



**HAL**  
open science

# Acquisition multiparamétrique de signaux de décroissance radioactive pour la correction des défauts instrumentaux : application à la mesure de la durée de vie du $^{19}\text{Ne}$

Cathy Vanborren Fontbonne

► **To cite this version:**

Cathy Vanborren Fontbonne. Acquisition multiparamétrique de signaux de décroissance radioactive pour la correction des défauts instrumentaux : application à la mesure de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ . Physique [physics]. Normandie Université, 2017. Français. NNT : 2017NORMC204 . tel-01498450

**HAL Id: tel-01498450**

**<https://theses.hal.science/tel-01498450>**

Submitted on 30 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

## THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Doctorat de Physique

Préparée au sein de l'Université de Caen Normandie

**Acquisition multiparamétrique de signaux de décroissance radioactive pour la correction des défauts instrumentaux. Application à la mesure de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ .**

Présentée et soutenue par  
**Cathy VANBORREN épouse FONTBONNE**

Thèse soutenue publiquement le 1<sup>er</sup> février 2017  
devant le jury composé de

Dr. Stéphane NORMAND	HDR, ingénieur chercheur, CEA/DAM Bruyères-le-Châtel	Directeur de thèse
Dr. Xavier FLECHARD	HDR, Chargé de Recherche, LPC CAEN	Codirecteur de thèse
Pr. Bertram BLANK	Directeur de Recherche, CENBG Bordeaux	Rapporteur
Dr. Philippe CASSETTE	HDR, ingénieur chercheur, expert international, LNHB CEA Saclay	Rapporteur
Dr. François DE OLIVEIRA	HDR, Chargé de Recherche, GANIL, Caen	Examineur
Pr. Gerda NEYENS	Professeure, IKS Leuven, Belgique	Examineur

Thèse dirigée par Stéphane Normand, CEA/ DAM Bruyères-le-Châtel, et Xavier Fléchar, LPC-CAEN

ED SIMEM



UNICAEN  
UNIVERSITÉ  
CAEN  
NORMANDIE

lpc  
caen  
Laboratoire de physique corpusculaire





UNIVERSITÉ  
CAEN  
NORMANDIE

## Thèse de doctorat

*Présentée et soutenue le 1er février 2017*

*par*

*Cathy Fontbonne, née Vanborren.*

**DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE CAEN NORMANDIE**

---

**Acquisition multiparamétrique de signaux de décroissance radioactive pour la correction des défauts instrumentaux. Application à la mesure de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ .**

---





## Remerciements

Je souhaite exprimer ma gratitude à chacune des personnes qui ont contribué au bon déroulement de ces trois années de thèse et à la réalisation de ce mémoire.

Je remercie, en premier lieu, Dominique Durand, directeur du Laboratoire de Physique Corpusculaire de Caen, pour avoir accepté que je me consacre pendant trois ans à une thèse.

Je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury, en particulier mes rapporteurs Bertram Blank et Philippe Cassette, ainsi que Gerda Neyens et François de Oliveira Santos, pour le temps qu'ils ont consacré à la lecture minutieuse de mon manuscrit. Je remercie, également, mes deux directeurs de thèse Stéphane Normand et Xavier Flécharde pour avoir accepté d'encadrer une thésarde déjà professionnellement expérimentée.

Je remercie tous mes collègues de l'équipe FASTER, qui m'ont épaulé pour mettre en place un prototype de Module Numérique de Mesure pour l'expérience décrite dans ce document.

Un grand merci aussi à l'ensemble des personnes présentes à cette expérience au GANIL, sans qui je n'aurais pu faire cette étude, étant moi-même absente des RUNs, pour avoir trop (mal) skié.

Je tiens tout particulièrement à remercier Jean-Marc pour son soutien de tout instant.

A Jean-Marc, Alice et Nicolas,



---

# TABLE DES MATIERES

---

<b>I</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>- 5 -</b>
	I.1 Motivations physiques .....	- 5 -
	I.2 Motivations instrumentales .....	- 9 -
<b>II</b>	<b>Le système d'acquisition FASTER .....</b>	<b>- 15 -</b>
	II.1 Architecture FASTER.....	- 15 -
	II.1.1 Architecture logicielle .....	- 16 -
	II.1.2 Architecture matérielle .....	- 17 -
	II.1.3 Les Modules numériques de Mesure.....	- 21 -
	II.2 Les Modules numériques de Mesure spécifiques à l'expérience .....	- 29 -
	II.2.1 Description du MnM RF .....	- 29 -
	II.2.2 Description du MnM QTDC .....	- 35 -
<b>III</b>	<b>Description du dispositif expérimental et du mode opératoire .....</b>	<b>- 43 -</b>
	III.1 Processus de détection de la désintégration $\beta^+$ .....	- 43 -
	III.2 Dispositif expérimental.....	- 46 -
	III.2.1 Du faisceau aux détecteurs .....	- 46 -
	III.2.2 Des détecteurs aux systèmes d'acquisition .....	- 53 -
	III.3 Mode opératoire .....	- 57 -
	III.4 Informations acquises par FASTER pour cette expérience .....	- 59 -
	III.4.1 Les données QDC .....	- 59 -
	III.4.2 Les données RF.....	- 62 -
	III.5 Grandeurs d'influences des mesurages.....	- 64 -
<b>IV</b>	<b>Elements mathématiques pour l'évaluation de la durée de vie .....</b>	<b>- 69 -</b>
	IV.1 La sélection des événements .....	- 69 -
	IV.1.1 Rappel sur la notion de temps mort .....	- 70 -
	IV.1.2 Stratégie de sélection des événements .....	- 72 -
	IV.2 Loi de probabilité et fonctions modèles.....	- 73 -
	IV.2.1 Loi de probabilité .....	- 74 -
	IV.2.2 Fonctions modèles .....	- 75 -
	IV.3 Estimation des paramètres .....	- 79 -
	IV.3.1 La vraisemblance .....	- 79 -
	IV.3.2 Test d'hypothèse. Loi du $\chi^2$ .....	- 83 -
	IV.3.3 Composition des estimations d'un paramètre et de ses incertitudes .....	- 85 -

IV.3.4 Les méthodes d'ajustement.....	- 86 -
IV.3.5 Etude d'un estimateur « numérique ».....	- 98 -
IV.4 Conclusion .....	- 103 -
<b>V Analyse Préliminaire .....</b>	<b>- 105 -</b>
V.1 Etude des histogrammes des charges déposées.....	- 105 -
V.1.1 Spectres des différents PM .....	- 105 -
V.1.2 Etudes des spectres des photomultiplicateurs 1 & 2 et de leur évolution .....	- 106 -
V.1.3 Relation entre l'amplitude et la charge .....	- 112 -
V.2 Histogramme d'intervalles de temps .....	- 114 -
V.2.1 TIH des événements par voie.....	- 114 -
V.2.2 TIH des événements en coïncidence sur PM1 et PM2.....	- 116 -
V.3 Signaux oscilloscope.....	- 117 -
V.3.1 Etude des signaux bruts .....	- 117 -
V.3.2 Modèle de ligne de base.....	- 119 -
V.3.3 Evaluation de la variation du gain.....	- 123 -
V.3.4 Résultats .....	- 124 -
V.4 Conclusion .....	- 126 -
<b>VI Impact de la variation des grandeurs d'influences .....</b>	<b>- 127 -</b>
VI.1 Impact sur le comptage des variations de gain, de ligne de base et d'empilements.....	- 127 -
VI.1.1 Variation de gain.....	- 128 -
VI.1.2 Variation de ligne de base .....	- 129 -
VI.1.3 Variation d'empilements .....	- 130 -
VI.2 Impact sur la mesure de la durée de vie .....	- 132 -
VI.2.1 Impact de la variation de gain.....	- 133 -
VI.2.2 Impact de la variation de ligne de base .....	- 135 -
VI.2.3 Impact de l'empilement.....	- 136 -
VI.3 Conclusion .....	- 138 -
<b>VII Algorithme de compensation .....</b>	<b>- 139 -</b>
VII.1 Stratégie .....	- 139 -
VII.1.1 Analyse de forme .....	- 139 -
VII.1.2 Définition des zones temporelles .....	- 143 -
VII.1.3 Définition du spectre de référence.....	- 145 -
VII.1.4 Méthode .....	- 148 -
VII.2 Impact de l'algorithme de compensation sur les simulations Monte-Carlo .....	- 150 -
VII.2.1 Décroissance sans variation de gain et de zéro .....	- 150 -
VII.2.2 Décroissance avec variation de gain .....	- 152 -

VII.2.3 Décroissance avec variation de gain et de zéro.....	- 154 -
VII.3 Conclusion.....	- 156 -
<b>VIII Résultats.....</b>	<b>- 159 -</b>
VIII.1 Estimation de la durée de vie en fonction du temps mort.....	- 159 -
VIII.2 Mesures de la variation de gain, définition du paramètre $N_{zone}$ .....	- 162 -
VIII.3 Estimation de la durée de vie en fonction du $t_0$ .....	- 164 -
VIII.4 Comparaison des durées de vie.....	- 167 -
VIII.5 Estimation des durées de vie par déversement.....	- 169 -
VIII.6 Résidu et test d'hypothèse.....	- 170 -
VIII.7 Biais et incertitudes.....	- 173 -
VIII.7.1 Incertitude statistique.....	- 174 -
VIII.7.2 Incertitude due à la variation de gain.....	- 174 -
VIII.7.3 Influence de la variation de ligne de base et du spectre d'empilement.....	- 175 -
VIII.7.4 Bilan total.....	- 178 -
<b>IX Conclusion et Perspectives.....</b>	<b>- 181 -</b>
 <b>ANNEXES.....</b>	 <b>- 189 -</b>
 <b>Annexe I Setup des données d'acquisition.....</b>	 <b>- 191 -</b>
Annexe I-1 Fichier 20131104-0254 (durée 3 h 28 min).....	- 191 -
Annexe I-2 Fichier 20131103-2134 (durée 5 h).....	- 193 -
 <b>Annexe II Modélisation de l'histogramme d'intervalle de temps d'une désintégration <math>\beta</math>.....</b>	 <b>- 195 -</b>
Annexe II-1 Expérience sans temps mort et sans bruit de fond, temps infini.....	- 195 -
Annexe II-2 Expérience avec bruit de fond.....	- 197 -
 <b>Annexe III Modélisation du Gain.....</b>	 <b>- 199 -</b>
 <b>Annexe IV Estimation des paramètres.....</b>	 <b>- 203 -</b>
Annexe IV-1 Cible 1.....	- 203 -
Annexe IV-1-1 PM1.....	- 203 -
Annexe IV-1-2 PM2.....	- 206 -
Annexe IV-1-3 Coïncidence PM1 PM2.....	- 208 -
Annexe IV-2 Cible 2.....	- 210 -
Annexe IV-2-1 PM1.....	- 210 -
Annexe IV-2-2 PM2.....	- 212 -
Annexe IV-2-3 Coïncidence PM1 PM2.....	- 214 -



# I INTRODUCTION

---

La chaîne d'instrumentation pour la physique nucléaire a pour objectif de produire des informations numériques décrivant au mieux le dépôt d'énergie, le temps d'arrivée, et la position d'une particule. Pendant longtemps, cette chaîne a été principalement analogique. Avec le développement technologique actuel des systèmes numériques, la tendance est de numériser précocement les signaux provenant des détecteurs, afin de disposer du maximum d'informations sur ces derniers, et ainsi d'optimiser les mesures des caractéristiques de la particule détectée. Les difficultés rencontrées deviennent alors essentiellement celles subies par tous les systèmes numériques : tri, transport, réception et sauvegarde des données numériques discrètes, images les plus fidèles possibles de données physiques pour l'essentiel continues.

Le système d'acquisition FASTER (Fast Acquisition System for nuclear Research) est un dispositif d'acquisition temps réel, élaboré au Laboratoire de Physique Corpusculaire de Caen (LPC-CAEN) par l'équipe FASTER, dont je fais partie. Il répond à la majorité des besoins des expériences de physique nucléaire. Souvent utilisée dans des expériences de mesures d'énergie ou de charges déposées, cette acquisition a jusqu'alors peu été employée avec toutes ses possibilités dans des expériences de comptage, pour la mesure des durées de vie par exemple. Fin 2013, nous avons eu l'opportunité de nous greffer à l'expérience E658S de GANIL (Grand Accélérateur National d'Ions Lourds) sur la mesure de haute précision de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ . Quatre laboratoires différents (Institut des sciences nucléaires de Vinča en Serbie, IFIN-HH en Roumanie, GANIL et LPC CAEN) ont effectué l'analyse en parallèle. Cette thèse décrit, par conséquent, l'analyse des données acquises par FASTER. Comme pour des raisons personnelles, je n'ai pu assister à l'expérience, l'analyse a été conduite, au moins au départ, sans aucun a priori sur les conditions expérimentales.

La finalité de l'expérience étant de vérifier l'hypothèse que la durée de vie dépend du milieu dans lequel le noyau décroît, une incertitude relative de l'ordre de  $10^{-4}$  doit être atteinte. Nous allons surtout mettre l'accent, dans ce document, sur la manière d'estimer avec précision cette durée de vie. Par conséquent, après avoir décrit brièvement les motivations d'ordre physique, nous expliciterons les motivations instrumentales.

---

## I.1 Motivations physiques

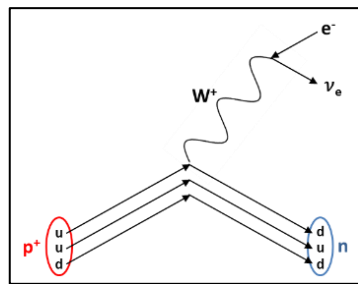
---

L'univers est régi par quatre forces fondamentales : la gravitation, l'interaction nucléaire forte, et les deux forces électrofaibles : l'interaction électromagnétique et l'interaction faible. Le



modèle standard, élaboré en 1970, est une théorie qui englobe toutes les particules connues et décrit les trois dernières forces. Alors que l'interaction nucléaire forte explique la cohésion du noyau, l'interaction électromagnétique agit entre les particules chargées, et enfin l'interaction faible explique certains phénomènes nucléaires. L'expérience E658S qui nous concerne, porte sur l'interaction faible. Celle-ci est une interaction à courte portée. Ses effets sont confinés à l'intérieur des noyaux, et elle est responsable de la radioactivité  $\beta$ .

A l'échelle des quarks, un proton est formé de deux quarks up et un quark down (uud), le neutron de deux quarks down et d'un quark up (udd). Lors d'une désintégration  $\beta$ , un des quarks du noyau change de saveur. Pour la désintégration  $\beta^+$ , par exemple, un quark de saveur up est transformé en quark de saveur down en émettant un boson  $W^+$ , qui se désintègre immédiatement en émettant un positron  $e^+$  et un neutrino  $\nu_e$  comme l'illustre le diagramme de Feynman présenté sur la figure 1.



$$u \rightarrow d + W^+$$

$$W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$$

figure 1 : diagramme de Feynman d'une désintégration  $\beta^+$

La probabilité des couplages entre deux quarks de saveur donnée et un boson W est fournie par une matrice de mélange, appelée matrice Cabibbo-Kobayashi-Maskawa CKM, entre les états propres de masse et les états vus par l'interaction faible.

$$V_{CKM} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix}$$

Les paramètres de cette matrice sont définis à partir de quatre paramètres libres du modèle standard et sont établis de façon expérimentale. L'estimation de ces paramètres doit néanmoins vérifier les propriétés mathématiques d'une telle matrice, et entre autre son unitarité, qui se traduit par le test  $V_{ud}^2 + V_{us}^2 + V_{ub}^2 = 1$ . Si cette égalité n'est pas vérifiée, cela pourrait signifier qu'il existe une physique au-delà du modèle standard de l'interaction faible. Dans cette égalité, le terme  $V_{ud}$ , faisant intervenir les quarks u et d, est prépondérant. Il est nécessaire de l'établir avec une très grande précision.

$V_{ud}$  peut être déterminé à partir de l'étude précise des transitions  $\beta$  super-permises

$0^+ \rightarrow 0^+$ , par exemple. Lors d'une transition  $\beta$ , les leptons émis (électrons/positrons et neutrinos/antineutrinos) emportent un moment angulaire orbital  $\vec{L}$  et un spin  $\vec{S}$ , obéissant à la loi de conservation du moment angulaire total :

$$\vec{J}_f = \vec{J}_i + \vec{L} + \vec{S}$$

$\vec{J}_f$  étant le moment angulaire final, et  $\vec{J}_i$  le moment angulaire initial. Les transitions « permises » correspondent aux transitions les plus probables à moment orbital nul ( $L = 0$ ). Parmi ces transitions permises, sont distinguées les transitions de type Fermi de moment angulaire de spin nul ( $S=0$ ), et les transitions de type Gamow-Teller de moment angulaire de spin  $S=1$ . Les transitions  $\beta$  super-permises  $0^+ \rightarrow 0^+$  sont des transitions de type pur Fermi ( $S=0$ ).

$V_{ud}$  est calculé à partir de la mesure de la valeur corrigée  $Ft^{0^+ \rightarrow 0^+}$ , indépendante du noyau considéré.  $Ft^{0^+ \rightarrow 0^+}$  est elle-même déduite, après quelques corrections théoriques, de la période comparée  $ft$ . Dans le cas des transitions  $\beta$  super-permises  $0^+ \rightarrow 0^+$ ,  $ft$  dépend de trois paramètres : l'intégrale de Fermi  $f(Z, Q)$ , la période radioactive du noyau  $T_{1/2}$ , et le rapport d'embranchement de la transition de Fermi  $B.R.$  (Branching Ratio) :

$$ft = f(Z, Q) \cdot \frac{T_{1/2}(1 + P_{EC})}{B.R.}$$

- L'intégrale de Fermi  $f(Z, Q)$  est aussi appelée facteur d'espace de phase. Elle contient l'information relative à la forme du noyau, et dépend fortement de la différence de masse entre le noyau père et le noyau fils (énergie de réaction  $Q_{EC}$ )
- La période radioactive  $T_{1/2}$  du noyau est le temps nécessaire pour que la moitié de noyaux pères initialement présents se désintègre en noyaux fils. Si  $\tau$  désigne la durée de vie, alors :  $T_{1/2} = \tau \cdot \ln(2)$
- Le rapport d'embranchement est la probabilité pour que la désintégration s'effectue par le mode de désintégration étudié.
- $P_{EC}$  est la probabilité de capture électronique, en concurrence avec la désintégration  $\beta^+$ .

Le rapport  $t_{1/2} = \frac{T_{1/2}(1+P_{EC})}{B.R.}$  est aussi appelé la durée de vie partielle.

Ainsi, pour calculer  $V_{ud}$ , à partir des expériences de décroissances super-permises  $0^+ \rightarrow 0^+$ , il faut mesurer avec précision les masses des noyaux en jeu, la période radioactive, et le rapport d'embranchement de la décroissance étudiée. Les décroissances super-permises  $0^+ \rightarrow 0^+$  des

noyaux de  $^{10}\text{C}$ ,  $^{14}\text{O}$ ,  $^{22}\text{Mg}$ ,  $^{34}\text{Ar}$ ,  $^{26}\text{Al}$ ,  $^{34}\text{Cl}$ ,  $^{38}\text{K}$ ,  $^{42}\text{Sc}$ ,  $^{46}\text{V}$ ,  $^{50}\text{Mn}$ ,  $^{54}\text{Co}$ ,  $^{62}\text{Ga}$  et  $^{74}\text{Rb}$  ont pu permettre la détermination du terme  $V_{ud}$  à partir de la moyenne des estimations de  $Ft$ , comme l'illustre la figure 2 (J.C. Hardy et I.S. Towner [1]).

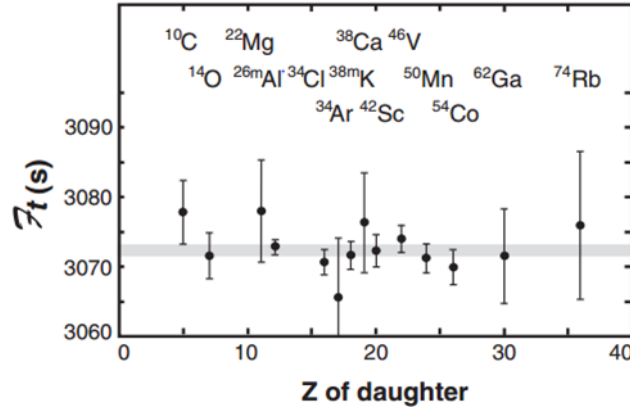


figure 2 : Estimations de  $Ft$ , établies en fonction des décroissances super-permises  $0^+ \rightarrow 0^+$  [1]

$V_{ud}$  peut aussi être déterminé à partir de l'étude des transitions miroir. Ces dernières sont appelées ainsi, car elles transforment un noyau contenant  $Z$  protons et  $N$  neutrons en noyaux contenant  $N$  protons et  $Z$  neutrons ( ${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_N Y_Z$ ). Ces transitions sont des transitions super-permises dont le moment orbital de spin est non-nul. Elles sont dites mixtes (Gamow-Teller/Fermi). De ce fait, la durée de vie comparée dépend aussi de  $\rho$ , le rapport de mélange des composantes Gamow-Teller/Fermi, et du rapport  $f_A/f_V$  des facteurs d'espace de phase vectoriel et axial-vectoriel, comme l'ont expliqué O. Naviliat-Cuncic et N. Severijns [2] [3] :

$$Ft^{\text{miroir}} = Ft^{0^+ \rightarrow 0^+} \cdot \frac{2}{\left(1 + \frac{f_A}{f_V} \rho^2\right)}$$

Il est donc nécessaire d'effectuer la mesure supplémentaire de ce rapport  $\rho$ . Toutefois, cette étude offre une opportunité d'estimer  $V_{ud}$  en utilisant une source de données supplémentaires aux transitions pures Fermi, en étudiant par exemple les décroissances du  $^{19}\text{Ne}$ ,  $^{21}\text{Na}$ ,  $^{29}\text{P}$ ,  $^{35}\text{Ar}$  et  $^{37}\text{K}$ , ce qui conduira, à terme, à améliorer l'incertitude sur cette grandeur.

L'expérience E658S, qui vise à estimer la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ , s'inscrit par conséquent dans l'optique des tests du modèle standard et de l'unitarité de la matrice CKM. Mais elle avait également un tout autre but. L'objectif de la collaboration (GANIL, Institute of Nuclear Physics Science Vinca Belgrade, IPN Orsay, CSNSM Orsay, LPC Caen, IFIN-HH Bucharest Roumanie, ASCR-Rez République Tchèque) était de démontrer l'effet d'écrantage des électrons dans différents matériaux. Le facteur d'espace de phase  $f(Z, Q)$  d'un noyau varie, en effet, avec la densité électronique de la cible dans lequel il est implanté. Pour un noyau donné,  $f(Z, Q) \cdot t_{1/2}$

étant constant, si  $f(Z, Q)$  varie, alors  $t_{1/2}$  aussi. Par conséquent, l'environnement de la cible peut modifier la durée de vie et le rapport d'embranchement [4].

Une première expérience [4] a été réalisée au GANIL pour comparer l'effet d'écrantage lorsque les noyaux radioactifs d'oxygène 19 et de néon 19 sont implantés dans le niobium supraconducteur (à 4 K) ou conducteur (à 96 K). A l'état supraconducteur, l'effet d'écran est théoriquement supérieur. Cette expérience, décrite dans la thèse de Predrag Ujić [4] [5], n'a pas pu montrer l'effet d'écrantage, puisque celui-ci a été mesuré inférieur à  $1,1\% \pm 0,9\%$  [5] de la valeur théorique escomptée. Cela a mis en doute le modèle théorique de l'effet d'écran dû à la nature supraconductrice du matériau d'implantation.

L'expérience E658S vise, cette fois, à mesurer l'effet d'écrantage selon que le noyau radioactif  $^{19}\text{Ne}$  est implanté, à température ambiante, dans un métal (plomb) ou dans un isolant (CsI). La différence d'estimations de la durée de vie, issue d'un nouveau calcul théorique (non publié) est beaucoup plus faible (0,07%) [6]. L'objectif de l'expérience est donc de mesurer chaque durée de vie avec une incertitude relative inférieure ou égale à 0,01%, afin de pouvoir réévaluer l'effet d'écrantage.

---

## I.2 Motivations instrumentales

---

La durée de vie est mesurée en dénombrant l'évolution au cours du temps du nombre de particules  $\beta$ , produits lors des désintégrations du  $^{19}\text{Ne}$  en  $^{19}\text{F}$ , qui interagissent dans un détecteur. La loi de désintégration est la loi statistique exponentielle et le débit  $D(t)$  de particules en fonction du temps que doit mesurer le détecteur est :

$$D(t) = D_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

où  $D_0$  est le débit au début du comptage, et  $\tau$  la durée de vie. Ainsi, si nous arrivons à synthétiser une source de  $N$  particules  $^{19}\text{Ne}$  pur, et que le détecteur ne mesure que le produit de sa désintégration, l'incertitude sur la durée de vie mesurée provient uniquement de l'incertitude statistique, à savoir  $\frac{\tau_0}{\sqrt{N-2}}$  [7]. C'est évidemment ce cas idéal que tout expert en instrumentation cherche à atteindre.

Les premières estimations de durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  ont été obtenues en 1939 [8]. Les incertitudes et les biais sur l'estimation ont cependant diminué, à mesure que les équipes de recherche ont amélioré leurs protocoles expérimentaux, à savoir la connaissance de leur source, de leurs détecteurs et de leurs électroniques de détection. Le tableau 1 et la figure 3 résume

certaines de ces mesures, récapitulées par le Triangle Universities Nuclear Laboratory (Durham, Caroline du Nord) sur sa page web «  $^{19}\text{Ne}$   $\beta^+$ - Decay Evaluated Data » [9] :

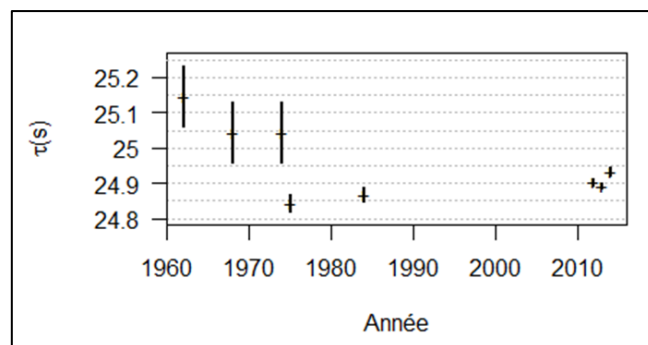


figure 3 : Evolution de la mesure de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  avec les incertitudes associées.

Année, auteurs	Période radioactive (s)	Durée de vie(s)
[10] 1962 Earwaker et al.	17,43(6)	25,14(9)
[11] 1968 Goss et al.	17,36(6)	25,04(9)
[12] 1974 Wilkinson et Alburger	17,36(6)	25,04(9)
[13] 1975 Azuelos et Kitching	17,219(17)	24,842(24)
[14] 1984 Piilonen	17,237(14)	24,867(20)
[15] 2012 Triambak et al.	17,262(7)	24,904(10)
[4] 2013 Ujjic et al.	17,254(5)	24,892(7)
[16] 2014 Broussard et al.	17,2832(83)	24,9416(120)

tableau 1 : Evolution de la mesure de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ .

Ainsi, en 1962, Earwaker & al. utilisent une cible de  $\text{MnF}_3$  (dépôt d'épaisseur  $300 \mu\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$  évaporé sur une feuille d'or) irradiée par un faisceau de protons de 4,8 MeV. Le  $^{19}\text{Ne}$  produit se désintègre alors dans la cible, et le positron induit, crée alors deux photons gamma d'annihilation de 511 keV dont l'un est détecté par un scintillateur  $\text{NaI(Tl)}$ . Au niveau de l'électronique de détection, une fenêtre de sélection autour de 511 keV avant une échelle de comptage, limite la détection d'autres particules du milieu.

En 1968, Goss & al. irradient une cible de  $\text{CeF}_3$  (épaisseur non indiquée) avec un faisceau de protons de 5,5 MeV. Ils utilisent cette fois deux scintillateurs  $\text{NaI(Tl)}$ , chacun couplé à un photomultiplicateur, pour ne compter que les photons gamma en coïncidence à  $180^\circ$  afin de limiter le bruit de fond. Ils ont étudié la décroissance pendant 38 s. Ils insistent sur la nécessité d'utiliser une électronique rapide, afin de limiter les empilements.

En 1974, Wilkinson et Alburger irradient du  $\text{BaF}_2$  (dépôt de  $2 \text{mg}\cdot\text{cm}^{-2}$  évaporé sur  $120 \mu\text{m}$  de Ta) avec un faisceau de protons de 7 MeV, 20 nA pendant 5 s. Ils s'intéressent à la

diffusion du  $^{19}\text{Ne}$  dans la cible et font des mesures comparatives entre des cibles recouvertes ou non de  $2,5\ \mu\text{m}$  d'or et d'époxy. La cible est alors déplacée devant un scintillateur plastique (NE102) qui détecte les positrons. Les décroissances sont mesurées pendant environ 358 s et sont accumulées jusqu' à obtenir 7000 détections dans le premier canal de l'histogramme des comptages (pas de 0,7 s). L'opération est répétée 12 fois avec des seuils de détection entre 0,5 MeV et 1,3 MeV.

L'année d'après, Azuelos et Kitching bombardent une cible de LiF avec un faisceau de 13 MeV. Ils notent cependant une contamination en oxygène  $^{15}\text{O}$ . Les particules  $\beta^+$  sont détectés au moyen d'un scintillateur plastique (NE101), d'un tube photomultiplicateur (RCA 6342A) et d'une échelle de comptage. Ils imposent un temps mort fixe de 600 ns pour limiter les empilements et les problèmes de gain du tube photomultiplicateur. Ils accumulent ainsi 19 décroissances avec des seuils de détections variant de 0,8 à 2,0 MeV.

Les incertitudes s'améliorent considérablement 30 ans après, avec les analyses supplémentaires des effets systématiques et les électroniques actuelles. En 2012, Triambak et al. utilisent le faisceau pur de  $^{19}\text{Ne}$  (installation TRIUMF, Canada) pour implanter les ions dans une bande de  $1,3\ \text{cm} \times 40\ \mu\text{m}$  de Mylar® aluminisé. La décroissance  $\beta^+$  est détectée par un réseau de 20 scintillateurs plastiques BC404 de  $1,6\ \text{mm}$  d'épaisseur (dispositif baptisé SCEPTAR) couplés à des photomultiplicateurs Hamamatsu H3695-10. Les détecteurs couvrent ainsi 80% de l'angle solide. Les événements sont détectés au moyen d'un discriminateur à fraction constante, et comptés en utilisant plusieurs temps morts (entre 12 et 24  $\mu\text{s}$ ). Les expérimentateurs notent que les effets systématiques les plus importants sont dus aux post-impulsions et à la dérive de gain des tubes photomultiplicateurs. Les effets des post-impulsions, du temps mort, du pas de comptage sont analysés par simulations Monte-Carlo.

En 2013, les incertitudes sur la durée de vie diminuant, Ujić et al. [4] proposent une expérience au GANIL pour étudier l'effet d'écrantage sur la mesure de la durée de vie, comme nous l'avons déjà expliqué au paragraphe précédent. Les ions (pur à 99,9%) sont implantés dans une feuille de niobium (conducteur ou supraconducteur selon sa température) dans lequel la diffusion est négligeable. Les positrons sont détectés au moyen d'un scintillateur plastique très fin ( $0,5\ \text{mm} \times 20\ \text{mm} \times 50\ \text{mm}$ ), couplé à deux tubes photomultiplicateurs R2102 (Hamamatsu). Les effets systématiques des post-impulsions sont éliminés en ne comptant que les coïncidences vraies. Pour éviter les problèmes de variation de gain des tubes photomultiplicateurs, la durée de l'implantation est réglée pour ne compter qu'au maximum 3000 événements par seconde. Aucune dépendance à la température, et aucun effet d'écrantage n'ont réellement été mesurés avec l'incertitude trouvée.

Broussard et al., en 2014, se servent d'un faisceau produit à KVI (université de Groningen) de  $^{19}\text{Ne}$  très peu contaminé par  $^{15}\text{O}$  et  $^{17}\text{F}$ . Ils implantent les ions dans une bande de  $100\ \mu\text{m}$  d'aluminium à  $25\ \mu\text{m}$  de profondeur. La pureté du faisceau est analysée par des détecteurs silicium. Les photons gamma d'annihilation sont détectés en coïncidence par deux détecteurs HPGe, et les événements sont sélectionnés par analyse de forme, leur forme étant comparée à une forme prédéfinie. Le temps mort fixe est de  $5\ \mu\text{s}$ . Plusieurs incertitudes sont analysées par simulation Monte-Carlo : celles dues à la diffusion, au temps mort, à la contamination et au bruit de fond.

Pour notre expérience E658S, le protocole est relativement semblable à celui déjà éprouvé par l'expérience précédente de Ujić et al. [4] en 2013, mais cette fois, le nombre d'ions  $^{19}\text{Ne}$  implantés est au moins mille fois supérieur. L'analyse est faite sur deux cibles différentes : une cible conductrice en plomb et une cible isolante en iodure de césium. Nous décrirons en détail le protocole expérimental dans le chapitre III.1. Pour cette expérience, nous cherchons à atteindre une incertitude relative sur l'estimation de la durée de vie de l'ordre de  $10^{-4}$ . Cela demande une vérification rigoureuse de toutes les grandeurs d'influence qui pourraient biaiser la mesure. L'une des variables d'influence, identifiée comme la plus problématique, est, par exemple, la variation du gain des tubes photomultiplicateurs consécutives à la variation du nombre de désintégrations détectées. Outre le fait, qu'à fort débit, le gain peut s'écrouler à cause de la dépolarisation du tube, O Flyckt et Carole Marmonier [17] expliquent aussi que « le gain est une fonction (souvent croissante) de la valeur moyenne du courant anodique évaluée sur une seconde ou plus », comme ils l'illustrent sur la figure 4.

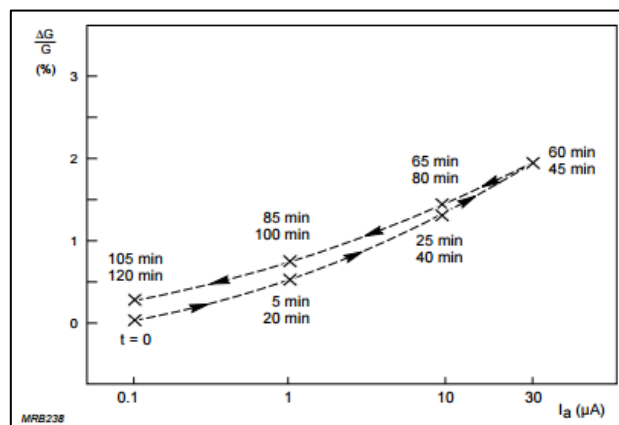


figure 4 : Variation relative du gain au changement de régime de fonctionnement d'un photomultiplicateur à constante de temps de stabilisation brève en fonction du courant anodique moyen [17].

Par essence, le nombre de désintégrations varie continuellement dans une mesure de durée de vie. Par conséquent le courant anodique moyen, donc le gain, fluctue également. Pour la

mesure de la durée de vie, seuls sont comptés les événements dont l'amplitude de l'impulsion a dépassé un seuil choisi. Dans cette expérience, nous verrons que le spectre d'amplitude des impulsions est étalé et inclut le niveau du seuil de comptage. Aussi, une variation de gain implique inéluctablement une variation de comptage et biaise ainsi la mesure de la durée de vie.

Avec un système d'acquisition tel que FASTER, nous disposons pour chaque événement détecté d'un certain nombre d'informations, telles que, par exemple, la charge déposée, la durée d'impulsion et le moment d'arrivée, contrairement à une information intégrée, telle que le nombre d'événements par unité de temps, donnée par une échelle de comptage. Nous allons montrer dans ce document quel peut être l'apport de ces informations pour comprendre exactement les effets de seuil, de temps mort sur les événements sélectionnés. Nous allons également trouver un point de fonctionnement (seuil et temps mort) qui limite l'impact des facteurs d'influence sur notre chaîne de mesure. Enfin, nous allons ensuite nous attacher de rendre plus fiable le jeu de données à modéliser en corrigeant au mieux les défauts du système d'acquisition.

Ainsi, dans ce document, nous présentons d'abord en détail le système d'acquisition FASTER. Puis, après avoir décrit le protocole expérimental de l'expérience et énuméré les facteurs possibles d'influence, nous rappelons la méthode statistique pour calculer la durée de vie et vérifions les performances des algorithmes d'ajustement, afin de s'assurer de leur validité pour atteindre une résolution relative de  $10^{-4}$ . Une analyse préliminaire des données nous permettra ensuite de définir réellement les paramètres variant pendant l'expérience, et une étude approfondie expliquera l'impact de cette variation sur la mesure de la durée de vie. Nous proposerons alors une méthode pour compenser les variations de gain des photomultiplicateurs, pour ensuite présenter le résultat de nos mesures. L'objectif de cette thèse étant principalement de présenter une méthode d'analyse pour l'estimation de la durée de vie, nous concluons ce document en proposant des pistes d'amélioration de cette mesure.





## II LE SYSTEME D'ACQUISITION FASTER

---

FASTER (Fast Acquisition SysTEm for nuclEAR Research) est un système d'acquisition numérique complet, développé par une équipe<sup>1</sup> d'ingénieurs et techniciens du Laboratoire de Physique Corpusculaire de Caen (LPC Caen-ENSICAEN) – dont je fais partie. Il allie un savoir-faire aussi bien en instrumentation, en électronique ainsi qu'en informatique. Il a pour objectif de proposer une solution globale d'acquisition numérique, entièrement générique et modulaire, reconfigurable à volonté, pour la plupart des expériences de physique nucléaire utilisant d'une à une centaine de voies de mesure. Ainsi, il suffit de connecter chaque détecteur, soit directement, soit via un pré-amplificateur, à l'acquisition FASTER, et le système sélectionne les informations en temps réel, les traite, les trie, les regroupe éventuellement, et enfin les visualise en ligne, tout en les enregistrant sur disque pour un traitement post-expérience optimisé. La visualisation en ligne est effectuée grâce au logiciel RHB (ROOT Histogram Builder), développé aussi au LPC-CAEN. Il permet de construire en temps réel des histogrammes d'énergie, de temps de vol, ou tout autre histogramme à 1 ou 2 dimensions, basé sur les informations calculés et compilés par FASTER. Il est basé sur le logiciel ROOT développé par le CERN.

Dans ce chapitre, nous allons d'abord décrire l'architecture de FASTER. Nous allons ensuite détailler les deux modules de traitements du signal – partie dont j'ai eu la charge dans le projet FASTER- utilisés dans notre expérience de mesure de la durée de vie.

---

### II.1 Architecture FASTER

---

Nous allons décrire, dans ce chapitre, l'architecture de FASTER. Le projet a été pensé pour être modulaire, fonctionnant en temps réel, utilisant des standards industriels et ayant un prix abordable par voie d'acquisition. Ces contraintes ont été à l'origine des choix adoptés pour l'architecture logicielle et matérielle.

---

<sup>1</sup> L'équipe FASTER est composée de : Benjamin Carniol (Conception FPGA), David Etasse (chef de projet), Cathy Fontbonne (Module numérique de Mesure MnM, traitement du signal), Jean-Marc Fontbonne (expertise instrumentation), Julien Hareng (conception et routage de carte), Jean Hommet (architecture logicielle et IHM), Jérôme Poincheval (interfaces graphiques),

L'équipe RHB est composée de : Thierry Chaventré (développeur), Daniel Cussol (concepteur).

## II.1.1 Architecture logicielle

---

Il faut imaginer FASTER comme un arbre synchronisé. Les détecteurs de l'expérience sont branchés aux feuilles et le tronc contient les informations compilées de tous les détecteurs, acquises par l'utilisateur. Le flux d'informations provenant des détecteurs circule donc des feuilles vers le tronc, tandis que les informations de contrôle-commande circulent du tronc vers les feuilles.

Chaque feuille est autonome. Son rôle est de synthétiser des informations numériques provenant des détecteurs, utiles à l'expérience. Cela peut être, par exemple, la charge sur une ou plusieurs portes d'intégration, lorsque le détecteur est un ensemble scintillateur/tube photomultiplicateur, ou alors l'amplitude du signal lorsqu'il s'agit d'une spectrométrie avec des détecteurs comme le CdTe, ou le HPGe. L'ensemble des informations calculées par une feuille, relative à une impulsion électronique dans le détecteur, est datée individuellement, grâce à une horloge locale de fréquence 125 MHz créée à partir d'une horloge de 10 MHz commune à toutes les voies. A chaque début d'expérience, un signal T0 est envoyé à toutes les feuilles, pour initialiser le moment « 0 ». Comme les horloges locales ne sont pas synchronisées entre elle, les T0 locaux des feuilles sont définis à  $\pm 8$  ns près. Toutefois, l'écart des T0 entre feuille reste constant pendant toute la durée de l'expérience. Par conséquent, une calibration temporelle plus précise peut être effectuée au moyen d'événements provenant de l'expérience.

Les informations datées provenant des détecteurs sont ensuite réunies dans chaque nœud, comme l'illustre la figure 5. A chaque nœud, elles sont triées en temps et éventuellement rassemblées par événement (coïncidences) grâce à des décisions logiques effectuées sur la date des impulsions –dans le cas où un événement touche plusieurs détecteurs- puis envoyées vers le nœud parent. Les informations peuvent également être filtrées, de façon à évacuer les données inutiles, et limiter, par un choix et une prise de décision précoce, le flux d'informations enregistré sur disque. En effet, c'est en général au niveau de l'ordinateur que le flux peut subir des pertes de données : au maximum, 500 000 données par seconde peuvent en effet être enregistrées en continu sur un ordinateur classique, et le système accepte des pics de 10 s de  $3.10^6$  événements par seconde.

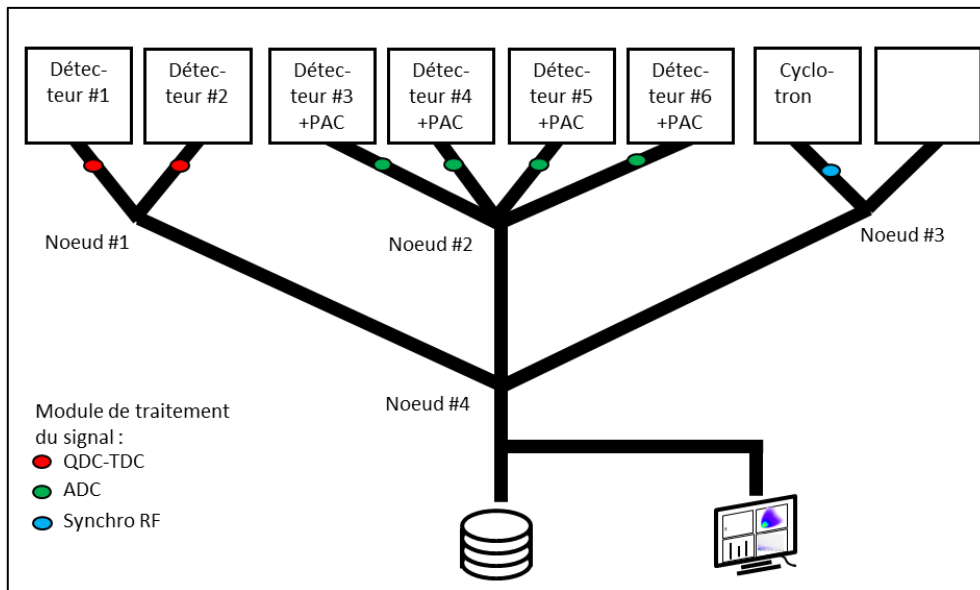


figure 5: Exemple d'arbre synchronisé FASTER. L'expérience utilise ici 6 détecteurs dont deux voies QDC et 4 voies de spectrométrie (ADC), et une voie RF pour la mesure de la phase du cyclotron.

Une feuille de FASTER contient un module de numérisation du signal électronique et un module de traitement du signal (tel que le QDC-TDC, l'ADC, ou la Synchronisation RF), appelé aussi Module numérique de Mesure MnM.

Un nœud de FASTER contient un module de tri et un module de transfert de l'information.

FASTER est donc une acquisition modulaire car une feuille/détecteur peut être rajoutée ou enlevée sans difficulté de synchronisation. La structure en arbre se retrouve dans l'architecture matérielle.

## II.1.2 Architecture matérielle

L'architecture matérielle s'appuie sur un ensemble de cartes filles/cartes mères. Les cartes filles s'occupent de la numérisation du signal de la feuille, les cartes mères contiennent l'intelligence. Celles-ci comprennent aussi bien le MnM d'une feuille, que les modules de tri et de transfert de l'information des nœuds.

L'acquisition FASTER s'appuie aussi sur des standards industriels. Les cartes filles sont au format VITA57, les cartes mères ont le format NIM ou microTCA. Le transfert des données vers l'ordinateur d'acquisition suit le protocole UDP/IP via une connexion Ethernet gigabit. La figure 6 ci-dessous montre les différents châssis et quelques cartes électroniques utilisés dans FASTER.

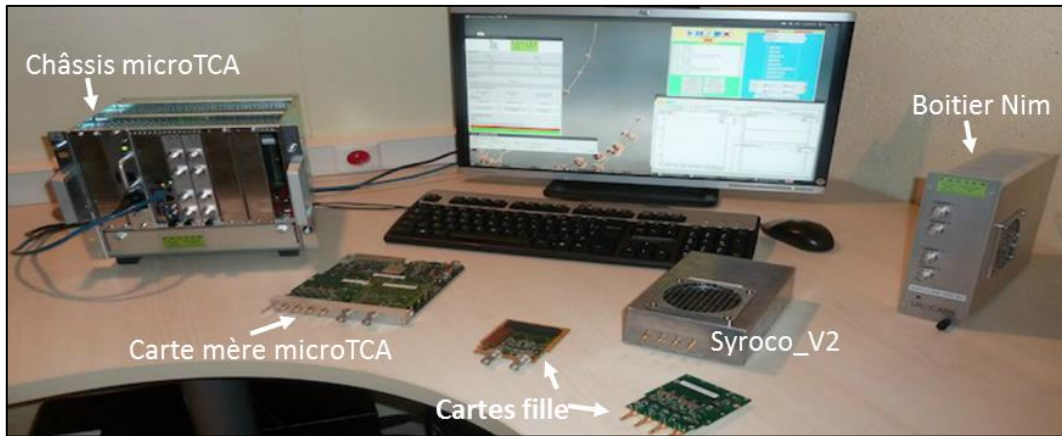


figure 6 : Cartes mères et cartes filles FASTER.

Actuellement, il existe quatre cartes filles : la carte CARAS, MOSAHR, CAMEL, et HT (cf. figure 7). La carte HT, conçue par Jérôme Langlois, peut-être mise à part. Cette carte fournit et contrôle l'alimentation HT des détecteurs. Les trois autres cartes filles font partie intégrante des feuilles (voies d'acquisitions) FASTER. Elles ont pour fonction de numériser le signal provenant des détecteurs.

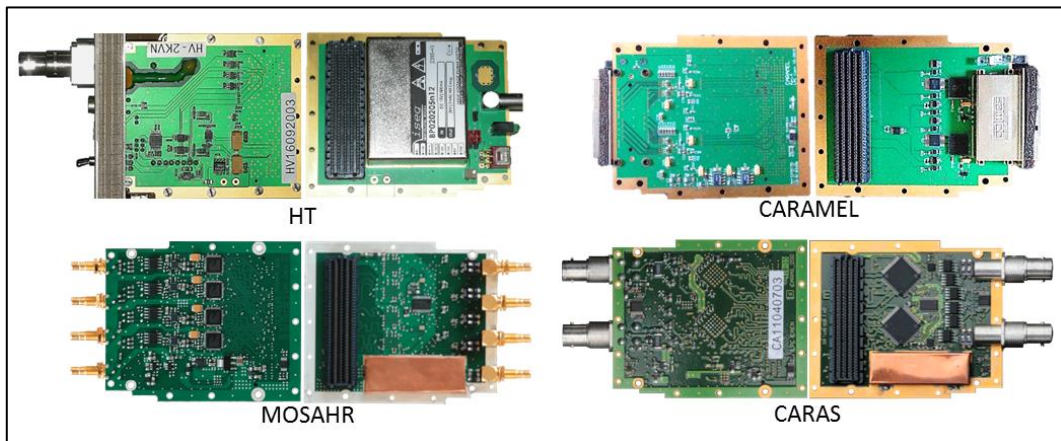


figure 7 : Les cartes filles FASTER.

La carte CAMEL (CARte Acquisition Multivoies Electromètre), conçue par Frédéric Boumard, est une carte de conversion charge-tension 32 voies, intégrant les charges pendant une durée paramétrable de  $10 \mu\text{s}$  à  $1 \text{ ms}$ . La gamme dynamique est programmable de  $3 \text{ pC}/10 \mu\text{s}$  à  $12 \text{ pC}/10 \mu\text{s}$ , le bruit électronique est de l'ordre de  $1 \text{ fC}_{\text{rms}}$ . Cette carte est utilisée pour mesurer les signaux des chambres d'ionisation comme dans le projet Dosion [18], ou pour mesurer la charge de photodiodes.

La carte MOSAHR (MODule for Signal Acquisition, High Resolution), que j'ai conçue, est une carte comprenant 4 voies de numérisation 14BITS à une fréquence de  $125 \text{ MHz}$ . Sa bande passante est de  $25 \text{ MHz}$ . L'expérimentateur peut choisir sa gamme dynamique grâce à un

commutateur manuel ( $\pm 1$  V,  $\pm 2$  V,  $\pm 5$  V,  $\pm 10$  V), et l'impédance d'entrée est de l'ordre de 1 k $\Omega$ . Le bruit électronique est de l'ordre 1LSB<sub>rms</sub>, (soit 130  $\mu$ V<sub>rms</sub> pour la gamme dynamique de  $\pm 1$  V). Cette carte est en général utilisée pour la spectroscopie haute résolution. Dans ce cas, il est nécessaire que le détecteur soit suivi d'un pré-amplificateur de charge avant d'être branché à une voie de MOSAHR.

La carte CARAS (CARte d'Acquisition du Signal), que j'ai également conçue, comprend 2 voies de numérisation 12BITS à 500 MHz. Sa bande passante est de 100 MHz et sa gamme dynamique de  $\pm 1,15$  V. L'expérimentateur peut néanmoins rajouter un offset compris entre -1,1 V et 1,1 V, ajustable par programmation, pour l'adapter à la gamme dynamique de sortie de son détecteur. L'impédance d'entrée de 50  $\Omega$  ou 10 k $\Omega$  est sélectionnée au moyen d'un commutateur manuel. Le bruit électronique est de l'ordre 1LSB<sub>rms</sub> soit environ, 600  $\mu$ V<sub>rms</sub>. Cette carte est surtout utilisée pour la mesure de charges, lorsqu'un tube photomultiplicateur est branché à l'une de ses voies, mais nous verrons que beaucoup d'autres modules d'analyse ont été développés pour elle.

Trois formats de carte mère sont disponibles (cf. figure 8). Elles ont toutes pour nom SYROCO : « Système Reconfigurable et Original de Communication ». Elles ont été conçues par Benjamin Carniol, David Etasse et Julien Hareng. Les cartes mères contiennent l'intelligence de FASTER, à savoir le MnM des feuilles, le tri et le transfert de l'information, programmés en langage VHDL dans des FPGA (field-programmable gate array) ALTERA. La carte mère SYROCO\_V2, qui a été la première conçue, contient un arbre FASTER miniature. Elle ne peut accueillir qu'une seule carte fille et n'a qu'un seul FPGA (EP3C40F484C6N). Elle est utilisée pour des tests de détecteurs et des petits projets. La carte au format NIM contient trois FPGA Cyclone3 (EP3C40F484C6N) et un ARRIA1GX (EP1AGX35CF484C6N), et peut accueillir deux cartes filles. La carte au format microTCA contient deux Cyclone3 (EP3C40F484C6N) et un ARRIA1GX (EP1AGX35CF484C6N). Ce dernier format est utilisé pour des expériences qui ont besoin d'un plus grand nombre de voies, car toutes les cartes contenues dans un même châssis microTCA sont synchronisées.

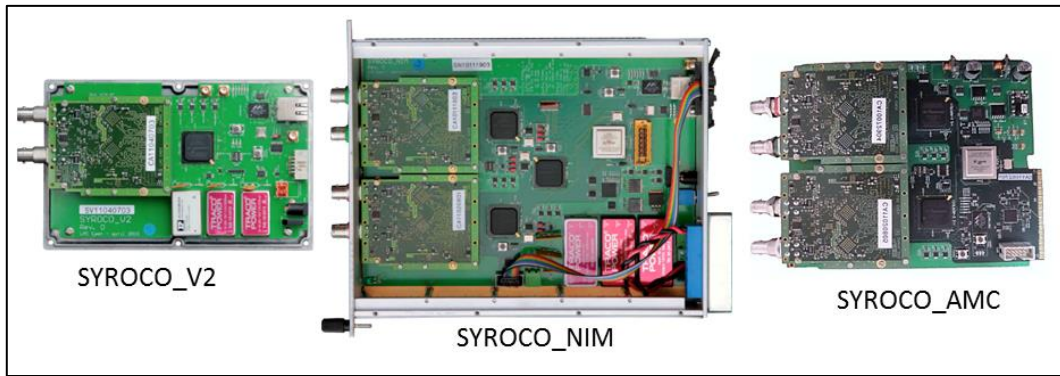


figure 8 : Les formats de cartes mères FASTER

Comme nous étions arrivés aux limites de programmation avec les cartes actuelles, une nouvelle génération de cartes mères est disponible depuis juillet 2016 : tous les FPGA ont été remplacés par des Cyclone5 5CGTFD7C5F23C7N. Ceux-ci utilisent des protocoles de communication plus rapides, possèdent plus d'éléments logiques (149500 portes logiques contre 39600) et de RAM (6500 contre 1134 BIT). La carte NIM est une carte AMC, autour de laquelle est rajouté un circuit imprimé de reformatage.

L'arbre synchronisé se retrouve dans la programmation des FPGA d'une carte mère, comme cela est illustré sur la figure 9 ci-dessous, dans une carte mère au format AMC.

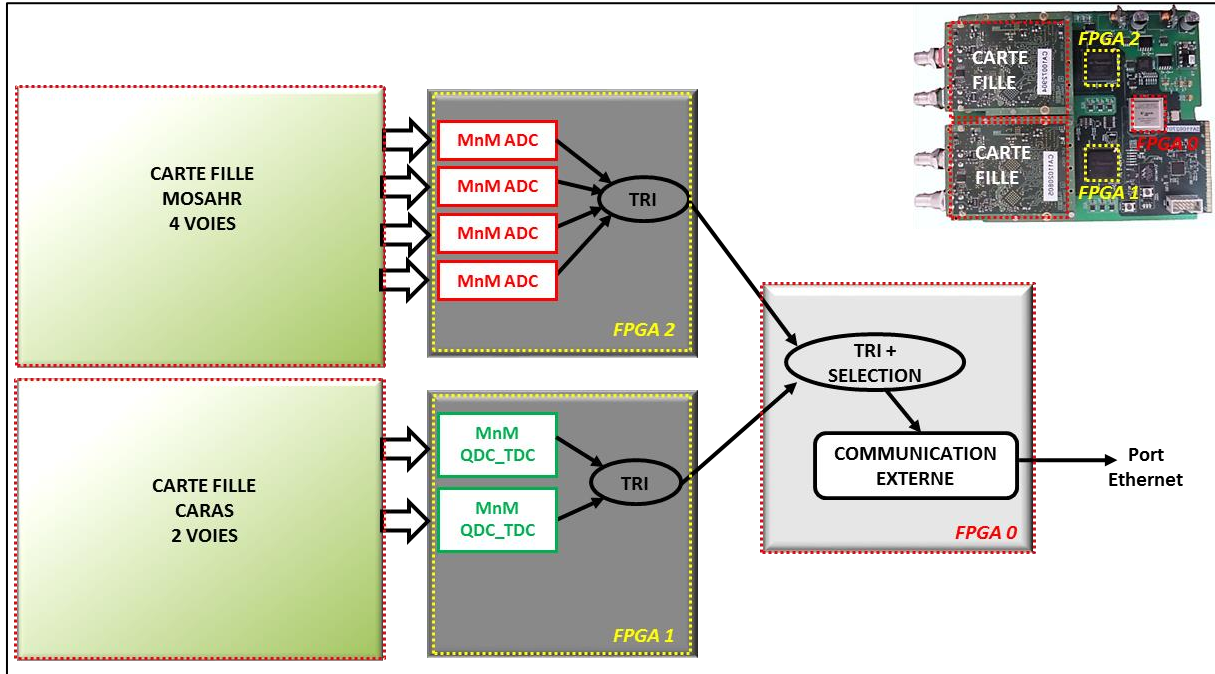


figure 9 : L'arbre synchronisé dans une carte au format AMC.

Le FPGA 0 s'occupe essentiellement du tri, de la sélection des données, et de la communication extérieure. Il est toujours programmé. A travers sa programmation, l'objectif est que l'interface utilisateur reconnaisse les cartes filles connectée, et propose tous les traitements



MnM disponibles relatives aux cartes filles. Les *FPGA 1* et *FPGA 2* sont configurables à volonté, et contiennent les Modules numériques de Mesure (tous identiques dans un FPGA) et un tri temporel des événements détectés sur chaque voie. L'architecture logicielle a été élaborée par Benjamin Carniol, David Etasse et Jean Hommet.

### II.1.3 Les Modules numériques de Mesure

---

Ce chapitre présente les différents Modules numériques de Mesure MnM existants. Les MnM traitent les informations numérisées dans une carte fille. Le MnM gérant la HT a été élaboré par Jérôme Langlois, celui gérant CAMEL, nommé « ELECTRO » par Benjamin Carniol. Il m'a incombé d'élaborer ceux associés aux cartes MOSAHR et CARAS (« ADC », « SPECTRO », « QDC-TDC », « QTDC », « RF », « SCALER », « SAMPLER »).

Chaque MnM réagit à des paramètres d'entrée choisis par l'expérimentateur. Les données de sortie empruntent trois bus dédiés :

- Le bus DSP (pour « Digital Signal Processor ») : Il est dédié à envoyer les grandeurs mesurées par la feuille/détecteur, événement par événement. Les données de ce bus sont toujours enregistrées sur disque lors des expériences, et peuvent aussi être visualisées en ligne grâce au logiciel RHB.
- Le bus OSCILLO : aussi appelé bus d'introspection, il permet de visualiser le signal numérisé – à différents endroits du traitement numérique. Il fonctionne comme un oscilloscope numérique, et est très utile pour les réglages des paramètres d'entrée. Les données OSCILLO ne sont pas obligatoirement enregistrées sur disque, mais peuvent être visualisées en ligne.
- Le bus STAT : ce bus envoie les informations « STATut » ou « STATistiques » suivant les cas. Le statut peut par exemple être la tension, ou la température de la carte fille HT. Les statistiques peuvent être le nombre d'événements détectés ou le nombre d'événements traités à une fréquence choisie. Ces données sont aussi enregistrées sur disque, et peuvent être visualisées en ligne.

L'interface homme-machine IHM est pensée pour être, dans la mesure du possible, simple à utiliser. En effet, l'expérimentateur peut avoir des difficultés à régler un trop grand nombre d'options, et un mauvais réglage dégrade alors les performances de l'acquisition. L'IHM fonctionne sous le système d'exploitation linux, a été élaborée par Jean Hommet (gestion des paramètres), Thierry Chaventré (visualisation des données de sortie sous RHB), et Jérôme Poincheval (interface graphique).



Les MnM ont été pensés pour allier performance et compacité. Comme il n’y a aucun a priori sur la forme des signaux à traiter, le filtre optimal adapté à la situation n’est pas spécifiquement programmé. Les MnM proposent simplement des outils permettant de s’en approcher, et pouvant être implémenté dans un FPGA de capacité relativement restreinte. Nous allons décrire succinctement tous les différents MnM existants.

---

### *II.1.3.1 Le MnM HT (carte HT)*

---

Le module HT est un MnM de contrôle-commande. L’utilisateur choisit une consigne de tension qui s’applique ou s’éteint suivant une rampe ( $2 \text{ V.s}^{-1}$ ,  $20 \text{ V.s}^{-1}$ ,  $200 \text{ V.s}^{-1}$ ). Il choisit le courant maximal débité et la fréquence de surveillance (0,1 Hz, 1 Hz, 10 Hz). En retour, il renvoie la tension débitée, le courant débité, la température de la carte HT.

---

### *II.1.3.2 Le MnM ELECTRO (carte CAMEL)*

---

Ce MnM mesure les charges acquises par les 32 voies de l’électromètre de la carte CAMEL. L’expérimentateur choisit les voies qu’il veut utiliser, le temps d’intégration de l’électromètre multiple de  $20 \mu\text{s}$ , et le nombre de mesures qu’il veut cumuler par voie. Il choisit aussi le seuil de détection en charge du cumul des voies. Ainsi, le MnM renvoie, via le port DSP, les charges des voies choisies et celles qui ont dépassées le seuil de détection.

---

### *II.1.3.3 Le MnM ADC (carte MOSAHR ou CARAS)*

---

Le MnM ADC [19] est un module de spectroscopie. Il fonctionne avec les échantillons numérisés par le convertisseur analogique-numérique, arrivant un par un, toutes les 8 ns ( $125 \text{ MHz}$ ). Il contient deux modules de mise en forme CR-RC<sup>4</sup> (un passe-haut et un passe-bas d’ordre 4), la largeur de mise en forme étant sélectionnée par l’utilisateur : le premier pour créer un signal rapide FASTOUT pour une datation précise à 8 ns près de l’événement (BIT de quantification), le deuxième pour créer un signal OUT, optimisé en rapport signal sur bruit pour la mesure d’énergie (cf. figure 10).

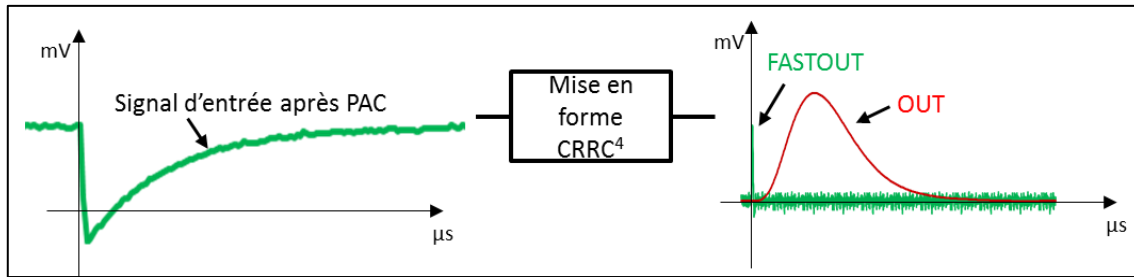


figure 10 : Mise en forme du MnM ADC

Il contient également un correcteur de pôle-zéro, un restaurateur de ligne de base (cf. §II.2.2.1), un discriminateur à seuil et un module de détection d'amplitude maximale sur une fenêtre de validation. Le temps aveugle, après chaque fenêtre de validation est de 80 ns. L'utilisateur est aidé, pour le réglage des paramètres, par l'oscilloscope intégré au MnM, qui visualise les données brutes, les données filtrés FASTOUT et OUT après le correcteur de pôle-zéro, et avec/sans le restaurateur de ligne de base.

L'utilisateur reçoit entre autre, via le port DSP, la date à 8 ns près de l'événement, l'amplitude maximale du signal OUT, la position de l'amplitude maximale, et est prévenu si l'événement est empilé ou saturé. Les données STAT informent du nombre de détections FASTOUT, de détections OUT, et de données envoyées à la communication FASTER.

Le MnM ADC est simple à utiliser, et la feuille MOSAHR/MnM ADC permet de s'approcher des performances optimales des détecteurs [20].

#### II.1.3.4 Le MnM SPECTRO (carte MOSAHR ou CARAS)

Le MnM SPECTRO est encore en phase de test. C'est aussi un module de spectroscopie. Il se différencie du précédent MnM par ses modules de mises en forme, dans chacun desquels est implémenté un filtre trapézoïdal, plus adapté aux détecteurs présentant un déficit balistique. Comme un discriminateur à fraction constante est également proposé pour une mesure de temps à  $8/2^8 = 31,25$  ps près (BIT de quantification), en plus du discriminateur à seuil, la ligne FASTOUT est pourvue, à l'instar de la ligne OUT, d'un correcteur de pôle-zéro et d'un restaurateur de ligne de base. La fenêtre de détection d'amplitude peut être réduite à son strict minimum par l'utilisateur, et le temps aveugle après celle-ci est réduit à la période d'échantillonnage du convertisseur analogique-numérique, soit 8 ns. Comme pour le MnM précédent, l'utilisateur reçoit l'amplitude du trapèze OUT, et est prévenu si la donnée est empilée ou saturée.

### II.1.3.5 Le MnM QDC-TDC (carte CARAS)

Le MnM QDC-TDC [21] ne fonctionne qu'avec la carte CARAS. Les données de la carte CARAS sont reçues à une fréquence de 500 MHz, alors que l'algorithme de traitement est cadencé par une horloge de 125 MHz. De ce fait, un module « Deserializer » avant le MnM est nécessaire. Il permet de transformer, comme l'indique la figure 11, un flux d'un échantillon toutes les 2 ns, en un flux de quatre échantillons toutes les 8 ns. La conséquence sur la complexité de l'algorithme MnM n'est pas négligeable.

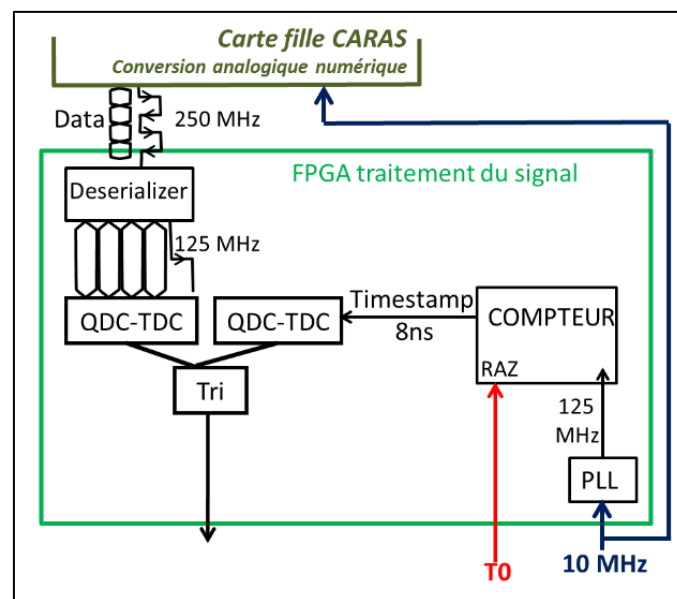


figure 11 : Nécessité d'un module transformant le flux d'un échantillon numérisé toutes les 2 ns en flux de quatre échantillons toutes les 8 ns.

Le MnM QDC-TDC contient en premier lieu un module de mise en forme du signal électronique numérisé (figure 12). La mise en forme consiste d'abord à adapter la gamme dynamique d'entrée de la carte CARAS, en rajoutant une tension comprise entre -1,1 V et 1,1 V, fournie par un convertisseur numérique-analogique. L'utilisateur peut également rectifier la polarité du signal, « nettoyer » le signal grâce aux filtres passe-bas incorporés, et éliminer toutes fluctuations basse fréquence de la ligne de base, grâce au module restaurateur de ligne de base.

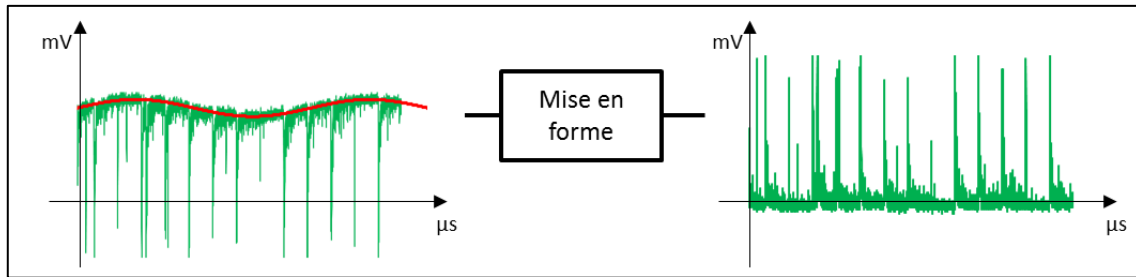


figure 12 : Mise en forme du signal dans le MnM QDC-TDC. Le module de mise en forme transforme le signal d'entrée en signal de polarité positive et nettoyé de son bruit basse-fréquence.

Le MnM contient un discriminateur à seuil pour une datation de l'événement à 2 ns près et un discriminateur à fraction constante pour atteindre une résolution temporelle de  $\frac{2}{2^8} = 7,8$  ps.

Le module de calcul de charge permet d'intégrer la charge de une à quatre portes, qui peuvent être positionnées avant ou après le moment de la détection (cf. figure 13).

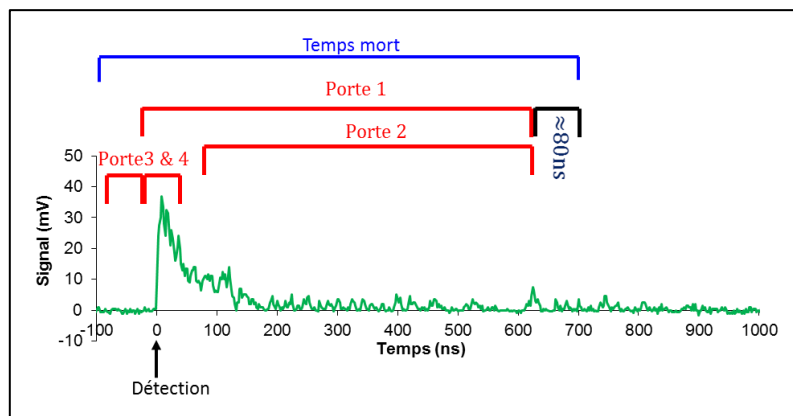


figure 13 : Définition des portes d'intégration de la charge et du temps mort dans le MnM QDC

Le temps mort de l'acquisition est alors égal au temps d'occupation des portes, augmentés d'environ 80 ns.

### II.1.3.6 Le MnM QTDC (carte CARAS)

Ce MnM est une version améliorée du QDC-TDC. Il propose plusieurs traitements parallèles du signal électronique. Il peut créer, par exemple, un signal d'entrée plus rapide pour le module discriminateur, grâce un filtre passe-haut, et ainsi donner l'occasion de repérer plus facilement les empilements. En plus du calcul des charges sur au maximum 4 portes temporelles, il propose le calcul de la charge « seuil à seuil » et donne l'amplitude du signal. La charge calculée avant la détection de l'événement ne rajoute pas de temps mort, et le temps mort est réduit à la longueur de la porte la plus longue comme l'illustre la figure 14 ci-dessous.

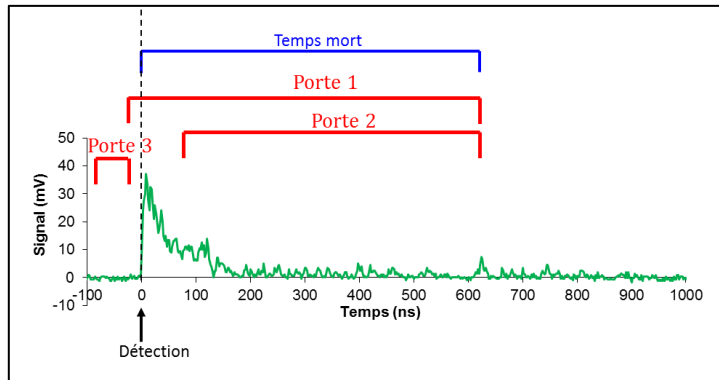


figure 14 : Exemple de 3 portes d'intégration, définition du temps mort dans le MnM QTDC.

Ce MnM est très volumineux et deux QTDC ne peuvent pas être implantés dans un FPGA d'une carte mère de l'ancienne génération. Toutefois, une version simplifiée (sans discriminateur à fraction constante) a été utilisée pour l'expérience de décroissance du  $^{19}\text{Ne}$ , et sera expliquée en détail dans le chapitre II.2.

### II.1.3.7 Le MnM RF (carte CARAS)

Le MnM RF [22] a été élaboré pour les expériences qui nécessitent de mesurer un temps de vol (ou TOF pour Time Of Flight) dont la référence est le moment d'arrivée des particules sur la cible, synchronisé avec la phase de cyclotron.

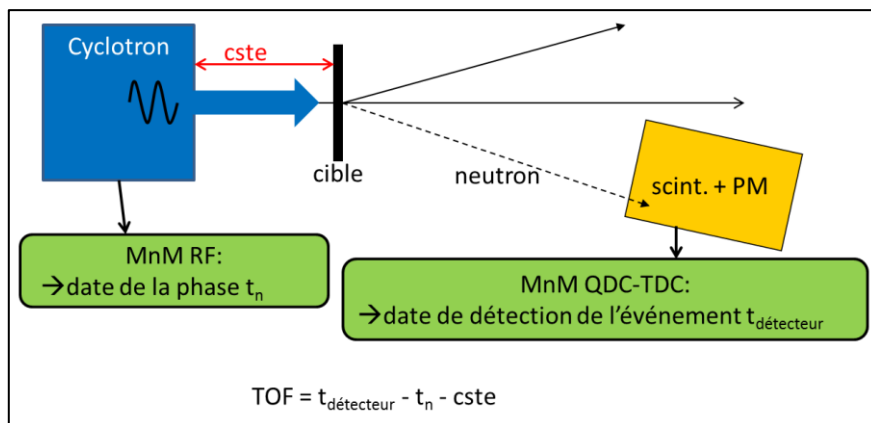


figure 15 : Mesure de l'énergie de neutrons par temps de vol.

Dans l'expérience décrite sur la figure 15 par exemple, le MnM QDC-TDC mesure la date de détection du neutron par le détecteur, tandis que le MnM RF mesure avec précision la date  $t_n$  du passage par 0 du signal électronique du cyclotron. Le temps de vol est alors défini comme :

$$\text{TOF} = t_{\text{détecteur}} - t_n - \text{cste},$$

« cste » est un temps de vol constant des particules entre le cyclotron et la cible.

Le signal cyclotron étant périodique, de période  $T_{cycl}$ , il est cependant suffisant d'acquérir les temps  $t_n$  à une fréquence moindre  $\frac{1}{N \cdot T_{cycl}}$ ,  $1/N$  représentant le taux de décimation de l'acquisition des  $t_n$ . En effet, dans la mesure où la période cyclotron est mesurée avec une grande précision, chaque  $t_n$  peut être reconstruit, à partir des valeurs  $t_{cn}$  décimées :

$$t_n = t_{cn} + n \cdot T_{cycl},$$

où  $n$  est un entier toujours inférieur à  $N$  (figure 16).

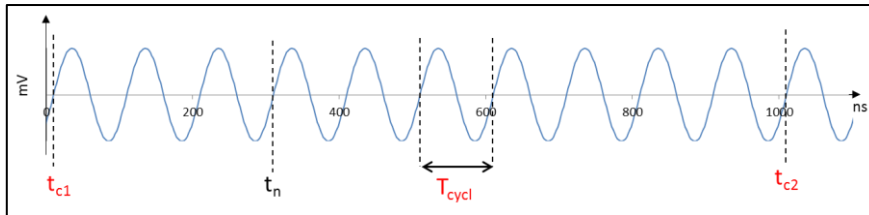


figure 16 : Définition des temps mesurés par le MnM RF (en rouge).

Le MnM RF permet donc de mesurer avec précision la période d'un signal périodique compris entre 1 MHz et 100 MHz avec une précision de 1 fs ou 15 fs, selon que la sélection par l'expérimentateur du filtre passe-bande implantés. Les dates  $t_{cn}$  sont mesurées, comme dans le MnM QDC-TDC, à 7,8 ps près.

Ce MnM étant utilisé pour vérifier la stabilité de l'horloge FASTER dans l'expérience analysée dans ce document, nous le décrivons en détail dans le chapitre II.2.

### II.1.3.8 Le MnM SCALER (carte CARAS)

Le MnM SCALER est un module permettant de quantifier directement le nombre d'ions produits par un faisceau mono-énergétiques d'un cyclotron. La charge déposée dans un détecteur reflète alors directement le nombre d'ions détectés par paquet comme l'illustre la figure 17.

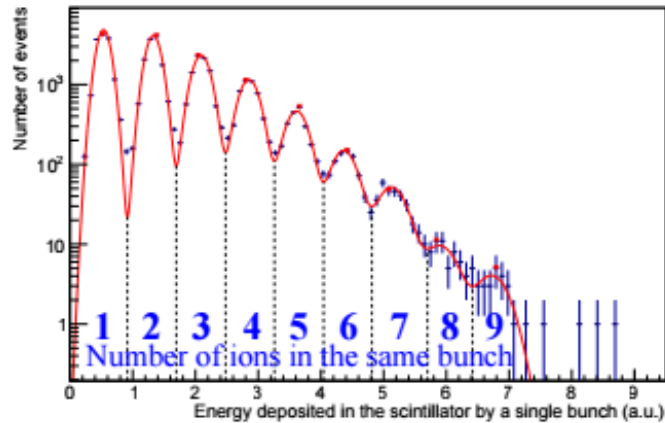


figure 17 : Energie déposée d'un paquet faisceau dans un scintillateur, lors d'un expérience DOSION [18]

Le MnM SCALER propose alors de définir :

- Un seuil  $S_c$  minimum pour le calcul des charges de seuil à seuil » (seuil  $S_c$  franchi sur front montant jusqu'au seuil franchi sur front descendant)
- 8 seuils en amplitude ou en charge, entre lesquels sont comptés 1, 2, 3 ...etc ions.

Le nombre d'ions calculé par le MnM est envoyé à l'utilisateur via le bus STAT, tandis les informations de charge déposée et d'amplitude de chaque événement transigent par le port DSP. Comme il y a un grand nombre d'événements, l'utilisateur peut alors choisir de n'acquérir qu'un événement sur  $N$  ( $N \in \{1,100,1000,100000\}$ ), pour éviter de saturer l'acquisition.

Le temps aveugle de ce MnM est réduit à la période d'échantillonnage de la carte CARAS, soit 2 ns.

### II.1.3.9 Le MnM SAMPLER (carte CARAS)

Le MnM SAMPLER permet d'acquérir, par le port DSP, le signal électronique de l'événement détecté. Cela peut être soit le signal brut issu du détecteur, soit le signal après le restaurateur de ligne de base « BLR », soit encore le signal filtré passe-bas et/ou passe-haut. L'événement est détecté par un discriminateur à seuil. L'utilisateur peut choisir une fenêtre de visualisation fixe autour du seuil de déclenchement, un peu comme s'il choisissait une fenêtre de calcul de charge d'un QDC. Il peut aussi choisir d'acquérir le signal de « seuil à seuil » (seuil franchi sur front montant jusqu'au seuil franchi sur front descendant) augmenté d'un nombre d'échantillons fixes avant et après la fenêtre. La fenêtre d'échantillons acquis ne doit cependant pas dépasser 1420 ns. Ce module de mesure a un temps aveugle réduit à la période d'échantillonnage de CARAS, soit 2 ns, dans la mesure où il n'y a pas plus de trois déclenchements dans la fenêtre d'échantillons acquis.

L'acquisition FASTER permet d'acquérir la plupart des signaux provenant des détecteurs de physique nucléaire. L'objectif du groupe FASTER est d'évoluer avec les composants électroniques existant sur le marché, et essaie d'offrir un compromis judicieux entre l'utilité de l'information acquise, la qualité et le nombre de ces informations.

---

## II.2 Les Modules numériques de Mesure spécifiques à l'expérience

---

Nous allons dans ce chapitre décrire plus spécifiquement les MnM utilisés pour l'estimation de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ . Le but est de compter les événements de désintégrations, mais aussi de connaître et suivre les dérives temporelles pouvant influencer la mesure. Nous allons utiliser deux MnM :

- Le MnM RF va permettre de surveiller la dérive temporelle de l'horloge d'acquisition FASTER, avec laquelle sont datés tous les événements de désintégration.
- Le MnM QTDC va permettre d'acquérir des informations sur chaque événement, et ainsi de compter les événements et suivre les dérives des détecteurs.

### II.2.1 Description du MnM RF

---

Le module RF permet de mesurer avec précision la période d'un signal périodique de fréquence 1 à 100 MHz, ainsi que la date du passage du signal par un seuil à 7,8 ps près.

Pour obtenir ces spécificités, le signal électronique est d'abord « nettoyé » au moyen de filtres passe-haut puis passe-bas. Puis l'instant du passage par le seuil est calculé en utilisant une interpolation linéaire. Ce temps est ensuite filtré par une boucle à verrouillage de phase ou PLL (Phase Locked Loop), afin de mesurer avec précision la période du signal d'entrée. Ce chapitre va décrire les opérations effectuées dans ces différents modules (cf. figure 18). Nous ne décrirons pas, dans ce document, les modules de communication, ou encore les modules aidant l'utilisateur à régler les différents paramètres du MnM, comme le module oscilloscope par exemple.



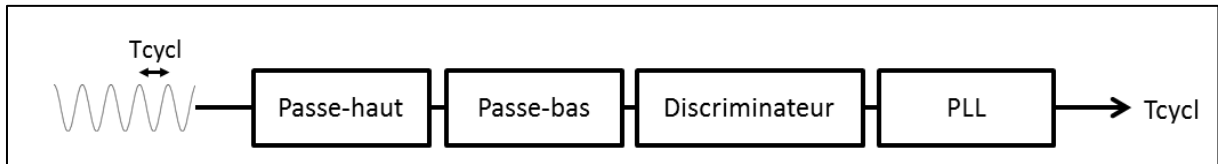


figure 18 : Schéma fonctionnel du MnM RF

### II.2.1.1 Le module filtre passe-haut

L'objectif du filtre passe-haut est de couper la composante continue du signal électronique et toutes les variations lentes.

Il y a plusieurs manières de programmer un filtre passe-haut en VHDL. Le filtre retenu, dans le cadre du module RF, est un filtre à réponse impulsionnelle infinie (ou IIR filter pour « infinite impulse response filter »). Ce filtre soustrait au signal d'entrée les variations lentes de celui-ci, c'est-à-dire le signal d'entrée filtré passe-bas. Ainsi, si  $out_{pH}(p)$  et  $out_{pB}(p)$  sont les transformées de Laplace respectives du signal périodique d'entrée  $in(p)$  filtré passe-haut et passe-bas, alors  $out_{pH}(p) = in(p) - out_{pB}(p)$ .

Pour élaborer ce filtre, il faut donc d'abord élaborer un filtre passe-bas. Si le filtre passe-bas est un filtre du premier ordre, alors sa transformée de Laplace est :

$$H_1(p) = \frac{1}{1 + \tau p} \quad \text{II-Eq.1}$$

$\tau$  étant la constante de temps du filtre.

L'équivalence de la dérivée permet de passer dans le domaine échantillonné en posant :

$$p = F_s(1 - z^{-1}) \quad \text{II-Eq.2}$$

où  $F_s$  est la fréquence d'échantillonnage. Elle est égale à la fréquence de d'horloge du FPGA, soit 125 MHz.

Si  $IN_n$  est l'échantillon d'entrée reçu à  $t = t_n$  et  $IN_{n+1}$ , celui reçu à  $t = t_{n+1} = t_n + \frac{1}{F_s}$ , alors la suite  $OUTPB_n$  des échantillons filtrés passe-bas peut être calculée en effectuant l'opération suivante, déduite de l'équation II-Eq.2 :

$$OUTPB_{n+1} \cdot (1 + \tau \cdot F_s) = \tau \cdot F_s \cdot OUTPB_n + IN_n \quad \text{II-Eq.3}$$

La fréquence de coupure de ce filtre est donnée par  $F_c = \frac{1}{2\pi\tau}$ . Un choix judicieux de la fréquence de coupure proposée à l'utilisateur permet de limiter les opérations dans le FPGA. En prenant  $\tau = \frac{(2^{n_\tau}-1)}{F_s}$  avec  $n_\tau$  entier, alors l'équation II-Eq.3 devient :

$$OUTPB_{n+1} \cdot 2^{n_\tau} = OUTPB_n \cdot 2^{n_\tau} - OUTPB_n + IN_n \quad \text{II-Eq.4.}$$

Il suffit donc de réaliser les opérations suivantes, à chaque coup d'horloge du FPGA :

$$V_n = V_{n-1} - \frac{V_{n-1}}{2^{n_\tau}} + IN_n \text{ et } OUTPB_n = \frac{V_n}{2^{n_\tau}} \quad \text{II-Eq.5.}$$

L'opération  $\frac{1}{2^{n_\tau}}$  étant réalisée par un simple décalage de BIT, nous obtenons ici un filtre passe-bas très simple, et peu gourmand en éléments logiques du FPGA.

Dans le MnM RF, une seule fréquence de coupure  $F_c = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{F_s}{2\pi \cdot (2^{n_\tau}-1)}$  est proposée : celle donnée par  $n_\tau = 7$ , soit  $F_c = 157 \text{ kHz}$ .

Dans le module « filtre passe-haut », le filtre passe-bas utilisé est d'ordre 3, afin d'éviter de détériorer la forme du signal haute-fréquence d'entrée. Les opérations établies en II-Eq.5 sont donc répétées successivement trois fois de suite. De plus, la carte CARAS, fournissant des échantillons toutes les 2 ns, ceux-ci sont au préalable additionnés quatre par quatre avant d'être utilisés dans le premier passe-bas.

Le filtre passe-haut est alors réalisé en soustrayant à chaque échantillon le signal passe-bas résultant, comme le schématise la figure 19 ci-dessous :

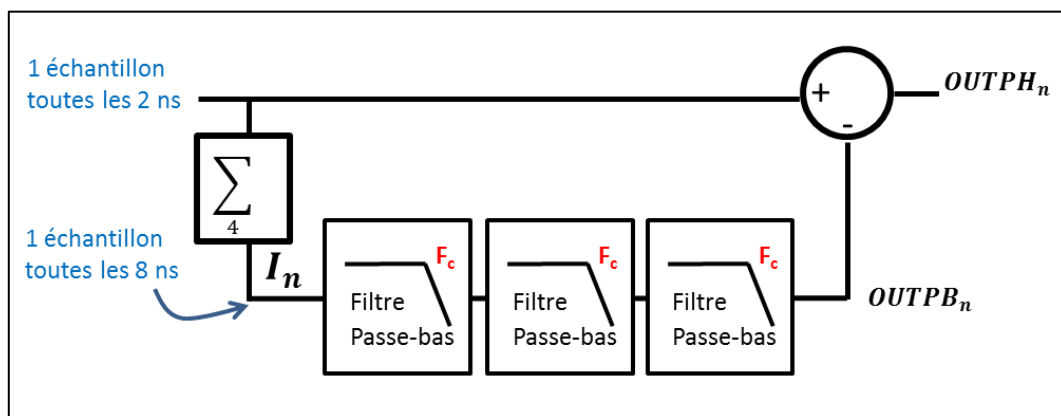


figure 19 : Schéma fonctionnel du filtre passe-haut du MnM RF.

Le filtre passe-haut permet de balayer efficacement toutes perturbations basse-

fréquence, ainsi que la composante continue d'un signal périodique d'entrée. L'expérimentateur a néanmoins le choix de ne pas l'utiliser.

### II.2.1.2 Le module filtre passe-bas

Contrairement au filtre passe-bas *OUTPB* utilisé pour élaborer le filtre passe-haut ci-dessus, ce filtre passe-bas doit présenter une fréquence de coupure beaucoup plus haute, et est proposé pour réaliser une fonction de lissage.

Il est composé de deux filtres passe-bas successifs :

- Un filtre effectuant une moyenne mobile sur 4 échantillons : la réponse spectrale de ce filtre est décrite par la fonction  $H(f) = |\text{sinc}(N\pi f T_e)|$  où  $T_e = 2\text{ns}$  est la période d'échantillonnage de la carte CARAS. La fréquence de coupure de ce filtre est d'environ 55 MHz (cf. figure 20).

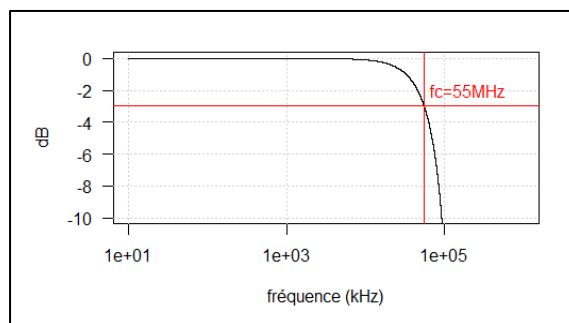


figure 20 : Réponse spectrale d'un filtre moyenne mobile de 4 échantillons, avec 1 échantillon tous les 2 ns.

- Un filtre passe-bas IIR, réalisant l'opération définie II-Eq.3. La constante de temps  $\tau$  est cette fois égale à  $\tau = \frac{(4-n_\tau)}{F_s \cdot n_\tau}$ , l'utilisateur pouvant choisir les valeurs de  $n_\tau$  entière entre 1 et 3, définissant respectivement les fréquences de coupure de 7 MHz, 20 MHz et 60 MHz.

Le filtre résultant voit sa fréquence de coupure à -3dB diminué à 7 MHz, 18 MHz et 37 MHz.

Pour les signaux impulsionnels, dont un exemple est donné sur la figure 21 ci-dessous, il est préférable de mentionner les temps de montée :

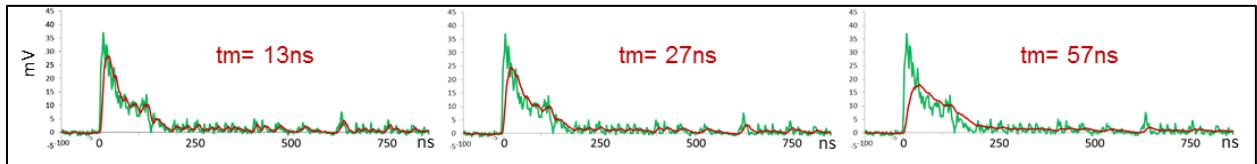


figure 21 : Temps de montée des filtres de fréquence de coupure 37 MHz, 18 MHz et 7 MHz (de gauche à droite)

Pour des signaux périodiques, ce filtre est très utile dès que le front de montée, sur lequel est mesurée la date du passage du seuil, est très bruité, mais l'utilisateur a la possibilité de ne pas l'utiliser.

### II.2.1.3 Le module discriminateur à seuil et prise de temps

Le discriminateur à seuil repère le passage du seuil, sur front montant (voir figure 22). L'instant de passage du seuil  $t_n$  est calculé par interpolation linéaire en 8 coups d'horloge FPGA, pour atteindre une quantification de  $\frac{2}{2^8} = 7,8 ps$ .

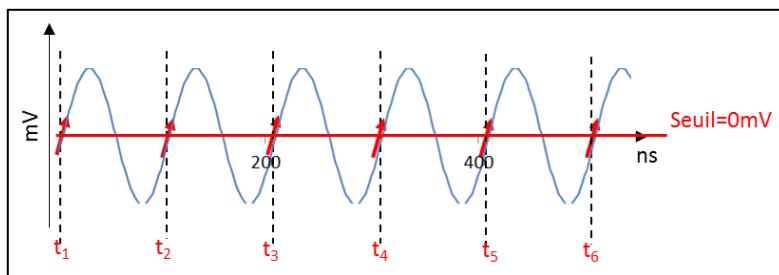


figure 22 : Définition des  $t_n$ .

Comme pour l'élaboration des filtres, la méthode de calcul des  $t_n$  utilise seulement des suites mathématiques ne comprenant que des additions et multiplications par une puissance de 2 -ce qui revient à faire un décalage de BIT. La méthode a été exposée en détail à l'Ecole électronique IN2P3 2012 [23].

### II.2.1.4 Le module PLL

Le module PLL met en place une boucle à verrouillage de phase. C'est un système asservi du second ordre, bien connu des automaticiens. Ce module a pour fonction de calculer la période du signal d'entrée  $T_{cycl}$ , et de suivre toutes ses dérives lentes. La figure 23 représente le schéma fonctionnel du module PLL.

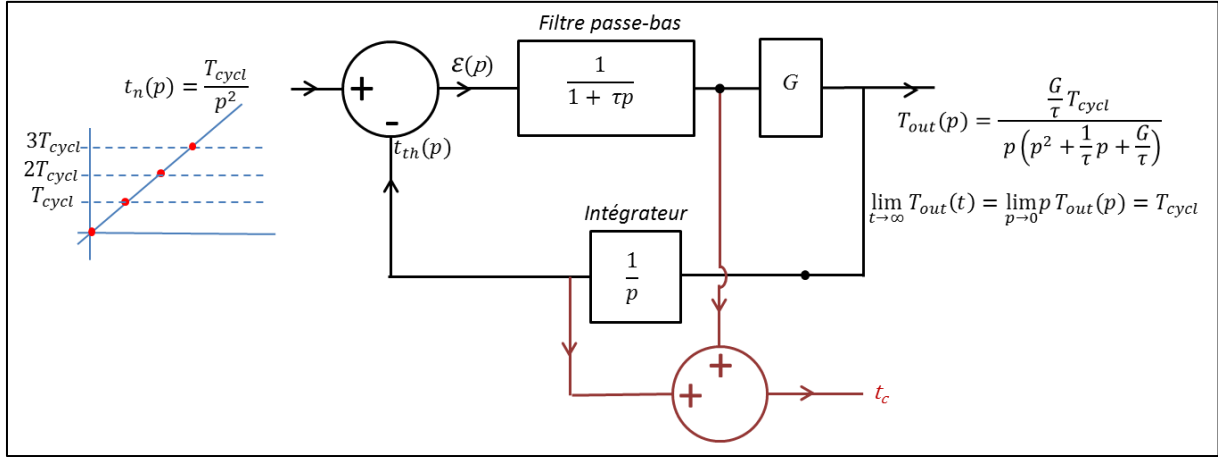


figure 23 : Schéma fonctionnel du module PLL.

Dans le MnM RF, l'entrée du module PLL est la rampe des temps décrite par la suite  $t_n$  des instants de passage du seuil. Cet instant est comparé à une valeur théorique  $t_{th}$  attendue, et l'erreur résultante  $\epsilon(p)$ , filtrée passe-bas, corrige à chaque instant la valeur de la période calculée  $T_{out}$ . Le choix de la fréquence de coupure du filtre passe-bas doit être choisi de façon à suivre la dérive de la période d'entrée  $T_{cycl}$ : si celle-ci varie trop vite, le filtre passe-bas doit couper suffisamment haut pour voir cette variation. Toutefois, plus la fréquence de coupure est haute, plus la période  $T_{out}$  calculée est bruitée.

La rapidité avec laquelle  $T_{out}$  accroche la période  $T_{cycl}$ , permet de définir les valeurs de la constante de temps  $\tau$  du filtre passe-bas et du gain  $G$ . En effet, la réponse temporelle à une rampe de tension est la transformée de Laplace inverse de  $T_{out}(p)$  :

$$T_{out}(t) = \text{TL}^{-1}(T_{out}(p)) = T_{cycl} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\omega t - \varphi) \right] \quad \text{II-Eq.6.}$$

avec  $\omega = \omega_o \sqrt{1-m^2}$  et  $\varphi = \text{atan}\left(\frac{\sqrt{1-m^2}}{-m}\right)$ , où  $\omega_o$  est la pulsation propre  $\omega_o = \sqrt{\frac{G}{\tau}}$  et  $m$  le

coefficient d'amortissement  $m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{G\tau}}$ .

La valeur  $m \approx 0,7$  permet d'atteindre la période  $T_{cycl}$  le plus rapidement possible, comme l'illustre la figure 24.

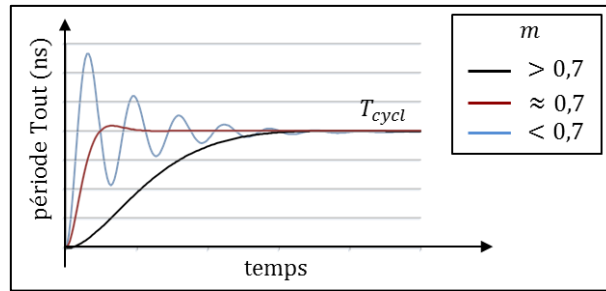


figure 24 : Réponse à une rampe du module PLL .

En choisissant  $\tau = (2^{n_F} - 1) \cdot T_{cycl}$  et  $G = \frac{1}{2^{n_F+1} \cdot T_{cycl}}$ , alors  $m = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{1 + \frac{1}{2^{n_F}}} = 0,707 \sqrt{1 + \frac{1}{2^{n_F}}}$ . De ce fait, si  $n_F$  est suffisamment grand, la vitesse d'accrochage est optimale.

Il faut remarquer que la constante de temps dépend de la période du signal d'entrée, et non de la période du FPGA. Par conséquent, l'opération définissant le filtre passe-bas (similaire à l'équation II-Eq.5) est effectué à chaque détection de passage du seuil, et non à la fréquence d'horloge du FPGA. Cela a pour intérêt d'avoir un filtre passe-bas adapté à la fréquence du signal d'entrée.

Dans le MnM RF, l'expérimentateur peut sélectionner les valeurs de  $n_F=10$  ou  $n_F=14$ , ce qui donne, par exemple, les fréquences de coupure respectives du filtre passe-bas égales à 1,5 kHz et 97 kHz, si le signal d'entrée est un signal périodique de 10 MHz.

Les suites numériques, décrivant les opérations effectuées dans le module PLL, sont encore très simples, et ne contiennent que des additions ou divisions de puissance de 2. Elles sont détaillées dans le support de cours de l'Ecole électronique IN2P3 2012 [23].

## II.2.2 Description du MnM QTDC

Le MnM QTDC est un module de calcul de charge et de temps offrant à l'utilisateur un grand nombre de possibilités, en termes de filtres et de discriminateurs. Nous l'avons préféré, pour l'expérience de comptage des désintégrations  $\beta$  du  $^{19}\text{Ne}$ , à la première version QDC de FASTER, car elle permet d'accéder à des informations supplémentaires comme la durée de l'impulsion électronique, sa hauteur et sa charge. De plus, son discriminateur peut se déclencher seulement 2 ns après la fin de de l'impulsion précédente.

La complexité de l'algorithme provient par conséquent de la nécessité à ce que l'algorithme fonctionne en temps réel, et qu'il n'y ait pas de temps aveugle. En VHDL, il y a plusieurs façons de programmer, par exemple, un module « 8\_additions » qui effectue 8 additions successives de manière synchrone, chaque addition étant réalisée en un coup

d'horloge FPGA chacune. La première est d'utiliser un additionneur unique, 8 fois de suite. Dans ce cas, dès que le module commence un cycle de 8 additions, il ne peut en débiter un autre tant que celui-ci n'est pas terminé. Le module génère alors un temps mort de 8 coups d'horloge. C'est ce qui se passe dans le module QDC-TDC, pour la mesure de temps par interpolation binomiale. La deuxième façon est plus gourmande en éléments logiques. Elle utilise 8 additionneurs successifs. Il n'est plus question de cycle. Le flux de données d'entrée n'est jamais arrêté. Le résultat arrive avec 8 coups d'horloge de retard, et le module n'est jamais aveugle. Dans le MnM QTDC, nous avons donc programmé chaque module interne afin de ne jamais interrompre le flux de données d'entrée. Lorsque le résultat sort du MnM, il est stocké dans une mémoire tampon (FIFO pour First In First Out) et est transféré pour enregistrement sur disque, via la communication FASTER. C'est alors la profondeur des FIFO de transfert, ou l'enregistrement sur disque, qui peut générer du temps mort et des pertes de données.

Dans ce chapitre, nous allons seulement exposer les modules les plus importants utilisés dans l'expérience comme l'indique la figure 25, à savoir :

- Le module « BLR » restaurateur de ligne de base,
- Le module « Trigger » (discriminateur à seuil), qui, en plus d'être un discriminateur à seuil, se charge de fonctions supplémentaires, comme le calcul de la charge seuil à seuil par exemple.

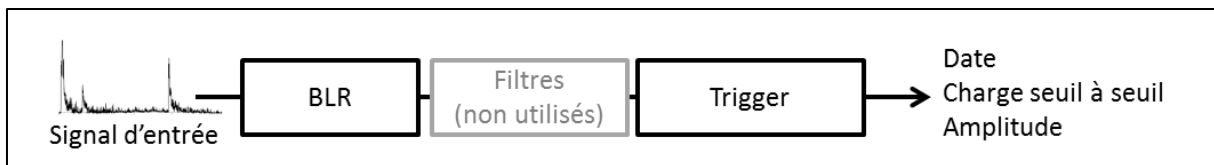


figure 25 : Schéma fonctionnel du MnM QTDC utilisé.

Il existe aussi dans ce MnM QTDC un module, que nous ne décrivons pas, permettant de régler la gamme dynamique d'entrée et la polarité des impulsions provenant des détecteurs. Nous supposons donc que les impulsions entrant dans le module BLR ont une polarité positive.

### II.2.2.1 Le module BLR

Le restaurateur de ligne de base soustrait le niveau continu au signal provenant d'un détecteur. La conséquence immédiate est la suppression du piédestal de l'histogramme des charges déposées, par exemple. Il retranche aussi toutes variations basse-fréquence, consécutives à une mauvaise compatibilité électromagnétique des divers éléments utilisés lors d'une expérience de physique nucléaire (pompe à vide ou autres perturbations électromagnétiques).

Le restaurateur de ligne de base est composé d'un filtre passe-bas de fréquence de coupure  $F_c$ , dont le rôle est de suivre les fluctuations de la ligne de base, et d'un discriminateur à seuil, qui repère les impulsions, et inhibe le filtre passe-bas pendant la durée de l'impulsion (voir figure 26 ci-dessous).

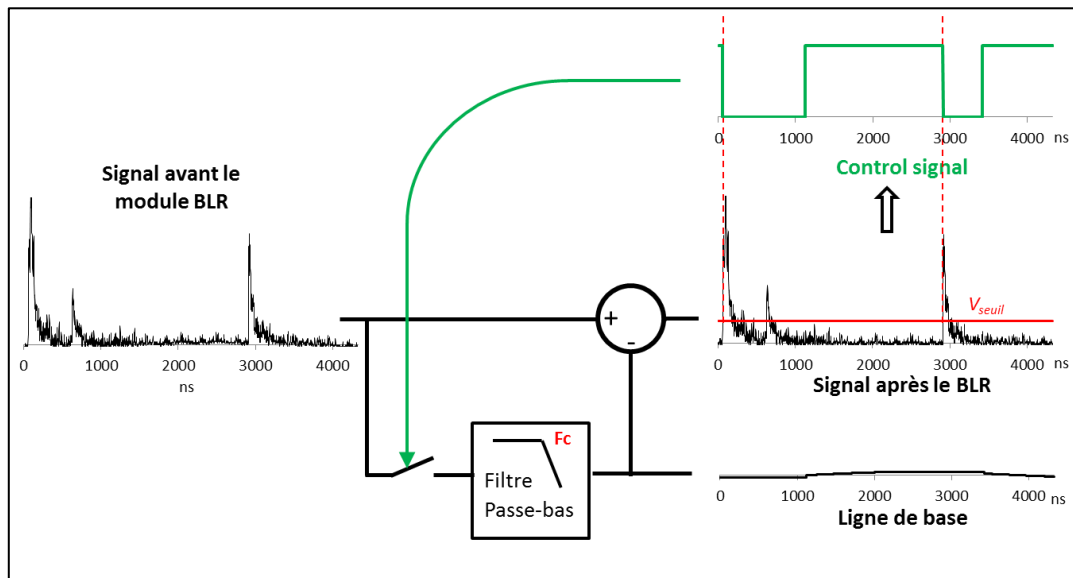


figure 26 : Schéma fonctionnel du module BLR.

L'expérimentateur doit donc renseigner alors l'algorithme des trois champs suivants :

- La fréquence de coupure du filtre passe-bas
- Le niveau du seuil de détection des impulsions
- La durée de l'impulsion

Le filtre passe-bas utilisé est un filtre passe-bas du premier ordre. Les opérations implémentées pour ce filtre ont été décrites par les équations II-Eq.5 dans le paragraphe II.2.1.1. Dans le module, l'utilisateur a le choix entre plusieurs fréquences de coupure :

$$F_C = \frac{1}{2\pi\tau} = \frac{F_s}{2\pi \cdot (2^{n_\tau} - 1)}, \text{ définies pour } n_\tau \in \{2; 5; 7; 10\}.$$

Les fréquences de coupures sont respectivement égales à 6,6 MHz, 640 kHz, 157 kHz, 19 kHz. Le temps de réponse à 5% à un échelon de tension, égal à  $3\tau$  pour un filtre passe-bas du premier ordre, permet d'évaluer le temps que met le filtre à atteindre la ligne de base. Les filtres de fréquence de coupure 6,6 MHz, 640 kHz, 157 kHz, 19 kHz accrochent respectivement la ligne de base en 75 ns, 750 ns, 3  $\mu$ s et 25  $\mu$ s. Néanmoins la vitesse d'accrochage se fait au détriment du bruit électronique résultant. C'est pourquoi, il vaut mieux, lorsque le débit d'impulsions le permet, utiliser un filtre coupant à 20 kHz plutôt qu'à 6,6 MHz.



Le discriminateur du BLR agit sur le signal de sortie du module BLR. Il permet de repérer les moments où la valeur de l'échantillon d'entrée sort de l'intervalle  $[-V_{seuil}; +V_{seuil}]$  ( $V_{seuil} > 0$ ). Cette tension  $V_{seuil}$  est choisie supérieure au bruit électronique. L'algorithme inhibe la poursuite de la ligne de base par le filtre passe-bas jusqu'au moment où la valeur du signal retourne dans l'intervalle  $[-V_{seuil}; +V_{seuil}]$ . Cette inhibition perdure pendant une porte temporelle définie par l'utilisateur. Cela permet de ne pas considérer la fin d'une impulsion, même située au-dessous du seuil BLR, comme faisant partie de la ligne de base.

La figure 27 est une simulation qui illustre ce propos. Dans cet exemple, le signal d'entrée (en noir) a une durée d'environ 800 ns. Les étages d'entrée des composants électroniques lui ont rajouté un offset de 10 mV. Le seuil a été choisi à 5 mV, largement supérieur au niveau de bruit de la voie ( $1 \text{ mV}_{\text{rms}}$ ). Le discriminateur repère l'impulsion à  $t=0$ , dès que le signal de sortie BLR (en rouge) est passé au-dessus du seuil. Ce qui inhibe la poursuite de la ligne de base, jusqu'à ce que le signal rouge repasse en dessous du seuil. En réalité, parce que la programmation numérique le permet, la poursuite du signal est inhibée 48 ns avant  $t=0$ , ce qui évite de filtrer passe-bas le début de l'impulsion. L'utilisateur a choisi d'utiliser un filtre passe-bas de fréquence de coupure 6,6 MHz. Il a d'abord opté pour une porte nulle (signal vert). Dans ce cas, la queue de l'impulsion est prise pour un signal de ligne de base, et le signal après le module BLR retrouvera plus vite le niveau 0. Ce ne sera pas le cas, si l'expérimentateur choisi une porte de 400 ns pour laisser le temps à l'impulsion de décroître.

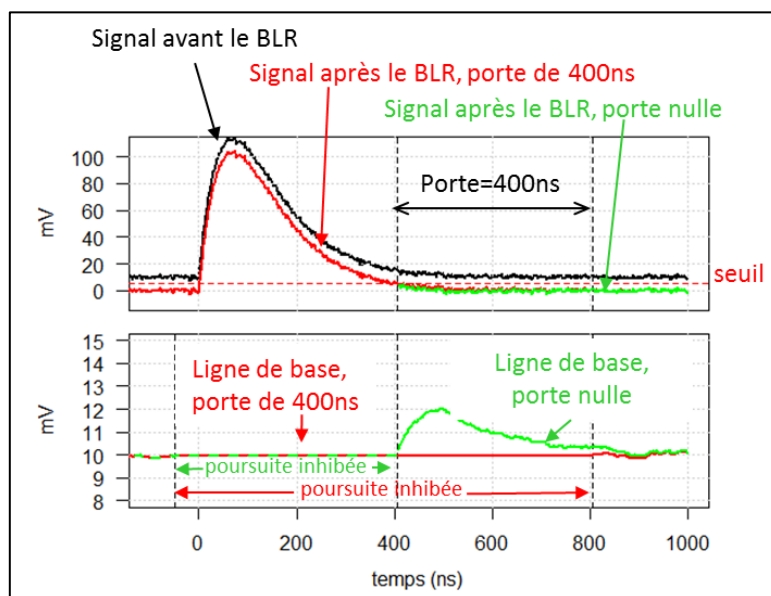


figure 27 : Exemple d'utilisation du signal BLR.

Le module restaurateur de ligne de base est un des modules les plus difficiles à régler. En général, il est préférable de choisir une porte beaucoup plus longue que la durée du signal, pour éviter de filtrer passe-bas une partie du signal. Le seuil doit être choisi très près du bruit, mais si

les pointes de bruit sont trop nombreuses, la poursuite de la ligne de base s'arrête. Enfin, pour que le module puisse correctement effectuer une restauration de ligne de base, il est nécessaire que la poursuite soit possible. Si  $W_{tt}$  est la durée de l'impulsion,  $\tau_c$  la constante du filtre et  $D$  le débit d'impulsion, il faut donc que la relation  $D.(W_{tt}+5\tau_c)\ll 1$  soit vérifiée. Dans le cas contraire, il vaut mieux soustraire un niveau constant (ce qui est également possible dans le MnM) plutôt que d'utiliser le module BLR.

### II.2.2.2 Le module Trigger

Le module trigger du MnM QTDC est un peu plus qu'un simple discriminateur à seuil. Il a plusieurs fonctions (cf. figure 28) :

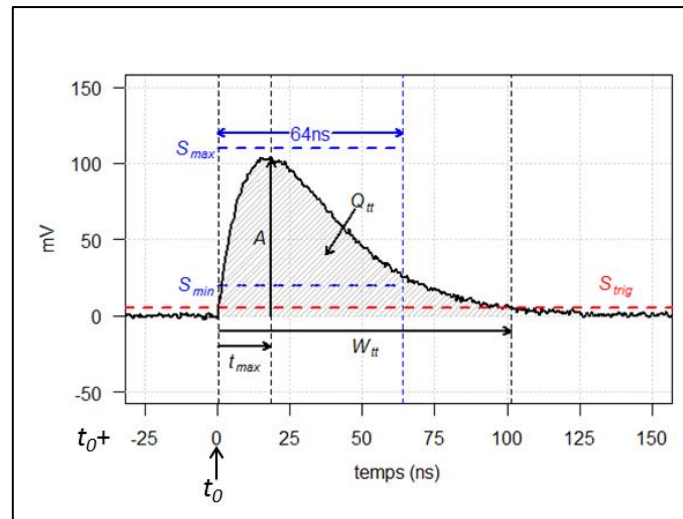


figure 28 : Données calculées par le module discriminateur

1. Il repère le passage du seuil  $S_{trig}$  sur front montant, et génère un signal START
2. Il repère le passage du seuil  $S_{trig}$  sur front descendant et génère un signal STOP
3. Il calcule la date du passage du seuil à 7,8 ps près, par interpolation linéaire ou polynômiale d'ordre 2, la période d'échantillonnage de CARAS étant de 2 ns. [23]
4. Il calcule la charge  $Q_{tt}$ , la durée  $W_{tt}$  et repère l'amplitude  $A$  maximum de l'impulsion, et sa position, entre les passages du seuil sur front montant et descendant. La charge calculée est appelée la « charge de seuil à seuil ».
5. Il vérifie, si l'amplitude maximale (ou l'amplitude maximale des premières 64 ns, si la durée de l'impulsion est supérieure à 64 ns) est comprise entre deux seuils  $S_{min}$  et  $S_{max}$ , et calcule sa position  $t_{max}$ .

Pour réaliser toutes ces fonctions, plusieurs signaux intermédiaires doivent être générés. Nous avons déjà expliqué au paragraphe II.1.3.5 figure 11 que le flux de données arrivait 4

échantillons par 4, à chaque coup d'horloge FPGA. Il nous faut créer alors les signaux suivants, comme l'illustre la figure 29:

- Le signal « mask\_Q », vecteur de 4 BIT : chaque BIT indique si l'échantillon est supérieur (valeur du BIT égal à 1) ou inférieur (valeur du BIT égal à 0) au seuil  $S_{trig}$ .
- Le signal « start » : il repère un passage de seuil sur front montant, c'est-à-dire le motif « 01 » sur l'ensemble du flux mask\_Q.
- Le signal « stop » : il repère un passage de seuil sur front descendant, c'est-à-dire le motif « 10 » sur l'ensemble du flux mask\_Q.
- Le signal « pulse » : il repère si une impulsion est en cours ou non. Il démarre après un signal « start », et s'arrête en même temps que le « stop ».

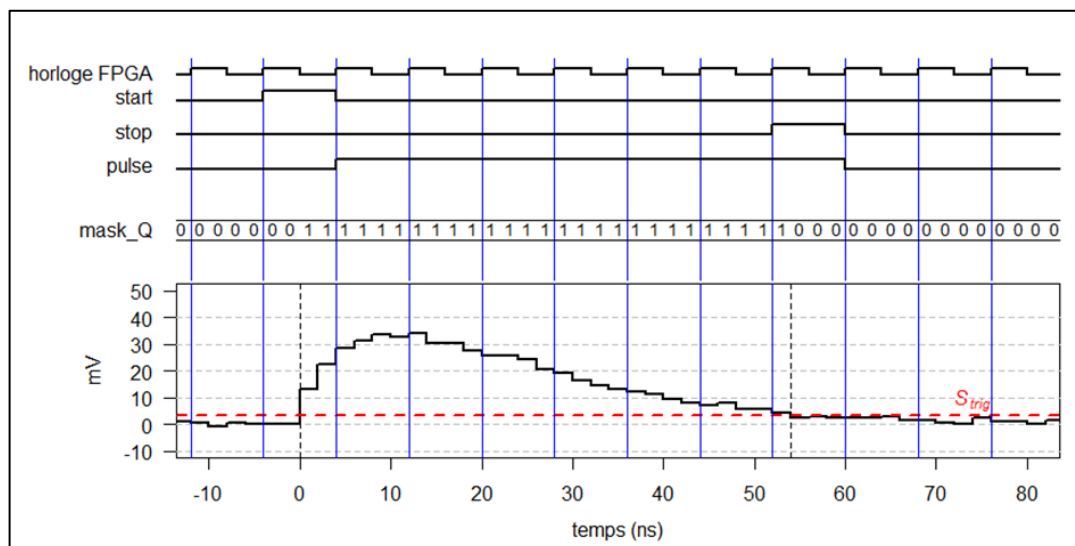


figure 29 : Génération des signaux « start », « stop », « pulses » et « mask\_Q »

Evidemment, il arrive, lors des pointes de bruit de durée strictement inférieure à 4 ns, que le signal start et stop soient générés en même temps. Il arrive aussi qu'une pointe de bruit précède ou succède une impulsion. Comme 2 « start » ou 2 « stop » ne peuvent être générés en même temps, la priorité est donnée au signal le plus long. Toutefois, l'algorithme n'a pas l'occasion de faire un tel choix, si l'expérimentateur décide n'acquérir que les signaux de durée supérieure à 6 ns. Dans ce cas, le signal « start » repère le motif « 0111 » et le signal « stop » le motif « 1110 ».

Grâce aux 4 signaux générés, il est possible de :

- calculer la date  $t_0$  de l'impulsion : la position du premier BIT à 1 dans le motif de mask\_Q permet de connaître la date à 2 ns près,
- calculer la durée  $W_{tt}$  de l'impulsion, en comptant le nombre de BIT à 1 dans

mask\_Q, à chaque coup d'horloge FPGA.

- calculer la charge  $Q_{tt}$  de l'impulsion, en additionnant les valeurs des échantillons tant que les BIT de mask\_Q sont à 1.
- calculer le maximum  $A$  de l'impulsion, en prenant l'échantillon maximum, entre le start et le stop.

Lorsque deux impulsions se suivent, il ne faut pas que les premières valeurs du deuxième échantillon soient additionnées au premier, ou réciproquement. C'est pourquoi, deux autres signaux doivent être générés en parallèle, pour le calcul de la durée et de la charge de l'impulsion (cf. figure 30) :

- « mask\_start\_Q » : ce vecteur de 4 BIT sélectionne les BIT de mask\_Q correspondant à une nouvelle impulsion, en oubliant l'ancienne.
- « mask\_stop\_Q » : ce vecteur de 4 BIT sélectionne les BIT de mask\_Q correspondant à l'impulsion précédente, en oubliant la nouvelle.

Ainsi, lorsqu'un start est repéré, les calculs de la charge  $Q_{tt}$ , de la durée  $W_{tt}$  ou de l'amplitude  $A$  de l'impulsion débutent toujours selon le motif de mask\_start\_Q. Ils se terminent toujours, lorsqu'un stop est repéré selon le motif de mask\_stop\_Q. Les valeurs  $Q_{tt}$ ,  $W_{tt}$  et  $A$  représentent celles de l'impulsion, lorsqu'est détecté le signal stop.

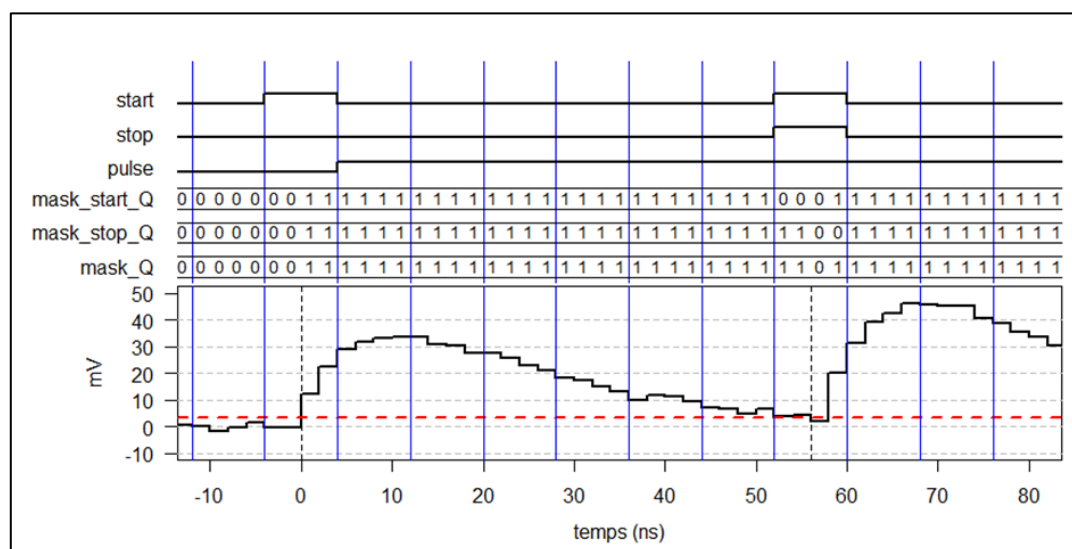


figure 30 : Génération des signaux « start », « stop », « pulse », « mask\_Q », « mask\_start\_Q » et « mask\_stop\_Q » lorsque deux impulsions se suivent.

Il reste à décider si l'amplitude de l'impulsion, calculée dans les 64 premières nanosecondes (au maximum), est comprise entre les seuils  $S_{min}$  et  $S_{max}$ . 64 ns correspond par ailleurs au temps que met le module à calculer la date de l'événement à 7,8 ps près. Si cette condition n'est pas vérifiée, les signaux start, stop, et pulse relatifs à l'impulsion sont purement

supprimés, comme l'illustre la figure 31 ci-dessous.

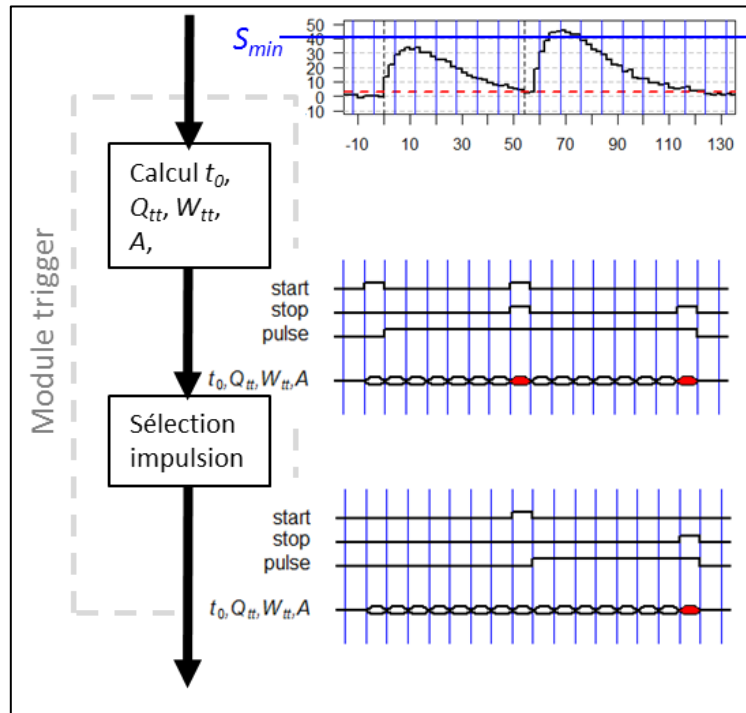


figure 31 : Schéma fonctionnel du module Trigger. Le sous-module « sélection impulsion » supprime les signaux start, stop, et pulse ne remplissant pas les critères de sélection.

Sur cette figure, l'amplitude de la première impulsion ne dépasse pas le seuil de sélection  $S_{min}$ , contrairement à la deuxième impulsion. Puisque le signal stop a disparu, après le sous-module « sélection Impulsion », les informations  $t_0$ ,  $Q_{tt}$ ,  $W_{tt}$  et  $A$  ne sont pas envoyés vers le module gérant le bus de communication DSP de FASTER.

Ce module Trigger calcule donc la charge de seuil à seuil (seuil  $S_{trig}$ ). Celui-ci doit être choisi le plus proche possible de la ligne de base pour que cette charge corresponde au mieux à la charge déposée lors d'un événement physique. Le calcul de cette charge seuil à seuil est intéressant lorsque l'impulsion est empilée : la charge résultante correspond dans ce cas à la somme des charges des deux impulsions, contrairement à la charge calculée sur une porte temporelle. Par conséquent, le spectre des charges déposées résultant correspond mieux à ce qui a été déposé dans le détecteur. De plus, si la communication FASTER ne sature pas, et que l'enregistrement sur disque se fait sans encombre, le module permet d'accéder à toutes les impulsions détectées par le MnM. Le seul temps mort est celui défini par la largeur de l'impulsion électronique.

# III DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET DU MODE OPERATOIRE

---

Afin de mesurer l'influence du milieu d'implantation sur la désintégration du  $^{19}\text{Ne}$  en  $^{19}\text{F}$ , l'expérience suivante a été réalisée : deux cibles C1 et C2 ayant un effet d'écrantage différent sont sélectionnées. La cible C1 est une cible de plomb, la cible C2 est une cible d'iodure de césium. Les cycles « implantation dans C1 / décroissance » puis « implantation dans C2 / décroissance » sont répétés jusqu'à avoir une statistique suffisante pour obtenir l'incertitude relative sur la mesure de la durée de vie de  $10^{-4}$ . L'expérience a eu lieu au GANIL du 2 au 5 Novembre 2013 pendant 4,5UT soit 36 heures. L'acquisition FASTER était à l'origine invitée sur l'expérience pour évaluer la stabilité de réponse des différents tubes photomultiplicateurs. La majorité du temps d'expérience était donc réservé au mode d'acquisition prévu par l'équipe de recherche, à savoir une échelle de comptage et l'acquisition GANIL. Néanmoins, nous avons disposé, pour tester le mode de traitement décrit dans ce document, d'environ 8h de faisceau, acquis dans la nuit du 3 au 4 Novembre, où le nombre de  $^{19}\text{Ne}$  implantés était suffisamment « faible » pour que l'acquisition FASTER puisse mesurer un à un les évènements, sans perte d'information.

Dans ce chapitre, après avoir expliqué les processus mis en jeu lors de la détection de la désintégration  $\beta^+$  du  $^{19}\text{Ne}$ , nous décrirons le protocole expérimental puis le mode opératoire. Nous exposerons les données que nous avons acquises avec FASTER, et énumérerons les différentes grandeurs d'influence relatives à notre protocole expérimental.

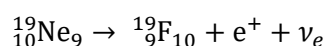
---

## III.1 Processus de détection de la désintégration $\beta^+$

---

Pour expliquer ce qui est mesuré par les détecteurs, il est important de comprendre le processus de détection de la désintégration du  $^{19}\text{Ne}$ .

Le  $^{19}\text{Ne}$  est un noyau instable dont la probabilité de transition  $\beta$  est de 100 %, 98.988 % s'effectuant vers le niveau fondamental de  $^{19}\text{F}$  (cf. figure 32). Cette transition est une transition miroir dans laquelle un proton du noyau se transforme en neutron, ce qui induit l'émission d'un positron et d'un neutrino :



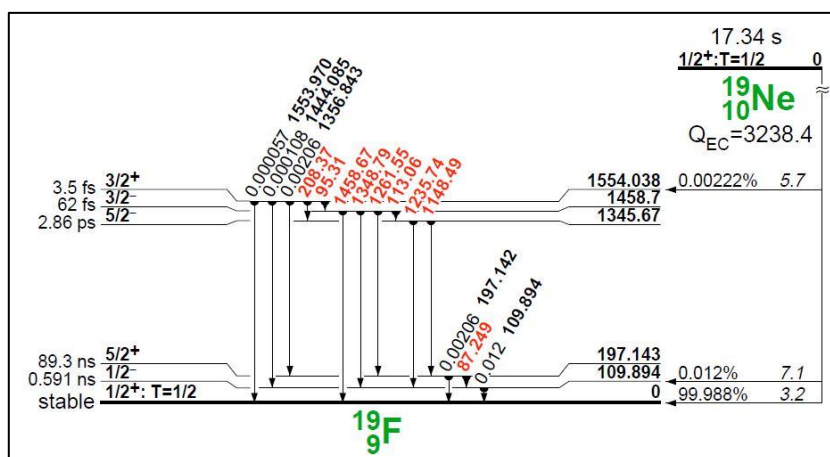


figure 32 : schéma de décroissance du  $^{19}\text{Ne}$  [24].  $Q_{EC} = (M_{^{19}\text{Ne}} - M_{^{19}\text{F}}) \cdot c^2$

Chaque ion de  $^{19}\text{Ne}$  est implanté approximativement au centre de la cible étudiée. Le positron y est émis de manière isotrope avec une énergie dont la distribution s'étend de 0 à la valeur maximum  $Q_{\beta^+}$ .

$$Q_{\beta^+} = (M_{^{19}\text{Ne}} - M_{^{19}\text{F}} - 2 \cdot M_{e^-}) \cdot c^2$$

où  $M_{^{19}\text{Ne}}$ ,  $M_{^{19}\text{F}}$ , et  $M_{e^-}$  représentent respectivement les masses atomiques du  $^{19}\text{Ne}$ , du  $^{19}\text{F}$ , et de l'électron.

- $M_{^{19}\text{Ne}} = 19001880,907 \mu\text{uma}$
- $M_{^{19}\text{F}} = 18998409,16273 \mu\text{uma}$
- $M_{e^-} = 548,58 \mu\text{uma}$
- $1\text{uma} = 931,494028 \text{MeV} \cdot c^{-2}$

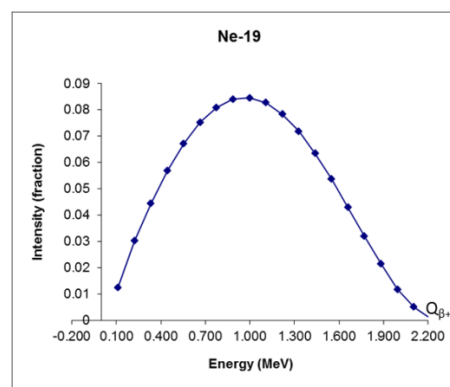


figure 33 : Spectre du  $\beta^+$  pour le  $^{19}\text{Ne}$  [25]

$Q_{\beta^+}$  vaut donc 2212 keV (cf. figure 33)

Dans l'expérience E658S, que nous allons décrire en détail dans le chapitre III.2 suivant, le détecteur est un scintillateur couplé à deux tubes photomultiplicateurs diamétralement opposés, via deux guides de lumières (voir figure 34).

Le neutrino n'est pas détecté avec un tel dispositif. Le positron, par contre, étant une particule chargée, peut interagir avec la matière. Suivant son énergie, il s'arrête ou traverse le scintillateur en créant un photon visible tandis qu'il y dépose environ 100 eV. La lumière alors produite dans le scintillateur est isotrope, et les tubes photomultiplicateurs reçoivent chacun une partie de cette lumière, proportionnelle à l'angle solide formé par le point source et la

surface du guide de lumière correspondante. Chaque photomultiplicateur produit donc une impulsion d'amplitude proportionnelle à la lumière reçue (cf. figure 34). Quand l'énergie du positron est suffisamment faible, il s'annihile avec un électron de la matière en créant deux particules gamma de 511 keV à 180° l'un de l'autre (cf. figure 34).

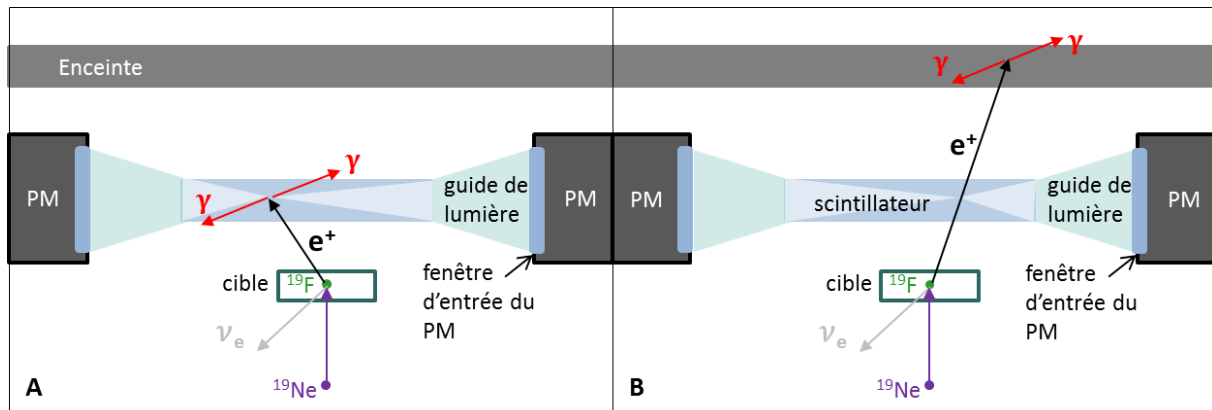


figure 34 : Scénarii les plus probables. Les positrons s'arrêtent ou traversent le scintillateur. Quand l'énergie du positron est suffisamment faible, il s'annihile avec un électron de la matière en créant deux particules gamma.

De manière moins probable, si le positron traverse le guide de lumière ou la fenêtre d'entrée d'un des photomultiplicateurs, il crée de la lumière Čerenkov (cf. figure 35). L'énergie alors déposée est faible, et seul cet unique photomultiplicateur verra de la lumière. Les particules gamma, lorsqu'ils rencontrent de la matière produisent à leur tour des électrons, le plus souvent par effet Compton. Ces électrons peuvent créer, comme le positron précédemment, soit de la lumière dans le scintillateur, alors mesurée par les deux tubes photomultiplicateurs, soit de la lumière Čerenkov mesurée par un seul tube photomultiplicateur.

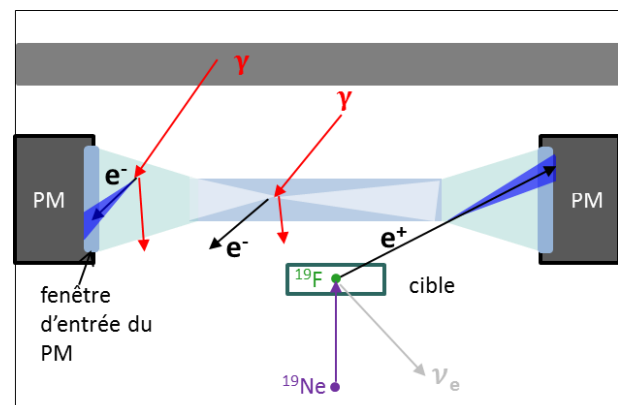


figure 35 : Scénarii les moins probables : le positron traverse le guide de lumière ou la fenêtre d'entrée d'un des photomultiplicateurs, en créant de la lumière Čerenkov. Les particules gamma, lorsqu'ils rencontrent de la matière produisent à leur tour des électrons, le plus souvent par effet Compton. Ces électrons peuvent créer, soit de la lumière dans le scintillateur, soit de la lumière Čerenkov

Au  $\beta^+$  provenant du  $^{19}\text{Ne}$ , se rajoutent les particules de la radioactivité ambiante, qui interagissent avec le scintillateur, et surtout avec les guides de lumière, puisque ceux-ci présentent un plus grand volume.



Par conséquent, lorsque les particules qui ont simultanément généré un signal dans les deux tubes photomultiplicateurs sont décomptées (i.e. les signaux en coïncidence), il s'agit surtout des positrons qui ont interagi avec le scintillateur, et plus rarement, du bruit de fond, des électrons provenant des particules gamma d'annihilation et des coïncidences fortuites de lumière Čerenkov.

Ce n'est évidemment pas le cas si toutes les interactions mesurées par un seul photomultiplicateur sont décomptées. Néanmoins, la lumière émise par effet Čerenkov est mesurée comme un événement de faible énergie. Celui-ci ne sera pas comptabilisé, si nous sélectionnons les particules dont l'énergie déposée mesurée est supérieure à un seuil adéquat.

---

## III.2 Dispositif expérimental

---

Ce chapitre développe les moyens mis en œuvre pour la mesure de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ . Il décrit le choix de chaque module constituant l'expérience. Tous les éléments du faisceau de GANIL jusqu'aux photomultiplicateurs sont d'abord exposés. Les deux chaînes d'acquisition utilisées sont ensuite décrites.

### III.2.1 Du faisceau aux détecteurs

---

Ce chapitre décrit le dispositif expérimental du faisceau au détecteur. Toute l'expérience a été menée à température ambiante. Cette température a été mesurée à quatre reprises par deux thermomètres disposés dans la salle d'expérience. Elle a très faiblement variée et est comprise entre 24,5°C et 25,3°C (figure 36).

Le dispositif est positionné dans un vide secondaire inférieur à  $10^{-6}$  hPa.

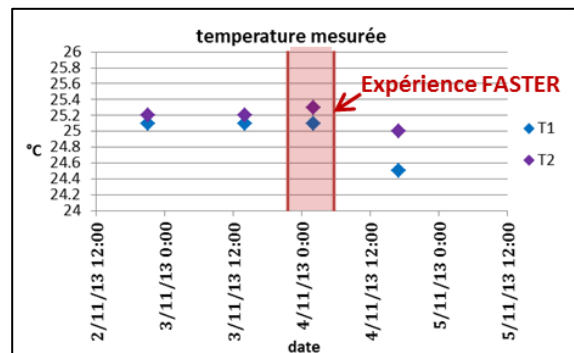


figure 36 : Variation de la température pendant l'expérience.

#### III.2.1.1 Le faisceau

---

La figure 37 schématise le dispositif expérimental du faisceau au détecteur.

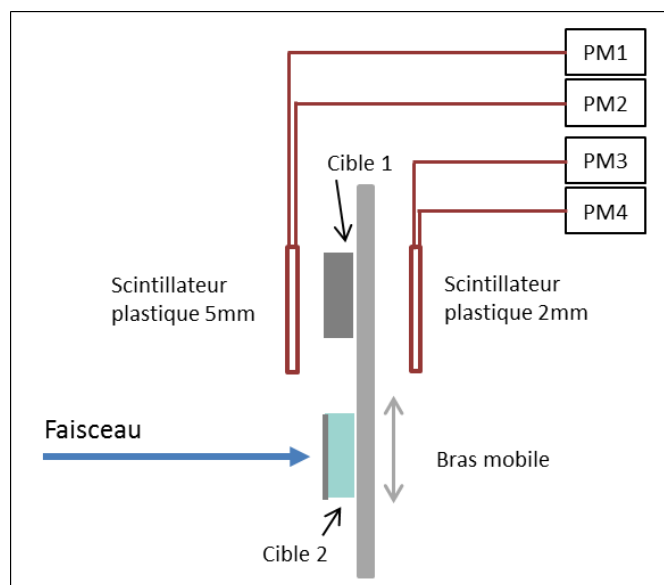


figure 37 : Dispositif expérimental du faisceau au détecteur : deux cibles sont positionnées sur un bras mobile. Une des cibles est d'abord placée devant le faisceau pour implanter le  $^{19}\text{Ne}$ , puis est déplacée entre les deux détecteurs constitués chacun d'un scintillateur plastique couplé à deux photomultiplicateurs diamétralement opposés.

Le dispositif mécanique est constitué d'un bras mobile sur lequel sont positionnées les deux cibles étudiées (cf. figure 38). Ce bras a pour fonction de disposer les cibles devant le faisceau pendant la phase d'implantation, puis de les amener le plus rapidement possible devant les détecteurs constitués de scintillateurs couplés à des tubes photomultiplicateurs pour la phase d'analyse.

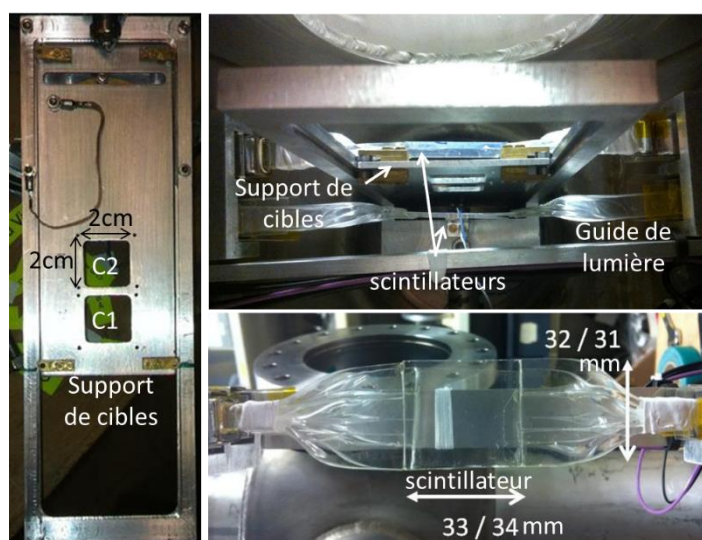


figure 38 : Photo du porte-cibles, des scintillateurs et des guides de lumière.

Le faisceau d'ions  $^{19}\text{Ne}$  est produit par l'installation SPIRAL 1 (Système de Production

d'Ions Radioactifs Accélérés en Ligne) du GANIL à partir d'un faisceau d'ions stables primaires de  $^{20}\text{Ne}^{10+}$  accéléré jusqu'à 95 MeV/u, grâce à trois cyclotrons (un cyclotron compact C0, et deux cyclotrons accélérateurs CSS1 & CSS2-Cyclotron à Secteurs Séparés, cf. figure 39). Ce faisceau est envoyé sur l'Ensemble Cible-Source ECS en carbone. Comme la collision produit de nombreux noyaux par fragmentation, les noyaux d'intérêt  $^{19}\text{Ne}^{3+}$  sont sélectionnés à l'aide d'un dipôle magnétique situé à la sortie de l'ECS. Puis l'accélérateur CIME (Cyclotron pour Ions de Moyenne Energie) accélère de nouveau le faisceau à 5,1123 MeV/u, soit 97,13 MeV. L'état de charge  $10+$  est ensuite sélectionné par l'éplucheur (feuille de  $170 \mu\text{g}\cdot\text{cm}^{-2}$  de carbone), qui assure un faisceau de  $^{19}\text{Ne}$  pur à 100%. La pureté du faisceau est validée au moyen d'un détecteur silicium avant le début de l'acquisition. L'intensité faisceau peut atteindre jusqu'à  $5 \cdot 10^6$  particules par seconde ( $D_f = 5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ ).

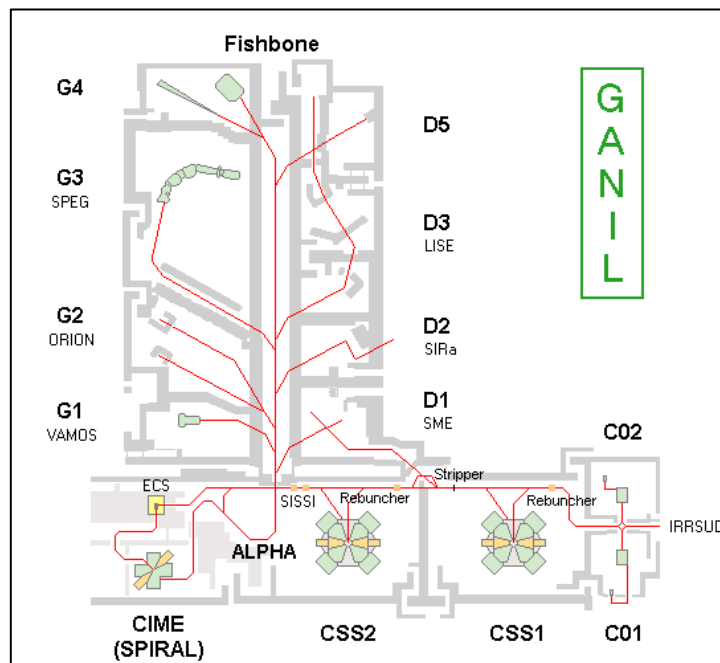


figure 39 : Plan du SPIRAL 1 GANIL [26]. L'expérience a été réalisée en salle G2.

A chaque cycle, le faisceau implante le  $^{19}\text{Ne}$  dans une des cibles pendant la durée  $T_{imp}$ . Le nombre  $N_c$  d'ions implantés dans la cible obéit à l'équation différentielle  $\frac{dN_c}{dt} + \frac{N_c}{\tau} = D_f$  où  $\tau$  est la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ . Le nombre d'ions dans la cible a été alors au plus de l'ordre de

$$N_c = D_f \cdot \tau \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_{imp}}{\tau}}\right) \quad \text{III-Eq.1.}$$

Ce nombre décroît pendant le déplacement de la cible vers les détecteurs.

Les cibles testées sont au nombre de deux :

- Une cible conductrice: celle que nous appelons « Cible 1 » est une cible de plomb pur de surface utile, sur le porte cible, 20 mm x 20 mm et d'épaisseur 50  $\mu\text{m}$ . La masse volumique du plomb étant de  $11,34 \text{ g.cm}^{-3}$ , la masse surfacique vaut  $\sigma=56,7 \text{ mg.cm}^{-2}$ . La résistivité du plomb est de  $21,3.10^{-8} \Omega.\text{m}$ .
- Une cible isolante: la « Cible 2 » est un empilement d'une feuille de plomb d'épaisseur 15  $\mu\text{m}$ , d'une épaisseur de 40  $\mu\text{m}$  d'isolant CsI ( $\sigma=4,51.10^3 \text{ mg.cm}^{-3} \times 4.10^{-3} \text{ cm}$  soit  $\sigma=18 \text{ mg.cm}^{-2}$ ), et d'un fin dépôt d'aluminium. Sa surface utile sur le porte-cible est aussi de 20 mm x 20 mm. L'iodure de césium ayant un gap de 6,2 eV, c'est un isolant.

Ces deux cibles sont constituées de noyaux de Z élevé. Cela limite la probabilité de réactions nucléaires lors de l'implantation du  $^{19}\text{Ne}$ , grâce à la répulsion coulombienne.

Une simulation SRIM (version SRIM-2008) permet d'établir que le  $^{19}\text{Ne}$  est implanté entre 25  $\mu\text{m}$  et 30  $\mu\text{m}$  de profondeur dans les deux cibles (cf. figure 40).

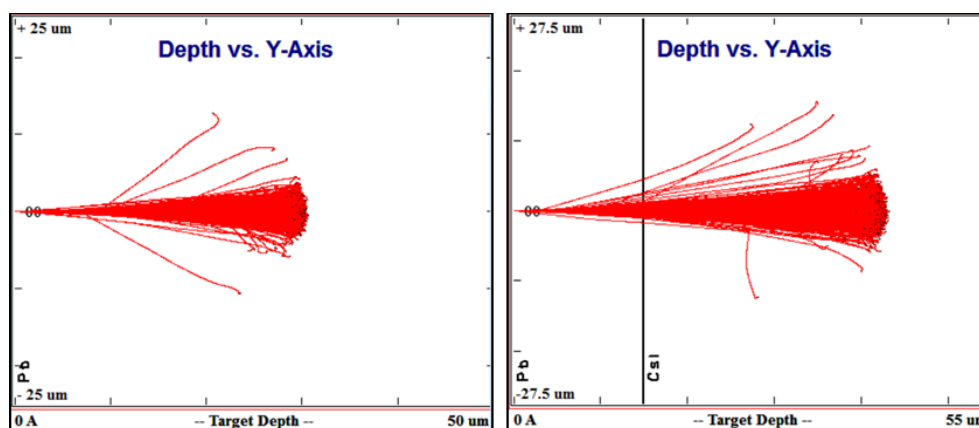


figure 40 : Simulation SRIM de l'implantation du  $^{19}\text{Ne}$  dans les cibles de plomb et d'iodure de césium.

Aucune donnée n'a été trouvée sur la diffusion du  $^{19}\text{Ne}$  dans les cibles. Connaître le modèle de diffusion est une opération délicate. Cela implique de connaître la géométrie exacte de la cible, l'implantation exacte du  $^{19}\text{Ne}$  dans celle-ci, et le coefficient de diffusion  $D_{dif}$  du  $^{19}\text{Ne}$  dans les deux cibles de plomb et de iodure de césium. Ce coefficient  $D_{dif}$  est caractéristique d'une mobilité à une température définie, de la maille cristalline et de ses défauts, et du gaz diffusant (Techniques de l'Ingénieur, Pierre Guiraldenq [27]).

Nous allons toutefois établir la valeur maximale du coefficient de diffusion  $D_{dif}$  que doit avoir le néon dans la cible étudiée, pour considérer sa diffusion comme négligeable.

Supposons que  $N_0$  ions sont implantés à  $t = 0$ , au centre de la cible au point d'abscisse  $(x, y, z) = (0,0,0)$ . En supposant que le coefficient de diffusion  $D_{dif}$  (en  $\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) ne dépend pas de la concentration du nombre d'ions implantés, le nombre d'ions, à l'abscisse  $(x, y, z)$  et au temps  $t$ , est la solution de l'équation de diffusion – ou seconde loi de Fick :

$$n(x, y, z, t) = \frac{N_0}{\sqrt{2D_{dif}t} \cdot (2\pi)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{1}{2} \frac{x^2+y^2+z^2}{2D_{dif}t}}$$

C'est l'expression d'une gaussienne de moyenne 0, et d'écart-type  $\sigma = \sqrt{2D_{dif}t}$ .

Le nombre d'ions se trouvant à chaque instant dans la cible, de surface  $y \cdot z = (2l)^2$  et d'épaisseur  $x = 2d$ , est défini par

$$N_{cible}(t) = \int_{x=-d}^{x=d} \int_{y=-l}^{y=l} \int_{z=-l}^{z=l} n(x, y, z, t) dx dy dz$$

La surface de la cible étant grande devant son épaisseur ( $l = 1 \text{ cm}$  et  $d \approx 20 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ ), cette expression se réduit à :

$$N_{cible} = \frac{N_0}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{d}{\sqrt{2D_{dif}t}}}^{+\frac{d}{\sqrt{2D_{dif}t}}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

La proportion d'ions échappés de la cible est donc :

$$\frac{N_0 - N_{cible}(t)}{N_0} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \int_{+\frac{d}{\sqrt{2D_{dif}t}}}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

Ainsi si nous tolérons que pendant les  $t = 450 \text{ s}$  d'analyse, seulement un ion sur les  $5.10^6$  ions implantés (et détectés) sorte d'une cible de demi-épaisseur  $20 \mu\text{m}$ , alors le coefficient de diffusion doit être inférieur à  $D_{dif} \leq D_{difmax}$  où  $D_{difmax} = 8,5 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  à  $25^\circ\text{C}$ .

La littérature ne donne pas explicitement le coefficient de diffusion du gaz néon dans le plomb ou l'iodure de césium à  $25^\circ\text{C}$ . Le néon est un gaz noble, inerte chimiquement. Il est implanté dans deux cibles à structure cubique-face-centrée CFC. Le coefficient de diffusion dans les cibles dépend de la température, selon la loi d'Arrhénius, qui s'écrit sous la forme [27]:

$$D_{dif} = D_0 e^{-\frac{E}{kT}}$$

- où  $D_0$  est le facteur de fréquence (en  $\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$ ),
- $E$  est l'énergie d'activation (en eV, ou  $\text{kcal.mol}^{-1}$ ),
- $k$  est, selon l'unité de  $E$ , la constante de Boltzmann (exprimée en  $\text{eV.K}^{-1}$ ) ou la constante molaire des gaz (en  $\text{kcal. K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ ).
- et  $T$  (exprimé en K) la température absolue de la cible.

Nous présentons tableau 2 les facteurs de fréquence et les énergies d'activation de quelques gaz rares mesurés dans différents matériaux à structure CFC. Ces coefficients sont valides sur une plage de température définie dans la cinquième colonne. Le coefficient de diffusion à 25°C, calculé en dernière colonne du tableau est sans doute sous-estimé, mais il permet de donner une approche de la diffusion du néon dans les cibles de plomb et d'iodure de césium.

Gaz	Cible	Densité de la cible à 20°C ( $\text{g.cm}^{-3}$ )	Température de fusion de la cible (K)	Plage de température [min ; max] (K)	$D_0$ ( $\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$ )	E (eV) (sauf mention contraire)	Réf.	$D_{dif}$ à 25°C ( $\text{cm}^2.\text{s}^{-1}$ )
He	Al	2,7	933,47	[570 ; 830]	$10^{0,1}$	1,35	[28]	$1,91.10^{-23}$
He	Ni	8,9	1728	[700 ; 1500]	0,082	1,35	[29]	$6,31.10^{-11}$
He	Ag	10,5	1294,93	[550 ; 1050]	$10^{-1,2}$	1,5	[28]	$2,78.10^{-27}$
He	Pd	12	1828,05	[500 ; 1200]	0,0161	0,72	[29]	$1,09.10^{-14}$
He	Au	19,3	1337,33	[800 ; 1200]	0,1	1,7	[28]	$1,84.10^{-30}$
Ne	Ag	10,5	1294,93	[700 ; 1500]	2,5	$59,5 \text{ kcal.mol}^{-1}$	[30]	$6,08.10^{-44}$
Kr	Csl	4,51	894	[420 ; 770]	0,65	1	[31]	$8,12.10^{-18}$
Xe	Csl	4,51	894	[420 ; 770]	0,57	1	[32]	$7,12.10^{-18}$

tableau 2 : Coefficients de diffusion de différents gaz rares dans des matériaux à structure CFC. A titre de comparaison, la température de fusion du plomb est de 600,61 K et sa densité de  $11,35 \text{ g.cm}^{-3}$ .

Tous les coefficients de diffusion calculés à 25°C sont inférieurs à  $6.10^{-11} \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$  donc inférieurs à  $D_{difmax}$ . Le coefficient de diffusion du néon dans l'argent, dont la densité se rapproche de celle du plomb, atteint même  $6,08.10^{-44} \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$ . Même si cette valeur est sous-estimée, il est probable que la diffusion du néon dans la cible de plomb est très largement négligeable pendant l'analyse d'une décroissance durant 450 s.

Le néon a un volume inférieur à celui du krypton et du xénon. Il est probable que la valeur du coefficient de diffusion à 25°C du néon dans l'iodure de césium soit supérieure à  $8,12.10^{-18} \text{ cm}^2.\text{s}^{-1}$ . La faible différence de  $D_{dif}$  observée entre le krypton et le xénon laisse supposer que la diffusion du néon dans la cible d'iodure de césium doit rester négligeable pendant l'analyse d'une décroissance durant 450 s.

Ces hypothèses sont cependant valables dans la mesure où les cibles ont une structure CFC sans faille et sans défaut.

### III.2.1.3 Les détecteurs

Après avoir implanté les ions dans une des deux cibles, celle-ci est positionnée 1cm devant les deux scintillateurs plastiques BC-400 (Polyvinyltoluène  $C_{10}H_{11}$ , Saint-Gobain,  $d=1,032 \text{ g.cm}^{-3}$ ), de 5 mm et 2 mm d'épaisseur, grâce au bras mobile. Le BC-400 est un scintillateur capable de détecter les particules  $\beta$ , en générant une impulsion très rapide d'environ 3 ns, de lumière bleue (cf. figure 41).

Properties	BC-400
Light Output, % Anthracene	65
Rise Time, ns	0.9
Decay Time, ns	2.4
Pulse Width, FWHM, ns	2.7
Light Attenuation Length, cm*	160
Wavelength of Max. Emission, nm	423

figure 41 : Extrait de la notice technique du BC-400.

Suivant l'épaisseur du scintillateur, le spectre d'énergie déposée est différent, comme l'illustre la figure 42, élaborée au moyen d'une simulation MCNP (version 2.7.0) modélisant l'expérience : environ 33% des positrons déposent leur énergie dans les scintillateurs.

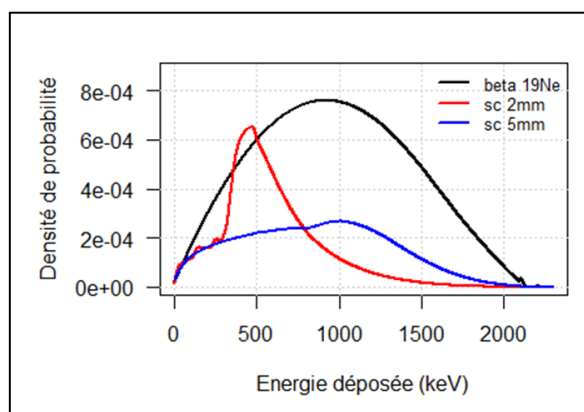


figure 42 : Spectre des énergies déposées par les positrons produit lors de la désintégration du  $^{19}\text{Ne}$  (en noir), dans du BC400 de 2 mm d'épaisseur (en rouge) et 5 mm d'épaisseur (en bleu).

D'après le constructeur, l'efficacité de scintillation est indépendante de la température entre  $-60^\circ\text{C}$  et  $20^\circ\text{C}$ .

La lumière créée dans chaque scintillateur est ensuite transmise vers les photomultiplicateurs au moyen d'un guide de lumière. Les photomultiplicateurs PM1 et PM2 sont couplés au scintillateur de 5 mm, tandis que PM3 et PM4 sont couplés au scintillateur de

2 mm. Les tubes photomultiplicateurs utilisés sont des R2248 (Hamamatsu). Ce sont des photomultiplicateurs avec une fenêtre d'entrée en borosilicate et une photocathode en bialkali : leur réponse spectrale est maximale à 420 nm. Ils sont composés de 8 étages, et le gain est  $1,1 \cdot 10^6$  à la tension d'alimentation typique de 1250 V. Cependant, ils ont été alimentés, pendant les décroissances analysées, avec une tension d'alimentation telle que les impulsions maximales aient une amplitude inférieure à 2 V. Cette tension dépend donc des différentes efficacités (de scintillation, de collection lumière, quantique) et des gains des photomultiplicateurs : PM1 - 650 V (Gain Typique  $G_t \approx 2 \cdot 10^4$ ), PM2 - 870 V ( $G_t \approx 2 \cdot 10^5$ ), PM3 - 800 V ( $G_t \approx 9 \cdot 10^4$ ), PM4 - 850 V ( $G_t \approx 1,5 \cdot 10^5$ ).

### III.2.2 Des détecteurs aux systèmes d'acquisition

Deux systèmes d'acquisition ont été utilisés pour cette mesure de temps de vie (cf. figure 43). Après un amplificateur rapide (FTA820 Ortec), les signaux sont dupliqués au moyen d'un splitter passif. Les signaux sont alors distribués d'une part sur une acquisition NARVAL fournie par GANIL (non décrit dans ce document), et d'autre part sur l'acquisition FASTER. Néanmoins, le but premier étant de surveiller la stabilité des tubes photomultiplicateurs, tous les signaux logiques devant être acquis par le système NARVAL ont aussi été acquis par FASTER. Cela permettait de synchroniser les informations utiles pour la vérification des gains des PM avec les signaux logiques acquis par NARVAL.

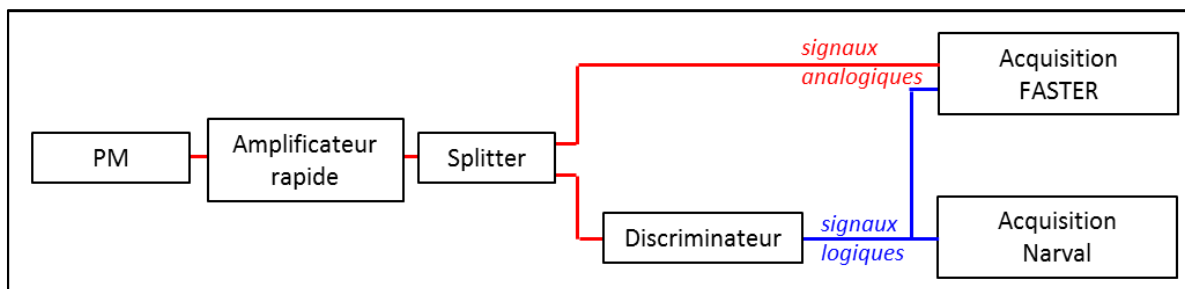


figure 43 : Représentation des chaînes d'acquisition. L'acquisition FASTER accepte directement les signaux analogiques

#### III.2.2.1 Chaîne d'acquisition GANIL

La chaîne d'acquisition GANIL ne fait pas l'objet de cette étude, donc elle ne sera que brièvement décrite. Son schéma simplifié est présenté sur la figure 44 ci-après :



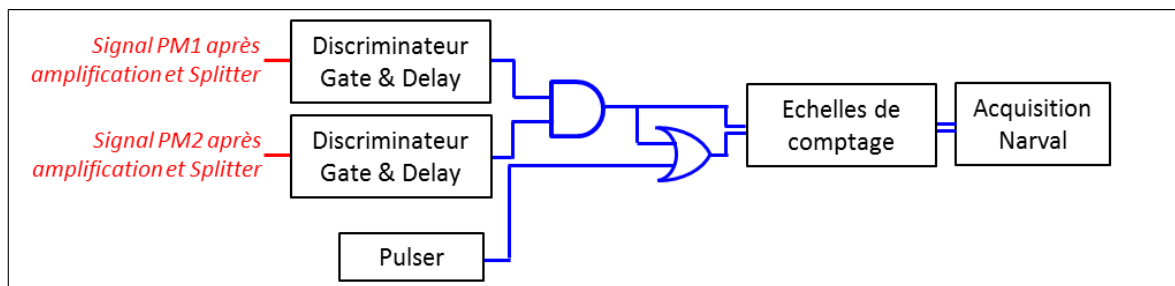


figure 44 : Chaîne d'acquisition GANIL, basée sur l'utilisation d'échelles de comptages. Exemple d'acquisition des voies provenant de PM1 et PM2.

Après le splitter, le signal provenant de chaque tube photomultiplicateur est amplifié, puis attaque un discriminateur à seuil. Plusieurs seuils ont été testés (90 mV, 100 mV, 110 mV) afin de pouvoir choisir pendant l'analyse la meilleure configuration. Un module Gate&Delay (Lecroy 222N), positionné juste après, permet d'agrandir la largeur du signal sortant du discriminateur à un signal de 10 ns. Les signaux provenant de PM1 et PM2, ainsi que ceux provenant de PM3 et PM4 sont mis en coïncidence avant d'être comptés par une échelle de comptage 100 MHz (module « Scaler »).

En parallèle des signaux de physique, un Pulser a été installé pour mesurer le temps mort du système.

### III.2.2.2 Chaîne d'acquisition FASTER

Puisque le traitement du signal est intégré dans l'acquisition FASTER, les signaux d'entrée de FASTER sont directement les signaux analogiques amplifiés provenant des tubes photomultiplicateurs (via le splitter passif).

Dans cette expérience, l'acquisition FASTER est composée d'un châssis  $\mu$ TCA comprenant trois cartes mères. Chaque carte mère dispose de deux cartes filles CARAS.

Pour traiter les signaux provenant des tubes photomultiplicateurs, nous utilisons, pour cette expérience, le MnM prototype QTDC, non encore distribué aux utilisateurs. Ce module, comme nous l'avons déjà expliqué au chapitre II.2.2, détecte l'arrivée d'un événement, calcule sa charge seuil à seuil et envoie les informations de date, charge..., appelées aussi informations DSP, vers un ordinateur via une connexion Ethernet Gigabit. Le MnM envoie aussi les informations STAT de comptages, équivalentes aux comptages que fournit une échelle de comptage.

Pour calculer la charge seuil à seuil, le signal d'entrée est intégré dès que celui-ci franchit

un seuil  $S_{trig}$  sur front montant, jusqu'à ce qu'il franchisse à nouveau ce seuil sur front descendant. Le seuil  $S_{trig}$  est évidemment choisi le plus proche possible du bruit électronique pour que la charge soit correctement calculée. Cependant, si le seuil est très petit, le MnM déclenchera surtout sur du bruit électronique. Il est alors nécessaire de proposer un deuxième seuil de validation  $S_{min}$  : les informations calculées sont acquises seulement si l'amplitude du signal a dépassé ce deuxième seuil. Les avantages de ce MnM prototype sont multiples : il permet d'avoir une mesure plus juste de la charge totale en cas d'empilement d'impulsions, mais aussi il peut détecter un nouvel événement 2 ns après la fin du précédent. Un temps mort peut être choisi, mais cette fonction n'a pas été utilisée. Comme tous les MnM de FASTER gérant les cartes CARAS et MOSAHR, il est doté d'un module de restauration de ligne de base (BLR) qui, comme son nom l'indique, ramènera au plus vite (selon le choix de la fréquence du filtre passe-bas du module) la ligne de base au niveau de référence 0 mV. Ainsi, les réglages principaux des voies détectant les événements en provenance de chaque photomultiplicateur sont résumés le tableau 3 ci-dessous :

Seuil de calcul des charges $S_{trig}$	3 mV
Seuil de validation des charges $S_{min}$	30 mV pour PM1, 40 mV pour PM2, 20 mV pour PM3 et PM4
Seuil BLR	7 mV
Fréquence BLR	160 kHz
Porte BLR	8 ns

tableau 3 : Valeurs des principaux paramètres du MnM QTDC

Pour l'analyse des données décrites dans ce document, nous ne voulions subir aucune perte d'informations. Aussi avons-nous utilisé deux ordinateurs d'acquisitions et réduit le nombre d'ions  $^{19}\text{Ne}$  implantés pour avoir au maximum  $3.10^6$  événements/10 s enregistrés par ordinateurs (cf. §II.1.2). Cela correspond à un débit initial moyen d'environ 160000 événements DSP enregistrés par seconde et par voies photomultiplicateurs.

Dans les périodes d'expérience où FASTER n'était utilisé que pour contrôler les gains de photomultiplicateurs, le débit initial moyen était jusqu'à 25 fois supérieur à ce que FASTER pouvait acquérir. C'est pourquoi, nous utilisions alors une décimation des informations DSP (proposée par le MnM) de 1/100, ce qui permettait de limiter les données acquises.

Une attention particulière a été apportée à l'horloge d'acquisition, afin d'assurer la stabilité du comptage pendant toute la durée de l'expérience. Nous avons donc utilisé FASTER, avec l'horloge 10 MHz externe DG645 (option3, Stanford Research Systems) précise à 5 ppm sur la gamme de température de 20 à 30°C. Pour surveiller cette horloge, nous avons utilisé l'oscillateur OCXS AOCJY5(ABRACON) dont l'incertitude est inférieure à 0,1 ppm entre -55°C et 85°C. Il peut paraître étonnant de ne pas avoir utilisé l'oscillateur OCXS comme horloge de

FASTER, d'autant plus que des mesures préliminaires et succinctes des périodes de ces oscillateurs montraient des performances supérieures pour l'OCXS (les écarts-types des 5 mesures sont  $\sigma_{DG645}=0,57$  Hz et  $\sigma_{AOCJY5}=0,29$  Hz). Mais notre confiance sur l'OCXS AOCJY5 n'était à l'époque pas encore totale, car il n'avait encore jamais été testé pendant une expérience de physique, contrairement au DG645. L'OCXS était donc branché à un module RF de FASTER, qui mesure entre autres la période d'un signal périodique. Ayant de meilleures performances, la variation de sa période mesurait donc plutôt la variation de la période de l'horloge DG645 de FASTER.

Pour l'expérience, seules 5 voies FASTER étaient nécessaires pour mesurer la charge déposée provenant des 4 photomultiplicateurs et contrôler son horloge. Néanmoins, l'équipe de recherche a émis le désir de pouvoir détecter les moments d'arrivée des signaux logiques (provenant de l'acquisition GANIL) après le module de coïncidence. C'est pourquoi, quatre voies QTDC supplémentaires ont été ajoutées.

Le schéma figure 45 résume le système d'acquisition FASTER choisi pour l'expérience E658S.

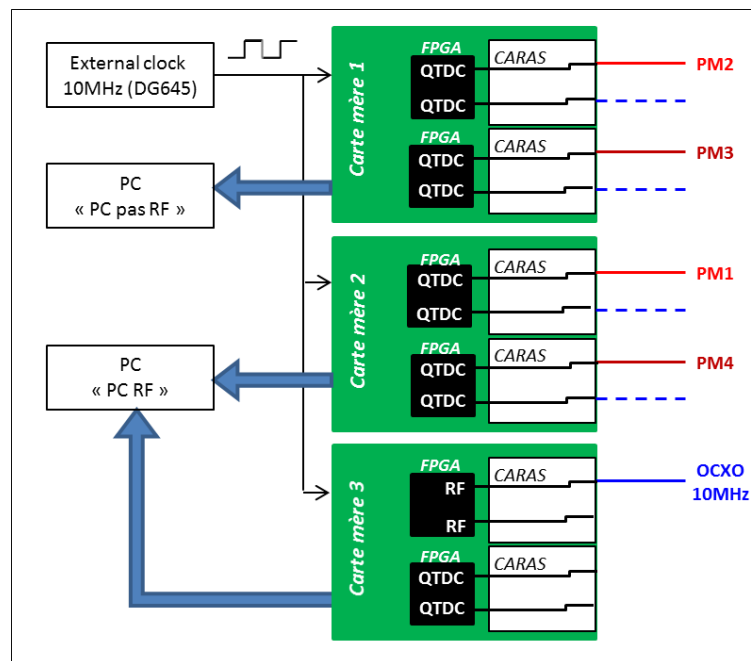


figure 45 : Système FASTER pour l'expérience E658S. En rouge : signaux analogique provenant des tubes photomultiplicateurs (après amplification et splitter). En pointillé bleu, signaux logiques, provenant de l'acquisition GANIL, non-étudiés dans ce document.

FASTER a permis de surveiller l'expérience en temps réel, grâce au logiciel RHB. Celui-ci a pu fournir effectivement les traces oscilloscopes des événements, les données statistiques des comptages d'événements détectés, envoyés, les spectres de charges déposées ou tout autre

graphe utile au contrôle de l'expérience.

### III.3 Mode opératoire

L'expérience a été découpée en une succession de 11 phases afin de permettre l'implantation du  $^{19}\text{Ne}$  dans les cibles, puis la détection de la décroissance  $\beta$  par les détecteurs.

- Phase 1 : Arrêt du faisceau de  $^{19}\text{Ne}$
- Phase 2 : Insertion de la cible 1 en face du faisceau
- Phase 3 : Activation du faisceau pendant  $T_{imp1}$  secondes
- Phase 4 : Arrêt du faisceau
- Phase 5 : Déplacement de la cible 1 vers les scintillateurs
- Phase 6 : Détection des  $\beta^+$  pendant  $T_{exp}$  secondes
- Phase 7 : Insertion de la cible 2 en face du faisceau
- Phase 8 : Activation du faisceau pendant  $T_{imp2}$  secondes
- Phase 9 : Arrêt du faisceau
- Phase 10 : Déplacement de la cible 2 vers les scintillateurs
- Phase 11 : Détection des  $\beta^+$  pendant  $T_{exp}$  secondes

Plusieurs essais de temps  $T_{imp1}$ ,  $T_{imp2}$  et  $T_{exp}$  ont été réalisés selon l'intensité du faisceau. Pour les déversements que nous analysons, l'implantation dans la cible C1 de Pb a été commandée pour durer  $T_{imp1}=5$  s, celle dans la cible C2 de CsI pour durer  $T_{imp2}=8$  s. La mesure des décroissances a été commandée pour durer  $T_{exp}=440$  s. A ces durées se rajoutent celles des déplacements des cibles grâce au bras mobile (environ 12 s par déplacement). L'intensité faisceau était de l'ordre de  $2,3 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ .

La figure 46 ci-dessous montre un exemple de la variation du taux de comptage lors du déroulement des différentes phases.

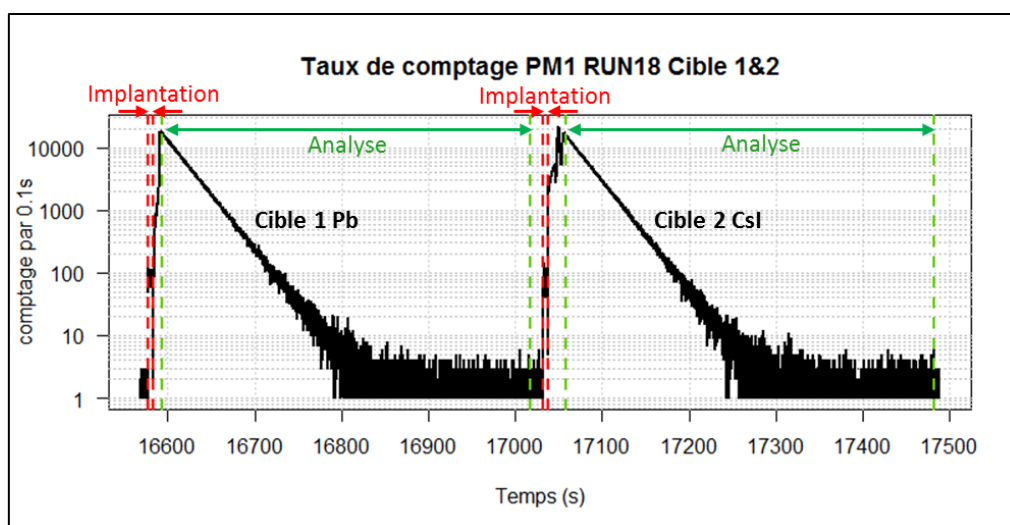


figure 46 : Comptage pendant le déroulement des phases. Les phases implantation/Analyse s'enchaînent jusqu'à obtenir la statistique de comptage suffisante pour atteindre une incertitude relative de  $10^{-4}$ .

Nous ne pouvons définir le phasage exact qu'en examinant très précisément le comptage aux moments de l'implantation dans les cibles 1 et 2 (figure 47 et figure 48).

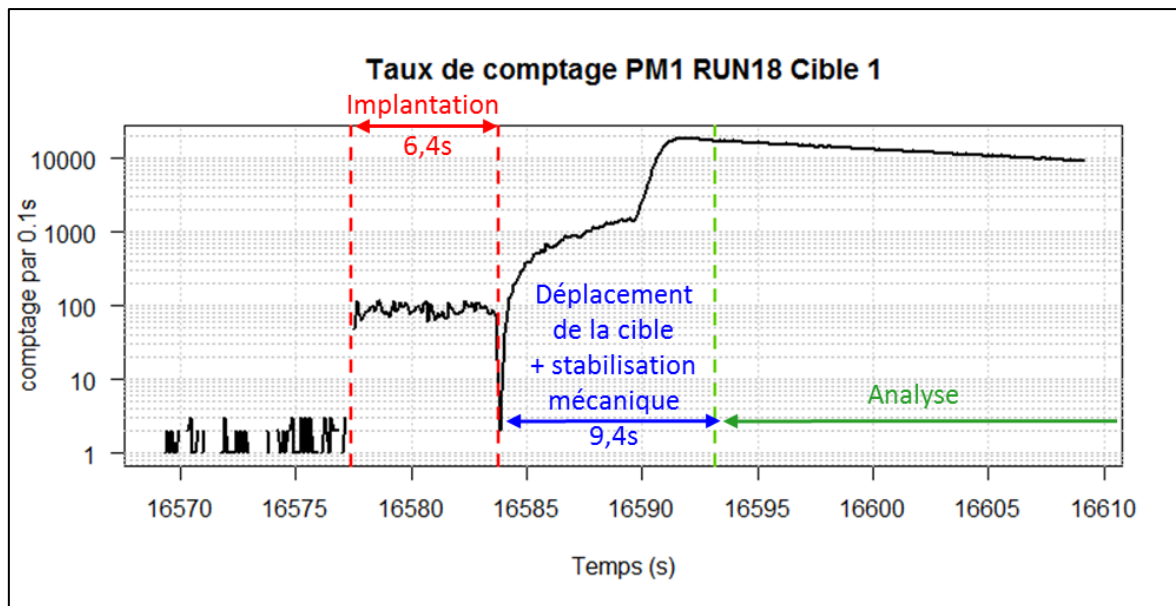


figure 47 : Agrandissement autour de l'implantation dans la cible 1. La phase d'implantation dure 6,4s, puis la cible se déplace devant les détecteurs pendant environ 9,4s.

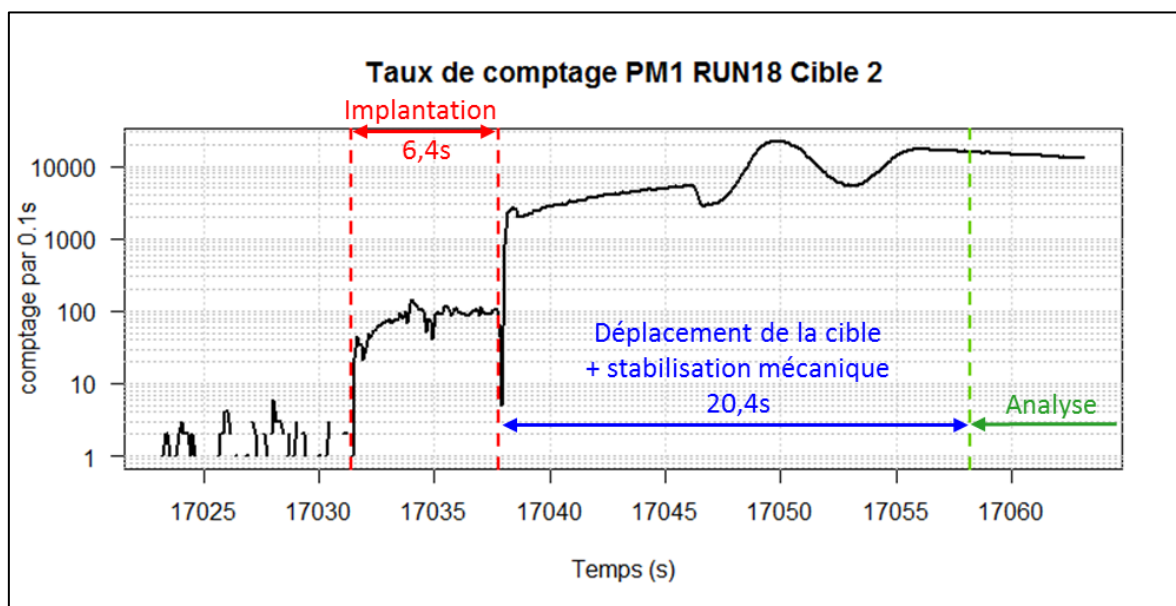


figure 48 : Agrandissement autour de l'implantation dans la cible 2. La phase d'implantation dure 6,4s, puis la cible se déplace devant les détecteurs pendant environ 20,4s.

Ainsi l'implantation dure 6,4 s, que ce soit dans la cible 1, comme dans la cible 2. Le déplacement de la cible 1 vers les scintillateurs est plus rapide que celui de la cible 2, ce dernier étant plus éloignée des détecteurs. En comptant une zone de sécurité pour être sûr que la cible n'est plus en mouvement, nous mesurons en effet que le déplacement de la cible 1 et sa

stabilisation durent 9,4 s, alors que ceux de la cible 2 valent 20,4 s.

Nous analysons ensuite le déversement pendant 424 s. Il y a 465 s entre le début de la décroissance de la cible 1 et celui de la cible 2, et 452,011 s entre le début de la décroissance de la cible 2 et celui de la cible 1.

Nous disposons de 65 déversements, 33 cycles provenant de la cible 1 (Pb) et 32 cycles provenant de la cible 2 (CsI).

Comme nous détenons un grand nombre d'informations sur le signal induit par une particule, il n'est pas nécessaire, pour notre analyse, d'effectuer des mesures avec des temps morts ou des seuils en énergie différents. En prenant un seuil très bas en charge déposée, et un temps mort minimal, nous pourrions à la relecture des données, appliquer le temps mort et le seuil adéquats.

---

## III.4 Informations acquises par FASTER pour cette expérience

---

### III.4.1 Les données QDC

---

Avec la configuration choisie pour l'expérience, l'utilisateur dispose des événements qui ont une amplitude supérieure à 20 mV pour les voies PM1, PM3, PM4, et 30 mV pour la voie PM2. Pour chaque événement détecté, les données suivantes sont acquises (cf. figure 49) :

- La date du déclenchement  $t_{trig}$  avec un pas de quantification de 2 ns.
- la charge « seuil à seuil »  $Q_{tt}$ , c'est-à-dire à partir du moment où l'impulsion passe le seuil de 3 mV sur front montant, jusqu'à ce qu'elle le passe sur front descendant.
- La durée de l'impulsion de seuil à seuil  $W_{tt}$  avec un pas de quantification de 2 ns.
- L'amplitude  $A$  maximum de l'impulsion et la date du maximum.
- La position du maximum  $P_A$ .

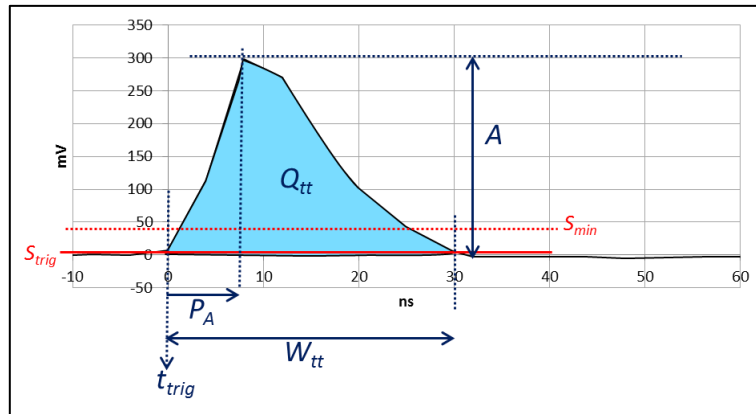


figure 49 : Données fournies par FASTER : le moment d'arrivée  $t_{trig}$ , la charge  $Q_{tt}$ , le maximum  $A$  de l'impulsion, sa durée  $W_{tt}$ , la position du maximum  $P_A$ .

La date de l'événement  $t_{trig}$  permet d'effectuer le comptage des impulsions en fonction du temps afin d'observer la décroissance tout en sélectionnant les données en leur ajoutant un temps mort fixe. L'histogramme d'intervalles de temps permettra de choisir le meilleur temps mort pour cette sélection. La charge  $Q_{tt}$  donne le spectre de la charge déposée par les particules  $\beta$ , et son évolution en fonction du temps permettra de corriger les fluctuations du gain des photomultiplicateurs. Un exemple de ces histogrammes est présenté ci-dessous.

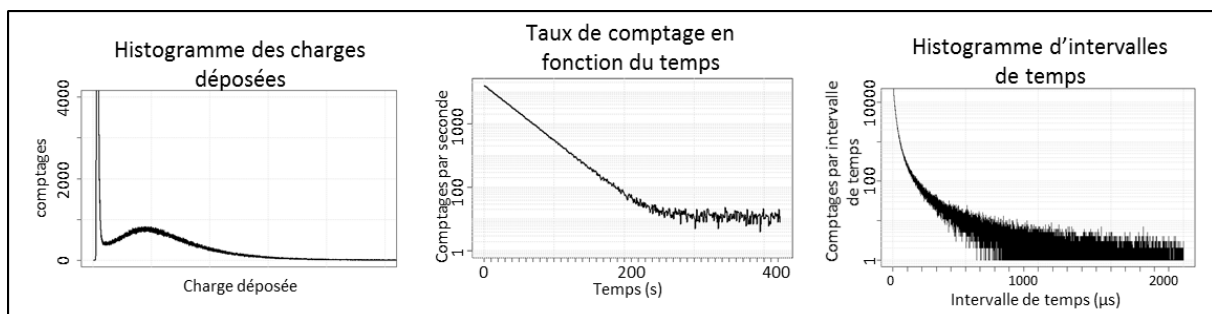


figure 50 : Graphes qu'il est possible de construire à partir des données acquises par FASTER.

La durée de l'impulsion maximale permettra de calculer la probabilité d'empilements à chaque moment. La figure 51 nous indique par exemple que la durée d'une impulsion sur la voie sélectionnée était au maximum de 38 ns.

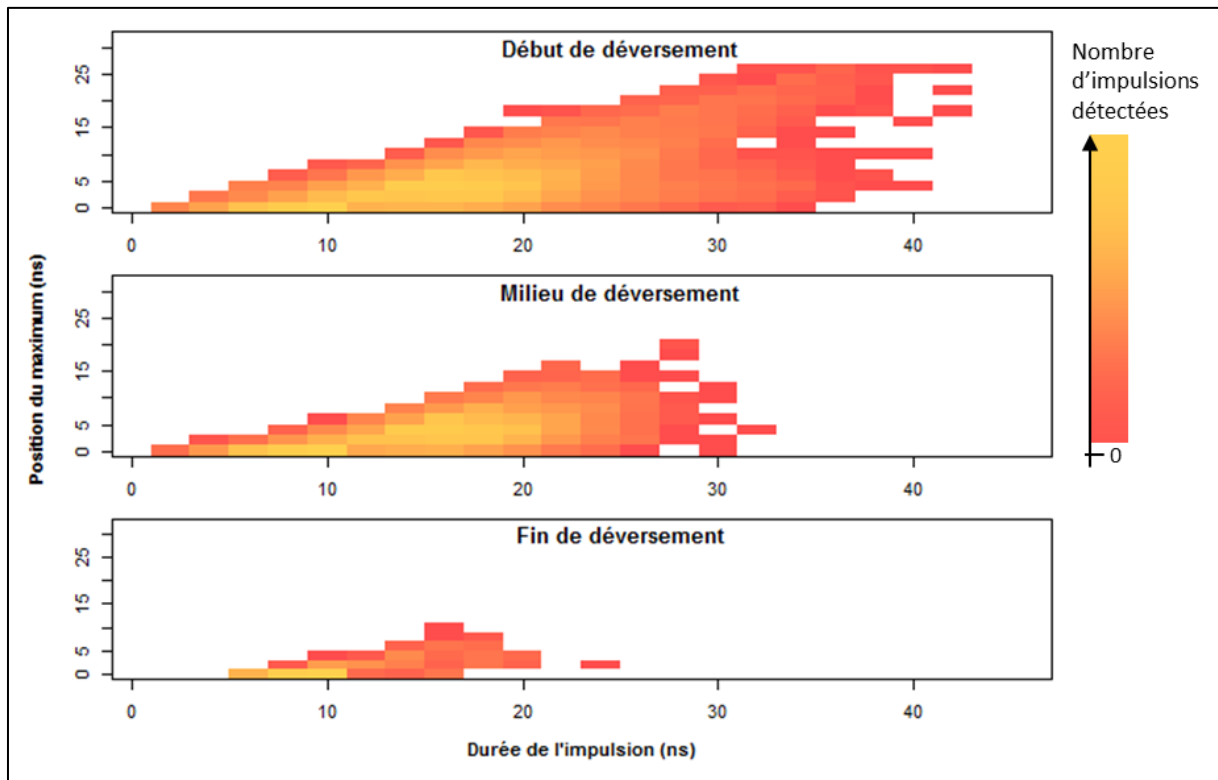


figure 51 : Position du maximum en fonction de la durée de l'impulsion sur PM1. Le « début du déversement » représente les impulsions arrivant les 10 premières secondes de la période d'analyse d'une décroissance, le « milieu du déversement » représente les impulsions entre la 100<sup>ème</sup> et la 200<sup>ème</sup> seconde, et la « fin du déversement » représente les impulsions entre la 300<sup>ème</sup> et la 400<sup>ème</sup> seconde.

Nous constatons qu'en début de déversement, la probabilité d'empilement est plus grande, puisque les impulsions peuvent durer plus longtemps. Nous remarquons alors la présence de deux positions de maximum de l'impulsion, lorsque celle-ci est empilée. En fin de déversement, ne subsiste pratiquement que le bruit de fond, dont la largeur moyenne d'impulsion est de 11 ns.

Un comptage des événements est également effectué dans FASTER. Nous disposons :

- Des événements mesurés,
- Des événements réellement envoyés vers le PC.

Ce comptage permet de vérifier qu'il n'y a eu aucune perte pendant le transfert des données vers le PC, ce qui est le cas pour les cycles sélectionnées, dans les périodes d'analyse de décroissance.



Des trames d'oscilloscope FASTER sont acquises en fin d'expérience, afin de garder en mémoire la forme des impulsions envoyées par chaque photomultiplicateur. La figure 52 montre un agrandissement autour des signaux provenant de la voie PM1 de quatre trames oscilloscope.

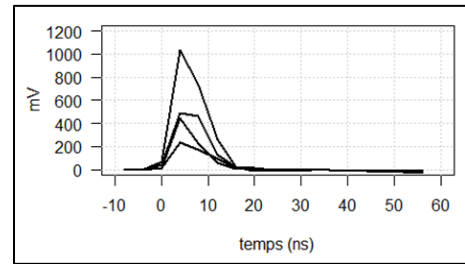


figure 52 : Exemple de 4 signaux oscilloscope provenant de PM1.

Afin de comparer les données suivant les photomultiplicateurs et d'étudier leurs coïncidences, tous les fichiers enregistrés sont resynchronisés en temps, en faisant concorder les différences de temps entre les impulsions de plus hautes énergies (cf. Annexe I-1).

### III.4.2 Les données RF

---

Le module de mesure FASTER RF sert en général à détecter les phases du cyclotron pour la mesure de temps de vol. En mettant en entrée le signal périodique de la RF cyclotron, le module fournit, entre autre, le moment de franchissement d'un seuil (souvent choisi à 0 mV) avec un pas de quantification (valeur du LSB) de 7,8 ps, et la période avec un pas de quantification (valeur du LSB) de 1,9 fs (cf. §.II.2.1)

Ce n'est pas à proprement parlé un temps de vol que nous voulons mesurer ici. Seule la variation de la période de l'OCXO nous intéresse. Elle a reflété la variation de la température durant les déversements. L'OCXO ayant une période de 100 ns et la décimation de sortie de  $1/10^4$  ayant été choisie, nous avons acquis une mesure de la période toutes les millisecondes ( $= 100 \text{ ns} \times 10^4$ ).

La figure 53 ci-dessous représente deux exemples d'histogramme obtenu durant la période mesurée pendant un déversement de la cible 1 et un de la cible 2.

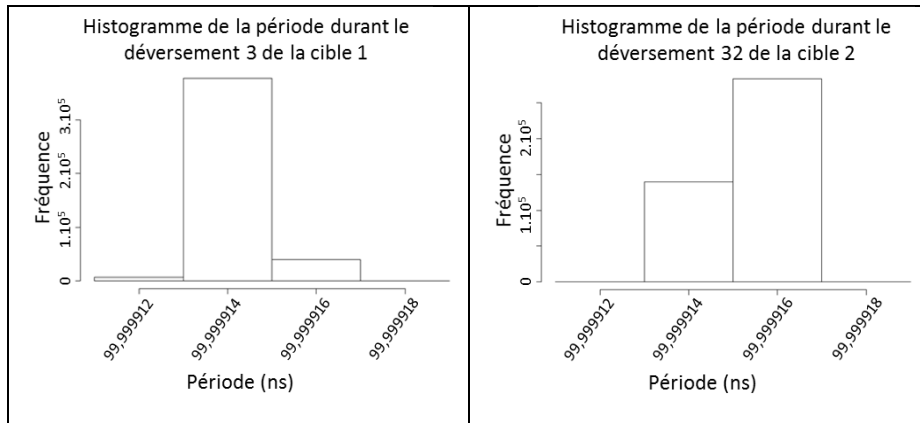


figure 53 : Histogramme de la mesure de la période de l'oscillateur pendant 2 dévèrsements

A chaque dévèrsement, l'écart-type de la période est au maximum de  $9,5 \cdot 10^{-7}$  ns. Néanmoins la période de 100 ns a varié de  $1,63 \cdot 10^{-6}$  ns entre le premier dévèrsement utilisé et le dernier, comme le montre la figure 54. Si nous considérons que l'Ocxo est plus stable que l'oscillateur de FASTER (0,1 ppm d'incertitude, contre 5 ppm), c'est bien la variation de la base de temps de FASTER que nous avons mesuré ici. En outre, l'unité de temps des premiers dévèrsements - que nous prenons égale à  $\Delta t = 1 \text{ s} = 100 \text{ ns} \times 10^7$  - est inférieure à celle des derniers dévèrsements où elle sera égale à :

$$\Delta t = 1 \text{ s} + 1,63 \cdot 10^{-6} \text{ ns} \times 10^7 = 1 \text{ s} + 16,3 \text{ ns.}$$

Par conséquent, la variation relative entre durée de vie mesurée en début d'expérience et celle en fin d'expérience, égale à  $16,3 \cdot 10^{-9}$ , est donc largement inférieure à l'incertitude relative de  $10^{-4}$  recherchée.

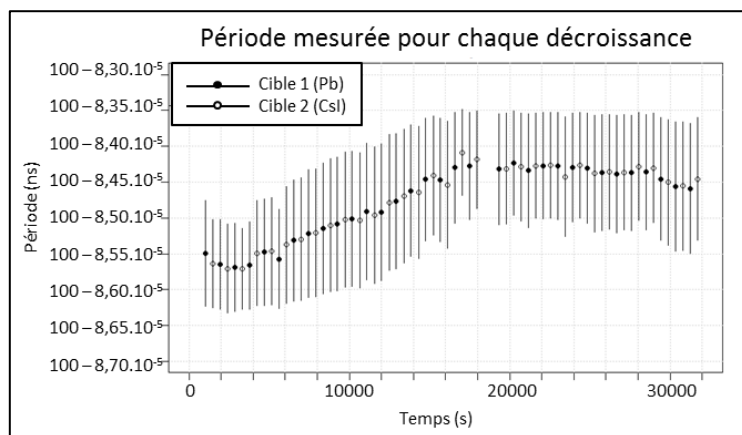


figure 54 : Variation de la période de l'oscillateur durant les 8 heures d'expérience

Si nous considérons maintenant un seul dévèrsement, l'incertitude la plus grande sur la période de 100 ns est de  $9,5 \cdot 10^{-7}$  ns. Sur l'unité de temps  $\Delta t = 1 \text{ s}$ , cette incertitude est donc de  $\sigma_{\Delta t} = 9,5 \text{ ns}$ . Cependant, la conséquence de cette incertitude est insignifiante. En effet, l'objectif

est de compter le nombre d'événements par intervalle de temps que nous prenons égal à l'unité de temps 1 s. L'erreur de comptage est égale, à chaque intervalle de temps, à ce qu'il est possible de compter en 9,5 ns. Nous verrons que cela ne dépasse pas un événement s'il n'y a pas d'empilement, le signal électronique d'une particule durant en moyenne 18 ns. Cette particule est de toute façon comptée dans l'intervalle suivant. De même, l'erreur sur le nombre total d'événements comptés est au plus égale à l'erreur sur le comptage au tout début plus l'erreur sur le comptage au bout de 424 s. En considérant que pour chaque intervalle de temps, nous comptons :

$$N(i\Delta t) = N_{tot} \cdot e^{-\frac{i\Delta t}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right)$$

L'incertitude sur le comptage vaut alors  $\frac{\partial N}{\partial \Delta t} \cdot \sigma_{\Delta t} = 0,03$  événements pour  $N_{tot} = 5 \cdot 10^6$  noyaux implantés, ce qui est négligeable.

---

### III.5 Grandeurs d'influences des mesurages

---

Une connaissance des variables d'influence est nécessaire pour évaluer au mieux l'incertitude ou les biais (i.e. les erreurs systématiques) que nous avons sur la mesure de la durée de vie. Les cycles « implantation / déplacement de la cible / analyse de la décroissance » se succèdent, et il convient que, pendant l'analyse de la décroissance, toute la chaîne de mesure soit stable. Cela suppose par conséquent que, pendant toute la durée de la mesure de décroissance :

1. Le positionnement de la cible soit stabilisé,
2. Aucune particule de  $^{19}\text{Ne}$  ne s'échappe de la cible par diffusion,
3. L'efficacité totale de détection soit constante : les gains des tubes photomultiplicateurs, entre autre, doivent être constants,
4. L'électronique d'acquisition ait une ligne de base constante, ne soit pas bruitée, et présente une horloge constante.

A ces quatre points qui dépendent exclusivement du dispositif expérimental, nous rajouterons qu'il est nécessaire que :

5. La méthode d'ajustement pour la détermination de la durée de vie à partir de l'histogramme des taux de comptage soit maîtrisée. Ce point sera étudié en détail au chapitre IV.3.4.

Nous avons vérifié le point 1 au paragraphe III.3. : après 9,4s de déplacement pour PM1 (respectivement 20,4s pour PM2), la cible ne se déplace plus.

Le point 2 a été discuté au paragraphe III.2.1.2. : durant l'ensemble des décroissances analysées, la dérive temporelle de l'unité de temps ( $\Delta t = 1$  s) ne dépasse pas 16,3ns.

Nous avons éliminé la variable d'influence « température », puisqu'elle n'affecte pas la durée de vie. La température peut légèrement modifier l'efficacité de scintillation, mais cette variation est prise en compte dans la vérification de stabilité de l'efficacité de détection (point 3). L'effet de la température est également indirectement pris en compte dans le point 4. Nous avons montré au paragraphe III.4.2, que les variations de l'horloge d'acquisition sont négligeables.

Il est souvent admis que l'électronique d'acquisition n'apporte pas de biais. Mais une variation basse fréquence de ligne de base, due par exemple à une mauvaise compatibilité électromagnétique, peut engendrer un comptage non voulu par franchissement de seuil de discrimination biaisé, comme l'illustre la figure 55. Celle-ci représente le signal électronique acquis par FASTER. Le MnM QTDC détecte tous les signaux dépassant un seuil donné.

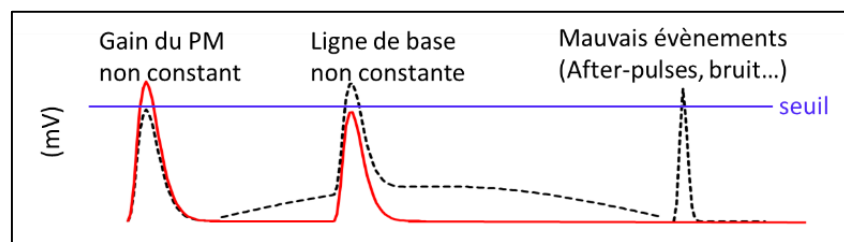


figure 55 : En rouge : Signal électronique parfait. En noir : signal électronique réel.

Dans le cas idéal le premier événement en rouge est détecté par l'algorithme de traitement de FASTER, mais pas le deuxième puisqu'il ne dépasse pas le seuil. Si le gain du tube photomultiplicateur diminue temporairement, des événements qui auraient dû être détectés ne le sont plus, comme cela est illustré sur le premier événement de la figure. Si la ligne de base a des variations lentes, cela engendre soit des détections manquées, soit, comme sur la figure, un surplus de détection d'événements non-désirés (deuxième événement en pointillé représenté). D'autres événements, comme le troisième représenté, engendrés par une mauvaise adaptation électronique de la voie, ou par du bruit électronique, ou par des post-impulsions des photomultiplicateurs, sont comptabilisés, alors qu'ils ne le devraient pas. O. Flyckt and Carole Marmonier expliquent que les post-impulsions sont « des signaux parasites qui peuvent apparaître à l'anode du photomultiplicateur à la suite des impulsions utiles qui leur ont donné naissance » et « se distinguent en particulier par l'intervalle de temps qui les sépare de l'impulsion principale » ([17], version française). Ils sont causés par les réactions lumineuses (impulsions arrivant entre 20 ns et 100 ns après l'impulsion principale), ou l'ionisation des gaz

résiduels dans le photomultiplicateur (impulsions arrivant entre 300 ns et 1  $\mu$ s après l'impulsion principale).

Nous étudierons la stabilité de l'acquisition dans la suite de l'analyse, afin d'établir les corrections à apporter et leurs incertitudes.

Ces effets systématiques sont sources d'erreurs lors de l'estimation de la durée de vie. Le Comité Internationale des Poids et Mesures (CIPM) rappelle, dans l'annexe D de son document JCCM 100 :2008 [33], la façon de déterminer la valeur d'une grandeur – ici la durée de vie – et son incertitude. En adaptant leur préconisation à notre problème, nous obtenons le tableau 4 ci-dessous. La colonne de gauche (« Détermination 1 ») représente ce qu'il est au minimum nécessaire de faire : après avoir déterminé la durée de vie à partir des données acquises, il est nécessaire de corriger cette valeur avec toutes les erreurs systématiques connues et inconnues (dont nous connaissons mal l'influence comme celle du gain et de la ligne de base). La « Détermination 2 » représente ce que nous allons tenter d'effectuer dans cette analyse : à partir des informations acquises par FASTER, nous allons compenser les variations de l'électronique avant la détermination de la durée de vie. Il faudra alors vérifier si l'incertitude sur la mesure apportée par cette compensation est inférieure à celle que nous aurions rajoutée, en tant qu'erreur systématique.

Détermination 1	Valeur (non à l'échelle)	Variance (non à l'échelle)	Détermination 2	Valeur (non à l'échelle)	Variance (non à l'échelle)
1- Données acquises			1- Données acquises		
2- Sélection des données par seuillage, et temps mort		(déversement unique)	2- Sélection des données par seuillage, et temps mort		(déversement unique)
3- Moyenne des temps de vie		(N déversements)	3- Compensation de l'erreur de gain		(déversement unique)
4- Correction de l'erreur systématique de la méthode d'ajustement			4- Moyenne des temps de vie		(N déversements)
5- Correction des erreurs systématiques connues (horloge d'acquisition...)			5- Correction de l'erreur systématique de la méthode d'ajustement		
6- Résultat de la mesure			6- Correction des erreurs systématiques connues (horloge d'acquisition...)		
7- Erreur résiduelle mal définie (erreur de gain et de ligne de base)			7- Résultat de la mesure		
8- Valeur vraie de la durée de vie (n'est pas connue)			8- Erreur résiduelle mal définie (autre que l'erreur de gain)		
9- Valeur de la durée de vie due à une définition incomplète			9- Valeur vraie de la durée de vie (n'est pas connue)		
10- Résultat final			10- Valeurs de la durée de vie due à une définition incomplète		
			11- Résultat final		

tableau 4 : Méthode de détermination de la durée de vie.



## IV ELEMENTS MATHEMATIQUES POUR L'EVALUATION DE LA DUREE DE VIE

---

Nous allons, dans ce chapitre, rappeler pas à pas les différents éléments nécessaires pour évaluer la durée de vie avec une grande précision. La durée de vie s'évalue en étudiant la variation du taux de comptage mesurée en fonction du temps. Pour cela, nous sélectionnons toutes les particules qui ont dépassé un certain seuil. Pour éviter de compter de mauvais événements, nous serons amenés à ne pas compter des événements arrivant tout de suite après une particule sélectionnée. Cet ajout de temps mort va modifier la distribution statistique qui n'est alors plus une distribution de Poisson. Il est nécessaire d'en étudier les conséquences sur le calcul de la durée de vie et de son incertitude.

---

### IV.1 La sélection des événements

---

Grâce au système d'acquisition, nous disposons de tous les événements qui ont généré un signal électrique d'amplitude supérieure à 20 à 40 mV selon les voies. Un exemple de signal numérisé est donné sur la figure 56.

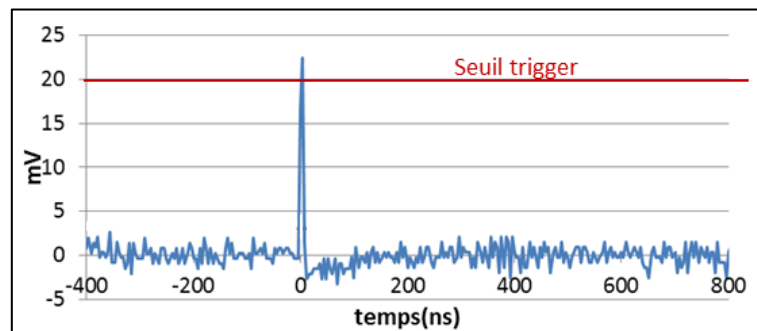


figure 56 : Signal électrique d'un événement déposant une faible énergie.

Nous avons vu que le MnM FASTER pouvait déclencher sur des post-impulsions des tubes photomultiplicateurs, sur des perturbations électriques dues aux appareils électroniques environnants, ou du bruit électronique puisque le seuil de déclenchement a été choisi relativement bas. L'analyse de données va permettre de sélectionner les données, en choisissant un seuil sur la charge de l'impulsion et un temps mort en toute connaissance de cause. Le seuillage enlèvera toutes les perturbations de petite amplitude. Le temps mort après une impulsion interdira le déclenchement sur toutes les perturbations qui arrivent de façon déterminée après une impulsion de décroissance  $\beta$ , comme par exemple les post-impulsions.



### IV.1.1 Rappel sur la notion de temps mort

L'impulsion électrique induite par la particule a une durée d'environ  $W_{tt} \approx 20$  ns. Lorsqu'une particule en suit une autre dans un intervalle de temps  $\Delta t$  inférieur à 20 ns, le système voit une simple impulsion comme l'illustre la figure 57. La charge de cet empilement est la somme des charges des impulsions primaires, et sa durée est égale à  $\Delta t + 20$  ns.

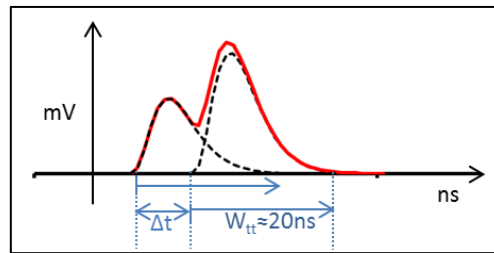


figure 57 : Empilement de deux impulsions : la durée de l'impulsion s'allonge. C'est un temps mort extensible.

Le système possède donc naturellement un temps mort de 20 ns, et puisque la durée de l'impulsion s'allonge, ce temps mort est dit extensible.

Il est possible de comparer l'erreur sur le comptage due aux empilements avec l'incertitude statistique sur ce comptage. Si chaque seconde ( $\Delta t = 1$  s),  $N_i$  événements sont décomptés, la probabilité d'empilements à débit constant est égal à :

$$p_e = 1 - e^{-w_{tt} \frac{N_i}{\Delta t}}$$

Chaque  $\Delta t$ , le nombre d'événements non détectés, puisqu'empilés, est donc égal à :

$$N_i \cdot \left(1 - e^{-w_{tt} \frac{N_i}{\Delta t}}\right)$$

Ce nombre est à comparer à l'incertitude statistque  $\sqrt{N_i}$  chaque  $\Delta t$ . La figure 58 représente l'évolution de ces deux quantités en fonction du temps, pour un débit initial d'événement de  $125 \cdot 10^3$  événements par seconde:

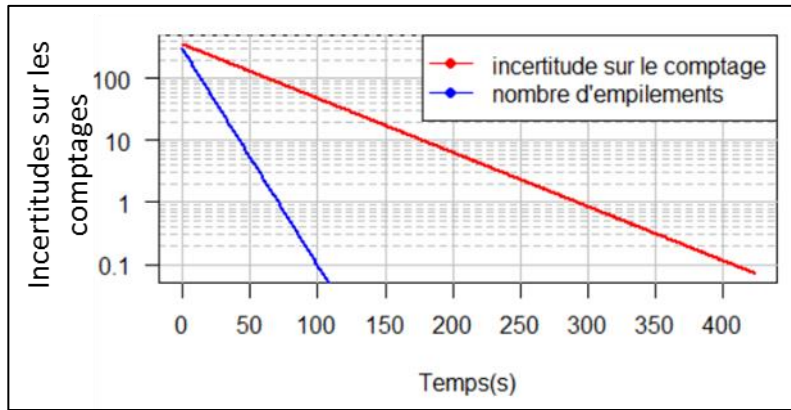


figure 58 : Nombre d'empilements et incertitude sur le comptage pour  $D0=125000cps$ ,  $\Delta t=1 s$  et  $w_{tt} = 20ns$ .

Dans ce cas de débit initial, le nombre d'empilements avoisine l'incertitude sur le comptage en début de déversement. Nous étudierons au chapitre VI.2.3, l'impact de cet empilement sur le calcul de la durée de vie.

Au-delà du temps mort intrinsèque de l'acquisition, nous sommes amenés à rajouter un temps mort bien déterminé en série, supérieur à celui du système, pour éviter de déclencher sur des post-impulsions des tubes photomultiplicateurs. Ce temps mort connu, nous pouvons alors procéder à une correction de temps mort, et ainsi déterminer la durée de vie, sans biais lié au temps mort.

Il faut considérer deux types de temps mort, qui ont des conséquences différentes sur le comptage des événements :

- Le temps mort extensible ou paralysable  $eDT$  (figure 59) : Les particules sélectionnées sont arrivées au moins  $eDT$  après une autre particule (détectée mais pas forcément sélectionnée). Ainsi, à chaque fois qu'une particule est détectée, le temps mort s'allonge. Sur la figure 59, seul le premier et le dernier événement sont détectés.

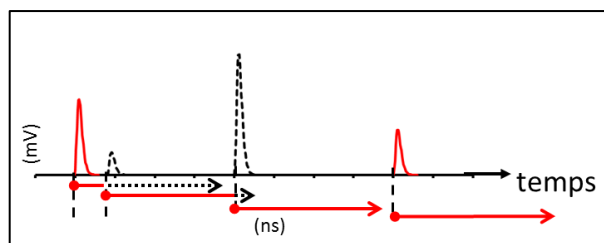


figure 59 : Temps mort extensible (flèche rouge). Seuls les événements en rouge sont détectés.

- Le temps mort non-extensible ou non-paralysable  $neDT$  (figure 60) : dès qu'une particule est détectée, la particule suivante sélectionnée sera celle qui arrivera au

moins  $neDT$  après la première détectée. Cette fois, le premier, le troisième et le dernier événement sont détectés. Le temps mort non-extensible élimine donc moins d'événements que le temps mort extensible.

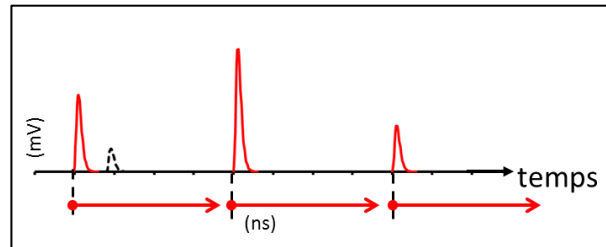


figure 60 : Temps mort non-extensible (flèche rouge).  
Seuls les événements en rouge sont détectés.

La raison du rajout d'un temps mort est de maîtriser les événements qui sont comptabilisés. Si nous savons, par exemple, qu'après une détection d'un  $\beta$ , sera engendré toute une série d'impulsions (à cause d'une mauvaise adaptation d'impédances de la voie électronique, des post-impulsions), il faut de préférence choisir un temps mort non-extensible qui l'englobera. Si nous savons, par contre, que l'électronique engendre un problème de ligne de base non négligeable, à chaque fois qu'elle détecte une impulsion, il vaut mieux choisir un temps mort extensible de la durée de ce problème.

## IV.1.2 Stratégie de sélection des événements

Chaque événement est doté de son information temps  $t_{trig}$  et charge  $Q_{tt}$  (cf. figure 49). Pour sélectionner les événements parmi le jeu d'événements  $\{e_i\}$ , nous commencerons par détecter toutes les données qui ont dépassé un seuil en charge  $Q_s$  que nous aurons déterminé à l'avance ( $Q_{tt} > Q_s$ ). Nous obtenons alors le nouveau jeu  $\{e_i\}_{Q_{tt} > Q_s}$

C'est simplement ensuite que nous sélectionnerons parmi  $\{e_i\}_{Q_{tt} > Q_s}$  les événements qui vérifient la condition « intervalle de temps entre deux événements supérieur au temps mort  $DT$  choisi », comme définie au paragraphe précédent. Nous obtenons alors les jeux de données  $\{\{e_i\}_{Q_{tt} > Q_s}\}_{\Delta t > neDT}$  ou  $\{\{e_i\}_{Q_{tt} > Q_s}\}_{\Delta t > eDT}$  suivant la nature du temps mort.

Dans ce document, nous effectuerons aussi une analyse des données en coïncidence. Soit  $\{e_{PM1\ i}\}$  et  $\{e_{PM2\ i}\}$  les événements vus en même temps par PM1 et PM2. En réalité, nous estimons que PM1 et PM2 voient les mêmes événements si la différence entre leur date d'arrivée, après resynchronisation des événements PM1 et PM2, est inférieure à 16 ns. La synchronisation des fichiers a permis, en effet, d'établir l'histogramme (figure 61) de la différence de temps entre les événements en coïncidence de PM1 et PM2 (cf Annexe I-1). Les

événements présentent la même date à  $\pm 8$  ns. D'où la fenêtre de synchronisation de 16 ns.

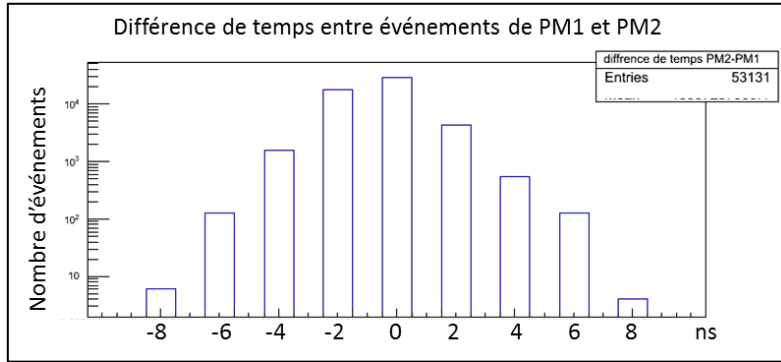


figure 61 : Histogramme des différences d'arrivées  $T_{PM1}-T_{PM2}$  des coïncidences trouvées, après synchronisation des fichiers

Soient  $e_{PM1 i}$  et  $e_{PM2 i}$ , deux événements en coïncidence, l'un provenant de PM1 et l'autre de PM2. Même s'ils proviennent de la même désintégration  $\beta$ , ils n'ont pas forcément généré la même amplitude de signal et donc  $Q_{tt}$  : l'implantation du  $^{19}\text{Ne}$  n'est pas forcément centrée sur la cible, les gains des PM ne sont pas forcément les mêmes. Pour pouvoir comparer les résultats en fonction du seuil en charge sélectionné, il convient alors de normaliser le gain moyen de chaque voie. Si  $Q_{s1}$  et  $Q_{s2}$  représentent les seuils corrigés de chaque voie ( $Q_{s1}=C_1.Q_s$ ,  $Q_{s2}=C_2.Q_s$ ), alors nous sélectionnons les données telles que  $\{e_{PM1 i}\}_{Q_{tt1}>Q_{s1} \ \& \ Q_{tt2}>Q_{s2}}$ . Nous avons d'ailleurs :

$$\{e_{PM1 i}\}_{Q_{tt1}>Q_{s1} \ \& \ Q_{tt2}>Q_{s2}} = \{e_{PM2 i}\}_{Q_{tt1}>Q_{s1} \ \& \ Q_{tt2}>Q_{s2}}$$

C'est simplement après que nous appliquerons un temps mort sur chaque jeu de donnée. Nous obtiendrons alors les ensembles des données suivantes, suivant le temps mort considéré.

$$\{\{e_{PM1 i}\}_{Q_{tt1}>Q_{s1} \ \& \ Q_{tt2}>Q_{s2}}\}_{\Delta t > n eDT} \text{ et } \{\{e_{PM1 i}\}_{Q_{tt1}>Q_{s1} \ \& \ Q_{tt2}>Q_{s2}}\}_{\Delta t > eDT}$$

---

## IV.2 Loi de probabilité et fonctions modèles

---

L'objectif des différents mesurages effectués est de calculer la mesurande - ici la durée de vie. La décroissance, au cours du temps, du nombre d'événements acquis chaque  $\Delta t$ , et le nombre d'événements en fonction de l'intervalle de temps  $\Delta \theta$  entre chaque événement dépendent de cette durée de vie.

La fonction modèle  $F$  du mesurage est une fonction mathématique qui lie la durée de vie avec le nombre d'événements. Si  $N_i$  représente le comptage pendant  $\Delta t$  au temps  $i\Delta t$ , alors  $N_i$  dépend, par l'intermédiaire de  $F$ , des paramètres d'influences  $p_1, p_2 \dots p_p$  et du temps, aux fluctuations statistiques près :

$$N_i \approx F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t)$$

Dans notre cas,  $p_1$ ,  $p_2$  et  $p_3$  représentent la durée de vie, le débit à l'origine, et le bruit de fond. Les fluctuations statistiques dépendent de la loi de probabilité que suivent les différents comptages  $N_i$  chaque  $\Delta t$ .

## IV.2.1 Loi de probabilité

---

Le nombre d'événement détectés dans chaque intervalle de temps  $i\Delta t$  suit une loi binomiale [34]. Ainsi, la probabilité de détecter  $N_i$  événements, parmi les  $N$  ions  $^{19}\text{Ne}$  déposés dans la cible vaut :

$$\text{prob}(N_i | F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t)) = \frac{N!}{N_i! (N - N_i)!} \pi_i^{N_i} (1 - \pi_i)^{N - N_i}$$

où  $\pi_i$  est la probabilité de détection :  $\pi_i = \frac{F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t)}{N}$

Cette probabilité  $\pi_i$  dépend donc des paramètres  $p_1, p_2, \dots, p_p$ , du pas de comptage  $\Delta t$ , mais aussi de l'efficacité de détection du dispositif expérimental et du seuil de détection.

Nous pouvons évaluer la valeur maximale de cette probabilité, au premier pas de comptage  $i\Delta t = 0$  s, pour un pas de comptage de  $\Delta t = 1$  s. Le nombre  $N$  d'ions implantés pendant 6,4 s, sachant que le débit faisceau est, pour les décroissances analysés, de  $2,3 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$  (cf. § III.3) permet d'établir qu'environ  $N=13 \cdot 10^6$  ions  $^{19}\text{Ne}$  ont été implantés dans la cible (cf. III-Eq.1). En sélectionnant par seuil en énergie les événements détectés, de façon à s'assurer qu'ils proviennent d'une décroissance  $\beta$ , nous verrons (cf. Annexe IV-1-1) que le comptage  $F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t = 0)$  est de l'ordre de  $12 \cdot 10^4$  événements détectés pendant la première seconde. De ce fait la probabilité  $\pi_0$  de détecter les événements est inférieure à 1%.

Pour définir les paramètres  $p_1, p_2, \dots, p_p$ , nous allons approximer la probabilité ci-dessus  $\text{prob}(N_i | F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t))$ , par une distribution de Poisson, d'usage plus aisé pour déterminer les paramètres  $p_1, p_2, \dots, p_p$ .

$$\text{prob}(N_i | F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t)) = \frac{F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t)^{N_i} e^{-F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t)}}{N_i!}$$

L'espérance et la variance sont égales à  $F(p_1, p_2, \dots, p_p, i\Delta t)$ . La variance sur le comptage est au plus surestimée, pour un pas de comptage de  $\Delta t = 1$  s, de 1% [35], par rapport à la variance vraie de la loi binomiale. De plus, lorsque le comptage inclut un temps mort, le

processus n'est plus poissonien, puisque la sélection d'un événement dépend de la date du précédent. Nous verrons les conséquences de ces écarts au modèle binomial, sur l'incertitude de l'estimation de la durée de vie, au paragraphe IV.3.4.

## IV.2.2 Fonctions modèles

---

Suivant la façon dont nous avons trié les données d'entrée, et le nombre d'événements étudiés, les fonctions modèles seront différentes. Ce paragraphe décrit par conséquent les différentes fonctions modèles qui seront utilisées dans la détermination de la durée de vie : celle du comptage d'événements par unité de temps, et celle du comptage d'événements par unité d'intervalle de temps.

### IV.2.2.1 Nombre d'événements par unité de temps

---

La loi exponentielle modélise les durées de vie sans mémoire. Ainsi, le débit  $D(t)$  de particules détectées serait, si le système ne comprenait pas de temps mort,  $D(t) = D_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$  où  $D_0$  est le débit à  $t = 0$  s, et  $\tau$  la durée de vie du noyau.

S'il existe un bruit de fond constant BG, le débit devient :

$$D(t) = D_0 e^{-\frac{t}{\tau}} + BG$$

Nous pouvons alors intégrer cette équation pour obtenir le comptage  $F(\tau, D_0, BG, i)$  entre  $t_i - \frac{\Delta t}{2}$  et  $t_i + \frac{\Delta t}{2}$ , avec  $t_i = \frac{\Delta t}{2} + i\Delta t$  :

$$F(\tau, D_0, BG, i) = \int_{t_i - \frac{\Delta t}{2}}^{t_i + \frac{\Delta t}{2}} D(t) dt$$

Soit

$$F(\tau, D_0, BG, i) = D_0 \cdot 2\tau \cdot e^{-\frac{i\Delta t}{\tau}} \sinh\left(\frac{\Delta t}{2\tau}\right) + BG \cdot \Delta t \quad \text{IV-Eq.1.}$$

En présence de temps mort, le débit apparent n'est plus le même, comme l'ont modélisé E. J. Axton & T. B. Ryves [36] en 1963, puis A. P. Baerg [37] en 1973. Pour un temps mort non extensible  $neDT$ , le débit apparent devient :

$$D_{neDT}(t) = \frac{D(t)}{1 + neDT \cdot D(t)}$$

$$F_{neDT}(\tau, D_0, BG, t_i) = \int_{t_i - \frac{\Delta t}{2}}^{t_i + \frac{\Delta t}{2}} D_{neDT}(t) dt = \int_{D_0 e^{-\frac{t_i - \frac{\Delta t}{2}}{\tau} + BG}}^{D_0 e^{-\frac{t_i + \frac{\Delta t}{2}}{\tau} + BG}} \frac{\tau \cdot D}{(1 + neDT \cdot D) \cdot (D - BG)} dD$$

$$F_{neDT}(\tau, D_0, BG, i\Delta t) = \frac{BG \cdot \Delta t}{1 + neDT \cdot BG} + \frac{\tau}{neDT} \cdot \frac{1}{1 + neDT \cdot BG} \cdot \ln \left( \frac{1 + neDT \cdot \left( BG + D_0 \cdot e^{-\frac{i\Delta t - \frac{\Delta t}{2}}{\tau}} \right)}{1 + neDT \cdot \left( BG + D_0 \cdot e^{-\frac{i\Delta t + \frac{\Delta t}{2}}{\tau}} \right)} \right) \quad \text{IV-Eq.2}$$

Pour un temps mort extensible  $eDT$ , le débit apparent est :

$$D_{eDT}(t) = D(t) \cdot e^{-eDT \cdot D(t)}$$

Ce qui fait

$$F_{eDT}(\tau, D_0, BG, i\Delta t) = \int_{D_0 e^{-\frac{i\Delta t - \frac{\Delta t}{2}}{\tau} + BG}}^{D_0 e^{-\frac{i\Delta t + \frac{\Delta t}{2}}{\tau} + BG}} \frac{\tau \cdot D \cdot e^{-eDT \cdot D}}{(D - BG)} dD$$

$$F_{eDT}(\tau, D_0, BG, i\Delta t) = \tau \cdot e^{-eDT \cdot BG} \left[ \begin{aligned} & BG \cdot \left( \text{Ei} \left( -eDT \cdot D_0 \cdot e^{-\frac{i\Delta t - \frac{\Delta t}{2}}{\tau}} \right) - \text{Ei} \left( -eDT \cdot D_0 \cdot e^{-\frac{i\Delta t + \frac{\Delta t}{2}}{\tau}} \right) \right) \\ & - \frac{1}{eDT} \cdot \left( e^{-eDT \cdot D_0 \cdot e^{-\frac{i\Delta t - \frac{\Delta t}{2}}{\tau}}} - e^{-eDT \cdot D_0 \cdot e^{-\frac{i\Delta t + \frac{\Delta t}{2}}{\tau}}} \right) \end{aligned} \right] \quad \text{IV-Eq.3}$$

Ei est la fonction « Exponentielle intégrale ». Si nous utilisons cette fonction, elle nécessite l'emploi d'une bibliothèque spécifique dans les logiciels de programmation (bibliothèque « libMathMore » sous ROOT V5.34.36).

Nous avons donc établi les trois fonctions modèles des comptages en fonction du temps :

- lorsque les données ne sont pas affectées d'un temps mort (IV-Eq.1),
- lorsqu'est appliqué un temps mort non-extensible (IV-Eq.2),
- lorsqu'est appliqué un temps mort extensible (IV-Eq.3).

### IV.2.2.2 Nombre d'événements par unité d'intervalle de temps

Le modèle de la courbe du nombre d'événements par unité d'intervalle de temps peut être utile pour détecter les « mauvais » événements de notre expérience. Dans ce modèle, nous nous intéressons non plus au nombre d'événements détectés dans un intervalle de temps  $\left[t - \frac{\Delta t}{2}, t + \frac{\Delta t}{2}\right]$  donné au cours d'un déversement, mais au nombre d'événements pour lesquels la différence en temps avec l'événement précédent appartient à un intervalle  $\left[\theta - \frac{\Delta\theta}{2}, \theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right]$ . Alors que ce modèle est facilement calculable pour un débit constant, il en est tout autrement dès qu'il s'agit d'une désintégration mesurée avec un système avec temps mort. De nombreux instrumentalistes ont travaillé sur l'établissement de l'équation de distribution des intervalles de temps dès le début du XXème siècle ([38] J.W. Muller). Choi rappelle toutes les équations dans son article [39] en 2011 dans le domaine de Laplace. Nous avons besoin pour notre part de l'équation du modèle et non de la distribution. Nous nous contenterons donc ici de proposer le modèle dans le cas où le temps mort est nul ou considéré comme négligeable. Les calculs sont détaillés en Annexe II.

$$F(\theta) = H\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) - H\left(\theta - \frac{\Delta\theta}{2}\right) \quad \forall \theta = \frac{\Delta\theta}{2} + i\Delta\theta$$

$$H(\theta) = \tau \cdot e^{-BG \cdot \theta} \cdot \left[ \frac{e^{-D_e \cdot \theta} - e^{-D_0 \cdot \theta}}{\theta} + BG \cdot Ei(-D_0 \theta) - BG \cdot Ei(-D_e \theta) \right] \quad \text{IV-Eq.4.}$$

La figure 62 ci-dessous représente la modélisation d'un comptage par intervalle de temps, de désintégrations Monte-Carlo de durée de vie 25 s avec bruit de fond de 10 s<sup>-1</sup>. Le nombre total d'événements, si l'expérience était de durée infinie est de 3.10<sup>6</sup> événements. La durée de comptage de chaque expérience est de 17τ. Le résidu est normalisé et défini comme :

$$residu\left(\frac{\Delta\theta}{2} + i\Delta\theta\right) = \frac{F\left(\frac{\Delta\theta}{2} + i\Delta\theta\right) - N_i}{\sqrt{F\left(\frac{\Delta\theta}{2} + i\Delta\theta\right)}}$$



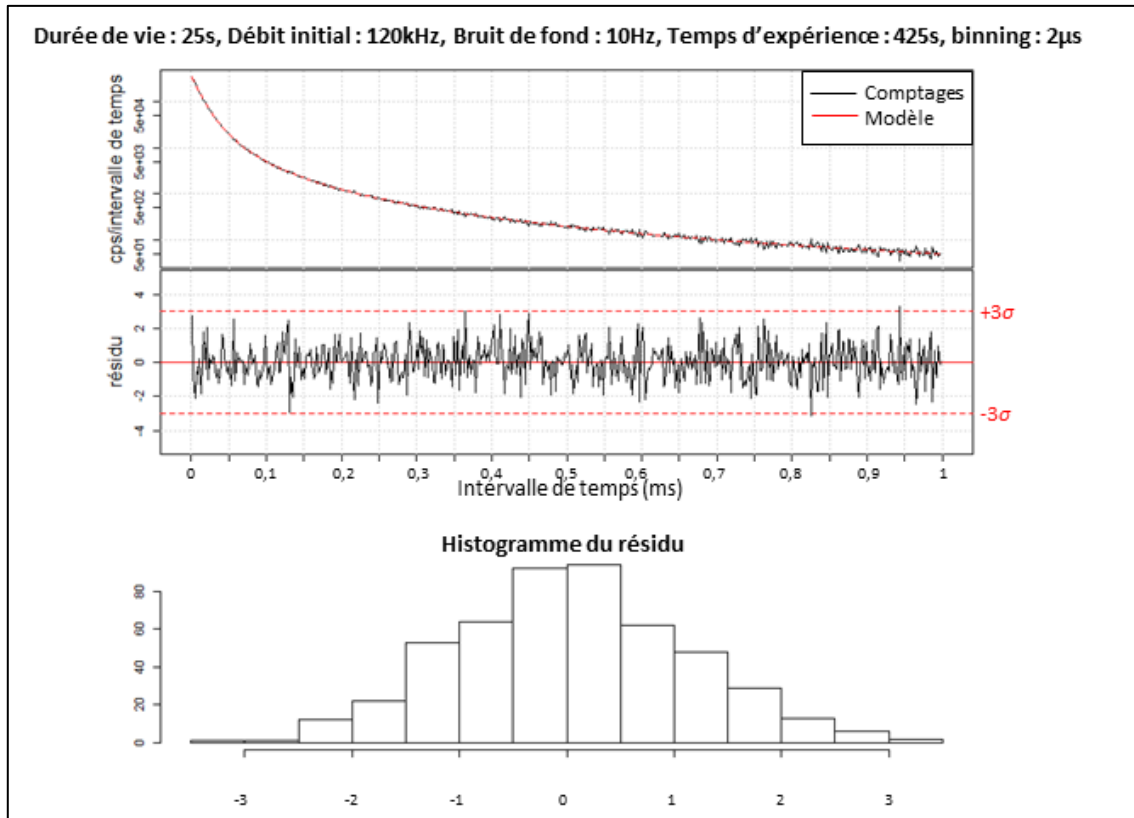


figure 62 : En haut : histogrammes des comptages par intervalle de temps d'une simulation Monte-Carlo telle que  $D_0 \cdot \tau = 3.10^6$ . En rouge, la courbe modèle associée. Au milieu : résidu normalisé. En bas : histogramme du résidu normalisé. Les écarts entre les comptages et la fonction modèle sont compris entre  $\pm 3\sigma$ .

Les simulations ont été réalisées avec le logiciel R (logiciel libre de traitement des données et d'analyse statistique, V3.3.1). Pour créer la liste des dates des événements  $\{t_i\}$ , rappelons que le moment d'arrivée d'une désintégration suit une loi exponentielle, tandis que l'intervalle de temps entre deux événements du bruit de fond suit une loi exponentielle. L'algorithme suivant peut, par exemple, être implémenté :

```
# initialisation
Ntot<-3.106
tau<-25
BG<-10
Texp<-17*tau
# Création des moments d'arrivée de la désintégration.
# Le générateur n'ayant pas la capacité d'avoir une résolution de 2 ns pour une
# durée de vie de 25 s, il est nécessaire de rajouter un bruit gaussien, de moyenne
# 0 et d'écart- type 50 ns, à la loi exponentielle
Ntot_<-rpois(1, Ntot)
decay <-rexp(Ntot_, 1/tau)+rnorm(Ntot_,0,50e-9)
# Création des moments d'arrivée du bruit de fond
BG<-cumsum (rexp(Texp*1.5*BG, BG))
# Concaténation des deux suites d'événements
Somme.decay.BG<-sort(c(decay,BG))
# Limitation des ti (date de l'événement) à la durée de l'expérience.
ti<- Somme.decay.BG [Somme.decay.BG < Texp]
```

Il est possible de considérer le temps mort négligeable pour  $DT \cdot D_0 \ll 1$ , ce qui sera

considéré comme être le cas, si nous ne considérons que le temps mort de 20 ns dû à la largeur d'impulsion. Cette équation nous servira à comparer les données expérimentales aux données théoriques, et ainsi vérifier la sélection des événements correspondant à la décroissance  $\beta$  et au bruit de fond.

---

## IV.3 Estimation des paramètres

---

Maintenant que nous connaissons les modèles mathématiques  $F(p_1, p_2, \dots, p_P, t_i)$  que suivent les différents comptages, il convient de comprendre comment trouver le meilleur jeu de paramètres  $p_1, p_2, \dots, p_P$  qui correspond aux mesures effectuées de comptage  $\{N_i\}$ .

### IV.3.1 La vraisemblance

---

La vraisemblance est la probabilité que les mesures  $\{N_i\} = \{N(t_i)\}$  soient décrites par le modèle  $F(p_1, p_2, \dots, p_P, t_i)$ . Le maximum de vraisemblance permet de trouver le jeu de paramètres  $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P)$  le plus probable, sachant les données  $\{N_i\}$  acquises.

Le théorème de Bayes nous indique que la probabilité d'avoir les paramètres  $p_k, p_1, p_2, \dots, p_P$  sachant les mesures  $\{N_i\}$  ( $prob(p_k, p_1, p_2, \dots, p_P | \{N_i\}, I)$ ) est reliée à la probabilité d'observer les mesures  $\{N_i\}$  à partir des paramètres  $p_k, p_1, p_2, \dots, p_P$  ( $prob(\{N_i\} | p_k, p_1, p_2, \dots, p_P, I)$ ) par l'équation suivante :

$$prob(p_k, p_1, p_2, \dots, p_P | \{N_i\}, I) = \frac{prob(\{N_i\} | p_k, p_1, p_2, \dots, p_P, I) \cdot prob(p_k, p_1, p_2, \dots, p_P | I)}{prob(\{N_i\} | I)} \quad \text{IV-Eq.5.}$$

avec :

- «  $I$  » représentant le modèle.
- $prob(p_k, p_1, p_2, \dots, p_P | I)$  la probabilité d'avoir  $(p_k, p_1, p_2, \dots, p_P)$ . Cette probabilité représente notre a priori. Nous ferons l'approximation que cet a priori est constant car les données sont nombreuses dans notre problème. ([7]p27)
- $prob(\{N_i\} | I)$  la probabilité d'avoir les  $\{N_i\}$ . Celle-ci est constante car elle ne dépend pas des paramètres  $(p_k, p_1, p_2, \dots, p_P)$ .

Nous pouvons conclure que :

$$prob(p_k, p_1, p_2, \dots, p_P | \{N_i\}, I) \propto prob(\{N_i\} | p_k, p_1, p_2, \dots, p_P, I)$$

Nous définissons alors la log-vraisemblance, plus pratique à utiliser, comme :

$$L(p_1, p_2, \dots, p_P) = \ln(\text{prob}(p_1, p_2, \dots, p_P | \{N_i\}))$$

$$L(p_1, p_2, \dots, p_P) = K + \ln(\text{prob}(\{N_i\} | p_1, p_2, \dots, p_P))$$

où  $K$  est constante et égale à :

$$K = \ln\left(\frac{\text{prob}(p_k, p_1, p_2, \dots, p_P)}{\text{prob}(\{N_i\})}\right)$$

Trouver le maximum de vraisemblance, revient à trouver le maximum de la log-vraisemblance, ou le minimum de « moins log-vraisemblance ». Nous pouvons faire un développement en série de Taylor au voisinage de la solution  $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P)$

$$-L(p_1, p_2, \dots, p_P) = -L(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P) - \sum_{k=1}^p (p_k - \pi_k) \frac{\partial L}{\partial p_k} - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^p (p_k - \pi_k)(p_l - \pi_l) \frac{\partial^2 L}{\partial p_k \partial p_l} + \dots$$

Nommons  $P$  le vecteur paramètres,  $\pi$  le vecteur solution,  $D$  le gradient de  $L$ , ainsi que  $H$  la matrice hessienne :

$$P = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_P \end{bmatrix}, \pi = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \vdots \\ \pi_P \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \frac{\partial L}{\partial p_1} \Big|_{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P} \\ \vdots \\ \frac{\partial L}{\partial p_P} \Big|_{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P} \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial p_1^2} \Big|_{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P} & \dots & \frac{\partial^2 L}{\partial p_1 \partial p_P} \Big|_{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 L}{\partial p_1 \partial p_P} \Big|_{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P} & \dots & \frac{\partial^2 L}{\partial p_P^2} \Big|_{\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P} \end{bmatrix}$$

En ignorant les termes d'ordre supérieur à 2, que nous allons considérer comme négligeables aux alentours de la solution  $(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_P)$ , nous avons :

$$-L(p_1, p_2, \dots, p_P) = -L(\pi) - {}^t D \cdot (P - \pi) + \frac{1}{2} {}^t (P - \pi) \cdot (-H) \cdot (P - \pi)$$

Comme le vecteur  $\pi$  minimise  $-L(p_1, p_2, \dots, p_P)$ , la figure multiparamétrique définie par celle-ci présente un minimum. Ceci implique que :

- le gradient  $D$  est forcément le vecteur nul au point  $\pi$ ,
- la matrice hessienne  $(-H)$  est dite définie positive. Cela signifie, entre autre, que  $H$  est inversible, et qu'elle admet des valeurs propres positives. L'équation  ${}^t (P - \pi) \cdot (-H) \cdot (P - \pi) = k$ , où  $k > 0$ , définit alors des courbes de niveau autour de  $\pi$ .

On appelle la matrice de covariance-variance la matrice :

$$Cov = -H^{-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{p_1}^2 & \dots & \sigma_{p_1 p_p}^2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{p_1 p_p}^2 & \dots & \sigma_{p_p}^2 \end{bmatrix}$$

La diagonale de cette matrice définit la variance – c'est-à-dire le carré des incertitudes – de chaque paramètres.

### IV.3.1.2 Cas d'une distribution de Poisson à deux paramètres ( $p_1, p_2$ )

Pour 2 paramètres, cette courbe  ${}^t(P - \pi) \cdot (-H) \cdot (P - \pi) = k$  est une ellipse. Et nous pouvons démontrer plus particulièrement que  ${}^t(P - \pi) \cdot (-H) \cdot (P - \pi) = 1$  est inscrite dans le rectangle  $ABCD$  tel que  $A\left(\frac{\pi_1 - \sigma_{p_1}}{\pi_2 + \sigma_{p_2}}\right), B\left(\frac{\pi_1 + \sigma_{p_1}}{\pi_2 + \sigma_{p_2}}\right), C\left(\frac{\pi_1 + \sigma_{p_1}}{\pi_2 - \sigma_{p_2}}\right), D\left(\frac{\pi_1 - \sigma_{p_1}}{\pi_2 - \sigma_{p_2}}\right)$ .

Pour illustrer ce propos, considérons l'exemple simple ci-dessous :

Les données  $\{Ni\}$  représentent le comptage par seconde d'une désintégration pendant  $T_{exp}=424$  s. Les paramètres de la décroissance sont la durée de vie  $p_1= \tau_0=24,9$  s, et le débit à l'origine  $p_2= D_0=150.10^3$  s<sup>-1</sup>. Nous cherchons à retrouver cette solution  $(\tau_0, D_0)$  en analysant les données  $\{Ni\}$ . Ces  $\{Ni\}$  suivent une loi de Poisson.

La fonction modèle  $F_i(\tau, D, i\Delta t)$  représente le nombre de désintégrations par seconde :

$$F_i(\tau, D, i\Delta t) = D_0 \cdot \tau \cdot e^{-\frac{i\Delta t}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right) \text{ mesurée entre } 0 \text{ et } n\Delta t \text{ où } \Delta t=1 \text{ s}$$

Le nombre d'événements comptés est:  $N_{exp} \approx D_0 \cdot \tau_0 = 3\,735\,000$  événements

L'écart-type sur la mesure de  $\tau_0$  de ([7] p17):  $\sigma_{\tau_0} = \frac{\tau_0}{\sqrt{N_{exp}-2}} = 0.013s$

Et puisque  $D_0 = \frac{N_{exp}}{\tau_0}$ , nous avons :  $\sigma_{D_0} = \sqrt{\frac{D_0}{\tau_0} \cdot \left(1 + \frac{D_0}{\tau_0} \sigma_{\tau_0}^2\right)} = 110$  événements.

Le rectangle  $ABCD$  est définie par:  $A\left(\frac{24,887}{150110}\right), B\left(\frac{24,913}{150110}\right), C\left(\frac{24,913}{149890}\right), D\left(\frac{24,887}{149890}\right)$

La figure 63 représente « moins la log-vraisemblance ». Comme les  $\{Ni\}$  suivent une loi de poisson, nous avons :

$$prob(N_i|F_i(\tau, D, i\Delta t)) = \frac{F_i(\tau, D, i\Delta t)^{N_i} e^{-F_i(\tau, D, i\Delta t)}}{N_i!}$$

et  $L = -\sum_{i=1}^n \ln(N_i!) + \sum_{i=1}^n \left(N_i \cdot \ln(F_i(\tau, D, i\Delta t)) - F_i(\tau, D, i\Delta t)\right)$

Cette fonction est alors calculée grâce au logiciel R, ainsi que ses lignes de niveau autour de son minimum. La ligne de niveau +0,5, décrite par l'ellipse  $t(P - \pi) \cdot (-H) \cdot (P - \pi) = 1$  est bien inscrite dans le rectangle  $ABCD$ .

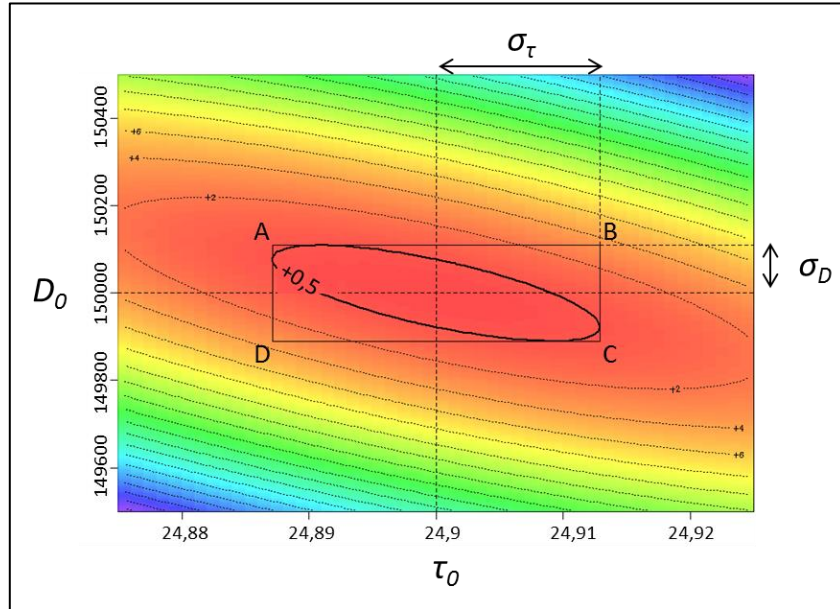


figure 63 : Moins Log-vraisemblance  $-L$ , et ses lignes de niveau. Logiciel R.

Lorsque les paramètres  $\tau_0$  et  $D_0$  sont respectivement choisis à  $\pm\sigma_{\tau_0}$  et  $\pm\sigma_{D_0}$  près, la probabilité pour que les comptages soient décrits par la fonction modèle est supérieure à 60% ( $= e^{-0,5}$ ).

### IV.3.1.3 Cas d'une distribution avec temps mort à 3 paramètres

Dans notre analyse de durée de vie, nous allons considérer trois paramètres : la durée de vie  $\tau$ , le débit initial  $D_0$ , et le bruit de fond  $BG$ . Si nous ne rajoutons pas de temps mort, cette décroissance obéit à une loi de Poisson, la vraisemblance sera de la forme :

$$-L = \sum_{i=1}^n \ln(N_i!) + \sum_{i=1}^n \left( F_i(p_1, p_2, p_3, i\Delta t) - N_i \cdot \ln(F_i(p_1, p_2, p_3, i\Delta t)) \right)$$

avec  $p_1 = \tau$  la durée de vie,  $p_2 = D_0$  le débit à  $i\Delta t = 0$  et  $p_3 = BG$  le bruit de fond.

S. Baker et R.D. Cousins [40] ont défini le  $\chi^2$  suivant, lorsque  $N_i$  est grand :

$$\chi^2_{Baker\&Cousins} = 2 \left[ \sum_{i=1}^n (N_i \cdot \ln(N_i) - N_i) + \sum_{i=1}^n \left( F_i(p_1, p_2, p_3, i\Delta t) - N_i \cdot \ln(F_i(p_1, p_2, p_3, i\Delta t)) \right) \right]$$

Il faut effectivement remarquer qu'ils ont utilisé l'approximation de Stirling pour les  $N_i$  suffisamment grand, i.e.:

$$\ln(N_i!) = N_i \cdot \ln(N_i) - N_i$$

Dans tous les cas, chercher le minimum de  $-L$  ou de  $\chi^2_{Baker\&Cousins}$  est équivalent puisque  $\ln(N_i!)$  ou son approximation  $N_i \cdot \ln(N_i) - N_i$  est un terme constant par rapport aux trois variables  $(p_1, p_2, p_3) = (\tau, D_0, BG)$ .

$$\frac{\partial(-L)}{\partial p_k} = \frac{1}{2} \frac{\partial(\chi^2_{Baker\&Cousins})}{\partial p_k} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial p_k} \cdot \left(1 - \frac{N_i}{F_i}\right)$$

$$\frac{\partial(-L)^2}{\partial p_k \partial p_l} = \frac{1}{2} \frac{\partial(\chi^2_{Baker\&Cousins})^2}{\partial p_k \partial p_l} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial F_i}{\partial p_k} \cdot \frac{\partial F_i}{\partial p_l} \cdot \frac{N_i}{F_i^2} + \frac{\partial F_i^2}{\partial p_k \partial p_l} \cdot \left(1 - \frac{N_i}{F_i}\right)$$

Lorsqu'il nous faut utiliser un temps mort, le comptage ne suit plus une loi de Poisson, puisque le comptage d'un événement dépend du comptage de l'événement précédent. Cependant, pour trouver la durée de vie, nous utilisons cette vraisemblance, avec  $N_i$  égal au comptage mesuré avec temps mort et  $F_i(p_1, p_2, p_3, t)$  la fonction modèle associée, définie dans les paragraphes précédents. Nous étudierons au paragraphe IV.3.4 l'erreur que cela apporte sur le calcul de la durée de vie et son incertitude.

### IV.3.2 Test d'hypothèse. Loi du khi<sup>2</sup>

---

Une fois le jeu de paramètres  $(\pi_1, \pi_2, \pi_3)$  maximisant la vraisemblance trouvée, il est utile de vérifier la première hypothèse que nous avons faite pour trouver ces paramètres, à savoir que les données acquises suivent bien la fonction modèle utilisée  $F_i(p_1, p_2, p_3, i\Delta t)$ .

Dans ce cas le résidu normalisé est défini par :

$$résidu(i\Delta t) = \frac{F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t) - N_i}{\sigma_{F_i}} \quad \text{où } \sigma_{F_i} = \sqrt{F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t)} \quad \text{IV-Eq.6.}$$

S'il n'y avait pas d'incertitude sur les  $\{N_i\}$ , alors le résidu serait nul en tout point. La distribution de  $N_i$  autour des  $F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t)$ , est considérée comme suivant une loi de Poisson, et quand les  $N_i$  sont grands, la loi de Poisson est comparable à la loi normale. Donc :

- 68% des différences  $F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t) - N_i$  sont inférieures à  $\sigma_{F_i}$

- 95% des différences  $F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t) - N_i$  sont inférieures à  $2\sigma_{F_i}$
- 99,7% des différences  $F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t) - N_i$  sont inférieures à  $3\sigma_{F_i}$

Le  $\chi^2$  est défini comme la somme-carrée des résidus. Deux sortes de  $\chi^2$  sont utilisés : le  $\chi^2_{Pearson}$  et le  $\chi^2_{Neyman}$  :

- $\chi^2_{Pearson} = \sum_{i=1}^{i=n} \left( \frac{F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t) - N_i}{\sigma_{F_i}} \right)^2$
- $\chi^2_{Neyman} = \sum_{i=1}^{i=n} \left( \frac{F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t) - N_i}{\sigma_{N_i}} \right)^2$  avec  $\sigma_{N_i}^2 = N_i$ .

Ces deux  $\chi^2$  sont utilisés comme fonctions de coût dans les algorithmes d'ajustement pour des distributions normales. L'inconvénient du  $\chi^2_{Pearson}$  est d'avoir une dépendance aux paramètres au dénominateur, ce qui rend le problème non linéaire. Le  $\chi^2_{Neyman}$  est une bonne alternative lorsque  $N_i$  est suffisamment grand. Dans le cas contraire, le résultat de l'ajustement est biaisé [41]. Nous utiliserons, dans ce document, le  $\chi^2_{Pearson}$ .

Le cas idéal est que  $\chi^2_{Pearson}$  soit le plus petit possible, mais du fait des incertitudes sur  $N_i$ , le  $\chi^2_{Pearson}$  suit la loi du  $\chi^2$ , dont la densité de probabilité est définie par

$$ddp(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{\frac{k}{2}-1} \cdot e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{2^{\frac{k}{2}} \cdot \Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}$$

où  $k$  est le nombre de degrés de liberté. Il est égal au nombre de pas  $n$  de l'histogramme des comptages en fonction du temps moins le nombre de paramètres  $\pi$  (ici égal à 3).

La  $p$ -value est définie comme :

$$p\text{-value} = 1 - \int_0^{\chi^2} ddp(x) dx$$

Elle permet de définir si notre modèle a des chances d'être bon : si le  $\chi^2$  est faible, toutes les différences  $\left| \frac{F_i(\pi_1, \pi_2, \pi_3, i\Delta t) - N_i}{\sigma_{F_i}} \right|$  sont faibles et le modèle a des chances d'être le bon. En général, lorsque la  $p$ -value est inférieure à 5%, il est considéré qu'il y a de grandes chances que le modèle soit inadapté.

Dans notre cas, si notre histogramme des comptages comprend 424 pas de 1 s, et

sachant que nous cherchons à déterminer trois paramètres  $\tau$ ,  $D_0$  et  $BG$ , le nombre de degrés de liberté est  $k=421$ . La densité de probabilité et la  $p$ -value sont représentées sur la figure 64:

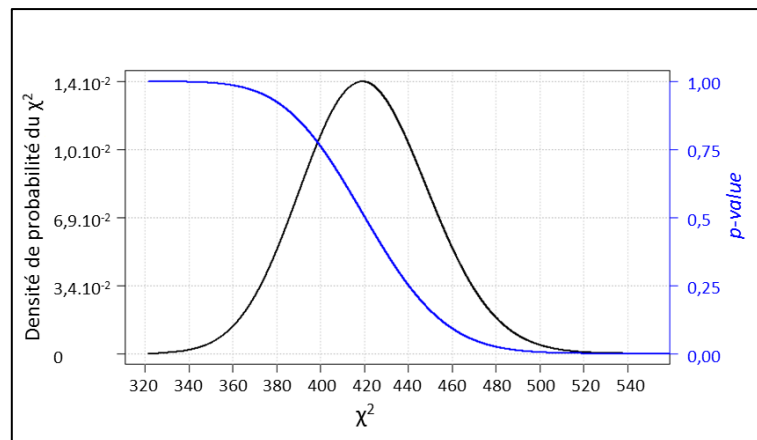


figure 64 : densité de probabilité pour 421 degrés de liberté et la  $p$ -value associée

Le fait d'avoir un  $\chi^2_{Pearson}$  bien positionné (c'est-à-dire égale à sa valeur la plus probable), ou une  $p$ -value autour de 0,5 permet simplement d'affirmer que le modèle a des chances d'être bon. C'est une condition nécessaire mais non suffisante : il est nécessaire qu'en moyenne, le résidu soit centré sur 0. Par exemple, sur la figure 65, les  $\chi^2_{Pearson}$  sont identiques, mais il est clair que le modèle qui a amené au résidu 2 n'est pas adéquat.

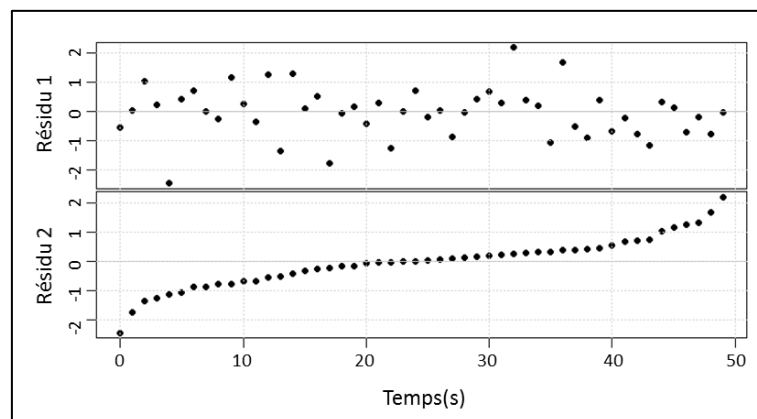


figure 65 : résidu avec le même  $\chi^2_{Pearson}$ . Le résidu 2 révèle une dérive temporelle.

Aussi, dans ce document, nous allons toujours vérifier au moyen du résidu, la concordance entre nos données et la fonction modèle associée.

### IV.3.3 Composition des estimations d'un paramètre et de ses incertitudes

Pour chaque déversement  $i$  effectué, nous disposons de la valeur du paramètre  $\pi_i$  et son



incertitude  $\sigma_{\pi_i}$  qui maximise la vraisemblance  $L_i$ . Si nous possédons  $N$  déversements, indépendants les uns des autres, nous aurons  $N$  mesures  $\pi_i$  dont l'incertitude  $\sigma_{\pi_i}$  a dépendu du débit initial de la décroissance. Le débit du faisceau GANIL n'étant pas parfaitement stable dans le temps (cf. [18], figure 1), le nombre d'ions implantés, donc le débit initial, diffère selon les décroissances. Comment alors combiner toutes les mesures indépendantes de  $\pi_i$  acquises avec des incertitudes différentes?

D.S. Sivia démontre dans son livre « Data Analysis, A Bayesian tutorial » [42] que la meilleure estimation du paramètre  $\pi$  est donnée par :

$$\pi = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{\pi_i}{\sigma_{\pi_i}^2}}{\sum_{i=1}^{i=N} \frac{1}{\sigma_{\pi_i}^2}} \quad \text{IV-Eq.7.}$$

et l'incertitude sur cette estimation est :

$$\sigma_{\pi} = \left( \sum_{i=1}^{i=N} \frac{1}{\sigma_{\pi_i}^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{IV-Eq.8.}$$

Nous remarquons que, lorsque les incertitudes sont identiques, nous retrouvons le résultat bien connu où  $\pi$  est la moyenne des  $\pi_i$  ( $\pi = (\sum_{i=1}^{i=N} \pi_i)/N$ ) et l'incertitude  $\sigma_{\pi}$  globale est  $\sqrt{N}$  fois plus petite que  $\sigma_{\pi_i}$  ( $\sigma_{\pi} = \sigma_{\pi_i}/\sqrt{N}$ ).

### IV.3.4 Les méthodes d'ajustement

---

Les méthodes d'ajustement sont des algorithmes mathématiques qui permettent de trouver les paramètres qui minimisent une fonction de coût. Nous allons comparer les réponses à des simulations Monte-Carlo de trois fonctions d'ajustement différentes :

- La fonction « nlm » du logiciel R (V3.3.1): elle utilise la méthode de Newton.
- La fonction d'ajustement « Fit » fournie par Root V5.34.36 (CERN) avec l'option « L » pour minimiser le  $\chi^2_{Baker\&Cousins}$ . Elle utilise Minuit créé par F.James et M.Roos [43], où la minimisation est généralement faite avec Migrad, qui utilise la méthode de quasi-Newton.
- L'algorithme de Levenberg-Marquardt (noté « LM ») avec comme fonction de coût la vraisemblance  $L$  ou le  $\chi^2_{Baker\&Cousins}$ . L'algorithme, que j'ai adapté, est basé sur celui présenté dans le « Numerical Recipes in C » [44], qui pour sa part

minimise le  $\chi^2_{Neyman}$ . Cet algorithme est préférentiellement utilisé par ceux qui mesurent les durées de vie.

Comparer les méthodes d'ajustement consiste à vérifier deux points :

1. La valeur de la durée de vie  $\tau$  estimée par la méthode d'ajustement est-elle juste ou biaisée? Nous allons étudier 1000 déversements établis dans des conditions identiques. Dans ce cas, l'estimation expérimentale de la durée de vie est la moyenne des durées de vie  $\tau_i$  de la décroissance  $i$ :

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^{i=1000} \tau_i}{1000} \quad \text{IV-Eq.9.}$$

Si la valeur vraie de la durée de vie est  $\tau_0$ , alors le biais est égal à  $\tau - \tau_0$ . Le biais relatif est défini par :

$$\text{biais relatif} = \frac{\tau - \tau_0}{\tau_0} \quad \text{IV-Eq.10.}$$

2. L'incertitude sur cette estimation est-elle conforme à celle attendue? L'incertitude attendue est l'écart-type expérimental de la moyenne défini pour 1000 déversements :

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{1}{1000} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=1000} (\tau_i - \tau)^2}{999}} \quad \text{IV-Eq.11.}$$

Elle est à comparer à l'incertitude calculée à partir de l'équation IV-Eq.8, qui représente l'incertitude calculée par l'algorithme.

Comme nous avons défini le biais relatif, nous pouvons aussi définir l'incertitude relative :

$$\text{Incertitude relative} = \frac{\sigma_\tau}{\tau_0} \quad \text{IV-Eq.12.}$$

Pour tester ces deux points, nous avons simulé, sous ROOT, 1000 déversements possédant les caractéristiques de notre problème : l'analyse d'une désintégration de  $N_{tot}=3,2.10^6$  ions s'effectue pendant 424 s. La durée de vie appliquée est de  $\tau_0=24,9$  s. Le débit de bruit de fond est de  $10 \text{ s}^{-1}$ . A chaque événement est affectée une charge, pris aléatoirement suivant les densités de probabilité associés aux spectres en charge des  $\beta$  et du bruit de fond (fonction « ->GetRandom() »). Ces spectres seront présentés au chapitre V.1.2 figure 77. Afin de tenir compte du temps mort extensible intrinsèque de notre acquisition, nous affectons à chaque événement créé une durée de 20 ns. Si la différence de temps entre deux impulsions est

inférieure à 20 ns, alors ces deux impulsions ne feront plus qu'une, et sa charge sera la somme des deux premières. Cette simulation ressemble beaucoup à notre expérience, mais elle ne prend pas en compte certains facteurs comme les post-impulsions par exemple.

Nous construisons ensuite, à partir de ces jeux de données, les histogrammes des taux de comptages (424 s avec un pas de 1 s), en sélectionnant les événements supérieurs à un seuil en charge, et en imposant un temps mort non-extensible après chaque événement. Chaque algorithme utilise donc exactement les mêmes histogrammes des comptages.

Nous allons d'abord étudier les biais relatifs suivant la méthode d'ajustement. Sur la figure 66, sont positionnés les biais relatifs, pour chaque algorithme d'ajustement, entourés de leurs incertitudes relatives:

- en fonction du temps mort utilisé
- en fonction du rapport entre le débit de bruit de fond et du nombre total d'ions implantés  $\frac{BG}{N_{tot}}$ . Ce rapport dépend du seuil en charge. Pour  $\frac{BG}{N_{tot}} = 3 \cdot 10^{-6} s^{-1}$ , nous avons  $BG=10 s^{-1}$  et  $N_{tot}=3,2 \cdot 10^6$ .

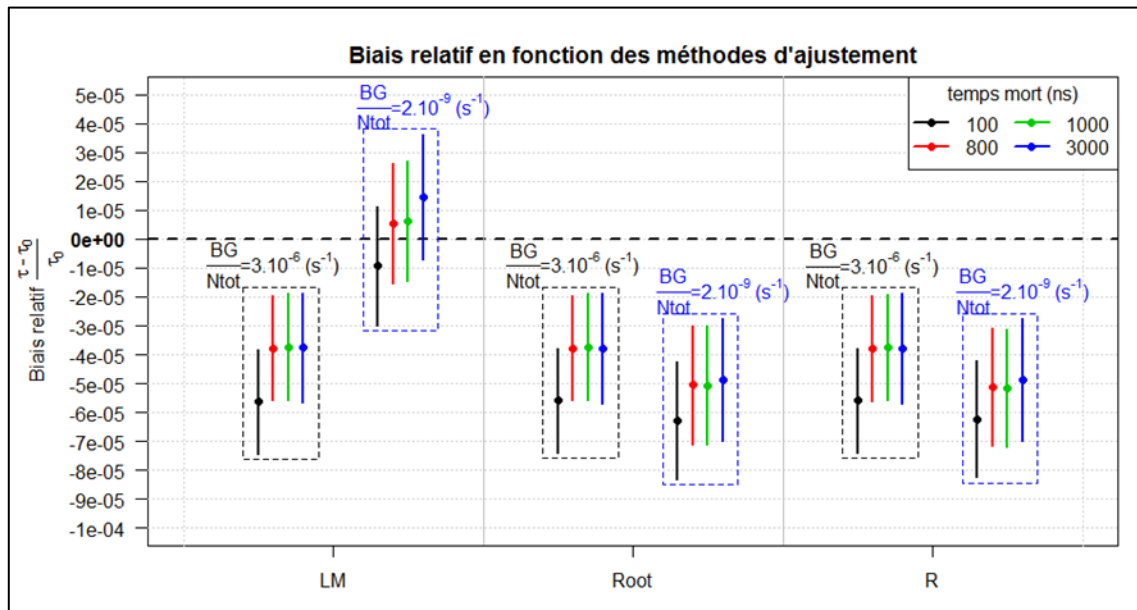


figure 66 : Comparaison des biais relatif suivant les algorithmes d'ajustement. Le même jeu de données a été utilisé avec des seuils en charge, des temps morts et des algorithmes d'ajustement différents

Ainsi, alors que les algorithmes d'ajustement sont tous équivalents en présence d'un bruit de fond (boîte noire  $\frac{BG}{N_{tot}} = 3 \cdot 10^{-6} s^{-1}$ ), avec un biais relatif  $(\frac{\tau-24,9}{24,9})$  sur la mesure de la durée de vie de l'ordre de  $-4,5 \cdot 10^{-5}$ , l'algorithme de Levenberg-Marquardt semble meilleur pour un bruit de fond pratiquement nul (boîte bleue  $\frac{BG}{N_{tot}} = 2 \cdot 10^{-9} s^{-1}$ ) avec un biais inférieur à

l'incertitude relative, quel que soit le temps mort. Le tableau 5 suivant récapitule les résultats numériques lorsque nous choisissons les déversements mesurés avec  $\frac{BG}{N_{tot}} = 2 \cdot 10^{-9} s^{-1}$  (boite bleue) et un temps mort de 1000 ns (en vert).

Algorithme	Levenberg-Marquardt	Root	R
Durée de vie $\tau(\sigma_\tau)$ (IV-Eq.9 et IV-Eq.11)	24,9002(5) s	24,8987(5) s	24,8987(5) s
Biais $\tau - \tau_0$ (s)	0,15 ms	1,3 ms	1,3 ms
Biais relatif $\frac{\tau - \tau_0}{\tau_0}$	$6 \cdot 10^{-6}$	$5.1 \cdot 10^{-5}$	$5.1 \cdot 10^{-5}$
Incertitude relative ( $\sigma_\tau / \tau$ )	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$

tableau 5 : Mesure des biais et incertitude relatives, suivant l'algorithme d'ajustement (temps mort de 1  $\mu s$  et  $\frac{BG}{N_{tot}} = 2 \cdot 10^{-9} s^{-1}$ )

Analysons maintenant les incertitudes. Nous remarquons sur le tableau 5 ci-dessus que l'écart-type expérimental de la moyenne est le même quel que soit l'algorithme d'ajustement ( $\sigma_{\tau_{exp}} = 0,5 ms$ ). Pour un jeu de 1000 déversements donnés (même temps mort, même  $\frac{BG}{N_{tot}}$ ), les incertitudes expérimentales sont, en fait, un peu différentes suivant les algorithmes d'ajustement :

- La différence relative entre ROOT et R est inférieure à 0,25%
- La différence entre ROOT/R et LM est inférieure à 2,5%

Nous allons considérer ces incertitudes expérimentales (définies par l'équation IV-Eq.11) comme les incertitudes dites de « référence » et les comparer aux incertitudes  $\sigma_{\tau_{fitter}}$  obtenues grâce à l'équation IV-Eq.8 à partir des algorithmes d'ajustement. La figure 67 donne les écarts relatifs entre les deux incertitudes  $\left( \frac{|\sigma_{\tau_{fitter}} - \sigma_{\tau_{exp}}|}{\sigma_{\tau_{exp}}} \right)$  en fonction des algorithmes, du bruit et du temps mort utilisé.

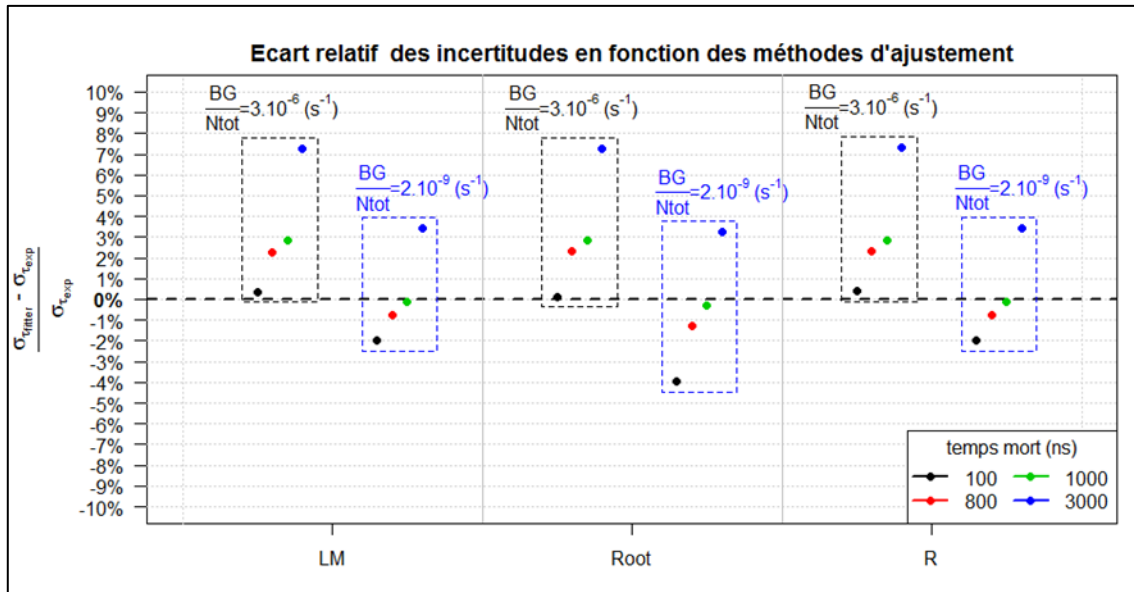


figure 67 : Comparaison des écarts relatifs des incertitudes suivant les algorithmes d'ajustement.

Nous remarquons qu'à bruit de fond donné, ces écarts dépendent du temps mort. Il augmente, lorsque le temps mort augmente. Mais, dans les conditions de l'expérience, cet écart dépend pratiquement autant du rapport  $\frac{BG}{N_{tot}}$  : la différence est comprise entre 2 et 4% suivant le niveau de bruit, à temps mort donné. Nous retiendrons, cependant, que pour un temps mort de 1  $\mu$ s, cet écart relatif est inférieur à 3%.

Le fait d'utiliser une vraisemblance de Poisson, alors que notre distribution n'est pas Poissonienne, a donc une incidence sur l'incertitude sur la durée de vie calculée par l'algorithme d'ajustement, mais cette incidence est du même ordre de grandeur que celle induite par le bruit de fond.

A priori, l'algorithme de Levenberg-Marquardt semble meilleur en terme de justesse pour notre expérience, dans le cas où  $\frac{BG}{N_{tot}}$  est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-9} s^{-1}$ . Néanmoins conclure sur un seul résultat n'est pas suffisant. Nous allons donc étudier la réponse de ces algorithmes en fonction du bruit de fond, mais aussi de la durée de la décroissance et du pas de l'histogramme des comptages.

#### IV.3.4.2 Dépendance au bruit de fond

##### a Nombre d'ions constant, temps d'expérience constant

La simulation suivante cherche à établir l'effet de bruit de fond sur le biais relatif, en fonction des algorithmes. Cette fois,  $N_{tot}=3,2 \cdot 10^6$  événements par déversement sont générés par

le logiciel R. Le déversement dure 600 s, la durée de vie vaut 25 s. Différentes valeurs de bruit de fond  $BG$  viennent se rajouter à cette décroissance  $\beta$ .

$$\frac{BG}{N_{tot}} \in \{0s^{-1}, 10^{-8}s^{-1}, 5 \cdot 10^{-8}s^{-1}, 10^{-7}s^{-1}, 5 \cdot 10^{-7}s^{-1}, 10^{-6}s^{-1}, 2 \cdot 10^{-6}s^{-1}\}$$

Deux cas seront étudiés :

- Les déversements ne sont altérés par aucun temps mort.
- Les événements générés sont sélectionnés en utilisant deux temps morts en série : un temps mort extensible de 20 ns suivi d'un temps mort non-extensible de 1  $\mu$ s. Cette simulation simule donc la durée de l'impulsion  $W_{tt}$ , et donc l'erreur de comptage en cas d'empilement, mais elle ne prend pas en compte le fait que la charge empilée est la somme des charges des impulsions empilées.

Pour avoir une incertitude sur la mesure suffisamment petite pour conclure, nous simulons 1000 déversements par valeur de bruit étudiée, et par cas de temps mort étudié. Les déversements ne sont donc pas corrélés entre eux. Le pas des histogrammes des comptages est de  $\Delta t=1$  s. La durée de vie est obtenue en cherchant le maximum de vraisemblance. Celle-ci est une fonction des 3 paramètres  $(\tau, D_0, BG)$ , sauf pour le cas où  $\frac{BG}{N_{tot}} = 0s^{-1}$ , où elle n'est fonction que des 2 paramètres  $(\tau, D_0)$ .

La figure 68 ci-dessous présente les biais calculés selon  $\frac{BG}{N_{tot}}$ , et le temps mort utilisé.

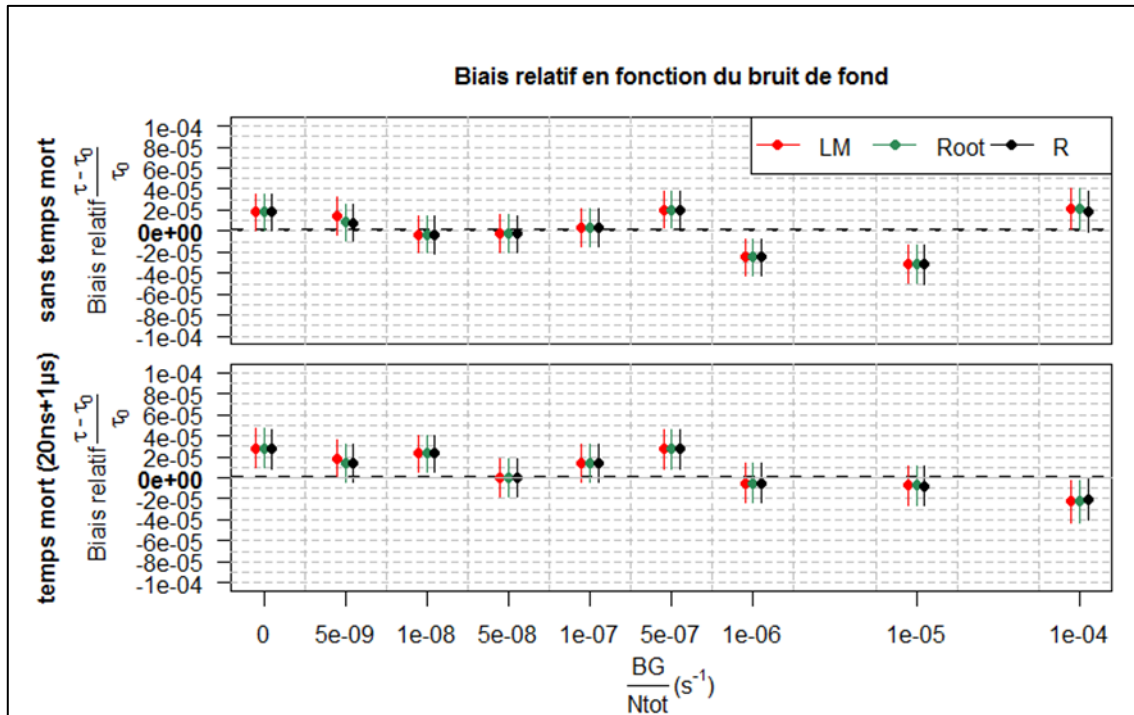


figure 68 : Comparaison des biais relatifs en fonction du bruit de fond, suivant l'algorithme d'ajustement utilisé.

Cette figure suscite deux commentaires :

- L'ajout d'un temps mort n'engendre pas de biais relatif.
- Cette simulation ne montre pas de différence notable entre les algorithmes d'ajustement, contrairement à celle générée lors des simulations ROOT. La différence entre les deux simulations est la gestion du spectre en charge. Dans la simulation R, les événements n'ont pas de charge. Dans celle de ROOT, le temps mort extensible de 20 ns, représentant la largeur de l'impulsion, modifie le spectre en charge dès qu'il y a un empilement. Le spectre en début de déversement est donc susceptible d'être différent du spectre en fin de déversement. Chaque estimation de la durée de vie est le résultat d'un comptage des événements qui ont dépassés un certain seuil. La forme du spectre en charge est par conséquent importante et peut générer des biais. L'effet de l'empilement sera étudié au chapitre VI.2.3.

## b Evolution en fonction du temps d'expérience

Les déversements de la simulation précédente duraient 600 s. Intuitivement, nous pouvons nous dire que, lorsqu'il y a du bruit de fond, il faut se laisser du temps pour le mesurer. L'objectif de la simulation suivante est d'établir s'il existe une durée minimale pour la mesure du temps de vie pour des déversements en présence de bruit de fond. Il s'agit de vérifier l'influence

du bruit de fond sur l'incertitude.

Les événements sont générés par R et la simulation a été effectuée sans temps mort. Puisque nous n'avons pas vu de différence notable entre les méthodes d'ajustement, nous étudierons les résultats calculés avec la fonction d'ajustement de R. Différentes valeurs de bruit de fond BG sont rajoutées à un déversement initial de décroissance  $\beta$  présentant une durée de vie 25 s :

$$\frac{BG}{N_{tot}} \in \{0s^{-1}, 10^{-8}s^{-1}, 5 \cdot 10^{-8}s^{-1}, 10^{-7}s^{-1}, 2 \cdot 10^{-7}s^{-1}, 5 \cdot 10^{-7}s^{-1}, 10^{-6} s^{-1}, 2 \cdot 10^{-6}s^{-1}\}$$

Différentes valeurs de  $N_{tot}$  ont également été testées, mais aucune influence n'a été trouvée. Nous présenterons donc les résultats des simulations pour un nombre d'ions implantés proche de notre expérience : le débit initial  $D_0$  est de l'ordre de  $125 \cdot 10^3$  donc  $N_{tot} = D_0 \cdot \tau = 3,125 \cdot 10^6$  ions implantés.

Les mesures des temps de vie ont été effectuées pour des décroissances dont la durée de mesure variait de  $T_{exp} = 3\tau$  à  $24\tau$ . Nous générons alors un déversement par temps d'expérience  $T_{exp}$  et bruit de fond. Nous avons, au préalable, vérifié que les variations de temps de mesure  $T_{exp}$  et bruit de fond n'engendraient pas de biais sur la mesure de la durée de vie.

Nous allons à présent comparer l'incertitude obtenue sur la mesure de la durée de vie avec l'incertitude statistique que nous aurions pour une expérience de durée infinie sans bruit de fond. Celle-ci représente l'incertitude minimale et est égale à  $\tau_0 / \sqrt{N_{tot}}$ . L'écart-type sur la mesure est toujours proportionnelle à  $\tau_0 / \sqrt{N_{tot}}$ , mais est dégradé suivant le temps d'expérience et le rapport  $BG/N_{tot}$  de la façon suivante :

$$\sigma = \frac{\tau_0}{\sqrt{N_{tot}}} R1 \left( \frac{BG}{N_{tot}}, T_{exp} \right) \text{ où } R1 \left( \frac{BG}{N_{tot}}, T_{exp} \right) = (1 + \text{dégradation}) \quad \text{IV-Eq.13.}$$

La dégradation est représentée par la figure 69.



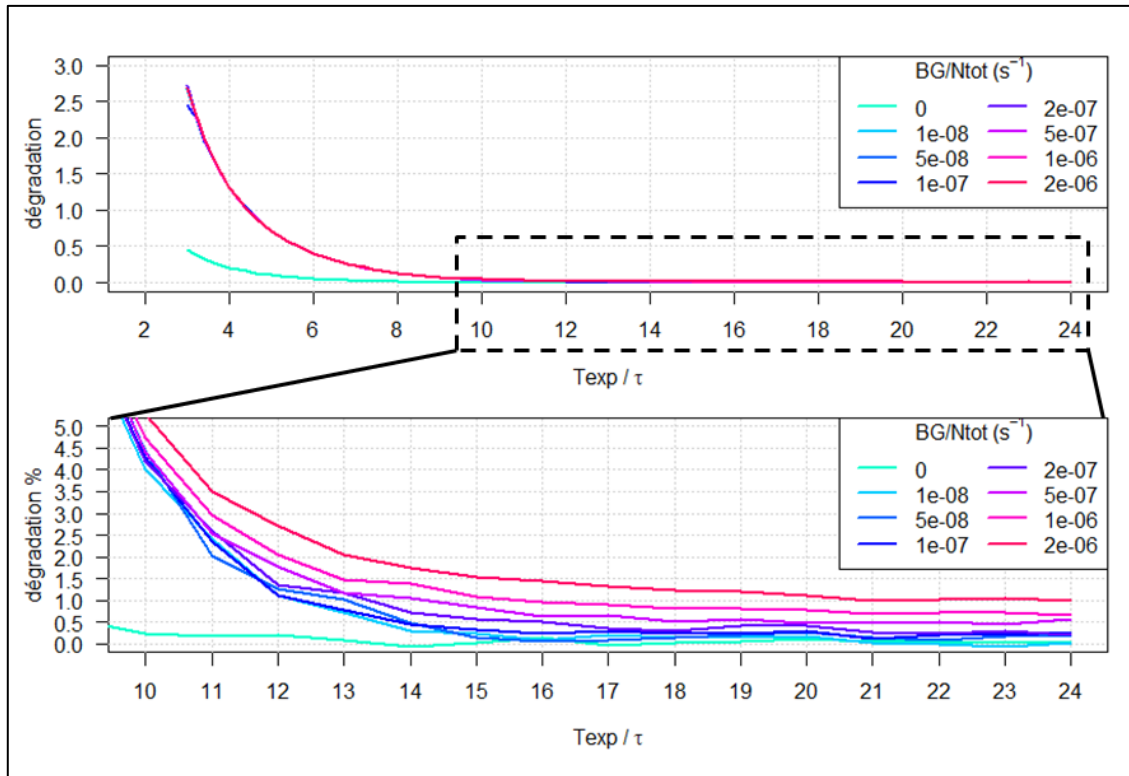


figure 69 : Dégradation de l'incertitude sur la mesure de la durée de vie, en fonction du bruit fond et du temps d'expérience.

Ainsi, nous remarquons que :

- En présence de bruit de fond, il faut au moins  $T_{exp}=15\tau=375$  s pour stabiliser l'incertitude.
- Il est préférable d'avoir un bruit de fond le plus petit possible. Cependant un bruit de fond de  $2.10^{-6}N_{tot}=6,25$  s<sup>-1</sup> dans les conditions de l'expérience ne dégrade l'incertitude que de 1,5%, si nous prenons la précaution de mesurer la durée de vie pendant au moins 375 s. Puisqu'un cycle de décroissance de notre expérience E658S dure 424 s, nous pouvons considérer alors que le bruit de fond n'a pas beaucoup d'influence sur l'incertitude de nos mesures.

#### IV.3.4.3 Dépendance au temps d'expérience et au pas de l'histogramme des comptages

Nous pouvons aussi étudier, par simulation Monte-Carlo, l'influence du pas  $\Delta t$  de l'histogramme du taux de comptage, ainsi que l'influence de la durée d'analyse  $T_{exp}$ , sur l'incertitude de l'estimation de la durée de vie. Les déversements ont été générés avec le logiciel R avec les conditions suivantes :

- Nombre total d'événements  $N_{tot}=5.10^6$

- Durée de vie  $\tau_0=25$  s
- Pas de bruit de fond, aucun temps mort.

Pour chaque déversement généré, nous faisons varier le temps d'expérience entre  $\tau_0$  et  $24 \tau_0$  (soit entre 25 s et 600 s), ainsi le pas  $\Delta t$  de l'histogramme du taux de comptage entre  $0,004 \tau_0$  et  $0,4 \tau_0$  (soit entre 100 ms et 10 s).

Comme précédemment, la différence entre les résultats selon la méthode d'ajustement utilisée (LM, ROOT, R) n'est pas significative. Nous présentons les résultats obtenus avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Après avoir vérifié que les variations de temps d'analyse  $T_{exp}$  et du pas  $\Delta t$  n'engendraient pas de biais sur la mesure de la durée de vie, nous étudions l'impact de ces deux paramètres sur l'écart-type. Comme au paragraphe précédent, l'écart-type sur la mesure est proportionnelle à  $\frac{\tau_0}{\sqrt{N_{tot}}}$ , mais est dégradé suivant le temps d'expérience et le pas de comptage de la façon suivante :

$$\sigma = \frac{\tau_0}{\sqrt{N_{tot}}} R2(\Delta t, T_{exp}) \text{ où } R2(\Delta t, T_{exp}) = (1 + \text{dégradation}) \quad \text{IV-Eq.14.}$$

La dégradation est représentée par la figure 70 :

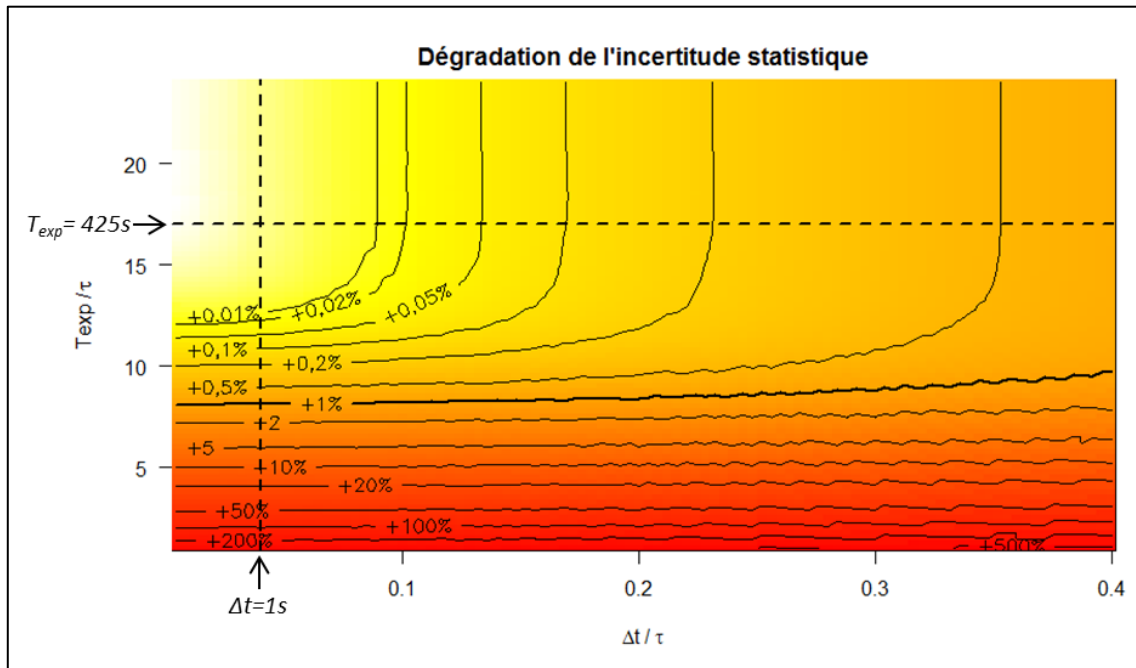


figure 70 : Dégradation  $R2_{\tau}(\Delta t, T_{exp}) - 1$  de l'incertitude statistique, quelle que soit la méthode d'ajustement utilisée.

Ainsi, que nous prenions un pas d'histogramme de comptages de 100 ms ou 10 s, la

dégradation de l'incertitude n'est plus significative (inférieure à 1%) dès que nous dépassons une durée d'analyse de  $10\tau$  soit 250 s. Dans notre expérience E658S, la durée d'un déversement avoisine les 425 s, pour un pas d'histogramme de 1 s : la dégradation sera inférieure à 0,01%.

#### IV.3.4.4 Le mode opératoire idéal

---

Durant une expérience, la durée pendant laquelle nous disposons du faisceau est limitée. Pour l'analyse décrite dans cette thèse, nous disposons d'un temps faisceau de 4 heures par cible.

Grâce aux études effectuées dans les paragraphes précédents, nous pouvons établir le meilleur mode opératoire pour la mesure de la durée de vie à  $\frac{\sigma}{\tau_0} = 10^{-4}$  près. Nous allons établir s'il vaut mieux privilégier, sur un temps d'expérience donné fixe, la durée d'un déversement, ou bien le nombre de déversements, sachant que :

- La durée de vie est de l'ordre de  $\tau_0=25$  s,
- Le temps de faisceau dont nous disposons par cible est de l'ordre de  $T_{faisceau} = 4$ h,
- La durée d'implantation dans la cible et le transfert de celle-ci devant les détecteurs durent environ  $T_{imp} = 35$  s,
- Le débit mesuré, pour que l'acquisition ne sature pas, est de l'ordre de 125000cps en début de déversements,
- Le bruit de fond moyen est de l'ordre de 0,6cps donc  $\frac{BG}{N_{tot}} = 2 \cdot 10^{-7}$ ,

Le nombre de déversements possibles est égal à  $N = \text{Ent}\left(\frac{T_{faisceau}}{T_{imp}+T_{exp}}\right)$ .

L'incertitude relative trouvée en fonction du temps d'expérience est donnée par l'équation ci-dessous :

$$\frac{\sigma}{\tau_0} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ent}\left(\frac{T_{faisceau}}{T_{imp} + T_{exp}}\right)}} \frac{1}{\sqrt{N_{tot}}} R1_{\tau}\left(\frac{BG}{N_{tot}}, T_{exp}\right) \quad \text{IV-Eq.15.}$$

Cette incertitude relative est représentée sur la figure 71 ci-après :

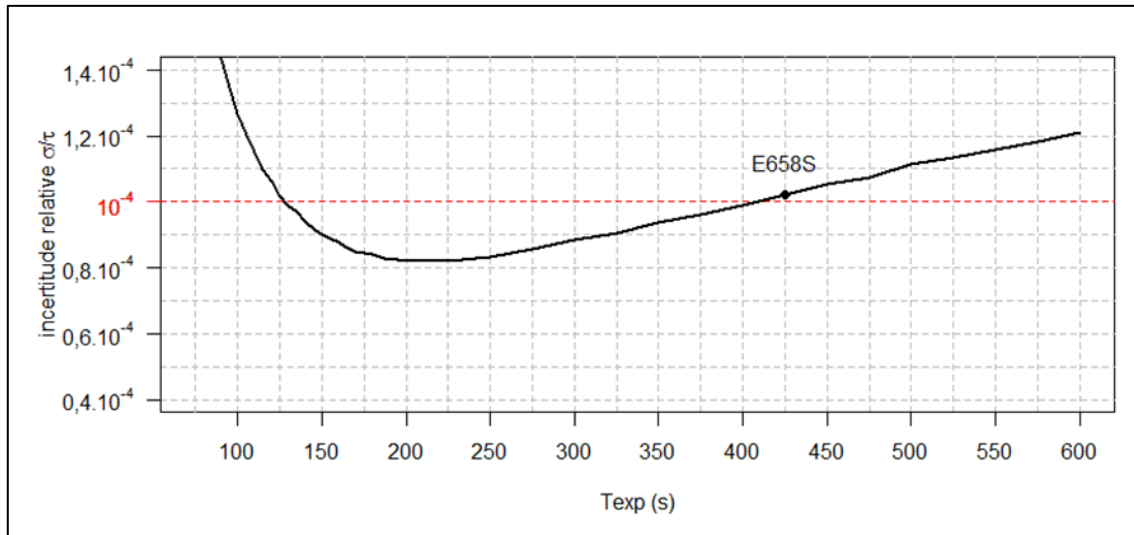


figure 71 : Incertitude relative en fonction du temps d'expérience.

Ainsi, nous avons calculé, que compte tenu du bruit de fond et du débit initial, il vaut mieux analyser 55 déversements de 225 s, plutôt que 31 de 425 s. Pour des déversements de 425 s, l'incertitude relative sera légèrement supérieure à  $10^{-4}$ , alors qu'elle atteint  $8.10^{-5}$  pour des déversements de 225 s. Au-delà de 225 s, le déversement n'apporte plus assez d'informations pour améliorer l'incertitude, et les 200 dernières secondes peuvent être considérées comme une perte de temps.

#### IV.3.4.5 Conclusion

Nous avons donc montré qu'en utilisant n'importe quelle méthode d'ajustement pour trouver la durée de vie à partir d'une trentaine d'histogrammes des comptages par seconde sur 424 s, nous arrivons à atteindre une incertitude relative de l'ordre de  $10^{-4}$ .

La présence de temps mort (dans des limites raisonnables, inférieure ou de l'ordre de  $1 \mu\text{s}$ ) ne changera pas cette incertitude. Néanmoins, il convient d'être vigilant sur la méthode d'ajustement. La simulation ROOT, qui est la simulation la plus réaliste, et, dont les résultats sont présentés figure 67, montre la présence d'un biais relatif sur la mesure de la durée de vie. Ce biais relatif peut atteindre  $5.10^{-5}$  et peut-être différent suivant les méthodes d'ajustement. Celles-ci ont, de fait, des réponses différentes selon l'écart au modèle de l'histogramme des comptages. Les écarts au modèle peuvent être dus à l'empilement, à la variation de gain des tubes photomultiplicateurs, à la variation de ligne de base. Ces effets seront étudiés au chapitre VI. Lorsque nous connaîtrons les conditions exactes de l'expérience (à savoir, le débit moyen, le bruit de fond), il conviendra alors d'établir par simulation Monte-Carlo le biais exact apporté par les effets que nous n'arriverons pas à corriger.

### IV.3.5 Etude d'un estimateur « numérique »

Dans ce paragraphe, est présenté un estimateur de la durée de vie, que nous appellerons « estimateur numérique », qui a été élaboré à l'occasion de cette étude. Les algorithmes d'ajustement sont basés sur la convergence d'une suite mathématique vers la solution. Ils imposent des conditions initiales proches de la solution. Cet estimateur a l'avantage d'être très rapide, et de ne pas nécessiter de conditions initiales particulières.

#### IV.3.5.1 Décroissance sans bruit de fond et sans temps mort

Considérons l'histogramme des taux de comptage (figure 72). Chaque  $\Delta t$  nous comptons  $\Delta N_i$  événements. L'expérience dure  $T_{exp} = n\Delta t$ .

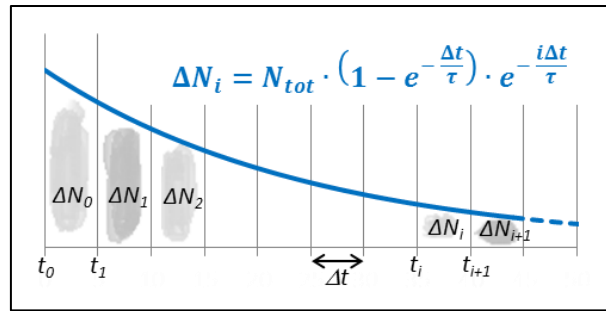


figure 72 : comptage durant le déversement

Nous allons montrer que la durée de vie peut être estimée par :

$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{\Delta t}{S} + 1\right)} \quad \text{IV-Eq.16.}$$

avec

$$S = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} i\Delta t \cdot \Delta N_i}{\left(\sum_{i=0}^{n-1} \Delta N_i\right) - n\Delta N_{n-1}} \quad \text{IV-Eq.17.}$$

où  $N_0$  est le premier taux de comptage mesuré, et  $N_{n-1}$  le dernier.  $S$  est en quelque sorte la moyenne pondérée du temps.

Nous démontrons en effet, sachant que  $\Delta N_i = N_{tot} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right) \cdot e^{-\frac{i\Delta t}{\tau}}$ , ( $i \in [0, n - 1]$ ) et en posant  $q = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$  :

- que le numérateur  $S_N$  de  $S$  est égal à :

$$S_N = \sum_{i=0}^{n-1} i \Delta t \cdot \Delta N_i = \Delta t \cdot N_{tot} \cdot (1-q) \sum_{i=0}^{n-1} i q^i = \Delta t \cdot N_{tot} \cdot (1-q) \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i}^{n-1} q^j$$

$$S_N = \frac{q}{1-q} \cdot \Delta t \cdot N_{tot} \cdot [1 - nq^{n-1} + q^n(n-1)]$$

- tandis que le dénominateur  $S_D$  de  $S$  est égal à :

$$S_D = \left( \sum_{i=0}^{n-1} \Delta N_i \right) - n \Delta N_{n-1} = N_{tot} \cdot [1 - nq^{n-1} + q^n(n-1)]$$

Ainsi  $S = \frac{\Delta t}{e^{\frac{\Delta t}{\tau}} - 1}$ , avec lequel nous pouvons extraire facilement l'équation IV-Eq.16 ci-dessus. Dans la mesure où  $\Delta t$  est supérieur à 0,  $S$  est toujours défini.

L'incertitude sur  $\tau$  est due à l'incertitude statistique :

$$\sigma_\tau = \frac{\partial \tau}{\partial S} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\partial S}{\partial N_i} \right)^2 \sigma_{N_i}^2}$$

$$\sigma_\tau = \frac{\tau^2}{S \cdot \left(1 + \frac{S}{\Delta t}\right)} \cdot \frac{\sqrt{\left( \sum_{i=1}^{n-2} \left(i - \frac{S}{\Delta t}\right)^2 \cdot \Delta N_i \right) + (n-1)^2 \cdot \left(1 + \frac{S}{\Delta t}\right)^2 \cdot \Delta N_{n-1}}}{\left( \sum_{i=0}^{n-1} \Delta N_i \right) - n \Delta N_{n-1}} \quad \text{IV-Eq.18.}$$

Il est néanmoins difficile d'établir l'impact de  $\Delta t$  et de la durée de l'expérience avec l'incertitude sous cette forme. C'est pourquoi, en calculant d'abord :

$$\sum_{i=0}^{n-1} i^2 q^i = \sum_{i=1}^{n-1} (2i-1) \sum_{j=i}^{n-1} q^j = \frac{q}{(1-q)^3} \cdot [1 + q - n^2 q^{n-1} + (2n^2 - 2n - 1)q^n - (n-1)^2 q^{n+1}]$$

Nous pouvons déduire :

$$\frac{\partial \tau}{\partial S} = \frac{\tau^2}{\Delta t^2} \cdot \frac{(1-q)^2}{q} \text{ et } \sum_{i=1}^{n-1} \left( \frac{\partial S}{\partial N_i} \right)^2 \sigma_{N_i}^2 = \frac{\Delta t^2 \cdot q \cdot [1 + n(n-2)q^{n-1} - (n-1)^2 q^n]}{N_{tot} \cdot (1-q)^2 \cdot [1 - nq^{n-1} + q^n(n-1)]^2}$$

Et l'incertitude vaut, en prenant  $q = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}$ ,

$$\sigma_{\tau} = \frac{\tau}{\sqrt{N_{tot}}} \cdot \frac{\sinh\left(\frac{\Delta t}{2\tau}\right)}{\frac{\Delta t}{2\tau}} \cdot \frac{\sqrt{1 + n(n-2)q^{n-1} - (n-1)^2q^n}}{1 - nq^{n-1} + q^n(n-1)} \quad \text{IV-Eq.19.}$$

Le terme  $R3(\Delta t, \tau, n) = \frac{\sinh\left(\frac{\Delta t}{2\tau}\right)}{\frac{\Delta t}{2\tau}} \cdot \frac{\sqrt{1 + n(n-2)q^{n-1} - (n-1)^2q^n}}{1 - nq^{n-1} + q^n(n-1)}$  de l'équation IV-Eq.19 dégrade l'incertitude statistique, comme l'illustre la figure 73. Par exemple, si la durée de vie vaut  $\tau = 25$  s, la durée de la mesure  $T_{exp}=425$  s, et le pas  $\Delta t=1$  s, alors l'incertitude sera dégradée et sera égale à :

$$\sigma_{\tau} = \frac{\tau}{\sqrt{N_{tot}}} (1 + 0,03\%)$$

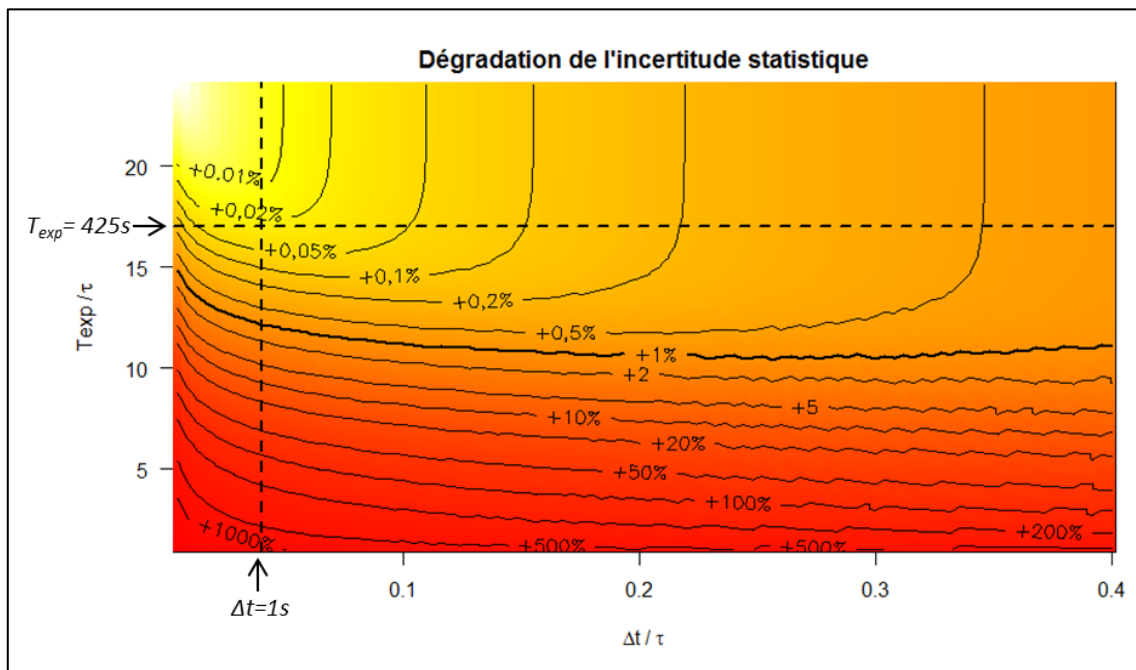


figure 73 : Dégradation  $R3(\Delta t, \tau, n) - 1$  de l'incertitude statistique en fonction du pas des comptages et du temps d'expérience.

La dégradation de l'incertitude, pour un pas d'histogramme des comptages et une durée d'expérience donnés, est de façon générale plus grande que celle que nous aurions avec une méthode d'ajustement. Néanmoins, dans les conditions de notre expérience, elle reste largement négligeable.

### IV.3.5.2 Décroissance avec bruit de fond et sans temps mort

En présence d'un débit  $BG$  de bruit de fond, l'équation IV-Eq.17 devient :

$$S = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} i \Delta t \cdot \Delta N_i - \frac{1}{2} n(n-1) \cdot BG \cdot \Delta t^2}{\left(\sum_{i=0}^{n-1} \Delta N_i\right) - n \Delta N_{n-1}} \quad \text{IV-Eq.20.}$$

L'utilisation de cette équation demande une mesure préalable du bruit de fond. Les comptages  $\Delta N_i$  représentent ici encore les événements mesurés chaque  $\Delta t$ . Ils sont modélisés par :

$$\Delta N_i = \Delta N_{i_{Decay}} + BG \cdot \Delta t \quad i \in [0, n-1], \text{ où } \Delta N_{i_{Decay}} = N_{tot} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}\right) \cdot e^{-\frac{i \Delta t}{\tau}}.$$

Nous allons à présent déterminer l'incertitude sur la durée de vie. Supposons que la mesure préalable du bruit de fond  $BG$  a été déterminé avec une incertitude  $\sigma_{BG}$ .

L'incertitude sur la durée de vie est donc donnée par :

$$\sigma_\tau = \frac{\tau^2}{S \cdot \left(1 + \frac{S}{\Delta t}\right)} \cdot \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=0}^{n-2} \left(i - \frac{S}{\Delta t}\right)^2 \cdot \Delta N_i\right) + (n-1)^2 \cdot \left(1 + \frac{S}{\Delta t}\right)^2 \cdot \Delta N_{n-1} + \left(\frac{1}{2} n(n-1) \cdot \Delta t \cdot \sigma_{BG}\right)^2}{\left(\sum_{i=0}^{n-1} \Delta N_i\right) - n \Delta N_{n-1}}} \quad \text{IV-Eq.21.}$$

Pour voir l'impact du bruit de fond sur l'incertitude sur la durée de vie, il faut recourir, comme au paragraphe précédent à l'équation en fonction de  $\tau$ ,  $N_{tot}$ ,  $n$  et  $\Delta t$ .

Si, sans le bruit de fond, l'incertitude est définie comme  $\sigma_\tau = \frac{\tau}{\sqrt{N_{tot}}} R3(\Delta t, \tau, n)$  avec  $R3(\Delta t, \tau, n) = A \cdot \sqrt{P}$  où

$$A = \frac{\sinh\left(\frac{\Delta t}{2\tau}\right)}{\frac{\Delta t}{2\tau}} \cdot \frac{1}{1 - nq^{n-1} + q^n(n-1)} \text{ et } P = 1 + n(n-2)q^{n-1} - (n-1)^2 q^n.$$

Alors, dès qu'il y a un bruit de fond l'incertitude devient :

$$\sigma_\tau = \frac{\tau}{\sqrt{N_{tot}}} R4(\Delta t, \tau, n)$$



$$R4(\Delta t, \tau, n) = A \sqrt{P + \frac{BG \Delta t \cdot n(n-1)}{N_{tot}} \cdot \left( \frac{2}{3}(2n-1) \sinh\left(\frac{\Delta t}{2\tau}\right) + 1 \right) + \frac{(\sigma_{BG} \Delta t \cdot n(n-1) \sinh\left(\frac{\Delta t}{2\tau}\right))^2}{N_{tot}}} \quad \text{V-Eq.22.}$$

L'incertitude dépend très fortement du rapport  $\frac{BG \cdot \Delta t}{N_{tot}}$  ainsi que  $\frac{(\sigma_{BG} \Delta t)^2}{N_{tot}}$ . Cet estimateur ne peut donc être utilisé que lorsqu'il y a très peu de bruit de fond comparé au nombre d'ions implantés. Pour le comparer aux autres estimateurs présentés au paragraphe IV.3.4, il faut d'abord calculer l'histogramme des taux de comptage corrigé du temps mort non-extensible  $neDT$ . Nous utiliserons donc l'approximation :

$$\Delta N_{i, \text{corrigé}} = \frac{\Delta N_i}{1 - neDT \frac{\Delta N_i}{\Delta t}}$$

Dans la simulation Monte-Carlo générée par ROOT,  $\Delta t$  vaut 1 s et le déversement dure 424 s. Nous utilisons les 40 dernières secondes pour la mesure préliminaire du bruit de fond, et les 384 premières secondes pour la mesure de la durée de vie. Les résultats sont présentés sur la figure 74.

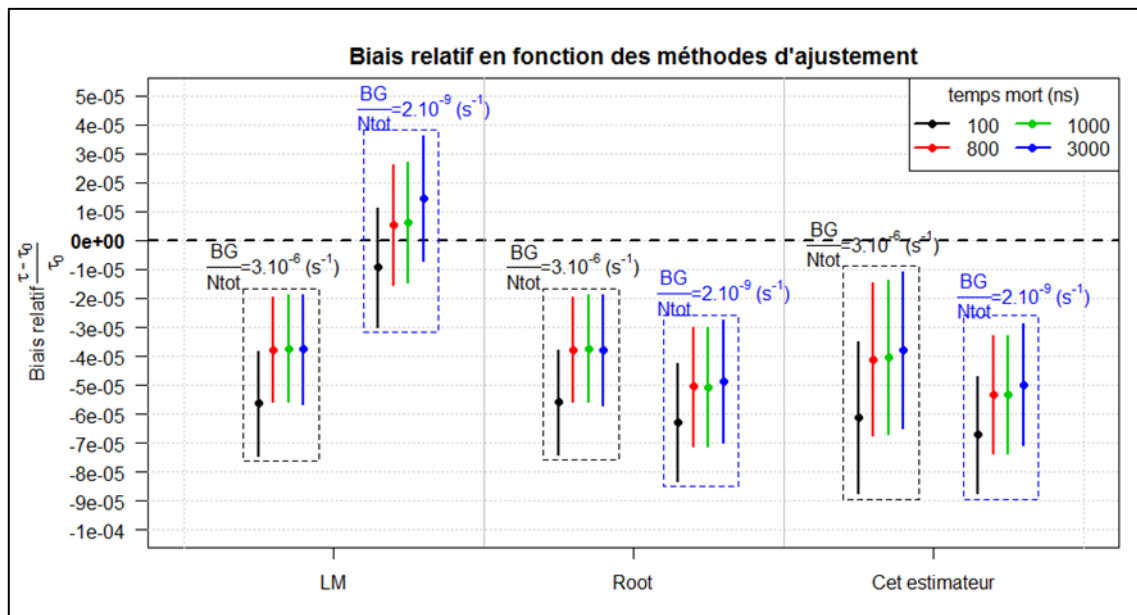


figure 74 : Comparaison de l'estimateur «numérique» avec les algorithmes de Levenberg-Marquardt, et de Minuit. Simulation Monte Carlo générée par ROOT

Les biais sur la durée de vie sont similaires à ceux trouvés avec l'algorithme de Minuit de Root. Par contre, l'incertitude est augmentée d'environ 25% lorsque  $\frac{BG}{N_{tot}} = 3 \cdot 10^{-6}$ , comme attendu.

Sur la figure 75 suivante, nous comparons la réponse au bruit de fond de l'estimateur

numérique, avec la simulation Monte-Carlo générée par R. Le déversement durant 600 s (avec un pas  $\Delta t=1$  s), la mesure du bruit de fond s'effectue pendant les 150 dernières secondes, et la mesure de la durée de vie pendant les 450 premières secondes.

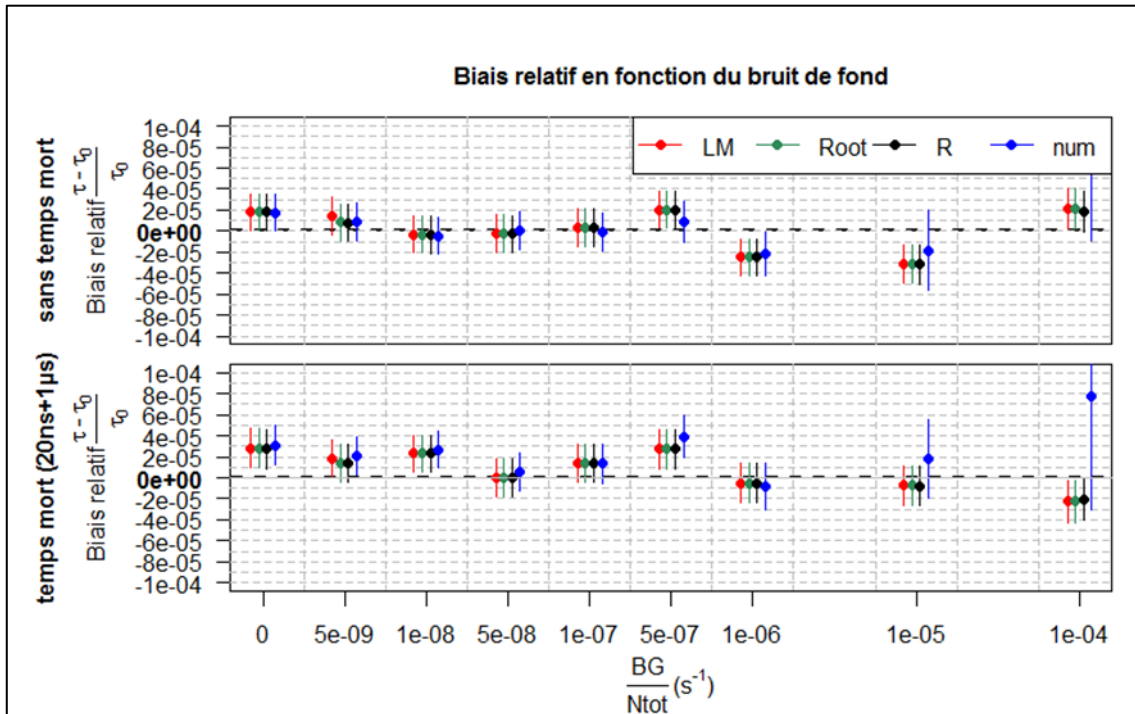


figure 75 : Comparaison de l'estimateur «numérique» avec les algorithmes de Levenberg-Marquardt, et ceux utilisé par ROOT et R. Simulation Monte Carlo généré par R, avec aucun temps mort

Utilisé dans les conditions de l'expérience (peu de bruit de fond), cet estimateur donne des résultats tout à fait similaires aux algorithmes de Levenberg-Marquardt, et ceux programmés dans ROOT et R. Son grand inconvénient est effectivement l'augmentation de l'incertitude dès que le bruit de fond excède  $10^{-6} N_{tot} s^{-1}$ . Il a, par contre, l'avantage de n'avoir aucun problème de convergence, et peut servir à déterminer les valeurs initiales dont les méthodes d'ajustement ont besoin. Nous verrons aussi, au chapitre VI, que cet estimateur sera également très utile pour déterminer l'impact sur la durée de vie, d'une variation de gain, d'empilement et de ligne de base.

---

## IV.4 Conclusion

---

Dans ce chapitre, nous avons déterminé comment estimer la durée de vie à partir des histogrammes des comptages par unité de temps. Les histogrammes des comptages sont établis en sélectionnant les données qui sont décrites par les fonctions modèles  $F(\tau, D_0, BG, t)$  (§IV.2), à savoir celles issues de la désintégration  $\beta$  et du bruit de fond. Nous disposons de deux moyens

pour sélectionner les données (§IV.1) : nous choisissons les événements dont la charge déposée  $Q_{tt}$  est supérieure au seuil  $Q_{seuil}$  et qui sont séparés de l'événement précédent d'un temps mort  $DT$ .

Pour trouver les paramètres  $(\tau, D_0, BG)$  qui ajustent au mieux une fonction modèle à son histogramme, il est possible d'utiliser des algorithmes d'ajustement. A partir d'un jeu initial de paramètres  $(\tau, D_0, BG)_{initial}$ , proche de la solution, ces algorithmes trouvent le jeu de paramètres  $(\tau, D_0, BG)$  qui minimise une fonction de coût. Lorsque la fonction de coût est égale à « moins la log-vraisemblance » de la distribution décrite par les données, alors les variances sur  $\tau$ ,  $D_0$  et  $BG$  sont directement données par la diagonale de la matrice inverse de la matrice Hessienne de cette fonction de coût (§ IV.3.1). Dans notre étude, nous utilisons comme fonction de coût « moins la log-vraisemblance » d'une distribution de Poisson, alors que nos événements ne suivent pas une distribution de Poisson. Cette utilisation est cependant justifiée, puisque nous avons montré que, dans les conditions de l'expérience ( $3,2 \cdot 10^6$  événements, temps mort inférieur à  $3\mu s$ ), le biais induit sur l'estimation de la durée de vie, déterminée par un algorithme d'ajustement, est statistiquement compatible au biais nul, et l'incertitude sur l'estimation de la durée de vie ne varie que de quelques pour cent avec l'écart-type expérimental (§ V.3.4). Nous avons pu remarquer une différence de convergence suivant la méthode de convergence utilisée (Levenberg-Marquardt, Newton, ou quasi-Newton). Cet écart n'a néanmoins été observé qu'une seule fois, et n'est pas problématique pour l'incertitude relative de  $10^{-4}$  demandée.

Pour trouver les paramètres  $(\tau, D_0, BG)$ , nous pouvons également utiliser l'estimateur « numérique » développé à l'occasion de cette étude (§ IV.3.5). Cet estimateur a pour seule hypothèse initiale que l'histogramme des comptages par unité de temps est décrit par une exponentielle décroissante. Pour utiliser cet estimateur dans les conditions de notre expérience, il est donc nécessaire d'effectuer, au préalable, une correction de temps mort et une mesure de bruit de fond. L'incertitude calculée sur la durée de vie est directement liée à l'incertitude sur la mesure du bruit de fond et l'incertitude sur le comptage des événements  $\beta$ . C'est seulement sur le calcul de ces incertitudes qu'intervient la loi statistique suivie par la distribution des données. Nous verrons, au chapitre VI, que l'estimateur numérique est d'un grand intérêt lorsqu'il faut étudier les biais induit par un paramètre d'influence transformant la forme de décroissance exponentielle.

Enfin, nous avons déterminé, qu'à un taux de comptage initial donné d'une décroissance, choisi de telle sorte à ne pas saturer le système d'acquisition, et à un temps d'expérience donné, il est possible de trouver une durée d'analyse de décroissance optimale pour diminuer l'incertitude sur l'estimation de la durée de vie (§ IV.3.4.4).

## V ANALYSE PRELIMINAIRE

---

Une analyse préliminaire de nos données va nous permettre d'évaluer les différents paramètres qui influencent nos mesures, d'explicitier les difficultés et d'identifier les mesures incorrectes. Nous allons dans ce chapitre analyser les différentes données acquises par le MnM QTDC de FASTER :

- La charge déposée par les particules va nous permettre d'établir l'histogramme des charges, et par conséquent un seuil de sélection en charge des impulsions.
- L'amplitude du signal permettra d'estimer l'erreur sur la charge liée à d'éventuelles fluctuations de la ligne de base.
- Le moment d'arrivée des impulsions va nous permettre d'analyser l'évolution de l'histogramme des charges, d'inspecter les histogrammes d'intervalle de temps, et de définir le temps mort nécessaire à une bonne sélection des impulsions.
- Les trames oscilloscope nous informeront sur la forme du signal, et la variation de ligne de base et de gain.

Toutes les études sont effectuées avec les événements détectés pendant les phases d'analyse (cf. figure 46).

---

### V.1 Etude des histogrammes des charges déposées

---

#### V.1.1 Spectres des différents PM

---

Comme nous l'avons décrit dans le chapitre III.2, les photomultiplicateurs 1&2 sont couplés au scintillateur d'épaisseur 5 mm, tandis que les photomultiplicateurs 3&4 sont couplés au scintillateur 2 mm.

La figure 76 présente l'histogramme des charges déposées dans les deux scintillateurs lors de la phase d'analyse d'un des déversements. Tous les autres déversements sont similaires. L'abscisse de l'histogramme est en unité arbitraire, proportionnelle à la charge collectée à la sortie du tube photomultiplicateur. Cette charge est fonction de l'énergie incidente de la particule  $\beta^+$ . Elle dépend de la position des  $^{19}\text{Ne}$  implantés dans la cible et de la géométrie du capteur. Nous pouvons noter que l'abscisse 30000 correspond ici approximativement à l'énergie maximale pouvant être déposée c'est à dire  $Q_{\beta^+} = 2212 \text{ keV}$  (cf. chapitre III.1).

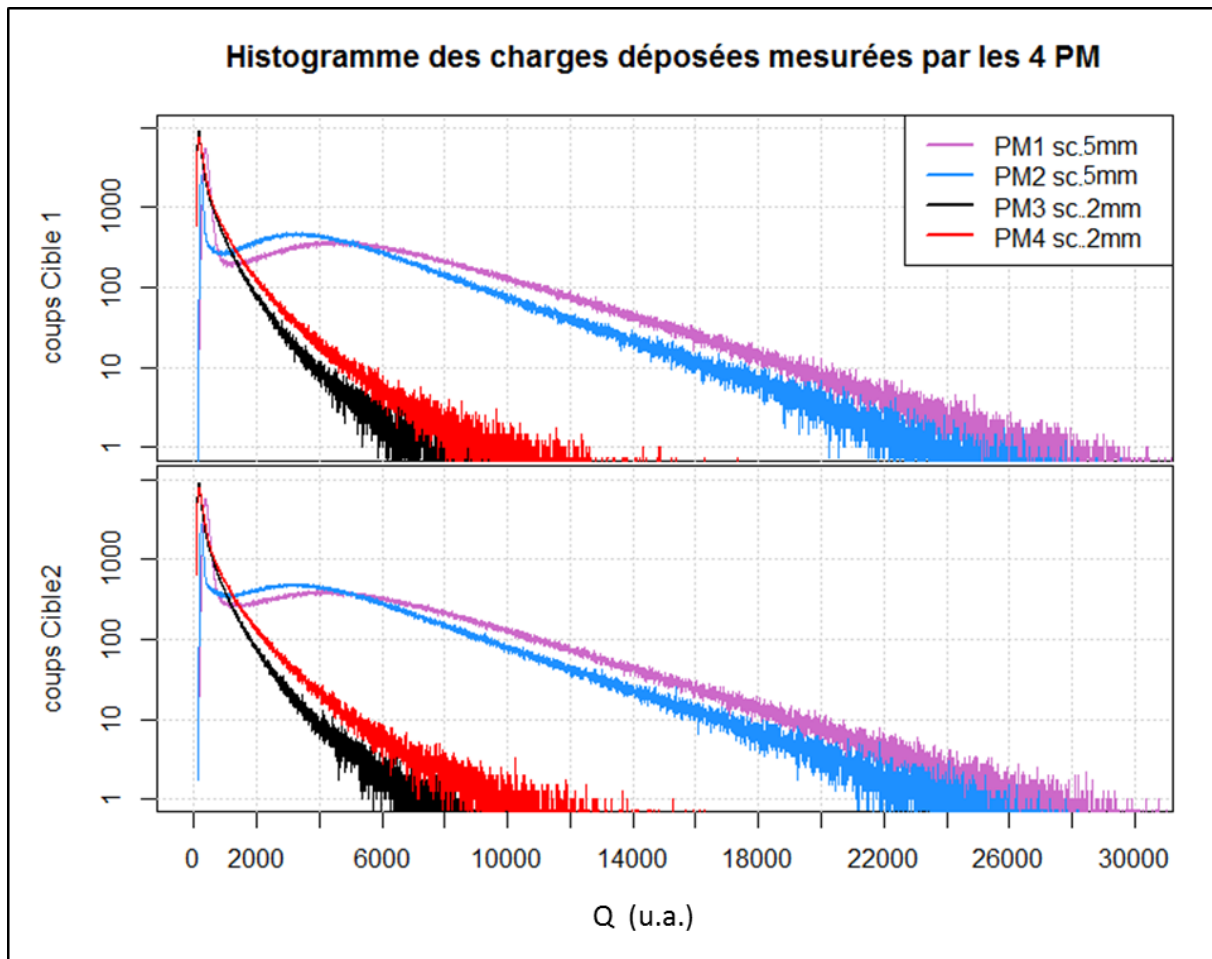


figure 76 : Histogramme des charges déposées selon les voies de mesure utilisées. Pas de l'histogramme  $\Delta Q=1u.a.$  (binning). PM1 et PM2 sont couplés au scintillateur 5 mm, tandis que PM3 et PM4 sont couplés au scintillateur 2 mm.

Les histogrammes de PM3 et PM4 montrent clairement que le scintillateur n'avait pas l'épaisseur nécessaire pour collecter suffisamment d'énergie et assurer ainsi une bonne discrimination signal versus bruit. Il est possible également que les détecteurs aient souffert d'un problème de couplage scintillateur/guides de lumières ou guides de lumière/tubes photomultiplicateurs. Notre étude de la mesure de la durée de vie devant utiliser simultanément l'analyse des comptages et du spectre en charge, nous n'utiliserons par conséquent pas les données fournies par les photomultiplicateurs 3 et 4.

### V.1.2 Etudes des spectres des photomultiplicateurs 1 & 2 et de leur évolution

Les histogrammes PM1 et PM2 sont constitués de deux composantes: un premier pic associé à de faibles charges, et le spectre caractéristique de la désintégration  $\beta^+$ . Ce pic des faibles charges disparaît lorsque nous sélectionnons parmi les événements de PM1, ceux qui arrivent en coïncidence avec PM2, comme le montre la figure 77. La façon dont les données sont

mises en coïncidence a été décrite au chapitre IV.1.2.

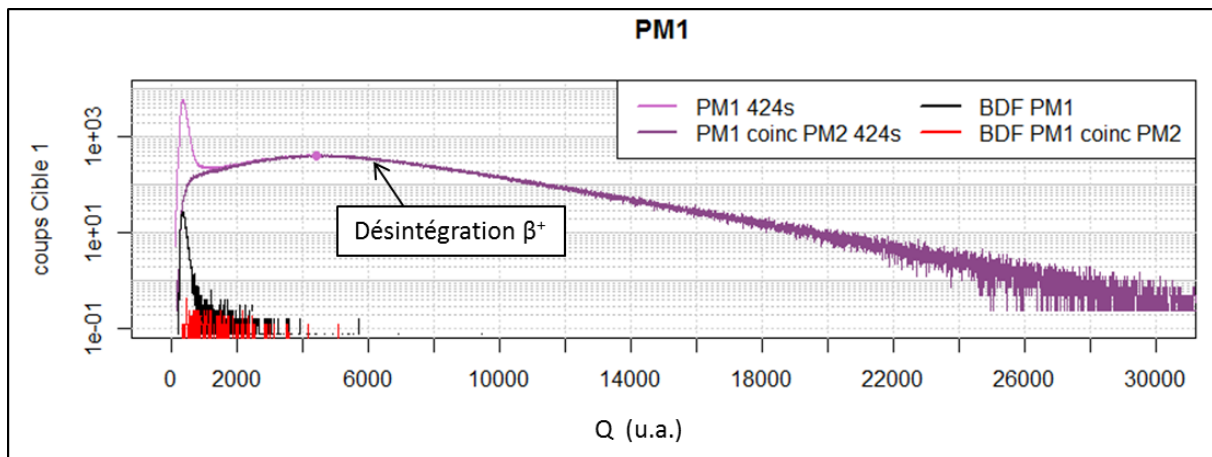


figure 77 : Histogramme des charges déposées pendant 424 s. En rose : histogramme des charges déposées acquis par PM1 seul. En violet : histogramme des charges déposées acquis par PM1 en coïncidence avec PM2. En noir : histogramme du bruit de fond ramené à la durée de la période d'analyse acquis par PM1. En rouge : histogramme du bruit de fond ramené à la durée de la période d'analyse acquis par PM1 en coïncidence avec PM2. Les spectres de bruit de fond sont acquis à la fin de la décroissance (voir chapitre VII.1.3).

Pour donner un ordre d'idée, le nombre d'événements dans ce pic représente 28% du nombre total d'événements de PM1. Ils correspondent aux signaux d'amplitude maximale inférieure à 125 mV pour PM1. Nous verrons, au chapitre V.3.1, que ce pic ne peut être dû au seul bruit électronique: bien que chaque voie fût électroniquement mal adaptée, le seuil de déclenchement était suffisamment élevé pour ne pas déclencher sur du bruit électronique (cf. figure 90). Le pic est donc principalement composé par ce qui ne peut être mesuré que par un seul photomultiplicateur à la fois, à savoir :

- la lumière Čerenkov produite par les particules qui ont interagi avec le guide de lumière ou la fenêtre d'entrée dudit photomultiplicateur. Elle provient en grande partie de la décroissance du  $^{19}\text{Ne}$ . Ce pic diminue donc pendant la décroissance.
- Les post-impulsions de ce photomultiplicateur.

La figure 78 ci-dessous récapitule le nombre d'événements total acquis par déversements dans chaque phase d'analyse, cibles après cibles. Le nombre de données en coïncidence correspond à peu près au nombre d'événements de la voie qui compte le moins (à savoir PM2), moins le nombre d'événements dans le pic des faibles charges.

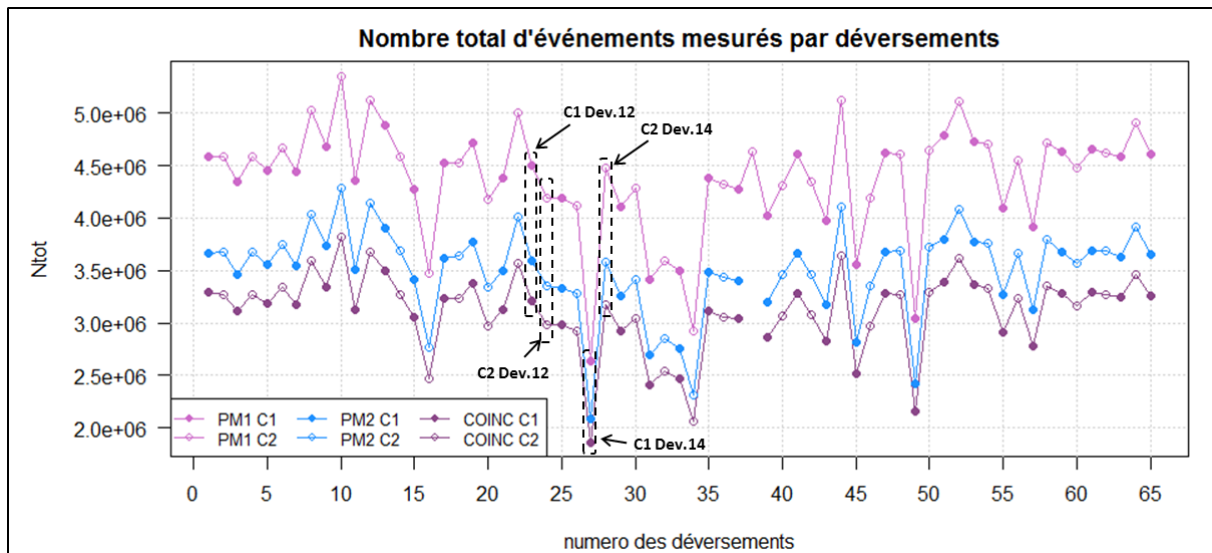


figure 78 : Nombre total d'événements dus à la désintégration. C1représente la cible de plomb, C2 la cible de CsI. Les douzième et quatorzième déversements des cibles 1 et 2 qui seront utilisés comme exemple sur les figures figure 79 et figure 82 sont mis en évidence.

Sur chaque déversement, il faut rajouter les événements provenant du bruit de fond (cf. figure 77). Le spectre en bruit est mesuré en fin de déversement. Nous expliciterons en détail, dans le chapitre VII.1.3, la façon de choisir la période de mesure du bruit de fond. Le spectre de bruit présenté a ensuite été normalisé temporellement à la période d'analyse. Sur un déversement, il représente, pic compris, environ 5000 événements acquis par PM1, soit un débit de 12 s<sup>-1</sup>. Ce débit descend à environ 0,6 s<sup>-1</sup> si nous enlevons le pic de basse énergie, ce qui correspond au débit de bruit de fond des événements acquis en coïncidence.

En observant les spectres figure 76 et figure 78, il semble évident que les voies PM1 et PM2 n'avaient pas le même gain moyen, et donc la même efficacité de détection, que ce soit pour le bruit de fond ou les événements de décroissance. Afin de normaliser les efficacités, nous repérons les maxima des spectres  $\beta$ , que nous appellerons « Qmax », comme précisé sur figure 79. Ces maxima sont calculés en faisant une interpolation d'un polynôme d'ordre 3  $P(Q)$  autour du sommet Qmax. Si nous connaissons les coefficients du polynôme  $P(Q) = a_0 + a_1Q + a_2Q^2 + a_3Q^3$ , alors :

$$Q_{max} = \frac{a_2 - \sqrt{a_2^2 - 3a_1a_3}}{3a_3} \quad \text{V-Eq.1.}$$

La moyenne des sommets des déversements de notre étude est :

- Pour le PM1 cible1  $\langle Q_{max} \rangle = 4451 \text{ u.a.}$ ,
- Pour le PM1 cible2  $\langle Q_{max} \rangle = 4211 \text{ u.a.}$ ,
- Pour le PM2 cible1  $\langle Q_{max} \rangle = 3302 \text{ u.a.}$ ,



- Pour le PM2 cible2  $\langle Q_{max} \rangle = 3372$  u.a.

L'incertitude sur l'estimation de chaque  $\langle Q_{max} \rangle$  est déterminée par méthode Monte-Carlo. Elle est égale à 11u.a. quelques soient le déversement, la cible, et la voie (i.e.  $2,5 \cdot 10^{-3} \langle Q_{max} \rangle$  pour PM1 et  $3,3 \cdot 10^{-3} \langle Q_{max} \rangle$  pour PM2).

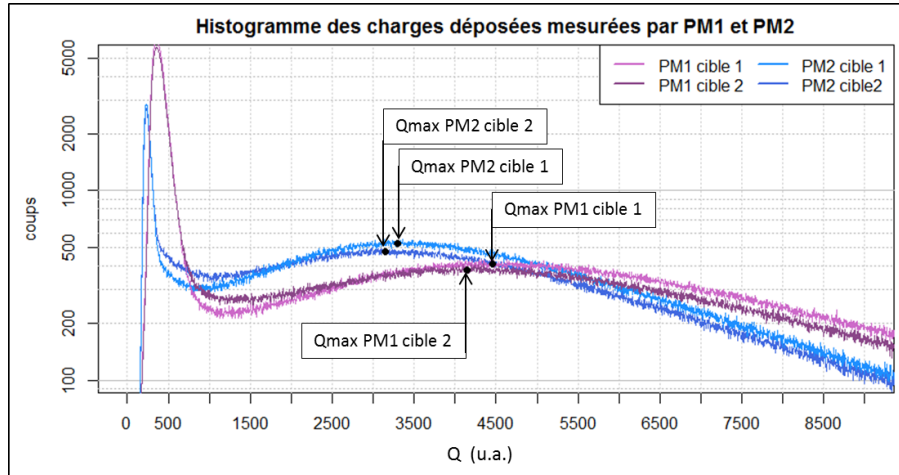


figure 79 : Position des valeurs de «  $Q_{max}$  » (Cible1 décroissance 12, Cible2 décroissance 12 voir figure 78).

Suivant les déversements, ces sommets se déplacent, comme le montre la figure 80 ci-dessous. Celle-ci représente l'évolution de la position des sommets  $Q_{max}$ , ramenée à leur position moyenne durant les 65 décroissances.

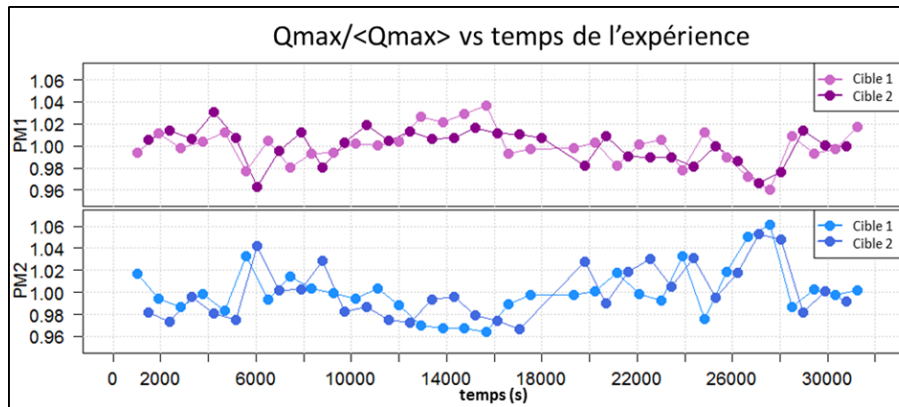


figure 80 : Evolution de la position des sommets des spectres en fonction du temps. Chaque point correspond à une décroissance (cible1 décroissance1, cible2 décroissance1, cible1 décroissance2, cible2 décroissance2...)

Nous pouvons calculer les corrélations entre la position des sommets  $Q_{max}$ , suivant les voies PM et les cibles. La corrélation entre deux variables X et Y est définie comme le quotient de la covariance entre X et Y sur le produit des écart-types (non-nuls) de X et Y:

$$Cor(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$



Un estimateur non biaisé du coefficient de corrélation est défini par

$$Cor(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \text{ avec } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ et } \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

Les efficacités des voies PM1 et PM2 sont clairement anti-corrélées, comme le confirme le tableau 6 ci-dessous :

Y \ X	PM1, Cible1	PM1, Cible2	PM2, Cible1	PM2, Cible2
PM1, Cible1	1	62,5%	-93,7%	-51,9%
PM1, Cible2	62,5%	1	-67,3%	-61,6%
PM2, Cible1	-93,7%	-67,3%	1	60,0%
PM2, Cible2	-51,9%	-61,6%	60,0%	1

tableau 6 : Corrélations entre la position des sommets  $Q_{max}$ , suivant les voies PM et les cibles

En effet, même s'il est possible que les gains des photomultiplicateurs aient varié au cours du temps, l'explication la plus plausible de l'anti-corrélation est que l'implantation du  $^{19}\text{Ne}$  dans la cible était positionnée différemment au cours du temps, d'une décroissance à l'autre. En effet, à chaque cycle, la position du faisceau devait bouger. De plus la cible se déplaçait, de la position faisceau au détecteur (cf. chapitre III). La collection de lumière par photomultiplicateur est tributaire de la zone moyenne où la lumière se forme dans le scintillateur (cf. figure 81).

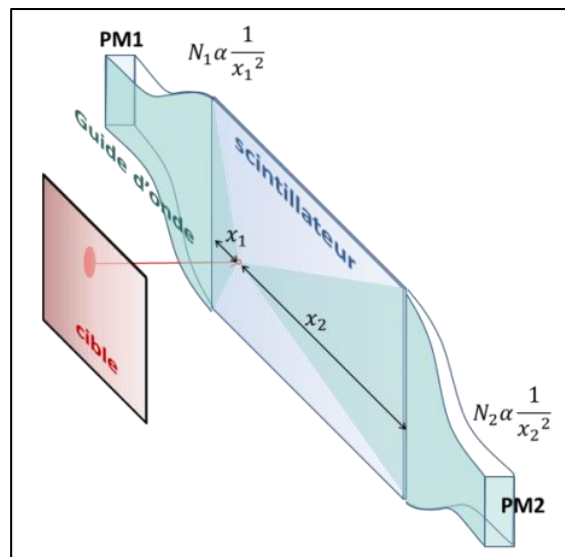


figure 81 : Puisque  $x_1 < x_2$ , la création de lumière est en faveur de PM1.

Dans notre analyse, nous allons sélectionner les événements en fonction d'un seuil minimum en charge déposée. Pour certifier que nous utilisons toujours le même seuil en fonction de la décroissance, nous allons à chaque fois repérer la position du sommet  $Q_{max}$  du spectre. Le seuil choisi sera alors un pourcentage de  $Q_{max}$ . Les histogrammes de la figure 82 ci-dessous représentent les spectres normalisés par rapport à la position du maximum.

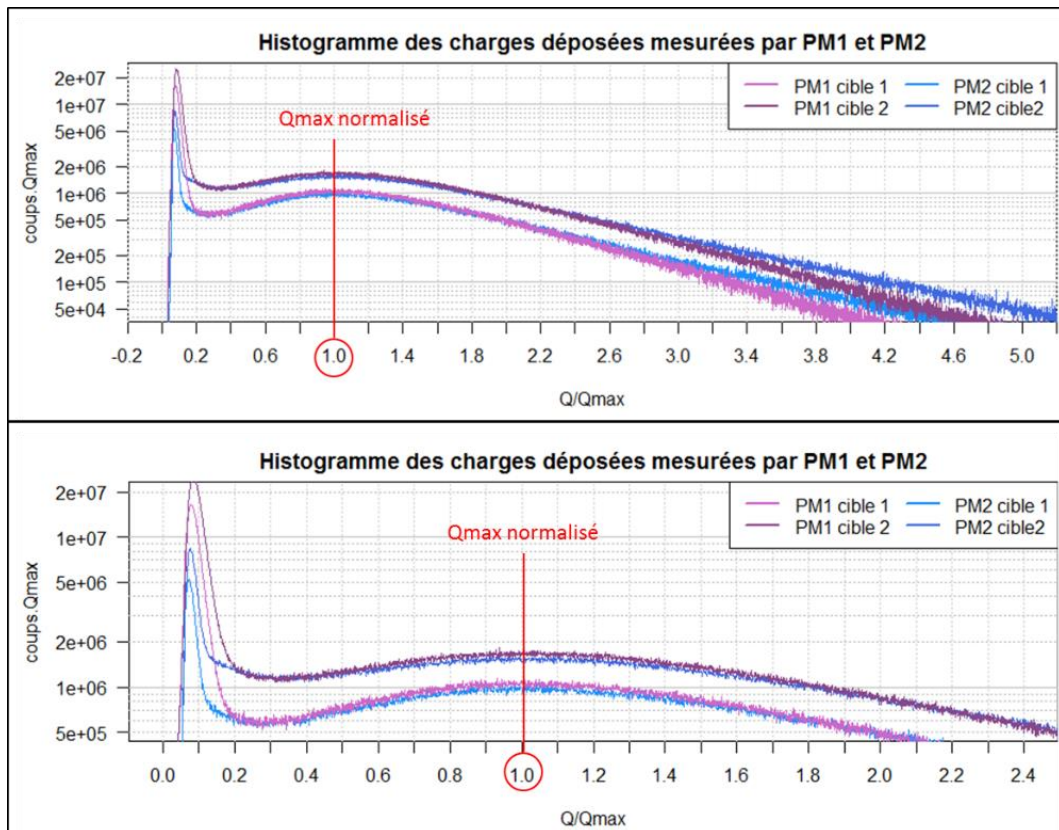


figure 82 : Histogrammes normalisés des charges (Cible1 décroissance 14, Cible2 décroissance 14). Agrandissement autour du sommet.

Pour chaque cible, les spectres de PM1 et PM2 se superposent pratiquement à partir de  $Q/Q_{max}=0,25$ . Cela correspond au spectre diminué du spectre des particules détectées par chaque voie séparément. Le comptage est alors le même à  $N_{PM2}/N_{PM1}=99,9\%$  pour la cible 1 et  $N_{PM2}/N_{PM1}=99,5\%$  pour la cible 2. Néanmoins, une légère différence subsiste entre la forme des spectres observée pour PM1 et celle observée pour PM2: les spectres en charge de PM2 sont légèrement plus larges, ce qui résulte probablement d'une collecte de lumière moins efficace. Il est en effet intéressant de remarquer sur la figure 83 que, pour une énergie déposée donnée, la charge collectée mesurée par PM1 n'est pas forcément la même que celle mesurée par PM2. La charge mesurée dépend de la géométrie de chaque détecteur.

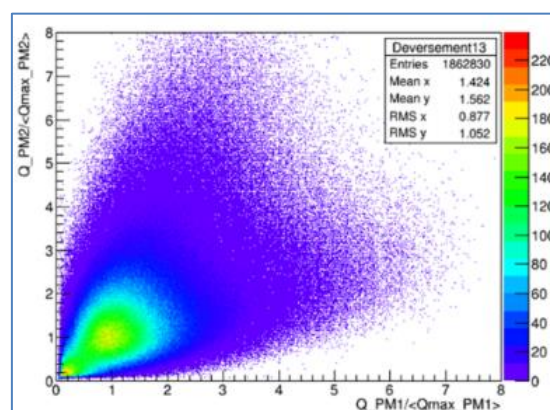


figure 83 : charge normalisée mesurée par PM1 et PM2 en coïncidence.

Après la normalisation par rapport à  $Q_{max}$ , nous pouvons repérer la contribution en

bruit durant les 424 s de la décroissance, ainsi que la position du rattachage des histogrammes des photomultiplicateurs seuls avec ceux en coïncidence. C'est ce que représente la figure 84 ci-dessous :

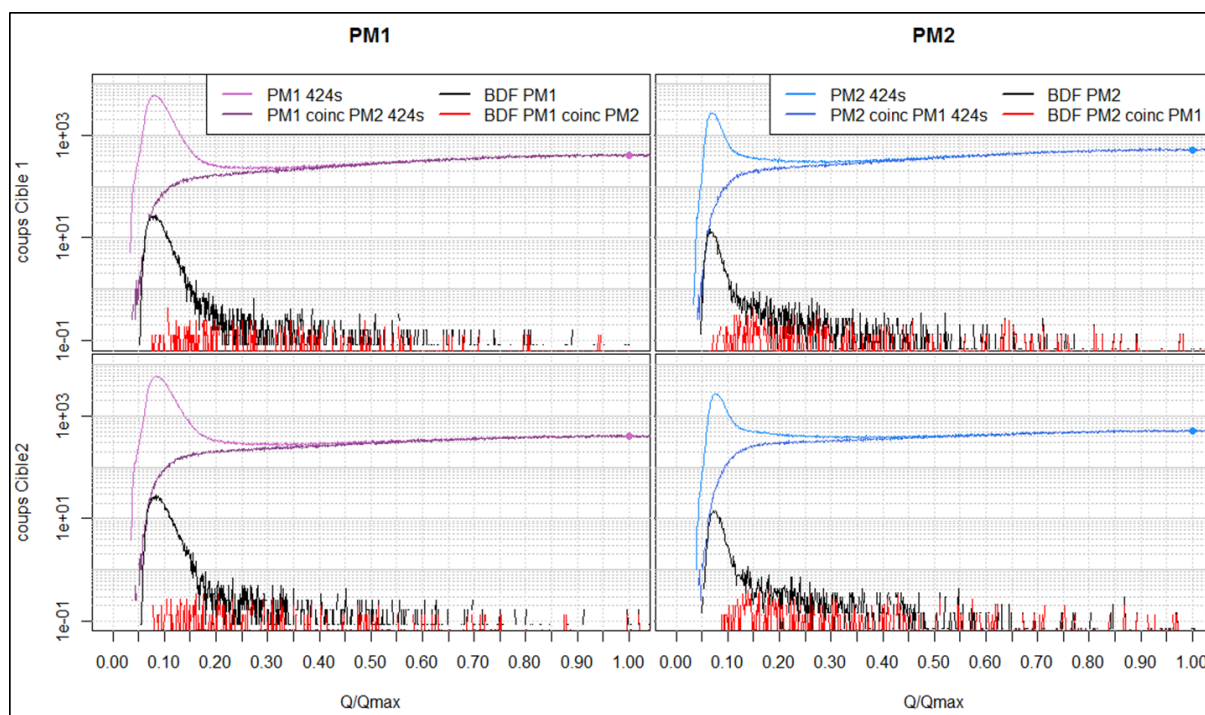


figure 84 : Histogrammes non normalisés en nombre de coups. En rose (resp. bleu clair) : histogramme des charges déposées acquises par PM1 (resp. PM2) seul. En violet (resp. bleu foncé) : histogramme des charges déposées acquises par PM1 en coïncidence avec PM2 (resp. PM2 en coïncidence avec PM1). En noir : histogramme du bruit de fond ramené à la durée de la période d'analyse acquis par PM1 (figures de gauche) ou PM2 (figures de droite). En rouge : bruit de fond ramené à la durée de la période d'analyse acquis par PM1 en coïncidence avec PM2 (figures de gauche) et acquis par PM2 en coïncidence avec PM1 (figures de droite).

Ainsi, à partir d'environ  $Q/Q_{\max}=0,25$ , le pic du bruit de fond acquis par un seul tube photomultiplicateur est fortement réduit, et le spectre de bruit de fond de chaque photomultiplicateur rejoint celui obtenu en coïncidence. Il faut atteindre  $Q/Q_{\max}=0,35$  pour que les spectres de décroissance  $\beta$  se rejoignent : la plupart des impulsions produites par lumière Čerenkov sont alors supprimées.

### V.1.3 Relation entre l'amplitude et la charge

Pour mesurer la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ , nous allons sélectionner les impulsions par seuillage en charges collectées à la sortie des photomultiplicateurs. Toutefois, au chapitre VI.1.2, nous allons évaluer en millivolt la variation de ligne de base pendant la décroissance. Pour connaître l'impact du niveau de ligne de base (en mV) sur la charge déposée (en u.a.), nous avons donc besoin de connaître la correspondance entre l'amplitude et la charge seuil à seuil d'une impulsion. Puisque le MnM QTDC nous fournit pour chaque événement la charge seuil à seuil et

l'amplitude du signal, nous allons pouvoir établir une relation entre ses deux paramètres.

Nous modélisons le signal de l'impulsion par une exponentielle décroissante, comme l'illustre la figure 85. La charge  $Q$  est donc proportionnelle à  $\int_0^{W_{tt}} A \cdot e^{-\frac{t}{\tau_s}} \cdot dt$ , où  $\tau_s$  est la constante de temps du signal,  $W_{tt}$  la durée de l'impulsion seuil à seuil :  $W_{tt} = \tau_s \cdot \ln\left(\frac{A}{S_{trig}}\right)$ .  $S_{trig}$  est le seuil trigger de FASTER, choisi à 3 mV.

Nous avons donc :

$$Q = k \cdot \tau_s \cdot (A - S_{trig})$$

où le coefficient  $k$  est le coefficient de conversion de la charge en mV.ns, en unité arbitraire de la charge acquise par FASTER.

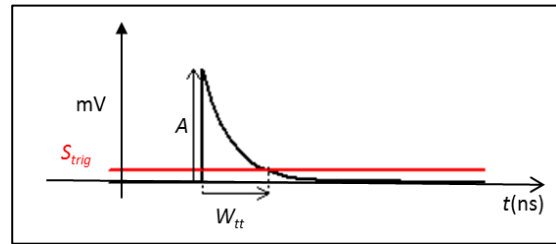


figure 85 : Schématisation de l'impulsion électronique

La figure 86.A donne un exemple de la distribution des événements, en fonction ( $A, Q$ ), des 500 premières millisecondes de la première décroissance de la cible 1 sur la voie PM2. La droite modèle  $Q = K \cdot (A - S_{trig})$  y est rapportée en rouge. Nous trouvons le coefficient  $K$  au moyen d'une régression linéaire par minimisation du  $\chi^2$ . La figure 86.B donne le spectre d'amplitudes associé, ainsi que le spectre de charges déposées dont l'abscisse a été calibrée en millivolts, par la transformation  $A = \frac{Q}{K} + S_{trig}$ . Nous remarquons, par ailleurs, que les plus hautes impulsions saturent à 1983 mV pour la voie visualisée.

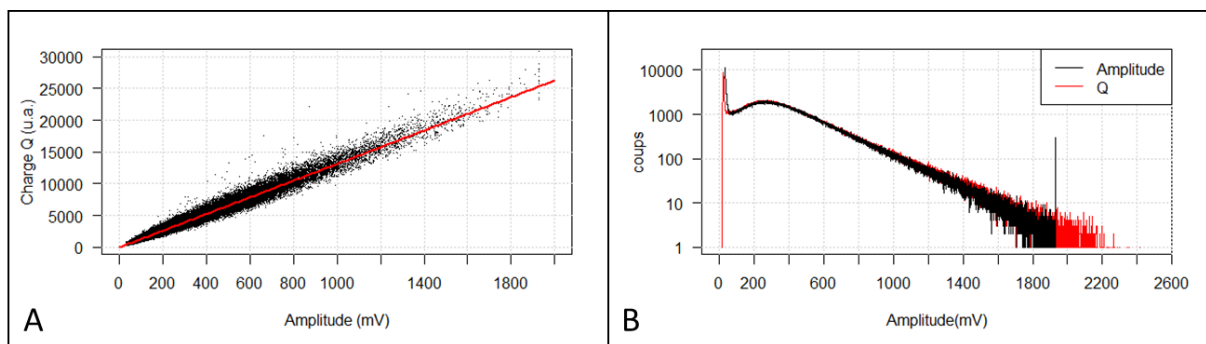


figure 86 .A : Distribution des événements en fonction de leur charge et leur amplitude, PM2, cible 1, décroissance1.

figure 86 .B : Spectre d'amplitude associé, et spectre de charge dont l'abscisse a été calibrée en mV, par la transformation  $A = \frac{Q}{K} + S_{trig}$

Quelles que soient les voies PM1 et PM2, le coefficient  $K$  est de l'ordre de  $13 \text{ mV}^{-1}$ . Si la ligne de base varie de  $\Delta V_{offset}$ , alors la variation de charge sera de :

$$\Delta q_{offset} = K \cdot \Delta V_{offset} \text{ avec } K=13 \text{ mV}^{-1} \quad \text{V-Eq.2.}$$

Grâce à cette relation, il est possible d'évaluer l'impact de la variation de ligne de base

sur la mesure de la durée de vie.

---

## V.2 Histogramme d'intervalles de temps

---

Les histogrammes d'intervalles de temps ou TIH (pour Time Interval Histogram) donnent les nombres d'événements qui arrivent  $\theta$  nanosecondes après le précédent événement. Les TIH que nous allons présenter ont un pas de 10 nanosecondes. Comme aucun des événements n'a été éliminé par temps mort, ces histogrammes doivent théoriquement être modélisés par l'équation IV-Eq.4. L'écart au modèle permet de choisir le temps mort nécessaire pour sélectionner les événements décrits par ce modèle. Nous allons étudier les histogrammes des comptages par intervalles de temps :

- des événements acquis par chaque tube photomultiplicateur séparément,
- des événements qui sont acquis en coïncidence dans les tubes photomultiplicateurs 1 et 2.

### V.2.1 TIH des événements par voie

---

Comme tous les histogrammes TIH sont équivalents, quelles que soient les décroissances, les cibles ou les voies d'acquisition (PM1 ou PM2), nous présentons sur la figure 87 celui de la première décroissance de la cible de plomb (cible 1) provenant du photomultiplicateur PM1. Pour chaque histogramme présenté, les événements sont préalablement sélectionnés de façon à ce que la charge déposée soit supérieure à  $r.Q_{max}$ ,  $Q_{max}$  étant le maximum du spectre  $\beta$  (cf. figure 82), et  $r$  appartenant à l'intervalle  $\{0; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6\}$ .

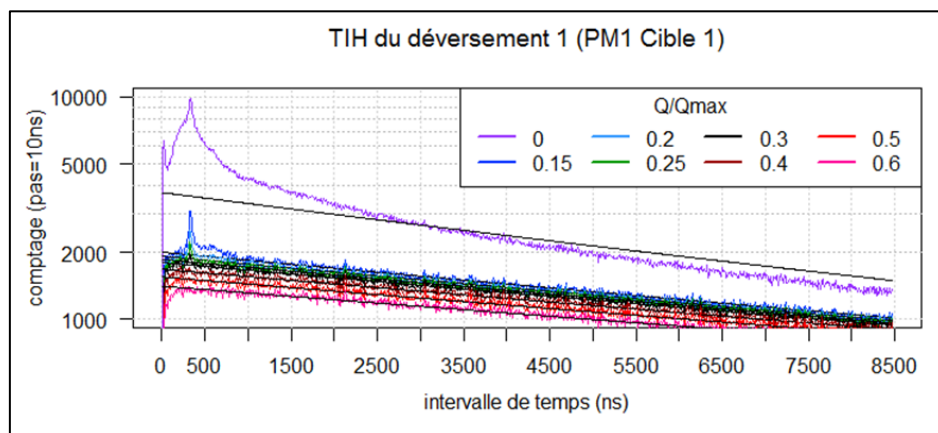


figure 87 : TIH des événements acquis par PM1, cible 1, en fonction du seuil de sélection en charge. En noir : courbe théorique.

Sur cette figure, chaque histogramme est modélisé par  $F(\theta)$  (courbes en noir) qui est



une fonction de la durée de vie  $\tau$ , du débit initial  $D_0$  et du bruit de fond  $BG$ . Les paramètres ( $\tau$ ,  $D_0$ ,  $BG$ ) utilisés ont été déterminés à partir des histogrammes des comptages (et non des TIH) pour chaque cas  $Q/Q_{max}$ . Ajuster les paramètres ( $\tau$ ,  $D_0$ ,  $BG$ ) à partir de la fonction  $F(\theta)$  est en effet une opération beaucoup plus délicate, du fait de la forme même de  $F(\theta)$ .

La courbe  $Q/Q_{max}=0$  de cette décroissance nous permet d'affirmer, sans grande surprise, qu'il est nécessaire de sélectionner les événements en appliquant un seuil en charge plus grand que celui choisi dans le MnM QTDC de FASTER.

La figure 88 est un agrandissement de la figure 87 où seuls les seuils en  $Q/Q_{max}$  supérieurs à 0,15 ont été retenus. Le résidu normalisé, défini par  $residu(\theta) = \frac{F(\theta) - N_i}{\sqrt{F(\theta)}}$ , y est en plus représenté afin de mettre plus facilement en évidence la non-conformité au modèle.

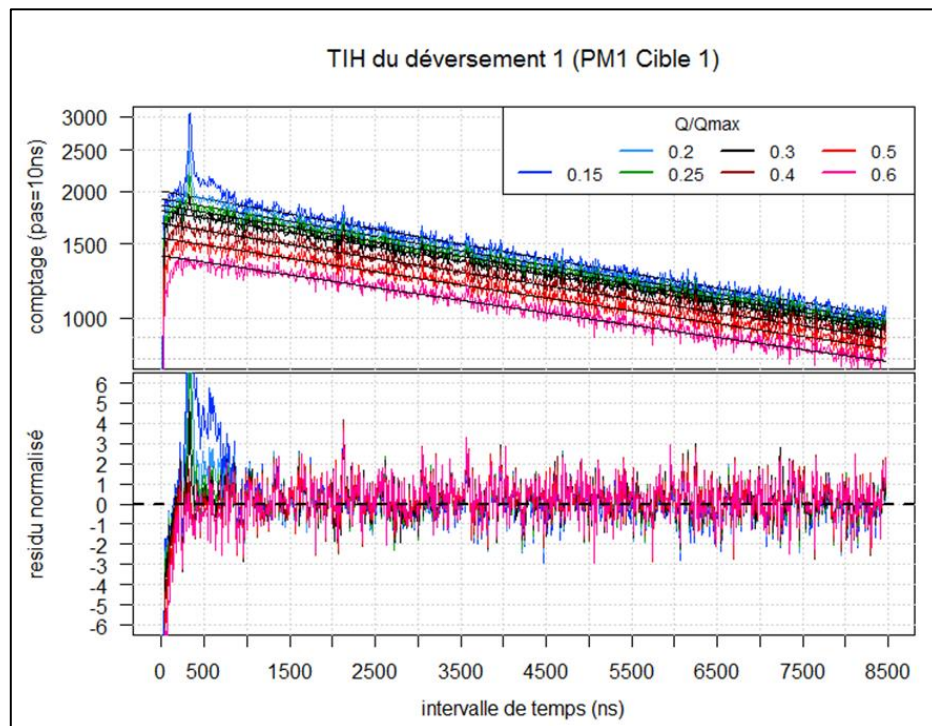


figure 88 : TIH et résidus normalisés des événements acquis par PM1, cible 11, en fonction du seuil de sélection en charge. En noir : courbe théorique.

Ainsi, les histogrammes TIH pour les  $Q/Q_{max}$  compris entre 0,15 et 0,3 présentent un pic correspondant aux post-impulsions produits par les tubes photomultiplicateurs. Nous pouvons alors mesurer que la post-impulsion du tube photomultiplicateur PM1 est produit environ 325 ns après l'événement originel, tandis que la post-impulsion du tube photomultiplicateur PM2 arrive environ 285 ns après cet événement. La majorité des post-impulsions est éliminée dès que  $Q/Q_{max}$  est supérieur 0,15.

D'autres événements viennent perturber la décroissance quel que soit le seuil en charge

choisi, car le résidu normalisé n'est pas centré sur 0 pour les intervalles de temps inférieurs à environ 1,2  $\mu$ s. Ces perturbations sont vraisemblablement consécutives aux variations de ligne de base qui apparaissent après chaque événement, comme nous le verrons au paragraphe V.3.

Il est inutile d'exploiter de manière plus approfondie ces histogrammes. En effet, ils montrent qu'il est nécessaire d'utiliser un temps mort supérieur à 1,2  $\mu$ s pour sélectionner les événements conformes aux différents modèles. Or, les paramètres ( $\tau$ ,  $D_0$ ,  $BG$ ) ont été établis sans temps mort. Ils sont donc mal évalués, et le résidu ne peut être complètement centré sur 0.

## V.2.2 TIH des événements en coïncidence sur PM1 et PM2

Nous pouvons étudier, de la même manière, les histogrammes d'intervalle de temps des données qui arrivent en coïncidence sur les photomultiplicateurs 1 et 2. Ces histogrammes sont présentés figure 89.

Nous constatons que les pics des post-impulsions ont disparu puisque le délai des post-impulsions est différent suivant les photomultiplicateurs. Cependant, le fait de ne sélectionner que les événements en coïncidence, n'élimine pas les variations de ligne de base. C'est pourquoi, comme précédemment, les données devront être sélectionnées par temps mort : en dessous de 1,2  $\mu$ s, le résidu normalisé n'est pas centré autour de la fonction modèle.

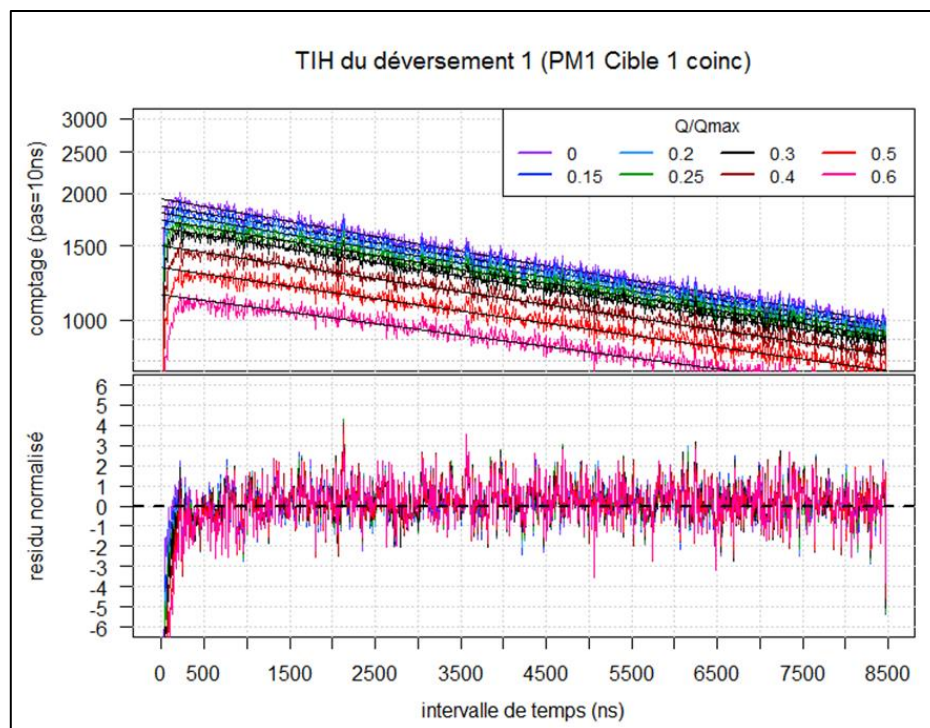


figure 89 : TIH et résidus normalisés des événements acquis par PM1, cible 1, en coïncidence avec PM2, en fonction du seuil de sélection en charge. En noir : courbe théorique. Les pics des post-impulsions ont disparus.

Comme pour les histogrammes TIH des événements par voie, les paramètres ( $\tau$ ,  $D_0$ ,  $BG$ ) de la fonction modèle ont été évalués à partir des histogrammes des comptages sans temps mort. Comme les événements ne sont pas tous conformes au modèle, les paramètres sont par conséquent mal évalués, et d'autres conclusions seraient biaisées.

---

## V.3 Signaux oscilloscope

---

Les données oscilloscope nous permettent de visualiser la forme des signaux sortant des photomultiplicateurs et entrant dans chaque voie FASTER. Les trames oscilloscope de  $2,8 \mu\text{s}$  sont envoyées toutes les millisecondes. Cette milliseconde représente le temps mort (non-extensible) entre chaque impulsion. Les trames ont été acquises pendant moins de 100 s par décroissance en utilisant la cible d'iodure de césium, le dernier jour de l'expérience E658S. Ces trames débutent 704 ns avant la détection d'une particule jusqu'à 2108 ns après cette détection. L'échantillonnage a été choisi à 4 ns, bien que FASTER travaille avec un échantillonnage de 2 ns. Ce choix est un bon compromis pour connaître la forme de l'impulsion, et pour étudier le niveau de ligne de base avant et après cette impulsion.

En parallèle des trames oscilloscope, nous possédons les données « statistiques » acquises toutes les millisecondes, à savoir les comptages d'événements. Ceux-ci vont nous permettre de repérer la décroissance, ainsi que le débit initial sans seuillage logiciel  $Q_{\text{seuil}}$  des désintégrations. Malheureusement, nous ne disposons que d'une seule décroissance avec des débits comparables à ceux de notre étude.

Après avoir analysé les signaux bruts provenant des tubes photomultiplicateurs 1 et 2, nous évaluerons la variation de ligne de base et la variation de gain des tubes photomultiplicateurs.

### V.3.1 Etude des signaux bruts

---

La figure 90 résume ce qui est acquis par PM1. Elle représente les formes moyennes des signaux dans différentes plages d'amplitudes. Les signaux provenant de PM2 sont similaires. La largeur moyenne des impulsions de la voie PM1 est de 18 ns ( $\sigma=3$  ns), et celles de la voie PM2 de 17 ns ( $\sigma=2$  ns). Un agrandissement entre -50 mV et 30 mV permet de comprendre quels signaux ont été acquis, et la conséquence sur la mesure de charge. Les signaux acquis par les autres photomultiplicateurs sont similaires à ceux présentés. En outre, sur PM1 :

- 28% des signaux ont leur amplitude maximale inférieure à 125 mV



- 26% des signaux ont leur amplitude maximale inférieure entre à 125 mV et 350 mV
- 27% des signaux ont leur amplitude maximale inférieure entre à 350 mV et 600 mV
- 19% des signaux ont leur amplitude maximale supérieure à 600 mV

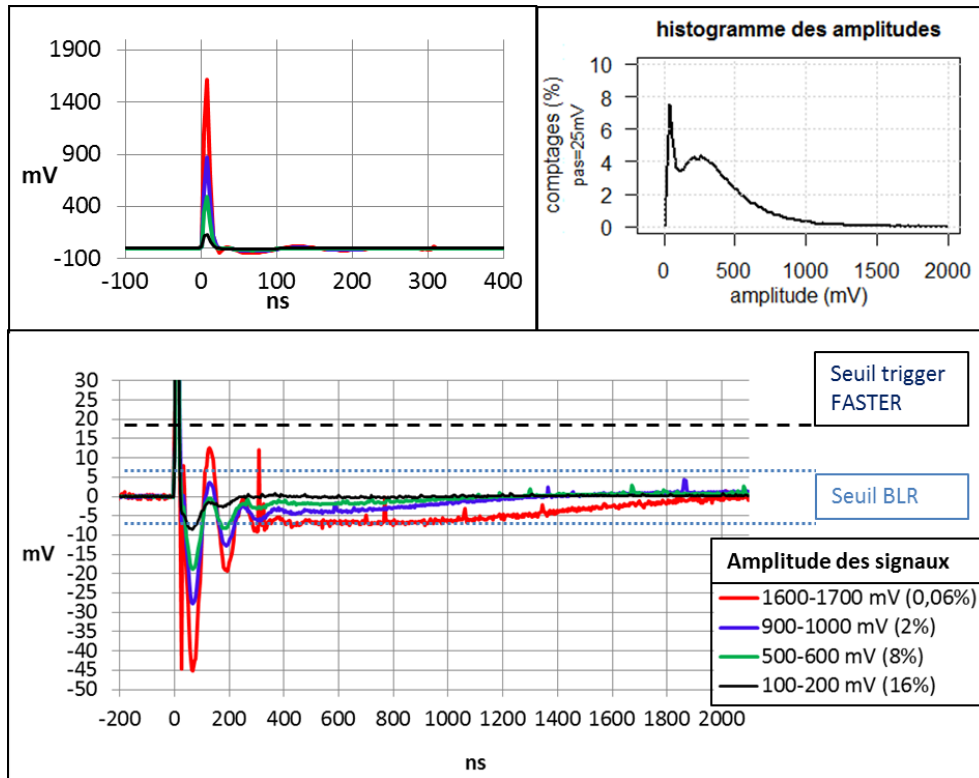


figure 90 : forme moyenne des signaux PM1 en fonction de leur amplitude. 16% des signaux ont une amplitude comprises entre 100 et 200 mV, 8% entre 500 et 600 mV, 2% entre 0,9 et 1 V et 0,06% entre 1,6 V et 1,7 V.

Ces trames oscilloscope montrent nettement la présence de rebonds. La voie est mal adaptée, ce qui amène des oscillations pseudopériodiques d'amplitude moyenne égale à environ 5,6% de l'amplitude de l'impulsion et de période autour 120 ns. Ces oscillations n'évoluent pas autour de 0 mV, mais autour d'une tension qui diminue très lentement, à l'échelle de l'impulsion. La constante de temps est difficile à déterminer car le restaurateur de ligne de base (BLR) de FASTER étant activé, le signal revient vers la ligne de base plus vite que s'il n'était pas activé.

La fréquence du BLR dans le MnM QTDC est de 160 kHz (cf. tableau 3). Le temps de réponse à un échelon est de  $3/(2 \cdot \pi \cdot 160000)$  soit environ 3  $\mu$ s. Le signal n'étant pas un échelon, le retour à la ligne de base est plus rapide. La durée de la trame oscilloscope enregistrée ne permet pas de définir la durée du retour définitif à la ligne de base, mais le niveau 0 V est bien atteint, comme le garantit le niveau de ligne de base juste avant le signal de la particule.

La figure 91 présente un agrandissement entre  $\pm 5$  mV autour de la ligne de base.

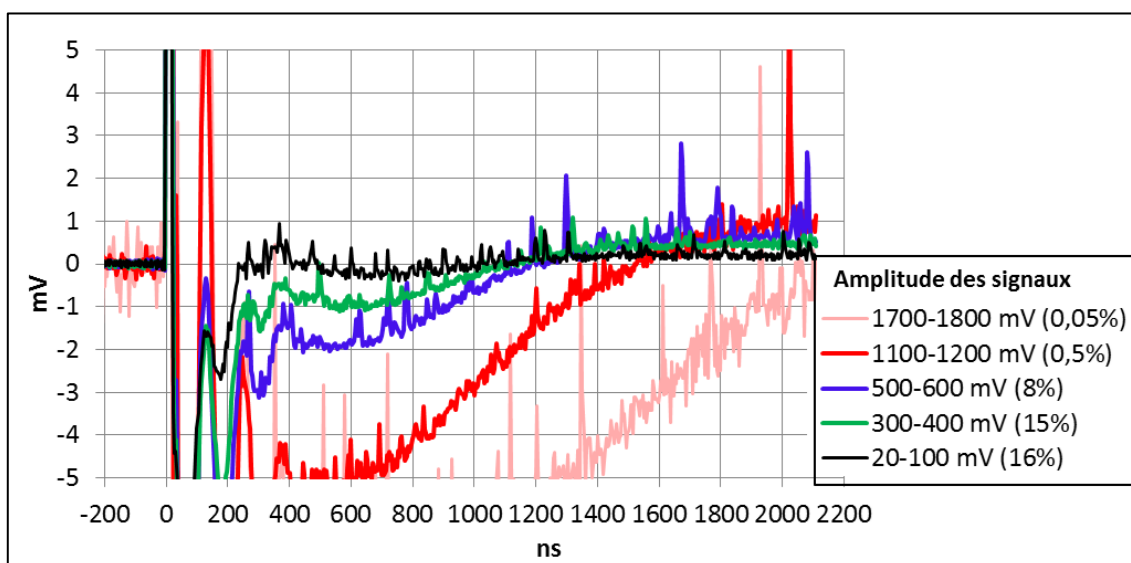


figure 91 : agrandissement entre -5 mV et +5 mV des principaux signaux de PM1

1,2  $\mu$ s après la majorité des signaux (ceux dont l'amplitude est inférieure à 600 mV, i.e. 86%), la ligne de base est négative (inférieure à 500  $\mu$ V). Ensuite, la ligne de base devient positive (autour 500  $\mu$ V), et cela pour une durée que nous ne pouvons déterminer avec les trames oscilloscope. Si nous prenons en compte les signaux de plus grande amplitude, il faut attendre 2  $\mu$ s pour que la ligne de base soit comprise entre  $\pm 1$  mV.

En conclusion, même si les rebonds, dus à la mauvaise adaptation d'impédance, ne sont pas comptés comme des événements (ils ne dépassent pas le seuil du module trigger du QTDC), ils modifient la valeur de la ligne de base, et cela d'autant plus que le débit est grand. Après chaque événement, il est nécessaire de rajouter un temps mort au minimum égal à 1  $\mu$ s, si ce n'est 2  $\mu$ s. Il s'agit donc, à présent, de vérifier le niveau moyen de la ligne de base, et son impact sur le calcul de la durée de vie.

### V.3.2 Modèle de ligne de base

Pour évaluer le niveau moyen de la ligne de base lorsqu'arrive une impulsion  $\beta^+$ , l'idéal aurait été d'avoir acquis le niveau de la charge avant chaque impulsion, puisque pour évaluer la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ , nous allons compter le nombre d'impulsions dont la charge déposée a dépassé un seuil en charge  $Q_{seuil}$ . Bien que ce niveau soit possible à acquérir avec le MnM de QTDC, cette option n'a pas été sélectionnée pour l'expérience. Le seul moyen, que nous avons pour mesurer le niveau de ligne de base, est donc d'utiliser les trames oscilloscope acquises en fin d'expérience.

Pour évaluer notre ligne de base ou niveau « zéro » lorsqu'une impulsion  $\beta^+$  arrive, nous allons calculer chaque seconde, la moyenne des échantillons qui arrivent entre -24 ns et -4 ns avant une impulsion d'amplitude supérieure à 125 mV (amplitude supérieure aux impulsions Čerenkov), soit 6 échantillons par impulsion (cf. figure 92). Le débit d'impulsions, pendant la décroissance étudiée, nous permet d'être toujours au maximum d'acquisition des trames oscilloscope, soit 1000 impulsions par seconde. Seules 828 impulsions en moyenne parmi les 1000 ont une amplitude supérieure à 125 mV. La moyenne  $\langle \text{zéros} \rangle_{1s}$  est donc calculé sur  $6 \times 828 = 4968$  échantillons pour 1 s.

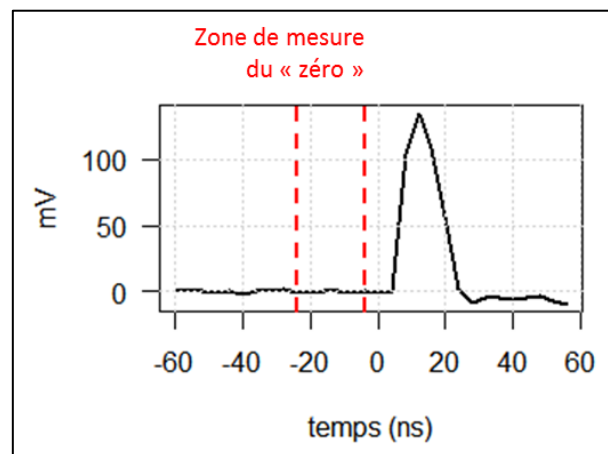


figure 92 : zone de mesure de la ligne de base

La figure 93 donne un exemple d'évolution de la ligne de base  $\langle \text{zéros} \rangle_{1s}$  en fonction du temps pendant une décroissance. La courbe supérieure représente le taux de comptage sans seuillage par logiciel de cette décroissance.

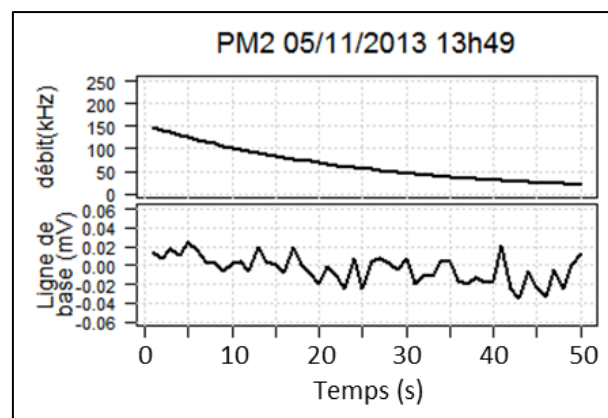


figure 93 : évolution de la ligne de base pendant une décroissance.

La courbe de ligne de base  $\langle \text{zéros} \rangle_{1s}$  est évidemment bruitée, puisque chaque échantillon est mesuré avec une incertitude d'environ  $\sigma_{\text{rms}} = 0,7$  mV représentant le bruit électronique de la carte d'acquisition CARAS. Ce  $\langle \text{zéros} \rangle_{1s}$  est par conséquent mesuré avec une

incertitude d'environ  $10 \mu\text{V}$  ( $\approx 0,7/\sqrt{6 \cdot 828}$ ).

Les différentes acquisitions que nous possédons vont nous permettre d'établir un modèle de variations des  $\langle \text{zéros} \rangle_{1s}$  en fonction du taux de comptage sans seuillage – ou débit  $D$  – donné par les données STAT du MnM QTDC de FASTER. Nous allons, pour cela, faire quelques suppositions, connaissant la forme des signaux oscilloscope:

- La différence de temps entre chaque particule est  $\langle \theta \rangle = \frac{1}{D}$ .

Le taux de comptage varie, en première approximation, comme une exponentielle décroissante  $D = D_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ , où  $D_0$  est le débit initial et  $\tau$  la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  approximativement pris à 24,9 s.

- Chaque impulsion est suivie par un signal résiduel d'amplitude  $V_r$ , qui décroît à travers un filtre passe-bas du premier ordre, de constante de temps  $\tau_r$ . Nous négligeons donc toute les déformations du signal qui se produisent jusqu'à  $1 \mu\text{s}$  après le signal, comme le schématise la figure 94.

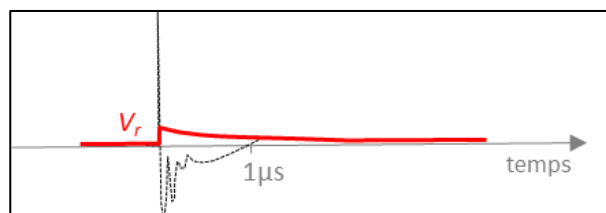


figure 94 : modélisation de la forme de l'impulsion résiduelle.

- Le niveau de ligne de base à débit nul est  $V_0$ . C'est le niveau moyen de ligne de base, après le module de restauration de ligne de base intégré dans le MnM FASTER.

Le signal modèle résultant  $BL(t, D_0)$  est donc la convolution d'un signal exponentiel décroissant d'amplitude initiale  $V_r$  avec un peigne de Dirac (cf. figure 95).

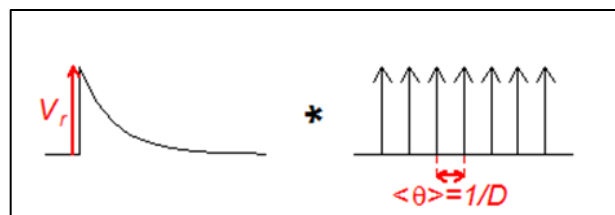


figure 95 : modélisation de la ligne de base.

Par conséquent :

$$BL(t, D_0) = V_r \frac{e^{-\frac{t}{\tau_r D_0}}}{1 - e^{-\frac{t}{\tau_r D_0}}} + V_0 \quad \text{V-Eq.3.}$$

Les paramètres  $V_r$ ,  $V_0$ , et  $\tau_r$  dépendent de la voie PM1 ou PM2.  $V_r$  dépend de l'amplitude moyenne du signal, c'est-à-dire essentiellement de la forme du spectre d'amplitude. Nous allons néanmoins considérer que la différence de spectre et la différence de durée de vie  $\tau$  suivant les cibles sont négligeables pour le calcul de  $BL(t, D_0)$ .

Les paramètres  $V_r$ ,  $V_0$ , et  $\tau_r$  sont définis à partir des 4 fichiers d'acquisition par voies que nous possédons. Ainsi, les valeurs des paramètres sont :

- Voie PM1 :  $V_r=74 \mu\text{V}$ ,  $V_0=11,5 \mu\text{V}$ , et  $\tau_r=5,87 \mu\text{s}$ . Ces paramètres sont définis à partir des d'acquisitions où  $D_0$  a pour valeurs  $171.10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $1204.10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $1327.10^3 \text{ s}^{-1}$  et  $1355.10^3 \text{ s}^{-1}$ .
- Voie PM2 :  $V_r=171 \mu\text{V}$ ,  $V_0=-7,8 \mu\text{V}$ , et  $\tau_r=3,97 \mu\text{s}$ . Ces paramètres sont définis à partir des d'acquisitions où  $D_0$  a pour valeurs  $147.10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $1165.10^3 \text{ s}^{-1}$ ,  $1207.10^3 \text{ s}^{-1}$  et  $1173.10^3 \text{ s}^{-1}$ .

La figure 96 représente un exemple d'évolution du  $\langle \text{zéros} \rangle_{1s}$  et le résidu  $\langle \text{zéros} \rangle_{1s} - BL$  associé.

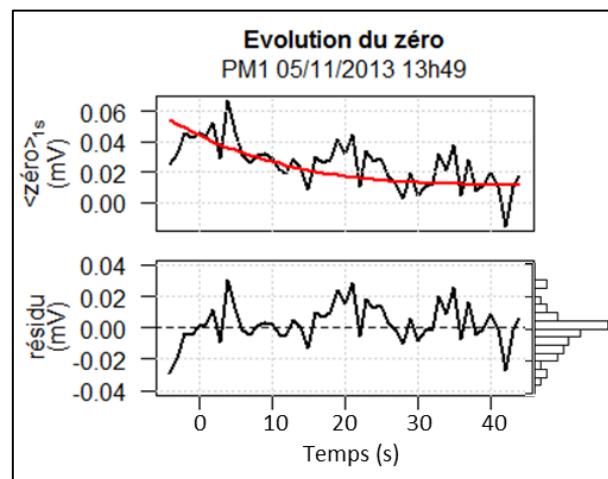


figure 96 : évolution de la ligne de base. L'exponentielle décroissante et un bon modèle de cette variation. L'écart-type du résidu est ici égal à  $12 \mu\text{V}$ , pour une moyenne de  $-0,5 \mu\text{V}$ .

L'incertitude sur la mesure de la ligne de base est alors de  $34 \mu\text{V}$  sur PM1, et  $22 \mu\text{V}$  sur PM2. Nous verrons que le modèle  $BL$  est une estimation suffisante de la variation du zéro pour estimer son impact sur la durée de vie.

L'ensemble des résultats seront récapitulés dans le paragraphe V.3.4.

### V.3.3 Evaluation de la variation du gain

Nous pouvons évaluer la variation de gain de la même façon que nous avons évalué la ligne de base. Pour cela, nous utilisons les échantillons (entre 4 ns et 24 ns) d'une impulsion d'amplitude supérieure à 125 mV (cf. figure 97). Chaque échantillon a été préalablement corrigé par son niveau de ligne de base  $BL(t, D_0)$  défini au paragraphe précédent.

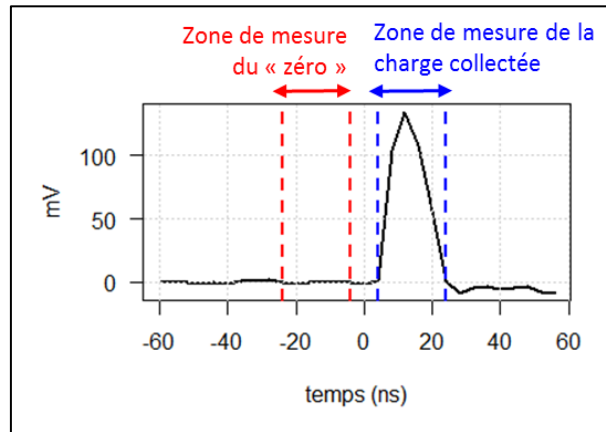


figure 97 : zones de mesure de la ligne de base et de la charge déposée.

Puis, comme pour le calcul de  $\langle \text{zéros} \rangle_{1s}$ , nous calculons la moyenne de ces échantillons acquises chaque seconde. Si nous supposons qu'une impulsion dure toujours 20 ns, nous allons montrer que cette moyenne  $\langle \text{signal} \rangle_{1s}$ , exprimée en mV, est directement proportionnelle à la valeur de la charge collectée.

Si  $N_{1s}$  est le nombre d'impulsions sur 1 s, et sachant qu'il y a 6 échantillons entre 4 ns et 24 ns, alors :

$$\langle \text{signal} \rangle_{1s} = \frac{\sum_{N_{1s}} \sum_{t=4ns}^{t=24ns} V_{\text{signal}}}{N_{1s} \cdot 6}$$

Dans le FPGA, la charge seuil à seuil est calculée par l'équation:  $Q_{tt} = \sum_{W_{tt}} k \cdot V_{\text{signal}}$  où  $k = \frac{2^{12}}{2,2V}$ , puisque la numérisation des signaux électrique s'effectue au moyen d'un convertisseur 12 BIT, et la gamme d'entrée est de 2,2 V. L'impulsion durant  $W_{tt} = 20 \text{ ns}$ , soit 10 échantillons pour ce convertisseur de 500 MHz, la charge moyenne est :

$$\langle Q \rangle_{1s} = \frac{\sum_{N_{1s}} \sum_{W_{tt}} k \cdot V_{\text{signal}}}{N_{1s}}$$

$$\text{Ainsi } \langle \text{signal} \rangle_{1s} = \frac{1}{10k} \langle Q \rangle_{1s}.$$

Pour définir le gain, nous allons comparer  $\langle signal \rangle_{1s}$  à une moyenne référence  $\langle signal \rangle_{ref}$  définie comme le signal moyen pendant toute la décroissance. Par exemple, sur la voie PM1, cette référence est égale à 201(4) mV, tandis que sur la voie PM2, elle est égale à 238(4) mV. Si le gain varie, nous verrons au chapitre VI.1, qu'il peut être évalué en première approximation de la façon suivante :

$$G(t) = \frac{\langle signal \rangle_{1s}}{\langle signal \rangle_{ref}} \quad \text{V-Eq.4.}$$

### V.3.4 Résultats

---

Nous présentons sur la figure 98, les variations de ligne de base et de gain obtenues grâce aux méthodes expliquées dans les deux chapitres précédents, dans les quatre configurations suivantes :

- Configuration 1 des voies PM1 et PM2 : le débit initial des particules est similaire à celui utilisé dans notre expérience (autour de  $150 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ ). Nous ne disposons que d'une seule décroissance par voie dans cette configuration. Le tableau 7 ci-dessous résume les résultats obtenus et donne la valeur maximale des variations observées :

voie	PM1	PM2
Date/Heure d'acquisition	5/11/2013-13h49	5/11/2013-13h49
Débit initial ( $10^3 \text{ s}^{-1}$ )	171	147
Variation de ligne de base ( $\mu\text{V}$ )	33	33
Variation de gain (%)	0,9	2,3

tableau 7 : Variations initiales de gain et de ligne de base des décroissances à faible débit.

- Configuration 3 à 4 des voies PM1 et PM2 : le débit initial des particules est 8 à 10 fois supérieur à celui utilisé dans notre expérience. Nous disposons de trois décroissances par voie dans cette configuration. Les résultats étant tous similaires, nous n'avons présenté les résultats que d'une décroissance parmi les trois. Le tableau 8 ci-dessous résume les résultats obtenus et donne les valeurs maximales des variations observées :

voie	PM1			PM2		
Date d'acquisition	5/11/2013			5/11/2013		
Heure d'acquisition	13h53	13h57	14h00	13h53	13h57	14h00
Débit initial ( $10^3 \text{ s}^{-1}$ )	1204	1327	1355	1165	1207	1173
Variation de ligne de base ( $\mu\text{V}$ )	486	541	558	693	696	685
Variation de gain (%)	2,1	2,3	2,4	6,3	5,9	6,5

tableau 8 : Variations initiales de gain et de ligne de base des décroissances à fort débit.

Sur les graphes de ligne de base de la figure 98, les courbes en rouge sont les courbes *BL* définies par l'équation V-Eq.3. La modélisation des courbes de gain est effectuée par régression LOESS ( LOcal regrESSion défini par W.S. Cleveland [45]), calculée avec le logiciel R.

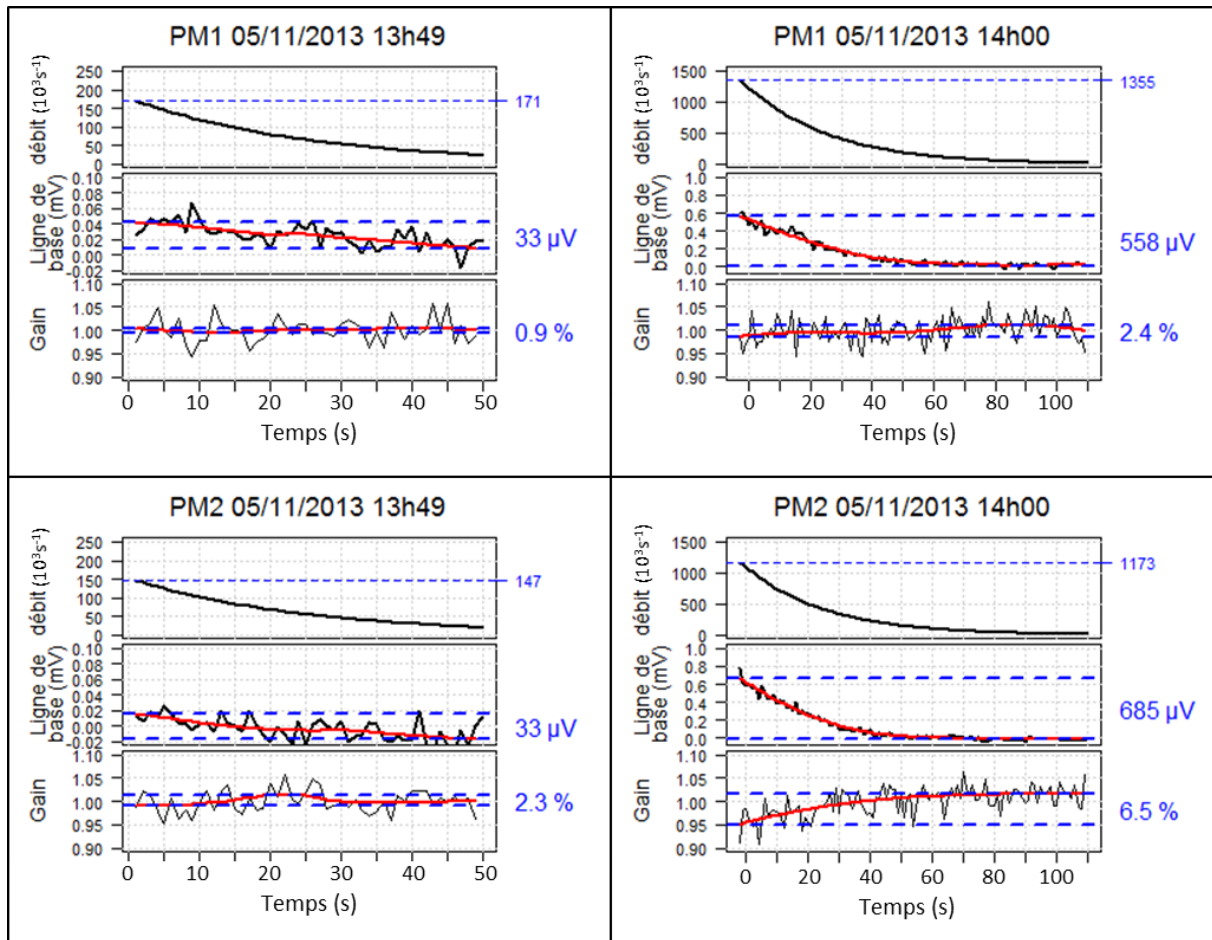


figure 98 : Variation de gain et de ligne de base, en fonction des tubes photomultiplicateurs utilisés et des débits initiaux.

Nous remarquons qu'avec les débits de notre étude (graphes à gauche), la ligne de base varie très peu:  $33 \mu\text{V}$  de variation maximale quelques soient les voies. Même si les études n'ont été effectuées que sur 50 s, le modèle de ligne de base développé nous assure que le niveau de ligne de base ne varie plus au-delà de ces 50 s. Par contre, lorsque les débits sont 8 à 10 fois supérieurs à ceux utilisés pour notre expérience, la variation du zéro atteint presque  $700 \mu\text{V}$ .



Alors que la variation de ligne de base est modélisable, la variation de gain est plus difficile à définir, même si la tendance est à l'écroulement du gain à grand débit dû à la dépolarisation des tubes photomultiplicateurs au début de la désintégration. Aux faibles débits présentés, le gain du photomultiplicateur PM1 semble stabilisé à 1% près, alors que celui du photomultiplicateur PM2 varie de 2,3%. Pour des débits autour de  $1,2 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ , la variation de gain est corrélée à la variation de débits de particules. Comme à faible débit, le gain varie plus sur PM2 (6,5%) que sur PM1 (2,5%).

---

## V.4 Conclusion

---

L'analyse des histogrammes de charges acquis par chaque détecteur a permis d'établir qu'il était nécessaire de sélectionner les événements dont la charge dépasse  $0,25Q_{max}$ , pour supprimer la majorité des événements Čerenkov et de bruit de fond.

L'analyse des trames oscilloscope nous montre qu'il est nécessaire de rajouter un temps mort au moins égal à  $1,2 \mu\text{s}$  après chaque événement provenant des photomultiplicateurs pour diminuer l'impact de la variation de ligne de base sur le comptage.

Les histogrammes d'intervalles de temps nous permettent de déterminer les délais des post-impulsions de chaque tube photomultiplicateur : 325 ns pour le tube photomultiplicateur 1 et 285 ns pour le tube photomultiplicateur 2. Ils nous confirment qu'un seuil en charge autour de  $0,25Q_{max}$  et un temps mort minimal de  $1,2 \mu\text{s}$  est suffisant pour sélectionner les données compatibles avec le modèle.

Une fois les données sélectionnées, nous pouvons estimer la durée de vie. Il nous faut pour cela vérifier l'impact d'une variation de ligne de base  $BL(t, D_0)$  dépendante du débit initial sans seuillage, et celui d'une variation de gain des tubes photomultiplicateurs (entre 1 et 2,5% suivant les tubes photomultiplicateurs pour notre analyse, et entre 2,4% et 6,5% pour les décroissances étudiées par les autres laboratoires), sur l'estimation de la durée de vie.

# VI IMPACT DE LA VARIATION DES GRANDEURS D'INFLUENCES

Nous allons étudier, à présent, l'impact d'une variation de gain des tubes photomultiplicateurs, l'impact d'une variation de ligne de base des signaux électroniques, ainsi que l'impact de la variation d'empilements. Puisque ces trois fluctuations modifient le spectre des charges, elles modifient le comptage donc la mesure de la durée de vie.

Nous expliquerons en premier lieu, d'une façon simple, comment le spectre et le comptage sont affectés. Nous déterminerons, ensuite, l'impact de ces fluctuations de spectre sur le calcul de la durée de vie.

## VI.1 Impact sur le comptage des variations de gain, de ligne de base et d'empilements

Pour estimer la durée de vie, il est nécessaire de maîtriser le comptage des événements. Considérons donc une expérience pendant laquelle  $N_{tot}$  particules se sont désintégrées pendant  $\Delta t$ .

La densité de probabilité ( $ddp$ ), de charge déposée dans le scintillateur par chaque particule, est décrite par la fonction  $f_1(q)$  représentée figure 99. Pour clarifier la compréhension, nous prendrons une densité de probabilité uniforme, donc un spectre plat de 0 à 100 pC. Puisque c'est une densité de probabilité, alors  $\int_0^{\infty} f_1(q) dq = 1$ .

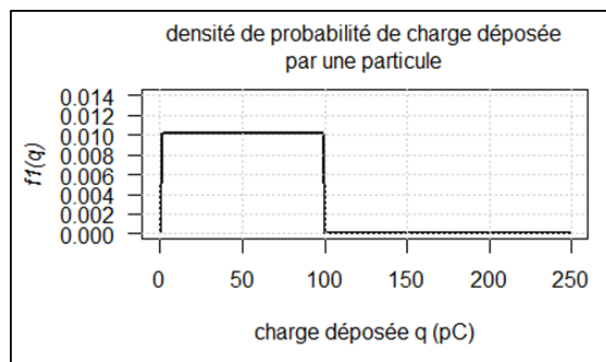


figure 99 : Densité de probabilité de charge déposée. Dans cet exemple, une charge dépose en moyenne  $Q_1 = \int_0^{\infty} q f_1(q) dq = 50$  pC.

La mesure du nombre de particules interagissant avec le détecteur s'effectue toujours en

dénombrant les particules dont la charge a dépassé un seuil  $Q_{seuil}$ . De ce fait, seule une fraction du nombre total de particules  $N_{tot}$  est acquise

$$N_{détecté} = \frac{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq}{\int_0^{\infty} f1(q) dq} N_{tot} = N_{tot} \int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq$$

Dans l'exemple figure 99, si nous prenons  $Q_{seuil} = 10 \text{ pC}$ , alors seul 90% du nombre total des particules interagissant est détecté. Cette fraction fait cependant partie intégrante de l'efficacité de détection, et le nombre détecté devient notre nombre référence :

$$N_{ref} = N_{tot} \int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq$$

### VI.1.1 Variation de gain

Lorsque, pendant la mesure, survient une variation de gain, la densité de probabilité de charge est transformée  $f1_G(q) = \frac{1}{G} f1\left(\frac{q}{G}\right)$  (cf. figure 100).

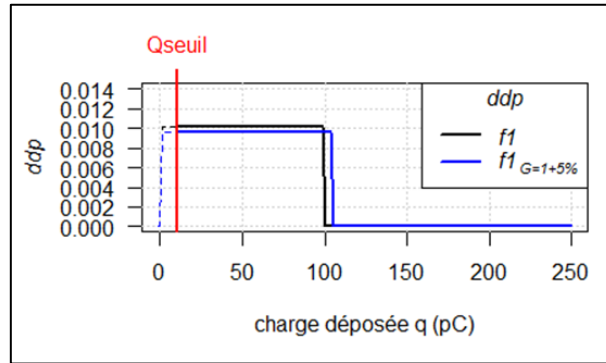


figure 100 : Densité de probabilité référence (i.e. lorsque  $G=1$  en noir) et densité de probabilité lorsque  $G=1,05$  (en bleu)

Le nombre de particules détectées est :

$$N_{détecté}(G) = N_{tot} \int_{Q_{seuil}}^{\infty} \frac{1}{G} f1\left(\frac{q}{G}\right) dq = N_{tot} \int_{\frac{Q_{seuil}}{G}}^{\infty} f1(q) dq = N_{ref} \left( 1 + \frac{\int_{\frac{Q_{seuil}}{G}}^{Q_{seuil}} f1(q) dq}{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq} \right)$$

Donc  $N_{détecté}(G) = N_{ref}(1 + \epsilon_c)$  où  $\epsilon_c$  représente l'erreur relative sur le comptage :

$$\epsilon_c = \frac{\int_{\frac{Q_{seuil}}{G}}^{Q_{seuil}} f1(q) dq}{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq}$$

Dans notre exemple, si le seuil  $Q_{seuil}$  vaut 10 pC, et si le gain a varié de +5% alors le nombre de particules détectées a augmenté de 0,5% :  $N_{détecté}(G = 1,05) = N_{ref}(1 + 0,5\%)$ .

La charge moyenne mesurée est aussi transformée :

$$\langle Q(G) \rangle = G \frac{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} q f_1(q) dq}{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f_1(q) dq} = G \cdot \langle Q \rangle_{ref} [1 + \varepsilon_Q]$$

Dans le chapitre précédent V.3.3, nous avons considéré que  $\varepsilon_Q$  était négligeable devant 1. Il nous faut à présent le vérifier  $Q_{seuil}$  a été choisi dans une zone telle que  $Q_{seuil}/Q_{max}$  soit proche de 0,25. La dérivée de la densité de probabilité  $f_1'(Q_{seuil})$  peut être considérée comme nulle (cf. équation V-Eq.4 §V.3.3).

Dans ce cas :

$$\varepsilon_Q \approx \frac{f_1(Q_{seuil}) \cdot Q_{seuil}}{N_{ref}} \cdot \left(1 - \frac{1}{G}\right) \cdot \left[ \frac{Q_{seuil}}{2\langle Q \rangle_{ref}} \left(1 + \frac{1}{G}\right) - 1 \right]$$

Avec les données de notre problème, quelles que soient les voies, la valeur  $\varepsilon_Q$  n'excède pas  $5 \cdot 10^{-6}$ . L'approximation utilisée  $G = \frac{\langle Q(G) \rangle}{\langle Q \rangle_{ref}}$  était donc parfaitement justifiée.

## VI.1.2 Variation de ligne de base

Lorsque la ligne de base n'est pas stable, la densité de probabilité de charge déposée est décalée d'une charge  $\Delta q_{offset}$  telle que  $f_1(q - \Delta q_{offset}) = f_1(q - \Delta q_{offset})$  (cf. figure 101).

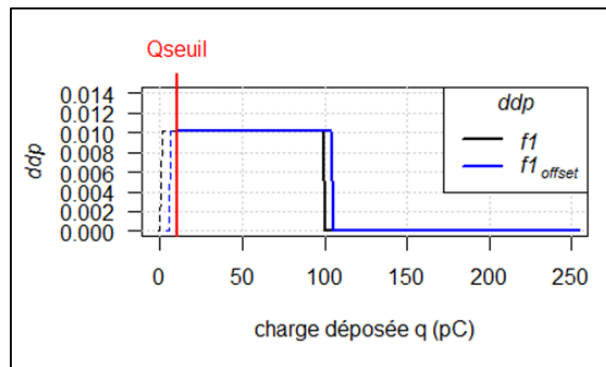


figure 101 : Densité de probabilité référence (en noir) et densité de probabilité pour un offset de 5 pC (en bleu).

Le nombre de particules détectées est :

$$N_{détecté}(q_{offset}) = N_{tot} \int_{Q_{seuil}}^{\infty} f_1(q - \Delta q_{offset}) dq = N_{tot} \int_{Q_{seuil} - \Delta q_{offset}}^{\infty} f_1(q) dq$$

$$N_{d\acute{e}tect\acute{e}}(q_{offset}) = N_{ref} \left( 1 + \frac{\int_{Q_{seuil}-\Delta q_{offset}}^{Q_{seuil}} f1(q) dq}{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq} \right)$$

L'erreur relative sur le comptage est cette fois \acute{e}gale \`a :

$$\epsilon_c = \frac{\int_{Q_{seuil}-\Delta q_{offset}}^{Q_{seuil}} f1(q) dq}{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq}$$

Dans notre exemple, si 100 pC repr\`esente la charge d'un signal pleine \acute{e}chelle de 2 V, et que le seuil est \`a 10 pC, alors un offset de 0,5 mV donne une erreur relative sur le comptage de 0,03%.

### VI.1.3 Variation d'empilements

---

Chaque impulsion produite par une particule a, en moyenne, une largeur  $W_{tt}$  (=20 ns). Suivant le d\`ebit de particules, la probabilit\`e de voir deux impulsions empil\`ees est plus ou moins \acute{e}lev\`ee. Si  $N_{tot}$  particules se sont d\`esint\`egr\`ees pendant  $\Delta t$ , la probabilit\`e d'empilements est \acute{e}gale \`a :

$$p_e = 1 - e^{-W_{tt} \frac{N_{tot}}{\Delta t}} \quad \text{VI-Eq.1}$$

Le nombre d'\`ev\`enements mesur\`es pendant  $\Delta t$ , si nous prenons  $Q_{seuil} = 0$ , est donc \acute{e}gal \`a, puisque le temps mort est extensible :

$$N_{eDT} = N_{tot} \cdot e^{-W_{tt} \frac{N_{tot}}{\Delta t}} = N_{tot} (1 - p_e) \quad \text{VI-Eq.2}$$

Le spectre en charge acquis est alors d\`ecrit par:  $N_{eDT} \cdot f_{p_e}(q)$  o\`u  $f_{p_e}(q)$  est la densit\`e de probabilit\`e r\`esultante :

$$f_{p_e}(q) = \frac{1}{1 + p_e} f1(q) + \frac{p_e}{1 + p_e} f2(q) \quad \text{VI-Eq.3}$$

La fonction  $f2(q)$  est la densit\`e de probabilit\`e de charge d\`epos\`ee par deux particules empil\`ees. Comme le MnM FASTER nous fournit la charge d\`epos\`ee seuil \`a seuil -et non la charge calcul\`ee pendant une porte temporelle- la fonction  $f2(q)$  est l'auto-convolution de la fonction  $f1(q)$ , c'est-\`a-dire  $f2(q) = f1(q) * f1(q)$ . Le produit de convolution est \acute{e}gal \`a la transform\`ee de

Fourier inverse du produit des transformées de Fourier, ce qui permet de calculer  $f_2(q)$ :

$$f_2(q) = FFT^{-1} \left( FFT(f_1(q)) \cdot FFT(f_1(q)) \right)$$

La fonction  $f_2(q)$  est représentée sur la figure 102 ci-dessous. C'est un triangle lorsque le spectre original est un rectangle.

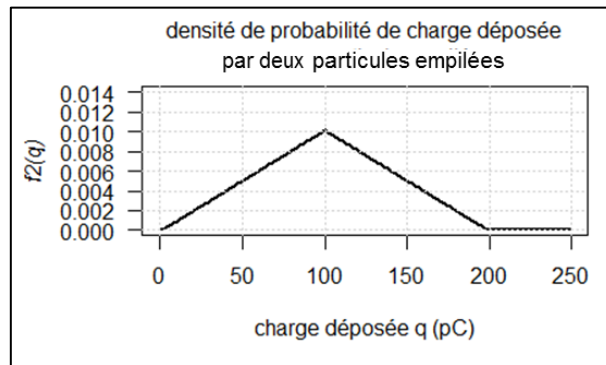


figure 102 : Densité de probabilité des charges collectées pour deux particules empilées. Dans cet exemple, une charge avec empilement correspond en moyenne à  $Q_2 = \int_0^{\infty} q f_2(q) dq = 100 pC = 2 \cdot Q_1$

Lorsque nous comptons les événements dont la charge a dépassé  $Q_{seuil}$ , il est courant de considérer que le nombre d'événements mesuré est :

$$N_{mesuré} = (1 - p_e) N_{tot} \int_{Q_{seuil}}^{\infty} f_1(q) dq$$

Ce n'est qu'une approximation puisqu'en réalité  $N_{mesuré} = (1 - p_e) N_{tot} \int_{Q_{seuil}}^{\infty} f_{p_e}(q) dq$

L'erreur relative commise est donc de :

$$\epsilon_c = \frac{p_e}{1 + p_e} \cdot \left[ \frac{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f_2(q) dq}{\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f_1(q) dq} - 1 \right]$$

Considérons par exemple que la probabilité d'empilements est de  $p_e = 5\%$  (figure 103).

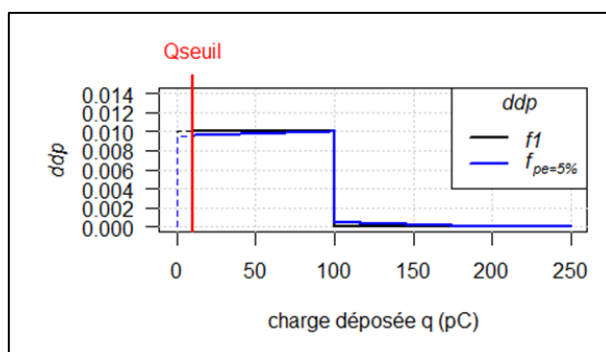


figure 103 : Densité de probabilité des charges collectées pour une probabilité d'empilement de 5%

Dans le cas représenté ( $Q_{seuil} = 10$ ), ne pas considérer la déformation du spectre en charge apporterait une erreur relative de 0,5%.

Dans notre expérience, la probabilité d'empilements est moindre (de l'ordre de 0,3% au début de déversement). Néanmoins, puisque nous cherchons une incertitude relative sur la durée de vie de l'ordre de  $10^{-4}$ , il conviendra de vérifier l'erreur systématique qu'apporte l'empilement sur notre mesure.

## VI.2 Impact sur la mesure de la durée de vie

Nous avons établi l'erreur relative sur le comptage des différentes variations. Mais cette erreur, quelquefois minime a-t-elle de l'influence sur la mesure de la durée de vie? Il est nécessaire, pour l'évaluer, de prendre en considération les caractéristiques exactes de notre étude, à savoir le spectre en charge et le seuil choisi.

Nous allons considérer la décroissance du comptage comme une fonction mathématique :

$$N_i = N_{tot} e^{-\frac{i\Delta t}{\tau_0}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}}\right) \int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq \text{ avec } i \in [0, 424], \Delta t = 1 \text{ s}$$

Le nombre  $N_i$  peut être un nombre réel, et l'incertitude sur ce nombre est nulle.

Pour trouver la durée de vie  $\tau$  associée à cette décroissance, nous allons utiliser l'estimateur numérique élaboré pour cette thèse, défini par les équations IV-Eq.16 et IV-Eq.17 du chapitre IV.3.5 :

$$\tau = \frac{\Delta t}{\ln\left(\frac{\Delta t}{S} + 1\right)} \text{ avec } S = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} i \Delta t \cdot N_i}{(\sum_{i=0}^{n-1} N_i) - n N_{n-1}}$$

Nous avons effectivement vérifié que, lorsque les fluctuations statistiques sont nulles, la durée de vie calculée est égale à celles estimées par les algorithmes de Levenberg-Marquardt et de quasi-Newton.

L'erreur relative est alors définie par:  $100 \cdot \frac{\tau - \tau_0}{\tau_0} \%$ . Si la forme du spectre ne varie pas au cours du temps, alors  $\int_{Q_{seuil}}^{\infty} f1(q) dq$  est constant et l'erreur relative est nulle. Ce n'est plus le cas si, comme nous l'avons vue au paragraphe VI.1, le spectre varie, ce qui revient à faire varier la borne inférieure  $Q_{seuil}$  de l'intégrale.

Pour étudier cette erreur relative avec les données de notre étude,  $f1(q)$  représente la densité de probabilité des charges déposées, par voie et par cible, obtenue après normalisation et lissage par régression LOESS des spectres des charges déposées, sélectionnées avec un temps mort non-extensible de  $1 \mu s$  (figure 104).

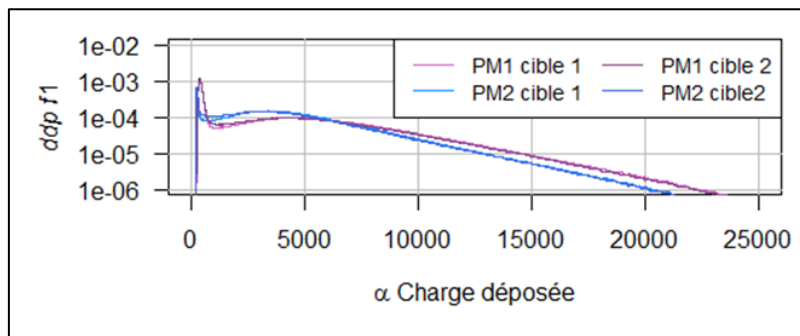


figure 104 : Densité de probabilité par voie (PM1 et PM2) et par cible (Cible1 : Pb, Cible2 : CsI).

Nous allons étudier l'erreur relative sur la durée de vie en fonction du seuil en charge déposée. Celui-ci sera normalisé par rapport à  $Q_{max}$  défini sur la figure 79. La durée de vie  $\tau_0$  des décroissances sera prise proche des durées de vie qui seront obtenues par cible, à savoir,  $\tau_0 = 24,9$  s pour la cible 1 (Pb), et  $\tau_0 = 24.8$  s pour la cible 2 (CsI). L'étude de la décroissance est effectuée pendant 424 s.

### VI.2.1 Impact de la variation de gain

Pour étudier l'impact de la variation de gain, nous allons utiliser un modèle de variation de gain qui peut refléter celle due à la dépolarisation des tubes photomultiplicateurs (voir figure 98), à savoir :

$$G(t) = 1 - \Delta G_0 e^{-\frac{t}{\tau_0}}$$

avec  $\Delta G_0 \in \{0; 0,5\%; 0,5\%; 1\%; 1,5\%; 2\%; 2,5\%; 3\%; 4\%; 5\%; 6\%\}$



Le nombre de particules détectées chaque seconde  $i$  devient par conséquent égal à :

$$N_i = N_{tot} e^{-\frac{i\Delta t}{\tau_0}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}}\right) \int_{\frac{Q}{G(t)}}^{\infty} f1(q) dq$$

La figure 105 représente l'erreur systématique commise sur la durée de vie en fonction de l'erreur de gain, et du seuil de détection choisi, par tubes photomultiplicateurs et par cible. Sur l'axe supérieur de chaque graphe, est exprimée l'amplitude en millivolt du seuil de détection  $Q/Q_{max}$ , défini grâce à l'équation  $Q = k \cdot \tau_s \cdot (A - S_{trig})$  définie dans le paragraphe V.1.3.

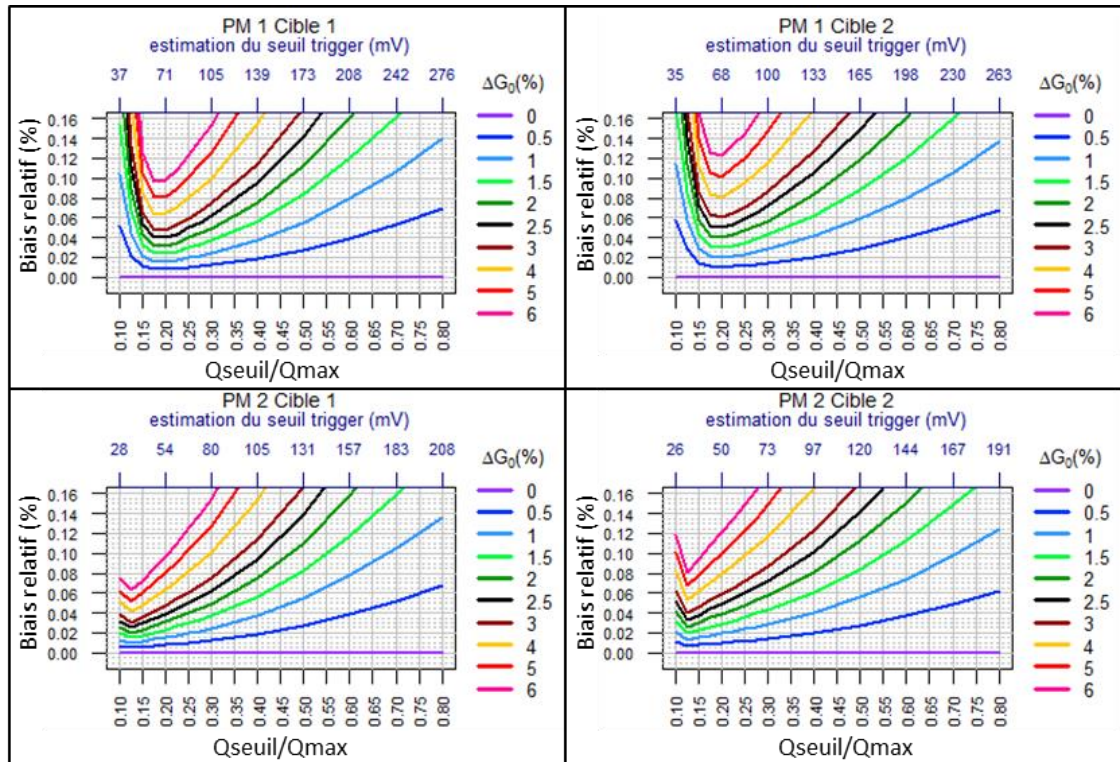


figure 105 : Simulation de l'impact de la variation de gain sur la durée de vie, en fonction du taux de comptage initial, du seuil en charge, et suivant les voies PM et les cibles utilisées. Le gain est simulé comme variant selon l'équation  $G(t) = 1 - \Delta G_0 \cdot \exp(-i\Delta t/\tau_0)$ .

Si le gain varie et suit le modèle que nous avons utilisé, l'erreur relative sur la mesure de la durée de vie est supérieure  $0,01\% = 10^{-4}$  dès que la variation de gain initial  $\Delta G_0$  est supérieur à  $0,5\%$ . La durée de vie sera surestimée. Il existe néanmoins une zone qui minimise ce biais :

- Autour de  $Q/Q_{max} = 0,2$  pour PM1
- Autour de  $Q/Q_{max} = 0,12$  pour PM2

Ces seuils sont inférieurs au seuil minimal ( $0,25Q_{max}$ ) que nous devons appliquer pour sélectionner les événements  $\beta^+$ , comme nous l'avons vu au chapitre V.4.

Aux débits de particules utilisés pendant notre étude, le modèle d'évolution du gain est plus difficile à définir (cf. § V.3.4). Il est nécessaire de le mesurer au cours de chaque

déversement, afin de prédire et corriger l'éventuel impact sur la durée de vie.

## VI.2.2 Impact de la variation de ligne de base

Pour étudier l'impact de la variation de ligne de base, nous allons utiliser le modèle de variation de ligne de base que nous avons trouvé grâce aux trames oscilloscope. Le nombre de particules détectées chaque seconde  $i$  est donc :

$$N_i = N_{tot} e^{-\frac{i\Delta t}{\tau_0}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{-\Delta t}{\tau_0}}\right) \int_{Q-\Delta Q_{offset}(t)}^{\infty} f1(q) dq$$

Comme nous l'avons vu au chapitre V.1.3, la charge  $\Delta Q_{offset}(t)$  est proportionnelle à la variation de ligne de base  $\Delta Q_{offset}(t) = K \cdot V_{offset}(t)$ . La variation de ligne de base dépend du débit (paragraphe V.3.2):

$$V_{offset}(t) = [BL(t, D_0) - BL(424s, D_0)]$$

Nous étudions donc l'impact de la variation de ligne de base sur la mesure de la durée de vie, en fonction des différents débits initiaux  $D_0$  de particules que nous avons pu avoir durant cette expérience. L'ensemble des résultats est présenté sur la figure 106.

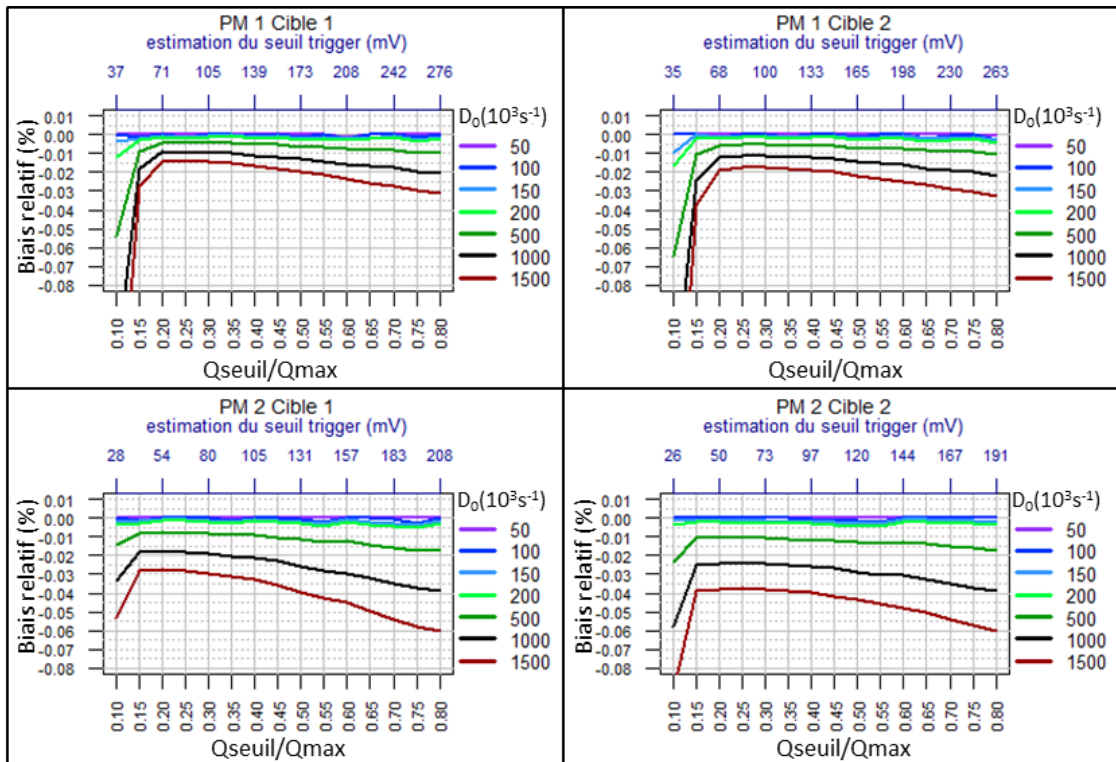


figure 106 : Simulation de l'impact de la variation de ligne de base sur la durée de vie, en fonction du taux de comptage initial, du seuil en charge, et suivant les voies PM et les cibles utilisées. La variation de ligne de base est décrite par l'équation  $V_{offset}(t) = [BL(t, D_0) - BL(424s, D_0)]$ .

Aux débits de particules utilisées pour notre étude – à savoir un débit initial sans seuillage en charge, inférieur à  $200 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$  - la variation de ligne de base a peu d'impact sur l'estimation de la durée de vie : l'erreur relative en valeur absolue est même inférieure à  $2,5 \cdot 10^{-5}$ , quelles que soient les voies et les cibles utilisées, si nous prenons la précaution de prendre un seuil en charge supérieur à  $0,2Q_{max}$  et inférieur à  $0,3Q_{max}$  pour PM1, et  $0,15Q_{max}$  et inférieur à  $0,25Q_{max}$  pour PM2.

Si le débit initial est supérieur à  $1 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ , la durée de vie est sous-estimée, et l'erreur relative dépasse les  $2 \cdot 10^{-4}$ .

### VI.2.3 Impact de l'empilement

---

Pour déterminer l'impact de la modification du spectre de charge, nous calculons d'abord le nombre d'événements, pendant toute la décroissance, si le débit initial est  $D_0$  :

$$N_i = D_0 \tau_0 \cdot e^{-\frac{i\Delta t}{\tau_0}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_0}}\right)$$

La probabilité d'empilement est donnée par  $p_e(i) = 1 - e^{-W_{tt} \frac{N_i}{\Delta t}}$ , et le nombre d'événements mesurés est :

$$N_{eDT_i} = (1 - p_e(i)) \cdot N_{tot} \int_{Q_{seuil}}^{\infty} f_{p_{e_i}}(q) dq$$

avec  $f_{p_{e_i}}(q) = \frac{1}{1+p_e} f1(q) + \frac{p_e}{1+p_e} f2(q)$

Pour mesurer la durée de vie, il faut d'abord effectuer une correction de temps mort extensible. Le nombre corrigé d'éléments  $N_{corrigé}$  est donc l'antécédent de  $N_{eDT}(i)$  par la fonction  $g(N)$  définie par  $g(N) = N e^{-W_{tt} \frac{N}{\Delta t}}$  :

$$N_{corrigé_i} = g^{-1}(N_{eDT_i}) \quad ^2$$

---

<sup>2</sup> Pour les faibles débits initiaux (inférieurs à  $200 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ ), il est équivalent d'utiliser le développement limité de  $g(N)$  :

$$N_{corrigé_i} = \frac{N_{eDT_i}}{1 - W_{tt} \cdot N_{eDT_i} / \Delta t}$$

La durée de vie est ensuite calculée en prenant :

$$S = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} i \Delta t \cdot N_{\text{corrigé}_i}}{\left( \sum_{i=0}^{n-1} N_{\text{corrigé}_i} \right) - n \cdot N_{\text{corrigé}_{n-1}}}$$

L'ensemble des résultats est présenté sur la figure 107.

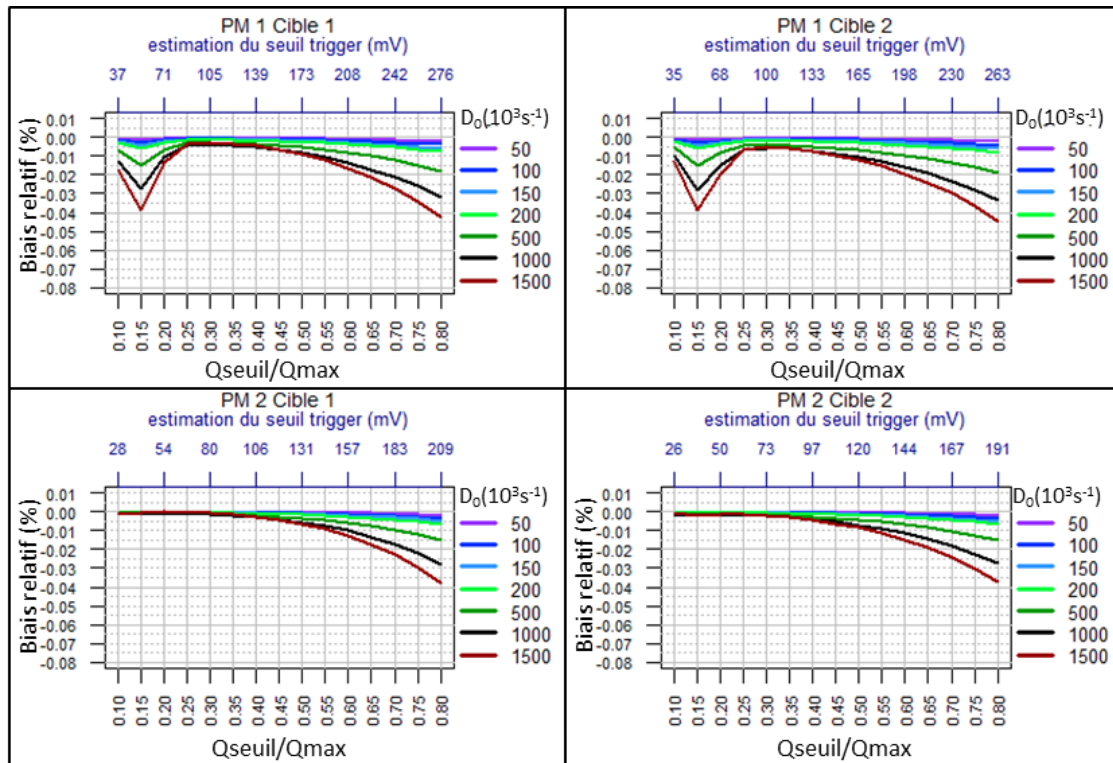


figure 107 : Simulation de l'impact de la déformation du spectre par l'empilement sur la durée de vie, en fonction du taux de comptage initial, du seuil en charge, et suivant les voies PM et les cibles utilisées.

Si nous prenons la précaution de prendre un seuil supérieur à  $0,25Q_{max}$  et inférieur à  $0,35Q_{max}$  pour la voie PM1, et seulement inférieur à  $0,35Q_{max}$  pour PM2, l'erreur relative due à la déformation du spectre sera inférieure à  $5 \cdot 10^{-5}$ , quels que soient la cible et le débit. Nous remarquons aussi que le spectre moins étalé de PM2 subit beaucoup moins l'influence de la déformation du spectre, le pic Čerenkov se trouvant très réduit.

Aux débits de notre étude, l'erreur relative sera même de l'ordre de  $10^{-5}$  sur cette même zone, comme l'indique la figure 108.

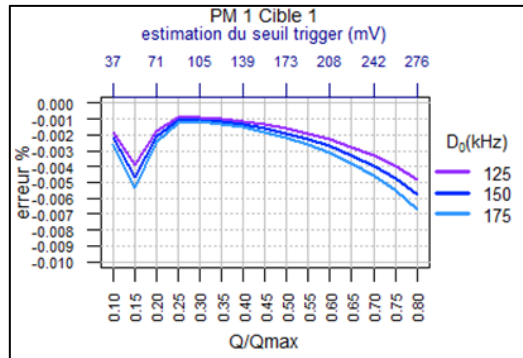


figure 108 : Agrandissement pour des débits similaires à notre étude, sur la voie PM1, cible de plomb.

L'étude de l'influence de l'empilement nous permet d'expliquer les biais que nous trouvons, dans les simulations du chapitre IV.3.4, sur les déversements générés par ROOT, dans lequel les charges empilées étaient simulées, contrairement au déversement simulés par le logiciel R.

---

## VI.3 Conclusion

---

Nous avons donc montré, qu'aux taux de comptages de particules utilisés pour notre étude, l'influence de la variation de gain est prépondérante par rapport aux autres variations. Les choix d'un seuil à  $0,25Q_{max}$  pour PM1 et  $0,2Q_{max}$  pour PM2 sont satisfaisants pour minimiser l'impact de la variation ligne de base et celui de la variation d'empilements. Néanmoins ce choix de seuil ne minimise pas forcément l'influence de la variation de gain, puisqu'à ces taux de comptages, il est difficile de prévoir à l'avance un modèle de variation.

Pour estimer une durée de vie avec une incertitude relative de  $10^{-4}$ , il nous faudra donc mesurer l'évolution du gain pour chaque déversement. Nous aurons ainsi la possibilité de mesurer son impact, et même de le corriger.

Lorsque les débits sont de l'ordre de  $10^6$  particules par seconde sans seuillage logiciel, les variations de gain, de ligne de base et l'empilement sont augmentées. Cependant, l'influence de la variation de gain est prépondérante devant toutes les autres pour la mesure de la durée de vie. La variation de gain et celle de la ligne de base agissent de façon contraire, mais ne se compensent pas.

## VII ALGORITHME DE COMPENSATION

---

Nous avons vu dans le chapitre VI que la déformation du spectre, due aux variations de gain et de ligne de base, engendrait une erreur systématique sur la mesure de la durée de vie. Il nous faut donc trouver un moyen de mesurer ces variations pour corriger cette erreur. Dans le chapitre V.3.2 et V.3.3, nous avons donné une méthode pour évaluer la variation de gain et de zéro à partir des trames oscilloscope dont nous disposons. Pour mesurer la durée de vie, nous ne possédons que les données DSP fournies par FASTER, à savoir : le moment d'arrivée d'une impulsion, sa charge, son amplitude, sa durée, la position de son maximum- et les données statistiques -i.e. le comptage des événements détectés par le MnM FASTER. Nous allons donc utiliser la variation au cours du temps du spectre des charges collectées pour évaluer correctement la variation de gain et d'offset.

Dans ce chapitre, nous présenterons un algorithme pour mesurer ces variations, puis expliquerons comment corriger les données. Nous vérifierons ensuite l'impact de cet algorithme sur des données prédéfinies par simulation Monte-Carlo.

---

### VII.1 Stratégie

---

#### VII.1.1 Analyse de forme

---

Pour mesurer la déformation du spectre au cours du temps, et trouver la variation de gain et de zéro au cours du temps, plusieurs méthodes ont été testées. Nous avons, par exemple, essayé d'utiliser une méthode d'ajustement du spectre par rapport à un spectre référence ou par rapport à son modèle. Celle-ci s'est avérée peu robuste aux fluctuations statistiques du spectre, et donc inutilisable. La méthode présentée ici est basée sur le calcul de la charge moyenne du spectre et de sa variance. Pour s'affranchir du pas de l'histogramme des charges (binning), nous utilisons la notion de densité de probabilité de charge  $f(q)$  qui est une fonction continue, plutôt que l'histogramme normalisé des charges.

##### VII.1.1.1 Estimation du gain et du zéro

---

Supposons que nous possédons un spectre en charges déposées de référence, de densité de probabilité  $f_{ref}(q)$ . Lorsque pendant une zone temporelle de la décroissance, le spectre est modifié par l'instabilité du gain des photomultiplicateurs et de la ligne de base la densité de

probabilité devient :

$$f_{zone}(q) = \frac{1}{G} f_{ref} \left( \frac{q - \Delta q_{offset}}{G} \right)$$

où  $\Delta q_{offset}$  est la charge équivalente à une variation de ligne de base moyenne dans la zone temporelle concernée, et  $G$  le gain des tubes photomultiplicateurs.

Nous pouvons alors définir la charge moyenne de référence, et l'écart-type sur la charge, définis pour toutes les charges supérieures au seuil  $Q_s$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle Q \rangle_{ref}(Q_s) = \frac{\int_{Q_s}^{+\infty} q f_{ref}(q) dq}{\int_{Q_s}^{+\infty} f_{ref}(q) dq} \\ \sigma_{ref}(Q_s) = \sqrt{\frac{\int_{Q_s}^{+\infty} q^2 f_{ref}(q) dq}{\int_{Q_s}^{+\infty} f_{ref}(q) dq} - \langle Q \rangle_{ref}(Q_s)^2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{VII-Eq.1.} \\ \text{VII-Eq.2.} \end{array}$$

Pour une zone temporelle donnée, pendant laquelle le tube photomultiplicateur a un gain supposé  $g$  et une charge supposée  $z$ , équivalente à la variation de ligne de base, nous pouvons définir la charge moyenne et l'écart-type sur la charge :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle Q \rangle_{zone}(Q_s, g, z) = \frac{\int_{gQ_s+z}^{+\infty} \frac{q-z}{g} f_{zone}(q) dq}{\int_{gQ_s+z}^{+\infty} f_{zone}(q) dq} \\ \sigma_{zone}(Q_s, g, z) = \sqrt{\frac{\int_{gQ_s+z}^{+\infty} \left( \frac{q-z}{g} \right)^2 f_{zone}(q) dq}{\int_{gQ_s+z}^{+\infty} f_{zone}(q) dq} - \langle Q \rangle_{zone}(Q_s)^2} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{VII-Eq.3.} \\ \text{VII-Eq.4.} \end{array}$$

Nous remarquons alors que, lorsque  $g = G$  et  $z = \Delta q_{offset}$ , nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle Q \rangle_{zone}(Q_s, G, \Delta q_{offset}) = \langle Q \rangle_{ref}(Q_s) \\ \sigma_{zone}(Q_s, G, \Delta q_{offset}) = \sigma_{ref}(Q_s) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{VII-Eq.5.} \\ \text{VII-Eq.6.} \end{array}$$

Pour trouver  $G$  et  $\Delta q_{offset}$ , nous allons utiliser deux suites mathématiques :



$$\left\{ \begin{array}{l} g_{k+1} = g_k \frac{\sigma_k(Q_s, g_k, z_k)}{\sigma_{ref}(Q_s)} \\ z_{k+1} = (\langle Q \rangle_k(Q_s, g_k, z_k) - \langle Q \rangle_{ref}(Q_s)) g_k + z_k \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{VII-Eq.7.} \\ \text{VII-Eq.8.} \end{array}$$

Sans incertitude statistique sur le comptage, ces deux suites convergent vers la solution  $(G, \Delta q_{offset})$ , qui représente un point fixe des fonctions associées aux deux suites. Dès qu'il y a une incertitude statistique, ce n'est plus le cas. La suite  $z_k$ , dépendante de  $g_k$ , va compenser l'erreur sur le calcul gain par une erreur sur le calcul du zéro. De ce fait, la valeur de ligne de base calculée est différente de  $\Delta q_{offset}$ , et cela apporte un biais sur l'estimation de la durée de vie. Nous illustrerons ce propos par simulation Monte Carlo au chapitre VII.2.

Seule la valeur du gain sera donc estimée, en forçant  $z_k$  à la valeur 0 et en n'utilisant que l'équation VII-Eq.7. Nous vérifierons les conséquences de ce choix au chapitre VII.2.

### VII.1.1.2 Incertitude sur le comptage

L'incertitude statistique sur le comptage induit une incertitude sur la détermination du gain et de l'offset. Bien que pour l'analyse finale, nous ne corrigerons que de la variation de gain, nous présentons ici les incertitudes sur l'estimation du gain, mais aussi celles du zéro, qui seront utilisées lors des tests Monte-Carlo.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_G^2}{G^2} = \frac{\sigma_{\sigma_{zone}}^2}{\sigma_{zone}^2} + \frac{\sigma_{\sigma_{ref}}^2}{\sigma_{ref}^2} \\ \sigma_{\Delta q_{offset}}^2 = G^2 (\sigma_{\langle Q \rangle_{zone}}^2 + \sigma_{\langle Q \rangle_{ref}}^2) + (\langle Q \rangle_{zone} - \langle Q \rangle_{ref})^2 \cdot \sigma_G^2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{VII-Eq.9.} \\ \text{VII-Eq.10.} \end{array}$$

Les variances sur le gain et sur le zéro sont fonctions des variances  $\sigma_{\sigma_{zone}}$ ,  $\sigma_{\sigma_{ref}}$ ,  $\sigma_{\langle Q \rangle_{zone}}$ , et  $\sigma_{\Delta q_{offset}}$ . Ces dernières dépendent évidemment du nombre d'événements qui ont servi à calculer la moyenne et l'écart-type  $\langle Q \rangle_{ref}$ ,  $\langle Q \rangle_{zone}$ ,  $\sigma_{ref}$  et  $\sigma_{zone}$ .

Considérons alors que dans chaque zone étudiée, nous avons  $N_{zone}$  événements, alors que la zone référence contient  $N_{ref}$  événements :

$$N_{zone} = N_{tot} \int_{zone} e^{-\frac{t}{\tau}} \int_{g_{Q_s+z}}^{+\infty} f_{zone}(q) dq dt \quad \text{et} \quad N_{ref} = N_{tot} \int_{ref} e^{-\frac{t}{\tau}} \int_{Q_s}^{+\infty} f_{ref}(q) dq dt \quad \text{VII-Eq.11.}$$

Dans ce cas, nous pouvons calculer que :



$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\langle Q \rangle_{zone}}^2 = \frac{\sigma_{zone}^2}{N_{zone}} \\ \sigma_{\sigma_{zone}}^2 = \frac{1}{4\sigma_{zone}^2} \cdot \frac{1}{N_{zone}} \left[ \frac{\int_{G_{Q_s+\Delta q_{offset}}}^{+\infty} (q - \langle Q \rangle_{zone})^4 f_{zone}(q) dq}{\int_{G_{Q_s+\Delta q_{offset}}}^{+\infty} f_{zone}(q) dq} - \sigma_{zone}^4 \right] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{VII-Eq.12.} \\ \text{VII-Eq.13.} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{\langle Q \rangle_{ref}}^2 = \frac{\sigma_{ref}^2}{N_{ref}} \\ \sigma_{\sigma_{ref}}^2 = \frac{1}{4\sigma_{ref}^2} \cdot \frac{1}{N_{ref}} \left[ \frac{\int_{Q_s}^{+\infty} (q - \langle Q \rangle_{ref})^4 f_{ref}(q) dq}{\int_{Q_s}^{+\infty} f_{ref}(q) dq} - \sigma_{ref}^4 \right] \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{VII-Eq.14.} \\ \text{VII-Eq.15.} \end{array}$$

Nous pouvons alors en déduire les incertitudes  $\sigma_G^2$  et  $\sigma_{\Delta q_{offset}}^2$  grâce aux équations VII-Eq.9 et VII-Eq.10

Ces incertitudes vont se répercuter sur la variance sur le comptage  $N_{zone}$  du nombre d'événements dans la zone temporelle étudiée de la façon suivante :

$$\sigma_{N_{zone}}^2 = \sigma_{stat}^2 + \left( \frac{\partial N_{zone}}{\partial G} \right)^2 \sigma_G^2 + \left( \frac{\partial N_{zone}}{\partial \Delta q_{offset}} \right)^2 \sigma_{\Delta q_{offset}}^2 \quad \text{VII-Eq.16.}$$

avec  $\sigma_{stat}^2 = N_{zone}$ .

Pour calculer  $\sigma_{N_{zone}}$ , il faut donc encore calculer  $\frac{\partial N_{zone}}{\partial G}$  et  $\frac{\partial N_{zone}}{\partial \Delta q_{offset}}$ . Ces dérivées partielles se déduisent de l'équation de  $N_{zone}$  en présence d'une variation de gain et de zéro :

$$\begin{aligned} N_{zone}(G, \Delta q_{offset}) &= N_{tot} \int_{zone} e^{-\frac{t}{\tau}} \int_{Q_s}^{+\infty} f_{zone}(q) dq dt \\ N_{zone}(G, \Delta q_{offset}) &= N_{tot} \int_{zone} e^{-\frac{t}{\tau}} \int_{\frac{Q_s - \Delta q_{offset}}{G}}^{+\infty} f_{ref}(q) dq dt \end{aligned} \quad \text{VII-Eq.17.}$$

Par conséquent,

$$\frac{\partial N_{zone}}{\partial G} = -\frac{1}{G} \cdot \frac{Q_s}{G} \cdot f_{ref} \left( \frac{Q_s - \Delta q_{offset}}{G} \right) N_{zone} \approx -Q_s \cdot f_{ref}(Q_s) \cdot N_{zone} \quad \text{VII-Eq.18.}$$

$$\frac{\partial N_{zone}}{\partial \Delta q_{offset}} = \frac{-1}{G} \cdot f_{ref} \left( \frac{Q_s - \Delta q_{offset}}{G} \right) N_{zone} \approx -f_{ref}(Q_s) \cdot N_{zone} \quad \text{VII-Eq.19.}$$

Ce qui nous permet de corriger la variance sur le comptage, dans l'histogramme des taux de comptages.

$$\sigma_{N_{zone}}^2 = N_{zone} + (f_{ref}(Q_s) \cdot N_{zone})^2 \cdot (Q_s^2 \cdot \sigma_G^2 + \sigma_{\Delta q_{offset}}^2) \quad \text{VII-Eq.20.}$$

Nous avons donc défini la façon d'estimer la variation de gain (et de ligne de base) ainsi que l'incertitude sur le comptage associée, dans une zone temporelle comprenant  $N_{zone}$  désintégrations  $\beta$ . Cette estimation est effectuée à partir du spectre en charge de cette zone et d'un spectre de référence contenant  $N_{ref}$  événements. Il nous faut à présent déterminer ces zones temporelles, et ce spectre de référence.

## VII.1.2 Définition des zones temporelles

---

Pour déterminer la variation de gain pendant la période d'analyse d'un déversement, nous découpons celle-ci en plusieurs zones temporelles. Ces zones doivent être suffisamment petites pour détecter une variation, mais contenir suffisamment d'événements pour diminuer l'incertitude sur l'estimation du gain.

Afin d'assurer une incertitude constante sur l'estimation du gain, nous choisissons de découper temporellement la période d'analyse en zones à nombre constant d'événements. Ces événements sont sélectionnés avec les conditions définies au chapitre V.4, à savoir leur charge collectée est supérieur à  $0,25Q_{max}$ , et le temps mort est autour de  $1,2 \mu s$ . Pour cette étude de variation, nous avons choisi un temps mort non-extensible  $neDT$  de  $1,5 \mu s$ .

Suivant les déversements, nous avons vu que le nombre total de particules collectées fluctuait (cf. figure 78). Il faut donc adapter la longueur des zones temporelles au déversement. Par conséquent, une estimation préalable de la durée de vie  $\tau_0$ , du débit initial et du bruit de fond est nécessaire. Nous appellerons ces résultats «estimations sans compensation». Connaissant  $\tau_0$  et  $D_0$ , et négligeant  $BG$ , nous pouvons déterminer à partir de l'équation IV-Eq.2 :

1. Les bornes temporelles  $t_{i+1}$  entre lesquelles, nous avons dénombré  $N_{zone}$  désintégrations, sachant le seuil  $Q_s=0,25Q_{max}$  et le temps mort, comme l'illustre la figure 109 :

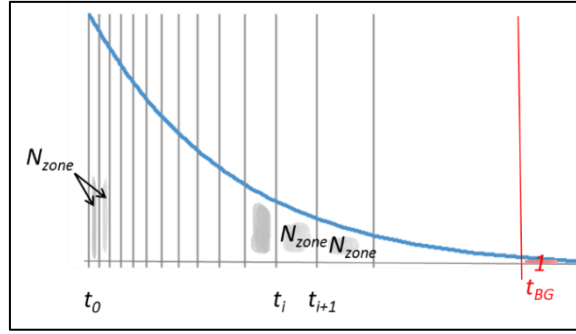


figure 109 : Définition des zones temporelles logarithmiques et zone de bruit de fond.

Les temps  $t_i$  peuvent être calculés de proche en proche grâce à l'équation VII-Eq.21 ci-dessous :

$$t_{i+1} = \tau_0 \cdot \ln \left( \frac{neDT \cdot D_0}{\left(1 + neDT \cdot D_0 \cdot e^{-\frac{t_i}{\tau_0}}\right) \cdot e^{-N_{zone} \frac{neDT}{\tau_0}} - 1} \right) \text{ avec } t_0 = 0s \quad \text{VII-Eq.21.}$$

Mais nous pouvons également utiliser la double suite suivante

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{i+1} = q \cdot U_i \text{ avec } U_0 = 1 + neDT \cdot D_0 \text{ et } q = e^{-N_{zone} \frac{neDT}{\tau_0}} \\ t_{i+1} - t_i = \tau_0 \cdot \ln \left( \frac{U_i - 1}{qU_i - 1} \right) \end{array} \right. \quad \text{VII-Eq.22.}$$

$$\text{VII-Eq.23.}$$

2. La zone temporelle dans laquelle nous considérons ne détecter que du bruit de fond BG. Nous la définissons comme le temps à partir duquel nous ne détecterons plus qu'un seul événement. Si  $D_0$  est le débit initial détecté, nous attendons  $N_{tot} = \tau_0 D_0$  particules au total, et  $N_{tot} - 1$  particules auront été détectées à :

$$t_{BG} = \tau_0 \cdot \ln(\tau_0 D_0)$$

Nous pouvons alors définir  $S_{BG,1s}$ , le spectre de bruit de fond ramené à une période de 1 s, en divisant le spectre obtenu entre  $t_{BG}$  et 424 s par  $\frac{1}{424 - t_{BG}}$ . Un spectre de bruit de fond, normalisé à la durée de 424 s (i.e.  $424 \cdot S_{BG,1s}$ ) est représenté sur la figure 77 (§ V.1.2).

Les moments  $t_i$  définissent des zones temporelles de plus en plus grandes, que nous appellerons « zones logarithmiques ». Ces zones permettent de mesurer avec précision les fluctuations du gain lorsqu'il y a beaucoup d'événements –et par conséquent lorsque l'impact sur l'évaluation de la durée de vie est importante. Les fluctuations ne seront pas mesurées en fin de déversement, lorsque l'impact de la variation de gain est moins important au vu du nombre d'événements.

Nous comparerons au chapitre VIII, différentes valeurs du nombre d'événements  $N_{zone}$ . Sa valeur doit permettre de mesurer correctement la variation de gain mais il faut que l'impact de cette mesure sur l'incertitude de la durée de vie soit négligeable.

### VII.1.3 Définition du spectre de référence

Le spectre de référence sert, comme son nom l'indique, de référence à chaque zone. Il est constitué du spectre des désintégrations  $\beta$  non empilées de densité de probabilité  $f_1$ , du spectre de bruit associé à la zone temporelle, et du spectre des impulsions empilées. C'est le spectre en charge attendu s'il n'y a aucune variation du gain ou de la ligne de base.

Puisque les zones logarithmiques  $i$  n'ont pas la même durée, la proportion du spectre de bruit dans la zone de référence n'est pas la même. Il va donc falloir d'abord établir :

- La densité de probabilité  $f_1$  du spectre  $\beta$  sans bruit de fond
- La proportion de bruit dans la zone  $i$  pour calculer ensuite la densité de probabilité référence de la zone  $f_{1ref_i}$  incluant le bruit de fond attendu
- la densité de probabilité des impulsions empilée  $f_{2ref_i}$  de cette zone.

#### VII.1.3.1 Etablissement de la densité de probabilité $f_1$

Il est nécessaire, pour bien établir la densité de probabilité  $f_1$ , de définir une période de référence, où nous considérons que le spectre ne comprend pas de charges empilées. Cette période est donc prise en fin de décroissance. Elle doit idéalement contenir le plus d'événements possible, pour limiter le bruit statistique. Nous utilisons, comme zone de référence, les 5 dernières zones logarithmiques contenant  $N_{zone}$  éléments. Ainsi  $N_{ref} = 5N_{zone}$ , comme l'illustre la figure 110.

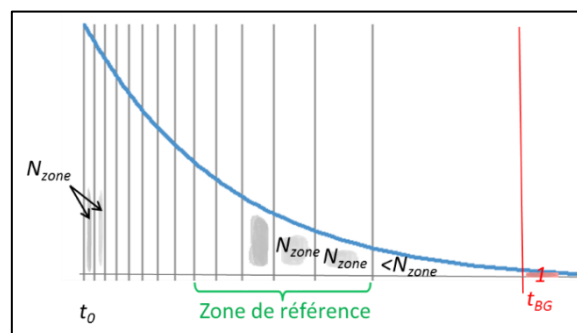


figure 110 : Définition de la zone de mesure du spectre de référence.

Les impulsions du spectre de référence sont sélectionnées avec le temps mort de  $1,5 \mu s$ . Pour déterminer la densité de probabilité  $f_2$ , nous avons besoin du spectre en charge entier. Le

spectre de référence est donc déterminé sans seuillage en charge même si cela affecte la sélection des données.

Nous pouvons alors évaluer, connaissant les estimations des durées de vie et débits initiaux de notre expérience le nombre maximal d'événements empilés dans notre spectre de référence. C'est la largeur de l'impulsion électronique  $W_{tt} = 18 \text{ ns}$  (pour PM1) qui est source d'empilement. Nous évaluons d'abord la probabilité d'empilement  $p_e = 1 - e^{-W_{tt}D_{zone}}$  dans chaque zone,  $D_{zone}$  étant le débit d'impulsions sans seuillage et temps mort au début de chaque zone. Ainsi nous pouvons estimer la proportion  $P_{emp}$  d'impulsions empilées :

$$P_{emp} < \sum_{5 \text{ dernières zones}} (1 - e^{-W_{tt}D_{zone}}) \cdot \frac{N_{zone}}{N_{ref}}$$

Elle est :

- au maximum de 0,024% pour PM1,
- au maximum de 0,018% pour PM2.

Le nombre d'empilements est donc négligeable dans la zone de référence

Au spectre acquis dans la zone de référence, il faut ensuite enlever le spectre de bruit (défini au paragraphe précédent), ramené à la durée de la zone de référence. Nous appelons ce spectre  $S1$

Si nous normalisons ce spectre  $S1$  à son nombre d'impulsions, nous possédons la fonction de probabilité  $f1$ .

### VII.1.3.2 Spectre de référence d'une zone $i$

---

Nous pouvons enfin définir le spectre de référence d'une zone  $i$  dans laquelle nous voulons estimer le gain. Il faut alors :

1. calculer le spectre  $S1ref_i$  dans la zone étudiée  $i$ ,  
tel que :

$$\int_{Q_s=0,25Q_{max}}^{+\infty} S1ref_i(q) dq = N_{zone}$$

Ce spectre est aussi ici égal à  $S1ref_i = S1 \frac{N_{zone}}{N_{ref}}$ .

2. Lui rajouter le spectre de bruit de fond ramené à la durée de la zone

$$(t_{i+1} - t_i) \cdot S_{BG.1s}$$

La densité de probabilité de la zone du spectre non-empilé est donc (cf. figure 111) :

$$f1ref_i(q) = \frac{S1ref_i(q) + (t_{i+1} - t_i) \cdot S_{BG.1s}(q)}{\int_0^{+\infty} [S1ref_i(q) + (t_{i+1} - t_i) \cdot S_{BG.1s}(q)] dq}$$

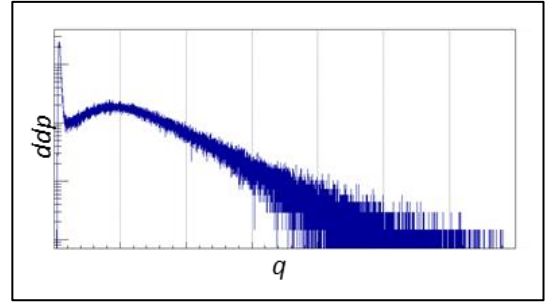


figure 111 : Densité de probabilité de la zone du spectre non-empilé  $f1ref_i(q)$ .

3. Calculer la densité de probabilité du spectre empilé (cf. figure 112) :

$$f2ref_i(q) = f1ref_i(q) * f1ref_i(q)$$

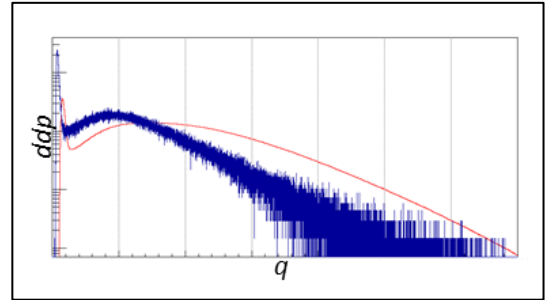


figure 112 :  $f1ref_i(q)$  en bleu et  $f2ref_i(q)$  en rouge

4. Calculer la probabilité d'empilement dans la zone

$$p_e = 1 - e^{-W_{tt} \frac{N_{zone}}{(t_{i+1} - t_i)}}$$

5. Calculer enfin la densité de probabilité de la zone de référence (cf. figure 113) :

$$fref_i(q) = \frac{1}{1 + p_e} f1ref_i(q) + \frac{p_e}{1 + p_e} f2ref_i(q)$$

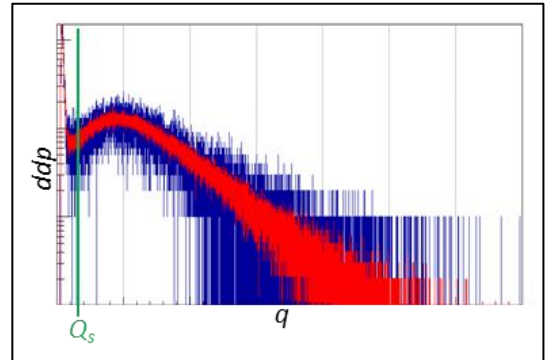


figure 113 : Densité de probabilité de référence en rouge, et densité de probabilité de la zone i en bleu.

Nous pouvons à présent calculer  $\langle Q \rangle_{ref_i}(Q_s)$  et  $\sigma_{ref_i}(Q_s)$  (équations VII-Eq.1 et VII-Eq.2) -à partir de la densité de probabilité de référence  $fref_i(q)$ - et les comparer à  $\langle Q \rangle_{zone_i}(Q_s, g, z)$  et  $\sigma_{zone_i}(Q_s, g, z)$  (équations VII-Eq.3 et VII-Eq.4). Nous trouvons ainsi la variation de gain et de ligne de base de la zone  $i$  en utilisant les suites numériques  $g_k$  et  $z_k$  définies équations VII-Eq.7 et VII-Eq.8.

Notons que les points 2 à 5 ont un impact négligeable, en raison des débits de notre expérience et du seuil en charge choisi.

## VII.1.4 Méthode

---

Après avoir décrit en détail la façon d'estimer le gain et le zéro durant la décroissance, nous allons récapituler les différentes étapes de l'algorithme de compensation.

Pour chaque décroissance étudiée, nous procédons donc à :

1. L'estimation des paramètres de  $\tau_0$ ,  $D_0$  (et  $BG$ ) de la décroissance, établis avec un seuil en charge  $Q_s=0,25Q_{max}$  et un temps mort non-extensible de  $1,5 \mu s$ ,
2. La détermination du zonage de la période d'analyse,
3. L'établissement du spectre de bruit et de la densité de probabilité du spectre  $\beta$  sans empilement (§ VII.1.3.1).

Pour chaque zone temporelle  $i$ , nous déterminons :

4. Le spectre de référence de la zone  $i$  (§ VII.1.3.2)
5. Le spectre de la zone  $i$
6.  $G$  (et  $\Delta q_{offset}$ ) et leurs incertitudes

**Remarque:** Avec les débits de notre expérience, et pour  $N_{zone}=50000$  impulsions, les zones durent entre environ 0,5 s au début et 18 s à la fin (voir l'exemple figure 114). La dernière zone débute autour de  $t=90$  s, selon les déversements.

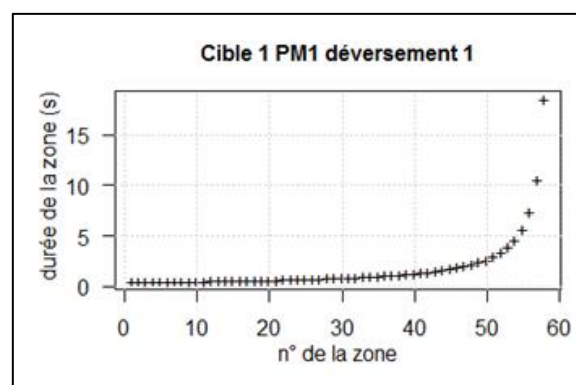


figure 114 : Durée des zones d'estimation du gain pour  $N_{zone}=50000$

Pour estimer le gain et le zéro à la fin de la décroissance (de  $t=90+18$  s jusqu'à  $t=424$  s),

nous l'ajoutons à la dernière zone étudiée. La dernière zone ne dure donc pas environ 18 s, mais environ 334 s.

Nous disposons, à ce niveau de l'algorithme, pour chaque décroissance étudiée, des estimations du gain (et éventuellement du zéro) et leurs incertitudes. Pour diminuer les incertitudes sur la détermination des gains et des zéros, nous procédons alors à un :

7. Lissage par régression LOESS (sous R, cf. figure 115). Avant lissage, l'incertitude sur le gain est d'environ  $\sigma_G \approx 0,005$  ( $N_{zone} = 50000$ ),  $\sigma_G \approx 0,012$  ( $N_{zone} = 10000$ ) et  $\sigma_G \approx 0,017$  ( $N_{zone} = 5000$ ). Après lissage, elle devient environ égale à  $\sigma_G \approx 0,0013$  pour les trois valeurs de  $N_{zone}$  considérées.

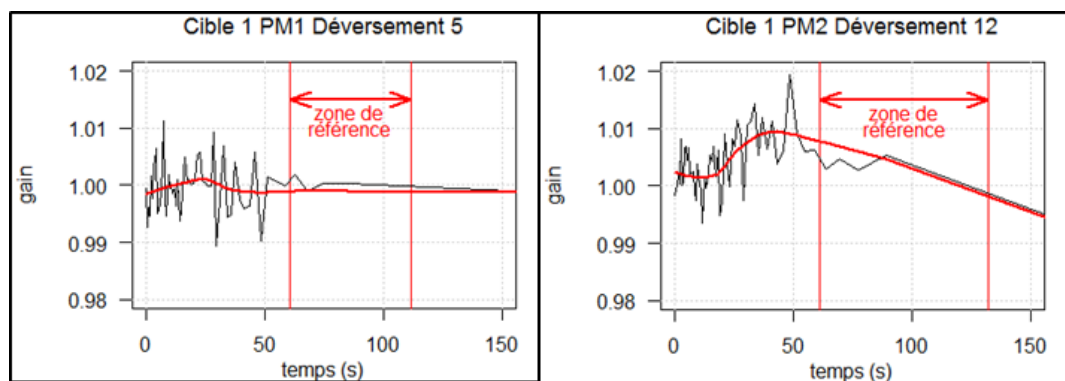


figure 115 : Exemple de détermination du gain en noir, et de sa modélisation en rouge par régression LOESS.  $N_{zone} = 50000$ . Nous pouvons vérifier ici que le modèle de gain est déterminé, par l'algorithme avant lissage, avec une incertitude de 0,005 (courbe noire).

Enfin, nous pouvons procéder à la nouvelle :

8. Estimation des paramètres de  $\tau_0$ ,  $D_0$  et  $BG$  de la décroissance "après compensation". Les défauts du tube photomultiplicateur (et éventuellement de la ligne de base) sont compensés dès la sélection des données: seules les impulsions, dont la charge collectée est supérieure à  $GQ_s + \Delta q_{offset}$  (avec  $\Delta q_{offset} = 0$  si le zéro n'est pas compensé), et qui sont séparées d'un temps supérieur au temps mort choisi, sont ensuite comptabilisées dans l'histogramme des taux de comptages.

Cet algorithme modifie donc la sélection des données. Il est important de vérifier son impact sur l'estimation de la durée de vie lorsque celle-ci est connue.



---

## VII.2 Impact de l'algorithme de compensation sur les simulations Monte-Carlo

---

Nous allons dans ce chapitre vérifier l'incidence de l'algorithme de compensation sur l'estimation de la durée de vie, sur des données connues simulées par méthode Monte-Carlo.

Nous générons alors sous ROOT des fichiers de 100 déversements. Chaque déversement comprend  $3,2 \cdot 10^6$  événements  $\beta$ , dont la charge est distribuée suivant la densité de probabilité  $f_1$  de la voie PM1, Cible1, définie au §VII.1.3.1. Ces impulsions durent 20 ns. A ces particules  $\beta$ , dont le moment d'arrivée suit une loi exponentielle de constante de temps égale à la durée de vie 24,9 s, nous rajoutons un bruit de fond de  $BG=10$  coups/s, dont la charge est distribuée selon la densité de probabilité définie au § VII.1.2. L'intervalle de temps entre deux impulsions de bruit suit également une loi exponentielle de constante de temps  $1/BG$ . Chaque impulsion de bruit de fond dure aussi 20 ns. Si l'intervalle de temps entre deux particules ( $\beta$  ou de bruit) est inférieur à 20 ns, alors les 2 impulsions s'empilent, et leurs charges s'additionnent.

Nous allons ensuite faire subir à ce jeu de particules l'équivalent d'une variation de gain d'un tube photomultiplicateur, ou d'une variation de ligne de base.

Ainsi nous allons étudier l'impact de l'algorithme de compensation en fonction du seuil en charge  $Q$  tel que  $\frac{Q}{Q_{max}} \in \{0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,5; 0,6\}$ , et du temps mort (1  $\mu$ s, 1,5  $\mu$ s et 3  $\mu$ s) :

- sur des données ne subissant aucune variation de gain ou de zéro
- sur des données subissant une variation de gain
- sur des données subissant une variation de gain et de zéro.

---

### VII.2.1 Décroissance sans variation de gain et de zéro

---

La figure 116 représente la durée de vie moyenne estimée sur les 100 déversements, avant compensation (en noir), après compensation de gain (en rouge), et après compensation de gain et de zéro (en vert). La valeur de la durée de vie attendue est de 24,9 s. Lorsque la compensation de gain est effectuée, seule la suite  $g_k$  (équation VII-Eq.7) est utilisée, la suite  $z_k$  étant forcée à la valeur 0. Lorsque nous effectuons une compensation de gain et de zéro, les deux suites  $g_k$  et  $z_k$  sont utilisées simultanément.

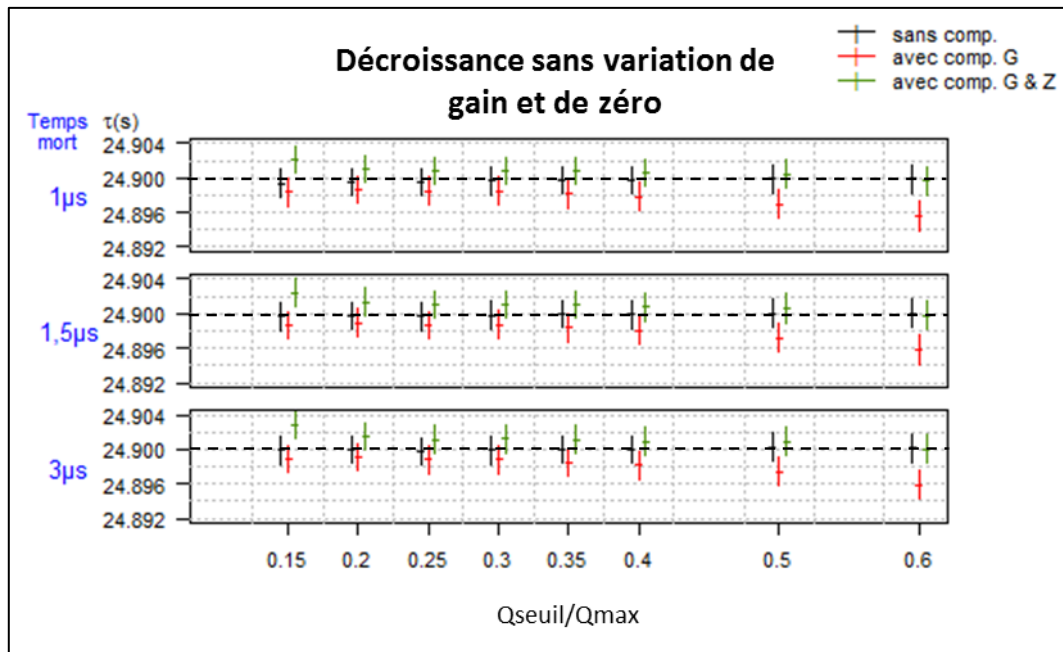


figure 116 : Durée de vie moyenne et écart-type statistique de 100 déversements Monte-Carlo sans variation de gain et de zéro.

Nous remarquons que l’algorithme de compensation apporte un biais à la valeur de la durée de vie, que le gain seul soit compensé, ou que le gain et le zéro soient compensés simultanément.

Le tableau 9 ci-dessous récapitule les valeurs de la durée de vie associée, pour les différentes valeurs de seuil :

$Q/Q_{max}$	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,5	0,6
$\tau$ (s)	24,8986	24,8990	24,8987	24,8987	24,8984	24,8981	24,8972	24,8958
$\frac{\tau - 24,9}{24,9}$	$-5,61 \cdot 10^{-5}$	$-4,31 \cdot 10^{-5}$	$-5,38 \cdot 10^{-5}$	$-5,38 \cdot 10^{-5}$	$-6,82 \cdot 10^{-5}$	$-7,99 \cdot 10^{-5}$	$-1,17 \cdot 10^{-4}$	$-1,76 \cdot 10^{-4}$
$\frac{\sigma}{24,9}$	$-6,24 \cdot 10^{-5}$	$-6,3 \cdot 10^{-5}$	$-6,34 \cdot 10^{-5}$	$-6,39 \cdot 10^{-5}$	$-6,44 \cdot 10^{-5}$	$-6,50 \cdot 10^{-5}$	$-6,62 \cdot 10^{-5}$	$-6,77 \cdot 10^{-5}$

tableau 9 : Valeurs des durées de vie et des biais relatifs après compensation de gain, sur des données sans variation de gain et de zéro. Temps mort de 1,5  $\mu$ s.

La figure 117-B est un agrandissement des résultats obtenus calculés par l’algorithme de compensation comprenant la compensation de gain seul pour un temps mort de 1,5  $\mu$ s. L’algorithme de compensation effectue d’abord une mesure de variation de gain. Des exemples de cette mesure sur quatre des cents décroissances simulées sont montrés figure 117-A : alors que l’algorithme aurait dû mesurer un gain constant, il mesure une variation moyenne de gain de 6‰ sur l’ensemble des décroissances. Nous avons alors calculé, grâce à l’estimateur numérique ce qu’indueraient ces variations de gain sur l’estimation de la durée de vie (figure 117-B, courbe noire). La concordance entre la simulation Monte-Carlo et l’estimation, par l’estimateur numérique, du biais induit par une mauvaise mesure de la variation de gain, démontre que le biais induit par l’algorithme de compensation est principalement dû à cette

mesure biaisée de variation de gain.

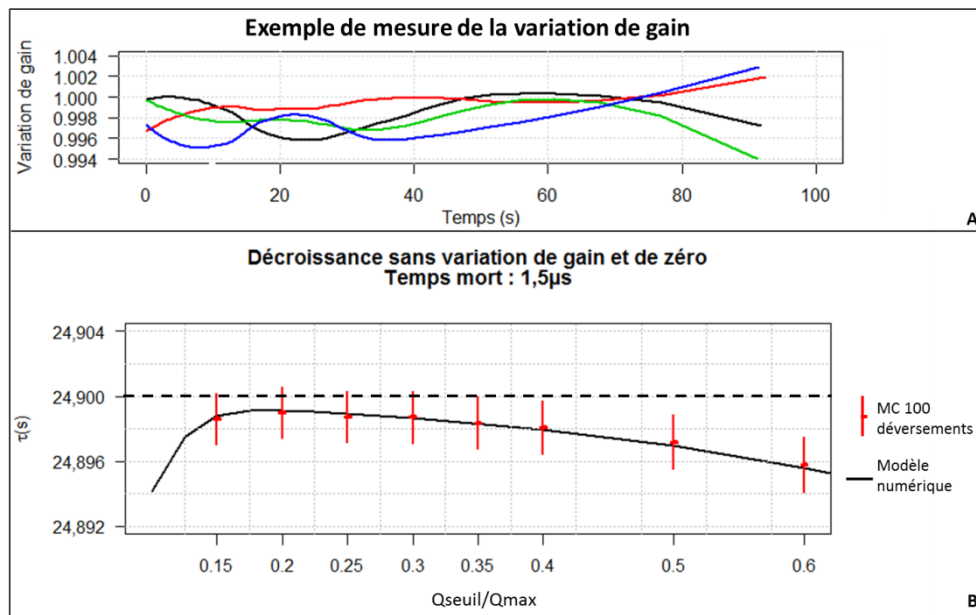


figure 117: A: Exemple de variation de gain, mesurée par l'algorithme de compensation, sur quatre décroissances. La variation mesurée est en moyenne égale à 6‰  
 B: Agrandissement des valeurs de la durée de vie estimées après compensation de gain, sur des données sans variation de gain et de zéro. Temps mort de 1,5  $\mu$ s. Le modèle numérique en noir calcule le biais induit par la mesure par l'algorithme d'ajustement de la variation de gain.

Ainsi, l'algorithme de compensation n'est pas transparent. Il apporte un biais relatif de l'ordre de  $5,4 \cdot 10^{-5}$ , si nous prenons la précaution de choisir un seuil en charge compris entre  $0,2Q_{max}$  et  $0,3Q_{max}$ . Ce biais est inférieur à l'écart-type relatif visé de  $10^{-4}$ . Il provient de la mesure biaisée de gain de l'algorithme de compensation.

## VII.2.2 Décroissance avec variation de gain

Pour modéliser une variation de gain au cours de la décroissance, nous avons choisi une forme exponentielle, telle qu'obtenue pour les hauts débits et la voie PM2 (cf. figure 98 en bas à droite). Néanmoins, dans la simulation, nous considérons une variation maximale de 3 %, de l'ordre de grandeur des variations observées avec PM2, pour des débits proches de ceux des données expérimentales qui font l'objet de notre analyse (cf. figure 98 en bas à gauche).

Nous modifions donc la valeur de la charge de chaque événement simulé arrivant au moment  $t$ , en la multipliant par :

$$G(t) = 1 - 0,03e^{-\frac{t}{24,9}}$$

La figure 118 illustre cette variation de gain.

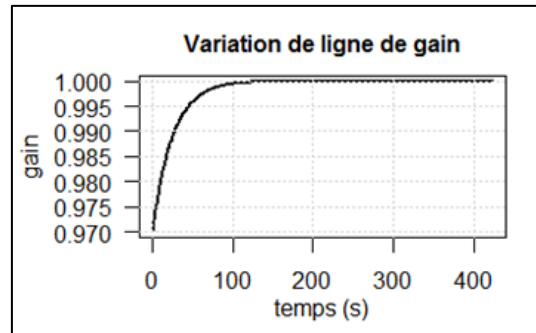


figure 118 : Variation de gain implantée.

La figure 119 suivante, rassemble les résultats obtenus dans les mêmes conditions, que la figure 116 « sans variation de gain et de zéro ».

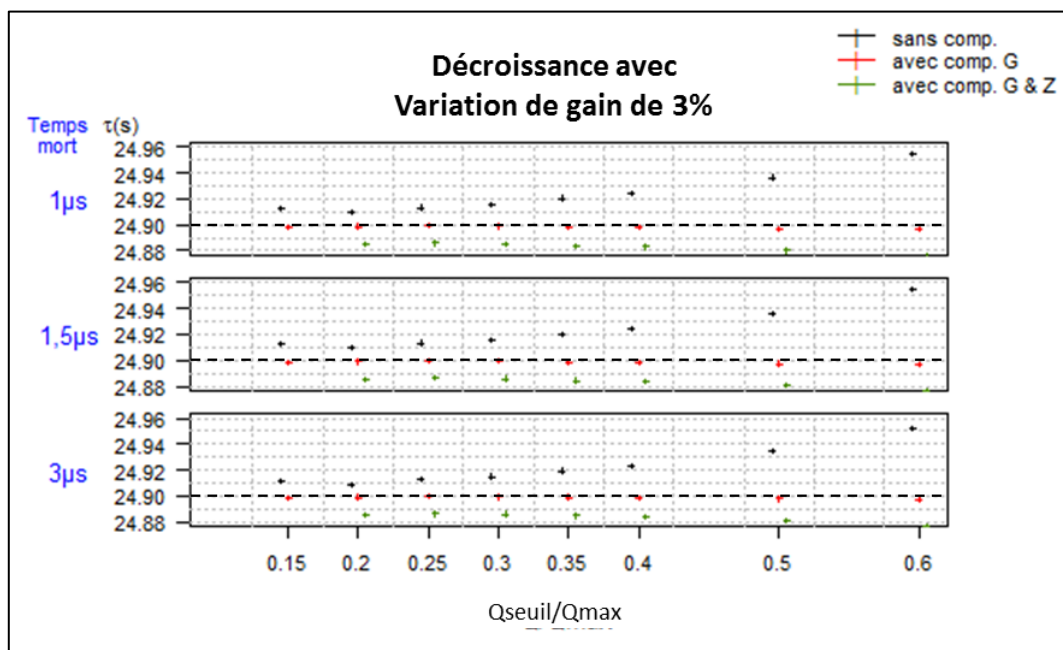


figure 119 : Durée de vie moyenne et écart-type statistique de 100 déversements Monte-Carlo avec variation de gain.

La courbe noire, sans compensation, est conforme à celle attendue, puisqu'elle restitue, cette fois par méthode Monte-Carlo, les résultats déjà calculés avec l'estimateur numérique de la figure 105 : la courbe est en forme de cuvette, et le biais relatif minimum, ici égal à  $3,8 \cdot 10^{-4}$  ( $= \frac{24,9094 - 24,9}{24,9}$ ), se situe pour  $Q/Q_{max}=0,2$ .

Alors que l'algorithme de compensation de gain et de zéro (en vert) introduit un biais relatif non négligeable (au minimum de  $5,8 \cdot 10^{-4}$  en valeur absolue), l'algorithme de compensation de gain seul permet de corriger efficacement la variation de gain.

Le tableau 10 ci-dessous donne les valeurs de la durée de vie après compensation de gain, pour les différentes valeurs de seuil, et un temps mort de  $1,5 \mu s$ .

$Q/Q_{max}$	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,5	0,6
$\tau$ (s)	24,8986	24,8991	24,8994	24,8993	24,8987	24,8983	24,8974	24,8968
$\frac{\tau - 24,9}{24,9}$	$-5,44.10^{-5}$	$-3,67.10^{-5}$	$-2,43.10^{-5}$	$-2,94.10^{-5}$	$-5,43.10^{-5}$	$-6,80.10^{-5}$	$-1,05.10^{-4}$	$-1,28.10^{-4}$

tableau 10 : Valeurs des durées de vie et des biais relatifs après compensation de gain, sur des données avec variation de gain. Temps mort de 1,5  $\mu$ s.

Ces valeurs sont récapitulées sur la figure 120.

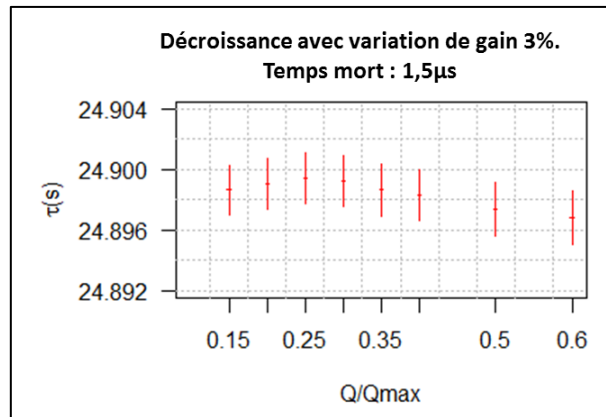


figure 120 : Agrandissement des valeurs de la durée de vie estimées après compensation de gain, sur des données avec variation de gain. Temps mort de 1,5  $\mu$ s.

Par conséquent, en choisissant un seuil compris entre 0,2  $Q_{max}$  et 0,3  $Q_{max}$ , si le spectre en charge est conforme à celui de PM1, nous pouvons corriger des variations de gain, tout en limitant le biais relatif. Ce biais est encore ici, inférieur à l'incertitude statistique, et largement inférieur à l'écart-type relatif visé de  $10^{-4}$ .

### VII.2.3 Décroissance avec variation de gain et de zéro

Nous allons ajouter une variation de ligne de base, en plus de la variation de gain de 3% maximum. Pour cela, nous allons utiliser le modèle de ligne  $BL$  de base explicité V-Eq.3, pour la voie PM1. La fonction  $BL$  est fonction du débit initial. Le débit initial de notre simulation est très faible  $D_0=3,2.10^6/24,9=129.10^3 s^{-1}$  et apporte donc une variation de zéro maximale de 38  $\mu$ V. Pour regarder les effets d'une variation de ligne de base, nous allons donc appliquer la variation de zéro qu'aurait une désintégration de débit initial de  $D_0=1233.10^3 s^{-1}$ , ce qui donnerait une variation de zéro maximale de 500  $\mu$ V. L'équation de la variation de zéro devient :

$$Z_{mV}(t) = \frac{0,74}{\exp\left(\frac{1}{7,5e^{-\frac{t}{24,9}}}\right) - 1}$$

Cette variation est illustrée figure 121.

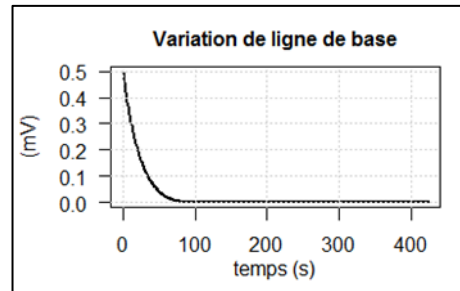


figure 121 : Variation de zéro implantée

Pour trouver la charge équivalente à la variation de zéro  $Z_{mV}(t)$ , nous utilisons l'équation V-Eq.2. Nous modifions donc la valeur de la charge de chaque événement simulé arrivant au moment  $t$ , en lui ajoutant  $\Delta q_{offset} = K \cdot Z_{mV}(t)$ , où  $K=13 \text{ mV}^{-1}$ .

La figure 122 récapitule les estimations trouvées.

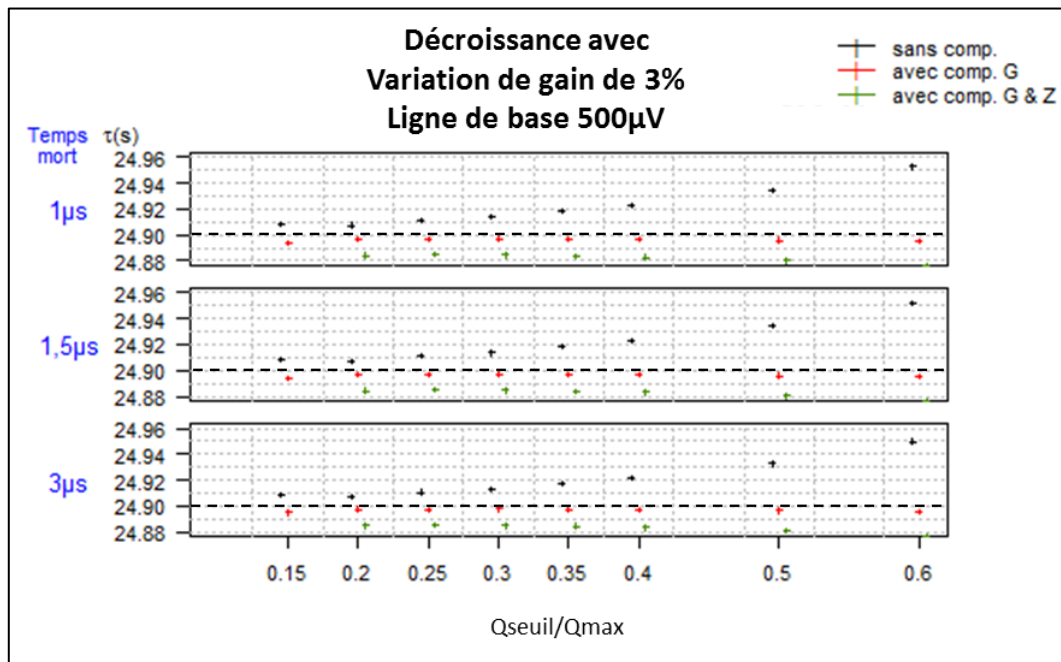


figure 122 : Durée de vie moyenne et écart-type statistique de 100 déversements Monte-Carlo avec variation de gain et de zéro.

La courbe noire, donnant la durée de vie moyenne, est encore en forme de cuvette. Comme attendue, elle montre que l'effet de la variation de gain prime encore sur la variation de zéro même si celle-ci a été intensifiée (la signature d'une variation de ligne de base décrite par  $BL$  se traduit par la présence d'un sommet). La durée de vie est encore surévalué, le biais relatif est de  $3 \cdot 10^{-4}$  à  $Q=0,2Q_{max}$ .

La courbe verte présente la durée de vie moyenne, après compensation de gain et de zéro. Nous voyons ici les limitations de cet algorithme. La valeur du zéro compense l'erreur sur

le gain, car les suites  $g_k$  et  $z_k$  ne sont pas indépendantes. L'algorithme surévalue la valeur du zéro, puisque celle-ci est calculée à partir du gain. C'est pourquoi la courbe verte présente un sommet et porte la signature d'une variation de zéro.

La courbe rouge donne la durée de vie moyenne après compensation de gain seul. La figure 123 est un agrandissement de la figure 122 pour le temps mort de 1,5  $\mu$ s.

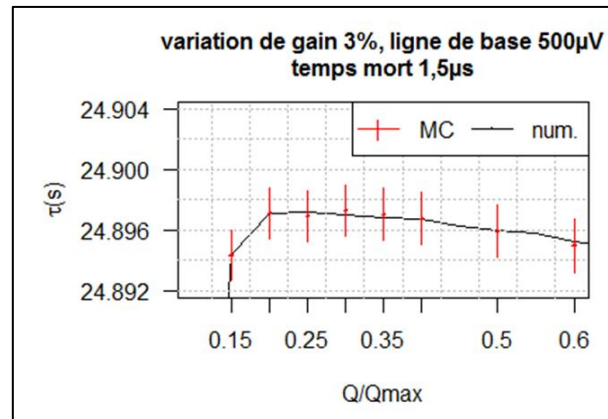


figure 123 : En rouge : valeurs de la durée de vie estimées après compensation de gain, sur des données avec variation de gain et de zéro. Temps mort de 1,5  $\mu$ s. En noir : valeur de la durée de vie - estimée avec l'estimateur numérique- d'une décroissance subissant une variation de ligne de base seule de 500  $\mu$ V de valeur initiale.

Le tableau 11 ci-dessous récapitule les résultats de la figure 123 :

Q/Qmax	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,5	0,6
$\tau$ (s)	24,8943	24,8971	24,8970	24,8973	24,8971	24,8968	24,8959	24,8950
$\frac{\tau - 24,9}{24,9}$	$-2,27 \cdot 10^{-4}$	$-1,15 \cdot 10^{-4}$	$-1,22 \cdot 10^{-4}$	$-1,08 \cdot 10^{-4}$	$-1,18 \cdot 10^{-4}$	$-1,3 \cdot 10^{-4}$	$-1,6 \cdot 10^{-4}$	$-2,01 \cdot 10^{-4}$

tableau 11 : Valeurs des durées de vie et des biais relatifs après compensation de gain, sur des données avec variation de gain et de zéro. Temps mort de 1,5  $\mu$ s.

Cette courbe est conforme à celle obtenue pour des données subissant uniquement une variation de ligne de base de 500  $\mu$ V maximum. En effet, elle est comparable aux courbes calculées par l'estimateur numérique, comme nous l'avons établi au chapitre VI.2.2. La courbe en noire sur la figure 123 donne les valeurs calculées par l'estimateur numérique, dans le cas où les impulsions subissent uniquement une variation de ligne de base comme décrite sur la figure 121 (sans variation de gain).

## VII.3 Conclusion

L'algorithme de compensation de gain permet de corriger l'effet d'une variation de gain, mais engendre un biais relatif de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-5}$ , dû à une estimation biaisée de la variation de

gain. Si la variation de gain existe et qu'elle cause un biais supérieur à celui occasionné par l'algorithme de compensation, il est préférable d'appliquer cette correction. Cela correspond – pour le modèle de gain décrit par la figure 118- à une variation de gain supérieure à 0,5% maximum (cf. figure 105 PM1 Cible1).

L'algorithme de compensation conjointe de gain et de zéro est inutilisable, puisque les deux suites  $g_k$  et  $z_k$  ne sont pas indépendantes. Il rajoute une erreur comparable à une erreur de zéro, dès qu'il y a une erreur de gain.

Cependant, si la ligne de base a varié comme le décrit la fonction  $BL$ , la forme de la courbe des durées de vie en fonction de  $Q/Q_{max}$ , après correction de gain, en portera la signature : elle présentera un sommet autour de  $Q/Q_{max}=0,25$ . Avec les débits de notre expérience, la variation de ligne de base attendue est minime (autour de  $30 \mu V$  au lieu de  $500 \mu V$ ). L'impact sur l'estimation de la durée de vie sera donc très faible. Par conséquent, l'utilisation d'un algorithme de compensation de gain seul est parfaitement justifiée.

En conclusion, nous utiliserons l'algorithme de compensation de gain seul, cela uniquement lorsque la variation de gain est supérieure à 0,5%.





## VIII RESULTATS

---

Dans ce chapitre, nous allons présenter la durée de vie mesurée à partir des données de notre expérience, lorsque le  $^{19}\text{Ne}$  est implanté dans une cible de plomb et dans une cible d'iodure de césium.

Nous vérifierons que le temps mort minimal doit être supérieur à  $1,2 \mu\text{s}$  (cf. § V.4) et nous montrerons que la mesure de la durée de vie en fonction du seuil en charge porte la signature d'une variation de gain (cf. §VI.2 et VII.2).

Nous comparerons alors l'impact de l'algorithme de compensation de gain en fonction du nombre d'éléments  $N_{zone}$  dans une zone de mesure de gain (cf. §VII.1.1.2).

Ainsi, après avoir choisi le temps mort, le seuil en énergie qui minimise l'impact des variables d'influence (variation de ligne de base et de gain), et le nombre d'éléments  $N_{zone}$ , nous établirons la distribution des  $\chi^2$ , pour chaque cible et tube photomultiplicateur. Nous verrons que le test du  $\chi^2$  est insuffisant pour s'assurer de la justesse de l'estimation.

Nous ferons enfin un bilan des incertitudes, et calculerons entre autre l'erreur systématique apportée par la variation de ligne de base.

---

### VIII.1 Estimation de la durée de vie en fonction du temps mort

---

L'estimation de la durée de vie et son incertitude sont calculées au moyen des équations IV-Eq.7 et IV-Eq.8 (§ IV.3.3), à partir des  $N$  mesures relatives à un tube photomultiplicateur (PM1 ou PM2) et à une cible - Cible 1 (Pb) ou Cible 2 (CsI). Chaque mesure de durée de vie, ainsi que le débit initial et le bruit de fond, sont calculés grâce à l'algorithme de Levenberg-Marquardt à partir des données détectées pendant les 424 s des  $N$  zones d'analyse (voir figure 46, chapitre III.3). Les autres méthodes d'ajustement donnent des résultats similaires. L'incertitude, que nous allons exposer en premier lieu, représente ici directement l'écart-type donné par la matrice de covariance de la méthode d'ajustement. Les données sont sélectionnées telles que leur charge  $Q$  soit supérieure à  $seuil.Q_{max}$  ( $seuil \in \{0; 0,15; 0,2; 0,25; 0,3; 0,35; 0,4; 0,5; 0,6\}$ ), pour différents temps mort ( $2 \text{ ns}; 1 \mu\text{s}; 1,5 \mu\text{s}; 2 \mu\text{s}; 3 \mu\text{s}; 4 \mu\text{s}$ ). Le modèle de variation de ligne de base étant établi à partir de données avec temps mort non-extensible, nous étudierons principalement les résultats de ce mode de sélection. Le modèle du taux de comptage en fonction du temps est donc

défini par l'équation IV-Eq.2 (§ IV.2.2.1).

La figure 124 représente les résultats obtenus à partir des déversements de la cible 1(Pb) acquis par PM1. Il y a alors  $N=33$  déversements.

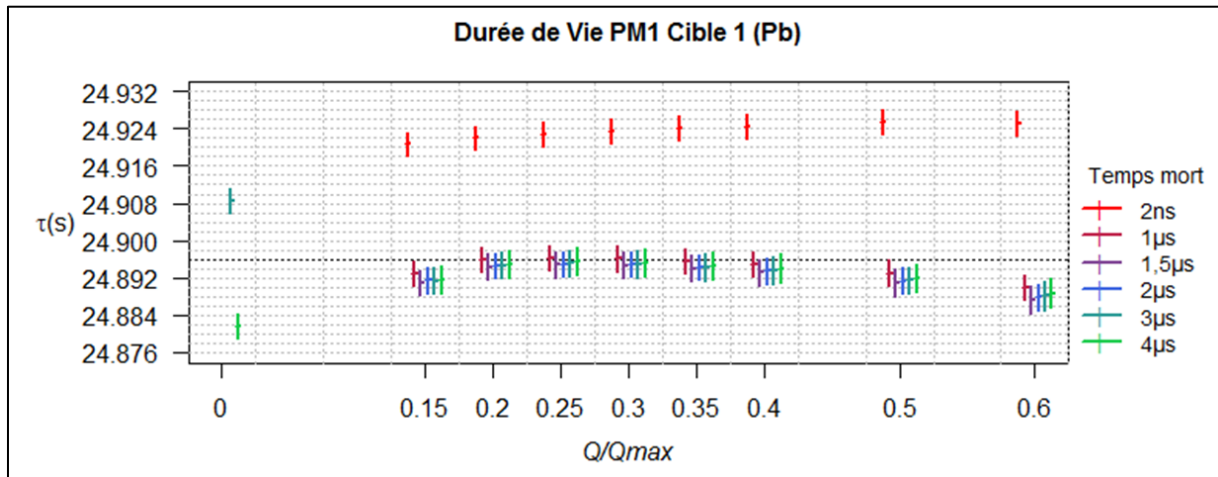


figure 124 : Estimations de la durée de vie sur PM1, Cible1(Pb) définies à partir de données sélectionnées avec différents temps morts et seuils en charge. La ligne pointillée, située à  $\tau=24,896$  s, sert à guider l'œil du lecteur.

Nous avons expliqué, au chapitre V page 105, la nécessité d'appliquer un temps mort supérieur à  $1,2 \mu\text{s}$ , et un seuil en charge supérieur à  $0,25Q_{max}$  pour sélectionner des données compatibles au modèle choisi. Les résultats en rouge (temps mort logiciel appliqué de 2 ns) et plus particulièrement les résultats de l'optimisation pour  $\frac{Q}{Q_{max}} = 0$  (hors figure car dans ce cas, la mesure de  $\tau$  vaut 25,174 s) sont ceux que nous obtiendrions si nous utilisions les données de comptage brut fournies par FASTER. Le seul intérêt de ce cas est qu'il fournit le débit initial d'éléments détectés qui nous servira à évaluer l'erreur induite par une variation de ligne de base (cf. § V.3.2).

Dès que le temps mort est supérieur à  $1 \mu\text{s}$  et que le seuil en charge est supérieur à  $0,15Q_{max}$ , les résultats sont statistiquement similaires.

La figure 125 suivante récapitule, de façon plus visible, pour les différentes cibles et tubes photomultiplicateurs, la durée de vie en fonction du seuil en charge. Nous rappelons qu'ils ont été obtenus à partir de :

- 33 déversements pour PM1, Cible 1 (Pb)
- 33 déversements pour PM2, Cible 1 (Pb)
- 32 déversements pour PM1, Cible 2 (CsI)
- 31 déversements pour PM2, Cible 2 (CsI).

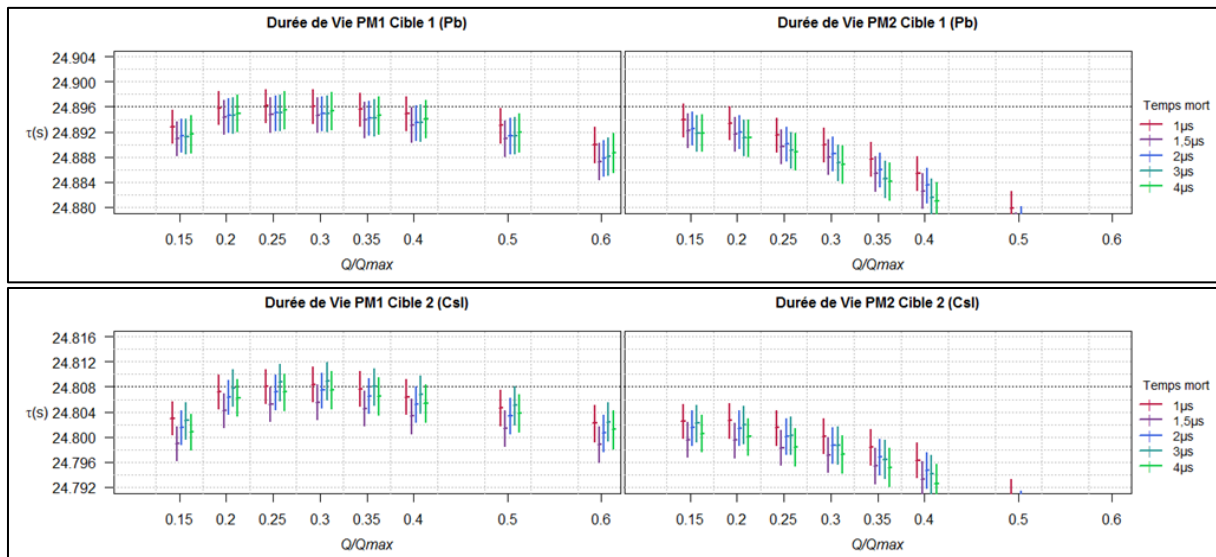


figure 125 : Estimations de la durée de vie, obtenues à partir des données acquises par les différents tubes photomultiplicateurs, pour les cibles de Pb et de CsI. La ligne pointillée, située à  $\tau=24,896$  s pour la cible 1 et  $\tau=24,808$  s pour la cible 2, sert à guider l'œil du lecteur.

Nous retrouvons, sur cette figure, l'influence des différentes variations que nous avons constatées au chapitre V.3.4 page 124 : quelle que soit la cible, le tube photomultiplicateur PM2 est beaucoup plus sujet aux variations de gain que PM1. Les estimations de durée de vie sont effectivement beaucoup plus sensibles au rapport  $\frac{Q}{Q_{max}}$  pour PM2 que pour PM1. Néanmoins, la surprise vient du fait que toutes ces courbes présentent un maximum, plutôt qu'un minimum. En effet une variation de gain de la forme  $G(t) = 1 - \Delta G_0 e^{\frac{-i\Delta t}{\tau_0}}$ , telle qu'elle a été évaluée pour PM2 figure 98, grâce aux trames oscilloscopes pendant les 100 premières secondes d'un déversement, conduit à une courbe  $\tau\left(\frac{Q}{Q_{max}}\right)$  en forme de cuvette plutôt qu'en cloche. Nous montrerons au paragraphe suivant l'importance de connaître la variation de gain au-delà des 100 premières secondes. L'Annexe III, présentant toutes les variations de gain des décroissances étudiées, nous montre effectivement que la variation de gain n'est pas modélisable par l'équation  $1 - \Delta G_0 e^{\frac{-i\Delta t}{\tau_0}}$ .

Une autre constatation s'impose d'ores et déjà. Alors que la durée de vie mesurée dans une cible de plomb est de l'ordre de 24,896 s, celle mesurée dans l'iodure de césium avoisine 24,808 s. La différence relative entre les deux durées de vie est donc de l'ordre de 0,35%  $\left(= \frac{24,896-24,808}{24,896}\right)$ . Cette valeur est largement supérieure aux 0,07% attendus qui justifiait l'expérience. La cause probable de cette mauvaise estimation de durée de vie dans l'isolant CsI est, comme nous le verrons au paragraphe VIII.3, la conséquence d'une diffusion trop rapide des ions  $^{19}\text{Ne}$  dans ce matériau.

Puisque nous avons vérifié qu'à un  $\frac{Q}{Q_{max}}$  donné, les estimations de durée de vie étaient statistiquement similaires, nous choisissons d'utiliser un temps mort de 1,5  $\mu$ s, qui permet, comme nous l'avons mentionné au chapitre V.4, d'avoir des données compatibles avec le modèle, tout en minimisant l'incertitude statistique.

---

## VIII.2 Mesures de la variation de gain, définition du paramètre $N_{zone}$

---

La mesure de la variation de gain est effectuée selon la méthode exposée au chapitre VII.1 : une mesure du gain est effectuée en comparant avec un spectre de référence, le spectre de  $N_{zone}$  événements acquis avec un temps mort de 1,5  $\mu$ s et un seuil de  $0,25Q_{max}$ , entre  $t_i$  et  $t_{i+1}$  définissant la zone  $i$ . La question est de savoir quel nombre d'événements  $N_{zone}$  choisir. Nous avons vu que  $N_{zone}=50000$  permettait de corriger efficacement une variation de gain de type exponentiel (cf. §VIII.2). Néanmoins, la variation de gain mesurée avec les trames oscilloscope à faible débit par exemple (figure 98 §V.3.4) nous montre que les fluctuations de gain peuvent avoir une forme difficile à déterminer. Chaque tube photomultiplicateur est unique. Il possède ses propres dérives lentes, ses propres dérives à court terme fonction du courant anodique, et est sujet au phénomène d'hystérésis.

L'objectif est de choisir  $N_{zone}$  de telle sorte que la modélisation de la variation instantanée de gain soit suffisamment juste, et que l'incertitude sur cette mesure soit suffisamment petite pour ne pas dégrader l'incertitude sur la mesure de durée de vie. La figure 126 suivante montre un exemple de cette modélisation pour trois valeurs de  $N_{zone}$ , et pour PM1 (à gauche) et PM2 (à droite). Pour pouvoir comparer les variations de gain en fonction de  $N_{zone}$ , nous présentons ici la variation normalisée définie par  $\frac{\Delta G}{G} = \frac{G_{N_{zone}}(t) - G_{N_{zone}}(0)}{G_{N_{zone}}(0)}$ . Puisque le gain de PM2 varie plus que celui de PM1, nous avons présenté leurs variations avec une échelle différente.

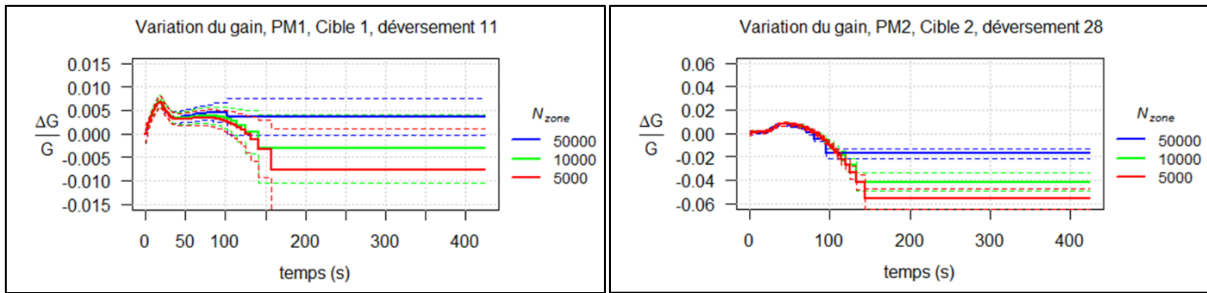


figure 126 : Modélisations de la variation de gain en fonction de  $N_{zone}$ . En pointillé incertitude sur la modélisation.

La comparaison d'un spectre d'une zone  $i$  avec une zone référence garantit, pour chaque zone, la même incertitude sur la mesure de variation du gain moyen de cette zone (cf VII-Eq.9). Le lissage par régression LOESS modifie cette incertitude, car il tient également compte de la durée de la zone. Ainsi, l'incertitude sur la modélisation du gain augmente, alors que le débit d'événements diminue. Elle est modélisée sur la figure 126 par les lignes pointillées. De plus, un nombre d'événements par zone plus restreint permet de mesurer plus longtemps la variation de gain, mais l'incertitude sur les dernières zones étudiées est plus grande.

La figure 127 donne l'estimation de la durée de vie avant et après compensation de gain pour les trois valeurs de  $N_{zone}$  choisies, par tube photomultiplicateur et par cible.

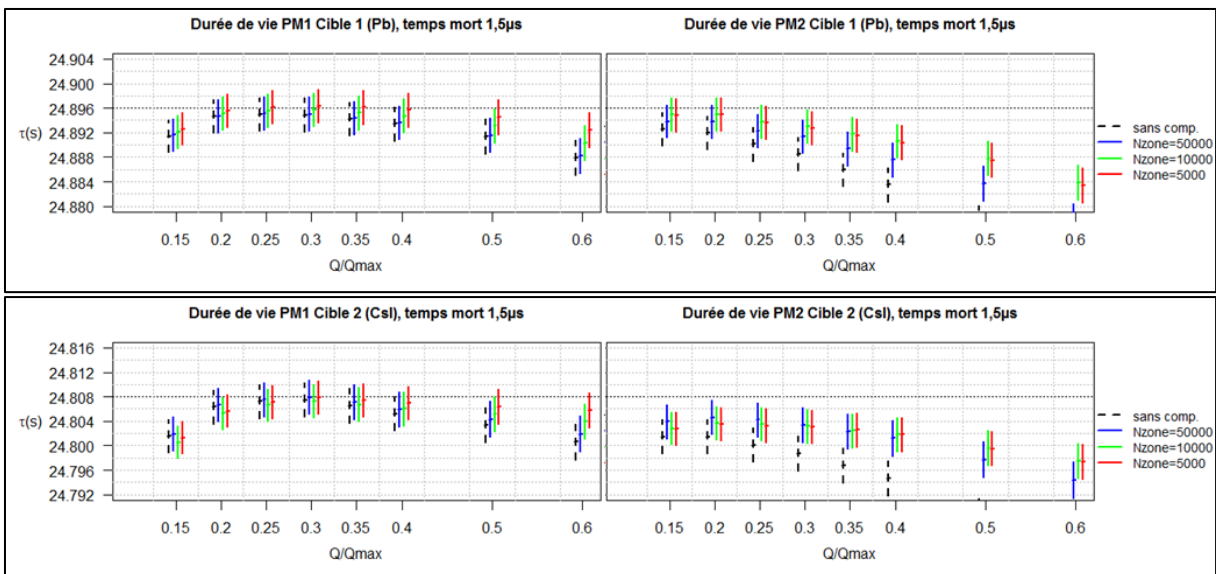


figure 127 : Estimation de la durée de vie avant compensation (traits pointillés) et après compensation en fonction du nombre d'événement  $N_{zone}$  et du seuil en charge

Pour les données acquises par PM1, l'intérêt d'utiliser  $N_{zone}=5000$  est indéniable (résultat en rouge), puisque la compensation de gain permet de rendre l'estimation sur la durée de vie relativement peu dépendante du seuil en charge (pour  $\frac{Q}{Q_{max}} \in [0,25; 0,4]$ ), sans pour autant détériorer l'incertitude sur la mesure, malgré l'incertitude sur la mesure du gain.

Une compensation similaire appliquée sur PM2 n'est pas suffisante, et il n'y a pas ici d'avantage à choisir  $N_{zone}=5000$  plutôt  $N_{zone}=10000$ . La différence, cependant, entre les résultats sans compensation et ceux après compensation nous amènent à penser qu'une compensation plus adaptée sur PM2 aurait pour effet d'augmenter l'estimation de la durée de vie tout en la rendant plus stable par rapport au seuil en charge. La variation du gain, au-delà de 140 s, n'est pas mesurée, elle a pourtant de l'influence sur la mesure de la durée de vie. Ne pouvant effectuer une compensation adéquate sur les données acquises par PM2, les estimations résultantes de la durée de vie présentent donc inéluctablement un biais.

En conclusion, nous utiliserons, pour la compensation de gain, un découpage de la décroissance en zone temporelle comprenant  $N_{zone}=5000$  événements de charges supérieures à  $0,25Q_{max}$  et acquis avec un temps mort de  $1,5 \mu s$ . Les modélisations des gains de tous les déversements pour chaque tube multiplicateur sont présentées en Annexe III.

---

### **VIII.3 Estimation de la durée de vie en fonction du $t_0$**

---

Etudier l'estimation de la durée de vie en fonction du moment de départ  $t_0$  de la période d'analyse de la décroissance permet de vérifier la stabilité temporelle du protocole expérimental. Entre autre, s'il existe un phénomène de diffusion du gaz néon dans la cible, l'estimation de la durée de vie sera statistiquement différente, lorsque l'analyse commence à  $t_0$  ou à  $t_0+30$  s par exemple, à moins bien sûr d'incorporer le modèle de diffusion dans la fonction modèle de décroissance.

Chaque période d'analyse est définie entre le temps  $t_0=0$  s et  $t=424$  s. Nous allons estimer la durée de vie dans chaque déversement, en étudiant les données acquises entre  $t=t_0+\Delta t$  et  $t=424$  s, où  $\Delta t \in \{0 \text{ s}; 2 \text{ s}; 5 \text{ s}; 10 \text{ s}; 20 \text{ s}; 30 \text{ s}\}$ .

La figure 128 donne les estimations moyennes de la durée de vie obtenues (moyenne pondérée des déversements selon l'équation IV-Eq.7), obtenues en fonction du seuil en charge pour la cible de plomb. La durée de vie avant compensation de gain est donnée pour information.

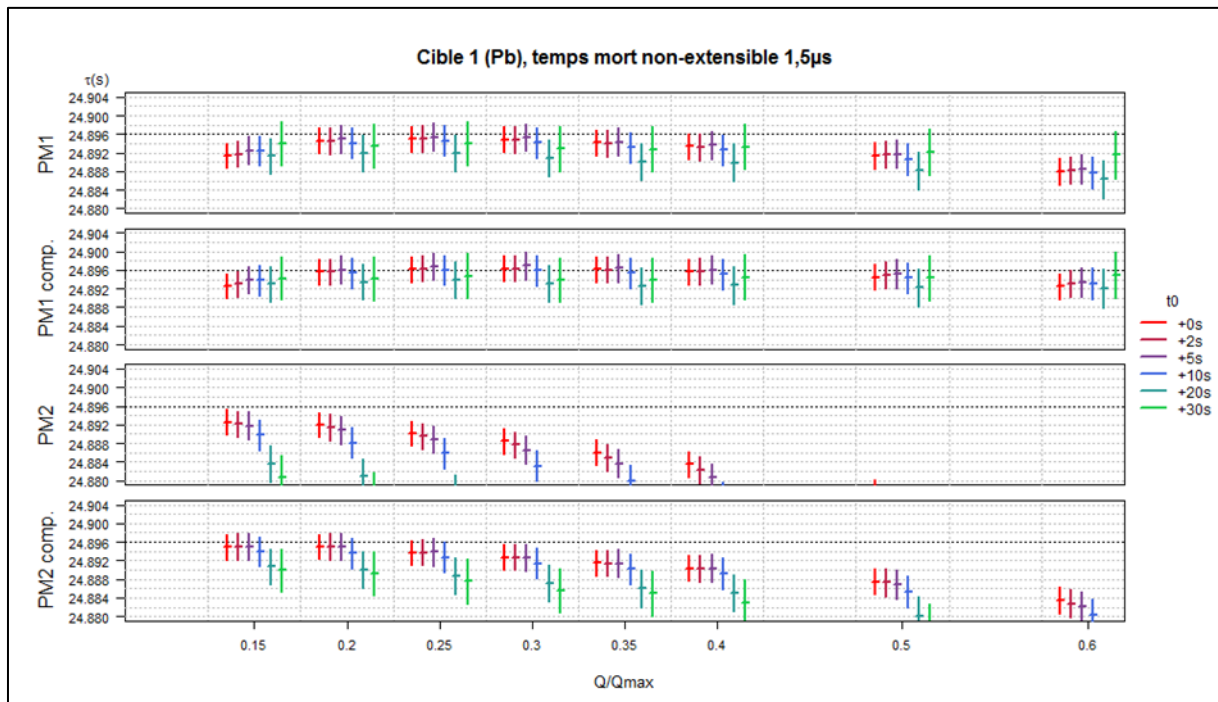


figure 128 : Estimation de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  dans la cible de plomb en fonction de  $t_0$ .

Quelle que soit  $\Delta t$ , les durées de vie pour la cible 1 de plomb, estimées à partir des données acquises par PM1, après compensation de gain, sont statistiquement compatibles pour un seuil en charge donné (figure 128, deuxième graphe « PM1 comp. »). Nous n’observons aucun effet pouvant provenir d’une contribution avec une autre constante de temps. L’estimation de la durée de vie apparaît donc comme fiable, dans la mesure où nous choisissons un seuil en charge compris dans l’intervalle  $[0,25; 0,4]$ .

Nous avons vu que les données provenant de PM2 sont très mal corrigées, puisque la durée de vie résultante dépend fortement du seuil en charge (figure 128, quatrième graphe, courbe rouge « PM2 comp. »). Le fait que, démarrer l’étude de la décroissance de plus en plus tard détériore encore plus la stabilité de l’estimation de la durée de vie par rapport au seuil en charge, atteste que le gain a besoin d’être corrigé, même au-delà d’environ 125 s, au lieu d’être évalué comme constant (cf. figure 126 ou figure 149 en Annexe III). En effet, plus le début de l’analyse est tardif, plus le poids des événements non compensés en gain est important.

La figure 129 suivante présente les estimations moyennes de la durée de vie obtenues en fonction du seuil en charge pour la cible d’iodure de césium.



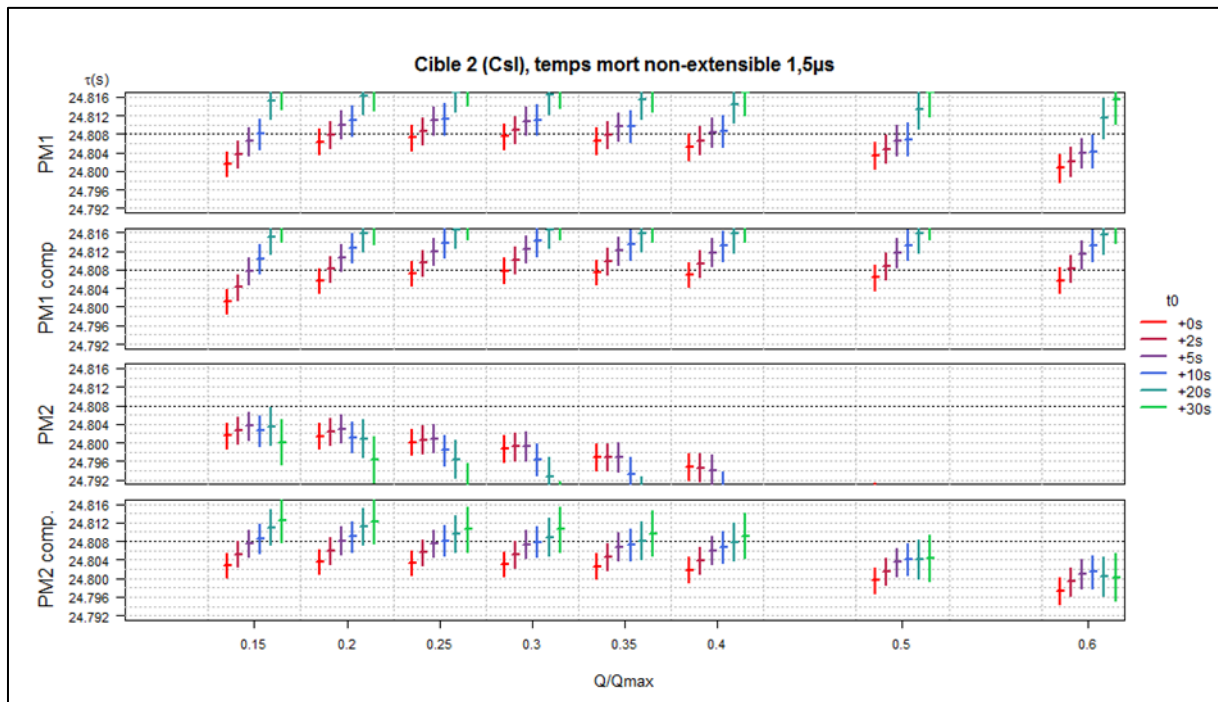


figure 129 : Estimation de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  dans la cible d'iodure de césium en fonction de  $t_0$ .

La durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  dans la cible de CsI, estimée à partir des données de PM1 compensées en gain, apparaît comme fortement dépendante du  $t_0$  de la zone d'analyse de la décroissance, tout en étant relativement stable en seuil en charge, pour un  $t_0$  donné (figure 129, deuxième graphe « PM1 comp »). Cela corrobore l'hypothèse de la fuite des ions  $^{19}\text{Ne}$  hors de l'iodure de césium pendant la période d'analyse. Dans la cible, ce matériau est entouré de deux matériaux conducteurs (aluminium et plomb). Si la structure du CsI est localement inhomogène (existence de fissures, pores), et les surfaces des différentes couches de la cible rugueuses, les ions  $^{19}\text{Ne}$  se déplacent et la stabilité géométrique et temporelle pendant la période d'analyse n'est plus assurée.

La durée de vie estimée à partir des données de PM2 Cible 2, même compensées en gain, est une combinaison entre une durée de vie qui augmente lorsque  $t_0$  augmente (instabilité géométrique), et une durée de vie qui diminue lorsque le seuil en charge augmente (mauvaise compensation de gain).

En conclusion, seules les données de la cible de plomb, acquises par PM1 avec un temps mort de  $1,5\ \mu\text{s}$  et compensées en gain, sont fiables, puisque les estimations résultantes de la durée de vie sont statistiquement compatibles, lorsque l'influence de la variation de gain est minimale, c'est-à-dire lorsque le seuil en charge reste dans l'intervalle  $[0,25; 0,4]$ .

## VIII.4 Comparaison des durées de vie

Nous allons, à présent, comparer les durées de vie estimées à partir des données provenant de PM1, de PM2, ainsi que les données de PM1 en coïncidence avec PM2. La manière dont les données sont mises en coïncidence est expliquée au chapitre IV.1.2.

La figure 130 ci-dessous rassemble toutes les estimations obtenues (moyenne pondérée des déversements selon l'équation IV-Eq.7), avant compensation de gain (traits fins pointillés) et après compensation de gain (traits gras), pour la cible de plomb.

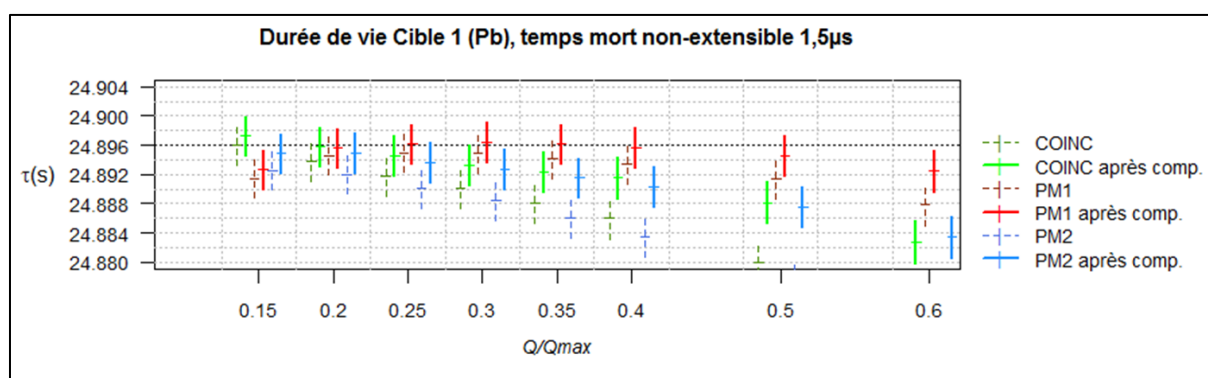


figure 130 : Durées de vie estimées à partir des données de PM1, PM2 et PM1&PM2 en coïncidence.

Nous avons déjà expliqué les différences entre les estimations provenant de PM1 (en rouge) et ceux provenant de PM2 (en bleu). Sans grande surprise, les durées de vie estimées à partir des données PM1&PM2 en coïncidence sont influencées par les fluctuations de gain des deux photomultiplicateurs. La mauvaise compensation de gain de PM2 affecte donc les résultats obtenus à partir des données en coïncidence, même compensées en gain.

Il est aussi intéressant de comparer les durées de vie obtenues suivant la nature du temps mort extensible/non-extensible. La figure 131 synthétise les estimations des durées de vie, lorsque les données sont compensées en gain, et le temps mort de  $1,5\mu s$ , qu'il soit non-extensible (en rouge) ou extensible (en noir).

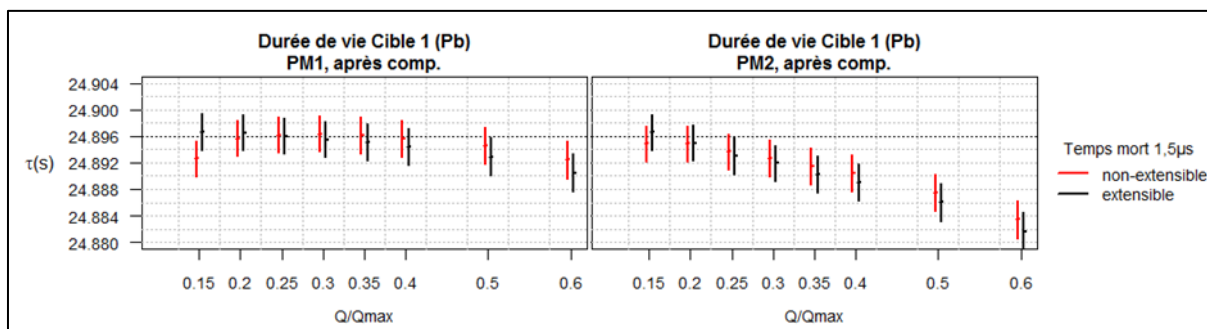


figure 131 : Estimation de la durée de vie en fonction de la nature du temps mort.

Pour les valeurs de  $\frac{Q_0}{Q_{max}}$  qui minimisent l'influence des différentes variations (autour de  $\frac{Q_0}{Q_{max}} = 0,25$  pour PM1 et  $\frac{Q_0}{Q_{max}} = 0,2$  pour PM2, cf. §VI.3), la différence entre les durées de vie estimées suivant la nature du temps mort est non-significative. La différence est nécessairement notable lorsque le seuil en charge est inférieur à  $\frac{Q_0}{Q_{max}}$  puisque le critère de sélection des événements  $\beta^+$  n'est plus satisfait. Au-delà du seuil  $\frac{Q_0}{Q_{max}}$ , l'estimation de la durée de vie en temps mort extensible est légèrement plus affectée par une mauvaise modélisation du gain que celle en temps mort non-extensible. Cela est peut-être tout simplement dû au fait qu'un temps mort extensible diminue plus le nombre d'événements sélectionnés que le temps mort non-extensible, au début d'une décroissance, lorsque la modélisation de la variation de gain est la meilleure. Ainsi, il y a sans doute, en proportion, plus d'événements bien sélectionnés avec un temps mort non-extensible, qu'avec un temps mort extensible.

En conclusion, par deux méthodes de sélection différentes des données de la cible de plomb acquises par PM1 (temps mort extensible/non-extensible de 1,5  $\mu$ s), et dans la mesure où nous avons effectué une compensation de gain ( $N_{zone}=5000$ ) et en se plaçant à  $\frac{Q_0}{Q_{max}} = 0,25$ , là où la variation de gain a le moins d'influence, nous obtenons une durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  dans le plomb similaire :

	Temps mort non-extensible 1,5 $\mu$ s	Temps mort extensible 1,5 $\mu$ s
Durée de vie $\tau$ (s)	24,8962 (27)	24,8960 (27)
$T_{1/2}=\tau \ln 2$ (s)	17,2567 (19)	17,2566 (19)

tableau 12 : Durée de vie et période radioactive suivant la nature du temps mort.

Cela nous confirme que les critères de sélection ont permis un comptage des événements

conforme à la fonction modèle, ce que va nous confirmer le test d'hypothèse.

## VIII.5 Estimation des durées de vie par déversement.

Il est important de vérifier si les durées de vie estimées forment un ensemble cohérent. Nous nous bornerons, dans ce paragraphe, à analyser les résultats issus des données acquises par PM1, Cible1, dont la charge est supérieure à  $0,25Q_{max}$ , pour un temps mort de  $1,5\ \mu\text{s}$ . Les données acquises pour la cible 2, ainsi que celle acquises par PM2 donnent des résultats similaires. Toutes les données, par déversement, par cible et par tube photomultiplicateur sont rassemblées en Annexe IV.

La figure 132 représente les 33 mesures de durée de vie avec leur incertitude, issues des 33 décroissances Cible 1 (Pb), mesurées par PM1.

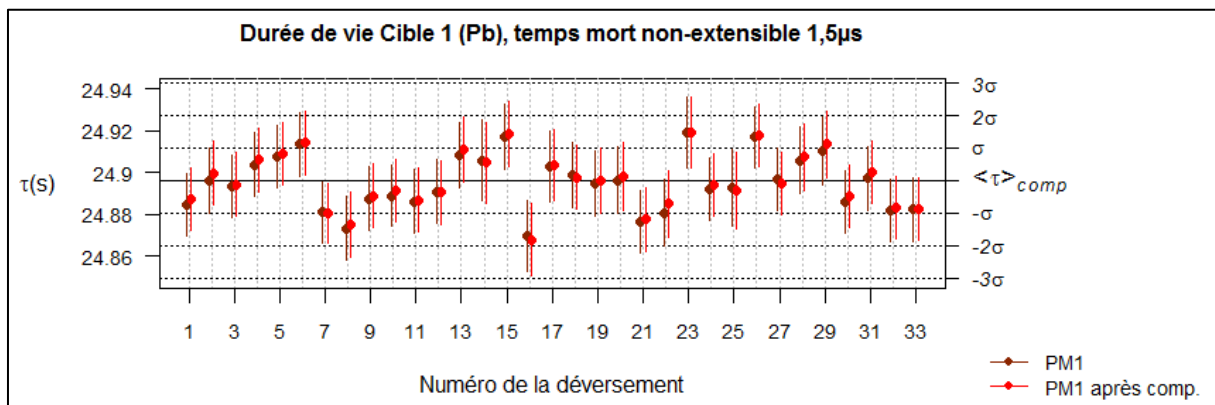


figure 132 : Estimations des durées de vie et leur incertitude avant (en marron) et après compensation de gain (en rouge), issues des déversements acquis par PM1, cible 1 (Pb).

Toutes les durées de vie sont estimées avec des incertitudes relativement semblables de 15 ms. Nous pouvons alors vérifier que l'incertitude globale calculée grâce à l'équation IV-Eq.8 de 2,7 ms correspond également à l'écart-type expérimental de la moyenne  $15\ \text{ms}/\sqrt{32} = 2,7\ \text{ms}$ , les déversements ayant sensiblement le même débit initial.

La figure 133 donne la distribution des 33 durées de vie compensées en gain. Comme le montre la figure 132, la distribution des données non compensées en gain serait très similaire.

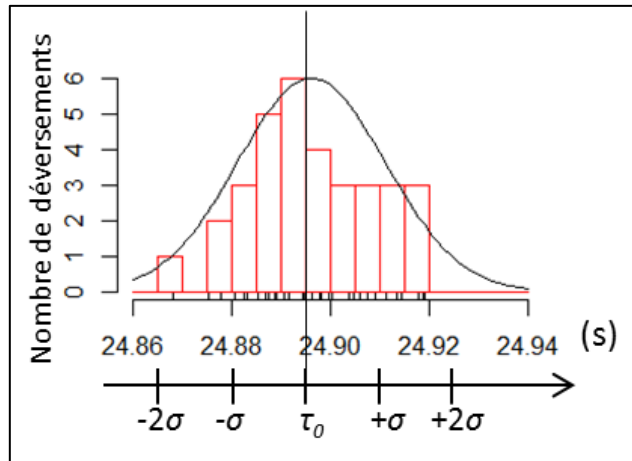


figure 133 : Distribution des 33 durées de vie estimées à partir des données compensées en gain, issues de PM1, Cible1.

Nous remarquons que toutes les données sont comprises entre  $\tau_0 - 2\sigma$  et  $\tau_0 + 2\sigma$  où  $\tau_0$  représente la moyenne pondérée des déversements selon l'équation IV-Eq.7, et  $\sigma$  l'écart-type expérimental de 15 ms.

Nous pouvons conclure que l'ensemble des 33 durées de vie forment un ensemble statistiquement cohérent avec la moyenne et l'écart-type pondérés, calculés à partir des équations IV-Eq.7 et IV-Eq.8. Cela suggère que l'incertitude globale est bien maintenue au niveau de la statistique du nombre de particules mesurées.

---

## VIII.6 Résidu et test d'hypothèse

---

Nous avons expliqué, au chapitre IV.3.2, la nécessité de vérifier le centrage des résidus normalisés -définis par l'équation IV-Eq.6- de chaque déversement. La figure 134 ci-dessous donne un exemple de ce résidu normalisé pendant les 424 s de la période d'analyse ainsi que l'histogramme associé, avant (en noir) et après (en rouge) compensation de gain.

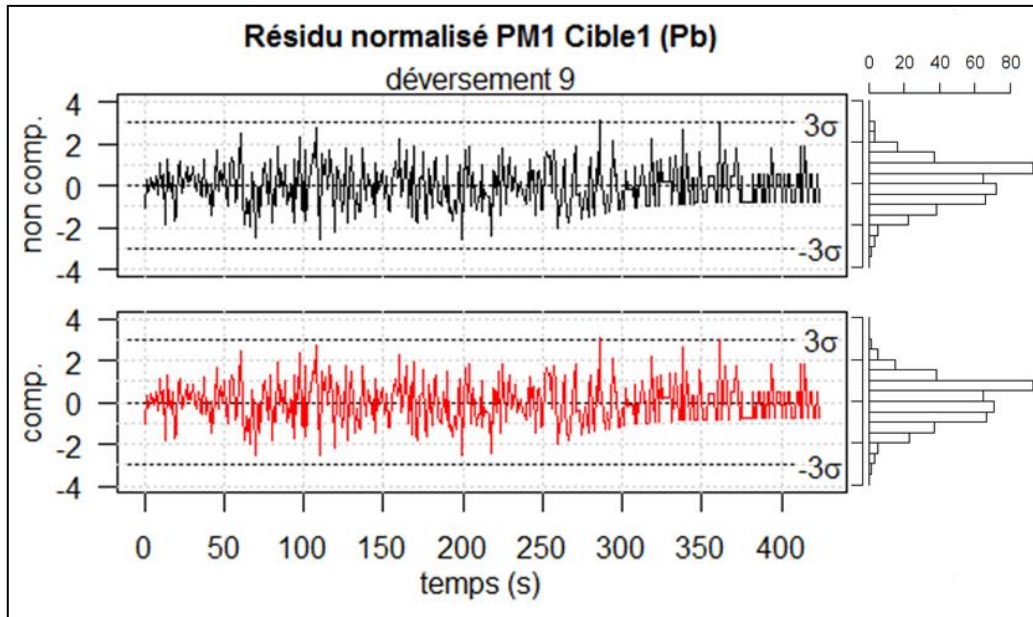


figure 134 : Résidu normalisé du 9<sup>ième</sup> déversement.  $\frac{Q_0}{Q_{max}}=0,25$ , temps mort non-extensible de 1,5  $\mu$ s. La compensation de gain change très peu la distribution du résidu normalisé.

Nous constatons que la compensation de gain change très peu la distribution du résidu normalisé. Cette remarque est d'ailleurs commune aux autres déversements, quels que soient la cible et le tube photomultiplicateur considérés.

Par contre, la compensation de gain change la distribution du  $\chi^2$ . La figure 135 représente les différentes distributions des  $\chi^2$  de Pearson, calculés pour les déversements de la cible 1 de plomb, provenant de PM1, PM2 et PM1&PM2 en coïncidence ( $\frac{Q_0}{Q_{max}} = 0,25$  et 1,5  $\mu$ s de temps mort). Puisque le comptage est effectué toutes les secondes pendant 424 s, et qu'il y a 3 paramètres à estimer (la durée de vie  $\tau$ , le débit initial  $D0$ , et le bruit de fond  $BG$ ), le nombre de degrés de liberté est égal à 421. La distribution du  $\chi^2$  pour 421 degrés de liberté (en pointillé noir), la  $p$ -value associée (en bleu), ainsi que l'estimation de la durée de vie associée, établie à partir des 33 déversements, sont indiquées sur chaque graphe. A chaque fois, nous avons établi les distributions avant et après compensation de gain. La distribution en rouge (PM1 après compensation) est celle que nous avons déjà considérée comme la plus fiable dans le paragraphe précédent. Les valeurs numériques sont présentées en Annexe IV.



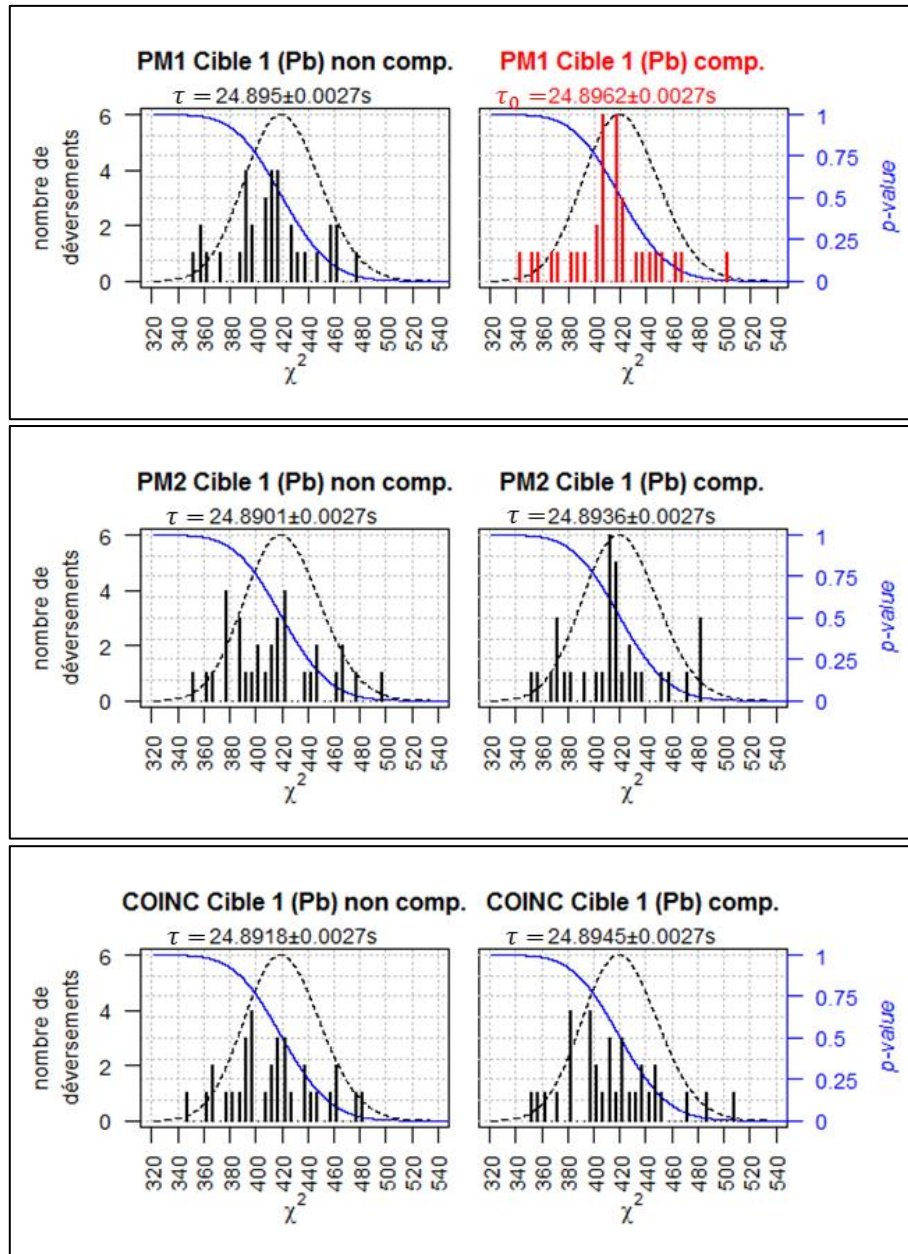


figure 135 : Distribution du  $\chi^2$  pour  $Q_0 = 0,25Q_{max}$  et un temps mort non-extensible de  $1,5 \mu s$ , suivant les photomultiplicateurs d'acquisition. Tous les  $\chi^2$  calculés sont compatibles avec la distribution du  $\chi^2$  attendue pour 421 degrés de liberté.

Nous remarquons que tous les  $\chi^2$  calculés sont compatibles avec la distribution du  $\chi^2$  attendue pour 421 degrés de liberté, même si les valeurs du  $\chi^2$  de PM1 compensé en gain (en rouge) semblent mieux distribuées. Il est néanmoins difficile de conclure sur une forme de distribution établie à partir de 33 déversements. Si nous appelons  $\tau_0$  la durée de vie référence de PM1 compensé en gain à  $\frac{Q_0}{Q_{max}} = 0,25$  ( $\tau_0 = 24,8962$  s et  $\sigma = \sigma_0 = 0,0027$  s), nous pouvons calculer que la différence entre  $\tau_0$  et la durée de vie estimée par PM2 ou les coïncidence PM1&PM2, est toujours inférieure à  $1 \sigma$  pour les données compensées en gain, et inférieure à  $2,3 \sigma$  pour les données non-compensées (cf. figure 130). Les estimations pourraient être, en fait, considérées

comme statistiquement compatibles.

Afin d'estimer la sensibilité du test du  $\chi^2$ , nous avons regardé la distribution des 33  $\chi^2$ , lorsque nous utilisons les données non compensée en gain de PM2, pour  $\frac{Q_0}{Q_{max}} = 0,6$  (figure 136). Dans ces conditions, puisque la différence entre l'estimation de la durée de vie et  $\tau_0$  étant égale à  $9,5 \sigma$ , la valeur de la durée de vie mesurée est biaisée. Il est alors étonnant de constater que la distribution des 33  $\chi^2$  est encore compatible avec celle que nous attendons,

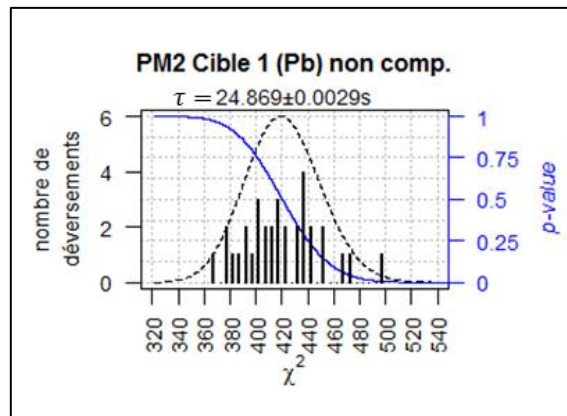


figure 136 : Distribution du  $\chi^2$  pour  $\frac{Q_0}{Q_{max}}=0,6$ , temps mort non-extensible de  $1,5 \mu s$

Par conséquent, la conformité des valeurs du  $\chi^2$  n'est pas une condition suffisante pour s'assurer de la justesse de la valeur de la durée de vie. La stabilité de l'estimation en fonction du seuil en charge, nous semble, dans le cas d'un spectre de particules  $\beta$ , beaucoup plus fiable.

---

## VIII.7 Biais et incertitudes

---

Nous avons vu dans les paragraphes précédents que la durée de vie la plus probable était celle estimée à partir des données acquises par PM1, avec un seuil de  $0,25Q_{max}$ , un temps mort non-extensible de  $1,5 \mu s$ , et compensé en gain ( $N_{zone}=5000$ ). Nous avons établi, tout au long de ce document, les différentes grandeurs influençant la mesure de la durée de vie, à savoir la variation de gain, de ligne de base, et d'empilement. Ces trois variations ont pour conséquence une modification de la forme du spectre. Alors que nous rectifions la sélection des données en fonction de l'estimation du gain avant d'estimer la durée de vie, celle-ci doit ensuite être corrigée du biais dus à la variation de ligne de base et d'empilement. Nous établirons précisément, dans ce chapitre, les différents biais et incertitudes relatifs à notre mesure de durée de vie.



## VIII.7.1 Incertitude statistique

---

La variance sur la mesure de la durée de vie est estimée à  $\sigma_\tau^2=0.0027^2$  s<sup>2</sup>. Elle provient de la matrice de covariance, opposée de l'inverse de la matrice hessienne de la vraisemblance. Elle dépend du bruit, du comptage, du temps mort.

Il est néanmoins important d'évaluer la part revenant uniquement au nombre de particules  $\beta^+$  comptés. Dans une expérience, sans bruit et temps mort, l'incertitude sur la durée de vie serait évalué par  $\frac{\tau_0}{\sqrt{N_{mesuré}-2}}$ . Le nombre de particules  $\beta^+$  comptés pendant toute l'expérience étant de  $N_{mesuré}=89405665$  événements, l'incertitude statistique vaut 0,0026 s. Elle est nécessairement inférieure à l'incertitude calculée de 0,0027 s, puisqu'elle ne tient pas compte du bruit de fond, du temps mort, et de la méthode d'ajustement utilisée, qui, comme nous l'avons expliqué au chapitre IV.3.4, peuvent la dégrader sans apporter de biais sur la mesure.

## VIII.7.2 Incertitude due à la variation de gain

---

Pour mieux sélectionner les données correspondant à une désintégration  $\beta^+$  ou à un bruit de fond, nous avons modélisé la variation de gain pendant chaque décroissance, à partir de la variation du spectre en charge établi à partir de la charge de chaque événement des données DSP de FASTER. La charge de chaque événement est donc « compensée en gain », et l'incertitude sur la valeur de cette charge, donc sur le comptage, est détériorée par l'incertitude sur la mesure du gain.

Nous avons calculé la variance sur le comptage due à la variance sur la mesure du gain au chapitre VII.1.1.2 (l'équation VII-Eq.20). Chaque seconde  $i$  de chaque déversement, cette variance vaut :

$$\sigma_{N_i}^2 = N_i + (f_{ref}(Q_s) \cdot Q_s)^2 \cdot \sum_{nbre\ de\ zone} (N_{zone}^2 \cdot \sigma_G^2)$$

$N_i$  représente la variance statistique sur le comptage, tandis que la part de la variance due à la variance sur le gain est calculée par la partie :

$$N_{\sigma_{G_i}} = (f_{ref}(Q_s) \cdot Q_s)^2 \cdot \sum_{nbre\ de\ zone} (N_{zone}^2 \cdot \sigma_G^2)$$

Pour donner un ordre d'idée, sur l'ensemble d'un déversement, la variance sur le

comptage due à la variance sur le gain ne représente que  $\sum N_{\sigma_i} = 200$  événements au plus, alors que nous détectons entre  $1,73 \cdot 10^6$  et  $3,12 \cdot 10^6$  événements,

Ce nombre est largement négligeable, et l'algorithme d'ajustement de Levenberg-Marquardt calcule la même incertitude à moins de  $1 \mu\text{s}$  près sur la mesure de la durée de vie, que l'incertitude sur le gain soit pris en compte ou non. En d'autre terme, l'incertitude sur la durée de vie par déversement est de l'ordre de 15 ms, et la contribution due à la compensation de gain est inférieure à 170 ns. Cette valeur, plutôt surestimée, est donc complètement négligeable.

L'estimation de la durée de vie avant compensation de gain est de 24,8950 (27) s, et l'estimation après compensation de gain est 24,8962 (27) s. L'algorithme de compensation de gain a donc corrigé d'une erreur de 1,2 ms.

Cependant, il existe aussi, comme nous l'avons vu au chapitre VII.2.1, un biais dû à l'algorithme même de compensation de gain. Ce biais est très difficile à définir. S'il y a un biais, c'est que le gain a mal été mesuré. Pour connaître le biais exact sur l'estimation de la durée de vie dans notre expérience, il faudrait connaître la variation de gain théorique que nous aurions dû mesurer, et calculer le biais induit sur la durée de vie grâce à l'estimateur numérique. Comme nous ne disposons pas du modèle de variation de gain théorique, nous ne pouvons connaître le biais exact. La réponse de l'algorithme de compensation à une simulation sans variation de gain a montré un écart de  $5,4 \cdot 10^{-5} \tau_0 = 1,3 \text{ ms}$  pour un seuil de  $0,25 Q_{max}$  (cf. tableau 9). Puisque le biais sur la mesure de la variation de gain n'est pas connu, nous avons donc choisi de traiter cet écart de 1,3ms comme une incertitude aléatoire supplémentaire.

En d'autres termes, l'algorithme de compensation de gain a corrigé d'une erreur de 1,2 ms, en rajoutant une incertitude sur la mesure de 1,3 ms.

### **VIII.7.3 Influence de la variation de ligne de base et du spectre d'empilement**

---

Pour chacun des 33 déversements expérimentaux PM1/Cible 1, nous allons définir l'incertitude due à la variation de ligne de base et d'empilements à partir d'une simulation Monte-Carlo de 100 décroissances. Chaque décroissance a un spectre de densité de probabilité  $f_1$ , relatif au spectre acquis par PM1/Cible1 (cf. figure 137).

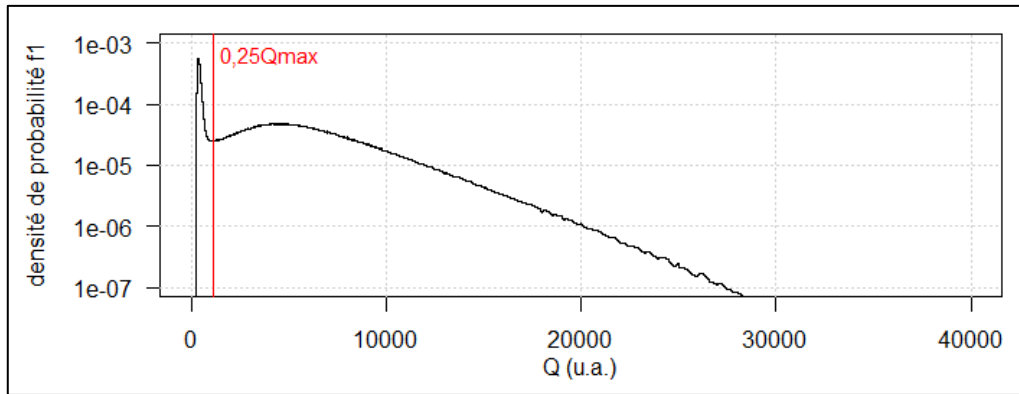


figure 137 : densité de probabilité du spectre PM1, cible 1.

Pour prédire, à chaque seconde de la décroissance, le niveau de ligne de base, nous allons utiliser, de la même manière qu'aux chapitres VI.2.2 et VI.2.3, le modèle de ligne de base élaboré à partir des quelques signaux oscilloscope que nous possédons (V-Eq.3) :

$$BL(t, D_0) = 74 \frac{e^{-\frac{1}{5,87 \cdot 10^{-6} \cdot D_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}}}{1 - e^{-\frac{1}{5,87 \cdot 10^{-6} \cdot D_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}}} + 11,5 \mu\text{V} \text{ et } \sigma_{BL} = 30 \mu\text{V}$$

$D_0$  est le débit initial des données statistiques, ou celui établi à partir des données DSP, sans temps mort et sans seuillage en énergie. Il est défini avec une incertitude  $\sigma_{D_0}$  comprise entre  $91.10^3 \text{ s}^{-1}$  et  $125.10^3 \text{ s}^{-1}$  suivant les déversements (cf. Annexe IV-1-1).  $t$  est le temps en seconde, compris entre 0 et 423 s.

Chacune des 100 décroissances a un débit  $D$  suivant une loi normale de moyenne  $D_0$  et d'écart-type  $\sigma_{D_0}$ , une ligne de base qui chaque seconde  $t_i$  suit une loi normale de moyenne  $BL(t_i, D)$ , et d'écart-type  $30 \mu\text{V}$ . La charge équivalente à une ligne de base  $BL$  est  $Q_{offset} = 13BL$  (en mV) (cf § V.1.3). Le débit  $D$  permet également de calculer le nombre d'événements  $N_i$  attendu chaque seconde et donc la probabilité d'empilements consécutive à la largeur d'impulsion. Pour le photomultiplicateur PM1, nous supposons que cette largeur suit une loi normale de moyenne 18 ns et d'écart-type 3 ns (cf. chapitre V.3.1 page 117).

Pour chaque décroissance, nous pouvons alors compter, de la même manière qu'au chapitre VI.2, le nombre d'événements de charge, empilée ou non, supérieure à  $0,25Q_{max} - Q_{offset}$  et calculer la durée de vie associée au moyen de l'estimateur numérique présenté au chapitre IV.3.5.

L'écart-type  $\sigma$  des 100 décroissances Monte-Carlo par déversement représentent l'incertitude due à la variation de ligne de base et d'empilements.

Les 100 décroissances simulées ne sont pas suffisantes pour déterminer le biais exact dû à la variation de ligne de base et d'empilements. Aussi, celui-ci est calculé sans tenir compte des incertitudes sur le débit de la décroissance expérimentale, sur la ligne de base, et la durée de l'impulsion.

La figure 138 représente le biais relatif  $\varepsilon_r = \frac{\tau - \tau_0}{\tau_0}$  et l'écart-type relatif  $\sigma_{\varepsilon_r} = \frac{\sigma}{\tau_0}$  dus à la variation de ligne de base et d'empilements de chacun des 33 déversements PM1/Cible1 de notre expérience, lorsque le seuil en charge est choisi à  $0,25Q_{max}$ .

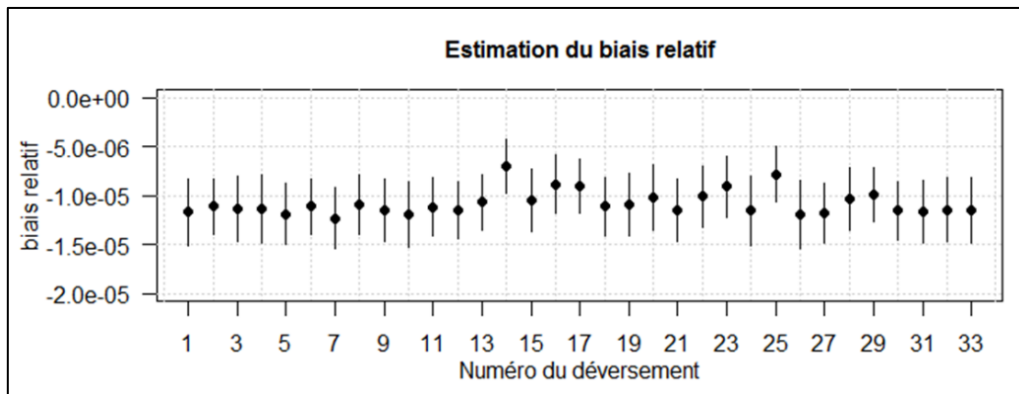


figure 138 : Biais relatif  $\frac{\tau - \tau_0}{\tau_0}$  et l'écart-type relatif  $\frac{\sigma}{\tau_0}$  dus à la variation de ligne de base et d'empilements

Nous pouvons donc calculer la durée de vie corrigée de la variation de gain et d'empilements, à partir des équations IV-Eq.7 et IV-Eq.8 (§ IV.3.3)

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^{33} \frac{\tau_i}{(1 + \varepsilon_i) \left( \sigma_{\tau_i}^2 + \left( \frac{\sigma_{\varepsilon_r} \cdot \tau_i}{1 + \varepsilon_i} \right)^2 \right)}}{\sum_{i=1}^{33} \frac{1}{\sigma_{\tau_i}^2 + \left( \frac{\sigma_{\varepsilon_r} \cdot \tau_i}{1 + \varepsilon_i} \right)^2}} \quad \text{VIII-Eq.1.}$$

et

$$\sigma_{\tau} = \left( \sum_{i=1}^{33} \frac{1}{\sigma_{\tau_i}^2 + \left( \frac{\sigma_{\varepsilon_r} \cdot \tau_i}{1 + \varepsilon_i} \right)^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{VIII-Eq.2.}$$

Ce qui donne :

Biais sur $\tau$ due aux corrections de ligne de base et d'empilement (s)	0,0002
Variance sur $\tau$ due aux corrections de ligne de base et d'empilement (s <sup>2</sup> )	0,000013 <sup>2</sup>

tableau 13 : Biais et variance sur la durée de vie dus aux corrections de ligne de base et d'empilement.

Alors que la durée de vie a augmenté de 0,2 ms, l'incertitude sur la mesure n'a pas changé, car la contribution due à l'incertitude sur la variation de ligne de base et d'empilement est de l'ordre de 13  $\mu$ s, donc négligeable comparée aux 2,7 ms calculées à partir de la matrice de covariance.

La correction du biais de 0,2 ms est minime, et comme nous le montre la figure 139 suivante, elle ne corrige pas suffisamment la diminution de l'estimation de la durée de vie lorsque le seuil de sélection en charge des événements augmente. Cette figure représente l'estimation de la durée de vie après compensation de gain (incertitude en trait pointillé), et après compensation de gain et correction de ligne de base (incertitude en trait plein).

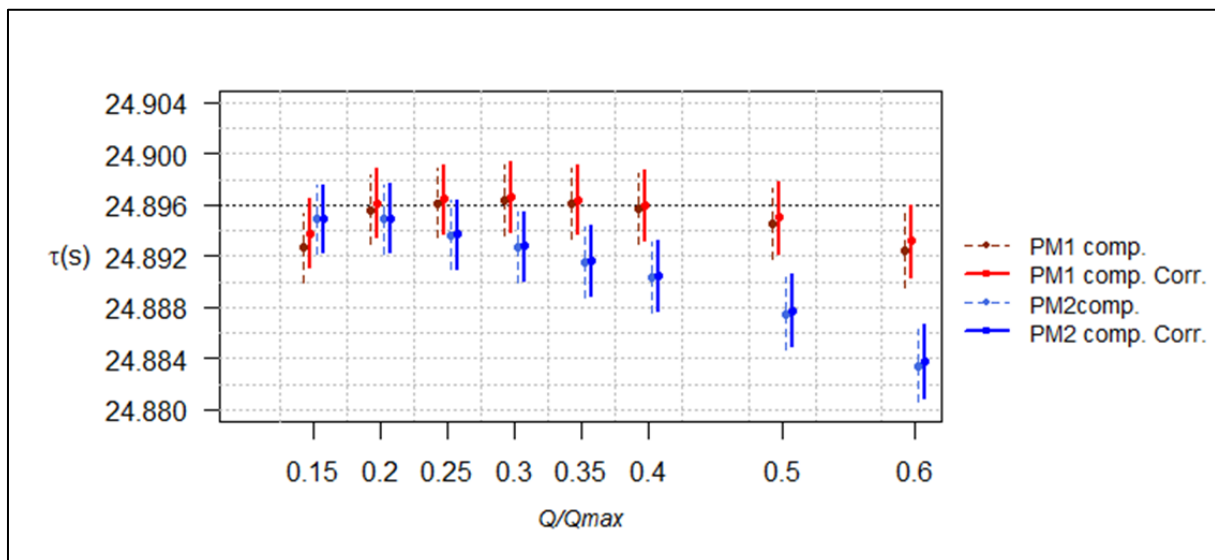


figure 139 : Estimation des durées de vie après compensation de gain (incertitude en trait pointillé), et après compensation de gain et correction de ligne de base (incertitude en trait plein).

## VIII.7.4 Bilan total

Avant toute correction, la durée de vie est estimée à 24,8950(27) s

Le tableau 14 suivant récapitule les biais et variances, dont il est nécessaire de tenir compte pour que la durée de vie soit correctement mesurée (Temps mort de 1,5  $\mu$ s, seuil en charge de 0,25 $Q_{max}$ ) :

	Biais (s)	Variance (s <sup>2</sup> )
Compensation de Gain	+0,0012	(24,8950 x 5,4.10 <sup>-5</sup> ) <sup>2</sup> = 0,0013 <sup>2</sup>
Variation de ligne de base, et d'empilements	+0,0002	0,000013 <sup>2</sup>

tableau 14 : Bilan des biais et des variances sur la durée de vie.

En conclusion, la durée de vie et la période radioactive de la désintégration du <sup>19</sup>Ne dans le plomb sont estimées avec une incertitude relative de 1,2.10<sup>-4</sup> :

Durée de vie τ (s)	<b>24,8964(30)</b>
T <sub>1/2</sub> (s)	<b>17,2569(21)</b>

tableau 15 : Estimation finale de la durée de vie et de la période radioactive.

Cette estimation est cohérente avec les estimations effectuées par S.Triambak & al. et P.Ujic & al. en 2012 et 2013, comme l'illustre la figure 140 ci-dessous. Elle est en revanche en désaccord avec celle estimée par Broussard et al. [16], puisque la différence entre les deux durées de vie est de 3,2σ<sub>Broussard</sub>.

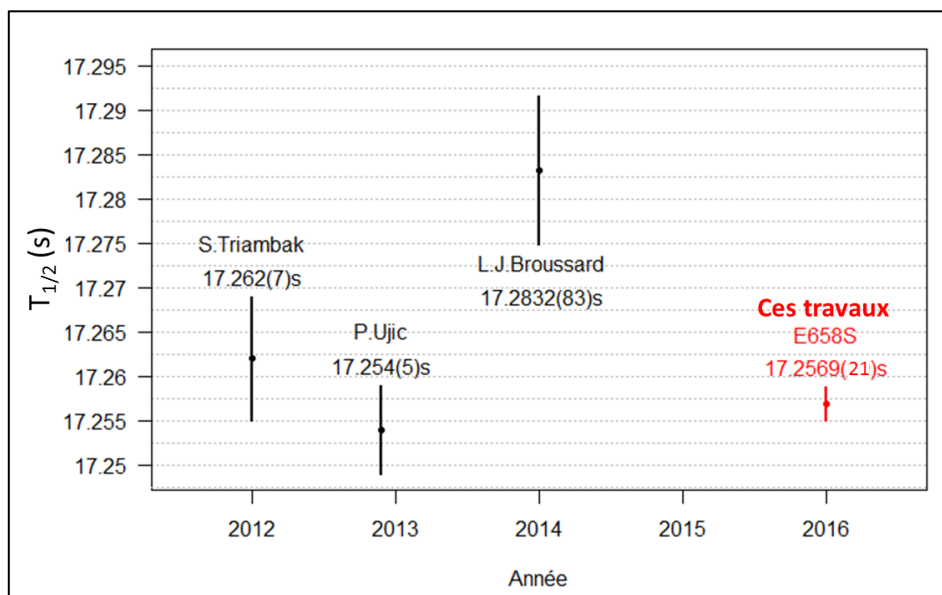


figure 140 : Evolution de la mesure de la durée de vie du <sup>19</sup>Ne depuis 2012



## IX CONCLUSION ET PERSPECTIVES

---

Grâce aux données enregistrées pendant 4 heures (33 décroissances analysées pendant 424 s) par une seule voie d'acquisition, nous avons pu estimer la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  dans la cible de plomb avec une incertitude relative de  $1,2 \cdot 10^{-4}$ :

$$\tau = 24,8964(30) \text{ s}$$

$$T_{1/2} = 17,2569(21) \text{ s}$$

Nous ne pouvons malheureusement pas annoncer d'estimation de la durée de vie pour la cible d'iodure de césium, car nous avons diagnostiqué un phénomène de diffusion du  $^{19}\text{Ne}$  hors de la cible trop important.

Pour réussir à estimer la durée de vie avec une incertitude relative de  $1,2 \cdot 10^{-4}$  dans la cible de plomb, il a fallu déterminer les différentes grandeurs d'influence (hors diffusion)-comme la variation de gain des tubes photomultiplicateurs, la variation de ligne de base des signaux acquis par la carte fille FASTER-CARAS, et la variation d'empilements. Puisque ces grandeurs agissent sur la charge mesurée de chaque impulsion, elles se répercutent directement sur le comptage des événements. La conséquence la plus importante est alors la variation de l'estimation de la durée de vie en fonction du seuil en charge. Si nous connaissons précisément les variations des grandeurs d'influence citées, nous pouvons alors calculer leur impact sur les taux de comptage pendant la décroissance, et donc sur l'estimation de la durée de vie, grâce à l'estimateur numérique (IV.3.5).

Nous avons choisi de ne pas utiliser les données en coïncidence entre les tubes photomultiplicateurs PM1 et PM2 qui regardaient la même désintégration  $\beta^+$ , comme il est d'usage pour ne sélectionner que les signaux  $\beta^+$  et ainsi diminuer le bruit de fond. En effet, nous avons pu diagnostiquer que le PM2 était beaucoup plus sensible à la fluctuation du débit d'événements que le PM1, en étudiant l'évolution de l'estimation de la durée de vie en fonction du seuil, ou les signaux oscilloscope. L'algorithme de compensation de gain n'est pas suffisamment robuste. Une coïncidence effectuée avec un tube photomultiplicateur peu stable est nécessairement biaisée. Il faut noter, néanmoins, que lorsque le seuil est choisi de manière à minimiser l'impact des grandeurs d'influence ( $0,25Q_{\text{max}}$  pour PM1, et  $0,2Q_{\text{max}}$  pour PM2), les durées de vie estimées sont statistiquement comparables (figure 130).

Estimer la durée de vie avec une telle incertitude en si peu de temps a été possible grâce



à l'utilisation des informations calculées par le module de mesure QTDC-FASTER. Si nous considérons les données DSP :

- La connaissance de la charge d'un événement a permis de construire l'histogramme des charges. Cette charge, calculée de seuil à seuil, permet d'avoir une valeur plus exacte d'une charge empilée, que la charge intégrée sur une porte temporelle. A partir de l'histogramme des charges, nous avons pu choisir le seuil en charge qui minimise l'impact des grandeurs d'influence sur l'estimation de la durée de vie. La valeur de chaque charge a pu être corrigée en fonction des fluctuations du gain. Celles-ci ont été mesurées à partir de la déformation de l'histogramme des charges pendant la décroissance.
- La date de l'événement a permis de construire les histogrammes d'intervalles de temps et ainsi choisir le temps mort minimal pour la sélection des données. Elle a permis, évidemment, de construire l'histogramme des débits, à partir duquel nous avons estimé la durée de vie.
- L'acquisition de la durée de l'impulsion, ainsi que le comptage des événements a permis de calculer la probabilité d'empilement, et ainsi connaître son impact sur l'estimation de la durée de vie.
- L'amplitude de l'événement nous a informés sur la correspondance entre l'amplitude et la charge, ce qui a été nécessaire pour évaluer l'impact de la fluctuation de la ligne de base sur la charge.

Les données statistiques calculent le nombre exact des événements repérés par le module QDC-FASTER. Ce MnM (« Module numérique de Mesure ») n'a pas de temps aveugle, dans la mesure où les impulsions durent plus de 6 ns -ce qui est le cas, puisqu'elles durent en moyenne 18 ns. Une impulsion de plus de 6 ns est toujours repérée, exceptée lorsqu'elle est empilée avec la précédente. Cette dernière voit alors sa durée s'allonger et sa charge égale à la charge de l'impulsion somme. La correspondance entre les données statistiques et le nombre d'événements DSP enregistrés nous a certifié qu'il n'y a eu aucune perte de donnée.

Les données oscilloscopes, acquises pendant quelques décroissances, nous ont permis de modéliser les fluctuations de ligne de base, et ainsi apporter une correction à l'estimation de la durée de vie.

Ainsi, toutes les informations acquises lors de l'expérience ont été utilisées. Toutefois, les enseignements que nous avons tirés de l'analyse de ses informations permettent d'envisager des pistes intéressantes d'amélioration, aussi bien du point de vue de l'incertitude statistique dans le

temps imparti de l'expérience, que du point de vue de la mesure des variations des grandeurs d'influence.

Pour diminuer l'incertitude, il est d'abord nécessaire d'augmenter la statistique de comptage. Le nombre d'événements acquis peut être augmenté selon les quatre axes d'amélioration suivants :

- Dans notre expérience, environ  $1,5 \cdot 10^8$  événements ont été acquis par la voie PM1 pendant 4h de temps faisceau. Une expérience d'une durée de 48h par cible multiplierait donc le nombre d'événements acquis par 12.
- Dans le système d'acquisition, seule une voie par carte mère a été utile à l'étude : sur une des cartes mères de l'expérience par exemple, il y a la voie PM1, la voie PM3 non-utilisée, et deux voies connectées aux voies logiques de l'acquisition GANIL non-utilisées pour l'étude. Seuls les événements de la voie PM1 ont été analysés, les autres voies limitent la capacité de transfert et de stockage sur disque des informations de PM1. Le nombre d'événements utile à l'analyse peut donc être multiplié par 4.
- Dans notre étude, nous avons choisi un seuil de sélection des charges excluant les événements Čerenkov. Le pic Čerenkov représente environ 28% des événements. En protégeant les guides de lumière pour éviter la production de lumière Čerenkov, le taux de comptage pourrait être multiplié par 1,3.
- Enfin, nous avons vu au chapitre IV.3.4.4 qu'il existe une durée d'analyse optimisant l'incertitude, à taux de comptage initial donné, et bruit de fond donné. Dans les conditions de l'expérience, l'incertitude statistique relative, de l'ordre de  $10^{-4}$  ( $= \frac{0,0026}{24,8964}$ ), peut atteindre  $8 \cdot 10^{-5}$  si nous diminuons le temps d'analyse à 225 s (au lieu de 424 s) et enregistrons ainsi 55 décroissances. Le nombre d'événement acquis serait multiplié par 1,2.

En suivant toutes ses voies d'amélioration, cela permettrait ainsi d'atteindre une incertitude relative statistique de l'ordre de  $10^{-5}$ .

Lorsque nous voulons atteindre une résolution de  $10^{-5}$ , l'impact des grandeurs d'influence n'est pas négligeable. La variation la plus facile à corriger, dans notre expérience, est celle de la ligne de base. Il est possible que le splitter passif ait désadapté la ligne, et nous aurions tiré un grand avantage à brancher directement une voie FASTER à un photomultiplicateur. De plus, il aurait été bénéfique d'utiliser une ressource supplémentaire du module numérique de mesure QTDC-FASTER pour vérifier la stabilité de la ligne de base : ce

MnM propose de mesurer la charge juste avant l'événement sur un temps pouvant aller jusqu'à 24 ns, et cela sans rajouter de temps mort. En établissant un modèle de ligne de base de manière similaire à notre détermination du modèle de variation de gain, nous pouvons corriger la valeur de la charge d'un événement, avant sa sélection par seuil. Dans notre cas, l'élaboration du modèle s'est effectuée grâce aux signaux oscilloscope. Il aurait été rassurant d'enregistrer les trames oscilloscope pendant toute la durée d'analyse, à savoir 424 s et non 100 s, pour vérifier la véracité et la pertinence du modèle de ligne de base et du modèle de gain, sur toute cette durée.

La fluctuation ayant le plus d'incidence est la variation du gain du tube photomultiplicateur. Elle est consécutive au fait que le seuil de sélection (en charge ou en amplitude) des événements se situe dans le spectre des charges. Cette fluctuation est d'autant plus difficile à corriger qu'elle est souvent imprévisible, et dépend de l'histoire du tube photomultiplicateur. En général, la fluctuation de gain est liée, en grande partie, à la fluctuation du taux de comptage. Il est donc préférable d'augmenter le nombre de voies de mesure, plutôt que le débit d'événements mesurés par le photomultiplicateur.

Pour notre expérience, nous avons eu de la chance d'avoir eu le détecteur PM1 suffisamment stable. Une future expérience demanderait une vérification des points de fonctionnement des tubes photomultiplicateur, en simulant une décroissance par exemple avec des impulsions lumineuses.

Néanmoins, même si nous arrivons à stabiliser au mieux le gain du photomultiplicateur, nous avons vu que si la décroissance subit une variation de gain inconnue de l'ordre de 6%, l'incertitude relative induite sur l'estimation de la durée de vie est de l'ordre de  $5,4 \cdot 10^{-5}$ . Pour atteindre une incertitude relative de l'ordre de  $10^{-5}$ , il est indispensable de mesurer très précisément la variation de gain, ce qui permettra d'augmenter la performance de l'algorithme de compensation de gain.

Il est donc nécessaire de se donner les moyens de mesurer plus efficacement la déformation du spectre en charge par le gain. Dans ce document, nous l'avons estimé en calculant ce qui s'apparente à la moyenne et à l'écart-type d'une partie du spectre. L'idéal aurait été cependant de disposer dans le spectre d'un pic en énergie connu : après correction du piédestal (i.e. de la ligne de base), la mesure de la variation de la position du pic, nécessairement plus précise, nous renseigne directement sur la variation de gain. Nous pouvons, par exemple, obtenir ce pic des trois façons suivantes : soit en utilisant une source d'impulsions lumineuses étalon, soit en utilisant un autre scintillateur, ou soit en utilisant une source  $\alpha$ .

### Utilisation d'impulsions lumineuses étalon :

La grande difficulté est, dans ce cas, de construire cet étalon : les impulsions doivent être stables dans le temps, et évidemment insensibles aux grandeurs d'influence telle que la température. Pour vérifier la stabilité de cette source pulsée de lumière, il est possible d'utiliser une photodiode refroidie, dont la stabilité doit elle-même être vérifiée.

### Utilisation d'un autre scintillateur :

Une autre possibilité est d'effectuer l'expérience avec un scintillateur comme le  $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ . Dans ce cas, nous cherchons, non pas à détecter les positrons, mais une des particules gamma d'annihilation. La figure 141-A ci-dessous décrit l'ensemble source/scintillateur qu'il est possible d'utiliser. Une épaisseur de 6 mm d'aluminium suffit à arrêter les positrons. Si le seuil de détection est pris à 250 keV d'énergie déposée, 5cm de scintillateur  $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$  permet d'obtenir 3,3% d'efficacité de détection, dont 1,6% autour du pic de 511 keV, comme le montre la figure 141-B calculée grâce à une simulation MCNP (version 2.7.0).

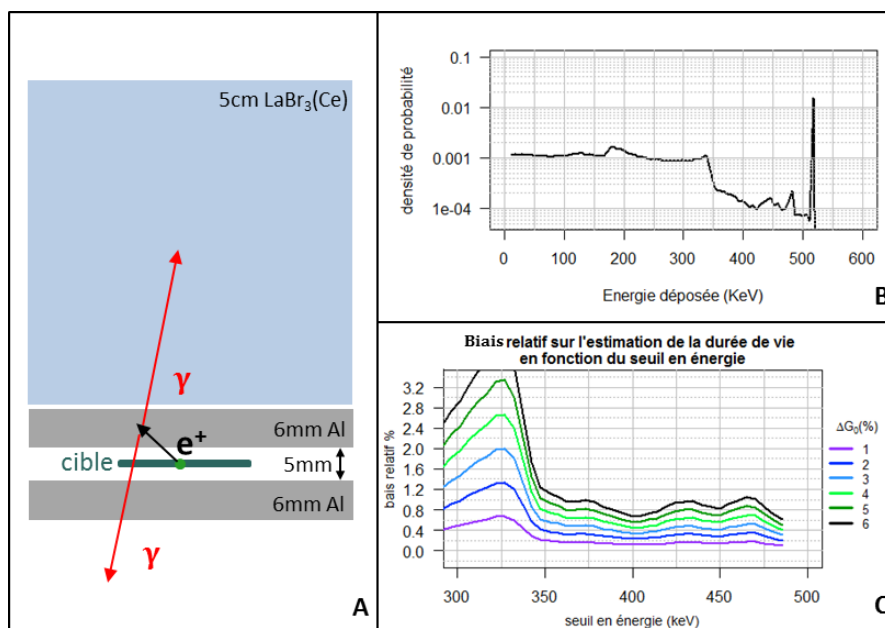


figure 141 : Détection des particules gamma par un scintillateur  $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ , et biais relatif engendré, suivant le seuil de détection en énergie et la dérive en gain du photomultiplicateur.

Comme l'efficacité est 10 fois moins grande que celle de la détection des positrons par un scintillateur BC400, il faut augmenter le nombre des ions  $^{19}\text{Ne}$  implantés. Puisque le signal électronique engendré est de l'ordre d'une soixantaine de nanosecondes, il faut évidemment corriger le biais consécutif à la variation d'empilements.

Le biais relatif consécutif à la variation de gain est assez élevé, comme le résume la figure

141-C, résultat d'une simulation effectuée dans les conditions exposées au chapitre VI.2.1. Il est par conséquent impératif de mesurer avec précision la variation de gain, grâce au pic situé à 511 keV. Il pourrait être possible d'utiliser également, si sa définition est suffisante, le pic dû à la radioactivité du  $\text{LaBr}_3(\text{Ce})$ , situé à 1468 keV (cf. figure 142). Généralement considéré comme un bruit de fond, il pourrait devenir ici un avantage, et permettre une estimation du gain même en fin de décroissance.

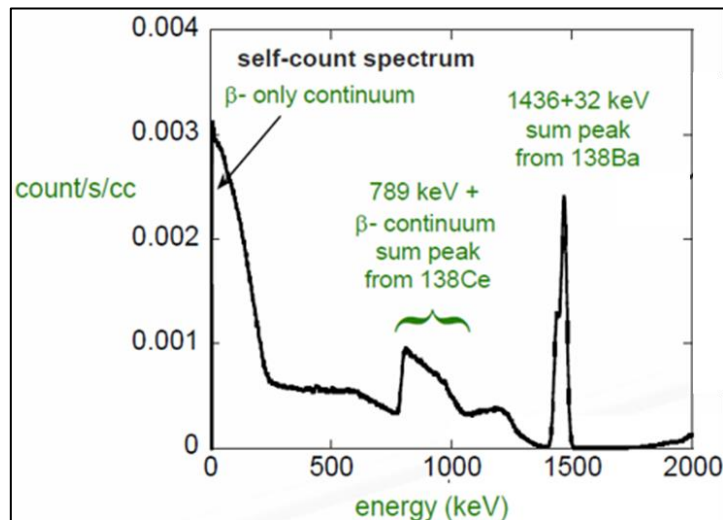


figure 142 : Spectre du scintillateur BriLancCe (Saint-Gobain [46])

Toutefois, si le bruit de fond gamma dans la salle d'expérience est trop important, il faut l'éliminer en ne comptant que les coïncidences des deux particules gamma d'annihilation. La probabilité de détection diminue donc, et la mesure de la durée de vie dans le temps imparti avec l'incertitude requise n'est plus assurée.

#### Utilisation d'une source $\alpha$ :

Une autre façon d'obtenir un pic, dans le spectre d'énergie déposée dans le BC400 par les particules  $\beta^+$ , est de rajouter une source radioactive étalon, qui joue finalement le rôle de la source d'impulsions lumineuses étalon. Le pic induit permet de mesurer la variation de gain du tube photomultiplicateur, même en fin de décroissance.

Une source d' $^{241}\text{Am}$  émet des alphas qui déposent environ 5,5 MeV dans le scintillateur. Par effet de quenching, la lumière produite par les alphas est équivalente à celle produite par des  $\beta$  d'environ 350 keV (cf. figure 143). En considérant que la largeur à mi-hauteur d'un pic de 1MeV est de l'ordre de 10%, celle du pic  $\alpha$  de 350keV serait d'environ 60 keV ( $\approx \sqrt{1000/350} \cdot 350 \cdot 0,1$ ). Le pic se trouve donc dans la zone spectrale de l'énergie déposée par les particules  $\beta^+$ . Mais puisque l'activité de la source d'américium peut être déterminée avec une grande précision,

celle-ci peut être intégrée au modèle de décroissance, sans détériorer l'incertitude sur la mesure.

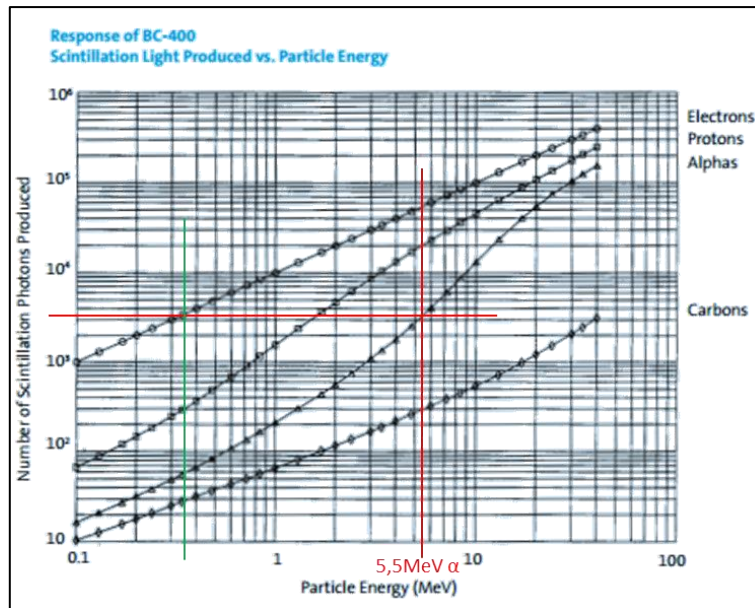


figure 143 : Réponse de la scintillation du BC400 (Saint-Gobain [47]). La lumière produite par une particule  $\alpha$  de 5,5 MeV (en rouge) est équivalente à celle produite par une particule  $\beta$  d'environ 350 keV (en vert).

La figure 144 simule le spectre en charge déposée dans un scintillateur BC400 de 5 mm, acquis lors de la première seconde de la zone d'analyse d'une décroissance du  $^{19}\text{Ne}$ . Le taux de comptage initial est de  $250 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ . Mesurer la position d'un pic  $\alpha$  issu d'une source d'américium de 1 kBq, permettrait par exemple de mesurer une variation de gain avec une incertitude relative de  $\sigma_G/G \approx 2,2\%$  ( $= \frac{60}{350 \cdot 2,35} \cdot \frac{1}{\sqrt{1000}}$ ) au lieu de 6%.

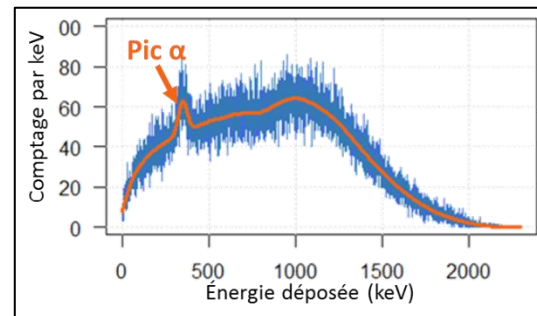


figure 144 : Simulation de l'énergie déposée en 1 s dans un scintillateur BC400 de 5 mm, par des  $250 \cdot 10^3$  particules  $\beta$  issues de la désintégration du  $^{19}\text{Ne}$  et par des particules  $\alpha$  d'une source d'américium de 1 kBq pendant 1 s. (binning=1 keV)

L'incertitude induite sur la durée de vie serait alors diminuée. Nous pouvons calculer qu'elle serait inférieure à  $10^{-6}$ , permettant ainsi une mesure de la durée de vie avec une incertitude relative de  $10^{-5}$ .

Dans la condition où toutes les grandeurs d'influence sont compensées, il est envisageable de déterminer la différence relative de la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  de l'ordre de  $10^{-4}$ , lorsque celui-ci

est implanté dans une cible conductrice ou non. Dans notre expérience, la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  implanté dans la cible d'iodure de césium n'a pu être estimée. En effet, la stabilité temporelle du dispositif n'était pas assurée car la diffusion du  $^{19}\text{Ne}$  hors du cristal était trop rapide. La cible était composée d'un sandwich de matériau conducteur/isolant/conducteur. La fuite des ions dans le vide a pu se faire sur les bords, et a été accélérée, par toute faille ou cisaillement de la maille cristalline. Pour améliorer l'expérience, il serait appréciable de vérifier la pureté de la maille et l'état de surface de la cible de CsI, avec un microscope électronique par exemple, puis d'évaporer du métal tout autour, bord compris. Ainsi, la durée de vie estimée se rapprocherait de la véritable durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$  dans le CsI, puisqu'elle serait une combinaison linéaire de la durée de vie dans la CsI et dans celle du métal l'entourant. Dans ce cas, même si la durée de vie dans le CsI ne peut être estimée avec précision, un écart sur l'estimation de la durée de vie suivant la cible (cible de métal pur ou une cible d'isolant entouré de métal) valide le fait qu'il existe un effet d'écrantage des électrons dans les matériaux qui affecte la durée de vie du  $^{19}\text{Ne}$ .

## **ANNEXES**





## Annexe I SETUP DES DONNEES D'ACQUISITION

---

Pour l'analyse de l'expérience, nous disposons de deux fichiers, l'un appelé « RUN 20131104-0254 » et l'autre « RUN 20131103-2134 ». Le tableau 16 ci-dessous donne la valeur des paramètres pour les voies relatives aux photomultiplicateurs PM1 et PM2.

Nom des voies	PL5mm PM1 (PCRF label 4)	PL5mm PM2 (PCpasRF label 4)
Seuil Trigger	3 mV	3 mV
Durée impulsion min	4 ns	4 ns
Amplitude impulsion min	20.003 mV	30.000 mV
BLR	Th=7 mV Gate=8 ns FC=160 kHz	Th=7 mV Gate=8 ns FC=160 kHz
Charge	Qtt	Qtt
Periode STAT	1 ms	1 ms

tableau 16 : Valeurs des paramètres pour chaque voie de mesure.

---

### Annexe I-1 Fichier 20131104-0254 (durée 3 h 28 min)

---

Le tableau 17 donne un résumé du nombre de trames statistiques, du nombre d'événements détectés par le MnM (« Nbtrig »), du nombre d'événements traités par le module de calcul de charge à porte fixe (« Nbdsp »), du nombre d'événements envoyés via la communication FASTER, et enfin du nombre d'événements effectivement enregistrés sur disque.

Nous remarquons que nous n'avons pas pu enregistrer tous les événements, mais cela a peu d'importance car nous avons pu vérifier que les pertes d'événements ont eu lieu pendant les périodes d'implantation, et non les périodes d'analyse.

Le tableau 17 informe également des valeurs minimales et maximales des charges  $Q_{tt}$ , des durées d'impulsion  $W_{tt}$ , des amplitudes  $A$  de l'impulsion et de leur position  $A_{location}$ . Il indique aussi la date du premier événement, et celle de la première et dernière trame STAT.

Nom des voies	PL5mm PM1 (PCRF label 4)	PL5mm PM2 (PCpasRF label 4)
Nombre de trames STAT	12518383	12518860
Nbtrig	144622569	114464675
Nbdsp	144622569	114464675
Nbsentdsp	144622565	114464648
Nbrecieved	144622565	114463621
Nombre d'évènements empilés	0	0
Nombre d'évènements hors gamme dynamique	17101	16310
<i>Wtt</i>	[4 72] ns	[4 66] ns
<i>Qtt</i>	[148 54594] u.a.	[114 56458] u.a.
<i>A</i>	[137 6802] u.a.	[103 6631] u.a.
<i>A_location</i>	[0 46] ns	[0 44] ns
Date de la première trame STAT	19259,990742432 s	19273,343136128 s
Date de la dernière trame STAT	31778,194350122 s	31792,058791510 s
Date du premier événement	19259820000000 ns	19259820000000 ns
Date du premier événement après synchronisation	19273343136128 – 13567237006 = 1925977589912 ns	19273343136128 ns

tableau 17 : Résumé des données acquises du fichier « 20131104-0254 »

Les tubes photomultiplicateurs sont branchés sur des cartes différentes. Malgré le fasterT0, sensé synchroniser les voies à  $\pm 8$  ns, celles-ci sont désynchronisées d'environ 13,5 s. Afin de pouvoir comparer les données et les regrouper, un T0 différents leur est soustrait.

Pour trouver le T0 de chaque carte, l'algorithme suivant est appliqué : deux fichiers sont extraits des données FASTER dans une zone de faible comptage. La première décroissance débute après environ 140 s de bruit puis d'implantation.

- Le premier fichier contient les valeurs des événements de PM1 entre 220 s et 320 s après l'implantation, sélectionnés avec un temps mort de 1  $\mu$ s, et dont le maximum d'amplitude *A* de l'impulsion est supérieur à  $\frac{500 \times 2390 \text{ mV}}{2^{14}} \simeq 73 \text{ mV}$ . Cela correspond à 59672 évènements. Si nous considérons une durée de vie de l'ordre de 24,9 s, obtenir ce nombre d'éléments sur 100 s correspond à un débit au début de cette période de moins de 2500 particules/seconde, avec la probabilité d'avoir moins de 2 particules empilées.
- Le second contient les valeurs des événements de PM2 entre 233 s et 333 s après l'implantation, sélectionnés avec un temps mort de 1  $\mu$ s, et dont le maximum d'amplitude *A* de l'impulsion est supérieur à 73 mV. Cela correspond à 57004 évènements

Pour trouver les coïncidences dans ces fichiers, il suffit d'analyser la coïncidence des différences de temps entre 2 particules successives de chaque tube photomultiplicateur. Lorsque la première coïncidence est trouvée, les deux premières particules arrivées à T1 et T2 du fichier

sont sélectionnées. Cette première opération est possible car le niveau de bruit est très faible, et il existe dans le fichier deux événements provenant de la décroissance  $\beta$ , qui ne sont pas séparés par un événement de bruit de fond. La particule suivante sélectionnée sera celle telle que T3-T2 du fichier PM1, sera égal à 20 ns près à celui de PM2.

On trouve alors 53131 coïncidences. Cela représente 89% du fichier extrait de PM1, et 93,2% de PM2. PM2 est en avance sur PM1 de 13567237005,4062 ns :

- Différence min=13567239998 ns
- Différence max=13567237014 ns
- Ecart-type= 1,46 ns

L'histogramme ci-dessous représente la distribution de l'écart de temps trouvé entre PM1 et PM2. Les fichiers PM1 et PM2 sont désynchronisés de 13567237006 ns. Les différences de temps entre les coïncidences seront alors égales à  $\pm 8$  ns près.

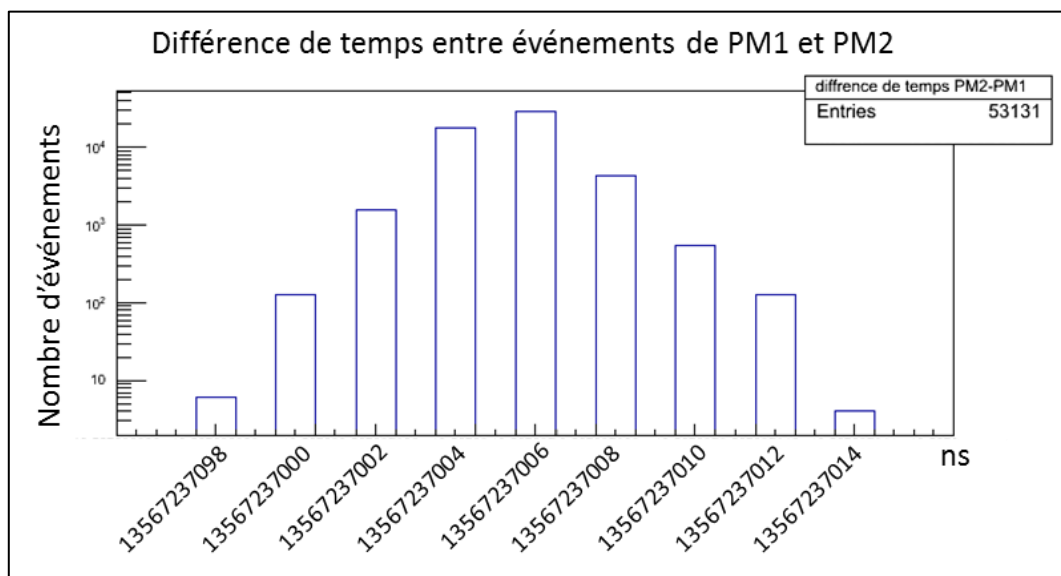


Figure 145 : histogramme des différences d'arrivées  $T_{PM1}-T_{PM2}$  des coïncidences trouvées.

---

## Annexe I-2 Fichier 20131103-2134 (durée 5 h)

---

Le tableau 18 donne les informations relatives au fichier « 20131103-2134 ». Nous trouvons le même retard entre PM1 et PM2 dans ce fichier que dans le fichier précédent. Il faut donc appliquer les mêmes modifications. Comme pour le premier fichier, nous avons vérifié que la pertes de données avaient lieu pendant les phases d'implantations, et non les phases d'analyse.

Nom des voies	PL5mm PM1 (PCRf label 4)	PL5mm PM2 (PCpasRF label 4)
Nombre de trames STAT	18781543	18053504
Nbtrig	206539191	160503400
Nbdsp	206539191	160503400
Nbsentdsp	206539181	160503381
Nbreceived	206538857	160503324
Nombre d'évènements empilés	0	0
Nombre d'évènements hors gamme dynamique	25705	22681
Wtt	[4 60] ns	[4 58] ns
Qtt	[148 57517]	[114 56499]
A	[137 6805]	[103 6634]
A_location	[0 40] ns	[0 38] ns
Date de la première trame STAT	42,026310912 s	55,413855328 s
Date de la dernière trame STAT	18823,399053448 s	18108,918093880 s
Date du premier événement	0	0
Date du premier événement après synchronisation	55413855328 - 13567237006 = 41846618322 ns	55413855328 ns

tableau 18 : Résumé des données acquises du fichier « 20131103-2134 »

## Annexe II MODELISATION DE L'HISTOGRAMME D'INTERVALLE DE TEMPS D'UNE DESINTEGRATION B

---

Nous allons établir ici l'équation de l'histogramme du comptage  $N(\theta)$  du nombre d'évènements dont l'intervalle de temps avec le précédent est compris entre  $\left[\theta - \frac{\Delta\theta}{2}; \theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right]$ .

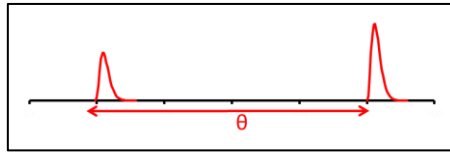


Figure 146 : Intervalle de temps entre deux évènements

Les paramètres de cette équation sont les suivants :

$\theta$  : Intervalle de temps entre 2 particules.

$\Delta\theta$  : Pas de l'histogramme

$N(\theta)$ : Nombre de particules arrivant dans l'intervalle  $\left[\theta - \frac{\Delta\theta}{2}; \theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right]$  après le précédent.

$N_{tot}$ : Nombre total d'évènements pendant toute la décroissance.

$\tau$ : Durée de vie.

$T_e$ : Durée de l'expérience.

$D(t)$  : Débit de particules avec  $D_0 = \frac{N_{tot}}{\tau}$  le débit à  $t = 0$  s, et  $D_e = D_0 e^{-\frac{T_e}{\tau}}$  le débit à  $t = T_e$ .

---

### Annexe II-1 Expérience sans temps mort et sans bruit de fond, temps infini

---

La probabilité qu'un évènement arrivant au temps  $t=0$  soit suivi par un évènement entre  $\theta$  et  $\theta+d\theta$  est :

$$dp(\theta, t) = e^{-D\theta} D d\theta$$

Annexe II Eq1

Dans le cas d'un débit non-constant  $D(t) = \frac{N_{tot}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$ , la probabilité qu'un évènement arrivant au temps  $t=T$  soit suivi par un évènement entre  $T+\theta$  et  $T+\theta+d\theta$  est :

$$dp(\theta, t) = e^{-D(t)\theta} D(t) d\theta \quad \text{Annexe II Eq2}$$

Entre  $t$  et  $t+dt$ , le nombre d'évènements qui sont séparés d'un intervalle de temps  $\theta$  est :

$$d^2F(\theta, t) = D(t) dt dp(\theta, t)$$

$$d^2F(\theta, t) = D^2(t) e^{-\theta D(t)} d\theta dt \quad \text{Annexe II Eq3}$$

En intégrant l'équation 3 entre 0 et  $+\infty$  par rapport à  $dt$ , et sachant que  $-\tau dD = D dt$  nous obtenons :

$$dF(\theta) = \tau d\theta \int_0^{\frac{N_{tot}}{\tau}} D e^{-\theta D} dD \quad \text{Annexe II Eq4}$$

$$dF(\theta) = N_{tot} \cdot \left(\frac{\tau}{N_{tot} \cdot \theta}\right)^2 \cdot \left[1 - e^{-\frac{\theta}{\tau} N_{tot}} \left(\frac{\theta}{\tau} N_{tot} + 1\right)\right] \cdot \frac{N_{tot} d\theta}{\tau} \quad \text{Annexe II Eq5}$$

En faisant le changement de variable  $u = N_{tot} \frac{\theta}{\tau}$ , nous pouvons vérifier que

$$\int_0^{+\infty} N_{tot} \frac{1 - e^{-u}(u+1)}{u^2} du = N_{tot} \left[ \frac{e^{-u} - 1}{u} \right]_0^{+\infty} = N_{tot}$$

Le pas de l'histogramme a un pas égal à  $\Delta\theta$ . Chaque comptage est réalisé entre

$$\left[ \theta - \frac{\Delta\theta}{2}; \theta + \frac{\Delta\theta}{2} \right]$$

$$F(\theta) = N_{tot} \left[ \frac{e^{-u} - 1}{u} \right]_{\frac{N_{tot}}{\tau}(\theta - \frac{\Delta\theta}{2})}^{\frac{N_{tot}}{\tau}(\theta + \frac{\Delta\theta}{2})} \quad \forall \theta = \frac{\Delta\theta}{2} + i\Delta\theta$$

$$F(\theta) = \tau \cdot \left[ \frac{e^{-\frac{N_{tot}}{\tau}(\theta + \frac{\Delta\theta}{2})} - 1}{(\theta + \frac{\Delta\theta}{2})} - \frac{e^{-\frac{N_{tot}}{\tau}(\theta - \frac{\Delta\theta}{2})} - 1}{(\theta - \frac{\Delta\theta}{2})} \right] \quad \forall \theta = \frac{\Delta\theta}{2} + i\Delta\theta \quad \text{Annexe II Eq6}$$

---

## Annexe II-2 Expérience avec bruit de fond.

---

Dans ce cas le débit est augmenté du bruit de fond  $BG$  :

$$D(t) = \frac{N_{tot}}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + BG \quad \text{et} \quad \tau dD = (D - BG) dt$$

En présence de bruit de fond, il est nécessaire de considérer la durée  $T_e$  de l'expérience. L'équation 3 doit être intégrée par rapport à  $dt$  entre 0 et  $T_e$ , et non 0 et  $+\infty$ . Nous obtenons alors:

$$F(\theta) = \tau \int_{D_e + BG}^{D_0 + BG} \frac{D^2}{D - BG} \int_{\theta_1}^{\theta_2} e^{-\theta D} dD d\theta \quad \text{Annexe II Eq7}$$

avec  $D_0 = \frac{N_{tot}}{\tau}$ ,  $D_e = D_0 e^{-\frac{T_e}{\tau}}$  et  $[\theta_1; \theta_2]$  représente l'intervalle de temps dans lequel le comptage est réalisé. L'intégration s'effectue facilement en intégrant d'abord par rapport à  $d\theta$ , puis par rapport à  $dD$ .

$$F(\theta) = H\left(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}\right) - H\left(\theta - \frac{\Delta\theta}{2}\right) \quad \forall \theta = \frac{\Delta\theta}{2} + i\Delta\theta$$

$$H(\theta) = \tau \cdot e^{-BG \cdot \theta} \cdot \left[ \frac{e^{-D_0 \cdot \theta} - e^{-D_e \cdot \theta}}{\theta} - BG \cdot Ei(-D_0 \theta) - BG \cdot Ei(-D_e \theta) \right] \quad \text{Annexe II Eq8}$$

Avec  $Ei(x)$ , la fonction « exponentielle-intégrale » :  $Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt$ ,  $D_0 = \frac{N_{tot}}{\tau}$  et  $D_e = D_0 e^{-\frac{T_e}{\tau}}$





## Annexe III MODELISATION DU GAIN

Cette annexe présente les modélisations des variations de gain de tous les déversements de notre expérience. Chaque modélisation est effectuée à partir des données acquises avec un seuil de  $0,25Q_{max}$  et un temps mort non extensible de  $1,5 \mu s$ .

Pour définir ces modélisations de variation de gain, nous avons utilisé la méthode expliquée au chapitre VII. Le nombre d'événements par zone temporelle est de 5000 événements. La figure 147, la figure 148, la figure 149 et la figure 150 présentent les variations de gain, suivant les tubes photomultiplicateurs et les cibles (cible 1 : plomb, et cible 2 : iodure de césium)

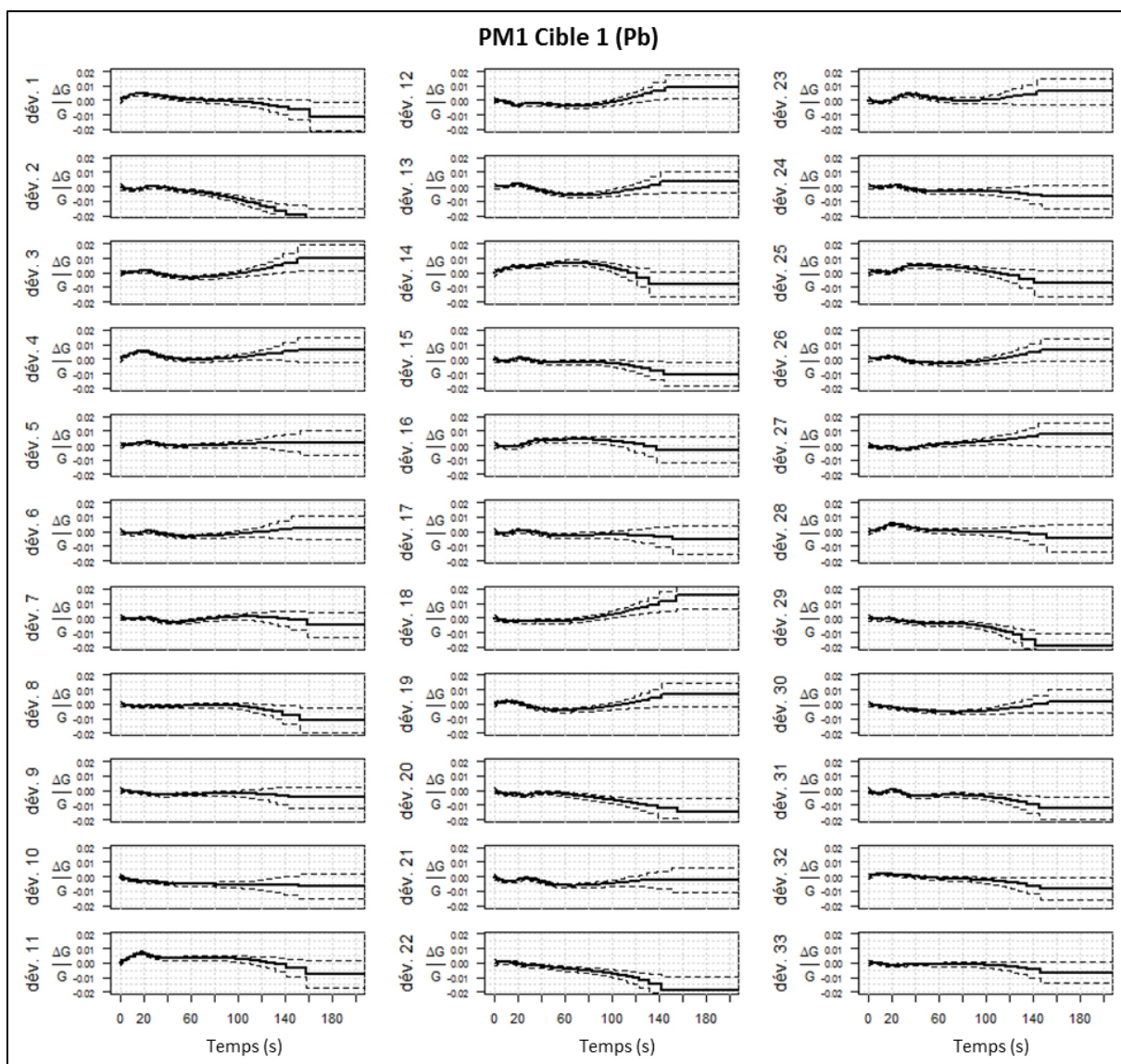


figure 147 : Modélisation de la variation de gain des 33 déversements Cible 1(Pb) acquis par PM1.

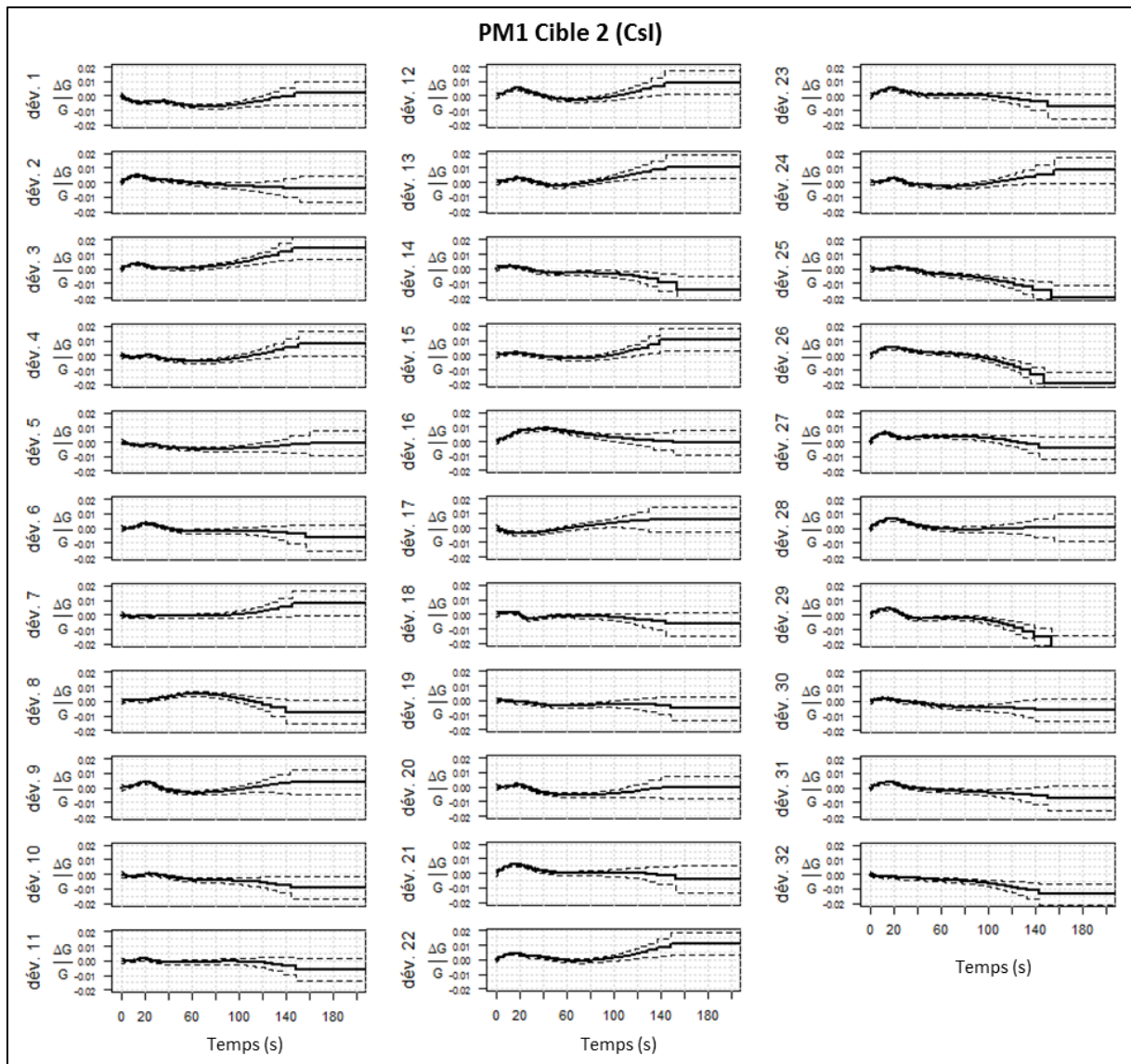


figure 148 : Modélisation de la variation de gain des 32 déversements Cible 2(CsI) acquis par PM1.

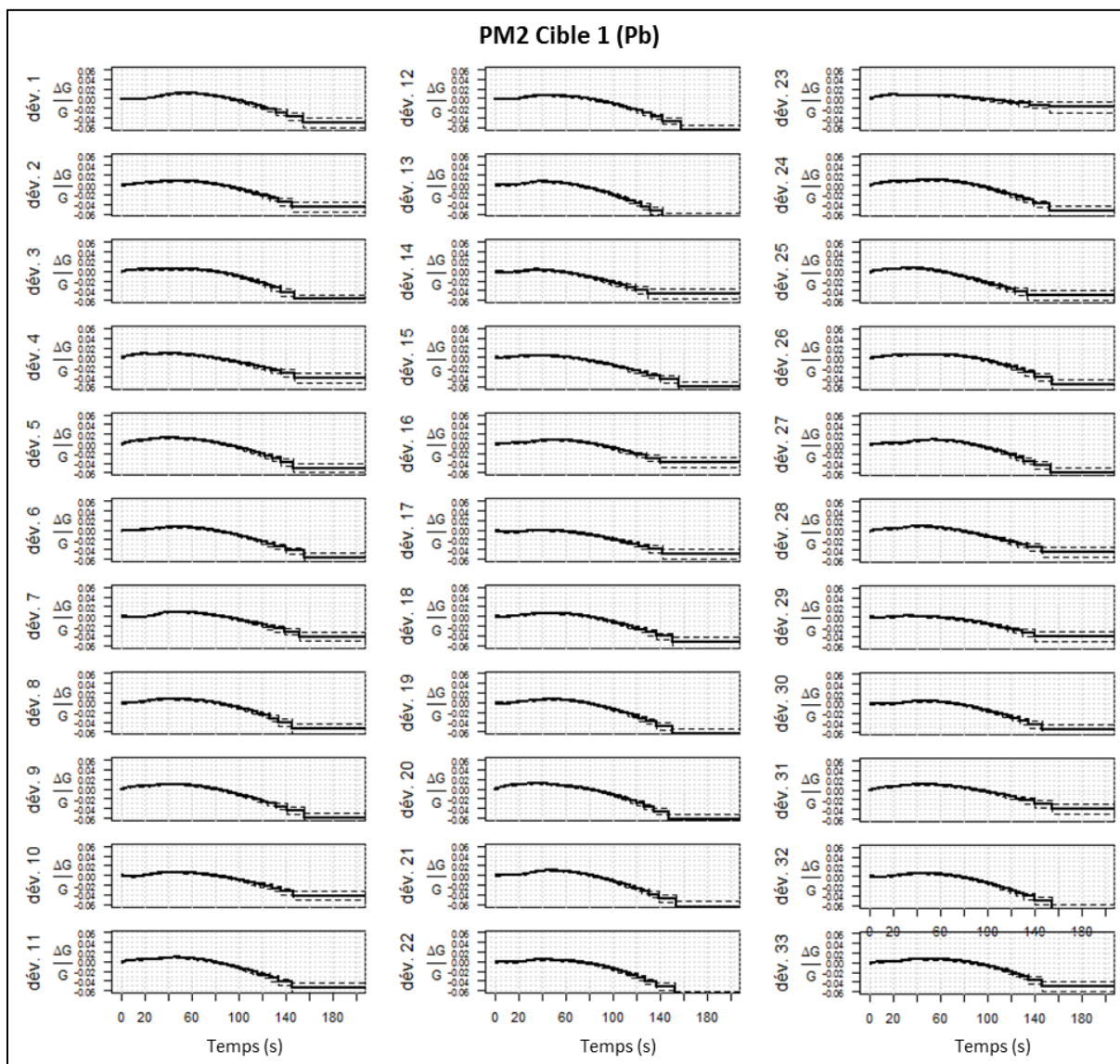


figure 149 : Modélisation de la variation de gain des 33 déversements Cible 1(Pb) acquis par PM2.

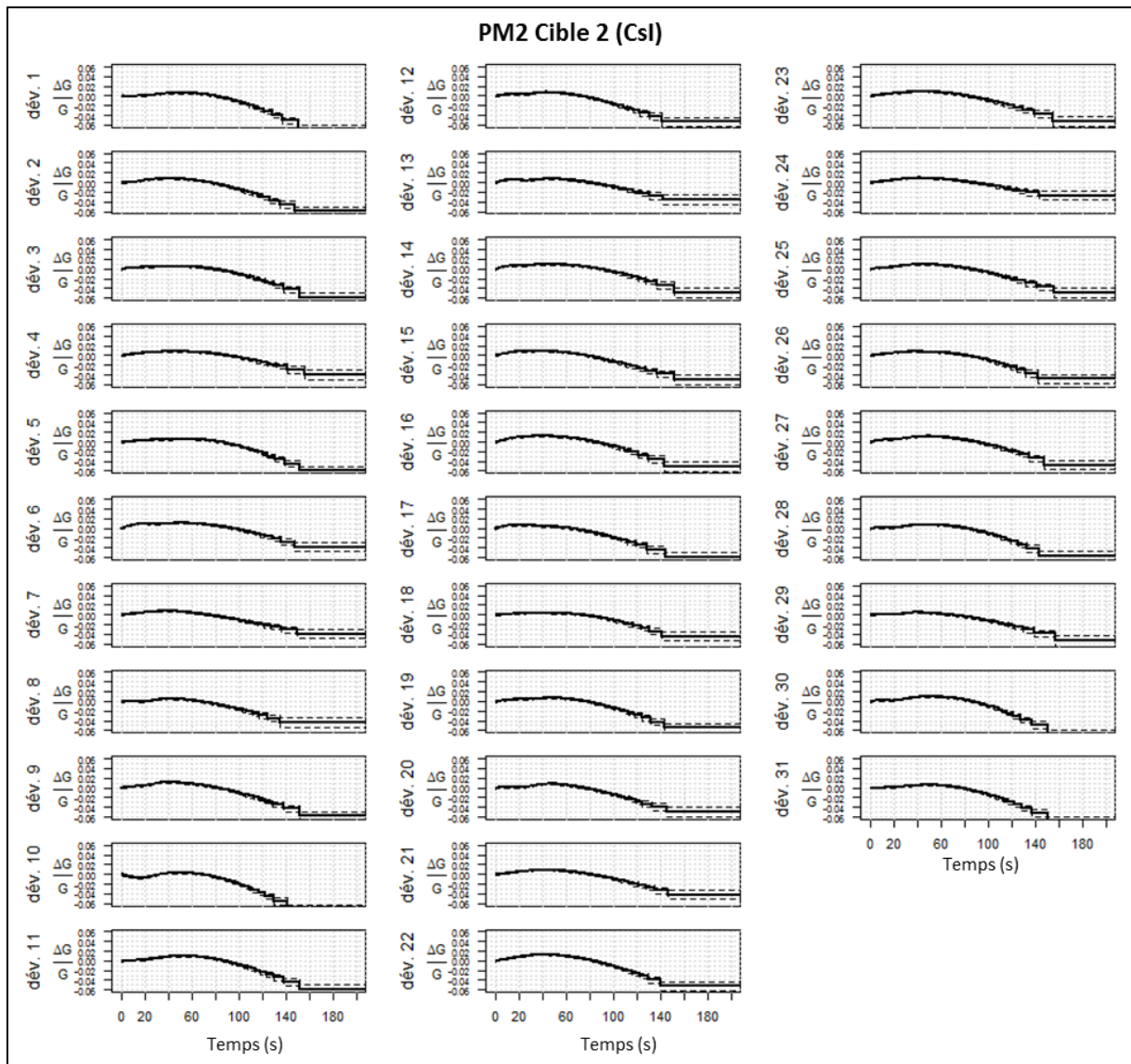


figure 150 : Modélisation de la variation de gain des 31 déversements Cible 2 (CsI) acquis par PM2.



## Annexe IV ESTIMATION DES PARAMETRES

Cette annexe présente les estimations et les incertitudes des paramètres de durée de vie  $\tau$ , du débit  $D0$  à  $t=0$  s, du débit de bruit de fond  $BG$ , ainsi que le  $\chi^2$  et la  $p$ -value associés, pour chacun des déversements acquis par PM1 et PM2, et chacune des cibles (tableaux tableau 19 puis tableau 21 à tableau 25). Pour chaque déversement, les estimations sont établies avant compensation de gain et après (« comp. »). Les figures, de la figure 151 à la figure 156, donnent les distributions des estimations de la durée de vie, suivant les voies PM et les cibles.

### Annexe IV-1 Cible 1

#### Annexe IV-1-1 PM1

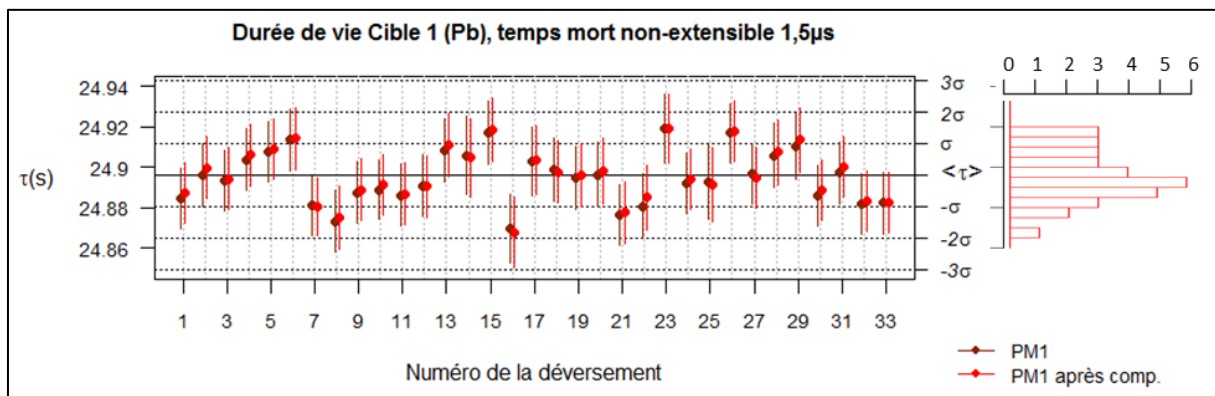


figure 151 : Estimations des durées de vie et leur incertitude avant et après compensation de gain, issues des déversements acquis par PM1, cible 1 (Pb). Histogramme des estimations de  $\tau$  compensées en gain.

Numéro de la décroissance	$\tau$ (s)	$\sigma_\tau$ (s)	$D0$ ( $s^{-1}$ )	$\sigma_{D0}$ ( $s^{-1}$ )	$BG$ ( $s^{-1}$ )	$\sigma_{BG}$ ( $s^{-1}$ )	$\chi^2$	$p$ -value
1	24,88499	0,0149	129500,4	120,5	0,6752	0,0758	414,5	0,579
1 comp.	24,88762	0,01491	129383,7	120,5	0,6751	0,0758	415,4	0,567
2	24,89623	0,01528	122287	116,1	0,6055	0,072	405,3	0,7
2 comp.	24,89967	0,01528	122189,8	116	0,6125	0,0724	408,5	0,659
3	24,89342	0,0151	125489,7	118	0,7269	0,0788	415,8	0,561
3 comp.	24,89434	0,0151	125653,6	118,1	0,7262	0,0788	424,7	0,44
4	24,90392	0,01514	124715,7	117,5	0,5734	0,0698	460,5	0,089
4 comp.	24,90609	0,01513	124850,2	117,6	0,5649	0,0695	452,6	0,139
5	24,90779	0,0148	131388,2	121,6	0,7845	0,0781	394,5	0,818
5 comp.	24,90899	0,01479	131666,5	121,8	0,7846	0,0781	403,8	0,718
6	24,91362	0,01526	122844,2	116,4	0,7074	0,0743	476,9	0,031
6 comp.	24,91443	0,01524	123145,2	116,6	0,7073	0,0743	500	0,005
7	24,88105	0,01452	137272,4	125,2	0,6245	0,0734	407	0,679
7 comp.	24,88059	0,0145	137678,9	125,5	0,6248	0,0734	389,2	0,864

<b>8</b>	24,87343	0,01539	120088,5	114,8	0,6983	0,0737	437,3	0,281
<b>8 comp.</b>	24,87518	0,01537	120462,4	115	0,6981	0,0737	431,6	0,35
<b>9</b>	24,88763	0,01503	126847,9	118,9	0,6436	0,0716	458,2	0,102
<b>9 comp.</b>	24,889	0,01501	127278	119,2	0,644	0,0716	460,4	0,09
<b>10</b>	24,88897	0,01476	132230,9	122,2	0,7824	0,0778	353,3	0,993
<b>10 comp.</b>	24,8916	0,01474	132711,7	122,4	0,7821	0,0778	351,4	0,994
<b>11</b>	24,88622	0,01524	122581,7	116,2	0,6518	0,074	358	0,988
<b>11 comp.</b>	24,88691	0,01521	123080,6	116,5	0,6529	0,0741	358,3	0,988
<b>12</b>	24,89109	0,01509	125837,4	118,3	0,7127	0,0773	412,8	0,602
<b>12 comp.</b>	24,8906	0,01505	126516,2	118,7	0,7064	0,0771	419,9	0,505
<b>13</b>	24,90869	0,0156	116759,9	112,7	0,5574	0,0684	426,3	0,418
<b>13 comp.</b>	24,91126	0,01557	117349,1	113,1	0,5573	0,0684	466,9	0,06
<b>14</b>	24,9058	0,01936	72720,4	84,3	0,4865	0,0599	399,2	0,77
<b>14 comp.</b>	24,90477	0,01931	73139,7	84,6	0,4876	0,06	423,9	0,45
<b>15</b>	24,9172	0,01576	114061,9	111	0,7218	0,0761	457,3	0,107
<b>15 comp.</b>	24,91876	0,01572	114714,7	111,4	0,7241	0,0763	443,7	0,214
<b>16</b>	24,8699	0,01716	94326,9	98,7	0,543	0,0651	406,8	0,68
<b>16 comp.</b>	24,86802	0,0171	94958	99,1	0,538	0,065	417,7	0,536
<b>17</b>	24,90331	0,01696	96543,3	100	0,4733	0,0637	432,2	0,342
<b>17 comp.</b>	24,90387	0,01691	97191,4	100,4	0,4739	0,0637	435,8	0,298
<b>18</b>	24,89897	0,01529	121829	115,8	0,6223	0,0735	394	0,823
<b>18 comp.</b>	24,89786	0,01524	122867,6	116,4	0,6159	0,0733	406,2	0,688
<b>19</b>	24,89479	0,01547	118720,6	113,9	0,5087	0,0656	361,2	0,984
<b>19 comp.</b>	24,89631	0,01541	119705,8	114,5	0,5036	0,0652	342,9	0,998
<b>20</b>	24,89652	0,01598	110491,3	108,8	0,8011	0,0785	418,4	0,526
<b>20 comp.</b>	24,89819	0,01598	110451,2	108,8	0,8011	0,0785	418,7	0,522
<b>21</b>	24,87655	0,01504	126784,2	118,9	0,6259	0,0712	447	0,184
<b>21 comp.</b>	24,87762	0,01504	126893,7	119	0,6398	0,0719	446,7	0,186
<b>22</b>	24,8808	0,01606	109331,7	108,1	0,8303	0,0793	390,4	0,854
<b>22 comp.</b>	24,88519	0,01606	109307,5	108,1	0,8378	0,0796	394,4	0,819
<b>23</b>	24,9195	0,01696	97041,8	100,3	0,6717	0,0731	415,9	0,56
<b>23 comp.</b>	24,91902	0,01694	97201	100,4	0,6642	0,0728	415,6	0,564
<b>24</b>	24,89235	0,01505	126741,3	118,9	0,6844	0,075	412,5	0,607
<b>24 comp.</b>	24,89434	0,01504	126887,9	118,9	0,6832	0,0749	400,8	0,753
<b>25</b>	24,89306	0,0182	82989,3	91,2	0,6542	0,0715	371,6	0,96
<b>25 comp.</b>	24,89161	0,01818	83162,2	91,4	0,6556	0,0716	374,8	0,948
<b>26</b>	24,91691	0,01484	130720,8	121,2	0,6362	0,071	412,3	0,609
<b>26 comp.</b>	24,91798	0,01483	131105,4	121,4	0,6359	0,071	405,5	0,697
<b>27</b>	24,89718	0,01488	129654,7	120,6	0,6499	0,0737	394,2	0,821
<b>27 comp.</b>	24,89462	0,01486	130161,3	120,9	0,6507	0,0738	384,7	0,897
<b>28</b>	24,90576	0,01588	112131,1	109,8	0,7929	0,0793	389,4	0,863
<b>28 comp.</b>	24,90751	0,01586	112510,3	110,1	0,7855	0,0791	407,1	0,678
<b>29</b>	24,91072	0,01622	107090,9	106,7	0,6932	0,074	355,8	0,991
<b>29 comp.</b>	24,91354	0,0162	107402,7	106,9	0,6941	0,0741	368,5	0,969

<b>30</b>	24,88608	0,01506	126219,1	118,5	0,5908	0,0702	425,6	0,427
<b>30 comp.</b>	24,88884	0,01503	126837,1	118,9	0,6052	0,0708	407,8	0,669
<b>31</b>	24,89734	0,01502	126750,3	118,7	0,6215	0,0728	399,8	0,764
<b>31 comp.</b>	24,90034	0,01499	127364,4	119,1	0,6275	0,0731	416,3	0,554
<b>32</b>	24,88193	0,01516	124661,8	117,6	0,8649	0,0809	417	0,545
<b>32 comp.</b>	24,88323	0,01513	125249,4	118	0,8658	0,0809	408,5	0,659
<b>33</b>	24,88235	0,01512	125149,8	117,9	0,6825	0,0754	461,2	0,086
<b>33 comp.</b>	24,88258	0,01508	125860,8	118,3	0,6834	0,0755	422,1	0,474

tableau 19 : Estimations de  $\tau$ ,  $DO$  et  $BG$  avant et après compensation de gain, issues des déversements acquis par  $PM1$ , cible 1 ( $Pb$ ).

Pour les données acquises par  $PM1$  pour la cible de plomb, nous exposons également, dans le tableau 20, les valeurs des biais relatifs estimés, dus aux variations de ligne de base et d'empilement (voir chapitre VIII.7.3 page 175).

<b>Numéro de la décroissance</b>	<b>Débit initial stat <math>DO</math> (<math>s^{-1}</math>)</b>	<b><math>\sigma_{DO}</math> (<math>s^{-1}</math>)</b>	<b>Biais relatif sur <math>\tau</math></b>	<b>Incertitude relative sur le biais</b>
1	182170,3	121,1	$-1,17 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$
2	172687,8	117,8	$-1,11 \cdot 10^{-5}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$
3	176844,4	119,2	$-1,14 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$
4	175954,2	118,9	$-1,13 \cdot 10^{-5}$	$3,4 \cdot 10^{-6}$
5	185402,9	122	$-1,19 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
6	172747,5	117,8	$-1,11 \cdot 10^{-5}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$
7	193528,5	124,7	$-1,23 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
8	169311,5	116,7	$-1,09 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$
9	178950	119,9	$-1,15 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
10	186496,4	122,4	$-1,19 \cdot 10^{-5}$	$3,2 \cdot 10^{-6}$
11	173424	118,1	$-1,12 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$
12	177911,6	119,6	$-1,14 \cdot 10^{-5}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$
13	165426,6	115,3	$-1,07 \cdot 10^{-5}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$
14	104300,5	91,8	$-6,94 \cdot 10^{-6}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$
15	162141,6	114,1	$-1,05 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
16	135018,2	104,4	$-8,85 \cdot 10^{-6}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$
17	138360,5	105,5	$-9,06 \cdot 10^{-6}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$
18	172670,7	117,8	$-1,11 \cdot 10^{-5}$	$3,0 \cdot 10^{-6}$
19	168548,8	116,4	$-1,08 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
20	157108	112,3	$-1,02 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$
21	179790,4	120,3	$-1,15 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
22	155271,7	111,8	$-1,01 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
23	138915,4	105,8	$-9,09 \cdot 10^{-6}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
24	180084,8	120,3	$-1,16 \cdot 10^{-5}$	$3,4 \cdot 10^{-6}$
25	118618,9	97,8	$-7,84 \cdot 10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$
26	186171,5	122,2	$-1,19 \cdot 10^{-5}$	$3,4 \cdot 10^{-6}$



27	184024,7	121,6	$-1,18 \cdot 10^{-5}$	$3,0 \cdot 10^{-6}$
28	159288,6	113,2	$-1,03 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
29	152143,9	110,6	$-9,90 \cdot 10^{-6}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$
30	179838,7	120,2	$-1,15 \cdot 10^{-5}$	$2,9 \cdot 10^{-6}$
31	180520,7	120,4	$-1,16 \cdot 10^{-5}$	$3,1 \cdot 10^{-6}$
32	178083,4	119,8	$-1,14 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$
33	178796	119,9	$-1,15 \cdot 10^{-5}$	$3,3 \cdot 10^{-6}$

tableau 20 : Biais relatifs dus à la variation d'empilement et de ligne de base, sur la durée de vie estimée (des données PM1 cible 1).

## Annexe IV-1-2 PM2

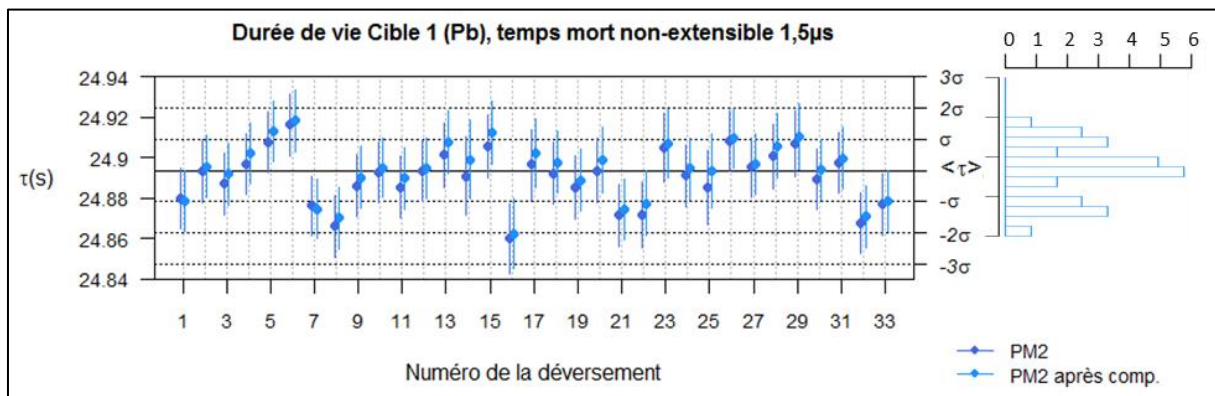


figure 152 : Estimations des durées de vie et leur incertitude avant et après compensation de gain, issues des déversements acquis par PM2, cible 1 (Pb). Histogramme des estimations de  $\tau$  compensées en gain.

Numéro de la décroissance	$\tau$ (s)	$\sigma_\tau$ (s)	$D0$ ( $s^{-1}$ )	$\sigma_{D0}$ ( $s^{-1}$ )	$BG$ ( $s^{-1}$ )	$\sigma_{BG}$ ( $s^{-1}$ )	$\chi^2$	$p$ -value
1	24,88001	0,01491	129346,9	120,5	0,5853	0,0702	415,2	0,57
1 comp.	24,87869	0,01492	129065,6	120,3	0,5993	0,0711	417,4	0,539
2	24,89334	0,01529	122240,2	116,1	0,6054	0,0719	375,1	0,947
2 comp.	24,89546	0,0153	121988,7	115,9	0,6094	0,0723	376,5	0,941
3	24,88691	0,01511	125338	118	0,6654	0,0759	476,2	0,032
3 comp.	24,89183	0,01513	125026,8	117,8	0,6772	0,0765	481,8	0,021
4	24,89683	0,01515	124567,3	117,5	0,6336	0,0724	460,4	0,09
4 comp.	24,90214	0,01516	124364,9	117,3	0,6381	0,0727	454,5	0,125
5	24,9075	0,01481	131247,6	121,5	0,6499	0,0722	403,3	0,723
5 comp.	24,91324	0,01483	130981,8	121,3	0,658	0,0728	415,2	0,569
6	24,91607	0,01527	122686	116,3	0,555	0,0667	469,9	0,05
6 comp.	24,9181	0,01526	122641,6	116,3	0,5731	0,0676	481,7	0,021
7	24,87622	0,01452	137158,4	125,2	0,5113	0,0681	385	0,895
7 comp.	24,87447	0,01451	137276,8	125,2	0,5221	0,0689	371,4	0,96
8	24,866	0,01539	119984,3	114,8	0,5815	0,0691	423,8	0,453
8 comp.	24,87	0,01539	120061	114,8	0,5905	0,0696	432,8	0,335
9	24,88619	0,01504	126663,8	118,8	0,5495	0,0673	496,6	0,006

<b>9 comp.</b>	24,89025	0,01504	126688,2	118,8	0,5845	0,0692	482,9	0,02
<b>10</b>	24,89276	0,01477	132051,8	122	0,5581	0,0681	376,1	0,943
<b>10 comp.</b>	24,89497	0,01475	132306,3	122,2	0,5604	0,0683	365,9	0,975
<b>11</b>	24,8855	0,01525	122520,6	116,2	0,5673	0,071	368,2	0,97
<b>11 comp.</b>	24,88966	0,01524	122677,4	116,3	0,5949	0,0722	358,1	0,988
<b>12</b>	24,89355	0,0151	125639,8	118,2	0,5561	0,0698	449,6	0,161
<b>12 comp.</b>	24,89474	0,01508	125865,7	118,3	0,5624	0,0705	437,6	0,277
<b>13</b>	24,90115	0,01561	116545	112,6	0,5107	0,0645	443,3	0,217
<b>13 comp.</b>	24,90733	0,0156	116679	112,6	0,5133	0,0648	470,3	0,048
<b>14</b>	24,8909	0,01935	72805,6	84,4	0,4739	0,059	361,1	0,984
<b>14 comp.</b>	24,89892	0,01932	73013	84,6	0,4815	0,0594	408,5	0,659
<b>15</b>	24,90561	0,01576	113970,4	111	0,6269	0,0721	467,9	0,057
<b>15 comp.</b>	24,91216	0,01574	114265,8	111,1	0,6355	0,0727	425,9	0,424
<b>16</b>	24,85998	0,01715	94337,1	98,7	0,5014	0,0627	388,6	0,869
<b>16 comp.</b>	24,86246	0,01711	94796,7	99	0,5038	0,0629	417,1	0,543
<b>17</b>	24,89642	0,01697	96457,4	99,9	0,4855	0,0644	420	0,504
<b>17 comp.</b>	24,90196	0,01694	96870,9	100,2	0,4925	0,0649	429	0,383
<b>18</b>	24,89205	0,0153	121681,3	115,7	0,5694	0,0702	413,1	0,599
<b>18 comp.</b>	24,8977	0,01527	122226,5	116	0,589	0,0711	419,1	0,517
<b>19</b>	24,88514	0,01547	118631,5	113,9	0,5348	0,0665	379,8	0,926
<b>19 comp.</b>	24,88886	0,01544	119143,8	114,2	0,5605	0,0679	354,6	0,992
<b>20</b>	24,8936	0,01599	110361,8	108,8	0,7079	0,0751	418,4	0,526
<b>20 comp.</b>	24,89879	0,01602	109957,1	108,5	0,7113	0,0754	419	0,517
<b>21</b>	24,87144	0,01506	126536,6	118,8	0,5803	0,0693	414,9	0,574
<b>21 comp.</b>	24,87419	0,01507	126199,9	118,6	0,5973	0,0704	414,8	0,575
<b>22</b>	24,87173	0,01606	109229,9	108,1	0,6898	0,0748	394,9	0,814
<b>22 comp.</b>	24,8774	0,01608	108907,5	107,9	0,707	0,0755	404,6	0,708
<b>23</b>	24,90511	0,01696	96991,1	100,3	0,6179	0,0697	409,7	0,644
<b>23 comp.</b>	24,90692	0,01696	96966,2	100,3	0,619	0,0697	420,2	0,501
<b>24</b>	24,89108	0,01505	126673,5	118,8	0,5258	0,0683	421,8	0,479
<b>24 comp.</b>	24,89448	0,01505	126593,2	118,7	0,5424	0,0693	410,4	0,635
<b>25</b>	24,8853	0,01821	82903,7	91,2	0,608	0,0687	379	0,93
<b>25 comp.</b>	24,89349	0,01822	82775,9	91,1	0,6096	0,0688	384,7	0,897
<b>26</b>	24,90799	0,01485	130642,7	121,2	0,5789	0,0684	439,2	0,261
<b>26 comp.</b>	24,90958	0,01485	130608,6	121,1	0,6086	0,07	410	0,639
<b>27</b>	24,89504	0,01489	129522,3	120,5	0,5536	0,0707	385,9	0,889
<b>27 comp.</b>	24,897	0,01489	129583	120,5	0,5634	0,0714	392,7	0,835
<b>28</b>	24,90054	0,01588	111997,9	109,8	0,6394	0,0715	404,4	0,71
<b>28 comp.</b>	24,90565	0,01587	112120	109,8	0,6584	0,0724	411,4	0,621
<b>29</b>	24,90677	0,01623	106910,8	106,6	0,5515	0,067	353,7	0,992
<b>29 comp.</b>	24,91044	0,01621	107104	106,7	0,5549	0,0673	373,3	0,954
<b>30</b>	24,88941	0,01507	126065,2	118,4	0,5019	0,0664	420,6	0,496
<b>30 comp.</b>	24,89414	0,01506	126233,8	118,5	0,5101	0,0669	413,2	0,597
<b>31</b>	24,89747	0,01503	126612,2	118,7	0,5172	0,068	445,4	0,198

<b>31 comp.</b>	24,89969	0,01501	126940,9	118,9	0,5118	0,0679	456,8	0,11
<b>32</b>	24,8676	0,01516	124625,1	117,7	0,7605	0,0769	415,3	0,569
<b>32 comp.</b>	24,87077	0,01514	124848,2	117,8	0,7893	0,0782	413,7	0,59
<b>33</b>	24,87694	0,01512	125171,5	117,9	0,5714	0,0703	396,7	0,797
<b>33 comp.</b>	24,87851	0,01509	125584,7	118,1	0,5805	0,0711	371,2	0,961

tableau 21 : Estimations de  $\tau$ ,  $D0$  et  $BG$  avant et après compensation de gain, issues des déversements acquis par PM2, cible 1 (Pb).

## Annexe IV-1-3 Coïncidence PM1 PM2

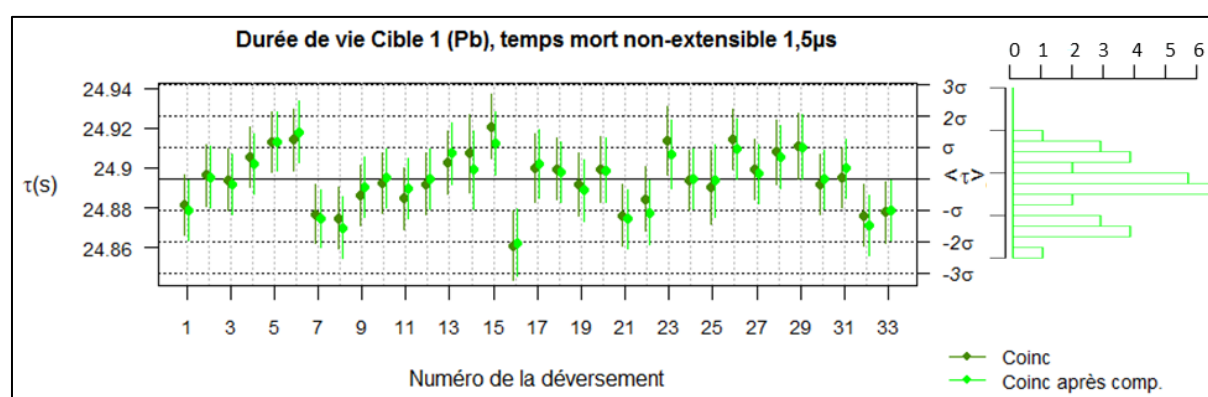


figure 153 : Estimations des durées de vie et leur incertitude avant et après compensation de gain, issues des déversements des coïncidences PM1/PM2, cible 1 (Pb). Histogramme des estimations de  $\tau$  compensées en gain.

Numéro de la décroissance	$\tau$ (s)	$\sigma_\tau$ (s)	$D0$ ( $s^{-1}$ )	$\sigma_{D0}$ ( $s^{-1}$ )	$BG$ ( $s^{-1}$ )	$\sigma_{BG}$ ( $s^{-1}$ )	$\chi^2$	$p$ -value
<b>1</b>	24,88134	0,01511	125143,2	117,9	0,2829	0,055	410,4	0,635
<b>1 comp.</b>	24,88106	0,01512	124914,4	117,7	0,2948	0,0562	410,6	0,632
<b>2</b>	24,89413	0,01549	118193	113,6	0,2914	0,0553	382,5	0,91
<b>2 comp.</b>	24,89623	0,0155	117978,3	113,4	0,2945	0,0557	380,6	0,921
<b>3</b>	24,89115	0,01532	121210,5	115,4	0,374	0,0612	443,8	0,213
<b>3 comp.</b>	24,89391	0,01533	121019,5	115,3	0,3759	0,0614	452,9	0,137
<b>4</b>	24,9014	0,01536	120478,8	114,9	0,3598	0,0578	461	0,087
<b>4 comp.</b>	24,90552	0,01537	120353,6	114,8	0,3512	0,0572	447,1	0,182
<b>5</b>	24,90717	0,01502	126934,2	118,9	0,4043	0,0591	385,6	0,891
<b>5 comp.</b>	24,91312	0,01502	126769,9	118,7	0,406	0,0593	398,9	0,773
<b>6</b>	24,91318	0,01547	118752,3	113,9	0,3348	0,0542	481,5	0,022
<b>6 comp.</b>	24,91425	0,01547	118775,7	113,9	0,3362	0,0544	507,7	0,002
<b>7</b>	24,8762	0,01473	132628,4	122,4	0,29	0,0546	398,5	0,778
<b>7 comp.</b>	24,87676	0,01471	132773,9	122,5	0,292	0,0549	382,6	0,91
<b>8</b>	24,87102	0,0156	116083,3	112,3	0,3326	0,0544	419,4	0,513
<b>8 comp.</b>	24,87485	0,01559	116175,1	112,3	0,3341	0,0546	420,3	0,5
<b>9</b>	24,88251	0,01525	122569,9	116,3	0,3183	0,053	479,9	0,025
<b>9 comp.</b>	24,88606	0,01524	122652,1	116,3	0,3267	0,0538	473,8	0,038

<b>10</b>	24,89002	0,01497	127740,9	119,4	0,3611	0,0562	378,1	0,934
<b>10 comp.</b>	24,89251	0,01495	128027,8	119,6	0,3622	0,0563	384,7	0,897
<b>11</b>	24,88128	0,01545	118509,1	113,7	0,2836	0,0538	360,5	0,985
<b>11 comp.</b>	24,88457	0,01543	118738,6	113,8	0,2931	0,0545	352,4	0,993
<b>12</b>	24,8905	0,0153	121552,9	115,6	0,3376	0,0575	436,2	0,294
<b>12 comp.</b>	24,89188	0,01528	121874,8	115,8	0,3402	0,0578	446,5	0,188
<b>13</b>	24,89976	0,01582	112812,2	110,2	0,265	0,0493	457,9	0,104
<b>13 comp.</b>	24,903	0,0158	113063,3	110,4	0,2663	0,0495	485,4	0,016
<b>14</b>	24,90252	0,01963	70359,2	82,7	0,2018	0,0417	396,5	0,799
<b>14 comp.</b>	24,90735	0,0196	70592,4	82,8	0,2107	0,0424	437,4	0,28
<b>15</b>	24,91484	0,01599	110213,3	108,6	0,3696	0,0588	464,4	0,07
<b>15 comp.</b>	24,92084	0,01596	110549,8	108,7	0,3773	0,0596	403,7	0,72
<b>16</b>	24,86239	0,0174	91154,7	96,6	0,2587	0,0471	410,1	0,638
<b>16 comp.</b>	24,861	0,01736	91599,6	96,9	0,2598	0,0473	424,8	0,438
<b>17</b>	24,8963	0,01721	93270,6	97,9	0,2745	0,0502	436,5	0,29
<b>17 comp.</b>	24,89998	0,01717	93723,3	98,1	0,2758	0,0504	434,5	0,313
<b>18</b>	24,89517	0,01552	117701,9	113,2	0,3435	0,0583	399,8	0,764
<b>18 comp.</b>	24,89954	0,01548	118288,6	113,6	0,352	0,059	408,4	0,661
<b>19</b>	24,89033	0,01569	114734,2	111,4	0,287	0,0515	365,6	0,976
<b>19 comp.</b>	24,89174	0,01565	115329	111,8	0,2891	0,0518	361,7	0,983
<b>20</b>	24,89643	0,01622	106744,7	106,5	0,4391	0,0621	421,2	0,487
<b>20 comp.</b>	24,8993	0,01623	106437,2	106,2	0,4414	0,0623	420,6	0,496
<b>21</b>	24,87259	0,01526	122473,4	116,3	0,3244	0,0548	448,2	0,173
<b>21 comp.</b>	24,87617	0,01527	122202	116,1	0,3308	0,0555	444,4	0,207
<b>22</b>	24,87923	0,01628	105661	105,8	0,4444	0,0623	393,7	0,825
<b>22 comp.</b>	24,88434	0,0163	105415	105,6	0,4455	0,0624	402	0,739
<b>23</b>	24,91333	0,0172	93773,3	98,2	0,3508	0,0555	397,3	0,79
<b>23 comp.</b>	24,9139	0,0172	93749,6	98,2	0,351	0,0555	396,4	0,799
<b>24</b>	24,89124	0,01526	122511,9	116,2	0,292	0,0553	417,9	0,533
<b>24 comp.</b>	24,89379	0,01525	122493,7	116,2	0,2935	0,0555	413,3	0,596
<b>25</b>	24,88623	0,01847	80209,5	89,4	0,3714	0,0567	366,1	0,975
<b>25 comp.</b>	24,89048	0,01847	80152,9	89,3	0,365	0,0563	355,9	0,99
<b>26</b>	24,91274	0,01505	126347,6	118,5	0,2931	0,0521	416,4	0,553
<b>26 comp.</b>	24,91419	0,01505	126392,5	118,5	0,301	0,0527	411,8	0,616
<b>27</b>	24,8984	0,0151	125285,8	117,9	0,2756	0,0551	392	0,841
<b>27 comp.</b>	24,8992	0,01508	125405,8	117,9	0,2776	0,0554	383,2	0,906
<b>28</b>	24,90438	0,01611	108363,3	107,5	0,4025	0,0596	391,2	0,848
<b>28 comp.</b>	24,90787	0,0161	108499,4	107,5	0,3942	0,0593	397,5	0,788
<b>29</b>	24,90736	0,01644	103495	104,4	0,2985	0,0523	349,7	0,995
<b>29 comp.</b>	24,91068	0,01643	103659	104,5	0,2965	0,0521	370,5	0,963
<b>30</b>	24,88766	0,01528	121953	115,9	0,2834	0,0533	427,4	0,404
<b>30 comp.</b>	24,89188	0,01527	122164,8	116	0,2847	0,0535	415,7	0,563
<b>31</b>	24,89317	0,01523	122493,3	116,1	0,2766	0,0529	407,3	0,674
<b>31 comp.</b>	24,895	0,01521	122877,9	116,3	0,2676	0,0525	435,7	0,299

<b>32</b>	24,87488	0,01537	120481,6	115,1	0,4626	0,0626	423,1	0,462
<b>32 comp.</b>	24,87614	0,01534	120857,9	115,3	0,4649	0,0628	429,1	0,381
<b>33</b>	24,8773	0,01533	120989,1	115,3	0,3117	0,0557	422,1	0,475
<b>33 comp.</b>	24,87761	0,0153	121425,2	115,6	0,2967	0,0547	396,4	0,799

tableau 22 : Estimations de  $\tau$ ,  $D0$  et  $BG$  avant et après compensation de gain, issues des déversements des coïncidences PM1/PM2, cible 1 (Pb).

## Annexe IV-2 Cible 2

### Annexe IV-2-1 PM1

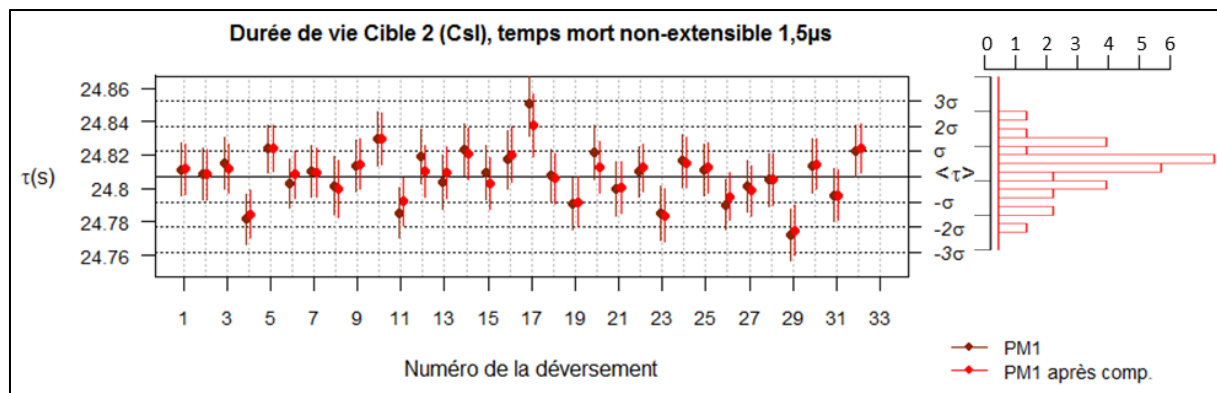


figure 154 : Estimations des durées de vie et leur incertitude avant et après compensation de gain, issues des déversements acquis par PM1, cible 2 (CsI). Histogramme des estimations de  $\tau$  compensées en gain.

Numéro de la décroissance	$\tau$ (s)	$\sigma_\tau$ (s)	$D0$ (s <sup>-1</sup> )	$\sigma_{D0}$ (s <sup>-1</sup> )	$BG$ (s <sup>-1</sup> )	$\sigma_{BG}$ (s <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$p$ -value
<b>1</b>	24,81145	0,01541	119531,4	114,6	0,7997	0,0798	440,9	0,242
<b>1 comp.</b>	24,81175	0,01487	129600,7	120,8	0,7875	0,0801	440,9	0,242
<b>2</b>	24,80829	0,01541	119238,4	114,4	0,7313	0,077	389,4	0,863
<b>2 comp.</b>	24,80845	0,01488	129265	120,5	0,7356	0,0778	400,8	0,753
<b>3</b>	24,81523	0,01529	121448,2	115,7	0,5602	0,069	415,4	0,568
<b>3 comp.</b>	24,81191	0,01474	131903,4	122,1	0,5553	0,0692	406,7	0,683
<b>4</b>	24,78165	0,0148	130685,3	121,5	0,6096	0,0709	381,3	0,918
<b>4 comp.</b>	24,78466	0,01428	141890,6	128,2	0,6103	0,0715	396,8	0,795
<b>5</b>	24,8237	0,01442	139072,7	126,4	0,737	0,0784	434,4	0,315
<b>5 comp.</b>	24,82418	0,01391	151007,5	133,5	0,7388	0,0791	435,7	0,3
<b>6</b>	24,80292	0,01465	133878,2	123,3	0,7706	0,0791	489,8	0,011
<b>6 comp.</b>	24,80841	0,01414	145311,5	130,2	0,7664	0,0796	492,6	0,009
<b>7</b>	24,81021	0,01542	119090,1	114,3	0,7109	0,0759	385,1	0,895
<b>7 comp.</b>	24,80942	0,01486	129488,6	120,7	0,7156	0,0766	413,5	0,593
<b>8</b>	24,80159	0,01754	89494,1	95,7	0,8508	0,0798	376,4	0,942
<b>8 comp.</b>	24,79946	0,01689	97314	100,7	0,8596	0,0808	366	0,975

<b>9</b>	24,81367	0,01552	117429,2	113,3	0,7072	0,0753	442,1	0,23
<b>9 comp.</b>	24,8146	0,01496	127743	119,6	0,7186	0,0763	460,1	0,091
<b>10</b>	24,82967	0,01616	107660,3	107,2	0,732	0,0766	421,6	0,482
<b>10 comp.</b>	24,82975	0,01556	117126,1	113,1	0,7437	0,0776	427,4	0,404
<b>11</b>	24,78539	0,01485	129488,5	120,7	0,6719	0,0738	403,1	0,726
<b>11 comp.</b>	24,79207	0,01432	140899	127,6	0,6743	0,0745	434,3	0,316
<b>12</b>	24,81887	0,01612	107964,9	107,4	0,7483	0,0773	417,7	0,536
<b>12 comp.</b>	24,81044	0,0155	117715,3	113,5	0,7502	0,0779	458,7	0,099
<b>13</b>	24,804	0,01626	105899,1	106,2	0,6572	0,0717	452,7	0,138
<b>13 comp.</b>	24,80938	0,01565	115443,2	112,1	0,6583	0,0722	441,6	0,235
<b>14</b>	24,82322	0,01567	115112,1	111,9	0,727	0,0754	432,3	0,341
<b>14 comp.</b>	24,82089	0,01508	125474,3	118,2	0,7244	0,076	437,7	0,277
<b>15</b>	24,80965	0,01597	110188,1	108,8	0,7054	0,0746	421,4	0,485
<b>15 comp.</b>	24,80335	0,01535	120349,1	115,1	0,6955	0,075	424,9	0,437
<b>16</b>	24,81735	0,01733	91842,6	97,1	0,6318	0,0698	424,8	0,438
<b>16 comp.</b>	24,82008	0,01666	100190,6	102,5	0,6493	0,0711	390,1	0,857
<b>17</b>	24,85069	0,01912	74267,3	85,4	0,6747	0,0712	493,3	0,008
<b>17 comp.</b>	24,83787	0,01834	81221,3	90,1	0,6806	0,0721	442,9	0,222
<b>18</b>	24,80753	0,01593	110815,4	109,2	0,6612	0,0729	414,6	0,579
<b>18 comp.</b>	24,80586	0,01531	121090,7	115,6	0,6584	0,0735	421	0,49
<b>19</b>	24,79083	0,01542	118903,5	114,2	0,6973	0,0748	364,9	0,977
<b>19 comp.</b>	24,79182	0,01484	129886,7	120,9	0,693	0,0753	369,9	0,965
<b>20</b>	24,8217	0,01601	109640,9	108,4	0,6921	0,0752	416,5	0,552
<b>20 comp.</b>	24,81304	0,01543	118970,6	114,2	0,6976	0,076	426,5	0,415
<b>21</b>	24,79993	0,01598	110036,3	108,8	0,7791	0,077	376,7	0,94
<b>21 comp.</b>	24,80083	0,01542	119287,8	114,5	0,8051	0,0785	369,1	0,967
<b>22</b>	24,81014	0,01484	130318,4	121,2	0,7784	0,0788	394,9	0,814
<b>22 comp.</b>	24,81234	0,01433	141428,2	127,9	0,7648	0,0789	399,6	0,766
<b>23</b>	24,7853	0,01623	106373,4	106,5	0,8298	0,0799	420,1	0,503
<b>23 comp.</b>	24,78375	0,01565	115485,7	112,2	0,8376	0,0809	424,5	0,443
<b>24</b>	24,81642	0,01555	116778	112,8	0,7136	0,0737	425	0,435
<b>24 comp.</b>	24,8152	0,01499	126910,4	119,1	0,7245	0,0747	410	0,64
<b>25</b>	24,8111	0,01551	117781,9	113,5	0,7086	0,074	408,6	0,658
<b>25 comp.</b>	24,81262	0,01496	127803,6	119,7	0,7219	0,0752	397,6	0,787
<b>26</b>	24,79019	0,01485	129483,5	120,7	0,5983	0,0697	445,3	0,199
<b>26 comp.</b>	24,7951	0,01433	140572,6	127,3	0,608	0,0706	427,7	0,399
<b>27</b>	24,80121	0,01543	118928,5	114,2	0,6766	0,0755	395,7	0,807
<b>27 comp.</b>	24,79866	0,01486	129345,1	120,6	0,6651	0,0759	395	0,814
<b>28</b>	24,8051	0,01562	115415,4	112	0,6567	0,0752	432,2	0,342
<b>28 comp.</b>	24,80535	0,01505	125551,3	118,2	0,6509	0,0756	458,4	0,101
<b>29</b>	24,77228	0,01537	119645,5	114,7	0,6277	0,0728	374,9	0,948
<b>29 comp.</b>	24,77491	0,01482	130112	121,1	0,6502	0,0743	365,1	0,977
<b>30</b>	24,81353	0,01581	112757,4	110,4	0,7805	0,0773	375,6	0,945
<b>30 comp.</b>	24,81459	0,01522	122766,3	116,6	0,8056	0,0789	367,9	0,971

<b>31</b>	24,79603	0,01558	116461,8	112,7	0,8658	0,0819	372,8	0,956
<b>31 comp.</b>	24,7961	0,01501	126787,5	119,1	0,8732	0,0829	387,1	0,88
<b>32</b>	24,8222	0,01521	123365,1	117	0,8794	0,0818	446,6	0,187
<b>32 comp.</b>	24,82385	0,01465	134338,3	123,6	0,8862	0,0827	432,9	0,333

tableau 23 : Estimations de  $\tau$ ,  $D0$  et  $BG$  avant et après compensation de gain, issues des déversements acquis par PM1, cible 2 (Csl).

## Annexe IV-2-2 PM2

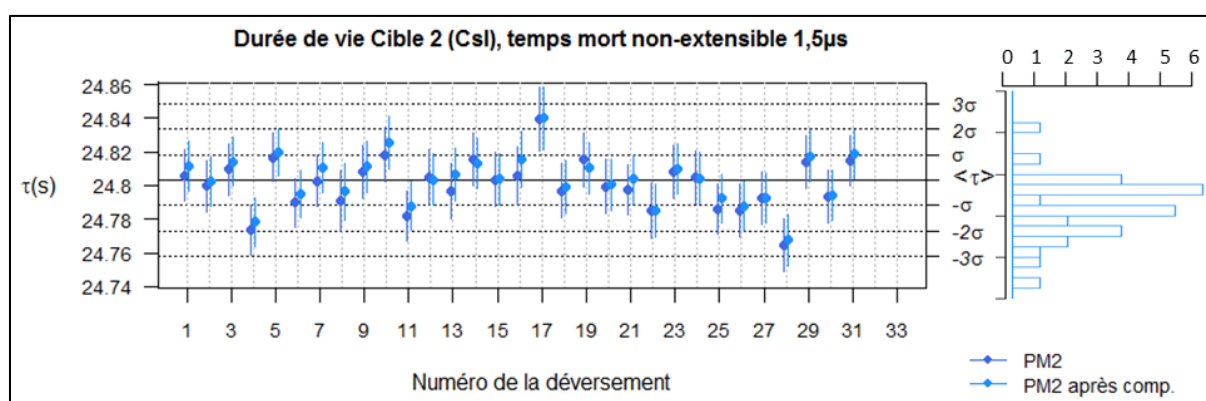


figure 155 : Estimations des durées de vie et leur incertitude avant et après compensation de gain, issues des déversements acquis par PM2, cible 2 (Csl). Histogramme des estimations de  $\tau$  compensées en gain.

Numéro de la décroissance	$\tau$ (s)	$\sigma_\tau$ (s)	$D0$ ( $s^{-1}$ )	$\sigma_{D0}$ ( $s^{-1}$ )	$BG$ ( $s^{-1}$ )	$\sigma_{BG}$ ( $s^{-1}$ )	$\chi^2$	$p$ -value
<b>1</b>	24,80607	0,01542	119272,5	114,5	0,5793	0,0707	420,4	0,498
<b>1 comp.</b>	24,81182	0,0149	128760,9	120,2	0,5672	0,0711	419,4	0,512
<b>2</b>	24,79972	0,01544	118875,4	114,2	0,671	0,0738	413	0,6
<b>2 comp.</b>	24,80236	0,01492	128403,8	120	0,6981	0,0756	426,1	0,421
<b>3</b>	24,80964	0,01531	121139,5	115,6	0,5532	0,0669	416,7	0,549
<b>3 comp.</b>	24,81436	0,01479	130987,6	121,6	0,5718	0,0684	408,3	0,661
<b>4</b>	24,77334	0,01481	130427,3	121,3	0,5371	0,0677	384,1	0,901
<b>4 comp.</b>	24,77831	0,01431	141187,5	127,8	0,5533	0,0692	424,3	0,445
<b>5</b>	24,81662	0,01443	138725,7	126,2	0,5858	0,0712	413,1	0,599
<b>5 comp.</b>	24,81986	0,01394	150121,3	133	0,5963	0,0726	417,6	0,537
<b>6</b>	24,78966	0,01468	133365,4	123,1	0,7693	0,0777	457,4	0,107
<b>6 comp.</b>	24,79487	0,01418	144471,5	129,7	0,791	0,0792	448,6	0,17
<b>7</b>	24,8027	0,01545	118587,2	114	0,6523	0,0726	403,9	0,716
<b>7 comp.</b>	24,81046	0,01491	128556,2	120,1	0,6738	0,0741	421,6	0,482
<b>8</b>	24,79124	0,01756	89166,7	95,5	0,5579	0,0674	412,5	0,606
<b>8 comp.</b>	24,79633	0,01692	96668,3	100,3	0,5655	0,0685	427,2	0,407
<b>9</b>	24,80836	0,01555	116860,5	112,9	0,55	0,0683	417,3	0,542
<b>9 comp.</b>	24,81113	0,015	126650,5	118,9	0,5605	0,0696	433,5	0,326
<b>10</b>	24,8184	0,01618	107294,2	107,1	0,7455	0,0759	395,3	0,81
<b>10 comp.</b>	24,82562	0,01561	116202	112,6	0,7386	0,0765	409,5	0,646
<b>11</b>	24,78187	0,01487	129219,2	120,6	0,616	0,0712	409,5	0,646

<b>11 comp.</b>	24,78795	0,01435	140208,8	127,2	0,6319	0,0727	456,7	0,111
<b>12</b>	24,80507	0,01612	107818,2	107,3	0,6419	0,0724	387,2	0,88
<b>12 comp.</b>	24,80356	0,01554	117044,2	113	0,6572	0,074	420,5	0,497
<b>13</b>	24,7968	0,01627	105722,4	106,1	0,6141	0,0694	443,5	0,216
<b>13 comp.</b>	24,80693	0,01568	114854	111,8	0,607	0,0698	433,6	0,325
<b>14</b>	24,81584	0,01571	114459,7	111,5	0,7023	0,0737	443,1	0,22
<b>14 comp.</b>	24,81316	0,01513	124399,2	117,6	0,7045	0,0746	440,6	0,245
<b>15</b>	24,80339	0,016	109796,4	108,6	0,6639	0,0724	374,3	0,951
<b>15 comp.</b>	24,80391	0,01541	119398,1	114,5	0,6756	0,0738	403,5	0,722
<b>16</b>	24,80586	0,01736	91512,7	97	0,6198	0,0697	402,4	0,735
<b>16 comp.</b>	24,81552	0,01671	99491,7	102	0,6432	0,0715	384,5	0,898
<b>17</b>	24,83958	0,01914	74109,7	85,3	0,7103	0,0726	446,9	0,185
<b>17 comp.</b>	24,84001	0,0184	80614,3	89,7	0,7428	0,0746	414,5	0,58
<b>18</b>	24,79679	0,01595	110443,3	109	0,5939	0,0694	426,5	0,416
<b>18 comp.</b>	24,79904	0,01535	120303,5	115,1	0,6021	0,0707	410,7	0,63
<b>19</b>	24,81545	0,01604	109143,1	108,2	0,7038	0,0747	415,7	0,563
<b>19 comp.</b>	24,81026	0,01548	117992	113,6	0,7139	0,0759	427,1	0,407
<b>20</b>	24,79923	0,01602	109660,7	108,6	0,7933	0,0776	389,1	0,865
<b>20 comp.</b>	24,80039	0,01547	118509,3	114	0,8161	0,0792	382	0,913
<b>21</b>	24,79781	0,01487	129693,6	120,9	0,6175	0,0715	397,2	0,791
<b>21 comp.</b>	24,8038	0,01437	140231,7	127,2	0,6139	0,0721	397,6	0,787
<b>22</b>	24,78517	0,01627	105816,1	106,2	0,698	0,075	430,8	0,359
<b>22 comp.</b>	24,7849	0,0157	114477,4	111,6	0,7255	0,0768	423,3	0,458
<b>23</b>	24,80816	0,01557	116351,2	112,6	0,6066	0,0682	416,5	0,552
<b>23 comp.</b>	24,81002	0,01504	125875,1	118,4	0,6187	0,0695	405	0,703
<b>24</b>	24,80508	0,01554	117240,5	113,2	0,5984	0,0702	415,7	0,563
<b>24 comp.</b>	24,80448	0,01499	127119,9	119,3	0,6156	0,0716	415,4	0,567
<b>25</b>	24,78614	0,01487	129138,3	120,5	0,5407	0,0674	383,8	0,903
<b>25 comp.</b>	24,79223	0,01436	139885,1	126,9	0,5428	0,0682	380,7	0,921
<b>26</b>	24,78494	0,01544	118556	114	0,5719	0,0721	441,4	0,237
<b>26 comp.</b>	24,78752	0,0149	128535,6	120,1	0,5934	0,074	457,9	0,104
<b>27</b>	24,79281	0,01566	114865,1	111,7	0,6343	0,0742	443,9	0,212
<b>27 comp.</b>	24,79255	0,01511	124536,7	117,6	0,6473	0,0756	453,4	0,132
<b>28</b>	24,76454	0,0154	119110,4	114,4	0,5578	0,0695	405,9	0,692
<b>28 comp.</b>	24,76742	0,01486	129240,3	120,6	0,6113	0,0725	379,1	0,929
<b>29</b>	24,81383	0,01584	112286,8	110,1	0,6713	0,073	396	0,803
<b>29 comp.</b>	24,81763	0,01527	121900,8	116	0,7068	0,0752	367,6	0,971
<b>30</b>	24,79371	0,01561	116005,6	112,5	0,6849	0,0745	389,9	0,859
<b>30 comp.</b>	24,79401	0,01505	125867,6	118,5	0,697	0,0759	388	0,874
<b>31</b>	24,81478	0,01523	123041,3	116,8	0,7094	0,0756	430,2	0,367
<b>31 comp.</b>	24,8186	0,01468	133510,1	123,1	0,7203	0,0769	424,1	0,448

tableau 24 : Estimations de  $\tau$ , DO et BG avant et après compensation de gain, issues des déversements acquis par PM2, cible 2 (Csl).



## Annexe IV-2-3 Coïncidence PM1 PM2

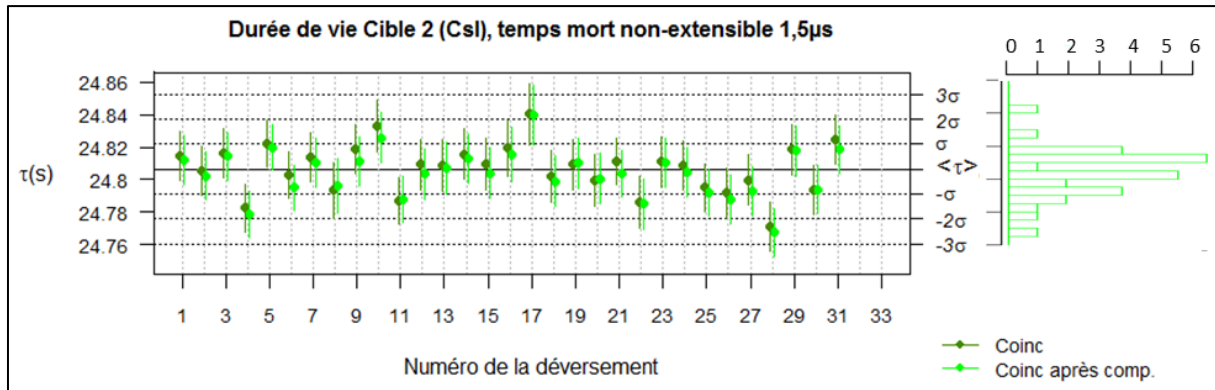


figure 156 : Estimations des durées de vie et leur incertitude avant et après compensation de gain, issues des décroissements des coïncidences PM1/PM2, cible 2 (Csl). Histogramme des estimations de  $\tau$  compensées en gain.

Numéro de la décroissance	$\tau$ (s)	$\sigma_{\tau}$ (s)	$D0$ (s <sup>-1</sup> )	$\sigma_{D0}$ (s <sup>-1</sup> )	$BG$ (s <sup>-1</sup> )	$\sigma_{BG}$ (s <sup>-1</sup> )	$\chi^2$	$p$ -value
1	24,81031	0,0157	114257,7	111,3	0,3162	0,0556	429,1	0,381
1 comp.	24,81433	0,01516	123517,8	117	0,3091	0,0563	426,3	0,419
2	24,80358	0,01572	113921,4	111,1	0,3974	0,0603	384,3	0,899
2 comp.	24,80552	0,01518	123220,5	116,8	0,3977	0,061	397	0,793
3	24,81161	0,01558	116088,2	112,4	0,2255	0,0482	430,1	0,368
3 comp.	24,81595	0,01504	125648,1	118,3	0,2374	0,0496	414,6	0,578
4	24,7789	0,01508	124882,3	117,9	0,2618	0,0506	368,4	0,969
4 comp.	24,78251	0,01456	135323,1	124,2	0,2577	0,0509	377,6	0,936
5	24,82047	0,01469	132925,7	122,7	0,3342	0,0579	418,7	0,522
5 comp.	24,82178	0,01418	144027,5	129,3	0,3433	0,059	426,8	0,412
6	24,79787	0,01493	127875,7	119,7	0,3775	0,0601	448,9	0,167
6 comp.	24,80269	0,01441	138610,1	126,1	0,3862	0,0611	447,4	0,18
7	24,80902	0,01572	113689	110,9	0,3422	0,0567	394,2	0,821
7 comp.	24,81368	0,01517	123380,4	116,9	0,3579	0,058	418,7	0,521
8	24,78763	0,01789	85499,8	93	0,4167	0,0601	395,9	0,804
8 comp.	24,79343	0,01723	92783,3	97,8	0,4167	0,0607	407,3	0,674
9	24,81802	0,01583	112037,6	109,9	0,2694	0,052	425,4	0,43
9 comp.	24,81896	0,01526	121595	115,8	0,2763	0,053	450,9	0,151
10	24,82823	0,01648	102871,2	104,2	0,4086	0,0604	404,1	0,715
10 comp.	24,83327	0,01588	111584	109,6	0,4114	0,0613	413,6	0,591
11	24,77947	0,01513	123757,1	117,2	0,3176	0,0537	397,4	0,79
11 comp.	24,78695	0,0146	134441,9	123,7	0,3147	0,0541	442,2	0,229
12	24,81024	0,01642	103232,5	104,4	0,3498	0,0563	400	0,761

<b>12 comp.</b>	24,80912	0,01581	112196,3	110	0,3644	0,0578	446,7	0,186
<b>13</b>	24,79902	0,01656	101290,8	103,2	0,2774	0,0521	431,4	0,352
<b>13 comp.</b>	24,80838	0,01596	110141,8	108,8	0,2812	0,0529	431,9	0,346
<b>14</b>	24,81837	0,01598	109935,4	108,6	0,3899	0,0574	414,2	0,584
<b>14 comp.</b>	24,81565	0,01538	119647,5	114,6	0,382	0,0576	411,2	0,624
<b>15</b>	24,81047	0,01628	105266,3	105,7	0,3631	0,0562	380,7	0,921
<b>15 comp.</b>	24,80956	0,01567	114630,7	111,5	0,3688	0,0574	402	0,738
<b>16</b>	24,81157	0,01768	87721,6	94,4	0,3712	0,0561	414,9	0,574
<b>16 comp.</b>	24,81919	0,01701	95515,4	99,5	0,3718	0,0568	383,6	0,904
<b>17</b>	24,8406	0,0195	70993,8	83,1	0,3852	0,0572	472,3	0,042
<b>17 comp.</b>	24,8402	0,01873	77329,9	87,5	0,3951	0,0583	447,4	0,18
<b>18</b>	24,79946	0,01624	105863,3	106,1	0,3557	0,0558	426,3	0,419
<b>18 comp.</b>	24,80191	0,01562	115391,3	112	0,3464	0,056	400,5	0,756
<b>19</b>	24,81498	0,01632	104698	105,3	0,3764	0,058	408,2	0,664
<b>19 comp.</b>	24,8093	0,01574	113321,1	110,7	0,3822	0,0592	415,9	0,56
<b>20</b>	24,79516	0,0163	105154,8	105,7	0,4279	0,0612	423,4	0,457
<b>20 comp.</b>	24,79966	0,01573	113730	111	0,437	0,0621	414,9	0,574
<b>21</b>	24,80658	0,01514	124357,3	117,6	0,3382	0,0571	413,9	0,588
<b>21 comp.</b>	24,81119	0,01462	134624,5	123,8	0,3264	0,0572	417,1	0,543
<b>22</b>	24,78588	0,01656	101529,9	103,4	0,392	0,06	447,2	0,182
<b>22 comp.</b>	24,78609	0,01597	109948,5	108,7	0,403	0,0612	435,4	0,303
<b>23</b>	24,80911	0,01586	111576,9	109,6	0,3952	0,057	439,1	0,261
<b>23 comp.</b>	24,81085	0,0153	120898,8	115,4	0,4058	0,0581	428,3	0,392
<b>24</b>	24,80889	0,01582	112442,9	110,2	0,3744	0,0578	418,3	0,528
<b>24 comp.</b>	24,80866	0,01525	121997,3	116,1	0,3827	0,0588	414	0,587
<b>25</b>	24,78999	0,01514	123716,8	117,1	0,2537	0,0489	402	0,739
<b>25 comp.</b>	24,79496	0,01461	134157,8	123,4	0,265	0,0503	399,7	0,765
<b>26</b>	24,79123	0,01572	113623	110,9	0,3245	0,0577	404,4	0,711
<b>26 comp.</b>	24,79151	0,01516	123296,8	116,9	0,3341	0,0589	413,6	0,592
<b>27</b>	24,80071	0,01593	110162,7	108,7	0,3119	0,0558	442,6	0,224
<b>27 comp.</b>	24,79975	0,01535	119622,1	114,5	0,3259	0,0575	468,7	0,054
<b>28</b>	24,76862	0,01567	114222,3	111,3	0,2349	0,0505	386,2	0,886
<b>28 comp.</b>	24,77067	0,0151	124069,9	117,4	0,2443	0,0518	365,1	0,977
<b>29</b>	24,81313	0,01612	107653,6	107,2	0,4008	0,0589	385,6	0,891
<b>29 comp.</b>	24,81853	0,01553	116994,7	113	0,4232	0,0608	374,9	0,948
<b>30</b>	24,79573	0,01589	111219,7	109,5	0,4569	0,0634	389,4	0,863
<b>30 comp.</b>	24,79379	0,01531	120873,1	115,4	0,4606	0,0644	386	0,888
<b>31</b>	24,81936	0,0155	117886,8	113,6	0,4049	0,0603	427,4	0,404
<b>31 comp.</b>	24,82438	0,01494	128113,1	119,8	0,3865	0,0602	410,1	0,639

tableau 25 : Estimations de  $\tau$ ,  $D0$  et  $BG$  avant et après compensation de gain, issues des déversements des coïncidences  $PM1/PM2$ , cible 2 (Csl).



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. Hardy et I. Towner, «Superallowed  $0^+ \rightarrow 0^+$  nuclear beta decays : 2014 critical survey, with precise results for  $V_{ud}$  and CKM unitarity» *Phys. Rev. C* 91:025501, 2015.
- [2] N. Severijns, M. Tandecki, T. Phalet et I. S. Towner, «Ft values of the  $T = 1/2$  mirror  $\beta$  transitions» *Phys. Rev. C* 78:055501, 2008.
- [3] O. Naviliat-Cuncic et N. Severijns, «Test of the conserved vector current hypothesis in  $T=1/2$  mirror transitions and new determination of  $|V_{ud}|$ » *Phys. Rev. Lett.* 102:142302, 2009.
- [4] P. Ujic et al., «Search for Superscreening Effects in a Superconductor,» *Phys. Rev. Lett.* 110, 032501, 2013.
- [5] P. Ujic, «La réaction  $^{78}\text{Kr}(\alpha, \gamma)$  d'intérêt astrophysique en cinématique inverse et l'effet d'écrantage électronique dans la décroissance bêta» Caen, 2011.
- [6] P. Ujic et F. de Oliveira, *GANIL PAC PROGRAM Ultra high-precision measurement of the half-life of  $^{19}\text{Ne}$* , 2012.
- [7] F. Frohner, *JEFF Report 18 - Evaluation and Analysis of Nuclear Resonance Data*, NEA OECD, 2000.
- [8] M. White, D. L.A., J. Fox et C. E.C., «Short-Lived Radioactivities Induced in Fluorine, Sodium and Magnesium by High Energy Protons» *Phys. Rev.* 56(6):512-518, 15 09 1939.
- [9] TUNL, « $^{19}\text{Ne}$   $\beta^+$ - Decay Evaluated Data» [En ligne]. Available: <http://www.tunl.duke.edu/nucldata/GroundStatedecays/19Ne.shtml>. [Accès le 2016].
- [10] L. G. Earwaker, J. G. Jenkin et E. W. Titterton, «Half-lives of Carbon-10 and Neon-19» *Nature* 195:271-272, 1962.
- [11] J. D. Goss, F. L. Riffle, D. R. Parsignault et J. C. Harris, «Precision measurements of the half-lives of  $^{19}\text{Ne}$ ,  $^{23}\text{Mg}$ ,  $^{26}\text{Al}$ ,  $^{27}\text{Si}$  and  $^{63}\text{Zn}$ » *Nuclear Physic A* 115(1):133-119, 1968.
- [12] D. H. Wilkinson et D. E. Alburger, «Half-lives of  $^6\text{He}$ ,  $^{19}\text{Ne}$ , and  $^{42}\text{Sc}^m$ » *Phys. Rev. C* 10(5):1993-1995, 1974.
- [13] G. Azuelos et J. E. Kitching, «Half-lives of some  $T=1/2$  mirror decays» *Physical Review C* 12(2):563-566, 1975.
- [14] L. E. Piilonen, «A Measurement of the Beta Spectrum of  $^{19}\text{Ne}$  to search for heavy neutrino mixing and to test the Conserved Vector Current hypothesis» 1984.
- [15] S. Triambak et al., «High-Precision Measurement of the  $^{19}\text{Ne}$  Half-Life and Implications for Right-Handed Weak Currents» *Phys. Rev. Lett.* 109.042301, 2012.
- [16] L. J. Broussard et al., «Measurement of the half-life of the  $T=1/2$  mirror decay of  $^{19}\text{Ne}$  and its implication on physics beyond the standard model» *Phys. Rev. Lett.* 112.212301, 2014.
- [17] S.-O. Flyckt et C. Marmonier, *PHOTOMULTIPLIER TUBES principles & applications*, Photonis. Brive, France, Re-edited September 2002.
- [18] G. Boissonat et al., «Characterization and performances of DOSION, a dosimetry equipment dedicated to radiobiology experiments taking place at GANIL» *Medical Physics* 1607.06645, 2015.
- [19] C. Fontbonne, «FASTER-ADC module user manuel» 2012. [En ligne]. Available: <http://faster.in2p3.fr/index.php/documentation>.
- [20] J. Fontbonne et C. Fontbonne, «FASTER USE-CASE n°5: Hyper Pure Germanium spectroscopy» Caen, 2013.
- [21] C. Fontbonne, «FASTER-QDC-TDC module user manuel» 2013. [En ligne]. Available: <http://faster.in2p3.fr/index.php/documentation>.
- [22] C. Fontbonne, «FASTER-RF module user manuel.» 2013. [En ligne]. Available: <http://faster.in2p3.fr/index.php/documentation>.

- [23] C. Fontbonne, «Ecole électronique IN2P3 2012 « Systèmes électroniques », Mesures de temps avec FASTER» 2012.
- [24] R. B. Firestone, «Table of Isotopes» 1996.
- [25] RADiation Dose Assessment Resource, 18 3 2003. [En ligne]. Available: <http://doseinfo-radar.com/BetaSpec.zip>.
- [26] F. Chautard et al., «Proceedings of EPAC 2004 : GANIL Status Report» Lucerne, 2004.
- [27] P. GuiralDenq, «Diffusion dans les métaux» *Techniques De l'Ingénieur*, 10 05 1994.
- [28] V. Sciani et P. Jung, «Diffusion of helium in FCC metals» *Radiation Effects* 78(1-4), 1983.
- [29] J. Xia et al., «A comparative study of helium atom diffusion via an interstitial mechanism in nickel and palladium» *Phys. Stat. Sol. (b)* 243(3):579-583, 2006.
- [30] H. R. Glyde, «Neon diffusion in silver» *Journal of Nuclear Material* 23(1):75-78, 1967.
- [31] H. Matzke et S. F., «Diffusion of Krypton in Cesium and Rubidium Iodide; A Comparison of Results Obtained Following Reactor Irradiation and Ion Bombardment.» *Z. Naturforsch.*, 25 a:252-256, 1970.
- [32] L. Mears et T. T. S. Elleman, «Rare Gas Diffusion in Alkali Metal Iodides» *Phys. stat. sol.* 7(2):509-521, 1971.
- [33] JCGM 100, *Evaluation of Measurement Data: Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement (Joint Committee for Guides in Metrology JCGM 100)*, 2008.
- [34] J. Müller, «Counting Statistics of short-lived nuclides» *Journal of Radioanalytical Chemistry* 61(1):345-359, 06 08 1981.
- [35] A. Sitek et A. Celler, «Limitations of Poisson statistics in describing radioactive decay» *Physica Medica* 31(8):1105-1107, 12 2015.
- [36] E. J. Axton et T. B. Ryves, «Dead-time Corrections in the Measurement of Short-lived Radionuclides» *The International Journal of Applied Radiation and Isotopes* 14(3):159-161, 1963.
- [37] A. P. Baerg, «Dead time, decay and background effect» *The International Journal of Applied Radiation and Isotopes* 24(7):401-405, 1973.
- [38] J. W. Müller, «Bibliography on dead-time effects.» BIPM-81/11 , 1981.
- [39] H. D. Choi, «Counting statistics modified by two dead times in series» *Nuclear Engineering and Technology* 43(3):287-300, 2011.
- [40] S. Bakker et R. Cousins, «Clarification of the use of Chi-square and likelihood functions in fits to histograms» *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research* 221(2):437-442, 1984.
- [41] F. James, *Lecture 7, Statistics for Physicists, 7: Application*, Stockholm, 2011.
- [42] D. Sivia et J. Skilling, *Data Analysis: A Bayesian Tutorial*, 2 éd., O. U. Press, Éd., Oxford, 2006.
- [43] F. James et M. Roos, «MINUIT- A System for function minimization and analysis of the parameter errors and correlations» *Computer Physics Communications* 10(6):343-367, 1975.
- [44] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling et B. Flannery, *Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing*. Second Edition, Cambridge University Press India Pvt. Ltd., 1992.
- [45] W. S. Cleveland, «Robust Locally Weighted Regression and Smoothing Scatterplots» *Journal of the American Statistical Association* 74(368):829-836, Dec 1979.
- [46] Saint-Gobain Menge, Peter R., «Performance of large BrillanCe 380 (lanthanum bromide) scintillators,» SORMA XI, Ann Arbor MI, 2006.
- [47] Saint-Gobain, *Organic Scintillation material*, 2001-15, p. 10.



## **Acquisition multiparamétrique de signaux de décroissance radioactive pour la correction des défauts instrumentaux. Application à la mesure de la durée de vie du $^{19}\text{Ne}$ .**

*L'objectif de cette thèse est de proposer une méthode de mesure précise d'une période radioactive de l'ordre de quelques secondes. L'acquisition numérique temps réel FASTER permet d'accéder aux caractéristiques physiques du signal induit par la détection de chaque désintégration lors de la décroissance radioactive. La sélection des données de comptage peut se faire par une analyse optimisée post-expérience. Ainsi, après avoir établi les facteurs d'influence de la mesure (variation d'empilements, de gain des tubes photomultiplicateurs, de la ligne de base électronique), il est possible, a posteriori, de calculer leur impact sur l'estimation de la période radioactive, et de choisir un seuil en énergie déposée, ainsi qu'un temps mort qui minimisent leurs influences. Cette thèse propose, par ailleurs, une méthode pour mesurer, puis compenser les variations de ses grandeurs. Cette méthode a été appliquée pour l'estimation de la période radioactive du  $^{19}\text{Ne}$  avec une incertitude relative de  $1,2 \cdot 10^{-4}$  :  $T_{1/2} = 17,2569(21)$  s.*

## **Multiparametric acquisition of radioactive decay signals for instrumental defects correction. Application to the $^{19}\text{Ne}$ lifetime measurement.**

*The aim of this thesis is to propose a method for precise half-life measurements adapted to nuclides with half-lives of a few seconds. The FASTER real-time digital acquisition system gives access to the physical characteristics of the signal induced by the detection of each decay during the counting period following beam implantation. The selection of the counting data can be carried out by an optimized post-experimental offline analysis. Thus, after establishing the influence factors impacting the measurement (pile up, gain and base line fluctuations), we are able to estimate, a posteriori, their impact on the half-life estimation. This way, we can choose the deposited energy threshold and dead time in order to minimize their effect. This thesis also proposes a method for measuring and then compensating for influence factors variations. This method was applied to estimate the  $^{19}\text{Ne}$  half-life with a relative uncertainty of  $1.2 \cdot 10^{-4}$  leading to  $T_{1/2} = 17.2569(21)$  s. This is the most precise measurement to date for this isotope.*