



**HAL**  
open science

# Prise en compte de l'usure dans la modélisation du comportement sous charge des engrenages roues et vis tangentés

Dalia Jbily

► **To cite this version:**

Dalia Jbily. Prise en compte de l'usure dans la modélisation du comportement sous charge des engrenages roues et vis tangentés. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Lyon, 2016. Français. NNT : 2016LYSEI037 . tel-01494700

**HAL Id: tel-01494700**

**<https://theses.hal.science/tel-01494700>**

Submitted on 23 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre : 2016LYSEI037

**THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON**  
opérée au sein de  
**L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

**Ecole Doctorale 162**  
**Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique**

**Spécialité de doctorat : Mécanique**

Soutenue publiquement le 22/04/2016, par :

**Dalia Jbily**

---

**Prise en compte de l'usure dans la  
modélisation du comportement sous  
charge des engrenages roues et vis  
tangentes**

---

Devant le jury composé de :

Fillon Michel, Directeur de Recherche CNRS, Université de Poitiers, ENSMA-ISAE  
Daidié Alain, Professeur des Universités, INSA Toulouse  
Rech Joël, Professeur des Universités, ENISE, ST Etienne  
Octrue Michel, Docteur, CETIM  
Guingand Michèle, Maître de Conférences HDR, INSA Lyon  
de Vaujany Jean-Pierre, Maître de Conférences, INSA Lyon

Rapporteur  
Rapporteur  
Président  
Examineur  
Directrice de thèse  
Directeur de thèse



Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a> Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 <sup>e</sup> étage <a href="mailto:secretariat@edchimie-lyon.fr">secretariat@edchimie-lyon.fr</a> Insa : R. GOURDON	<b>M. Stéphane DANIELE</b> Institut de Recherches sur la Catalyse et l'Environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 avenue Albert Einstein 69626 Villeurbanne cedex <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a>
E.E.A.	<b>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://edeea.ec-lyon.fr">http://edeea.ec-lyon.fr</a> Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN <a href="mailto:Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr">Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr</a>	<b>M. Gérard SCORLETTI</b> Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18.60.97 Fax : 04.78.43.37.17 <a href="mailto:Gerard.scorletti@ec-lyon.fr">Gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a>
E2M2	<b>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</b> <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a> Sec : Safia AIT CHALAL Bat Darwin - UCB Lyon 1 04.72.43.28.91 Insa : H. CHARLES <a href="mailto:Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr">Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Gudrun BORNETTE</b> CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 <a href="mailto:e2m2@univ-lyon1.fr">e2m2@univ-lyon1.fr</a>
EDISS	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</b> <a href="http://www.ediss-lyon.fr">http://www.ediss-lyon.fr</a> Sec : Safia AIT CHALAL Hôpital Louis Pradel - Bron 04.72.68.49.09 Insa : M. LAGARDE <a href="mailto:Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr">Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Emmanuelle CANET-SOULAS</b> INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax : 04.72.68.49.16 <a href="mailto:Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr">Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr</a>
INFOMATHS	<b>INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES</b> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a> Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 <sup>e</sup> étage <a href="mailto:infomaths@univ-lyon1.fr">infomaths@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Sylvie CALABRETTO</b> LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.80.46 Fax 04.72.43.16.87 <a href="mailto:Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr">Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr</a>
Matériaux	<b>MATERIAUX DE LYON</b> <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a> Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry <a href="mailto:Ed.materiaux@insa-lyon.fr">Ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jean-Yves BUFFIERE</b> INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.71.70 Fax 04.72.43.85.28 <a href="mailto:Ed.materiaux@insa-lyon.fr">Ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>
MEGA	<b>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://mega.universite-lyon.fr">http://mega.universite-lyon.fr</a> Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Philippe BOISSE</b> INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.72.37 <a href="mailto:Philippe.boisse@insa-lyon.fr">Philippe.boisse@insa-lyon.fr</a>
ScSo	<b>ScSo*</b> <a href="http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/">http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/</a> Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT <a href="mailto:viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr">viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr</a>	<b>Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN</b> Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



*À mon mari*  
*À mes enfants :*  
*Youssef et Daniel*  
*À mes parents*  
*À toute ma famille*



---

---

# Remerciements

---

---

Cette thèse a été réalisée dans le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Solides (LaMCoS) à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (I.N.S.A de Lyon), dirigé par Monsieur le Professeur Daniel NELIAS. Je tiens à le remercier pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire.

Toute ma gratitude va à mes directeurs de thèse, Michèle GUINGAND et Jean-Pierre DE VAUJANY, Maîtres de Conférences à l'INSA de Lyon pour leurs patiences pendant ma thèse. Leurs conseils, leurs disponibilités ainsi que leurs soutiens moraux ont été une aide précieuse durant l'étude et la réalisation de ce mémoire.

Je suis extrêmement sensible à l'honneur que me font Monsieur Michel FILLON, Directeur de Recherche CNRS à l'université de Poitiers et Monsieur Alain DAIDIE, Professeur à INSA de Toulouse, en acceptant d'être rapporteurs de cette étude et de faire partie du jury de cette thèse.

Je remercie Monsieur Michel OCTRUE, Docteur ingénieur et Expert référent en Transmissions mécaniques au Centre Technique des Industries Mécaniques de Senlis pour son aide et ses conseils éclairés pour réaliser la comparaison avec l'expérimental et suis très honorée de sa participation au jury.

Je remercie Monsieur Joël RECH, Professeur à l'ENISE de Saint-Etienne, d'avoir accepté d'être membre du jury.

Je tiens à remercier toutes les personnes, qui de manière directe ou indirecte, ont contribué à l'aboutissement de ce travail. Parmi eux, un remerciement tout particulier à Joël TEIXEIRA-ALVES docteur ingénieur d'INSA de Lyon pour son aide.

Je voudrais remercier la France de m'avoir accueillie sur son territoire et de m'avoir ouvert les bras, merci pour tout.

Je remercie aussi mon pays la Syrie, encore saignant, d'avoir financé mes études et de me donner l'opportunité de réaliser ma thèse en France. J'espère que la paix reviendra, et que je retrouverai la Syrie encore plus belle qu'elle était quand je l'ai quittée.

Mes remerciements finaux et non les moindres vont à mon mari qui a supporté mes humeurs au gré de cette thèse, qui m'a aidée sur les nombreux fronts de la vie quotidienne, qui m'a encouragée jusqu'au bout, qui m'a remplacée auprès de mes enfants quand j'ai dû m'absenter.

Merci aussi à vous mes enfants pour avoir compris, malgré votre jeune âge, les impératifs du travail de thèse et pour m'avoir aidée à terminer.

Je remercie ma famille, tout particulièrement mes parents, à qui je dois tout ce que je suis. Pour m'avoir soutenue depuis toujours.



---

---

# Résumé

---

---

Les engrenages roues et vis sans fin sont une solution avantageuse pour transmettre le couple entre des axes perpendiculaires non concourants. Ces engrenages offrent une solution simple et efficace en terme de coût dans les applications de transmission de puissance, où un grand rapport de réduction est nécessaire, en comparaison avec les engrenages classiques à axes parallèles qui nécessitent normalement deux ou trois étapes pour obtenir les mêmes réductions avec une augmentation conséquente de complexité et du nombre de pièces.

L'usure de surface est un des modes de défaillance observés dans la vie des engrenages roues et vis sans fin qui influe sur la portée de contact, les caractéristiques de transmission et le bruit résultant.

La première étape de ces travaux est la mise au point d'un modèle numérique pour étudier le comportement quasi statique des engrenages roues et vis sans fin avec une roue en bronze et une vis en acier. Le modèle est basé sur la résolution des équations de compatibilité des déplacements ainsi que sur la méthode des coefficients d'influence. Les effets globaux de flexion et les effets locaux de contact ont été séparés. Les effets de contact ont été obtenus par la théorie de Boussinesq. Les coefficients de flexion sont estimés par la combinaison d'un calcul Éléments Finis et des fonctions d'interpolation, permettant d'une part de prendre en compte l'environnement de l'engrenage (la géométrie des arbres, des jantes et des voiles, l'emplacement des roulements,...) et d'autre part de réduire significativement les temps de calculs.

Dans une seconde étape, une méthodologie est proposée pour modéliser l'usure de la surface de dent de la roue. Le modèle de contact quasi-statique de la répartition des charges est combiné avec un modèle d'usure d'Archard. Ce modèle suppose que la profondeur d'usure est directement proportionnelle à la pression de contact et à la distance de glissement et inversement proportionnelle à la dureté du matériau. Cette loi d'usure est modifiée pour prendre en compte l'influence des conditions de lubrification en utilisant un coefficient d'usure local, dépendant de l'épaisseur du film lubrifiant, rapportée à l'amplitude des rugosités des surfaces. L'enlèvement de matière par l'usure du flanc de la roue influe sur la répartition des pressions et donc les modifications de la géométrie des dents doivent être incluses dans la prédiction de l'usure. Le calcul des pressions de contact est ainsi mis à jour pour tenir compte des changements de géométrie.

Enfin, pour valider le modèle développé des comparaisons du modèle avec des résultats expérimentaux issus de la bibliographie ont été effectuées.

**Mots-Clés :** engrenages, roues et vis sans fin, usure, partage des charges, coefficients d'influence.

---

---

# Abstract

---

---

Worm gears are one of the technical devices for transmitting torque between spatial crossed axes. They provide a simple and cost effective solution in power transmission applications, where a high reduction ratio is required. Comparable conventional parallel axis gearing would normally require two or three stages to achieve the same reduction, with a consequent increase in complexity and number of parts.

Surface wear is one of the failure modes observed in life worm gear sets which affects the contact patterns, the other transmission characteristics and the resultant noise.

The first step of this work is the development of a numerical model to provide the quasi-static behavior of worm gears with bronze wheel and steel worm. The model is based on solving the equation of displacement compatibility and the influence coefficient method. The global effects of bending and local effects of contact are separated. The contact effects are obtained with the theory of Boussinesq. Bending effects are estimated by the combination of one standard FEM computation and interpolation functions. These methods allow, on the one hand, to take into account the environment of the gear (shaft shape, rim, web, bearing location ...) and on the other to reduce significantly the computation time.

In a second step, a methodology is proposed for predicting the wear of the wheel tooth surface. In this process, a quasi-static contact model of the load distribution is combined with Archard's wear model. This model assumes that the wear depth is directly proportional to the contact pressure and sliding distance and inversely proportional to the hardness of the material. The wear law is modified to take into account the influence of the lubrication conditions using a local wear coefficient, depending on the lubricant film thickness, relative to the amplitude of surface roughness. Removal of material by wear on the wheel flank affects the pressure distribution, therefore the changes in teeth must be included in the prediction of wear. The calculation of contact pressures must also be updated to take into account the modification of the gear flank geometry.

The last step concerns the validation of the numerical. Comparisons have been carried out between the model results and experimental ones issued from the bibliography.

**Key words:** worm gears, wear, load sharing, influence coefficients.

---

---

# Table des matières

---

---

<i>Remerciements</i> .....	7
<i>Résumé</i> .....	9
<i>Abstract</i> .....	10
<i>Table des matières</i> .....	11
<i>Liste des Figures</i> .....	15
<i>Liste des Tableaux</i> .....	19
<i>Notations</i> .....	20
<i>Définition des repères</i> .....	21
<i>Introduction générale</i> .....	22
<b>Chapitre I Étude bibliographique</b> .....	<b>25</b>
<b>1. Introduction</b> .....	<b>25</b>
<b>2. Généralités des engrenages roues et vis</b> .....	<b>26</b>
2.1 Couple roue et vis sans fin.....	26
2.1.1 Particularités des engrenages roue et vis.....	26
2.1.2 Présentation des plans et des profils .....	27
2.1.3 Cinématiques et éléments primitifs .....	27
2.2 Présentation de la vis .....	29
2.2.1 Usinage de la vis .....	29
2.2.2 Rectification des vis.....	31
2.2.3 Récapitulatif des profils de vis.....	31
2.3 Présentation de la roue.....	32
2.4 Portée à vide .....	32
2.5 Vitesse de glissement.....	33
<b>3. Modélisation du comportement sous charge des engrenages</b> .....	<b>35</b>
3.1 Méthode basée sur la norme ISO.....	35
3.1.1 Calcul de la contrainte moyenne de contact.....	35
3.1.2 Endurance de surface (résistance aux piqûres) .....	36
3.2 Méthode de modélisation sous charge des engrenages.....	37
3.2.1 Modélisation du comportement élastique .....	37
3.2.2 Modélisation du contact entre les dents .....	39
3.2.3 Modélisation complète.....	42
<b>4. Usure des engrenages</b> .....	<b>47</b>
4.1 Notions générales .....	47
4.2 Généralités sur les modes d'usure .....	48
4.2.1 Usure par adhésion.....	49
4.2.2 Usure par abrasion .....	49
4.2.3 Usure par fatigue de contact .....	50
4.2.4 Usure par réactions tribo-chimiques .....	50
4.3 Généralités sur les lois d'usure .....	50
4.4 Usure des engrenages roues et vis sans fin .....	52
4.4.1 Modes de défaillance des engrenages à vis.....	52
4.4.2 Modélisation de l'usure dans les engrenages roue et vis .....	54
4.5 Fatigue de contact par pitting-écaillage .....	60
4.5.1 Généralités .....	60
4.5.2 Courbe de Wöhler.....	61

4.5.3 Classification des critères de fatigue multiaxiaux.....	62
4.5.4 Fatigue de contact sur les dentures d'engrenages .....	63
4.5.5 Etude du pitting dans les engrenages à vis.....	64
<b>5. Travaux expérimentaux .....</b>	<b>69</b>
<b>6. Conclusion .....</b>	<b>78</b>
<b>Chapitre II   Modèle de partage de charge pour engrenages roues et vis tangentes .....</b>	<b>79</b>
<b>1. Introduction.....</b>	<b>79</b>
<b>2. Partage des charges.....</b>	<b>80</b>
2.1 Résolution de l'équation de compatibilité des déplacements .....	81
2.1.1 Description du problème.....	81
2.1.2 Propriétés élastiques .....	82
2.1.3 Résolution du problème .....	84
2.2 Définition des coefficients d'influence.....	87
2.2.1 Coefficients d'influence de contact.....	87
2.2.2 Coefficients d'influence de flexion.....	88
2.3 Calcul des écarts initiaux .....	100
2.4 Partage des charges, erreur de transmission sous charge et rigidité d'engrènement .....	101
2.5 Exemples de résultats .....	102
2.5.1 Profil de l'engrenage.....	103
2.5.2 Portée à vide .....	103
2.5.3 Répartition des charges.....	104
2.5.4 Pressions instantanées.....	105
2.5.5 Portée sous charge .....	105
2.5.6 Erreur de transmission .....	106
2.5.7 Raideur d'engrènement .....	107
2.5.8 Vitesse de glissement.....	107
2.6 Influence du nombre de points pris en compte pour le calcul des coefficients d'influence.....	108
<b>3. Conclusion .....</b>	<b>110</b>
<b>Chapitre III   Modèle de prédiction de l'usure de la roue dans les engrenages roues et vis tangentes   III</b>	
<b>1. Introduction.....</b>	<b>111</b>
<b>2. Modèle quasi-statique de l'usure.....</b>	<b>112</b>
2.1 Loi d'usure employée .....	112
2.2 Démarche technique .....	112
2.3 Calcul des pressions de contact .....	115
2.4 Calcul de la distance de glissement .....	115
2.5 Effet de la lubrification.....	115
2.5.1 Modification du coefficient d'usure.....	116
2.5.2 Calcul de l'épaisseur du film lubrifiant.....	118
2.5.3 Correction de l'épaisseur du film lubrifiant.....	119
2.6 Maillage local et global .....	121
2.7 Calcul de la profondeur d'usure .....	122
2.8 Introduction des distributions d'usure sur les flancs de dents .....	123
2.9 Jeu de battement (backlash).....	123
<b>3. Exemple de résultats .....</b>	<b>124</b>
3.1 Données géométriques.....	124
3.2 L'usure dans une étape d'usure .....	127
3.3 L'usure cumulée .....	128
3.4 Partage des charges.....	129
3.5 L'erreur de transmission.....	129
3.6 Le jeu de battement (backlash) .....	130
<b>4. Influence de la taille de l'étape d'usure.....</b>	<b>131</b>
<b>5. Conclusion .....</b>	<b>135</b>
<b>Chapitre IV   Comparaisons avec des résultats expérimentaux.....</b>	<b>137</b>

<b>1. Introduction.....</b>	<b>137</b>
<b>2. Données de l'engrenage .....</b>	<b>137</b>
<b>3. Essais expérimentaux issus de la bibliographie.....</b>	<b>138</b>
<b>4. Résultats du modèle de partage des charges.....</b>	<b>140</b>
4.1 Conditions aux limites utilisées pour calculer les coefficients de flexion de la vis et de la roue.....	140
4.2 Résultats du modèle de contact.....	142
4.2.1 Profils de la vis et de la roue .....	142
4.2.2 Vitesse de glissement.....	143
4.2.3 Pressions de contact.....	144
<b>5. Résultats du modèle d'usure.....</b>	<b>145</b>
5.1 Comparaison des résultats du modèle d'usure avec des résultats expérimentaux issus de la bibliographie .....	145
5.1.1 Comparaison de la portée de contact .....	147
5.1.2 Comparaison du jeu de battement.....	148
5.2 Influence de l'usure sur la portée des pressions de contact .....	153
5.1 Évolution de l'usure cumulée .....	155
5.2 Influence de la vitesse de rotation sur l'usure.....	157
5.3 L'influence de l'usure sur l'erreur de transmission .....	158
<b>6. Couplage entre usure et pitting.....</b>	<b>161</b>
<b>7. Conclusion .....</b>	<b>173</b>
<i>Conclusion générale.....</i>	<i>175</i>
<i>Références bibliographiques.....</i>	<i>179</i>
<i>Publications personnelles.....</i>	<i>191</i>
<b>Annexes.....</b>	<b>193</b>
<b>1. Calcul du Rapport <math>R_i</math> (voir Chapitre II).....</b>	<b>193</b>
<b>2. Calcul des coefficients d'influence de surface (voir Chapitre II).....</b>	<b>195</b>
<b>3. Calcul du barycentre des efforts (voir Chapitre II).....</b>	<b>198</b>
<b>4. Protocole pour déterminer le coefficient d'usure d'Archard (voir Chapitre III) .....</b>	<b>199</b>



---

---

# Liste des Figures

---

---

Figure 0.1 : Présentation des axes de fonctionnement .....	21
Figure 0.2 : Engrenage à vis sans fin avec une roue en bronze [1].....	22
Figure I.1 : Présentation d'un engrenage roue et vis [2] .....	26
Figure I.2 : Définition des différents plans [3].....	27
Figure I.3 : Présentation des éléments primitifs [3] .....	28
Figure I.4 : Engrenages roues et vis tangentes [6] .....	28
Figure I.5 : Définition de la vis [3].....	29
Figure I.6 : Génération du profil de type A [3] .....	29
Figure I.7 : Génération du profil de type I [3].....	30
Figure I.8 : Génération du profil de type N [3] .....	30
Figure I.9 : Rectification de la vis à la meule plane [3] .....	31
Figure I.10 : Profil de la meule bi-conique .....	31
Figure I.11 : Comparaison des profils de vis .....	31
Figure I.12 : Présentation d'une roue creuse.....	32
Figure I.13 : Portée de denture [17] .....	33
Figure I.14 : Définition du jeu en un point [7] .....	33
Figure I.15 : Vitesse de glissement [7].....	34
Figure I.16 : Méthode des Éléments Quasi-Prismes [30].....	38
Figure I.17 : Méthode des Bandes Finies utilisée pour un couple d'engrenages spiro-coniques [32] .....	39
Figure I.18 : Définition d'un contact conforme et non-conforme.....	40
Figure I.19 : Maillage de la zone de contact potentiel [53].....	41
Figure I.20 : Calcul des coefficients de surface de Boussinesq [57].....	41
Figure I.21 : Modèle EF pour un engrenage conique [65] .....	43
Figure I.22 : Maillage EF distordu pour une orientation correcte des « GAP ELEMENT » [68] .....	43
Figure I.23 : Exemple de modélisation par Éléments Finis Polynomiaux .....	43
Figure I.24 : Modèle de partage de charge entre deux dents en prise [81] .....	45
Figure I.25 : Surface usée d'une roue [92].....	47
Figure I.26 : Evolution de l'usure [93].....	48
Figure I.27 : Images schématiques de modes d'usure [96].....	49
Figure I.28 : Limites de capacité de charge en fonction de la vitesse de rotation ([107]) .....	52
Figure I.29 : Illustration du modèle d'Archard [118].....	55
Figure I.30 : Contours de (i) la pression/GPa; (ii) l'épaisseur du film/ $\mu\text{m}$ ; et (iii) le taux d'usure calculé $\mu\text{m/s}$ obtenus à partir d'une solution EHL [120].....	57
Figure I.31 : Erreur de transmission [124] .....	59
Figure I.32 : Portée des pressions [124].....	60
Figure I.33 : Courbe de Wöhler et différents domaines de fatigue .....	61
Figure I.34 : Représentation schématique de la durée de vie des éléments mécaniques [128] .....	62
Figure I.35 : Pitting d'une roue en bronze [158].....	65
Figure I.36 : Endommagement par usure et pitting [157]).....	66
Figure I.37 : Corrélation entre l'emplacement de pitting et les pressions maximales [156]....	67
Figure I.38 : Emplacement du pitting en fonction du type de flanc [159] .....	68
Figure I.39 : Courbe Pression-Endurance obtenue pour le bronze [160].....	69
Figure I.40 : Usure cumulée/ $\mu\text{m}$ lorsque la matière totale enlevée est 2,2 mm <sup>3</sup> [121] .....	70
Figure I.41 : Photo d'une dent de la roue issue d'un essai d'endurance [121] .....	70

Figure I.42 : Usure abrasive en fonction du couple de sortie T2 (engrenage avec entraxe $a=160\text{mm}$ , $\text{ratio}=20$ , $n_1=500 \text{ min}^{-1}$ ) [162] .....	71
Figure I.43 : Usure abrasive en fonction de la vitesse $n_1$ (engrenages avec différents entraxes) [162] .....	71
Figure I.44 : Augmentation de l'usure due à la diminution de dureté [163] .....	72
Figure I.45 : Dommages par pitting obtenu par test d'endurance [163] .....	73
Figure I.46 : Microfissures sur le flanc de la dent ( $\times 130$ ) .....	73
Figure I.47 : Evolution de l'usure en fonction du nombre de cycles [156] .....	74
Figure I.48 : L'évolution d'un même flanc de dent pendant le test [156] .....	74
Figure I.49 : Endommagement des dents de la roue [158] .....	75
Figure I.50 : Endommagement des dents de la roue [158] .....	76
Figure I.51 : Les filets de la vis après la fin de l'essai [158] .....	77
Figure II.1 : Processus de calcul de la répartition des charges .....	79
Figure II.2 : Étude sur cinq dents .....	81
Figure II.3 : Maillage local .....	81
Figure II.4 : Définition des écarts et déplacements .....	82
Figure II.5 : Algorithme de résolution de la répartition des charges .....	86
Figure II.6 : Création d'un repère local .....	87
Figure II.7 : Distribution des points sur la vis et la roue .....	89
Figure II.8 : Définition de l'angle $\theta_m$ .....	90
Figure II.9: Distribution des points sur les filets de la vis .....	90
Figure II.10: Deux types de conditions aux limites .....	91
Figure II.11: Fonctions selon la hauteur et la largeur de dent .....	94
Figure II.12 : Corrélation entre la dent et une poutre .....	94
Figure II.13 : Points définis pour la validation des fonctions .....	97
Figure II.14 : Déplacements du groupe 1 .....	98
Figure II.15 : Déplacements du groupe 2 .....	98
Figure II.16 : Déplacements du groupe 3 .....	99
Figure II.17 : Comparaison des déplacements pour la moyenne des fonctions libres et encastées .....	100
Figure II.18 : Ecart initial sans charge .....	101
Figure II.19 : Fenêtre principale du logiciel développé .....	103
Figure II.20 : Tracé d'une coupe de la vis .....	103
Figure II.21 : Tracé d'une coupe de la roue .....	103
Figure II.22 : Portée à vide avec un jeu de $10 \mu\text{m}$ .....	104
Figure II.23 : Répartition des charges pour un pas de dent .....	104
Figure II.24 : Répartition des pressions instantanées .....	105
Figure II.25 : Portée sous charge .....	106
Figure II.26 : Erreur de transmission pour un pas de dent .....	106
Figure II.27 : Raideur d'engrènement .....	107
Figure II.28 : Vitesse de glissement .....	107
Figure II.29 : Comparaison des erreurs de transmission .....	108
Figure II.30 : Comparaison des raideurs d'engrènement .....	109
Figure III.1 : Méthodologie utilisée pour calculer l'usure de surface de la roue .....	114
Figure III.2 : Variation du coefficient d'usure en fonction du rapport $\lambda$ .....	117
Figure III.3 : Représentation sur une courbe de Stribeck des différents régimes de lubrification [169] .....	117
Figure III.4 : Lubrifiant à l'entrée de zone de contact [172] .....	120
Figure III.5 : Zones de contact évolutives .....	121
Figure III.6 : Maillage local évolutif sur le maillage global fixe de la surface de la dent .....	122
Figure III.7 : L'écart entre les surfaces avec usure .....	123
Figure III.8 : Jeu de battement (backlash) .....	124

Figure III.9 : Usure dans la première étape .....	127
Figure III.10 : Vitesse de glissement.....	127
Figure III.11 : Pressions de contact.....	128
Figure III.12 : Epaisseur du film lubrifiant .....	128
Figure III.13 : L'usure cumulée après trois étapes.....	129
Figure III.14 : Partage de charge après trois étapes .....	129
Figure III.15 : Erreur de transmission après trois étapes.....	130
Figure III.16 : Jeu de battement après trois étapes .....	130
Figure III.17 : Usure cumulée après 180000 cycles en utilisant des étapes d'usure :a) 30000 cycles, b) 15000 cycles et c) 10000 cycles.....	132
Figure III.18 : Pressions de contact après 180000 cycles en utilisant des étapes d'usure :a) 30000 cycles, b) 15000 cycles et c) 10000 cycles.....	132
Figure III.19 : Jeu de battement angulaire sur la roue obtenu avec différentes étapes d'usure .....	133
Figure III.20 : Erreur de transmission obtenu avec différentes étapes d'usure.....	133
Figure III.21 : Usure cumulée obtenue après 180000 cycles en utilisant des étapes d'usure de 4 $\mu$ m. ....	134
Figure IV.1 : Schéma du banc d'essai d'engrenage roue et vis sans fin [156] .....	139
Figure IV.2 : Évolution de l'usure en fonction du nombre de cycles [156] .....	140
Figure IV.3 : Conditions aux limites .....	141
Figure IV.4 : Maillage Eléments Finis 3D .....	142
Figure IV.5 : Le profil de la vis dans plan crémaillère décalé de 15mm .....	143
Figure IV.6 : Le profil de la roue dans plan crémaillère décalé de 10mm.....	143
Figure IV.7 : Vitesse de glissement normale .....	144
Figure IV.8 : Vitesse de glissement tangentielle.....	144
Figure IV.9 : Distribution des pressions de contact .....	145
Figure IV.10 : Comparaison des répartitions de pression du modèle avec une photo du flanc de la roue après 2323 heures. ....	147
Figure IV.11 : Comparaison des répartitions de pression du modèle avec une photo du flanc de la roue après 6863 heures. ....	148
Figure IV.12 : Evolution du backlash mesuré, cas A ( $n_1 = 1600$ tr/mn, $C_2 = 1250$ Nm).....	149
Figure IV.13 : Comparaison du jeu de battement mesuré et simulé cas A ( $n_1 = 1600$ tr/mn, $C_2 = 1250$ Nm).....	150
Figure IV.14 : Évolution du backlash mesuré cas B ( $n_1=1600$ tr/mn, $C_2=1375$ Nm).....	150
Figure IV.15 : Comparaison du jeu de battement mesuré et simulé cas B ( $n_1=1600$ tr/mn, $C_2=1375$ Nm).....	151
Figure IV.16 : Evolution du backlash mesuré cas C ( $n_1=900$ tr/mn, $C_2=1700$ Nm).....	152
Figure IV.17 : Comparaison du jeu de battement simulé et mesuré cas C ( $n_1=900$ tr/mn, $C_2=1700$ Nm).....	152
Figure IV.18 : Distribution des pressions de contact après différents nombres de cycles.....	155
Figure IV.19 : L'évolution de l'usure après différents nombres de cycles .....	157
Figure IV.20 : Influence de la vitesse de rotation sur l'usure. ....	158
Figure IV.21 : Erreur de transmission: a) sans usure, b) après $9 \cdot 10^6$ cycles c) après $19 \cdot 10^6$ cycles.....	159
Figure IV.22 : Évolution de moyenne de l'erreur de transmission avec l'usure.....	160
Figure IV.23 : Évolution de l'amplitude de l'erreur de transmission avec l'usure.....	160
Figure IV.24 : Courbe de Pression-nombre de cycles pour le bronze [160].....	161
Figure IV.25 : Distribution des pressions après $2 \cdot 10^6$ cycles. ....	162
Figure IV.26 : Distribution des pressions après 1 <sup>ère</sup> phase de pitting.....	163
Figure IV.27 : Distribution des pressions après 2 <sup>ème</sup> phase de pitting. ....	163
Figure IV.28 : Distribution des pressions après $20 \cdot 10^6$ cycles.....	164

Figure IV.29 : Comparaison du backlash mesuré et simulé, cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ , $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ ) en tenant compte du pitting ( $P_{\text{limite1}}=465 \text{ MPa}$ et $p_{\text{limite2}}= 592 \text{ Mpa}$ ). .....	164
Figure IV.30 : Evolution du backlash simulé, cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ , $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ ) avec $P_{\text{limite1}}=425 \text{ MPa}$ et $P_{\text{limite2}}= 538 \text{ MPa}$ . .....	165
Figure IV.31 : Différents paramètres à la fin de chaque phase, cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ , $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ ).....	167
Figure IV.32 : Comparson de backlash simulé et mesuré, cas C ( $n_1 = 900 \text{ tr/mn}$ , $C_2 = 1700 \text{ Nm}$ ) en prenant en compte le pitting ( $P_{\text{limite1}}= 587 \text{ MPa}$ et $p_{\text{limite2}}= 595 \text{ MPa}$ ).....	170
Figure IV.33 : L'évolution du backlash simulé, cas C ( $n_1 = 900 \text{ tr/mn}$ , $C_2 = 1700 \text{ Nm}$ ) avec $P_{\text{limite1}}=700 \text{ MPa}$ et $P_{\text{limite2}}= 595 \text{ MPa}$ . .....	170
Figure IV.34 : Différents parametres à la fin de chaque phase cas C, ( $n_1 = 900 \text{ tr/mn}$ , $C_2 = 1700 \text{ Nm}$ ).....	171
Figure A.1 : Définition de rapport de transfert d'une distance linéaire à une distance angulaire .....	193
Figure A.2 : Espace semi-infini soumis à un effort ponctuel.....	195
Figure A.3 : Coordonnées sphériques .....	195
Figure A.4 : Définition des repères .....	196

---

---

# Liste des Tableaux

---

---

Tableau I.1: Classification de modes d'usure [94].....	48
Tableau I.2 : Mode de défaillance et facteurs d'influence (norme ISO/TR 14521 [19]).....	53
Tableau II.1 : Données de l'engrenage.....	102
Tableau III.1 : Données générales de l'engrenage .....	125
Tableau III.2 : Données géométriques nécessaires pour RouVis_Metal .....	125
Tableau III.3 : Données manquantes estimées pour la fraise-mère.....	126
Tableau III.4 : Données de fonctionnement .....	126
Tableau III.5 : Données relatives aux matériaux et au lubrifiant .....	126
Tableau IV.1 : Données de l'engrenage .....	138
Tableau IV.2 : Données de matériaux et de lubrifiant .....	138
Tableau IV.3 : Conditions d'essai de l'engrenage 1/40 utilisées.....	145
Tableau IV.4 : Conditions d'essai avec le rendement utilisées pour la validation du modèle	147

---



---

# Notations

---



---

$p_i$	Pression au point $i$
$e_i^{ang}$	Écart initial au point $i$ entre les surfaces des dents de la roue et des filets
$y_i^{ang}$	Écart final au point $i$ entre les surfaces des dents de la roue et des filets de la vis sous charge
$U_{1i}^{ang}$	Déplacement angulaire de la vis au point $i$ autour de l'axe de la roue
$U_{2i}^{ang}$	Déplacement angulaire de la roue au point $i$ autour de l'axe de la roue
$\alpha^{ang}$	Rapprochement global des surfaces en contact
$C_{moteur}$	Le couple sur la vis
$\vec{n}_i$	Direction de pression
$C_{ij}$	Coefficient d'influence
$C_{ij}^s$	Coefficient d'influence de surface
$C_{ij}^{Vf}$	Coefficient d'influence de flexion de la vis
$C_{ij}^{Rf}$	Coefficient d'influence de flexion de la roue
$\varepsilon_t$	Erreur de transmission sous charge
$Z_1, Z_2$	Nombres de filets de la vis et de dents de la roue respectivement
$K^{linéaire}, K^{ang}$	Raideur d'engrènement linéaire et angulaire respectivement
$p(M_{\mu\varepsilon})$	Pression de contact au point $M_{\mu\varepsilon}$
$s(M_{\mu\varepsilon})$	Distance de glissement au point $M_{\mu\varepsilon}$
$vg(M_{\mu\varepsilon})$	Vitesse de glissement au point $M_{\mu\varepsilon}$
$v2(M_{\mu\varepsilon})$	Vitesse de point $M_{\mu\varepsilon}$ de la roue
$a(M_{\mu\varepsilon})$	Demi-largeur de contact au point $M_{\mu\varepsilon}$
$h(M_{\mu\varepsilon})$	Profondeur d'usure au point $M_{\mu\varepsilon}$
$k_{\mu\varepsilon}$	Coefficient d'usure local au point $M_{\mu\varepsilon}$
$h_{min}$	Épaisseur minimale de film lubrifiant
$R_q$	Rugosité composite des surfaces
$H_{min}$	Épaisseur minimale de film lubrifiant sans dimension
$\Phi_T$	Facteur de réduction thermique
$\eta$	Viscosité dynamique du lubrifiant
$\beta$	Coefficient de thermo-viscosité du lubrifiant
$K_f$	Conductivité thermique du lubrifiant
$T$	Température de fonctionnement
$E'$	Module d'Young équivalent
$\delta h(M_{ij})$	Profondeur d'usure au point $M_{\mu\varepsilon}$ dans un cycle
$\Delta h^k(M_{ij})$	Profondeur d'usure au point $M_{\mu\varepsilon}$ dans une étape d'usure
$C_k$	Nombre de cycles dans une étape d'usure
$e^k(M_{ij})$	Écart initial au point $M_{\mu\varepsilon}$ après $k - 1$ étapes d'usure
$h(M_{ij})$	Profondeur d'usure totale cumulée
$C_k^{total}$	Nombre de cycles total prédéfini pour calculer la profondeur d'usure
$N$	Nombre de positions cinématiques

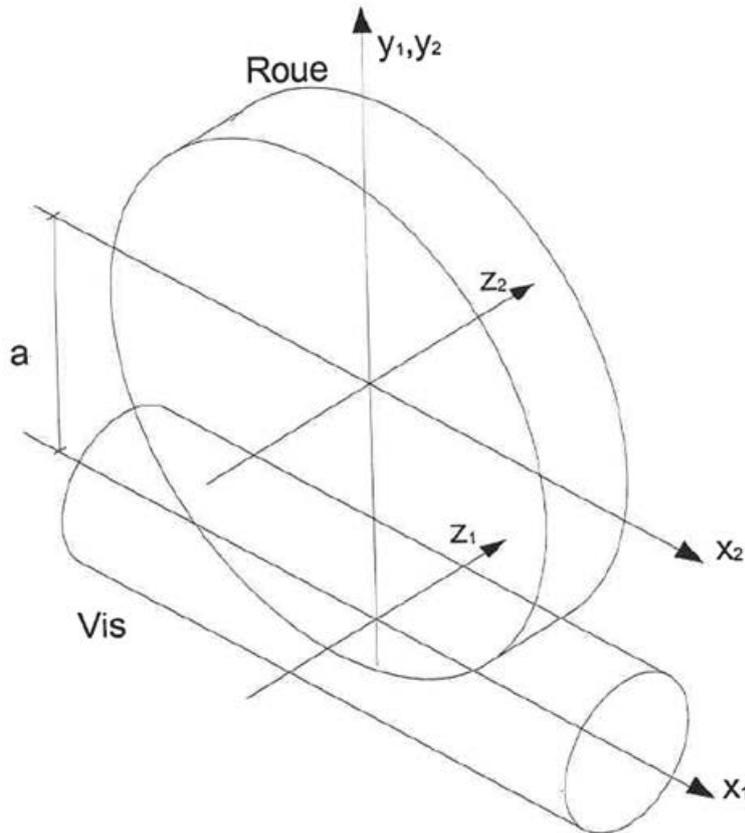
---

---

## Définition des repères

---

---



**Figure 0.1 : Présentation des axes de fonctionnement**

$(x_1, y_1, z_1)$  : repère fixe lié à la vis. L'axe  $x_1$  est confondu avec l'axe de la vis. L'axe  $y_1$  est orienté en direction du centre de la roue et l'axe  $z_1$  complète le repère direct.

$(x_2, y_2, z_2)$  : repère fixe lié à la roue. L'axe  $z_2$  est confondu avec l'axe de la roue. Les axes  $y_2$  de la roue, et  $y_1$ , de la vis, sont parallèles et orientés selon la même direction. Le plan  $(x_2, y_2)$  est confondu avec le plan médian de la roue.

$a$  : entraxe de fonctionnement.

---

---

## Introduction générale

---

---

Les engrenages roues et vis sans fin sont largement utilisés dans les industries pour de nombreuses applications. Ils sont choisis pour leur précision dans les machines-outils, les plateaux rotatifs et la robotique. La faible maintenance et l'endurance deviennent un avantage pour l'installation dans les centrifugeuses et les ascenseurs, tandis que leur nature compacte avec un grand rapport de réduction et leur capacité de charge relativement élevée les rend utiles pour les turbines à vapeur. Toutefois, cet engrenage présente un glissement élevé, qui impose d'utiliser deux matériaux différents pour éviter le grippage. En général, la vis est en acier, alors que la roue est taillée dans un matériau plus tendre, un bronze ou un nylon. La fonte a été également essayée comme matériau pour la roue, mais elle est généralement moins résistante au grippage que le bronze.

Il existe un certain nombre de modes de défaillance qui influent sur la performance et la durée de vie des engrenages à vis et qui peuvent créer un comportement indésirable. Parmi eux, l'usure de la surface du flanc de la roue est le phénomène le plus courant dans le cas acier/bronze. La vis est également soumise à l'usure, mais beaucoup plus lentement que la roue. L'usure est caractérisée par une perte de matière sur le profil et donc sur l'épaisseur de la dent. Cette usure change significativement la portée de contact et la répartition des charges, ainsi que les caractéristiques de vibration et de bruit du système.



**Figure 0.2 : Engrenage à vis sans fin avec une roue en bronze [1]**

Toute tentative visant à améliorer la durée de vie des réducteurs à vis sans fin nécessite une meilleure compréhension de son comportement.

Il est donc utile de prévoir les caractéristiques de transmission des engrenages à vis sans fin (erreurs de transmission, portée de contact, le partage des charges, usure...) dans la phase de conception, afin de réduire les coûts de fabrication.

Les objectifs principaux de cette thèse sont :

1. Tout d'abord, mettre au point une simulation quasi-statique du partage des charges, afin de fournir les informations nécessaires à la conception des engrenages. Ce modèle est une adaptation d'un modèle déjà existant au Laboratoire LaMCoS pour étudier le comportement des engrenages roues et vis sans fin avec une roue en nylon. L'approche consiste à résoudre les équations de compatibilité des déplacements avec la méthode des coefficients d'influence, qui permet de prendre en compte, de manière séparée, les effets de volume et de surface. Le processus de calcul est divisé en trois étapes :
  - Calcul de la géométrie initiale issue des conditions de fabrication. À partir de cette définition, un modèle CAO de la géométrie de l'engrenage est produit automatiquement,
  - Étude de la cinématique à vide, qui correspond au fonctionnement de l'engrenage sans appliquer aucune charge. Elle permet de définir les écarts à vide entre les flancs de roue et de vis et les zones potentielles de contact,
  - Étude du comportement sous charge afin d'obtenir le partage des charges entre les différentes dents simultanément en contact.

Cette démarche a l'avantage d'être efficace et rapide en temps de calcul. Elle a déjà été utilisée et validée pour différents types d'engrenages : cylindriques hélicoïdaux extérieurs et intérieurs, pignon-crémaillère, engrenages faces et spiro-coniques. Récemment cette méthode a été adaptée aux engrenages en polymère. Elle a été adaptée dans un premier temps pour un engrenage roue vis sans fin avec la roue en nylon et la vis en acier ainsi que pour des engrenages cylindriques en Polyamide 6-6 et PA6 renforcé fibres de verre.

2. La deuxième étape est d'intégrer l'usure de la roue dans le modèle quasi-statique.

Le mémoire de thèse est divisé en 4 chapitres :

Le premier chapitre synthétise l'état de l'art dans le domaine. Dans un premier temps, des généralités sur le couple roue et vis sans fin sont présentées ainsi que les différents profils de vis et de roue.

Ensuite, une synthèse des travaux concernant le comportement sous charge des engrenages est présentée, les modélisations du comportement élastique et du contact entre les dents sont détaillées. Une synthèse bibliographique relative à l'usure dans les engrenages : généralités sur l'usure, différents modes d'usure et de défaillance dans les engrenages roues et vis sans fin, principaux modèles utilisés dans la littérature. Une partie de la bibliographie est consacrée à la fatigue de contact par pitting : courbe de Wöhler, différents critères de fatigue et l'étude du pitting dans les engrenages à vis sans fin.

Enfin, différents travaux expérimentaux permettant de valider les démarches numériques ou pour aider à la conception sont décrits.

Le deuxième chapitre concerne la modélisation du comportement sous charge. Il porte essentiellement sur la modification de la troisième étape du processus de calcul développé par le LaMCoS pour les engrenages roues et vis dans le cas d'une roue en nylon et où la vis était considérée comme rigide et indéformable. Dans cette thèse, les deux premières étapes de ce processus ne sont pas détaillées, car la nature du matériau ne nécessite pas de modification de la méthode. Tout ce qui concerne la viscosité de la roue a été supprimé. Avec un contact

acier/bronze, les déformations de contact et de flexion de la vis ne sont plus négligeables, mais elles ont été intégrées dans la résolution du partage des charges.

Comme il a été dit précédemment, le modèle quasi-statique est basé sur la résolution des équations de comptabilité de déplacement et la méthode des coefficients d'influence. Les coefficients d'influence de contact sont calculés par la théorie de Boussinesq, alors que les coefficients d'influence de flexion sont estimés par un modèle mixte basé sur un seul calcul EF et des fonctions d'interpolations permettant de calculer rapidement les flexions de denture dans leur environnement. Afin de valider les fonctions de forme, des comparaisons ont été réalisées entre les déplacements de différents points sur une dent par un calcul Éléments Finis et les déplacements de ces mêmes points obtenus avec les fonctions. Le modèle permet d'obtenir le partage des charges entre toutes les dents simultanément en contact, les pressions de contact, l'erreur de transmission, etc.

Dans le troisième chapitre est abordé le modèle d'usure développé. Il s'agit de combiner une loi d'usure de type Archard, incluant l'influence du film lubrifiant, avec un modèle de contact de partage des charges dans les conditions quasi-statiques. La perte de matière par l'usure du flanc de la roue influe sur la répartition des pressions, donc les modifications de dents dues à l'usure doivent être prises en compte dans le modèle. Le calcul des pressions de contact est aussi mis à jour pour tenir compte des changements de géométrie. La réactualisation de la géométrie n'est pas effectuée après chaque cycle et le concept de l'étape de l'usure est introduit, cette étape correspond au temps durant lequel la géométrie de base du flanc de la roue n'est pas changée de manière significative. Des exemples de résultats obtenus avec le modèle numérique développé sont présentés. La sensibilité de l'usure et les caractéristiques de transmission telles que les pressions de contact, l'erreur de transmission et le jeu de battement à la taille de l'étape d'usure sont étudiées. Deux approches peuvent être utilisées pour calculer l'usure : la première utilisant des étapes d'usure de même taille (durée) et la deuxième approche avec des étapes d'usure de différentes tailles, définies par un enlèvement maximum de matière. Cette dernière permet de calculer l'usure sur une longue durée, avec moins d'étapes.

Le quatrième chapitre est dédié à la validation du modèle numérique. Des résultats expérimentaux issus de la bibliographie sont utilisés pour évaluer l'usure des engrenages roues et vis sans fin, en mesurant l'augmentation de jeu de battement avec le temps de fonctionnement. Les essais montrent que les deux phénomènes d'usure abrasive et de pitting sont couplés et évoluent avec le temps. Les résultats de chaque essai présentent plusieurs phases d'usure et de pitting. Les comparaisons des résultats du modèle avec les résultats expérimentaux permettent de montrer un bon accord entre le jeu de battement simulé et mesuré, quand les engrenages s'usent dès le début de fonctionnement : les courbes se superposent jusqu'à certain moment, puis elles se séparent, dû au phénomène de pitting qui survient. Durant cette phase de pitting le jeu de battement reste presque constant. Le pitting n'étant pas pris en compte dans le modèle, l'usure prévue est donc plus importante et par conséquent le jeu de battement calculé est plus élevé que dans les résultats expérimentaux.

Pour bien recalibrer les résultats de calculs avec les essais, un processus pour prendre en compte l'usure et le pitting est présenté. Le pitting est pris en compte en couplant le calcul des répartitions de pressions avec une courbe d'endurance du bronze (Pression-Nombre de cycles).

Enfin, une conclusion rappelle et résume les contributions principales de ce travail, ainsi que les développements restant à réaliser et les perspectives.

---

---

# Chapitre I

## Étude bibliographique

---

---

### 1. Introduction

Ce premier chapitre présente un état de l'art des travaux sur les engrenages roues et vis sans fin.

Ce chapitre débutera par des généralités sur les engrenages roues et vis sans fin : présentation du couple roue et vis, des différents profils de vis et de roue, de la portée à vide et de la vitesse de glissement.

Dans la deuxième partie, l'étude du comportement sous charge de ces engrenages sera largement développée. Différentes méthodes existent, allant de formulations analytiques complètes aux modèles Éléments Finis, en passant par des modèles mixtes.

Une troisième partie sera axée sur l'usure : présentation des différents modes et lois d'usure, puis une liste des modes des défaillances dans les engrenages roues et vis sans fin sera présentée. Les différentes méthodes utilisées dans la littérature pour modéliser l'usure des dentures et l'étude de son influence sur le comportement de transmissions mécaniques seront alors synthétisées. Ces méthodes sont basées sur des méthodes normalisées ou sur des modèles d'usure.

Une part de la littérature concernant la fatigue de contact est présentée dans la quatrième partie. Tout d'abord, plusieurs aspects généraux seront abordés concernant l'étude de la fatigue : courbes de fatigue (Wöhler), critères de fatigue, ensuite une analyse bibliographique détaillée portant sur l'étude du phénomène de pitting dans les engrenages à vis sans fin sera présentée.

Enfin, la cinquième et dernière partie de ce chapitre est relative aux travaux expérimentaux. Ceux-ci permettent de valider les modèles numériques développés, ou d'étudier l'influence de divers paramètres sur l'usure et le pitting de la roue, ou encore des tests d'endurance de cet engrenage.

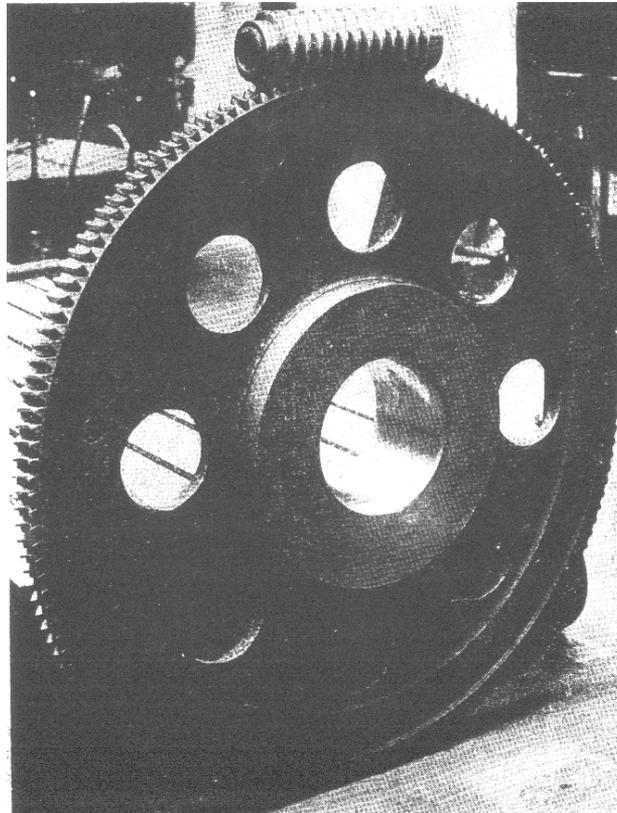
## 2. Généralités des engrenages roues et vis

### 2.1 Couple roue et vis sans fin

#### 2.1.1 Particularités des engrenages roue et vis

L'engrenage roue et vis se compose d'une roue dentée, fréquemment appelé roue creuse, et d'un pignon hélicoïdal, placé tangentiellement à la roue (Figure I.1 ). En raison du faible nombre de dents, le pignon hélicoïdal se présente sous la forme d'une vis.

L'engrenage roue et vis est un engrenage gauche et les axes de la roue et de la vis sont, en général, perpendiculaires.



**Figure I.1 : Présentation d'un engrenage roue et vis [2]**

Par rapport aux engrenages classiques, les engrenages roue et vis se caractérisent par la possibilité de transmettre un grand rapport de réduction avec :

- deux pièces mobiles seulement,
- une faible inertie,
- un volume restreint.

Toutefois, l'engrenage roue et vis présente quelques inconvénients :

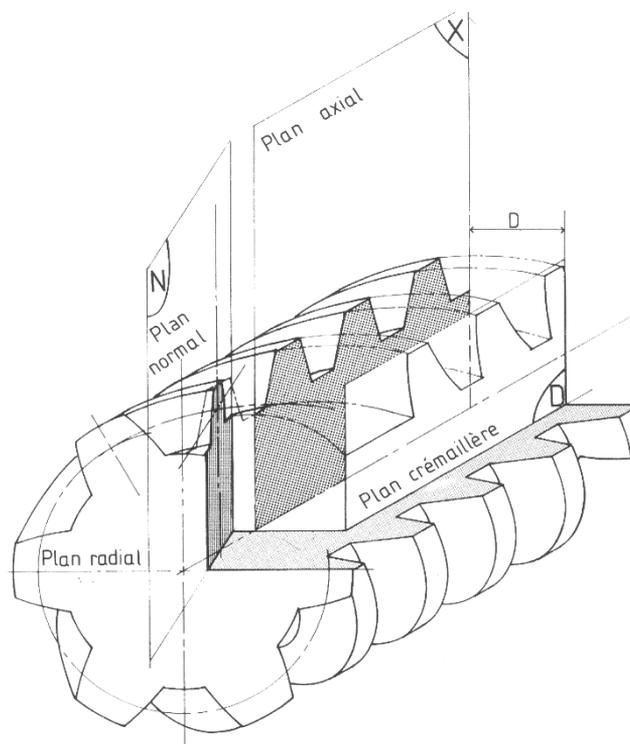
- difficulté de fabrication,
- fortes vitesses de glissement impliquant une usure assez rapide.

La difficulté de fabrication réside dans le fait que les deux pièces, la roue et la vis, présentent une géométrie propre et les outils et les méthodes de taillage ne sont pas les mêmes.

De plus, les fortes vitesses de glissement imposent d'utiliser des matériaux différents pour la vis et pour la roue. Généralement, la vis est en acier, alors que la roue est taillée dans un matériau plus tendre, un bronze ou un nylon.

### 2.1.2 Présentation des plans et des profils

Le profil est la trace des filets de la vis ou de la dent de la roue dans un plan particulier. Différents plans sont fréquemment utilisés dans l'étude des engrenages roues et vis et sont définis comme suit (Figure I.2) :

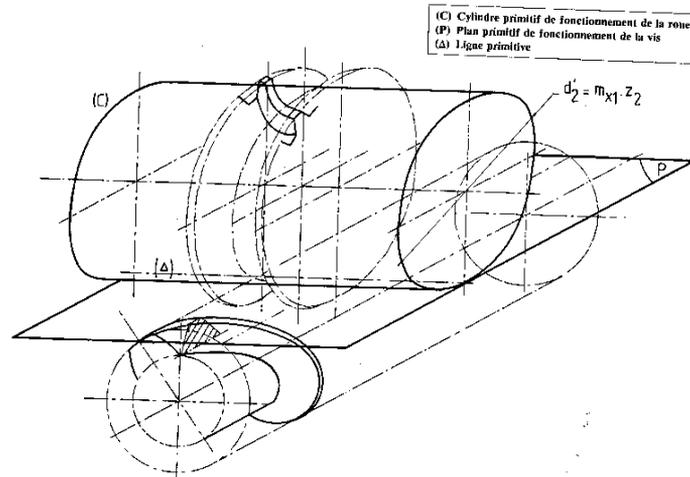


**Figure I.2 : Définition des différents plans [3]**

- Plan radial : plan perpendiculaire à l'axe de la vis,
- Plan normal ou réel (N) : plan perpendiculaire à l'hélice de référence,
- Plan axial (X) : plan contenant l'axe de la vis,
- Plan crémaillère (D) : plan parallèle au plan axial.

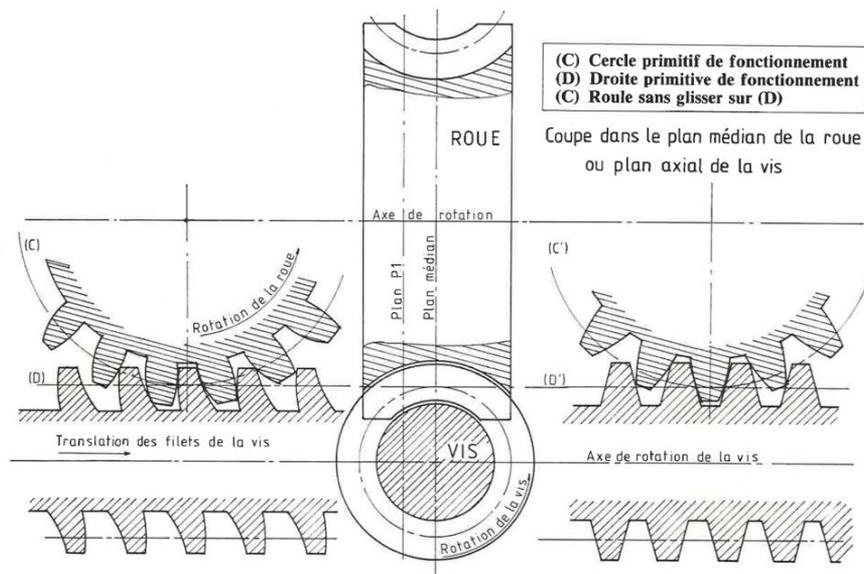
### 2.1.3 Cinématiques et éléments primitifs

Le mouvement des engrenages roue et vis sans fin peut être représenté comme un roulement sans glissement du cylindre primitif de la roue sur le plan primitif lié à la vis [3] [4] [5] (voir Figure I.3).



**Figure I.3 : Présentation des éléments primitifs [3]**

La rotation de la vis autour de son axe a pour conséquence un mouvement de translation des filets, parallèle à l'axe de la vis. La translation des filets entraîne la rotation de la roue, comme une crémaillère engendrerait la rotation d'un pignon. L'engrènement des engrenages roue et vis peut alors être étudié comme celui d'un pignon avec une crémaillère [6] (Figure I.4). Contrairement aux engrenages classiques, l'engrènement ne peut pas être étudié dans un seul plan. En effet, les profils de la vis évoluent en fonction du plan parallèle au plan médian de la roue. Donc, les engrenages roues et vis doivent être étudiés comme une transmission pignon crémaillère, dont les profils sont évolutifs.



**Figure I.4 : Engrenages roues et vis tangentes [6]**

## 2.2 Présentation de la vis

La vis est en réalité un pignon hélicoïdal, dont les éléments de référence sont définis à partir de la Figure I.5.

La forme des flancs de la vis dépend du mode d'usinage (tournage, rectification), de la forme et de la position de l'outil par rapport au plan axial de la vis.

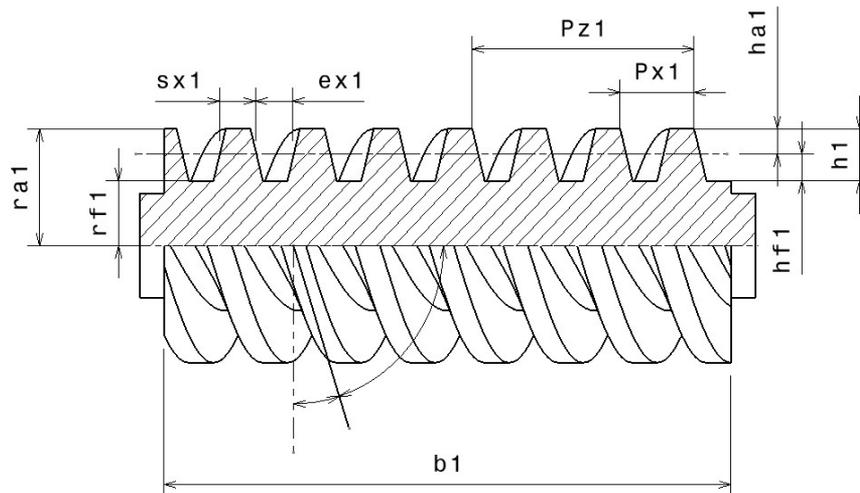


Figure I.5 : Définition de la vis [3]

### 2.2.1 Usinage de la vis

Selon le mode d'usinage et la position de l'outil, différentes formes de flancs peuvent être obtenues :

#### 2.2.1.1 Profil A

Dans le cas du type A, l'outil à flanc rectiligne est placé dans le plan axial. Le profil de la vis est alors linéaire dans ce même plan axial [3] [7] (voir Figure I.6).

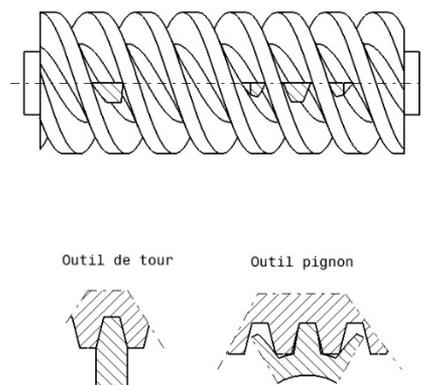


Figure I.6 : Génération du profil de type A [3]

### 2.2.1.2 Profil I

Dans le cas du type I, l'outil de tour est placé dans un plan crémaillère différent du plan axial, appelé plan de base. Le profil est donc linéaire dans le plan de base [3] [7] (voir Figure I.7).

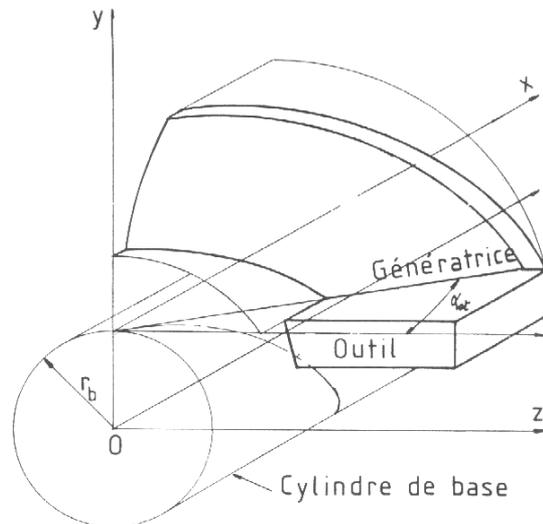
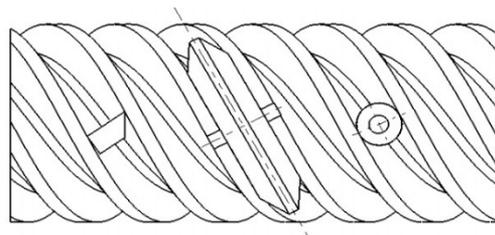


Figure I.7 : Génération du profil de type I [3]

### 2.2.1.3 Profil N

Pour le type N, l'outil de tour est placé dans le plan réel, perpendiculaire à l'hélice de référence. Le profil est alors rectiligne dans le plan normal [3] [7] (voir Figure I.8).



Profil N approché

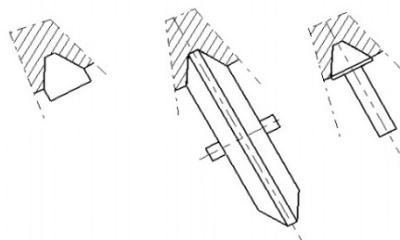


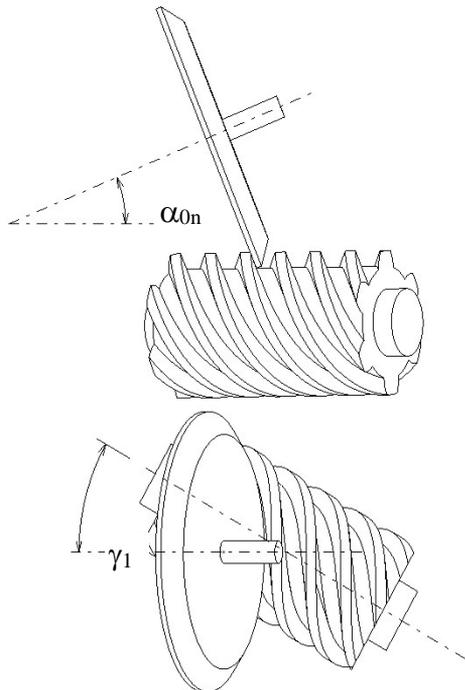
Figure I.8 : Génération du profil de type N [3]

## 2.2.2 Rectification des vis

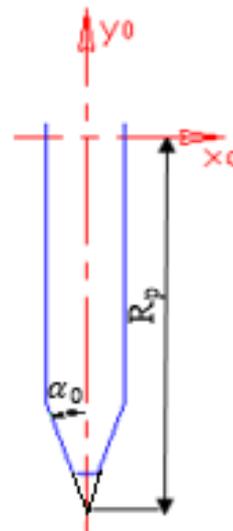
Lors de la rectification, le profil de la vis dépend de la meule utilisée. Deux cas très fréquents existent [3] [8] [9] [10] [11] :

- rectification à la meule plane (voir Figure I.9),
- rectification à la meule bi-conique (voir Figure I.10). Le profil ainsi obtenu est appelé profil K.

Il est aussi possible de rectifier la vis avec des meules particulières, comme la meule à flanc en arc de cercle (profil de type C) [3] [9] [12] [13].



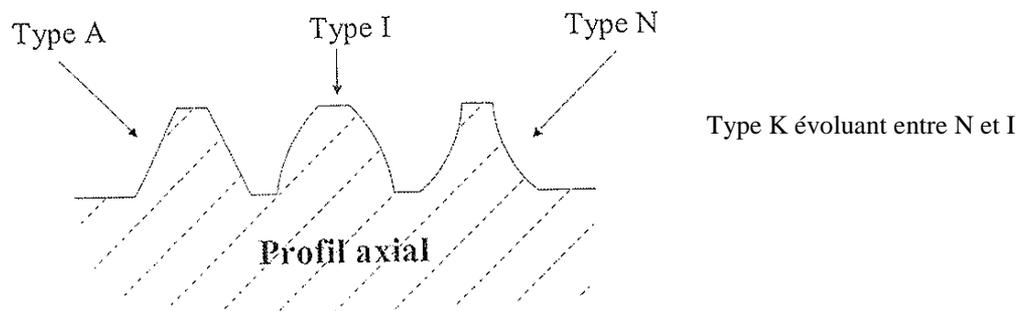
**Figure I.9 : Rectification de la vis à la meule plane [3]**



**Figure I.10 : Profil de la meule bi-conique**

## 2.2.3 Récapitulatif des profils de vis.

Selon le procédé de fabrication de la vis, le profil dans le plan axial diffère. La Figure I.11 montre une comparaison des différents profils axiaux.



**Figure I.11 : Comparaison des profils de vis**

Les écarts entre les profils dépendent du module et du nombre de filets. Les écarts augmentent lorsque :

- le module augmente,
- le nombre de filets augmente.

Pour des vis à un filet et des modules inférieurs à 2, les profils A, I, N et K sont quasiment confondus [3].

### 2.3 Présentation de la roue

La roue comporte des paramètres très semblables à ceux d'une roue d'engrenage cylindrique hélicoïdale classique. Toutefois, la roue hérite de paramètres qui lui sont propres comme le rayon de gorge, le diamètre extérieur et l'angle de largeur de denture (Figure I.12).

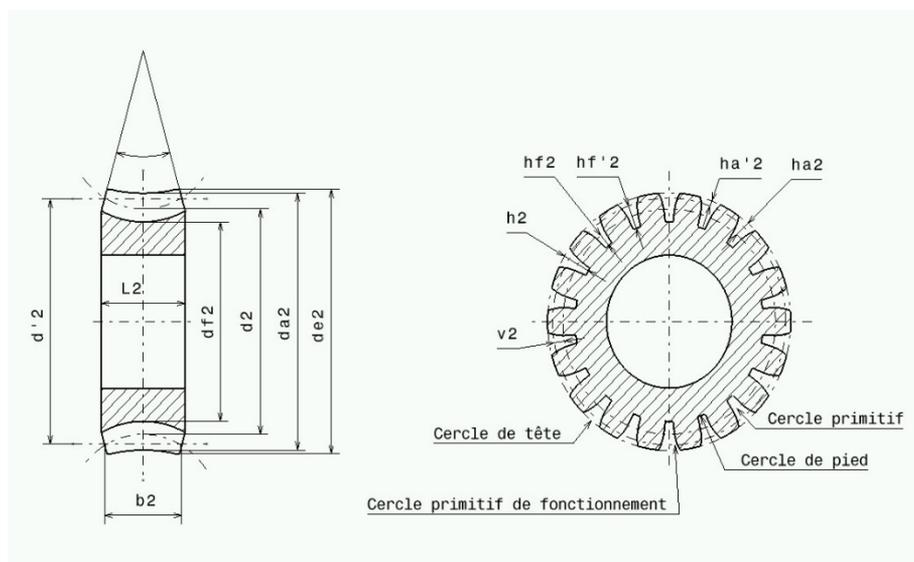


Figure I.12 : Présentation d'une roue creuse

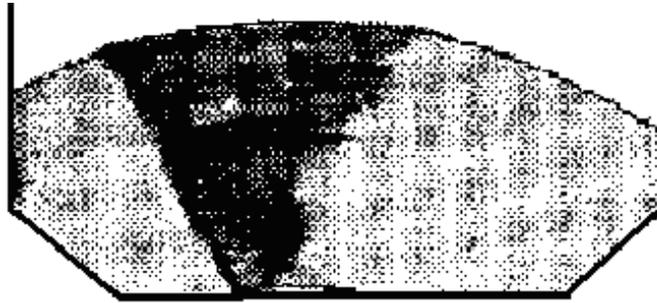
Le profil de la roue est conjugué au profil de la fraise-mère dans les conditions de taillage : entraxe, inclinaison et décalage de l'outil. Pour déterminer le profil de la roue, différentes méthodes ont été mises en œuvre : méthode des roulettes [3] [7], méthode des vitesses normales [4] [5] [7], taillage à l'outil mouche [7]. Ces méthodes ne seront pas détaillées dans cette étude.

### 2.4 Portée à vide

La portée de denture est un élément très utilisé dans le cas des engrenages roues et vis tangentes, elle permet de caractériser la qualité de l'engrenage roue et vis.

À partir de la portée de denture à vide, Colbourne [4] [5], Janninck [15], Vintila et al. [16] et Hiltcher [7] [14] ont proposé des techniques pour optimiser le taillage des engrenages roues et vis.

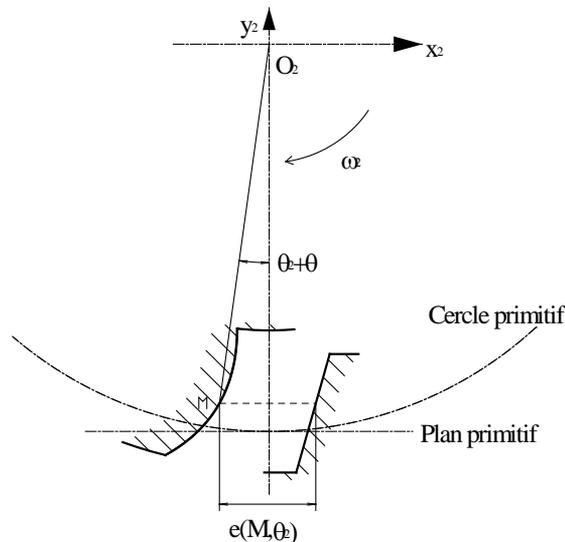
En général, la portée de denture est obtenue à l'atelier par une méthode appelée « portée au bleu » [17] où la vis est recouverte d'un marqueur de couleur qui forme, sur le filet de la vis, une pellicule d'épaisseur  $j$ . Après un essai d'engrènement à vide, tous les points de la roue qui s'approchent de la vis d'un jeu inférieur à  $j$  sont marqués. La surface de la roue ainsi colorée représente la portée de denture (voir Figure I.13).



**Figure I.13 : Portée de denture [17]**

Pour tracer une portée de denture, il suffit de calculer le jeu de tous les points du flanc de la roue et de tracer la surface contenant les points dont le jeu est inférieur au jeu  $j$ .  
Soit un point  $M$  de la roue. Le jeu  $j$  en ce point est la distance minimale durant l'engrènement, entre le point  $M$  et son correspondant axial sur le flanc de la vis (voir Figure I.14).

$$j(M) = \min_{\theta_2} (e(M, \theta_2))$$



**Figure I.14 : Définition du jeu en un point [7]**

Différentes méthodes sont proposées par plusieurs auteurs pour calculer le jeu en un point et définir la portée de denture. Janninck [15] utilise la définition du jeu, Colbourne [4] et Vintila et al. [16] ont développé des méthodes basées sur les enveloppes alors que Hiltcher [7] [14] et Fang et Tsay [10] [18] utilisent les résultats de l'erreur cinématique à vide.

## 2.5 Vitesse de glissement

La vitesse de glissement est très importante dans les engrenages roues et vis sans fin. Elle est induite par (Figure I.15) :

- la translation des filets de la vis et la rotation de la roue,
- la rotation de la vis.

Cette dernière fournit la composante majeure du phénomène de glissement.

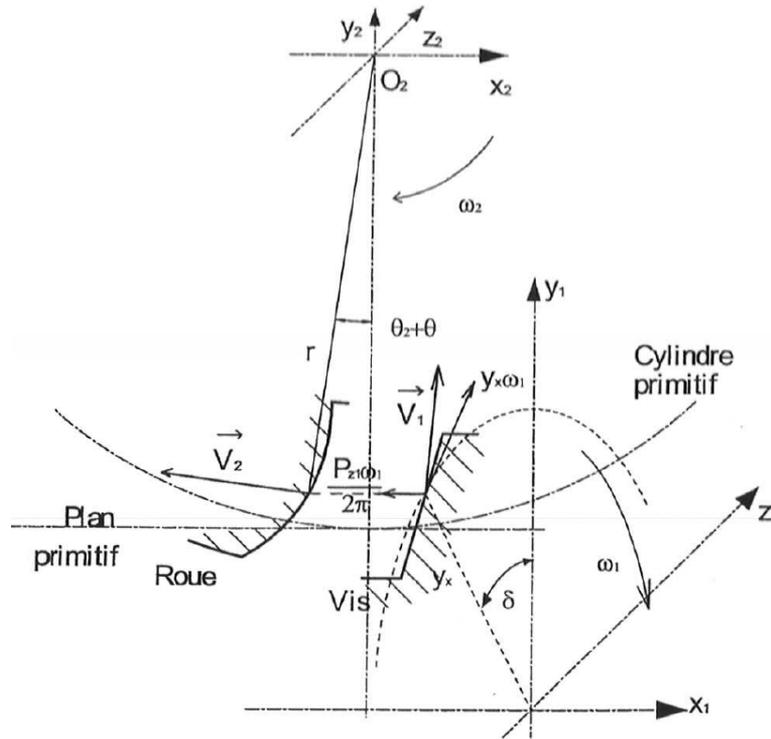


Figure I.15 : Vitesse de glissement [7]

$$\vec{V}_g = \vec{V}_2 - \vec{V}_1 \quad (\text{I.1})$$

$$\vec{V}_1 = \begin{pmatrix} \frac{P_{z1}}{2\pi} \omega_1 \\ -y_x \omega_1 \sin \delta \\ y_x \omega_1 \cos \delta \end{pmatrix} \begin{cases} \text{Avance de la crémaillère} \\ \text{Rotation de} \\ \text{la vis} \end{cases}$$

$$\vec{V}_g = \begin{pmatrix} r\omega_2 \cos(\theta + \theta_2) \\ r\omega_2 \sin(\theta + \theta_2) \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{P_{z1}}{2\pi} \omega_1 \\ -y_x \omega_1 \sin \delta \\ y_x \omega_1 \cos \delta \end{pmatrix} \quad (\text{I.2})$$

$$\|\vec{V}_g\| = \sqrt{\left(r\omega_2 \cos(\theta + \theta_2) - \frac{P_{z1}}{2\pi} \omega_1\right)^2 + \left(r\omega_2 \sin(\theta + \theta_2) + y_x \omega_1 \sin \delta\right)^2 + \left(y_x \omega_1 \cos \delta\right)^2} \quad (\text{I.3})$$

Cette forte vitesse de glissement impose d'utiliser deux matériaux différents pour la roue et la vis pour éviter le grippage. En général, la vis est en acier alors que la roue est taillée dans un matériau plus tendre.

## 3. Modélisation du comportement sous charge des engrenages

### 3.1 Méthode basée sur la norme ISO

Les méthodes normalisées permettent d'obtenir rapidement des résultats pour dimensionner des engrenages, la norme ISO\_TR\_14521 [19] est dédiée aux engrenages roue est vis sans fin. Dans cette norme, la capacité de charge des engrenages à vis est déterminée au moyen de calculs traitant des contraintes admissibles pour les piqûres et l'usure, les flexions de la vis, des arbres et de la température. Le couple admissible doit être déterminé à partir de la plus faible des valeurs calculées. Dans la suite, la méthode proposée par la norme pour calculer la contrainte moyenne de contact et le calcul à la pression superficielle seront présentées.

Afin d'évaluer la capacité des engrenages à vis, des paramètres adimensionnels sont définis. Les paramètres sont calculés selon les méthodes A, B et C.

#### 3.1.1 Calcul de la contrainte moyenne de contact

La contrainte moyenne de Hertz  $\sigma_{Hm}$  est un paramètre essentiel pour le chargement des flancs.

$$\sigma_{Hm} = \frac{4}{\pi} \cdot \left( \frac{p_m^* \cdot T_2 \cdot 10^3 \cdot E_{red}}{a^3} \right)^{0,5} \quad (\text{I.4})$$

Module d'élasticité équivalent :

$$E_{red} = \frac{2}{(1 - \nu_1^2) / E_1 + (1 - \nu_2^2) / E_2}$$

Le paramètre applicable à la contrainte moyenne de contact  $p_m^*$ , est calculé selon les méthodes suivantes :

a) méthode A

Il n'est pas possible de déterminer pour le moment un paramètre décrivant avec exactitude les relations complexes entre la pression de Hertz et le chargement des flancs.

b) méthode B

La contrainte moyenne de Hertz utilisée pour déterminer le paramètre est calculée avec un algorithme, par exemple en prenant comme hypothèse l'égalité de la pression de Hertz pour toutes les lignes de contact en engrènement simultané. Les lignes de contact sont tout d'abord déterminées, puis les rayons de courbure des flancs sur des sections de lignes de contact spécifiques. En règle générale, il est possible de calculer la pression de Hertz pour les flancs qui ont été remplacés par des cylindres équivalents le long des lignes de contact. Deux dents

au minimum sont en prises dans chaque position d'engrènement. La contrainte de contact de Hertz le long de ces lignes de contact est supposée constante. La pression de Hertz moyenne  $p_{Hm}$ , est ainsi calculée à partir de toutes les contraintes de Hertz de toutes les positions d'engrènement.

Cette pression de Hertz permet de déterminer un paramètre adimensionnel,  $p_m^*$ . Ce paramètre de pression de Hertz dépend uniquement de la géométrie de la denture d'engrenage et est indépendant du module d'élasticité E des matériaux utilisés et de l'entraxe (dimension). Le paramètre  $p_m^*$ , est utilisé dans l'Équation (I.4) pour calculer la contrainte de contact moyenne  $\sigma_{Hm}$ .

c) méthode C

Les calculs effectués selon la méthode B permettent d'obtenir un paramètre adimensionnel utile pour la pression de Hertz moyenne  $p_m^*$ .

Pour les engrenages à vis de profil A, I, N, K :

$$p_m^* = 0,1794 + 0,2389 \cdot \frac{a}{d_{m1}} + 0,0761 \cdot x_2 \cdot |x_2|^{3,18} + 0,0536 \cdot q_1 - 0,00369 \cdot z_2 - 0,01136 \cdot \alpha_n \quad (\text{I.5})$$

$$+ 44,9814 \cdot \frac{x_2 + 0,005657}{z_2} \cdot \left( \frac{z_1}{q_1} \right)^{2,6872}$$

Pour les engrenages à vis de profil C :

$$p_m^* = 0,1401 + 0,1866 \cdot \frac{a}{d_{m1}} + 0,0595 \cdot x_2 \cdot |x_2|^{3,18} + 0,0419 \cdot q_1 - 0,00288 \cdot z_2 - 0,0089 \cdot \alpha_0 \quad (\text{I.6})$$

$$+ 35,1417 \cdot \frac{x_2 + 0,005657}{z_2} \cdot \left( \frac{z_1}{q_1} \right)^{2,6872}$$

Où : a entraxe,  $d_{m1}$  diamètre de référence de la vis,  $x_2$  coefficient de déport de la roue creuse,  $q_1$  coefficient diamétral,  $z_2$  nombre de dents de la roue creuse,  $\alpha_n$  angle de pression normal,  $z_1$  nombre de filets de la vis.

### 3.1.2 Endurance de surface (résistance aux piqûres)

Les flancs peuvent être endommagés, puis détruits, suite à l'apparition de piqûres. Dans la plupart des cas, les flancs les moins durs, c'est-à-dire les flancs de la roue, constituent le risque le plus important.

Le coefficient de sécurité aux piqûres est défini comme suit :

$$S_H = \sigma_{HG} / \sigma_{Hm} \geq S_{H \min} \quad (\text{I.7})$$

Valeur limite de la contrainte de contact :

$$\sigma_{HG} = \sigma_{HlimT} \cdot Z_h \cdot Z_v \cdot Z_s \cdot Z_u \cdot Z_{oil} \quad (I.8)$$

$\sigma_{HlimT}$  contrainte admissible aux piqûres,  $\sigma_{HG}$  valeur limite de la contrainte de contact moyenne,  $\sigma_{Hm}$  contrainte de contact moyenne.

Coefficient de sécurité minimum :

$$S_{Hmin} = 1,0$$

$Z_h$  représente Facteur de durée,  $Z_v$  le facteur de vitesse,  $Z_s$  le facteur de dimension,  $Z_u$  le facteur de rapport d'engrenage,  $Z_{oil}$  le facteur lubrifiant.

### 3.2 Méthode de modélisation sous charge des engrenages

Par rapport aux méthodes normalisées, la modélisation complète du partage des charges permet d'obtenir rapidement plusieurs résultats essentiels pour dimensionner des engrenages : les pressions de contact, l'erreur de transmission, la raideur d'engrènement, le rapprochement des corps et les déplacements de la dent. La modélisation du partage des charges permet également de prendre en compte la géométrie exacte de l'engrenage et les défauts d'assemblage.

L'étude de la modélisation du comportement des engrenages nécessite de prendre en considération plusieurs aspects : le contact entre le pignon et la roue, le comportement élastique des couples d'engrenages (la déformation des dents et parfois de leurs supports) et le partage de charges entre les différentes dents participant simultanément à l'engrènement.

Il existe une grande diversité de méthodes utilisées dans ce domaine pour modéliser ces comportements de différents types d'engrenages. Certaines méthodes découplent les effets, d'autres modélisent le comportement dans sa globalité. Dans la suite, les méthodes s'intéressant à un seul effet sont d'abord étudiées, puis les méthodes globales. Les différents processus, souvent complexes, ne seront décrits que brièvement.

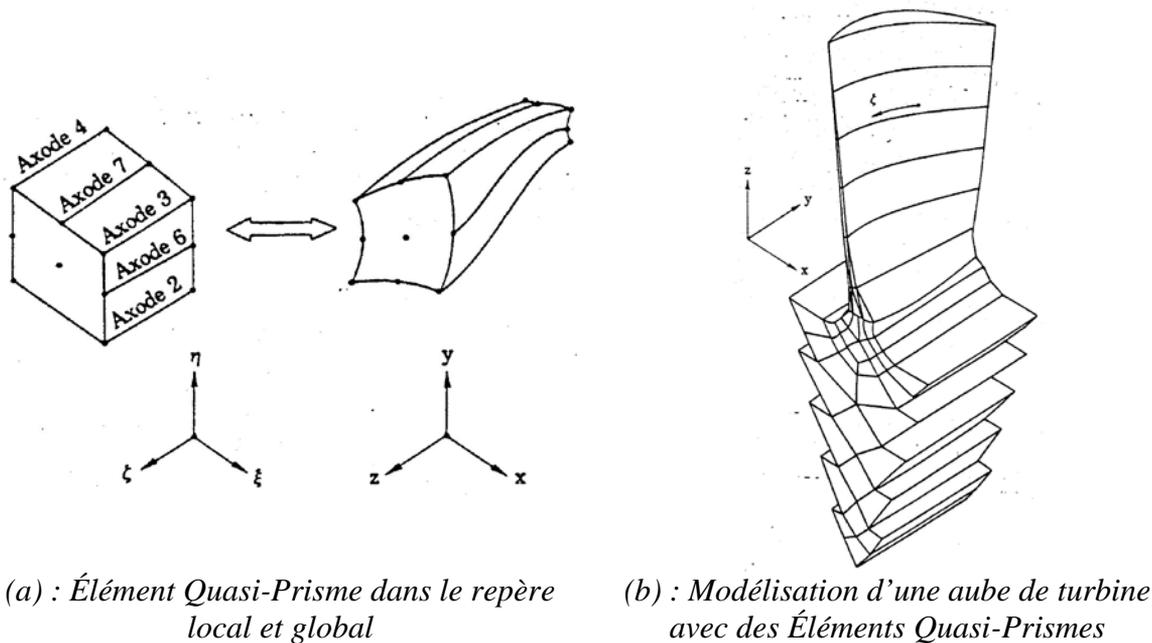
#### 3.2.1 Modélisation du comportement élastique

Pour calculer les déformations élastiques des dentures, la méthode des Éléments Finis peut être utilisée. Elle a l'avantage de prendre en compte les différentes géométries, mais les temps de calcul sont relativement longs. Afin de les réduire, certains auteurs ont proposé des solutions :

La méthode des Prismes Finis est utilisée par Olakorédé [20][21][22], Guingand [23], de Vaujany [24] [25] et Kim [26][27][28][29] pour étudier le comportement élastique des engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux. Cette modélisation utilise une fonction de déplacement obtenue à partir de deux fonctions polynomiales dans deux directions et des fonctions séries dans la troisième direction (largeur de denture). Cette méthode permet de réduire les temps de calcul (beaucoup plus faible que celui d'une méthode classique par Éléments Finis 3D) et la mémoire requise (80 fois plus rapide et 6 fois moins de mémoire nécessaire). Par contre, elle est limitée aux cas dont la géométrie de l'engrenage ne varie pas, ou peu, selon la largeur de denture.

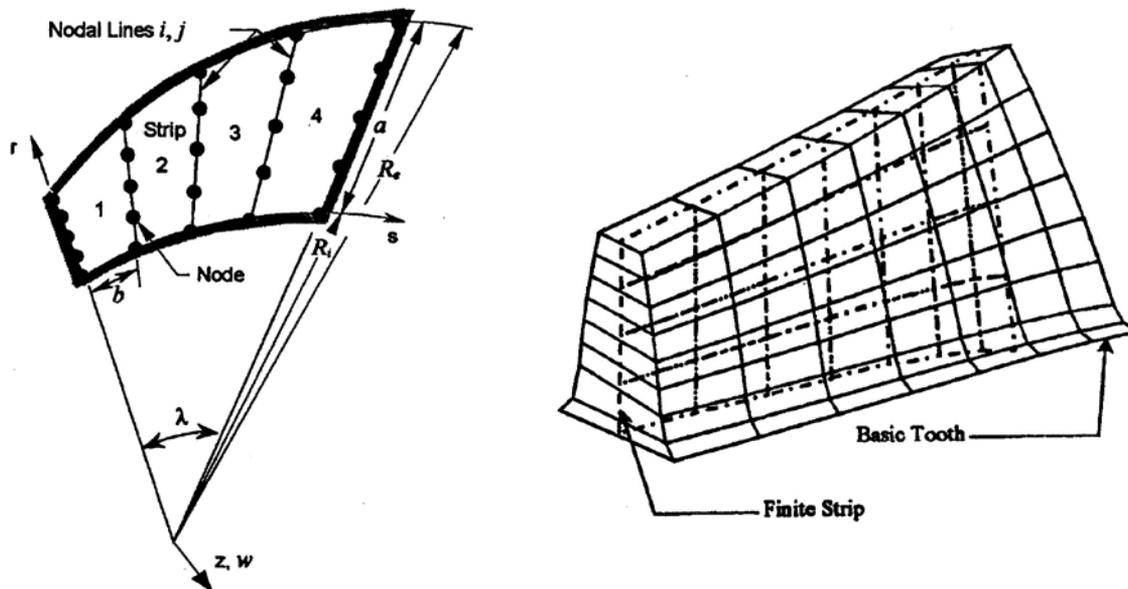
D'autres auteurs comme Vijayakar et al.[30] utilisent la méthode des Éléments Quasi-Prismes pour étudier le comportement élastique de structures dont la section reste constante ou quasi-constante selon une direction. Ce type de modélisation est applicable pour des structures comme les dents d'engrenages, les aubes de turbines, les arbres de transmission... La Figure I.16 montre un élément quasi-prisme dans le repère local et global ainsi que l'utilisation de ce

type d'élément pour modéliser le comportement élastique d'une aube de turbine. Cette méthode peut être intéressante, car suivant la direction où la structure a une section quasi-constante, elle permet de diminuer le nombre total d'éléments nécessaires pour obtenir une bonne précision. Cela se traduit donc par une réduction du temps de calcul par rapport à une modélisation classique par Éléments Finis 3D. Cependant, cette méthode est limitée à des géométries quasi-prismatiques et la précision finale du résultat dépend du degré d'interpolation des fonctions de formes (polynômes de Chebyshev) suivant la direction de la section quasi-constante.



**Figure I.16 : Méthode des Éléments Quasi-Prismes [30]**

La méthode des Bandes Finies est utilisée dans les travaux de Gagnon [31] et de Gosselin [32] [33] [34] (Figure I.17) pour étudier le comportement élastique des engrenages spiro-coniques. Cette méthode utilise une matrice de rigidité variable pour tenir compte de la largeur évolutive des dents d'engrenages spiro-coniques (Figure I.17). L'avantage de cette méthode est qu'elle offre des temps de calcul très inférieurs à ceux d'une méthode classique par Éléments Finis. Par contre, elle ne prend en compte que la flexion des dents, leurs supports éventuels tels que les jantes et les voiles ne sont pas modélisés. De plus, la théorie des plaques utilisée dans cette méthode modélise difficilement les encastremets.



a) *Bande Finie circulaire pour une plaque de hauteur et de rayon variables*

b) *Modèle classique de Bandes Finies*

**Figure I.17 : Méthode des Bandes Finies utilisée pour un couple d'engrenages spiro-coniques [32]**

Certains auteurs ont adapté des fonctions de déplacement de volume pour modéliser la flexion des dents pour différents types d'engrenage comme par exemple dans les travaux de Umezawa [35] pour les engrenages hélicoïdaux, de Sudoh [36] pour les engrenages roues et vis sans fin de type I et N et de Simon [37] [38] pour les engrenages roues et vis sans fin de type K. L'intérêt d'utilisation de fonctions de déformations est qu'elle permet de réaliser des calculs très rapides. Toutefois, ces fonctions restent applicables aux cas d'engrenages standards et il n'est pas possible de généraliser les fonctions pour des cas particuliers de denture présentant par exemple des jantes ou des voiles. Une méthode a été développée au laboratoire LaMCoS dans les travaux de Hiltcher [39] pour les engrenages roues et vis sans fin avec une roue en nylon, de Teixeira et al. [40] pour les engrenages spiro-coniques, qui estiment les effets de flexion des dents, par une combinaison de calcul Éléments Finis et des fonctions de déplacement de volume. Cette méthode mixte permet d'une part de prendre en compte tout type de géométrie (arbres, voiles, paliers, ...) et d'autre part de réduire considérablement les temps de calculs. Récemment, cette méthode est utilisée aussi dans le cas des engrenages cylindriques en matériau polymère [41] [42].

### 3.2.2 Modélisation du contact entre les dents

La mise en contact des dents d'engrenage crée une déformation locale qui dépend de la taille de la zone de contact et de la valeur des pressions.

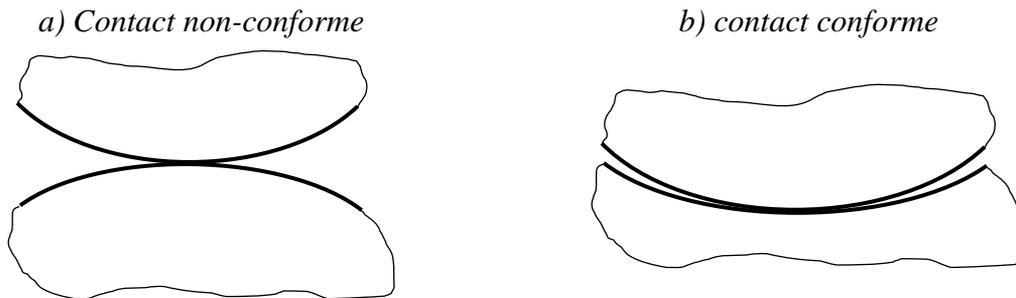
Pour intégrer les effets du contact, il existe de nombreuses méthodes : Hertz, Kalker, Boussinesq ...

Tout d'abord, un rappel sur les conditions d'utilisation de la théorie d'Hertz est nécessaire, ensuite les différents modèles de contact utilisés seront présentés.

### 3.2.2.1 Rappel sur les hypothèses de la théorie de Hertz

Les principales conditions d'application de la théorie de Hertz (Johnson [43]) sont :

- Les corps en contact sont des massifs semi-infinis,
- Le contact entre les deux solides doit être non-conforme (Figure I.18) et sans friction,
- La largeur du contact entre les deux solides doit être très petite devant les autres dimensions.



**Figure I.18 : Définition d'un contact conforme et non-conforme**

Le modèle de Hertz peut être utilisé pour estimer la zone de contact entre les dents d'un engrenage. Cependant, ce modèle n'est pas assez précis pour résoudre les problèmes de contact dans le cas de surface complexe.

### 3.2.2.2 Algorithmes de contact de Kalker

Les travaux de Kalker [44] à [49] sont une référence pour la résolution des problèmes de contact tridimensionnel, élastique, plastique, roulant et glissant.

Kalker a développé des modèles bidimensionnels et tridimensionnels de contact pour des chargements normaux, tangentiels et mixtes, avec possibilité de dépendance entre le chargement normal et tangential. Des études statiques et dynamiques peuvent être réalisées, aussi bien dans le domaine élastique que plastique. À partir de la théorie des milieux continus, Kalker définit la résolution du problème qui est applicable à des solides en contact avec la possibilité de présence de la friction entre eux-ci.

Tous les modèles de Kalker utilisent les équations, les relations et les définitions suivantes :

- Les équations d'équilibre,
- Les relations de l'élasticité, ou de la viscoélasticité, ou de la plasticité,
- Les équations de compatibilité,
- Les conditions de non-pénétration,
- La définition du glissement,
- La définition des zones d'adhérence et de glissement.

Kalker propose quatre algorithmes pour résoudre les différents problèmes de contact. Leurs principaux avantages sont la grande rapidité de convergence et la possibilité de les intégrer dans d'autres modèles comme pour l'étude du comportement élastique, par exemple avec un modèle Éléments Finis. Mais l'inconvénient majeur provient de la nécessité de connaître les champs de contraintes à chaque itération du calcul. Dans le cas d'un couplage avec une méthode par éléments finis pour le calcul des contraintes, les temps de calcul deviennent donc très importants.

### 3.2.2.3 Application de la théorie de Boussinesq

Boussinesq [55] utilise une formulation analytique pour calculer les déplacements de contact. Vijayakar [50] [51], Cheng et Lim [52], Guingand [23], Jacquin [53], Letzelter [41], et Teixeira [54] utilisent un modèle de contact basé sur la théorie de Boussinesq [55] pour étudier le comportement sous charge des engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux. Cette méthode a été aussi utilisée pour d'autres types d'engrenage, comme par exemple dans les travaux de Jacquin [53] et Guingand [23] [56] dans le cas des engrenages faces, de Icard [57] pour les engrenages spiro-coniques, de Bruyère [58] pour les engrenages coniques, de Hiltcher [39] qui s'est aussi inspiré de ce modèle dans le cas des roues et vis sans fin.

À partir de la simulation cinématique à vide, les différentes lignes de contact sont déterminées. La taille de la zone de contact est estimée par la théorie de Hertz, puis cette zone est discrétisée avec des rectangles (Figure I.19). Des efforts sont appliqués aux nœuds du maillage et les déplacements sont obtenus à chaque nœud, en utilisant les caractéristiques des matériaux en contact et des coefficients d'influence de surface  $C_{jk}^s$ .

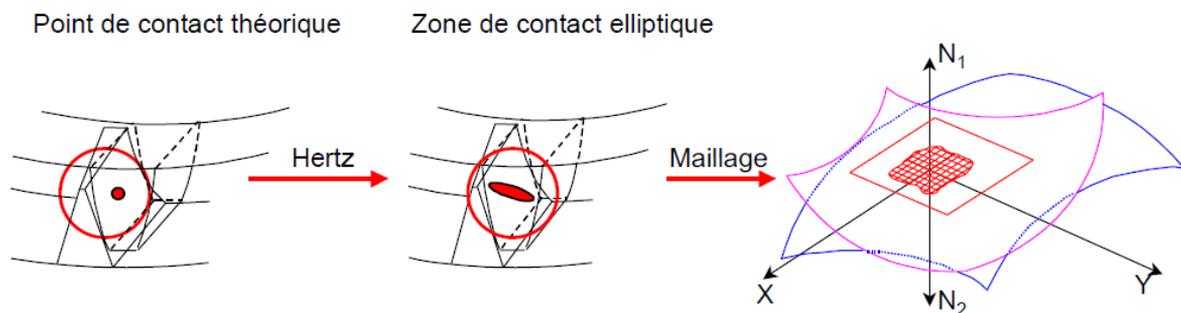


Figure I.19 : Maillage de la zone de contact potentiel [53]

Les  $C_{jk}^s$  représentent le déplacement au point  $j$  lorsqu'une charge unitaire est appliquée au point  $k$  (Figure I.20), ces coefficients sont connus analytiquement.

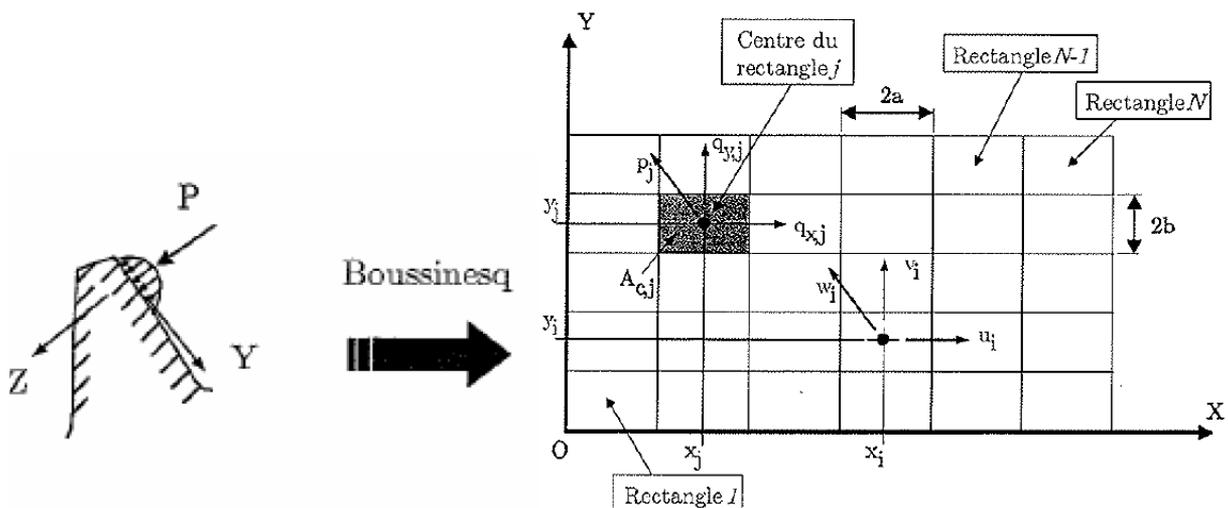


Figure I.20 : Calcul des coefficients de surface de Boussinesq [57]

### 3.2.2.4 Autres méthodes de résolution

Altidis et Savage [59] [60], Simon [61] pour les engrenages spiro-coniques et hypoïdes, et Zhang [62] pour les engrenages à double arc circulaire, ont développé des modèles analytiques pour déterminer les points potentiels de contact à partir de la géométrie des engrenages et des forces appliquées.

Tous ces modèles analytiques de contact sont très simplifiés et ne permettent d'obtenir qu'une estimation plus ou moins précise des zones de contact. Comme ces modèles ne fournissent ni la distribution de pression, ni le rapprochement des surfaces, il ne sera pas donné plus de détails à propos de ces méthodes.

Krishna et Burton [63] utilisent deux méthodes pour la résolution d'un contact non hertzien, appelées RFP (Redundant Field Points) et FR (Functional Regularization). Ces méthodes sont très efficaces et donnent de bons résultats mais peu de détails sont fournis par les auteurs sur ces méthodes.

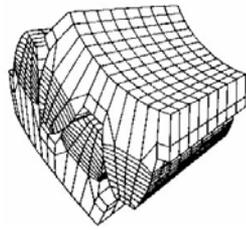
## 3.2.3 Modélisation complète

L'utilisation d'une modélisation complète permet d'obtenir les déformations dues aux flexions des dentures et de son environnement (arbres, jantes, voiles, ...), ainsi que celles dues au contact. Certaines approches appliquent les Éléments Finis pour les deux types de déformation, alors que d'autres utilisent les Éléments Finis pour obtenir les déformations de flexion seulement, les déformations de contact étant obtenues d'une autre manière.

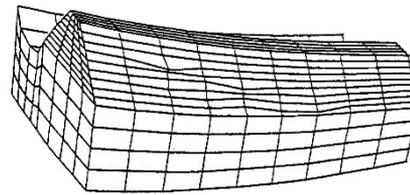
L'utilisation de ces modélisations complètes permet de calculer le partage des charges, qui consiste à déterminer la manière dont le couple est distribué instantanément sur les flancs de dentures.

### 3.2.3.1 Modélisation complète par Éléments Finis

Deux types de modélisation complète par Éléments Finis, incluant à la fois le modèle élastique et le modèle de contact, peuvent être utilisés pour résoudre le comportement sous charge de différents types d'engrenages. La première modélisation est basée sur le calcul de la matrice de rigidité instantanée globale ainsi que sur celui de la matrice de rigidité et de flexibilité normale localisées tout au long du contact. Ces matrices sont ensuite utilisées pour modifier les matrices de rigidité du modèle Éléments Finis pour le comportement élastique du couple d'engrenage et ainsi prendre en compte le contact. Cette modélisation est utilisée pour étudier le comportement sous charge des engrenages cylindriques droits, des engrenages coniques (Li [64] [65]) et des engrenages roue et vis (Qin et al. [66]). La Figure I.21 donne une représentation du modèle Éléments Finis de deux dents en contact dans le cas d'un engrenage conique.



**Figure I.21 : Modèle EF pour un engrenage conique [65]**



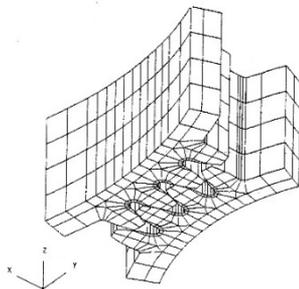
**Figure I.22 : Maillage EF distordu pour une orientation correcte des « GAP ELEMENT » [68]**

La deuxième modélisation est basée sur un maillage Éléments Finis classique du pignon et de la roue, ainsi que sur l'utilisation d'éléments de contact ("GAP ELEMENT"). Les éléments de contact modifient la surface du maillage (Figure I.22) du pignon et de la roue afin de garantir la même normale extérieure pour les Éléments Finis dans la zone de contact. Ce type de modélisation est utilisé pour étudier le comportement sous charge des engrenages cylindriques hélicoïdaux (Ambruosi et al. [67]) et des engrenages spiro-coniques (Bibel [68] [69]). Ces modélisations complètes sont très intéressantes, car elles permettent un calcul automatique à partir de la géométrie. De plus, les résultats sont précis et sont en accord avec l'expérimental. L'inconvénient majeur de ces modélisations est qu'elles nécessitent des temps de calculs très importants (de l'ordre de la dizaine de jours) pour obtenir une précision acceptable.

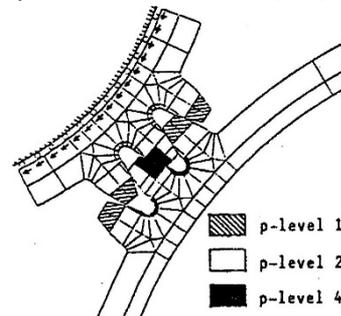
### 3.2.3.2 Modélisation par Éléments Finis Polynomiaux

La modélisation par Éléments Finis Polynomiaux a été utilisée par Baret et al. [70], Curti et al. [71] et Piazza et Uberti [72] pour étudier le comportement sous charge des engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux. Cette modélisation utilise un maillage classique (Figure I.23\_a) mais les fonctions de forme des Éléments Finis utilisés sont des polynômes dont le degré varie en fonction de la zone à mailler et de la précision désirée (Figure I.23\_b) : dans la zone de contact entre les deux dents d'engrenage, le degré du polynôme est élevé, dans la zone de flexion des dents, le degré du polynôme est faible et dans la celle du pied de denture, il est élevé.

a) Maillage EF classique [70]



b) Variation du degré des polynômes en fonction de la zone [71]



**Figure I.23 : Exemple de modélisation par Éléments Finis Polynomiaux**

L'intérêt de cette modélisation réside dans le fait que le maillage est effectué une seule fois et il suffit d'augmenter le degré des polynômes d'interpolation pour améliorer la précision du calcul. L'inconvénient majeur est que ces modélisations nécessitent un temps de calcul important en fonction du nombre de positions cinématiques étudiées. Par contre, cette approche est plus rapide que les modélisations complètes par Éléments Finis, mais moins que les modélisations mixtes par Éléments Finis présentées dans le paragraphe suivant.

### 3.2.3.3 Modélisation Mixte par Éléments Finis

Deux types de modélisations mixtes par Éléments Finis existent dans la littérature. Le modèle de comportement élastique est un modèle classique par Éléments Finis, mais le modèle de contact est basé soit sur la méthode TCA/LTCA développée par GLEASON et Litvin [73], soit sur la méthode de Boussinesq [55] présentée dans le §3.2.2.3.

Fang [74] [75], Yongping et Zhongkai [76] et Zhang et Fang [77] utilisent le modèle de contact basé sur la méthode TCA/LTCA développée par GLEASON et Litvin [73] pour étudier le comportement sous charge des engrenages cylindriques hélicoïdaux, coniques et hypoïdes. Cette méthode prend en compte la friction s'opposant au glissement relatif entre les dents d'engrenages. Dans cette méthode, les matrices de flexibilité sont calculées dans la direction normale dans un premier temps, puis dans la direction tangentielle et dans les directions croisées pour les  $N$  points de contact. Les flexibilités  $f_{ij}^{(pq)}$  expriment le déplacement au point  $i$  dans la direction  $\vec{p}$  dû au chargement unitaire au point  $j$  dans la direction  $\vec{q}$ . Le problème de contact élastique avec friction entre les dents d'engrenage peut-être ensuite linéarisé et résolu de façon conventionnelle en utilisant l'algorithme « SIMPLEX Modifié ». L'inconvénient majeur de cette méthode est le problème de convergence de l'algorithme « SIMPLEX Modifié » qui dépend essentiellement des valeurs initiales données aux différentes variables.

Ces modélisations mixtes par Éléments Finis sont très intéressantes car, à partir de la géométrie, il est possible d'automatiser le maillage. En plus, il est effectué une seule fois afin de calculer les coefficients de flexion pour toutes les positions cinématiques. Ces modélisations mixtes sont les plus rapides de toutes les modélisations globales et l'utilisation des calculs par Éléments Finis permet de prendre en compte l'environnement de l'engrenage (présence des arbres, des voiles,...).

### 3.2.3.4 Modélisations mixtes utilisant des fonctions d'approximation

Börner [78], Conry et Seireg [79] et Savage et al. [80] calculent le partage des charges entre les dents pour des couples d'engrenages cylindriques droits et hélicoïdaux. Les travaux de Elkholy et al. [81] et de Sentoku [82] s'appliquent aux engrenages coniques. Gosselin et al. [83], Kolivand et Kahraman [84] et Simon [85] s'intéressent aux engrenages spiro-coniques et hypoïdes et Simon [37] [86] et Sudoh [36] aux engrenages roues et vis.

Dans ces travaux, les auteurs utilisent des équations basées sur des coefficients issus d'essais ou d'approximations (par exemple, la flexion d'une dent est calculée par la flexion d'une poutre) pour modéliser le comportement en flexion et le partage des charges. La théorie de Hertz est utilisée pour calculer la pression de contact entre les dents. La Figure I.24 présente un exemple de modèle utilisé pour calculer le partage des charges entre les différents points de contact dans le cas de deux dents en prise.

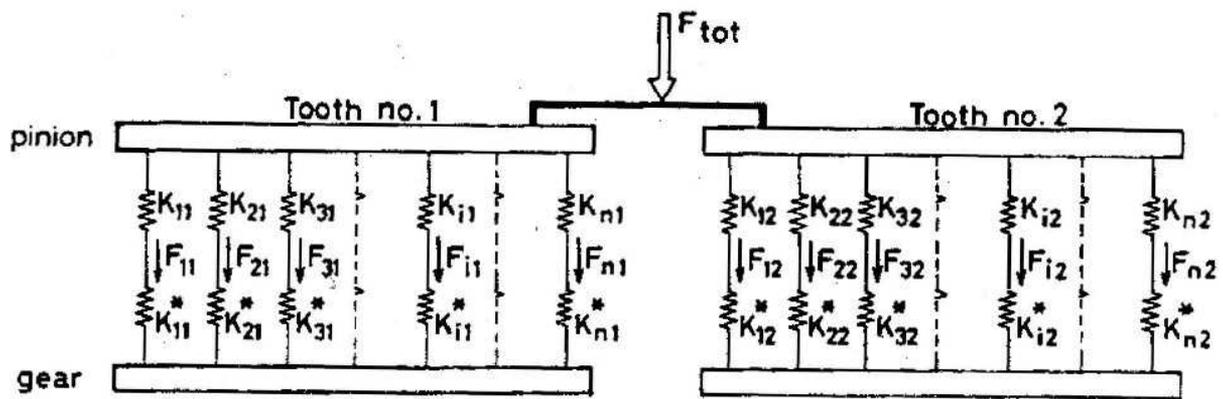


Figure I.24 : Modèle de partage de charge entre deux dents en prise [81]

L'avantage de tous ces modèles est la rapidité d'obtention des résultats. Les inconvénients sont la précision des résultats, qui est fonction des modèles d'approximation. De plus, l'utilisation de la théorie de Hertz n'est pas toujours adaptée.

### 3.2.3.5 Équations de compatibilité des déplacements

Les équations de compatibilité des déplacements ont été mises en place par Conry et Seireg [87] pour calculer le partage des charges. Ces équations sont utilisées dans la plupart des méthodes présentées précédemment.

Tout d'abord, une étude cinématique à vide est réalisée, afin d'obtenir la zone de contact potentiel, qui est par la suite maillée. Sur chaque point  $i$  de la zone de contact, la somme des déformations élastiques et des écarts initiaux doit être supérieur ou égal au rapprochement global des corps :

$$y^i = U_1^i + U_2^i + e^i - \alpha \geq 0 \quad (\text{I.9})$$

Où  $U_1^i$  et  $U_2^i$  sont les déformations élastiques aux points  $i$  sur le pignon (1) et sur la roue (2) respectivement,  $e^i$  et  $y^i$  sont les écarts initiaux et finaux entre les surfaces, et  $\alpha$  est le rapprochement global des corps.

La condition de contact est la suivante :

$$\text{Dans le contact, } y^i = 0 \text{ et } p^i \geq 0 \quad (\text{I.10})$$

$$\text{Hors du contact, } y^i \geq 0 \text{ et } p^i = 0 \quad (\text{I.11})$$

Avec  $p^i$ , les pressions aux différents points  $i$ .

Les déplacements sont obtenus dans cette méthode par l'utilisation de coefficients d'influence  $C_i^j$  où  $U_1^i + U_2^i = \sum_j C_i^j \cdot p^j$ . Ces coefficients correspondent à l'influence d'un effort unitaire appliqué au point  $j$  sur les déplacements du point  $i$ .

Ces coefficients prennent en compte à la fois les effets de flexion et de contact. Pour une modélisation optimale, ces effets sont séparés (Vijayakar [50] [51], Olakorede [20], de Vaujany [24], Kim [26], Icard [57], Jacquin [53]). Les coefficients d'influence de flexion sont en général calculés par Éléments Finis, alors que les coefficients de contact sont obtenus soit par une approximation de Hertz, soit par la théorie de Boussinesq présentée précédemment.

L'équation de compatibilité des déplacements peut être résolue par une méthode itérative comme par exemple la méthode du point fixe, qui ne pose aucun problème de convergence.

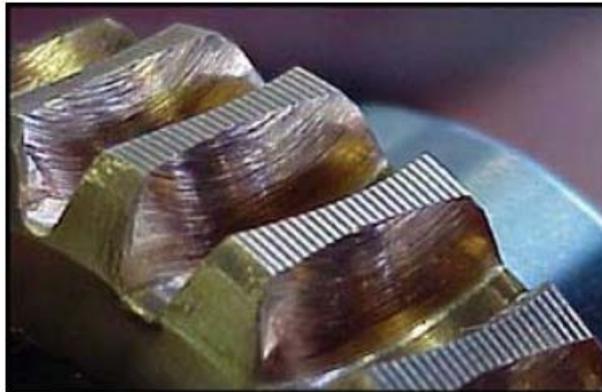
Ce processus de calcul du partage des charges présenté ci-dessus a été utilisé au cours de la thèse et sera présenté plus en détail dans le chapitre suivant.

## 4. Usure des engrenages

### 4.1 Notions générales

L'usure est une des principales causes de défaillance des équipements mécaniques. C'est un phénomène très complexe s'accompagnant de transformations physiques et chimiques des surfaces. Il est caractérisé par la perte de matière sur les surfaces, l'enlèvement des débris, la forme des surfaces dégradées et par la réduction des dimensions.

L'usure des surfaces de l'engrenage se déroule sur une période de temps relativement longue et impacte la fonctionnalité d'un engrenage de deux manières distinctes. Un impact évident est les vibrations et le bruit des engrenages [88] [89]. L'usure accumulée entraîne une erreur de transmission qui agit comme une excitation de déplacement, ayant une influence négative sur le comportement dynamique et par conséquent sur le bruit résultant de l'engrenage [90]. Avec l'accumulation de l'usure le long des surfaces des dents, l'engrenage, silencieux au début de son utilisation, pourrait devenir plus bruyant au cours de la durée de vie prévue du système. En plus, l'usure de surface modifie la répartition des charges et la portée de contact à l'interface de l'engrènement des engrenages. Les surfaces des dents usées accélèrent souvent l'apparition d'autres modes de défaillance tels que le pitting et la rupture des dents [91]. La Figure I.25 montre une photo d'une roue usée.



**Figure I.25 : Surface usée d'une roue [92]**

L'usure peut se produire soit au cours des premiers cycles de fonctionnement, période appelée rodage, pendant laquelle les plus grosses aspérités vont être rasées, soit après une longue période de fonctionnement, période d'endurance pendant laquelle l'usure évolue linéairement. (Figure I.26).

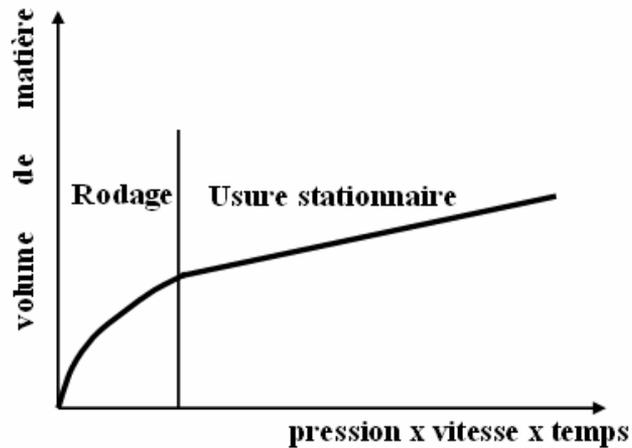


Figure I.26 : Evolution de l'usure [93]

## 4.2 Généralités sur les modes d'usure

La classification de l'usure est un sujet ouvert et les avis des spécialistes restent encore différents. Il n'existe pas de classement standard des différents types d'usure. La difficulté de classification vient du fait que l'usure est un phénomène extrêmement complexe et les différents aspects mécaniques, thermiques et chimiques sont souvent superposés. Une tentative de classification des différents modes d'usure proposée par Williams [94] est représentée au Tableau I.1.

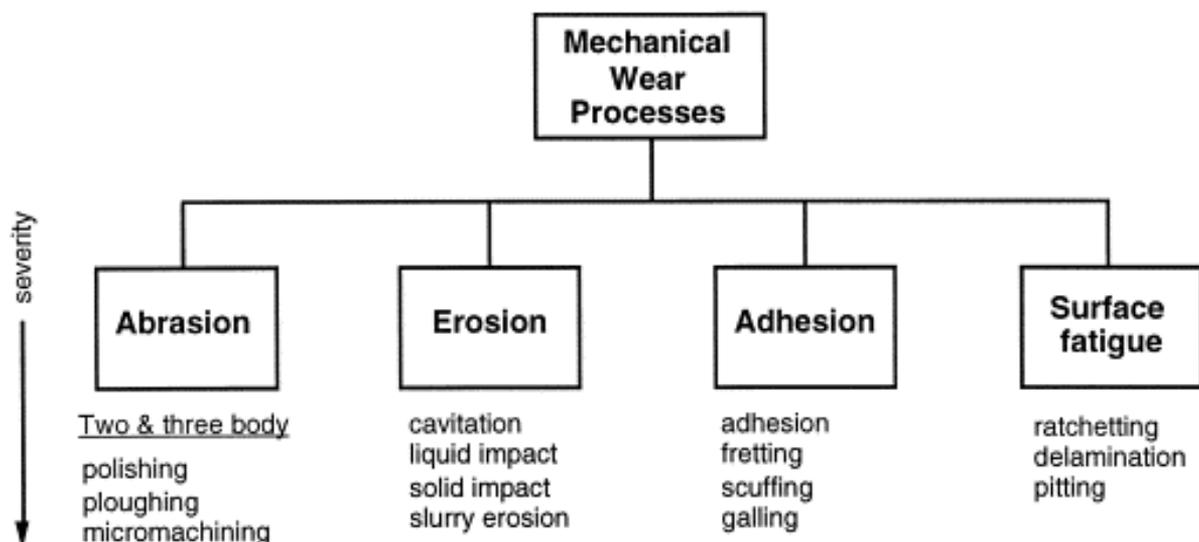


Tableau I.1: Classification de modes d'usure [94]

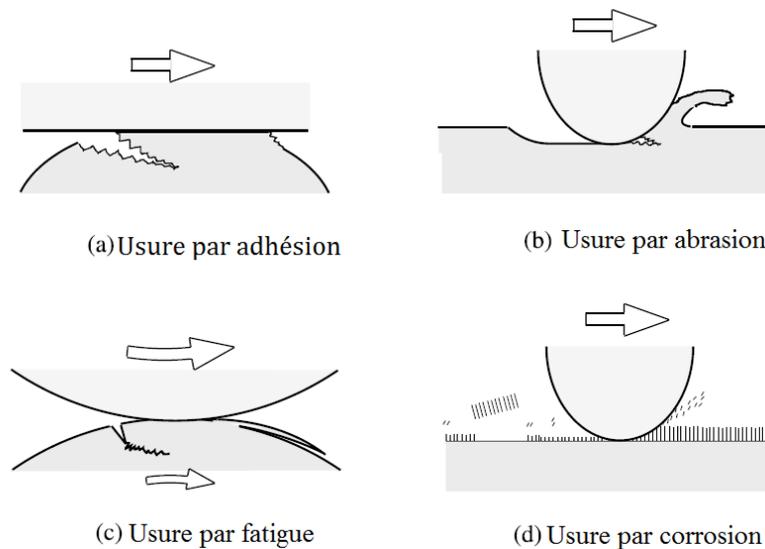
Actuellement il existe un consensus de classification pour les principales formes d'usure proposé par Burwell [95], qui distingue généralement quatre principaux modes d'usure :

- usure par adhésion,
- usure par abrasion,
- usure par fatigue,

- usure par corrosion.

Les trois premières sont des processus mécaniques alors que le dernier est un processus chimique ou tribo-chimique.

Dans la suite, une brève description de chacun de ces quatre modes indiquées à la Figure I.27 sera présentée.



**Figure I.27 : Images schématiques de modes d'usure [96]**

#### 4.2.1 Usure par adhésion

L'usure par adhésion apparaît au niveau de deux surfaces glissant l'une sur l'autre lorsque la pression entre les aspérités en contact est suffisante pour provoquer des déformations plastiques localisées, des microsoudures ou des adhésions locales. Lorsqu'il y a génération d'une déformation plastique, il y a absorption d'énergie, se traduisant par un échauffement dû au frottement. La manifestation la plus légère de cette usure par adhésion est la formation de poli miroir sur les flancs actifs des dents. Lorsque les conditions de charge et de frottement deviennent plus intenses et lorsque la température au niveau de contact augmente, on peut assister à l'apparition de grippage.

#### 4.2.2 Usure par abrasion

Elle se caractérise par de l'enlèvement de la matière par frottement, deux types d'usure abrasive peuvent être distingués : à deux et trois corps. Dans le cas de l'usure abrasive à deux corps, il s'agit des interactions entre les aspérités des surfaces antagonistes qui provoquent l'enlèvement des matériaux à l'interface de contact.

L'abrasion à trois corps est due à des particules dures intercalées entre les deux surfaces en contact provenant des débris d'usure du contact ou liés à la pollution du milieu. Parmi les causes de l'usure abrasive dans les engrenages, on peut citer :

- l'épaisseur du film lubrifiant trop mince,
- la pollution de l'huile,
- la rugosité trop importante.

L'usure abrasive est en général un phénomène qui se traduit par :

- une augmentation du jeu de l'engrenage en service pouvant entraîner des modifications de son comportement dynamique,
- une déformation de la forme du profil qui est une source de bruits et de vibrations.

### 4.2.3 Usure par fatigue de contact

La fatigue de contact est une détérioration des surfaces en présence, qui est le résultat de contraintes répétées à la surface ou en sous couche, dont les valeurs dépassent les limites d'endurance des matériaux. Des fissures se produisent alors dans le matériau. Contrairement aux autres types d'usure, cette dégradation se produit dans le cas d'engrenage bien lubrifié. Ce type d'usure n'apparaît pas instantanément et exige un certain nombre, des milliers voire des millions de cycles pour se manifester. Avec le temps, ces fissures évoluent vers la surface très rapidement on observe des petits détachements de matière, avec création de micro-cratères. L'usure par fatigue peut aussi être initiée à partir de la surface. Elle est fonction du type de matériau utilisé et de son mode de traitement thermique, du procédé de fabrication employé (qui définit la rugosité de la surface) et de la charge au niveau de contact. Notons que la fatigue de contact peut être mécanique ou thermique. La fatigue mécanique est provoquée par des contraintes répétées au niveau du contact. La fatigue thermique est due à d'importantes variations de température cycliques dans le contact.

### 4.2.4 Usure par réactions tribo-chimiques

Le système est constitué de trois composantes : la réactivité chimique entre les surfaces, la réactivité chimique avec le milieu environnant et la réactivité physico-chimique avec les débris. Ce type de dégradation résulte d'une ou de plusieurs réactions chimiques sous l'effet d'agents corrosifs (environnement, lubrifiant) et des contraintes mécaniques pendant le frottement. Suivant l'état structural superficiel, des oxydes réactionnels dépendant de l'environnement peuvent être créés. Suite au frottement entre les surfaces, la rupture des aspérités qui s'oxydent conduit à des débris en général très stables et très durs. Ces derniers jouent alors un rôle abrasif et viennent dégrader les surfaces antagonistes et donc entretenir l'usure. Par contre, il est possible de rencontrer une configuration moins agressive par la formation de films d'oxydes adhérents à la surface d'un des antagonistes et suffisamment résistants au cisaillement pour jouer un rôle protecteur [97].

## 4.3 Généralités sur les lois d'usure

Comme on l'a vu précédemment, il existe de nombreux types d'usure. Chacun de ces mécanismes se différencie par ses conditions d'apparition et par ses effets. La plupart du temps, l'usure est due à plusieurs processus qui agissent simultanément, plus rarement à une seule cause bien définie et identifiable.

L'étude de l'usure se fait principalement par des moyens expérimentaux. Même si dans la littérature, il existe des formulations empiriques, elles contiennent au moins un facteur qui doit être déterminé de façon expérimentale.

Jusqu'à présent, il n'y pas un modèle d'usure universellement accepté, en raison de la complexité de ce phénomène qui fait intervenir un nombre important de mécanismes plus ou moins quantifiables tel que :

- la modification des surfaces par enlèvement de matière à l'interface,
- la présence de débris et de troisième corps à l'interface,
- le flux de ces débris à l'intérieur et vers l'extérieur du contact,
- les mécanismes de transfert,
- l'influence de l'environnement,
- le couplage entre les aspects thermodynamiques, physico-chimiques et mécaniques.

De nombreuses lois d'usure ont été présentées dans la littérature. Meng et Ludema [98] ont dénombré plus de 300 lois relatives à l'usure sur une période allant de 1947 à 1995 et ont proposé un classement chronologique de ces lois en trois catégories :

- Les lois d'usure empiriques, qui sont apparues entre les années 1947 et 1970. Elles prennent en compte principalement des paramètres relatifs aux conditions de tests. Ces lois sont précises, mais seulement valables pour le type et les conditions du test qui les ont validées.
- Les lois basées sur la mécanique du contact ont vu le jour entre les années 1970 et 1980. Elles considèrent les propriétés mécaniques des matériaux en contact comme les modules d'Young ou bien les duretés, qui ont un impact sur les cinétiques d'usure.
- Les lois basées sur les mécanismes d'endommagement se sont développées entre les années 1980 et 1995. La résistance à l'usure n'est plus considérée comme une propriété intrinsèque aux matériaux et le seul calcul des propriétés mécaniques du contact (tel que l'aire réelle de contact) ne suffit plus. Ces lois incluent les mécanismes de dislocations, les propriétés en fatigue et la rupture en cisaillement.

Dragon-Louiset et Stolz [99] [100] utilisent des lois d'usure basées sur les analyses micromécaniques des interfaces, en s'appuyant sur la thermodynamique des processus irréversibles. Les auteurs considèrent l'usure comme un phénomène dissipatif. Ce modèle a l'avantage d'être utilisable pour tout type de système à deux corps en contact dans le cas d'usure douce. Il permet aussi de prendre en compte le comportement du troisième corps, qu'il soit fait de particules, de lubrifiant ou d'un mélange des deux. Cependant, les équations proposées et les formalismes sur lesquels elles reposent se révèlent assez lourds à mettre en œuvre.

D'autres auteurs comme Doelling et al.[101] et Ling et al. [102] travaillent également sur ce type d'approche, en se basant sur les lois de la thermodynamique. Ils considèrent l'endommagement comme un ensemble de processus irréversibles (usure, fracture).

Mohrbacher et al. [103] et Fouvry et al.[104] introduisent le concept de l'énergie dissipée dans l'étude de l'usure. Ils montrent qu'il existe une relation linéaire entre l'énergie dissipée et le volume usé. Cette approche a été aussi utilisée par Huq et Celis [105] pour exprimer le taux d'usure sous forme de volume de matière perdue par unité d'énergie dissipée.

Dans ce travail de thèse, nous modélisons l'usure en utilisant la célèbre loi d'Archard [106] qui est basée sur la mécanique du contact, elle sera présentée par la suite dans le mémoire.

## 4.4 Usure des engrenages roues et vis sans fin

### 4.4.1 Modes de défaillance des engrenages à vis

Dans les engrenages roues et vis sans fin, le matériau de la vis est différent du matériau de la roue, cette différence de matériau s'impose pour une raison tribologique principale : le coefficient de frottement entre les dents de la roue et les filets de la vis devant être minimum (Octrue [6]).

La vis est généralement constituée d'un matériau beaucoup plus dur que celui de la roue, ce matériau doit être sélectionné pour favoriser le glissement et diminuer le frottement. En général la vis est en acier et la roue en bronze. Le matériau de la roue doit permettre de conjuguer le profil de ses dents à la forme des filets de la vis au cours du rodage. Cette adaptation des profils venant éliminer les imperfections existantes après usinage.

Cette disparité au niveau des matériaux constituant la vis et la roue va entraîner plusieurs conséquences (Octrue [6]) :

- les pressions de contact sont beaucoup moins élevées dans ce type d'engrenage, la limite étant imposée par le matériau de la roue,
- le matériau de la roue étant généralement plus tendre que celui de la vis, l'usure y est inhérente : elle est liée au glissement important provoqué par la rotation de la vis,
- le pitting et l'écaillage sont également présents sur les surfaces des dents de la roue, ils traduisent le phénomène de fatigue en pression superficielle.

Comme tout autre type d'engrenage, les engrenages roues et vis sans fin présentent plusieurs types de mode de défaillance limitant sa capacité de charge. Ces modes de défaillance sont présentées sur la Figure I.28 (Höhn et al. [107]) et décrites ci-après (norme ISO/TR 14521 [19]):

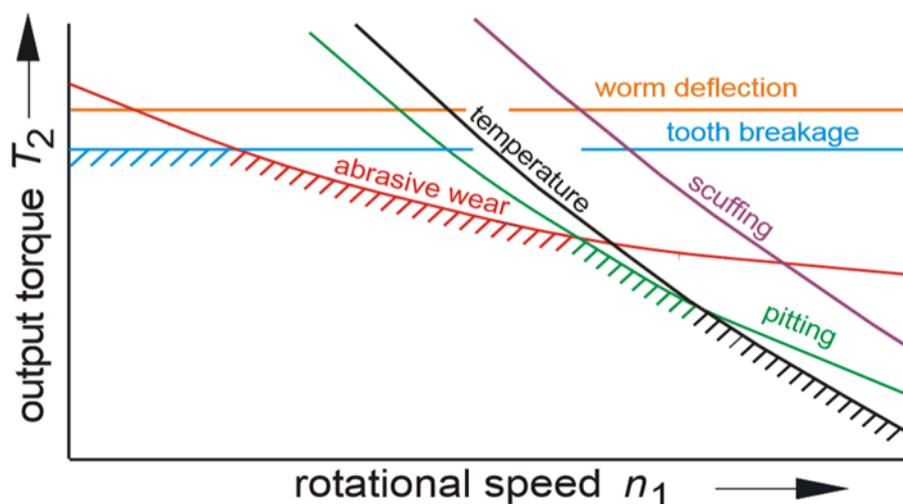


Figure I.28 : Limites de capacité de charge en fonction de la vitesse de rotation ([107])

- usure : la détérioration se produit généralement sur les flancs actifs des roues creuses en bronze,
- piqûre : cette forme de détérioration peut apparaître sur les flancs des roues creuses. Son développement est fortement influencé par la charge transmise et les conditions de répartition de la charge,
- rupture de denture : la rupture par cisaillement de la denture d'une roue creuse ou des filets de la vis peut se produire au moment de l'amincissement de la denture, conséquence de l'usure ou d'une surcharge,
- déflexion de l'arbre de vis sans fin : déformation excessive sous une charge modifiant la marque de la portée entre la vis et la roue creuse,
- grippage : cette forme de détérioration se produit souvent de manière soudaine. Elle est fortement influencée par la charge transmise, les vitesses de glissement et les conditions de lubrification,
- température de service : lorsqu'elle est excessivement élevée, elle entraîne une dégradation accélérée du lubrifiant de l'engrenage.

De nombreux facteurs telles que les propriétés des matériaux, les conditions d'engrènement (la portée sous charge), la lubrification, influent sur la défaillance de l'engrenage roue et vis. Les facteurs les plus significatifs de la détérioration des dentures d'engrenage sont indiqués dans le Tableau I.2.

Facteurs d'influence	Modes de défaillance					
	Usure	Piqûres	Rupture de denture	Arbre de vis sans fin Déflexion	Grippage	Rendement faible
Pression hertzienne	x	x	x	x	x	x
Vitesse de la vis	x	x			x	x
Épaisseur du film d'huile	x	x			x	x
Huile	x	x			x	x
Marque de portée	x	x	x		x	x
Rugosité de surface de la vis	x	x			x	x
Valeur de cisaillement			x			

**Tableau I.2 : Mode de défaillance et facteurs d'influence (norme ISO/TR 14521 [19])**

Dans le domaine de vitesse de rotation basse et moyenne, la limite de la capacité de charge la plus importante dans les engrenages roues et vis sans fin est l'usure abrasive, un autre critère pour sa performance est leur rendement. Les paramètres les plus importants influant sur l'usure et le rendement sont : la combinaison des matériaux de la roue et de la vis, leurs conditions de surface (rugosité, dureté,...), le lubrifiant, les conditions de fonctionnement et dimensions géométriques de l'engrenage (Höhn et al. [107]).

Les limites de charge les plus courantes des engrenages roues et vis sans fin sont reliés au pitting et à l'usure (Miltenović et al. [109]).

En général, les méthodes de dimensionnement des engrenages sont basées sur deux critères (norme BS 721 [110], Henriot [2], Octrue [6]) :

Le dimensionnement à la pression superficielle et le dimensionnement à la rupture.

Le dimensionnement à la pression superficielle doit prémunir l'engrenage contre les avaries de surfaces : usure, écaillage, pitting,...

Le dimensionnement à la rupture des dentures prévoit le dépassement de l'état élastique des dentures lors de leur flexion sous charge.

#### 4.4.2 Modélisation de l'usure dans les engrenages roue et vis

Un grand nombre de paramètres influent sur l'usure, ce qui rend sa modélisation assez difficile. Des tentatives ont été faites pour prédire l'usure en utilisant une équation simple, mais en raison du grand nombre de variables qui influent sur le phénomène d'usure, un modèle unique largement accepté n'a pas été établi.

L'usure des surfaces des engrenages est encore plus complexe car le contact dans les engrenages est influencé non seulement par la géométrie, mais également par les déformations de contact et des dentures.

Le processus d'usure peut être traité comme un processus dynamique, dépendant de nombreux paramètres [111] et la prévision de ce processus est considérée comme un problème de valeur initiale. Le taux d'usure peut être décrit par l'équation suivante [106] [112] [113] [114] [115] :

$$\frac{dh}{ds} = f(\text{pression, vitesse, lubrification, matériau, température, ...}) \quad (\text{I.12})$$

Ce modèle indique que la variation de la profondeur d'usure  $h$  avec la distance de glissement  $s$  est égal à une fonction  $f$  qui dépend d'un certain nombre de paramètres qui influent sur l'usure, y compris la pression de contact, la vitesse de glissement, la dureté, la rugosité de surface et des paramètres liés au lubrifiant.

Bien que plusieurs modèles de complexité variable aient déjà été proposés dans la littérature pour différents mécanismes d'usure, le modèle d'usure formulé d'une manière semi-empirique par Archard [106] a été le modèle le plus couramment utilisé, en ce qui concerne la modélisation de composants de machines tels que des contacts came-suiveur, segments de pistons du moteur, paliers, engrenages, etc... En plus de sa précision raisonnable en décrivant l'usure adhésive et abrasive [116] [117], la simplicité apparente de ce modèle est l'une des principales raisons pour lesquelles il a été largement utilisé pour des problèmes de contact plus complexes tels que les engrenages. Ce modèle a été appliqué par plusieurs auteurs pour modéliser l'usure de différents types d'engrenage comme dans les travaux de Flodin et Andersson [91] [114], Bajpai et al. [115] et Osman [118] pour les engrenages cylindriques, de Park et Kahraman [119] pour les engrenages hypoides, et de Sharif et al. [120] pour les engrenages roues et vis sans fin.

Cette loi permet d'estimer le volume de matériau usé dans le cas d'un contact glissant. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$Q = \frac{K}{H} \cdot W \quad (\text{I.13})$$

Avec :

$Q = \frac{V}{s}$  : représente le volume d'usure ( $V$ ) par unité de distance glissée ( $s$ ).

$W$  : charge normale appliquée.

$H$  : dureté du matériau.

$K$  : coefficient d'usure adimensionnel qui correspond à la probabilité qu'une aspérité de surface puisse créer une particule d'usure. Il dépend du couple de matériaux en contact, de la lubrification, de la vitesse de glissement et de la pression de contact, ce coefficient doit être déterminé expérimentalement.

Ce modèle montre que :

- le volume du matériau usé est proportionnel à la distance parcourue,
- le volume du matériau usé est directement proportionnel à la charge,
- le volume du matériau usé est inversement proportionnel à la dureté du matériau.

La Figure I.29 présente le principe de ce modèle, pour lequel l'usure sur les dentures des engrenages s'exprime en fonction de la pression et de la distance de glissement à chaque point des flancs de dent.

Précisons qu'en matière d'usure, la loi d'Archard, n'est valable qu'après rodage ou bien en négligeant la phase de rodage.

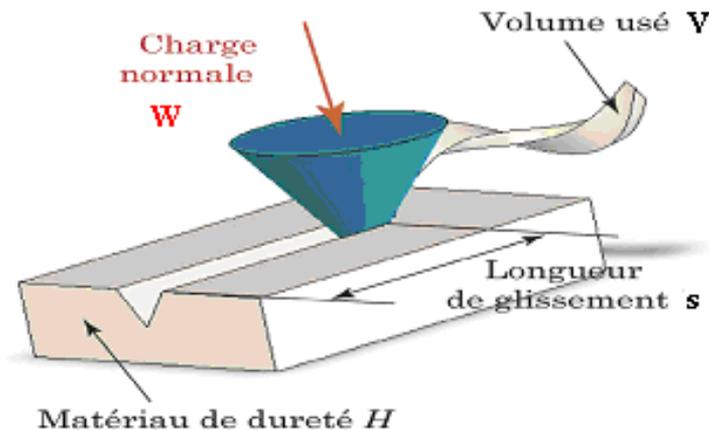


Figure I.29 : Illustration du modèle d'Archard [118]

Différents auteurs ont utilisé d'autres expressions de cette loi à partir de sa formulation initiale, par exemple Flodin et Andersson [91] [114] ont développé un modèle pour calculer la profondeur d'usure ( $h$ ) à chaque point sur la surface de denture des engrenages cylindriques sous la forme :

$$\frac{dh}{ds} = \frac{k}{H} \cdot p \Rightarrow dh = \frac{k}{H} \cdot \int_0^s p \cdot ds = \frac{k}{H} \cdot \int_0^t p \cdot v_g \cdot dt \quad (\text{I.14})$$

$k$  : coefficient d'usure sans dimension.

$H$  : dureté du matériau ( $\text{N/m}^2$ ).

$p$  : pression de contact ( $\text{N/m}^2$ ).

$s$  : distance de glissement (m).  
 $v_g$  : vitesse de glissement (m/s).  
 $t$  : temps de glissement (s).

Sharif et al. [120] [121] s'intéressent à la modélisation numérique et à la prédiction de l'usure de la roue dans les engrenages roues et vis sans fin. Ils ne précisent pas le mécanisme d'usure en jeu. Cette usure peut donc être due à certain nombre de phénomènes tels que l'adhésion, l'abrasion, ou un processus de couplage avec la fatigue de contact. Ils se basent sur le modèle d'Archard et adoptent une équation empirique proposée dans la norme DIN 3996 par Höhn et Streingrover [122], qui prend en compte les principales variables de pression de contact, distance de glissement et l'influence de lubrification via le niveau de l'épaisseur de film par rapport à la rugosité des surfaces. La formulation d'usure utilisée est :

$$\text{Wear rate} = \frac{k}{H} p u_s \left( \frac{R_a}{h} \right)^n \quad (\text{I.15})$$

Avec :

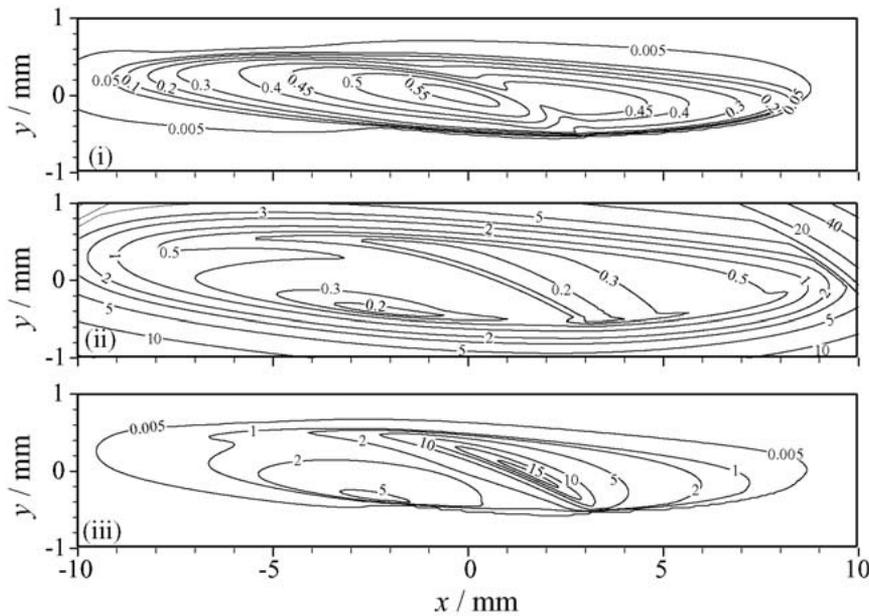
Le taux d'usure (wear rate) est la profondeur du matériau enlevé normalement à la surface par unité de temps,  $k$  coefficient d'usure,  $H$  est la dureté du matériau (Pa),  $p$  la pression locale (Pa),  $u_s$  est la vitesse de glissement locale (m/s),  $R_a$  rugosité moyenne (m),  $h$  l'épaisseur du film lubrifiant locale (m). La puissance  $n$  est un paramètre qui contrôle l'influence de l'épaisseur du film sur le taux d'usure.

Les pressions de contact ainsi que les épaisseurs de film lubrifiant sont calculées en chaque point sur le flanc de la roue en utilisant une analyse basée sur une solution de lubrification élastohydrodynamique mixte (EHL).

Leur modèle d'usure implique les étapes suivantes :

1. Déterminer la géométrie initiale des engrenages,
2. Effectuer une analyse de l'EHL à une séquence de positions d'engrènement. Ensuite déterminer le taux d'usure instantanée en chaque point de la dent de la roue,
3. Calculer la quantité de matière enlevée à chaque point sur la dent de la roue pendant un cycle d'engrènement par intégration dans le temps. Calculer la matière enlevée dans une étape d'usure,
4. Modifier la géométrie de la dent de la roue pour tenir compte d'enlèvement de matière. Ceci termine l'étape à l'usure,
5. Répétez l'étape 2 pour déterminer l'usure au cours de la prochaine étape.

La Figure I.30 (iii) présente les contours du taux d'usure calculés par l'application de l'équation (I.15) en utilisant les valeurs des pressions et des épaisseurs de film lubrifiant représentés sur les Figure I.30 (i) et (ii). Les taux d'usure élevés correspondent aux hautes pressions et aux épaisseurs de film minces.



**Figure I.30 : Contours de (i) la pression/GPa; (ii) l'épaisseur du film/ $\mu\text{m}$ ; et (iii) le taux d'usure calculé  $\mu\text{m/s}$  obtenus à partir d'une solution EHL [120]**

Kral et Pausch [123] s'intéressent aussi à l'usure. Ils proposent une procédure pour calculer l'usure dans les engrenages roues et vis sans fin sur la base de théories fondamentales de physique : la lubrification élastohydrodynamique, la mécanique moléculaire de l'usure et la théorie énergétique de frottement. Les résultats sont comparés avec des résultats expérimentaux sur bancs d'essais.

La norme ISO/TR 14521 [19] calcule la capacité de charge à l'usure pour les engrenages roue et vis. Trois méthodes sont définies pour calculer la perte de matériau sur le flanc de la roue due à l'usure :

- Méthode A : un calcul précis est basé sur des mesures directes d'engrenage dans des conditions de fonctionnement et une analyse réaliste précise du processus d'usure.
- Méthodes B, C : le calcul de perte d'épaisseur de flanc due à l'usure  $\delta_{wn}$  s'appuie sur des essais approfondis. Cette perte d'épaisseur en section normale peut être calculée par :

$$\delta_{Wn} = J_W \cdot s_{Wm} \quad \text{(I.16)}$$

Avec  $s_{wm}$  : parcours d'usure,

L'intensité d'usure,  $J_w$  est donnée par :

$$J_W = J_{OT} \cdot W_{ML} \cdot W_{NS} \quad \text{(I.17)}$$

L'intensité d'usure de référence  $J_{OT}$  est obtenue en fonction du film lubrifiant, du matériau de la roue et du type d'huile utilisé. Elle est liée à l'épaisseur moyenne du film lubrifiant et contrainte moyenne de contact.

Le facteur de combinaison matériau/lubrifiant  $W_{ML}$  tient compte de l'influence des effets combinés du matériau constitutif de la roue et du lubrifiant sur le comportement à l'usure.

Le facteur de démarrage  $W_{NS}$  tient compte de l'influence du nombre de démarrages par heure  $NS$  sur le taux d'usure :

$$W_{NS} = 1 + 0,015 \cdot N_S \quad (\text{I.18})$$

L'usure admissible doit être établie conformément aux critères suivants :

- a) L'épaisseur dans la section normale en sommet de denture de roue ne doit en aucun cas devenir pointue. Ceci fournit la valeur limite de l'usure admissible. L'épaisseur au diamètre de référence de la roue est suffisante lorsqu'on calcule l'épaisseur de denture sur le diamètre extérieur. La hauteur de denture habituelle  $h_{a1} = m_{x1}$  donne la perte admissible en section normale

$$\delta_{W \text{ lim n}} = m_{x1} \cdot \cos \gamma_{m1} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \tan \alpha_0 \right) \quad (\text{I.19})$$

$\gamma_{m1}$  est l'angle d'inclinaison d'hélice de référence,  $m_{x1}$  le module axial.

- b) Le coefficient de sécurité à la rupture de denture doit être obtenu comme l'état d'usure après le temps de fonctionnement requis.

$$\delta_{W \text{ lim n}} = \Delta s_{\text{lim}} \cdot \cos \gamma_{m1} \quad (\text{I.20})$$

La valeur  $\Delta s_{\text{lim}}$  représente la perte d'épaisseur admissible.

- c) Il convient que la perte de matériau,  $\Delta m_{\text{lim}}$ , n'excède pas une limite préétablie (qui dépend des intervalles de vidange d'huile et de la lubrification des paliers).

$$\delta_{W \text{ lim n}} = \frac{\Delta m_{\text{lim}}}{A_{\text{fl}} \cdot \rho_{\text{Rad}}} \quad (\text{I.21})$$

Densité du matériau de la roue,  $\rho_{\text{Rad}}$ , avec la surface de flanc totale  $A_{\text{fl}}$  :

$$A_{\text{fl}} \approx \frac{z_2 \cdot 2m_{x1} \cdot d_{m1} \cdot \arcsin(b_{2H} / d_{a1})}{\cos \gamma_{m1} \cdot \cos \alpha_0} \quad (\text{I.22})$$

$Z_2$  nombre de dents de la roue,  $d_{m1}$  diamètre de référence de la vis,  $d_{a1}$  diamètre de tête de la vis,  $b_{2H}$  largeur effective de la roue.

- d) Un jeu de battement sur flanc maximum préétabli ne doit pas être dépassé.

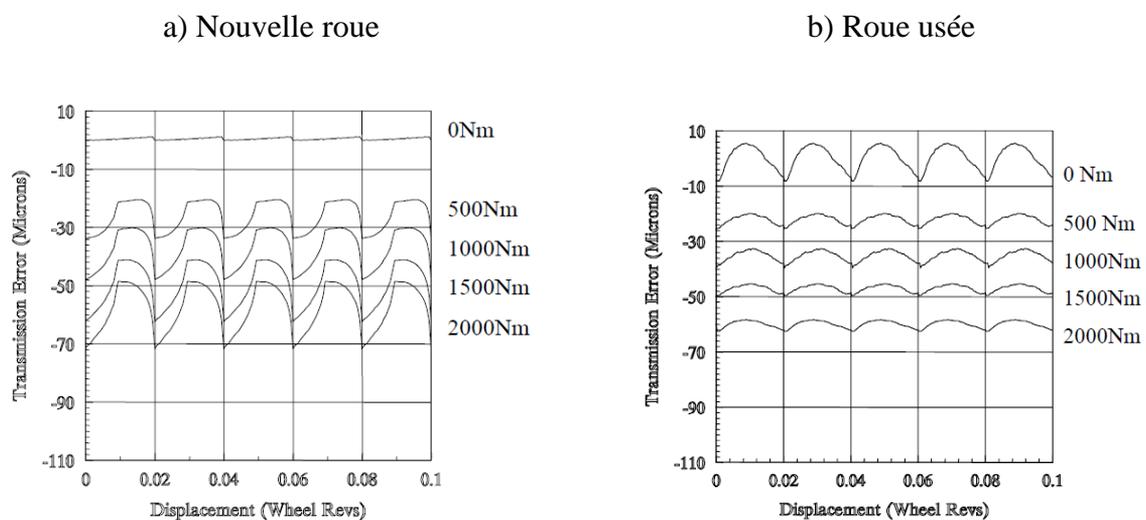
$$\delta_{W \text{ lim n}} = 0,3 \cdot m_{x1} \cdot \cos \gamma_{m1} \quad (\text{I.23})$$

Höhn et al. [107] s'intéressent aussi à l'usure abrasive des engrenages roues et vis sans fin, ils utilisent une méthode basée sur la norme allemande DIN3996 [108] pour calculer la quantité d'usure en terme de réduction de l'épaisseur de la dent de la roue.

Wang et Morrish [124] proposent une méthode pour étudier l'usure progressive dans les engrenages roues et vis avec une vis en hélicoïde développable et par conséquent, prévoir les changements de l'erreur de transmission et autres paramètres de transmission dus à l'usure.

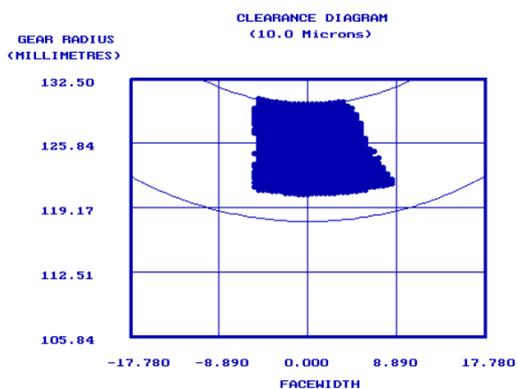
Ce modèle est basé sur la norme ISO et des données d'usure expérimentales et diverses considérations théoriques. Le modèle prend en compte le partage des charges et la distribution des pressions de contact pour estimer l'épaisseur du film du lubrifiant, ainsi que l'intensité de l'usure. Sa méthode de calcul du partage des charges est basée sur les équations de compatibilité des déplacements suggérées par Conry et Seireg et les travaux de Sudoh [36].

Wang et Morrish [124] montrent l'influence de l'usure sur l'erreur de transmission (Figure I.31) et sur la portée des pressions (Figure I.32). À cause de l'usure, la portée de contact s'élargit sur le flanc de la dent et sa forme change aussi (Figure I.32).



**Figure I.31 : Erreur de transmission [124]**

a) Nouvelle roue



b) Roue usée

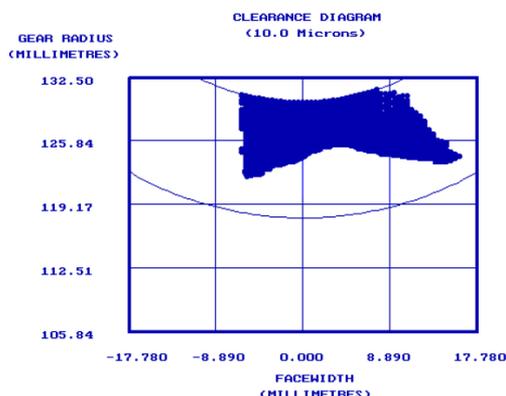


Figure I.32 : Portée des pressions [124]

## 4.5 Fatigue de contact par pitting-écaillage

### 4.5.1 Généralités

Le comportement mécanique des différents éléments de machines, tel que les engrenages, roulements, etc. est influencé par les interactions entre le chargement et les propriétés des surfaces. Les contacts roulants et / ou glissants sont particulièrement exposés à la fatigue de contact et aux dommages structurels qui en résultent. Les variables d'endommagement couramment utilisées pour décrire le dommage par fatigue sont :

- Des variables liées aux sollicitations telles que les contraintes et les déformations qui traduisent le chargement appliqué au composant mécanique,
- Des caractéristiques mécaniques monotones (module d'élasticité, coefficient de Poisson, résistance maximale en traction monotone...) et cycliques (limite d'endurance du matériau, nombre de cycles à la rupture...). Ces caractéristiques sont intrinsèques au matériau mais peuvent être modifiées en fonction de la nature des sollicitations,
- Des paramètres d'influence : ils regroupent les coefficients d'écrouissage cyclique, les facteurs d'échelle, d'état de surface, de gradient des contraintes et de tri-axialité des contraintes,
- Des paramètres de service qui traduisent les conditions de fonctionnement du composant mécanique (température, fréquence de la sollicitation, surcharge...).

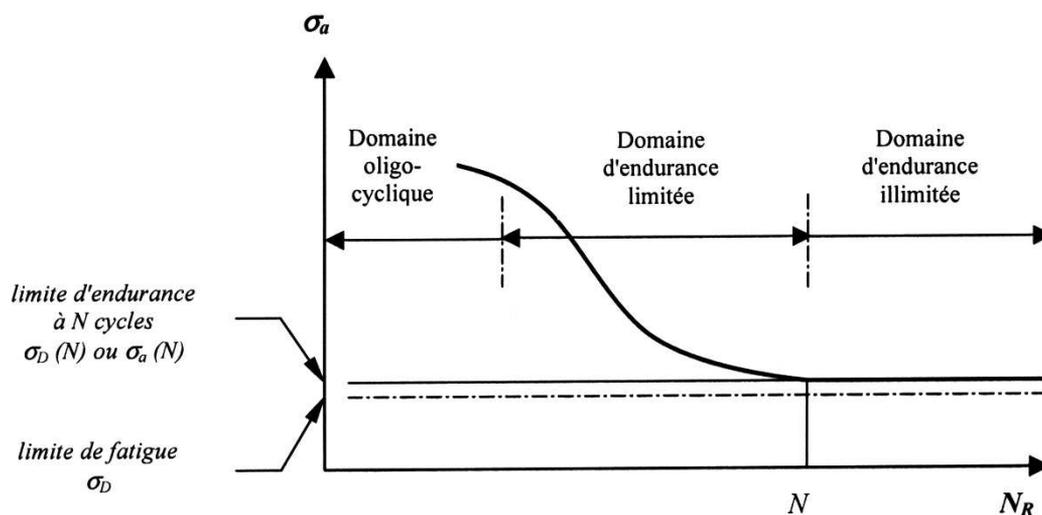
Le processus de fatigue de contact complet des éléments mécaniques peut être divisé en plusieurs étapes (Glodež et al. [125], Cheng et al.[126], Shang et al. [127], Podrug et al.[128]) :

- Nucléation de microfissures,
- Progression de fissures courtes,
- Progression de fissures longues,
- Rupture finale.

Dans le cas d'éléments mécaniques (engrenages, paliers par exemple), les deux premières étapes sont fréquemment regroupées sous le terme « initiation de fissure », tandis que la progression de fissures longues est appelée « propagation de fissure ».

## 4.5.2 Courbe de Wöhler

Les travaux de Wöhler (1860) [129] sont d'une grande importance historique. La courbe de Wöhler, ou courbe S-N (Stress - Number of cycles), est connue universellement. Cette courbe est la plus ancienne qui permet de visualiser la tenue de la pièce ou des matériaux dans le domaine de la fatigue. Elle définit une relation entre la contrainte appliquée et le nombre de cycles à la rupture  $N_R$ . Sur cette courbe (Figure I.33), on peut distinguer trois domaines :



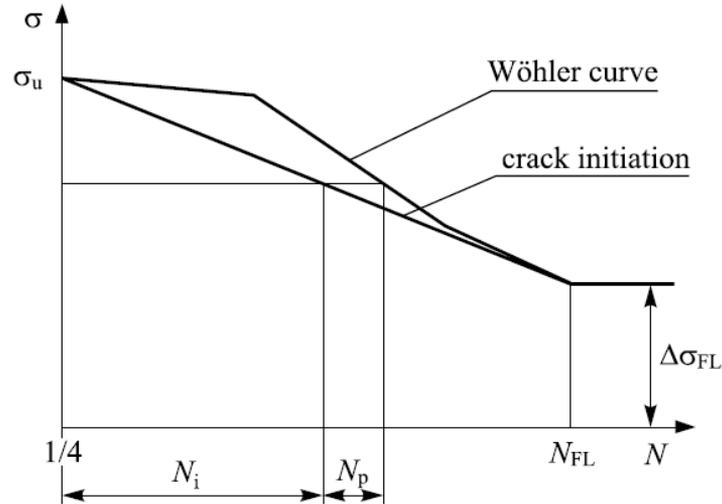
**Figure I.33 : Courbe de Wöhler et différents domaines de fatigue**

- Un domaine de fatigue oligocyclique. Il correspond à des contraintes élevées où la rupture survient après un certain nombre de cycles et est précédée par une déformation plastique notable,
- Domaine de fatigue ou d'endurance limitée, qui correspond à un nombre de cycles qui croît quand la contrainte décroît,
- Un domaine d'endurance illimitée ou zone de sécurité, sous faible contrainte, pour laquelle la rupture ne se produit pas avant un nombre de cycles donné supérieur à la durée de vie envisagée pour la pièce.

Le rôle d'un dimensionnement en fatigue consiste à prédire de façon la plus réaliste possible, la durée de vie totale de la structure.

La durée de vie totale d'une pièce mécanique liée à la fatigue de chargement peut être divisée en : la période requise pour l'initiation des fissures et la période de leurs propagations jusqu'à la surface. Par conséquent, dans le cas particulier de la fatigue de contact, le nombre de cycles nécessaires à l'apparition de pitting peut être déterminé à partir du nombre de cycles nécessaires à l'apparition de la fissure initiale dans le matériau  $N_i$  et le nombre de cycles requis pour qu'une fissure se propage de la longueur initiale jusqu'à la longueur critique  $N_p$ , Figure I.34, tel que :

$$N = N_i + N_p \quad (\text{I.24})$$



**Figure I.34 : Représentation schématique de la durée de vie des éléments mécaniques [128]**

Cependant, les engrenages fonctionnent principalement dans le domaine de fatigue à nombres de cycles élevés. Une attention particulière devra donc être portée à la caractérisation de la phase d'initiation (Podrug et al. [128]).

### 4.5.3 Classification des critères de fatigue multiaxiaux

Un critère de fatigue permet de savoir si la limite d'endurance ou plus généralement la limite de fatigue à  $N$  cycles du matériau est atteinte pour une succession d'états de contraintes définissant un cycle multiaxial.

Un critère de fatigue met en relation des grandeurs issues du cycle multiaxial de contraintes  $[\sigma_{ij}(t)]_T$  définies sur la période  $T$  (amplitudes, valeurs moyennes, valeurs maximales, parties alternées) et des limites d'endurance (ou des limites de fatigue à  $N$  cycles) suivant plusieurs modes de sollicitations simples (flexion alternée symétrique  $\sigma_w$ , flexion répétée  $\sigma_{w,0}$ , torsion alternée symétrique  $\tau_w$ , torsion répétée  $\tau_{w,0}$ , ...).

Un critère de fatigue peut donc être représenté à l'aide d'une fonction de fatigue appelée endommagement  $D$  dans laquelle interviennent le cycle multiaxial de contraintes et plusieurs limites d'endurance ou limites de fatigue du matériau. Cette fonction de fatigue est prise égale à l'unité lorsque la limite d'endurance ou la limite de fatigue du matériau est atteinte :

$$D([\sigma_{ij}(t)]_T, \sigma_w, \tau_w, \sigma_{w,0}, \tau_{w,0}, \dots) = 1 \quad (\text{I.25})$$

Un critère de fatigue traduit donc, par la valeur de la fonction  $D$ , le caractère plus ou moins endommageant du cycle de contraintes appliqué. Pour un cycle multiaxial donné, si celle-ci est inférieure à l'unité ( $D < 1$ ), le critère prévoit l'amorçage d'une fissure au delà du nombre  $N$  de cycles définissant l'endurance ou la limite de fatigue du matériau.

Si la fonction de fatigue est supérieure à l'unité ( $D > 1$ ), le critère prévoit au contraire l'apparition d'une fissure avant l'application des  $N$  cycles correspondant au seuil d'endurance ou à la limite de fatigue.

Enfin, lorsque la fonction de fatigue est égale à l'unité ( $D = 1$ ), la durée de vie du matériau soumis au cycle multiaxial considéré coïncide avec la durée de vie du matériau correspondant aux limites d'endurance ou aux limites de fatigue utilisées pour le calcul de  $D$ .

Dans la littérature, de nombreux chercheurs s'intéressent à établir des critères d'endurance. La plupart des critères sont formulés à partir de deux grandeurs mécaniques : un terme lié au cisaillement et un terme traduisant l'effet de la contrainte normale associée à un plan particulier ou de la contrainte hydrostatique. En fonction des hypothèses et des méthodes utilisées, nous pouvons distinguer trois catégories de critères (Papadopoulos et al. [130]):

- Les critères de type « plan critique » : Dang Van [131], Deperrois [132], Morel [133] Findley [134], McDiarmid [135], Robert [136], Mataka [137]. Ces critères cherchent le plan où l'endommagement causé par la fatigue est maximum. Ils déterminent la durée de vie de la structure et la direction critique d'amorçage de fissure. Ces critères utilisent souvent une combinaison des contraintes normale et de cisaillement sur un plan considéré.
- Les critères basés sur les invariants du tenseur des contraintes : Crossland [138], Marin [139], Sines [140]. Les ingrédients de ces critères sont la contrainte hydrostatique et le second invariant du tenseur de contraintes.
- Les critères de type intégral : Liu et Zenner [141], Papadopoulos [142]. Ces critères sont basés sur les moyennes des contraintes (normales et cisaillement) dans un volume élémentaire. Ces quantités moyennes sont décrites au travers d'une double intégration s'étendant sur les coordonnées sphériques (deux angles) du vecteur unitaire normal à un plan.

#### 4.5.4 Fatigue de contact sur les dentures d'engrenages

Les composants mécaniques soumis à des sollicitations de contact répétées, tels que les engrenages, sont sensibles à l'endommagement par fatigue de contact, en particulier l'apparition de pitting, qui est un mode de défaillance classique (Kaneta et al. [143], Zhou et al. [144]). Le pitting ou l'écaillage se caractérise par l'apparition d'écaillures (trous) sur les surfaces en contact. Au cours de l'engrènement, le pitting se propage et peut finir par occuper une partie importante de la surface de contact. Dans les engrenages cylindriques, il a été noté que la fatigue de contact par pitting apparaît de manière privilégiée dans les creux de dents (en-dessous du cylindre primitif) (Zhou et al. [144]).

Le processus de fatigue de contact conduisant au pitting est complexe et dépend de nombreux paramètres tels que : les conditions de lubrification, les propriétés du matériau, les rugosités de surface, les contraintes résiduelles et le frottement.

L'initiation de fissures de fatigue représente une des phases les plus importantes dans le processus d'endommagement par fatigue de contact pour le pitting ou micro-pitting et dépend, entre autre, de la microstructure du matériau, du type de contraintes (ou chargement) appliquées et de la macro et micro géométrie de composants (Zhou et al [144]).

La fissure peut être initiée à partir de la surface ou à une certaine profondeur sous la surface de contact (sous-couche) ; l'un et l'autre des mécanismes étant susceptibles d'interagir ou d'entrer en compétition afin de conduire à la dégradation finale. Les paramètres susceptibles d'influencer sont très nombreux : les conditions de lubrification, le rôle des additifs et de la pollution solide dans le lubrifiant dans le cas d'une initiation en surface, l'ensemble des contraintes (dues au chargement, aux traitements thermiques, au frottement), les états de surface (rugosité, défauts de surfaces, l'usure), le matériau (inclusions, hétérogénéité en sous couche, etc.).

En général le nombre de cycles requis pour l'initiation de fissures peut être calculé en couplant les critères de fatigue et la courbe de Wöhler.

Le taux et la direction de propagation des fissures dépendent du chargement, de la longueur de la fissure et des propriétés de fatigue du matériau des engrenages. Le nombre de cycles pour la propagation des fissures peut aussi être calculé en utilisant différentes lois comme la loi de Paris (Paris et Erdogan [145]), mais ceci ne sera pas développé dans cette étude.

Dans la littérature, de nombreux travaux traitent du sujet de l'endommagement par fatigue des engrenages, caractérisés par une géométrie simple, tels que des engrenages cylindriques. Par exemple, Blake et Cheng [146] ont développé un modèle basé sur la mécanique de rupture afin d'estimer la durée de vie et les probabilités de défaillance dans les engrenages cylindriques. Glodež et al. [147] [148] [149] ont présenté plusieurs modèles pour simuler le processus de fatigue de surface dans la zone de contact, ce qui permet une détermination correcte de la résistance au pitting des engrenages cylindriques. D'autres auteurs se sont aussi intéressés à la fatigue dans les engrenages cylindriques comme Kaneta et al. [143], Zhou et al. [144], Brandão et al. [150], Li et Limmer [151], Šraml et Flašker [152], Osman et Vexel [153].

Ural et al. [154] ont présenté une étude sur la prédiction de la fissure et la durée de vie en fatigue pour un pignon d'engrenage spiro-conique, en utilisant la méthode des éléments finis : un code commercial a été utilisé en le combinant avec un modèle de contact basé sur des éléments finis, afin de simuler la propagation des fissures en 3D.

Hotait et Kahraman [155] ont proposé une méthode pour prédire l'initiation de fissure pour la fatigue en flexion des dents des engrenages hypoïdes. Cette méthode utilise un modèle basé sur des éléments finis pour établir l'historique des contraintes multiaxiales dans les zones du pied des dents. Les historiques de ces contraintes sont combinés avec un critère de fatigue multiaxial pour prédire l'emplacement et la durée de vie de l'initiation des fissures de fatigue en flexion le long du pied de dent du pignon.

En ce qui concerne la modélisation et la simulation de fatigue de contact par pitting dans les engrenages roues et vis sans fin, peu d'articles ont été trouvés dans la littérature. La plupart de ces études sont basées sur l'expérimental. Par la suite, quelques travaux sur l'étude du pitting dans les engrenages roues et vis sans fin seront présentés.

#### 4.5.5 Etude du pitting dans les engrenages à vis

Dans les engrenages roues et vis sans fin, il existe une relation entre l'usure et le pitting (Octrue [156], Rank [157], Stahl et al. [159], et Miltenović et al. [109]).

Contrairement au cas de matériaux acier-acier, l'endommagement par pitting d'une roue en bronze ne conduit pas nécessairement à la défaillance des dents. En fait, la zone de pitting peut diminuer en raison de l'usure par abrasion progressive de la surface affectée. Le pitting réduit

la zone d'engrènement et il va donc induire du bruit et réduire le rendement de l'engrenage (Stahl et al. [159]).

Le calcul de la durée de vie avec un risque de détérioration par formation de pitting (piqûres) est principalement basé sur l'analyse de Rank [157], qui est contenu dans la méthode de calcul de la norme DIN 3996 et également dans la norme ISO/TR 14521 [19].

Rank [157] divise le dommage par pitting en trois phases et propose des formules approximatives pour les trois phases, liées à la vitesse de glissement et à la pression hertzienne moyenne. Dans la plupart des cas, les flancs les moins durs, c'est-à-dire les flancs de la roue en bronze, constituent le risque le plus important d'endommagement par pitting (Figure I.35).

Rank [157] précise que l'influence essentielle sur le pitting des engrenages roues et vis sans fin est la contrainte de contact hertzienne. Il explique la procédure de pitting par l'évolution des contraintes mécaniques superficielles dans le système tribologique de contact des dents. Les contraintes hertziennes locales dans le contact entre la vis et la roue ne sont pas constantes et changent continuellement. Si la limite d'élasticité est dépassée, la première phase de fonctionnement débute : le flanc de la roue s'adapte au flanc de la vis par l'usure abrasive et une plastification locale du matériau de la roue apparaît. Cela signifie que l'initiation du dommage par pitting peut toujours être expliquée par la surcharge du flanc. Selon la résistance du matériau de la roue, ces charges sont capables de supporter un certain nombre de contraintes répétées, jusqu'à ce que le pitting apparaisse sur le flanc de la dent. D'après Rank [157], le pitting et son usure associée peuvent être subdivisés en trois sections caractéristiques. La zone de pitting décrite par le paramètre de pitting  $A_{p10}$  sur la roue peut être utilisée pour définir ces sections.  $A_{p10}$  représente la surface moyenne de pitting sur les dents les plus endommagées de la roue en pourcentage par rapport à la surface total de contact ; la valeur est déduite à partir d'environ 10% des dents de la roue. En fait, le nombre de dents les plus endommagées est lié au nombre de dents moyen en prise (rapport de conduite). Il est appelé  $A_{p10}$  car généralement le rapport de conduite est équivalent à 10% des dents de la roue [158].



**Figure I.35 : Pitting d'une roue en bronze [158]**

La durée de vie d'un tel engrenage à vis est :

$$N_L = N_{LI} + N_{LII} + N_{LIII} \quad (I.26)$$

Où :

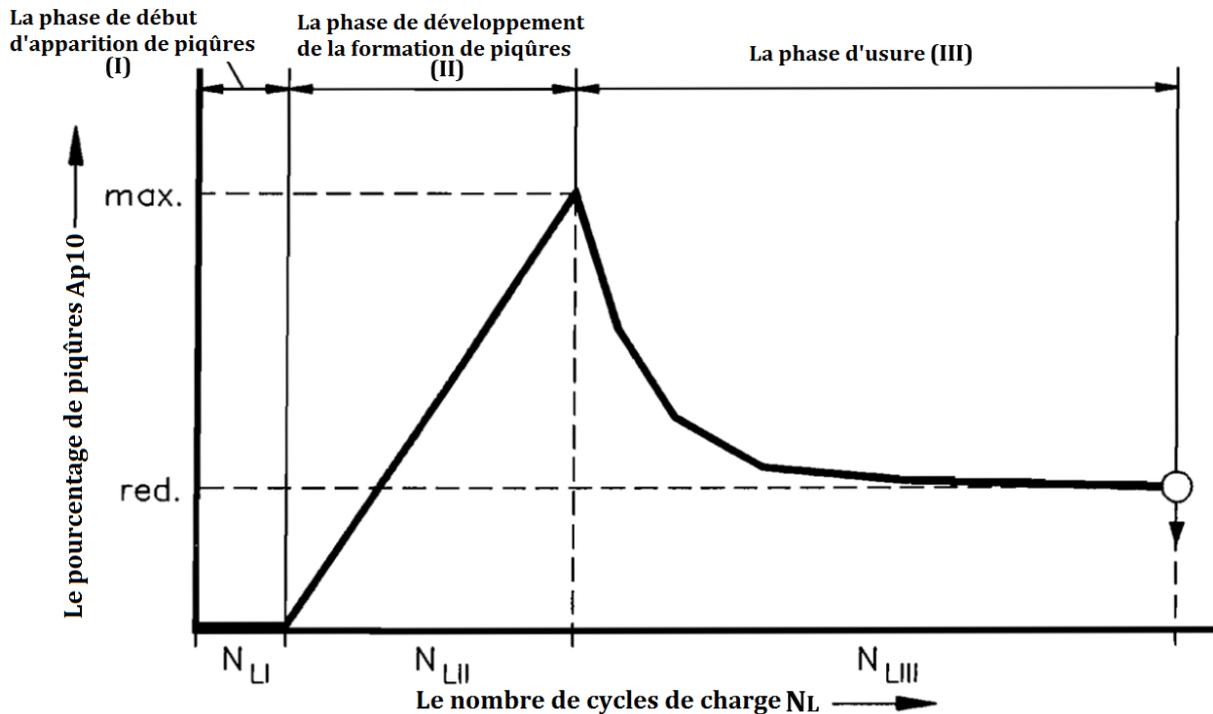
$N_L$  : Nombre total de cycles de charge.

$N_{LI}$  : Nombre de cycles de charge jusqu'à la première apparition de pitting (Phase I).

$N_{LII}$  : Nombre de cycles de charge pendant la phase de croissance de pitting (Phase II).

$N_{LIII}$  : Nombre de cycles de charge pendant la phase d'usure (Phase III).

La Figure I.36 montre le principe d'évolution de l'endommagement de la roue par pitting (Rank [157])



**Figure I.36 : Endommagement par usure et pitting [157])**

La phase (I) couvre la durée jusqu'à la première apparition de pitting, les traces d'usinage et les pics de rugosité des flancs sont éliminés, les pics de contraintes de Hertz sont partiellement réduits, des fissures de surface apparaissent, qui peuvent causer du pitting. La fin de cette phase est définie avec une surface de piqûres  $A_{p10} = 2\%$ . Le nombre de cycles de charge  $N_{LI}$  à cette phase, qui dépend de conditions spécifiques de fonctionnement, peut être calculé conformément à l'équation suivante (I.27) :

$$N_{LI} = 10^6 \cdot \left( 1 + 0,860 \cdot \ln \left( 3 \cdot \frac{v_{gm}}{v_{ref}} \right) \right) \cdot \exp \left[ 28,078 - 4,666 \cdot \ln \left( 520 \cdot \frac{\sigma_{Hm}}{\sigma_{Hlim}} \right) \right] \quad (\text{I.27})$$

Avec :

$v_{gm}$  [m/s] : Vitesse de glissement au rayon de référence,

$v_{ref}$  [m/s] : Vitesse de glissement de référence (3 m/s),

$\sigma_{Hm}$  [N/mm<sup>2</sup>] : Contrainte de contact moyenne,

$\sigma_{Hlim}$  [N/mm<sup>2</sup>] : Contrainte admissible au pitting.

La phase (II) est caractérisée par le développement de la formation du pitting et suit directement l'étape I d'apparition du pitting. Elle s'arrête quand la surface des piqûres maximales  $A_{p10,max}$  est atteinte. Une valeur maximale  $A_{p10,max}$  de 60-80% est généralement bénigne et les engrenages peuvent fonctionner sans problème. Le nombre de cycles de charge  $N_{LII}$  peut être calculé selon l'équation suivante (I.28) ( $A_{p10,max}$  est en pourcentage) :

$$N_{LII} = \frac{(A_{p10,max} - 2) \cdot 10^6}{16,212 \cdot \frac{(\sigma_{Hm} - 180)}{\sigma_{Hlim}} \cdot \exp \left[ 1,541 \frac{\sigma_{Hm}}{\sigma_{Hlim}} - 0,581 \cdot \frac{V_{gm}}{V_{ref}} \right]} \quad (I.28)$$

De plus, le contrôle d'acceptation suivant doit être réalisé et doit vérifier :

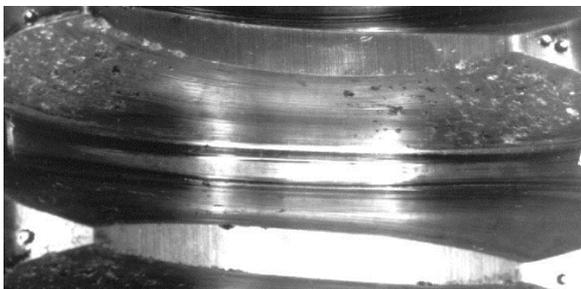
$$N_{LI} + N_{LII} \leq N_{L(I+II)} \quad (I.29)$$

Avec

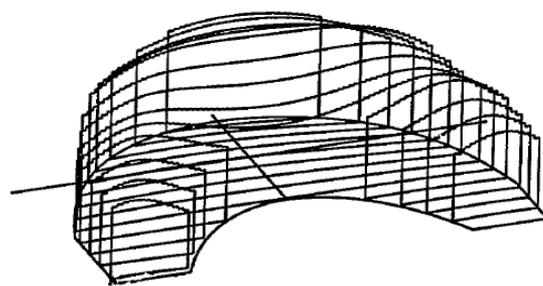
$$N_{L(I+II)} = 3 \cdot 10^6 \cdot \frac{V_{gm}}{V_{ref}} \cdot \exp \left[ 24,924 - 4,047 \cdot \ln \left( 520 \cdot \frac{\sigma_{Hm}}{\sigma_{Hlim}} \right) \right] \quad (I.30)$$

Toutefois, lorsque la zone maximale de piqûres est atteinte, l'intensité d'usure augmente, conduisant à la phase III, c'est-à-dire diminution du pitting et usure relativement élevée. L'usure naissante s'intensifie clairement en raison de la taille considérablement réduite de la zone d'engrènement. La surface détruite par le pitting devient plus petite.

La méthode de calcul proposée par Rank [157] est valable pour une portée de contact pleine. Bouché [161] a découvert une bonne corrélation entre les valeurs de pression hertzienne maximales et la localisation du pitting. Ocrue [156] affirme également cette corrélation en se basant sur sa méthode de calcul (voir Figure I.37).



Le pitting sur la roue après 6863 heures



Distribution des pressions sur le flanc de la roue

**Figure I.37 : Corrélation entre l'emplacement de pitting et les pressions maximales [156]**

Stahl et al. [159] ont présenté une nouvelle méthode de calcul de la durée de vie au regard du pitting (nombre de cycles jusqu'à la première apparition du pitting) des engrenages roues et vis sans fin. Cette méthode est basée sur des investigations expérimentales et théoriques du contact des dents. Elle peut également être utilisée pour des portées de contact incomplètes. L'équation (I.31) décrit la cohérence fonctionnelle entre les contraintes alternées  $NLI$  jusqu'à atteindre le critère  $Ap_{10} = 2\%$  et la pression hertzienne moyenne  $\sigma_{Hm}$  calculée pour une roue en bronze CuSn12Ni2-C-GZ lubrifiée avec huile polyglycol.

$$N_{LI} = \left( \frac{2650}{\sigma_{Hm}} \right)^{7.8} \text{ für } \sigma_{Hm} \leq 500 \frac{N}{mm^2} \quad (I.31)$$

Ils montrent aussi que le pitting commence sur le flanc de la roue, à l'endroit où la contrainte hertzienne est maximale et continue d'augmenter vers l'entrée du contact durant la poursuite du fonctionnement. Selon le type de flanc et le rapport de réduction, le pitting peut être positionné à différents endroits, comme présenté sur la Figure I.38, le pitting se produit dans le pied de dent avec flanc de type C et, avec flanc de type I, sur le côté de sortie. Si le pitting était dû à des zones défectueuses dans le bronze, sa situation serait, dans une certaine mesure, statistiquement distribuée aléatoirement sur les dents de la roue.

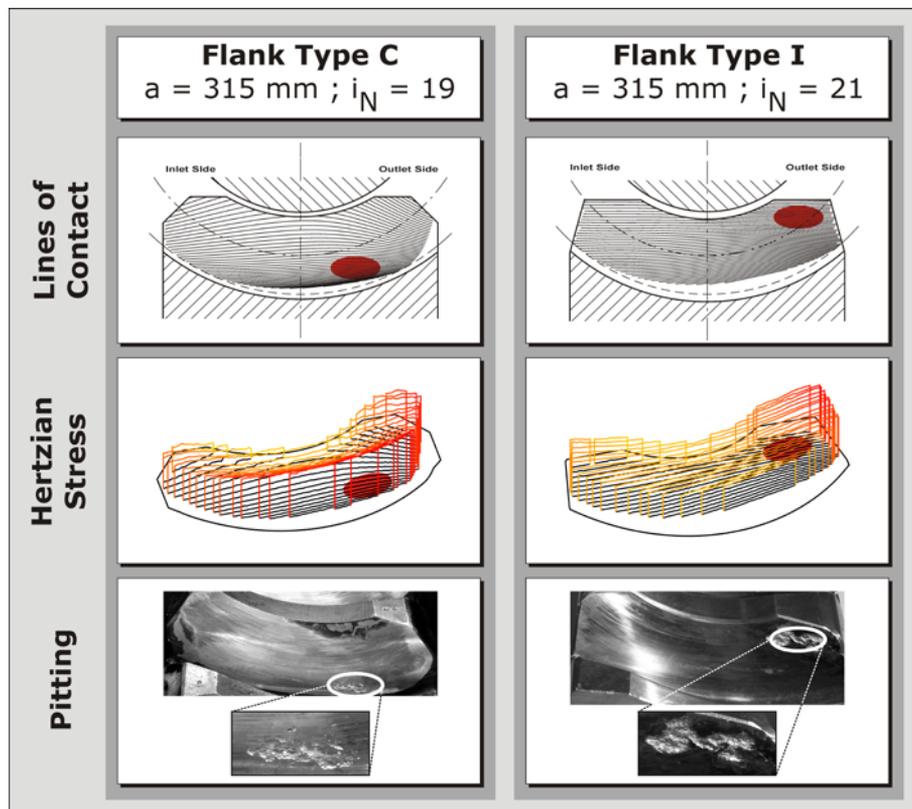


Figure I.38 : Emplacement du pitting en fonction du type de flanc [159]

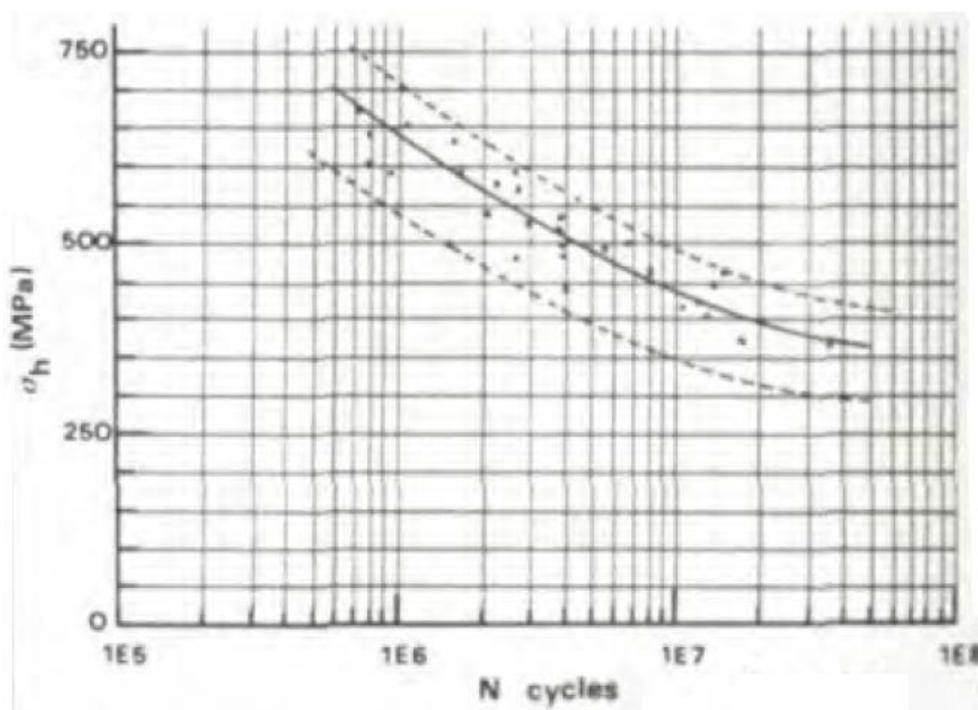
## 5. Travaux expérimentaux

Dans les méthodes de calcul des engrenages à roue et vis tangentes, le paramétrage des matériaux est souvent très empirique et tout particulièrement en ce qui concerne les bronzes. En effet, la composition chimique et la structure métallurgique de ces matériaux ont une grande influence sur la tenue de l'engrenage.

Des essais sur le bronze ont été réalisés au CETIM sur un simulateur à disque/galet pour connaître les limites d'endurance à la pression superficielle de différentes nuances de bronze utilisées dans les engrenages roue et vis afin de mieux les dimensionner.

La caractérisation des essais est l'écaillage du galet. Lorsque l'écaillage se produit, le nombre de cycles et la pression de contact appliquée sont notés.

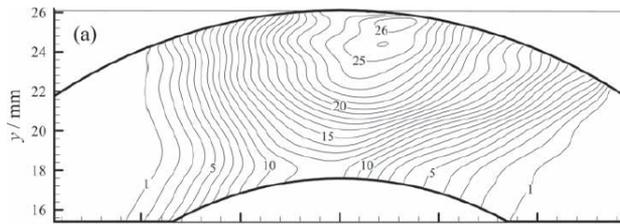
Par exemple, la courbe Pression-Endurance obtenue pour le bronze (utilisée pour la roue dans les travaux de M.Octrue [156]) est illustrée dans la Figure I.39.



**Figure I.39 : Courbe Pression-Endurance obtenue pour le bronze [160]**

D'autres travaux expérimentaux existent pour valider des modèles d'usure ou pour étudier l'influence de certains paramètres sur l'usure et le pitting de la roue.

Dans ses travaux déjà présentés précédemment, Sharif et al. [121] effectue des tests d'endurance sur des engrenages roues et vis sans fin pour valider son modèle d'usure. La Figure I.41 montre deux dents où la roue est représentée avec les sommets des dents orientés vers le bas. Les engrenages ont été soumis à 1200 heures d'essai dans un test d'usure accélérée à 180% de surcharge. La zone d'usure la plus grande est identifiée. Elle correspond qualitativement à celle issue des calculs telle qu'illustrée sur la Figure I.40.



**Figure I.40 : Usure cumulée/ $\mu\text{m}$  lorsque la matière totale enlevée est  $2,2 \text{ mm}^3$  [121]**



**Figure I.41 : Photo d'une dent de la roue issue d'un essai d'endurance [121]**

Höhn et al. [162] fournissent des résultats expérimentaux sur l'influence de différents paramètres comme : le lubrifiant, les données géométriques et les conditions de fonctionnement sur le taux d'usure (abrasive) dans les engrenages roues et vis sans fin. Les tests ont été effectués sur trois différents bancs d'essai, avec des entraxes de 65, 100 et 160 mm. La perte de masse par usure abrasive dans ces différents tests est déterminée. Les taux d'usure pour différents lubrifiants sont présentés en fonction du couple de sortie. La Figure I.42 montre qu'avec l'augmentation du couple de sortie, les taux d'usure tendent vers les valeurs plus élevées pour chaque type de lubrification.

De plus, la lubrification avec une huile polyglycol conduit à des taux d'usure très faibles par rapport à la lubrification avec des huiles minérales. La viscosité du lubrifiant est seulement importante pour les huiles minérales et les faibles viscosités de l'huile tendent au taux d'usure plus élevé.

L'usure abrasive de l'ensemble des engrenages avec différents entraxes est présentée en fonction de la vitesse de rotation de la vis  $n_1$ . Le couple de sortie est réglé au couple nominal pour chaque entraxe. La Figure I.43 montre que pour tous les entraxes à basses vitesses de rotation, les taux d'usure tendent vers des valeurs légèrement plus élevées avec une vitesse croissante. À hautes vitesses de rotation, les taux d'usure diminuent. Parce que les zones de flanc sont plus grandes, les taux d'usure sont plus élevés pour les engrenages ayant des entraxes plus grands.

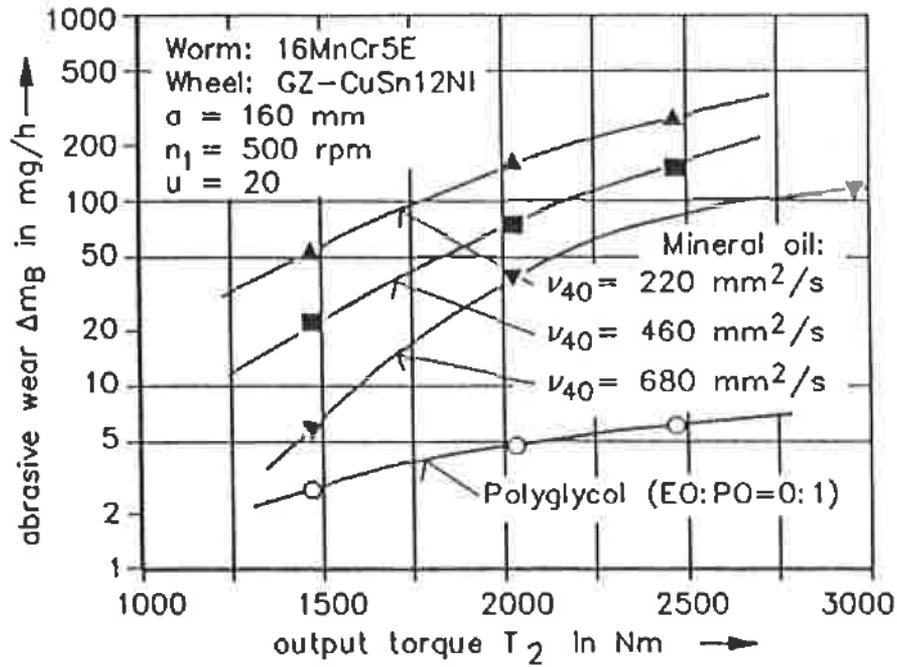


Figure I.42 : Usure abrasive en fonction du couple de sortie  $T_2$  (engrenage avec entraxe  $a=160$ mm, ratio=20,  $n_1=500$  min<sup>-1</sup>) [162]

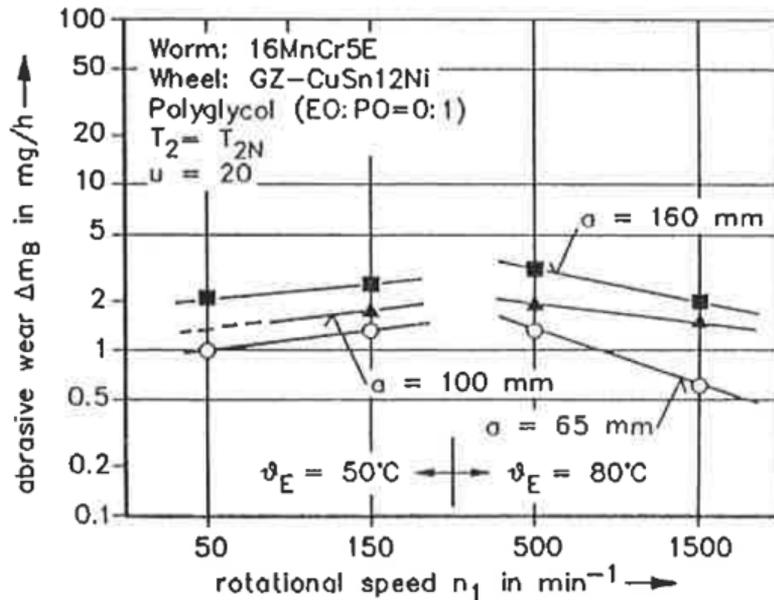


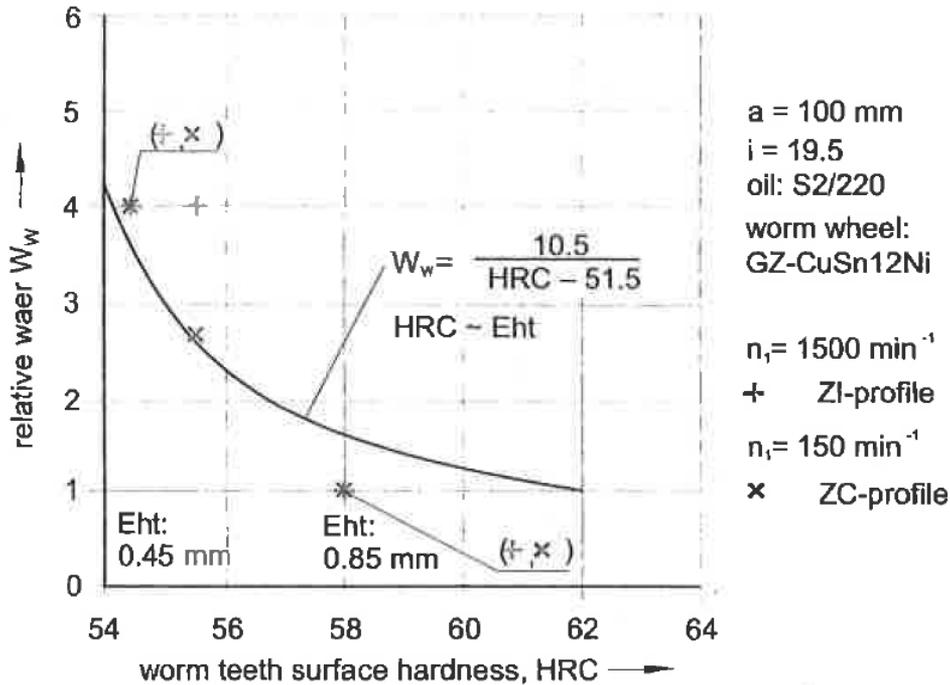
Figure I.43 : Usure abrasive en fonction de la vitesse  $n_1$  (engrenages avec différents entraxes) [162]

D'autres travaux expérimentaux sont menés par Höhn et al. [163] sur les engrenages roues et vis sans fin avec différents profils, pour étudier l'influence des paramètres de profil et la dureté de surface sur la capacité de charge et la croissance du pitting. Les roues sont fabriquées en bronze centrifugé.

Une équation a été déduite des essais (facteur  $W_w$ ) pour calculer l'augmentation de l'usure due à la diminution de la dureté de surface.

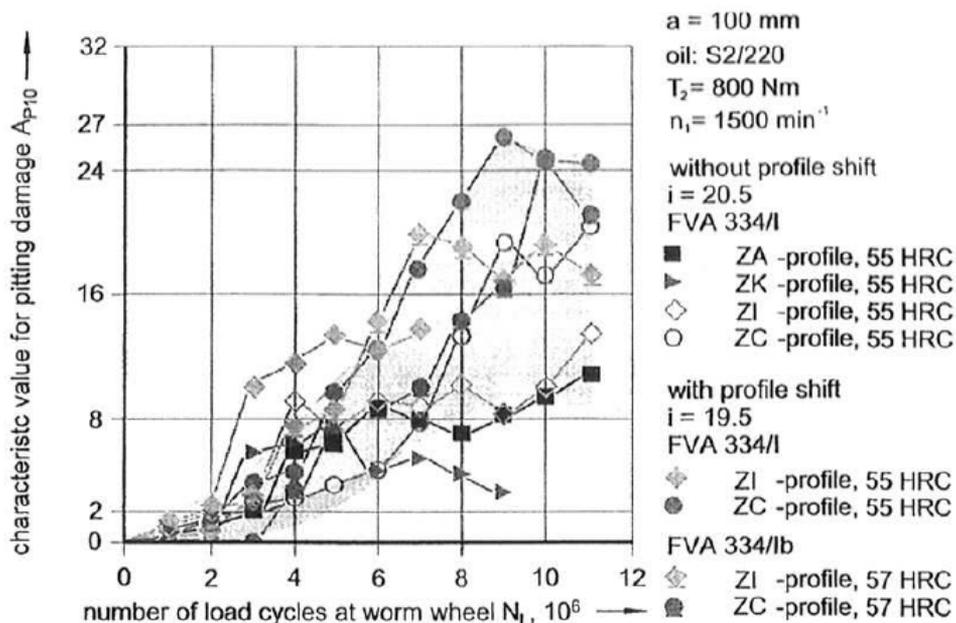
$$W_w = \frac{10.5}{\text{HRC} - 51.5}$$

avec :  $W_w$  usure relative due à la dureté de surface, HRC dureté de surface (Rockwell C).  
 Les résultats expérimentaux et issus de l'équation proposée sont présentés sur le schéma de la Figure I.44. Pour les engrenages étudiés, la diminution de la dureté de surface de la vis HRC 54 entraîne une augmentation de l'usure de quatre fois supérieure à celui d'une dureté de surface HRC 62.



**Figure I.44 : Augmentation de l'usure due à la diminution de dureté [163]**

En ce qui concerne la progression du pitting pour les engrenages testés, le pitting maximum est observé entre 8 et 10.10<sup>6</sup> cycles sur la roue. Il est obtenu avec l'engrenage de profil C. La progression du pitting ne dépend pas de la dureté de surface de la vis (Figure I.45)



### Figure I.45 : Dommages par pitting obtenu par test d'endurance [163]

Ya-xiong et al. [164] ont étudié l'usure de l'engrenage roue et vis en analysant la forme de la surface du flanc des dents de la roue. Une série d'essais de fatigue de contact a été réalisée sur un banc d'essai contrôlé, en utilisant une méthode incrémentale de l'augmentation de la charge. Pendant l'essai, le flanc de la vis achève  $2.2 \times 10^7$  cycles et le flanc de dent de la roue  $1,1 \times 10^6$  cycles. Dans cet article, les auteurs discutent de l'ensemble du processus de l'apparition et du développement de fissures de surface, ainsi que de la fatigue. Par exemple ils constatent l'apparition de microfissures sur le flanc de la roue après  $2 \times 10^5$  cycles (Figure I.46).

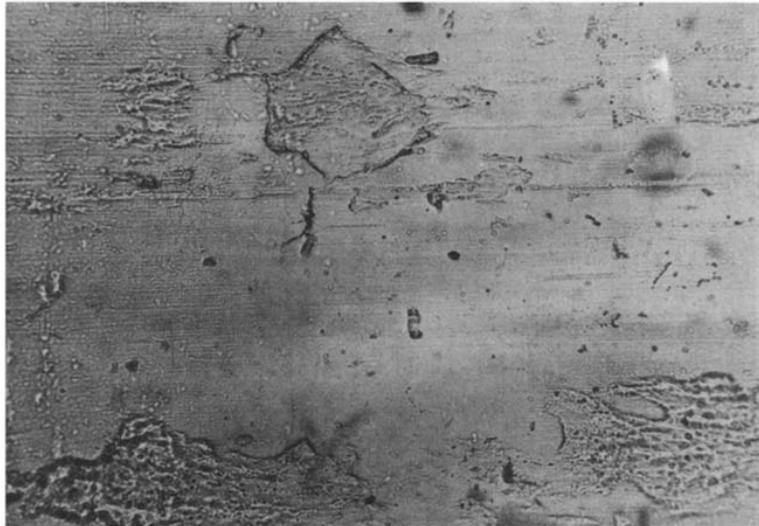


Figure I.46 : Microfissures sur le flanc de la dent (x 130).

Charge : 250 kg.m après  $2 \times 10^5$  cycles [164]

Octruie [156] a effectué plusieurs tests d'endurance sur les engrenages à vis sans fin. Ces tests étaient de longue durée afin d'atteindre un nombre de cycles significatifs et de fournir des données pertinentes sur le comportement des surfaces des dents. Pour atteindre cet objectif, trois bancs d'essai ont été conçus et développés pour tester les réducteurs à vis sans fin. Les résultats de mesure de l'usure sont présentés comme son évolution (interprétée comme une augmentation du jeu) en fonction de nombre de cycles de fonctionnement de la roue. Plusieurs courbes sont tracées. Chaque courbe correspond à des conditions de fonctionnement spécifiques en terme de vitesse de rotation de la vis  $n_1$  et du couple appliqué sur la roue  $C_2$  (Figure I.47).

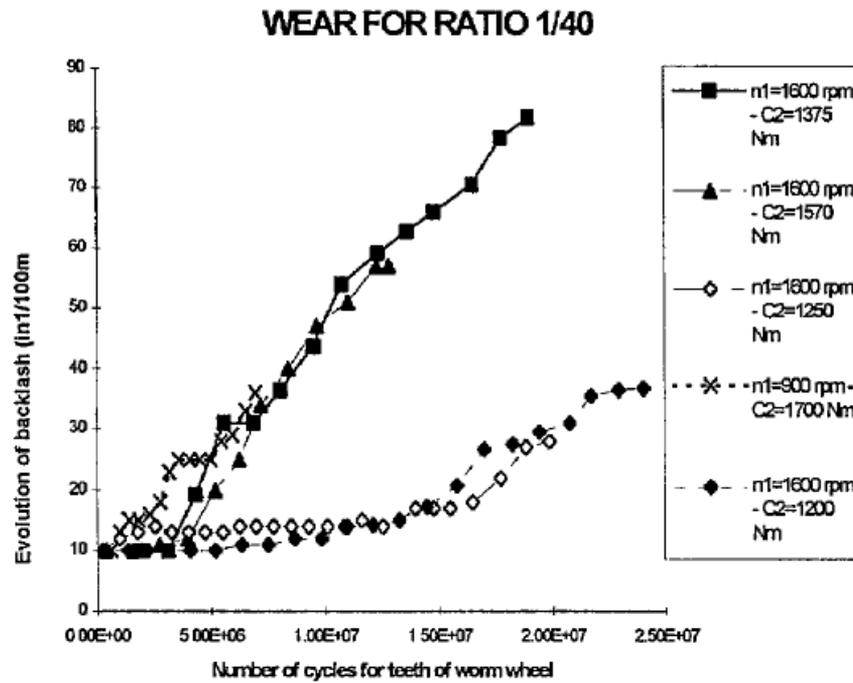


Figure I.47 : Evolution de l'usure en fonction du nombre de cycles [156]

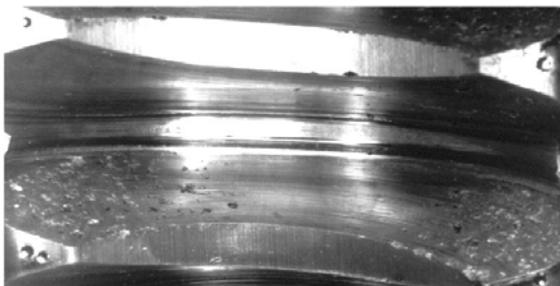
Les essais montrent que le comportement des engrenages change en fonction des conditions de fonctionnement et que les phénomènes de pitting et d'usure abrasive sont couplés.



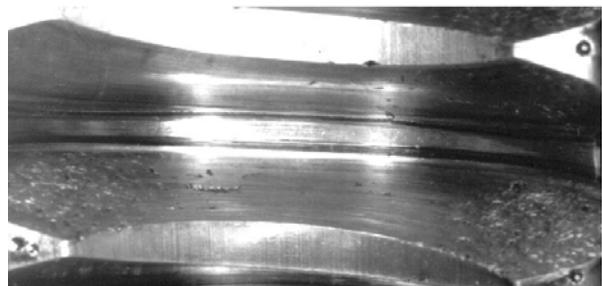
a) Engrenage après 2323 heures



b) Engrenage après 4477 heures



c) Engrenage après 6863 heures



d) Engrenage après 7898 heures

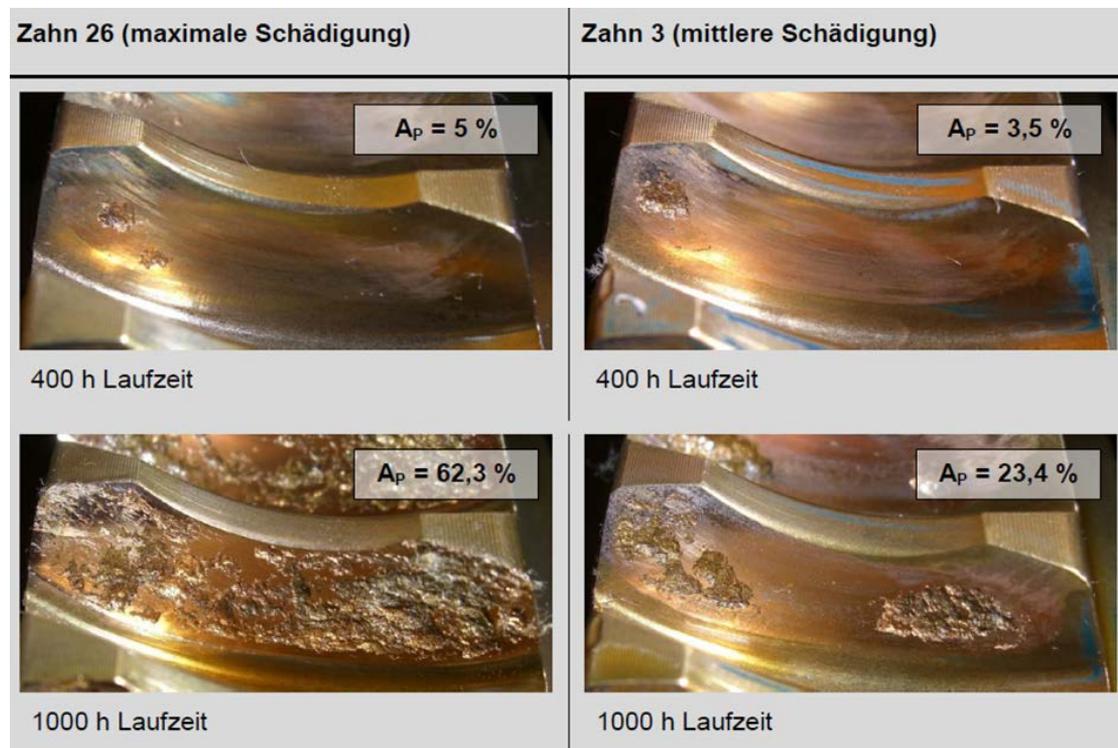
Figure I.48 : L'évolution d'un même flanc de dent pendant le test [156]

Sur chaque courbe, la partie horizontale correspond au phénomène de pitting où il n'y a pas d'usure : c'est le temps de l'incubation, pendant laquelle les pressions de contact initient des

fissures à travers la sous-couche des flancs des dents de la roue. Lorsque ces fissures atteignent la surface, des écailles sont enlevées, laissant de petits trous sur la surface. La partie inclinée de courbe correspond au phénomène d'usure abrasive qui évolue de manière quasi-linéaire. Ces deux phénomènes de pitting et d'usure s'alternent et évoluent continuellement. Les figures suivantes (Figure I.48\_a, Figure I.48\_b, Figure I.48\_c, Figure I.48\_d) présentent l'évolution d'un même flanc de dent, pendant le processus de test.

Notons que les résultats du modèle développé dans le cadre de cette thèse, seront comparés avec les résultats expérimentaux obtenus sur les bancs d'essais par Octrue [156], afin de valider le modèle numérique.

Geuß [158] a effectué des essais pour déterminer l'influence de la contamination de l'huile par l'eau sur la résistance de la surface au pitting dans les engrenages roues et vis sans fin. Le premier essai a été réalisé pour une contamination de l'huile par 1% d'eau sur une durée de 1000h, soient 4.4 millions de cycles. Il constate que la surface de pitting augmente jusqu'à la fin de l'essai. Les photographies suivantes (Figure I.49) montrent la dent la plus affectée (la dent 26 à gauche) par le pitting et une dent affectée moyennement (la dent 3 à droite). Les photographies du haut ont été prises après 400h de chargement, celles en dessous après 1000h. Les écailles apparaissent du côté de l'entrée du contact puis se répartissent sur toute la dent.



**Figure I.49 : Endommagement des dents de la roue [158]**

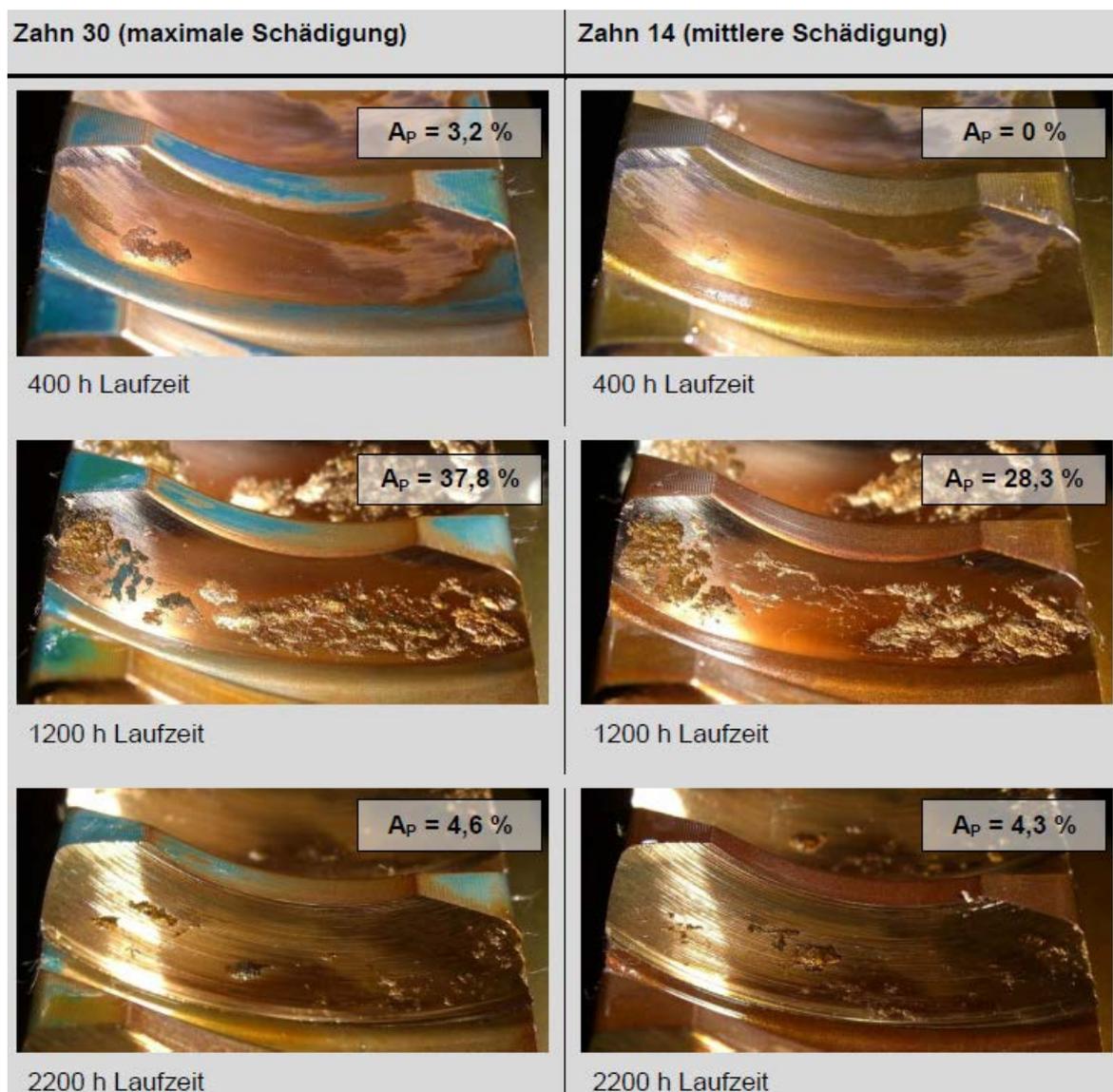
Geuß [158] a réalisé un autre essai pour déterminer la résistance des dents de la roue au pitting pour une contamination de l'huile par 2.5% d'eau sur une durée de 2200h, soient 9.7 millions de cycles.

Il constate que la surface de pitting croît à partir de 400h (1.8 millions de cycles) puis diminue fortement à partir de 1200h (5.3 millions de cycles) à la transition en usure.

Les photographies suivantes (Figure I.50) montrent la dent la plus affectée (à gauche) et une dent avec une surface moyennement affectée (droite) après 1200h. Dans ce cas, la dent numéro

30 est observée sur la gauche et la dent numéro 14 à droite. Les photographies du dessus ont eu lieu après 400h de fonctionnement et donc juste après l'apparition des premières écailles. Les photographies centrales justes après la fin de croissance des écailles (1200h) et les deux dernières photographies (en bas) après 2200h, soit après la phase d'usure.

Après 400h, les premières écailles apparaissent sur la dent 30. Les plus grandes écailles sont observées après 1200h. Dans ce cas,  $A_p$ , qui correspond à la surface de pitting sur la dent la plus abimée par le pitting, atteint 37%. Après 1200h,  $A_p$  diminue constamment. Après 2200h, cette surface n'est plus que de 4.6% pour la dent 30. Les deux dernières photographies montrent clairement des stries sur la surface de la dent, annonçant une surface usée.



**Figure I.50 : Endommagement des dents de la roue [158]**

La Figure I.51 montre les flancs (devant et derrière) de la vis. Les photographies ont été réalisées environ 10h après la fin de l'essai. Des traces de corrosion sont clairement discernables sur les filets de la vis. Elles montrent une corrosion superficielle ainsi que des « cicatrices de corrosion ». La face arrière de la vis est moins affectée.



**Figure I.51 : Les filets de la vis après la fin de l'essai [158]**

La progression de la corrosion des flancs actifs et donc la dégradation associée de la qualité de la surface ont favorisé l'accroissement de l'usure et donc le passage de la phase de croissance des écailles à la phase d'usure.

## 6. Conclusion

Au cours de cette revue bibliographique, la plupart des aspects liés aux engrenages roues et vis sans fin ont été passés en revue.

En ce qui concerne la modélisation du comportement sous charge, les méthodes totalement analytiques sont peu précises, car elles ne permettent pas de prendre en compte des géométries complexes, tels que la présence des arbres ou des voiles. Une étude complète par Éléments Finis est très précise, mais elle demande des temps de calculs trop élevés. Une meilleure approche est une modélisation mixte, qui utilise les Éléments Finis pour prendre en compte la flexion des dents ainsi que leur environnement, et la théorie de Boussinesq pour prendre en compte les déformations de contact. Ceci semble un excellent compromis entre précision et temps de calcul raisonnable.

Dans les engrenages roues et vis sans fin, les limitations de charge les plus courantes sont liées au pitting et à l'usure des flancs de la roue. Il existe une dépendance entre ces deux types de défaillance : par exemple la progression du pitting sur le flanc de la dent peut être stoppée par une usure accrue.

La littérature concernant la modélisation et l'analyse de l'usure abrasive et du pitting en régime quasi-statique sur les dents dans les engrenages roues et vis sans fin n'est pas riche, contrairement aux engrenages classiques possédant une géométrie et un engrènement simples. Dans la majorité des cas d'étude de l'usure, des éléments mécaniques tels que les engrenages, la loi d'usure abrasive proposée par Archard est utilisée, du fait de sa simplicité et de sa validité.

L'usure varie en fonction du régime de lubrification. Il est donc nécessaire de prendre en compte l'influence de la lubrification.

Le développement complet de la modélisation du comportement sous charge des engrenages roues et vis sans fin avec une roue en bronze et une vis en acier fait l'objet du chapitre suivant.

---

# Chapitre II

## Modèle de partage de charge pour engrenages roues et vis tangentes

---

### 1. Introduction

L'objectif de la détermination du partage de charge des engrenages roues et vis sans fin, lorsque la roue est en bronze, matériau souple par rapport à l'acier de la vis, est d'étudier leur capacité de charge, en prenant en compte à la fois les effets de flexion globale des deux corps et de leurs supports et les déformations de surface au niveau du contact. Les différentes étapes du modèle numérique sont indiquées sur la Figure II.1. Ce processus développé par le laboratoire LaMCoS a déjà été utilisé et validé par de nombreux auteurs sur diverses géométries d'engrenages comme les engrenages cylindriques avec les travaux de De Vaujany [24] [25], Olakorédé [20], Kim [26], les engrenages faces par Jacquin [53], les engrenages spiro-coniques par Icard [57] et Teixeira Alves [54], les engrenages roues et vis avec une roue en nylon par Hiltcher [39] et les engrenages pignon-crémaillères par De Vaujany et Guingand [165]. Récemment, il a été aussi adapté pour les engrenages cylindriques en polyamide par Letzelter [41] et Cathelin [42].

Notons que le modèle développé dans le cadre de cette étude est basé sur les travaux de Hiltcher [39], portant sur le comportement mécanique des engrenages roues et vis sans fin dans le cas où la vis est en acier et la roue est usinée dans un matériau viscoélastique. Dans son modèle, la viscoélasticité de la roue est prise en compte et la vis est considérée infiniment rigide (indéformable) par rapport à la roue et donc ses déformations sont négligées. En plus, son modèle utilise un maillage global sur la totalité de la surface active de la dent.

Le processus est divisé en trois étapes :

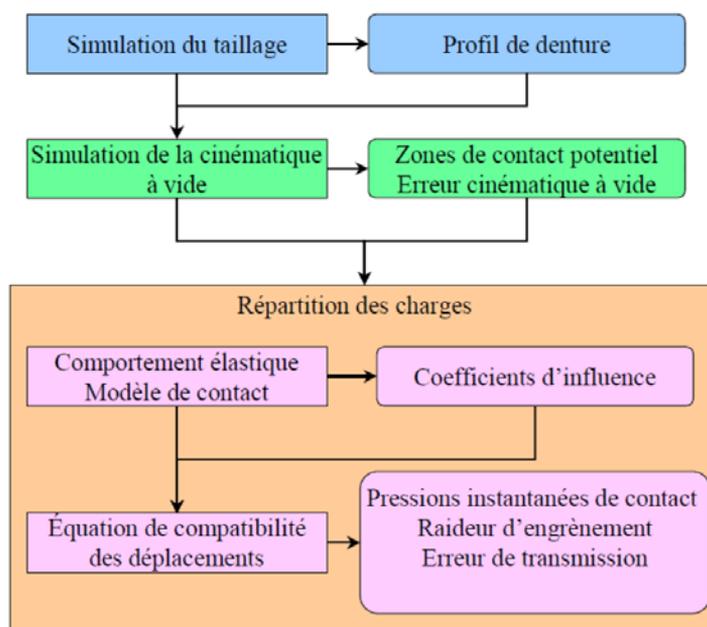


Figure II.1 : Processus de calcul de la répartition des charges

Dans la première étape, la géométrie précise des dents de la roue et des filets de la vis est obtenue en simulant la fabrication de ces engrenages.

La deuxième étape du processus est la simulation de la cinématique à vide. Celle-ci fournit les zones de contact potentiel sur les flancs de denture et l'erreur cinématique à vide.

Comme la nature du matériau utilisé n'a aucune incidence sur les résultats de ces deux premières étapes, celles-ci sont identiques au modèle d'Hiltcher pour le cas de la roue en plastique. La modélisation de ces deux étapes du processus n'est pas détaillée dans cette étude, mais leurs résultats seront présentés plus tard dans ce chapitre.

La dernière étape du processus est le calcul des répartitions des charges instantanées. L'objectif est de prévoir, lorsqu'un couple est appliqué à l'organe moteur et pour chaque position cinématique, les pressions de contact instantanées le long des flancs de toutes les dents simultanément en contact.

Cette étape est adaptée au cas d'un contact élastique (vis en acier et roue en bronze). Tout ce qui concerne la viscoélasticité du plastique a été supprimé. De plus, la vis n'est plus considérée comme un solide rigide indéformable et donc ses déformations de contact et de flexion ont été prises en compte dans le modèle pour résoudre le partage des charges.

Par ailleurs, dans le modèle viscoélastique, il était nécessaire de connaître l'historique des déplacements. Par conséquent le maillage devait être identique pour toutes les positions cinématiques étudiées. Cette contrainte obligeait la réalisation d'un maillage global surfacique sur la surface active de la dent. Dans le modèle où la roue est en bronze, deux matériaux élastiques sont en contact (acier/bronze), le maillage sera limité à une zone restreinte de la dent. Ceci permet d'une part une meilleure précision des calculs et d'autre part de réduire les temps de calcul. Cette étape sera largement détaillée par la suite.

Une fois cette distribution des charges connue, le modèle devra fournir dans un temps de calcul raisonnable plusieurs résultats, tels que les pressions instantanées de contact, l'erreur de transmission, la raideur d'engrènement ...

## 2. Partage des charges

Comme déjà montré dans le chapitre bibliographique, le partage des charges peut être réalisé de nombreuses manières. Toutefois, il en est ressorti qu'une modélisation mixte par Éléments Finis combinée avec la théorie de Boussinesq était la plus adaptée, car elle peut prendre en compte des géométries assez générales dans leur environnement, tout en proposant des temps de calcul raisonnables.

Cette modélisation est basée sur la résolution de l'équation de compatibilité des déplacements. Celle-ci prend en compte à la fois les déformations globales de flexion et les déformations de surface au niveau du contact par la méthode des coefficients d'influence. Ces derniers sont obtenus par une modélisation du comportement élastique et avec un modèle de contact. Pour une modélisation optimale, les effets de flexion et de contact ont été séparés (Hiltcher [39], Jacquin [53], Sainsot [166]). L'effet de flexion des corps est calculé grâce à une modélisation par Éléments Finis et des fonctions d'interpolation, alors que l'effet de contact est déterminé par une approche locale. Cette approche est basée sur une discrétisation de la zone de contact à travers la théorie de Boussinesq.

Le calcul du partage des charges est effectué pour plusieurs positions cinématiques et en prenant en compte toutes les dents participant simultanément à l'engrènement.

## 2.1 Résolution de l'équation de compatibilité des déplacements

### 2.1.1 Description du problème

Le problème de la répartition des charges est avant tout un problème de contact entre deux corps. Ce problème est un problème classique de la mécanique des contacts. L'idée de base pour sa résolution est d'éviter l'interpénétration des deux corps en présence, tout en respectant le principe de l'énergie potentielle minimum.

Il est impossible de résoudre le problème de multi-contacts de manière analytique. Il est alors nécessaire de discrétiser la surface de denture par un maillage de la zone potentielle de contact pour chaque position cinématique  $\theta_2 \in [0, N_p]$  (où  $N_p$  est le nombre de positions cinématiques étudiées) et en prenant en compte toutes les dents simultanément en contact (Figure II.2). Ce maillage est défini à partir de la géométrie et de la cinématique à vide. Il contient  $N$  rectangles de taille constante. Sur chaque rectangle, la distribution de pression est considérée constante et uniforme. De plus, ce maillage est « glissé », puisqu'il suit la ligne de contact potentielle (Figure II.3).

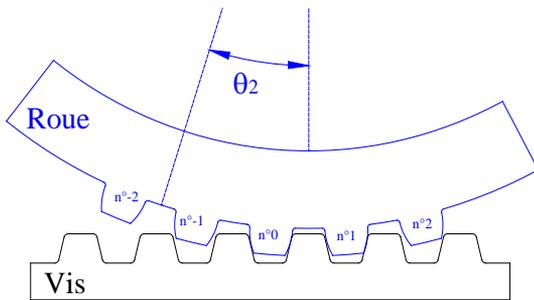


Figure II.2 : Étude sur cinq dents

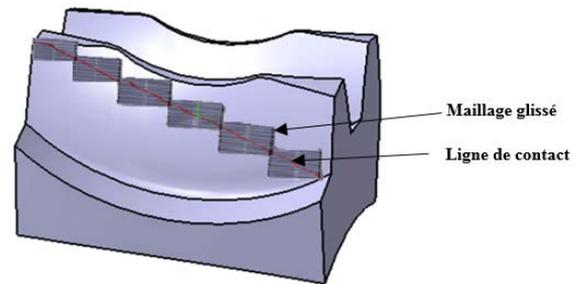


Figure II.3 : Maillage local

Sur la zone de contact potentiel, la répartition des charges adéquate est recherchée de manière qu'elle satisfasse l'équation de compatibilité des déplacements en tout point des deux corps solides.

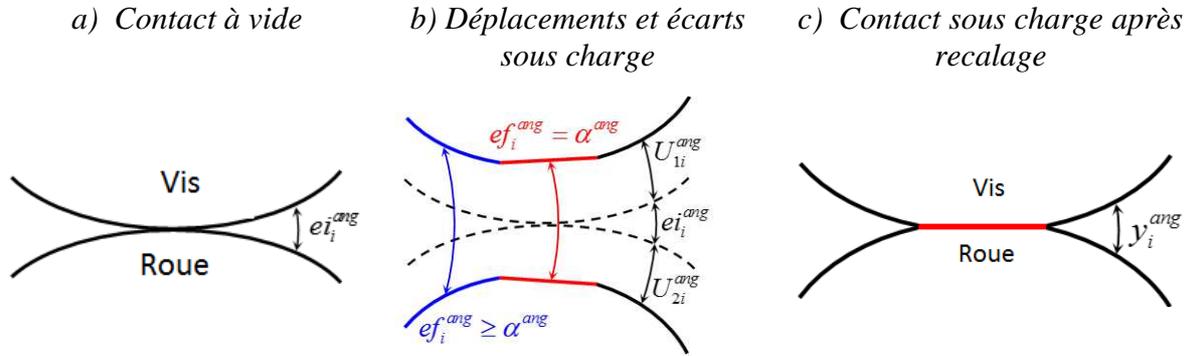
Dans la zone de contact, les conditions de contact peuvent s'écrire de la manière suivante (II.1) :

$$\begin{cases} y_i^{ang} = U_{1i}^{ang} + U_{2i}^{ang} + e_i^{ang} - \alpha^{ang} = 0 \\ p_i \geq 0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Hors de la zone de contact, les conditions de contact peuvent s'écrire avec les relations (II.2) :

$$\begin{cases} y_i^{ang} = U_{1i}^{ang} + U_{2i}^{ang} + e_i^{ang} - \alpha^{ang} \geq 0 \\ p_i = 0 \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

Où  $p_i$  est la pression au point  $i$ ,  $y_i^{ang}$  est l'écart final entre les surfaces des dents de la roue et des filets de la vis sous charge ; il est déduit des déplacements angulaires ( $U_{1i}^{ang}, U_{2i}^{ang}$ ) des corps 1 et 2 au point  $i$  autour de l'axe de la roue, de l'écart initial au point  $i$  ( $e_i^{ang}$ ) et du rapprochement global des surfaces en contact ( $\alpha^{ang}$ ). Ces grandeurs sont schématisées sur la Figure II.4.



**Figure II.4 : Définition des écarts et déplacements**

En supposant que les pressions et les écarts soient constants sur chaque carreau du maillage, en combinant (II.1) et (II.2), il est possible d'écrire l'équation de compatibilité des déplacements sous la forme suivante (II.3) :

$$p_i \cdot (U_{1i}^{ang} + U_{2i}^{ang} + e_i^{ang} - \alpha^{ang}) = 0 \quad , \forall i \in [1, N] \quad (II.3)$$

Où  $N$  est le nombre de surfaces rectangulaires considérées.

La répartition des charges doit maintenir l'équilibre du système. Par conséquent, les pressions de contact doivent équilibrer le couple moteur :

$$\sum_{i=1}^N p_i \cdot (\vec{n}_i \wedge \vec{M}_i)_x \cdot S_i = C_{moteur} \quad (II.4)$$

Où  $C_{moteur}$  est le couple sur la vis,  $\vec{n}_i$  est la direction de pression normale aux surfaces en contact,  $S_i$  est la petite surface rectangulaire autour du point  $i$ ,  $\vec{M}_i$  le vecteur définissant ce point dans le repère de la vis.

### 2.1.2 Propriétés élastiques

Afin de résoudre le problème de la répartition des charges, il est nécessaire de calculer le déplacement  $U_i$  dépendant de la pression. Dans le cas de matériaux élastiques, il est possible d'écrire une relation qui relie le déplacement et la pression du corps  $k$  sous la forme de coefficients d'influence (II.5) :

$$U_{ki} = \sum_{j=1}^N C_{ij}^k \cdot p_j \quad (\text{II.5})$$

Où  $C_{ij}^k$  sont les coefficients d'influence du corps  $k$ .

Pour les deux corps 1 et 2 (vis et roue) :

$$C_{ij} = C_{ij}^1 + C_{ij}^2 \quad (\text{II.6})$$

Il vient alors :

$$U_{1i} + U_{2i} = \sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j \quad (\text{II.7})$$

La distance entre les deux corps au point  $i$  après chargement  $y_i^{ang}$  peut s'écrire sous la forme suivante (II.8) :

$$y_i^{ang} = U_{1i}^{ang} + U_{2i}^{ang} + e_i^{ang} - \alpha^{ang} = \frac{U_{1i} + U_{2i}}{R_i} + e_i^{ang} - \alpha^{ang} = \frac{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j}{R_i} + e_i^{ang} - \alpha^{ang} \quad (\text{II.8})$$

Où  $R_i$  (Annexe 1) est le rapport permettant de passer d'une distance linéaire au point  $i$ , à une distance angulaire autour de l'axe de rotation de la roue.

Le système peut alors s'écrire ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} y_i^{ang} = \frac{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j}{R_i} + e_i^{ang} - \alpha^{ang} \quad \forall i \in [1, N] \\ \sum_{i=1}^N p_i \cdot (\vec{n}_i \wedge \vec{M}_i)_x \cdot S_i = C_{moteur} \end{array} \right. \quad (\text{II.9})$$

Le problème exprimé ici possède  $N+1$  équations ( $N$  conditions de compatibilité des déplacements et une condition sur le couple total), avec  $2N+1$  inconnues :

$p_i$	$N$ inconnues
$y_i^{ang}$	$N$ inconnues
$\alpha^{ang}$	$1$ inconnue

### 2.1.3 Résolution du problème

En posant  $ef_i^{ang} = y_i^{ang} + \alpha^{ang}$ , le problème peut alors s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j}{R_i} + ei_i^{ang} = ef_i^{ang} \quad i \in [1, N] \\ \sum_{i=1}^N p_i \cdot (\vec{n}_i \wedge \vec{M}_i)_x \cdot s_i = C_{moteur} \\ p_i (ef_i^{ang} - \alpha^{ang}) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.10})$$

Avec les paramètres  $p_i$ ,  $ef_i^{ang}$  et  $\alpha^{ang}$  comme inconnues. Le problème défini possède maintenant  $2N+1$  équations avec  $2N+1$  inconnues.

Il peut être réduit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N p_i \cdot (\vec{n}_i \wedge \vec{M}_i)_x \cdot s_i = C_{moteur} \\ p_i \left( \frac{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j}{R_i} + ei_i^{ang} \right) = \alpha^{ang} \cdot p_i \end{array} \right. \quad (\text{II.11})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^N p_i \cdot (\vec{n}_i \wedge \vec{M}_i)_x \cdot s_i = C_{moteur} \\ p_i = \frac{\alpha^{ang} \cdot p_i}{\frac{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j}{R_i} + ei_i^{ang}} \end{array} \right. \quad (\text{II.12})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha^{ang} \cdot \frac{\sum_{i=1}^N \frac{p_i s_i \cdot (\vec{n}_i \wedge \vec{M}_i)_x}{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j}}{R_i + e_i^{ang}} = C_{moteur} \\ p_i = \frac{\alpha^{ang} \cdot p_i}{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j} + e_i^{ang} \end{array} \right. \quad (\text{II.13})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha^{ang} = \frac{C_{moteur}}{\sum_{i=1}^N \frac{p_i s_i \cdot (\vec{n}_i \wedge \vec{M}_i)_x}{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j}} + e_i^{ang} \\ p_i = \frac{\alpha^{ang} \cdot p_i}{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j} + e_i^{ang} \end{array} \right. \quad (\text{II.14})$$

Par la suite, nous rapportons la relation de  $\alpha^{ang}$  dans la deuxième égalité de (II.14). Ainsi nous pouvons calculer les inconnues  $p_i$  (II.15) :

$$p_i = \frac{\alpha^{ang} \cdot p_i}{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j} + e_i^{ang} = \frac{C_{moteur}}{\sum_{i=1}^N \frac{p_i s_i \cdot (\vec{n}_i \wedge \vec{M}_i)_x}{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j}} \frac{p_i}{\sum_{j=1}^N C_{ij} \cdot p_j} + e_i^{ang} \quad (\text{II.15})$$

Ou bien sous forme matricielle :

$$[P] = F([P]) \quad (\text{II.16})$$

Qui peut être résolu par une méthode numérique itérative de la forme :

$$[P]^{k+1} = F([P]^k) \quad (\text{II.17})$$

Où  $[P]^k$  est le vecteur des pressions à l'itération k.

La méthode du point fixe a été utilisée. Elle est basée sur la convergence du rapprochement global des corps :  $\alpha^{ang}$ , ce qui signifie que les écarts finaux  $e f_i^{ang}$  sont constants dans le contact.

L'organigramme de cette méthode est présenté sur la Figure II.5.

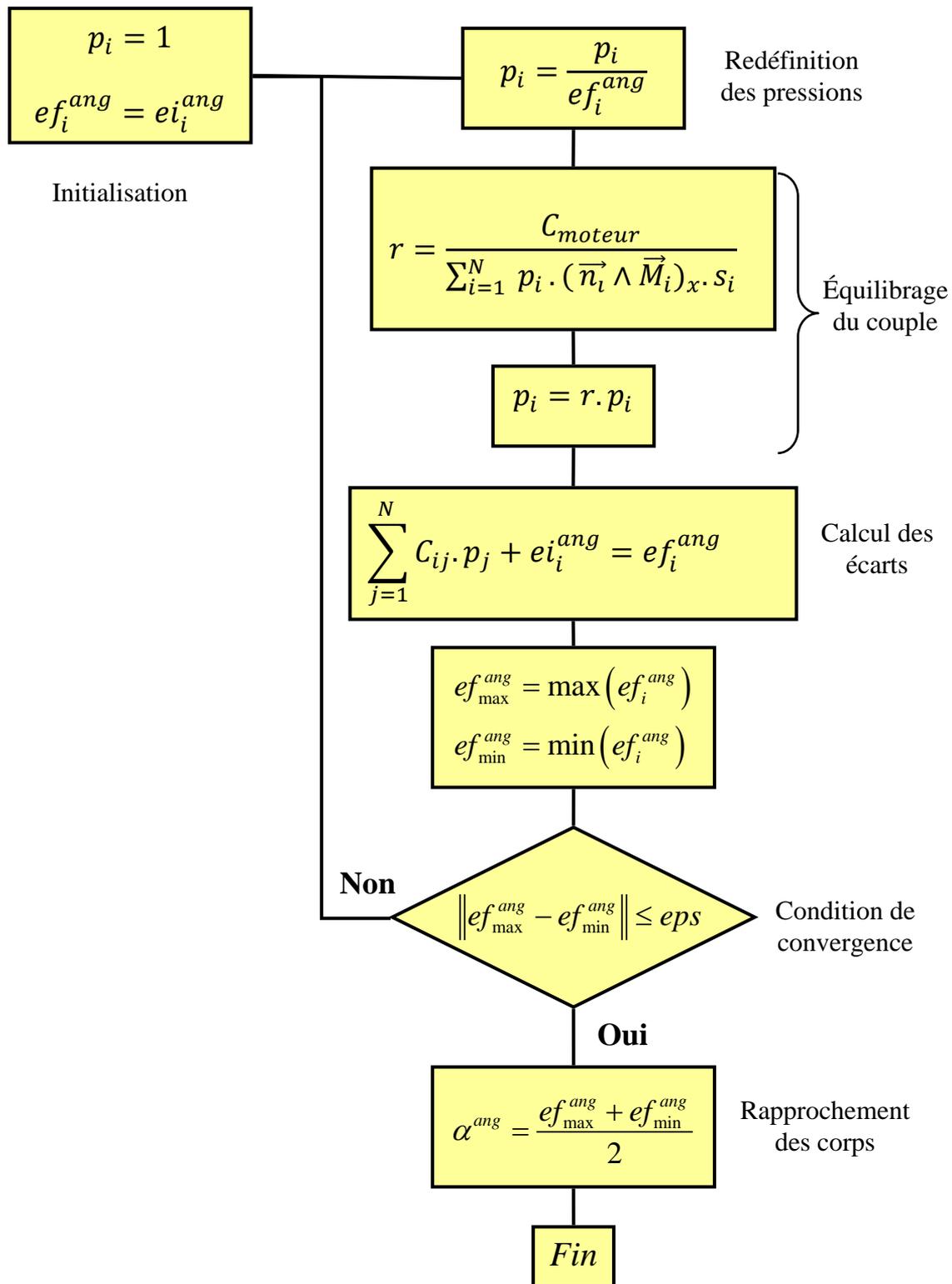


Figure II.5 : Algorithme de résolution de la répartition des charges

## 2.2 Définition des coefficients d'influence

Le coefficient d'influence  $C_{ij}$  correspond au déplacement du point  $i$  dû à une pression unitaire autour du point  $j$ .

Ces coefficients d'influence prennent en compte à la fois les effets de flexion des corps et les effets de surface. Ces deux effets étant considérés découplés, la matrice des coefficients d'influence peut être décomposée en trois sous matrices : une pour la déformation des surfaces

$C_{ij}^s$  et deux pour la flexion de la vis  $C_{ij}^{Vf}$  et de la roue  $C_{ij}^{Rf}$ , comme présenté dans l'équation (II.18).

$$C_{ij} = C_{ij}^s + C_{ij}^{Vf} + C_{ij}^{Rf} \quad (\text{II.18})$$

### 2.2.1 Coefficients d'influence de contact

L'équation de Boussinesq [55] est utilisée pour calculer les coefficients d'influence de contact (Annexe 2). Ils sont composés de deux parties : la première partie due au déplacement normal de contact  $C_{ij}^n$  et la seconde due au déplacement tangentiel de contact  $C_{ij}^p$ .

$$\begin{cases} C_{ij}^n = \left( \frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right) \bar{n} \int_{\text{maille } j} \frac{ds}{\rho} \\ C_{ij}^p = \left( \frac{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}{2\pi E_1} - \frac{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)}{2\pi E_2} \right) \int_{\text{maille } j} \bar{\rho} \frac{ds}{\rho^2} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Où  $\bar{n}$  est la direction de pression.  $\nu_1, \nu_2$  sont respectivement les coefficients de Poisson de la vis et de la roue, et  $E_1, E_2$  les modules d'Young de la vis et de la roue.  $\bar{\rho}$  est le vecteur reliant le point d'application de l'effort  $M_j$  et le point de mesure du déplacement  $M_i$ .

Le calcul des coefficients d'influence nécessite l'intégration des coefficients d'influence de contact sur la surface d'une maille.

La maille  $j$  est une maille rectangulaire de côtés  $2d\nu$ ,  $2d\zeta$ , définie dans le plan normal à  $\bar{n}_j$ . L'intégration nécessite alors l'utilisation d'un repère local lié à la maille (Figure II.6). L'origine de ce repère est positionnée au centre de la maille  $M_j$ . L'un des axes est défini selon la direction de la pression  $\bar{n}_j$ , les deux autres axes,  $\bar{v}_j$  sont tangents et  $\bar{\zeta}_j$  complémentaire.

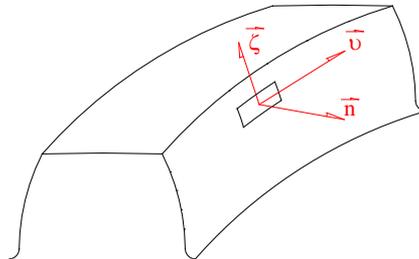


Figure II.6 : Création d'un repère local

Les résultats de Kalker [45] nous permettent d'écrire les coefficients d'influence de contact selon les équations (II.20) à (II.22).

$$C_{ij}^n = \left( \frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right) \cdot \left[ \begin{aligned} & (v_i + dv) \ln \left( \frac{(\zeta_i + d\zeta) + \sqrt{(v_i + dv)^2 + (\zeta_i + d\zeta)^2}}{(\zeta_i - d\zeta) + \sqrt{(v_i + dv)^2 + (\zeta_i - d\zeta)^2}} \right) \\ & + (v_i - dv) \ln \left( \frac{(\zeta_i - d\zeta) + \sqrt{(v_i - dv)^2 + (\zeta_i - d\zeta)^2}}{(\zeta_i + d\zeta) + \sqrt{(v_i - dv)^2 + (\zeta_i + d\zeta)^2}} \right) \\ & + (\zeta_i + d\zeta) \ln \left( \frac{(v_i + dv) + \sqrt{(v_i + dv)^2 + (\zeta_i + d\zeta)^2}}{(v_i - dv) + \sqrt{(v_i - dv)^2 + (\zeta_i + d\zeta)^2}} \right) \\ & + (\zeta_i - d\zeta) \ln \left( \frac{(v_i - dv) + \sqrt{(v_i - dv)^2 + (\zeta_i - d\zeta)^2}}{(v_i + dv) + \sqrt{(v_i + dv)^2 + (\zeta_i - d\zeta)^2}} \right) \end{aligned} \right] \vec{n}_j \quad (\text{II.20})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} v_i = \overrightarrow{M_j M_i} \cdot \vec{v}_j \\ \zeta_i = \overrightarrow{M_j M_i} \cdot \vec{\zeta}_j \end{cases}$$

$$C_{ij}^\rho = \left( \frac{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}{2\pi E_1} - \frac{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)}{2\pi E_1} \right) dv d\zeta \frac{\overrightarrow{M_j M_i}}{\|\overrightarrow{M_j M_i}\|^2} \text{ si } i \neq j \quad (\text{II.21})$$

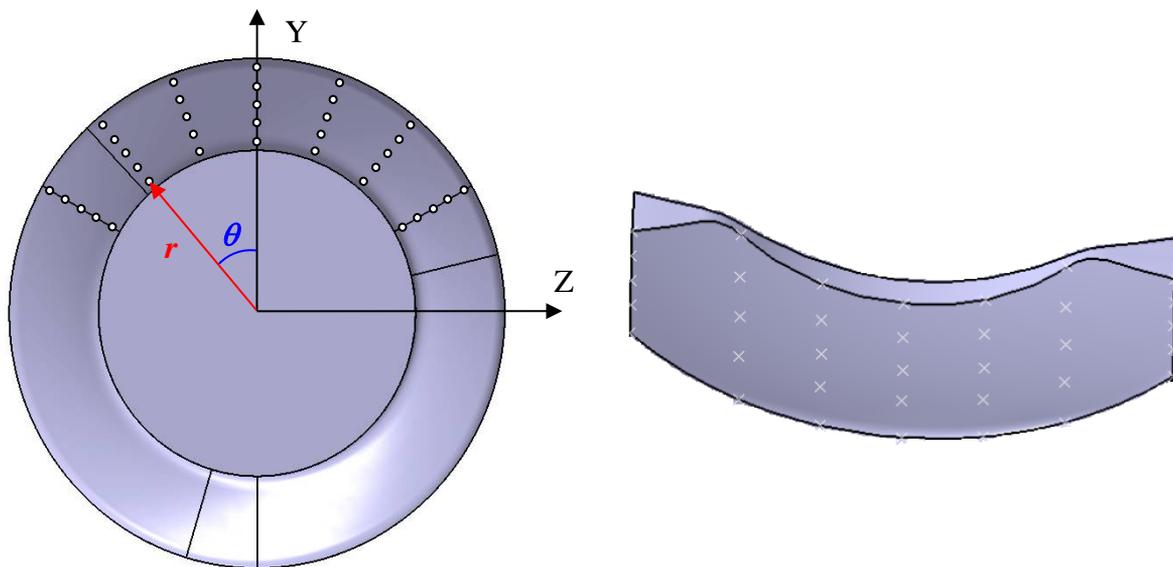
$$C_{ij}^\rho = 0 \quad \text{si } i = j \quad (\text{II.22})$$

## 2.2.2 Coefficients d'influence de flexion

Les coefficients d'influence de flexion sont calculés avec une modélisation par Éléments Finis standard. En effet, il est très difficile d'avoir une expression analytique pour des formes de jante complexes, ou la prise en compte des arbres ou des paliers par exemple. Afin de diminuer significativement le temps de calcul, la détermination des coefficients d'influence ne sera pas réalisée pour chaque position cinématique, ni pour tous les points potentiels de contact qui peuvent être nombreux. Le calcul est effectué seule fois sur un nombre restreint de points, bien choisis le long du flanc de denture. À partir de ces résultats, il sera possible de déterminer par interpolation les coefficients d'influence de flexion pour tous les points potentiels de contact et pour chacune des positions cinématiques, sans avoir à refaire des calculs Éléments Finis.

### 2.2.2.1 Distribution des points

Le calcul des coefficients d'influence sera donc effectué que sur un nombre restreint de points, bien répartis sur les dents. Sur chacune des trois dents, un nombre identique de points sera affecté, régulièrement espacés selon la largeur et la hauteur de la denture comme le montre la Figure II.7.



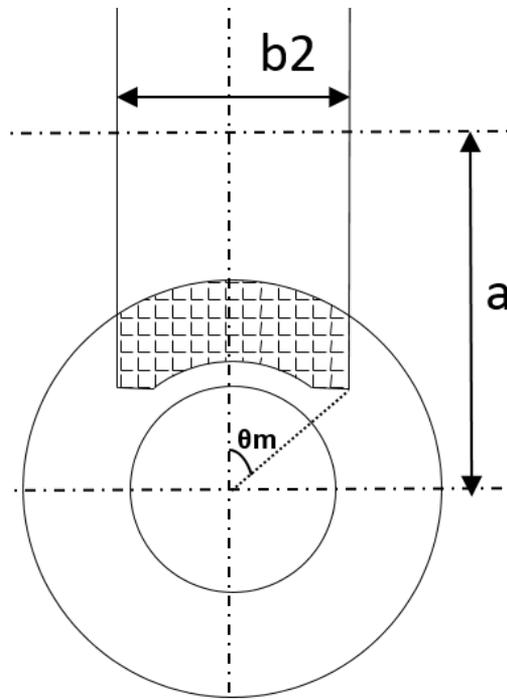
**Figure II.7 : Distribution des points sur la vis et la roue**

#### Vis :

- Selon la hauteur de filet : les points sont répartis selon le rayon  $r$  variant de  $(R_{f1}+0.1*H)$  à  $(R_{a1} -0.1*H)$ . Avec :  $R_{a1}$ ,  $R_{f1}$  rayon de tête et de pied de la vis et  $H$  la hauteur du filet. Une marge de 10% est considérée selon la hauteur de filet afin que les points ne soient pas exactement en tête ou en pied du filet.
- Selon la largeur de filet : les points sont répartis selon l'angle  $\theta$  variant de  $:- \theta_m$  à  $+\theta_m$ ,  $\theta_m$  étant défini sur la Figure II.8. Cet angle détermine la zone de contact potentiel, délimitée par le rayon de tête de la vis, le rayon extérieur de la roue et les bords de la roue.

$$\theta_m = \tan\left(\frac{0.5 * b_2}{a - r_{e2}}\right) \quad \text{(II.23)}$$

Où  $a$  est l'entraxe,  $b_2$  la largeur de denture et  $r_{e2}$  le rayon extérieur de la roue.



**Figure II.8 : Définition de l'angle  $\theta_m$**

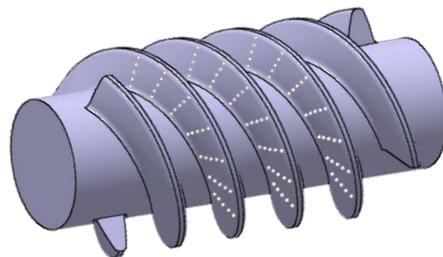
Roue :

- Selon la hauteur de la dent : les points sont répartis selon le rayon variant de ( $R_{f2}$ ) à ( $R_{a2}$ ). Avec :  $R_{a2}$ ,  $R_{f2}$  rayons de tête et de pied de la roue.
- Selon la largeur de la dent : les points sont répartis selon  $z$  variant de  $(-0.5*b_2)$  à  $(+0.5*b_2)$ .

La vis et la roue ainsi que les points définis précédemment sont générés automatiquement dans un logiciel de CAO standard à l'aide d'une macro-commande.

*2.2.2.2 Calcul des déplacements de flexion*

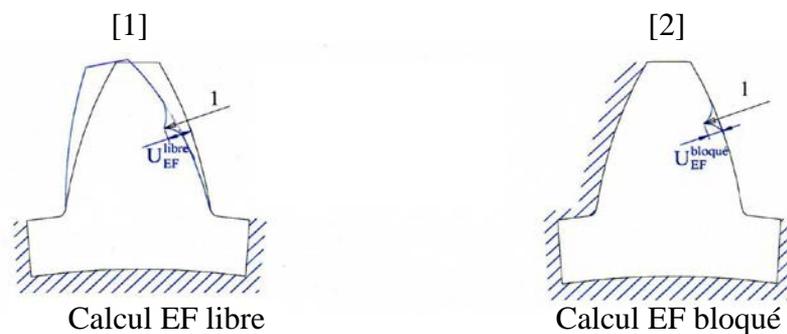
Des efforts unitaires sont successivement appliqués sur les points de la dent centrale, et pour chaque effort appliqué, les déplacements sont mesurés sur chacun des points des trois dents (Figure II.9).



**Figure II.9: Distribution des points sur les filets de la vis**

Lors d'un calcul Élément Finis classique, les déplacements calculés prennent en compte à la fois les effets de flexion, les déformations de surface ainsi que les effets dus au maillage, qui se déforme autour du point d'application de la charge. Afin d'obtenir uniquement les effets dus à la flexion (des dents et leur support), Sainsot [166] propose d'effectuer le calcul en deux étapes successives avec des conditions aux limites différentes (Figure II.10) :

- Premier calcul avec le flanc anti-homologue au contact libre, ce qui permet d'obtenir le déplacement dû à la conjugaison de tous les effets cités précédemment,
- Deuxième calcul avec le flanc anti-homologue au contact bloqué, ce qui permet d'obtenir seulement le déplacement cumulant l'effet de contact et les effets dus au maillage.



**Figure II.10: Deux types de conditions aux limites**

En notant  $u_{ij}^{libre}$  et  $u_{ij}^{bloqué}$  les déplacements du point  $i$  quand un effort est appliqué au point  $j$  dans le cas d'un calcul avec le flanc anti-homologue au contact libre et bloqué respectivement, le déplacement de ce point correspondant à la flexion seule est obtenu grâce à la différence des deux calculs :

$$u_{ij} = u_{ij}^{libre} - u_{ij}^{bloqué} \quad (\text{II.24})$$

Ces déplacements de flexion sont ensuite projetés dans la direction de la normale du point où l'effort a été appliqué  $U_{ij} = \vec{u}_{ij} \cdot \vec{n}_j$ .

Notons que trois matrices de déplacements sont construites : une matrice pour les déplacements des points de chacune des dents.

Les calculs Éléments Finis sont réalisés automatiquement dans un logiciel standard avec une macro-commande. L'utilisation de calculs Éléments Finis offre l'avantage de pouvoir prendre en compte des conditions aux limites réalistes, comme la présence des arbres, des voiles, des positionnements des roulements et de leurs raideurs.

### 2.2.2.3 Décomposition du déplacement sur une base de fonctions

Pour exprimer le déplacement de volume d'un point de la dent, la méthode consiste à écrire les déplacements dans une base de  $K$  fonctions,  $B(f_k)$  (Teixeira Alves [40]). Dans cette base, le déplacement d'un point  $M$ , lorsque la structure est soumise à un effort normal et unitaire appliqué au point  $M'$  s'écrit :

$$u(M, M') = \sum_{k=1}^K c_k(M') \cdot f_k(M) = [c_1(M') \quad \dots \quad c_K(M')] \cdot \begin{bmatrix} f_1(M) \\ \vdots \\ f_K(M) \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

Où  $C_k(M')$  sont les coefficients vectoriels définissant les coordonnées du déplacement dans la base de fonctions  $B(f_k)$ . Il est possible aussi de décomposer ces coefficients  $C_k(M')$  dans la base de fonctions  $B(f_k)$ .

$$c_k(M') = \sum_{l=1}^K c_{kl} \cdot f_l(M') = [f_1(M') \quad \dots \quad f_K(M')] \cdot \begin{bmatrix} c_{k1} \\ \vdots \\ c_{kK} \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

En associant les équations (II.25) et (II.26), le déplacement de volume d'un point  $M$  dû à une charge appliquée en  $M'$ , s'écrit sous une forme matricielle :

$$u(M, M') = [f_1(M') \quad \dots \quad f_K(M')] \cdot \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{K1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{1K} & \dots & c_{KK} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1(M) \\ \vdots \\ f_K(M) \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

Où la matrice  $[C]$  est la matrice de définition qui est spécifique à la structure. Elle permet de calculer le déplacement de volume d'un point quelconque  $M$  lorsque la structure est soumise à des efforts normaux.

Si la base de fonctions  $B(f_k)$  comporte  $K$  fonctions, il est possible de déterminer la matrice  $[C]$  en calculant le déplacement de  $K$  points  $M_1$  à  $M_k$  pour  $K$  cas de chargement appliqués aux points  $M'_1$  à  $M'_k$ . Pour un cas de charge quelconque, les déplacements aux points  $M_1$  à  $M_k$  s'écrivent :

$$[u(M_1, M') \quad \dots \quad u(M_K, M')] = [f_1(M') \quad \dots \quad f_K(M')] \cdot [C] \cdot \begin{bmatrix} f_1(M_1) & \dots & f_1(M_K) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_K(M_1) & \dots & f_K(M_K) \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

Si le même calcul est effectué pour les charges appliquées aux mêmes points  $M_1$  à  $M_k$ , l'équation (II.28) s'étend sous la forme de l'équation (II.29).

$$\begin{bmatrix} u(M_1, M'_1) & \dots & u(M_K, M'_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(M_1, M'_K) & \dots & u(M_K, M'_K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(M'_1) & \dots & f_K(M'_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_1(M'_K) & \dots & f_K(M'_K) \end{bmatrix} \cdot [C] \cdot \begin{bmatrix} f_1(M_1) & \dots & f_1(M_K) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_K(M_1) & \dots & f_K(M_K) \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Posons :  $[f] = \begin{bmatrix} f_1(M_1) & \dots & f_1(M_k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ f_k(M_1) & \dots & f_k(M_k) \end{bmatrix}$

L'équation (II.29) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} u(M_1, M_1) & \dots & u(M_K, M_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(M_1, M_K) & \dots & u(M_K, M_K) \end{bmatrix} = [f]^T \cdot [C] \cdot [f] \quad (\text{II.30})$$

En connaissant les déplacements de volume en  $K$  points pour  $K$  cas de chargements aux mêmes points, il est possible de déterminer la matrice  $[C]$  recherchée définissant les déplacements de volume :

$$[C] = [f^{-1}]^T \cdot \begin{bmatrix} u(M_1, M_1) & \dots & u(M_1, M_k) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u(M_k, M_1) & \dots & u(M_k, M_k) \end{bmatrix} \cdot [f^{-1}] \quad (\text{II.31})$$

Rappelons que trois matrices de déplacement ont été définies :  $[U^k]$  et par conséquent trois matrices de coefficients d'influence  $[C^k]$ ,  $k$  valant 1, 2 ou 3. Les déplacements de volume  $[U]$  sont déterminés en effectuant deux calculs éléments finis avec flanc libre et bloqué.

#### 2.2.2.4 Base de fonctions

Pour créer la base de fonctions nécessaire aux calculs, chaque fonction a été décomposée en un produit de deux fonctions à un seul paramètre. Pour la roue : le rayon  $r$  selon la hauteur de la dent et  $z$  le long de la largeur de dent. Pour la vis :  $r$  selon la hauteur du filet et  $\theta$  suivant la largeur du filet (Figure II.11).

Pour la roue :

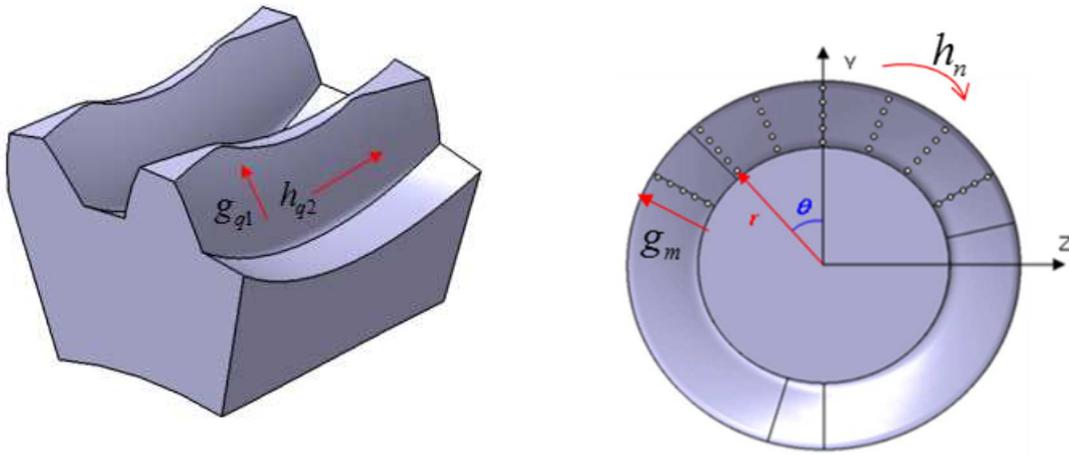
$$f_k(r, z) = g_{q1}(r) \cdot h_{q2}(z) \quad (\text{II.32})$$

Avec  $Q_1$  fonctions suivant  $r$  et  $Q_2$  fonctions suivant  $z$  ; il est possible d'obtenir une base de  $K = Q_1 \times Q_2$  fonctions.

Pour la vis :

$$f_k(r, \theta) = g_m(r) \cdot h_n(\theta) \quad (\text{II.33})$$

Avec  $M$  fonctions suivant  $r$ , et  $N$  fonctions suivant  $\theta$  ; il est possible d'obtenir une base de  $K = M \times N$  fonctions.



**Figure II.11: Fonctions selon la hauteur et la largeur de dent**

Afin de déterminer les fonctions  $g_{q1}(r)$ ,  $g_m(r)$ ,  $h_{q2}(z)$  et  $h_h(\theta)$ , le déplacement de volume de la dent est analysé.

Selon sa hauteur, la dent de la roue et du filet de la vis ont un comportement similaire à une poutre encastrée-libre (Figure II.12). Des fonctions polynomiales, solutions des déformées d'une telle poutre, ont donc été choisies pour les fonctions G.

Pour la roue :

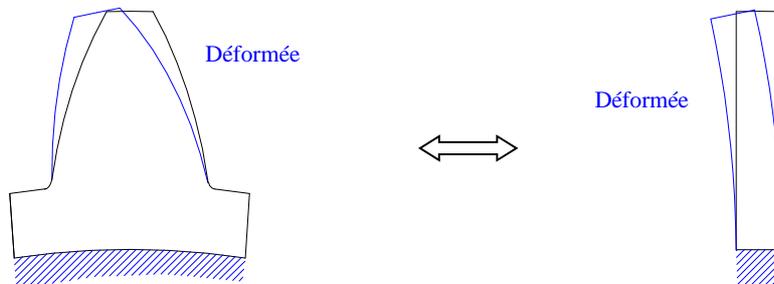
$$g_{q1}(\tilde{r}) = \tilde{r}^{q1} \quad \text{où} \quad \tilde{r} = \frac{r - r_{f2}}{r_{e2} - r_{f2}} \quad (\text{II.34})$$

Pour la vis :

$$g_m(\tilde{r}) = \tilde{r}^m \quad \text{où} \quad \tilde{r} = \frac{r - r_{f1}}{r_{a1} - r_{f1}} \quad (\text{II.35})$$

Où  $r_{f1}$ ,  $r_{f2}$  rayons de pied de la vis et de la roue respectivement,  $r_{a1}$  rayon de tête de la vis et  $r_{e2}$  le rayon extérieur de la roue.

L'utilisation de  $\tilde{r}$  a pour but de normer les fonctions  $g_{q1}(\tilde{r})$ ,  $g_m(\tilde{r})$ . En effet, quel que soit le point sur la hauteur de la dent, ces fonctions ont une valeur comprise entre 0 et 1. L'objectif final de ce changement de variable est d'obtenir des matrices bien conditionnées.



**Figure II.12 : Corrélation entre la dent et une poutre**

Selon la largeur de dent de la roue, le comportement est proche du comportement d'une poutre libre-libre. Les fonctions de résonance d'une telle poutre ont donc été utilisées pour les fonctions H.

Pour les mêmes raisons que sur la hauteur de denture, posons :

$$\tilde{z} = \frac{z}{b_2} + \frac{1}{2} \quad (\text{II.36})$$

$$\text{Alors, pour } q_2 = 0 \quad h_0(\tilde{z}) = 1 \quad (\text{II.37})$$

$$\text{Pour } q_2 = 1 \quad h_1(\tilde{z}) = 1 - 2\tilde{z} \quad (\text{II.38})$$

$$\text{Pour } q_2 > 2 \quad h_{q_2}(\tilde{z}) = \sin(\mu_{q_2}\tilde{z}) + \sinh(\mu_{q_2}\tilde{z}) - \eta_{q_2} [\cos(\mu_{q_2}\tilde{z}) + \cosh(\mu_{q_2}\tilde{z})] \quad (\text{II.39})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \eta_{q_2} = \frac{\sin \mu_{q_2} - \sinh \mu_{q_2}}{\cos \mu_{q_2} - \cosh \mu_{q_2}} \\ \mu_{q_2} = \left(q_2 - \frac{1}{2}\right)\pi \end{cases}$$

$q_2$  est l'indice de fonction allant de 0 à  $Q_2$ . Le nombre de fonctions  $Q_2$  définies suivant la largeur  $z$  correspond au nombre de points définis selon la largeur de la denture.

Selon la largeur de filet de la vis, on ne peut pas considérer que le comportement des filets est proche de celui d'une poutre libre-libre du fait de la longueur des filets. L'éventualité d'un comportement de type poutre encastree-encastree peut être envisagé.

Suite aux résultats de comparaison effectués avec une modélisation Éléments Finis qui seront présentés plus tard dans ce chapitre, il a été proposé de définir le comportement des filets selon la largeur par la moyenne des fonctions de résonance de poutre libre-libre et encastree-encastree :

$$h_n(\tilde{\theta}) = 0.5(h_n^{libre}(\tilde{\theta}) + h_n^{encastree}(\tilde{\theta})) \quad (\text{II.40})$$

### Poutre libre-libre

Dans la même optique que pour la hauteur de denture, posons :

$$\tilde{\theta} = \frac{\theta}{2\theta_m} + \frac{1}{2} \quad (\text{II.41})$$

La fonction de résonance d'une poutre libre-libre s'écrit alors :

$$\text{Pour } n = 0 \quad h_0^{libre}(\tilde{\theta}) = 1 \quad (\text{II.42})$$

$$\text{Pour } n = 1 \quad h_1^{libre}(\tilde{\theta}) = 1 - 2\tilde{\theta} \quad (\text{II.43})$$

$$\text{Pour } n > 1 \quad h_n^{libre}(\tilde{\theta}) = \sin(\mu_n\tilde{\theta}) + \sinh(\mu_n\tilde{\theta}) - \eta_n [\cos(\mu_n\tilde{\theta}) + \cosh(\mu_n\tilde{\theta})] \quad (\text{II.44})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} \eta_n = \frac{\sin \mu_n - \sinh \mu_n}{\cos \mu_n - \cosh \mu_n} \\ \mu_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \pi \end{cases}$$

### Poutre encastrée-encastrée

Tout comme pour le cas de la poutre libre-libre, posons :

$$\tilde{\theta} = \frac{\theta}{2\theta_m} + \frac{1}{2} \quad \text{(II.45)}$$

La fonction de résonance d'une poutre encastrée-encastrée s'écrit alors :

$$\text{Pour } n = 0 \quad h_0^{\text{encastré}}(\tilde{\theta}) = 1 \quad \text{(II.46)}$$

$$\text{Pour } n = 1 \quad h_1^{\text{encastré}}(\tilde{\theta}) = 1 - 2\tilde{\theta} \quad \text{(II.47)}$$

$$\text{Pour } n > 1 \quad h_n^{\text{encastré}}(\tilde{\theta}) = \sin(\mu_n \tilde{\theta}) - \sinh(\mu_n \tilde{\theta}) - \eta_n [\cos(\mu_n \tilde{\theta}) - \cosh(\mu_n \tilde{\theta})] \quad \text{(II.48)}$$

$$\text{avec } \begin{cases} \eta_n = \frac{\sin \mu_n - \sinh \mu_n}{\cos \mu_n - \cosh \mu_n} \\ \mu_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \pi \end{cases}$$

Notons que le nombre de fonctions  $Q_1, M, Q_2$  et  $N$  correspond au nombre de points définis selon la hauteur et la largeur de la dent et du filet, ce nombre est modifiable. L'étude présentée à la fin de ce chapitre permet de définir le nombre optimal de ces fonctions.

Les fonctions de formes étant maintenant connues, et la matrice  $[U]$  étant déjà déterminée, les matrices de coefficients d'influence de flexion peuvent facilement être déduites.

$$[C] = [f^{-1}]^T \cdot [U] \cdot [f^{-1}] \quad \text{(II.49)}$$

#### 2.2.2.5 Interpolation des coefficients en tout point de contact

La matrice définition  $[C]$  étant définie, les fonctions de formes décrites précédemment sont utilisées à nouveau pour obtenir les coefficients d'influence de flexion des points potentiellement en contact pour une position cinématique donnée. Si par exemple,  $N$  points sont potentiellement en contact pour la position cinématique donnée, il faut alors calculer  $N \times N$  coefficients d'influence. En effet, pour chaque point potentiellement en contact, il faut calculer les  $N$  coefficients correspondant à l'effet des  $N$  points sur le point considéré.

Le coefficient d'influence  $C(M_i/M_j)$ , correspondant à l'influence d'un effort unitaire appliqué au point  $M_j$  sur le déplacement du point  $M_i$ . Ce coefficient peut alors être calculé de la façon suivante :

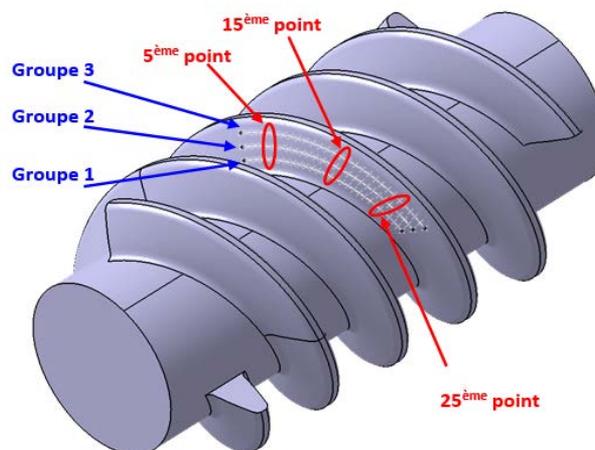
$$C(M_i/M_j) = \begin{bmatrix} f_1(M_i) \\ \dots \\ f_k(M_i) \\ \dots \\ f_K(M_i) \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} c_{1,1} & \dots & c_{1,K} \\ \dots & c_{k,l} & \dots \\ c_{K,1} & \dots & c_{K,K} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1(M_j) \\ \dots \\ f_l(M_j) \\ \dots \\ f_K(M_j) \end{bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

Fonctions de forme au point de mesure de déplacement  $M_i$ 
Matrice  $C^k$  calculée précédemment
Fonctions de forme au point d'application de l'effort  $M_j$

### 2.2.2.6 Validation de la méthode

Afin de valider les fonctions de forme à utiliser, des comparaisons ont été réalisées entre les déplacements de différents points sur une dent calculés par Éléments Finis et les déplacements de ces mêmes points calculés avec les fonctions. Pour le calcul des coefficients d'influence, 7 points sur la largeur de denture et 5 points sur la hauteur de denture sont pris en compte. Le calcul Éléments Finis est réalisé à l'aide d'un logiciel standard.

Trois groupes de 29 points sont créés sur un filet de la vis, à différentes hauteurs, régulièrement espacés. Des efforts sont appliqués à plusieurs endroits (Figure II.13). Chaque point est paramétré par les deux variables  $r$  et  $\theta$  définies sur la Figure II.7. Les points sont répartis comme suit :



**Figure II.13 : Points définis pour la validation des fonctions**

- groupe 1 :  $r = (R_{f1} + 0.25 * H)$ , et  $\theta_m$  variant de  $-\theta_m$  à  $+\theta_m$ ,
- groupe 2 :  $r = (R_{f1} + 0.5 * H)$ , et  $\theta_m$  variant de  $-\theta_m$  à  $+\theta_m$ ,
- groupe 3 :  $r = (R_{f1} + 0.75 * H)$ , et  $\theta_m$  variant de  $-\theta_m$  à  $+\theta_m$ .

Avec :

- $R_{f1}$  rayon de pied de la vis,

- $R_{a1}$  rayon de tête de la vis,
- $H$  hauteur de denture =  $R_{a1} - R_{f1}$ ,
- $\theta_m$  est défini dans le 2.2.2.1.

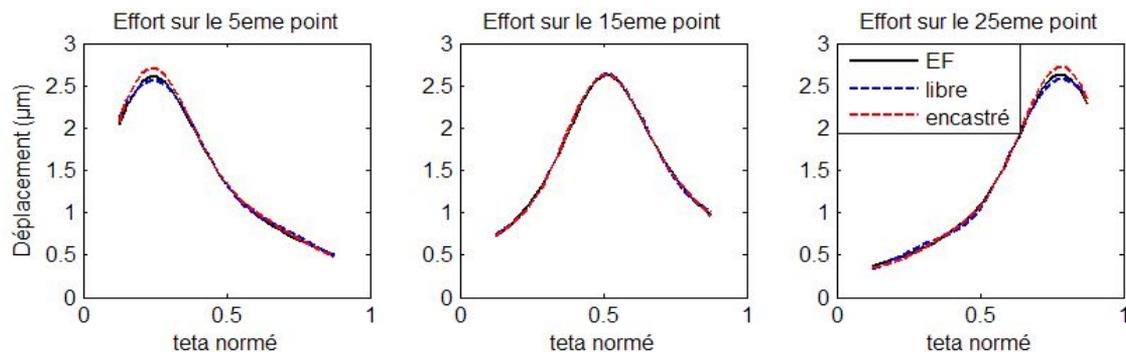
Neuf études sont réalisées pour valider les fonctions :

- Comparaison des déplacements des points du groupe  $i$  lorsqu'un effort est appliqué sur le 5<sup>ème</sup> point de ce même groupe ( $i = 1, 2$  ou  $3$ ),
- Comparaison des déplacements des points du groupe  $i$  lorsqu'un effort est appliqué sur le 15<sup>ème</sup> point de ce même groupe ( $i = 1, 2$  ou  $3$ ),
- Comparaison des déplacements des points du groupe  $i$  lorsqu'un effort est appliqué sur le 25<sup>ème</sup> point de ce même groupe ( $i = 1, 2$  ou  $3$ ).

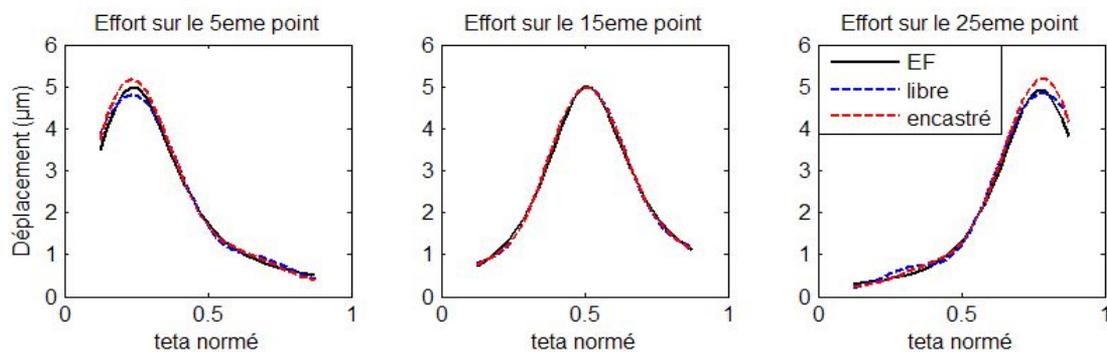
Les Figure II.14, Figure II.15 et Figure II.16 correspondent respectivement à la comparaison des déplacements des groupes 1, 2 et 3 lorsque des efforts sont appliqués sur ces mêmes groupes. Trois cas de chargement sont pris en compte sur chaque groupe : un effort est appliqué sur le 5<sup>ème</sup> point de ces groupes (figure de gauche), un effort est appliqué sur le 15<sup>ème</sup> point (figure centrale), et enfin un effort est appliqué sur le 25<sup>ème</sup> point du groupe.

Pour les 9 cas, les comparaisons sont réalisées entre 3 groupes :

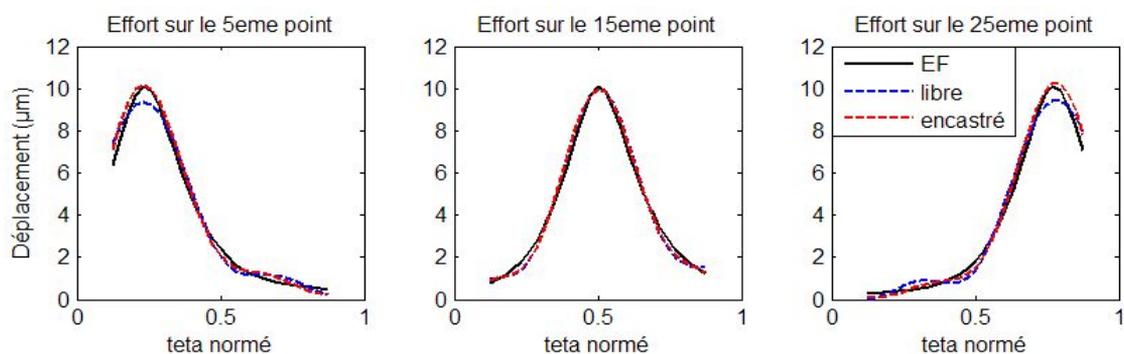
- Trait continu noir : déplacements obtenus par Éléments Finis,
- Trait pointillé bleu : déplacements calculés en utilisant les fonctions de poutre libre-libre,
- Trait pointillé rouge : déplacements calculés en utilisant les fonctions de poutre encastée-encastée.



**Figure II.14 : Déplacements du groupe 1**



**Figure II.15 : Déplacements du groupe 2**



**Figure II.16 : Déplacements du groupe 3**

Une bonne corrélation est observée sur toutes les figures, que ce soit en considérant des fonctions de résonance de poutre libre-libre ou encastrée-encastrée. De même, les fonctions réagissent correctement selon le point d'application de l'effort.

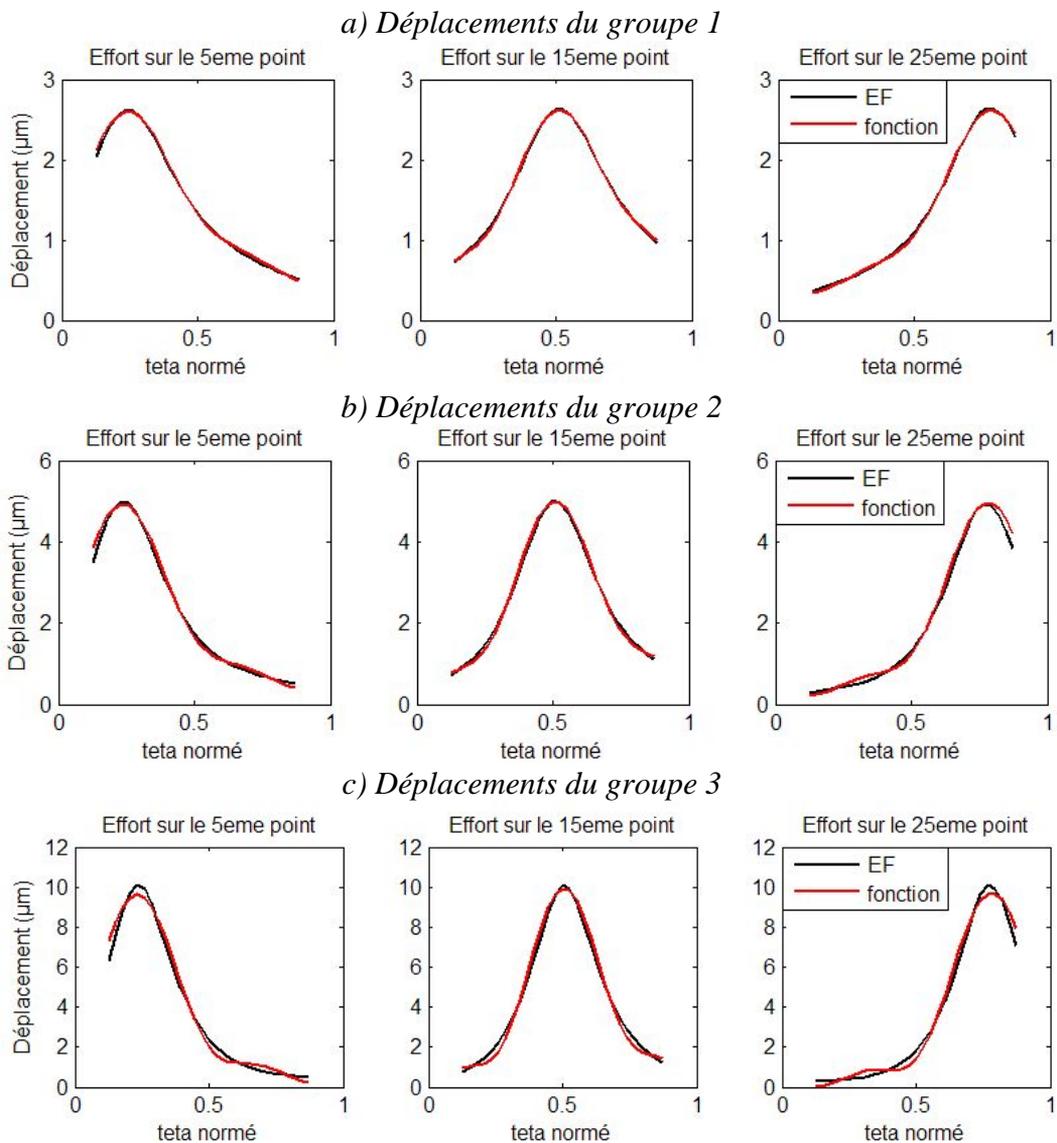
Cependant, sur la Figure II.14 correspondant au cas du groupe 1 (effort appliqué proche du pied du filet de la vis), les déplacements obtenus avec les fonctions de résonance de poutre libre-libre sont quasiment superposés à celles obtenues par Éléments Finis, alors qu'une différence plus importante existe dans la zone de l'application de l'effort dans le cas des déplacements calculés avec les fonctions de résonance de poutre encastrée-encastrée. Ces différences sont de l'ordre de 4% du déplacement maximal et sont présentes sur environ un cinquième de la longueur de déplacement.

Cette remarque est inversée pour les déplacements du groupe 3, où l'effort est appliqué proche de la tête de la vis (Figure II.15) : les déplacements obtenus avec les fonctions de résonance de poutre libre-libre sont éloignés de ceux obtenus par Éléments Finis, principalement dans la zone où l'effort est appliqué (environ 7% du déplacement maximum, sur environ un quart de la longueur de déplacement), tandis que les déplacements obtenus avec les fonctions de poutre encastrée-encastrée sont superposés à ceux calculés par Éléments Finis.

Toujours dans le cas du groupe 3, correspondant au cas où les efforts et les déplacements sont mesurés proches de la tête de la vis, des oscillations existent dans la zone opposée à celle où est appliqué l'effort, lorsqu'ils sont appliqués sur le 5<sup>ème</sup> ou le 25<sup>ème</sup> point. Il est possible de penser que ces différences auront une faible influence sur le calcul du partage de charge, ces déplacements étant éloignés de l'effort.

Afin de limiter les écarts mentionnés précédemment, il a été décidé d'utiliser la moyenne des deux types de fonctions analysées, c'est-à-dire que les fonctions selon la largeur de filet de la vis ont été définies par la moyenne des fonctions de résonance de poutre libre-libre et encastrée-encastrée.

La Figure II.17 (a, b et c) présente les comparaisons entre les déplacements des groupes 1, 2 et 3 respectivement, obtenus en considérant l'équation (II.40) et ceux obtenus par calculs Éléments Finis.



**Figure II.17 : Comparaison des déplacements pour la moyenne des fonctions libres et encastées**

Une très bonne corrélation est ainsi observée pour tous les groupes. Les différences entre les déplacements obtenus par cette fonction moyennée et ceux obtenus pas les calculs EF sont inférieurs à celles indiquées précédemment. La principale source d'amélioration en utilisant la fonction moyennée vient du fait que les zones présentant des différences importantes sont beaucoup plus localisées, principalement sur les bords, alors que précédemment ces différences importantes étaient situées sur un cinquième voire un quart de la zone de déformation.

### 2.3 Calcul des écarts initiaux

Dans l'équation de compatibilité des déplacements, en plus des déformations et des pressions, il est nécessaire de connaître les écarts initiaux entre les surfaces de la roue et de la vis avant le chargement. Si le point  $M_i$  a des coordonnées  $(r_i, \theta_i, z_i)$  dans le repère de la roue, l'écart sans charge entre le point  $M_i$  et son point coïncidant sur le profil de la vis vérifiée (Figure II.18) :

$$ei_i(\theta_2) = r_i \cos(\theta_i + \theta_2) - X[a_1 - r_i \sin(\theta_i + \theta_2), z_i] - v(\theta_2) \quad (\text{II.51})$$

$X(y, z)$  est la fonction définissant le profil de la vis et  $v$  l'avance de filets due à la rotation de la roue :

$$v = \frac{P_z Z_1}{2\pi Z_2} \theta_2 \quad (\text{II.52})$$

Les coordonnées des points de la roue et la fonction de profil de la vis sont déterminées par la simulation de la fabrication des deux composants.

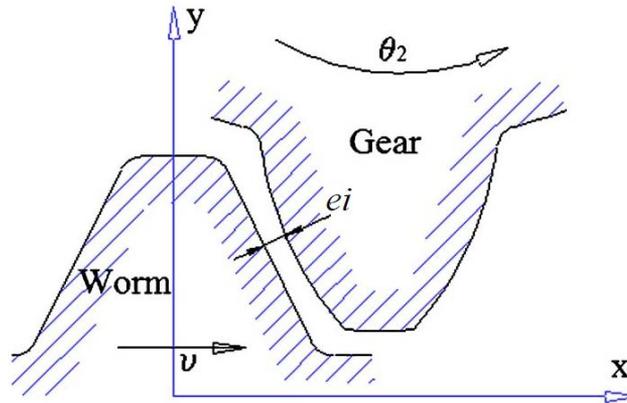


Figure II.18 : Ecart initial sans charge

## 2.4 Partage des charges, erreur de transmission sous charge et rigidité d'engrènement

Une fois les valeurs des différents paramètres de l'équation de compatibilité des déplacements déterminées, le partage des charges entre les différentes dents peut être réalisé à partir des pressions instantanées de contact  $p_i$ .

Pour chaque position cinématique, l'effort  $F_k$  sur chaque dent  $k$  peut être calculé :

$$F_k = \sum_{i=1}^N p_i^k \cdot s_i \quad (\text{II.53})$$

L'erreur de transmission sous charge  $\varepsilon_t$  est liée au rapprochement des corps. Ce dernier est intégré dans les équations de compatibilité des déplacements et calculé dans l'algorithme de résolution.  $\varepsilon_t$  est définie angulairement par rapport à l'axe de rotation de la roue, elle correspond à l'erreur cinématique à vide  $\Delta\theta_2$  à laquelle est ajouté le rapprochement des corps  $\alpha^{ang}$ . Elle peut être exprimée alors par :

$$\varepsilon_t = \alpha^{ang} + \Delta\theta_2 \quad \text{avec} \quad \Delta\theta_2 = \theta_2 - \theta_1 \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \quad (\text{II.54})$$

Où  $Z_1$  et  $Z_2$  sont les nombres de filets de la vis et de dents de la roue respectivement.  $\theta_2$  est la rotation théorique de la roue lorsque la vis tourne de  $\theta_1$ .

La raideur d'engrènement au barycentre des efforts (Annexe 3) est également liée au rapprochement des corps, elle est déterminée approximativement par la relation (II.55).

$$K^{linéaire} = \frac{F}{\alpha^{linéaire}} \quad (\text{II.55})$$

avec F est la charge totale appliquée.

$\alpha^{linéaire}$  est le rapprochement des corps défini linéairement et calculé au barycentre des efforts par la relation :  $\alpha^{linéaire} = \alpha^{ang} \cdot R_{bary}^{ang-liné}$

$R_{bary}^{ang-liné}$  (Annexe 1) correspond au rapport permettant de passer d'une distance angulaire autour de l'axe de la roue à une distance linéaire au barycentre des efforts.

Cette raideur peut être aussi exprimée en angulaire sur l'axe de la roue :

$$K^{ang} = \frac{C_2}{\alpha^{ang}} \quad \text{où } C_2 \text{ est le couple sur la roue.} \quad (\text{II.56})$$

## 2.5 Exemples de résultats

Quelques résultats obtenus avec le modèle numérique développé sont présentés dans ce paragraphe. Les principales données de l'engrenage étudié sont présentées dans le Tableau II.1. Un couple de 60 Nm a été appliqué sur la vis.

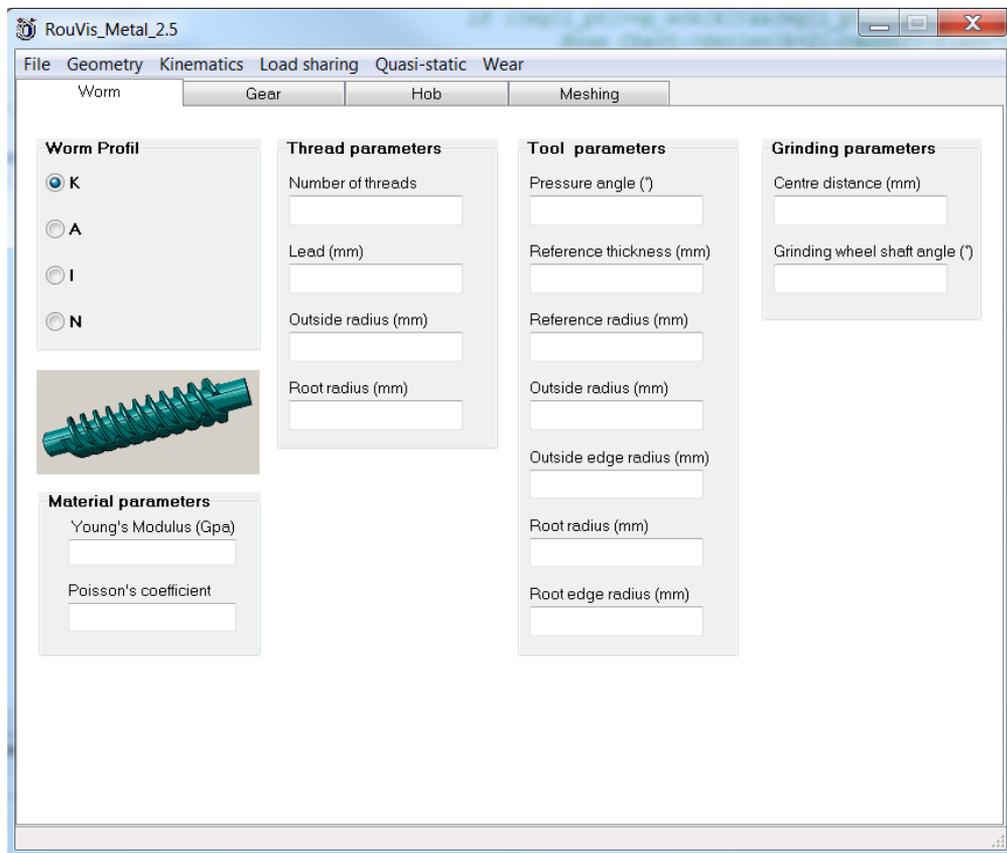
	Vis	Roue
Profil	K	
Module (mm)	8.085	
Nombre de filet /dents	2	25
Pas hélicoïdal (mm)	50.8	
Rayon de référence (mm)	31.75	101.062
Largeur de la roue (mm)		50.8
Entraxe (mm)	132.814	

**Tableau II.1 : Données de l'engrenage**

Le logiciel «RouVis\_Metal» est l'adaptation du logiciel «RouVis\_Nylon» développé au LaMCoS par Hiltcher [39].

La Figure II.19 montre l'interface du logiciel. Rappelons que les coefficients de flexion sont calculés à partir d'un logiciel standard. Des macro-commandes entre « RouVis\_Metal » et ce dernier ont été développés pour créer la géométrie de l'engrenage et effectuer les calculs de flexion automatiquement.

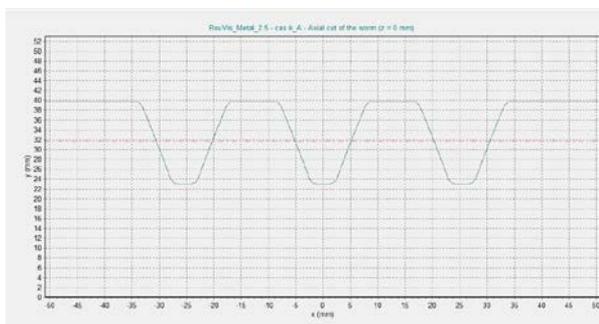
Pour obtenir les résultats présentés dans ce paragraphe, un temps de calcul total d'environ 11 minutes a été nécessaire sur un ordinateur portable 64 bits. Le calcul des coefficients d'influence de flexion sur la vis et sur la roue a duré environ 7 minutes alors que le calcul de la répartition des charges en considérant une vingtaine de positions cinématiques est effectué en 4 minutes.



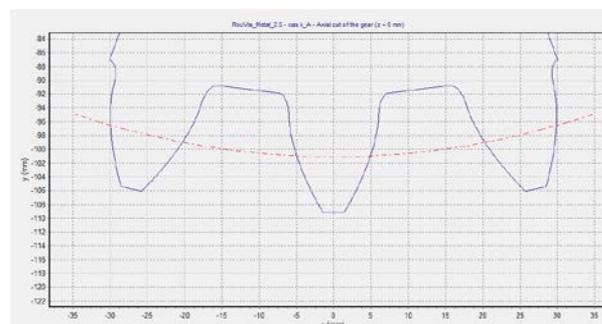
**Figure II.19 : Fenêtre principale du logiciel développé**

### 2.5.1 Profil de l'engrenage

Il est possible de tracer dans un plan crémaillère quelconque une coupe de la vis (Figure II.20) ou de la roue (Figure II.21).



**Figure II.20 : Tracé d'une coupe de la vis**



**Figure II.21 : Tracé d'une coupe de la roue**

### 2.5.2 Portée à vide

La portée à vide est tracée avec un jeu qui permet de régler l'écart maximal à partir duquel les points sont considérés en contact. Ainsi, lorsque le jeu est réglé à 10  $\mu\text{m}$ , tous les points de la roue s'approchant à moins de 10  $\mu\text{m}$  du profil de la vis, sont considérés en contact (Figure

II.22). Notons que ce jeu correspond à l'épaisseur du film de marqueur dans un essai de portée au bleu. Sur la Figure II.22, la courbe fermée bleue représente la surface de denture de la roue et la courbe verte en pied de dent de la roue indique la trace de la tête de la vis.

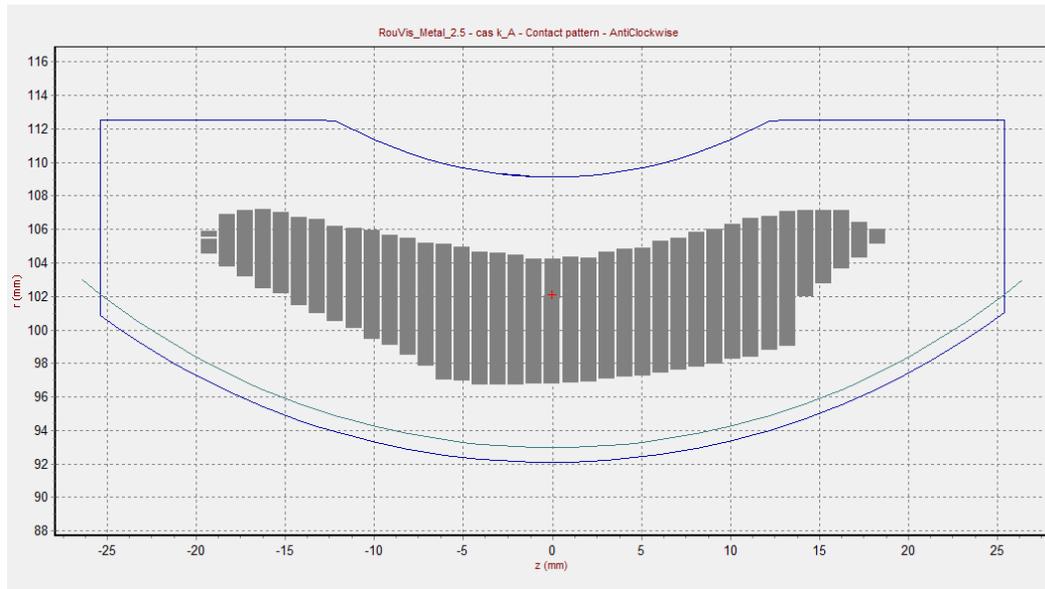


Figure II.22 : Portée à vide avec un jeu de 10  $\mu\text{m}$

### 2.5.3 Répartition des charges

La répartition des charges détermine comment se répartit la charge sur les différentes dents en contact (Figure II.23). Pour une zone angulaire particulière, il est possible de connaître le nombre de dents en contact ainsi que l'effort supporté par chacune des dents.

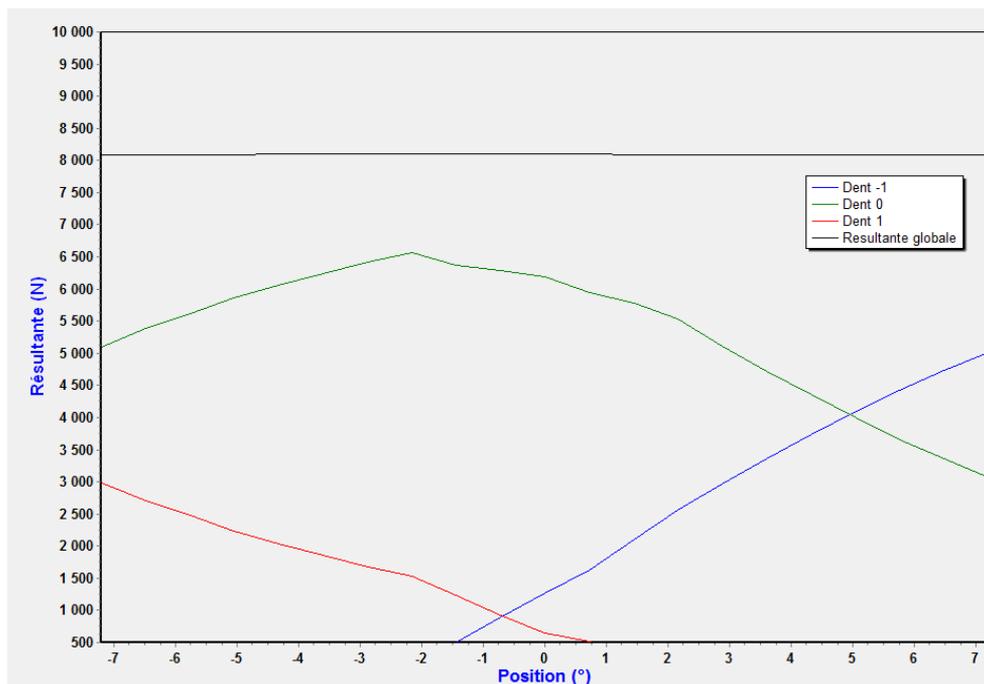


Figure II.23 : Répartition des charges pour un pas de dent

## 2.5.4 Pressions instantanées

Le modèle développé permet d'obtenir la répartition des pressions instantanées pour chacune des positions cinématiques étudiées de la roue. Les pressions sont réparties sur les cinq dents potentiellement en contact (Figure II.24). La courbe bleue définit la surface de denture de la roue, la courbe verte représente le sommet du filet de la vis.

La légende centrale en bas indique l'échelle des pressions. Les résultats numériques permettent de connaître l'amplitude de l'erreur de transmission et la pression maximale pour la position cinématique représentée.

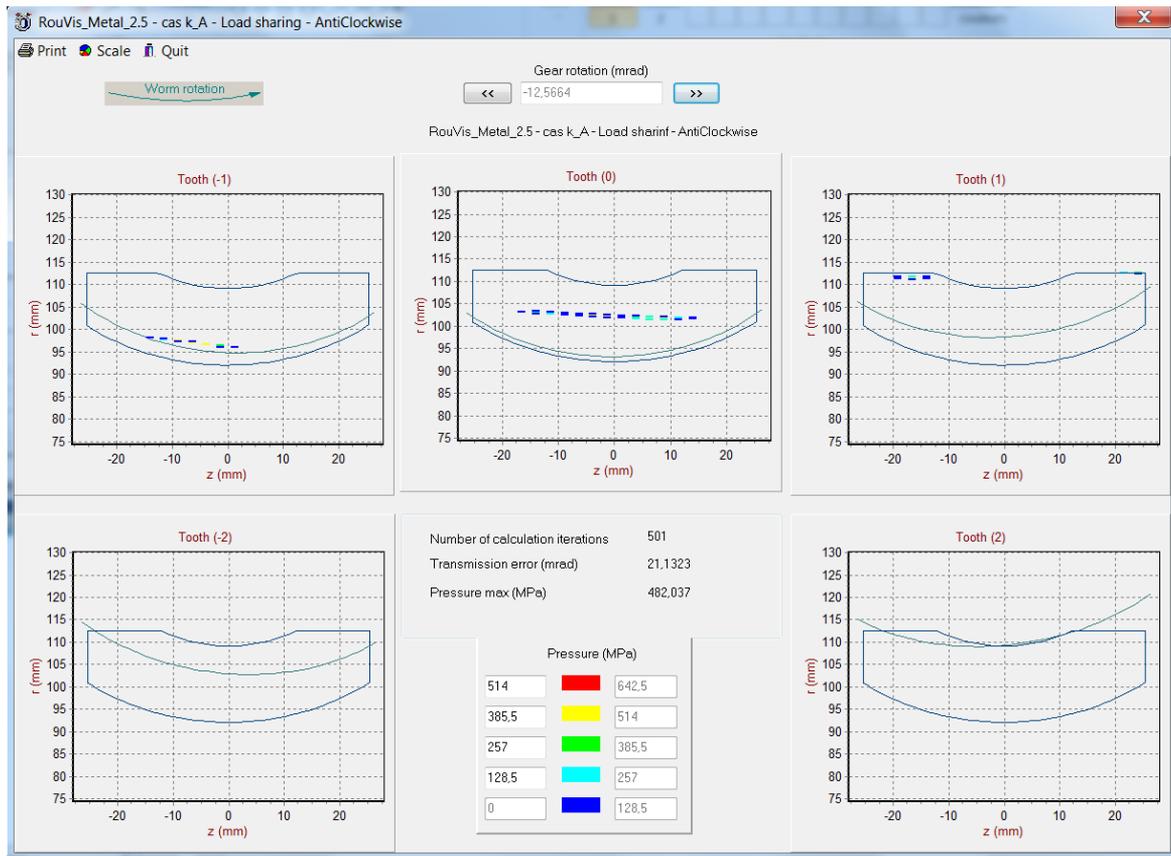
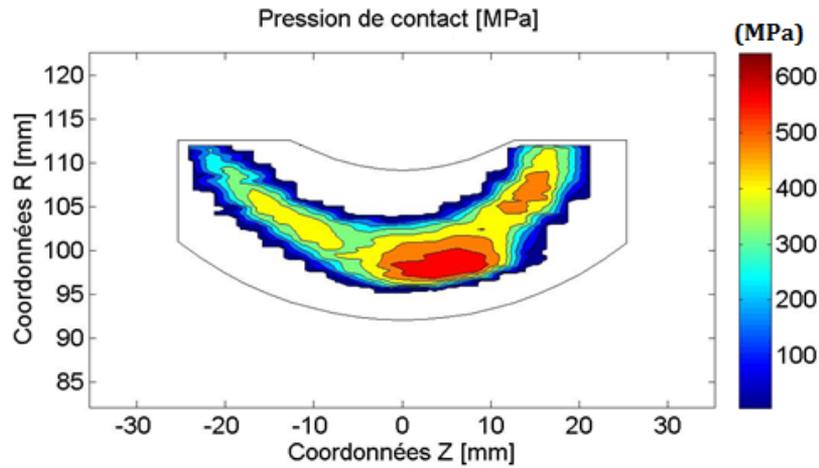


Figure II.24 : Répartition des pressions instantanées

## 2.5.5 Portée sous charge

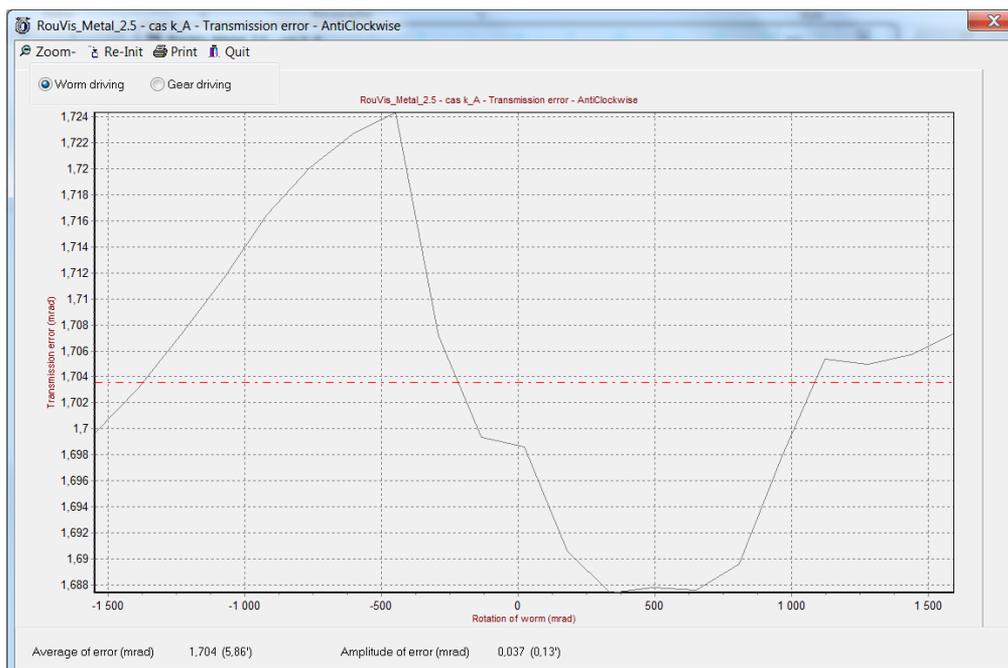
La portée sous charge est représentée sur la zone de la dent où un contact a eu lieu. La pression maximale durant l'engrènement est représentée en chaque point de contact. La Figure II.25 montre les courbes iso-pressions pour les points de contact, ces courbes sont tracées sur le flanc de la roue.



**Figure II.25 : Portée sous charge**

## 2.5.6 Erreur de transmission

L'erreur de transmission sous charge est calculée en utilisant l'équation (II.54), correspondant à l'erreur cinématique à vide à laquelle sont ajoutées les erreurs dues à la flexion des dents et de leurs supports et à l'écrasement des surfaces. En choisissant l'élément moteur, on peut représenter l'erreur de transmission calculée en angulaire sur différentes positions cinématiques (Figure II.26). Les résultats en bas de la fenêtre indiquent la moyenne et l'amplitude de l'erreur de transmission.



**Figure II.26 : Erreur de transmission pour un pas de dent**

## 2.5.7 Raideur d'engrènement

On peut visualiser l'évolution de la raideur d'engrènement pour différentes positions cinématiques (Figure II.27). La raideur peut être représentée soit en angulaire, soit en linéaire.

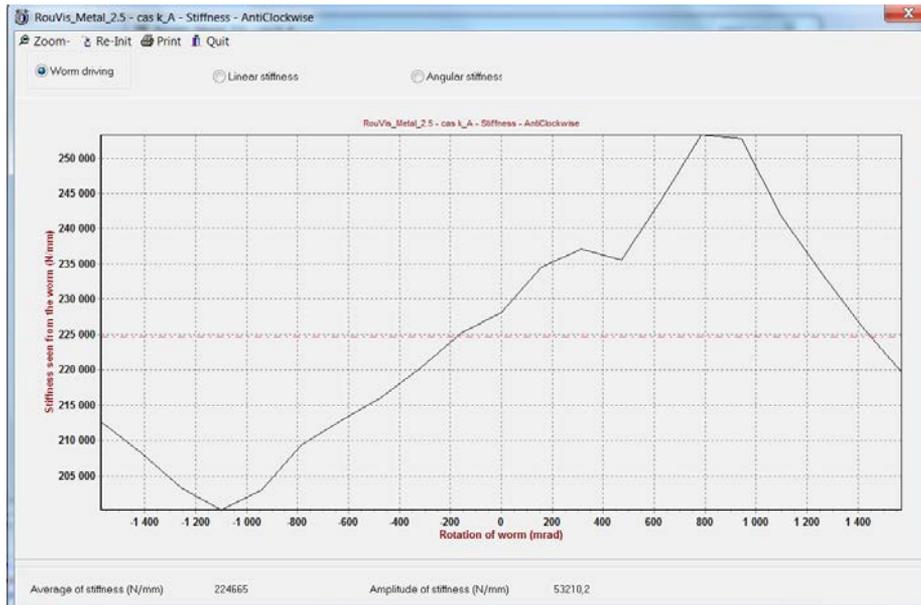


Figure II.27 : Raideur d'engrènement

## 2.5.8 Vitesse de glissement

La vitesse de glissement est calculée selon l'équation (I.3). Comme pour les pressions maximales, elle est représentée sur le flanc de la roue en traçant les courbes iso-vitesses de glissement maximal (Figure II.28). Un maximum est observé en pied de dent de la roue pour décroître progressivement jusqu'en tête de dent, car elle dépend de la distance de l'axe de la vis.

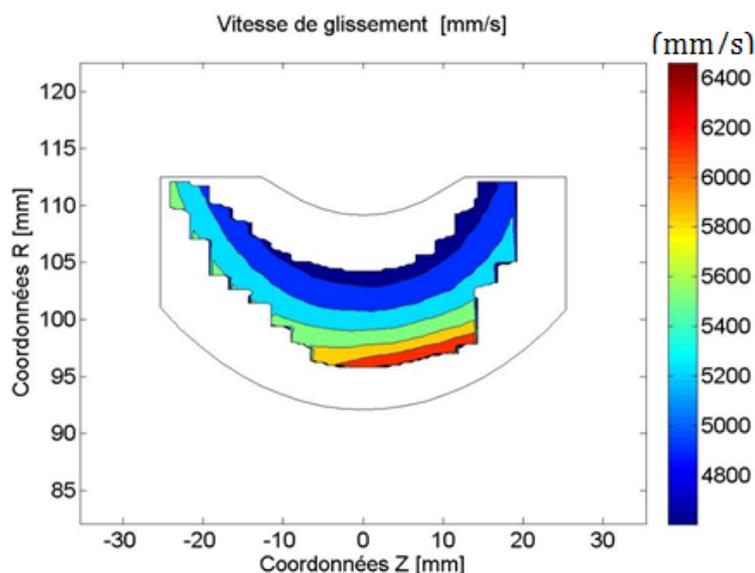


Figure II.28 : Vitesse de glissement

## 2.6 Influence du nombre de points pris en compte pour le calcul des coefficients d'influence

Les coefficients d'influence de flexion sont obtenus avec des calculs Éléments Finis. Ils sont réalisés en prenant en compte des points régulièrement répartis sur les flancs de trois filets successifs. Des efforts sont appliqués sur les points de la dent centrale et les déplacements correspondants sont calculés sur les points des trois dents.

Il convient d'estimer le nombre de points à prendre en compte pour avoir des résultats convenables en un minimum de temps de calcul. C'est pourquoi une étude a été réalisée sur la vis en considérant les trois cas suivants :

Cas 1 : 7 points selon la largeur de denture,

Cas 2 : 10 points selon la largeur de denture,

Cas 3 : 13 points selon la largeur de denture.

L'erreur de transmission sous charge (Figure II.29) et la raideur d'engrènement (Figure II.30) des trois cas sont comparées.

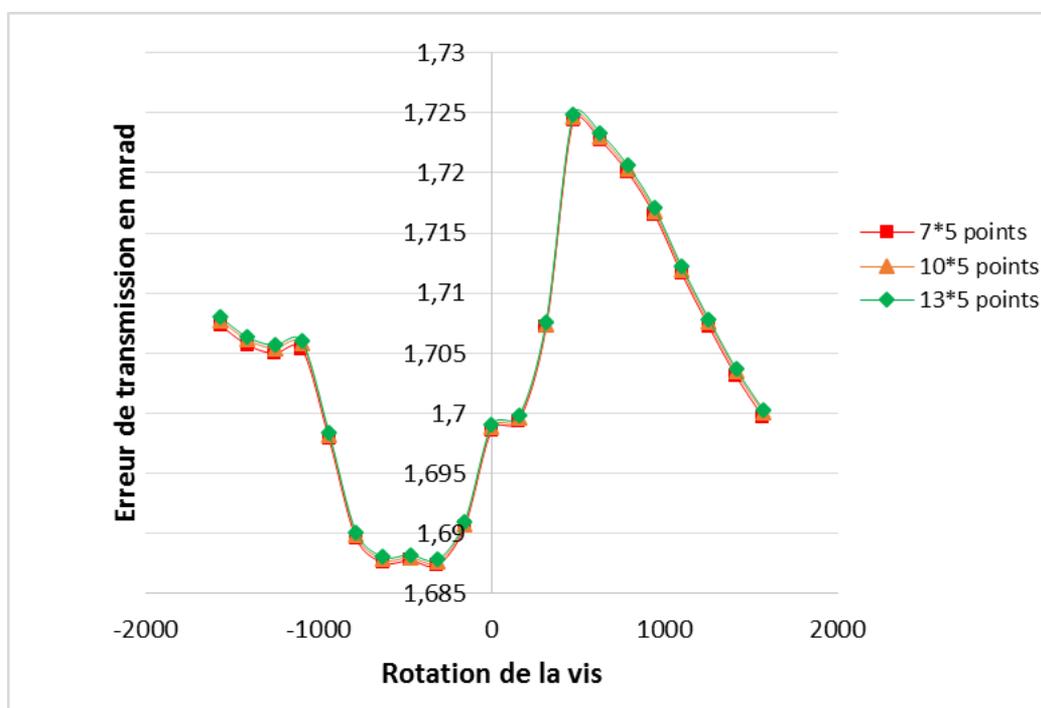
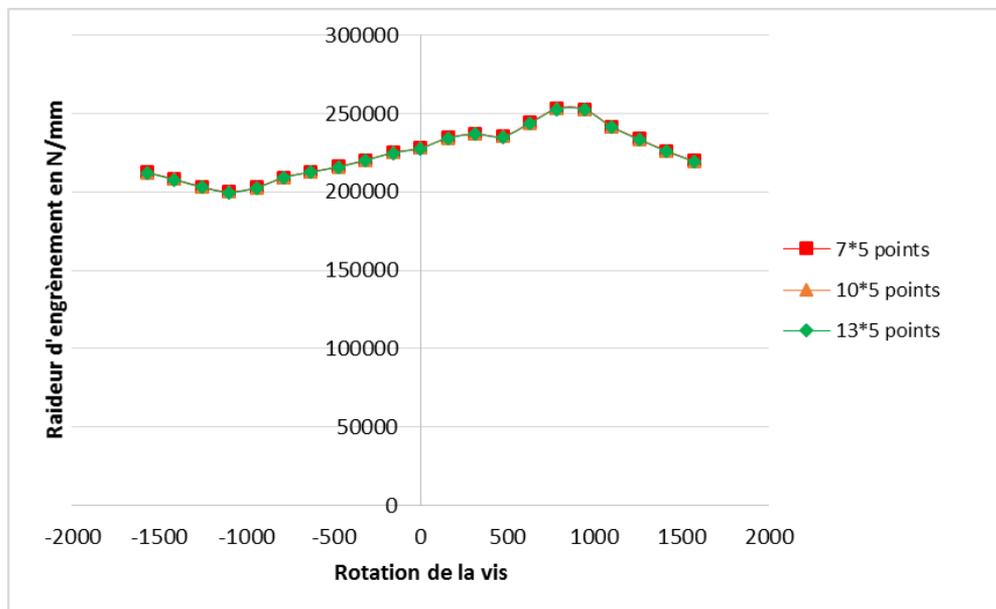


Figure II.29 : Comparaison des erreurs de transmission



**Figure II.30 : Comparaison des raideurs d'engrènement**

Les courbes montrent que les résultats sont quasiment identiques pour les trois cas considérés. La différence entre 13 points et 7 points ne dépasse pas 1%. Avec la méthode utilisée, il n'est donc pas nécessaire d'avoir un nombre important de points pour obtenir des résultats précis, le temps de calcul nécessaire pour le calcul de coefficients de flexion avec 7 points est environ 7 minutes et il passe à une quinzaine de minutes avec 13 points.

### 3. Conclusion

La méthode de calcul développée et validée auparavant par le laboratoire LaMCoS pour simuler le comportement mécanique des engrenages roues et vis sans fin avec une roue en plastique et une vis en acier, a été adaptée au cas d'une roue usinée dans un matériau élastique (bronze). Les déformations de la vis (contact et flexion) ne sont plus négligeables et elles ont été prises en compte dans la résolution du partage des charges.

Les deux premières étapes du processus concernant la simulation de la fabrication et la simulation de la cinématique à vide n'ont pas été modifiées. La troisième partie du calcul concernant le partage des charges entre les couples de dents en contact a été adaptée dans le cadre de cette thèse. Le calcul est basé sur la résolution des équations de compatibilité des déplacements ainsi que sur la méthode des coefficients d'influence.

Dans un esprit de simplicité, les effets globaux de flexion et les effets locaux de contact ont été séparés. Les effets de contact ont été obtenus par la théorie de Boussinesq. Les effets de flexion sont estimés par des fonctions d'interpolation afin de réduire significativement les temps de calculs. Ces bases de fonction ont été définies par un seul calcul Éléments Finis, permettant de prendre en compte des conditions aux limites réalistes de l'environnement de l'engrenage : éléments ou géométrie spéciaux (arbres, jantes et voile), emplacements et raideurs des roulements... Les fonctions sont décomposées en deux parties : une fonction simule le comportement de la dent selon sa hauteur et une seconde modélise le comportement de la dent selon sa largeur. Le comportement étant similaire à celui d'une poutre encasté-libre selon la hauteur de la dent de la roue et de la vis, les fonctions ont été définies selon les déformées d'une poutre encasté-libre, à partir de fonctions polynomiales.

Selon la largeur de denture de la roue, le comportement de la dent est proche du comportement d'une poutre libre-libre. Nous avons donc choisi d'utiliser les fonctions de résonance d'une telle poutre.

Selon la largeur de filet de la vis, le choix du type de fonction reste entier : l'utilisation de fonctions de résonances de poutre libre-libre ou encastée-encastée peuvent être envisagées. Afin de définir quelles fonctions utiliser, plusieurs études ont été menées. Des groupes de points sont créés sur les filets de la vis, à différentes hauteurs et des efforts sont appliqués à différents endroits de ces groupes. Pour chaque cas étudié, les déplacements calculés par Éléments Finis ainsi que ceux calculés avec l'utilisation des deux types de fonctions (libre-libre et encastée-encastée) sont comparés. Les résultats montrent que les deux types de fonctions envisagées pour définir le comportement selon la largeur de filet fournissent de bons résultats. Cependant, dans certains cas ce sont les fonctions de résonance de poutre libre-libre qui donnent de meilleurs résultats, tandis que pour d'autres cas de charge, ce sont les fonctions de résonance de poutre encastée-encastée. Il a donc été proposé de définir le comportement des filets selon la largeur de filet par la moyenne des fonctions de résonance de poutre libre-libre et encastée-encastée, afin d'être le plus précis possible pour toutes les configurations.

Différents résultats issus du modèle quasi statique développé ont été présentés, tels que les pressions instantanées de contact, la portée sous charge, la répartition des charges sur les différentes dents en contact, les vitesses de glissement, l'erreur de transmission et la raideur d'engrènement. Ces résultats permettent de nombreuses exploitations, notamment la réalisation d'études paramétriques, qui peuvent aboutir à des lois de comportement de l'engrenage roue et vis sans fin, ou encore la production de données pour alimenter des modèles dynamiques de la transmission.

---

---

# Chapitre III

## Modèle de prédiction de l'usure de la roue dans les engrenages roues et vis tangentes

---

---

### 1. Introduction

L'usure fait partie des endommagements observés sur les dentures de la roue des engrenages roues et vis sans fin avec une roue en bronze et une vis en acier. Cette usure est due à l'action du glissement de la vis sans fin sur la surface de la roue. La vis est aussi soumise à l'usure, mais dans la pratique, cela se produit beaucoup plus lentement que dans le cas de la roue. La perte de matière des dents de la roue en bronze est reconnue comme une caractéristique inévitable de la configuration acier/bronze. La perte d'épaisseur et l'usure des dentures peuvent se réaliser suivant différents mécanismes qui ont été décrits dans le premier chapitre.

Pendant le fonctionnement de cet engrenage, il existe une période initiale d'usure relativement rapide qui est généralement nommée le rodage. La surface de contact des dents sous charge augmente, permettant de réduire les niveaux de contraintes de contact. Après le rodage, les engrenages tendent à s'user à un taux relativement stable pour le reste de leur cycle de vie. Le développement de cette usure est lié au niveau de chargement appliqué sur les surfaces de contact, à la vitesse de glissement, à la dureté de surface ainsi qu'à la présence d'éléments abrasifs dans le lubrifiant.

Dans ce chapitre, nous présenterons une méthode combinant le modèle de contact quasi-statique avec un modèle d'usure, pour simuler l'usure des dents de la roue dans les conditions de contact calculées en quasi-statique. Ce modèle d'usure est basé sur la loi d'Archard. La plupart de ces engrenages, avec les conditions de géométrie, de cinématique, de lubrifiant et de surface, fonctionnent dans des régimes de lubrification élastohydrodynamique mixtes ou limites où l'épaisseur du film lubrifiant est du même ordre de grandeur que la hauteur des aspérités des surfaces en contact. L'épaisseur du film est insuffisante pour séparer les surfaces mises en contact et empêcher les contacts d'aspérités. Il est donc nécessaire de prendre en compte l'influence des conditions de lubrification dans le modèle.

Lorsque le matériau est usé le long d'une surface de flanc de dent, des écarts seront créés entre la surface d'origine (sans usure) et celle modifiée en continu par les processus d'usure. Il est donc nécessaire d'actualiser la surface des dents modifiée due à l'enlèvement de matière en introduisant les distributions d'usure comme écarts entre les surfaces de la vis et de la roue et de recalculer les pressions de contact.

## 2. Modèle quasi-statique de l'usure

### 2.1 Loi d'usure employée

Dans le premier chapitre, des modèles d'usure utilisés pour les engrenages ont été présentés. Il ressort que la loi d'Archard est très utilisée et que les comparaisons avec les résultats expérimentaux semblent satisfaisantes. Pour ces raisons, ce travail de thèse se situe dans la ligne des modèles les plus couramment utilisés dans la littérature en choisissant également le modèle d'Archard. Il est exprimé par la relation :

$$h = \frac{K}{H} \cdot p \cdot s \quad (\text{III.1})$$

Selon cette équation, la pression de contact  $p$  et la distance de glissement  $s$  de tous les points de contact doivent être calculés, afin de prédire la répartition de l'usure le long des surfaces de contact.

En appliquant cette loi localement, on peut calculer la profondeur d'usure à chaque point de contact  $h(M_{\mu\varepsilon})$ :

$$h(M_{\mu\varepsilon}) = \frac{k(M_{\mu\varepsilon})}{H} \cdot p(M_{\mu\varepsilon}) \cdot s(M_{\mu\varepsilon}) \quad (\text{III.2})$$

Avec :

$k(M_{\mu\varepsilon})$  : coefficient d'usure local, il sera défini plus tard dans ce chapitre,

$p(M_{\mu\varepsilon})$  et  $s(M_{\mu\varepsilon})$  : pression de contact et distance de glissement au point  $M_{\mu\varepsilon}$  respectivement.

$H$  : dureté du matériau le plus tendre (bronze).

### 2.2 Démarche technique

Les variations des pressions avec l'usure sont importantes. Par conséquent, le calcul des pressions de contact doit être mis à jour fréquemment, puisque l'accumulation de l'usure va entraîner des changements de ces pressions. Ceci nécessite une méthode de calcul itérative comme le montre la Figure III.1 pour la prédiction de la progression de l'usure sur la surface des dents de la roue dans l'engrenage roue et vis sans fin.

L'organigramme de la Figure III.1 illustre la méthodologie de calcul de l'usure dans des conditions quasi-statiques. Cette méthodologie est inspirée des travaux de Bajpai et al. [115] et Park et Kahraman [119] concernant la simulation de l'usure sur les dentures dans le cas des engrenages cylindriques et des engrenages hypoïdes respectivement, leur modèle d'usure est basé aussi sur le modèle d'Archard, ils considèrent que les engrenages fonctionnent dans un régime de lubrification limite et donc le coefficient d'usure est considéré constant. Dans cette thèse, le modèle développé prend en compte l'effet de la lubrification via un coefficient d'usure local, qui dépend de l'épaisseur de film lubrifiant et de la rugosité des surfaces. C'est pourquoi,

en plus du calcul des pressions et des vitesses de glissement, il est nécessaire de calculer l'épaisseur du film lubrifiant et de l'intégrer dans le calcul de l'usure sur la surface de denture de la roue. Cette tâche est intégrée dans le processus et elle sera détaillée plus tard dans ce chapitre.

Les données de base sont les conditions de fonctionnement et le nombre de cycles total pour calculer la profondeur d'usure.

La méthodologie décrite nécessite d'abord la détermination de la surface initiale des dents (sans usure). Ces surfaces initiales sont définies par la simulation du processus d'usinage de l'engrenage. Les géométries des surfaces initiales de la vis et de la roue en un point de contact donné sont données par  $(G^V)$ ,  $(G^R)^{\xi=0}$ , où l'exposant ( $\xi = 0$ ) indique que ce sont les surfaces initiales sans usure.

Avec ces géométries initiales de surface, une étude quasi-statique sous charge est effectuée à chaque position cinématique  $n$ , où  $n \in [1, N]$  ( $N$  est le nombre de positions cinématiques étudiées), afin de déterminer les pressions de contact et les vitesses de glissement à chaque point de contact.

Une fois les pressions et les vitesses calculées en chaque point, on peut évaluer l'épaisseur du film lubrifiant  $h_{min_{\mu\varepsilon}}$ . Cette épaisseur est utilisée ensuite pour calculer le coefficient d'usure local  $k_{\mu\varepsilon}$  en chaque point de contact.

Les valeurs de pression et de distance de glissement sont ensuite associées au coefficient d'usure local  $k_{\mu\varepsilon}$  et à la dureté  $H$  du matériau de la roue pour calculer l'usure qui s'est produite à chaque point de contact sur le flanc de la roue.

Dans la pratique, la quantité de matière enlevée au cours d'un seul cycle d'engrènement est très faible et dépend du coefficient d'usure.

Jusqu'à ce que l'usure accumulée sur un cycle d'engrènement à l'autre provoque un changement significatif de la forme des surfaces de contact, la quantité de matière enlevée au cours de chaque cycle successif d'engrènement sera la même, et elle sera distribuée sur la surface de la dent de la même façon. Il est clair que ce processus ne peut pas continuer indéfiniment, étant donné que la forme de la dent va progressivement changer avec le temps. Il est donc nécessaire d'introduire le concept d'étape d'usure. Ceci est le temps pendant lequel la forme géométrique de la dent n'a pas changé de manière significative.

Les cycles d'usure sont donc répétés plusieurs fois (étapes d'usure) avec les mêmes valeurs de pressions  $p$  et de distances  $s$ , pour accumuler l'usure jusqu'à ce que la profondeur maximale de l'usure devienne suffisamment grande, de manière à garantir une mise à jour de la géométrie de la surface de dent.

Les surfaces des dents usées  $(G_{ij})^{\xi}$  sont ensuite prises en compte dans le modèle de contact quasi-statique pour prédire les pressions de contact mises à jour  $(p_{\mu\varepsilon})_n$  pour toutes les positions cinématiques  $n \in [1, N]$  et le même processus est répété à partir du calcul de partage des charges jusqu'à ce qu'une autre mise à jour de la géométrie soit nécessaire (étape d'usure suivante). Cela est répété jusqu'à ce que le nombre final prédéfini de cycles  $C_k^{total}$  soit atteint.

Les sections suivantes décrivent comment les différents paramètres sont déterminés afin de calculer la profondeur d'usure.

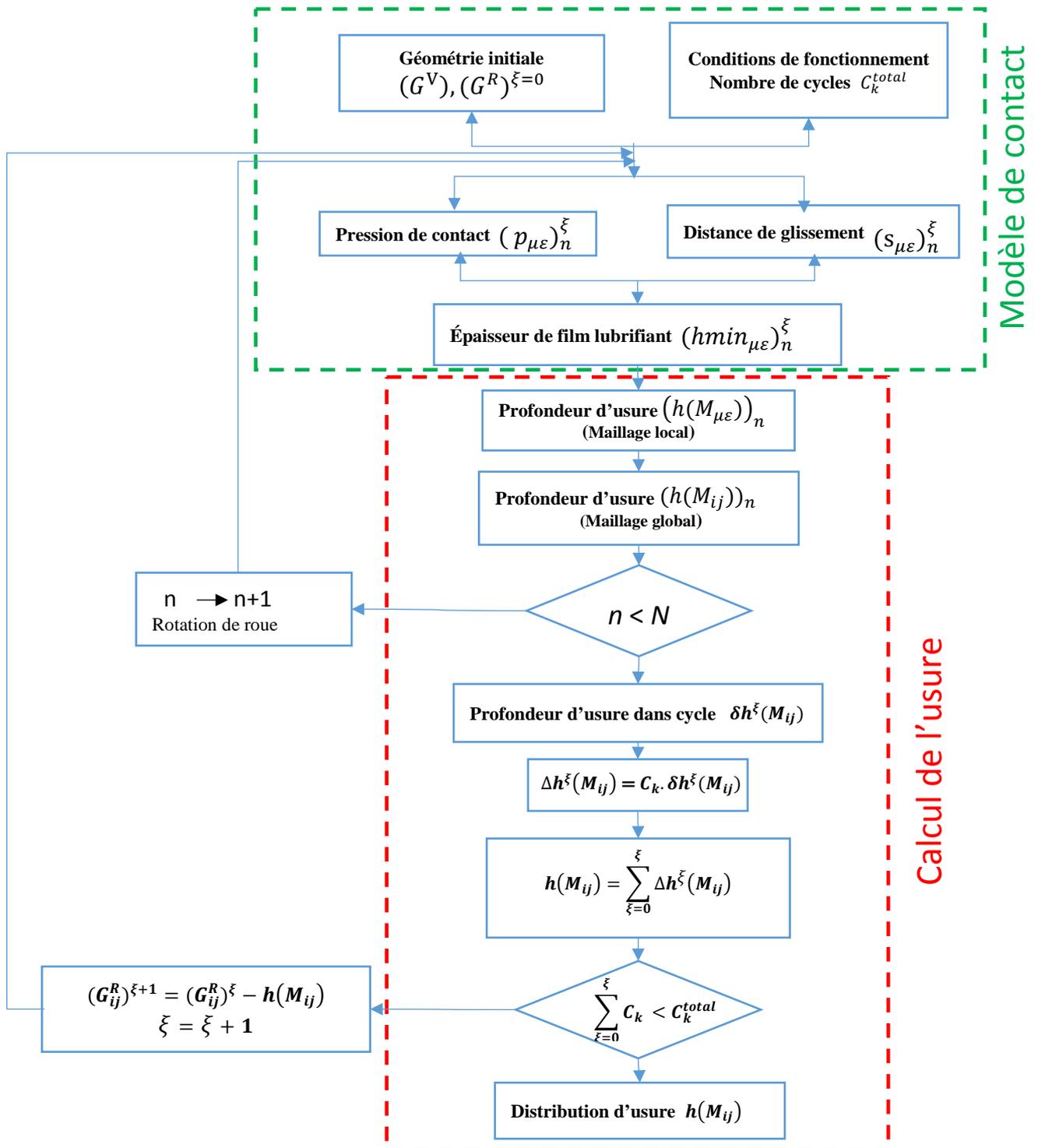


Figure III.1 : Méthodologie utilisée pour calculer l'usure de surface de la roue

## 2.3 Calcul des pressions de contact

Les pressions de contact sont calculées avec le modèle de contact quasi-statique présenté dans le Chapitre II, où la surface de denture est discrétisée par un maillage de la zone potentielle de contact, pour chaque position cinématique, en tenant compte de toutes les dents simultanément en contact. Le calcul est basé sur la résolution des équations de compatibilité des déplacements ainsi que sur la méthode des coefficients d'influence incluant les déformations de contact et les déformations de flexion des dentures dans leur environnement.

## 2.4 Calcul de la distance de glissement

La distance de glissement est définie comme la distance par laquelle un point représenté par un nœud sur la roue glisse par rapport à son point correspondant sur la vis.

$$s(M_{\mu\varepsilon}) \approx \|vg(M_{\mu\varepsilon})\|\Delta t = 2a(M_{\mu\varepsilon}) \frac{\|vg(M_{\mu\varepsilon})\|}{\|v_{roue}(M_{\mu\varepsilon})\|} \quad (\text{III.3})$$

Avec :

$vg(M_{\mu\varepsilon})$  : vitesse de glissement ou vitesse relative entre les surfaces de denture. Elle correspond à la différence entre la vitesse du point lié à la roue ( $M_{\mu\varepsilon}$ ) et la vitesse d'un point lié à la vis coïncidant avec ( $M_{\mu\varepsilon}$ ) dans le plan tangentiel entre les deux flancs,

$a(M_{\mu\varepsilon})$  : demi-largeur de contact,

$v_{roue}(M_{\mu\varepsilon})$  : vitesse du point de contact sur la surface de la roue.

## 2.5 Effet de la lubrification

Pour calculer l'usure sur la surface des flancs de roue, il est nécessaire de distinguer les zones qui sont soumises aux chargements et il faut introduire le paramètre de l'épaisseur de film lubrifiant pour différencier les régions soumises aux films épais et minces par rapport à la rugosité de surface.

Wu et Cheng [167], Priest et Taylor [168] ont suggéré que le régime de lubrification pouvait être caractérisé par le ratio  $\lambda$  entre l'épaisseur minimale du film lubrifiant entre les dentures et l'amplitude des rugosités des surfaces en contact défini par :

$$\lambda = \frac{h_{min}}{R_q} \quad (\text{III.4})$$

Où :

$h_{min}$  : épaisseur minimale de film lubrifiant.

$R_q$  : moyenne quadratique des RMS (Root Mean Square) des rugosités de la vis et de la roue.

Par définition, la rugosité est l'ensemble des irrégularités d'une surface à caractère micrographique (marques d'outils, arrachement, piqûres, fentes...) et macrographique (défauts de forme et de position, ondulation périodique). Généralement, les surfaces usinées ne sont pas parfaites, elles présentent des irrégularités dues aux procédés de fabrication, aux outils, ainsi qu'à la matière elle-même.

À partir de la relation (III.4), Wu et Cheng [167] ont proposé la classification suivante :

- Si  $\lambda < 1$  , lubrification limite avec des interactions fortes entre les aspérités,
- Si  $\lambda > 3$  , le régime de lubrification est élastohydrodynamique à film complet et séparation complète des surfaces,
- Si  $1 \leq \lambda \leq 3$  , le régime de lubrification est élastohydrodynamique partiel, intermédiaire entre les régimes limite et élastohydrodynamique.

### 2.5.1 Modification du coefficient d'usure

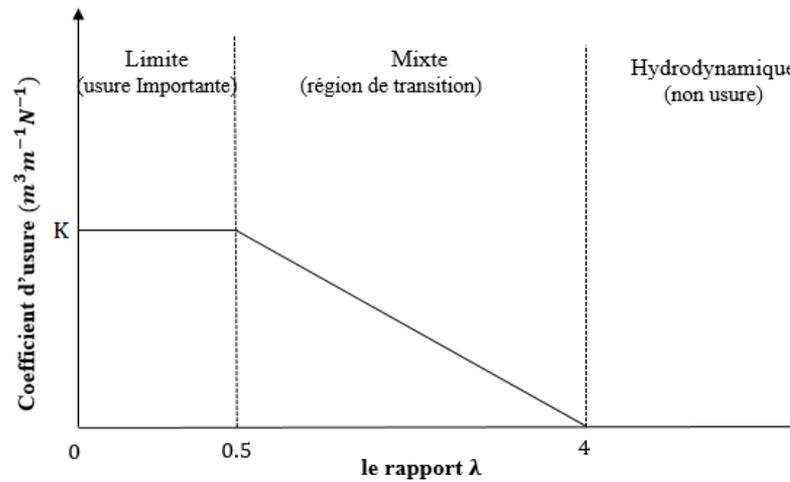
Dans le modèle d'Archard, le coefficient d'usure est un paramètre clef qui recouvre un nombre de propriétés et de phénomènes physiques dépendant, entre autre, du couple de matériaux en contact, des conditions de lubrification, de la vitesse de glissement, de la pression de contact, de la température, ... Ce facteur doit être déterminé expérimentalement.

Le coefficient d'usure d'Archard  $K$  peut être adapté pour prendre en compte l'effet de finition des surfaces ainsi que les conditions de lubrification, qui jouent un rôle important. En effet, l'usure varie en fonction de l'épaisseur du film lubrifiant, qui dépend elle-même de la géométrie, de la vitesse et du lubrifiant. En s'appuyant sur les travaux de Priest et Taylor [168], le coefficient d'usure d'Archard est modifié par un facteur qui est fonction du rapport  $\lambda$ , les valeurs suivantes ont été retenues dans le modèle (III.5) :

$$k(M_{\mu\varepsilon}) = \begin{cases} K & \text{si } \lambda(M_{\mu\varepsilon}) \leq 0.5 \\ \frac{2}{7}K(4 - \lambda(M_{\mu\varepsilon})) & \text{si } 0.5 < \lambda(M_{\mu\varepsilon}) \leq 4 \\ 0 & \text{si } \lambda(M_{\mu\varepsilon}) > 4 \end{cases} \quad \text{(III.5)}$$

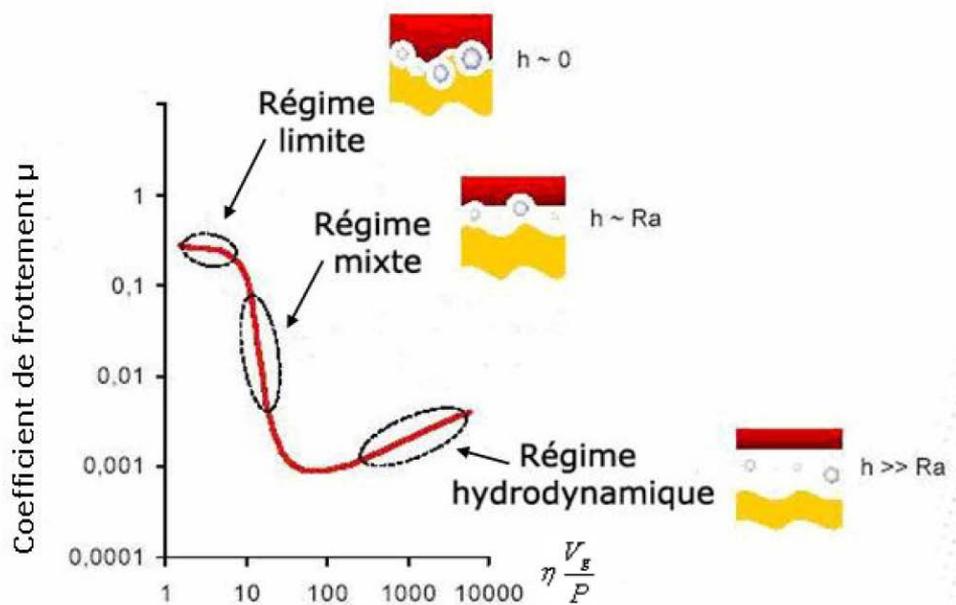
Selon la relation (III.5), trois régimes de lubrification sont distingués, Figure III.2 :

- 1) Dans un régime de lubrification limite où les interactions entre les surfaces sont fortes (rapport  $\lambda(M_{\mu\varepsilon}) \leq 0.5$  ), l'usure sera importante et le coefficient d'usure locale ( $k(M_{\mu\varepsilon}) = K$ ) est considéré, sa valeur est généralement déterminée expérimentalement.
- 2) Lorsque la séparation par le lubrifiant empêche toute interaction directe entre les surfaces (régime hydrodynamique) ( $\lambda(M_{\mu\varepsilon}) > 4$ ), l'usure est considérée comme nulle ( $k(M_{\mu\varepsilon}) = 0$ ).
- 3) Enfin, un régime intermédiaire (mixte) pour lequel une variation linéaire du coefficient d'usure local entre les deux cas 1) et 2) est introduite.



**Figure III.2 : Variation du coefficient d'usure en fonction du rapport  $\lambda$**

Notons ici que le coefficient de frottement n'apparaît pas de manière explicite dans le modèle d'usure, mais le coefficient d'usure est lié indirectement au coefficient de frottement par le régime de lubrification, comme le montre la courbe de Stribeck (Figure III.3), qui met en évidence l'évolution du coefficient de frottement en fonction des paramètres contrôlant la lubrification et les épaisseurs de film lubrifiant : la charge appliquée (qui définit la pression de contact  $P$ ), la vitesse de glissement  $V_g$  et la viscosité du lubrifiant  $\eta$ . Dans une représentation logarithmique, trois principaux régimes de lubrification peuvent être distingués : le régime hydrodynamique, le régime mixte et le régime limite. Ces différents régimes sont gouvernés par le rapport entre l'épaisseur du film lubrifiant  $h$  et la rugosité des surfaces  $R_a$ . Si ce rapport est grand, le régime hydrodynamique prévaut. Par contre, si ce rapport tend vers zéro, le régime limite s'établit et le coefficient de frottement augmente. Le passage d'un régime à un autre dépend des conditions de vitesse et de pression ainsi que de la viscosité du lubrifiant qui déterminent l'épaisseur de film lubrifiant entre les deux surfaces antagonistes.



**Figure III.3 : Représentation sur une courbe de Stribeck des différents régimes de lubrification [169]**

## 2.5.2 Calcul de l'épaisseur du film lubrifiant

Venner [170] a publié une équation combinée pour déterminer l'épaisseur minimale du film lubrifiant ( $h_{min}$ ). Cette équation donne des résultats précis dans les quatre régimes EHD définis par Johnson [171]. Elle est exprimée sous la forme suivante :

$$H_{min} = \left[ \left\{ (0,99 \cdot M^{-1/8} \cdot L^{3/4} \cdot t)^r + (2,05 \cdot M^{-1/5})^r \right\}^{s/r} + (2,45 \cdot M^{-1})^s \right]^{1/s} \quad \text{(III.6)}$$

Avec :

$$t = 1 - \exp\{-3,5 \cdot M^{1/8} \cdot L^{-1/4}\},$$

$$r = \exp\{1 - 3/(L + 4)\},$$

$$s = 3 - \exp\{-1/(2 \cdot M)\}.$$

$H_{min}$  : L'épaisseur minimale de film lubrifiant sans dimension.

$$H_{min} = h_{min}/R(2U)^{-1/2} \quad \text{(III.7)}$$

$L$  : Paramètre matériaux sans dimension,

$M$  : Paramètre charge sans dimension.

$$L = G(2U)^{1/4} \quad \text{(III.8)}$$

$$M = W(2U)^{-1/2} \quad \text{(III.9)}$$

Où :

$G$ : paramètre de matériaux.
$U$ : paramètre de vitesse sans dimension.
$W$ : paramètre de charge sans dimension.

$$G = \alpha_{pv} * E' \quad \text{(III.10)}$$

---

$G$	:	paramètre de matériaux.
$\alpha_{pv}$	:	coefficient de piézo-viscosité [ $\text{Pa}^{-1}$ ].
$E'$	:	module d' Young équivalent $\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right]$ .
$E_1, E_2$	:	module d' Young du matériau de la vis et de la roue respectivement [ $\text{N/m}^2$ ].
$v_1, v_2$	:	coefficient de Poisson du matériau de la vis et de la roue respectivement.

---

$$U = \frac{\eta_0 * (u_1 + u_2)}{2E'R} \quad \text{(III.11)}$$

---

$U$	:	paramètre de vitesse sans dimension.
$\eta_0$	:	viscosité à pression ambiante [ $\text{Pa}\cdot\text{s}$ ].
$E'$	:	module d' Young équivalent $\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right]$ [ $\text{N/m}^2$ ].
$u_1, u_2$	:	vitesse normale de la vis et de la roue respectivement [ $\text{m/s}$ ].

---

$$W = \frac{w}{E'R} \quad \text{(III.12)}$$

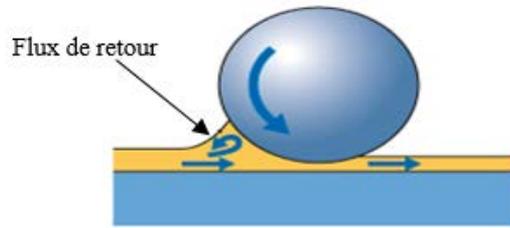
---

$W$	:	paramètre de charge sans dimension.
$w$	:	charge par unité de largeur [ $\text{N/m}$ ].
$E'$	:	module d' Young équivalent $\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right]$ [ $\text{N/m}^2$ ].
$R$	:	Rayon de courbure équivalent $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ( $R_1, R_2$ rayon de courbure de la vis et de la roue respectivement) [ $\text{m}$ ].

---

### 2.5.3 Correction de l'épaisseur du film lubrifiant

Seule une minuscule quantité de lubrifiant sert à former le film hydrodynamique. Une partie de l'huile qui se trouve près de l'entrée du contact sera donc rejetée et produira un flux de retour (Figure III.4). Ce flux inversé cisaille le lubrifiant, générant de la chaleur, qui aura pour conséquence d'abaisser le degré de viscosité de l'huile et de réduire l'épaisseur du film.



**Figure III.4 : Lubrifiant à l'entrée de zone de contact [172]**

L'écoulement du lubrifiant n'est donc pas parfaitement isotherme et l'échauffement du fluide dans la zone de génération de pression peut conduire à une diminution de l'épaisseur de film lubrifiant, introduite par le facteur de réduction thermique  $\Phi_T$  (Gupta et al. [173]):

$$\lambda = \frac{h_{min} \Phi_T}{R_q} \quad (\text{III.13})$$

Où :

$$\Phi_T = \frac{1 - 13.2 * \frac{P}{E'} * L^{0.42}}{1 + 0.213 * (1 + 2.23 * S^{0.83}) * L^{0.640}} \quad (\text{III.14})$$

L : paramètre sans dimension, caractéristique de l'état thermique.

$$L = \left( -\frac{\partial \eta}{\partial T} \right) * \frac{(u_1 + u_2)^2}{4 * K_f} \Rightarrow L = \eta * \frac{\beta^* * (u_1 + u_2)^2}{4 * K_f * T^2} \quad (\text{III.15})$$

S : paramètre sans dimension caractéristique du glissement.

$$S = 2 * \frac{u_1 - u_2}{u_1 + u_2} \quad (\text{III.16})$$

---

$K_f$  : conductivité thermique du lubrifiant [W/ (m.K)]

$\beta^*$  : coefficient de thermo-viscosité du lubrifiant [K]

T : température absolue de fonctionnement [K]

$\eta$  : viscosité dynamique du lubrifiant [Pa.s]

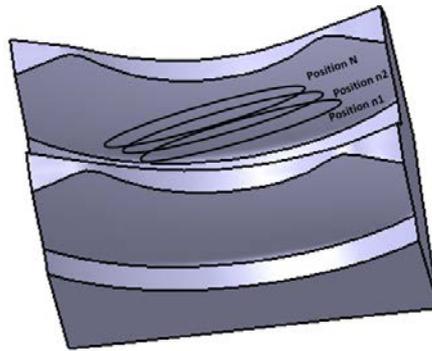
$E'$  : module d'Young équivalent défini précédemment [N/m<sup>2</sup>]

---

## 2.6 Maillage local et global

Comme présenté dans le chapitre précédent, un maillage local a été utilisé dans le modèle de contact quasi-statique développé. Ce maillage de contact se compose de  $M$  tranches selon la largeur de la dent et  $N$  colonnes selon le profil de la dent (hauteur). Ce maillage est déterminé pour chaque position cinématique étudiée, avec  $n \in [1, N]$ , afin de calculer les pressions de contact instantanées sur chaque maille de contact.

À chaque position cinématique  $n$ , la zone de contact est localisée sur un emplacement différent (Figure III.5). Par conséquent, le modèle de contact utilise différents maillages de contact pour chaque position cinématique  $n$ .



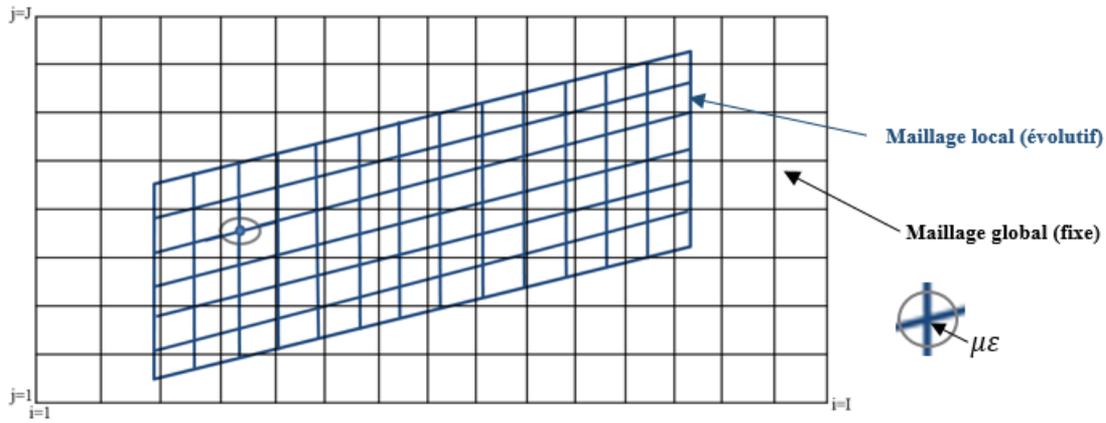
**Figure III.5 : Zones de contact évolutives**

Les coordonnées de chaque point du maillage de contact local (évolutif) sur la surface de dent change en fonction des  $n$  positions. Par conséquent, les répartitions d'usure prédites sur le maillage local  $(h(M_{\mu\varepsilon}))_n$  doivent être transformées en points de maillage global fixes (composé de  $I$  tranches selon la largeur de la dent et  $J$  colonnes selon le profil de la dent) sur la surface de la dent afin d'obtenir  $(h(M_{ij}))_n$ . Cette tâche de transformation de maillage local à un maillage global est indiquée sur la (Figure III.1).

Puisque la largeur de contact à n'importe quelle position cinématique  $n$  est très petite par rapport à la taille de la dent, les deux maillages : global et local représentés sur la Figure III.6 doivent être suffisamment fins.

Si un nœud chargé du maillage évolutif  $\mu\varepsilon$  est contenu dans l'un des carreaux  $ij$  du maillage global fixe à une position cinématique étudiée  $n$ , alors les valeurs de l'usure sont transférées de telle manière que :

$$(h(M_{\mu\varepsilon}))_n = (h(M_{ij}))_n$$



**Figure III.6 : Maillage local évolutif sur le maillage global fixe de la surface de la dent**

Une fois que la profondeur d'usure maximale devient suffisante pour mettre à jour la géométrie de la surface de la dent, le changement de la géométrie est basé sur l'enlèvement de matière de la dent en chaque point du maillage local en utilisant le même principe expliqué ci-dessus. Si un nœud du maillage local est contenu dans l'un des carreaux fixes, la valeur de profondeur d'usure est transformée de telle sorte que :  $h_{\mu\epsilon} = h_{ij}$ .

## 2.7 Calcul de la profondeur d'usure

La profondeur d'usure  $\delta h(M_{ij})$  est déduite en chaque point de contact pour un seul cycle d'engrènement. Comme on l'a déjà expliqué, dans des situations pratiques, la quantité de matière enlevée pendant un cycle d'engrènement est très faible.  $p$  et  $s$  ne doivent pas être calculés à chaque cycle. Le concept de l'étape d'usure est utilisé, ce qui correspond au nombre de cycles pour lequel la géométrie de flanc peut être supposée inchangée avec l'usure. Donc, selon la Figure III.1 la profondeur d'usure calculée dans une étape d'usure ( $\xi$ ) correspondant à  $C_k$  cycles est :

$$\Delta h^\xi(M_{ij}) = C_k \cdot \delta h^\xi(M_{ij}) \quad (\text{III.17})$$

La profondeur d'usure finale, à chaque point  $M_{ij}$ , est la somme de profondeur d'usure après chaque mise à jour de la géométrie :

$$h(M_{ij}) = \sum_{k=0}^{\xi} \Delta h^\xi(M_{ij}) \quad (\text{III.18})$$

Enfin, le nombre total de cycles nécessaire pour atteindre  $h(M_{ij})$  est la somme du nombre des cycles d'usure, après chaque mise à jour de géométrie tel que :

$$C_k^{total} = \sum_{\xi=0}^{\xi} C_k \quad (\text{III.19})$$

## 2.8 Introduction des distributions d'usure sur les flancs de dents

Le modèle utilisé pour simuler l'usure doit pouvoir tenir compte des écarts de surfaces générés par l'usure éventuelle de la surface de la roue. L'écart total au point de contact  $M_{ij}$  (Figure III.7) correspond donc à la somme de l'écart initial  $e(M_{ij})$  (sans usure) entre les surfaces des dents de la roue et de la vis et la profondeur d'usure totale enlevée en ce point :

$$e^\xi(M_{ij}) = e(M_{ij}) + \sum_{k=0}^{\xi-1} \Delta h^k(M_{ij}) \quad (\text{III.20})$$

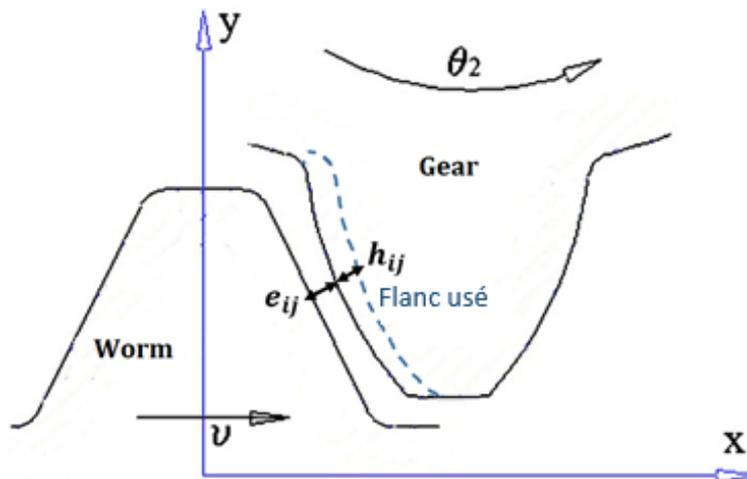


Figure III.7 : L'écart entre les surfaces avec usure

## 2.9 Jeu de battement (backlash)

La perte de matière sur la dent par l'usure peut être évaluée en mesurant l'augmentation du jeu de battement. Dans la pratique, ce changement de jeu est surveillé. Sa limite correspond à des dents de la roue devenues trop minces pour soutenir la charge de fonctionnement.

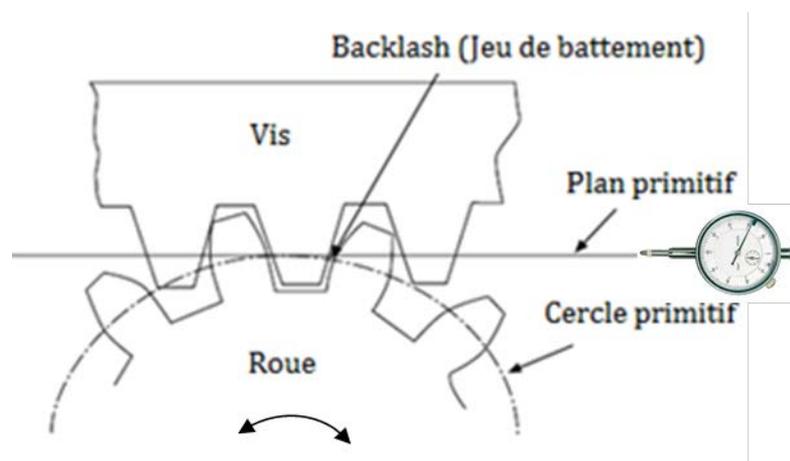
Le jeu de battement (backlash) est défini comme l'angle mesuré au niveau du rayon primitif de la roue, en bloquant la vis et en faisant tourner la roue à vide dans les deux sens de rotation pour l'amener en contact avec la vis [174]. Il peut être aussi défini comme la différence entre l'entredent de la roue mesurée sur le cercle primitif et l'épaisseur de la vis correspondante. (Figure III.8).

La norme allemande DIN 3975 fournit des définitions de différentes catégories de jeu de battement [174], comme par exemple :

- Un jeu de battement axial qui correspond à la distance mesurée le long d'une ligne parallèle à l'axe de vis sans fin entre les flancs non chargés de la vis et de la roue quand leurs flancs sont en contact,
- Un jeu de battement normal est la plus courte distance entre les flancs non chargés de la vis et de la roue lorsque leurs flancs sont en contact,
- Un jeu radial : le jeu radial est la distance la plus courte mesurée le long d'une ligne parallèle à la ligne des centres, entre les flancs non chargés de la vis et de la roue lorsque leurs flancs sont en contact.

Une certaine quantité de jeu est nécessaire au bon fonctionnement de l'engrenage. Il permet d'une part une bonne lubrification et d'autre part compenser les erreurs de fabrication.

Dans le modèle développé, le jeu de battement est calculé en angulaire sur l'axe de la roue, ce calcul est effectué en bloquant la rotation de la vis et en faisant tourner la roue dans un sens, puis dans l'autre. Cette quantité peut être ramenée en linéaire sur le rayon primitif de la roue.



**Figure III.8 : Jeu de battement (backlash)**

### 3. Exemple de résultats

#### 3.1 Données géométriques

Ce paragraphe présente quelques résultats obtenus avec le modèle numérique développé. Pour cet exemple, les données de l'engrenage utilisé sont issues de [156]. La vis est en acier cémenté trempé, la roue est en bronze phosphoreux coulé en coquille et le lubrifiant est de l'huile synthétique Polyglycol. Les données géométriques concernant la vis et la roue sont regroupées dans le Tableau III.1.

Cette géométrie servira également de base pour les travaux présentés au Chapitre IV.

	<b>Vis</b>	<b>Roue</b>
Profil	A	
Nombre de filets /dents	1	40
Module axial	4.95 mm	
Angle d'inclinaison d'hélice	5.437°	
Angle de pression	21.81°	
Pas hélicoïdal	15.551 mm	
Rayon de référence	26 mm	99 mm
Largeur de la roue		45 mm
Rayon extérieur de la roue		110 mm
Entraxe	125 mm	

**Tableau III.1 : Données générales de l'engrenage**

À partir de données géométriques fournies, il est possible de déduire les différentes données de la vis et de la roue nécessaires à l'utilisation du modèle numérique (Tableau III.2).

Données de la vis	
Type de profil	A
Nombre de filets	1
Pas hélicoïdal	15.551mm
Rayon de référence	26 mm
Rayon de tête	30.95 mm
Rayon de pied	20.06 mm
Angle de pression	21.81°
Épaisseur axiale de l'outil	7.775 mm
Données de la roue	
Nombre de dents	40
Largeur de denture	45 mm
Rayon extérieur	110 mm
Rayon de tête	103.94 mm
Rayon de la gorge	21.06 mm
Données de fonctionnement	
Entraxe de fonctionnement	125 mm
Décalage de la vis	0 mm
Inclinaison de la roue	0°

**Tableau III.2 : Données géométriques nécessaires pour RouVis\_Metal**

La roue utilisée est taillée avec un outil mouche. Le taillage par outil mouche n'est pas intégré dans RouVis\_Metal, la roue sera donc considérée comme taillée avec une fraise-mère identique à la vis. Les données de la fraise-mère sont estimées et regroupées dans le Tableau III.3.

Données de la fraise-mère	
Type de profil	A
Nombre de filets	1
Pas hélicoïdal	15.551mm
Rayon de référence	26 mm
Rayon de tête	31.95 mm
Rayon de pied	21.05 mm
Angle de pression axial	21.81°
Épaisseur axiale de l'outil	7.775 mm
Données de taillage	
Entraxe de taillage	125 mm
Décalage de la fraise-mère	0 mm
Inclinaison de la fraise-mère	0 °

**Tableau III.3 : Données manquantes estimées pour la fraise-mère**

Les données de fonctionnement et les données de matériaux et du lubrifiant sont indiquées dans le Tableau III.4 et le Tableau III.5 respectivement.

Données de fonctionnement	
Couple moteur	60 (N.m)
Vitesse de rotation de la vis	1500 (tr/mn)

**Tableau III.4 : Données de fonctionnement**

Données de matériaux du lubrifiant	
Coefficient initial d'usure K	2.5 E-8
Température du lubrifiant à l'éjection	333K
Coefficient de piézo-viscosité du lubrifiant	9.5 E-9 Pa
Coefficient de thermo-viscosité du lubrifiant	3200 K
Conductivité thermique du lubrifiant	0.148 W/ (m. K)
Viscosité du lubrifiant	0.227 Pa.s
Dureté de la roue	1GPa
Module d' Young de la vis	203 GPa
Coefficient de Poisson de la vis	0.29
Module d' Young de la roue	110 GPa
Coefficient de Poisson de la roue	0.29

**Tableau III.5 : Données relatives aux matériaux et au lubrifiant**

La valeur du coefficient d'usure utilisée est (2.5 E-8) [175] pour un contact acier/bronze lubrifié. Notons qu'il avait été envisagé de mesurer le coefficient de frottement et le coefficient d'usure du bronze, mais pour des raisons matérielles, les essais n'ont pas pu être effectués. Un protocole a tout de même été défini avec toutes les équations nécessaires pour déduire le coefficient d'usure. Afin de déterminer ce coefficient à partir du modèle d'Archard, il est nécessaire de déterminer la charge supportée par les aspérités en contact (Annexe 4). Plusieurs essais avec différentes conditions de fonctionnement (charge, vitesse, durée) doivent être réalisés pour déterminer ce coefficient d'usure.

Dans la suite, des exemples de résultats sont présentés. Le modèle d'usure développé est utilisé avec les données géométriques indiquées précédemment avec 3 étapes d'usure. Chaque étape correspond à l'enlèvement de matière maximale de  $4\mu\text{m}$ , la géométrie est mise à jour après chaque étape d'usure. Rappelons que les pressions sont calculées en se basant sur les équations de compatibilité de déplacement et la méthode des coefficients d'influence. Le temps de calcul nécessaire pour calculer l'usure dans une étape est environ 4 minutes.

### 3.2 L'usure dans une étape d'usure

L'enlèvement de matière à chaque point de contact de la surface de denture peut être présenté après chaque étape d'usure. La Figure III.9 montre la portée d'usure dans la première étape d'usure. L'usure la plus élevée se situe dans la zone proche du pied de dent, ce qui se produit pour plusieurs raisons : tout d'abord, la vitesse de glissement est proportionnelle à la distance de l'axe de rotation de la vis sans fin. Par conséquent, celle-ci est plus grande dans la partie extérieure du filet de vis sans fin, qui est en contact avec le pied de la dent de la roue comme le montre la Figure III.10. Les pressions de contact sont plus élevées près du pied de la roue (Figure III.11), enfin les épaisseurs du film lubrifiant sont fines dans cette zone (Figure III.12).

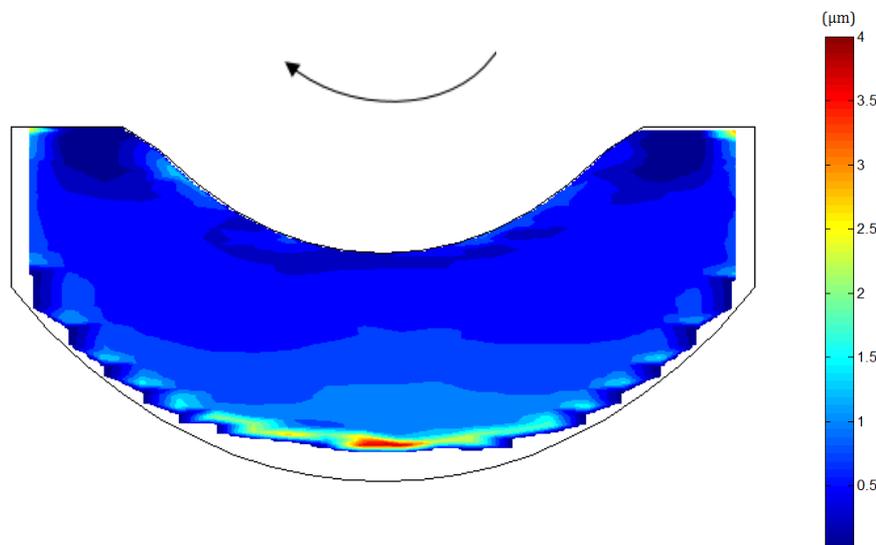


Figure III.9 : Usure dans la première étape

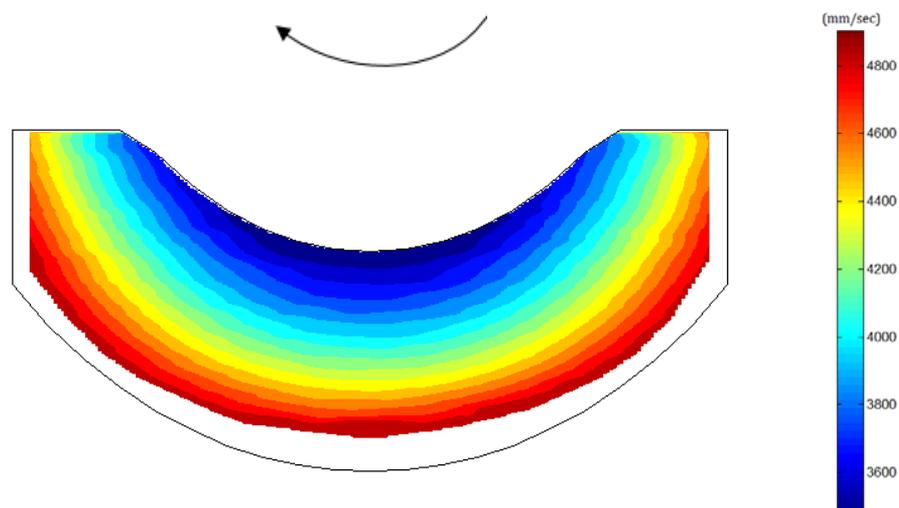
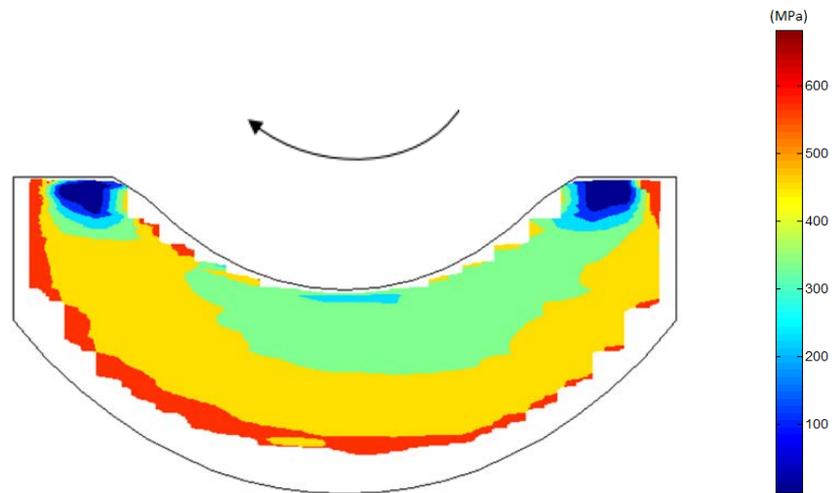
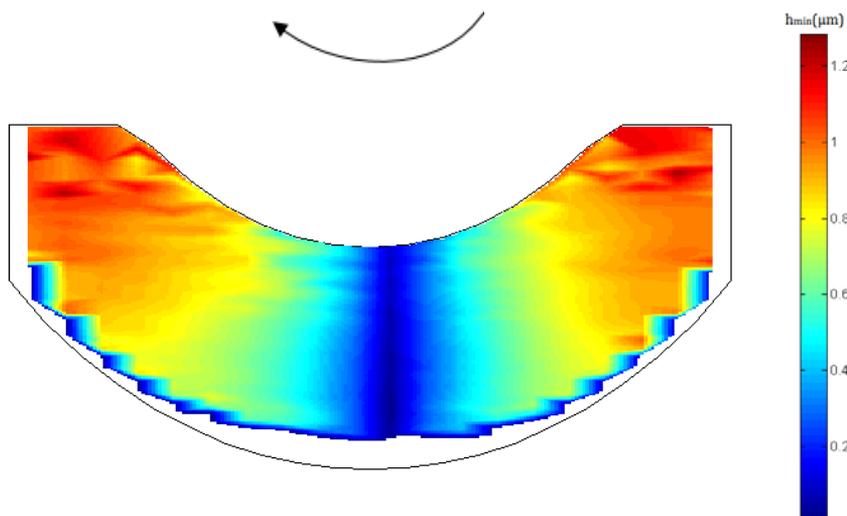


Figure III.10 : Vitesse de glissement



**Figure III.11 : Pressions de contact**



**Figure III.12 : Epaisseur du film lubrifiant**

### 3.3 *L'usure cumulée*

Il est possible de tracer l'usure cumulée en tout point de contact après chaque étape d'usure, celles-ci étant représentées sur le flanc de la roue. La Figure III.13 montre l'usure cumulée après trois étapes d'usure.

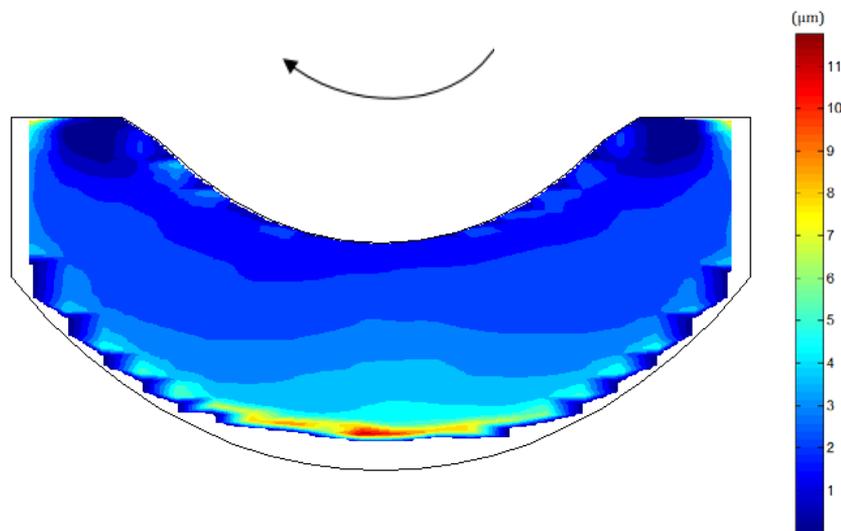


Figure III.13 : L'usure cumulée après trois étapes

### 3.4 Partage des charges

Comme les pressions de contact changent en fonction de l'usure, la répartition des efforts sur chaque dent en contact est également modifiée. Pour chaque étape d'usure, on peut donc suivre, pour chaque position, le nombre de dents en contact ainsi que l'effort que supporte chacune de ces dents (Figure III.14).

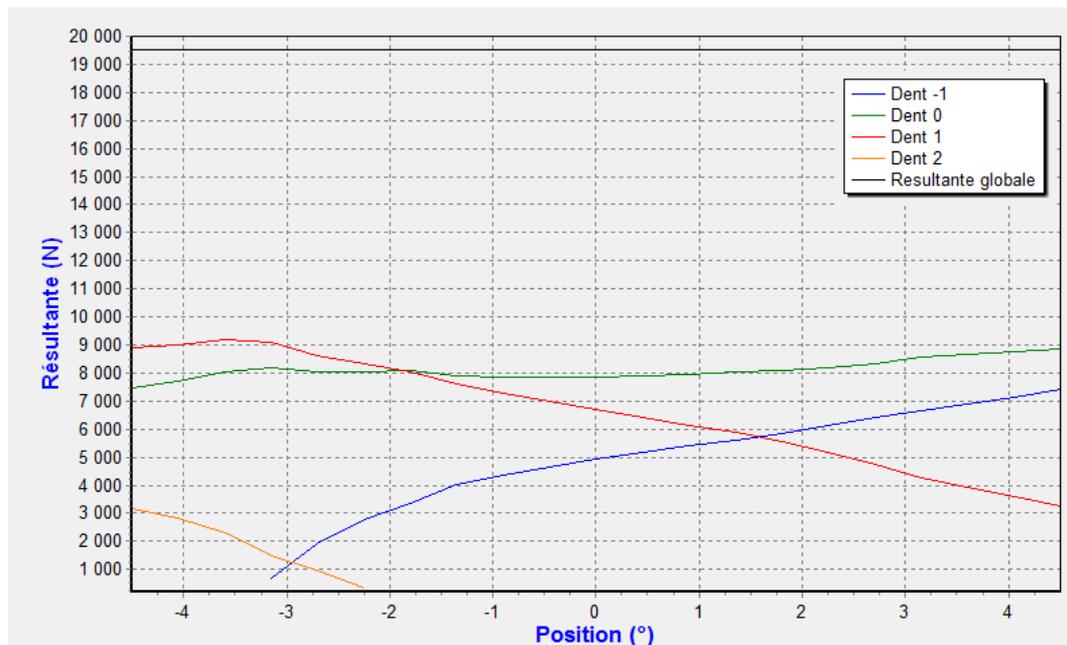


Figure III.14 : Partage de charge après trois étapes

### 3.5 L'erreur de transmission

La forme initiale d'une dent de la roue change à cause de l'usure et donc les caractéristiques de transmission, telle que l'erreur de transmission, sont également modifiées. Rappelons que le

principe de calcul de l'erreur de transmission a été présenté dans le chapitre précédent, cette erreur correspond à l'erreur cinématique à vide auquel sont ajoutées les erreurs dues à la flexion des dents et de leurs supports et à l'écrasement des surfaces au niveau du contact. Cette erreur correspond à l'angle entre la position théorique (s'il n'y avait pas de déformations des dents, ni d'erreur de positionnement...) et la position réelle de la dent pour une position cinématique donnée. Pour chaque étape d'usure, le calcul est fait sur différentes positions cinématiques, on peut alors représenter l'erreur de transmission comme le montre la Figure III.15.

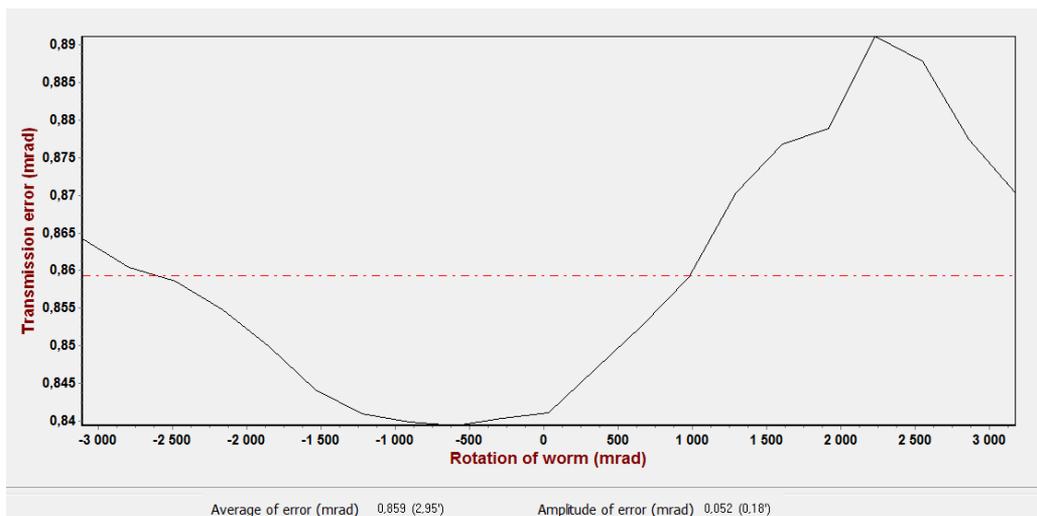


Figure III.15 : Erreur de transmission après trois étapes

### 3.6 Le jeu de battement (*backlash*)

Le jeu de battement permet d'évaluer la perte de matière par l'usure sur la dent, il est calculé pour chaque étape d'usure et pour toutes les positions cinématiques étudiées, il est défini en angulaire sur l'axe de la roue. La Figure III.16 montre le jeu de battement calculé après trois étapes d'usure, les résultats au bas de la fenêtre indiquent la moyenne, le minimum, le maximum et l'amplitude du jeu de battement en milli-radians. La valeur entre parenthèse correspond au jeu exprimé en minute d'angle.

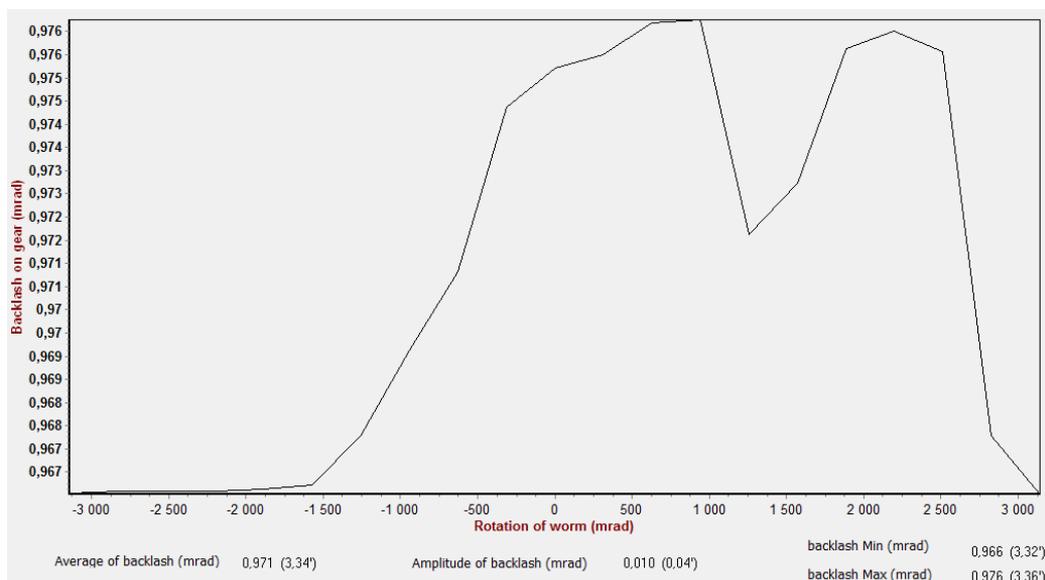


Figure III.16 : Jeu de battement après trois étapes

## 4. Influence de la taille de l'étape d'usure

Le concept de l'étape d'usure est introduit dans ce paragraphe. L'étape de l'usure correspond au temps (ou nombre de cycles), durant lequel un maximum de matière est enlevée de la roue par le processus d'usure.

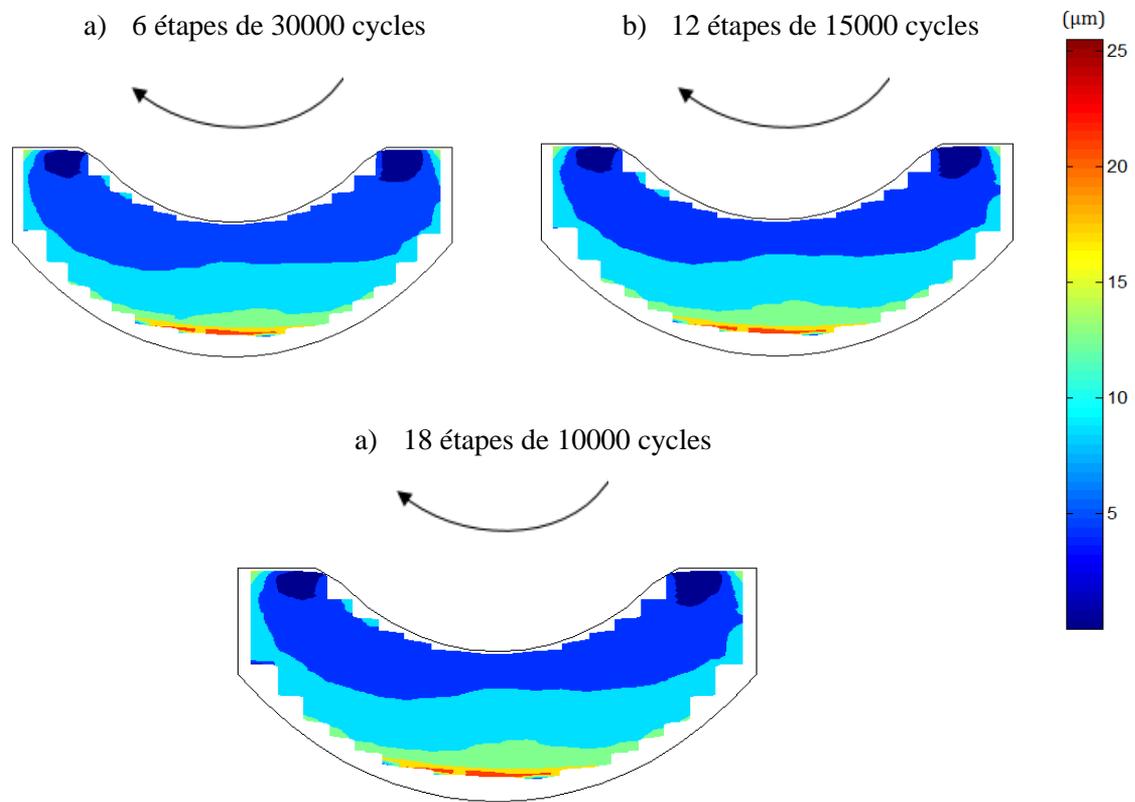
La question qui se pose est de connaître la taille de l'étape d'usure pour que les résultats du modèle d'usure soient corrects. Il a été constaté par des essais dans l'exemple considéré que le processus est devenu instable si l'étape d'usure était de telle sorte que la quantité de matière enlevée dépasse  $10\mu\text{m}$ . À ce niveau, l'enlèvement d'un maximum de  $10\mu\text{m}$  de matière de la dent de la roue provoque des différences significatives dans la manière dont les pressions sont générées.

Le modèle d'usure est exécuté à partir de la géométrie initiale, en utilisant une durée de fonctionnement totale identique et des étapes d'usure différentes :

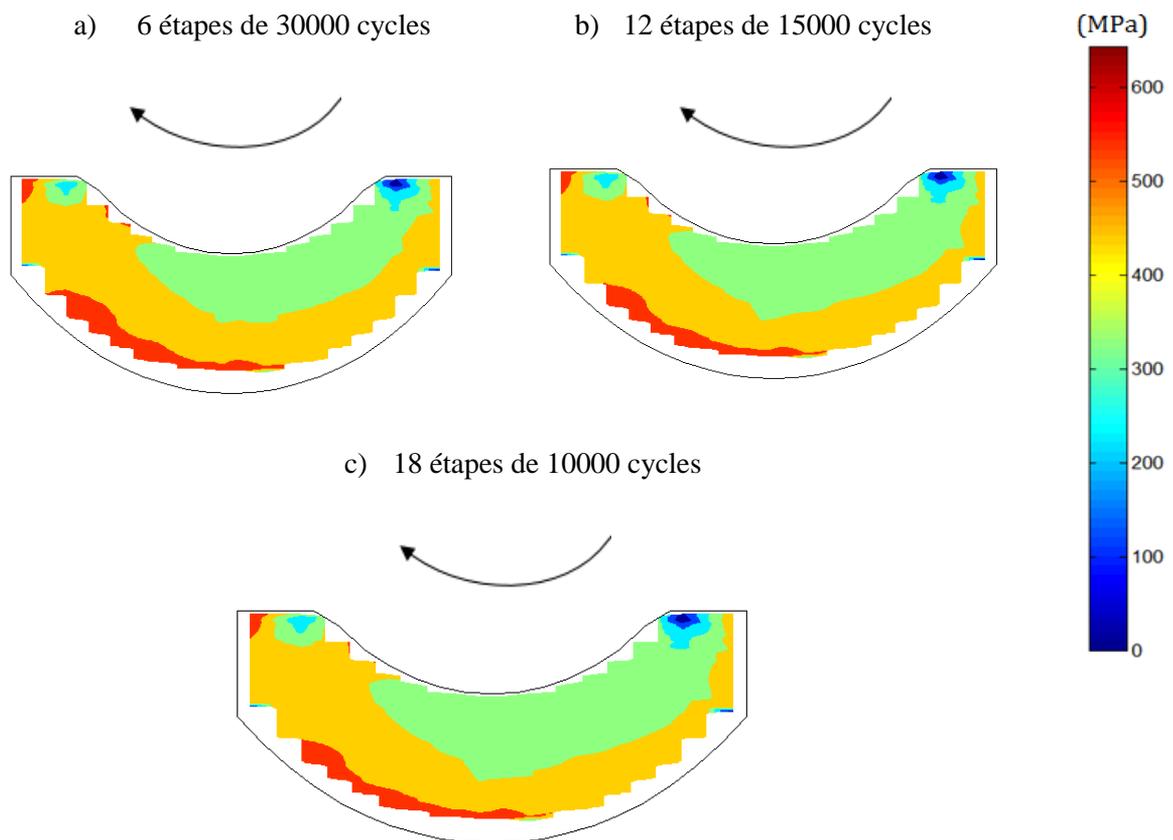
- Six étapes d'usure de 30000 cycles chacune,
- Douze étapes d'usure de 15000 cycles chacune,
- Dix-huit étapes d'usure de 10000 cycles chacune.

Les figures (Figure III.17\_a, Figure III.17\_b, Figure III.17\_c) comparent l'usure cumulée après une durée de 180000 cycles en utilisant des étapes d'usure (30000 cycles, 15000 cycles et 10000 cycles). Il est clairement montré que les différences entre les modèles sont mineures avec un enlèvement de matière maximale calculée de  $25.53\mu\text{m}$ ,  $25.12\mu\text{m}$  et  $25.01\mu\text{m}$  respectivement, avec une excellente correspondance générale dans les valeurs d'usure et la variation sur la surface de la dent.

Les figures (Figure III.18\_a, Figure III.18\_b, Figure III.18\_c) montrent les pressions obtenues après 180000 cycles en utilisant des étapes d'usure (30000 cycles, 15000 cycles et 10000 cycles). Il existe aussi des différences mineures avec une pression maximale de 644 MPa, 654 MPa et 658 MPa respectivement.

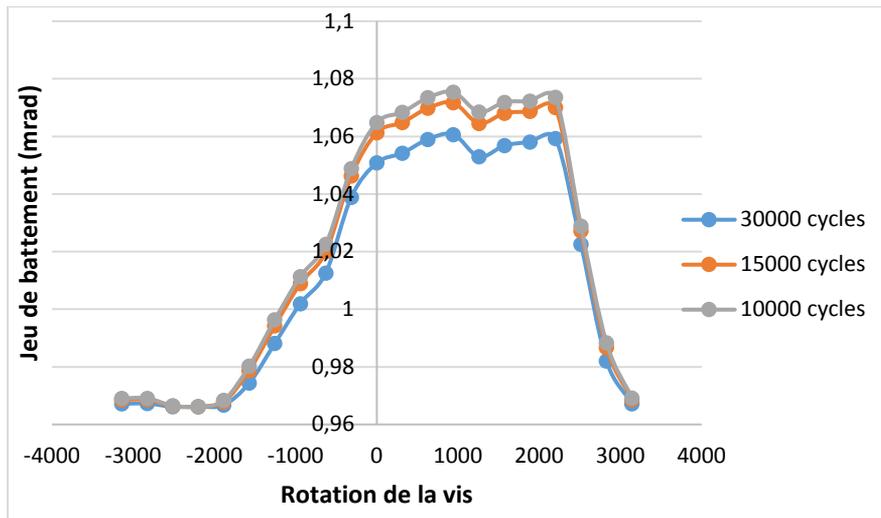


**Figure III.17 : Usure cumulée après 180000 cycles en utilisant des étapes d'usure : a) 30000 cycles, b) 15000 cycles et c) 10000 cycles.**

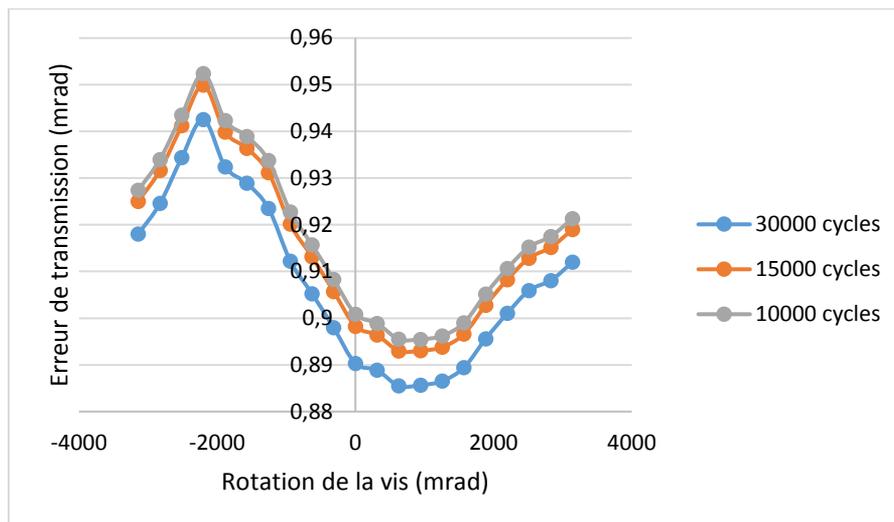


**Figure III.18 : Pressions de contact après 180000 cycles en utilisant des étapes d'usure : a) 30000 cycles, b) 15000 cycles et c) 10000 cycles.**

Les figures (Figure III.19 et Figure III.20) représentent le jeu de battement et l'erreur de transmission obtenus en utilisant des étapes d'usure (30000 cycles, 15000 cycles et 10000 cycles). Les courbes montrent des résultats quasiment identiques pour les trois cas d'étapes d'usure considérées. La différence entre le jeu obtenu en utilisant des étapes de 30000 cycles ou 10000 cycles d'usure ne dépasse pas 1.5%. Comme pour le calcul de l'usure cumulée, le jeu de battement et l'erreur de transmission peuvent être considérés comme insensibles à la taille de l'étape de l'usure adoptée.



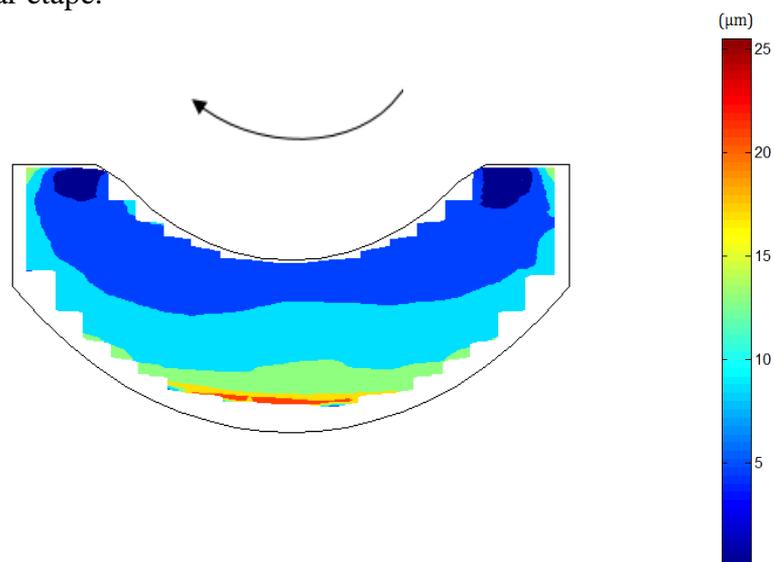
**Figure III.19 : Jeu de battement angulaire sur la roue obtenu avec différentes étapes d'usure**



**Figure III.20 : Erreur de transmission obtenu avec différentes étapes d'usure**

Une autre approche peut être considérée, dans laquelle les étapes d'usure sont de durées différentes, avec une longueur de l'étape d'usure choisie de sorte que la même quantité maximale de matière ait été enlevée. C'est-à-dire le nombre de cycles correspondant à chaque étape n'est pas fixe, mais il est calculé selon  $C_k = \Delta w / \delta^{max}$  pour chaque étape d'usure individuelle, où  $\Delta w$  est l'enlèvement maximum de matière par étape d'usure.

Il est constaté qu'une valeur de  $\Delta w = 4\mu\text{m}$  donne la même usure cumulée après six étapes d'usure, comme les modèles avec des étapes d'usure fixes (Figure III.21). Ce mode d'exploitation permet de calculer l'usure sur une longue période de fonctionnement, mais avec moins d'étapes d'usure. Par exemple, l'étude de l'usure sur 1000000 cycles nécessite 34 étapes d'usure avec des étapes d'usure de même durée (30000 cycles) alors qu'il nécessite 25 étapes avec des étapes d'usure de durées différentes correspondant à un enlèvement maximum de matière de  $4\mu\text{m}$  par étape.



**Figure III.21 : Usure cumulée obtenue après 180000 cycles en utilisant des étapes d'usure de  $4\mu\text{m}$ .**

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, une méthodologie a été proposée pour simuler l'usure de la roue pour les engrenages roues et vis sans fin. Dans cette méthodologie, un modèle de contact quasi-statique de la répartition des charges est combiné avec une formulation d'usure d'Archard.

Le modèle d'usure adopté suppose que la profondeur d'usure est proportionnelle au produit de la pression de contact et de la distance de glissement. De plus, il repose sur l'hypothèse que l'engrenage fonctionne en régime de lubrification mixte, ainsi le coefficient d'usure d'Archard n'est pas considéré constant.

Les évolutions de l'usure déduites du modèle d'Archard doivent donc prendre en compte l'influence des conditions de lubrification. Celles-ci sont intégrées avec un coefficient d'usure local, dépendant de l'épaisseur de film lubrifiant, rapportée à l'amplitude des rugosités des surfaces.

L'enlèvement de matière par l'usure du flanc de la roue influe sur la répartition des pressions et donc les modifications des dents doivent être incluses dans la prédiction de l'usure, en modifiant les écarts entre les surfaces de la vis et de la roue. Le calcul des pressions de contact doit être aussi mis à jour pour tenir compte des changements de géométrie.

Afin d'accélérer le calcul, la réactualisation des écarts de forme entre les surfaces de la roue et de la vis induits par l'usure n'est pas effectuée après chaque cycle, le concept de l'étape d'usure pendant laquelle la forme géométrique de base de la dent n'est pas changée de manière significative est introduit et la sensibilité d'usure cumulée ainsi que les caractéristiques de transmission, telles que l'erreur de transmission et le jeu de battement, à la durée de l'étape d'usure sont examinés. Il est montré que l'approche optimale est d'utiliser une longueur variable de l'étape de l'usure caractérisée par la quantité maximale d'enlèvement de matière. Cette approche permet de calculer l'usure sur une longue période avec moins d'étapes d'usure.

Des exemples de résultats obtenus avec le modèle numérique développé sont présentés tels que la répartition des pressions de contact, l'usure cumulée, l'erreur de transmission, le jeu de battement, etc... En ce qui concerne les temps de calcul, un calcul d'usure par exemple, avec quatre mises à jour de la géométrie, nécessite 16 minutes sur un ordinateur portable 64 bits.

Les résultats du modèle numérique sont comparés à des mesures expérimentales issues de la bibliographie dans le chapitre suivant.



---

---

# Chapitre IV Comparaisons avec des résultats expérimentaux

---

---

## 1. Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter différentes comparaisons et validations des modèles détaillés dans les Chapitre II et III.

Afin de valider les modèles numériques, les résultats des calculs sont comparés à des essais expérimentaux effectués sur des réducteurs à roue et vis sans fin, issus des travaux de M. Octrue [156]. Ces essais sont de longue durée (plus de 50000 heures de test) pour évaluer l'usure. Les résultats expérimentaux disponibles sont : l'évolution d'usure traduite par l'augmentation du jeu de battement en fonction de nombre de cycles et des résultats qualitatifs (photographies) montrant l'évolution de flanc de la dent de la roue pendant le processus de test. Les essais montrent que l'usure abrasive et le pitting sont couplés. Par contre, le modèle de cette thèse a été développé pour prédire l'usure de la roue et il ne prend pas en compte le couplage entre les phénomènes de pitting et d'usure. Pour recalibrer les résultats des calculs avec l'expérimental, un processus pour prendre en compte l'usure et le pitting a été utilisé.

## 2. Données de l'engrenage

Les différentes données de l'engrenage (géométrie, fonctionnement, matériau et lubrifiant) nécessaires à l'utilisation de ROUVIS ont déjà été présentées dans le chapitre précédent et sont rappelées ci-dessous dans le Tableau IV.1 et Tableau IV.2.

Données de la vis	
Type de profil	A
Nombre de filets	1
Pas hélicoïdal	15.551mm
Rayon de référence	26 mm
Rayon de tête	30.95 mm
Rayon de pied	20.06 mm
Angle de pression	21.81°
Épaisseur axiale de l'outil	7.775 mm
Données de la roue	
Nombre de dents	40
Largeur de denture	45 mm
Rayon extérieur	110 mm
Rayon de tête	103.94 mm
Rayon de gorge	21.06 mm
Données de fonctionnement	
Entraxe de fonctionnement	125 mm
Décalage de la vis	0 mm
Inclinaison de la roue	0°
Couple moteur	45 (N.m)
Vitesse de rotation de la vis	1500 (tr/mn)

**Tableau IV.1 : Données de l'engrenage**

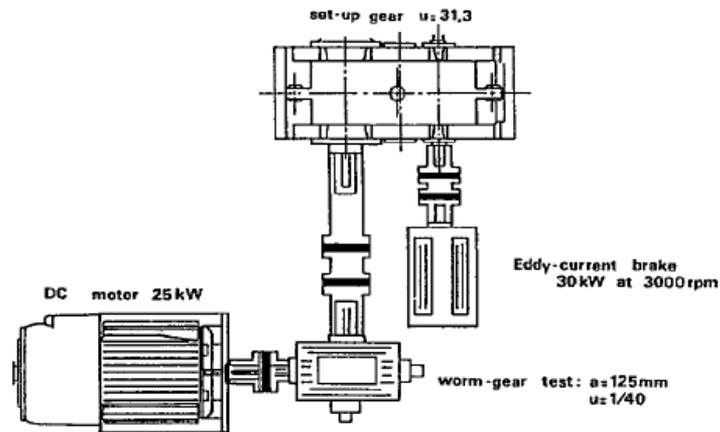
Données de matériaux du lubrifiant	
Coefficient initial d'usure K	2.5 E-8
Température du lubrifiant à l'éjection	333K
Coefficient de piézo-viscosité du lubrifiant	9.5 E-9 Pa
Coefficient de thermo-viscosité du lubrifiant	3200 K
Conductivité thermique du lubrifiant	0.148 W/ (m. K)
Viscosité du lubrifiant	0.227 Pa.s
Dureté de la roue	1GPa
Module d' Young de la vis	203 GPa
Coefficient de Poisson de la vis	0.29
Module d'Young de la roue	110 GPa
Coefficient de Poisson de la roue	0.29

**Tableau IV.2 : Données de matériaux et de lubrifiant**

### 3. Essais expérimentaux issus de la bibliographie

Octrue [156] a effectué plusieurs tests d'endurance de longue durée afin d'atteindre un nombre de cycles significatifs et pour fournir des données pertinentes sur le comportement des surfaces des dents d'engrenages à vis sans fin. Pour atteindre cet objectif, des bancs d'essai ont été conçus et développés pour tester les réducteurs.

Chaque banc d'essai se compose d'un moteur à courant continu à vitesse variable, qui entraîne la vis, alors que la roue est reliée à un frein pour appliquer un couple (Figure IV.1)



**Figure IV.1 : Schéma du banc d'essai d'engrenage roue et vis sans fin [156]**

Chaque banc d'essai est surveillé et les paramètres suivants sont mesurés continuellement :

- Vitesse de rotation de la vis,
- Couple sur l'axe d'entrée de la vis,
- Couple appliqué à la roue,
- Température de l'huile dans le carter,
- Température de l'huile près du roulement de la vis le plus chargé,
- Usure instantanée de la roue.

Le couple est fixé à la valeur de test et toutes les 300 heures, le banc d'essai est arrêté. L'usure se traduit par une augmentation du jeu de battement. À chaque arrêt du banc d'essai, une valeur moyenne est déduite de quatre mesures pour quatre positions de la roue. Ce jeu est mesuré tangentiellement au diamètre primitif de la roue.

Les résultats des mesures d'usure sont présentés comme l'évolution de l'usure, interprétée comme une augmentation du jeu en fonction de nombre de cycles de la roue. Plusieurs courbes sont tracées. Chaque courbe correspond à des conditions de fonctionnement spécifiques en terme de vitesse de rotation de la vis  $n_1$  et du couple appliqué sur la roue  $C_2$  (Figure IV.2).

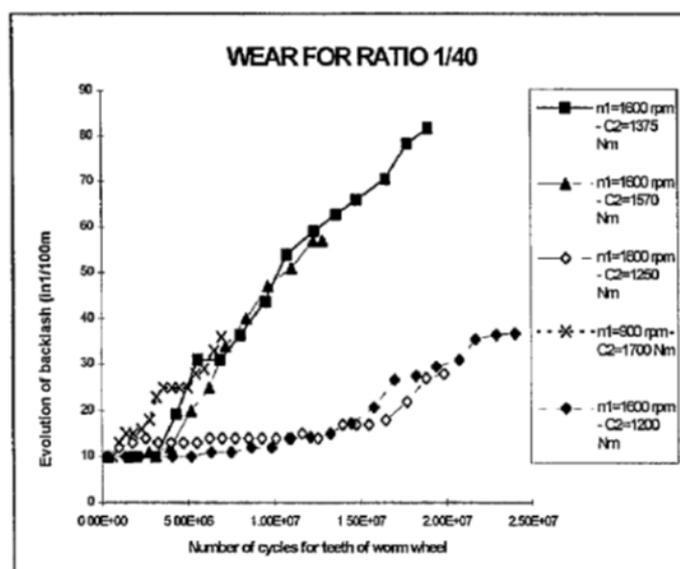


Figure IV.2 : Évolution de l'usure en fonction du nombre de cycles [156]

La roue est soumise à une usure abrasive, qui s'effectue en réalité par couches successives qui se détachent au fil du temps, en fonction du niveau de fatigue des matériaux, d'où l'aspect en marche d'escalier du jeu de battement (Figure IV.2).

Sur la Figure IV.2, on constate que le comportement de l'engrenage à l'usure dépend fortement des conditions de fonctionnement (couple appliqué et vitesse de rotation de la vis), donc le jeu de battement évolue de manière différente pour chaque essai.

Chaque courbe présente des paliers (parties horizontales de la courbe) pendant lesquels il n'y a pas d'usure, ainsi le jeu de battement est constant. Ces paliers correspondent au temps « d'incubation », durant lequel les pressions de contact initient des fissures à travers la sous-couche des flancs des dents de la roue. Lorsque ces fissures atteignent la surface, des écailles sont enlevées, laissant de petits trous. En conséquence, la surface de contact est réduite et la charge transmise est redistribuée sur la partie de la surface qui n'est pas encore écaillée. Un phénomène d'usure abrasive peut alors commencer si la surface en contact est suffisamment réduite. L'usure augmente de manière linéaire (parties inclinées de la courbe). Ces deux phénomènes s'alternent et évoluent continuellement.

## 4. Résultats du modèle de partage des charges

### 4.1 Conditions aux limites utilisées pour calculer les coefficients de flexion de la vis et de la roue

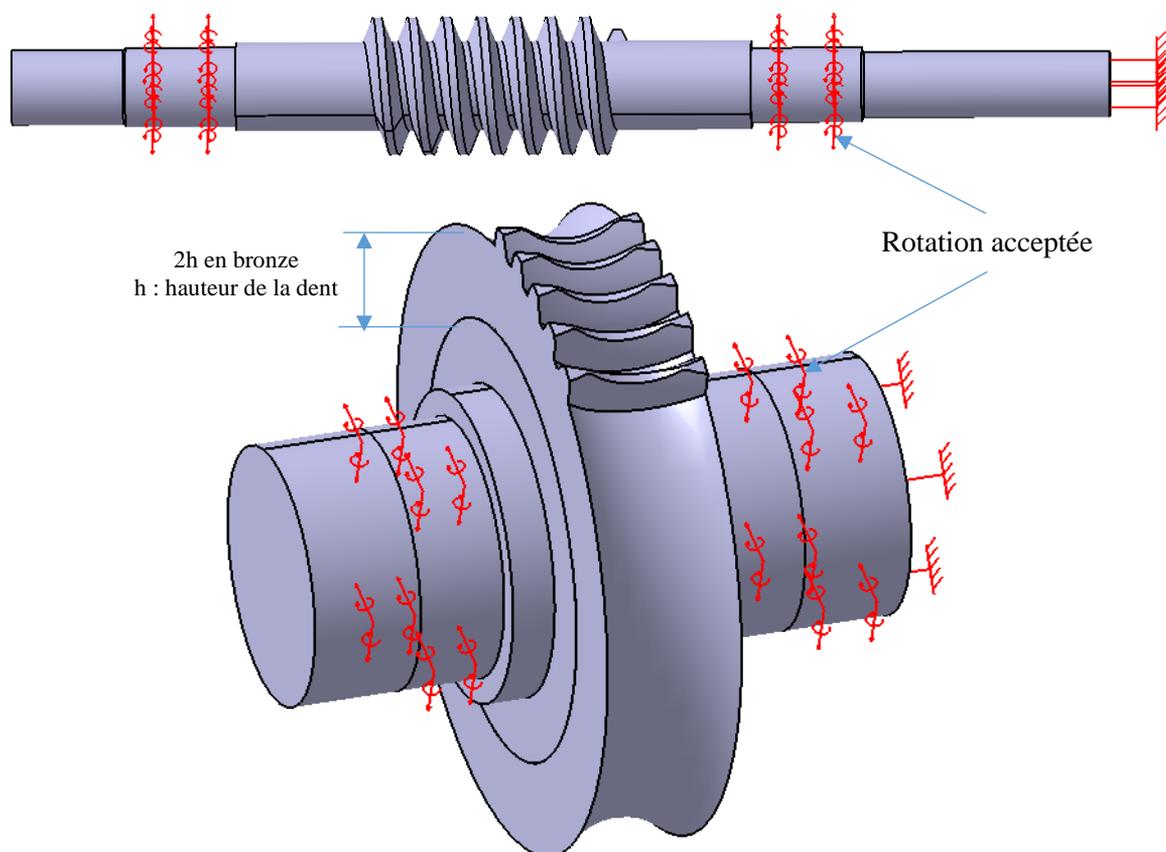
Comme cela a déjà été présenté dans le Chapitre II, la répartition des charges est basée sur la résolution des équations de compatibilité des déplacements, qui prennent en compte les déformations de contact et de flexion des dentures. Ces déformations sont calculées de manière séparée par la méthode des coefficients d'influence. Les coefficients d'influence de contact sont calculés par une méthode analytique, basée sur la théorie de Boussinesq, alors que les coefficients d'influence de flexion sont estimés en utilisant un modèle mixte basé sur un seul calcul Éléments Finis et des fonctions d'interpolations.

Les coefficients de flexion sont calculés à partir d'un calcul Éléments Finis standard. Des macro-commandes, pilotées par le logiciel ROUVIS, ont été développées pour créer la géométrie de l'engrenage et effectuer les calculs de flexion automatiquement.

Les conditions aux limites utilisées pour calculer les flexions de la vis et de la roue sont influentes sur les résultats quasi-statiques. Pour que cette analyse de flexion soit de bonne qualité, les conditions aux limites doivent être les plus proches possibles de celles du système réel.

La roue en bronze est montée sur un arbre en acier et des roulements sont montés sur l'arbre de la roue et de la vis. Ces éléments peuvent être pris en compte lors des calculs Éléments Finis.

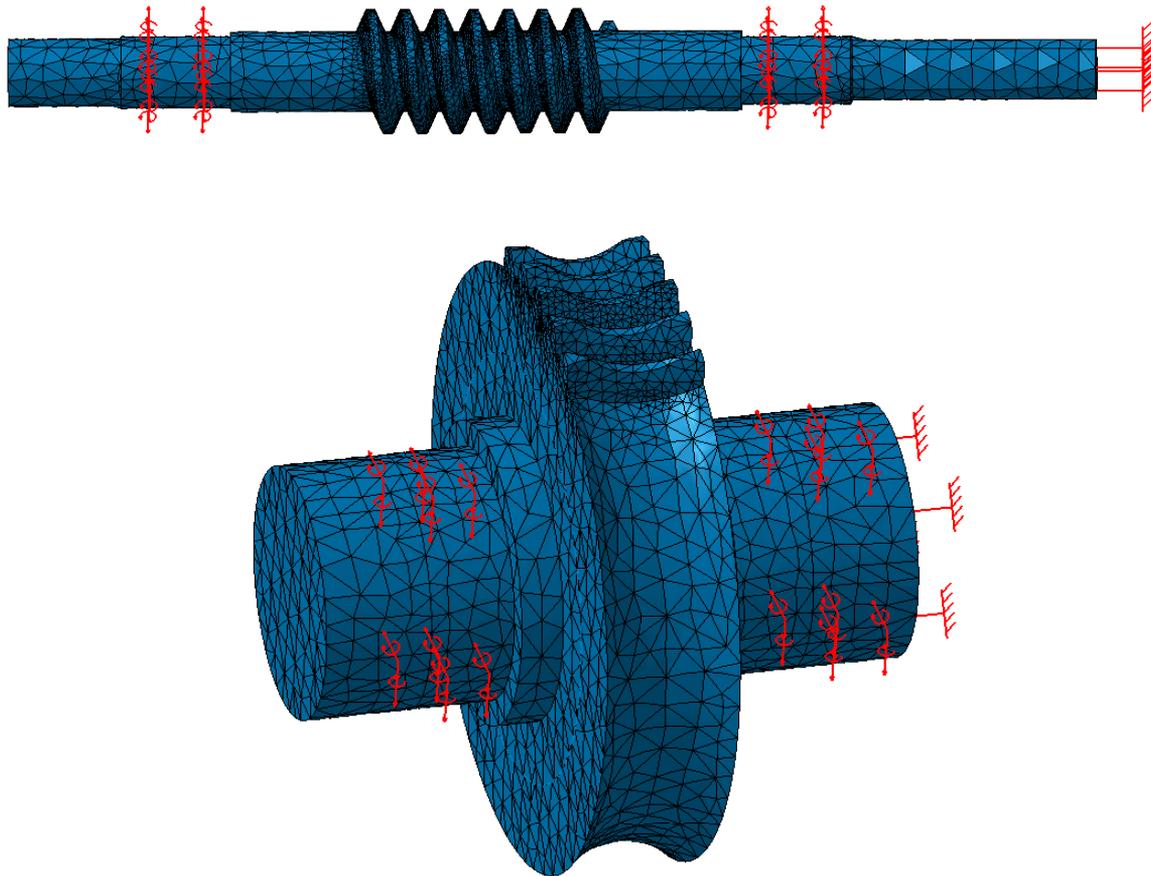
La Figure IV.3 montre les conditions aux limites utilisées pour la vis et la roue. Des liaisons sont ajoutées sur l'arbre de la vis pour simuler le contact entre l'arbre et les roulements. Elles permettent à l'arbre de tourner et de se déplacer axialement. La roue en bronze est montée sur un arbre en acier, la jante de la roue est en bronze, son épaisseur est égale à deux fois la hauteur de la dent de la roue. Des liaisons sont également ajoutées sur l'arbre de la roue pour simuler le contact entre l'arbre et les roulements. Ces liaisons permettent la rotation et le déplacement de l'arbre selon l'axe de la roue. Un encastrement à l'extrémité de l'arbre complète la modélisation. Notons que les géométries des arbres et les emplacements des roulements respectent les plans fournis.



**Figure IV.3 : Conditions aux limites**

Pour réaliser ces calculs, un maillage avec des éléments tétraédriques à dix nœuds de type parabolique a été défini. Chaque élément possède trois degrés de liberté par nœud.

Un maillage fin est effectué sur les dents supportant les points de calcul des coefficients de flexion, afin d'obtenir des résultats précis. Le maillage global peut être plus grossier, comme le montre la Figure IV.4.



**Figure IV.4 : Maillage Eléments Finis 3D**

## **4.2 Résultats du modèle de contact**

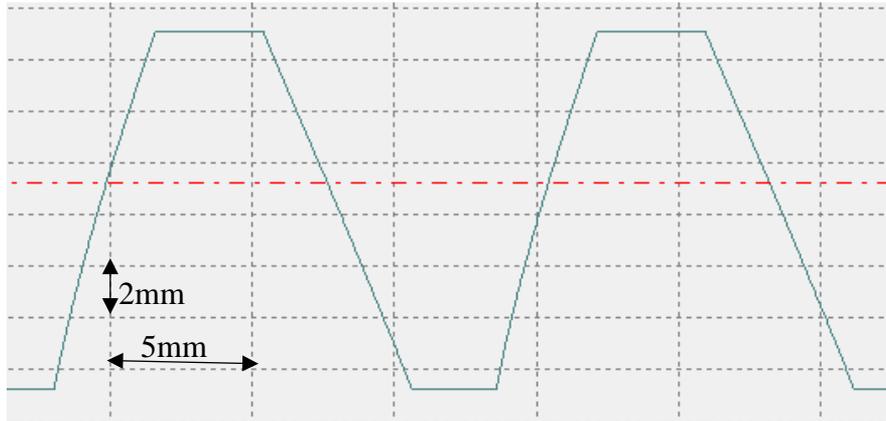
Le modèle développé fournit des résultats concernant la simulation du taillage, la cinématique à vide et des résultats sous charge.

Quelques résultats du modèle concernant l'engrenage étudié 1/40 (Tableau IV.1) sont présentés :

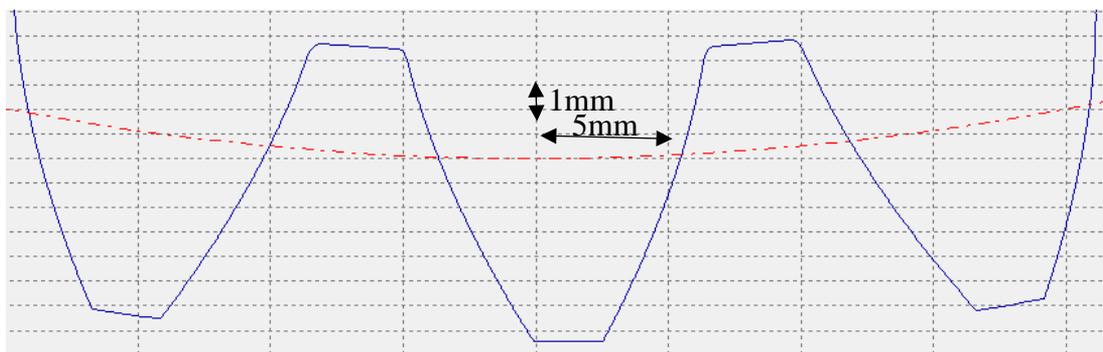
- Profils de la vis et de la roue,
- Vitesse de glissement normale,
- Vitesse de glissement tangentielle,
- Distribution des pressions de contact,

### **4.2.1 Profils de la vis et de la roue**

À partir des données géométriques, il est possible de tracer le profil des filets de la vis et des dents de la roue dans différents plans (axial, crémaillère). La Figure IV.5 montre le profil de la vis dans un plan crémaillère décalé de 15mm de l'axe de la vis et la Figure IV.6 montre le profil de la roue dans un plan crémaillère décalé de 10mm de l'axe de la roue.



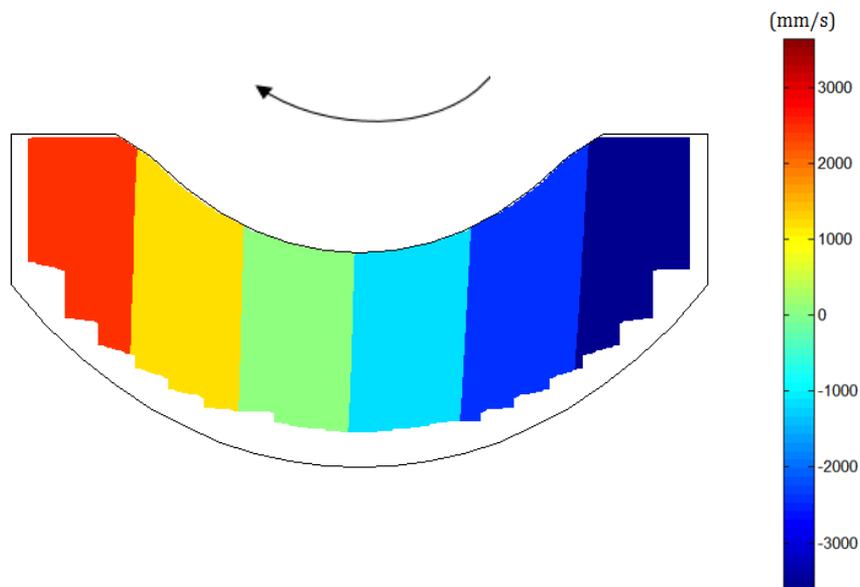
**Figure IV.5 : Le profil de la vis dans plan crémaillère décalé de 15mm**



**Figure IV.6 : Le profil de la roue dans plan crémaillère décalé de 10mm**

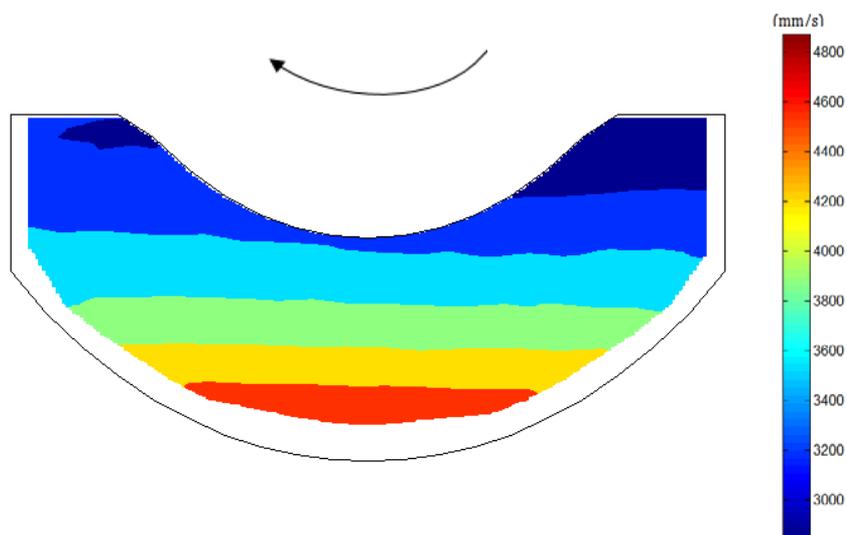
#### 4.2.2 Vitesse de glissement

La vitesse de glissement dans le plan tangent peut se décomposer en une vitesse de glissement normale et une vitesse de glissement tangente à la ligne de contact. Le glissement tangentiel est plus important que le glissement normal car il est généré par le mouvement de rotation de la vis [6]. La vitesse de glissement normale s'inverse au cours de l'engrènement (Figure IV.7).



**Figure IV.7 : Vitesse de glissement normale**

La vitesse de glissement tangentielle est représentée sur la Figure IV.8. Cette vitesse est maximale en pied de dent de la roue pour décroître progressivement jusqu'à la tête de la dent.

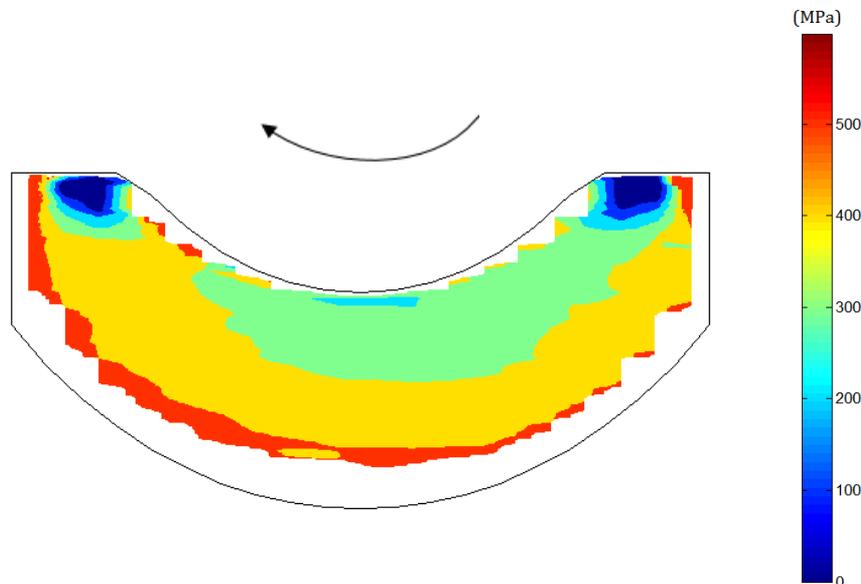


**Figure IV.8 : Vitesse de glissement tangentielle**

#### 4.2.3 Pressions de contact

Après avoir calculé la cinématique à vide et les coefficients d'influence de flexion, les équations de compatibilité de déplacement peuvent être résolues et les pressions déterminées en chaque point de contact. La Figure IV.9 montre la répartition des pressions sur le flanc de la roue.

Les pressions sont maximales en pied de dent de la roue, pour décroître progressivement jusqu'en tête de dent.



**Figure IV.9 : Distribution des pressions de contact**

## 5. Résultats du modèle d'usure

### 5.1 Comparaison des résultats du modèle d'usure avec des résultats expérimentaux issus de la bibliographie

Dans la suite, les résultats du modèle sont comparés à des mesures de trois essais pour l'engrenage 1/40, avec différentes conditions de fonctionnement (couple sur la roue, vitesse de rotation de la vis) nommés A, B et C (voir le Tableau IV.3). Les essais A et B correspondent aux couples (1250Nm, 1375Nm) respectivement et à la même vitesse de rotation de la vis (1600 tr/mn). Alors que l'essai C est plus chargé. Il correspond au couple (1700 Nm) et à une vitesse de rotation de 900 tr/mn.

Le modèle d'usure est appliqué et fournit des résultats pour l'engrenage 1/40, avec les différentes conditions de fonctionnement correspondant aux essais A, B et C. Étant donné que les essais sont de longue durée (jusqu'à  $20 \cdot 10^6$  cycles pour l'essai A,  $19 \cdot 10^6$  cycles pour l'essai B et  $6.8 \cdot 10^6$  cycles pour l'essai C), des étapes d'usure de différentes durées ont été utilisées. Chacune correspond à un enlèvement de matière maximum de  $3 \mu\text{m}$ , ce qui signifie que la géométrie de la roue et les pressions de contact restent les mêmes jusqu'à ce que la profondeur d'usure maximale atteigne  $3 \mu\text{m}$ . Après cela, la géométrie de la roue est mise à jour et les pressions de contact sont recalculées avec le modèle de répartition des charges.

Essai	Couple sur la roue (N.m)	Vitesse de rotation de la vis (tr/mn)
A	1250	1600
B	1375	1600
C	1700	900

**Tableau IV.3 : Conditions d'essai de l'engrenage 1/40 utilisées**

Le couple d'entrée dans ROUVIS est le couple moteur sur la vis, il est déduit du couple donné sur la roue et en tenant compte du rendement :

$$C_{moteur} = \frac{C_{roue}}{\eta}, \quad \text{avec } \eta : \text{Le rendement de l'engrenage.}$$

Ce rendement est calculé avec la méthode proposée dans la norme ISO/TR 14521 : 2010 [19].

Le rendement total avec une vis menante :

$$\eta_{ges1-2} = P_2 / (P_2 + P_V) = (P_1 - P_V) / P_1$$

Avec :  $P_1$  puissance d'entrée sur l'arbre de vis sans fin,  $P_2$  puissance de sortie sur l'arbre de la roue creuse

La perte de puissance totale  $P_V$ , est calculée comme suit :

$$P_V = P_{Vz} + P_{V0} + P_{VLP} + P_{VD}$$

Le calcul de la perte de puissance dans l'engrènement  $P_{Vz}$  est donné par :

$$P_{Vz1-2} \approx \frac{0,1 \cdot T_2 \cdot n_1}{u} \cdot \left( \frac{1}{\eta_{z1-2}} - 1 \right)$$

Le rendement de l'engrenage  $\eta_{z1-2}$  avec une vis menante est de :

$$\eta_{z1-2} = \frac{\tan \gamma_{m1}}{\tan(\gamma_{m1} + \arctan \mu_{zm})}$$

Avec :

$\gamma_{m1}$  : Angle d'inclinaison de l'hélice de référence de la vis.

$\mu_{zm}$  : Coefficient de frottement moyen de la denture.

$$\mu_{zm} = \mu_{OT} \cdot Y_S \cdot Y_G \cdot Y_W \cdot Y_R$$

$\mu_{OT}$  : Coefficient de frottement de base. Pour les roues en bronze, et lubrification par barbotage à l'huile polyglycol :

$$\mu_{OT} = 0,024 + 0,0032 \cdot \frac{1}{(V_g + 0,1)^{1,71}} \leq 0,094$$

$V_g$  : Vitesse de glissement au diamètre de référence moyen,

$Y_S$  : représente le facteur de dimension,  $Y_G$  le facteur de géométrie,  $Y_W$  le facteur de matériau et  $Y_R$  le facteur de rugosité.

Les différents facteurs qui vont être utilisés dans les prochaines relations sont détaillés dans la norme.

La perte de puissance par barbotage  $P_{VO}$  est :

$$P_{VO} = 0,89 \cdot 10^{-4} \cdot a \cdot n_1^{4/3}$$

La perte de puissance dans les paliers  $P_{VLP}$  est :

$$P_{VLP} = 0,03 \cdot P_2 \cdot a^{0,44} \cdot \frac{u}{d_{m2}}$$

La perte de puissance dans les joints d'étanchéité  $P_{VD}$  est donnée par :

$$P_{VD} = 11,78 \cdot 10^{-6} \cdot d_{m1}^2 \cdot n_1$$

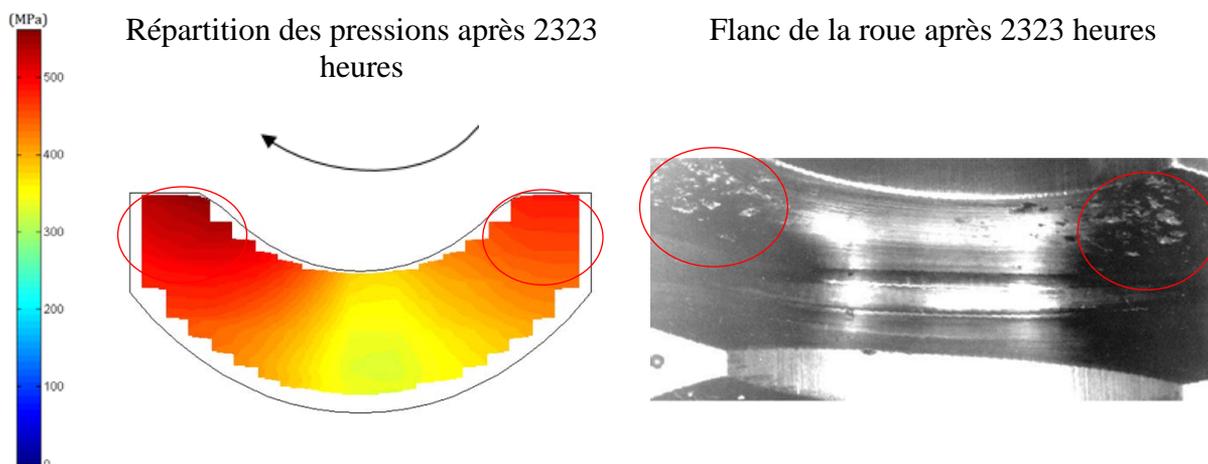
En utilisant les équations précédentes, le rendement peut être calculé pour chaque cas d'essai. Ainsi le couple moteur peut être déduit (Tableau IV.4).

Essai	Couple sur la roue (N.m)	Vitesse de rotation de la vis (tr/mn)	Rendement (%)	Couple sur la vis (N.m)
A	1250	1600	78.146	40
B	1375	1600	78.41	44
C	1700	900	78.691	54

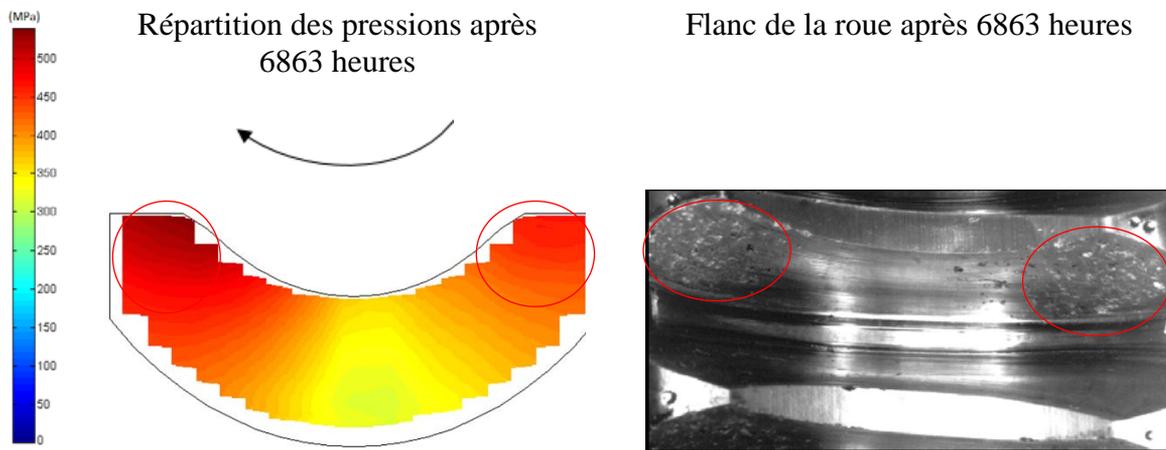
**Tableau IV.4 : Conditions d'essai avec le rendement utilisées pour la validation du modèle**

### 5.1.1 Comparaison de la portée de contact

Les figures (Figure IV.10 et Figure IV.11) montrent une comparaison entre la répartition des pressions de contact (tracée sur le flanc de la roue) obtenue après 2323, 6863 heures respectivement avec des photos de flanc de dent de la roue prise après ce même nombre de cycles [156].



**Figure IV.10 : Comparaison des répartitions de pression du modèle avec une photo du flanc de la roue après 2323 heures.**



**Figure IV.11 : Comparaison des répartitions de pression du modèle avec une photo du flanc de la roue après 6863 heures.**

On constate que les zones de pressions maximales obtenues avec le modèle correspondent aux zones de flanc où le pitting a été observé expérimentalement.

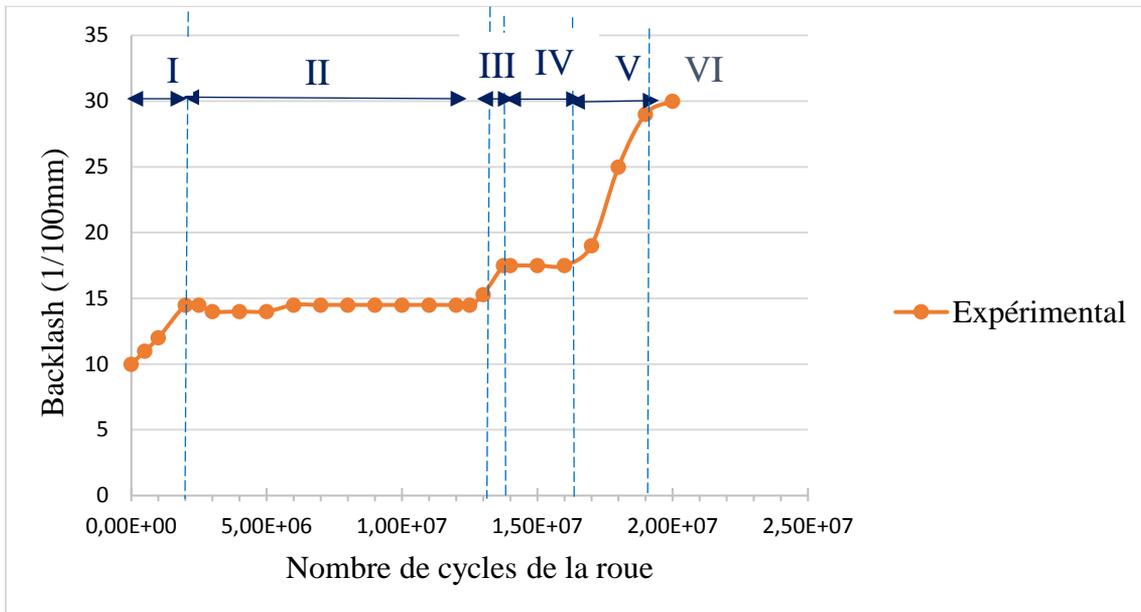
## 5.1.2 Comparaison du jeu de battement

L'évolution de jeu de battement en fonction de nombre de cycles de la roue est tracée pour les trois essais A, B et C.

Notons que dans le modèle, le jeu de battement est calculé angulairement autour de l'axe de la roue pour différentes positions cinématiques, pour comparer avec les résultats expérimentaux une valeur moyenne de jeu de toutes les positions cinématiques étudiée est calculée. Ensuite, il est ramené linéairement sur le rayon primitif de la roue.

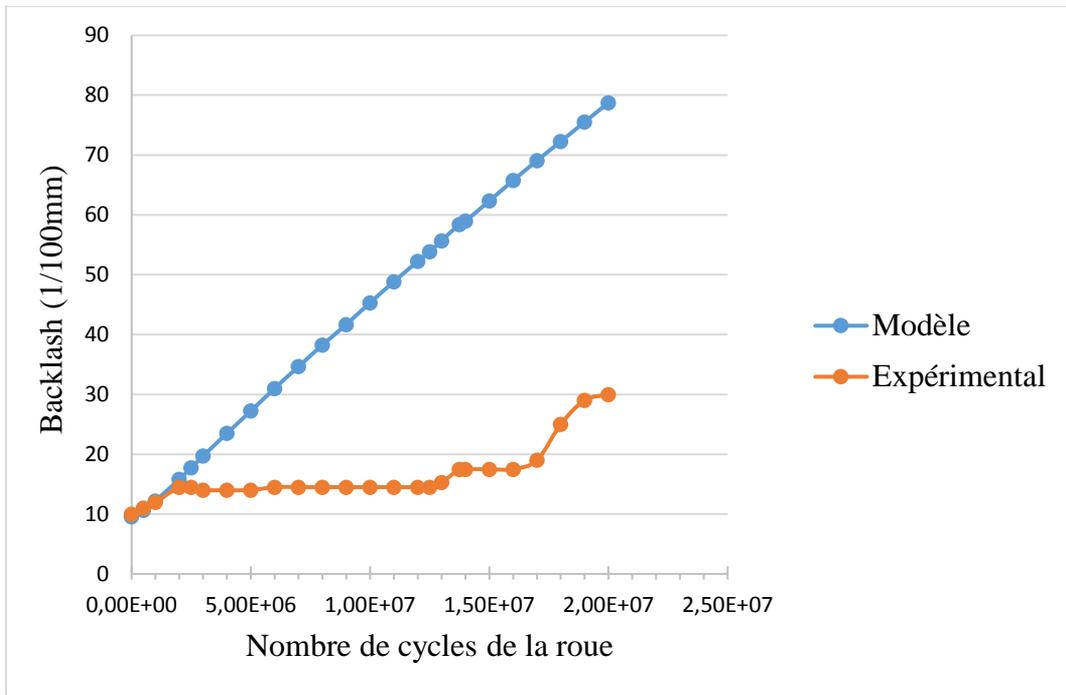
### 5.1.2.1 Cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ , $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ ).

Avec les conditions de fonctionnement de l'essai A, la courbe expérimentale présentée sur la Figure IV.12 montre que l'engrenage commence à s'user dès le début du fonctionnement jusqu'à  $2 \cdot 10^6$  cycles (phase I), puis une première phase de pitting (phase II) commence pendant laquelle le jeu reste presque constant. Il n'y a pas d'usure, c'est la période « d'incubation » du pitting en sous couche. Cette phase dure  $11 \cdot 10^6$  cycles. Ensuite l'usure se déclenche pendant  $0.75 \cdot 10^6$  cycles (phase III), puis la deuxième phase de pitting (phase IV) commence à  $13.75 \cdot 10^6$  cycles. Elle s'arrête à  $16.75 \cdot 10^6$  cycles quand l'usure se déclenche à nouveau et continue jusqu'à  $19 \cdot 10^6$  cycles (phase V). Après cette phase d'usure, on constate que le jeu commence à se stabiliser vers la fin de l'essai (phase VI).



**Figure IV.12 : Evolution du backlash mesuré, cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ ,  $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ ).**

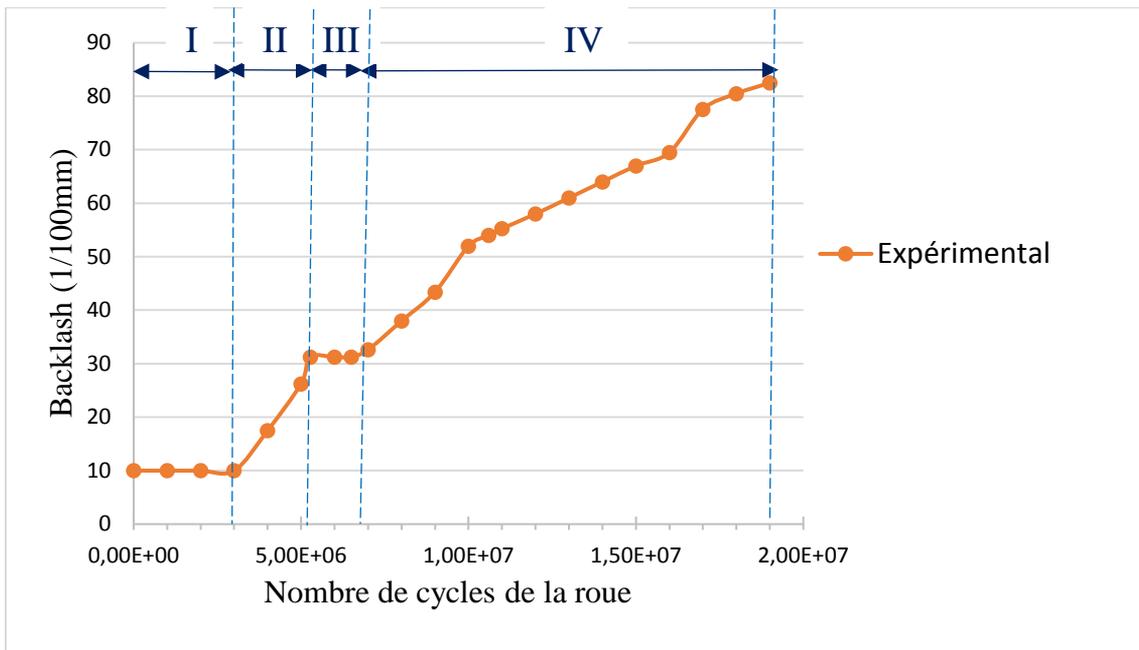
En comparant les résultats de l'évolution du jeu de battement simulé avec celui mesuré expérimentalement (Figure IV.13), on observe que les courbes se superposent bien dans la première phase d'usure. Ensuite, elles se séparent. En effet, dans le modèle, l'engrenage continue à s'user, alors que dans la réalité l'usure s'arrête et une phase de pitting dans laquelle le jeu de battement ne change pas commence, puis les deux phénomènes évoluent continuellement. C'est pourquoi le modèle prévoit une usure plus importante. Une autre observation est que l'évolution de l'usure prédite est linéaire, la même tendance est observée sur les parties de courbe expérimentale correspondant à l'usure. La pente de la courbe obtenue avec le modèle ( $3,4E-06$ ) est presque égale à la moyenne des pentes des parties des courbes expérimentales correspondant à l'usure ( $3E-06$ ). Le modèle prévoit donc correctement l'usure, quand elle est présente.



**Figure IV.13 : Comparaison du jeu de battement mesuré et simulé cas A ( $n_1 = 1600$   $tr/mn$ ,  $C_2 = 1250$   $Nm$ ).**

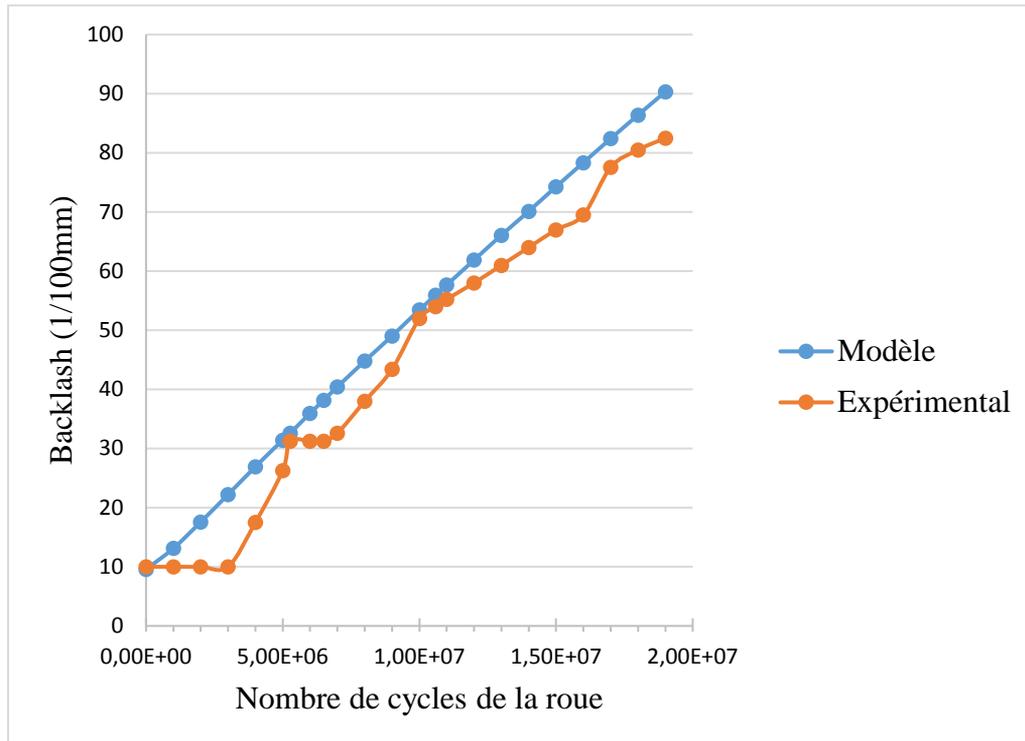
#### 5.1.2.2 Cas B ( $n_1=1600$ $tr/mn$ , $C_2=1375$ $Nm$ ).

La Figure IV.14 montre l'évolution de l'usure pour le cas B. Le comportement de l'engrenage est différent par rapport au cas A. Pourtant la seule différence entre les deux cas est le couple, qui est plus élevé de 125 Nm pour le cas B.



**Figure IV.14 : Évolution du backlash mesuré cas B ( $n_1=1600$   $tr/mn$ ,  $C_2=1375$   $Nm$ ).**

Dans le cas B, on constate que l'usure ne commence pas dès le début du fonctionnement de l'engrenage, mais il existe une période « d'incubation » du pitting, correspondant à  $3 \cdot 10^6$  cycles (phase I), puis un passage de ce phénomène de fatigue en sous couche au phénomène d'usure en surface, cette phase d'usure (phase II) dure jusqu'à  $5.2 \cdot 10^6$  cycles. La deuxième phase de pitting (phase III) commence alors et dure  $1.3 \cdot 10^6$  cycles, puis l'usure se déclenche à nouveau jusqu'à  $19 \cdot 10^6$  cycles (phase IV).



**Figure IV.15 : Comparaison du jeu de battement mesuré et simulé cas B ( $n_1=1600$  tr/mn,  $C_2=1375$  Nm).**

La pente de partie des courbes correspondant à l'usure n'est pas constante, mais elle change avec le temps de fonctionnement. Ces changements peuvent être liés au niveau de fissuration en sous couche. La période de la première phase de pitting est plus longue que la deuxième phase car l'engrenage est encore neuf. Dans la deuxième phase, il est plus abîmé en sous couche. En comparant la courbe obtenue avec le modèle avec celle des essais (Figure IV.15) : on constate que l'évolution de l'usure est quasi-linéaire. La pente de la courbe obtenue avec le modèle est ( $4,26 \cdot 10^{-6}$ ), et est proche de la moyenne des pentes des parties des courbes expérimentales correspondant à l'usure ( $4,5 \cdot 10^{-6}$ ).

### 5.1.2.3 Cas C ( $n_1=900$ tr/mn, $C_2=1700$ Nm).

La Figure IV.16 montre l'évolution d'usure pour le cas C, qui est le cas le plus chargé. L'usure commence dès le début de fonctionnement de l'engrenage, jusqu'à  $1.4 \cdot 10^6$  cycles (phase I). Cette phase d'usure est suivie d'une du pitting (phase II), de petite durée ( $0.6 \cdot 10^6$  cycles), puis l'usure se déclenche à nouveau jusqu'à  $3.5 \cdot 10^6$  cycles (phase III). La deuxième phase de pitting apparaît alors pour une durée de  $1.5 \cdot 10^6$  cycles (phase IV). L'usure survient de nouveau et continue jusqu'à  $6.8 \cdot 10^6$  cycles (phase V).

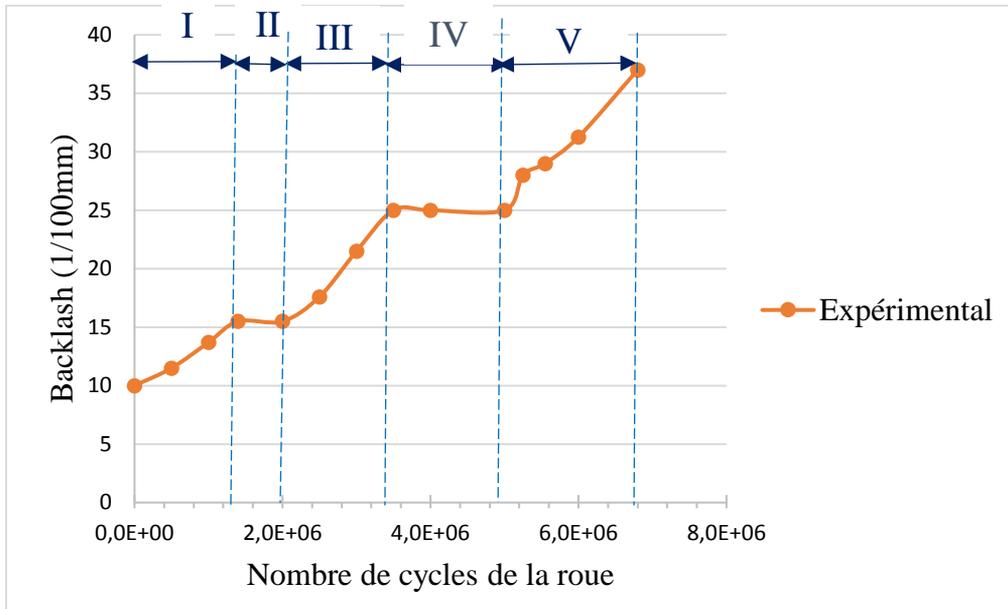


Figure IV.16 : Evolution du backlash mesuré cas C ( $n_1=900$  tr/mn,  $C_2=1700$  Nm).

On constate donc que même avec ce cas très chargé, l'usure abrasive n'est pas le seul phénomène intervenant dans la durée de vie de cet engrenage, mais il est couplé avec un phénomène de pitting.

En comparant l'évolution de jeu battement simulé avec celle obtenue expérimentalement (Figure IV.17), on constate que les courbes se superposent dans la première phase d'usure, ensuite, elles se séparent, cette séparation est dû au phénomène de pitting qui survient au cours du fonctionnement de l'engrenage et s'alterne avec le phénomène d'usure. La pente de la courbe simulée est ( $5.25 \cdot 10^{-6}$ ) et correspond à la pente de partie de la courbe expérimentale ( $5.2 \cdot 10^{-6}$ ).

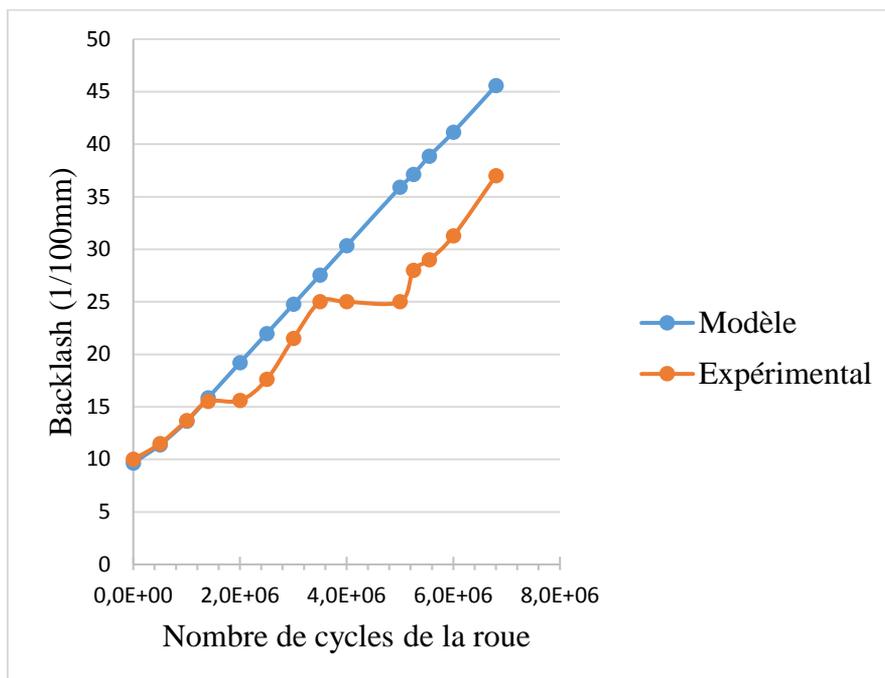


Figure IV.17 : Comparaison du jeu de battement simulé et mesuré cas C ( $n_1=900$  tr/mn,  $C_2=1700$  Nm).

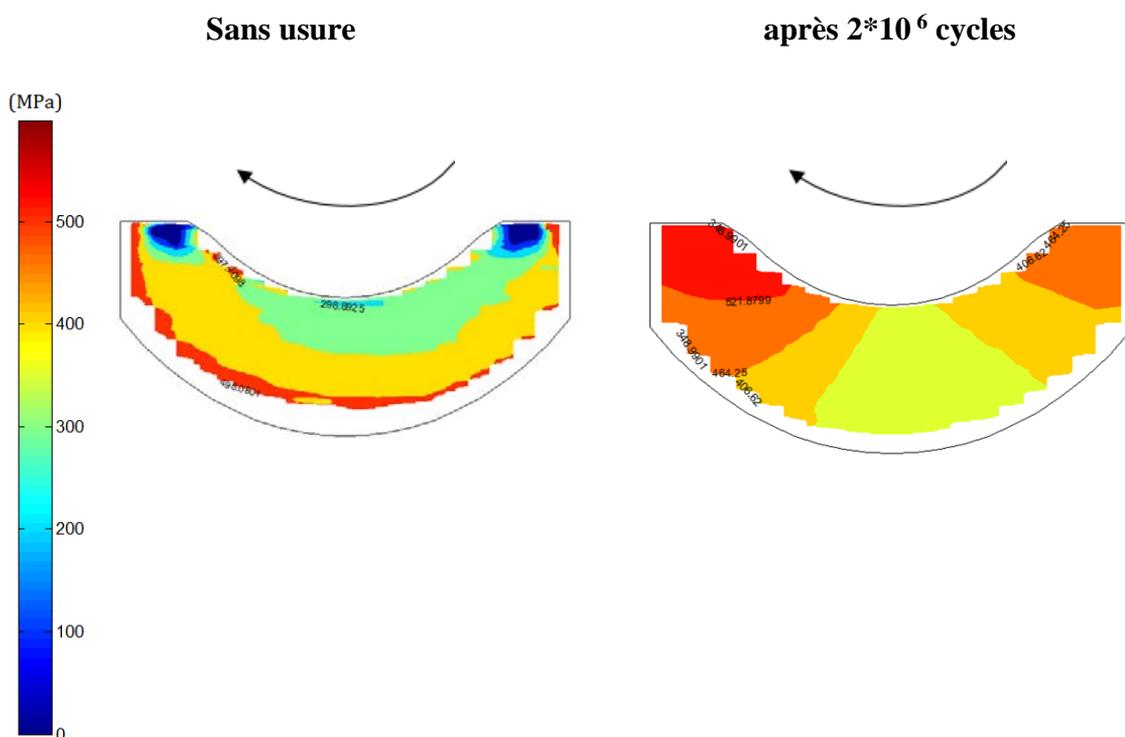
En résumé, les figures (Figure IV.13, Figure IV.15 et Figure IV.17) montrent que l'usure augmente avec le couple et l'évolution de l'usure prédite est linéaire. Les mêmes tendances sont observées lorsqu'on compare les courbes du modèle avec celles mesurées expérimentalement. Le modèle prévoit néanmoins plus d'usure que les essais. La différence des résultats a été expliquée par le fait que le modèle ne prend pas en compte le phénomène de pitting. L'usure commence bien entendu une fois que l'engrenage fonctionne et elle continue, mais comme il a été dit précédemment, l'usure n'est pas le seul phénomène intervenant dans la vie de l'engrenage et elle est couplée au pitting. Il faut noter également que le comportement de l'engrenage change avec les conditions de fonctionnement.

## 5.2 Influence de l'usure sur la portée des pressions de contact

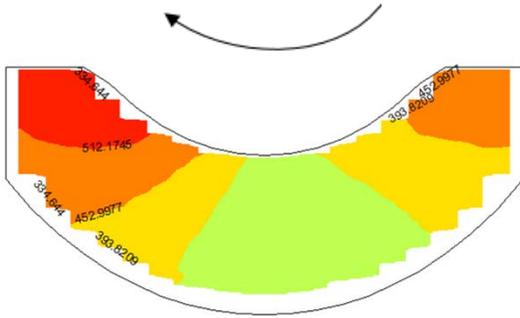
Les modifications de la dent due à l'usure peuvent modifier la répartition des pressions de contact de manière significative et l'usure de la surface dépend fortement des pressions de contact. L'influence de l'usure sur la portée de contact peut être donc être mise en évidence par la variation des pressions de contact.

Les pressions de contact dans le cas B ( $n_1=1600 \text{ tr/mn}$ ,  $C_2=1375 \text{ Nm}$ ) sont représentées sur le flanc de la roue après différents nombres de cycles sur la Figure IV.18. Une échelle fixe est utilisée pour toutes les figures.

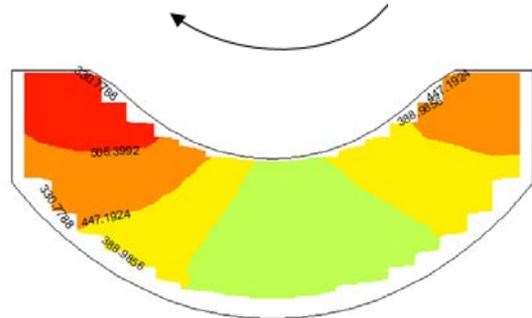
Il est évident qu'à partir de la Figure IV.18, les pressions initiales (sans usure) sont maximales en pied de dent de la roue. Avec la progression de l'usure, la distribution des pressions change et la zone des pressions maximales se déplace vers les côtés du flanc. La pression maximale diminue aussi avec l'usure.



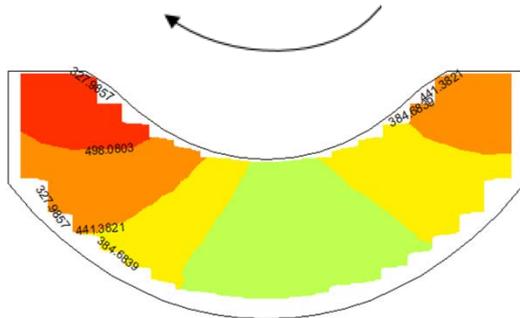
après  $4 \cdot 10^6$  cycles



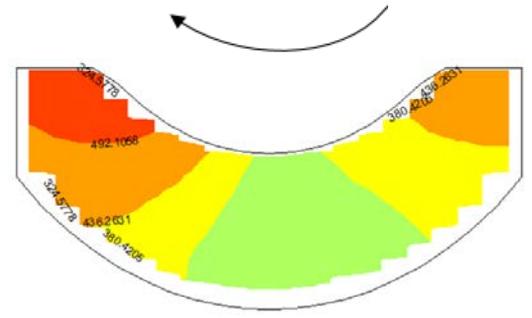
après  $5 \cdot 10^6$  cycles



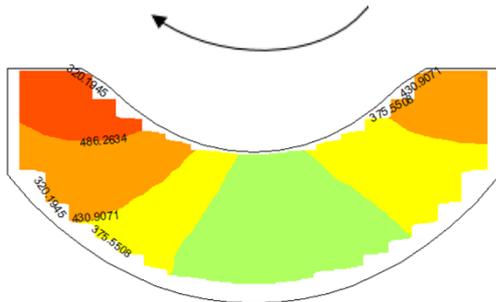
après  $7 \cdot 10^6$  cycles



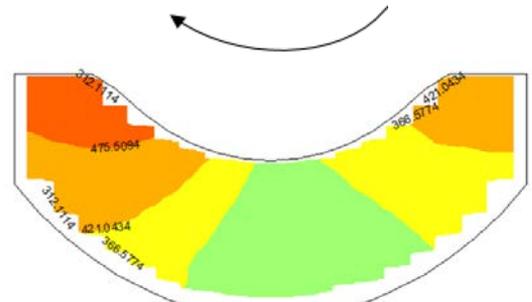
après  $9 \cdot 10^6$  cycles



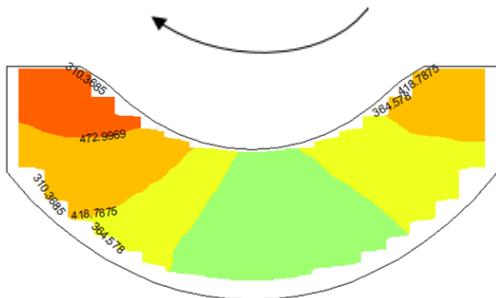
après  $11 \cdot 10^6$  cycles



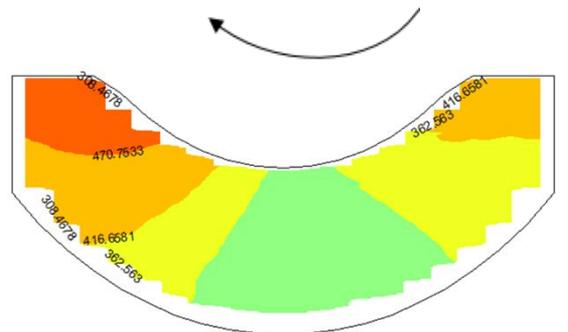
après  $15 \cdot 10^6$  cycles



après  $16 \cdot 10^6$  cycles



après  $17 \cdot 10^6$  cycles



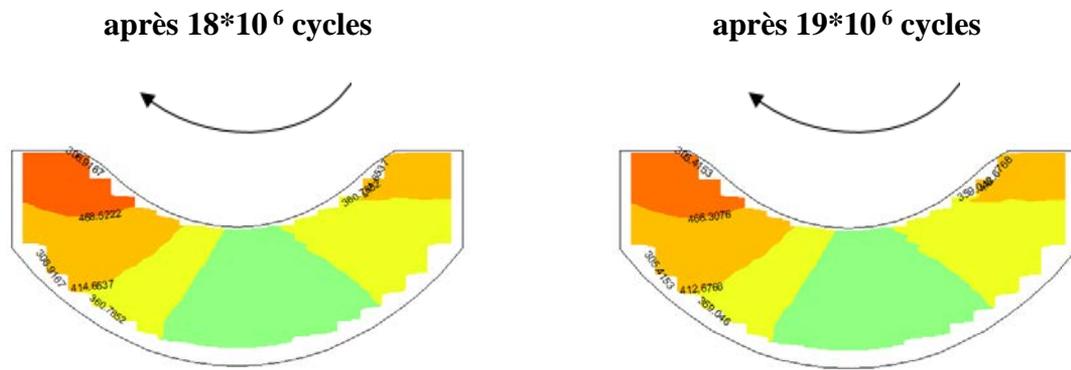
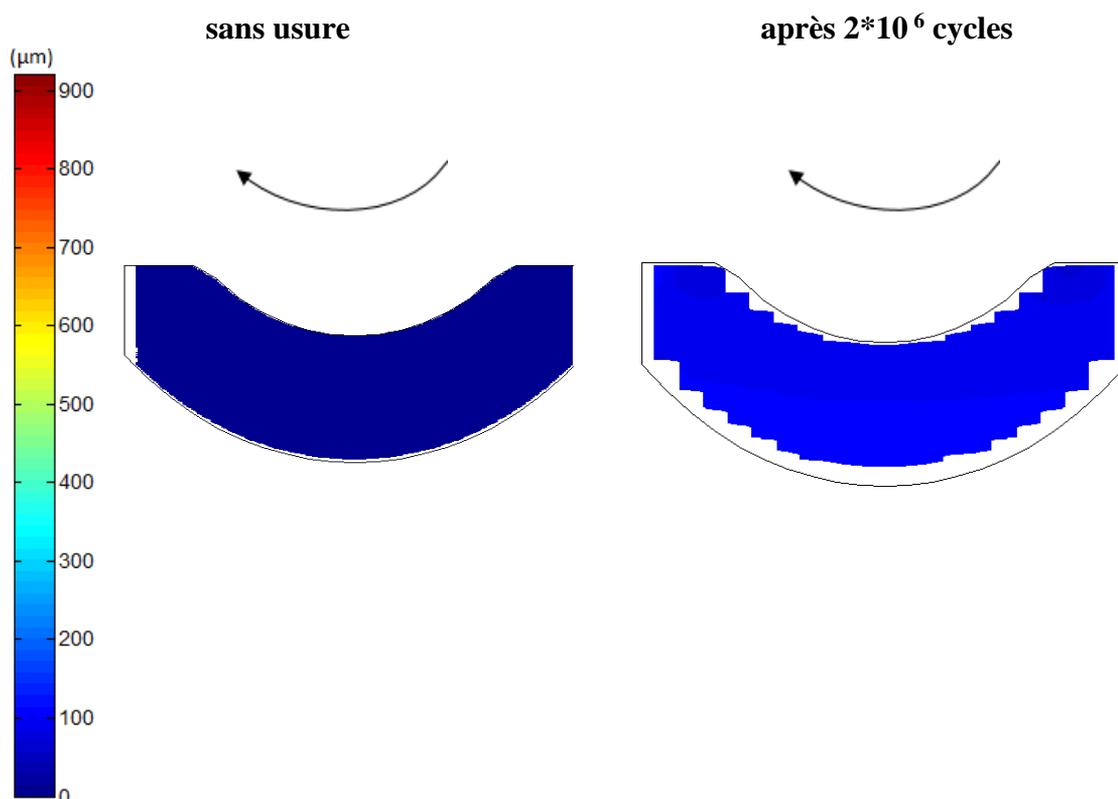


Figure IV.18 : Distribution des pressions de contact après différents nombres de cycles

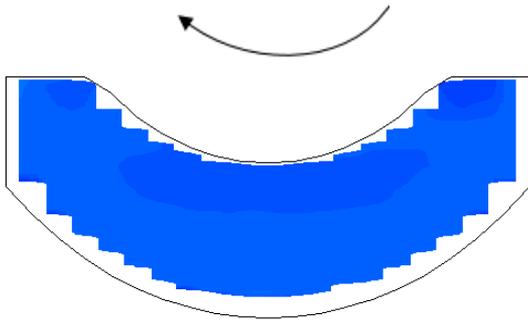
### 5.3 Évolution de l'usure cumulée

La Figure IV.19 montre l'évolution de l'usure pour le cas B ( $n_1=1600 \text{ tr/mn}$ ,  $C_2=1375 \text{ Nm}$ ) après différents nombres de cycles.

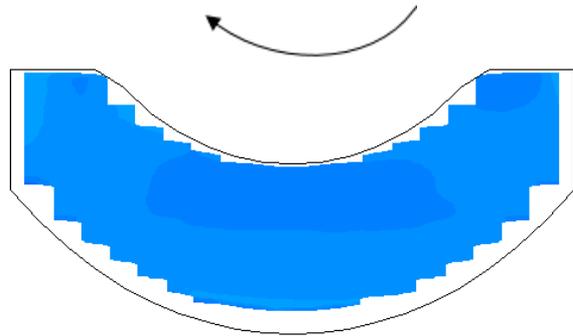
Au début, l'usure maximale est située proche de pied de la dent de la roue, ensuite elle se déplace vers les côtés du flanc de la roue. Une profondeur d'usure maximale ( $900\mu\text{m}$ ) est enlevée après  $19*10^6$  cycles.



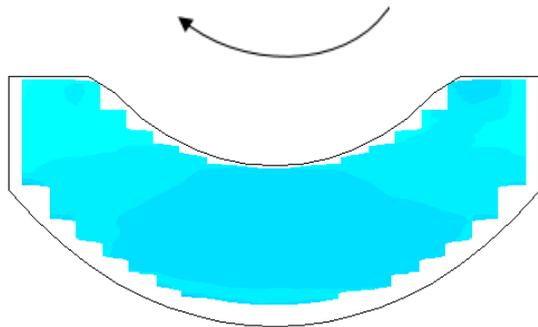
après  $4 \cdot 10^6$  cycles



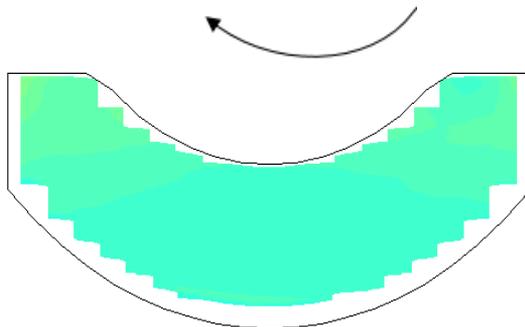
après  $5 \cdot 10^6$  cycles



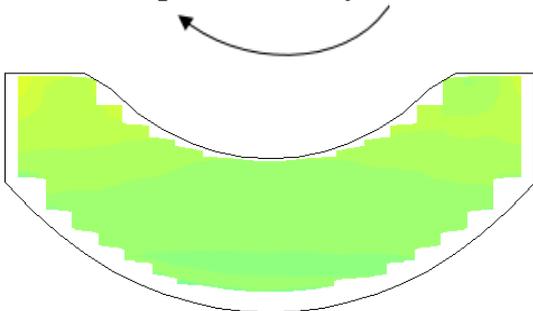
après  $7 \cdot 10^6$  cycles



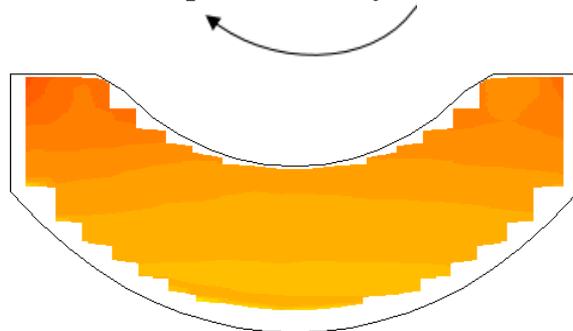
après  $9 \cdot 10^6$  cycles



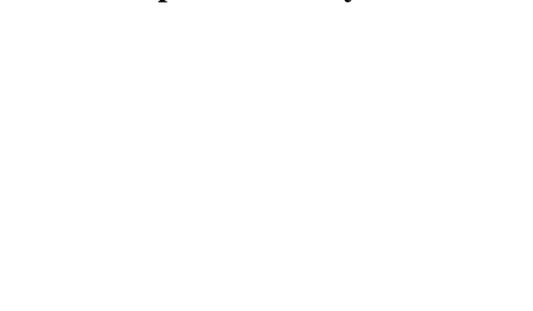
après  $11 \cdot 10^6$  cycles



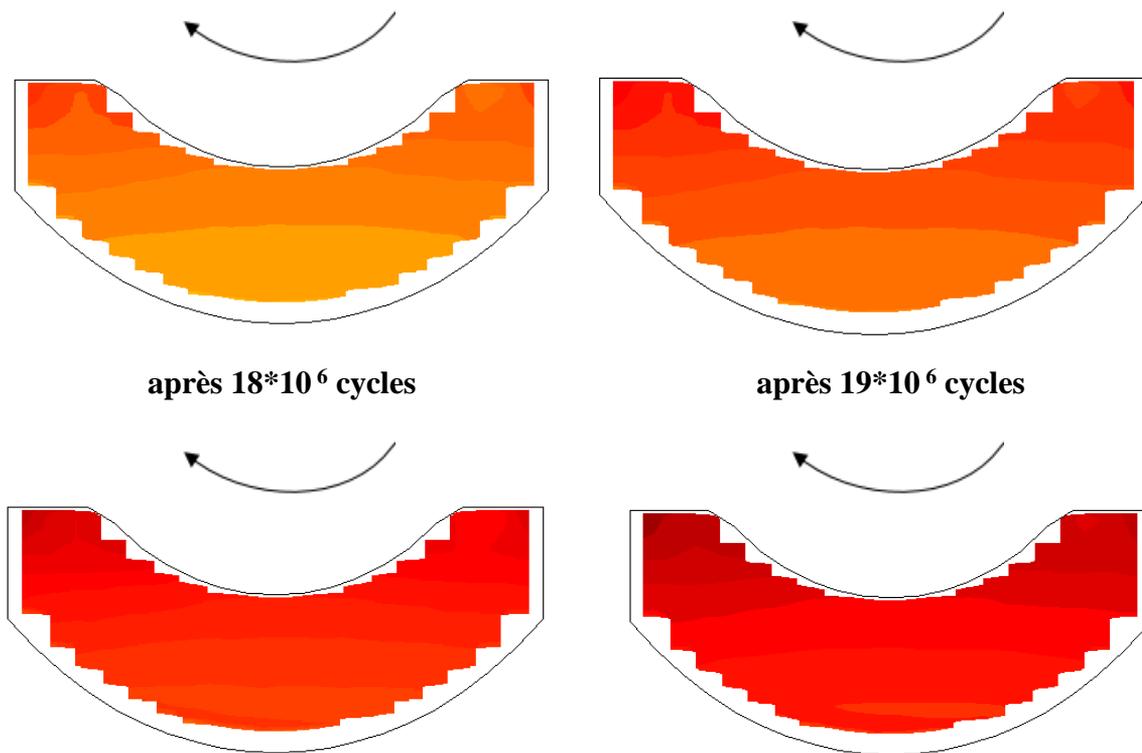
après  $15 \cdot 10^6$  cycles



après  $16 \cdot 10^6$  cycles



après  $17 \cdot 10^6$  cycles



**Figure IV.19 : L'évolution de l'usure après différents nombres de cycles**

#### **5.4 Influence de la vitesse de rotation sur l'usure**

Pour étudier l'influence de la vitesse de rotation sur l'usure, des calculs d'usure pour le cas C, avec un couple  $C_2 = 1700 \text{ Nm}$  sont réalisées avec différentes vitesses de rotation de la vis ( $n_1 = 100, 600, 900, 1200 \text{ tr/mn}$ ).

La Figure IV.20 montre une comparaison de l'évolution d'usure (jeu de battement) avec les différentes vitesses de rotation de la vis.

On constate que l'augmentation de la vitesse de rotation de la vis diminue l'usure. Cela peut être expliqué par le fait que  $\lambda = \frac{h_{min}}{R_q}$ , ratio caractéristique du régime de lubrification, dépend, pour une certaine rugosité  $R_q$ , de  $h_{min}$ , l'épaisseur du film d'huile. Selon l'équation (III.6) du calcul de l'épaisseur de film (présenté dans Chapitre III au §2.5.2),  $h_{min}$  augmente avec le paramètre de vitesse  $U$  et diminue avec le paramètre de charge  $W$ . Comme l'épaisseur de film  $h_{min}$  est proportionnelle à  $(U)^{1/16}$ ,  $(U)^{1/10}$ ,  $(U)^{1/2}$  et à  $(W)^{-1/8}$ , à  $(W)^{-1/5}$ ,  $(W)^{-1}$ , l'influence de la vitesse sur  $h_{min}$  est plus prononcée. Par conséquent, l'augmentation de  $\lambda$  avec la vitesse, entraîne une diminution du coefficient d'usure local selon l'équation (III.5) présentée au §2.5.1 du Chapitre III.

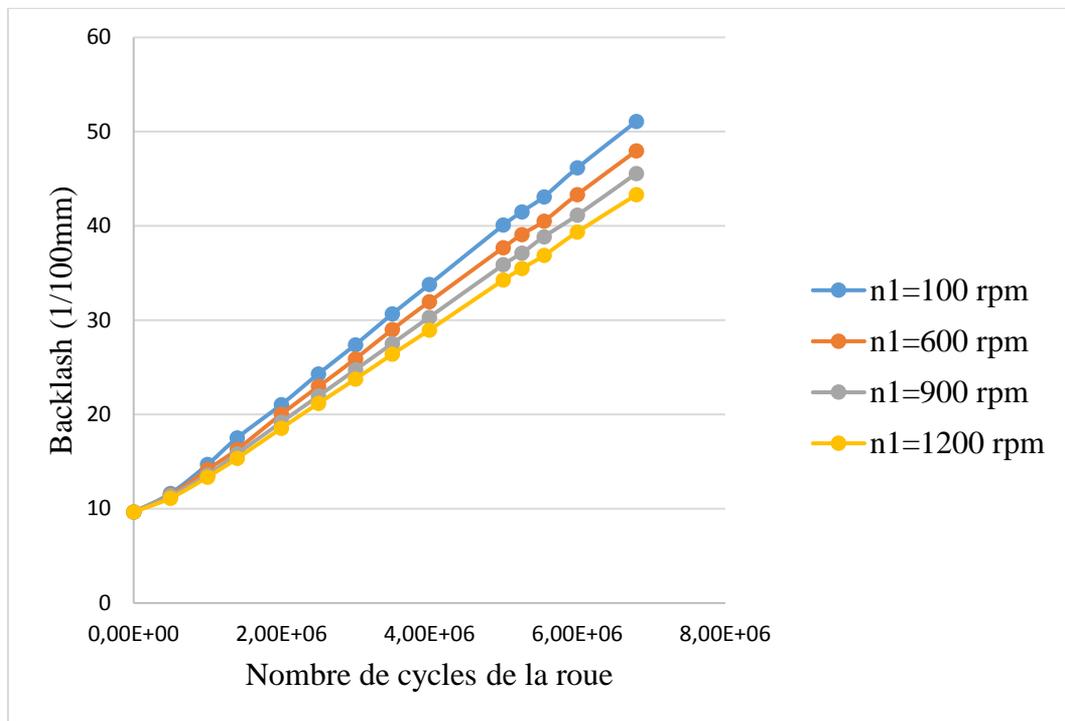
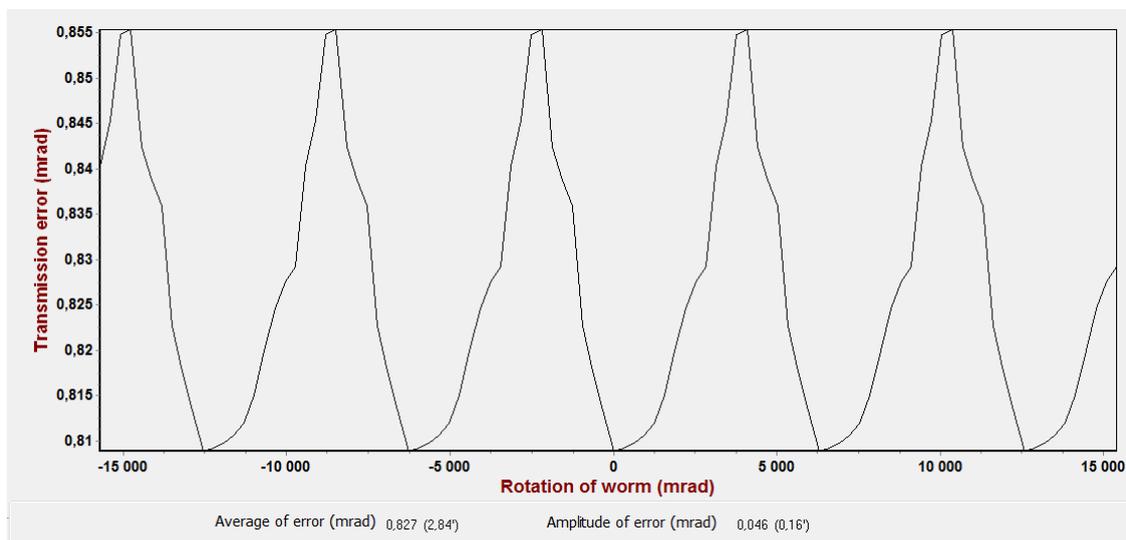


Figure IV.20 : Influence de la vitesse de rotation sur l'usure.

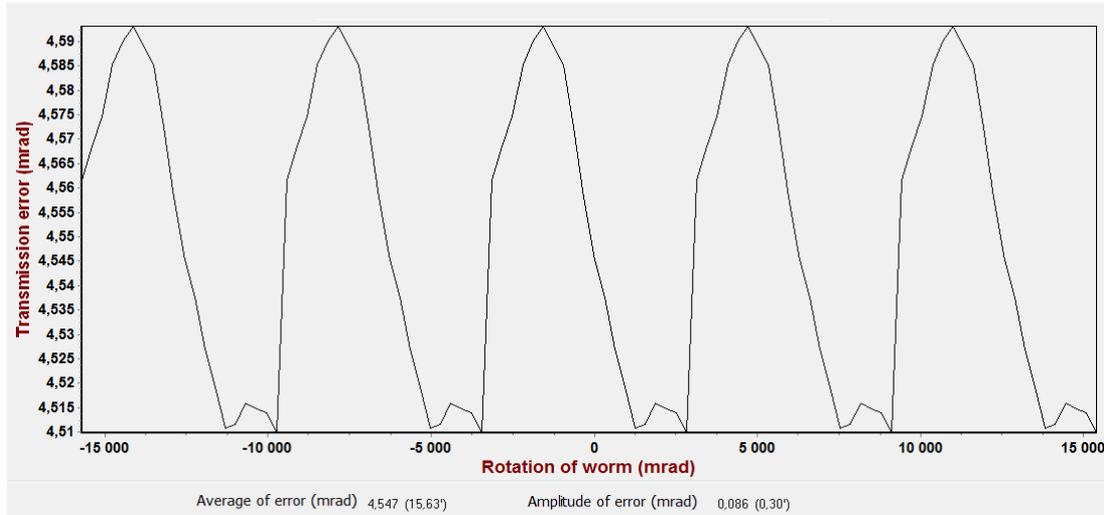
### 5.5 L'influence de l'usure sur l'erreur de transmission

L'erreur de transmission sous charge est calculée après chaque étape d'usure. La Figure IV.21 représente l'erreur de transmission calculée après différents nombres de cycles. Les résultats montrent que la forme de l'erreur change avec l'usure.

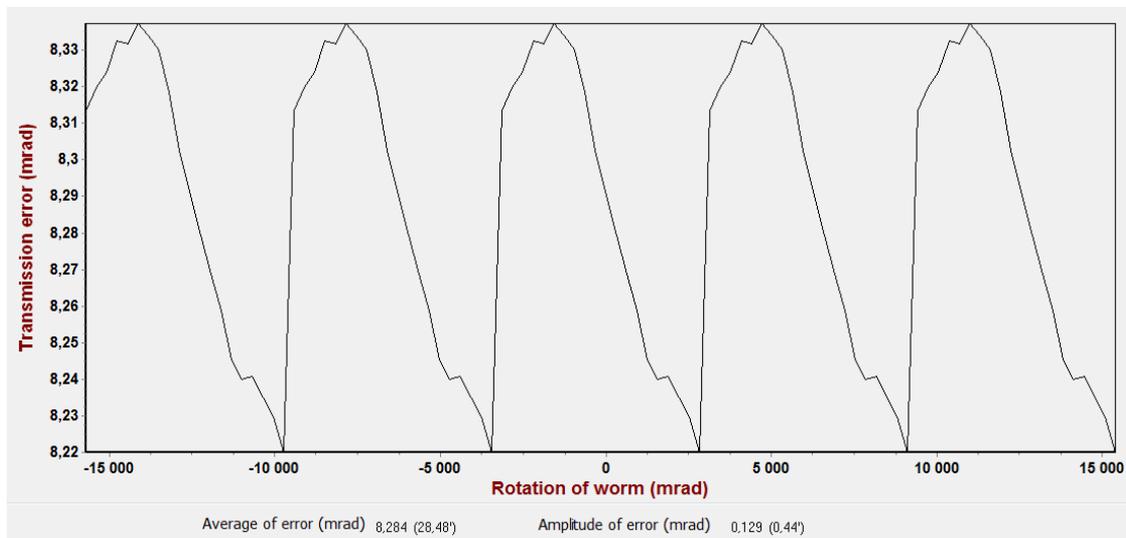
#### a) Sans usure



**b)  $9 \cdot 10^6$  cycles**



**c)  $19 \cdot 10^6$  cycles**



**Figure IV.21 : Erreur de transmission: a) sans usure, b) après  $9 \cdot 10^6$  cycles c) après  $19 \cdot 10^6$  cycles.**

La moyenne et l'amplitude de l'erreur de transmission augmentent tout au long du développement de l'usure comme le montre les Figure IV.22 et Figure IV.23. Par exemple, à  $19 \cdot 10^6$  cycles, la moyenne augmente de 90% par rapport à la valeur sans usure, alors que l'amplitude augmente de 64%.

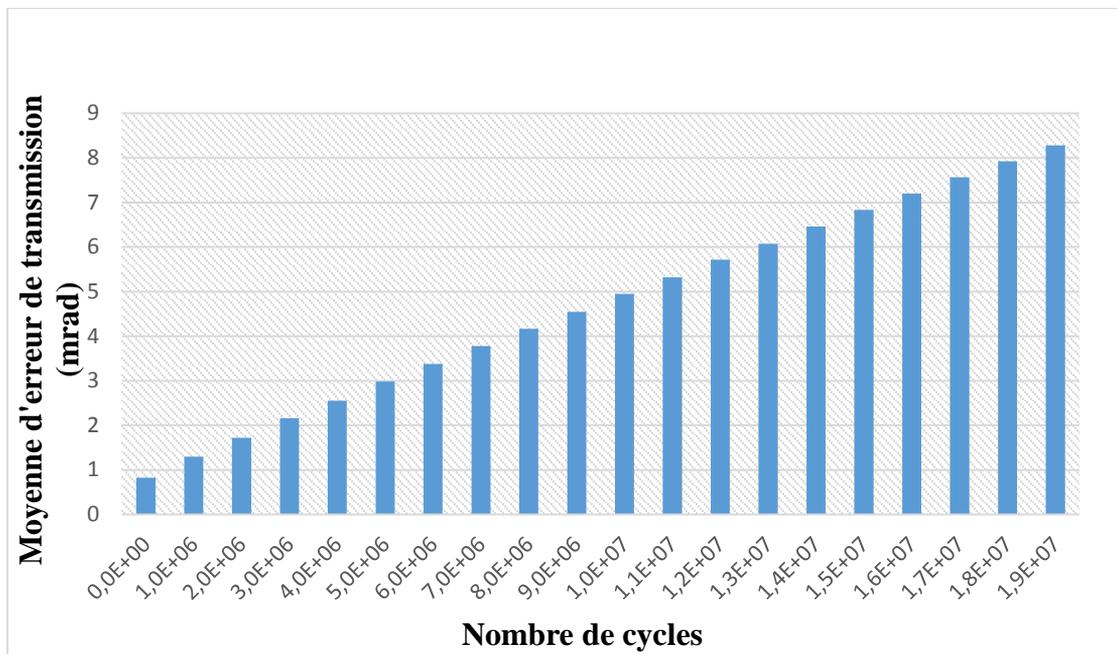


Figure IV.22 : Évolution de moyenne de l'erreur de transmission avec l'usure

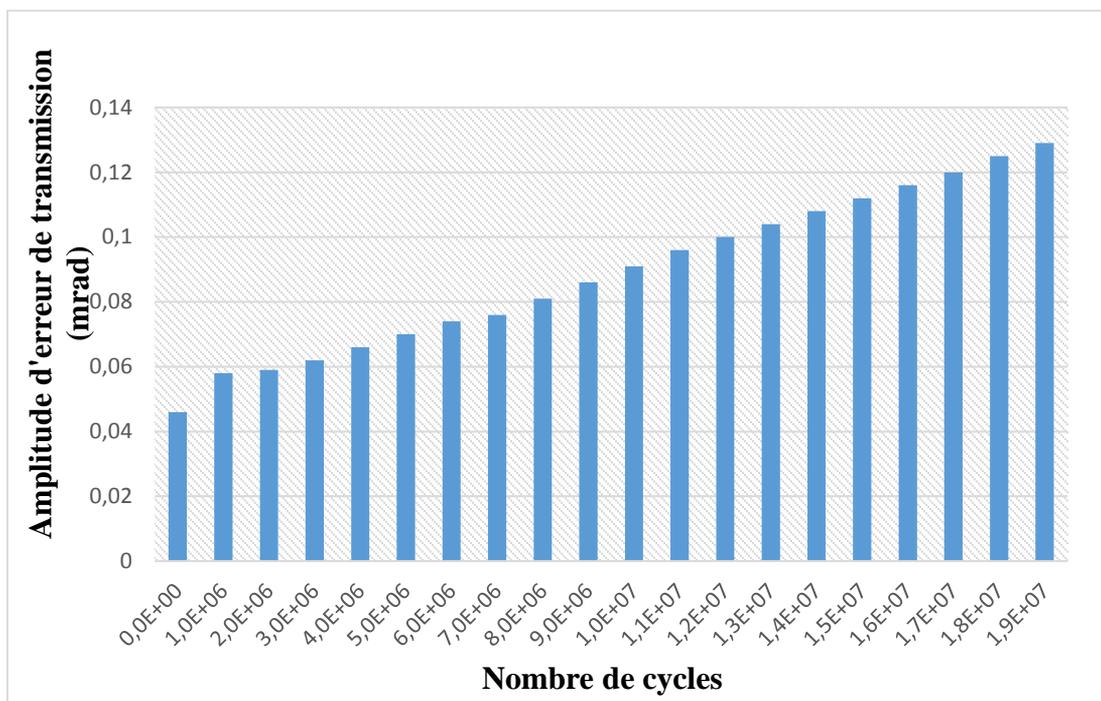


Figure IV.23 : Évolution de l'amplitude de l'erreur de transmission avec l'usure.

## 6. Couplage entre usure et pitting

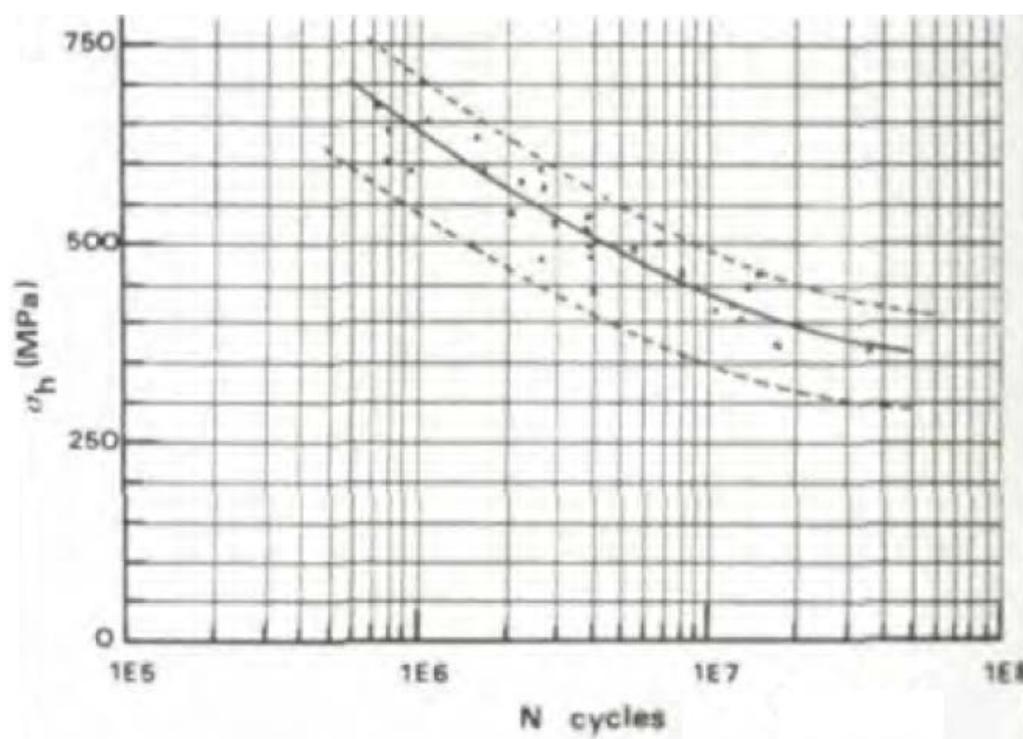
Les résultats présentés précédemment ont montré que le modèle d'usure prévoit plus d'usure que celui obtenu expérimentalement, cette différence vient du fait que le modèle ne prend pas en compte le phénomène de pitting, dans lequel il n'y a pas d'usure et le jeu de battement ne change donc pas.

Comme déjà expliqué précédemment, selon les conditions de fonctionnement, le moment où le pitting commence et s'arrête, ainsi que le moment où l'usure abrasive se déclenche et s'arrête sont différents. C'est pourquoi, la prise en compte du couplage entre les deux phénomènes (usure abrasive et pitting) est compliqué.

Une tentative de prendre en compte le couplage entre le pitting et l'usure en intégrant la courbe d'endurance (Pression-nombre de cycles) avec le calcul de la répartition des pression de contact a été réalisée.

La courbe (Pression-nombre de cycles) représente la pression admissible en fonction de nombre de cycles obtenus quand l'écaillage est apparu. Une courbe moyenne ainsi qu'une enveloppe des points sont tracés sur la Figure IV.24. La largeur de la bande est de l'ordre de 150 MPa.

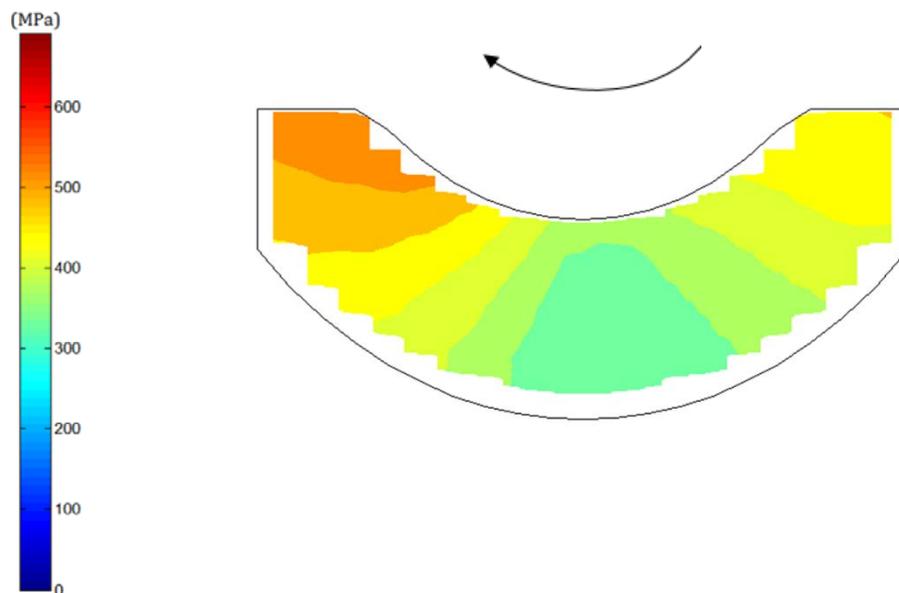
Par la suite, un processus pour prendre en compte ces deux phénomènes est présenté. L'usure et le pitting sont déclenchés et arrêtés dans le modèle, en fonction de courbes obtenues expérimentalement. Ce processus est appliqué sur le cas A et le cas C.



**Figure IV.24 : Courbe de Pression-nombre de cycles pour le bronze [160]**

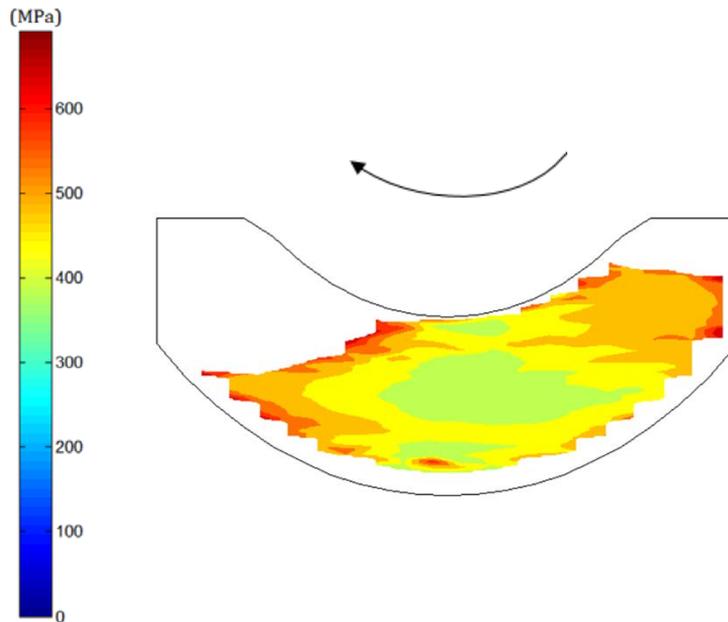
### Cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ , $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ )

Par exemple pour l'essai A, qui présente un écart important entre les valeurs de jeu de battement obtenus avec le modèle et celles obtenues expérimentalement (Figure IV.12), l'engrenage commence à s'user dès le début du fonctionnement jusqu'à  $2 \cdot 10^6$  cycles (phase I), donc l'usure est déclenchée dans le modèle sur cette période. La Figure IV.25 représente la distribution des pressions après  $2 \cdot 10^6$  cycles.



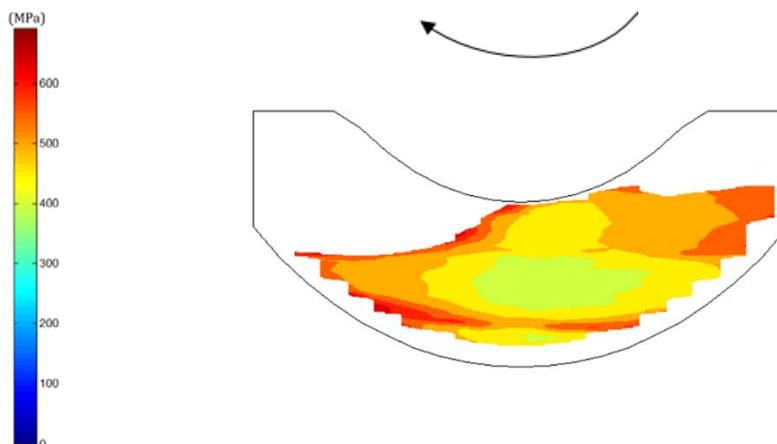
**Figure IV.25 : Distribution des pressions après  $2 \cdot 10^6$  cycles.**

Puis une première phase de pitting (phase II) commence (Figure IV.12), elle correspond à  $11 \cdot 10^6$  cycles, ce qui correspond sur la courbe d'endurance à une pression 425MPa (10% plus de cette valeur a été choisi,  $P_{limite1} = 465 \text{ MPa}$ ). En couplant cette distribution de pression avec la courbe d'endurance, tous les points ayant des pressions plus élevées que  $P_{limite1} = 465 \text{ MPa}$  sont enlevés. L'enlèvement de matière sur les points concernés est effectué en supposant que la contrainte de cisaillement maximale se situe en sous couche à 0.78 de demi-largeur de contact (la géométrie équivalente du contact entre la roue et la vis peut être modélisée par un contact cylindre-plan. Les fissures se produisent donc sous la surface à une profondeur proche de 0,78 fois la demi-largeur de contact [6]). Par conséquent, on enlève 0.78\*demi largeur de contact en ce point, ensuite la répartition des pressions est recalculée (Figure IV.26).

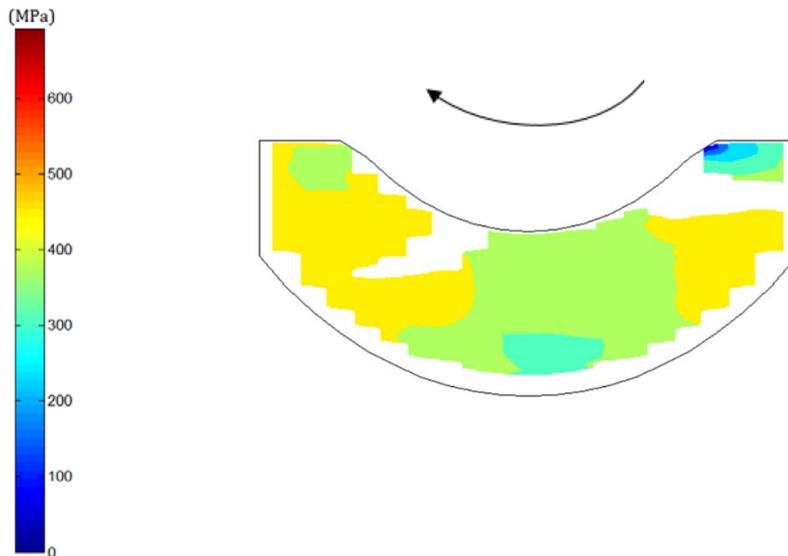


**Figure IV.26 : Distribution des pressions après 1<sup>ère</sup> phase de pitting.**

Puis le modèle d'usure est déclenché jusqu'à  $14 \cdot 10^6$  cycles (phase III). La deuxième phase de pitting commence alors (phase IV), cette phase correspond à  $3 \cdot 10^6$  cycles. Pour cette valeur, on lit une pression 538 MPa sur la courbe d'endurance (10% en plus a été choisi,  $P_{limite2} = 592$  MPa). Tous les points avec des pressions plus élevées que  $P_{limite2}$  sont enlevés de la même manière que pour la première phase de pitting. Les pressions sont recalculées à nouveau (Figure IV.27). Ensuite, une phase d'usure est déclenchée jusqu'à la fin de l'essai ( $20 \cdot 10^6$  cycles). La Figure IV.28 montre la répartition des pressions de contact après  $20 \cdot 10^6$  cycles. On constate que des zones, déjà enlevées dans les phases de pitting, sont rentrées à nouveau dans le contact, ce qui signifie que la surface résiduelle du flanc de la roue est rattrapée par l'usure.

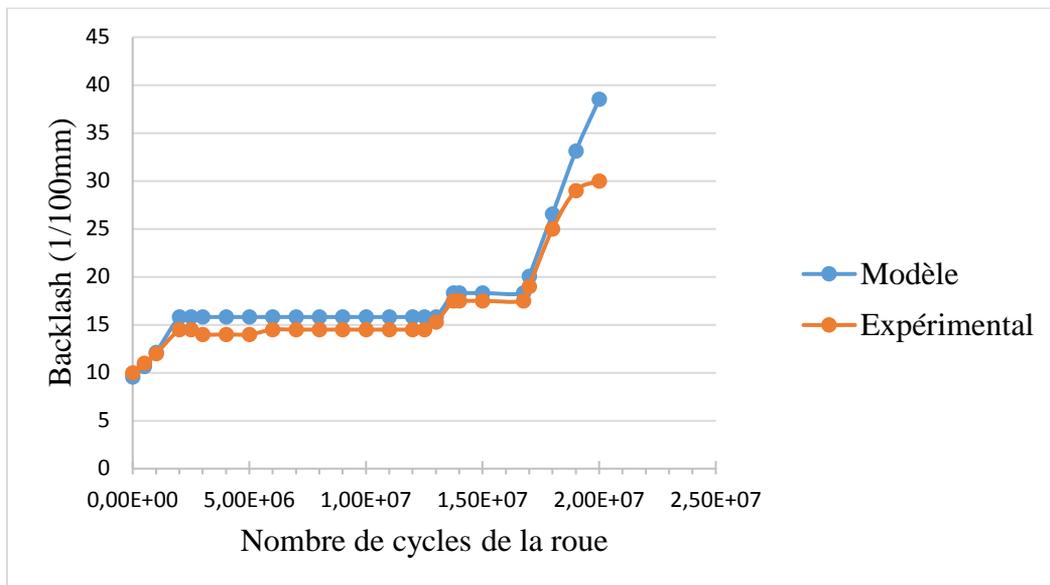


**Figure IV.27 : Distribution des pressions après 2<sup>ème</sup> phase de pitting.**



**Figure IV.28 : Distribution des pressions après  $20 \cdot 10^6$  cycles.**

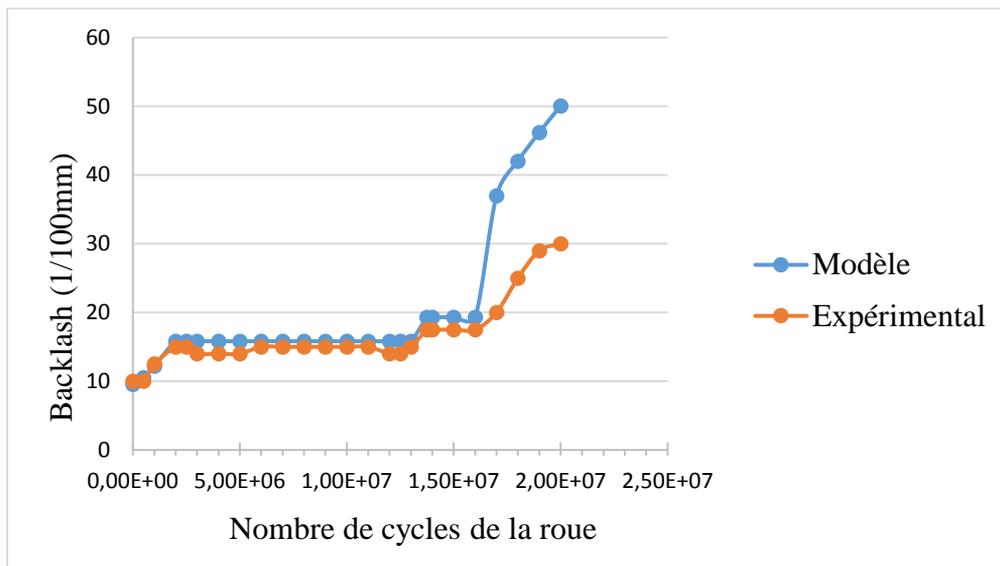
En tenant compte du couplage entre l'usure et le pitting de cette manière simple, on constate que sur la courbe d'évolution de backlash, le modèle concorde avec la courbe obtenue avec l'essai (Figure IV.29).



**Figure IV.29 : Comparaison du backlash mesuré et simulé, cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ ,  $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ ) en tenant compte du pitting ( $P_{\text{limite1}}=465 \text{ MPa}$  et  $p_{\text{limite2}}= 592 \text{ Mpa}$ ).**

Notons que les pressions limites trouvées sur la courbe d'endurance ( $P_{\text{limite1}}=425 \text{ MPa}$  et  $P_{\text{limite2}}=538 \text{ MPa}$ ) ont été choisies dans un premier temps pour les phases de pitting. L'évolution du jeu obtenu est représentée sur la Figure IV.30. Après la deuxième phase de pitting, l'usure est sévère, du fait qu'on a enlevé trop de points et donc la surface de contact devient petite, les courbes se séparent. C'est pourquoi, il a été décidé de prendre des pressions limites majorées de 10% par rapport aux valeurs moyennes trouvées sur la courbe

d'endurance, afin d'enlever moins de points. De plus, les valeurs choisies restent à l'intérieur de la largeur de bande définie sur la courbe de l'endurance (de l'ordre de 150MPa).



**Figure IV.30 : Evolution du backlash simulé, cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ ,  $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ ) avec  $P_{\text{limit}1} = 425 \text{ MPa}$  et  $P_{\text{limite}2} = 538 \text{ MPa}$ .**

### Discussion :

À la fin de chaque phase du cas A étudié, des paramètres sont repérés. L'idée est de voir les variations de ces paramètres lors de passage d'une phase à l'autre (de l'usure au pitting ou l'inverse).

Les paramètres pris en compte sont :

- La pression maximale de contact  $P_{\text{max}}$ ,
- La pression moyenne de contact  $P_{\text{moy}}$ , : moyenne de pressions (non nulles) de tous les points qui sont en contact,
- Le pourcentage de surface de contact (où les pressions sont non nulles) par rapport à la surface totale du flanc de la dent :  $S_0$ ,
- Le pourcentage de surface de contact où il y a des pressions plus élevées que la pression moyenne par rapport à la surface totale de flanc :  $S_1$ ,
- Le pourcentage de surface de contact où il y a des pressions plus élevées que la pression moyenne par rapport à la surface de contact :  $S_2$ .

Ces différents paramètres sont présentés sur la Figure IV.31.

### Géométrie initiale (sans usure)

Tout d'abord, à partir de la géométrie initiale, la répartition des pressions est calculée. La pression maximale est  $P_{\text{max}} = 560 \text{ MPa}$ , la moyenne des pressions de tous les points de contact (où les pressions ne sont pas nulles) est  $P_{\text{moy}} = 425 \text{ MPa}$ ,

La surface de contact (où il y a des pressions) par rapport à la surface de flanc est égale à 86 %.  
 La surface de contact où les pressions sont plus élevées que la pression moyenne par rapport à la surface de flanc est de 39%.

Et la surface de contact où les pressions sont plus élevées que la pression moyenne constitue 46% par rapport à la surface totale de contact.

En utilisant la formule approximative, dérivée de l'expérimental, proposée dans [157] [19], pour estimer le nombre de cycles jusqu'à la première apparition de pitting :

$$N_{LI} = 10^6 \cdot \left( 1 + 0,860 \cdot \ln \left( 3 \cdot \frac{v_{gm}}{v_{ref}} \right) \right) \cdot \exp \left[ 28,078 - 4,666 \cdot \ln \left( 520 \cdot \frac{\sigma_{Hm}}{\sigma_{Hlim}} \right) \right]$$

Cette équation est validée dans certaines conditions, et l'engrenage utilisé et les conditions de fonctionnement vérifient ces conditions.

$v_{gm}$  : Vitesse de glissement au rayon de référence,  $v_{gm} = 4.1$  m/s

$v_{ref}$  : Vitesse de glissement de référence (3 m/s),

$\sigma_{Hm}$  : Contrainte de contact moyenne,  $\sigma_{Hm} = 425$  MPa

$\sigma_{Hlim}$  : Contrainte admissible au pitting.  $\sigma_{Hlim} = 520$  MPa

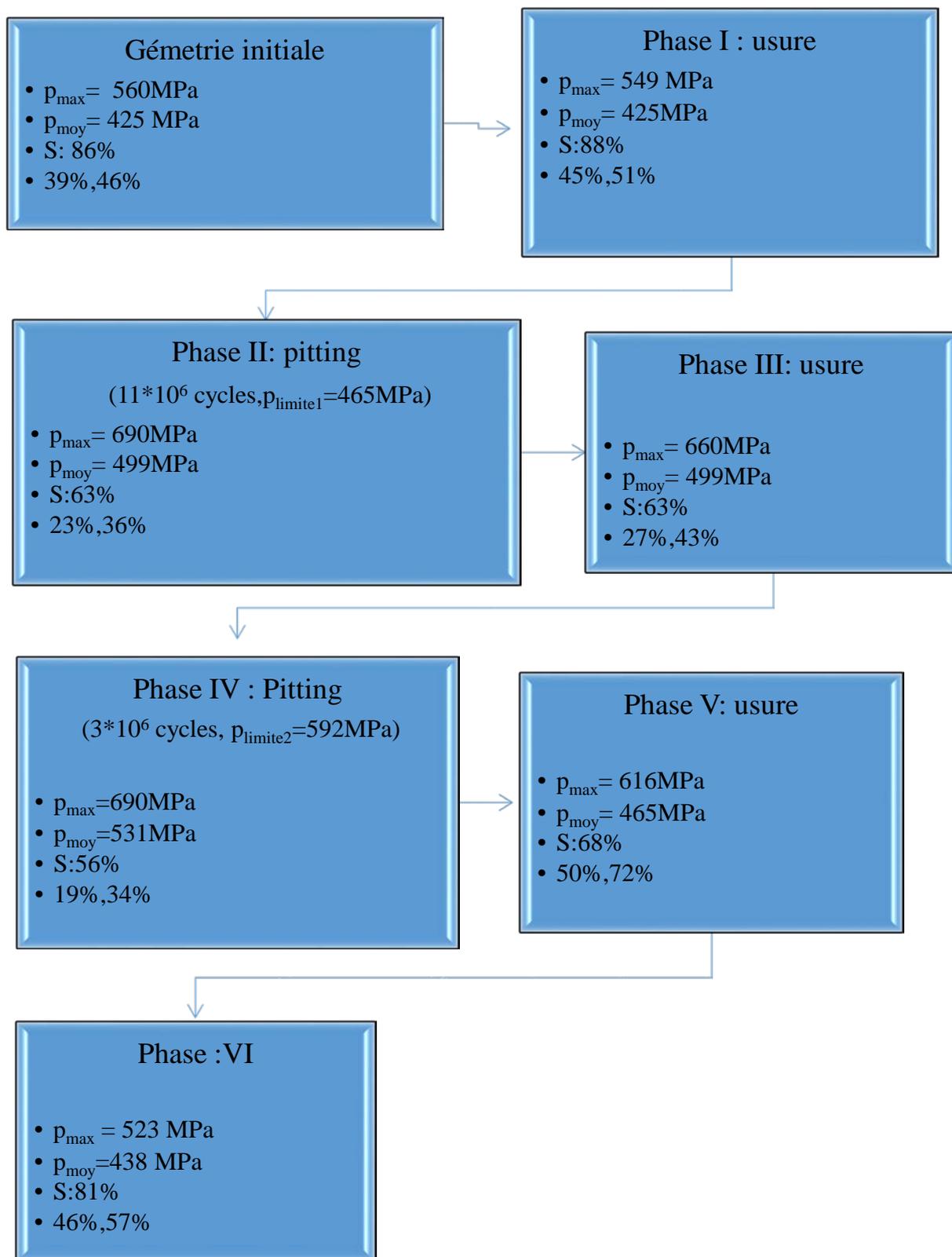


Figure IV.31 : Différents paramètres à la fin de chaque phase, cas A ( $n_1 = 1600 \text{ tr/mn}$ ,  $C_2 = 1250 \text{ Nm}$ )

On obtient :

$N_L = 1.88 \cdot 10^6$  cycles, cela veut dire que le premier pitting apparaîtra après  $1.88 \cdot 10^6$  cycles et cela concorde avec les résultats expérimentaux, où la première phase de pitting était après  $2 \cdot 10^6$  cycles.

L'engrenage va s'user pendant cette période. Notons que sans doute la manière dont la pression moyenne est calculée n'est pas la même que dans la norme.

#### Fin de la phase d'usure (phase I) :

La pression maximale est  $P_{\max} = 549$  MPa, la pression moyenne est presque la même  $P_{\text{moy}} = 425$  MPa. La surface de contact par rapport à la surface de flanc est :  $S_0 = 88\%$ .

La surface de contact où les pressions sont plus élevées que la pression moyenne par rapport à la surface du flanc est de :  $S_1 = 45\%$ . La surface de contact où les pressions sont plus élevées que la pression moyenne est  $S_2 = 51\%$  par rapport à la surface totale de contact.

Donc, on a une zone de surface assez chargée, de manière à favoriser le pitting (d'après la bibliographie, le pitting est fortement lié aux pressions de contact en surface). Alors, une phase de pitting commence (phase II).

La pression moyenne à la fin de la phase d'usure (phase I)  $P_{\text{moy}} = 425$  MPa. Cette valeur correspond sur la courbe d'endurance à  $11 \cdot 10^6$  cycles, ce qui concorde avec l'essai, où la phase de pitting suivante (phase II) observée sur la courbe expérimentale correspond à  $11 \cdot 10^6$  cycles. Dans le calcul, une pression limite majorée de 10% a été fixée.

#### Fin de la phase de pitting (phase II) :

Tous les points qui ont des pressions dépassant  $P_{\text{limite1}} = 465$  MPa sont enlevés. La répartition des pressions est recalculée et la charge redistribuée sur la partie de surface où il n'y a pas de pitting. À la fin de cette phase, la surface de contact étant réduite, la pression maximale augmente :  $P_{\max} = 690$  MPa, et la moyenne des pressions  $P_{\text{moy}} = 499$  MPa augmente aussi, conséquence de la diminution de la surface de contact.

La surface de contact par rapport à la surface du flanc est réduite à  $S_0 = 63\%$ .

La surface de contact où les pressions sont plus élevées que la moyenne des pressions est  $S_1 = 23\%$  par rapport à la surface du flanc et  $S_2 = 36\%$  par rapport à la surface totale de contact.

Donc, la surface de contact est réduite et les pressions sont élevées, le phénomène d'usure (phase III) est donc favorisé.

$P_{\max} = 690$  MPa correspond sur la courbe d'endurance à nombre de cycles  $0.7 \cdot 10^6$  cycles, la durée de la phase d'usure suivante est  $0.75 \cdot 10^6$  cycles.

#### À la fin de la phase d'usure (phase III) :

La pression maximale et la moyenne des pressions à la fin de cette phase ( $P_{\max} = 660$  MPa,  $P_{\text{moy}} = 499$  MPa) respectivement. La surface de contact par rapport à la surface du flanc est de 63%,

La surface de contact où les pressions sont plus élevées que la pression moyenne est  $S_1 = 27\%$  par rapport à la surface de flanc et  $S_2 = 43\%$  par rapport à la surface de contact.

Ensuite, une phase de pitting commence (phase IV). La pression moyenne à la fin de la phase III est 499 MPa, qui donne sur la courbe d'endurance un nombre de cycle  $4.6 \cdot 10^6$  cycles. Par contre, la phase de pitting suivante correspond à  $3 \cdot 10^6$  cycles, qui fournit à son tour sur la courbe d'endurance une pression de 538 MPa. La pression trouvée sur la courbe d'endurance a été majorée de 10%.

#### Fin de la phase de pitting (phase IV) :

Tous les points ayant une pression plus élevée que  $P_{\text{limite2}} = 592$  MPa ont été enlevés et la répartition de pression a été recalculée. L'enlèvement des points est effectué de la manière déjà expliquée dans la phase II.

À la fin cette phase de pitting (phase IV), la pression maximale et la pression moyenne sont ( $P_{\text{max}} = 690$  MPa,  $P_{\text{moy}} = 531$  MPa) respectivement. La surface de contact a diminué à 56% par rapport à la surface du flanc. La surface de contact, où les pressions sont plus élevées que la pression moyenne, est réduite aussi à  $S_1 = 19\%$  par rapport à la surface du flanc et à  $S_2 = 34\%$  par rapport à la surface de contact.

La surface de contact est réduite et les pressions augmentent, par conséquent l'usure se déclenche (phase V).

#### Fin de la phase d'usure (phase V) :

La pression maximale et la moyenne des pressions diminuent à la fin de cette phase ( $P_{\text{max}} = 616$  MPa,  $P_{\text{moy}} = 465$  MPa) respectivement. La surface de contact par rapport à la surface du flanc augmente à 68%,  $S_1 = 50\%$ ,  $S_2 = 72\%$ .

Le pourcentage de la surface où les pressions sont plus élevées que la moyenne est grand. À cette phase, on constate sur la courbe expérimentale que le jeu commence à se stabiliser, cela veut dire que le pitting commence. Il faudrait donc le déclencher pour mieux coller à la courbe expérimentale.

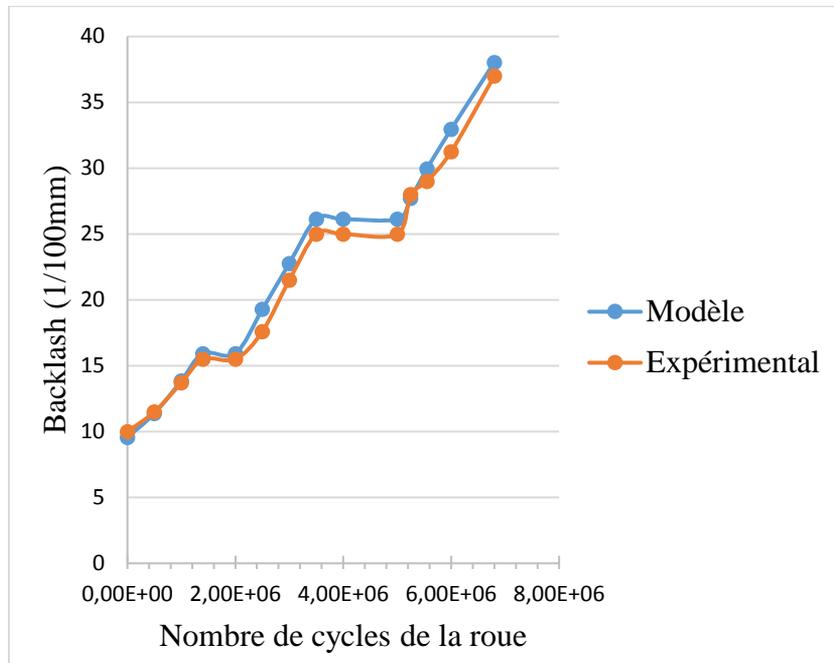
#### Fin de l'essai :

À la fin de l'essai les pressions obtenues qu'avec l'usure sont ( $P_{\text{max}} = 523$  MPa,  $P_{\text{moy}} = 438$  MPa). La surface de contact par rapport à la surface du flanc augmente à 81%,  $S_1 = 46\%$ ,  $S_2 = 56\%$ . La surface de contact a augmenté avec l'usure. Les surfaces sont décalées, car la dernière phase de pitting n'a pas été simulée.

#### **Cas C ( $n_1 = 900$ tr/mn, $C_2 = 1700$ Nm)**

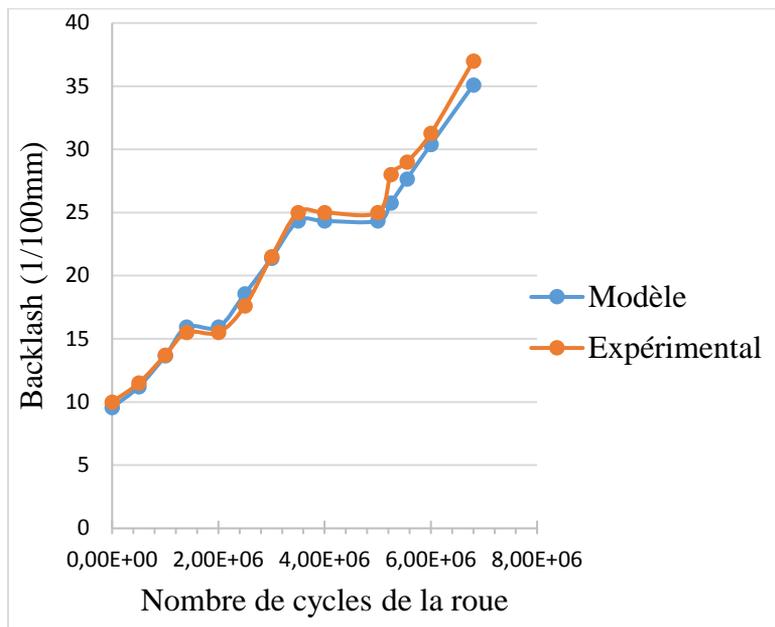
L'engrenage commence à s'user dès le début du fonctionnement jusqu'à  $1.4 \cdot 10^6$  cycles (phase I), donc l'usure est déclenchée dans le modèle jusqu'à  $1.4 \cdot 10^6$  cycles. Cette phase est suivie par une phase de pitting (phase II) de durée  $0.6 \cdot 10^6$  cycles, qui correspond à une pression 700 MPa sur la courbe d'endurance. Pour prendre en compte cette phase dans le modèle, la répartition de pression à la fin de la phase I est couplée avec la courbe d'endurance et donc tous les points dont les pressions sont plus élevées que  $P_{\text{limite1}} = 587$  MPa (la valeur est dans l'enveloppe limitant les points de la courbe d'endurance) sont enlevés de la même manière que présentée précédemment, et la répartition de pression est recalculée. La surface de contact a diminué et les pressions de contact augmentent, entraînant le déclenchement de l'usure (phase III) jusqu'à  $3.5 \cdot 10^6$  cycles. Ensuite, une 2<sup>ème</sup> phase de pitting commence (phase IV), elle dure  $1.5 \cdot 10^6$  cycles. Ce nombre de cycles correspond sur la courbe d'endurance à une pression  $P_{\text{limite2}} = 595$  MPa. Les points avec des pressions dépassant  $P_{\text{limite2}}$  sont enlevés et la répartition des pressions est recalculée. Cette phase est suivie d'une phase d'usure (phase V) qui continue jusqu'à  $6.8 \cdot 10^6$  cycles.

La Figure IV.32 montre une comparaison entre l'évolution du jeu de battement simulé et celui mesuré expérimentalement, les courbes sont proches.



**Figure IV.32 : Comparaison de backlash simulé et mesuré, cas C ( $n_1 = 900 \text{ tr/mn}$ ,  $C_2 = 1700 \text{ Nm}$ ) en prenant en compte le pitting ( $P_{\text{limite1}} = 587 \text{ MPa}$  et  $p_{\text{limite2}} = 595 \text{ MPa}$ ).**

Notons que dans un premier temps, le processus est appliqué en utilisant les valeurs moyennes des pressions limites ( $P_{\text{limite1}} = 700 \text{ MPa}$  et  $p_{\text{limite2}} = 595 \text{ MPa}$  dans les deux phases de pitting respectivement) obtenues sur la courbe d'endurance, la Figure IV.33 montre les résultats obtenus, la courbe simulée très proche et est située au-dessous de la courbe expérimentale. Le fait de diminuer  $P_{\text{limite1}}$  enlève plus de points et par conséquent augmente la pente de la courbe dans la phase d'usure (phase II), ce qui correspond mieux à la réalité.



**Figure IV.33 : L'évolution du backlash simulé, cas C ( $n_1 = 900 \text{ tr/mn}$ ,  $C_2 = 1700 \text{ Nm}$ ) avec  $P_{\text{limite1}} = 700 \text{ MPa}$  et  $P_{\text{limite2}} = 595 \text{ MPa}$ .**

Dans la suite, différents paramètres sont repérés à la fin de chaque phase, ils sont présentés sur la Figure IV.34. Par la suite, une discussion est menée.

### Géométrie initiale (sans usure)

La répartition des pressions est calculée avec la géométrie initiale (sans usure), la pression maximale est  $P_{\max} = 660$  MPa, la pression moyenne est  $P_{\text{moy}} = 470$  MPa.

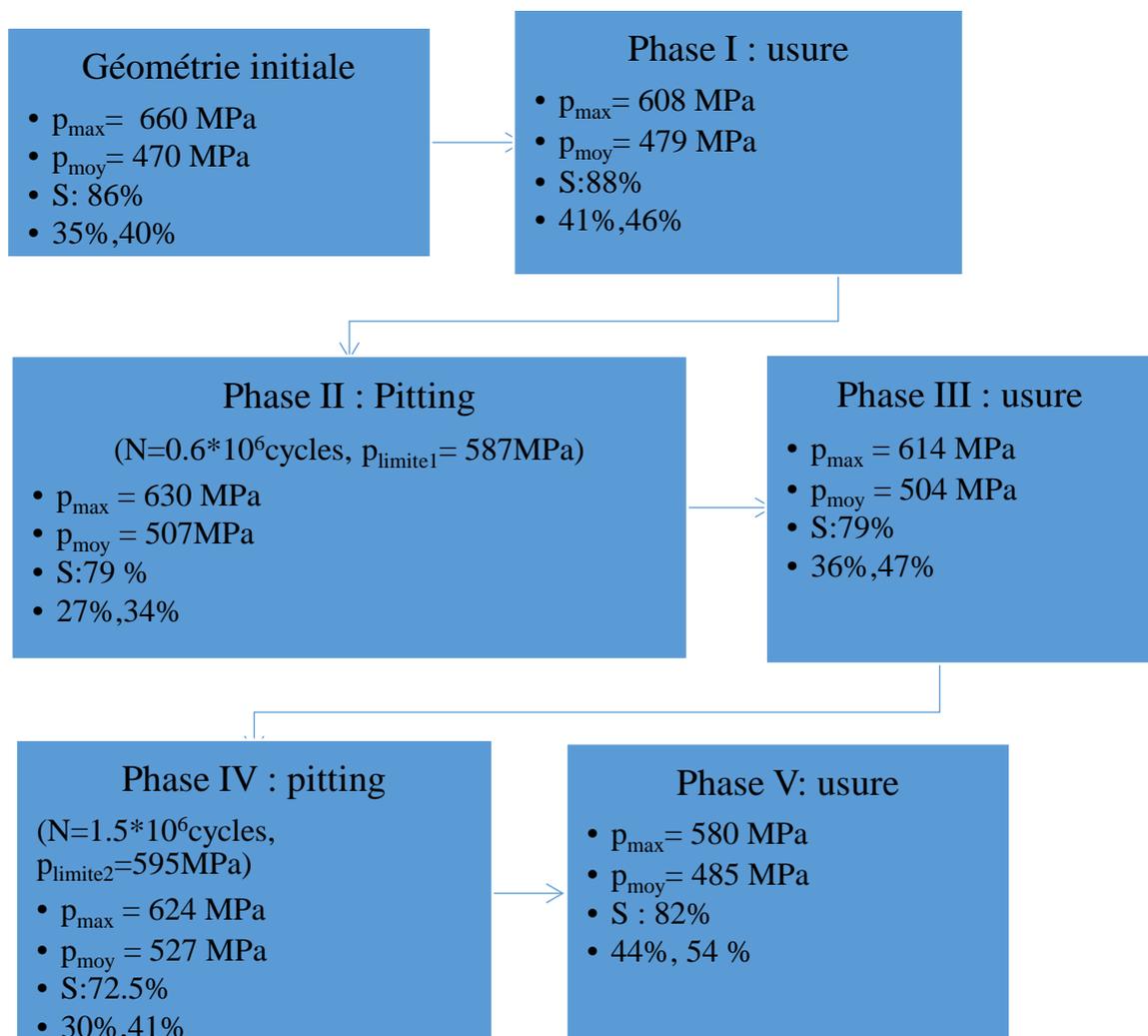
La surface de contact (où il y a des pressions) par rapport à la surface du flanc est 86 %.

La surface de contact où il y a des pressions plus élevées que la pression moyenne par rapport à la surface du flanc est de 35%.

Et la surface de contact où les pressions sont plus élevées que la pression moyenne constitue 40% par rapport à la surface totale de contact.

En utilisant la formule approximative, dérivée de l'expérimental [157] [19], pour estimer le nombre de cycles jusqu'à la première apparition de pitting avec une pression moyenne  $P_{\text{moy}} = 470$  MPa,

$$N_{LI} = 10^6 \cdot \left( 1 + 0,860 \cdot \ln \left( 3 \cdot \frac{V_{gm}}{V_{ref}} \right) \right) \cdot \exp \left[ 28,078 - 4,666 \cdot \ln \left( 520 \cdot \frac{\sigma_{Hm}}{\sigma_{Hlim}} \right) \right]$$



**Figure IV.34 : Différents paramètres à la fin de chaque phase cas C, ( $n_1 = 900$  tr/mn,  $C_2 = 1700$  Nm)**

$v_{gm}$  : Vitesse de glissement au rayon de référence,  $v_{gm} = 2.46$  m/s,  
 $v_{ref}$ : Vitesse de glissement de référence (3 m/s),  
 $\sigma_{Hm}$  : Contrainte de contact moyenne,  $\sigma_{Hm} = 470$ MPa,  
 $\sigma_{Hlim}$ : Contrainte admissible au pitting.  $\sigma_{Hlim} = 520$ MPa.

On obtient donc :  $N_L = 1 \cdot 10^6$  cycles, donc le pitting apparaîtra après  $1 \cdot 10^6$  cycles, ce qui est comparable avec les résultats expérimentaux, le pitting naissant après  $1.4 \cdot 10^6$  cycles.

D'une manière générale, à partir de l'analyse des deux cas étudiés (A et C), on constate que dans la phase d'usure qui précède la phase de pitting, les pourcentages de surface en contact S1 et S2 (où il y a des pressions plus élevées que la pression moyenne par rapport à la surface de flanc et à par rapport à la surface de contact) sont élevés, si on les compare avec ceux obtenus dans les phases de pitting.

Après l'enlèvement des points dépassant la pression limite, les pressions augmentent, dû à la diminution de surface de contact, favorisant ainsi l'usure. En prenant en compte le pitting, la surface de contact diminue et donc les pressions de contact augmentent.

Pour le recalage des résultats :

Dans certains cas, à partir de la pression obtenue à la fin de la phase, on peut estimer de manière approximative la période de la phase suivante. Soit avec la formule approximative issue de la bibliographie, soit avec la courbe d'endurance.

En ce qui concerne le cas A, dans les deux phases de pitting, les valeurs des pressions limites choisies sont supérieures aux pressions limites moyennes trouvées sur la courbe d'endurance. Alors que pour le cas C, dans la 1<sup>ère</sup> phase de pitting, la valeur de pression limite est inférieure à la pression moyenne trouvée sur la courbe d'endurance.

## 7. Conclusion

Des comparaisons sont réalisées entre les résultats obtenus avec le modèle numérique développé et des résultats expérimentaux de longue durée issus de la bibliographie.

Les comparaisons de la portée de contact simulée avec celle obtenue expérimentalement après un certain nombre de cycles montrent que les zones de pressions maximales correspondent bien à celles où le pitting apparaît expérimentalement.

Les comparaisons de l'évolution du jeu de battement simulé et mesuré ont montré que le modèle prévoit plus d'usure. Ces différences peuvent être expliquées par le fait que l'usure abrasive n'est pas le seul phénomène intervenant sur les flancs de la roue, mais il est couplé avec le pitting en particulier, pour lequel le jeu reste constant. Pour les cas d'essais dans lesquels l'usure commence dès le début de fonctionnement de l'engrenage, les résultats simulés sont en bon accord avec ceux de l'essai, jusqu'à ce que le phénomène de pitting intervienne : les courbes se séparent alors, car l'usure continue dans le modèle, alors que dans l'essai le jeu reste constant pendant la période de pitting. Le pitting n'est pas pris en compte dans le modèle d'usure.

Les résultats du modèle mettent en évidence que l'évolution de l'usure est linéaire et qu'elle augmente avec le couple appliqué. La même tendance est observée avec les résultats expérimentaux.

Les prédictions du modèle montrent que la répartition des pressions ainsi que l'erreur de transmission changent avec l'usure de manière quantitative et qualitative.

Les résultats du modèle indiquent aussi qu'aux vitesses de rotation plus élevées, l'usure et donc le jeu de battement sont plus petits qu'avec des vitesses de rotation moins élevées, en raison de l'augmentation de l'épaisseur du film lubrifiant (et donc du rapport  $\lambda$ ) avec la vitesse, et par conséquent, la diminution du coefficient d'usure local.

La difficulté de prendre en compte à la fois les deux phénomènes (usure abrasive et pitting) dans le modèle réside dans le fait que l'évolution de deux phénomènes dépend fortement des conditions de fonctionnement. Pour le même engrenage, le moment où le pitting et l'usure commencent et s'arrêtent, change en fonction des conditions de fonctionnement, et donc il faudrait trouver une loi pour simuler ce comportement.

Pour recalibrer les résultats du modèle avec les résultats expérimentaux, une tentative d'intégration du pitting a été réalisée en couplant le calcul de la répartition des pressions de contact avec la courbe d'endurance du bronze (Pression-nombre de cycles). Cela permet de prédire les zones sur les flancs de dents où le pitting va apparaître. L'usure et le pitting sont donc déclenchés et arrêtés en fonction de la courbe expérimentale. La comparaison des résultats d'évolution du jeu de battement simulé, en prenant en compte le pitting, avec celui mesuré sont alors toujours proches. Ensuite, des paramètres sont repérés à la fin de chaque phase pour observer leurs évolutions avec les deux phénomènes.

Notons que le processus adopté est très simple, l'objectif étant de montrer que si le pitting est pris en compte dans le modèle, on peut recalibrer les résultats avec les essais. Mais le phénomène de pitting est plus complexe que dans le processus, il peut être dépendant d'autres paramètres influents, qui ont été négligés.



---

---

# Conclusion générale

---

---

Le comportement mécanique sous charge des engrenages roues et vis sans fin en prenant en compte l'usure de la roue est étudié dans ce travail de thèse. Présentant de nombreux avantages par rapport aux engrenages classiques, les engrenages roues et vis sans fin sont largement utilisés dans de nombreuses applications industrielles. Ils permettent un grand rapport de réduction, en assurant une sécurité de fonctionnement par les notions : d'irréversibilité, de silence et d'un engrènement doux. Le principal inconvénient du réducteur à roue et vis sans fin est le problème d'usure, en raison du degré de glissement relativement élevé au niveau des contacts entre les dents. Afin d'éviter le grippage, il est nécessaire d'utiliser des matériaux différents pour la vis et la roue. Cependant, l'utilisation d'un matériau relativement souple pour l'une des surfaces limite les contraintes de contact admissibles et donc la capacité de charge. Une conséquence inévitable de cet arrangement (acier/bronze) est que les dents de la roue en bronze sont soumises à un taux d'usure qui est beaucoup plus élevé que celui qui pourrait être attendue dans un engrenage classique (acier/acier).

Par conséquent, il est souhaitable de proposer un modèle qui peut prédire le comportement à l'usure des engrenages roues et vis sans fin dans les premières phases de la conception pour permettre au concepteur de prendre des mesures correctives pour minimiser ces effets défavorables.

Un des principaux apports de ce travail de recherche est de coupler une loi d'usure avec un modèle du comportement quasi statique de répartition des charges et de réactualiser les géométries des dentures avec l'évolution de l'usure. En plus, le modèle de contact développé permet de prendre en compte les déformations de flexion non seulement selon le profil de denture mais aussi selon sa largeur de denture ainsi bien que l'environnement de l'engrenage en terme de géométrie des arbres, voile, jante, roulements,....

L'objectif général de ce travail était d'une part de modéliser le comportement quasi statique des engrenages roues et vis sans fin dans le cas où la vis est en acier et la roue en bronze, et d'autre part d'intégrer l'usure de la roue dans le modèle. Celui-ci doit proposer plusieurs résultats comme le partage des charges, les pressions de contact, l'erreur de transmission sous charge, les raideurs d'engrènement, le jeu de battement, l'usure,...

Pour réaliser cet objectif, ce travail a été découpé en trois étapes distinctes :

- Modélisation du comportement mécanique des engrenages roues et vis sans fin,
- Modélisation de l'usure de la roue en couplant le modèle de contact avec un modèle d'usure,
- Validation du modèle numérique avec des résultats expérimentaux issus de la bibliographie.

Le chapitre I présente un état de l'art de la modélisation du comportement mécanique des engrenages et la modélisation de l'usure. Il commence par une présentation de la géométrie de l'engrenage à vis. Ensuite, différents modèles issus de la littérature permettant de simuler le comportement sous charges des engrenages à vis sont décrits : méthodes normalisées, méthodes permettant de modéliser le comportement élastique et du contact entre les dents. Les différents modes de défaillance dans les engrenages roues et vis sans fin, les principaux modèles utilisés

dans la littérature pour modéliser l'usure, et la fatigue de contact ainsi que l'étude du pitting dans les engrenages à vis sont présentés.

Le chapitre II décrit la modélisation du comportement mécanique sous charge des engrenages roues et vis sans fin. Cette méthode développée au LaMCoS est déjà utilisée pour différents types d'engrenages. Elle se base sur la résolution des équations de compatibilité des déplacements et sur la méthode des coefficients d'influence. Afin de limiter les temps de calculs, les effets dus à la flexion et au contact ont été séparés. Les effets de contact ont été obtenus par une méthode analytique, basée sur la théorie de Boussinesq. Alors que les effets globaux de flexion ont été estimés par la combinaison d'un unique calcul Éléments Finis, permettant de prendre en compte des conditions aux limites réalistes de l'environnement de l'engrenage (géométries spéciales comme la géométrie des arbres, des jantes et des voiles, les emplacements et les raideurs des roulements,...), et des fonctions d'interpolation permettant de réduire significativement les temps de calculs.

Pour calculer les coefficients de flexion :

- Tout d'abord, une macro-commande permet de générer automatiquement la géométrie de la vis dans un logiciel de CAO standard, ainsi que ces points nécessaires au calcul des bases de fonctions des coefficients d'influence.
- Avec une seconde macro-commande, un effort est appliqué successivement sur chacun des points de la dent centrale dans un module Éléments Finis 3D standard. Pour chaque effort appliqué, les déplacements de tous les points de trois dents sont récupérés. Afin de ne conserver que les déplacements de flexion, deux calculs sont réalisés : le premier avec le flanc anti-homologue libre, et le second avec le flanc anti-homologue bloqué. Les déplacements obtenus par le second calcul sont ensuite soustraits à ceux du premier.
- Ces déplacements sont ensuite combinés à des fonctions d'interpolation permettant de calculer les coefficients d'influence de flexion.

Les fonctions de forme sont décomposées en deux fonctions : une fonction simule le comportement de la dent selon sa hauteur et une seconde modélise le comportement de la dent selon sa largeur.

- Selon la hauteur de la dent de la roue et du filet la vis : le comportement est similaire à celui d'une poutre encasté-libre, les fonctions ont été définies selon les déformées d'une poutre encasté-libre.
- Selon la largeur de denture de la roue, le comportement de la dent est proche du comportement d'une poutre libre-libre.
- Selon la largeur de filet de la vis : l'utilisation de fonctions de résonance de poutre libre-libre ou encastée-encastée peuvent être envisagées. Afin de bien définir les fonctions à utiliser, des études ont été menées en comparant les déplacements de différents points obtenus par les fonctions avec les déplacements de ces mêmes points obtenus avec Éléments Finis. Les résultats montrent que les deux types de fonctions envisagées pour définir le comportement selon la largeur de filet donnent de bons résultats. Toutefois, dans certains cas ce sont les fonctions de résonance de poutre libre-libre qui donnent de meilleurs résultats, tandis que pour d'autres cas de charge, ce sont les fonctions de résonance de poutre encastée-encastée. Afin d'être le plus précis possible pour toutes

les configurations. Il a été proposé de définir le comportement des filets selon sa largeur par la moyenne des fonctions de résonance de poutre libre-libre et encastree-encastree.

Le chapitre III est consacré à la présentation de modèle d'usure, une méthodologie combinant le modèle de contact avec le modèle d'usure d'Archard. Cette loi d'Archard est adaptée pour tenir compte de l'influence des conditions de lubrification via un coefficient d'usure local dépendant de l'épaisseur de film lubrifiant, rapportée à l'amplitude des rugosités des surfaces. La perte de matière par l'usure crée des écarts par rapport à la forme initiale de la surface, par conséquent, cela peut influencer la portée de contact et les autres résultats quasi-statiques tels que l'erreur de transmission et la raideur d'engrènement. Donc, les modifications des surfaces des dents de la roue due à l'usure doivent être prises en compte dans le modèle développé et les calculs de pressions de contact doivent être réactualisés. Vu que la quantité d'usure enlevée par cycle est très petite, la mise à jour de la géométrie n'est pas réalisée après chaque cycle de fonctionnement. Le concept de l'étape d'usure pendant laquelle la forme de la dent n'est pas changée de manière significative est introduit. Ensuite, la sensibilité d'usure cumulée et les caractéristiques de transmission à la taille de l'étape d'usure sont examinées. L'approche optimale est d'utiliser une taille variable de l'étape d'usure. L'utilisation de cette approche est intéressante quand on étudie l'usure sur une longue durée de fonctionnement, parce qu'elle permet de réduire le nombre d'étapes nécessaires au calcul.

Le chapitre V a pour but de valider le modèle d'usure à l'aide de résultats d'essais issus de la bibliographie. Des essais de longue durée, avec différentes conditions de fonctionnement, ont été réalisés sur des réducteurs à vis sans fin. L'usure est évaluée en mesurant le jeu de battement. Des comparaisons sont effectuées pour trois cas, avec différentes conditions de fonctionnement (couple, vitesse), entre les résultats du modèle et les résultats expérimentaux. Les comparaisons du jeu de battement montrent que pour certains cas commençant avec de l'usure dès le début de fonctionnement, la courbe obtenue avec le modèle se superpose avec celle de l'expérimental, puis les résultats se séparent. Ceci est dû au phénomène de pitting qui survient lors de fonctionnement de l'engrenage. Pendant cette période de pitting, il n'y a pas d'usure et ce temps correspond à l'incubation en sous couche : les pressions de contact en surface initient des fissures en sous couche. Quand ces fissures arrivent en surface, elles laissent des écailles. Donc pendant cette période, le jeu de battement ne change pas. Le modèle développé prend en compte seulement le phénomène d'usure abrasive. Les résultats du modèle indiquent que l'usure influence sur la portée de pressions et sur l'erreur de transmission. Pour recalibrer les résultats avec les essais, un processus a été utilisé pour prendre en compte l'usure et le pitting. Ce dernier est pris en compte en couplant le calcul de la répartition des pressions avec la courbe d'endurance du bronze (Pression-Nombre de cycles). Dans ce processus, l'usure et le pitting sont déclenchés et arrêtés en fonction des courbes expérimentales. Les résultats obtenus en utilisant ce procédé concordent avec les résultats expérimentaux.

En conclusion, l'objectif fixé de proposer un modèle du comportement sous charge des engrenages roues et vis sans fin en tenant compte l'usure de la roue a été atteint. Les comparaisons des résultats numériques et expérimentaux ont confirmé la validité des simulations basées sur des modèles scientifiques.

Ce modèle peut servir de base à différentes réflexions et futurs développements. Les perspectives peuvent être regroupées en fonction des deux thématiques abordées :

- La modélisation de l'usure repose sur un coefficient d'usure dont on peut dire qu'il reste assez mal connu et maîtrisé. Il était envisagé de déterminer ce coefficient expérimentalement, mais pour des contraintes matérielles et de temps, les essais n'ont

pas pu être réalisés. Donc, des essais sur réducteurs à roue et vis sans fin sont nécessaires afin de constituer des données réalistes pour cette application.

- L'intégration d'un modèle de fatigue de contact par pitting serait aussi intéressante, et la prise en compte du couplage entre les phénomènes d'usure abrasive et de pitting pourrait prédire la durée de vie des engrenages roues et vis sans fin. Il faut trouver une loi de comportement de l'engrenage pour connaître le moment où l'un des deux phénomènes se déclenche et s'arrête. En effet, l'étude bibliographique a montré que l'usure et le pitting sont les principaux modes de défaillance des engrenages à vis et ils sont couplés. De plus, la bibliographie reste pauvre pour la modélisation de l'usure et du pitting dans les engrenages à vis.
- Il serait nécessaire de mener une étude d'influence de la finesse du maillage global sur les résultats du pitting.
- Optimisation du temps de calcul. Des pistes sont envisagées au Laboratoire pour être appliquées à tous les types d'engrenages (amélioration de l'algorithme de répartition des charges, compilation optimisée, ...).
- Optimisation de la taille de l'étape d'usure : il serait nécessaire de trouver un critère pour définir la taille de cette étape en fonction des conditions de fonctionnement.
- Prise en compte de l'influence de l'usure sur les déformations de flexion de l'engrenage, négligées dans cette étude.
- Le modèle peut être amélioré en prenant en compte le frottement, l'évolution de la rugosité et l'effet thermique.
- Le modèle sous charge en quasi-statique peut servir de base à des études dynamiques. La détermination des rigidités d'engrènement, l'erreur de transmission, la localisation des zones de contact et le jeu sont des paramètres nécessaires aux modèles dynamiques. Au sein du laboratoire LaMCoS, déjà plusieurs exploitations du modèle quasi-statique ont permis le développement de modèles dynamiques. Les résultats du modèle peuvent permettre de réaliser des études paramétriques pour aboutir à des modèles de conception des réducteurs à vis sans fin.

---

---

# Références bibliographiques

---

---

- [1] **SIEVERS B., GERKE L., PREDKI W., POHL M.** Verschleiß- und Grübchentragsfähigkeit von Bronzeschneckenrädern. (Düsseldorf : Giesserei-Verl), 2011, Vol. 98, No. 12, p. 36-46.
- [2] **HENRIOT G.** Traité théorique et pratique des engrenages : étude complète du matériel. Tome 2, 5ième édition. Paris : Bordas, 1983. 662 p.
- [3] **DENIS M., OCTRUE M.** Étude de la géométrie des roues et vis tangentes. vis. Senlis (France) : CETIM, Octobre 1982, 107 p. Note Technique N° 22
- [4] **COLBOURNE J.R.** The use of oversize hobs to cut worm gears. Alexandria (Virginia): AGMA, 1989. 16 p, AGMA paper 89FTB8.
- [5] **COLBOURNE J.R.** Undercutting in worm and worm-gear. Alexandria (Virginia): AGMA, 1993. 16 p, AGMA paper 93FTM1
- [6] **OCTRUE M.** Méthode analytique de dimensionnement des engrenages roues et vis tangentes. *Thèse Docteur Ingénieur. Université de Franche-Comté - Besançon*, N° 10, 1985, 259 p
- [7] **HILTCHER Y.** Simulation et optimisation du taillage des engrenages roue et vis tangentes- Etude selon la portée de denture. *Thèse Docteur. Institut National des Sciences Appliqués de Lyon*, N° 98 ISAL 0125, 1998, 225 p
- [8] **HILTCHER Y., GUINGAND M., OCTRUE M.** Computed contact surface topology of worm gear - New approach and cutting parameters influences. *International Gearing Conference, Newcastle*. 1994, p 501-506
- [9] **DENIS M., OCTRUE M.** Etude comparative des différents profils de. *Journées d'Etudes des Engrenages, Lyon, France*. Juin 1982, Vol. 3, pp. 1-22
- [10] **FANG H.S., TSAY C.B.** Mathematical model and bearing contacts of the zk-type worm gear set cut by oversize hob cutters. *Mechanism and Machine Theory*. 1996, Vol. 31, N°3, p 271-282.
- [11] **SIMON V.** Computer aided design of hobs for gear manufacture of the worm gear drive with ground worm. Proc. *20<sup>th</sup> International Mach. Tool Design And Res. Conference*. Birmingham, U.K., 1979, p275-288
- [12] **SIMON V.** A new worm gear with ground double arc profile. *Mechanical Machins Theory*. 1994, Vol. 29, N° 3, p 407-414
- [13] **SIMON V.** Characteristics of a new type of cylindrical worm gear drive. *7<sup>th</sup> Internatinal Power Transmission and Gearing Conference, ASME, San Diego (California)*, 1996. p 133-140, ASME, DE - Vol. 88
- [14] **HILTCHER Y., GUINGAND M., PLAY D.** Caractérisation numérique de la portée pour les engrenages à roues et vis sans fin. *4th World Congress on Gearing and Power Transmission*. Paris, March 16-17-18, 1999

- [15] **JANNINCK W.L.** Contact surface Topology of Worm gear teeth. *Alexandria (Virginia): AGMA, 1987*. 16 p, AGMA paper 87FTM14
- [16] **VINTILA H., MILOIU G., VISA F. and YISEANU C.** Numerical research regarding contact localisation at cylindrical worm gears. *9<sup>th</sup> World Congress on the Teory of Machines and mecanisms, Milano, Italy, August 30-31, Sept 1-2, 1995*, p 442-446
- [17] **SHIMACHI S., GUNBARA H., KOBAYASHI T., KAWADA H.** Hourglass worm gear designed to concentrate surface normals. *JSME International Journal*. 1994, Series C, Vol. 37, N°2, p 347-354.
- [18] **FANG H.S. and TSAY C.B.** Effects of the hob cutter regrinding and setting on ze-type worm gear manufacture. *International Journal of Machine Tools*. 1996, Vol. 36, N° 10, p. 1123-1135
- [19] **ISO/TR 14521**, Engrenages – Calcul de la capacité de charge des engrenages à vis, 2010.
- [20] **OLAKOREDE A. A.** Répartition de charges et résistance en conception d'engrenages cylindriques, application de la méthode des Prismes Finis en CAO. *Thèse Génie Mécanique. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, n°90ISAL0049, 1990, 157 p.*
- [21] **OLAKOREDE A. A., PLAY D.** Development of the finite prism method in computer aided design of spur gear. *Proceedings of the fourth SAS World Conference, FEMCAD, Paris, October 17-19 1988*. IITT-International, Vol. 1, p. 384-391.
- [22] **OLAKOREDE A. A., PLAY D.** Load sharing, load distribution and stress analysis of cylindrical gears by finite prism method in a CAD environment. *Proceedings of Design Productivity International Conference, Honolulu, Hawaii, February 3-9 1991*. Vol. 2, p. 921-927.
- [23] **GUINGAND M., DE VAUJANY J. P., ICARD Y.** Fast Three-Dimensional Quasi-Static Analysis of Helical Gears Using the Finite Prism Method. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 2004, Vol. 126, p. 1082-1088.*
- [24] **DE VAUJANY J.P.** Comportement d'engrenage cylindrique intérieur. Effets de jante et de voile. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1996.*
- [25] **DE VAUJANY J. P., KIM H. C., GUINGAND M. et al.** Effects of rim and web on stresses of internal cylindrical gears. *Proceedings of the 1996, 7<sup>th</sup> International Power Transmission and Gearing Conference*. New York: ASME, Design Engineering Division, 1996, Vol. 88, p. 73-80.
- [26] **KIM H. C.** Etude des charges et des contraintes dans les engrenages cylindriques avec voile. Simulation numérique par la méthode des Prismes Finis. *Thèse Génie Mécanique. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, n° 96ISAL0045, 1996, 152 p.*
- [27] **KIM H. C., DE VAUJANY J. P., GUINGAND M. et al.** Effects of rim, web and constraint conditions on stresses of external and internal cylindrical gears. *Proceedings of the International Congress, Gear Transmission'95, Sofia, Bulgaria, September 26-28 1995*. Vol. 2, p. 164-171.

- [28] **KIM H. C., DE VAUJANY J. P., GUINGAND M. et al.** Stress analysis of cylindrical webbed spur gears: Parametric study. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 1998, Vol. 120, n° 2, p. 349-357.
- [29] **KIM H. C., DE VAUJANY J. P., GUINGAND M. et al.** Stresses of external and internal cylindrical gears. Effects of rim, web and mechanical constraint conditions. *Proceedings of the 9<sup>th</sup> World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Milan, Italy, August 29-September 2 1995*. Vol. 1, p. 565-569.
- [30] **VIJAYAKAR M., BUSBY H. R., HOUSER D. R.** Finite element analysis of quasi-prismatic bodies using Chebyshev polynomials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1987, Vol. 24, n° 8, p. 1461-1477.
- [31] **GAGNON P.** Développement d'une méthode de calcul et d'une approche expérimentale pour l'obtention des déplacements en flexion des dents d'engrenages coniques à denture spirale. *Thèse Génie Mécanique. Québec : Faculté des Sciences et de Génie, Université Laval, Québec*, 1995, 254 p.
- [32] **GOSSELIN C., GAGNON P., CLOUTIER L.** Accurate tooth stiffness of spiral bevel gear teeth by the finite strip method. *Journal of Mechanical Design, Transaction of the ASME*, 1998, Vol. 120, n° 4, p. 599-605.
- [33] **GOSSELIN C., DE VAUJANY J. P.** Loaded tooth contact analysis of spur, helical and hypoid gears based on the finite strips and finite prisms models. *Proceeding of 4<sup>th</sup> World Congress on Gearing and Power Transmission, Paris, March 16-18 1999*. Paris. MCI, 1999, Vol. 1, p. 29-41.
- [34] **GOSSELIN C., GUERTIN T., REMOND D., JEAN Y.** Simulation and experimental measurement of the transmission error of real hypoid gears under load. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2000, Vol. 122, p.109-122.
- [35] **UMEZAWA K.** The meshing test on helical gears under load transmission. *Bulletin of JSME*, 1972, Vol. 15, n°91, p. 1632-1369.
- [36] **SUDOH K., TANAKA Y., MATSUMOTO S., TOZAKI Y.** Load distribution analysis method for cylindrical worm gear teeth. *International Journal of the Japan Society of Mechanical Engineering*, 1996, series C, Vol. 39, n° 3, p. 606-613.
- [37] **SIMON V. V.** Load distribution in cylindrical worm gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2003, Vol. 125, p. 356-364.
- [38] **SIMON V. V.** Displacements in worm gears with ground concave worm profile. *Mechanism and Machine Theory*, 1996, Vol. 31, n° 8, p. 1131-1140.
- [39] **HILTCHER Y., GUINGAND M., DE VAUJANY J. P.** Load Sharing of worm gear with a plastic wheel. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2007, Vol. 129, p. 23-30.
- [40] **TEIXEIRA ALVES J., GUINGAND M., DE VAUJANY J.P.** Set of functions for the calculation of bending displacements for spiral bevel gear teeth, *Mechanism and Machine Theory*, 2010, Vol. 45, N°2, p. 349-363.

- [41] **LETZELTER E.**, Modélisation du comportement mécanique des engrenages en polymère. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2010.
- [42] **CATHELIN J.**, Modélisation du comportement mécanique des engrenages en plastique renforcé, *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2014.
- [43] **JOHNSON K. L.** Contact mechanics. *New York: Cambridge University Press*, 1985. 452 p.
- [44] **DE MUL J. M., KALKER J. J., FREDRIKSSON B.** The contact between arbitrarily curved bodies of finite dimensions. *Journal of Tribology, Transactions of the ASME*, 1986, Vol. 108, n° 1, p. 140-148.
- [45] **KALKER J. J.** Three dimensional elastic bodies in rolling contact. *Solid Mechanics and its Applications, volume 2. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers*, 1990. 314 p.
- [46] **KALKER J. J.** Contact mechanical algorithms. *Communications in Applied Numerical Methods*, 1988, Vol. 4, n° 1, p. 25-32.
- [47] **KALKER J. J.** Mathematical models of friction for contact problems in elasticity. *Wear*, 1986, Vol. 113, n° 1, p. 61-77.
- [48] **KALKER J. J.** Numerical calculation of the elastic field in a half-space. *Communications in Applied Numerical Methods*, 1986, Vol. 2, n° 4, p. 401-410.
- [49] **KALKER J. J.** Two algorithms for the contact problem in elastostatics. *Proceedings of the International Symposium, Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems, Vancouver, July 6-9 1982*. Waterloo: University of Waterloo Press, 1982, p. 103-120.
- [50] **VIJAYAKAR M.** Edge effects in gear tooth contact. *Proceedings of the 1996, 7<sup>th</sup> International Power Transmission and Gearing Conference*. New York: ASME, Design Engineering Division, 1996, Vol. 88, p. 205-212.
- [51] **VIJAYAKAR M., HOUSER D. R.** Contact analysis of gears using a combined finite element and surface integral method. *Gear Technology*, 1993, Vol. 10, n°4, p. 26-33.
- [52] **CHENG Y., LIM T. C.** Dynamics of hypoid gear transmission with non-linear time-varying mesh. *Proceedings of DETC'00, Baltimore, Maryland, September 10-13 2000*. [CD-ROM] DETC2000/PTG-14432, 7 p.
- [53] **JACQUIN C.Y.** Modélisation et optimisation du comportement sous charge des engrenages face. *Thèse Génie Mécanique. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, n°2001ISAL0045, 2001, 262 p.
- [54] **TEIXEIRA J.** Définition analytique des surfaces de denture et comportement sous charge des engrenages spiro-coniques. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2012, 219p.
- [55] **BOUSSINESQ J.** Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. Paris : Albert BLANCHARD, 1959, 564p.

- [56] **GUINGAND M., DE VAUJANY J. P., JACQUIN C. Y.** Quasi-static analysis of a face gear under torque. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 2005, Vol. 194, p. 4301-4318.
- [57] **ICARD Y.** Engrenage spiro-conique : modélisation sous charge appliquée au domaine aéronautique. *Thèse Génie Mécanique. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, n° 2005ISAL0007, 2005, 369p.
- [58] **BRUYERE J.** Contribution à l'optimisation de la conception des engrenages coniques à denture droite. Analyse et synthèse de la géométrie et des tolérances. *Thèse Génie Mécanique. Metz : Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers de Metz*, n° 2006ENAM40, 2006, 232p.
- [59] **ALTIDIS P. C., SAVAGE M., LEWICKI D. G. et al.** On contact analysis in spiral bevel gear transmission. *Proceeding of the Spring National Design Engineering Show and Conference, Chicago, March 2-5 1987*. Stamford. Cahners Exposition Group, 1987, p. 153-187.
- [60] **SAVAGE M., ALTIDIS P. C., LEWICKI D. G. et al.** Tooth contact shift in loaded spiral bevel gears. *Proceedings of the 1989 International Power Transmission and Gearing Conference, Chicago, April 25-28 1989*. New York: ASME, 1989, p. 203-212.
- [61] **SIMON V. V.** Tooth contact analysis of mismatched hypoid gears. *Proceedings of the 1996, 7<sup>th</sup> International Power Transmission and Gearing Conference*. New York: ASME, Design Engineering Division, 1996, Vol. 88, p. 789-798.
- [62] **ZHANG T.** The calculation of contact deformation for double circular-arc gears. *Proceedings of the 1992 International Power Transmission and Gearing Conference, Scottsdale, September 13-16 1992*. New York: ASME, Design Engineering Division, 1992, Vol. 43, n° 1, p. 147-151.
- [63] **KRISHNA P. S., BURTON P.** Numerical solution of non-Hertzian elastic Contact Problems. *Journal of Applied Mechanics, Transaction of the ASME*, 1974, p. 1-8.
- [64] **LI J., WANG Z., XU M., WANG S.** Finite element analysis of instantaneous mesh stiffness of cylindrical gears (with and without flexible gear body). *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 1999, Vol. 15, n° 8, p. 579-587.
- [65] **LI J., WANG Z., ZHANG G. et al.** Static analysis of bevel gears using finite element method. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 1998, Vol. 14, n° 4, p. 367-380.
- [66] **QIN D., YANG Y., HU J. et al.** Tooth contact analysis of double enveloping hourglass worm gearing on the condition that errors mixed with deformation. *Proceedings of DETC'00, Baltimore, Maryland, September 10-13 2000*. [CD-ROM] DETC2000/PTG-14401, 7 p.
- [67] **AMBRUOSI G., BIANCO G., DELLA CORTE O. et al.** FEM model for the tooth root bending stress analysis of mating helical gears. *Proceedings of DETC'00, Baltimore, Maryland, September 10-13 2000*. [CD-ROM] DETC2000/PTG-14359, 9 p.
- [68] **BIBEL G. D., HANDSCHUH R.** Meshing of a spiral bevel gear set with 3D finite element analysis. *Proceedings of the 1996, 7<sup>th</sup> International Power Transmission and Gearing Conference*. New York: ASME, Design Engineering Division, 1996, Vol. 88, p. 703-708.

- [69] **BIBEL G. D., KUMAR A., REDDY S., HANDSCHUH R. F.** Contact stress analysis of spiral bevel gears using finite element analysis. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 1995, Vol. 117(A), n° 2, p. 235-240.
- [70] **BARET C., PIDELO A., RAFFA F. A. et al.** Stress path along the face width in spur gears fillet by 3D P-FEM models. *Proceedings of International Power Transmission and Gearing Conference*, ASME, Chicago, 1989, p. 173-179.
- [71] **CURTI G., RAFFA F. A., GARAVELLI D. et al.** Three-dimensional stress analysis of thin-rimmed gears by the p-FEM approach. *Proceedings of International Conference on Motion and Power Transmissions, Hiroshima, Japan, November 23-26 1991*. JSME, 1991, p. 787-794.
- [72] **PIAZZA A., UBERTI M.** The combined influence of helix angle and total contact ratio on the p-FEM calculated tooth root stress in cylindrical gears. *Proceedings of DETC'00, Baltimore, Maryland, September 10-13 2000*. [CD-ROM] DETC2000/PTG-14369, 10 p.
- [73] **LITVIN F. L.** Theory of gearing. *Washington: NASA*, 1989. 470 p. RP-1212.
- [74] **FANG Z., YANG H.** Loaded tooth contact analysis with friction on hypoid gears. *Proceeding of 4<sup>th</sup> World Congress on Gearing and Power Transmission, Paris, March 16-18 1999*. Paris. MCI, 1999, Vol. 1, p. 703-709.
- [75] **FANG Z., YANG H., ZHOU Y. et al.** Optimization for the dynamic behaviour of high speed spiral bevel gears. *Proceedings of DETC'00, Baltimore, Maryland, September 10-13 2000*. [CD-ROM] DETC2000/PTG-14395, 7 p.
- [76] **YONGPING H., ZHONGKAI E.** Elastic contact finite element analysis of spiral bevel gear meshing. *Proceedings of Asian-Pacific Conference on Computational Mechanics, Sydney, March 08 1993*. Rotterdam: A.A. Balkema, 1993, Vol. 1, p. 107-111.
- [77] **ZHANG Y., FANG Z.** Analysis of tooth contact and load distribution of helical gears with crossed axes. *Mechanism and Machine Theory*, 1999, Vol. 34, n° 1, p. 41-57.
- [78] **BORNER J.** Very efficient calculation of the load distribution on external gear sets - the method and applications of the program LVR. *Proceedings of the 1996, 7<sup>th</sup> International Power Transmission and Gearing Conference*. New York: ASME, Design Engineering Division, 1996, Vol. 88, p. 219-225.
- [79] **CONRY T. F., SEIREG A.** A mathematical programming technique for the evaluation of load distribution and optimal modifications for gear systems. *Journal of Engineering for Industry, Transactions Of the ASME*, 1973, p. 1115-1122.
- [80] **SAVAGE M., CALDWELL R. J., WISOR G. D. et al.** Gear mesh compliance modelling. *NASA Technical Memorandum 88843*, 1986, 16 p.
- [81] **ELKHOLY A. H., ELSHARKAWY A. A., YIGIT A. S.** Effect of meshing tooth stiffness and manufacturing error on the analysis of straight bevel gears. *Mechanics of Structures and Machines*, 1998, Vol. 26, n° 1, p. 41-61.
- [82] **SENTOKU H.** Load distribution and tooth root stress of bevel gears. *International Journal of the Japan Society of Mechanical Engineering*, 1999, series C, Vol. 42, n° 2, p. 404-409.

- [83] **GOSSELIN C., CLOUTIER L., NGUYEN Q. D.** A general formulation for the calculation of the load sharing and transmission error under load of spiral bevel and hypoid gears. *Mechanism and Machine Theory*, 1995, Vol. 30, n° 3, p. 433-450.
- [84] **KOLIVAND M., KAHRAMAN A.** A load distribution model for hypoid gears using ease-off topography and shell theory. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, Vol. 44, p. 1848-1865.
- [85] **SIMON V. V.** Load Distribution in Hypoid Gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 2000, Vol. 122, p. 529-535.
- [86] **SIMON V. V.** Load distribution in double enveloping worm gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, 1993, Vol. 115, n° 3, p. 496-501.
- [87] **CONRY T. F., SEIREG A.** A mathematical programming method for design of elastic bodies in contact. *Journal of Applied Mechanics, Transaction of the ASME*, 1971, Vol. 38, p. 387-392.
- [88] **CHOY F. K., POLYSHCHUK V., ZAKRAJSEK J. J., HANDSCHUH R. F., AND TOWNSEND D.P.** Analysis of the Effects of Surface Pitting and Wear on the Vibration of a Gear Transmission System, *Tribology International*, 1996, Vol. 29, n°1, pp. 77-83.
- [89] **KUANG J. H., AND LIN A. D.** The Effect of Tooth Wear on the Vibration Spectrum of a Spur Gear Pair, *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, Vol. 123, n° 3, pp. 311-317.
- [90] **CHENG Y., AND LIM T. C.** Dynamics of Hypoid Gear Transmission with Non-Linear Time-Varying Mesh, *ASME International Power Transmission and Gearing Conference*, Baltimore, Maryland DETC2000/PTG-14432, pp. 1-7.
- [91] **FLODIN A., AND ANDERSSON S.** Simulation of Mild Wear in Spur Gears, *Wear*, 1997, Vol. 207, n°1-2, pp.16-23.
- [92] **KESSISSOGLU N. J., PENG Z.** Integrating vibration and oil analysis for machine condition monitoring, *Practicing Oil Analysis Magazine*, September, 2003.
- [93] **DRAGOMIR –FATU R.** Etude et modélisation de la lubrification mixte et des modes d'avaries associés dans les paliers moteur, *Thèse de doctorat, université de Poitiers*, 2009, 244p.
- [94] **WILLIAMS J.A.** Wear modelling: analytical, computational and mapping: a continuum mechanics approach. *Wear*, 1999, Vol. 225-229, p.1-17.
- [95] **BURWELL J. T.** Survey of Possible Wear Mechanisms. *Wear*, 1957/58, Vol. 1, pp. 119-141.
- [96] **KATO K, ADACHI K.** Wear Mechanisms, In: *Modern Tribology Handbook*. CRC Press. Boca Raton, Florida: Ed. Bhushan B, 2001, pp.273-300.
- [97] **BARRAU O.** Etude tribologique de revêtement en régulation de turbines, *Rapport de stage Turboméca-ENIT*, 1999.
- [98] **MENG H.C., LUDEMA K.C.** Wear models and predictive equations: their form and content. *Wear*, 1995, Vol. 181-183, p.443-457.

- [99] **DRAGON-LOUISET M., STOLZ C.** Approche énergétique et simulation de l'usure continue. *Acte du 4<sup>ième</sup> colloque national en calcul de structure de Giens*, 18-21 mai 1999, p.473-478.
- [100] **DRAGON-LOUISET M., STOLZ C.** Approche thermodynamique des phénomènes liés à l'usure de contact. *C.R. Acad. Sci. Paris*, t.327, Série II b, 1999, p. 1275-1280.
- [101] **DOELLING K.L., LING F.F., BRYANT M.D., HEILMANB P.** An experimental study on the correlation between wear and entropy flow in machinery components. *Journal of Applied Physics*, 2000, Vol. 88, p. 2999-3003.
- [102] **LING F.F., BRYANT M.D., DOELLING K.L.** On irreversible thermodynamics for wear prediction. *Wear*, 2002, Vol. 253, p. 1165-1172.
- [103] **MOHRBACHER H., BLANPAIN B., CELIS J.P., ROOS J.R., STALS L., VANSTAPPEN M.** Oxidational wear tin coatings on tool steel and nitrided tool steel in unlubricated fretting. *Wear*, 1995, Vol. 188, p. 130-137.
- [104] **FOUVRY S., KAPSA P., ZAHOUANI H., VINCENT L.** Wear analysis in fretting of hard coatings through a dissipated energy concept. *Wear*, 1997, Vol. 203-204, p. 393-403.
- [105] **HUQ M.Z., CELIS J.P.** Expressing wear rate in sliding contacts based on dissipated energy. *Wear*, 2002, Vol. 252, p. 375-383.
- [106] **ARCHARD J.F.** Contact and rubbing of flat surfaces. *Journal of Applied Physics*, 1953, Vol. 24, p. 981-988.
- [107] **HÖHN B.-R., NEUPERT K., AND STEINGROEVER K.** Wear Load Capacity and Efficiency of Worm Gears, *VDI Berichte*, NR. 1230, 1996, p.409-425
- [108] **DIN 3996**, Tragfähigkeitsberechnung von Zylinder-Schneckengetrieben mit Achsenwinkel  $\Sigma = 90^\circ$ , 1996.
- [109] **MILTENOVIĆ V, BANIÉ M, MILTENOVIE A.** Load capacity of worm gear, *Power Transmissions: Proceedings of the 4th International Conference*, Romania, 2012, p.141-153.
- [110] **BS.721**, Specification for worm gearing, 1963.
- [111] **PŌDRA P., ANDERSSON S.** Simulation sliding wear with finite element method. *Tribology International*, 1999, Vol. 32, p. 71-81.
- [112] **RABINOWICZ E.** Friction and Wear of Materials, 2nd ed., *John Wiley*, New York, 1995.
- [113] **WU S., CHENG H.S.** Sliding wear calculation in spur gears. *ASME, Journal of Tribology*, 1993, Vol. 115, p. 493-500.
- [114] **FLODIN A., ANDERSSON S.** Simulation of mild wear in helical gears. *Wear*, 2000, Vol. 241, p. 123-128.

- [115] **BAJPAI P., KAHRAMAN A., ANDERSON N. E.** A surface wear prediction methodology for parallel-axis gear pairs. *ASME, Journal of Tribology*, 2004, Vol. 126, p. 597-605.
- [116] **ARCHARD J. F., AND HIRST W.** The Wear of Metals under Unlubricated Conditions, *Proceedings of the Royal Society of London*, 1956, Vol.236, pp. 397-410.
- [117] **MULHEARN T. O., AND SAMUELS L.E.** The Abrasion of Metals: A Model of the Process, *Wear*, 1962, Vol. 5, pp. 478-498.
- [118] **OSMAN T.** Simulation de l'usure et d'avaries sur des dentures d'engrenages cylindriques : Influence sur le comportement statique et dynamique de transmission par engrenages. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2012, 222p.
- [119] **PARK D., KARAHMAN A.** A surface wear model for hypoid gear pairs. *Wear*, 2009, Vol.267, p. 1595-1604.
- [120] **SHARIF K. J., EVANS H. P., SNIDLE R.W.** Prediction of the wear pattern in worm gears. *Wear*, 2006, Vol. 261, n°5-6, p. 666–673.
- [121] **SHARIF K. J, EVANS H .P, SNIDLE R.W, BARNETT D, EGOROV I. M.** The effect of elastohydrodynamic film thickness on a wear model for worm gears, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 2006, Vol. 220, Issue 3, p295
- [122] **HÖHN B. R, STREINGROVER K.** DIN 3996: a new standard for calculating the load capacity of worm gears, 1998 *AGMA Technical Paper 98FTM10*.
- [123] **KRAL P. , PAUSCH S.** Wear of worm gears - theory and experiment. *1st, International conference on tribology in environmental design*, 2000, p.305-316.
- [124] **WANG X., MORRISH L.** Predictions of Wear and Transmission Errors of Cylindrical Worm Gears. *ASME, Proceedings of DETC2003*, Chicago, 2003, PTG-48107, p. 869-874.
- [125] **GLODEŽ S., FLAŠKER J., REN Z.** A new model for the numerical determination of pitting resistance of gear teeth flanks. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structure*, 1997, Vol. 20, p. 71–83.
- [126] **CHENG W., CHENG H.S., MURA T., KEER L.M.** Micromechanics modelling of crack initiation under contact fatigue. *ASME, Journal of Tribology*, 1994, Vol. 116, p. 2–8.
- [127] **SHANG D.G., YAO W.X., WANG D.J.** A new approach to the determination of fatigue crack initiation size. *International Journal of Fatigue*, 1998, Vol. 20, p. 683–687.
- [128] **PODRUG S., JELASKA D., GLODEŽ S.** Influence of different load models on gear crack path shapes and fatigue lives. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structure*, 2008, Vol. 31, p. 327-339.
- [129] **WÖHLER A.** Versuche uber die Festigkeit der Eisenbahnwagenachsen, *Zeitschrift fur Bauwesen*, 10; English summary (1867), *Engineering*, 1860, Vol.4, pp.160-161.

- [130] **PAPADOPOULOS I.V., DAVOLI P., GORLA C., FILIPPINI M., BERNASCONI A.** A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals. *International Journal of Fatigue*, 1997, Vol. 19, p. 219-235.
- [131] **DANG VAN K., GRIVEAU B., MESSAGE O.** On a new multiaxial fatigue limit criterion: Theory and application. Biaxial and multiaxial fatigue, In: M.W. Brown and K.J. Miller, Editors, EGF 3, *Mechanical Engineering Publications*, London, 1989, p. 479-496.
- [132] **DEPERROIS A.** Sur le calcul de limites d'endurance des aciers. *Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique*, Palaiseau, 1991, 259 p.
- [133] **MOREL F.** A critical plane approach for life prediction oh high cycle fatigue under multiaxial variable amplitude loading. *International Journal of Fatigue*, 2000, Vol. 22, p. 101-119.
- [134] **FINDELY W.N.** Fatigue of metals under combinations of stresses. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1959, Vol. 79, p. 1337-1348.
- [135] **MCDIARMID D.L.** A general criterion of fatigue failure under multiaxial stress. *Proceedings of Second International Conference on Pressure Vessel Technology*, American Society of Mechanical Engineers, San Antonio, Texas, 1973, Vol. II-61, p. 851-862.
- [136] **ROBERT J.L.** Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitation périodiques ou aléatoires. *Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, N° 92 ISAL 0004, 1992, 229 p.
- [137] **MATAKE T.** An explanation on fatigue limit under combined stress. *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers*, 1977, Vol. 20, p. 257-263.
- [138] **CROSSLAND B.** Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. *Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals*, Institution of Mechanical Engineers, London, 1956, p. 138-149.
- [139] **MARIN J.** Interpretation of fatigue strengths for combined stresses. *The American Society of Mechanical Engineers*, New York, 1956, p. 28-30.
- [140] **SINES G., OHGI G.** Fatigue criteria under combined stresses or strains. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1981, Vol. 103, p. 82-90.
- [141] **LIU J., ZENNER H.** Fatigue Limit of ductile metals under multiaxial loading. In: Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture, ESIS Publication 31, A. Carpinteri, M. de Freitas, A. Spagnoli (cur.), *Elsevier*, Amsterdam, 2003, p. 147-163.
- [142] **PAPADOPOULOS I.V.** A new criterion of fatigue strength for out-of-phase bending and torsion of hard metals. *International Journal of Fatigue*, 1994, Vol. 16, p. 337-384.
- [143] **KANETA M., YATSUZUKA H., MURAKAMI Y.** Mechanism of crack growth in lubricated rolling/sliding contact. *ASLE Transactions*, 1985, Vol. 28, p. 407-414.

- [144] **ZHOU R.S., CHENG H.S., MURA T.** Micropitting in rolling and sliding contact under mixed lubrication. *ASME, Journal of Tribology*, 1989, Vol. 111, p. 605–613.
- [145] **PARIS P.C., ERDOGAN F.** A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering*, 1963, Vol. 85, p. 528-534.
- [146] **BLAKE J.W., CHENG H.S.** A Surface Pitting Life Model for Spur Gears: Part I- Life Prediction, *J. Tribol. Trans. ASME*, 1991, Vol. 113, p.712-718.
- [147] **GLODEŽ S., ABERŠEK B., FLAŠKER J., REN Z.** Evaluation of the service life of gears in regard to surface pitting. *Engineering Fracture Mechanics*, 2004, Vol. 71, p. 429-438.
- [148] **GLODEŽ S., FLAŠKER J., REN Z.** A new model for the numerical determination of pitting resistance of gear teeth flanks. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structure*, 1997, Vol. 20, p. 71–83.
- [149] **GLODEŽ S., REN Z., FLAŠKER J.** Surface fatigue of gear teeth flanks. *Computers & Structure*, 1999, Vol. 73, p. 475-483.
- [150] **BRANDÃO J.A., SEABRA J.H.O., CASTRO J.** Surface initiated tooth flank damage. PartI: Numerical model. *Wear*, 2010, Vol. 268, p. 1–12.
- [151] **LI C.J., LIMMER J.D.** Model-based condition index for tracking gear wear and fatigue damage. *Wear*, 2000, Vol. 241, p. 26–32.
- [152] **ŠRAML M., FLAŠKER J.** Computational approach to contact fatigue damage initiation analysis of gear teeth flanks. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2007, Vol. 31, p. 1066-1075.
- [153] **OSMAN T., VELEX P.** A model for the simulation of the interactions between dynamic tooth loads and contact fatigue in spur gears, *Tribology International*, 2012, Vol. 46, p. 84-96.
- [154] **URAL A., HEBER G., WAWRZYNEK P. A.** Three-Dimensional, Parallel, Finite Element Simulation of Fatigue Crack Growth in a Spiral Bevel Pinion Gear, *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, Vol.72, n°8, pp. 1148-1170.
- [155] **HOTAIT M.A., KAHRAMAN A.** Estimation of Bending Fatigue Life of Hypoid Gears Using a Multiaxial Fatigue Criterion, *J. Mech. Des*, 2013, Vol.135.
- [156] **OCTRUE M.** Relationship between wear and pitting phenomena in worm gears. *Gear Technology*, 1998, p. 30–36.
- [157] **RANK R.** Untersuchungen zur Grübchenbildung bei Zylinderschneckengetrieben, *Dissertation, Technische Universität München*, München, 1996.
- [158] **GEUB M.** Tragfähigkeit von Schneckengetrieben beim Einsatz von lebensmittelverträglichen Schmierstoffen mit Kontamination von Wasser, *Dissertation, der Ruhr-Universität Bochum*, Bochum, 2013.

- [159] **STAHL K, HÖHN B.-R, HERMES J, MONZ A.** Pitting resistance of worm gears: Advanced model for contact pattern of any size, position, flank type, *Gear Technology*, 2012, Vol. 29, p. 44-49.
- [160] **OCTRUE M.** A New Method of Designing Worm Gears, *Gear Technology*, (July/August), 1989, p. 20–42.
- [161] **BOUCHÉ B.** Reibungszahlen von Schneckengetrieben im Mischreibungsgebiet, *Dissertation*, Ruhr-Universität Bochum, 1991.
- [162] **HÖHN B.-R., NEUPERT K., STEINGROEVER K.** Wear Load Capacity and Efficiency of Worm Gears. *VDI BERICHTE*, 1996, Vol. 1230, p. 409-426.
- [163] **HÖHN B.-R., STEINGROVER K., BOING G., HEILEMANN J.** Load capacity and efficiency of worm gears with cylindrical worms. *VDI BERICHTE*, 2005, Vol. 1904, no 1, p. 3.
- [164] **YA-XIONG Z., KE-JIAN M., YAN L., LIN Q., ZHAN-XIU L. & WEI-MIN Z.** An analysis of the wear features of worm gear tooth flanks, *Tribology International*, 1988, Vol. 21, p. 281-285.
- [165] **DE VAUJANY J.P., GUINGAND M.** Geometry, kinematics and load sharing of pinion rack gear with variable ratio. *Proceedings of MPT2009, JSME International Conference on Motion and Power Transmissions*, Sendai, Japan, May 13-15, 2009.
- [166] **SAINSOT P.** Analyse du contact entre dentures d'engrenages cylindriques de réducteur. *Thèse Génie Mécanique. Lyon : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, n°89ISAL0091, 1989, 205 p.
- [167] **WU S., CHENG H.S.** A friction model of partial-EHL contacts and its application to power loss in spur gears. *Tribology Transactions*, 1991, Vol. 34, p. 398–407.
- [168] **PRIEST M., TAYLOR C.M.** Automobile engine tribology – approaching the surface. *Wear*, 2000, Vol. 241, p. 193–203.
- [169] **GENIN C.** Optimisation de systèmes colloïdaux en phase aqueuse pour la lubrification en conditions extrêmes, *Thèse, École centrale de Lyon*, 2007.
- [170] **VENNER C. H.** Multilevel Solution of the EHL Line and Point Contact Problems. *Thesis. University of Twente, Enschede*, 1991.
- [171] **JOHNSON K. L.** Regimes of elastohydrodynamic lubrication. *Journal Mechanical Engineering Science*, 1970, Vol. 12, no. 1, pp. 9-16.
- [172] [http://www.skf.com/de/products/bearings-units-housings/ball\\_bearings/principles/friction/skf-model/rolling-frictional-moment/inlet-shear/index.html](http://www.skf.com/de/products/bearings-units-housings/ball_bearings/principles/friction/skf-model/rolling-frictional-moment/inlet-shear/index.html)
- [173] **GUPTA P.K., CHENG H.S., FORSTER N.H.** Viscoelastic effects in MIL-L-7808-Type lubricant, Part I: Analytical formulation. *Tribology Transactions*, 1992, Vol. 35, p. 269-274.
- [174] **CROSER W. P.** Design and Application of the Worm Gear. New York: *ASME Press*, 2002.

- [175] **STEPHEN M.H., MING C.S.** Wear Maps. In: *Modern Tribology Handbook*. CRC Press. Boca Raton, Florida: Ed. Bhushan B, 2001, p.317-354.
- [176] **GREENWOOD J. A. AND WILLIAMSON J. B. P.** Contact of nominally flat rough surfaces, *Proc. Roy. Soc. London*, 1966, Vol.295, pp 300.
- [177] **DIAB Y.** Analyse des pertes de puissance dans les transmissions par engrenages à grande vitesse. Applications aux réducteurs industriels et aux machines textiles. *Thèse, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 2005.
- [178] **MIKIC B. B.** Thermal contact conductance; theoretical considerations, *International Journal of Heat Mass Transfer*, 1974, Vol. 17, No. 2, pp 205-214.

---

---

## Publications personnelles

---

---

**JBILY D., GUINGAND M., DE VAUJANY J.P.** Loaded behaviour of steel/bronze worm gear, *International Gear Conference*, Lyon, 2014, Vol. I, p. 32–42.

**JBILY D., GUINGAND M., De VAUJANY J.** Comportement sous charge des engrenages roues et vis sans fin (bronze/acier), 14<sup>ème</sup> Colloque AIP-PRIMECA, France, La Plagne, 2015.

**JBILY D., GUINGAND M., DE VAUJANY J.** A wear model for worm gear, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2015, Vol. 203-210.



---

---

# Annexes

---

---

## 1. Calcul du Rapport $R_i$ (voir Chapitre II)

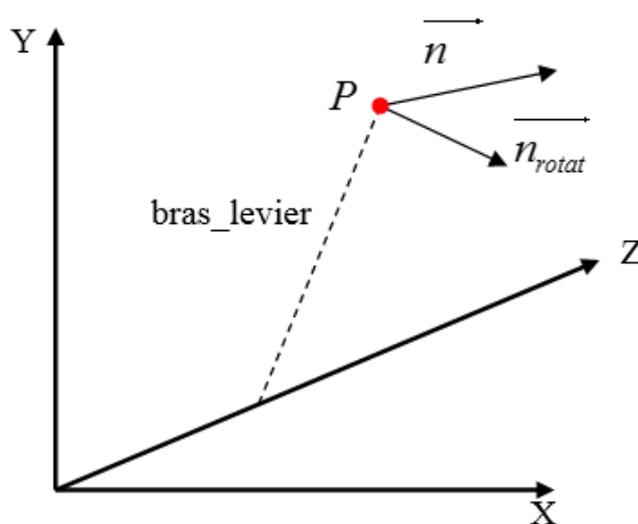


Figure A.1 : Définition de rapport de transfert d'une distance linéaire à une distance angulaire

- $P$  est le point qui nous intéresse (i ou barycentre) et ses coordonnées sont  $\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix}$
- $\vec{n}$  correspond à la normale au point et ses coordonnées sont  $\begin{pmatrix} nx \\ ny \\ nz \end{pmatrix}$
- À partir de ce point on peut calculer la distance  $bras\_levier = \sqrt{x_P^2 + y_P^2}$
- $\vec{n}_{rotat}$  correspond à la normale qui fait tourner le point  $P$  autour de l'axe  $Z$ . Les coordonnées de cette normale sont obtenues à partir des coordonnées du point  $P$ , car les axes  $bras\_levier$  et  $\vec{n}_{rotat}$  sont perpendiculaires. Les coordonnées de  $\vec{n}_{rotat}$  sont

$$\begin{pmatrix} y_P / \text{bras\_levier} \\ -x_P / \text{bras\_levier} \\ 0 \end{pmatrix}$$

On peut maintenant faire les changements de distances linéaires à distance angulaire, en deux étapes.

- 1- On connaît l'écart linéaire  $e_{linéaire}$  dans la direction  $\vec{n}$ . Il faut le projeter dans la direction  $\vec{n}_{rotat}$  (on obtient alors  $e_{rotat}$ ) :  $e_{rotat} = e_{linéaire} \cdot \vec{n} \cdot \vec{n}_{rotat}$

$$e_{rotat} = e_{linéaire} \vec{n} \cdot \vec{n}_{rotat}$$

On a donc :

$$e_{rotat} = e_{linéaire} \begin{pmatrix} nx \\ ny \\ nz \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_P / \text{bras\_levier} \\ -x_P / \text{bras\_levier} \\ 0 \end{pmatrix} = e_{linéaire} \frac{nx \cdot y_P - ny \cdot x_P}{\text{bras\_levier}}$$

- 2- On peut maintenant passer de l'écart linéaire selon  $\vec{n}_{rotat}$  à une distance angulaire autour de Z.

Une approximation est de dire que  $e_{angulaire} = \frac{e_{rotat}}{\text{bras\_levier}}$

On a donc  $e_{angulaire} = e_{linéaire} \frac{nx \cdot y_P - ny \cdot x_P}{\text{bras\_levier}^2}$

Donc le rapport  $R_i$  permettant de passer d'une distance linéaire à une distance angulaire autour de l'axe Z (au point P) :

$$R_i = \frac{nx \cdot y_P - ny \cdot x_P}{\text{bras\_levier}^2}$$

Pour passer d'une distance angulaire autour de l'axe Z à une distance linéaire dans la direction  $\vec{n}$  (au point P) :

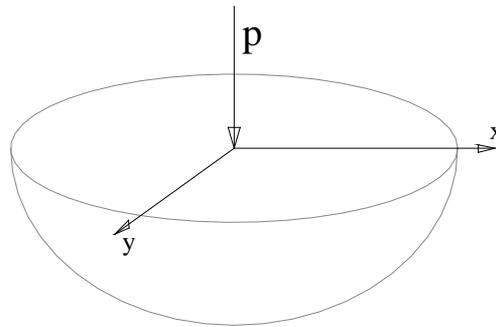
$$e_{linéaire} = e_{angulaire} \frac{\text{bras\_levier}^2}{nx \cdot y_P - ny \cdot x_P}$$

On utilise donc le rapport  $R^{ang-liné} = \frac{\text{bras\_levier}^2}{nx \cdot y_P - ny \cdot x_P}$

## 2. Calcul des coefficients d'influence de surface (voir Chapitre II)

Les deux solides (filet de la vis et dent de la roue) étant approximés par deux demi-espaces élastiques, l'expression des déplacements est connue.

Boussinesq [55] a déterminé le champ de déplacement dans un espace semi-infini, lorsque cet espace est soumis à un effort normal ponctuel,  $p$  (voir Figure A.2).

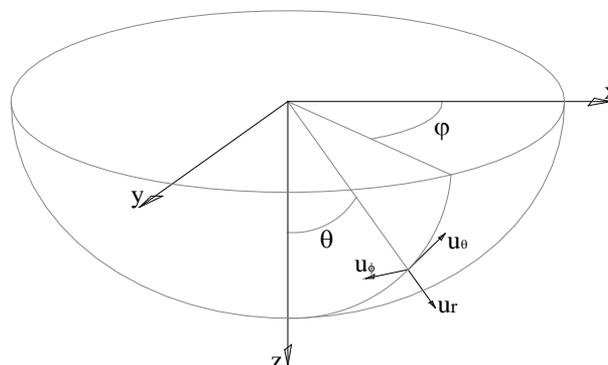


**Figure A.2 : Espace semi-infini soumis à un effort ponctuel**

Pour vérifier les conditions de compatibilité et les équations d'équilibre de la mécanique des milieux continus, le champ de déplacement à l'intérieur du corps doit vérifier les relations suivantes :

$$\begin{cases} u_r = \frac{p(1+\nu)}{2\pi E r} [4(1-\nu)\cos\theta + (1-2\nu)] \\ u_\theta = -\frac{p(1+\nu)}{2\pi E r} \left[ (3-4\nu)\sin\theta - (1-2\nu)\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} \right] \\ u_\varphi = 0 \end{cases}$$

Le champ de déplacement est défini en coordonnées sphériques dont l'origine est le point d'application de l'effort (voir Figure A.3).

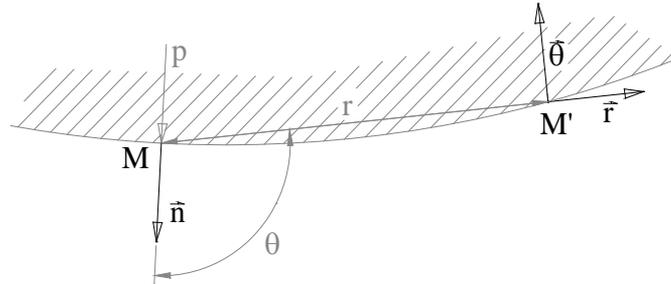


**Figure A.3 : Coordonnées sphériques**

Les deux vecteurs connus (voir Figure A.4) sont :

- la normale au point d'application de l'effort,  $\vec{n}$ ,
- le vecteur radial,  $\vec{r}$ .

Nous avons cherché donc à exprimer le déplacement en fonction de ces deux vecteurs  $\vec{n}$  et  $\vec{r}$ .



**Figure A.4 : Définition des repères**

D'après la Figure A.4, il est possible d'écrire

$$\vec{\theta} = \vec{r} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - \vec{n} \frac{1}{\sin \theta}$$

Le déplacement d'un point  $M'$  devient :

$$\vec{u}(M') = \vec{u} = \left( u_r + u_\theta \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) \vec{r} - \frac{u_\theta}{\sin \theta} \vec{n}$$

Avec :

$$\begin{cases} u_r + u_\theta \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[ 4(1-\nu)\cos \theta + (1-2\nu) \right. \\ \quad \left. - (3-4\nu)\cos \theta + (1-2\nu) \frac{\cos \theta}{1+\cos \theta} \right] \frac{P}{r} \\ - \frac{u_\theta}{\sin \theta} = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[ (3-4\nu) - (1-2\nu) \frac{1}{1+\cos \theta} \right] \frac{P}{r} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_r + u_\theta \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = - \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[ \cos \theta + (1-2\nu) \left( 1 + \frac{\cos \theta}{1+\cos \theta} \right) \right] \frac{P}{r} \\ - \frac{u_\theta}{\sin \theta} = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[ (3-4\nu) - (1-2\nu) \frac{1}{1+\cos \theta} \right] \frac{P}{r} \end{cases}$$

La courbure du corps rigide restant faible, il est possible de faire cette approximation :  $\theta \approx \frac{\pi}{2}$ .

$$\frac{\cos \theta}{1+\cos \theta} \approx 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{1+\cos \theta} \approx 1$$

D'où

$$\begin{cases} u_r + u_\theta \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{1+\nu}{2\pi E} (1-2\nu) \frac{P}{r} \\ -\frac{u_\theta}{\sin \theta} = \frac{1+\nu}{\pi E} (1-\nu) \frac{P}{r} \end{cases}$$

Le vecteur radial  $\vec{r}$  peut s'écrire en fonction du vecteur  $\overrightarrow{MM'}$ , reliant le point d'application de l'effort et le point de calcul du déplacement (voir Figure A.4).

$$\vec{r} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{r} \quad \text{avec} \quad r = \left\| \overrightarrow{MM'} \right\|$$

Le déplacement du point  $M'$  peut alors s'écrire :

$$\vec{u}(M') = \frac{1+\nu}{2\pi E} (2(1-\nu)\vec{n} + (1-2\nu)\vec{r}) \frac{P}{r}$$

Lorsque les corps sont soumis à un champ de pression,  $\vec{p}(M)$ , le déplacement se déduit par extension de la relation précédente:

$$\vec{u}(M') = \frac{1+\nu}{2\pi E} \iint (2(1-\nu)\vec{n} + (1-2\nu)\vec{r}) \frac{p ds}{r} \quad \text{Où} \quad \vec{r} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\left\| \overrightarrow{MM'} \right\|}$$

Chaque solide est considéré comme un demi-espace élastique, les déformations de chaque corps sont calculées :

$$\vec{u}_1(M') = \frac{1+\nu_1}{2\pi E_1} \iint (2(1-\nu_1)\vec{n} + (1-2\nu_1)\vec{r}) \frac{p ds}{r}$$

$$\vec{u}_2(M') = \frac{1+\nu_2}{2\pi E_2} \iint (2(1-\nu_2)\vec{n} + (1-2\nu_2)\vec{r}) \frac{p ds}{r}$$

Le déplacement total :

$$\vec{u}(M') = \iint \left( \left( \frac{(1-\nu_1^2)}{\pi E_1} + \frac{(1-\nu_2^2)}{\pi E_2} \right) \vec{n} + \left( \frac{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}{2\pi E_1} - \frac{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)}{2\pi E_2} \right) \vec{r} \right) \frac{p ds}{r}$$

$$\left\| \overrightarrow{MM'} \right\| = r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z_1-z_1')^2} \quad , \quad \vec{r} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\left\| \overrightarrow{MM'} \right\|}$$

### 3. Calcul du barycentre des efforts (voir Chapitre II)

Les coordonnées du barycentre des efforts  $(x_b, y_b, z_b)$  sont calculées dans le repère de la roue à chaque position cinématique étudiée :

$$\overrightarrow{\{O_2B\}} = \begin{Bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\sum(x_i \cdot F_{ix})}{\sum F_{ix}} \\ \frac{\sum(y_i \cdot F_{iy})}{\sum F_{iy}} \\ \frac{\sum(z_i \cdot F_{iz})}{\sum F_{iz}} \end{Bmatrix}$$

Avec :

$\begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix}$  Les coordonnées de point de contact dans le repère de la roue.

$\begin{Bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{iz} \end{Bmatrix}$  Les coordonnées de l'effort au point de contact dans le repère de la roue.

## 4. Protocole pour déterminer le coefficient d'usure d'Archard (voir Chapitre III)

Le modèle d'Archard s'exprime :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{K_0}{H} * P * V_g$$

- avec :
- H = dureté du matériau le plus tendre (bronze)
  - $V_g$  = vitesse de glissement
  - $\frac{dh}{dt}$  = taux d'usure
  - $K_0$  = coefficient d'usure, sans dimension → **à déterminer !**

- Ce modèle peut aussi se mettre sous la forme suivante :

$$V = \frac{K_0}{H} * W_{asp} * L$$

avec :

- L = longueur de glissement en mm
- V = volume usé en mm<sup>3</sup>
- $W_{asp}$  = charge supportée par les aspérités

$K_0$  = f(facteurs intrinsèques au couple de matériau en présence / facteurs relatifs aux conditions de contact comme la charge appliquée, vitesse relative, présence de lubrifiant ou non / facteur d'interaction mutuelle comme la température de la zone de contact)

### Charge supportée par les aspérités

On ne sait pas quantifier avec exactitude les interactions entre les deux surfaces. De fait, la charge normale totale n'est plus supportée seulement par le fluide mais également par les rugosités.

En général, les engrenages ont des rugosités élevées donc il est très probable que le régime mixte voire limite soient les plus fidèles à la réalité.

Dans le cas de régime mixte, les travaux de Greenwood et Williamson [176], montrent qu'il est possible de calculer les aires de contact entre les aspérités et donc les charges sur ces dernières en tenant compte de la statistique de la rugosité des surfaces.

La charge supportée par les aspérités peut se décomposer suivant :  $W_{asp} = \frac{W_{sec}}{A_c} * \frac{A_c}{A_0} * A_0$

Les différents termes de cette expression sont identifiables grâce aux travaux de Diab [177], ces travaux portent en effet sur l'élaboration d'une nouvelle loi de frottement prenant en compte les interactions entre rugosités, qualifiées de secs.

1) On a donc une expression de la charge supportée par les rugosités.

$$\frac{W_{sec}}{A_c} = 0.2 * E' * \sqrt{\frac{m_2}{\pi}}$$

où -  $W_{sec}$  : charge supportée par les rugosités en N

-  $A_c$  : aire de contact réelle en  $m^2$

-  $E'$  : module d'Young équivalent en Pa

avec  $\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  et  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  étant les modules d'Young et les coefficients de Poisson de chaque surface en contact

-  $m_2$  : moyenne quadratique des pentes du profil égale à  $(R_{dq})^2$  avec

$$R_{dq} = \sqrt{\frac{1}{L} * \int_0^L \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 dx}$$

ce coefficient  $m_2$ , de même que  $m_0$  cité plus loin, est directement fourni par le rugosimètre

2) Le rapport  $\frac{A_c}{A_0}$  est donné par Mikic [178] suivant

$$\frac{A_c}{A_0} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} * \left( 1 - erf \left( \frac{\phi_T * h_{min}}{\sqrt{2} * m_0} \right) \right) \right)$$

où -  $A_c$  : aire de contact réelle en  $m^2$

-  $A_0$  : aire de contact apparente en  $m^2$

-  $\phi_T$  : coefficient de correction thermique [173]

-  $h_{min}$  : épaisseur du film lubrifiant en  $\mu m$

-  $m_0$  : moyenne quadratique du profil de rugosité des surfaces  $\mu m^2$  égale au  $(R_{ms})^2$  avec

$$R_{ms} = \sqrt{\frac{1}{L} * \int_0^L (Z(x) - Z_0)^2 dx}$$

$L$  étant la longueur de mesure du profil et  $Z_0$  la moyenne arithmétique du profil de rugosité.

erf : la fonction d'erreur définie par :

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt.$$

La détermination de l'usure est un processus basé principalement sur l'expérience aussi on comprend l'importance des méthodes d'évaluation et le rôle primordial des moyens utilisés pour la quantifier.

Deux types de méthodes complémentaires :

- observations visuelles
- pesée

Méthode 1 : Par observations visuelles dont la profilométrie / microscope

- La profilométrie est un outil irremplaçable pour visualiser l'ensemble d'une trace d'usure sur une surface cylindrique et faire apparaître certains phénomènes : repoussement de matière, défauts de forme des éprouvettes, mais précisément en raison de la présence de ces phénomènes, l'incertitude sur la détermination des quantités de matière perdues par usure est plus importante que celle que l'on obtient à l'aide de la pesée.

Méthode 2 : Pesée

C'est la méthode la plus simple ; elle donne une perte de masse des deux surfaces en contact.





FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : JBILY

DATE de SOUTENANCE : 22 avril 2016

Prénoms : Dalia

TITRE : Prise en compte de l'usure dans la modélisation sous charge des engrenages roues et vis tangentes

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2016LYSEI037

École doctorale : MEGA-Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité : Mécanique, Génie Mécanique, Génie Civil

RESUME :

Les engrenages roues et vis sans fin sont une solution avantageuse pour transmettre le couple entre des axes perpendiculaires non concourants. Ces engrenages offrent une solution simple et efficace en terme de coût dans les applications de transmission de puissance, où un grand rapport de réduction est nécessaire, en comparaison avec les engrenages classiques à axes parallèles qui nécessitent normalement deux ou trois étapes pour obtenir les mêmes réductions avec une augmentation conséquente de complexité et du nombre de pièces.

L'usure de surface est un des modes de défaillance observés dans la vie des engrenages roues et vis sans fin qui influe sur la portée de contact, les caractéristiques de transmission et le bruit résultant.

La première étape de ces travaux est la mise au point d'un modèle numérique pour étudier le comportement quasi statique des engrenages roues et vis sans fin avec une roue en bronze et une vis en acier. Le modèle est basé sur la résolution des équations de compatibilité des déplacements ainsi que sur la méthode des coefficients d'influence. Les effets globaux de flexion et les effets locaux de contact ont été séparés. Les effets de contact ont été obtenus par la théorie de Boussinesq. Les coefficients de flexion sont estimés par la combinaison d'un calcul Éléments Finis et des fonctions d'interpolation, permettant d'une part de prendre en compte l'environnement de l'engrenage (la géométrie des arbres, des jantes et des voiles, l'emplacement des roulements,...) et d'autre part de réduire significativement les temps de calculs.

Dans une seconde étape, une méthodologie est proposée pour modéliser l'usure de la surface de dent de la roue. Le modèle de contact quasi-statique de la répartition des charges est combiné avec un modèle d'usure d'Archard. Ce modèle suppose que la profondeur d'usure est directement proportionnelle à la pression de contact et à la distance de glissement et inversement proportionnelle à la dureté du matériau. Cette loi d'usure est modifiée pour prendre en compte l'influence des conditions de lubrification en utilisant un coefficient d'usure local, dépendant de l'épaisseur du film lubrifiant, rapportée à l'amplitude des rugosités des surfaces. L'enlèvement de matière par l'usure du flanc de la roue influe sur la répartition des pressions et donc les modifications de la géométrie des dents doivent être incluses dans la prédiction de l'usure. Le calcul des pressions de contact est ainsi mis à jour pour tenir compte des changements de géométrie.

Enfin, pour valider le modèle développé, des comparaisons du modèle avec des résultats expérimentaux issus de la bibliographie ont été effectuées.

MOTS-CLÉS :

Engrenages roues et vis sans fin, usure, partage des charges, coefficients d'influence.

Laboratoire (s) de recherche : LaMCoS - Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structure

Directeur de thèse : Michèle GUINGAND, Jean-Pierre DE VAUJANY

Président de jury : Rech Joël

Composition du jury :

Fillon Michel	Professeur (ENSMA-ISAE-Université de Poitiers)- Rapporteur
Daidié Alain	Professeur (ICA- INSA Toulouse)- Rapporteur
Rech Joël	Professeur (ENISE-Saint-Etienne)
Octrue Michel	Docteur Ingénieur, Transmission Mécanique, CETIM
Guingand Michèle	MCF HdR (LAMCOS-INSA Lyon)
de Vaujany Jean-Pierre	MCF (LAMCOS-INSA Lyon)