al.* 2011] Manuel Hobiger, Cécile Cornou, P-Y Bard et N Le Bihan. *MUSIQUE : A quaternion-based array processing technique for surface wave polarization analysis*. In 2011 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP), pages 5–8. IEEE, 2011. (Cité en page 94.)
- [Hobiger *et al.* 2016] Manuel Hobiger, Cécile Cornou, Pierre-Yves Bard, Nicolas Le Bihan et Walter Imperatori. *Analysis of seismic waves crossing the Santa Clara Valley using the three-component MUSIQUE array algorithm*. *Geophysical Journal International*, vol. 207, no. 1, pages 439–456, 2016. (Cité en page 94.)
- [Hobiger 2011] Manuel Hobiger. *Polarisation des ondes de surface : caractérisation, inversion et application à l'étude de l'aléa sismique*. PhD thesis, Grenoble, 2011. (Cité en pages 88, 94, 96 et 97.)
- [Hong & Menke 2008] Tae-Kyung Hong et William Menke. *Imaging laterally varying regional heterogeneities from seismic coda using a source-array analysis*. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, vol. 166, no. 3, pages 188–202, 2008. (Cité en page 67.)
- [Hong & Xie 2005] Tae-Kyung Hong et Jiakang Xie. *Phase composition of regional seismic waves from underground nuclear explosions*. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, vol. 110, no. B12, 2005. (Cité en pages 66 et 72.)
- [Imtiaz 2015] Afifa Imtiaz. *Seismic wave field, spatial variability and coherency of ground motion over short distances : near source and alluvial valley effects*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes, 2015. (Cité en page 94.)
- [Inza *et al.* 2013] Adolfo Inza, Jean-Philippe Métaxian, Jerome Mars, Orlando Macedo et Gareth O'Brien. *Source dynamics of vulcanian explosions analysed with a high-resolution multicomponent seismic arrays technique*. In Scientific Assembly of International Association of Vulcanology and Chemistry of the Earth's Interior. IAVCEI 2013, page 3W_2A_P8, 2013. (Cité en page 88.)
- [Inza *et al.* 2014] LA Inza, Jean-Philippe Métaxian, JI Mars, CJ Bean, Gareth S O'Brien, Orlando Macedo et Daria Zandomenighi. *Analysis of dynamics of vulcanian activity of Ubinas volcano, using multicomponent seismic antennas*. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, vol. 270, pages 35–52, 2014. (Cité en page 88.)
- [Inza 2013] Lamberto Adolfo Inza. *Compréhension des processus magmatiques et localisation des sources sismo-volcaniques avec des antennes sismiques multicomposantes*. PhD thesis, Grenoble, 2013. (Cité en pages 88, 90, 95 et 97.)
- [Jepsen & Kennett 1990] DC Jepsen et BLN Kennett. *Three-component analysis of regional seismograms*. *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 80, no. 6B, pages 2032–2052, 1990. (Cité en pages 87 et 140.)
- [Johnson & Dudgeon 1992] Don H Johnson et Dan E Dudgeon. *Array signal processing : concepts and techniques*. 1992. (Cité en page 55.)

- [Jones *et al.* 2016] Joshua P Jones, David W Eaton et Enrico Caffagni. *Quantifying the similarity of seismic polarizations*. Geophysical Journal International, vol. 204, no. 2, pages 968–984, 2016. (Cité en page 140.)
- [Jurkevics 1988] Andy Jurkevics. *Polarization analysis of three-component array data*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 78, no. 5, pages 1725–1743, 1988. (Cité en pages 121, 124 et 140.)
- [Kim *et al.* 1997] W-Y Kim, V Aharonian, AL Lerner-Lam et PG Richards. *Discrimination of earthquakes and explosions in southern Russia using regional high-frequency three-component data from the IRIS/JSP Caucasus network*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 87, no. 3, pages 569–588, 1997. (Cité en page 26.)
- [Korobkin & Buslov 2011] VV Korobkin et MM Buslov. *Tectonics and geodynamics of the western Central Asian fold belt (Kazakhstan Paleozoïdes)*. Russian Geology and Geophysics, vol. 52, no. 12, pages 1600–1618, 2011. (Cité en page 68.)
- [Kulesh *et al.* 2007] M. Kulesh, M. S. Diallo, M. Holschneider, K. Kurennaya, F. Krüger, M. Ohrnberger et F. Scherbaum. *Polarization analysis in the wavelet domain based on the adaptive covariance method*. Geophysical Journal International, vol. 170, no. 2, pages 667–678, 2007. (Cité en pages 117, 122, 124 et 139.)
- [Kuwahara *et al.* 1997] Yasuto Kuwahara, Hisao Ito, Hitoshi Kawakatsu, Takao Ohminato et Tsutomu Kiguchi. *Crustal heterogeneity as inferred from seismic coda wave decomposition by small-aperture array observation*. Physics of the earth and planetary interiors, vol. 104, no. 1, pages 247–256, 1997. (Cité en pages 66 et 83.)
- [Kværna & Ringdal 1992] Tormod Kværna et Frode Ringdal. *Integrated array and three-component processing using a seismic microarray*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 82, no. 2, pages 870–882, 1992. (Cité en page 87.)
- [Laske *et al.* 2013] Gabi Laske, Guy Masters, Zhitu Ma et Mike Pasyanos. *Update on CRUST1. 0-A 1-degree global model of Earth's crust*. In Geophys. Res. Abstracts, volume 15, page 2658, 2013. (Cité en page 84.)
- [Le Bihan *et al.* 2007] Nicolas Le Bihan, Sebastian Miron et Jérôme I Mars. *MUSIC algorithm for vector-sensors array using biquaternions*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 55, no. 9, pages 4523–4533, 2007. (Cité en page 88.)
- [Li *et al.* 2007] Hongyan Li, Igor B Morozov et Scott B Smithson. *Correlation of Lg amplitude ratios from peaceful nuclear explosions to crustal structure in northern Eurasia*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 97, no. 2, pages 426–439, 2007. (Cité en page 82.)
- [Lilly & Park 1995] Jonathan M Lilly et Jeffrey Park. *Multiwavelet spectral and polarization analyses of seismic records*. Geophysical Journal International, vol. 122, no. 3, pages 1001–1021, 1995. (Cité en page 121.)

- [MacCarthy *et al.* 2013] Jonathan K MacCarthy, Dale N Anderson et Jessie L Bonner. *Combined Rayleigh-and Love-Wave Magnitudes for Seismic Event Discrimination and Screening Analysis*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 103, no. 6, pages 3334–3340, 2013. (Cité en page 27.)
- [Marcos *et al.* 1998] Sylvie Marcos *et al.* *Les méthodes à haute résolution*. Hermes, 1998. (Cité en page 62.)
- [Matsumoto *et al.* 2001] Satoshi Matsumoto, Kazusige Obara et Akira Hasegawa. *Characteristics of coda envelope for Slant-Stacked Seismogram*. Geophysical research letters, vol. 28, no. 6, pages 1111–1114, 2001. (Cité en page 66.)
- [Meza-Fajardo *et al.* 2015] Kristel C Meza-Fajardo, Apostolos S Papageorgiou et Jean-François Semblat. *Identification and Extraction of Surface Waves from Three-Component Seismograms Based on the Normalized Inner Product*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 105, no. 1, pages 210–229, 2015. (Cité en page 122.)
- [Mikhailova *et al.* 2010] N Mikhailova, A Smirnov, Y Cansi, J Guilbert et O Sebe. *Detailed analysis of regional seismic phases using array processing : Examples of anomalous observations*, 2010. Poster presented at European Seismological Commission 32nd General Assembly, Montpellier, France, 6-10 September 2010. (Cité en page 67.)
- [Miron 2005] Sebastian Miron. *Méthodes multilinéaires et hypercomplexes en traitement d'antenne multicomposante haute résolution*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2005. (Cité en pages 19, 20, 88, 93, 94, 95 et 97.)
- [Mitchell *et al.* 1996] BJ Mitchell, J Xie et Y Pan. *Attenuation and blockage in Lg in Eurasia*. In *Monitoring a Comprehensive Test Ban Treaty*, pages 645–654. Springer, 1996. (Cité en page 82.)
- [Mitchell *et al.* 1997] Brian J Mitchell, Yu Pan, Jiakang Xie et Lianli Cong. *Lg coda Q variation across Eurasia and its relation to crustal evolution*. Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978-2012), vol. 102, no. B10, pages 22767–22779, 1997. (Cité en page 83.)
- [Mitchell *et al.* 2008] Brian J Mitchell, Lianli Cong et Goran Ekström. *A continent-wide map of 1-Hz Lg coda Q variation across Eurasia and its relation to lithospheric evolution*. Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012), vol. 113, no. B4, 2008. (Cité en page 83.)
- [Montalbetti & Kanasevich 1970] James F Montalbetti et Ernest R Kanasevich. *Enhancement of teleseismic body phases with a polarization filter*. Geophysical Journal International, vol. 21, no. 2, pages 119–129, 1970. (Cité en pages 116 et 121.)
- [Morozov & Smithson 1996] Igor B Morozov et Scott B Smithson. *Instantaneous polarization attributes and directional filtering*. Geophysics, vol. 61, no. 3, pages 872–881, 1996. (Cité en pages 117 et 121.)

- [Pasyanos *et al.* 2014] Michael E Pasyanos, T Guy Masters, Gabi Laske et Zhitu Ma. *LITHO1.0 : An updated crust and lithospheric model of the Earth*. Journal of Geophysical Research : Solid Earth, vol. 119, no. 3, pages 2153–2173, 2014. (Cité en page 84.)
- [Paulus 2006] Caroline Paulus. *Filtrage de données sismiques multicomposantes et estimation de la polarisation*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, 2006. (Cité en pages 88 et 91.)
- [Phillips *et al.* 2008] William Scott Phillips, Richard Jerome Stead, George Edward Randall, Hans Edward Hartse et Kevin Mitsuo Mayeda. *Source effects from broad area network calibration of regional distance coda waves*. Advances in geophysics, vol. 50, pages 319–351, 2008. (Cité en page 83.)
- [Pinnegar 2006] CR Pinnegar. *Polarization analysis and polarization filtering of three-component signals with the time-frequency S transform*. Geophysical Journal International, vol. 165, no. 2, pages 596–606, 2006. (Cité en pages 118, 120, 122, 123, 124, 125, 126, 139 et 183.)
- [Poggi & Fäh 2010] Valerio Poggi et Donat Fäh. *Estimating Rayleigh wave particle motion from three-component array analysis of ambient vibrations*. Geophysical Journal International, vol. 180, no. 1, pages 251–267, 2010. (Cité en page 87.)
- [Quin & Thurber 1992] HR Quin et CH Thurber. *Seismic velocity structure and event relocation in Kazakhstan from secondary P phases*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 82, no. 6, pages 2494–2510, 1992. (Cité en page 68.)
- [Rautian & Leith 2002] Tatyana Rautian et William Leith. *Composite regional catalogs of earthquakes in the Former Soviet Union*. US Geological Survey Open File Report, vol. 2, page 500, 2002. (Cité en page 70.)
- [Rissanen 1978] Jorma Rissanen. *Modeling by shortest data description*. Automatica, vol. 14, no. 5, pages 465–471, 1978. (Cité en page 62.)
- [Ritzwoller *et al.* 2003] MH Ritzwoller, NM Shapiro, AL Levshin, EA Bergman et ER Engdahl. *Ability of a global three-dimensional model to locate regional events*. Journal of Geophysical Research : Solid Earth, vol. 108, no. B7, 2003. (Cité en pages 134 et 142.)
- [Roessler *et al.* 2010] D Roessler, F Krueger, M Ohrnberger et L Ehlert. *Rapid characterisation of large earthquakes by multiple seismic broadband arrays*. Natural Hazards and Earth System Sciences, vol. 10, no. 4, pages 923–932, 2010. (Cité en page 30.)
- [Sato *et al.* 2012] Haruo Sato, MichaelC. Fehler et Takuto Maeda. *Phenomenological Study of Coda Waves*. In Seismic Wave Propagation and Scattering in the Heterogeneous Earth : Second Edition, pages 1–492. Springer Berlin Heidelberg, 2012. (Cité en pages 25 et 66.)
- [Schimmel & Gallart 2003] Martin Schimmel et J Gallart. *The use of instantaneous polarization attributes for seismic signal detection and image enhancement*.

- Geophysical Journal International, vol. 155, no. 2, pages 653–668, 2003. (Cité en page 117.)
- [Schisselé *et al.* 2004] Estelle Schisselé, Jocelyn Guilbert, Stéphane Gaffet et Yves Cansi. *Accurate time-frequency-wavenumber analysis to study coda waves*. Geophysical Journal International, vol. 158, no. 2, pages 577–591, 2004. (Cité en pages 25, 62 et 66.)
- [Schisselé *et al.* 2005] Estelle Schisselé, Stéphane Gaffet et Yves Cansi. *Characterization of regional and local scattering effects from small-aperture seismic array recordings*. Journal of seismology, vol. 9, no. 2, pages 137–149, 2005. (Cité en pages 25, 62 et 66.)
- [Schmith 1986] Schmith. *Multiple emitter location and signal parameter estimation*. IEEE transactions on antennas and propagation, vol. 34, no. 3, pages 276–280, 1986. (Cité en page 61.)
- [Sengor & Natalin 1996] AMC Sengor et BA Natalin. *Paleotectonics of Asia : fragments of a synthesis*. 1996. (Cité en page 68.)
- [Šileny  & Milev 2008] Jan Šileny  et Alexander Milev. *Source mechanism of mining induced seismic events-resolution of double couple and non double couple models*. Tectonophysics, vol. 456, no. 1, pages 3–15, 2008. (Cité en page 28.)
- [Smirnov 2005] AA Smirnov. *Records analysis of Altai earthquake dated September 27, 2003 obtained at seismic and infrasound stations of NNCRK*. NNC RK Bulletin, 2005. (in Russian). (Cité en page 67.)
- [Spudich & Bostwick 1987] Paul Spudich et Todd Bostwick. *Studies of the Seismic Coda Using an Earthquake Cluster as a Deeply Buried Seismograph Array*. Journal of Geophysical Research, vol. 92, no. B10, pages 10526–10546, 1987. (Cité en page 67.)
- [Stein & Wysession 2009] Seth Stein et Michael Wysession. *An introduction to seismology, earthquakes, and earth structure*. John Wiley & Sons, 2009. (Cité en pages 15, 16, 18, 22, 23, 24 et 28.)
- [Stockwell *et al.* 1996] R. G. Stockwell, L. Mansinha et R. Lowe. *Localization of the Complex Spectrum : The S Transform*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 44, no. 4, pages 998–1001, 1996. (Cité en pages 46, 125 et 127.)
- [Stockwell 2007] R.G. Stockwell. *Why Use the S-transform ?* Fields Institute Communications, vol. 52, pages 279–309, 2007. (Cité en page 47.)
- [Taner *et al.* 1979] M Turhan Taner, Fulton Koehler et RE Sheriff. *Complex seismic trace analysis*. Geophysics, vol. 44, no. 6, pages 1041–1063, 1979. (Cité en page 44.)
- [Vidale 1986] John E Vidale. *Complex polarization analysis of particle motion*. Bulletin of the Seismological society of America, vol. 76, no. 5, pages 1393–1405, 1986. (Cité en pages 116, 117, 121, 124 et 139.)
- [Wagner 1996] Gregory S Wagner. *Resolving diversely polarized, superimposed signals in three-component seismic array data*. Geophysical research letters, vol. 23, no. 14, pages 1837–1840, 1996. (Cité en pages 88, 91, 92, 96 et 97.)

- [Wagner 1997] Gregory S Wagner. *Regional wave propagation in southern California and Nevada : Observations from a three-component seismic array*. Journal of Geophysical Research : Solid Earth, vol. 102, no. B4, pages 8285–8311, 1997. (Cité en page 91.)
- [Wagner 1998] Gregory S Wagner. *Local wave propagation near the San Jacinto Fault Zone, southern California : Observations from a three-component seismic array*. Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012), vol. 103, no. B4, pages 7231–7246, 1998. (Cité en pages 66 et 91.)
- [Xiao *et al.* 2010] Wenjiao Xiao, Baochun Huang, Chunming Han, Shu Sun et Jiliang Li. *A review of the western part of the Altaiids : a key to understanding the architecture of accretionary orogens*. Gondwana Research, vol. 18, no. 2, pages 253–273, 2010. (Cité en pages 68 et 70.)
- [Yoshimoto & Jin 2008] Kazuo Yoshimoto et Anshu Jin. *Coda energy distribution and attenuation*. Advances in Geophysics, vol. 50, pages 265–299, 2008. (Cité en page 66.)
- [Zeiler & Velasco 2009] Cleat Zeiler et Aaron A Velasco. *Developing local to near-regional explosion and earthquake discriminants*. Bulletin of the Seismological Society of America, vol. 99, no. 1, pages 24–35, 2009. (Cité en page 26.)
- [Zywicki 1999] Daren Joseph Zywicki. *Advanced signal processing methods applied to engineering analysis of seismic surface waves*. 1999. (Cité en pages 50 et 55.)

Résumé : L'analyse du champ d'ondes est un pré-requis essentiel à l'étude de la propagation des ondes sismiques qui permet à son tour d'améliorer notre compréhension des processus physiques liés à la nature de la source et notre connaissance des milieux de propagation. L'objectif de cette thèse est de développer des techniques de traitement du signal afin d'améliorer l'exploitation des informations apportées par les stations et les antennes 3 composantes dans le but de caractériser le champ d'ondes sismiques. Elle se concentre sur les analyses de polarisation, leur extension aux antennes 3 composantes et leur utilisation conjointe avec des traitements d'antenne classiques. La thèse revient sur les approches existantes qui tentent d'étendre le traitement d'antenne aux 3 composantes. Ces méthodes existantes se montrent complexes et leur utilisation reste limitée, la thèse suggère deux méthodes alternatives associant successivement traitement d'antenne et polarisation. Afin d'exploiter au mieux les analyses de polarisation, un système standardisé de paramètres décrivant la polarisation est développé et associé à une solution de visualisation permettant de regrouper l'ensemble des paramètres essentiels à l'interprétation sur une figure unique. Finalement, une étude de polarisation sur l'antenne 3 composantes du LSBB (Laboratoire Souterrain Bas Bruit) démontre la possibilité d'utiliser la cohérence spatiale de la polarisation comme aide pour l'interprétation des sismogrammes.

Mots clés : antenne multi-composantes, modèle vectoriel de polarisation, analyse de polarisation, domaine temps-fréquence, traitement d'antenne, caractérisation du champ d'ondes, onde sismique, propagation des ondes

Abstract : The analysis of the seismic wavefield is an essential pre-requisite to the study of seismic wave propagation which in turns helps improving our understanding of the physical processes behind the sources and our knowledge of the propagation medium. The objective of this thesis is to further develop signal processing techniques to more fully exploit the information brought by the 3 component stations and arrays in order to characterize the seismic wavefield. The thesis work focuses on polarization analysis, its extension to 3-component arrays and its joint use with classical array processing. A review of the existing methods that attempt to extend array processing to the 3-components leads to the observation that these methods are complex and their use is limited. Therefore, two alternative methods that associate array processing and polarization sequentially are suggested. In order to best exploit the polarization analyses, a standardized parametrization system describing the polarization is developed and associated with a visualization solution regrouping all the parameters necessary for the interpretation on one figure. Finally, a polarization analysis performed on data from the LSBB 3-component array demonstrates the possibility to use spatial coherency to assist with the interpretation of seismograms.

Keywords : multi-component array, vectorial polarization model, polarization analysis, time-frequency domain, array processing, wavefield characterization, seismic wave, wave propagation
