



Modélisation de la propagation de fissure sur des structures minces, soumises à des sollicitations intenses et rapides, par la méthode X-FEM

Yannick Jan

► To cite this version:

Yannick Jan. Modélisation de la propagation de fissure sur des structures minces, soumises à des sollicitations intenses et rapides, par la méthode X-FEM. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Lyon, 2016. Français. NNT : 2016LYSEI066 . tel-01503150

HAL Id: tel-01503150

<https://theses.hal.science/tel-01503150>

Submitted on 6 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2016LYSEI066

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON
opérée au sein de
L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Ecole Doctorale N°ED162
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité de doctorat : GÉNIE MÉCANIQUE

Soutenue publiquement le 27/06/2016, par :

Yannick Jan

Ingénieur

Modélisation de la propagation de fissure sur des structures minces, soumises à des sollicitations intenses et rapides, par la méthode X-FEM

Devant le jury composé de :

COUTELLIER, Daniel
LANGRAND, Bertrand
MOËS, Nicolas
LEBLÉ, Bruno
LONGÈRE, Patrice
BARRAS, Guillaume
ELGUEDJ, Thomas
COMBESCURE, Alain

Professeur, Université de Valenciennes
HDR, ONERA
Professeur, École Centrale Nantes
Ingénieur R&D, DCNS Research
Professeur, ISAE-SUPAERO
Docteur, DGA
HDR, INSA-LYON
Professeur, INSA-LYON

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Invité
Co-directeur de thèse
Directeur de thèse

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e étage secretariat@edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Stéphane DANIELE Institut de Recherches sur la Catalyse et l'Environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 avenue Albert Einstein 69626 Villeurbanne cedex directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeea.ec-lyon.fr Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Bat Darwin - UCB Lyon 1 04.72.43.28.91 Insa : H. CHARLES Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 e2m2@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE http://www.ediss-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Hôpital Louis Pradel - Bron 04 72 68 49 09 Insa : M. LAGARDE Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax : 04 72 68 49 16 Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e étage infomaths@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie CALABRETTO LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 Ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://mega.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/ Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr	Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Remerciements

Voilà une bien belle aventure qui s'achève et que je regrette déjà. Elle aura été riche tant sur le plan professionnel que personnel, avec nécessairement des hauts et des bas car comme le dit si bien *Navet* dans le Château Ambulant, "*l'inconstance des sentiments est la seule chose durable en ce monde*". Je ne saurais maintenant m'en aller sans remercier un certain nombre de personnes.

Mes premières pensées vont à mes directeurs de thèse. Je voudrais sincèrement remercier *Alain Combescure* pour m'avoir dans un premier temps accepté au sein du LaMCoS puis pour m'avoir guidé et soutenu tout au long de la thèse. Cela restera pour moi un honneur d'avoir travaillé avec cette personne qui de manière presque déconcertante arrive toujours d'un coup d'oeil à débloquer une situation (c'est ce qu'on appelle l'expérience apparemment !). Je voudrais également particulièrement remercier *Thomas Elguedj* pour avoir toujours pris le temps de m'aider quitte à se faire mal aux yeux (promis j'ai arrêté les GOTO) ainsi que pour moments simples et parfois insolites que nous avons pu partager. Bon courage pour la suite et c'est quand tu veux pour un petit bad.

Ensuite, comment ne pas remercier *Bruno Leblé* sans qui cette thèse n'aurait jamais vu le jour. Il m'a peu à peu initié au monde de la recherche, à aller au bout des choses, si bien qu'il m'a convaincu de tenter l'aventure à l'issue de mon projet de fin d'études. Merci également pour les différentes visites de chantier et pour m'avoir systématiquement convié aux essais d'explosion.

Je voudrais également exprimer toute ma gratitude aux autres membres du jury : *Daniel Coutellier* pour avoir accepté de présider le jury et pour m'avoir laissé terminer mon long récit sur les fissures ; *Bertrand Langrand* et *Nicolas Moës* pour avoir accepté de relire et rapporter mon mémoire ; *Patrice Longère* pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et pour les différents échanges que nous avons pu avoir durant ces trois années.

Je remercie la DGA Tn et l'équipe du Tourris pour m'avoir toujours très bien accueilli lors des différentes "excursions" toulonnaises. Je ne suis pas certain de revivre un jour des essais aussi impressionnant. Je pense en particulier à *Bernard Auroire* pour son franc parler et ses petites anecdotes ainsi qu'à *Guillaume Barras* pour sa gentillesse et sa simplicité. Je ne saurais également jamais assez remercier *Jacky Fabis* pour ces formidables moments passés à Lille. J'ai toujours été fasciné par tout ce que tu pouvais faire, trouver, inventer. J'aurais tellement aimé davantage travailler avec toi et j'espère que j'aurais l'occasion de te recroiser un jour pour te remercier en bonne et due forme !

Viens le moment de remercier toutes les personnes du laboratoire que j'ai pu côtoyer (et qui ont du me supporter) au quotidien. Le cadre, l'ambiance de travail et la bienveillance qui y règne ont été d'un grand soutien notamment dans les périodes de doutes. Un grand merci à *Anne*, *Didier* et *Nawfal* (heureux ? !), *Aline* et ses histoires sur sa petite *Romane*, *Nicolas* pour les squashes, *Thibault* pour ses épopées à l'escalade, *Arnaud* que j'ai harcelé pour avoir les sources et pour les coups de main sur les développements,

Anthony, Julien, Marie-Christine, Dominique, Anne, Daniel et enfin Isabelle, véritable chef d'orchestre du laboratoire, à qui je dois encore un surfeur californien (je n'oublie pas promis !). Merci également aux (futur-ex) permanents du bâtiment d'Alembert et en particulier *Eric Châtelet* pour les deux années pendant lesquelles j'ai eu la chance de donner des cours à des élèves à peine plus jeunes que moi.

Je remercie maintenant plus particulièrement les doctorants et post-doctorants, anciens ou nouveaux, qui sont en grande partie devenus beaucoup plus que de simples collègues. Une bonne bande de branquignoles, parmi lesquels se trouvent :

- *PPineau* : Parce que je sais qu'il suffira que j'écoute du Grace Jones ou du Pino d'Angiò pour me remémorer tous les bons moments passés ensemble. Sorties skis à cul, randonnées périlleuses, falafèles "juste un peu épicés" et j'en passe... on peut dire que tu m'auras appris à sortir de ma zone de confort. Je te remercie pour tout (notamment la répétition de la veille hein) et bon courage pour ta nouvelle vie de papa. La bise à *Émeline* et au petiot.
- *Samy* : Je suis désolé, t'es une fois de plus entouré de cachanais mais c'est la thèse d'un Ensmatique donc on s'en fout on est chez nous. Dr Lacroix, tu auras été la personne la plus adorable du labo, prêt à rendre service en toutes circonstances, toujours à passer faire un petit coucou. Grace à toi j'ai commencé à préférer la montagne à la mer (au grand regret de mes parents), je repense encore à ce bivouac sur le Granier recouvert de neige et notre bonne soupe mozza !! T'en fais pas va, on se la fera un jour notre Run-in-Chartreuse et même que les marmottes elles feront moins les malignes ! Bon juste, si on y va avec ma voiture la prochaine fois t'essaieras de ne pas te prendre pour Carpentier hein ;)
- *Père Clem* : Pour toutes ces parties de tarot où tu nous as montré que l'audace finit par payer, pour les petits barbeucs et les pizzas maisons chez vous, le ski en mode unijambiste, ton prix de Mr. Atec... et pour finir en apothéose une maison en Bretagne ! Je savais que tu finirais par trouver le bon chemin :) Ton départ du labo a laissé un certain vide il faut l'avouer.
- *Père Rob* : Un sacré numéro ce Yautard maintenant basé en terre toulousaine. Qu'est-ce qu'on ne ferait pas pour une bonnamie n'est-ce pas ? J'appréciais ton franc parlé et tes histoires folkloriques (notamment celles des hippies en californie). J'espère qu'on aura l'occasion de se recroiser autour d'une bonne fondue ou d'une croziflette.
- *Kevin Motcomptetrip* : Qui aime bien châtie bien comme on dit. Je te remercie pour toutes les sessions d'entraînement et les courses qui allaient avec (je n'oublierai jamais le désespoir dans ton regard en bas de la dernière montée du Malpassant, j'ai du faire le même à la Saintexpress...), pour avoir cru me donner envie avec tes légumes... vapeur, pour m'avoir vraiment donné envie avec la brasserie Georges ou encore pour m'avoir fait sauter le pas dans le monde de la photo. N'hésite pas à passer en Bretagne que je te montre que les fruits de mer de chez Jols c'est comme les pizzas à côté de chez toi ;)
- *Marie* : Ririe la petite souris qui bondissait quand sonnait l'heure de la pause ou du weekend quand il s'agissait de filer pour Clermont ! Moi ce que je préférerais, c'était

-
- les jours où il pleuvait pour voir ta tête en arrivant à vélo :) Tu n'es pas restée très longtemps mais tu auras laissé un bon souvenir à tout le monde. On attend toujours ta petite sortie pêche et ton pot d'arrivée sinon !
- *Titi* : Ahh Titi.. sacré Titi, l'éternel ! Toujours souriant, même dans l'effort. On aura partagé pas mal de choses finalement entre toutes ces petites courses, les entraînements qui vont avec (saleté de monté de la Sarra), le foot et tant d'autres. Tu m'auras bien fait rire avec ton accent lyonnais et tes petites expressions. Surtout ne change pas (sauf peut-être ta frappe du droit) et n'hésite pas si tu passes en Bretagne !
 - *Père Alex* : Tout d'abord merci pour la place de bureau. Grace à toi j'ai fini ma thèse à peu près dans les mêmes conditions que toi, c'est-à-dire un peu dans la précipitation dirons nous pour rester correct ! T'as toujours été une sorte de force tranquille (dans le sens intellectuel bien évidemment) dont la danse de la victoire était synonyme de pause puis d'une période où tu prenais un malin plaisir à nous embêter quelques jours (Fatima témoignera ! !). J'aimais particulièrement le petit air innocent, les sourcils relevés, que tu prenais pour te moquer des gens.
 - *Louis* : "Yaya, petit head soccer ?" avec le petit mouvement caractéristique de l'index et du majeur. On aura commencé à peu près au même moment et donc traversé les mêmes "galères" simultanément. On partageait également cette même passion pour les Miyazaki. Ta thèse aura été davantage paloise que lyonnaise mais c'était toujours un plaisir de te retrouver.
 - *Guigui* : J'espère que tu ne m'en voudras pas trop de t'avoir présenté Agar.io :) J'aimais toujours nos discussions sur les sujets de société, les débats métaphysiques, nos débriefs des vidéos de science étonnante, celles de GoT ou des films de la liste de "sebmagic". Je te souhaite bien du courage pour la dernière ligne droite (surtout avec Fati dans ton dos ! !) et j'espère qu'on aura l'occasion de se refaire une petite pizza des Bobos.
 - *Niknik le Nico* : D'abord compagnon d'infortune sur Europlexus, j'ai très vite compris que t'avais un gros potentiel au niveau de la bouffe, tant sur le bon (source inépuisable de bonnes adresses et restaurants en tout genre) que sur le très bon (kebab, tacos triple, sandwich KFC sans pain ou pizza full cochon). J'aurai trouvé en toi un acolyte de choix avec qui partager vidéos et musiques en tout genre (...), films d'anthologie et bon plan rambollitains ! Que "Guillaume Le Gentil" soit avec toi pour cette fin de thèse.
 - *Coco* : Pour toutes ces soirées inoubliables agrémentées de nombreux jeux dans ta Croix Rousse d'adoption, tous ces petits plats mitonnés tels que l'agneau pascal, le fameux cassoulet lillois (mieux que celui de la grand mère d'un carcassonnais) avec mon supplément saucisse, les hamburgers maisons... Sans oublier les sorties rando/ski où on n'en menait pas large à tenter de suivre Pierrot, les petits footings où tu nous mettais cher en courant deux fois par an. J'espère vraiment qu'on ira vadrouiller un jour à Wattrelos ensemble une fois que ce sera terminé pour toi.
 - *Pipo* : Véritable président d'honneur du bureau, tu nous auras montré les rouages d'une élection "démocratique" après avoir mis la main sur le commerce du café au labo, l'art de chiper et de tchiper, et également tout ton talent de danseur sur

le légendaire "GWETAAA, MAMMAAA" (d'ailleurs repris les chinois...). Merci pour toutes les discussions, les soirées et les fous rires.

- *Damien* : Le matinal du labo (sans doute sous la pression de Rico et Espoir) qui nous aura aussi souvent bougé pour faire du sport. On en aura fait des bornes ensemble, de jour comme de nuit, avec souvent un peu de dénivelé sinon ce n'est pas marrant. D'ailleurs je suis désolé mais t'as couru avec moi à la Fontaine des Ânes pour rien, la bouteille de beaujolpif à été perdue pendant le déménagement (demande à Nico ! !). Je tâcherai de te remercier autrement. Merde pour la fin mais je ne me fais pas de soucis pour ta thèse (c'est de l'expérimental hein :p).
- *Fatima* : Ton arrivée a fait du bien dans le bureau. Non pas parce que je commençais à manquer de cibles pour mes blagues mais parce qu'une présence féminine apporte de nouveaux sujets de discussion (j'adorais les débats avec Nacer) et nous a forcé à un peu mieux nous tenir. Bon après, t'étais souvent en vacances :) N'oublie pas de me tenir informé quand tu vois des soldes intéressantes et bon courage pour ta dernière année.
- *Salvatore* : Parce que t'as toujours été un sacré numéro que ce soit au labo ou en dehors. Un mec atypique et adorable qu'il faudrait inventer si tu n'existais pas. Merci pour toutes ces soirées mémorables et à très bientôt je l'espère autour d'une véritable *pizza napoletana*.

mais également *Dave* pour m'avoir refilé la patate chaude et pour m'avoir aidé quand j'en avais besoin, *Lucas* qui m'a permis de faire mon premier makefile, *Romains* pour avoir débroussaillé le code de Dave et pour les quelques soirées, *Nacer* pour ses blagues de plus en plus compréhensibles et sa persévérance à head soccer, *Eric* et *Espoir* les anciens tôliers du bureau d'à côté pour leur joie, leur bonne humeur et les nombreux débats politiques au "piedus", *Hana*, *Naïm* le doc à roulettes, *Lan*, *Hassan* pour les spécialités libanaises et ses différents jeux en conf, *Paul* pour gâteaux japonais (bon courage à Magny-les-Hameaux !), *Ismaël* pour la roustes dans les marches de Croix-Rousse (j'attends ma revanche), *Lu* pour sa compagnie du dimanche (j'espère que je ferai moins peur à ta fille la prochaine fois) et les différents échanges sur la rupture, *Emmanuel* pour son sourire matinal (quoique depuis que t'es dans le 6ème...), *Ye*, *Shaocheng*, *Wenqi*, *Arthur* toujours partant pour une malbouffe et *Tristan* (encore désolé pour Giens :p). Je n'oublie pas non plus ceux du bâtiments d'Alembert (*Nina*, *Grégoire*, *Marion*, *Vincent*, *Nicolas* et les autres) souvent croisés pour des joyeusetés telles que la Cafet ou les repas de Noël (Hoooo hoooo hoooo). Merci de plus aux collègues sportifs (INSA, CNRS, Université ou FSGT) pour les parties de football le midi.

Et parce que ces années ne se sont pas uniquement faites à Lyon, je pense aussi à la team de *Rostrenen*¹ et en particulier la famille *Sibéril* qui a su me rebooster avant la thèse pendant des "VDI" au départ tumultueux. Je remercie *Monique* et *Gil* pour ce merveilleux voyage en Inde himalayenne qui restera inoubliable tout comme le goût du chapati, les anciens de l'ENSMA *Géraud*, (& *Élise*) et *Maxime* (tu tiens le bon bout ! ! !)

1. village peuplé d'irréductibles Gaulois.

que je retrouve toujours avec autant de plaisir, et également à la fine équine de vétérinaires de Marcy l'Étoile² *Teo, Maéva, Pénélope, Pochette, Coralie, Pétra, Stéphanie, Mathieu, Gaël, Martin, Arnold* et les autres. Merci à tous de m'avoir fait partager votre univers fait de passion et de dévouement parfois (souvent ?) ponctués de paillettes et de licornes. Petit clin d'oeil à mes partenaires de soirées *Vincent* et *Charles* ainsi qu'*Alex, Johanne* et *Matthieu* sans oublier *Seb* et *Aliénor* (j'ai hâte à fin Août !).

Merci également à ma famille qui a permis de rendre tout cela possible : mes parents pour leur soutien sans faille pendant mes études et pendant mes travaux de recherche ("Alors ? T'as trouvé ?") et mes frères et sœur pour m'avoir dès mon plus jeune âge appris à développer mon sens de l'analyse ("Non Yannick, c'est fini, tu ne grandiras plus" ou encore "Mais si c'est bon, goûte, ça s'appelle une limace"). A toute cette petite famille *Jan* qui ne se le dit jamais à haute voix mais qui s'aime, que j'aime.

Enfin, je voudrais terminer en remerciant celle qui est entrée dans ma vie de manière inattendue depuis maintenant presque trois ans. Ma petite *Maëlle* pleine d'énergie, d'un optimisme à toute épreuve, à la fois forte et sensible, capable de grandes choses et parfois si maladroite... mais c'est ce qui fait ton charme, tout comme tes petits yeux en amandes aux couleurs pistache parsemés de noisette ou encore ton sourire. Je suis admiratif de tout ce que tu as déjà accompli et de ta volonté d'aller au bout de ton rêve et sache que je serai toujours là pour toi. Tu sais me combler de bonheur et j'espère en faire autant pour toi. A nous, nos projets, notre futur, et, de la même manière que toi dans ta thèse, je finirai par des paroles :

*"You're still the one I run to
The one that I belong to
You're still the one I want for life."
Je t'aime.*

2. non non, ce n'est pas à Lyon, il faut bien 30 minutes de bus 98 !

Résumé

Actuellement, les méthodes classiques (éléments finis, endommagement, critère de rupture) pour analyser la tenue des structures sous des chargements extrêmes sont très dépendantes de la taille de maille du modèle et nécessitent à la fois un savoir-faire spécifique dans le domaine et des études de sensibilité au maillage. De nouvelles approches basées sur la méthode des éléments finis étendus permettent de traiter des propagations de fissure sur des structures de petites tailles et volumiques. Cependant, la propagation sur de grandes longueurs avec des modèles volumiques demande une puissance de calcul importante, souvent inaccessible dans le cadre industriel. Cette thèse a pour but de coupler des éléments finis de coque avec la méthode des éléments finis étendue (X-FEM). On peut ainsi diminuer la taille des modèles et gagner en temps de calcul. La fissure peut également évoluer librement dans le maillage. Après avoir fait le choix d'un élément fini de coque simple et de bonne qualité, l'objectif est de modifier cet élément afin de permettre la description d'une fissure au sein même de celui-ci. Ensuite, l'enjeu est d'adapter les critères de propagation qui existent déjà pour des modèles plans ou volumiques pour les matériaux dits "ductiles" afin de les utiliser dans le cadre d'une modélisation coque. Ces critères sont basés sur l'analyse des champs de contrainte et déformation sur un demi-disque aval à la pointe de fissure. Le calcul de la contrainte équivalente extraite de ces champs servant de seuil pour déclencher ou non la propagation est un point clef de ce travail. Cette étude se place dans le cadre de la plasticité généralisée et fait l'hypothèse d'une fissure initialement traversante dans l'épaisseur de la coque. La phase d'amorçage de la fissure n'est pas prise en compte et le défaut initial est supposé préexistant au sein de la structure. En vue de valider le couplage coque/X-FEM et le critère de propagation, des essais de fissuration sur des structures minces sont réalisés et présentés dans ce document.

MOTS CLÉS: X-FEM, Coques, Dynamique, Rupture.

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	v
Liste des tableaux	xiii
Introduction Générale	1
1 Étude bibliographique	5
1.1 Introduction	6
1.2 Mécanique de la rupture	10
1.2.1 Concepts de base et définitions	10
1.2.2 Critères de propagation	14
1.2.3 Critères de direction de propagation	19
1.2.4 Vitesse de propagation	21
1.3 Modélisation éléments finis d'une structure mince	23
1.3.1 Discrétisation par la méthode des éléments finis	23
1.3.2 Cadre d'utilisation des coques	26
1.3.3 Théorie de Kirchhoff-Love	31
1.3.4 Théorie de Mindlin-Reissner	32
1.3.5 Verrouillage numérique	34
1.3.6 Quelques éléments finis de coques classiques	37
1.4 Modélisation numérique de la propagation de fissure	38
1.4.1 Méthodes non basées sur les éléments finis	38
1.4.2 Méthodes basées sur les éléments finis classiques	40
1.4.3 Méthodes basées sur la partition de l'unité	45
1.4.4 Méthodes diffuses	48
1.5 Conclusion	50
2 Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner	51
2.1 Introduction	52
2.2 Couplage de la méthode X-FEM au modèle coque de Mindlin-Reissner	52
2.2.1 Objectifs et hypothèses	52

2.2.2	Propriétés de l'élément fini <i>Q4GS</i>	53
2.2.3	Schéma temporel d'intégration	57
2.2.4	Création de l'élément de coque enrichi <i>X-Q4GS</i>	61
2.2.5	Description de la fissure	66
2.2.6	Cas test à fissure fixe	70
2.3	Critère de propagation de fissures en dynamique explicite	74
2.3.1	Choix d'un critère de propagation	74
2.3.2	Direction de propagation en traction/cisaillement	76
2.3.3	Incrément de propagation dans un pas de temps	83
2.3.4	Extension du critère pour les coques	85
2.3.5	Moyennes temporelles sur les avancées du front de fissure	87
2.3.6	Mise en œuvre numérique de la propagation	89
2.4	Simulation d'un exemple type issu de la littérature	97
2.5	Conclusion	104
3	Essais expérimentaux de propagation de fissure en dynamique rapide	105
3.1	Introduction	106
3.2	Campagne expérimentale sur tour de crash	106
3.2.1	Généralités	106
3.2.2	Dispositif expérimental	108
3.2.3	Caractéristiques des éprouvettes	110
3.2.4	Déroulement des essais	114
3.2.5	Présentation et résultats des essais	115
3.3	Campagne expérimentale NYMPHEA	136
3.3.1	Généralités	136
3.3.2	Dispositif expérimental	136
3.3.3	Caractéristiques des éprouvettes entaillées	139
3.3.4	Résultats	139
3.4	Conclusion	142
4	Simulations de la propagation de fissure en coque X-FEM	143
4.1	Introduction	144
4.2	Cas de la littérature	144
4.2.1	Expérience de Zhou-Rosakis-Ravichandran	144
4.2.2	Simulation d'un chargement en mode III	148
4.3	Simulations des essais expérimentaux	153
4.3.1	Essais ONERA	153
4.3.2	Simulation des essais NYMPHEA	170
4.4	Conclusion	184
	Conclusion Générale et Perspectives	185
	Annexe mesures expérimentales	191

Annexe simulation hydrodynamique	197
Bibliographie	203

Table des figures

1	l'USS Cole remorqué après l'attaque d'une embarcation chargée d'explosif.	1
2	Images de la coque du pétrolier français Limburg à la suite d'une attaque au contact.	2
3	Dégâts causés par la mine sous la coque de l'USS Samuel B. Roberts. . .	2
4	Propagation d'une fissure sur le pont de l'USS Samuel B. Roberts.	3
1.1	État final de différentes éprouvettes après un essai uniaxial (tiré de [MAR 12]).	6
1.2	Réponses schématiques de différents matériaux dans un essai de traction uniaxiale.	7
1.3	Photographie d'un Liberty ship dont la coque est rompue en deux.	8
1.4	Classement des ruptures selon leur cinétique.	8
1.5	Classement des ruptures selon leur observation.	8
1.6	Faciès d'une rupture ductile avec présence de cupules (à gauche) et d'inclusions (à droite). (tiré de [LOU 14]).	9
1.7	Faciès d'une rupture fragile par clivage (tiré de [LOU 14]).	9
1.8	Rupture fragile par décohésion (tiré de [LOU 14]).	9
1.9	Séparation d'un milieu de part et d'autre d'une Interface A.	10
1.10	Modes de rupture.	11
1.11	Repère local en pointe de fissure.	12
1.12	Contour pour l'intégrale J.	14
1.13	Courbe de traction d'un matériau élastique non linéaire et d'un matériau élasto plastique.	15
1.14	Fonction poids $w(r)$ en fonction du rapport r/R	17
1.15	Loi de traction séparation.	18
1.16	Schématisation des zones cohésives.	18
1.17	Repère local cylindrique en pointe de fissure.	19
1.18	Calcul de G pour une avancée de δ et d'un angle θ	20
1.19	Procédure de calcul d'un élément.	25
1.20	Modélisation de la coque d'un bateau.	26
1.21	Modélisation d'une plaque.	27
1.22	Cinématique d'un brin initialement perpendiculaire au plan moyen.	29
1.23	Rotation d'une section droite initialement perpendiculaire à la surface moyenne, théorie de Kirchhoff-Love	32

1.24	Rotation d'une section droite initialement perpendiculaire à la surface moyenne, théorie de Mindlin-Reissner.	33
1.25	Forme du champ de cisaillement transverse dans l'épaisseur dans le cas analytique (a) et dans la théorie de Mindlin (b).	34
1.26	Modes de Hourglass associés à une énergie de déformation nulle.	36
1.27	Trajet de fissure pour différentes directions de charge imposée [FED 04].	38
1.28	Représentation des noeuds et de leur domaine d'influence	39
1.29	Fracture artificielle lors d'un essai de traction avec des élément SPH classiques (tiré de [MAU 08b]).	40
1.30	Comparaison des simulations SPHC et EF sur un essai de perforation [CAL 11, RUS 09].	40
1.31	Propagation de fissure par une technique de remaillage automatique [BOU 03].	41
1.32	Propagation d'une fissure par érosion.	41
1.33	Représentation de la fissure par des éléments érodés [SON 08].	42
1.34	Courbes d'évolution contraintes-déformations pour un matériau endommageable montrant un adoucissement élastique et un écrouissage plastique [SON 08].	42
1.35	Localisation pathologique de l'endommagement, effet de la taille et de l'orientation du maillage [FOR 04].	43
1.36	Mise en évidence des "blending elements" sur des domaines Ω discrétisés en 1D et 2D [FRI 08].	46
1.37	Stratégie d'enrichissement pour une fissure quelconque placée sur un maillage [ELG 06a].	48
1.38	Schéma d'une level set épaisse.	50
2.1	Orientation de la fissure dans l'épaisseur de la structure.	53
2.2	Elément de référence du quadrangle à 4 noeuds.	54
2.3	Variables nodales locales (5 ddl/noeud).	55
2.4	Champ assumé de déformation en cisaillement transverse.	56
2.5	Stabilité des calculs en fonction du pas de temps.	60
2.6	Stratégie d'enrichissement pour une fissure quelconque placée sur un maillage.	61
2.7	Intégration par sous découpage, projection des champs sur de nouveaux points de Gauss.	64
2.8	Intégration numérique par sous-découpage régulier	65
2.9	Représentation de la fissure sous forme de segments sur le plan moyen de la coque	66
2.10	Représentation de la fissure sous forme d'un maillage d'éléments unidimensionnels sur le plan moyen de la coque	68
2.11	Fissure décrite par TAB.2.4.	69
2.12	Représentation de la fissure sous forme d'un maillage d'éléments unidimensionnels sur le plan moyen de la coque	69
2.13	Schéma du cas test à fissure fixe pour 3x3 éléments coques XQ4GS (à gauche) et 3x4 éléments coques Q4GS (à droite) - Conditions aux limites.	71

2.14	Essai de traction hors plan à fissure fixe sur coque X-FEM et coque classique - Fissure représentée par la méthode X-FEM (à gauche) et de manière explicite (à droite).	71
2.15	Déplacement U_x - Cas test fissure fixe.	72
2.16	Déplacement U_y - Cas test fissure fixe.	72
2.17	Déplacement U_z - Cas test fissure fixe.	73
2.18	Domaine d'intégration D centré sur la pointe de fissure.	75
2.19	Schématisation du modèle de propagation [CRE 13].	76
2.20	Illustration des différents repères utilisés en pointe de fissure.	77
2.21	Influence de la déformation équivalente pour choisir la direction de propagation.	82
2.22	Mise en évidence du repère local en pointe de fissure $\mathcal{R}$ et des repères locaux $\mathcal{L}_i$ associés aux différents points d'intégration.	85
2.23	Calcul de la contrainte équivalente pour les coques - Forme du domaine D pour coque plane.	86
2.24	Mise à jour de la fissure pour une avancée suffisante.	87
2.25	Mise à jour de la fissure pour une avancée suffisante.	88
2.26	Schématisation des différentes étapes nécessaire au calcul d'une avancée de fissure.	89
2.27	Schéma d'une fissure devant se propager dans un élément courbe.	90
2.28	Visualisation de l'angle et de l'avancée de fissure donnés par le critère.	91
2.29	Plan choisi pour la projection dans l'étape de propagation noté $\mathcal{P}$	91
2.30	Projection d'un point du trajet de la fissure sur un plan passant par trois points de l'élément.	92
2.31	Passage dans l'élément de référence pour l'étape de propagation.	93
2.32	Calcul de la position de la pointe de fissure sur le maillage déformé.	93
2.33	Avancée supplémentaire lorsque l'avancée effective Δa_{eff} est trop faible par rapport à ce que prévoir le critère.	94
2.34	Modification de la fissure lorsqu'elle propage dans le même élément.	95
2.35	Détermination de l'enrichissement à partir de l'élément de référence.	96
2.36	Schéma de principe de l'expérience de Kalthoff et Winkler et observation de l'intensification du champ de contrainte pour une éprouvette métallique ou transparente - Schéma tiré de [KAL 00].	97
2.37	Fissurations par traction et par bande de cisaillement observées sur de l'acier X2 NiCoMo 1895 (encore appelé acier Maraging 18Ni1900) - Images tirées de [KAL 00].	98
2.38	Géométrie et conditions aux limites de la simulation de Kalthoff et Winkler.	99
2.39	Maillage pour la simulation de l'essai de Kalthoff et Winkler.	99
2.40	Simulation de Kalthoff et Winkler - Trajets de fissure pour $V_0 = 16m/s$ et $V_0 = 32m/s$	101
2.41	$V_0 = 16m/s$ - Évolution de la contrainte de von Mises sur la simulation de l'expérience de Kalthoff et Winkler pour $t=16 \mu s$, $t=24 \mu s$, $t=28 \mu s$, $t=36 \mu s$, $t=44 \mu s$ et $t=52 \mu s$	102

2.42	$V_0 = 32\text{m/s}$ - Évolution de la contrainte de von Mises sur la simulation de l'expérience de Kalthoff et Winkler pour $t=16\ \mu\text{s}$, $t=24\ \mu\text{s}$, $t=28\ \mu\text{s}$, $t=32\ \mu\text{s}$, $t=36\ \mu\text{s}$ et $t=40\ \mu\text{s}$	103
3.1	Tour de crash de l'ONERA de Lille.	107
3.2	Dispositif expérimental de la tour de crash ONERA.	109
3.3	Schéma du montage.	110
3.4	Dispositif expérimental de la tour de crash avec les vues correspondantes à la figure 3.3.	111
3.5	Formes des membranes testées.	112
3.6	Galette circulaire avec un trou circulaire et galette elliptique avec préfissure en X orientée d'un angle α	113
3.7	Nomenclature et caractéristiques des essais sur tour de crash.	113
3.8	Préparation des éprouvettes - (a) Éprouvette instrumentée de deux jauges extensométriques et munie d'une grille de points obtenus par électromarquage - (b) Membrane latex au fond d'une éprouvette à galette circulaire.	114
3.9	Schéma de l'ensemble des configurations à membrane circulaire testées avec la position des jauges.	115
3.10	Éprouvette C14A5 après essai.	115
3.11	Pression dans le cylindre - Essai C14A5.	116
3.12	Pression dans le cylindre - Essai C14A5.	116
3.13	Signaux de pression et des jauges de déformation R et T - Essai C14A5.	117
3.14	Forme du jet de l'essai E20A2 de [CAL 11].	118
3.15	Forme du jet sur l'essai C14A5.	118
3.16	Éprouvette CLA4 après essai.	119
3.17	Pression dans le cylindre - Essai CLA4.	119
3.18	Éprouvette CXA5 après essai.	120
3.19	Pression dans le cylindre - Essai CXA5.	121
3.20	Comparaison des pressions pour les essais sur galette circulaire.	121
3.21	Evolution de la déflexion de la membrane vue de côté - Essai CXA5.	122
3.22	Evolution de la déflexion de la membrane vue de face - Essai CXA5.	123
3.23	Schéma de l'ensemble des configurations elliptiques testées avec la position des jauges (en mm).	124
3.24	Propagation de fissure - Essai EX0A5.	125
3.25	Pression dans le cylindre - Essai EX0A5.	125
3.26	Vue de dessus - Essai EX45A6.	126
3.27	Essai EX45A6 - Phénomène de flexion d'un des pétales.	127
3.28	Pression dans le cylindre - Essai EX45A6.	127
3.29	Evolution de la déflexion de la membrane vue de côté - Essai EX45A6.	128
3.30	Evolution de la déflexion de la membrane vue de face - Essai EX45A6.	129
3.31	Bifurcation de fissure - Essai EL30A6.	130
3.32	Déflexion de l'éprouvette sur l'essai EL30A6.	130
3.33	Vue 3/4 - Essai EL30A6.	131

3.34	Pression dans le cylindre - Essai EL30A6.	131
3.35	Numérotation des jauges extensométriques - Essai EL30A6.	132
3.36	Signaux de pression et des jauges de déformation J1 et J3 - Essai EL30A6.	132
3.37	Bifurcation de fissure - Essai EL20A6.	133
3.38	Pression dans le cylindre - Essai EL20A6.	133
3.39	Évolution temporelle des déformations relevées pour les jauges J1 J2 et J3 - Essai EL20A6 - Valeurs shiftées à $t=0$	134
3.40	Comparaison de la pression pour les essais sur membrane elliptique.	135
3.41	Synthèse des trajets de fissures post-mortem.	135
3.42	Vue aérienne du site DGA Tourris.	136
3.43	Dispositif expérimental NYMPHEA [DCNS].	137
3.44	Photographies de la détonation sur NYMPHEA [DCNS].	137
3.45	Cartographie des déformations par mesures ARGUS [FAB 15].	138
3.46	Modes de ruine des éprouvettes sans défaut initial [DCNS].	138
3.47	Tir T1 - x kg - 2D mm - Préfissure 40mm [DCNS].	140
3.48	Tir T2 - x kg - D mm - Préfissure 40mm [DCNS].	140
3.49	Tir T3 - x kg - 2D mm - Préfissure 80mm [DCNS].	140
3.50	Tir T4 - x kg - D mm - Préfissure 80mm [DCNS].	141
3.51	Tir T5 - x kg - 2D mm - Préfissure 160mm [DCNS].	141
3.52	Tir T6 - x kg - D mm - Préfissure 160mm [DCNS].	141
3.53	Tir T6 - x kg - D mm - Préfissure 160mm - Vue de côté [DCNS].	142
4.1	Trajets de fissure pour la simulation de l'expérience de Zhou Rosakis Ravichandran obtenus dans [HAB 12a].	145
4.2	Géométrie et conditions aux limites de l'expérience de Zhou Rosakis Ravichandran.	145
4.3	$V_0 = 30m/s$ - Évolution des contraintes de von Mises sur la simulation de l'expérience ZRR - $t=8 \mu s$, $t=16 \mu s$, $t=24 \mu s$, $t=32 \mu s$, $t=36 \mu s$ et $t=40 \mu s$	146
4.4	Simulation de ZRR - Trajets de fissure pour $V_0 = 20m/s$, $V_0 = 25m/s$ et $V_0 = 30m/s$	147
4.5	Sollicitation en mode III d'une éprouvette rectangulaire.	148
4.6	Dimensions et conditions aux limites pour l'éprouvette rectangulaire.	149
4.7	Chargement mode III - Trajet de fissure.	150
4.8	Influence des différents modes de sollicitation en pointe de fissure.	151
4.9	Évolution temporelle (en secondes) du déplacement hors plan U_z et trajet de fissure - Facteur d'amplification des déplacements $\times 2$	152
4.10	Courbe d'écrouissage utilisée pour caractériser l'acier des éprouvettes.	153
4.11	Dimensions (mm) et conditions aux limites - Simulation C14A5.	154
4.12	Chargement en pression pour la simulation de l'essai C14A5.	155
4.13	Simulation de l'essai C14A5 - (a) Déplacement U_z à $t=80ms$ - (b) U_z^{num} au cours de la simulation.	156
4.14	Mesure du déplacement U_z par digitalisation après essai - Essai C14A5.	156

4.15 (a) Mesure des déformations résiduelles par l'analyse de l'électro-marquage - (b) Déformations plastiques à l'issue de la simulation.	157
4.16 Dimensions (mm) et conditions aux limites - Simulation EL30A6.	158
4.17 Chargement en pression pour la simulation de l'essai EL30A6.	159
4.18 Confrontation de la déformation orthoradiale expérimentale et numérique à la position de la jauge J1 - Essai EL30A6.	161
4.19 Simulation EL30A6 - Évolution de la contrainte circonférencielle $\sigma_{\theta\theta}$ et du trajet de fissure - Maillage non déformé (à gauche) et maillage déformé (à droite).	162
4.20 Simulation EL30A6 avec $p = 100 \times p_0$ - Contrainte circonférencielle $\sigma_{\theta\theta}$ et trajet de fissure - Maillage non déformé à gauche et maillage déformé à droite.	163
4.21 Comparaison du trajet de fissure expérimental et numérique (avec mass scaling) - Essai EL30A6.	164
4.22 Superposition du trajet de fissure expérimental et numérique (avec mass scaling) - Essai EL30A6.	164
4.23 Simulation EL20A6 - Dimensions (mm) et conditions aux limites.	165
4.24 Chargement en pression pour la simulation de l'essai EL20A6.	166
4.25 Simulation EL20A6 - Contrainte circonférencielle $\sigma_{\theta\theta}$ et trajet de fissure - Maillage non déformé à gauche et maillage déformé à droite.	167
4.26 Simulation EL20A6 avec $p = 100 \times p_0$ - Contrainte circonférencielle $\sigma_{\theta\theta}$ et trajet de fissure - Maillage non déformé à gauche et maillage déformé à droite.	167
4.27 Confrontation de la déformation orthoradiale expérimentale et numérique à la position de la jauge J1 - Essai EL20A6.	168
4.28 Confrontation de la déformation orthoradiale expérimentale et numérique à la position de la jauge J2 - Essai EL20A6.	168
4.29 Comparaison du trajet de fissure expérimental et numérique (avec mass scaling) - Essai EL20A6.	169
4.30 Superposition du trajet de fissure expérimental et numérique (avec mass scaling) - Essai EL20A6.	169
4.31 Modèle ALE de la simulation d'un essai NYMPHEA en plaque rigide - Phase préliminaire d'obtention du chargement en pression à appliquer sur l'éprouvette [DCNS].	171
4.32 (a) Évolution de la détonation - (b) Évolution temporelle des pressions relevées dans chacune des zones définies sur la plaque.	171
4.33 Géométrie, maillage et zones d'application de la pression pour les simu- lations des essais NYMPHEA.	172
4.34 Pressions moyennes pour une charge de x kg à D mm.	173
4.35 Pressions moyennes pour une charge de x kg à 2D mm.	173
4.36 Comparaison de la flèche expérimentale et numérique - Charge x kg pla- cée à D mm.	174

4.37	Résultats des mesures de déformation ARGUS - Charge x kg placée à D mm.	175
4.38	Déformation plastique cumulée numérique - Charge x kg placée à D mm..	175
4.39	Comparaison essai/simulation - charge x kg à D mm préfissure 40mm. . .	177
4.40	Comparaison essai/simulation - x kg à D mm préfissure 80mm.	177
4.41	Comparaison essai/simulation - x kg à D mm préfissure 160mm.	178
4.42	Comparaison essai/simulation - x kg à 2D mm préfissure 40mm.	179
4.43	Comparaison essai/simulation - x kg à 2D mm préfissure 80mm.	180
4.44	Comparaison essai/simulation - x kg à 2D mm préfissure 160mm.	181
4.45	Influence du décentrage de la préfissure - x kg à D mm préfissure 80mm - Maillage non déformé.	182
4.46	Influence de la taille de maille - x kg à 2D mm préfissure 40mm.	183
4.47	Simulation avec taille de maille 5mm (à gauche) et 2mm (à droite) - x kg à D mm préfissure 40mm.	183
4.48	Schéma du couplage de deux méthodes : le domaine en forme de poire utilise un modèle de dynamique moléculaire et la zone grisée représente la zone du couplage pour faire le lien avec les éléments finis - Tiré de [AUB 10].	189
49	Processus de mesure de déformation avant essai.	192
50	Prise de clichés sur l'éprouvette après essai.	193
51	Déformations résiduelles pour les essais EX45A6 (a) et EL30A6 (b). . . .	193
52	Scanner ATOS Core : Projection des franges avec visée stéréoscopique. .	194
53	Reconstitution de la géométrie tridimensionnelle (résolution 10 μ m). . .	195
54	Epaisseur de l'éprouvette à partir du fichiers STL de digitalisation. . . .	195
55	Déformée de l'éprouvette C14A5.	196
56	Déformée de l'éprouvette CLA5.	196
57	Déformée de l'éprouvette CXA5.	196
58	Modèle numérique du dispositif expérimental [CAL 11].	198
59	Positionnement de l'encastrement dans la simulation.	199
60	Simulation de l'essai C14A5 avec l'interaction fluide structure. Visuali- sation à droite sans le cylindre.	200
61	Positions des pressions relevées sur la membrane lors de la simulation. . .	200
62	Comparaison simulation/essai de la pression au niveau du capteur. . . .	201
63	Pressions mesurées dans la simulation au niveau du capteur et de la mem- brane en deux points différents.	201

Liste des tableaux

2.1	Points d'integration du Q4GS.	56
2.2	Résumé des différents schémas numériques de Newmark.	58
2.3	Valeur minimum du pas de temps critique normalisé en fonction de la matrice masse utilisée pour un élément X-FEM - Éléments poutres et triangles.	63
2.4	Données nécessaires pour localiser la fissure.	68
2.5	Paramètres matériaux utilisés pour la simulation du cas test à fissure fixe.	70
2.6	Paramètres matériaux de l'acier Maraging utilisés pour l'expérience de Kalthoff.	99
2.7	Paramètres du modèle de transition traction/cisaillement de l'acier Maraging.	100
3.1	Paramètres du modèle viscoplastique de Johnson Cook pour l'acier des éprouvettes.	108
3.2	Caractéristiques des essais Nympha avec entaille.	139
4.1	Paramètres matériaux de la structure chargée en mode III.	149
4.2	Paramètres du critère - Structure chargée en mode III.	149
4.3	Paramètres utilisés pour l'acier constituant les éprouvettes.	153
4.4	Paramètres du critère - Simulation EL30A6.	158
4.5	Paramètres du critère - Simulations NYMPHEA.	176
4.6	Propagation pour une pointe - x kg D mm préfissure 80mm.	176
4.7	Propagation pour une pointe - x kg D mm préfissure 160mm.	178
4.8	Propagation pour une pointe - x kg 2D mm préfissure 40mm.	179
4.9	Propagation pour une pointe - x kg 2D mm préfissure 80mm.	180
4.10	Propagation pour une pointe - x kg 2D mm préfissure 160mm.	181
11	Paramètres acier APX.	198
12	Paramètres de l'eau.	199

Introduction Générale

Contexte de l'étude

Dans de nombreuses situations, les structures militaires navales ou terrestres peuvent être soumises à des chargements violents qui peuvent conduire à la détérioration d'une partie de celles-ci, voire à leurs ruine totale. Ce fût par exemple le cas pour un navire militaire américain le 12 octobre 2000. Alors qu'il était à quai, l'USS Cole fut frappé par une embarcation kamikaze chargée d'explosifs. L'explosion perfora la coque sur 12 mètres de diamètre (Figure 1) et engendra dix-sept victimes et une cinquantaine de blessés.



FIGURE 1: l'USS Cole remorqué après l'attaque d'une embarcation chargée d'explosif.

Un cas similaire d'offensive asymétrique faisant intervenir une embarcation terroriste s'est produit sur un pétrolier français en octobre 2002. L'explosion ouvrit une brèche d'environ huit mètres au niveau de la ligne de flottaison (Figure 2) et entraîna un important incendie. Un marin de l'équipage mourut dans l'attaque et douze autres furent blessés. A noter que l'attaque ne visait pas le pétrolier, mais une frégate américaine qui était à proximité.



(a) Dégâts sur la coque



(b) Zoom sur la zone endommagée

FIGURE 2: Images de la coque du pétrolier français Limburg à la suite d'une attaque au contact.

Pour ces navires, c'est l'onde de pression émanant de l'explosion à proximité du bâtiment qui provoque la propagation de fissures en dynamique rapide du fait du chargement intense et rapide (quelques millisecondes). La présence de défauts structurels initiaux peut d'autant plus favoriser cette propagation.

Alors que dans les cas de l'USS Cole et du Limburg les dégâts restent relativement localisés (FIG.1 et 2), il peut également arriver qu'une fissure se propage sur la totalité du navire. C'est par exemple le cas de l'USS Samuel B. Roberts qui percuta en 1988 une mine générant la découpe quasi totale d'un tronçon de ce navire (voir FIG.3 et 4).



FIGURE 3: Dégâts causés par la mine sous la coque de l'USS Samuel B. Roberts.



FIGURE 4: Propagation d'une fissure sur le pont de l'USS Samuel B. Roberts.

Enjeux industriels

Dans ce contexte de vulnérabilité militaire, l'industriel doit garantir la fonction de navigation du navire ainsi que l'intégrité des zones sensibles telles que les lieux de stockage des munitions. Réaliser des essais à l'échelle de la structure du navire représenterait un coût considérable et c'est pourquoi DCNS veut être capable de simuler numériquement ce type d'attaque.

Actuellement, les méthodes classiques pour analyser la tenue des structures sous des chargements extrêmes sont très dépendantes de la taille de maille du modèle. Les critères retenus en bureau d'études sont généralement basés sur un endommagement ou une déformation plastique critique qui nécessitent à la fois un savoir-faire spécifique dans le domaine, des études de sensibilité du maillage et des maillages extrêmement fins pour être prédictifs.

Cadre et objectif de la thèse

De nouvelles approches basées sur la méthode des éléments finis enrichis permettent de traiter de manière plus souple et appropriée la fissuration de structure. La méthode actuellement développée permet de traiter des problématiques de propagation de fissure sur des structures de petites tailles et volumiques. Cependant, la propagation sur de grandes longueurs avec des modèles volumiques demande une puissance de calcul importante, souvent inaccessible dans le cadre industriel.

L'objectif de cette thèse est de s'appuyer sur ces avancées récentes en simulation

numérique pour envisager des calculs de propagation de fissures tridimensionnelles en dynamique rapide dans le cas de matériaux ductiles utilisés dans les structures navales. Cette modélisation doit rester conservative mais suffisamment robuste au regard de l'outil numérique, c'est à dire indépendamment du maillage utilisé pour représenter la structure.

Cette thèse a pour but de coupler des éléments finis de coque avec la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) pour d'une part diminuer la taille des modèles et gagner en temps de calcul, et d'autre part afin de s'affranchir de la dépendance au maillage, . Deux verrous scientifiques doivent être levés afin de pouvoir réaliser des simulations de fissuration sur des grandes longueurs : le couplage coque/X-FEM et le critère de propagation "ductile" couplé à la méthode X-FEM.

L'objectif est l'utilisation de cette méthode numérique pour simuler des propagation de fissures dans un code de calcul industriel. Cette thèse est plus à considérer comme une étude de la faisabilité et de l'efficacité du couplage coque/X-FEM. Toutefois, l'ensemble des choix de développements sont réalisés en gardant à l'esprit le contexte industriel. Les travaux sont réalisés dans le code de calcul de dynamique explicite EUROPLEXUS (EPX) du Commissariat à l'Energie Atomique (CEA). Les codes industriels tels que Abaqus ou LS-Dyna n'offrent en effet pas la même flexibilité du point de vue du développement car ils ne permettent pas l'accès aux fichiers sources, contrairement au code de recherche EPX.

Organisation du manuscrit

Le premier chapitre introduit tout d'abord les définitions et concepts de la mécanique de la rupture qui serviront dans l'ensemble de ce manuscrit. Les différentes manières qui existent dans la littérature pour décrire les structures dites minces sont ensuite explorées, avec les concepts généraux et les hypothèses de base associées. Enfin on présente un état de l'art des méthodes numériques qui permettent de représenter de la fissuration.

Le deuxième chapitre traite du couplage entre les éléments finis de coque qui ont été choisis et la méthode des éléments finis étendus. Il est également question du choix et de l'implémentation du critère de propagation adapté aux coques.

Le troisième chapitre est consacré aux essais expérimentaux qui serviront de validation du modèle numérique proposé. Il décrit le cadre des essais réalisés sur tour de crash à l'ONERA de Lille ainsi que les différents résultats obtenus. Des essais d'explosion au contact réalisés sur des plaques de dimension plus importante sont ensuite présentés.

Enfin, le dernier chapitre présente des simulations issues de la littérature ainsi que les simulations des essais expérimentaux réalisés.

Chapitre 1

Étude bibliographique

Sommaire

1.1	Introduction	6
1.2	Mécanique de la rupture	10
1.2.1	Concepts de base et définitions	10
1.2.2	Critères de propagation	14
1.2.3	Critères de direction de propagation	19
1.2.4	Vitesse de propagation	21
1.3	Modélisation éléments finis d'une structure mince	23
1.3.1	Discretisation par la méthode des éléments finis	23
1.3.2	Cadre d'utilisation des coques	26
1.3.3	Théorie de Kirchhoff-Love	31
1.3.4	Théorie de Mindlin-Reissner	32
1.3.5	Verrouillage numérique	34
1.3.6	Quelques éléments finis de coques classiques	37
1.4	Modélisation numérique de la propagation de fissure	38
1.4.1	Méthodes non basées sur les éléments finis	38
1.4.2	Méthodes basées sur les éléments finis classiques	40
1.4.3	Méthodes basées sur la partition de l'unité	45
1.4.4	Méthodes diffuses	48
1.5	Conclusion	50

1.1 Introduction

Après une brève introduction sur les différents types de rupture qui peuvent intervenir en fonction du matériau et du chargement considéré, les principes généraux de la mécanique de la rupture qui permettent d'accéder aux différents critères de propagation employés dans ces travaux sont exposés. Ensuite sont abordés les différents aspects de la modélisation par éléments finis d'une structure mince. Enfin, une dernière partie présente les méthodes numériques qui existent actuellement pour représenter puis faire propager une fissure. On décrira notamment la méthode des éléments finis étendus.

Qu'est-ce que la rupture ?

Les mécanismes de rupture observés sont très variés et fortement dépendant du matériau et de l'essai comme on peut le voir figure 1.1. Par exemple lors d'un essai de traction sur acier, on va d'abord observer un phénomène dit de striction qui se caractérise par un rétrécissement de la section de l'éprouvette. La rupture intervient ensuite par une séparation en deux de l'éprouvette dans le sens transversal. Pour un essai de compression d'un composite dans la direction des fibres, la rupture a pour origine une décohésion de celles-ci. Pour un béton en compression, la rupture se traduit par l'apparition d'un réseau de fissures longitudinales alors que dans un essai de traction elle consiste essentiellement en une fissure unique transversale.



FIGURE 1.1: État final de différentes éprouvettes après un essai uniaxial (tiré de [MAR 12]).

Une classification du comportement et de la rupture des matériaux peut être proposée à partir des différences observées dans des essais uniaxiaux. Lorsqu'un matériau comme le béton voit sa contrainte rapidement chuter vers 0 après la phase élastique, il est qualifié de *fragile*. Alors qu'un matériau comme l'acier à température ambiante peut supporter des déformations importantes avant de rompre, il est dit *ductile*. Entre les deux, on

trouve des matériaux dits *quasi-fragiles* pour lesquels les déformations plastiques restent confinées à une zone restreinte proche de la singularité.

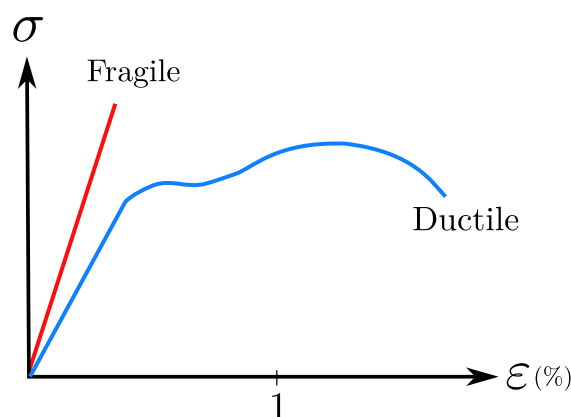


FIGURE 1.2: Réponses schématiques de différents matériaux dans un essai de traction uniaxiale.

Cependant cette distinction fragile-ductile ne permet ni de caractériser un matériau donné, ni de classer l'ensemble des matériaux car leurs réponses peuvent fortement dépendre de deux paramètres : la température et la vitesse de déformation. Ainsi, un métal qui est ductile à température ambiante peut devenir fragile à basse température. Cette transition fragile-ductile, longtemps méconnue ou mésestimée est d'ailleurs à la base de plusieurs accidents dont les célèbres Liberty ships (voir FIG.1.3). Ces cargos construits durant la Seconde Guerre mondiale qui naviguaient dans l'Atlantique Nord étaient exposés à des températures inférieures à la température de transition, faisant passer le matériau de la coque d'un état ductile à un état fragile à cause d'une chute sensible de la ténacité. Au total, plus de 200 navires sur les 5000 construits ont subi des dégâts importants.

Les différents types de ruptures peuvent être classés selon deux méthodes distinctes : la première prend en compte leur cinétique (FIG.1.4) et la seconde s'appuie sur les observations microstructures (FIG.1.5).

Les ruptures ductiles sont toujours caractérisées par la présence d'une importante zone déformée plastiquement. Elles font apparaître une surface mate en relief accompagnée d'une zone de striction si la sollicitation est de traction. On ne distingue pas de zone d'amorçage précise ni de direction de propagation nette. L'analyse microscopique du faciès révèle de nombreuses cupules et éventuellement des inclusions. Ces ruptures sont *transgranulaires* (voir FIG.1.6).

Les ruptures fragiles sont exemptes de déformations plastiques. Leur surface est plane et brillante. On ne distingue ni zone d'amorçage ni direction de propagation. Leur origine



FIGURE 1.3: Photographie d'un Liberty ship dont la coque est rompue en deux.

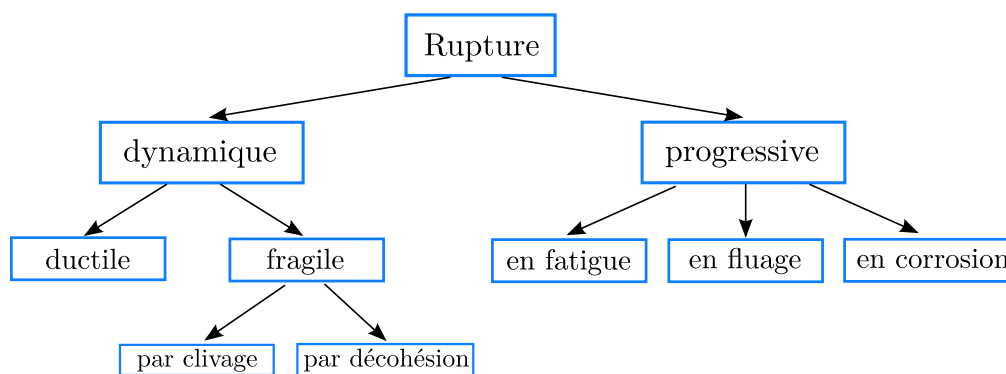


FIGURE 1.4: Classement des ruptures selon leur cinétique.

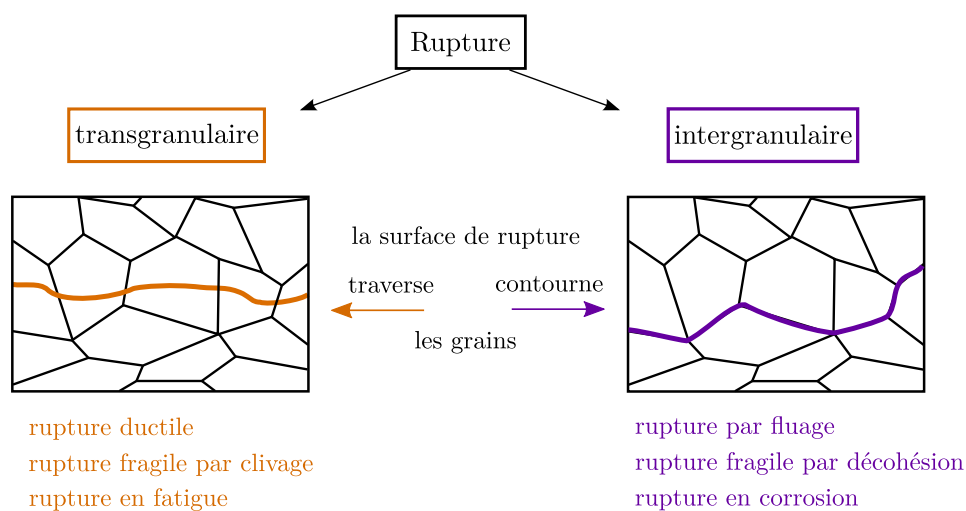


FIGURE 1.5: Classement des ruptures selon leur observation.

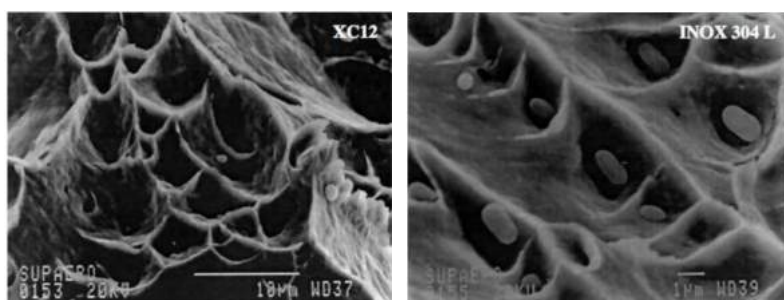


FIGURE 1.6: Faciès d'une rupture ductile avec présence de cupules (à gauche) et d'inclusions (à droite). (tiré de [LOU 14]).

peut trouver sa source dans plusieurs mécanismes physiques. Le mécanisme de clivage est lui aussi transgranulaire. À l'échelle microscopique, on note la présence de plans et de rivières de clivage comme on peut le voir figure 1.7.

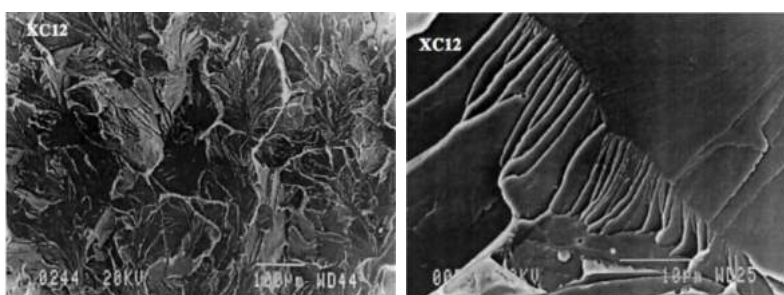


FIGURE 1.7: Faciès d'une rupture fragile par clivage (tiré de [LOU 14]).

Les mécanismes de décohésion présentent un aspect globalement plan et ne font pas apparaître de zone d'amorçage et de direction de propagation. À l'échelle microscopique, elles font apparaître des polyèdres juxtaposés correspondant à la surface des grains définissant le faciès de rupture. Cela est dû au fait que ces ruptures sont *intergranulaires*. Des phases fragilisantes peuvent apparaître au niveau de la surface de rupture. Bien souvent, des fissures secondaires sont observées (voir FIG.1.8).

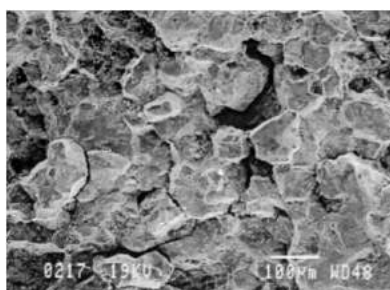


FIGURE 1.8: Rupture fragile par décohésion (tiré de [LOU 14]).

1.2 Mécanique de la rupture

Cette partie présente les notions théoriques de la mécanique de la rupture. Après un bref historique, les hypothèses de bases sont rappelées puis les différentes approches pour traiter la propagation de fissure sont exposées.

1.2.1 Concepts de base et définitions

La mécanique de la rupture a pour objet d'étudier et de prédire l'amorçage et la propagation de fissures. Seule, elle ne permet pas de modéliser le scénario entier de ruine de la structure avec notamment la phase de localisation. En revanche, à partir d'un défaut existant, la mécanique de la rupture permet d'obtenir des résultats satisfaisant avec une modélisation grossière.

Historiquement, cette branche de la mécanique s'est fortement développée au début du XX^e siècle alors que les industriels tentaient de prévoir si les défauts présents dans les structures présentaient des risques de propagation de fissures.

La rupture est caractérisée par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties de part et d'autre d'une interface A (FIG. 1.9).

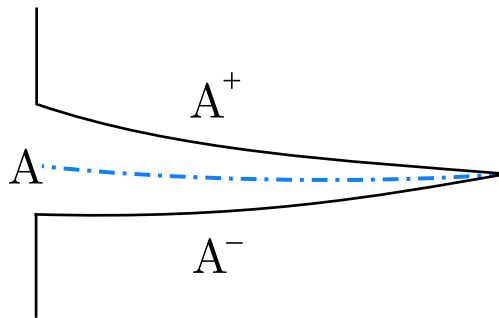


FIGURE 1.9: Séparation d'un milieu de part et d'autre d'une Interface A .

Cette séparation est appelée *fissure* et modifie les champs de déplacements, de déformations et de contraintes. La discontinuité du champ de déplacement se caractérise par un saut de déplacement $[u_i] = u_i^+ - u_i^-$. D'un point de vue cinématique, on peut définir trois modes de rupture comme présenté sur la figure 1.10 :

- le mode I ou mode d'ouverture : le déplacement est perpendiculaire au plan de la fissure,
- le mode II ou mode de cisaillement plan : le déplacement est parallèle au plan de la fissure et normal au front,
- le mode III ou mode de cisaillement antiplan : le déplacement est parallèle au plan de la fissure et au front.

Bien souvent, la fissure se propage suivant une combinaison de ces modes. On parle alors de mixte.

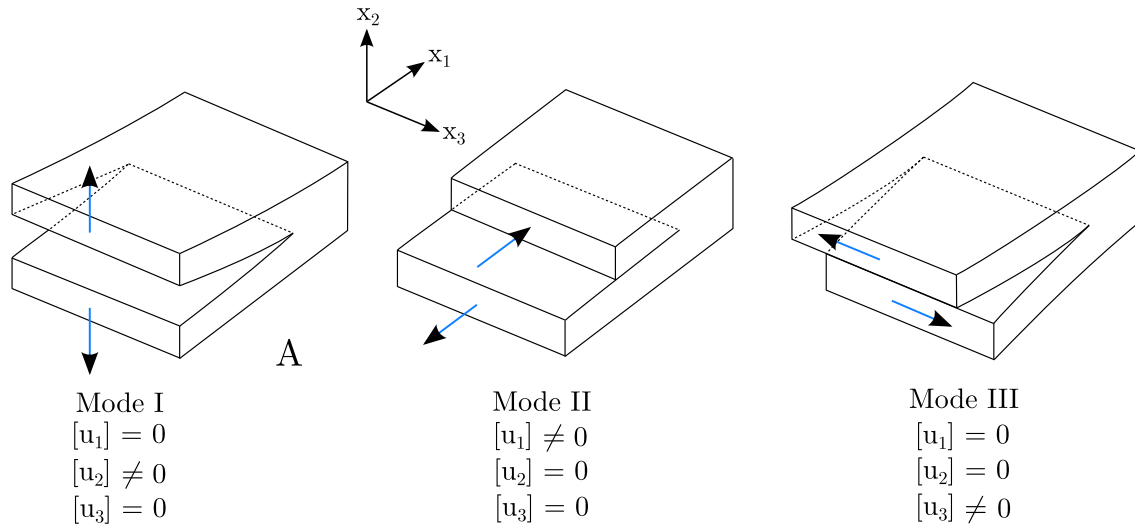


FIGURE 1.10: Modes de rupture.

Inglis [ING 13] est le premier à réaliser des études pour évaluer les concentrations de contraintes dans le voisinage d'une pointe de fissure. Il a notamment résolu analytiquement le cas élastique d'un trou elliptique dans une plaque soumise à un chargement uniforme. En faisant tendre le rayon de courbure vers zéro, ses résultats lui ont permis de conclure à une contrainte infinie en pointe d'une fissure très fine. Ces travaux sont à la base de l'analyse asymptotique.

1.2.1.1 Approche énergétique et analyse asymptotique

C'est cette divergence du champ contrainte en pointe de la fissure qui a motivé Griffith [GRI 21] à entreprendre une approche énergétique de la mécanique de la rupture. Il fait notamment le lien entre la perte d'énergie du système et l'avancée de la fissure en élasticité linéaire.

L'énergie ainsi dépensée pour permettre l'accroissement d'une fissure d'une aire dA est appelée taux de restitution de l'énergie et noté G en l'honneur de Griffith. Le comportement de la fissure se caractérise donc par le transfert de l'énergie potentielle E_p de la structure en énergie de décohésion caractérisée par γ au voisinage de la pointe.

$$G = -\frac{dE_p}{dA} = 2\gamma. \quad (1.1)$$

L'analyse locale en élasticité linéaire permet de montrer l'existence d'une solution asymptotique singulière pour les champs mécaniques. Irwin a alors proposé de définir des facteurs quantifiant l'intensité de la singularité des contraintes [IRW 56]. Ainsi pour un

chargement statique (ou quasi-statique) ces facteurs sont utilisés pour déterminer l'intensité de la singularité aussi bien en terme de contraintes que de déplacements. Ces facteurs sont appelés *facteurs d'intensité des contraintes* et sont définis pour chaque mode élémentaire de rupture :

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{22}(\theta = 0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \llbracket u_2(\theta = \pi) \rrbracket, \quad (1.2)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{12}(\theta = 0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{k+1} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \llbracket u_1(\theta = \pi) \rrbracket, \quad (1.3)$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{23}(\theta = 0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \llbracket u_3(\theta = \pi) \rrbracket, \quad (1.4)$$

où $\llbracket u_i(\theta = \pi) \rrbracket = u_i(\theta = \pi) - u_i(\theta = -\pi)$ sont les sauts de déplacements au passage de la discontinuité et k la constante de Kolosov, telle que :

$$k = \begin{cases} 3 - 4\nu & \text{en déformations planes,} \\ \frac{3-\nu}{1-\nu} & \text{en contraintes planes.} \end{cases} \quad (1.5)$$

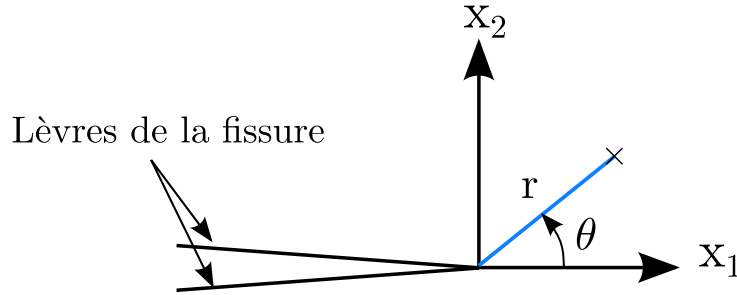


FIGURE 1.11: Repère local en pointe de fissure.

On peut également introduire ces facteurs dans l'expression des solutions analytiques en pointe de fissure. En élasticité plane, l'approche de Westergaard reprise par Bui [BUI 78] permet d'obtenir les déplacements et les contraintes au voisinage du front à l'aide des fonctions d'Airy :

$$u_1(r, \theta) = \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) (k - \cos\theta) + K_{II} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (k + \cos\theta + 2) \right], \quad (1.6)$$

$$u_2(r, \theta) = \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) (k - \cos\theta) - K_{II} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) (k + \cos\theta - 2) \right], \quad (1.7)$$

$$u_3(r, \theta) = \frac{2}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} K_{III} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (1.8)$$

L'expression des contraintes exprimées dans le repère cylindrique centré en pointe de fissure donne :

$$\sigma_{rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left[5 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left[5 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3 \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right], \quad (1.9)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left[3 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left[3 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3 \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right], \quad (1.10)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3 \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right], \quad (1.11)$$

$$\sigma_{rz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (1.12)$$

$$\sigma_{\theta z} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (1.13)$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}) & \text{en déformation plane,} \\ 0 & \text{en contrainte plane,} \end{cases} \quad (1.14)$$

Irwin a également permis de directement relier les facteurs d'intensité des contraintes au taux de restitution de l'énergie :

$$G = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E^*} + \frac{K_{III}^2}{2\mu}, \quad (1.15)$$

$$\text{avec } \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{et} \quad E^* = \begin{cases} \frac{E}{1-\nu^2} & \text{en déformations planes,} \\ E & \text{en contraintes planes.} \end{cases}$$

Limités jusqu'alors aux ruptures des matériaux fragiles, Irwin [Irwin60] a ensuite étendu le concept de Griffith aux matériaux quasi fragiles en utilisant la plasticité pour majorer la valeur du champ de contrainte en pointe de fissure.

En 1968, Rice [RIC 68b] a introduit le concept de l'intégrale J permettant d'évaluer le taux de restitution de l'énergie G . L'intégrale J utilise un contour fermé Γ qui entoure la pointe de fissure, comme illustré figure 1.12. Cette intégrale est un invariant indépendant du contour Γ choisi, ce qui est un résultat important pour les méthodes numériques. Cela permet d'évaluer G avec des informations situées loin de la pointe de fissure qui perturbe sensiblement la qualité des champs calculés dans son voisinage.

Le passage à la dynamique, avec la prise en compte des effets d'inertie tant sur le mouvement de la structure que sur celui de la fissure est réalisé par Craggs [CRA 60] et par Freund [FRE 72]. Ces travaux ont permis de généraliser les concepts de la mécanique de la rupture à des phénomènes transitoires. On peut parler de rupture dynamique lorsque le chargement est rapide comme c'est le cas lors d'un crash, ou bien lorsque la vitesse de propagation de la fissure est non négligeable par rapport aux vitesses des ondes dans le matériau. Lors d'une propagation dynamique, il devient nécessaire de différencier le facteur d'intensité des contraintes et le facteur d'intensité des déplacements.

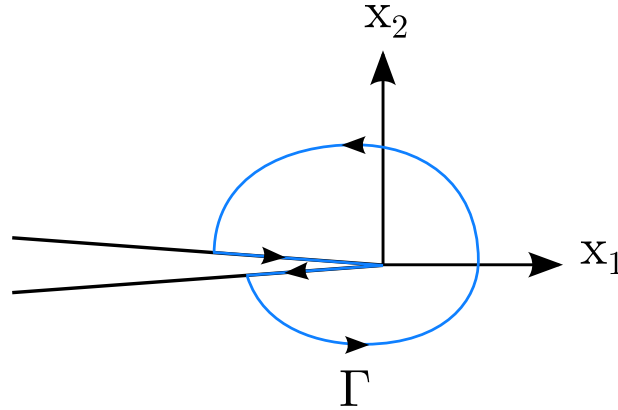


FIGURE 1.12: Contour pour l'intégrale J.

1.2.2 Critères de propagation

1.2.2.1 Mécanique linéaire de la rupture

Pour la propagation d'une fissure donnée, il existe une valeur critique du facteur d'intensité des contraintes notée K_c qui est directement reliée à la ténacité du matériau. La ténacité est la capacité d'un matériau à résister à la propagation d'une fissure et se mesure en $MPa\sqrt{m}$. On peut la définir comme étant la quantité d'énergie qu'un matériau peut absorber avant de rompre. C'est une propriété matériau indépendante de la géométrie de l'éprouvette qui se détermine expérimentalement. Ainsi, pour un essai sollicitant une éprouvette en mode I, il y a initiation de la fissure lorsque $K_I = K_{Ic}$.

De la même manière, on peut définir un taux de restitution de l'énergie critique, noté $G_c = 2\gamma$, qui s'apparente à un seuil pour l'initiation de la propagation de fissure. Le critère de propagation de Griffith est donc formulé de la manière suivante :

- $G < G_c$ absence de propagation,
- $G = G_c$ initiation ou propagation stable,
- $G > G_c$ propagation instable.

Ces deux approches en taux de restitution et en intensité des contraintes sont équivalentes. On peut passer de l'un à l'autre par la formule suivante en mode I :

$$G_c = \frac{(K_{Ic})^2}{E^*}. \quad (1.16)$$

Dans le cas des modes mixtes, la relation devient :

$$G_c = \frac{(K_{Ic})^2 + (K_{IIc})^2}{E^*} + \frac{(K_{IIIc})^2}{2\mu}, \quad (1.17)$$

$$\text{avec } \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{et} \quad E^* = \begin{cases} \frac{E}{1-\nu^2} & \text{en déformations planes,} \\ E & \text{en contraintes planes.} \end{cases}$$

1.2.2.2 Mécanique élasto-plastique de la rupture

Pour les matériaux au comportement fortement non linéaire tels que les matériaux ductiles, la mécanique linéaire élastique de la rupture ne suffit plus et il faut alors se placer dans le cadre de la mécanique élasto-plastique de la rupture. Différents modèles permettent de prévoir la propagation d'une fissure

Crack Tip Opening Displacement (CTOD) Wells [WEL 61] puis Cotterel [COT 62] ont introduit la notion de CTOD (crack-tip opening displacement) qui établit un critère de propagation basé sur l'ouverture en pointe de fissure pour des matériaux élasto-plastiques. Lorsque la contrainte en pointe de fissure atteint une valeur critique, la fissure commence à propager. La CTOD notée δ est décrite comme cette séparation des lèvres de la fissure. Lorsqu'elle atteint une valeur critique notée δ_c , la fissure propage.

Intégrale-J Rice [RIC 68a, RIC 68b] a lui adapté le concept d'intégrale J afin d'évaluer le taux de restitution de l'énergie pour les matériaux non linéaires. Contrairement au cas linéaire élastique, la séparation des lèvres de la fissure n'est plus la seule cause de dissipation d'énergie. Une partie de l'énergie est en effet dépensée dans le phénomène de plasticité. L'idée de Rice est de considérer le matériau non pas comme élasto-plastique mais élastique non linéaire. Comme on peut le voir figure 1.13, les deux types de comportement sont identiques tant qu'il n'y a pas de décharge. Le matériau élasto-plastique laisse en effet une déformation plastique qui est non réversible si le chargement est retiré.

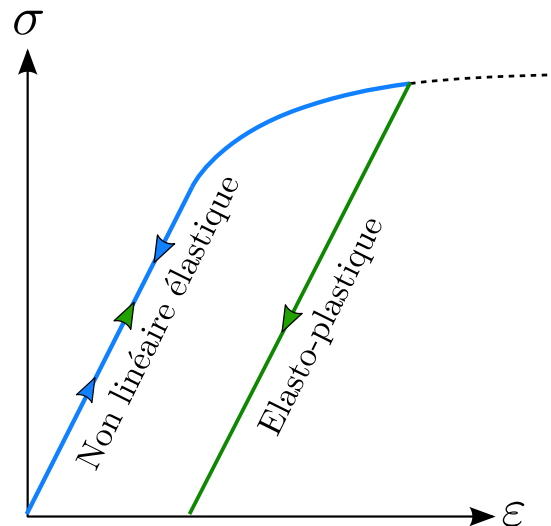


FIGURE 1.13: Courbe de traction d'un matériau élastique non linéaire et d'un matériau élasto plastique.

Ainsi, l'intégrale J proposée par Rice reste valide et indépendant du contour Γ tant qu'il n'y a pas de décharge. Lorsque la fissure a propagé cette hypothèse de non décharge

n'est plus vérifiée en arrière de la pointe. En avant, cette hypothèse reste raisonnable. Il en résulte que l'indépendance au contour n'est plus garantie.

Approche locale en pointe de fissure D'autres critères basés sur l'analyse des champs mécaniques locaux existent. On peut citer les travaux de Ritchie, Knott et Rice sur la rupture par clivage [RIT 73], basés sur l'observation des grandeurs mécaniques à une distance r_c en avant de la pointe de fissure. Il y a alors propagation si la contrainte locale d'ouverture en ce point amont est supérieure à une contrainte critique. Il a été montré que ce critère RKR n'était pas complètement satisfaisant car très dépendant de la distance r_c . De plus, les contraintes locales oscillent fortement en dynamique rendant le critère plus "aléatoire".

Jirásek [JIR 98] propose de moyenner les grandeurs en pointe de fissure. L'idée n'est pas de délocaliser le tenseur des contraintes comme dans l'approche non-locale de type Pijaudier-Cabot et Bazant [PIJ 87] pour l'endommagement, mais de s'affranchir de possibles erreurs numériques locales en intégrant les contraintes sur une petite zone et en les pondérant d'une fonction poids qui dépend de la distance à la pointe de fissure. Dans les travaux de Wells [WEL 01] et Remmers [REM 03] cette zone est un disque en pointe de fissure de rayon égal à trois fois la taille d'un élément. La fonction de pondération choisie est de la forme d'une Gaussienne w et est définie par l'équation 1.18 (voir FIG.1.14) :

$$w(r) = \exp\left(-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right). \quad (1.18)$$

Le tenseur des contraintes moyenné $\tilde{\sigma}_{ij}$ se calcule donc avec l'équation 1.19 :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\int_D \sigma_{ij}(M) e^{-\left(\frac{r}{R}\right)^2} dS_M}{\int_D e^{-\left(\frac{r}{R}\right)^2} dS_M}, \quad (1.19)$$

Ainsi, plus un point d'intégration (lieu de calcul de la contrainte) est proche de la pointe de fissure, plus le poids qui lui est associé est important. La distance R sur laquelle le tenseur des contraintes est moyenné introduit une notion de distance caractéristique comme le critère RKR. Elle doit être choisie ni trop grande pour suffisamment caractériser l'état en pointe de fissure, ni trop faible pour définir une zone de dimension raisonnable par rapport à la taille d'un élément. En général on prend R pris égal à un nombre entier d'éléments.

Le critère est ensuite formulé en considérant qu'il y a propagation lorsque la contrainte principale maximale associée à $\tilde{\sigma}_{ij}$ est supérieure à une valeur critique notée σ_{Ic} . L'intérêt de cette méthode est qu'elle est utilisable à la fois pour un comportement linéaire ou non linéaire du matériau, mais elle nécessite d'identifier σ_{Ic} . Des travaux récents [PRA 07, MEN 07, HAB 12b, SAI 14] sont basés sur l'utilisation de ce critère.

Fracture Process Zone Enfin, le caractère non linéaire du matériau proche de la pointe de fissure peut être modélisé en introduisant la notion de Fracture Process Zone (FPZ).

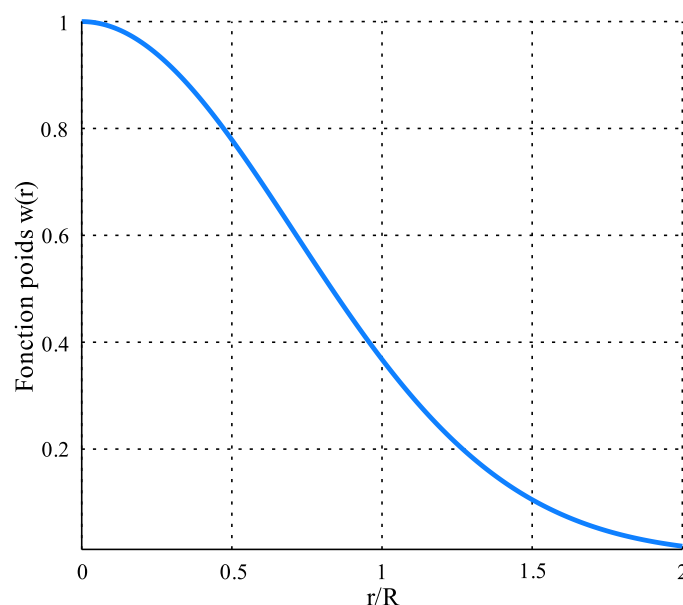


FIGURE 1.14: Fonction poids $w(r)$ en fonction du rapport r/R .

Cette zone peut être définie comme le lieu où les défauts croissent et coalescent pour former la fissure dans le cas d'un matériau ductile. Plutôt que de décrire ce phénomène avec la mécanique de l'endommagement, on peut ajouter au modèle une cohésion entre les lèvres de fissures à l'aide des modèles de zones cohésives introduits par Dugdale [DUG 60] et Barenblatt [BAR 62].

Cette méthode fut d'abord appliquée avec les éléments finis pour réaliser des calculs de propagation de fissures dans le béton [HIL 76], puis de la propagation de fissures dans les matériaux ductiles [NEE 87]. Cette approche est intermédiaire entre les modèles basés sur la mécanique de la rupture utilisant des critères d'amorçage (taux de restitution d'énergie ou critères en contrainte) et ceux utilisant la mécanique continue de l'endommagement. Lorsque la localisation géométrique des fissures potentielles est connue, elle fournit un cadre sûr et robuste pour prédire la cinétique de propagation.

Dans la process zone, une relation dite de traction séparation existe entre les contraintes cohésives et le saut de déplacement entre les lèvres de la fissure. Physiquement, l'aire sous la courbe (FIG. 1.15) représente le travail dissipé par l'ouverture des lèvres identifié comme le taux de restitution d'énergie. Une fissure est alors définie par trois zones, la première correspond à une fissure libre de contrainte, la seconde, appelée zone cohésive, où les forces de cohésion sont non nulles et enfin une zone saine (ou zone de fissuration potentielle) où la contrainte d'amorçage n'a pas été atteinte (voir FIG. 1.16).

Le critère de propagation se fait alors en énergie : il y a propagation lorsque l'énergie apportée est supérieure à celle décrite par la loi de traction-séparation (voir FIG. 1.15) injectée dans la zone cohésive.

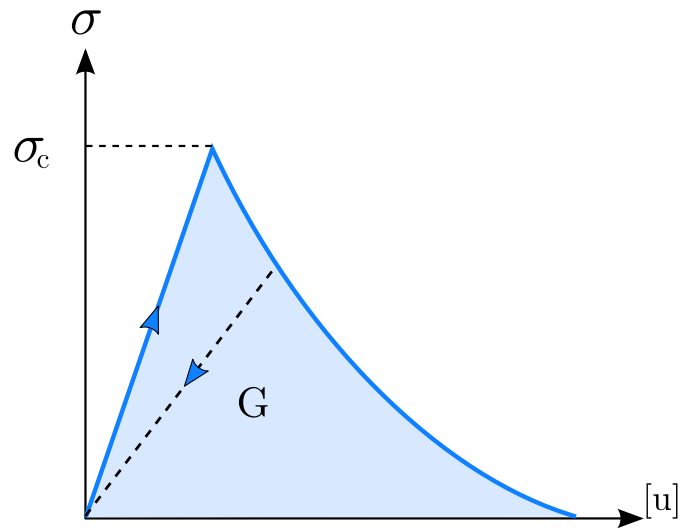


FIGURE 1.15: Loi de traction séparation.

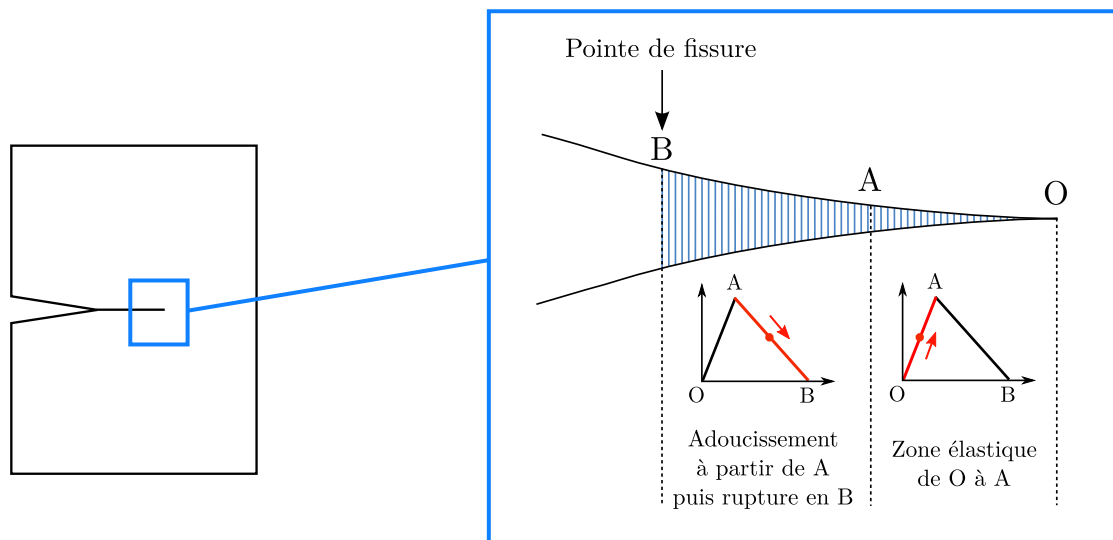


FIGURE 1.16: Schématisation des zones cohésives.

1.2.3 Critères de direction de propagation

Pour simuler la propagation de fissure en se basant sur la mécanique de la rupture, il est nécessaire de formuler un critère sur le choix de la direction. En fonction des conditions de chargement (vitesse, température etc.), les mécanismes qui entrent en jeu au niveau de la microstructure et le type de rupture sont différents (voir 1.1).

1.2.3.1 Comportement linéaire

Maximum de la contrainte d'ouverture En se basant sur les champs asymptotiques présentés dans la partie 1.2.1.1, Erdogan & Sih [ERD 63] proposent un critère simple et intuitif qui postule que la fissure tend à se propager dans la direction qui maximise le mode I. Ce critère est particulièrement adapté aux rupture fragiles par clivage. Ainsi, si on se place dans le repère local cylindrique (FIG.1.17) et qu'on note $\sigma_{\theta\theta}$ la contrainte circonférentielle, la propagation se fait dans la direction θ_c pour laquelle $\sigma_{\theta\theta}$ est maximale à rayon fixé.

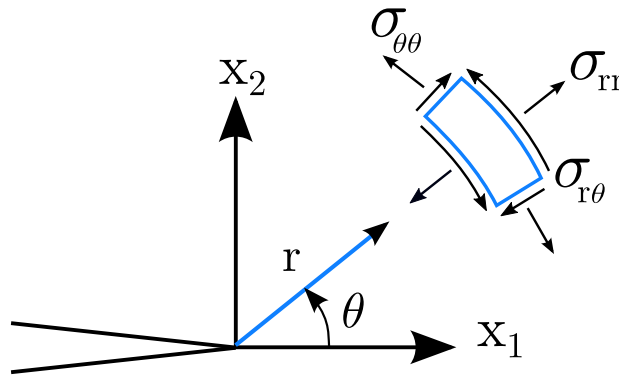


FIGURE 1.17: Repère local cylindrique en pointe de fissure.

Connaissant l'expression du champ de contrainte en pointe de fissure, il s'agit de résoudre l'équation :

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} < 0. \quad (1.20)$$

Dans la mesure où la contrainte circonférentielle maximale est une contrainte principale, la contrainte de cisaillement $\sigma_{r\theta}$ est nulle dans cette direction. On peut donc également trouver θ_c en cherchant la solution de l'équation $\sigma_{r\theta}(\theta_c) = 0$.

En reprenant l'expression de la contrainte de cisaillement plan asymptotique, il vient en 2D :

$$K_I \sin(\theta) + K_{II} (3 \cos(\theta) - 1) = 0, \quad (1.21)$$

ce qui après résolution donne :

$$\theta_c = 2 \arctan \left(\frac{1}{4} \left[\frac{K_I}{K_{II}} - \text{sign}(K_{II}) \sqrt{8 + \left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2} \right] \right). \quad (1.22)$$

Maximum du taux de restitution de l'énergie Les travaux de Erdogan & Sih [ERD 63] étudient également la possibilité d'une propagation suivant la direction qui maximise le taux de restitution de l'énergie G . Hussain [HUS 74] met en équation le calcul de G pour une petite avancée de fissure δ orientée d'un angle θ par rapport à la fissure existante (voir FIG. 1.18). La relation obtenue est la suivante :

$$G(\theta) = \frac{4}{E^*} \left(\frac{1}{3 + \cos^2 \theta} \right)^2 \left(\frac{1 - \frac{\theta}{\pi}}{1 + \frac{\theta}{\pi}} \right)^{\frac{\theta}{\pi}} \times [(1 + 3\cos^2 \theta)K_I^2 + 8\sin \theta \cos \theta K_I K_{II} + (9 - \cos^2 \theta)K_{II}^2], \quad (1.23)$$

avec $E^* = \begin{cases} \frac{E}{1-\nu^2} & \text{en déformations planes,} \\ E & \text{en contraintes planes.} \end{cases}$

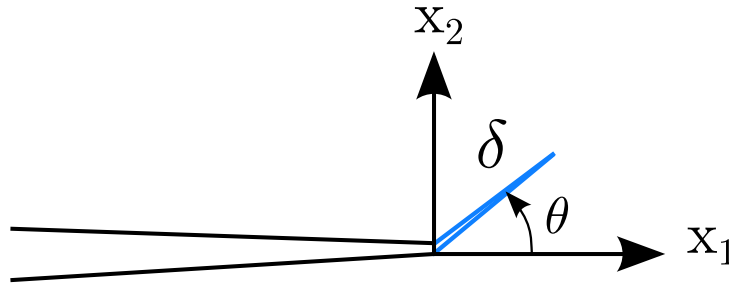


FIGURE 1.18: Calcul de G pour une avancée de δ et d'un angle θ .

L'angle qui maximise le taux de restitution de l'énergie est alors donné par :

$$\frac{\partial G}{\partial \theta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} < 0. \quad (1.24)$$

Minimum de la densité d'énergie de déformation On peut également citer les travaux de Sih [SIH 74] qui propose une direction de propagation suivant le minimum de la densité d'énergie de déformation S .

1.2.3.2 Comportement non linéaire

Perte de stabilité matérielle Une autre approche proposée dans [BEC 02], [SÁN 08] ou [HUE 09] consiste à supposer que la fissure se propage le long des plans de localisation de la déformation. En effet, à l'échelle locale, la perte de stabilité de l'état matériel

induit l'amorçage de la fissure. Cette direction est alors déduite par le biais d'une analyse de bifurcation. Pour identifier la direction de propagation il faut alors avoir accès à l'opérateur tangent ce qui n'est pas toujours immédiat, et étudier la perte d'ellipticité de cet opérateur. Ce critère se base en général sur l'utilisation d'une loi adoucissante comme dans [LIN 09] (loi élasto-plastique avec adoucissement exponentiel) ou dans [CRE 13] (loi élasto-plastique endommageable). Il est plutôt adapté à la propagation de fissure dans des matériaux ductiles.

Maximum de la contrainte de cisaillement Récemment, Haboussa *et al.* ont développé un critère bidimensionnel [HAB 12b] qui stipule qu'en présence d'une plasticité non négligeable en pointe de fissure, la direction de propagation est pilotée par le maximum de la contrainte de cisaillement. En reprenant l'idée originale de facteurs d'intensité de contraintes normalisées introduite par Schölmann *et al.* [SCH 02], ils ont ensuite étendu le critère au cas tridimensionnel [HAB 12a] et choisissent cette fois-ci la direction du maximum de la contrainte de von Mises.

1.2.4 Vitesse de propagation

D'après le critère développé par Erdogan and Sih (voir partie 1.2.3.1), le phénomène de rupture est supposé piloté par l'intensité de la contrainte circonférentielle au voisinage du front de fissure, évaluée en définissant le facteur d'intensité des contraintes circonférentielles $K_{\theta\theta}$:

$$K_{\theta\theta} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{\theta\theta}. \quad (1.25)$$

Ce FIC est maximal pour l'angle θ_c présenté équation 1.22.

Tant que $K_{\theta\theta}$ reste inférieur à une valeur seuil K_{Id} appelée ténacité dynamique d'initiation, la rupture ne peut pas s'initier. Lorsque ce critère est atteint, la direction du maximum des contraintes circonférentielles θ_c définit la direction effective de propagation. Le critère d'initiation s'écrit :

$$K_{\theta\theta} < K_{Id} \quad \text{pas d'initiation,} \quad (1.26)$$

$$K_{\theta\theta} = K_{Id}, \quad \theta = \theta_c \quad \text{initiation.} \quad (1.27)$$

Après l'initiation, une autre valeur critique notée $K_{1D}(\dot{a})$ est utilisée. Il s'agit de la ténacité dynamique de propagation au dessus de laquelle une avancée de fissure est produite. Cette propagation reste effective tant que $K_{\theta\theta}$ est supérieur à la ténacité dynamique d'arrêt notée K_{Ia} . Le critère de propagation peut être exprimé de la manière suivante :

$$K_{\theta\theta} \geq K_{Ia}, \quad K_{\theta\theta} = K_{1D}(\dot{a}) \quad \text{propagation.} \quad (1.28)$$

Ces différentes valeurs critiques sont abordées et caractérisées expérimentalement par Grégoire *et al.* [GRE 07].

Il faut alors choisir une loi d'évolution de la propagation, c'est-à-dire une expression reliant ce facteur d'intensité des contraintes (ou le taux de restitution de l'énergie) à la vitesse d'avancée de la fissure $\dot{a}$. Les nombreuses expériences réalisées par le passé ont montré qu'il existe une vitesse limite d'avancée du front de fissure et que cette vitesse croît avec $K_{\theta\theta}$. Ainsi Kanninen et Popelar [KAN 85] proposent une expression du type :

$$K_{\theta\theta} = \frac{K_{Ic}}{1 - \frac{\dot{a}}{c_R}}, \quad (1.29)$$

où c_R est la célérité des ondes de Rayleigh et K_{Ic} un paramètre matériau à déterminer empiriquement.

La vitesse de propagation de la fissure s'écrit donc simplement :

$$\dot{a} = \left(1 - \frac{K_{Ic}}{K_{\theta\theta}}\right) c_R. \quad (1.30)$$

Synthèse

Différentes approches de modélisation de la rupture ont été présentées dans cette partie, certaines permettant d'appréhender une rupture en traction ou en cisaillement. On pourra observer que ces travaux, bien que proposant de modéliser les deux types de rupture, ne permettent pas le passage automatique de l'un à l'autre en cas de propagation. C'est pour cette raison que nous avons fait le choix dans cette thèse de retenir l'approche de Haboussa *et al.* qui bien que simplifiée permet une telle bascule.

1.3 Modélisation éléments finis d'une structure mince

Cette deuxième partie de l'étude bibliographique porte sur les aspects généraux concernant les éléments finis de coques. Après avoir rappelé succinctement les étapes de la résolution par éléments finis et introduit quelques notations, les hypothèses, la cinématique et les précautions relatives à l'utilisation des éléments finis de coques sont présentés.

1.3.1 Discrétisation par la méthode des éléments finis

Cette partie n'a pas pour objectif de rappeler la théorie des éléments finis mais de fournir des éléments pour une meilleure compréhension des paragraphes suivants. Elle permet également d'avoir les idées claires sur les étapes de construction d'un élément fini et par la même occasion introduit quelques notations. Une présentation détaillée de la méthode des éléments finis est faite dans [DHA 05], [BAT 90b], [BEL 99] ou encore [ZIE 77].

La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. Il s'agit donc d'une résolution approchée d'un problème, où, grâce à la formulation variationnelle (forme intégrale des équations aux dérivées partielles), les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème de départ et où une discrétisation permet de trouver une solution approchée. Pour un problèmes de mécanique des structures, cette formulation faible s'exprime à travers ce qu'on appelle le Principe des Travaux Virtuels (PTV) qui fait intervenir quatre grandeurs : contraintes, déformations, forces et déplacements. Sa forme intégrale s'exprime de la façon suivante :

$$\forall \delta \vec{u} \quad \int_D \rho \ddot{\vec{u}} \cdot \delta \vec{u} dV = - \int_D \bar{\vec{\sigma}} : \delta \bar{\vec{\epsilon}} dV + \int_D f \cdot \delta \vec{u} dV + \int_{\delta D} T \cdot \delta \vec{u} dS, \quad (1.31)$$

avec :

$\delta \vec{u}$ un champ cinématiquement admissible à 0 ;

$\delta \bar{\vec{\epsilon}}$ le champ de déformation associé à $\delta \vec{u}$;

ρ la masse volumique ;

$\bar{\vec{\sigma}}$ le tenseur des contraintes de Cauchy ;

$\bar{\vec{\epsilon}}$ le tenseur des déformations ;

f les forces volumiques ;

T les forces surfaciques.

Grâce à l'approximation nodale des déplacements, on passe de la recherche d'une variable continue (le déplacement en tout point) à la recherche de variables discrètes (les

inconnues aux nœuds). Le lien entre les deux se fait via l'utilisation de fonctions d'interpolation le plus souvent polynomiales.

$$\{\vec{u}(\mathbf{M})\} = [N(\mathbf{M})] \{U_e\}. \quad (1.32)$$

Connaissant le champ cinématique en tout point, il est donc possible d'accéder au champ de déformation par dérivation, puis au champ de contrainte par la relation de comportement.

$$\{\epsilon(\mathbf{M})\} = [B(\mathbf{M})] \{U_e\}, \quad (1.33)$$

$$\{\sigma(\mathbf{M})\} = [H(\mathbf{M})] \{\epsilon(\mathbf{M})\}, \quad (1.34)$$

avec $[B]$ la matrice d'opérateurs différentiels appliqués aux fonctions d'interpolation et $[H]$ la matrice de comportement liant contraintes et déformations.

Chacun des termes du PTV peut alors s'exprimer sous forme matricielle sur chaque élément. On a alors :

$$\int_{D_e} \rho \ddot{u} \cdot \delta \vec{u} dV = \{\delta U_e\}^T [M_e] \{\ddot{U}_e\}, \quad (1.35)$$

avec $[M_e] = \int_{D_e} [N(\mathbf{M})]^T \rho [N(\mathbf{M})] dV$ matrice de masse élémentaire.

$$\int_{D_e} \bar{\sigma} : \delta \bar{\epsilon} dV = \{\delta U_e\}^T [K_e] \{\ddot{U}_e\}, \quad (1.36)$$

avec $[K_e] = \int_{D_e} [B(\mathbf{M})]^T [H(\mathbf{M})] [B(\mathbf{M})] dV$ matrice de raideur élémentaire.

$$\int_D f \cdot \delta \vec{u} dV + \int_{\delta D} T \cdot \delta \vec{u} dS = \{\delta U_e\}^T \{F_e\}, \quad (1.37)$$

avec $\{F_e\} = \int_{D_e} [N(\mathbf{M})]^T \{f\} dV + \int_{\delta D_e} [N(\mathbf{M})]^T \{T\} dV$.

En remplaçant les équations précédentes dans l'équation 2.6, il vient :

$$[M_e] \{\ddot{u}_n\} + [K_e] \{u_n\} = \{F_e\}. \quad (1.38)$$

Quelques techniques numérique sont nécessaires pour rendre systématique le calcul de ces matrices. Dans un premier temps, plutôt que d'effectuer l'intégration directement sur les éléments réels de la structure qui peuvent tous être différents en forme, rendant l'intégration difficile, celle-ci est effectuée sur ce qu'on appelle un élément de référence.

Ce changement de domaine d'intégration se fait au moyen de la transformation géométrique qui définit les coordonnées de tout point de l'élément réel à partir des coordonnées du point correspondant de l'élément de référence.

$$\int_{D_e} f(x, y, z) dx dy dz = \int_{D_{\text{ref}}} f(\xi, \eta, \zeta) \det[J] d\xi d\eta d\zeta, \quad (1.39)$$

avec $[J]$ matrice de transformation géométrique, encore appelée matrice jacobienne.

Dans un second temps, il est nécessaire d'évaluer numériquement l'intégrale sur l'élément de référence en la transformant en une somme discrète pondérée.

$$\int_{D_{\text{ref}}} f dV = \sum_{i=1}^{N_{pi}} f(\xi_i) \omega_i. \quad (1.40)$$

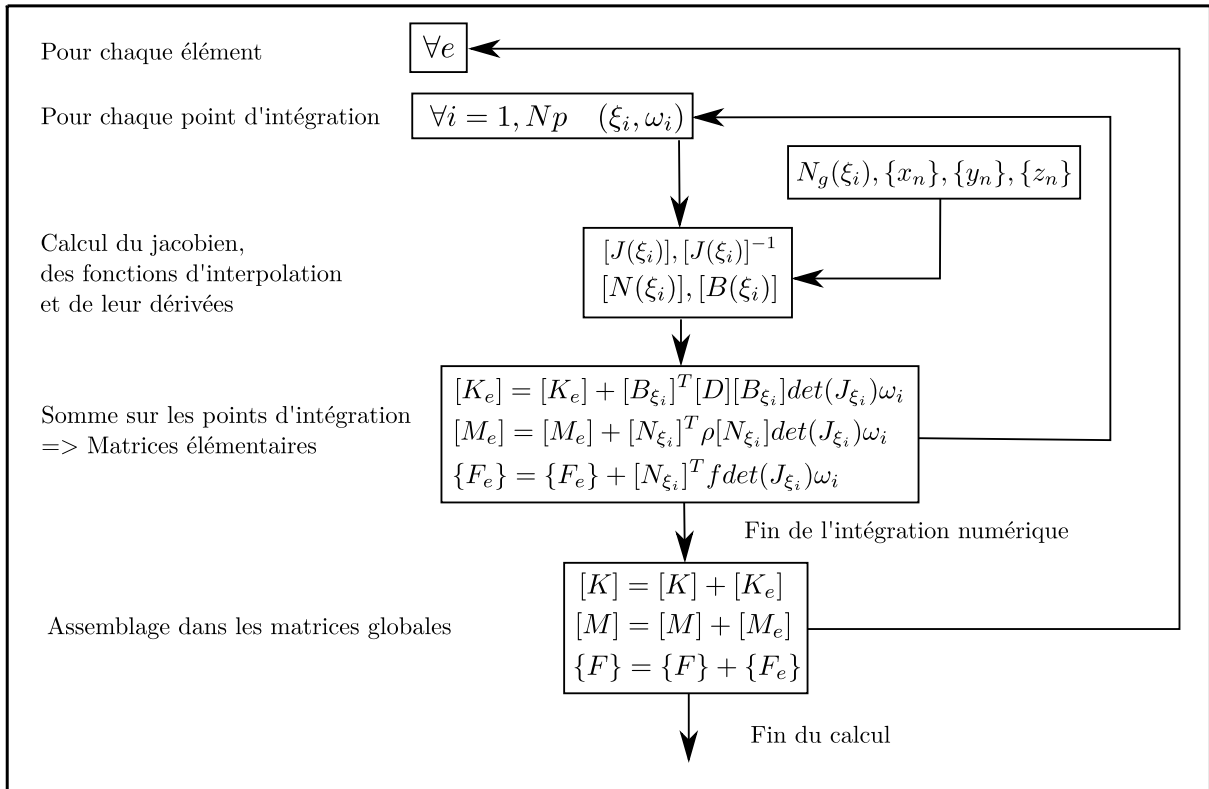


FIGURE 1.19: Procédure de calcul d'un élément.

Pour résumer, la méthode des éléments finis revient à résoudre le PTV sur un ensemble de sous-domaines et s'articule autour des étapes suivantes :

1. Discrétisation du milieu continu en sous domaines.
2. Construction de l'approximation nodale par sous domaine.

3. Calcul des matrices élémentaires.
4. Assemblage des matrices élémentaires.
5. Prise en compte des conditions aux limites.
6. Résolution du système d'équations.

Une vue synthétique des étapes 2 à 4 est présentée figure 1.19.

Maintenant qu'un bref aperçu des éléments finis a été réalisé, il convient de présenter plus spécifiquement les particularités que présentent les éléments de type coque.

1.3.2 Cadre d'utilisation des coques

1.3.2.1 Généralités

La plupart des logiciels de simulation proposent des éléments coques, très utiles pour modéliser des structures tridimensionnelles dont l'épaisseur est mince par rapport aux autres grandeurs caractéristiques. On les retrouve dans différentes applications telles que les carrosseries de voiture, les balles de tennis de table, les coquilles d'oeuf ou encore les coques de bateau (voir FIG. 1.20).

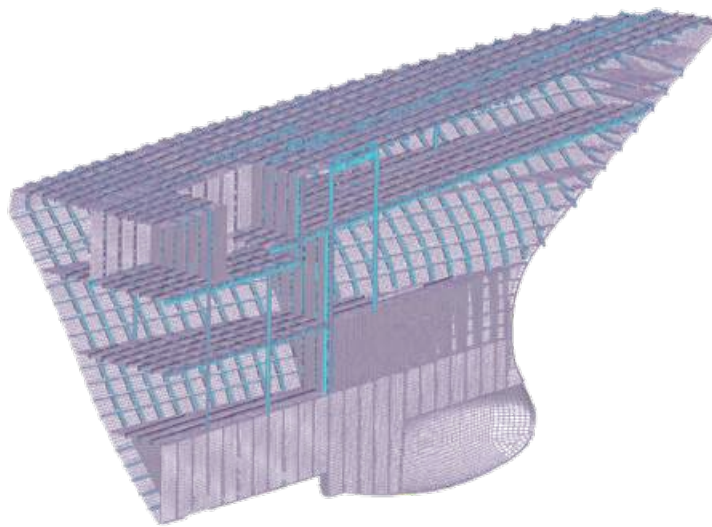


FIGURE 1.20: Modélisation de la coque d'un bateau.

L'idée de base dans la théorie de ces modèles de plaques et coques est d'utiliser des hypothèses et simplifications physiquement justifiables à travers l'épaisseur pour obtenir la déformation d'une structure tridimensionnelle élancée à partir d'un problème formulé sur sa surface moyenne. On ramène alors ces problèmes tridimensionnels à une étude bidimensionnelle. Un élément coque peut généralement ne pas être plan, saufs

pour certains éléments particuliers, dit éléments plaques. Dans la littérature, on trouve profusion d'éléments finis de coques en passant des coques minces aux coques épaisses. Rien que dans le code industriel LS-Dyna, une quinzaine de formulations sont possibles. Suivant l'ordre de grandeur de h par rapport aux autres dimensions, on introduit souvent l'adjectif "mince" ou "épais" aux coques. Ce qualificatif n'implique pas seulement une caractéristique géométrique mais sous-entend également un rôle particulier des déformations dites de cisaillement transverse (notée CT).

Les avantages à utiliser ce genre d'élément sont multiples. Ils permettent en premier lieu de réduire de manière significative la taille des modèles numériques en terme de nombre de degrés de liberté. De plus, quand on sait que lors d'un calcul en explicite le pas de temps est piloté par la plus petite taille de maille (voir partie 2.2.3.1), une discrétisation de l'épaisseur à l'aide d'éléments volumiques pénalise grandement le temps de calcul. Ainsi, avec des éléments coques, l'épaisseur n'est plus directement représentée et ne représente donc plus le facteur limitant pour le pas de temps critique, ce qui conduit à réduire le temps de calcul.

En conception, les géométries de structures navales sont volumiques afin d'éviter des erreurs de gabariage¹. Passer au calcul éléments finis avec des éléments coque demande donc un travail supplémentaire. Il est alors nécessaire de passer au feuillet de référence de la structure qui est peut être composé du feuillet moyen, de la peau supérieure ou inférieure de la géométrie. Néanmoins l'assemblage des tôles se voit facilité puisqu'il n'y a plus qu'un seul bord à relier, contre quatre en volumique. Bien souvent dans l'industrie, la géométrie d'une coque de forme quelconque est modélisée par un ensemble de facettes planes.

1.3.2.2 Géométrie

Une plaque est un solide défini par une surface de référence plane et par une épaisseur (notée $h(x,y)$) petite par rapport aux autres dimensions (longueur et largeur) de la structure à modéliser (voir FIG. 1.21).

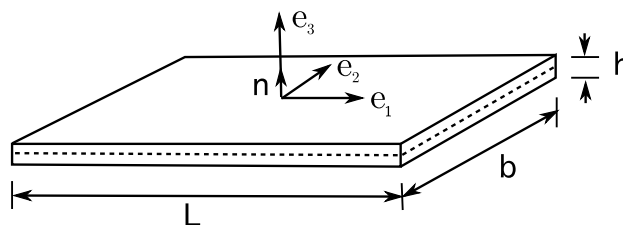


FIGURE 1.21: Modélisation d'une plaque.

1. Construction du gabarit du navire

On attache à la surface de référence (souvent confondue à la surface moyenne) un repère orthonormé local (e_1, e_2, e_3) associé au plan tangent de la structure différent du repère global (X, Y, Z) . La position des points de la plaque est donnée par les coordonnées cartésiennes (x, y) de la surface moyenne et l'élévation z par rapport à cette surface, comprise entre $-\frac{h}{2}$ et $\frac{h}{2}$. Pour les coques, la position des points dépend des coordonnées curvilignes notées $\tilde{x}, \tilde{y}$ et $\tilde{z}$.

On fait l'hypothèse des sections droites (non gauchissement), c'est à dire qu'un brin normal au plan moyen reste droit et de longueur constante après déformation, ce qui entraîne notamment que la déformation dans l'épaisseur ϵ_{zz} est nulle. En d'autres termes, on autorise le cisaillement transverse tout en négligeant la striction.

1.3.2.3 Cinématique

Pour la théorie des coques planes en petits déplacements et petites déformations, le champ de déplacement $\mathbf{U}_M$ d'un point M dans l'épaisseur de la plaque est donné dans le repère local $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ à partir des déplacements $\mathbf{U}_G$ d'un point G de sa surface moyenne, et la rotation $\theta = \theta_x \mathbf{e}_1 + \theta_y \mathbf{e}_2$ la rotation de cette surface par rapport aux deux axes locaux e_1 et e_2 (FIG. 1.22). Ainsi on a :

$$\mathbf{U}_M = \mathbf{U}_G + \theta \wedge z \mathbf{e}_3 = \mathbf{U}_G(x, y) + z \theta_x(x, y) \mathbf{e}_2(x, y) - z \theta_y(x, y) \mathbf{e}_1(x, y), \quad (1.41)$$

qu'on peut également écrire :

$$\begin{pmatrix} U_{M_x}(x, y, z) \\ U_{M_y}(x, y, z) \\ U_{M_z}(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{G_x}(x, y) \\ U_{G_y}(x, y) \\ U_{G_z}(x, y) \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -\theta_y(x, y) \\ \theta_x(x, y) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.42)$$

Pour faciliter la notation, on note aussi parfois la cinématique de la façon suivante :

$$\begin{pmatrix} U_{M_x}(x, y, z) \\ U_{M_y}(x, y, z) \\ U_{M_z}(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{G_x}(x, y) \\ U_{G_y}(x, y) \\ U_{G_z}(x, y) \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} \beta_x(x, y) \\ \beta_y(x, y) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.43)$$

avec $\beta_x = -\theta_y$ et $\beta_y = \theta_x$.

Dans l'hypothèse des petites perturbations, le tenseur des déformations est défini par :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (1.44)$$

Ainsi, avec la cinématique introduite précédemment, les déformations tridimensionnelles sont données en tout point par :

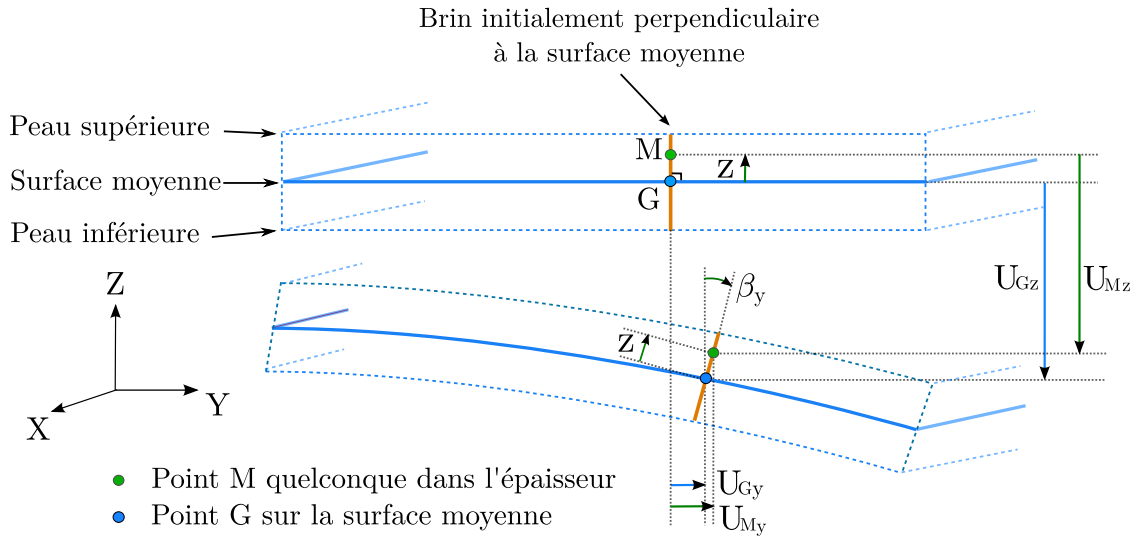


FIGURE 1.22: Cinématique d'un brin initialement perpendiculaire au plan moyen.

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = u_{x,x} + z\beta_{x,x}, \\ \epsilon_{yy} = u_{y,y} + z\beta_{y,y}, \\ \gamma_{xy} = (u_{x,y} + u_{y,x}) + z(\beta_{x,y} + \beta_{y,x}), \\ \gamma_{xz} = u_{z,x} + \beta_x, \\ \gamma_{yz} = u_{z,y} + \beta_y, \end{cases} \quad (1.45)$$

où $\gamma_{xy} = 2\epsilon_{xy}$, $\gamma_{xz} = 2\epsilon_{xz}$ et $\gamma_{yz} = 2\epsilon_{yz}$.

En décomposant la partie membrane de la partie flexion, on retrouve parfois la notation matricielle suivante :

$$\{\epsilon\} = \{e\} + z\{\chi\} + \{\gamma\}, \quad (1.46)$$

avec

$$\begin{aligned} \langle \epsilon \rangle &= \langle \epsilon_{xx} \quad \epsilon_{yy} \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{xz} \quad \gamma_{yz} \rangle, \\ \langle e \rangle &= \langle u_{x,x} \quad u_{y,y} \quad u_{x,y} + u_{y,x} \quad 0 \quad 0 \rangle, \\ \langle \chi \rangle &= \langle \beta_{x,x} \quad \beta_{y,y} \quad \beta_{x,y} + \beta_{y,x} \quad 0 \quad 0 \rangle, \\ \langle \gamma \rangle &= \langle 0 \quad 0 \quad 0 \quad u_{z,x} + \beta_x \quad u_{z,y} + \beta_y \rangle, \end{aligned} \quad (1.47)$$

$\langle e \rangle$: déformations de membrane ;

$z\langle \chi \rangle$: déformations de flexion ; $\langle \chi \rangle$: courbures ;

$\langle \gamma \rangle$: déformations de cisaillement transversal.

On observe qu'avec cette approche, les déformations membranaires (ϵ_{xx} , ϵ_{yy} et ϵ_{xy}) varient linéairement dans l'épaisseur de la plaque, alors que les déformations de cisaillement transverse (ϵ_{xz} et ϵ_{yz}) sont elles constantes dans l'épaisseur.

1.3.2.4 Loi de comportement

La contrainte transversale σ_{zz} est supposée nulle car considérée comme négligeable par rapport aux autres composantes du tenseur des contraintes. Ainsi le comportement des plaques et coques est un comportement tridimensionnel en "contraintes planes". Dans le repère local de la plaque, en supposant le découplage entre effets de membrane/flexion et les effets de cisaillement transverse, la loi de comportement la plus générale s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = [H_t] \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix}, \quad (1.48)$$

avec

$$[H_t]_{[5 \times 5]} = \begin{bmatrix} [H] & [0] \\ [0] & [G] \end{bmatrix}, \quad (1.49)$$

où

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix}; [G] = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}. \quad (1.50)$$

Dans le cas courant où le matériau est élastique isotrope, nous avons :

$$[H] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ & 1 & 0 \\ sym & & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}; [G] = G \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad (1.51)$$

où E et ν sont le module d'élasticité (module d'Young) et le coefficient de Poisson.

Pour résoudre le problème d'équilibre de la structure par la méthode des éléments finis, les champs sont cherchés sous la forme donnée dans l'équation 1.32 :

$$U_G = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(\xi, \eta) U_{GA}, \quad \theta_x = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(\xi, \eta) \theta_{xA}, \quad \theta_y = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(\xi, \eta) \theta_{yA}, \quad (1.52)$$

où G est un point de la surface moyenne et $\mathcal{N}$ l'ensemble des nœuds de l'élément.

1.3.2.5 Implémentation des coques courbes

Dans le cas d'une coque quelconque (non plane), on retrouve les même relations à la différence près que ce sont les coordonnées curvilignes $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$ qui interviennent :

$$\mathbf{U}_M = \mathbf{U}_G + \boldsymbol{\theta} \wedge \tilde{z} \mathbf{e}_3 = \mathbf{U}_G(\tilde{x}, \tilde{y}) + \tilde{z} \theta_x(\tilde{x}, \tilde{y}) \mathbf{e}_2(\tilde{x}, \tilde{y}) - \tilde{z} \theta_y(\tilde{x}, \tilde{y}) \mathbf{e}_1(\tilde{x}, \tilde{y}), \quad (1.53)$$

ou encore :

$$\begin{pmatrix} U_{M_x}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) \\ U_{M_y}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) \\ U_{M_z}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{G_x}(\tilde{x}, \tilde{y}) \\ U_{G_y}(\tilde{x}, \tilde{y}) \\ U_{G_z}(\tilde{x}, \tilde{y}) \end{pmatrix} + \tilde{z} \begin{pmatrix} -\theta_y(\tilde{x}, \tilde{y}) \\ \theta_x(\tilde{x}, \tilde{y}) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.54)$$

Pour l'implémentation des coques, il existe deux manières de procéder :

- *La description curviligne des éléments coques* : l'idée est de se placer dans le repère local de la surface moyenne ($\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$), puis on cherche les composantes curvilignes des déplacements et rotations en tout point de coordonnée curviligne $(\tilde{x}, \tilde{y})$. Il est alors nécessaire de dériver les vecteurs dans la base locale si bien que les courbures apparaissent explicitement. Cette description est très précise mais relativement complexe à mettre en œuvre. Le champ de déplacement solution de l'équation 1.42 est recherché sous la forme :

$$U_M = \sum_{A \in \mathcal{N}} (N_A(\xi, \eta) U_{GA}) + \tilde{z} \sum_{A \in \mathcal{N}} (N_A(\xi, \eta) \theta_{xA}) e_2 - \tilde{z} \sum_{A \in \mathcal{N}} (N_A(\xi, \eta) \theta_{yA}) e_1, \quad (1.55)$$

où e_1 et e_2 correspondent aux vecteurs tangents à la surface moyenne au point G.

- *La description coques tridimensionnelles dégénérées ou massifs dégénérés* : la stratégie est de discrétiser non seulement la surface moyenne mais également la normale à cette surface moyenne. Cela implique en particulier que le repère local est obtenu en tout point par interpolation des repères locaux aux nœuds de l'élément. Le champ de déplacement solution de l'équation 1.42 est alors recherché sous la forme :

$$U_M = \sum_{A \in \mathcal{N}} (N_A(\xi, \eta) U_{GA} + \tilde{z} N_A(\xi, \eta) \theta_{xA} e_{2A} - \tilde{z} N_A(\xi, \eta) \theta_{yA} e_{1A}), \quad (1.56)$$

où e_{1A} et e_{2A} correspondent aux vecteurs tangents à la surface moyenne aux nœuds.

1.3.3 Théorie de Kirchhoff-Love

Pour les coques dites *minces*, c'est à dire pour un rapport $\frac{L}{h} > 20$ avec L une longueur caractéristique de la structure et h son épaisseur, les déformations dites de "cisaillement transverse" γ_{xz} et γ_{yz} sont supposées nulles. On retrouve les mêmes hypothèses dans la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli adaptée aux poutres élancées. En reprenant l'équation (1.45), on obtient :

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} &= u_{x,x} + z\beta_{x,x}, \\ \epsilon_{yy} &= u_{y,y} + z\beta_{y,y}, \\ \gamma_{xy} &= (u_{x,y} + u_{y,x}) + z(\beta_{x,y} + \beta_{y,x}), \\ 0 &= u_{z,x} + \beta_x, \\ 0 &= u_{z,y} + \beta_y. \end{cases} \quad (1.57)$$

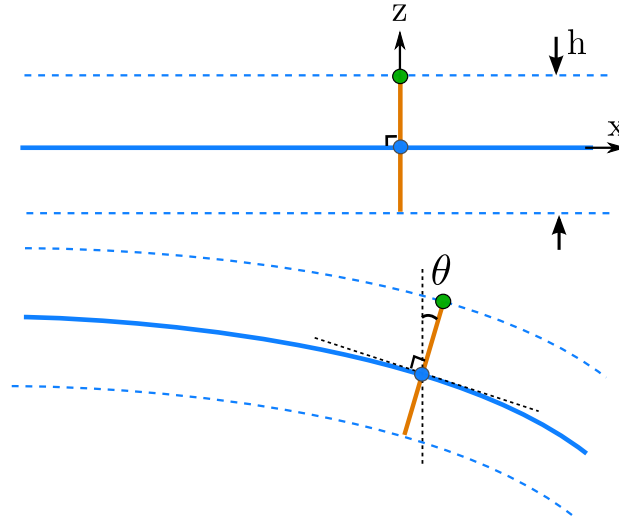


FIGURE 1.23: Rotation d'une section droite initialement perpendiculaire à la surface moyenne, théorie de Kirchhoff-Love

Cela suppose donc qu'une section orthogonale au plan moyen reste orthogonale après déformation dans la configuration déformée : il s'agit de la théorie de *Kirchhoff-Love* (FIG. 1.23).

$$\begin{cases} \gamma_{xz} = u_{z,x} + \beta_x = 0 \\ \gamma_{yz} = u_{z,y} + \beta_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta_x(x, y) = -u_{z,x} \\ \beta_y(x, y) = -u_{z,y} \end{cases} \quad (1.58)$$

Ainsi les deux rotations de la normale à la surface moyenne sont liées aux déplacements de la surface moyenne. Afin de garder une méthode conforme au sens mathématique, le modèle de Kirchhoff-Love doit être discrétisé par des éléments finis C^1 . Ce type d'élément fini est considéré a priori comme coûteux.

1.3.4 Théorie de Mindlin-Reissner

Pour les coques dites *épaisses*, c'est à dire pour un rapport $\frac{L}{h} \leq 10$, le cisaillement n'est plus négligeable et doit être pris en compte dans la cinématique. Cela se traduit géométriquement par le fait qu'un brin normal au plan moyen peut ne pas lui rester orthogonal après déformation comme on peut le voir figure 1.24. Ainsi, les rotations de la normale, notées θ_x et θ_y sont des inconnues supplémentaires du problème (dans la théorie de Kirchhoff-Love, ces rotations dépendent directement des autres inconnues cinématiques). Dans ce cas, on peut faire l'analogie avec la théorie de Timoshenko pour les poutres avec cisaillement transverse. Pour rappel, les déformations sont données par :

$$\begin{cases} \epsilon_{xx} = u_{x,x} + z\beta_{x,x}, \\ \epsilon_{yy} = u_{y,y} + z\beta_{y,y}, \\ \gamma_{xy} = (u_{x,y} + u_{y,x}) + z(\beta_{x,y} + \beta_{y,x}), \\ \gamma_{xz} = u_{z,x} + \beta_x, \\ \gamma_{yz} = u_{z,y} + \beta_y, \end{cases} \quad (1.59)$$

avec $\beta_x = -\theta_y$ et $\beta_y = \theta_x$.

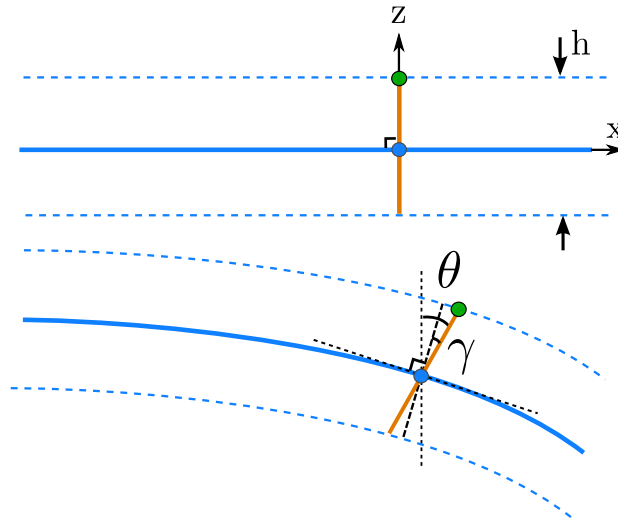


FIGURE 1.24: Rotation d'une section droite initialement perpendiculaire à la surface moyenne, théorie de Mindlin-Reissner.

En se référant aux expressions (1.48) et (1.59), il apparaît que les contraintes de cisaillement transverse (σ_{xz} et σ_{yz}) sont supposées constantes dans l'épaisseur. Cela résulte de la non dépendance des déformations de cisaillement transverse avec l'épaisseur. Cependant, du fait de cette formulation, il y a violation des conditions aux limites sur les bords supérieurs et inférieurs. On a ici $\sigma_{xz} \neq 0$ et $\sigma_{yz} \neq 0$ au lieu de $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$. En réalité, le champ de contraintes de cisaillement transverse est quadratique (voir FIG. 1.25).

Afin de retrouver l'énergie interne du modèle que l'on aurait après résolution des équations d'équilibre tridimensionnel avec le champ analytique, on fait apparaître un facteur de correction de cisaillement k entre l'énergie interne de cisaillement transverse analytique et celle donnée par la théorie de Mindlin :

$$W_{xz(\text{Analytique})} = k \times W_{xz(\text{Mindlin})}. \quad (1.60)$$

Ce facteur de correction est pris égal à $\frac{5}{6}$. On peut montrer qu'ainsi l'énergie de cisaillement transverse est la même avec les deux représentation du cisaillement dans l'épaisseur. Récemment, Bouclier [BOU 12] a montré de manière générale comment

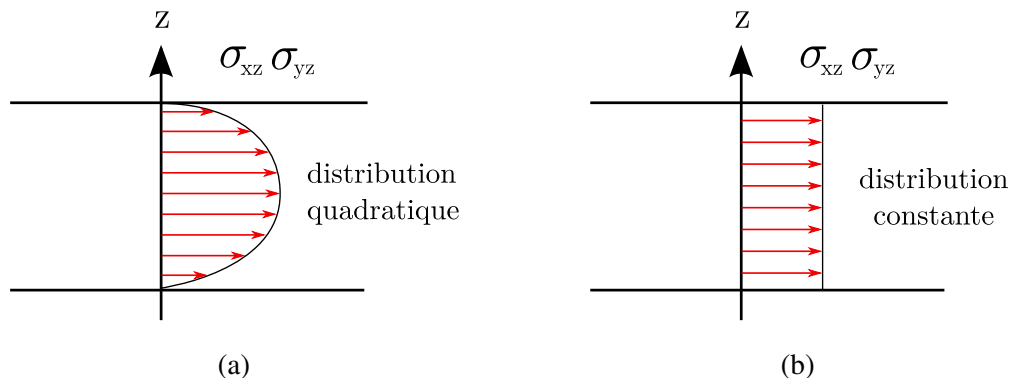


FIGURE 1.25: Forme du champ de cisaillement transverse dans l'épaisseur dans le cas analytique (a) et dans la théorie de Mindlin (b).

on pouvait formuler directement une coque sans verrouillage à partir d'une formulation mixte.

Le modèle de Mindlin-Reissner ne nécessite que des éléments finis C^0 pour assurer la conformité mathématique. Ils sont donc moins "couteux" que les éléments du type Kirchhoff-Love et la plupart des éléments coques proposés dans les logiciels du commerce reposent sur cette théorie. Néanmoins, ces éléments sont sujet au phénomène dit de "verrouillage numérique" qui vient fausser les résultats.

1.3.5 Verrouillage numérique

L'expérience montre que la discrétisation par éléments finis surestime souvent la rigidité d'un modèle : on obtient des déplacements plus faibles que ceux qu'aurait prédit la mécanique des milieux continus. Cet écart est généralement léger, mais il arrive toutefois que certains éléments présentent une rigidité extrêmement élevée, supérieure de plusieurs ordres de grandeurs à ce qu'elle devrait être. Ce phénomène s'appelle le verrouillage et apparaît souvent pour les plaques dont le rapport de l'épaisseur sur la longueur est faible. Des exemples de verrouillage sont présentés dans [BAT 90a] ou encore [LAS 09].

Remarque : La simulation du comportement des matériaux incompressibles, comme les polymères, peut elle aussi faire apparaître des phénomènes de verrouillages.

Origine du verrouillage En coque, le verrouillage se manifeste d'autant plus que la structure est sujette à de la flexion. En effet, les fonctions d'interpolation peuvent ne pas être capables de reproduire correctement la flexion sans cisaillement, ou la flexion sans membrane des coques minces. Dans ce cas, des contraintes supplémentaires résultent de termes erronés en cisaillement et membrane apparaissent et absorbent la majeure partie de l'énergie de déformation alors que ce sont justement ces contributions qui devraient

être quasiment nulles. Pour résumer, la solution aura plutôt tendance à se bloquer sur la solution de cisaillement ou de membrane plutôt que de décrire le comportement en flexion.

Le plus violent est le verrouillage en cisaillement transverse qui apparaît déjà en plaque et est indépendant des conditions aux limites. Ensuite, vient le verrouillage en membrane qui est fonction des conditions aux limites puisqu'il apparaît lorsque l'on modélise un problème de type flexion pure. La matrice de rigidité d'un élément fini de coque peut être considérée comme la somme des matrices associées aux termes de membrane, de flexion, de couplage membrane/flexion (nulle sous certaines hypothèses) et de cisaillement transverse. On convient de noter son expression, en faisant apparaître la dépendance d'ordre un en h , sous la forme :

$$[K] = h[K_m] + h[K_c] + h^2[K_{mf}] + h^3[K_f]. \quad (1.61)$$

Verrouillage en cisaillement transverse Pour le cas du cisaillement transverse, on considère un problème de plaque en flexion et le modèle de Mindlin/Reissner. Ainsi, l'équation 1.61 devient :

$$[K] = h[K_c] + h^3[K_f]. \quad (1.62)$$

Il est alors nécessaire que $[K_c]$ tende vers 0 quand h tend vers 0 afin d'éviter que le terme cisaillement transverse devienne prépondérant dans l'expression de la rigidité. Dans le cas contraire, le verrouillage apparaît du fait de la dépendance en h des matrices. L'élément conduit ainsi à une solution influencée uniquement par le cisaillement au lieu d'être associée au phénomène de flexion. Il y a dans ce cas là moins d'énergie pour déformer la plaque, ce qui donne une solution erronée trop rigide. C'est l'apparition de cette rigidité artificielle qui est appelée "verrouillage en cisaillement" (shear locking). Cela apparaît de manière significative pour les plaques qui ont un rapport $\frac{l}{h} > 20$.

L'utilisation d'une technique isoparamétrique ne permet pas aux déformations de cisaillement transverse de devenir négligeables (voir équation 1.59) puisque la flèche et les rotations sont approximées dans le même espace polynomial ; la somme d'un terme constant et d'un terme linéaire ne peut être nul en tout points.

Verrouillage en membrane En coque et en considérant un problème de flexion pure, la même constatation peut être faite. On considère alors le modèle Kirchhoff Love négligeant les déformations de cisaillement transverse. L'équation 1.61 devient alors :

$$[K] = h[K_m] + h^2[K_{mf}] + h^3[K_f]. \quad (1.63)$$

Si les déformations de membrane ne sont pas négligeables, alors le comportement asymptotique de $[K]$ sera dominé par les termes de membrane alors que c'est un problème de flexion. On aura alors verrouillage de part la dépendance en h .

Des éléments qui minimisent ce verrouillage ont été développés, et permettent de traiter ces phénomènes.

Traitement du verrouillage en cisaillement transverse Afin de remédier au verrouillage numérique des plaques élancées dû au cisaillement, différentes techniques ont été proposées :

1. **L'intégration réduite sélective (SRI)** : La méthode consiste à combiner astucieusement les techniques d'intégration complète et réduite (matrice de rigidité de flexion et membrane en intégration complète et matrice de rigidité en cisaillement en intégration réduite).
2. **L'intégration réduite** : La méthode consiste à prendre un seul point d'intégration de Gauss (pour cet élément) au centre du plan moyen au lieu de quatre points comme en intégration complète. L'avantage se résume principalement à un gain en temps de calcul tout en levant le verrouillage. Néanmoins, les éléments à intégration réduite peuvent conduire à développer des modes à énergie nulle bien qu'il y ait des déplacements aux nœuds. Cela peut entraîner de fortes distorsions, créant des zones où aucune contrainte n'accompagne la déformation constatée de l'élément. On parle alors du phénomène d'Hourglass (ou sablier) caractérisé par les formes présentées dans la figure 1.26. Plusieurs méthodes de stabilisations ont été introduites par Belytschko *et al.* [BEL 99] afin d'empêcher l'apparition de ces modes d'Hourglass.

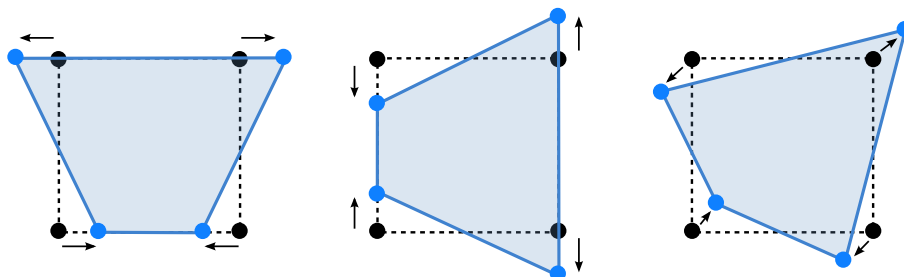


FIGURE 1.26: Modes de Hourglass associés à une énergie de déformation nulle.

3. **Champ assumé de déformation de cisaillement transverse** : C'est une méthode qui peut remplacer les deux précédentes. La particularité de celle-ci est de calculer le cisaillement transversal γ d'un quadrangle non pas directement aux quatre points d'intégration comme pour la membrane et la flexion mais de les interpoler à l'aide des valeurs calculées aux quatre points milieux des côtés du quadrilatère. Les composantes suivant xz et yz servent ensuite à définir un champ de déformations "assumé" dans les directions ξ et η en un point courant. Cela permet d'éviter le phénomène de verrouillage en cisaillement transverse.

Cette liste n'est pas exhaustive et on peut par exemple rajouter l'utilisation d'une formulation mixte permettant de diminuer l'influence prépondérante du cisaillement par rapport à la flexion.

1.3.6 Quelques éléments finis de coques classiques

Éléments de Kirchhoff Ces éléments finis sont basés sur la théorie des plaques minces en flexion, appelée théorie "continue" de Kirchhoff qui ne prend pas en compte les effets de cisaillement transverse. Un élément conforme au sens mathématique exige une continuité C^1 , c'est à dire la continuité de U_z et de $U_{z,n}$ le long du contour des éléments. Il n'est cependant pas simple de satisfaire cette continuité avec un champ U_z défini sous forme polynomiale sur un élément n'ayant comme variables nodales que U_z et ses dérivées premières (pour représenter la flexion). Dans la littérature, on peut citer l'élément rectangulaire *R16* de type Hermite, les éléments triangulaires *HCT*, *T18*, *HSM6* ou encore *HSM9* qui sont présentés dans [BAT 90a].

Éléments de Kirchhoff Discret Plusieurs éléments finis permettent d'obtenir les solutions numériques des problèmes de plaques minces en accord avec les hypothèses de Kirchhoff, mais cette fois-ci en s'affranchissant de la continuité C^1 . On définit donc des éléments dit de type "Kirchhoff-discret" à faible nombre de noeuds et de degrés de liberté sans utiliser la théorie continue de Kirchhoff. Les hypothèses de Kirchhoff sont en fait introduites sous forme particulière sur le contour, ou éventuellement à l'intérieur de l'élément. Le triangle *DKT* (Discret Kirchhoff Triangle) et le quadrangle *DKQ* (Discret Kirchhoff Quadrangle) sont construits sur ce principe (voir [BAT 90a]).

Éléments de Mindlin Reissner Ces éléments finis sont basés sur la théorie de Mindlin Reissner et sont valables à la fois sur les plaques fines et épaisses. Comme énoncé précédemment, ces éléments sont sujets au phénomène de verrouillage numérique qu'il faut traiter afin d'obtenir des résultats cohérents. L'élément *MITC4* (Mixed Interpolation of Tensorial Components) [DVO 84, BAT 86] l'élément *S4R* d'Abaqus [SYS 12] ou encore l'élément *Q4γ* sont des éléments basés sur ces hypothèses.

Éléments de type massif coque L'idée de base de ces éléments est de proposer une formulation massive pour modéliser une structure mince. Il s'agit d'éléments tridimensionnels à intégration réduite sauf dans une direction privilégiée appelée épaisseur. La formulation est plus simple que dans le cas d'un élément de coque puisqu'elle n'utilise que des degrés de liberté de déplacement dans un repère cartésien. il est également très facile de les coupler avec des éléments volumiques classiques et la loi de comportement n'est plus écrite en contraintes planes. On peut citer la famille d'éléments *SHB* [ABE 02, LEG 02].

1.4 Modélisation numérique de la propagation de fissure

Cette partie est consacrée aux différents outils présent dans la littérature et dont dispose le numéricien pour modéliser la propagation de fissure. Elle donne un aperçu des principales méthodes numériques utilisées pour modéliser ces phénomènes.

1.4.1 Méthodes non basées sur les éléments finis

1.4.1.1 Méthode des éléments de frontières

Cette méthode exposée dans [ALI 02, YAN 95, TUH 97] présente comme principal avantage de ne demander qu'une discrétisation de la frontière du domaine et non de l'intérieur (voir FIG. 1.27). Elle permet une description aisée de la fissure et son évolution est naturelle. Les équations aux dérivées partielles sont transformées en des équations intégrales sur la frontière par le biais d'une solution fondamentale dite de Green. Cette méthode n'est applicable que si une telle solution existe ce qui n'est pas le cas des problèmes élastoplastiques. Pour ces problèmes, un maillage de la zone plastifiée est nécessaire ce qui revient à renoncer au principal avantage de cette méthode. Davantage d'informations concernant les problèmes liés à cette méthode sont précisées dans [POR 92] et [FED 04].

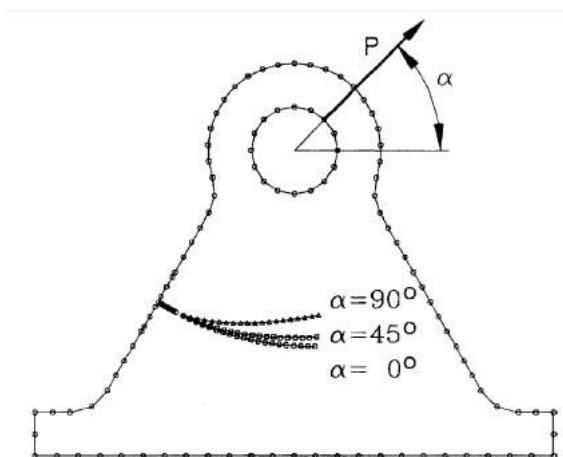


FIGURE 1.27: Trajet de fissure pour différentes directions de charge imposée [FED 04].

1.4.1.2 Méthodes sans maillage

Parmi les méthodes sans maillage, la méthode SPH (Smoothed Particule Hydrodynamics) [GIN 77] [LUC 77] et la méthode "Element Free Galerkin" [BEL 94] sont certainement les plus utilisées. La première se base sur une formulation forte évaluée en un certain nombre de points et la deuxième se base sur une formulation faible de

type intégrale. Ces méthodes sont très efficaces lorsque l'on traite de très grandes déformations ou de fragmentation. Elle ne raisonnent plus sur un découpage de la géométrie en éléments, mais sur une représentation du volume par une densité de noeuds dont la connectivité pourra évoluer au cours des calculs.

Alors qu'avec la méthode des éléments finis classiques seuls les noeuds de l'élément où l'on cherche à évaluer le champ interviennent, ces méthodes se basent sur l'approximation d'un champ faisant intervenir tous les noeuds présent dans un voisinage (voir FIG.1.28). L'influence de chacun de ces noeuds est pondérée par une fonction poids. L'avantage principal de ces méthodes sans maillage est l'absence de discrétisation de la fissure. Des développements en mécanique linéaire et non-linéaire de la rupture proposent des résultats intéressants [XU 98], [FLE 97] et [DUF 04].

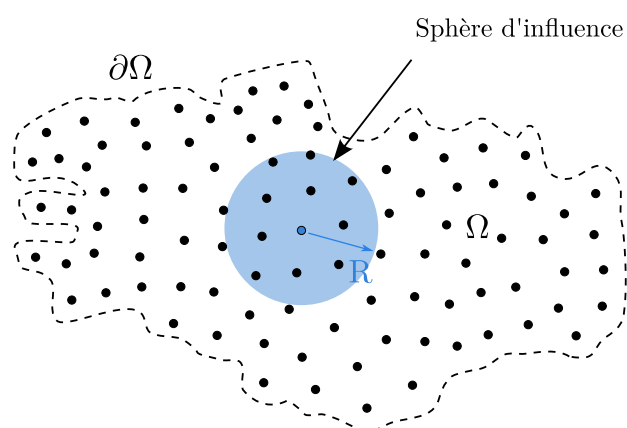


FIGURE 1.28: Représentation des noeuds et de leur domaine d'influence

Cependant, ces méthodes sont couteuses en temps de calcul ; d'une part du fait de la recherche systématique de l'influence des noeuds voisins et d'autre part puisqu'une discrétisation plus fine qu'avec les éléments finis classiques est nécessaire. De plus, la méthode SPH classique souffre de quelques problèmes de stabilité. Le premier concerne une instabilité en tension qui apparait lorsque les noeuds SPH s'éloignent trop les uns des autres. La densité de points dans le support du noyau devient de plus en plus faible et l'approximation devient plus grossière. Ajouté à cela, un problème de sous-intégration se manifeste du fait que toutes les grandeurs cinématiques sont stockées sur une même particule. Des modes comparables aux modes d'Hourglass en éléments finis émergent conduisant à la formation d'agglomérats. La formation de ces agglomérats rend la répartition de billes moins homogène et l'éloignement progressif de ces billes va entraîner une baisse de l'intensité de leur interaction ce qui aura pour effet à son tour d'augmenter l'éloignement. Les billes vont finir par s'éloigner suffisamment pour sortir de leur voisinages respectifs et donc perdre totalement leur interactions. La barre va alors se fracturer artificiellement comme on peut le voir figure 1.29. Enfin, les dernières difficultés liées à ces méthodes sont dans l'application des conditions aux limites

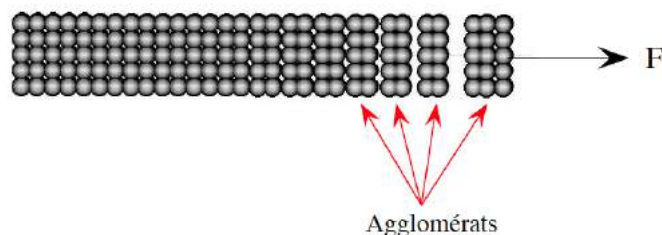


FIGURE 1.29: Fracture artificielle lors d'un essai de traction avec des élément SPH classiques (tiré de [MAU 08b]).

cinématiques.

Pour résoudre le problème d'instabilité en tension, Belytschko *et al.* [BEL 00] proposent une stratégie basée sur une formulation lagrangienne totale plutôt que la formulation classique. Ce sont alors les positions initiales des billes qui interviennent dans les calculs d'interaction et l'éloignement des particules sur la configuration déformée n'engendre donc plus de problème d'instabilité. Pour ce qui est des phénomènes liés à la sous-intégration (qui sont d'autant plus gênant pour les formulations coque SPH, voir [MAU 08a]), la méthode des stress points introduite par Dyka [DYK 97] semble fournir des résultats satisfaisant.

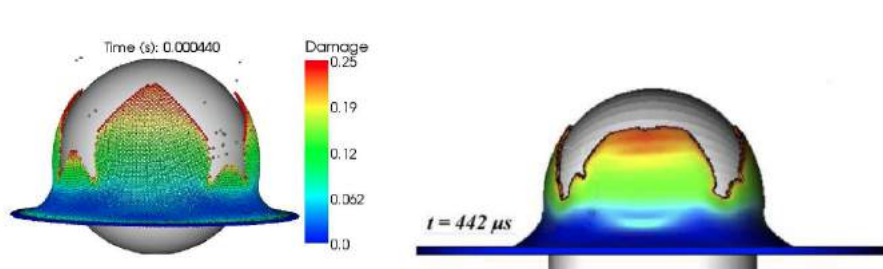


FIGURE 1.30: Comparaison des simulations SPHC et EF sur un essai de perforation [CAL 11, RUS 09].

Certains travaux récents traitent d'une formulation de coques couplée à la méthode SPH (FIG.1.30) pour des applications de fissuration [MAU 08a, MAU 08b, CAL 11].

1.4.2 Méthodes basées sur les éléments finis classiques

1.4.2.1 Méthode de remillage

Une première manière de représenter une fissure dans un maillage élément finis est tout simplement de l'introduire explicitement en maillant directement ses lèvres et sa pointe (FIG.1.31). Ainsi, l'état initial correspond à un maillage de la structure compatible avec la préfissure voulue. Ensuite, pour faire avancer cette fissure, les positions de la

pointe et des lèvres sont mises à jour ce qui implique une étape de remaillage de la structure. L'analyse numérique des champs mécaniques d'une pièce fissurée est fortement liée à la qualité du maillage de cette pièce, et plus particulièrement du voisinage de la pointe de fissure. Cela implique donc l'utilisation d'un maillage suffisamment fin au voisinage de la pointe de fissure. Lors de l'étape de remaillage qui est souvent complexes à mettre en œuvre, il est nécessaire de projeter les différents champs du pas précédent sur le nouveau maillage ce qui conduit à une non conservation de l'énergie du système. On peut par exemple citer les travaux récent de Chiaruttini *et al.* [CHI 12] qui se basent cette méthode de remaillage automatique.

Cette méthode semble discutable et n'est jamais utilisée en dynamique rapide. Elle est peu employée dans l'industrie car elle est généralement trop coûteuse en temps de calcul.

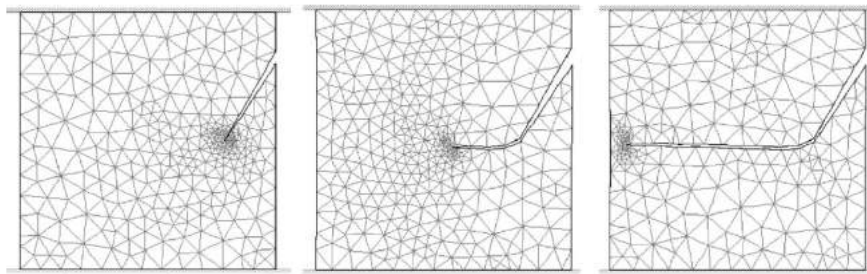


FIGURE 1.31: Propagation de fissure par une technique de remaillage automatique [BOU 03].

1.4.2.2 Méthode d'élimination d'éléments

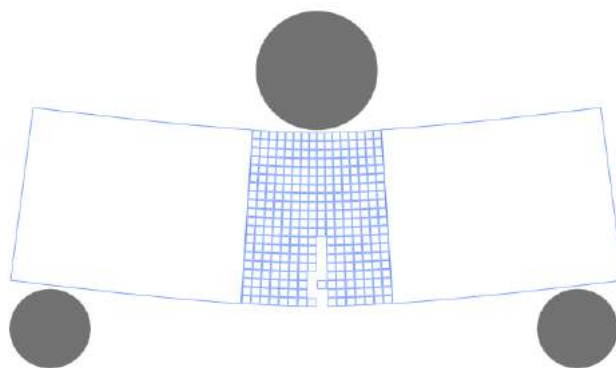


FIGURE 1.32: Propagation d'une fissure par érosion.

La méthode d'élimination d'éléments, souvent appelée méthode *d'érosion des éléments*, est l'un des outils numériques les plus simples utilisés pour simuler la propagation des fissures en se basant sur des éléments finis classiques. Cette méthode consiste

à retirer définitivement un élément lorsqu'un critère de rupture est atteint. Ce critère est fréquemment piloté par un endommagement ou une déformation plastique cumulée. Rigoureusement, cette méthode viole le principe de conservation de la masse et de l'énergie bien qu'en général les éléments érodés sont de petite taille et leur masse est minime. Pour limiter ce problème, certains codes comme LS-Dyna proposent de remplacer les éléments érodés par des particules SPH qui peuvent évoluer avec ou indépendamment de la structure.

Un autre inconvénient réside dans la représentation de la fissure. Comme on peut l'observer sur la figure 1.32, celle-ci ne peut d'une part que suivre le maillage et d'autre part, elle n'est pas d'épaisseur nulle : l'écartement des lèvres de la fissure est égale à la taille de l'élément érodé.

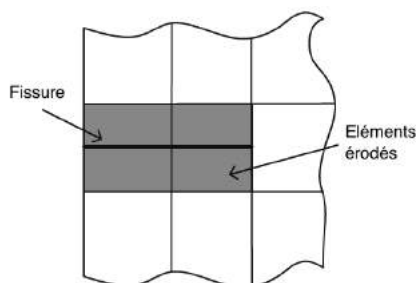


FIGURE 1.33: Représentation de la fissure par des éléments érodés [SON 08].

De plus, la suppression d'un élément entraîne une libération brutale de l'énergie dissipée plastiquement dans celui-ci, ce qui conduit parfois à une propagation artificielle de la fissure. Ainsi, il est préférable d'ajouter une loi constitutive dans laquelle la contrainte tend vers zéro pour des déformations suffisamment importantes. La fissure est alors modélisée par un groupe d'éléments "désactivés" (voir FIG.1.33) qui sont le plus souvent remplacés par des éléments à contrainte nulles, c'est-à-dire sans résistance mécanique. Des exemples de telles lois sont montrées figure 1.34. Cependant, l'implantation de tels

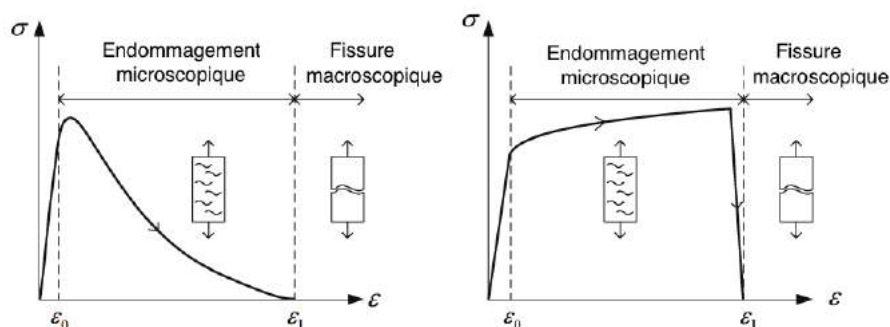


FIGURE 1.34: Courbes d'évolution contraintes-déformations pour un matériau endommageable montrant un adoucissement élastique et un écrouissage plastique [SON 08].

comportements matériaux reste problématique en dynamique de la rupture. En effet, les simulations numériques effectuées avec des matériaux adoucissant ou des matériaux endommageants donnent des résultats qui ne sont pas objectifs vis à vis du maillage. Cela se traduit généralement par une localisation (voir [BEN 93, FOR 04]) artificielle de la déformation ou de l'endommagement dans une zone dont la taille tend vers zéro lorsque le maillage est raffiné [BAZ 76]. En particulier, la dissipation d'énergie par fissuration y devient nulle, ce qui est physiquement irréaliste. Ainsi, l'orientation et la finesse du maillage influencent de manière significative les résultats comme on peut le voir dans la figure 1.35. La comparaison de quelques résultats expérimentaux avec cette méthode par Song *et al.* [SON 08] a mis en doute sa capacité pour être appliquée au cas dynamique.

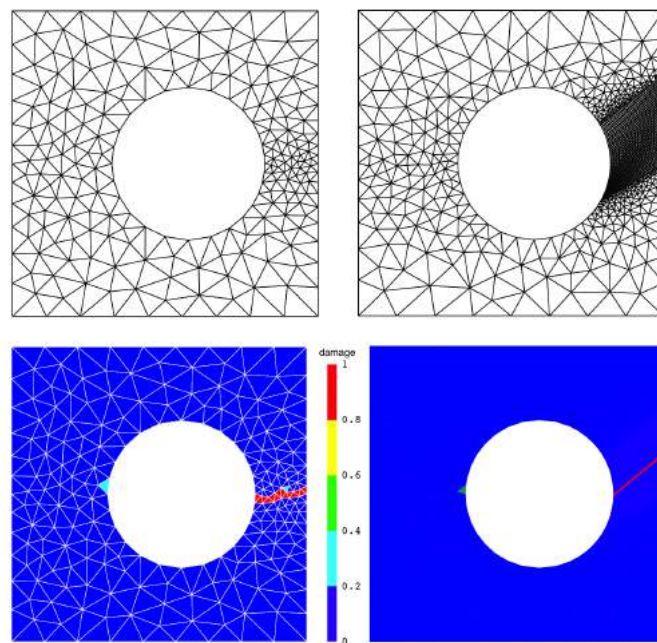


FIGURE 1.35: Localisation pathologique de l'endommagement, effet de la taille et de l'orientation du maillage [FOR 04].

Afin de régulariser ce problème et ainsi d'obtenir une solution objective, c'est-à-dire indépendante du maillage, plusieurs familles de limiteurs de localisation ont été introduites. Une bonne synthèse de ces limiteurs a été récemment faite dans [MOR 14]. On peut par exemple citer les modèles à *conservation de l'énergie* de fissuration qui permettent de faire en sorte que l'énergie libérée par la création de la surface de la fissure soit égale au taux de restitution d'énergie critique du matériau (voir paragraphe 1.2.2.2). Il existe également des modèles dits *non-locaux* qui permettent de régulariser le problème en introduisant une longueur caractéristique. Une première approche dite intégrale consiste

à remplacer une variable locale a par sa "moyenne" $\tilde{a}$ sur le voisinage du point considéré :

$$\tilde{a} = \frac{\int_{\Omega} \omega(x,y) a(y) dy}{\int_{\Omega} \omega(x,y) dy}, \quad (1.64)$$

où ω est une fonction de pondération qui détermine l'influence du point y sur le point d'intérêt x . Cette fonction de pondération est souvent une gaussienne. Cette approche qui a été initialement développée pour des modèles d'endommagement par Pijaudier-Cabot et Bazant [PIJ 87] est aujourd'hui également utilisée pour des matériaux élasto-plastiques et élasto-plastiques-endommageables [BAZ 02]. L'approche différentielle est une autre forme de modèle non-local et consiste à introduire le second gradient de la déformation ou bien d'une variable interne dans les équations. Là encore, des travaux ont été menés aussi bien sur des modèles élasto-plastiques [AIF 84, LAS 88, DEB 92] qu'endommageable [PEE 96, FRÉ 96]. On trouve également les modèles à *effet de vitesse* introduits par Needleman [NEE 88] qui propose d'ajouter un terme de viscosité dans la loi de comportement. Cela a également pour effet d'améliorer la stabilité des simulations numériques. Enfin, dans le même esprit, on trouve les *modèles à effet retard* initialement proposé par Ladevèze *et al.* [LAD 92] puis complétés pour devenir des modèles à *taux limité* [DEU 97, SUF 04]. En se basant sur le fait qu'une fissure ne peut pas apparaître et se propager instantanément dans une structure, il introduit une viscosité dans la loi d'évolution de l'endommagement. Cela a pour effet de limiter la croissance de l'endommagement et donc celui-ci a le temps de se développer sur une largeur de plusieurs éléments avant d'atteindre une valeur critique.

En résumé, ce type de méthode est très utilisée pour sa simplicité de mise en œuvre et vise davantage à étudier le comportement macroscopique de la structure dans un cadre conservateur. Dès lors que l'on souhaite connaître plus finement la réponse, l'utilisation d'une autre méthode notamment plus objective est préférable.

1.4.2.3 Méthode des éléments cohésifs

Comme décrit dans le paragraphe 1.2.2.2, les modèles de zones cohésives fournissent un cadre sûr et robuste pour prédire la cinétique de propagation lorsque la localisation géométrique des fissures potentielles est connue. Cette approche est intermédiaire entre les modèles basés sur la mécanique de la rupture utilisant des critères d'amorçage (taux de restitution d'énergie ou critères en contrainte) et ceux utilisant la mécanique continue de l'endommagement.

Néanmoins, cette méthode possède quelques inconvénients. Tout d'abord elle modifie la rigidité globale de la structure en introduisant un élément d'épaisseur nul mais de rigidité finie. Cela perturbe entre autre le trajet des ondes mécaniques en dynamique. De plus, il est nécessaire de connaître a priori le trajet de la fissure en disposant des éléments cohésifs le long de ce trajet. Par ailleurs, comme il a été montré dans [XU 94, ZHO 04], ce modèle n'est pas objectif vis à vis du maillage. La direction de propagation montre

alors une forte dépendance au maillage en terme d'orientation et de taille des éléments.

Une évolution de cette méthode est l'utilisation des zones cohésives dans le cadre d'une méthode de partition de l'unité telle que la méthode X-FEM (développée dans le paragraphe 1.4.3.2) comme c'est le cas dans [MOË 02] ou plus récemment pour le cas spécifique de la déchirure ductile [SIM 10]. Cela permet entre autre à la fissure d'évoluer librement au sein du maillage sans nécessairement suivre le pavage. Un critère d'insertion des zones cohésives ainsi que qu'un critère d'orientation doivent alors être définis. Pour la propagation, les critères sont basés sur des grandeurs internes à la zone cohésive. Afin de calculer le comportement dans cette zone, des points de Gauss sont répartis sur la surface de la fissure, puis les contraintes cohésives sont ensuite interpolées pour obtenir la contribution de la zone cohésive aux efforts nodaux.

1.4.3 Méthodes basées sur la partition de l'unité

1.4.3.1 Généralités

L'idée sous-jacente de ces méthodes est d'améliorer la qualité de la solution fournie par la méthode des éléments finis non pas en raffinant la discrétisation, mais en injectant des fonctions a priori proches de la solution attendue dans la base des fonctions utilisée pour évaluer le problème. Il est ensuite nécessaire de formuler un critère de propagation se basant sur cette discrétisation enrichie.

Ce concept introduit dans la fin des années 90 par Melenk et Babuska [MEL 96] s'applique donc particulièrement bien à tout problème présentant des singularités, y compris la mécanique de la rupture. Pour cette application, on peut citer la méthode des éléments finis étendus X-FEM de Belytschko, Moës *et al.* [MOË 99, DOL 00a, BLA 99], la méthode des éléments finis généralisés proposée par Strouboulis *et al.* [STR 00, DUA 00], ainsi que des méthodes utilisant des zones cohésives développées par de Borst *et al.* [BOR 04, WEL 01, REM 03]. En pratique et pour des raisons de coût de calculs, on limite l'introduction de fonctions d'enrichissement où cela est nécessaire. Ainsi on crée une couche d'éléments de transition, appelés "blending elements" et visibles figure 1.36, pour lesquels une partie seulement des noeuds est enrichie et qui ne vérifie donc plus vraiment la propriété de partition de l'unité. La présence de cette zone et la façon dont elle est traitée peut avoir une influence sur l'ordre de convergence de la méthode [CHE 03].

Soit un domaine Ω maillé par un ensemble d'éléments $\mathcal{E}$ et discrétisé par un ensemble de noeuds $\mathcal{N}$. Un ensemble de fonctions de forme N_A s'appuie sur ces ensembles. On peut alors représenter une approximation éléments finis d'un champ u de la façon suivante :

$$u(x) = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) u_A. \quad (1.65)$$

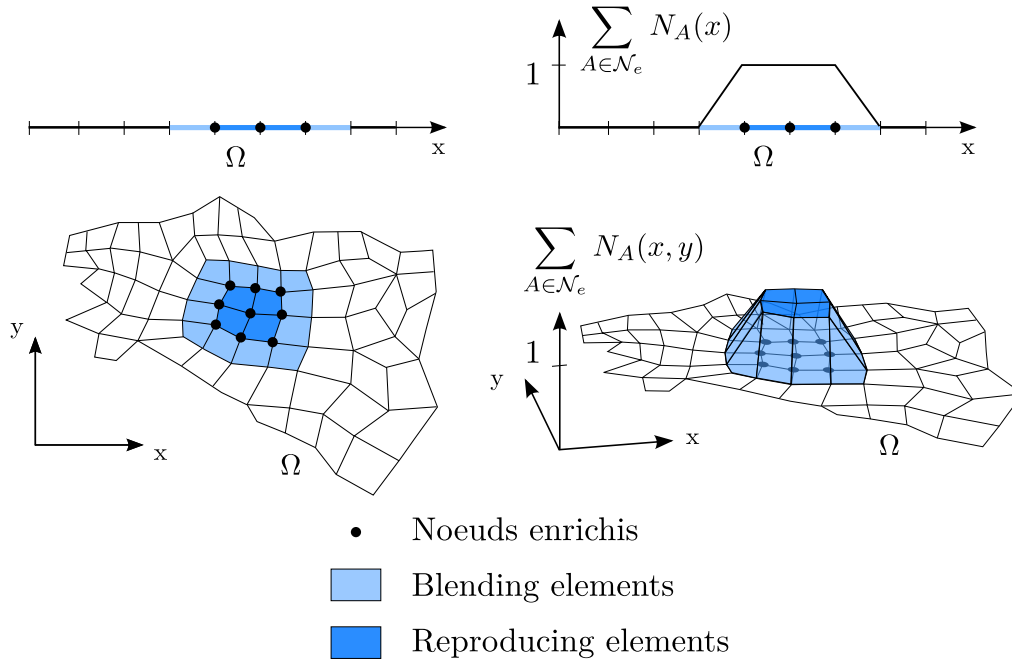


FIGURE 1.36: Mise en évidence des "blending elements" sur des domaines Ω discrétisés en 1D et 2D [FRI 08].

Mathématiquement, si les fonctions de forme N_A constituent une partition de l'unité dans le domaine Ω , on a :

$$\sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) = 1, \quad \forall x \in \Omega. \quad (1.66)$$

On peut alors enrichir l'approximation de u avec une fonction d'enrichissement $\phi(x)$ de la façon suivante :

$$u(x) = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) u_A + \sum_{B \in \mathcal{N}^e} N_B(x) \phi(x) u_B, \quad (1.67)$$

où $\mathcal{N}^e$ représente l'ensemble des nœuds auxquels on choisit de placer des degrés de libertés enrichis u_B . La fonction d'enrichissement est choisie de manière à capturer plus efficacement la solution du problème considéré. Selon le problème traité, il peut parfois être judicieux d'introduire plusieurs fonctions d'enrichissement si une unique fonction ne permet pas de capturer totalement la discontinuité. Cette modification de la base des fonctions utilisées pour résoudre le problème permet d'introduire des discontinuités fortes telle qu'une fissure dans les champs de déplacement et déformations.

Les principaux intérêts de ces méthodes sont l'amélioration de l'ordre de convergence et le découplage entre la discontinuité et le maillage. En effet, la discontinuité étant contenue dans les fonctions d'approximation, sa géométrie apparaît de manière implicite. Ainsi, pour la faire évoluer au cours du temps, l'étape de remaillage n'est plus nécessaire.

1.4.3.2 La méthode des éléments finis étendus X-FEM

En mécanique de la rupture, c'est la fissure et son effet sur les différents champs (déplacement, déformation etc.) que l'on souhaite représenter. Ainsi, en se basant sur la méthode de la partition de l'unité présentée au paragraphe précédent, les fonctions pour enrichir la base des solutions doivent être capable de représenter d'une part la discontinuité du champ de déplacement au passage de la fissure loin de la pointe, et d'autre part la singularité du champ de déplacement autour de la pointe.

La méthode des éléments finis étendus (ou "eXtended Finite Element Method") proposée par Belytschko et Black [BLA 99] est basée sur ce principe. Pour représenter les lèvres de la fissure, des degrés de liberté représentant le saut de déplacement sont ajoutés [MOË 99]. Ces degrés de liberté sont obtenus en multipliant une fonction de forme élément fini classique par une fonction de type Heaviside $\mathcal{H}$ introduite de la manière suivante :

$$\mathcal{H}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ est au dessus de } \Gamma \\ -1 & \text{si } x \text{ est en dessous de } \Gamma \end{cases} \quad (1.68)$$

où Γ représente la géométrie de la fissure et x le vecteur position d'un point de Ω . L'équation 1.67 devient alors :

$$u_i(x) = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) u_{iA} + \sum_{B \in \mathcal{N}^{cut}} N_B(x) \mathcal{H}(x) u_{iB}, \quad (1.69)$$

où $\mathcal{N}$ est l'ensemble des nœuds du maillage considéré, $N_A(x)$ est la fonction de forme éléments finis classique associée au nœud A, u_{iA} est la $i^{\text{ème}}$ composante du degré de liberté associé, $\mathcal{N}^{cut}$ est l'ensemble des nœuds appartenant à un élément traversé par la fissure et u_{iB} est la $i^{\text{ème}}$ composante du degré de liberté enrichi associé au nœud B.

Sur le même principe, le champ singulier au voisinage de la pointe peut être approché à l'aide d'une base de fonctions d'enrichissement représentant exactement les champs asymptotiques du problème d'une fissure dans un milieu élastique. On enrichi alors l'élément contenant la pointe de fissure à l'aide de fonctions singulières (voir FIG.1.37). De nombreux travaux [BLA 99, MOË 99, DUA 00] ont montré que la base la plus adéquate était composée de quatre fonctions singulières avec une évolution en $\sqrt{r}$:

$$\{\mathcal{F}_k\}_{k=1..4} = \sqrt{r} \left\{ \sin\left(\frac{\phi}{2}\right), \cos\left(\frac{\phi}{2}\right), \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin(\phi), \cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin(\phi) \right\}, \quad (1.70)$$

où (r, θ) sont les coordonnées dans le repère local lié front de la fissure, d'un point appartenant à un plan normal au front. Le champ de déplacement est alors décrit par l'approximation éléments finis étendus suivante :

$$u_i(x) = \underbrace{\sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) u_{iA}}_{\text{Standard}} + \underbrace{\sum_{B \in \mathcal{N}^{cut}} N_B(x) \mathcal{H}(x) u_{iB} + \sum_{C \in \mathcal{N}^{front}} \sum_k N_C(x) \mathcal{F}_k(x) u_{iC,k}}_{\text{Enrichissement}}, \quad (1.71)$$

où $\mathcal{N}^{front}$ est l'ensemble des nœuds d'éléments contenant le front de fissure et $u_{iC,k}$ la $i^{ème}$ composante du degré de liberté enrichi associé au noeud C et à la $k^{ème}$ fonction d'enrichissement.

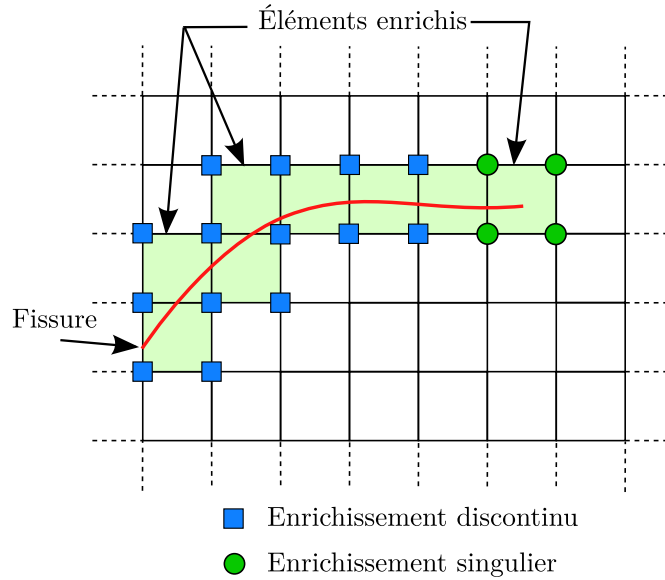


FIGURE 1.37: Stratégie d'enrichissement pour une fissure quelconque placée sur un maillage [ELG 06a].

Historiquement, ce sont les fonctions singulières qui ont été introduites les premières. Les fonctions saut sont ensuite apparues afin de s'affranchir de la dépendance au maillage. Actuellement la méthode X-FEM ne s'applique que sur des structures déjà fissurées. L'avantage principal de cette méthode est de permettre à la fissure d'évoluer sans nécessairement suivre le maillage. A l'heure actuelle, on ne peut pas parler de modèle indépendant du maillage car les critères de propagation proposés dans la littérature (voir Partie 2.3.1) nécessitent des maillages suffisamment fins au voisinage de la pointe de fissure. Ceci est indispensable à la fois pour capter "suffisamment de physique" pour faire un choix de direction de propagation par exemple. De plus, si on fait le choix de ne garder que l'enrichissement de type Heaviside, la pointe de fissure se trouve nécessairement sur le bord d'un élément et l'avancée ne peut pas être inférieure à la taille de l'élément suivant.

1.4.4 Méthodes diffuses

1.4.4.1 Méthode à champ de phase

Les difficultés à simuler numériquement la propagation de chemins de fissuration complexes à l'aide de la mécanique de la rupture ont conduit certains auteurs à utiliser des méthodes à champ de phase, souvent appelées méthodes *phase field*. Ces méthodes ont initialement été introduites pour étudier l'évolution de la microstructure [WAR 95]

puis ont été reprises pour traiter la propagation dynamique de fissure [KAR 01, MIE 10].

Le principe de l'approche est d'introduire un champ auxiliaire similaire à un champ d'endommagement. Le champ prend la valeur 1 sur la fissure et décroît régulièrement vers 0 pour des points matériels s'éloignant de la fissure. L'approximation régularise ainsi une discontinuité géométrique dans le solide par des zones diffuses d'apparition de la fissure. On peut rapprocher cette méthode des modèles à gradient.

On peut citer les travaux récents de Borden *et al.* [BOR 12] qui introduisent l'utilisation des phase field dans des éléments isogéométriques pour étudier la rupture fragile en dynamique.

1.4.4.2 Méthode Thick Level Set

Récemment proposée par [MOË 11], une nouvelle manière de faire évoluer l'endommagement dans les solides a vu le jour. La méthode des level set épaisses, encore appelée *Thick Level Set* ou TLS, a été formulée afin d'éviter la localisation non physique observée avec les modèles de comportement locaux durant leur phase adoucissante. Les premiers travaux se concentrés sur la mécanique de l'endommagement en quasi statique puis ont été étendus à la dynamique [MOR 15] pour de la rupture fragile. Des travaux en parallèle dans [MOË 14] ont permis de coupler l'utilisation d'une vision locale de l'endommagement dans les zones de la structure n'ayant pas atteintes la phase adoucissante, et une vision non locale dans les zones de localisation.

Comme on peut le voir figure 1.38, une level set (voir partie 2.2.5.1) est utilisée pour séparer une zone saine d'une zone endommagée. Dans la zone endommagée, la variable d'endommagement est une fonction explicite de la level set et cette fonction est un paramètre du modèle. Passée une longueur critique, le matériau est supposé entièrement endommagé, menant à une transition naturelle vers la rupture. Lorsque l'endommagement atteint 1 dans la zone non locale, la discontinuité des champs cinématiques se met en place avec la méthode X-FEM, offrant la transition continu/discontinu. C'est ce dernier point qui différencie cette méthode de l'approche phase field présentée dans le paragraphe précédent qui n'offre pas cette transition continu/discontinu. Dans [CAZ 15], les auteurs montrent entre autre que la TLS règle en partie les problèmes de localisation de la fissure proche d'une surface libre rencontrés avec les phase-fields.

La TLS présente plusieurs avantages par rapport aux méthodes classiques utilisant des limiteurs de localisation (présentées partie 1.35). D'une part la transition de la localisation à la rupture est prise en compte dans le modèle. D'autre part, là où les modèles non locaux en tout point de la structure et à tout instant ne permettent pas de modéliser une dégradation diffuse, cette méthode permet d'avoir une vision non locale au moment et à l'endroit nécessaire. Enfin, cela permet de réduire significativement le temps de calcul par rapport à un modèle entièrement non local. Cette extension a ouvert la voie à la modélisation des matériaux quasi fragiles et ductiles avec la TLS, notamment en dynamique. Les premiers travaux à ce sujet sont disponibles dans [MOR 14].

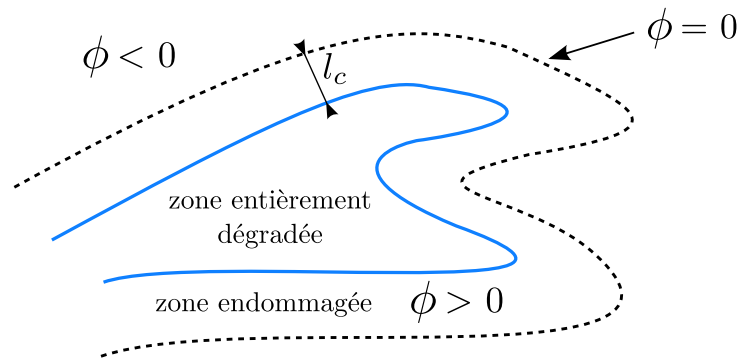


FIGURE 1.38: Schéma d'une level set épaisse.

1.5 Conclusion

Une liste non exhaustive des différents modèles et méthodes numériques pour représenter la propagation de fissure a été présentée. Pour aller plus loin dans la compréhension des modèles, des ouvrages de référence existent tels que le livre de Lemaitre et Chaboche [LEM 09] pour les notions d'endommagement dans le contexte de mécanique des milieux continus, les ouvrages de Bui [BUI 78] ou Anderson [AND 05] pour les notions de mécanique de la rupture, et enfin l'ouvrage de Freund [FRE 98] qui s'intéresse plus particulièrement à la mécanique de la rupture en dynamique.

A travers cette section, il ressort qu'il existe principalement deux visions de la rupture : une vision *locale*, basée sur la mécanique de l'endommagement, et une vision énergétique basée sur la mécanique de la rupture. La première permet de modéliser l'initiation, la croissance et la coalescence de micro fissures pour former la macrofissure. L'avancée de la fissure se fait "naturellement" grâce à la richesse de la loi matériau. L'autre vision est plus pragmatique et ne décrit pas aussi finement ce qui se passe à l'échelle locale. Il est alors nécessaire de "rajouter de la physique" via des critères pour déterminer à la fois vitesse et direction de propagation.

Comme évoqué dans l'introduction générale, les motivations de cette étude sont de mener des calculs de propagation de fissure en dynamique rapide à l'échelle d'une structure entière de navire. Or il n'existe pas à ce jour d'outils numériques disponibles pour simuler une telle propagation.

Nous avons donc fait le choix d'une approche par élément de coque enrichie d'une part et d'un modèle basé sur la mécanique de la rupture à faible nombre de paramètres d'autre part, dans l'objectif de maîtriser le coût numérique de nos simulation et afin de permettre leur application à moyen terme sur des structures de grande taille. Ce type d'approche ne permet pas de simuler la naissance de la fissure et les premiers instant de sa propagation et nécessite donc l'introduction d'une fissure initiale.

Chapitre 2

Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

Sommaire

2.1	Introduction	52
2.2	Couplage de la méthode X-FEM au modèle coque de Mindlin-Reissner	52
2.2.1	Objectifs et hypothèses	52
2.2.2	Propriétés de l'élément fini $Q4GS$	53
2.2.3	Schéma temporel d'intégration	57
2.2.4	Création de l'élément de coque enrichi $X-Q4GS$	61
2.2.5	Description de la fissure	66
2.2.6	Cas test à fissure fixe	70
2.3	Critère de propagation de fissures en dynamique explicite	74
2.3.1	Choix d'un critère de propagation	74
2.3.2	Direction de propagation en traction/cisaillement	76
2.3.3	Incrément de propagation dans un pas de temps	83
2.3.4	Extension du critère pour les coques	85
2.3.5	Moyennes temporelles sur les avancées du front de fissure	87
2.3.6	Mise en œuvre numérique de la propagation	89
2.4	Simulation d'un exemple type issu de la littérature	97
2.5	Conclusion	104

2.1 Introduction

La méthode des éléments finis étendus développée au début des années 2000 [MOË 99] commence à avoir une certaine maturité et apparaît peu à peu dans les codes de calcul utilisés dans l'industrie. Ce modèle basé sur la partition de l'unité [MEL 96] consiste à enrichir la base polynomiale d'approximation de manière à rendre possible la prise en compte entre autres d'une discontinuité au sein d'un élément. De nombreux travaux ont été menés pour traiter des cas de propagation de fissure en dynamique rapide sur des modèles 2D plans ou 3D volumiques. Cependant, le maillage doit être relativement fin pour décrire correctement les différents champs dans le voisinage de la fissure pour ensuite être utilisés dans un critère de propagation. Mener de tels calculs à l'échelle d'une structure navale dans un contexte de bureau d'étude paraît délicat. Ces structures étant élancées (assemblages de plaques et de coques), il est pertinent d'utiliser des modèles coques qui permettent de diminuer considérablement la taille d'un modèle et de gagner en temps de calcul.

Ce chapitre propose de détailler les différentes étapes nécessaires afin de pouvoir simuler la propagation de fissure en dynamique rapide dans des éléments finis de coques à l'aide de la méthode des éléments finis étendus.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description de tous les "ingrédients" qu'il est nécessaire d'ajouter à l'élément fini de coque afin que les champs d'inconnues cinématiques de celui-ci puissent décrire spatialement la fissure. La seconde se concentre davantage sur le critère de propagation à savoir la détermination des grandeurs permettant de définir la propagation, en terme de vitesse et de direction.

2.2 Couplage de la méthode X-FEM au modèle coque de Mindlin-Reissner

2.2.1 Objectifs et hypothèses

Certains travaux traitent le cas de plaques fissurées en flexion [LAS 09] ou de coques fissurées [ARE 05] en se basant sur la théorie de Kirchhoff-Love des coques fines. Toutefois, les épaisseurs conséquentes des coques qui forment des navires comme les sous-marins imposent le choix d'une autre formulation plus adaptée aux coques dites "épaisses"; c'est la théorie de Mindlin-Reissner. Celle-ci permet la prise en compte du cisaillement transverse mais nécessite un traitement particulier pour éviter le phénomène dit de "verrouillage" lorsque l'élancement (longueur/épaisseur) de la coque devient trop important. La méthode X-FEM a été utilisée avec cette théorie par Dolbow *et al.* [DOL 00b] à l'aide de l'élément MITC4 pour traiter le cas des plaques en élasticité bidimensionnelle.

Afin de traiter les cas de coque tridimensionnelle fissurée basée sur la théorie de Mindlin-Reissner, le choix a été fait d'enrichir le quadrangle $Q4\gamma 24$. Cet élément est brièvement présenté dans le paragraphe 2.2.2

Des essais de détonation ont été effectués sur des éprouvettes (plates et cylindriques) pré-entailées sur le site de Tourris, en collaboration avec DGA Techniques Navales. Lorsque le défaut initial n'est pas débouchant, les essais montrent que la fissure se propage dans un premier temps dans l'épaisseur de l'éprouvette. La fissure se propage ensuite en restant traversante. Lors de la phase de propagation, la fissure traversante se propage avec une inclinaison d'environ 45 degrés par rapport au plan moyen de la coque ce qui traduit une rupture en présence d'un cisaillement. De plus, le phénomène de striction apparaît en pointe de fissure, qui se traduit par une réduction de l'épaisseur de la coque localement. On constate une inclinaison de 45 degrés lorsqu'il s'agit de cisaillement pur et d'un angle légèrement inférieur pour un chargement mixte comme on peut le remarquer sur la figure 2.1. A noter que lorsqu'une entaille introduite est initialement débouchante, le même type de propagation est observé.

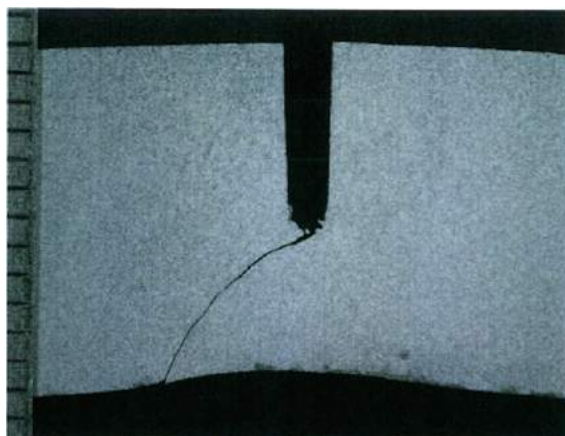


FIGURE 2.1: Orientation de la fissure dans l'épaisseur de la structure.

Les modèles de coques étant formulés à partir de la surface moyenne de la structure, l'analyse de l'évolution de la fissure à travers l'épaisseur n'est guère prévisible. De plus, comme il l'a été rappelé en partie 1.4.3.2, la méthode X-FEM ne permet pas de traiter la phase d'amorçage de fissures. Ce travail se focalise donc sur des fissures préexistantes qui seront supposées *débouchantes dans l'épaisseur*.

2.2.2 Propriétés de l'élément fini $Q4GS$

Le $Q4GS$ est un élément implémenté dans Europlexus qui permet d'obtenir les solutions numériques des problèmes de plaque et coque, qu'elles soit minces ou épaisses. Le cisaillement transverse est pris en compte avec les hypothèses de Mindlin-Reissner. Pour cet élément, la normale en tout point est obtenue par interpolation des normales aux

nœuds. Il s'agit de la vision coque dégénérée définie dans la partie 1.3.2.5. C'est cette version simplifiée de coque épaisse que l'on propose d'enrichir avec la méthode X-FEM dans la suite de nos travaux.

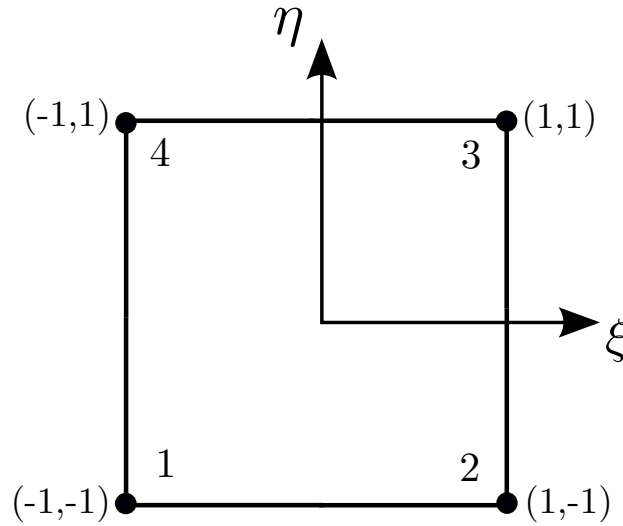


FIGURE 2.2: Élément de référence du quadrangle à 4 nœuds.

C'est un quadrangle à épaisseur constante dont la partie membrane est représentée par l'élément Q4 et la partie flexion/cisaillement par l'élément Q4 γ (FIG.2.2).

2.2.2.1 Caractéristiques

C'est un élément courbe à quatre nœuds et six degrés de liberté par nœud. Ses inconnues nodales sont les déplacements locaux u_x , u_y et u_z , et les rotations locales θ_x , θ_y et θ_z ;

- u_x et u_y représentent les effets de membrane,
- θ_x et θ_y représentent les effets de flexion,
- u_z , θ_x et θ_y servent à établir les effets de cisaillement transversal,
- θ_z est utilisée pour éviter la singularité de la matrice de rigidité.

Les variables nodales après assemblage sont les déplacements U_X , U_Y et U_Z des trois nœuds et les rotations θ_X , θ_Y et θ_Z autour des axes globaux X, Y et Z (voir FIG.2.3). L'intégration numérique se fait sur quatre points dans le plan de l'élément de référence (voir TAB.2.1), et cinq points dans l'épaisseur en faisant varier z entre $-\frac{h}{2}$ et $\frac{h}{2}$.

Alors que les trois nœuds d'un triangle sont nécessairement coplanaires, ce n'est plus le cas pour les quatre nœuds d'un quadrangle. Il est alors nécessaire de définir un repère local en chaque sommet et en chaque point d'intégrations pour prendre en compte la

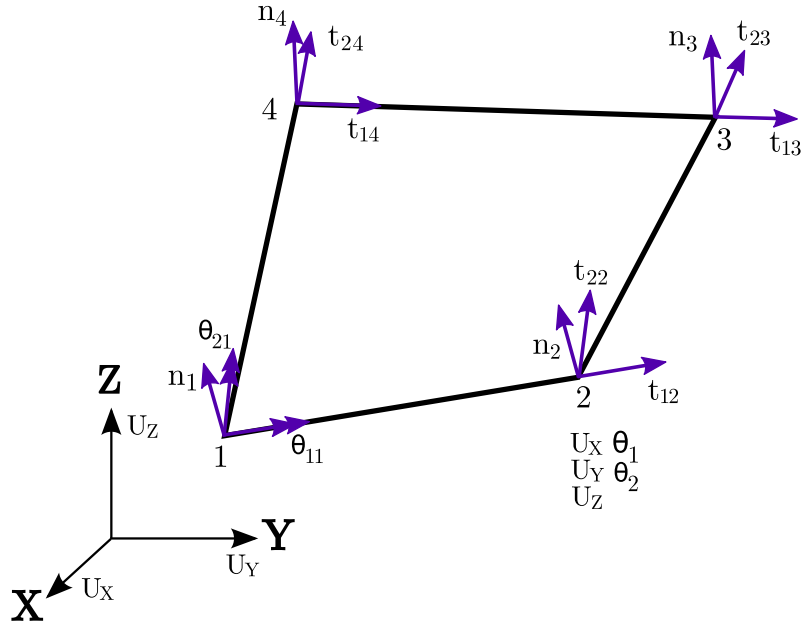


FIGURE 2.3: Variables nodales locales (5 ddl/noeud).

courbure de l'élément.

2.2.2.2 Fonctions d'interpolation

Que ce soit pour les déplacements ou les rotations, les fonctions de forme classiques bilinéaires des quadrangles sont utilisées :

$$N_1(\xi, \eta) = \frac{1}{4}((1 - \xi)(1 - \eta)) \quad (2.1)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{4}((1 + \xi)(1 - \eta)) \quad (2.2)$$

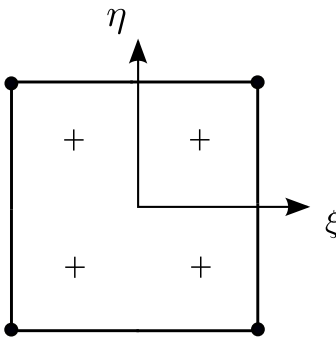
$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4}((1 + \xi)(1 + \eta)) \quad (2.3)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{4}((1 - \xi)(1 + \eta)) \quad (2.4)$$

2.2.2.3 Traitement du verrouillage en cisaillement transverse

La prise en compte du cisaillement transverse nécessite quelques précautions car il entraîne quelques complications avec notamment l'apparition du verrouillage. Pour le *Q4GS*, c'est la méthode du champ assumé de déformation de cisaillement transverse

TABLEAU 2.1: Points d'integration du Q4GS.

	Coordonnées		Poids
	ξ_i	η_i	ω_i
	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$	1
	$-1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$	
	$-1/\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$	
	$1/\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$	

qui est utilisée (FIG.2.4). Le cisaillement transversal γ n'est pas directement calculé aux quatre points d'intégration comme pour la membrane et la flexion, mais il est interpolé à l'aide des valeurs calculées aux quatre points (A1, A2, B1 et B2) milieux des côtés du quadrilatère. Ainsi, avec $[J]$ la matrice jacobienne de la transformation, le cisaillement transverse s'interpole de la manière suivante :

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \gamma_{\xi z} \\ \gamma_{\eta z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1-\eta}{2}\gamma_{\xi}^{A1} + \frac{1+\eta}{2}\gamma_{\xi}^{A2} \\ \frac{1-\xi}{2}\gamma_{\eta}^{B1} + \frac{1+\xi}{2}\gamma_{\eta}^{B2} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

avec $\gamma_{\xi z}$ et $\gamma_{\eta z}$ constants sur chaque côté de l'élément. Ce traitement du cisaillement permet d'éviter le phénomène de verrouillage en cisaillement transverse.

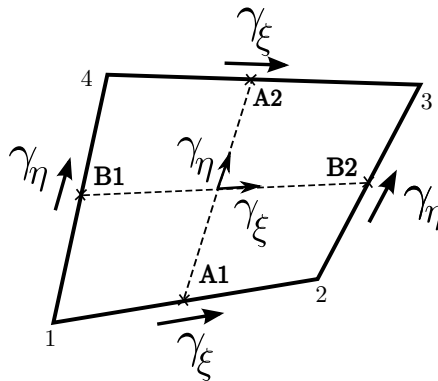


FIGURE 2.4: Champ assumé de déformation en cisaillement transverse.

Une bonne description de l'élément peut être trouvée dans Batoz [BAT 92] et Zeng [ZEN 98].

2.2.3 Schéma temporel d'intégration

Dans cette partie on s'intéresse à la manière d'intégrer numériquement l'équation d'équilibre dynamique. On présente en premier le cas général d'un problème sans amortissement, puis les modifications engendrée par l'introduction d'un amortissement.

2.2.3.1 Sans amortissement

Pour le cas d'un problème sans contact ni amortissement, l'équation d'équilibre discrétisée peut s'écrire de la manière suivante :

$$M\ddot{U} = F_{ext} - F_{int}, \quad (2.6)$$

où F_{ext} sont les efforts extérieurs et F_{int} les efforts intérieurs. Dans le cas élastique linéaire on a la relation $F_{int} = KU$ et dans le cas non linéaire matériau on utilise généralement $F_{int} = \int_{\Omega} B^T \sigma d\Omega$ où Ω est la configuration déformée, σ la contrainte de Cauchy et B l'opérateur divergence discrétisé.

Deux grands types de schéma temporels d'intégration existent pour cela : les schémas *explicites* et *implicites* en temps. Les premiers permettent une résolution rapide mais sont conditionnellement stable. Cela implique un pas de temps suffisamment petit pour éviter que le calcul ne diverge. Les schémas d'intégration implicites permettent d'utiliser un pas de temps qui peut être important mais nécessitent des itérations pour assurer la convergence de l'équilibre à chaque pas de temps, rendant chaque itération temporelle plus longue à résoudre.

En dynamique rapide, les problèmes à traiter sont des cas de chargements brefs et il est en général préférable d'avoir des pas de temps suffisamment petits afin de suivre au mieux les variations rapides du chargement. Ainsi, le schéma implicite est souvent écarté car la durée des pas de temps imposée par la physique du problème conduiraient à de trop grands temps de calcul.

L'algorithme d'intégration en temps utilisé dans Europlexus est de type Newmark [NEW 59]. Il est basé sur un développement limité de Taylor des fonctions temporelles. Les dérivations successives peuvent être approchées par un développement de Taylor en utilisant deux paramètres, β pour le déplacement U et γ pour la vitesse $\dot{U}$. En notant U_n le déplacement à l'instant n , $\dot{U}_n$ la vitesse et $\ddot{U}_n$ l'accélération, le passage du pas n au pas

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

$n + 1$ est donné par :

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t \dot{U}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}_n + \frac{\Delta t^3}{3} \left(3\beta \frac{\ddot{U}_{n+1} - \ddot{U}_n}{\Delta t} \right), \quad (2.7)$$

$$\ddot{U}_{n+1} = M^{-1}(F_{ext,n+1} - F_{int,n+1}), \quad (2.8)$$

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_n + \Delta t \ddot{U}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \left(2\gamma \frac{\ddot{U}_{n+1} - \ddot{U}_n}{\Delta t} \right). \quad (2.9)$$

En réarrangeant les équations, il vient :

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t \dot{U}_n + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{U}_n + \Delta t^2 \beta \ddot{U}_{n+1}, \quad (2.10)$$

$$\ddot{U}_{n+1} = M^{-1}(F_{ext,n+1} - F_{int,n+1}), \quad (2.11)$$

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_n + \Delta t(1 - \gamma) \ddot{U}_n + \gamma \Delta t \ddot{U}_{n+1}. \quad (2.12)$$

Le tableau TAB.2.2 présente les différents algorithmes utilisés en fonction du couple de paramètres (β, γ) .

TABLEAU 2.2: Résumé des différents schémas numériques de Newmark.

Algorithme	Type	γ	β
Purement explicite	Explicite	0	0
Différence centrée	Explicite	1/2	0
Accélération linéaire	Implicite	1/2	1/6
Accélération moyenne	Implicite	1/2	1/4
Accélération moyenne modifiée	Implicite	$1/2 + \gamma$	$(1 + \gamma)^2/4$
Fox-Goodwin	Implicite	1/2	1/2

Le schéma utilisé dans Europlexus est donné pour le couple de valeur $(\beta, \gamma) = (0, \frac{1}{2})$. Il s'agit du schéma explicite de différence centrée, dont les relations simplifiées sont données par :

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t \dot{U}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}_n, \quad (2.13)$$

$$\ddot{U}_{n+1} = M^{-1}(F_{ext,n+1} - F_{int,n+1}), \quad (2.14)$$

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_{n+1}. \quad (2.15)$$

Ainsi l'algorithme permet une grande souplesse pour traiter les problèmes de dynamique rapide et les comportements non linéaires. Le déplacement au pas de temps t_{n+1} ne dépend que des éléments de solution au temps t_n ce qui rend la résolution directe.

2.2.3.2 Avec amortissement

Lorsqu'il y a de l'amortissement ou du contact, un terme dépendant de la vitesse $\dot{U}$ apparaît dans l'équation d'équilibre 2.6. Si on note C la matrice d'amortissement, l'équation devient :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} = F_{ext} - F_{int}. \quad (2.16)$$

Le passage du pas n au pas $n + 1$ est alors donné par :

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t \dot{U}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}_n, \quad (2.17)$$

$$\ddot{U}_{n+1} = M^{-1}(F_{ext,n+1} - F_{int,n+1} - C\dot{U}_{n+1}), \quad (2.18)$$

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_{n+1}. \quad (2.19)$$

On remarque alors que le schéma est explicite en déplacement, mais qu'il ne l'est plus en vitesse et en accélération : l'accélération au temps $n + 1$ dépend désormais de la vitesse au temps $n + 1$ et inversement. Ainsi la résolution n'est plus directe et des itérations sont nécessaires.

Pour que l'algorithme de la différence centrée reste explicite, Belytschko [BEL 99] propose d'introduire la vitesse au pas de temps $(n + \frac{1}{2})$ définie de la manière suivante :

$$\dot{U}_{n+\frac{1}{2}} = \frac{U_{n+1} - U_n}{\Delta t}. \quad (2.20)$$

En injectant l'équation 2.17 dans l'équation 2.20 il vient :

$$\dot{U}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_n. \quad (2.21)$$

Les relations 2.13 et 2.15 écrites au pas de temps n , la définition de $\dot{U}_{n-\frac{1}{2}}$ et l'équation 2.21 permettent d'écrire :

$$\dot{U}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{U}_{n-\frac{1}{2}} + \Delta t \ddot{U}_n. \quad (2.22)$$

L'introduction de $\dot{U}_{n+\frac{1}{2}}$ dans le schéma de la différence centrée modifie l'équation d'équilibre qui s'écrit alors à l'instant $n+1$:

$$M\ddot{U}_{n+1} + C\dot{U}_{n+\frac{1}{2}} = F_{ext,n+1} - F_{int,n+1}. \quad (2.23)$$

Finalement, les équations correspondantes à ce schéma d'intégration s'écrivent :

$$\dot{U}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_n, \quad (2.24)$$

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t \dot{U}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{U}_n, \quad (2.25)$$

$$\ddot{U}_{n+1} = M^{-1}(F_{ext,n+1} - F_{int,n+1} - C\dot{U}_{n+\frac{1}{2}}), \quad (2.26)$$

$$\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_n + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_{n+1}, \quad (2.27)$$

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

ce qui permet d'obtenir à nouveau un schéma explicite. L'initialisation de la vitesse se fait alors de la manière suivante :

$$\dot{U}_{\frac{1}{2}} = \dot{U}_0 + \frac{\Delta t}{2} \ddot{U}_0. \quad (2.28)$$

2.2.3.3 Pas de temps critique pour les schémas explicites

La condition de stabilité d'un schéma explicite pour le cas unidimensionnel s'exprime de la manière suivante :

$$\Delta t \leq \Delta t_{crit} = \frac{\Delta x}{c}, \quad (2.29)$$

avec Δx la plus petite longueur caractéristique de la structure discrétisée, et c la célérité de l'onde donnée par $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ où E est le module d'Young et ρ la masse volumique.

Physiquement, Δt_{crit} correspond au temps mis par l'onde de célérité c pour traverser la plus petite longueur de l'élément le plus petit. Sur l'exemple d'une structure unidimensionnelle figure 2.5, on peut comprendre ce critère en imaginant que l'information se transmet de la gauche vers la droite :

- Si $\Delta t \leq \Delta t_{crit}$ les phénomènes peuvent être décrits dans tous les éléments,
- Si $\Delta t > \Delta t_{crit}$ certains éléments ne voient pas l'information.

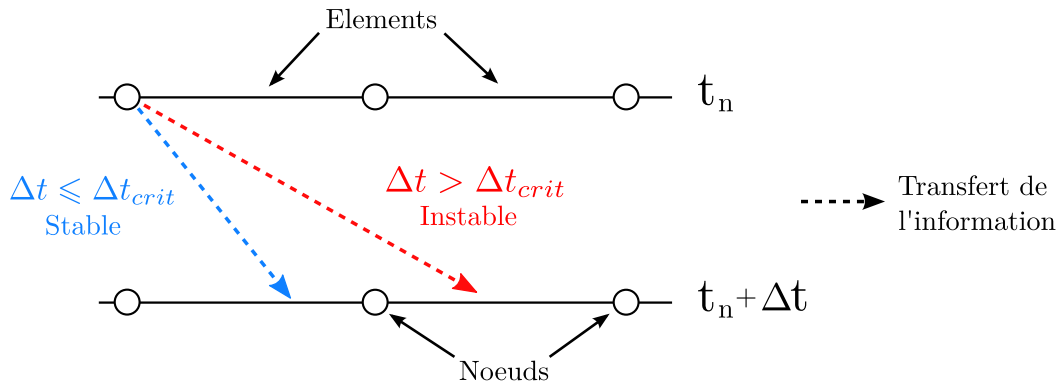


FIGURE 2.5: Stabilité des calculs en fonction du pas de temps.

Il y a alors stabilité si l'incrément de temps permet de décrire l'information dans tous les éléments constituant la structure. Il faut donc veiller à choisir subtilement la taille de ses éléments car quelques petits éléments pour capter un gradient de contrainte vont pénaliser le temps de calcul pour toute la structure. Un schéma implicite de Newmark est lui toujours stable quelque soit le pas de temps tant que $2\beta \geq \gamma \geq \frac{1}{2}$.

2.2.4 Création de l'élément de coque enrichi X-Q4GS.

2.2.4.1 Enrichissement de l'élément

Concernant l'enrichissement, seules les fonctions sauts de Heaviside sont utilisées pour décrire la discontinuité à la fois en déplacement (2.30) et en rotation (2.31). Il a été montré dans [GRE 07] que les fonctions singulières en pointe de fissure ne sont pas indispensables pour mieux décrire le champ de déplacement, pourvu que le maillage soit suffisamment fin au voisinage du front.

$$u_i(x) = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) u_{iA} + \sum_{B \in \mathcal{N}^{cut}} N_B(x) \mathcal{H}(x) u_{iB}^*, \quad (2.30)$$

$$\theta_i(x) = \sum_{A \in \mathcal{N}} N_A(x) \theta_{iA} + \sum_{B \in \mathcal{N}^{cut}} N_B(x) \mathcal{H}(x) \theta_{iB}^*, \quad (2.31)$$

$$\text{avec } \mathcal{H}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ est au dessus de la fissure} \\ -1 & \text{si } x \text{ est en dessous de la fissure} \end{cases} \quad (2.32)$$

Il convient de remarquer qu'avec ce choix d'enrichissement, la position de la pointe n'est qu'approximatif étant donné que la propagation a lieu sur un nombre entier d'éléments. Dès que le calcul prévoit une avancée de la pointe de fissure dans un nouvel élément, celui-ci est entièrement tranché comme on peut le voir figure 2.8.

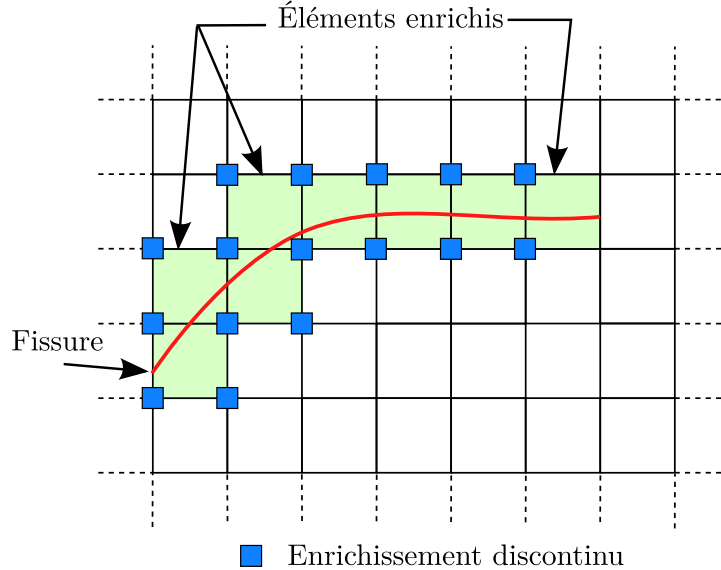


FIGURE 2.6: Stratégie d'enrichissement pour une fissure quelconque placée sur un maillage.

Diagonalisation de la matrice masse Pour profiter pleinement du schéma temporel explicite et ne travailler que sur une résolution vectorielle, la matrice masse doit être diagonalisée. Ainsi, l'équation d'équilibre peut s'exprimer sous la forme :

$$M_{diag}\ddot{U} = F_{ext} - F_{int}, \quad (2.33)$$

De base, la matrice de masse consistante prend la forme générale suivante avec un rangement adéquat des fonctions de forme :

$$\mathbb{M}_{XFEM} = \begin{pmatrix} \mathbb{M}_{standard} & \mathbb{M}_{couplage} \\ \mathbb{M}_{couplage} & \mathbb{M}_{enrichie} \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

où la matrice $\mathbb{M}_{standard}$ est la matrice de masse construite à partir des fonctions de forme non enrichies seulement, la matrice $\mathbb{M}_{enrichie}$ construite à partir des fonctions de forme enrichies uniquement, et $\mathbb{M}_{couplage}$ par le couplage des fonctions de forme standard et enrichies.

La méthode de diagonalisation de matrice masse basée sur la conservation de l'énergie cinétique mise en place par Menouillard *et al.* [MEN 07] a été reprise. Les auteurs montrent en outre que les masses associées aux degrés de liberté enrichis peuvent prises égales à celles des degrés de liberté classiques, tout en assurant la conservation de l'énergie cinétique pour des mouvements de corps rigide qu'il y ait une fissure ou non.

Dans le cas des coques X-FEM, on choisit alors non seulement de prendre égales les masses associées aux degrés de liberté classiques et enrichis *en déplacement*, mais également pour les masses associées aux degrés de liberté classiques et enrichis relatives *aux rotations*. La matrice masse diagonale de taille (12 x 12) d'un élément de coque enrichi devient donc :

$$\mathbb{M}_{XFEM}^{diag} = \begin{pmatrix} \mathbb{M}_{standard}^{diag} & 0 \\ 0 & \mathbb{M}_{enrichie}^{diag} \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

avec :

$$\mathbb{M}_{standard}^{diag} = \begin{pmatrix} m_u^{fem} & 0 \\ 0 & m_\theta^{fem} \end{pmatrix}, \quad (2.36)$$

$$\mathbb{M}_{enrichie}^{diag} = \begin{pmatrix} m_u^{xfem} & 0 \\ 0 & m_\theta^{xfem} \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

en prenant :

$$m_u^{fem} = m_{u^*}^{xfem}, \quad (2.38)$$

$$m_\theta^{fem} = m_{\theta^*}^{xfem}. \quad (2.39)$$

Pas de temps critique de l'élément enrichi Gerlach [GER 99] a montré que l'enrichissement discontinu introduit un caractère non stabilisant du schéma de Newmark explicite. Comme expliqué précédemment, le pas de temps critique dépend de la plus petite taille d'élément. Ainsi pour un élément dont un des côté est coupé, c'est la plus petite des parties du côté coupé qu'il faut prendre en compte pour le calcul du pas de temps, si bien que le pas de temps explicite tend vers zéro lorsque la fissure coupe un élément très près d'un noeud.

Menouillard *et al.* ont montré dans [MEN 06] puis [MEN 08] que pour le cas d'éléments poutres ou triangles, l'utilisation de la matrice de masse diagonalisée, souvent appelée matrice *lumpée*, conduisait à un pas de temps critique non nul. Ils ont même prouvé qu'en utilisant une matrice diagonale par bloc le pas de temps critique est le même que si l'élément n'était pas coupé. Ces résultats sont regroupés dans TAB.2.3 en appelant Δt_c^{fem} le pas de temps critique de l'élément non coupé pour lequel on utilise la matrice de masse diagonale, et Δt_c^{xfem} le pas de temps critique de l'élément coupé.

TABLEAU 2.3: Valeur minimum du pas de temps critique normalisé en fonction de la matrice masse utilisée pour un élément X-FEM - Éléments poutres et triangles.

Matrice masse	$\Delta t_c^{xfem} / \Delta t_c^{fem}$
Consistante	0
Diagonale	$1/\sqrt{2}$
Diagonale par bloc	1

Le cas des quadrangles et des éléments volumiques sont traités dans [MEN 07, MEN 08]. Les auteurs montrent qu'avec toutes les méthodes de diagonalisation et quel que soit le type d'élément fini étudié, un pas de temps de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ fois le pas de temps de l'élément sans enrichissement garantit la stabilité. En pratique, le pas de temps critique choisi pour assurer la stabilité du calcul est donné par :

$$\Delta t_c^{xfem} = \frac{\Delta t_c^{fem}}{2}. \quad (2.40)$$

2.2.4.2 Technique d'intégration

Numériquement, la prise en compte de l'enrichissement intervient dans le calcul des forces intérieures de l'élément fini. Il faut en effet venir ajouter les contributions des degrés de liberté enrichis aux noeuds concernés par un enrichissement actif. L'expression des forces intérieures devient alors :

$$F_{int} = \underbrace{\int_{\Omega} B^T \cdot \sigma d\Omega}_{F_{standard}} + \underbrace{\int_{\Omega} HB^T \cdot \sigma d\Omega}_{F_{enrichie}}. \quad (2.41)$$

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

La présence de fonctions discontinues au sein des éléments impose de modifier les règles d'intégration numérique. Le champ de déplacement n'est en effet plus polynomial du fait de la fonction saut, ce qui ne permet plus d'utiliser une quadrature classique.

Une première approche développée par Moës *et al.* [MOË 99] est de sous découper les éléments tranchés de manière compatible avec la fissure, et ainsi intégrer exactement des fonctions continues de part et d'autre de la fissure. Ces sous-découpages en triangles n'interviennent dans le calcul que pour l'intégration numérique. Il ne s'agit en aucun cas de nouveaux éléments plus fins mais de géométries sur lesquelles les règles d'intégrations classiques sont connues.

Cette méthode parfaitement adaptée aux matériaux élastiques peut néanmoins entraîner une non conservation de l'énergie pour des matériaux non linéaires. En effet, l'utilisation d'une telle technique conduit à un changement du nombre et de la position des points de Gauss lorsque la fissure se propage. Il faut dans ce cas effectuer une projection des champs élémentaires lors de l'étape de remaillage des sous-éléments (contraintes, déformations etc.), dans une zone où leur gradient est particulièrement élevé (voir FIG. 2.7).

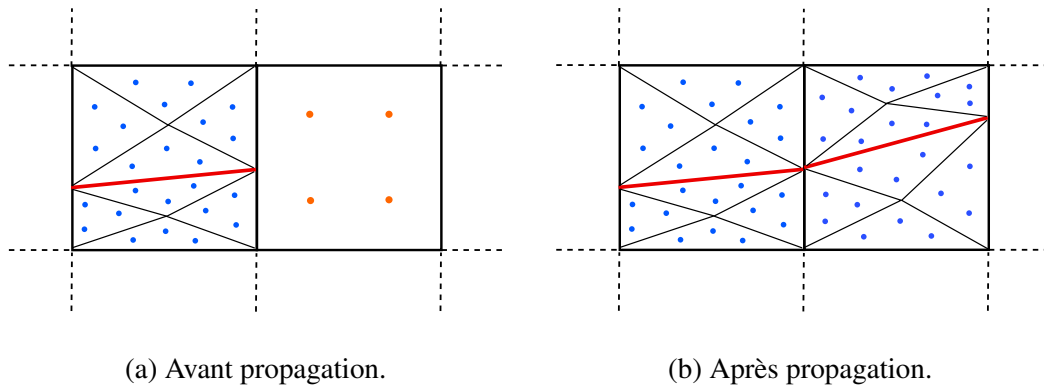


FIGURE 2.7: Intégration par sous découpage, projection des champs sur de nouveaux points de Gauss.

Pour éviter ces problèmes et l'étape de sous-découpage des éléments, Elguedj [ELG 06b] proposent de subdiviser au préalable par un nombre fixe de sous-éléments de forme similaire tous les éléments enrichis. La position des points d'intégrations est par conséquent connue avant même que la plasticité (entre autres) ne se développe dans l'élément. Il n'y a alors plus d'étape de projection. L'intégration n'est plus exacte mais l'erreur est minimisée en utilisant un nombre accru de sous éléments et les contributions sont pondérées par l'aire de part et d'autre de la fissure. Pelée de Saint Maurice [SAI 14] a montré que pour minimiser l'erreur, l'important n'est pas tant le nombre de sous éléments mais plutôt le nombre de points d'intégration qui interviennent dans chaque zone. La figure 2.8 présente le cas d'un sous-découpage en 4×4 sous éléments ayant

chacun quatre points d'intégration dans le plan, soit un total de 64 points de Gauss.

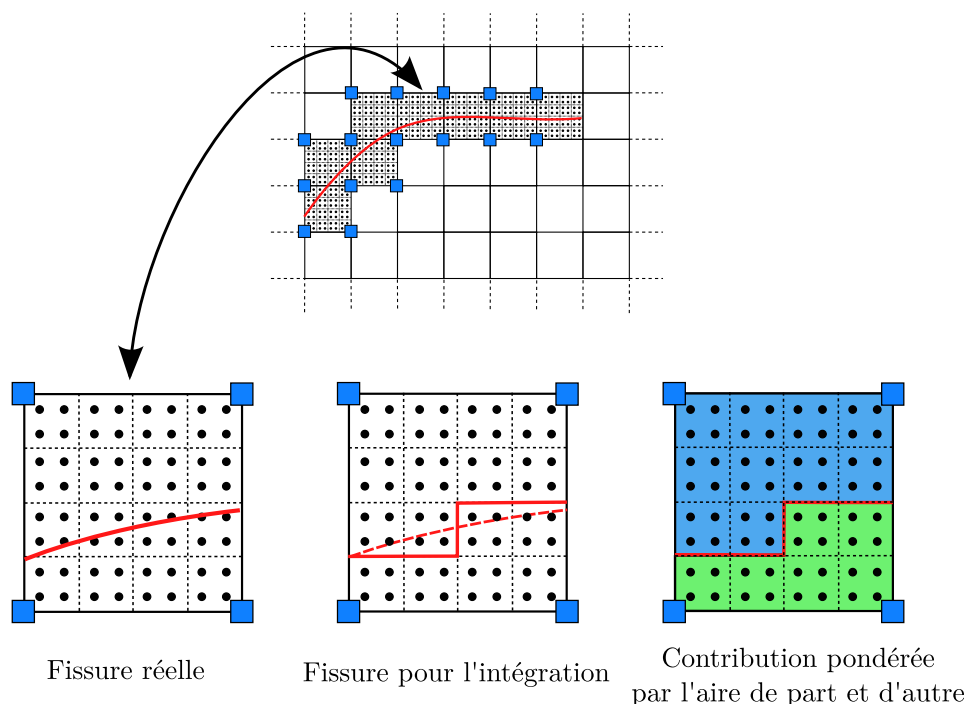


FIGURE 2.8: Intégration numérique par sous-découpage régulier

Une autre solution intéressante pour traiter l'intégration numérique des matériaux non linéaires a été proposée par Ventura [VEN 06]. Dans les éléments coupés par la fissure, l'enrichissement par la fonction de Heaviside est remplacé par une nouvelle fonction continue polynomiale dont le degré dépend du type d'élément et de la position de l'élément. Cela permet d'une part d'éviter l'étape de projection des champs et également de réduire le nombre de points d'intégration par rapport à la méthode décrite précédemment. Récemment, Martin *et al.* [MAR 15] ont automatisé le calcul de la fonction d'enrichissement polynomiale pour des éléments bi et tridimensionnels linéaires.

La simplicité d'implémentation et les bons résultats affichés par la méthode de découpage en sous-éléments proposée par Elguedj [ELG 06b] (notamment pour des matériaux élastoplastiques) nous ont conduit à choisir cette méthode d'intégration.

Remarque : Dans ses travaux, Elguedj utilise la méthode d'intégration à l'aide de sous-éléments uniquement dans une zone située dans un rayon $R_{plastique}$ centrée sur la pointe de fissure. Lorsque la plasticité est confinée, cela permet en effet de réduire le nombre d'intégration du problème. Dans les essais dynamiques que nous serons amenés à simuler, la plasticité ne se limite pas uniquement à la pointe de fissure et c'est pourquoi cette stratégie n'est pas mise en place. Ainsi l'ensemble des éléments X-FEM du maillage

utilise une intégration à l'aide de sous-éléments.

2.2.5 Description de la fissure

2.2.5.1 Choix de la description

L'expérience montre qu'en général une fissure présente sur une des peaux de la coque se propage dans un premier temps dans l'épaisseur pour devenir débouchante, puis se propage à l'ensemble de la coque. C'est pourquoi on rappelle que l'hypothèse de fissure traversante dans l'épaisseur a été faite.

Une méthode couramment employée pour représenter la fissure est l'utilisation de fonctions de niveau appelées "level-sets" en anglais, proposée par Sethian [SET 96], puis couplé à la méthode X-FEM par Stolarska *et al.* [STO 01]. Ces deux fonctions de niveau (ϕ, ψ) définissent implicitement la position du plan et du front de fissure comme on peut le voir figure 2.9. Gravouil *et al.* [GRA 02] ont ensuite généralisé l'utilisation des fonctions de niveau au cas tridimensionnel.

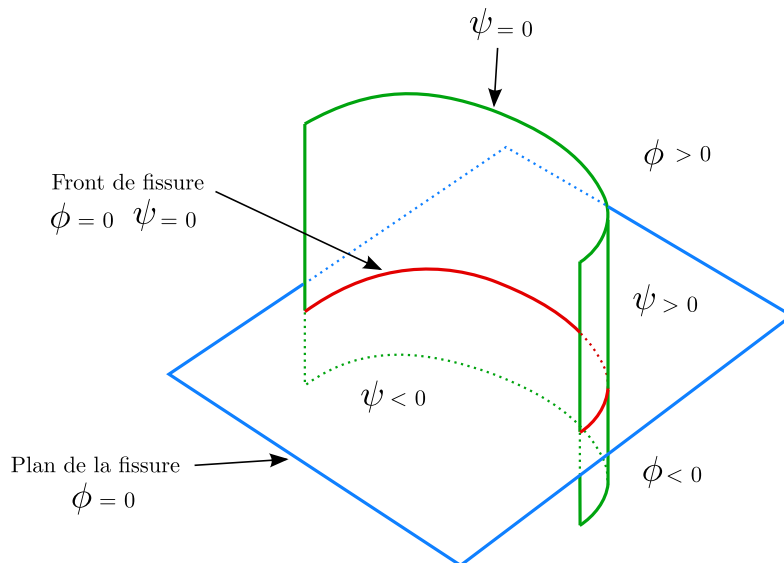


FIGURE 2.9: Représentation de la fissure sous forme de segments sur le plan moyen de la coque

Mathématiquement, la fissure est représentée par l'ensemble des points tels que $\phi = 0$ et $\psi \leq 0$. Le front de fissure est alors décrit par $\phi = 0$ et $\psi = 0$. L'avantage principal de cette description est d'avoir accès à la distance et la position relative de n'importe quel point par rapport à la fissure. Cela est notamment intéressant pour affecter le signe de l'enrichissement saut. Cependant, l'étape d'actualisation de ces level-sets par la résolution des équations d'Hamilton-Jacobi ou par méthode géométrique, ainsi que leurs ré-initialisation et ré-orthogonalisation posent aujourd'hui encore quelques problèmes de

robustesse, surtout dans le cas de grands déplacements et de grandes distorsions comme l'a montré Pelée de Saint Maurice [SAI 14].

La description choisie ici se base sur le fait que la fissure est contenue dans le plan moyen de la coque. Ainsi, la géométrie de la coque donne déjà deux informations spatiales pour localiser la fissure. L'utilisation d'un maillage d'éléments unidimensionnels sur le plan moyen de la coque présentée figure 2.10 permet donc de connaître complètement la position de la fissure. Avec cette méthode, la fissure est représentée explicitement. Son principal avantage est la facilité de mettre à jour la fissure. Néanmoins la gestion de la normale au front est moins naturelle qu'avec les level-sets et l'affectation des enrichissement n'est pas aussi direct.

Ce type de méthode consistant à utiliser un maillage pour représenter explicitement la fissure connaît un regain d'intérêt ces dernières années avec notamment l'approche implicites/explicite proposée par Fries *et al.* [FRI 12] ou Prabel *et al.* [PRA 11]. L'idée est de conserver la level set pour renseigner où et comment enrichir et d'utiliser un maillage (uni ou bidimensionnel) pour représenter la fissure. La mise à jour de la fissure se fait simplement en propageant le maillage représentant la fissure.

2.2.5.2 Construction de la fissure

La position des éléments unidimensionnels qui représentent la fissure est repérée par les cinq données suivantes (voir FIG.2.10) :

- Numéro de l'élément coupé i_{EL} ,
- Numéro du côté entrant,
- Position relative par rapport aux nœuds du côté entrant ($0 \leq \alpha_e \leq 1$),
- Numéro du côté sortant,
- Position relative par rapport aux nœuds du côté sortant ($0 \leq \beta_s \leq 1$).

Les côtés de l'éléments sont numérotés de I à IV dans l'ordre de définitions des nœuds. Les positions relatives des points entrant et sortant de la fissure sont définies par rapport au premier nœud de chaque côté coupé à l'aide des fractions α_e et β_s , en respectant la même convention. Sur la figure 2.10, la position des points entrant et sortant de la fissure (respectivement A et B) est donnée par :

$$\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} = \alpha_e \begin{pmatrix} x_4 \\ y_4 \\ z_4 \end{pmatrix} + (1 - \alpha_e) \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

$$\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = \beta_s \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} + (1 - \beta_s) \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix}, \quad (2.43)$$

avec (x_i, y_i, z_i) les coordonnées du nœud i .

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

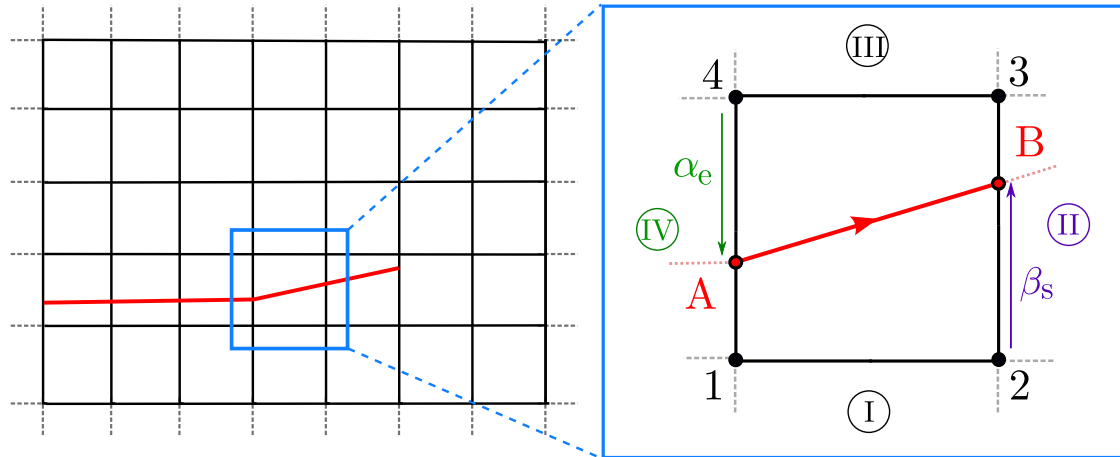


FIGURE 2.10: Représentation de la fissure sous forme d'un maillage d'éléments unidimensionnels sur le plan moyen de la coque

La fissure est donc constituée de plusieurs segments dont la position caractérisés par ces cinq informations, ce qui suffit à complètement la localiser au sein du maillage. Un exemple simple est donné ci-dessous.

Exemple : Fissure constituée de quatre éléments unidimensionnels placée dans un maillage de 3x3 quadrangles dont les données sont regroupées dans TAB.2.4 et le résultat est visible figure 2.11.

TABLEAU 2.4: Données nécessaires pour localiser la fissure.

n° de l'élément 1D	Élément coupé i_{EL}	Côté entrant	α_e	Côté sortant	β_s
1	4	IV	0.75	II	0.25
2	5	IV	0.5	III	0.5
3	8	I	0.5	II	0.25
4	9	IV	0.75	III	0.75

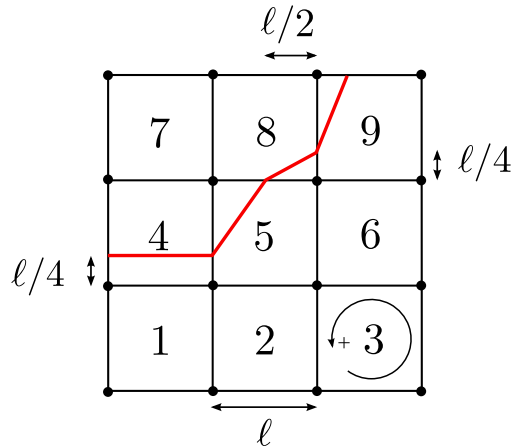


FIGURE 2.11: Fissure décrite par TAB.2.4.

Cette description permet également de faciliter le passage de l'élément déformé à l'élément de référence. Cela est par exemple utile pour étudier la position relative des nœuds par rapport à la fissure et donc pour leur attribuer leur enrichissement. En effet, la gestion de la normale et par conséquent la différenciation d'un côté et de l'autre de la fissure n'est pas chose aisée sur une surface tridimensionnelle courbe. La position relative des points d'intégration par rapport à la fissure, nécessaire à l'intégration numérique des forces internes, est également déterminée de la même manière.

Un repère local $\mathcal{R}=(t_1, t_2, n)$ est attribué en chaque pointe de fissure (voir FIG.2.12 avec t_1 la direction de la fissure, n la normale à l'élément au point où sort la fissure et t_2 un troisième vecteur pour former un repère orthonormé directe.

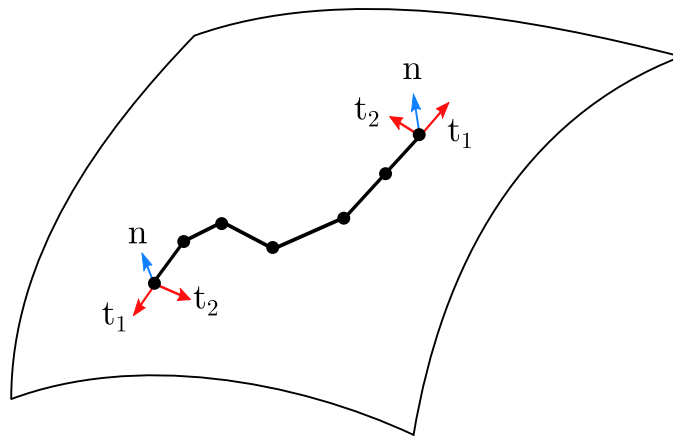


FIGURE 2.12: Représentation de la fissure sous forme d'un maillage d'éléments unidimensionnels sur le plan moyen de la coque

2.2.6 Cas test à fissure fixe

Un cas test à fissure fixe est réalisé dans Europlexus en comparant :

- Une fissure explicitement maillée avec 27x28 éléments de coque classique $Q4GS$,
- Une fissure dans un maillage composé de 27x27 élément de coque X-FEM $XQ4GS$.

La structure carrée de côté $L = 3m$ et d'épaisseur $e = 0.1m$ est d'abord soumise à un chargement en membrane puis à une force ponctuelle hors plan en une de ses extrémité notée P. Les conditions aux limites imposées sont visibles figure 2.13.

TABLEAU 2.5: Paramètres matériaux utilisés pour la simulation du cas test à fissure fixe.

Module d'Young	E	199 GPa
Coeff. de Poisson	ν	0.3
Masse volumique	ρ	8000 kg/m ³
Limite élastique	σ_y	1990 MPa
Module tangent	E_t	70 MPa

Ces simulations numériques présentées figure 2.14 affichent des résultats identiques. Les courbes de déplacement au point P sont présentée figure 2.15 à figure 2.17.

Remarque : Sur la simulation utilisant des éléments de coques $XQ4GS$, les lèvres de la fissures semblent liées par les éléments dans lesquels la fissure trouve. Le logiciel de posttraitement Paraview continue de lier les éléments à l'affichage sans savoir qu'ils sont rompus.

Cet exemple à fissure fixe nous permet de valider les modifications apportées à l'élément fini de coque pour que celui-ci soit capable de représenter à la fois des discontinuités en déplacement et celles en rotation. Il s'agit désormais de choisir quand et comment va avancer la fissure.

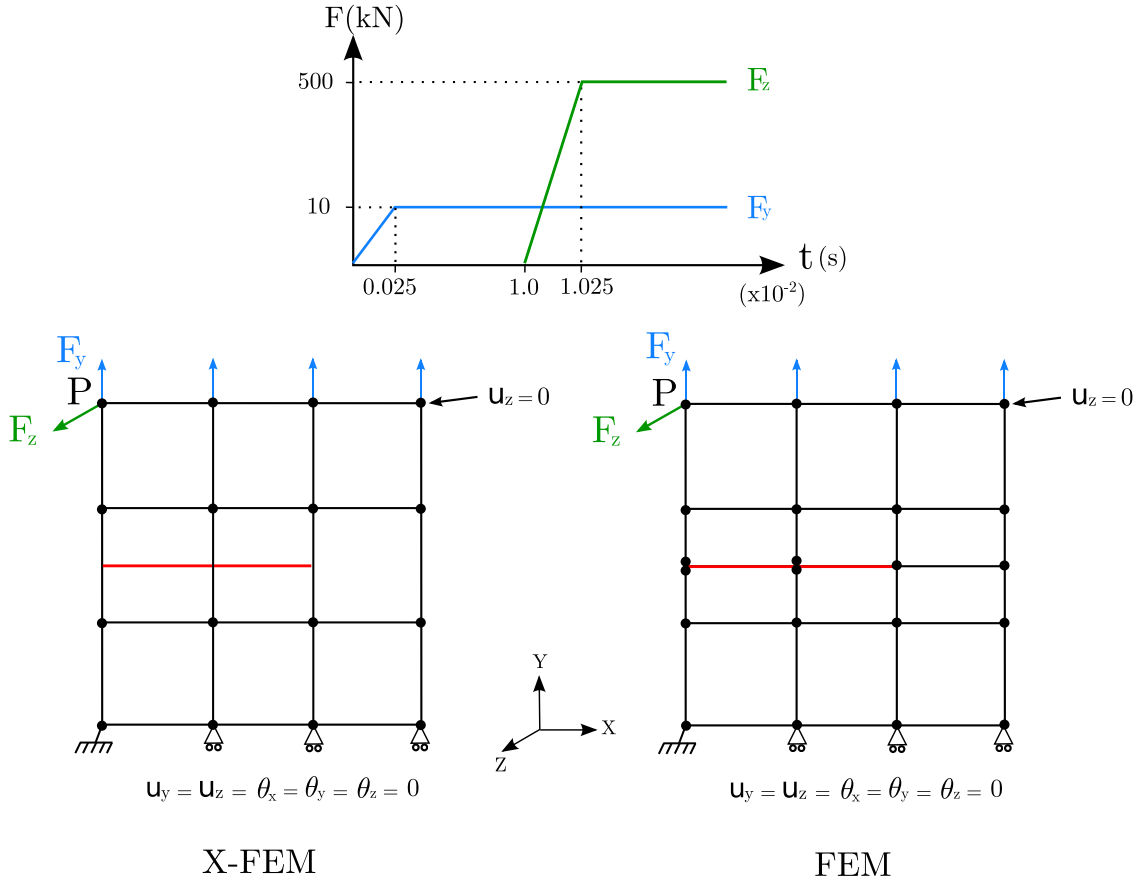


FIGURE 2.13: Schéma du cas test à fissure fixe pour 3x3 éléments coques $XQ4GS$ (à gauche) et 3x4 éléments coques $Q4GS$ (à droite) - Conditions aux limites.

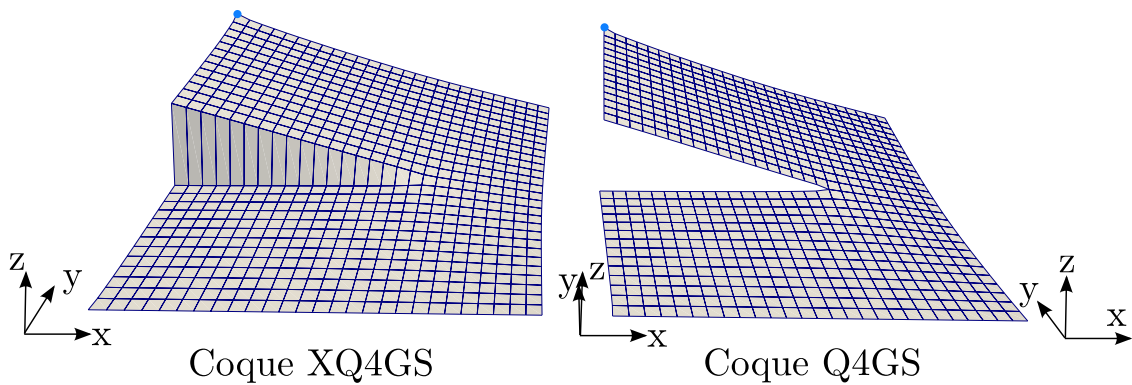


FIGURE 2.14: Essai de traction hors plan à fissure fixe sur coque X-FEM et coque classique - Fissure représentée par la méthode X-FEM (à gauche) et de manière explicite (à droite).

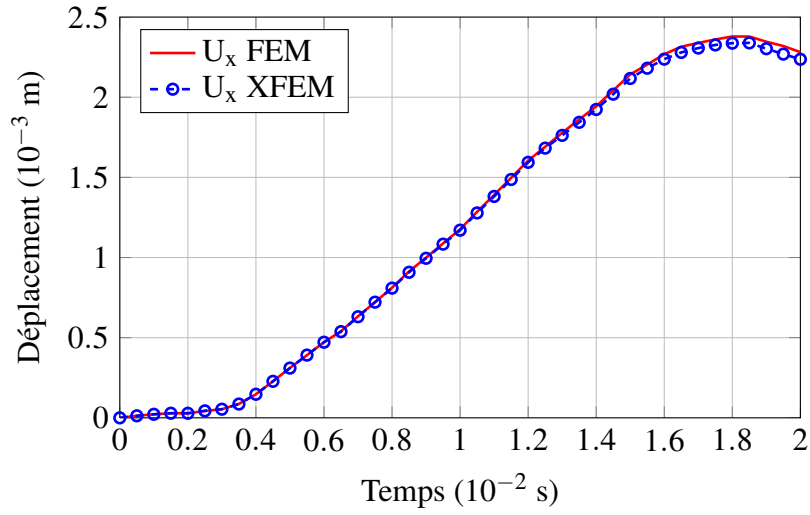


FIGURE 2.15: Déplacement U_x - Cas test fissure fixe.

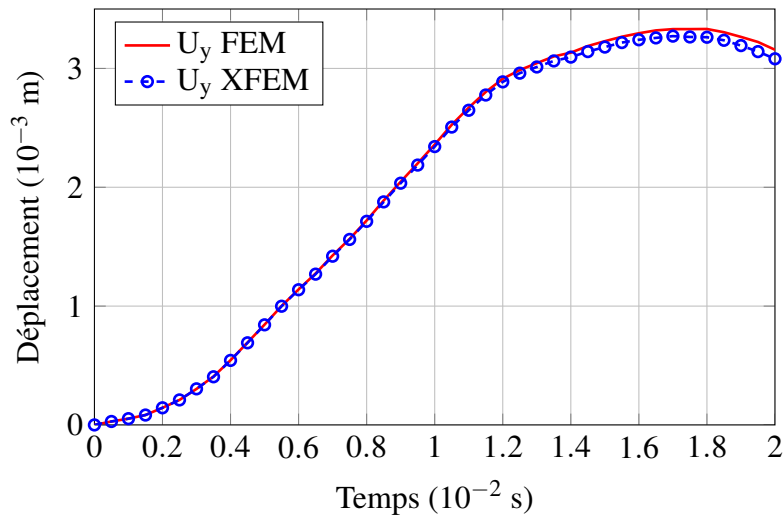


FIGURE 2.16: Déplacement U_y - Cas test fissure fixe.

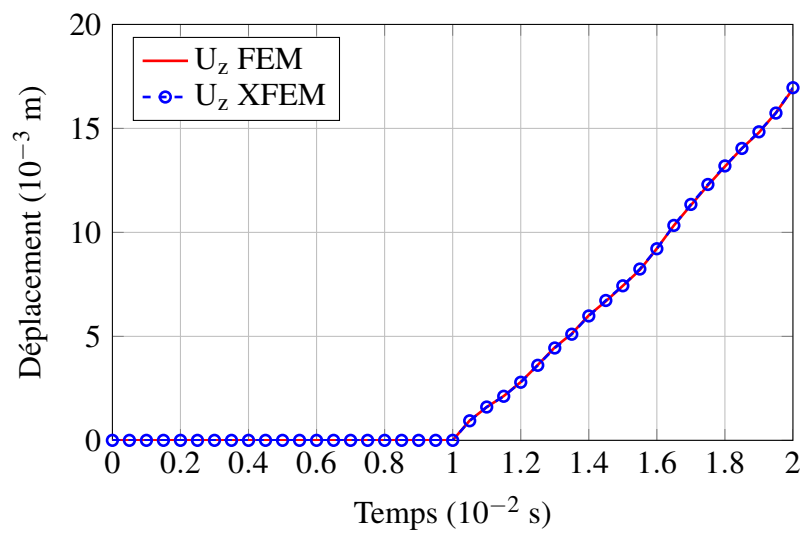


FIGURE 2.17: Déplacement U_z - Cas test fissure fixe.

2.3 Critère de propagation de fissures en dynamique explicite

Les aciers utilisés sur les coques de navires ont un comportement qualifié de ductile à température ambiante et le choix d'un critère de propagation adapté est primordial. Un des objectifs de cette thèse est d'adapter aux coques un ou plusieurs critères développés dans la littérature pour permettre de répondre à trois questions :

- Est-ce que la fissure se propage ?
- Dans quelle direction se propage la fissure ?
- A quelle vitesse se propage-t-elle ?

Cette partie énonce tout d'abord deux critères récemment développés pour de la fissuration de structures navales. La méthodologie employée pour adapter un de ces critères à un modèle de coque est ensuite présentée, et enfin la démarche envisagée pour la suite des travaux est décrite.

2.3.1 Choix d'un critère de propagation

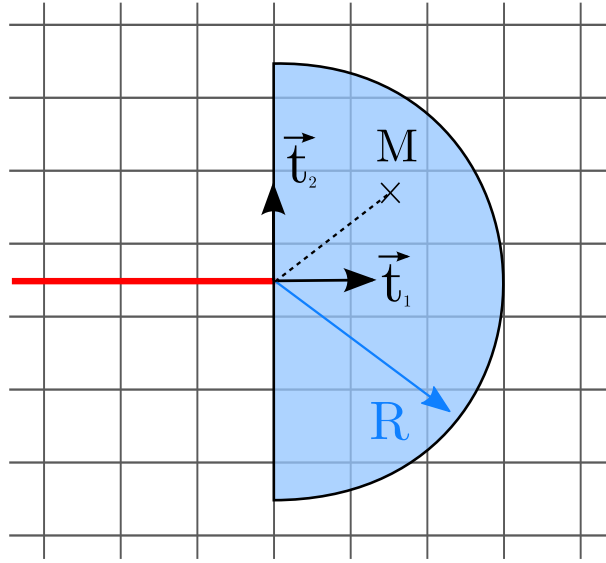
Critère basé sur un modèle élasto-plastique La mécanique de la rupture propose des critères macroscopiques de propagation de fissure permettant seulement de prédire le comportement d'une fissure soumise à un mode de fissuration en traction et dans un milieu fragile. L'idée proposée par Haboussa *et al.* [HAB 12b] est de développer un critère de direction de propagation en mode mixte. Il permet ainsi de modéliser la transition d'un mode de traction à un mode de cisaillement.

Ce modèle utilise une loi de comportement élasto-plastique avec un critère de rupture basé sur le calcul d'un champ de contrainte équivalent $\tilde{\sigma}_{ij}$. Celui-ci est évalué à l'aide d'une pondération sur un demi-disque en avant de la pointe de fissure 2.18 ce qui permet de s'affranchir de la singularité du champ de contrainte.

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\int_D \sigma_{ij}(M) e^{-\left(\frac{r}{R}\right)^2} dS_M}{\int_D e^{-\left(\frac{r}{R}\right)^2} dS_M}, \quad (2.44)$$

où D est le demi-disque centré sur la pointe de fissure et paramétré par son rayon R (généralement égal à trois fois la taille d'un élément en pointe de fissure) et r est la distance entre le front de fissure et le point M .

Ainsi, plus un point de Gauss est proche de la pointe de fissure, plus sa contribution dans la pondération est importante. De ce champ sont tirées les contraintes principales $\tilde{\sigma}_I$ et $\tilde{\sigma}_{II}$. Il y a alors propagation si la contrainte principale maximale est supérieure à une valeur critique $\sigma_c(\dot{\epsilon})$ qui dépend de la vitesse de déformation en pointe :


 FIGURE 2.18: Domaine d'intégration D centré sur la pointe de fissure.

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{eq} = \max(\tilde{\sigma}_I, \tilde{\sigma}_{II}) < \sigma_c(\dot{\epsilon}) & \dot{a} = 0 \text{ pas de propagation,} \\ \tilde{\sigma}_{eq} = \max(\tilde{\sigma}_I, \tilde{\sigma}_{II}) \geq \sigma_c(\dot{\epsilon}) & \dot{a} > 0 \text{ propagation.} \end{cases} \quad (2.45)$$

Critère basé sur un modèle élasto-plastique-endommageable Un second critère développé par J.P. Créte [CRE 13] est basé cette fois-ci sur une loi matériau élasto-plastique endommageable avec un endommagement de type Gurson modifié [NEE 87], encore appelé modèle GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman). Cela permet entre autre une phase d'amorçage qui fait la transition entre un endommagement diffus et la formation d'une fissure. Ce critère est implémenté dans le logiciel industriel Abaqus et utilisé avec un schéma implicite avec une loi de comportement en déformations planes.

Dans cette approche, une première étape d'identification des plans de localisation à partir de l'opérateur tangent est réalisée via une analyse de bifurcation. Cela permet de déterminer deux directions potentielles de propagation 2.19a. Ensuite, en se basant sur un calcul de champ de déformation équivalent sur une pastille en pointe de fissure, la direction qui maximise une déformation équivalente est choisie. Pour permettre de réduire la dépendance à la taille de maille qui apparaît par exemple avec une porosité à rupture, le critère d'amorçage est basé sur une énergie stockée en pointe 2.19b. Il y a alors avancée de fissure si le critère est vérifié 2.19c.

Les développements présentés dans cette thèse étendent le premier critère proposé par Haboussa *et al.* aux coques. Ce critère a été privilégié car il est plus simple à implémenter. Par manque de temps l'adaptation au coques du second critère n'a pas été réalisée.

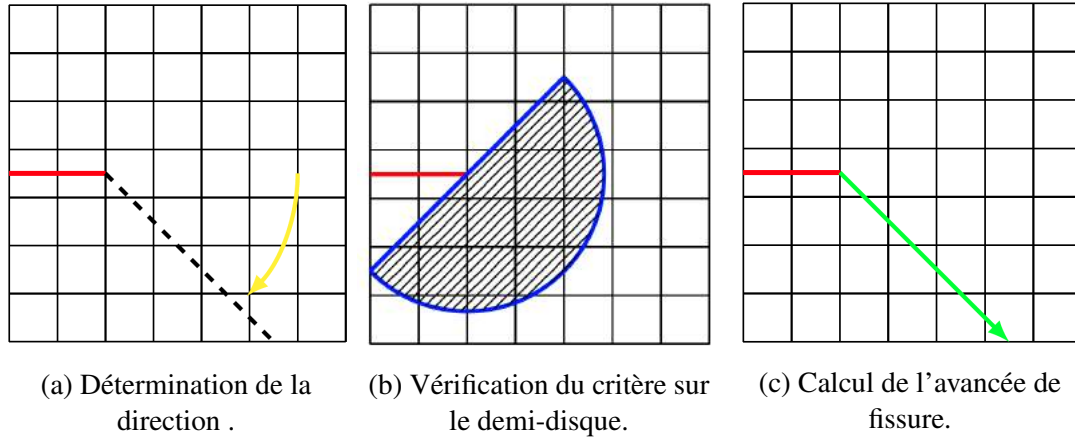


FIGURE 2.19: Schématisation du modèle de propagation [CRE 13].

2.3.2 Direction de propagation en traction/cisaillement

Quelques notations qui serviront dans la suite du chapitre sont d'abord introduites puis les direction de propagation établies par Haboussa *et al.* dans le cas tridimensionnel et ses simplifications dans le cas bidimensionnel sont présentés. Enfin, l'algorithme de propagation qui permet de basculer automatiquement d'une propagation en mode de traction à un mode de propagation en cisaillement est synthétisé.

2.3.2.1 Notations et changements de bases

Tout d'abord, définissons l'ensemble des repères (représentés FIG.2.20) qui interviennent :

- $\mathcal{G}=(e_x, e_y, e_z)$ définit le repère global du problème,
- $\mathcal{R}=(t_1, t_2, n)$ définit le repère local en pointe de fissure (identique au repère de définition des modes de fissuration),
- $\mathcal{R}'=(t'_1, t'_2, n')$ définit le repère local en pointe de fissure tourné de l'angle $\theta_c = (t_1, t'_1) = (t_2, t'_2)$, appelé angle de *branchement*.
- $\mathcal{R}''=(t''_1, t''_2, n'')$ est le repère local en pointe de fissure tourné de l'angle θ_c puis de l'angle $\psi_c = (t'_2, t''_2) = (n', n'')$, ce dernier étant appelé angle de *déversement*.

Au départ, les contraintes calculées sont exprimées dans le repère local de la pointe de fissure $\mathcal{R}$. Ses composantes sont alors données par :

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}. \quad (2.46)$$

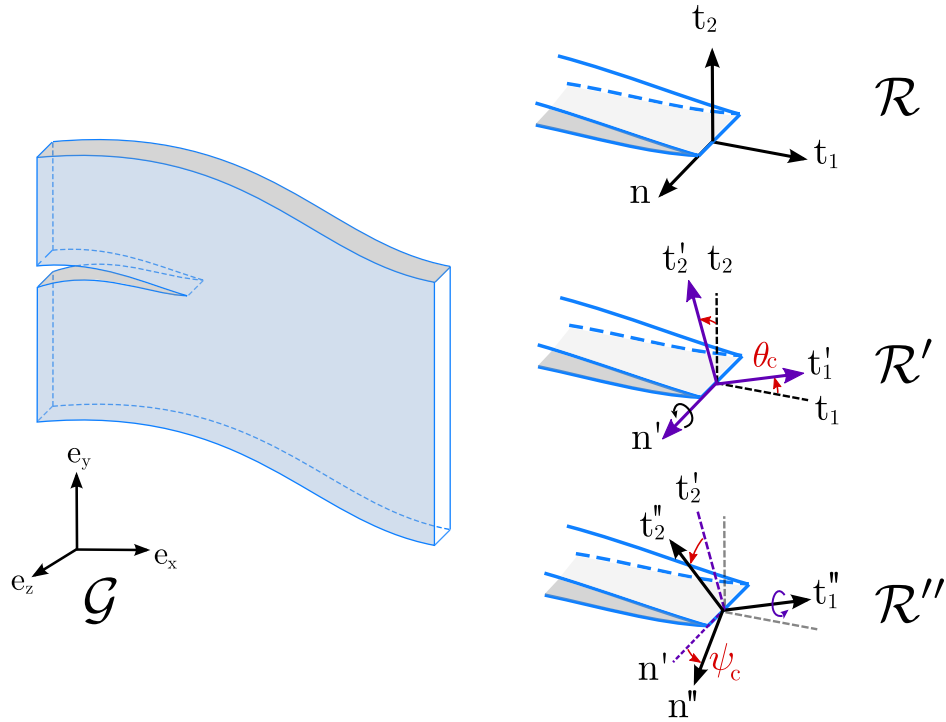


FIGURE 2.20: Illustration des différents repères utilisés en pointe de fissure.

Les composantes du tenseur des contraintes en pointe de fissure dans le repère $\mathcal{R}'$ sont celles du tenseur exprimé dans le repère cylindrique. Ces composantes sont données par :

$$\sigma'_{11} = \sigma_{rr} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left[5 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left[5 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3 \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right], \quad (2.47)$$

$$\sigma'_{22} = \sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left[3 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] - \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left[5 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3 \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right], \quad (2.48)$$

$$\sigma'_{12} = \sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{4\sqrt{2\pi r}} \left[\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right] + \frac{K_{II}}{4\sqrt{2\pi r}} \left[\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 3 \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right], \quad (2.49)$$

$$\sigma'_{13} = \sigma_{rz} = \frac{K_{III}}{4\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (2.50)$$

$$\sigma'_{23} = \sigma_{\theta z} = \frac{K_{III}}{4\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (2.51)$$

$$\sigma'_{33} = \sigma_{zz} = \begin{cases} \nu (\sigma'_{11} + \sigma'_{22}) & \text{en déformations planes,} \\ 0 & \text{en contraintes planes.} \end{cases} \quad (2.52)$$

Si on calcule maintenant les composantes du tenseur des contraintes dans $\mathcal{R}''$, on obtient en déformation planes les équations 2.53 à 2.58. Ces contraintes sont exprimées dans le repère en pointe de fissure tourné de θ et de ψ . En contraintes planes, ces équations

sont simplifiées en prenant en compte la relation $\sigma'_{33} = \sigma_{zz} = 0$.

$$\sigma''_{11} = \sigma'_{11}, \quad (2.53)$$

$$\sigma''_{22} = \sigma'_{33} \sin^2(\psi) + 2\sigma'_{23} \sin(\psi) \cos(\psi) + \sigma'_{22} \cos^2(\psi), \quad (2.54)$$

$$\sigma''_{33} = \sigma'_{33} \cos^2(\psi) - 2\sigma'_{23} \sin(\psi) \cos(\psi) + \sigma'_{22} \sin^2(\psi), \quad (2.55)$$

$$\sigma''_{12} = \sigma'_{13} \sin(\psi) + \sigma'_{12} \cos(\psi), \quad (2.56)$$

$$\sigma''_{23} = (\sigma'_{33} - \sigma'_{22}) \sin(\psi) \cos(\psi) + \sigma'_{23} (2\cos^2(\psi) - 1), \quad (2.57)$$

$$\sigma''_{33} = \sigma'_{13} \cos(\psi) - \sigma'_{12} \sin(\psi). \quad (2.58)$$

Enfin, la notion de facteurs d'intensité des contraintes (FIC) normalisés $\mathbf{K}_i^n$ est introduite telle que :

$$\mathbf{K}_I^n = \frac{|K_I|}{|K_I| + |K_{II}| + |K_{III}|}, \quad (2.59)$$

$$\mathbf{K}_{II}^n = \frac{|K_{II}|}{|K_I| + |K_{II}| + |K_{III}|}, \quad (2.60)$$

$$\mathbf{K}_{III}^n = \frac{|K_{III}|}{|K_I| + |K_{II}| + |K_{III}|}. \quad (2.61)$$

Cette notion proposée par Schöllmann *et al.* [SCH 02] permet d'interpréter les équations décrivant les directions angulaires dépendant de la mixité tridimensionnelle du mode de chargement. Afin de visualiser une direction de propagation associée à un tel chargement mixte, un système de coordonnées barycentrique est utilisé. Haboussa *et al.* [HAB 12b] reprennent cette idée en adoptant une approche locale (voir paragraphe 1.2.2.2) compte tenu du caractère non linéaire du matériau en pointe de fissure. Ils relient les FIC aux contraintes équivalentes $\tilde{\sigma}_{ij}$ évaluées sur le demi-disque en pointe de la manière suivante :

$$\begin{cases} K_I & \rightarrow \tilde{\sigma}_{22}, \\ K_{II} & \rightarrow \tilde{\sigma}_{12}, \\ K_{III} & \rightarrow \tilde{\sigma}_{23}, \end{cases} \quad (2.62)$$

ce qui conduit à la définition de contraintes équivalentes normalisées $\tilde{\sigma}_i^n$:

$$\tilde{\sigma}_1^n = \frac{|\tilde{\sigma}_{22}|}{|\tilde{\sigma}_{22}| + |\tilde{\sigma}_{12}| + |\tilde{\sigma}_{23}|}, \quad (2.63)$$

$$\tilde{\sigma}_2^n = \frac{|\tilde{\sigma}_{12}|}{|\tilde{\sigma}_{22}| + |\tilde{\sigma}_{12}| + |\tilde{\sigma}_{23}|}, \quad (2.64)$$

$$\tilde{\sigma}_3^n = \frac{|\tilde{\sigma}_{23}|}{|\tilde{\sigma}_{22}| + |\tilde{\sigma}_{12}| + |\tilde{\sigma}_{23}|}. \quad (2.65)$$

Remarque : On rappelle que les tenseurs des contraintes notés σ_{ij} sont relatifs à un point d'intégration, alors que le tenseur des contraintes notés $\tilde{\sigma}_{ij}$ fait référence à une grandeur équivalente évaluée sur un domaine D . Enfin les contraintes normalisées $\tilde{\sigma}_i^n$ sont des grandeurs scalaires sans dimensions permettant de caractériser la prépondérance d'un mode par rapport aux autres modes.

2.3.2.2 Direction de propagation de fissure tridimensionnelle

Critère de rupture en traction Le critère de direction de propagation proposé par Erdogan et Sih [ERD 63] (présenté dans le paragraphe 1.2.3.1) puis repris par Maigre *et al.* [MAI 93] en dynamique est étendu au cas tridimensionnel. Haboussa fait l'hypothèse que la rupture fragile est régie en statique et en dynamique par le maximum de la contrainte de traction au voisinage du front de fissure.

Après avoir montré que σ_{22}'' est strictement supérieur à σ_{33}'' , l'auteur recherche le couple d'angles critiques (θ_c, Ψ_c) qui vérifie :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{22}''(\theta, \Psi)}{\partial \theta} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{22}''(\theta, \Psi)}{\partial \Psi} = 0. \end{cases} \quad (2.66)$$

Les développements mènent à une équation polynomiale du troisième ordre en $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ dont la solution n'est pas triviale. Il donne alors les valeurs approchées de θ_c^{trac} et Ψ_c^{trac} en fonction des FIC normalisés K_i^n :

$$\theta_c^{trac} = 2 \operatorname{sign}(K_{II}) \arctan\left(\frac{1}{4} \left(\hat{\mathbf{K}} - \sqrt{(\hat{\mathbf{K}})^2 + 8} \right)\right), \quad (2.67)$$

$$\Psi_c^{trac} = \frac{1}{2} \operatorname{sign}(K_{III}) \arctan\left(\frac{2 \sigma'_{23}(\theta_c^{trac})}{\sigma'_{22}(\theta_c^{trac}) - \sigma'_{33}(\theta_c^{trac})}\right), \quad (2.68)$$

avec :

$$\hat{\mathbf{K}} = \frac{1 + \mathbf{K}_I^n - (1 - \mathbf{K}_{III}^n)^{p(v)}}{\mathbf{K}_{II}^n} \quad \text{où} \quad p(v) = \begin{cases} \frac{1}{4}(\sqrt{\pi} - 5v) & \text{en déformation plane,} \\ \frac{\sqrt{\pi}}{4} & \text{en contrainte plane,} \end{cases} \quad (2.69)$$

et $\tilde{\sigma}'_{ij}(\theta_c^{trac})$ le tenseur des contraintes équivalent tourné dans le repère $\mathcal{R}'$ et évalué pour l'angle θ_c^{trac} .

Enfin, il substitue les FIC K_i et FIC normalisés $\mathbf{K}_i^n$ par les contraintes équivalentes $\tilde{\sigma}_{ij}$ et les contraintes équivalentes normalisées $\tilde{\sigma}_i^n$ à l'aide de la relation 2.62. Il obtient

finalemt :

$$\theta_c^{trac} = 2 \operatorname{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) \arctan \left(\frac{1}{4} \left(\hat{\mathbf{S}} - \sqrt{(\hat{\mathbf{S}})^2 + 8} \right) \right), \quad (2.70)$$

$$\Psi_c^{trac} = \frac{1}{2} \operatorname{sign}(\tilde{\sigma}_{23}) \arctan \left(\frac{2 \tilde{\sigma}'_{23}(\theta_c^{trac})}{\tilde{\sigma}'_{22}(\theta_c^{trac}) - \tilde{\sigma}'_{33}(\theta_c^{trac})} \right), \quad (2.71)$$

avec :

$$\hat{\mathbf{S}} = \frac{1 + \tilde{\sigma}_1^n - (1 - \tilde{\sigma}_3^n)^{p(v)}}{\tilde{\sigma}_2^n}. \quad (2.72)$$

Critère de rupture en cisaillement En présence d'une plasticité non négligeable en pointe de fissure, Haboussa fait l'hypothèse que la direction de propagation est pilotée par le maximum de la contrainte équivalente de Von Mises donnée par l'équation 2.73 :

$$\sigma_{eq}^{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)}. \quad (2.73)$$

L'auteur recherche le couple d'angles critiques $(\theta_c^{cisail}, \Psi_c^{cisail})$ qui vérifie :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{eq}^{VM}(\theta, \Psi)}{\partial \theta} = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{eq}^{VM}(\theta, \Psi)}{\partial \Psi} = 0. \end{cases} \quad (2.74)$$

De la même manière qu'en traction, il exprime les valeurs approchées θ_c^{cisail} et Ψ_c^{cisail} en fonction des en fonction des FIC normalisés K_i^n :

– pour $K_I \neq 0$ et $K_{II} \neq 0$,

$$\theta_c^{cisail} = \operatorname{sign}(K_{II}) \frac{\pi}{4} \left(1 + \frac{8}{145} v \right) \arctan \left(\frac{3}{5} \left(\frac{\mathbf{K}_I^n (1 - \frac{\mathbf{K}_{III}^n}{20})}{\mathbf{K}_{II}^n} \right) \right), \quad (2.75)$$

$$\Psi_c^{cisail} = \frac{1}{2} \operatorname{sign}(K_{III}) \arctan \left(\frac{\sigma'_{33}(\theta_c^{cisail}) - \sigma'_{22}(\theta_c^{cisail})}{2 \sigma'_{23}(\theta_c^{cisail})} \right). \quad (2.76)$$

– pour $K_I = 0$ et $K_{II} = 0$,

$$\theta_c^{cisail} = \operatorname{sign}(K_{III}) 0.536, \quad (2.77)$$

$$\Psi_c^{cisail} = \frac{1}{2} \operatorname{sign}(K_{III}) \arctan \left(\frac{\sigma'_{33}(\theta_c^{cisail}) - \sigma'_{22}(\theta_c^{cisail})}{2 \sigma'_{23}(\theta_c^{cisail})} \right). \quad (2.78)$$

Les FIC K_i et FIC normalisés $\mathbf{K}_i^n$ sont à nouveau substitués par les contraintes équivalentes $\tilde{\sigma}_{ij}$ et les contraintes équivalentes normalisées $\tilde{\sigma}_i^n$ pour donner :

– pour $K_I \neq 0$ et $K_{II} \neq 0$,

$$\theta_c^{cisail} = \text{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) \frac{\pi}{4} \left(1 + \frac{8}{145} \nu \right) \arctan \left(\frac{3}{5} \left(\frac{\tilde{\sigma}_1^n (1 - \frac{\tilde{\sigma}_3^n}{20})}{\tilde{\sigma}_2^n} \right) \right), \quad (2.79)$$

$$\Psi_c^{cisail} = \frac{1}{2} \text{sign}(\tilde{\sigma}_{23}) \arctan \left(\frac{\tilde{\sigma}'_{33}(\theta_c^{cisail}) - \tilde{\sigma}'_{22}(\theta_c^{cisail})}{2 \tilde{\sigma}'_{23}(\theta_c^{cisail})} \right). \quad (2.80)$$

– pour $K_I = 0$ et $K_{II} = 0$,

$$\theta_c^{cisail} = \text{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) 0.536, \quad (2.81)$$

$$\Psi_c^{cisail} = \frac{1}{2} \text{sign}(\tilde{\sigma}_{23}) \arctan \left(\frac{\tilde{\sigma}'_{33}(\theta_c^{cisail}) - \tilde{\sigma}'_{22}(\theta_c^{cisail})}{2 \tilde{\sigma}'_{23}(\theta_c^{cisail})} \right). \quad (2.82)$$

Transition entre les deux critères Les différentes directions de propagation possibles en traction (θ_{trac}) ou en cisaillement ($\theta_{cisaillement}$) sont calculées à partir du champ de contrainte équivalent $\tilde{\sigma}_{ij}$. La détermination de la direction de propagation est réalisée en estimant l'intensité de la déformation plastique équivalente en pointe de fissure. Pour ce faire, un tenseur des déformations équivalent en pointe de fissure $\tilde{\epsilon}_{ij}$ est calculé de la même manière que pour la contrainte équivalente :

$$\tilde{\epsilon}_{ij} = \frac{\int_D \epsilon_{ij}(M) e^{-\left(\frac{r}{R}\right)^2} dS_M}{\int_D e^{-\left(\frac{r}{R}\right)^2} dS_M}. \quad (2.83)$$

Une déformation équivalente au sens de Mazars [MAZ 84] notée $\tilde{\epsilon}_{eq}$ est calculée. Celle-ci s'appuie sur les déformations principales de traction et est définie de la manière suivante :

$$\tilde{\epsilon}_{eq} = \sqrt{\langle \tilde{\epsilon}_I \rangle^2 + \langle \tilde{\epsilon}_{II} \rangle^2}. \quad (2.84)$$

Si cette déformation équivalente est inférieure à un certain seuil $\tilde{\epsilon}_{trac}$, la direction sera pilotée par le mode de rupture en traction (voir FIG.2.21). Si au contraire cette déformation est supérieure à $\tilde{\epsilon}_{cisail}$, la direction sera donnée par le cisaillement. Entre ces deux seuils, une loi des mélanges entre les deux directions est appliquée pour calculer un angle intermédiaire θ^{trans} donné par l'équation 2.85.

$$\theta^{trans} = \mathbf{M}_{el} \theta_c^{cisail} + (1 - \mathbf{M}_{el}) \theta_c^{trac}, \quad (2.85)$$

où :

$$\mathbf{M}_{el} = \frac{\tilde{\epsilon}_{eq} - \tilde{\epsilon}_{trac}}{\tilde{\epsilon}_{cisail} - \tilde{\epsilon}_{trac}}.$$

L'identification des paramètres $\tilde{\epsilon}_{trac}$, $\tilde{\epsilon}_{cisail}$ et $\sigma_c(\dot{\epsilon})$ est basée sur une méthode dite inverse. Il faut pour cela disposer d'une expérience pour laquelle l'historique du front

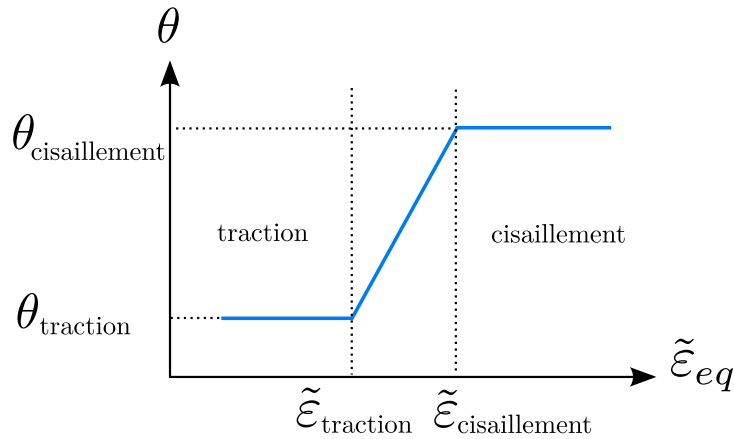


FIGURE 2.21: Influence de la déformation équivalente pour choisir la direction de propagation.

de fissure, autrement dit la position de la pointe en chaque instant est connue. Cela s'obtient en général à partir de l'exploitation des images en caméra rapide. Ensuite, cette expérience est simulée en imposant l'ouverture spatio-temporelle expérimentale. Avec les résultats des simulations, on peut alors prétendre connaître les champs mécaniques, à chaque instant t , qui ont permis de faire propager ou non la fissure expérimentale. Enfin, on peut identifier les différents paramètres à partir de l'exploitation de ces champs. En pratique, cette identification n'est pas simple car elle nécessite un recalage très précis de l'essai et de la simulation sans quoi les résultats sont rapidement erronés. A noter également que la connaissance de la loi de comportement viscoplastique du matériau pour la température de l'essai est nécessaire.

Une fois que les paramètres ont été identifiés, le critère peut être utilisé dans les simulations pour réaliser des calculs prédictifs. Cependant il faut veiller à toujours garder une taille de maille comparable à celle utilisée lors de l'identification. Les paramètres dépendent en effet de la taille de la zone de régularisation D qui est calculée sur un nombre prédéfini d'éléments. Haboussa a montré que pour pouvoir utiliser les paramètres identifiés sur un premier maillage dans une autre simulation, il faut veiller à conserver la même taille physique de zone D .

2.3.2.3 Simplifications dans le cas bidimensionnel

Dans le cas bidimensionnel l'angle de déversement Ψ n'intervient plus dans le problème et les équations sont simplifiées. Pour la rupture en mode de traction, Haboussa reprend la solution analytique proposée par Erdogan et Sih [ERD 63]. Pour la rupture en mode de cisaillement, il cherche la direction qui maximise la contrainte de cisaillement et

obtient cette fois-ci une solution analytique donnée par l'équation 2.86.

$$\theta_{anal}^{trac} = 2 \arctan \left(2 \sqrt[3]{\frac{R(x)}{6}} \cos \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{2x \left[1 + \frac{x^2}{9} \right]}{R(x)} \right) - \frac{2\pi}{3} \right] + \frac{x}{3} \right), \quad (2.86)$$

avec :

$$x = \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} \quad \text{et} \quad R(x) = \sqrt{\frac{343}{6} + \frac{49}{3}x^2 + \frac{14}{9}x^4 + \frac{4}{81}x^6}.$$

Une solution semi-analytique approchée est proposée afin de simplifier l'implémentation de l'angle en cisaillement. Finalement, il obtient :

$$\theta^{trac} = 2 \arctan \left[\frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} - \text{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) \sqrt{8 + \left(\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} \right)^2} \right) \right], \quad (2.87)$$

$$\theta^{cisail} = \text{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) \frac{\pi}{4} \arctan \left(\frac{4}{19} \sqrt{\pi} \left| \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} \right| \right). \quad (2.88)$$

Le même principe de transition que celui présenté dans le cas tridimensionnel est utilisé.

2.3.2.4 Algorithme de transition traction/cisaillement

La transition d'un mode de rupture à un autre se fait en étudiant l'intensité de la déformation plastique en pointe de fissure. Haboussa l'évalue à l'aide d'une déformation équivalente présentée dans la partie 2.3.2.2. Une synthèse du critère en traction/cisaillement est proposé dans l'algorithme 1.

2.3.3 Incrément de propagation dans un pas de temps

La vitesse de propagation $\dot{a}$ est calculée à partir de la relation de Kanninen et Popelar [KAN 85] présentée équation 1.29, en remplaçant le facteur d'intensité des contraintes circonférentielles $K_{\theta\theta}$ par la contrainte équivalente $\tilde{\sigma}_{eq}$ et la ténacité K_{Ic} par une contrainte critique $\sigma_c(\dot{\epsilon})$ dépendant de la vitesse de déformation :

$$\dot{a} = c_R \left(1 - \frac{\sigma_c(\dot{\epsilon})}{\tilde{\sigma}_{eq}} \right). \quad (2.89)$$

Ainsi, connaissant le pas de temps, on remonte à l'avancée de fissure Δa .

Toutes les équations décrivant ce modèle de propagation de fissure sont basées sur le concept de l'approche locale en pointe de fissure et dérivent du modèle énergétique. Ainsi la contrainte critique σ_{Ic} peut être considérée symboliquement comme une mesure locale du taux de restitution de l'énergie critique G_{Ic} .

Algorithme 1: Algorithme de transition traction-cisaillement 2D

Entrées : $\tilde{\sigma}_{ij}, \tilde{\epsilon}_{ij}, \sigma_{Ic}, c_r, \tilde{\epsilon}_{cisail}, \epsilon_{tract}$.

Sorties : $\dot{a}, \theta_c$.

Calcul des tenseurs équivalents $\tilde{\sigma}_{ij}$ et $\tilde{\epsilon}_{ij}$ sur le domaine D :

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\int_D \sigma_{ij}(M) w(r) dD}{\int_D w(r) dD}, \quad \tilde{\epsilon}_{ij} = \frac{\int_D \epsilon_{ij}(M) w(r) dD}{\int_D w(r) dD}$$

Évaluation des critères :

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \max(\tilde{\sigma}_I, \tilde{\sigma}_{II}, 0), \quad \tilde{\epsilon}_{eq} = \sqrt{\{\tilde{\epsilon}_I\}^+, \{\tilde{\epsilon}_{II}\}^+}.$$

si ($\tilde{\sigma}_{eq} \geq \sigma_{Ic}$) **alors**

Déterminer la vitesse de propagation de la fissure :

$$\dot{a} = c_r \left(1 - \frac{\sigma_{Ic}}{\tilde{\sigma}_{eq}} \right); \quad \triangleright \text{voir Eq. 2.89}$$

Calculer les directions de propagation :

$$\theta^{trac} = 2 \arctan \left[\frac{1}{4} \left(\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} - \text{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) \sqrt{8 + \left(\frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} \right)^2} \right) \right]; \quad \triangleright \text{voir Eq. 2.87}$$

$$\theta^{cisail} = \text{sign}(\tilde{\sigma}_{12}) \frac{\pi}{4} \arctan \left(\frac{4}{19} \sqrt{\pi} \left| \frac{\tilde{\sigma}_{22}}{\tilde{\sigma}_{12}} \right| \right); \quad \triangleright \text{voir Eq. 2.88}$$

$$\theta^{trans} = \mathbf{M}_{el} \theta_c^{trac} + (1 - \mathbf{M}_{el}) \theta_c^{cisail}; \quad \triangleright \text{voir Eq. 2.85}$$

Déterminer la direction de propagation :

$$\theta_c = \begin{cases} \theta^{trac} & \text{si } \tilde{\epsilon}_{eq} \leq \tilde{\epsilon}_{trac}, \\ \theta^{cisail} & \text{si } \tilde{\epsilon}_{eq} \geq \tilde{\epsilon}_{cisail}, \\ \theta^{trans} & \text{sinon.} \end{cases}$$

sinon

$$\dot{a} = 0, \theta_c = 0.$$

fin

2.3.4 Extension du critère pour les coques

Maintenant que le critère d'initiation et de direction proposé dans les travaux d'Haboussa [HAB 12b] a été présenté, il s'agit de décrire les différentes modifications nécessaires à son utilisation avec des éléments finis de coque.

La première différence vient de la formulation des éléments finis de coques : le tenseur des contraintes est exprimé dans le repère local noté $\mathcal{L}$ propre à chacun des points d'intégration (voir FIG.2.22). L'évaluation d'un champ de contraintes équivalent en pointe de fissure nécessite donc une opération de changement de base pour chaque point d'intégration présent dans D afin d'ajouter la contribution du tenseur associé pondéré par la fonction poids ω .

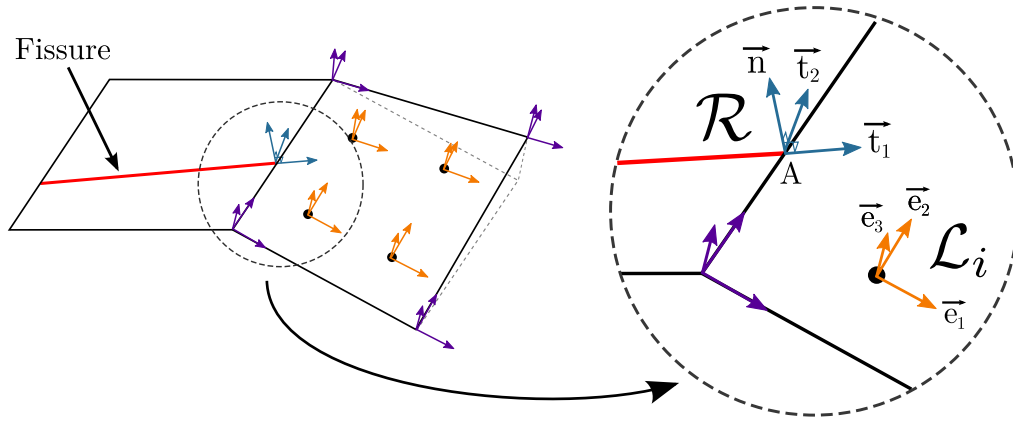


FIGURE 2.22: Mise en évidence du repère local en pointe de fissure $\mathcal{R}$ et des repères locaux $\mathcal{L}_i$ associés aux différents points d'intégration.

La deuxième étape est de redéfinir la forme du domaine D utilisé pour calculer le tenseur des contraintes moyenné en pointe de fissure. Dans le cas bidimensionnel, Haboussa [HAB 12b] utilise un demi-disque centré sur la pointe de fissure située devant celle-ci. Pour l'extension au cas tridimensionnel, Pelée de Saint Maurice [SAI 14] étudie l'influence de différentes formes de domaines (demi-cube, demi-cylindre et demi-sphère) sur le résultat. L'auteur a entre autres montré qu'il est plus judicieux d'utiliser une demi-sphère dans ce cas là.

Dans le cas des coques, bien que la géométrie de l'élément soit représentée par une surface, le champ de contrainte peut être évalué et varier dans l'épaisseur de celle-ci. L'élément de coque enrichi $X-Q4GS$ construit précédemment possède cinq points d'intégration à travers l'épaisseur qui ne sont activés qu'en cas de non linéarité matériau. Ainsi, pour rajouter de l'information par rapport au problème plan, l'idée n'est plus de sommer les contributions sur un demi-disque en avant uniquement, mais sur cinq demi-disques comme on peut le voir figure 2.23.

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

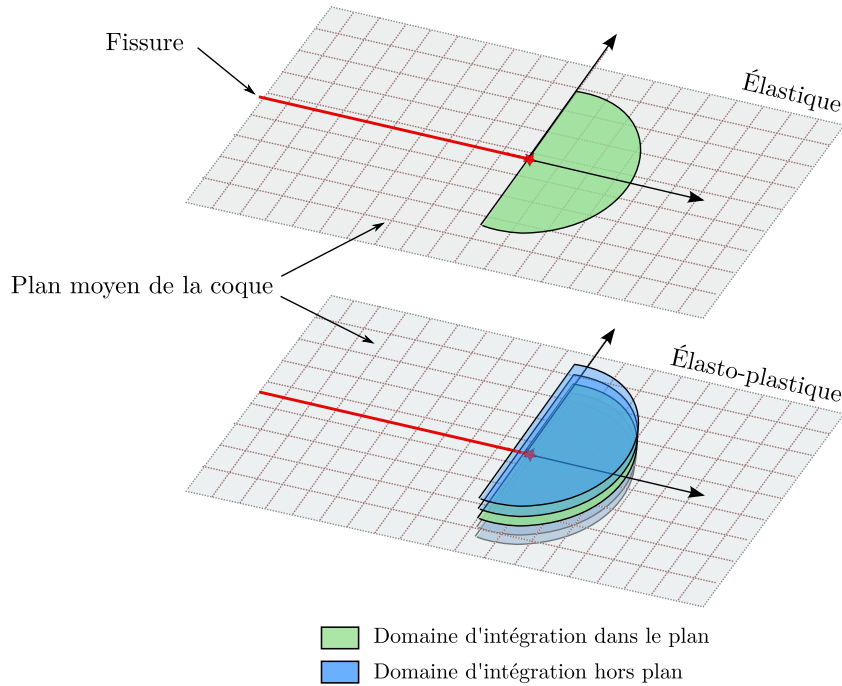


FIGURE 2.23: Calcul de la contrainte équivalente pour les coques - Forme du domaine D pour coque plane.

Lorsque la coque est courbée, le domaine D ne correspond en réalité pas exactement à un demi disque mais à une géométrie s'en rapprochant. L'algorithme proposé cherche dans un premier temps les points de Gauss situés sur le plan moyen de coque et inclus dans une demi-sphère devant la pointe, puis remonte aux contraintes disponibles aux points de Simpson dans l'épaisseur pour les points des Gauss concernés. La figure 2.23 présente donc la forme du domaine D dans le cas d'une coque plane pour des matériaux linéaires et non linéaires.

Plusieurs pistes peuvent alors être envisagées pour adapter le critère à l'utilisation des différentes couches :

- Calculer des champs équivalents sur chacun des cinq disques séparément, évaluer chacune des contraintes équivalentes associées et propager la fissure dès lors que le critère est atteint sur une des couches, sur au moins trois couches, ou bien sur toutes les couches.

$$\tilde{\sigma}_{ij}(\text{couche}_k) = \frac{\int_{D_k} \sigma_{ij}(M) w(r) dD}{\int_{D_k} w(r) dD}, \quad \text{Pour } k = \{1..5\}, \quad (2.90)$$

- Calculer un champ équivalent intégré dans l'épaisseur en utilisant la pondération classique des points de Simpson, évaluer la contrainte équivalente issue de ce

champ et utiliser le critère classique.

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\int_D \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij}(M) w(r) dz dD}{\int_D \int_{-h/2}^{h/2} w(r) dz dD} \quad (2.91)$$

Dans nos travaux, c'est cette deuxième méthode qui a été implémentée.

2.3.5 Moyennes temporelles sur les avancées du front de fissure

A chaque pas de temps Δt , le champ de contrainte équivalent $\tilde{\sigma}_{ij}$ est évalué sur le domaine D intégré dans l'épaisseur. Si le critère est vérifié, une avancée Δa dans une direction θ est calculée avec les équations présentées dans 57. Cependant, quelques précautions doivent être prises avant de mettre à jour la fissure.

Dans la partie 2.2.4.1, il a été choisi de ne garder que les enrichissements de type saut et de ne pas utiliser les enrichissements asymptotiques en pointe. Par conséquent, la pointe de fissure ne peut pas être localisée à l'intérieur d'un élément. En d'autres termes, si le critère produit une avancée Δa_1 plus petite que l'élément pour un pas de temps Δt_1 , tout se passe mathématiquement comme si l'élément était entièrement coupé (voir FIG.2.24). Cela peut à la fois conduire à une dissipation trop importante dans la fissuration, mais également à une vitesse de propagation de fissure supérieure à la célérité des ondes.

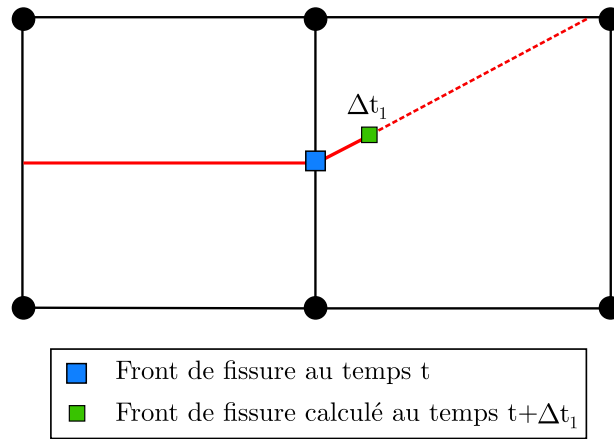


FIGURE 2.24: Mise à jour de la fissure pour une avancée suffisante.

Le pas de temps ne pouvant pas être augmenté, il est nécessaire d'attendre que la longueur d'avancée produite par le critère soit de l'ordre de grandeur de la taille d'un élément notée L_{car} .

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

Vient alors la question du choix de la direction dans laquelle propager la fissure. En effet, d'un pas de temps à l'autre, le champ de contrainte peut fluctuer entraînant également une variation de l'angle de propagation. Prendre l'angle obtenu au dernier pas de temps conduirait à ne pas tenir compte de l'histoire du chargement. La première idée est de réaliser une moyenne sur les angles de propagation obtenus pendant la phase où le critère est atteint, mais la moyenne temporelle des champs équivalents qu'on utilise ensuite pour calculer l'angle de propagation semble donner de meilleurs résultats.

Ainsi, on choisit d'effectuer cette moyenne temporelle sur les champs équivalents qu'on note $\tilde{\sigma}_{ij}^{moyT}$ et donnée par :

$$\tilde{\sigma}_{ij}^{moyT} = \left(1 - \frac{\Delta t}{T_{cumul}}\right) \tilde{\sigma}_{ij}^{moyT} + \frac{\Delta t}{T_{cumul}} \tilde{\sigma}_{ij}, \quad (2.92)$$

où T_{cumul} est un compteur qui cumule le temps à partir du moment où le critère est atteint et tant que celui-ci est vérifié, jusqu'à ce qu'une avancée suffisante soit atteinte (FIG. 2.25). Cette avancée est donnée par l'équation 2.93.

$$\Delta a = \dot{a} T_{cumul}, \quad (2.93)$$

où $\dot{a}$ est la vitesse calculée avec la relation de Kanninen (équation 2.89) en utilisant la contrainte équivalente issue de la moyenne temporelle des champs équivalents.

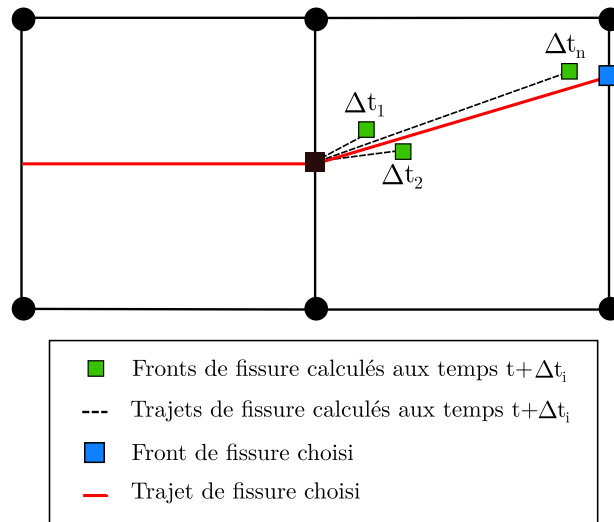


FIGURE 2.25: Mise à jour de la fissure pour une avancée suffisante.

Le compteur T_{cumul} est réinitialisé à chaque propagation effectuée mais également dès que le critère n'est plus vérifié. Cela permet par exemple d'éviter la propagation artificielle d'une fissure dans le cas où le critère de propagation n'est dépassé que sur quelques pas de temps. Les modifications liées aux moyennes temporelles sur les critères sont présentées dans l'algorithme 2.

Algorithme 2: Modifications liées au moyennes temporelles sur le critère.

```

si ( $\tilde{\sigma}_{eq} < \sigma_{Ic}$ ) alors
  Pas de propagation :
  Propagation = False ;
   $\dot{a} = 0$  ;
   $\Delta a = 0$  ;
   $\tilde{\sigma}_{ij}^{moyT} = 0$  ;
   $T_{cumul} = 0$  ;
sinon
  Incrémentation du compteur et moyennes temporelles :
   $T_{cumul} = T_{cumul} + \Delta t$  ;
  Moyenne temporelle du tenseur équivalent  $\tilde{\sigma}_{ij}^{moyT}$  ;           ▷ voir Eq. 2.92
  Evaluation du critère  $\tilde{\sigma}_{eq}^{moyT} = \max(\tilde{\sigma}_I^{moyT}, \tilde{\sigma}_{II}^{moyT}, 0)$  ;   ▷ voir Eq. 2.45
  Vitesse de propagation :  $\dot{a} = c_r(1 - \frac{\sigma_{Ic}}{\tilde{\sigma}_{eq}^{moyT}})$  ;           ▷ voir Eq. 2.89
  Calcul de l'avancée :  $\Delta a = \dot{a} T_{cumul}$  ;                       ▷ voir Eq. 2.93
  si  $\Delta a \geq L_{car}$  alors
    | Propagation = True ;
  fin
fin

```

2.3.6 Mise en œuvre numérique de la propagation

A partir des différents champs mécaniques, le critère permet de donner une direction de propagation θ et une avancée de fissure Δa cohérente avec la taille des éléments définie précédemment. Il faut alors mettre à jour la géométrie de la fissure puis activer et évaluer les enrichissements (voir Schéma 2.26). La méthodologie employée pour ces deux étapes est présentée dans les paragraphes 2.3.6.1 et 2.3.6.2.

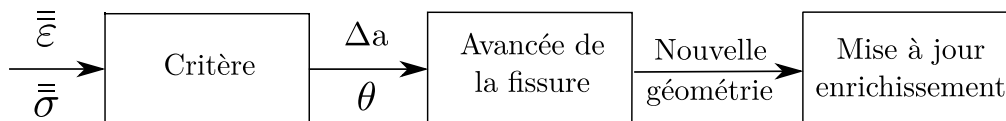


FIGURE 2.26: Schématisation des différentes étapes nécessaires au calcul d'une avancée de fissure.

2.3.6.1 Mise à jour de la géométrie de la fissure

Comme décrit dans la partie 2.2.5.1, la fissure est discrétisée par un maillage d'éléments unidimensionnels évoluant sur la surface moyenne de la coque, de bord d'élément à bord d'élément. Bien que plus simple que l'actualisation de level-set, cette

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

étape n'est pas pour autant triviale. En effet, les éléments de coques peuvent être gauches et le trajet de fissure doit alors l'être lui aussi. Pour contourner cette difficulté, la position de la nouvelle pointe de fissure se fait en passant par l'élément de référence qui est plan. Les différentes étapes de ce calcul sont présentées ci-dessous.

Pour illustrer ce cas de figure, prenons une fissure dont la pointe est notée A, munie d'un repère local orthonormé direct $\mathcal{R} = (A ; \vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{n})$ et devant propager dans un élément courbé qui n'est pas dans le même plan que le précédent (voir FIG.2.27). Le critère donne un angle de propagation θ dans le plan $(A ; \vec{t}_1, \vec{t}_2)$, repéré par rapport à l'axe $(A, \vec{t}_1)$ et avec une avancée de Δa .

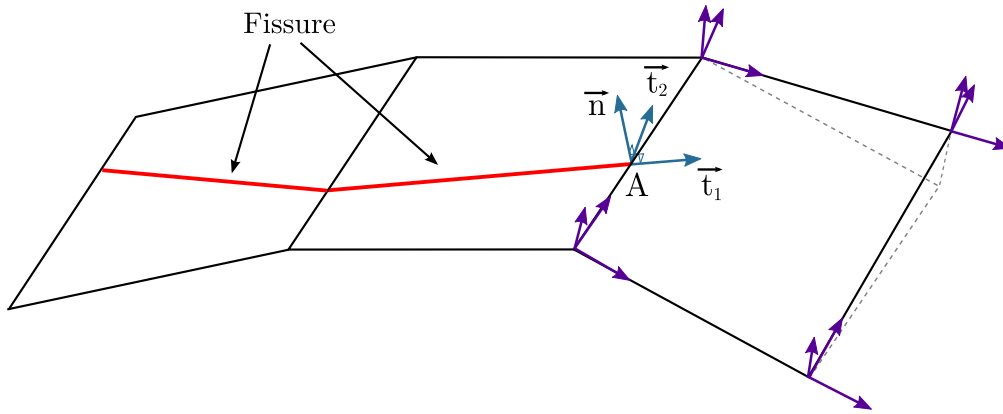


FIGURE 2.27: Schéma d'une fissure devant se propager dans un élément courbé.

Comme on peut le voir figure 2.28, le point M engendré par cette avancée n'est pas sur la surface de la coque. Il est alors nécessaire de trouver une manière d'obtenir l'intersection avec un des bords de l'élément suivant, synonyme de nouvelle pointe de fissure. Cet élément étant courbe, deux obstacles se dressent :

- La normale à l'élément est différente en tout point or il faut en choisir une pour réaliser la projection,
- La surface de projection n'est pas plane.

L'idée retenue est d'utiliser le plan qui contient le côté d'élément sur lequel se trouve la pointe de fissure et le premier côté adjacent dans le sens trigonométrique. Sur la figure 2.29, ce plan est appelé noté $\mathcal{P} = (N1 ; \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Quant à la normale de projection, c'est le vecteur $\vec{n}$ du repère local en pointe qui est choisi.

L'étape suivante est de projeter un point P appartenant au segment de fissure $[AM]$ sur le plan $\mathcal{P}$ décrit précédemment suivant la normale $\vec{n}$. On obtient alors le point P' qui a pour coordonnées $(\alpha, \beta, 0)$ dans le repère orthonormé direct $(N1 ; \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$. La droite (AP') ne peut pas directement être prise comme direction de la fissure car elle ne s'intersecte pas

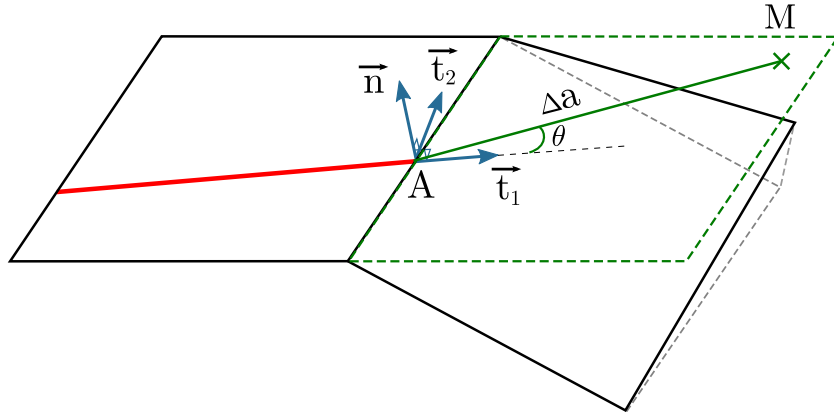


FIGURE 2.28: Visualisation de l'angle et de l'avancée de fissure donnés par le critère.

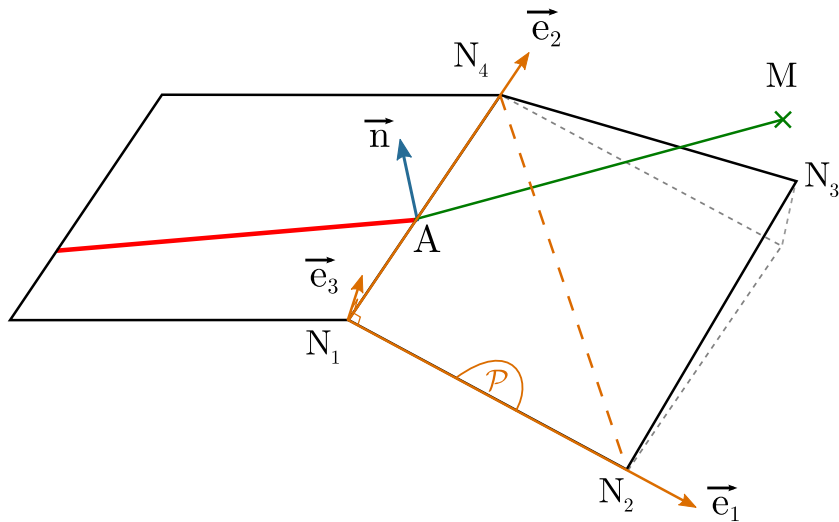


FIGURE 2.29: Plan choisi pour la projection dans l'étape de propagation noté $\mathcal{P}$.

avec un des côtés de l'élément (côté N_2N_3 sur la figure 2.30).

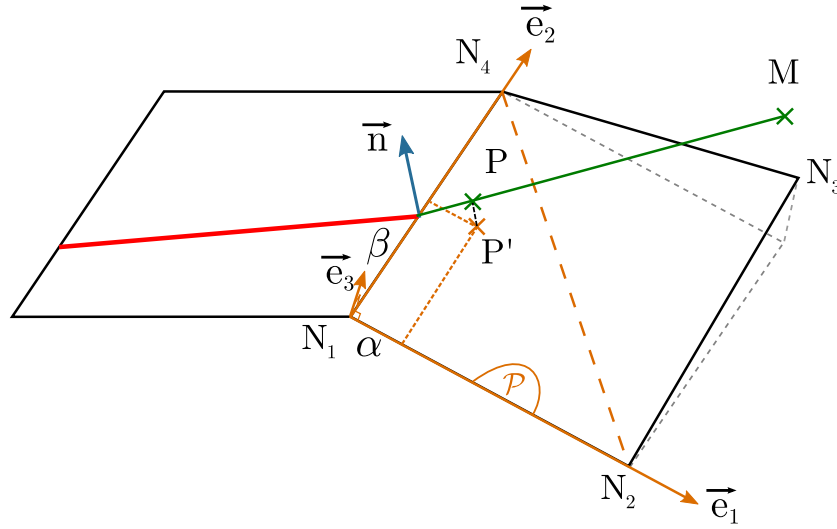


FIGURE 2.30: Projection d'un point du trajet de la fissure sur un plan passant par trois points de l'élément.

Pour s'affranchir de ce problème, une solution consiste à utiliser la bijection qui existe entre l'élément déformé et l'élément de référence. Ce dernier étant plan, le calcul d'intersection y est trivial. L'image du point P' dans l'élément de référence notée P'_{ref} est obtenue via les équations 2.94 et 2.95 qui traduisent simplement la conservation de la position relative du point par rapport à un noeud dans l'élément (voir FIG.2.31). Il en est de même pour le point A_{ref} image de la pointe de fissure A .

$$\frac{\alpha}{\|\overrightarrow{N_1N_2}\|} = \frac{\alpha_{ref}}{\|\overrightarrow{I_1I_2}\|}, \quad (2.94)$$

$$\frac{\beta}{\|\overrightarrow{N_1N_4}\|} = \frac{\beta_{ref}}{\|\overrightarrow{I_1I_4}\|}. \quad (2.95)$$

L'intersection entre la demi-droite $[A_{ref}P'_{ref})$ et un des côtés de cet élément donne le point B_{ref} . La position du point sur le maillage déformé dont l'image est B_{ref} dans l'élément de référence est obtenu à l'aide des fonctions d'interpolation géométrique classique :

$$\langle x_B \rangle = \sum_{i=1,4} N_i(\xi_{B_{ref}}, \eta_{B_{ref}}) \langle X_i \rangle, \quad (2.96)$$

$$\langle x_B \rangle = \langle x_B \quad y_B \quad z_B \rangle \quad ; \quad \langle X_i \rangle = \langle X_i \quad Y_i \quad Z_i \rangle, \quad (2.97)$$

où x_B, y_B, z_B sont les coordonnées cartésiennes de la nouvelle pointe de fissure notée B, X_i, Y_i, Z_i sont les coordonnées cartésiennes du nœud i , et $N_i(\xi, \eta)$ les fonctions de forme

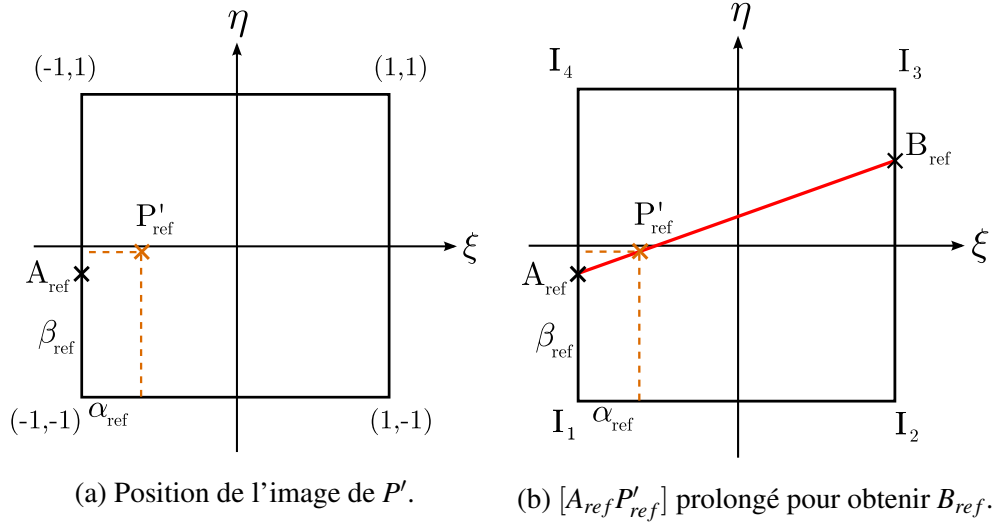


FIGURE 2.31: Passage dans l'élément de référence pour l'étape de propagation.

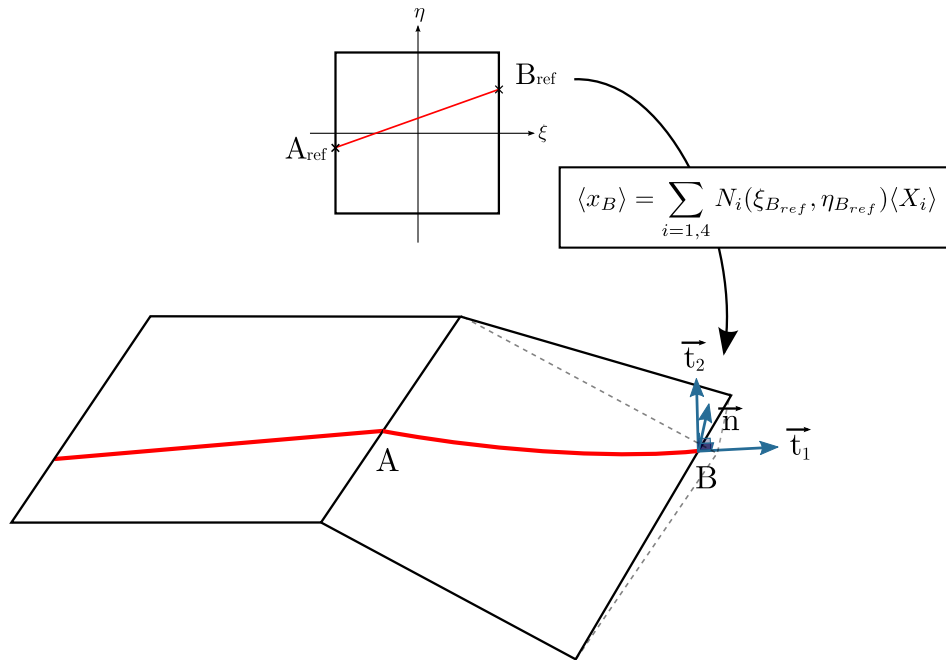


FIGURE 2.32: Calcul de la position de la pointe de fissure sur le maillage déformé.

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

de l'élément bilinéaire.

La méthodologie qui vient d'être présentée permet donc de mettre à jour la géométrie de la fissure à partir d'une avancée Δa et d'un angle θ calculés par le critère. Il convient de remarquer que l'avancée produite notée Δa_{eff} n'est pas rigoureusement la même que celle calculée par le critère du fait de la géométrie de la coque. On observe en effet sur l'exemple que le point M calculé (voir FIG.2.28) est différent du point B produit (voir FIG.2.32). Cependant, la courbure d'un élément tout comme le changement d'orientation d'un élément à l'autre sont généralement faibles, ce qui rend les approximations acceptables.

Il peut également arriver que l'avancée Δa_{eff} produite dans l'élément soit plus faible que celle prévue par le critère (qui est de l'ordre de la taille d'un élément). Cela peut par exemple se produire lorsque la pointe se trouve initialement proche d'une extrémité du côté entrant et que la fissure vient intersecter le côté adjacent (voir FIG.2.33). Dans ce cas, en fonction de l'avancée qui reste à produire pour être cohérent avec le critère, la fissure propage à nouveau ou non dans l'élément suivant dans la même direction que celle initialement prévue par le critère. Dans nos travaux, si après une propagation la longueur qui reste à propager est supérieure à $0.3 L_{car}$, alors on choisit de couper l'élément suivant. Cette procédure est décrite dans l'algorithme 3.

Enfin, dans le cas où la fissure propage à nouveau dans le même élément, on décide de décrire la fissure en prenant le premier point d'entrée et le point de sortie de l'élément comme on peut le voir figure 2.34.

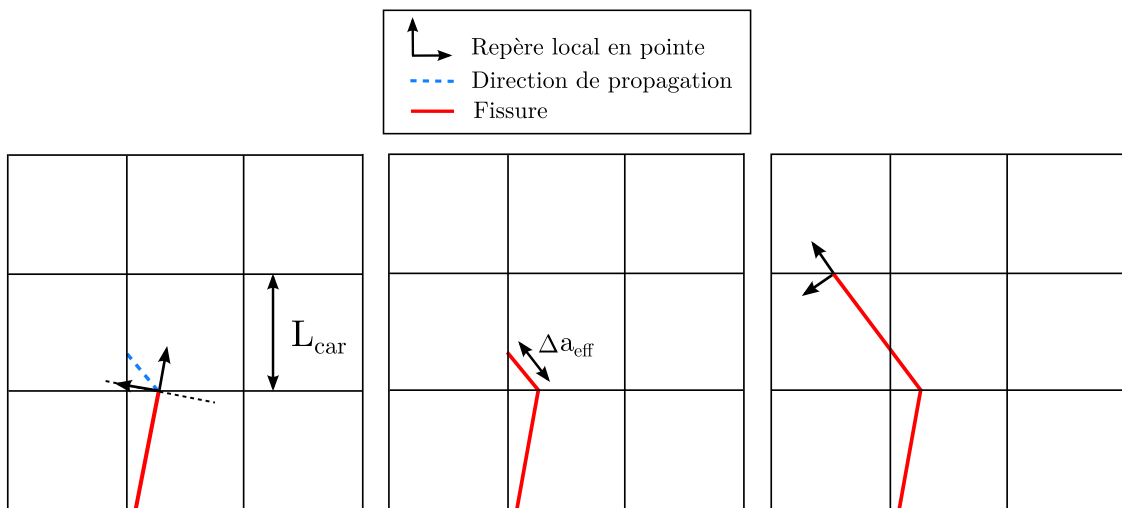


FIGURE 2.33: Avancée supplémentaire lorsque l'avancée effective Δa_{eff} est trop faible par rapport à ce que prévoir le critère.

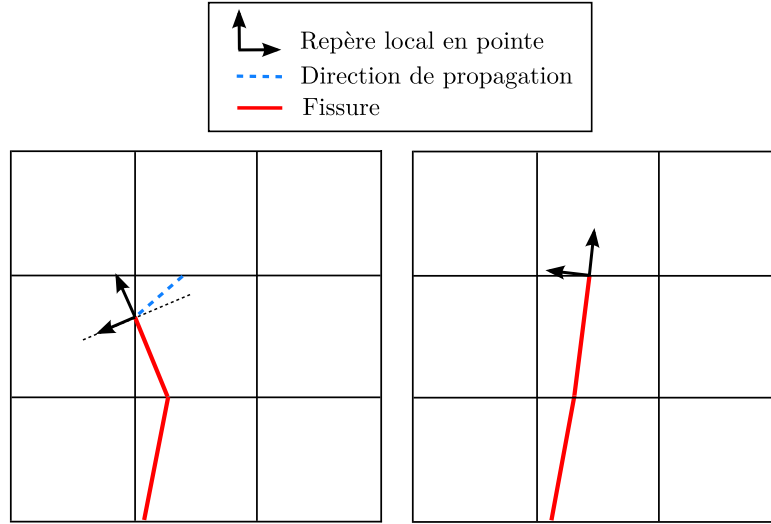


FIGURE 2.34: Modification de la fissure lorsqu'elle propage dans le même élément.

Algorithme 3: Propagation pour produire une avancée cohérente avec le critère

Entrées : Δa , Propagation.

Résultat : Mise à jour de la géométrie de la fissure.

si (*Propagation* == *True*) **alors**

$\tilde{\sigma}_{ij}^{moyT} = 0$;

$T_{cumul} = 0$;

tant que ($\Delta a \geq 0.3 L_{car}$) **faire**

 Propager dans l'élément suivant ;

 Avancée effective de Δa_{eff} ;

$\Delta a = \Delta a - \Delta a_{eff}$;

fin

Propagation = *False* ;

sinon

fin

2.3.6.2 Mise à jour de l'enrichissement

Dès lors que la géométrie de la fissure est établie, la dernière étape à réaliser est de mettre à jour l'enrichissement. Cette question a déjà été en partie évoquée dans le paragraphe 2.2.5.2 concernant la construction de la fissure. La position relative d'un point d'intégration ou d'un noeud d'un élément par rapport à la fissure est obtenue dans l'élément de référence. Si on note I un point quelconque de l'élément coupé par la fissure AB , I_{ref} le point et $A_{ref}B_{ref}$ le segment correspondant dans l'élément de référence et $\vec{v}$ un vecteur orthogonal à $A_{ref}B_{ref}$, l'enrichissement est donné par :

$$H(x_I, y_I) = H(\xi_{I_{ref}}, \eta_{I_{ref}}) = \begin{cases} +1 & \text{si } \overrightarrow{A_{ref}I_{ref}} \cdot \vec{v} \geq 0, \\ -1 & \text{si } \overrightarrow{A_{ref}I_{ref}} \cdot \vec{v} < 0. \end{cases} \quad (2.98)$$

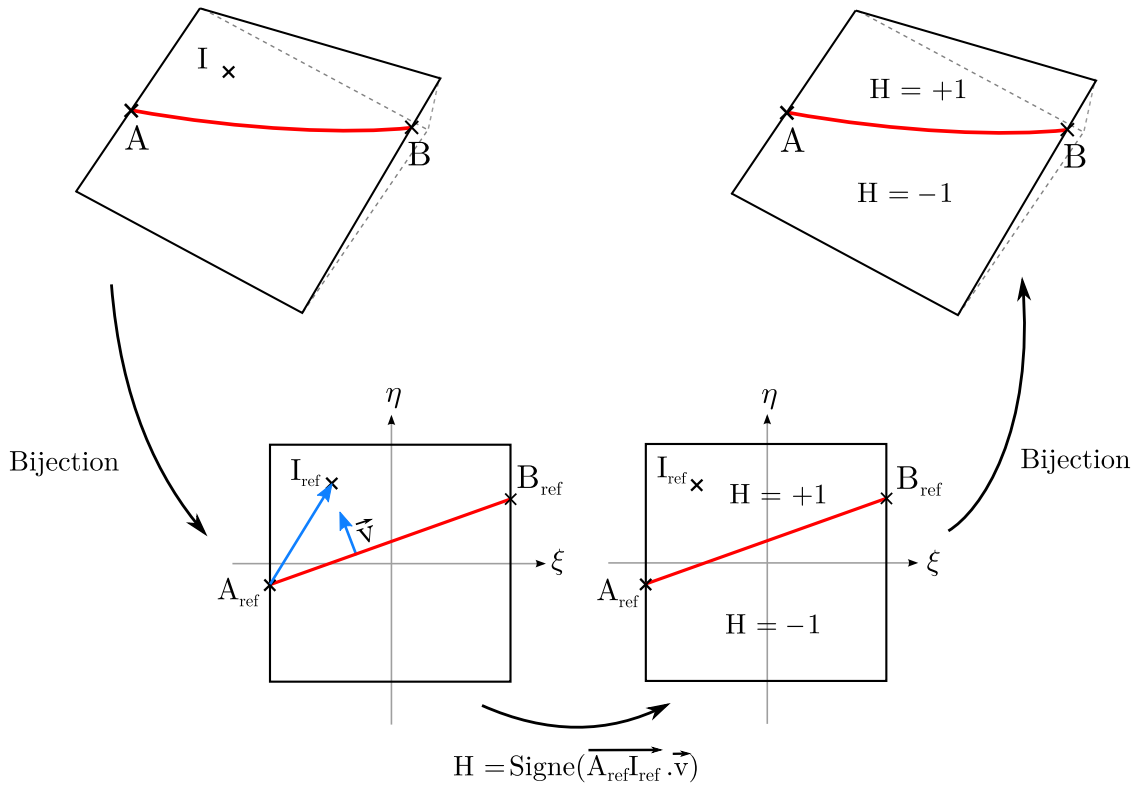


FIGURE 2.35: Détermination de l'enrichissement à partir de l'élément de référence.

2.4 Simulation d'un exemple type issu de la littérature

Il s'agit désormais de simuler un essai de propagation proposé dans la littérature afin de tester l'efficacité du critère après les modifications apportées pour une utilisation dans les coques. On propose ici de réaliser le cas test de Kalthoff et Winkler [KAL 88] qui ne sollicite la structure qu'en mode I et mode II. Des cas tests faisant intervenir un chargement en mode III sont présentés dans le CHAP.4.

Description L'expérience réalisée par Kalthoff et Winkler [KAL 88] consiste à impacter une éprouvette rectangulaire possédant deux entailles initiales identiques et parallèles au moyen d'un projectile cylindrique (FIG.2.36). Suivant la vitesse du chargement, la nuance du matériau ou la température, différents modes de ruptures apparaissent. Pour des faibles vitesses, l'expérience montre une rupture dirigée par la traction (mode I) caractérisée par un angle de propagation moyen d'environ 70° par rapport à la direction initiale de l'entaille. Pour des vitesses d'impact élevées, la fissure se propage en mode II suivant une bande de cisaillement adiabatique et s'initie avec un angle quasi nul et propage avec un angle de -10° . Ces résultats sont visibles figure 2.37.

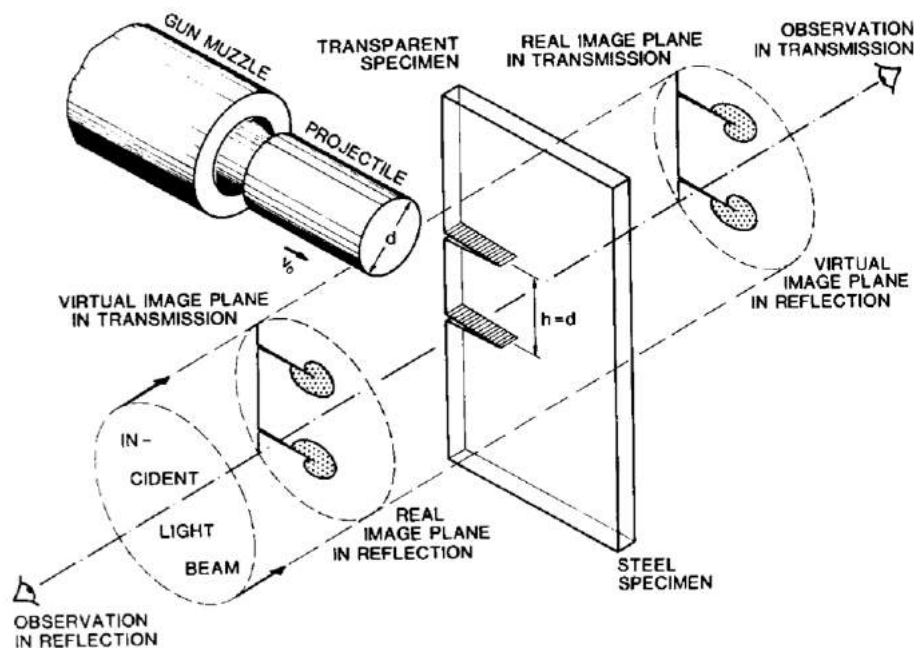


FIGURE 2.36: Schéma de principe de l'expérience de Kalthoff et Winkler et observation de l'intensification du champ de contrainte pour une éprouvette métallique ou transparente - Schéma tiré de [KAL 00].

Données Seule la moitié de l'éprouvette est modélisée étant donné la symétrie du problème. L'impact est modélisé par une vitesse V_0 imposée (et maintenue) sur le côté

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

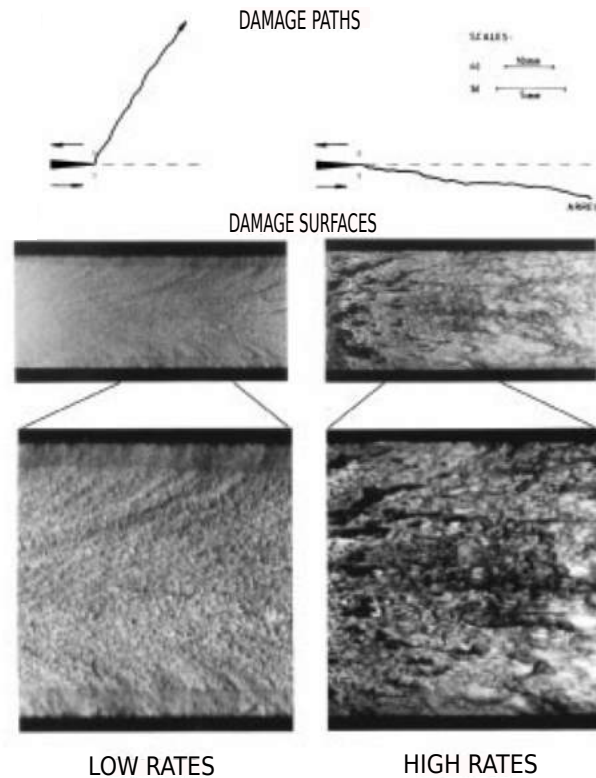


FIGURE 2.37: Fissurations par traction et par bande de cisaillement observées sur de l'acier X2 NiCoMo 1895 (encore appelé acier Maraging 18Ni1900) - Images tirées de [KAL 00].

gauche de l'éprouvette qui contient une préfissure de longueur $L = 50\text{mm}$. L'épaisseur e de l'éprouvette est de 16mm . Deux cas de calcul sont présentés : un premier cas d'impact avec une vitesse de $V_0 = 16\text{m/s}$ et un second cas pour un impact de $V_0 = 32\text{m/s}$. Les conditions aux limites sont visibles figure 2.38.

Le maillage est composé de 100×100 éléments coque $X\text{-}Q4GS$ dont la taille est de 1mm et est présenté figure 2.39.

Le matériau utilisé est un acier Maraging 18Ni1900 avec une loi élastoplastique à écrouissage isotrope dont les paramètres sont donnés dans le tableau 2.6. Concernant le critère, les mêmes paramètres que ceux utilisés dans les travaux de Haboussa *et al.* sont choisis (voir TAB.2.7).

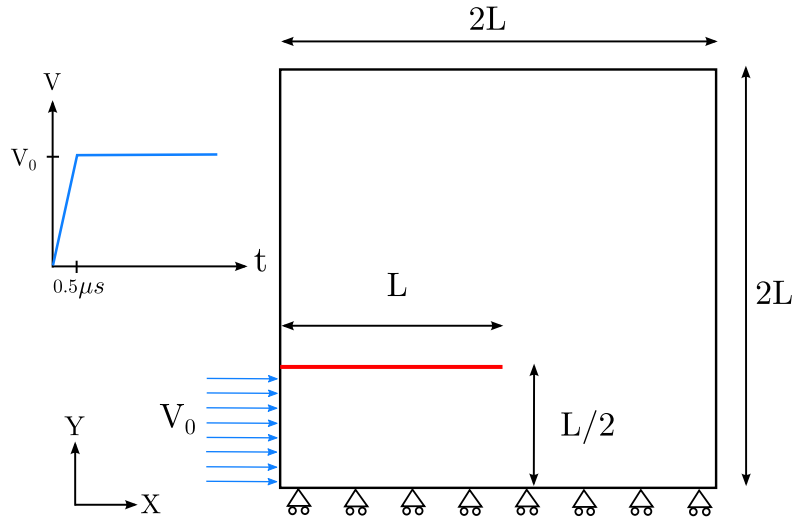


FIGURE 2.38: Géométrie et conditions aux limites de la simulation de Kalthoff et Winkler.

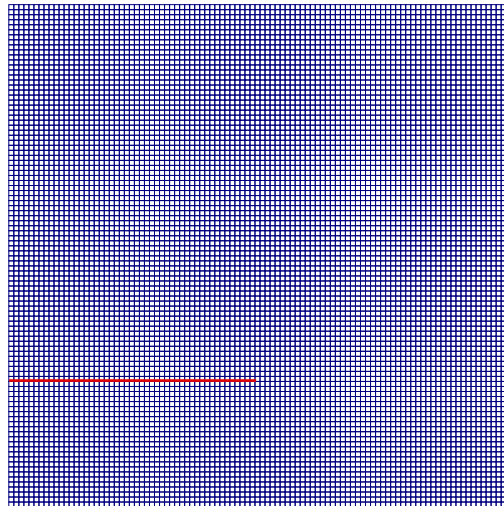


FIGURE 2.39: Maillage pour la simulation de l'essai de Kalthoff et Winkler.

TABEAU 2.6: Paramètres matériaux de l'acier Maraging utilisés pour l'expérience de Kalthoff.

Module d'Young	E	200 GPa
Coeff. de Poisson	ν	0.3
Masse volumique	ρ	7830 kg/m ³
Célérité des ondes de Rayleigh	c_R	2800 m/s
Limite élastique	σ_y	2000 MPa
Module tangent	E_t	1600 MPa

2. Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation de fissure dans des coques de type Mindlin-Reissner

TABLEAU 2.7: Paramètres du modèle de transition traction/cisaillement de l'acier Maraging.

Contrainte critique	σ_{Ic}	250 MPa
Seuil en traction	ε^{hoop}	8.00×10^{-4}
Seuil en cisaillement	ε^{shear}	8.85×10^{-4}
Longueur caractéristique des éléments	L_{car}	0.001 m
Rayon du demi disque D	R	0.003 m

Résultats Les trajets de fissure obtenus sont affichés figure 2.40 et l'évolution de la contrainte de von Mises au cours des simulations est donnée figures 2.41 et 2.42.

Pour $V_0 = 16m/s$, on retrouve le trajet caractéristique de la rupture fragile en mode I obtenu expérimentalement sur cette éprouvette, avec un angle de propagation proche de 70° . Ensuite, en modifiant uniquement la vitesse d'impact à $V_0 = 32m/s$, on obtient cette fois-ci une propagation pilotée par le cisaillement pour une fissure sollicitée en mode II, avec là encore un trajet de fissure proche de celui obtenu expérimentalement.

On peut remarquer que les résultats ne sont pas rigoureusement identiques à ceux présentés dans les travaux de Haboussa [HAB 12a]. Cela vient du fait que la loi de comportement est ici formulée en contraintes planes ce qui a notamment pour conséquence de modifier la célérité des ondes mécaniques.

Le cas en cisaillement permet une validation du critère de Haboussa *et al.*. A noter que nous avons constaté lors de la phase initiale de propagation (i.e. lorsque l'angle de propagation $\alpha \simeq 0^\circ$) qu'un écart même faible entre la solution analytique et semi-analytique avait un impact important sur le résultat obtenu. Les calculs présentés ici ont donc été effectués avec l'angle analytique (voir équation 2.86). Nous préconisons son usage plutôt que celui du critère simplifié.

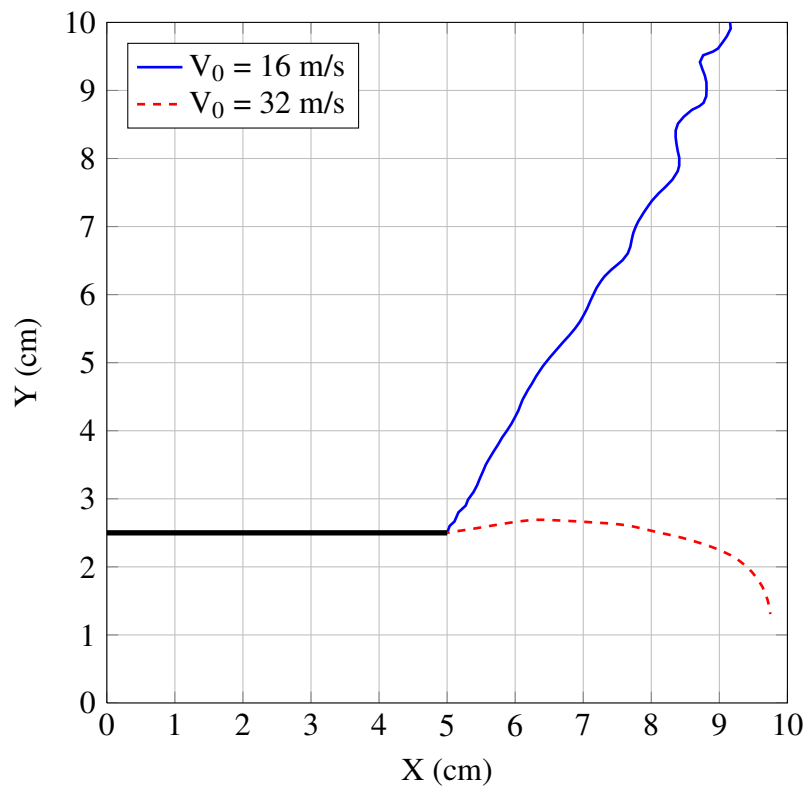


FIGURE 2.40: Simulation de Kalthoff et Winkler - Trajets de fissure pour $V_0 = 16 \text{ m/s}$ et $V_0 = 32 \text{ m/s}$.

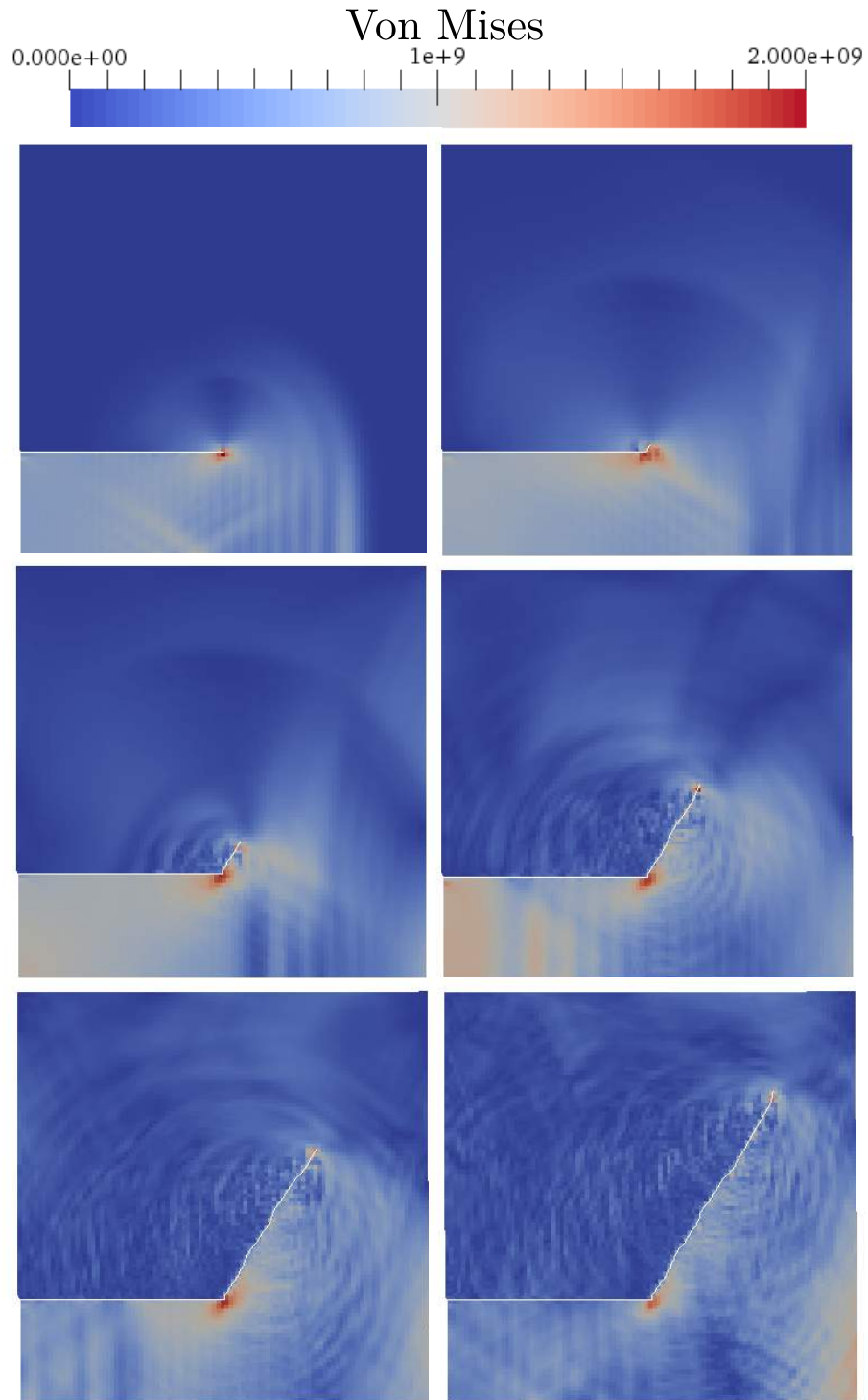


FIGURE 2.41: $V_0 = 16\text{m/s}$ - Évolution de la contrainte de von Mises sur la simulation de l'expérience de Kalthoff et Winkler pour $t=16\ \mu\text{s}$, $t=24\ \mu\text{s}$, $t=28\ \mu\text{s}$, $t=36\ \mu\text{s}$, $t=44\ \mu\text{s}$ et $t=52\ \mu\text{s}$.

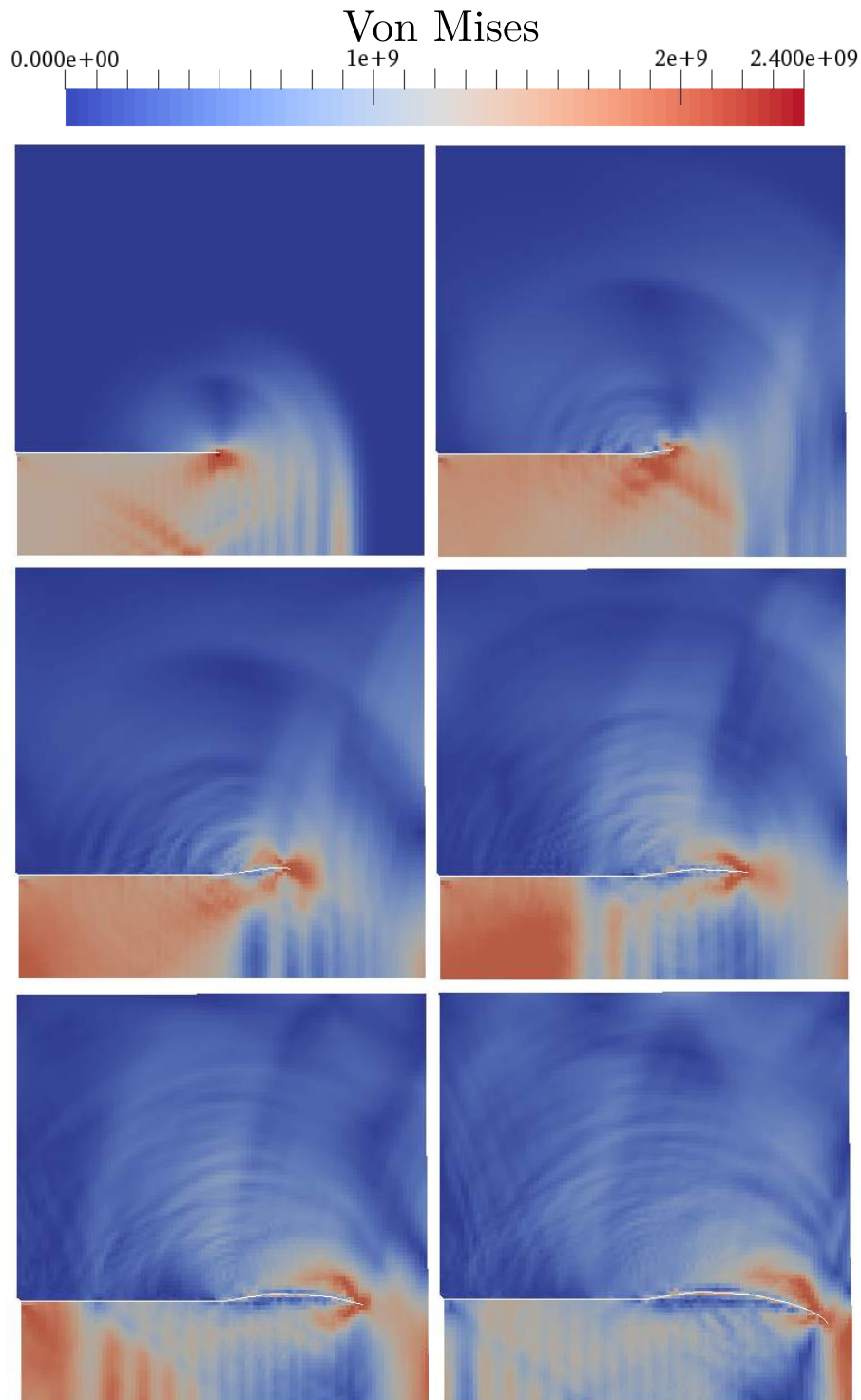


FIGURE 2.42: $V_0 = 32\text{m/s}$ - Évolution de la contrainte de von Mises sur la simulation de l'expérience de Kalthoff et Winkler pour $t=16\ \mu\text{s}$, $t=24\ \mu\text{s}$, $t=28\ \mu\text{s}$, $t=32\ \mu\text{s}$, $t=36\ \mu\text{s}$ et $t=40\ \mu\text{s}$.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les développements et les choix réalisés pour simuler la propagation d'une fissure dans une structure fine.

Après avoir rappelé quelques propriétés de l'élément fini de coque épaisse choisi, sa formulation a été étendue pour que cet élément soit utilisable avec méthode X-FEM. Les masses associées aux degrés de liberté enrichis sont prises égales à celles associées aux degrés de liberté classiques et le pas de temps critique est deux fois plus petit que celui obtenu avec des éléments finis classiques.

Nous avons ensuite fait le choix de discrétiser la fissure avec un maillage unidimensionnel évoluant sur la surface moyenne de la coque. Cela permet de se passer de l'utilisation des level-sets et simplifier l'étape de propagation. Une stratégie a été mise en place afin de mettre à jour la géométrie de la fissure avec la description choisie.

Par la suite, un critère de propagation basé sur l'état de contrainte en pointe de fissure proposé par Haboussa *et al.* a été repris puis adapté à l'élément fini de coque développé. La prise en compte du mode III de sollicitation a notamment été ajouté dans le calcul de la direction de propagation. Ce critère simplifié permet à la fois de simuler la rupture en traction ou en cisaillement avec une transition automatique entre les deux modes de propagation. Le calcul de la contrainte équivalente pour déterminer s'il y a propagation ou non se fait sur cinq demi-disques superposés dans l'épaisseur, dans le voisinage de la fissure.

Enfin, la simulation d'un exemple type issu de la littérature est présentée et les résultats affichés correspondent aux résultats expérimentaux.

Chapitre 3

Essais expérimentaux de propagation de fissure en dynamique rapide

Sommaire

3.1	Introduction	106
3.2	Campagne expérimentale sur tour de crash	106
3.2.1	Généralités	106
3.2.2	Dispositif expérimental	108
3.2.3	Caractéristiques des éprouvettes	110
3.2.4	Déroulement des essais	114
3.2.5	Présentation et résultats des essais	115
3.3	Campagne expérimentale NYMPHEA	136
3.3.1	Généralités	136
3.3.2	Dispositif expérimental	136
3.3.3	Caractéristiques des éprouvettes entaillées	139
3.3.4	Résultats	139
3.4	Conclusion	142

3.1 Introduction

Ce troisième chapitre se concentre sur les moyens mis en œuvre lors de la thèse pour l'étude expérimentale de la rupture dynamique sur des structures élancées.

Afin de valider le caractère prédictif du modèle numérique de propagation de fissure proposé, il est nécessaire de comparer des résultats de simulation avec des résultats d'essais expérimentaux. Pour ce faire, une connaissance accrue des conditions aux limites et conditions initiales est indispensable afin de savoir précisément ce qu'il faut injecter dans le modèle numérique et ainsi limiter au maximum les causes de variabilité des résultats. De plus, il est intéressant de pouvoir suivre l'évolution de différents paramètres (pression, déplacement, déformation etc.) au cours de l'essai à l'aide de capteurs pour ne pas seulement comparer des résultats post-mortem.

Des essais bien maîtrisés au sens des conditions aux limites et initiales sont donc dans un premier temps réalisés. Il s'agit d'essais dynamiques sur tour de crash menés à l'ONERA de Lille en collaboration avec Jacky FABIS et mis au point dans la thèse de Maurel [MAU 08a]. La première partie est consacrée à description de ces essais faisant intervenir des éprouvettes de petite dimension.

La seconde partie traite d'essais d'explosion au contact menés sur des spécimens plus grand d'un ordre de grandeur avec des conditions de chargement qui se rapprochent davantage d'une menace telle que présentée dans l'introduction générale.

3.2 Campagne expérimentale sur tour de crash

3.2.1 Généralités

La campagne expérimentale ONERA permet de fournir un cadre simple mais représentatif d'une rupture dynamique dans une structure élancée. Le principe de l'expérience est le suivant : un piston, fermé par une plaque métallique qui est la zone d'intérêt, est rempli d'eau puis impacté par une masse. L'impact génère une onde de pression dans le liquide qui entraîne la déformation de l'éprouvette. En fonction de l'intensité du chargement, une fissure peut se développer ce qui entraîne la fuite de l'eau contenue dans le piston.

Deux séries d'essais sont réalisées. Une première composée de trois éprouvettes dont la zone d'intérêt est circulaire suivies de quatre éprouvettes de zone d'intérêt elliptique. La première série est constituée d'essais qui ont déjà été réalisés auparavant par Maurel [MAU 08a] et Caleyron [CAL 11] mais sur un aluminium AU4G 2024 T351. La symétrie de la géométrie de ces éprouvettes rend l'interprétation des résultats plus aisée. La deuxième série est quant à elle composée d'essais tout à fait nouveaux : la géométrie en forme d'ellipse introduit des champs qui dépendent de l'orientation du défaut initial



FIGURE 3.1: Tour de crash de l'ONERA de Lille.

par rapport aux axes de cette ellipse. Ainsi des directions préférentielles de propagation apparaissent rendant (a priori) possible l'apparition de bifurcations.

Le dispositif expérimental utilisé à l'ONERA de Lille est tout d'abord présenté. Ensuite les caractéristiques des éprouvettes ainsi que le déroulement des essais sont décrits. Enfin, les résultats de chaque essais sont détaillés.

3.2.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental représenté figure 3.4 est formé d'un cylindre ($e_{cyl} = 15$ mm, $D_{cyl} = 80$ mm) associé à un piston, le tout étant constitué d'acier (APX Z15 CN 17.03). Le piston est fermé à sa base par une plaque qui constitue la zone d'intérêt de l'expérience. Ces éprouvettes sont constituées d'un acier à Haute Limite Élastique Soudable (HLES) utilisé pour concevoir les coques de sous-marin et sont préfissurées de différentes manières avant l'essai. Le cylindre est rempli d'eau formant une colonne de hauteur $H = (205 - e_p)$ mm où e_p est l'épaisseur de l'éprouvette. La chute d'une masse $M = 245$ kg sur le piston génère une onde de pression dans l'eau qui vient charger l'éprouvette. Cette masse est montée sur un chariot guidé par un système de rails visible sur la figure 3.2b. La vitesse d'impact de la masse sur le piston est identique à celle d'un corps lâché d'une hauteur initiale h , sans vitesse initiale. Elle est calculée via la relation suivante : $V_{impact} = \sqrt{2gh}$.

L'acier qui constitue les éprouvettes a été caractérisé par Langrand *et al.* [LAN 09] et suit une évolution de type Johnson-Cook dont l'expression est donnée équation 3.1. Les paramètres du modèle pour l'acier considéré sont regroupés dans TAB.3.1.

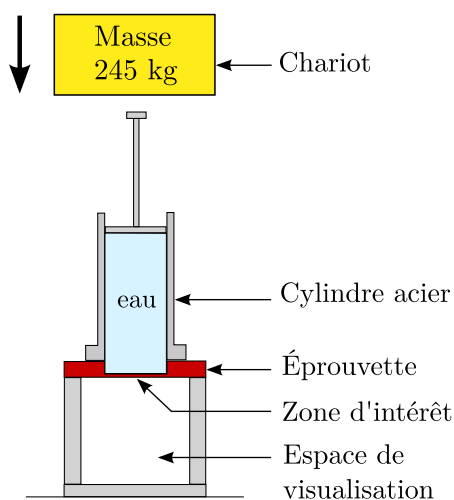
$$\sigma = (A + B(\epsilon_p)^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \quad (3.1)$$

TAB. 3.1: Paramètres du modèle viscoplastique de Johnson Cook pour l'acier des éprouvettes.

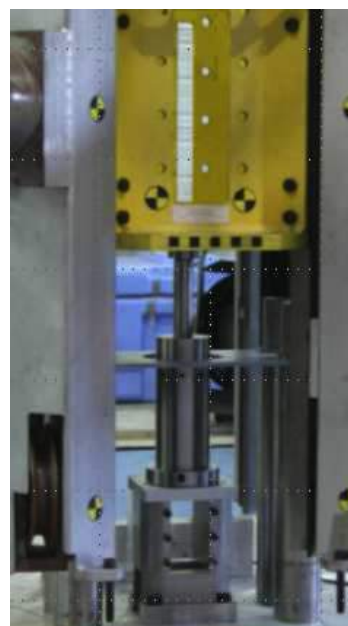
A (MPa)	B (MPa)	n	$\dot{\epsilon}_0$ (s^{-1})	C
706	545	0.5	5.10^{-4}	0.036

Un ensemble de capteurs permet de relever avec précision les différentes grandeurs qui interviennent durant les essais, à savoir :

- Un *capteur de déplacement optique* pour suivre la course du chariot ;
- Des *jauges de déformation* de la marque TML et de type YFLA 2 à grand allongement (15%) sont collées sur chaque éprouvette dans une zone ni trop proche du



(a) Schéma.



(b) Photographie.

FIGURE 3.2: Dispositif expérimental de la tour de crash ONERA.

motif initial ou des conditions aux limites, ni trop loin pour capter un état de déformation suffisant. Elles sont associées à un filtre passe-bas à 75 kHz ;

- Un *capteur de pression piézo-électrique* d'une étendue de mesure de 1000 bars est fixé sur la partie inférieure du cylindre rempli d'eau afin de mesurer l'évolution de la pression en un point du réservoir ;
- Deux *caméras rapides haute définition* PHOTRON, visibles figure 3.4 et représentées figure 3.3, permettent de suivre le comportement de l'éprouvette dans les premiers instants de l'essai. La première (caméra 1) permet de filmer de face la zone d'intérêt via un miroir incliné à 45°. Elle est cadencée à 10000 images/seconde sur une fenêtre de 1024 x 1024 pixels. La deuxième camera (caméra 2) filme la plaque de côté pour observer sa déflexion. La zone observée étant plus restreinte, l'acquisition se fait sur 640 x 432 pixels mais cette fois-ci à 40000 images/seconde ;
- Un *projecteur* est orienté sur un miroir placé sous l'éprouvette afin d'améliorer la luminosité pour la caméra 1. L'éclairage par LED a été privilégié pour éviter le chauffage des capteurs et des structures ;
- Un *analyseur de transition multi-voies* DEWETRON 5000 est utilisé pour acquérir toutes ces données de manière synchrone. Il est équipé de cartes ORION de capacité maximale 1 Mega-échantillon / seconde et par voie, avec une résolution de 16 bits et un débit sur disque de 80 MB/s.

Le soin apporté au dispositif expérimental et les moyens mis en œuvre par l'ONERA permettent une bonne maîtrise de l'ensemble des conditions de l'expérience : masse,

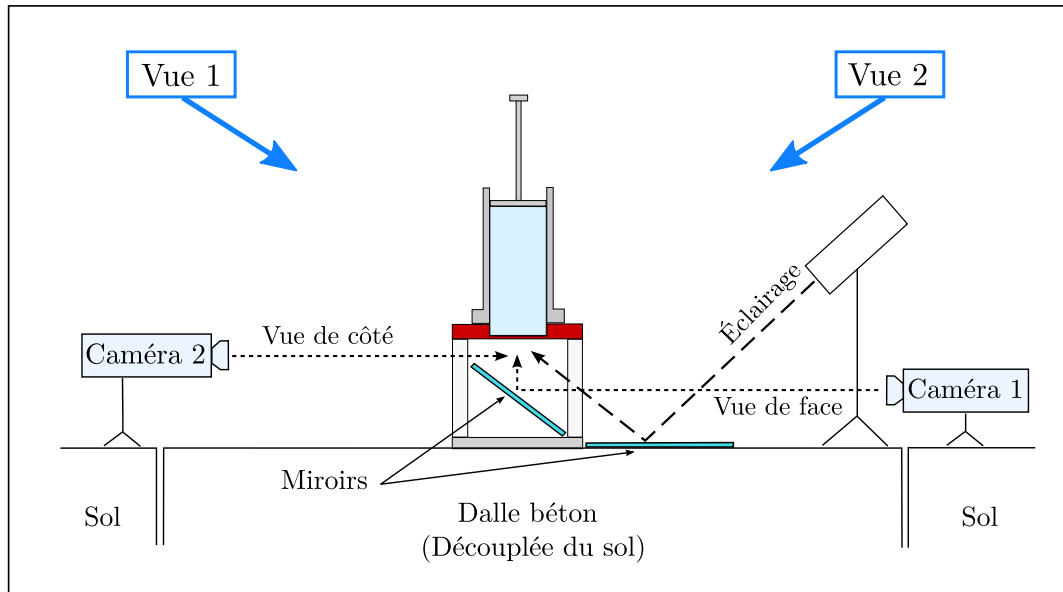


FIGURE 3.3: Schéma du montage.

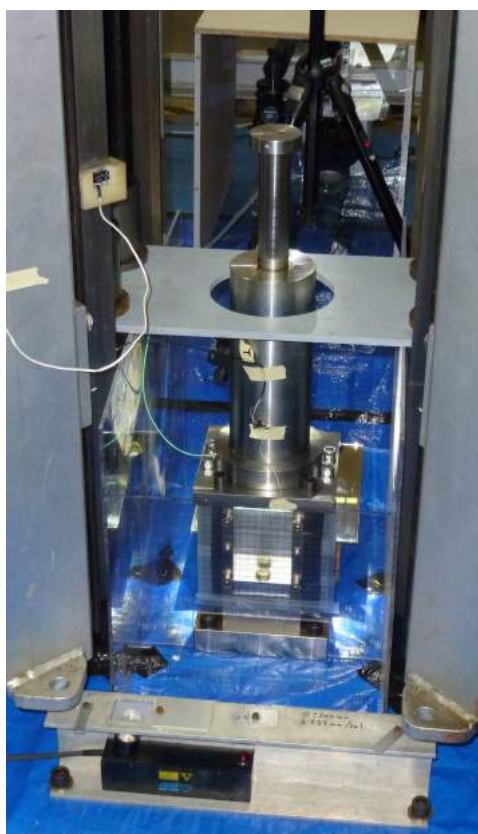
vitesse d'impact, déplacement du chariot, pression etc.

La zone de crash est installée sur une fondation de 80 tonnes découpée du reste de la tour de chute. Ainsi, l'énergie potentielle initiale est entièrement transmise dans le système et non dissipée ailleurs. Le recoupement des informations délivrées par les différents capteurs permet de connaître au mieux les conditions initiales et conditions aux limites qui interviennent durant l'essai, ce qui permet a posteriori d'être confiant sur les données à imposer dans la simulation numérique.

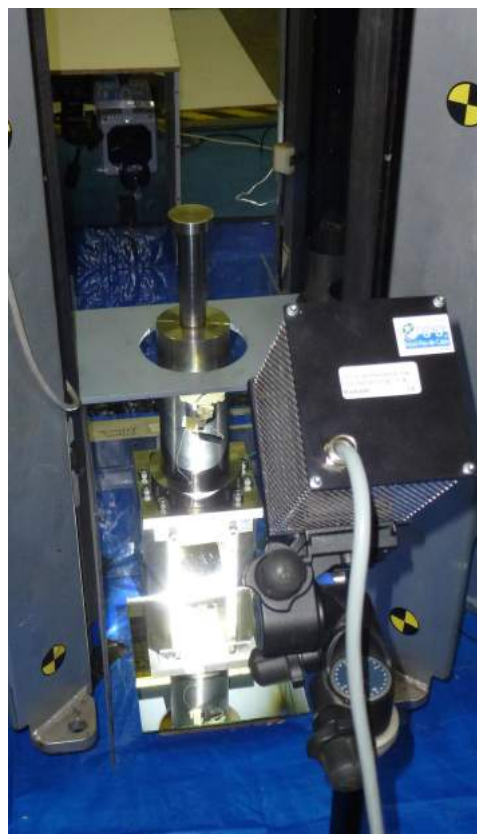
3.2.3 Caractéristiques des éprouvettes

Les plaques sont obtenues à partir d'un bloc d'acier de dimensions 200 x 200 x 20mm dont la partie centrale est obtenue par lamage pour les éprouvettes à galette circulaire, et lamage/usinage pour les éprouvettes à galette elliptique. Un défaut initial est placé dans la zone d'intérêt de faible épaisseur (1.2mm) de chaque éprouvette, également appelée *galette*, permettant d'influencer le trajet de propagation de fissure. Ces entailles de 0.3mm de large sont réalisées par électro érosion à fil. Leurs formes et leurs positions ont été choisies par des simulations en amont pour tenter de générer des cas de fissuration, propagation et arrêt avec des conditions aux limites différentes et suffisamment maîtrisées.

Un congé de raccordement de 2mm est réalisé entre la partie épaisse et la partie fine de la plaque afin de limiter la concentration de contrainte qui pourrait entraîner le décollage. Dans la première série d'expérience, cette zone d'intérêt a une forme circulaire



(a) Vue 1.



(b) Vue 2.

FIGURE 3.4: Dispositif expérimental de la tour de crash avec les vues correspondantes à la figure 3.3.

de diamètre 80mm (voir FIG.3.5a) alors que sur la seconde, elle a une forme elliptique de grand axe 80mm et de petit axe 60mm (voir FIG.3.5b). Pour ces dernières, un chanfrein d'angle évolutif a été usiné pour raccorder l'ellipse à la section circulaire du piston de diamètre 80mm .

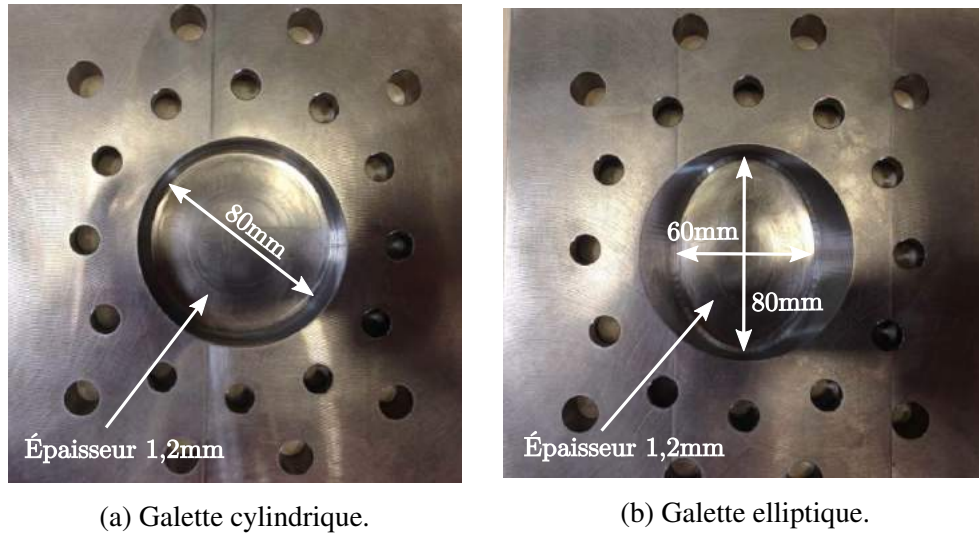


FIGURE 3.5: Formes des membranes testées.

Les configurations suivantes ont été testées :

- Trois éprouvettes avec galette circulaire de diamètre $D_{gal} = 80\text{mm}$ avec pour défauts initiaux :
 - Un trou circulaire de diamètre $d = 14\text{mm}$,
 - Une préfissure droite de 30mm ,
 - Deux préfissures de 30mm chacune formant un X.
- Quatre éprouvettes avec galette elliptique de grand axe $A_{gal} = 80\text{mm}$ et petit axe $B_{gal} = 60\text{mm}$ avec pour défauts initiaux :
 - Deux préfissures de 30mm chacune formant un X orienté suivant le grand axe et le petit axe ($\alpha = 0^\circ$),
 - Deux préfissures de 30mm chacune formant un X orienté à 45° du grand axe et du petit axe ($\alpha = 45^\circ$),
 - Une préfissures de 30mm orientée à 45° du grand axe et un trou de diamètre $d = 14\text{mm}$ ($\alpha = 45^\circ$),
 - Une préfissures de 20mm orientée à 45° du grand axe et un trou de diamètre $d = 14\text{mm}$ ($\alpha = 45^\circ$).

Les différents essais sont énumérés dans le tableau suivant avec les caractéristiques de l'éprouvette utilisée. Un exemple d'éprouvette dans son état initial est donné sur la figure 3.8a.

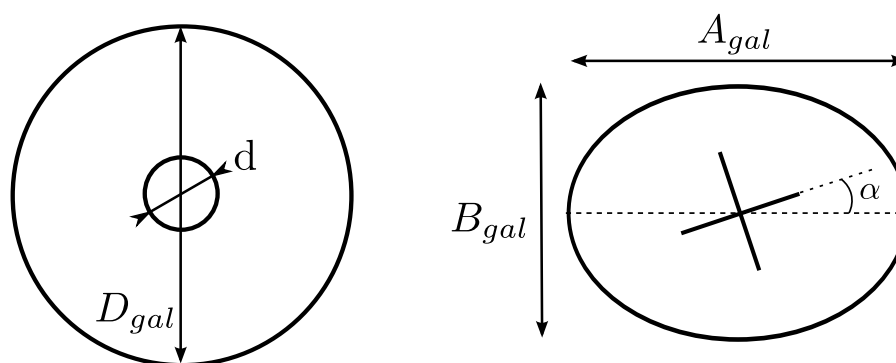
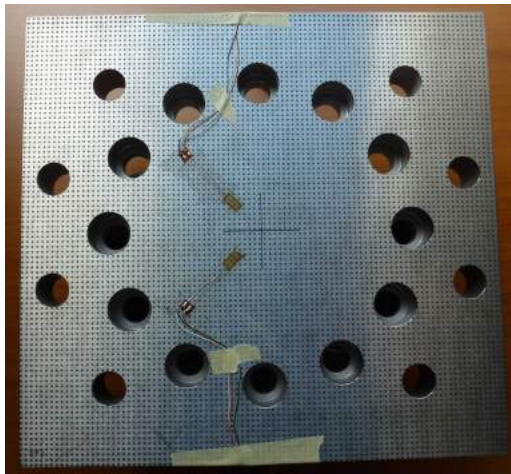


FIGURE 3.6: Galette circulaire avec un trou circulaire et galette elliptique avec préfissure en X orientée d'un angle α .

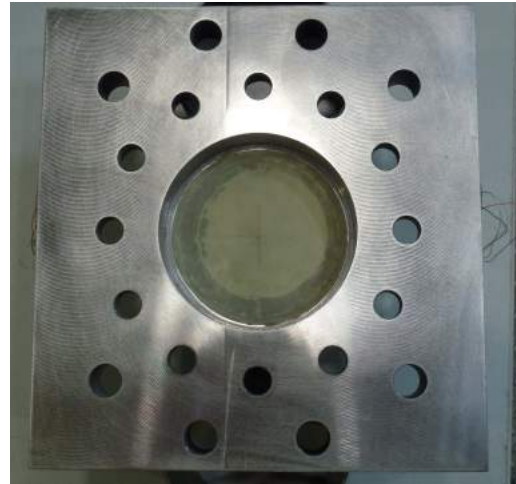
	Essai n°	Caractéristiques de l'éprouvette		
		Spécimen	Préfissure(s)	$V(m.s^{-1})$
Circulaire	1	C14A5	trou ($d = 14mm$)	5
	2	CLA4	$30mm$	4
	3	CXA5	$2 \times 30mm$ (en X)	5
Elliptique	4	EX0A5	$2 \times 30mm$ (en X) ($\alpha = 0^{\circ}$)	5
	5	EX45A6	$2 \times 30mm$ (en X) ($\alpha = 45^{\circ}$)	6
	6	EL30A6	$30mm$ ($\alpha = 45^{\circ}$) + trou ($d = 14mm$)	6
	7	EL20A6	$20mm$ ($\alpha = 45^{\circ}$) + trou ($d = 14mm$)	6

FIGURE 3.7: Nomenclature et caractéristiques des essais sur tour de crash.

Les jauges extensométriques permettent d'obtenir au cours de l'essai une mesure locale unidimensionnelle de la déformation. Pour compléter cette source d'information, un autre procédé permet de remonter au champ de déformation résiduel après essai. Une grille de points est déposée par électro-marquage sur le dessous de l'éprouvette. Ce réseau visible figures 3.8a et 3.16 suit les mouvements de la matière et la variation de distance entre les centres de deux points adjacents mène directement au champ de déformation. De plus, l'éprouvette est digitalisée à l'aide de deux caméras numériques haute résolution prenant plusieurs clichés sous des angles variés. L'opération est réalisée avant et après l'essai et permet d'obtenir une forme 3D de la plaque avec les variations d'épaisseur. La mise en place de ces différents procédés de mesures sont présentés en Annexe 4.4.



(a) Vue de dessous.



(b) Vue de dessus.

FIGURE 3.8: Préparation des éprouvettes - (a) Éprouvette instrumentée de deux jauges extensométriques et munie d'une grille de points obtenus par électromarquage - (b) Membrane latex au fond d'une éprouvette à galette circulaire.

3.2.4 Déroulement des essais

La même procédure a été strictement suivie pour tous les essais :

1. Occultation des orifices avec une membrane en latex pour d'une part retenir l'eau avant l'essai, et d'autre part retarder l'apparition des gouttelettes d'eau dans les premiers instants de l'essai qui viennent polluer la visualisation. Cette membrane est visible figure 3.8b ;
2. Encastrement de l'éprouvette à l'extrémité du cylindre ;
3. Encastrement de l'ensemble {éprouvette+cylindre} sur la base ;
4. Remplissage du cylindre avec de l'eau sans bulle résiduelle. L'opération est réalisée à l'aide d'une seringue reliée à un tuyau souple. Elle doit se faire de manière délicate sur les premières injections d'eau pour ne pas décoller la membrane latex ;
5. Mise en contact du chariot sur le piston et remise à zéro de la mesure de hauteur ;
6. Élévation du chariot à la hauteur de largage voulue ;
7. Vérification du bon fonctionnement du capteur de déplacement et déclenchement manuel du "trigger" qui lance simultanément toutes les acquisitions ;
8. Équilibrage automatique du pont de jauge, remise à zéro de la mesure de pression et réarmement de l'acquisition et de la caméra rapide ;
9. Évacuation de l'aire de crash et déclenchement du largage.

3.2.5 Présentation et résultats des essais

3.2.5.1 Campagne d'essais sur galette circulaire

L'ensemble des géométries de galettes circulaires sont présentées figure 3.9.

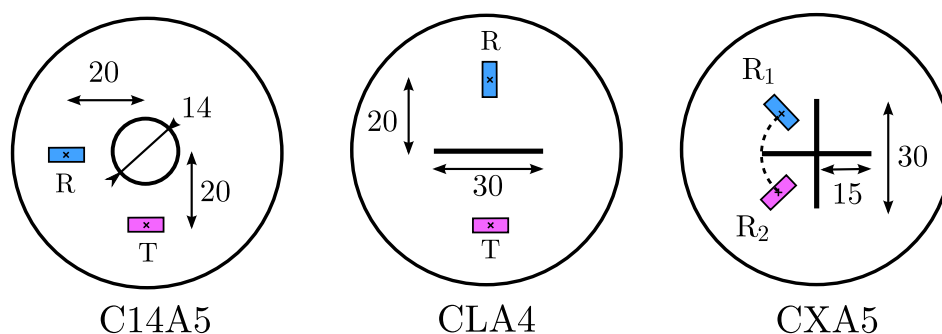
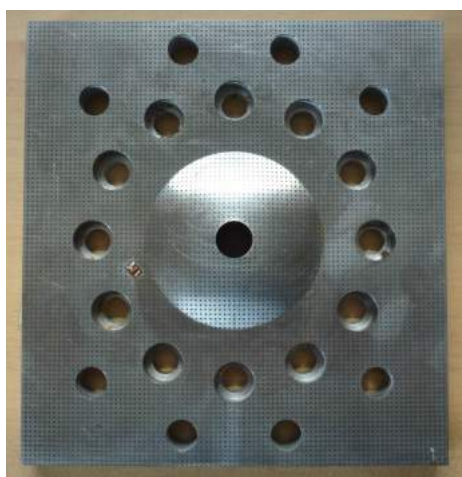
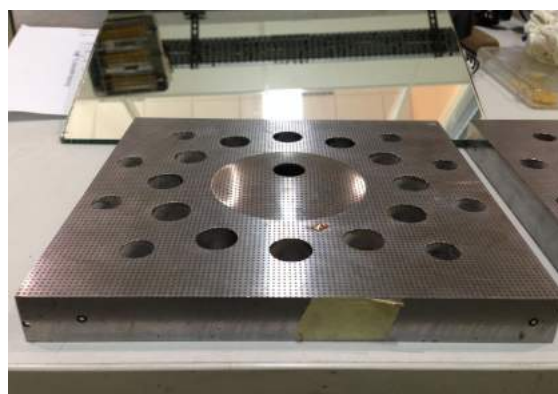


FIGURE 3.9: Schéma de l'ensemble des configurations à membrane circulaire testées avec la position des jauges.

Essai C14A5 L'essai C14A5 est constitué d'une éprouvette à galette circulaire présentant un trou de diamètre $d = 14\text{mm}$ en son centre. Cet essai non fissurant est dans un premier temps destiné à vérifier que la loi de comportement élasto-plastique utilisée pour les simulations numériques permet d'obtenir une réponse en adéquation avec l'essai, pour un cas ne faisant pas intervenir la mécanique de la rupture. De plus, cet essai permet de vérifier que le cylindre et le piston, à l'origine dimensionnés pour des éprouvettes en aluminium, résistent bien avec ces nouvelles éprouvettes en acier.



(a) Vue de dessous.



(b) Vue de 3/4.

FIGURE 3.10: Epreuve C14A5 après essai.

Les premières observations sont que le dispositif a très bien tenu et que la galette n'a pas décalotté. La figure 3.10 présente l'éprouvette post essai. Juste après l'impact, un pic de pression de $p_{max} = 160 \text{ bar}$ quelque peu chahuté est observé (voir FIG.3.11). Cela est vraisemblablement dû au fait que l'impact fait vibrer le dispositif ainsi que les différents composants ce qui perturbe la mesure. Ensuite, l'écoulement à travers le trou s'établit et la pression décroît de manière exponentielle.

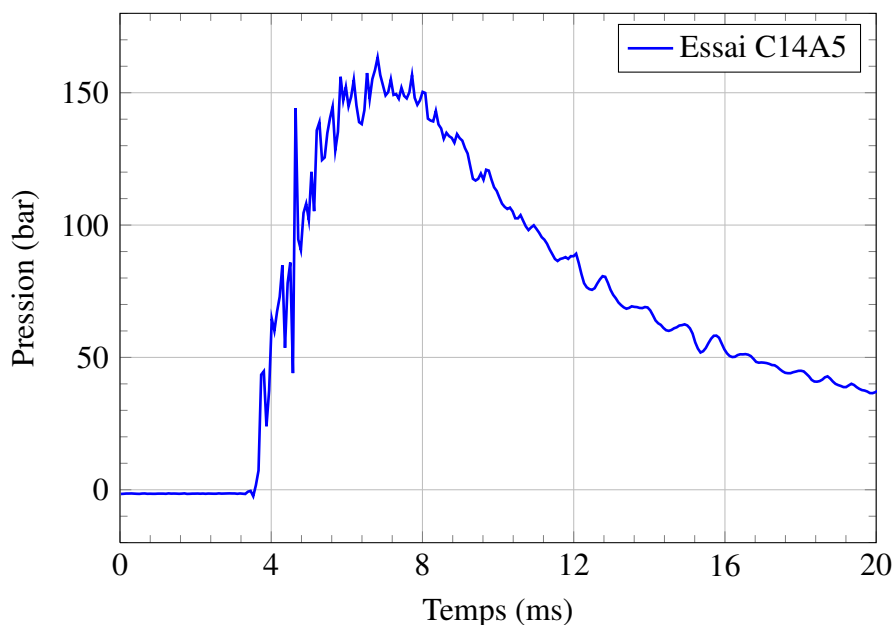


FIGURE 3.11: Pression dans le cylindre - Essai C14A5.

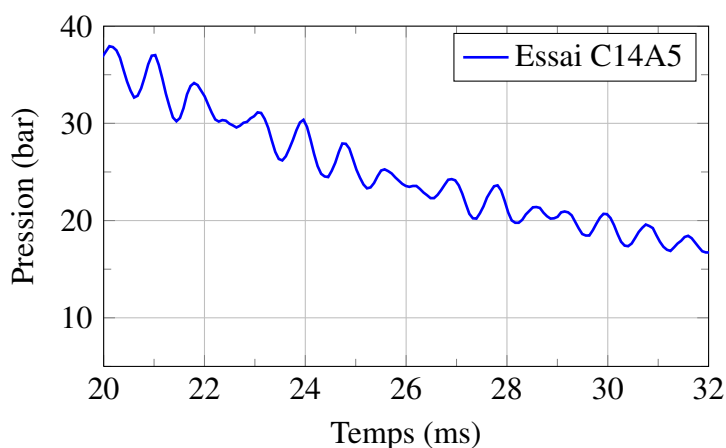


FIGURE 3.12: Pression dans le cylindre - Essai C14A5.

Le chargement de la membrane ne se fait en effet pas de manière régulière mais plutôt par "à-coups". La galette gonfle une première fois jusqu'à un certain niveau, n'évolue

plus pendant quelques dixièmes de millisecondes, puis gonfle à nouveau et ainsi de suite, ce qui correspond bien aux variations de pression mesurées. On peut observer ces accroissements de pression successifs figure 3.13 et 3.36 en phase avec l'augmentation de la déformation relevée par les jauges de déformation ¹.

De la même manière que Maurel [MAU 08a] et Caleyron [CAL 11], des variations périodiques de pression sont observées. Ces variations sont également observées sur les signaux des jauges de déformation qui sont en phase avec les signaux de pression, ce qui montre qu'il ne s'agit pas de bruits de mesure mais bel et bien d'un phénomène de vibration de la cavité (FIG.3.12). Les images issues des caméras rapides permettent d'observer ce phénomène.

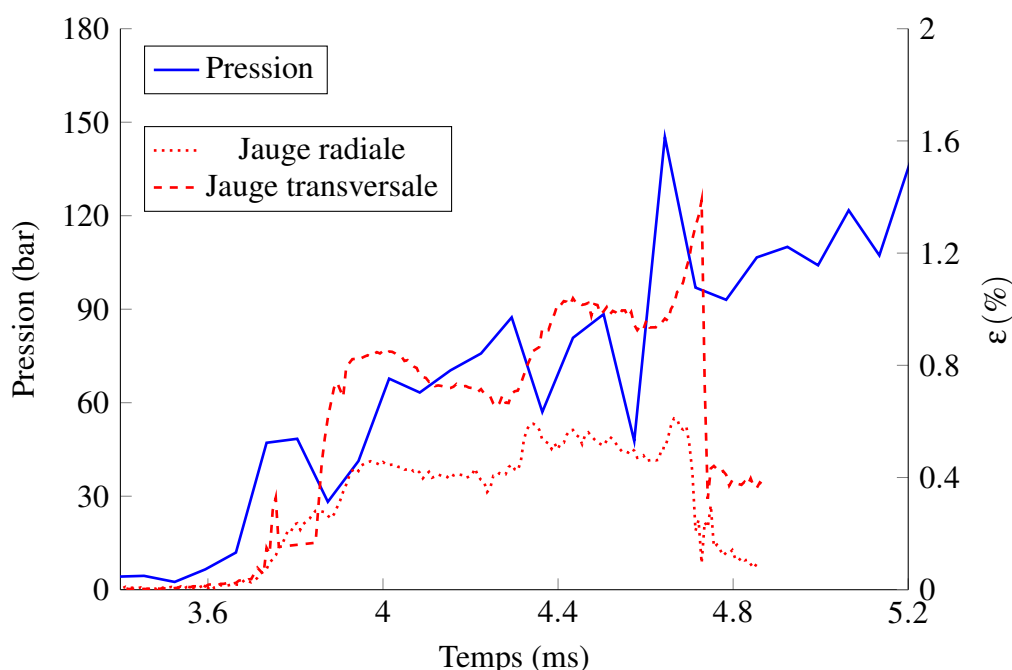


FIGURE 3.13: Signaux de pression et des jauges de déformation R et T - Essai C14A5.

Caleyron explique dans [CAL 11] que cela est dû à la vibration de l'oscillateur fluide-structure que constitue le piston en acier rempli d'eau. Cela se manifeste également dans la forme du jet en sortie du trou avec la formation d'un motif en forme de bulbe comme on peut le voir figure 3.14. Dans cette nouvelle campagne expérimentale la forme de ce jet n'a pas été étudiée mais on distingue le même type de comportement (FIG.3.15).

A la fin de l'essai, la déflexion maximale est de $6,7\text{mm}$ au centre de l'éprouvette. L'essentiel de la déformée de la galette se produit sur la montée en pression et n'évolue

1. Sur cet essai les jauges de déformation se sont décollées.

quasiment plus après le pic.

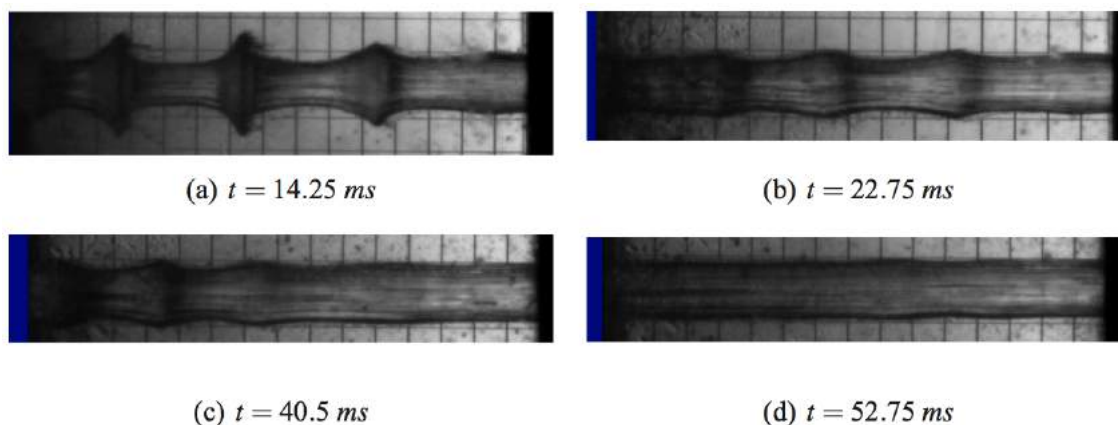


FIGURE 3.14: Forme du jet de l'essai E20A2 de [CAL 11].

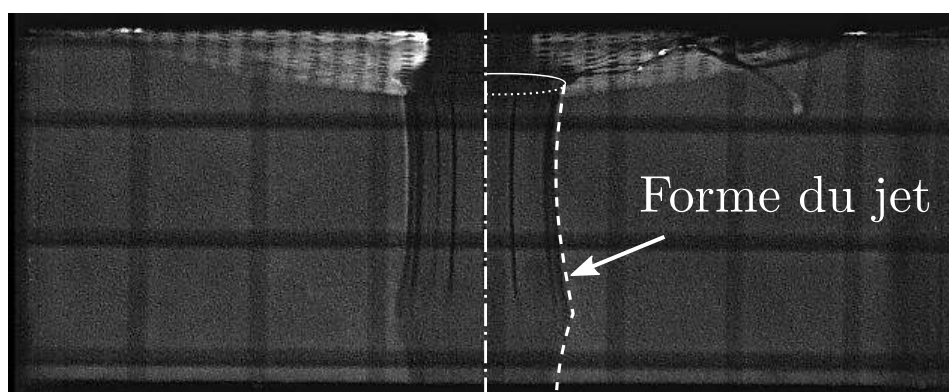


FIGURE 3.15: Forme du jet sur l'essai C14A5.

Essai CLA4 Sur cet essai, l'éprouvette est préfissurée diamétralement sur une longueur de 30mm. L'objectif cette fois-ci est que la fissure se propage sans toutefois atteindre le bord de la galette. Initialement prévue à 5m/s, la vitesse d'impact de la masse est baissée à 4m/s. A la vue des résultats obtenus dans l'essai précédent et notamment l'importance du pic de pression malgré le trou, la crainte est que la pression augmente davantage et n'amène au décalottage de la galette. En effet, avec cette configuration, l'avancée de fissure ne permet pas (ou très peu) au fluide de s'échapper ce qui conduit à une augmentation de pression. La vitesse n'est pas trop réduite car la crainte est de ne pas observer la fissure se propager suffisamment. Le matériau est assez peu ductile : il a une grande limite élastique mais une fois qu'une fissure est amorcée, celle-ci se propage

très rapidement.

Après essai, il s'avère qu'un des côté de la galette a commencé à se décalotter et que la fissure a propagé des deux côtés de la préfissure. L'analyse des vidéos issues des caméras rapides permet d'observer que le décalottage est postérieur à la propagation des fissures et est la cause de la chute de pression. La géométrie de la préfissure et/ou la vitesse de chute sont à changer pour éviter ce problème. A l'origine, le choix de ne mettre qu'une préfissure droite plutôt qu'une fissure en croix est imposé par le premier modèle numérique X-FEM qui ne tolérât qu'une seule pointe de fissure.

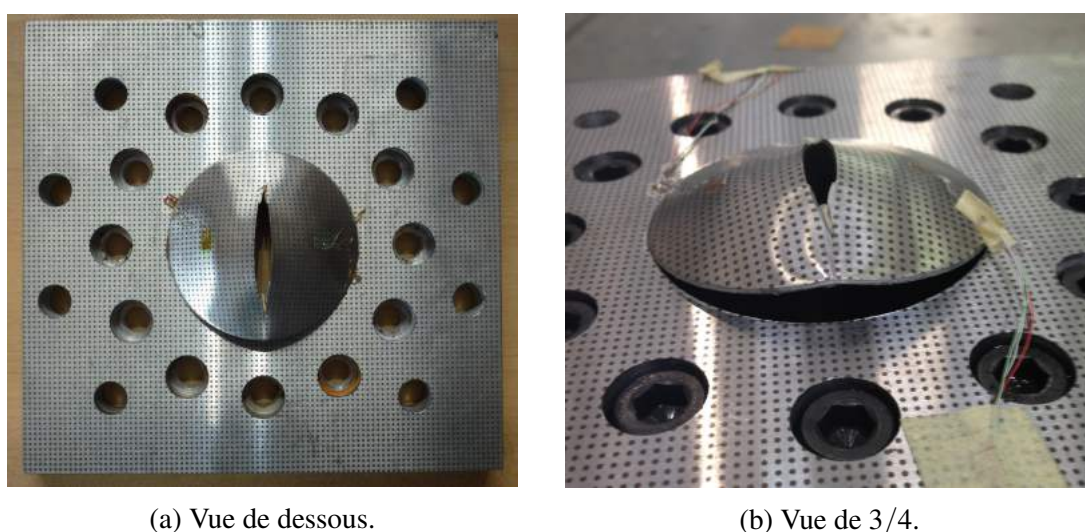


FIGURE 3.16: Eprouvette CLA4 après essai.

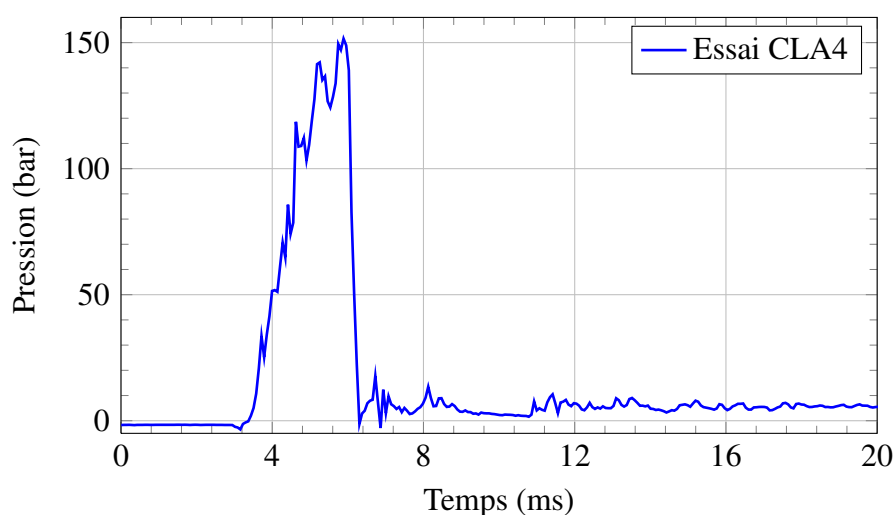


FIGURE 3.17: Pression dans le cylindre - Essai CLA4.

Essai CXA5 Pour palier au niveau de pression trop élevé qui entraîne le décalottage de la galette, une seconde préfissure est ajoutée à la dernière éprouvette à galette circulaire. Celle-ci comporte maintenant deux préfissures formant une croix. D'après les essais réalisés dans [CAL 11], cette configuration permet de limiter le pic de pression. Ainsi, l'éprouvette CXA5 présente deux préfissures de 30mm en forme de croix. Une comparaison de l'évolution de la pression au cours des différents essais sur galette circulaire est donnée dans la figure 3.20.

Sous l'effet du choc de pression, les fissures se propagent pour former quatre pétales qui s'ouvrent pour laisser s'échapper le fluide. Sur cet essai visible figure 3.18, il y a eu propagation de quelques millimètres. On observe que la pression maximale (75 bar) est nettement inférieure aux deux autres essais.

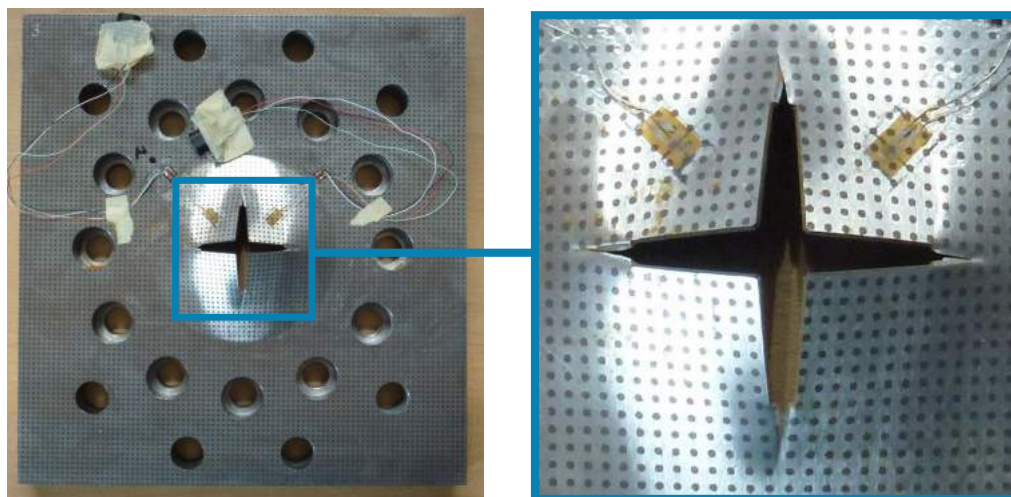


FIGURE 3.18: Eprouvette CXA5 après essai.

Les images des caméras rapides visibles figure 3.21 et figure 3.22 permettent sur cet essai d'avoir une information concernant l'avancée de fissure. Après un temps de gonflement de la membrane, on remarque que des jets secondaires apparaissent en plus de ceux initialement présent du fait des préfissures. On peut alors remonter à l'avancée de fissure sur les premiers instants, jusqu'à ce que la vue soit polluée par le jet d'eau.

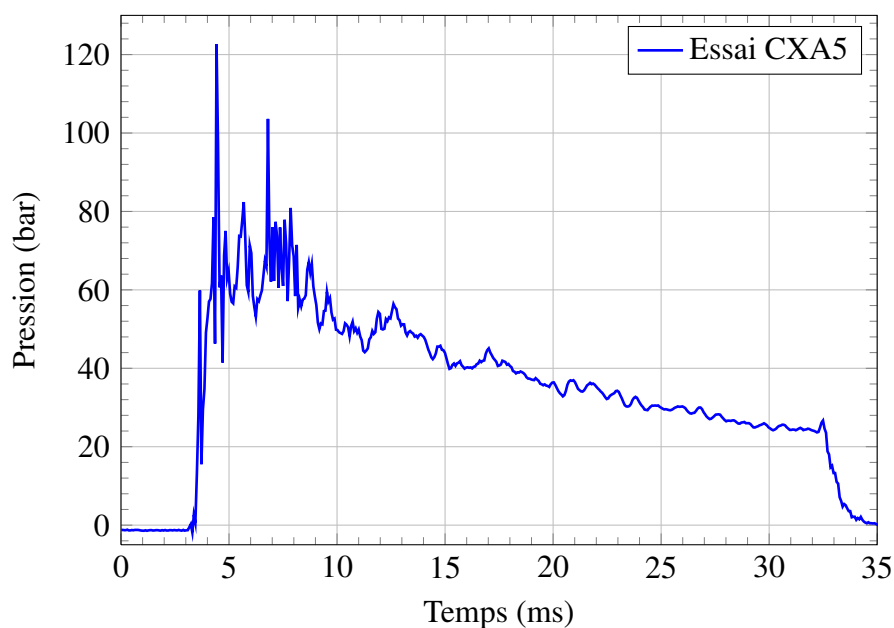


FIGURE 3.19: Pression dans le cylindre - Essai CXA5.

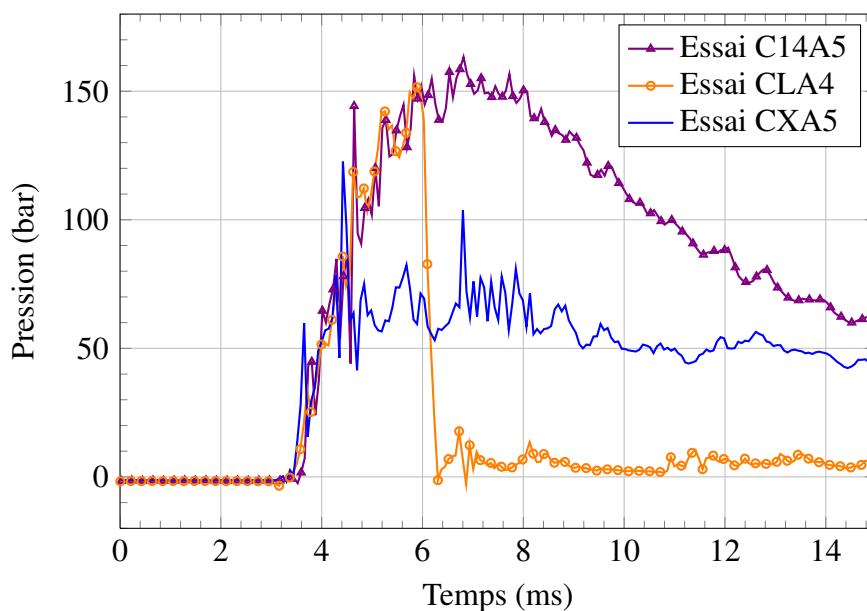
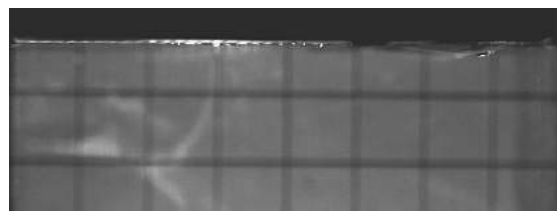


FIGURE 3.20: Comparaison des pressions pour les essais sur galette circulaire.



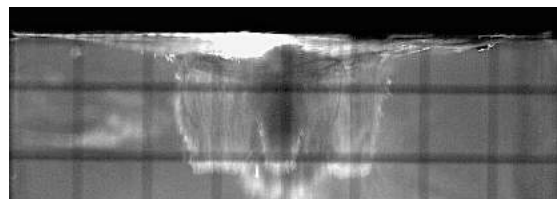
(a) $t=3,2\text{ms.}$



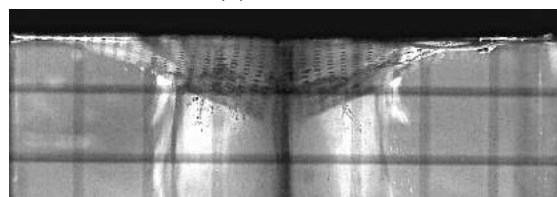
(b) $t=3,6\text{ms.}$



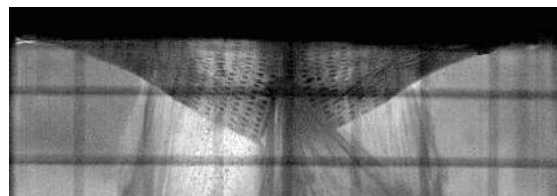
(c) $t=3,7\text{ms.}$



(d) $t=3,9\text{ms.}$

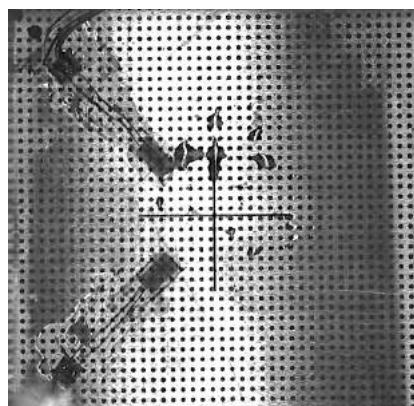


(e) $t=4,6\text{ms.}$

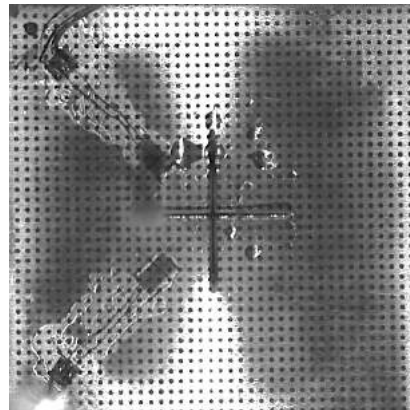


(f) $t=4,875\text{ms.}$

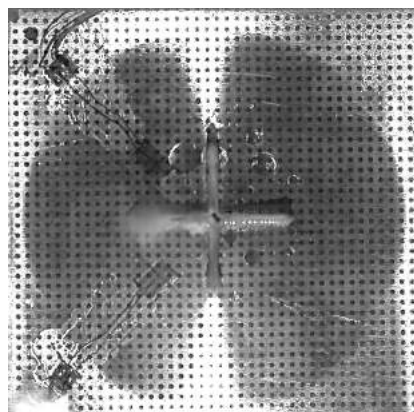
FIGURE 3.21: Evolution de la déflexion de la membrane vue de côté - Essai CXA5.



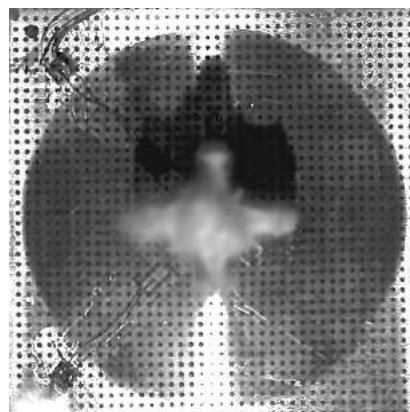
(a) $t=3,2\text{ms.}$



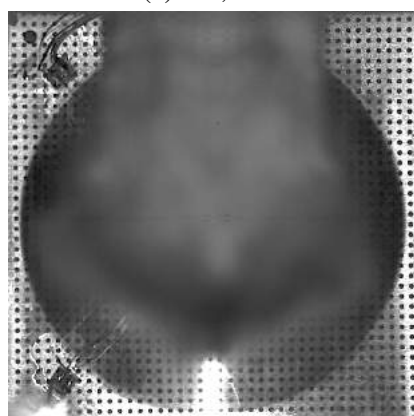
(b) $t=3,6\text{ms.}$



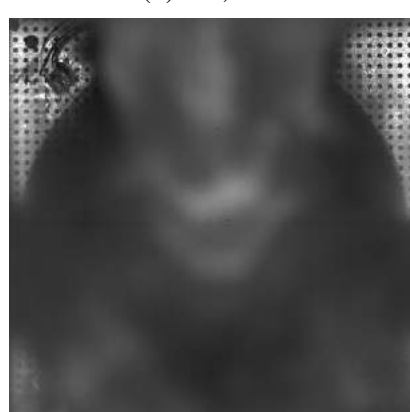
(c) $t=3,7\text{ms.}$



(d) $t=3,9\text{ms.}$



(e) $t=4,6\text{ms.}$



(f) $t=4,875\text{ms.}$

FIGURE 3.22: Evolution de la déflexion de la membrane vue de face - Essai CXA5.

3.2.5.2 Campagne d'essais sur galette elliptique

L'objectif ici est de tirer parti de la non homogénéité des champs mécaniques induits par l'ellipse pour obtenir un trajet de fissure tournant. Plus le trajet de fissure est complexe, plus l'essai devient compliqué à simuler ce qui est intéressant afin de tester la robustesse du modèle de propagation.

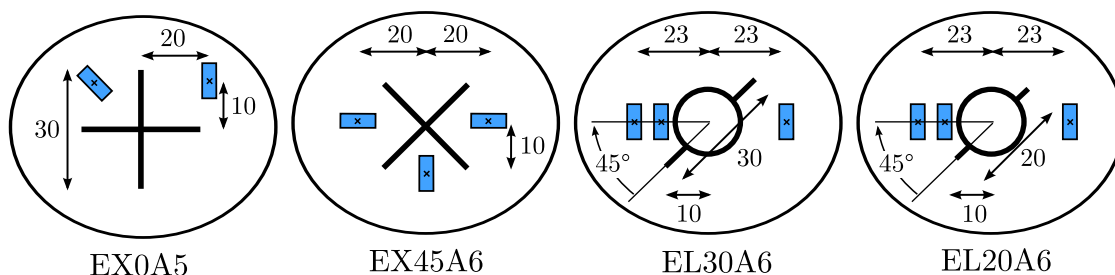


FIGURE 3.23: Schéma de l'ensemble des configurations elliptiques testées avec la position des jauges (en mm).

Essai EX0A5 Le premier essai sur membrane elliptique est composé des mêmes préfissures que sur l'essai CXA5, chacune de 30mm disposée en croix. Elles sont orientées suivant le grand axe et le petit axe de l'ellipse.

Une rapide étude de la membrane sollicitée en pression effectuée sur Abaqus confirme l'intuition que le champ de contraintes est maximal au voisinage des pointes situées sur le grand axe. La membrane paraît en effet plus rigide suivant le petit axe de l'ellipse.

Différentes orientations de fissures en croix ont été simulées et il s'avère que le cas le plus critique correspond justement à l'orientation choisie. Pour cette raison, il a été choisi d'utiliser la même vitesse de chute du chariot de $5m.s^{-1}$ que pour l'essai CXA5 qui produisait une avancée de fissure.

Les résultats obtenus sont comparables à ceux sur membrane circulaire (voir FIG.3.24). Comme attendu, les fronts de fissures situés sur le grand axe sont ceux qui ont le plus propagé avec une avancée sensiblement plus importante que pour l'essai CX0A5. Constat opposé suivant le petit axe ; l'avancée est cette fois-ci plus faible.

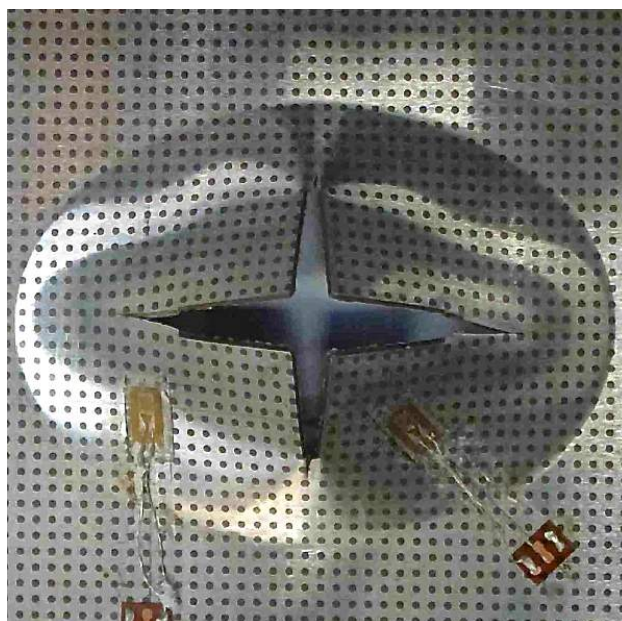


FIGURE 3.24: Propagation de fissure - Essai EX0A5.

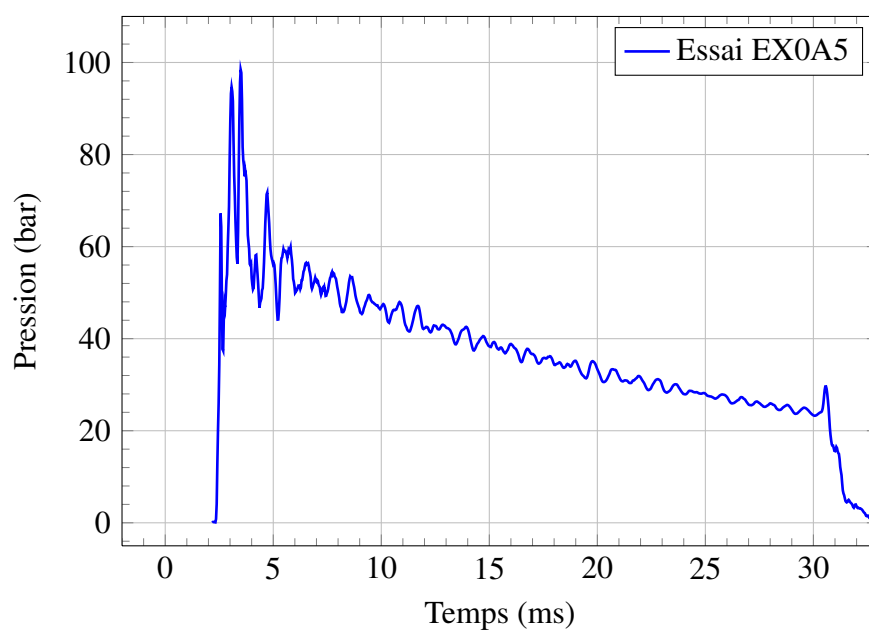


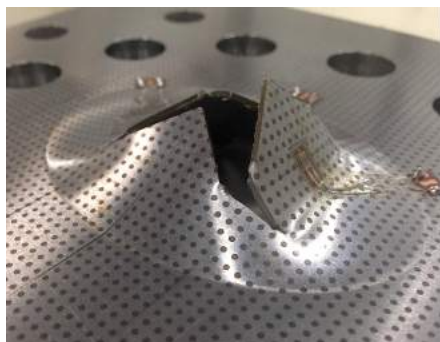
FIGURE 3.25: Pression dans le cylindre - Essai EX0A5.

Essai EX45A6 Cette fois-ci, les préfissures sont orientées à 45 degrés des axes principaux de l'ellipse. Cette configuration est moins critique que la précédente et une avancée plus prononcée de la fissure est souhaitée. Ainsi, la vitesse de chute est élevée à $6m.s^{-1}$.

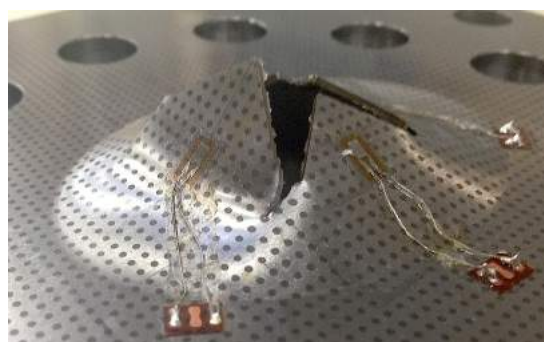


FIGURE 3.26: Vue de dessus - Essai EX45A6.

A l'issue de cet essai, on observe qu'il y a eu un début de propagation en chaque pointe dans le prolongement des préfissures, puis très vite deux fissures s'orientent et se propagent suivant le grand axe de l'ellipse, pilotées par la flexion d'un des pétales (voir FIG.3.26). Le résultat est satisfaisant mais la fissure ne se propage que très peu dans la direction initiale et bifurque très vite à cause du phénomène d'arrachement de "languette" visible figure 3.27. Les visualisations à la caméra rapide de cet essai sont données sur les figures 3.29 et 3.30.



(a) Vue 3/4 (1).



(b) Vue 3/4 (2).

FIGURE 3.27: Essai EX45A6 - Phénomène de flexion d'un des pétales.

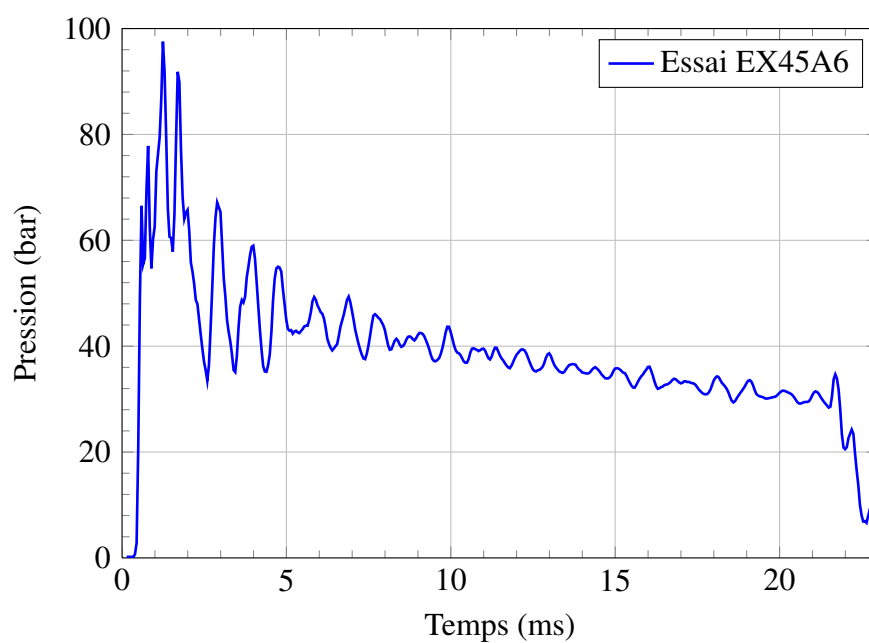
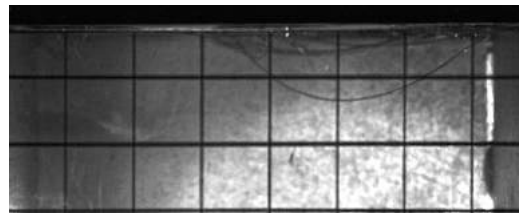
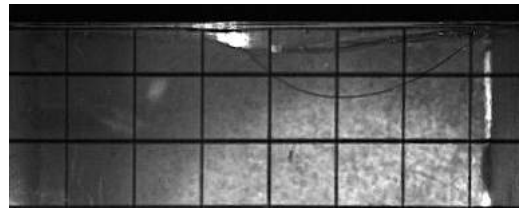


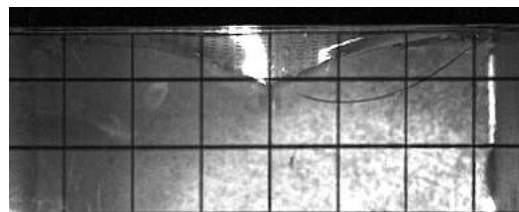
FIGURE 3.28: Presson dans le cylindre - Essai EX45A6.



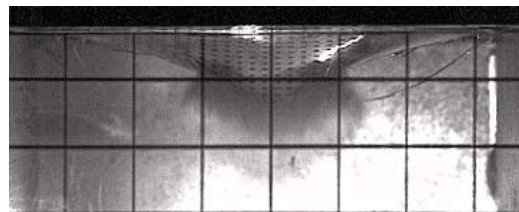
(a) $t=0,55\text{ms.}$



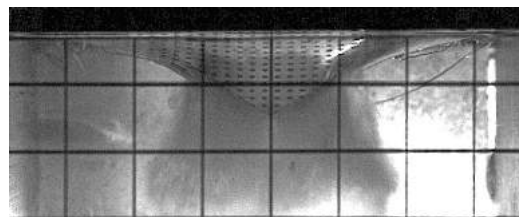
(b) $t=0,65\text{ms.}$



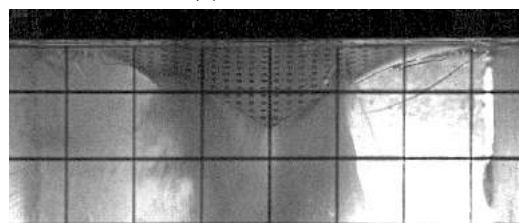
(c) $t=0,75\text{ms.}$



(d) $t=0,85\text{ms.}$



(e) $t=0,95\text{ms.}$



(f) $t=1,6\text{ms.}$

FIGURE 3.29: Evolution de la déflexion de la membrane vue de côté - Essai EX45A6.

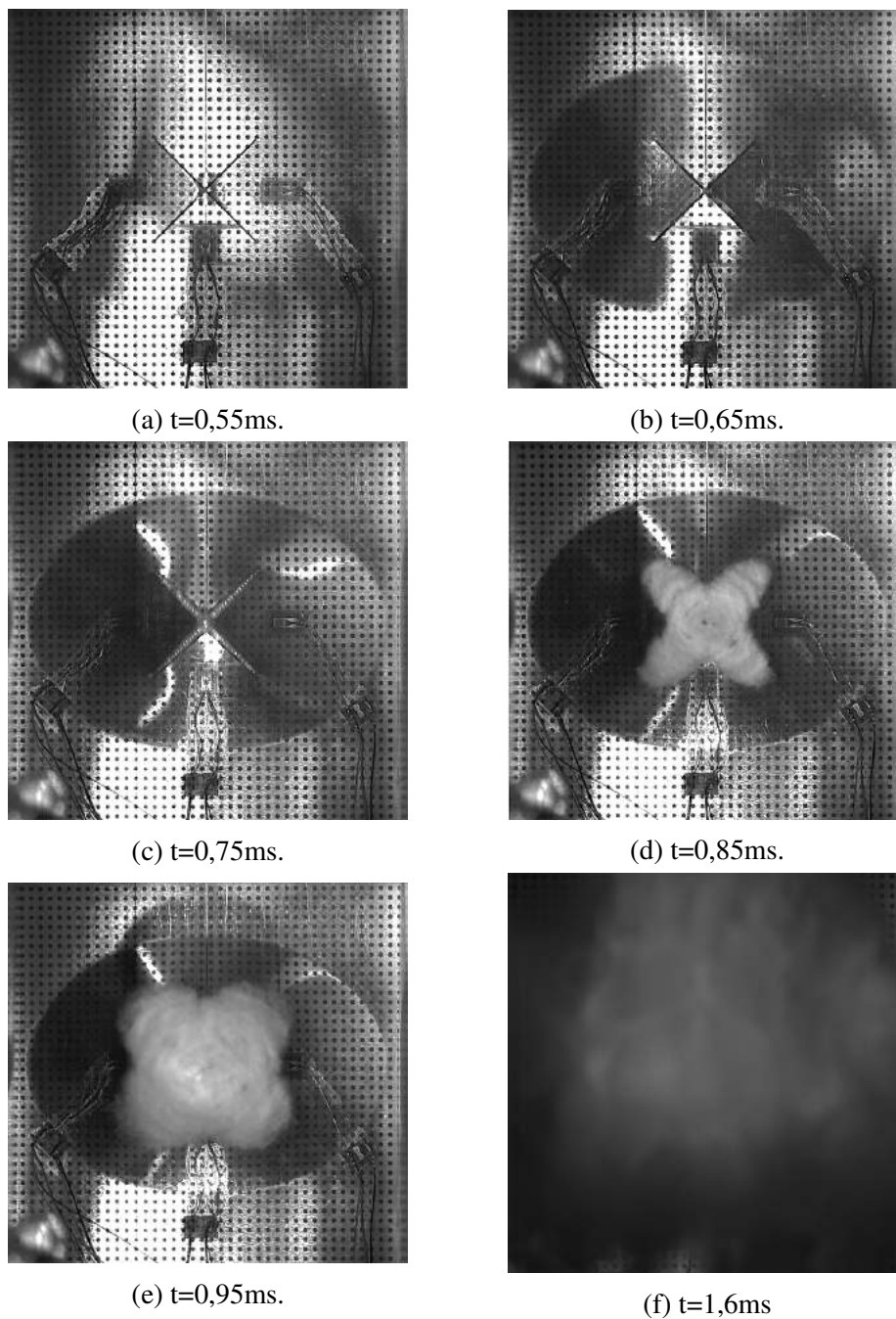


FIGURE 3.30: Evolution de la déflexion de la membrane vue de face - Essai EX45A6.

Essai EL30A6 Afin d'éviter le phénomène de languette, il est nécessaire de revoir la géométrie des préfissures. Une configuration avec un angle intermédiaire par rapport aux deux essais précédents ne propagerait a priori que suivant les deux pointes de la préfissure la plus proche du grand axe de l'ellipse. Une seule préfissure risquerait à nouveau de décalotter la membrane. Finalement, le choix s'est porté sur une seule préfissure de 30mm orientée à 45 degrés à laquelle un trou centré de diamètre 14mm est ajouté afin d'éviter la surpression. La vitesse de $6m.s^{-1}$ est conservée. Deux jauges sont placées en amont de la fissure pour tenter d'accéder à des données temporelles caractérisant l'avancée de fissure (relaxation de contraintes par exemple).

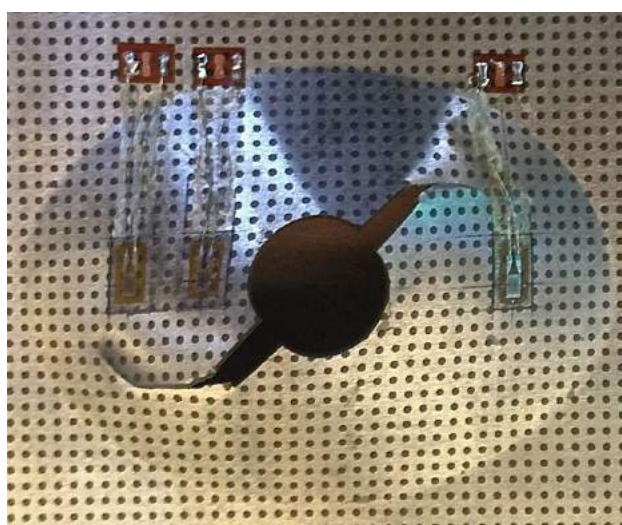


FIGURE 3.31: Bifurcation de fissure - Essai EL30A6.

Il en résulte une propagation conséquente de la fissure avec plusieurs changement de direction (voir FIG.3.31 et 3.33). Dans un premier temps, une légère avancée dans la direction initiale se produit. Ensuite, la fissure bifurque une première fois dans la direction



FIGURE 3.32: Déflexion de l'éprouvette sur l'essai EL30A6.

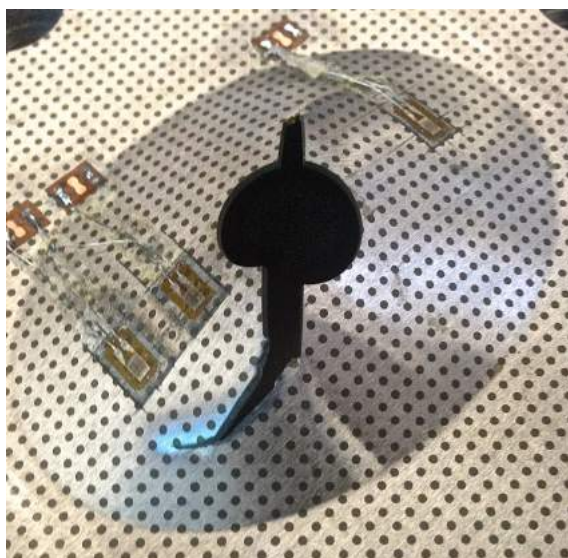


FIGURE 3.33: Vue 3/4 - Essai EL30A6.

du grand axe de l'ellipse et se propage sur quelques millimètres. Enfin, la fissure change à nouveau de direction se dirigeant vers l'intérieur de l'ellipse. Cela se produit a priori parce que la fissure se rapproche du voisinage de l'encastrement où la membrane est très rigide. Sur la figure 3.32, on observe qu'une partie de l'ellipse possède une déformée plus importante.

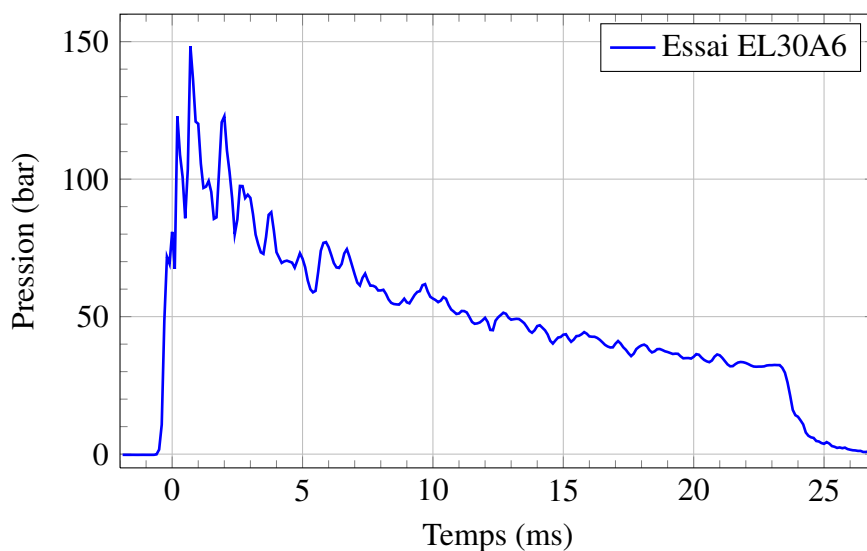


FIGURE 3.34: Pression dans le cylindre - Essai EL30A6.

L'observation simultanée de la pression et des signaux des jauges extensométriques (voir FIG.3.36) permet également d'avoir une information supplémentaire concernant la

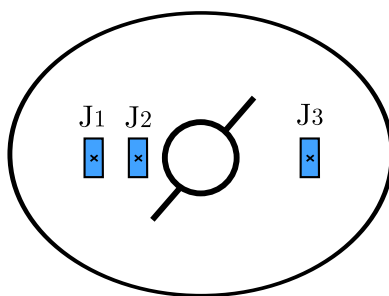


FIGURE 3.35: Numérotation des jauges extensométriques - Essai EL30A6.

propagation. Alors que les signaux de jauges sont identiques pendant les trois premiers pics de pression, on remarque une baisse de déformation en deux étapes ($\sim 0.9\text{ms}$ et $\sim 1.9\text{ms}$) pour la jauge J1 ce qui est le signe que la fissure se propage dans son voisinage. Les images issues des caméras rapides viennent confirmer cette analyse avec l'apparition de jets secondaires en phases avec ces baisses de déformation.

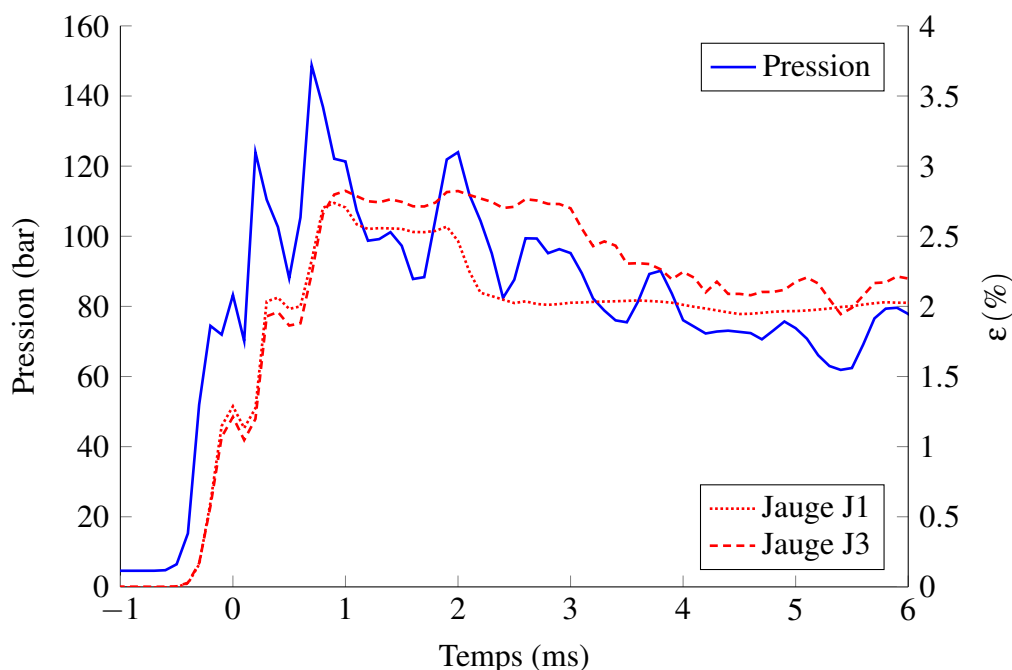


FIGURE 3.36: Signaux de pression et des jauges de déformation J1 et J3 - Essai EL30A6.

A noter que sur cet essai le signal de la jauge J2 n'est pas exploitable.

Essai EL20A6 Sur le dernier essai, seule la taille de la préfissure est réduite à 20mm en vue d'obtenir une première phase de propagation plus longue dans la direction initiale.

Les résultats de cet essai sont visibles figure 3.37. Lors de l'essai, les fissures se propagent effectivement dans la même direction que les pré-entailles, puis tournent à peu près au même niveau que sur l'essai EL30A6. Le trajet de la fissure est relativement similaire mais la propagation est moins importante. Cela s'explique par la rigidité initiale de la galette qui est plus importante sur cet essai compte tenu des préfissures moins longues.



FIGURE 3.37: Bifurcation de fissure - Essai EL20A6.

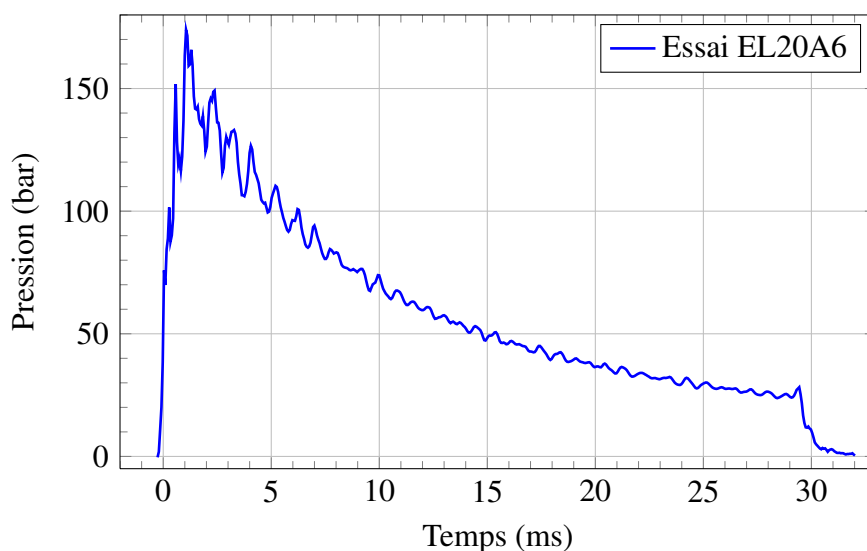


FIGURE 3.38: Pression dans le cylindre - Essai EL20A6.

Les informations données par les signaux des jauges de déformation concernant la propagation sont moins riches que sur l'essai précédent (voir FIG.3.39). On constate un comportement très similaire pour J1 et J3 puis une légère baisse de déformation pour la jauge J1 correspondant à une propagation.

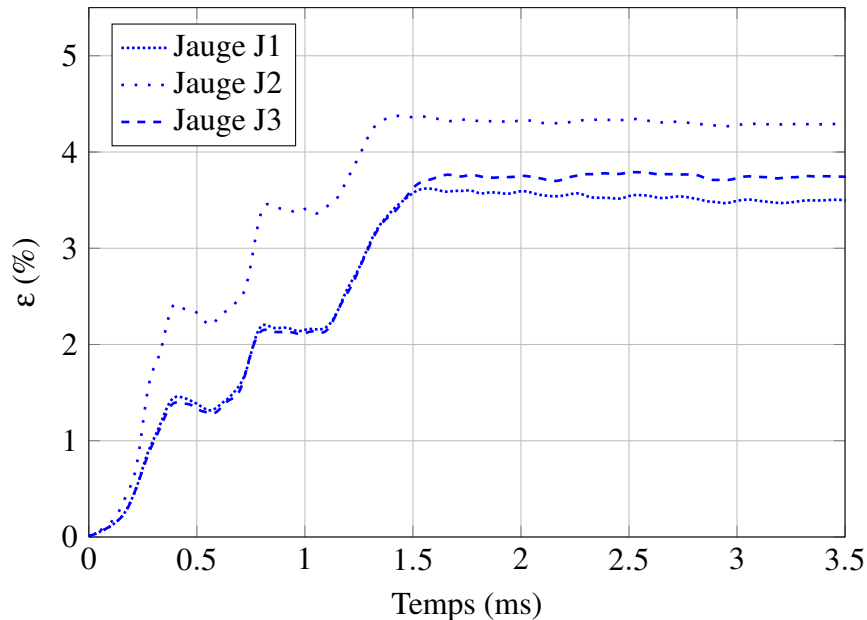


FIGURE 3.39: Évolution temporelle des déformations relevées pour les jauges J1 J2 et J3 - Essai EL20A6 - Valeurs shiftées à $t=0$.

Une comparaison des différentes pressions relevées sur les galettes elliptiques est donnée figure 3.40. Sans surprise les essais avec deux préfissures formant une croix font intervenir une pression plus faible que sur les cas avec une préfissure. Enfin, les différentes éprouvettes obtenues post essai sont regroupée figure 3.41.

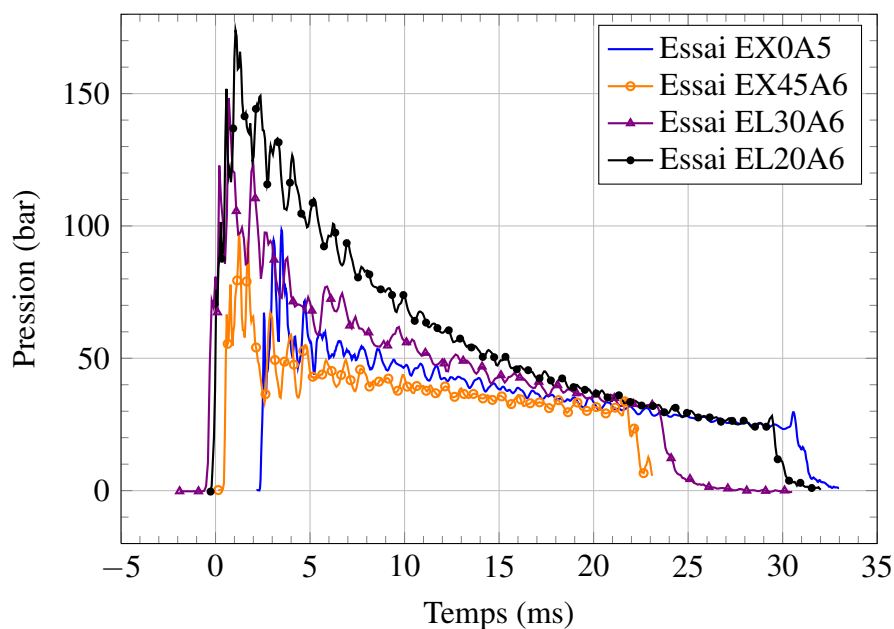


FIGURE 3.40: Comparaison de la pression pour les essais sur membrane elliptique.

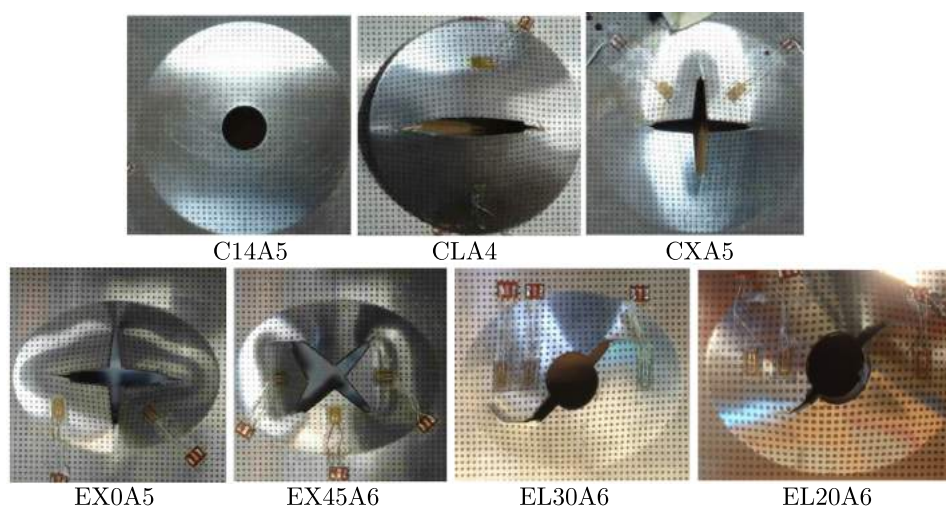


FIGURE 3.41: Synthèse des trajets de fissures post-mortem.

3.3 Campagne expérimentale NYMPHEA

3.3.1 Généralités

Dans le cadre du PST INFISCO, des campagnes expérimentales d'explosion on contact ont été menées avec le concours de DGA Tn. La DGA dispose d'un terrain militaire d'une superficie de 86 hectares situé au Tourris (83) non loin de Toulon, permettant de réaliser des essais de détonique aérienne et sous-marine.



FIGURE 3.42: Vue aérienne du site DGA Tourris.

Il s'agit des essais NYMPHEA² qui consistent à placer une charge explosive au voisinage d'une structure pour étudier l'influence de la masse de la charge, de son éloignement et de l'effet d'un défaut initial.

3.3.2 Dispositif expérimental

Une charge sphérique calibrée (Hexomax) de masse m est placée à une distance d d'une plaque métallique circulaire encastrée en sa périphérie par une bride boulonnée à un support indéformable. La charge est modelée à la main, mise dans un sac plastique puis suspendue à l'aide d'une potence à la verticale du centre de la plaque. Une photographie du dispositif est visible figure 3.43. Les plaques sont constituées du même acier à haute limite élastique que celui des éprouvettes utilisées sur la tour de crash.

La puissance de la détonation visible figure 3.46 empêche d'obtenir des mesures précises durant l'essai. Les premières éprouvettes ont été instrumentées de jauges de déformation mais celle-ci se sont toutes arrachées sous la violence de la charge.

2. Niche pour l'expérimentation pYrotechnique sur des Membranes Pré-fissurées dans le domaine Hautement AnÉlastique

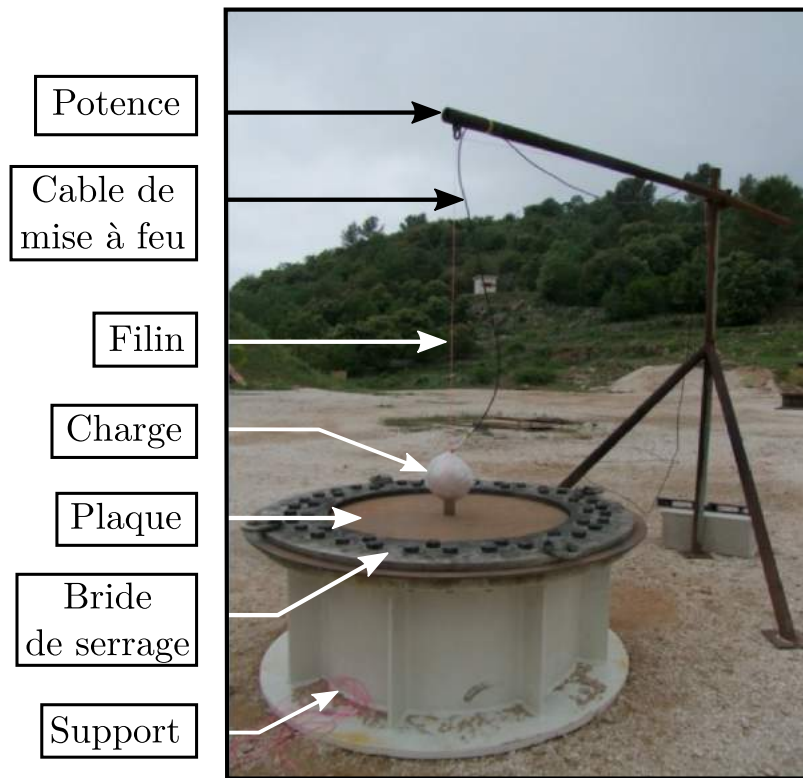
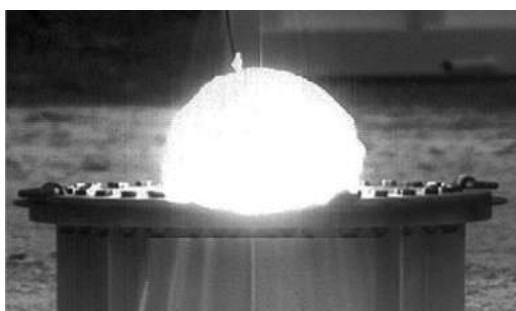


FIGURE 3.43: Dispositif expérimental NYMPHEA [DCNS].



(a) Initiation de la détonation.



(b) Déploiement d'une boule de feu.

FIGURE 3.44: Photographies de la détonation sur NYMPHEA [DCNS].

3. Essais expérimentaux de propagation de fissure en dynamique rapide

En revanche, les mesures optiques déjà mises en place sur les éprouvettes de la tour de crash sont cette fois-ci beaucoup plus adaptées à la géométrie des plaques et ont été utilisées sur certains d'entre elles. Ainsi, la digitalisation (ATOS) a permis d'obtenir la géométrie intrados et extrados des plaques avant et après essai d'explosion, ce qui permet de remonter par analyse de leur différence à l'épaisseur et donc à la distribution de l'amin-cissement. L'analyse de la grille de points déposée par électromarquage permet quant à elle de remonter aux déformations résiduelles après essais (voir FIG.3.45).

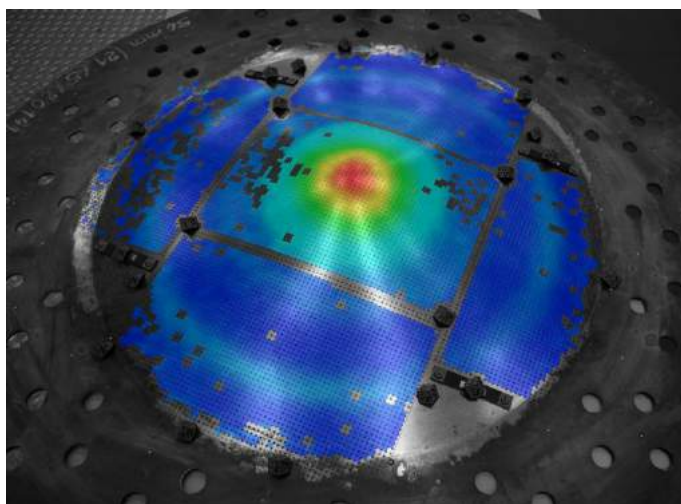


FIGURE 3.45: Cartographie des déformations par mesures ARGUS [FAB 15].

Dans l'optique de construire des abaques de nocivité, plusieurs campagnes de tir ont été effectuées sur des structures sans défauts initiaux. Deux modes de ruine de la structure apparaissent alors : une rupture par petalling (FIG.3.46a) et une rupture circonférentielle (FIG.3.46b).



(a) Multifissuration avec formation de pétales.



(b) Formation d'un téton puis découpe sur le pourtour.

FIGURE 3.46: Modes de ruine des éprouvettes sans défaut initial [DCNS].

Ces essais ne sont pas présentés car la méthode développée dans le CHAP.2 peut uniquement propager un défaut initialement présent dans la structure. Dans un second temps, des essais sur plaques pré-entaillées ont été réalisés et ce sont les résultats de ces essais qui sont présentés ici.

3.3.3 Caractéristiques des éprouvettes entaillées

Les plaques sont de diamètre extérieur 1240mm et de diamètre central utile 760mm . Leur épaisseur est de $e\text{ mm}$. L'ensemble des configurations réalisées est présenté dans TAB.3.2.

TABLEAU 3.2: Caractéristiques des essais Nympha avec entaille.

Tir	Charge (kg)	Distance (mm)	Défaut initial
T1	x	2D	40mm
T2	x	D	40mm
T3	x	2D	80mm
T4	x	D	80mm
T5	x	2D	160mm
T6	x	D	160mm

3.3.4 Résultats

De manière générale sur ces essais on observe que la fissure se propage davantage lorsque la charge est placée proche de l'éprouvette. L'avancée qui est d'environ 2cm pour chaque pointe sur le tir T1 (FIG.3.47) est d'approximativement 10cm sur le tir T2 (FIG.3.47). Chaque front de fissure se propage à partir d'un coin de l'entaille de forme rectangulaire, et ce de manière inclinée dans l'épaisseur.

Sur les tirs T3 et T4 visibles figure 3.49 et figure 3.50, la différence est moins nette avec respectivement 7cm et 10cm d'avancée. Enfin, alors que l'entaille sur le tir T5 ne se propage que très peu (FIG.3.51), le tir T6 produit l'avancée de quatre fronts de fissures sur plusieurs centimètres comme le montre la figure 3.53.

Ce dernier essai est intéressant car il fait apparaître de nouveaux fronts de fissure. Cela se produit lorsque la structure reçoit une grande quantité d'énergie qu'elle n'arrive pas à dissiper. Les effets plastiques et l'énergie de fissuration dissipée dans une fissure ne sont pas suffisants alors une autre fissure apparaît ce que permet de dissiper davantage d'énergie. Le modèle de rupture tel qu'il est formulé aujourd'hui n'est pas capable de représenter ce branchement et quelques perspectives sont présentées à la fin de mémoire afin de prendre en compte ce phénomène.

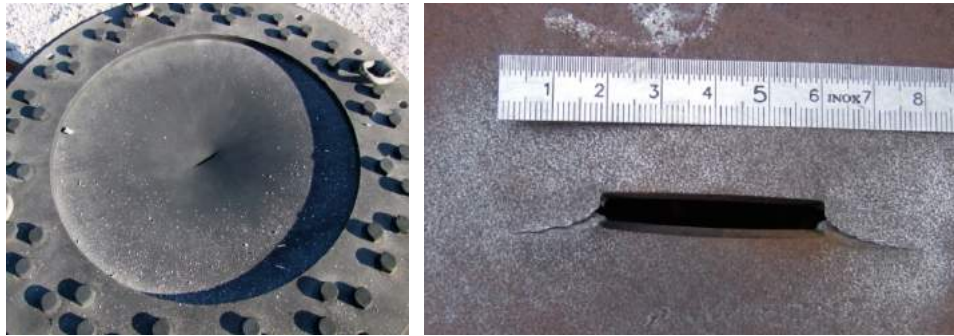


FIGURE 3.47: Tir T1 - x kg - 2D mm - Préfissure 40mm [DCNS].



FIGURE 3.48: Tir T2 - x kg - D mm - Préfissure 40mm [DCNS].



FIGURE 3.49: Tir T3 - x kg - 2D mm - Préfissure 80mm [DCNS].



FIGURE 3.50: Tir T4 - x kg - D mm - Préfissure 80mm [DCNS].



FIGURE 3.51: Tir T5 - x kg - 2D mm - Préfissure 160mm [DCNS].



FIGURE 3.52: Tir T6 - x kg - D mm - Préfissure 160mm [DCNS].



FIGURE 3.53: Tir T6 - x kg - D mm - Préfissure 160mm - Vue de côté [DCNS].

3.4 Conclusion

La campagne d'essais sur tour de crash permet de fournir des résultats à une échelle restreinte pour laquelle des propagations de fissures apparaissent. Un premier essai a été réalisé sans fissure afin de valider le modèle numérique sur un essai simple. Ensuite différentes géométries d'éprouvettes et de préfissures ont été testées pour obtenir des trajets de fissure plus ou moins complexes. Les courbes de pression, de déformation des jauges et mesures de déformations résiduelles sont autant d'informations qui seront utiles pour la confrontation essais/simulations en vue de valider le modèle de propagation. Dans les simulations, le chargement réel sera simplifié et remplacé par les mesures de pressions moyennes agissant sur la membrane.

La campagne expérimentale NYMPHEA sur éprouvettes entaillées constitue un problème à l'échelle supérieure avec un chargement qui se rapproche davantage d'un cas réel. La principale différence par rapport aux essais sur tour de crash est la durée d'application de la charge qui est cette fois-ci très brève (quelques microsecondes au lieu de quelques dizaines de millisecondes pour les essais ONERA). Ces essais seront intéressants à simuler dans un second temps pour vérifier le caractère prédictif des simulations avec le modèle de propagation proposé.

Chapitre 4

Simulations de la propagation de fissure en coque X-FEM

Sommaire

4.1	Introduction	144
4.2	Cas de la littérature	144
4.2.1	Expérience de Zhou-Rosakis-Ravichandran	144
4.2.2	Simulation d'un chargement en mode III	148
4.3	Simulations des essais expérimentaux	153
4.3.1	Essais ONERA	153
4.3.2	Simulation des essais NYMPHEA	170
4.4	Conclusion	184

4.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la validation du modèle proposé dans le Chapitre 2. Des simulations d'exemples de la littérature sont dans un premier temps présentées avec l'expérience de Zhou Rosakis et Ravichandran et un cas de chargement hors plan, puis les simulation des essais expérimentaux abordés dans le Chapitre 3 sont évoqués dans un second temps.

On rappelle que l'ensemble des calculs est fait avec le code de calcul explicite *Europlexus* avec les hypothèses des coques de Mindlin-Reissner présentée dans la section 1.3.

4.2 Cas de la littérature

4.2.1 Expérience de Zhou-Rosakis-Ravichandran

Description L'expérience de Zhou Rosakis et Ravichandran (voir [ZHO 96b, ZHO 96a]) est une variante de l'expérience de Kalthoff et Winkler. L'éprouvette impactée ne possède cette fois-ci qu'une seule entaille et son intérêt réside dans le fait que l'on peut observer une transition entre fissuration par ouverture et fissuration par bande de cisaillement au cours du même essai. En effet, pour une vitesse d'impact suffisamment grande, on observe une rupture de l'éprouvette par propagation de fissure en cisaillement de la même manière que dans l'expérience de Kalthoff. Cependant pour des vitesses d'impact plus faibles, la fissure se propage dans un premier temps dans une bande de cisaillement (avec un angle quasi nul) puis dans un second temps bifurque en mode de traction avec un angle d'environ 35° . Sur la figure 4.1 on peut observer les résultats numériques obtenus dans [HAB 12a] pour l'acier Maraging 18Ni1900.

Données Une préfissure débouchante de longueur $L = 50.8mm$ est placée à une hauteur $H = 113.15mm$ dans une éprouvette rectangulaire de dimensions $4L \times 2L$. L'épaisseur e de l'éprouvette est de $16mm$. L'impact est modélisé par une vitesse imposée V_0 sur le côté gauche de l'éprouvette. La géométrie et les conditions expérimentales sont schématisées dans la figure 4.2. Le maillage est constitué de 203×100 éléments de coque. De la même manière que dans la simulation de l'essai de Kalthoff et Winkler (voir paragraphe 2.4), le matériau utilisé est un acier Maraging 18Ni1900 avec une loi élastoplastique à écrouissage isotrope dont les paramètres matériaux sont donnés dans le tableau 2.6 et les paramètres du critère dans le tableau 2.7.

Résultats Le résultat de la simulations pour une vitesse de $V_0 = 30m/s$ est donné figure 4.3 et les trajets de fissures pour $V_0 = 20m/s$, $V_0 = 25m/s$ et $V_0 = 30m/s$ sont regroupés figure 4.4. Les trajets de fissures obtenus sont très similaires à ceux obtenus expérimentalement.

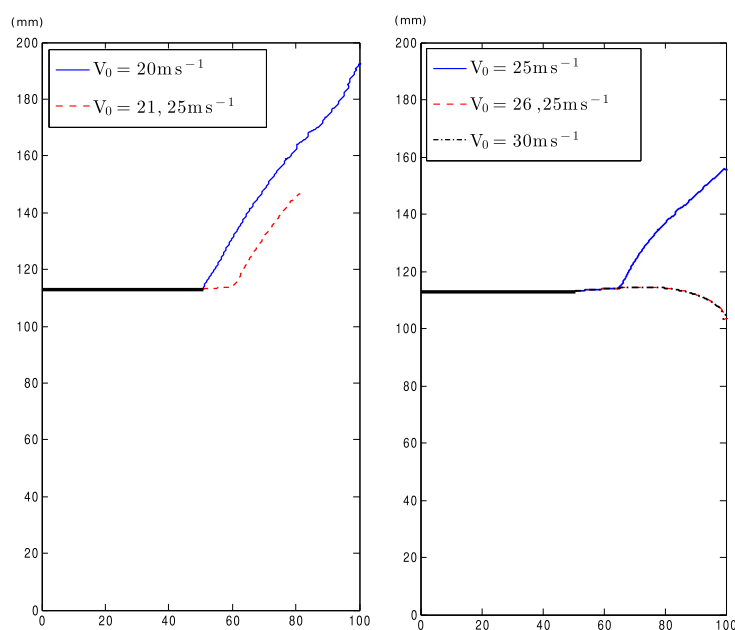


FIGURE 4.1: Trajets de fissure pour la simulation de l'expérience de Zhou Rosakis Ravichandran obtenus dans [HAB 12a].

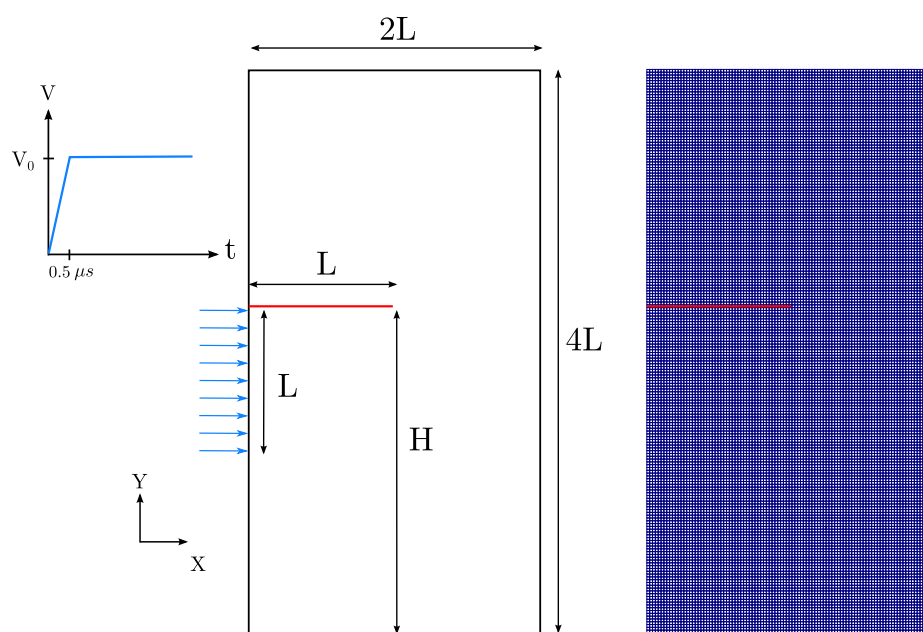


FIGURE 4.2: Géométrie et conditions aux limites de l'expérience de Zhou Rosakis Ravichandran.

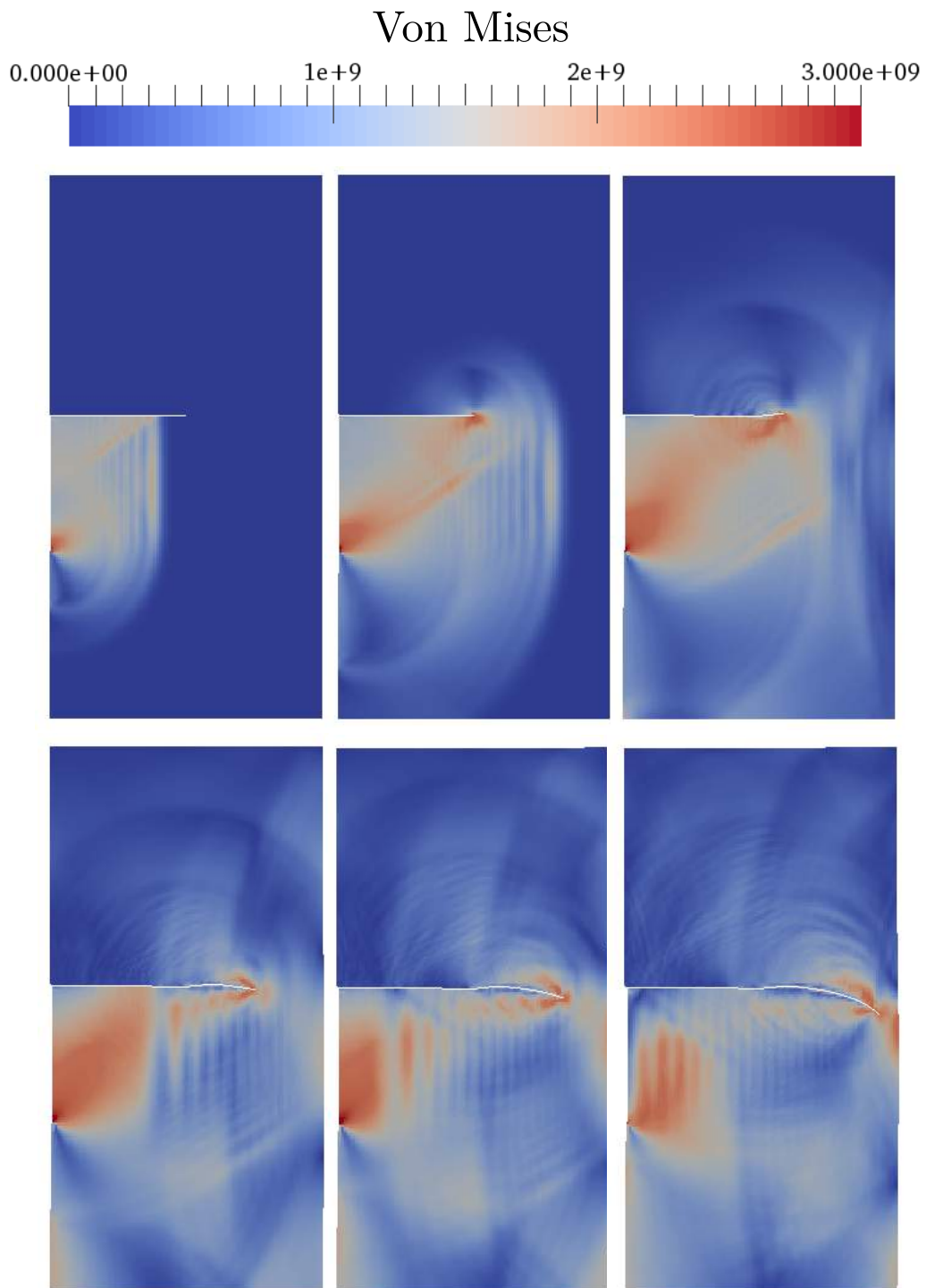


FIGURE 4.3: $V_0 = 30\text{m/s}$ - Évolution des contraintes de von Mises sur la simulation de l'expérience ZRR - $t=8 \mu s$, $t=16 \mu s$, $t=24 \mu s$, $t=32 \mu s$, $t=36 \mu s$ et $t=40 \mu s$.

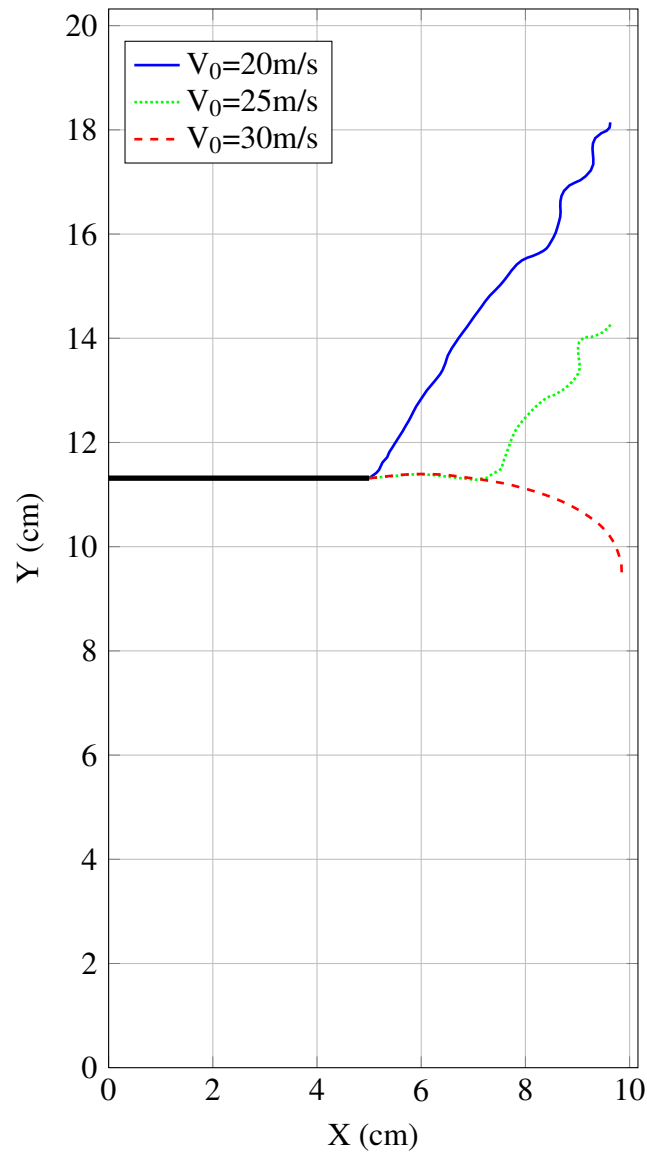


FIGURE 4.4: Simulation de ZRR - Trajets de fissure pour $V_0 = 20\text{m/s}$, $V_0 = 25\text{m/s}$ et $V_0 = 30\text{m/s}$.

4.2.2 Simulation d'un chargement en mode III

Description Dans le but d'évaluer le caractère prédictif du critère dans le cas d'une sollicitation en mode III, une simulation proposée par Li *et al.* [LI 15] est reprise. Une structure rectangulaire préfissurée dans le sens de la longueur est soumise en son extrémité à des vitesses hors plan de direction opposée de part et d'autre de la fissure.

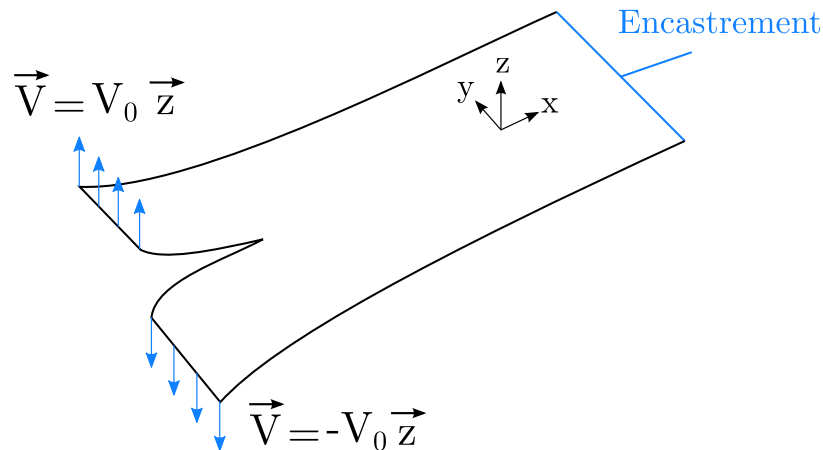


FIGURE 4.5: Sollicitation en mode III d'une éprouvette rectangulaire.

Données La structure est de dimensions $(L \times H \times e) = (5m \times 2m \times 0.2m)$ avec respectivement L la longueur, H la largeur et e l'épaisseur. On place une préfissure débouchante de longueur $l_0 = 0.32m$ sur un bord libre de l'éprouvette et l'autre extrémité est encastree. D'un côté de la fissure on impose sur le bord libre une vitesse de norme $V_0 = 5m/s$ suivant la direction $\vec{z}$ et de l'autre côté on impose une vitesse identique mais de direction opposée. Les conditions aux limites sont rappelées figure 4.5. Le maillage est constitué de 126×51 éléments et est visible figure 4.6.

Une telle épaisseur ($L/e = 25$ et $H/e = 10$) est utilisée afin de solliciter la structure avec un cisaillement transverse conséquent. Avec ce chargement on constate même que pour de plus grands élancements la plaque a de grands déplacements verticaux et fléchit beaucoup. Elle voit très vite de grands déplacements et subit donc très vite un chargement en membrane dans son plan qui sollicite la pointe de fissure en mode I. Ce chargement prend vite le dessus par rapport au mode III auquel on s'attend quand on oublie les effets de grands déplacements.

Cette étude se concentre uniquement sur mode de rupture en traction avec la prise en compte des trois modes de sollicitation dans la détermination de la direction de propagation (équation 2.70). Le matériau considéré est élastique linéaire et ses propriétés sont décrites dans le tableau 4.1. Les paramètres utilisés pour le critère de propagation sont regroupés dans le tableau 4.2.

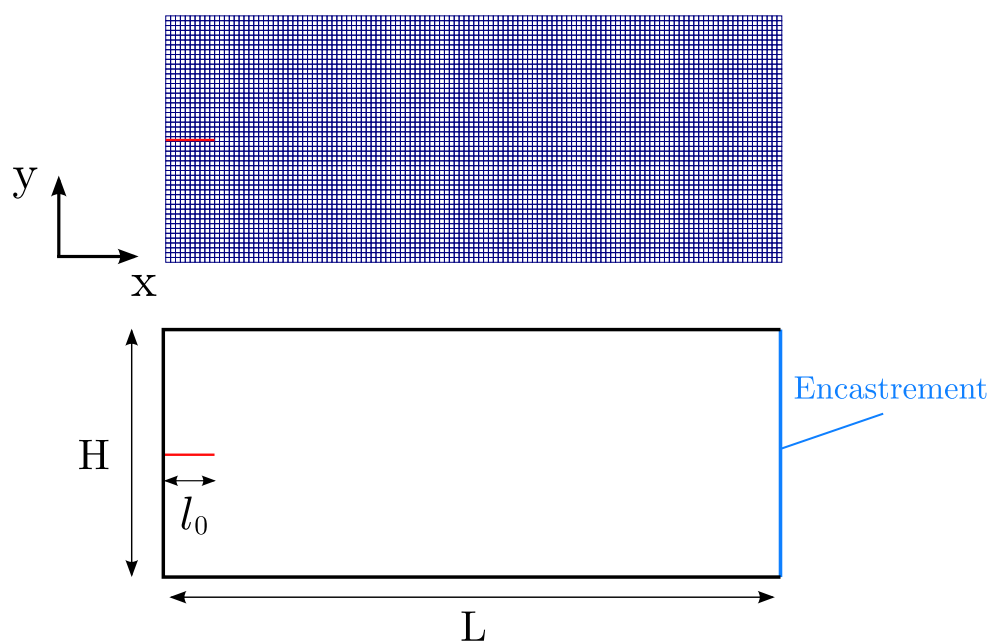


FIGURE 4.6: Dimensions et conditions aux limites pour l'éprouvette rectangulaire.

TABLEAU 4.1: Paramètres matériaux de la structure chargée en mode III.

Module d'Young	E	200 GPa
Coeff. de Poisson	ν	0.3
Masse volumique	ρ	8000 kg/m ³
Célérité des ondes de Rayleigh	c_R	2800 m/s

TABLEAU 4.2: Paramètres du critère - Structure chargée en mode III.

Contrainte critique	σ_{Ic}	100 MPa
Longueur caractéristique des éléments	L_{car}	0.04 m
Rayon du demi disque D	R	0.12 m

Résultats On constate que la fissure s'initie et se propage sur la moitié de la plaque avec un angle nul (FIG.4.7 et 4.9) puis peu à peu commence à osciller.

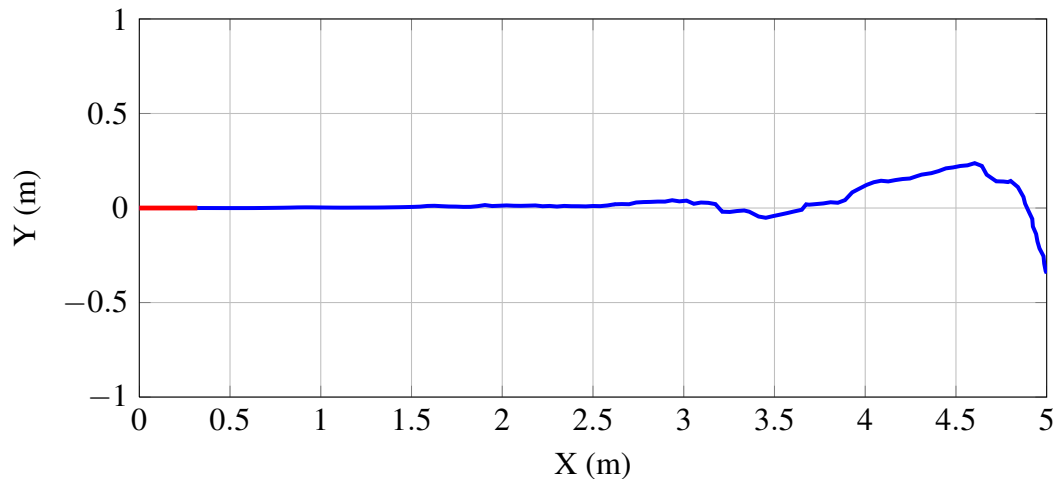


FIGURE 4.7: Chargement mode III - Trajet de fissure.

La figure 4.8 montre l'influence des différents modes de sollicitation à travers les contraintes équivalentes normalisées (équation 2.62) calculées dans sur le domaine D situé devant la fissure. Ces contraintes sont affichées à chaque pas de temps sans prendre en compte l'effet des moyennes temporelles qui interviennent pour le calcul de la direction de propagation.

Sur les premiers instant de la simulation on observe que la fissure est essentiellement sollicitée en mode III. Assez vite le mode I prend de l'importance et devient même prépondérant sur le mode III : plus la fissure se propage, plus la flexion joue un rôle prépondérant ce qui contribue à davantage de traction dans le plan que de cisaillement hors plan. Il semblerait que la fissure cesse se propage tout droit consécutivement à l'apparition du mode II. Une autre raison possible est qu'une instabilité apparaisse conduisant la fissure à dévier légèrement de son trajet initial. Ensuite la dissymétrie du chargement vis-à-vis de la direction de la fissure et l'inertie du problème conduit celle-ci à osciller.

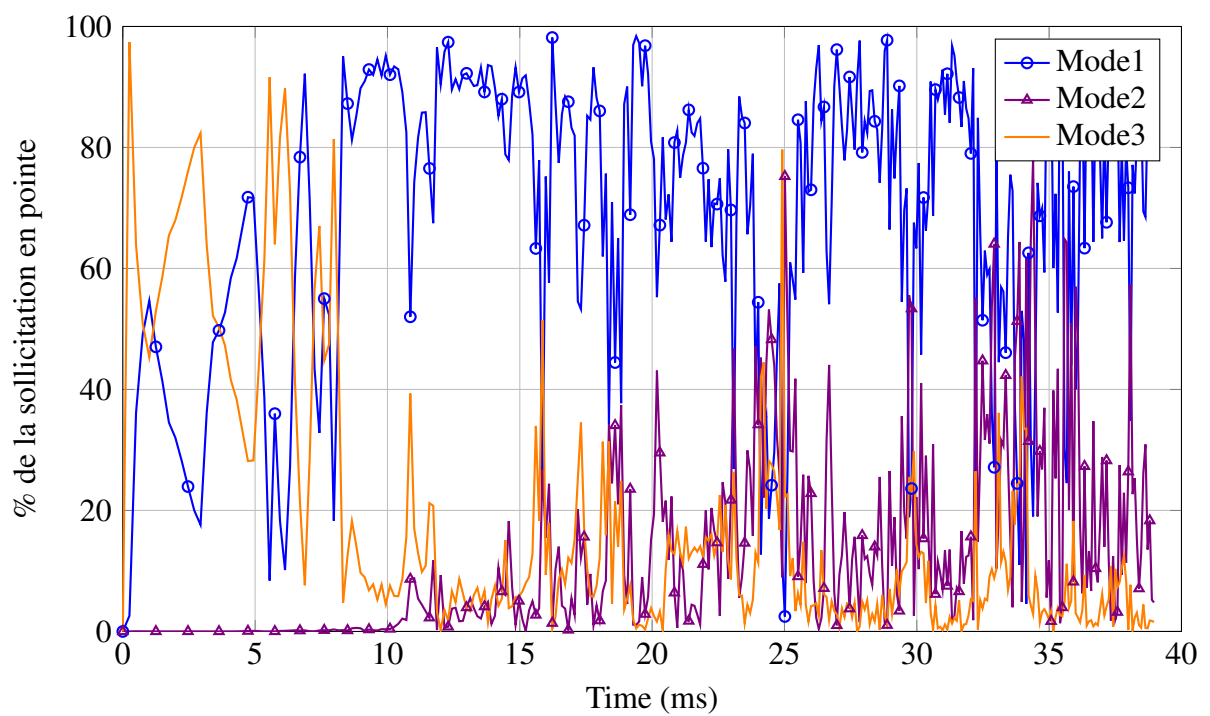


FIGURE 4.8: Influence des différents modes de sollicitation en pointe de fissure.

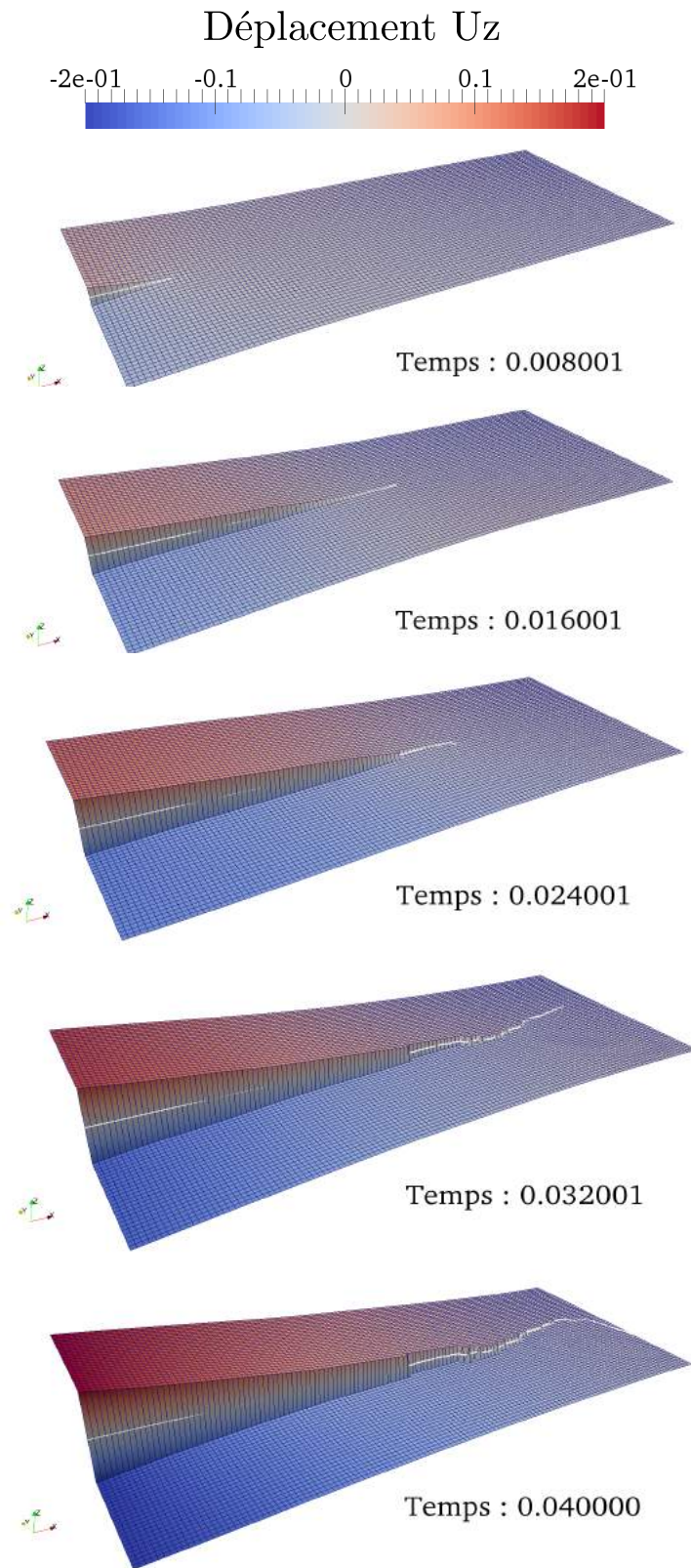


FIGURE 4.9: Évolution temporelle (en secondes) du déplacement hors plan U_z et trajet de fissure - Facteur d'amplification des déplacements $\times 2$.

4.3 Simulations des essais expérimentaux

Cette partie concerne les simulations des essais expérimentaux présentés en détail dans le chapitre 3. Tous ces essais ont été effectués sur des éprouvettes constituées d'un acier à Haute Limite Élastique Soudable (HLES) utilisé pour concevoir les coques de sous-marin. Dans les simulations qui suivent, une loi comportement élasto-plastique à écrouissage isotrope est utilisée en suivant la caractérisation du métal proposée par Langrand *et al.* [LAN 09] déjà présentée dans 3.2.2, sans tenir compte de la partie visqueuse. Les paramètres du modèle sont regroupés TAB.4.3 et la courbe d'écrouissage utilisée est présentée figure 4.10.

TAB.4.3: Paramètres utilisés pour l'acier constituant les éprouvettes.

Module d'Young	E	220 GPa
Coeff. de Poisson	ν	0.3
Masse volumique	ρ	8000 kg/m ³
Célérité des ondes de Rayleigh	c_R	2800 m/s
Limite élastique	σ_y	706 MPa

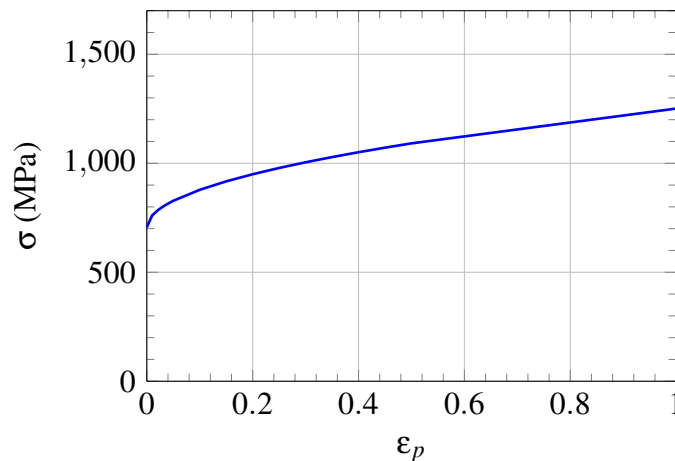


FIGURE 4.10: Courbe d'écrouissage utilisée pour caractériser l'acier des éprouvettes.

4.3.1 Essais ONERA

La campagne expérimentale sur tour de crash a été réalisée dans le but d'obtenir des propagations de fissure dans des structures fines pour lesquelles un grand nombre d'informations sont disponibles au cours de l'essai.

Un approche simplifiée du problème est utilisée pour simuler ces essais. Seule la zone d'intérêt de l'éprouvette est modélisée et le chargement en pression mesuré expérimentalement dans le piston y est directement appliqué.

4.3.1.1 Simulation C14A5

Description Dans un premier temps, l'essai C14A5 est simulé. Pour rappel, il s'agit d'une éprouvette à galette circulaire trouée en son centre et non pré-fissurée. L'intérêt de simuler cet essai est de s'assurer que le modèle permet d'obtenir des résultats en adéquation avec les mesures expérimentales pour un cas sans propagation de fissure.

Données La galette d'épaisseur 1,2mm a un diamètre de 80mm et présente en son centre un trou de 14mm. Un congé de raccordement de 2mm est présent sur la circonférence de cette zone d'intérêt. Pour la simulation, on considère donc une galette de $80 - 2 \times \sqrt{2}$ mm de diamètre encastree sur sa circonférence.

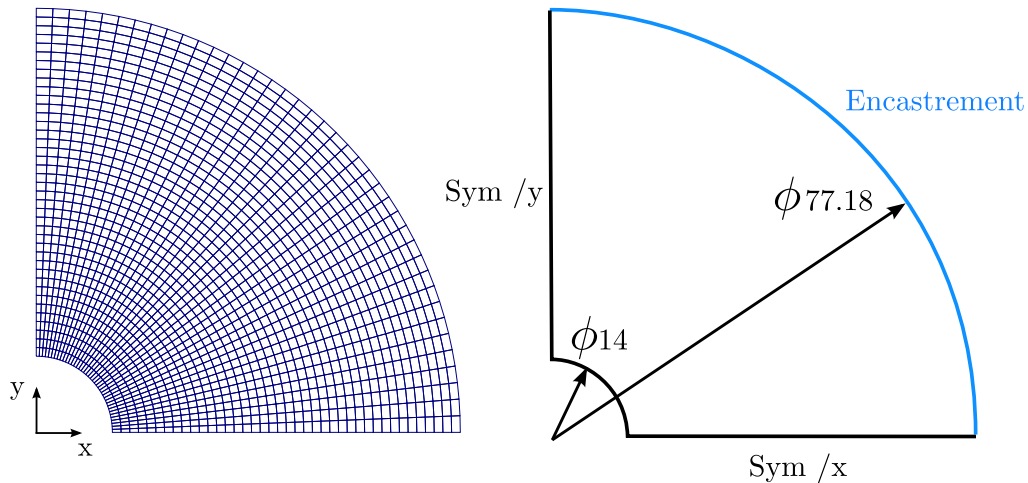


FIGURE 4.11: Dimensions (mm) et conditions aux limites - Simulation C14A5.

Compte tenu de la symétrie de l'expérience, seul un quart de l'éprouvette est modélisé. Le maillage de cet essai est constitué de 40×40 quadrangles de taille approximativement égale à 0,8mm. Le maillage et les conditions aux limites de cette simulation sont visibles figure 4.11. Le chargement en pression rappelé figure 4.12 est appliqué de manière uniforme sur la face supérieure de la géométrie et suivant la normale à la coque.

Résultats Les résultats obtenus par simulation sont très proches de ceux expérimentaux. En effet, le déplacement normal à la galette mesuré par digitalisation après l'essai est de $U_z^{exp} = 6,7mm$ (voir FIG.4.14) et celui obtenu par le calcul est de $U_z^{num} = 6,93mm$ (voir FIG.4.13a), soit un écart de +3,4%. La figure 4.13b montre l'évolution temporelle

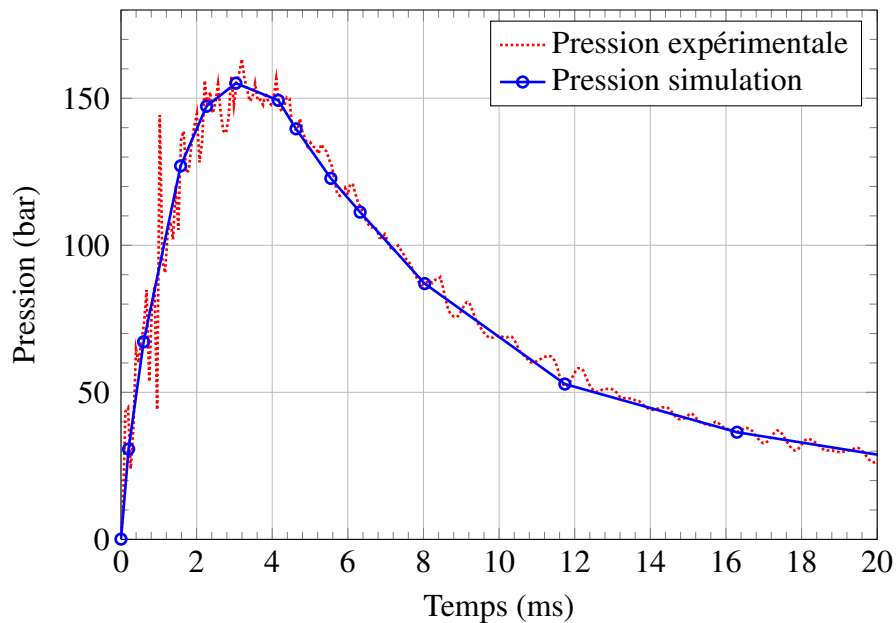


FIGURE 4.12: Chargement en pression pour la simulation de l'essai C14A5.

du déplacement d'un point de la galette. On observe que le déplacement maximal est obtenu consécutivement à la pression maximale puis le retour élastique s'opère lorsque que le chargement disparaît. Les jauges de déformations s'étant décollées lors de la montée en pression, seule la comparaison post essai des déformations est réalisable. Là encore les résultats sont comparables avec une déformation résiduelle d'environ 10% que ce soit par l'analyse du réseau déposé par électro-marquage ou bien dans la simulation (voir FIG.4.15).

L'adéquation des résultats numériques et expérimentaux sur cet essai non fissurant nous permet donc de passer à des cas plus complexes faisant intervenir de la propagation de fissure. On propose d'étudier dans la section suivante les essais effectués sur galette elliptique avec une préfissure à 45° .

4. Simulations de la propagation de fissure en coque X-FEM

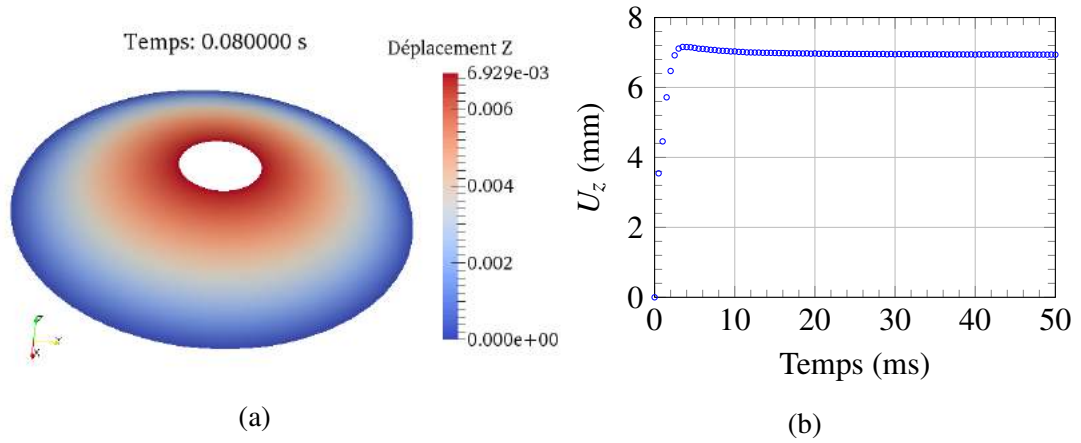


FIGURE 4.13: Simulation de l'essai C14A5 - (a) Déplacement U_z à $t=80$ ms - (b) U_z^{num} au cours de la simulation.

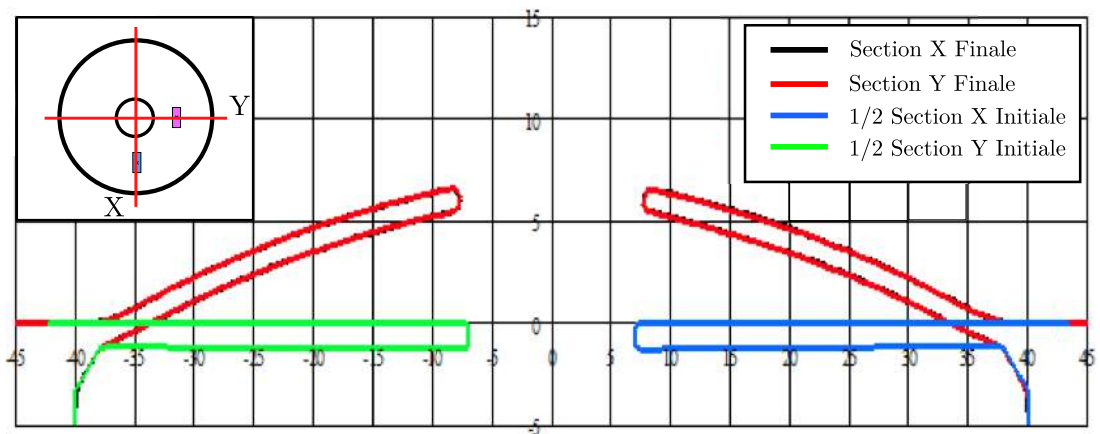


FIGURE 4.14: Mesure du déplacement U_z par digitalisation après essai - Essai C14A5.

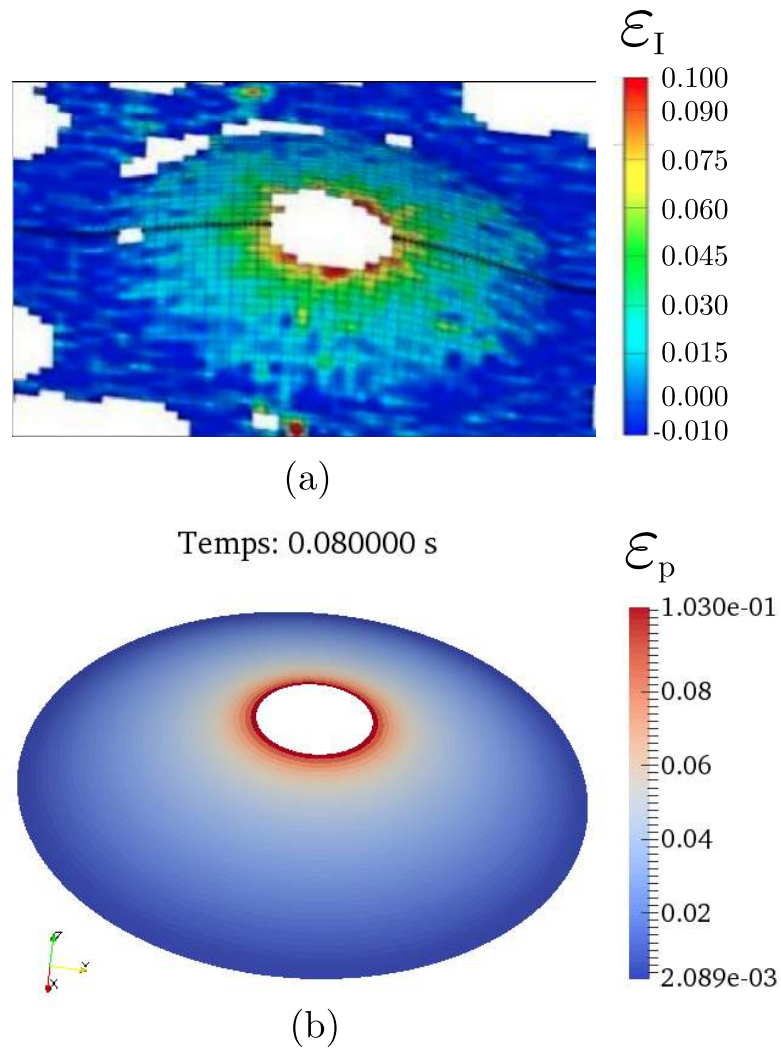


FIGURE 4.15: (a) Mesure des déformations résiduelles par l'analyse de l'électro-marquage - (b) Déformations plastiques à l'issue de la simulation.

4.3.1.2 Simulation EL30A6

Description L'essai EL30A6 utilise une éprouvette dont la zone utile est cette fois-ci elliptique. Nous avons fait le choix de simuler cet essai pour la complexité du trajet de fissure obtenu expérimentalement. La géométrie de l'éprouvette induit une dissymétrie du champ de contrainte ce qui permet en partie à la fissure de bifurquer.

Données La galette elliptique est d'épaisseur 1,2mm. L'ellipse de grand axe 80mm et de petit axe 60mm présente en son centre un trou de 14mm et une préfissure de 30mm centrée sur l'éprouvette et inclinée à 45° par rapport aux deux axes. Un congé de raccordement de 2mm est présent sur la circonférence de la zone d'intérêt ce qui implique une réduction du diamètre de la géométrie simulée de $2 \times \sqrt{2}$ mm. L'éprouvette est cette fois-ci entièrement modélisée et le maillage constitué de quadrangles de taille approximativement égale à 0,7mm présente 40 éléments suivant le rayon et 160 éléments suivant la circonférence. Le maillage et les conditions aux limites de cette simulation sont visibles figure 4.16. Le chargement en pression rappelé figure 4.17 est appliqué de manière uniforme sur la face supérieure de la géométrie et suivant la normale à la coque.

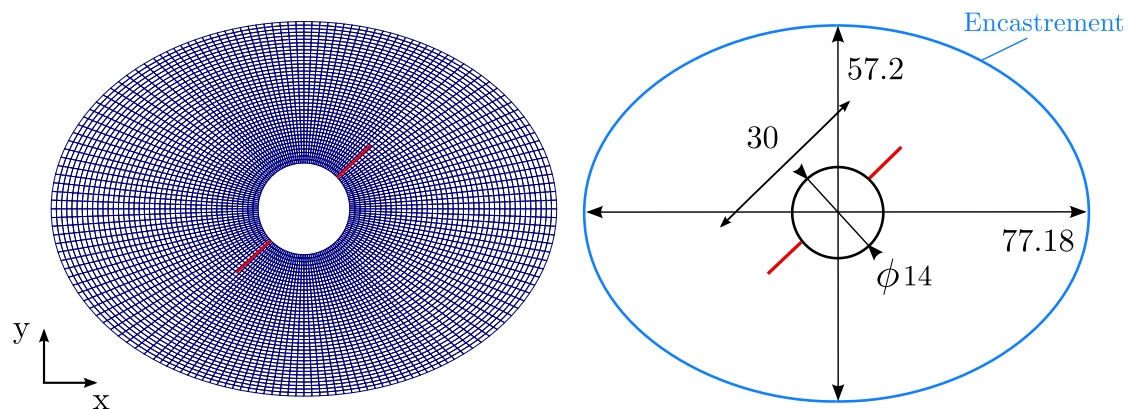


FIGURE 4.16: Dimensions (mm) et conditions aux limites - Simulation EL30A6.

Les données matériaux sont celles données dans le tableau 4.3 et les paramètres utilisés pour le critère en traction sont présentés dans le tableau 4.4.

TABEAU 4.4: Paramètres du critère - Simulation EL30A6.

Contrainte critique	σ_{Ic}	850 MPa
Longueur caractéristique des éléments	L_{car}	0.0007 m
Rayon du demi disque D	R	0.0035 m

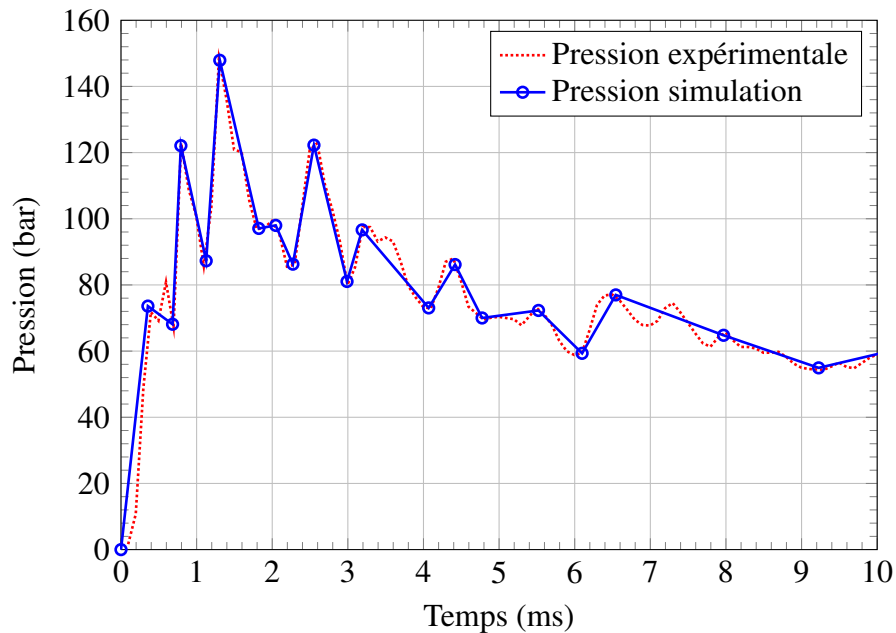


FIGURE 4.17: Chargement en pression pour la simulation de l'essai EL30A6.

Résultats Le résultat de la simulation est donné figure 4.19. On peut tout d'abord remarquer que les trajets de fissure sont assez proches des trajets expérimentaux. Chacune des fissures se propage dans un premier temps dans la direction initiale de la préfissure, tourne une première fois pour s'orienter suivant le grand axe de l'ellipse puis tourne à nouveau lorsque la pointe s'approche de la condition d'encastrement.

Cependant on peut observer que les changements de direction sont moins marqués que pour le cas expérimental et également que la fissure se propage davantage. La fissure semble s'initier légèrement plus tôt numériquement (0.8ms au lieu de 1.2ms).

L'analyse temporelle du trajet de fissure est délicate étant donné qu'aucun support visuel ne permet de suivre son évolution au cours de l'essai. Les seules données qui permettent d'avoir une estimation du temps auquel les premières avancées apparaissent sont l'apparition de jets secondaires aux caméras rapides ainsi que les baisses de déformations relevées par les jauges. Ce que l'on peut en revanche affirmer c'est que la fissure se propage et ne s'arrête pas dans la simulation alors que les images issues des vidéos rapides et les signaux des jauges extensométriques exhibent plusieurs arrêts et redémarrages.

Ces disparités se comprennent aisément en visualisant l'évolution de la flèche de la galette. Lorsque la fissure se propage, deux parties s'ouvrent et fléchissent sous l'effet du chargement qui continue à être appliqué suivant la normale à la coque. Appliquer la pression mesurée expérimentalement dans le piston directement sur la géométrie revient donc à surévaluer l'effet du chargement. Cela revient en effet à ne pas tenir compte de la rechute de pression localement lorsque la galette s'ouvre.

La seule manière d'obtenir un chargement représentatif de la réalité serait de mener des simulations en modélisant l'ensemble du problème avec une gestion du couplage fluide/structure.

A la fois pour diminuer l'effet de flexion induit par le chargement simplifié mais également afin de diminuer le temps CPU, la même simulation est relancée en effectuant un *mass scaling*. Cette astuce consiste à augmenter artificiellement la masse volumique utilisée dans la simulation ce qui permet d'augmenter le pas de temps critique d'un facteur $\sqrt{\rho}$ (cf. Eq 2.29) et donc de réduire le temps de calcul. L'utilisation de cette technique peut être justifiée par le caractère "faiblement dynamique" des essais.

La figure 4.20 présente les résultats de la simulation avec une masse volumique 100 fois supérieure ($\rho = 100 \times \rho_0$) et une contrainte critique de $\sigma_{Ic} = 800\text{MPa}$. Le trajet de fissure obtenu est similaire et se rapproche même davantage du trajet expérimental. De plus l'initiation est retardée (0.88ms) et on observe l'arrêt puis le redémarrage de la fissure (0.95ms et 1.13ms). La flèche de la galette semble quant à elle sous-estimée.

La comparaison de la déformation relevée sur la jauge J1 (voir position FIG.3.35) et de la déformation obtenue numériquement est donnée figure 4.18. Pour le calcul faisant intervenir la vraie masse volumique, un bon ordre de grandeur est obtenu jusqu'à ce que le phénomène de flexion apparaisse. La galette est davantage chargée que dans la réalité et la propagation se déclenche faisant apparaître une chute de la déformation. La simulation avec *mass scaling* donne un état de déformation plus éloigné de la réalité mais la relaxation de déformation est synchronisée avec le cas expérimental. La comparaison des trajets de fissure expérimental et numérique sont présentés figure 4.21 et 4.22.

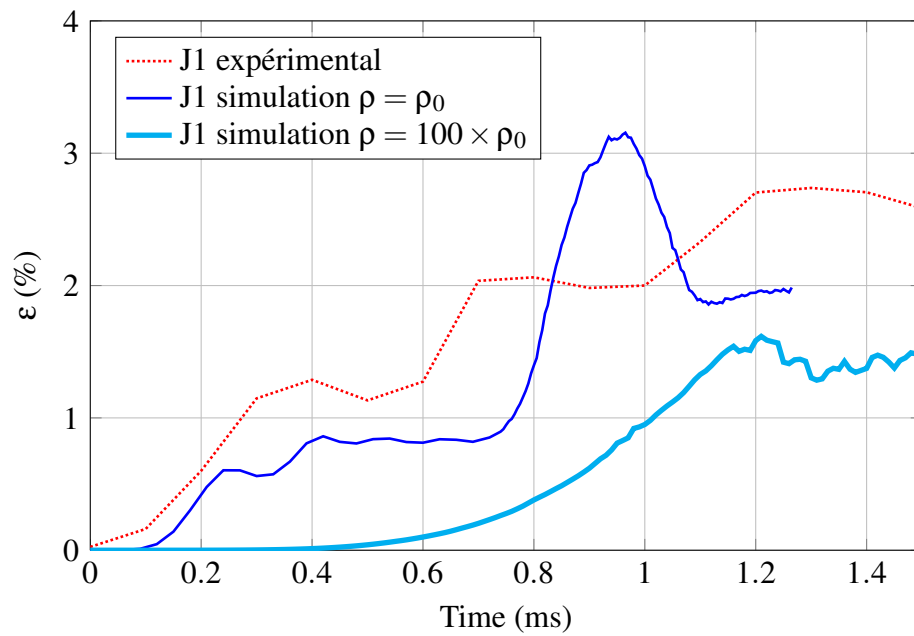


FIGURE 4.18: Confrontation de la déformation orthoradiale expérimentale et numérique à la position de la jauge J1 - Essai EL30A6.

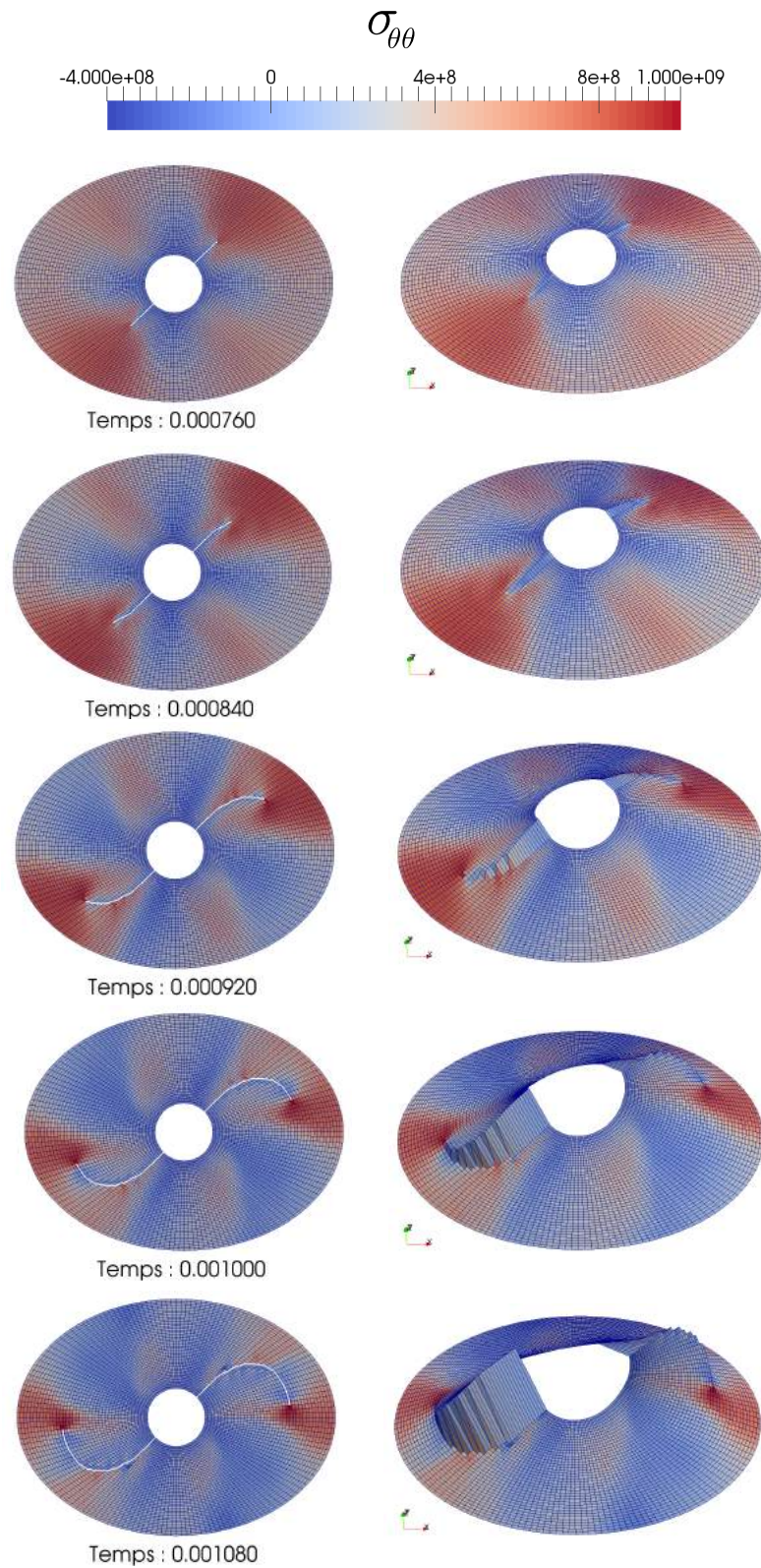


FIGURE 4.19: Simulation EL30A6 - Évolution de la contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ et du trajet de fissure - Maillage non déformé (à gauche) et maillage déformé (à droite).

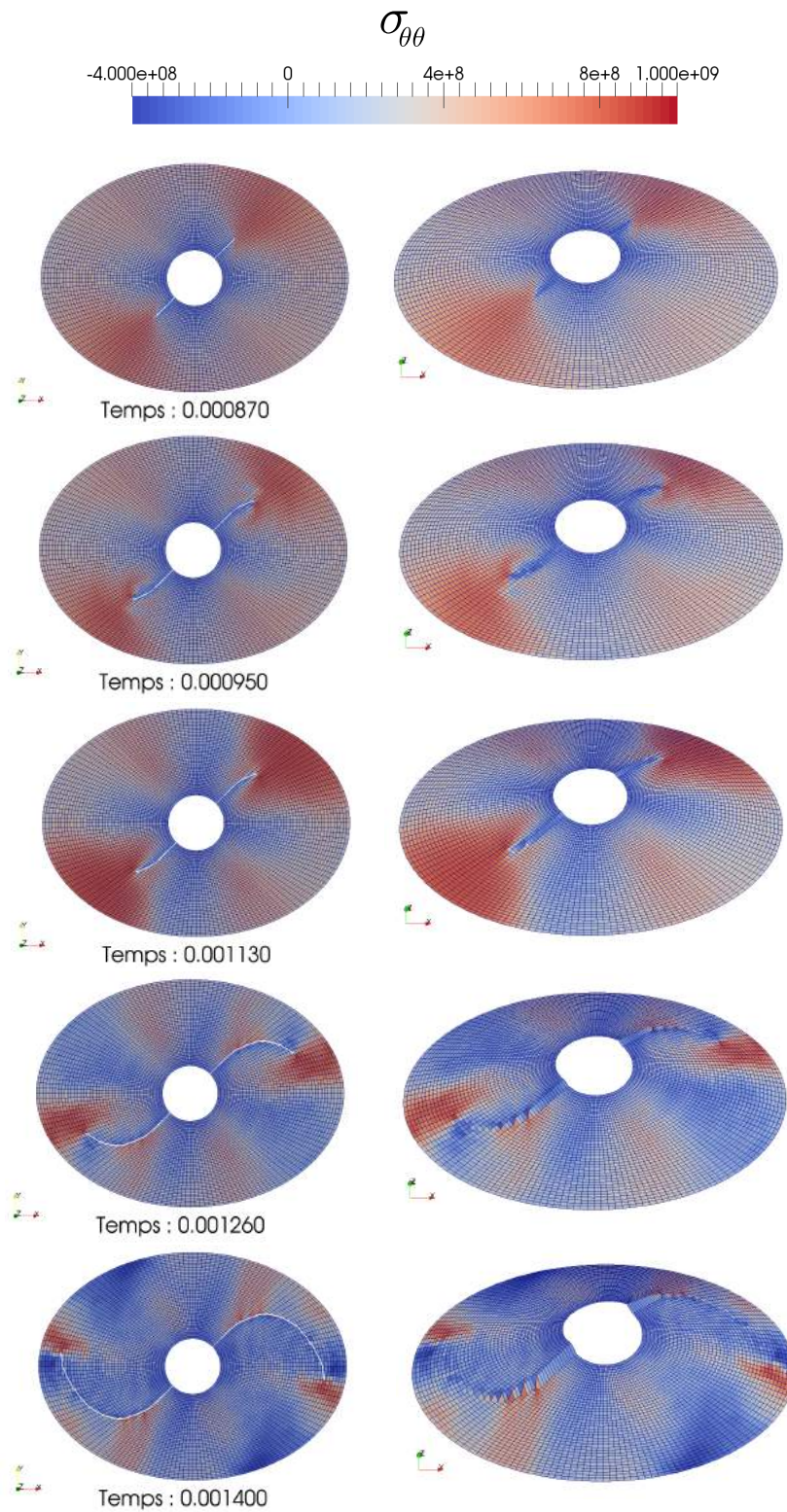


FIGURE 4.20: Simulation EL30A6 avec $p = 100 \times p_0$ - Contrainte circonférencielle $\sigma_{\theta\theta}$ et trajet de fissure - Maillage non déformé à gauche et maillage déformé à droite.

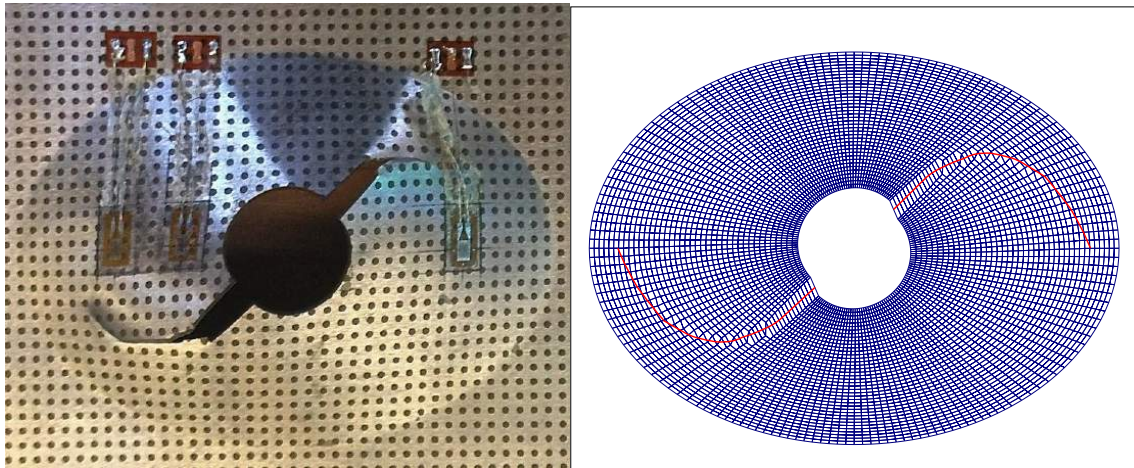


FIGURE 4.21: Comparaison du trajet de fissure expérimental et numérique (avec mass scaling) - Essai EL30A6.

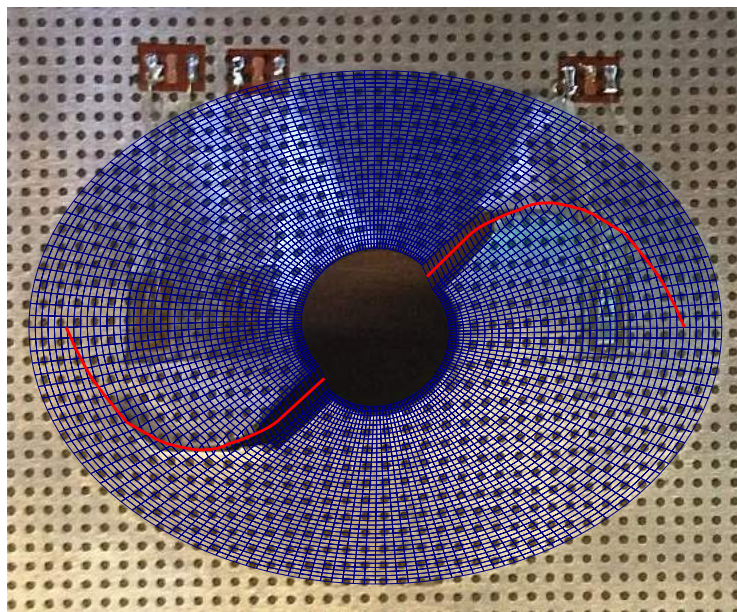


FIGURE 4.22: Superposition du trajet de fissure expérimental et numérique (avec mass scaling) - Essai EL30A6.

4.3.1.3 Simulation EL20A6

Description L'essai EL20A6 est également constitué d'une galette elliptique trouée en son centre et dans laquelle une préfissure est placée à 45° des axes de l'ellipse. La seule différence par rapport à l'essai EL30A6 concerne la taille de cette préfissure qui est maintenant de 20mm.

Données La simulation est identique à celle présentée dans le paragraphe précédent en ce qui concerne le maillage et les conditions aux limites (voir FIG.4.23). La taille de la préfissure est cette fois-ci de 20mm. La galette est soumise au chargement en pression donné figure 4.24 une fois de plus imposé suivant la normale à la coque malgré les limitations observées sur la simulation précédente. Les paramètres du critère sont inchangés et visibles dans le tableau 4.4. Les données du matériau et du critères sont données tableaux 4.3 et 4.4.

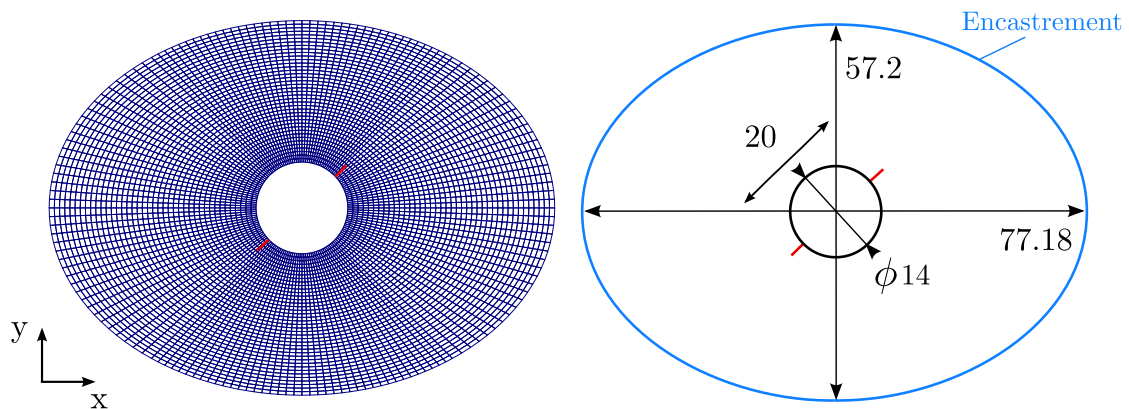


FIGURE 4.23: Simulation EL20A6 - Dimensions (mm) et conditions aux limites.

Résultats Sur cette simulation la fissure se propage d'abord avec un angle quasi nul par rapport à la direction initiale et ce sur environ 20mm (voir FIG.4.25). Peu à peu elle s'oriente de quelques degrés dans la direction du grand axe de l'ellipse puis opère un changement de direction plus prononcé à l'approche de l'encastrement. Le trajet obtenu est globalement correct vis à vis du trajet expérimental même si une fois de plus la fissure se propage davantage qu'elle ne devrait. Cette simulation souffre des mêmes symptômes que ceux présentés dans le paragraphe précédent du fait du chargement simplifié, à savoir une flexion trop importante et une initiation s'opérant trop tôt.

Néanmoins l'analyse des déformations donnée figures 4.27 et 4.28) montre qu'avant que la flexion ne soit trop importante on obtient une assez bonne corrélation essai/calcul.

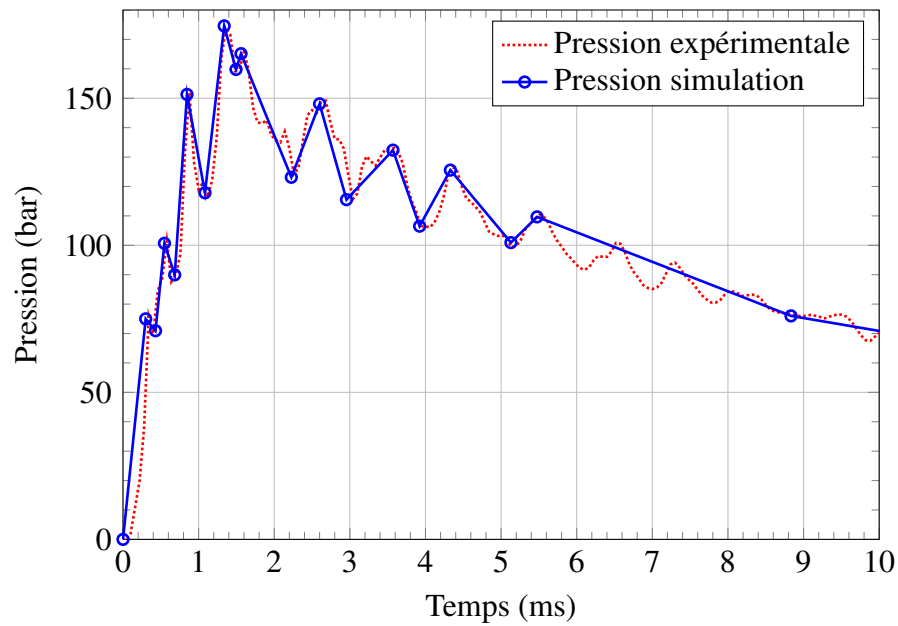


FIGURE 4.24: Chargement en pression pour la simulation de l'essai EL20A6.

La même simulation avec une masse volumique $\rho = 100 \times \rho_0$ donne des résultats plus proches du cas expérimental en ce qui concerne le trajet de fissure (voir FIG.4.29 et 4.29). En revanche la flèche globale et les signaux de jauges (voir FIG.4.27 et 4.28) indiquent que la déformée de la galette est sous estimée.

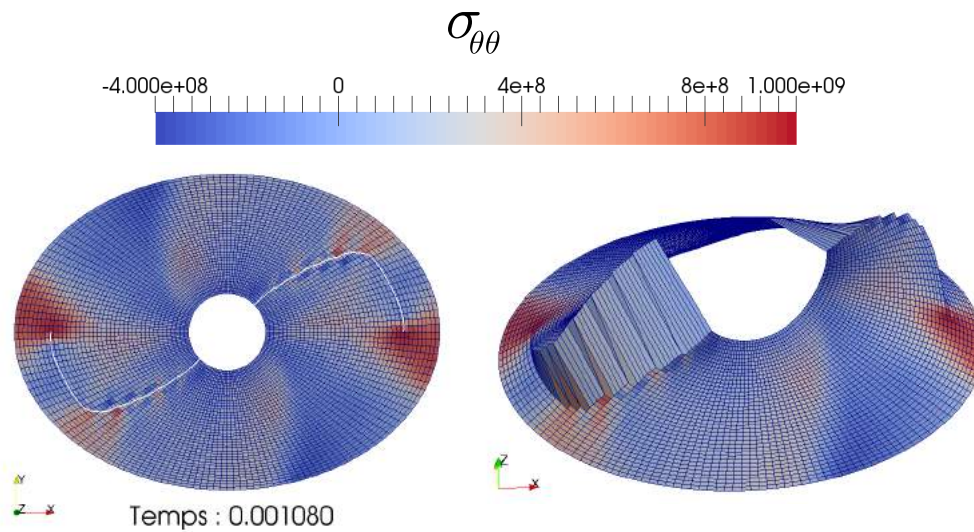


FIGURE 4.25: Simulation EL20A6 - Contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ et trajet de fissure - Maillage non déformé à gauche et maillage déformé à droite.

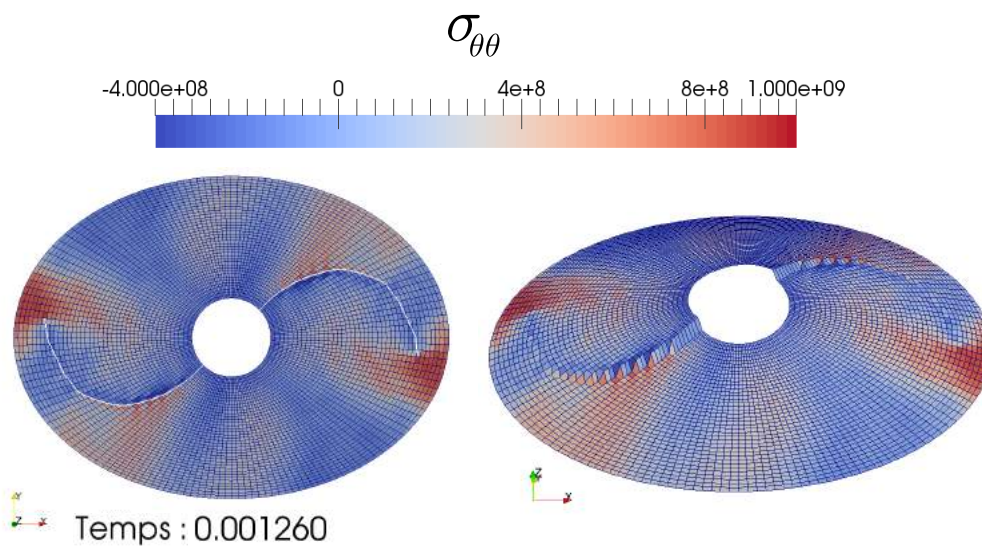


FIGURE 4.26: Simulation EL20A6 avec $\rho = 100 \times \rho_0$ - Contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ et trajet de fissure - Maillage non déformé à gauche et maillage déformé à droite.

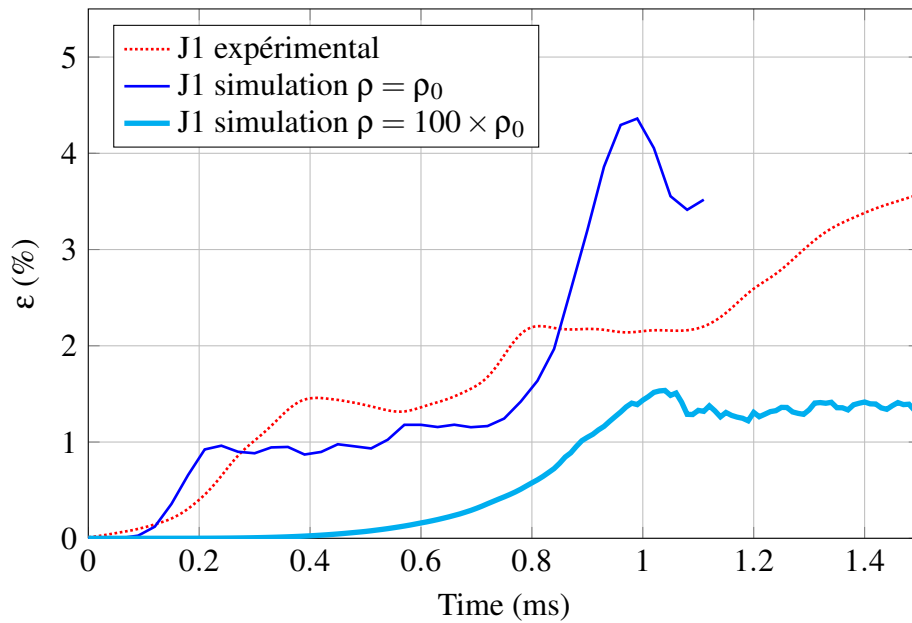


FIGURE 4.27: Confrontation de la déformation orthoradiale expérimentale et numérique à la position de la jauge J1 - Essai EL20A6.

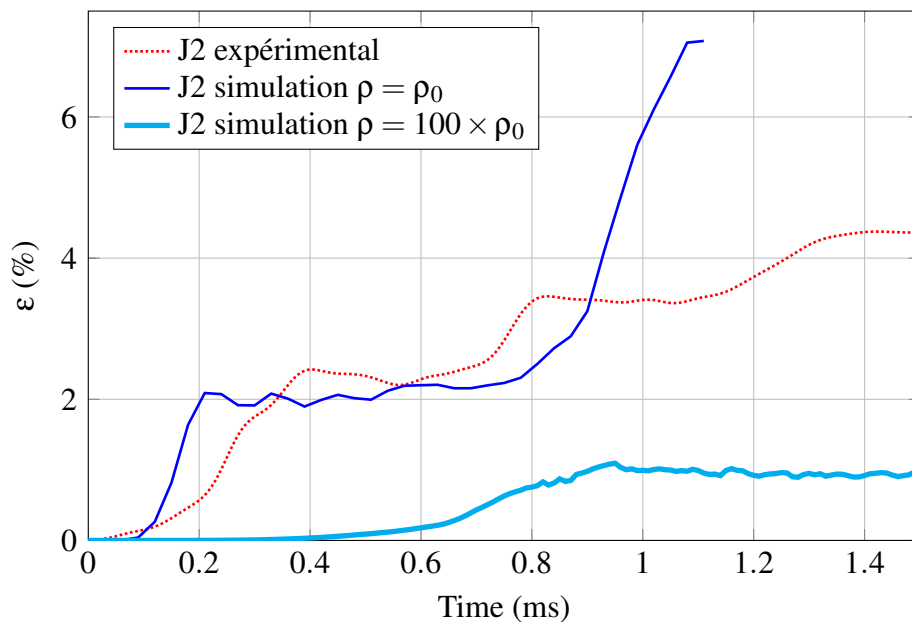


FIGURE 4.28: Confrontation de la déformation orthoradiale expérimentale et numérique à la position de la jauge J2 - Essai EL20A6.

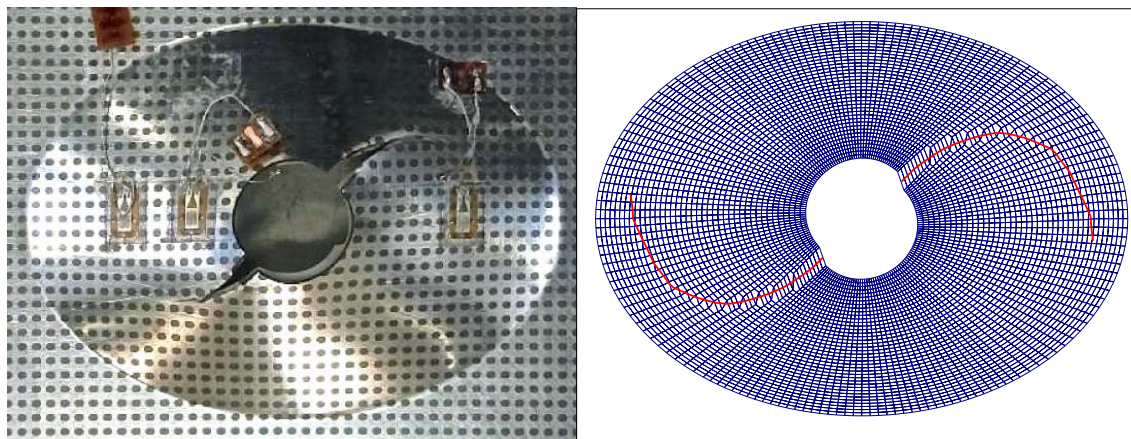


FIGURE 4.29: Comparaison du trajet de fissure expérimental et numérique (avec mass scaling) - Essai EL20A6.

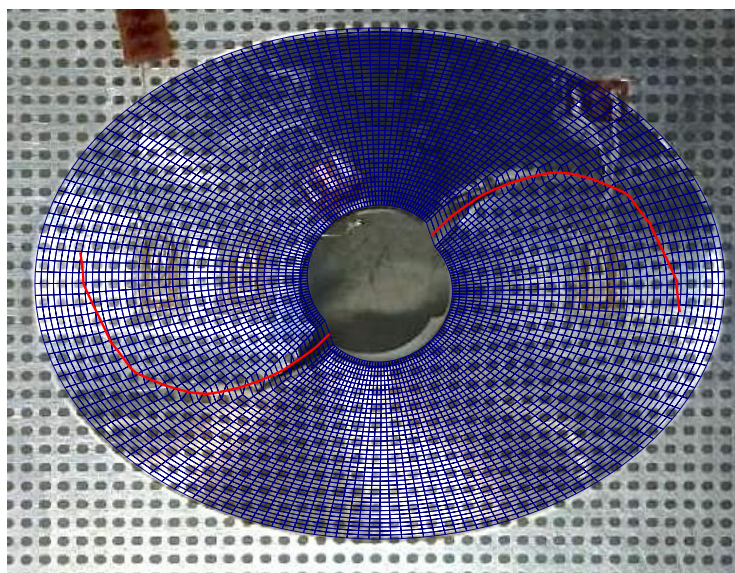


FIGURE 4.30: Superposition du trajet de fissure expérimental et numérique (avec mass scaling) - Essai EL20A6.

4.3.2 Simulation des essais NYMPHEA

A une échelle supérieure, les essais NYMPHEA (présentés partie 3.3.1) peuvent également servir à valider le modèle de propagation dans les coques. Bien que plus complexes et ne fournissant que des informations post-mortem, ces essais se rapprochent plus de l'objectif industriel car le chargement est donné par une détonation ce qui n'est pas le cas sur les essais ONERA.

4.3.2.1 Phase préliminaire d'obtention du chargement

Le chargement peut être simulé de différentes manières. La première est d'utiliser une fonction analytique comme celle proposée par le modèle empirique CONWEP [KIN 84] et de l'appliquer directement sur la structure. Dans certains codes tels qu'Abaqus ou LS Dyna, ce modèle est déjà implémenté et permet d'appliquer une pression équivalente qui évolue dans le temps. Cependant, ce modèle mathématique fait l'hypothèse d'un chargement en champ lointain ce qui suppose que la charge est suffisamment éloignée de l'objet pour pouvoir considérer l'onde de pression plane. Ce n'est clairement pas le cas ici étant donné la faible distance charge/éprouvette. Le modèle CONWEP ne permet pas non plus de prendre en compte l'effet des gaz brûlés et fonctionne en équivalent TNT.

La voie retenue par DCNS est la modélisation de la détonation de la charge et l'interaction entre la plaque et l'onde de choc ainsi que celle entre la plaque et les gaz brûlés. Une méthode MMALE (Multi-Material Arbitrary Lagrangian Eulerian) disponible dans le code LS Dyna est utilisée. La détonation de la charge est modélisée par l'équation d'état Jones Wilkins Lee et l'air par un gaz parfait qui subit une transformation isentropique. Les premières simulations ont montré que l'onde de choc et l'écoulement des gaz brûlés sont sur une échelle de temps plus petite que celle de la réponse de la plaque. Ainsi la modélisation est découpée en deux étapes.

Une première simulation se focalise uniquement sur l'onde de choc et l'écoulement des gaz brûlés en considérant la plaque rigide afin d'obtenir la répartition spatio-temporelle de la pression (FIG.4.31 et 4.32). Au préalable, la plaque est découpée en zones d'intérêt afin de récupérer des pressions moyennes sur chacune de ces zones.

Dans un second temps on s'intéresse uniquement à la réponse de la plaque ce qui permet de focaliser la puissance de calcul sur les mécanismes de plastification et de rupture. On applique alors directement les champs de pressions issus du premier calcul sur la plaque.

4.3.2.2 Géométrie et conditions aux limites des simulations NYMPHEA

Afin de tester le modèle de propagation coque/X-FEM développé dans EUROPLEXUS, seule la géométrie de l'éprouvette est représentée en utilisant le découpage en zones d'intérêt présenté précédemment pour y appliquer le chargement en pression. Des

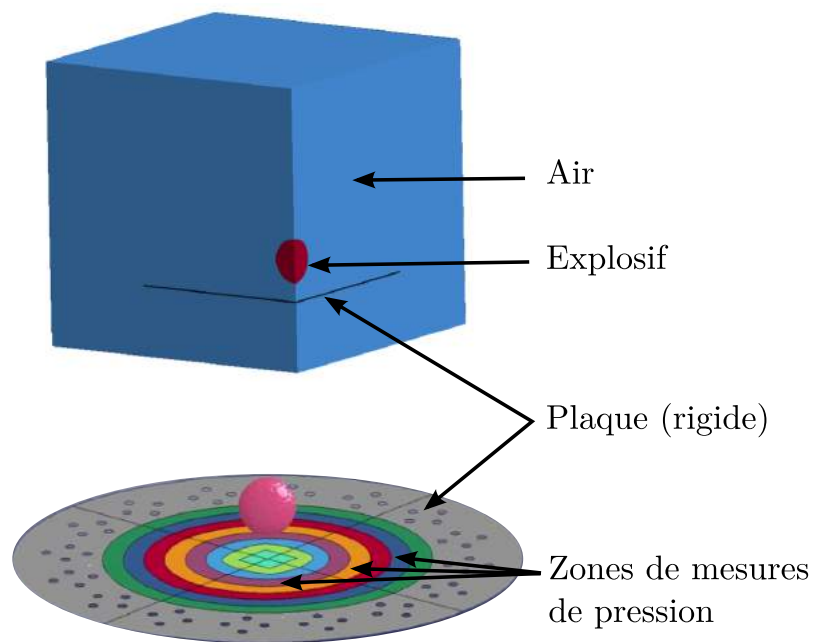


FIGURE 4.31: Modèle ALE de la simulation d'un essai NYMPHEA en plaque rigide - Phase préliminaire d'obtention du chargement en pression à appliquer sur l'éprouvette [DCNS].

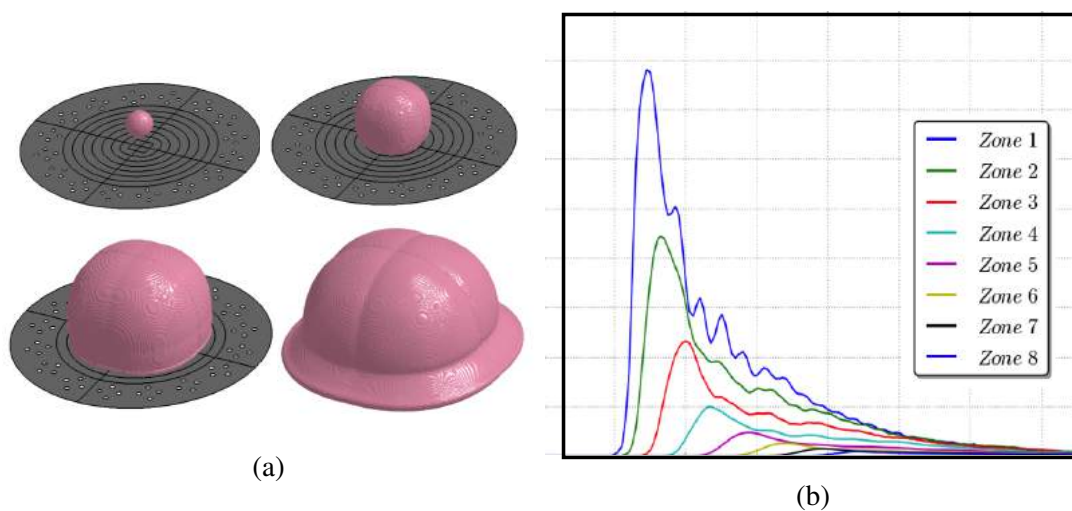


FIGURE 4.32: (a) Évolution de la détonation - (b) Évolution temporelle des pressions relevées dans chacune des zones définies sur la plaque.

simulations du modèle complet (charge+air+plaque) ont été réalisées pour une charge explosive de x kg placée respectivement à une distance D mm et $2D$ mm de l'éprouvette en utilisant un découpage en 40 zones (voir FIG.4.33). Ces zones sont numérotées dans l'ordre du centre (zone 40) vers l'extérieur (zone 1). Les champs de pressions moyens relevés dans chacune des zones obtenues sont présentés figures 4.34 et 4.35. Pour des raisons de confidentialité, les pressions sont adimensionnées par la pression maximale de chaque simulation (P_{maxD} et P_{max2D}) et le temps est également adimensionné par le temps caractéristique du phénomène noté t_c . L'ordre de grandeur de ces pressions est de quelques centaines de bars avec $P_{maxD} \approx 3P_{max2D}$ et le temps caractéristique t_c est inférieur à la milliseconde. Enfin on rappelle que le modèle de propagation développé ne gère pas la phase d'amorçage de fissure et donc seules les propagations pré-entailles peuvent être simulées.

Dans toutes les simulations seule la moitié de l'éprouvette est représentée en se concentrant uniquement sur la partie utile de l'éprouvette. Cette zone circulaire est de rayon 380mm et d'épaisseur emm . La plaque est considérée encastree sur sa circonférence et une pré-fissure de longueur L est placée en son centre. Le maillage est constitué de quadrangles d'environ 5mm de côté. Le matériau utilisé est caractérisé par les données regroupées dans le tableau 4.3 et la courbe d'écrouissage présentée figure 4.10.

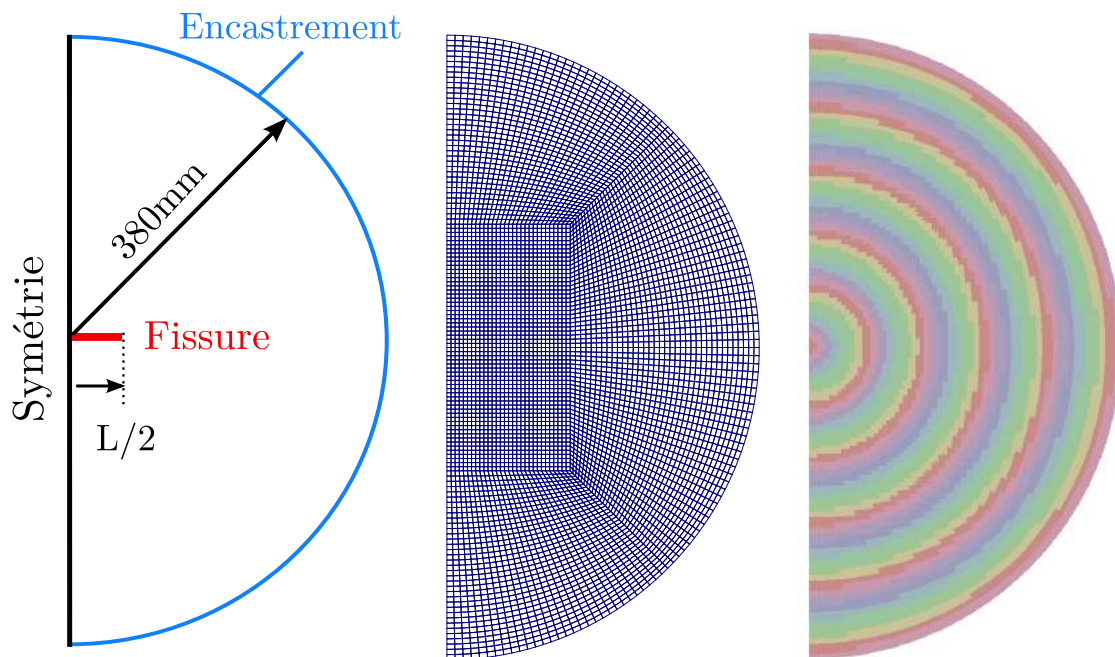


FIGURE 4.33: Géométrie, maillage et zones d'application de la pression pour les simulations des essais NYMPHEA.

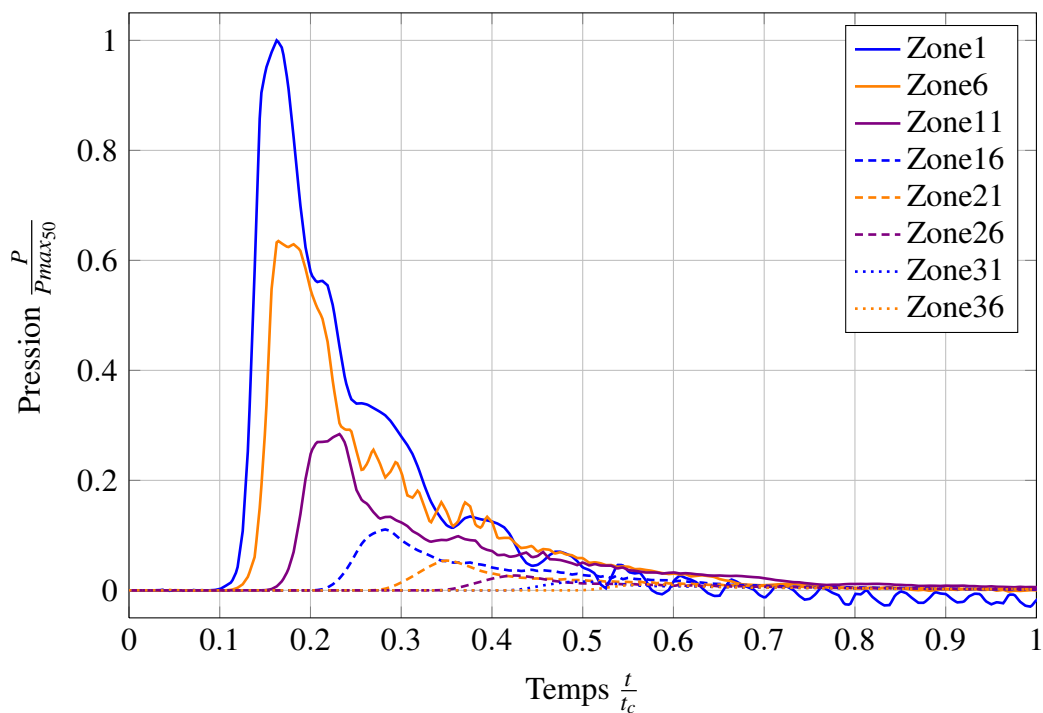


FIGURE 4.34: Pressions moyennes pour une charge de x kg à D mm.

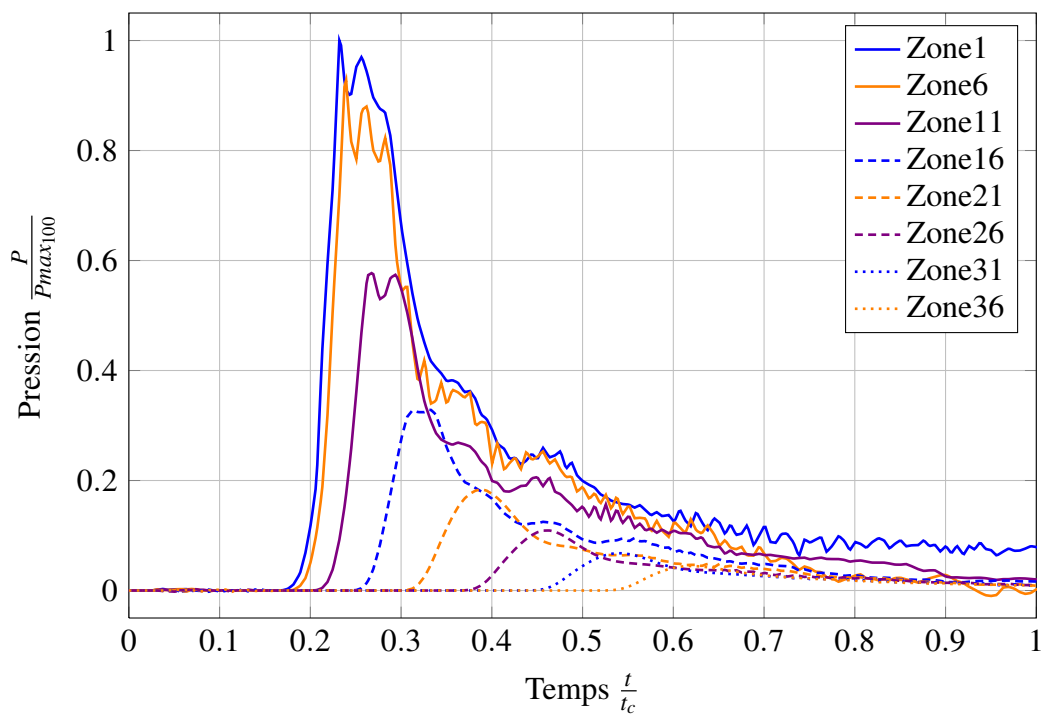


FIGURE 4.35: Pressions moyennes pour une charge de x kg à 2D mm.

4.3.2.3 Cas sans fissuration

De la même manière que pour les simulations sur tour de crash, le cas d'un essai ne faisant pas intervenir de fissure est tout d'abord réalisé. Il s'agit d'un essai mené dans une autre campagne expérimentale que celle présentée dans le CHAP.3. Le dispositif expérimental est rigoureusement le même et la charge de x kg est placée à D mm de la plaque qui n'est pas préfissurée. Le chargement en pression appliqué est celui donné figure 4.34.

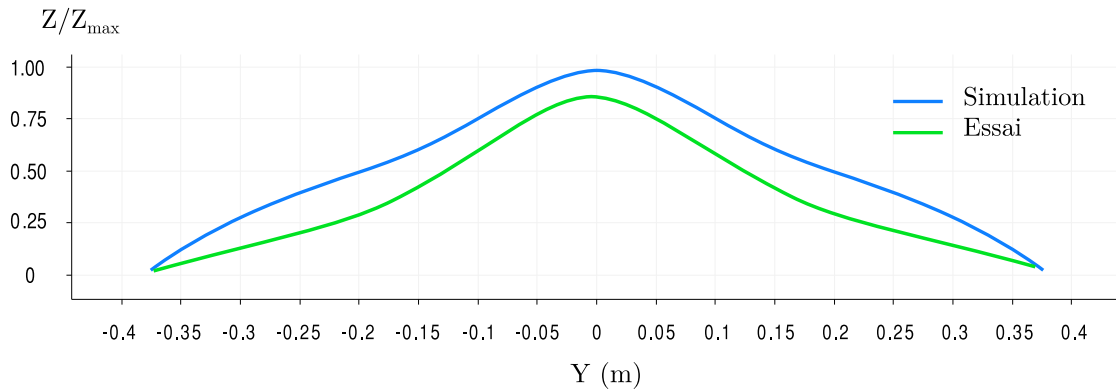


FIGURE 4.36: Comparaison de la flèche expérimentale et numérique - Charge x kg placée à D mm.

La flèche résiduelle est surestimée d'environ 15% par la simulation (voir FIG.4.36). Le même constat a été effectué par DCNS sur les simulations pour lesquelles une condition d'encastrement est réalisée sur le périmètre. En considérant la plaque entière avec des conditions aux limites plus réalistes (modélisation des brides, des boulons, les différents contacts ainsi que la déformations de l'éprouvette au niveau des boulons), cet écart diminue.

Le champ de déformation plastique est également légèrement surestimé par la simulation mais est similaire à ce que l'on peut observer par mesure de déformation ARGUS en terme de répartition (voir figures 4.37 et 4.38).

4.3.2.4 Paramètre du critère de rupture

Alors que les essais ONERA fournissaient quelques informations concernant l'avancée de la fissure dans le temps, pour les essais NYMPHEA on ne dispose que de l'éprouvette après essai. Bien qu'il s'agisse du même matériau dans les deux cas, on ne peut pas directement utiliser les paramètres du critère identifié sur les simulations ONERA.

Dans le paragraphe 2.3.2.2, il est en effet expliqué que ces paramètres dépendent de la taille physique de la zone D . Utiliser la même taille de zone pour les simulations NYMPHEA que pour les simulations ONERA reviendrait à utiliser une zone de taille inférieure à la taille d'un élément. En effet, le rayon du demi disque D dans les simulations ONERA est de 3.5mm et les éléments utilisés sur les simulations NYMPHEA font 5mm .

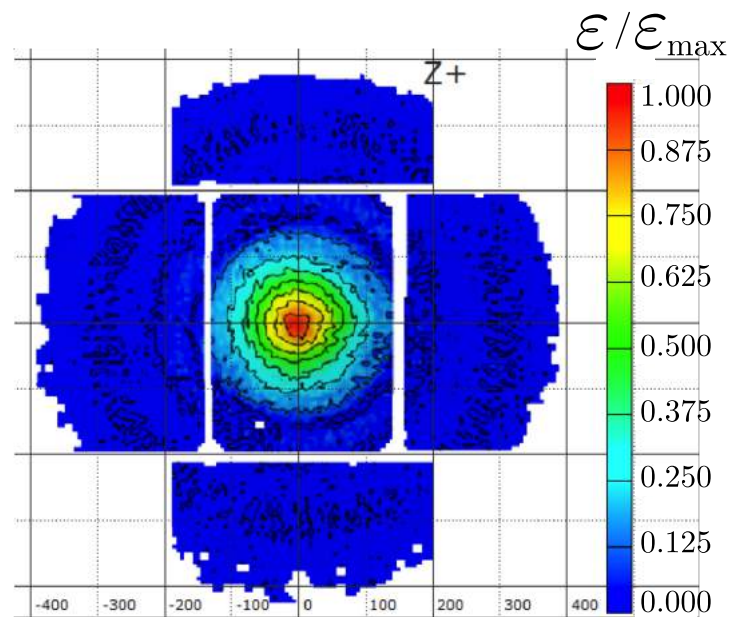


FIGURE 4.37: Résultats des mesures de déformation ARGUS - Charge x kg placée à D mm.

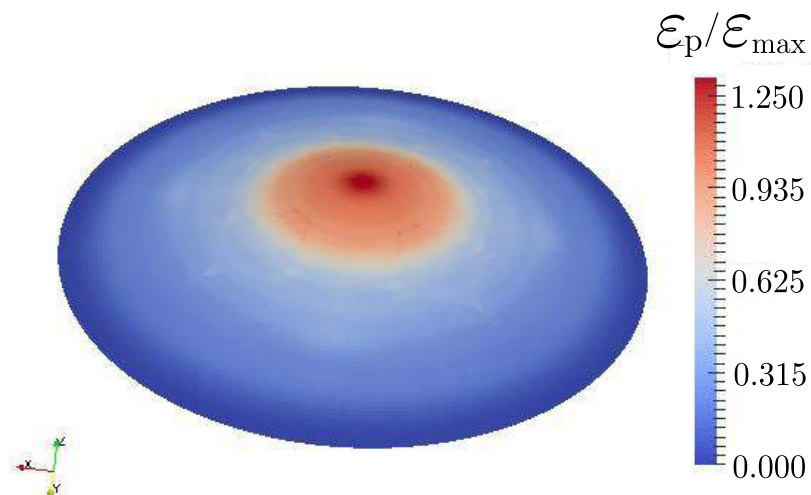


FIGURE 4.38: Déformation plastique cumulée numérique - Charge x kg placée à D mm..

Ainsi, le seuil du critère a été réajusté sur une première simulation (voir paragraphe 4.3.2.5 puis conservé sur l'ensemble des autres simulations NYMPHEA (voir TAB.4.5).

TABLEAU 4.5: Paramètres du critère - Simulations NYMPHEA.

Contrainte critique	σ_{Ic}	910 MPa
Longueur caractéristique des éléments	L_{car}	0.005 m
Rayon du demi disque D	R	0.01875 m

4.3.2.5 Cas préfissurés - Charge de x kg à D mm

On propose dans un premier temps de s'intéresser aux essais faisant intervenir une charge de x kg, placée D mm au dessus du centre de la plaque pour des préfissures de longueurs $L = 40, 80$ et 160mm . Le chargement en pression appliqué est donné figure 4.34. Les résultats obtenus avec un critère basé sur un endommagement critique et faisant intervenir le taux de triaxialité sont également fournis à titre indicatif. Cela permet notamment de voir les avantages et inconvénients de la méthode proposée dans ce mémoire.

Préfissure 40mm Comme évoqué précédemment, c'est sur cette simulation qu'a été ajustée la contrainte critique à rupture σ_{Ic} de manière à obtenir la longueur de propagation expérimentale. Expérimentalement les deux pointes de fissure se propagent du même côté de la préfissure avec un angle non nul (voir FIG.4.39). A l'issue de l'essai la fissure a une longueur de 180mm . On observe également qu'un début de bifurcation apparaît pour une des pointe de la préentaille. Numériquement la fissure se propage avec un angle nul pour les deux méthodes. Aucune différence de flèche entre les lèvres de la fissure n'est observée, contrairement au cas expérimental.

Préfissure 80mm Sur cet essai on observe globalement la même réponse que sur le précédent avec les pointes de fissure qui partent du même côtés (angles moins marqués) et une avancée légèrement plus prononcée (voir FIG.4.40) . Une fois de plus l'avancée numérique se fait dans le prolongement de la préfissure avec un angle quasi nul. Les deux types de simulation surévaluent légèrement l'avancée mais restent proches du résultat expérimental (voir TAB.4.6).

TABLEAU 4.6: Propagation pour une pointe - x kg D mm préfissure 80mm.

	Essai	Simu d _c	Simu X-FEM
Propagation (mm)	55	95	85

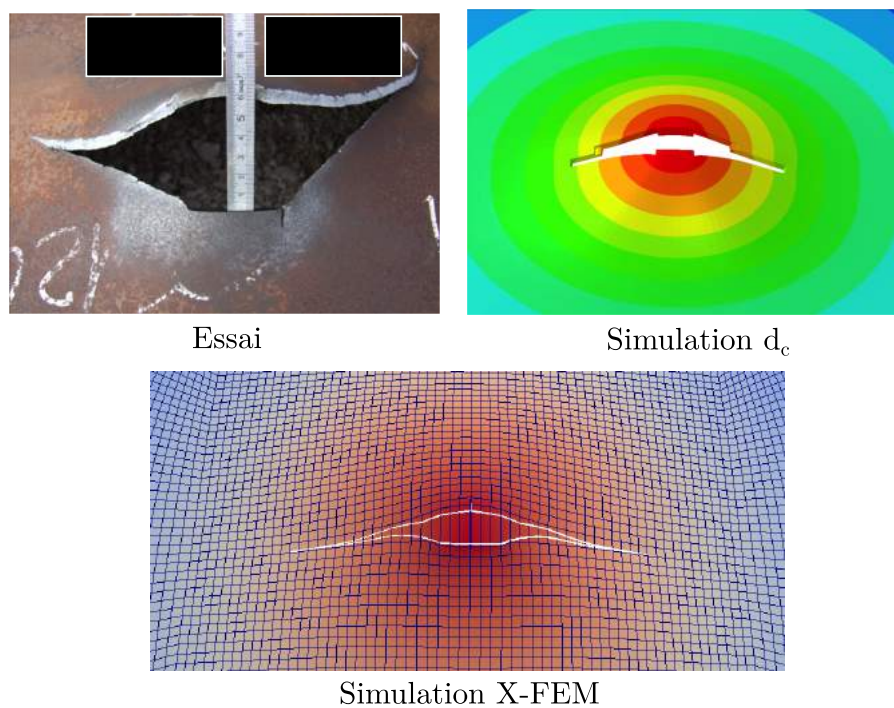


FIGURE 4.39: Comparaison essai/simulation - charge x kg à D mm préfissure 40mm.

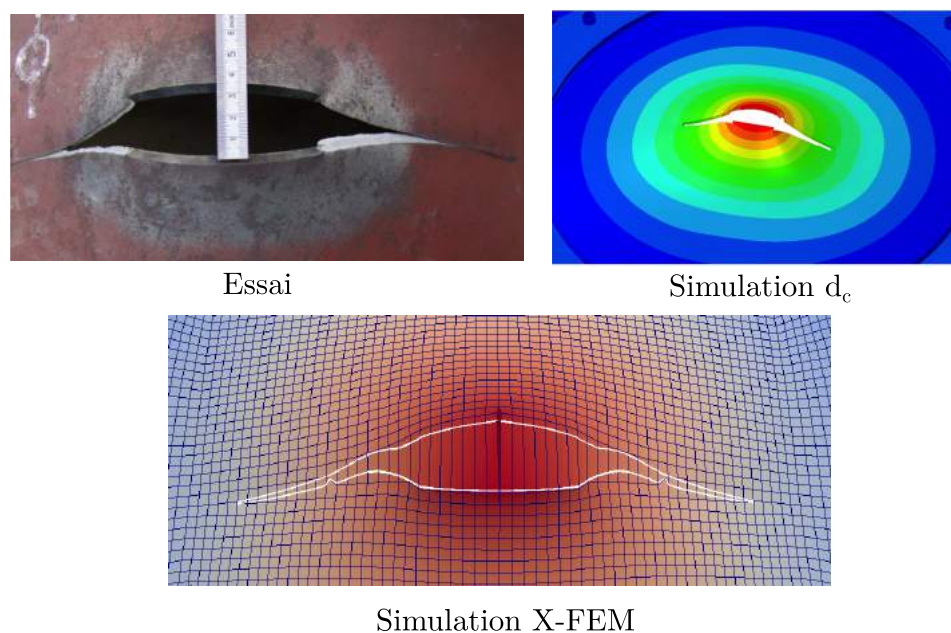


FIGURE 4.40: Comparaison essai/simulation - x kg à D mm préfissure 80mm.

Pré fissure 160mm Pour une pré fissure deux fois plus longue, la réponse de la plaque est complètement différente. Les deux pointes de fissure bifurquent très vite pour former quatre fronts de fissure se propageant à environ 70 degrés de la direction initiale (FIG.4.41). La simulation avec un critère en endommagement parvient tout à fait à représenter ce phénomène avec de bonnes directions de propagation. En revanche, la simulation coque X-FEM ne permet pas de représenter cela. Le critère utilisé ne peut en effet pas faire prédire l'apparition d'un ou plusieurs nouveaux fronts de fissures ainsi que les différents angles de propagation correspondant.

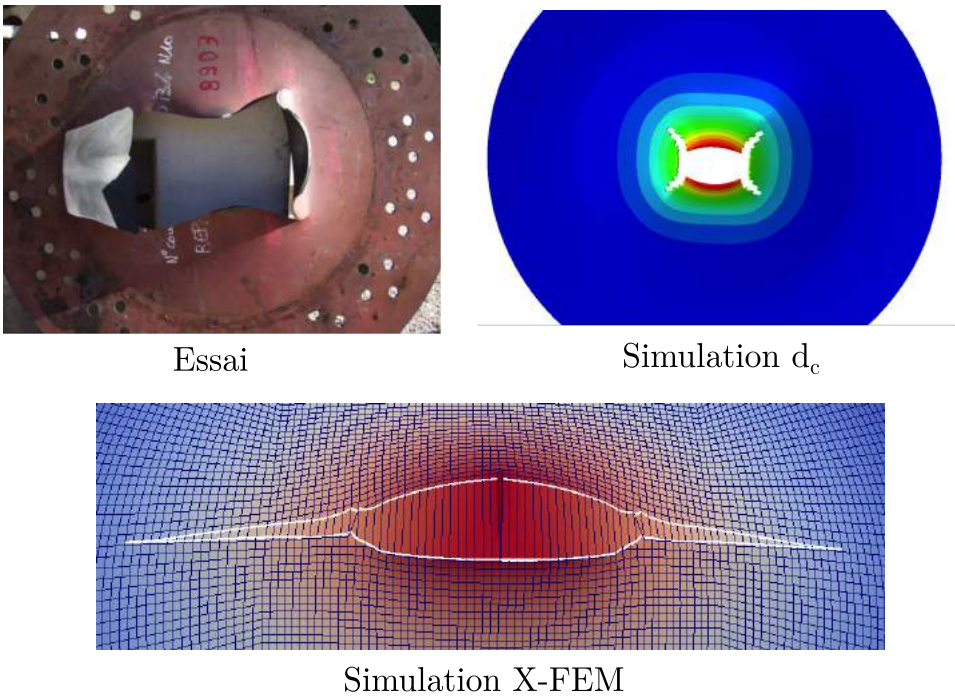


FIGURE 4.41: Comparaison essai/simulation - x kg à D mm pré fissure 160mm.

TABEAU 4.7: Propagation pour une pointe - x kg D mm pré fissure 160mm.

	Expérience	Simu d_c	Simu X-FEM
Propagation (mm)	180	50	50

4.3.2.6 Cas pré fissurés - Charge de x kg à 2D mm

La deuxième série d'essai concernant une charge de x kg placée à 100m pour des pré fissures de longueurs $L = 40, 80$ et $160mm$ est désormais simulée. Les simulations utilisent donc le chargement en pression présenté figure 4.35.

Préfissure 40mm Le résultat de cet essai montre qu'il y a eu initiation et une légère propagation avec une avancée similaire pour chaque pointe d'environ 20mm dans la direction de la préfissure. Numériquement, aucune des deux méthodes ne parvient à initier la propagation comme on peut le voir FIG.4.42. Cependant, lorsqu'on analyse les résultats de la simulation coque X-FEM on remarque que la contrainte équivalente $\tilde{\sigma}_{eq}$ a dépassé la contrainte critique σ_{Ic} mais que l'avancée produite par le critère n'est pas suffisante pour rompre un élément (voir paragraphe 2.3.5).

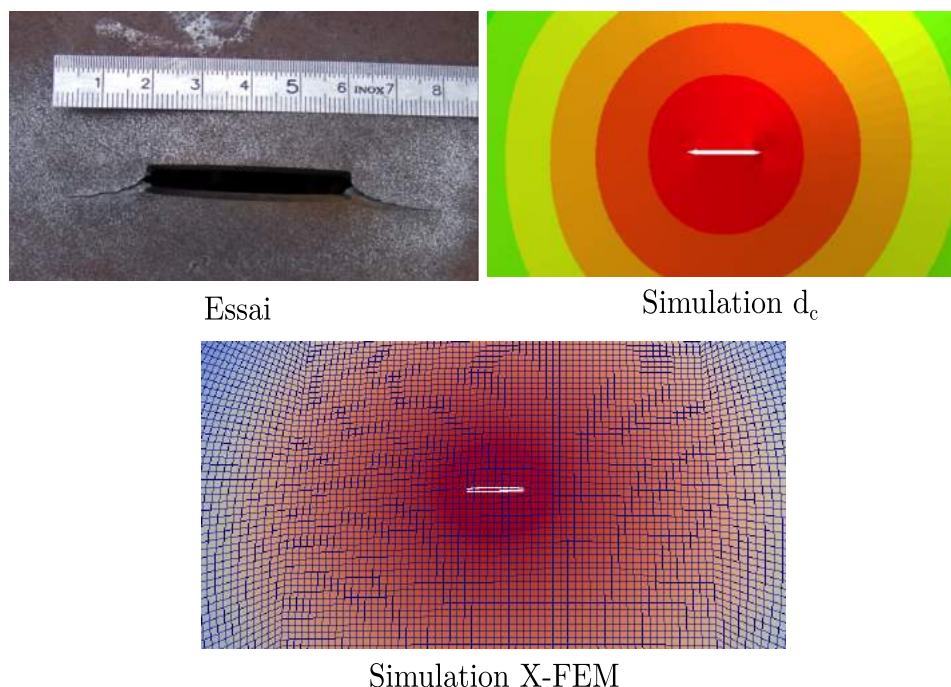


FIGURE 4.42: Comparaison essai/simulation - x kg à 2D mm préfissure 40mm.

TABLEAU 4.8: Propagation pour une pointe - x kg 2D mm préfissure 40mm.

	Essai	Simu d_c	Simu X-FEM
Propagation (mm)	40	0	0

Préfissure 80mm Pour la préfissure de longueur $L = 80\text{mm}$, l'avancée est plus prononcée (environ 60mm pour chaque pointe) et la propagation se fait du même côté pour les deux pointes avec un angle d'une trentaine de degrés par rapport à la direction initiale. Alors que la simulation basée sur un critère d'endommagement ne permet à nouveau pas d'initier la propagation, le critère développé dans cette thèse conclut à une avancée droite de 15mm par pointe.

4. Simulations de la propagation de fissure en coque X-FEM

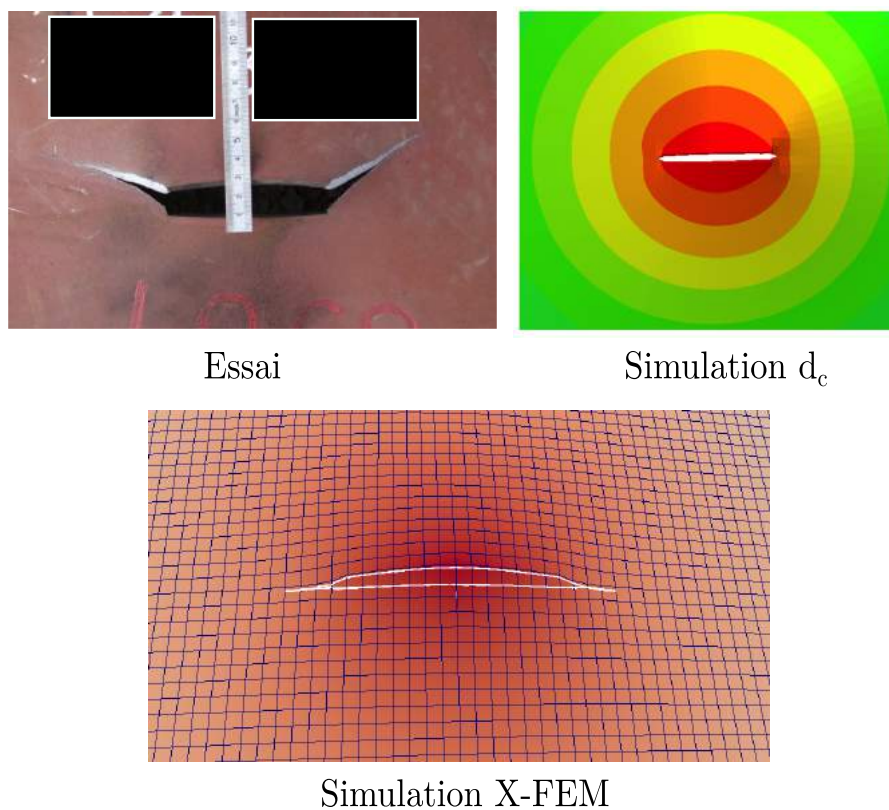


FIGURE 4.43: Comparaison essai/simulation - x kg à 2D mm préfissure 80mm.

TABLEAU 4.9: Propagation pour une pointe - x kg 2D mm préfissure 80mm.

	Essai	Simu d_c	Simu X-FEM
Propagation (mm)	60	0	15

Préfiissure 160mm Enfin, pour $L = 160\text{mm}$, l'avancée expérimentale observée est de 30mm par pointe avec un angle de quelques degrés. La simulation avec le critère d'endommagement ne permet toujours pas de faire partir la fissure. Le cas coque X-FEM permet non seulement la propagation mais prédit également la bonne avancée de fissure.

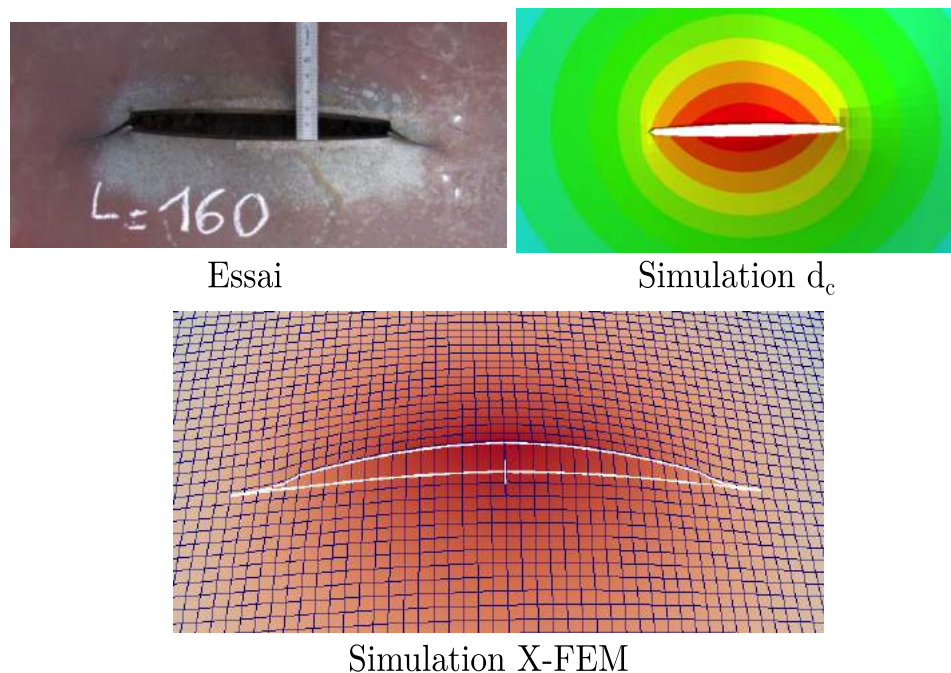


FIGURE 4.44: Comparaison essai/simulation - x kg à 2D mm préfiissure 160mm.

TABLEAU 4.10: Propagation pour une pointe - x kg 2D mm préfiissure 160mm.

	Essai	Simu d_c	Simu X-FEM
Propagation (mm)	30	0	30

4.3.2.7 Conclusion des simulations NYMPHEA

Le premier constat que l'on peut tirer de ces simulations est que la méthode développée dans cette thèse donne des résultats encourageants. Les avancées de fissures obtenues sont comparables aux résultats expérimentaux. Toutefois, le critère utilisé ne permet pas de détecter la bifurcation obtenue sur un des essai.

Concernant le trajet de fissure, on observe que la simulation a du mal à reproduire le branchement obtenu expérimentalement : la fissure a tendance à se propager suivant la

direction initiale de la préfissure. Les simulations avec endommagement affichant cette même tendance, une explication possible pourrait venir du caractère non parfaitement symétrique du chargement expérimental. Plutôt que d'introduire la dissymétrie en décentrant la charge (ce qui obligerait à relancer un calcul avec interaction fluide/structure pour obtenir le chargement correspondant) de nouvelles simulations ont été réalisées en décalant légèrement la préfissure de l'axe central. La figure 4.45 montre notamment que plus la préfissure est décalée, plus le branchement est marqué.

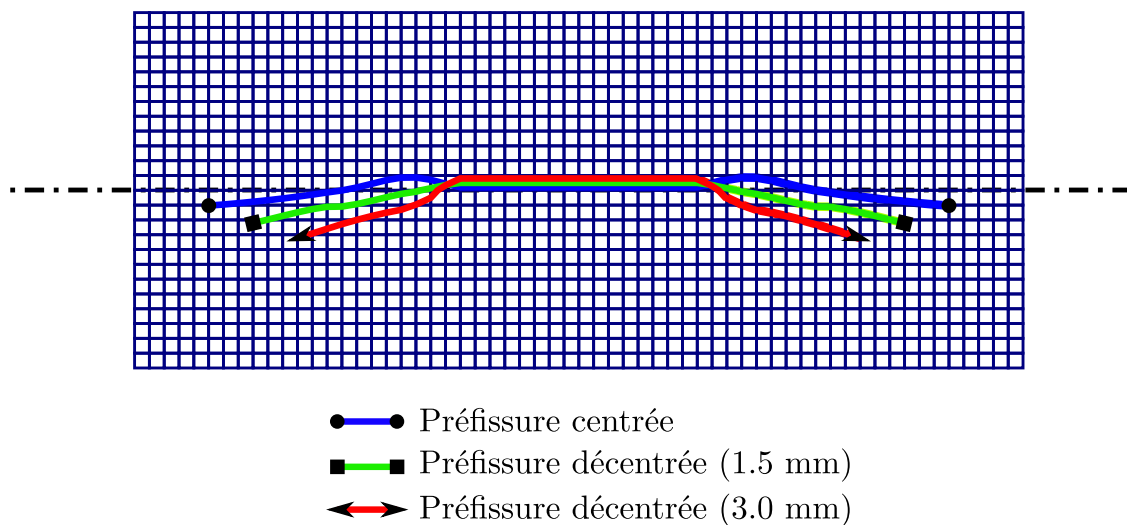


FIGURE 4.45: Influence du décentrage de la préfissure - x kg à D mm préfissure 80mm - Maillage non déformé.

Un autre aspect qui n'a pas encore été abordé est la dépendance à la taille de maille. L'inconvénient principal de la méthode avec endommagement est son caractère dépendant à la taille de maille. Par exemple pour la simulation de la charge de x kg placée à 2D mm d'une éprouvette préfissurée sur L=40mm, la fissure ne s'initie pas pour une taille de maille de 5mm (FIG.4.42) alors qu'elle se propage sans arrêt pour un maillage de 1mm (FIG.4.46).

L'essai x kg à D mm avec un préfissure de 40mm a été à nouveau simulé avec la méthode coque/X-FEM, mais cette fois-ci avec une taille de maille de 2mm. Dans le critère, seule la longueur L_{car} est changée à 2mm pour être cohérente avec le nouveau maillage. La taille du domaine D situé devant chaque pointe de fissure est inchangée.

Sur la figure 4.47, on observe que le trajet est peu modifié. L'avancée obtenue sur ce nouveau calcul est de 62mm par pointe de fissure alors qu'elle est de 70mm pour le maillage utilisant des éléments de 5mm de côté.

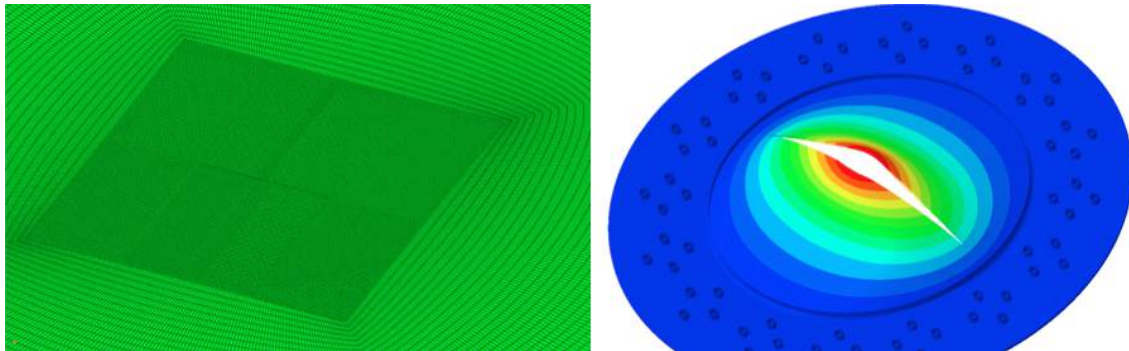


FIGURE 4.46: Influence de la taille de maille - x kg à 2D mm préfissure 40mm.

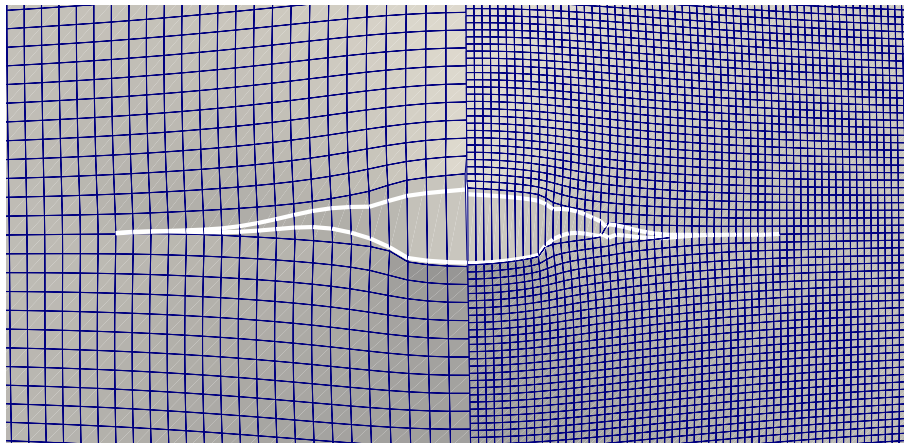


FIGURE 4.47: Simulation avec taille de maille 5mm (à gauche) et 2mm (à droite) - x kg à D mm préfissure 40mm.

4.4 Conclusion

Les premières simulations de cas bidimensionnels issus de la littérature valident les modifications apportées au critère pour son couplage avec une formulation coque. On obtient en effet des résultats similaires aux essais expérimentaux avec les éléments de coques X-FEM.

La simulation d'une structure préfissurée sollicitée avec un chargement hors plan permet de montrer que le critère est capable de prédire des trajets de fissure faisant intervenir du mode III. On rappelle que la prise en compte du mode III pour la détermination de la direction de propagation dans ce critère n'avait pas été réalisée jusqu'à présent.

Ensuite, deux essais réalisés sur tour de crash à l'ONERA faisant intervenir de la propagation de fissure dans une coque tridimensionnelle ont été simulés. Il a été mis en évidence que d'appliquer directement sur la coque la pression relevée expérimentalement dans la chambre du piston conduit à surestimer le chargement. La fissure s'initie trop tôt et l'éprouvette se déforme davantage qu'elle ne devrait ce qui vient modifier le champ de contrainte en pointe de fissure. Pour autant les résultats affichés en terme de trajet de fissure semble prometteurs notamment pour les simulations avec mass scaling. La simulation d'un essai non fissurant a été réalisée en modélisant l'ensemble du problème avec l'interaction fluide structure et est présenté en Annexe. Il serait intéressant de faire ces simulations pour les cas faisant intervenir la propagation de la fissure.

Enfin, la simulation de la campagne d'essai d'explosion au contact sur éprouvettes préfissurées a été réalisée. Les résultats affichés montrent une assez bonne corrélation au niveau des longueurs d'avancée de fissure mais des directions de propagation parfois éloignées. L'hypothèse d'une dissymétrie du chargement expérimental faisant partir la fissure dans une direction préférentielle est une piste à approfondir, notamment en réalisant de nouvelles simulations avec un chargement en pression décentré.

Conclusion Générale et Perspectives

Que ce soit dans le cas d'une menace asymétrique (type attaque kamikaze) ou lors d'un conflit direct, les structures militaires navales ou terrestres peuvent être soumises à des chargements violents qui peuvent conduire à la perte d'intégrité de l'ensemble ou d'une partie de celles-ci. La présence de défauts structuraux initiaux de taille réduite peut provoquer la propagation de fissures en dynamique rapide du fait de chargements intenses et rapides, notamment sous forme d'onde de pression lors d'explosions à proximité du bâtiment.

Pour DCNS l'objectif est donc de pouvoir simuler et prédire la propagation de fissures lorsqu'un de ses navires est pris pour cible. Les avancées récentes en simulation numérique, notamment par les méthodes éléments finis, permettent aujourd'hui d'envisager la simulation robuste de ces situations indépendamment du maillage utilisé pour représenter la structure. Cependant comme l'expérience le montre, les propagations engendrées par des explosions peuvent parfois s'étendre sur l'ensemble du navire et il est alors nécessaire d'envisager l'étude d'un modèle entier de navire. La propagation sur de grandes longueurs avec des modèles volumiques demande une puissance de calcul importante, souvent inaccessible dans le cadre industriel.

Dans un premier temps, compte tenu du caractère élané des structures produites par DCNS et pour répondre aux besoins énoncés précédemment, on entreprend dans ce mémoire le *couplage d'éléments finis coques avec la méthode des éléments finis étendue*. Cela permet à la fois de diminuer la taille des modèles, de gagner en temps de calcul, ainsi que de s'affranchir de la dépendance au maillage. Ce choix de discrétisation s'appuyant uniquement sur une surface moyenne implique la formulation d'une hypothèse forte : l'évolution de la fissure dans l'épaisseur de la structure ne peut pas être prise en compte simplement. La fissure est donc supposée initialement débouchante dans l'épaisseur.

Un élément fini de coque épaisse simple et efficace basé sur la formulation de Mindlin-Reissner est tout d'abord choisi. Il s'agit du quadrangle Q4GS qui permet faire intervenir le cisaillement transverse dans l'épaisseur de la coque. La structure de cet élément a été modifiée avec notamment l'ajout de degrés de liberté enrichis en déplacement et en rotation et les masses associées aux degrés de liberté enrichis sont prises égales à celles des degrés de liberté standards. Les fonctions d'enrichissement singulières parfois utilisées en pointe de fissures n'ont pas été retenues afin de simplifier l'implémentation.

Une méthode d'intégration non conforme des éléments proches du front de fissure a été utilisée. Elle permet d'intégrer de manière précise les fonctions d'enrichissements et évite la projection de champs au voisinage de la pointe de fissure lors de la propagation.

Pour ce qui est de la représentation de la fissure, nous avons fait le choix de discrétiser la fissure avec un maillage unidimensionnel évoluant sur la surface moyenne de la coque. Cela permet de se passer de l'utilisation des level-sets et de simplifier l'étape de propagation. Une stratégie a dû être mise en place afin de mettre à jour la géométrie de la fissure dans le maillage de la coque qui peut être gauche.

Un cas test à fissure fixe faisant apparaître un saut de déplacement et un saut de rotation valide le couplage de l'élément de coque avec la méthode X-FEM.

Dans un second temps, l'enjeu est d'*adapter les critères de propagation* qui existent déjà pour des modèles plans ou volumiques 3D pour les matériaux dits *ductiles* afin de les utiliser dans le cadre d'une *modélisation coque*.

Le critère retenu est basé sur l'analyse des champs de contrainte et déformation sur un demi-disque situé devant la pointe de fissure. Ce critère est simple mais permet à la fois de simuler les modes de rupture en traction ou en cisaillement ainsi qu'une transition automatique entre les deux modes de propagation. Une contrainte équivalente est extraite de ces champs et sert à déclencher ou non la propagation dans la direction qui maximise soit la contrainte de traction, soit celle de cisaillement. La vitesse de propagation est calculée à partir de la relation de Kanninen et Popelar.

Le demi-disque situé devant la pointe de fissure a été adapté afin de prendre en compte l'état des champs mécaniques dans l'épaisseur de la coque. Le fait de ne pas prendre en compte les enrichissements singuliers impose que la propagation soit cohérente avec la taille de maille. Plusieurs pas de temps s'écoulent avant qu'une avancée suffisante soit produite et donc des moyennes temporelles sont effectuées sur les champs mécaniques équivalents. Le mode III de sollicitation a été pris en compte dans le calcul de la direction de propagation en se basant sur les développements proposés par Schöllmann puis repris par Haboussa. Les développements numériques ont été réalisés pour permettre de considérer n fissures ayant chacune deux pointes de fissures pouvant se propager dans une structure.

Des simulations d'exemples bidimensionnels types issus de la littérature ont par la suite été menés (l'expérience de Kalthoff et Winkler puis celle de Zhou Rosakis et Ravichandran). Les résultats numériques obtenus sont en accord avec les résultats expérimentaux ce qui permet de valider le critère dans le cas de coques X-FEM bidimensionnelles. Ensuite la simulation d'une structure préfissurée sollicitée avec un chargement hors plan permet de montrer que le critère est capable de prédire des trajets de fissures faisant intervenir du mode III.

Parallèlement, des essais ont été réalisés en vue d'obtenir des trajets expérimentaux de fissures sollicitées en modes mixtes dans des structures tridimensionnelles élancées.

Une première campagne d'essai effectuée sur tour de crash à l'ONERA de Lille a

permis de fournir des résultats à une échelle restreinte pour laquelle des propagations de fissures plus ou moins complexes apparaissent. Les résultats obtenus sur les simulations de ces essais sont encourageants. Les trajets de fissures expérimentaux sont retrouvés numériquement mais l'utilisation du chargement simplifié en pression ne permet pas de retrouver la cinétique de propagation obtenue dans les essais.

Des essais de propagation de fissures sous chargement explosif ont également été réalisés conjointement par DGA et DCNS dans le cadre du PEA Infisco. Cette campagne expérimentale sur éprouvettes entaillées constitue un problème à l'échelle supérieure avec un chargement impulsionnel qui se rapproche davantage d'un cas réel. Ces essais sont en cours d'analyse.

De nombreuses perspectives à ce travail peuvent être envisagées.

Tout d'abord, il convient de remarquer que l'ensemble des développements ont été réalisés pour un élément de coque à quatre nœuds or il n'est pas toujours possible de se passer d'éléments triangulaires. Afin de pouvoir traiter des cas de propagation de fissures dans n'importe quelle géométrie il est donc nécessaire d'enrichir un élément de coque triangulaire tel que le DKT18 présenté dans [BAT 92].

Il paraît également intéressant d'activer l'interaction fluide structure pour l'élément de coque X-FEM. Cela permettrait entre autres de mieux représenter le chargement pour la simulation des essais sur tour de crash. Pour ce faire, on peut par exemple utiliser la méthodes des "Pinballs" (voir [MAU 08a]) qui est déjà implémentée dans Europlexus pour l'élément de coque Q4GS. Pour que le fluide modélisé à l'aide de particules SPH puisse s'écouler à travers un élément coupé par la fissure, on peut imaginer placer une pinball au niveau de chaque point d'intégration de l'élément X-FEM.

Concernant le critère de propagation, il semblerait judicieux d'implémenter le critère proposé par Crété *et al.* [CRE 13] (présenté paragraphe 2.3.1). Ce critère destiné aux matériaux ductiles est plus riche que celui utilisé dans nos travaux. Il est présenté dans l'hypothèse des déformations planes et pour l'adapter à l'élément coque son passage en contraintes planes doit être réalisé.

Une autre perspective envisageable est de prendre en compte le phénomène de striction en pointe de fissure qui est clairement visible sur les essais Nymphaea. Le fait de prendre en compte la diminution locale de section peut jouer notamment sur l'énergie à apporter pour déclencher l'ouverture de la fissure et donc également sur la contrainte critique utilisée dans le critère. Il serait alors nécessaire d'enrichir un élément fini de coque qui permet de gérer le pincement dans l'épaisseur. Bassa *et al.* [BAS 11] ont par exemple transformé l'élément de type coque Q4γ24 en un élément "coque-solide" rebaptisé Q5γ26. Un nœud supplémentaire est placé au centre de la surface moyenne de l'élément. Ce nœud est muni de deux degrés de liberté en translation normale à la surface et donc dans la direction de l'épaisseur. Les auteurs introduisent une déformation normale ε_{zz} et utilisent

désormais la relation de comportement 3D. On pourrait également envisager d'enrichir un élément de type solide-coque comme le SHB8 qui fait directement apparaître les peaux inférieure et supérieure. Cependant en fonction du maillage la discrétisation de l'épaisseur de la coque aura un impact sur le pas de temps critique du schéma explicite.

Une autre amélioration serait de prendre en compte l'angle de déversement dans l'épaisseur de la coque. Celui-ci est calculé dans les équations donnant la direction de propagation. Cet angle ne peut pas être directement représenté car la fissure est unidimensionnelle, mais on pourrait imaginer le prendre en compte en faisant dépendre la contrainte critique de cet angle (la surface de rupture engendrée est plus ou moins importante en fonction de cet angle). Des essais d'explosion ont été réalisés sur des éprouvettes cylindriques d'épaisseur conséquente et on observe très clairement la striction en pointe ainsi que cet angle de déversement proche de 45° .

Comme on a pu le constater sur la campagne d'essai Nymphaea, il arrive parfois qu'un ou plusieurs nouveaux fronts de fissures apparaissent (FIG.3.53) or le modèle développé dans ce mémoire ne le permet pas. Les modèles de rupture basés sur un modèle de plasticité diffuse (avec endommagement) font naturellement apparaître ce phénomène mais le passage de la mésofissure (discontinuité faible) à la macrofissure (discontinuité forte) n'est pas toujours trivial comme nous l'avons vu dans le premier chapitre. Une solution envisageable serait d'utiliser un patch d'éléments SPH coque centré sur la pointe de fissure et qui suivrait son avancée. Dans le sillage de ce patch la discontinuité forte serait représentée à l'aide des éléments coques X-FEM. Le passage de la coque SPH à la coque X-FEM (et inversement) se ferait alors à l'aide d'une zone de recouvrement utilisant la méthode Arlequin. Ce type de couplage a déjà été réalisé pour des patches fixes par Aubertin *et al.* [AUB 10] avec un modèle de dynamique moléculaire et la méthode X-FEM ou encore par Caleyron [CAL 11] pour des éléments coques SPH et des éléments coques classiques.

D'autres essais Nymphaea non présentés dans ce mémoire ont été réalisés sans défaut initial et conduisent dans certains cas à du "petalling" (voir FIG.3.46a). On pourrait alors imaginer faire apparaître les macrofissures en plaçant au centre de l'éprouvette un patch SPH coque et ensuite faire propager ces fissures dans des coques X-FEM à nouveau en utilisant la méthode Arlequin dans la zone de recouvrement pour passer d'un modèle à un autre.

Pour terminer, on peut revenir sur l'idée de simuler la propagation de fissures sur une structure complète de navire. Le fait d'utiliser des éléments de coque permet certes de diminuer la taille du modèle mais on observe que des maillages relativement fins sont nécessaires pour capter efficacement la physique du problème de rupture. Une perspective serait d'adopter une approche multi-échelle qui permettrait de ne raffiner que dans les zones nécessaires. Dans le cas d'un défaut préexistant, on pourrait imaginer une échelle fine pour l'initiation et le début de propagation puis passer à une échelle supérieure pour la suite.

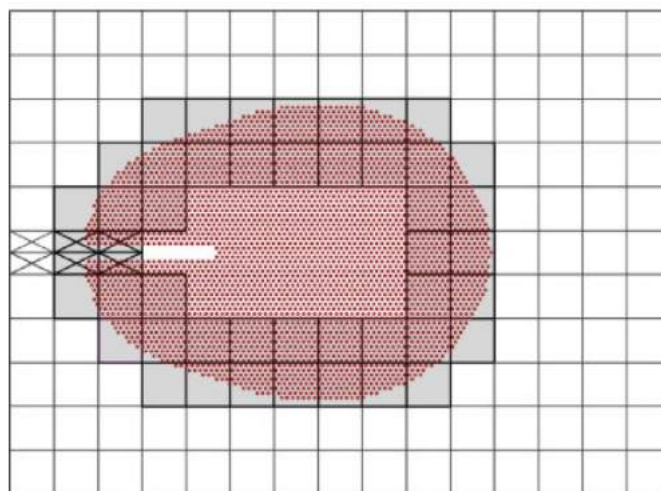


FIGURE 4.48: Schéma du couplage de deux méthodes : le domaine en forme de poire utilise un modèle de dynamique moléculaire et la zone grisée représente la zone du couplage pour faire le lien avec les éléments finis - Tiré de [AUB 10].

Annexe mesures expérimentales

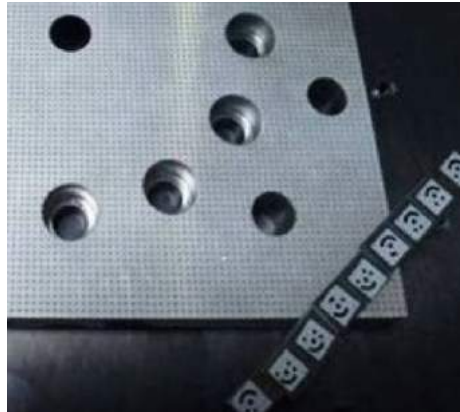
Mesures de déformation résiduelles

Cette technique nécessite la dépose préliminaire d'un réseau ou d'une grille contrastée intimement lié à la plaque d'où une préparation soignée de l'état de surface (polissage). Le procédé d'électro marquage utilisé se sert de la réaction chimique entre le métal et un électrolyte due au passage d'un courant électrique basse tension au travers d'un masque (stencil). Pour les éprouvettes utilisées sur tour de crash, une grille constituée de points de 1mm de diamètre espacés de 2mm (limite base de faisabilité des stencils) a été retenue après différents essais. Cette limitation entraîne une faible discrétisation des points de mesure et a de fortes répercussions sur la qualité finale des résultats. Les prises de vue successives du marquage englobant des points de référence aléatoirement disposés et des mires étalon, enrichissent une base de données gérée par le logiciel ARGUS. Cette technique est une mesure de champs et prend en considération dans ses algorithmes de calcul les mailles au voisinage du point de mesure.

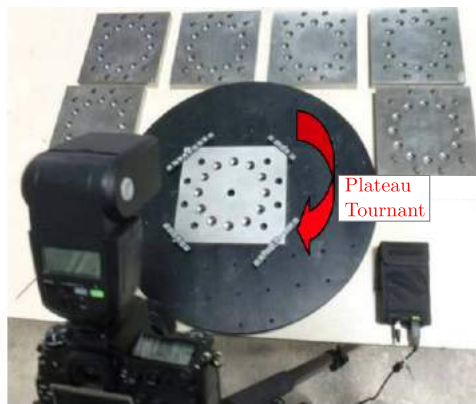
L'objectifs des mesures avec ARGUS sont d'une part d'obtenir une cartographie des déformations principales des membranes et d'autre part, en faisant l'hypothèse de conservation de volume, d'en déduire la distribution de l'amincissement dû au chargement. Le principe repose sur la connaissance de la position spatiale de tous les points constituant la grille avant, et après chargement. Cet outil produit directement les cartographies des déformations principales (majeures et mineures) ainsi que celles de l'amincissement. Les valeurs sur deux sections diamétrales sont extraites pour en simplifier la représentation et l'usage.



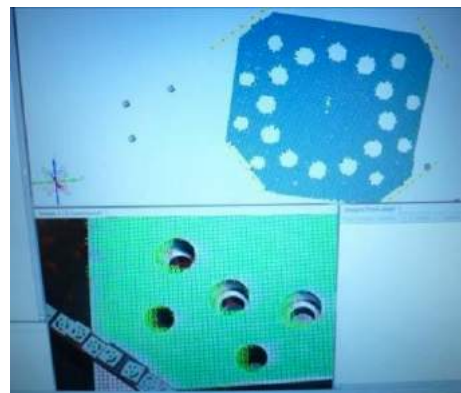
(a) Electro-marquage face extérieure (stencil avec matrice de points de 1mm).



(b) Positionnement dans le champ des mires de calibration (raccordées).



(c) Prise de vues HD sous différents angles pour générer la base de données des points.



(d) Repérage 3D de tous les points électro-marqués grâce au logiciel Argus.

FIGURE 49: Processus de mesure de déformation avant essai.



FIGURE 50: Prise de clichés sur l'éprouvette après essai.

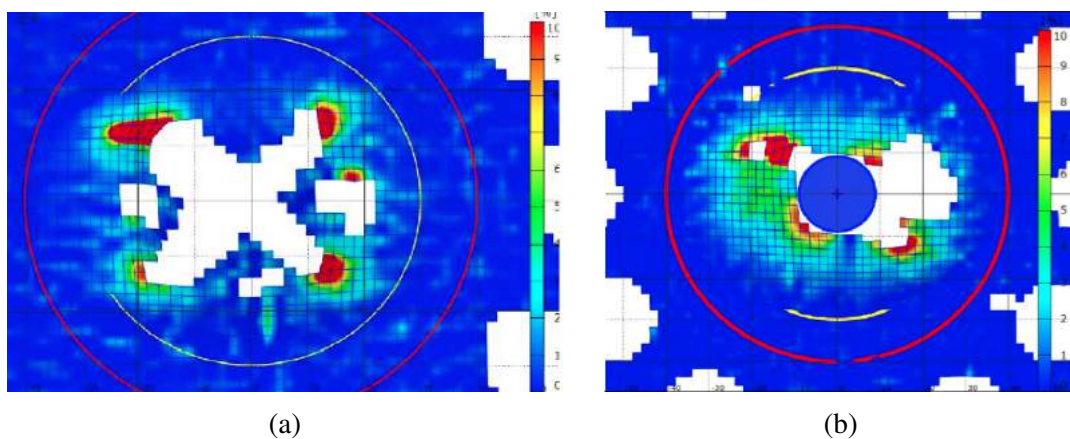


FIGURE 51: Déformations résiduelles pour les essais EX45A6 (a) et EL30A6 (b).

Mesures de digitalisation ATOS

Un scanner optique ATOS Core a été utilisé. Ce système dispose de deux caméras HR à visée stéréoscopique couplées à un projecteur de franges pour fournir des coordonnées 3D fiables des pièces mesurées. Après calibration avec des étalons raccordés, le système est paramétré pour relever par triangulation des franges projetées sur la surface de l'objet. Ces motifs sont enregistrés par les deux caméras. Ils donnent un déphasage calculé grâce à la distribution d'intensité sinusoïdale du réseau. ATOS utilise de multiples déphasages par interférométrie hétérodyne de manière à obtenir une précision de l'ordre du sous-pixel. Grâce aux équations de conversion optique, les coordonnées 3D indépendantes sont calculées automatiquement pour chaque pixel de la caméra. Des prises de vue successives avec des cadrages différents permettent par sommation et recouvrement des informations, de restituer l'ensemble de la géométrie avec une précision théorique, dans les trois directions de l'espace.

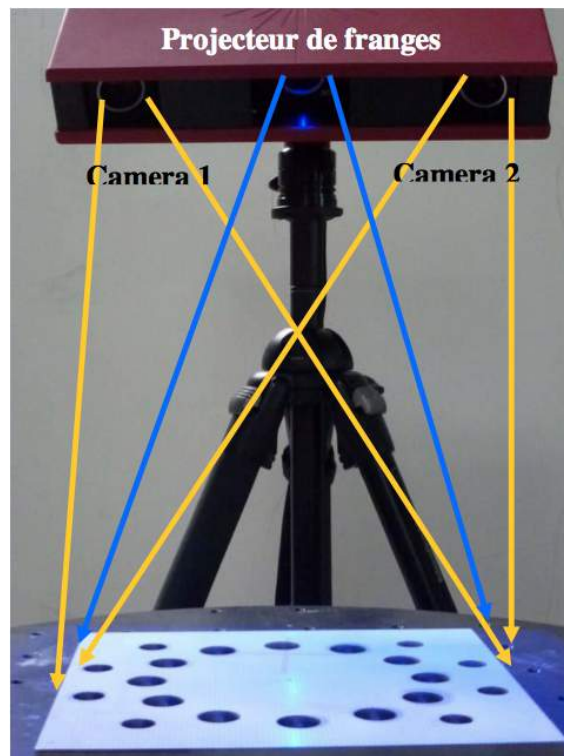
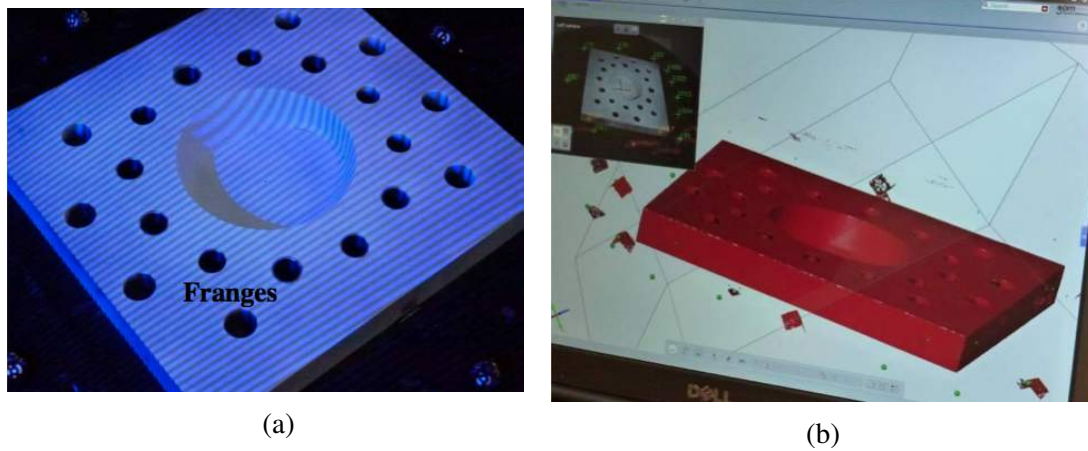


FIGURE 52: Scanner ATOS Core : Projection des franges avec visée stéréoscopique.

L'objectif de ces mesures est de relever finement la géométrie intrados et extrados des membranes avant et après essai de pressurisation. L'exploitation de ces mesures de géométrie ne permet pas de remonter à l'amincissement. En effet, les quelques pourcents d'amincissement attendus rapportés à la très faible épaisseur des membranes sont

FIGURE 53: Reconstitution de la géométrie tridimensionnelle (résolution $10\mu\text{m}$).

de l'ordre de grandeur du bruit de mesure. Les membranes affaiblies par les entailles sont moins déformées (excepté localement en fond de fissure) et par conséquent moins amincies comparativement aux essais sur les plaques.

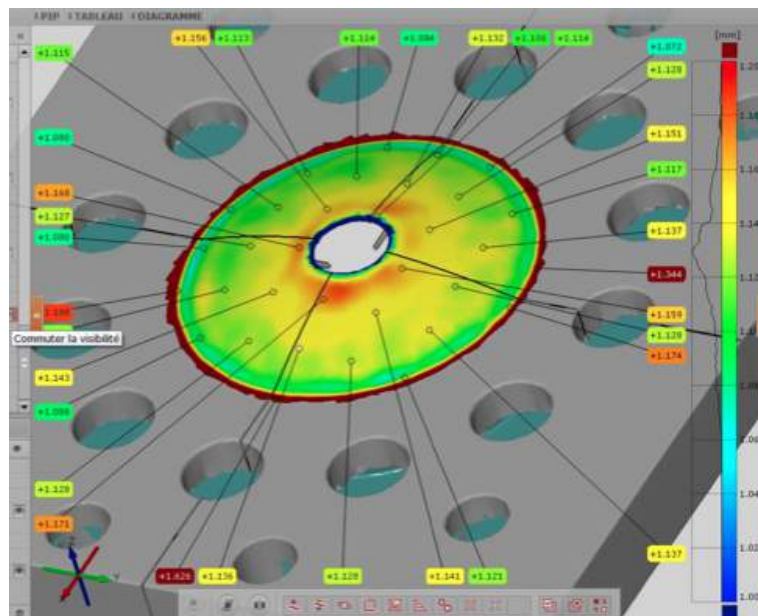


FIGURE 54: Epaisseur de l'éprouvette à partir du fichiers STL de digitalisation.

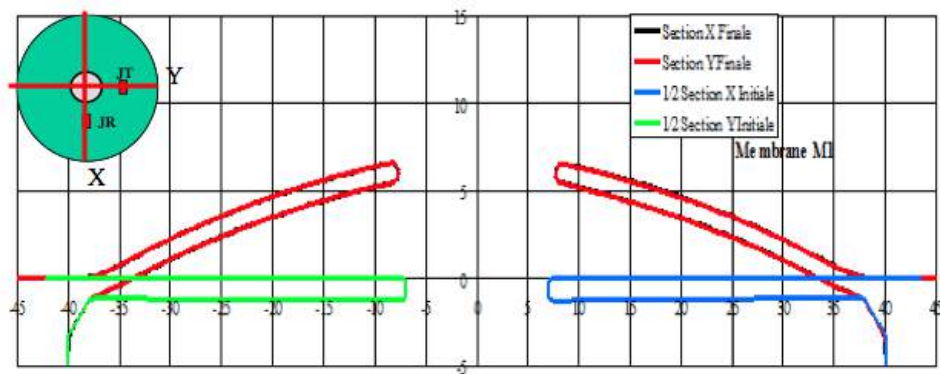


FIGURE 55: Déformée de l'éprouvette C14A5.

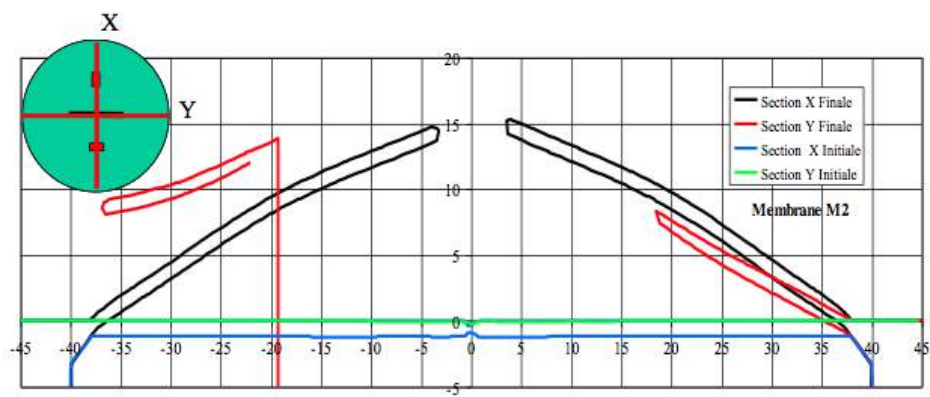


FIGURE 56: Déformée de l'éprouvette CLA5.

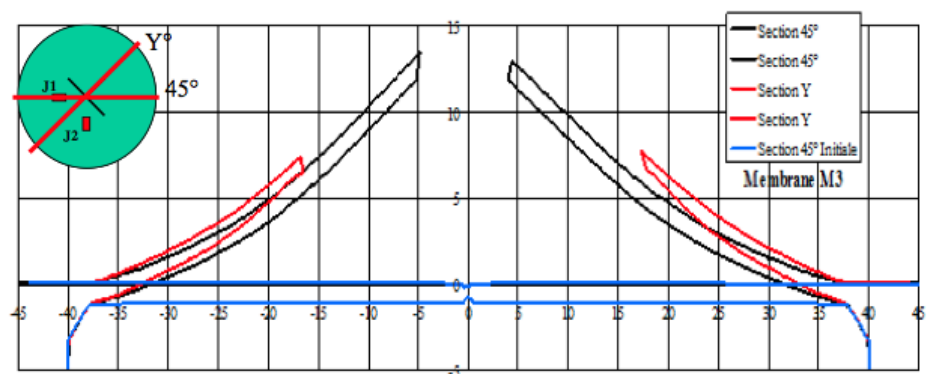


FIGURE 57: Déformée de l'éprouvette CXA5.

Annexe simulation hydrodynamique

Dans la section portant sur la modélisation des essais hydrodynamiques (voir CHAP.4), on fait le choix d'imposer directement la pression mesurée par le capteur sur la membrane de faible épaisseur, et ce de manière uniforme. On constate alors que cette modélisation simplifiée conduit à surestimer le chargement conduisant à une déformée trop importante.

Afin de mieux prendre en compte les conditions réelles de chargement, il est nécessaire de modéliser le problème complet en faisant notamment intervenir le fluide. La condition initiale à appliquer n'est plus la pression sur la membrane de l'éprouvette mais la vitesse du chariot au moment de l'impact avec le piston. Pour chaque essai cette vitesse est parfaitement connue par l'intermédiaire d'un capteur laser.

On propose d'utiliser la même approche que celle utilisée dans [CAL 11] pour simuler l'essai C14A5 non fissurant. Pour rappel, il s'agit d'une éprouvette à membrane circulaire qui possède un trou de diamètre $d = 14\text{mm}$ en son centre.

Le chariot est représenté par un point matériel concentrant toute sa masse $M = 245\text{kg}$ (voir FIG.58). Le cylindre est modélisé par l'intermédiaire d'éléments finis de coque épaisse Q4GS et le piston par l'intermédiaire d'un point matériel relié à des éléments finis de poutre. Le fluide est quant à lui représenté avec la méthode SPH présentée dans l'étude bibliographique de cette thèse. Le choix de la modélisation de l'éprouvette s'effectue en fonction de l'essai simulé. Pour l'essai non fissurant présenté dans cette annexe, un maillage d'éléments finis de coque Q4GS est suffisant¹. Concernant les conditions aux limites, la partie basse du cylindre est ecastrée et sa partie haute est bloquée radialement. En plus de la membrane, la partie épaisse de l'éprouvette est également représentée de sorte à positionner l'encastrement de manière plus réaliste (voir FIG.59).

Le modèle fait intervenir de nombreux contacts traités soit par la méthode des Pinballs soit par la méthode des surfaces glissantes. La méthode des surfaces glissantes est privilégiée pour le contact eau-cylindre car elle est efficace pour les contacts avec glissement, contrairement à la méthode des Pinballs qui peut introduire un frottement artificiel important (voir [CAL 11]). Le contact entre l'éprouvette et le fluide est également géré par la méthode des surfaces glissantes si le fond est modélisé en éléments finis.

1. Pour des cas faisant intervenir de la propagation de fissure, on ne peut à l'heure actuelle pas directement utiliser les éléments de coque X-FEM développé dans cette thèse car un travail est nécessaire pour gérer l'interaction fluide structure. Quelques précisions sont apportées dans les perspectives de ces travaux.

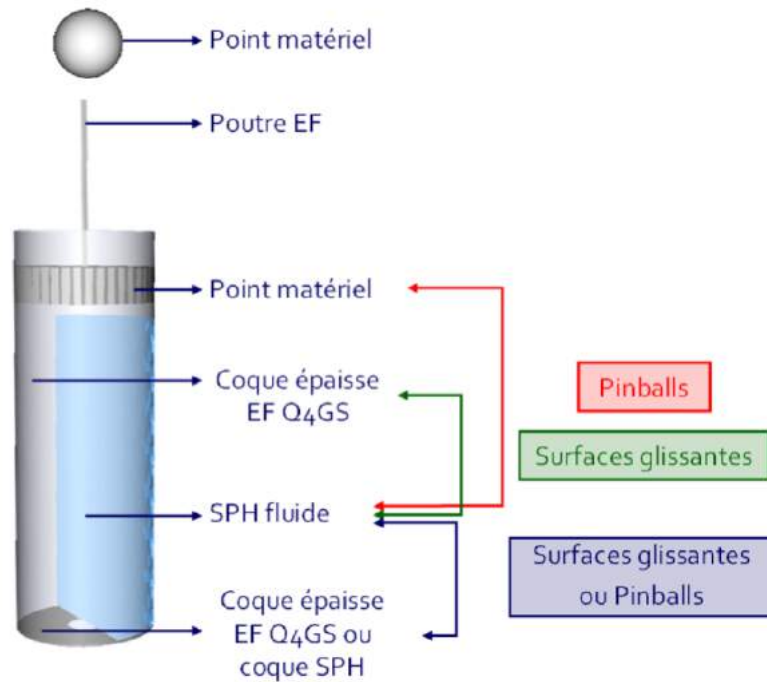


FIGURE 58: Modèle numérique du dispositif expérimental [CAL 11].

Enfin, le piston est modélisé par un Pinball de rayon très important de façon à obtenir un contact quasiment plan sur la colonne de fluide.

Les particules SPH fluide sont prises de rayon $R_{sph} = 1.025 \times 10^{-3}$ m. Cela est assez grossier vis à vis du diamètre du trou (7 particules SPH suivant le diamètre du trou central) mais prendre un rayon plus faible conduirait à considérablement augmenter le nombre de particules et donc le temps de calcul.

Le cylindre et le piston sont en acier (APX Z15 CN 17.03) qui est modélisés par une loi élastoplastique à écrouissage isotrope dont les paramètres sont donnés dans le tableau 11. L'eau est considérée faiblement compressible, parfaite et accoustique, les paramètres correspondants sont donnés dans le tableau 12. L'éprouvette est modélisée de la même manière que dans le chapitre 4.

TABLEAU 11: Paramètres acier APX.

Module d'Young	E	210 GPa
Coeff. de Poisson	ν	0.33
Masse volumique	ρ	7700 kg/m ³
Limite élastique	σ_y	900 MPa

TABLEAU 12: Paramètres de l'eau.

Masse volumique	ρ	7700 kg/m^3
Célérité des ondes	c_R	1450 m/s

Au total, le modèle comprend environ 1700 éléments finis de coque Q4GS et 112000 nœuds SPH fluide.

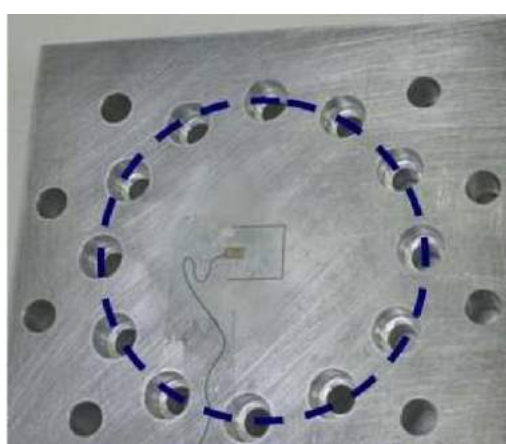


FIGURE 59: Positionnement de l'encastrement dans la simulation.

Le temps de calcul nécessaire pour simuler l'essai sur 4ms avec un CPU est de 53 heures. L'utilisation de la version parallèle d'Europlexus (disponible sur le cluster de calcul du LaMCoS) paraît indispensable pour traiter des cas avec propagation de fissure.

Les résultats affichés en terme de déflexion et de déformation plastique sont comparables à ceux obtenus dans le chapitre 4. On observe également que la pression au niveau du capteur dans la simulation² est semblable à celle mesurée lors de l'essai (voir FIG.62). Le modèle est perfectible sur différents points qui sont discutés dans [CAL 11] (compressibilité de l'eau, finesse du maillage).

Sur la figure 63 sont comparées la pression au niveau du capteur et la pression en deux points différents de la membrane (voir FIG.61). On constate que les signaux au niveau de la membrane sont plus fluctuants et également qu'ils varient en fonction de la position sur celle-ci.

Il serait intéressant de réaliser la même simulation avec une géométrie de défaut (en croix par exemple) conduisant la membrane à fléchir et cela toujours sans propagation

2. Pour obtenir la pression on récupère l'effort exercé par le fluide sur un nœud du cylindre qu'on divise par la surface de l'élément fini adjacent.

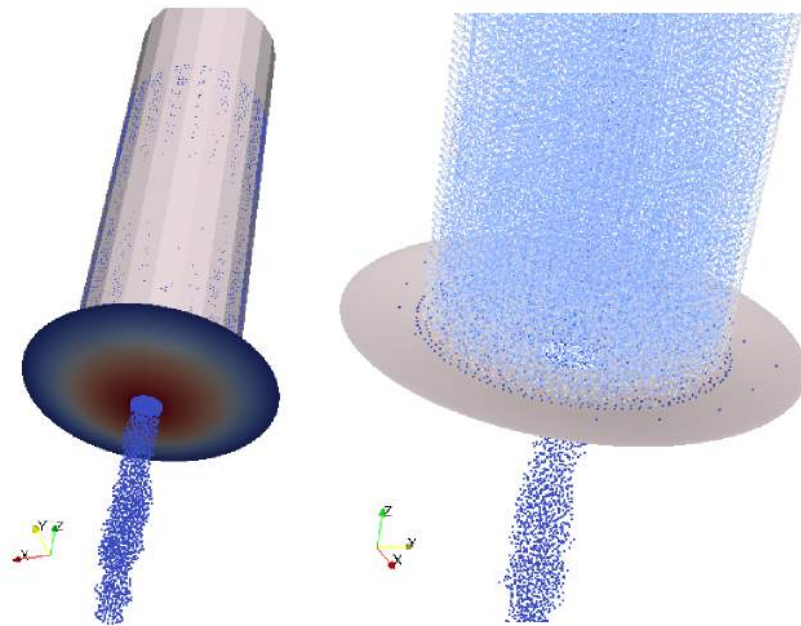


FIGURE 60: Simulation de l'essai C14A5 avec l'interaction fluide structure.
Visualisation à droite sans le cylindre.

de fissure. On pourrait alors d'autant plus montrer la nécessité de simuler le problème complet tant le champ de pression serait non uniforme.

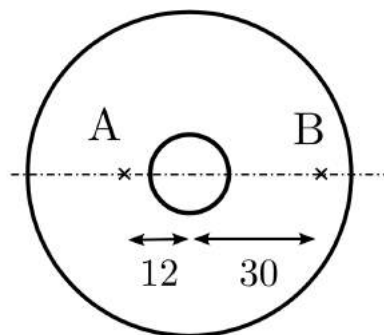


FIGURE 61: Positions des pressions relevées sur la membrane lors de la simulation.

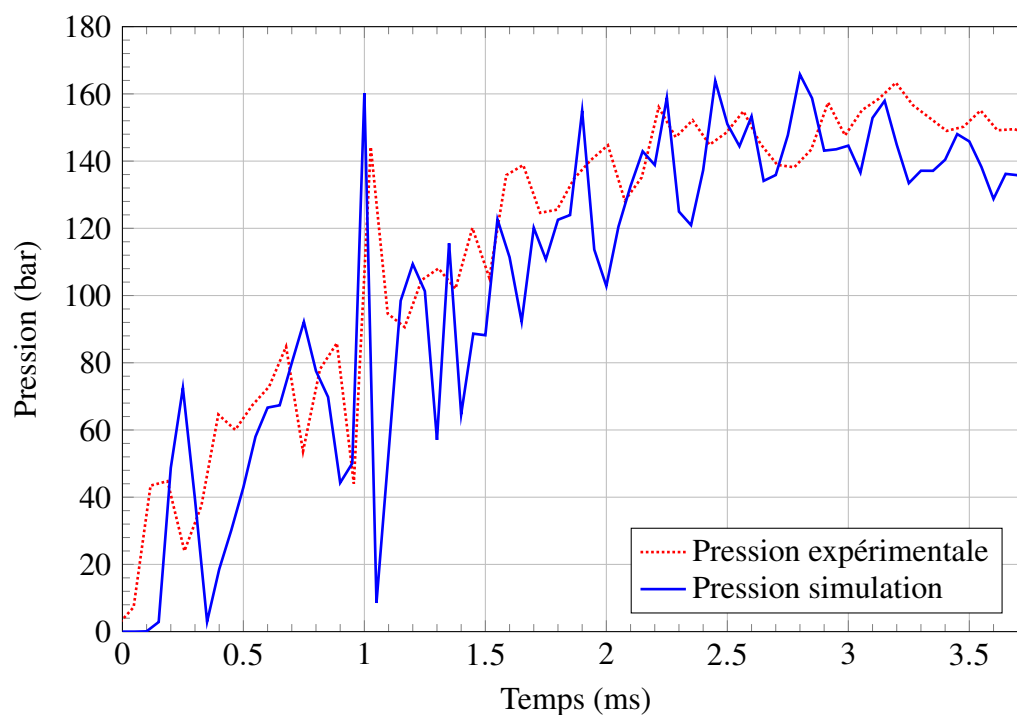


FIGURE 62: Comparaison simulation/essai de la pression au niveau du capteur.

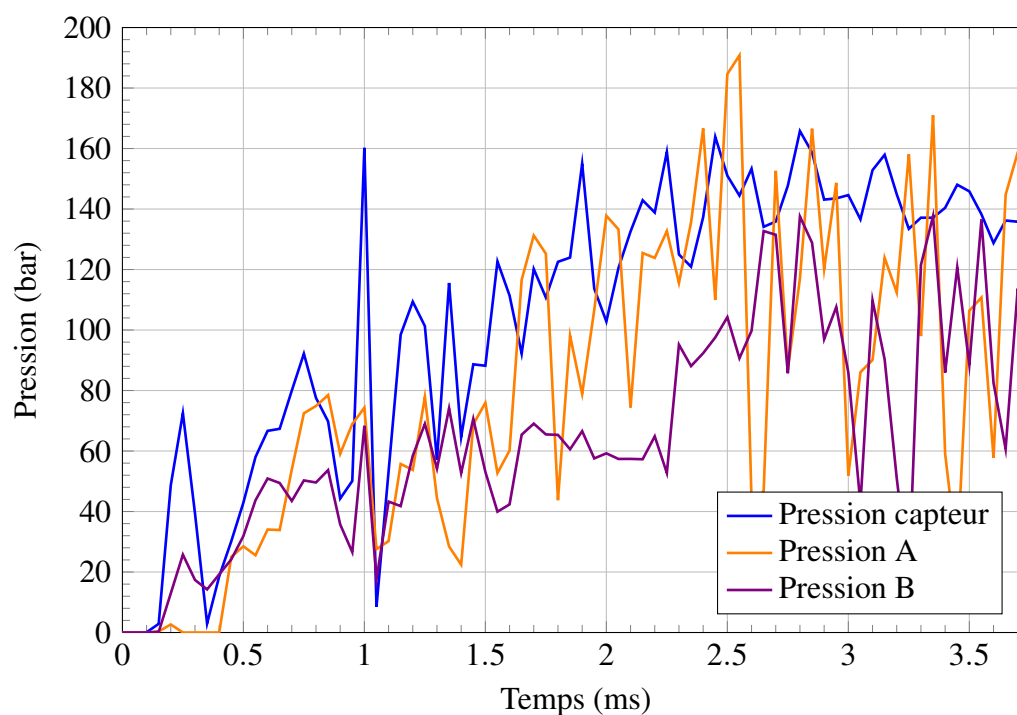


FIGURE 63: Pressions mesurées dans la simulation au niveau du capteur et de la membrane en deux points différents.

Bibliographie

- [ABE 02] ABED-MERAÏM F., COMBESCURE A.
SHB8PS A new adaptative, assumed-strain continuum mechanics shell element for impact analysis. *Computers & Structures*, vol. 80, n° 9, 2002, p. 791–803, Elsevier. [page 37]
- [AIF 84] AIFANTIS E.
On the microstructural origin of certain inelastic models. *Journal of Engineering Materials and technology*, vol. 106, n° 4, 1984, p. 326–330, American Society of Mechanical Engineers. [page 44]
- [ALI 02] ALIABADI M.
The boundary element method. Volume 2, Applications in solids and structures. Wiley, 2002. [page 38]
- [AND 05] ANDERSON T. L., ANDERSON T.
Fracture mechanics : fundamentals and applications. CRC press, 2005. [page 50]
- [ARE 05] AREIAS P., BELYTSCHKO T.
Non-linear analysis of shells with arbitrary evolving cracks using XFEM. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 62, n° 3, 2005, p. 384-415, Wiley Online Library. [page 52]
- [AUB 10] AUBERTIN P., RÉTHORÉ J., DE BORST R.
A coupled molecular dynamics and extended finite element method for dynamic crack propagation. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 81, n° 1, 2010, p. 72–88, Wiley Online Library. [pages xi, 188, et 189]
- [BAR 62] BARENBLATT G. I.
The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Advances in applied mechanics*, vol. 7, n° 55-129, 1962, page 104. [page 17]
- [BAS 11] BASSA B.
Contribution à l'étude d'éléments finis de type coque sans degrés de liberté en rotation ou à formulation solide pour des simulations numériques de l'emboutissage et du retour élastique. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2011. [page 187]
- [BAT 86] BATHE K.-J., DVORKIN E. N.
A formulation of general shell elements, The use of mixed interpolation of tensorial components. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 22, n° 3, 1986, p. 697-722, Wiley Online Library. [page 37]

- [BAT 90a] BATOZ J.-L., DHATT G.
Modélisation des structures par éléments finis : Poutres et plaques, vol. 2. Hermès, Paris, 1990. [pages 34 et 37]
- [BAT 90b] BATOZ J.-L., DHATT G.
Modélisation des structures par éléments finis : Solides élastiques, vol. 1. Hermès, Paris, 1990. [page 23]
- [BAT 92] BATOZ J.-L., DHATT G.
Modélisation des structures par éléments finis, Coques, vol. 3. Hermès, Paris, 1992. [pages 57 et 187]
- [BAZ 76] BAZANT Z. P.
 Instability, ductility, and size effect in strain-softening concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 102, n° 2, 1976, p. 331–344, ASCE. [page 43]
- [BAZ 02] BAZANT Z. P., JIRÁSEK M.
 Nonlocal integral formulations of plasticity and damage : survey of progress. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 128, n° 11, 2002, p. 1119–1149, American Society of Civil Engineers. [page 44]
- [BEC 02] BECKER R.
 Ring fragmentation predictions using the Gurson model with material stability conditions as failure criteria. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, n° 13, 2002, p. 3555–3580, Elsevier. [page 20]
- [BEL 94] BELYTSCHKO T., LU Y. Y., GU L.
 Element-free Galerkin methods. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 37, n° 2, 1994, p. 229–256, Wiley Online Library. [page 38]
- [BEL 99] BELYTSCHKO T., MORAN B., LIU W. K.
Nonlinear finite element analysis for continua and structures, vol. 1. Wiley, 1999. [pages 23, 36, et 59]
- [BEL 00] BELYTSCHKO T., GUO Y., LIU W. K., XIAO S. P.
 A unified stability analysis of meshless particle methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 48, n° 9, 2000, p. 1359–1400, Chichester, New York, Wiley [etc.] 1969-. [page 40]
- [BEN 93] BENALLAL A., BILLARDON R., GEYMONAT G.
Bifurcation and localization in rate-independent materials. Some general considerations. Springer, 1993. [page 43]
- [BLA 99] BLACK T., BELYTSCHKO T.
 Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 45, n° 5, 1999, p. 601–620. [pages 45 et 47]
- [BOR 04] BORST R. D., GUTIÉRREZ M. A., WELLS G. N., REMMERS J. J., ASKES H.
 Cohesive-zone models, higher-order continuum theories and reliability methods for

- computational failure analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 60, n° 1, 2004, p. 289–315, Wiley Online Library. [page 45]
- [BOR 12] BORDEN M. J., VERHOOSSEL C. V., SCOTT M. A., HUGHES T. J., LANDIS C. M.
A phase-field description of dynamic brittle fracture. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 217, 2012, p. 77–95, Elsevier. [page 49]
- [BOU 03] BOUCHARD P.-O., BAY F., CHASTEL Y.
Numerical modelling of crack propagation : automatic remeshing and comparison of different criteria. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 192, n° 35, 2003, p. 3887–3908, Elsevier. [pages vi et 41]
- [BOU 12] BOUCLIER R., ELGUEJ T., COMBESURE A.
Locking free isogeometric formulations of curved thick beams. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 245, 2012, p. 144–162, Elsevier. [page 33]
- [BUI 78] BUI H. D.
Mécanique de la rupture fragile. Masson, 1978. [pages 12 et 50]
- [CAL 11] CALEYRON F.
Simulation numérique par la méthode SPH de fuites de fluide consécutives à la déchirure d'un réservoir sous impact. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2011. [pages vi, viii, xi, 40, 106, 117, 118, 120, 188, 197, 198, et 199]
- [CAZ 15] CAZES F., MOËS N.
Comparison of a phase-field model and of a thick level set model for brittle and quasi-brittle fracture. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 103, n° 2, 2015, p. 114–143, Wiley Online Library. [page 49]
- [CHE 03] CHessa J., WANG H., BELYTSCHKO T.
On the construction of blending elements for local partition of unity enriched finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 57, n° 7, 2003, p. 1015–1038, Wiley Online Library. [page 45]
- [CHI 12] CHIARUTTINI V., GEOFFROY D., RIOLO V., BONNET M.
An adaptive algorithm for cohesive zone model and arbitrary crack propagation. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, vol. 21, n° 3-6, 2012, p. 208–218, Taylor & Francis. [page 41]
- [COT 62] COTTRELL A.
Theoretical aspects of radiation damage and brittle fracture in steel pressure vessels. *Ing. Nucleare*, vol. 4, 1962. [page 15]
- [CRA 60] CRAGGS J. W.
On the propagation of a crack in an elastic-brittle material. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 8, n° 1, 1960, p. 66–75, Elsevier. [page 13]
- [CRE 13] CRETE J.-P.
Traitement numérique de la fissuration d'une structure navale. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud, 2013. [pages vii, 21, 75, 76, et 187]

- [DEB 92] DE BORST R., MÜHLHAUS H.-B.
Gradient-dependent plasticity : Formulation and algorithmic aspects. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 35, n° 3, 1992, p. 521–539, Wiley Online Library. [page 44]
- [DEU 97] DEU J.-F.
Rupture des composites stratifiés sous chargement dynamique : apports des méso-modèles avec endommagement retardé. Thèse de doctorat, 1997. [page 44]
- [DHA 05] DHATT G., TOUZOT G., LEFRANÇOIS E.
Méthode des éléments finis. Lavoisier, 2005. [page 23]
- [DOL 00a] DOLBOW J., MOËS N., BELYTSCHKO T.
Discontinuous enrichment in finite elements with a partition of unity method. *Finite elements in analysis and design*, vol. 36, n° 3, 2000, p. 235–260, Elsevier. [page 45]
- [DOL 00b] DOLBOW J., MOËS N., BELYTSCHKO T.
Modeling fracture in Mindlin-Reissner plates with the extended finite element method. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, n° 48, 2000, p. 7161–7183, Elsevier. [page 52]
- [DUA 00] DUARTE C. A., BABUŠKA I., ODEN J. T.
Generalized finite element methods for three-dimensional structural mechanics problems. *Computers & Structures*, vol. 77, n° 2, 2000, p. 215–232, Elsevier. [pages 45 et 47]
- [DUF 04] DUFLLOT M., NGUYEN-DANG H.
A meshless method with enriched weight functions for fatigue crack growth. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 59, n° 14, 2004, p. 1945–1961, Wiley Online Library. [page 39]
- [DUG 60] DUGDALE D.
Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 8, n° 2, 1960, p. 100–104, Elsevier. [page 17]
- [DVO 84] DVORKIN E. N., BATHE K.-J.
A continuum mechanics based four-node shell element for general non-linear analysis. *Engineering computations*, vol. 1, n° 1, 1984, p. 77–88, MCB UP Ltd. [page 37]
- [DYK 97] DYKA C., RANDLES P., INGEL R.
Stress points for tension instability in SPH. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 40, n° 13, 1997, p. 2325–2341, Wiley Online Library. [page 40]
- [ELG 06a] ELGUEDJ T.
Simulation numérique de la propagation de fissure en fatigue par la méthode des éléments finis étendus : prise en compte de la plasticité et du contact-frottement. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2006. [pages vi et 48]
- [ELG 06b] ELGUEDJ T., GRAVOUIL A., COMBESURE A.
Appropriate extended functions for X-FEM simulation of plastic fracture mechanics.

- Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, n° 7, 2006, p. 501-515, Elsevier. [pages 64 et 65]
- [ERD 63] ERDOGAN F., SIH G.
On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear. *Journal of basic engineering*, vol. 85, n° 4, 1963, p. 519–525, American Society of Mechanical Engineers. [pages 19, 20, 79, et 82]
- [FAB 15] FABIS J.
Modélisation de la rupture ductile de structure sous chargement dynamique et intense. rapport, 2015, ONERA. [pages ix et 138]
- [FED 04] FEDELIŃSKI P.
Boundary element method in dynamic analysis of structures with cracks. *Engineering analysis with boundary elements*, vol. 28, n° 9, 2004, p. 1135–1147, Elsevier. [pages vi et 38]
- [FLE 97] FLEMING M., CHU Y., MORAN B., BELYTSCHKO T., LU Y., GU L.
Enriched element-free Galerkin methods for crack tip fields. *International journal for numerical methods in engineering*, vol. 40, n° 8, 1997, p. 1483–1504, Chichester, New York, Wiley [etc.] 1969-. [page 39]
- [FOR 04] FOREST S., LORENTZ E.
Localization phenomena and regularization methods. *Local Approach to Fracture. Paris, Les Presses de l'Ecole des Mines*, , 2004, p. 311–371. [pages vi et 43]
- [FRE 72] FREUND L.
Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading—I. Constant rate of extension. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 20, n° 3, 1972, p. 129–140, Elsevier. [page 13]
- [FRÉ 96] FRÉMOND M., NEDJAR B.
Damage, gradient of damage and principle of virtual power. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 33, n° 8, 1996, p. 1083–1103, Elsevier. [page 44]
- [FRE 98] FREUND L. B.
Dynamic fracture mechanics. Cambridge university press, 1998. [page 50]
- [FRI 08] FRIES T.-P.
A corrected XFEM approximation without problems in blending elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 75, n° 5, 2008, p. 503–532, Wiley Online Library. [pages vi et 46]
- [FRI 12] FRIES T.-P., BAYDOUN M.
Crack propagation with the extended finite element method and a hybrid explicit–implicit crack description. *International Journal for numerical methods in engineering*, vol. 89, n° 12, 2012, p. 1527–1558, Wiley Online Library. [page 67]
- [GIN 77] GINGOLD R. A., MONAGHAN J. J.
Smoothed particle hydrodynamics : theory and application to non-spherical stars. *Monthly notices of the royal astronomical society*, vol. 181, n° 3, 1977, p. 375–389, Oxford University Press. [page 38]

- [GRA 02] GRAVOUIL A., MOËS N., BELYTSCHKO T.
Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets ?Part II : Level set update. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 53, n° 11, 2002, p. 2569–2586, Wiley Online Library. [page 66]
- [GRE 07] GREGOIRE D., MAIGRE H., RETHORE J., COMBESURE A.
Dynamic crack propagation under mixed-mode loading-comparison between experiments and X-FEM simulations. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, n° 20, 2007, p. 6517-6534, Elsevier. [pages 21 et 61]
- [GRI 21] GRIFFITH A. A.
The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, vol. 221, 1921, p. 163–198, JSTOR. [page 11]
- [HAB 12a] HABOUSSA D.
Modélisation de la transition traction-cisaillement des métaux sous choc par la X-FEM. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2012. [pages ix, 21, 100, 144, et 145]
- [HAB 12b] HABOUSSA D., ELGUEDJ T., LEBLÉ B., COMBESURE A.
Simulation of the shear-tensile mode transition on dynamic crack propagations. *International journal of fracture*, vol. 178, n° 1-2, 2012, p. 195-213, Springer. [pages 16, 21, 74, 78, et 85]
- [HIL 76] HILLERBORG A., MODÉER M., PETERSSON P.-E.
Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and concrete research*, vol. 6, n° 6, 1976, p. 773–781, Elsevier. [page 17]
- [HUE 09] HUESPE A. E., NEEDLEMAN A., OLIVER J., SÁNCHEZ P. J.
A finite thickness band method for ductile fracture analysis. *International Journal of Plasticity*, vol. 25, n° 12, 2009, p. 2349–2365, Elsevier. [page 20]
- [HUS 74] HUSSAIN M., PU S., UNDERWOOD J.
Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II. *Fracture Analysis : Proceedings of the 1973 National Symposium on Fracture Mechanics, Part II* ASTM International, 1974. [page 20]
- [ING 13] INGLIS C. E.
Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. *Spie Milestone series MS*, vol. 137, 1913, p. 3–17, SPIE-THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL ENGINEERING. [page 11]
- [IRW 56] IRWIN G. R.
Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *SPIE MILESTONE SERIES MS*, vol. 137, 1956, p. 167–170, SPIE-THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL ENGINEERING. [page 11]
- [Irw60] *Plastic zone near a crack and fracture toughness*, 1960. [page 13]

- [JIR 98] JIRASEK M.
Embedded crack models for concrete fracture. *Computational Modelling of Concrete Structures, EURO C-98*, vol. 1, 1998, p. 291–300. [page 16]
- [KAL 88] KALTHOFF J., WINKLER S.
Failure mode transition at high rates of shear loading. *DGM Informationsgesellschaft mbH, Impact Loading and Dynamic Behavior of Materials*, vol. 1, 1988, p. 185–195. [page 97]
- [KAL 00] KALTHOFF J. F.
Modes of dynamic shear failure in solids. *International Journal of Fracture*, vol. 101, n° 1-2, 2000, p. 1–31, Springer. [pages vii, 97, et 98]
- [KAN 85] KANNINEN M. F., POPELAR C. L.
Advanced fracture mechanics. , 1985. [pages 22 et 83]
- [KAR 01] KARMA A., KESSLER D. A., LEVINE H.
Phase-field model of mode III dynamic fracture. *Physical Review Letters*, vol. 87, n° 4, 2001, page 045501, APS. [page 49]
- [KIN 84] KINGERY C. N., BULMASH G.
Air blast parameters from TNT spherical air burst and hemispherical surface burst. Ballistic Research Laboratories, 1984. [page 170]
- [LAD 92] LADEVEZE P.
A damage computational method for composite structures. *Computers & Structures*, vol. 44, n° 1, 1992, p. 79–87, Elsevier. [page 44]
- [LAN 09] LANGRAND B., LECONTE N., MENEGAZZI A., MILLOT T.
Submarine hull integrity under blast loading. *International Journal of Impact Engineering*, vol. 36, n° 8, 2009, p. 1070–1078, Elsevier. [pages 108 et 153]
- [LAS 88] LASRY D., BELYTSCHKO T.
Localization limiters in transient problems. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 24, n° 6, 1988, p. 581–597, Elsevier. [page 44]
- [LAS 09] LASRY J.
Calculs de plaques fissurées en flexion avec la méthode des éléments finis étendue (XFEM). Thèse de doctorat, INSA de Toulouse, 2009. [pages 34 et 52]
- [LEG 02] LEGAY A.
Une méthode de calcul efficace pour l'étude paramétrique du flambage non-linéaire de structures tridimensionnelles : application à la fiabilité. /, , 2002. [page 37]
- [LEM 09] LEMAITRE J., CHABOCHE J.-L., BENALLAL A., DESMORAT R.
Mécanique des matériaux solides-3ème édition. Dunod, 2009. [page 50]
- [LI 15] LI T. Y., MARIGO J. J., GUILBAUD D., POTAPOV S.
Variational Approach to Dynamic Brittle Fracture via Gradient Damage Models. *Applied Mechanics and Materials*, vol. 784 Trans Tech Publ, 2015, p. 334–341. [page 148]

- [LIN 09] LINDER C., ARMERO F.
Finite elements with embedded branching. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 45, n° 4, 2009, p. 280-293, Elsevier. [page 21]
- [LOU 14] LOURS P.
Au Coeur des Matériaux Cristallins. 2014. [pages v et 9]
- [LUC 77] LUCY L. B.
A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The astronomical journal*, vol. 82, 1977, p. 1013–1024. [page 38]
- [MAI 93] MAIGRE H., RITTEL D.
Mixed-mode quantification for dynamic fracture initiation : application to the compact compression specimen. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 30, n° 23, 1993, p. 3233–3244, Elsevier. [page 79]
- [MAR 12] MARIGO J.-J.
MEC551 - Plasticité et Rupture. *Ecole Polytechnique*, , 2012. [pages v et 6]
- [MAR 15] MARTIN A., ESNAULT J.-B., MASSIN P.
About the use of standard integration schemes for X-FEM in solid mechanics plasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 283, 2015, p. 551–572, Elsevier. [page 65]
- [MAU 08a] MAUREL B.
Modélisation par la méthode SPH de l'impact d'un réservoir rempli de fluide. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2008. [pages 40, 106, 117, et 187]
- [MAU 08b] MAUREL B., COMBESURE A.
An SPH shell formulation for plasticity and fracture analysis in explicit dynamics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 76, n° 7, 2008, p. 949–971, Wiley Online Library. [pages vi et 40]
- [MAZ 84] MAZARS J.
Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse de doctorat, 1984. [page 81]
- [MEL 96] MELENK J. M., BABUSKA I.
The partition of unity finite element method : basic theory and applications. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 139, n° 1, 1996, p. 289-314, Elsevier. [pages 45 et 52]
- [MEN 06] MENOILLARD T., RETHORE J., COMBESURE A., BUNG H.
Efficient explicit time stepping for the eXtended Finite Element Method (X-FEM). *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 68, n° 9, 2006, p. 911-939, Wiley Online Library. [page 63]
- [MEN 07] MENOILLARD T.
Dynamique explicite pour la simulation numérique de propagation de fissure par la méthode des éléments finis étendus. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2007. [pages 16, 62, et 63]

- [MEN 08] MENOILLARD T., RETHORE J., MOES N., COMBESURE A., BUNG H.
Mass lumping strategies for X-FEM explicit dynamics : Application to crack propagation. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 74, n° 3, 2008, p. 447–474, Wiley Online Library. [page 63]
- [MIE 10] MIEHE C., HOFACKER M., WELSCHINGER F.
A phase field model for rate-independent crack propagation : Robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 199, n° 45, 2010, p. 2765–2778, Elsevier. [page 49]
- [MOË 99] MOËS N., BELYTSCHKO T., DOLBOW J.
A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, n° 1, 1999, p. 131–150. [pages 45, 47, 52, et 64]
- [MOË 02] MOËS N., BELYTSCHKO T.
Extended finite element method for cohesive crack growth. *Engineering fracture mechanics*, vol. 69, n° 7, 2002, p. 813–833, Elsevier. [page 45]
- [MOË 11] MOËS N., STOLZ C., BERNARD P.-E., CHEVAUGEON N.
A level set based model for damage growth : the thick level set approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 86, n° 3, 2011, p. 358–380, Wiley Online Library. [page 49]
- [MOË 14] MOËS N., STOLZ C., CHEVAUGEON N.
Coupling local and non-local damage evolutions with the Thick Level Set model. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*, vol. 1, n° 1, 2014, p. 1–21, Springer. [page 49]
- [MOR 14] MOREAU K.
Simulation numérique par une approche level set épaisse de l’impact à basse vitesse sur matériaux énergétiques. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2014. [pages 43 et 49]
- [MOR 15] MOREAU K., MOËS N., PICART D., STAINIER L.
Explicit dynamics with a non-local damage model using the thick level set approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 102, n° 3-4, 2015, p. 808–838, Wiley Online Library. [page 49]
- [NEE 87] NEEDLEMAN A.
A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. *Journal of applied mechanics*, vol. 54, n° 3, 1987, p. 525–531, American Society of Mechanical Engineers. [pages 17 et 75]
- [NEE 88] NEEDLEMAN A.
Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 67, n° 1, 1988, p. 69–85, Elsevier. [page 44]

- [NEW 59] NEWMARK N. M.
A method of computation for structural dynamics. *Proc. ASCE*, vol. 85, 1959, p. 67–94. [page 57]
- [PEE 96] PEERLINGS R., DE BORST R., BREKELMANS W., DE VREE J.
Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials. *International Journal for numerical methods in engineering*, vol. 39, 1996, p. 3391–3403. [page 44]
- [PIJ 87] PIJAUDIER-CABOT G., BAZANT Z. P.
Nonlocal damage theory. *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 113, n° 10, 1987, p. 1512–1533, American Society of Civil Engineers. [pages 16 et 44]
- [POR 92] PORTELA A., ALIABADI M., ROOKE D.
The dual boundary element method : effective implementation for crack problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 33, n° 6, 1992, p. 1269–1287, Wiley Online Library. [page 38]
- [PRA 07] PRABEL B.
Modélisation avec la méthode X-FEM de la propagation dynamique et de l'arrêt de fissure de clivage dans un acier de cuve REP. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2007. [page 16]
- [PRA 11] PRABEL B., YURITZINN T., CHARRAS T., SIMATOS A.
Propagation de fissures tridimensionnelles dans des matériaux inélastiques avec XFEM dans Cast3m. *10e colloque national en calcul des structures*, 2011, p. Clé-USB. [page 67]
- [REM 03] REMMERS J., DE BORST R., NEEDLEMAN A.
A cohesive segments method for the simulation of crack growth. *Computational mechanics*, vol. 31, n° 1-2, 2003, p. 69–77, Springer. [pages 16 et 45]
- [RIC 68a] RICE J. R.
Mathematical analysis in the mechanics of fracture. *Fracture : an advanced treatise*, vol. 2, 1968, p. 191–311. [page 15]
- [RIC 68b] RICE J. R.
A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of applied mechanics*, vol. 35, n° 2, 1968, p. 379–386, American Society of Mechanical Engineers. [pages 13 et 15]
- [RIT 73] RITCHIE R. O., KNOTT J. F., RICE J.
On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 21, n° 6, 1973, p. 395–410, Elsevier. [page 16]
- [RUS 09] RUSINEK A., RODRIGUEZ-MARTINEZ J. A., ZAERA R., KLEPACZKO J. R., ARIAS A., SAUVELET C.
Experimental and numerical study on the perforation process of mild steel sheets subjected to perpendicular impact by hemispherical projectiles. *International Journal of Impact Engineering*, vol. 36, n° 4, 2009, p. 565–587, Elsevier. [pages vi et 40]

- [SAI 14] PELÉE DE SAINT MAURICE R.
Extension de l'approche X-FEM en dynamique rapide pour la propagation tridimensionnelle de fissure dans des matériaux ductiles. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2014. [pages 16, 64, 67, et 85]
- [SÁN 08] SÁNCHEZ P., HUESPE A., OLIVER J.
On some topics for the numerical simulation of ductile fracture. *International Journal of Plasticity*, vol. 24, n° 6, 2008, p. 1008–1038, Elsevier. [page 20]
- [SCH 02] SCHÖLLMANN M., RICHARD H. A., KULLMER G., FULLAND M.
A new criterion for the prediction of crack development in multiaxially loaded structures. *International Journal of Fracture*, vol. 117, n° 2, 2002, p. 129–141, Springer. [pages 21 et 78]
- [SET 96] SETHIAN J. A.
A fast marching level set method for monotonically advancing fronts. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 93, n° 4, 1996, p. 1591–1595, National Acad Sciences. [page 66]
- [SIH 74] SIH G. C.
Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems. *International Journal of fracture*, vol. 10, n° 3, 1974, p. 305–321, Springer. [page 20]
- [SIM 10] SIMATOS A.
Méthode XFEM pour la modélisation de grandes propagations de fissures en déchirure ductile. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2010. [page 45]
- [SON 08] SONG J.-H., WANG H., BELYTSCHKO T.
A comparative study on finite element methods for dynamic fracture. *Computational Mechanics*, vol. 42, n° 2, 2008, p. 239–250, Springer. [pages vi, 42, et 43]
- [STO 01] STOLARSKA M., CHOPP D., MOËS N., BELYTSCHKO T.
Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method. *International journal for numerical methods in Engineering*, vol. 51, n° 8, 2001, p. 943–960, Wiley Online Library. [page 66]
- [STR 00] STROUBOULIS T., BABUŠKA I., COPPS K.
The design and analysis of the generalized finite element method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 181, n° 1, 2000, p. 43–69, Elsevier. [page 45]
- [SUF 04] SUFFIS A.
Développement d'un modèle d'endommagement à taux de croissance contrôlé pour la simulation robuste de ruptures sous impacts. Thèse de doctorat, Villeurbanne, INSA, 2004. [page 44]
- [SYS 12] SYSTEMES D.
Abaqus Theory Manual 3.6.5 Finite-strain shell element formulation, 2012. [page 37]
- [TUH 97] TUHKURI J.
Dual boundary element analysis of closed cracks. *International journal for numerical*

- methods in engineering*, vol. 40, n° 16, 1997, p. 2995–3014, Chichester, New York, Wiley [etc.] 1969-. [page 38]
- [VEN 06] VENTURA G.
On the elimination of quadrature subcells for discontinuous functions in the eXtended Finite-Element Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 66, n° 5, 2006, p. 761–795, Wiley Online Library. [page 65]
- [WAR 95] WARREN J. A., BOETTINGER W. J.
Prediction of dendritic growth and microsegregation patterns in a binary alloy using the phase-field method. *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 43, n° 2, 1995, p. 689–703, Elsevier. [page 48]
- [WEL 61] WELLS A.
Unstable crack propagation in metals : cleavage and fast fracture. *Proceedings of the crack propagation symposium*, vol. 1, 1961. [page 15]
- [WEL 01] WELLS G., SLUYS L.
A new method for modelling cohesive cracks using finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 50, n° 12, 2001, p. 2667–2682, Wiley Online Library. [pages 16 et 45]
- [XU 94] XU X.-P., NEEDLEMAN A.
Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 42, n° 9, 1994, p. 1397–1434, Elsevier. [page 44]
- [XU 98] XU Y., SAIGAL S.
Element free Galerkin study of steady quasi-static crack growth in plane strain tension in elastic-plastic materials. *Computational Mechanics*, vol. 22, n° 3, 1998, p. 255–265, Springer. [page 39]
- [YAN 95] YAN A., NGUYEN-DANG H.
Multiple-cracked fatigue crack growth by BEM. *Computational mechanics*, vol. 16, n° 5, 1995, p. 273–280, Springer. [page 38]
- [ZEN 98] ZENG Q., COMBESURE A.
A new one-point quadrature, general non-linear quadrilateral shell element with physical stabilization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 42, n° 7, 1998, p. 1307–1338, Wiley Online Library. [page 57]
- [ZHO 96a] ZHOU M., RAVICHANDRAN G., ROSAKIS A.
Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates—II. Numerical simulations. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 44, n° 6, 1996, p. 1007–1032, Elsevier. [page 144]
- [ZHO 96b] ZHOU M., ROSAKIS A., RAVICHANDRAN G.
Dynamically propagating shear bands in impact-loaded prenotched plates—I. Experimental investigations of temperature signatures and propagation speed. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 44, n° 6, 1996, p. 981–1006, Elsevier. [page 144]

[ZHO 04] ZHOU F., MOLINARI J.-F.

Dynamic crack propagation with cohesive elements : a methodology to address mesh dependency. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 59, n° 1, 2004, p. 1–24, Wiley Online Library. [page 44]

[ZIE 77] ZIENKIEWICZ O. C., TAYLOR R. L.

The finite element method, vol. 3. McGraw-hill London, 1977. [page 23]