



HAL
open science

Étude de l'énergétique de l'air humide et des paramétrisations physiques de l'atmosphère

Pascal Marquet

► **To cite this version:**

Pascal Marquet. Étude de l'énergétique de l'air humide et des paramétrisations physiques de l'atmosphère : propriétés de l'exergie, de l'enthalpie utilisable, de l'entropie et de l'enthalpie. Océan, Atmosphère. Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse), 2016. tel-01504276

HAL Id: tel-01504276

<https://theses.hal.science/tel-01504276>

Submitted on 11 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Mémoire pour l'obtention du diplôme pour une
Habilitation à Diriger des Recherches
décernée par l'Institut National
Polytechnique de Toulouse
Spécialité : Sciences

Étude de l'énergétique de l'air humide et des
paramétrisations physiques de l'atmosphère :
*propriété de l'exergie, de l'enthalpie utilisable,
de l'entropie et de l'enthalpie.*

présenté par Pascal MARQUET

Météo-France. CNRM/GMAP – UMR 3589
42 Avenue G. Coriolis - 31057 Toulouse Cedex 1.

Soutenu le 28 juin 2016 devant le jury composé de :

Prof Olivier THUAL
Dr Jean-Pierre CHABOUREAU
Dr Frédéric HOURDIN
Dr Rémi TAILLEUX
Dr Jean-Luc REDELSPERGER
Dr Laurent TERRAY

Correspondant/Président
Rapporteur
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur



Table des Matières

1	<u>Remerciements.</u>	5
2	<u>Préambule. Curriculum Vitae.</u>	6
3	<u>Les années 1980 : formations initiales ITM et IM.</u>	8
3.1	<u>Années 1980-86 : ITM - Prévisionniste et turbulence.</u>	8
3.2	<u>Années 1986-90 - IM - La FCPLR et l'énergétique.</u>	9
3.2.1	<u>Années 1986-88 - La scolarité IM.</u>	9
3.2.2	<u>Années 1988-89 - Début de la FCPLR.</u>	15
3.2.3	<u>Années 1989-90 - Fin de FCPLR : l'exergie.</u>	16
4	<u>Début des années 1990.</u>	30
4.1	<u>Prévi-NUM (1990-1991, Paris).</u>	30
4.2	<u>Prévi-COMPAS (1991-1995, Toulouse).</u>	32
4.2.1	<u>Prévi-COMPAS avant la thèse (1991-1993, Toulouse).</u>	32
4.2.2	<u>Prévi-COMPAS : la thèse (1993-1995, Toulouse).</u>	34
5	<u>Les années 1995-2015.</u>	41
5.1	<u>CNRM / ARPEGE Climat (1995-2008).</u>	41
5.1.1	<u>CNRM / ARPEGE Climat / Les paramétrisations.</u>	41
5.1.2	<u>CNRM / ARPEGE Climat / L'exergie.</u>	56
5.2	<u>Prévi-LABO (2008-2014).</u>	70
5.3	<u>CNRM / GMAP (depuis 2014).</u>	105
6	<u>Synthèse.</u>	133
7	<u>La prospective.</u>	153
A	<u>L'enthalpie utilisable - Article C.R.A.S. (1990)</u>	160
B	<u>Cycle énergétique local - Article Q.J.R.M.S. (2003)</u>	167
C	<u>Thermodynamique de l'air humide (2015)</u>	218
D	<u>Contrats - Cours - Références bibliographiques</u>	284
D.1	<u>Ma bibliographie sur l'énergétique</u>	290
D.2	<u>Ma bibliographie sur les paramétrisations physiques</u>	294
D.3	<u>Ma bibliographie sur le changement climatique</u>	299
D.4	<u>Bibliographie générale</u>	301

Cyrano de Bergerac d'Edmond Rostand

Acte II - Scène VIII (extraits)

Et que faudrait-il faire ?

(... ..)

Grimper par ruse au lieu de s'élever par force ?

(... ..)

Non, merci ! (...) Mais... chanter,

Rêver, rire, passer, être seul, être libre,

(... ..)

Travailler sans souci de gloire ou de fortune,

(... ..)

N'écrire jamais rien qui de soi ne sortît,

Et modeste d'ailleurs, se dire : mon petit,

Sois satisfait des fleurs, des fruits, même des feuilles,

Si c'est dans ton jardin à toi que tu les cueilles !

Puis, s'il advient d'un peu triompher, par hasard,

Ne pas être obligé d'en rien rendre à César,

Vis-à-vis de soi-même en garder le mérite,

Bref, dédaignant d'être le lierre parasite,

Lors même qu'on n'est pas le chêne ou le tilleul,

Ne pas monter bien haut, peut-être, mais tout seul !

Acte V - Scène VI (extraits)

(... ..)

Mais on ne se bat pas dans l'espoir du succès !

Non ! non, c'est bien plus beau lorsque c'est inutile !

(... ..)

1 Remerciements.

Mes pensées vont d'abord à ma famille, Catherine, Antoine et Ewen, qui ont dû supporter depuis si longtemps les périodes où mes recherches se poursuivent, sans doute plus que de raison, le soir ou les week-end. En ce sens, la préparation de cette HDR n'a pas dérogé à cette fâcheuse habitude.

Papa, tu as pleuré de joie quand j'ai obtenu mon baccalauréat. La poursuite de mon parcours scolaire a été pour toi une égale source de bonheur, et je regrette que tu n'aies pas pu connaître cet ultime diplôme universitaire. Quant à toi, maman, j'espère que tu pourras te rendre compte, un peu, de la nature de ce nouveau diplôme. Il est vrai que j'avais principalement des aptitudes pour les tâches manuelles et que j'aurais dû être exclu du système scolaire. Aussi, sachez chers parents que je vous remercie tous les deux, vous qui avez suffisamment cru en moi pour me laisser choisir d'entreprendre des études supérieures, alors que tant de voix me conseillaient de ne pas le faire.

Pour ma formation aux sciences de l'atmosphère, j'ai particulièrement apprécié les conseils, cours ou encadrements de Gégard De Moor, Jean-Claude André, Daniel Cadet, Robert Sadourny, Robert P. Pearce, Jean-François Royer, Jean-François Geleyn, Michel Rochas, Philippe Courtier, Michel Déqué et Patrick Santurette. Je tiens ici à leur offrir mes sincères remerciements.

Une pensée particulière va à Jean-François Geleyn, pour son aide très précieuse dans mes travaux plus anciens effectués entre 1989 et 1994 et aussi pour mes travaux plus récents, entrepris entre 2009 et 2014. Jean-François, malgré sa maladie, souhaitait continuer à relire, corriger, promouvoir une partie de mes idées récentes. Cette attention me donne le courage de poursuivre mes pérégrinations autour de la thermodynamique de l'air humide. Le chapitre écrit en commun avec lui et intitulé "Formulations of moist thermodynamics for atmospheric modelling" dans le TextBook "Parameterization of Atmospheric Convection" (paru en octobre 2015) résume bien l'ensemble des résultats obtenus pendant ces cinq années.

Je tiens à remercier le personnel des bibliothèques de l'école Polytechnique à Palaiseau en 1988-90, de la Météorologie Nationale à l'Alma en 1990-91, et enfin de la Météopole à Toulouse depuis 1991. C'est grâce à la grande compétence de ce personnel, voire à leur dévouement, que j'ai pu mener à bien mes recherches bibliographiques les plus anciennes.

Pour cette HDR, je tiens à remercier Olivier Thual d'avoir été mon correspondant et pour son aide précieuse dans chacune des étapes qui ont jalonné les années 2014 à 2016, où des moments de déception ont alterné avec des moments plus heureux de rédaction de ce document. J'ai apprécié le soutien de la direction du CNRM au cours de cette période et je remercie Philippe Bougeault, Marc Pontaud et Philippe Dandin de m'avoir épaulé au cours des différentes étapes de cette HDR.

Je remercie Valéry Masson et Alexandre Paci d'avoir accepté de participer à l'encadrement de la thèse de Quentin Rodier, ce qui m'a autorisé à m'inscrire à cette HDR.

Enfin, je remercie vivement Alain Joly, François Bouyssel, Yves Bouteloup et les collègues de GMAP pour m'avoir accueilli pour mon retour au CNRM en 2014, et pour m'avoir autorisé à préparer cette HDR, qui était encouragée par la direction du CNRM.

2 Préambule. Curriculum Vitae.

Mes parcours scolaire et professionnel ne sont pas linéaires. Pourtant, ce mémoire d'habilitation à diriger des recherches sera structuré de manière chronologique, afin de pouvoir montrer comment les mêmes thèmes de recherche ont pu perdurer, se croiser et s'enrichir mutuellement, en profitant sans doute de la diversité de mon cursus.

D'un point de vue professionnel, j'ai alterné différentes activités plus ou moins opérationnelles :

- prévisionniste en région en première affectation, après l'obtention de mon diplôme d'ingénieur des travaux de la météorologie (1983-1986) ;
- contrôle des modèles de prévision (division COMPAS à Toulouse) après l'obtention de mon diplôme d'ingénieur de la météorologie (1991-1995) ;
- adjoint au chef du Laboratoire de prévision (division LABO de la DPrévi à Toulouse, 2008-2014).

J'ai aussi alterné différentes activités de type recherche :

- un stage de fin de scolarité d'ingénieur des travaux de la météorologie (1983) ;
- un autre stage de fin de scolarité d'ingénieur de la météorologie (1988) ;
- une période de formation complémentaire par la recherche (1988-1990) ;
- un travail de développeur au sein du projet ARPEGE (1990-91) ;
- ma plus longue activité comme chercheur exercée dans l'équipe ARPEGE Climat du CNRM (1995-2008) ;
- une activité partielle de chercheur au sein du laboratoire de prévision à la DPrévi (2008-2014) ;
- et enfin une nouvelle activité de chercheur débutée en avril 2014 dans l'équipe GMAP du CNRM.

D'un point de vue scolaire, j'ai engagé plusieurs formations universitaires en parallèle de mes activités professionnelles au sein de la Météorologie Nationale, devenu ensuite Météo-France :

- licence de physique (L3 actuelle) validée avec mention très bien en deux parties, d'abord à Paris-7 (1981-1982), pendant ma deuxième année de scolarité des ingénieurs de la météorologie, puis à Rennes-1 (1984-1985), pendant mon travail de prévisionniste régional ;
- cours de maîtrise de physique (M1 actuel) à Rennes-1 (1985-86) pendant mon travail de prévisionniste régional (cours interrompus pour préparer le concours interne des ingénieurs de la météorologie en 1986) ;
- cours de DEA (M2 actuel) à Paris-6 pendant ma période de formation complémentaire par la recherche au LMD-X (1988-89, scolarité non sanctionnée par le DEA, ayant arrêté cette scolarité avec l'accord du parrain de FCPLR, pour me consacrer pleinement au travail de recherche en cours au LMD) ;
- thèse de Doctorat obtenue en 1994 avec la mention très-honorable et les félicitations du jury, thèse préparée les soirs et week-end pendant ma période "contrôle des modèles de prévision" à COMPAS (avec l'obtention du prix Prud'homme 1995 décerné par la SMF).

J'ai choisi d'expliquer, dans les sections à venir, l'origine des thèmes de recherches qui ont progressivement émergés au cours de mes cursus de type opérationnel et recherche :

- la turbulence atmosphérique et l'énergétique de l'air humide ;
- plus généralement le développement et l'intégration de paramétrisations physiques dans le cadre du modèle ARPEGE Climat.

Les deux premiers thèmes ont été initiés pendant les années 1980 et 1990, dont les activités sont décrites dans les sections 3 et 4. Je décrirai aussi dans la section 5 une partie importante de mon cursus professionnel où j'ai pris en charge, pendant plusieurs années, la gestion et le développement des paramétrisations physiques du modèle ARPEGE Climat.

Le lecteur pressé ou voulant aller à l'essentiel pourra aller directement à la section 6, où une synthèse de toutes mes activités est présentée, avant de décrire la prospective de recherche dans la section 7.

Pour illustrer ma démarche de recherche sur l'énergétique de l'atmosphère, j'ai inclus :

- dans l'annexe A l'article fondateur de toute ma démarche de recherche, c'est à dire celui sur l'exergie écrit en 1989 pour les C.R.A.S. lorsque j'étais en formation par la recherche au LMD, à l'école Polytechnique ;
- dans l'annexe B l'article (en deux parties) publié en 2003 au Q.J.R.M.S. et où j'ai décrit le cycle d'enthalpie utilisable de l'air sec (que j'avais calculé et décrit en français dans ma thèse de doctorat, en 1994) ;
- dans l'annexe C le chapitre "Formulations of moist thermodynamics for atmospheric modelling" écrit en commun avec Jean-François Geleyn pour le livre "Parameterization of Atmospheric Convection" (paru en octobre 2015) et qui résume l'ensemble des résultats obtenus pendant les années 2009-2014.

On trouvera enfin, dans l'annexe D, les références bibliographiques ainsi que la liste des contrats nationaux et européens, de mes cours, de mes activités concernant les aspects "Animation d'équipes ou de services" et les aspects "responsabilités dans l'encadrement de la recherche".

3 Les années 1980 : formations initiales ITM et IM.

3.1 Années 1980-86 : ITM - Prévisionniste et turbulence.

Le premier article : Mahrt *et al.* (1986)

A l'issue des classes préparatoires, j'ai suivi la formation d'ingénieur des travaux à l'école nationale de la météorologie (ITM-1980-83). J'ai eu la chance de pouvoir suivre les cours de turbulence de Gérard De Moor en 1982 au fort de Saint-Cyr (voir Fig.1).



Figure 1: *Le fort de Saint-Cyr où se trouvait l'école nationale de la météorologie jusqu'en juillet 1982, avec ses salles de cours presque troglodytes... Ce fort accueille actuellement des archives photographiques et la Médiathèque de l'architecture et du patrimoine.*

J'ai vraiment été intéressé par les sujets abordés pendant ce cours, ce qui m'a incité à choisir un stage de fin d'année sur le thème de la turbulence atmosphérique. Ce long stage de recherche a été effectué sous l'encadrement de Jean-Claude André au sein du tout nouveau CNRM à Toulouse (voir Figure 2), entre septembre 1982 et août 1983.

Pendant ce stage, j'ai pu me familiariser au principe du calcul des flux turbulents à partir des méthodes d'inversion des profils de vent, température et humidité mesurés sur les mats instrumentés lors des campagnes WANGARA (1967), KOORIN (1974) et COPT (1981). Une partie de ce travail a pu être valorisé sous la forme de mon premier article écrit en co-auteur (Mahrt *et al.*, 1986).

Prévisionniste régional à Rennes

Aucun des postes proposés en sortie d'école en 1983 ne me permettait de poursuivre dans cette voie de la recherche qui me plaisait tant. J'ai donc rejoint avec quelques regrets et en guise de première affectation le centre météorologique régional ouest de Rennes Saint-Jacques-de-la-Lande, ceci en 1984, à la suite de mon service national.

Cette période où j'ai pu apprendre le métier de prévisionniste régional a été propice à ressentir les phénomènes turbulents et convectifs, de par leur observation quotidienne et à travers l'arrivée des nouveaux outils de prévision (comme l'outil METEOTEL). Il faut plusieurs années pour maîtriser un tant soit peu cette activité de prévisionniste. A côté de nombreux échecs ou imprécisions décevantes, j'ai parfois été heureusement surpris de réussir



Figure 2: *Le centre de recherche à Toulouse en septembre 1982, avec ses couleurs vives et déjà habité, malgré les alentours à peine achevés... la recherche est une passion !*

à prévoir avec une réelle précision l'évolution aérologique pour la journée, l'évolution des phénomènes météorologiques en évaluant leur advection à partir des mesures par radar ou par satellites, ou encore prévoir l'heure de dissipation du brouillard en connaissant le matin l'épaisseur de la couche et en déterminant l'énergie nécessaire à sa dissipation... Le travail de prévisionniste permet vraiment d'apprendre l'humilité, car on est souvent confronté à l'échec, mais avec parfois aussi la satisfaction du travail fait au mieux de l'état de l'art et des possibilités techniques offertes.

Etudiant à Rennes

En parallèle de mon travail à plein temps de prévisionniste, j'ai pu terminer en 1985 à l'Université Rennes-1 la Licence de physique commencée à Paris-7 en 1981-1982, où j'avais eu la chance et l'honneur de suivre le cours de mécanique quantique dirigé par Claude Cohen-Tannoudji (futur prix Nobel), Bernard Diu et Franck Laloë (19/20 à cette UV). J'ai ensuite pu débiter les cours de Maîtrise, puis préparer le concours interne d'Ingénieur de la Météorologie (IM). Un de mes rêves était de pouvoir devenir chercheur à l'issue de la scolarité IM, rêve inassouvi en tant qu'ingénieur des travaux.

3.2 Années 1986-90 - IM - La FCPLR et l'énergétique.

3.2.1 Années 1986-88 - La scolarité IM.

Concours IM - Toulouse

La réussite au concours IM m'a conduit à retourner à Toulouse pour suivre la scolarité correspondante (1986-1988). Pour ne citer que ceux en lien avec mes thèmes de recherche, j'ai pu suivre les cours de turbulence de Gérard De Moor et d'Oliver Thual, celui de circulation générale de Robert Sadourny et celui de météorologie tropicale de Daniel Cadet.

Cette scolarité IM s'achevait par un stage de recherche de six mois (janvier à juin 1988), suivi par une période de 2 années de Formation Complémentaire Par La Recherche (FCPLR

1988-1990). Cette période de FCPLR, nouvellement créée par le directeur Jean Labrousse et dont chacun des élèves de ma promotion IM pouvait profiter s'il le souhaitait, fut accueillie par moi comme une formidable opportunité pour espérer assouvir mon envie de poursuivre les activités de recherche entrevues lors de ma scolarité ITM.

Stage IM - Ecole Polytechnique

J'ai hésité entre deux sujets de fin de scolarité IM.

Le premier sujet était proposé par Robert Sadourny, alors directeur du Laboratoire de Météorologie Dynamique à l'Ecole Polytechnique (LMD-X). Ce premier sujet portait sur l'étude du tourbillon potentiel, l'article de Hoskins *et al.* (1985) traitant alors de concepts relativement nouveaux et offrant des potentialités à définir et à tester.

Le deuxième sujet était proposé par Daniel Cadet, alors directeur de recherche au LMD-X. Ce deuxième sujet portait sur l'étude de l'énergétique de la mousson africaine, en lien avec l'instabilité barotrope imaginée par Reed *et al.* (1977). La particularité de cette région de mousson africaine provient de la présence simultanée des circulations de mousson en basses couches, puis du jet d'est africain en moyenne troposphère, puis de deux courants jet en haute troposphère (jet d'ouest subtropical et jet d'est provenant des Somalies). Le but du stage était donc de mieux comprendre les interactions entre ces différents éléments, ceci du point de vue des échanges énergétiques selon la verticale ou selon l'horizontale.

A vrai dire, j'étais surtout intéressé par le premier sujet qui correspondait à une partie du cours de météorologie dynamique IM professé par Philippe Veyre qui m'avait fortement intéressée. D'autre part, l'idée d'aller passer deux ans et demi au LMD-X sous l'encadrement de R. Sadourny me semblait une belle opportunité. C'est dans ce cadre que j'ai débuté une étude bibliographique aussi complète que possible sur ce sujet du tourbillon potentiel.

Cependant, même si le concept de tourbillon potentiel me semblait fort séduisant, j'ai opté pour le second sujet. Le premier sujet me faisait un peu peur, ayant eu en ces moments un manque de confiance en mes possibilités. D'autre part, j'avais été intéressé par la manière avec laquelle Ph. Veyre avait introduit le sujet de l'énergétique dans son cours de météorologie dynamique professé aux IM. Il montrait bien comment la vision locale de M. Margules (1905) a pu être reprise et généralisée au cas de l'atmosphère globale par E. N. Lorenz (1955). Cela me faisait pourtant l'impression confuse d'un mélange étrange de raisonnements physiques partiellement bancals se trouvant adossés à des méthodes mathématiques pas aussi parfaites qu'il pouvait sembler au premier abord... Il me semblait donc qu'une action de recherche pouvait être engagée sur ce deuxième sujet.

Stage IM - APE de Lorenz

Une fois le second sujet choisi, l'étude de l'énergétique de la mousson africaine s'est faite en deux temps au LMD/X. Pendant les premiers six mois de stage de fin d'étude (janvier à juin 1988), j'ai d'abord suivi l'approche classique, en calculant patiemment les cycles énergétiques de Lorenz à partir de sorties du modèle de prévision du CEPMMT qui étaient archivées sur bandes au CIRCE (réseaux 0 et 12 UTC). J'ai dû travailler un peu en solitaire sur mon sujet, mais sous l'encadrement de Daniel Cadet et avec une implication auprès des nombreux thésards de son équipe.

Au cours de cette étude bibliographie initiale, j'ai été confronté à un premier problème conceptuel portant sur la première étape conçue par Margules en 1905. Il s'agit de calculer



Figure 3: Le site de l'école Polytechnique à Palaiseau, avec au premier plan la série des bâtiments en forme de peigne où sont localisés les laboratoires de recherche, le LMD-X se trouvant dans l'ellipse à droite. C'est dans un loft où se côtoyaient une dizaine de thésards que l'idée de l'utilisation de l'exergie dans les sciences de l'atmosphère a pris forme.

l'énergie potentielle totale $E_i + E_p$, la somme de l'énergie interne et de l'énergie potentielle de pesanteur pour une colonne d'atmosphère hydrostatique et de section horizontale de surface unité, pour montrer que cette somme est égale à l'enthalpie $H = \iiint \rho h dz = \iiint h dp/g$. Mathématiquement, cela correspond aux propriétés locales $e_i = e_{i,ref} + c_v (T - T_r)$ et $\phi = \phi_{ref} + g (z - z_{ref})$ en grandeurs spécifiques (c'est à dire par unité de masse), qui conduisent aux calculs successifs :

$$\begin{aligned}
 (a) \quad E_i + E_p &\approx \int_0^{p_s} (c_v T - c_v T_r + e_{i,ref}) \frac{dp}{g} + \int_0^{p_s} g (z - z_{ref}) \frac{dp}{g} + \frac{p_s \phi_{ref}}{g}, & (1) \\
 (b) \quad E_i + E_p &\approx \int_0^{p_s} (c_v T) \frac{dp}{g} + \int_0^{p_s} (g z) \frac{dp}{g} + C_1, \\
 (c) \quad E_i + E_p &\approx \int_0^{p_s} (c_v T) \frac{dp}{g} + [z p]_0^{p_s} - \int_0^{p_s} (g p) \frac{\partial z}{\partial p} \frac{dp}{g} + C_1, \\
 (d) \quad E_i + E_p &\approx \int_0^{p_s} (c_v T) \frac{dp}{g} + 0 + \int_0^{p_s} (R T) \frac{dp}{g} + C_1, \\
 (e) \quad E_i + E_p &\approx \int_0^{p_s} (c_p T - c_p T_r + h_{ref}) \frac{dp}{g} + C_1 - C_2, \\
 (f) \quad E_i + E_p &\approx \int_0^{p_s} (h) \frac{dp}{g} + C_1 - C_2, \\
 (g) \quad E_i + E_p &\approx H + C_1 - C_2. & (2)
 \end{aligned}$$

Il est clair que l'égalité recherchée entre l'énergie potentielle totale $E_i + E_p$ et l'enthalpie H exige de faire les approximations suivantes :

- en (a) l'hypothèse hydrostatique $\partial p / \partial z = -\rho g$ qui permet d'exprimer l'élément d'intégration massique ρdz par $-dp/g$;
- en (b) pouvoir considérer comme constant \bar{p}_s et le terme C_1 qui dépend des valeurs de références z_{ref} et ϕ_{ref} pour le géopotential, aussi de $c_p T_r$ et $e_{i,ref}$ pour l'énergie interne, ce qui exclut de pouvoir prendre en compte l'influence de l'humidité qui rend c_p et $e_{i,ref}$ variables dans l'espace et dans le temps, comme on le verra par la suite ;
- en (c), après l'intégration par partie de " $(z \times 1) dp$ ", la nullité du produit " $z p$ " au sol, où z doit être nul partout sur l'horizontal, ce qui exclut la présence de relief ;

- en (c) la nullité du produit “ $z p$ ” à l’infini, où p tend vers 0 certes plus vite que z , mais avec des valeurs de “ $z p$ ” encore non-négligeables dans la stratosphère, ce qui exige de pouvoir poursuivre l’intégration jusqu’au sommet de la thermosphère ($z > 100$ km) ;
- en (c), à nouveau l’hypothèse hydrostatique $\partial z / \partial p = -1 / (\rho g)$;
- en (d) pouvoir poser l’équation d’état $p / \rho = R T$, puis en (e) la relation de Mayer $c_p = c_v + R$, mais avec pour R , c_v et c_p les valeurs pour l’air sec, ce qui exclut de pouvoir prendre en compte l’influence de l’humidité ;
- en (e), (f) et (g) de pouvoir introduire h_{ref} et $c_p T_r$ qui sont compensés par le terme $-C_2$, ce qui exclut, là encore, de pouvoir prendre en compte l’influence de l’humidité, car pour le cas de l’air humide c_p , h_{ref} deviennent variables dans l’espace et dans le temps et ne peuvent pas être ajoutés ainsi, à la demande.

J’ai donc pleinement pris conscience à cette époque de la difficulté à pouvoir généraliser les travaux de Margules et Lorenz au cas réaliste (et incontournable) d’une atmosphère humide, une contrainte éminemment importante sous les tropiques, et donc pour la circulation de la mousson africaine. Certes, Lorenz (1978, 1979) a publié une version humide de son approche, mais sans parvenir à une formulation analytique, ni à des résultats probants. Ceci laissait supposer que la méthode initiée par Margules en 1905 et reprise par Lorenz en 1955, pour séduisante qu’elle puisse paraître, possédait des limitations importantes, et se devait d’être améliorée.

Un autre problème concerne la méthode choisie par Margules pour définir l’énergie cinétique maximale pouvant être libérée par une colonne d’atmosphère. Ce maximum d’énergie cinétique est défini comme la différence d’enthalpie $H - H_{ref}$ entre l’état réel de cette colonne et un certain état de référence. Cette méthode a été reprise par Lorenz, en la généralisant au cas de l’ensemble de l’atmosphère, avec la création du mot anglais “APE” (pour “Available Potential Energy”) pour désigner cette différence d’enthalpie $H - H_{ref}$.

En 1905, Margules considère l’analogie avec le pendule mécanique, où l’état de repos est celui d’énergie potentielle (H) minimale et d’énergie cinétique (E_{cin}) maximale, ce maximum étant atteint pour l’état d’énergie potentielle minimale (H_{ref}). De cette façon, en cas de conservation de l’énergie entre ces deux états, on obtient la relation $H = E_{cin} + H_{ref}$ et le maximum de l’énergie cinétique est égal à $E_{cin} = H - H_{ref}$.

Mais ensuite, le problème se pose de savoir comment définir cet “état de référence” pour le cas, plus complexe que le pendule, de l’atmosphère qui est formée d’un gaz compressible ? La réponse de Margules, reprise par Lorenz, est de considérer la distribution de l’entropie de l’air sec $s = c_p \ln(\theta) + Cste$ pour une colonne (ou un hémisphère), comme décrit sur la Figure 4.

Il apparaît que l’état de référence d’enthalpie minimale est obtenu en imaginant une transformation adiabatique et réversible, en fait isentrope, entre ces deux états. Cela se traduit concrètement par des mouvements qui ne peuvent pas traverser les surfaces isentropes (iso- θ), du fait de la dérivée lagrangienne locale $ds/dt = (c_p/\theta) d\theta/dt = 0$ qui veut simplement dire que les redistributions de la masse entre l’état réel et celui de référence doivent se faire en préservant la masse comprise entre deux isentropes donnée, ces isentropes devant des “surfaces matérielles infranchissables et hermétiques”.

Mais la proposition imaginée par Margules en 1905, puis généralisée par Lorenz en 1955, de “redistribution adiabatique de la masse” est faussement séduisante et pose autant de problèmes qu’elle n’en résout. En effet, si on interprète le dessin décrit sur la Figure 4 (a) comme une coupe zonale où l’équateur est à gauche et le pôle à droite, il est peu réaliste

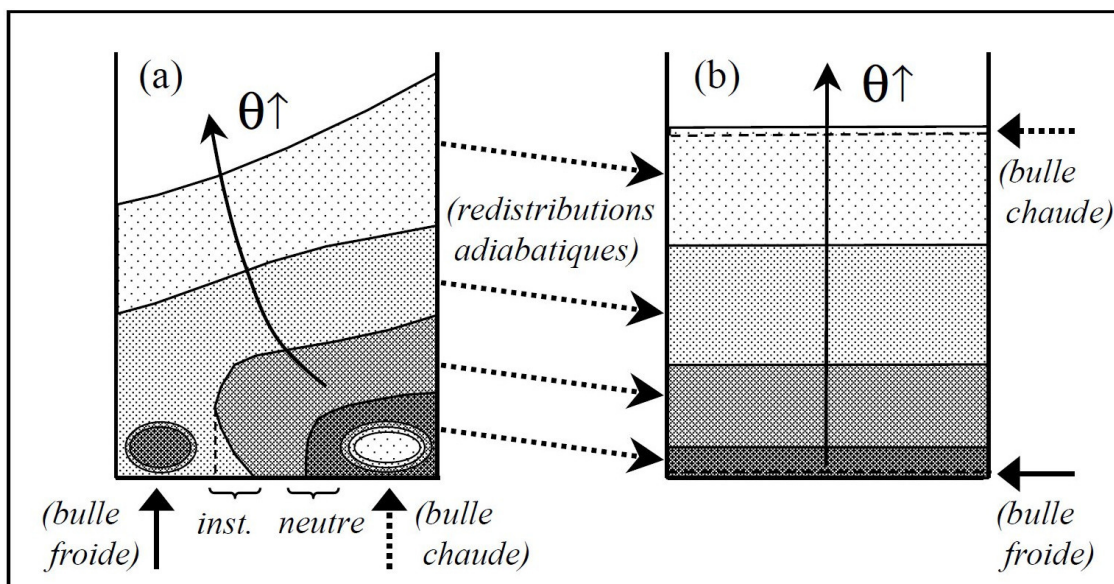


Figure 4: Le principe d'une redistribution adiabatique de la masse entre (a) l'état réel et (b) l'état de référence qui est supposé posséder une enthalpie minimale.

d'imaginer que la bulle froide représentée dans les basses couches équatoriales (par exemple si quelqu'un venait à ouvrir un réfrigérateur en plein Sahara) puisse devoir être redistribuée, en (b), dans une mince pellicule collée au sol et s'étendant strictement de l'équateur au pôle, en poussant toutes les couches avec des θ plus élevées en (b) vers le haut ! Il en va de même pour la bulle chaude représentée en (a) dans les basses couches polaires (par exemple si quelqu'un décidait d'allumer un chauffage en Sibérie), une bulle chaude qui se trouverait déplacée tout en haut en (b), sans avoir aucun impact sur les autres couches avec des θ plus faibles en (b) ! Tout ceci semble vraiment irréaliste...

De plus, contrairement à ce qui est souvent considéré, même la formule dite "exacte" de l'APE = $H - H_{ref}$ n'est pas sans poser de nouveaux problèmes, en plus de ceux déjà mentionnés ci-dessus. On a vu que Margules et Lorenz définissent l'énergie utilisable par l'intégrale de $c_p (T - T_{ref})$, où T et T_{ref} sont les températures de l'état réel et de l'état de référence, respectivement. Cela se traduit mathématiquement par

$$APE \approx \int_0^{p_s} c_p (T - T_{ref}) \frac{dp}{g}.$$

Il faut rappeler que l'on a tout de même admis, pour écrire cette équation, que l'on est en équilibre hydrostatique, qu'il n'y avait pas de relief et que l'on ne pouvait pas inclure les effets de l'humidité (ne serait-ce même ceux de l'eau vapeur).

Ensuite, pour pouvoir calculer cette intégrale de $c_p (T - T_{ref})$, il faut pouvoir définir simplement T_{ref} en terme de la moyenne sur les isentropes de T . C'est là où une nouvelle hypothèse apparaît : on suppose que l'on peut prendre $\theta(z) = T (p_0/p)^\kappa$, avec $\kappa = R/c_p \approx 0.287$, comme une variable pour représenter la verticale, en remplacement de la pression locale p . Mais cela suppose qu'il n'y a pas de gradient sur-adiabatique (Lorenz, 1967, page 103 : "... barring superadiabatic lapse rates...") ou encore que les surfaces isentropes sont sans repliement (Lorenz, 1955, page 159 : les parcelles fluides isentropes "... form a continuous surface which intersects every vertical column exactly once, ..."). On obtient alors :

$$APE \approx \int_0^\infty \frac{c_p}{(1 + \kappa) (p_0)^\kappa} \left[\overline{(p^{1+\kappa})} - (\bar{p})^{1+\kappa} \right] \frac{d\theta}{g}.$$

Ainsi, la formulation “exacte” de l’énergie utilisable de Lorenz possède le grave défaut de ne pas être définie pour les stratifications verticales neutres ou instables représentées sur la Figure 4 (a), ni pour les régions environnantes des bulles chaudes et froides, c’est à dire là où le paramètre de stabilité est nul ou négatif ($d\bar{\theta}/dz \leq 0$).

On retrouve les conséquences de ces nouvelles approximations sur la formulation dite “approchée” de l’APE de Lorenz, où l’APE s’exprime en coordonnée verticale pression sous la forme

$$\text{APE} \approx \int_0^{p_s} \frac{1}{\Gamma_d - \bar{\Gamma}} \frac{\overline{(T')^2}}{2\bar{T}} dp. \quad (3)$$

On voit clairement ici l’apparition d’une singularité pour les zones neutres où $\bar{\Gamma} = -\partial\bar{T}/\partial z$ est égal à $\Gamma_d = g/c_p$, ce qui annule le dénominateur et rend l’APE infinie ! De même, les zones sur-adiabatiques correspondent à $\bar{\Gamma} > \Gamma_d$ et à des valeurs négatives de l’APE !

Clairement, l’incapacité des formulations “exacte” ou “approchée” de l’APE à pouvoir représenter l’effet des zones neutres ou sur-adiabatiques est un gros handicap, puisque ces zones sont observées dans la plupart des couches limites planétaires diurnes, et ceci partout sur le globe.

Et quand bien même on se refuserait à représenter ces régions proches du sol, en s’appuyant par exemple sur des moyennes temporelles moyennant les couches limites diurnes et nocturnes, ou sur des moyennes spatiales suffisamment étendues pour ne pas atteindre le niveau $\bar{\Gamma} = \Gamma_d$, les faibles valeurs de $\Gamma_d - \bar{\Gamma}$ près du sol donnent un poids énorme (et sans doute excessif) aux termes $\overline{(T')^2}/(\Gamma_d - \bar{\Gamma})$ calculés à partir des variances de températures observées dans les couches limites, par rapport aux termes $\overline{(T')^2}/(\Gamma_d - \bar{\Gamma})$ calculés à partir des variances de températures observées dans la troposphère libre ou dans la stratosphère...

Un autre problème concerne les flux aux frontières latérales et verticales qui sont obligatoirement présents pour tout domaine englobant la mousson africaine, du fait de la présence incontournable du flux de mousson et des courants jet. Ce faisant, la méthode de calcul des cycles de Lorenz ne devrait pas être appliquée à un domaine local, ou à une couche finie d’atmosphère, dans la mesure où seuls des domaines infinis ou aux frontières fermées (ou cycliques) sont compatibles avec les approches de Margules (1905) et Lorenz (1955).

En particulier, comme expliqué par Saltzman and Fleisher (1960), il n’est pas possible de prendre en compte dans ces anciennes approches une valeur moyenne non nulle pour la vitesse verticale, par exemple si on considère que la moyenne $\bar{\omega}$ est différente de zéro sur une surface isobare limitée horizontalement. Ceci revient à négliger dans beaucoup d’études des termes qui sont typiquement 10 fois plus grands que ceux qu’on étudie. Ceci est dû au fait que la moyenne de la température \bar{T} est 30 fois plus grande que l’ordre de grandeur des perturbations $|T'|$, alors que $\bar{\omega}$ n’est inférieur que d’un ordre de grandeur à $|\omega'|$. Par conséquent, les termes de conversion dépendant de $\bar{\omega} \bar{T}$ peuvent être du même ordre de grandeur (voire plus grands) que ceux dépendant des corrélations $\overline{\omega' T'}$. Et pourtant, les termes dépendant de $\bar{\omega} \bar{T}$ sont très souvent négligés...

Vraiment, tout portait à croire que les approches de Margules et Lorenz devaient être revues et corrigées avant de pouvoir les appliquer au domaine de la mousson africaine, où les impacts liés à l’humidité doivent être importants, avec un fort besoin de devoir gérer les zones neutres et sur-adiabatiques dans les couches limites désertiques très épaisses, et avec des flux aux frontières latérales, supérieure ou inférieure (flux de mousson et nombreux courants jet) qui doivent fortement influencer l’énergétique.

Malgré une longue période consacrée à la recherche d’une formulation alternative à celles

existantes pour appliquer Lorenz à un domaine local, le temps contraint du stage de fin de scolarité IM ne m'a pas permis d'aboutir dans les délais impartis. Aussi ai-je dû en rester au calcul des cycles de Lorenz par les méthodes existantes (Muench 1965, Brennan and Vincent 1980, Michaelides 1987). J'ai pu toutefois ajouter dans le rapport envoyé à l'ENM une amélioration qui consistait à employer une méthode de Monte Carlo, afin d'essayer de quantifier l'incertitude sur les valeurs numériques des réservoirs et échanges énergétiques.

Ce rapport de fin de scolarité IM fourni en juin 1988 a été apprécié favorablement, alors que dans mon esprit les calculs faits avec la méthode de Lorenz ne pouvaient qu'être faux. Avec du recul, je considère que j'aurais sans doute dû en rester là, et continuer à utiliser le cycle de Lorenz en l'état au cours de ma FCPLR. En effet, j'ai appris par la suite à mes dépens qu'il n'est pas sage de devoir se démarquer de l'usage commun des concepts et outils employés par une communauté de chercheurs. Même si je n'étais guidé que par une simple volonté d'améliorer ces concepts et outils liés à l'énergie utilisable, j'aurais sans doute dû éluder les problèmes mentionnés ci-dessus, dans la mesure où presque personne n'éprouve le besoin de trouver une solution à ces problèmes.

3.2.2 Années 1988-89 - Début de la FCPLR.

FCPLR - APE de Lorenz

Je suis revenu au LMD-X en septembre 1988 pour débiter ma période de deux années en FCPLR. Je devais aussi, pendant cette période de FCPLR au LMD-X, suivre les cours du DEA de Paris 6 (G. Mégie, F. Frankignoul, J. Merlivat) et passer les partiels.

Du point de vue de l'énergétique, j'ai poursuivi mes lectures, en particulier celles de Pearce (1978) et Dutton (1973), mais sans bien comprendre en premières lectures l'intérêt ou les implications de ces articles. J'ai effectué des tentatives très nombreuses, bien que infructueuses, pour améliorer l'approche de Lorenz, ceci en utilisant le même principe des redistributions isentropiques des couches pour construire l'état de référence.

J'ai aussi exploré d'autres pistes pour mieux comprendre l'énergétique de la mousson africaine, comme la séparation en partie non-divergente et non-rotationnelle du vent (méthode de Endlich 1967, 1971). J'ai pu, à cette occasion, récupérer les codes de transformées de Fourier rapides de l'ancien modèle de climat SISYPHE auprès de Michel Déqué au CNRM, en les adaptant au calculateur FUJITSU-VP200 du CIRCE grâce à une traduction des directives de vectorisation qu'il fallait transcrire du CRAY vers le VP200.

La prise de conscience que l'approche de Lorenz est essentiellement globale du fait que $\bar{\omega} \neq 0$ pour tout domaine limité m'a conduit à engager la recherche de nouveaux invariants adiabatiques locaux, avec l'espoir que le comportement de ces invariants locaux puisse conduire, après intégration sur l'ensemble de l'atmosphère, aux mêmes propriétés décrites par Lorenz, Pearce ou Dutton concernant les énergies utilisables définies à l'échelle globale par ces auteurs.

C'est, en fait, une démarche inverse de celles utilisées par Margules (1905) et Lorenz (1955), leur études étant basées dès le départ sur une somme des énergies interne et potentielle $E_p + E_i$ qui ne pouvait être égale à l'enthalpie H que pour l'air sec, pour une colonne infinie de l'atmosphère, sans relief et avec une stratification verticale positive pour θ dans l'état réel.

Un rapport interne a été envoyé au printemps 1989 à Daniel Cadet et Robert Sadourny

du LMD, ainsi qu'à Jean-François Mahfouf et Antoine Lasserre-Bigory à Météo-France (collègues de promotion IM). Ce rapport interne faisait le point de mes tentatives de pouvoir utiliser la méthode de Margules-Lorenz sur un domaine local et aux frontières ouvertes.

FCPLR - Facteur de Carnot

J'ai pris conscience de l'importance de certains des résultats de la monographie de Lorenz (1967, page 101), où il est indiqué que le chauffage global $\iiint \dot{q} \, dm$ peut être évalué en calculant la quantité $\iiint (1 - T_1/T) \dot{q} \, dm$, où \dot{q} est le chauffage diabatique local et où T_1 est une "moyenne harmonique globale" de la température, c'est à dire que $1/T_1 = \iiint (1/T) \, dm$. On voit ainsi apparaître le "facteur d'efficacité de Carnot" $(1 - T_1/T)$ analogue à ceux utilisés en thermodynamique, ce facteur étant différent de celui introduit par ensuite par Lorenz dans les propriétés associées à l'APE et qui dépend de la pression : $(1 - p_1^\kappa/p^\kappa)$.

L'autre guide de pensée était donc le besoin de retrouver localement le facteur de Carnot $(1 - \bar{T}/T)$ qui puisse être en facteur des termes de chauffage diabatiques \dot{q} dans l'équation locale pour la température T , équation qui est issue du premier principe de la thermodynamique. Seule une combinaison locale $(1 - \bar{T}/T) \dot{q}$, une fois intégrée sur un domaine fini, était en mesure d'expliquer les termes de chauffages différentiels : il y aurait génération locale de l'APE si on accentuait les contrastes thermiques, c'est à dire en réchauffant les régions les plus chaudes et/ou en refroidissant celles les plus froides.

La recherche de facteurs d'efficacité de Carnot du type $(1 - \bar{T}/T)$ ou $(1 - T_1/T)$, où \bar{T} serait une valeur en moyenne isobare ou isentrope et où T_1 serait une valeur moyenne constante, m'a donc semblé être un point crucial qui devait pouvoir être dérivé d'un principe local de conservation. Tel était mon crédo pendant le printemps et l'été 1989. Ce crédo se trouvait conforté par la présence de termes analogues dans les approches de Dutton (1973) et Pearce (1978) que je m'évertuais à relire, à la recherche d'inspirations.

FCPLR - Pression maximale !

Mais Daniel Cadet m'avait donné deux mois à la rentrée 1989 pour aboutir dans ma recherche d'un remplaçant aux approches de Margules et Lorenz, avec à défaut la nécessité de terminer le dernier semestre de FCPLR en utilisant une des approches existantes et basées sur le cycle de Lorenz, malgré toutes ses imperfections. C'est donc avec un stress intense que je me remis au travail de plus belle à partir de l'été 1989, avec juste quelques semaines devant moi pour aboutir...

3.2.3 Années 1989-90 - Fin de FCPLR : l'exergie.

FCPLR - Euréka ! fonction e_a ou a ?

Heureusement, tout s'est éclairci vers le 15 septembre 1989, où j'ai brusquement pris conscience de l'intérêt d'une fonction locale que j'écrivais (d'après mes notes de recherche) sous la forme un peu ésotérique $e_a = c_p [T - T_0 \ln(\theta/T_0)]$. Cette fonction " e_a " dépendait de la température potentielle θ , de la température locale T et d'une "température de référence" T_0 constante. La dérivée de e_a vérifiait la propriété tant recherchée $de_a/dt = c_p(1 - T_0/T)dT/dt +$

$R dp/dt$, où apparaît comme par miracle le facteur d'efficacité local de Carnot $(1 - T_0/T)$, ceci dans une équation où interviennent des dérivées particulières définies localement !

Ce terme d'efficacité de Carnot est capital, au sens où c'est ce terme qui génère les termes de chauffages différentiels. En effet, si on moyenne spatialement son produit avec le chauffage diabatique local \dot{q} inclus dans dT/dt , on trouve une corrélation entre $T - T_0$ et $\dot{q} - \dot{q}_0$, ce qui se traduit physiquement par la propriété bien connue : il y a génération de a_h si on chauffe les parties déjà chaudes et/ou si on refroidit les parties déjà froides, c'est à dire si on accentue les contrastes thermiques. Et la propriété $1/T_0 = \iiint (1/T) dm \approx 1/250 \text{ K}^{-1}$ – suggérée dans Lorenz (1967) et reprise dans Pearce (1978) – conduit précisément à un impact nul pour un chauffage moyen et uniforme \dot{q}_0 .

Cela faisait des mois que j'étais désespérément à la recherche d'une telle fonction locale qui puisse générer un tel facteur de Carnot directement exprimé dans une dérivée particulière. Il me semblait alors avoir touché au but, car j'ai pu rapidement obtenir entre le 15 et le 28 septembre des résultats importants qui semblaient donner un sens physique à cette fonction e_a que j'écrivais tantôt $a = h - c_p T_0 \ln(\theta)$ avec $h = c_p T$, tantôt $a = h - c_p T_0 \ln(\theta/T_0) + c_v T_0$.

J'ai pu alors rapidement écrire un cycle local entre l'énergie potentielle " $\phi = gz$ ", l'énergie cinétique " $(u^2 + v^2)/2$ " et la nouvelle énergie utilisable locale " a ". J'ai pu surtout écrire le cycle énergétique pour une couche isobare d'atmosphère, où on sépare d'un côté les énergies des valeurs moyennes dépendant de $(\bar{u})^2$, $(\bar{v})^2$, $(\bar{T})^2$ et $(\bar{\phi})^2$, d'un autre côté les énergies des fluctuations qui dépendent de $(u')^2$, $(v')^2$, $(T')^2$ et $(\phi')^2$.

J'ai retrouvé avec plaisir le résultat suggéré par Pearce (1978) qui indique que, là où l'APE de Lorenz est formée par la variance horizontale de la température au numérateur et un facteur de stabilité au dénominateur (problématique, car possiblement nul), l'énergie utilisable doit être redéfinie en séparant ce rapport en deux termes : un terme "Barocline" a_B qui dépend de la variance horizontale de la température $(T')^2$ plus un terme de "Stabilité verticale" a_S qui dépend des écarts du profil vertical de la température par rapport à une valeur de référence $(\bar{T} - T_r)^2$. Il n'y a donc plus de danger, avec $a_B + a_S$, de division par un terme pouvant devenir nul dans les zones neutres (comme pour l'APE si on veut prendre en compte la couche limite).

J'ai rédigé en novembre 1989 un premier rapport lu par Jean-François Mahfouf (collègue de promotion IM) et Daniel Cadet, mon chef de stage. J'ai eu la remarque cruciale de leur part que la fonction précédente ne leur semblait pas homogène, pas très "jolie", de part le terme θ/T_0 (dans le logarithme) qui semble être un mélange pas très heureux d'une température potentielle et d'une simple température...

FCPLR - La fonction a_h ?

Ces remarques semblaient fondées, même si on pouvait écrire la première formulation sous la forme $c_p T - c_p T_0 \ln(T/T_0) + R T_0 \ln(p)$. Cependant, cette formulation n'était pas très jolie non plus, de part le p qui n'est pas rendu sans dimension dans le second logarithme, par exemple par une division par une valeur de référence p_0 . De même, j'avais envie de retrancher T_0 de T dans le premier terme, par raison de symétrie. Ceci m'a conduit à imaginer une formulation plus "symétrique", du type $c_p [(T - T_0) - T_0 \ln(T/T_0)] + R \ln(p/p_0)$. J'ai alors remarqué que cela revenait à écrire tout simplement

$$a_h = (h - h_0) - T_0 (s - s_0) \quad \text{ou encore} \quad a_h = (h - T_0 s) - (h_0 - T_0 s_0), \quad (4)$$

avec $h = h_0 + c_p(T - T_0)$ et $s = s_0 + c_p \ln(T/T_0) - R \ln(p/p_0)$, où les indices "0" indiquent des

états de référence pour l'enthalpie (h_0) et l'entropie (s_0), qui dépendent de la température constante T_0 et d'une pression constante p_0 à déterminer.

Je pouvais alors retrouver des résultats analogues à ceux de Lorenz en très peu de lignes de calcul, et ceci sans faire d'approximation. Ces résultats étaient vraiment merveilleux, même s'ils allaient, ensuite, me plonger dans un tourbillon de questionnements pour les décennies à venir.

Pour pouvoir écrire l'équation (4) et les différences d'enthalpie et d'entropie selon $h - h_0 = c_p (T - T_0)$ et $s - s_0 = c_p \ln(T/T_0) - R \ln(p/p_0)$, on doit considérer l'atmosphère comme étant constituée par l'air sec qui est supposé être un gaz parfait. On admet aussi l'hypothèse (raisonnable) que les constantes thermodynamiques R et c_p sont constantes dans l'intervalle des conditions de température et de pression qui sont observées dans l'atmosphère. Alors, la combinaison (4) s'écrit sous la forme suivante

$$a_h = c_p T_0 \left[\left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) - \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] + R T_0 \ln \left(\frac{p}{p_0} \right). \quad (5)$$

Ce faisant, on peut écrire l'enthalpie utilisable comme la somme de deux termes $a_h = a_T(T) + a_p(p)$, où le premier terme $a_T(T) = c_p T_0 [(T/T_0 - 1) - \ln(T/T_0)]$ ne dépend que de la température et où le deuxième terme $a_p(p) = R T_0 \ln(p/p_0)$ ne dépend que de la pression. De plus, ces deux termes se mettent sous la forme de fonction qui, au premier ordre, sont quadratique en terme de la température et de la pression de surface.

FCPLR - Le terme a_T ?

En effet, si on pose $X_T = T/T_0 - 1$, le premier terme peut s'écrire sous la forme

$$a_T = c_p T_0 F(X_T) \quad \text{où} \quad F(X) = X - \ln(1 + X) \approx X^2/2. \quad (6)$$

On voit sur la Figure 5 (a) que $F(X) > 0$ est décroissante pour $X < 0$ et croissante pour $X > 0$. La fonction F ne s'annule que pour $X = 0$, c'est à dire pour $T = T_0$ si $X = T/T_0 - 1$. On peut se convaincre sur la Fig.5 (a) que l'approximation quadratique $F(X) \approx X^2/2$ est valide pour $|X| < 0.3$, ce qui signifie $175 < T < 325$ K pour $T_0 = 250$ K. Cet intervalle couvre l'ensemble des conditions observées dans l'atmosphère. Dans ces conditions, l'intégrale de la composante liée à la température s'écrit sous la forme

$$A_T = \iiint a_T(X_T) dm \approx \frac{c_p}{g} \iiint \left(\int \frac{(T - T_0)^2}{2 T_0} dp \right) dx dy, \quad (7)$$

où on a supposé que l'on a un équilibre hydrostatique en présence d'un gaz parfait : $dp = -\rho g dz$ et $dm = \rho dx dy dp$.

La comparaison avec l'expression (3) de l'APE de Lorenz est assez frappante : on a dans les deux cas un terme quadratique en fonction de la température au numérateur, alors que le dénominateur de (3) est plus simple et moins instable dans (7), où le terme de Lorenz $\Gamma_d - \bar{\Gamma}$ semble correspondre à $\Gamma_d = g/c_p$ dans (7), soit à $\bar{\Gamma} = -\partial \bar{T} / \partial z = 0$ qui correspond à une atmosphère de référence isotherme (où \bar{T} est constante).

Une interprétation un peu rapide de ces résultats pourrait laisser croire que la formulation de l'APE de Lorenz est plus générale. Mais il n'en est rien. Le but n'est pas d'arriver de force à une représentation qui puisse prendre en compte les structures du type "moyennes isobares" \bar{T} . On verra plus loin que l'essentiel est de pouvoir accéder à une structure de

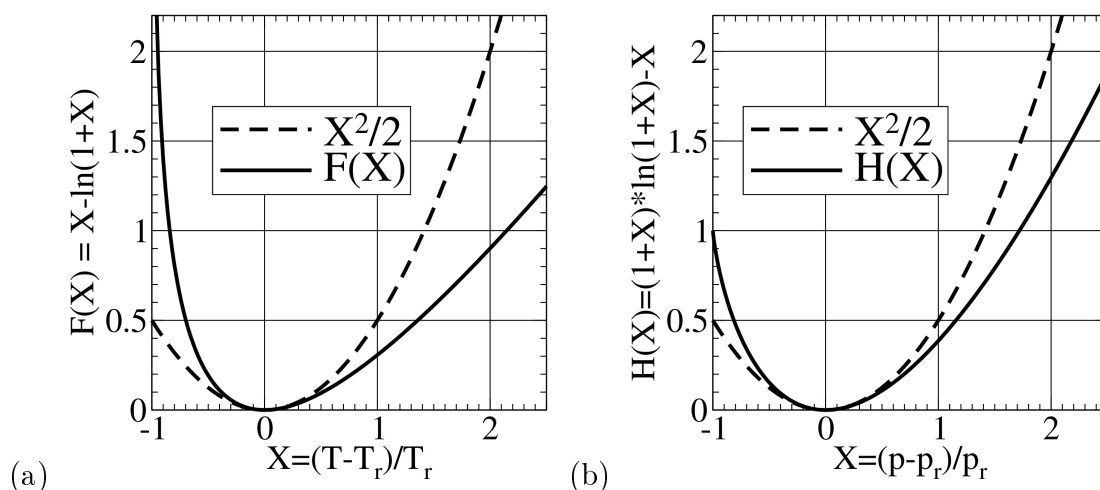


Figure 5: La comparaison de $F(X) = X - \ln(1 + X)$ en (a) et $H(X) = (1 + X)\ln(1 + X) - X$ en (b) avec la formulation quadratique $X^2/2$. Ces courbes sont tracées sur le même intervalle $-1 \leq X \leq +2.5$.

type “quadratique”. Et c’est déjà le cas avec (7), ceci sans devoir faire toutes les hypothèses nécessaires pour en arriver à la formulation (3) de Lorenz qui, rappelons le, suppose que beaucoup d’hypothèses soient réunies, avec parmi ces hypothèses l’absence de relief ou encore l’impossibilité de prendre en compte des zones humides ou adiabatiques, voire suradiabatiques qui sont présentes dans la couche limite, près du sol.

FCPLR - Le terme a_p ?

Intéressons-nous maintenant au deuxième terme de (5), $a_p(p)$, qui ne dépend que de la pression. Ce terme a fait l’objet de toutes les critiques depuis 1990, à la fois par les personnes qui ont expertisé mes articles, mais aussi par beaucoup des collègues scientifiques qui ont découverts ces résultats. Le reproche principal était : “bien-sûr, le terme $a_T(T)$ semble quadratique, mais $a_p(p)$ ne l’est pas et semble même pouvoir être à la fois positif dans les basses couches (là où $p > p_0$) et négatif au dessus (là où $p < p_0$)”... On arriverait à la conclusion que $a_p(p)$ n’est même pas positif : ce serait donc un très mauvais candidat pour une “énergie utilisable” digne de ce nom !

En fait, je n’ai trouvé la solution à ce problème que bien plus tard, en 2005. Je sais maintenant que Margules a déjà abordé et résolu ce problème quand il a publié en 1901 son article “The mechanical equivalent of any given distribution of atmospheric pressure, and the maintenance of a given difference in pressure”.

Dans cet article de 1901 (qui est antérieur à celui de 1903-05 dont s’est inspiré Lorenz en 1955 pour définir l’APE) Margules définit le “store of work for any layer under isothermal conditions” (voir l’équation (Ia’) page 505, en bas de la page 506 et en haut de la page 507), par la quantité

$$A = RT_0 \iiint \left[(p_0 - p) + p \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] dm. \quad (8)$$

D’après Margules (1901), cette quantité représente l’énergie mécanique pouvant être libérée par une petite portion d’un fluide à la pression $p \neq p_0$, par rapport au reste du fluide qui est à une pression uniforme p_0 . Cette expression (8) ressemble à la première partie de (5) qui

est valable pour la température. Toutefois, le lien n'est pas aussi immédiat et on ne peut pas utiliser la fonction F défini par (6) pour écrire (8) sous une forme faisant usage d'une fonction "quadratique" déduite de $F(X) \approx X^2/2$.

Le lien entre l'enthalpie utilisable (5) et la formulation de Margules (8) doit se faire de la façon suivante. Il faut juste remarquer qu'il est possible d'intégrer par partie le terme $\ln(p/p_0)$ dans $a_p = R T_0 \ln(p/p_0)$, ce qui conduit à

$$a_p = R T_0 p_0 \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{p}{p_0} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) - \frac{p}{p_0} + C \right] = R T_0 \frac{\partial}{\partial p} \left[(C p_0 - p) + p \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right]. \quad (9)$$

La comparaison avec (8) suggère de choisir $C = 1$ pour la constante d'intégration, ce qui permet de définir une fonction "quadratique" H qui vérifie

$$a_p(X_p) = \frac{\partial}{\partial p} [R T_0 p_0 H(X_p)] = R T_0 p_0 \frac{\partial}{\partial p} [H(X_p)] \quad (10)$$

$$\text{avec } X_p = \frac{p}{p_0} - 1 \text{ et } H(X) = (1 + X) \ln(1 + X) - X \approx X^2/2. \quad (11)$$

La variable de contrôle X_p qui est telle que $p = p_0 (1 + X_p)$ était baptisée ε dans Margules (1901), qui avait établi dans son équation (IIa) que $H(\varepsilon) \approx \varepsilon^2/2 - \varepsilon^3/6 + \varepsilon^4/12 - \dots$

On voit sur la Figure 5 (b) que $H(X) = 0$ uniquement pour $X = 0$, c'est à dire pour $p = p_0$ si $X = p/p_0 - 1$. Le maximum de $H(X)$ pour $X \in [-1, 0]$ est égal à 1 et est atteint pour $X = -1$ (c'est à dire pour $p = 0$ si $X = p/p_0 - 1$). Autrement, $H(X)$ est croissante pour $X > 0$ (c'est à dire pour des pressions supérieures à p_0 si $X = p/p_0 - 1$).

L'intérêt de cette nouvelle formulation (10), qui s'exprime comme une dérivée, est de pouvoir transformer l'intégrale volumique de a_p en une différence entre les intégrales surfaciques étendues à la surface terrestre d'une part, au sommet de l'atmosphère d'autre part. Après intégration de a_p entre la pression de surface p_s et celle au sommet $p = 0$, on peut en effet retrouver le résultat publié en haut de la page 507 de Margules (1901) :

$$\begin{aligned} A_p &= \iiint a_p(X_p) dm = \frac{R T_0 p_0}{g} \iint \left(\int_0^{p_s} \frac{\partial}{\partial p} [H(X_p)] dp \right) dx dy, \\ A_p &= \frac{R T_0 p_0}{g} \iint [H(p_s/p_0 - 1) - H(-1)] dx dy. \end{aligned} \quad (12)$$

Mais le terme $H(-1) = 1$ est une constante et il reste donc l'intégrale étendue à la surface terrestre :

$$A_p = \frac{R T_0}{g} \left(\iint p_0 H(p_s/p_0 - 1) dx dy \right) - \frac{R T_0 p_0 \Sigma}{g}, \quad (13)$$

où $\Sigma = \iint dx dy$ est la surface horizontale terrestre dans le second terme (constant) et où, dans le premier terme, $p_0 H(p_s/p_0 - 1) = P \ln(P/P_0) + P_0 - P$ est bien la formulation (8) de Margules (qui a posé $P = p_s$ et $P_0 = p_0$).

On peut se convaincre sur la Fig.5 (b) que l'approximation quadratique $H(X) \approx X^2/2$ est valide pour $|X| < 0.5$, ce qui signifie $500 < p < 1500$ hPa pour $p_0 = 1000$ hPa. Cet intervalle couvre presque complètement les conditions observées à la surface de l'atmosphère, mise à part les reliefs les plus élevés. Si on néglige le terme constant qui dépend de la masse totale de l'atmosphère, M , on obtient alors en première approximation :

$$A_p \approx \frac{R T_0}{g} \left(\iint \frac{(p_s - p_0)^2}{2 p_0} dx dy \right), \quad (14)$$

qui dépend de la variance de la pression de surface $\overline{(p'_s)^2}$, si on pose $p_0 = \overline{p_s}$. Ceci constitue un beau résultat que j'aurais dû obtenir dès 1989, et qui aurait donné plus de poids à mes premiers articles : mais mieux vaut tard que trop tard, voire jamais.

FCPLR - C'est l'exergie !

Même en l'absence de ce beau résultat pour la partie $a_p(p)$, j'étais déjà très heureux en 1989 de pouvoir aboutir à la définition d'une fonction $a_T(T)$ qui était quadratique en T , car dépendant de $(T - T_0)^2/2$ au premier ordre. Mais je ne reconnaissais pas la fonction donnée par (4), car la partie $h - T_0 s$ est clairement différente de la fonction de Gibbs notée $\mu = h - T s$ en météorologie et notée $G = H - T S$ en thermodynamique. La différence essentielle est que T est la température locale du fluide, alors que T_0 est celle imposée par l'environnement extérieur au système.

Malgré ces interrogations, et confiant dans les bonnes propriétés quadratiques (au premier ordre) de cette fonction a_h , j'ai d'abord recherché dans mon livre de thermodynamique de Math-Sup (Suardet, 1977) si une telle fonction pouvait exister. Et ce fut le cas, car j'ai découvert (page 133) que la notion "d'énergie utilisable monotherme" définie par $e_i - T_0 s$ était appelé "fonction de Gouy (1889)", et semblait correspondre peu ou prou à cette fonction a_h que j'avais imaginée... La différence était le remplacement de l'enthalpie h présente dans a_h par l'énergie interne e_i . J'ai aussi trouvé dans le traité de thermodynamique de Maurice Roy (1964) la mention à la fonction $h - T_0 s$, qui semblait correspondre à la fonction a_h , que j'avais donc tout simplement redécouvert...

Plutôt que d'essayer de faire accroire la découverte d'une "nouvelle fonction thermodynamique" (quoi que, avec plus de réalisme et de cynisme, j'aurais probablement dû faire cela), j'ai alors entrepris une large étude bibliographique, avec cette fonction de Gouy comme point d'entrée. Grâce à la bibliothèque de l'X et ses outils de recherche informatisés impressionnants pour l'époque, grâce aussi à ses fonds (très) anciens, j'ai pu progressivement remonter jusqu'aux écrits originaux de Carnot (1824), Thomson (1849, 1853, voir la Fig. 6, 1879), Tait (1879), Gibbs (1873, voir les Figs. 7,8,12), Maxwell (1871, 1885, voir la Fig. 9), Gouy (1889), Stodola (1898), Jouguet (1907), Darrieus (1931), Keenan (1932, 1951), Rant (1956, voir la Fig. 10), Marchal (1956), Szargut and Styrylska (1969) et plus récemment Martinot-Lagarde (1971), Haywood (1974), Evans (1969, 1980), Szargut (1980), Borel (1987), Bejan (1988), entre autres.

J'ai ainsi découvert que a_h correspondait initialement au concept de "puissance motrice du feu" (Nicolas Léonard Sadi Carnot), puis de "Motivity" (William Thomson, alias Lord Kelvin), puis de "available energy" ou "available enthalpy" (Josiah Willard Gibbs, James Clerk Maxwell). C'est ensuite Zoran Rant (voir Fig. 10) qui a proposé en 1956 les noms exergie (en français), exergy (en anglais), Exergie (en allemand), exergia (en espagnol), essergia (en italien) ou encore eksergija (en slave), pour décrire ce concept étudié par tous les pères de la thermodynamique et qui a été plus ou moins réinventé par Margules, puis repris par Lorenz, dans le domaine de la science atmosphérique.

L'approche de Gibbs (1879) est résumée sur la Figure 8. Cette approche semble a priori atypique (différentes de celles promues par W. Thomson / Kelvin ou J. C. Maxwell, par exemple) car elle est basée sur des raisonnements géométriques. Mais cette approche de Gibbs est en même temps fort intéressante, car elle introduit la notion de "variation d'entropie totale" ΔS_{tot} , qui est reliée à l'enthalpie utilisable par la relation fondamentale

$$a_h = T_0 \Delta S_{\text{tot}} . \quad (15)$$

XVII. *On the Restoration of Mechanical Energy from an unequally heated space.* By Prof. W. THOMSON*.

a) WHEN heat is diffused by conduction from one part to another of an unequally heated body, the body is put into such a state that it is impossible to derive as much mechanical effect of a non-thermal kind † from it as could have been derived from the body in its given state ‡. Hence, if a body be given in an envelope impermeable to heat, with its different parts at different temperatures, a dissipation of mechanical energy within it, going on until the temperatures of all its parts become the same, can only be avoided by immediately restoring a portion of its mechanical energy from the state of heat, and equalizing the temperature of all its parts, wholly by the operation of perfect thermo-dynamic engines. Let T be the uniform temperature.

b) When T is determined, the whole work obtained in the process may be calculated by adding all the terms given by the expression (d); and thus, if W denote its value, we find

c) Let the temperature of the body be measured according to an absolute scale, founded on the values of Carnot's function, and expressed

d) equation (3) gives (in terms of a definite integral of which the elements vanish for all points at which t has the value T) the work that may be obtained by bringing the temperature of all the matter to T; and the same result is expressed more simply by (8) when the specific heat of all the matter in the space through which the initial distribution of temperature is non-uniform does not vary with the temperature.

December 28, 1852.

Phil. Mag. S. 4.

Vol. 5. No. 30. Feb. 1853.

b) . (3)

$$W = J \iiint dx dy dz \int_T^t c dt \cdot \left(1 - \epsilon^{-\frac{1}{J} \int_T^t \mu dt}\right)$$

c) $t = \frac{J}{\mu} - \alpha$. (6)

d) . (8)

$$W = J \iiint c dx dy dz \left(t - T - (T + \alpha) \log \frac{t + \alpha}{T + \alpha} \right)$$

Figure 6: On peut vraiment dire que la première formulation de la fonction d'exergie apparaît dans cet article de W. Thomson (1853), le futur lord Kelvin. On trouve en (8) et avec des notations modernes : $W = \iiint c_p [(T - T_0) - T_0 \ln(T/T_0)] dm$, l'intégrande pouvant aussi s'écrire sous la forme d'une "enthalpie utilisable" : $(h - h_0) - T_0 (s - s_0) = c_p F(T/T_0 - 1)$ si à la fois c_p et la pression sont des constantes.

Il est rappelé sur la Figure 7 que l'approche de Gibbs conduit à une fonction d'exergie similaire à celles obtenues par W. Thomson / Kelvin ou J. C. Maxwell, où la fonction "available energy" est définie par Gibbs par $e_i + p_0 / \rho - T_0 s$, où e_i est l'énergie interne et s l'entropie.

Cette notion d'entropie totale est aussi vraiment utile, car, elle seule permettra d'obtenir une version de l'enthalpie utilisable qui peut être appliquée à l'air humide (Marquet, 1993). Vraiment, si plusieurs formulations d'un problème coexiste, il ne faut pas chercher à en écarter telle ou telle pour n'en garder que celle à la mode du moment. Il faut au contraire toutes les préserver, pour pouvoir retrouver, en tant que besoin, la formulation la mieux adaptée pour résoudre tel ou tel problème.

Mais alors, quel est donc ce mystère ? Pourquoi les pères de la thermodynamique ont-ils défini la notion d'énergie utilisable d'une manière différente des approches de Margules et Lorenz, qui nous semblent tellement naturelles ? Qu'est-ce qui se cache derrière ce concept d'exergie, avec ces fonctions du genre $h - T_0 s$?

En fait, Margules et Lorenz se sont trop inspiré de l'analogie du pendule ou d'un bassin contenant un masse d'eau liquide, des systèmes simple où il est facile de spécifier l'état d'énergie "potentielle minimale" E_{p0} , avec un principe de conservation de l'énergie totale $E_{tot} = E_p + E_c = E_{p0} + E_{c0}$, en cherchant à tout prix à spécifier l'état E_{p0} pour en déduire

A METHOD OF GEOMETRICAL REPRESENTATION OF THE THERMODYNAMIC PROPERTIES OF SUBSTANCES BY MEANS OF SURFACES.

J. WILLARD GIBBS

[Transactions of the Connecticut Academy, II. pp. 382-404, Dec. 1873.]

Now let us suppose that the body having the initial volume, entropy, and energy, $v, \eta,$ and ϵ' , is placed (enclosed in an envelop aforesaid) in a medium having the constant pressure P and temperature T , and by the action of the medium and the interaction of its own parts comes to a final state of rest in which its volume, etc., are v', η', ϵ'' .—we wish to find a relation between these quantities. If we regard, as we may, the medium as a very large body, so that imparting heat to it or compressing it within moderate limits will have no appreciable effect upon its pressure and temperature, and write $V, H,$ and $E,$ for its volume, entropy, and energy, equation (1)

For example, let it be required to find the greatest amount of mechanical work which can be obtained from a given quantity of a certain substance in a given initial state, without increasing its total volume or allowing heat to pass to or from external bodies, except such as at the close of the processes are left in their initial condition. This has been called the available energy of the body. The initial state of the body is supposed to be such that the body can be made to pass from it to states of dissipated energy by reversible processes.

* If we wish to express in a single equation the necessary and sufficient condition of thermodynamic equilibrium for a substance when surrounded by a medium of constant pressure P and temperature T , this equation may be written

$\delta(\epsilon - T\eta + Pv) = 0,$

when δ refers to the variation produced by any variations in the state of the parts of the body, and (when different parts of the body are in different states) in the proportion in which the body is divided between the different states. The condition of stable equilibrium is that the value of the expression in the parenthesis shall be a minimum.

we have

(a) $\epsilon'' - T\eta'' + Pv'' \leq \epsilon' - T\eta' + Pv'.$

(in modern notations)

Problems relating to the Surface of Dissipated Energy.

equilibrium at $T_0 \Rightarrow$

$$\frac{dS_{tot}}{dE_{tot}} = \frac{1}{T_0} = \frac{\Delta S_{tot}}{W_{max}}$$

$\Rightarrow \frac{1}{T_0} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow$

$A = W = T_0 \Delta S_{max}$

Fig. 3.

(b)

$\delta(\epsilon - T_r S + P_r \alpha) = 0$

(c)

$\delta(\epsilon - T_r S + P_r \alpha) = 0 \Leftrightarrow$ Exergy function: $\Delta(\epsilon - T_r S) + P_r \Delta \alpha$

(in modern notations)

Figure 7: On montre ici des extraits du chapitre de J. W. Gibbs (1873) où sont introduites les notions de “surface of dissipated energy” et de “available energy”, avec en (c) la fonction d’exergie qui s’écrit (en notations modernes) : $e_i + p_0 / \rho - T_0 s$, où e_i est l’énergie interne et s l’entropie.

le concept d’une “énergie utilisable” correspondant au gain maximal d’énergie cinétique : $A = E_{c0} - E_c = E_p - E_{p0}$. Mais tout ceci est faussement limpide et simple, car toute la complexité de la méthode est cachée dans la détermination de l’état de référence défini par E_{p0} et E_{c0} , avec tous les problèmes déjà mentionnés (impossibilité d’inclure les effets dus au relief, à l’humidité ou aux zones sur-adiabatiques).

Différemment, les pères de la thermodynamique ont expliqué qu’un système évoluant en subissant des contraintes thermique (température T_0) ou massique (pression p_0) ne peut libérer qu’une quantité limitée d’énergie. Cette “énergie utilisable” est appelée “exergie” depuis Rant (1956, voir la Fig. 10). Cette limitation s’explique par une application du deuxième principe de la thermodynamique, d’où l’apparition de l’entropie dans les formules d’exergie.

L’exergie est alors égale à la différence des fonctions du type $e_i - T_0 s$ ou encore $e_i + p_0 / \rho - T_0 s$ pour des systèmes fermés et au repos, ou de la fonction $h - T_0 s$ pour les systèmes ouverts et en mouvement. Il n’est nul besoin de spécifier un quelconque “état de référence” atteignable par le système. Il faut, en fait, spécifier les contraintes externes qui s’appliquent au système et qui le maintiennent dans un état qui reste proche des valeurs caractéristiques T_0 pour la température, p_0 pour la pression, q_0 ou r_0 pour l’humidité.

On montre sur la Fig. 11 un exemple concret d’application au cas d’une machine thermique. Le deuxième principe intervient sous la forme des “machines virtuelles de Carnot” qui limitent

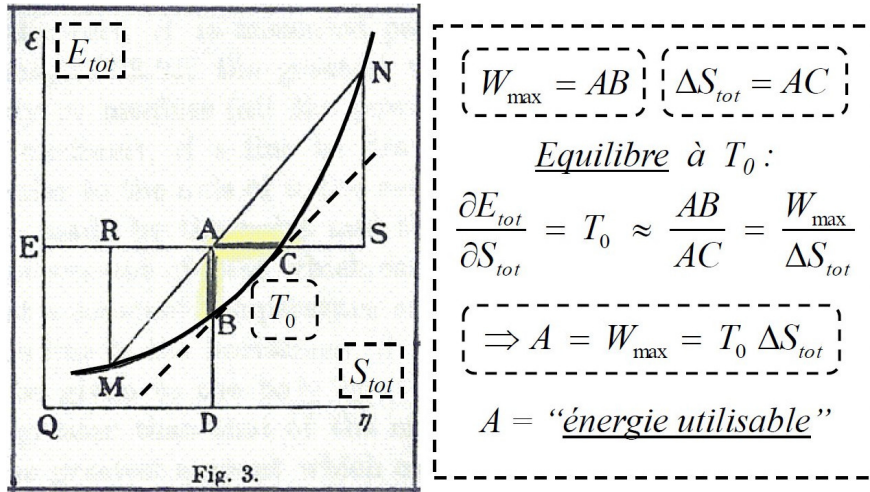


Figure 8: La figure 3 de Gibbs (1873, page 51) sur laquelle sont reportées, avec des notations modernes, l'entropie totale $\eta = S_{\text{tot}}$ en abscisses et l'énergie totale $\varepsilon = E_{\text{tot}}$ en ordonnées. La courbe croissante et concave passant par les points MBCN représente la fameuse "surface of dissipated energy" qui relie les états d'équilibre du système. Partant d'un point A représentant un état hors d'équilibre, l'énergie maximale W_{\max} qui peut être libérée par ce système est représentée par la distance AB et on suit alors une transformation à entropie totale constante. A l'inverse, la transformation représentée par le chemin AC se fait à énergie totale constante et elle représente la variation (maximale) d'entropie totale ΔS_{tot} . Il se trouve que la courbe d'équilibre MBCN est voisine de la tangente (en pointillé) entre B et C. Et la pente de cette tangente vaut T_0 , ce qui permet d'écrire $W_{\max} \approx T_0 \Delta S_{\text{tot}}$. On obtient ce résultat avec une précision qui correspond à l'approximation (correcte) de la tangente locale, de pente T_0 , par la corde BC.

l'efficacité des échanges énergétiques avec la paroi à $T_e = \text{Cste}$, ceci à travers les coefficients $1 - T_e/T$, où T est la température locale du fluide en mouvement. Tous calculs faits, on peut montrer que l'énergie "récupérable" (en fait la "capacité de travail" de Z. Rant) est égale, au maximum, à la baisse entre l'entrée et la sortie de la somme de $h - T_e s$ et de l'énergie cinétique. Cette "énergie utilisable" est obtenue pour le cas où il n'y a pas de perte par frottement et en présence de transformations partout réversibles (correspondant à ces "cycles de Carnot" dont le rendement maximum vaut $1 - T_e/T$). La démonstration de ce résultat classique est publiée dans Martinot-Lagarde (1971) et elle est rappelée dans ma thèse (Marquet, 1994).

Toutefois, d'après la bibliographies dont je disposais, les principes d'exergie semblaient devoir être appliqués aux "petits systèmes", comme les machines thermiques ou à vapeur, voire des bâtiments, tout au plus. Je savais donc, dès cet instant, qu'une des critiques majeures à ce que je pourrais proposer serait que l'on croit (trop) bien comprendre physiquement et "avec les mains" la méthode promue par Margules et Lorenz, où l'état de référence semble si naturel et si bien adapté (via la redistribution de la masse) aux différents problèmes étudiés, alors que l'idée d'un état de référence isotherme et avec une pression de référence constante semble trop simpliste, avec une impression de "régression" par rapport aux propositions de Margules et Lorenz.

Mais il n'en est rien, car seule la vision en exergie permet une généralisation au cas de l'atmosphère humide, avec relief et avec des flux aux frontières. Et on ne devrait pas privilégier les méthodes qui ne marchent qu'en air sec, en se désintéressant des méthodes qui peuvent être généralisées au cas de l'air humide. Tout porte à croire que c'est l'inverse qu'il conviendrait de faire.

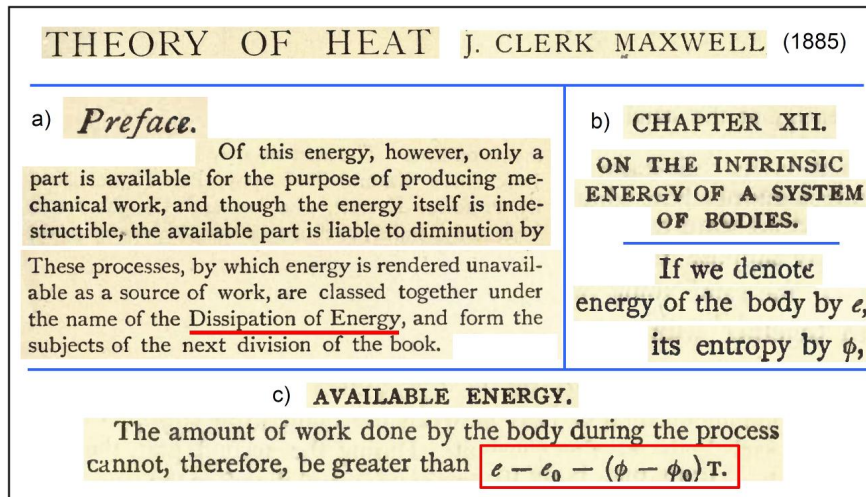


Figure 9: On trouve clairement dans le mémoire “Theory of heat” de J. C. Maxwell (1885) une expression de l’énergie utilisable (available energy) qui s’écrit, avec des notations modernes : $(e_i - e_{i0}) - T_0 (s - s_0)$, où e_i est l’énergie (interne) et s l’entropie. On retrouve ici l’ancienne notation anglaise “ ϕ ” (“phi”) pour l’entropie, qui a donné le nom “T-phi-gramme” encore parfois utilisée pour appeler le diagramme où la température (T) et l’entropie $\ln(\theta)$ forment des réseaux de courbes orthogonales (inclinées à 45 degrés). Ce concept d’énergie utilisable avait été improprement appelé “entropy” par J. C. Maxwell dans les premières éditions, et encore dans celle de 1872. Maxwell avait été influencé en cela par les termes employés par P. G. Tait, et il n’avait pas encore pris en compte l’approche de Rudolf Clausius, qui a clairement isolé et défini ce concept d’entropie en 1865.

Ce n’est que bien plus tard que j’ai pu remarquer que le problème de l’application du principe d’exergie à l’atmosphère, prise dans son ensemble, a été explicitement mentionnée dans le paragraphe de Gibbs (1873) reproduit sur la Fig. 12. Cette vision est équivalente à celle que j’avais en tête en 1989, où T_r est la moyenne harmonique de la température (c’est à dire : $1/T_r = \langle 1/T \rangle$) et où p_r est la moyenne logarithmique de la pression (c’est à dire : $\ln(p_r) = \langle \ln(p) \rangle$). Mais je n’avais pas remarqué, en 1989, ce petit paragraphe écrit dans une note en bas de page par Gibbs en 1873.

FCPLR - Dutton (1973) - Pearce (1978)

Margules (en 1903-05) et surtout Lorenz (en 1955) auraient dû (car ils auraient pu) utiliser le concept d’énergie utilisable sous une des formes introduites en thermodynamique par W. Thomson / Kelvin (1853, 1879), J. W. Gibbs (1873) ou J. C. Maxwell (1871, 1885). Ce ne fut malheureusement pas le cas, et il s’avère très difficile de faire comprendre maintenant pourquoi et comment il convient de remplacer l’approche de Lorenz par celle, plus générale, issue du concept d’exergie tel qu’il est utilisé en thermodynamique.

Même si ce n’est pas explicitement mentionné, les articles de Dutton (1973, 1976), Pichler (1977) et Pearce (1978) sont également basés sur la notion d’exergie et correspondent également aux fonctions d’exergie de type $[e_i - T_0 s]$, $[e_i + p_0/\rho - T_0 s]$ ou $[h - T_0 s]$. En particulier, je pouvais démontrer en 1989 que le concept de “static entropic energy” (nom bizarrement inventé par Dutton) n’était qu’une manière bien déguisée de parler d’exergie.

Quant aux résultats obtenus par Pearce (1978), ils correspondaient à l’approximation quadratique au premier ordre de formules liées à $a_h = h - T_r s + \text{Cste}$. De plus, dans son article, Pearce a défini la température de référence constante T_r par la moyenne harmonique $1/T_r = \langle 1/T \rangle$. Tout cela semblait confirmer l’hypothèse que l’enthalpie utilisable

RANT Forschung Ing. Wes (22), 1956, p. 36-37 **Exergie, ein neues Wort für „technische Arbeitsfähigkeit“**

a) bei Dampfkraft-Anlagen), so erhält die Arbeitsfähigkeit die Form $i - i_0 - T_u (s - s_0)$. Dabei bedeuten i und i_0 die Enthalpien sowie s und s_0 die Entropien vor und nach dem Ausgleich²).

b)	Differentia specifica:	Genus proximum:	Nachsilbe
	Sym	path	ie
	Sym	phon	ie
	Kako	phon	ie
	Mel	od	ie
	Kom	öd	ie
	Aut	ark	ie
	Demo	krat	ie
	Ek	tom	ie
	En	erg	ie

c) „ex“ erg „ie“

d) deutsch Exergie, auf englisch exergy, auf französisch exergie, auf spanisch exergia, auf italienisch essergia und auf slawisch eksergija.

Figure 10: C'est dans cet article, en allemand, de Zoran Rant (1956) que sont explicitement définis les noms "exergie" (en français) et "exergy" (en anglais), entre autres langages. On peut noter que la "capacité de travail" (Arbeitsfähigkeit) correspond précisément à l'enthalpie utilisable (h était notée "i") $a_h = (h - h_0) - T_0 (s - s_0)$ qui a fait l'objet de toute mon attention depuis 1989.

a_h était susceptible de généraliser toutes les approches employées jusqu'alors pour décrire l'énergétique de l'atmosphère.

FCPLR - Karlsson (1990)

Entre temps, j'ai eu connaissance en 1989 des travaux engagés par un thésard suédois, Sten Karlsson, qui m'a personnellement envoyé le brouillon de sa thèse intitulée "Energy, entropy and exergy in the atmosphere" (Karlsson, 1990). Sten Karlsson explique que l'exergie peut être dérivée à partir d'un principe général, celui de la fonction appelée "gain d'information de Kullback", ou "entropie relative", ou encore "divergence de Kullback-Leibler". Si l'entropie de Shannon peut être reliée aux probabilités des micro-états P_i à travers $S = - \sum_i P_i \ln(P_i)$, la fonction de Kullback dépend à la fois des probabilités de l'état réel de l'atmosphère (P_i) et d'un état de référence (P_{i0}), ce qui donne $K = + \sum_i P_i \ln(P_i/P_{i0})$.

Comme pour l'approche de Gibbs exprimée en termes de "variation d'entropie totale", cette approche en terme de "fonction de Kullback" semble atypique, mais elle semble originale et receler une part profonde de la vérité concernant les fonctions d'exergie. Malheureusement, l'approche de Karlsson conduit aux fonctions "énergie utilisable" du type $[e_i + p_0/\rho - T_0 s]$ qui n'est valide que pour les fluides au repos, et pas à la fonction enthalpie utilisable $[h - T_0 s]$ qui doit être appliquée en cas de fluides en mouvement (comme l'atmosphère). Ceci a empêché, pour l'instant, l'expression des fonctions de type enthalpie utilisable $[h - T_0 s]$ en terme de ces fonctions statistiques basées sur les probabilités P_i et P_{i0} , mais une telle possibilité ne doit pas être exclue et doit sans doute être encore recherchée.

Il faut remarquer que le terme p_0/ρ pourrait conduire à une intégrale infinie si on l'appliquait à l'atmosphère avec un p_0 constant. En effet, dans ce cas, l'intégrale massique de p_0/ρ serait égale à $\iiint (p_0/\rho) \rho d\tau = \iiint p_0 d\tau = p_0 V$, où V est le volume (infini) de l'atmosphère... Cela

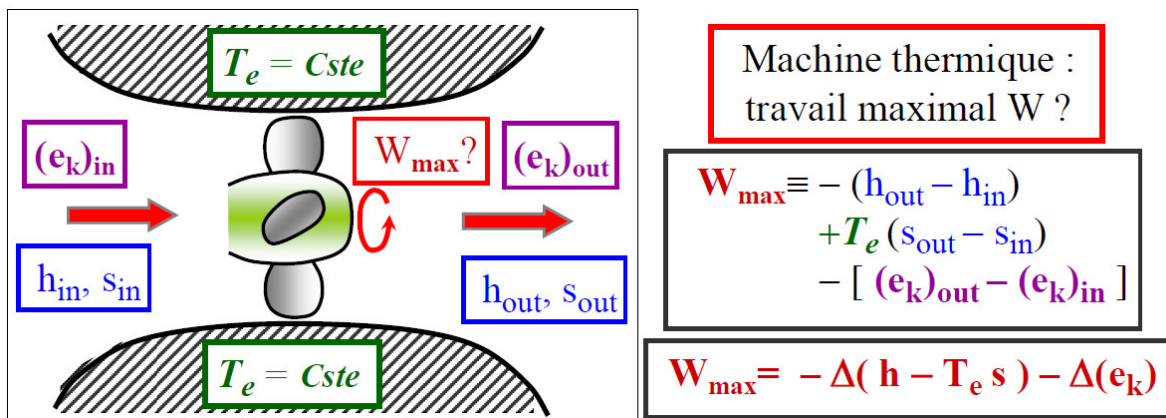


Figure 11: On illustre sur ce schéma comment la fonction enthalpie utilisable $h - T_e s$ intervient directement pour exprimer l'énergie maximale W_{max} qui peut être récupérée par l'arbre d'un rotor dans une machine hydraulique, si cette machine est à température constante T_e et pour un fluide dont les propriétés thermodynamiques (énergie cinétique, enthalpie, entropie) varient entre l'entrée (in) et la sortie (out).

veut juste dire qu'il faut utiliser une pression de la forme $p_0(z) = p_{surf} \exp[-(g z)/(R T_0)]$, représentative d'une atmosphère de référence isotherme et qui conduit à une intégrale finie. C'est effectivement le choix qui a été fait dans les papiers de Dutton, ou dans la thèse de Karlsson.

Deuxième et troisième articles - Marquet (1990, 1991)

Une fois cette longue bibliographie réalisée, j'ai écouté les conseils de Daniel Cadet qui m'incitait à publier rapidement mes travaux. J'ai donc d'abord soumis un premier article pour les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (CRAS), en janvier 1990. Robert Sadourny ayant été intéressé par mes résultats, il a souhaité m'aider en relisant mot par mot la version révisée soumise en mars. Ce fut un travail difficile, exigeant et intense, mais très formateur pour la suite de ma carrière dans la recherche.

J'ai choisi de reproduire cet article Marquet (1990) dans l'appendice A. Même si cet article est ancien, il est le premier que j'ai écrit en propre, il est court, en français et il est aussi très cher à mon cœur. De plus, il a dû être très peu lu, alors qu'il décrit les bases de la démarche qui sera la mienne au cours de toutes les années qui suivront. Mettre cet article en exergue dans ce mémoire de HDR pourra lui donner une visibilité qu'il mériterait, selon moi.

J'ai ensuite préparé et soumis au QJRMS au mois d'avril 1990 une version étendue de l'article accepté aux CRAS. J'ai eu l'honneur de voir mes travaux sur l'exergie mentionnés par Robert Sadourny lors de l'assemblée du LMD au printemps 1989, comme une contribution importante de l'année. Ceci m'a conforté dans ma démarche de poursuivre mes recherches sur ce sujet.

J'ai pu cependant connaître, à cette occasion, ma première expérience de comportement anormal pour un scientifique. Un thésard que je connaissais de réputation (mais pas personnellement) et qui était prêt à terminer son mémoire est venu me voir peu après l'intervention de R. Sadourny. Ce thésard a proposé d'inclure mes travaux récents sur l'exergie dans sa thèse, car cela "pourrait la compléter, la mettre en valeur, et cela pourrait surtout faire connaître mes travaux" (sic)... J'ai été choqué et j'ai refusé une telle proposition. J'espère vraiment que de tels comportements visant à voler les travaux d'autrui puissent rester raris-

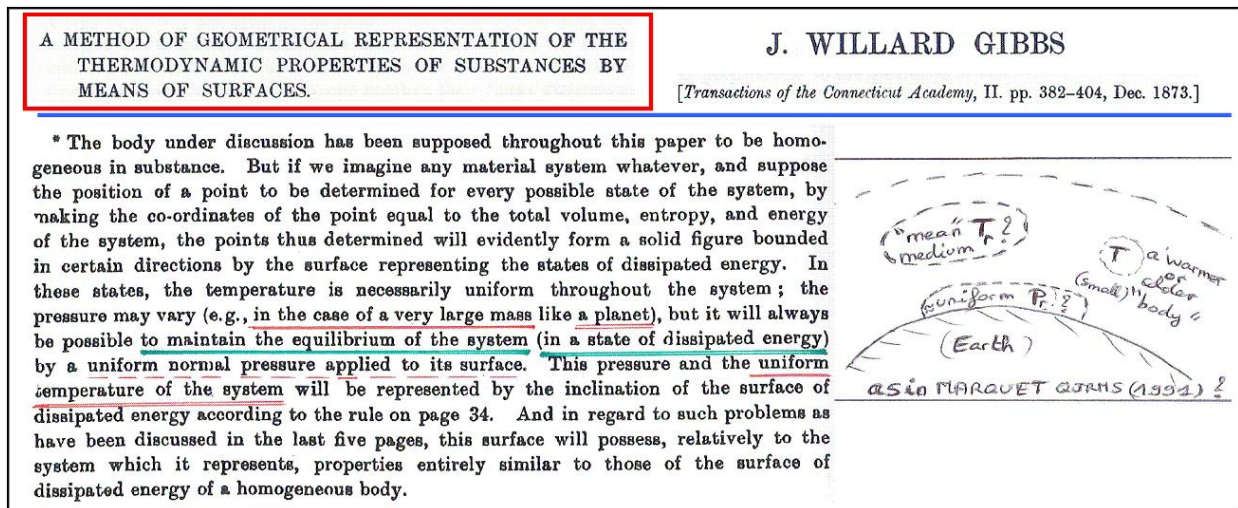


Figure 12: On trouve ici abordée par J. W. Gibbs en 1873 la problématique de l'application des calculs de l'énergie utilisable à l'atmosphère d'une planète, où les contraintes externes imposées à l'atmosphère sont la pression de surface (sensiblement uniforme p_0 ou p_r) et la température "moyenne" (au sens de la tangente de pente T_0 ou T_r à la courbe représentée sur la Fig. 8). Il convient d'insister sur le fait que le système imaginé par Gibbs correspond bien, ici, à une planète comme la Terre, où la température est uniforme mais dont la pression varie avec l'altitude. Et au sein de cette atmosphère stratifiée et isotherme en moyenne, l'énergie utilisable est créée par les anomalies locales de température.

simes. L'esprit de Cyrano de Bergerac, certes colérique, mais souvent honnête et désintéressé, devrait davantage inspirer certains chercheurs.

Les exposés de 1990 en France

J'ai ensuite souhaité d'écrire et populariser mes résultats lors de trois exposés faits en février et mars 1990 au CRMD à Paris Alma, puis au LMD-X, puis au CNRM à Toulouse. Je terminais ces exposés en mentionnant mon envie de pouvoir généraliser mes résultats au cas de l'air humide. J'ai eu à cette occasion deux conseils très judicieux. Jean-François Geleyn, alors au CRMD, m'a indiqué l'article (alors récent) de Hauf and Höller (1987), où l'entropie de l'air humide était définie à partir du troisième principe. Jean-François Royer, alors au CNRM, m'a suggéré de lire les livres de Glansdorff et Prigogine (1971) et de de Groot and Mazur (1962).

Ces conseils m'ont permis de déboucher en quelques mois, pour en arriver à la définition de l'enthalpie utilisable de l'air humide (a_m). Cette fonction locale s'exprime en terme des variables météorologiques qui décrivent l'état thermodynamique d'une parcelle d'air humide (T, p, q_v, q_l, q_i), et ceci à travers une fonction analytique assez simple, ce que Lorenz n'était pas parvenu à faire dans ses articles de 1978 et 1979.

Le problème, non résolu en 1989, était que cette fonction a_m ne semblait pas quadratique en fonction de la pression ni en fonction des concentrations en eau vapeur ou condensées. L'enthalpie utilisable de l'air humide ne semblait quadratique qu'en terme de la température, comme l'enthalpie utilisable de l'air sec. On verra qu'il me faudra attendre 2005 pour comprendre que ce n'est pas le cas, que a_m est bel et bien quadratique (au premier ordre) en fonction des trois variables : température, pression de surface et contenu en eau vapeur.

L'exposé de 1990 à Reading

Il est toujours utile quand on est jeune chercheur, bien qu'angoissant car sans filet, de devoir se confronter aux sommités de son domaine. C'est dans ce cadre que Daniel Cadet a souhaité organiser un exposé à l'Université de Reading que j'ai présenté en mai 1990 devant le Professeur Robert P. Pearce, aussi devant les jeunes chercheurs Mike Blackburn et Alan Thorpe, ainsi que leurs étudiants. Bob Pearce était alors un des grands spécialiste de l'énergétique et directeur du département de Météorologie de cette Université de Reading (où travaillait aussi Adrian Hoskins). Daniel Cadet voulait vérifier que ce que je proposais avait un sens, une valeur scientifique. J'espérais vivement pouvoir recueillir un avis positif de la part du Professeur Pearce.

J'ai pu demander au Professeur Pearce, au cours d'une entrevue privée avant mon exposé, pourquoi ses résultats n'ont pas trouvé plus d'écho dans le domaine de l'énergétique atmosphérique, plus de dix ans après avoir été publiés en 1978 ? Il m'a répondu que c'était sans doute dû à la trop grande popularité des approches de Margules et Lorenz, qui étaient bien difficiles à détrôner. J'ai aussi pris conscience, à cette occasion, que Mike Blackburn avait travaillé sur le sujet de l'énergie utilisable utilisable de Pearce (1978) lors de sa thèse (1983), en lien avec les travaux de Dutton (1973) sur la "static entropic energy". Je parle là d'un temps que les moins de 35 ans ne peuvent pas connaître : celui d'avant les années 1990 où internet n'existait pas et où il était parfois difficile de se tenir complètement informé des travaux de recherche portant sur son propre domaine. Au moins ce séminaire à Reading a-t-il pu combler quelques manques, pour l'approche anglaise.

Cet exposé était donc très important pour moi, et le Professeur Pearce a été fort heureusement convaincu et intéressé par mes résultats. Il m'a prié de le tenir au courant des avancées ultérieures de mes travaux, ce que j'ai toujours fait par la suite, jusqu'à lui proposer d'être un des rapporteurs de ma thèse en 1994 (avec Robert Sadourny). J'ai aussi noté deux questions de Alan Thorpe posées à l'issue de mon exposé. La première était : pouvez vous indiquer aux étudiants ce qu'est l'enthalpie ? La deuxième était : quel lien peut-il y avoir entre l'exergie et la CAPE ?

Ces deux questions étaient perturbantes pour des raisons différentes. D'abord je ne pensais pas que l'enthalpie puisse être méconnue... Ensuite je n'avais pas pensé au lien éventuel entre l'exergie et la CAPE... J'ai donc répondu comme j'ai pu, et sans doute pas aussi bien que j'aurais pu le souhaiter. Mais je n'ai jamais oublié ces deux questions, car l'enthalpie fait souvent encore peur, quand elle n'est pas toujours carrément méconnue ou repoussée, et le lien entre CAPE et exergie n'est pas encore complètement élucidé dans mon esprit, 25 ans après...

Ainsi s'est terminée cette heureuse période de ma FCPLR qui allait orienter l'ensemble des recherches ultérieures sur la thermodynamique de l'air humide.

4 Début des années 1990.

4.1 Prévi-NUM (1990-1991, Paris).



Figure 13: *Le site historique parisien de la Météorologie Nationale depuis 1948. Dans ces locaux se trouvaient, entre autres, le service Prévi-NUM du SCEM et le CRMD dans les années 1990. Devenu le siège de Météo-France dans les années 2000, ce site est en voie de démantèlement dans les années 2010, pour accueillir une église orthodoxe russe à l'avenir.*

Prévi-Num - Paris Alma

A l'issue de la FCPLR qui a pris fin en août 1990, je n'ai pas pu réaliser mon rêve qui était de rejoindre un des services de recherche de la Météorologie Nationale, que ce soit le CNRM à Toulouse ou le CRMD à Paris. J'avais pourtant l'espoir que les trois exposés présentés au CRMD à Paris, au LMD-X à Palaiseau, puis au CNRM à Toulouse, puissent m'ouvrir la porte d'un poste de chercheur à plein temps, mais ce ne fut pas le cas.

Mes exposés ont pu toutefois faire connaître mes travaux au sein de la Météorologie Nationale, ce qui m'a permis de rejoindre comme premier poste IM en 1990 le service Previ/Num à Paris Alma.

On réalisait dans ce service des études et développements pour le Service Central de la Météorologie et, par défaut de candidat, Philippe Courtier, Michel Rochas et Jean-François Geleyn recherchaient quelqu'un qui pourrait accepter de coder "l'initialisation non-linéaire par modes normaux mixte explicite/implicite", ceci dans le cadre du nouveau projet ARPEGE-IFS, débuté en 1987.

L'initialisation dans ARPEGE

J'ai donc été intégré en septembre 1990 au sein de ce projet transversal ARPEGE-IFS qui regroupait des développeurs issus pour partie du CRMD, pour partie de Prévi/NUM.

J'ai mené ce travail de développeur à partir du cycle 5 du code ARPEGE-IFS. C'était un des premiers cycles, la physique n'était pas encore codée et les sous-programmes d'assimilation de données ou de passage entre la sphère géographique et la sphère transformée-étirée n'étaient pas encore mis au point. Ce travail sur la partie initialisation de ARPEGE a été réalisé presque en solitaire, mais sous l'encadrement scientifique direct de Philippe Courtier, Michel Rochas et Jean-François Geleyn.

Je ne souhaitais pas un tel travail en solitaire, mais cela pouvait s'expliquer par un nombre restreint de développeurs travaillant sur chacune des parties de ARPEGE-IFS et, la partie "initialisation" restant vacante, je me suis retrouvé seul pour mener à bien ce travail que personne ne voulait entreprendre. J'ai pu toutefois un peu collaborer avec William A. Heckley au CEPMMT, avant qu'il ne décède subitement. Mon but était de terminer la mise au point de cette partie initialisation avant le déménagement des services de Paris Alma vers Toulouse, prévue à l'été 1991.

Je me suis conformé à cette exigence en travaillant sans compter et en mettant sous le boisseau mes travaux sur l'exergie. J'ai dû, en particulier, mener à bien le traitement de la sphère étirée-basculée et la préservation des ondes de marées (thermiques) tropicales, deux aspects où rien n'était balisé dans ARPEGE-IFS.

Ce travail pour ARPEGE-IFS fut très formateur, d'abord car cela m'a permis de m'initier dès 1990 au code ARPEGE-IFS, ce qui me servira dans toute la suite de ma carrière à la Météorologie Nationale, puis à Météo-France. J'ai aussi pu pleinement me former à LaTeX, car c'était le format à utiliser pour la documentation générale de ARPEGE-IFS, sous la direction de Michel Rochas. C'est à partir de ce moment que j'ai pu préparer tous mes articles sous LaTeX.

Travaux sur l'exergie

Concernant le thème de l'énergétique de l'air sec, j'ai pu terminer quelques actions engagées pendant ma période de FCPLR au LMD-X. J'ai dû assurer la révision de l'article soumis en avril 1990 au QJRMS. Ces révisions furent folkloriques, car j'avais tapé les premières versions de cet article sur les Macintosh du LMD-X, alors que je ne disposais que d'un accès partiel à un PC (par ailleurs très poussif) à Prévi-Num. J'ai dû modifier le texte de cet article en collant des bandes de texte dans des polices approchantes celles de l'éditeur utilisé sur Macintosh, pour ne pas avoir à tout retaper l'article... La révision a été envoyée en janvier 1991, l'article ayant été publié au mois d'avril.

Quant au travail sur l'exergie de l'air humide, j'ai pu préparer un exposé pour les AMA en novembre 1990, à Toulouse, où j'ai pu expliquer les résultats que j'avais obtenu au LMD-X début 1990. Il s'agissait de décrire comment il était possible de définir localement une fonction "enthalpie utilisable pour l'air humide" qui est quadratique en fonction de la température et avec des termes nouveaux dépendant de l'humidité, aux propriétés à découvrir. J'avais aussi, à cette occasion, défini une température potentielle qui était associée à l'entropie de l'air humide, dans l'esprit des résultats obtenus par Hauf and Höller (1987, conseils de Jean-François Geleyn), et basée sur les équations pronostiques en milieux ouverts publiés par de

Groot and Mazur (1962, conseils de Jean-François Royer). Ces résultats me semblaient très importants et justifiaient ce travail qui se rajoutait à mes actions urgentes à mener pour ARPEGE-IFS.

J'ai co-encadré pendant cette année 1990 un stage de 6 mois avec 4 élèves ITM de troisième année (équivalent des EIENM3-M2/OASC actuels : Isabelle Bernard-Bouissière, Michel Cadiou, Alain Muzellec, Christophe Vincent), le sujet étant l'étude des "résultats numériques d'un cycle énergétique local appliqué à une perturbation". Marc Pontaud, alors enseignant de météorologie dynamique à l'ENM, était l'encadrant principal. Il s'agissait de tester une partie des résultats décrits dans l'article soumis au QJRMS et qui paraîtra en 1991. Une communication a été présentée aux AMA 1990, où j'étais co-auteur.

Parallèlement à tout cela, j'ai été contacté en 1990 par Gérard de Moor qui était en train d'écrire un manuel sur le cours de Météorologie Dynamique de Philippe Veyre (que j'avais suivi pendant la scolarité IM), avec la proposition de rédiger une annexe où je pourrai décrire mes travaux sur l'exergie. J'ai pu relire l'ensemble de l'ouvrage rédigé par Gérard de Moor, et j'ai effectivement rédigé cette annexe.

Ensuite, la période de l'automne 1990 à l'été 1991 a été presque entièrement consacrée au codage dans ARPEGE-IFS de cette partie intitulée "initialisation non-linéaire par les modes normaux mixtes explicites / implicites".

4.2 Prévi-COMPAS (1991-1995, Toulouse).

4.2.1 Prévi-COMPAS avant la thèse (1991-1993, Toulouse).

Le déménagement de Paris (Prévi-Num) vers Toulouse (Prévi-COMPAS) a provoqué des changements à plus d'un titre, même si plusieurs choses ont perduré.

La période de 4 ans (octobre 1991 à avril 1995) pendant laquelle je suis resté à COMPAS n'était pas dévolue, a priori, ni même a posteriori, à des activités de recherche.

Arrêt des travaux pour ARPEGE

La lettre de cadrage de mon travail au sein de COMPAS était assez claire.

La proximité physique au sein du bâtiment Poincaré des services CNRM/GMAP et SCEM/COMPAS avait été voulue pour favoriser les contacts, la synergie et les transferts entre les équipes de recherche qui concevaient et amélioraient les modèles, d'une part, les équipes du SCEM chargées de la gestion et du contrôle de ces modèles, d'autre part.

Pour autant, le mot d'ordre de celles et ceux qui avaient travaillé sur ARPEGE pendant la période parisienne était : "vous devez oublier le modèle ARPEGE". Je devais donc terminer au plus vite mon travail de codage de la partie initialisation par les modes normaux et j'ai dû rapidement transmettre le flambeau à Dominique Giard, pour m'occuper à plein temps à des activités de contrôle opérationnel des nouveaux modèles ARPEGE et ALADIN. Il n'était donc plus question de garder des activités de recherche, à ma grande déception. J'ai d'ailleurs terminé ma période à COMPAS comme chef de l'équipe contrôle, en remplacement partiel de Patrick Benichou qui était parti pour créer MFI.

La partie la plus visible (et toujours actuelle) de mon travail de cette époque a été de créer et populariser les vignettes de scores présentés sous la forme de graphiques "échéance / pression", avec des isolignes vertes en cas d'améliorations et rouges en cas de problèmes.



Figure 14: *Le bâtiment Poincaré tout beau et rutilant, à l'image de celui qui nous accueillit en septembre 1991.*

Ce petit rien a beaucoup modifié la réactivité du contrôle des chaînes en tests, et l'analyse des problèmes pour tel niveau et à telle échéance. Mise à part le changement du vert au bleu (car le vert ne passe pas dans les présentations power-point), cette méthode de travail a été poursuivie et beaucoup améliorée depuis à COMPAS.

Même si mon travail sur le code de l'initialisation dans ARPEGE avait pris fin, j'ai tout de même travaillé avec GMAP (Jean-Marc Audoin) sur la poursuite de la mise au point du logiciel de POst-Traitement Intégré Pour Arpege (POTIPA). J'ai pu, ainsi, m'intéresser de près au filtrage en point de grille des champs dérivés, en suivant les conseils de François Bouttier et en incluant une fenêtre de Lanczos... Mais tout cela était bien loin de mes anciennes préoccupations concernant l'exergie et les possibles applications de l'enthalpie utilisable à l'énergétique de l'atmosphère.

Quatrième article - Marquet (1993)

J'ai pu, toutefois, préparer l'article au QJRMS décrivant l'enthalpie utilisable humide, afin de poursuivre et achever les actions de recherche entreprises depuis ma FCPLR. Cet article a été soumis en octobre 1991, avec une révision envoyée en septembre 1992, pour une parution en avril 1993.

Avec le recul du temps, un des intérêts de cet article est l'écriture de la fonction "enthalpie utilisable de l'air humide" sous des formes équivalentes, mais fort différentes. En particulier, j'avais obtenu la formulation (18) de cet article dont on parlera plus loin dans les perspectives de recherche. Cette formulation (18) s'écrit (avec des notations plus standard) :

$$a_m = h - T_r s - q_d (\mu_d)_r - q_t (\mu_v)_r, \quad (16)$$

$$\text{ou encore } a_m = h - T_r s - q_t [(\mu_v)_r - (\mu_d)_r] - (\mu_d)_r, \quad (17)$$

où h et s sont les enthalpie et entropie spécifiques de l'air humide et où $(\mu_d)_r = (h_d)_r - T_r (s_d)_r$ et $(\mu_v)_r = (h_v)_r - T_r (s_v)_r$ sont les fonctions de Gibbs pour l'air sec et la vapeur d'eau dans les conditions de référence $T_r = 273.16$ K pour la température, e_r pour la pression partielle de la vapeur d'eau et $p_r - e_r$ pour l'air sec, p_r étant une pression de référence pour l'air humide et $e_r(T_r)$ étant la pression partielle saturante pour l'eau vapeur à la température de référence T_r (soit ≈ 6.11 hPa). Le passage de (16) à (17) correspond à l'égalité $q_d = 1 - q_t$.

Une étude minutieuse montre que les valeurs de référence pour l'enthalpie et pour l'entropie s'éliminent, mais que les valeurs numériques de a_m dépendent néanmoins des pressions de référence e_r pour la vapeur d'eau et $p_r - e_r$ pour l'air sec.

L'écriture de cet article Marquet (1993) fut un travail de très longue haleine, mené en solitaire et à temps perdu parmi mes activités opérationnelles de contrôle de la qualité des modèles EMERAUDE, ARPEGE à maille uniforme et ARPEGE à maille variable.

Pourtant, je ne souhaitais vraiment pas travailler seul sur ce sujet de l'énergétique de l'air humide. D'ailleurs, je peux citer un exemple de l'intérêt d'autres chercheurs pour mes travaux de recherche sur l'exergie et l'enthalpie utilisable.

Stages IM et ITM - Cours à l'ENM

Jean-Philippe Lafore et Jean-Luc Redelsperger ont encadré au CNRM un stage de modélisation de 3 mois de trois élèves ingénieurs de la météorologie (IM) en 1992 (F. Engel, B. Petit, M. Pontaud). L'intitulé du stage était "Un cycle énergétique local associé au modèle non-hydrostatique de COME : application à une onde d'est". C'était a priori une très bonne idée et une chose positive pour moi, dans la mesure où j'avais apparemment pu susciter des travaux de recherche que d'autres chercheurs souhaitaient entreprendre.

Hélas, ce stage avait des conclusions négatives concernant l'intérêt et l'applicabilité de l'enthalpie utilisable pour étudier un système non-hydrostatique. De plus, ces conclusions négatives ont été publiquement exposées lors de l'oral de ce stage. Mais n'ayant pas reçu de copie du rapport écrit, je n'ai pas pu expliquer en temps utile où étaient les erreurs de raisonnement.

J'étais vraiment fragilisé, à COMPAS, de part la pression qui m'était imposée de ne plus faire de recherche. Je me suis alors entièrement concentré à mon travail opérationnel à COMPAS, en faisant une croix sur mon possible avenir de chercheur. J'étais vraiment convaincu, à cette époque, de n'avoir plus aucun avenir dans la recherche. J'ai souhaité décrire cet épisode négatif dans la mesure où il m'a profondément démoralisé pendant des mois, presque un an et demi, en fait.

J'ai tout de même pu encadrer un stage de modélisation de 2 mois de trois élèves ingénieurs des travaux de la météorologie (ITM) en 1993 (El M. Boulal, E. Favenec, S. Issara). L'intitulé était "Etude énergétique du modèle ARPEGE à l'aide de l'enthalpie utilisable humide". C'était dans la ligne de ma dernière publication (Marquet, 1993). Mais ce stage était très court, et il n'y a pas eu de suite en terme de stages plus long.

J'ai eu aussi la proposition de faire des interventions dans le cadre de la scolarité ITM à l'ENM pendant deux années scolaires (1991-92 et 92-93), où j'avais l'occasion de présenter mes travaux sur l'énergétique de l'atmosphère, dans l'esprit de l'annexe du cours de météorologie dynamique que j'avais rédigée en 1990 (De Moor et Veyre, voir supra).

4.2.2 Prévi-COMPAS : la thèse (1993-1995, Toulouse).

La tendance, en 1993, était donc de terminer à court terme toutes mes actions de recherche, pour ne plus faire que des travaux de contrôle des modèles opérationnels. Et c'est avec un moral défaillant que j'ai terminé la révision de cet article paru en 1993 au QJRMS.

Pourtant, je rêvais de poursuivre mes réflexions théorique sur l'exergie, de trouver de nouvelles applications pratiques pour l'énergétique de l'atmosphère, et surtout pour la météorologie.

 Une application de l'exergie en Météorologie

Un premier signal positif a été la prise en compte, par Jean-François Geleyn, de mes travaux soumis et qui seront publiés en 1993 au QJRMS. Jean-François a compris l'intérêt des formules (40) et (41) dans la section 8 de mon article, où j'avais commencé à modifier l'approche de Hauf et Höller (1987) concernant la définition de l'entropie de l'air humide, ce qui me conduisait à poser (en utilisant des notations plus "standards" qu'à l'époque) :

$$s = [q_d (s_d)_r + q_t (s_v)_r] + c_p^* \ln \left(\frac{\theta^*}{\theta_r^*} \right), \quad (18)$$

$$\text{où } \frac{\theta^*}{\theta_r^*} = \frac{T}{T_r} \left(\frac{p_r - e_r}{p - e} \right)^{R_d/c_p^*} \left(\frac{e}{e_r} \right)^{r_t R_v/c_p^*} \exp \left(- \frac{r_l L_{\text{vap}} + r_i L_{\text{sub}}}{c_p^* T} \right) \quad (19)$$

$$\text{et } c_p^* = c_{pd} + r_t c_{pv}. \quad (20)$$

Ces formules sont plus symétriques que celles publiées dans Hauf et Höller (1987), tout simplement parce que (18)-(20) mettent au même niveau les condensats liquides et solides, d'un côté, et le contenu en eau totale q_t ou r_t , de l'autre. Différemment, Hauf et Höller (1987) utilisaient des définitions qui mettent en avant les contenus en eau vapeur et en glace, que ce soit pour c_p^* , pour le terme entre crochets dans (18) et (20) ou pour l'expression du quotient θ^*/θ_r^* dans (19).

Les formules suggérées dans Hauf et Höller (1987) étant moins symétriques que l'écriture rappelée en (18)-(20), Jean-François Geleyn a trouvé un intérêt pour utiliser (19) pour calculer la température potentielle pseudo-adiabatique (θ'_w) dans ARPEGE en présence de condensats liquide ou solide. C'était en septembre 1992, mais le sous-programme correspondant PPTHPW existe toujours dans les cycles ARPEGE-IFS.

 Début de la thèse de Doctorat

C'est à cette époque que j'ai appris que des chercheurs qui avaient eu la chance d'être affecté à GMAP lors du déménagement de Paris vers Toulouse s'étaient inscrit à l'Université Paul Sabatier pour présenter une thèse. Ce fut un facteur déclenchant de ma révolte intérieure. Je jugeais, malgré tout, que mon travail de recherche semblait aussi respectable que les autres, et j'ai décidé, moi aussi, de m'inscrire en thèse.

J'ai pris conseil auprès de Daniel Cadet qui avait dirigé mes travaux de FCPLR au LMD-X, en lui demandant s'il était prêt à devenir mon patron de thèse. Daniel était devenu entre temps directeur de l'INSU et, avec son formidable optimisme et sa force de conviction, il a su me redonner confiance. Grâce à l'appui de Daniel auprès de G. Vedrenne, j'ai pu avoir une dispense de DEA et j'ai pu m'inscrire en thèse à l'UPS en 1993. Indirectement, le fait que ma hiérarchie ait décidé de ne pas s'opposer à ma candidature pour une thèse a pu tenir à l'influence de Daniel, via aussi l'influence de Jean-François Geleyn qui appréciait mes travaux au sein de Météo-France, à l'époque.

Il faut préciser, toutefois, que je n'ai pas eu de décharge de mes activités à COMPAS pour travailler sur cette thèse. J'ai toujours poursuivi mes activités opérationnelles pour le SCÉM, autant que de besoin. Je travaillais pour cette thèse les soirs et week-end chez moi et, par la suite, les soirs et week-end à mon bureau, où je pouvais croiser Jean-François Geleyn qui était présent jusqu'à point d'heure.

Mais la pression était alors maximale, car je m'étais donné pour but (éventuellement trop ambitieux) de ne pas faire une thèse qui présenterait les seules actions de recherche décrites

dans mes articles parus au CRAS (en 1990) et au QJRMS (en 1991 et 1993). Au contraire, je voulais absolument trouver l'équivalent du cycle de Lorenz à partir des équations pour l'enthalpie utilisable sèche $a_h = (h - h_r) - T_r (s - s_r)$, afin de faire honneur (à mes yeux) à une thèse de Doctorat, mais sans avoir la certitude que ce but pouvait être atteint.

Mon raisonnement de l'époque était celui-ci : ou bien toute cette histoire d'exergie et d'enthalpie utilisable avait un sens, et alors il fallait bien que je le prouve en établissant une alternative au cycle de Lorenz, ceci en précisant sans doute le cycle décrit dans Pearce (1978), ou bien je n'y arrivais pas, et alors la thèse n'avait plus beaucoup de sens ni d'intérêt à mes yeux, avec pour conséquence un possible retrait de cette thèse, ou pour le moins une rédaction à minima du mémoire. C'était mon pari de l'époque.

Heureusement, j'ai pu aboutir en quelques semaines de travail et après une série de manipulations d'horribles équations de bilan pour les valeurs moyennes et pour les termes de fluctuations aux moyennes horizontales et zonales. Ensuite, j'ai pu utiliser le tout nouveau modèle ARPEGE à maille variable pour évaluer l'impact du cycle d'enthalpie utilisable pour décrire l'énergétique d'une dépression.

Pour le jury de thèse, j'ai proposé comme rapporteur le Professeur R. P. Pearce, que j'étais aller visiter à Reading en 1990, ainsi que R. Sadourny, alors directeur du LMD-X et qui m'avait tant aidé lors de la rédaction de mon premier article au CRAS en 1990 (voir supra). Le jury était complété de G. Vedrenne, de l'UPS, et de Jean-François Geleyn, alors responsable du GMAP. L'oral en juin 1994 s'est bien passé et j'ai pu avoir la mention très bien et recevoir les félicitations du jury.

Les commentaires de R. Pearce ont été élogieux et, dans les moments de doutes ultérieurs, il a parfois été rassurant pour moi de s'y reporter, pour essayer de me convaincre que les personnes qui continuent à dire que l'approche en exergie et en enthalpie utilisable ne peuvent pas servir en météorologie peuvent avoir tort, et que mon travail passé n'était pas forcément inutile : "*The candidate has shown an excellent grasp of classical thermodynamics and demonstrated considerable scientific ability and capacity for original thought. His thesis is excellently presented and of a scientific standard well up to that a successful Ph. D. thesis in any leading U.K. University*".

Un article imprévu : Marquet (1995)

Pendant la rédaction du mémoire de thèse, Jean-Philippe Lafore a attiré mon attention sur les contributions de T. G. Shepherd (1993), qui a constaté que l'établissement des différentes formes d'énergies utilisables nécessite de manière systématique, à côté de la loi de conservation adiabatique de l'énergie totale, l'emploi d'autres lois de conservation. C'est en particulier le cas de Lorenz, qui utilise la conservation de la masse comprise entre chaque surface d'égale entropie.

Le but de Shepherd était de répondre aux questions suivantes :

- pourquoi doit-on utiliser des lois de conservations autres que celle de l'énergie totale (la somme des énergies cinétique, interne et potentielle) ?
- quelles sont, en toute généralité, ces autres lois ?
- existe-t-il une méthode systématique pour construire les différentes formes d'énergie utilisable ?

Shepherd a montré que, pour l'atmosphère qui obéit à un système hamiltonien non-canonique, il n'y a pas de liens entre les symétries de la théorie et les lois de conservation

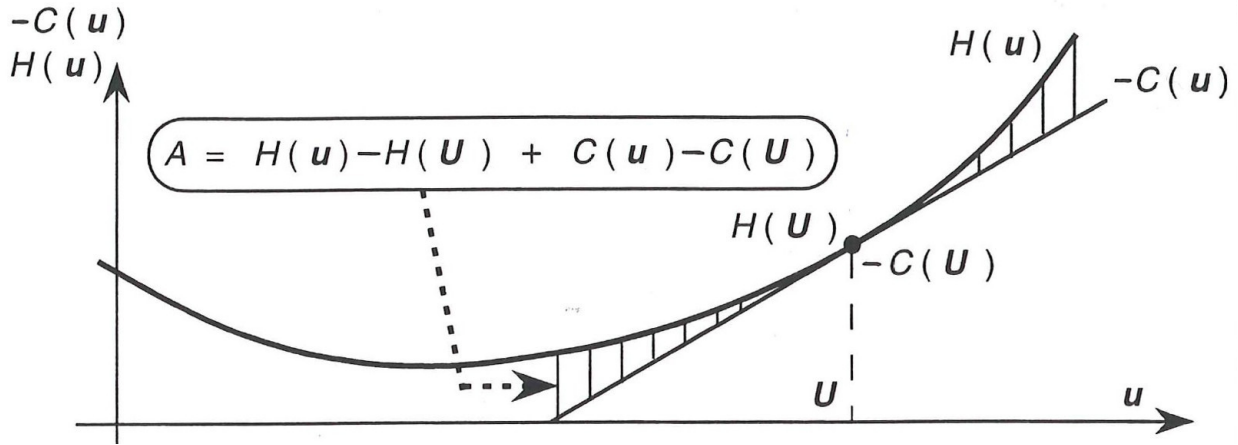


Figure 15: Une figure présentée dans ma thèse (1994) où j'essayais de montrer "avec les mains" que la variété formée par l'opposé des invariants de Casimir " $-C(u) = -T(U)S(u)$ " forment la variété linéaire tangente à l'hamiltonien " $H =$ enthalpie", où u est le vecteur d'état du système et où U est le point considéré. Alors, la différence " $H(u) - H(U) + C(u) - C(U)$ " s'écrit dans le cas de l'atmosphère sous la forme " $A(u) = H(u) - H(U) - T_0 [S(u) - S(U)]$ ", ce qui correspond formellement à l'enthalpie utilisable. Cette quantité est représentée par la partie hachurée, qui est positive et quadratique en u autour de U .

sous-jacentes (théorème de Emmy Noether), et que les éventuels états d'équilibre ne sont pas associés à des extremums de cet hamiltonien non-canonique.

Shepherd montre que c'est justement cette structure non-canonique qui nécessite l'introduction de lois de conservation additionnelles, afin de définir, pour le cas des états de base en équilibre et au repos, une notion d'énergie utilisable qui soit quadratique autour de ces états d'équilibre. Ces lois sont celles qui mettent en jeu les invariants dits de *Casimir*. On construit ainsi des quantités qui seront appelées par Shepherd les *pseudo-énergies* (\mathcal{A}) du système vis à vis de l'état de base.

Pour un vecteur d'état \vec{u} du système, Shepherd définit la pseudo-énergies \mathcal{A} par rapport à un état de référence \vec{U} par l'expression

$$\mathcal{A} \equiv \left[\mathcal{H}(\vec{u}) - \mathcal{H}(\vec{U}) \right] + \left[\mathcal{C}(\vec{u}) - \mathcal{C}(\vec{U}) \right], \quad (21)$$

où \mathcal{H} est l'hamiltonien non-canonique et où \mathcal{C} sont les invariants de Casimir. Pour Shepherd, la pseudo-energy est un cas particulier de la wave-activity définie dans Andrews and McIntyre (1978) et McIntyre and Shepherd (1987).

Pour retrouver les résultats de Lorenz, Shepherd a considéré l'hamiltonien pour un gaz parfait et hydrostatique qui est la somme de l'énergie cinétique du vent horizontal et de l'enthalpie. D'après Shepherd, la pseudo-énergie ainsi définie possède une signification physique locale. Il montre dans l'article de 1993 que la partie linéarisée de \mathcal{A} correspond à la formule approchée en coordonnée pression de l'énergie potentielle utilisable de Lorenz.

Encore une fois, si l'approche en enthalpie utilisable avait un sens, il me fallait pouvoir la déduire de l'approche de Shepherd à partir de tels hamiltoniens non-canoniques \mathcal{H} et des invariants de Casimir \mathcal{C} associés. Si ce n'était pas possible, alors cela fragiliserait la thèse. A l'inverse, si cela était possible, alors cela pourrait donner encore plus de sens à l'utilisation des fonctions d'exergie en météorologie.

Fort heureusement, j'ai pu rapidement aboutir à un résultat favorable. J'ai alors rapidement préparé un article qui a été soumis au QJRMS en janvier 1994, avec une révision en

A tutorial on Hamiltonian mechanics

Alexander Bihlo

COST WG1+2 meeting

Faculty of Mathematics
University of Vienna
alexander.bihlo@univie.ac.at

Due to the existence of two conserved quantities,
the conservative Lorenz system evolves along the
intersection of the C - and H -surface.

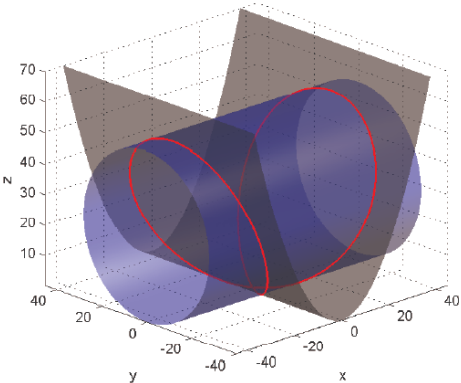
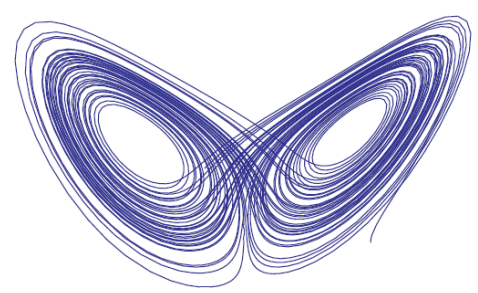



Figure: The conservative (left) and the dissipative (right) Lorenz–1963 systems.

Figure 16: *Partant du système de Lorenz (1963) : $dx/dt = \sigma y - m \sigma x$, $dy/dt = r x - x z - m y$ et $dz/dt = x y - m b z$, on montre que la version non-dissipative obtenue pour $m = 0$ admet deux quantités conservatives : l'invariant Hamiltonien $H = y^2/2 + z^2/2 - r z$ et l'invariant de Casimir $C = x^2/2 - \sigma z$. Il apparaît alors que l'attracteur étrange du système dissipatif (à droite) oscille entre les deux "ailes du papillon" qui correspondent (en moyenne) aux deux invariants H et C , donc à l'intersection (courbe 3D en rouge sur la figure de gauche) des deux cylindres à sections circulaire pour H et parabolique pour C . De plus, en accord avec la relation générale décrite par Nambu (1973), la dérivée du vecteur (x, y, z) s'écrit sous la forme : $\nabla C \times \nabla H$. Exposé de Alexander Bihlo (2011), d'après le papier Névir and Blender (1994). Voir aussi Axenides and Floratos (2010).*

juin 1994 (juste avant mon oral de thèse), pour une parution en janvier 1995.

J'ai pu montrer dans cet article que, pour un état de référence $T_0(\theta)$ quelconque, où θ est la température potentielle de l'air sec, la pseudo-energy de Shepherd pouvait s'écrire de la manière suivante :

$$\mathcal{A} = \iiint_{\mathcal{M}} \frac{(\vec{u}_h)^2}{2} dm + \iiint_{\mathcal{M}} \left[c_p (T - T_0) - c_p \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{T_0(\theta')}{\theta'} d\theta' \right] dm. \quad (22)$$

Cette formulation n'est pas celle proposée par Shepherd et j'ai dû la découvrir comme une des étapes intermédiaires possibles dans son article. J'ai pu ensuite appliquer (22) au cas d'un état de référence isotherme où $T_0(\theta)$ est une constante. Dans ce cas, le terme entre crochets dans la dernière intégrale de (22) se met sous la forme $c_p [(T - T_0) - \ln(T/T_0)] + R \ln(p/p_0)$

qui n'est autre que l'enthalpie utilisable a_h , ce qui permet d'écrire :

$$\mathcal{A} = \iiint_{\mathcal{M}} \left[\frac{(\vec{u}_h)^2}{2} + a_h \right] dm, \quad (23)$$

Ce résultat était très encourageant pour moi et j'étais vraiment heureux d'avoir pu montrer que la fonction a_h était associée à une des formes de la pseudo-énergie de Shepherd (lui-même ayant montré qu'il pouvait retrouver, de manière approchée, l'APE de Lorenz).

En fait, on peut reconnaître (au moins formellement) dans (21) l'analogie de l'enthalpie utilisable $a_h = (h - h_0) - T_0 (s - s_0)$, à condition d'identifier \mathcal{H} avec l'enthalpie spécifique h d'une part, et d'identifier l'invariant de Casimir \mathcal{C} avec le terme " $-T_0 s$ " qui dépend de la température de référence T_0 et de l'entropie spécifique s , d'autre part (voir la Figure 15). La loi de conservation correspondant à cet invariant de Casimir est donc l'aspect isentropique et la contrainte correspond à des évolutions adiabatiques et réversibles.

Bien d'autres utilisations de ces invariants de Casimir existent dans le domaine des systèmes Hamiltoniens non-canoniques, comme par exemple l'application au modèle de Lorenz (1963), voir la Figure 16.

J'ai dû batailler avec les referees qui considéraient que mes résultats étaient peu probants, ou qu'ils n'apportaient rien de neuf par rapport à ceux publiés par Shepherd... Comme d'habitude en fait.

Pourtant, les équations proposées dans les papiers de Shepherd n'étaient pas assez générales et j'ai dû établir tout seul la formule alternative (22) qui permet une application à une telle atmosphère de référence isotherme. Et seule ma croyance aveugle que la fonction a_h devait pouvoir se déduire d'une manière ou d'une autre de la pseudo-énergie \mathcal{A} a pu me permettre de démontrer, effectivement, ce résultat.

Au final, l'article a pu paraître et je préfère oublier les critiques injustes d'un referee, pour me souvenir des mots de Shepherd lui-même reçus en avril 1995 : "*I enjoyed your note in the QJ concerning my APE paper (...) This was a line of work that I was not aware of (...) With compliments, Ted Shepherd*". Ce qui me rassure, c'est que si Shepherd a pu m'écrire cela, c'est sans doute que les détracteurs devaient avoir tort ? Tout cela montre la fragilité du processus d'évaluation par les pairs, cet article ayant failli ne jamais être publié.

Le nom "Exergie" ?

Je désire attirer l'attention sur l'annexe B de mon mémoire de thèse qui est une traduction par E. Legrand de l'article en allemand de Z. Rant (1955), où les termes "exergie" (en français) ou "exergy" (en anglais) sont définis pour la première fois pour représenter, très précisément, la fonction "enthalpie utilisable" $a_h = (h - h_0) - T_0 (s - s_0)$ qui a été l'objet de toute mon attention depuis 1989.

Et après la thèse ?

Après mon oral de thèse, Jean-François Geleyn a suggéré aux thésards de GMAP et COMPAS de soumettre leur candidature au prix Prud'homme de la Société Météorologique de France. C'est ce que j'ai fait, en prenant soin de rédiger au mieux le résumé introductif.

Ensuite, j'ai appris en 1994 de manière indirecte que Jean-Claude André (mon ancien patron de stage IT3, créateur et encore directeur à l'époque du CNRM) avait remarqué

que mon activité de publication (90, 91, 93, thèse plus article soumis en 94) n'avait rien à envier à celles d'autres chercheurs du CNRM, que ce soit en premier auteur ou en citations, alors que j'étais dans un service opérationnel. Je fus honoré d'avoir été ainsi remarqué par Jean-Claude en qui j'ai le plus grand respect.

C'est aussi en 1994 que j'ai été démarché pour venir au CNRM grossir les rangs de la nouvelle équipe Recyf qui s'intéressait à l'étude des cyclogénèses, en particulier grâce à l'outil "tourbillon potentiel". Cela aurait pu être une formidable opportunité de rejoindre le CNRM, mais les hasard de la vie ont fait que cela n'a pas pu se faire, de mon fait, à cette occasion.

Différemment, j'ai pu postuler sur un poste qui devait s'ouvrir au sein de l'équipe Arpege-Climat (EAC) au sein du groupe GMGEC. Serge Planton et Michel Déqué étaient intéressés par ma venue, de part mon activité scientifique passée et ma connaissance du lancement et du codage dans la version "prévision du temps" de ARPEGE. C'est ainsi que j'ai pu rejoindre l'équipe EAC en biseau entre janvier et avril 1995.

5 Les années 1995-2015.

5.1 CNRM / ARPEGE Climat (1995-2008).

J'ai débuté une période de 13 ans (1995-2008) au au sein de EAC (Equipe Arpege Climat) dans le groupe GMGEC du CNRM. C'est encore, en 2016, la plus longue période passée sur le même poste depuis que je suis rentré à la Météorologie Nationale, en 1980.

A cours de ces 13 ans et sous l'encadrement de Michel Déqué, mon activité principale a été de tester et de développer des paramétrisations physiques, aussi de lancer des simulations liées aux changements climatiques. Ces activités sont décrites dans la section 5.1.1.

Les activités liées à mon thème de recherche principal (l'énergétique de l'air humide) sont décrites dans la section 5.1.2. Ces activités de recherche étaient abordées à la marge de mon temps travail officiel à EAC, pour une partie variable mais minoritaire.

J'ai éprouvé de vraies difficultés à obtenir l'autorisation à m'inscrire pour soutenir cette HDR, la commission de recherche de l'INPT ayant jugé par deux fois que j'avais un faible niveau d'encadrement de thèse.

J'essaye de montrer, à travers ce résumé de mes activités pour cette longue période de 13 ans, que l'on peut œuvrer pour réaliser de nombreux développements pour le bien commun d'un laboratoire sans pour autant avoir l'occasion d'encadrer des thèses. Et cela n'empêche vraiment pas de publier, en propre ou à travers des articles écrits en commun, par exemple dans le cadre des nombreux contrats européens qui se succèdent années après années.

La participation à ces contrats européens était la priorité pour GMGEC, sans doute au détriment de l'encadrement de thèse à EAC, dont l'activité principale (la mienne en tout cas) était la gestion du code commun ARPEGE-Climat.

5.1.1 CNRM / ARPEGE Climat / Les paramétrisations.

Mon travail principal à EAC n'était donc pas en lien direct avec le thème de recherche choisi pour ce mémoire de HDR (l'exergie et la thermodynamique humide). J'ai en effet toujours eu le soucis de travailler pour le développement du modèle ARPEGE-Climat et pour le bien commun, malgré la conséquence qui a été un taux de publications moindre que celui qui aurait été le mien ailleurs à GMGEC, ou à GMME, par exemple. En ce sens, les contraintes de travail à EAC ressemblent à celles qui prévalent à GMAP, mais appliquées à un personnel plus restreint.

Malgré tout, j'ai choisi de décrire dans cette section les actions menées dans le cadre de la gestion du code de ARPEGE-Climat, dans la mesure où cela m'a permis de participer à de nombreux projets français et européens, avec quelques publications en co-auteur et des aspects très formateurs pour mon thème de recherche (l'énergétique de l'air humide).

J'ai pu, en particulier, approfondir ma formation aux aspects numériques : précisions et stabilités des schémas, environnement multi-tâches et distribué, en travaillant sur les CRAY (2, C90, J90) et autres Fujitsu (VPP700 ou VPP5000).

J'ai débuté mon travail à EAC en 1995 en contribuant avec l'équipe à la livraison de la version 2 de ARPEGE-Climat, parue en 1996. Mais j'ai peu contribué à cette version, dont la nouveauté principale était l'appel au rayonnement FMR du CEPMMT, interfacé par Philippe Dandin.

 Modèle SISYPHE - Semi-Lagrangien

J'ai rapidement encadré un stage de modélisation de 3 mois de deux élèves ingénieurs de la météorologie en 1995 : P. Josse, futur directeur des services climatiques et D. Salas y Melia, futur chef du GMGEC. L'intitulé était "Modèle de circulation générale stratosphérique : introduction de la coordonnée verticale hybride et de la variable ozone". Ce stage m'a permis de me familiariser à nouveau avec le code de l'ancien modèle de climat SISYPHE qui tournait en un rien de temps sur les stations de travail UNIX (Michel Déqué m'avait envoyé les parties FFT de ce code lors de ma FCPLR au LMD-X).

J'ai ensuite testé en mode Climat en 1996-1997 le schéma semi-lagrangien qui était opérationnel en PNT, en remplacement du schéma eulerien utilisé jusqu'alors en Climat. J'ai dû résoudre des problèmes propres au Climat, comme ceux liés aux valeurs irréalistes pour l'ozone et la vapeur d'eau stratosphérique (astuce : activer les interpolations quasi-monotones comme au CEPMMT). La comparaison des simulations eulériennes et semi-lagrangiennes induisait des biais importants (-10 K) en moyennes zonales pour la température et vers 70 hPa dans la zone tropicale. Ces biais ont été expliqués par une insuffisance de la résolution verticale, en accord avec les constatations de Williamson *et al.* (1998) qui recommandait des épaisseurs de moins de 100 m au niveau de la tropopause et jusqu'à 50 hPa. Les tests que j'ai pu mener confirmaient cette possible solution, qui restait irréaliste en terme de coûts induits par un tel passage de 31 (ou 41) à 99 niveaux verticaux.

 Projets RACCS, MERCURE, PROVOST

Dans le cadre des projets européens RACCS (1994-96) et MERCURE (1997-2000), j'ai lancé une simulation régionale de changement climatique avec la version à maille variable de ARPEGE-Climat. J'ai poursuivi un travail initié par Jean-Philippe Piedelièvre et un stagiaire ingénieur de la Météorologie (Eric Barbay). Ce travail a débouché sur l'article Déqué *et al.* (1998), qui constitue la première simulation régionale faite à Météo-France.

Dans le cadre du projet PROVOST (1997-98), j'ai pris la suite du travail de Ph. Dandin après son départ de EAC pour Prévi/MAR. J'ai terminé les simulations couplées régionales (avec une fenêtre océanique couplée tropicale) qui avaient été préparées par Philippe en collaboration avec Claire Levy au LODYC. Hélas, ce travail n'a pas donné lieu à publication, ni à encadrement de thèse ou post-doc.

 Turbulence diagnostique - Mellor-Yamada

J'ai ensuite testé en 1998, puis validé en mode Climat, le schéma de turbulence diagnostic d'ordre 2.0 en énergie cinétique turbulente (TKE) diagnostique qui avait été codé en 1992 par Ch. Castejon et E. Gerard à partir des informations qui allaient servir de base à l'article Ricard and Royer (1993). J'ai pu corriger avec Isabelle Beau plusieurs erreurs présentes dans le code.

C'est à cette occasion que j'ai commencé à prendre conscience de l'intérêt du code 1D-vertical avec lequel Isabelle Beau a pu mettre en évidence et comparer les fibrillations temporelles en basses couches pour les versions PNT (Louis 1979, Louis *et al.*, 1982) et Climat (Ricard, Royer, Bougeault, 1993) de la turbulence.

C'est aussi à cette occasion que j'ai pu me former à la problématique du calcul diagnostique des fonctions statistiques qui servent à paramétrer la variance sous-maille de l'humidité.

Ce faisant, ce fut pour moi une obligation à se former à divers aspects de la physique de l'air humide, avec des implications qui me seront fort utiles ultérieurement, lors de mes réflexions engagées à PREVI/LABO puis à GMAP à partir des années 2009 à 2016.

Tous mes travaux de validation et de codage de la turbulence en TKE diagnostique de l'air humide et du schéma semi-lagrangien ont été inclus dans la version 3 de ARPEGE-Climat, en 1999.

Encadrement de la thèse de Cécile Bossuet

Ensuite, à partir de 1997, j'ai étroitement co-encadré la thèse de doctorat de l'INPT de Cécile Bossuet (thèse soutenue en 1998). L'encadrant principal était Michel Déqué et le directeur de thèse Daniel Cariolle.

La fin de thèse de Cécile correspondait aux tests en mode climatique du schéma en TKE pronostique qui avait été développé pour le modèle PERIDOT-Recherche, code de turbulence qui a été réécrit pour ARPEGE par Pierre Lacarrère à MC2.

J'ai beaucoup aidé Cécile à la fin de sa thèse, quand les problèmes liés à l'utilisation de ce code de turbulence, qui était prévu pour des petits pas de temps pour PERIDOT, devait être adapté aux grands pas de temps pour ARPEGE Climat.

Il faut mentionner que ces travaux d'adaptation à un modèle de Climat avaient déjà été effectué au MPI (Brinkop and Roeckner, 1995, Roeckner *et al.*, 1996). Malgré tout, du fait de différents problèmes, Cécile était tout prêt d'arrêter les tests de ce schéma en TKE pronostique de PERIDOT.

Je peux dire que j'ai pu sauver ce code en motivant et en organisant des tests en mode 1D-vertical et en recueillant les avis de Hervé Giordani, qui avait souvenance d'une bug connue à GMME mais qui n'avait pas été reportées dans cette version pour ARPEGE.

Cécile ne souhaitait pas poursuivre en post-doc à Météo-France et l'opportunité d'écrire un article ne s'est donc pas présenté. Cela explique en partie les reproches de défaut d'encadrement de thésard avec publications en co-auteur qui ont motivé le refus de ma première demande d'inscription en HDR à l'INPT.

La turbulence en TKE pronostique

En accord avec Michel Déqué, j'ai souhaité poursuivre cette approche en TKE pronostique initiée par Cécile Bossuet en mode Climat. Ce travail s'est poursuivi jusqu'à mon départ de EAC, en 2008.

Mes motivations étaient que le manque de réalisme et les problèmes rencontrés en mode 1D avec le schéma en TKE diagnostique (intermittence temporelle et feuilletage vertical) pouvaient être amélioré, voire résolu, avec un schéma en TKE pronostique. En effet, l'effet mémoire naturellement inclus dans l'équation pronostique du TKE correspond aux processus physiques présents au membre de droite de l'équation : c'est à dire la somme des termes de production dynamique et thermique moins le terme de dissipation.

Bien sûr, beaucoup de choses restaient à faire entre 1998 et 2008 :

- il fallait passer de la dynamique eulerienne à celle semi-lagrangienne ;

- les pas de temps de l'ordre de 10 à 30 mn utilisés en Climat pouvaient ne pas être compatibles avec les termes sources et puits du TKE (testés pour des pas de temps de l'ordre de la minute dans PERIDOT) ;
- le code de PERIDOT ne traitant pas le cas de l'air humide, la problématique de la variance sous-maille de l'humidité devait-elle être abordée de manière similaire à celle retenue dans le schéma en TKE diagnostique ?
- les fortes valeurs de TKE simulées par Cécile en sommet de troposphère tropicale étaient-elles réalistes ? fallait-il les corriger en supprimant les sur-adiabatismes surmontant les zones nuageuses ?
- était-il possible d'utiliser un tel schéma en TKE pronostique de la surface jusqu'à la mésosphère, ou bien fallait-il utiliser, en relais, un schéma plus robuste de type Louis *et al.* ?

Il serait trop long de décrire l'immense travail entrepris sur plusieurs années. J'aurais vraiment souhaité pouvoir développer ce schéma en collaboration, en particulier avec GMAP. Mais ce ne fut pas possible à l'époque, du moins dans un premier temps où j'ai dû poursuivre seul ou presque les développements, entre 1998 et 2004 environ (avant les tests probants faits en mode PNT pour GABLS1).

Je peux toutefois mentionner que, pour résoudre une partie de ces problèmes, j'ai pu m'inspirer et me rapprocher des solutions retenues dans les modèles Meso-NH qui était alors en cours d'écriture à GMME et au LA. Ce fut le cas pour le sous-programme de calcul des longueurs de mélange (Bougeault et Lacarrère, 1989) qui a dû être adapté au cas de la température potentielle virtuelle θ_v . Ce fut surtout le cas pour le terme de production thermique, où le flux turbulent de $\overline{w' \theta_v'}$ devait être calculé à partir des variances sous-maille de l'humidité.

Là encore, un rapprochement avec les solutions retenues (ou en phase de tests ou d'écriture) dans Meso-NH et pour le futur AROME me paraissait utile, à la fois pour le bien du CNRM et pour éviter des développements inutilement entrepris en doublons. En particulier, j'avais utilisé les fonctions $F0$, $F1$, $F2$ qui avaient été tabulées pour Meso-NH à partir de PDF mixtes symétriques / asymétriques, ainsi que la fonction λ_3 .

Article sur les aérosols sulfatés...

J'ai été impliqué au début des années 2000 dans un codage dans ARPEGE-Climat des aérosols sulfatés, et j'ai pu être co-auteur de l'article Hu Rong Ming *et al.* (2001).

Le projet EUROCS

C'est ensuite dans le cadre du projet européen EUROCS (2000-03) que j'ai pu assembler et tester un ensemble de nouvelles paramétrisations qui formeront, quelques années plus tard, la "physique pronostique" dans les versions 1D et 3D de ARPEGE-Climat.

Dans un premier temps, avec Jean-François Royer, j'ai encadré Hervé Grenier qui était employé en Post-doc pendant EUROCS. Hervé nous a apporté son expertise internationale acquise auprès de Adrian Lock (UKMO) et Chris Bretherton (NCAR). Il a rapidement mis le doigt sur le plus gros défaut du modèle : le manque de schéma pronostique pour les condensats nuageux. Il a aussi testé en 2001 et dans ARPEGE la paramétrisation de l'entraînement en sommet de couche limite, un ingrédient un peu magique qui permet de contrôler le réal-

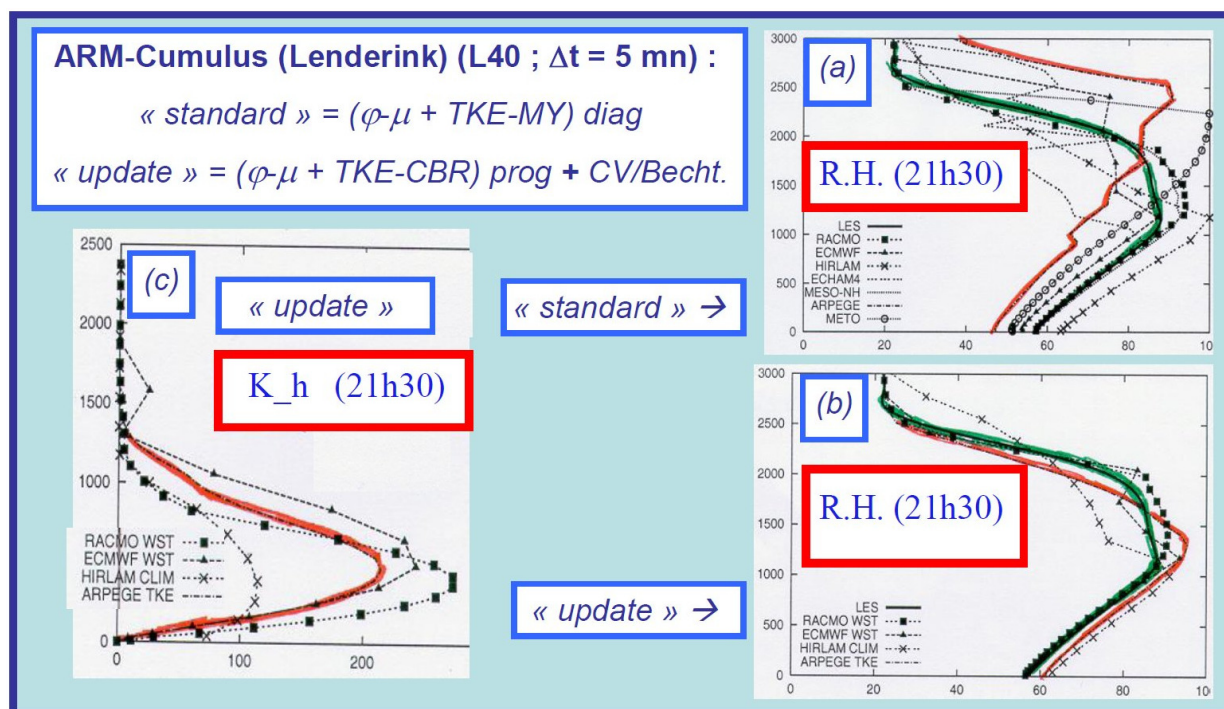


Figure 17: Quelques beaux résultats obtenus avec la première version de la “physique pronostique” pour le cas ARM-Cumulus (en 2002, pendant EUROCS, publiés dans Lenderink et al., 2004). En (a) sont tracés les profils verticaux de l’humidité relative à 21:30 UTC, où on voit les défauts usuels de la physique diagnostique (courbe rouge) par rapport à la courbe de référence (LES, courbe verte) : couche limite bruitée et trop haute. En (b) la courbe rouge pour la première version de la “physique pronostique” était bien meilleure. De même, en (c), le profil vertical du coefficient d’échange turbulent pour la température potentielle θ_i était jugé très bon pour la première version de la “physique pronostique” (en rouge). Pour la première fois depuis toujours, la version “ARPEGE-TKE” ressortaient parmi les quelques bons modèles, validant en cela le but espéré de EUROCS : améliorer les modèles à grande échelle (Climat et/ou PNT) par des comparaisons aux observations et/ou aux LES !

isme des stratocumulus des zones océaniques tropicales (Grenier and Bretherton, 2001), pour palier le manque de résolution verticale entre 1000 et 2000 m dans les modèles.

Concernant le schéma microphysique pronostique, j’ai pu sauver in extremis le schéma codé par Ph. Lopez (2002) juste avant son départ pour le CEPMMT, ceci en accord avec Michel Déqué et après proposition de Jean-François Royer de s’intéresser au schéma écrit par Philippe Lopez à GMME. Une réunion a été organisée avec le GMAP pour s’assurer que les autres alternatives (alors testées dans la version PNT de ARPEGE) ne pouvaient pas être utilisées.

Sans entrer dans les détails, étant impliqué dans le sous-programme de EUROCS qui consistait à simuler le nouveau cas ARM-Cumulus (continental et non-précipitant) avec la version 1D-verticale de ARPEGE-Climat, c’est sur ce cas que j’ai pu assembler et tester le schéma micro-physique bulk de Lopez (2002), qui pouvait interagir avec le schéma en TKE pronostique humide, aussi avec l’utilisation d’un nouveau schéma de convection peu-profonde (Bechtold, 2001), en plus du schéma de convection profonde existant (Bougeault, 1985).

Cette première version de la “physique pronostique” a donné de très beaux résultats sur le cas ARM-Cumulus, voir la Figure 17. Ces résultats ont été publiés dans le numéro spécial de EUROCS (Lenderink et al., 2004, où j’étais co-auteur). Les mêmes impacts positifs ont été

observés dans le cadre du sous-programme de EUROCS consacré à une Inter-comparaison sur la Coupe-verticale Pacifique (PCI). Comme pour le cas ARM-Cumulus, j'ai pu obtenir de meilleurs résultats avec la nouvelle physique pronostique par rapport à ceux obtenus avec la physique diagnostique standard de ARPEGE-Climat qui sont décrits dans Siebesma *et al.* (2004, où j'étais co-auteur).

Les simulations faites avec la "physique pronostique" indiquaient des améliorations dans les basses couches, y-compris pour les stratocumulus des bords est des océans tropicaux. Seuls les défauts récurrents liés au schéma de Bougeault empêchaient d'avoir un tableau complètement satisfaisant (les travaux en cours sur le schéma de convection profonde ne pouvant pas encore être testés au cours du projet EUROCS).

Projets PRUDENCE - SURFEX - PRISM

J'ai participé aux projets PRUDENCE (2001-04), PRISM (2001-04), SURFEX (2005, 2008), aussi ENSEMBLE (2004-09), pour lesquels je ne peux pas citer de publications, malgré le travail réel et continu fait pour ces projets.

J'ai en particulier encadré Karine Maynard en Post-doc pour le projet PRISM. Le but était de mettre en place le code de la version GCM de ARPEGE dans la base PRISM des modèles inter-opérables d'océans, de surface et d'atmosphère.

J'ai aussi encadré en 2004 le stage de 5 mois de Nadège Larrigaudière (DEA-OAE), en co-encadrement avec D. Cariolle ("Impact radiatif du transport aérien dans l'atmosphère").

J'ai pu travailler en 2005 sur les premiers tests du schéma SURFEX (version 0.7) dans une version 1D-vertical de ARPEGE. J'ai d'abord apporté mon aide en encadrant et conseillant Anne Laure Gibelin et Ingeborg Zuurendonk pour coder dans la version 1D-verticale de ARPEGE-Climat le schéma implicite de diffusion verticale à la mode suggérée par Best *et al.* (2004) et préconisé par le LMD.

J'ai ensuite entrepris les tests de validation de SURFEX avec le cas ARM-Cumulus que j'avais construit au cours de EUROCS. J'ai inclus les modifications nécessaires afin de pouvoir activer de manière optionnelle les schémas de surface ISBA ou SURFEX. J'ai ensuite préparé les mêmes conditions physiographiques pour les deux schémas, en reportant l'équivalent des conditions issues de l'applicatif PGD de SURFEX vers les conditions requises pour le schéma ISBA de ARPEGE. Ainsi, les codes de surface et de turbulence ont pu être comparés et validés pour différents type de contenu en eau et de température pour les couches superficielles et profondes du sol. J'ai ainsi pu être co-auteur d'une présentation orale aux Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère en 2007, où était présenté SURFEX.

Projets GEWEX : GCSS et GCPI

Après le projet européen EUROCS, j'ai été fortement impliqué entre 2004 et 2008 dans les travaux de deux programmes internationaux menés dans le cadre de GEWEX : GCSS (dirigé par Pier Siebesma) et GCPI (dirigé par João Teixeira).

Le principe de la coupe Pacifique, qui avait été progressivement mise au point dans le cadre de EUROCS, a été repris dans le cadre de GEWEX, avec pour nouveau nom : GCPI. De plus, un nouveau cas 1D-vertical été créé. Il s'agissait des différentes versions du cas RICO de petits cumulus maritimes des alizés (faiblement précipitants). J'ai préparé les conditions initiales et les forçages du cas dit "RICO-composite" pour ARPEGE-Climat.

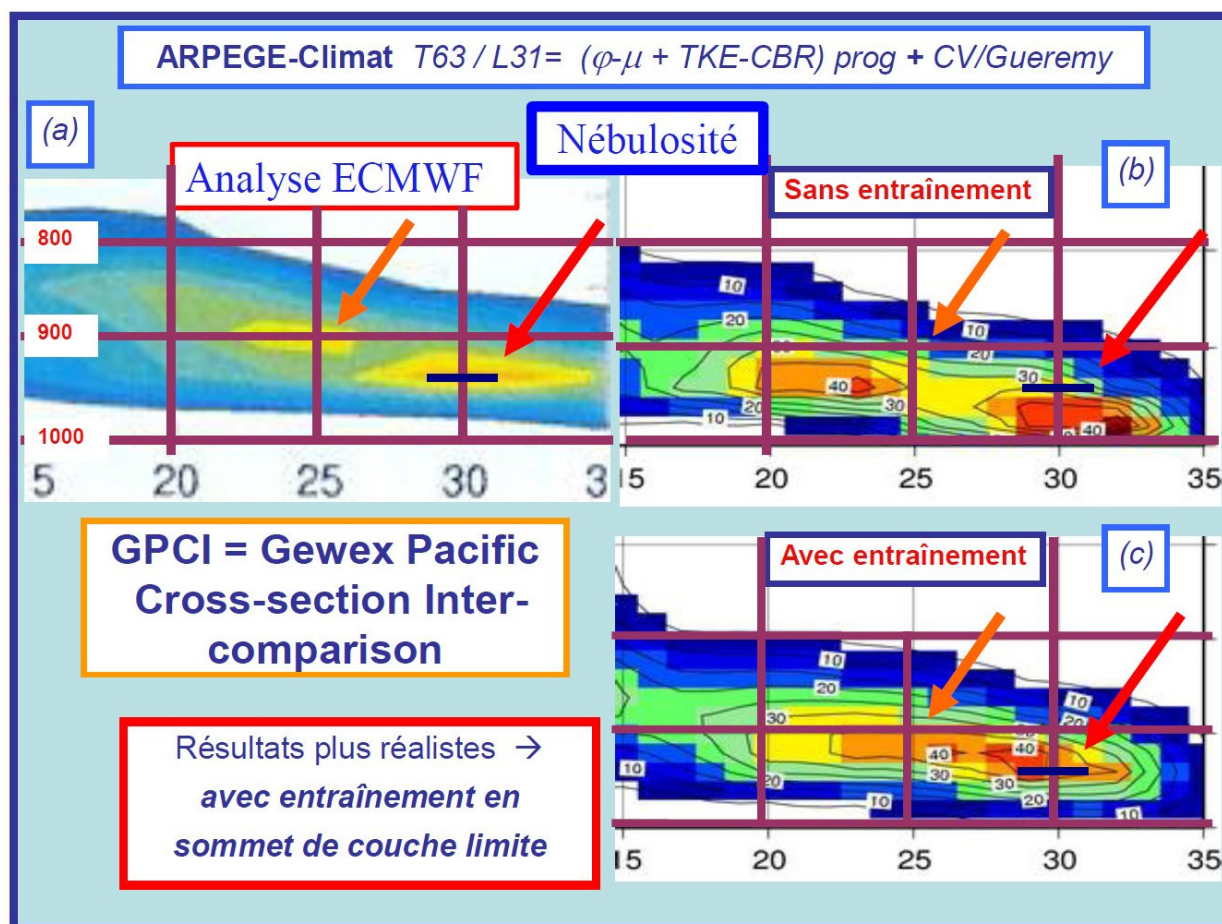


Figure 18: Je montre ici des résultats observés avec la “nouvelle physique pronostique”, en 3D, pour ARPEGE-Climat et pour la coupe “GPCI” (zoom sur les basses couches et sur le bord Est du Pacifique nord). Par rapport à l’analyse ECMWF en (a), la nébulosité des stratocumulus marins sont mieux représentés en (c) qu’en (b), validant en cela la technique de la paramétrisation de l’entraînement en sommet de couche limite due à Hervé Grenier, et surtout après de nouveaux réglages des coefficients A_1 et A_2 obtenus pendant le stage de modélisation EIENM que j’ai encadré à EAC. Je n’ose pas montrer les résultats obtenus avec la physique diagnostique opérationnelle dans ARPEGE-Climat (turbulence de Mellor-Yamada, etc), où on observait les défauts liés à une couche limite trop épaisse et pas assez de nébulosités basses.

Les résultats obtenus avec ARPEGE-Climat ont été présentés à la conférence internationale PAN-GCSS qui s’est déroulée à Athènes, en mai 2005, lors d’une réunion internationale GCSS-GPCI/BLCI-RICO à New-York en septembre 2006, et enfin au cours de la réunion internationale NetFAM/COST-722/CBL07 à Toulouse, en mars 2007. J’ai été mis en co-auteur de l’article sur GWEX-GPCI écrit par Teixeira *et al.* (2011).

La différence entre GEWEX-GPCI et le transect entrepris pendant EUROCS a été d’impliquer d’autres modèles non-européens et, pour ce qui me concernait et pour le modèle ARPEGE-Climat, d’utiliser de nouveaux schémas de convection.

En effet, Peter Bechtold n’avait pas réussi à mettre en œuvre ses schémas de convection (peu-profonde et profonde) au CEPMMT, et le code n’avait plus d’espoir de maintenance et d’évolution. Quant au code alors utilisé pour décrire la convection profonde dans les différentes versions de ARPEGE (Bougeault, 1985, modifié par J.-F. Geleyn et L. Girard), il possédait d’importants défauts révélés dans l’étude de la coupe Pacifique de EUROCS.

J'ai donc décidé de profiter des développements de code réalisés en interne à partir de 2002 dans l'équipe EAC par Jean-François Guérémy (publié en 2011), en poursuivant les idées initiées au cours de sa thèse (Guérémy, 1996). Il s'agissait de faire évoluer le schéma alors utilisé pour décrire la convection profonde : Bougeault/Geleyn/Gérard. L'apport du nouveau schéma de Guérémy était l'inclusion d'une équation pronostique pour la vitesse verticale convective, une fermeture en CAPE et un début de représentation des thermiques en air clair dans la couche limite.

A partir des années 2004-05, j'ai donc utilisé ce nouveau schéma de convection pour remplacer à la fois le schéma opérationnel de convection profonde de Bougeault/Geleyn/Gérard et le schéma de convection peu-profonde de Bechtold, que j'avais ajouté et testé au cours de EUROCS. Pour la partie turbulence humide, j'ai amélioré la représentation de l'entraînement en sommet de couche limite en prenant pleinement en compte la représentation intégrale de Grenier (schéma non-publié mais mis au point par Hervé en interne à GMGEC, à la fin du projet EUROCS). Quant au schéma micro-physique, il était toujours basé sur le schéma pronostique bulk de Lopez (2002).

Cet ensemble formait la "nouvelle physique pronostique", que j'ai testée pendant plusieurs années avec les versions 1D-verticale et 3D-GCM de ARPEGE. Je montre sur la Figure 18 un exemple des améliorations observées, en 3D et pour ARPEGE-Climat, pour les stratocumulus marins (coupe GPCI sur le bord Est du Pacifique nord au large des USA).

Rapprochements CNRM/LMD

C'est à partir de l'automne 2003 que Eric Brun, alors directeur du CNRM, a décidé de faire se rapprocher les équipes de l'IPSL et du CNRM en créant le projet "Physique commune" qui allait se poursuivre, quelques années après, sous la forme des projets nationaux DEPHY et DEPHY2.

Il faut se rappeler que les équipes du CNRM et l'IPSL, même si elles avaient pu collaborer sur des actions liées au couplage glace-océan-atmosphère (entre autre via le projet GASTON), se regardaient un peu en chien de faïence pour ce qui concernait le développement des paramétrisations atmosphériques. Ce mémoire n'est pas le lieu pour décrire pourquoi on en était arrivé là.

Le but du projet "Physique commune" était de réapprendre à se parler et, pour autant que cela eût pu être possible, de partager et/ou développer des paramétrisations physiques en commun. Ce vaste programme devait être entrepris par des équipes de recherche comprenant des chercheurs plutôt "jeunes", c'est à dire qui n'avaient pas été impliqués dans les actions passées qui avaient pu faire s'éloigner les laboratoires.

Marie-Pierre Lefebvre, qui avait été mise à disposition au LMD, était un peu mon alter-ego. Le projet a débuté par une série de réunions où les personnes ont pu apprendre à se connaître et où il a été possible de dissiper les doutes et, finalement, pacifier les relations. L'inventaire des besoins a débouché sur l'envie de comparer les physiques des deux laboratoires sur des cas idéalisés, avant d'entreprendre possiblement des actions plus complexes, comme des échanges de paramétrisations.

Aussi, la première action que nous avons menée en commun, avec l'aide de Frédéric Hourdin, fut la mise au point d'un modèle 1D-vertical commun pour les physiques ARPEGE-CNRM et LMDZ-LMD. Je crois pouvoir affirmer que j'ai été un élément actif pour œuvrer à ces rapprochements entre les deux laboratoires, ceci pendant cinq ans et jusqu'à mon départ de EAC, en 2008.

Certes, chacune des paramétrisations physiques ne pouvait pas être inter-changées entre les deux physiques ARPEGE-CNRM et LMDZ-LMD, mais les profils initiaux et les forçages étaient communs aux deux physiques, ainsi que l'évolution dynamique des champs.

Ainsi, les deux physiques pouvaient être appelées “en bloc”, avec les mêmes fichiers initiaux et de forçage en entrée, les fichiers de sorties étant créés en doublon pour que chacun puisse retrouver ses formats préférés (lfa pour le CNRM et netcdf pour le LMD). L'intérêt de pouvoir profiter des différents éléments en commun et de pouvoir comparer les deux physiques sur les mêmes simulations 1D-verticales a fait que cette version du modèle 1D est devenue la version officielle à la fois au CNRM (pour ARPEGE-Climat) et au LMD (pour LMDZ).

Frédéric Hourdin a pu populariser cette version au LMD, en allant jusqu'à mettre à disposition sur tous les PC fixes ou portables cette version commune du modèle 1D-vertical. Ceci a permis au CNRM et au LMD de mettre en commun les cas 1D mis au point par les deux laboratoires.

Comparaisons IPCC-RTMIP

Grâce à ce modèle 1D-vertical commun LMD / CNRM, j'ai pu participer avec Marie-Pierre Lefebvre (au LMD) au projet IPCC-RTMIP (2005) qui était piloté par W. D. Collins.

Cette inter-comparaison des codes de rayonnement consistait à comparer les sorties issues de modèles de référence “line-by-line” (LBL) avec les simulations faites avec le modèle 1D-vertical commun CNRM et LMD, les fichiers initiaux étant identiques. Cette inter-comparaison comprenait de nombreux cas, avec différents protocoles qui correspondaient à différentes modifications pour les gaz à effet de serre (CO₂, CH₄, H₂O, ...).

J'ai été co-auteur, ainsi que Marie-Pierre Lefebvre, de l'article Collins *et al.* (2006).

Comparaisons 1D : Ayotte / RICO-Composite

C'est dans le cadre de la “physique commune” et avec ce modèle commun LMD / CNRM que j'ai pu tester les cas Ayotte *et al.* (1996) de couches limites sèches et convectives, ceci en comparant les physiques “diagnostique” (standard) et “pronostique” (en test) de ARPEGE-Climat. Ces cas “Ayotte” avaient été étudiés avec attention par F. Hourdin au LMD lors des validations du modèle des thermiques qui était un des points forts du modèle du LMD (Hourdin *et al.*, 2002).

J'ai pu ainsi montrer avec ces cas “Ayotte” que le schéma de convection de Guérémy assurait en partie cet aspect de la turbulence en flux de masse, qui permet de redresser le profil vertical en température potentielle et de le faire basculer vers un régime stable dans le tiers supérieur de la couche limite. Cet aspect important a pu être observé avec la physique “pronostique” et grâce au code de convection de Guérémy.

On peut voir en particulier sur le profil (a) de la Figure 19 que l'impact des thermiques va dans le bon sens pour la partie supérieure du profil de θ et pour le cas 24SC. Par rapport à la courbe en tireté violet, la courbe bleu se rapproche vraiment de la courbe LES (en noir) au dessus de 700 m. L'impact est moins net en (b) sur le cas 05WC, même s'il est présent.

De plus, j'ai pu me servir de ces différents cas “Ayotte” et des références LES associées pour montrer que les réglages de la turbulence pronostique, qui étaient basés sur des réglages proches de ceux indiqués dans Cuxart *et al.* (2000), ne permettaient pas de bien représenter le profil vertical du vent horizontal.

En effet, on peut voir sur le profil (c) de la Figure 19 (cas 24C) que toutes les courbes restaient loin du profil LES. Même si la courbe en bleu (physique pronostique avec turbulence

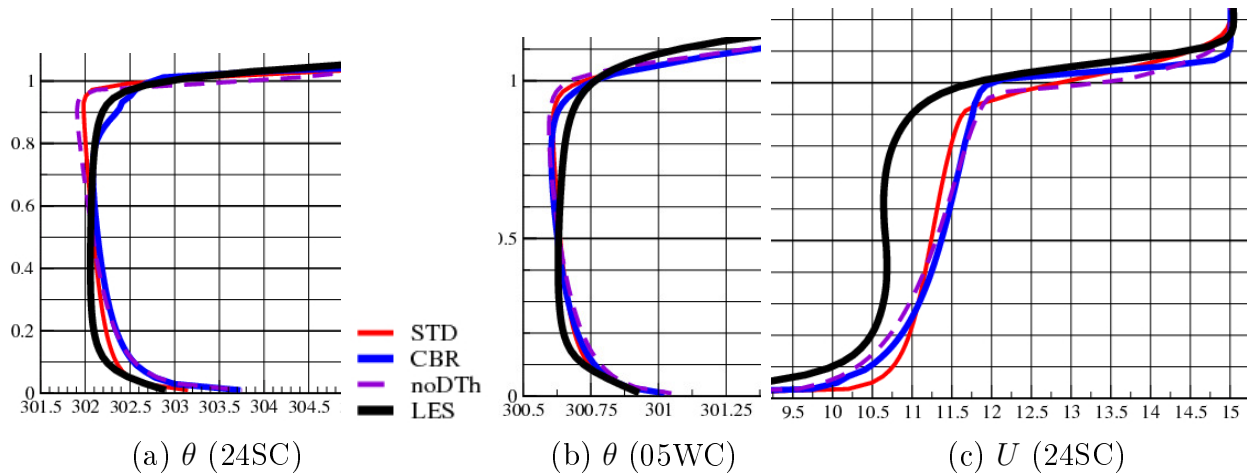


Figure 19: *Profils verticaux tracés en 2006 pour les cas secs de Ayotte et al. (1996) et pour différentes physiques de ARPEGE-Climat : STD = Physique diagnostique standard = Turbulence de Mellor-Yamada en rouge continu ; CBR = Physique pronostique en test = Turbulence CBR + convection Gueremy en bleu continu ; noDTh = CBR moins les thermiques dans le schéma de convection de Gueremy en tireté violet ; LES = Référence en noir continu.*

“CBR”) se rapprochait de la courbe en noir (LES) dans les basses couches, elle restait plus éloignée que la courbe en rouge (physique standard avec turbulence de Mellor-Yamada) entre 400 et 900 m.

Ces tests indiquaient qu’il convenait de modifier plusieurs des paramètres du schéma de turbulence pronostique. Il est apparu, au final, que des propositions de nouveaux réglages faites par Valéry Masson pour Meso-NH et AROME étaient proches de ceux que je proposais empiriquement pour ARPEGE-Climat sur les cas “Ayotte”. Il s’agissait, a priori, de se rapprocher des réglages proposés dans l’article “CCH02” (Cheng *et al.*, 2002).

A partir de ce moment, les nouveaux réglages dits “CCH02” ont été inclus dans la “physique pronostique” de ARPEGE-Climat, même si les biais en vent n’ont pas été résolus avec ces nouveaux réglages. Mais je n’ai pas eu la liberté d’aller plus avant dans les re-réglages des constantes de réglage de ce code de turbulence.

Ensuite, le cas RICO-Composite a été mis au point en même temps pour les deux physiques dans le cadre de ce modèle commun LMD/CNRM. Les résultats ont été montrés à New-York en 2006 (voir supra). Des instabilités temporelles observées avec la version “pronostique” de ARPEGE-Climat semblaient créées par l’influence de la discrétisation verticale et en lien avec l’équation pronostique pour la vitesse verticale convective.

Projet AMMA-France

Les validations de la “physique pronostique” (en test) de ARPEGE-Climat ont pu se poursuivre dans le cadre des projets AMMA-France et AMMA-Europe qui ont débuté en 2004-2005.

Les simulations faites avec les versions “diagnostique” (standard) ou “pronostique” (en test) de ARPEGE-Climat ont été comparées pour des données englobant la zone de mousson africaine. En particulier, à l’image des coupes Pacifique entreprises pendant EUROCS-PCI puis GEWEX/GPCI, le transect africain “AMMA-CROSS” s’étendait de la partie maritime au dessus du golf de Guinée (10 dg Sud) jusqu’à la partie désertique (30 dg Nord), ceci à la

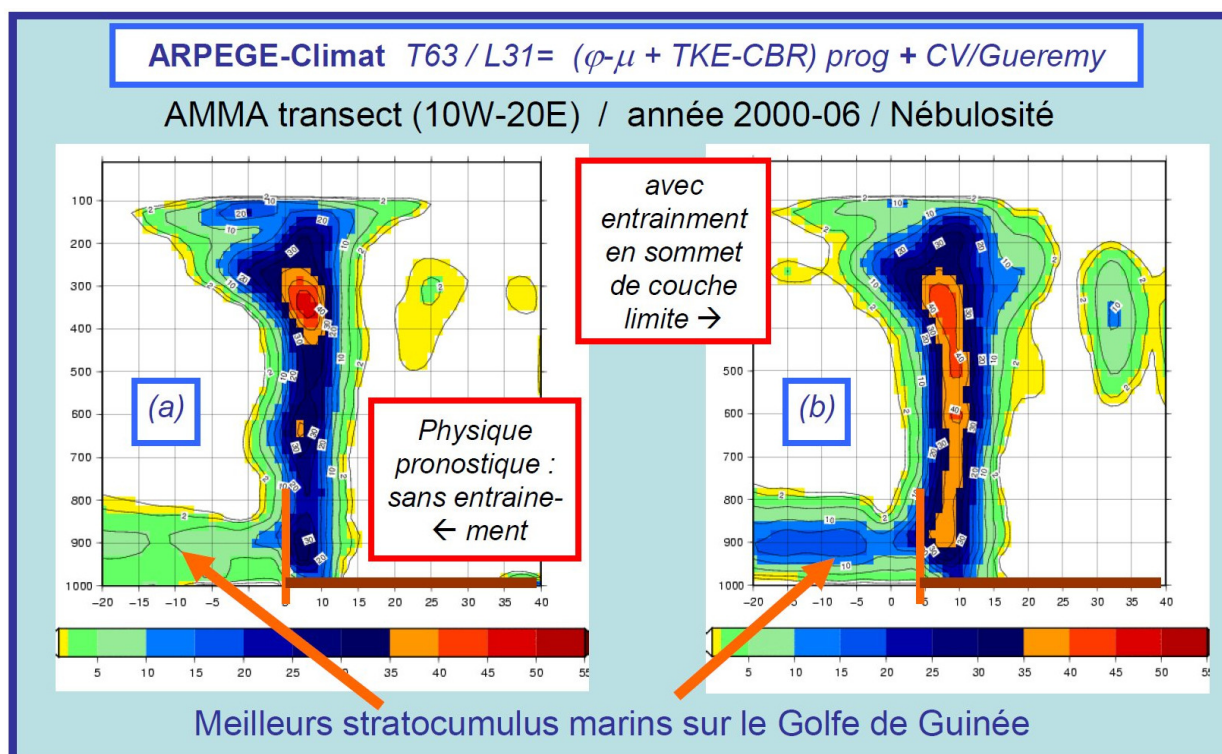


Figure 20: Coupes verticales pour la nébulosité totale (convective plus stratiforme) pour la transect AMMA pour juin 2000. La partie continentale (au Nord de 5 dg Nord) est matérialisée par un trait épais marron au sol. On voit l'impact positif de la paramétrisation de l'entraînement en sommet de couche limite sur l'augmentation de la nébulosité des stratocumulus marins au dessus de la zone maritime (vers 900 hPa et au Sud de 5 dg Nord).

fois pour les années 2000 (plus sèche) et 2003 (plus humide) et avec une moyenne des champs étendus entre les longitudes 10 Ouest et 10 Est.

J'ai pu montrer avec AMMA-CROSS que la paramétrisation de Grenier pour l'entraînement en sommet de couche limite améliorerait fortement le réalisme des nuages de basses couches présents sur le Golfe de Guinée, voir la Figure 20. Pour cela, j'ai utilisé des réglages suggérés par un stage de modélisation EIENM que j'ai encadré, où le cas 1D-Vertical FIRE-I a servi de laboratoire pour la turbulence humide des stratocumulus des bords Est des océans tropicaux, comme ceux présents dans le Golfe de Guinée.

Toutefois, les biais observés avec les données AMMA-2D (horizontal) et AMMA-CROSS (vertical) indiquaient que le tableau des résultats obtenus avec la "physique pronostique" n'était pas idyllique. En effet, les biais en flux de surface, en vent et en température (en particulier sur la partie désertique) obligeaient à poursuivre les tests et comparaisons aux observations, réanalyses et autres simulations de référence de type LES.

Au final, j'ai été inclus en co-auteur de l'article de synthèse Hourdin *et al.* (2010).

Autres actions : CERFACS, ALADIN, AMMA, GCPP

Pour terminer cette période de 13 ans passée dans l'équipe EAC du CNRM, je peux citer les actions suivantes.

J'ai participé à la co-animation de réunions entre le CNRM et le CERFACS sur les simulations forcées et couplées pour préparer les différentes contributions au GIEC. J'ai œuvré

pour le bien commun, en particulier en déboguant au sein de FullPos les structures informatiques (GFL) nécessaires pour pouvoir disposer des diagnostics 3D demandés par le GIEC en points de grille.

Dans ce cadre, j'ai participé aux tests du modèle ALADIN-Climat, y-compris en mode démonstration pour la campagne AMMA (exposé aux Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère en 2006). J'ai pu montrer que la "physique pronostique" avait l'avantage de pouvoir simuler des systèmes propagatifs, grâce en particulier au schéma de convection de Guérémy, contrairement aux physiques opérationnelles (PNT et Climat) qui simulaient essentiellement des systèmes stationnaires accrochés aux reliefs (Schémas de convection Bougeault/Geleyn/Gérard).

Cependant, cette solution de la "physique pronostique" développée au Climat n'a pas été évaluée (encore moins retenue) pour les simulations opérationnelles réalisées pour la campagne AMMA. C'est le schéma de convection "3MT", alors en cours de développement au GMAP par Jean-Marcel Piriou (2007), qui a été évalué juste avant la campagne de AMMA, sans être retenu lui non plus, au final.

J'ai été le représentant du groupe GMGEC au sein du Groupe de Coordination des Paramétrisations Physiques (GCPP) pendant deux ans, entre l'automne 2006 et l'automne 2008. François Bouyssel était le représentant pour GMAP, Valery Masson celui pour GMME et Pierre Tulet celui pour GMEI.

J'ai essayé d'aider à favoriser les liens entre les groupes du CNRM, en particulier sur les sujets de la turbulence. Il est probable que les relations nouées entre les groupes ont favorisé la généralisation des constantes de réglage de type "CCH02" (voir supra) au sein des paramétrisations de la turbulence pour les trois modèles Meso-NH, AROME et ARPEGE.

Un des éléments moteur à cette période fut le projet AROME. Sylvie Malardel essayait de résoudre les problèmes de ce modèle AROME en vue de sa mise en opérationnel. Pour ce faire, Sylvie a choisi de développer et utiliser un nouveau modèle 1D-vertical, appelé "SCUM", puis "MUSC". Ce modèle a progressivement remplacé, au CNRM, l'ancien modèle 1D.

C'est dans ce cadre du GCPP, en étant aiguillonné par Sylvie et l'importance stratégique du Projet AROME, que des documentations détaillées de nombreuses paramétrisations ont été rédigées. Ces documentations ont été mise à disposition sur le site de RETIC. J'ai rédigé pour ma part la documentation complète du schéma de turbulence d'ordre 1.5 en TKE pronostique utilisé dans la version "Physique pronostique" de ARPEGE-Climat.

Autres actions : jury-FCPLR, ANR-CIS "MAOUS"

J'ai eu l'honneur d'avoir été coopté au sein du Jury FCPLR, en remplacement de Jean-Luc Redelsperger. J'ai été membre entre 2005 à 2008 de ce jury présidé par Philippe Courtier.

J'ai soumis un projet ANR-CIS en 2006 qui était appelé "MAOUS" (pour : "Modélisation de l'Atmosphère Organisant l'Utilisation de Super-paramétrisations"). Le but était de construire une version de ARPEGE-Climat qui puisse utiliser la technique des "super-paramétrisations" où, en chaque point de la grille de gauss de ARPEGE, l'appel des paramétrisations physiques de ARPEGE serait remplacé en bloc par l'appel d'une version CRM-2D de AROME. Cette configuration imaginée pour MAOUS était proche des solutions imaginées et testées par Grabowski (2001, 2004), Randall (2003) et Khairoutdinov *et al.* (2001, 2005), tout en utilisant les modèles de Météo-France, respectant en cela les préceptes du GCPP.

Ce projet MAOUS était construit en collaboration avec le CERFACS pour la partie im-

portante de l'utilitaire PALM, qui aurait servi de coupleur entre ARPEGE et AROME en chaque point de grille (Thierry Morel). Malheureusement, ce sujet n'a pas été retenu, ni partiellement financé. Il y a eu 11 sujets pris en 2006, et MAOUS était 4ème en liste complémentaire.

Le modèle 1D-vertical MUSC

La construction du nouveau modèle 1D-vertical MUSC correspondait au souhait que cette version colonne soit une simple option du modèle complet 3D, avec l'espoir d'une maintenance allégée, puisqu'il n'y avait plus besoin de phaser continuellement l'ensemble des paramétrisations physiques sur un cœur dynamique figé et vieillissant, à défaut de pouvoir le renouveler autant que nécessaire.

Toutefois, l'effet collatéral de cette décision a été que la version 1D commune avec le LMD n'a pas pu évoluer vers MUSC, ce qui fait que, la même envie côté IPSL d'avoir une version 1D qui soit une simple option du modèle 3D, a conduit à l'abandon d'un modèle 1D commun ARPEGE/LMDZ.

Collaborations avec GMAP

Les collaborations avec GMAP ont été limitées pendant presque tout mon séjour à EAC, la direction de GMAP étant contre l'utilisation du rayonnement FMR du CEPMMT, contre celle du schéma en TKE diagnostique de Ricard/Royer/Bougeault, contre celle du schéma en TKE pronostique d'ordre 1.5, contre celle d'un schéma de convection peu profonde indépendante du schéma de turbulence, et contre l'utilisation (en l'état) du schéma pronostique microphysique de Lopez.

Les choses ont commencé à bouger à la suite du projet EUROCS. Les beaux résultats obtenus sur les aspects micro-physique pronostique et pour le cas ARM-Cumulus avaient prouvé, par les faits, des améliorations indéniables. Il semble que ce soit en voyant ces résultats sur les cas ARM-Cumulus et FIRE-I à une conférence à Utrecht en 2002 que Jean-Marcel Piriou a choisi d'initier les développements qui conduiront à "3MT", dans le cadre de sa thèse. C'est ensuite en appliquant le schéma en TKE pronostique d'ordre 1.5 au cas GABLS-I que Eric Bazile a pu améliorer le profil de vent, avec un jet de basse couche réaliste qu'il n'avait pas pu obtenir auparavant avec le schéma de turbulence de Louis *et al.* (1982), et ceci malgré toutes les tentatives d'améliorations apportées par Jean-François Geleyn par la suite.

Finalement les choses ont vraiment changé suite aux relations nouées au cours du GCPP. Il a été décidé de faire des tests dans ARPGE-PNT des schémas pronostiques testés au Climat : celui de microphysique par Yves Bouteloup et celui de turbulence par Eric Bazile. Le schéma de convection profonde serait traité à part, dans la mesure où il avait été décidé d'entreprendre l'écriture d'un code commun entre Jean-François Guérémy et Jean-Marcel Piriou (le futur code "PCMT").

Cours à l'ENM (IM, Masters)

J'ai eu des activités d'enseignement au sein de l'Ecole Nationale de Météorologie (ENM).

Faisant suite à Jean-François Geleyn, j'ai été en charge pendant trois ans (2002 à 2005) d'un cours sur les "Paramétrisations physiques" aux Ingénieurs de la Météorologie (IM) et aux étudiants de Mastère de modélisation de l'ENM.

J'ai été aussi en charge des Travaux Dirigés, pendant cette même période de trois années, sur le sujet des "Méthodes Numériques" (IM + DEA).

Toutefois, la fusion des corps IPC + IM + ... a signifié l'arrêt de ces cours à l'ENM, toute la scolarité des IPC (pas encore IPEF) se faisant à l'école des Ponts et Chaussées (pas encore déménagée à St Mandé).

Fin de ma période à EAC

Ainsi s'achève ma période de 13 ans passée à EAC qui a été consacrée à développer les paramétrisations physiques pour le modèle ARPEGE-Cimat.

J'ai voulu décrire dans ce chapitre un panorama assez complet de mes actions menées pour ce modèle entre 1995 et 2008. Même si je n'ai que peu encadré de Pos-doc ou thésard, et même si je n'ai pas publié avec celles et ceux que j'ai encadré, je ne regrette pas mon travail effectué pour le bien commun de ARPEGE-Climat. En particulier, la décision d'assembler les briques de la "physique pronostique" pendant EUROCS était sans doute une bonne décision.

Après mon départ de EAC, la prise en main par GMAP de ces paramétrisations pronostiques à partir de 2008 a été très profitable. Plusieurs erreurs ont été découvertes et corrigées dans ces schémas. Un travail important de lien entre les paramétrisations de turbulence et de convection a été entrepris, et un schéma statistique d'advection verticale des précipitations a été conçu et tester avec intérêt par Yves Bouteloup, avec la prise en compte d'équations pronostiques plus réalistes pour les condensats nuageux et les précipitations dans le schéma de Lopez. L'advection de la variable TKE a été rendue possible par Eric Bazile, après un passage ponctuel sur les niveaux pleins, mimant en cela les multiples moyennes verticales réalisées via les opérateurs de Schumann dans Meso-NH et AROME. Toutes ces améliorations ont permis de rendre opérationnels ces schémas pronostiques dans la versions PNT de ARPEGE après mon départ de EAC.

Même si elle n'a pas résolu tous les problèmes, loin s'en faut, la version qui a pu être mise en opérationnel dans la version PNT de ARPEGE a apporté des améliorations. Ensuite, la synergie accrue entre les équipes de GMAP et de GMGEC après 2008 permet d'envisager, en 2016, de pouvoir réaliser les simulations pour l'AR6 du GIEC avec une physique pronostique qui a été complétée par le nouveau schéma de convection "PCMT" développé en commun par Jean-Marcel Piriou à GMAP/Proc et Jean-François Guérémy à GMGEC/EAC.

Cette vision "seamless" (ou presque) des physiques PNT et Climat de ARPEGE a pu aboutir entre 2008 et 2016, sous l'impulsion de François Bouyssel, Yves Bouteloup, J.-M. Piriou, E. Bazile à GMAP et de Michel Déqué, Isabelle Beau et J.-F. Guérémy à GMGEC, réalisant en cela le rêve implicite du GCPP. Cela constitue en même temps, pour moi, l'aboutissement de mes travaux qui ont été initiés en 2002 (et publiés en 2004) au cours du projet EUROCS.

En effet, la stratégie que j'avais conçu d'utiliser en mode Climat des schémas pronostiques pour la turbulence et la microphysique, avec un schéma de convection peu-profonde distinct de celui de la turbulence, est par la même validée, au moins en partie. Et j'ai la faiblesse de voir en cela un exemple de l'animation d'une recherche que j'ai pu effectuer sur la durée, au cours de ces 13 ans passés à EAC.

Toutefois, le point faible de l'ensemble des paramétrisations pronostiques que j'avais imaginé concerne les parties stables de l'atmosphère, pour lesquelles la turbulence basée sur Cuxart *et al.* (2000) conduit à une extinction trop rapide du TKE, avec des mélanges qui sont sous-estimés, en particulier pour le vent. Ce problème existe encore en 2016 et con-

cerne, en fait, tous les modèles Meso-NH, AROME, ALADIN et ARPEGE. Je reparlerai de ce problème par la suite, dans la partie prospective de ce mémoire de HDR.

Nul doute que si le projet ANR-CIS MAOUS sur les super-paramétrisations avait été retenu en octobre 2006, alors je serais resté à EAC, et mon avenir professionnel eût été très différent. Il se trouve que, pour différentes raisons, j'ai choisi de postuler en 2008 pour le poste à DPrévi/LABO qui avait été laissé vaquant après le retour de Philippe Arbogast vers GMAP/Recyf.

Mais avant de décrire mes activités de recherche sur la thermodynamique de l'air humide entreprises à DPrévi/LABO, entre 2008 et 2014, il convient de décrire celles sur l'exergie entreprises à EAC, entre 1995 et 2008.

5.1.2 CNRM / ARPEGE Climat / L'exergie.

En arrivant en 1995 au CNRM à GMGEC/EAC, mon seul but était de travailler aux actions décrites dans la section précédente. J'avais peu d'espoir de vraiment pouvoir poursuivre mes travaux sur l'exergie de l'atmosphère.

Le prix Prud'Homme (1995)

Aussi, est-ce avec incrédulité, mais avec un vrai bonheur, que j'ai appris par téléphone que j'étais le lauréat du prix Prud'homme 1995 de la Société Météorologique de France. Après tant d'années de travail souvent solitaire, il me semblait que ce prix aurait pu attirer l'attention et faire que les chercheurs puissent s'intéresser de près à mes travaux sur l'exergie.

Tel ne fut pas le cas, mais c'est tout de même avec émotion que j'ai appris lors de la remise du prix, lors de la réunion ECAM en septembre 1995 à Toulouse et seulement trois jours avant mon mariage, que Jean-Claude André avait tout particulièrement apprécié mon mémoire. Cette annonce faite publiquement par le PDG de l'époque était vraiment importante à mes yeux, et elle l'est toujours à ce jour.

L'acceptation du prix Prud'Homme incluait l'obligation de préparer un article pour la revue *La Météorologie*. J'ai rédigé avec plaisir et avec attention cet article (Marquet, 1996), avec l'aide précieuse de Jean-Pierre Javel, à Paris, pour la mise en forme des illustrations graphiques.

Stage ITM : étude énergétique d'un jet instable

Mes premiers travaux sur l'énergétique de l'atmosphère on repris à l'occasion d'un stage que j'ai co-encadré en 1997 et qui avait été suscité par Sylvie Malardel.

Je n'étais pas demandeur pour reprendre mes travaux de recherche sur les cycles d'enthalpie utilisable. D'une part, j'étais occupé à plein temps sur la gestion des paramétrisations et applicatifs liés à ARPEGE-Climat. D'autre part, j'ai été découragé par les remarques peu agréables de la commission d'évaluation des chercheur. Pour achever le tout, les aspects négatifs de la remise du prix Prud'homme (que je laisse sous silence) m'avaient conduit à ne plus espérer reprendre le flambeau de mes recherches scientifiques. Je me coulais donc doucement, mais sûrement, vers un travail d'ingénierie informatique et de validation pour ARPEGE-Cimat.

Sylvie Malardel a heureusement proposé ce stage de 6 mois de fin d'études pour deux élèves Ingénieurs des Travaux de la Météorologie (Emanuel Chaigne et David Pollack) et un Classe-1 de l'OMM (Metodi Marku). L'intitulé était : "Bilans énergétiques d'une perturbation des moyennes latitudes".

Pendant ce stage, les termes du cycle d'enthalpie utilisable calculés pendant ma thèse ont été évalués à partir de sorties de simulations faites avec ARPEGE et pour une perturbation idéalisée crée par l'évolution et la croissance par instabilité de vecteurs singuliers. De mon côté, j'ai pu reprendre les outils de calcul des cycles mis au point pendant ma thèse.

Il faut mentionner que ces travaux ont été effectués dans un contexte proche de celui de la campagne FASTEX. J'imaginai pouvoir être impliqué dans cette problématique de la compréhension des instabilités baroclines sur des domaines limités et ouverts. Tel n'a pas été le cas avec, en particulier, une difficulté à obtenir la permission d'utiliser la technique de calcul des vecteurs singuliers.

Ce stage m'a tout de même permis de prendre conscience de la possibilité de tester la précision de mon cycle d'enthalpie utilisable, à condition de pouvoir résoudre un problème d'instabilité barotrope du courant jet qui bruitait les termes de conversion. En ce sens, je remercie vivement Sylvie et Philippe d'avoir su surpasser des interdits plus ou moins explicites et d'avoir pu permettre de terminer le stage dans de bonnes conditions. J'ai pu présenter les résultats de ce stage aux Ateliers de Modélisation de L'Atmosphère à Toulouse, en décembre 1997, ainsi qu'à l'EGS à Nice, en avril 1998.

J'ai aussi voulu, et pu, intervenir à une réunion FASTEX qui se déroulait à Toulouse, en avril 1998. Mon espoir était de faire connaître mes travaux sur l'étude de l'énergétique des ondes baroclines à l'aide du cycle d'enthalpie utilisable. Il me semblait que cela aurait pu avoir du sens d'un point de vue scientifique, et que c'était une opportunité pour moi de sortir de mon isolement.

Hélas, cette intervention fut terrible pour moi. Certes, j'ai pu montrer mes résultats, mais j'ai vu un jeune chercheur de la place toulousaine qui présentait dans un autre exposé des calculs de cycles énergétiques de Lorenz sur domaines limités et ouverts... alors que ces calculs étaient vraiment contraires à tout ce que je proposais dans ma thèse. En réponse à mes questions, il m'a affirmé connaître mes travaux sur l'exergie de l'atmosphère et les cycles d'enthalpie utilisable, mais qu'il avait reçu l'ordre de ne pas employer les outils correspondant à mes travaux. Il ne s'agissait donc pas d'un rejet de mes travaux pour un problème de manque de justesse ou de cohérence scientifique. Il s'agissait de me rejeter, moi.

C'est donc avec beaucoup d'incompréhension et un moral en berne que s'est terminé cet épisode lié à FASTEX. Encore une fois, mon engagement réel sur ces sujets n'aura pas débouché sur des collaborations (ni article, ni encadrement de thésard ou de post-doc).

Thésard de Alan Thorpe / Stage ITM

Autrement, suite à mon exposé de 1989 fait à Reading, Alan Thorpe a pris connaissance des aspects liés à l'exergie et il a ensuite encadré la thèse de Fred Kucharski, qui s'est inspiré de mes travaux (information obtenue par des contacts personnels avec Alan et Fred). J'ai été un des referees de l'article Kucharsky (1997) qui a publié sur ce sujet de l'exergie jusqu'en 2001, mais qui publie depuis 2003 sur le sujet du changement climatique.

J'ai pu aussi partiellement encadrer en 1998 un stage ITM de 6 mois suscité par Antoine Lasserre-Bigory à la CRC à la Réunion. Le thème était "Application du concept d'exergie au cas des cyclones tropicaux". Mais ce stage n'a pas eu de suite.

Article : Marquet (2003,a,b)

Malgré toutes les déceptions décrites précédemment, j'ai soumis un article en deux parties au QJRMS en avril 2001. Ces deux parties (Marquet, 2003, a, b) sont reproduites dans l'appendice B.

Le but de ces deux articles était de profiter des méthodes mises au point pendant le stage co-encadré avec Philippe Arbogast et Sylvie Malardel et de publier (enfin) les résultats qui n'étaient décrits et disponibles qu'en français, dans ma thèse de 1994.

J'ai reçu une aide enthousiaste de R. P. Pearce agissant comme Referee, ce qui a sauvé cet article en deux parties. Malgré cet appui, j'ai eu des difficultés à envoyer la version révisée en octobre 2002, avec une parution en juillet 2003, soit plus de deux ans après la soumission

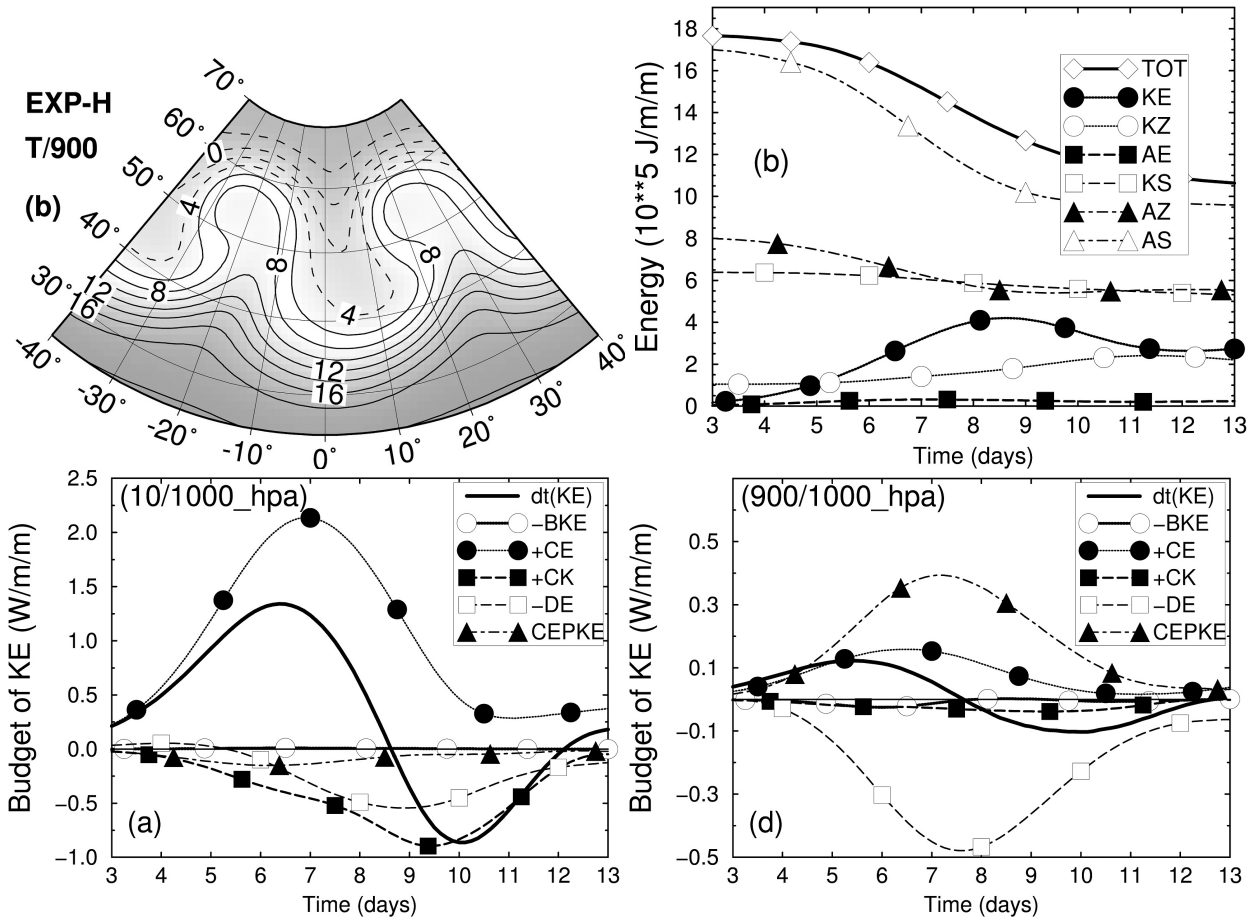


Figure 21: *Je montre ici quelques résultats généraux de Marquet (2003). Des ondes baroclines (en haut à gauche) font évoluer les réservoirs énergétiques d'une manière logique, comme en haut à droite où KE semble se développer au détriment de AS et AZ (les équivalents du A_z de Lorenz) et où le jet diminue d'intensité (KS) alors que les cisaillements méridiens de vent zonaux augmentent (KZ). La vraie force de l'approche en enthalpie utilisable est la possibilité de faire des bilans par couches. On peut ainsi voir les différences pour les conversions d'énergie pour le bilan global (entre 10 et 1000 hPa, en bas à gauche) et pour le bilan en bases couches (entre 900 et 1000 hPa, en bas à droite).*

initiale. Ce fut, encore une fois, un travail de longue haleine, travail effectué à la marge de mes activités opérationnelles à EAC.

Dans la mesure où, pour autant que j'avais bien compris les choses, je ne pouvais pas utiliser la technique des vecteurs singuliers, j'ai dû innover par rapport au stage de 1997 et j'ai codé (à temps perdu) et utilisé la technique de sélection itérative des modes instables décrite dans Thorncroft and Hoskins (1990). Cette technique avait déjà été utilisée dans les débuts de ARPEGE pour valider le réalisme de la maille variable (Freydier, 1991, Courtier *et al.*, 1991).

Cette méthode fut délicate à mettre en place, en particulier parce qu'elle ne pouvait pas être mise en œuvre avec un schéma temporel semi-lagrangien. Heureusement, la convergence décrite dans Thorncroft and Hoskins (1990) était rendue possible en utilisant le schéma eulerien, qui fonctionnait encore dans la version du code de ARPEGE-Climat du début des années 2000. Le but était de calculer le cycle énergétique impliquant les réservoirs d'enthalpie utilisable (a_S , a_Z , a_E), d'énergie cinétique (k_S , k_Z , k_E) et de géopotential, ceci en s'appuyant sur des modes baroclines instables de nombre d'onde 8 (voir la Figure 21).

Une fois le courant jet instable construit avec minutie, les grandes oscillations barotropes observées pendant le stage co-encadré en 1997 étaient pratiquement éliminées. Cet aspect a été vérifié en faisant évoluer le modèle en mode adiabatique et sans frottement, avec dans ce cas une bonne conservation de l'énergie totale jusqu'à 13 jours de simulation et des variations très réalistes pour les réservoirs d'énergies, ainsi que pour les conversions barotropes et baroclines.

Au delà de l'étude du cas académique de ces ondes planétaires d'ordre 8, je me suis intéressé à l'interprétation des termes de conversion d'énergie dus aux flux d'énergie potentielle $\phi = gz$. En effet, un des points forts du cycle d'enthalpie utilisable est qu'il permet d'étudier une couche isobare donnée (comme 900-1000 hPa sur la Figure 21 d), chose qui est interdite par le cycle de Lorenz (c'est une conséquence de l'intégration par partie pour passer de $e_i + \phi$ à h), et que le géopotential agit comme un réservoir indépendant de e_i ou h .

J'ai pu montrer proprement que, dans la couche limite, le terme de dissipation dû à la turbulence était logiquement en équilibre avec le terme de conversion entre ϕ et k_E (voir les carrés blancs et les triangles noirs sur la Figure 21 d), et que ce terme de conversion correspondait, via le profil d'Ekman, à l'impact énergétique des circulations agéostrophiques. Cette importance des flux de géopotential, et des conversions associées, ne peut pas être pris en compte avec les cycles de Lorenz, alors que tout devient naturel avec le cycle en (a_S, a_Z, a_E) .

J'ai souhaité inclure à la fin de cet article les calculs des cycles de l'enthalpie utilisable pour la POI15 de FASTEX. Le but n'était pas d'utiliser indûment les résultats de cette campagne, même si de manière implicite (et non voulue) les archives opérationnelles de ARPEGE comprenaient l'analyse des données propres à FASTEX.

J'ai choisi de mettre les deux parties de cet article Marquet (2003) dans l'Appendice B car elles illustrent à la fois une application à un cas académique assez pur, et aussi une application à un cas réel de FASTEX. Le Prof. Pearce considérait que des choses importantes étaient indiquées dans cet article, que personne ou presque n'a dû lire depuis 2003. Ce serait vraiment bien de poursuivre sur cette voie et d'utiliser ce cycle d'enthalpie utilisable autant que possible dans toutes les études de l'énergétique de l'atmosphère, et en particulier pour les études qui s'intéressent à des couches finies sur la verticale, à des domaines à aire limité et pour des frontières ouvertes.

Etude énergétique d'un $2\times\text{CO}_2$

Après la découverte fâcheuse faite lors de la conférence FASTEX à Toulouse en 1998, j'étais très dubitatif quant aux chances de voir mes travaux sur les cycles énergétiques intéresser d'autres chercheurs que moi-même en France. Ayant de plus en plus de travail opérationnel à faire pour ARPEGE-Climat, je me suis détourné presque entièrement de cette approche à la suite des stages et exposés de 1997-98 et de l'article soumis au QJRMS en 2000 (paru en 2003).

Dans la mesure où c'était en accord avec mes activités à EAC, j'ai tout de même essayé d'appliquer l'analyse énergétique en termes des réservoirs d'enthalpie utilisable (a_S, a_Z, a_E) , d'énergie cinétique (k_S, k_Z, k_E) et de géopotential ϕ au cas du changement climatique.

Ces travaux ont été montrés sur un poster aux AMA à Toulouse, en 2006. L'extrait du poster reproduit sur la Figure 22 montre que les réservoirs et les conversions d'énergie seraient tous et toutes plus faibles dans le cadre d'un tel changement climatique...

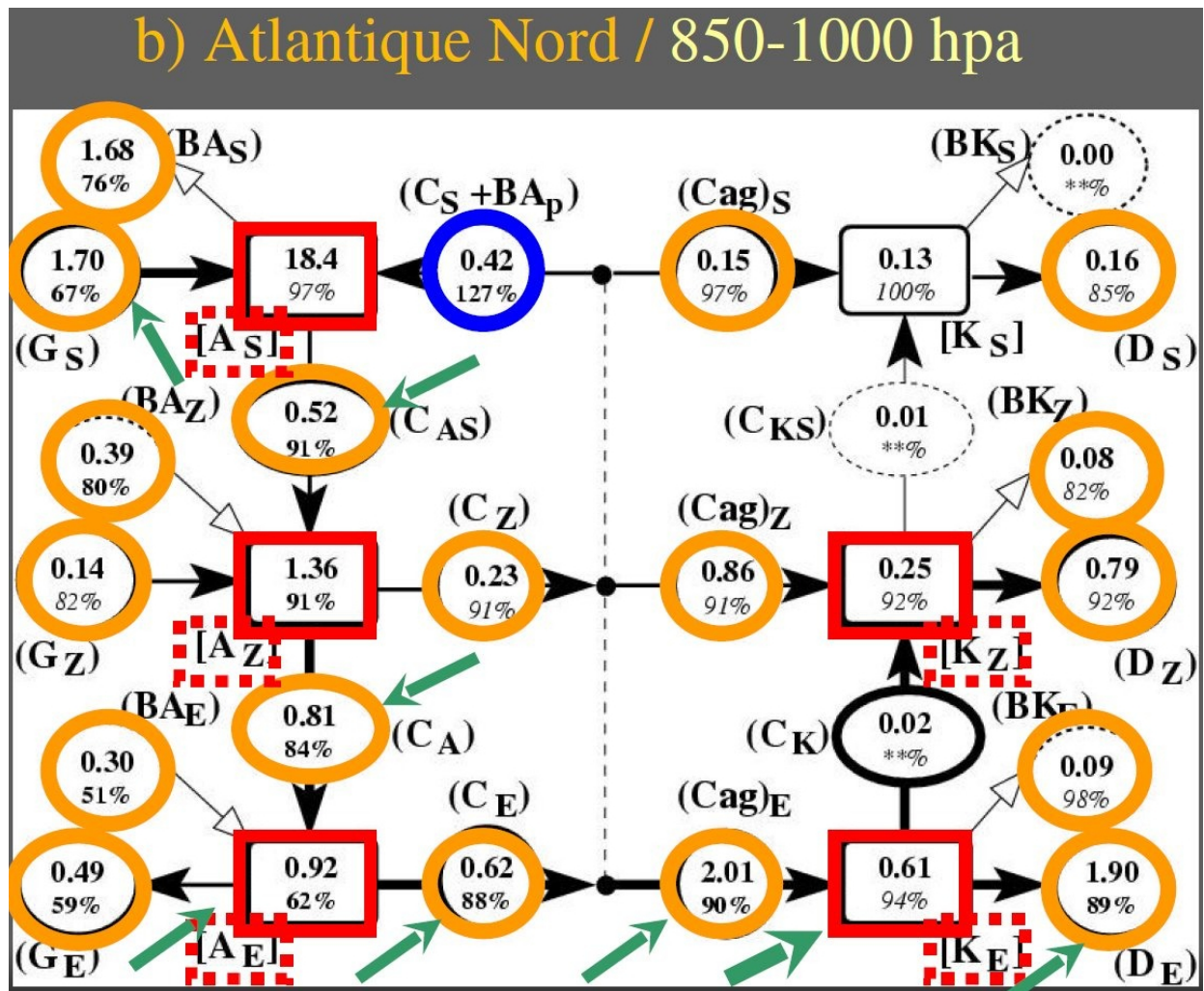


Figure 22: Je montre un des résultats présentés sur un poster aux AMA-2006 à Toulouse. J'avais calculé les cycles d'enthalpie utilisable pour une série de 10 périodes hivernales (DJF) avec des sorties au pas de temps de 6 h. Le cycle présenté ici concerne la seule couche limite atmosphérique (850-1000 hPa) pour un domaine (70 W-10 E et 30 N-70 N) qui s'étendait de l'est des USA à l'ouest de l'Europe, en couvrant l'Atlantique Nord. Les différences significatives (en %) sont indiquées en gras. Les rectangles rouges indiquent une baisse des réservoirs, alors que les ronds jaunes indiquent une baisse des conversions (avec une seule augmentation, en bleu).

Ces résultats peuvent paraître contre-intuitifs, mais la baisse des conversions d'énergie semble significatif ici en basses couches pour le chemin $[G_S, C_{AS}, C_A, C_E, (C_{ag})_E, D_E]$, avec au contraire un renforcement de l'énergétique au niveau du courant jet (autre aspect montré dans le poster), ce qui conduit à une diminution globale de l'énergétique pour la colonne atmosphérique, en accord avec les résultats obtenus précédemment par Boer (1995) en global et avec le cycle de Lorenz (sans pouvoir préciser les choses sur la verticale comme je le faisais, ici, en 2006).

L'accueil mitigé de mes résultats, aussi surtout le caractère plus prioritaires des actions de validation de la physique pronostique pour ARPEGE, ont fait que je n'ai jamais publié ces beaux résultats avant mon départ de EAC, en 2008, ni ensuite après mon départ de EAC. C'est navrant mais c'est ainsi.

 La norme humide / Athènes (2005)

Même si j'avais fait une croix sur le calcul des cycles d'enthalpie utilisable, le démon de la recherche sur l'énergétique vue à travers l'enthalpie utilisable ne me quittait pas. Toutefois, dans la mesure où je n'avais pas pu trouver de l'aide pour mener plus avant des études demandant de l'ingénierie lourde (calculs de cycles et leurs dépouillements), il me restait comme seule possibilité celle de mener à bien des recherches plus théoriques, qui ne demandent que d'avoir du papier, des stylos et surtout des idées.

C'est au cours de mes premières activités au sein du jury FCPLR, début 2005, que j'ai pu lire un rapport interne de Laurent Descamps qui parlait des problèmes qu'il rencontrait pour définir la norme utilisées pour le calcul des vecteurs singuliers, et surtout pour l'aspect "humide" de l'atmosphère.

En fait, cela faisait des années que je prenais des contacts avec des chercheurs (au milieu des années 1990, puis en 2003). J'avais mentionné d'étranges similitudes entre la norme en température usuellement employée pour calculer les vecteurs singuliers, du type $c_p \overline{(T')^2}/(2 T_r)$, et la composante $\overline{a_T}$ de l'enthalpie utilisable, qui s'écrit au premier ordre $c_p \overline{(T - T_r)^2}/(2 T_r)$, comme dans Pearce (1978).

J'avais donc pris conscience qu'il ne fallait pas considérer ces normes comme des "énergies", mais bien comme des "énergies utilisables". Cette différence va bien au delà d'une simple différence sémantique. Ceci est évident puisque, pour l'air sec, l'énergie varie comme $c_v T$, et l'enthalpie comme $c_p T$, donc linéairement en fonction de la température. Ce faisant, il n'est pas possible de définir un produit scalaire et une norme à partir d'une telle fonction linéaire. De plus, le fait de relier ces normes "énergie" à l'APE de Lorenz avait déjà été mentionné dans les toutes premières documentations internes de ARPEGE (1989), aussi dans Ehrendorfer and Errico (1995), Ehrendorfer *et al.* (1999), Errico (2000), et plus tard dans Descamps *et al.* (2007).

Donc, si mon projet de montrer que a_h devait partout remplacer la formulation de Lorenz avait le moindre sens, il fallait absolument que je puisse montrer des améliorations lorsque l'on remplace l'APE par l'enthalpie utilisable a_h pour définir la norme utilisée dans l'assimilation et le calcul des vecteurs singuliers. Dans le cas contraire, cela fragiliserait clairement l'intérêt de a_h pour la science de l'atmosphère.

J'avais déjà indiqué à plusieurs reprises avant 2005 qu'il était possible d'améliorer cette norme en prenant en compte la composante $\overline{a_E}$ de $\overline{a_T}$ qui est liée aux perturbations de température $T' = T - \overline{T}$, où \overline{T} est un état de base de l'atmosphère qui n'est pas forcément isobare ni zonal. Je montrais que si la seule propriété $\overline{T'} = 0$ était respectée, alors a_E pouvait être approximée par $c_p T_r \overline{(T')^2}/[2 (\overline{T})^2]$.

On aurait alors, par rapport à la formulation approchée habituelle $c_p \overline{(T')^2}/(2 T_r)$, un terme correctif du type $(T_r/\overline{T})^2$ qui varie avec l'altitude de manière inverse avec le carré de $\overline{T}(p)$. Et c'est précisément ce genre de variation avec l'altitude que Laurent Descamps suggérait dans son rapport de recherche. Ces considérations, portant sur les perturbations de température, m'encourageaient à poursuivre et à généraliser ces idées aux aspects liés à l'humidité de l'atmosphère.

Une autre possibilité classique, déjà mentionnée par Philippe Courtier dans la documentation ARPEGE (1989), est d'utiliser l'APE de Lorenz qui varie comme $\overline{T'^2}/2$ au numérateur, ou plus précisément comme $\overline{\theta'^2}/2$. Cependant, d'après l'équation (3), le dénominateur de l'APE de Lorenz dépend d'un facteur de stabilité $\overline{T} (\Gamma_d - \overline{\Gamma})$, où $\overline{\Gamma} = -\partial\overline{T}/\partial z$ et où

$\Gamma_d = g/c_p$. Pour retrouver la norme usuelle en $(c_p/g) \overline{(T')^2}/(2 T_r) dp$, il faut donc poser $\overline{T} = T_r$ qui doit être constant pour annuler $\overline{\Gamma}$, ce qui correspond à un état de référence isotherme.

Mais alors, il ne serait plus possible de retrouver un terme qui puisse dépendre de l'altitude au dénominateur, puisque dans ce cas $\overline{T} = T_r$ ne serait plus constant et que $\overline{\Gamma} = -\partial\overline{T}/\partial z$ serait différent de zéro... Vraiment, l'approche en APE a des limitations importantes et seule l'approche en enthalpie utilisable $\overline{a_h} = \overline{a_p} + \overline{a_T}$ apporte des nouveautés qui vont être résumées ci-après, en particulier pour le cas de l'air humide.

Comme à la rentrée 1990 au LMD, où je me devais d'aboutir pour trouver la fonction a_h , et comme pour la vision de Shepherd en pseudo-energy, que je me devais de relier en 1994 au cours de ma thèse à la fonction a_h , je m'imposais en ce début 2005 de devoir aboutir rapidement pour trouver une norme humide qui puisse être quadratique pour les perturbations T' et q'_v , au moins. J'ai donc décidé d'emmener avec moi pour la réunion GEWEX-GCSS-GPCI en mai 2005 à Athènes de quoi réfléchir à la possibilité de définir une norme humide à partir d'une des formulations de la fonction a_m que j'avais définie dans mon article Marquet (1993) :

$$a_m = h - T_r s - q_t [(\mu_v)_r - (\mu_d)_r] + (\mu_d)_r. \quad (24)$$

Dans cette formulation, h et s sont les enthalpies et entropies spécifiques de l'air humide, q_t est le contenu total spécifique en eau, $T_r = 273.15$ K est la température (constante) de l'état de référence et $(\mu_v)_r$ et $(\mu_d)_r$ sont les fonctions de Gibbs (enthalpies libres) pour la vapeur d'eau et l'air sec dans l'état de référence.

C'est à l'hôtel de la conférence, au pied de l'Acropole, que j'ai découvert la possibilité d'écrire différemment la fonction a_m que j'ai définie en 1993. Et j'ai pu assez rapidement définir, après des calculs nombreux et complexes, une norme de l'air humide qui s'est avérée être triplement quadratique en terme des perturbations de température, de pression de surface et de contenu en eau vapeur. Cette formulation permet de justifier, tout en la précisant, la norme de l'air humide utilisée dans l'annexe de la thèse de Courtier (1987) et dans le papier Ehrendorfer *et al.* (1999).

Pour la partie dépendant de la variance de la température, je confirmais l'évaluation précédente, c'est à dire le terme $c_{pd} T_r \overline{(T')^2}/[2 (\overline{T})^2]$ qui précise l'ancienne formulation empirique $c_{pd} \overline{(T')^2}/[2 T_r]$.

Pour la partie humidité, j'obtenais un résultat fort différent des formules empiriques suggérées dans Courtier (1987) et Ehrendorfer *et al.* (1999). Ces anciennes formulations empiriques étaient basées sur la simple analogie $c_{pd} T' + L_{vap} q'_v \approx 0$, ce qui permettait de passer sans autre explication de $c_{pd} \overline{(T')^2}/[2 T_r]$ à $(L_{vap})^2 \overline{(q'_v)^2}/[2 c_{pd} T_r]$, avec ce faisant le coefficient constant $(L_{vap})^2/[2 c_{pd} T_r]$ en facteur de la variance de l'humidité $\overline{(q'_v)^2}$.

Différemment, la nouvelle formulation issue de l'enthalpie utilisable de l'air humide est de la forme $(R_v T_r) \overline{(r'_v)^2}/[2 \overline{r_v}]$, avec le coefficient $(R_v T_r)/[2 \overline{r_v}]$ en facteur de $\overline{(r'_v)^2}$ qui varie de plusieurs ordres de grandeur sur la verticale, suivant en cela les variations de $\overline{r_v}$ au dénominateur.

De plus, cerise sur la gâteau, j'arrivais enfin à expliquer l'explication physique du terme de pression qui était si gênant dans la formulation de a_h , c'est à dire le terme $R_d \ln(p/p_r)$, qui n'est pas quadratique, et même possiblement négatif si $p < p_r$! D'aucun n'ont jamais surmonté ce "problème" qui paraissait rédhibitoire depuis mon premier article sur le sujet en 1990, trouvant en cela une manière de se détourner de l'approche en enthalpie utilisable, pour en rester à l'APE de Lorenz.

Et pourtant, il suffisait de remarquer que $R_d \ln(p/p_r)$ peut aussi s'écrire sous la forme d'une dérivée par rapport à la pression, ce qui donne :

$$a_p \approx R_d T_r p_r \frac{\partial}{\partial p} \left[H \left(\frac{p}{p_r} - 1 \right) \right], \quad (25)$$

$$\text{où } H(X) = -X + (1+X) \ln(1+X) \approx \frac{X^2}{2} \quad (26)$$

est une fonction quadratique au premier ordre en $X = p/p_r - 1 = (p - p_r)/p_r$. Ensuite, après intégration entre la pression de surface p_s et $p = 0$, on tombe sur le beau résultat suivant :

$$A_p = \int_0^{p_s} \frac{dp}{\bar{a}_p} \frac{dp}{g} \approx \left[\frac{R_d T_r}{g \bar{p}_s} \right] \frac{(\overline{p'_s})^2}{2} + \left(\frac{R_d T_r p_r}{g} \right) \left[H \left(\frac{\bar{p}_s}{p_r} - 1 \right) - 1 \right]. \quad (27)$$

Le second terme ne dépend que de l'état de base \bar{p}_s et il ne faut retenir pour la norme que le premier terme, qui dépend de la variance de la pression de surface, ici au premier ordre en $H(X) \approx X^2/2$:

$$N_p = \left[\frac{R_d T_r}{g \bar{p}_s} \right] \frac{(\overline{p'_s})^2}{2}. \quad (28)$$

C'est à cette occasion que j'ai fait le rapprochement avec l'article de Margules (1901), qui avait étudié "L'équivalent mécanique d'une distribution donnée de pression atmosphérique, et le maintien d'une différence donnée de pression". Il faut bien noter que ce n'est pas sur cet article de 1901 que Lorenz s'est appuyé pour définir son APE. Lorenz s'est intéressé à l'article suivant de 1903-05 intitulé : "Sur l'énergie des tempêtes".

Il est facile de vérifier que Margules avait précisément trouvé en 1901 la fonction H donnée par (26), l'approximation $H(X) \approx X^2/2$, ainsi que le premier terme de (27). Plus précisément, ce que Margules appelait "store of work for any layer under isothermal conditions" (équation (Ia') page 505, en bas de la page 506 et en haut de la page 507), correspondait aux formulations rappelées en (8)-(11), et Margules indiquait : $H(\varepsilon) \approx \varepsilon^2/2 - \varepsilon^3/6 + \varepsilon^4/12 - \dots$ (voir la Figure 23).

J'avais photocopié ces articles de Margules pendant ma période de FCPLR au LMD, en visitant les archives de la bibliothèque de l'X. J'aurais dû mieux lire cet article de 1901, ceci dès 1989 et avant mon article paru en 1990 aux CRAS. Que de temps de perdu... Je ne veux pas imaginer ce qui aurait pu changer pour moi si j'avais pu trouver ces résultats dès le début des années 1990, sans attendre cette année 2005. Cela eut pu donner plus de poids à mon discours. Mais bon, mieux vaut tard que jamais.

Il apparaît donc que le terme local $a_p = R_d \ln(p/p_r)$ réalise une sorte de transfert non-local de l'enthalpie utilisable a_h , ceci à travers la dérivée par rapport à la pression dans (25) et après intégration dans (27). C'est là l'interprétation physique la plus probable de a_p , avec l'appui et l'antériorité de l'étude de Margules en 1901.

Ainsi, pour résumer ces pérégrinations théoriques menées en mai 2005, je dirais que la fonction enthalpie utilisable de l'air humide a_m donnée par (24) semble résoudre l'ensemble des problèmes rencontrés dans la définition, jusque là plus ou moins arbitraire comme dans Courtier (1987) et Ehrendorfer *et al.* (1999), d'une "norme" de l'air humide :

- elle est quadratique en température, avec en facteur de $(\overline{T'})^2/2$ un terme proche mais différent de ceux considérés jusqu'à présent, puisque ce nouveau facteur dépend de \overline{T} et varie selon la verticale ;

XXIII

THE MECHANICAL EQUIVALENT OF ANY GIVEN DISTRIBUTION OF ATMOSPHERIC PRESSURE, AND THE MAINTENANCE OF A GIVEN DIFFERENCE IN PRESSURE

BY MAX MARGULES

[Read at the meeting of the Imperial Academy of Sciences, Vienna, July 11, 1901, commemorating the Jubilee of the k.k. Central Institute for Meteorology and Terrestrial Magnetism; translated from the Jubilee volume]

THE WORK EQUIVALENT TO A GIVEN DISTRIBUTION OF PRESSURE

$$A = \int dk \left(p \log \frac{p}{p_0} + p_0 - p \right)$$

The work stored in a very large volume of gas, when only a small portion of it is disturbed

(2.) THE ATMOSPHERE OF THE EARTH

(a.) *Isothermal solution*

$$dA = dz \int \left(p \log \frac{p}{p_0} + p_0 - p \right) dS$$

we obtain the following formula which is more convenient for numerical computation:

$$A = \frac{RT}{g} P_0 \int \left(\frac{\epsilon^2}{1.2} - \frac{\epsilon^3}{2.3} + \frac{\epsilon^4}{3.4} - \dots \right) dS$$

$$p = p_0 (1 + \epsilon)$$

Figure 23: J'ai reproduit ici les formules clefs de l'article Margules (1901), où on voit l'équivalent de (25) et (26), puisque $p_0 H(p/p_0 - 1) = p \ln(p/p_0) + p_0 - p$. Le terme $\epsilon = p/p_0 - 1 = (p - p_0)/p_0$ est la perturbation locale de la pression. Il correspond dans (25) et (26) à $H(X) \approx X^2/2 - X^3/6 + X^4/12$ avec $X = \epsilon = p/p_r - 1$.

- on trouve pour le terme de pression une intégrale qui dépend de la variance de la pression de surface $\overline{(p'_s)^2}/2$, retrouvant là un résultat explicitement mentionnés par Margules (1901) ;
- on trouve un troisième terme qui dépend de la variance de l'humidité $\overline{(r'_v)^2}/2$, avec un terme en facteur de cette quantité quadratique qui varie en raison inverse de $\overline{r_v}$, un terme qui varie beaucoup sur la verticale et qui est donc très différent de ceux considérés jusqu'à présent.

Il faut préciser ici un aspect important qui sera décrit prochainement dans un article en cours de finalisation avec Jean-François Mahfouf.

Pour arriver aux facteurs qui dépendent de \overline{T} , $\overline{p_s}$ et $\overline{r_v}$ dans les trois normes issues de l'enthalpie utilisable de l'air humide, il ne faut pas employer la règle usuelle pour calculer les "énergies des perturbations", où du fait de $\overline{X'} = 0$ on peut poser :

$$\overline{X^2} = \overline{(\overline{X} + X')^2} = (\overline{X})^2 + \overline{(X')^2}. \quad (29)$$

Cette propriété (29) est applicable aux trois composantes de l'énergie cinétique à l'approximation non-relativiste : $(u^2 + v^2 + w^2)/2$. Mais si on l'applique aux approximations au premier ordre $F(X) \approx X^2/2$ ou $H(X) \approx X^2/2$, alors les termes \overline{T} , $\overline{p_s}$ et $\overline{r_v}$ (qui apparaissent en facteur des variances de T , p_s et r_v) seraient remplacés par des termes de référence constants

T_r , p_r et r_r qui ne variaient pas sur la verticale, ce qui redonnait les approximations utilisées dans les normes actuelles.

Différemment de (29), il faut se référer aux règles suivantes. Quelles que soient les variables $X_1 > -1$ et $X_2 > -1$, avec par conséquent $X = X_1 + X_2 + X_1 X_2 = (1 + X_1)(1 + X_2) - 1 > -1$, on peut écrire en toute généralité et de manière exacte :

$$F(X) = F(X_1 + X_2 + X_1 X_2) = F(X_1) + F(X_2) + X_1 X_2, \quad (30)$$

$$H(X) = H(X_1 + X_2 + X_1 X_2) = (1 + X_2) H(X_1) + (1 + X_1) H(X_2) + X_1 X_2. \quad (31)$$

J'avais déjà découvert et utilisé (30) depuis 1990, et en particulier pendant ma thèse et dans les deux parties de Marquet (2003) pour établir le cycle d'enthalpie utilisable. Mais la seconde relation (31) était moins facile à établir et elle fait partie des choses que j'ai dû découvrir en mai 2005, une fois revenu de Athènes à Toulouse.

Ainsi, si $X_1 = \overline{(\dots)}$ représente une moyenne de Reynolds et si $X_2 = (\dots)'$ représente les fluctuations, avec par définition $\overline{X_2} = 0$, alors les valeurs moyennes de (30)-(31) s'écrivent de manière exacte sous la forme :

$$\overline{F(X)} = \overline{F(X_1)} + \overline{F(X_2)}, \quad (32)$$

$$\overline{H(X)} = \overline{H(X_1)} + (1 + \overline{X_1}) \overline{H(X_2)}. \quad (33)$$

C'est avec cette méthode que l'on peut écrire les relations suivantes pour les moyennes de $\overline{a_h} = \overline{a_T} + \overline{a_p} + \overline{a_v}$, où en particulier $\overline{a_T}(T/T_r - 1)$ et $\overline{a_v}(r_v/r_r - 1)$ correspondent à $X = T/T_r - 1$ et $X = r_v/r_r - 1$, respectivement, et où $\overline{a_T}$ et $\overline{a_v}$ s'écrivent finalement sous la forme exacte suivante :

$$\overline{a_T} = c_{pd} T_r F\left(\frac{\overline{T} - T_r}{T_r}\right) + c_{pd} T_r \overline{F\left(\frac{T'}{\overline{T}}\right)}, \quad (34)$$

$$\overline{a_v} = R_v T_r r_r H\left(\frac{\overline{r_v} - r_r}{r_r}\right) + R_v T_r \overline{r_v} \overline{H\left(\frac{r'_v}{\overline{r_v}}\right)}. \quad (35)$$

Et ce n'est qu'à ce stade qu'il faut appliquer les approximations $F(X) \approx X^2/2$ et $H(X) \approx X^2/2$ aux deux derniers termes de (34) et (35), pour arriver finalement aux normes N_T et N_v où les termes en facteurs des variances de T et r_v varient assez fortement avec la verticale, en raison inverse de \overline{T}^2 et $\overline{r_v}$:

$$c_{pd} T_r \overline{F\left(\frac{T'}{\overline{T}}\right)} \approx c_{pd} T_r \frac{\overline{(T')^2}}{2 \overline{T}^2} \equiv N_T \left[= c_{pd} T_r \frac{\overline{(\theta')^2}}{2 \overline{(\theta)}^2} = N_\theta \right], \quad (36)$$

$$R_v T_r \overline{r_v} \overline{H\left(\frac{r'_v}{\overline{r_v}}\right)} \approx R_v T_r \frac{\overline{(r'_v)^2}}{2 \overline{r_v}} \equiv N_v. \quad (37)$$

Vraiment, ces résultats n'étaient pas évident à obtenir et, quoiqu'il puisse advenir de tout cela, ces recherches menées en 2005 font partie des heureux événements de ma vie de chercheur scientifique.

Certes, ces résultats me faisaient un peu peur, car ils étaient bien différents de ceux usuellement employés pour le calcul des vecteurs singuliers et dans certaines parties des schémas d'assimilation de données. Mais d'un autre côté, ces résultats étaient des conséquences directes et implacables de la forme (24) écrite en 1993 pour a_m , des résultats qui doivent d'imposer à nous.

Un autre aspect me faisait un peu peur, car allant dans un sens que je n'avais pas anticipé, et qui peut paraître contre-intuitif : dans la formule (37) la variance porte sur le seul rapport

de mélange de l'eau vapeur r_v , alors que l'on aurait pu s'attendre à ce que les variances des eaux condensées ou précipitations r_l ou r_i puissent donner des contributions indépendantes et à part entière ?

En fait il n'en est rien, quand bien même les eaux condensées sont bien présentes dans la définition (24) pour a_m à travers les versions humides et générales de h , s et q_t , qui toutes les trois dépendent de q_v , q_l et q_i . C'est ainsi et, finalement, il est tout aussi confortable de ne pas avoir à gérer les variances de r_l et r_i , en plus de celles de r_v !

Les détails de ces résultats obtenus à Athènes en 2005 sont encore non publiés en ce début 2016, même si un résumé est disponible dans un mini-article écrit avec Jean-François Mahfouf pour le Blue-Book du WGN (2015-f), pour des raisons qui seront décrites ci-après quand je parlerai de mes activités de recherche reprises à GMAP depuis 2014.

La norme humide / Assimilation au CNRM

En ce printemps 2005, j'étais vraiment enthousiaste quant à la découverte de cette "norme enthalpie utilisable". Toujours à la recherche de collaborations, j'ai contacté d'abord des chercheurs du CNRM qui pourraient être intéressés par cette norme, que ce soit dans le cadre de la détermination des vecteurs singuliers ou dans le cadre de son utilisation dans différentes étapes de l'analyse variationnelle.

L'accueil n'a pas vraiment été positif, dans la mesure où on m'a par exemple affirmé que "plus personne, à Météo-France ou ailleurs, ne se préoccupait de l'utilisation d'une telle norme", que ce soit pour le cas de l'air humide ou pour le cas moins réaliste de l'approximation de l'air sec.

En particulier, même si quelques personnes parlaient ou utilisaient encore les techniques linéaires et le calcul des vecteurs singuliers, ces techniques et calculs étaient paraît-il "en voie de disparition". Quant aux techniques liées à l'assimilation variationnelle et à la prévisibilité, la recherche de normes explicites n'aurait été guère pertinente et était, semble-t-il, "en voie d'être supplantée par l'utilisation de statistiques explicites, moins linéaires et moins gaussiennes". Il ne s'agissait donc plus, dixit, de "faire des recherches à la manière d'autrefois".

Mon rêve de m'impliquer à court terme dans une collaboration avec les équipes du CNRM traitant de l'assimilation de données s'est évanoui avec cette fin de non-recevoir. Et comme j'avais beaucoup de travail pour développer les paramétrisations pronostiques de ARPEGE-Climat, ceci m'a découragé d'essayer de dépasser ces premiers contacts plus que mitigés.

Quand j'écris ces lignes, il ne faut pas y voir des reproches pour qui que ce soit. Il s'agit juste de pouvoir expliquer clairement, dans ce cadre précis du mémoire pour susciter une HDR, pourquoi et comment les circonstances ont pu faire que je n'ai pas pu encadrer autant de stage, thèse ou post-doc que j'aurais pu le souhaiter. Ensuite, les modes de la recherche, ou les croyances du moment, ont fait que, à tort ou à raison, mes projets de 2005 n'ont pas pu entrer en résonance avec les développements en cours. Ce n'est pas de chance, voilà tout.

La norme humide / Courtier / Mahfouf

Malgré mes déceptions, j'ai pu échanger des courriels avec Philippe Courtier, qui a été intéressé par ma démarche et qui a pu m'expliquer l'origine de la version humide de la norme qu'il a publiée dans une annexe de sa thèse (Courtier, 1987).

J'ai pu, aussi, tisser des liens hors du CNRM en contactant dès juin 2005 Jean-François Mahfouf, qui avait quitté le CEPMMT pour rejoindre le Meteorological Service à Dorval, au Canada. Jean-François était intéressé par mes résultats, et des tests préliminaires de la norme enthalpie utilisable ont été entrepris en commun, sur des profils qui seront utilisés par la suite pour écrire l'article Mahfouf et Bilodeau (2007).

La différence entre mes travaux et ceux menés par Jean-François concerne la norme humidité, qui dépend de la variance du contenu en eau vapeur. Même si les deux formulations conduisaient à une forte variation avec l'altitude du facteur devant la variance de l'humidité, Jean-François avait défini et étudié une autre version pour cette norme humidité, justement pour essayer de faire varier avec la verticale le terme en facteur de la variance de l'humidité...

Toujours en partant de la forme classique $c_{pd} \overline{(T')^2} / [2 T_r]$ pour la norme température, Jean-François avait imaginé une forme différente de la contrainte $c_{pd} T' + L_{vap} q'_v \approx 0$ qui correspondait à la "conservation de l'énergie statique humide" définie par $MSE = c_{pd} T + L_{vap} q_v + \phi$, cette contrainte conduisant à la formulation de Ehrendorfer *et al.* (1999) : $(L_{vap})^2 \overline{(q'_v)^2} / [2 c_{pd} T_r]$.

Différemment, et afin de pouvoir moduler les choses selon la verticale, Jean-François a supposé que les perturbations de température et d'humidité pouvaient être reliées par la contrainte de la "conservation de l'humidité relative" représentée par la quantité $q_v/q_{sat}(T)$, ce qui se traduit par $q'_v \approx \overline{\Gamma}_p T'$, où on a noté $\overline{\Gamma}_p \approx (\overline{q_v}/\overline{q_{sat}}) (\partial \overline{q_{sat}}/\partial T)$. La norme humidité défini dans Mahfouf et Bilodeau (2007) est ainsi représentée par $c_{pd} \overline{(q'_v)^2} / [2 T_r (\overline{\Gamma}_p)^2]$, où la variation du carré $(\overline{\Gamma}_p)^2$ avec l'altitude est encore plus forte que pour la formulation (37) issue de l'enthalpie utilisable, où c'est $\overline{r_v}$ qui intervient, sans être élevée au carré.

Quand Jean-François m'a informé de la nature de son approche, j'ai d'abord cru que la mienne issue de l'enthalpie utilisable arrivait trop tard, que je n'avais fait que retrouver des choses existantes...

En fait, je me suis rassuré en considérant qu'il en va de la science atmosphérique comme de la physique en général, et qu'il convient de préférer une théorie qui part d'un nombre restreint d'hypothèses (comme $\overline{a_m} \approx N_T + N_p + N_v$), plutôt que de mettre en avant des théories où les choses arrivent de manière forcées, ou avec des hypothèses par trop arbitraires (comme la conservation de la MSE ou de l'humidité relative).

Je considérais que le fait de pouvoir dériver les trois normes N_T , N_v et N_p données par (36), (37) et (28) à partir de la seule petite fonction a_m donnée par (24) est un réel avantage. Il n'y a pas d'hypothèse arbitraire autre que l'introduction de a_m , qui dérive des grands principes de la thermodynamique. Tout cela me semblait avoir du sens, car cela allait dans la direction que les chercheurs souhaitaient prendre : avoir des dénominateurs dans ces normes qui puissent varier avec la verticale.

De plus, on obtenait tout cela sans faire les hypothèses de type "conservation de la MSE ou de l'humidité relative" qui, quand bien même elles pourraient avoir un certain intérêt pour les cas saturés, n'avaient vraiment aucun sens pour les zones non-saturées de l'atmosphère, beaucoup plus nombreuses sur la terre.

La norme humide / brouillon d'article / AMA (2006)

Dans la mesure où Philippe Courtier et Jean-François Mahfouf étaient intéressés par mes résultats, j'ai décidé de commencer à écrire un article à soumettre au QJRMS. J'ai terminé une première version de cet article en 2006, avec comme données de validation des écarts aux moyennes zonales issues de ARPEGE-Climat (mon job de l'époque).

Je participais en cette année 2006 à l'organisation des Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère où j'ai pu présenter une communication orale concernant cette norme "enthalpie utilisable humide". Mais, après 2006, le travail quotidien pour terminer la validation de la physique pronostique a pris le dessus, même si je continuais à travailler à cet article de temps à autres.

Questions de Irina Sandu ?

Pour finir cette période de recherche sur l'énergétique de l'air humide dans l'équipe Arpege-Climat, je dois parler des contacts épisodiques avec Sylvie Malardel, Irina Sandu et Jean-Louis Brenguier.

Sylvie avait en charge les cours de météorologie dynamiques aux EIENM et avait écrit son livre de référence "Fondamentaux de Météorologie", paru chez Cépaduès en 2005. Sylvie s'était intéressé à mes travaux sur l'exergie et l'enthalpie utilisable. Son avis était toutefois assez négatif, puisqu'elle considérait que l'APE de Lorenz avait l'immense avantage d'être exactement conservée pour le modèle à deux couches et pour les équations quasi-géostrophiques, alors que ma formulation $a_h = (h - h_r) - T_r (s - s_r)$ ne semblait pas être conservée par ces modèles simplifiés.

De plus, même si je n'y étais pour rien, Sylvie considérait que les équations écrites dans de Groot et Mazur (1984) ne semblaient pas cohérentes avec l'équation du TKE. Ce possible inconvénient m'était associé de manière négative, simplement dans la mesure où j'ai souvent utilisé ce formalisme de l'évolution des conditions thermodynamiques de l'air humide.

D'autre part, quelque part entre 2006 ou 2008, Jean-Louis avait demandé à Irina de venir me voir pour me poser une question qui allait me laisser longtemps perplexe : dans le cadre des études que menaient Irina avec Bjorn Stevens de la couche limite des strato-cumulus marins tropicaux, Irina souhaitait calculer l'intégrale de l'enthalpie des ces couches limites, pour essayer de bien décrire le cycle diurne et mieux comprendre l'impact des périodes avec précipitations.

Jean-louis pensait que j'étais un spécialiste de la thermodynamique de l'air humide, mais à ma grande honte je restais sans réponse à la question de Irina. Mais en fait, où est le problème ? On peut illustrer ce problème en considérant le cas très simple d'un mélange d'air sec et de vapeur d'eau. On cherche alors à évaluer :

$$H = \iiint h \, dm = \iiint (q_d h_d + q_v h_v) \, dm. \quad (38)$$

Il est possible d'exprimer les enthalpies partielles h_d et h_v par les approximations linéarisées autour de la température T_r et sous l'hypothèse des capacités calorifiques constantes, ce qui donne : $h_d = (h_d)_r + c_{pd}(T - T_r)$ et $h_v = (h_v)_r + c_{pv}(T - T_r)$. Dans ces conditions, l'intégrale de l'enthalpie peut s'écrire sous la forme suivante :

$$H = \iiint c_p (T - T_r) \, dm + \iiint q_v [(h_v)_r - (h_d)_r] \, dm + \iiint (h_d)_r \, dm, \quad (39)$$

où on a utilisé $q_d = 1 - q_v$ et où $c_p = q_d c_{pd} + q_v c_{pv}$ est la capacité calorifique à pression constante pour l'air humide.

La première intégrale de (39) ne pose pas de problème, ni la dernière qui est constante, si le domaine est fixé. Mais, pour calculer la seconde intégrale, il faut connaître précisément les deux valeurs de références $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$ pour la vapeur d'eau et l'air sec. Le problème

qui se pose vient qu'il n'y pas de changement de phase entre l'air sec et la vapeur d'eau, contrairement à ce qui peut se passer entre les phases vapeur et condensées de l'eau, où par définition les chaleurs latentes sont égales aux différences d'enthalpies $L_{vap} = h_v - h_l$ et $L_{sub} = h_v - h_i$.

On a beau tourner le problème dans tous les sens, il apparaît qu'en fonction des valeurs numériques considérées pour $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$, il serait possible de modifier de manière arbitraire la deuxième intégrale qui dépend de q_v ? On pourrait en particulier la rendre positive ou négative, en fonction des valeurs relatives de $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$? La conséquence physique serait que, pour un apport de q_v lié par exemple à une évaporation au dessus d'une surface humide, on pourrait tantôt accroître ou diminuer l'intégrale (39) de l'enthalpie H , selon les valeurs relatives de $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$?

On reparlera dans la section suivante de ces problèmes liés au besoin et à la volonté de devoir déterminer les valeurs numériques pour les valeurs de références des fonctions thermodynamiques.

Mon sentiment de l'époque était qu'il ne pouvait vraiment pas y avoir de telles indéterminations du fait de la méconnaissance des valeurs de références $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$! Et de plus, l'inclusion facile des phases liquides et glace dans (39) ne changeait rien à l'affaire. D'où l'incapacité dans laquelle je me trouvais pour répondre en 2007 à la question de Irina qui voulait, tout simplement, calculer l'intégrale de l'enthalpie H ...

A ma grande honte, je ne pouvais donc que ranger dans un coin de ma tête les remarques de Sylvie et les questions de Irina laissées sans réponse avant mon départ du CNRM, alors que Sylvie et Irina partaient rejoindre le CPEMMT.

5.2 Prévi-LABO (2008-2014).

Ce n'est pas le lieu de décrire par le détail toutes les raisons qui m'ont conduit à quitter le CNRM pour rejoindre le laboratoire de prévision (dit le "LABO" par la suite), à la Direction de la Prévision, à Toulouse.

Je peux juste mentionner qu'il y a eu principalement l'opportunité du départ de Philippe Arbogast qui a quitté le LABO pour revenir au CNRM. Ensuite, il me semblait ne plus vouloir poursuivre les batailles internes et externes au CNRM pour essayer de faire valoir le bien-fondé de mes démarches scientifiques concernant les possibles applications de l'exergie et de l'enthalpie de l'air humide, d'une part, de la physique pronostique, d'autre part.

Il m'a semblé, à tord ou à raison, qu'après 13 années passées à EAC il pouvait être temps de laisser ma place au CNRM. C'était une occasion pour d'autres chercheurs de venir apporter un éclairage et un souffle nouveau.

J'espérais, aussi, pouvoir offrir au LABO mes bons et loyaux services, en apportant à la fois mon ancienne expérience de prévisionniste régional (entre 1983 et 1986), puis et celle d'apprenti chercheur (FCPLR entre 1988 et 1990 et travaux pour ARPEGE entre 1990 et 1991), puis celle de contrôleur des modèles opérationnels (entre 1991 et 1995) et enfin comme chercheur au Climat (entre 1995 et 2008). Je pensais que ce profil pouvait correspondre à un tel service, qui était en charge du transfert des applications issues de la recherche vers les services opérationnels de prévision.

Le travail au LABO

J'ai montré dans les sections précédentes que j'ai toujours fait le travail qui m'était demandé, quel que soit le poste où j'étais. Il en fut de même entre 2008 et 2014, période pendant laquelle j'étais l'adjoint de Patrick Santurette qui dirigeait le LABO, qui était alors une petite division (ou "peu importante" pour reprendre la dénomination officielle) de la direction de la prévision.

En ce sens, même si cela n'a pas compté pour valider ma première demande d'inscription pour une HDR à l'INPT début 2015, j'ai vraiment animé et dirigé des recherches opérationnelles pendant 5 ans, en publiant et en faisant des conférences internationales.

J'ai en particulier codé, testé et mis en opérationnel les indices de convection sévère pour les super-cellules et les tornades, suite à la tornade de Haumont qui s'est produite juste avant mon arrivée au LABO, en août 2008 (exposé en octobre 2009 à l'EMS à Toulouse et à l'ECSS à Landshut en Allemagne).

J'ai ensuite géré pendant plusieurs mois le groupe multi-modèles, aidé à finaliser la mise au point du tracé automatique des fronts dans les ANASYG-PRESYG par la méthode de Tim Hewson (1997, 1998, 2010), suggéré et mis sous la forme d'un indice la carte composite du LABO, participé régulièrement aux ateliers de prévision dans les centres régionaux (Paris, Lyon, Bordeaux, Strasbourg) et aux ateliers de prévision outre-mer (les APOM à Toulouse), écrit avec Jean-Marie Carrière un article dans la revue PCM (revue des Ponts et Chaussées, sur la carte de vigilance, en 2011), maintenu et renforcé les liens entre les prévisionnistes (au CNP et en régions) et les modélisateurs (GMAP + GMME), et finalement encadré le stage M2-OASC de 6 mois de Etienne Blot (qui a reçu pour ce stage le prix Patrick Brochet 2015).

De manière un peu étrange, c'est lorsque je n'étais pas au CNRM que j'ai le plus publié. Ma période passée au LABO n'a pas dérogé à cette règle et quatre articles ont été publiés ou soumis pendant cette période 2008-2014.

Pour décrire sans rentrer dans les détails le contenu scientifique de ces quatre articles, j’ai choisi de m’appuyer sur le chapitre écrit avec Jean-François Geleyn en co-auteur dans le volume 2 du livre “Parameterization of Atmospheric Convection” édité par R. S. Plant et J.-I. Yano.

Ce livre est paru en octobre 2015 et le chapitre 22 qui est reproduit dans l’appendice C de ce mémoire (avec l’accord de l’Imperial College Press) résume l’essentiel des 4 articles parus au QJRMS :

- Marquet (2011) sur la définition de l’entropie de l’air humide ;
- Marquet and Geleyn (2012) sur la définition de la fréquence de Brunt-Väisälä de l’air humide ;
- Marquet (2014) sur la définition du tourbillon potentiel de l’air humide ;
- Marquet (2015-a) sur la définition de l’enthalpie de l’air humide.

Je décrirai dans le reste de cette section les choses qui ne sont pas dites dans ces articles, que ce soient les motivations, les impasses, ou encore les pistes d’améliorations pas encore explorées.

La question de Alan Thorpe...

C’est au cours de la mise a point des indices de convection sévère que je me suis rappelé de la deuxième question de Alan Thorpe qui m’avait demandé, après mon exposé en mai 1990 à Reading : quel lien peut-il y avoir entre l’exergie et la CAPE ?

Certes, j’avais depuis pris conscience qu’une tentative similaire de relier le concepts de CAPE avec celui de l’APE de Lorenz avait été décrite dans le livre d’Emanuel (1994). Mais j’avoue ne pas aimer ce livre, qui pêche par un manque de rigueur dans la dérivation de plusieurs formules thermodynamiques de l’air humide. Et je n’ai pas été convaincu par la tentative de rapprochement entre CAPE et APE décrite par Kerry Emanuel.

Le petit vélo qui tournait en permanence dans ma tête me disait qu’il pouvait être plus intéressant de poursuivre jusqu’au bout l’analogie entre la machine hydraulique représentée sur la Figure 11, mais tournée de 90 degrés vers le haut, comme indiqué sur la Figure 24.

Ainsi, puisque la CAPE représente l’énergie cinétique verticale progressivement libérée par le travail des forces de flottabilité, on peut essayer de reconnaître dans la formule de la machine hydraulique, et en absence de “travail de l’arbre” (c’est à dire si $W_{\max} = 0$, car absence de rotor, et si aucun obstacle ne s’oppose à l’écoulement fluide), une certaine analogie entre la CAPE et la variation de la quantité $h - T_{\text{env}} s$.

Même si je n’ai pas pu aller plus loin sur le moment dans la description de la CAPE en terme d’exergie, j’ai imaginé le besoin de devoir (un jour ou l’autre) calculer s et h indépendamment l’une de l’autre pour calculer a_m donnée par (24). En effet, la combinaison “ $h - T_r s$ ” pouvait être interprétée comme étant “égale à l’enthalpie h moins T_r fois l’entropie s ”, qui forme précisément le début de a_m . Ces raisonnements peuvent paraître un peu étranges, mais ce sont vraiment ceux qui ont motivé ma démarche à l’époque.

Donc, je me suis dit que ce serait un beau raccourci si on pouvait effectivement calculer séparément h et s , les deux quantités fondamentales de la thermodynamique qui représentent les premier et second principes. Ce faisant, on pourrait calculer très facilement l’enthalpie utilisable a_m , et peut-être trouver l’inspiration qui mènera à une nouvelle expression de la

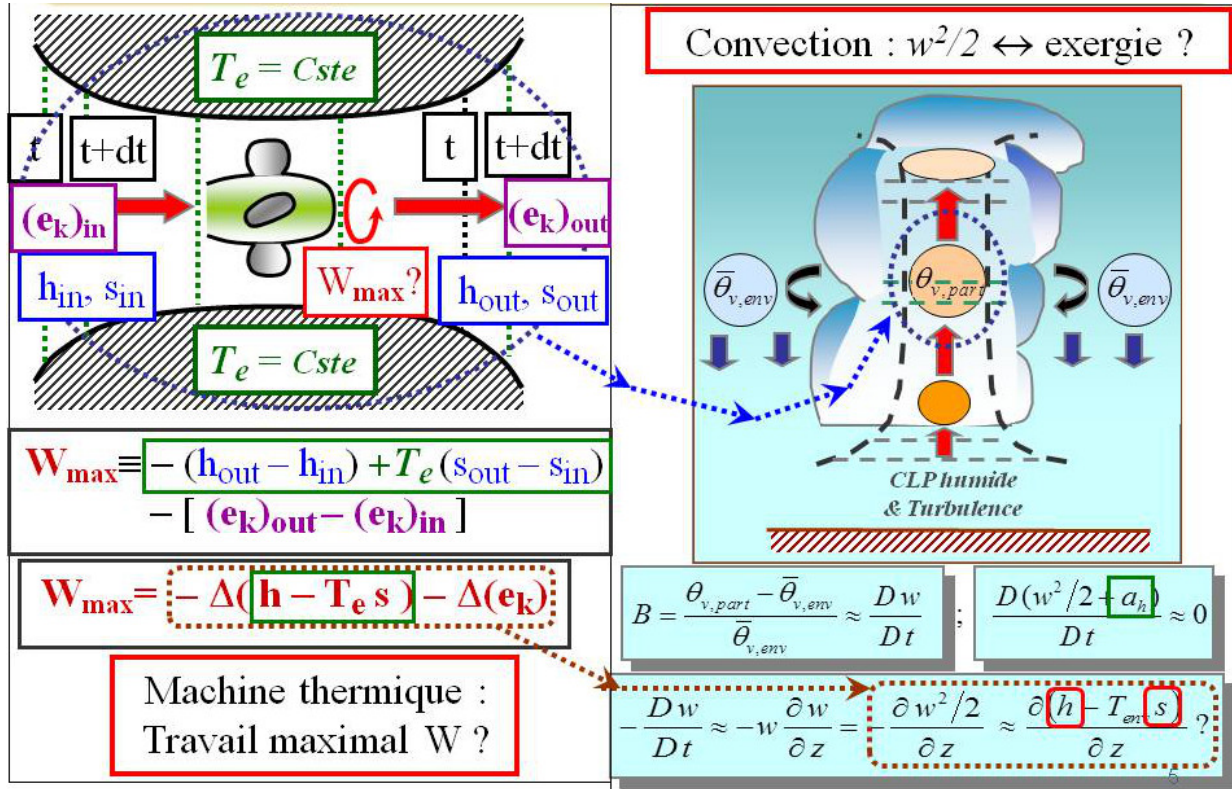


Figure 24: Un exemple de l'analogie présentée aux AMA 2011 entre la CAPE et les variations de la fonction d'exergie de type "enthalpie utilisable" : $\Delta(h - T_{env} s)$.

CAPE. En tout cas, ce serait en accord avec les problématiques où j'étais engagé au LABO, lorsque je codais les indices de convection sévère, qui sont tous basés sur la CAPE.

De toute façon, comme je n'avais plus à me préoccuper d'avoir une démarche utilitaire pour satisfaire la Commission d'Evaluation des Chercheurs, je pouvais me permettre le luxe de tenter de telles idées à l'évidence incertaines, risquées voire possiblement farfelues, puisqu'une absence de résultat et de publication n'aurait eu aucun impact sur mon travail au LABO.

Tests de θ^* / Marquet (1993)

Dans un premier temps, j'ai voulu tester la formulation basée sur le quotient θ^*/θ_r^* défini par (18)-(20), formulation que j'ai présentée aux AMA en 1990 et qui a été publiée au QJRMS en 1993. Non pas que cette formulation eût été parfaite, je le savais, mais comme elle existait, j'ai décidé de commencer avec celle-ci.

J'ai donc commencé à tester, en octobre 2008, la variable θ^* que je définissais par :

$$\theta^* = T \left(\frac{p - e}{p_0} \right)^{-R_d/c_p^*} \left(\frac{e}{p_0} \right)^{(R_v/c_p^*) r_t} \exp \left(- \frac{r_l L_{vap} + r_i L_{sub}}{c_p^* T} \right). \quad (40)$$

Il y avait bien sûr une part d'arbitraire dans cette définition, puisque seul le quotient θ^*/θ_r^* est connu dans (19). J'ai juste décidé de définir θ_r^* par

$$\theta_r^* = T_r \left(\frac{p_r - e_r}{p_0} \right)^{-R_d/c_p^*} \left(\frac{e_r}{p_0} \right)^{(R_v/c_p^*) r_t}, \quad (41)$$

où $p_0 = 1000$ hPa et où un r_t persiste dans un des exposants. Ce n'était pas très joli, mais j'ai commencé mes tests en faisant ces hypothèses qui conduisent à une valeur de θ^* qui est proche de celles définies dans Hauf et Höller (1987) ou Emanuel (1994).

Une première analyse d'ordre de grandeur, avec $R_v/R_d \approx 1.608$ et $R_v/c_{pd} \approx 0.46$, me conduisait à considérer une application numérique de la formule :

$$\theta^* \approx \theta_l \left\{ 1 + 0.46 r_v - \left[0.46 \ln(1.608 r_v) \right] r_t \right\}, \quad (42)$$

où θ_l est la température liquide de Betts (1973) :

$$\theta_l = \theta \exp\left(-\frac{r_l L_{\text{vap}} + r_i L_{\text{sub}}}{c_p^* T}\right). \quad (43)$$

Pour tester l'intérêt de cette formule sur des situations météorologiques réels, j'ai contacté Jean-Louis Brenguier et Irina Sandu en octobre 2008, pour leur demander s'il serait possible de pouvoir disposer des données d'observation avions du cas FIRE-I.

En effet, je me disais que θ^* approximé par (42) était proche de la variable de Betts θ_l , qui était utilisée dans le cadre de la turbulence de l'air humide au sein des strato-cumulus marins tropicaux (je profitais en cela des mes travaux passés sur les paramétrisations physiques dans ARPEGE-Climat). Il serait donc intéressant, a priori, de comparer le plus précisément possible θ^* avec θ_l sur ce jeux de données sur lequel Jean-Louis et Irina avait beaucoup travaillé.

Jean-Louis et Irina m'ont redirigé vers Stephan de Roode du KNMI, qui venait de publié un article (De Roode and Wang, 2007) au BLM avec ces données avion de FIRE-I. Stephan a pu mettre à ma disposition les données numériques des Radial-Flights 02, 03, 04, 08 et 10. J'ai donc lu et tracé les profils de θ , θ_l et θ^* , mais j'ai ensuite été bien déçu : θ^* défini par (40) et approximé par (42) était très proche de θ_l ... Ainsi va la vie du chercheur : on ne gagne pas à tous les coups !

Ces résultats décevant de octobre 2008 sont restés dans mes cartons et dans ma mémoire, et j'ai poursuivi mes activités opérationnelles au LABO.

La question de Irina Sandu...

Je me suis alors rappelé de la question de Irina Sandu et de la conclusion que j'en avais tirée : pour calculer l'enthalpie de l'air humide, il fallait connaître les valeurs de références $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$. N'ayant toujours pas les réponses concernant $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$, je me suis dit que la même question concernant l'entropie de l'air humide devait mener à la même réponse : pour calculer s , il fallait connaître les valeurs de références $(s_v)_r$ et $(s_d)_r$?

Fort heureusement, autant il est délicat d'aller contre le dogme qui prévaut pour l'enthalpie ("impossibilité" de connaître h de manière absolue), on sait qu'il en va différemment pour l'entropie, où l'application du troisième principe permet de connaître s de manière absolue ! Le troisième principe (voir la revue par Klimenko, 2012, disponible sous arXiv) revient à imposer une entropie nulle pour chacune des substances dans son état solide le plus stable à la température de 0 Kelvin.

Il y a souvent une mauvaise compréhension concernant ce troisième principe. Dans certains articles, comme dans l'appendice A de Pauluis *et al.* (2010), on croit pouvoir réfuter le

troisième principe pour l'atmosphère, en disant que si on l'applique à un gaz parfait jusqu'à $T = 0$ K, alors l'entropie qui dépendrait de $\ln(T)$ deviendrait infinie...

En fait, comme déjà mentionné par Richardson (1922, p.158-160), seule la forme solide est à considérer, pas du tout la phase gazeuse. De plus, Richardson précise déjà en 1922 que tout se passe bien pour les solides, car la capacité calorifique varie comme le cube de la température (modèle de Debye où $c_p \approx AT^3$), ce qui conduit à une variation élémentaire de l'entropie $ds = c_p dT/T \approx AT^2 dT$ qui reste finie, même pour T très proche de zéro Kelvin. Le troisième principe revient tout simplement à annuler (pour tous les corps) la constante d'intégration C dans : $s \approx AT^3/3 + C$ (Planck, 1911, voir la 3ème édition de 1917, traduite en anglais et disponible sur la toile).

Une autre manière de justifier physiquement le besoin de se référer au troisième principe provient de l'interprétation physique suivante : poser $s = 0$ à 0 K empêche l'existence de processus qui permettrait d'atteindre *en un nombre fini d'étapes et en un temps fini* la température de 0 K. C'est le Principe d'inatteignabilité de Nernst (exprimé en 1912 et mentionné dans Richardson, 1922).

Il faut aussi citer une autre raison qui rend incontournable la véracité du troisième principe de la thermodynamique : d'après Tiselius (1949) et Giauque (1949), c'est précisément la valeur de l'entropie absolue qui s'annule à 0 K pour sa phase solide la plus stable qui doit être utilisée en thermochimie pour prédire le sens des réactions chimiques, à l'exclusion des autres définitions pour l'entropie.

Il n'y a donc aucune raison qui pouvait m'empêcher d'essayer de calculer l'entropie de l'air humide en utilisant le troisième principe appliqué aux composants de l'air sec (en fait principalement à O_2 et N_2) et la glace H_2O (les entropies des eaux liquide et vapeur s'en déduisent en prenant en compte les chaleurs latentes L_{fus} et L_{sub}).

Définition de l'entropie : θ_s

J'ai donc repris en novembre 2008 la lecture de l'article de Hauf et Höller (1987) que m'avais conseillé Jean-François Geleyn en 1989. Dans cet article, Hauf et Höller fournissent explicitement les valeurs standards des entropies de l'air sec et de la vapeur d'eau... mais alors, tout était-il déjà fait dans cet article ?

J'ai compris que ce n'était pas le cas. J'ai pris conscience que, aussi bien dans cet article de Hauf et Höller (1987) que dans le mien de 1993, ou encore dans le livre de Emanuel (1994), les températures potentielles de l'air humide avaient le grave défaut de laisser en dehors du logarithme des termes dépendant plus ou moins de l'humidité.

Dans ces articles, on posait des choses analogues à ce que j'ai rappelé en (18)-(20) pour définir θ^* , où des termes dépendant de q_t sont toujours présents à la fois dans s_{ref}^* et dans c_p^* , donc en dehors du logarithme dans la formule $s = s_{ref}^* + c_p^* \ln(\theta^*)$.

J'ajoutais donc à mon programme la contrainte de devoir définir une température potentielle que je notais d'abord θ_h , puis θ_m (avec un "m" pour "moist") et qui serait liée à l'entropie selon une formule du type $s = s_{ref} + c_{pd} \ln(\theta_m)$, où s_{ref} et c_{pd} seraient deux vraies constantes, afin de pouvoir considérer que θ_m puisse être vraiment synonyme de l'entropie s de l'air humide.

J'ai toutefois rapidement changé le nom de θ_m en θ_s . En effet, j'ai eu un jour une remarque du type : le "m", c'est pour "Marquet" ? C'était dans l'esprit des accusations de forfanterie que l'on prêtait souvent aux chercheurs de GMGEC, quand j'étais au CNRM. Afin que

l'on ne puisse pas critiquer mes résultats ultérieurs, j'ai donc décidé de changer le nom de cette "température potentielle entropique" : dans la mesure où "s" est justement le symbole moderne pour l'entropie, j'allais utiliser cette lettre et oublier le "m" de "moist".

C'est donc au début du mois de décembre 2008, après plusieurs versions préliminaires inexactes, que j'ai abouti à une formule satisfaisante du type

$$\theta_s = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t) \left(\frac{T}{T_r} \right)^{\lambda q_t} \left(\frac{p}{p_r} \right)^{-\kappa \delta q_t} \left(\frac{r_r}{r_v} \right)^{\gamma q_t} \frac{(1 + \eta r_v)^{\kappa(1 + \delta q_t)}}{(1 + \eta r_r)^{\kappa \delta q_t}}, \quad (44)$$

où les constantes thermodynamiques sont $R_d \approx 287 \text{ J K}^{-1}$ et $c_{pd} \approx 1005 \text{ J K}^{-1}$ pour l'air sec et $R_v \approx 461.5 \text{ J K}^{-1}$ et $c_{pv} \approx 1846 \text{ J K}^{-1}$ pour la vapeur d'eau. Les constantes dérivées sont : $\kappa = R_d/c_{pd} \approx 0.286$, $\lambda = c_{pv}/c_{pd} - 1 \approx 0.838$, $\delta = R_v/R_d - 1 \approx 0.608$, $\eta = R_v/R_d \approx 1.608$, $\varepsilon = R_d/R_v \approx 0.622$ et $\gamma = R_v/c_{pd} \approx 0.46$. Il faut noter que θ_l est définie dans (44) par (43), mais avec q_l et q_i à la place de r_l et r_i .

Cette définition (44) pour θ_s correspondait à une entropie de l'air humide que je pouvais enfin écrire sous la forme :

$$s = s_{ref} + c_{pd} \ln(\theta_s), \quad (45)$$

où à la fois s_{ref} et c_{pd} était des constantes, avec :

$$s_{ref} = s_d^0 - c_{pd} \ln(T_0) \approx 1138.56 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}. \quad (46)$$

Dans la définition de s_{ref} , $T_0 = 273.16 \text{ K}$ est le point triple de l'eau et $s_d^0 = 6775 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ est l'entropie absolue pour l'air sec (calculée en utilisant le troisième principe) pour la température $T_0 = 273.16 \text{ K}$ et la pression $p_0 = 1000 \text{ hPa}$.

Par rapport à l'expression de θ^* donnée par (40) et que j'avais testée en octobre 2008, la plus grande différence provient de l'exponentielle $\exp(\Lambda_r q_t)$, où le terme

$$\Lambda_r = \frac{(s_v)_r - (s_d)_r}{c_{pd}} \approx 5.87 \quad (47)$$

dépend de manière cruciale du troisième principe.

En effet, on reconnaît dans (47) le terme $(s_v)_r - (s_d)_r$ qui est une différence d'entropie, ce terme étant similaire à la différence d'enthalpie $(h_v)_r - (h_d)_r$ rencontrée dans (39) dans ma tentative avortée pour répondre à la question de Irina Sandu. On retrouve ici le besoin d'exprimer les fonctions thermodynamiques de manière absolue, sans faire d'hypothèse arbitraire sur l'état de référence.

Pour calculer Λ_r , j'ai considéré les valeurs de référence pour les entropies de l'air sec et de la vapeur d'eau dans les conditions de température $T_r = 273.16 \text{ K}$ et de pression totale $p_r = 1000 \text{ hPa}$, les pressions partielles étant $p_r - e_r$ pour l'air sec et $e_r = 6.11 \text{ hPa}$ pour la vapeur d'eau (c'est la pression saturante au point triple). Dans ces conditions, en partant des entropies absolues issues du troisième principe et rappelées dans Hauf et Höller (1987) dans les conditions $T_0 = 273.16 \text{ K}$ et la pression $p_0 = 1000 \text{ hPa}$, j'ai pu calculer que $(s_v)_r \approx 12673 \text{ J K}^{-1}$ et $(s_d)_r \approx 6777 \text{ J K}^{-1}$, ce qui conduit à cette valeur $\Lambda_r \approx 5.87$ indiquée en (47).

Le dernier paramètre qui intervient dans (44) est le rapport de mélange de référence qui vaut $r_r = \varepsilon e_r / (p_r - e_r) \approx 3.82 \text{ g kg}^{-1}$.

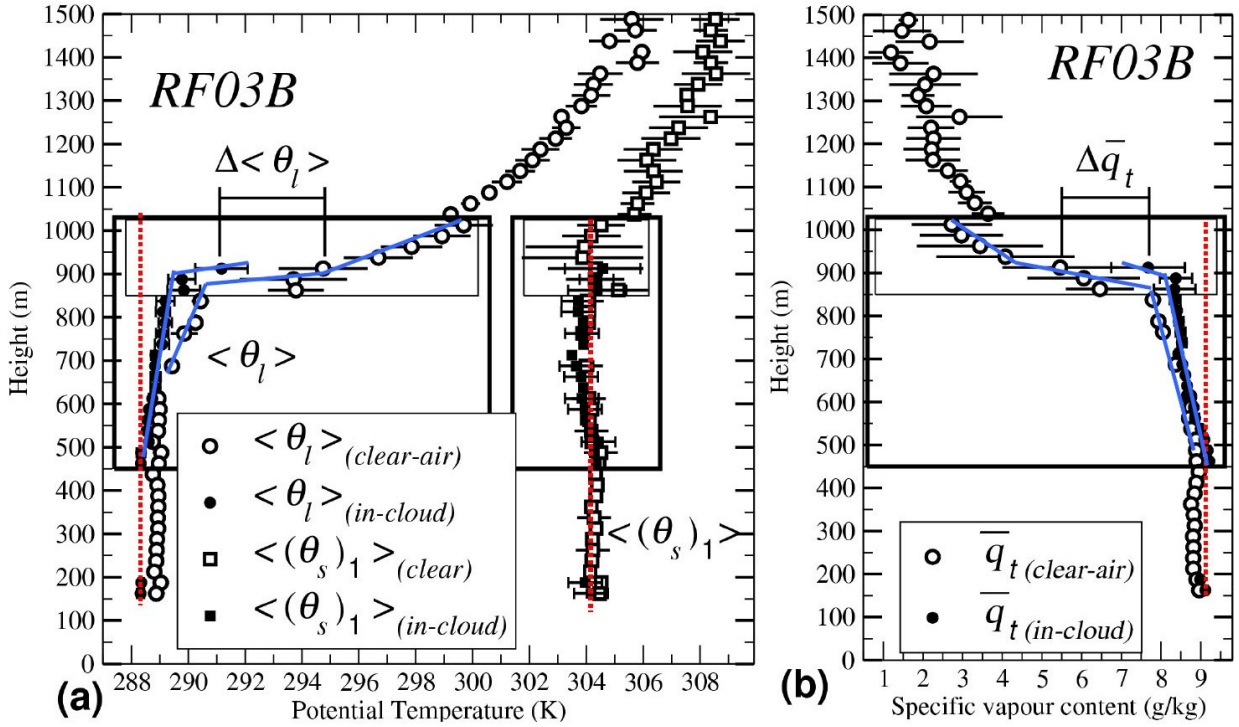


Figure 25: Les profils verticaux de θ_l , $\theta_s \approx (\theta_s)_1$ et q_t pour la RF03 de FIRE-I. Les barres horizontales correspondent aux écarts-types d’observation de ces données avions regroupées par tranches verticales de 25 m. Les symboles ouverts représentent les données en air clair (humide) et les symboles pleins les données correspondant aux zones nuageuses (saturées avec seuil minimal de q_l). Les différences notées $\Delta \bar{\theta}_l$ et $\Delta \bar{q}_t$ ne sont pas les sauts à l’inversion, mais des quantités servant à tracer des diagrammes pour les valeurs “conservatives”. Les traits pointillés verticaux permettent de mieux évaluer le caractère constant de θ_s dans toute la couche limite, y-compris dans la couche nuageuse (boîtes noires en traits épais) et même dans la zone d’entraînement (boîtes noires en traits fins, là où θ_l et q_t varient rapidement). Les traits fins (en bleu) permettent d’illustrer les gradients de θ_l et q_t en air clair et nuageux.

Valeur approchée de θ_s

J’ai rapidement pris conscience que l’exponentielle $\exp(5.87 q_t) \approx 1 + 5.87 (q_v + q_l + q_i)$ était potentiellement un gros terme correctif, car $5.87 \gg 0.608$ où 0.608 est le terme correctif qui intervient pour calculer la température potentielle virtuelle $\theta_v = \theta (1 + 0.608 q_v - q_l - q_i)$. Ainsi, il fallait tester le réalisme et prouver l’intérêt de cette nouvelle température potentielle qui semblait différente de toutes celles dont j’avais connaissance.

Ensuite, tout s’est enchaîné relativement vite, mais cela m’a pris l’année 2009 tout de même, car je menais ces recherches sur la thermodynamique de l’air humide en plus de mes activités opérationnelles pour le LABO.

J’ai d’abord essayé de déterminer si certains des termes de (44) ne seraient pas prépondérants ? Après de nombreux tests, en enlevant tel ou tel facteur de (44), et en comparant le résultat à la formule complète pour θ_s , j’ai pu me convaincre, sans pouvoir en faire une démonstration mathématique sur le moment, que θ_s est bien représentée au “premier ordre” par :

$$\theta_s \approx (\theta_s)_1 = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t). \quad (48)$$

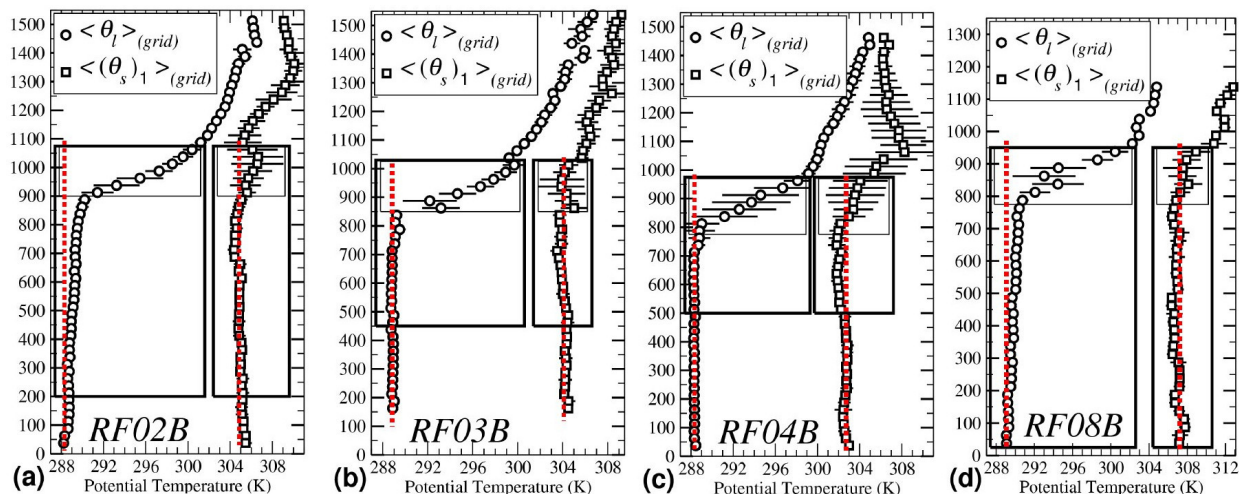


Figure 26: *Les profils verticaux des moyennes horizontales et incertitudes de θ_l et $\theta_s \approx (\theta_s)_1$ pour les Radial-Flights (02, 03, 04, 08) de FIRE-I et pour les données complètes (moyennes “grid-cell” des valeurs en air clair ou en air nuageux). Les traits pointillés verticaux permettent de mieux évaluer le caractère constant de θ_s dans toute la couche limite, y-compris dans la couche nuageuse (boîtes noires en traits épais) et même dans la zone d’entraînement (boîtes noires en traits fins, là où les θ_l décrochent).*

Plus tard, Jean-François Geleyn a repris de son côté la même recherche, mais il n’a pas pu trouver une meilleure expression que (48) comme approximation de θ_s à l’ordre le plus bas.

Aspects isentropes !

J’ai alors pu reprendre les données avions de FIRE-I envoyées par Stephan de Roode du KNMI, et j’ai pu tracer à l’automne 2009 les premiers profils de $(\theta_s)_1$, voir les Figures 25 et 26 extraites de l’article Marquet (2011).

J’ai eu la grande surprise de constater que, pour les cinq radial-flights (02, 03, 04, 08, 10) de FIRE-I, les profils de $(\theta_s)_1$ comme ceux de θ_s avaient la propriété singulière d’être pratiquement constants selon la verticale dans toute la couche limite, et ce jusqu’au sommet de la couche d’entraînement, avec des raccords avec les profils de l’atmosphère libre qui ne présentaient pas (ou peu) de saut ! De plus, les profils verticaux de $(\theta_s)_1$ comme ceux de θ_s se superposent (ou presque) pour les zones non-saturées (couche limite humide mais en ciel clair) et les zones saturées (nuages) !

Ces résultats étaient assez incroyables, car il vont à l’inverse de ce qui peut être observé pour les deux variables de Betts (1973), avec des θ_l nettement croissants (Figure 25 a) et des q_t nettement décroissants (Figure 25 b), les deux variables (θ_l, q_t) présentant des sauts très importants à l’inversion en sommet de couche limite (jusqu’à +10 K et -7 g kg^{-1}).

Différemment, comme indiqué sur les Figures 25 et 26, les variables $(\theta_s)_1$ et θ_s (et donc l’entropie) semblaient particulièrement bien mélangées au sein de la couche limite de ces strato-cumulus marins tropicaux, et ceci à la fois pour les zones en air clair et pour les nuages. J’aurais dû y réfléchir avant, mais je ne m’attendais pas du tout à ces résultats qui étaient pourtant assez prévisibles (je ne m’en rendrais compte que plus tard).

Dans un premier temps j’ai eu peur de ces résultats, car ils me semblaient trop étonnants et trop beaux pour être vrais... J’ai alors revérifié un grand nombre de fois mes calculs analytiques qui conduisaient à la définition de θ_s par (44), aussi mes calculs numériques qui conduisaient aux profils sensiblement constants pour les données avions de FIRE-I.

 Brenguier / Geleyn

Ce n'est qu'après avoir acquis la quasi-certitude que je n'avais pas fait d'erreur que j'ai repris contact avec Jean-Louis Brenguier. Il a semblé à la fois surpris et intéressé par mes résultats, et il a su me conseiller pour vérifier et améliorer plusieurs aspects liés au traitement des données avions de FIRE-I (comme la présence d'eau liquide dans de l'air non-saturé).

J'ai ensuite pris contact début janvier 2010 avec Jean-François Geleyn, qui était revenu au CNRM mais qui était délocalisé dans un bureau du bâtiment Poincaré, proche du mien au LABO. Je me disais que sa connaissance de l'article de Hauf et Höller (1987) et son utilisation passée de ma température θ^* de 1993 pouvait faire de lui un critique avisé de mes nouveaux résultats théoriques et numériques.

La réaction de Jean-François est allé au delà de mes espérances. Il a très rapidement digéré tout mon travail et il m'a envoyé un email disant *“j'ai beaucoup réfléchi à ce que tu m'as montré et j'ai vraiment l'impression que tu as trouvé quelque chose de particulièrement fondamental. Je suis impressionné et stimulé par cela au delà de ce que tu imagines peut-être. Félicitations”*.

Je ne suis plus un jeune chercheur, et je sais prendre du recul sur les choses, mais je suis toujours rongé par le doute et ce genre de message m'a fait beaucoup de bien, en m'encourageant à poursuivre mon travail sur la validation de la variable θ_s . De plus, je venais de trouver un partenaire de recherche pour les 5 années à venir, jusqu'à son décès en janvier 2015, le lendemain des attentats à Charlie Hebdo.

En réponse à l'avis de la Commission de Recherche de l'INPT de février 2015 qui pointait mon manque de “publications ou conférences avec des doctorants encadrés”, j'avoue préférer ce manque et avoir pu tisser des collaborations, publier et fait des communications internationales avec un chercheur confirmé tel que Jean-François Geleyn.

 Article Marquet (2011) / Entropie

J'ai écouté les encouragements de Jean-François Geleyn à publier rapidement mes résultats concernant l'entropie de l'air humide et les variables associées $\theta_s \approx (\theta_s)_1$.

J'ai donc rédigé une première version de l'article en avril 2010. Les commentaires de Jean-François m'ont fait chaud au cœur : *“tu n'as rien laissé au hasard (ça me semble inattaquable) et pour quelqu'un qui comme moi connaît un peu le sujet, on en sort tout chaviré (j'avais beau être prévenu j'étais sur un petit nuage en le lisant)”*.

De plus, Jean-François avait pu vérifier tous mes calculs, en impliquant aussi des chercheurs du programme international ALADIN et des étudiants de l'Université de Gand en Belgique (ou UGent ou Ghent, suivant les langues), où il était Professeur.

J'ai rapidement soumis cet article fin mai 2010, avec une révision en décembre 2010, une acceptation en janvier 2011 et une parution en avril 2011. Pour une fois, le délais du processus de publication a été nominal.

Dans cet article j'ai pu monter :

- que s_{ref} et θ_s sont toutes les deux indépendantes du choix des valeurs de référence T_r et p_r (avec e_r et r_r correspondant aux valeurs saturantes à T_r) ;
- que le caractère constant de θ_s dans les couches limites marines tropicales est visible sur

bien d'autres cas que ceux de FIRE-I (ASTEX, EPIC, DYCOMS), et y-compris pour des radio-sondages observées ;

- que $(\theta_s)_1 = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$ est effectivement assez proche de θ_s , à environ 0.6 K près pour ces stratocumulus ;
- que l'organisation des points sur les diagrammes des variables conservatives de type (θ_l, q_t) peuvent s'expliquer par des alignements sur les lignes isentropes de l'air humide, c'est à dire pour des isolignes de $(\theta_s)_1 = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$ avec $\Lambda_r \approx 5.87$;
- que ces alignements dans la couche limite correspondent à des sauts de θ_s en sommet de couche limite qui sont légèrement positifs pour les stratocumulus stables, et légèrement négatifs pour les cas instables, avec l'isentropie (conservation et absence de saut en θ_s) qui semblerait pouvoir expliquer les critères de type CTEI (critère de Randall (1980) et Deardorff (1980) de $k = 0.29$, voire plus élevés) ;
- qu'il est possible de calculer et de relier les flux turbulents de θ_s à ceux des variables de Betts θ_l et q_t ;
- que l'on devait interpréter la "conservation de θ_s " dans ces stratocumulus marins tropicaux comme étant le résultat du travail de la turbulence de l'air humide, dans la mesure où ces stratocumulus se comportent comme un corps noir, et que les effets radiatifs deviennent alors négligeables devant la turbulence dans la couche limite. Ainsi, la turbulence aurait comme but de bien mélanger l'entropie et θ_s , quels que puissent être les gradients verticaux des variables de Betts θ_l et q_t , qui sont le résultat des flux de chaleur et d'humidité en surface, qui sont ensuite transportés par la couche limite (et à travers l'inversion en son sommet) vers l'atmosphère libre.

Article Marquet and Geleyn (2013) / N^2

J'ai fait un séminaire CNRM en juin 2010, dans l'espoir de faire connaître l'ensemble des idées que j'avais décrites dans cet article soumis au QJRMS, et au delà pour mentionner toutes les applications que je pouvais imaginer.

Jean-François Geleyn a fait une intervention à un colloque au CEPMMT à Reading (Angleterre) en novembre 2010. J'ai été co-auteur de cette communication pour les aspects entropie humide et en lien avec ses préoccupations. En effet, Jean-François avait été intéressé par mes idées sur l'entropie de l'air humide pour une raison assez précise : il souhaitait mettre en œuvre sa vision de la turbulence basée sur un nombre de Richardson humide, et donc basée sur la fréquence de Brunt-Väisälä associée.

Même si je ne partageais pas cette vision de la turbulence, dans la mesure où elle allait à l'encontre de tous les développements que j'avais voulu entreprendre pour la physique pronostique de ARPEGE-Climat, par soucis d'ouverture, j'ai accepté de calculer avec Jean-François la fréquence de Brunt-Väisälä qui correspond à l'utilisation de l'entropie exprimée avec θ_s .

Jean-François faisait l'hypothèse suivante : si θ_s était en effet bien mélangée dans la couche limite par la turbulence, cette variable pourrait être plus conservative que θ_l , et cela pourrait résoudre les problèmes de variance sous-maille de l'humidité, dans la mesure où il n'y aurait plus de variance de θ_s ? De plus, le caractère "bien-mélangé par la turbulence" de θ_s aurait pu rendre plus simple (voire résoudre ?) le problème de la détermination du calcul de la nébulosité dans la paramétrisation sur lequel Jean-François planchait à cette époque.

Même si les espoirs de Jean-François allaient être déçus concernant la variance sous-maille de l’humidité et les calculs de la nébulosité, les calculs de la fréquence de Brunt-Väisälä pouvaient en effet être traduits en terme de θ_s , puisque l’évolution “adiabatique et réversible d’une parcelle fermée d’air humide” devaient se traduire par une entropie de l’air humide qui doit rester constante, et donc par des dérivées qui doivent être calculées “à θ_s constant”.

Les calculs ont été vraiment compliqués à obtenir, car nous avons choisi de ne pas utiliser l’approximation $(\theta_s)_1$ pour θ_s , mais bien la formulation complète (44) pour θ_s . Ces calculs nous ont occupés bien des soirées, y-compris des week-end. Mais le résultats en valaient sans doute la chandelle, du moins le pensions nous, Jean-François et moi.

J’ai donc écrit cet article sur la fréquence de Brunt-Väisälä avec Jean-François en co-auteur. Cet article Marquet and Geleyn (2013) a été soumis au QJRMS fin juillet 2011, révisé en janvier 2012, accepté en mars 2012, pour une parution en janvier 2013. Entre temps, Jean-François a souhaité écrire une note additive pour le Blue-Book du WGNE (Geleyn and Marquet, 2012).

J’ai été co-auteur de l’exposé de Jean-François Geleyn à la conférence EMS-ECAC à Prague (République Tchèque) en octobre 2014, où il avait préparé un de ses derniers exposés sur sa vision de la turbulence.

Des exposés oraux

J’ai toujours essayé de communiquer mes résultats, y-compris pendant la période où j’étais au LABO.

J’ai fait un premier séminaire CNRM en juin 2010, puis un exposé oral aux AMA à Toulouse en février 2011, pour montrer mes résultats sur l’entropie de l’air humide.

J’ai aussi présenté un exposé oral aux meeting CFMIP-GCSS-EUCLIPSE à Exeter (Angleterre) en juin 2011. J’avais l’espoir de pouvoir intéresser cette communauté qui s’intéressait à la transition des stratocumulus vers les cumulus, et en particulier Bjorn Stevens. Il me semblait que mes résultats concernant la possible utilisation du signe du (faible) saut en θ_s à l’inversion comme prédicteur de la stabilité des stratocumulus aurait pu avoir de l’écho. Ce ne fut pas le cas, hélas, à ma grande déception.

J’ai été invité en février 2012 par Rémi Tailleux pour une semaine en tant que visiteur scientifique à l’Université Reading, Angleterre. J’ai fait un exposé invité pour décrire mes recherches sur l’exergie, Rémi étant en train d’écrire un article de revue sur ce sujet (Tailleux, 2013).

J’en ai profité pour faire un exposé au CEPMMT, pour expliquer comment il était possible et intéressant de tracer les fronts avec la méthode de Tim Hewson (1997, 1998, 2010) et surtout en remplaçant θ'_w par θ_s . Mon analyse de plusieurs situations météorologiques (sur la station du prévisionniste SYNERGIE) m’avaient en effet conduit à observer de manière régulière l’aspect très homogène de θ_s dans toutes les couches limites, pas seulement celles des stratocumulus marins tropicaux. Et le tracé des fronts en était rendu plus facile, car plus discriminant. Mais je n’ai pas réussi à intéresser les personnes a priori concernées par ces sujets, sauf peut-être Anton Beljaars.

J’ai préparé une communication orale pour la conférence EMS-ECAC à Łódź (Pologne) en septembre 2012. J’y exposais mes idées concernant l’utilisation de l’entropie de l’air humide pour décrire la turbulence atmosphérique.

A l’initiative du “GCPP” (Groupe de Coordination sur les Paramétrisations Physiques),

j'ai préparé un long exposé au CNRM en avril 2013, où j'ai pu exposer par le détail l'ensemble de mes travaux concernant les "Variables thermodynamiques pour l'air humide".

Le projet COST-ES0905 (2010-14)

Jean-François Geleyn étant très impliqué dans le projet européen COST-ES0905 (2010-2014), il a proposé à R. P. Plant et J.-I. Yano que je puisse rejoindre en court de route ce projet ("Core Group on Theoretical Studies of the Convection Parameterization Problem. Basic Concepts for Convection Parameterization in Weather Forecast and Climate Model").

Dans le cadre de COST-ES0905, j'ai été co-auteur d'un exposé oral de Jean-François Geleyn en novembre 2011 à Offenbach, auteur d'une communication orale et co-auteur d'une autre communication orale aux AMA à Toulouse en janvier 2012, puis co-auteur de deux communications orales à Lubiana en Slovénie en juin 2012.

Je suis devenu membre de COST-ES0902 officiellement en septembre 2012 et j'ai eu l'occasion de présenter un large exposé de synthèse d'une heure sur l'ensemble de mes travaux concernant la thermodynamique de l'air humide et l'impact du 3ème principe, à Reading, Angleterre, en janvier 2013.

J'ai suggéré dès juin 2012 à Jean-François Geleyn d'inclure une annexe sur la thermodynamique de l'air humide dans le livre qui allait être écrit sous la direction de R. S. Plant et J.-I. Yano, sur la sujet de la convection, en général. Bob Plant a souhaité au contraire en faire un chapitre à part entière. J'ai demandé à Jean-François de m'aider à écrire cette contribution et il a accepté de devenir co-auteur, en particulier pour la partie concernant la fréquence de Brunt-Väisälä de l'air humide, mais aussi en relisant minutieusement mon texte sur l'ensemble de ce chapitre 22, pour autant que son état le permettait. L'écriture de ce chapitre de synthèse a été un travail de longue haleine qui s'est étalé sur les années 2013 et 2014, avec une parution finale en octobre 2015 (Marquet and Geleyn, 2015-c, voir l'Appendice C et sous arXiv).

Vers la fin du projet COST-ES0905, J.-I. Yano a décidé de soumettre un article à la revue *Atmosphere*. Cet article Yano *et al.* (2015-b) correspondait au rapport final du projet. Je suis devenu co-auteur de cet article où j'ai pu y inclure une description de plusieurs des propriétés de l'entropie de l'air humide et de θ_s .

Article Marquet (2014) / *PV(s/3)*

Karine Maynard travaille historiquement au LABO sur le sujet de l'inversion du tourbillon potentiel (*PV*). En effet, si l'aspect recherche est mené à GMAP/Recyf sous la direction de Philippe Arbogast, Karine gère au LABO l'outil CTPini (Crepin, 2004, Arbogast *et al.*, 2008), qui permet de relancer la version opérationnelle du modèle ARPEGE après modification des champs de *PV* par les prévisionnistes, puis modification des champs initiaux après inversion de la nouvelle version du *PV*.

Après mes lectures assidues de l'article Hoskins *et al.* (1985) avant ma FCPLR (voir supra), des contacts épisodiques avec Philippe Arbogast m'ont conduit à lire avec attention l'article plus récent de Schubert *et al.* (2001). J'ai aussi pu relire, dans Schubert *et al.* (2004a), les traductions en anglais des articles originaux de Ertel (1942,a,b,c).

Mon but était de réfléchir aux possibles applications de la variable θ_s . J'avais le sentiment que cette variable, en tant que synonyme de l'entropie, pouvait être utile pour revisiter la problématique du tourbillon potentiel de l'air humide.

Ces actions étaient en plein accord avec le but du LABO où je travaillais. En effet, Patrick Santurette avait publié avec Alain Joly (Santurette and Joly, 2002) la description des éléments du tracé des ANASYG et PRESYG, où les “anomalies de PV ” (advections de noyaux de basses valeurs de PV) peuvent intervenir dans la dynamiques d'altitude des cyclogénèses et sont matérialisées par des lignes noires épaisses.

Je pensais donc faire œuvre utile en essayant de faire coïncider mes travaux théoriques sur la thermodynamique de l'air humide et sur les applications possibles à un des outils phares du LABO, outils basé jusqu'à présent sur un $PV(\theta)$ qui ne prenait pas en compte les gradients de l'humidité.

Mes réflexions étaient basées sur les constatations suivantes.

Le choix de la quantité “conservative” ψ qui doit entrer dans la définition du tourbillon potentiel est laissé en suspens dans trois des articles fondateurs de Ertel, où le PV est défini par :

$$PV(\psi) = \frac{1}{\rho} \zeta_a \cdot \nabla(\psi). \quad (49)$$

Dans cette définition, ρ est la densité et $\zeta_a = 2 \boldsymbol{\Omega} + \nabla \times \mathbf{u}$ est le tourbillon absolu 3D.

Ertel définit dans les trois premiers articles de 1942 la grandeur ψ comme un “invariant hydrodynamique”, c'est à dire “une propriété physique qui est conservé pour un élément fluide donné”. Ertel donne quatre exemples de telles variables :

- l'entropie spécifique d'un gaz idéal en mouvement adiabatique (42c) ;
- la température potentielle, notée $\theta = T (p_0/p)^\kappa$, pour des processus adiabatiques (42b) ;
- la température polytrophe, notée $\Theta_s = T(\rho_0/\rho)^{1/s}$, pour une transformation “polytropique”, c'est à dire pour laquelle la pression p est proportionnelle à la masse volumique ρ élevée à une certaine puissance $1/s$, l'identité $\Theta_s = \theta$ étant obtenu pour $s = c_v/(c_p - c_v) = c_v/R$ (42a,b,c) ;
- le contenu (spécifique) en eau totale ($q_t = q_v + q_l + q_i$), en absence de précipitation et en absence de source d'humidité (42a).

Le choix de ψ est ensuite guidé par l'équation de bilan (dérivée matérielle) vérifiée par $PV(\psi)$, qui s'écrit

$$\rho \frac{d}{dt} [PV(\psi)] = \frac{\nabla(\psi) \cdot [\nabla(\rho) \times \nabla(p)]}{\rho^2} + \zeta_a \cdot \nabla \left(\frac{d\psi}{dt} \right) + (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \nabla(\psi), \quad (50)$$

où \mathbf{F} représente la force de frottement et où la dérivée matérielle $d\psi/dt$ n'est égale à zéro que pour une quantité ψ “conservative”.

$PV(\psi)$ est donc conservé si $d[PV(\psi)]/dt = 0$, en particulier si les trois termes du membre de droite de (50) sont identiquement nuls. C'est le cas pour des mouvements sans frottement ($\mathbf{F} = \mathbf{0}$), ou du moins avec frottement potentiel ($\nabla \times \mathbf{F} = 0$), pour une quantité conservative pour laquelle $d\psi/dt = 0$ et pour un produit mixte entre les trois gradients 3D $\nabla(\psi)$, $\nabla(\rho)$ et $\nabla(p)$ qui puisse s'annuler, ce qui signifie tout simplement que $\psi(T, p, q_v, q_l, q_i)$ doit pouvoir s'écrire comme une fonction des deux seules variables ρ et p .

Il se trouve que, pour le cas de l'air sec, le produit mixte est nul pour ψ égal à l'entropie ou, de manière équivalente, pour $\psi = \theta$. En effet, l'équation d'état $p = \rho R_d T$ permet d'écrire

la température potentielle sous la forme $\theta = [(p)^{1-\kappa}/(\rho)] (p_0^\kappa/R_d)$, qui ne dépend que de p et ρ . Dans ce cas, la conservation $d\theta/dt = 0$ correspond à des mouvements adiabatiques et réversibles (sans irréversibilité et sans puits ni source de chaleur). On en déduit que, pour un air sec et sans frottement, $PV(\theta)$ est conservé pour des mouvements adiabatiques et réversibles.

Ces constatations justifient le choix fait dans l'article Hoskins *et al.* (1985), où il est mentionné que (pour le cas de l'air sec) : “*normalement, en météorologie, on prend pour ψ la température potentielle, bien qu'il soit également possible de prendre pour ψ l'entropie spécifique, ou encore toute autre fonction de la température potentielle*”.

Toutefois, le problème est beaucoup moins simple si on veut étudier l'atmosphère réelle, où il n'est pas possible de négliger l'humidité, avec des gradients de q_v qui peuvent être très importants près du sol (il suffit de penser aux cyclones). Pour cette raison, plusieurs définitions alternatives existent pour $PV(\psi)$ dans le cas de l'air humide :

- $\psi = \theta'_w$ qui est la température potentielle pseudo-adiabatique, utilisée dans Bennetts and Hoskins (1979) ;
- $\psi = \theta_{es}$ ou $\psi = \theta_e$ qui est la température potentielle équivalente, utilisée dans Emanuel (1994) ;
- $\psi = \theta_s$ qui est la température potentielle entropique de Hauf and Höller (1987), utilisée dans Rivas Soriano and García Díez (1997) ;
- $\psi = \theta_\rho \approx \theta_v$ qui est la température potentielle virtuelle utilisée dans Schubert *et al.* (2001, 2004b).

Chacune de ces températures potentielles humides a ses avantages et ses inconvénients, et il n'y a pas de solution idéale.

L'avantage principal de la température potentielle virtuelle θ_v provient de l'annulation du terme solénoïdal qui est formé par le produit mixte entre les gradients dans (50). En effet, l'équation d'état pour l'air humide est donnée par $p = \rho R_d T_v$ et on peut écrire $\theta_\rho \approx \theta_v = T_v (p_0/p)^\kappa = [(p)^{1-\kappa}/(\rho)] (p_0^\kappa/R_d)$ qui ne dépend que de p et ρ , comme pour le cas sec, ce qui annule automatiquement le produit mixte entre les gradients.

Mais le principal inconvénient de ces températures potentielles virtuelles (θ_ρ ou θ_v) provient de l'absence de principe de conservation attaché à ces variables, ce qui empêche de pouvoir trouver des zones étendues où $d/dt(\theta_v) = 0$, ni de pouvoir évaluer simplement $d/dt(\theta_v)$ dans le cas général.

A l'inverse, les choix $\psi = \theta'_w$, θ_e ou θ_{es} annulent les dérivées matérielles $d/dt(\psi)$ dans les zones ascendantes, saturées et pseudo-adiabatiques, mais le terme solénoïdal n'est pas nul, dans la mesure où ni θ'_w ni θ_e ni θ_{es} ne peuvent s'écrire sous une forme qui ne dépend que des seules variables ρ et p .

Ainsi, face à l'absence de situation idéale pour les choix de ψ listés ci-dessus, pourquoi ne pas s'intéresser à $\psi = \theta_s$, c'est à dire à la température potentielle entropique définie dans mon article Marquet (2011) ?

Certes, $\psi = \theta_s$ fait que le terme solénoïdal n'est pas nul, mais la variable θ_s est bien mélangée par la turbulence dans la couche limite (bien mieux que θ , θ'_w , θ_e ou θ_{es}), ce qui fait que l'hypothèse $d/dt(\theta_s) = 0$ doit sans doute être mieux vérifiée près du sol. Et de plus, l'avantage apparent de $d/dt(\psi) \approx 0$ pour $\psi = \theta'_w$, θ_e ou θ_{es} n'est vrai que dans les zones ascendantes, saturées et pseudo-adiabatiques, à l'exclusion des zones beaucoup plus nombreuses sur la Terre qui sont insaturées, adiabatiques ou avec condensats nuageux !

J'ai donc décidé de définir, le 21 septembre 2011 (soit 10 ans après la catastrophe de AZF à Toulouse) le tourbillon potentiel humide avec le choix : $\psi = s/3$.

En effet, si l'entropie est définie d'après (45) par $s = s_{ref} + c_{pd} \ln(\theta_s)$, avec s_{ref} et c_{pd} constant, alors $PV(s) = (c_{pd}/\theta_s) PV(\theta_s) \approx 3 PV(\theta_s)$ du fait que $\theta_s \approx 330$ K est voisin de $c_{pd}/3 \approx 335$ J K⁻¹ kg⁻¹. Le fait de prendre $\psi = s/3$ permet de retrouver des valeurs de $PV(s/3) \approx PV(\theta_s)$ qui sont proches de $PV(\theta)$ dans les zones sèches, et en particulier dans la haute troposphère et la basse stratosphère où les niveaux 1.5 ou 2 PVU sont bien connus et ne sont presque pas modifiés par ce choix $\psi = s/3$.

L'alternative était de considérer $\psi = \theta_s$. C'est également possible, mais ce serait un peu en contradiction avec l'idée que la Nature devrait mieux connaître la température potentielle θ_s (qui est une invention des météorologistes), plutôt que l'entropie qui est plus générale, puisqu'elle correspond au deuxième principe de la thermodynamique.

En particulier, seule l'entropie s , et donc aussi $s/3$, est exactement additive, alors que θ_s ne l'est pas, à strictement parler. De plus, utiliser l'entropie de l'air humide était en parfait accord avec les recommandations originelles de Ertel (1942,a,b,c) et Hoskins *et al.* (1985). Cela correspond, aussi, à une remarque faite par un referee qui jugeait mon article de 2001 : pourquoi vous évertuez-vous à définir des "températures potentielles" en météorologie, alors que l'entropie est bien définie en thermodynamique ?

Et d'ailleurs, cet aspect "additif" de s (que ne possède pas strictement θ_s) m'a permis de considérer les relations (exactes) suivantes. L'idée était de se baser sur le *nec plus ultra* de l'époque, qui était la quantité $PV(\theta_v)$. Comme mentionné précédemment, cela assure l'annulation du terme solénoïdal, et cela semblait devoir constituer la quantité la plus humide qui puisse entrer dans un système d'inversion du PV . C'était d'ailleurs un point fort de l'article Schubert *et al.* (2001), où au delà de la définition de $PV(\theta_v)$, il était surtout question de l'existence de l'algorithme d'inversion associé à ce tourbillon potentiel lié à θ_v .

En profitant de la propriété d'additivité des logarithmes pour les entropies, j'ai alors décomposé θ_s selon

$$c_{pd} \ln(\theta_s) \equiv c_{pd} \ln(\theta_v) + c_{pd} \ln(\theta_s/\theta_v). \quad (51)$$

et j'ai défini

$$PV_\theta \equiv \frac{c_{pd}}{3} PV[\ln(\theta)] = \frac{c_{pd}}{3\theta} PV(\theta), \quad (52)$$

$$PV_s \equiv \frac{c_{pd}}{3} PV[\ln(\theta_s)] = \frac{c_{pd}}{3\theta_s} PV(\theta_s), \quad (53)$$

$$PV_v \equiv \frac{c_{pd}}{3} PV[\ln(\theta_v)] = \frac{c_{pd}}{3\theta_v} PV(\theta_v), \quad (54)$$

$$PV_q \equiv PV_s - PV_v = \frac{c_{pd}}{3} PV[\ln(\theta_s/\theta_v)]. \quad (55)$$

- La quantité PV_θ est définie dans (52) avec un logarithme comme pour l'entropie, mais elle est aussi très proche du PV usuel $PV(\theta)$ dans la mesure où $c_{pd}/(3\theta) \approx 1$.
- La quantité $PV_s = PV(s/3)$ définie dans (53) est proportionnelle au PV de l'air humide, qui dépend directement de l'entropie s , exactement comme suggéré par Ertel (1942,a,b,c) et Hoskins *et al.* (1985).
- La quantité PV_v définie dans (54) est l'équivalent de la quantité définie dans Schubert *et al.* (2001), mais avec l'utilisation d'un logarithme et avec $c_{pd}/(3\theta_v) \approx 1$.
- Ce faisant, la quantité PV_q qui est définie dans (55) comme la différence entre PV_s et PV_v dépend principalement de l'humidité, puisque d'après (44) la variable θ est éliminée (au premier ordre) dans le rapport θ_s/θ_v .

Je renvoie le lecteur curieux vers l'article que j'ai soumis au QJRMS en août 2012, article qui a été révisé en mars 2013, qui a été publié en avril 2014 et qui est disponible sous arXiv.

Pour ce qui concerne PV_q qui dépend principalement des gradients de l'humidité et de $\nabla(q_v)$, j'ai rappelé que c'était une des propositions de Ertel en 1942, et j'ai découvert après coup qu'une telle proposition a déjà été étudiée dans Gao and Zhou (2008), entre autres.

Les motivations qui m'ont conduit à définir les deux quantités PV_s et PV_q sont les suivantes. La première idée serait de préserver un algorithme d'inversion basé sur PV_v , et donc sur $PV(\theta_v)$, comme décrit dans Schubert *et al.* (2001). Mais comme seul PV_s basé sur $PV(\theta_s)$ a un sens physique, puisque dépendant directement de l'entropie de l'air humide, alors on peut essayer de refaire le travail d'exploration des propriétés météorologiques de $PV(\theta)$ qui a été résumé dans Hoskins *et al.* (1985), mais concernant cette fois $PV(\theta_s)$.

Dans cette étape de calcul et d'analyse des propriétés météorologiques de θ_s , $\nabla(\theta_s)$ et $PV(\theta_s)$, il faut espérer pouvoir retrouver certaines des propriétés usuelles observées avec θ pour le cas sec, en particulier pour la haute troposphère et la stratosphère. Ce doit être le cas pour les surfaces iso-1.5 PVU.

Différemment, dans la basse troposphère où q_v est important, les champs de θ_s , $\nabla(\theta_s)$ et $PV(\theta_s)$ doivent s'écarter a priori des comportements usuels observés avec $[\theta, \nabla(\theta), PV(\theta)]$, et aussi de ceux observés pour $[\theta_v, \nabla(\theta_v), PV(\theta_v)]$ ou par $[\theta_e, \nabla(\theta_e), PV(\theta_e)]$.

En fait, on peut supposer que les quantités basées sur θ_s doivent être en position intermédiaire, plus précisément dans un rapport 2/3 entre celles basées sur θ (ou θ_v) et celles basées sur θ_e . Cela peut aisément se comprendre si on compare les coefficients qui sont en facteur de q_v : on a des petits facteurs 0 ou 0.6 pour θ ou θ_v , un facteur intermédiaire $\Lambda_r \approx 6$ pour θ_s et un facteur plus important $L_{vap}/(c_{pd} T) \approx 9$ à 10 pour θ_e , avec 6 qui vaut effectivement les 2/3 de 9.

Article Marquet (2014) / Coupes et Cartes

Afin de mieux appréhender et espérer comprendre les propriétés météorologiques des quantités θ_s , $\nabla(\theta_s)$ et PV_s , j'avais dans un premier temps codé dès 2010 des sous-programmes pour ARPEGE et AROME (PPCTHS inspiré de PPCVIRT et GPPVOS inspiré de GPPVO), avant même que le premier article sur θ_s ne soit paru au QJRMS, en 2011. J'avais profité de ma présence au LABO pour utiliser la station du prévisionniste SYNERGIE pour visualiser des sorties de ARPEGE issues de simulations CTPini que je lançais pour un nombre limité de situations.

SYNERGIE permettait de faire de belles choses, comme des superpositions ou des différences de cartes, mais aussi des coupes verticales ou profils verticaux. Toutefois, le fait de devoir relancer ARPEGE était bien lourd et ne permettait pas d'explorer les situations plus anciennes. Aussi ai-je progressivement développé de nouveaux outils basés sur la lecture de l'archive de la BDAP et des visualisations faites avec MetView.

L'impact météorologique de l'aspect "intermédiaire" de θ_s (dans un rapport 2/3 entre θ ou θ_v d'un côté, et de θ_e de l'autre côté) peut en effet être compris en regardant les coupes verticales qui sont tracées sur la Figure 27.

Pour les coupes verticales, la zone frontale qui est située vers 8 dg Ouest et 47 dg Nord est logiquement peu visible en θ , et presque homogène en θ_e (jusqu'à 600 hPa). Différemment, la vision en terme des isentropes humide mesurées à travers θ_s montre une couche limite homogène (jusqu'à 900 hPa) surmontée d'une zone où θ_s croît modérément avec l'altitude.

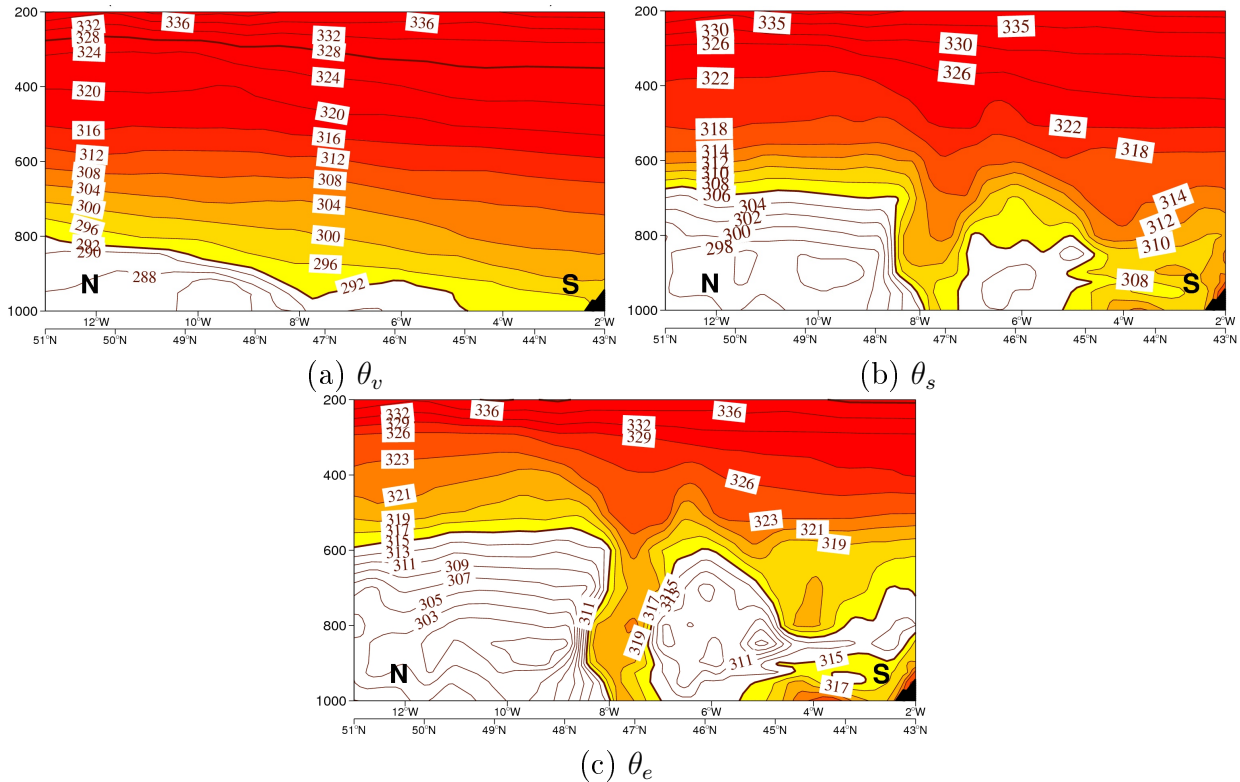


Figure 27: *Sorties du modèle ARPEGE-PNT pour le 21 septembre 2011 (jour pris au hasard, car celui où m'est venue l'idée du PV_s). La base était le réseau de 00 UTC. Coupes verticales des prévisions à 3 h pour (a) θ_v ; (b) θ_s ; (c) θ_e . Pour ces coupes, la résolution horizontale était de 0.1 dg et je disposais des niveaux pression 1000, 950, 925, 900, 850, puis de 800 à 200 hPa par pas de 100 hPa.*

Par rapport aux conditions environnantes, les gradients verticaux de θ_s sont moins forts dans cette zone frontale, ce qui permet de bien voir la zone frontale jusqu'à 400 hPa, comme pour θ_e .

On voit aussi sur la coupe verticale en (b) que la couche limite est bien homogène en θ_s en dehors du front et en dessous du niveau 800 hPa environ. Cette homogénéité en θ_s se traduit par une quasi-verticalité des isolignes entre 800 et 925 hPa en dehors du front. Différemment, la couche limite en (a) et (c) n'est pas du tout homogène (en dehors du front) en terme de θ_v ou θ_e , avec des gradients verticaux de θ_e qui sont négatifs en (c) entre le sol et 850 hPa, puis positif à partir de 850 hPa (isolignes très penchées, voire horizontales en basses couches). C'est cette propriété de "bon marqueur des masses d'air", observée pour θ_s en (b), que j'ai utilisé pour les tracés automatiques des ANASYG-PRESYG.

C'était prévisible, mais on constate en (c) l'aspect irréaliste de θ_e en air clair et en dehors des zones saturées, là où θ_s en (b) prend justement un sens important de marqueur bien mélangé par la turbulence humide ! De plus, cette même variable θ_s est également pertinente pour repérer les zones frontales.

Toutes ces observations montrent que l'entropie de l'air humide, mesurée avec θ_s , est universelle. Bien sûr il faut réapprendre à voir les éléments météorologiques sous un nouvel aspect, différemment des visions en θ'_w (zones tempérées) ou θ_e (sous les Tropiques). Mais c'est justement là une belle aventure qui s'ouvre à nous, maintenant que l'on dispose de θ_s ! Il faut juste décider de se lancer dans cette aventure, ensuite il n'y a pas d'obstacle technique important pour réaliser ce rêve.

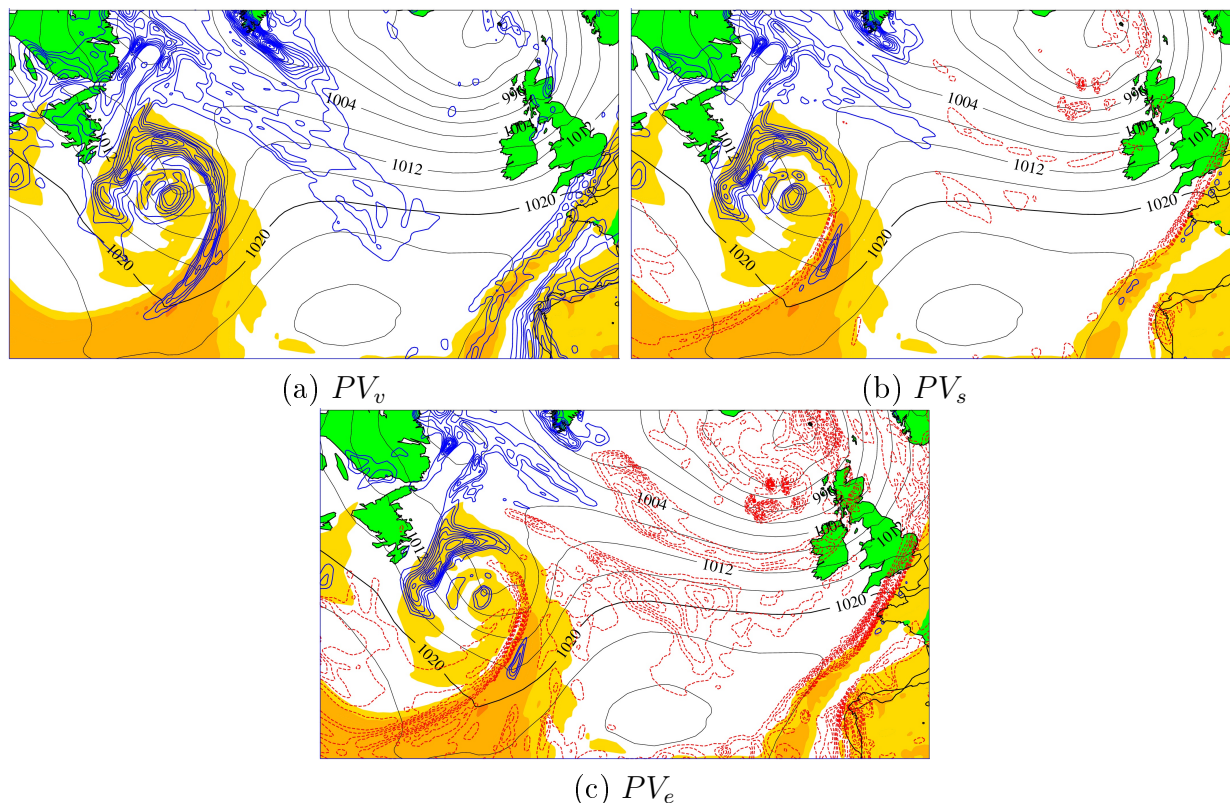


Figure 28: Sorties du modèle ARPEGE-PNT pour le 21 septembre 2011 (base 00 UTC). Cartes horizontales des prévisions à 12 h pour (a) PV_v ; (b) PV_s ; (c) PV_e . Pour ces cartes, la résolution horizontale était partout de 0.5 dg, même si la résolution effective du modèle était meilleure que 10 km sur la France. La pression réduite au niveaux de la mer est tracée tous les 4 hPa (isolignes en noir). Les zones en plages de couleur représentent le champ θ'_w à 850 hPa, pour les valeurs supérieures aux seuils 12, 14 et 16°C. Les isolignes des champs iso-“PV-basses-couches” sont tracées tous les 0.25 PVUS : en bleu continu si valeurs positives, en pointillé rouge si valeurs négatives. Ces champs “PV-basses-couches” sont calculés en moyennant les trois niveaux 950, 925 et 900 hPa.

Pour ce qui concerne les comparaisons entre PV_v , PV_s et PV_e , on observe en basses couches sur la Figure 28 (a) une prédominance d’isolignes bleues et de valeurs positives pour PV_v (c’est la même chose avec le $PV(\theta)$ usuel), alors qu’il y a une prédominance d’isolignes rouges et de valeurs négatives pour PV_e en (c). Le premier aspect est un peu navrant pour PV_v , car on aimerait bien avoir en (c) un signal d’instabilités mesurées par des valeurs négatives du tourbillon potentiel PV_v , au moins pour les parties frontales et en basses couches ? Le deuxième aspect semble créer en (c) des zones “instables” de $PV_e < 0$, mais en allant sans doute trop loin et avec des problèmes prévisibles pour les algorithmes d’inversion s’il devaient être appliqués à ce tourbillon potentiel PV_e basé sur θ_e , puisque des valeurs trop négatives de PV_e peuvent rendre instables et faire diverger ces algorithmes !

Différemment, on observe en (b) avec PV_s basé sur θ_s des choses plus modérées, la position “2/3 entre PV_v et PV_e ” conférant des propriétés sympathiques. En effet, les vastes zones largement positives sur l’Atlantique Nord observées pour PV_v en (a), et celles largement négatives observées pour PV_e en (c), sont remplacées en (b) par des choses plus faibles et plus contrastées avec PV_s . Ces valeurs plus faibles et plus proches de zéro pour PV_s sont à mettre en regard avec les constatations faites sur la Figure 27 (b) où, dans les basses couches, les gradients verticaux de θ_s sont bien plus faibles que ceux (positifs) pour θ_v en (a), ou pour ceux (négatifs) pour θ_e en (c). Tout se tient.

J’ai montré dans l’article Marquet (2014) un autre aspect qu’il me semble important de rappeler ici. En relisant les brouillons de cet article, Jean-François Geleyn a fait un lien avec ses études passées sur l’instabilité symétrique diagnostiquée en sortie des premières versions de ARPEGE (Bennetts and Hoskins, 1979, Nordeng, 1987, Freydl, 1990). Il n’avait pas été possible de trouver, en 1990, des zones où on avait à la fois instabilité en tant que $PV_e < 0$ et stabilité en tant que $\partial\theta_e/\partial z > 0$. Différemment, j’ai pu montrer dans l’article de 2014 que les coupes reproduites sur la Figure 27 (b) ci-dessus correspondaient à des zones frontales où $PV_s < 0$ et $\partial\theta_s/\partial z > 0$, des propriétés intéressantes qui ne sont pas vérifiées avec θ_e .

Vraiment, pour le tourbillon potentiel PV_s comme pour θ_s elle-même, ou son gradient, un nouveau monde s’offre à nous, mais avec des choses à réapprendre, bien sûr. Si j’étais jeune chercheur (mais je me sens quand même encore jeune d’esprit, puisque j’ose imaginer et promouvoir des choses radicalement nouvelles), je me précipiterais vers une action d’analyse phénoménologique du comportement des systèmes météorologiques à l’aide de ces variables θ_s , $\nabla(\theta_s)$ et PV_s ou $PV(\theta_s)$.

J’ai vraiment eu la chance et le plaisir de découvrir tous ces aspects novateurs, quand bien même déroutants de prime abord (ou peut-être justement parce que déroutant de prime abord), avec Jean-François Geleyn comme compagnon de découverte, qui était souvent “sur son petit nuage”... Pour moi, quoi qu’il puisse arriver à l’avenir pour θ_s , $\nabla(\theta_s)$ et PV_s , j’aurais connu le bonheur de sortir dès 2010 les premiers profils verticaux, coupes verticales ou cartes horizontales de ces objets météorologiques. C’était un plaisir indicible.

Stage M2 de E. Blot (2013)

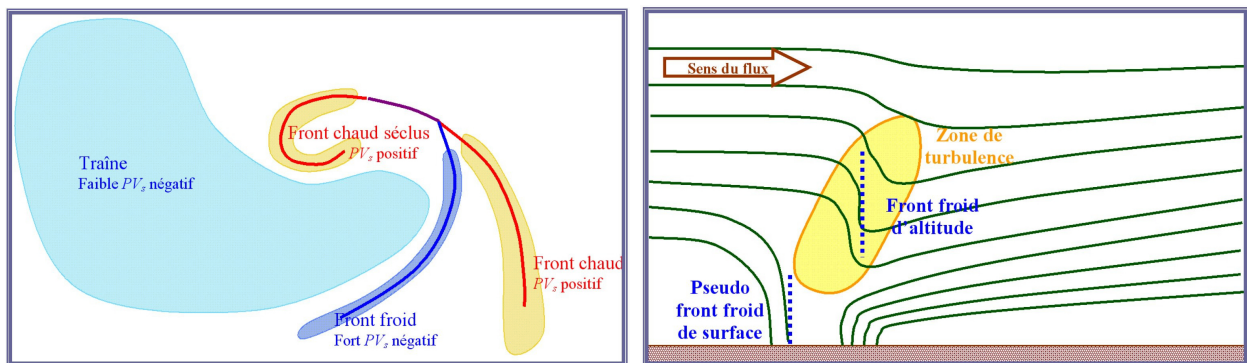


Figure 29: Deux schémas conceptuels imaginés par Etienne Blot : en (a) pour les valeurs du tourbillon potentiel PV_s (dépendant de θ_s) dans les basses couches des zones frontales de l’hémisphère Nord ; en (b) pour les fronts dédoublés vus en coupe verticale et avec les isolignes de θ_s .

Après la soumission et les révisions de l’article sur le tourbillon potentiel de l’air humide, je rêvais de pouvoir initier des études des variables θ_s et PV_s sur des cas météorologiques variés mais pertinents.

Partick Santurette a alors été contacté par Etienne Blot, élève de troisième année EIENM, qui a suscité un stage au LABO qui puisse correspondre à des aspects proches de l’opérationnel et qui puisse s’appuyer sur des analyses de cartes météorologiques.

J’ai accédé à cette demande, et j’ai rédigé une proposition de stage de 6 mois EIENM3 / M2-OASC qui s’est déroulé en janvier-juin 2013. Cela conduisait à ne pas prévoir de poursuite en FCPLR ni en thèse. Les impératifs liés à la fonction du LABO où je travaillais

ont donc empêché de pouvoir espérer initier un travail sur le moyen et long terme avec un futur thésard.

Ce stage était cependant une formidable promesse de voir mes idées confrontées à des situations météorologiques, même si ce faisant je n'aurais pas la chance de pouvoir encadrer une thèse, chose qui me sera reprochée aux Commissions Recherche de l'INPT en 2015. Mais je ne pouvais pas faire passer des impératifs de type "recherche" alors que je travaillais au LABO. C'était une question d'éthique personnelle.

Une des belles réussites de Etienne fut sa capacité à synthétiser ces nombreuses études de cas, pour concevoir des modèles conceptuels, comme ceux indiqués sur la Figure 29 pour les aspects tourbillon potentiel et fronts froids "dédoublés" (fronts dégénérés soumis à une rapide circulation d'altitude associée à une circulation plus lente près de la surface, ce qui induit un rejet du front en altitude au dessus et en avant de celui en surface). Le schéma

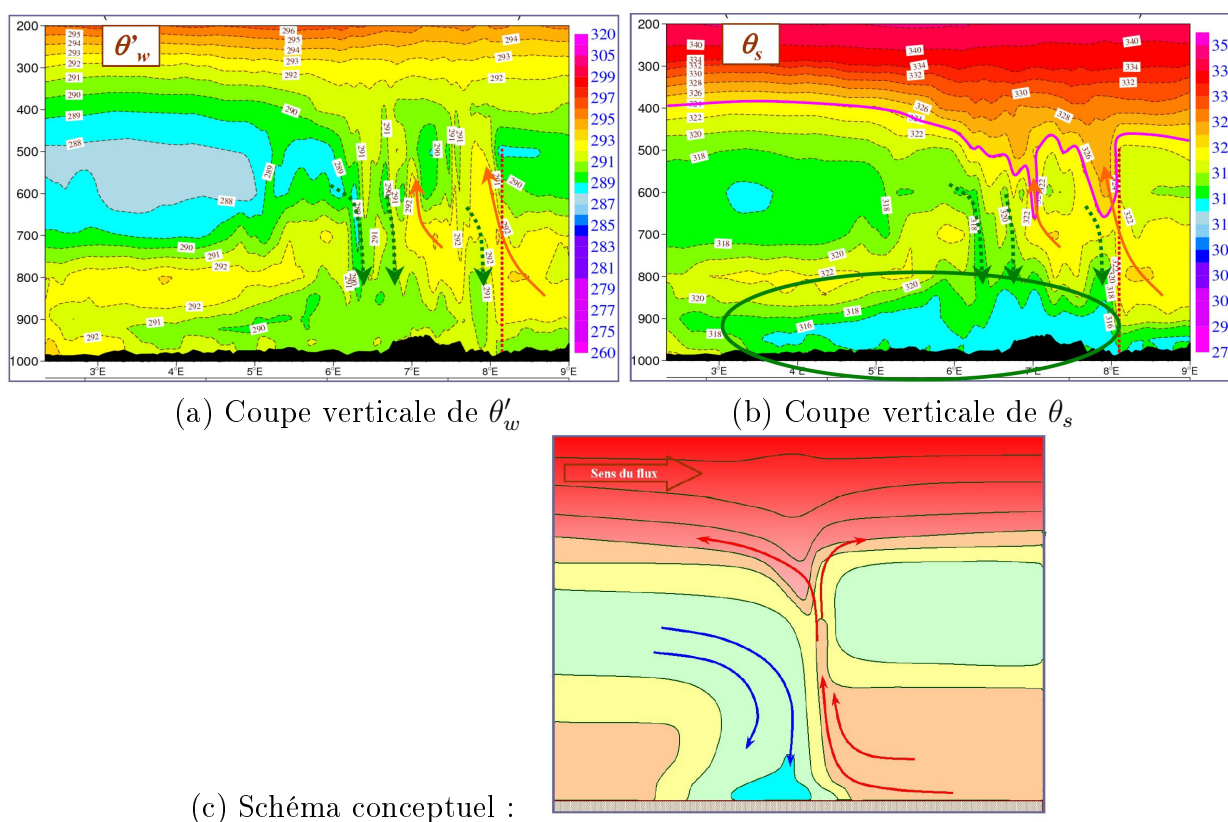


Figure 30: Coupes verticales en sortie du modèle AROME pour une ligne de grains qui s'est développée en ayant traversé la France du sud-ouest vers le nord-est : en (a) vu avec les isolignes et plages colorées de θ'_w ; en (b) vu avec les isolignes et plages colorées de θ_s . En (c) je représente le schéma conceptuel imaginé par Etienne Blot, en terme des isolignes de θ_s .

indiqué sur la Figure 29 (a) est en accord la carte montrée sur la Figure 28 (b). Le schéma indiqué sur la Figure 29 (b) indique comment il est possible de voir la partie en altitude des fronts dédoublés sur les coupes verticales de θ_s : la turbulence intense au dessus du front d'altitude arrive à rendre les isentropes verticales, comme dans la couche limite à l'arrière ou au niveau du front de surface.

Etienne a trouvé la situation du 27 juillet 2012 (Figure 30) où AROME a simulé toute la durée de vie d'une ligne de grains qui s'est développée du sud-ouest vers le nord-est de la France. De plus, il a été possible de suivre toute la durée de vie de cette ligne de grains sur une même coupe verticale, inchangée au cours du temps.

La vision usuelle en terme de la variable pseudo-adiabatique θ'_w , en (a), correspond à la vision en terme de θ_e , usuelle sous les tropiques. Ces deux variables varient conjointement, et même si les variations de θ_e amplifient celles de θ'_w , des zones iso- θ_e sont également iso- θ'_w . On reconnaît justement les zones ascendantes humides (flèches montantes orange) par des zones iso- θ'_w .

Différemment, on reconnaît sur la coupe avec les iso- θ_s , reproduite en (b), des propriétés déjà observées sur la coupe frontale de la Figure 27 (b) : les sommets des ascendances correspondent à des valeurs croissantes de θ_s et la couche limite en arrière du front (zone en bleu) est bien homogénéisée du sol à 850 hPa, environ.

L'aspect le plus étrange est l'équilibre différent des zones de valeurs minimales : elles sont près du sol (entre 1000 et 900 hPa) et dans la partie arrière de la ligne de grains pour θ_s , alors qu'elles sont rejetée en altitude (entre 700 et 400 hPa) pour θ'_w . De plus, les zones froides de θ_s en basses couches semblent pouvoir être reliées à celles en arrière de la ligne de grains vers 700 et 400 hPa (mêmes gamme d'intensités en vert/bleu). Cette connexion (création de poches froides iso- θ_s ?) ne peut pas être faite avec θ'_w .

Le but du stage de Etienne n'était pas de répondre aux questions théoriques, mais plutôt d'attirer l'attention sur les choses qui pourraient intéresser les chercheurs, voire qui pourraient déboucher sur de nouveaux paradigmes ? Pour essayer de synthétiser au mieux les choses, Etienne a tracé le schéma conceptuel que j'ai reproduit en bas de la Figure 30, pour décrire la structure thermique d'une ligne de grains vue à travers θ_s .

ALADIN 0.25

Run du 03 janvier 2013 00 UTC

échéance 03 h

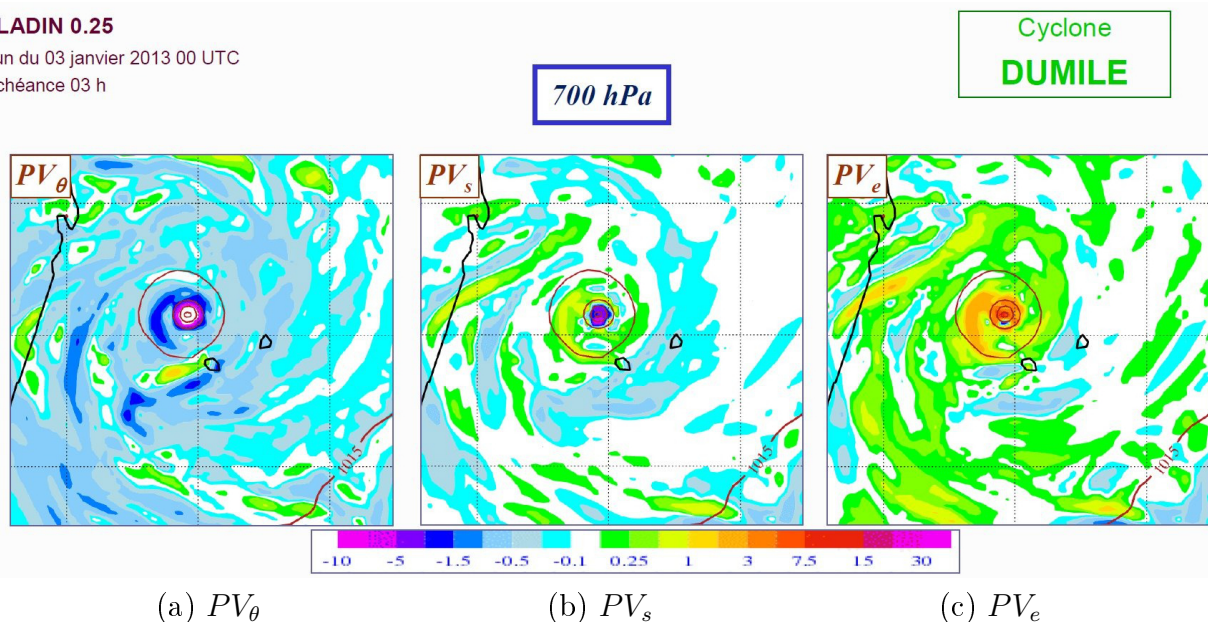


Figure 31: Cartes des tourbillons potentiels à 700 hPa pour le cyclone Dumilé (3 janvier 2013, réseau 00 UTC, échéance 3 h) en sortie du modèle ALADIN (résolution graphique de 0.25 dg) : en (a) pour PV_θ ; en (b) pour PV_s ; en (c) pour PV_e .

Un autre aspect a été abordé par Etienne Blot. Comme j'avais pu coder le calcul des variables θ_v , θ_s et θ_e en aval de la BDAP pour la version révisée de mon article paru en 2014, ainsi que les tourbillons potentiels PV_θ , PV_v , PV_s et PV_e , tous ces développements ont pu être utilisés à plein pendant le stage de Etienne. On a pu ainsi s'intéresser au cyclone Dumilé qui a intéressé les alentours de l'île de La Réunion vers le 3 janvier 2013.

Les sorties sur la grille de 0.25 degrés issues du modèle ALADIN-Réunion ont pu être étudiées. Je montre sur la Figure 31 les sorties des tourbillons potentiels à 700 hPa, où

l'influence de l'humidité renverse les signes négatifs (normalement stables, car on est dans l'hémisphère sud) pour PV_θ en (a) qui deviennent positifs (instables) pour PV_e en (c).

Le résultat prévisible est d'avoir une vision intermédiaire pour PV_s au centre, en position 2/3 entre PV_θ et PV_e , comme expliqué précédemment. Le résultat est étonnant : on voit sur la Figure 31 (b) que les structures en PV_s sont plus faibles en intensité, plus contrastées, avec un cœur négatif, et des spirales positives et négatives par alternance, ... Il y a aussi des zones sans signal en PV_s , là où les signaux marqués en PV_θ et PV_e semblent s'annuler à travers le terme $\exp(\Lambda_r q_t)$, ... Bref, beaucoup de choses étonnantes, beaucoup de questions sans réponses qui pourraient intéresser les chercheurs. Du moins l'espérons-nous.

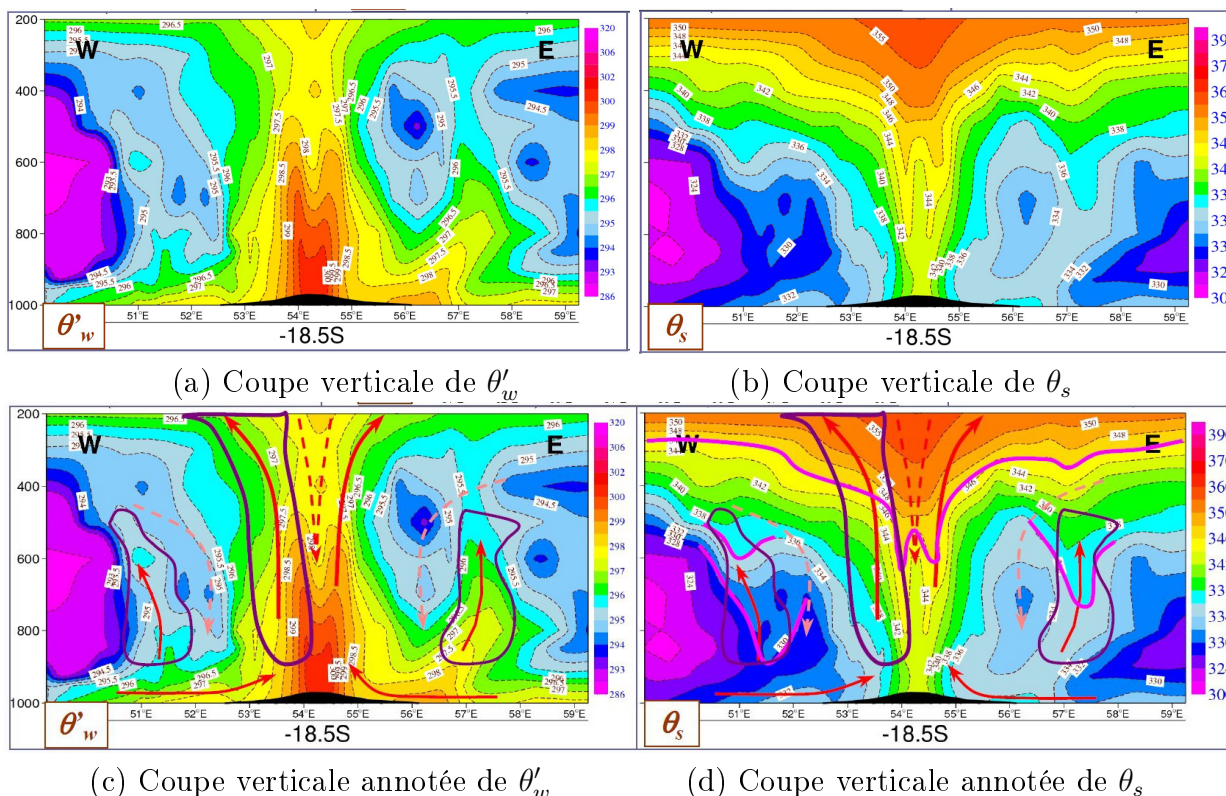


Figure 32: Coupes verticales Ouest-Est pour le cyclone Dumilé en sortie du modèle ALADIN (2 janvier 2013, réseau 12 UTC, échéance 12 h) : en (a) vu avec les isolignes et plages colorées de θ'_w ; en (b) vu avec les isolignes et plages colorées de θ_s . En (c) et (d) j'ai reproduit les versions de (a) et (b) annotées par Etienne Blot.

Le cyclone Dumilé a aussi été étudié en terme des coupes verticales de θ'_w et de θ_s . On voit sur la Figure 32 les mêmes grandes différences déjà décrites sur la Figure 27 pour un front des latitudes tempérées, mais ici en plus intense, en plus exacerbé.

On voit clairement que le “pied chaud” observé en (a) pour θ_e en basses couches dans le cœur du cyclone (symbolisé par la bosse noire de faibles pressions) est remplacé en (b) pour θ_s par une zone bien homogénéisée.

Il est très probable que le mécanisme qui homogénéise θ_s soit le même que celui déjà montré pour les stratocumulus du cas FIRE-I et pour les fronts dédoublés : il s'agit du travail de la turbulence tel que décrit par Richardson (1919, citation 11A), qui explique clairement que le contenu spécifique total en eau ($q_t = q_v + q_l + q_i$) et l'entropie spécifique de l'air humide (et donc θ_s) sont les quantités thermodynamiques qui doivent être mélangées par la turbulence. En ce sens, il serait intéressant d'étudier les sorties de AROME sur des cyclones, dans la

mesure où le mélange en θ_s dans les basses couches est plus patent avec le modèle AROME sans convection paramétrée (analyses phénoménologiques personnelles répétées).

Ces annulations ou renversement des gradients verticaux de θ_s par rapport à ceux de θ_e expliquent à eux seuls les changements de comportement entre PV_s et PV_e décrits ci-dessus. En effet, le terme qui domine dans le calcul du PV_e est en général la partie verticale $[(\zeta + f)/\rho] \partial\theta_e/\partial z$, et la faiblesse de $\partial\theta_s/\partial z$ doit impliquer des valeurs faibles de PV_s .

On voit ainsi sur la Figure 32 des différences importantes vers 57 Est, où Etienne a mis une flèche ascendante en (c) pour matérialiser une bande spirale qui correspond à des valeurs fortement décroissantes de θ_e , mais avec une zone presque homogène en (d) pour θ_s . Ceci doit expliquer l'annulation de PV_s dans certaines zones de valeurs très positives de PV_e .

Toutes ces différences entre θ_e et θ_s , ou entre PV_e et PV_s , nous semblaient très belles, intéressantes, pour tout dire fascinantes et potentiellement intéressantes. Là encore, nous espérons que ces questions sans réponses pourraient intéresser les chercheurs.

Etienne, à la vue des résultats intéressants et des bonnes notes obtenues lors des évaluations écrites et orales à l'ENM et au M2-OASC, a hésité un temps pour faire une FCPLR. Mais Etienne a confirmé sa décision de ne pas le faire.

Au moins ai-je eu le plaisir que Etienne reçoive, pour ce stage, le prix Patrick Brochet 2015 de la part du jury de l'Association des Anciens de la Météorologie. J'ai la faiblesse de penser que les idées que j'essaie de promouvoir sur la thermodynamique de l'air humide ont pu recevoir à cette occasion un peu de reconnaissance, même si, comme pour le prix Prud'Homme que j'ai reçu en 1995, je sais bien que cela ne signifie pas que ces idées puissent gagner en importance aux yeux des autres chercheurs.

Marquet (2014) / Stage E. Blot (2013) / La suite...

J'ai pu montrer les cartes et coupes verticales de θ_s de PV_s aux APOM (Ateliers de Prévision Outre-Mer) en juin 2013, avec en particulier les applications au cyclone Dumilé décrites ci-dessus. Suite à cet exposé, j'ai pu nouer des contacts avec Marie-Dominique Leroux (LACy et CRC), qui a codé par la suite les diagnostics de θ_s et de PV_s en sorties des modèles utilisés à la CRC et au LACy.

J'avais fait le rapprochement entre la Figure 32 et la vision de Kerry Emanuel sur les cyclones vus comme des "machines de Carnot", avec comme hypothèses retenues par Kerry Emanuel : 1) θ_e mesure l'entropie de l'air humide ; 2) les branches ascendantes ou descendantes se font à entropie (donc θ_e) constante ; 3) les courants divergents d'altitude et convergents en surface se font à températures constantes. Dans ces conditions, on retrouverait en effet un cycle de Carnot qui serait un rectangle dans le diagramme entropie-température ($T-s$).

Pour moi, la faiblesse de cette vision de Kerry Emanuel provient de la première hypothèse, car on voit clairement sur la Figure 32 que les variations de θ_s et de θ_e ne sont pas compatibles et que, dans ce cas, c'est θ_s qui représente les vraies variations de l'entropie de l'air humide, à l'exclusion de celles θ_e .

On pourrait donc essayer de reprendre les études de Emanuel concernant les prévisions de V_{max} ou de $(p_s)_{min}$, avec des cycles thermodynamiques moins "rectangles", mais avec des variations de l'entropie qui sont devenues mesurables avec l'utilisation de θ_s , en lieu et place de θ_e . J'ai essayé de décrire ces réflexions aux APOM et dans d'autres exposés, mais je n'ai pas pu intéresser des chercheurs à s'engager sur cette problématique.

J'ai contacté Kerry Emanuel, Olivier Pauluis ou encore David Romps aux USA, sans pouvoir faire valoir mon point de vue sur l'intérêt du troisième principe pour calculer l'entropie de l'air humide.

J'ai contacté Roger Smith et Michael Montgomery en octobre 2012, ayant lu la version en Early-View (en juin) de leur papier Smith and Montgomery (2013). J'ai pu récupérer, via Michael Montgomery, les données publiques de PREDICT (PRE-Depression Investigation of Cloud-systems in the Tropics) du NCAR-UCAR EOL (Earth Observing Laboratory) qu'il a étudiées dans son papier de 2013. J'ai pu ainsi tracer des profils "larger-radii" observés au sein du cyclone Atlantique Earl (août - septembre 2010).

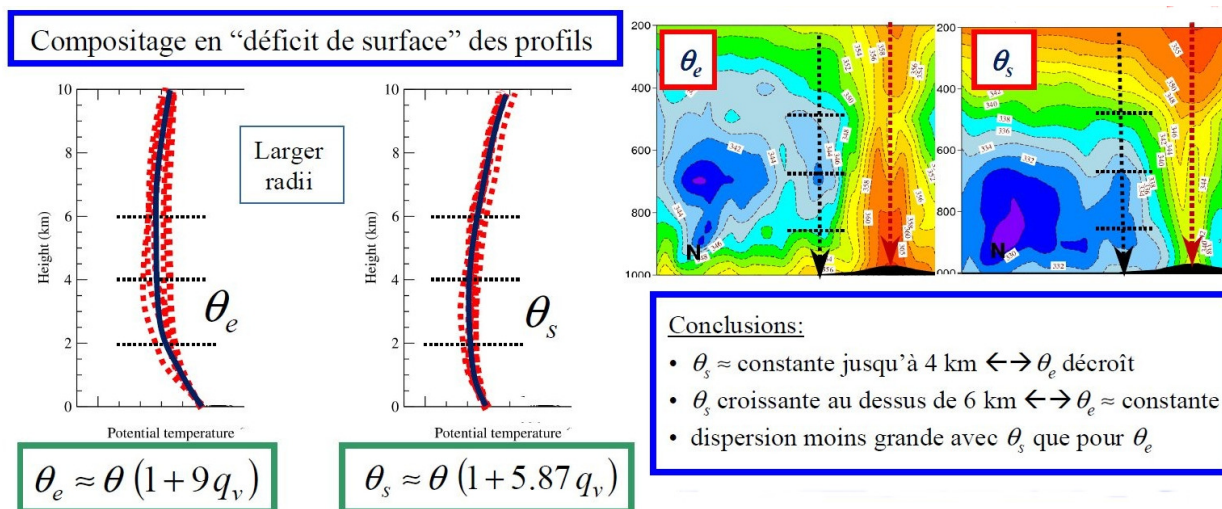


Figure 33: Extrait de la présentation faite aux APOM (2012) où je montrais (à gauche) les analyses composites des nombreuses drop-sondes qui ont exploré les alentours de l'œil du cyclone Earl ("larger-radii", Smith and Montgomery, 2013), à comparer au flèches noires sur les prévisions du cyclone Dumilé par ALADIN (à droite). Les 7 profils en rouge pointillé représentent, pour chacun d'entre eux, la moyenne des profils pour les 20 à 40 drop-sondes lancées pour chacun des jours (1, 2, 3, 5, 6, 7, 10) de septembre 2010.

Je montre sur la Figure 33 que les profils composites des 169 drop-sondes lancées loin de l'œil et du mur de Earl corroborent les profils simulés par ALADIN pour Dumilé (flèches noires). En particulier, on voit que la dispersion des profils est moins forte avec θ_s . On confirme, avec ces drop-sondes, que le pied chaud en basses couches est fortement exagéré avec θ_e . De plus, on voit que la dispersion des profils est moins forte avec θ_s . La vision en entropie de l'air humide θ_s est donc bien différente de celle étudiée par Emanuel, qui considère à tort que l'entropie peut être représentée par θ_e .

Je n'ai pas pu récupérer les données "eye/eyewall" qui complètent l'étude de Smith and Montgomery (2013), mais je pense qu'il serait intéressant de poursuivre ce travail basé sur des observations, puis de pouvoir publier ces résultats.

Philbert Modest Luhunga, un chercheur de l'Université de Prétoria (Afrique du sud), a pris contact avec moi pour essayer de coder et tester les diagnostics de PV_s sur la Tanzanie en sortie de simulations faites avec une version du modèle WRF couplé au modèle GFS. J'ai aidé ce chercheur à coder θ_s et PV_s en sortie du WRF, et il a soumis un article sur le sujet (*Evaluation of the use of moist potential vorticity and, a new vector, namely moist potential vorticity vector in describing rainfall events in Tanzania*) fin 2015. Mais je n'ai pas été mis en co-auteur de ce papier.

Après l'exposé sur "Le Sting jet" fait par Gwendal Rivière au cours des Ateliers de Préviation "Concepts et Méthodes" en novembre 2013, j'ai suggéré à Gwendal de s'intéresser aux variables θ_s et PV_s , et surtout aux aspects liés à l'instabilité symétrique tels qu'ils étaient décrits dans les premières versions de mon article paru en 2014 au QJRMS, sur le tourbillon potentiel de l'air humide.

De même, j'ai mentionné à Corentin Herbert, après sa remise du prix Prud'Homme 2013 (en janvier 2014 lors des AMA à Toulouse), que le principe de "production maximal d'entropie" (MEP) qu'il a abordé lorsqu'il était au NCAR à Boulder (USA) pourrait être utilement généralisé au cas de l'air humide en s'intéressant à la variable θ_s , avec une prise en compte du troisième principe de la thermodynamique. Mais Corentin m'a informé qu'il ne travaillait plus sur ces sujets.

Proposition de stage sur PV_s

Dans la mesure où je croyais au bien fondé de mes travaux sur le tourbillon potentiel de l'air humide PV_s basé sur θ_s , j'ai proposé en juillet 2013 à Philippe Arbobast de GMAP/Recyf et Karine Maynard (du LABO) d'être co-encadrants d'un stage EIENM3 de six mois dont j'aurais été l'encadrant principal.

Le titre était "*Etude de l'inversion en basses-couches d'un tourbillon potentiel de l'air humide*". Le but était d'inverser PV_v comme dans Schubert *et al.* (2001), au moins, et si possible le PV_s défini dans mon article de 2014. Il y avait une volonté ambitieuse de devoir gérer des aspects à la fois théoriques et techniques qui étaient très novateurs.

Mais dans la mesure où à l'automne 2013 les départs des deux directeurs du LABO (de Patrick Santurette et/ou du mien) se précisaient pour 2014, j'ai demandé à l'ENM en septembre 2013 de retirer cette proposition de stage. Pourtant, je crois qu'un tel stage devrait être re-proposé à l'avenir.

Article Marquet (2015-a) / L'enthalpie

Après l'article de 2011 sur l'entropie de l'air humide (s) et la variable θ_s , après celui de 2013 sur la fréquence de Brunt-Väisälä de l'air humide (N^2), j'ai soumis en août 2012 (en même temps que celui qui paraîtra en 2014 sur le tourbillon potentiel de l'air humide PV_s) un article au QJRMS qui portait sur l'enthalpie de l'air humide (h).

Clairement, il s'agissait pour moi d'affronter la partie la plus difficile de mes recherches sur l'énergétique de l'air humide. Cette action de recherche correspondait aux questions posées par Irina Sandu et auxquelles je ne savais pas répondre : calculer la seconde intégrale de (39), et donc les valeurs de références $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$.

Etant donné le succès de la méthode pour calculer l'entropie absolue, je voulais m'en inspirer pour calculer l'enthalpie de l'air humide. La méthode qu'il faut appliquer pour l'entropie à tous les composants majoritaires de l'atmosphère (N_2 , O_2 , Ar, H_2O , CO_2 , ...) est la suivante :

- poser le troisième principe qui dit que l'entropie est la même à 0 K pour les phases cristallines les plus stables pour tous les corps, une valeur commune que l'on peut poser égale à 0 ;
- intégrer l'équation $ds = c_p dT/T$ pour les différents domaines où les phases sont inchangées (solides α , β , ... en nombre variables suivant les corps, puis liquide, puis gaz), ceci avec des valeurs de $c_p(T)$ qui dépendent de la température ;

- ajouter l'impact des chaleurs latentes $L_k(T_k)$ libérées lors des changements de phase aux températures T_k , ce qui donne $\Delta s = \sum_k L_k(T_k)/T_k$;
- ajouter enfin les éventuelles corrections d'entropie liés aux changements de pression par rapport à la valeur standard 1000 hPa.

Si on veut s'inspirer de cette méthode pour l'enthalpie, les trois derniers points peuvent facilement être modifiés pour donner les règles suivantes :

- intégrer l'équation $dh = c_p(T) dT$ pour les différents domaines où les phases sont inchangées, avec des valeurs de $c_p(T)$ qui dépendent de la température ;
- ajouter l'impact des chaleurs latentes, ce qui donne $\Delta h = \sum_k L_k(T_k)$;
- les corrections d'enthalpie en fonction de la pression par rapport à la valeur standard 1000 hPa existent, mais elles sont très faibles et peuvent être négligées pour les domaines de pressions observées dans l'atmosphère.

Il reste donc le problème fondamental de la valeur de l'enthalpie à zéro Kelvin ?

La phrase usuelle qui peuple tous les traités de thermodynamique est de dire que "l'enthalpie ne peut pas être définie de manière absolue et n'est déterminée qu'à une constante près". Pourtant, si on veut calculer l'intégrale de l'enthalpie comme dans la seconde intégrale de (39), par exemple pour savoir si cette intégrale varie avec le temps, ou pas, il faut bien connaître $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$?

J'ai vraiment essayé, entre 2010 et 2012, de trouver de l'aide pour aborder ces questions théoriques concernant la définition des enthalpies de référence, mais je n'en ai pas trouvé. Je vais donc essayer de reproduire ci-après le déroulement de ma pensée, même si certains points m'étaient inconnus à l'époque (comme la relecture attentive des écrits de Richardson 1922).

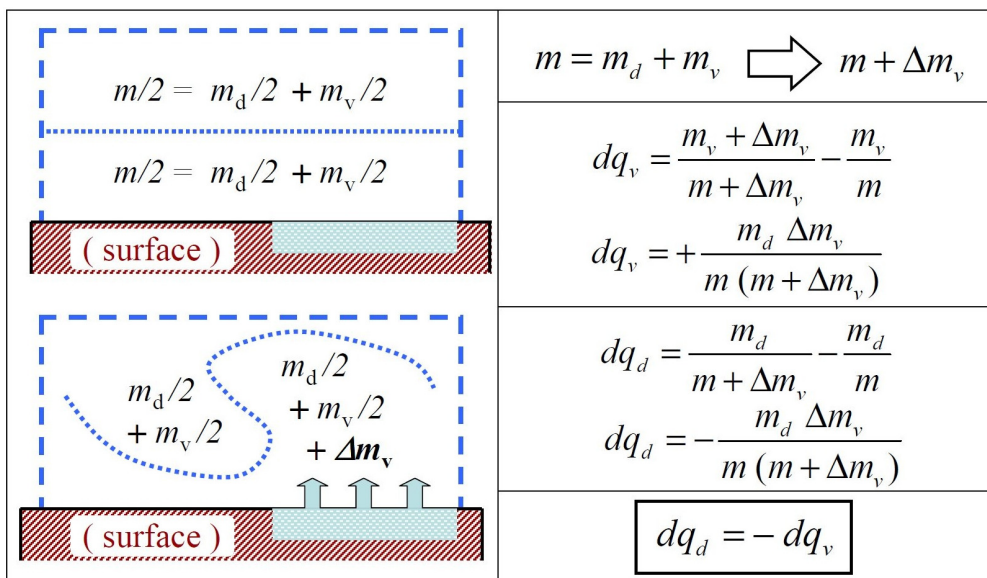


Figure 34: La problématique de l'impact de l'évaporation d'une quantité élémentaire d'eau vapeur Δm_v sur les variations des quantités spécifiques : on trouve au final que $dq_d = -dq_v$ de manière exacte.

Ainsi, la question posée est : peut-on connaître, voire calculer, les valeurs de référence $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$?

Je me suis aperçu récemment que cette question avait déjà été posées par Richardson (1922, page 157), quand il demande : que valent l'enthalpie et l'entropie d'une portion d'eau

entrant dans une parcelle d'air humide ? Richardson ajoute : quel est l'impact d'une possible indétermination des *constantes d'intégration* pour ces valeurs ? La réponse de Richardson est : des approximations ne sont pas ici permises, puisque ces constantes d'intégration peuvent être rendue *aussi grandes que l'on veut* !

Je suivais les mêmes raisonnements pour considérer, par exemple, l'évaporation au dessus d'une zone humide en air clair (sans eau liquide ni solide). On peut montrer (voir la Figure 34) que le changement de l'enthalpie spécifique correspond à $dq_d = -dq_v$ et donc à un "échange fictif entre l'air sec et la vapeur d'eau", ce qui se traduit par :

$$h = q_d h_d + q_v h_v, \quad (56)$$

$$dh = (dq_d h_d + dq_v h_v) + (q_d dh_d + q_v dh_v), \quad (57)$$

$$dh = dq_v (h_v - h_d) + (q_d c_{pd} dT + q_v c_{pv} dT), \quad (58)$$

$$dh = dq_v (h_v - h_d) + c_p dT. \quad (59)$$

On en revient donc au même besoin de calculer la différence $h_v - h_d$ et donc au besoin de calculer $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$ comme dans la seconde intégrale de (39) ! Tout se tient !

Mais alors, comment concilier ce besoin de connaître $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$ avec celui de ne pas devoir définir les enthalpies de manière absolue ? J'en suis arrivé aux conclusions et propositions suivantes.

Si l'air humide n'est pas le siège de réactions chimiques ou nucléaires, alors les variations de l'énergie interne et de l'enthalpie sont entièrement prises en compte par les deux processus décrit ci-dessus : l'intégrale de $c_p(T) dT$ entre 0 K et la température ambiante T , plus la somme $\sum_k L_k(T_k)$ des chaleurs latentes dues aux changements de phases entre 0 K et la température ambiante T . Ces effets prennent en compte l'excitation progressive des degrés de liberté de translation, de rotation et de vibration des molécules, en incluant les effets des changements de phases. Et ces effets sont les seuls qui peuvent être impliqués dans les évolutions thermodynamiques de l'air humide en absence de réaction chimique ou nucléaire.

Dans ces conditions, de manière analogue au troisième principe appliqué à l'entropie, l'état cristallin le plus stable à 0 K ne dispose plus de réservoir énergétique, et alors non seulement on peut, mais en fait il convient, de poser $h = 0 \text{ K kg}^{-1}$ à 0 K. C'est pour cela que j'ai employé le terme "enthalpie thermique" ("thermal enthalpy") dans mes articles, pour bien indiquer à quel type d'enthalpie j'ai appliqué cette sorte de "troisième principe".

La même suggestion a été faite par Richardson en 1922 pour l'entropie et l'énergie, mais pour la température la plus basse de l'atmosphère connue à l'époque (-90 C), surtout parce qu'il ne connaissait pas les valeurs de c_p (ni les L_k d'ailleurs) pour les températures cryogéniques $T < -90 \text{ C}$...

Nul doute que si Richardson avait pu avoir accès aux données cryogéniques pour les chaleurs spécifiques $c_p(T)$ et latentes $L_k(T_k)$ dont nous disposons de nos jours, alors il aurait appliqué les règles qu'il a explicitement énoncées dès 1922 (page 160) :

- "La façon la plus naturelle pour calculer l'entropie pour l'eau serait de la poser égale à 0 au zéro des températures absolues".
- "Il a été supposé précédemment que la présence de T au dénominateur de l'expression donnant l'entropie $ds = c_p(T) dT/T$ pourrait rendre l'intégrale infinie pour $T = 0 \text{ K}$ ".
- "Mais les mesures de Nernst, Lindemann, Koref et d'autres (mentionnées par J. H. Jeans dans son "Report on radiation and the Quantum theory") ont montré que les chaleurs spécifiques tendent vers zéro à $T = 0 \text{ K}$ de manière à ce que l'entropie reste finie au zéro absolue des températures".

On sait de nos jours que Richardson faisait référence à ce qui allait devenir la loi de Debye $c_p(T) \approx AT^3$, comme déjà expliqué avant la définition de θ_s en (44).

Ce qui force l'admiration dans ce qu'explique Richardson, c'est que s'il avait pu profiter des travaux de Giaque (1949) effectués dans les années 1930 sur le "refroidissement par désaimantation adiabatique" (travaux qui lui vaudront le prix Nobel), alors Richardson aurait sans nul doute défini l'entropie en appliquant le troisième principe. De plus, il parle explicitement (pages 159-160) de manière similaire du problème de l'origine des énergies (et donc de l'enthalpie $h = e_i + p/\rho$ pour un gaz, ou $h = e_i$ pour les liquides ou les solides).

Et si des réactions chimiques devaient être prises en compte, alors il faudrait certes prendre en compte les libérations d'enthalpies de réaction, mais avec le corollaire important que les concentrations ne seraient plus des paramètres libres et devraient au contraire obéir aux constantes d'équilibre des réactions chimiques, avec des lois de déplacement de ces équilibres qui dépendraient alors des conditions locales de température et de pression.

Le problème qui se posait à moi était le suivant. Différemment de ce qui se passe pour l'entropie, dont les valeurs absolues sont aisément disponibles pour tous les corps dans les tables, on ne dispose pas (ou en nombre restreint) des différences d'enthalpies entre 0 K et le point triple 273.16 K. Seules les chaleurs de réaction sont connues, en général à 25 C. Mais cela ne répond pas à la question posée de connaître les valeurs de référence par :

$$(h)_{ref}(T_r) = [h(0\text{ K}) = 0] + \int_0^{T_r} c_p(T) dT + \sum_k L_k(k) ? \quad (60)$$

Ainsi, une fois posée que $h = 0\text{ K kg}^{-1}$ à 0 K, il faut connaître les valeurs des $c_p(T)$ et les $L_k(T_k)$ entre 0 K et le point triple 273.16 K pour les espèces les plus importantes de l'air humide : N_2 et O_2 pour l'air sec et H_2O sous la forme glace-Ih (hexagonale). Et il faut ensuite intégrer numériquement $c_p(T) dT$ entre 0 K et le point triple. On aimerait pouvoir faire autrement, mais on n'a pas le choix.

La récupération de ces données faisant appel à la cryogénie fut l'objet d'une recherche bibliographique intense. Heureusement, grâce aux méthodes et mesures de Giaque (1949), à internet et aux services de la médiathèque du CNRM, j'ai pu trouver tous les renseignements dont je rêvais. J'ai reproduit les valeurs de $c_p(T)$ et $L_k(T_k)$ pour N_2 , O_2 et la glace Ih sur les figures 4 à 6 et les tables B1 à B3 de l'article Marquet (2015-a). Des représentations similaires sont reproduites sur les Figure 22.1 et 22.2 dans l'Appendice C de ce mémoire (issues de Marquet and Geleyn, 2015-c).

J'ai pu certifier ces valeurs numériques en recalculant les entropies absolues pour N_2 , O_2 et la glace Ih, par

$$(s)_{ref}(T_r) = [s(0\text{ K}) = 0] + \int_0^{T_r} \frac{c_p(T)}{T} dT + \sum_k \frac{L_k(k)}{T_k}. \quad (61)$$

Les résultats sont en bon accord avec ceux publiés dans les tables thermodynamiques.

Une fois les références des enthalpies connues pour N_2 , O_2 et la glace Ih, le reste était affaire de calculs divers et variés, mais de moindre importance à mes yeux.

J'ai présenté mes premiers résultats aux AMA à Toulouse en janvier 2013. J'ai pu montrer ces propriétés lors de la réunion au CNRM sur la thermodynamique de l'air humide, à

l'initiative du « GCPP » (Groupe de Coordination sur les Paramétrisations Physiques), en avril 2013.

J'ai ensuite envoyé en mars 2013 une première révision de l'article au QJRMS (en même temps que celle sur le tourbillon potentiel de l'air humide, les deux articles ayant été soumis le même jour). Une deuxième révision de l'article a été envoyée en juin 2013, puis une troisième en novembre 2013, la quatrième et dernière révision ayant été envoyée en janvier 2014, l'article ayant été enfin accepté en ce même mois de janvier 2014. Cet article fut donc, encore une fois, une longue aventure !

Je veux mentionner que Jean-François Geleyn a toujours été partant pour relire les différentes versions de cet article, en faisant de nombreuses remarques constructives et en essayant à chaque fois de trouver un écho pour ses propres axes de recherche pour son modèle de turbulence TOUCANS. Jean-François fut vraiment ma seule aide pendant cette aventure sur la définition absolue de l'enthalpie (thermique) de l'air humide, mais son aide a déjà été formidable, je ne me plains pas.

Concernant cet article sur l'enthalpie (thermique) de l'air humide, mes principaux regrets sont :

- de ne pas avoir pu garder dans la version finale les beaux résultats obtenus en traçant les diagrammes $h-s$ de Mollier (1927), voir Bejan (1988), où on peut mélanger les calculs pour l'entropie spécifique s d'un côté (Marquet, 2011) et ceux pour l'enthalpie spécifique h de l'autre (Marquet, 2015-a), via aussi l'utilisation novatrice qui semblait très pertinente de la fonction a_m donnée par (17) ou (24) ;
- de n'avoir pas vu le formaliste plus simple et plus élégant exprimé en terme de la chaleur latente $L_h(T)$ que j'ai découvert en 2015, après avoir quitté le LABO pour revenir au CNRM à GMAP, et après avoir lu les beaux papiers de Montmogery (1948) et Businger (1982).

Internet / Research-Gate / arXiv

J'ai toujours essayé de populariser mes idées sur l'exergie et la thermodynamique de l'air humide. J'avais commencé à créer une page "chercheur" sur Internet en 2008, quand j'étais à EAC. Mais je n'ai pas pu en faire autant quand je suis arrivé au LABO, et j'ai donc choisi par défaut d'autres solutions.

J'ai d'abord créé le site perso sur Numéricable (supprimé en 2016) :

<https://sites.google.com/site/pcmarquet/Home>

puis j'ai créé un site sur Google-Site :

perso.numericable.fr/~pmarquet/

A la fin du LABO et juste avant de revenir à CNRM/GMAP, j'ai créé une page (bilingue) sur l'internet CNRM :

<http://www.cnrn-game.fr/spip.php?article833&lang=fr>

et je mets régulièrement à jour mon espace sous Research-Gate :

https://www.researchgate.net/profile/Pascal_Marquet2

J'ai aussi décidé de profiter d'avoir préparé tous mes articles avec LaTeX depuis 2003 pour y mettre progressivement les versions autorisées sur le site arXiv (travail débuté en janvier 2014) : http://arxiv.org/find/physics/1/au:+Marquet_P/0/1/0/all/0/1 (ou alors aller sur le site arxiv.org et chercher "Pascal Marquet")

Seul l'article de 1993 (sur l'exergie de l'air humide) n'est pas encore mis sous arXiv. En

effet, je ne disposais plus des trois articles les plus anciens (1991, 1993, 1995) et je n'ai pu reconstruire à ce jour, complètement, que ceux de 1991 et 1995. L'article de 1993 est, quant à lui, en phase de reconstruction.

Article Marquet (2015-a) / Le projet IAPWS

Après parution du papier sur l'enthalpie sous arXiv, Rainer Feistel m'a contacté en février 2014 pour m'indiquer l'existence du projet "IAPWS" (the International Association for the Properties of Water and Steam <http://www.iapws.org/wg.html>) Cette association a pour but de fournir des recommandations concernant plusieurs des propriétés de l'eau, de l'air humide et des solutions aqueuses (comme l'océan).

J'étais effectivement au courant des travaux et articles issus de ce groupe. J'avais en particulier relayé l'existence de ces travaux vers Hervé Giordani, à GMGEC/MEMO, qui pouvait être intéressé par les formulations qui donnent, pour l'océan, l'ensemble des fonctions thermodynamiques sous la forme de développements limités en fonction de la température, de la pression, de la salinité, etc

Rainer Feistel m'a indiqué que :

Your attempts to correctly implement the 3rd law in such formulations is interesting and scientifically welcome.

In the case of humid air, the IAPWS model consists of 5 substances (N_2 , O_2 , Ar, CO_2 , H_2O). For H_2O we know how to modify the two free constants in order to obey the 3rd Law, so your work could provide the remaining 4×2 coefficients to make humid air equations fully consistent with the 3rd Law.

Can you provide best estimates for those 8 numbers? If yes, those numbers would be welcomed by the IAPWS colleagues to know and to put in a document, I assume.

Le plus difficile pour moi est toujours d'essayer de convaincre que, si on peut souvent se passer des valeurs absolues pour h et s , il existe des exemples où on n'a pas le choix. C'est en particulier le cas pour les flux externes de matière, comme indiqué dans la seconde intégrale de (39) ou dans (59) pour le cas d'un flux de vapeur d'eau. Au final, Rainer Feistel m'a indiqué :

OK, I have no problem with your point that the entropy fluxes associated with mass fluxes may be specified physically more correctly by using the 3rd law and suitable equations of state that include the zero point.

J'en reparlerai dans les perspectives, mais il me fallait poursuivre le travail pour inclure l'Argon (Ar) et le dioxyde de carbone (CO_2) dans mes calculs de h_{ref} et s_{ref} . Ce but est presque atteint en 2016.

La norme humide

Suite aux remarques positives de Alain Joly faites lors d'une AG GMAP, où il parlait de mes travaux sur la norme "enthalpie utilisable" qu'il conviendrait peut-être de tester dans ARPEGE, j'ai repris contact en 2014 avec Jean-François Mahfouf qui avait quitté entre temps le Canada pour revenir à CNRM/GMAP.

J'ai refait les tests de la partie de la norme qui dépend de l'humidité, en ayant récupéré, grâce à Jean-François, les profils numériques utilisés dans l'article Mahfouf et Bilodeau

(2007). Les résultats sont encore plus encourageants que ceux testés en 2007 (possibles erreurs à l'époque ?) et ces résultats semblaient compatibles avec les poids évalués par les écarts-types d'analyse.

Evaluation des Chercheurs CNRM et CESAAR

Dans la mesure où il était envisageable que je puisse dans un proche avenir postuler pour le CNRM, j'ai souhaité faire candidature en septembre 2012 pour être à nouveau évalué par la commission d'évaluation des chercheurs CNRM de Météo-France. L'avis reçu en décembre 2012 était positif et m'encourageait dans ma recherche "*de collaboration au CNRM et ailleurs*", pour que les "*nouvelles formulations (pour l'air humide) soient testées au sein des modèles climat ou PNT*". J'étais aussi encouragé à préparer une HDR.

Afin d'augmenter mes chances de pouvoir postuler à un retour au CNRM, j'ai également constitué un dossier d'évaluation pour la commission CESAAR du ministère. L'avis reçu en septembre 2013 était positif concernant la qualité de mon travail et mon souci de les voir transférer vers les applications. Le Comité m'a reconnu comme *Chercheur Confirmé* pour une durée de quatre ans, qui court donc jusque août 2017.

Turbulence humide / Nombre de Lewis

Pour suivre les avis de la Commission d'évaluation des chercheurs de Météo-France, qui me demandait de chercher des collaborations au sein du CNRM, je pensais en 2012 qu'un domaine d'application naturel de θ_s pouvait être la turbulence de l'air humide.

Jean-François Geleyn défendait l'approche dite "TOUCANS", avec une équation non-pronostique en "p-tke". Différemment, j'ai poursuivi mes réflexions dans le cadre des schémas pronostiques humides en TKE-CBR présents dans ARPEGE, AROME et Meso-NH. Ces schémas sont basés actuellement sur les variables humides de Betts (θ_l, q_t). J'ai cherché à analyser si une turbulence basée sur la variable θ_s (au lieu de θ_l) conduirait à modifier ces schémas de turbulence en TKE-CBR.

Après avoir été très enthousiaste en 2010 et 2011, au moment de l'écriture du premier papier sur θ_s , j'ai dû me ranger à la constatation faite par Jean-François et Valéry Masson, entre autres, qui semblaient montrer que l'impact du remplacement de θ_l par θ_s serait neutre ou négligeable.

Il s'agit par exemple de considérer les flux turbulents définis par :

$$\overline{w'\theta'_l} \approx -K_h \frac{\partial \overline{\theta}_l}{\partial z} \quad \text{et} \quad \overline{w'q'_t} \approx -K_w \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z}, \quad (62)$$

où K_h est le coefficient d'échange pour la "chaleur" (en fait pour la première variables de Betts θ_l) et où K_w est celui pour "l'humidité" (en fait pour la seconde variable de Betts $q_t = q_v + q_l + q_i$).

Considérons ensuite l'approximation au premier ordre $\theta_s \approx \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$, avec $\Lambda_r \approx 5.87$, ce qui a pour conséquences (axiomes de Reynolds) :

$$\overline{w'\theta'_s} \approx \exp(\Lambda_r \overline{q_t}) \overline{w'\theta'_l} + \Lambda_r \overline{\theta_s} \overline{w'q'_t}, \quad (63)$$

$$\frac{\partial \overline{\theta}_s}{\partial z} \approx \exp(\Lambda_r \overline{q_t}) \frac{\partial \overline{\theta}_l}{\partial z} + \Lambda_r \overline{\theta_s} \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z}. \quad (64)$$

On définit ensuite, en accord avec les propositions de Richardson (1922), le coefficient d'échange pour l'entropie humide K_s par :

$$\overline{w'\theta'_s} \approx -K_s \frac{\partial \overline{\theta}_s}{\partial z}, \quad (65)$$

où a priori K_s peut être différent de K_h et/ou K_w . Il est alors possible de calculer le flux $\overline{w'\theta'_l}$ à partir de (63) en fonction de $\overline{w'\theta'_s}$ et de $\overline{w'q'_t}$, puis de remplacer le gradient vertical de $\overline{\theta}_s$ donné par (64), ce qui conduit au final à :

$$\overline{w'\theta'_l} \approx -K_s \frac{\partial \overline{\theta}_l}{\partial z} - (K_s - K_w) \Lambda_r \overline{\theta}_l \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z}. \quad (66)$$

La comparaison de (66) avec (62) montre clairement que les flux turbulents de θ_l sont identiques avec les deux méthodes (quels que soient les gradients verticaux $\partial \overline{\theta}_l / \partial z$ et $\partial \overline{q}_t / \partial z$) uniquement si :

- (H₁) $K_s = K_h$ d'après les termes en facteur des gradients verticaux $\partial \overline{\theta}_l / \partial z$ dans (62) et (66);
- (H₂) $K_s = K_w$ pour annuler le deuxième terme de (66);
- (H₃) ce qui signifie au final une égalité $K_s = K_h = K_w$ entre tous les coefficients d'échange.

Ainsi, pour le cas particulier où $K_s = K_h = K_w$, une turbulence appliquée à l'entropie humide, ou de manière équivalente à θ_s , serait équivalente à celle appliquée à la variable de Betts θ_l !

Et pourtant, rien n'indique a priori que $K_s = K_h$ ou que $K_s = K_w$. Seuls des résultats expérimentaux peuvent valider, ou infirmer, ces deux hypothèses.

La première hypothèse (H₁), qui dit que $K_s = K_h$, est cohérente avec le cas limite de l'air sec pour lequel $q_t = 0$ et $\theta_s = \theta_l = \theta$. Mais ces coefficients d'échange K_s et K_h ne sont pas des constantes, puisqu'ils doivent a priori varier avec la stabilité et les gradients verticaux $\partial \overline{\theta}_l / \partial z$ et $\partial \overline{q}_t / \partial z$. Ainsi, cette contrainte du cas limite de l'air sec ne renseigne en rien sur la véracité de l'égalité $K_s = K_h$ pour le cas de l'air humide.

La troisième hypothèse (H₃), qui dit que $K_h = K_w$ et qui découle des deux autres, correspond au cas où le nombre de Lewis turbulent $\text{Le}_t = K_h / K_w$ est égal à 1. On peut comprendre différemment cet aspect en réécrivant (66) selon :

$$\overline{w'\theta'_l} \approx -K_w \left[(\text{Le}_{ts}) \frac{\partial \overline{\theta}_l}{\partial z} - (\text{Le}_{ts} - 1) \Lambda_r \overline{\theta}_l \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z} \right], \quad (67)$$

où on a défini le nombre de Lewis turbulent pour l'entropie par : $\text{Le}_{ts} = K_s / K_w$. On voit que pour retrouver (62) à partir de (67) il faut que $\text{Le}_{ts} = 1$ et $K_h = K_w$, ce qui correspond donc bien à $K_s = K_h = K_w$.

L'hypothèse $\text{Le}_t = 1$ ou $K_h = K_w$ est celle qui est retenue dans tous les modèles de prévision du temps et de climat. Elle est basée sur des expériences des années 1970 qui semblaient aller en ce sens. Je reviendrai sur ce point particulier quand je décrirai mes actions de recherche à CNRM/GMAP depuis 2014, ainsi que dans la partie prospective.

J'avais pourtant cru noté dès 2007 une anomalie à ces hypothèses $K_h = K_w$ et $\text{Le}_t = 1$ qui sont faites dans toutes les paramétrisations de la turbulence. En effet, les résultats montrés dans Belamari (2005), Belamari and Pirani (2007), Masson *et al.* (2013) ou Le Moigne *et*

al. (2013, section 2.2.1) semblaient indiquer que les coefficients C_H pour θ d'un côté, et C_E pour q_v de l'autre, ne seraient pas égaux en conditions neutres pour les flux "bulk océaniques" calculés pour le schéma ECUME, utilisé dans SURFEX.

On m'a rapidement opposé qu'il ne fallait pas forcément relier ce que se passe dans la couche limite de surface avec la turbulence développée au-dessus, dans la couche limite planétaire, voire dans l'atmosphère libre. Mais je ne pouvais pas me départir en ces années 2012 et 2013 d'un sentiment de continuité qui devrait prévaloir, avec des différences entre C_H et C_E qui devraient impliquer des différences entre K_h et K_w , au moins dans la partie basse de la CLP.

Pour essayer d'avancer sur cette problématique lorsque j'étais encore au LABO, j'ai récupéré et commencé à analyser en décembre 2013 des données du mat de Cabauw aux Pays-Bas. Je reviendrai sur ce point quand je décrirai mes actions de recherche à CNRM/GMAP depuis 2014, ainsi que dans la partie prospective.

Turbulence humide en cas stables

J'ai été un peu impliqué, via Jean-François Geleyn à l'époque, sur la problématique des couches limites stables. Il s'agissait de comprendre, et si possible participer, aux idées proposées par Sergej Zilitinkevich *et al.* (2002, 2007, 2008, 2013).

En effet, un des défauts des schémas de turbulence en général (et de CBR en particulier) est qu'ils possèdent un nombre de Richardson critique au delà duquel la turbulence s'éteint, ce qui semble contraire aux observations. L'approche de Sergej est en partie basée sur les idées antérieures de Dalaudier et Sidi (1987), du Service d'Aéronomie.

Il s'agissait de définir une nouvelle énergie : la "Turbulent Potential Energy" (notée TPE), qui s'avère être équivalente à l'APE de Lorenz. Sergej propose d'ajouter une équation pronostique pour la TPE, voire plus simplement pour la variance de θ (le numérateur de la TPE), à côté de l'équation pronostique pour la TKE. La conséquence physique de cette nouvelle équation pronostique serait de pouvoir maintenir une TKE en cas très stable par des conversions d'énergie provenant du TPE.

Les premiers contacts ont été pris à Toulouse lors de réunions informelles durant une visite de Sergej en avril 2012, puis lors des "EFB-Closure Working days" en mars 2013. J'ai essayé de montrer, pour ma part, que si le cas de l'air humide n'était pas du tout traité dans les articles de Sergej, j'entrevois des pistes pour inclure l'humidité qui seraient possiblement différentes du seul remplacement des variances de θ par celles de θ_l , en plus de l'ajout de celles de q_t . Je reviendrai sur ce point quand je décrirai mes actions de recherche à CNRM/GMAP depuis 2014, ainsi que dans la partie prospective.

Turbulence humide / Approximations de θ_s

J'ai déjà mentionné qu'une des faiblesses de mon article de 2011 était l'introduction un peu bancal de l'approximation au premier ordre $\theta_s \approx (\theta_s)_1$, où $(\theta_s)_1 = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$ avec $\Lambda_r = 5.87$.

Comme Jean-François Geleyn, je m'étais employé à chercher une meilleure approximation, ou pour le moins à trouver une justification plus aboutie que celle que j'ai publié en 2011, mais en vain jusqu'en juillet 2013. C'est alors que j'ai eu l'idée de tracer les "vraies" valeurs de Λ_r pour les profils verticaux dont je disposais. J'ai défini dans un premier temps Λ_* telle

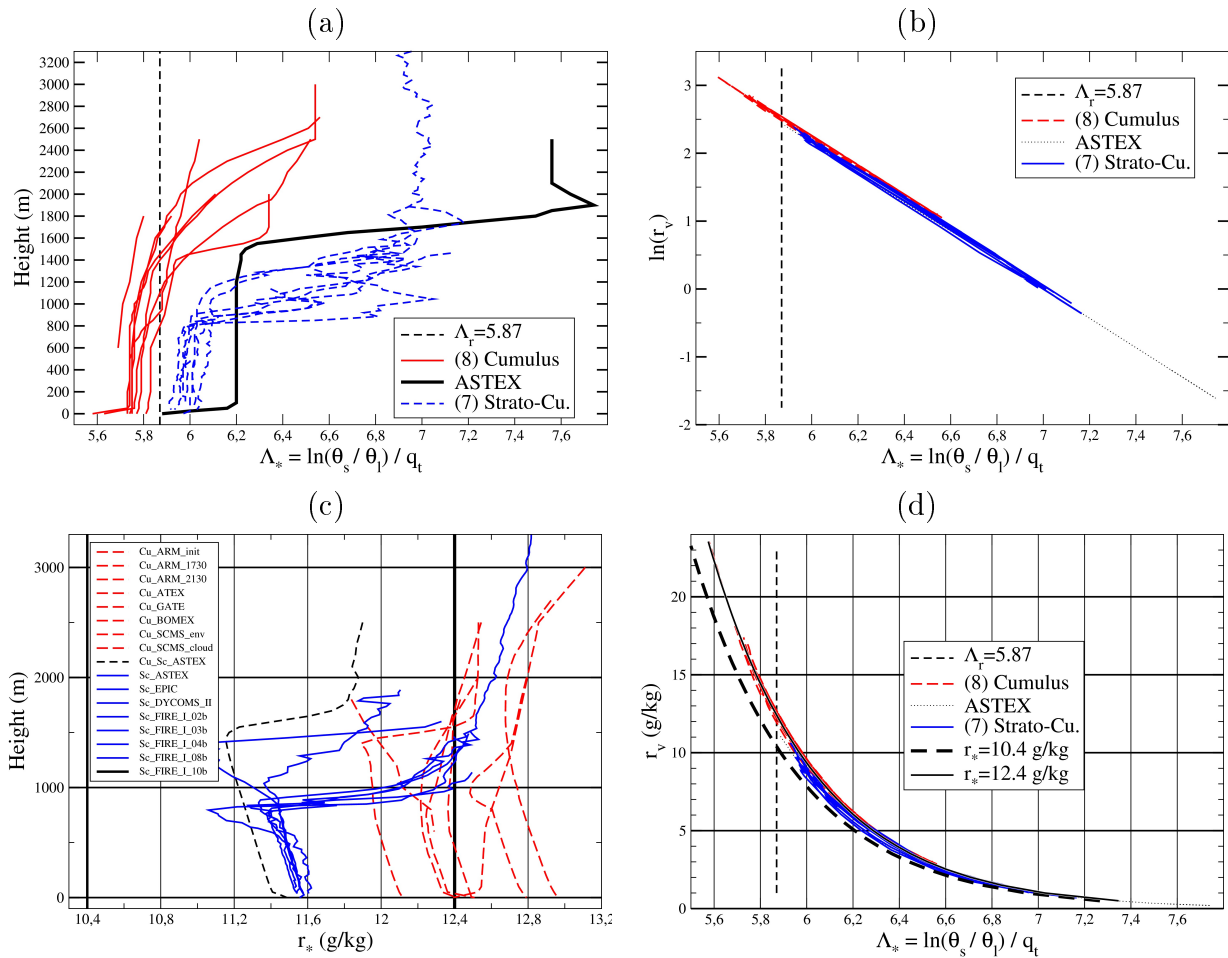


Figure 35: (a) : les valeurs de Λ_* en fonction de la hauteur pour 16 profils verticaux de cumulus et stratocumulus. (b) : les valeurs de Λ_* en fonction de $\ln(r_v)$ (pour r_v exprimé en g kg^{-1} et pour les mêmes profils verticaux). (c) : les valeurs de r_* en fonction de la hauteur. (d) : en synthèse, les valeurs de Λ_* en fonctions de r_v , avec les formules approchées pour les deux ajustements $r_* = 0.0104$ (en noir épais tireté) et $r_* = 0.0124$ (en noir continu fin).

que l'on ait l'égalité stricte : $\theta_s = \theta_l \exp(\Lambda_* q_t)$, ce qui revient à écrire :

$$\Lambda_* = \frac{1}{q_t} \ln \left(\frac{\theta_s}{\theta_l} \right). \quad (68)$$

On voit le premier résultat sur la Figure 35 (a), où il apparaît que le spectre des valeurs de Λ_* reste proches de $\Lambda_r \approx 5.87$, en particulier dans les basses couches humides, mais avec des valeurs qui varient de 5.6 à 7.7 pour les valeurs extrêmes.

J'ai été surpris ensuite par les trois groupes de courbes en rouge, bleu et noir. Il est apparu que ces trois familles de courbes correspondaient à des différences d'humidité : du plus humide en rouge pour les Cumulus au plus sec en bleu pour les stratocumulus, et du plus humide vers le plus sec avec l'altitude : il fallait donc rechercher une dépendance de Λ_* en "fonction inverse de l'humidité".

En explorant diverses lois possibles de variation, d'abord avec $1/q_v$, je suis rapidement arrivé en (b) à ce magnifique alignement en terme de $\ln(r_v)$! De plus, la pente de la courbe de Λ_* en fonction de $\ln(r_v)$ vaut 0.46 : c'est précisément la valeur du coefficient γ qui apparaît dans la définition de θ_s en (44) !

J'ai alors essayé de trouver l'ordonnée à l'origine de la droite en (b), ou plus précisément :

pour quelle valeur de r_v , notée r_* , retrouverait-on $\Lambda_*(r_*) = 5.87$? On voit sur la figure (b) que c'est proche de $\ln(r_*) = 2.52$, ce qui donnerait $r_* \approx 12.4 \text{ g kg}^{-1}$? Une étude plus précise a pu être menée, en posant l'égalité $\Lambda_* = \Lambda_r - 0.46 \ln(r_v/r_*)$, ce qui permet de calculer :

$$r_*(\theta_s, \theta_l, q_t, r_v) = r_v \exp\left(\frac{\Lambda_* - \Lambda_r}{0.46}\right) \quad (69)$$

avec Λ_* donnée par (68) en fonction de θ_s , θ_l et q_t .

J'ai par ailleurs pu obtenir la valeur $r_* \approx 10.4 \text{ g kg}^{-1}$ par un certain développement limité analytique de la formule complète (44) pour θ_s , ce développement étant réalisé avec q_t et r_v comme petits termes. Le résultat montré en (c) pour r_* donné par (69) indique que cette valeur de 10.4 g kg^{-1} semble un peu faible, des valeurs entre 11.2 et 12.8 g kg^{-1} semblant plus acceptables (du moins pour ces 16 profils verticaux de cumulus et strato-cumulus). Cette différence provient de petits termes d'ordre plus élevés qui dépendent de T et p .

Ce qui est rassurant, c'est que les deux valeurs pour r_* conduisent à des ajustements d'égales qualités indiqués en (d) pour Λ_* tracé en fonction de r_v . En effet, les formules approchées pour les deux ajustements $r_* = 0.0104$ (en noir épais tireté) et $r_* = 0.0124$ (en noir continu fin) reproduisent de manière très convaincante la décroissance linéaire en $\ln(r_v)$, et donc fortement non-linéaire en fonction de r_v .

J'ai donc poursuivi mes travaux à partir de novembre 2013 sur les applications de l'entropie de l'air humide en prenant pour approximations de θ_s aux premier et second ordres les formulations suivantes, où $\Lambda_r \approx 5.87$, $\gamma \approx 0.46$ et $r_* = 12.4 \text{ g kg}^{-1}$:

$$(\theta_s)_1 \approx \theta_l \exp(\Lambda_r q_t) , \quad (70)$$

$$(\theta_s)_2 \approx \theta_l \exp\left(\left[\Lambda_r - \gamma \ln\left(\frac{r_v}{r_*}\right)\right] q_t\right) = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t) \left(\frac{r_*}{r_v}\right)^{\gamma q_t} . \quad (71)$$

J'explique dans la suite du rapport que, en 2015, cette formulation (71) sera légèrement améliorée en utilisant un double développement limité : $q_t \approx 1/100$ et $q_t \approx 1/100$ d'une part, $\gamma/\Lambda_r = 0.46/5.87 \approx 1/10$ d'autre part. La conséquence est l'apparition d'un petit terme $-\gamma(q_l + q_i)$ à rajouter à $\Lambda_r q_t$ dans les deux exponentielles.

Jean-François Geleyn a été très intéressé et convaincu par ce nouveau développement (71) au "second ordre" pour θ_s . Il a demandé à une de ses étudiantes de l'Université de Gand de reprendre les calculs de l'article Marquet and Geleyn (2013) pour calculer la formule approchée de la fréquence de Brunt-Väisälä de l'air humide, en remplaçant $(\theta_s)_1$ par $(\theta_s)_2$, puis de faire la comparaison du résultat avec celui obtenu sans approximation et publié dans cet article avec la version exacte θ_s .

Pour ma part, j'ai repris les calculs pour les flux turbulents (62)-(66) en remplaçant l'approximation au premier ordre $\theta_s \approx (\theta_s)_1$ par celle au second ordre $(\theta_s)_2$ qui est donnée par (71).

Dans ce cas, dans la mesure où $(\theta_s)_2$ dépend non-seulement des deux variables de Betts (θ_l , q_t) mais aussi de la quantité "non-conservative" r_v , de nouveaux termes doivent apparaître. Et même si ces nouveaux termes doivent être petits, il ne doit pas être aussi simple de se rassurer en pensant que l'on peut poser $K_s = K_h = K_q$ pour avoir une équivalence numérique entre une turbulence appliquée au couple des variables de Betts (θ_l , q_t), comme dans les schémas actuels, ou au couple $(\theta_s$, q_t) préconisé par Richardson (1922), couple qui est basé sur l'entropie de l'air humide.

Je reviendrai sur toutes ces questions quand je décrirai mes actions de recherche effectuées à CNRM/GMAP depuis 2014, ainsi que dans la partie prospective.

5.3 CNRM / GMAP (depuis 2014).

J'ai été pro-actif fin 2013 et début 2014 pour quitter le LABO et pour revenir au CNRM. Ce mémoire de HDR n'est pas le lieu pour décrire toutes les motivations qui m'ont poussé à quitter la DPrévi et avoir la chance de postuler pour un poste qui se libérait à GMAP, suite au départ de Florence Rabier et aux promotions internes de François Bouyssel et Yves Bouteloup.

Je peux juste mentionner que j'avais le sentiment que mes recherches effectuées depuis 2009 au LABO sur la thermodynamique de l'air humide, ainsi que celles plus anciennes sur l'exergie, mais aussi ma connaissance des codes de ARPEGE et AROME, formait un ensemble cohérent et un profil de chercheur possiblement satisfaisant.

Toutefois, j'étais bien conscient de l'inconvénient d'avoir tenté pendant six ans l'aventure du LABO, car ce faisant j'avais sans doute perdu ou manqué les contacts réguliers avec la communauté des chercheurs, les plus jeunes en particulier, qui pouvaient ne pas être au courant de mes travaux les plus anciens, ou ne pas avoir suivi mes travaux les plus récents. Malgré tout, j'ai décidé de revenir au CNRM, et mon retour au GMAP en avril 2014 fut vécu par moi comme une vraie chance et comme un nouveau départ.

Depuis le printemps 2004, mon travail au sein de GMAP concerne essentiellement des aspects liés à la gestion du modèle l'opérationnel (comme les filtrages des champs dérivés).

Les paramétrisations physiques

Concernant les paramétrisations physiques, je n'ai que peu travaillé sur les schémas de paramétrisation de la convection. Je peux toutefois mentionner que 2016 devrait voir l'achèvement de la mise au point du schéma de convection profonde dit "PCMT", développé conjointement à GMAP/Proc (Jean-Marcel Piriou) et à GMGEC/EAC (Jean-François Guérémy), avec la coordination inter-équipes exercées par François Bouyssel, Yves Bouteloup et Isabelle Beau.

La mise au point de ce schéma PCMT devrait permettre (sans doute en 2016) l'utilisation conjointe de la "physique pronostique" dans les deux versions PNT et Climat de ARPEGE. J'assisterais alors à la concrétisation du rêve et à l'aboutissement des travaux que j'avais initiés pendant le projet EUROCS (entre 2000 et 2003) et qui ont perduré jusqu'en 2008, même si je n'ai que très peu contribué aux phases finales de ce travail après 2008.

J'ai été plus largement impliqué sur des aspects liés à la paramétrisation de la turbulence.

J'ai débuté l'écriture d'une interface d'appel au code de turbulence de AROME/Meso-NH à partir de la physique ARPEGE. J'ai participé comme co-encadrant de Rachel Honnert à un premier stage M1 (pour un binôme) puis à un stage M2 (stage de 5 mois de Xavier Lamboley de Math-Méca, de Bordeaux) sur le sujet de la zone grise de la turbulence hectométrique.

Suite à l'avis de la Commission Recherche de l'INPT de février 2015 mettant l'accent sur mon manque d'encadrement de thèses, j'ai pu être impliqué dans l'encadrement de celle de Quentin Rodier à CNRM/GMME sur le sujet de la turbulence en cas stables. Ayant ensuite été co-auteur de l'exposé oral de Quentin à l'EMS en septembre 2015, j'ai obtenu mon sésame pour présenter une HDR à l'INPT. Je remercie encore une fois la direction du CNRM, Quentin et ses encadrants Valéry Masson et Alexandre Paci pour avoir favorisé ou accepté cette participation à l'encadrement de cette thèse.

Plus généralement, j'ai été impliqué dans le projet DEPHY2 (CNRM, IPSL, ...), sur le code 1D-vertical MUSC (cas FIRE-I et RICO-composite) et sur des échanges sur tous

les aspects concernant les paramétrisations physiques (plusieurs réunions à Banuyls et à Toulouse).

La thermodynamique de l'air humide

Concernant la thermodynamique de l'air humide, j'ai essayé de consolider les pistes déjà explorées au LABO entre 2008 et 2014, voire tester quelques nouvelles idées.

Parmi les choses nouvelles, j'ai essayé de répondre aux questions posées par la direction du GMAP, concernant la mise en équations des futures versions non-hydrostatique de IFS. Je n'ai pas pu aboutir à trouver une équation du type " $c_{pd} d\theta/dt = \dots$ " en non-hydrostatique et qui puisse être "rigoureusement" déduite des principes généraux de la thermodynamique. Ce dont je suis certain, cependant, c'est que ni " $c_{pd} d\theta_l/dt = \dot{Q}/T + \dots$ " ni " $c_{pd} d\theta_e/dt = \dot{Q}/T + \dots$ " ne sont les équations pour l'entropie de l'air humide. Il faudrait donc utiliser des choses du genre " $c_{pd} d\theta_s/dt = \dot{Q}/T + \dots$ ", mais je ne sais pas comment exprimer l'entropie de l'air humide en incluant les approximations dues aux aspects non-hydrostatiques.

J'ai pu faire deux séminaires dans le cadre de DEPHY2, l'un au LMD à Paris le 11 juin 2015, l'autre au CNRM à Toulouse le 23 juin 2015. J'ai pu montrer quelques unes des nouveautés que je vais décrire dans ce chapitre.

J'ai rédigé trois mini-articles pour le Blue-Book du WGNE. Le premier porte sur la norme humide découverte en 2005, avec Jean-François Mahfouf comme co-auteur. Le deuxième mini-article décrit mes travaux récents sur les calculs de l'enthalpie de l'air humide et sur la possible redéfinition du flux latent en surface. Le troisième mini-article décrit une amélioration du calcul de $(\theta_s)_2$, l'approximation au second ordre de θ_s .

J'ai aussi choisi de préparer et soumettre fin septembre 2015 un Comment à l'article Romps (2015) paru ce même mois au JAS. Il s'agit pour moi d'essayer de tordre le coup à l'idée popularisée aux USA par David Romps, Olivier Pauluis ou Kerry Emanuel, selon laquelle on aurait le droit de s'affranchir du troisième principe de la thermodynamique, et que l'on pourrait définir l'entropie de l'air humide à l'aide de n'importe quelle combinaison linéaire de $\ln(\theta_l)$ et $\ln(\theta_e)$.

L'écriture de ce Comment est un pari et je me mets en danger d'être démenti ou dénigré par le "reply à mon Comment" que David Romps prépare pour le JAS. J'ai écrit une version révisée de cet article en décembre 2015, article qui a été accepté le 7 mars 2016.

Pendant la rédaction de ce "Comment", j'ai pris conscience de la non-conservativité de l'entropie de l'air humide, et donc de θ_s , en cas de congélation d'eau liquide ou de fusion de la glace. Cet aspect m'avait complètement échappé depuis 2011, et cela peut donner du sens et du poids pour l'usage de la fonction d'exergie a_m définie dans mon article Marquet (1993) et rappelée en (24).

Cela ne doit pas être un hasard, car les sauts en entropie et en enthalpie se compensent presque exactement avec l'enthalpie utilisable a_m si on choisit pour T_r la température du point triple de l'eau. Et c'est aussi le même choix qui prévaut pour la définition des normes humides N_T , N_v et N_p données par (36), (37) et (28), toujours en partant de la même fonction exergie a_m qui est vraiment conservative pour les aspects congélation de l'eau liquide ou fusion de la glace.

Il est sans doute dommage qu'il ait fallu attendre 2016 et cette HDR pour voir tous ces aspects se parler entre eux, avec des espoirs de nouveaux résultats dont je reparlerai dans la Prospective. Si d'avantage de personnes avait pu vouloir s'impliquer sur cette problématique

de l'énergétique de l'air humide, il est probable que cela eut pu permettre de gagner beaucoup de temps.

CTEI : ASTEX Lagrangien

Passée la déception du flop de mon exposé fait à Exceter pour EUCLIPSE en 2011, j'ai souhaité pouvoir mieux approfondir l'intérêt d'utiliser les profils de θ_s pour analyser, voire prédire, la stabilité des stratocumulus et leurs transition vers le régime des cumulus. Je décris certains résultats (non-publiés) pour montrer le potentiel de cette démarche exploratoire avec θ_s . D'autre part, je m'appuierai sur ces résultats dans la partie prospective de ce mémoire.

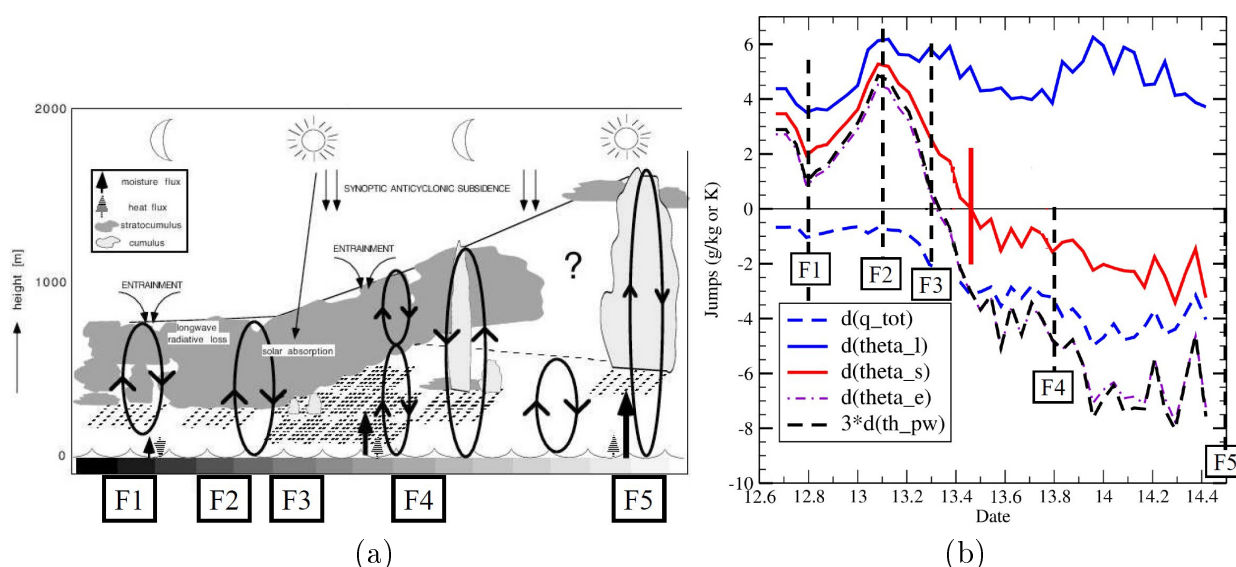


Figure 36: (a) : Le schéma décrivant la première structure lagrangienne décrite dans de Roode and Duynkerke (1997). (b) : Les évolutions pour les 43 profils verticaux (entre les jours 12.67 et 14.42) pour les sauts à l'inversion en sommet de couche limite pour les cinq paramètres q_t , θ_l , θ_s , θ_e et $3 \times \theta'_w$ (le facteur 3 permet de superposer ou presque les courbes pour les sauts en θ_e et en θ'_w).

Ayant repris contact avec Adrian Lock et Chris Bretherton (que j'avais connu au cours de EUROCS puis GCSS), ils m'ont indiqué la disponibilité sur internet des 43 profils verticaux formant la première structure lagrangienne décrite dans Bretherton and Pincus (1995) et de Roode and Duynkerke (1997) :

<http://www.atmos.washington.edu/~breth/astex/lagr/README.hourly.html>

Cette série de vols avions s'est effectuée durant la période ASTEX (Atlantic Stratocumulus Transition Experiment) allant du 12 au 14 juin 1992, en suivant la même masse d'air advectée par l'écoulement moyen vers le sud-ouest entre les zones (40.5 dg Nord ; 24 dg Ouest) et (29 dg Nord ; 28 dg Ouest).

L'avantage de cette étude est qu'elle repose sur des données observées, sans les possibles défauts de représentativité des simulations LES ou CRM. Bien-sûr, l'utilisation de données observées pose d'autres problèmes, mais il est toujours préférable de se référer aux mesures faites in-situ dans l'atmosphère, comme je l'ai fait dans mon article de 2011, ou comme ici.

Parmi tous les vols avion, cinq vols sont repérés sur les Figures 36 (a) et (b) : F1 = RF05 (Electra) pour le jour 12.8 ; F2 = A209 (C-130) pour le jour 13.1 ; F3 = RF06 (Electra) pour le jour 13.3 ; F4 = RF07 (Electra) pour le jour 13.8 ; F5 = A210 (C-130) pour le jour 14.5. Les deux premiers vols (F1, F2) sont typiques des zones de stratocumulus stables et le

dernier (F5) représente un régime de turbulence instable par des cumulus. Entre les deux, les vols F3 et F4 sont des cas de transition entre ces régimes stables et instables.

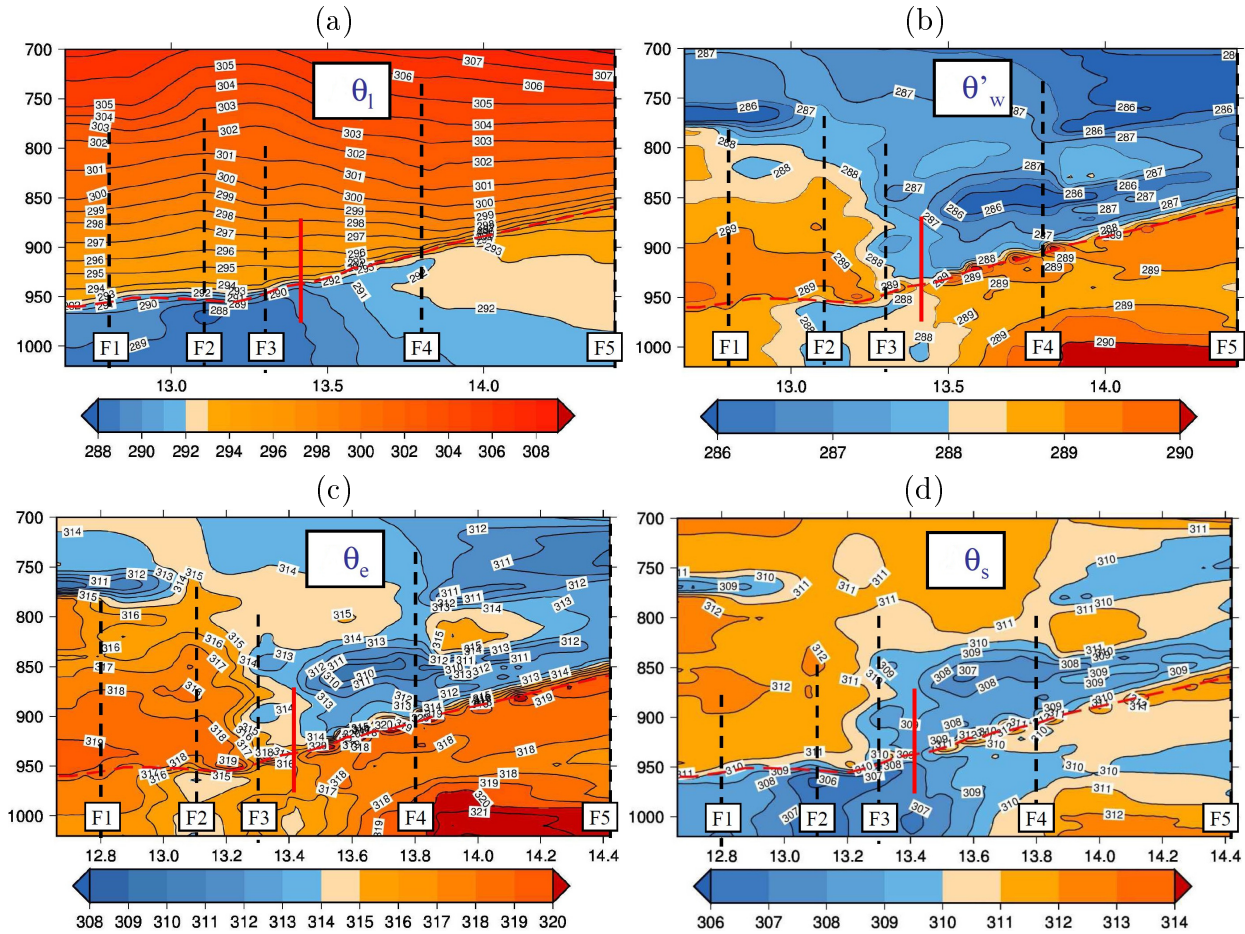


Figure 37: Une représentation de la variation temporelle des 43 profils verticaux pour la première structure lagrangienne de ASTEX. En (a) pour la variable de Betts θ_l , en (b) et (c) pour les variables pseudo-adiabatiques θ'_w et θ_e , en (d) pour la variable “entropie de l’air humide” θ_s .

On voit en (b) sur la Figure 36 que les sauts positifs en θ_l sont sensiblement constants et ne peuvent pas servir comme prédicteur de la transition entre les régimes stables et instables des stratocumulus. Différemment, les sauts à l’inversion de θ_s basculent graduellement entre des valeurs modérément positives (jusqu’à F2) et des valeurs modérément négatives (juste après F3, vers le jour 13.3). La bascule pour les sauts à l’inversion de θ_e est plus brutale et se produit plus tôt (environ au moment de F3 vers le jour 13.3). On observe donc, encore une fois, l’aspect intermédiaire du comportement de θ_s qui est en position 2/3 entre θ_l et θ_e .

Il convient d’aller plus loin que cette seule analyse des sauts à l’inversion en sommet de couche limite. On voit sur les diagrammes “temps / pression” de la Figure 37 que la transition des zones avec stratocumulus vers celles avec cumulus se traduit très différemment en terme de ces quatre températures potentielles.

La vision en (a) pour θ_l montre essentiellement un épaissement de la couche limite (trait en rouge pointillé issu des diagnostics faits au cours de ASTEX), avec la confirmation d’un saut à l’inversion toujours présent entre des valeurs basses de θ_l dans la couche limite et des valeurs plus élevées et à forts gradients verticaux dans l’atmosphère libre.

Les visions en (b) et (c) pour θ'_w et θ_e sont similaires (attention aux changements d’isolignes et d’échelles de couleurs), avec une transition brutale vers F3 (jour 13.3) vers un régime où la couche limite devient (et reste) plus chaude que l’atmosphère libre. Ensuite, c’est vers F4

(jours 13.8) que la couche près de la surface présente un “pied chaud” en θ'_w et θ_e de plus en plus marqué (ouverture de la couche nuageuse continue et arrivée du rayonnement sur la mer).

L’aspect intermédiaire de θ_s se traduit en (d) par un marquage plus net de la zone des stratocumulus : pour F1, F2 et même F3 (avant le jour 13.4 environ) la couche limite (en bleu) est plus froide que l’atmosphère libre (on retrouve le même marquage que pour θ_l). Dans l’atmosphère libre, on voit que les gradients verticaux de θ_s sont particulièrement faibles jusqu’à 700 hPa (là où les gradients de θ_l sont très élevés). Ceci s’explique par la quasi compensation des gradients de θ_l et q_t dans la formule $\theta_s \approx \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$, cette quasi compensation étant effective avec la valeur $\Lambda_r \approx 5.87$ qui est issue du troisième principe de la thermodynamique.

On voit ensuite une période entre F3 et F4 (jours 13.4 à 13.7 environ) où les sauts au sommet de la couche limite disparaissent presque en θ_s au niveau 950 hPa (là où les sauts en θ_l restent élevés et positifs, et là où les sauts en θ'_w et θ_e sont devenus négatifs et assez élevés). En fait, on voit bien avec θ_s le saut du sommet de la couche limite qui monte vers 850 hPa à partir F3, en accord avec ce qui est suggéré sur la Figure 36 (a). On observe en passant de F3 à F4 des valeurs assez homogènes pour θ_s du sol jusque vers 900 hPa pour F3, puis 850 hPa pour F4, alors que les valeurs de θ'_w et θ_e sont déjà fortement décroissantes.

Ensuite, à partir de F4 et jusqu’à F5, on retrouve avec θ_s les profils et gradients verticaux observés avec θ'_w et θ_e et typiques des cumulus, mais en moins marqués : un léger pied chaud sous 950 hPa, un minimum en milieu de couche limite vers 950 hPa, puis des valeurs décroissantes juste au dessus du sommet de la couche limite. Les valeurs localement plus élevées en θ_s , θ'_w et θ_e en sommet de couche limite correspondent à la présence de condensats nuageux liquides qui sont peut-être surestimés ou en léger désaccord avec les valeurs de q_v ?

Vraiment, la vision en θ_s est d’avantage qu’une option, d’avantage qu’une alternative : elle-seule peut traduire les variations de l’entropie de l’air humide (ce que ni θ'_w ni θ_e ne peuvent apporter pour les zones non-saturées, ou avec des hypothèses pseudo-adiabatiques peu réalistes dans ces cas de convection peu profonde).

Cette grande différence quantitative entre les gradients verticaux de θ_l , θ_s , θ'_w ou θ_e correspond à des différences qualitatives sur la vision de la structure thermodynamique de l’atmosphère pour ces régimes de temps, avec rappelons-le des nuages qui ont un impact très important sur l’équilibre radiatif de la planète, et qui jouent un grand rôle sur la sensibilité climatique.

Turbulence et CTEI

L’étude précédente de la première structure lagrangienne de ASTEX semble confirmer l’intérêt de l’utilisation de $\Delta\theta_s$ comme un prédicteur de la stabilité des stratocumulus, comme je l’avais déjà suggéré dans mon article Marquet (2011). L’idée sous-jacente à la propriété d’homogénéité en θ_s est illustrée sur la Figure 38. Toutefois, le réalisme de ce critère d’annulation du saut en entropie de l’air humide en sommet de couche limite doit encore être confirmé par des études plus précises.

Le but de ce mémoire de HDR n’est pas forcément de présenter des résultats achevés, mais plutôt de présenter des pistes pour l’avenir, peut-être pour motiver de futures thèses. C’est dans ce cadre que je vais présenter des résultats encore non-publiés, même si je doute fort que je puisse jamais poursuivre réellement ces travaux qui ne concernent pas GMAP au premier chef, au moins pour l’instant. D’autres chercheurs pourraient au moins prendre le

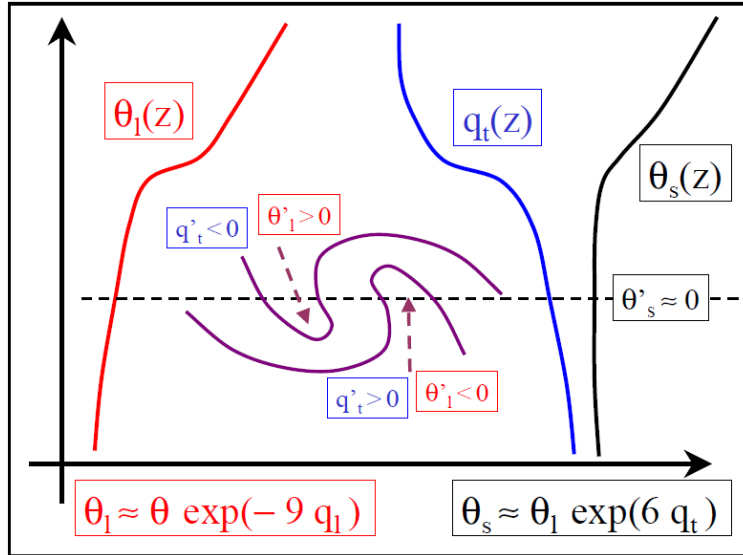


Figure 38: Un schéma pour expliquer comment le flux $\overline{w' \theta'_s}$ peut être nul en présence de gradients verticaux opposés pour θ_l et q_t et si ceux-ci sont dans des proportions telles que le gradient vertical de $\theta_s \approx \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$ est nul, les deux effets en θ_l et q_t s’annulant précisément pour la valeur $\Lambda_r \approx 6$ issue du troisième principe de la thermodynamique.

relais en poursuivant ces idées qui sont certes spéculatives, mais sans doute prometteuses.

Dans l’article Yamaguchi and Randall (2008), une série de 63 simulations LES ont été réalisées en ayant pour but d’explorer le diagramme de stabilité des stratocumulus, avec 63 valeurs différentes du couple $(\Delta\theta_v, \Delta q_t)$ des sauts à l’inversion. Pour chacun de ces couples, on regarde le temps de dissipation τ du stratocumulus simulée par le LES, ce qui permet de construire les parties du diagramme de stabilité en séparant les cas labellisés stables si $\tau > 12$ h, instables autrement (et en particulier pour $\tau < 4$ h).

Je dois préciser que les valeurs de τ ne sont pas données sous forme numérique dans Yamaguchi and Randall (2008), et que j’ai dû faire une analyse visuelle sur les vignettes disponibles dans cet article, avec des interpolations pour combler les valeurs manquantes. Des contacts pris directement avec Yamaguchi et Randall ont confirmé que ces valeurs numériques n’étaient plus disponibles.

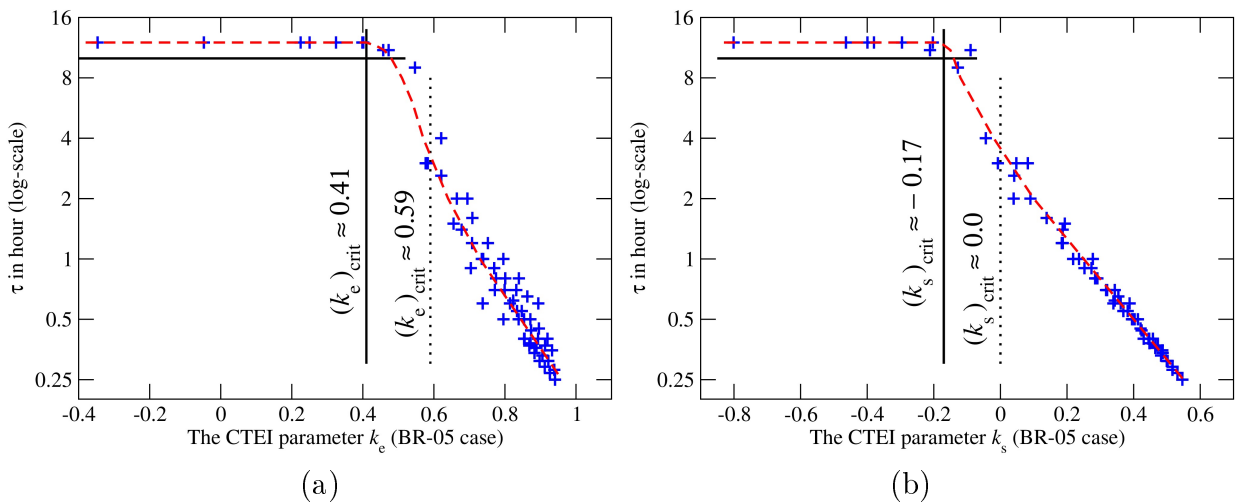


Figure 39: Les temps de dissipation τ tracés en fonction des critères “CTEI” (Cloud Top Entrainment Instability) : en (a) pour les saut en θ_e et en (b) pour ceux en θ_s .

Le premier résultat montré sur la Figure 39 (a) concerne le critère d'instabilité CTEI utilisé dans Albrecht (1991) et que je noterai k_e . Il est basé sur le saut en θ_e et il correspond aux critères définis dans Randall (1980) ou Deardorff (1980) :

$$c_{pd} \Delta \bar{\theta}_e < k_e L_{\text{vap}} \Delta \bar{q}_t \quad \text{ou encore} \quad k_e > \frac{c_{pd} \Delta \bar{\theta}_e}{L_{\text{vap}} \Delta \bar{q}_t}. \quad (72)$$

J'ai défini un critère d'instabilité similaire qui est montré sur la Figure 39 (a), mais concernant cette fois le saut en θ_s :

$$k_s > \frac{c_{pd} \Delta \bar{\theta}_s}{L_{\text{vap}} \Delta \bar{q}_t}. \quad (73)$$

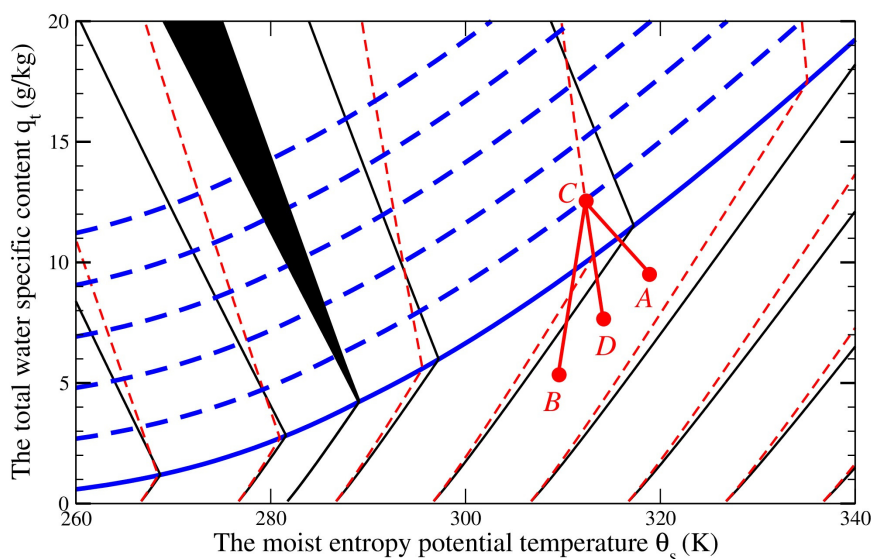


Figure 40: En (a) : un diagramme de mélange par flottabilité similaire à la Figure 2 de Deardorff (1980) et pour une pression de 900 hPa, mais où c'est la température potentielle entropique (θ_s) qui est tracée en fonction du contenu total en eau (q_t). En tiretés bleu épais on a q_i ou q_t (2, 4, 6, 8, 10 g kg^{-1}), la courbe de saturation (0 g kg^{-1}) étant tracée en bleu épais continu. Les courbes noires continue correspondent à des iso T ou θ . Les courbes rouges tiretés correspondent à des iso T_v ou θ_v .

On voit sur les Figures 39 (a) et (b) que, au delà de certains seuils (entre 0.41 et 0.59 pour k_e et entre -0.17 et 0 pour k_s), les valeurs de τ s'écroulent rapidement, ce qui signifie que le stratocumulus devient effectivement instable.

Dans la mesure où Δq_t est négatif, ces résultats confirmeraient qu'il faut des valeurs franchement négatives de $\Delta \theta_e$ pour rendre instables les stratocumulus, alors que des valeurs légèrement négatives de $\Delta \theta_s$ suffisent comme critère d'instabilité, voire la simple négativité de $\Delta \theta_s < 0$?

Je dois mentionner que le diagramme tracé sur la Figure 39 (b) avec l'approximation au premier ordre $(\theta_s)_1 = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$ valide davantage le seuil d'instabilité $\Delta(\theta_s)_1 < 0$. On voit aussi que, pour les faibles valeurs de τ , les points semblent mieux alignés en (b) avec k_s que en (a) avec k_e , ceci pouvant confirmer que θ_s est un paramètre pertinent, car correspondant effectivement à l'entropie de l'air humide.

Malgré ces résultats encourageants, en fait, comme indiqué dans Yamaguchi and Randall (2008), ces seuils ne peuvent pas être universels, puisqu'ils dépendent (au moins) des conditions de température et de pression au niveau de l'inversion. Pour cette raison, il n'est pas

possible de considérer un critère unique si on compare des profils verticaux de stratocumulus qui ont des conditions thermodynamiques différentes à l'inversion.

Ces considérations peuvent expliquer les débats qui opposent d'un côté les partisans des valeurs entre 0.19 et 0.23 initialement considérées par Randall et Deardorff en 1980, ou les partisans des valeurs énormes jusqu'à 0.70 préconisées par MacVean and Mason (1990), en passant par la valeur 0.27 calculée dans Yamaguchi and Randall (2008) qui semble bien trop faible.

J'ai donc repris et amélioré la technique préconisée dans Deardorff (1980), Albrecht *et al.* (1985), Nicholls and Turton (1986) et Kuo and Schubert (1988), ceci pour les deux approximations linéarisées par $\exp(x) \approx 1 + x$ et qui permettent les calculs :

$$(\theta_e)_1 \approx \theta (1 + \Lambda_e q_v) \quad (74)$$

$$\text{et } (\theta_s)_1 \approx \theta (1 - \Lambda_e q_l + \Lambda_r q_t) \quad (75)$$

$$\text{avec } \Lambda_e(T) = \frac{L_{vap}(T)}{c_{pd} T} \approx 9 \quad \text{et} \quad \Lambda_r(T_r) = 5.87 \approx 6. \quad (76)$$

J'ai ensuite considéré des diagrammes comme celui reproduit sur la Figure 40, l'un tracé avec $(\theta_e)_1$ en abscisses, l'autre avec $(\theta_s)_1$. J'ai alors obtenu des valeurs critiques $(k_{e1})_{crit} \approx 0.341$ et $(k_{s1})_{crit} \approx -0.041$. J'ai pu ensuite calculer les différences $k_{e1} - (k_{e1})_{crit}$ et $k_{s1} - (k_{s1})_{crit}$ qui sont tracées sur les Figures 41 (a) et (b).

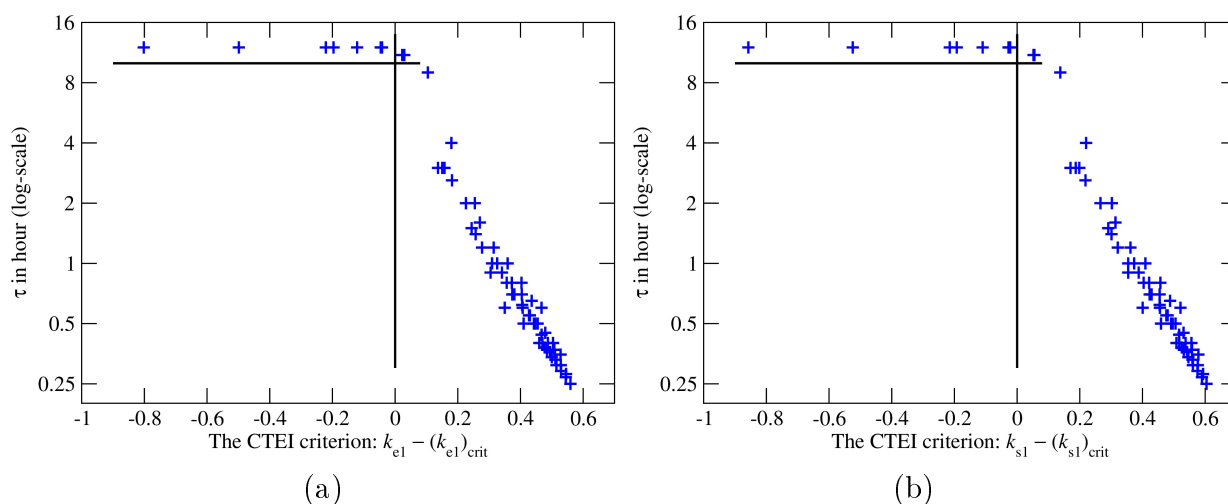


Figure 41: Les mêmes diagrammes que les Figures 39 (a) et (b), mais pour les différences $k_{e1} - (k_{e1})_{crit}$ et $k_{s1} - (k_{s1})_{crit}$.

L'intérêt de cette nouvelle approche théorique est validée par le fait que la décroissance du temps de dissipation du stratocumulus (τ) s'effectue pour ces deux diagrammes (b) et (c) à partir du seuil 0, ce qui correspond aux valeurs $k_{e1} > 0.341$ et $k_{s1} > -0.041$ que j'ai obtenu par des formules complexes qui seront éventuellement publiées un jour. Ces seuils ne sont adaptés que pour ces cas "BR05" de Yamaguchi and Randall (2008) et ils ne doivent pas être généralisés à d'autres études ou observations.

On peut s'étonner de la forte similarité des Figures 41 (a) et (b). En fait, ce rapprochement est fortuit, car il n'est valable que pour ces valeurs approchées $(\theta_e)_1$ et $(\theta_s)_1$. Si on utilise les formules complètes et exactes, on voit des différences plus marquées, telles que celles visibles sur les Figures 39 (a) et (b).

Vraiment, la détermination de ces "CTEI-critère" sont très sensibles à la variable choisie pour calculer les sauts à l'inversion, aussi à la méthode pour calculer ces critères, et surtout

à leur adéquation aux variables choisies. En ce sens, j'espère pouvoir publier moi-même ces résultats, ou mieux suggérer un stage en ce sens à un étudiant.

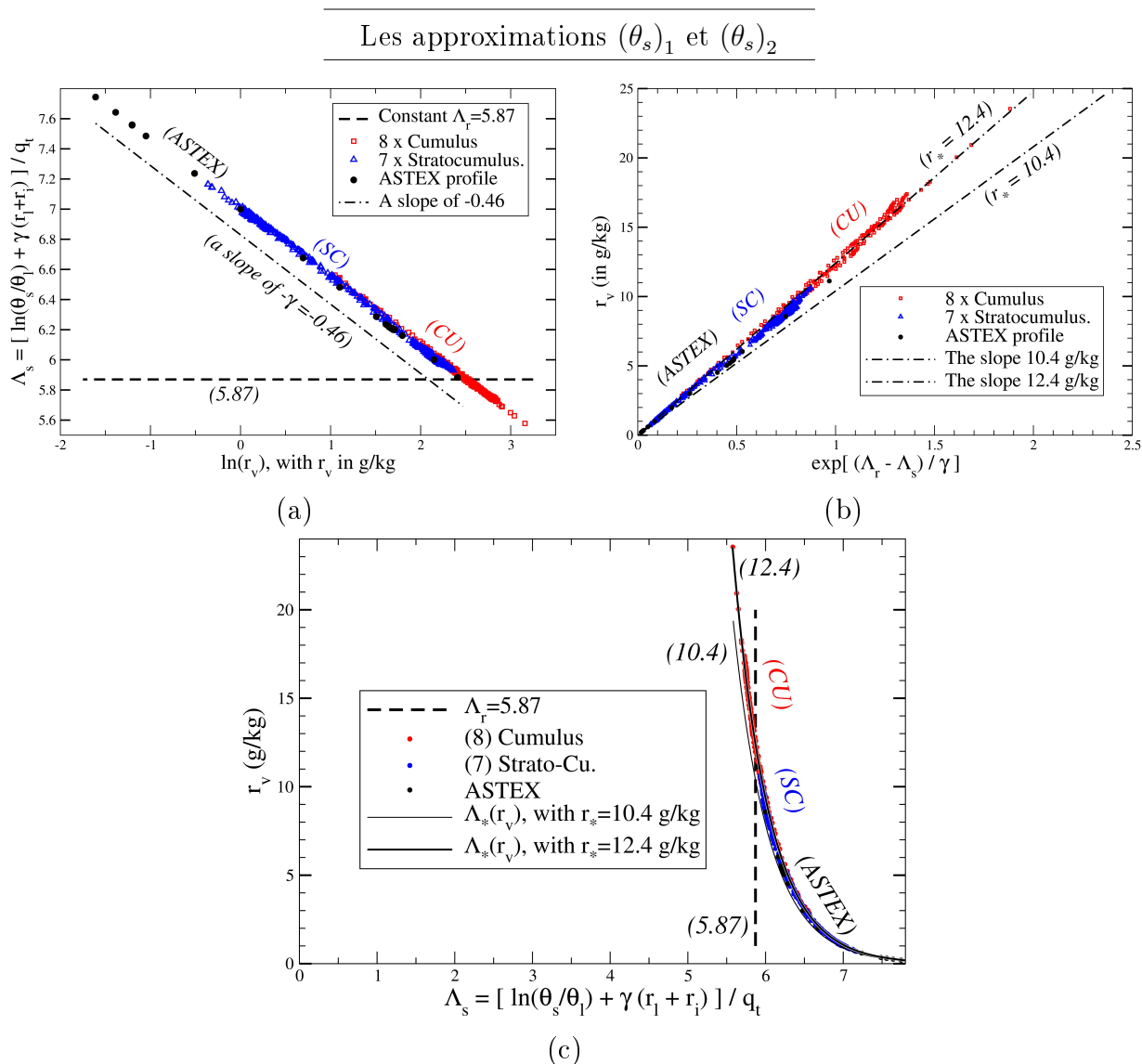


Figure 42: *Les ajustements sur les mêmes données que celles utilisées pour tracer la Figure 35, mais en partant de la formulation (78).*

Après le décès de Jean-François Geleyn en janvier 2015 et l'abandon des espoirs mis sur un retour de ses étudiantes et étudiants de l'Université de Gand en Belgique, aussi pour préparer dans le cadre de DEPHY2 les exposés de juin 2015 à Paris et à Toulouse, j'ai décidé de reprendre seul la recherche d'une justification mathématique plus claire et plus précise pour l'approximation $(\theta_s)_2$ que j'ai rappelée en (71).

Cela s'est fait en plusieurs temps, et je dois préciser que la note "An improved approximation for the moist-air entropy potential temperature θ_s " préparée pour le Blue-Book du WGNE de mars 2015 ne correspond pas à la version la plus aboutie de cette recherche. C'est aussi le cas de l'exposé fait à Paris au LMD le 11 juin 2015 où je n'avais pas encore tout compris. En fait, c'est pour l'exposé fait au CNRM le 23 juin 2015 que les choses se sont réellement cristallisées, en partie grâce aux questions posées et aux remarques faites à Paris.

Le problème venait du besoin de distinguer deux types de développements limités. Il fallait en effet développer les exponentielles avec les hypothèses $(r_v, q_t) \ll 1$, mais aussi en prenant

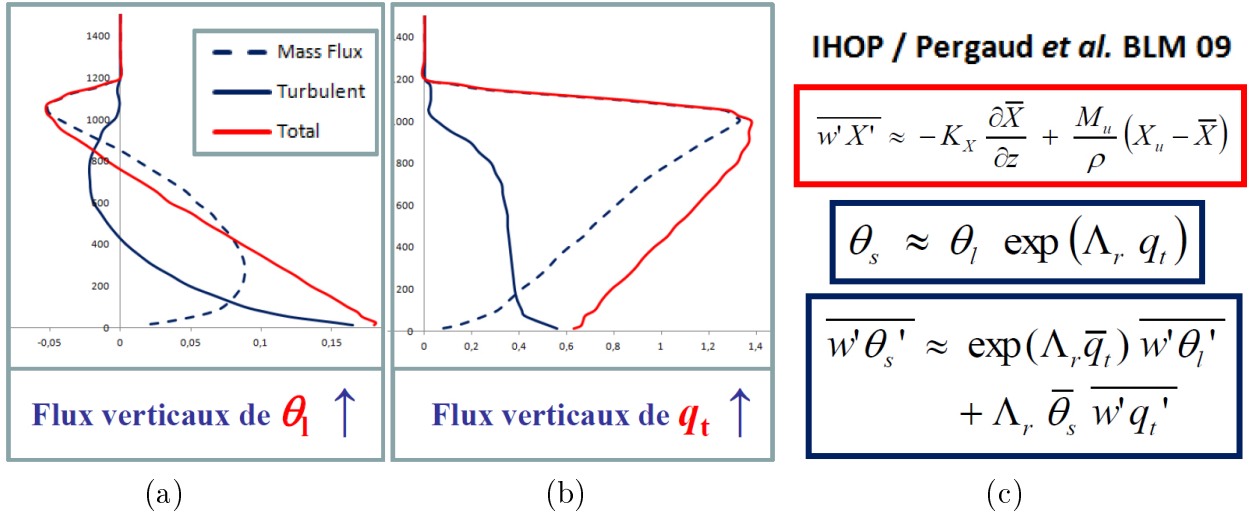


Figure 43: Les profils verticaux des flux de θ_l en K (m/s) en (a) et de q_t en 10^{-4} (kg/kg) (m/s) en (b) pour la simulation du cas IHOP publiée dans Pergaud et al. (2009). La séparation des parties “Turbulent” et “Mass-flux” correspond à l’équation encadrée en rouge en (c). Les équations encadrées en bleu correspondent à l’expression au premier ordre de θ_s et de son flux turbulent.

en compte le fait que $(\gamma \approx 0.46) \ll (\Lambda_r \approx 6)$. Des résultats encore non-publiés montrent que l’approximation $(\theta_s)_1$ correspond à l’ordre 1 en $(r_v, q_t) \ll 1$ et à l’ordre 0 en $\gamma \ll \Lambda_r$, alors que l’approximation $(\theta_s)_2$ correspond à l’ordre 1 à la fois en $(r_v, q_t) \ll 1$ et en $\gamma \ll \Lambda_r$, ce qui donne :

$$(\theta_s)_1 \approx \theta_l \exp(\Lambda_r q_t), \quad (77)$$

$$(\theta_s)_2 \approx \theta_l \exp\left(\left[\Lambda_r - \gamma \ln\left(\frac{r_v}{r_*}\right)\right] q_t - \gamma(r_l + r_i)\right). \quad (78)$$

Par rapport à l’expression rappelée en (71), on constate en (78) l’apparition du dernier terme $-\gamma(r_l + r_i)$. Ce nouveau terme qui dépend des eaux condensées rajoute a priori un aspect non-conservatif à cette nouvelle formulation pour $(\theta_s)_2$. Mais heureusement, ce nouveau terme ne remet pas en cause la valeur $r_* \approx 12.4 \text{ g kg}^{-1}$ qui avait été ajustée précédemment. On retrouve alors la même qualité d’ajustement pour Λ_s sur la Figure 42 pour toute la gamme atmosphérique des r_v , où j’ai posé : $\theta_s = \theta_l \exp[\Lambda_s q_t - \gamma(r_l + r_i)]$ pour définir Λ_s .

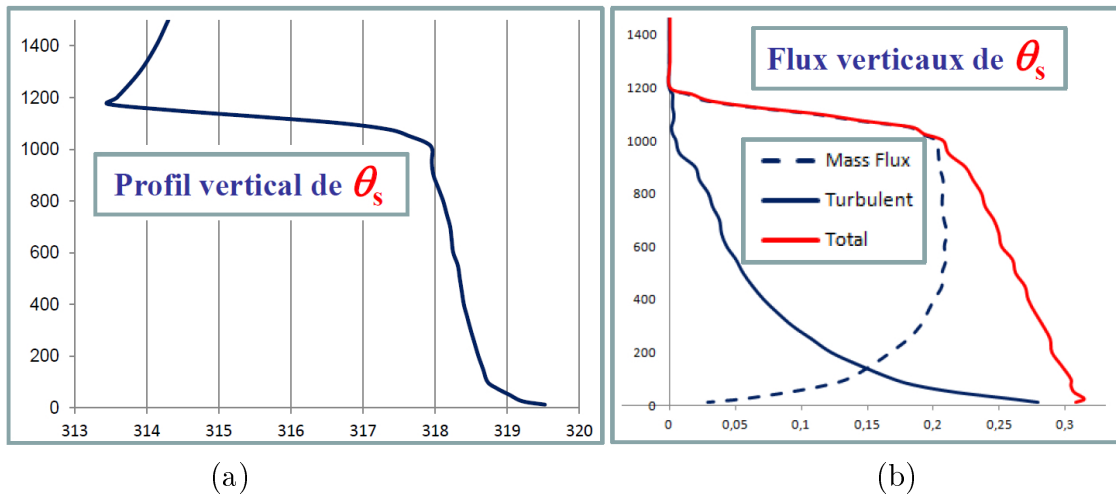


Figure 44: Profils verticaux des valeurs locales de θ_s en K en (a) et de ses flux “Turbulent” et “Mass-flux” en K (m/s) en (b). Les données correspondent aux Figures 43 (a), (b) et (c).

 Turbulence humide avec $(\theta_s)_1$ ou $(\theta_s)_2$

Pour cette action de recherche, j'ai poursuivi en 2014 et 2015 les pistes explorées lorsque j'étais au LABO. Là encore, je vais montrer des choses qui ne sont pas publiées, mais qui pourront être utiles pour mieux comprendre la partie Prospective de ce mémoire de HDR.

Le fait d'avoir pu mieux démontrer les aspects "premier ordre" pour $(\theta_s)_1$ et "deuxième ordre" pour $(\theta_s)_2$ m'a redonné de l'assurance pour reprendre l'étude d'une turbulence appliquée, comme suggéré par Richardson (1919), aux composantes du vent, au contenu total spécifique en eau $q_t = q_v + q_l + q_i$ et à l'entropie spécifique $s(\theta_s)$, et donc à θ_s avec une bonne approximation, puisque $ds = (c_{pd}/\theta_s) d\theta_s$.

D'autre part, comme je l'ai déjà mentionné, le schéma ECUME de turbulence de surface correspond à un nombre de Lewis turbulent $Le_t = C_H/C_E$ qui semble être différent de 1. De plus, le schéma 3D de turbulence décrit dans Cuxart *et al.* (2000) correspond également à $Le_t = K_h/K_w = \phi_3/\psi_3 \neq 1$, dans la mesure où dans cette version 3D : $\phi_3 \neq \psi_3$.

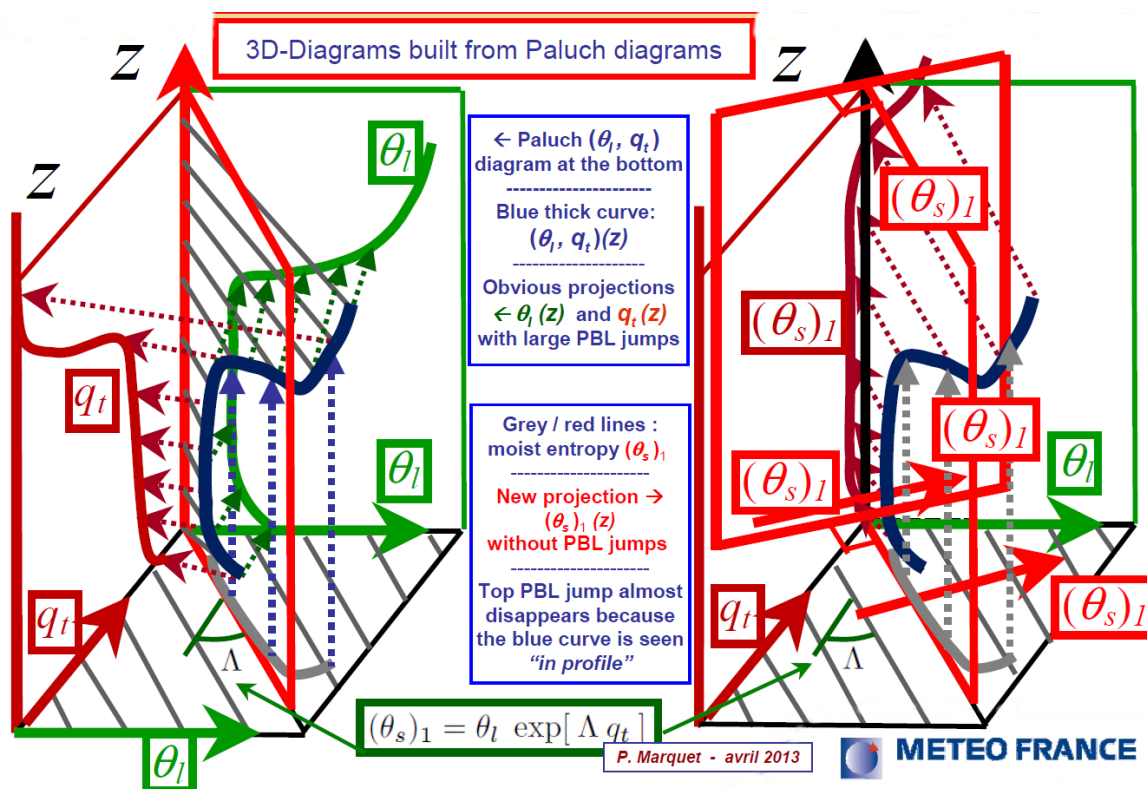


Figure 45: Une vision 3D présentée lors de l'exposé au CNRM en avril 2013 et qui correspond à celle publiée dans Marquet (2011) pour le cas d'un stratocumulus de type FIRE-I. Le profil vertical sans saut de θ_s se projette sur les profils verticaux des deux variables de Betts (θ_l , q_t), en étant cohérent avec les sauts importants pour ces deux variables.

J'ai ainsi été conforté dans l'idée de creuser la piste concernant la possibilité d'avoir $K_h \neq K_w$ et donc $Le_t = K_h/K_w$ qui pourrait être différent de 1, que ce soit d'un point de vue instrumental ou d'un point de vue théorique.

Mais alors tout s'écroule ou presque. En effet, les conséquences de $Le_t \neq 1$ seraient que le flux de θ_l exprimé par (66) serait différent de la formulation actuellement utilisée dans les schémas de turbulence en K-gradient, avec le second terme de (66) qui pourrait devenir important là où $K_s \neq K_w$, et en présence d'un gradient vertical d'humidité.

D'un point de vue théorique, la conséquence de $Le_t \neq 1$ serait de devoir tout reprendre à zéro concernant l'établissement des équations pour les flux de u , v , q_t et θ_s . Mais avant d'aborder ce vaste programme, je désire montrer quelques résultats obtenus pendant le stage M2 de Xavier Lamboley encadré en 2015 par Rachel Honnert et moi-même.

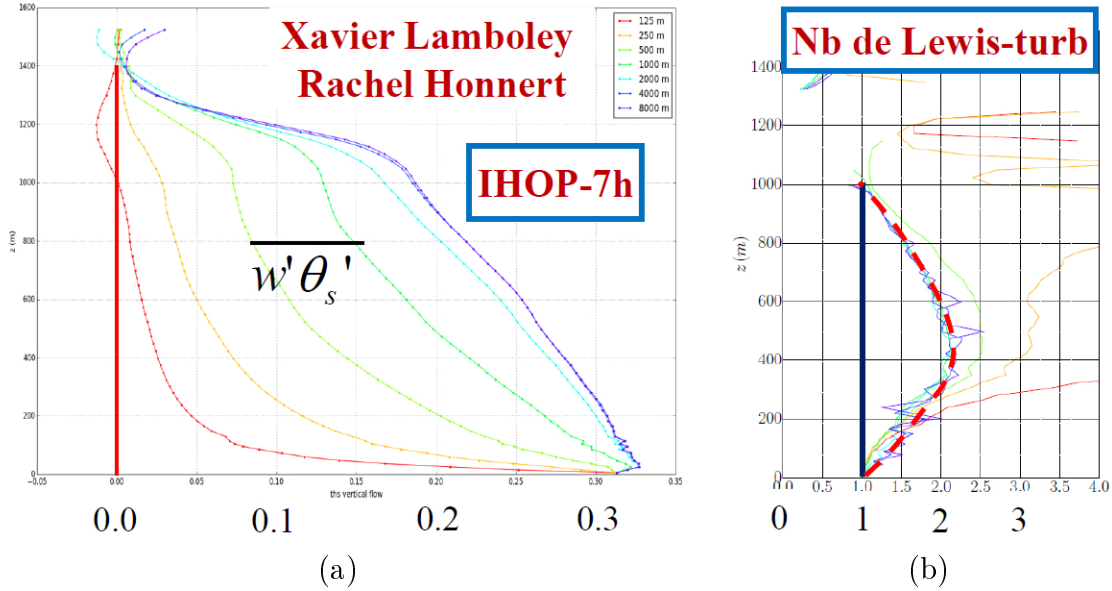


Figure 46: En (a) : le flux total de θ_s (turbulent + flux de masse) diagnostiqué lors du stage M2 de Xavier Lamboley pour diverses résolutions (entre 125 m et 8 km) à partir d'une simulation LES de base à 62.5 m de résolution. Il s'agit du même cas IHOP étudié dans Pergaud *et al.* (2009). En (b) : le profil vertical du nombre de Lewis turbulent entropique Le_{ts} (j'ai ajouté à la main la courbe en rouge pointillé).

Il s'agissait surtout d'étudier la zone-grise de la turbulence hectométrique à partir d'une simulation LES du cas IHOP (International H2O Project) à la résolution de 62.5 m (en comparant les données diagnostiquées à des résolutions multiples de plus en plus lâche, jusqu'à atteindre celle de 8 m). Le cas IHOP (Great Plains of Oklahoma and Kansas, USA) est un cas d'air humide mais en ciel clair (avec du q_v mais sans eau condensée). C'était donc un cas idéal pour tester mes idées sur l'impact de $\theta_s \approx \theta_l \exp(\Lambda_r q_v)$ par rapport à θ_l , avec $\Lambda_r \approx 6$, les valeurs locales et les gradients verticaux du facteur $\exp(\Lambda_r q_v)$ étant importants pour ce cas IHOP.

Cette simulation IHOP avait déjà été étudiée dans Pergaud *et al.* (2009). J'ai reproduit sur les Figures 43 (a) et (b) les profils verticaux (numérisés à partir de l'article de 2009) des valeurs locales et des flux des variables de Betts (θ_l , q_t). Il s'agit dans ce cas d'une simulation 1D, pas de sorties LES. J'ai pu ensuite reproduire sur les Figures 44 (a) et (b) les profils verticaux des valeurs locales et des flux de θ_s , en utilisant les formules encadrées en bleu sur la Figure 43 (c).

Le profil vertical de θ_s indiqué sur la Figure 44 (a) est en bon accord avec ceux que j'avais pu étudier depuis 2010 à partir des données de plusieurs cumulus. Il en va de même pour le profil vertical du flux total de θ_s en rouge en (b), qui est très similaire à celui que j'avais présenté lors du meeting de EUCLIPSE à Exeter (Angleterre) en juin 2011.

La nouveauté concerne la partition de ce flux total de θ_s en ses parties "Turbulent" et "Mass-flux". On voit que le flux turbulent de θ_s est toujours positif en bleu continu en (b), du sol jusqu'à 1200 m, alors que le gradient vertical de θ_s est toujours négatif en (a), du sol jusqu'à 1200 m. De ce fait, il n'y pas de zone à contre-gradient du sol jusqu'à 1200 m,

comme on peut l’observer dans certaines zones avec la variable de Betts θ_l . Ainsi, le coefficient d’échange K_s défini par $\overline{w'\theta'_s} = -K_s \partial\overline{\theta_s}/\partial z$ est toujours défini et il est partout positif du sol jusqu’à 1200 m !

C’est là un aspect qui me semble très important, dans la mesure où on observe avec θ_s le même comportement sympathique observé avec q_t . Ainsi, une turbulence basée sur le couple (θ_s, q_t) paraît a priori plus aisée à comprendre et à manipuler que celle basée, comme maintenant, sur les deux variables de Betts (θ_l, q_t) . Comme je l’ai indiqué dans mon article Marquet (2011), cette variable de Betts θ_l apparaît comme un simple artefact et comme une projection de l’entropie de l’air humide, qui est représentée par θ_s (comme indiqué sur la Figure 45 pour le cas d’un stratocumulus).

Je montre sur les Figures 46 (a) et (b) deux des résultats obtenus en sortie d’une LES lancée par Rachel Honnert lors du stage de Xavier, pour le même cas IHOP étudié dans Pergaud *et al.* (2009).

Le flux total de θ_s en (a) est similaire pour la résolution 8 km (en bleu) au profil que j’ai diagnostiqué (en rouge) sur la Figure 44 (b) à partir des données issues des simulations 1D de Pergaud *et al.* (2009). On voit comment ce flux total de θ_s reste positif pour toutes les résolutions entre 8 km et 250 m.

Le profil vertical du “nombre de Lewis turbulent entropique” $Le_{tS} = K_s/K_w$ est tracé sur la Figure 46 (b). Ces calculs ont été faits en décontaminant les flux totaux de θ_s et de q_t de leur partie flux de masse, pour ne retenir que la partie turbulente. Ce faisant, les coefficients d’échanges K_s et K_w sont définis par $\overline{w'\theta'_s}|_{\text{turb}} = -K_s \partial\overline{\theta_s}/\partial z$ et $\overline{w'q'_t}|_{\text{turb}} = -K_w \partial\overline{q_t}/\partial z$.

On voit que l’absence de contre-gradient, et plus encore l’absence d’annulation des gradients verticaux de θ_s et de q_t , conduit à une bonne définition de K_s , K_w et de leur rapport Le_{tS} du sol jusqu’à jusqu’à 1000 m, ce qui est remarquable de robustesse et ne peut pas être obtenu avec le couple des variables de Betts (θ_l, q_t) . De plus, on voit que ce rapport est presque inchangé pour les quatre résolutions les plus grossières (entre 8 et 1 km). Cette indépendance à la résolution de la maille au dessus de la zone grise de la turbulence n’était pas espérée.

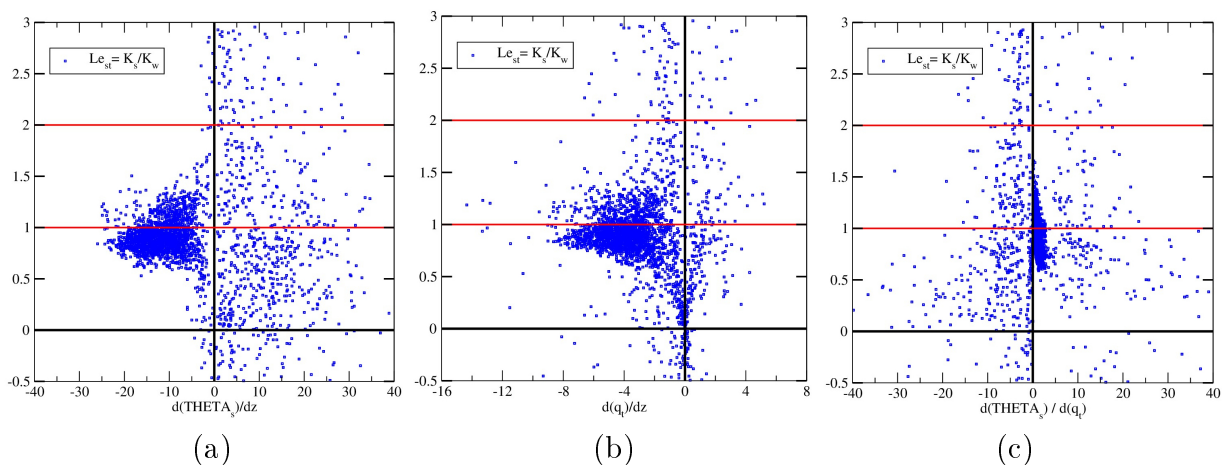


Figure 47: Des nuages de points issus des mesures du mat instrumenté et des mesures de flux à Cabauw, aux Pays-Bas. Le nombre de Lewis turbulent $Le_{tS} = K_s/K_w$ est placé en ordonnées, avec en abscisses : le gradient $\Delta\theta_s/\Delta z$ en (a) ; le gradient $\Delta q_t/\Delta z$ en (b) ; le rapport de ces gradients $\Delta\theta_s/\Delta q_t$ en (c).

Tous ces résultats demandent à être confirmés, mais si tout cela est vrai, alors cette simulation LES de IHOP montrerait que le nombre de Lewis turbulent s’écarterait assez

fortement de 1, pour atteindre voire dépasser la valeur 2 en milieu de couche limite ? Ces résultats sont en accord avec plusieurs articles des années 50 à 70 qui indiquaient de telles valeurs supérieures à 2 : Pasquill (1949), Swinbank (1951), Pruitt and Aston (1963), Warhaft (1976), Kiangi (1977), Verma *et al.* (1978). Même si on doit toujours se méfier et imaginer des problèmes numériques dans les diagnostics de Xavier Lamboley, il faudrait imaginer des coïncidences étranges (voire improbables ?) pour obtenir le beau faisceau de courbes de la Figure 46 (b). Néanmoins, de telles erreurs et coïncidences sont toujours possibles...

Pour aller plus loin et conforter les résultats précédents, j'ai essayé de traiter les données issues de mats instrumentés, comme celui de Cabauw (aux Pays-Bas), ou Wangara (en Australie), ou encore BLLAST (Lannemezan en France, contacts avec Fleur Couvreur). J'ai obtenu quelques résultats (très préliminaires) pour les mesures issues de Cabauw. On voit sur les Figures 47 (a), (b) et (c) que la dispersion des nuages de points pour $Le_{ts} = K_s/K_w$ est assez importante pour les trois "paramètres de stabilité" : $\Delta\theta_s/\Delta z$ en (a), $\Delta q_t/\Delta z$ en (b) et $\Delta\theta_s/\Delta q_t$ en (c). Avec les yeux de la foi, on peut imaginer certaines organisations de points qui sembleraient s'écarter de la valeur $Le_{ts} = 1$?

Toutefois, rien ne dit que ces trois "paramètres de stabilité" soient véritablement pertinents. Il est même fort probable que l'ajout de l'humidité, en plus de la température et du vent, doit rendre impossible l'obtention de nuages de points qui puissent être alignés sur de tels diagrammes 2D ?

Il faut donc en revenir aux fondements de notre vision de la turbulence atmosphérique, pour y inclure de manière cohérente les deux hypothèses : "utilisation de θ_s " et " $Le_{ts} \neq 1$ ", ceci dans les équations de base. J'ai pu mener à bien ces travaux théoriques en repartant des équations (25)-(30) de Redelsperger et Sommeria (1981), qui conduisent au formalisme dit "CBR" (Cuxart *et al.*, 2000) actuellement utilisé dans Meso-NH, AROME, ALADIN et ARPEGE.

J'ai donc repris à zéro l'établissement des équations pour les flux de u , v , q_t et θ_s avec l'hypothèse $Le_{ts} \neq 1$, en écrivant (résultats non-publiés) :

$$\frac{15 C_{pv}}{4 L} \overline{w'u'} = -\sqrt{e} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}, \quad (79)$$

$$\frac{15 C_{pv}}{4 L} \overline{w'v'} = -\sqrt{e} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z}, \quad (80)$$

$$\frac{3 C_{p\theta}}{2 L} \overline{w'\theta'_s} = -\sqrt{e} \frac{\partial \bar{\theta}_s}{\partial z} + \frac{b}{\sqrt{e}} \left[E_s \overline{(\theta'_s)^2} + E_q \overline{(\theta'_s q'_t)} \right], \quad (81)$$

$$\frac{3 C_{pq}}{2 L} \overline{w'q'_t} = -\sqrt{e} \frac{\partial \bar{q}_t}{\partial z} + \frac{b}{\sqrt{e}} \left[E_s \overline{(\theta'_s q'_t)} + E_q \overline{(q'_t)^2} \right], \quad (82)$$

$$\frac{C_{\epsilon_{\theta\theta}}}{L} \overline{(\theta'_s)^2} = -\frac{1}{\sqrt{e}} \frac{\partial \bar{\theta}_s}{\partial z} \overline{w'\theta'_s}, \quad (83)$$

$$\frac{C_{\epsilon_{qq}}}{L} \overline{(q'_t)^2} = -\frac{1}{\sqrt{e}} \frac{\partial \bar{q}_t}{\partial z} \overline{w'q'_t}, \quad (84)$$

$$\frac{C_{\epsilon_{\theta q}}}{L} \overline{(\theta'_s q'_t)} = -\frac{1}{2\sqrt{e}} \left(\frac{\partial \bar{q}_t}{\partial z} \overline{w'\theta'_s} + \frac{\partial \bar{\theta}_s}{\partial z} \overline{w'q'_t} \right), \quad (85)$$

où on a posé $b = g/\theta$ dans les membres de droite de (81)-(82) et où E_s et E_q sont définis par :

$$\overline{w'\theta'_v} = E_s \overline{w'\theta'_s} + E_q \overline{w'q'_t}. \quad (86)$$

Ces deux paramètres dépendent du flux de la température potentielle virtuelle lorsqu'elle est projetée sur les flux du couple (θ_s, q_t) .

Les trois coefficients C_{pv} , $C_{p\theta}$ et C_{pq} dans les membres de gauche de (79)-(82) correspondent aux termes de presso-corrélations dans les équations pour le mouvement, pour l'entropie de l'air humide et pour le contenu total en eau, respectivement.

Les trois coefficients $C_{\epsilon_{\theta\theta}}$, $C_{\epsilon_{qq}}$ et $C_{\epsilon_{\theta q}}$ dans les membres de gauche de (83)-(85) correspondent aux diffusions moléculaires (ou à "petite échelle") dans les équations pour les moments d'ordre deux $\overline{\theta'_s{}^2}$, $\overline{q'_t{}^2}$ et $\overline{\theta'_s q'_t}$, respectivement.

Les deux premières équations (79)-(80) permettent le calcul direct des flux turbulents pour les composantes du vent, ce qui donne :

$$\overline{u'w'} = -K_u \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}, \quad K_u = C_m L \sqrt{e} = K_m, \quad (87)$$

$$\overline{v'w'} = -K_v \frac{\partial \overline{u}}{\partial z}, \quad K_v = C_m L \sqrt{e} = K_m. \quad (88)$$

Ainsi, comme dans CBR, les coefficients d'échange $K_u = K_v = K_m$ dépendent de la même constante $C_m = 4/(15 C_{pv})$ qui intervient à la fois pour u et pour v .

On doit ensuite calculer les flux d'entropie et d'eau totale en insérant les expressions de $\overline{\theta'_s{}^2}$, $\overline{q'_t{}^2}$ et $\overline{\theta'_s q'_t}$ tirées de (83)-(85) dans les membres de droite de (81) et (82), ce qui conduit au système suivant de deux équations pour les deux inconnues $\overline{w'\theta'_s}$ et $\overline{w'q'_t}$:

$$\left[1 + \Gamma C_1 E_s \frac{\partial \overline{\theta}_s}{\partial z} + \Gamma C_2 E_q \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z} \right] \overline{w'\theta'_s} + \left[\Gamma C_2 E_q \frac{\partial \overline{\theta}_s}{\partial z} \right] \overline{w'q'_t} = -C_s L \sqrt{e} \frac{\partial \overline{\theta}_s}{\partial z}, \quad (89)$$

$$\left[\Gamma C_4 E_s \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z} \right] \overline{w'\theta'_s} + \left[1 + \Gamma C_3 E_q \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z} + \Gamma C_4 E_s \frac{\partial \overline{\theta}_s}{\partial z} \right] \overline{w'q'_t} = -C_w L \sqrt{e} \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z}. \quad (90)$$

Pour avoir ces formules "compactes", il faut poser les choses suivantes :

$$C_s = \frac{2}{3 C_{p\theta}}, \quad C_w = \frac{2}{3 C_{pq}}, \quad C_1 = \frac{C_s}{C_{\epsilon_{\theta\theta}}} = 2C, \quad C_2 = \frac{C_s}{2 C_{\epsilon_{\theta q}}}, \quad (91)$$

$$C_3 = \frac{C_w}{C_{\epsilon_{qq}}}, \quad C_4 = \frac{C_w}{2 C_{\epsilon_{\theta q}}}, \quad \Gamma = \frac{g L^2}{\theta e}. \quad (92)$$

Le système (89)-(90) est résolu dans Redelsperger et Sommeria (1981) et Cuxart *et al.* (2000) en faisant les hypothèses $C_{pq} = C_{p\theta}$, $C_{\epsilon_{\theta\theta}} = C_{\epsilon_{qq}} = C_{\epsilon_{\theta q}}$ et en remplaçant $\theta_s = \theta_l \exp(\Lambda_s q_t)$ par θ_l . Ces hypothèses conduisent logiquement à $\text{Le}_{\text{ts}} = 1$.

Différemment, il s'agit ici de traiter le cas le plus général en introduisant (sans perte de généralité) les variables A , A_ϵ and B_ϵ qui sont définies telles que :

$$C_{pq} = A C_{p\theta} \implies C_w = \frac{C_s}{A}, \quad C_{\epsilon_{\theta q}} = \frac{C_{\epsilon_{\theta\theta}}}{A_\epsilon}, \quad C_{\epsilon_{qq}} = \frac{C_{\epsilon_{\theta\theta}}}{A_\epsilon B_\epsilon}. \quad (93)$$

On peut alors inverser le système (89)-(90), ce qui conduit aux nouvelles fonctions de stabilité ϕ_3 and ψ_3 qui dépendent de A , A_ϵ et B_ϵ :

$$\overline{w'\theta'_s} = -K_s \frac{\partial \overline{\theta}_s}{\partial z}, \quad K_s = C_s L \sqrt{e} \phi_3, \quad (94)$$

$$\overline{w'q'_t} = -K_w \frac{\partial \overline{q}_t}{\partial z}, \quad K_w = C_s L \sqrt{e} \psi_3. \quad (95)$$

Des notations “compactes” pour ϕ_3 et ψ_3 peuvent être obtenues en définissant les nombres Y_s et Y_q par :

$$Y_s = C \Gamma E_s \frac{\partial \overline{\theta_s}}{\partial z}, \quad Y_q = C \Gamma E_q \frac{\partial \overline{q_t}}{\partial z}, \quad (96)$$

$$Y_t = Y_s + Y_q \approx C \Gamma \frac{\partial \overline{\theta_v}}{\partial z}, \quad \Delta Y = Y_q - Y_s, \quad (97)$$

où $C = C_1/2$ est défini dans (91). On peut ensuite introduire les nombres F_s et F_q qui sont définis par :

$$F_s = 1 + 2 Y_s + A_\varepsilon Y_q, \quad (98)$$

$$A F_q = A + A_\varepsilon Y_s + 2 A_\varepsilon B_\varepsilon Y_q. \quad (99)$$

Toutes ces notations permettent d’écrire les fonctions de stabilité sous les formes “compactes” suivantes :

$$\phi_3 = \frac{A F_q - A_\varepsilon Y_q}{A F_q F_s - A_\varepsilon^2 Y_s Y_q}, \quad (100)$$

$$\psi_3 = \frac{F_s - A_\varepsilon Y_s}{A F_q F_s - A_\varepsilon^2 Y_s Y_q}. \quad (101)$$

Le facteur de Lewis turbulent $Le_{ts} = K_s/K_w$ peut alors être calculé en partant des équations (94), (95) et (98)-(101). Il est égal au rapport ϕ_3/ψ_3 et il vaut :

$$Le_{ts} = \frac{\phi_3}{\psi_3} = \frac{A F_q - A_\varepsilon Y_q}{F_s - A_\varepsilon Y_s} = \frac{A + A_\varepsilon Y_s + A_\varepsilon (2 B_\varepsilon - 1) Y_q}{1 + (2 - A_\varepsilon) Y_s + A_\varepsilon Y_q}. \quad (102)$$

Le cas trivial $A = A_\varepsilon = B_\varepsilon = 1$ correspond à $F_s = 1 + Y_t + Y_s$, $F_q = 1 + Y_t + Y_q$ et les numérateurs de ϕ_3 et ψ_3 sont tous les deux égaux à $1 + Y_t$, ce qui donne logiquement $Le_{ts} = 1$ comme dans Redelsperger et Sommeria (1981) et dans Cuxart *et al.* (2000). De plus, le dénominateur (commun) est égal à $(1 + Y_t)(1 + 2 Y_t)$, ce qui redonne au final le résultat attendu :

$$\frac{1}{\phi_3} = \frac{1}{\psi_3} = 1 + 2 Y_t \approx 1 + C_1 \Gamma \frac{\partial \overline{\theta_v}}{\partial z}, \quad (103)$$

où $C_1 = 2 C$ donné par (91) est le même que dans Redelsperger et Sommeria (1981) et dans Cuxart *et al.* (2000).

Mais pour le cas le plus général où A , A_ε et B_ε sont tous différents de 1, l’équation (102) indique que le nombre de Lewis turbulent Le_{ts} ne peut pas se mettre sous une forme qui ne dépendrait que d’un seul paramètre, comme par exemple Y_s ou Y_q qui dépendent des gradients verticaux de θ_s et q_t , respectivement. Ce résultats doit pouvoir expliquer pourquoi les nuages de points sont aussi dispersés sur les Figures 47 (a) et (b), qui dépendent des gradients discrétisés $\Delta\theta_s/\Delta z$ et $\Delta q_t/\Delta z$, respectivement.

Il est bien-sûr possible de tester d’autres combinaisons, par exemple en mettant Y_q partiellement en facteur dans (102) pour donner :

$$Le_{ts} = \frac{A + Y_q [A_\varepsilon (Y_s/Y_q) + A_\varepsilon (2 B_\varepsilon - 1)]}{1 + Y_q [(2 - A_\varepsilon) (Y_s/Y_q) + A_\varepsilon]}. \quad (104)$$

Cette vision correspond à la Figure 47 (c), où (Y_s/Y_q) est évalué à travers le rapport $\Delta\theta_s/\Delta q_t$.

Il est possible d'écrire (102) sous des formes alternatives qui pourront s'avérer plus facile à valider par des observations. On peut par exemple utiliser la somme $Y_t = Y_s + Y_q$ et la différence $\Delta Y = Y_q - Y_s$, ce qui conduit à $Y_s = (Y_t - \Delta Y)/2$ et $Y_q = (Y_t + \Delta Y)/2$. Il est alors possible de récrire (102) sous les formes alternatives suivantes :

$$\text{Le}_{ts} = \frac{A + 2 A_\varepsilon B_\varepsilon Y_q - A_\varepsilon \Delta Y}{1 + 2 Y_q + (A_\varepsilon - 2) \Delta Y}, \quad (105)$$

$$\text{Le}_{ts} = \frac{A + 2 A_\varepsilon B_\varepsilon Y_s + A_\varepsilon (2 B_\varepsilon - 1) \Delta Y}{1 + 2 Y_s + A_\varepsilon \Delta Y}, \quad (106)$$

$$\text{Le}_{ts} = \frac{A + A_\varepsilon B_\varepsilon Y_t + A_\varepsilon (B_\varepsilon - 1) \Delta Y}{1 + Y_t + (A_\varepsilon - 1) \Delta Y}. \quad (107)$$

Pour aller plus loin, on pourra s'intéresser à la neutralité (notée par des exposants 0) qui correspond à $\partial \bar{\theta}_v / \partial z = 0$ et, d'après (96)-(97), à $Y_t^0 = Y_s^0 + Y_q^0 \approx 0$, $Y_s^0 \approx -Y_q^0$ et $\Delta Y^0 = 2 Y_q^0 = -2 Y_s^0$, ce qui donne d'après (107) :

$$\text{Le}_{ts}^0 \approx \frac{A + A_\varepsilon (B_\varepsilon - 1) \Delta Y^0}{1 + (A_\varepsilon - 1) \Delta Y^0}. \quad (108)$$

Cette valeur à la neutralité varie avec les valeurs locales de $\Delta Y^0 = Y_q^0 - Y_s^0$ et n'est donc pas une constante.

Il faut insister sur un point qui n'est pas un détail : les valeurs de E_s et E_q sont différentes de celles apparaissant dans Redelsperger et Sommeria (1981) et dans Cuxart *et al.* (2000), où θ_s est remplacée par θ_l . En effet, si on fait l'hypothèse $\theta_s \approx (\theta_s)_1$ et si on suppose qu'il n'y a pas d'eau condensée ni de précipitation (air clair humide), alors on peut calculer les flux turbulents de $\theta_v = \theta (1 + \delta q_v)$ et $(\theta_s)_1 = \theta \exp(\Lambda_r q_v)$, ce qui donne $\overline{w'\theta'_v} \approx E_{s1} \overline{w'(\theta_s)'_1} + E_{q1} \overline{w'q'_t}$, où :

$$E_{s1} = \frac{1 + \delta \bar{q}_v}{\exp(\Lambda_r \bar{q}_v)} > 0, \quad E_{q1} = -(\Lambda_r - \delta) \bar{\theta} < 0. \quad (109)$$

On voit que ces valeurs de E_{s1} et E_{q1} sont fort différentes de celles considérées avec le couple $(\theta_l = \theta, q_t)$ dans Redelsperger et Sommeria (1981) et dans Cuxart *et al.* (2000) :

$$E_{\theta/CBR} = 1 + \delta \bar{q}_v > 0, \quad E_{q/CBR} = \delta \bar{\theta} > 0. \quad (110)$$

On voit, en particulier, que la valeur positive $E_{q/CBR}$ est remplacé par la valeur négative E_{q1} , alors que $E_{\theta/CBR}$ et E_{s1} restent très proches, même si au final on obtient la même somme pondérée : $\overline{w'\theta'_v} \approx E_{\theta/CBR} \overline{w'\theta'_l} + E_{q/CBR} \overline{w'q'_t} \approx E_{s1} \overline{w'(\theta_s)'_1} + E_{q1} \overline{w'q'_t}$.

Ainsi s'achèvent, début 2016, mes travaux préparatoires sur l'utilisation de l'entropie de l'air humide et de θ_s dans la turbulence atmosphérique.

Jean-François Geleyn pensait qu'il ne serait pas possible de considérer le cas d'un nombre de Lewis turbulent différent de 1 pour l'atmosphère, un des arguments étant qu'il ne serait plus possible de factoriser des fonctions de type ψ_3 et ψ_3 dans les flux turbulents de θ_l (ou θ_s) et q_t . J'ai le regret de ne pas avoir pu lui montrer mes résultats (100) et (101), qui semblent prouver le contraire et qui l'auraient sans nul doute fortement intéressées.

 Enthalpie et flux latent en surface

Parmi mes premiers travaux réalisés à GMAP à l'automne 2014, je me suis intéressé à la question de l'interface sol-atmosphère et aux diverses possibilités de modifier les codes pour tester concrètement mes idées sur l'utilisation de l'entropie ou de enthalpie de l'air humide que j'avais défini au LABO (et donc θ_s et/ou T_h), à la fois dans la partie atmosphérique et en surface.

Ce faisant, je me posais la sempiternelle question de savoir comment exprimer la quantité "turbulente" en surface ? Cette question faisait partie des problèmes ouverts sur lesquels je n'étais pas vraiment d'accord avec Jean-François Geleyn.

A cette époque, je penchais plutôt pour un usage généralisé de θ_s sur toute la colonne atmosphérique, y-compris pour le flux "en surface", c'est à dire là où on implique les différences de température et humidité entre la surface et le premier niveau modèle au dessus du sol. Mais je savais aussi que la façon dont les équations de ISBA avait été conçu (Giordani, 1993) revenait à écrire le bilan d'énergie en surface pour la température (T_{surf}) et l'humidité (q_{surf}).

En effet, les systèmes implicites actuels dans ISBA (ou dans SURFEX, si l'option correspondante est activée) mélangent l'utilisation des flux turbulents $\overline{w'\theta'_l}$ et $\overline{w'q'_l}$ pour la partie atmosphérique, alors que les flux en surface sont issus du bilan d'énergie et s'expriment sous la forme des flux de chaleur sensible et latente, exprimés par des choses comme $SH = \bar{\rho} c_p \overline{w'\theta'}$ ou $\bar{\rho} \overline{w'(c_p T + \phi)'}$ pour le flux de chaleur sensible, et $LH = \bar{\rho} L_{vap/sub} \overline{w'q'_v}$ pour le flux latent.

De manière sous-jacente, on voit que la somme $SH + LH$ correspond au flux de la fameuse "Moist-Static Energy" $MSE = c_p T + L_{vap/sub} q_v + \phi$. Mais dans mon esprit, la MSE n'avait plus de sens et devait être remplacée par la somme de l'enthalpie et du géopotentiel $h + \phi$, avec pour h la formulation qui allait être publiée dans mon article Marquet (2015-a) alors en cours de révision au QJRMS.

J'ai alors entrepris à partir de mai 2014 une recherche bibliographique concernant les schémas de surface, en remontant jusqu'aux années 60 et les articles de Manabe ou Smagorinsky. C'est alors que je suis tombé en juin 2014 sur les articles de Montgomery (1948), Businger (1982) et Sun *et al.* (1995), en plus du rapport de Van Dijk *et al.* (2004) et de plusieurs remarques du livre de Ambaum (2010).

Ces rapport, livre et articles rentraient formidablement en résonance avec mes travaux sur l'enthalpie de l'air humide (l'article était accepté au QJRMS depuis janvier 2014). En effet, la problématique des "flux de surface" y était abordé en des termes que je peux résumer ainsi.

- Pour Montgomery (1948), les transferts de chaleur à travers la surface océanique par conduction, évaporation ou condensation de doivent pas être considérés comme des entités séparées, mais au contraire comme la manifestation d'un processus physique unique : le flux de l'enthalpie spécifique $\bar{\rho} \overline{w'h'}$, qui s'avère être égal à la somme $SH + LH$ des flux appelés "sensible" et "latent". Montgomery ajoute explicitement que la séparation en deux flux séparés, SH d'un côté, LH de l'autre, semble artificielle. Pour Montgomery, l'océan est réchauffé ou refroidi par deux seuls processus : le rayonnement et le flux d'enthalpie spécifique, que l'on peut appelé "processus de contact" (par opposition aux flux de rayonnement, qui sont non-locaux).
- Montgomery (1948) a donc essayé de calculer ce flux d'enthalpie spécifique $\bar{\rho} \overline{w'h'}$. Mais comme Richardson en 1922, il a été aussitôt confronté au problème de devoir déterminer

les constantes de référence pour chacun des composants de l’atmosphère : N_2 , O_2 , H_2O , ... En effet, s’il a pu écrire raisonnablement $h = h_0 + c_p (T - T_0)$ pour chacun de ces composants (avec un c_p constant avec la température mais qui varie en fonction du composant considéré), il a été obligé de poser arbitrairement un niveau zéro pour ces enthalpies spécifiques $h_0 = 0$ pour un certain T_0 à déterminer. Après une étude d’impact, il conclut que si la mesure du flux $\bar{\rho} \overline{w' h'}$ ne doit pas être trop modifié si T_0 est changé de “quelques degrés”, une imprécision sur T_0 de l’ordre de “quelques dizaines de degrés” empêcherait un calcul précis du flux d’enthalpie spécifique.

- Faisant suite aux travaux de Brook (1978) et de Frank et Emmitt (1981), Businger (1982) a pu préciser ces aspects en calculant l’enthalpie spécifique de l’air humide sans spécifier a priori ces valeurs de référence. Ensuite, il a comparé les deux types hypothèses : d’un côté poser $h_0 = 0$ pour $T_0 = 0$ Kelvin, ou bien poser $h_0 = 0$ pour $T_0 = 0$ Celsius (ou au point triple de l’eau). Il conclut en disant que, si l’hypothèse d’annulation des enthalpies à 0 Kelvin semble attractive, elle est *illusoire dans la mesure où on ne peut pas intégrer $c_p(T)$ jusque 0 Kelvin avec l’hypothèse d’un c_p constant avec la température*. C’est donc à défaut de connaître ces variations de $c_p(T)$ avec la température que Businger indique qu’il est “pratique de poser $h_0 = 0$ pour $T_0 = 0$ Celsius”.
- On trouve des mots très forts dans Sun *et al.* (1995) où à la fois Montgomery (1948) et Businger (1982) sont cités. Il est indiqué que : “la confusion règne concernant la meilleure façon de relier les mesures directes des flux turbulents de chaleur sensible et d’eau aux valeurs correspondantes en surface”. D’autre part, il est dit que : “le recours aux premier principe (de la thermodynamique) crée de la complexité, mais il en résulte la possibilité d’une représentation précise et quantitative des mécanismes à l’œuvre dans les échanges de masse, de chaleur et d’eau entre l’air et la surface terrestre”. Il est à nouveau précisé que les difficultés proviennent en partie de : “la nature arbitraire des références thermodynamiques pour les processus impliquant l’air humide”.
- Van Dijk *et al.* (2004) précise bien que “en pratique, on mesure le flux de chaleur dans le sol sous la surface, et l’évaporation, le rayonnement net et le flux de chaleur à une certaine distance au dessus de la surface, avec l’idée sous-jacente que le transport turbulent est la clef pour extraire ou fournir de la chaleur et de l’eau à partir de la surface”.
- On trouve également des mots très forts dans Ambaum (2010) : “les flux sensible et latent sont essentiellement les deux contributions au flux total d’enthalpie de l’air humide”, “les flux sensible et latent sont *contenus* dans ce flux total d’enthalpie de l’air humide”, et que “si pour mesurer ce flux total d’enthalpie de l’air humide on doit connaître à la fois ces deux flux dits “sensible” et “latent”, pour évaluer le bilan de l’énergie (de l’air humide) il n’y a *pas de sens à considérer ces deux flux séparément l’un de l’autre*”.

J’ai alors décidé d’engager une étude exploratoire qui est partiellement publiée dans Marquet (2015-e) (*Definition of Total Energy budget equation in terms of moist-air Enthalpy surface flux*, Blue-Book du WGNE, arXiv : <http://arxiv.org/abs/1503.01649>).

L’idée est de considérer le bilan de l’énergie totale e_{tot} de l’atmosphère qui, en accord avec Montgomery (1948), est égale à la somme :

$$e_{\text{tot}} = e_{\text{cin}} + \phi + e_{\text{int}} \quad (111)$$

des énergies cinétique $e_{\text{cin}} = (u^2 + v^2 + w^2)/2$, potentielle de pesanteur $\phi = g z$ et interne e_{int} . Ensuite, on peut écrire le bilan pour une masse unité d’air humide en ajoutant les trois

équations pour e_{cin} , ϕ and e_{int} , ce qui donne :

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho (e_{\text{int}} + \phi + e_{\text{cin}})] = -\nabla \cdot [\rho (h + \phi + e_{\text{cin}}) \mathbf{U}] - \rho \nabla \cdot \mathbf{F}_R + \rho \sum_k d_k, \quad (112)$$

où $\mathbf{U} = (u, v, w)$ est le vecteur vent, \mathbf{F}_R le flux total net de rayonnement et où d_k représente toutes les autres sources et puits d'énergie.

Le premier terme au membre de droite de (112) s'exprime comme la convergence du flux de l'enthalpie totale $e_{\text{cin}} + \phi + h$, où h est l'enthalpie spécifique de l'air humide qui vaut $h = e_{\text{int}} + p/\rho = e_{\text{int}} + RT$, où $R = q_d R_d + q_v R_v$. Le terme additionnel $p/\rho = RT$ provient du travail des forces de pressions via la divergence : $\nabla \cdot (p \mathbf{U}) = \nabla \cdot [\rho (p/\rho) \mathbf{U}]$.

On peut intégrer (112) sur une colonne verticale infinie de l'atmosphère. Si on considère l'énergie totale définie pour une section d'aire horizontale unité par

$$E_{\text{tot}} = \int \overline{\rho (e_{\text{int}} + \phi + e_{\text{cin}})} dz, \quad (113)$$

où la barre représente la moyenne horizontale. Alors, si on néglige les flux latéraux, l'équation pour l'énergie totale s'écrit sous la forme :

$$\frac{\partial E_{\text{tot}}}{\partial t} = \overline{\rho (h + \phi + e_{\text{cin}}) w} + (R_n)_{\text{sfc}} - (R_n)_{\text{toa}} + \sum_k D_k, \quad (114)$$

où l'intégrale des ρd_k sont notées D_k .

En effet, l'intégrale de la divergence dans (112) est exprimée dans (114) en utilisant le théorème de Green-Ostrogradski, ce qui donne d'une part le flux en surface de l'enthalpie totale $h + \phi + e_k$, d'autre part le bilan net du rayonnement $(R_n)_{\text{sfc}} - (R_n)_{\text{toa}}$ entre la surface et le sommet de l'atmosphère (la convention de signe correspond à des flux positifs vers le haut).

Pour simplifier les notations, on peut considérer que les flux verticaux de toute quantité X vérifie la propriété suivante $\overline{(\rho w)' X'} \approx \bar{\rho} \overline{w' X'}$. Les flux des trois composantes de l'enthalpie totale $h + \phi + e_{\text{cin}}$ s'écrivent alors sous la forme suivante :

$$F_h \approx \bar{\rho} \overline{w' h'}; \quad F_\phi \approx \bar{\rho} \overline{w' \phi'}; \quad F_{\text{cin}} \approx \bar{\rho} \overline{w' e'_{\text{cin}}}. \quad (115)$$

On considère aussi, pour simplifier, que l'impact des valeurs moyennes \bar{h} , $\bar{\phi}$ and \bar{e}_{cin} est nul, du fait que $\overline{(\rho w)} \approx 0$ (flux vertical de de la masse qui s'annule près de la surface).

Si on met de côté la problématique du flux vertical turbulent d'énergie cinétique F_{cin} , d'après (115), il reste à calculer le flux vertical turbulent de la quantité notée $Y = h + \phi$ dans Montgomery (1948) :

$$F_Y = F_h + F_\phi \approx \bar{\rho} \overline{w' (h + \phi)'}. \quad (116)$$

Le but est donc, comme indiqué dans Montgomery (1948) et Businger (1982), de calculer la valeur locale de l'enthalpie spécifique h .

J'ai découvert, fin 2014, une nouvelle façon d'écrire cette fonction enthalpie utilisable qui est différente de celle que j'ai proposée dans l'article paru en 2015-a au QJRMS. Il faut bien-sûr d'abord utiliser la propriété d'additivité, qui indique que :

$$h = q_d h_d + q_v h_v + q_l h_l + q_i h_i. \quad (117)$$

Comme d'habitude, on suppose que les chaleurs spécifiques à pression constante ne varient pas avec la température dans la gamme des valeurs atmosphériques, ce qui revient à écrire

$$h_d = (h_d)_r + c_{pd} (T - T_r), \quad h_v = (h_v)_r + c_{pv} (T - T_r), \quad (118)$$

$$h_l = (h_l)_r + c_l (T - T_r), \quad h_i = (h_i)_r + c_i (T - T_r). \quad (119)$$

Ces enthalpies partielles données par (118) et (119) sont ensuite injectées dans (117) et, grâce à $q_d = 1 - q_t$, on peut facilement réarranger les termes pour écrire l'enthalpie spécifique de l'air humide sous la forme :

$$h = h_{\text{ref}} + c_{pd} T + L_h(T) q_t - L_{\text{vap}}(T) q_l - L_{\text{sub}}(T) q_i. \quad (120)$$

Le premier terme de (120) vaut $h_{\text{ref}} = (h_d)_r - c_{pd} T_r$ et ne dépend que des valeurs de référence $(h_d)_r$ et T_r , c_{pd} étant une constante. Le deuxième terme ne dépend que de T , puisque c_{pd} est une constante. Les trois autres termes dépendent des contenus spécifiques en eau totale q_t , en eau liquide q_l et en glace q_i , chacun des trois termes étant multiplié par des "chaleurs latentes" définies par :

$$L_h \equiv h_v(T) - h_d(T), \quad L_{\text{vap}} \equiv h_v(T) - h_l(T), \quad L_{\text{sub}} \equiv h_v(T) - h_i(T). \quad (121)$$

Les chaleurs latentes sont en effet, par définition, des différences d'enthalpie entre deux états différents. C'est bien-sûr le cas pour L_{vap} et L_{sub} , qui correspondent à des changements de phase. Et même s'il n'est pas possible d'imaginer pour L_h une transformation chimique entre l'air sec et la vapeur d'eau, ni un changement d'état, la définition $L_h(T) = h_v(T) - h_d(T)$ est valide en toute généralité et, faute de mieux, on peut considérer que c'est un vrai analogue de L_{vap} et L_{sub} . De plus, indépendamment de son caractère un peu étrange et nouveau, on peut calculer ces trois chaleurs latentes pour toutes les températures à travers les relations :

$$L_h(T) = L_h(T_r) + (c_{pv} - c_{pd}) (T - T_r), \quad (122)$$

$$L_{\text{vap}}(T) = L_{\text{vap}}(T_r) + (c_{pv} - c_l) (T - T_r), \quad (123)$$

$$L_{\text{sub}}(T) = L_{\text{sub}}(T_r) + (c_{pv} - c_i) (T - T_r). \quad (124)$$

Ainsi on est ramené au problème de pouvoir calculer ces chaleurs latentes de référence :

$$L_h(T_r) = (h_v)_r - (h_d)_r, \quad L_{\text{vap}}(T_r) = (h_v)_r - (h_l)_r, \quad L_{\text{sub}}(T_r) = (h_v)_r - (h_i)_r. \quad (125)$$

On est donc face à la même exigence relevée par Montgomery (1948) et Businger (1982) : pouvoir calculer les quatre valeurs de références $(h_d)_r$, $(h_v)_r$, $(h_l)_r$ et $(h_i)_r$. On peut donc faire une analogie et considérer que $L_h(T_r) = [(h_v)_r - (h_d)_r]$ est à l'enthalpie (h) ce que le terme $c_{pd} \Lambda_r = [(s_v)_r - (s_d)_r]$ est à l'entropie (s).

Je rappelle sur la Figure 48 (a) la méthode que Richardson (1922) et Montgomery (1948) avait suggéré et que j'ai publié dans mon article de 2015-a au QJRMS. Il s'agit de récupérer les valeurs successives de $c_p(T)$ entre 0 K et 300 K pour toutes les phases solides, liquide puis vapeur des trois composants majoritaires de l'atmosphère (N_2 , O_2 , H_2O). Il faut ensuite ajouter toutes les chaleurs latentes de changement de phase (comme avec cette étrange transition du second ordre à 23.8 K pour O_2 , qui se produit sans chaleur latente mais avec une résonance et un quasi-Dirac en c_p).

Il faut surtout supposer, pour ces trois composants majoritaires de l'atmosphère, un niveau zéro des enthalpies pour la phase solide la plus stable à 0 K : c'est l'équivalent du troisième principe pour l'entropie. On obtient au final, pour $T_r = 273.15$ K :

$$(h_d)_r \approx 530 \text{ kJ kg}^{-1}, \quad (h_v)_r \approx 3133 \text{ kJ kg}^{-1}, \quad (126)$$

$$(h_l)_r \approx 632 \text{ kJ kg}^{-1}, \quad (h_i)_r \approx 298 \text{ kJ kg}^{-1}. \quad (127)$$

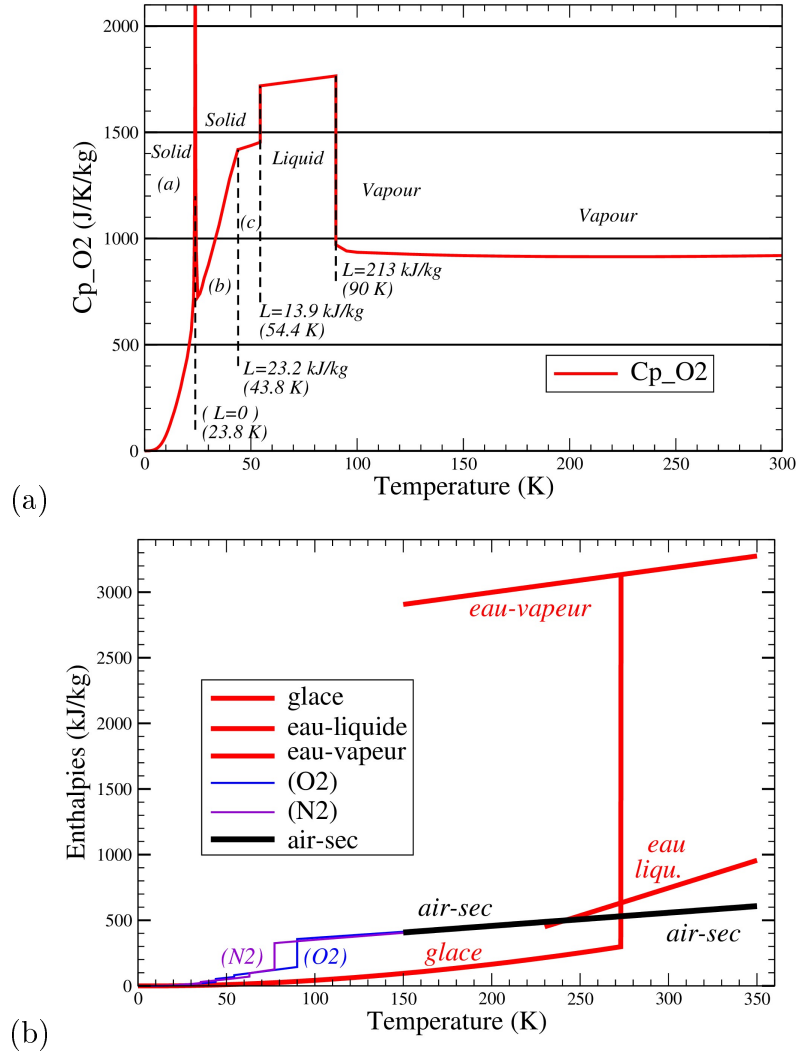


Figure 48: En (a) : un exemple des variations de la capacité calorifique à pression constante $c_p(T)$ pour les différentes phases (solides, liquide et gazeuse) de l'oxygène, avec indications des températures et chaleurs latentes (L) des 4 changements de phases. En (b) : en synthèse, les enthalpies de l'oxygène, de l'azote, de l'air sec et des 3 phases de l'eau.

Je montre sur la Figure 48 (b) le diagramme des enthalpies entre 0 et 350 K pour N₂, O₂, l'air sec et H₂O (sous ses trois phases). On remarque que, pour la gamme des températures atmosphériques, les enthalpies de N₂ et O₂ sont très proches et qu'il en va donc de même pour celle de l'air sec. D'autre part, les enthalpies de la glace et l'eau liquide sont du même ordre de grandeur, avec la coïncidence $h_d = h_l$ vers 240 K.

Cette coïncidence $h_d(T) \approx h_l(T)$ entre 240 et 300 K explique certaines des hypothèses utilisées pour établir les formules de type MSE, où $L_h(T) = h_v(T) - h_d(T)$ est souvent remplacée par $h_v(T) - h_l(T)$, qui est précisément égal à $L_{vap}(T)$. Mais il n'est pas obligatoire de faire cette hypothèse et il est plus intéressant de garder les formulations les plus exactes.

On voit surtout que la Figure 48 (b) est dominée par les sauts importants correspondant à $L_{vap}(T) = h_v(T) - h_l(T)$ et $L_{sub}(T) = h_v(T) - h_i(T)$, qui font que l'enthalpie de l'eau vapeur domine toutes les autres dans la gamme des températures atmosphériques.

Pour en revenir à la conséquence des valeurs numériques de référence (126)-(127), elles permettent de calculer $h_{ref} = (h_d)_r - c_{pd} T_r \approx 256$ kJ kg⁻¹ qui est une vraie constante indépendante de T_r , mais dont le calcul exigeait la connaissance de la valeur de $(h_d)_r$.

Les valeurs numériques (126)-(127) permettent aussi de calculer les chaleurs latentes de référence pour $T_r = 273.15$ K et via (125) :

$$L_h(T_r) \approx 2603 \text{ kJ kg}^{-1}, \quad L_{\text{vap}}(T_r) \approx 2501 \text{ kJ kg}^{-1}, \quad L_{\text{sub}}(T_r) \approx 2835 \text{ kJ kg}^{-1}, \quad (128)$$

et donc aussi pour n'importe quelle température dans la gamme atmosphérique, via (122)-(124), pour donner :

$$L_h(T) \approx [2603 + 0.841 (T - T_r)] \text{ kJ kg}^{-1}, \quad (129)$$

$$L_{\text{vap}}(T) \approx [2501 - 2.372 (T - T_r)] \text{ kJ kg}^{-1}, \quad (130)$$

$$L_{\text{sub}}(T) \approx [2835 - 0.26 (T - T_r)] \text{ kJ kg}^{-1}, \quad (131)$$

où T et $T_r = 273.15$ sont en Kelvin.

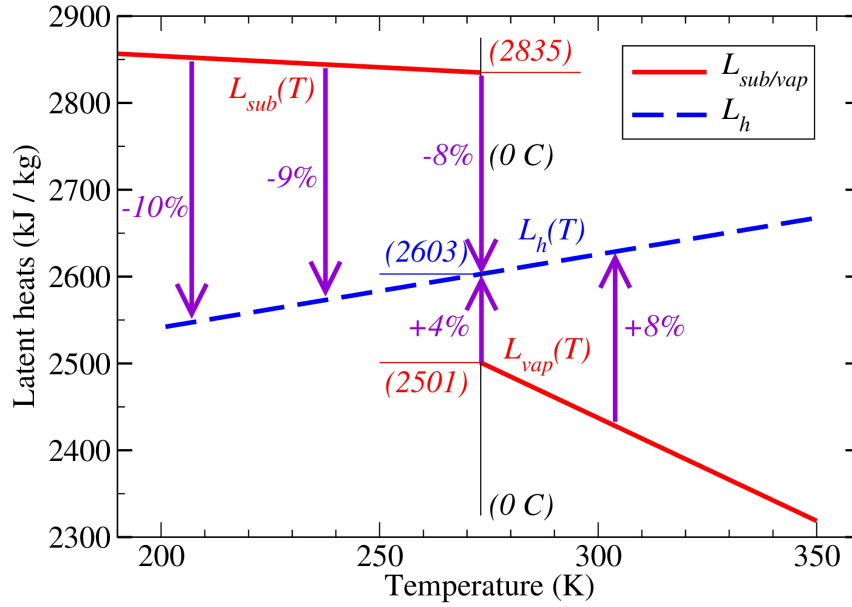


Figure 49: Le diagramme pour la chaleur latente d'échange entre air sec et vapeur d'eau $L_h(T) = h_v(T) - h_d(T)$ et celles plus classiques de vaporisation $L_{\text{vap}}(T) = h_v(T) - h_l(T)$ et de sublimation $L_{\text{sub}}(T) = h_v(T) - h_i(T)$.

J'ai tracé sur la Figure 49 les variations de $L_h(T)$, $L_{\text{vap}}(T)$ et $L_{\text{sub}}(T)$ avec la température entre 200 et 350 K. On peut voir que L_h est en position intermédiaire entre $L_{\text{vap}}(T)$ et $L_{\text{sub}}(T)$. Plus précisément, $L_h(T)$ est de 4 à 8 % plus élevée que $L_{\text{vap}}(T)$, et de 8 à 10 % plus faible que $L_{\text{sub}}(T)$. Il est remarquable, aussi, de voir que la variation de $L_h(T)$ est continue à 0 Celsius, sans avoir à considérer les deux formulations $L_{\text{vap}}(T)$ et $L_{\text{sub}}(T)$ qui sont discontinues à 0 Celsius.

Disposant des formulations (120) pour l'enthalpie et (122)-(124) ou (129)-(131) pour les chaleurs latentes, il est facile de terminer le programme imaginé par Richardson (1922) et Montgomery (1948), c'est à dire de calculer le flux turbulent de l'enthalpie spécifique de l'air humide. On obtient les formulations alternatives suivantes :

$$F_h = c_p F_T + L_h F_{\text{tot}} - L_{\text{vap}} F_{\text{liq}} - L_{\text{sub}} F_{\text{ice}}, \quad (132)$$

$$F_h = c_p F_T + L_h F_{\text{vap}} + (L_h - L_{\text{vap}}) F_{\text{liq}} - (L_{\text{sub}} - L_h) F_{\text{ice}}, \quad (133)$$

où les flux de température et des contenus en eau ($q_t = q_v + q_l + q_i$) sont :

$$F_T \approx \bar{\rho} \overline{(w' T')}, \quad F_{\text{tot}} \approx \bar{\rho} \overline{(w' q'_t)}, \quad F_{\text{vap}} \approx \bar{\rho} \overline{(w' q'_v)}, \quad (134)$$

$$F_{\text{liq}} \approx \bar{\rho} \overline{(w' q'_l)}, \quad F_{\text{ice}} \approx \bar{\rho} \overline{(w' q'_i)}. \quad (135)$$

On peut maintenant interpréter tous les termes de la seconde formulation (133).

- Le premier terme $c_p F_T$ correspond exactement à ce qu'on appelle usuellement "flux de chaleur sensible" : $\bar{\rho} c_p \overline{(w' T')}$.
- Le deuxième terme $L_h F_{\text{vap}}$ correspond à ce qu'on appelle usuellement "flux de chaleur latente" : $\bar{\rho} L_h \overline{(w' q'_v)}$, mais avec les différences de +8 % à -10 % observées sur la Figure 49 entre $L_h(T)$ et $L_{\text{vap}}(T)$ ou $L_{\text{sub}}(T)$.
- Les troisièmes et quatrièmes termes prennent en compte les éventuels flux d'eau liquide ou de glace. Il faut bien les différencier des concepts de "flux de vapeur au dessus des surfaces humides ou glacées". Il s'agit là, par exemple, des cas des embruns, ou encore de la déposition des condensats en cas de brouillards, éventuellement givrants. Il faut remarquer que les coefficients $(L_h - L_{\text{vap}}) \approx 110 \text{ kJ kg}^{-1}$ et $(L_{\text{sub}} - L_h) \approx 240 \text{ kJ kg}^{-1}$ sont faibles par rapport à $L_h \approx 2600 \text{ kJ kg}^{-1}$. On retrouve les rapports proches de 4 % et 9 % indiqués sur la Figure 49.

Ainsi, en absence de flux d'espèces condensées, ou en négligeant les deux derniers termes de (133), le flux d'enthalpie s'écrit de la façon suivante :

$$F_h \approx \bar{\rho} c_p \overline{(w' T')} + \bar{\rho} L_h \overline{(w' q'_v)}. \quad (136)$$

On reconnaît une forme sympathique qui, comme indiqué dans Ambaum (2010), peut éventuellement être interprétée en terme de la somme d'un flux "sensible" et d'un flux "latent". Mais les calculs faisant l'hypothèse du zéro des enthalpies à 0 Kelvin conduisent à l'utilisation de L_h à la place de $L_{\text{vap}}(T)$ ou $L_{\text{sub}}(T)$.

C'est là un changement qui est plus que quantitatif, car on doit se poser la question suivante : comment interpréter le remplacement de $L_{\text{vap}}(T)$ ou $L_{\text{sub}}(T)$ par $L_h(T)$ d'un point de vue physique ? Il s'agit là, peut-être, d'un changement de paradigme concernant le bilan d'énergie en surface, et pour les flux de surface associés.

En effet, j'ai déjà montré sur la Figure 34 que l'évaporation au dessus d'une zone humide en air clair (sans eau liquide ni solide dans l'air) correspond à $dq_d = -dq_v$, et donc à un "échange fictif entre l'air sec et la vapeur d'eau" si on raisonne avec les contenus spécifiques.

C'est donc cet échange fictif qui explique la courbe continue en 0 Celsius pour $L_h(T)$, dans la mesure où on considère des échanges entre deux phases gazeuses, sans avoir à distinguer l'origine de ce flux d'évaporation, que ce soit au dessus d'une surface avec de l'eau liquide ou avec de la glace.

On en déduit que l'atmosphère n'a pas à connaître l'origine de ces flux d'évaporation. Seule la mesure de ce flux d'évaporation $\bar{\rho} \overline{(w' q'_v)}$ importe, avec ensuite le besoin de le multiplier par $L_h(T)$ pour en connaître le flux d'enthalpie associé.

Quoi qu'il en soit de ces aspects ontologiques pour $L_h(T)$, le bilan d'énergie et les flux turbulents en surface, il est toujours possible de tester numériquement l'impact du remplacement mathématique de $L_{\text{vap}}(T)$ et $L_{\text{sub}}(T)$ par $L_h(T)$, ceci partout dans le calcul des flux de surface et y-compris dans la matrice de diffusion verticale turbulente.

Il n'est pas question de présenter des résultats nombreux et fouillés comme pour un mémoire de thèse. Dans le cadre de ce mémoire de HDR, je veux juste présenter ce qui me paraît utile pour expliquer les idées que j'ai et qui pourront faire l'objet de propositions de stages de recherches, puis possiblement d'une thèse.

J'ai donc mené à bien une étude préliminaire avec la version PNT de ARPEGE et le schéma implicite de ISBA (Giordani, 1993). D'un point de vue global, on obtient un impact

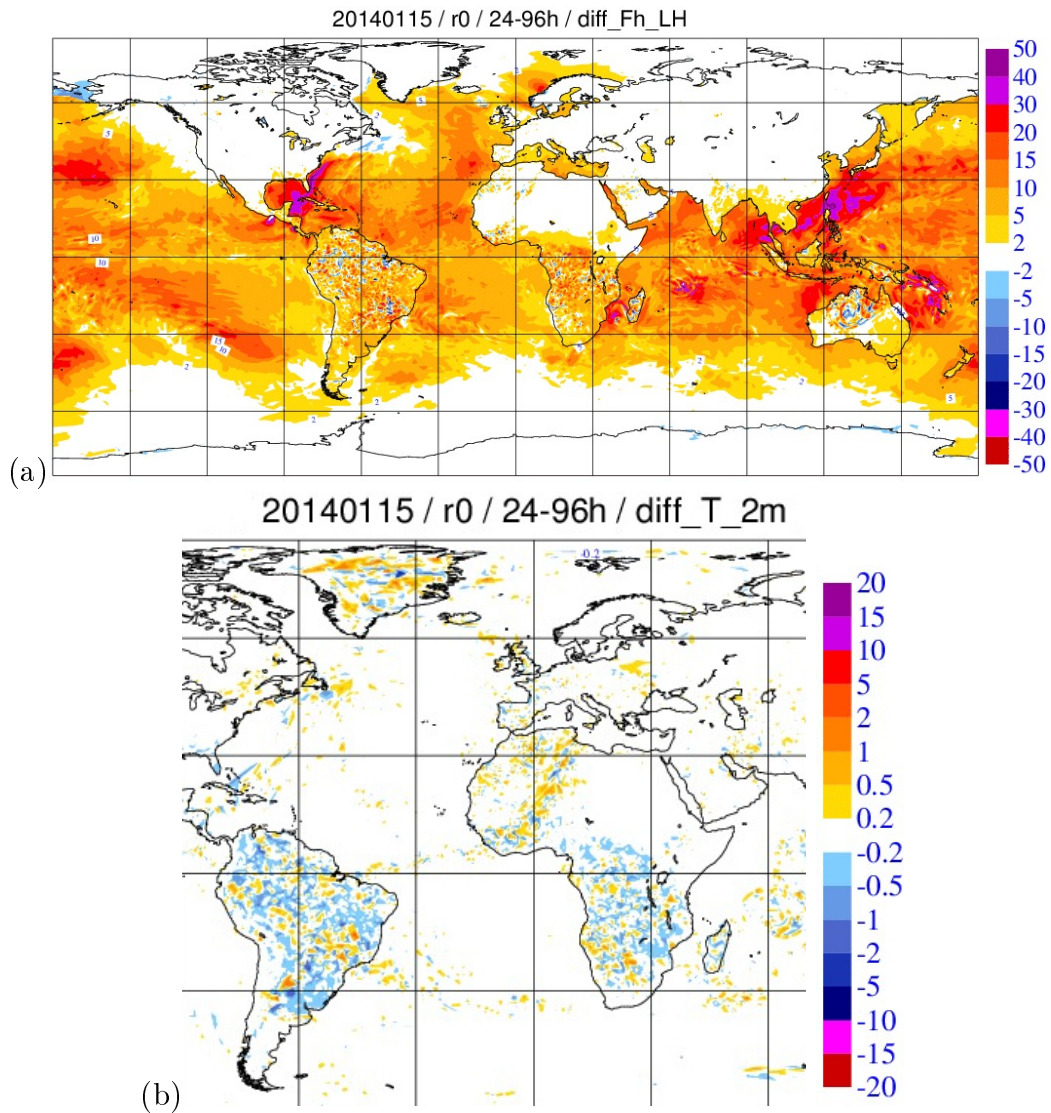


Figure 50: En (a) : impacts (en $W m^{-2}$) de l'usage de $L_h(T)$ sur le flux latent en sortie du modèle ARPEGE-PNT pour le 15 janvier 2014, en cumul pour les jours $J+1$, $J+2$ et $J+3$. En (b) : zoom sur l'impact (en K) sur la température à 2 m pour la demi somme de $J+1$ et $J+3$.

de l'ordre de $6 W m^{-2}$ sur le flux "latent" en surface, et donc sur le bilan global de l'énergie. C'est bien l'effet que l'on pouvait inférer en appliquant les 6 % indiqués sur la Figure 49 pour des températures moyennes de 15 C, et pour un flux "latent" usuel de l'ordre de $100 W m^{-2}$.

On voit sur la Figure 50 (a) que les impacts locaux peuvent être plus importants (jusqu'à $+50 W m^{-2}$), avec quelques zones bleues négatives aux hautes latitudes qui sont en accord avec le remplacement de $L_{sub}(T)$ par $L_h(T)$ et les -9% indiqués sur la Figure 49 pour $T < 0 C$.

Même si l'océan n'est pas couplé avec l'atmosphère dans cette simulation de ARPEGE en mode PNT, les parties terrestres sont pleinement couplées via la matrice de diffusion verticale implicite, ce qui induit des effets non triviaux avec la température et l'humidité en surface qui s'adaptent à ces changements locaux du flux "latent". Et on voit en effet sur la Figure 50 (b) que les structures locales d'impact sur la température à 2 m sont bruitées et peuvent être non-négligeables. Ces résultats ont pu être évalués et confirmés avec des simulations 1D faites avec une version modifiée du cas EUROCS-Cumulus, où j'ai rendu la surface interactive.

Ainsi se termine cette étude sur le bilan de l'énergie de l'atmosphère et sur les flux de l'enthalpie de l'air humide en surface.

En conclusion, je dirais que si on veut faire le bilan d'énergie de l'atmosphère, et du système-Terre en général, alors il faut faire le vrai bilan de *l'énergie* et donc, comme indiqué dans (114), en incluant le flux turbulent de l'enthalpie totale près de la surface. En aucun cas un bilan incluant une des formes quelconque de la MSE, avec $L_h(T)$ remplacée par exemple par $L_{\text{vap}}(T)$, ne répond à la problématique du bilan de l'énergie.

Par contre, un bilan en surface et pour l'atmosphère d'une quantité de type MSE peut être intéressant pour répondre à une autre question : étant données les équations d'un modèle PNT ou Climat, en général basées sur une des formes de la MSE, il est possible de s'assurer qu'il n'y a pas (ou pas trop) de "fuite de MSE", pour s'assurer que les différents termes des équations ont été bien codés, ou que les schémas d'évolution sont suffisamment conservatifs.

Mais ce bilan de MSE n'a que peu à voir avec celui de l'énergie totale de l'atmosphère, ou du moins à 6 % près environ. A titre d'exemple, pas forcément anecdotique, les questions posées par le GIEC concernent la sensibilité climatique de tel ou tel processus sur l'énergie du système Terre exprimée en $W m^{-2}$. Dans ce cas, on ne s'intéresse pas (ou peu, sauf pour les biais induits) à la conservativité des modèles numériques : il s'agit plutôt de savoir comment *l'énergie du système Terre* sera modifiée, et cela doit passer par une évaluation du bilan en surface qui doit comprendre le flux d'enthalpie tel que défini en (132) ou en (133), en incluant les termes $L_h \overline{w'q'_t}$ ou $L_h \overline{w'q'_v}$.

J'ai pris des contacts avec plusieurs personnes du CNRM pour essayer de trouver de l'aide pour coder ou tester ces idées qui semblent spéculatives. J'ai aussi essayé de communiquer ces avancées à travers les exposés aux AMA (janvier 2015 et 2016), un article Blue-Book WGNE (en mars 2015-e), les séminaires au LMD et au CNRM en juin 2015, aussi lors des réunions DEPHY2 en 2015. Mon regret est de ne pas avoir pu exposer ces idées en novembre 2015 lors de la conférence internationale organisée par le CNES à Paris (annulée au dernier moment suite aux attentats).

Norme Humide et FSOI

Encouragé par les remarques de Alain Joly faites lors d'une ancienne AG de GMAP en septembre 2012, lorsque j'étais encore au LABO, j'ai repris en 2015 les travaux avec Jean-François Mahfouf sur la définition d'une norme de l'air humide qui puisse être basée sur N_T , N_v et N_p données par (36), (37) et (28), en partant de la fonction exergie a_m donnée par (24) qui est vraiment conservative pour les aspects congélation de l'eau liquide ou fusion de la glace.

Jean-François pensait pouvoir impliquer à moyen terme Carla Cardinali et Marta Janiskova qui travaillent au CEPMMT sur l'évaluation de la sensibilité des prévisions aux observations (FSO pour Forecast Sensitivity to Observations).

Carla et Marta étant trop occupées à court terme, Jean-François a fait la pub pour les trois normes N_T , N_v et N_p données par (36), (37) et (28) lors de la réunion de lancement fin septembre 2015 de la "FSOI (Forecast Sensitivity Observation Impact) inter-comparison study" (organisé par Thomas Auligné, directeur du "Joint Center for Satellite Data Assimilation", NASA-NOAA).

En effet, un des problèmes abordés par cette communauté était que la norme humidité

basée sur la version de Ehrendorfer *et al.* (1999) :

$$N_{v/E99} = \epsilon(z) \frac{(L_{vap})^2}{c_{pd} T_r} \frac{(\overline{q'_v})^2}{2} = \frac{(\overline{q'_v})^2}{V_{q/E99}}, \quad V_{q/E99} = \frac{2 c_{pd} T_r}{\epsilon(z) (L_{vap})^2} \quad (137)$$

nécessite le réglage de $\epsilon(z)$, qui est inconnu et qui a été introduit pour palier au côté ad hoc de la dérivation théorique de $N_{v/E99}$ dans Ehrendorfer *et al.* (1999).

Le choix de la valeur constante $\epsilon(z) = 1$ indiqué comme “raisonnable” dans Ehrendorfer *et al.* (1999) est actuellement modifié dans les études du type FSOI en $\epsilon(z) = 0.3$, ceci afin d’obtenir des résultats “acceptables” en terme des impacts relatifs des observations d’humidité par rapport à celles de température, en particulier. Toutefois, ce choix arbitraire ne peut pas être expliqué, et d’aucun pourrait vouloir faire varier $\epsilon(z)$ en fonction de l’humidité, et donc de l’altitude, voire de la latitude ?

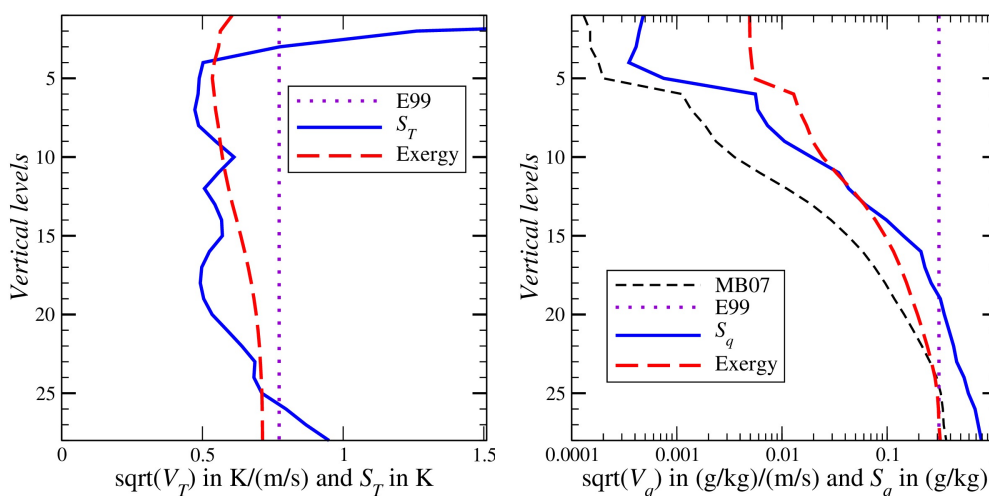


Figure 51: Les profils verticaux des écarts-types \sqrt{V} correspondant aux normes Température et Humidité pour Ehrendorfer *et al.* (1999, traits pointillés en violet pour $\epsilon(z) = 1$), Mahfouf and Bilodeau (2007, traits tiretés fins en noir) et Marquet and Mahfouf (2015-f, “Exergy”, traits tiretés épais en rouge). Les profils en trait continu en bleu correspondent aux écarts-types des incréments d’analyse S_T et S_q .

La Figure 51 est extraite de la version arXiv de Marquet and Mahfouf (2015-f). On peut y comparer les écarts-types des normes \sqrt{V} avec les écarts-types S_T et S_q des incréments d’analyse issues du système 3DVAR du CMC (Mahfouf and Bilodeau, 2007). Pour l’humidité, nous avons ajouté la norme définie dans Mahfouf and Bilodeau (2007) par :

$$V_{q/MB07} = \frac{2 [\Gamma_q(z)]^2 T_r}{c_{pd}} ; \quad \Gamma_q = \frac{\overline{q_v}}{\overline{q_{sw}}} \frac{\partial \overline{q_{sw}}}{\partial T}. \quad (138)$$

Clairement, la norme “Exergy” présente des variations réalistes avec l’altitude, à la fois pour $\sqrt{V_T}$ et $\sqrt{V_q}$. La faiblesse de la norme “Exergy” était qu’il n’y avait pas de réglage possible du type “choix de $\epsilon(z)$ ”, en cas où on aurait constaté des désaccords flagrants avec S_T et S_q . Mais c’est finalement une force de ne pas avoir de tels degrés de liberté arbitraires, puisqu’il n’y a pas lieu d’effectuer de tels réglages.

La leçon à retenir des comparaisons des profils de la Figure 51 est qu’il ne faut plus parler de “Norme Energie”, pas plus sèche que humide, mais bien de “Norme Exergie” ou de “Norme Enthalpie Utilisable”, si on veut être plus précis. Cette approche en Exergie précise

et complète au cas de l'air humide l'approche en APE de Lorenz. L'enthalpie utilisable permet de retrouver l'ensemble des trois normes (en pression de surface, en température et en humidité) que l'on était conduit à introduire de manière ad hoc jusqu'alors pour construire ce qui était improprement appelé "Energie totale".

La rédaction avec Jean-François Mahfouf de l'article pour le Blue-Book du WGNE a permis de décrire avec quelques détails, au groupe impliqué dans les FSOI, les normes N_T et N_v données par (36) et (37) et conduisant aux profils de la Figure 51. Les autres détails seront décrits dans un article dont je termine la rédaction, avec Jean-François comme co-auteur.

Le groupe impliqué dans les FSOI a décidé de réaliser des comparaisons de la norme "moist-APE" (comme $N_{v/E99}$ donnée par (137) pour l'humidité, avec $\epsilon(z) = 0.3$), et celles que nous proposons avec Jean-François, avec pour l'humidité :

$$N_v = \frac{R_v T_r}{\bar{r}_v} \frac{\overline{(r'_v)^2}}{2} = \frac{\overline{(r'_v)^2}}{V_q}, \quad V_q = \frac{2 \bar{r}_v(z)}{R_v T_r}. \quad (139)$$

Ces comparaisons devraient être présentées au sixième Workshop de l'OMM sur les "Impact of Various Observing Systems on NWP" à Shanghai en mai 2016. Les premiers tests des normes "Exergy" N_T et N_v données par (36) et (37) ont été réalisés par Daniel Holdaway et Ron Gelaro (NASA-GSFC).

Pour l'instant, la norme "Exergy" ou "Available Enthalpy" donnée par (139) est jugée comme "acceptable" par Dan, avec comme conséquence possible la confirmation de l'impact important des observations d'humidité ? A suivre...

6 Synthèse.

1) Formations initiales

Après mes deux premières années de la scolarité ITM passées au Fort de Saint Cyr, j'ai effectué mon stage de troisième année d'Ingénieur de Travaux de la Météorologie au CNRM à Toulouse, sous l'encadrement de Jean-Claude André. Pendant ce stage, j'ai calculé les flux turbulents par des méthodes d'inversion des profils mesurés sur des mats instrumentés lors des campagnes WANGARA (1967), KOORIN (1974) et COPT (1981). J'ai été co-auteur de mon premier article (Mahrt *et al.*, 1986) il y a donc trente ans de cela.

J'ai ensuite travaillé pendant trois ans en tant que prévisionniste régional au centre météorologique de Rennes Saint Jacques. Pendant ces années, j'ai pu terminer ma licence de Physique (L3) à l'Université de Rennes-I, licence débutée à Paris-VII quand j'étais ITM2 (cours de mécanique quantique de Claude Cohen-Tannoudji, en particulier). J'ai ensuite puis suivre une bonne partie des cours de Maîtrise (M1) à Rennes-I, jusqu'à la préparation et la réussite au concours IM interne, qui m'a ramené à Toulouse.

Mon stage de fin de scolarité IM s'est déroulé au LMD à l'Ecole Polytechnique, sous la direction de Daniel Cadet et sur le sujet de l'énergétique de la mousson africaine. Pendant ce stage, j'ai pu approfondir le sujet du calcul des cycles énergétiques de Lorenz sur un domaine limité et pour une couche d'extension limitée sur la verticale.

2) L'exergie et l'enthalpie utilisable

Faisant suite au stage de fin de scolarité IM, j'ai eu la chance de poursuivre pendant deux ans en Formation Complémentaire Par La Recherche (FCPLR), toujours au LMD-X et sous l'encadrement de Daniel Cadet. Pendant cette FCPLR, comme les autres IM à Paris, je n'étais pas inscrit en thèse car il nous fallait d'abord suivre les cours du DEA (M2) à Paris-VI (cours de Claude Frankignoul et surtout de Gérard Mégie, entre autres).

C'est pendant cette période de FCPLR que j'ai éprouvé le besoin de modifier la manière de calculer l'énergie utilisable d'une couche limitée de l'atmosphère. J'ai pu contourner la méthode usuellement enseignée, qui est celle préconisée par Margules (1905) et Lorenz (1955). Je me suis dirigé vers les méthodes qui sont connues en thermodynamique sous le vocable de l'*Exergie*.

L'Exergie n'est pas un gros mot, car il s'agit tout simplement de la méthode générale qui a été mise au point par les fondateurs de la thermodynamique (Thomson-Kelvin 1853-1879, Maxwell 1871, Gibbs 1873) pour calculer le travail utile (en fait l'énergie utilisable) qui peut être récupéré à partir d'un système en présence d'inhomogénéités de température, de pression ou de composition chimique.

Margules, et surtout Lorenz, aurait dû (car il le pouvaient) employer cette méthode générale de la thermodynamique pour calculer l'énergie utilisable de l'atmosphère, au lieu d'inventer les concepts de TPE (Total Potential Energy) et d'APE (Available Potential Energy). Margules a l'excuse d'avoir entrepris ses recherches en étant isolé et relativement peu de temps après ces travaux fondamentaux en thermodynamique. Lorenz était sans doute trop mathématicien pour connaître ces travaux, qui étaient et qui sont toujours peu connus, y-compris pour ceux qui ont étudié la thermodynamique.

J'ai été séduit par une des formes de ces fonctions d'Exergie : celle appelée par beaucoup *enthalpie utilisable* et que j'ai noté a_h . Pour le cas de l'atmosphère composée d'air sec et

en présence de variations de températures et de pression, cette fonction d'exergie a_h s'écrit selon (4) ou (5) sous la forme $a_h = (h - h_0) - T_0 (s - s_0)$, où h est l'enthalpie spécifique et où s est l'entropie spécifique. L'indice "0" fait référence à des grandeurs "caractéristiques" pour la température (T_0) et la pression (p_0), grandeurs qu'il convient bien de différencier des valeurs "de référence" introduites par Lorenz et qui étaient censées correspondre à un état d'énergie minimale du système (un état qui reste de toutes façon mal défini, non-atteignable, voire inconnu).

Les détails de ces recherches concernant l'enthalpie utilisable, sous toutes ses formes, sont décrits dans le début de ce mémoire de HDR. Je listerai ci-après les articles que j'ai pu écrire sur ce sujet entre les années 1990 et 2003.

J'ai publié un premier article en français aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (CRAS) de Paris (Marquet, 1990), un premier article qui est reproduit dans l'Appendice A et pour lequel j'ai eu l'aide précieuse de Robert Sadourny. Le résultat le plus important pour a_h est le caractère quasiment quadratique de la partie qui dépend de la température, puisqu'elle est proportionnelle à une fonction $F(X) = X - \ln(1 + X) \approx X^2/2$ représentée sur la Figure 5 (a) et qui est à évaluer en $X = (T - T_0)/T_0$ qui est petit devant 1. En effet, X est inférieur à 0.4 en module dans l'atmosphère si $T_0 \approx 250$ K ou 273.15 K et pour $200 < T < 330$ K.

On retrouve dans cet aspect "quasi-quadratique" le pendant de l'énergie cinétique $v^2/2$, qui est une approximation de la formule relativiste " $1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)} - 1$ " et qui est quadratique au premier ordre uniquement. On peut d'ailleurs, sans doute, considérer que toutes les formulations quadratiques de l'énergie ne sont que des approximations au premier ordre de lois plus complexes. C'est par exemple le cas pour l'énergie potentielle (utilisable) du pendule simple, qui varie comme $1 - \cos(\theta) \approx \theta^2/2$, l'énergie de cet oscillateur harmonique n'étant alors quadratique (en θ) qu'en première approximation.

Pour accéder à cette fonction quasi-quadratique $F(X) \approx X^2/2$ on peut, pour un gaz, construire ce mélange spécial entre l'enthalpie et l'entropie qui est donné par a_h qui est définie par (4) ou (5). C'est cela que j'ai retrouvé en septembre 1989.

Mais différemment de ce qui est fait pour l'énergie cinétique ou le pendule simple, il convient de ne pas faire l'approximation $F(X) \approx X^2/2$ tout de suite. Il faut au contraire mener à bien tous les calculs avec la fonction complète $F(X) = X - \ln(1 + X)$, et de considérer l'approximation quadratique de F à la fin (et encore, en tant que besoin, uniquement). Ceci s'avèrera très important pour le cas de la norme humide que j'ai découvert en 2005.

J'ai publié ensuite la version étendue de cet article aux QJRMS et en anglais (Marquet, 1991, voir sous arXiv), avec l'appui du Prof Pearce de Reading que j'étais allé visiter pendant ma FCPLR et qui avait publié en 1978 un papier où il redécouvrait, lui aussi, plusieurs des propriétés de cette enthalpie utilisable, sans faire référence toutefois aux études de Kelvin, Maxwell ou Gibbs. Selon le Prof Pearce, j'avais réussi à faire les choses plus proprement que lui, et avec des résultats plus probants.

J'ai pu trouver en 1989 une généralisation de cette fonction a_h au cas de l'air humide, avec une formulation analytique que je notais a_m (le "m" pour "moist"). J'ai présenté ces nouveaux résultats pour le deuxième Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA) à Toulouse, en 1990. Cette généralisation au cas de l'air humide n'est pas possible avec la méthode de Margules / Lorenz (les papiers de 1978/79 de Lorenz ne mènent à rien de bon). A mes yeux, cela valide et démontre le bien-fondé de l'approche en Exergie / enthalpie utilisable. Cette généralisation au cas de l'air humide doit beaucoup aux aides des deux Jean-François (Geleyn et Royer), qui m'avaient indiqué les entrées précieuses : de Groot and

Mazur (1962) et Hauf and Höller (1987).

J'ai encadré en 1990 un stage de 6 mois avec 4 élèves ITM de troisième année (équivalent des EIENM3-M2/OASC actuels : Isabelle Bernard-Bouissière, Michel Cadiou, Alain Muzellec, Christophe Vincent). Marc Pontaud était l'encadrant principal et il s'agissait de tester une partie des résultats décrits dans l'article soumis au QJRMS et qui paraîtra en 1991. Une communication a été présentée aux AMA 1990, où j'étais co-auteur.

Toujours en 1990, j'ai pu rédiger une annexe au manuel du cours de Météorologie Dynamique de Philippe Veyre que Gérard de Moor avait décidé d'écrire, ceci afin d'expliquer la nature de mes travaux sur l'enthalpie utilisable (l'APE de Margules-Lorenz étant expliquée par ailleurs dans le manuel).

Alors que j'étais revenu à Toulouse pour m'occuper du contrôle des modèles opérationnels au sein de l'équipe COMPAS, j'ai soumis en 1991 au QJRMS un article sur cette version humide a_m qui est définie par (17). Cet article paraîtra deux ans plus tard, grâce à l'aide du Prof. Pearce, agissant à nouveau comme referee (Marquet, 1993, voir la version reproduite dans ma thèse de 1994 qui est disponible sous "archives.ouvertes.fr" <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00572254>).

C'est pendant mon séjour à COMPAS (1991-95) que j'ai décidé de m'inscrire pour défendre une thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier à Toulouse. J'ai passé cette thèse en juin 1994, thèse pour laquelle j'ai reçu le prix Prud'homme 1995, avec un jugement très positif de Jean-Claude André.

C'est au cours de la rédaction de cette thèse que j'ai préparé un article pour le QJRMS, Jean-Philippe Lafore ayant attiré mon attention sur la contribution de T. G. Shepherd (1993). Shepherd suggérait que la version la plus aboutie de l'énergie utilisable était la "pseudo-énergie" (21), qu'il définissait pour les systèmes à hamiltonien non-canonique (comme l'atmosphère) en prenant en compte des lois de conservations additionnelles et sous la forme des invariants de Casimir (voir les Figures 15 et 16).

J'ai pu montrer que l'enthalpie utilisable a_h pouvait se déduire de l'approche de Shepherd à partir de tels hamiltoniens non-canoniques \mathcal{H} et des invariants de Casimir \mathcal{C} associés. J'ai dû trouver une écriture intermédiaire novatrice (22) qui permette de mener à bien ces calculs. J'ai reçu un retour positif de la part de Shepherd lui-même, même si les referees restaient bloqués sur une mauvaise compréhension des ces histoires de "valeurs de références" versus "grandeurs caractéristiques", et que cet article a failli ne jamais être publié...

L'acceptation du prix Prud'Homme 1995 incluait la préparation d'un article invité pour la revue La Météorologie. J'ai rédigé cet article Marquet (1996) alors que j'avais rejoint l'Equipe Arpege Climat (EAC) du groupe GMGEC du CNRM, ceci pour treize années, entre 1995 et 2008.

J'ai co-encadré en 1997 un stage de six mois (ITM3+Classe-1-OMM, niveau M2) suscité par Sylvie Malardel (Emanuel Chaigne, David Pollack et Metodi Marku). Ce stage m'a permis de me familiariser et de comprendre les problèmes liés à l'énergétique des perturbations baroclines construites à partir de modes normaux et simulées par ARPEGE.

J'ai également partiellement encadré en 1998 un stage ITM3 de 6 mois suscité par Antoine Lasserre-Bigory à la CRC à la Réunion (Marina Covre). Le thème portait sur les calculs de l'exergie des cyclones tropicaux.

Les résultats obtenus pendant ma thèse étaient originaux au sens où j'établissais le "cycle d'enthalpie utilisable" de manière exacte et fermé, a priori sans aucun terme oublié. C'était une avancé par rapport au cycle de Lorenz qui est approximé, et aussi par rapport à l'article

Pearce (1978).

Mais voilà, même si ma thèse avait touché les membres du jury Prud'homme, il me revenait de publier ces résultats en langue anglaise. C'est ce que j'ai fait en soumettant en 2001 au QJRMS un article qui paraîtra finalement en deux parties (Marquet, 2003, a, b), toujours avec l'aide du Professeur Pearce qui était, à nouveau, referee de mon article. Ces deux articles sont reproduits dans l'Appendice B. J'ai aussi rédigé une note de travail interne du CNRM qui reprend l'essentiel de ces deux articles.

D'une part, le plus important dans ces articles, au delà de la publication des résultats de ma thèse, était de montrer que l'énergie potentielle de pesanteur gardait son influence au sein de ce cycle, que ce soit sur un plan local ou même pour le cycle global. J'ai expliqué ci-dessus toutes les hypothèses qui conduisent de (1) à (2). Mais ces hypothèses vont clairement à l'encontre de la méthode suggérée par Margules/Lorenz, où on s'empresse de définir "de force" l'enthalpie (H) d'une colonne comme la somme des énergies internes (E_i) et potentielles de pesanteur (E_p). Cette méthode est vraiment artificielle et toutes ces hypothèses sont déraisonnables. De plus, c'est précisément pour cette raison que l'usage direct de l'enthalpie spécifique h n'empêche pas de devoir prendre en compte $\phi = g z$. Et c'est ce qui a plu au Prof. Pearce dans les deux parties de l'article de 2003.

L'autre aspect important de ces publications était, à mes yeux, la publication de la règle de séparation exacte (30) : $F(X) = F(X_1 + X_2 + X_1 X_2) = F(X_1) + F(X_2) + X_1 X_2$, ceci quelles que soient les variables $X_1 > -1$ et $X_2 > -1$. Cette formule n'était pas évidente à trouver, et elle permet de mener à bien le calcul des termes de Reynolds avec une précision accrue. En effet, si $X_1 = \bar{X}$ et $X_2 = X - \bar{X} = X'$, alors d'après (32) $\overline{F(X)} = \overline{F(X_1)} + \overline{F(X_2)}$, sans avoir à utiliser l'approximation quadratique $F(X) \approx X^2/2$.

Du temps a passé entre 2003 et 2005, pendant lequel je m'occupais principalement des paramétrisations physiques pour ARPEGE Climat (voir ci-après). Cependant, en poursuivant mes réflexions sur l'enthalpie utilisable de l'air humide, j'ai progressivement acquis la conviction que ce qui est appelé "norme énergie" dans le calcul des vecteurs singuliers, ou dans certaines applications de l'assimilation de données, est en fait une forme particulière de l'APE où l'état de référence est isotherme ($\partial\bar{T}/\partial z = 0$).

C'est ainsi que l'on peut obtenir ce qu'on appelle "norme", c'est à dire une fonction quadratique en $\overline{(T')^2}/2$. Mais, pour moi, il fallait alors privilégier une approche de type enthalpie utilisable, où la composante a_T donnée par (6) conduit elle aussi (au premier ordre) à un terme en $\overline{(T')^2}/2$. Surtout, cette vision aurait des conséquences importantes pour une éventuelle généralisation au cas de l'air humide, puisque Lorenz n'a pas pu le faire pour son APE, alors que j'ai obtenu une formulation analytique publiée en 1993.

C'est lors de la conférence internationale PAN-GCSS qui s'est déroulée à Athènes en 2005 que j'ai trouvé les réponses à mes questions. Je suis parti de la formulation de l'enthalpie de l'air humide a_m rappelée en (24) et j'ai montré que cette fonction peut s'écrire sous la forme d'une somme de trois termes quasi-quadratiques en terme des perturbations de température (T'), de pression de surface (p'_s) et d'humidité (r'_v). Ces normes sont notées respectivement N_T , N_p et N_r et sont données par (36), (37) et (28).

Pour la température, la formulation (36) ressemble à celle de Ehrendorfer *et al.* (1999), mais avec une dépendance nouvelle avec l'altitude à travers $\bar{T}(z)$ au dénominateur. Je montre sur la Figure 51 dans la partie prospective "Norme Humide et FSOP" que cette variation est réaliste.

Pour la pression, j'ai enfin trouvé en 2005 (mais bien tardivement) une explication pour

la composante de a_h qui dépendait de la pression $a_p = R_d T_r \ln(p/p_r)$ et qui n'était, en apparence, pas quadratique. Pire que cela, elle n'est même pas positive, ce qui m'a valu les foudres de bien des referees, et les sarcasmes de bien des chercheurs...

En fait, je m'en veux de ne pas avoir assez bien compris pendant ma FCPLR, entre 1988 et 1990, les travaux de Margules publiés dans son article de 1901, un article qui est antérieur à celui de 1903-05 dont s'est inspiré Lorenz en 1955 pour définir l'APE. On trouve dans Margules (1901) l'expression analytique explicite de l'énergie (utilisable) correspondant à des inhomogénéités de pression.

J'ai rappelé dans (8) le résultat obtenu par Margules, où apparaît " $(p_0 - p) + p \ln(p/p_0)$ " qui est une quantité quasi-quadratique si on met p_0 en facteur et avec $\ln(1+X) \approx X - X^2/2$, pour donner : $(p - p_0)^2/(2p_0)$. Quant à moi, j'ai trouvé à Athènes la formulation équivalente $a_p(p/p_0 - 1)$ donnée par (25) et (26), ce qui m'a conduit à la formulation (27) qui implique la pression de surface et qui est effectivement quadratique au premier ordre, ce qui permet de définir la norme N_p par (28).

J'ai surtout obtenu à Athènes une troisième composante de a_m qui était quadratique en fonction des inhomogénéités de rapport de mélange de l'eau vapeur r_v . Je n'ai pas cherché telle ou telle forme analytique plutôt qu'une autre, et à vrai dire j'espérais une dépendance en q_v , voire en q_t , plutôt qu'en r_v . Mais c'est ainsi : une fois isolée la partie dépendant de la température et celle dépendant de la pression, l'ensemble des termes restants s'organisent précisément pour donner une fonction a_v qui est positive et quasi-quadratique en $r_v - r_r$.

J'ai eu la surprise de voir apparaître, pour l'humidité, la même fonction H donnée par (26) que celle introduite par Margules (1901) pour la pression. Le graphe de $H(X)$ est tracé sur la Figure 5 (b). J'ai dû trouver les formules (31) et (33) pour aboutir au résultat (35). J'ai finalement obtenu la norme humidité N_v qui est donnée par (37) et qui est effectivement, au premier ordre en $H(X) \approx X^2/2$, quadratique en r'_v .

J'ai présenté aux AMA de 2006 la définition de ces trois normes N_T , N_p et N_v .

J'ai essayé d'utiliser le cycle de a_h qui est défini dans ma thèse et publié dans les deux partis de l'article de 2003 pour analyser les changements de l'énergétique de l'atmosphère lors d'un changement climatique de type $2 \times \text{CO}_2$.

J'ai pu présenter aux AMA de 2006 des résultats correspondant à cette étude qui n'a jamais été publiée. Un exemple de ces résultats est indiqué sur la Figure 22, où il semble que les réservoirs énergétiques et les conversions d'énergie seraient tous et toutes plus faibles dans le cadre d'un tel changement climatique.

Avant de quitter le CNRM pour rejoindre le LABO en 2008, j'avais été intrigué par des questions posées par Irina Sandu et Jean-Louis Brenguier. Irina souhaitait calculer l'intégrale de l'enthalpie sur la couche limite des stratocumulus marins, pour essayer de mieux comprendre les impacts "énergétiques" des périodes avec précipitation.

Mais, à ma grande honte, je n'ai pas pu répondre à ces questions, le problème étant de devoir calculer la seconde intégrale de (39), ce qui revenait à devoir déterminer précisément les valeurs de références pour les enthalpies de la vapeur d'eau $(h_v)_r$ et pour l'air sec $(h_d)_r$, ce que je ne savais pas faire.

3) Les paramétrisations physiques

On peut considérer que mon implication dans le codage du modèle ARPEGE remonte aux années 1990-92. En effet, j'ai dû coder la partie "initialisation non-linéaire par les modes normaux mixtes explicites-implicites", ceci entre les cycles 5 et 10 de ARPEGE. Ce travail très intense a duré plus de deux ans, mais je n'ai rien publié sur ce sujet, si ce n'est une note interne à ARPEGE.

Un des rares impacts dans le code ARPEGE de mes travaux sur l'énergétique de l'air humide a été la prise en compte par Jean-François Geleyn en 1993 du rapport des températures potentielles entropiques θ^*/θ_r^* qui apparaît dans (19), ceci dans la partie "calculs diagnostiques de θ'_w en présence d'eaux condensées liquides ou solides". Mais, là encore, je n'ai pas publié sur ce sujet (même pas au Blue-Book du WGNE).

Vraiment, comme beaucoup, j'ai donné tout mon temps aux aspects opérationnels des modèles, avec leur urgence et leur exigence de résultats fiables et en constante amélioration, au détriment des aspects "publications", que d'autres groupes de recherche pouvaient entreprendre plus facilement ailleurs au CNRM.

C'est ensuite en arrivant au CNRM dans l'équipe ARPEGE-Climat que j'ai pu m'impliquer à partir de 1995 dans d'autres parties du code, avec les premiers tests en mode Climat du schéma semi-lagrangien, puis les tests du schéma de turbulence humide d'ordre 2.0 en énergie cinétique turbulente (basé sur les fonctions de Mellor-Yamada et avec des PDF asymétriques pour décrire la variance de l'humidité, cet ensemble étant décrit dans Ricard et Royer, 1993).

A partir de 1997, j'ai poursuivi mes travaux sur les schémas de turbulence en m'impliquant pleinement dans une partie des tests en cours pendant la thèse de Doctorat de Cécile Bossuet (1998) de l'INPT, où il s'agissait de mettre en œuvre dans ARPEGE Climat le schéma pronostique en énergie cinétique turbulente utilisé dans PERIDOT-Recherche et codé pour ARPEGE par Pierre Lacarrère, à MC2.

Suite au départ de Cécile Bossuet en 1998, et en plein accord avec Michel Déqué, j'ai assuré pendant 10 ans le flambeau de l'amélioration de ce schéma pronostique de la turbulence dans le modèle ARPEGE-Climat.

J'ai dû d'abord tester ce schéma dans le contexte de la nouvelle dynamique semi-lagrangienne. J'ai dû ensuite compléter le code issu du modèle PERIDOT pour que les équations puissent prendre en compte les effets de l'humidité. En ce sens, mes travaux antérieurs sur le schéma diagnostique de Ricard et Royer m'ont fortement facilité les choses. Et j'ai pu profiter aussi des idées qui prévalaient pour le codage de la turbulence de type Cuxart *et al.* (2000) qui était alors en cours de développement dans le modèle Meso-NH, code qui allait être inclus ensuite dans AROME.

C'est grâce au projet européen EUROCS (2000-03) que j'ai pu assembler et tester un ensemble de nouvelles paramétrisations qui formeront, quelques années plus tard, la "physique pronostique" dans les versions 1D et 3D de ARPEGE-Climat.

J'ai participé à l'encadrement de Hervé Grenier en Post-Doctorat, période pendant laquelle j'ai choisi de compléter le schéma pronostique de turbulence avec le schéma microphysique pronostique codé par Philippe Lopez (2002) à GMME, ainsi qu'avec le schéma de convection peu profonde de Peter Bechtold (2001). L'apport de Hervé Grenier a aussi été de transmettre sa connaissance en matière de paramétrisation de l'entraînement en sommet de couche limite, dans un premier temps, à Jean-François Guérémy. Cet ensemble de paramétrisations, que je trouvais assez cohérent, a formé la première "physique pronostique".

Cette première version de la “physique pronostique” a donné de beaux résultats sur le cas ARM-Cumulus, voir la Figure 17. Ces résultats ont été publiés dans le numéro spécial de EUROCS (Lenderink *et al.*, 2004). Les mêmes impacts positifs ont été observés dans le cadre du sous-programme de EUROCS consacré à une inter-comparaison sur la Coupe-verticale Pacifique (PCI), où j’ai pu obtenir de meilleurs résultats (décrits dans Siebesma *et al.*, 2004) avec la nouvelle physique pronostique par rapport à ceux obtenus avec la physique diagnostique standard de ARPEGE-Climat.

Les simulations faites avec cette première “physique pronostique” indiquaient des améliorations dans les basses couches, y-compris pour les stratocumulus des bords est des océans tropicaux. Seuls les défauts récurrents liés au schéma de convection profonde de Bougeault empêchaient d’avoir un tableau satisfaisant, les travaux en cours ne pouvant pas encore être testés pendant le projet EUROCS.

J’ai encadré Karine Maynard en Post-doc pour le projet PRISM (mise en place du code de ARPEGE dans la base PRISM des modèles inter-opérables d’océans, de surfaces et d’atmosphères). J’ai encadré le stage de DEA de 5 mois de Nadège Larrigaudière (DEA-OAE), en co-encadrement avec D. Cariolle ("Impact radiatif du transport aérien dans l’atmosphère").

J’ai travaillé en 2005 sur les premiers tests du schéma SURFEX dans une version 1D-verticale de ARPEGE. J’ai apporté mon aide pour coder dans la version 1D-verticale de ARPEGE-Climat le schéma implicite de diffusion verticale suggérée par Best *et al.* (2004) et préconisé par le LMD. J’ai ensuite entrepris les tests de validation de SURFEX avec le cas ARM-Cumulus que j’avais construit au cours de EUROCS.

Après le projet européen EUROCS, j’ai été fortement impliqué entre 2004 et 2008 dans les travaux de deux programmes internationaux menés dans le cadre de GEWEX : GCSS (dirigé par Pier Siebesma) et GCPI (dirigé par João Teixeira). Le principe de la coupe Pacifique, qui avait été progressivement mise au point dans le cadre de EUROCS, a été repris dans le cadre de GEWEX, avec pour nouveau nom : GCPI. J’ai également préparé les conditions initiales et les forçages pour ARPEGE-Climat du nouveau cas 1D “RICO-composite”.

Les résultats obtenus avec ARPEGE-Climat ont été présentés à la conférence internationale PAN-GCSS qui s’est déroulée à Athènes, en mai 2005, lors d’une réunion internationale GCSS-GCPI/BLCI-RICO à New-York en septembre 2006, et enfin au cours de la réunion internationale NetFAM/COST-722/CBL07 à Toulouse, en mars 2007. J’ai été mis en co-auteur de l’article sur GWEX-GCPI écrit par Teixeira *et al.* (2011).

Pour essayer de palier aux problèmes liés aux défauts du schéma de convection, j’ai défini à partir des années 2004-05 une “nouvelle physique pronostique” en utilisant le schéma de Guérémy (2011) pour remplacer à la fois le schéma opérationnels de convection profonde de Bougeault (1985) / Geleyn / Girard et le schéma de convection peu-profonde de Bechtold (2001). J’avais également amélioré la représentation de l’entraînement en sommet de couche limite dans le schéma de turbulence pronostique humide, en prenant pleinement en compte le schéma non-publié mais mis au point par Hervé Grenier en interne à GMGEC, à la fin du projet EUROCS.

J’ai participé activement au projet “Physique commune” qui avait pour but le rapprochement des équipes de recherche du CNRM et de l’IPSL, et en particulier le LMD. Ce projet informel se poursuivra ensuite par les projets nationaux DEPHY, puis DEPHY2. J’ai fortement contribué, avec Marie-Pierre Lefebvre et Frédéric Hourdin au LMD, à la construction d’un modèle 1D commun où les physiques de LMDZ et de ARPEGE pouvaient être lancées et comparées avec les mêmes conditions initiales, les mêmes forçages et les mêmes sorties

graphiques.

Grâce à ce modèle commun, j'ai été co-auteur avec Marie-Pierre Lefebvre pour le LMD de l'article Collins *et al.* (2006), sur l'inter-comparaison des modèles de rayonnements pour les modèles LMDZ et ARPEGE.

Grâce à ce modèle commun, j'ai pu récupérer les cas Ayotte (1996) pour montrer que le schéma de convection de Guérémy assurait en partie l'aspect flux de masse de la turbulence en air clair, ce qui permettait de redresser le profil vertical en température potentielle (voir la Figure 19). J'ai aussi montré qu'il convenait de modifier les réglages du schéma Cuxart *et al.* (2000), ce qui entraînait heureusement en phase avec les nouveaux réglages dits "CCH02" qui étaient en gestation à GMME (Cheng *et al.*, 2002).

Les validations de la "nouvelle physique pronostique" de ARPEGE-Climat ont pu se poursuivre dans le cadre des projets AMMA-France et AMMA-Europe qui ont débuté en 2004-2005. Je montre sur la Figure 20 des résultats concernant le transect africain "AMMA-CROSS". J'ai été co-auteur de l'article de synthèse Hourdin *et al.* (2010).

J'ai été le représentant du groupe GMGEC au sein du Groupe de Coordination des Paramétrisations Physiques (GCPP) pendant deux ans, entre l'automne 2006 et l'automne 2008. J'ai été membre du Jury FCPLR entre 2005 et 2008. J'ai soumis un projet ANR-CIS en 2006 qui était appelé "MAOUS" (pour : "Modélisation de l'Atmosphère Organisant l'Utilisation de Super-paramétrisation").

J'ai eu pendant trois ans (2002 à 2005) des activités d'enseignement au sein de l'Ecole Nationale de Météorologie : cours sur les "Paramétrisations physiques" aux Ingénieurs de la Météorologie (IM) et aux étudiants de Mastère de modélisation de l'ENM ; Travaux Dirigés sur le sujet des "Méthodes Numériques" (IM + DEA).

Les tests de la turbulence pronostique en énergie cinétique turbulente ont été jugés probants pour le cas 1D GABLS-I menés par Eric Bazile à GMAP. Ces améliorations objectives ont conduit à imaginer que la "nouvelle physique pronostique" mise au point dans le modèle Climat puisse, à terme, être testée dans la version Prévision Numérique du Temps de ARPEGE.

Après mon départ de EAC, la prise en main par GMAP à partir de 2008 des paramétrisations pronostiques (turbulence et micro-physique) a été très profitable. Plusieurs erreurs ont été découvertes et corrigées dans ces schémas. Un travail important de lien entre les paramétrisations de turbulence et de convection a été entrepris, et un schéma statistique d'advection verticale des précipitations a été conçu et testé avec intérêt par Yves Bouteloup, avec la prise en compte d'équations pronostiques plus réalistes pour les condensats nuageux et les précipitations dans le schéma de Lopez. L'advection de la variable TKE a été rendue possible par Eric Bazile, via des allers et retours entre les niveaux et les demi-niveaux, mimant en cela les multiples moyennes verticales réalisées via les opérateurs de Schumann dans Meso-NH et AROME.

Toutes ces améliorations ont permis de rendre opérationnels ces schémas pronostiques dans la versions PNT de ARPEGE après mon départ de EAC. Ensuite, grâce à François Bouyssel, Yves Bouteloup et Isabelle Beau, Jean-François Guérémy à GMGEC et Jean-Marcel Piriou à GMAP ont pu organiser une synergie pour finaliser un code commun de convection profonde, ce qui a conduit au code "PCMT" actuel.

Bien sûr, tout n'est pas parfait, puisque la turbulence basée sur Cuxart *et al.* (2000) et les longueurs de mélange issues de Bougeault et Lacarrère (1989) conduisent à une extinction trop rapide du TKE pour les cas stables, avec des mélanges qui sont parfois sous-estimés, en particulier pour le vent.

4) L'entropie de l'air humide

Mon travail au Laboratoire de Prévision m'ayant conduit à m'intéresser à la CAPE et à la convection, je me rappelais souvent la question de Alan Thorpe en 1990 : quel lien peut-il y avoir entre l'exergie et la CAPE ? Il me semblait intéressant de poursuivre l'analogie entre la machine hydraulique représentée sur la Figure 11 et celle tournée de 90 degrés vers le haut, comme indiqué sur la Figure 24, qui pouvait représenter la convection.

J'ai alors ressenti le besoin de calculer l'entropie s et l'enthalpie h indépendamment l'une de l'autre, pour calculer la partie " $h - T_r s$ " de a_m donnée par 24. J'insiste pour dire que, la plus part du temps, il n'est pas nécessaire de calculer ces grandeurs spécifiques h et s . C'était juste une envie, une simple conséquence de ma curiosité.

Après un premier essai infructueux avec la température potentielle θ^* , définie par (40) et correspondant à une des formules de mon article de 1993, je me suis rappelé la question de Irina Sandu concernant la difficulté à connaître les valeurs de référence pour l'enthalpie. J'ai alors pris conscience que, différemment, pour calculer s il était possible de connaître les valeurs de références $(s_v)_r$ et $(s_d)_r$ en appliquant le troisième principe de la thermodynamique aux corps O_2 , N_2 et H_2O , comme rappelé dans Hauf et Höller (1987).

J'ai alors pu rapidement définir une nouvelle température potentielle humide θ_s donnée par (44) et qui est un vrai synonyme (un proxy) de l'entropie spécifique de l'air humide (s).

Ensuite, les premières applications aux données d'observation par avions du cas FIRE-I ont révélé des comportements novateurs par rapport aux températures potentielles humides θ_l et θ_e définies dans Betts (1973). J'ai aussi pu me convaincre que, au premier ordre, on pouvait écrire $\theta_s \approx \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$, une expression qui réunit les deux variables de Betts avec une nouvelle quantité : $\Lambda_r \approx 6$. Cette valeur approchée dépend fondamentalement des entropies de référence de l'air sec et de la vapeur d'eau et elle est en position intermédiaire dans un rapport $\approx 2/3$ entre $\theta_l = \theta_l \exp(0 \times q_t)$ d'une part et $\theta_e \approx \theta_l \exp(9 \times q_t)$ d'autre part.

Les observations par avions du cas FIRE-I m'ont permis de tracer les Figures 25 et 26, où pour les cinq radial-flights (02, 03, 04, 08, 10) les profils de θ_s ont la propriété singulière d'être pratiquement constants selon la verticale dans toute la couche limite, et ce jusqu'au sommet de la couche d'entraînement, avec des raccords avec les profils de l'atmosphère libre qui ne présentaient pas (ou peu) de saut.

Il me semblait à l'époque (et ce sentiment s'est renforcé depuis) que l'on pouvait interpréter physiquement ces résultats en considérant que l'entropie, et donc θ_s , est la variable que la turbulence désire mélanger, ce qui était confirmé par la propension de θ_s à être particulièrement uniforme au sein de toute la couche limite de ces strato-cumulus marins tropicaux, une couche limite qui se comporte comme un "corps noir" à entropie constante, ceci à la fois dans les zones en air clair et dans les zones nuageuses.

Toutes ces propriétés nouvelles, intrigantes et intéressantes sont des conséquences directes du rapport $\approx 2/3$ de θ_s entre θ_l et θ_e . Ces résultats ont conforté l'envie que j'ai eu de calculer l'entropie de l'air humide, quant bien même ce n'était pas obligatoire.

J'ai reçu l'aide précieuse de Jean-François Geleyn qui s'est passionné pour l'aspect "uniforme" de θ_s , et donc de l'entropie. J'ai montré ces résultats à plusieurs chercheurs et j'ai fait rapidement un exposé au CNRM, en juin 2010, juste après avoir soumis un article au QJRMS qui allait être publié en 2011. Dans cet article Marquet (2011) je montrais d'autres résultats que j'estime toujours importants et qui font partie, 6 ans après, de la prospective de

ce mémoire de HDR : diagramme des variables conservatives, flux turbulents, critère CTEI, diagramme thermodynamique 3D, ect.

J’ai fait un exposé oral aux AMA à Toulouse, en février 2011, pour montrer mes résultats sur l’entropie de l’air humide. J’ai aussi présenté un exposé oral aux meeting CFMIP-GCSS-EUCLIPSE à Exeter (Angleterre) en juin 2011. J’avais l’espoir de pouvoir intéresser cette communauté qui s’intéressait à la transition des stratocumulus vers les cumulus.

J’ai été invité en février 2012 par Rémi Tailleux pour une semaine en tant que visiteur scientifique à l’Université Reading, en Angleterre. J’ai fait un exposé invité pour décrire mes recherches sur l’exergie, Rémi étant en train d’écrire un article de revue sur ce sujet (Tailleux, 2013). J’en ai profité pour faire un exposé au CEPMMT, pour expliquer comment il était possible et intéressant de tracer les fronts avec la méthode de Tim Hewson (1997, 1998, 2010) en remplaçant θ'_w par θ_s .

J’ai préparé une communication orale pour la conférence EMS-ECAC à Łódź (Pologne) en septembre 2012. J’y exposais mes idées concernant l’utilisation de l’entropie de l’air humide pour décrire la turbulence atmosphérique.

A l’initiative du “GCPP” (Groupe de Coordination sur les Paramétrisations Physiques), j’ai préparé un long exposé au CNRM en avril 2013, où j’ai pu exposer par le détail l’ensemble de mes travaux concernant les “Variables thermodynamiques pour l’air humide”.

5) La Fréquence de Brunt-Väisälä de l’air humide

Jean-François Geleyn a fait une intervention à un colloque au CEPMMT à Reading (Angleterre) en novembre 2010, peu de temps après avoir découvert mes travaux qui m’ont conduit à la définition de θ_s .

Jean-François avait été intéressé par mes travaux sur l’entropie de l’air humide, en espérant trouver des idées nouvelles pour mettre en œuvre sa vision de la turbulence basée sur un nombre de Richardson humide, et donc basée sur la fréquence de Brunt-Väisälä. J’ai accepté de calculer avec Jean-François cette fréquence de Brunt-Väisälä pour l’air humide et qui correspondait à l’utilisation de l’entropie exprimée avec θ_s . Les calculs ont été vraiment compliqués à effectuer, mais j’ai pu publier l’article Marquet and Geleyn (2013) au QJRMS. Cet article a été soumis en juillet 2011 et, entre temps, Jean-François a souhaité écrire une note additive pour le Blue-Book du WGNE (Geleyn and Marquet, 2012).

Jean-François Geleyn était très impliqué dans le projet européen COST-ES0905 (2010-2014). Il a proposé à R. P. Plant et J.-I. Yano que je puisse rejoindre en court de route ce projet : “Core Group on Theoretical Studies of the Convection Parameterization Problem. Basic Concepts for Convection Parameterization in Weather Forecast and Climate Model”.

Dans le cadre de COST-ES0905, j’ai été co-auteur d’un exposé oral de Jean-François Geleyn en novembre 2011 à Offenbach, auteur d’une communication orale et co-auteur d’une autre communication orale aux AMA à Toulouse en janvier 2012, puis co-auteur de deux communications orales à Lubiana en Slovénie en juin 2012.

J’ai eu l’occasion de présenter un large exposé de synthèse d’une heure sur l’ensemble de mes travaux concernant la thermodynamique de l’air humide et l’impact du troisième principe, à Reading, Angleterre, en janvier 2013.

J’ai préparé un chapitre (Marquet and Geleyn, 2015-c, voir l’Appendice C) dans le livre qui a été écrit en commun par plusieurs participants de cette action COST-ES0905, sous la direction de R. S. Plant et J.-I. Yano. Cet article décrit l’ensemble de mes travaux sur la

thermodynamique de l'air humide.

J'ai été co-auteur de l'exposé de Jean-François Geleyn à la conférence EMS-ECAC à Prague (République Tchèque) en octobre 2014, où il avait préparé un de ses derniers exposés sur sa vision de la turbulence. J'ai aussi été co-auteur de l'article Yano *et al.* (2015-b) qui correspondait au rapport final du projet.

6) Le Tourbillon Potentiel de l'air humide

En repensant à ma lecture de l'article Hoskins *et al.* (1985) faite avant ma FCPLR (voir supra), j'ai rapidement eu envie de tester l'usage de θ_s dans la définition du tourbillon potentiel, pour définir $PV(\theta_s)$ et tester ce qui allait devenir une version nouvelle en position intermédiaire $\approx 2/3$ entre $PV(\theta)$ et $PV(\theta_e)$.

Des contacts avec Philippe Arbogast m'ont conduit à lire avec attention l'article de Schubert *et al.* (2001). J'ai pu relire aussi les traductions en anglais des articles originaux de Ertel (1942,a,b,c) regroupés dans Schubert *et al.* (2004a).

Toutes ces lectures m'ont convaincu que c'est l'usage de l'entropie de l'air humide (et donc de θ_s) en tant que quantité "conservative" qui doit s'imposer dans la définition du tourbillon potentiel que je notais PV_s , en lieu et place des quantités "conservées sous certaines hypothèses", comme θ_e ou θ'_w , voire même de θ_v (qui n'est jamais "conservée").

J'ai proposé de décomposer PV_s en la somme $PV_v + PV_q$, ceci d'après (51) et en vertu de la propriété d'additivité des logarithmes pour les produits de termes. Il apparaît que PV_v ressemble fortement au PV usuel et qu'il est inversible d'après Schubert *et al.* (2001), alors que PV_q ne dépend que des gradients des contenus en eau, une des formes du PV indiquée dans Ertel (1942,a,b,c) et étudiée dans Gao and Zhou (2008), par exemple.

J'ai soumis un article au QJRMS en 2012, article qui a été publié en 2014 et qui est disponible sous arXiv. C'est à partir de ce moment que j'ai déposé tous mes articles en anglais sous arXiv (enfin presque, car il manque celui de 1993, mais je m'y remettrai une fois cette HDR soutenue).

J'ai commencé à cette époque à coder les calculs de θ_s et PV_s en sortie des modèles ARPEGE et AROME, d'abord dans Full-Pos, puis en aval des données en point de grille de la BDAP (Base des Données Analysées et Prévues). Grâce à ces calculs, j'ai pu tracer et regarder des cartes horizontales ou isobares de ces quantités θ_s et PV_s , aussi des coupes verticales ou profils verticaux.

J'ai pu observer en particulier que l'aspect "intermédiaire" de PV_s correspond à des changements de signes qui semblent pertinents et intéressants (voir les Figures 28), avec aussi un aspect "bon marqueur des masses d'air" observée pour θ_s (voir les Figures 27).

D'autre part, j'ai indiqué dans l'article de 2014 que la problématique de l'instabilité symétrique pourrait être revisitée, en montrant des zones frontales "instables" avec $PV_s < 0$ co-localisées avec des régions "stables" où $\partial\theta_s/\partial z > 0$, des propriétés qui ne sont que très rarement vérifiées avec le couple : PV_e versus $\partial\theta_e/\partial z$.

7) Le stage M2 de Etienne Blot

Partick Santurette a été contacté en 2012 par Etienne Blot (EIENM3) pour susciter un stage au LABO qui puisse correspondre à des aspects proches de l'opérationnel et qui puisse s'appuyer sur des analyses de cartes météorologiques. Ce fut l'occasion de préparer un stage de 6 mois EIENM3 / M2-OASC qui s'est déroulé en 2013, stage pendant lequel un maximum des propriétés de θ_s et de PV_s seraient analysées.

Pendant ce stage, Etienne a synthétisé de nombreuses études de cas, sous la forme de modèles conceptuels, à l'image de ceux indiqués sur la Figure 29 pour les aspects tourbillon potentiel et fronts froids "dédoublés". Etienne a pu aussi étudier le développement d'une ligne de grains sur la France (Figure 30), avec des zones froides en θ_s et en basses couches qui semblent pouvoir être reliées à celles en arrière de la ligne de grains vers 700 et 400 hPa.

L'étude du cyclone Dumilé qui a intéressé les alentours de l'île de La Réunion vers le 3 janvier 2013 a permis de mettre en évidence une vision très différentes du point de vue de θ_s (voir les Figures 31 et 32).

Etienne Blot a reçu pour ce stage EIENM3 et M2-OASC le prix Patrick Brochet 2015. Même si ce stage n'a pas permis une poursuite en FCPLR ou en thèse de Doctorat, ni une publication avec Etienne, je ne regrette en rien cette idée qui a prévalu lors de son stage d'en revenir à la base du métier de météorologiste.

En effet, quand on a la chance de voir émerger de nouvelles variables météorologiques (comme θ_s et PV_s), alors il faut humblement en revenir à une confrontations aux observations et aux modélisations numériques, afin de chercher les propriétés nouvelles qui ne manquent pas d'apparaître, sans pouvoir toujours tout expliquer dans un premier temps. Ces analyses phénoménologiques peuvent ouvrir, ensuite, tout un champ des possibles que des jeunes chercheurs et/ou des chercheurs audacieux pourront choisir d'étudier plus avant.

Ce pourrait être le cas pour les cyclones et, pour ce faire, j'ai prolongé l'étude de Dumilé par celle des drop-sondes lancées dans le cyclone Earl pendant 7 jours de septembre 2010 (voir la Figure 33). J'ai aussi expliqué aux APOM 2013 en quoi on pourrait être amené à revisiter la vision des cyclones en "machine de Carnot" de Kerry Emanuel. Ce pourrait aussi être le cas pour les Sting-Jet, ou pour les principes de "production maximal d'entropie" (MEP), ou pour les études du bilan de l'entropie dans l'esprit de l'article Pascale *et al.*, (2011).

J'ai proposé en 2013 un stage EIENM3 de six mois sur le sujet de l'inversion du tourbillon potentiel humide basé sur θ_s , avec Philippe Arbobast (de GMAP/Recyf) et Karine Maynard (du LABO) comme co-encadrants. Les départs prévisibles du LABO de Patrick Santurette et/ou du mien m'ont conduit à retirer cette proposition de stage. Je crois qu'un tel stage devrait être à nouveau proposé à l'avenir.

8) L'enthalpie de l'air humide

Le dernier article que j'ai écrit au LABO (Marquet, 2015-a) concerne l'enthalpie de l'atmosphère.

Il s'agissait, enfin, de répondre à la question de Irina Sandu laissée sans réponse : comment calculer l'intégrale de l'enthalpie sur un domaine donné, et avec par conséquent le besoin de déterminer les enthalpies de références pour les différents composants de l'atmosphère, et en particulier $(h_v)_r$ et $(h_d)_r$ pour la vapeur d'eau et l'air sec ?

J'ai dû réaliser une étude bibliographique poussée pour récupérer les valeurs cryogéniques des capacités calorifiques c_p et des chaleurs latentes L_k pour les constituants majoritaires de l'atmosphère (N_2 , O_2 , Ar, H_2O , CO_2).

Il était alors possible, via (60) et moyennant l'hypothèse d'un zéro des enthalpies pour les phases glaces les plus stables à zéro Kelvin, de définir l'enthalpie de référence pour chacun des constituants de l'air humide (126)-(127) Ces aspects sont illustrés sur les Figures 48.

Il s'agissait bien, dans cet article, de poser les bases d'un troisième principe appliqué à la seule partie *thermique* des enthalpies spécifiques.

9) La turbulence

Après avoir quitté le LABO pour revenir au CNRM à GMAP, j'ai souhaité poursuivre à temps perdu, en 2014 et 2015, le programme indiqué par Richardson (1919) qui indique qu'il convient d'appliquer la turbulence à l'entropie spécifique de l'air humide, et donc à θ_s , puisque d'après (45) $ds = c_{pd} d\theta_s/\theta_s$ de manière exacte.

J'ai d'abord entrepris une étude phénoménologique correspondant aux Figures 36 et 37, pour essayer de comprendre comment se comportent les profils verticaux dans la transition entre les stratocumulus et les cumulus, en utilisant les observations de la période ASTEX (Atlantic Stratocumulus Transition Experiment) décrite dans Bretherton and Pincus (1995) et de Roode and Duynkerke (1997).

Cette analyse phénoménologique m'a conforté dans mon sentiment que les valeurs (positives / neutres / positives) des sauts en θ_s au sommet de l'inversion doivent être de bons prédicteurs pour les problématiques de type "Cloud Top Entrainment Instability" ou CTEI (voir les Figures 38 à 41 basées sur les données LES "BR05" de Yamaguchi and Randall, 2008).

J'ai ensuite trouvé une justification théorique aux approximations au premier et deuxième ordre de θ_s , notées $(\theta_s)_1$ et $(\theta_s)_2$ et qui sont indiquées en (77) et (78).

Partant de ces résultats, j'ai eu la confirmation que le flux de la variable de Betts θ_l qui est exprimé par (66) au premier ordre peut ne pas être égal à la formulation habituellement utilisée dans les modèles. Il y aurait une différence si les coefficients d'échange pour la "chaleur" et "l'humidité" étaient différents l'un de l'autre, ce qui se traduirait par un nombre de Lewis turbulent $Le_t = K_h/K_w$ qui serait différent de 1.

L'hypothèse $Le_t = 1$ est faite dans tous les schémas de turbulence actuels, et en particulier dans la version 1D-verticale du schéma Cuxart *et al.* (2000) qui est utilisée dans ARPEGE et AROME. Cette hypothèse $K_h = K_w$ correspond à certaines données expérimentales anciennes publiées entre les années 1950 à 1970.

Et pourtant, d'un point de vue théorique, le schéma 3D de turbulence décrit dans Cuxart *et al.* (2000) correspond clairement à $Le_t = K_h/K_w = \phi_3/\psi_3 \neq 1$. De plus, d'un point de vue expérimental, les résultats récents concernant le schéma ECUME de turbulence au dessus des océans correspondraient clairement à $Le_t = C_H/C_E \neq 1$ en surface !

Des résultats allant dans le même sens ($Le_t \neq 1$) ont été obtenus pendant le stage M2 de Xavier Lamboley encadré en 2015 par Rachel Honnert et moi-même, sur le sujet de la zone grise de la turbulence hectométrique. Il s'agissait d'analyser les résultats issus d'une LES lancée par Rachel et simulant le cas IHOP (International H_2O Project) à la résolution de 62.5 m.

La même simulation IHOP a été étudiée dans Pergaud *et al.* (2009). J'ai pu calculer

indirectement les flux turbulents de θ_s indiqués sur les Figures 44 à partir des profils des Figures 43 (simulation 1D). Ces profils verticaux des flux turbulents de θ_s ont été confirmés par Xavier à partir des données de la LES lancée par Rachel, comme indiqué sur la Figure 46 (a).

Un aspect très intéressant est le fait que le flux turbulent de θ_s est toujours positif et que le gradient vertical de θ_s est toujours négatif. De ce fait, il n'y pas de zone à contre-gradient, comme on peut l'observer dans certaines zones avec la variable de Betts θ_l . Ainsi, le coefficient d'échange K_s défini par $\overline{w'\theta'_s} = -K_s \partial\overline{\theta_s}/\partial z$ est toujours défini et est partout positif.

Le fait de ne pas avoir à traiter des zones à contre-gradients est un immense avantage, observé au moins pour cette simulation IHOP. Comme je l'ai indiqué dans mon article de 2011, et comme rappelé sur la Figure 45 (pour le cas d'un stratocumulus), la variable de Betts θ_l apparaît comme un simple artefact : θ_l n'est qu'une projection de l'entropie de l'air humide qui, elle, est bien représentée par θ_s .

L'autre aspect intéressant est la tentative de Xavier et Rachel de calculer le nombre de Lewis turbulent pour l'entropie : $Le_{tS} = K_s/K_w$. L'égalité $Le_{tS} = 1$ correspond à la propriété d'annuler la seconde partie de (66). On voit sur la Figure 46 (b) que Le_{tS} s'écarterait assez fortement de 1 pour la LES du cas IHOP, pour atteindre voire dépasser la valeur 2 en milieu de couche limite ?

Ces résultats demandent à être confirmés, mais il sont en accord avec plusieurs articles des années 50 à 70 qui indiquaient de telles valeurs supérieures à 2 pour Le_t : Pasquill (1949), Swinbank (1951), Pruitt and Aston (1963), Warhaft (1976), Kiangi (1977), Verma *et al.* (1978). Ces résultats sont aussi en accord avec ceux de ECUME et pour la turbulence 3D de Cuxart *et al.* (2000).

J'ai donc été conforté dans l'idée de creuser la piste concernant la possibilité d'avoir $K_h \neq K_w$, et donc $Le_t = K_h/K_w \neq 1$. J'ai cherché de l'aide, mais à défaut j'ai décidé de tester moi-même les aspects théoriques.

Je suis reparti des équations de base de Redelsperger et Sommeria (1981) rappelée en (79)-(85), qui conduisent au formalisme dit "CBR" (Cuxart *et al.*, 2000) actuellement utilisé dans Meso-NH, AROME, ALADIN et ARPEGE. Ces calculs m'ont conduit aux valeurs des flux indiqués en (94) pour $\overline{w'\theta'_s}$ et en (95) pour $\overline{w'\theta'_s}$, avec les formulations (100) pour ϕ_3 et (101) pour ψ_3 . On arrive, au final, au nombre de Lewis Le_{tS} donné par (102) qui n'est pas égal à 1 dans le cas général, puisqu'il dépend des trois coefficients A , A_ε et B_ε qui doivent être calculés à partir de données expérimentales (comme indiqué sur les Figures 47 pour les résultats préliminaires obtenus avec les données de Cabauw).

Pour finir, j'espère que je pourrai rendre quelques services pour certains aspects de l'encadrement de la thèse de Quentin Rodier débutée fin 2014, concernant la *couche limite atmosphérique stable sur relief et la paramétrisation de la turbulence*.

10) Les flux de surface

Après avoir quitté le LABO pour revenir au CNRM à GMAP et après avoir lu les beaux papiers de Montmogery (1948) et Businger (1982), j'ai découvert en 2015 un formalisme simple et élégant pour exprimer l'enthalpie spécifique de l'air humide par (120), où h dépend d'une *chaleur latente* $L_h(T)$ donnée par (121)-(125).

Cette *chaleur latente* peut être calculée par (129) et ses variations avec la température

sont représentées sur la Figure 49. Il s’agit bien d’une *chaleur latente* puisque, d’une part, $L_h(T) = h_v(T) - h_d(T)$ s’exprime comme une *différence d’enthalpie*. D’autre part, je montre sur la Figure 34 que l’évaporation au dessus d’une zone humide en air clair (sans eau liquide ni solide dans l’air) correspond à $dq_d = -dq_v$, et donc à un “échange fictif entre l’air sec et la vapeur d’eau”. Cette *chaleur latente* $L_h(T)$ est donc bien égal à un changement d’enthalpie correspondant à cet “échange”.

J’ai pu alors calculer le flux turbulent de l’enthalpie de l’air humide $\bar{\rho} \overline{(w' h')}$ qui s’exprime, un peu comme par miracle, comme la somme de deux termes qui sont :

- 1) un “flux de chaleur sensible” $\bar{\rho} \overline{c_p (w' T')}$
- 2) un “flux de chaleur latente” $\bar{\rho} L_h(T) \overline{(w' q'_v)}$.

On retrouve là des résultats qui sont cohérents avec les considérations de Montmogery (1948) qui indiquaient que : les transferts de chaleur à travers la surface océanique par conduction, évaporation ou condensation ne doivent pas être considérés comme des entités séparées, mais au contraire comme la manifestation d’un processus physique unique : le flux de l’enthalpie spécifique, qui s’avère être égal à la somme SH + LH des flux appelés “sensible” et “latent”. Montgomery ajoute explicitement que la séparation en deux flux séparés, SH d’un côté, LH de l’autre, semble artificielle.

Ces résultats sont également en accord avec Ambaum (2010) qui dit que : “les flux sensible et latent sont *contenus* dans ce flux total d’enthalpie de l’air humide”, et que “si pour mesurer ce flux total d’enthalpie de l’air humide on doit connaître à la fois ces deux flux dits sensible et latent, pour évaluer le bilan de l’énergie (de l’air humide) il n’y a *pas de sens à considérer ces deux flux séparément l’un de l’autre*”.

J’ai donc pris confiance en ces résultats un peu déroutants, et j’ai décidé d’engager une étude exploratoire qui est partiellement publiée dans Marquet (2015-e) au Blue-Book du WGNE, arXiv : <http://arxiv.org/abs/1503.01649>). L’idée est bien de considérer que, pour définir le bilan de l’énergie de l’atmosphère, alors il faut utiliser le flux turbulent de l’enthalpie spécifique près de la surface, et donc redéfinir le flux latent en remplaçant les coefficients usuels L_{vap} et L_{sub} par $L_h(T)$, avec des différences de l’ordre de 6 % et 6 W m^{-2} en global, et bien d’avantage localement (voir les Figures 50).

Je suis convaincu, avec Montmogery (1948) et Businger (1982), que les flux latents actuels qui utilisent les coefficients L_{vap} et L_{sub} en facteur du flux d’évaporation ne permettent pas de calculer le bilan de l’énergie de l’atmosphère. Il permettent, au mieux, de calculer le bilan de la Moist Static Energy (MSE), mais la MSE n’est pas l’énergie de l’atmosphère.

11) Les valeurs de référence pour s et h ?

Bien-sûr, il n’est pas toujours obligatoire de calculer les contenus spécifique en enthalpie (h) et entropie (s) de l’air humide, ceci de manière absolue et avec le besoin de déterminer de manière expérimentale les valeurs de référence. On peut considérer que le seul but dans les modèles numériques est de calculer l’équation de la température, ce qu’il est possible de réaliser sans avoir à connaître les enthalpies de référence.

Mais puisque l’on dispose de nos jours des valeurs cryogéniques des chaleurs spécifiques c_p et chaleurs latentes L_k , grâce en particulier aux travaux effectués dans les années 1930 par Giauque (1949), le fait de pouvoir calculer de manière absolue l’enthalpie et l’entropie ouvre un nouveau champ des possibles, et c’était un des rêves de Richardson : alors, si c’est possible, pourquoi s’en priver ? De plus, une des valeurs premières de la recherche est sans doute la curiosité : alors, si c’est possible, il faut le faire !

Et c'est ce que j'ai fait pour l'entropie $s(\theta_s)$, pour le tourbillon potentiel $PV(\theta_s)$, aussi pour l'enthalpie à travers $L_h(T)$, avec comme exemples d'applications l'analyse heuristique faite lors du stage de E. Blot au LABO pour les fronts, lignes de grains et cyclones, puis mes travaux à GMAP concernant la turbulence ou les flux latents en surface.

Pourtant, j'ai ressenti depuis 6 ans une vraie réticence de la part de bien des chercheurs à utiliser les valeurs de références pour h et s qui ne soient pas déduites de raisonnements purement théoriques, comme cela peut être le cas pour les c_p des solides (loi de Debye avec θ_D) ou des gaz (théories issues de la physique statistique avec les températures de rotation θ_{rot} ou de vibration θ_{vib}).

En fait, il n'y a pas de problème à dépendre de données expérimentales, comme celles issues du troisième principe et qui définissent $\Lambda_r \approx 5.87$ pour l'entropie, ainsi que la valeur $L_h(T_r) \approx 2603 \text{ J kg}^{-1}$ pour l'enthalpie. En effet, on admet bien de manière équivalente les valeurs pour $L_v(T_r) \approx 2501 \text{ J kg}^{-1}$ et $L_s(T_r) \approx 2835 \text{ J kg}^{-1}$ sans se sentir fragilisé par une dépendance aux valeurs expérimentales !

D'ailleurs, on utilise sans problème la formulation suivante pour la chaleur latente de vaporisation à la température T : $L_v(T) = L_v(T_r) + (c_{pv} - c_l)(T - T_r)$. Cette formulation pour $L_v(T)$ est vraiment indépendante de la "température de référence" T_r dans la mesure où, si on change T_r , alors il suffit de choisir pour $L_v(T_r)$ la nouvelle valeur qui donne la même fonction $L_v(T)$ au final. Il en va de même pour $s(T, p_d, e, q_v, q_l, q_i, \dots)$ et $h(T, q_v, q_l, q_i, \dots)$ qui sont des fonctions d'état, et qui à ce titre ne peuvent pas dépendre des valeurs de référence pour la température, les pressions partielles ou les contenus en eau.

Au mieux, on peut invoquer la règle (ou loi) de Trouton (F. Trouton, Philosophical Magazine, 1884, Vol.18, p.54, voir Wisniak, 2001) qui indique que $L_{vap}(T_{eb})/T_{eb} \approx 88 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ à la température d'ébullition et sous la pression normale de 1000 hPa. On peut aussi traduire cette règle de Trouton en terme du saut en entropie et en enthalpie à l'ébullition : $\Delta_{eb}S = \Delta_{eb}H/T_{eb} \approx 10.5 R$, règle améliorée ensuite par Hildebrand et Everret sous la forme : $\Delta_{eb}S/R \approx 4.5 + \ln(T_{eb})$.

Cette règle permet d'interpréter la domination de la chaleur latente de vaporisation de l'eau par rapport aux chaleurs latentes de O_2 et N_2 (voir la Figure 48-b). En effet, cela est dû en partie à la température d'ébullition de l'eau ($T_{eb} = 373.15 \text{ K}$), qui est à peu près 4.4 fois plus élevée que celles pour N_2 (77.4 K) ou O_2 (90 K). De ce fait, le rapport $L_{vap}(T_{eb})/T_{eb}$ devant rester constant, $L_{vap}(T_{eb})$ de l'eau est environ 4.4 fois plus élevée (en unité $\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$) que celles pour l'oxygène ou l'azote, et donc que celle pour l'air sec. Et il faut rajouter à cela un coefficient de l'ordre de 1.7 qui est dû aux différences des masses molaires pour H_2O (≈ 10) d'un côté, et N_2 (≈ 17) ou O_2 (≈ 16) de l'autre.

Toutefois, les lois de Trouton ou Hildebrand-Everret restent des règles essentiellement empiriques. Même si quelques explications théoriques existent (explications basées sur des arguments de physique statistique), les liaisons hydrogènes de la molécule d'eau font que cette molécule (qui est tellement importante pour la thermodynamique de l'atmosphère) s'écarte de manière anormale et importante de ces lois empiriques : $\Delta_{eb}S \approx 109 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. On en déduit que $L_{vap}(T_{eb})/T_{eb}$ est environ 24 % plus grand que les $88 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ de la loi de Trouton pour H_2O . A l'inverse, il existe un biais négatif d'environ 15% pour N_2 et O_2 .

Au final, l'ensemble de ces effets expliquent le rapport $4.4 \times 1.7 \times (1.25/0.85) \approx 11$ entre les chaleurs latentes de vaporisation de H_2O d'un côté, N_2 et O_2 de l'autre.

Ainsi, il n'y a pas de honte à utiliser les valeurs expérimentales $\Lambda_r \approx 5.87$ pour l'entropie, ou $L_h(T_r) \approx 2603 \text{ J kg}^{-1}$ pour l'enthalpie, pas plus en tout cas que lorsque l'on utilise les

propriétés anormales (+24 %) et expérimentales de l'eau $L_v(T_r) \approx 2501 \text{ J kg}^{-1}$ et $L_s(T_r) \approx 2835 \text{ J kg}^{-1}$, ceci dans tous nos modèles numériques de prévision du temps ou du climat !

De même, il est parfois opposé au fait de devoir appliquer le troisième principe, et de déterminer expérimentalement les valeurs de référence, la possibilité de pouvoir au contraire déduire l'entropie des gaz parfaits de manière théorique et sans se "salir les mains", avec une formulation analytique appelée *équation de Sackur-Tetrode* (citée dans Ambaum, 2010 p.47 et expliquée dans Grimus, 2013-a,b) :

$$S = k N \left\{ \ln \left[\frac{V}{N} \left(\frac{4 \pi m E}{3 N h^2} \right)^{3/2} \right] + \frac{5}{2} \right\}, \quad (140)$$

$$\text{où } S = k N \left[\frac{3}{2} \ln \left(\frac{E}{N} \right) + \ln \left(\frac{V}{N} \right) + s_0 \right] \quad (141)$$

$$\text{avec } s_0 = \frac{3}{2} \ln \left(\frac{4 \pi m}{3 h^2} \right) + \frac{5}{2}. \quad (142)$$

N est le nombre de particules, k la constante de Boltzmann, V le volume, E l'énergie (cinétique interne), m la masse d'une particule et h la constante de Planck. Mais alors, tout ce que j'ai présenté jusque-là sur l'entropie de l'air humide serait faux ou non-avenue ?

En fait, il n'en est rien, car si cette équation a été effectivement proposée indépendamment l'un de l'autre par Hugo Martin Tetrode et Otto Sackur entre 1911 et 1913, cette équation n'est valable que pour des gaz *mono-atomiques et non-dégénérés* ... et donc uniquement pour l'argon dans l'atmosphère, soit pour environ 1 % seulement de sa composition !

De plus, si Tetrode a bien raisonné en utilisant des arguments de physique statistique, il avait précisément pour but de déterminer l'entropie de référence à partir du troisième principe de Nernst-Planck, comme je l'ai fait dans mes articles. En effet, Tetrode a fait confiance à la formule de l'entropie de Boltzmann $S = k \ln(W)$, avec ensuite une évaluation du nombre de configuration W dans l'espace des phases, le volume élémentaire de cet espace des phases à n degrés de liberté étant supposé égal à h^n , où h est la constante de Planck. Il s'agit bien là d'une application typique des méthodes modernes de physique statistique. Mais, ce faisant, il n'y a aucune constante additive arbitraire qui puisse traduire une quelconque indétermination de l'origine de l'entropie dans la définition $S = k \ln(W)$, et la constante s_0 isolée dans (141) n'est là que par réarrangement des termes, de même que l'on peut toujours écrire $s = s_{ref} + c_p \ln(\theta/\theta_{ref})$ sous la forme $s = c_p \ln(\theta) + s_0$, avec $s_0 = s_{ref} - c_p \ln(\theta_{ref})$ une valeur constante, en effet.

D'ailleurs, l'équation de Sackur-Tetrode a été validée à l'époque (au début du 19ème siècle) en prenant l'exemple du mercure et en utilisant la même méthode que celle que j'ai rappelée et utilisé dans mon article de 2015-a au QJRMS : 1) supposer le principe de Nernst-Planck et une entropie nulle à 0 Kelvin ; 2) intégrer $c_p(T)/T$ entre 0 Kelvin et la température ambiante ; 3) commencer par les phases solides proche de 0 Kelvin (avec l'équivalent de la loi de Debye en $c_p \approx A T^3$, publiée au même moment), puis la phase liquide, puis la phase gazeuse ; 3) ajouter l'impact des k changements de phase $L(T_k)/T_k$ qui ont lieu entre 0 Kelvin et la température ambiante. Et la même méthode s'applique pour l'enthalpie *thermique*, les deux seules différences étant l'intégration de $c_p(T)$ et l'ajout des $L(T_k)$.

On peut écrire l'équation de Sackur-Tetrode sous une forme un peu plus habituelle pour la science atmosphérique en posant $k N = n R^*$, $p V = n R^* T$, $E = (3/2) N k T$ et $M = N_A m$. On obtient :

$$S(T, p) = n R^* \left[\frac{5}{2} \ln(T) - \ln(p) + \frac{3}{2} \ln(M) + s_1 \right] \quad (143)$$

avec

$$s_1 = \ln \left(\frac{(\sqrt{2\pi})^3 k^{5/2}}{h^3 N_A^4} \right) + \frac{5}{2}, \quad (144)$$

où T est la température, M la masse molaire, p la pression, $R^* \approx 8.31446 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ la constante (thermodynamique) des gaz parfait, N_A le nombre d'Avogadro et n le nombre de moles.

Pour les conditions standard $T = 298.15 \text{ K}$ et $p = 10^5 \text{ Pa}$ et si on introduit les valeurs des constantes fondamentales R^* , k , N_A et h , on obtient la formule suivante où S/n est en $\text{J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ et où M est en g mol^{-1} :

$$\frac{S}{n} = 195.01 + 12.47 \ln \left(\frac{M}{1000} \right). \quad (145)$$

On peut apprécier la qualité des résultats issus de cette équation théorique de Sackur-Tetrode en comparant ces résultats théoriques aux valeurs standard déduites des mesures expérimentales et que l'on peut trouver dans les tables thermodynamiques :

	Ne	Ar	Kr	Hg
M (g/mol)	20.18	39.95	83.8	200.6
$(S/n)_{S.T.}$	146.3	154.9	164.1	175.0
$(S/n)_{exper}$	146.2	154.7	164.0	174.9

Ces valeurs expérimentales de l'entropie molaire $(S/n)_{exper}$ étant connues à $\pm 0.1 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$, on voit que la précision est meilleure que 0.2% pour ces gaz monoatomiques : néon, argon, krypton et mercure !

L'autre point intéressant dans (140) ou (141) est que l'énergie (cinétique interne) E ne souffre pas non plus d'indétermination : c'est bien la version $E = (3/2) N k T$ qui est supposée s'annuler à $T = 0 \text{ Kelvin}$, tout comme je l'ai supposé pour tous les constituants de l'atmosphère dans mon article de 2015-a au QJRMS sur la définition de l'enthalpie *thermique* de l'air humide.

Mais l'atmosphère ne comporte que 1% d'argon, et il aurait été dommage de ne pas pouvoir calculer l'entropie par des méthodes théoriques pour les autres gaz diatomiques (O_2 , N_2) ou triatomiques (H_2O , CO_2) qui composent cette atmosphère.

En fait, on sait depuis Kelley (1932), Gordon and Barnes (1932) et Gordon (1934,1935) qu'il est possible de calculer les entropies pour ces gaz poly-atomiques par les méthodes basées sur la physique statistique, comme l'on fait Sackur et Tetrode pour les gaz mono-atomiques. Il s'agit de calculer les fonctions de partition pour tous les degrés de liberté activés par les translations, rotations, vibrations normales ou anharmoniques des molécules, y-compris pour les états électroniques. En effet, pour l'eau qui s'avère être un corps bien étrange, il faut tenir compte d'une entropie résiduelle de $189 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ à 0 Kelvin (Pauling, 1935, Nagle, 1966), entropie résiduelle qui est due au désordre protonique et aux sauts aléatoires des liaisons hydrogènes qui sont toujours actives au zéro absolu.

Je montre sur le tableau suivant les entropies pour les gaz composant majoritairement l'atmosphère par les méthodes : 1) expérimentales basées sur l'intégration de $c_p(T)/T$, sur la sommation des L_k/T_k et sur l'application du troisième principe de Nernst-Planck qui pose $S = 0$ à 0 K ; et 2) théoriques basées sur $S = k \ln(W) + S_0$, sur la détermination de W et avec $S_0 = 0$. Dans ce tableau : C98 est pour Chase (1998), GR96 pour Gokcen and Reddy (1996) et M15 pour Marquet (2015-a). Toutes les valeurs sont en $\text{cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$.

	C98/Stat.	GR96/Stat.	GR96/Calor.	M15/Calor.
Ar	37.000 ± 0.001	37.00	36.96 ± 0.2	
O ₂	49.031 ± 0.008	49.02	49.12 ± 0.1	49.7
N ₂	45.796 ± 0.005	45.78	45.94 ± 0.2	46.0
H ₂ O	45.132 ± 0.010	45.12	44.31	45.2
CO ₂	51.098 ± 0.029	51.09	51.13 ± 0.1	

Ce tableau démontre clairement le bon accord entre les valeurs théoriques et expérimentales. Il n’y a donc aucune raison de douter, en 2016, de la réalité de ces valeurs de l’entropie pour ces composants majoritaires de l’atmosphère et dans les conditions standards de température et de pression. Il est donc possible, assurément, de calculer l’entropie de l’air humide de manière absolue, à mieux que 0.1 % à 1 %, probablement. Ceci valide tous les développements que j’ai pu mener depuis 2008 et qui sont décrits dans ce mémoire.

12) Les valeurs caractéristiques T_r et p_r ?

Le problème du choix des valeurs “de référence” T_r et p_r a été posé dès mes premiers articles en 1990 et 1991, et beaucoup n’ont jamais surmonté cet handicap apparent par rapport aux approches de Margules et Lorenz, où ces auteurs montrent explicitement comment on peut construire l’état “de référence” par réarrangement adiabatique de la masse d’une colonne (pour Margules) puis pour l’atmosphère dans son ensemble (pour Lorenz).

En fait, du point de vue de l’exergie, il n’est pas question de valeurs “de référence”, mais plutôt de grandeurs “caractéristiques” de l’état thermodynamique du système. Il n’y a pas besoin de construire explicitement cet état “de référence” qui serait d’énergie minimale. De plus, j’ai montré sur la Figure 4 et dans les commentaires qui lui sont associés que cette méthode de “réarrangement adiabatique de la masse” préconisée par Margules et Lorenz, aussi séduisante qu’elle puisse être, n’est pas fondée physiquement.

Du point de vue de l’exergie, il me semble que la présentation la plus claire est celle de Gibbs, où a_h est définie par (15) à partir de la “variation d’entropie totale” ΔS_{tot} , avec T_0 qui est défini comme la “température d’équilibre” et est déduite de la pente de la tangente entre B et C sur les Figures 7 et 8. Il n’est aucunement question, ici, de construire un quelconque état “de référence” qui soit d’énergie minimale et qui soit réellement atteignable par le système. Je ne peux pas m’empêcher, d’ailleurs, de faire un certain parallèle avec la Figure 15, où les invariants de Casimir semblent jouer le rôle de la “surface of dissipated energy” de Gibbs.

Quoi qu’il en soit, il faut remarquer que des valeurs différentes pour T_r et p_r ne modifient en rien les normes N_T , N_v et N_p donnée par (36), (37) et (28), si ce n’est par la présence de T_r en facteur de toutes ces normes. Mais ce facteur global T_r ne change que peu la donne, et logiquement les générations, conversions et dissipations d’énergie présentes dans le cycle d’enthalpie utilisable et définies dans Marquet (1994, 2003a,b) ne sont que peu (ou pas) sensibles à des choix raisonnables de T_r ou p_r .

Parmi ces choix raisonnables de T_r et p_r , je me suis dans un premier temps rangé aux propositions de Pearce (1978), où T_r est la moyenne harmonique des températures (≈ 250 K) et où p_r est la moyenne logarithmique de la pression (≈ 368 hPa). Actuellement, en 2016, je préconise plutôt de prendre pour T_r zéro Celsius ou le point triple de l’eau et pour p_r la pression standard en surface.

Ces valeurs $T_r \approx 273.16$ K et $p_r \approx 1000$ hPa ont le gros avantage de correspondre à la vision de Gibbs rappelée sur la Figure 12 pour une planète comme la Terre. Ce sont aussi les valeurs considérées pour les problématiques de type FSOI et dans les normes “énergie” actuelles.

De plus, le choix du point triple de l’eau permet d’avoir une absence (ou peu) de saut au “freezing level” si on considère la fonctions a_m donnée par (16) ou (24), les sauts en enthalpie et en entropie se compensant, ou presque. Cette quasi-absence de saut en a_m apparaît comme potentiellement importante au vue des résultats qui seront publiés dans Marquet (2016) et lorsqu’il s’agira de tracer les données météorologiques sur des diagrammes de Mollier (h, s).

Je veux rappeler avec force ce qui a été dit précédemment : le choix des valeurs de référence n’est pas plus problématique que pour l’application aux calculs des chaleurs latentes du type $L_v(T) = L_v(T_r) + (c_{pv} - c_l)(T - T_r)$, où cette formulation pour $L_v(T)$ est vraiment indépendante de la “température de référence” T_r dans la mesure où, si on change T_r , alors il suffit de choisir pour $L_v(T_r)$ la nouvelle valeur qui donne la même fonction $L_v(T)$ au final. Il en va de même pour $s(T, p_d, e, q_v, q_l, q_i, \dots)$ et $h(T, q_v, q_l, q_i, \dots)$ qui sont des fonctions d’état, et qui à ce titre ne peuvent pas dépendre des valeurs de référence pour la température, les pressions partielles ou les contenus en eau. Il en va donc de même pour l’enthalpie utilisable a_m , qui ne dépend que de h, s et q_t

7 La prospective.

A) Généralités

A 56 ans, il me reste peu de temps avant ma retraite pour engager des activités d'encadrement de recherche. De plus, mon absence de 6 ans au LABO m'a fait perdre beaucoup de relations avec la communauté des chercheurs du CNRM et au delà, sans doute aussi un peu de crédit scientifique, surtout vis à vis des plus jeunes, voire au delà.

Malgré tout, j'ai toujours l'espoir de voir aboutir une de mes actions de recherches que je vais décrire dans la suite de cette section. Dans ce cadre, je vais m'appuyer sur la description que j'ai faite dans les pages précédentes de ce mémoire de HDR, concernant mes études préliminaires sur tous ces sujets portant sur l'énergétique de l'air humide lorsque j'étais au LABO jusqu'en 2014, puis à GMAP depuis 2014.

Un de mes buts sera d'essayer de proposer des stages et des thèses sur ces sujets, même si mes fonctions opérationnelles à GMAP devront limiter les chances de pouvoir engager de telles actions. Mais : *il n'est pas besoin d'espérer pour entreprendre, ni de réussir pour persévérer*, disait Charles le Téméraire, puis Guillaume d'Orange-Nassau. Et Goethe de rajouter : *Ce n'est pas assez de faire des pas qui doivent un jour conduire au but, chaque pas doit être lui-même un but en même temps qu'il nous porte en avant*. Alors puissent les quelques pas de prospective qui vont suivre pouvoir me guider vers un but cohérent et profitable à la science atmosphérique.

Je vais décrire dans un premier temps les actions que je pourrais aborder seul (de manière théorique) et à court terme. Je vais ensuite décrire d'autres actions de recherche qui pourront faire l'objet de propositions de stages de recherche, ou de thèses, que je pourrais encadrer ou co-encadrer, mais en nombre limité étant donné le temps d'activité qui me reste à effectuer.

B) Le court terme

1) Je dois terminer les calculs des enthalpies et entropies de références pour l'argon et le dioxyde de carbone. Grâce à une étude bibliographique poussée, je dispose déjà des c_p cryogéniques pour les phases solides et liquides, aussi pour les phases gazeuses, ainsi que les chaleurs latentes de changement d'état. L'intérêt serait de pouvoir fournir rapidement les valeurs de références au projet IAPWS (prochaine réunion de l'IAPWS en septembre, à Dresde en Allemagne) pour les cinq composants de l'atmosphère : c'est à dire pour N_2 , O_2 et H_2O (que j'avais déjà, publiées en 2015-a) et maintenant pour Ar et CO_2 .

2) Je peux tester la définition de l'entropie de l'air humide et la version existante de θ_s qui traite les cas de sursaturation ou de sous-saturation (c'est simple à faire, même si les applications seront peut-être marginales).

3) Je pourrai compléter la définition de θ_s pour inclure le cas des phases mixtes (où les condensats liquides et solides coexistent), aussi pour le cas des températures des précipitations qui sont différentes de celle de la particule d'air humide qu'elles traversent. Les applications seraient peut-être plus importantes, que ce soit autour de l'iso-zéro au sein des nuages convectifs, ou plus généralement pour les zones polaires ou aux hautes latitudes. Mais la méthode pour calculer l'entropie et l'enthalpie de ces états instables repose sur des

idées spéculatives que je n'ai pas encore exposées ni testées, si ce n'est oralement auprès de Jean-François Geleyn.

4) Concernant les publications en cours, j'ai eu début mars 2016 la nouvelle de l'acceptation de mon article au JAS sur un "Comment" à l'article de David Romps. D'autre part, j'ai accepté la proposition d'écrire un livre chez Springer. Le sujet portera sur l'entropie de l'air humide et sur le troisième principe et le calendrier actuel est l'automne 2017.

C) La norme Exergie

1) Je souhaite poursuivre les travaux entrepris avec Jean-François Mahfouf sur la problématique des FSOI, avec l'utilisation de l'enthalpie utilisable a_m donnée par (24), qui conduit aux normes de l'air humide N_T , N_v et N_p données par (36), (37) et (28).

2) Il est possible de capitaliser rapidement ces travaux sous la forme de la soumission au QJRMS de l'article sur la norme humide triplement quadratique en T' , p'_s , r'_v .

3) Je vais aussi suivre avec attention les remarques et conclusions du sixième Workshop de l'OMM à Shanghai en mai 2016, sur les "Impact of Various Observing Systems on NWP".

4) Plus généralement, ces actions de recherche pourraient intéresser les autres chercheuses et chercheurs travaillant sur les FSOI ou sur les vecteurs singuliers de l'air humide, ou sur toutes autres actions impliquant les normes dites "energie" (en fait "enthalpie utilisable" ou "exergie"). En ce sens, je suis toujours prêt à collaborer pour tester les nouvelles normes humides issues de la fonction d'exergie a_m .

D) La turbulence

1) Concernant la turbulence de l'air humide, je suis actuellement impliqué dans le suivi et le co-encadrement de la thèse GMME-GMEI de Quentin Rodier (débutée en 2015) sur la turbulence en cas stables, avec utilisation des idées de Sergej Zilitinkevich sur la TPE, du moins telles qu'elles ont été codées par Valery Masson dans Meso-NH ou AROME.

Dans ce cadre, je ne suis pas persuadé que la solution envisagée actuellement pour appliquer ces idées au cas de l'air humide soient pertinentes. Pour l'essentiel, il est envisagé (ou déjà codé) de remplacer les variances de θ par celles des variances des variables de Betts (1973) : (θ_l, q_t) .

J'ai rédigé fin 2015 une note interne qui décrit avec plus de précision ce que j'avais expliqué, de manière sans doute un peu trop sibylline, en avril 2012 et mars 2013 devant Sergej.

Partant du fait que la TPE de Zilitinkevich n'est rien d'autre que l'APE de Lorenz, et que cette APE ne possède pas de généralisation humide qui soit analytique, j'ai proposé d'utiliser les normes N_θ , N_v et N_p que j'ai définies en 2005 et qui sont données par (36), (37) et (28). Ces trois normes sont les mêmes que celles proposées pour les FSOI (voir précédemment). Elles sont issues de la fonction d'exergie a_m que j'ai définie en 1993 par (24) et elles sont triplement quadratique en θ' , r'_v et p'_s .

Je partageais bien-sûr l'avis de Jean-François Geleyn, qui espérait pouvoir trouver une norme qui soit triplement quadratique en θ'_s , r'_t et p'_s . J'ai déjà tenté de trouver une telle norme, qui serait plus cohérente avec mes travaux plus récents traitant de l'entropie de l'air humide et la volonté de baser la turbulence de l'air humide sur θ_s publiée en 2011. Mais je n'ai pas trouvé une telle décomposition, du moins pour l'instant...

Aussi, je propose de tester dans un premier temps, au moins de manière *diagnostique* et en sortie de LES, si la turbulence de l'air humide fonctionne à "TKE + TPE" constant, ou bien à "TKE + $N_\theta + N_v + N_p$ " constant ? Il sera toujours temps, ensuite, d'essayer de coder les équations pronostiques et les termes de conversion associés au choix de la norme la plus pertinente.

2) Une des applications les plus prometteuses de mes travaux récents concerne, selon moi, le nombre de Lewis turbulent $Le_t = K_h/K_w$ qui pourrait être différent de l'unité, avec pour conséquence importante que le flux de θ_l exprimé par (66) serait différent de la formulation actuellement utilisée dans les schémas de turbulence en K-gradient, le second terme de (66) pouvant devenir important là où $K_s \neq K_w$ et en présence d'un gradient vertical d'humidité.

C'est déjà a priori le cas pour le schéma ECUME de turbulence de surface, qui semble correspondre à un $Le_t = C_H/C_E$ qui serait différent de 1. Et le stage M2 de Xavier Lamboley, encadré par Rachel Honnert et moi-même, semble avoir confirmé sur la Figure 46 (b) que la simulation IHOP vérifie $Le_{ts} = K_s/K_w \neq 1$.

Grâce aux relations tissées pendant DEPHY2 en 2015 et 2016, j'espère pouvoir tester à court terme mes idées sur des données instrumentales.

a) William Maurel est partant pour tester le calcul de $\overline{w'\theta'_s}$ par une méthode en eddy-correlation effectué à haute fréquence à partir des mesures de T et q_v du mat instrumenté présent sur le site de Toulouse. Mon rêve serait de pouvoir poursuivre les essais effectués avec les données du mat de Cabauw et ayant conduit aux Figures 47 (a), (b) et (c) .

b) Sophie Belamari (GMGEC) et Marie-Noëlle Bouin (CMM) envisagent de tester les flux de surfaces maritimes ajustés pour le schéma ECUME et utilisables dans SURFEX. Il s'agirait de prendre en compte la formule (66) pour le flux de θ_l issu du flux de θ_s et pour $Le_t = C_H/C_E \neq 1$. L'espoir serait d'améliorer la dispersion des points observée sur le diagramme pour C_H , alors que la dispersion n'est pas aussi forte pour le vent C_M et l'humidité C_E .

3) J'aimerais pouvoir poursuivre les travaux sur l'entraînement en sommet de couche limite des stratocumulus marins tropicaux.

Il est indiqué dans l'introduction de la plupart des articles parlant du changement climatique que ces nuages bas sont responsables d'une partie importante des incertitudes, en particulier sur l'impact radiatif global pour le système Terre. Je pourrais alors prendre au mot ces introductions pour justifier la prise en compte et un test de mes idées correspondant aux Figures 36 et 37.

Les critères basés sur l'entropie et la variable θ_s devraient permettre d'avoir de nouvelles idées, dans un premier temps de manière diagnostique, et peut-être ultérieurement pour inclure des paramétrisations spécifiques de l'entraînement qui seraient basées sur les valeurs locales et les sauts en θ_s .

4) Plus généralement, ma connaissance des codes 1D (MUSC) et 3D (ARPEGE, AROME) de la version PNT des modèles de Météo-France devrait me permettre de proposer des études d'impacts pour l'utilisation de θ_s dans les codes de turbulence de type CBR, en particulier pour le code issu de mes travaux passés lorsque j'étais à EAC et si l'hypothèse $Le_{ts} = K_s/K_w \neq 1$ s'avérait être validée par les données expérimentales.

Dans ce cadre, je pourrais utiliser ou prolonger les études préliminaires ayant conduit à la généralisation du code CBR que j'ai indiquée en (87)-(88), (94)-(95) et (100)-(101).

 E) Les flux en surface

Je voudrais pouvoir poursuivre mes travaux sur les flux en surface qui seraient basés sur l'enthalpie de l'air humide et en accord avec les propositions de Richardson (1922), Montmogery (1948) et Businger (1982).

Il s'agirait d'utiliser les flux d'enthalpie définis par les formulations (132) ou (133), avec la nouvelle "chaleur latente" $L_h(T)$ qui est tracée sur la Figure 49.

Pour évaluer les impacts prévisibles sur le bilan d'énergie simulé par les modèles couplés et pour le GIEC, il faudra coder les modifications actuelles, adaptées pour ISBA, dans l'interface ALMA codée dans SURFEX d'après Best *et al.* (2004). En effet, seules les simulations couplées utilisant SURFEX pourront asseoir le bien-fondé de définir les flux d'enthalpie par (132), (133) et selon $L_h(T)$ tracée sur la Figure 49.

 F) Le tourbillon potentiel

Je suis convaincu que l'un des apports les plus prévisibles et significatifs de mes travaux passés sur l'énergétique de l'air humide devrait concerner la définition du tourbillon potentiel.

Ma présence au sein de GMAP, puis le déménagement forcé de mon équipe PROC (processus) vers le Bâtiment Navier après la préemption de nos bureaux à Poincaré, a eu au moins l'heureuse conséquence d'un rapprochement avec l'équipe Recyf, qui s'intéresse au premier chef aux problématiques liées au tourbillon potentiel.

1) Il s'agirait de partir des propriétés "intermédiaires" démontrées pour ce nouveau tourbillon potentiel PV_s qui est défini par (53) dans Marquet (2013). PV_s est proportionnel à $PV(\theta_s)$ et ses propriétés sont illustrées sur les Figures 28, 29 et 31.

Il est possible de poursuivre dans un premier temps ces explorations diagnostiques, par exemple en rendant systématiques les calculs et tracés de ces nouveaux éléments météorologiques en sortie des modèles ARPEGE et/ou AROME / Meso-NH.

Il serait sans doute important de se lancer ensuite dans une étude prospective sur la possibilité de mener à bien une inversion où $PV(\theta_s)$ serait pris en compte d'une manière ou d'une autre. Cela peut ne pas être simple, et les idées que j'avais lors de la rédaction de la proposition de stage EIENM3 en juillet 2013 (avec Philippe Arbobast de Recyf et Karine Maynard du LABO) pourraient ne pas aboutir avec le succès escompté, mais ce serait typiquement le genre de risque qu'un thésard motivé pourrait assumer.

2) Il serait sans doute intéressant de creuser la piste de l'instabilité symétrique vue à travers les conditions ($PV_s < 0$ et $\partial\theta_s/\partial z > 0$) et telle que présentée dans mon article de 2013 (voir les coupes sur la Figure 7 sur <http://arxiv.org/abs/1401.2006>).

3) Finalement, je fonde quelques espoirs sur les contacts pris avec Marie-Dominique Leroux (LACy et CRC), même si l'aspect "intermédiaire" de PV_s , et les valeurs plus faibles dans la moyenne troposphère (voir la Figure 31), peuvent rendre l'analyse de l'impact de ces intrusions d'humidité en moyenne troposphère moins nette pour les cyclones. Malgré tout, le problème n'est pas de chercher ou choisir le PV qui va bien pour tel ou tel type d'étude, mais bien de considérer le PV qui correspond le mieux aux souhaits originaux de Ertel (1942,a,b,c). En ce sens, je pense vraiment que c'est $PV(\theta_s)$ qui est le mieux adapté *quelles que soient les situations*, c'est son caractère "universel" qui me semble le point important.

G) La convection

1) Concernant la convection profonde, je pense qu'il faudrait poursuivre l'analyse de la ligne de grains décrite par E. Blot (voir la Figure 30) lors de son stage M2-OASC que j'ai encadré avec Patrick Santurette, au LABO.

2) Je pense qu'il conviendrait de publier la partie que j'ai dû enlever de la version finale de mon article Marquet (2015-a), sur l'enthalpie de l'air humide. Il s'agissait d'étudier les diagrammes de Mollier (h, s) construits à partir des évaluations conjointes de l'enthalpie et de l'entropie de l'air humide.

J'avais découvert un lien inattendu mais étroit avec l'exergie de l'air humide, et toujours la même fonction a_m définie dans Marquet (1993) et envisagées précédemment pour la prospective avec les normes N_T , N_v et N_p et les FSOI, aussi pour la prospective sur la turbulence stable et la généralisation au cas de l'air humide de la TPE de Zilitinkevich. Ce lien a été décrit aux AMA à Toulouse en 2013.

Ces liens entre les diagrammes de Mollier et l'exergie peuvent sans doute être interprétés comme une réponse à la question posée par Alan Thorpe en 1989 sur la recherche des liens possibles entre l'exergie et la CAPE (faisant écho avec l'étude des liens entre l'APE de Lorenz et la CAPE décrite dans Emanuel, 1994). Des pistes de réponse avait été présentées aux AMA 2011 (voir la Figure 24 de ce mémoire), mais il me semble que la façon la plus probante d'aborder ce problème correspond aux diagrammes de Mollier et à la fonction a_m définie par (24).

3) Je pense qu'il conviendrait de poursuivre l'étude préliminaire que j'avais exposée aux APOM (Ateliers de Prévision Outre-Mer) en juin 2013. J'avais montré comment l'utilisation de l'entropie de l'air humide pouvait conduire à modifier la vision des cyclones en "machine de Carnot" de Kerry Emanuel. L'usage de θ_s (en remplacement de θ_e) semble devoir impacter les prévisions de V_{max} et/ou de $(p_s)_{min}$, les cycles thermodynamiques étant moins "rectangles" sur les diagrammes $T-s$ avec s définie avec θ_s et h définie avec $L_h(T)$, comme on peut le deviner pour l'entropie s tracée sur les Figures 32 et 33.

4) Grâce aux relations tissées pendant DEPHY2 en 2015 et 2016, Nicolas Rochetin (Post-Doc à GMME-MESONH) pense pouvoir tester l'aspect "absence de contre-gradient" pour un cas de convection profonde, dans l'esprit des résultats obtenus dans le stage M2 de Xavier Lamboley et montrés sur la Figure 46 (a) pour le flux $\overline{w'\theta'_s}$.

H) Le bilan de l'entropie

1) Un aspect qui me semble prometteur serait d'utiliser θ_s pour réaliser des bilans de la production d'entropie, dans l'esprit de l'article de Pascale *et al.*, (2011). Ces études pourraient être menées conjointement entre les versions PNT et Climat de ARPEGE.

Le but serait d'analyser les productions d'entropie pour chacun des postes de la physique (convection, turbulence, ...) et de la dynamique, en comparant les diagnostics en sorties des modèles et ceux issus des réanalyses.

2) Dans le même esprit ou presque, je pense que la formulation θ_s issue du troisième principe peut être utilisée pour renouveler les questionnements concernant l'état supposé de "maximum entropy production" (MEP) pour l'atmosphère composée d'air humide. J'ai

indiqué une bibliographie assez exhaustive dans le chapitre 22 de Marquet et Geleyn (2015-c), où je suggère comme exemple d'application de $\theta_s \approx \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$ le fait qu'il devrait être possible d'inclure de manière optimale les impacts relatifs de la température et de l'humidité, avec le coefficient $\Lambda_r \approx 6$ pour θ_s qui est fort différent de celui ≈ 9 pour θ_e .

3) Suite à des discussions informelles avec Jean-Marcel Piriou, je me suis posé récemment des questions sur le problème de la définition du bilan d'entropie à la surface terrestre, dans le cas où il n'y aurait pas d'atmosphère.

Dans cet esprit, je me suis intéressé au bilan de l'entropie de la Lune, avec comme modèle idéalisé celui d'une plaque de matériaux lunaire, isolée dans l'espace mais exposée au rayonnement solaire et émettant un rayonnement infra-rouge différencié entre les parties éclairées ou pas.

Ce modèle pose des questions sur des aspects que je croyais bien posés et résolus, mais qui pourraient s'avérer pas si bien posés que cela finalement, ou un peu oubliés dans certains articles, en lien avec l'entropie du rayonnement. Cette action de recherche pourrait compléter les précédentes pour suggérer un stage ou une thèse sur ces sujets du "bilan de l'entropie de l'air humide".

I) Les analyses phénoménologiques

A côté des investigations purement théoriques, l'étude des sorties des simulations ou des observations est un réservoir important de questionnements. Ce fut le cas avec le stage M2-OASC de E. Blot fait au LABO en 2013, où on a pu commencer à explorer la structure de plusieurs cumulus, d'un front froid dédoublé, d'une ligne de grains et d'un cyclone.

Il me semble qu'il faudrait poursuivre ces analyses phénoménologiques avec des études plus nombreuses des valeurs locales, des profils verticaux, des coupes verticales et horizontales des variables thermodynamiques de l'air humide (enthalpie, entropie et tourbillon potentiel).

J'avais codé les diagnostics de θ_s et PV_s dans une version non-officielle de ARPEGE et je vais proposer de pérenniser ces parties de code dans les prochains cycles. Pour favoriser ces analyses phénoménologiques et dans le cadre de DEPHY2, Didier Ricard s'est proposé récemment pour m'aider à coder les variables dans les diagnostics de AROME.

J) L'exergie en général

1) Un argument fréquemment avancé pour démontrer le moindre intérêt des fonctions d'exergie comme a_h ou a_m données par (4) et (17), respectivement, vient de l'adéquation de l'APE de Lorenz pour décrire l'énergétique des modèles à 2 niveaux, ou encore le système quasi-géostrophique.

Le fait que a_h ou a_m ne peuvent pas servir comme fonctions d'exergie pour de tels systèmes semble rendre rédhibitoire (pour certains) l'usage de ces enthalpies utilisable en météorologie. Cela me paraît étrange, car les systèmes approchés et linéarisés par rapport à une valeur de référence $\Theta_r(z)$ sont atypiques, et si une chose est bien adaptée pour ces systèmes (comme l'APE de Lorenz), alors on peut renverser l'argument et considérer qu'elle ne peut être, justement, qu'approchée et pas du tout générale ? Vraiment, il y a comme une brisure de symétrie dans ces systèmes approchés, dès que l'on ne retient que l'ordre les plus bas par rapport au développement $\theta' = \theta - \Theta_r(z)$. Et ce n'est pas parce que l'on n'a pas trouvé la

formulation de la fonction “*enthalpie utilisable quasi-géostrophique*” qu’elle n’existe pas. Il faut au moins avoir la volonté de la rechercher.

Je reste donc persuadé qu’il convient de rechercher les fonctions d’exergie valides pour de tels systèmes à 2 niveaux ou quasi-géostrophiques. L’avantage serait de pouvoir remplacer la formulation actuelle, de type APE de Lorenz, par une formulation qui serait valable y-compris pour les profils de $\Theta_r(z)$ neutres ou stables, ce qui constitue un point fort de a_h .

Il serait également utile de pouvoir disposer des équivalents quasi-géostrophiques des fonctions a_h et a_m afin de pouvoir, d’une part répondre aux questions posées par la direction de GMAP concernant l’énergétique du modèle IFS, d’autre part pour engager au mieux la prospective précédente sur l’inversion du tourbillon potentiel qui impliquerait θ_s . En effet, les méthodes actuelles d’inversion du PV sont basées sur un système quasi-géostrophique et sur la minimisation d’une fonction coût du type APE (Valis, 1992, Crepin, 2004, Arbogast *et al.*, 2008). Il conviendrait donc de pouvoir disposer d’une norme “*enthalpie utilisable humide quasi-géostrophique*”.

2) Je pense qu’il serait utile de refaire l’étude que j’ai présentée aux AMA 2006, concernant l’impact du changement climatique ($2 \times \text{CO}_2$) sur le cycle d’enthalpie utilisable.

3) De manière plus lointaine, il pourrait être intéressant de s’intéresser aux études (Karls-son, 1990) concernant les liens étroits entre l’exergie de l’air humide et les fonctions statistiques appelées “divergence de Kullback-Leibler”, “divergence de Bregman de $x \ln(x) - x$ ”, ou encore “entropie relative”. Ces approches pourraient être utilisées pour aborder d’une manière différente la problématique des états de l’atmosphère qui seraient dans un état de production d’entropie extrême (maximum ou minimum, selon les auteurs), en apportant d’une part des contraintes liées à l’énergie en plus de celles liées à l’entropie, en apportant d’autre part l’apport d’une formulation qui est définie de manière cohérente pour l’air humide.

K) La science de mes rêves...

Mon entrée à la Météorologie Nationale en 1980 n’était que conjoncturelle, et mon rêve est de pouvoir poursuivre à plein temps, une fois terminé ma période active de travail et pour le temps qu’il me restera, les seules choses scientifiques qui comptent pour moi : les liens entre gravitation et mécanique quantique, les algèbres de Clifford, les potentiels de Clebsch-Monge et les questionnements sur les aspects discrets ainsi que sur la nature des dimensions de l’espace-temps.

Normalement vu mon âge, ces problématiques peuvent faire partie de ma prospective à 10 ans. Je ne sais plus s’il faut m’en réjouir, ou pas...

A L'enthalpie utilisable - Article C.R.A.S. (1990)

Je reproduis dans cet appendice A le premier article portant sur le sujet de l'exergie de l'air sec : *La notion d'enthalpie utilisable : application à l'énergétique atmosphérique* (1990). Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris. Série II. Tome 310, pp.1387-1392.

Cet article a été préparé et est paru en 1990 aux Comptes Rendu de l'Académie des Sciences de Paris (C.R.A.S.), au cours des six derniers mois de ma période de Formation Complémentaire Par la Recherche effectuée au Laboratoire de Météorologie Dynamique (LMD), à l'école Polytechnique à Palaiseau.

Même si l'article publié ensuite (en 1991) aux Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society était plus complet, cet article paru aux C.R.A.S. est toujours resté cher à mon cœur, car rédigé dans ma langue maternelle, expliquant déjà plusieurs des propriétés de cette fonction d'exergie appelée "enthalpie utilisable" et restant le premier de la longue série d'articles portant sur la thermodynamique de l'air humide. D'autre part, très peu de personne ont pu lire cette note et sa reproduction pourra lui donner une seconde chance d'être lue.

Je décrivais déjà les liens étroits avec les composantes barocline et de stabilité de Pearce (1978), ceci à travers l'approximation $F(X) = X - \ln(1 + X) \approx X^2/2$ au premier ordre.

Je montrais les différences avec les résultats obtenus par Lorenz (1955) et je mentionnais déjà l'article de Rant (1956), où il a défini les noms "exergie" en français et "exergy" en anglais.

Je décrivais aussi les liens avec l'approche en "variation d'entropie totale", en faisant déjà référence (sans les expliciter) aux écrits anciens de Thomson-Kelvin (1853, 1879), Maxwell (1871) et Gibbs (1879) concernant la définition des notion de "Motivity" ou "Available Energy".

Etant écrit en français, ce premier article était aussi l'occasion de mettre en valeur les approches écrites dans la langue de Molière (Gouy, Jouguet, Darrieus, Borel, Martinot-Lagarde, Feidt). Ces livres et articles m'ont beaucoup aidé à préciser les origines du concept d'exergie et son évolution au cours des 19ème et 20ème siècle.

Cette note a été présentée par Paul Germain. L'ensemble du texte et toutes les équations ont été relus mots par mot, et symbole par symbole, avec Robert Sadourny, alors directeur du LMD.

On peut trouver la copie (publique) des 6 pages de cette note sous gallica :

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6331472x/f517.image>

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6331472x/f518.image>

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6331472x/f519.image>

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6331472x/f520.image>

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6331472x/f521.image>

<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6331472x/f522.image>

Mécanique des fluides/*Fluid Mechanics*
(Météorologie/*Meteorology*)

La notion d'enthalpie utilisable : application à l'énergétique atmosphérique

Pascal MARQUET

Résumé – On étudie certaines applications hydrodynamiques du concept thermodynamique d'enthalpie utilisable (une forme particulière de la théorie de l'exergie). On démontre l'existence d'un bilan énergétique local et on présente son interprétation physique. On définit le concept de variation potentielle d'entropie totale qui justifie l'extension de la théorie de l'exergie aux études atmosphériques. La forme intégrée du bilan énergétique appliquée à un domaine spatial ouvert s'avère être une généralisation des différents concepts d'énergie utilisable précédemment introduits en météorologie.

On the concept of available enthalpy: application to atmospheric energetics

Abstract – Hydrodynamical applications of the thermodynamic concept of available enthalpy, which is a restricted form of the exergy theory, are presented. The existence of a local energy cycle is demonstrated. This local cycle is obtained in connection with a new concept, the potential change in total entropy, which allows such an extension of the exergy theory to atmospheric studies. This achieves a synthetic view of meteorological energetics, generalizing all previous available energy concepts.

Abridged English Version – 1. The available enthalpy is defined in thermodynamics (see [6]) as the state function $A_h = H - T_0 S$ which is called extrinsic: a joint property of the fluid (enthalpy H and entropy S) flowing through a device in steady flow and of the outer medium which surrounds this device and acts as a heat reservoir at a constant temperature T_0 (see [1] to [5] and [11] to [13]). A_h is similar in form to the Gibbs function except for this outer temperature T_0 . Changes in A_h between the entrance and the exit of the device is the maximum shaft work obtainable from this system, called the steady-flow exergy [11]. An available energy concept has also been introduced in meteorology ([7] to [10]). It refers to the fraction of internal and gravitational potential energies that could potentially be transformed into kinetic energy through isentropic processes. Lorenz and Pearce ([8] to [10]) used integration by parts together with infinite boundary conditions: it was thus impossible to derive the local definition of an energy cycle starting from such global studies.

2. Specifying the form (1) for the specific entropy (with the use of the arbitrary numerical constants T_r and P_r), the specific available enthalpy a_h is defined for an ideal gas by (3). It is then split into the two energy components a_T and a_p [(4) and (5)] which depend only on the temperature and the pressure, respectively. a_T is a positive quantity, and the integral of a_p from 0 to P_{00} is zero if $P_r = P_{00}/e$. The local energy cycle (6) is easily obtained using usual meteorological results and the thermodynamic energy equation (2). The value of T_r is chosen so that $1/T_r$ is the space-time average of $1/T$ [see (7)], according to the main results of [9] and [10]: a uniform heating rate must not generate available energy and the second term of G_h in (6) must vanish in global average for such a uniform heating rate. The sum of the four equations of (6) leads to a Bernoulli conservation law for a frictionless steady isentropic flow, where the anergy " $a_n(\theta)$ " is the untransformable part of the energy " h " (see [11]). The usual Bernoulli's law for an ideal gas is simply obtained by putting this anergy term on the right side of the Bernoulli conservation law.

Note présentée par Paul GERMAIN.

3. One calls $\Delta S^\circ = a_h/T_r$ the potential change in total entropy: a change in total entropy if a hypothetical system undergoes appropriate processes; this system consists of an imaginary thermostat at temperature T_r and of a unit mass of an ideal gas. When defined as such, a_h becomes an intrinsic local state function allowing local meteorological applications. This contradicts the opinion of Keenan [12] who said it is not relevant to apply exergy theory to atmospheric energetics since the outer medium cannot be defined. But it is in full agreement with Feidt's choice of a mere numerical value for T_0 (*see* [13]).

4. Hydrostatic energetics ([8] to [10]) in pressure coordinates [14] are displayed in (11), where a_T is the sum of the three components a_B , a_S and a_C [*see* (8)]. Surprisingly, a_B in (9) and a_S in (10) are found to be very close to the baroclinic and the static stability energy components of Pearce [10], respectively. Defining $\ln(P_r)$ as the space-time average of $\ln(P)$, the global integral of a_P (like the isobaric average of a_C) cancels out: thus a_P and a_C could not appear in [10]. The main differences are the conversion term C_{SK} ($\bar{\omega}=0$ in [8] to [10]) and the new flux convergences of a_C and a_P in the energy equation of a_S in (11).

5. CONCLUSION. — The present study is a generalization of the global theories of Lorenz and Pearce ([8] to [10]) to an exact and local atmospheric energetics (6). The concept of exergy is introduced mathematically, and its hydrodynamical and meteorological properties are then demonstrated. As expected by Rant (*see* [11]) exergy seems to be a general state function: for this study the steady-flow and outer thermostat constraints are not relevant. A similar problem arose last century when the concept of enthalpy gradually got a wider sense than the old concept of "heat function".

1. HISTORIQUE. — Gibbs, Maxwell, Tait et Kelvin ont défini au XIX^e siècle les bases du concept thermodynamique d'énergie utilisable : le travail utile maximal pouvant être fourni par une machine. Les travaux fondamentaux dus à Gouy [1], Stodola [2], Jouguet [3] et Darrieus [4] ont affiné les présentations physiques et mathématiques du problème. La théorie moderne de l'exergie est une généralisation de ce concept (*voir* Borel [5]). L'enthalpie utilisable $H - T_0 S$ diffère de l'enthalpie libre (de Gibbs) par la présence de la température T_0 du milieu extérieur entourant la machine, ce milieu se comportant par hypothèse comme un thermostat. C'est pour le cas particulier d'un fluide traversant en régime permanent une machine que le travail utile maximal est égal à la variation de l'enthalpie utilisable entre l'entrée et la sortie (*voir* Martinot-Lagarde [6]).

En météorologie, une notion portant également le nom d'énergie utilisable a été introduite par Margules [7] puis développée par Lorenz ([8] et [9]) : c'est par définition la partie des énergies interne et potentielle de pesanteur du fluide atmosphérique qui est virtuellement convertible en énergie cinétique au cours de processus isentropiques. Pearce [10] a cherché à donner à cette énergie utilisable une signification physique locale. Mais l'emploi d'intégrations par parties associées à des conditions aux limites globales (colonnes verticales infinies et extension horizontale à toute l'atmosphère) limite fondamentalement ces approches de Lorenz et de Pearce à des études énergétiques globales.

L'objet de cette Note est de démontrer l'analogie du comportement intégral de ces deux notions météorologique et thermodynamique d'énergie utilisable. Pour réaliser cette synthèse, on est amené à introduire un nouveau concept qui est lié à l'exergie et qui seul possède un sens physique local : la variation potentielle d'entropie totale.

2. DÉFINITIONS. — Considérons un gaz parfait en évolution quasi statique (les conditions thermodynamiques sont définies en tout point). La température potentielle est $\theta = T (P_{00}/P)^{\alpha}$, où $\alpha = R/C_p$ et $P_{00} = 1\,000$ hPa. Définissons l'entropie spécifique $s(\theta)$ par

$$(1) \quad s(\theta) - s_r = C_p \ln(\theta/\theta_r),$$

où s_r est l'entropie spécifique de référence relative aux valeurs constantes P_r et T_r à déterminer, avec $\theta_r = T_r (P_{00}/P_r)^{\alpha}$. La dérivée particulière de $s(\theta)$ conduit, après application du deuxième principe de la thermodynamique, à l'équation

$$(2) \quad \frac{ds}{dt} = \frac{C_p}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{\dot{q}}{T},$$

où \dot{q} est le taux de réchauffement massique dû à la conduction, au rayonnement, au changement de phase de l'eau (élément atmosphérique minoritaire) et aux pertes thermodynamiques dues aux irréversibilités internes.

Définissons l'enthalpie utilisable spécifique a_h par (3), elle est fonction de l'enthalpie spécifique $h = C_p T$, de $h_r = C_p T_r$, et de la quantité $s - s_r$ donnée par (1)

$$(3) \quad a_h = (h - h_r) - T_r (s - s_r) = a_T + a_p.$$

C'est la définition formelle de l'exergie physique (Haywood [11]). C'est ainsi la somme d'une composante a_T positive, ne dépendant que de la température, et d'une composante a_p , ne dépendant que de la pression, dont l'intégrale entre 0 et P_{00} est nulle si $P_r = P_{00}/e$ (≈ 368 hPa) :

$$(4) \quad a_T = C_p T_r \mathcal{F}(X), \quad X = T/T_r - 1, \quad \mathcal{F}(X) = X - \ln(1 + X) \geq 0,$$

$$(5) \quad a_p = R T_r \ln(P/P_r).$$

En grandeur spécifique, les énergies cinétique et potentielle de pesanteur sont respectivement $e_K = V^2/2$ et $e_G = \Phi = gz$, où \mathbf{V} est le vecteur vitesse tridimensionnel des particules fluides, z la coordonnée verticale, g l'accélération de la pesanteur (supposée constante pour $z < 100$ km) et Φ le géopotentiel. Les dérivées particulières de e_G , e_K , a_T et a_p conduisent à l'écriture du cycle énergétique suivant

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{da_p}{dt} = -C_{pT} \quad \text{où} \quad C_{pT} = -\frac{R}{P} T_r \frac{dP}{dt}, \\ \frac{da_T}{dt} = +C_{pT} - C_{hK} + G_h, \quad C_{hK} = -\frac{1}{\rho} \mathbf{V} \cdot \nabla(P), \\ \frac{de_K}{dt} = +C_{GK} + C_{hK} - D, \quad C_{GK} = -gw, \quad D = -\mathbf{V} \cdot \mathbf{F}, \\ \frac{de_G}{dt} = -C_{GK}, \quad G_h = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} + \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) \dot{q}. \end{array} \right.$$

On appelle cycle énergétique un tel ensemble d'équations d'évolution qui sont reliées par des termes d'échange notés C et qui peuvent comprendre des termes de flux notés B (apparaissant dans la section 4) ainsi que des termes de génération notés G. ∇ est l'opérateur vectoriel tridimensionnel de dérivation, $w = dz/dt$ la vitesse verticale, D la dissipation de l'énergie cinétique (positive) et \mathbf{F} la force de friction tridimensionnelle.

L'utilisation des dérivées particulières assure à l'évidence un sens physique local aux termes de (6) : on obtient le bilan énergétique en suivant dans son mouvement une particule fluide donnée. Le deuxième terme de G_h est semblable au terme de génération introduit par Lorenz et Pearce : $G_a = (1 - T_m/T) \dot{q}$, mais il reçoit ici un sens local qu'il ne

1390

C. R. Acad. Sci. Paris, t. 310, Série II, p. 1387-1392, 1990

possédait pas dans [9] (p. 101) ou dans [10]. Ces auteurs ont choisi T_m de manière à donner une génération d'énergie utilisable qui soit nulle en moyenne dans le cas d'un chauffage uniforme : $1/T_m$ devait être alors égal à chaque instant à la moyenne massique de $1/T$ (voir [10]). Pour que T_r soit uniforme et constant, il est ici défini par une moyenne spatio-temporelle sur le domaine atmosphérique \mathcal{D} (de masse M) et sur un intervalle de temps donné $[t_1, t_2]$ (avec $\Delta t = t_2 - t_1$)

$$(7) \quad \frac{1}{T_r} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dt}{\Delta t} \iiint_{\mathcal{D}} \frac{1}{T} \frac{dm}{M} \Rightarrow T_r \approx 250 \text{ K.}$$

La somme des quatre équations du cycle (6) est nulle pour le cas particulier d'un fluide en mouvement permanent ($\partial P/\partial t = 0$), isentropique ($\dot{q} = 0$) et sans frottement ($D = 0$). La quantité $e_G + e_K + a_h$ est alors une constante du mouvement (elle varie pour chaque particule fluide). Si on écrit a_h sous la forme $a_h = C_p T - a_n(\theta)$ avec $a_n(\theta) = C_p T_r [1 + \ln(\theta/\theta_r)] = \text{Cte}$ pour un mouvement isentropique, on retrouve simplement la relation de Saint-Venant concernant l'enthalpie totale massique $e_G + e_K + h$. L'introduction de a_h revient en fait à spécifier une valeur différente de la constante du mouvement. Cette quantité « a_n » est appelée anergie dans la théorie de l'exergie (voir [11]) : c'est la partie inutilisable de l'énergie « h » (sous les hypothèses de Bernoulli).

3. VARIATION POTENTIELLE D'ENTROPIE TOTALE. — On montre aisément que la quantité $\Delta S^\circ = a_h/T_r$ est la variation d'entropie totale d'un système constitué d'une parcelle fluide (masse unité d'un gaz parfait) et d'un thermostat à la température T_r , quand la parcelle subit les transformations suivantes : (i) passage de (T, P) à (T_r, P) à pression constante en entrant en contact avec le thermostat; (ii) passage de (T_r, P) à (T_r, P_r) en suivant une isotherme réversible. Par analogie avec la température potentielle θ (température d'une parcelle fluide ramenée adiabatiquement à la pression de référence P_{00}), ΔS° , qui résulte également de transformations thermodynamiques utilisant les états de référence T_r et P_r , peut être dénommée variation potentielle d'entropie totale.

Le gain conceptuel apporté par ΔS° réside dans l'abandon de la notion de « milieu extérieur agissant comme un thermostat » qui est étroitement associée à la définition thermodynamique de l'exergie. Keenan [12] avait cru pouvoir exclure *a priori* les études météorologiques du champ d'application de l'exergie du fait de l'impossibilité évidente à définir un tel thermostat pour l'atmosphère. Feidt [13] a déjà suggéré de prendre une moyenne spatio-temporelle ou encore une valeur caractéristique de la température (c'est le cas ici). Définie par l'expression $T_r \Delta S^\circ$, l'enthalpie utilisable devient maintenant une simple fonction d'état intrinsèque $a_h(T, P)$.

4. COMPORTEMENT INTÉGRAL ET HYDROSTATIQUE. — Soit un domaine atmosphérique ouvert et limité à la fois verticalement et horizontalement, ce qui implique la prise en compte des flux aux frontières de ce domaine. On supposera l'approximation hydrostatique $\partial\Phi/\partial P = -1/\rho$ qui conduit à ne s'intéresser qu'à l'énergie cinétique spécifique du seul vent horizontal e_{K2} ([8] à [10]). Enfin, on se place dans le système de coordonnées verticale pression (Kasahara [14]). Ces diverses hypothèses permettent le calcul du bilan énergétique d'une couche isobare (l'étendue horizontale étant celle du domaine) ainsi qu'une comparaison aisée avec [8] à [10]. La moyenne isobare d'une quantité η sera notée $\bar{\eta}$ et l'écart à celle-ci η' . On vérifie alors que la composante énergétique a_T peut être décomposée

exactement en la somme des trois composantes a_B , a_S et a_C définies par

$$(8) \quad \begin{cases} a_B = C_p T_r \mathcal{F}(X_B), & X_B = (T - \bar{T})/\bar{T}, \\ a_S = C_p T_r \mathcal{F}(X_S), & X_S = (\bar{T} - T_r)/T_r, \\ a_C = C_p T_r X_B X_S. \end{cases}$$

La composante a_B dépend de l'existence de gradients de température sur une isobare donnée, c'est la composante barocline. La composante a_S dépend de la présence d'un profil vertical de \bar{T} non constant ($\bar{T} \neq T_r$), c'est la composante de stabilité statique.

Le développement à l'ordre deux de $\mathcal{F}(X)$ donne : $\mathcal{F}(X) \approx X^2/2$. Les valeurs typiques de $|X_B|$ et de $|X_S|$ ne dépassent pas 0,2 dans l'atmosphère. Développées à l'ordre le plus bas en X_B et X_S , a_B et a_S se réduisent alors aux composantes barocline et de stabilité statique de Pearce [10], notées respectivement \tilde{a}_B et \tilde{a}_S

$$(9) \quad a_B \approx C_p \left(\frac{T_r}{\bar{T}} \right)^2 \frac{(T - \bar{T})^2}{2 T_r} \equiv \left(\frac{T_r}{\bar{T}} \right)^2 \tilde{a}_B,$$

$$(10) \quad a_S \approx C_p \frac{(\bar{T} - T_r)^2}{2 T_r} \equiv \tilde{a}_S.$$

On a en effet typiquement $(T_r/\bar{T})^2 \approx 1$, ce qui achève le rapprochement entre a_B et \tilde{a}_B dans (9). Les raisonnements suivis par Pearce ne pouvaient pas conduire à la détermination de a_C qui est de moyenne isobare nulle. Pearce [10] a en effet utilisé comme point de départ, à l'instar des autres études portant sur le concept d'énergie utilisable en météorologie, l'intégrale étendue à toute l'atmosphère des énergies interne et potentielle de pesanteur. On ne pouvait revenir ensuite à une vision « locale » qu'avec l'indétermination fondamentale de la somme de tout terme dont l'intégrale globale est nulle. Si $\ln(P_r)$ est la moyenne spatio-temporelle de $\ln(P)$ (et donc $P_r \approx P_{00}/e \approx 368$ hPa), l'intégrale verticale de a_p est également nulle [voir (5)] et a_p est également logiquement absente dans [10].

Le bilan énergétique hydrostatique et en moyenne isobare de e_{K2} , a_B et a_S s'écrit, en coordonnée pression, sous la forme générique

« tendance isobare = convergence de flux + conversions + sources ou puits »

$$(11) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \overline{e_{K2}}}{\partial t} &= -\overline{B(e_{K2})} - \overline{B(e_G)} + C_{BK} + C_{SK} - D_2 \\ \frac{\partial \overline{a_B}}{\partial t} &= -\overline{B(a_B)} - C_{BK} + C_{SB} + G_B \\ \frac{\partial \overline{a_S}}{\partial t} &= -\overline{B(a_S)} - \overline{B(a_C)} - \overline{B(a_P)} - C_{SK} - C_{SB} + G_S \end{aligned} \right.$$

où les dérivations temporelles sont réalisées à pression constante et où on a posé

$$(12) \quad \left\{ \begin{aligned} C_{BK} &= -\frac{R}{P} \overline{\omega' T'}, & C_{SK} &= -\frac{R}{P} \overline{\omega \bar{T}}, & D_2 &= -\overline{U \cdot \mathbf{F}}, & G_B &= \frac{T_r}{\bar{T}} \overline{\left(1 - \frac{\bar{T}}{\bar{T}}\right) \dot{q}}, \\ C_{SB} &= C_{BK} \left(\left(1 - \frac{T_r}{\bar{T}}\right) + \frac{C_p}{R} P \frac{T_r}{\bar{T}} \frac{\partial \ln(\bar{T})}{\partial P} \right), & G_S &= \left(1 - \frac{T_r}{\bar{T}}\right) \overline{\dot{q}}. \end{aligned} \right.$$

\mathbf{U} est le vecteur vent horizontal, $\omega = dP/dt$ est la vitesse verticale en coordonnée pression, et la convergence de flux d'une quantité η entrant dans le domaine est par définition

$$(13) \quad -B(\eta) = -\nabla_p \cdot (\eta \mathbf{U}) - \partial(\eta \omega)/\partial P.$$

On montre que dans (11) les termes C_{BK} , C_{SB} , D_2 , G_B et G_S sont semblables ou proches de ceux définis dans [10], les approximations éventuelles pour le démontrer sont identiques à celles qui conduisent à (9) et (10). Le terme C_{SK} explique, avec C_{BK} , le maintien de la circulation atmosphérique malgré la dissipation D_2 , par une conversion en provenance des réservoirs \bar{a}_B ou \bar{a}_S , eux-même alimentés par des termes de génération provenant directement ou indirectement de l'éclairement solaire. Ce nouveau terme C_{SK} était absent de [8] et de [10], ces études utilisant l'hypothèse $\bar{\omega}=0$. Celle-ci n'est rigoureusement vraie que pour une surface isobare complète entourant le globe. Les deux convergences de flux de a_C et de a_p dans l'équation de \bar{a}_S dans (11) sont également des termes nouveaux. La liaison avec la théorie de Lorenz [8] nécessite de nouvelles approximations qui ont déjà été explicitées dans [10].

5. CONCLUSION. — La présente étude est une extension des théories approchées de Lorenz et Pearce à une formulation locale et exacte des conversions d'énergie. Cette extension est basée sur la notion thermodynamique d'exergie qui réalise un mélange intime des deux premiers principes de la thermodynamique (un potentiel thermodynamique). L'introduction de ce concept d'enthalpie utilisable dans l'énergétique atmosphérique est ici purement mathématique et formelle, elle est cependant justifiée par les résultats exposés dans cette Note (synthèses et extensions des résultats antérieurs). L'exergie, comme l'a présenté Rant en lui donnant son nom (*voir* [11], p. 267), semble ainsi être d'une portée très générale. On reconnaît ici l'analogie du problème historique de l'interprétation de l'enthalpie (*voir* [5], p. 17) : oublier les hypothèses originelles trop restrictives (systèmes ouverts en régime permanent pour l'enthalpie, thermostat extérieur et travail maximal pour l'exergie), et postuler finalement le statut de simple fonction d'état thermodynamique dérivée.

Note remise le 5 janvier 1990, acceptée après révision le 28 mars 1990.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] GOUY, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 108, 1889, p. 507-509.
- [2] A. STODOLA, *Zeitschrift V.D.I.*, 42, 1898, p. 1086-1091.
- [3] E. JOUGUET, *Rev. de Mécan.*, 20, 1907, p. 213-238.
- [4] M. G. DARRIEUS, *Sci. Ind.*, 204, 1931, p. 122-126.
- [5] L. BOREL, *Thermodynamique et énergétique*, Presses Polytech. Romandes, Lausanne 1987.
- [6] A. MARTINOT-LAGARDE, *Thermique classique*, Dunod, Paris, 1971.
- [7] M. MARGULES, *Smith. Misc. Coll.*, 51, 1910, p. 533-595.
- [8] E. N. LORENZ, *Tellus*, 7, 1955, p. 157-167.
- [9] E. N. LORENZ, *World Meteorological Organization*, 1967.
- [10] R. P. PEARCE, *Quat. J. Royal Met. Soc.*, 104, 1978, p. 737-755.
- [11] R. W. HAYWOOD, *Journal of Mech. Eng. Sci.*, 16, 1974, p. 258-267.
- [12] J. H. KEENAN, *Brit. J. App. Phys.*, 2, 1951, p. 183-192.
- [13] M. FEIDT, *Thermodynamique et optimisation énergétique*, Lavoisier, Paris, 1987.
- [14] A. KASAHARA, *Mon. Weath. Rev.*, 102, 1974, p. 509-522.

B Cycle énergétique local - Article Q.J.R.M.S. (2003)

Je reproduis dans cet appendice B l'article en deux parties qui correspond à la publication (en anglais et presque dix ans après) des résultats décrit dans ma thèse de Doctorat passée en 1994 (lorsque j'étais au SCEM à Prévi-COMPAS) :

P. Marquet (2003), *The available-enthalpy cycle*.

I: Introduction and basic equations (p.2445–2466).

II: Applications to idealized baroclinic waves (p.2467–2494).

Q.J.R. Meteorol. Soc., Vol. 129.

Cet article a été écrit lorsque j'étais au CNRM, dans le groupe GMGEC et dans l'équipe ARPEGE-Climat. Il décrit en détail le *cycle énergétique d'enthalpie utilisable* qui doit remplacer le cycle énergétique de l'APE de Lorenz.

Cet article montre des résultats qui vont au delà de ceux obtenus pendant la thèse. En particulier, j'ai pu construire une onde barocline assez pure (à l'époque où on pouvait encore lancer ARPEGE en mode eulerien), ce qui a permis de certifier les différents termes du cycle d'enthalpie utilisable.

J'ai en effet pu montrer que le cycle énergétique d'enthalpie utilisable est bien fermé, avec des résidus qui sont vraiment nuls pour le mode adiabatique (non-turbulent, avec physique débranchée).

J'ai ensuite pu appliquer les calculs au cas de la POI-15 de FASTEX, répondant en cela aux envies exprimées à la fin de l'oral de ma thèse par mon directeur de thèse, Daniel Cadet.

Les deux parties de cet articles sont disponibles sur le site du Q.J.R.M.S. :

<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1256/qj.01.62/full>

<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1256/qj.01.63/full>

ainsi que sous arXiv (version publique ouverte) :

<http://arxiv.org/abs/1403.5671>

<http://arxiv.org/abs/1403.6258>

QUARTERLY JOURNAL
OF THE
ROYAL METEOROLOGICAL SOCIETY

Vol. 129

JULY 2003 Part B

No. 593

Q. J. R. Meteorol. Soc. (2003), **129**, pp. 2445–2466

doi: 10.1256/qj.01.62

The available-enthalpy cycle. I: Introduction and basic equations

By PASCAL MARQUET*

Météo-France, Toulouse, France

(Received 18 April 2001; revised 16 October 2002)

SUMMARY

A diagnostic package is derived from the concept of specific available enthalpy, leading to the definition of a local and complete energy cycle. It is useful to understand the transformations of energy occurring at any particular pressure level or pressure layer of a limited-area domain. The global version of this diagnostic tool is very similar to the cycle of Lorenz, but the local counterpart contains several additional terms, with zonal, eddy and static-stability components close to definitions already given by Pearce. The new cycle takes into account the flow of energy components across the vertical and horizontal boundaries, with additional conversion terms involving potential energy, leading to accurate computations of dissipation and generation terms obtained as residuals. A new accurate temporal scheme is proposed in order to allow use of a large time interval in future numerical applications. Finally, comments are made on the arbitrary choice of two constant reference values for pressure and temperature.

KEYWORDS: Ageostrophic wind Available energy Baroclinic wave Energetics Exergy

1. INTRODUCTION

Understanding of energy transformations occurring in the atmosphere is still a subject of research, and several methods exist to investigate observed atmospheric energetics. Margules (1905) performed an application to a single column of fluid, and its generalization to the general circulation has been realized by Lorenz (1955, hereafter L55). More recently, different local versions of the Lorenz cycle have been published where authors are concerned with small-scale phenomena like tropical or midlatitude cyclogenesis, baroclinic-wave development or frontal cyclogenesis, all associated with limited-area domains (e.g. Muench 1965; Brennan and Vincent 1980; Michaelides 1987).

Previous local studies based on the Lorenz method have been able to catch the main features of local energy transformations, including usual baroclinic or barotropic conversions and involving classical differential heating terms, with boundary terms different from zero only in the case of limited-area domains.

However, these local versions lead to certain inconsistencies. There are two main problems resulting from global-scale assumptions that do not hold for limited-area domains. Firstly, all terms in the energy cycle are integrated part by part through the whole atmosphere and, as a consequence, finite vertical-extent domains or an isolated level cannot be considered. Secondly, the mean vertical velocity $\bar{w} = \overline{dp/dt}$, where p

* Corresponding address: Météo-France, CNRM/GMGEC/EAC, 42 avenue G. Coriolis, 31057 Toulouse CEDEX 01, France. e-mail: pascal.marquet@meteo.fr

© Royal Meteorological Society, 2003.

is pressure, is supposed to cancel out when it is averaged over any horizontal layer. However, this is only true for a surface surrounding the whole earth, which excludes the use of Lorenz's cycle for local studies owing to large impacts caused by these approximations (Saltzman and Fleisher 1960). For example, the mean conversion term $-R\overline{\omega T}/p$ and eddy component $-R\overline{\omega' T'}/p$ can be of the same order of magnitude because, even if $|\overline{\omega}|$ is only a tenth of $|\omega'|$, $|\overline{T}|$ is commonly 10 times greater than $|T'|$. (Symbols are defined in appendix A.) As a result, the mean conversion term cannot be neglected in limited-area energetics.

These local studies present other unrealistic features—for instance, when dissipation and generation terms are the only unknown quantities and are computed as residuals of the cycle. It is often mentioned that these residuals are too large and that they lead to unbalanced terms, like the conversion terms with potential energy.

In other words, there is a need for a new kind of local energy cycle without any missing terms and where approximations would be overcome. The method adopted to revisit the approach of local energetics in meteorology is to start with a set of local and exact equations for temperature and wind, to define appropriate availability functions, to specify a reference state and finally to compute the average values over a given pressure level for a limited-area domain. This methodology ensures that all the terms will be present in the local version, even if some of these terms cease to exist in the globally averaged version.

A new local and exact available-enthalpy cycle is proposed in this paper. It will clear up the difficulties encountered with previous limited-area applications and, on the global stage, will lead to results more usually expected, including baroclinic and barotropic instabilities. This new cycle is based on the concept of available enthalpy described in Marquet (1991, hereafter M91), following the proposition of Sir Charles Normand (Normand 1946) when he chose a direct approach in terms of enthalpy (total heat) in place of the total potential energy used by Margules and Lorenz.

Part I of this paper was taken from a thesis (Marquet 1994). The concept of available enthalpy has not been widely applied in meteorology and a short review of its development, both in meteorology and in general physics, will be discussed in section 2. Kinetic-energy and available-enthalpy components are presented in section 3, and the fundamental energy equations are used in section 4 to define the limited-area available-enthalpy cycle. Associated with this, a new accurate temporal scheme is proposed in section 5 to allow future use of large time intervals in Part II, where applications to idealized baroclinic waves will be presented. A discussion on the prescribed 'reference' pressure and temperature is presented in section 6. The final conclusion appears in section 7. Symbols and notation for Parts I and II are explained in appendix A.

2. THE ENERGY AVAILABILITY CONCEPTS IN METEOROLOGY AND THERMODYNAMICS

(a) *In thermodynamics*

Problems of defining energy availability have been tackled in many ways in physics, and different available-energy and available-enthalpy concepts had already been developed before the early developments in thermodynamics. The aim was to compute part of the total energy contained in a closed or open system that can be available for useful work. All availability functions introduced by Lord Kelvin (Thomson 1853, 1879), Maxwell (1871) or Gibbs (1873) depend on the local internal energy e_i , enthalpy h and entropy s of the fluid. A reference state must be specified, generally given by a constant 'reference' temperature T_r with associated pressure p_r and specific volume α_r . There is

ENTHALPY CYCLE. I

2447

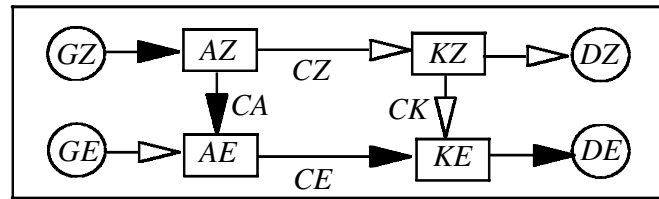


Figure 1. A diagram for the Lorenz cycle. The baroclinic instability is depicted by the dark arrows: $GZ \rightarrow CA \rightarrow CE \rightarrow DE$ (see text).

only one available-enthalpy function:

$$a_h = (h - h_r) - T_r(s - s_r), \quad (1)$$

but two available energies have been defined. Two functions, one simple and the other one more complex, are given by

$$a_{e1} = \{e_i - (e_i)_r\} - T_r(s - s_r),$$

and

$$a_{e2} = \{e_i - (e_i)_r\} + p_r(\alpha - \alpha_r) - T_r(s - s_r).$$

(b) *In meteorology*

Without referring to thermodynamic theories, and following the ideas of Margules, Lorenz defined available potential energy (APE) as the maximum part of the sum of internal and potential energies—also called total potential energy (TPE)—which can be transformed under adiabatic motion into kinetic energy K . Margules and Lorenz treated kinetic energy as the useful energy in the atmosphere because of its easily visible effects. Lorenz's approach can be summarized by a cycle (see Fig. 1), where each APE and K reservoir is separated into two parts ($APE = AZ + AE$ and $K = KZ + KE$). The four components AE, AZ, KE and KZ correspond to a separation of the general circulation into zonally symmetric and eddy parts (denoted by Z and E, respectively). Energy generation terms GE and GZ provide energy to AE and AZ, with dissipation terms DE and DZ acting on KE and KZ. The terms CA, CE, CK and CZ are conversion terms as shown in Fig. 1.

The result obtained by Lorenz demonstrates the maintenance of the general circulation (KE) by baroclinic instabilities. The horizontal differential heating term GZ supplies energy to the internal reservoir AZ which is transformed into kinetic energy by baroclinic conversions CA and CE, so that the KE component is maintained despite the continuous dissipation DE.

Apart from the global Lorenz cycle and associated local versions, other availability functions have been defined in meteorology. It has been demonstrated in Marquet (1995) that most of them are associated with special thermodynamic availability functions. For instance, the available energy a_{e1} corresponds to a quantity $T_0\Sigma$ called 'static entropic energy'. Defined by (51) in the global approach of Dutton (1973), it is also the available energy examined in the production of a local version of Dutton's theory by Pichler (1977). The function a_{e2} is equivalent to another form of 'static entropic energy' described by Livezey and Dutton (1976). Furthermore, it is also the dry part of the 'exergy' function suggested by Karlsson (1990). Even if the exergy term is a generic name used in modern thermodynamics to denote any of the availability functions a_{e1} , a_{e2} or a_h , depending on the system to be investigated, the terms 'available energy' or 'available enthalpy' will be used in this paper.

2448

P. MARQUET

The previous relationship between the thermodynamic availability functions a_{e1} or a_{e2} and their meteorological counterparts has already been stated in M91, where a possible application of a local available-enthalpy function a_h to atmospheric energetics was also considered, but where the local cycle was not derived. It was mentioned that the theory of APE presented in Pearce (1978, hereafter P78) was the first application of the available-enthalpy concept to atmospheric science. Pearce defined the global APE function such that $d\text{APE}/dt = d(H - T_r S)/dt$ applies to the whole atmosphere, with $T_r \approx 251$ K. Clearly, the global available enthalpy

$$A_h = (H - T_r S) - (H_r - T_r S_r)$$

is a solution to this equation, but the constant term $H_r - T_r S_r$ was missing in the paper of Pearce and his following mathematical developments were carried out using several approximations that will be overcome in this paper.

Other approaches have also been proposed in meteorology to generalize the results of Lorenz, though most of them have not succeeded in deriving a set of energy equations similar to the Lorenz cycle. The same is also true for the local and positive-definite potential energy of Andrews (1981)—see section 6 in Part I of this paper for further explanation—for the APE of McHall (1990), or for the local pseudo-energy concept of Shepherd (1993)—a generalization of all meteorological availability functions—also discussed in Kucharski (1997). As demonstrated by Marquet (1995), it is possible to deduce Lorenz, Dutton or Pearce's results by choosing, for each case, an appropriate reference state in the pseudo-energy theory. However, up to now, it appears that no general cycle has been published starting with this concept.

(c) *The available-enthalpy function*

The basis for the research presented in this paper can be found in the thesis report of Marquet (1994). However, several theoretical improvements and some new applications will be included in this article. An approach similar to P78 will be retained by separating A_h into three energy components, depending on pressure averages for A_S , zonally symmetric circulations for A_Z and eddy circulations for A_E . Kinetic energy will also be separated into three parts K_S , K_Z and K_E , contrary to L55 and P78 when K_S and K_Z were merged into a single component, also called K_Z . The new proposal is an available-enthalpy cycle with $A_3 + K_3$ components (3 for the thermal part and 3 for the kinetic part), substituting $A_2 + K_2$ in L55 and $A_3 + K_2$ in P78.

3. ENERGY COMPONENTS

(a) *Local available enthalpy a_h*

According to M91, available enthalpy per unit mass ' a_h ' is defined by (1). It depends on local temperature and pressure:

$$h - h_r = c_p(T - T_r), \quad (2)$$

$$s - s_r = c_p \ln\{(T/T_r)(p/p_r)^{-\kappa}\}. \quad (3)$$

Note that absolute values for h or even s need not be known, only the relative differences (2) and (3) are required for determining a_h . The reference values T_r and p_r are chosen as two constants in space and time. Following M91, $1/T_r$ and $\ln(p_r)$ should be global and long-range averages of $1/T$ and $\ln(p)$, respectively. In fact, two prescribed numerical values, set to 250 K for T_r and $1000/\exp(1) \approx 368$ hPa for p_r , will be used in this paper.

It will be demonstrated later that results will not be affected when the reference values are perturbed.

According to M91, the available enthalpy (1) can be separated into a sum of two local components a_T and a_p , the first one depending on temperature, the other on pressure, to give

$$a_h(T, p; T_r, p_r) = a_T(T; T_r) + a_p(p; T_r, p_r), \quad (4)$$

where

$$a_T = c_p T_r \mathcal{F}(X), \quad a_p = RT_r \ln(p/p_r), \quad (5)$$

$$\mathcal{F}(X) = X - \ln(1 + X), \quad X(T, T_r) = (T - T_r)/T_r. \quad (6)$$

The local temperature component a_T is written with the help of a function \mathcal{F} defined by (6) for any variable $X > -1$. Function \mathcal{F} also verifies the exact separating property (7) that holds whenever $X_1 > -1$ and $X_2 > -1$ (in which case $X_1 + X_2 + X_1 X_2 = (1 + X_1)(1 + X_2) - 1$ is also greater than -1):

$$\mathcal{F}(X_1 + X_2 + X_1 X_2) = \mathcal{F}(X_1) + \mathcal{F}(X_2) + X_1 X_2. \quad (7)$$

Function \mathcal{F} is a positive, quadratic function for small $|X|$, as indicated by the expansions (8) and (10). Typically, $|X| < 0.3$ for $T_r \equiv 250$ K and for temperatures between 320 and 180 K, as observed in usual atmospheric conditions.

$$\mathcal{F}(X) = X^2/2 - X^3/3 + o(X^3), \quad (8)$$

$$\implies \mathcal{F}(X) \approx \mathcal{G}(X) = X^2/2 \quad \text{for } |X| \approx 0, \quad (9)$$

$$\mathcal{F}(\alpha X) = \alpha^2 \mathcal{F}(X) - \alpha^2(\alpha - 1)X^3/3 + o(X^3). \quad (10)$$

As a consequence, \mathcal{G} given by (9) is a good approximation of \mathcal{F} for small $|X|$, and the temperature component (5) is found to be similar to the local function ‘ a ’ in P78. The result is $a_T \approx a = c_p(T - T_r)^2/(2T_r)$.

(b) *Limited-area components for a_h and e_k*

According to L55 and the following limited-area applications of Muench (1965), Brennan and Vincent (1980), P78 and Michaelides (1987), the eddy part of the flow will be computed by a departure from the zonal-average circulation, when the zonal average is defined over the limited-area domain. The notations for the isobaric (\dots) and zonal $(\dots)^\lambda$ averaging operators are described in appendix A, where superscripts and subscripts (for instance $T^\lambda = T - T_\lambda$) represent average values and deviations from them, respectively.

It is expected that a_T can be separated into the three local components of P78, a_S , a_Z and a_E , possibly with further local terms. A concise description will be obtained in terms of \mathcal{F} , X_S , X_B , X_Z and X_E . The final result will be obtained with the property (7) applied successively to the exact separations

$$T/T_r - 1 = (T/\bar{T} - 1) + (\bar{T}/T_r - 1) + (T/\bar{T} - 1)(\bar{T}/T_r - 1), \quad (11)$$

$$T/\bar{T} - 1 = (T/T^\lambda - 1) + (T^\lambda/\bar{T} - 1) + (T/T^\lambda - 1)(T^\lambda/\bar{T} - 1). \quad (12)$$

Equations (11) and (12) can be understood as an insertion of \bar{T} between T and T_r for (11), and an insertion of T^λ between T and \bar{T} for (12). Note that these equations are directly put in the form $X_1 + X_2 + X_1 X_2$ as required by (7).

2450

P. MARQUET

After some manipulations, it is found that the temperature component a_T can indeed be written as a sum of the local version of Pearce components a_S , a_Z and a_E , with two additional terms a_{cS} and a_{cZ} , to give

$$a_T = a_S + a_Z + a_E + a_{cS} + a_{cZ}, \quad (13)$$

$$a_S = c_p T_r \mathcal{F}(X_S), \quad a_Z = c_p T_r \mathcal{F}(X_Z), \quad a_E = c_p T_r \mathcal{F}(X_E), \quad (14)$$

$$a_{cS} = c_p T_r X_S X_B, \quad X_S = (\bar{T} - T_r)/T_r, \quad X_B = (T - \bar{T})/\bar{T}, \quad (15)$$

$$a_{cZ} = c_p T_r X_Z X_E, \quad X_Z = (T^\lambda - \bar{T})/\bar{T}, \quad X_E = (T - T^\lambda)/T^\lambda, \quad (16)$$

or, alternatively,

$$X_B = T'/\bar{T}, \quad X_Z = T_\varphi^\lambda/\bar{T}, \quad X_E = T_\lambda/T^\lambda. \quad (17)$$

The function $\mathcal{F}(X)$ is always positive and equal to zero only if $X = 0$. This property can be applied to the mean values \bar{a}_S , \bar{a}_Z and \bar{a}_E which differ from zero only if $\bar{T} \neq T_r$, $T^\lambda \neq \bar{T}$ and $T \neq T^\lambda$, respectively.

The components of Pearce are obtained as approximate forms of (14) when \mathcal{F} is replaced by \mathcal{G} , together with the hypotheses $(T_r/\bar{T})^2 \approx 1$ and $(T_r/T^\lambda)^2 \approx 1$, giving

$$a_S \approx c_p (\bar{T} - T_r)^2 / (2T_r), \quad a_Z \approx c_p (T_\varphi^\lambda)^2 / (2T_r), \quad a_E \approx c_p (T_\lambda)^2 / (2T_r). \quad (18)$$

The three components a_S , a_Z and a_E have been called in P78, ‘static stability’, ‘zonal’ and ‘eddy’ reservoirs, respectively. The new component a_p given by (5) and the two complementary parts a_{cS} and a_{cZ} in (13) were missing in P78. There was no impact on the global scale since the vertical integral of a_p and the horizontal average $\overline{a_{cS}}$ and $\overline{a_{cZ}}$ are 0. But, for a limited-area study, the flux of these additional components $B(a_p)$, $B(a_{cS})$ and $B(a_{cZ})$ are non-zero and cannot be neglected.

It is also possible to separate the kinetic energy $e_k = \mathbf{U}_h \cdot \mathbf{U}_h / 2$ into three components k_S , k_Z and k_E , with two additional parts k_{cS} and k_{cZ} , giving

$$e_k = k_S + k_Z + k_E + k_{cS} + k_{cZ}, \quad (19)$$

$$k_S = (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)/2, \quad k_Z = \{(u_\varphi^\lambda)^2 + (v_\varphi^\lambda)^2\}/2, \quad k_E = (u_\lambda^2 + v_\lambda^2)/2, \quad (20)$$

$$k_{cS} = u'\bar{u} + v'\bar{v}, \quad k_{cZ} = u_\varphi^\lambda u_\lambda + v_\varphi^\lambda v_\lambda, \quad (21)$$

where an exact separating property (22), equivalent to (7) for a_h , has been used:

$$\mathcal{G}(X_1 + X_2) = \mathcal{G}(X_1) + \mathcal{G}(X_2) + X_1 X_2. \quad (22)$$

(c) Interpretations for the limited-area components

The six components (a_S , a_Z , a_E) and (k_S , k_Z , k_E) are little known in atmospheric energetics. Even if the three available-enthalpy reservoirs are similar to the components defined in P78, results published in the global approach of Pearce have not been widely applied in meteorology and it is worthwhile to explore further their physical meaning, especially for a limited-area domain. The same is true for the separation of e_k into three components where the eddy part, k_E , is the only part not to undergo a redefinition: it is defined as usual. The large-scale parts k_Z and k_S correspond to a new approach justified for the sake of retaining symmetry between the two sets of components.

An example of \bar{a}_T separation is shown in Fig. 2. Following Pearce, ‘ a_S ’ will be called the vertical ‘static-stability’ component and according to Fig. 2(a) is the part of

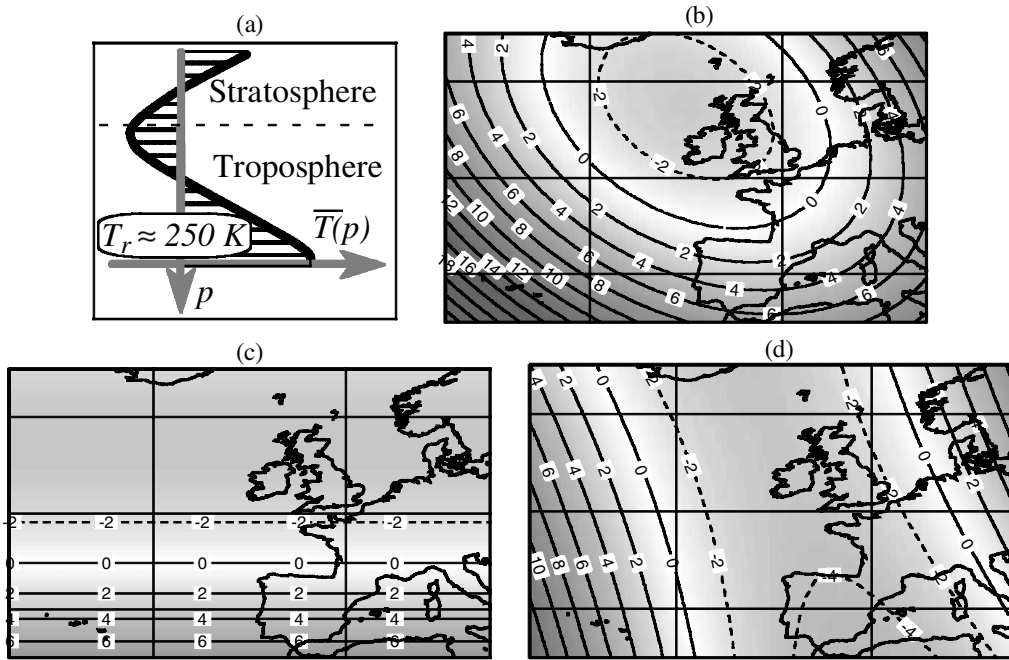


Figure 2. The separation of $\overline{a_T}$ (the thermal part of the available enthalpy) into $\overline{a_S} + \overline{a_Z} + \overline{a_E}$. (a) $\overline{T} - T_r$ for a_S . (b) A temperature distribution made of a cold minimum located within a limited-area domain. (c) T_ϕ^λ for a_Z . (d) T_λ for a_E . See text for explanation.

thermal availability created by the difference between the average vertical profile \overline{T} and a constant prescribed profile T_r (shaded area). The horizontal separation of $\overline{a_T}$ into $\overline{a_Z} + \overline{a_E}$ is illustrated by the use of a simulated temperature distribution, described in Fig. 2(b). It is an elongated cold minimum with a north-west to south-east orientation and the minimum is not centred with respect to the limited-area domain. Figure 2(c) shows how the component a_Z is created by the north–south differences in zonal-average temperature $T_\phi^\lambda = \overline{T} - T_r$. The isopleths in Fig. 2(d) represent the distribution of the zonal departure $T_\lambda = T - T_\phi^\lambda$ which generates the eddy component a_E . Even if the east–west gradient prevails, it is found that the north-west to south-east tilted feature is still present.

The old Lorenz partitioning $APE = A_Z + A_E$ corresponds to a mixing of horizontal and vertical departure terms defined by the integrands $T_\phi^\lambda/\overline{\sigma}$ and $T_\lambda/\overline{\sigma}$, respectively, where $\overline{\sigma}$ is the mean static stability. The numerators for these integrands are represented in Fig. 2(c) and (d) for T_ϕ^λ and T_λ , respectively. The common denominator $\overline{\sigma}$ depends on the mean vertical lapse rate and can be compared to some extent with the component a_S which depends on $\overline{T} - T_r$. However, an important result is that the component a_S is still valid for hydrostatically neutral or unstable states when local values of σ are close to zero or negative, in which case local values of Lorenz’s components depending on $\overline{\sigma}$ become meaningless.

Figure 3 shows the new separation of $\overline{e_k}$ into $\overline{k_E} + \overline{k_Z} + \overline{k_S}$ when it is applied to a simulated vortex not centred with respect to the limited-area domain. The local wind vectors corresponding to components k_E , k_Z and k_S are depicted by Figs. 3(b), (c) and (d), respectively. The eddy-vortex part of the flow is clearly captured by Fig. 3(b) (u_λ and v_λ). Furthermore, large-scale shearing of the zonal-average wind can be recognized in Fig. 3(c) (u_ϕ^λ and v_ϕ^λ). The third component k_S corresponds to the uniform average motion \overline{u} , \overline{v} . The wind-field representation, $k_Z + k_S$ (depicted in Fig. 3(e)), is the

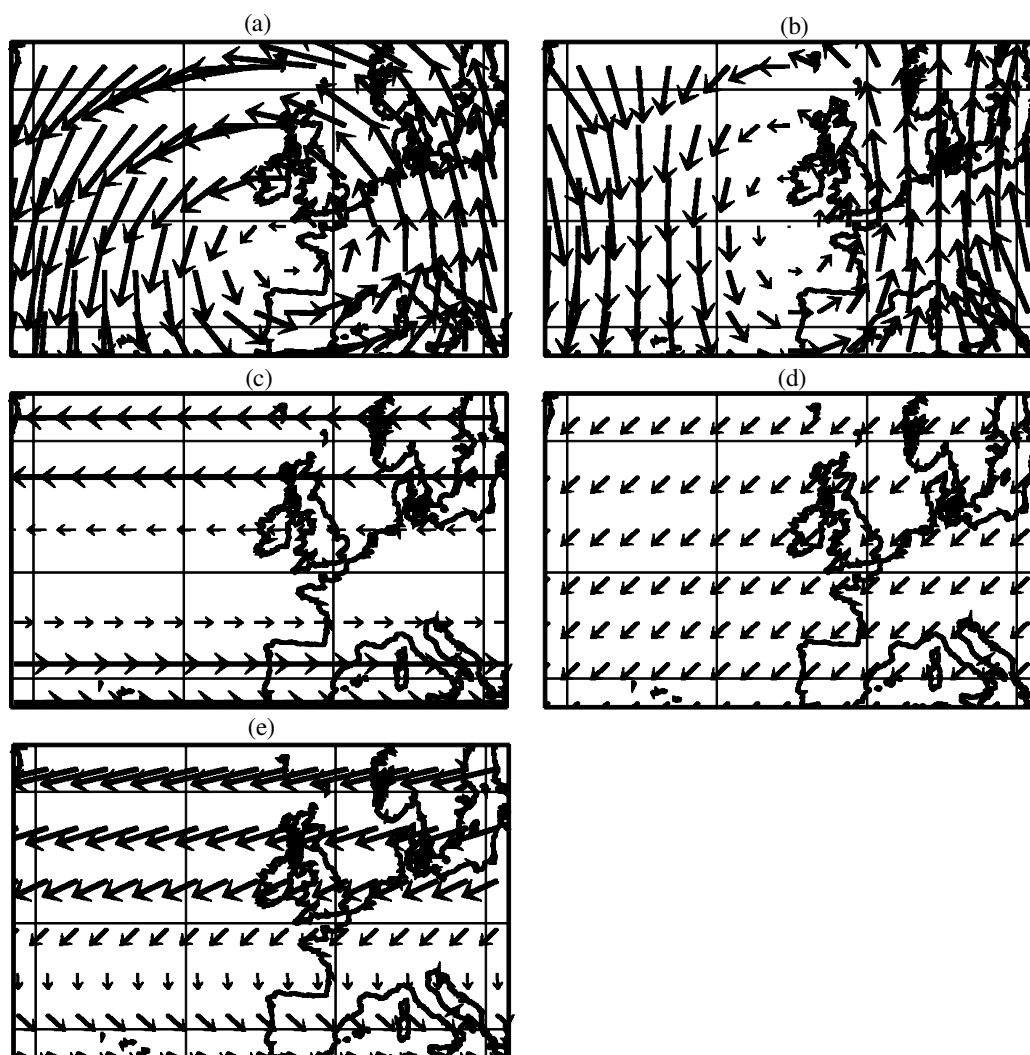


Figure 3. An illustration for the separation (19) applied to a simulated vortex within a limited-area domain. The separation $\overline{e_k} = \overline{k_S} + \overline{k_Z} + \overline{k_E}$ proposed in this paper is shown in (b), (c) and (d). Lorenz's and Pearce's large-scale version $\overline{k_S} + \overline{k_Z}$ is depicted in (e). (a) The map for the local wind (u, v) . (b) The wind (u_λ, v_λ) for k_E . (c) The wind $(u_\phi^\lambda, v_\phi^\lambda)$ for k_Z . (d) The wind $(\overline{u}, \overline{v})$ for k_S . (e) Lorenz and Pearce large-scale component for the wind (u^λ, v^λ) for $k_S + k_Z = 'K_Z'$. See text for further explanation.

component referred to as ' K_Z ' by Lorenz and Pearce. For this particular flow in this limited area, a large-scale vortex feature is visible for ' K_Z ' and it is redundant with the k_E information. Moreover, the average picture of motion shown in Fig. 3(d) is not easily identified in Fig. 3(e). For these reasons, the new separation into the three components $\overline{k_E} + \overline{k_Z} + \overline{k_S}$ as proposed in this study seems to be appropriate to catch relevant spatial scales for such a vortex motion.

4. THE LIMITED-AREA AVAILABLE-ENTHALPY CYCLE.

(a) Basic equations

The available-enthalpy cycle will be reproduced as a set of six equations for the six available-enthalpy and kinetic-energy components. Pressure coordinates will be used with vertical velocity $\omega = dp/dt$ according to Kasahara (1974). The Eulerian time derivative operator $\partial/\partial t$ will be applied to each of the six components and will be

expressed by using the material derivative d/dt and a boundary function B . The resulting operator is given for any scalar η as

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{d\eta}{dt} - B(\eta), \quad (23)$$

where

$$\begin{aligned} B(\eta) &= \text{div}_p(\eta \mathbf{U}_h) + \partial(\eta\omega)/\partial p \\ &= \mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\eta) + \omega \partial \eta / \partial p, \end{aligned} \quad (24)$$

with

$$B(\Phi) = \mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\Phi) - R\omega T/p. \quad (25)$$

The hydrostatic assumption and continuity equations will be used in the forms:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial p} = -\frac{RT}{p} \quad \text{and} \quad 0 = \text{div}_p(\mathbf{U}_h) + \frac{\partial \omega}{\partial p}. \quad (26)$$

The two representations of $B(\eta)$ in (24) in terms of divergence or gradient operators are equivalent, linked by the continuity equation. The special case for $B(\Phi)$ in (25) is obtained when the hydrostatic assumption is taken into account.

The momentum and thermodynamic equations as used in the Eulerian version of the French Arpège* model can be written as follows (Courtier *et al.* 1991):

$$d\mathbf{U}_h/dt = -\nabla_p(\Phi) - f\mathbf{k} \times \mathbf{U}_h + \mathbf{F}_h, \quad (27)$$

$$du/dt = -[\nabla_p(\Phi)]_x + f^*v + (F_h)_x, \quad (28)$$

$$dv/dt = -[\nabla_p(\Phi)]_y - f^*u + (F_h)_y, \quad (29)$$

$$c_p dT/dt = R\omega T/p + \dot{q}, \quad (30)$$

where friction \mathbf{F}_h and diabatic heating \dot{q} are forcing terms. The pseudo-Coriolis factor f^* is the sum of the usual Coriolis ($f = 2\Omega \sin(\varphi)$) term and horizontal curvature, giving $f^* = f + u \tan(\varphi)/\mathcal{R}$.

(b) The energy equations

The kinetic-energy equation per unit mass is easily obtained for

$$e_k = (\mathbf{U}_h \cdot \mathbf{U}_h)/2 = (u^2 + v^2)/2$$

by taking the dot product of (27) by \mathbf{U}_h , to get

$$\begin{aligned} de_k/dt &= -\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\Phi) + \mathbf{U}_h \cdot \mathbf{F}_h \\ &= -B(\Phi) - R\omega T/p - d. \end{aligned} \quad (31)$$

The frictional dissipation d denotes the scalar product $-\mathbf{U}_h \cdot \mathbf{F}_h$ and the Coriolis term does not contribute to any local exchange of energy. The second formulation for (31) is a consequence of (25) by which $-\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\Phi)$ can be transformed into $-B(\Phi) - R\omega T/p$.

The potential-energy equation per unit mass satisfies

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + B(\Phi). \quad (32)$$

* Action de Recherche Petite Echelle et Grande Echelle.

2454

P. MARQUET

The entropy equation is deduced from $s = s_{00} + c_p \ln\{(T/T_{00})(p/p_{00})^{-R/c_p}\}$ and used with (30), to give:

$$T \frac{ds}{dt} = c_p \frac{dT}{dt} - R\omega T/p = \dot{q}. \quad (33)$$

An equation for a_h is then obtained by applying the Eulerian time derivative operator to (1) with the use of (30) and (33), whilst remembering the fact that the material derivatives of constant terms T_r and p_r cancel out. The result is

$$\begin{aligned} \frac{da_h}{dt} &= c_p \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) \frac{dT}{dt} + \frac{R\omega T_r}{p} \\ &= \frac{R\omega T}{p} + \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) \dot{q}. \end{aligned} \quad (34)$$

The final term in (34) is a generation of available enthalpy by diabatic heating \dot{q} with a modulation by the local efficiency factor $(1 - T_r/T)$, also called the Carnot factor in thermodynamics. The sign of this factor is the same as that of $(T - T_r)$, but the sign of the complete term $(1 - T_r/T)\dot{q}$ depends on the correlation between $(1 - T_r/T)$ and \dot{q} . The last term in (34) is interpreted as a generation by horizontal and vertical differential heating, as in L55 and P78.

The available-enthalpy equation (34) is associated with a local law of conservation, valid along any streamline. The change in time of the sum $a_k + e_k + \Phi$ is evaluated from (31), (32) and (34), to give

$$\frac{d}{dt}(a_k + e_k + \Phi) = \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left(1 - \frac{T_r}{T}\right) \dot{q} - d. \quad (35)$$

As a result, $(a_k + e_k + \Phi)$ is a constant along any particular streamline for a frictionless and isentropic steady flow. It is Bernoulli's law, valid for the available enthalpy. The only difference from the usual Bernoulli's equation is the Carnot factor $(1 - T_r/T)$.

(c) *The limited-area available-enthalpy cycle*

The budget equations for the new available-enthalpy cycle are obtained by computing the time derivatives of the six components a_S, a_Z, a_E, k_S, k_Z and k_E . This requires considerable manipulations based on the definitions given in the previous sections and in appendix A. There is no approximation, no development in series and no missing terms. An example of the beginning of the a_Z computations is presented in appendix B. All terms are rearranged to reproduce the form of classical results for the main global-scale conversion, generation and dissipation terms. The final result is as follows:

$$\left. \begin{aligned} \overline{\partial_t(a_S)} &= -\overline{B(a_S + a_{cS})} - \overline{c_{AS}} - \overline{c_S} && - \overline{B(a_p)} + \overline{g_S} \\ \overline{\partial_t(a_Z)} &= -\overline{B(a_Z + a_{cZ})} + \overline{c_{AS}} - \overline{c_Z} - \overline{c_A} && + \overline{g_Z} \\ \overline{\partial_t(a_E)} &= -\overline{B(a_E)} && - \overline{c_E} + \overline{c_A} + \overline{g_E} \\ \overline{\partial_t(k_S)} &= -\overline{B(k_S + k_{cS})} - \overline{c_{KS}} + \overline{c_S} && - \overline{B(\Phi)_S} - \overline{d_S} \\ \overline{\partial_t(k_Z)} &= -\overline{B(k_Z + k_{cZ})} + \overline{c_{KS}} + \overline{c_Z} - \overline{c_K} && - \overline{B(\Phi)_Z} - \overline{d_Z} \\ \overline{\partial_t(k_E)} &= -\overline{B(k_E)} && + \overline{c_E} + \overline{c_K} - \overline{B(\Phi)_E} - \overline{d_E} \end{aligned} \right\}. \quad (36)$$

The six components of the cycle (36) can be rearranged in various ways. An example is shown in Fig. 4 where the $A3 + K2$ global cycle of Pearce is depicted in

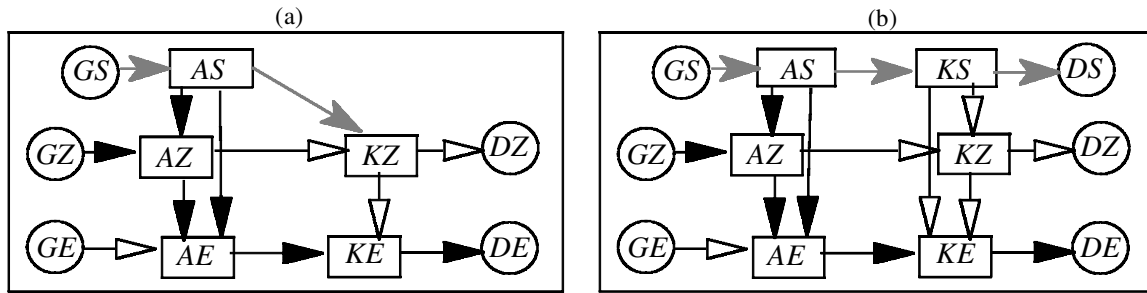


Figure 4. (a) Global and asymmetric APE cycle diagram according to Pearce (1978). (b) A possible version for a symmetric and global AH cycle diagram as defined by Marquet (1994). It is close to Pearce's (1978) diagram except now there are two large-scale kinetic-energy components KS and KZ, both connected to KE.

Fig. 4(a) and where the global cycle in Fig. 4(b) is a straightforward generalization to a $A3 + K3$ version. The difference between Figs. 4(a) and (b) is a partitioning into the KZ and KS reservoirs and the appearance of corresponding new conversions and boundary terms. The external path, controlled by $\bar{\omega}$ (grey arrows) and corresponding to possible large values for $AS \leftrightarrow KS$, is now separated from the smaller values observed in the 'Lorenz internal cycle' involving AZ, AE, KZ and KE.

On the one hand this version of Fig. 4(b) can be relevant to the study of tropical cyclone development in regions of weak meridional gradients. In that case the conversions $AS \rightarrow AZ$ and $KS \rightarrow KZ$ cancel out and direct transformations must occur from AS into AE and KS into KE. The cycle in Fig. 4(b) is also the one chosen in P78 to study the energetics of dry and moist local convection.

On the other hand direct conversions between the larger-scale and eddy components may be considered as unrealistic. This is the case for midlatitude baroclinic waves where baroclinic and barotropic conversions $AZ \rightarrow AE$ and $KZ \rightarrow KE$ corresponding to Fig. 4(b) are different from classical ones as given by Lorenz, i.e. CA and CK in Fig. 1.

For these reasons, a modified version of the global cycle has been considered in Fig. 5(a) (the three connections with potential energy $\overline{B(\Phi)_S}$, $\overline{B(\Phi)_Z}$ and $\overline{B(\Phi)_E}$ are not shown for sake of clarity). The modification is obtained without loss of generality by subtracting two internal closed loops (depicted by grey arrows on the left part of Fig. 5(a)), in order to suppress the direct conversions $AS \rightarrow AE$ and $KS \rightarrow KE$. It has been found with this new version that the formulation of the baroclinic and barotropic conversions $AZ \rightarrow AE$ and $KZ \rightarrow KE$ are the same as in the previous local applications of L55. To go from Fig. 4(b) to Fig. 5(a), the conversion $AS \rightarrow AE$ is just added to $AS \rightarrow AZ$ and $AZ \rightarrow AE$. The same is done for the corresponding kinetic-energy conversion terms.

The complete limited-area and pressure-level cycle (36) corresponds to Fig. 5(b) where all the terms are depicted. The boundary transport of energy is surrounded by dashed boxes, with a shaded internal Lorenz cycle ($\overline{c_Z}$, $\overline{c_A}$, $\overline{c_K}$, $\overline{c_E}$) and with a large external path of energy: $\overline{B(a_p)} \leftrightarrow \overline{c_S} \leftrightarrow \overline{B(\Phi)_S}$.

(d) Mathematical expressions for all terms

The six equations in the cycle (36) are expressed in a common form (37) valid for an energy component e_X . The time derivative $\partial_t(\overline{e_X})$ is equal to boundary flux terms $-\overline{B(e_X)}$, possibly with further complementary flux $-\overline{B(e_{cX})}$. The conversions terms are $\pm\overline{c_A}$ and $\pm\overline{c_X}$. The conversion of potential energy into e_X is $-\overline{B(\Phi)_X}$, if e_X is one

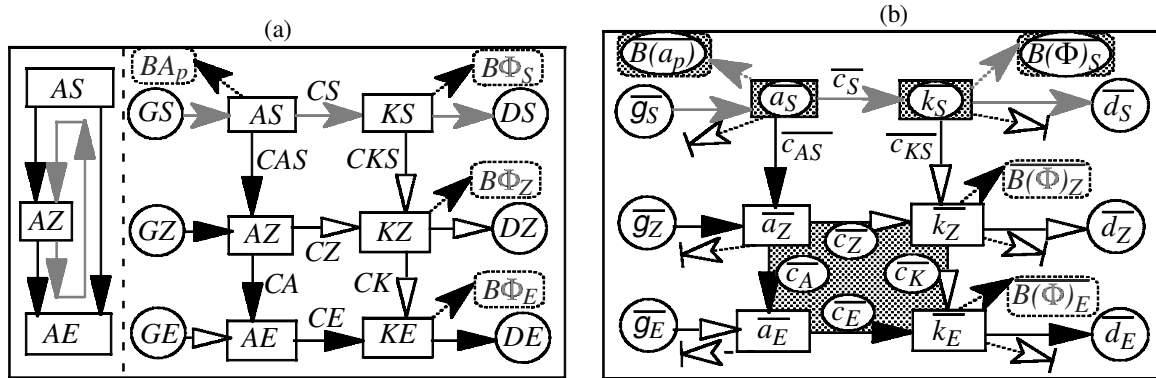


Figure 5. (a) The global and symmetric available-enthalpy cycle diagram as proposed in this paper, including the new connections with potential-energy reservoirs $B\Phi_S$, $B\Phi_Z$ and $B\Phi_E$ (these terms do not disappear because only the sum $\overline{B(\Phi)}$ cancels out on global average, not individual components). The left of the diagram shows the modification from Fig. 4(b): a closed inner loop (stippled) is formed by the conversion term $AE \rightarrow AS$ which is subtracted from $AS \rightarrow AE$ and added to the other branches $AS \rightarrow AZ$ and $AZ \rightarrow AE$. A similar modification is done for the path $KS \rightarrow KE$ and $KS \rightarrow KZ \rightarrow KE$. The external path for energy ($AS \leftrightarrow KS$) is now clearly separated from the internal Lorenz cycle (AZ, AE, KZ, KE) and, by comparison with Pearce's formulation, more usual values are obtained for the mathematical expressions of the conversion terms CA and CK . (b) The limited-area version of (a). The global boundary terms $B\Phi_S$, $B\Phi_Z$ and $B\Phi_E$ in (a) correspond here to the 'pressure levels' boundary fluxes $\overline{B(\Phi)_S(p)}$, $\overline{B(\Phi)_Z(p)}$ and $\overline{B(\Phi)_E(p)}$. The six non-labelled outgoing white arrows represent additional boundary fluxes for each of the six energy components (the formulations are given in the first terms on the right-hand sides of (36)).

of the kinetic-energy components. Generation or dissipation terms ($+\overline{g_X}$ or $-\overline{d_X}$) are present for the case of available-enthalpy or kinetic-energy components, respectively.

$$\overline{\partial_t(e_X)} = -\overline{B(e_X)} - \overline{B(e_{cX})} \pm \overline{c_A} \pm \overline{c_X} - \overline{B(\Phi)_X} + (\overline{g_X} \text{ or } -\overline{d_X}). \quad (37)$$

The general boundary operator $\overline{B(\dots)}$ is defined using (24). The special case for $\overline{B(a_p)} = R\overline{T_r B(p)}/p$ is obtained by using $\overline{B(p)} = \overline{\omega}$, to give

$$\overline{B(a_p)} = -R\overline{\omega T_r}/p. \quad (38)$$

The first set of conversion terms refers to a transformation of any of the available-enthalpy reservoirs into the corresponding kinetic-energy component with the same status (S, Z or E). Therefore

$$\overline{c_S} = -R\overline{\omega T}/p, \quad \overline{c_Z} = -R\overline{\omega_\phi^\lambda T_\phi^\lambda}/p, \quad \overline{c_E} = -R\overline{\omega_\lambda T_\lambda}/p, \quad (39)$$

where the baroclinic conversions c_Z and c_E take the classic form. Note that there is no implicit summation over repeated λ or ϕ subscripts or superscripts.

The second set of conversion terms represents energy transformations from one form to another between the three available-enthalpy reservoirs or the three kinetic-energy reservoirs. Thus

$$\overline{c_{AS}} = -c_p \overline{(\omega' T') p^{-\kappa} \partial_p \{p^\kappa (1 - T_r/T)\}}, \quad (40)$$

$$\overline{c_{KS}} = -\left\{ \overline{(u' \omega')} \partial_p (\overline{u}) + \overline{(v' \omega')} \partial_p (\overline{v}) \right\}, \quad (41)$$

$$\overline{c_A} = -c_p \left[\overline{(v_\lambda T_\lambda)^\lambda \partial_y (1 - T_r/T^\lambda)} + \overline{(\omega_\lambda T_\lambda)^\lambda p^{-\kappa} \partial_p \{p^\kappa (1 - T_r/T^\lambda)\}} \right], \quad (42)$$

$$\overline{c_K} = -\left\{ \overline{u_\lambda v_\lambda \partial_y (u^\lambda)} + \overline{v_\lambda v_\lambda \partial_y (v^\lambda)} + \overline{u_\lambda \omega_\lambda \partial_p (u^\lambda)} + \overline{v_\lambda \omega_\lambda \partial_p (v^\lambda)} \right\}. \quad (43)$$

The baroclinic and barotropic conversions $\overline{c_A}$ and $\overline{c_K}$ take the classical form.

The boundary terms $\overline{[B(\Phi)]_\eta}$ with $\eta = S, Z$ or E are the projections of $\overline{B(\Phi)}$ onto the three equations for k_S, k_Z and k_E , respectively. They can be interpreted as conversion terms with the potential energy because $\overline{B(\Phi)}$ appears with opposite signs in equations for kinetic and potential energies (31) and (32). They cannot be put in a form $\overline{B[\Phi_\eta]}$, i.e. the boundary flux of some Φ_η to be determined, as indicated in the local studies of Muench (1965), Brennan and Vincent (1980) or Michaelides (1987). As a consequence $\overline{[B(\Phi)]_\eta} \neq 0$, with $\eta = S, Z$ or E . These terms could not appear in the global approaches of L55 or P78 because the sum of the three projections, i.e. $\overline{B(\Phi)}$, has been cancelled out at the beginning of these studies as a global term equal to zero. However, even in L55 and P78, the terms $\overline{[B(\Phi)]_\eta}$ should have been present.

The other boundary term $\overline{B(a_p)}$, with $a_p = RT_r(\ln(p) - \ln(p_r))$, cancels out if it is integrated over p_t and p_b . It is a consequence of the definition of p_r when $\ln(p_r)$ is equal to the global average of $\ln(p)$.

$$\overline{B(\Phi)_S} = \overline{u\partial_x(\Phi)} + \overline{v\partial_y(\Phi)} + \overline{\omega\partial_p(\Phi)} = \overline{\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p \Phi} - R\overline{\omega T}/p, \quad (44)$$

$$\overline{B(\Phi)_Z} = \overline{u_\varphi^\lambda \partial_x(\Phi)} + \overline{v_\varphi^\lambda \partial_y(\Phi)} + \overline{\omega_\varphi^\lambda \partial_p(\Phi)} = \overline{(\mathbf{U}_h)_\varphi^\lambda \cdot (\nabla_p \Phi)_\varphi^\lambda} - R\overline{\omega_\varphi^\lambda T_\varphi^\lambda}/p, \quad (45)$$

$$\overline{B(\Phi)_E} = \overline{u_\lambda \partial_x(\Phi)} + \overline{v_\lambda \partial_y(\Phi)} + \overline{\omega_\lambda \partial_p(\Phi)} = \overline{(\mathbf{U}_h)_\lambda \cdot (\nabla_p \Phi)_\lambda} - R\overline{\omega_\lambda T_\lambda}/p. \quad (46)$$

Note that the baroclinic conversions $\overline{c_S}, \overline{c_Z}$ and $\overline{c_E}$ appear with the opposite sign in the conversion terms $c(\Phi, k_X) = -\overline{B(\Phi)_X}$ for $X = (S, Z, E)$ in (44) to (46). This unexpected property will be discussed in more detail in Part II of this paper. The result is that these combinations of terms are equal to the work of the general pressure forces $-\nabla_p(\Phi)$ against the motion and after a projection onto the subset $X = (S, Z, E)$ of components. It gives rise to the equations

$$\overline{c_S} - \overline{B(\Phi)_S} = -\overline{\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p \Phi}, \quad (47)$$

$$\overline{c_Z} - \overline{B(\Phi)_Z} = -\overline{(\mathbf{U}_h)_\varphi^\lambda \cdot (\nabla_p \Phi)_\varphi^\lambda}, \quad (48)$$

$$\overline{c_E} - \overline{B(\Phi)_E} = -\overline{(\mathbf{U}_h)_\lambda \cdot (\nabla_p \Phi)_\lambda}. \quad (49)$$

Finally, the generation and dissipation terms are written as follows:

$$\overline{g_S} = (1 - T_r/\overline{T})(\overline{\dot{q}}), \quad \overline{d_S} = -\overline{\mathbf{U}_h \cdot \mathbf{F}_h}, \quad (50)$$

$$\overline{g_Z} = (T_r/\overline{T})\{(1 - \overline{T}/T^\lambda)\overline{\dot{q}}\}, \quad \overline{d_Z} = -\overline{(\mathbf{U}_h)_\varphi^\lambda \cdot (\mathbf{F}_h)_\varphi^\lambda}, \quad (51)$$

$$\overline{g_E} = \{(T_r/T^\lambda)(1 - T^\lambda/T)\overline{\dot{q}}\}, \quad \overline{d_E} = -\overline{(\mathbf{U}_h)_\lambda \cdot (\mathbf{F}_h)_\lambda}. \quad (52)$$

It is possible to develop the Carnot factors in the generation terms $\overline{g_Z}$ and $\overline{g_E}$ in order to bring the expressions closer to the corresponding values given in P78: $\{T_\varphi^\lambda(\dot{q})_\varphi^\lambda\}/T_r$ and $\{T_\lambda(\dot{q})_\lambda\}/T_r$, respectively. The detailed computations are presented in appendix C and the final approximate formulae are given by (C.1) and (C.2). The results

$$\overline{g_Z} \approx \{T_\varphi^\lambda(\dot{q})_\varphi^\lambda/T^\lambda\}(T_r/\overline{T}) \quad \text{and} \quad \overline{g_E} \approx \{T_\lambda(\dot{q})_\lambda/T\}^\lambda(T_r/T^\lambda)$$

compare relatively well with P78's expressions.

5. A MODIFIED TEMPORAL SCHEME

An output dataset from the French Arpège model will be used in Part II of this paper for post-processed data on 27 pressure levels at uneven intervals from 10 to

TABLE 1. THE ERROR FUNCTIONS

ℓ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4
ε_1	0.02	0.06	0.14	0.24	0.36	0.50	0.63	0.77	0.89	1.0	1.16	1.22
ε_2	0.00	0.00	0.00	0.01	0.03	0.06	0.10	0.16	0.24	0.33	0.55	0.78

$0.1 \leq \ell \leq 1.4$, where $\ell = \Delta t / (\Delta t)_{\text{crit}}$ (see text); $\varepsilon_1 = 1 - \sin(\pi \ell) / (\pi \ell)$; $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + \{\cos(\pi \ell) - 1\} / 3$.

1000 hPa. The time derivative and other terms of the cycle (36) will be evaluated with meteorological data, available every three hours. The questions to be addressed are: (i) How to compute the time and spatial differencing? (ii) What are the accuracies of these schemes?

It is usual in papers dealing with energetics to express the time derivative at time t_0 as a centred finite-difference scheme computed between $t_{(-)} = t_0 - \Delta t$ and $t_{(+)} = t_0 + \Delta t$. If (36) is schematically represented by $\partial_t(Z) = C$ and if the notations $Z^{(+)}$, $Z^{(-)}$ and $C^{(0)}$ are used for values at time $t_{(+)}$, $t_{(-)}$ and t_0 , the usual scheme can be rewritten as

$$(Z^{(+)} - Z^{(-)}) / (2\Delta t) \approx C^{(0)} \equiv (\partial_t(Z))^{(0)}. \tag{53}$$

An objective evaluation of the quality of this scheme will be done using the test functions $Z(t) = \cos \omega t$ and $C(t) = -\omega \sin \omega t$, where $\omega = 2\pi / T_0$. If $C^{(0)}$ is taken as a reference value, the approximation (53) corresponds to $(\sin \pi \ell) / (\pi \ell) \approx 1$ for $\ell = \Delta t / (\Delta t)_{\text{crit}}$ and for a critical time interval, equal to $(\Delta t)_{\text{crit}} = T_0 / 2 = \pi / \omega$. In that case, the relative error is $\varepsilon_1 = 1 - \sin(\pi \ell) / (\pi \ell)$. Values of ε_1 are given for $\ell = 0.1$ to $\ell = 1.4$ in Table 1. This scheme becomes rapidly inaccurate for $\ell > 0.3$ or equivalently for $\Delta t > (\Delta t)_{\text{crit}} / 3$, with errors reaching 36% or more when $\ell > 0.50$.

The proposal of this present paper is to write an improved scheme that could manage cases when $\Delta t \approx (\Delta t)_{\text{crit}}$. The new approach is based on an approximate form of the integral of $C(t)$ in the interval $[t_{(-)}; t_{(+)})$ and on an exact result for the integral of $\partial_t(Z)$.

$$\left. \begin{aligned} \int_{t_{(-)}}^{t_{(+)}} \partial_t(Z) dt &\equiv Z^{(+)} - Z^{(-)} \\ &= \int_{t_{(-)}}^{t_{(+)}} C dt \implies \int_{t_{(-)}}^{t_{(+)}} C dt / (2\Delta t) \\ &= (Z^{(+)} - Z^{(-)}) / (2\Delta t) \\ &\approx C^{(0)} + (C^{(+)} - 2C^{(0)} + C^{(-)}) / 6. \end{aligned} \right\} \tag{54}$$

The integral is computed with an approximation of $C(t)$ around $t = t_0$ by a quadratic function of time, defined as $C(t) = a(t - t_0)^2 + b(t - t_0) + c$. The three constants are determined by $C(t_{(-)}) = C^{(-)}$, $C(t_0) = C^{(0)}$ and $C(t_{(+)}) = C^{(+)}$. They are equal to $a = (C^{(+)} - 2C^{(0)} + C^{(-)}) / \{2(\Delta t)^2\}$, $b = (C^{(+)} - C^{(-)}) / (2\Delta t)$ and $c = C^{(0)}$. As a result the old scheme (53) is transformed into (54). There is an additional term with weighting factors (1/6, -1/3, 1/6). It is zero when $C(t)$ varies linearly with time but can be large in the case of rapid increase or decrease of its change in time.

The objective evaluation for (53) can also be realized for (54), although it leads to the relative error $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + (\cos \pi \ell - 1) / 3$. The corresponding limits of ε_1 and ε_2 for small ℓ are $(\pi \ell)^2 / 6$ and $(\pi \ell)^4 / 180$, respectively. The accuracy is clearly improved and the second-order scheme becomes a fourth-order scheme. Numerical values of ε_2 are given in Table 1 and it appears that the new scheme is accurate enough up to $\ell < 0.8$,

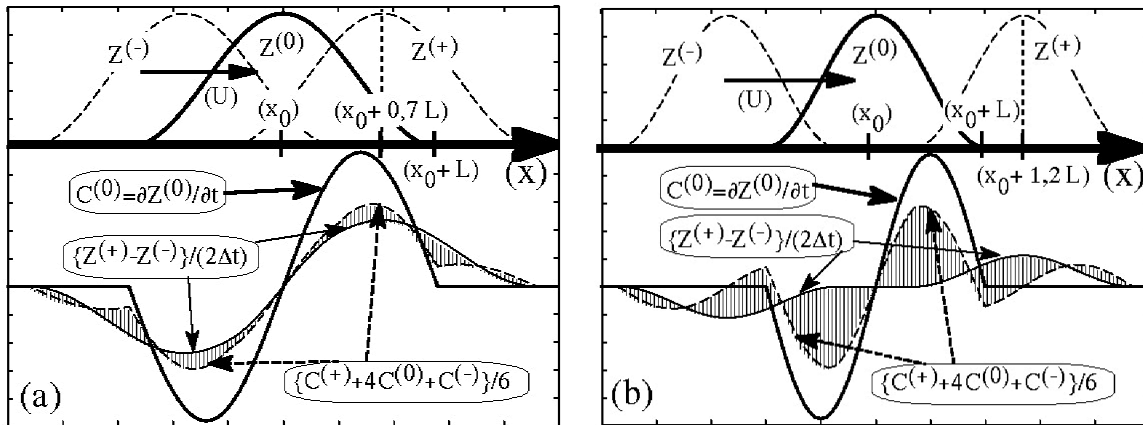


Figure 6. A comparison of accuracy for different numerical schemes to solve $\partial_t(Z) = C$ for: (a) moderate advection, and (b) more rapid advection. The pattern $Z = \cos\{\pi(x - x_0)/L\}$, where $|x - x_0| < L$, is advected by wind U with $x_0 = U(t - t_0)$. Length L corresponds to the pattern radius. On the upper parts of (a) and (b) the curves $Z(x)$ are shown at times $t_0 - \Delta t$, t_0 and $t_0 + \Delta t$. On lower parts the true time derivative $C^{(0)}$ is depicted by a heavy solid line. A thin solid line shows the approximate finite difference (53) and a dashed line shows the new scheme (54). For (a) and (b), the true time derivative $C^{(0)}$ cannot be compared with $(Z^{(+)} - Z^{(-)})/(2\Delta t)$ and (53) is not verified. It is also clear that (54) is valid for (a) because the dashed and thin solid lines are close together, encompassing a small hatched area. For a rapid advection case (b) the new scheme is no longer valid, as indicated by a hatching area which is too large. It should be mentioned that for small advection (say $\ell = 0.3$, not shown) the dashed and thin solid lines cannot be distinguished and (54) is almost exact. Furthermore, for $\ell = 0.3$ the solid line is already separated from the others, which means that (53) is rapidly not verified for increasing ℓ , even when $\Delta t \ll (\Delta t)_{crit}$. Symbols are explained in appendix A.

with an error for $\Delta t \approx (\Delta t)_{crit}$ decreasing from 100% to 33% when replacing (53) by (54).

Improvements in scheme accuracy are confirmed on the basis of the subjective visual analyses presented in Fig. (6). Let us consider the advection by a uniform wind U of a pattern defined by $Z(x, t) = \cos(kx - \omega t + \alpha_0)$, with $k = \pi/L$, $\omega = \pi U/L$ and $\alpha_0 = \pi U t_0/L$. The accuracies of the old and new schemes (53) and (54) can be evaluated by visual comparisons of the different lines depicted on the lower parts of Figs. 6(a) and (b), with $\ell \approx 0.7$ for Fig. 6(a) and $\ell \approx 1.2$ for Fig. 6(b).

It appears that the old scheme is not verified for any of the two cases because the heavy lines for $C^{(0)}$ are clearly separated from the other two. The accuracy of the new scheme can be appreciated by the small hatched area. If the new scheme is valid for the moderate advection scheme in Fig. 6(a), it is no longer valid in Fig. 6(b) when $\Delta t \approx 1.2(\Delta t)_{crit}$. So, the subjective limits are equivalent to the objective ones and, in order to ensure an accuracy better than 16%, the time interval must verify $\ell < 0.3$ for (53) and $\ell < 0.8$ for (54).

The critical time interval can be small in the case of real small-scale meteorological features like frontal waves or mobile troughs. For the example, presented in Fig. 3 of Michaelides (1987), the observation of the successive panels indicate a radius of about 10° for the depression and a zonal advection of about 10 degrees/day. As a consequence, the critical time interval is 1 d and the limits required for relevant applications of (53) or (54) are 7 h and 19 h, respectively.

The new scheme can be interpreted as a ‘moving average’ approach centred on t_0 , with a window of $\pm \Delta t$. It is when all terms in (36) are computed with (54) as moving averages that the dissipation and generation terms can be derived as moving average residuals. Large values of dissipation and generation terms, described in previous papers

2460

P. MARQUET

dealing with local energetics, are perhaps partly due to the imbalance in (53) and to values of Δt close to or above $(\Delta t)_{\text{crit}}$.

6. DISCUSSION OF T_r , p_r AND THE REFERENCE STATE

The choice of prescribed and constant values for T_r and p_r is often open to criticism. It appears to be a problem for the use of more complex reference states (non-uniform, non-stationary or without zonal-mean symmetry). However, the possibility of choosing more complex 'reference states' does exist with the present available-enthalpy approach. There is a real possibility of defining a less academic and more realistic basic state.

Even if a constant temperature T_r is used as in P78 to define an isothermal 'thermodynamic reference atmosphere', in Pearce's and this paper, the real 'reference meteorological state' must be thought of in terms of the additional isobaric and zonally averaged quantities $\overline{T}(p, t)$ and $T^\lambda(\varphi, p, t)$. These are time-dependent states of the atmosphere, based on real meteorological datasets.

Another isothermal reference state $T_0 = \text{constant}$ has been used by Andrews (1981) to define the potential energy for a perfect gas by

$$\Pi = \Pi_1(p/p_0) + \Pi_2(\theta/\theta_0),$$

where the two parts Π_1 and Π_2 are local and positive-definite everywhere. The second part can be written

$$\Pi_2(\eta) = c_p T_0 h(\eta),$$

with $h(\eta) = \exp(\eta) - 1 - \eta$ and $\eta = \ln(\theta/\theta_0)$. It is thus equal to

$$\Pi_2(X) = c_p T_0 \mathcal{F}(X),$$

where $X = \theta/\theta_0 - 1$ and the function $\mathcal{F}(X) = X - \ln(1 + X)$ is the same function used in Part I to define $a_T = c_p T_r \mathcal{F}(T/T_r - 1)$.

The reference values T_r and p_r are introduced in order to isolate the pressure component $a_p = RT_r \ln(p/p_r)$ and to define the 'zero-order' quadratic function $a_T = c_p T_r \mathcal{F}\{(T - T_r)/T_r\}$. The separating property (7) has then been used to successively insert the first- and second-order departure terms of Lorenz: $T_1 = T_\varphi^\lambda$ and $T_2 = T_\lambda$. The same separating property can easily be used to deal with other 'eddy' and 'mean' energetic investigations, with more complex definitions for the average terms (e.g. for temporal or spatial moving averages of the flow, with possible tilted features and complex geometry over the limited-area domain).

Actually the choice of T_r and p_r is not a central point for atmospheric purposes. Other developments could be pursued in the future with other possible definitions for T_1 and T_2 to be inserted between the same T and T_r . A new problem would, however, appear in that case since the algebra in appendix B would not be easy to use, making the derivation of the energy cycle (36) very difficult in most cases. Here lies the success of Lorenz's separation into T_φ^λ and T_λ , even when it is applied to the available-enthalpy function and to limited-area domains.

7. CONCLUSIONS

The specific available-enthalpy function (3) has been used to derive the complete energy cycle (36). It can be applied to any pressure level of any limited-area atmospheric domain. It is an exact cycle with $A3 + K3$ components corresponding to Fig. 5(b). There are no approximations and no missing terms. The demonstration of this affirmation will

be obtained in Part II of this paper when the generation and the dissipation terms will be computed as residuals of (36) using the modified temporal scheme (54). Logically these residuals should be small in the case of adiabatic studies of idealized simulations of baroclinic waves, whereas they were very large in previous studies where some terms of (36) were missing.

The approach followed in this paper is to some extent similar to L55 and P78 in that the basic states T^λ , u^λ and v^λ are zonally symmetric. The eddy and zonally symmetric components $\overline{a_E}$ and $\overline{a_Z}$ are almost the same as in L55, but the averaged stability $\overline{\sigma}$ is disregarded and replaced, as in P78, by an additional static stability component a_S . The kinetic components are defined similarly by $\overline{k_E}$, $\overline{k_Z}$ and k_S , for the sake of symmetry with the partitioning of the available-enthalpy components.

The global and local ('pressure level') versions of the available-enthalpy cycle represented by Figs. 5(a) and (b) differ only by some boundary fluxes, as it should be. The transformations required to go from the Lorenz cycle to the local available-enthalpy cycle are illustrated by considering the series Figs. 1, 4(b), 5(a) and 5(b).

In the new cycle, the baroclinic and barotropic conversion terms $\overline{c_E}$ and $\overline{c_Z}$ in (39) and (43) take their classical form. However, they are obtained by the usual transformation of horizontal wind $-\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\Phi)$ into $-B(\Phi) - R\omega T/p$, where the second term uses the vertical wind. This manipulation leads to cancellation of the boundary term $-B(\Phi)$ on a global scale which simplifies the study of L55.

This, though, is no longer true for the local study presented here. It could be more advantageous to keep the initial formulation $-\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\Phi)$ when budgets of kinetic-energy components are considered, or equivalently $f\mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_g \times \mathbf{U}_a)$, where \mathbf{U}_g and \mathbf{U}_a are the geostrophic and ageostrophic winds, respectively. The main problem is that the classical baroclinic conversion $-R\overline{\omega_\lambda T_\lambda}/p$ is contained in both $\overline{c_E}$ and in $-\overline{B(\Phi)_E}$ with the opposite sign. As a consequence, it does not contribute to any change in k_E and a careful comparison of the two formulations, using ageostrophic or vertical winds, is thus necessary. This will be done in Part II, based on applications to idealize adiabatic and diabatic simulations.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author is most grateful to S. Malardel for his initial support regarding the applications of available-enthalpy energetics to idealized simulations. I also thank R. Clark and the two referees who suggested many clarifications and modifications to the manuscript.

APPENDIX A

Symbols

a	Local available enthalpy
$\overline{a_{cS}}, \overline{a_{cZ}}$	Complementary available-enthalpy components
$\overline{a_S}, \overline{a_Z}, \overline{a_E}$	basic available-enthalpy components
a_{e1}, a_{e2}	Specific values for two available energies
a_h, A_h	Specific available enthalpy and its global value
a_p, A_p, a_T	Pressure and temperature components of available enthalpy
A_S, A_Z, A_E	Components of A_h (AS, AZ, AE in Figures)
APE	Available potential energy

2462

P. MARQUET

B, E, S, Z	Denote baroclinicity, eddy, static-stability and zonal components
$\overline{B(\dots)}$	Boundary flux terms for all available-enthalpy and kinetic-energy components
$\overline{B(\Phi)_S}, \overline{B(\Phi)_Z}, \overline{B(\Phi)_E}$	Potential-energy special conversion terms
$\overline{BA_h}, \overline{BK}, \overline{BA_p}, \overline{B\Phi}$	Global boundary flux terms
c, C	Local and global energy conversion
C_a	Ageostrophic conversion
$\overline{c_S}, \overline{c_Z}, \overline{c_E}, \overline{c_K}, \overline{c_A}$	Basic conversion terms
$\overline{c_{AS}}, \overline{c_{KS}}$	Basic conversion terms
$\overline{(c_{ag})_S}, \overline{(c_{ag})_Z}, \overline{(c_{ag})_E}$	Ageostrophic conversions
c_p	Specific heat at constant pressure for dry air
d, D	Local and global energy dissipation
$\overline{d_S}, \overline{d_Z}, \overline{d_E}$	Dissipation terms
e, E	Local and global energy
e_i, E_i	Local and global internal energies
$(e_i)_r$	Reference internal energy
e_k	Specific kinetic-energy
e_p, E_p	Local and global geopotential
f, f^*	Coriolis and pseudo Coriolis factor
$\mathbf{F}_h, (F_h)_x, (F_h)_y$	Frictional force and its horizontal components
\mathcal{F}	Quadratic function
g, G	Local and global energy generation
$\overline{g_S}, \overline{g_Z}, \overline{g_E}$	Generation terms
\mathcal{G}	Quadratic function
h, H	Local and global enthalpy
h_r	Reference enthalpy
H_{pbl}	Scale height
k, K	Local and global kinetic energy
$\overline{k_{cS}}, \overline{k_{cZ}}$	Complementary kinetic-energy components
$\overline{k_S}, \overline{k_Z}, \overline{k_E}$	Basic kinetic-energy components
K_S, K_Z, K_E	Basic kinetic-energy components of K (KS, KZ, KE in Figures)
\mathbf{k}	Vertical unit vector
L	Mixing length for the vertical dissipation scheme
p, p_r	Pressure and reference value
p_s	Surface pressure
p_{00}	Standard value for pressure
p_b, p_t	Pressure at bottom and top of atmosphere
\dot{q}	Diabatic heating
R	Gas constant
\mathcal{R}	Earth radius
s, S	Local and global entropy
s_{00}	Standard value for entropy
s_r, S_r	Reference entropies
T, T_r	Temperature and reference value
T_{00}	Standard value for temperature
$'T_0\Sigma'$	Global static entropic energy
TPE	Total potential energy

ENTHALPY CYCLE. I

2463

(u, v)	Horizontal wind components
\mathbf{U}_a	Ageostrophic horizontal wind (u_a, v_a)
\mathbf{U}_g	Geostrophic horizontal wind (u_g, v_g)
\mathbf{U}_h	Horizontal wind speed
V_a, V_g	Geostrophic and ageostrophic wind in complex notations
\mathcal{V}_T	Velocity due to rotation of the earth
X, X_1, X_2	Dummy arguments of \mathcal{F} and \mathcal{G}
z, z_b	Height and bottom of atmosphere
α, α_r	Specific volume and reference value
$\varepsilon_1, \varepsilon_2$	Error functions
η	Dummy variable
θ	General surface angle
$\kappa = R/c_p$	A non-dimensional number
λ	Longitude
Λ	Scale height
φ	Latitude
Φ	Specific potential energy gz , where g is acceleration due to gravity
ψ, Ψ	dummy variables
$\bar{\sigma}$	Mean static stability
ω	Vertical velocity in pressure coordinates, dp/dt
Ω	Angular velocity of the earth
$\frac{d}{dt}(\dots)$	$\frac{\partial}{\partial t}(\dots) + \mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\dots) + \omega \frac{\partial}{\partial p}(\dots)$: the material derivative
$\nabla_p(\Phi)$	Pressure force
$[\nabla_p(\Phi)]_x, [\nabla_p(\Phi)]_y$	Horizontal components of pressure force

Basic notation

The notation used in this paper is adapted from Reiter (1969). Let us consider any pressure level within a limited-area domain limited by south and north latitudes φ_s and φ_n and by east and west longitudes λ_e and λ_w . Horizontal averaging operators $\psi^\varphi(\lambda, p)$ and $\psi^\lambda(\varphi, p)$ will be indicated by superscripts, they are defined for any local scalar $\psi(\lambda, \varphi, p)$ by

$$\psi^\varphi = (\sin \varphi_n - \sin(\varphi_s))^{-1} \int_{\varphi_s}^{\varphi_n} \psi \cos \varphi \, d\varphi,$$

$$\psi^\lambda = (\lambda_e - \lambda_w)^{-1} \int_{\lambda_w}^{\lambda_e} \psi \, d\lambda.$$

The average and departure terms are defined by

$$\bar{\psi} = (\psi^\varphi)^\lambda = (\psi^\lambda)^\varphi = \psi^{\lambda\varphi}, \quad (\text{A.1})$$

$$\psi_\lambda = \psi - \psi^\lambda, \quad \psi_\varphi^\lambda = \psi^\lambda - \psi^{\lambda\varphi} = \psi^\lambda - \bar{\psi}, \quad (\text{A.2})$$

$$\psi' = \psi - \bar{\psi} = \psi_\varphi^\lambda + \psi_\lambda, \quad (\text{A.3})$$

where departure terms are indicated by subscripts.

2464

P. MARQUET

The global value Ψ is defined from any local value $\psi(t, \lambda, \varphi, p)$ by

$$\Psi = \int_{p_t}^{p_b} \overline{\psi} \, dp/g, \tag{A.4}$$

where g is the acceleration due to gravity, p_t and p_b are the pressure at the bottom and top of the atmosphere. The horizontal and time derivatives at constant pressure and the vertical derivative are

$$\begin{aligned} \partial_x &= \frac{\partial}{\partial x}(\dots) = (\mathcal{R} \cos \varphi)^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda}(\dots) \right]_{(t, \varphi, p)}, \\ \partial_y &= \frac{\partial}{\partial y}(\dots) = \mathcal{R}^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi}(\dots) \right]_{(t, \lambda, p)}, \\ \partial_t &= \frac{\partial}{\partial t}(\dots) = \left[\frac{\partial}{\partial t}(\dots) \right]_{(\lambda, \varphi, p)}, \\ \partial_p &= \frac{\partial}{\partial p}(\dots) = -\frac{RT}{gp} \left[\frac{\partial}{\partial z}(\dots) \right]_{(t, \lambda, \varphi)}. \end{aligned}$$

APPENDIX B

The local available-enthalpy cycle

The first stages of the computations leading to the available-enthalpy cycle (36) will be described, though only for the component a_Z . Similar methods can be applied to the other five components. The first step is to compute the derivation at constant pressure with respect to any η variable ($\eta = t, \lambda, \varphi$), or with respect to pressure if $\eta = p$. The result is

$$\begin{aligned} \overline{\partial_\eta(a_Z)} &= \overline{\partial_\eta(c_p T_r \mathcal{F}(T^\lambda/\overline{T}))} \\ &= c_p(T_r/\overline{T}) \{ \overline{(\overline{T}/T^\lambda) T_\varphi^\lambda \partial_\eta(T^\lambda)} - \overline{\partial_\eta(\overline{T})} \}. \end{aligned} \tag{B.1}$$

The time derivative is transformed using the commuting properties between $\partial_t(\dots)$ and $(\dots)^\lambda$, to give

$$\overline{\partial_t(a_Z)} = c_p(T_r/\overline{T}) \{ \overline{(\overline{T}/T^\lambda) T_\varphi^\lambda (\partial_t T)^\lambda} - \overline{(\partial_t \overline{T})} \}. \tag{B.2}$$

The boundary terms are obtained from (B.1) for a_Z and with the equivalent equation for a_{cZ} given by (16). The results can be rearranged into

$$\overline{B(a_Z)} = c_p(T_r/\overline{T}) \{ \overline{(\overline{T}/T^\lambda) T_\varphi^\lambda B(T^\lambda)} - \overline{B(\overline{T})} \}, \tag{B.3}$$

$$\overline{B(a_{cZ})} = c_p(T_r/\overline{T}) [\overline{(T^\lambda/T^\lambda) B(T)} - \overline{(T_\lambda/\overline{T}) B(\overline{T})} + \{ (\overline{T\overline{T}})/(T^\lambda)^2 - 1 \} \overline{B(T^\lambda)}]. \tag{B.4}$$

Equation (30) is then used to express $\overline{\partial_t(\overline{T})}$ in (B.2) and, after long and exact manipulations, the quantity $\overline{\partial_t(a_Z)} + \overline{B(a_Z + a_{cZ})}$, which is equal to (B.2) + (B.3) + (B.4), is found to be equal to the sum $+\overline{c_{AS}} - \overline{c_Z} - \overline{c_A} + \overline{g_Z}$, as indicated in (36), without approximations or cancelled terms.

APPENDIX C

Approximation formulas for g_Z and g_E

Starting from (50) and (52), the diabatic heating (\dot{q}) is separated differently for $\overline{g_Z}$ and $\overline{g_E}$. It is found, with the use of $\{T_\varphi^\lambda(\dot{q})_\lambda\}^\lambda = 0$ for $\overline{g_Z}$, that

$$\begin{aligned}\frac{\overline{g_Z}}{T_r} &= \overline{\left[\frac{(T_\varphi^\lambda/\overline{T})\{(\dot{q})\} + (\dot{q})_\varphi^\lambda + (\dot{q})_\lambda\}}{T^\lambda} \right]} \\ &= \overline{(T_\varphi^\lambda/T^\lambda)} \frac{\overline{(\dot{q})}}{\overline{T}} + \overline{\left\{ \frac{T_\varphi^\lambda(\dot{q})_\varphi^\lambda/T^\lambda}{\overline{T}} \right\}}, \\ \frac{\overline{g_E}}{T_r} &= \overline{\left[\frac{(T_\lambda/T)\{(\dot{q})^\lambda + (\dot{q})_\lambda\}}{T^\lambda} \right]} \\ &= \overline{\left\{ (T_\lambda/T)^\lambda \frac{(\dot{q})^\lambda}{T^\lambda} \right\}} + \overline{\left[\frac{\{T_\lambda(\dot{q})_\lambda/T\}^\lambda}{T^\lambda} \right]}.\end{aligned}$$

The last terms of these equations, say $\overline{\{T_\varphi^\lambda(\dot{q})_\varphi^\lambda/T^\lambda\}}$ and $\overline{[\{T_\lambda(\dot{q})_\lambda/T\}^\lambda/T^\lambda]}$, are close to the definition given in P78 and it can be demonstrated that the first terms $\overline{(T_\varphi^\lambda/T^\lambda)}\{(\dot{q})/\overline{T}\}$ and $\overline{[(T_\lambda/T)^\lambda\{(\dot{q})^\lambda/T^\lambda\}]}$ are one order of magnitude smaller. Indeed, it appears that absolute values of the first non-dimensional terms $A = \overline{(T_\varphi^\lambda/T^\lambda)}$ and $B = \overline{(T_\lambda/T)^\lambda}$ are small when compared to unity. The demonstration starts with $A = 1 - \overline{(\overline{T}/T^\lambda)}$ and $B = 1 - \overline{(T^\lambda/T)^\lambda}$. From (A.2), the use of $T^\lambda = T_\varphi^\lambda + \overline{T}$ in A and of $T = T^\lambda + T_\lambda$ in B leads to

$$A = 1 - \overline{\{1/(1 + T_\varphi^\lambda/\overline{T})\}} \quad \text{and} \quad B = 1 - \overline{\{1/(1 + T_\lambda/T^\lambda)\}^\lambda}.$$

For small $|x|$, $1/(1+x) \approx 1-x+x^2$ and the limits for small $|T_\varphi^\lambda/\overline{T}|$ and $|T_\lambda/T^\lambda|$ are $A \approx -\overline{\{(T_\varphi^\lambda/\overline{T})^2\}}$ and $B \approx -\overline{\{(T_\lambda/T^\lambda)^2\}^\lambda}$. The first-order term ‘ $-x$ ’ cancels out in both cases because $\overline{(T_\varphi^\lambda)} = (T_\lambda)^\lambda = 0$. As a consequence, the terms $\overline{[(T_\lambda/T)^\lambda\{(\dot{q})^\lambda/T^\lambda\}]}$ and $\overline{(T_\varphi^\lambda/T^\lambda)}\{(\dot{q})/\overline{T}\}$ in the expressions above are small and the following approximations (C.1) and (C.2) are close to the results obtained in P78, namely $\overline{\{T_\varphi^\lambda(\dot{q})_\varphi^\lambda\}}/T_r$ and $\overline{\{T_\lambda(\dot{q})_\lambda\}}/T_r$, respectively. The local available-enthalpy versions thus become

$$\overline{g_Z} \approx \overline{T_\varphi^\lambda(\dot{q})_\varphi^\lambda/T^\lambda(T_r/\overline{T})}, \quad (\text{C.1})$$

$$\overline{g_E} \approx \overline{\{T_\lambda(\dot{q})_\lambda/T\}^\lambda(T_r/T^\lambda)}. \quad (\text{C.2})$$

REFERENCES

- | | | |
|-----------------------------------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Andrews, D. | 1981 | A note on potential energy in a stratified compressible fluid. <i>J. Fluid Mech.</i> , 107 , 227–236 |
| Brennan, F. E. and Vincent, D. G. | 1980 | Zonal and eddy components of the synoptic-scale energy budget during intensification of hurricane Carmen (1974). <i>Mon. Weather Rev.</i> , 108 , 954–965 |

- 2466 P. MARQUET
- Courtier, J. A., Freyrier, C., Geleyn, J. F., Rabier, F. and Rochas, M. 1991 Pp. 193–231 in Proceedings of ECMWF seminar on The Arpège project at Météo-France, Volume II, 9–13 September 1991, Reading. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, Shinfield Park, Reading, Berkshire RG2 9AX, UK
- Dutton, J. A. 1973 The global thermodynamics of atmospheric motion. *Tellus*, **25**, 89–110
- Gibbs, J. W. 1873 A method of geometrical representation of the thermodynamic properties of substance by means of surfaces. *Trans. Connecticut Acad.*, **2**, 382–404. (Pp. 33–54 in *The collected works of J. W. Gibbs*, Vol. 1, 1928. Longmans Green and Co.)
- Karlsson, S. 1990 ‘Energy, entropy and exergy in the atmosphere’. Thesis, Institute of Physical Resource Theory, Chalmers University of Technology, Göteborg
- Kasahara, A. 1974 Various vertical coordinate systems used for numerical weather prediction. *Mon. Weather Rev.*, **102**, 509–522
- Kucharski, F. 1997 On the concept of exergy and available potential energy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **123**, 2141–2156
- Livezey, R. E. and Dutton, J. A. 1976 The entropic energy of geophysical fluid systems. *Tellus*, **28**, 138–157
- Lorenz, E. N. 1955 Available potential energy and the maintenance of the general circulation. *Tellus*, **7**, 157–167
- McHall, Y. L. 1990 Available potential energy in the atmosphere. *Meteorol. Atmos. Phys.*, **42**, 39–55
- Margules, M. 1905 Über die energie der stürme’. *Jahrb. Zentralanst. Meteorol.*, **40**, 1–26. Available in English as ‘On the energy of storms’, translation by C. Abbe. *Smithsonian miscellaneous collections*, **51**, **4**, 533–595, 1910.
- Marquet, P. 1991 On the concept of exergy and available enthalpy: Application to atmospheric energetics. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **117**, 449–475
- Marquet, P. 1994 ‘Applications du concept d’exergie à l’énergétique de l’atmosphère. Les notions d’enthalpie utilisables sèche et humide’. Thesis, Paul Sabatier University, Toulouse, France
- 1995 On the concept of pseudo-energy of T. G. Shepherd. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **121**, 455–459
- Maxwell, J. C. 1871 *The heat*. In French *La chaleur*. Edition by G. Mouret, 1891. Bibliothèque des actualités industrielles. Ed. B. Tignol
- Michaelides, S. C. 1987 Limited area energetics of Genoa cyclogenesis. *Mon. Weather Rev.*, **115**, 13–26
- Muench, H. S. 1965 On the dynamics of the wintertime stratosphere circulation. *J. Atmos. Sci.*, **22**, 349–360
- Normand, Sir C. 1946 Energy in the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **72**, 145–167
- Pearce, R. P. 1978 On the concept of available potential energy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **104**, 737–755
- Pichler, H. 1977 Die bilanzgleichung für die statischer entropische Energie der Atmosphäre. *Arch. Met. Geoph. Biokl.*, Series A, **26**, 341–347
- Reiter, E. R. 1969 Mean and eddy motions in the atmosphere. *Mon. Weather Rev.*, **97**, 200–204
- Saltzman, B. and Fleisher, A. 1960 The mode of release of available potential energy in the atmosphere. *J. Geophys. Res.*, **65**, 1215–1222
- Shepherd, T. G. 1993 A unified theory of available potential energy. *Atmos.-Ocean*, **31**, 1–26
- Thomson, W. 1853 On the restoration of mechanical energy from an unequally heated space. *Phil. Mag.*, **5**, 102–105
- 1879 On thermodynamic motivity. *Phil. Mag.*, **7**, 346–352

The available-enthalpy cycle. II: Applications to idealized baroclinic waves

By PASCAL MARQUET*
Météo-France, Toulouse, France

(Received 18 April 2001; revised 16 October 2002)

SUMMARY

The local available-enthalpy cycle proposed in Part I of this paper is applied to document energetics of three numerical simulations, representing life cycles of idealized baroclinic waves. An improved temporal numerical scheme defined in Part I is used in this study, together with the Arpège-IFS model using a T42 triangular truncation. A 45°N and 200 hPa dry unstable jet is constructed with the most unstable mode at zonal wave number 8. Energetic impacts of both horizontal and vertical diffusion schemes are determined separately.

The role of ageostrophic winds within the Ekman layer is investigated, leading to an explanation for large observed values for the dissipation terms and to a new formulation of the potential-energy conversions. The magnitudes of these new conversion terms are compared with those of the usual barotropic and baroclinic conversions. A new version for the available-enthalpy cycle is proposed. It is suitable for open systems and it includes explicitly the potential-energy component as a transitional reservoir. Finally, some results from Intensive Observing Period 15 of the Fronts and Atlantic Storm-Track EXperiment are compared with those from the idealized diabatic experiment.

KEYWORDS: Ageostrophic wind Available energy Energetics Exergy FASTEX

1. INTRODUCTION

In the first part of this paper (Marquet 2003, hereafter referred to as Part I), a local and exact available-enthalpy cycle has been proposed. It is designed to clear up the difficulties encountered with previous limited-area applications and, on the global stage, it must lead to generally accepted results, including conventional baroclinic and barotropic instabilities.

The main local results of Part I are briefly recalled in section 2 and other global results are derived. Adiabatic and diabatic simulations of a life cycle of idealized baroclinic waves are described in section 3. The properties of the new cycle are examined in section 4, based on global and local applications. The temporal scheme defined in Part I is used with a time interval of 3 hours. It is explained how Ekman dissipation and ageostrophic circulations can account for observed large values for dissipation and conversion terms with potential energy in the boundary layer. A new version for the available-enthalpy cycle, suitable for open systems, is proposed in section 5. It includes the potential-energy component as a transitional reservoir in the Lorenz cycle, located between available-enthalpy and kinetic-energy reservoirs. Some results from Intensive Observing Period (IOP) 15 of Fronts and Atlantic Storm-Track EXperiment (FASTEX) are compared with the diabatic idealized experiment in section 6, with final conclusions presented in section 7.

2. THE LIMITED-AREA AVAILABLE-ENTHALPY CYCLE

It is explained in Part I that the budget equations for the available enthalpy are derived by computing the time derivative of the six components a_S , a_Z , a_E , k_S , k_Z and k_E (all symbols are defined in appendix A of Part I). As a result, the available-enthalpy cycle is given by (36) and by Fig. 5(b) in Part I.

The global version of (36) in Part I is given by (1)–(3). These equations for A_h , K and the total energy $TOT = A_h + K$ are obtained when the whole limited-area domain

* Corresponding address: Météo-France, CNRM/GMGEC/EAC, 42 avenue G. Coriolis, 31057 Toulouse CEDEX 01, France. e-mail: pascal.marquet@meteo.fr

is considered and by integration from the top pressure p_t to the bottom value p_b .

$$\partial_t(A_h) = -BA_h - (C_S + C_Z + C_E) - BA_p + G, \quad (1)$$

$$\partial_t(K) = -BK + (C_S + C_Z + C_E) - B\Phi - D, \quad (2)$$

$$\partial_t(\text{TOT}) = -(BA_h + BK + BA_p + B\Phi) + G - D. \quad (3)$$

Boundary terms BA_h , BK , BA_p and $B\Phi$ all vanish for $z_b = 0$, $p_b = \text{constant}$, $p_t = 0$ and for a domain surrounding the whole earth. These assumptions have been retained in the study of Lorenz (1955, hereafter L55) where the total energy is a constant for a pure adiabatic model if $G - D$ is equal to zero. However G and D are generally non-zero in numerical simulations because the total energy is not rigorously conserved. Indeed, horizontal spectral schemes are applied on a truncated spectral space, leading to approximations and errors. There are other errors due to time or vertical differencing schemes and interpolation methods. The validation of adiabatic and frictionless versions of the cycle (36) of Part I will be obtained by taking $G = D$ and if the residuals of both are small in comparison with the physical tendencies generated by diabatic processes (i.e. $|G| < \epsilon$ and $|D| < \epsilon$).

3. NUMERICAL SIMULATIONS OF BAROCLINIC WAVES

The concepts of local energetics will be illustrated by a study of available-enthalpy diagnostics for life-cycle experiments of idealized baroclinic waves. Energy computations every 3 hours will be undertaken for three different numerical simulations with the same basic state used as a common starting point. This basic state is obtained by suppressing orography and by setting the humidity to a very small value (but non-zero to avoid numerical problems in the physics package). The constant surface pressure is equal to 1013.25 hPa. The French Arpège* numerical model (Courtier *et al.* 1991) is used with a triangular truncation at total wave number 42, with 31 irregularly spaced hybrid levels and a Eulerian semi-implicit leapfrog time step of 900 s.

The first adiabatic experiment (EXP-A) is subject only to weak numerical dissipation or generation created by the Asselin filter, truncation errors or approximate time or vertical differencing schemes. There are no explicit horizontal and vertical diffusion schemes. This adiabatic and frictionless simulation will serve as a validation for the new energetic analysis, leading to a quasi-conservative total energy and giving expected small values for dissipation and generation terms expressed as residuals (including the numerical errors). Nevertheless, the last days of this simulation are somewhat unrealistic due to an accumulation of small-scale noisy features associated with high total wave number. As a consequence only the growing stage will be considered for EXP-A, namely for the first ten days.

The second experiment (EXP-H) is also adiabatic and frictionless but with an additional ∇^6 horizontal diffusion scheme to avoid the accumulation of energy in the high wave number. The stage of decay of the baroclinic wave is more realistic than for EXP-A. The e-folding time is 12 h for the vorticity and temperature, 4 h for the divergence.

The third diabatic experiment (EXP-HV) includes the same ∇^6 horizontal diffusion as for EXP-H, but with a vertical diffusion scheme added. As a result, ageostrophic circulations appear in the planetary boundary layer and a crude representation of friction is obtained inducing large dissipation and generation terms. The vertical diffusion scheme is based on a local exchange coefficient method described in Louis (1979) and

* Action de Recherche Petite Echelle et Grand Echelle.

TABLE 1. THE MIXING LENGTH L FOR EXP-HV

Height (m)	0	5	50	100	250	500	750	1000	1500	2000	3000	4000
L (m)	0	2	15	24	37	44	45	43	38	32	24	19

There is a ' $L = 0.4z$ ' law close to the surface, with a maximum value $L \approx 45$ m at $z = 700$ m, with reduction towards the asymptotic value $L = 9$ m in the higher troposphere and above.

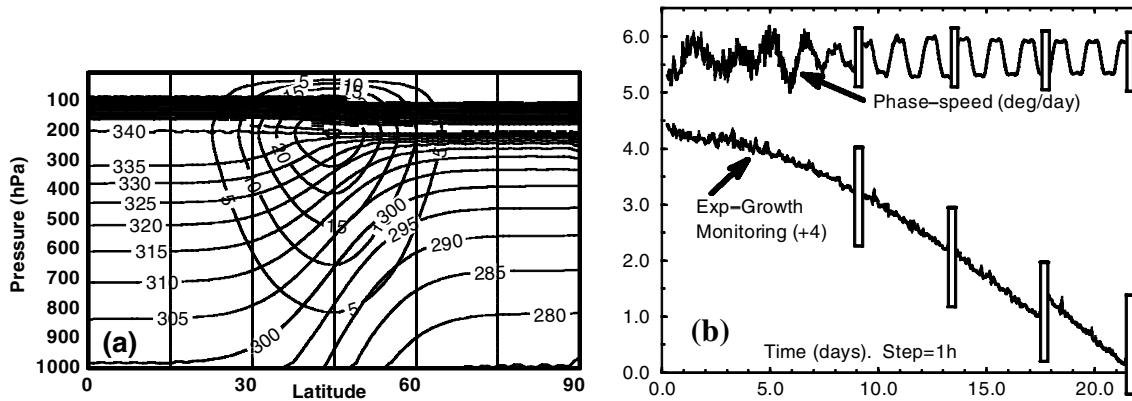


Figure 1. (a) Latitude–height section for the basic state showing potential temperature with an interval of 5 K and zonal velocity interval of 5 m s^{-1} . (b) The diagnostics of Simmons and Hoskins (1976) for the 22 days simulation of the selection of the most unstable mode at zonal wave number 8. The phase speed is depicted in the upper part in degrees/day and the relative change in growth rate from one hour to the next is depicted on the lower part (going from 0 to -4 , with $+4$ unit added for ease of plotting). There are four interruptions at about 9.2, 13.5, 17.7 and 21.5 days, located at times when the perturbation amplitude of the mode is reduced when it became too large (see Thorncroft and Hoskins 1990). The improved definition of (A.2) in the appendix has no influence on the oscillations observed for the phase speed after day 5 of the simulation. An explanation is still to be discovered.

Louis *et al.* (1981), with a uniform roughness length of 1 mm and a prescribed vertical profile for the mixing length depicted in Table 1.

(a) The dry basic state

The dry basic zonal flow is constructed following the approach chosen by C. Freyrier when the variable resolution version of the Arpège-IFS model (Courtier *et al.* 1991) was validated. This has been performed by taking an analytic formulation for the zonally symmetric temperature $T(\varphi, p)$. The geopotential $\Phi(\varphi, p)$ is then computed for each pressure level by integrating the hydrostatic equation with $\Phi = 0$ at the surface. The balanced zonal flow $u(\varphi, p)$ is finally obtained by setting the zonal and meridional wind tendencies to zero. The meridional wind is also set to zero and all the variables (T, Φ, u) are zonally symmetric (see the appendix). The result for the basic state is depicted in Fig. 1(a) where a baroclinic zone is centred at 45°N , with a stationary jet of 30 m s^{-1} at 200 hPa.

Three simulations EXP-A, EXP-H and EXP-HV are made in order to investigate the life cycle of baroclinic waves. The French Arpège model is used with the same initial state for the three simulations. It is a zonal basic flow with a superimposed most unstable normal mode at zonal wave number 8, determined by use of the method of Thorncroft and Hoskins (1990, hereafter TH90). A small random initial perturbation is added to the surface pressure of the basic flow. The nonlinear growth of the perturbation amplitude is followed during the integration of the model until it is exponential to within a specified accuracy. The relative changes in growth rate and the phase speed are computed every hour according to Simmons and Hoskins (1976). The results are shown

2470

P. MARQUET

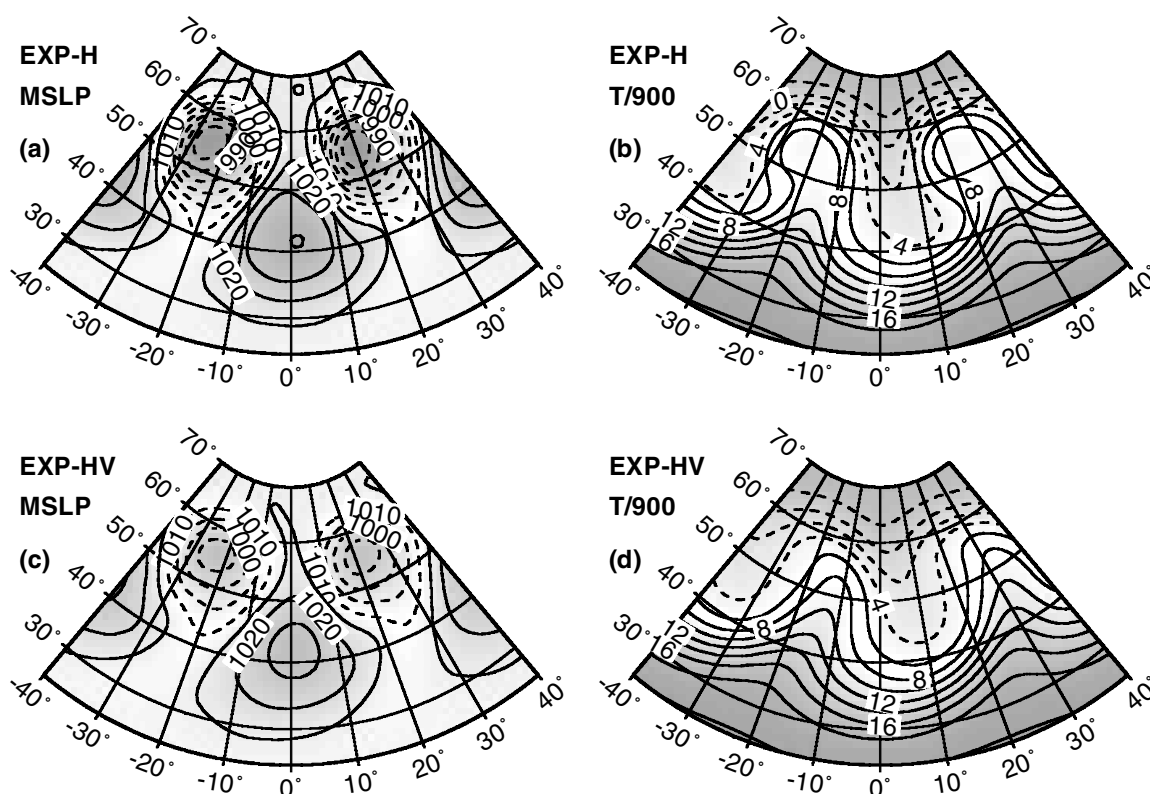


Figure 2. Horizontal sections at day 7 in the life cycle for the second and third experiments: (a) and (b) for EXP-H and (c) and (d) for EXP-HV. Sections shown are for: (a) and (c) mean-sea-level pressure at interval of 5 hPa; (b) and (d) temperature at 900 hPa at interval of 2 K.

in Fig. 1(b) where the relative change in growth rate from one hour to another reaches 10^{-4} at day 22 and where the phase speed is close to 5.6 degrees/day after averaging time oscillations. Note that, according to TH90, the perturbation amplitudes are reduced together for p_s , u , v and T by a common factor when they become too large. At the end of the simulation, the mode is normalized so that the surface-pressure perturbation is 1 hPa, with a common global damping for p_s , u , v and T .

(b) Baroclinic developments

The surface pressure and temperature at 900 hPa at day 7 are shown in Figs. 2(a) and (b) for the adiabatic simulation EXP-H. The same fields are presented in Figs. 2(c) and (d) for the diabatic simulation EXP-HV.

For EXP-H, the pressure trough and cold front are in good agreement with the equivalent results depicted in Fig. 1 of Simmons and Hoskins (1978) when they studied a similar T42 adiabatic simulation with a wave-number-6 perturbation of a 45°N jet. At day 7, the surface pressure lows are about 982 hPa at 55°N , with high pressure reaching 1031 hPa at 42°N . The temperature planetary waves at 900 hPa depicted in Fig. 2(b) are associated with moderate gradients and, as in Fig. 1 of Simmons and Hoskins (1978) or in Fig. 6 of Hoskins and Simmons (1975), the surface troughs and ridges in Fig. 2(a) are in phase for all latitudes from 25°N to 70°N with the axes of warmest and coldest air in Fig. 2(b), respectively.

The surface pressure field for the experiment EXP-HV in Fig. 2(c) is almost identical with the corresponding adiabatic version in Fig. 2(a), except there is a global

smoothing of the field when the vertical diffusion is activated. The pressure lows increase from 982 to 993 hPa, with an overall gradient decrease.

The difference in the temperature field at 900 hPa between EXP-H and EXP-HV is more important in the range of latitude from 45°N to 60°N. There is an eastward shift of about 10° of the warm axes and of the occluded part of the front. The fields are more profoundly modified closer to the surface (not shown) where the vertical diffusion scheme is acting.

4. ENERGETIC ANALYSIS OF THE BAROCLINIC WAVES

(a) *Practical computations of the available-enthalpy cycle*

An output dataset from Arpège is used for the 27 post-processed data on pressure levels, at intervals of 25 hPa from 1000 to 800 hPa, 50 hPa from 800 to 100 hPa and with the four upper levels at 70, 50, 30 and 10 hPa. Time derivatives and other terms of cycle (36) of Part I are evaluated with meteorological data available every 3 h.

The post-processed fields are (u, v, T, ω) for all pressure levels and on the same $1^\circ \times 1^\circ$ latitude \times longitude grid. Vertical and horizontal differencing schemes used in the diagnostic package are second-order centred grid-point schemes, different from those used in Arpège where ω values are located on half-levels and where horizontal derivatives are computed in spectral space. The reason why diagnostics have not been computed directly in Arpège with the same numerical schemes is to allow future studies of different models with pressure levels and latitude \times longitude grid structures as a common starting point for the same diagnostic package.

The modified time scheme described in Part I will be used to solve the generic equations of (36) in Part I, denoted by $\partial_t(Z) = C$. The notations $Z^{(+)}$, $Z^{(-)}$ and $C^{(0)}$ are used for values of Z at time $t_0 + \Delta t$, $t_0 - \Delta t$ and t_0 , respectively. The scheme takes

$$(Z^{(+)} - Z^{(-)})/(2\Delta t) \approx (C^{(+)} + 4C^{(0)} + C^{(-)})/6. \quad (4)$$

For the present ideal case-study, the length-scale is equal to the half-wavelength of the normal mode, i.e. $360/16 = 22.5^\circ$. The advection is obtained from day-to-day observations of the mode and the value is different from the theoretical value of 5.6 degrees/day, as shown in Fig. 1(b). The real value is about 7 degrees/day. For a time interval of 3 h, the critical time interval is equal to $25/7 \approx 3.2$ days and the value of 3 h is thus far below the corresponding limit of $0.8 \times 3.2 = 2.6$ days required for an accurate application of (4) with an error lower than 0.2% (see Table 1 in Part I).

(b) *Global results (adiabatic and diabatic simulations)*

Evolutions of global energy components of the basic life cycle are presented in Fig. 3 for days 3 to 13 of the simulations EXP-A, EXP-H and EXP-HV. The large computational domain extends vertically from 1000 to 10 hPa and the horizontal limits are 25°N and 65°N, 0 and 180°E. Although it is not a real global domain (say 90°S to 90°N and 180°W to 180°E), it is clear from Figs. 2(a)–(d) that fields are nearly zonally symmetric to north and south of the computational domain and periodic in longitude (there is an even number of planetary waves $m = 8$). Unused parts of this global domain would not have contributed significantly to energetics of the simulations and it is expected that, for this large computational domain, the baroclinic or barotropic signals will be enhanced and be easier to analyse than for the real global domain.

Global energy components for the simulation EXP-H are presented in Fig. 3(a). As expected, the total energy TOT is a constant up to day 10 for this adiabatic case.

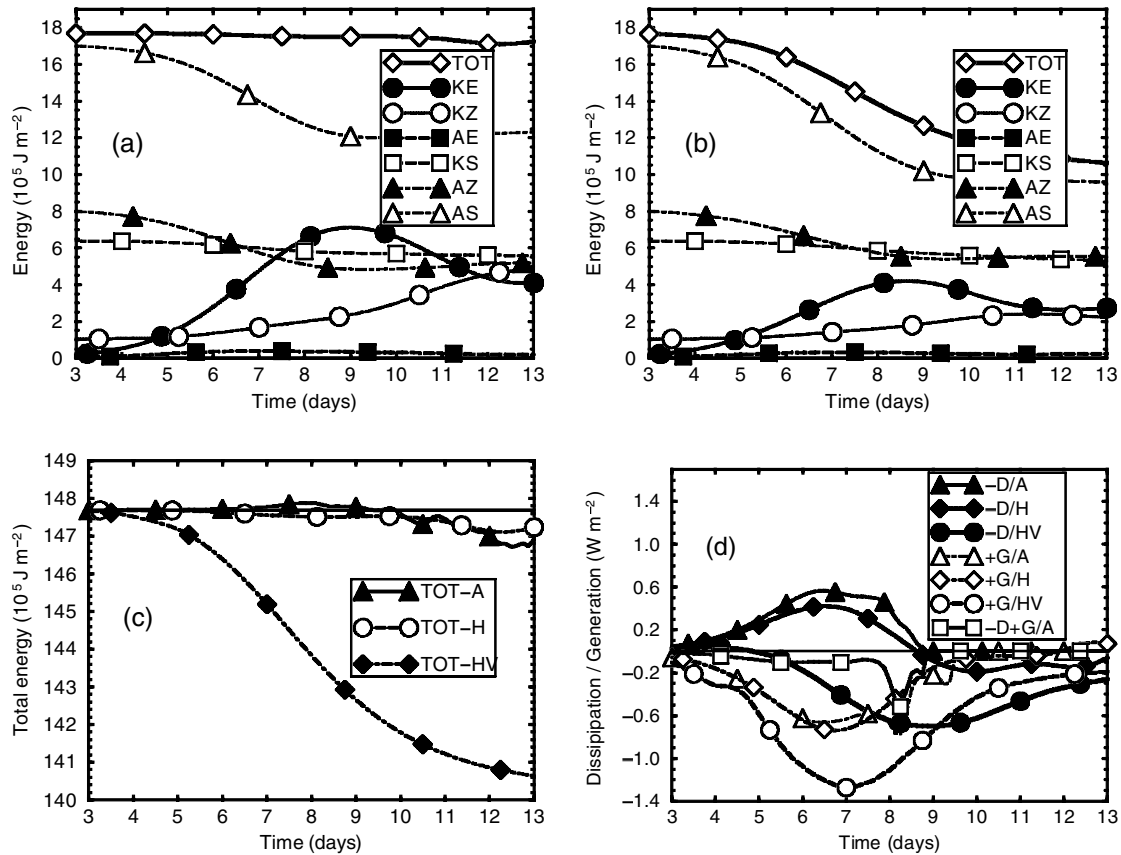


Figure 3. Evolution of global energy components of the basic life cycle, from day 3 to day 13. (a) Energy components for the simulation EXP-H with the weak ∇^6 horizontal diffusion (10^5 J m^{-2}). The stability component A_S and the total energy $\text{TOT} = K_E + A_E + K_Z + A_Z + K_S + A_S$ have had 115 and 130 units subtracted for ease of plotting, respectively. (b) As (a) but for the diabatic simulation EXP-HV with an additional vertical diffusion. (c) Evolution of total energy for EXP-A, EXP-H and EXP-HV (W m^{-2}). (d) Evolution of the total dissipation term $-D = -D_E - D_Z - D_S$ and the total generation term $G = G_E + G_Z + G_S$ for the same three simulations as in (c). The sum $-D + G$ is depicted with open square symbol only for the adiabatic simulation EXP-A (W m^{-2}). See text for explanation.

The rapid increase of KE is maximum at day 6.5 and KE reaches its maximum value at day 9 ($+7 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$). There is a slow and less important increase in KZ in the growing stage of the mode, followed by a more rapid increase between days 9.5 and 12 when KE starts to decrease and when the mode decays. The initial increase in KE and KZ up to day 9 is thus obtained at the expense of AS and AZ, via possible baroclinic processes to be confirmed later on. The rapid increase of KZ in the depletion stage is realized at the expense of KE, because only KZ and KE vary in time after day 9. This transfer of energy from KE to KZ is usually considered as a barotropic conversion. As for the changes in the global components AE and KS, they are less than $\pm 1 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$ and do not give contributions to the global energetics. All these global results are similar to those reported in the ‘T42’ study of Pearce (1978, hereafter P78) and in the ‘T95’ study of TH90, with almost the same time-scale and the same intensity as in P78, whereas in TH90 the growth of KE is more rapid with a maximum value for KE reaching $11 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$ at day 6.5.

Figure 3(b) shows the results for the diabatic simulation EXP-HV including the vertical diffusion scheme. In comparison with EXP-H, the total energy decreases continuously during the 13 days of the simulation. The decrease in the global static-stability

component AS is more important. It is a direct impact of the vertical mixing, leading to a decrease in the low-level vertical gradients of temperature (not shown). Another important feature is that the increases in KE and KZ are smaller than for EXP-H. The effect of smoothing the horizontal gradients of the fields, already mentioned in the comments on Fig. 2, is confirmed by the energetic analysis and it leads to smaller values for KE and KZ at each stage of the simulation. Changes in KS and AE are small (less than $\pm 1 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$), as for EXP-H.

Total energy TOT is a constant for EXP-A in Fig. 3(c), with, however, a small and unrealistic increase above the initial value during the growing stage of the mode (from days 6–9). Values of TOT for EXP-H are also nearly constant but they lead to a more realistic continuous and small decrease, indicating that the explicit ∇^6 horizontal diffusion has a small but positive global impact on the total energy. The e-folding times for horizontal diffusion are short enough to suppress the noisy features at high zonal wave number and do not lead to excessive numerical flattening of the fields that could induce spurious changes in total energy. Relative changes of TOT are less than 0.2% up to day 10 for the two adiabatic simulations and absolute changes are less than $\pm 0.25 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$. As expected, they are small in comparison with the gain in eddy kinetic energy ($+7 \times 10^5 \text{ J m}^{-2}$) and they can be compared with the small changes in AE or KS.

Global dissipation and generation terms are depicted in Fig. 3(d) for the three simulations and the difference $G - D$ is plotted only for EXP-A with the open square symbol. It is expected from (3) that, for a nearly constant total energy and for zero boundary fluxes, $G - D$ must be small. Absolute values are indeed lower than 0.1 W m^{-2} up to day 8, whereas D and G reach $\pm 0.6 \text{ W m}^{-2}$ for the adiabatic cases. This result is another global validation for the cycle (3), indicating that no global terms are missing and that the numerical computations are accurate enough. Although the dissipation is positive for EXP-A and EXP-H, the behaviour for the diabatic simulation EXP-HV is more realistic. There is a negative global dissipation (dark circle) reaching -0.7 W m^{-2} at day 9 and a negative generation (open circle) reaching -1.3 W m^{-2} at day 7. These negative and large generations and dissipations for EXP-HV explain the decreasing of AS in Fig. 3(b) and the moderate increase in KZ and KE.

(c) *Local results for $\overline{k_E}$ (adiabatic simulation)*

Results for the large computational domain (25°N – 65°N ; 0 – 180°E) are presented in Fig. 4 for the eddy kinetic energy and for the adiabatic simulation. According to formulation (36) of the cycle of Part I, the reservoir $\overline{k_E}$ is connected to $\overline{k_Z}$ and $\overline{a_E}$ by the barotropic and baroclinic conversions $\overline{c_K}$ and $\overline{c_E}$, respectively. The intensity of these conversions will be evaluated with the aid of pressure–time diagrams. The new direct conversion with $\overline{\Phi}$, denoted by $-\overline{B(\Phi)_E}$, and the dissipation $-\overline{d_E}$ must also be carefully investigated.

There are two maximum values for $\overline{k_E}$ in Fig. 4(a) at day 9. The first maximum is located just below the jet at 250 hPa and the other one is located at the surface. A relative minimum is observed up to day 10 in the middle troposphere between 800 and 500 hPa.

Figures 4(b)–(f) are expressed with a common unit of $10^{-5} \text{ W kg}^{-1}$. The total change in time $\overline{\partial_t(k_E)} + \overline{B(k_E)}$ is depicted in Fig. 4(b) including the boundary flux term, with observed small values for $\overline{B(k_E)}$ (not shown). The maximum and minimum values are located, as for Fig. 4(a), at the surface and at about 250 hPa (at days 6.5 for the maximum and at day 11 for the minimum).

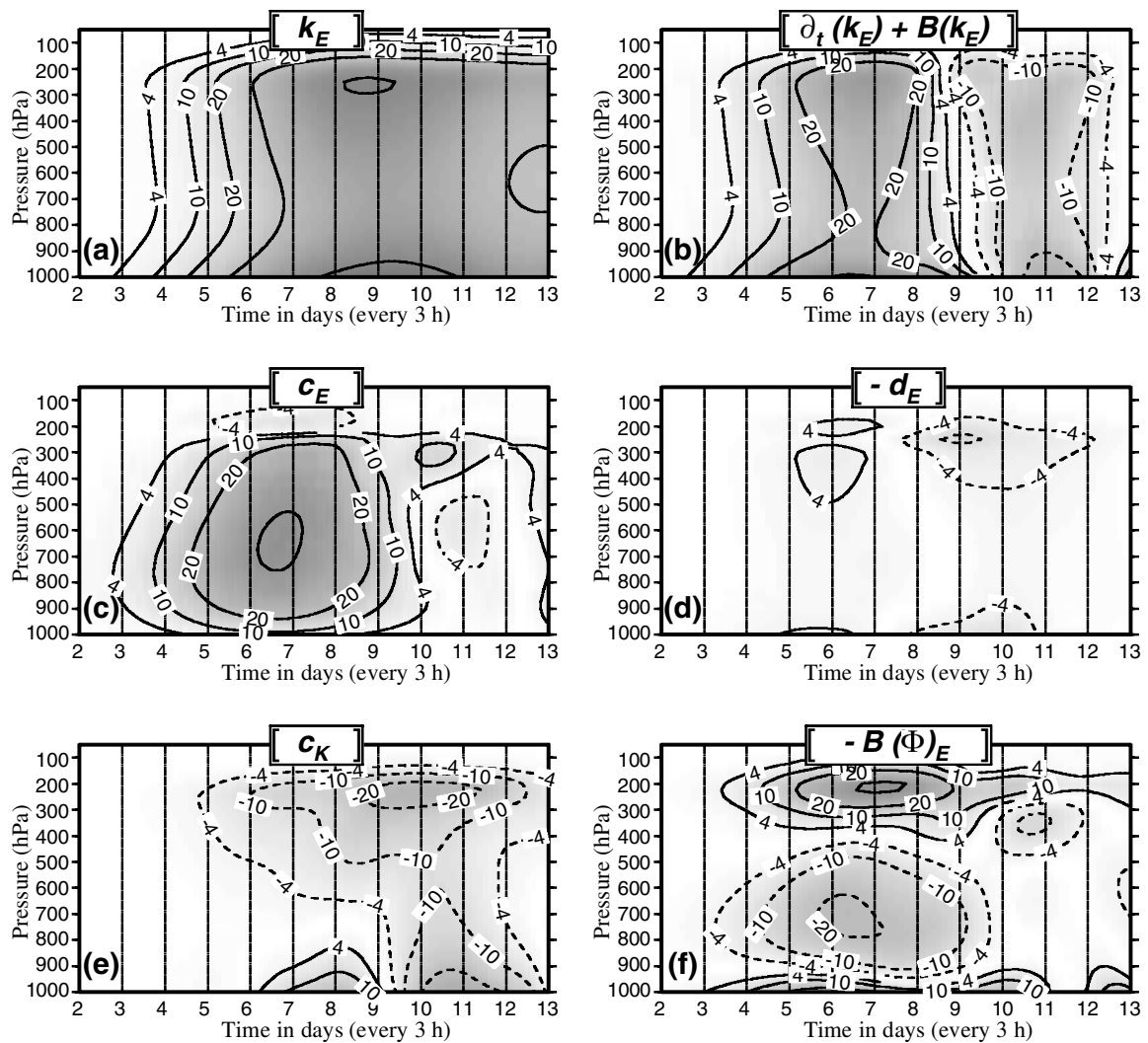


Figure 4. Time–pressure diagrams from day 2 to day 13 of the adiabatic simulation EXP-H with the ∇^6 horizontal diffusion and for the eddy kinetic-energy reservoir. The horizontal domain extends from 25°N to 65°N in latitude and it includes all the longitudes from 0 to 180° . The isopleths ± 4 , ± 10 and ± 20 are annotated, followed by the contoured isopleths ± 40 , ± 100 , ± 200 , ± 400 and ± 1000 . (a) The component $\overline{k_E}$ (J kg^{-1}). (b) The total budget $\partial_t(\overline{k_E}) + B(\overline{k_E})$: it is the sum of the local time derivative plus the divergence of boundary flux. (c) The usual baroclinic conversion $\overline{c_E}$. (d) The dissipation term $-\overline{d_E}$, expressed as a residual of the equation for $\partial_t(\overline{k_E})$ in (36) of Part I. (e) The usual barotropic conversion $\overline{c_K}$. (f) The direct conversion term $-\overline{B(\Phi)_E}$, between $\overline{\Phi}$ and $\overline{k_E}$. Units are $10^{-5} \text{ W kg}^{-1}$ for (b)–(f). See text and appendix A of Part I for explanation of symbols.

The equation for $\partial_t(\overline{k_E})$ corresponds in Fig. 4 to (b) = (c) + (e) + (f) + (d). An expected result is that the dissipation in Fig. (d) for such an adiabatic simulation should be small in comparison with others terms Figs. 4(b), (c), (e) and (f), for all levels and at any time. And indeed, the isopleths for ± 5 units appear only in Fig. (d) at the levels and at the moment when absolute changes in $\overline{k_E}$ are maximum in Fig. 4(b). Therefore, the dissipation for this adiabatic simulation is only due to errors in the numerical schemes already mentioned. It is demonstrated that, on a local stage, there are no missing terms in (36) of Part I because, in that case, any forgotten or approximated terms would have contributed with an opposite sign to the residual $-\overline{d_E}$ in Fig. 4(d).

Figure 4(b) shows a growing stage of the eddy kinetic energy from day 4 to day 9, associated with a large domain of positive values visible from the surface up to

150 hPa, followed by a depletion stage corresponding to negative values after day 9. These growing and decreasing stages for $\overline{k_E}$ are usually associated with baroclinic and barotropic developments, respectively. However, if the baroclinic and barotropic conversions in Figs. 4(c) and (e) have the correct sign to partly explain the total change of $\overline{k_E}$ in Fig. 4(b), direct comparisons of Figs. 4(c) and (b) show that the fields are out of phase.

Maximum values observed in the middle troposphere for $\overline{c_E}$ correspond to minimum values in Fig. 4(b). Similarly, maximum values for the total change in Fig. 4(b) close to the jet and at the surface are associated with small values of $\overline{c_E}$.

A possible explanation for the difference between Figs. 4 (b) and (c) is to consider that the term $-\overline{B(\Phi)_E}$ in Fig. 4(f) exports the positive middle-troposphere baroclinic input of energy towards the surface and the jet. This mechanism has been described in Orlanski and Sheldon (1995, hereafter OS95) as vertical redistributions of energy via work done by pressure forces. It is also in agreement with the fact that Fig. 4(f) is neglected in the global study of L55 because vertical redistributions correspond to small or zero integral values over the depth of the atmosphere (not shown).

Figure 4(f) shows a complex pattern for the vertical redistribution term $-\overline{B(\Phi)_E}$. Positive values close to the surface are the main source for the developments of the mode. It is true for the maximum of +42 units observed at day 6.5 in Fig. 4(b) which is partitioned into +3 units from $-\overline{d_E}$ in Fig. 4(d), +5 units from $\overline{c_K}$ in Fig. 4(e), +11 units from $\overline{c_E}$ in Fig. 4(c) and +23 units from $-\overline{B(\Phi)_E}$ in Fig. 4(f). The larger term is the positive vertical redistribution Fig. 4(f) rather than the baroclinic conversion.

Negative values in the middle troposphere for Fig. 4(f) are almost balanced by the baroclinic conversion Fig. 4(c). This baroclinic conversion cancels out above the 250 hPa level and the positive values between 350 and 100 hPa for $-\overline{B(\Phi)_E}$ are the only contribution among Figs. 4(c), (d), (e) or (f) that can explain the growth of $\overline{k_E}$ for the stratospheric part of the jet (above the level 250 hPa). Therefore the direct conversion between $\overline{\Phi}$ and $\overline{k_E}$ plays a major role in energetics of stratospheric circulations when $\overline{k_E}$ is considered.

The barotropic conversion $\overline{c_K}$ in Fig. 4(e) partly explains the depletion stage of the mode, with negative values for the jet and in the boundary layer after day 9. However, negative values after day 9 in Figs. 4(d) and (f) are two other contributions for the decrease in $\overline{k_E}$. As for the positive values for $\overline{c_K}$ in the boundary layer from day 6 to day 9, they could be interpreted as a barotropic instability. Nevertheless, this explanation will not be confirmed for EXP-HV when the vertical diffusion scheme is activated. These spurious barotropic instabilities are the result of a lack of surface dissipation in adiabatic simulations.

(d) Local results for $\overline{k_E}$ (diabatic simulation)

Results for the diabatic simulation EXP-HV with both horizontal and vertical diffusions acting together are presented in Fig. 5 for $\overline{k_E}$. When comparing EXP-H and EXP-HV, the differences are not important for the total change in Fig. 5(a) for the upper troposphere (above the 600 hPa level) and close to the jet. Differences are more important in the boundary layer between 1000 and 900 hPa when they are associated with the vertical diffusion scheme. The maximum of $\overline{k_E}$ occurs at day 7.5, two days ahead in comparison with EXP-H. The maximum growth of the mode in Fig. 5(b) has decreased from 42 to 17 units in the boundary layer with respect to Fig. 4(b). A vertical

2476

P. MARQUET

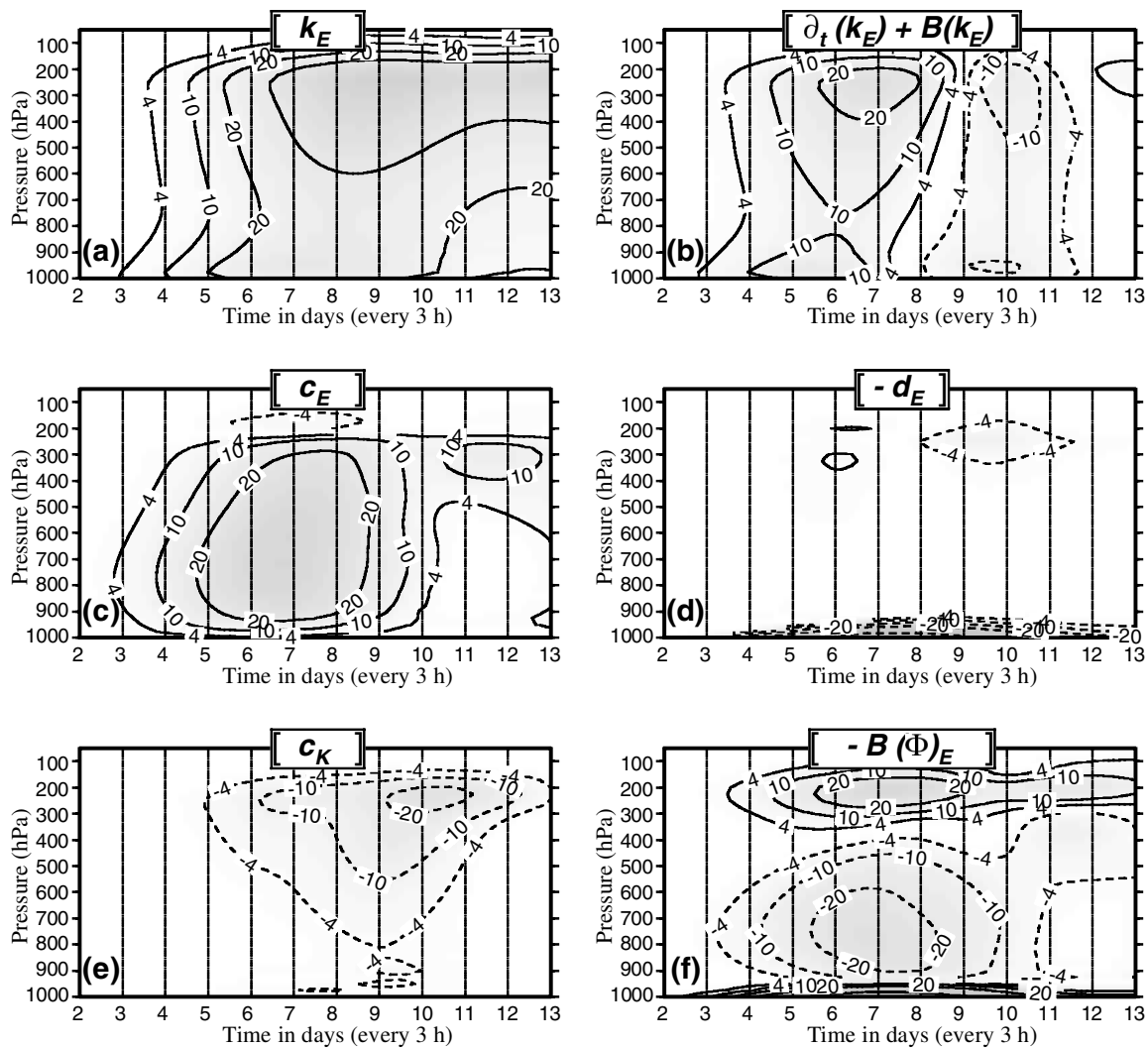


Figure 5. As Fig. 4 and for $\overline{k_E}$ (see text), with the same domain, interval and units, but for the diabatic simulation EXP-HV. Both the horizontal and the vertical diffusion act on wind and temperature. The equation for $\overline{k_E}$ corresponds to (b) = (c) + (e) + (f) + (d). The numerous isopleths located near the surface in (d) and (f) correspond to real large negative values for the dissipation in (d) and large positive values for the conversion in (f). The annotated isopleths are ± 4 , ± 10 and ± 20 , followed by the contoured isopleths ± 40 , ± 100 , ± 200 , ± 400 and ± 1000 .

displacement of this maximum is observed for the diabatic simulation: it rises from the surface to 975 or 950 hPa levels (the first diagnostic pressure levels).

Even if general characteristics are left unchanged between Figs. 4(c) and 5(c), baroclinic conversions decrease for all days and for all levels when the vertical diffusion is activated. There are large values (≈ 35 units) in the middle troposphere, with small values close to the surface and at the levels above 250 hPa. As for the barotropic conversion, comparisons of Figs. 4(e) and 5(e) show large modifications occurring below the level 800 hPa, where the unrealistic positive and negative maximum observed at days 8 and 11 for EXP-H disappear. The result is a barotropic decrease of the mode for the jet after day 9, but with no equivalent barotropic stabilization close to the surface. As a consequence, the decrease of the mode in the boundary layer after day 8.5 in Fig. 5(b) must be explained by non-barotropic components, i.e. the dissipation $-\overline{d_E}$ and/or the conversion $-\overline{B(\Phi)_E}$.

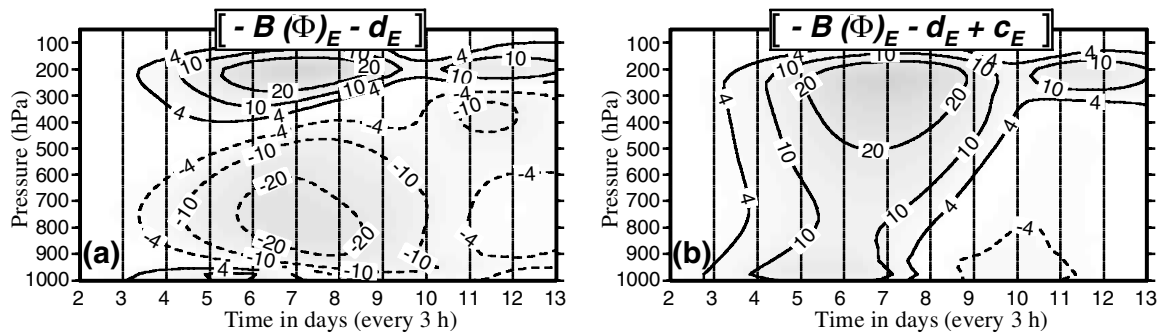


Figure 6. Time–pressure diagrams from day 2 to day 13 for the same simulation EXP-HV as in Fig. 5. (a) The sum $-\overline{B(\Phi)_E} - \overline{d_E}$. (b) The sum $-\overline{B(\Phi)_E} - \overline{d_E} + \overline{c_E}$. See text for explanation.

Although the dissipation is, as expected, weak at all levels for the adiabatic simulation in Fig. 4(d), large negative values are observed in Fig. 5(d) in the boundary layer (≈ -150 units). They correspond to large and expected dissipations created by the vertical diffusion scheme and by the surface friction. As in EXP-H, values for $-\overline{d_E}$ above the level 900 hPa where the vertical diffusion is not active are small in comparison with those in Figs. 5(b), (c), (e) and (f). It is a local validation for the cycle (36) of Part I, obtained for the diabatic simulation in the free atmosphere.

The validation of large values for $-\overline{d_E}$ in Fig. 5(d) must be carefully realized. Indeed, many authors have obtained similar large dissipation terms computed as residuals and associated with large boundary terms $-\overline{B(\Phi)_E}$ (Muench 1965; Brennan and Vincent 1980; Michaelides 1987). They consider these large dissipation terms as not reliable. However, in this diabatic study, it seems that large negative values for $-\overline{d_E}$ in the boundary layer are balanced by large positive counterparts observed for $-\overline{B(\Phi)_E}$ in Fig. 5(f). The sum of Figs. 5(d) and (f) is presented in Fig. 6(a). The balance between $-\overline{d_E}$ and $-\overline{B(\Phi)_E}$ is established close to the surface, leading to moderate positive values up to day 8 for the sum ($\leq +12$ units), whereas they reach ± 150 units separately.

The equation for $\overline{k_E}$ in (36) of Part I can be further modified by adding the baroclinic conversion $\overline{c_E}$ to the sum $-\overline{B(\Phi)_E} - \overline{d_E}$, to give the non-barotropic part of the total change of $\overline{k_E}$ depicted in Fig. 6(b). If the barotropic part in Fig. 5(e) is easy to interpret, the non-barotropic part in Fig. 6(b) is a new combination of terms. As explained in (49) of Part I, it is the sum of the eddy dissipation $-\overline{d_E}$ plus the work of eddy part of the pressure force, leading to

$$-\overline{B(\Phi)_E} + \overline{c_E} - \overline{d_E} = -\overline{(\mathbf{U}_h)_\lambda \cdot \nabla_p(\Phi)_\lambda} - \overline{d_E}. \quad (5)$$

The depletion stage of the mode is represented by negative values in the boundary layer after day 8 in Fig. 5(b). A surprising result is that this decreasing of the mode is not exclusively due to the barotropic conversion $\overline{c_E}$ in Fig. 5(e). It is also a consequence of the negative values observed in the boundary layer for the non-barotropic part defined by (5). The maximum of -12 units at day 10 close to 950 hPa in Fig. 5(b) is separated into -4 units for $\overline{c_E}$ in Fig. 5(e) and -8 units in Fig. 6(b). The non-barotropic part is thus the largest term.

By defining (5), a cancellation of the baroclinic conversion is obtained and, similarly to OS95, divergence of ageostrophic geopotential fluxes appear to be the main feature in local energetics of baroclinic systems. Indeed, (5) can be interpreted as an equilibrium between the dissipation and the energetic impacts of ageostrophic circulations. The computations of the eddy terms in (5) are done with a zonally symmetric

2478

P. MARQUET

Coriolis term, leading to $(f)_\lambda = 0$. The result is that the eddy part of the pressure force may be written as

$$-\nabla_p(\Phi)_\lambda = f\mathbf{k} \times (\mathbf{U}_g)_\lambda.$$

The eddy conversion term then becomes

$$-\overline{(\mathbf{U}_h)_\lambda \cdot \nabla_p(\Phi)_\lambda} = \mathbf{k} \cdot \overline{f(\mathbf{U}_g)_\lambda \times (\mathbf{U}_h)_\lambda}.$$

Using both $(\mathbf{U}_h)_\lambda = (\mathbf{U}_a)_\lambda + (\mathbf{U}_g)_\lambda$ and the property $(\mathbf{U}_g)_\lambda \times (\mathbf{U}_g)_\lambda \equiv 0$ and without loss of generality, (5) depicted in Fig. 6(b) can thus be rewritten as

$$\mathbf{k} \cdot \overline{f(\mathbf{U}_g)_\lambda \times (\mathbf{U}_a)_\lambda} - \overline{d_E}.$$

There is a conversion if the ageostrophic wind $(\mathbf{U}_a)_\lambda$ is different from zero and if it is not parallel to $(\mathbf{U}_g)_\lambda$. However, this formulation differs from the vertical redistribution of energy described in OS95 because it is not a divergence of some ageostrophic geopotential fluxes, in the form $\overline{\nabla_p(\Phi\mathbf{U}_h)_a}$, for instance.

(e) *Integral results for $\overline{k_E}$ (diabatic simulation)*

The five ‘time–pressure’ diagrams (Figs. 5(b)–(f)) exhibit complex patterns, with several minimum and maximum values located at different levels. It seems worthwhile, however, to investigate the budget equation for $\overline{k_E}$ for three homogeneous layers: (i) the planetary boundary layer (from 1000 to 900 hPa), (ii) the middle troposphere (from 900 to 400 hPa), and (iii) the stratosphere and the jet (400 to 10 hPa). A fourth global layer will also be considered: the integral from 1000 to 10 hPa corresponding to the global available-enthalpy cycle.

The global case is presented in Fig. 7(a) for EXP-HV. As expected, the increase in $\overline{k_E}$ up to day 8.5 (positive values for the tendencies) is mainly controlled by the positive baroclinic conversion, with smaller negative contributions produced by the barotropic conversion and the dissipation terms. The boundary term $-\overline{B(k_E)}$ is very small and it is not considered in the global studies (L55, P78).

The additional global conversion $-\overline{B(\Phi)_E}$, denoted by CEPKE in Fig. 7(a), is smaller than other terms (except $-\overline{BKE} = -\overline{B(k_E)} \approx 0$). It is usually neglected in global studies (L55 and P78). However, it reaches -0.2 W m^{-2} at day 6, a value equal to half the barotropic conversion in the growing stage of the mode. As already mentioned in Part I, this term is not a real boundary term, i.e. $-\overline{B(\Phi)_E} \neq -\overline{B(\Phi_E)}$, and its vertical integral must not cancel out. Locally observed large values of $-\overline{B(\Phi)_E} = \text{CEPKE}$ in Fig. 5(f) and small corresponding global values of CEPKE in Fig. 7(a) lead to a justification for the concept of vertical redistribution of energy described in OS95 (see sections 4(c) and (d)). As a consequence, $-\overline{B(\Phi)_E}$ should appear both in local and global studies.

The budget of $\overline{k_E}$ for the middle troposphere in Fig. 7(c) is quite similar to the global case, although observed negative values of CEPKE are much larger according to the large negative region in Fig. 5(f). Another difference is that the dissipation is very small, owing to the distance from the jet and from the surface where eddy diffusion and ageostrophic circulations occur preferentially. Clearly, the barotropic and the baroclinic terms alone cannot explain the budget of $\overline{k_E}$. In the middle troposphere, the leading terms are $\overline{c_E}$, $-\overline{B(\Phi)_E}$ and $\overline{c_K}$, in decreasing order.

In the stratosphere and for the jet, the growing stage of the mode in Fig. 7(b) corresponds to a balance between positive barotropic and negative baroclinic components.

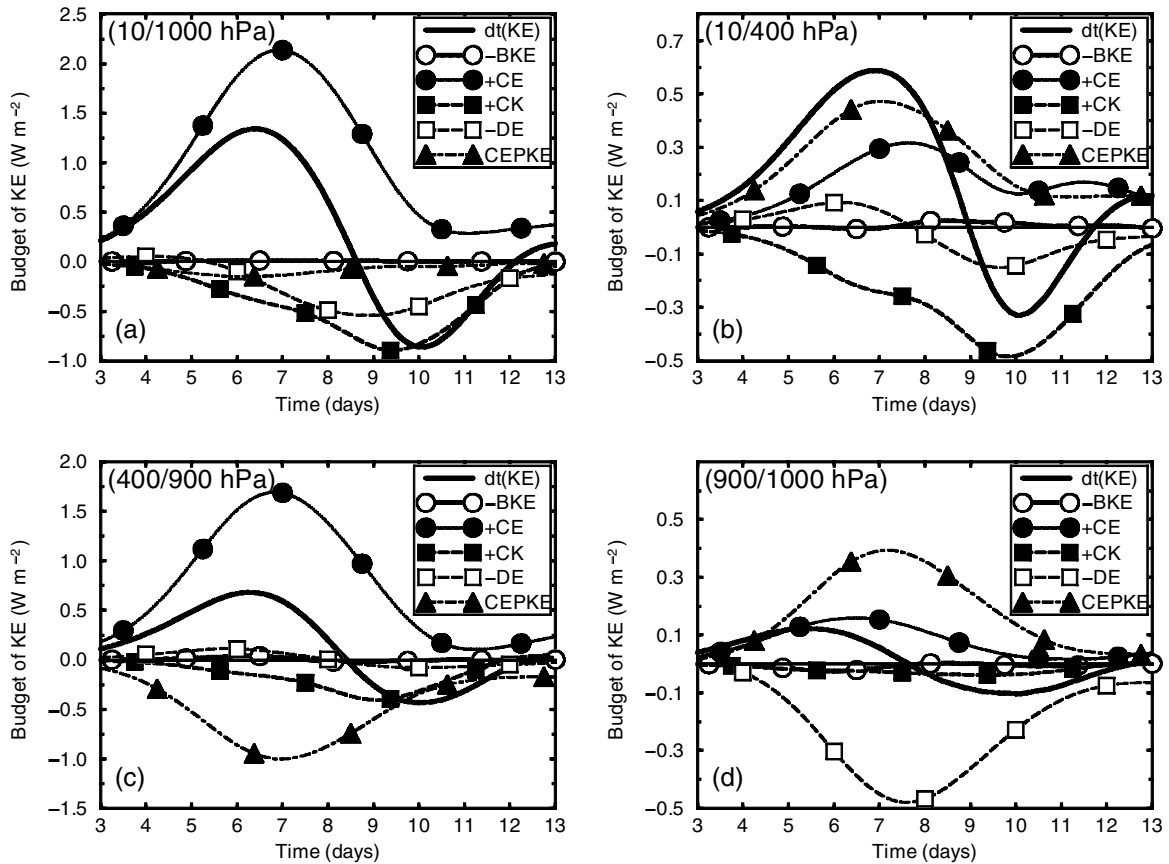


Figure 7. Vertical integrals of budget equation for $\overline{k_E}$ (W m⁻²). Terms are computed for the diabatic simulation EXP-HV and for four layers. Tendencies $\partial_t(\overline{k_E})$, denoted dt(KE) in the figure (thick solid line); boundary terms $-\overline{B}(k_E)$, denoted -BKE (open circles and solid line); baroclinic conversions $\overline{c_E}$, denoted +CE (dark circles and thin solid line); barotropic conversions $\overline{c_K}$, denoted CK (dark squares and thick dashed line); dissipation terms $-\overline{d_E}$, denoted -DE (open squares and thin dashed line); conversion terms with potential energy $-\overline{B}(\Phi)_E$, denoted CEPKE (dark triangles and mixed dashed line). (a) 10–1000 hPa (global case), (b) 10–400 hPa (stratosphere and jet), (c) 400–900 hPa (middle troposphere), and (d) 900–1000 hPa (planetary boundary layer).

The additional vertical redistribution term $-\overline{B}(\Phi)_E$ is positive and it is the largest term up to day 9. Like the baroclinic conversion $\overline{c_E}$, it can explain the increase of $\overline{k_E}$. The small eddy dissipation $-\overline{d_E}$ is positive and then negative, reaching +0.1 W m⁻² at day 6 and -0.15 W m⁻² at day 10, as in the middle-troposphere case.

As expected, the depletion stage of the mode after day 9 in Figs. 7(a) and (b) corresponds to global negative values for the dissipation and for the barotropic conversion. However, the decrease of $\overline{k_E}$ after day 9 for the middle troposphere in Figs. 7(c) is caused by negative values for barotropic conversion and $-\overline{B}(\Phi)_E$, with a very small contribution from eddy dissipation.

In the planetary boundary layer, changes in $\overline{k_E}$ in Fig. 7(d) correspond to positive values for the baroclinic conversion, at least up to day 6. But the dominant feature in this diagram is the balance between the large terms $-\overline{B}(\Phi)_E$ and $-\overline{d_E}$. Results derived in section 4(d) show that the total balance between the three terms is equal to $\mathbf{k} \cdot \mathbf{f}(\mathbf{U}_g)_\lambda \times (\mathbf{U}_a)_\lambda - \overline{d_E}$. The depletion stage of the mode is due to observed negative values in the Ekman layer for this total balance, because the effect of ageostrophic circulations and eddy dissipation do not exactly compensate each other. This is only true for the Ekman spiral.

(f) *Ekman dissipation for diabatic simulations*

Explanations for the balance between large positive and large negative values for

$$-D = \mathbf{U}_h \cdot \mathbf{F}_h \quad \text{and} \quad C_a = -\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\Phi),$$

as observed in the boundary layer in Figs. 5(d), (f) and 7(d), are given in this section. It is demonstrated that the two terms have opposite signs with exactly the same magnitudes in the case of an idealized Ekman spiral, in which case the non-barotropic part (5) is zero in the boundary layer.

If the horizontal wind and the frictional force are expressed in the complex form

$$V = u + iv \quad \text{and} \quad F_h = (F_h)_x + i(F_h)_y,$$

the dissipation is equal to the real part $-D = \Re(\overline{V} F_h)$ and it can be verified that the conversion term due to the ageostrophic wind is equal to $C_a = \Im(f \overline{V}_g V_a)$, where the overbars represent complex conjugates.

In complex formulation, the Ekman spiral frictional force due to the vertical dissipation scheme is given by $F_h = i f V_a$ and for this value the dissipation due to the vertical diffusion is exactly compensated by the conversion created by ageostrophic secondary circulations, or equivalently

$$D = C_a = f(u_g v_a - v_g u_a) = f \mathbf{k} \cdot (\mathbf{U}_g \times \mathbf{U}_a).$$

The common value for $C_a = D$ can be computed by using the Ekman spiral for a general surface angle θ and for a height of planetary boundary layer given by H_{pbl} . In complex form, the ageostrophic wind is written

$$V_a = V_g \sqrt{2} \sin \theta \exp(-\pi z / \Lambda) \exp\{i\pi (H_{\text{pbl}} - z) / \Lambda\}, \quad (6)$$

where the scale height $\Lambda = H_{\text{pbl}} / (\theta / \pi + 3/4)$ equals H_{pbl} for the zero-surface-wind case $\theta = \pi/4$; it becomes smaller than H_{pbl} for decreasing θ and increasing surface wind (e.g. $\Lambda \approx 0.917 H_{\text{pbl}}$ for $\theta = \pi/6 = 30^\circ$). The conversion is computed by using (6) and $C_a = \Im(f \overline{V}_g V_a)$, to give

$$C_a = D = f (V_g)^2 \sqrt{2} \sin(\theta) \exp(-\pi z / \Lambda) \sin\{\pi (H_{\text{pbl}} - z) / \Lambda\}. \quad (7)$$

The maximum value for C_a is obtained by cancelling the derivative with respect to $Z = z/\Lambda$ of the function $f(Z) = \exp(-\pi Z) \sin\{\pi (H_{\text{pbl}}/\Lambda - Z)\}$. The height for this maximum is equal to $z_{\text{max}} = \Lambda/4 + (H_{\text{pbl}} - \Lambda)$. For $\theta = \pi/n$, this expression reduces to $z_{\text{max}} = H_{\text{pbl}} / \{4 + 3(n - 4)/4\}$. It gives $z_{\text{max}} = 0.25 H_{\text{pbl}}$ for $n = 4$ (45°), $z_{\text{max}} \approx 0.182 H_{\text{pbl}}$ for $n = 6$ (30°) and $z_{\text{max}} \approx 0.143 H_{\text{pbl}}$ for $n = 8$ (22.5°).

Examples of different dissipation terms ($+D > 0$) for idealized Ekman spirals are presented in Fig. 8(a) for two surface angles ($\theta = 45^\circ$ and $\theta = 30^\circ$) and with a high vertical resolution. The height of the maximum for $+D$ is lower for the case 30°N , in agreement with the values $0.25 H_{\text{pbl}}$ and $0.182 H_{\text{pbl}}$ for 45°N and 30°N , respectively.

Equation (7) is used with a height of the boundary layer set to $H_{\text{pbl}} = 600$ m, corresponding to the pressure 928 hPa where the dissipation cancels out on Fig. 8(b). The Coriolis parameter for an average latitude of 45°N is set to 10^{-4} s^{-1} and the module of the geostrophic wind is set to 6 m s^{-1} .

Figure 8(b) shows the successful fitting between the idealized Ekman spiral ($\theta = 30^\circ$) and the averaged observed values from day 6 to day 9 for the diabatic simulation EXP-HV depicted in Fig. 5(d). Dissipations in the free atmosphere above the level 928 hPa are small and $-D$ is positive as predicted by the Ekman spiral. Below

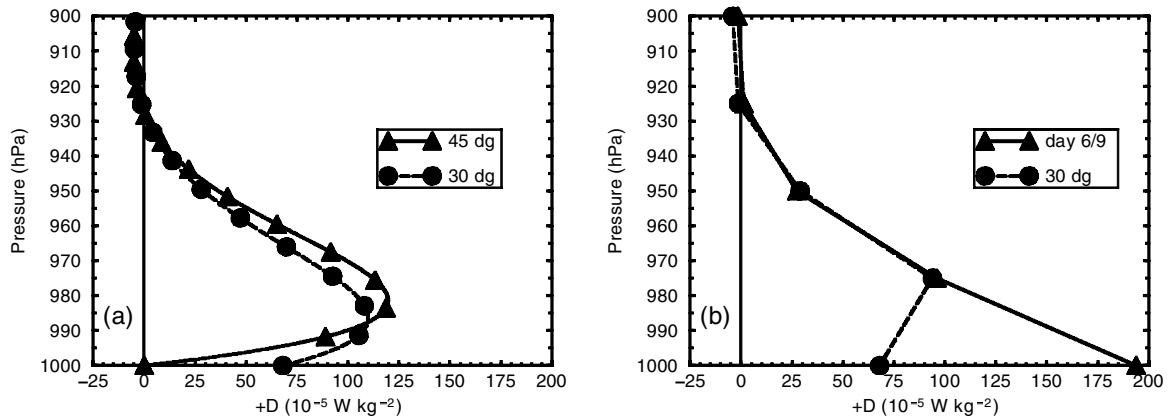


Figure 8. Positive values of $+D > 0$ for idealized Ekman spirals and within the boundary layer ($-D$ is the usual negative dissipation). (a) Two theoretical spirals with the surface angle $\theta = 45^\circ$ and $\theta = 30^\circ$; a refined vertical resolution of 400 levels is used. (b) The theoretical spiral with $\theta = 30^\circ$ and the averaged observed values from day 6 to day 9 for the diabatic simulation EXP-HV. There are four vertical levels above the 1000 hPa surface pressure, corresponding to the interval of 25 hPa between the constant post-processed pressure levels (975, 950, 925 and 900 hPa).

the level 928 hPa, the observed and theoretical curves can be superposed at 950 and 975 hPa. However, the fitting cannot be obtained for the level 1000 hPa because this level is subject to several errors. Firstly the 25 hPa post-processed level interval is coarser than the uneven model levels interval, equal to 13 and 24 hPa for the first ones. As a consequence the vertical differencing schemes differ. Secondly, there are interpolations and/or extrapolation of the fields for the case of surface pressure greater and/or lower than 1000 hPa, with the side effect of excluding or including an unrealistic or fictitious mass of atmosphere in the energetic budget.

This interpretation of large local values for atmospheric dissipation expressed as residuals is an important result of this paper. It is the ultimate local validation of the available-enthalpy cycle (36) of Part I, giving the proof that there are no approximate or missing terms. However, the real ageostrophic circulations diverge from the idealized Ekman spiral case, because the eddy coefficients are not independent of height. It is the reason why the sum (5) depicted in Fig. 6(b) is not exactly zero and imbalances between $\mathbf{k} \cdot \overline{f(\mathbf{U}_g)_\lambda} \times (\mathbf{U}_a)_\lambda$ and $-\overline{d_E}$ yield positive values in the growing stage of the mode, with observed maximum values in the boundary layer (975 hPa). As for the maximum values below the jet in Fig. 6(b), they must be interpreted in terms of a balance between the effects of ageostrophic circulations and the baroclinic conversion, because the dissipation is very small in this region (see Fig. 5).

(g) *Local results for $\overline{a_E}$ and $\overline{k_S}$ (diabatic simulation)*

The equation for $\overline{a_E}$ in the cycle (36) of Part I is similar to the equation for $\overline{k_E}$, but with different conversion terms and a generation term in place of the dissipation. There is no term equivalent to $-\overline{B(\Phi)_E}$. Observed values for $\overline{\partial_t(a_E)}$, $\overline{B(a_E)}$ and $\overline{g_E}$ are small (not shown). They are less than ± 4 units of $10^{-5} \text{ W kg}^{-1}$, for all levels and for the whole simulation from day 2 to 13. As a consequence, there is a close balance $\overline{c_A} \approx \overline{c_E}$ and the eddy available-enthalpy reservoir $\overline{a_E}$ behaves like a catalytic component. There is a direct transfer of energy from $\overline{a_Z}$ towards $\overline{k_E}$ through $\overline{a_E}$, with no change in $\overline{a_E}$.

The analysis of all terms in the equation for $\overline{k_S}$ (results not shown) reveal that the external path ' $\overline{c_S}$ ' and ' $-\overline{B(\Phi)_S}$ ' is the main feature in the troposphere, with

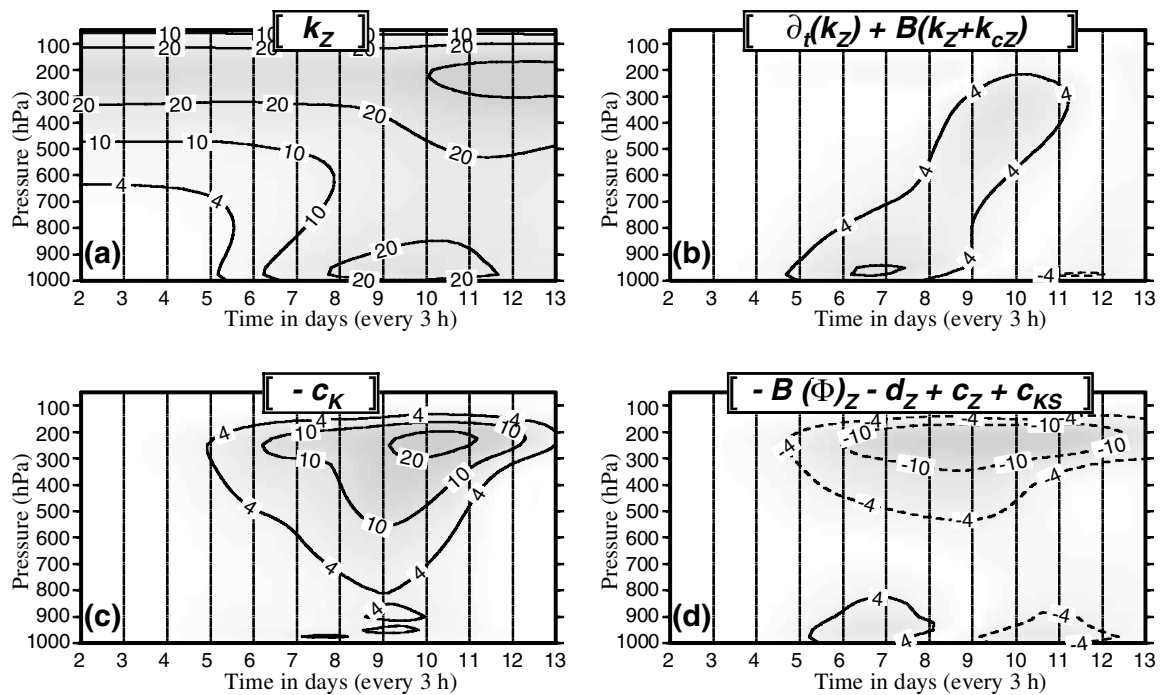


Figure 9. As Fig. 5, with the same large computational domain and for the diabatic simulation EXP-HV, but for the zonal kinetic-energy component $\overline{k_Z}$. (a) The component $\overline{k_Z}$. (b) The total budget $\overline{\partial_t(k_Z) + B(k_Z + k_{cZ})}$: it is the sum of the local time derivative plus the divergence of two boundary fluxes. The budget of $\overline{k_Z}$ corresponds to (b) = (c) + (d). (c) The usual barotropic conversion $-\overline{c_K}$. (d) The non-barotropic part of the budget for $\overline{k_Z}$, equal to $-\overline{B(\Phi)_Z} - \overline{d_Z} + \overline{c_Z} + \overline{c_{KS}}$.

large and opposite values leading to $\overline{c_S} - \overline{B(\Phi)_S} \approx 0$. There is a catalytic behaviour for $\overline{k_S}$, with a direct transfer of energy via the external path $\overline{a_S} \leftrightarrow \overline{k_S} \leftrightarrow \overline{\Phi}$. In the stratosphere, values for $\overline{\partial_t(k_S)}$, $\overline{B(k_S)}$, $\overline{B(k_{cS})}$, $\overline{c_{KS}}$ and $-\overline{d_S}$ are very small and the balance of terms is somewhat different. The decrease of $\overline{k_S}$ close to the jet (-8 units) is explained by negative ageostrophic redistribution terms $\overline{c_S} - \overline{B(\Phi)_S} \approx -22$ units and by $\overline{B(k_{cS})} \approx +16$ units.

(h) Local results for $\overline{k_Z}$ (diabatic simulation)

The budget for the zonal component $\overline{k_Z}$ is depicted in Fig. 9(a). Initial values of the zonal wind described in Fig. 1(a) lead to maximum values for $\overline{k_Z}$ from 100 to 300 hPa, with small values in the lower troposphere. A comparison with the eddy component $\overline{k_Z}$ depicted in Fig. 5(a) shows that maximum values appear 2 days later in the boundary layer, when $\overline{k_E}$ has reached its maximum or starts to decrease. A delay of 3 to 3.5 days is also observed close to the jet. The total change in time of $\overline{k_Z}$ in Fig. 9(b) is computed including the two boundary terms $\overline{B(k_Z)}$ and $\overline{B(k_{cZ})}$, with (b) = (c) + (d). The two divergence terms for Fig. 1(b) are small with respect to $\overline{\partial_t(k_Z)}$ (not shown). The total change is maximum at day 7 in the boundary layer (950 hPa) and it is maximum at day 10 just below the jet (from 300 to 400 hPa). The delay observed in Fig. 9(b) in comparison with Fig. 5(b) is 1 day in the boundary layer and 3 days just below the jet.

The barotropic conversion $-\overline{c_K}$ in Fig. 9(c) can partly explain the growth of $\overline{k_Z}$ just below the jet, but the positive values for $-\overline{c_K}$ are too large and occur too early in the simulation. They are also located at elevations that are too high (from 150 to

300 hPa). In the boundary layer, the barotropic conversion cannot explain the growth of $\overline{k_Z}$ because there is no significant maximum in Fig. 1(c) between days 6 and 8. As a result, the change in zonal kinetic-energy component is improperly determined by the barotropic conversion term.

The same method used for $\overline{k_E}$ is applied to $\overline{k_Z}$ in order to define and give explanations to a non-barotropic part for $\partial_t(\overline{k_Z})$. The dissipation $-\overline{d_Z}$, the conversion with the potential energy $-\overline{B(\Phi)_Z}$ and conversions terms $\overline{c_Z}$ and $\overline{c_{KS}}$ are added altogether to form the non-barotropic term depicted in Fig. 9(d). The conversion $\overline{c_{KS}}$ (not shown) is very small in comparison with other terms. Large negative values observed in Fig. 9(d) for the jet are due to $-\overline{B(\Phi)_Z}$ (not shown). They correspond to positive values of $-\overline{c_K}$ for the jet, and the balance between these opposite terms explains why the growth in barotropic conversion is inhibited before day 8 from 500 to 150 hPa. In the boundary layer, the non-barotropic term explains entirely the growth in $\overline{k_Z}$, due to a balance between large negative values for $-\overline{d_Z}$ and large positive values for $-\overline{B(\Phi)_Z}$ (not shown). These large opposite terms close to the surface can logically be explained by use of an idealized Ekman spiral, in a similar way to that for $\overline{k_E}$ in terms of a balance between the zonal component of dissipation and the energetic impact of ageostrophic circulations in zonal average.

(i) *Local results for $\overline{a_Z}$ (diabatic simulation)*

Figure 10(a) shows the zonal available-enthalpy component $\overline{a_Z}$ where initial values at day 2 are large in the troposphere (more than 80 J kg^{-1}), with maximum values greater than 100 J kg^{-1} below the jet (from 350 to 600 hPa) corresponding to strong north/south gradients of T^λ and to large values for T_ϕ^λ in Fig. 1(a).

The total change in $\overline{a_Z}$ is depicted in Fig. 10(b), including the boundary fluxes of a_Z and a_{cZ} (they cannot be neglected in the boundary layer, not shown). The total change in Fig. 10(b) is negative in the growing stage of the unstable mode from days 3.5 to 8.5, with a maximum depletion at day 6 in the lower troposphere (from 600 to 800 hPa). The total change is zero at the top of the boundary layer (920 hPa). There is a positive event at 1000 hPa between days 4.5 and 7.5 (more clearly shown with a zoom over this region, not shown here). It is created by a positive part of the generation $\overline{g_Z}$ in Fig. 10(f) where values up to $25 \times 10^{-5} \text{ W kg}^{-1}$ are observed from days 5 to 9.5 and between 1000 and 950 hPa.

Associated with negative tendencies in Fig. 10(b) are minimum values for $\overline{a_Z}$ in Fig. 10(a) after day 8, with values less than 70 J kg^{-1} from 500 to 900 hPa. The behaviour of $\overline{a_Z}$ close to the surface is more complex. Values are as low as 20 J kg^{-1} at 1000 hPa and after day 8, with a region of moderate values (more than 70 J kg^{-1}) observed just at the top of the boundary layer (between 975 and 875 hPa, best shown with a zoom over this region, not shown here).

It is explained in section 4(b) how global increases in K_E and K_Z are obtained at the expense of global components A_Z or A_S . However, there is no one-to-one local connection between $\overline{a_Z}$ or a_S with $\overline{k_E}$ or $\overline{k_Z}$. The patterns are clearly out of phase because maxima are located at the surface and near the jet for kinematic components, whereas maxima occur in the middle troposphere for the temperature components.

The decrease in $\overline{a_Z}$ can be explained by the balance between the positive conversion $\overline{c_{AS}}$ and the negative convection $-\overline{c_A}$ in Figs. 10(c) and (e). The positive conversion $-\overline{c_Z}$ exports energy from $\overline{k_Z}$ to $\overline{a_Z}$ but it does not correspond to change in $\overline{a_Z}$. In fact, it is

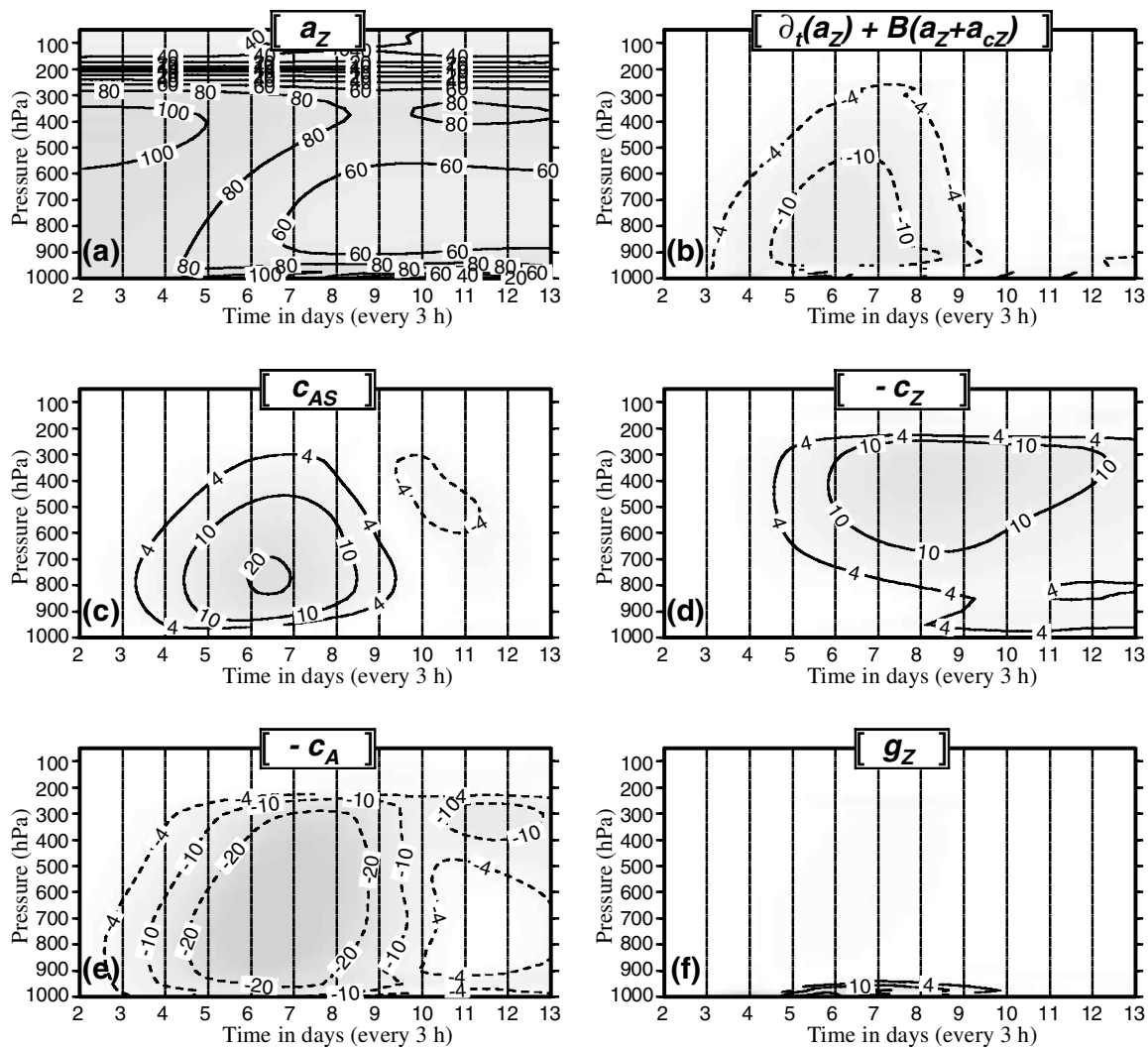


Figure 10. As Fig. 9, with the same large computational domain, with the same units and still for the diabatic simulation EXP-HV, but for the zonal available-enthalpy component \bar{a}_Z . The annotated isopleths are $\pm 4, \pm 10, \pm 20, \pm 40, \pm 60, \pm 80$ and ± 100 . (a) The component \bar{a}_Z . (b) The total budget of $\bar{a}_Z, \partial_t(a_Z) + B(a_Z) + B(a_{cZ})$: it is the sum of the local time derivative plus the divergence of boundary fluxes and corresponds to (c) + (d) + (e) + (f). (c) The conversion \bar{c}_{AS} . (d) The conversion $-\bar{c}_Z$. (e) The conversion $-\bar{c}_A$. (f) The generation \bar{g}_Z .

connected to associated negative values for $-\bar{c}_A$. For the jet and the middle troposphere, $-\bar{c}_Z$ and $-\bar{c}_A$ act as direct transfers of energy from \bar{k}_Z to \bar{a}_E .

(j) Local results for $\bar{a}_S = a_S$ (diabatic simulation)

The static stability component a_S in Fig. 11(a) is maximum in the lower troposphere and in the stratosphere, with minimum values near the 500 hPa level. These observations are in agreement with local values of $(\bar{T} - T_r)^2 \propto a_S$ and with $T_r \equiv 250$ K.

The equation for a_S is equivalent in Fig. 11 to (b) = (c) + (d) + (e) + (f). The development of the mode is mainly associated in Fig. 11(a) with a decrease of a_S below the level 800 hPa. It corresponds in Fig. 11(b) to large negative values for the total change in a_S , including the boundary fluxes. Associated with them, large negative values for the generation \bar{g}_S in Fig. 11(f) are the main cause for the loss of energy in the system, with observed decreasing gradients of temperature below the 800 hPa level.

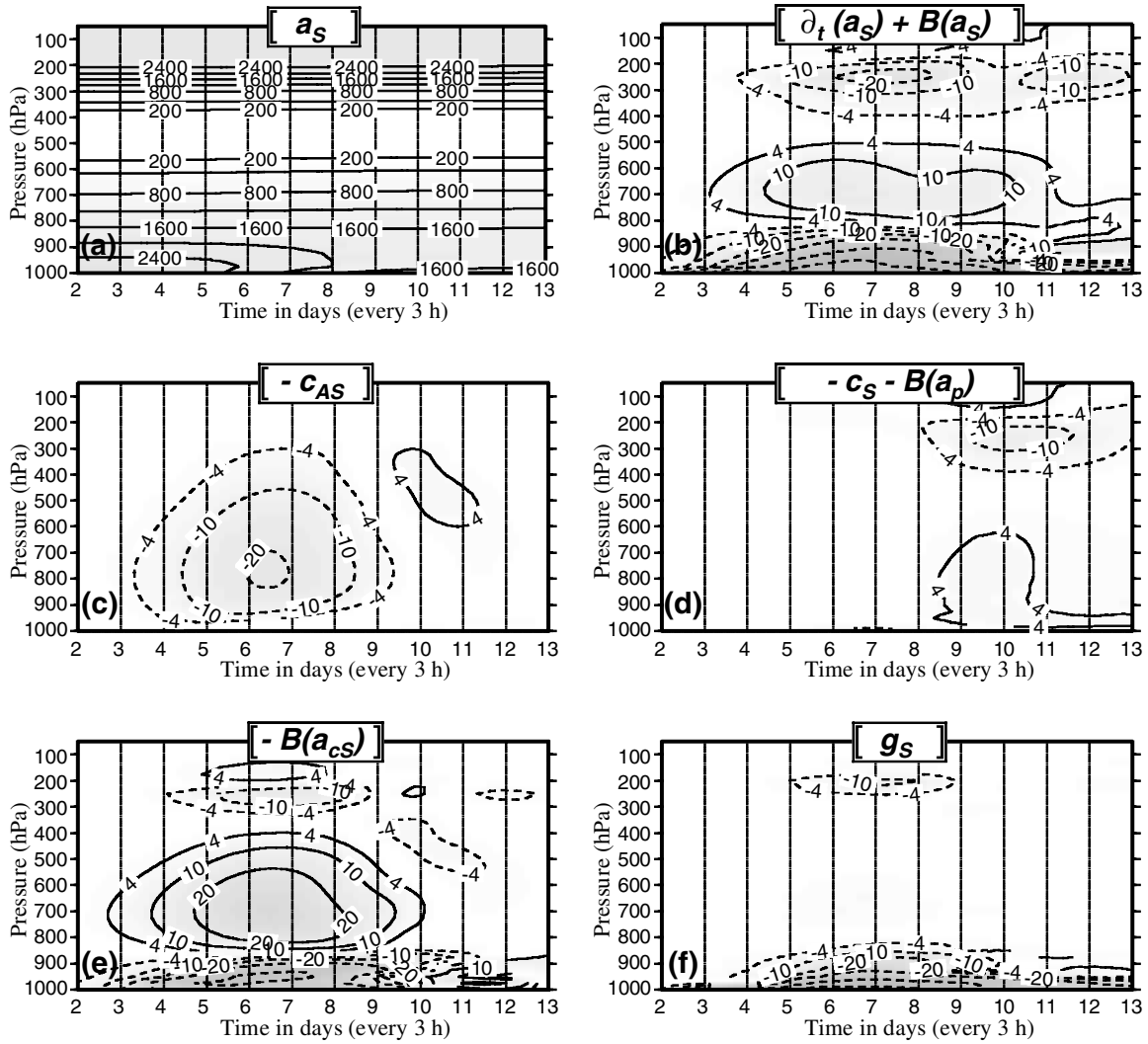


Figure 11. As Fig. 9, with the same large computational domain, with the same interval and units in (b) to (f) and still for the diabatic simulation EXP-HV, but for the static stability component $\overline{a_s}$. Isopleths in (a) are 200, 400, 800, 1200, 1600, 2000 and 2400 J kg^{-1} . For the other panels the annotated isopleths are ± 4 , ± 10 and ± 20 , followed by the contoured isopleths ± 40 , ± 100 and $\pm 200 \times 10^{-5} \text{ W kg}^{-1}$. The budget of $\overline{a_s}$ corresponds to (b) = (c) + (d) + (e) + (f). (a) The component a_s . (b) The total budget $\overline{\partial_t(a_s)} + \overline{B(a_s)} + \overline{B(a_{cs})}$: it is the sum of the local time derivative plus the divergence of boundary fluxes. (c) The conversion $-\overline{c_{AS}}$. (d) The external path budget $-\overline{c_s} - \overline{B(a_p)}$. (e) The boundary term $-\overline{B(a_{cs})}$. (f) The generation $+\overline{g_s}$. The numerous isopleths located near the surface in (b), (e) and (f) are not artefacts. They correspond to real large positive or negative values discussed in the text.

Clearly, possible one to one local conversions between a_s and $\overline{k_E}$ or $\overline{k_Z}$, suggested in section 4(b) from global results, cannot be established.

Values for the budget $-\overline{c_s} - \overline{B(a_p)}$ are small in Fig. 11(d). It is a confirmation that the external path does not contribute greatly to the energetics of the available-enthalpy cycle. As mentioned in the previous section, the conversion $-\overline{c_{AS}}$ in Fig. 11(c) can explain the growth in $\overline{a_Z}$, although it cannot describe the pattern of the total change in Fig. 11(a). It means that the other boundary flux $-\overline{B(a_{cs})}$ is an important feature for a_s , acting as vertical redistributions of energy with large positive and negative values but with small global integral (not shown).

5. A NEW $A3 + K3 + \Phi$ AVAILABLE-ENTHALPY CYCLE

Investigations of the energetics of the diabatic simulation have shown that observed large and positive values for dissipation in the boundary layer correspond to large and opposite values for the three potential-energy conversion terms $-\overline{B(\Phi)_S}$, $-\overline{B(\Phi)_Z}$ and $-\overline{B(\Phi)_E}$. An attempt will be presented in this section to modify (36) and Fig. 5(b) of Part I in order to take into account these balanced terms which are interpreted, according to OS95 and section 4(f), as vertical redistributions of energy via work done by pressure forces and by ageostrophic circulations.

Ageostrophic conversions are denoted by $\overline{(c_{ag})_X}$, for $X = (S, Z, E)$. They are written

$$\overline{(c_{ag})_S} = \overline{c_S} - \overline{B(\Phi)_S} = -\overline{\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\Phi)} = \mathbf{k} \cdot \overline{(f\mathbf{U}_g) \times (\mathbf{U}_a)}, \quad (8)$$

$$\overline{(c_{ag})_Z} = \overline{c_Z} - \overline{B(\Phi)_Z} = -\overline{(\mathbf{U}_h)_\phi^\lambda \cdot \nabla_p(\Phi)_\phi^\lambda} = \mathbf{k} \cdot \overline{(f\mathbf{U}_g)_\phi^\lambda \times (\mathbf{U}_a)_\phi^\lambda}, \quad (9)$$

$$\overline{(c_{ag})_E} = \overline{c_E} - \overline{B(\Phi)_E} = -\overline{(\mathbf{U}_h)_\lambda \cdot \nabla_p(\Phi)_\lambda} = \mathbf{k} \cdot \overline{f(\mathbf{U}_g)_\lambda \times (\mathbf{U}_a)_\lambda}. \quad (10)$$

The results obtained in sections 4(c), (d) and (h) show that local changes in kinetic-energy components are out of phase with baroclinic conversions, whereas they are in one-to-one relationships with ageostrophic conversions. It is thus necessary to reorganize (36) and Fig. 5(b) of Part I so that the barotropic conversions $\overline{c_E}$, $\overline{c_Z}$ and $\overline{c_S}$ do not directly supply energy to $\overline{k_E}$, $\overline{k_Z}$ and $\overline{k_S}$. Discussions presented in Johnson and Downey (1982) are suitable for solving this problem. They suggest maintaining an explicit degree of freedom for boundary work and to avoid the concept of direct conversion between mechanical and thermodynamic energies. This program will be partly retained, leading to modifications in the Lorenz internal cycle (encompassing a hatched area in Fig. 5(b) of Part I).

The proposal for the new limited-area available-enthalpy cycle is represented by (11) and Fig. 12.

$$\left. \begin{aligned} \overline{\partial_t(a_S)} &= -\overline{B(a_S + a_{cS})} - \overline{c_{AS}} - \{\overline{c_S} + \overline{B(a_p)}\} && + \overline{g_S} \\ \overline{\partial_t(a_Z)} &= -\overline{B(a_Z + a_{cZ})} + \overline{c_{AS}} - \overline{c_Z} - \overline{c_A} && + \overline{g_Z} \\ \overline{\partial_t(a_E)} &= -\overline{B(a_E)} && - \overline{c_E} + \overline{c_A} && + \overline{g_E} \\ \overline{B(\Phi)} + \overline{B(a_p)} &= +\{\overline{c_S} + \overline{B(a_p)}\} + \overline{c_Z} + \overline{c_E} - \{\overline{(c_{ag})_S} + \overline{(c_{ag})_Z} + \overline{(c_{ag})_E}\} && \\ \overline{\partial_t(k_S)} &= -\overline{B(k_S + k_{cS})} - \overline{c_{KS}} + \overline{(c_{ag})_S} && - \overline{d_S} \\ \overline{\partial_t(k_Z)} &= -\overline{B(k_Z + k_{cZ})} + \overline{c_{KS}} + \overline{(c_{ag})_Z} - \overline{c_K} && - \overline{d_Z} \\ \overline{\partial_t(k_E)} &= -\overline{B(k_E)} && + \overline{(c_{ag})_E} + \overline{c_K} && - \overline{d_E} \end{aligned} \right\} \cdot (11)$$

Ageostrophic conversions $\overline{(c_{ag})_X}$ for $X = (S, Z, E)$ appear in the three kinetic-energy equations in (11). They also appear in the equation for $\overline{B(\Phi)}$ which is partitioned into the three incoming terms $\overline{c_X}$ and the three outgoing terms $\overline{(c_{ag})_X}$, plus the term $\overline{B(a_p)}$ added to the two sides of the equation. These transformations between baroclinic and ageostrophic components are equivalent to the vertical redistribution of energy described in OS95.

However, the question as to how values $\overline{c_X}$ are transformed into values $\overline{(c_{ag})_X}$ will not be tackled in this paper, owing to a lack of possible separation of $\overline{\Phi}$ into zonal, eddy and static-stability components. Indeed, $\overline{\Phi}$ is not a quadratic function and the

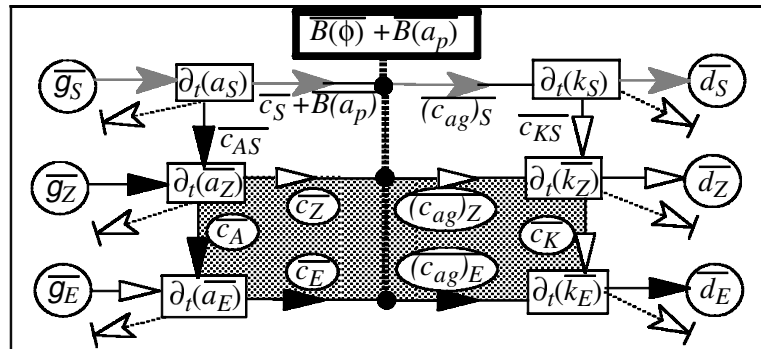


Figure 12. A new proposal for the limited-area enthalpy cycle. Conversion terms with potential energy $-\overline{B(\Phi)}_S$, $-\overline{B(\Phi)}_Z$ and $-\overline{B(\Phi)}_E$ in Fig. 5(b) of Part I are combined with \overline{c}_S , \overline{c}_Z and \overline{c}_E to form ageostrophic conversions (8) to (10). The potential-energy equation is inserted between available-enthalpy and kinetic-energy components. It is depicted by vertical heavy dotted lines and dark points and the associated non-partitioned generation term is $\overline{B(\Phi)} + \overline{B(a_p)}$. The six non-labelled outgoing white arrows represent the boundary fluxes for each of the six energy components. The formulations are given in the first terms on the right-hand sides of (11).

local separation $\Phi = \overline{\Phi} + \Phi_\phi^\lambda + \Phi_\lambda$ disappears for averaged values, because $\overline{\Phi_\phi^\lambda} = 0$ and $\overline{\Phi_\lambda} = 0$. In fact, this question is equivalent to the other difficulty in understanding the real physical meanings for $-\overline{B(\Phi)}_X$ in (36) of Part I.

Graphically, Fig. 12 is obtained from Fig. 5(b) of Part I by folding back $\overline{B(\Phi)}_X$ arrows to \overline{c}_X arrows on the right part of the inner Lorenz cycle. The left part of the Lorenz cycle is unchanged and still involves the usual baroclinic conversions. The vertical separation between the two parts corresponds to the equation for Φ , depicted by vertical heavy dotted lines and dark branching points. The external path of energy is also modified. The boundary term $\overline{B(a_p)}$ is added to \overline{c}_S in order to avoid large terms in the budget of \overline{a}_S .

As suggested by Johnson and Downey (1982), connections between potential-energy components and other components do not occur through direct conversions towards kinetic-energy components. Energy coming from Φ rather enters in the middle of horizontal branches of the internal Lorenz cycle in Fig. 12 (dark points). Transformations leading to (11) are obtained without loss of generality and a gain in simplicity is observed, since there are fewer terms to manage in the kinematic part.

6. AN APPLICATION TO THE IOP15 OF FASTEX

(a) Time–pressure diagrams for IOP15

It is not the aim of this section to show a complete study of the energetics of IOP15 during the FASTEX experiment (Joly *et al.* 1997). Only preliminary results will be presented, in order to assess the realistic aspect of the idealized diabatic simulation EXP-HV. Both FASTEX and EXP-HV cases will be investigated with the local available-enthalpy diagnostic package, though with a different limited-area domain.

A three-day forecast has been simulated with an old operational version of the French Arpège model (triangular truncation T149, stretching factor of 3.5, 27 hybrid vertical levels). The operational suite of analyses had used some non-conventional observations and the quality of the forecast was good. The modified time scheme (4) has been used with moving limited-area diagnostic domains following the storm along its trajectory. This method is close to the quasi-Lagrangian method described in Michaelides *et al.* (1999). However, in this paper, the scheme (4) is evaluated at a given

diagnostic time t_0 with the same limited area for $t_{(-)}$, t_0 and $t_{(+)}$; and when passing from t_0 to $t_0 + \Delta t$, the size and location of the common diagnostic domains change at the same time for the new $t_{(-)} + \Delta t$, $t_0 + \Delta t$ and $t_{(+)} + \Delta t$ diagnostic times in the scheme (4).

Comparisons of diagrams between Figs. 13(a) and 5(a) show that the idealized diabatic experiment EXP-HV can reproduce some of energetic features observed in IOP15 of FASTEX. In the two cases, the eddy component $\overline{k_E}$ is a maximum close to the jet and in the boundary layer at a level above the surface. The main differences concern the values of $\overline{k_E}$ which are enlarged, going from 30–50 units for EXP-HV to 200–300 units for FASTEX. Another difference is that the maximum close to the surface occurs 12 h later than for the jet in the FASTEX experiment. The contrary is observed in EXP-HV.

Patterns of total budget in Fig. 13(b) and close to the surface are similar, with a maximum of development of $\overline{k_E}$ at 14–12 UTC and at level 950 hPa for FASTEX. However, total budgets close to the jet are very different. The explanation is given by Fig. 13(h) where the boundary flux is equivalent and opposite to the local tendency, leading to weak values of the sum $\overline{\partial_t(k_E)} + \overline{B(k_E)}$ depicted in Fig. 13(b). As a consequence, advection processes seem to control energetics of the jet in FASTEX, whereas local developments appear to be the prevailing sources of $\overline{k_E}$ in the boundary layer. Such advection processes for the jet could not appear in EXP-HV because of the eight waves surrounding the earth. Even for a small limited area, the incoming and outgoing energy is equal for EXP-HV.

Patterns for the baroclinic and barotropic conversions, the dissipation term and the conversion term with potential energy are to a large extent similar for idealized EXP-HV and for the real FASTEX experiments (see Figs. 13(c)–(f)). In particular, the dissipation is generally weak above the boundary layer, though with surprising large negative values close to 400 hPa and centred on day 14 at 12 UTC.

The non-barotropic term in Fig. 13(g) can be compared with Fig. 6(b). As for the total budget in Fig. 13(b), there are large differences for the jet region of FASTEX, where increase in $\overline{k_E}$ is mainly due to advection processes. For FASTEX as for EXP-HV, the ageostrophic conversion, equivalent to (g)–(d) in Fig. 13, seems to be the relevant term (not shown) to explain the forcing coming from $\overline{a_E}$, in place of the usual baroclinic conversion $\overline{c_E}$.

(b) *The available-enthalpy cycles for IOP15*

The available-enthalpy cycles presented in Fig. 14 correspond to the storm investigated during the IOP15 of FASTEX and already described in the previous section (see Fig. 13). The cycles are computed for three vertical layers (upper, middle and lower troposphere) and for the two growing and decaying stages of development of the storm. The vertical integral of any term X is equal to the sum of $X dp/g$, where g is the acceleration due to gravity. Units are W m^{-2} . The contributions to the global budget of upper, middle and lower pressure layers are equal to 35, 45 and 15%, respectively, according to the differences in pressure for the layers.

The main objective of this section is to determine how far the ageostrophic conversions $(c_{ag})_X$ acting on $\overline{k_X}$ can differ from the baroclinic conversions $\overline{c_X}$ acting on $\overline{a_X}$, for $X = (S, Z, E)$. Clearly, Figs. 14(a)–(e) show that the differences between the two kinds of conversion terms can be large, for all layers and for the two stages of the storm.

An important example is the low-level growing-stage cycle show in Fig. 14(e). It corresponds to an ageostrophic conversion of +5.7 units and to a baroclinic conversion of only +1.8 units. The difference of -3.9 units for $(\overline{a_E}, \overline{k_E})$ represents the eddy

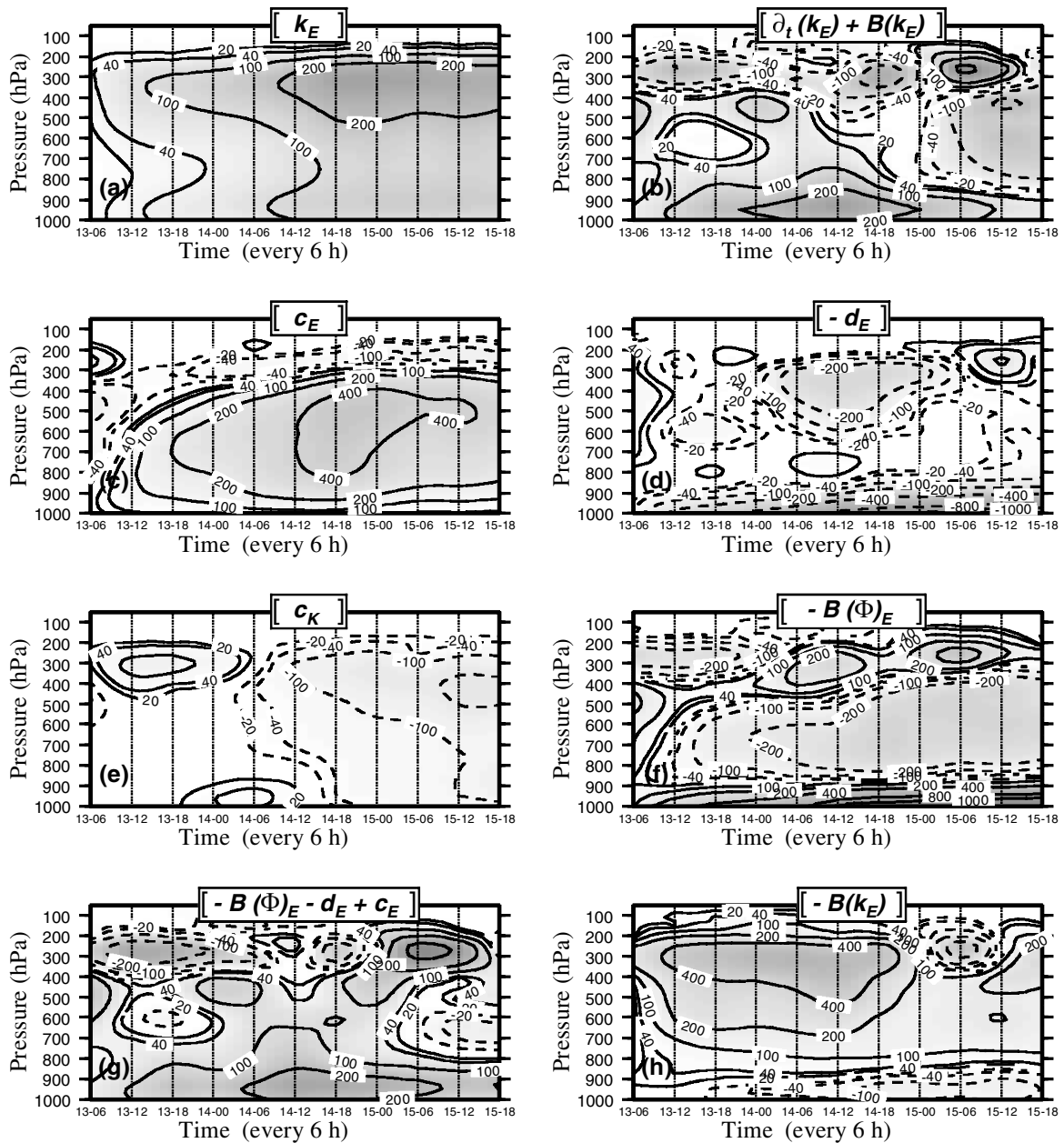


Figure 13. Time–pressure diagrams for the IOP15 of FASTEX (13–16 February 1997). Data are available every 6 h and results have been omitted for 1300 and 1600 UTC, because only centred schemes are considered and both initial and final dates cannot be computed. All diagrams can be compared with Figs. 4, 5 and 6. The annotated isopleths are ± 20 , ± 40 , ± 100 , ± 200 , ± 400 , ± 800 , ± 1000 and ± 1500 . The equation for $\overline{k_E}$ corresponds to $(b) = (c) + (e) + (f) + (d)$ or equivalently to $(b) = (e) + (g)$. (a) The component $\overline{k_E}$ (J kg^{-1}). (b) The total budget $\partial_t(\overline{k_E}) + B(\overline{k_E})$. (c) The baroclinic conversion $\overline{c_E}$. (d) The dissipation term $-\overline{d_E}$. (e) The barotropic conversion $\overline{c_K}$. (f) The conversion term $-\overline{B(\Phi)_E}$. (g) The non-barotropic term $-\overline{B(\Phi)_E} - \overline{d_E} + \overline{c_E}$. (h) The boundary term $-\overline{B(k_E)}$. Units are $10^{-5} \text{ W kg}^{-1}$ in (b)–(h).

contribution for $\overline{B(\Phi)} + \overline{B(a_p)}$, with the contributions of -0.4 units for $(\overline{a_Z}, \overline{k_Z})$ and $+4.3$ units for $(\overline{a_S}, \overline{k_S})$, leading to the observed small total change of $+0.1$ units.

This low-level growing-stage cycle corresponds to typical features of baroclinic developments for midlatitude storms. The generation term $\overline{g_S} = +6.7$ and the conversion term $\overline{c_S} = +5.1$ are associated with a release of $\overline{a_S}$ reaching -3.3 units, with the sequence of positive conversion terms $\overline{c_{AS}} = +2.1$, $\overline{c_A} = +3.7$, $\overline{c_E} = +1.8$ and

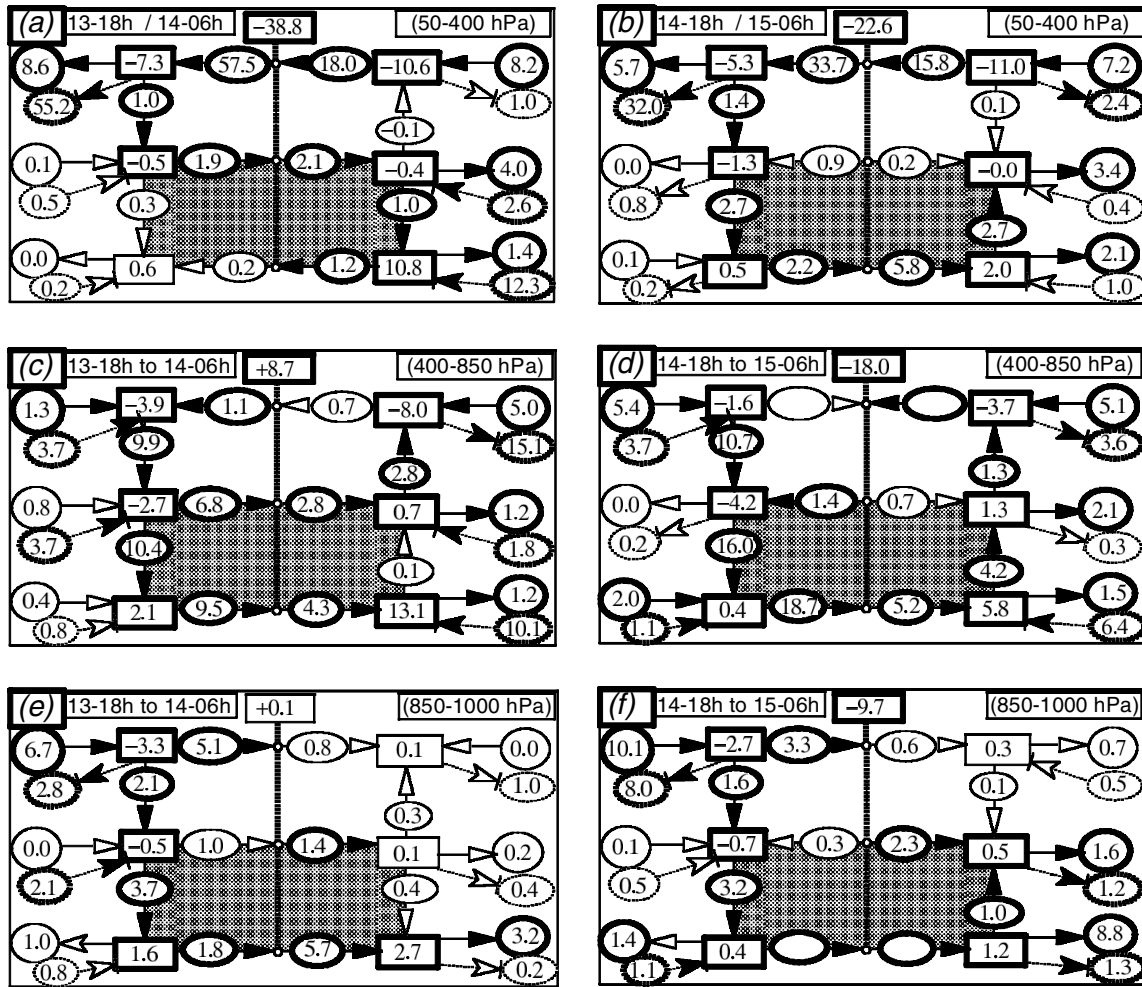


Figure 14. The available-enthalpy cycles for the IOP15 of FASTEX. The boxes, circles and arrows correspond to the cycle (11) and to Fig. 12. Left column: the first growing stage from 18 UTC 13 February to the 06 UTC 14 February. Right column: the last mature and decaying stages from 18 UTC 14 February to 06 UTC 15 February. Units are $W m^{-2}$. (a) and (b) Upper-troposphere and stratosphere region (50–400 hPa). (c) and (d) Middle-troposphere region (400–850 hPa). (e) and (f) Lower-troposphere and boundary-layer region (850–1000 hPa).

$(c_{ag})_E = +5.7$ units. The budget of $\overline{k_E}$ is closed by a barotropic instability $\overline{c_K} = +0.4$, with a growing of $+2.7$ units for $\overline{k_E}$ and a realistic dissipation term $\overline{d_E} = 3.2$ units.

The main difference between the low-level growing stage in Fig. 14(e) and the mature or decaying stage in Fig. 14(f) is the expected change of sign for the barotropic conversion ($\overline{c_K} = -1.0$). This barotropic stabilization corresponds to a growth of $\overline{k_Z}$ ($+0.5$ units). The dissipation terms increase for the mature stage, reaching 1.6 units for $\overline{d_Z}$ and 8.8 units for $\overline{d_E}$. The large values for the eddy dissipation balance the large ageostrophic conversion ($+12.2$ units), giving an explanation for the observed moderate growth of $\overline{k_E}$ (only $+1.2$ units).

The total budget for $\overline{B(\Phi)} + \overline{B(a_p)}$ is small ($+0.1$ units) only for the low-level growing stage in Fig. 14(e). Larger values from -38.8 to $+8.7$ units are observed for all other cases (Figs. 14(a) to (d), and (f)). It means that the budget of potential energy plays an important role in the available-enthalpy cycle by supplying (extracting) energy to (from) other forms of energy. There is a need to elucidate the uncertain involved processes.

The conversion terms $\overline{c_Z}$ and $\overline{(c_{ag})_Z}$ have opposite signs for the three decaying-stage cases (Figs. 14(b), (d) and (f)), whereas they have the same signs for the three growing-stage cases (Figs. 14(a), (c) and (e)). Other comparisons between the eddy ageostrophic and baroclinic conversions show that $\overline{(c_{ag})_E}$ is the governing term for the upper-level and lower-level cases (Figs. 14(a), (b), (e) and (f)). The governing term is $\overline{c_E}$ for the mid-troposphere cases (Figs. 14(c) and (d)).

These comparisons can be understood by analysing the vertical and time distributions for $\overline{c_E}$ and $-\overline{B(\Phi)_E}$, as depicted in Figs. 13(c) and (f), respectively. According to (10), the ageostrophic conversion is the sum of the two terms: $\overline{c_E} - \overline{B(\Phi)_E} = \overline{(c_{ag})_E}$. For the mid-tropospheric region they have opposite sign, leading to the observed small values of $\overline{(c_{ag})_E}$. For the low-level troposphere, the two terms are positive, leading to the large positive values for $\overline{(c_{ag})_E}$. For the upper-levels region the sign of $-\overline{B(\Phi)_E}$ is somewhat irregular close to the jet. The observed increase of $\overline{(c_{ag})_E}$ is less easy to explain.

7. CONCLUSION

The aim of this paper was to investigate the local energetics of idealized simulations of adiabatic and diabatic versions of baroclinic waves. The final diagnostic tool is the fully symmetric limited-area available-enthalpy cycle with $A3 + K3 + \Phi$ components, defined by (11) and Fig. 12.

As stated in McIntyre (1980) and Plumb (1983), the transformed Eulerian-mean systems or the generalized Eliassen–Palm fluxes can lead to better ways of analysing wave and mean-flow interactions.

Furthermore, the partition of Lorenz into *zonal-mean* and *eddy* components of the flow could be improved in many ways, for instance by following variational processes as suggested by Van Mieghem (1956), Plumb (1983) and Kucharski (1997). An example of the use of a flow-dependent reference state is given in Kucharski and Thorpe (2000a), where *rotated zonal means* are defined. But in this two-part paper, the conventional partition of Lorenz has been considered and the same choice has been made in the most recent papers of Michaelides *et al.* (1999), Kucharski and Thorpe (2000b, 2001) or Mishra and Rao (2001).

As for the non-uniqueness of energy cycles widely discussed in Johnson and Downey (1982) and in Plumb (1983), the definition of the limited-area available-enthalpy cycle (11) suffers from the same general problem of uncertainty in the interpretations of conversion terms. It is, for instance, always possible from a mathematical point of view to cancel out any branch of a cycle by adding a common term to each part of a closed loop. The simplest example is a triad of energy components (e_1, e_2, e_3) with the conversions $C_{(1,2)}$, $C_{(2,3)}$ and $C_{(3,1)}$ acting between them. If the quantity $-C_{(3,1)}$ is added to the three branches, the modified cycle is still valid and both the energy and net tendencies are the same before and after the modification. The impact on the diagram for the triad-cycle would be of a cancellation of the direct conversion between e_1 and e_3 , the other conversions becoming $C_{(1,2)} - C_{(3,1)}$ and $C_{(2,3)} - C_{(3,1)}$.

It is thus important to verify that the physical interpretations of the modified conversion and flux terms are still valid in the available-enthalpy cycle (11), as stated in McIntyre (1980), Johnson and Downey (1982) and Plumb (1983).

Firstly, it has been verified that there are no approximations and no missing terms, by showing that observed dissipation and generation residuals are small in the case of adiabatic simulations in both global and local cases. Furthermore, there is a real

gain in physical basis in the definition of the new available-enthalpy cycle. In (11) and Fig. 12, Lorenz's internal cycle has been modified in order to highlight the ageostrophic conversion $-\mathbf{U}_h \cdot \nabla_p(\Phi)$. It acts as a forcing directly applied to the kinetic-energy components, in place of the usual baroclinic conversion $-R\omega T/p$.

The potential-energy component plays the role of vertical redistribution of energy as described in OS95, by transforming baroclinic into ageostrophic conversions, via unknown processes to be discovered. The use of ageostrophic conversion terms in the available-enthalpy cycle is the main modification brought to the study of Pearce (1978). It appears to be in agreement with the results obtained with the numerical simulation of the IOP15 of FASTEX, as presented in section 6(b). The magnitudes of the baroclinic and ageostrophic conversions are indeed very different. Even their sign can change. When the potential-energy component is included, the values of the generation and dissipation terms computed as residuals of the cycle (11) turn out to be realistic.

Other comparisons of results from the idealized case EXP-HV and from the IOP15 real case of FASTEX show that surface patterns are almost the same, although the jet energetics are very different. It could be worthwhile to continue this study on IOP15 of FASTEX, with special attention paid to the impact of surface energy fluxes on the atmospheric boundary-layer front, as already stated in Giordani and Planton (2000).

The limited-area available-enthalpy cycle (11) must be particularly suitable for studying the energetics of isolated structures like frontal waves, for which FASTEX has been organized. To do so, the potential-vorticity inversion mechanism could be used to make simulations including and not including some localized small patterns, in order to understand their dynamical consequences.

Other idealized cases could be investigated in the future, with possible enhanced horizontal or vertical resolutions. It could also be worthwhile to define more realistic simulations, by including humidity and other diabatic processes. Results from Marquet (1993) could serve as a starting point for defining a moist local available-enthalpy cycle.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author is most grateful to S. Malardel, Ph. Arbogast and C. Freydier for their support and useful discussions about applications of available-enthalpy energetics to idealized simulations and for the preparation of the basic state with the most unstable mode. I also thank R. Clark and the two referees who suggested many clarifications and modifications to the manuscript.

APPENDIX

Computations of the pseudo-geostrophic wind

The stationary jet depicted in Fig. 1(a) is defined by the pseudo-geostrophic wind ($u_g^*, v_g^* = 0$). It is obtained from (29) of Part I, together with the hypotheses that all the zonal and meridian tendencies are zero and that all the variables (T, Φ, u_g^*) are zonally symmetric, with a constant surface pressure and without friction. The result is given by

$$du_g^*/dt = -[\nabla_p(\Phi)]_y - f^*u_g^* = 0. \quad (\text{A.1})$$

If the usual geostrophic wind is denoted by $u_g = -[\nabla_p(\Phi)]_y/f$, the pseudo-geostrophic version is obtained by solving an equation of the second degree, derived by inserting $f^* = f + u_g^* \tan(\varphi)/\mathcal{R}$ into (A.1), to give

$$(u_g^*)^2 \tan(\varphi)/\mathcal{R} + fu_g^* + [\nabla_p(\Phi)]_y = 0 \implies u_g^* = \mathcal{V}_T(\sqrt{1 + 2u_g/\mathcal{V}_T} - 1). \quad (\text{A.2})$$

The term $\mathcal{V}_T = \Omega \mathcal{R} \cos(\varphi)$ is the velocity due to the rotation of the earth with $\Omega \mathcal{R} \approx 464 \text{ m s}^{-1}$. The limit of (A.2) for small values of u_g/\mathcal{V}_T and with $\sqrt{1+2X} - 1 \approx X$ for small X is the usual geostrophic wind u_g . This approximation is valid in the tropical region where $\cos \varphi \approx 1$ and $u_g \ll 464 \text{ m s}^{-1}$. But \mathcal{V}_T decreases with increasing latitude where $\cos \varphi \approx 0$, leading to possible large differences between u_g^* and u_g . A significant departure from classic geostrophic conditions (up to 4 m s^{-1}) is also obtained for the midlatitude jet. The obvious singularities for $\varphi = 0$ and $\varphi = \pm\pi/2$ in (A.2) have no practical impact for a Gaussian grid where there is no point located at the poles or at the exact equator.

There is a need to take into account (A.2) to avoid significant time oscillations of the jet due to imbalanced wind, as clearly observed for some spectral coefficients in a first attempt to construct the zonal jet. The method of computing $[\mathbf{V}_p(\Phi)]_y$ is also important. The method used in Arpège is a spectral computation of the gradient of temperature for $\cos \varphi \partial_\varphi(T)$, with a transformation onto the Gaussian grid. The meridian component $(\mathcal{R})^{-1} \partial_\varphi(\Phi)$ is finally obtained by computing the vertical integral of the hydrostatic equation and by a division by $\mathcal{R} \cos(\varphi)$ on the Gaussian grid.

REFERENCES

- Brennan, F. E. and Vincent, D. G. 1980 Zonal and eddy components of the synoptic-scale energy budget during intensification of hurricane Carmen (1974). *Mon. Weather Rev.*, **108**, 954–965
- Courtier, J. A., Freyrier, C., Geleyn, J. F., Rabier, F. and Rochas, M. 1991 Pp. 193–231 in Proceedings of ECMWF seminar on ‘The Arpège project at Météo-France, Volume II, 9–13 September 1991, Reading. European Centre for Medium-Range Weather Forecasts, Shinfield Park, Reading, Berkshire RG2 9AX, UK
- Giordani, H. and Planton, S. 2000 Modeling and analysis of ageostrophic circulation over the Açores oceanic front during the Semaphore experiment. *Mon. Weather Rev.*, **128**, 2270–2287
- Hoskins, B. J. and Simmons, A. J. 1975 A multi-layer spectral model and the semi-implicit method. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **101**, 637–655
- Johnson, R. J. and Downey, W. K. 1982 On the energetics of open systems. *Tellus*, **34**(2), 458–470
- Joly, A., Jorgensen, D., Shapiro, M. A., Thorpe, A., Bessemoulin, P., Browning, K. A., Cammas, J.-P., Chalon, J.-P., Clough, S. A., Emanuel, K. A., Eymard, L., Gall, R., Hildebrand, P. H., Langland, R. H., Lemaitre, H., Lynch, P., Moore, J. A., Persson, P., Ola G., Snyder, C. and Wakimoto, R. M. 1997 The Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment (FASTEX): scientific objectives and experimental design. *Bull. Am. Meteorol. Soc.*, **78**(9), 1917–1940
- Kucharski, F. 1997 On the concept of exergy and available potential energy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **123**, 2141–2156
- Kucharski, F. and Thorpe, A. J. 2000a Upper-level barotropic growth as a precursor to cyclogenesis during FASTEX. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **126**, 3219–3232
- 2000b Local energetics of an idealized baroclinic wave using extended exergy. *J. Atmos. Sci.*, **57**, 3272–3284
- 2001 The influence of transient upper-level barotropic growth on the development of baroclinic waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **127**, 835–844
- Lorenz, E. N. 1955 Available potential energy and the maintenance of the general circulation. *Tellus*, **7**(2), 157–167
- Louis, J. F. 1979 A parametric model of the vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Boundary-Layer Meteorol.*, **17**, 187–202
- Louis, J. F., Tiedtke, M. and Geleyn, J. F. 1981 ‘A short history of the operational PBL parameterization at ECMWF’. Pp. 59–79 in Proceedings of ECMWF workshop on planetary boundary layer parameterization, 25–27 November 1981, Reading, UK

- 2494 P. MARQUET
- McIntyre, M. E. 1980 An introduction to the generalized Lagrangian-mean description of wave, mean-flow interaction. *Pure Appl. Geophys.*, **118**, 152–176
- Marquet, P. 1993 Exergy in meteorology: definition and properties of moist available enthalpy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **119**, 567–590
- 2003 The available-enthalpy cycle. I: Introduction and basic equations. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **129**, 2445–2466
- Michaelides, S. C. 1987 Limited area energetics of Genoa cyclogenesis. *Mon. Weather Rev.*, **115**, 13–26
- Michaelides, S. C.,
Prezerakos, N. G. and
Flocas, H. A. 1999 Quasi-Lagrangian energetics of an intense Mediterranean cyclone. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **125**, 139–168
- Mishra, S. K. and Rao, V. B. 2001 The energetics of an upper tropospheric cyclonic vortex over north-east Brazil. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **127**, 2329–2351
- Muench, H. S. 1965 On the dynamics of the wintertime stratosphere circulation. *J. Atmos. Sci.*, **22**, 349–360
- Orlanski, I. and Sheldon, J. P. 1995 Stages in the energetics of baroclinic systems. *Tellus*, **47A**, 605–628
- Pearce, R. P. 1978 On the concept of available potential energy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **104**, 737–755
- Plumb, R. A. 1983 A new look at the energy cycle. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1669–1688
- Simmons, A. J. and Hoskins, B. J. 1976 Baroclinic instability on the sphere: Normal modes of the primitive and quasi-geostrophic equations. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1454–1477
- 1978 The life cycles of some nonlinear baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 414–432
- Thorncroft, C. D. and Hoskins, B. J. 1990 Frontal cyclogenesis. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 2317–2335
- Van Mieghem, J. 1956 The energy available in the atmosphere for conversion into kinetic energy. *Beitr. Phys. Atmos.*, **29**, 129–142

C Thermodynamique de l'air humide (2015)

Je reproduis dans cet appendice C le chapitre 22 d'un livre paru en octobre 2015 : *Formulations of moist thermodynamics for atmospheric modelling* by P. Marquet and J.-F. Geleyn. Parameterization of Atmospheric Convection. Volume 2: Current Issues and New Theories. R. S. Plant et J.-I. Yano Editors. p.221-274. Imperial College Press.

Ce chapitre a été écrit lorsque j'étais à DPrévi-LABO et avec Jean-François Geleyn comme co-auteur. C'est grâce à Jean-François que j'ai pu être impliqué dans l'action européenne COST-ES0905, R. S. Plant et J.-I. Yano ayant accepté (au cours de cette action) la rédaction de ce chapitre sur la thermodynamique de l'air humide, disponible sous : http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9781783266913_0026 ou bien sous arXiv (version publique et ouverte) : <http://arxiv.org/abs/1510.03239>

Ce chapitre résume l'ensemble des résultats que j'ai obtenus au cours des années 2010-2014 et correspondant aux 4 articles parus au QJRMS entre 2011 et 2015 :

- Marquet (2011) où j'ai défini l'entropie de l'air humide en terme de la température potentielle θ_s en faisant appel au troisième principe de la thermodynamique (voir la version sous arXiv <http://arxiv.org/abs/1401.1097>) ;
- Marquet and Geleyn (2013) où nous avons utilisé les propriétés de conservativité de θ_s pour mieux définir la fréquence de Brunt-Väisälä de l'air humide (voir la version sous arXiv <http://arxiv.org/abs/1401.2379>) ;
- Marquet (2014) où j'ai défini le tourbillon potentiel de l'air humide en utilisant la variable conservative θ_s (voir la version sous arXiv <http://arxiv.org/abs/1401.2006>) ;
- Marquet (2015-a) où j'ai défini l'enthalpie de l'air humide en invoquant une sorte de troisième principe appliqué à la partie thermique de l'enthalpie (c'est à dire pour les degrés de liberté de translation, de vibration et de rotation des molécules comme N_2 , O_2 ou H_2O qui composent l'air humide, voir la version sous arXiv <http://arxiv.org/abs/1401.3125>).

Je tiens à remercier les éditeurs de la WSPC pour avoir donné la permission de reproduire (sous copyright) la version PDF du chapitre 22 de ce livre. J'ai toutefois inséré (au cours du texte) des versions à plus haute résolution pour les graphiques et j'ai ajouté (à la fin) la bibliographie spécifique à ce chapitre (extraite de la version préparée pour arXiv).



Publishing. This eBook chapter is for the author P. Marquet and J.-F. Geleyn's use only and may not be resold, copied, further disseminated, or hosted on any other third party website or repository without the copyright holder's written permission.

<http://www.worldscientific.com/worldscibooks/10.1142/p1005#t=toC>

For any queries, please contact rights@wspc.com.

Chapter 22

Formulations of moist thermodynamics for atmospheric modelling

P. Marquet and J.-F. Geleyn

Editors' introduction: The meteorological literature contains a plethora of temperatures and potential temperatures which have been introduced in order to study various aspects of the thermodynamics of the moist atmosphere. Many of these are based upon approximations that may be very well suited to particular applications, but which are not necessarily valid more generally. Given the theme of consistency in Part IV, it is therefore appropriate to begin with this study of moist thermodynamics, which focuses on the construction of very general representations of enthalpy and entropy. If we consider two separate parameterizations within our model codes (or perhaps even two separate calculations within a single parameterization) then the use of subtly different thermodynamic variables that may be separately appropriate for the particular calculations could nonetheless produce inconsistencies in the overall energy, enthalpy, or entropy budgets. More generally applicable formulations are developed here by seeking suitable standard values on the basis of the third law of thermodynamics.

1 Introduction

Internal energy, enthalpy, and entropy are the key quantities to study in an examination of the thermodynamic properties of the moist atmosphere, because they correspond to the first (internal energy and enthalpy) and second (entropy) laws of thermodynamics. The aim of this chapter is to search for analytical formulae for the specific values of enthalpy and entropy and for the moist-air mixture composing the atmosphere.

It may seem a little bit surprising to initiate this kind of research, be-

cause one may consider that all the basic moist-air properties have already been described in the available textbooks on atmospheric thermodynamics (Ambaum, 2010; Bejan, 1988; Bohren and Albrecht, 1998; de Groot and Mazur, 1962; Dufour and Van Mieghem, 1975; Emanuel, 1994; Glansdorff and Prigogine, 1971; Iribarne and Godson, 1973; Zdunkowski and Bott, 2004). It is, however, explained in this chapter that there are some aspects which are not easily understood and some problems which are not easy to solve cleanly in order to compute locally the moist-air enthalpy and entropy. It is also shown that the computations of these local state functions requires the knowledge of reference values of enthalpies and entropies for all species forming the moist air (N_2 , O_2 , and H_2O), and that the third law of thermodynamics can be used to improve on the present formulae for moist-air enthalpy and entropy.

The third law consists of specifying zero entropy at 0 K for the more stable crystalline states of atmospheric species (solid- α O_2 , solid- α N_2 , and Ice-Ih without proton disorder). Differently, it is common in atmospheric science to specify zero entropies at higher temperatures (typically at 0°C), for the dry air and for one of the water species (typically either for the liquid or the vapour state, depending on the authors). It is explained in the next sections that it is possible to avoid these arbitrary assumptions and simply rely on the third law, leading to interesting new results concerning the study of local values of moist-air entropy. The same programme can be applied to the computation of specific values of moist-air enthalpy, with special attention to be paid to determining the kind of enthalpy that must be considered and for which zero values can be set at 0 K.

The theoretical aspects of the new third law-based formulations for specific values of enthalpy and entropy, with possible applications of them, have been published in a series of four papers (Marquet, 2011, 2014, 2015; Marquet and Geleyn, 2013). This chapter describes and summarizes the content of these four papers.

The reason internal energy is not considered in the previous and next paragraphs is that enthalpy is more suitable than internal energy when studying flowing fluids like the moist atmosphere. Following the notations collected in Sec. 10, the use of enthalpy h simplifies the description of the pressure–volume work in open systems, whereas internal energy e_i is of more common use at the laboratory scale and for portions of fluids at rest. Indeed, the first law can be expressed in terms of the specific enthalpy defined by $h = e_i + RT = e_i + p/\rho$, due to the perfect gas and Mayer’s laws ($p = \rho RT$ and $C_p = C_v + R$) valid for the moist-air definitions of C_p ,

C_v , and R . Therefore, internal energy will not be studied in the following because it can be easily computed from the enthalpy, since the reverse formulae $e_i = h - RT = h - p/\rho$ are valid for the moist-air definitions of the variables.

Computing local values for enthalpy and entropy is a new feature here. This feature should be clearly distinguished from the usual need for determining the equations for observed variables, like the temperature. It is explained in the following sections that the temperature equation can indeed be expressed in terms of $C_p dT/dt$ or $d(C_p T)/dt$, with no need to apply the third law for determining the reference values of enthalpies. Similarly, the present moist air-conserved variables are built by assuming adiabatic evolution of closed systems (i.e., isentropic processes with no change in total water content q_t). These assumptions avoid the need to determine reference values of enthalpies or entropies. However, the knowledge of third law-based specific values for h and s can allow original, direct computations of h , s , dh/dt , and ds/dt , without making the hypothesis of constant values of q_t and with the possibility of analysing isenthalpic or isentropic properties for open-system evolution of moist air, namely for q_t varying in time and in space.

The chapter is organized as follows. An overview of moist-air atmospheric thermodynamics is presented in Sec. 2, where the role of reference values is described in some detail. The moist-air specific entropy and enthalpy are then defined in Secs. 3 and 4 respectively, starting from the standard values computed by applying the third law.

Some physical properties of third law moist-air entropy are presented in Sec. 5, including comparisons with well-known alternative potential temperatures. Several applications are shown in Sec. 6: isentropic features, transition from stratocumulus to cumulus, top-PBL entrainment and CTEI criterion, turbulence parameterization, squared Brunt–Väisälä frequency, and potential vorticity. Section 7 focuses on conservation properties associated with third law moist-air entropy.

Some physical properties of moist-air enthalpy are described in Sec. 8. Comparisons are made with the well-known concept of moist static energy and possible applications to turbulent surface fluxes are presented.

Final comments are made in the concluding Sec. 9 about possible new applications of moist-air entropy and enthalpy.

2 Overview of atmospheric thermodynamics

2.1 Moist-air thermodynamics

The results derived in this section correspond to the usual hypotheses made in most textbooks on moist-air thermodynamics.

Moist air is made up of dry air, water vapour, liquid water, and ice species, denoted by the indices d , v , l , and i , respectively. Cloud liquid or solid species, together with liquid or solid precipitations, are all considered as being at the same temperature as the rest of the parcel (i.e., the one for dry air and water vapour). It is assumed that the dry air and water vapour species are perfect gases. The same hypothesis of perfect gas is extended to moist air containing cloud droplets and crystals or precipitations, with the condensed phases having zero volume, though impacting on moist values of C_p and R .

Due to Dalton's law, the moist-air specific enthalpy and entropy are assumed to be additive functions, leading to weighted sums equal to:

$$h = q_d h_d + q_v h_v + q_l h_l + q_i h_i, \quad (2.1)$$

$$s = q_d s_d + q_v s_v + q_l s_l + q_i s_i. \quad (2.2)$$

The parcels of fluid are assumed to be small enough to be homogeneous, but large enough to allow the definition of temperature and pressure variables. The total mass and density of a parcel are equal to m (in kg) and ρ . The mass and density of the species are denoted by m_k and ρ_k (values of k are d for dry air, v for water vapour, l for liquid water, and i for ice). The specific contents and the mixing ratios are equal to $q_k = m_k/m = \rho_k/\rho$ and $r_k = q_k/q_d = \rho_k/\rho_d$.¹ The total-water specific contents and mixing ratios are denoted by $q_t = q_v + q_l + q_i$ and $r_t = q_t/q_d$. The sum of the specific contents is equal to $q_d + q_t = 1$.

Three equations of state exist for the moist air, dry air, and water vapour perfect gases. They can be written $p = \rho RT$, $p_d = \rho q_d R_d T$ and $e = \rho q_v R_v T$. The property $p = p_d + e$ corresponds to $R = q_d R_d + q_v R_v$.

It is assumed that the specific heat at constant pressure of vapour species (C_{pd} and C_{pv}), liquid water (C_l), and ice (C_i) are constant terms in the atmospheric range of temperatures (from 150 to 350 K). The specific heat of moist air is equal to the weighted sum $C_p = q_d C_{pd} + q_v C_{pv} + q_l C_l + q_i C_i$.

The latent heats of fusion, sublimation, and vaporization are created with changes in enthalpy associated with changes of phases. For water

¹Unlike elsewhere in this set where q designates a mixing ratio, in this chapter q designates a specific content, while the mixing ratio is designated by r .

species $L_v = h_v - h_l > 0$, where h_v and h_l are the specific values computed per unit mass of moist air. Similarly, $L_s = h_v - h_i > 0$ and $L_f = h_l - h_i > 0$.

The Gibbs function is equal to $\mu = h - Ts$, and depends on enthalpy, entropy, and absolute temperature. The important property is that Gibbs functions are the same for two phases in stable equilibrium states (for instance, for liquid and vapour states at the saturation equilibrium curve). This excludes the metastable states (for instance, if supercooled water is considered). The consequence is that the change in entropy created by a change of phase is equal to the latent heat divided by the equilibrium temperature ($L_v/T > 0$ for vaporization processes).

Kirchhoff's laws are derived with the assumption of constant values for the specific heat at constant pressure, leading, for instance, to $dL_v/dT = d(h_v - h_l)/dT = C_{pv} - C_l$ for the latent heat of vaporization. The same relationships are valid for the fusion and sublimation processes ($dL_s/dT = C_{pv} - C_i$ and $dL_f/dT = C_l - C_i$). If standard values of the latent heats are known at a temperature T_0 , the latent heat at any temperature T can be determined from $L_v(T) = L_v(T_0) + (C_{pv} - C_l)(T - T_0)$, with the equivalent relationships for $L_s(T)$ and $L_f(T)$.

The Clausius–Clapeyron equation describes the equilibrium curves between liquid water (or ice) and water vapour. The water-saturation equilibrium corresponds to $R_v T^2 de_{sw}/e_{sw} = L_v dT$ while that for ice saturation corresponds to $R_v T^2 de_{si}/e_{si} = L_s dT$.

2.2 *Special features of atmospheric thermodynamics*

Many specialized quantities associated with the first and second laws of thermodynamics have been derived and are commonly used in the context of atmospheric science, in particular for applications to turbulent and convective processes. Examples of those atmospheric quantities are the static energies and the potential temperatures.

The second law is mainly expressed in meteorology in terms of the potential temperature θ via the generic relationship $s = C_p \ln(\theta) + \text{const}$, with, for instance, $\theta = T(p_0/p_d)^\kappa$ for the dry air limit. Moist-air generalizations of θ exist: they are denoted by θ_l , θ_e , θ'_e , and θ'_w , and are all associated with the moist-air entropy and with adiabatic (closed system) or pseudo-adiabatic (saturated open system) assumptions.

The liquid-water and equivalent potential temperatures θ_l and θ_e defined in Betts (1973) and Emanuel (1994) are conserved quantities for adi-

adiabatic motion of a closed parcel of atmosphere, and therefore for isentropic processes of closed parcels of moist air. The pseudo-adiabatic wet-bulb version θ'_w computed in Saunders (1957) is a conserved quantity for motions of saturated moist air, provided that all the condensed water is withdrawn by precipitation. Even if entropy is conserved by adiabatic upward motions, entropy is removed by precipitation, leading to Saunders's (1957) formulae, which are associated with that increase in specific moist-air entropy which balances the loss by precipitation.

Another equivalent potential temperature is deduced from θ'_w . It is equal to the dry-air value of θ attained by a saturated parcel at very low pressure, following a path at constant θ'_w until all the water vapour is withdrawn by precipitation. This pseudo-adiabatic potential temperature will be denoted by θ'_e . The numerical values of θ_e and θ'_e are close to each other.

The links between the moist-air entropy and the conservative features of these potential temperatures are thus subject to hypotheses of closed and adiabatic systems or pseudo-adiabatic processes. They are not valid for the more general atmospheric states of arbitrarily varying water contents. This is the motivation for the search for a moist-air potential temperature θ_s , which would be valid for open systems and would be equivalent to the moist-air entropy via $s = C_{pd} \ln(\theta_s) + \text{const}$. The possibility of computing θ_s (and thus s) locally would be interesting as it would permit new studies of atmospheric energetics (on the basis of only those general assumptions recalled in Sec. 2.1).

There is another moist-air potential temperature denoted by θ_v , which is not directly associated with moist-air entropy. It is involved in the computation of the buoyancy force and represents the leading order approximation of the impact of fluctuations of density. It is only for the dry-air case that all the moist-air potential temperatures θ_l , θ_e , and θ'_w coincide with θ , including the virtual potential temperature θ_v .

The computations of moist-air enthalpy are usually conducted with the same hypotheses of closed systems as for the derivation of θ_l or θ_e . The moist-air enthalpy is often expressed by $C_{pd}T + L_v q_v$ or $C_{pd}T - L_v q_l$, up to some constant values. This demonstrates a close link with what are called "moist static energies" (MSE). The MSEs are associated with the moist-air enthalpy and are defined by quantities like $C_{pd}T + L_v q_v + \phi$ or $C_{pd}T - L_v q_l + \phi$. The potential energy gz is added to the moist-air enthalpy to form the quantity called "generalized enthalpy", $h + \phi$ (Ambaum, 2010).

It is explained in the following sections that these MSE formulae are

derived by making additional hypotheses concerning the zero enthalpy of dry air and water atmospheric species. This is the reason the search for a moist-air enthalpy temperature T_h (Derbyshire *et al.*, 2004), which would be equivalent to the moist-air enthalpy via $h = C_{pd}T_h + \text{const}$, could be interesting in allowing new studies of atmospheric energetics (again with only those general assumptions recalled in Sec. 2.1).

2.3 *The role and the calculation of reference values*

The aim of this subsection is to explain why it is difficult to compute the moist-air enthalpy and entropy, and why this is due to the necessity to determine the reference (or standard) values of enthalpies and entropies.

It turns out that it is difficult to compute precisely the specific values of enthalpy and entropy for the moist air understood as an open system made of dry air (O_2 , N_2), water vapour, and condensed water species (liquid and ice droplets, and precipitations). The open feature corresponds to the fact that different phases of water can be evaporated from (or precipitated to) the surface, mixed by convective or turbulent processes, or entrained (or detrained) at the edges of clouds. For these reasons, except in rare conditions, q_t is a constant neither in time nor in space.

Let us examine the consequences of varying q_t on the reference values by analysing the usual methods employed in atmospheric science to compute the specific enthalpy (Ambaum, 2010; Emanuel, 1994; Iribarne and Godson, 1973). For the sake of simplicity, the ice content is assumed to be zero. The definition of Eq. 2.1 for h can be rewritten with $q_l = q_t - q_v$ or $q_v = q_t - q_l$ as any of:

$$h = q_d h_d + q_t h_v + q_l (h_l - h_v), \quad (2.3)$$

$$h = q_d h_d + q_t h_l + q_v (h_v - h_l). \quad (2.4)$$

The next step is to use the properties $q_d = 1 - q_t$ and $L_v = h_v - h_l$, leading to:

$$h = h_d + q_t (h_v - h_d) - q_l L_v, \quad (2.5)$$

$$h = h_d + q_t (h_l - h_d) + q_v L_v. \quad (2.6)$$

Since the specific heats at constant pressure are assumed to be independent of T , the enthalpies at the temperature T can be expressed from the enthalpies at the reference temperature T_r . The result is $h_d = (h_d)_r + C_{pd}(T - T_r)$ for the dry air, with equivalent relationships for water vapour (index v) and liquid water (index l). Equations 2.5 and 2.6

transform into:

$$h = [C_{pd} + (C_{pv} - C_{pd})q_t]T - L_v q_l + [(h_d)_r - C_{pd}T_r] + q_t [(h_v)_r - (h_d)_r] - q_t(C_{pv} - C_{pd})T_r, \quad (2.7)$$

$$h = [C_{pd} + (C_l - C_{pd})q_t]T + L_v q_v + [(h_d)_r - C_{pd}T_r] + q_t [(h_l)_r - (h_d)_r] - q_t(C_l - C_{pd})T_r. \quad (2.8)$$

The second lines of Eqs. 2.7 and 2.8 are usually discarded. Since the term $(h_d)_r - C_{pd}T_r$ is a true constant, it can be removed in both Eqs. 2.7 and 2.8 because it represents a global offset having no physical meaning. The other terms depending on q_t can also be neglected if q_t is a constant (i.e., for motions of closed parcels of moist air). However, if q_t is not a constant, the last quantities depending on $C_l - C_{pd}$ and $C_{pv} - C_{pd}$ must be taken into account as correction terms for the first lines. These last terms could be easily managed, since the numerical values of specific heats are known. However, the other terms $(h_l)_r - (h_d)_r$ and $(h_v)_r - (h_d)_r$ depending on the reference values are more problematic for varying q_t , since these reference values are not known. The only possibility for discarding these terms is to set arbitrarily $(h_v)_r = (h_d)_r$ in Eq. 2.7 or $(h_l)_r = (h_d)_r$ in Eq. 2.8. But these arbitrary choices have never been justified in general or atmospheric thermodynamics.

Alternative formulations are usually derived in terms of the enthalpy expressed per unit mass of dry air. The quantities k_w and k are defined by Eqs. 4.5.5 and 4.5.4 in Emanuel (1994) and are called “liquid-water enthalpy” and “moist enthalpy”, respectively. They correspond to h/q_d with h given respectively by Eqs. 2.3 and 2.4. They may be written in terms of the mixing ratios, leading to $k_w = h_d + r_t h_v - L_v r_l$ and $k = h_d + r_t h_l + L_v r_v$. Equations 2.7 and 2.8 are then replaced by:

$$k_w = (C_{pd} + C_{pv}r_t)T - L_v r_l + [(h_d)_r - C_{pd}T_r] + r_t [(h_v)_r - C_{pv}T_r], \quad (2.9)$$

$$k = (C_{pd} + C_l r_t)T + L_v r_v + [(h_d)_r - C_{pd}T_r] + r_t [(h_l)_r - C_l T_r]. \quad (2.10)$$

The last lines of Eqs. 2.9 and 2.10 are discarded in Emanuel (1994). This is indeed valid if r_t is a constant term. But, this is not valid for varying r_t , except if the arbitrary hypotheses $(h_v)_r = C_{pv}T_r$ or $(h_l)_r = C_l T_r$ are made.

The conclusion of this subsection is that if q_t is not a constant, it is necessary to determine reference values of $(h_d)_r$ for dry air, and $(h_l)_r$ or

$(h_v)_r$ for water species, in order to compute the moist-air enthalpy. Even if there is a link between the water-vapour and the liquid-water enthalpies via $(h_v)_r = (h_l)_r + L_v(T_r)$, no such link exists between the dry-air and any of the water reference values. The same problem is observed in attempting to compute specific values of the moist-air entropy, with the need to know the reference entropies and with additional problems created by the need to manage the reference partial pressures for the dry air and the water vapour.

2.4 *New proposals based on the third law*

It is possible to compute the first and second laws' moist-air specific quantities h and s without making any *a priori* assumptions of adiabatic, pseudo-adiabatic, or closed parcel of fluid, and without making the arbitrary hypotheses described in the previous subsection concerning the reference values. The theoretical aspects of the new third law moist-air formulations for h and s , with possible applications of them, are published in Marquet (2011, 2014, 2015) and Marquet and Geleyn (2013).

Following the advice given in Richardson (1922) and continuing the method described in Hauf and Höller (1987), it is shown in Marquet (2011) that it is possible to use the third law in order to define a moist-air potential temperature denoted by θ_s , with the moist-air entropy written as $s_{\text{ref}} + C_{pd} \ln(\theta_s)$, where s_{ref} and C_{pd} are two constants. This new moist-air potential temperature θ_s generalizes θ_l and θ_e to open systems and becomes an exact measurement of the moist-air entropy, whatever the changes in water contents q_v , q_l , or q_i may be.

The same method used for defining the moist-air entropy based on the third law is used in Marquet (2015) to express the moist-air enthalpy without making the assumptions of pseudo-adiabatic, adiabatic, or zero-enthalpy at temperature different from 0 K.

Applications of open-system moist-air features described in the four articles are to stratocumulus (see Secs. 6.1 and 6.2), to moist-air turbulence via calculations of the Brunt–Väisälä frequency (see Secs. 6.3 and 6.4), to the definition of a moist-air potential vorticity (see Sec. 6.5), and to comparisons with moist static energies (see Sec. 8.3).

2.5 Computation of standard values for entropies and enthalpies

The aim of this subsection is to compute the standard values of enthalpy and entropy. They are denoted by the superscript 0, leading to h^0 and s^0 , respectively. They must be computed for the three main species which compose the moist air: nitrogen (N_2), oxygen (O_2), and water (H_2O).

It is worthwhile explaining more precisely how the reference values are different from the standard values.

- The *standard temperature* is commonly set to any of 0°C , 15°C , 20°C , or 25°C , whereas the standard pressure p_0 is set to either 1000 hPa or 1013.25 hPa. The standard values are set to $T_0 = 0^\circ\text{C}$ and $p_0 = 1000$ hPa for all species in the following sections of this chapter.
- The *reference temperature* corresponds to the same value T_r for all species. Unlike the standard definitions $(p_d)_0 = e_0 = 1000$ hPa, the reference partial pressures $(p_d)_r$ for dry air and e_r for water vapour are different. The reference total pressure is equal to $p_r = (p_d)_r + e_r$ and is set to $p_r = p_0 = 1000$ hPa hereafter. The water-vapour partial pressure e_r is equal to the saturation pressure value at T_r . It is thus close to 6.11 hPa for $T_r = 0^\circ\text{C}$. This value is much smaller than p_0 and this explains why the reference values of water-vapour entropy will be different from the standard ones. The dry-air partial pressure is equal to $(p_d)_r = p_r - e_r \approx 993.89$ hPa.

It is not possible to compute enthalpy and entropy from the ideal-gas properties only, because the ideal-gas assumption ceases to be valid at very low temperatures. Moreover, it is not possible to use the Sakur–Tetrode equation for computing the expressions for the entropies of N_2 , O_2 , or H_2O , since they are not mono-atomic ideal gases. It is assumed that the three main gases N_2 , O_2 , and H_2O are free of chemical reactions, with the consequence that the specific enthalpies cannot correspond to the concept of “standard enthalpies of formation or reaction” (denoted by ΔH_f^0 and ΔH_r^0 in chemical tables for most species).

The general method used in Marquet (2015) is to take advantage of the fundamental property of h and s of being state functions, and to imagine at least one reversible path which connects the dead state at $T = 0$ K and $p_0 = 1000$ hPa, and the standard state at T_0 and p_0 .

The standard entropy s^0 of a substance at T_0 and p_0 is obtained by:

- (1) setting to zero the value at 0 K by virtue of the third law for the most stable solid state at 0 K;
- (2) computing the integral of $C_p(T)/T$ following the reversible path from 0 K to T_0 , for the solid(s), the liquid, and the vapour; and,
- (3) adding the contributions due to the changes of state (latent heats) for solid(s)-to-solid(s), solid-to-liquid, and liquid-to-vapour transitions.

The second and third steps must be understood for a series of solid states between 0 K and up to the fusion point, possibly different from the most stable one at 0 K.²

Similarly, the thermal part of enthalpy is a thermodynamic state function which is fully determined by the integral of $C_p(T)$ following the same reversible path as the one described for the computations of the entropy. The thermal enthalpies for N₂, O₂, and H₂O substances are generated by the variations of $C_p(T)$ with T corresponding to progressive excitations of the translation, rotation, and vibrational states of the molecules, and by the possible changes of phase represented by the latent heats (but with no or very small impact of changes of pressure).

The aim is thus to compute integrals of $C_p(T)$ and $C_p(T)/T$, plus the impacts of latent heats existing for N₂, O₂, and H₂O. Integrals extend from 0 K to the standard temperature T_0 by following a reversible path involving the most stable forms of the substance at each temperature. These processes are represented by the different terms in the formulae:

$$h^0 = h(T_0) = h(0) + \int_0^{T_0} C_p(T) dT + \sum_j L_j, \quad (2.11)$$

and

$$s^0 = s(T_0, p_0) = s(0, p_0) + \int_0^{T_0} \frac{C_p(T)}{T} dT + \sum_j \frac{L_j}{T_j}. \quad (2.12)$$

The latent heats represented by the L_j terms are due to changes of phase (solid-to-solid, melting, and vaporization). Another contribution must be added to Eq. 2.12 if the standard entropy is computed at a pressure different from 1000 hPa (for instance, at the saturation pressure over liquid water or ice).

²Almost all atmospheric species (N₂, O₂, Ar, CO₂) are gaseous at $T_0 = 273.15$ K = 0°C. Only water is different, due to the unusual high fusion point temperature. More precisely, there are three solid states for O₂ (α , β , and γ), two solid states for N₂ (α and β), and only one for Ice-Ih (hexagonal ice).

The standard values h^0 and s^0 are computed from Eqs. 2.11 and 2.12 and using the cryogenic datasets described in Marquet (2015). The specific heats and the latent heats for O₂, N₂, and H₂O (ice-Ih) are depicted in Figs. 22.1 and 22.2. They are based on the books and papers of Fagerstroem and Hallet (1969), Feistel and Wagner (2006), Jacobsen *et al.* (1997), Kudryavtsev and Nemchenko (2001), Lipiński *et al.* (2007), and, Manzhelii and Freiman (1997).

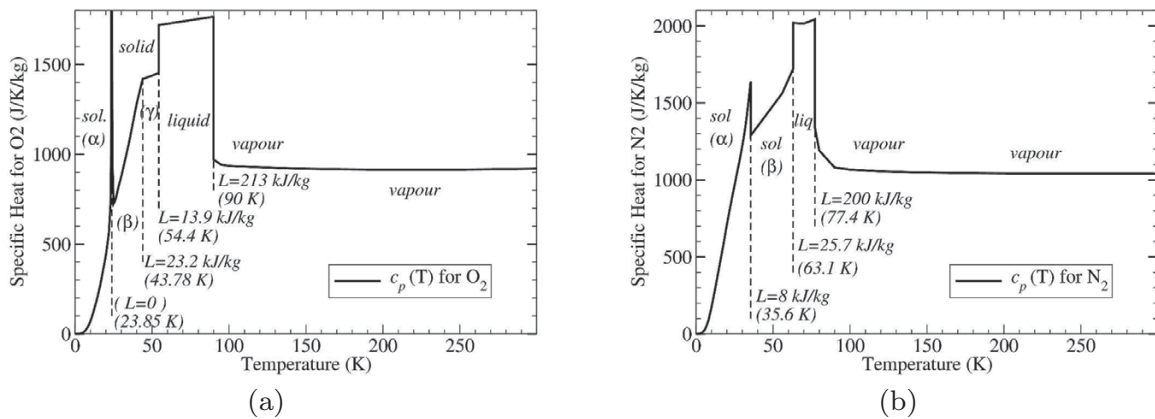


Fig. 22.1 The specific heat $C_p(T)$ at constant pressure (1000 hPa) for (a) O₂ and (b) N₂. Units are $\text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$. There are three solid phases (α , β , and γ) for O₂ and two solid phases (α and β) for N₂. Latent heats are expressed in kJkg^{-1} at each change of phase (solid-to-solid, solid-to-liquid, liquid-to-vapour), together with the corresponding temperature. (From Figs. 4 and 5 of Marquet (2015), which is © Royal Meteorological Society, 2015.)

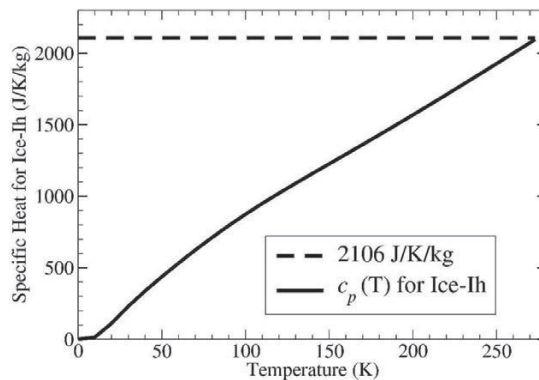
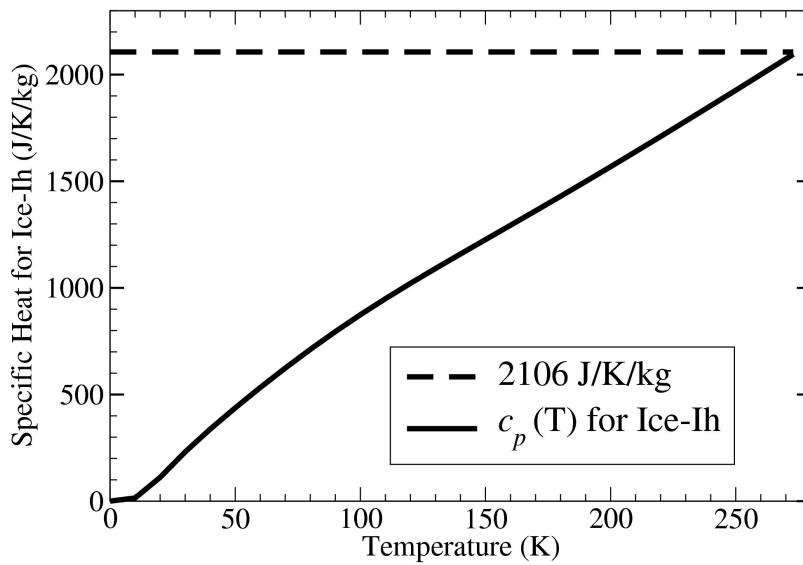
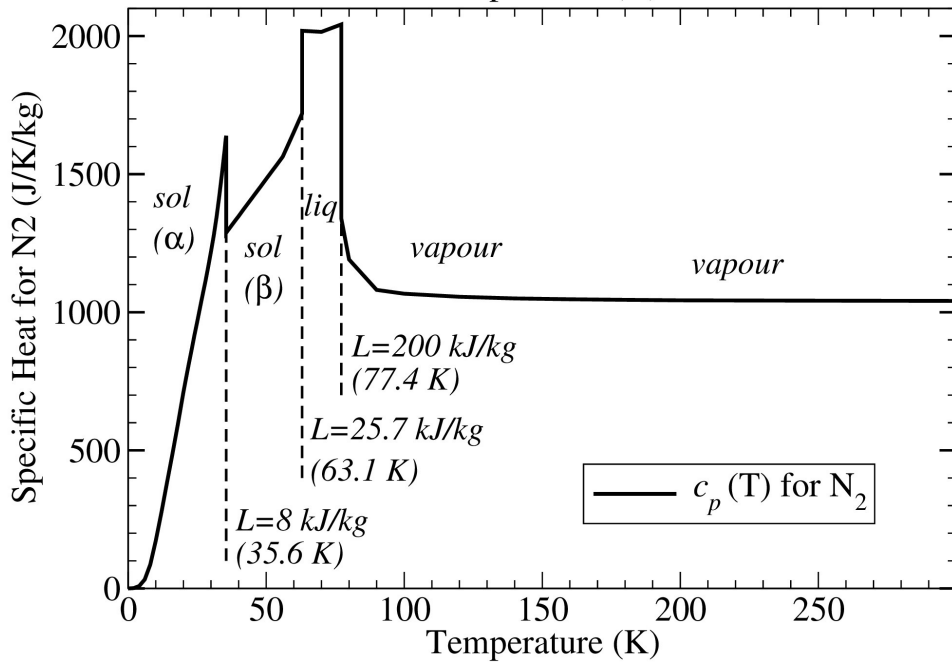
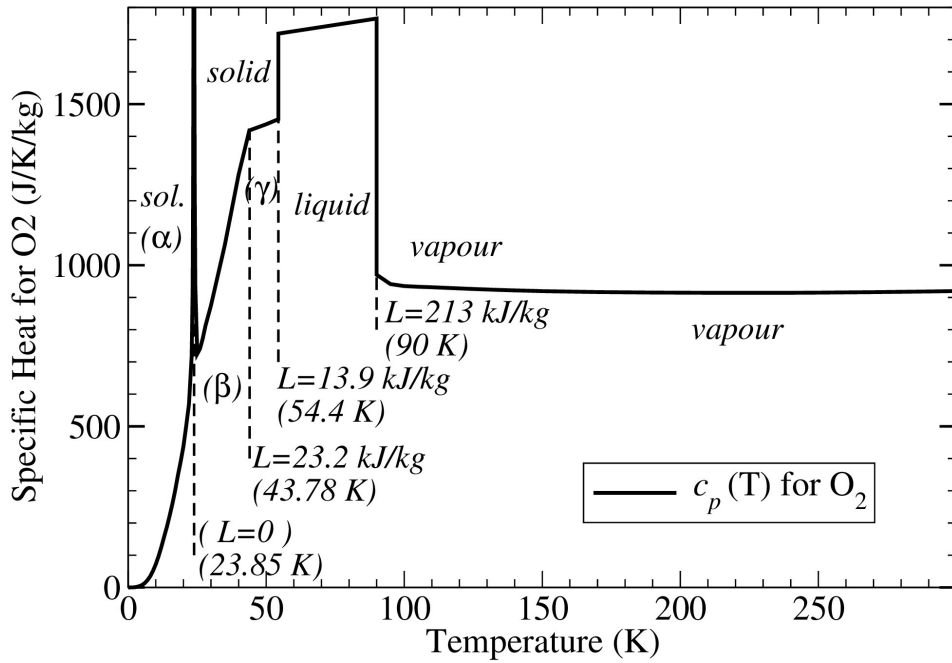


Fig. 22.2 The specific heat $C_p(T)$ at constant pressure (1000 hPa) for H₂O (ice-Ih). Units are $\text{JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$. The value $2106 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$ is the commonly accepted one in atmospheric science. (From Fig. 6 of Marquet (2015), which is © Royal Meteorological Society, 2015.)

The third law means that the entropy of a perfect crystal approaches zero as temperature approaches absolute zero, leading to $s(0, p_0) = 0$.



The specific entropies at the pressure 1000 hPa are shown in Fig. 22.3 for temperatures between 0 and 340 K. The standard entropies computed at $T_0 = 273.15 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$ and $p_0 = 1000 \text{ hPa}$ are given in Eqs. 2.13 to 2.16:

$$s_d^0 \approx 6846[6775] \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}, \quad (2.13)$$

$$s_v^0 \approx 10327[10320] \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}, \quad (2.14)$$

$$s_l^0 \approx 3520[3517] \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}, \quad (2.15)$$

$$s_i^0 \approx 2298[2296] \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}. \quad (2.16)$$

These values of standard entropies are close to those published in Thermodynamic Tables (recalled in bracketed terms in Eqs. 2.13–2.16) and retained in Hauf and Höller (1987) and Marquet (2011). It is worthwhile noting that a residual entropy of about $189 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$ must be taken into account for H_2O at 0 K (see the vertical shift for H_2O (ice-Ih) in Fig. 22.3), due to proton disorder and remaining randomness of hydrogen bonds at 0 K (Pauling, 1935; Nagle, 1966).

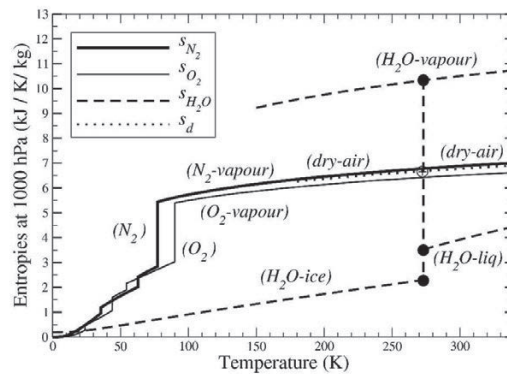
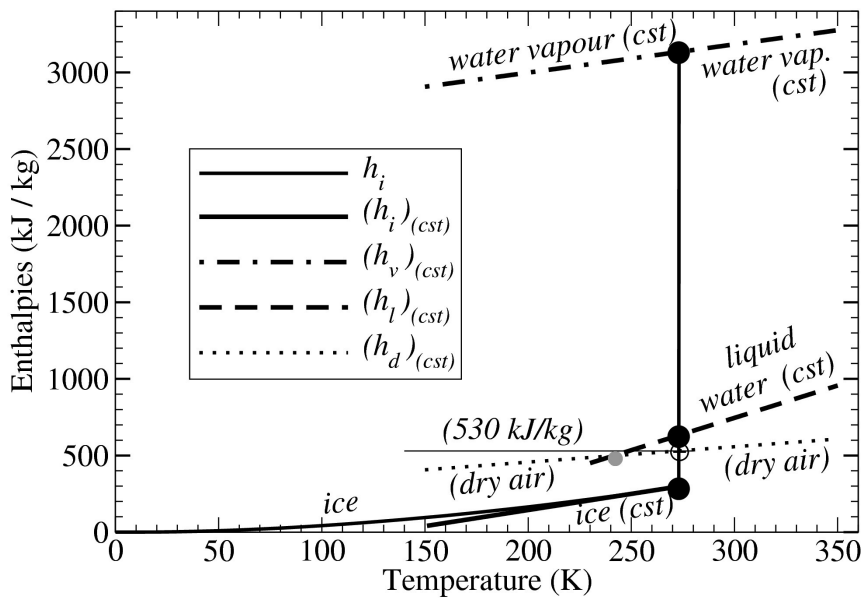
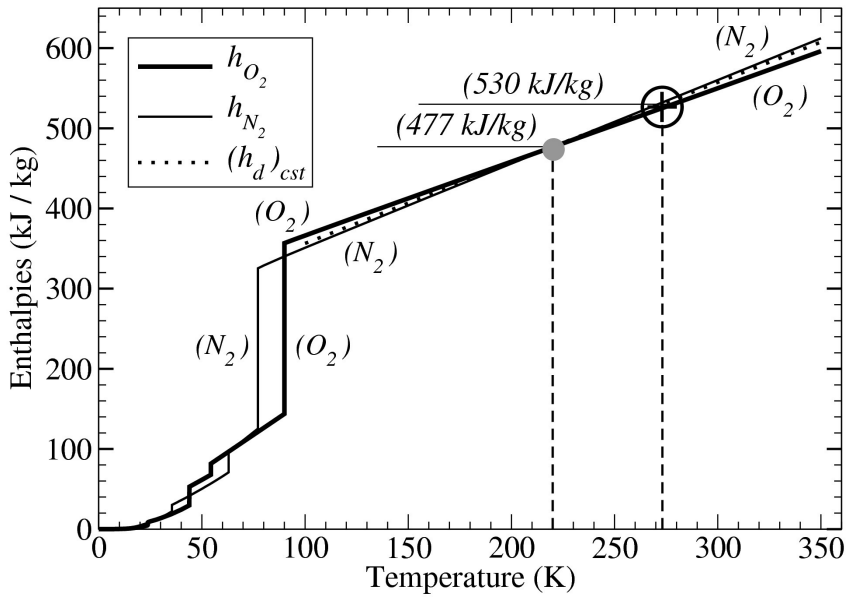
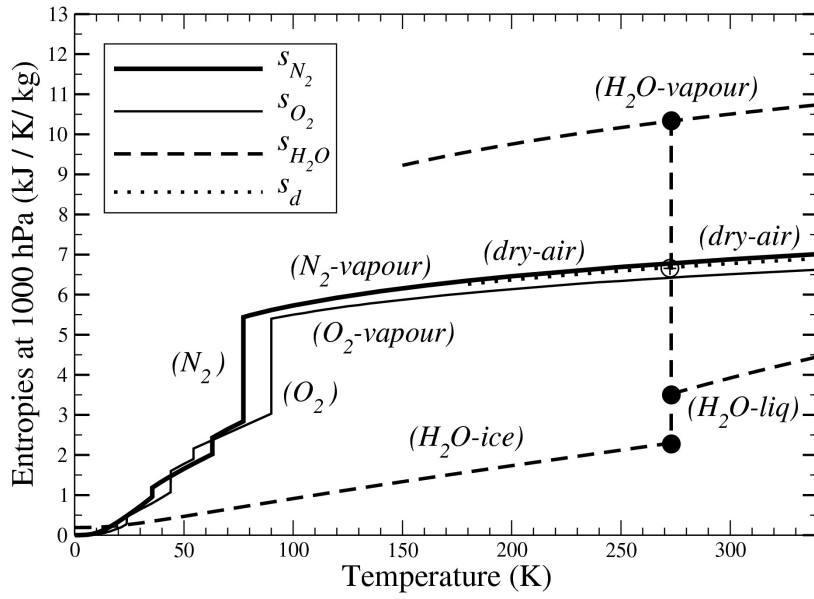


Fig. 22.3 The entropy diagram at 1000 hPa for O_2 , N_2 , dry air, and the three phases of H_2O (ice, liquid, vapour). Units are $\text{kJK}^{-1}\text{kg}^{-1}$.

The ice, liquid water, and water vapour values are 2, 3, and 7 units higher than those retained in Hauf and Höller (1987). This is in good agreement with the accepted values, with an accuracy better than 0.1%, and provides a validation of the cryogenic datasets described in Marquet (2015) and depicted in Fig. 22.2.

The dry-air value of standard specific entropies is 71 units higher than the one retained in Hauf and Höller (1987). The accuracy is thus coarser for the dry air (1%), than for the water species (0.1%), and the higher uncertainty for the dry air value is mainly due to the dataset for oxygen (0.5% for N_2 and 1.3% for O_2). This may be explained by the solid α -to- β transition of O_2 occurring at 23.85 K. It is a second order transition, with



no latent heat associated to it, but with infinite values of C_p leading to a kind of Dirac function for $C_p(T)$, partly visible on Fig. 22.1(a) (up to $1800 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$ only). This second order transition is not always taken into account in published values of standard entropy for O_2 . If a smoother transition were introduced in the cryogenic datasets, the computed value for s_d^0 would be 3% lower, making the value retained in Hauf and Höller (1987) compatible with the present one.

The same cryogenic datasets are used to compute dry air and water species standard values of specific thermal enthalpies. It is assumed that a kind of third law may be used to set the thermal part of the enthalpy to zero at 0 K. The specific thermal enthalpies are shown in Fig. 22.4 for temperatures from 0 to 360 K. The *(cst)* curves for water vapour, liquid water, and ice are plotted in Fig. 22.4b from the values of enthalpy at 0°C and by assuming that the specific heat at constant pressure is a constant (this explains the difference from the true enthalpy for ice below 200 K).

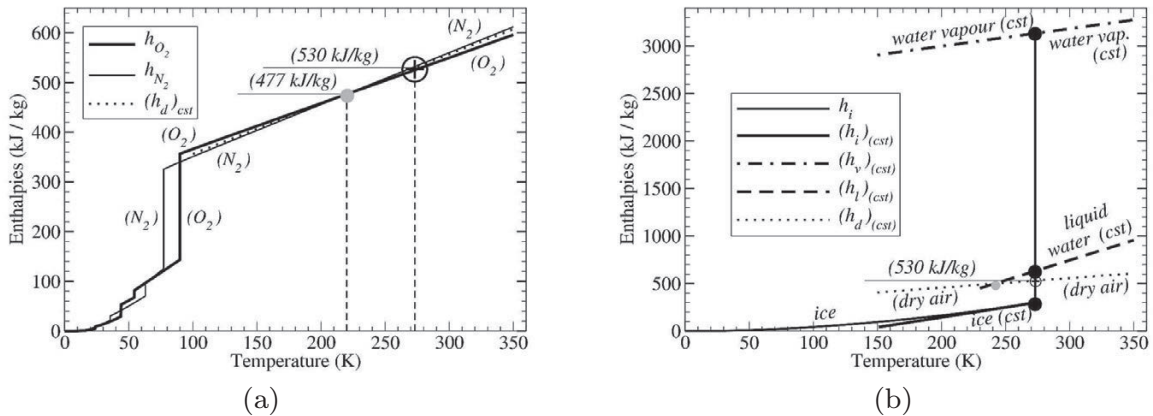


Fig. 22.4 The enthalpy diagram at 1000 hPa for (a) O_2 , N_2 , and dry air and (b) dry air and the three phases of H_2O (ice, liquid, vapour). Units are kJkg^{-1} . The enthalpies for N_2 and O_2 are equal for $T \approx 220 \text{ K}$ in (a) and those for dry air and water vapour are equal for $T \approx 241.4 \text{ K}$ in (b). Grey spots label these locations. The circle-cross in (a) and (b) represents the dry air value at 0°C (530 kJkg^{-1}). (Adapted from Figs. 7 and 8 of Marquet (2015), which is © Royal Meteorological Society, 2015.)

The standard values computed at $T_0 = 273.15 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$ are equal to:

$$h_d^0 \approx 530 \text{ kJkg}^{-1}, \quad (2.17)$$

$$h_v^0 \approx 3133 \text{ kJkg}^{-1}, \quad (2.18)$$

$$h_l^0 \approx 632 \text{ kJkg}^{-1}, \quad (2.19)$$

$$h_i^0 \approx 298 \text{ kJkg}^{-1}. \quad (2.20)$$

The value of h_i^0 is in close agreement with the value 298.35 kJkg^{-1} published in Feistel and Wagner (2006). The standard values given in Eqs. 2.17–2.20

are computed from cryogenic datasets and are different from the results published in Bannon (2005) and Chase (1998), because the impacts of the solid phases and of the latent heats were not taken into account in these previous studies, where only the vapour state (perfect gases) of the species was considered.

3 Moist-air specific entropy

The computations of the specific moist entropy are presented in detail in this section, according to the method published in Marquet (2011).

Moist air is assumed to be a mixture of four ideal gases at the same temperature³ T : dry air, water vapour, liquid-water droplets, and ice crystals. The condensed phases cannot coexist⁴, except at the triple point (273.16 K). There is no supersaturation and no metastable phase of water⁵ (thus, supercooled water is excluded). If a condensed phase exists, the partial pressure of water vapour is equal to the saturation pressure over liquid water (e_{sw}) if $T > 0^\circ\text{C}$ or ice (e_{si}) if $T < 0^\circ\text{C}$.

The specific entropy is written as the weighted sum of the specific partial entropies, and can be expressed by Eq. 2.2. Following Hauf and Höller (1987), the total-water content $q_t = 1 - q_d = q_v + q_l + q_i$ is used to transform Eq. 2.2 into:

$$s = q_d s_d + q_t s_v + q_l (s_l - s_v) + q_i (s_i - s_v). \quad (3.1)$$

The differences in partial entropies can be expressed in terms of the differences in specific enthalpy and Gibbs functions, leading to:

$$T(s_l - s_v) = -(h_v - h_l) - (\mu_l - \mu_v), \quad (3.2)$$

$$T(s_i - s_v) = -(h_v - h_i) - (\mu_i - \mu_v). \quad (3.3)$$

When the properties $L_v = h_v - h_l$, $L_s = h_v - h_i$, $\mu_l - \mu_v = R_v T \ln(e_{sw}/e)$, and $\mu_i - \mu_v = R_v T \ln(e_{si}/e)$ are inserted into Eqs. 3.1–3.3, the specific

³This hypothesis is not strictly valid in regions where precipitating species are observed at about T'_w .

⁴They coexist in the real atmosphere and in several climate, numerical weather prediction, and other models. However, the mixed phase is not taken into account in this study.

⁵This hypothesis may be easily overcome by using the affinities defined in Hauf and Höller (1987), where the relative humidities $e/e_{sw}(T)$ and $e/e_{si}(T)$ may be greater than 1 in clouds.

moist-air entropy may be written as:

$$s = q_d s_d + q_t s_v - \left(\frac{L_v q_l + L_s q_i}{T} \right) - R_v \left[q_l \ln \left(\frac{e_{sw}}{e} \right) + q_i \ln \left(\frac{e_{si}}{e} \right) \right]. \quad (3.4)$$

The final term of Eq. 3.4 in square brackets cancels out for clear-air regions (where $q_l = q_i = 0$, but with q_v different from zero). It is also equal to zero for totally cloudy air (where q_l and q_i are different from zero and q_v is equal to the saturation value), because for liquid water $q_l \neq 0$ with $e = e_{sw}$ and $\ln(e_{sw}/e) = 0$, and for ice $q_i \neq 0$ with $e = e_{si}$ and $\ln(e_{si}/e) = 0$.

The terms on the first line of Eq. 3.4 are then computed with the dry-air and water-vapour entropies expressed as:

$$s_d = (s_d)_r + C_{pd} \ln \left(\frac{T}{T_r} \right) - R_d \ln \left(\frac{p_d}{(p_d)_r} \right), \quad (3.5)$$

$$s_v = (s_v)_r + C_{pv} \ln \left(\frac{T}{T_r} \right) - R_v \ln \left(\frac{e}{e_r} \right). \quad (3.6)$$

It is assumed that the specific heats and the gas constants are indeed constant within the atmospheric range of temperature and pressure⁶, with the reference values $(s_d)_r$ and $(s_v)_r$ associated with the reference conditions T_r and $p_r = (p_d)_r + e_r$, with $e_r(T_r)$ equal to the saturation pressure at the temperature T_r .

When Eqs. 3.5 and 3.6 are inserted into the first line of Eq. 3.4, and after several rearrangements of the terms which are described in Appendix B of Marquet (2011), the moist-air specific entropy can be written as:

$$s = s_r + C_{pd} \ln \left(\frac{\theta_s}{\theta_{sr}} \right) = s_{\text{ref}} + C_{pd} \ln(\theta_s). \quad (3.7)$$

The reference potential temperature θ_{sr} is equal to:

$$\theta_{sr} = T_r \left(\frac{p_0}{p_r} \right)^\kappa \exp(\Lambda_r q_r) (1 + \eta r_r)^\kappa \quad (3.8)$$

and the associated reference entropy s_{ref} is equal to $s_r - C_{pd} \ln(\theta_{sr})$, with $s_r = (1 - q_r)(s_d)_r + q_r(s_v)_r$. The reference-specific vapour content and mixing ratio are equal to $q_r = r_r/(1 + r_r)$ and $r_r = \tilde{\epsilon} e_r(T_r)/[p_r - e_r(T_r)]$, where $e_r(T_r)$ is the saturation pressure at T_r . Both q_r and r_r are thus completely determined by the couple (T_r, p_r) .

⁶This is valid with high accuracy for dry air, water vapour, and liquid water, but is not true for ice. It is, however, possible to derive a version of moist-air entropy and θ_s where $C_i(T)$ depends on temperature.

The moist-air potential temperature θ_s appearing in the logarithm of Eq. 3.7 is equal to:

$$\begin{aligned} \theta_s = & \theta \exp\left(-\frac{L_v q_l + L_s q_i}{C_{pd} T}\right) \exp(\Lambda_r q_t) \\ & \times \left(\frac{T}{T_r}\right)^{\lambda q_t} \left(\frac{p}{p_r}\right)^{-\kappa \hat{\delta} q_t} \left(\frac{r_r}{r_v}\right)^{\gamma q_t} \frac{(1 + \eta r_v)^{\kappa(1 + \hat{\delta} q_t)}}{(1 + \eta r_r)^{\kappa \hat{\delta} q_t}}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

It is defined in terms of the leading-order⁷ quantity $(\theta_s)_1$ given by the first line of Eq. 3.9 and equal to:

$$(\theta_s)_1 = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t), \quad (3.10)$$

where

$$\Lambda_r = \frac{(s_v)_r - (s_d)_r}{C_{pd}} \quad (3.11)$$

is a non-dimensional value depending on the reference entropies of water vapour $(s_v)_r$ and dry air $(s_d)_r$. The liquid-ice potential temperature θ_l appearing in Eq. 3.10 is equal to:

$$\theta_l = \theta \exp\left(-\frac{L_v q_l + L_s q_i}{C_{pd} T}\right). \quad (3.12)$$

The quantity θ_s , determined by Eqs. 3.9–3.12, has a rather complex expression, although it is roughly similar to the ones published in Emanuel (1994), Hauf and Höller (1987), and Marquet (1993).

The reference value $s_{\text{ref}} = s_r - C_{pd} \ln(\theta_{sr})$ can be computed with θ_{sr} given by Eq. 3.8 and with the reference values Λ_r evaluated with $(s_v)_r$ and $(s_d)_r$ expressed in terms of the standard values s_v^0 and s_d^0 computed at T_0 and p_0 , leading to:

$$(s_d)_r = s_d^0 + C_{pd} \ln\left(\frac{T_r}{T_0}\right) - R_d \ln\left(\frac{(p_d)_r}{p_0}\right) = 6777 \text{ JK}^{-1} \text{ kg}^{-1}, \quad (3.13)$$

$$(s_v)_r = s_v^0 + C_{pv} \ln\left(\frac{T_r}{T_0}\right) - R_v \ln\left(\frac{e_r}{p_0}\right) = 12673 \text{ JK}^{-1} \text{ kg}^{-1}. \quad (3.14)$$

The important and expected result is that most of the terms cancel out and that $s_{\text{ref}} = s_d^0 - C_{pd} \ln(T_0)$. It can be computed from the third law value s_d^0 given by Eq. 2.13, leading to $s_{\text{ref}} \approx 1138.6 \text{ JK}^{-1} \text{ kg}^{-1}$. It is thus a constant term and is independent of the choice of the reference values T_r

⁷These first-order $(\theta_s)_1$ and higher-order approximations of θ_s can be derived mathematically as Taylor expansions of Eq. 3.9 expressed in terms of the small water contents $r_v \approx q_t \ll 1$. This is described at the end of Sec. 5.2.

and p_r , provided that $r_r = \tilde{\varepsilon}e_r(T_r)/[p_r - e_r(T_r)]$ is equal to the saturation value at T_r .

Since the specific heat for dry air C_{pd} is also a constant term, the moist-air entropy potential temperature θ_s given by Eq. 3.7 becomes a true equivalent of the moist-air entropy s , whatever the changes in dry air and water species contents might be. This important property does not hold for the potential temperatures θ_S , θ^* , θ_l , or θ_e previously defined in Emanuel (1994), Hauf and Höller (1987), and Marquet (1993).⁸

It is possible to write θ_s differently, in order to show more clearly that the entropic potential temperature is independent of the reference values. The aim is to put together all the terms containing T_r , p_r , or r_r to form the last line of

$$\begin{aligned} \theta_s = & \theta^{1+\hat{\delta}q_t} T^{(\lambda-\hat{\delta})q_t} \exp\left(-\frac{L_v q_l + L_s q_i}{C_{pd} T}\right) \\ & \times \frac{(1 + \eta r_v)^{\kappa(1+\hat{\delta}q_t)}}{(\eta r_v)^{\gamma q_t}} \times \exp\{[\Lambda_0 - \lambda \ln(T_0)] q_t\} . \end{aligned} \quad (3.15)$$

The last exponential factor in Eq. 3.15 is computed with $(s_d)_r$ and $(s_v)_r$ evaluated as for Eq. 3.9 in terms of the standard values s_d^0 and s_v^0 , and computed via Eqs. 3.13 and 3.14 at T_0 and p_0 , leading to:

$$\Lambda_0 = (s_v^0 - s_d^0) / C_{pd} \approx 3.53 \quad \text{and} \quad \Lambda_0 - \lambda \ln(T_0) \approx -1.17, \quad (3.16)$$

which are clearly independent of T_r , p_r , or r_r . The standard value Λ_0 corresponds to the definition retained in Hauf and Höller (1987) and is different from the reference Λ_r in Eq. 3.11, due to the change of water-vapour partial pressure, from $p_0 = 1000$ hPa in Hauf and Höller (1987) to $e_r = 6.11$ hPa in Λ_r .

The advantage of Eq. 3.15 over Eq. 3.9 is that all the reference values disappear in Eq. 3.15, since they can be replaced by the standard values. The associated drawback is that all the other terms must be retained in Eq. 3.15 for computing accurately the numerical value of θ_s .

The main difference between the formulation $s = s_{\text{ref}} + C_{pd} \ln(\theta_s)$ and the other formulations of the moist-air specific entropy is the term Λ_r defined by Eq. 3.11. It is a key quantity in the formulations for θ_s . It is explained in Marquet (2011) that the advantage of Eq. 3.9 lies in that it is possible to retain as a relevant approximation of θ_s the quantity $(\theta_s)_1$ defined by Eq. 3.10. The interesting property is that $(\theta_s)_1$ is equal to

⁸The notations θ_S and θ^* were used in Emanuel (1994), Hauf and Höller (1987), and Marquet (1993) to denote approximate moist-air entropy potential temperatures.

$\theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$ if $q_i = 0$, i.e., a formulation formed by a simple combination of Betts's variables θ_l and q_t .

Moreover, if q_t is a constant, θ_s varies like Betts's potential temperature θ_l up to constant multiplying factors which have no physical meaning when $\ln(\theta_s)$ is computed in Eq. 3.7. However, if all the terms in Eq. 3.7 are considered, if q_t is not a constant, and if q_i is different from zero, it is expected that the potential temperature θ_l , depending on q_i , and the new factor $\exp(\Lambda_r q_t)$, depending on the reference entropies, may lead to new physical properties.

Differently from s and θ_s , which are independent of the choice of the reference values, both $(\theta_s)_1$ and Λ_r depend on the choice of the couple (T_r, p_r) . There is no paradox associated with this result. The fact that numerical values of $(\theta_s)_1$ vary with (T_r, p_r) is compatible with the fact that θ_s does not depend on them. The explanation for this result is that the extra terms in the factor of $(\theta_s)_1$ in Eq. 3.9 also depend on (T_r, p_r) and that the changes in these terms balance each other in order to give values of θ_s which are independent of (T_r, p_r) . The numerical tests shown in Table II of Marquet (2011) validate these results.

4 Moist-air specific thermal enthalpy

The method used to compute the moist-air specific thermal enthalpy h is described in Marquet (2015). It is similar to the one used in Sec. 3 to derive the moist-air specific entropy.

The first step is to write h as the weighted sum of Eq. 2.1. The properties $L_v = h_v - h_l$ and $L_s = h_v - h_i$, together with $q_d = 1 - q_t$ and $q_t = q_v + q_l + q_i$, are then used to transform h into the sum $h_d + q_t(h_v - h_d) - (q_l L_v + q_i L_s)$. The next step is to write $h_d = (h_d)_r + C_{pd}(T - T_r)$ and $h_v = (h_v)_r + C_{pv}(T - T_r)$ in terms of the reference values $(h_d)_r$ and $(h_v)_r$ expressed at temperature T_r , with $(h_d)_r$ and $(h_v)_r$ to be determined from the standard values h_d^0 and h_v^0 given by Eqs. 2.17 and 2.18.

After rearrangement of the terms the moist enthalpy can be written as:

$$h = h_{\text{ref}} + C_{pd}T - L_v q_l - L_s q_i + C_{pd}(\lambda T + T_\Upsilon) q_t. \quad (4.1)$$

The term $T_\Upsilon = T_r[\Upsilon(T_r) - \lambda]$ depends on $\Upsilon(T_r) = [(h_v)_r - (h_d)_r]/(C_{pd}T_r)$, which is the equivalent of Λ_r in the definition of the moist-air entropy potential temperature θ_s . It is possible to define an enthalpy temperature

T_h by setting $h = h_{\text{ref}} + C_{pd}T_h$, where $C_{pd}T_h$ corresponds to:

$$T_h = T - \left(\frac{L_v q_l + L_s q_i}{C_{pd}} \right) + (\lambda T + T_\Upsilon) q_t . \quad (4.2)$$

It is shown in Marquet (2015) that T_Υ is independent of T_r , even if Υ_r depends on T_r . The quantity h_{ref} is also independent of the reference value T_r . Both h_{ref} and T_Υ can be expressed in terms of the standard values h_d^0 and h_v^0 given by Eqs. 2.17 and 2.18, leading to the numerical values:

$$T_\Upsilon = T_0[\Upsilon(T_0) - \lambda] = 2362 \text{ K} , \quad (4.3)$$

and

$$h_{\text{ref}} = h_d^0 - C_{pd}T_0 = 256 \text{ kJkg}^{-1} . \quad (4.4)$$

5 Physical properties of the moist-air entropy and θ_s

5.1 Comparisons between θ_l , θ_s , $(\theta_s)_1$, and θ_e

Let us assume for the moment that θ_s can be approximated by $(\theta_s)_1$. Comparisons of $(\theta_s)_1$ with the well-known potential temperatures θ_l , θ_v , and θ_e are facilitated by the study of the approximate formulations:

$$\theta_l = \theta \exp \left(-\frac{L_v q_l}{C_{pd}T} \right) \approx \theta (1 + 0q_v - 9q_l) , \quad (5.1)$$

$$\theta_v = \theta (1 + \hat{\delta}q_v - q_l) \approx \theta (1 + 0.6 q_v - q_l) , \quad (5.2)$$

$$\theta_s \approx (\theta_s)_1 = \theta \exp \left(-\frac{L_v q_l}{C_{pd}T} + \Lambda_r q_t \right) \approx \theta (1 + 6q_v - 3q_l) , \quad (5.3)$$

$$\theta_e \approx \theta \exp \left(\frac{L_v q_v}{C_{pd}T} \right) \approx \theta (1 + 9q_v) . \quad (5.4)$$

Only liquid water is considered in this section, but q_i and L_s terms may be added in the first three equations if needed. The approximations are obtained with the properties $\Lambda_r \approx 6$ (see the next subsection), $\exp(x) \approx 1 + x$ valid for $|x| \ll 1$ and $L_v/(C_{pd}T) \approx 9$ valid for atmospheric conditions.

The impact of water vapour (q_v) is zero for θ_l and very small for θ_v (factor 0.6). The factor 9 is much larger for θ_e , and it is 2/3 of it for $(\theta_s)_1$. This means that θ_l and θ_v must remain close to θ , whereas θ_s and θ_e must differ from θ by more from the other potential temperatures. Moreover, if liquid-water content is discarded (q_l is small in stratocumulus), $(\theta_s)_1$ must be in about a $6/9 = 2/3$ proportion between θ_l and θ_e . These consequences are confirmed for the observed dataset depicted in Fig. 22.5a for the grid-average vertical profiles of the FIRE-I (RF03B) case.

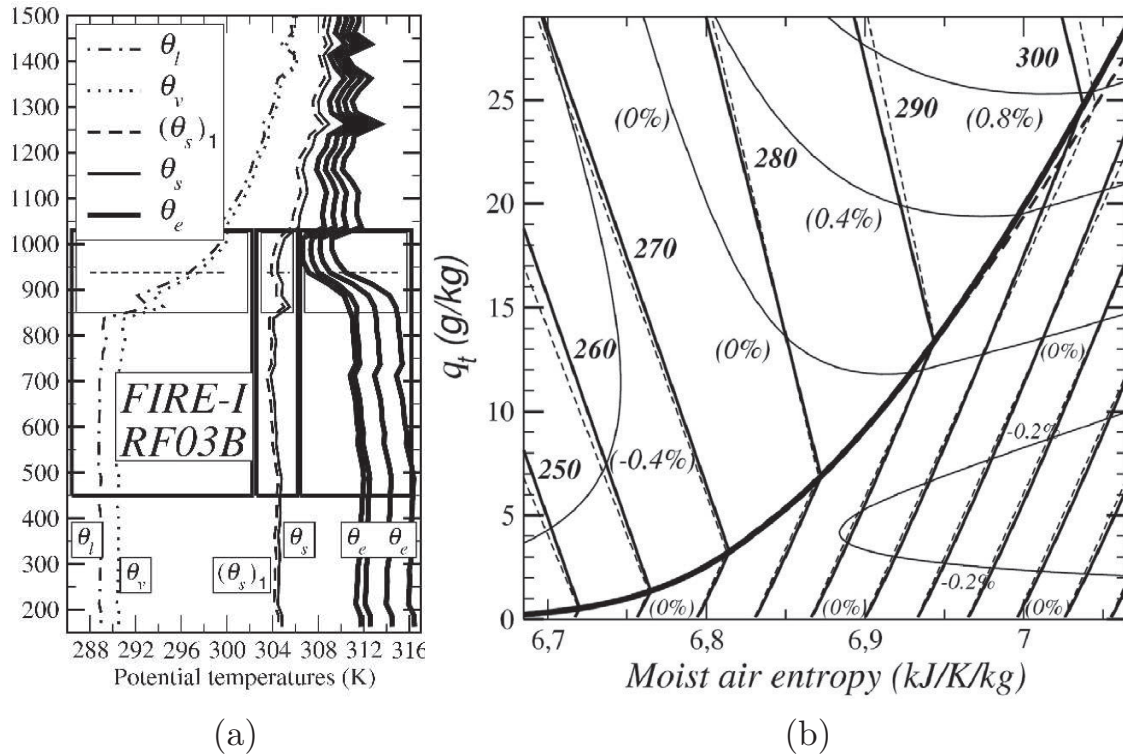
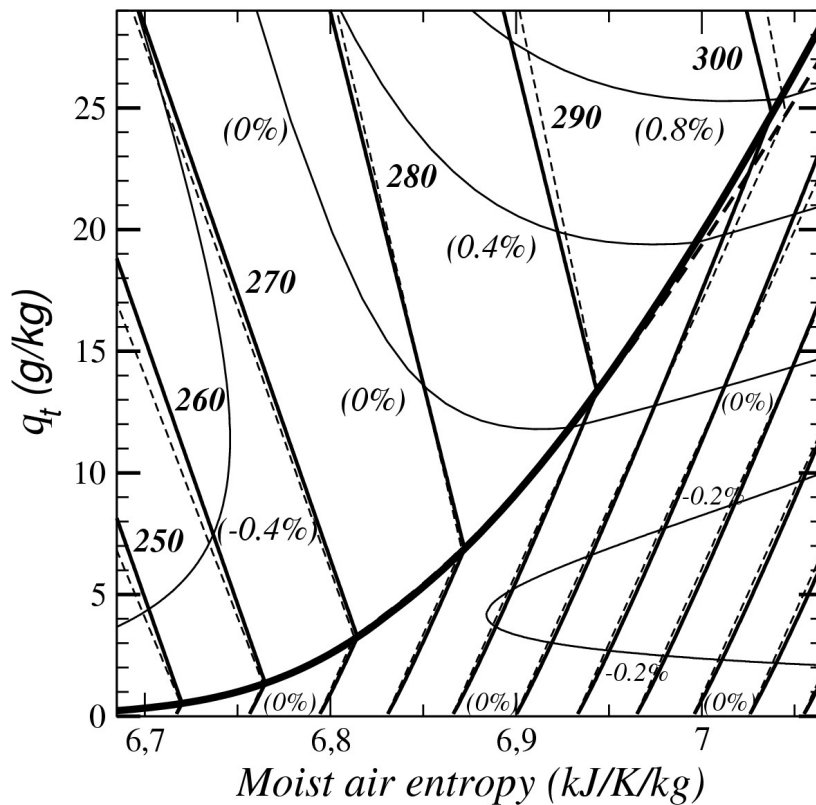
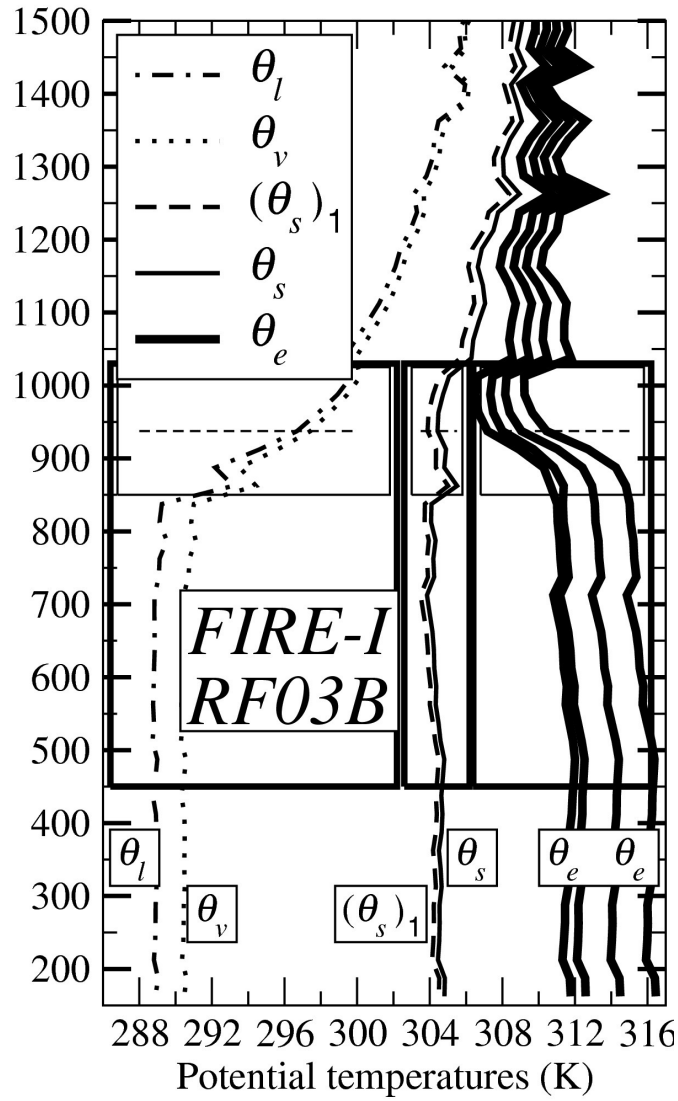


Fig. 22.5 (a) Vertical profiles of several potential temperatures plotted from the FIRE-I (RF03B flight) datasets. (Adapted from Fig. 2 of Marquet and Geleyn (2013), which is © Royal Meteorological Society, 2013.) Different values of θ_e are plotted by using four different definitions suggested in older studies (Betts, 1973; Bolton, 1980; Emanuel, 1994) and a recent one used in the ARPEGE-IFS model. (b) Conservative variable diagram at 900 hPa, with q_t plotted in ordinates and moist-air entropy computed either with θ_s or $(\theta_s)_1$ plotted in abscissae. Isotherms are plotted every 10 K, with solid lines for θ_s and dashed lines for $(\theta_s)_1$. Contours of relative error in moist-air entropy (i.e., if θ_s were replaced by $(\theta_s)_1$) are plotted as thin solid lines.

5.2 Use of $(\theta_s)_1$ as an approximation to θ_s

The full expression of θ_s given in Eq. 3.9 can be used as such in order to compute θ_s numerically, for either undersaturated or saturated moist air. The interest of searching for a simpler expression for θ_s is to better understand the physical meaning of θ_s and to facilitate the analytical comparisons with θ_l and θ_e .

The result shown in Marquet (2011) is that $(\theta_s)_1$ seems to be a relevant approximation to θ_s for $T_r = T_0$ and $p_r = p_0$, with $e_r = e_{sw}(T_0) \approx 6.11$ hPa and $(p_d)_r = p_0 - e_{sw}(T_0)$, differently from the standard conditions where $(p_d)_r = e_r = p_0$. For these conditions, the numerical value of Λ_r is close to 5.87. It is possible to appreciate on Fig. 22.5a how far this expression of $(\theta_s)_1$ (computed with this value 5.87 for Λ_r) is a relevant approximation of θ_s . This is true from the surface layer up to the level 1,500 m in Fig. 22.5a



and the accuracy of the approximation $\theta_s \approx (\theta_s)_1$ even improves above 1,500 m, because the total-water content q_t is smaller. Other comparisons of θ_s and $(\theta_s)_1$ are available in Marquet (2011, 2014); Marquet and Geleyn (2013).

Differences between $(\theta_s)_1$ and θ_s remain close to 0.4 to 0.6 K at all levels for FIRE-I vertical profiles. The fact that the difference $\theta_s - (\theta_s)_1$ is almost constant with height is an important result if gradients of θ_s are to be considered (see Secs. 6.4 and 6.5 dealing with the moist-air Brunt–Väisälä frequency and the potential vorticity, respectively).

Other comparisons between θ_s and $(\theta_s)_1$ (with $\Lambda_r = 5.87$) are shown in the entropy diagram plotted in Fig. 22.5b, where a wide range of saturated and non-saturated conditions are explored at $p = 900$ hPa. The same differences of the order of ± 0.2 % or ± 0.6 K are observed for most parts of the diagram.

The same entropy diagram is plotted in Marquet and Geleyn (2013), but with the set of isotherms computed with the definition of entropy of Pauluis and Schumacher (2010), based on the work of Emanuel (1994) in terms of θ_e . It is shown that the definition of moist-air entropy in terms of θ_s or θ_e leads to incompatible features in the saturated regions, where isotherms correspond to almost constant values of θ_e and to clearly decreasing values of θ_s . These isotherms are also different in the non-saturated region, although they correspond to increasing values of both θ_e and θ_s . This demonstrates that the way in which the moist-air entropy is defined may generate important differences in physical interpretation, with θ_s being the only general formula valid whatever q_t may be.

First- and second-order approximations of θ_s can be derived by using the Taylor expansion of several factors in the second line of Eq. 3.9. The first-order expansion of $(1 + \eta r_v)^{[\kappa(1+\hat{\delta}q_t)]}$ for small $r_v \approx q_t$ is equal to $\exp(\gamma q_t)$. The factor $(r_r/r_v)^{(\gamma q_t)}$ is exactly equal to $\exp[-\gamma q_t \ln(r_v/r_r)]$. Other factors depending on temperature and pressure are exactly equal to $\exp[\lambda q_t \ln(T/T_r)]$ and $\exp[-\kappa \hat{\delta} q_t \ln(p/p_r)]$. The final factor $(1 + \eta r_r)^{(\kappa \hat{\delta} q_t)}$ leads to the higher-order term $\exp[\gamma \hat{\delta} q_t r_r] \approx \exp[O(q_t^2)]$, since $r_r \approx q_t \ll 1$. The result is that the Taylor expansion of θ_s can be written as:

$$\theta_s \approx \theta \exp\left(-\frac{L_v q_l + L_s q_i}{C_{pd} T}\right) \exp(\Lambda_* q_t) \times \exp\left\{q_t \left[\lambda \ln\left(\frac{T}{T_r}\right) - \kappa \hat{\delta} \ln\left(\frac{p}{p_r}\right)\right] + O(q_t^2)\right\}, \quad (5.5)$$

where $\Lambda_* = \Lambda_r - \gamma \ln(r_v/r_*)$ and $r_* = r_r \times \exp(1) \approx 10.4$ gkg⁻¹.

It is thus possible to interpret $(\theta_s)_1$ by the value of θ_s obtained with the approximation $\Lambda_* \approx \Lambda_r$ and with the second line of Eq. 5.5 neglected. An improved second-order approximation is obtained by taking into account the small term $-\gamma \ln(r_v/r_*)$ and so using Λ_* instead of Λ_r . The impact of the second line, containing terms depending on temperature and pressure, leads to a third-order correction of r_* , which should be pragmatically increased up to about 12.4 gkg^{-1} for usual atmospheric conditions (unpublished results).

5.3 *Comparisons with alternative moist-air entropy formulae*

The issues of whether the third law can be applied to atmospheric studies or not, and if so, how this can be managed practically, are old questions. Richardson (1922, pp. 159–160) wondered if it could be possible to ascribe a value for energy and entropy for a unit mass of (water) substance. He proposed to take the absolute zero temperature as the zero origin of entropies. He recognized that the entropy varies as $C_p dT/T$ and that the integrand has an infinity where $T = 0 \text{ K}$. But he mentioned that Nernst had shown that the specific heats tend to zero at $T = 0 \text{ K}$ in such a way that the entropy remains finite there. This is due to Debye's law, which is valid for all solids and for which $C_p(T)$ is proportional to T^3 (the entropy is defined by $ds = C_p dT/T$ and is also proportional to T^3 , a formulation which is not singular for T approaching 0 K).

However, probably due to the lack of available standard values of entropies and energies in the early 20th century, Richardson did not really use the third law. He suggested considering the lowest temperature occurring in the atmosphere (180 K) as the more practical value for the zero origin of entropies. This is in contradiction with the above computations based on the third law, with the definition depending on θ_s given by Eq. 3.9 that can be considered as being the moist-air specific entropy imagined by Richardson.

A synthetic view of existing formulations of moist-air entropy derived in Betts (1973), Emanuel (1994), and Iribarne and Godson (1973) in terms of θ_l or θ_e is suggested in Pauluis *et al.* (2010). Two moist-air entropies are defined. The first was called “moist entropy” and was denoted by S_m . It is rather written as S_e in Eq. 5.6, since it is associated with θ_e . It can be

written as:

$$S_e = [C_{pd} + q_t(C_l - C_{pd})] \ln \left(\frac{T}{T_r} \right) + q_v \frac{L_v}{T} - q_d R_d \ln \left(\frac{p - e}{p_r - e_r} \right) - q_v R_v \ln \left(\frac{e}{e_{sw}} \right). \quad (5.6)$$

The second is given by Eq. 5.7. It was called “dry entropy” and was denoted by S_l in Pauluis *et al.* (2010).⁹ It is associated with the potential temperature θ_l and is written as:

$$S_l = [C_{pd} + q_t(C_{pv} - C_{pd})] \ln \left(\frac{T}{T_r} \right) - q_l \frac{L_v}{T} - q_d R_d \ln \left(\frac{p - e}{p_r - e_r} \right) - q_t R_v \ln \left(\frac{e}{e_r} \right). \quad (5.7)$$

It is possible to show that the difference between Eqs. 5.6 and 5.7 is equal to $S_e - S_l = q_t L_v (T_r) / T_r$.¹⁰ The important feature is that $S_e - S_l$ depends on the product of q_t with a constant factor $L_v(T_r) / T_r$. Therefore, since there is only one physical definition for the moist-air entropy, and since q_t is not a constant in the real atmosphere, S_e and S_l cannot represent at the same time the general form of moist-air entropy.

More precisely, the comparisons between the third law-based formulation $s(\theta_s)$ given by Eqs. 3.7 and 3.9 and the two formulations $S_e(\theta_e)$ or $S_l(\theta_l)$ can be written as:

$$s(\theta_s) = S_e(\theta_e) + q_t [(s_l)_r - (s_d)_r] + (s_d)_r, \quad (5.8)$$

$$s(\theta_s) = S_l(\theta_l) + q_t [(s_v)_r - (s_d)_r] + (s_d)_r. \quad (5.9)$$

The first result is that, if q_t is a constant, then S_e and S_l can become specialized versions of the moist-air entropy associated with the use of the conservative variables θ_e and θ_l , respectively. However, even if S_e and S_l are equal to $s(\theta_s)$ up to true constant terms, the constant terms are not equal to zero and they are not the same for S_e and S_l . Moreover, they depend on the value of q_t . Therefore, even if q_t is a constant (for instance for a vertical ascent of a closed parcel of moist air), it is not possible to compare values of S_e or S_l with those for other columns, since the values of q_t and hence the constant terms in Eqs. 5.8 and 5.9 are different from one column to another. This means that it is not possible to compute relevant

⁹This is slightly different from the value given by Pauluis *et al.* (2010), because the last term $e/e_{sw}(T)$ in Eq. 5.6 was written as $e/e_{sw}(T_r)$ in Eq. A3 of Pauluis *et al.* (2010).

¹⁰This difference is different from Eq. A5 given in Pauluis *et al.* (2010), because of the change of $e_{sw}(T)$ into $e_r = e_{sw}(T_r)$ in their Eq. A3.

spatial averages or horizontal gradients of $S_e(\theta_e)$ or $S_l(\theta_l)$, because the link between θ_e or θ_l with the moist-air entropy $s(\theta_s)$ must change in space.

It is considered in this study that only the third law-based formulation $s(\theta_s)$ is general enough to allow relevant computations of spatial averages, vertical fluxes or horizontal gradients of moist-air entropy. Indeed, if q_t is not a constant, then $s = S_e + (s_d)_r$ only if $(s_l)_r = (s_d)_r$. Similarly, $s = S_l + (s_d)_r$ only if $(s_v)_r = (s_d)_r$. Therefore, moist-air entropy for an open system with varying q_t cannot be represented by $S_e(\theta_e)$ or $S_l(\theta_l)$, because the arbitrary choices for the reference entropies $(s_l)_r = (s_d)_r$ or $(s_v)_r = (s_d)_r$ are not compatible with the third law of thermodynamics.

It is suggested in Pauluis *et al.* (2010, their Appendix C) that the weighted sum $S_a = (1 - a)S_e + aS_l$ is a valid definition of the entropy of moist air, where a is an arbitrary constant going from 0 to 1. The adiabatic formulation S_l corresponds to $a = 1$ and θ_l , whereas the pseudo-adiabatic formulation S_e corresponds to $a = 0$ and θ_e . The weighted sum S_a applied to Eqs. 5.8 and 5.9 leads to:

$$s(\theta_s) = S_a + (s_d)_r + q_t \left[(s_l)_r - (s_d)_r + a \frac{L_v(T_r)}{T_r} \right]. \quad (5.10)$$

Equation 5.10 shows that if the factor multiplying the q_t term is not equal to zero, then S_a will be different from the third law formulation depending on θ_s . If the value $\Lambda_r \approx 5.87$ derived in Marquet (2011) is retained, this factor is equal to zero for $a = [(s_d)_r - (s_l)_r]T_r/L_v(T_r) \approx 0.356$. This special value represents (and allows the measurement of) the specific entropy of moist air in all circumstances. No other hypotheses are to be made on the values of the reference entropies, on adiabatic or pseudo-adiabatic properties, or on constant values for q_t . This provides another explanation for the results observed in Secs. 5.1 and 5.2: the third law potential temperature θ_s is almost in a $(1 - a) \approx 2/3$ versus $a \approx 1/3$ position between θ_l and θ_e .

The third law is not used in Pauluis *et al.* (2010), where it is mentioned in Appendix A that "... the entropy used in atmospheric sciences ... does not, however, correspond to the absolute entropy based on Nernst's theorem". It is explained in their Appendix A that the entropy of an ideal gas is fundamentally incompatible with Nernst's theorem as it is singular for T approaching 0 K, due to the term $\ln(T)$. As explained in Richardson (1922), this statement may be true for ideal gases, but it does not invalidate the application of the third law in atmospheric science, since only the more stable solid states and Debye's law must be considered to apply Nernst's theorem, with finite results at the limit $T = 0$ K.

It is mentioned in Pauluis *et al.* (2010, their Appendix A) that “A common practice is to . . . set the reference value for the specific entropies of dry air and of either liquid water or water vapour to 0.” This is in contradiction with the third law and the absolute entropies derived in Sec. 2.5. Really, the third law cannot be bypassed when evaluating the general formula of moist-air entropy. Reference values must be set to the standard ones obtained with zero entropy for the most stable crystalline form at $T = 0$ K. If q_t is not a constant, the formulations for $s(\theta_s)$, S_e , S_l , and S_a are thus different and it is claimed that the third law formulation $s(\theta_s)$ is the more general one: it is the only formula which can be applied in all circumstances.

6 Applications of the moist-entropy potential temperatures θ_s and $(\theta_s)_1$

6.1 *Isentropic features: Transition from stratocumulus to cumulus*

It is shown in Fig. 22.5a that $(\theta_s)_1$ is in about a 2/3 proportion between θ_l and θ_e . This confirms the evaluation made in Sec. 5.1. The other important result shown in Fig. 22.5a is that θ_s is almost a constant from the surface to the very top (1,000 m) of the planetary boundary layer (PBL), including the entrainment region (850–1,000 m) where large jumps in q_t and θ_l are observed. This means that the whole PBL of this FIRE-I (RF03B) marine stratocumulus exhibits a surprising moist-air isentropic state.

Constant values of the moist-air quantities s and θ_s are obtained in spite of observed vertical gradients (and PBL-top jumps) in q_t and θ_l , and also in θ_e . This means that the gradients of the two terms θ_l and $\exp(\Lambda_r q_t)$ combine in such a way that their product remains constant. This is only observed for that value $\Lambda \approx 5.87$ determined from the third law reference entropies of dry air and water vapour. It is not valid for the value $\Lambda_r = 0$ (leading to θ_l) or the value $\Lambda_r = L_v/(C_{pd}T) \approx 9$ (leading to θ_e).

It is shown in Marquet (2011) that the moist isentropic feature (constant values of θ_s) is also observed for other FIRE-I profiles (radial flights 02B, 04B, and 08B) and for the vertical profiles of other marine stratocumulus (ASTEX, EPIC, DYCOMS). This is the confirmation that the third law-based moist-air entropy defined with θ_s can reveal unexpected new and important physical properties which have not been revealed by the previous studies based on θ_l or θ_e . Since the moist air isentropic feature is observed in marine stratocumulus, there is a hope that this very special property

might be taken into account for building (or improving) moist turbulent parameterizations, and possibly shallow-convection ones (both acting in the cloudy parts of these marine stratocumulus profiles), including the PBL-top entrainment processes.

In order to determine if these isentropic patterns are also observed during the transition from stratocumulus to cumulus (or how they are modified), several vertical profiles of θ_l , θ_s , and θ_e are plotted in Fig. 22.6 for the aircraft measurements collected during the first ASTEX Lagrangian campaign and used for the EUCLIPSE model intercomparison study (de Roode and Duynkerke, 1997; de Roode and van der Dussen, 2010). The moist-air isentropic feature (constant values of θ_s) is indeed observed for Flight 4, with an increase of moist-air entropy at the PBL-top of Flights 2 and 3, and a decrease in θ_s for Flight 5 (cumulus).

The patterns of θ_l are almost the same for all profiles, with positive PBL-top jumps that cannot be differentiated at first sight. The patterns of θ_e are more reactive than those of θ_s , with a neutral feature in between Flights 3 and 4. For this reason, θ_s also seems to be in an intermediate position between θ_l and θ_e . The sketch of the cumulus profile depicted in Flight 5 is compatible with the other cumulus profiles of θ_l , θ_s , and θ_e (unpublished results for ATEX, GATE, BOMEX, and SCMS).

It is explained in the next section that a neutral vertical gradient of θ_s seems to correspond to the Δ_2 CTEI criterion line. This may demonstrate a new possibility for analysing the strength of a PBL-top inversion: it is respectively stable/neutral/unstable for a positive/zero/negative PBL-top jump in θ_s . This is an interesting new property for moist-air entropy expressed in terms of θ_s , since it allows a rapid and graphical analysis of entrainment instabilities, and thus an estimation of the evolution of clouds.

6.2 *PBL-top entrainment and CTEI criterion*

The concept of cloud-top entrainment instability (CTEI) was defined in Deardorff (1980), Lilly (1968), and Randall (1980) in order to find an explanation for the stratocumulus cloud break-up. It was suggested that critical values exist for the PBL-top jumps in θ_e or θ_l (hereafter denoted by $(\Delta\theta_e)_{\text{crit}}$ and $(\Delta\theta_l)_{\text{crit}}$) above which a mixed-air parcel will be positively buoyant in respect of cloud-top entrainment processes.

Instabilities are thus expected if $\Delta\theta_e$ is smaller than the value $(\Delta\theta_e)_{\text{crit}} = k_{RD}L_v\Delta q_t/C_{pd} < 0$, with Δq_t equal to the PBL-top jump in q_t . The Randall–Deardorff parameter k_{RD} has been evaluated as 0.23

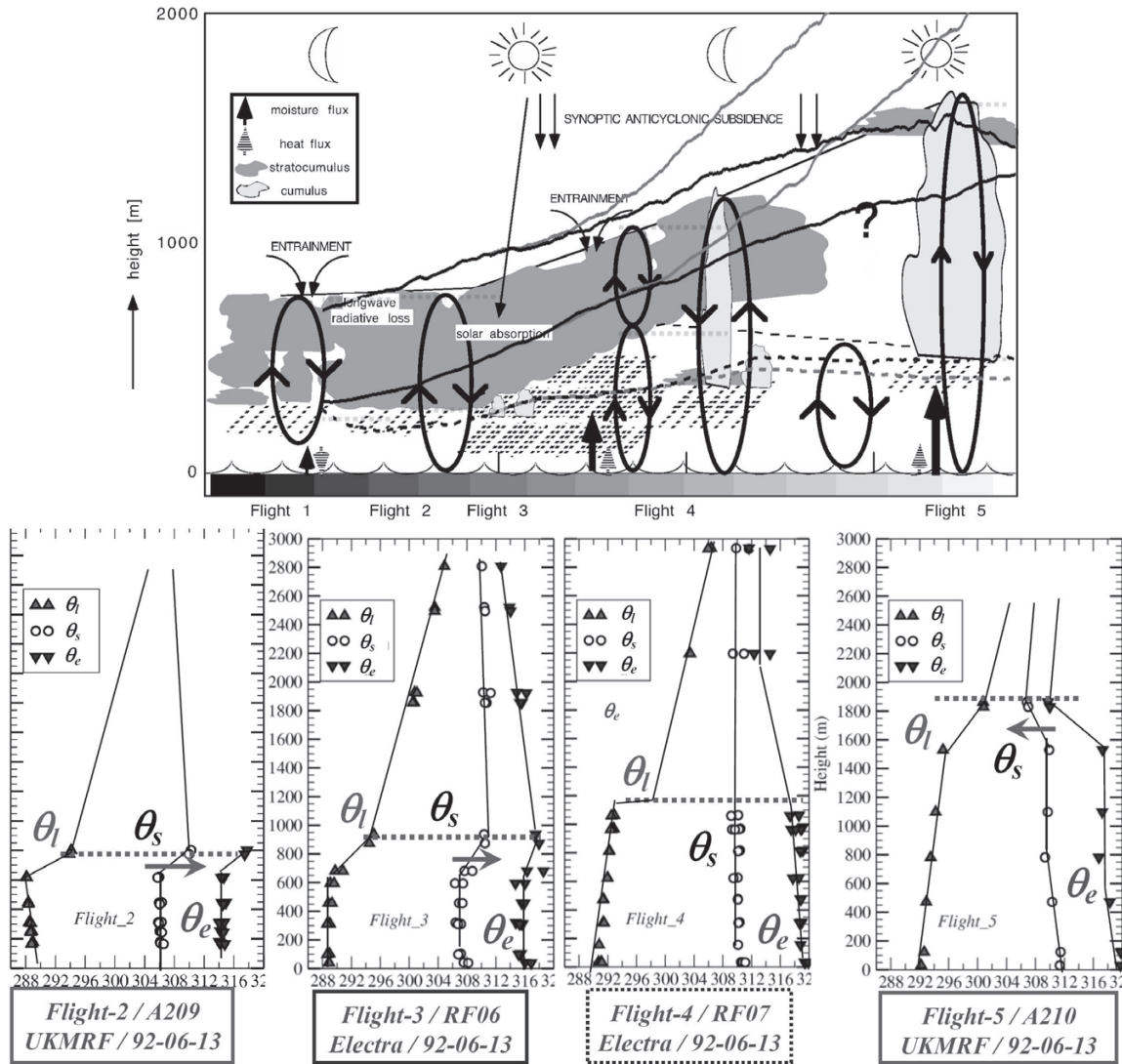


Fig. 22.6 Vertical profiles from the first ASTEX Lagrangian campaign studied during the EUCLIPSE model intercomparison. Top panel: schematic of the observed five aircraft flights (from de Roode and Duijkerke, 1997; de Roode and van der Dussen, 2010). Bottom panel: the vertical profiles of θ_l , θ_s , and θ_e computed for Flights 2 to 5 (Flight 1 is similar to Flight 2).

in the first studies and it varies between 0.18 and 0.7 in the literature. It is possible to express the CTEI criterion in the conservative diagram (θ_l, q_t) , leading to a buoyancy reversal criterion line usually denoted by Δ_2 (de Roode and Wang, 2007). The corresponding threshold is equal to $(\Delta\theta_l)_{crit} = -(1/k_L)L_v\Delta q_t/C_{pd} > 0$, where $k_L \approx 1/(1 - k_{RD})$ is the Lilly parameter (Lilly, 1968).

The fact that moist-air entropy and $\theta_s \approx (\theta_s)_1$ are almost conserved within the whole PBL of marine stratocumulus may help to give a new insight for the CTEI criterion. Indeed, the property $\Delta(\theta_s)_1 = 0$ corresponds

to the value $k_{RD} = 1 - C_{pd}\Lambda_r\theta/L_v \approx 0.29$ for $\Lambda_r = 5.87$ (Marquet, 2011). It seems that higher values up to $k_{RD} = 0.35$ are associated with the use of the improved formulation of Eq. 5.5 to compute $\Delta(\theta_s) \approx 0$ (unpublished results). These third law-based values of k_{RD} varying between 0.29 and 0.35 are close to those derived by Randall (1980) and Deardorff (1980) (0.23) and are located within the range of the published ones (0.18 to 0.7).

It can be inferred that the CTEI mechanism seems to be controlled by a neutral (zero) PBL-top jump in moist-air entropy (in fact by an isentropic state of the whole PBL) without additional assumptions needed to derive this value of the Randall–Deardorff parameter k_{RD} . The potential temperatures θ_l or θ_e cannot represent changes in moist-air entropy or isentropic processes for marine stratocumulus, which are open systems where q_t is rapidly varying with height. Only θ_s can reveal isentropic patterns for such moist-air open systems.

6.3 *Moist-air turbulence parameterization*

The moist PBL of marine stratocumulus is considered a paradigm of moist turbulence. The property that moist-air entropy (and θ_s) is almost uniform in the whole PBL of marine stratocumulus, including the PBL-top region, is thus an important new result.

The first possible consequence is that it could be meaningful to replace Betts’s variables (θ_l, q_t) with the pair (θ_s, q_t) . If θ_s is approximated by $(\theta_s)_1 = \theta_l \exp(\Lambda_r q_t)$, the vertical turbulent fluxes of $(\theta_s)_1$, θ_l , and q_t are then approximated by $\overline{w'\theta'_s} \approx \overline{w'(\theta'_s)_1} = \exp(\Lambda_r q_t) \overline{w'\theta'_l} + \theta_s \Lambda_r \overline{w'q'_t}$.

If linear flux–gradient relationships $\overline{w'\psi'} = -K_\psi \partial \overline{\psi} / \partial z$ are assumed to be valid for $\psi = (\theta_s)_1$, θ_l or q_t , they define corresponding exchange coefficients K_s , K_h , and K_q . It is then worthwhile to compare the two methods: either computing $\overline{w'(\theta'_s)_1}$ by using $-K_s \partial (\overline{(\theta_s)_1}) / \partial z$, or by using the weighted sum of the vertical fluxes $\overline{w'\theta'_l}$ and $\overline{w'q'_t}$ described above with these fluxes expressed with the corresponding flux–gradient relationships.

The two methods are only equivalent if $K_s = K_h$ and $K_s = K_q$, this implying $K_h = K_q$. This equality is often assumed to be valid in numerical modelling, with the Lewis number $L_e = K_h/K_q \approx 1$. These results are, however, based on old papers (Dyer and Hicks, 1970; Oke, 1970; Swinbank and Dyer, 1967; Webb, 1970) and are sometimes invalidated in other old articles (Blad and Rosenberg, 1974; Brost, 1979; Verma *et al.*, 1978; Warhaft, 1976). More recent studies based on LES outputs suggest that K_h could be different from K_q (Siebesma *et al.*, 2003; Stevens *et al.*, 2001). Moreover,

neutral bulk coefficients are different for heat and water in some surface flux parameterizations over oceans, like in ECUME/SURFEX (Belamari, 2005; Belamari and Pirani, 2007; Le Moigne *et al.*, 2013; Masson *et al.*, 2013).

The two methods are different if either $K_s \neq K_h$ or $K_s \neq K_q$, in which case it is not equivalent to use Betts's variables or the pair (θ_s, q_t) . This could provide a possible way of expressing the turbulent scheme with the moist-air entropy, since θ_l is only an approximation of $(\theta_s)_1$ for the case of constant values of q_t .

Other possible applications for turbulent parameterizations and shallow convection may be based on the use of moist-air Richardson numbers, equal to the moist-air square of the Brunt–Väisälä frequency divided by the squared wind shear, $R_i = N^2/S^2$. It is in this context that the results for the moist-air definition of $N^2(\mathcal{C})$ in Sec. 6.4 may provide new insights for computations of $R_i(\mathcal{C})$. The transition parameter \mathcal{C} might be somehow generalized to the grid-cell concept and to sub-grid variability, with \mathcal{C} considered as the proportion of an air parcel being in saturated conditions. This could lead to extended grid-cell interpretations for the local formulation of $N^2(\mathcal{C})$ given by Eq. 6.6. One could also imagine possible bridges with the programme followed by Lewellen and Lewellen (2004), where a parameter \hat{R} is introduced to mix the dry and wet limits in the context of a computation of moist-air buoyancy fluxes.

6.4 The moist-air squared Brunt–Väisälä frequency

One of the applications of the moist-air entropy defined in terms of θ_s given by Eq. 3.9 is to compute the moist-air adiabatic lapse rate and squared Brunt–Väisälä frequency (BVF). Indeed, they both depend on the definition of reversible and adiabatic displacements of a parcel of air; that is to say at a constant value of entropy. The squared BVF can be defined for dry air by $N^2 = (g/\theta)\partial\theta/\partial z$, or equivalently in terms of the dry-air entropy by $N^2 = (g/C_{pd})\partial s/\partial z$, since $s = C_{pd} \ln(\theta)$ up to a constant term. Therefore, the way the entropy is defined may modify the formulation of both the adiabatic lapse rate and the squared BVF. This is the initial motivation for using the formulation θ_s for searching for a moist-air generalization of the dry-air expression.

Moist-air versions have been derived by using different methods (Durrant and Klemp, 1982; Emanuel, 1994; Lalas and Einaudi, 1974). Unsaturated and saturated moist-air versions of N^2 have been recently revisited in Mar-

quet and Geleyn (2013), where the moist-air entropy is defined in terms of the more general formulation for θ_s given by Eq. 3.9. Additional results are described in Marquet and Geleyn (2013) concerning the computation of the adiabatic lapse rates. A synthetic view of these results is presented in this subsection.

The adiabatic lapse rates are defined in Marquet and Geleyn (2013) in terms of a coefficient \mathcal{C} which labels the unsaturated case by $\mathcal{C} = 0$ and the saturated case by $\mathcal{C} = 1$. This transition parameter allows compact expressions to be written that are valid for both unsaturated and saturated moist air. It is worthwhile remembering that unsaturated moist air is different from dry air because it includes water vapour (with relative humidity lower than 100%).

The adiabatic lapse rate computed with θ_s can be written as:

$$\Gamma(\mathcal{C}) = \frac{g}{C_p} \times M(\mathcal{C}), \quad (6.1)$$

where

$$M(\mathcal{C}) = \frac{1 + D_C}{1 + F(\mathcal{C})D_C}, \quad D_C = \frac{L_v(T)r_{sw}}{R_d T}, \quad (6.2)$$

$$F(\mathcal{C}) = 1 + \mathcal{C} \left[\frac{L_v(T)}{C_p T} \frac{R}{R_v} - 1 \right]. \quad (6.3)$$

Since $F(0) = 1$ and $M(0) = 1$, the unsaturated adiabatic lapse rate is exactly equal to $\Gamma(0) = g/C_p$, where C_p is the moist value depending on the dry-air and water-vapour contents.

The saturated adiabatic lapse rate is slightly different from those derived in Durran and Klemp (1982) and Emanuel (1994). It is equal to $\Gamma(1)$, leading to:

$$\Gamma_{sw} = \frac{g}{C_p} \times \left[1 + \frac{L_v(T)r_{sw}}{R_d T} \right] \left[1 + \frac{RL_v^2(T)r_{sw}}{R_d C_p R_v T^2} \right]^{-1}. \quad (6.4)$$

This formulation enables comparison with previous formulations derived in Durran and Klemp (1982) and Emanuel (1994). The numerator $1 + (L_v r_{sw})/(R_d T)$ is multiplied by a term $(1 + r_t)$ in previous studies, where the denominators are also different. The term g/C_p is replaced by g/C_{pd} in Durran and Klemp (1982) and by g/c_p^* in Emanuel (1994), where $c_p^* = C_{pd} + C_{pv} r_{sw}$.

The squared BVF is defined in Marquet and Geleyn (2013) by the general formula

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial s} \Big|_{p, q_t} \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial q_t} \Big|_{p, s} \frac{\partial q_t}{\partial z} \right), \quad (6.5)$$

in terms of the vertical gradients of moist-air entropy and total-water content. The gradients are obtained only after long computations, because s is defined in terms of θ_s , as given by Eq. 3.9. The result can be written using the same definitions for $\Gamma(\mathcal{C})$, $M(\mathcal{C})$, $D_{\mathcal{C}}$, and $F(\mathcal{C})$ described in Eqs. 6.1–6.3. The same transition parameter \mathcal{C} is used to express with a single formula the unsaturated ($\mathcal{C} = 0$) and the saturated ($\mathcal{C} = 1$) cases:

$$N^2(\mathcal{C}) = \Gamma(\mathcal{C}) \frac{\partial s}{\partial z} + g \frac{\partial \ln(q_d)}{\partial z} + \Gamma(\mathcal{C}) \left[C_p(1 + r_v) \frac{R_v}{R} F(\mathcal{C}) - C_{pd}(\Lambda_r + \Lambda_v) \right] \frac{\partial q_t}{\partial z}, \quad (6.6)$$

where Λ_v is an additional term defined in Marquet and Geleyn (2013). The impact of $F(\mathcal{C})$ in the term $C_p(1 + r_v)(R_v/R)F(\mathcal{C})$ in the second line is to replace the unsaturated value $(1 + r_v)C_p R_v/R$ if $\mathcal{C} = 0$ by the saturated version $(1 + r_{sw})L_v/T$ for $\mathcal{C} = 1$.

The unsaturated version ($\mathcal{C} = 0$) leads to the result:

$$N_{ns}^2 = \frac{g}{\theta_v} \left[\frac{\partial \theta_v}{\partial z} - \frac{g}{C_p T} (\lambda - \hat{\delta}) q_v \right]. \quad (6.7)$$

This expression is close to the expected result $(g/\theta_v)(\partial \theta_v/\partial z)$, because the countergradient term is much smaller (typically one hundredth of the other). The saturated version is more complicated, but it is compared in Marquet and Geleyn (2013) with the older results derived in Durran and Klemp (1982) and Emanuel (1994), where N^2 was based on a moist-air entropy mainly expressed in terms of θ_e , instead of θ_s .

The important feature is not the numerical value of N^2 , but rather the way in which N^2 is separated in Eq. 6.6 into three terms depending on the vertical gradients of s , q_d , and q_t . This separation depends on the way that the moist-air entropy is defined.

Following Pauluis and Held (2002a,b), the first term depending on s can be interpreted as a conversion term between the turbulent kinetic energy and the available potential energy. The second term depending on q_d is well known and was already included in Lalas and Einaudi (1974) as well as in other studies. It corresponds to the total-water lifting effect (conversion between the turbulent kinetic energy and the potential energy). The third term depending on q_t is different from those derived in previous studies, simply because the moist-air entropy is defined differently. It corresponds to a new Λ_r scaled differential expansion and latent heat effects, associated with the use of θ_s instead of θ_e or θ_l .

6.5 *The moist-air potential vorticity PV_s*

Another logical application of the moist-air entropy, defined in terms of θ_s given by Eq. 3.9, is the computation of the moist-air potential vorticity (PV).

The choice of the conservative variable to enter the definition of PV was open in the seminal papers of Ertel (1942)¹¹ and Hoskins *et al.* (1985). It was noted that the modern choice of one of the potential temperatures θ (Ertel, 1942; Hoskins *et al.*, 1985), θ_w (Bennetts and Hoskins, 1979), θ_v (Schubert *et al.*, 2001), θ_{es} , or θ_e (Emanuel, 1994) might be replaced by an entropy variable like the dry-air value $C_{pd} \ln(\theta) + \text{const}$. It was thus tempting to study the properties of the moist-air PV computed starting with $C_{pd} \ln(\theta_s) + \text{const}$. The results are published in Marquet (2014).

The description of the meteorological properties of PV and the possibilities of an associated invertibility principle are beyond the scope of this set, which is focused on convective processes. However, those regions where negative values of moist PV are associated with positive gradients of the associated potential temperature correspond to criteria for possible slant-wise convection instabilities (Bennetts and Hoskins, 1979). It is shown in Marquet (2014) that these criteria are more clearly observed with θ_s than with θ_{es} or θ_e . This result may encourage more systematic studies of slant-wise convection with the help of the moist-air potential vorticity denoted by PV_s and based on $PV(s)$.

7 Conservation properties of θ_s

7.1 *Conservative properties of θ_s for pseudo-adiabatic processes*

It is easy to use θ_s to determine whether or not a process is isentropic, i.e., by analysing whether or not $\theta_s = \text{const}$. It is however important to explain why the moist-air entropy increases if pseudo-adiabatic processes are involved, and to compute precisely the change in θ_s associated with either reversible and adiabatic, or irreversible and pseudo-adiabatic, processes.

Let us first consider pseudo-adiabatic processes for open systems associated with an ascending parcel of just-saturated moist air of mass $m = m_d + m_v$, with no liquid water retained within the parcel. The pseudo-adiabatic processes can be understood as a series of three elementary steps.

¹¹In English in Schubert *et al.* (2004).

The first step is an infinitesimal and isentropic rising of this parcel, with the appearance of liquid water by condensation processes. The new mass is equal to $m = m_d + (m_v + dm_v) + dm_l$, with $dm_v = -dm_l$ by virtue of the conservation of the mass. During the first step the moist-air entropy is assumed to be a constant. The initial entropy is equal to $S_i = m_d s_d + m_v s_v + 0 \times s_l$, whereas the final entropy is equal to $S_f = (m_d + dm_d)(s_d + ds_d) + (m_v + dm_v)(s_v + ds_v) + dm_l(s_l + ds_l)$. If the second-order terms are discarded, the change in entropy divided by m_d is then equal to:

$$(S_f - S_i)/m_d = 0 = ds_d + r_{sw} ds_v + (s_v - s_l) dr_{sw} . \quad (7.1)$$

The water-vapour mixing ratio is equal to its saturation value $r_{sw} = m_v/m_d$ in pseudo-adiabatic processes. The water-vapour and dry-air specific entropies s_v and s_d must be evaluated at the temperature T and at the saturated partial pressures $e_{sw}(T)$ and $p - e_{sw}(T)$, respectively.

The second step is the removal of the condensed liquid water $dm_l = -dm_v$ by falling rain, with the total mass being reduced to $m_d + m_v - dm_l$ and with an amount of entropy $dm_l s_l$ withdrawn by the precipitation. The consequence of this second step is that r_t is equal to r_{sw} during the whole ascent. The paradox is that this step does not mean that the specific entropy will decrease. It is shown hereafter that s increases during pseudo-adiabatic ascent.

The third step is to consider a resizing of the parcel of mass $m_d + m_v - dm_v$ into a bigger volume of mass equal to its initial value $m = m_d + m_v$. The aim of this step is to be able to compute specific quantities for a constant unit mass of moist air (not of dry air).

The change in specific entropy (s) associated with the pseudo-adiabatic processes can be computed by rewriting Eq. 7.1 as $0 = d(s_d + r_{sw} s_v) - s_l dr_{sw}$. The term in parenthesis is equal to the just-saturated moist-air entropy expressed per unit of dry air (s/q_d). The result is that pseudo-adiabatic processes correspond to $d(s/q_d) = s_l dr_{sw}$. Since the property $1/q_d = 1/(1 - q_{sw}) = 1 + r_{sw}$ is valid for just-saturated moist air, it can be used to derive the differential equation:

$$ds = C_{pd} \frac{d\theta_s}{\theta_s} = (s - s_l) \left[\frac{-dr_{sw}(T, p)}{1 + r_{sw}(T, p)} \right] . \quad (7.2)$$

It can be deduced from Eq. 7.2 that the change in specific moist-air entropy is positive for upward pseudo-adiabatic displacements, since they are associated with the properties $dr_{sw}(T, p) < 0$ and $s > s_l$. The first property occurs because T decreases with height within the updraught. The second

property occurs because $q_d \gg q_{sw}$ and thus $s = q_d s_d + q_{sw} s_v$ is close to the dry-air entropy s_d . Moreover, according to the curves depicted in Fig. 22.3, s_d is always greater than s_l for the atmospheric range of temperatures. It is worth noting that the impact of a change in pressure from p_0 to p_d in s_d does not much modify the values of $s_d(T, p_d)$, leading to values of $s_l(T)$ which are always smaller than those of s .

The physical meaning of Eq. 7.2 is that the impact of the precipitation is to remove liquid-water entropy during pseudo-adiabatic processes, to be replaced by the local value of the moist-air entropy. This last action can be interpreted as a detrainment process. It corresponds to the third step described above, leading to a resizing of the moist-air parcel in order to be able to compute specific quantities expressed “per unit of moist air”, with the need to replace the lost mass of liquid water by an equal mass of moist air. For these reasons, moist-air entropy and θ_s must increase with height in regions where pseudo-adiabatic conditions prevail.

It can be shown that Eq. 7.1 exactly corresponds to the differential equation:

$$(C_{pd} + r_{sw} C_l) \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp_d}{p_d} + d \left(\frac{r_{sw} L_v}{T} \right) = 0. \quad (7.3)$$

This differential equation is the same as those derived in Saunders (1957) or in the Smithsonian (1966) Tables to define the water-saturation pseudo-adiabats. Equation 7.3 is derived from Eq. 7.1 with the use of the Kirchhoff and Clausius–Clapeyron equations recalled in Sec. 2.1, together with the equalities $ds_d = C_{pd} dT/T - R_d dp_d/p_d$, $ds_v = C_{pv} dT/T - R_v de_{sw}/e_{sw}$ and $s_v - s_l = L_v/T$. The integration of Eq. 7.3 leads to the definition of the wet-bulb pseudo-adiabatic potential temperature θ'_w and the equivalent version θ'_e .

This is a confirmation that the third law definition of θ_s does not modify the definition of θ'_w (nor θ'_e), since Eq. 7.3 can be derived from Eq. 7.1 without the use of Eqs. 3.7–3.12 which define $s(\theta_s)$. The two kinds of potential temperatures correspond to different properties: θ_s always represents the moist-air entropy (for open or closed systems, for adiabatic or diabatic processes), whereas θ'_w and θ'_e are conservative properties for pseudo-adiabatic processes only.

7.2 Conservative properties of θ_s for adiabatic or isentropic processes

Let us consider the adiabatic conservation laws. The equation defining the water-saturation reversible adiabats is written in Saunders (1957) and Betts (1973) as:

$$d\left(\frac{s}{q_d}\right) = (C_{pd} + r_t C_l) \frac{dT}{T} - R_d \frac{dp_d}{p_d} + d\left(\frac{r_{sw} L_v}{T}\right) = 0. \quad (7.4)$$

In comparison with Eq. 7.3, $C_{pd} + r_{sw} C_l$ is replaced by $C_{pd} + r_t C_l$ in Eq. 7.4. It is assumed in Betts (1973) that Eq. 7.4 corresponds to the conservation of entropy per unit of dry air, namely $d(s/q_d) = 0$, with the hypotheses that q_d and $q_t = 1 - q_d$ are constant and that $q_i = 0$.

The important feature is that the same equation, Eq. 7.4, can be obtained in a more straightforward way, by differentiating s/q_d and with s given by Eq. 3.1, providing that the same assumptions of constant values for q_d and $q_t = 1 - q_d$ and of $q_i = 0$ prevail. Therefore, the water-saturation reversible adiabats can be defined by constant values of the third law-based specific entropy $s(\theta_s)$, or equivalently by $\theta_s = \text{const}$.

However, the moist-air isentropic equation $ds = C_{pd} d\theta_s / \theta_s = 0$ is more general than Eq. 7.4, since it can be derived analytically, without the assumption of constant q_t and $q_d = 1 - q_t$ and is thus valid for open systems and for varying values of q_t . Therefore, the third law potential temperature θ_s and the corresponding moist-air entropy s defined by Eqs. 3.9 and 3.7 can be interpreted as the general integral of $ds = 0$.

It is the quantity q_d times Eq. 7.4 that is integrated via some approximations in Betts (1973) and Betts and Dugan (1973), to arrive at the definitions of the well-known liquid-water and saturation equivalent potential temperatures θ_l and θ_{es} , respectively. The water-saturation reversible adiabatic conservative properties verified by θ_s , θ_l , and θ_{es} correspond to the formal equations:

$$ds = 0 = C_{pd} d[\log(\theta_s)] , \quad (7.5)$$

$$q_d d\left(\frac{s}{q_d}\right) = 0 = C_p d[\log(\theta_{es})] , \quad (7.6)$$

$$q_d d\left(\frac{s}{q_d}\right) - \frac{L_v(T)}{T} dq_t = 0 = C_p d[\log(\theta_l)] . \quad (7.7)$$

The specific heat $C_p = q_d C_{pd} + q_{sw} C_{pv}$ is a moist value in Eqs. 7.6 and 7.7, with a corresponding moist value of the gas constant $R = q_d R_d + q_{sw} R_v$ being involved in the terms $q_d d(s/q_d)$. Equation 7.5 can be solved exactly,

and the result is θ_s as given by Eq. 3.9. The two other equations are solved with the approximations $C_p \approx C_{pd}$ and $R \approx R_d$ in Betts (1973) and Betts and Dugan (1973).

The term $-(L_v/T)dq_t$ is equal to zero in Eq. 7.7, since q_t is assumed to be a constant. This term is further approximated by $-d[(L_v q_t)/T]$ and it corresponds to a differential of a certain constant term depending on q_t . Therefore, this constant term must be added to $C_p \ln(\theta_{es})$ in order to define $C_p \ln(\theta_l)$, and thus the symmetrical pair of potential temperatures θ_{es} and θ_l . This precisely corresponds to the exponential term $\exp[-(L_v(T)q_t)/(C_{pd}T)]$ to be included as a factor of θ_{es} to obtain θ_l . It is worthwhile noticing that the consequence of the approximations is that this exponential term is not a constant, since it depends on both q_t and T , with the absolute temperature being a non-conservative variable.

Equations 7.6 and 7.7 do not correspond to changes in specific moist-air entropy ds , nor to the associated potential temperature θ_s . The equivalent and liquid-water potential temperatures are defined by $\theta_{es} \approx \theta \exp[(L_v q_{sw})/(C_{pd}T)]$ and $\theta_l \approx \theta \exp[-(L_v q_l)/(C_{pd}T)]$, respectively. They are approximately constant during pseudo-adiabatic processes undergone by a closed parcel. The approximate features are due to $C_p \approx C_{pd}$, $R \approx R_d$ plus the hypotheses $(L_v/T)dq_{sw} \approx d(L_v q_{sw}/T)$ and $(L_v/T)dq_l \approx d(L_v q_l/T)$ recalled in Deardorff (1980).

These approximations, together with the fact that q_t is assumed to be a constant, explain the differences between θ_s and θ_{es} or θ_l : only θ_s can be used as a conservative (isentropic) variable for open systems, because the additional terms depending on q_t in θ_s given by Eq. 3.9 could not be derived from Eqs. 7.6 and 7.7, due to the arbitrary terms corresponding to the hypothesis $dq_t = 0$ and due to the aforementioned approximations needed to define θ_{es} or θ_l . There is no need to make these approximations for deriving the third law-based moist-air entropy and θ_s .

Similar ‘‘conserved’’ quantities depending on q_t are included by hand in Eq. 4.5.15 of Emanuel (1994), to form another liquid-water potential temperature also denoted by θ_l . The ‘‘conserved’’ arbitrary quantity is equal to $(R_d + r_t R_v) \ln(p_0) - (R_d + r_t R_v) \ln(1 + r_t/\epsilon) + r_t R_v \ln(r_r/\epsilon)$. It is indeed a complex term that can only be justified by the desire to arrive at a result prescribed *a priori*. Any other terms depending on q_t and r_t would lead to other possible conservative quantities different from θ_l , making these manipulations unclear and questionable, in particular if q_t is not a constant.

The important result obtained with the specific moist-air entropy expressed by Eq. 3.7 is that $C_{pd} \ln(\theta_s)$ is an exact integral of Eq. 7.4 expressed

as $ds = 0$, which corresponds to the second law property. This result is obtained without manipulation of terms depending on q_t . Therefore, θ_s is a true measurement of the moist-air entropy and an exact generalization of θ_l or θ_e . New isentropic conservative properties can thus be observed for θ_s for open systems, with changes in q_t that must be balanced by changes in other variables, in order to keep θ_s unchanged.

7.3 The conservative properties of θ_s : A synthesis

A synthetic view is given in Table 22.1, where the moist-air conserved feature is tested for six potential temperatures (listed on the first line) and four moist-air conservative properties (described on the first column).

Table 22.1 Analyses of several moist-air conservation properties for several moist-air potential temperatures. A=approximate; I=irrelevant; N=no; Y=yes; Y/N=yes or no.

List of moist-air properties	θ_v	θ_l	θ_e	θ'_e	θ'_w	θ_s
unsat. diab./closed parcel/constant q_v	Y/N	A	A	A	A	Y
sat. diab./closed parcel/constant q_t	Y/N	A	A	N	N	Y
pseudo-diab./open parcel/ $q_t = q^*(T, p)$	Y/N	I	I	Y	Y	N
isentropic/open parcel/varying q_t, q_l , or q_i	Y/N	I	I	I	I	Y

- The virtual potential temperature $\theta_v = T_v(p/p_0)^\kappa$ is conserved for neutral buoyancy conditions. Adiabatic or pseudo-adiabatic motions of closed or open parcels of moist air do not automatically imply the conservation of θ_v . For these reasons, θ_v may be conserved, or not, independently of the adiabatic, pseudo-adiabatic, or isentropic properties.
- Betts's liquid-water and equivalent potential temperatures (θ_l and θ_e) are both approximately conserved for adiabatic motions of closed parcels of moist air, where q_t is a constant. Since it is an equivalent of the moist-air entropy, only θ_s is a true conserved adiabatic quantity and the approximate feature for both θ_l and θ_e is due to the two terms in Eq. 3.9 which depend on T and p and which are not included in $(\theta_s)_1$ given by Eq. 3.10 (which behaves like θ_l if q_t is a constant). Both θ_l and θ_e are irrelevant for studies of open systems (such as motions of real parcels of moist air with varying q_t). This is due to the method described in Sec. 7.2, where θ_l and θ_e are derived from two (approximate) differential equations, with the assumption of constant q_t .

- The two potential temperatures θ'_e and θ'_w are defined in order to be conserved for pseudo-adiabatic processes only (see Sec. 7.2). Since pseudo-adiabatic processes are incompatible with existing condensed water species, neither θ_l nor θ_e are conserved for adiabatic motions of closed parcels, and they are irrelevant for describing isentropic feature for open parcels (where contents in all water species may vary in time and in space). Only approximate conservative features are observed for θ'_e and θ'_w for adiabatic motions of unsaturated parcels of moist air, where it is the usual practice to define θ'_w by an adiabatic saturation process by imposing a constant value for the dry-air potential temperature θ . This can be explained because only θ_s is conserved during these moist-air adiabatic motions, and even if $q_t = q_v$ is a constant, the conservation of θ_s given by Eq. 3.9 does not mean that θ is conserved, due to the two terms in Eq. 3.9 which depend on T and p and which are not included in $(\theta_s)_1$ as given by Eq. 3.10 (which behaves like θ if $q_l = q_i = 0$ and $q_t = q_v$ is a constant).
- The moist-air entropy potential temperature θ_s is not conserved by pseudo-adiabatic processes, since, as is explained in Sec. 7.1 the increase in θ_s is given by Eq. 7.2. θ_s is, however, interesting in that it is conserved for all other moist-air adiabatic processes (last column).

The conclusion of this section is that pseudo-adiabatic processes must be studied by using θ'_e or θ'_w , and that other adiabatic processes should be analysed with the use of θ_s , in order to avoid unnecessary approximations. The well-known potential temperatures θ_l and θ_e are, however, relevant approximations of θ_s for studying conservative properties of closed parcels of moist air. Studies of isentropic features for open systems (last line in Table 22.1) require the use of θ_s and they exclude the use of other moist-air potential temperatures. As for the virtual potential temperature θ_v , it is the specialized quantity suitable for studying the buoyancy force and it cannot be used for analysing isentropic features.

8 Physical properties of the moist-air enthalpy and T_h

8.1 *Applications for the moist-air enthalpy: Turbulent surface fluxes*

The problem of the need to manage relevant values for the reference enthalpies in atmospheric science is explicitly addressed in Businger (1982).

The specific enthalpies are written as $h_k - (h_k)_r = C_{pk}(T - T_r)$, where the index k goes for dry air (d), water vapour (v), liquid water (l), and ice (i). They can also be written as $h_k = C_{pk}T + b_k$, where $b_k = (h_k)_r - C_{pk}T_r$. The question asked in Businger (1982) is whether or not it is important to determine the numerical values of b_k (and thus the reference values $(h_k)_r$) in order to compute the vertical turbulent fluxes of the moist-air enthalpy h .

It is common practice in atmospheric science to set reference enthalpies of dry air equal to zero for a given reference temperature, typically at the high temperature $T_r = 273.15 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$. The choices made for the zero-enthalpies for water species are more variable. They may be set to zero either for the water-vapour or liquid-water enthalpies, for the same reference temperature 0°C , and with the latent heats obviously connecting the other water enthalpies by $L_v(T_r) = (h_v)_r - (h_l)_r$ or $L_f(T_r) = (h_l)_r - (h_i)_r$.

It was shown by Businger (1982) that it is the choice of zero-enthalpies for both dry air and liquid water at $T_r = 0^\circ\text{C}$ that is in agreement with well-established procedures for computing surface turbulent fluxes (the ones still retained nowadays). Otherwise, additional fluxes of q_t should be added to the moist-air enthalpy flux, leading to other definitions of this turbulent flux. The same hypothesis $(h_d)_r = (h_l)_r = 0$ is retained in the review of Fuehrer and Friehe (2002) and for $T_r = 0^\circ\text{C}$.

It is, however, unlikely that such arbitrary fluxes of q_t may be added to or cancelled from the enthalpy flux, leading to arbitrary closure for the computation of turbulent fluxes of moist air. The same is true for the vertical integral and the horizontal or vertical gradients of h , for which terms depending on q_t could be of real importance if q_t is not a constant.

The accuracy and the relevancy of the hypotheses $(h_d)_r = (h_l)_r (= 0?)$, $(h_d)_r = (h_v)_r (= 0?)$, $b_v = (h_v)_r - C_{pv}T_r = 0$, or $b_l = (h_l)_r - C_l T_r = 0$ are analysed in the next subsection.

8.2 Impacts of Trouton's rule and of the coincidence

$$(h_l)_r \approx (h_d)_r$$

The analyses of the constant heat capacity curves (*cst* straight lines) of enthalpies depicted in Fig. 22.4b can be used to test the three kinds of assumptions listed in Businger (1982):

- (1) $h_l(T_r) = h_d(T_r)$ for some reference temperature $T_r > 150 \text{ K}$;
- (2) $h_l(T_r) = 0$ and $h_d(T_r) = 0$ for some reference temperature $T_r > 150 \text{ K}$;

and,

- (3) $h_l(T_r) = 0$ and $h_d(T_r) = 0$ for the extrapolated limit $T_r = 0$ K, with the consequence of linear laws $h_v(T) = C_{pv}T$ and $h_l(T) = C_lT$ valid for temperature $T > 150$ K.

The reference temperature for which $h_l(T_r) = h_d(T_r)$ can be computed with h_l^0 and h_d^0 as given by Eqs. 2.19 and 2.17 respectively, and with the properties $h_l(T_r) = h_l(T_0) + C_l(T_r - T_0)$ and $h_d(T_r) = h_d(T_0) + C_{pd}(T_r - T_0)$. It is equal to $T \approx 241.4$ K = -31.75°C (the grey spot in Fig. 22.4b). It is clear from Fig. 22.4b that the differences between $h_l(T)$ and $h_d(T)$ increase with increasing temperatures. For example, at 30°C , $h_l \approx 760$ kJkg $^{-1}$ and is 36% larger than $h_d \approx 560$ kJkg $^{-1}$.

It is therefore only a coincidence and a crude approximate property that the dry-air and liquid-water thermal enthalpies are close to each other for the atmospheric range of temperature. Except for the too-low reference temperature $T_r = -31.75^\circ\text{C}$, this result invalidates the hypothesis recalled in Sec. 2.3, where the property $(h_l)_r = (h_d)_r$ is often assumed in order to cancel the second term in the second line of Eq. 2.8. It also demonstrates that additional terms should be added to the usual turbulent fluxes of enthalpy, consistent with the conclusions of Businger (1982).

Values of h_i^0 are about half those of h_l^0 , and due to Trouton's rule, values of h_v^0 are much higher than those of h_i^0 and h_l^0 . Trouton's rule (see the review of Wisniak, 2001) states that the general property $L_v/T \approx 88$ Jmol $^{-1}$ K $^{-1}$ holds true for almost all substances at their boiling temperature. Since boiling temperature for H₂O (373.15 K) is about 4.4 times greater than those for N₂ (77.4 K) and O₂ (90 K), the latent heats of sublimation and vaporization of water are thus logically the dominant features in Fig. 22.4. This invalidates the possibility that $(h_v)_r = (h_d)_r$ for which the second term in the second line of Eq. 2.7 could be discarded. Even if $(h_v)_r - (h_d)_r$ can be written as $(h_l)_r - (h_d)_r + L_v(T_r)$, with the dominant term $L_v(T_r)$ leading to possible correction values in Eq. 2.7, the remaining term $(h_l)_r - (h_d)_r$ is different from zero in Eq. 2.8 and must be taken into account.

Moreover, since the lines denoting liquid water and water vapour on Fig. 22.4b above 150 K do not intersect the origin (if these straight lines were continued towards $T = 0$ K), this does not confirm the properties $b_v = 0$ or $b_l = 0$, namely the linear laws $(h_v)_r = C_{pv}T_r$ or $(h_l)_r = C_lT_r$, which could allow the cancellation of the second lines of Eqs. 2.9 and 2.10 whatever the values of q_t may be.

8.3 Comparisons of moist-air enthalpy with various moist static energy formulae

It is recalled in this subsection that the concept of moist static energy is intimately linked with the conservation of the moist-air entropy (s), and with the computation of the moist-air enthalpy (h).

The link between the moist-air enthalpy and entropy is due to the Gibbs equation:

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{dh}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} - \sum_k \mu_k \frac{dq_k}{dt}, \quad (8.1)$$

where the local Gibbs function is defined by $\mu_k = h_k - Ts_k$ and where the sum over the index k goes for dry air (d), water vapour (v), liquid water (l), and ice (i).

The reason it is possible to associate the moist-air enthalpy h with s is that, for stationary pure vertical motions, the material derivative is equal to $d/dt = w\partial/\partial z$, with the vertical velocity w factorizing all of the terms in Eq. 8.1 and which can therefore be omitted. For vertical hydrostatic motions $-\rho^{-1}\partial p/\partial z = \partial\phi/\partial z$. If the parcel is closed (constant q_t) and undergoes reversible adiabatic processes (no supercooled water, but with possible reversible condensation, evaporation, and fusion processes), then $\partial s/\partial z = 0$ and $\sum_k \mu_k \partial q_k/\partial z = 0$. The Gibbs equation can then be written as:

$$T \frac{\partial s}{\partial z} = 0 = \frac{\partial(h + \phi)}{\partial z}. \quad (8.2)$$

The quantity $h + \phi$ is thus a conserved quantity for vertical motions provided that all the previous assumptions are valid (adiabatic and hydrostatic vertical motion of a closed parcel). This sum $h + \phi$ is called the “generalized enthalpy” in Ambaum (2010).

The consequence of the adiabatic conservative property of Eq. 8.2 is that the generalized enthalpy can be used to represent convective saturated updraughts. There is thus a need to compute $h + \phi$ at the bottom of an updraught, and therefore to compute the moist-air enthalpy h itself, before using the property $h + \phi = \text{const}$ to determine the local properties of the updraught (T, q_v, q_l, q_i) at all levels above the cloud base.

It is expected that the moist-air specific thermal enthalpy h given by Eq. 4.1 is the quantity that enters the generalized enthalpy $h + \phi$ of Eq. 8.2. It is, however, a common practice in studies of convection to replace $h + \phi$

with one of the MSE quantities defined by:

$$\text{MSE}_d = C_{pd}T + L_v q_v + \phi, \quad (8.3)$$

$$\text{MSE}_l = C_{pd}T - L_v q_l + \phi, \quad (8.4)$$

$$\text{LIMSE} = C_{pd}T - L_v q_l - L_s q_i + \phi. \quad (8.5)$$

The formulation MSE_d is the most popular. It is considered in Arakawa and Schubert (1974) as “approximately conserved by individual air parcels during moist adiabatic processes”. It is mentioned in Betts (1975) that it is approximately an analogue of the equivalent potential temperature θ_e . It is used as a conserved variable for defining saturated updraughts in some deep-convection schemes (Bougeault, 1985).

A liquid-water version, MSE_l , is defined in Betts (1975) by removing the quantity $L_v q_t$ (assumed to be a constant) from Eq. 8.3, leading to Eq. 8.4. It is considered in Betts (1975) that MSE_l is an analogue of the liquid-water potential temperature θ_l . The formulation MSE_l is generalized in Bretherton *et al.* (2005) and Khairoutdinov and Randall (2003) by further subtracting a term $L_s q_i$ from Eq. 8.4, for the sake of symmetry, leading to the liquid-ice static energy LIMSE given by Eq. 8.5, which is used as a conserved variable for defining saturated updraughts in some shallow-convection schemes (e.g., Bechtold *et al.*, 2001).

It is shown in Marquet (2015) that the factor multiplying q_t in Eq. 4.1 can be roughly approximated by the dominant term $L_v(T)$. This corresponds to the coincidence $h_d^0 \approx h_l^0$ and to Trouton’s rule described in Sec. 8.2. Accordingly, the generalized moist-air thermal enthalpy can be approximated by $h + \phi \approx h_{\text{ref}} + \text{FMSE}$, where

$$\text{FMSE} = C_{pd}T + L_v q_v - L_f q_i + \phi. \quad (8.6)$$

This formulation corresponds to the frozen moist static energy as defined by Vol. 1, Ch. 10, Eq. 4.5, and as studied in both Vol. 1, Ch. 10 and Bretherton *et al.* (2005). It is equal to the sum of LIMSE plus $L_s q_t$ and it is equal to MSE_d for positive Celsius temperatures ($q_i = 0$). The drawback of this approximate formula is that it does not possess the same symmetry as in Eq. 4.1, where L_v is logically replaced by L_s if q_l is replaced by q_i . This means that the approximation used to establish Eq. 8.6 is probably not accurate enough.

MSE is sometimes defined with C_{pd} replaced in Eq. 8.3 by the moist value C_p , leading to:

$$\text{MSE}_m = C_p T + L_v q_v + \phi. \quad (8.7)$$

This version is used in some convective schemes (e.g., Gerard *et al.*, 2009).

Other MSE quantities are expressed per unit mass of dry air and with the assumption that $h_d^0 = h_l^0 = 0$, such as the moist enthalpy k in Emanuel (1994), which is equivalent to the MSE defined by h_v^* in Ambaum (2010):

$$h_v^* = [C_{pd} + q_t(C_l - C_{pd})]T + L_v q_v + \phi, \quad (8.8)$$

$$k + \phi/q_d = h_v^*/q_d = (C_{pd} + r_t C_l)T + L_v r_v + (1 + r_t)\phi. \quad (8.9)$$

The aim of this subsection is thus to compare the generalized enthalpy $h + \phi$, with h given by Eq. 4.1, to some of the other MSE quantities given by Eqs. 8.3–8.9. The properties of surface deficit charts are commonly used in studies of convective processes and two of them are depicted in Fig. 22.7, for the FIRE-I (RF03B) and BOMEX datasets.

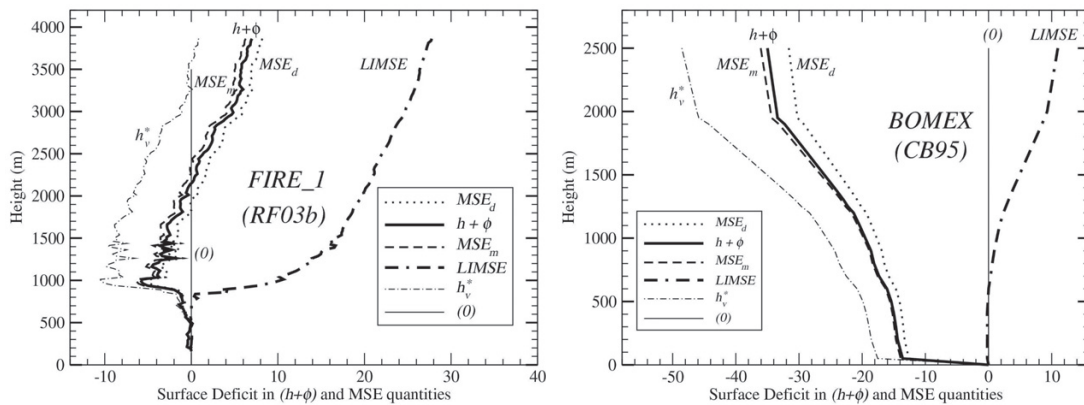
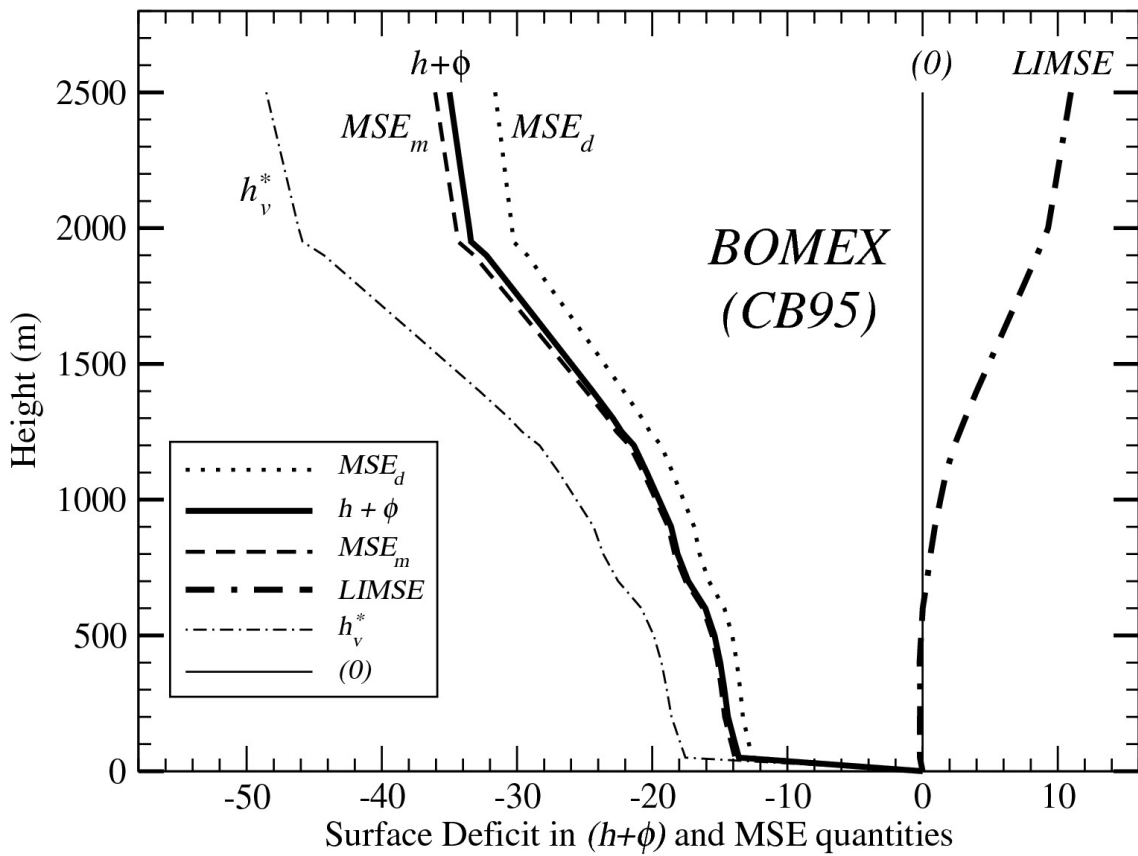
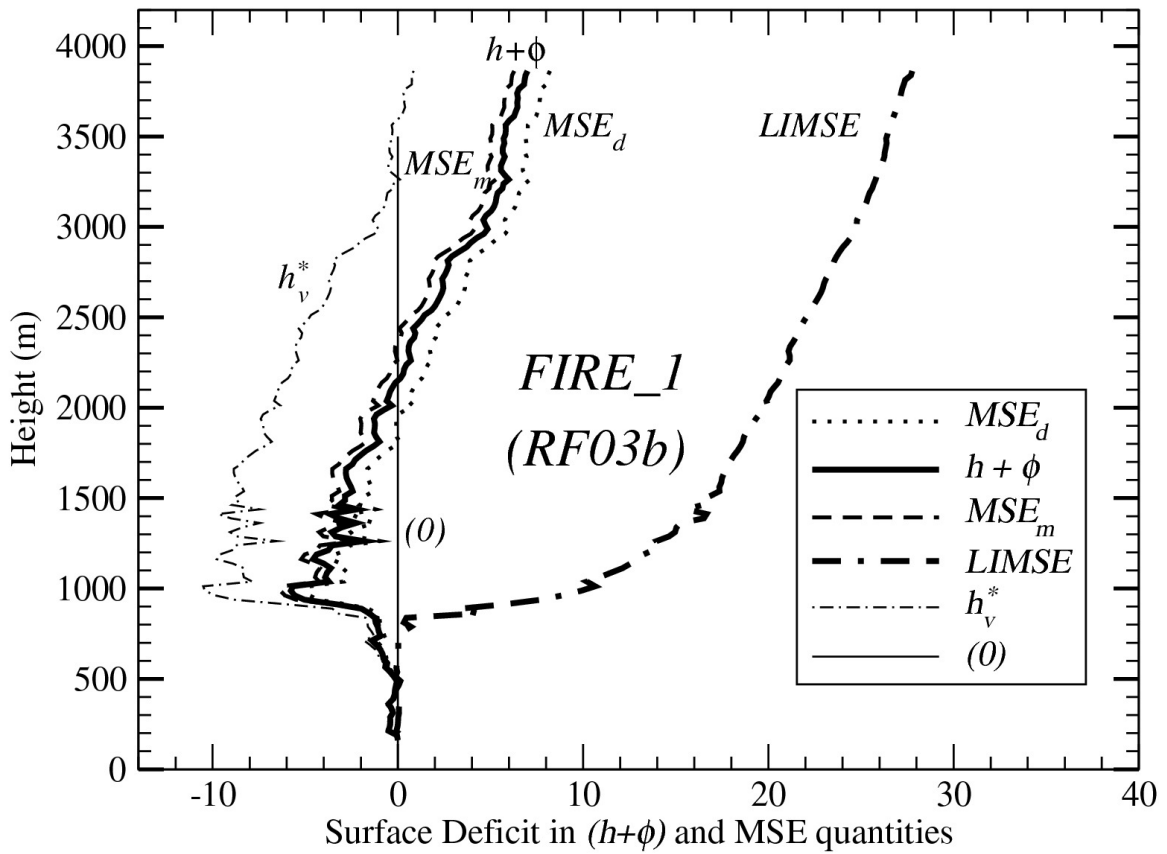


Fig. 22.7 Surface deficit in generalized enthalpy $h + \phi$ and in MSE quantities for the FIRE-I (RF03b) stratocumulus and the BOMEX shallow cumulus datasets. The units are kJkg^{-1} . (From Fig. 11 of Marquet (2015), which is © Royal Meteorological Society, 2015.)

It is shown that the two formulations MSE_m and MSE_d (=FMSE) are close to $h + \phi$ at all levels for both cases, with the generalized enthalpy located in between the others and with MSE_m being a better approximation for $h + \phi$. The generalized enthalpy departs more strongly from the other quantities, $LIMSE$ and h_v^* (with $k + \phi/q_d$ very close to h_v^* , not shown). Thus, $LIMSE$ and h_v^* cannot represent accurately the generalized enthalpy $h + \phi$.

Large jumps in all variables are observed close to the surface for the BOMEX case, except for $LIMSE$, due to the impact of large values of specific humidity that are not taken into account in $LIMSE$. Such impacts of surface values are not observed for FIRE-I, since the air-flight measurements were taken above sea level.



The conclusion of this subsection is that MSE_m is probably the best candidate for approximating $h + \phi$. However, the fact that systematic differences between $h + \phi$ and MSE_m exist in the moist lower PBL only, and not in the dry air above, may have significant physical implications if the purpose is to analyse moist-enthalpy budgets accurately, or differential budgets, or to understand convective processes (entrainment and detrainment), or to validate long-term budgets for NWP models and GCMs by comparing them with climatology or reanalyses. For these reasons, it is likely important to define the moist-air enthalpy h by Eq. 4.1 if the aim is to use conservative MSE quantities based on the generalized enthalpy.

9 Summary and discussion of possible new applications

It has been shown in this chapter that it is possible to compute directly the moist-air entropy expressed by $s = s_{\text{ref}} + C_{pd} \ln(\theta_s)$, in terms of the potential temperature θ_s given by Eq. 3.9. The moist-air thermal enthalpy can be similarly expressed by $h = h_{\text{ref}} + C_{pd} T_h$, in terms of the enthalpy temperature T_h given by Eq. 4.2.

These new formulae are associated with the first, second, and third laws of thermodynamics and are derived with a minimum of hypotheses. The important result is that the formulae offer the opportunity of analysing new atmospheric processes, since it is possible to evaluate whether isentropic conditions prevail within those regions where moist air must be considered as an open system, namely where q_t is varying in time and in space. In particular, computations of changes in moist-air entropy are suitable and relevant for convective processes, simply by examining the distribution of θ_s in those regions where entrainment, detrainment, precipitation, or evaporation take place. These studies cannot be realized by using other meteorological potential temperatures.

A first example of a possible application of moist-air entropy to convective processes concerns the PBL-top entrainment in marine stratocumulus, where the PBL-top jump in moist-air entropy seems to control the turbulent and convective processes, by maintaining or evaporating the cloud depending on the sign of the jump in θ_s . This result is not observed for the sign of PBL-top jump in θ_l or θ_e : these jumps cannot directly explain the instability of marine stratocumulus simply because θ_l and θ_e cannot represent the moist-air entropy if q_t is not a constant.

A second example is given by theories of conditional symmetric instabil-

ity and slantwise convection. These theories are expressed in Bennetts and Hoskins (1979) in terms of the moist-air Brunt–Väisälä frequency and the vertical gradient of θ'_w . The wet-bulb potential temperature θ'_w is replaced by θ_e in subsequent studies (Emanuel, 1983a,b, 1994; Emanuel *et al.*, 1987; Thorpe and Emanuel, 1985a,b). Both θ'_w and θ_e are used as if equivalent to the moist-air entropy, with $d\theta_e/dt \neq 0$ only for diabatic processes other than latent heat release. It is, however, irrelevant to use θ_e in those regions where q_t is not a constant. This is a clear motivation for replacing the use of θ_e with the use of θ_s for studying slantwise convection.

A third example concerns the change in moist-air entropy, which is a key quantity entering Emanuel's vision of a tropical cyclone as a Carnot heat engine (Bryan and Rotunno, 2009; Camp and Montgomery, 2001; Emanuel, 1986, 1991b; Holand, 1997; Tang and Emanuel, 2012). It is mostly the quantity θ_e which is used to compute the difference between the entropies (Δs) of moist air in the ambient environment and that near the storm centre. However, q_t varies rapidly between these regions. This is a motivation for replacing the use of θ_e with the use of θ_s when studying hurricanes, typhoons, or tropical cyclones.

Even if it is valuable to continue to analyse pseudo-adiabatic processes with the help of constant values of $\theta'_e \approx \theta_e$ or θ'_w (see Table 22.1), the three aforementioned examples are typical applications where θ_l or θ_e must be replaced by θ_s in order to compute and compare values of moist-air entropy in regions with varying q_t .

The first example demonstrated in Marquet (2011) and recalled in Sec. 6.1 concerns the constant feature of θ_s in the moist-air PBL of marine stratocumulus. The second example dealing with the moist-air potential vorticity and the slantwise convection criteria is documented in Marquet (2014) and in Sec. 6.5. The third example has been documented by analysing drop-sounding and LAM outputs for several tropical cyclones (unpublished results).

Three classes of convective phenomena are depicted in Fig. 22.8 along with variables that are well suited to their study. From left to right are shown: stratiform clouds (stratocumulus), shallow convection (non-precipitating cumulus), and deep convection (precipitating cumulus or cumulonimbus). The goal of this figure is to recall that the study of θ_v is relevant for all clouds, since it is the relevant parameter for the buoyancy force. Therefore, the conservative properties observed for θ_v are not related to the second law and they do not correspond to the moist-air entropy.

It is recalled that θ_e (in fact θ'_w or θ'_e) is conserved during pseudo-

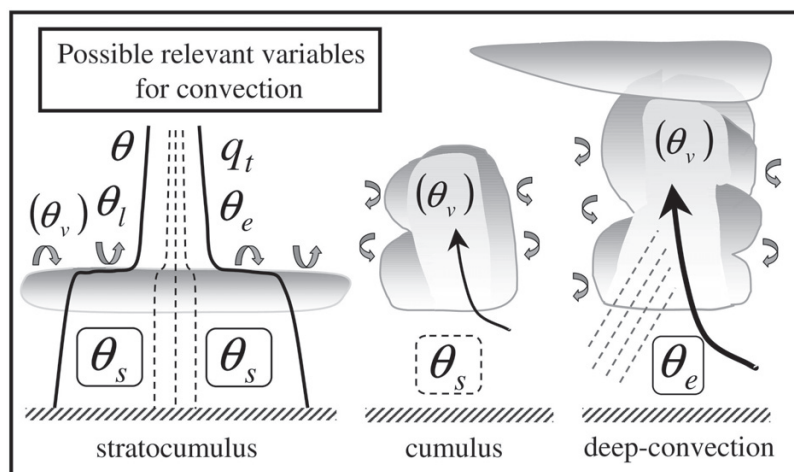


Fig. 22.8 A schematic showing relevant variables for different regimes of convection.

adiabatic processes and is thus relevant for describing the precipitating saturated updraughts in deep convective clouds (provided that any pre-existing non-precipitating cloud condensed water species are discarded). However, θ_e is not suitable for describing the non-precipitating parts of deep convective clouds (since closed parcels imply constant q_t and are not compatible with pseudo-adiabatic processes), nor the impact on moist-air entropy of the flux of matter occurring at the edge of clouds (since entrainment and detrainment are not pseudo-adiabatic processes and since they act on open systems, where changes in q_t are large and rapid).

It is also recalled that a stratocumulus system exhibits large PBL-top jumps in θ , θ_l , θ_e , and q_t . Only θ_s remains close to neutrality (both within the PBL and the entrainment region, with a continuous variation within the free air located above). For these clouds, the entropy potential temperature θ_s should replace θ_l and θ_e , since q_t is not a constant and since that θ_l and θ_e cannot represent the moist-air entropy of such open systems.

An important problem concerns shallow convection, where no conserved variable really exists. Since the condensed water is not withdrawn by precipitation, pseudo-adiabatic variables cannot represent the updraughts of non-precipitating cumulus. If adiabatic motions of closed parcels are considered, namely if isentropic processes are imagined, then the use of θ_s should replace that of θ_l and θ_e , according to the conclusion of Table 22.1. Moreover, only θ_s remains relevant for studying the impact of lateral entrainment and detrainment processes, due to the edges of clouds which can be considered as open systems.

However, the notable limitation of the possibility that θ_s may be a

conserved quantity for shallow convection is that the diabatic impact of radiation is important for these clouds. It could be useful to interpret the problem differently: namely to analyse the non-equilibrium state of the cloud in terms of the diabatic impacts on moist entropy and θ_s , rather than to search for an adiabatic magic quantity which may not exist.

The common feature of the three types of clouds is that it is always possible to compute the moist-air entropy in terms of θ_s , whatever diabatic or adiabatic processes, and closed or open parcels, are considered. Except for very specialized cases (pseudo-adiabatic or closed adiabatic parcels), it should be worthwhile to analyse the conservative feature of $s = s_{\text{ref}} + C_{pd} \ln(\theta_s)$ within clouds, at the edges of clouds, and outside the clouds, automatically leading to the isentropic state identified as constant values of s (whatever the changes in q_t may be), or to diabatic heating production of moist-air entropy given by Eq. 7.2 for varying values of s .

It is explained in Sec. 8.3 that there is an alternative description of conservative properties of clouds in terms of the moist-air generalized enthalpy $h + \phi$ defined by Eq. 8.2, with the thermal enthalpy h given by Eq. 4.1. The validity of the equation $\partial s / \partial z = \partial(h + \phi) / \partial z = 0$ relies on several assumptions: vertical, adiabatic, and stationary motion of a closed parcel. Since the second law is invoked via the use of $\partial s / \partial z = (C_{pd} / \theta_s) \partial \theta_s / \partial z = 0$, the conservation of $h + \phi$ is equivalent to the conservation of θ_s , and approximately of θ_l and θ_e , since q_t is assumed to be a constant. This *a priori* excludes the use of $h + \phi$ in pseudo-adiabatic regions and suggests the use of θ_s instead of θ_e or θ'_e .

It is further explained in Sec. 8.3 that $h + \phi$ can be approximated with a good accuracy by MSE_m , MSE_d , or FMSE , but not by any of MSE_l , LIMSE , $k + \phi / q_d$ or h_v^* . Moreover, it is likely that systematic differences between the generalized enthalpy and MSE quantities are important enough to justify the use of the more general formula $h + \phi$ valid for the moist-air thermal enthalpy given by Eq. 4.1.

The fact that it is possible to compute the entropy of matter in the atmosphere by the third law-based formula may be used for addressing in a new way both computations of the budget of moist-air entropy and the assessment of the maximum entropy production (or MEP¹²) principle, for

¹²It is quoted in Ozawa *et al.* (2003) that “it was Paltridge (1975, 1978) who first suggested that the global state of the present climate is reproducible, as a long-term mean, by a state of Maximum Entropy Production”. The principle of least action is applied using variational methods in order to implement the MEP principle. The relevance of the MEP principle for the atmosphere is described, analysed and discussed by many authors (Dewar, 2003; Ebeling and Feistel, 2011; Goody, 2007; Grassl, 1981; Jaynes,

either the global atmosphere or for local turbulent or convective processes.

Indeed, the change in moist-air entropy $ds/dt = -\nabla \cdot \mathbf{J}_s + \sigma_s$ is usually computed via the flux (\mathbf{J}_s) and a positive production rate (σ_s) of moist-air entropy (Pascale *et al.*, 2011; Pauluis and Held, 2002a; Peixoto *et al.*, 1991; Stephens and O'Brien, 1993). The aim of such studies is to analyse whether the production of entropy by the moist-air atmosphere, land, and oceans can balance the average sink of about $1 \text{ WK}^{-1} \text{m}^{-2}$ imposed by the imbalance of incoming low-value solar and outgoing high-value infrared radiation entropies, including impact studies of local turbulent or convective processes. The novelty offered by the third law-based entropy is that it is possible to compute directly the left-hand side of the moist-air entropy equation ds/dt by using $s = s_{\text{ref}} + C_{pd} \ln(\theta_s)$ and a finite difference formulation $[s(t + dt) - s(t)]/dt$, leading to new comparisons of NWP models or GCMs with analysed or observed values.

The third law-based entropy can also be used to study the MEP principle in a new way. It is explained in Secs. 5.1 and 6.1 that θ_s is about in a 2/3 position between $\theta \approx \theta_l$ and $\theta_e \approx \theta'_e$. This means that the moist-air entropies computed in Emanuel (1994), Pauluis *et al.* (2010), and Pauluis (2011) are underestimated or overestimated when they are computed with θ_l or θ_e , respectively. Therefore, the moist-air entropy productions based on θ_l or θ_e must be different from those based on θ_s , especially in regions with high values of q_t like convective regions, storms, or cyclones. For these reasons, an MEP principle based on the moist-air entropy expressed in terms of θ_s could be more relevant than those based on the dry-air entropy (namely θ or $C_{pd}T + \phi$). From $\Lambda_r = [(s_v)_r - (s_d)_r]/C_{pd}$, the moist-air entropy $s(\theta_s)$ depends on reference entropies determined from the third law, and thus on experimental values. Therefore, $s(\theta_s)$ can be obtained neither from the Shannon information entropy $-\sum_i p_i \log p_i$ nor from the relative (Kullback and Leibler) information entropy $\sum_i p_i \log(p_i/q_i)$, two theoretical quantities which can only deal with one-component systems like dry air, but not with moist air.

1980; Kleidon, 2009; Kleidon *et al.*, 2006; Martyushev, 2013; Martyushev and Seleznev, 2014; Nicolis, 1999, 2003; Nicolis and Nicolis, 1980, 2010; Paltridge, 1981, 2001; Paltridge *et al.*, 2007; Pascale *et al.*, 2012; Seleznev and Martyushev, 2014; Stephens and O'Brien, 1993).

10 List of symbols and acronyms

a	a weighting factor in Pauluis <i>et al.</i> (2010)
b_k	$(h_k)_r - C_{pk}T_r$ for species k in Businger (1982)
C	a transition parameter (Marquet and Geleyn, 2013)
C_{pd}	specific heat for dry air (1004.7 JK ⁻¹ kg ⁻¹)
C_{pv}	specific heat for water vapour (1846.1 JK ⁻¹ kg ⁻¹)
C_l	specific heat for liquid water (4218 JK ⁻¹ kg ⁻¹)
C_i	specific heat for ice (2106 JK ⁻¹ kg ⁻¹)
C_p	specific heat at constant pressure for moist air, $= q_d C_{pd} + q_v C_{pv} + q_l C_l + q_i C_i$
C_p^*	specific heat at constant pressure depending on r_t
C_v	specific heat at constant volume for moist air
(d, v, l, i)	subscripts for dry air, water vapour, liquid water, and ice
D_C	a moist-air parameter in Marquet and Geleyn (2013)
ΔH_f^0	the standard enthalpies of formation
ΔH_r^0	the standard enthalpies of reaction
Δ_2	the CTEI line in the (q_t, θ_l) diagram
$\Delta(q_t)$	PBL-top jump in q_t for stratocumulus (and $\Delta(\theta_l)$, $\Delta(\theta_s)$, ...)
$\hat{\delta}$	$= R_v/R_d - 1 \approx 0.608$
η	$= 1 + \hat{\delta} = R_v/R_d \approx 1.608$
$\tilde{\epsilon}$	$= 1/\eta = R_d/R_v \approx 0.622$
κ	$= R_d/C_{pd} \approx 0.2857$
γ	$= \eta\kappa = R_v/C_{pd} \approx 0.46$
λ	$= C_{pv}/C_{pd} - 1 \approx 0.8375$
e	the water-vapour partial pressure
$e_{sw}(T)$	partial saturation pressure over liquid water
$e_{si}(T)$	partial saturation pressure over ice
e_r	the water-vapour reference partial pressure, with $e_r = e_{sw}(T_r = T_0) \approx 6.11$ hPa
e_0	the water-vapour standard partial pressure (1000 hPa)
e_i	the internal energy ($= h - p/\rho = h - RT$)
ϕ	the gravitational potential energy ($= gz + \phi_0$)
Γ	the moist-air adiabatic lapse-rate
Γ_{sw}	the liquid water-saturated moist-air adiabatic lapse-rate
$F(\mathcal{C})$	a parameter in Marquet and Geleyn (2013)
g	9.8065 ms ⁻² , magnitude of gravity
h	the moist-air specific enthalpy
h_d	enthalpy of dry air

h_v	enthalpy of water vapour
h_l	enthalpy of liquid water
h_i	enthalpy of ice
h_{ref}	a reference value for enthalpy
$(h_d)_r$	reference enthalpy of dry air at T_r
$(h_v)_r$	reference enthalpy of water vapour at T_r
$(h_l)_r$	reference enthalpy of liquid water at T_r
$(h_i)_r$	reference enthalpy of ice at T_r
h_d^0	standard specific enthalpy of the dry air (530 kJkg^{-1})
h_v^0	standard specific enthalpy of the water vapour (3133 kJkg^{-1})
h_l^0	standard specific enthalpy of the liquid water (632 kJkg^{-1})
h_i^0	standard specific enthalpy of the ice water (298 kJkg^{-1})
h_v^*	a specific moist static energy (Ambaum, 2010)
k	a dummy subscript for (d, v, l, i) (for instance in b_k)
k_w, k	liquid-water and moist enthalpy in Emanuel (1994)
k_{RD}	the Randall–Deardorff CTEI parameter in the (q_t, θ_e) diagram
k_L	the Lilly CTEI parameter in the (q_t, θ_l) diagram
K_ψ	a general exchange coefficient for any ψ
K_h	the exchange coefficient for heat
K_q	the exchange coefficient for water content
K_s	the exchange coefficient for entropy
Λ_r	$= [(s_v)_r - (s_d)_r]/C_{pd} \approx 5.87$
Λ_0	$= [s_v^0 - s_d^0]/C_{pd} \approx 3.53$
L_v	$= h_v - h_l$: latent heat of vaporization
L_v^0	$= 2.501 \times 10^6 \text{ Jkg}^{-1}$ at T_0
L_f	$= h_l - h_i$: latent heat of fusion
L_f^0	$= 0.334 \times 10^6 \text{ Jkg}^{-1}$ at T_0
L_s	$= h_v - h_i$: latent heat of sublimation
L_s^0	$= 2.835 \times 10^6 \text{ Jkg}^{-1}$ at T_0
$M(\mathcal{C})$	a parameter in Marquet and Geleyn (2013)
MSE	moist static energy ($\text{MSE}_d, \text{MSE}_m, \text{MSE}_l, \text{LIMSE}, \text{FMSE}$)
m	a mass of moist air (and m_d, m_v, m_l, m_i)
μ	moist-air Gibbs function $h - Ts$ (with moist-air h and s)
μ_d	dry-air Gibbs function ($h_d - Ts_d$)
μ_v	water-vapour Gibbs function ($h_v - Ts_v$)
μ_l	liquid-water Gibbs function ($h_l - Ts_l$)
μ_i	ice Gibbs function ($h_i - Ts_i$)
N^2	the squared Brunt–Väisälä frequency

272

Part IV: Unification and consistency

N_{sw}^2	the liquid water-saturated version of N^2
PV	the potential vorticity
PV_s	the moist-air entropy potential vorticity
p	(= $p_d + e$) the local value for the pressure
p_r	(= $(p_d)_r + e_r$) the reference pressure ($p_r = p_0 = 1000$ hPa)
p_d	local dry-air partial pressure
$(p_d)_r$	reference dry-air partial pressure ($\equiv p_r - e_r = 993.89$ hPa)
$(p_d)_0$	standard dry-air partial pressure (1000 hPa)
p_0	a conventional pressure (1000 hPa)
q_d	= ρ_d/ρ : specific content for dry air
q_v	= ρ_v/ρ : specific content for water vapour
q_l	= ρ_l/ρ : specific content for liquid water
q_i	= ρ_i/ρ : specific content for ice
q_t	= $q_v + q_l + q_i$: total specific content of water
r_v	= q_v/q_d : mixing ratio for water vapour
r_l	= q_l/q_d : mixing ratio for liquid water
r_i	= q_i/q_d : mixing ratio for ice
r_r	reference mixing ratio for water species, with $\eta r_r \equiv e_r/(p_d)_r$, leading to $r_r \approx 3.82$ gkg ⁻¹
r_{sw}	saturation water vapour mixing ratio over liquid water
r_t	= q_t/q_d : mixing ratio for total water
ρ_d	specific mass for dry air
ρ_v	specific mass for water vapour
ρ_l	specific mass for liquid water
ρ_i	specific mass for ice
ρ	specific mass for moist air = $\rho_d + \rho_v + \rho_l + \rho_i$
R_d	dry-air gas constant (287.06 JK ⁻¹ kg ⁻¹)
R_v	water-vapour gas constant (461.53 JK ⁻¹ kg ⁻¹)
R	= $q_d R_d + q_v R_v$: gas constant for moist air
R_i	Richardson number (N^2/S^2)
\hat{R}	a parameter similar to \mathcal{C} to mix the dry and wet limits for turbulent values (Lewellen and Lewellen, 2004)
s	moist-air specific entropy
s_{ref}	and s_r : reference values for entropy
s_d	entropy of dry air
s_v	entropy of water vapour
s_l	entropy of liquid water
s_i	entropy of ice

$(s_d)_r$	reference value for dry-air entropy ($6777 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$)
$(s_v)_r$	reference value for water-vapour entropy ($12673 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$)
s_d^0	standard specific entropy for dry air ($6775 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$)
s_v^0	standard specific entropy for water vapour ($10320 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$)
s_l^0	standard specific entropy for liquid water ($3517 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$)
s_i^0	standard specific entropy for ice ($2296 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$)
S_e, S_l	two moist-air entropies in Pauluis <i>et al.</i> (2010)
S_a	a weighted sum of S_e and S_l (Pauluis <i>et al.</i> , 2010)
S^2	the squared of the wind shear (in R_i)
t, dt	time and timestep
T	local temperature
T_h	moist-air enthalpy temperature
T_r	the reference temperature ($T_r \equiv T_0$)
T_0	the zero Celsius temperature (273.15 K)
T_Υ	a constant temperature (2362 K)
θ	$= T (p_0/p)^\kappa$: the dry-air potential temperature
θ_l	the liquid-water potential temperature (Betts, 1973)
θ_v	the virtual potential temperature
θ_e	the equivalent potential temperature (companion to θ_l)
θ_{es}	the saturation value of θ_e
θ'_e	the equivalent potential temperature deduced from θ'_w
θ'_w	the pseudo-adiabatic wet-bulb potential temperature
θ_s	the moist-air entropy potential temperature (Marquet, 2011)
θ_{sr}	the reference value for θ_s
$(\theta_s)_1$	an approximate version for θ_s
θ_S	a moist-air potential temperature (Hauf and Höller, 1987)
θ^*	a moist-air potential temperature (Marquet, 1993)
$\Upsilon(T)$	$= [h_v(T) - h_d(T)] / (C_{pd}T)$
$\Upsilon(T_r)$	$= [(h_v)_r - (h_d)_r] / (C_{pd}T_r)$, $\Upsilon(T_0) \approx 9.5$
w	the vertical component of velocity
z	the vertical height
ASTEX	Atlantic Stratocumulus Transition Experiment
BOMEX	Barbados Oceanographic and Meteorological Experiment
CTEI	Cloud Top Entrainment Instability
DYCOMS	DYnamics and Chemistry Of Marine Stratocumulus
FIRE	First ISCCP Regional Experiment
EPIC	East Pacific Investigation of Climate
EUCLIPSE	European Union CLOUD Intercomparison,

	Process Study and Evaluation project
GCM	General Circulation Model
ISCCP	International Satellite Cloud Climatology Project
NWP	numerical weather prediction
PBL	planetary boundary layer

References

- Ambaum, M. H. P. (2010). *Thermal physics of the atmosphere*, Advancing Weather and Climate Science (John Wiley and Sons, Chichester).
- Arakawa, A. and Schubert, W. H. (1974). Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment. Part I, *J. Atmos. Sci.* **31**, pp. 674–701.
- Bannon, P. R. (2005). Eulerian available energetics in moist atmosphere, *J. Atmos. Sci.* **62**, 12, pp. 4238–4252.
- Bechtold, P., Bazile, E., Guichard, F., Mascart, P. and Richard, E. (2001). A mass-flux convection scheme for regional and global models, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **127**, 573, pp. 869–886.
- Bejan, A. (1988). *Advanced engineering thermodynamics*, Wiley-Interscience publication (John Wiley and Sons, New-York).
- Belamari, S. (2005). Report on uncertainty estimates of an optimal bulk formulation for surface turbulent fluxes, Tech. Rep. Deliverable D4.1.2, Marine Environment and Security for the European Area - Integrated Project (MERSEA IP).
- Belamari, S. and Pirani, A. (2007). Validation of the optimal heat and momentum fluxes using the ORCA2-LIM global oceanic model, Tech. Rep. Deliverable D4.1.3, Marine Environment and Security for the European Area - Integrated Project (MERSEA IP).
- Bennetts, D. A. and Hoskins, B. J. (1979). Conditional symmetric instability. a possible explanation for frontal rainbands, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **105**, 446, pp. 945–962.
- Betts, A. and Dugan, F. J. (1973). Empirical formula for saturation pseudoadiabats and saturation equivalent potential temperature, *J. Appl. Meteor.* **12**, 4, pp. 731–732.
- Betts, A. K. (1973). Non-precipitating cumulus convection and its parameterization, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **99**, 419, pp. 178–196.
- Betts, A. K. (1975). Parametric interpretation of trade-wind cumulus budget studies, *J. Atmos. Sci.* **32**, 10, pp. 1934–1945.
- Blad, B. L. and Rosenberg, N. J. (1974). Lysimetric calibration of the bowen ratio-energy balance method for evapotranspiration estimation in the central great plains, *J. Appl. Meteor.* **13**, 2, pp. 227–236.
- Bohren, C. F. and Albrecht, B. A. (1998). *Atmospheric thermodynamics* (Oxford University Press).
- Bolton, D. (1980). The computation of equivalent potential temperature, *Mon. Wea. Rev.* **108**, 7, pp. 1046–1053.

- Bougeault, P. (1985). A simple parameterization of the large-scale effects of cumulus convection, *Mon. Wea. Rev.* **113**, 12, pp. 2108–2121.
- Bretherton, C. S., Blossey, P. N. and Khairoutdinov, M. (2005). An energy-balance analysis of deep convective self-aggregation above uniform SST, *J. Atmos. Sci.* **62**, 12, pp. 4273–4292.
- Brost, R. A. (1979). Some comments on the “turbulent exchange coefficients for sensible heat and water vapor under advective conditions”, *J. Appl. Meteor.* **18**, 3, pp. 378–380.
- Bryan, G. H. and Rotunno, R. (2009). The maximum intensity of tropical cyclones in axisymmetric numerical model simulations, *Mon. Wea. Rev.* **137**, 6, pp. 1770–1789.
- Businger, J. A. (1982). The fluxes of specific enthalpy, sensible heat and latent heat near the Earth’s surface, *J. Atmos. Sci.* **39**, 8, pp. 1889–1892.
- Camp, J. P. and Montgomery, M. T. (2001). Hurricane maximum intensity: past and present, *Mon. Wea. Rev.* **129**, 7, pp. 1704–1717.
- Chase, M. W. J. (1998). Journal of physics and chemical reference data. Monograph No.9. NIST-JANAF Thermochemical Tables. 4th ed. *American Chemical Society and American Institute of Physics* **1-2**, pp. 1–1951.
- de Groot, S. and Mazur, P. (1962). *Non-equilibrium Thermodynamics* (North-Holland Publishing Company, Amsterdam).
- de Roode, S. R. and Duynkerke, P. G. (1997). Observed Lagrangian transition of stratocumulus into cumulus during ASTEX: mean state and turbulence structure, *J. Atmos. Sci.* **54**, 17, pp. 2157–2173.
- de Roode, S. R. and van der Dussen, J. J. (2010). Large-eddy simulation of stratocumulus to cumulus cloud transition as observed during ASTEX, *Boundary-Layers and Turbulence conference, Keystone, CO, USA, 2010*. .
- de Roode, S. R. and Wang, Q. (2007). Do stratocumulus clouds detrain? FIRE I data revisited, *Bound.-Layer Meteorol.* **122**, 1, pp. 479–491.
- de Rooy, W. C., Bechtold, P., Fröhlich, K., Hohenegger, C., Jonker, H., Mironov, D., Siebesma, A. P., Teixeira, J. and Yano, J.-I. (2013). Entrainment and detrainment in cumulus convection: an overview, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **139**, 670, pp. 1–19.
- Deardorff, J. (1980). Cloud top entrainment instability, *J. Atmos. Sci.* **37**, 1, pp. 131–147.
- Derbyshire, S. H., Beau, I., Bechtold, P., Grandpeix, J.-Y., Piriou, J.-M., Redelsperger, J.-L. and Soares, P. M. M. (2004). Sensitivity of moist convection to environmental humidity, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **130**, 604, pp. 178–196.
- Dewar, R. (2003). Information theory explanation of the fluctuation theorem, maximum entropy production and self-organized criticality in non-equilibrium stationary states, *Journal of Physics A Mathematical General. ArXiv e-prints*. **36**, pp. 631–641, <http://arxiv.org/abs/condmat/0005382>.
- Dufour, L. and Van Mieghem, J. (1975). *Thermodynamique de l’atmosphère* (Institut Royal Météorologique de Belgique. Bruxelles).
- Durrant, D. R. and Klemp, J. B. (1982). On the effects of moisture on the Brunt-Väisälä Frequency, *J. Atmos. Sci.* **39**, 10, pp. 2152–2158.

- Dyer, A. J. and Hicks, B. B. (1970). Flux-gradient relationships in the constant flux layer, *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **96**, 410, pp. 715–721.
- Ebeling, W. and Feistel, R. (2011). *Physics of Self-Organization and Evolution*, Wiley-Interscience publication (John Wiley and Sons).
- Emanuel, K. (1994). *Atmospheric convection* (Oxford University Press, Incorporated).
- Emanuel, K. A. (1983a). The lagrangian parcel dynamics of Moist Symmetric Instability, *J. Atmos. Sci.* **40**, 10, pp. 2368–2376.
- Emanuel, K. A. (1983b). On assessing local Conditional Symmetric Instability from atmospheric soundings, *Mon. Wea. Rev.* **111**, 10, pp. 2016–2033.
- Emanuel, K. A. (1986). An air-sea interaction theory for tropical cyclones. part I: steady-state maintenance, *J. Atmos. Sci.* **43**, 6, pp. 585–604.
- Emanuel, K. A. (1991). The theory of Hurricanes, *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **23**, pp. 179–6196.
- Emanuel, K. A., Fantini, M. and Thorpe, A. (1987). Baroclinic instability in an environment of small stability to slantwise moist convection. part I: two-dimensional models, *J. Atmos. Sci.* **44**, 12, pp. 1559–1573.
- Ertel, H. (1942). Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz, *Meteorologische Zeitschrift.* **59**, 9, pp. 277–281.
- Fagerstroem, C. H. and Hallet, A. C. H. (1969). The specific heat of solid oxygen, *Journal of low temperature Physics.* **1**, 1, pp. 3–12.
- Feistel, R. and Wagner, W. (2006). A new equation of state for H₂O ice Ih, *J. Phys. Chem. Ref. Data.* **35**, 2, pp. 1021–1047.
- Gerard, L., Piriou, J.-M., Brozkova, R., Geleyn, J.-F. and Banciu, D. (2009). Cloud and precipitation parameterization in a meso-gamma-scale operational weather prediction model, *Mon. Wea. Rev.* **137**, 11, pp. 3960–3977.
- Glansdorff, P. and Prigogine, I. (1971). *Structure stabilité et fluctuations* (Masson Ed., Paris).
- Goody, R. (2007). Maximum entropy production in climate theory, *J. Atmos. Sci.* **64**, 7, pp. 2735–2739.
- Grassl, H. (1981). The climate at maximum entropy production by meridional atmospheric and oceanic heat fluxes, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **107**, 451, pp. 153–166.
- Hauf, T. and Höller, H. (1987). Entropy and potential temperature, *J. Atmos. Sci.* **44**, 20, pp. 2887–2901.
- Holland, G. J. (1997). The maximum potential intensity of tropical cyclones, *J. Atmos. Sci.* **54**, 23, pp. 2519–2541.
- Hoskins, B. J., McIntyre, M. E. and Robertson, A. W. (1985). On the use and significance of isentropic potential vorticity maps, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **111**, 470, pp. 877–946.
- Iribarne, J. V. and Godson, W. L. (1973). *Atmospheric thermodynamics*, Geophysics and astrophysics monographs (D. Reidel Pub. Company, Dordrecht-Holland and Boston-U.S.A.).
- Jacobsen, R. T., Penoncello, S. G. and Lemmon, E. W. (1997). *Thermodynamic properties of Cryogenic fluids*, The international cryogenics monograph series (Springer, New-York.).

- Jaynes, E. T. (1980). The minimum entropy production principle, *Ann. Rev. Phys. Chem.* **31**, pp. 579–601.
- Khairoutdinov, M. and Randall, D. A. (2003). Cloud resolving modeling of the ARM summer 1997 IOP: Model formulation, results, uncertainties, and sensitivities, *J. Atmos. Sci.* **60**, 4, pp. 607–625.
- Kleidon, A. (2009). Nonequilibrium thermodynamics and maximum entropy production in the earth system, *Naturwissenschaften.* **96**, 6, pp. 653–677.
- Kleidon, A., Fraedrich, K., Kirk, E. and Lunkeit, F. (2006). Maximum entropy production and the strength of boundary layer exchange in an atmospheric general circulation model, *Geophys. Res. Lett.* **33**, 6, p. L06706.
- Kudryavtsev, I. N. and Nemchenko, K. E. (2001). Lattice dynamics and heat capacity of solid nitrogen, *Proceeding of the 10th international conference on phonon scattering in condensed matter. August 12-17, 2001. Dartmouth, USA.* **28**, pp. 1904–1912.
- Lalas, D. P. and Einaudi, F. (1974). On the correct use of the wet adiabatic lapse rate in stability criteria of a saturated atmosphere, *J. Appl. Meteor.* **13**, 3, pp. 318–324.
- Le Moigne, P., Boone, A., Belamari, S., Brun, E., Calvet, J.-C., Decharme, B., Faroux, S., Gibelin, A.-L., Giordani, H., Lafont, S., Lebeaupin, C., , Mahfouf, J.-F., Martin, E., Masson, V., Mironov, D., Morin, S., Noilhan, J., Tulet, P., Van Den Hurk, B. and Vionnet, V. (2013). SURFEX scientific documentation, *Geosci. Model Dev.* **6**, 4 supplement, pp. 929–960, <http://geosci-model-dev.net/6/929/2013/gmd-6-929-2013-supplement.pdf>.
- Lewellen, D. C. and Lewellen, W. S. (2004). Buoyancy flux modeling for cloudy boundary layers, *J. Atmos. Sci.* **61**, 10, pp. 1147–1160.
- Lilly, D. K. (1968). Models of cloud-topped mixed layers under a strong inversion, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **94**, 401, pp. 292–309.
- Lipiński, L., Kowal, A., Szmyrka-Grzebyk, A., Manuszkiewicz, H., Steur, P. P. M. and Pavese, F. (2007). The α - β transition of Nitrogen, *Int. J. Thermophys.* **28**, pp. 1904–1912.
- Manzhelii, V. G. and Freiman, Y. A. (1997). *Thermodynamic properties of Cryogenic fluids*, Physics of Cryocrystals (Springer, New-York.).
- Marquet, P. (1993). Exergy in meteorology: definition and properties of moist available enthalpy, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **119**, 511, pp. 567–590, coming soon in ArXiv e-prints.
- Marquet, P. (2011). Definition of a moist entropy potential temperature: application to FIRE-I data flights, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **137**, 656, pp. 768–791, <http://arxiv.org/abs/1401.1097>.
- Marquet, P. (2014). On the definition of a moist-air potential vorticity, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **140**, 680, pp. 917–929, <http://arxiv.org/abs/1401.2006>.
- Marquet, P. (2015). On the computation of moist-air specific thermal enthalpy, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **141**, 686, pp. 67–84, <http://arxiv.org/abs/1401.3125>.
- Marquet, P. and Geleyn, J.-F. (2013). On a general definition of the squared Brunt-Väisälä frequency associated with the specific moist entropy potential temperature, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **139**, 670, pp. 85–100, <http://arxiv.org/abs/1401.2379> and <http://arxiv.org/abs/1401.2383>.

- Martyushev, L. M. (2013). Entropy and entropy production: Old misconceptions and new breakthroughs, *Entropy*. **15**, 4, pp. 1152–1170.
- Martyushev, L. M. and Seleznev, V. D. (2013). Maximum entropy production principle (MEPP). comment about restrictions and typical misconceptions of critics of MEPP, *ArXiv e-prints*. , arXiv:1311.2068, <http://arxiv.org/abs/1311.2068>.
- Masson, V., Le Moigne, P., Martin, E., Faroux, S., Alias, A., Alkama, R., Belamari, S., Barbu, A., Boone, A., Bouyssel, F., Brousseau, P., Brun, E., Calvet, J.-C., Carrer, D., Decharme, B., Delire, C., Donier, S., Essauouini, K., Gibelin, A.-L., Giordani, H., Habets, F., Jidane, M., Kerdraon, G., Kourzeneva, E., Lafaysse, M., Lafont, S., Lebeaupin-Brossier, C., Lemonsu, A., Mahfouf, J.-F., Marguinaud, P., Mokhtari, M., Morin, S., Pigeon, G., Salgado, R., Seity, Y., Taillefer, F., Tanguy, G., Tulet, P., Vincendon, B., Vionnet, V. and Voldoire, A. (2013). The SURFEXv7.2 land and ocean surface platform for coupled or offline simulation of earth surface variables and fluxes, *Geosci. Model Dev.* **6**, 4, pp. 929–960, <http://www.geosci-model-dev.net/6/929/2013/gmd-6-929-2013.pdf>.
- Nagle, J. F. (1966). Lattice statistics of hydrogen bonded crystals. I. The residual entropy of ice, *J. Math. Phys.* **7**, 8, pp. 1484–1491.
- Nicolis, C. (1999). Entropy production and dynamical complexity in a low-order atmospheric model, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **125**, 557, pp. 1859–1878.
- Nicolis, C. (2003). Comment on the connection between stability and entropy production, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **129**, 595, pp. 3501–3504.
- Nicolis, C. and Nicolis, G. (2010). Stability, complexity and the maximum dissipation conjecture, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **136**, 650, pp. 1161–1169.
- Nicolis, G. and Nicolis, C. (1980). On the entropy balance of the earth-atmosphere system, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **106**, 450, pp. 691–706.
- Oke, T. R. (1970). Turbulent transport near the ground in stable conditions, *J. Appl. Meteor.* **9**, 5, pp. 778–786.
- Ozawa, H., Ohmura, A., Lorenz, R. D. and Pujol, T. (2003). The second law of thermodynamics and the global climate system: A review of the maximum entropy production principle, *Rev. Geophys.* **41**, 4, p. 1018.
- Paltridge, G. W. (1975). Global dynamics and climate - a system of minimum entropy exchange, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **101**, 429, pp. 475–484.
- Paltridge, G. W. (1978). The steady-state format of global climate, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **104**, 442, pp. 927–945.
- Paltridge, G. W. (1981). Thermodynamic dissipation and the global climate system, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **107**, 453, pp. 531–547.
- Paltridge, G. W. (2001). A physical basis for a maximum of thermodynamic dissipation of the climate system, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **127**, 572, pp. 305–313.
- Paltridge, G. W., Farquhar, G. D. and Cuntz, M. (2007). Maximum entropy production, cloud feedback, and climate change, *Geophys. Res. Lett.* **34**, p. L14708.
- Pascale, S., Gregory, J. M., Ambaum, M. and Tailleux, R. (2011a). Climate entropy budget of the HadCM3 atmosphere-ocean general circulation model and of FAMOUS, its low-resolution version, *Clim. Dyn.* **36**, 5–6, pp. 1189–1206.

- Pascale, S., Gregory, J. M., Ambaum, M. H. P., Tailleux, R. and Lucarini, V. (2011b). MEP solution for a minimal climate model: success and limitation of a variational problem, *Earth System Dynamics Discussions*. **2**, 1, pp. 393–434, <http://www.earth-syst-dynam-discuss.net/2/393/2011/>.
- Pauling, L. (1935). The structure and entropy of ice and of other crystals with some randomness of atomic arrangement, *J. Am. Chem. Soc.* **57**, 12, pp. 2680–2684.
- Pauluis, O. (2011). Water vapor and mechanical work: a comparison of Carnot and steam cycles, *J. Atmos. Sci.* **68**, pp. 91–102.
- Pauluis, O., Czaja, A. and Korty, R. (2010). The global atmospheric circulation in moist isentropic coordinates, *J. Climate*. **23**, pp. 3077–3093.
- Pauluis, O. and Held, I. M. (2002a). Entropy budget of an atmosphere in radiative-convective equilibrium. Part I: maximum work and frictional dissipation, *J. Atmos. Sci.* **59**, 2, pp. 125–139.
- Pauluis, O. and Held, I. M. (2002b). Entropy budget of an atmosphere in radiative-convective equilibrium. Part I: Maximum work and frictional dissipation, *J. Atmos. Sci.* **59**, 2, pp. 125–139.
- Pauluis, O. and Held, I. M. (2002c). Entropy budget of an atmosphere in radiative-convective equilibrium. Part II: Latent heat transport and moist processes, *J. Atmos. Sci.* **59**, 2, pp. 140–149.
- Pauluis, O. and Schumacher, J. (2010). Idealized moist Rayleigh-Bénard convection with piecewise linear equation of state, *Commun. math. Sci.* **8**, 1, pp. 295–319.
- Peixoto, J. P., Oort, A. H., De Almeida, M. and Tomé, A. (1991). Entropy budget of the atmosphere, *J. Geophys. Res.* **96**, D6, pp. 10981–10988.
- Randall, D. A. (1980). Conditional instability of the first kind upside-down, *J. Atmos. Sci.* **37**, 1, pp. 125–130.
- Richardson, L. F. (1922). *Weather prediction by numerical process* (Cambridge University Press).
- Saunders, P. M. (1957). The thermodynamics of saturated air: a contribution to the classical theory, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **83**, 357, pp. 342–350.
- Schubert, W., Hausman, S. A., Garcia, M., Ooyama, K. V. and Kuo, H. C. (2001). Buoyancy flux modeling for cloudy boundary layers, *J. Atmos. Sci.* **58**, 21, pp. 3148–3157.
- Schubert, W., Ruprecht, E., Hertenstein, R., Nieto-Ferreira, R., Taft, R., Rozoff, C., Ciesielski, P. and Kuo, H. C. (2004). English translations of twenty-one of Ertel’s papers on geophysical fluid dynamics. *Meteorologische Zeitschrift*. **13**, 6, pp. 527–576.
- Seleznev, V. D. and Martyushev, L. M. (2011). Fluctuations, Trajectory Entropy, and Ziegler’s Maximum Entropy Production, *ArXiv e-prints*. , arXiv:1112.2848, <http://arxiv.org/abs/1112.2848>.
- Siebesma, A. P., Bretherton, C. S., Brown, A., Chlond, A., Cuxart, J., Duynkerke, P. G., Jiang, H., Khairoutdinov, M., Lawellen, D., Moeng, C.-H., Sanchez, E., Stevens, B. and Stevens, D. E. (2003). A large eddy simulation intercomparison study of shallow cumulus convection, *J. Atmos. Sci.* **60**, 10, pp. 1201–1219.
- Smithsonian (1966). *Smithsonian Meteorological Tables*, vol. 114 (City of Washington, Smithsonian Institution).

- Stephens, G. L. and O'Brien, D. M. (1993). Entropy and climate. I: ERBE observations of the entropy production of the earth, *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **119**, 509, pp. 121–152.
- Stevens, B., Ackerman, A. S., Albrecht, B. A., Brown, A. R., Chlond, A., Cuxart, J., Duynkerke, P. G., Lewellen, D. C., Macvean, M. K., Neggers, A. J., Sanchez, E., Siebesma, A. P. and Stevens, D. E. (2001). Simulation of trade wind cumuli under a strong inversion, *J. Atmos. Sci.* **58**, 14, pp. 1870–1891.
- Swinbank, W. C. and Dyer, A. J. (1967). An experimental study in micro-meteorology, *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **93**, 398, pp. 494–500.
- Tang, B. and Emanuel, K. A. (2012). A ventilation index for tropical cyclones, *Bull. Amer. Meteor. Soc.* **93**, 12, pp. 1770–1789.
- Thorpe, A. J. and Emanuel, K. A. (1985a). Frontal circulations in the presence of small Moist Symmetric Stability, *J. Atmos. Sci.* **42**, 10, pp. 1062–1071.
- Thorpe, A. J. and Emanuel, K. A. (1985b). Frontogenesis in the presence of small stability to Slantwise Convection, *J. Atmos. Sci.* **42**, 17, pp. 1809–1824.
- Verma, S. B., Rosenberg, N. J. and Blad, B. L. (1978). Turbulent exchange coefficients for sensible heat and water vapor under advective conditions, *J. Appl. Meteor.* **17**, 3, pp. 330–338.
- Warhaft, Z. (1976). Heat and moisture flux in the stratified boundary layer, *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **102**, 433, pp. 703–707.
- Webb, E. K. (1970). Profile relationships: The log-linear range, and extension to strong stability, *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **96**, 407, pp. 67–90.
- Wisniak, J. (2001). Frederick thomas trouton: the man, the rule, and the ratio, *Chem. Educator.* **6**, 1, pp. 55–61.
- Zdunkowski, W. and Bott, A. (2004). *Thermodynamics of the Atmosphere. A course in theoretical Meteorology* (Cambridge University Press).

D Contrats - Cours - Références bibliographiques

Je peux établir la liste suivante pour mes participations aux contrats nationaux et européens.

- RACCS (1994-1996). “Regionalization of Anthropogenic Climate Change Simulations”. Ce projet était le premier projet européen coordonné d’études de l’impact régional d’un doublement du CO₂ sur l’Europe par la simulation numérique (coordinateur B. Machenhauer, Max Plank Institut für Meteorologie). Production : prise en main des sorties régionales du modèle ARPEGE- Climat. Préparation / adaptation / test de nouvelles paramétrisations physiques (turbulence et schéma statistique de nuages).
- PROVOST (1997-98) (“PRediction Of climate Variations On Seasonal to interannual Time- scales”). Coordinateur Tim Palmer. Production : lancement d’une simulation ARPEGE-Climat couplée à un océan tropical à aire limitée. Collaboration avec le LODYC à Paris. Exposé en 1998 à Reading, UK.
- MERCURE (1997-2000). “Modelling European Regional Climate, Understanding and Reducing Errors”. Projet européen coordonné par Richard Jones (U.K. MetOffice, Hadley- Centre), Bennert Machenhauer (Max Plank Institut für Meteorologie), Michel Déqué (Meteo- France CNRM), entre autres. Objet : lancer des simulations régionales de changement climatique faites avec la version zoomée du modèle ARPEGE-Climat. Production : co-auteur d’un papier publié en 1998 au Climate Dynamics.
- EUROCS (2000-2003). “EUROpean Cloud Systems”. Projet européen coordonné par Jean-Luc Redelperger (Météo-France, CNRM). Objet : améliorer la représentation des nuages dans les simulations climatiques régionales et globales, en comparant la représentation des processus (principalement turbulents et convectifs) simulés par différents modèles explicites, en colonne verticale, régionaux ou globaux. Production : co-auteur de deux papiers publiés dans un numéro spécial du QJRMS en 2004.
- PRUDENCE (2001-2004). “Prediction of Regional scenarios and Uncertainties for Defining European Climate change risks and Effects”. Le but était de construire une base de données de simulations climatiques à haute résolution spatiale (50 à 20 km). Mon implication : participer au sein de l’équipe EAC à la préparation et à la gestion des données produites par ARPEGE-Climat.
- PRISM (EU-FP5 2001-2004) “PRogram for Integrated Earth System Modeling”. Développements d’un logiciel permettant la synchronisation des informations de couplage entre les codes numériques représentant les diverses composantes du système climatique. Projet continué en 2005-2008 par le "PRISM Support Initiative" impliquant, entre autres, le CNRM et le CERFACS.
- ENSEMBLE (2004-2009). “ENSEMBLE-based Predictions of Climate Changes and their Impacts”. Le but du projet était de bâtir un système commun formé par un ensemble de simulations climatiques couvrant différentes échelles temporelles (saisonnière, décennale et au delà) et spatiales (locales, régionales et globales), afin de quantifier et de réduire les incertitudes des impacts climatiques. Coordinateurs : John Mitchell et James Murphy (U.K. Met-Office), Tim Palmer (ECMWF), Jean-Louis Dufresne (IPSL-LMD), (...) , Jean-François Royer (Météo- France CNRM). Production : co-auteur du papier Salas et al. soumis en 2005 au Climate Dynamics, paru en Note de centre du CNRM.

- IPCC-RTMIP (2005). “Radiative Transfer Model Intercomparison Project”. Coordination par W.D. Collins (NCAR, Boulder, Colorado, USA). Il s’agissait de comparer les sorties des modèles de rayonnement utilisés dans les modèles participants à l’IPCC-AR, par rapport à des sorties des modèles à haute précision (Line-By-Line). Production : j’ai fourni les sorties du modèle ARPEGE-Climat du CNRM de Météo-France ; co-auteur d’un papier de Collins et al. publié en 2006 au J. Geophys. Res.
- GCSS (1994-2011). “GEWEX Cloud System Studies”. Coordinateur Pier Siebesma (KNMI). Devenu GASS depuis 2011 (Global Atmospheric System Study). Le but de ce projet international multi-annuel est de développer et d’améliorer les paramétrisations des nuages dans les modèles de simulation climatique et de prévision du temps, à travers la confrontation entre les données observées et des modèles de différents niveaux de complexités : simulations explicites, modèles en colonne verticale jusqu’aux simulations à grandes échelles. Production : utilisation (voire construction) de nombreux cas « 1D » (en colonne verticale) comme FIRE-I, ARM- Cumulus, RICO, BOMEX, TOGA-Coare, GABLS. Présentations au Pan-GCSS Meeting à Athènes (2005), New-York (2006) et Toulouse (2008).
- GPCI (2004-2008). “GCSS/WGNE Pacific Cross-section Intercomparison”. Coordinateur João Teixeira (Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, USA). Déjà réalisée en 2002 dans le cadre du projet EUROCS par plusieurs pays européens, la « Coupe Pacifique » a été recommencée en l’étendant aux autres modèles américains, japonais et canadiens. Il s’agissait d’extraire des colonnes particulières de simulations faites avec des modèles de Climat (ou de prévision du temps), pour balayer les différents régimes des strato-cumulus marins au large de la côte Est des USA, des cumulus des Alizés et des cumulo-nimbus équatoriaux. Production : co-auteur d’un papier Teixeira et al. publié en 2011 au Journal of Climate. Présentations au Pan-GCSS Meetings à Athènes (2005), New-York (2006) et Toulouse (2008).
- AMMA (2002-2013). “African Monsoon Multidisciplinary Analysis”. Coordinateur Jean Luc Redelsperger (CNRS). Correspondant Météo-France Jean-Philippe Lafore (CNRM). Le but de ce projet est d’améliorer la compréhension de la mousson d’Afrique de l’Ouest et ses influences sur l’environnement régional et global. Production : co-auteur du papier Hourdin et al. publié en 2010 au Bulletin of the American Meteorological Society. Poster (co-auteur) de Hourdin et al. au 4th PAN-GCSS meeting de Toulouse (2008). Deux exposés (Marquet et al. et Beau et al.) à la 2nd International AMMA conference (Karlsruhe, 2007). Un exposé (Guichard et al.) à la 1st International AMMA conference (Dakar, 2005).
- Soumission d’un projet à l’ANR-CIS en 2006, en collaboration avec le CERFACS. Ce projet, appelé « MAOUS » (pour Modélisation de l’Atmosphère Organisant l’Utilisation de Super-paramétrisations) a été retenu en liste complémentaire, mais n’a pas été financé.
- EUCLIPSE (2010-2014). “European Union CLOUD Intercomparison, Process Study and Evaluation”. Coordinateur Pier Siebesma (KNMI). Le but de ce projet est de déterminer, comprendre et réduire les incertitudes dues aux interactions nuages-rayonnement. Production : je ne suis pas membre de ce projet, mais j’ai pu faire un exposé oral (après sélection par le comité d’organisation) au meeting à Exeter, UK, en 2011. J’ai voulu montrer comment le cas de transition strato-cumulus vers cumulus pouvait être étudié en termes de l’entropie humide. Ce cas est l’analogie de la Coupe Pacifique (projets EU-

ROCS et GPCI), mais traité à partir de simulations faites avec des modèles en « colonne verticale ». J'ai commencé par étudier les données observées.

- COST-ES0905 (2010-2014). “The European COoperation in Science and Technology. Core Group on Theoretical Studies of the Convection Parameterization Problem. Basic Concepts for Convection Parameterization in Weather Forecast and Climate Models”. Coordinateur Jun-Ichi Yano (Météo-France-CNRM). Autre acteur du CNRM : Jean-François Geleyn. L'objectif de ce projet est de définir des recommandations théoriques pour guider les travaux à venir sur les paramétrisations de la convection dans les modèles de simulation climatique et de prévision du temps. J'ai rejoint officiellement ce projet en 2012. Production : j'ai pu présenter début 2013 dans un long exposé à l'Université de Reading (UK) mes travaux sur l'énergétique de la l'atmosphère humide. Plusieurs séminaires et exposés ont été faits dans le cadre de ce projet, en co-auteur avec Jean-François Geleyn (entre autres à Offenbach en 2011 et au CEPMMT- ECMWF en 2010). Je suis lead-author du chapitre 22 sur la thermodynamique humide dans le livre “Parameterization of atmospheric convection”, sous la direction de R.S. Plant (Université de Reading, UK) et Jun-Ichi Yano. Livre paru en octobre 2015.

Je peux établir la liste suivante pour les aspects “Animation d’équipes ou de services”, “responsabilités dans l’encadrement de la recherche” et “cours”.

- ◆ Cours à l’Ecole Nationale de la Météorologie aux Ingénieurs des Travaux de la Météorologie : *énergétique de l’atmosphère* (deux années de 1991 à 1993).
- ◆ Cours à l’Ecole Nationale de la Météorologie aux Ingénieurs de la Météorologie + Masters de modélisation : *paramétrisations physiques* (3 années, de 2002 à 2005, jusqu’à disparition de la filière IM à l’ENM du fait de la fusion des IM dans le corps des IPEF).
- ◆ TD à l’Ecole Nationale de la Météorologie aux Ingénieurs de la Météorologie + Masters de modélisation : *méthodes numériques* (3 années de 2002 à 2005, voir ci-dessus).
- ◆ J’ai été co-animateur entre 2005 et 2008 des actions de rapprochement entre le LMD et le CNRM intitulées « physique commune », en particulier dans la co-gestion de la version « colonne » commune de ARPEGE-LMDz, ceci postérieurement au programme nommé « GASTON » et précédemment aux actions dénommées « DEPHY / DEPHY2 » .
- ◆ J’ai été membre du jury « FCPLR » de Météo-France de 2005 à 2008 (choix des candidats EIENM3 (ex ITM) pouvant suivre une « Formation Complémentaire Par La Recherche »).
- ◆ J’ai été un des quatre membres du « Groupe de Coordination des Paramétrisations Physiques » (GCPP) au CNRM, de 2006 à 2008 (représentant du groupe « Climat »).
- ◆ J’ai été co-animateur des réunions entre le CNRM et le CERFACS sur la préparation des simulations couplées pour l’IPCC-AR5 (2006-2008).
- ◆ En tant qu’adjoint au chef du Laboratoire de Prévision (LABO), j’ai co-animé avec Patrick Santurette pendant 6 ans (2008-14) cette petite équipe de recherche et développement, où les fiches programmes étaient évaluées annuellement via le service CNRM/RE-TIC. J’ai été particulièrement impliqué dans la mise au point des indices de convection super-cellulaires et tornadique, dans le tracé automatisé des fronts, dans l’animation du groupe de travail « multi- modèle » et dans l’encadrement du stage M2 de E. Blot (sur le calcul en sortie des modèles ARPEGE et AROME des variables entropie et tourbillon potentiel de l’air humide).

Je peux établir la liste suivante pour les encadrements de stages niveau "M2", de thèses de Doctorat et de périodes Post-Doctorat.

- ❖ **Stage ITM3 de Isabelle Bernard-Bouissierre, Michel Cadiou, Alain Muzellec et Christophe Vincent (1991).** Durée : 6 mois. Sujet : *Cycles énergétiques*. Encadrant principal : Marc Pontaud. J'ai été co-encadrant de ce stage.
- ❖ **Stage ITM3 de Emanuel Chaigne et David Pollack (1997).** Durée : 6 mois. Sujet : *Bilans énergétiques d'une perturbation des moyennes latitudes*. Encadrante principale : Sylvie Malardel. J'ai été co-encadrant de ce stage.
- ❖ **Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse en Physique et chimie de l'environnement de Cécile Bossuet (1998).** Sujet : *Etude du transport vertical de quantité de mouvement dans le modèle troposphérique-stratosphérique ARPEGE-Climat*. Directeur de thèse : D. Cariolle. Encadrant officiel : M. Déqué. Mon taux d'encadrement est passé à 50 %, puis à 80 % à la fin de la thèse.
- ❖ **Stage ITM3 de Marina Covre (1998).** (6 mois). Sujet : *Application du concept d'exergie au cas des cyclones tropicaux*. Encadrant principal : Antoine Lasserre-Bigory. J'ai été co-encadrant de ce stage.
- ❖ **Post-Doctorat de Hervé Grenier (2000-2003).** Sujet : *Mise en place du code ARPEGE- d'un schéma d'entraînement en sommet de couche limite. Projet EUROCS (EU-FP5)*.
- ❖ **Post-Doctorat de Karine Maynard (2001-2004).** Sujet : *Mise en place du code ARPEGE-GCM dans la base PRISM. Projet PRISM (EU-FP5)*.
- ❖ **Stage DEA-OAE de Nadège Larrigaudière (2004).** Durée : 5 mois. Sujet : *Impact radiatif du transport aérien dans l'atmosphère*. Encadrant principal Daniel Cariolle. J'ai été co-encadrant de ce stage.
- ❖ **Stage EIENM3/M2-OASC de Etienne Blot (2013).** Durée : 6 mois. Sujet : *Etude de l'entropie humide dans un contexte d'analyse et de prévision du temps*. J'ai été encadrant principal de ce stage. Co-encadrant : Patrick Santurette. Pour ce stage, Etienne a reçu le Prix Patrick Brochet 2015.
- ❖ **Thèse de l'Université Paul Sabatier de Quentin Rodier (débutée fin 2014).** Sujet : *Couche limite atmosphérique stable sur relief et paramétrisation de la turbulence*. Thèse dirigée et encadrée par : Valery Masson (CNRM/GMME / processus à méso-échelle) et Alexandre Paci (CNRM/GMEI / méthodes expérimentales et instrumentales). Je suis également impliqué dans cet encadrement pour CNRM/GMAP (modèles opérationnels AROME et ARPEGE).
- ❖ **Stage M2 de Xavier Lamboley (2015)** de Math-Méca à Bordeaux. Durée : 5 mois. Sujet : *Etude de la zone grise de la turbulence hectométrique*. Encadrante : Rachel Honnert. J'ai été co-encadrant de ce stage.

Concernant les publications et autres aspects de ma bibliographie, je compte à ce jour 22 articles dans les revues de rang A (dont 1 chapitre de livre). La partition de ces articles est la suivante :

- 10 en seul auteur ;
- 2 en premier auteur (dont un chapitre de livre) ;
- 10 en coauteur.

Ces articles dans les revues de rang A peuvent être séparées en trois grandes catégories qui sont décrites dans les trois sections qui vont suivre :

D.1 / 13 articles sur l'énergétique de l'air humide ;

D.2 / 6 articles sur les paramétrisations physiques ;

D.3 / 3 articles sur le changement climatique.

Cependant, si on inclut les autres contributions, plus les conférences internationales, on aboutit au décompte suivant :

D.1 / $13 + 8 + 15 = 36$ items sur l'énergétique de l'air humide ;

D.2 / $6 + 7 + 31 = 44$ items sur les paramétrisations physiques ;

D.3 / $3 + 3 + 10 = 16$ items sur le changement climatique.

Il se dégage donc deux productions scientifiques majoritaires qui sont, par ordre d'importance personnelle :

- 1) l'énergétique de l'atmosphère humide ;
- 2) les paramétrisations physiques.

D.1 Ma bibliographie sur l'énergétique

Mes publications dans les livres ou revues de rang A :

13 articles, dont 10 en seul auteur et 2 en premier auteur.

(1) P. Marquet (1990). La notion d'enthalpie utilisable : application à l'énergétique atmosphérique. *C. R. Acad. Sci. Paris*. Vol. 310, (série II) : p.1387–1392.

Accès libre sur "gallica.bnf.fr" / voir ci-dessus dans l'Appendice-A

(2) P. Marquet (1991). On the concept of exergy and available enthalpy: application to atmospheric energetics. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 117 (issue 499): p.449–475.

Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1402.4610>.

(3) P. Marquet (1993). Exergy in meteorology: definition and properties of moist available enthalpy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 119 (issue 511): p.567–590. Reproduit dans ma thèse de 1994, voir ci-dessous.

(4) P. Marquet (1995). On the concept of pseudo-energy of T. G. Shepherd. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 121 (issue 522):1 p.455–459. Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1402.5637>.

(5) P. Marquet (2003a). The available-enthalpy cycle. I: Introduction and basic equations. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 129 (issue 593): p.2445–2466.

Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1403.5671>.

(6) P. Marquet (2003b). The available-enthalpy cycle. II: Applications to idealized baroclinic waves. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 129 (issue 593): p.2467–2494.

Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1403.6258>.

(7) P. Marquet (2011). Definition of a moist entropic potential temperature. Application to FIRE-I data flights. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 137 (issue 656): p.768–791.

Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1401.1097>.

(8) P. Marquet, J.-F. Geleyn (2013). On a general definition of the squared Brunt-Väisälä frequency associated with the specific moist entropy potential temperature. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 139 (issue 670): p.85–100. Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1401.2379>.

(9) P. Marquet (2014). On the definition of a moist-air potential vorticity. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 140 (issue 680): p.917–929. Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1401.2006>.

(10) P. Marquet (2015-a). On the computation of moist-air specific thermal enthalpy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* Vol. 141 (issue 686): p.67–84. Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1401.3125>.

(11) J.-I. Yano, J.-F. Geleyn, M. Köller, D. Mironov, J. Quaas, P. M. M. Soares, V. T. J. Phillips, R. S. Plant, A. Deluca, P. Marquet, L. Stulic, Z. Fuchs (2015-b). Basic Concepts for Convection Parameterization in Weather Forecast and Climate Models: COST Action ES0905 Final Report. *Atmosphere*. Vol. 6. (Issue 1): 88–147.

Free acces at: <http://www.mdpi.com/2073-4433/6/1/88>

(12) P. Marquet, J.-F. Geleyn (2015-c). Formulations of moist thermodynamics for atmospheric modelling. In: R. S. Plant and J.-I. Yano, editors, "Parameterization of Atmospheric Convection", Volume 2: Current Issues and New Theories, chapter 22, pages 221-274. World Scientific, Imperial College Press. Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1510.03239>
http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/9781783266913_0026

(13) P. Marquet (2016). Comments on "MSE minus CAPE is the True Conserved Variable for an Adiabatically Lifted Parcel". Submitted first to the *J. Atmos. Sci.* in September 2015, revised in December 2015, accepted on the 7th of March, 2016.
Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1509.09096>

Autres articles ou contributions sur l'énergétique :

★ P. Marquet (1991). Annexe au cours de météorologie de Gérard De Moor et Philippe Veyre. pour décrire l'approche en "Enthalpie utilisable / Exergie" comme alternative (plutôt en remplacement) de "l'Énergie Potentielle Utilisable" (APE) de Lorenz. Ecole Nationale de la Météorologie, Toulouse.

★ P. Marquet (1994). *Applications du concept d'exergie à l'énergétique de l'atmosphère. Les notions d'enthalpie utilisables sèche et humide*. PhD-thesis of the Paul Sabatier University. Toulouse, France. Accès libre sur : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00572254/>

★ P. Marquet (1996). L'énergie utilisable de l'atmosphère : histoire et développements récents (article invité, suite à l'obtention du prix Prud'homme (1995) de la Société Météorologique de France). 8 ème série, Numéro 14. p.11-26. *La Météorologie*.
Annonce Jean-Claude André : <http://documents.irevues.inist.fr/handle/2042/51979>
Mon article : <http://documents.irevues.inist.fr/handle/2042/51180>

★ P. Marquet (2001). *The available enthalpy cycle. Applications to idealized baroclinic waves*. Note de centre du CNRM. Number 76. Toulouse, France.

★ J.-F. Geleyn, P. Marquet (2012). Moist-entropic vertical adiabatic lapse rates: the standard cases and some lead towards inhomogeneous conditions. *WGNE Blue Book*.
Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1401.2383>.

★ P. Marquet (2015-d). An improved approximation for the moist-air entropy potential temperature θ_s . *WGNE Blue Book*.
Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1503.02287>.

★ P. Marquet (2015-e). Definition of Total Energy budget equation in terms of moist-air Enthalpy surface flux. *WGNE Blue Book*.
Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1503.01649>.

★ P. Marquet, Mahfouf J.-F. (2015-f). A moist "available enthalpy" norm: definition and comparison with existing "energy" norms. *WGNE Blue Book*.
Free acces at: <http://arxiv.org/abs/1503.01652>.

Conférences Internationales sur l'énergétique :

◆ Marquet P. Application of Exergy theory to local atmospheric energetics: the available enthalpy cycle. EGU-EGS. La Haye, 9 mai 1996.

◆ Marquet P. Application of Exergy theory to local atmospheric energetics. EGU-EGS. Nice, 23 avril 1998.

- ◆ Marquet P. Application of exergy theory to local atmospheric energetics : diagnostic for a FASTEX event. FASTEX Workshop. Toulouse, 27 avril 1998.
- ◆ Marquet P. Diagnostic of change in energetics for a 2xCO₂. EGU-EGS. Nice, 28 avril 2005
- ◆ Geleyn J.-F., Marquet P. Moist thermodynamics and moist turbulence for modelling at the nonhydrostatic scales. ECMWF Workshop on "Non-hydrostatic modelling", Reading, 8/11/2010.
- ◆ Marquet P. Computations of the moist entropy for stratocumulus and cumulus from observations and simulations. CFMIP-GCSS-EUCLIPSE meeting. Exeter. UK. 8 juin 2011.
- ◆ Geleyn J.-F., Marquet P., I. Bašták-Đurán, F. Váňa and R. Brožková. Filtering the condensation / evaporation aspects of moist turbulence parameterisation via an a-priori definition of shallow convection cloudiness and the simplest analytical translation of moist-entropy conservation. COST ES0905 WG3 meeting, Offenbach, Germany. 28-29 November 2011.
- ◆ Marquet P. Invited seminar. On the use of different forms of available energies or exergy in meteorology. University of Reading. Reading. UK. 13 février 2012.
- ◆ Marquet P. Application of moist entropy to the plotting of fronts. Informal ECMWF seminar. Reading. UK. 15 février 2012.
- ◆ Geleyn J.-F., I. Bašták-Đurán, F. Váňa, Marquet P. Moist aspects of TOUCANS. LACE-ALARO-1 Working days 2012. Ljubljana, Slovenia. 13-15 June 2012.
- ◆ Geleyn J.-F., I. Bašták-Đurán, R. Brozkova, B. Catry, Marquet P. and F. Váňa. Unifying perspectives in interfacing, diffusion, precipitations and cloud-cover. LACE-ALARO-1 Working days 2012. Ljubljana, Slovenia. 13-15 June 2012.
- ◆ Marquet P., J.-F. Geleyn. On the use of moist entropy in the parameterization of the moist turbulence. 12th EMS Annual Meeting and 9th European Conference on Applied Climatology (ECAC). Łódź, Pologne. 10-14 September 2012,
- ◆ Marquet P. Moist air thermodynamics. Impact of the Third law. COST-ES0905 meeting on Thermodynamics and scale separation. Reading, U.K., 14-15 January 2013.
- ◆ Marquet P. "On the use of moist entropy in moist turbulence". EFB-Closure Working days. Toulouse. 18-22 mars 2013.
- ◆ Jean-François Geleyn, I. Bašták-Đurán, Marquet P. Extending a dry turbulence scheme towards all moist aspects: main challenges, guidelines for maintaining consistency and practical solutions. 14th European Conference (EMS) and 10th European Conference on Applied Climatology (ECAC) Prague, République Tchèque. Du 6 au 10 octobre 2014

Conférences Nationales sur l'énergétique :

- ❖ P. Marquet. L'exergie de l'atmosphère. Définition et propriétés de l'enthalpie utilisable humide. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, octobre 1990.
- ❖ M. Pontaud, P. Marquet, I. Bernard-Bouissière, A. Muzellec, C. Vincent, A. Finet. Résultats numériques d'un cycle énergétique local appliqué à une perturbation. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, octobre 1990.
- ❖ Marquet P., E. Chaigne, M. Maku, D. Pollack, S. Malardel, Ph. Arbogast. Bilans énergétiques de perturbations réelles ou idéalisées des moyennes latitudes. Ateliers de Modélisation

de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 3 décembre 1997.

- ❖ Marquet P. Un remplaçant au cycle de Lorenz : le cycle d'enthalpie utilisable ? Séminaire CNRM. Toulouse, le 17 mai 2001.
- ❖ Marquet P. Le cycle d'enthalpie utilisable et ses applications en météorologie. Séminaire de l'Ecole Normale Supérieure. Paris, le 27 Novembre 2003.
- ❖ P. Marquet. Sur l'utilisation potentielle des développements récents concernant l'énergétique humide de l'atmosphère (du type "w*" / CAPE) ? Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2006.
- ❖ P. Marquet. Analyse des impacts d'un 2xCO2 sur l'énergétique de l'atmosphère. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2006
- ❖ Marquet P. Utilisation d'une température potentielle entropique humide pour décrire les Stratocumulus marins et la turbulence. Séminaire CNRM. Toulouse, le 11 juin 2010
- ❖ Marquet P. Une étude de l'entropie humide en Météorologie. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 10 février 2011.
- ❖ Geleyn J.-F., Marquet P., I. Bašták-Đurán, F. Váňa. Paramétrisation unifiée de la turbulence en régime partiellement couvert. Utilisation conjointe de l'entropie humide et des moments statistiques d'ordre trois. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère. Toulouse. 23 janvier 2012.
- ❖ Marquet P., J.-F. Geleyn. Sur l'utilisation de l'entropie humide dans les paramétrisations de la turbulence. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère. Toulouse. 23 janvier 2012.
- ❖ Marquet P., J.-F. Geleyn. 3 réunions + conférences avec Sergej Zilitinkevich. Toulouse, avril 2012.
- ❖ Marquet P. Calculs et propriétés de l'enthalpie de l'air humide. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 22 janvier 2013.
- ❖ Marquet P. Variables thermodynamiques pour l'air humide. Réunion au CNRM sur la thermodynamique de l'air humide, à l'initiative du « GCPP » (Groupe de Coordination sur les Paramétrisations Physiques). Toulouse, 5 avril 2013.
- ❖ Marquet P. P. Santurete, E. Blot. Nouveaux champs pour la thermodynamique de l'air humide : applications en O.M. ? Le cyclone Dumilé. *Atelier de Prévision Outre-Mer.* Toulouse, 6 juin 2013.
- ❖ Marquet P. Définition des flux de chaleur sensible et latente en terme de flux d'enthalpie. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 19 janvier 2015.
- ❖ Marquet P. Importance de l'utilisation du troisième principe pour définir l'entropie et l'enthalpie de l'atmosphère (humide). Séminaire LMD, Paris. 11 juin 2015.
- ❖ Marquet P. Thermodynamique de l'air humide : les dernières nouveautés. Séminaire CNRM. Toulouse, 23 juin 2015.

D.2 Ma bibliographie sur les paramétrisations physiques

Mes publications dans les livres ou revues de rang A :

6 articles comme coauteur.

(1) L. Mahrt, C. Bertou, P. Marquet, J.-C. André (1986). Time-averaging the flux-profile relationship. *Annales Geophysicae. Series B. Terrestrial and planetary physics*. Vol. 4 (issue 4): p.411–416.

(2) Lenderink, G., Siebesma, A.P., Cheinet, S., Irons, S., Jones, C.G., P. Marquet, Müller, F., Olmera, D., Calvo, J., Sanchez, E. and Soares, M.M (2004). The diurnal cycle of shallow cumulus clouds over land: A single-column model intercomparison study. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* Vol. 130, p.3339–3364.

(3) Siebesma, A.P., Jakob, C., Lenderink, G., Neggers, R.A., Teixeira, J., Van Meijgaard, E., Calvo, J., Chlond, A., Grenier, H., Jones, C., Köhler, M., Kitagawa, H., P. Marquet, Lock, A.R., Müller, F., Olmera, D. and Severijns (2004). Cloud representation in general-circulation models over the northern pacific ocean. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* Vol. 130, p.3245–3267

(4) W. D. Collins, V. Ramaswamy, M. D. Schwarzkopf, Y. Sun, R. W. Portmann, Q. Fu, S. E. B. Casanova, J.-L. Dufresne, D. W. Fillmore, P. M. D. Forster, V. Y. Galin, L. K. Gohar, W. J. Ingram, D. P. Kratz, M.-P. Lefebvre, J. Li, P. Marquet, V. Oinas, Y. Tsushima, T. Uchiyama, W. Y. Zhong (2006). Radiative forcing by well-mixed greenhouse gases: Estimates from climate models in the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) Fourth Assessment Report (AR4). *J. Geophys. Res.* Vol. 111, D14317.

(5) F. Hourdin, F. Guichard, F. Favot, P. Marquet, A. Boone, J.-P. Lafore, J.-L. Redelsperger, P. Ruti, A. Dell'Aquila, T.L. Doval, A. K. Traore, and H. Gallee (2010). AMMA-Model Intercomparison Project. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* Vol. 91, (issue 1). p.95–104.

(6) J. Teixeira, S. Cardoso, M. Bonazzola, J. Cole, A. DelGenio, C. DeMott, C. Franklin, C. Hannay, C. Jakob, Y. Jiao, J. Karlsson, H. Kitagawa, M. Köhler, A. Kuwano-Yoshida, C. LeDrian, J. Li, A. Lock, M. J. Miller, P. Marquet, J. Martins, C. R. Mechoso, E. v. Meijgaard, I. Meinke, P. M. A. Miranda, D. Mironov, R. Neggers, H. L. Pan, D. A. Randall, P. J. Rasch, B. Rockel, W. B. Rossow, B. Ritter, A. P. Siebesma, P. M. M. Soares, F. J. Turk, P. A. Vaillan-court, A. Von Engel, M. Zhao (2011). Tropical and sub-tropical cloud transitions in weather and climate prediction models: the GCSS/WGNE Pacific Crosssection Intercomparison (GPCI). *Journal of Climate*. Vol. 24 (Issue 20): p.5223–5256.

Autres articles ou contributions sur les paramétrisations physiques :

★ P. Marquet. Test of SURFEX in ARPEGE-SCM with EUROCS-Cumulus Case. Off-line and Explicit modes. EAC internal report. Toulouse, avril 2005.

★ Bouteloup, Y., F. Bouyssel, P. Marquet. Improvements of Lopez's prognostic large-scale cloud and precipitation scheme. *Newsletter Aladin* Number 28, pp. 66-73. 2005.

★ Bazile, E., P. Marquet, F. Bouyssel, T. Bouffon, S. Rémy and A.M. Wiczorek. Prelimi-

nary result with a TKE scheme in Arpège/Aladin. Hirlam Newsletter number 48. 2005.

★ Y. Bouteloup, F. Bouyssel and P. Marquet. Improvements of Lopez's prognostic large scale cloud and precipitation scheme. News-Letter ALADIN. 2006. Number 28, pp 66-73.

★ F. Bouyssel, Y. Bouteloup and P. Marquet. A prognostic large scale cloud and semi-Lagrangian precipitation scheme in ARPEGE and ALADIN models. WMO-WGNE Blue Book, 2006.

★ Y. Bouteloup, E. Bazile, F. Bouyssel and P. Marquet. Evolution of the physical parametrizations of ARPEGE and ALADIN-MF models. News-Letter ALADIN Number 35. 2008.

★ Y. Bouteloup, E. Bazile, F. Bouyssel and P. Marquet. Improvement of the turbulent parameterization of the operational hydrostatic models at Météo-France. WMO-WGNE Blue Book, 2009.

Conférences Internationales sur les paramétrisations physiques :

◆ Marquet P. Using a higher vertical resolution for soil temperature in Arpege-Climat. HIRLAM Workshop on surface parameterization and assimilation. Toulouse, 23-24 juin 1997.

◆ Marquet P. The TKE scheme in the ARPEGE Climate Model. EGU-EGS. La Haye, avril 1999.

◆ Marquet P. A TKE vertical diffusion scheme in the ARPEGE French GCM. EGU-EGS. Nice, 28 avril 2000.

◆ P. Bechtold, J-I. Yano, J-P. Chaboureau and Marquet P. Concepts and recent developments in PBL cloud and convection modelling : turbulence, mass flux, spectral representation (Fourier, wavelet) and scaling, subgrid-distribution of clouds. NRL/NAVY workshop on "Parameterization of PBL clouds". 27-29 mars 2002, Monterey, USA.

◆ H. Grenier and Marquet P. The French Climat/Arpege SCM : the work done on conserved variables. EUROCS workshop. 8-10 avril 2002. KNMI / Utrecht, Pays-Bas.

◆ Marquet P. and H. Grenier. The Pacific case. Arpege-Climat Results. EUROCS workshop. 17 décembre 2002. INM / Madrid, Espagne.

◆ Marquet P. Reports on GCM/RCM physics development and impact on cloud representation in 3D runs during EUROCS and with Arpege-Climat. EUROCS workshop. 18 décembre 2002. INM / Madrid, Espagne.

◆ F. Bouyssel, Y. Bouteloup and Marquet P. Towards an operational implementation of Lopez's prognostic large scale cloud and precipitation scheme in ARPEGE/ALADIN NWP models. HIRLAM/ALADIN workshop proceedings on convection and clouds, pp 56-60. Tartu, Estonie, 24-26 janvier 2005.

◆ Marquet P. and J.-L. Redelsperger. On the use of old EUROCS and new GEWEX/GCSS cross-section intercomparison (EPCI/GPCI) to improve the physics of ARPEGE-GCM. Pan GEWEX-GCSS-GPCI Workshop. 16-20 mai 2005, Athènes, Grèce.

◆ Teixeira, C. Jakob, P. Siebesma, Cardoso, Miranda, Soares, Neggers, Hannay, Kitagawa, A. Lock, Marquet P., Zhao. GCSS Pacific cross-section intercomparison (GPCI): introduction and preliminary results. Pan GEWEX-GCSS-GPCI Workshop. 16-20 mai 2005, Athènes, Grèce.

◆ J. Teixeira, C. Jakob, P. Siebesma, Cardoso, Miranda, Soares, Neggers, Hannay, Kitagawa, A. Lock, Marquet P., Zhao. GCSS Pacific cross-section intercomparison (GPCI): diurnal

cycle results. Pan GEWEX-GCSS-GPCI Workshop. 16-20 mai 2005, Athènes, Grèce.

◆ F. Guichard, F. Favot, F. Hourdin, I. Mussat, J.-F. Guéremy, Marquet P. and P. Ruti. West African monsoon and global climate. 1st International AMMA Conference (African Monsoon Multidisciplinary Analysis). Dakar, 28 novembre au 4 décembre 2005.

◆ Marquet P. Impact of new ARPEGE physics on RICO case. New-York. Joint GCSS-GPCI / BLCL-RICO Workshop. 19 September 2006, New-York, USA.

◆ Marquet P. On the use of the GPCI for the tuning and the validation of the new ARPEGE GCM's physics. New-York. Joint GCSS-GPCI / BLCL-RICO Workshop. 20 September 2006, New-York, USA.

◆ Marquet P. Impact studies and validations of Clouds as simulated by the ARPEGE-Climate physics with the use of 3D-GCM, 1D-SCM and 2D-transects. Joint NetFam + CBL07 Workshop. 12-14 Mars 2007, Toulouse.

◆ Beau I., Beucher F., Pollack D., Guéremy J.-F., Marquet P. Validation of convective and turbulence parametrizations in tropical areas. The case of neutral and convective planetary boundary layers. EGU Vienne, avril 2007.

◆ Beau I., Pollack D., Beucher F., Guéremy J.F., Marquet P. Validation of convection and turbulence parametrization schemes on the WAM region. 2nd International AMMA Conference (African Monsoon Multidisciplinary Analysis). Karlsruhe, november 2007.

◆ E. Bazile, Y. Bouteloup, F. Bouyssel, S. Malardel and Marquet P.. Status of the TKE and the shallow convection scheme in the MF's models. ALADIN-HIRLAM workshop. 7-10 April 2008, Bruxelles, Belgique.

◆ Bouyssel and other contributors (including Marquet P.) Latest developments and performances in ARPEGE and ALADIN-France. 18 th ALADIN-HIRLAM Workshop. Bruxelles, Belgique. 7-10 April 2008.

◆ M-P Lefebvre, J-L Dufresne, J-Y Grandpeix, J-F Guéremy, F Hourdin, Marquet P., C Rio. Physics modifications in Meteo France and IPSL models: results on GCSS 1D cases GPCI working group (Gewex Pacific Cross-Section Intercomparison). 4th PAN-GCSS 9/19meeting on advances in modelling and observing clouds and convection. 2-6 June 2008, TOULOUSE.

◆ Marquet P., J.F. Guéremy, S. Malardel, V. Masson, E. Bazile, Y. Bouteloup, F. Bouyssel, J.M. Piriou, F. Beucher, I. Beau, D. Pollack, L. Manlay, V. Bourdette. Impact in the ARPEGE GCM/SCM of the top-PBL entrainment on the representation of the marine strato-Cumulus. 4th PAN-GCSS meeting on advances in modelling and observing clouds and convection. 2-6 June 2008, TOULOUSE.

◆ S. Cardoso, J. Teixeira, P. Rasch, P. Miranda, A. Gettelman, Y. Zhang, S. Klein, J. Mace, C. Hannay, M. Koehler, M. Zhao, P. Siebesma, Marquet P., A. Lock, C. Jakob, C. DeMott, H. Kitagawa, D. Mironov. Preliminary validation of GPCI simulations with observational data from NASA's A-Train Aqua, CloudSat and Calipso satellites. GPCI working group (Gewex Pacific Cross-Section Intercomparison). 4th PAN-GCSS meeting on advances in modelling and observing clouds and convection. 2-6 June 2008, TOULOUSE.

◆ Marquet P., J.F. Guéremy, S. Malardel, V. Masson, E. Bazile, Y. Bouteloup, F. Bouyssel, J.M. Piriou, F. Beucher, I. Beau, D. Pollack, L. Manlay, V. Bourdette. Impact in the ARPEGE GCM/SCM of the top-PBL entrainment on the representation of the marine stratocumulus. GPCI working group (Gewex Pacific Cross-Section Intercomparison). 4th PAN-GCSS meeting on advances in modelling and observing clouds and convection. 2-6 June 2008, TOULOUSE.

- ◆ E. Bazile, Y. Bouteloup, F. Bouyssel, and Marquet P.. From the GABLS's result to the ARPEGE NWP system: an easy ride? 18th Symposium on Boundary Layers and Turbulence. 9-13 June 2008, Stockholm, Sweden.
- ◆ Bazile E, Y. Bouteloup, F. Bouyssel, S. Malardel and Marquet P.. Last operational changes and perspectives for ARPEGE/ALADIN. 12-15 May, 2009. ALADIN-HIRLAM workshop. Utrecht, Pays-Bas.
- ◆ Y. Bouteloup, E. Bazile, F. Bouyssel, Marquet P.. Improvement of the subgrid vertical mixing parameterization in operational hydrostatic models at Météo-France. EMS-ECAM, Toulouse. 28 Sept - 2 Octobre 2009.
- ◆ Marquet P., P. Santurette, J.M. Piriou, Th. Montmerle, L. Auger, O. Nuissier. Computations of Convective Parameters with the AROME model, for the Haumont (F4) tornado. EMS-ECAM, Toulouse. 28 Sept - 2 Octobre 2009.
- ◆ Marquet P., P. Santurette Convective parameters computed with ALADIN and AROME models for the HAUMONT (F4) tornado. 5h European Conference on Severe Storms 12 - 16 October 2009 - Landshut - GERMANY
- ◆ Jean-Marie Carrière et Marquet P. Quand Météo-France voit rouge. Revue PCM (revue des Ponts et Chaussées). Risque naturels. Janvier 2011.
- ◆ Bazile, E., Marquet P., Y. Bouteloup, and F. Bouyssel. The Turbulent Kinetic Energy (TKE) scheme in the NWP models at Météo France. Proceedings of the ECMWF/GABLS Workshop on Diurnal cycles and the stable atmospheric boundary layer. ECMWF, Reading, UK. 7-10 November 2011.
- ◆ Rodier Quentin, Valéry Masson, Alexandre Paci, Marquet P. and Guylaine Canut. High-resolution large eddy simulations of stably stratified turbulence in free atmosphere. EMS Annual meeting. (15th EMS / 12th ECAM). Sofia, Bulgarie, 8 septembre 2015.

Conférences Nationales sur les paramétrisations physiques :

- ❖ Marquet P. Le schéma en « ect » dans ARPEGE-Climat. Réunion entre GMGEC / GMME / GMAP. Toulouse, 17 septembre 1999.
- ❖ Marquet P. Le schéma en « ect » dans ARPEGE-Climat. Réunion GASTON. Toulouse, 9 novembre 1999.
- ❖ Marquet P. Le schéma en « ect » dans ARPEGE-Climat. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 1er décembre 1999.
- ❖ Marquet P. Présentation des variables d'interface et des processus physiques représentés dans l'actuelle version-4 d'ARPEGE-Climat. Réunion sur la physique commune. LMD/IPSL, Paris, 11 juin 2004.
- ❖ I. Beau, F. Beucher, D. Pollack, J.-F. Gueremy et Marquet P. Validation de paramétrisations physiques de la turbulence et de la convection dans la version 1D d'ARPEGE-Climat. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2006.
- ❖ M.P. Lefebvre, J.-L. Dufresne, J.-Y. Grandpeix, J.-F. Gueremy, F. Hourdin et Marquet P. Comparaison de différentes paramétrisations physiques de CNRM-ARPEGE et de LMDz sur trois cas 1D. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2006.
- ❖ Marquet P., A. Alias, A. Braun, M. Déqué, J.F. Gueremy, J.Ph. Piedelièvre et S. Somot. Les versions 4.x du GCM Arpege : en route vers la version 5 ? Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2006.

- ❖ Marquet P., J.F. Gueremy, I. Beau, F. Beucher et D. Pollack. Analyse des physiques en développement dans ARPEGE-Climat à l'aide de AMMA-Cross. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2006.
- ❖ E. Martin, (...), J.-C. Calvet, (...), A.-L. Gibelin, (...) Marquet P. Le code de surface externalisé SURFEX de Météo-France. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 18 janvier 2007.
- ❖ M-P Lefebvre, J-L Dufresne, J. Frohvirth, J-Y Grandpeix, J-F Guérémy, F Hourdin et Marquet P. Comparaison de différentes paramétrisations physiques de CNRM-Arpege et de LMD sur le cas 1D RICO. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 18 janvier 2007.
- ❖ Beau I., Beucher F., Pollack D., Gueremy J.-F., Marquet P. Contribution à la validation de paramétrisations physiques en zones tropicales. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 18 janvier 2007.
- ❖ Marquet P., E. Bazile, I. Beau, F. Beucher, Y. Bouteloup, F. Bouyssel, J.-F. Guérémy, D. Pollack, V. Masson. Validation et réglages de la physique de ARPEGE Climat. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, 18 janvier 2007.
- ❖ I. Beau, F. Beucher, D. Pollack, J.-F. Guérémy et Marquet P. Simulations de la couche limite dans la région de la mousson Africaine. Tests de sensibilité aux paramétrisations physiques du MCG ARPEGE. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2008.
- ❖ M-P Lefebvre, S Bony, J-L Dufresne, J-Y Grandpeix, J-F Guérémy, F Hourdin, Marquet P. et C Rio. Evolution des physiques des modèles CNRM-Arpege-Climat et IPSL-LMDz : résultats sur les cas 1D BOMEX et EUROCS. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2008.
- ❖ E. Bazile E., Marquet P., S. Malardel et Y. Bouteloup. Evolution des paramétrisations de la couche limite dans les modèles de prévision numérique ARPEGE/ALADIN. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2008.
- ❖ Marquet P., E. Bazile, I. Beau, F. Beucher, Y. Bouteloup, F. Bouyssel, M. Déqué, J.F. Gueremy, D. Pollack, J.M. Piriou, S. Malardel et V. Masson. Validations en vue de la version 5 de ARPEGE Climat. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2008.
- ❖ François Bouyssel, Eric Bazile, Isabelle Beau, Yves Bouteloup, Michel Déqué, Jean-François Guérémy, Marquet P., Jean-Marcel Piriou. Stratégie de validation d'une physique commune PNT et CLIMAT dans ARPEGE. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2010.
- ❖ MP Lefebvre, I Beau, JL Dufresne, JY Grandpeix, JF Guérémy, F Hourdin, Marquet P., C Rio. Evolution des physiques des modèles CNRM-Arpege-Climat et IPSL-LMDZ: résultats sur les cas RICO et TOGA-COARE. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2010.
- ❖ Marquet P. Les prévisions météorologiques et climatiques. Exposé à la CPGE de St Brieuc (association "St Brieuc Prépa"). Risque naturels. Mai 2011.

D.3 Ma bibliographie sur le changement climatique

Mes publications dans les livres ou revues de rang A :

3 articles en coauteur.

(1) M. Déqué, P. Marquet, R. Jones (1998). Simulation of climate change over Europe using a global variable resolution general circulation model. *Climate dynamics*. Vol. 14, (issue 3), p.173–189

(2) P. Barthelet, S. Bony, P. Braconnot, A. Braun, D. Cariolle, E. Cohen-Solal, J.-L. Dufresne, P. Delécluse, M. Déqué, L. Fairhead, M.-A. Filiberti, M. Forichon, J.-Y. Grandpeix, E. Guilyardi, M.-N. Houssais, M. Imbard, H. Le Treut, C. Lévy, Z. X. Li, G. Madec, P. Marquet, O. Marti, S. Planton, L. Terray, O. Thual, S. Valcke (1998). Simulations couplées globales des changements climatiques associées à une augmentation de la teneur atmosphériques en CO₂. *C. R. Acad. Sci. Paris*. Vol. 326, série IIA: p.677-684.

(3) Hu Rong Ming, S. Planton, M. Déqué, P. Marquet, A. Braun (2001). Why is the climate forcing of sulphate aerosol so uncertain? *Advances in Atmospheric Science*. Vol. 18, Numéro 6, pp. 1103-1120.

Autres articles ou contributions sur le changement climatique :

★ M. Déqué et Marquet P. Simulation of the impact of doubling the CO₂ concentration with T63 C3.5 version of ARPEGE-Climat. Note de centre CNRM/GMGEC, Numéro 58. 2nd edition. (1997).

★ M. Déqué, F.J. Doblas-Reyes and P. Marquet. Impact on regional-scale time variability of a CO₂ doubling. WMO-WGNE Blue Book, (1998).

★ Jean-Louis Dufresne, D. Salas y Mélia, S. Denvil, S. Tyteca, O. Arzel, S. Bony, P. Braconnot, P. Brockmann, P. Cadule, A. Caubel, F. Chauvin, M. Déqué, H. Douville, L. Fairhead, T. Fichefet, M.-A. Foujols, P. Friedlingstein, J.-Y. Grandpeix, J.-F. Guérémy, F. Hourdin, A. Idelkadi, G. Krinner, C. Levy, G. Madec, P. Marquet, O. Marti, I. Musat, S. Planton, J.-F. Royer, D. Swingedouw, A. Voldoire. (2006). Simulation du climat récent et futur par les modèles du CNRM et de l'IPSL. *La Météorologie*.

Conférences Internationales sur le changement climatique :

◆ Marquet P. Regionalisation of CO₂ doubling over Europe with a stretched and tilted pole version of ARPEGE-IFS GCM. EGU-EGS. La Haye, 8 mai 1996.

◆ Marquet P. CNRM contribution to the final RACCS report. Zurich, 26 septembre 1996.

◆ (Exposé invité) Marquet P. Regionalisation of CO₂ doubling over the mediterranean area. INM-WMO Symposium. Palma de Majorque. 16 avril 1997.

◆ Marquet P. Recent developments and future plans for ARPEGE-Climat. MERCURE Meeting. Toulouse, 9 février 1998.

◆ Marquet P. Seasonal Forecasts with a Coupled OAGCM. EGU-EGS. Nice, 23 avril 1998.

◆ Marquet P. Climate studies using the variable resolution version of ARPEGE-IFS GCM. Drammen, Norgège. 25 mai 1998.

◆ Marquet P. et Doblas-Reyes J. J. Third Meeting PROVOST-SHIVA. Reading, UK. 22-24

juin 1998.

- ◆ Marquet P. Climate simulation with a variable resolution GCM. Conférence ECSC. Vienne, Autriche. 25 octobre 1998.
- ◆ Somot S., Spiridonov V., Marquet P. and Déqué M. Climate version of the LAM ALADIN: first validation of a 10 years simulation over Europe. Workshop on regional climate modelling. Prague, 30 novembre 2004.
- ◆ Marquet P. Diagnostic of change in energetics for a 2xCO₂. EGU-EGS. Nice, 28 avril 2005

Conférences Nationales sur le changement climatique :

- ❖ Marquet P. Expériences de régionalisation sur la France d'un dédoublement du CO₂. Réunion de clôture du projet ECLAT. Paris, 10 octobre 1996.
- ❖ Marquet P. Simulations climatiques et impacts régionaux. Conférence de l'agence Adour-Garonne. Toulouse, octobre 1998.
- ❖ Marquet P. Régionalisation : projet IPC et participation du CNRM. Rencontre R&D. Toulouse, le 10 décembre 2002.
- ❖ Marquet P. Scénario de changement de régime des précipitations sur l'Europe pour la fin du siècle. Cycle de conférence du CNFGG (Comité National Français de Géodésie et Géophysique). Le 4 février 2003. Institut de France, Paris.
- ❖ P. Marquet. Analyse des impacts d'un 2xCO₂ sur l'énergétique de l'atmosphère. Ateliers de Modélisation de l'Atmosphère (AMA). Toulouse, janvier 2006

D.4 Bibliographie générale

- Albrecht BA, Penc RS, Schubert WH. (1985). An observational study of cloud-topped mixed layers. *J. Atmos. Sci.* **42** (8): 800–822.
- Albrecht BA. (1991). Fractional cloudiness and cloud-top entrainment instability. *J. Atmos. Sci.* **48** (12): 1519–1525.
- Ambaum M. H. P. (2010). *Thermal physics of the atmosphere*. Advancing weather and climate science. Wiley-Blackwell. John Wiley and sons. Chichester.
- Andrews D. (1981). A note on potential energy in a stratified compressible fluid. *J. Fluid Mech.*, **107**: 227–236.
- Andrews D.G., McIntyre M.E. (1978a), An exact theory of nonlinear waves on a Lagrangian-mean flow. *J. Fluid Mech.*, **89**, (4): 609–646.
- Andrews D.G., McIntyre M.E. (1978b), On wave-action and its relatives. *J. Fluid Mech.*, **89**, (4): 647–664,.
- Arbogast P, Maynard K, Crepin F. (2008). Ertel potential vorticity inversion using a digital filter initialization method. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **134** (634) : 1287–1296.
- Ayotte KW, Sullivan PP, Andr n A, Doney SC, Holtslag AAM, Large WG, McWilliams JC, Moeng CH, Otte MJ, Tribbia JJ and Wyngaard JC. (1996). An evaluation of neutral and convective planetary boundary-layer parameterizations relative to large eddy simulations. *Boundary-Layer Meteorology* **79** (1-2): pp 131–175
- Axenides M., Floratos E. (2010). Strange Attractors in Dissipative Nambu Mechanics: Classical and Quantum Aspects. *JHEP (Journal of High Energy Physics)* <http://arxiv.org/abs/0910.3881>
- Bechtold, P. (2001) A mass-flux convection scheme for regional and global models. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **127**, (573), 869–886
- Bejan, A. (1988). *Advanced engineering thermodynamics*. A Wiley-Interscience publication. John Wiley and Sons, New-York.
- Belamari S. (2005). Report on uncertainty estimates of an optimal bulk formulation for surface turbulent fluxes. Deliverable D4.1.2 *Marine EnviRonment and Security for the European Area - Integrated Project (MERSEA IP)*
- Belamari S. and A. Pirani (2007). Validation of the optimal heat and momentum fluxes using the ORCA2-LIM global ocean-ice model Deliverable D4.1.3 *Marine EnviRonment and Security for the European Area - Integrated Project (MERSEA IP)*
- Bennetts DA, Hoskins BJ. (1979). Conditional symmetric instability. A possible explanation for frontal rainbands. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **105** (446): 945–962. (BH79)
- Bernard-Bouissi res I., Cadiou M., Muzellec A., Vincent Ch. (1991). Cycles  nerg tiques. *Internal report of the French School of Meteorology*.
- Best M.J., Beljaars A., Polcher J., Viterbo P. (2004). A proposed structure for coupling tiled surfaces with the planetary boundary layer. *Journal of Hydrometeorology*. **5**: 1271–1278.
- Betts AK. (1973). Non-precipitating cumulus convection and its parameterization. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **99** (419): 178–196.
- Bihlo A. (2011). “A tutorial on Hamiltonian mechanics”, COST working group meeting au Institute of Meteorology   l’Université de Munich, May 2011. <http://convection.zmaw>.

de/fileadmin/user_upload/convection/Convection/COST_Documents/Search_for_New_Frameworks/A_Tutorial_on_Hamiltonian_Mechanics.pdf

<http://scholar.google.com/citations?user=A4jPRTcAAAAJ&hl=en>

- Blackburn M. (1983). *An energetic analysis of the general atmospheric circulation*. Thesis of the department of Meteorology. University of Reading. UK.
- Boer GJ. (1995). Some dynamical consequences of Greenhouse gas warming. *Atmosphere-Ocean* **33** (4): 731–751.
- Borel L. (1987). *Thermodynamique et énergétique*. Vol. 1. Presses polytechniques Romanes, Lausanne.
- Bossuet Cécile. (1998). Thèse de Doctorat de l'INPT-Toulouse. Co-encadrement avec Michel Déqué (Daniel Cariolle comme directeur de thèse). Intitulé : Etude du transport vertical de quantité de mouvement dans le modèle troposphérique stratosphérique ARPEGE-Climat.
- Bougeault, Ph. (1985). A simple parameterization of the large-scale effects of cumulus convection. *Mon. Wea. Rev.* **113** (12): 2108–2121.
- Bougeault P, Lacarrere P. (1989). Parameterization of Orography-Induced Turbulence in a Mesobeta-Scale Model. *Mon. Wea. Rev.* **117** (8): 1872–1890.
- Brennan F. E. and Vincent D. G. (1980). Zonal and eddy components of the synoptic-scale energy budget during intensification of hurricane Carmen (1974). *Mon. Weather Rev.* **108**: 954–965.
- Bretherton C. S., Pincus R. (1995). Cloudiness and Marine Boundary Layer Dynamics in the ASTEX Lagrangian Experiments. Part I: Synoptic setting and vertical structure. *J. Atmos. Sci.* **52** (16): 2707–2723
- Brinkop S. and Roeckner E. (1995). Sensitivity of a general circulation model to parameterizations of cloud-turbulence interactions in the atmospheric boundary layer. *Tellus A.* **47** (2): 197–220.
- Brook R. R. (1978). The influence of water vapor fluctuations on turbulent fluxes. *Bound.-Layer Meteor.* **15** (4): 481–487.
- Businger J. A. (1982). The fluxes of specific enthalpy, sensible heat and latent heat near the Earth's surface. *J. Atmos. Sci.* **39** (8): p.1889–1892.
- Carnot N L S. (1824). Réflexions sur la puissance motrice du feu, et sur les machines propres à développer cette puissance. See the account of Carnot's theory written by W. Thomson (1849) in the *Trans. Roy. Soc. Edinb.* **16**, p.541–574. An English translation by R. H. Thurston of the version published in the "Anales scientifique de l'École Normale Supérieure" (ii. series, t.1, 1872) is available in the url: <http://www3.nd.edu/~powers/ame.20231/carnot1897.pdf> (Wiley & Sons, 1897, digitized by Google)
- Chase M. W. Jr. (1998). *JANAF Thermochemical Tables. 4th ed.* American Chemical Society.
- Cheng Y, Canuto VM and Howard AM. (2002). An improved model for the turbulent PBL. *J. Atmos. Sci.* **59** (9): 1550–1565
- Clausius R. (1865). Über verschiedene für die Anwendung bequeme Formen der Hauptgleichungen der mechanischen Wärmetheorie. (On Different Forms of the Fundamental Equations of the Mechanical Theory of Heat). *Ann. der Phys. und Chem.* **125**, p.353–400.
- Courtier, P. (1987). Application du contrôle optimal à la prévision numérique en Météorolo-

gie. Thèse de Doctorat de l'Université PARIS-VI.

- Courtier Ph., Freyrier C., Geleyn J.F., Rabier F. and Rochas M. (1991). The Arpège project at Météo-France. *ECMWF Seminar Proceedings.*, Reading, 9-13 Sept. 1991, Volume II, p.193–231.
- Crepin F. (2004). L'inversion du tourbillon potentiel : documentation technique. *Documentation CNRM/Recyf*. Pp.1–20
- Cuxart J, Bougeault P, Redelsperger J-L. (2000). A turbulence scheme allowing for mesoscale and large-eddy simulations. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **126** (562): 1–30.
- Dalaudier F., Sidi C. (1987). Evidence and Interpretation of a Spectral Gap in the Turbulent Atmospheric Temperature Spectra, *J. Atmos. Sci.* **44** (20): 3121–3126.
- Darrieus M. G. (1931). L'évolution des centrales thermiques et la notion d'énergie utilisable. *Sciences et industrie*, **204**, 122–126.
- Deardorff JW. (1980). Cloud top entrainment instability. *J. Atmos. Sci.* **37** (1): 131–147.
- Descamps, L., Ricard, D., Joly, A. and Arbogast, P. (2007). Is a real cyclogenesis case explained by generalized linear baroclinic instability? *J. Atmos. Sci.* **64**: 4287–4308.
- Van Dijk A., Moene A. F., De Bruin H. A. R. (2004). The principles of surface flux physics: theory, practice and description of the ECPACK library, Internal Report 2004/1, Meteorology and Air Quality Group, Wageningen University, Wageningen, the Netherlands, 99 pp. Open access at: http://www.met.wau.nl/internal_reports/ir2004_01_v1.2.pdf
- Dutton J. A. (1973). The global thermodynamics of atmospheric motion. *Tellus.* **25**, (2), p.89–110.
- Ehrendorfer, M. and Errico, R. M. (1995). Mesoscale predictability and the spectrum of optimal perturbations. *J. Atmos. Sci.* **52**: 3475–3500.
- Ehrendorfer, M., Errico, R. M and Reader, K., D. (1999). Singular-Vector perturbation growth in a primitive equation model with moist physics. *J. Atmos. Sci.* **56**: 1627–1648.
- Emanuel KA. (1994). *Atmospheric convection*. Pp.1–580. Oxford University Press: New York and Oxford.
- Endlich RM. (1967). An Iterative Method for Altering the Kinematic Properties of Wind Fields. *J. Appl. Meteor.* **6**, (5): 837–844.
- Endlich RM. (1971). Direct separation of two-dimensional vector fields into irrotational and solenoidal parts. *Journal of Mathematical Analysis and Applications.* **33**, (2): 328–334.
- Engel F., Petit B., Pontaud M. (1992). Un cycles énergétiques local associé au modèle non-hydrostatique de COME : applications à une onde d'est. *Internal report of the French School of Meteorology*.
- Errico, R. M. (2000). Interpretations of the total energy and rotational energy norms applied to determination of singular vectors. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **126**: 1581–1599.
- Ertel H. (1942a). Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz (A new hydrodynamical vorticity equation). *Meteorologische Zeitschrift.* **59** (9): 277–281.
- Ertel H. (1942b). Ein neuer hydrodynamischer Erhaltungssatz (A new hydrodynamical conservatio principle). *Die Naturwiss. (Berlin)* **30** (36): 543–544.
- Ertel H. (1942c). Über hydrodynamische Wirbelsätze (On hydrodynamical vorticity equations). *Physik. Zeitschrift. (Leipzig)* **43**: 526–529.
- Evans R. B. (1969). 'A proof that exergy is the only consistent measure of potential work',

Thesis for the degree Doctor of Philosophy. Thayer school of Engineering. Dartmouth college. Hanover.

- Evans R. B. (1980). Thermoeconomic isolation and essergy analysis. *Energy*, **5**, 805–821.
- Frank W. M., Emmitt G. D. (1981). Computation of vertical total energy fluxes in a moist atmosphere *Bound.-Layer Meteor.* **21** (2): 223–230.
- Freydier C. (1990). Approche de l'instabilité symétrique frontale en vue de sa paramétrisation. *Rapport de stage d'approfondissement ITM promotion 1987/90*. Note de travail de l'ENM numéro 286. Pp.168.
- Freydier, C. (1991). *Instabilité barocline et maille variable*. Mémoire de DEA d'océanologie et de météorologie. Université Pierre et Marie Curie. Paris VI. Juin 1991.
- Gao S-T, Zhou F-F. (2008). Water vapour potential vorticity and its applications in tropical cyclones. *Chin. Phys. Lett.* **25** (10): 3830–3833.
- Giaque W.F. (1949). Some consequences of low temperature Research in chemical thermodynamics, Nobel lectures, chemistry 1942-1962, Elsevier Publishing Company, Amsterdam, 1964, 227–250, http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/1949/giaque-lecture.pdf
http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/1949/press.html
- Gibbs J. W. (1873). A method of geometrical representation of the thermodynamic properties of substance by means of surfaces. *Trans. Connecticut Acad.* **II**: p.382–404. (Pp 33–54 in Vol. 1 of *The collected works of J. W. Gibbs*, 1928. Longmans Green and Co.)
- Giordani H (1993). *Description du codage du schéma de surface NP89 aux normes ARPEGE. Premières validations*. Note de travail du CNRM-GMME **numéro 15**.
- Glansdorff P, Prigogine I. (1971), *Structure stabilité et fluctuations*. Masson et Cie. Paris.
- Gokcen NA and Reddy RG. (1996). *Thermodynamics (Chapter VII on the Third Law)*. Springer Science+Business Media, New York.
- Gordon AR. (1934). The Calculation of Thermodynamic Quantities from Spectroscopic Data for Polyatomic Molecules; the Free Energy, Entropy and Heat Capacity of Steam. *J. Chem. Phys.* **2** (2): 65–72.
- Gordon AR. (1935). The Calculation of the Free Energy of Polyatomic Molecules from Spectroscopic Data. II. *J. Chem. Phys.* **3** (5): 259–265.
- Gordon AR, Barnes C. (1932). The Entropy of Steam, and the Water-Gas Reaction. *J. Phys. Chem.* **36** (4): 1143–1151.
- Gouy L. G. (1889). Sur l'énergie utilisable. *Journal de physique théorique et appliquée*, 2eme série, **VIII**, 501–518.
- Grabowski, W. W. (2001). Coupling cloud processes with the large-scale dynamics using the cloud-resolving convective parametrization (CRCP). *J. Atmos. Sci.* **58**: 978–997.
- Grabowski W.W. (2004). An Improved Framework for Superparameterization. *J. Atmos. Sci.* **61** (15): 1940–1952.
- Grimus, W. (2013a), On the 100th anniversary of the Sackur–Tetrode equation. Open access in arXiv: <http://arxiv.org/pdf/1112.3748.pdf>
- Grenier H, Bretherton CS (2001). A Moist PBL Parameterization for Large-Scale Models and Its Application to Subtropical Cloud-Topped Marine Boundary Layers. *Mon. Wea. Rev.* **129**, (3): 357–377.

- Grimus, W. (2013b), 100th anniversary of the Sackur–Tetrode equation. *Ann. Phys.* **525** (3): A32–A35.
Open access at: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/andp.201300720/full>
- de Groot S.R., Mazur, P. (1984). *Non-equilibrium Thermodynamics*. Dover Publications, Incorporated, 1-528
- Guérémy J.-F. (1996). Thèse de Doctorat de l'UPS. *Sensibilité de la variabilité intra-saisonnière de la mousson indienne aux interactions sol-atmosphère*". 9 février 1996.
- Guérémy J.-F. (2011). A continuous buoyancy based convection scheme: one- and three-dimensional validation. *Tellus A.* **63**, (4): 87–706.
- McHall Y. L. (1990). Available potential energy in the atmospheres. *Meteorol. Atmos. Phys.*, **42**, 39–55.
- Hauf T. et Höller H. (1987). Entropy and potential temperature. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2887–2901.
- Haywood R. W. (1974). A critical review of the theorems of thermodynamic availability, with concise formulations. *J. Mech. Eng. Sci.*; part 1: Availability, **16**, (3), 160–173; part 2: Irreversibility, **16**, (4), 258–267.
- Hewson TD. (1997). Objective identification of frontal wave cyclones. *Meteorological Applications* **4** (4): 311–315
- Hewson TD. (1998). Objective fronts. *Meteorological Applications* **5** (1): 37–65.
- Hewson, T. D. and Titley, H. A. (2010), Objective identification, typing and tracking of the complete life-cycles of cyclonic features at high spatial resolution. *Met. Apps.* **17** (3): 355–381.
- Hoskins BJ, McIntyre ME, Robertson AW (1985). On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **111** (470) : 877–946.
- Hourdin F, Couvreux F, Menut L. (2002). Parameterization of the Dry Convective Boundary Layer Based on a Mass Flux Representation of Thermals. *J. Atmos. Sci.* **59** (6): 1105–1123.
- McIntyre, M. E. and Shepherd, T. G. (1987). An exact local conservation theorem for finite-amplitude disturbances to non-parallel shear flows, with remarks on Hamiltonian structure and Arnol'd's stability theorems. *J. Fluid Mech.*, **181**, 527–565.
- Jouguet E. (1907). Le théorème de M. Gouy et quelques-unes de ses applications. *Revue de Mécanique*, **20**, 213–238.
- Karlsson S. (1990). *Energy, Entropy and Exergy in the atmosphere*. Thesis of the Institute of Physical Resource Theory. Chalmers University of Technology. Göteborg, Sweden.
- Keenan J. H. (1932). A study of thermodynamic availability in the steam power plant. *Mech. Engng*, **54**, 195–204.
- Keenan J. H. (1951). Availability and irreversibility in thermodynamics. *Br. J. of Appl. Phys.*, **2**, 183–192.
- Khairoutdinov M, Randall DA. (2001). A cloud resolving model as a cloud parameterization in the NCAR Community Climate Model: Preliminary results. *Geophys. Res. Lett.* **28**: 3617–3620.
- Khairoutdinov M, Randall DA, DeMott C. (2005). Simulations of the Atmospheric General Circulation Using a Cloud-Resolving Model as a Superparameterization of Physical

Processes. *J. Atmos. Sci.* **62** (7): 2136–2154.

- Kiangi PMR. (1977). A review of some methods used in determining actual evapotranspiration in east Africa. *The role of water resources in development*. Proceedings of the 13th annual symposium of the east African academy. September 1977. 39–48. Kenia national academy for advancement of arts and sciences. Nairobi.
- Klimenko A.Y. (2012). Teaching the Third Law of Thermodynamics, *The Open Thermodynamics Journal*, **6**, 1-14 <http://arxiv.org/abs/1208.4189>
- Kucharski F. (1997). On the concept of exergy and available potential energy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **123**, (543): 2141–2156.
- Kuo HC, Schubert WH. (1988). Stability of cloud-topped boundary layers. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **114** (482): 887–916.
- Lopez, Ph. (2002). Implementation and validation of a new prognostic large-scale cloud and precipitation scheme for climate and data-assimilation purposes. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* **128** (579): 229–257.
- Lorenz E. N. (1955). Available potential energy and the maintenance of the general circulation. *Tellus*. **7**, (2): 157–167.
- Lorenz (1963) Deterministic nonperiodic flow, *J. Atmos. Sci.* **20**: 130–141 http://eaps4.mit.edu/research/Lorenz/Deterministic_63.pdf
- Lorenz E. N. (1967). Lorenz, E. N., 1967: The nature and theory of the general circulation of the atmosphere. *WMO Publ. 218, PTP115. World Meteorological Organization: Geneva*, p.161, http://eaps4.mit.edu/research/Lorenz/General_Circ_WMO_1967_Part3.pdf.
- Lorenz E. N. (1978). Available energy and the maintenance of a moist circulation. *Tellus*. **30**, (1): 15–31. http://web.mit.edu/lorenzcenter/about/LorenzPubs/Available_Energy_maintenance_1978.pdf.
- Lorenz E. N. (1979). Numerical evaluation of moist available energy. *Tellus*. **31**, (3): 230–235.
- Louis J.-F. (1979). A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Bound.-Layer Meteor.* **17**, (2): 187–202.
- Louis J.-F., Tiedtke M., Geleyn J.-F. (1982). A short history of the PBL parameterization at ECMWF. 59–79 in Proceedings of Workshop on boundary-layer parameterization. ECMWF: Reading, UK.
- Livezey R. E. and Dutton J. A. (1976). The entropic energy of geophysical fluid systems. *Tellus*. **28**, (2): 138–157.
- Mahfouf J.-F., Bilodeau B. (2007). Adjoint Sensitivity of Surface Precipitation to Initial Conditions. *Mon. Wea. Rev.*, **135** (8): 2879–2896.
- Malardel S. (2005). *Fondamentaux de Météorologie*. A l'école du temps. Cépadues-Editions, Toulouse.
- Marchal R. (1956). *La Thermodynamique et le théorème de l'énergie utilisable*. Dunot, Paris.
- Margules M. (1901). The mechanical equivalent of any given distribution of atmospheric pressure, and the maintenance of a given difference in pressure. *Smithsonian Miscellaneous collections*. **51**, (4): 501–532, 1910 (*Translation by C. Abbe of a lecture read at the meeting of the Imperial Academy of Science, Vienna, July, 11, 1901, commemorating the Jubilee of the Central Institute for Meteorology and Terrestrial Magnetism*).

- Margules M. (1903-05). On the energy of storms. *Smithsonian Miscellaneous collections*, 51, 4, 533–595, 1910. (Translation by C. Abbe from the appendix to the annual volume for 1903 of the Imperial Central Institute for Meteorology, Vienna, 1905. ‘Über die energie der stürme’. *Jahrb. Zentralanst. Meteorol.*, **40**, p.1–26, 1903).
- Martinot-Lagarde A. (1971). *Thermique classique*. Dunot, Paris.
- Masson V., P. Le Moigne, E. Martin, S. Faroux, A. Alias, R. Alkama, S. Belamari, A. Barbu, A. Boone, F. Bouyssel, P. Brousseau, E. Brun, J.-C. Calvet, D. Carrer, B. Decharme, C. Delire, S. Donier, K. Essaouini, A.-L. Gibelin, H. Giordani, F. Habets, M. Jidane, G. Kerdraon, E. Kourzeneva, M. Lafaysse, S. Lafont, C. Lebeaupin-Brossier, A. Lemonsu, J.-F. Mahfouf, P. Marguinaud, M. Mokhtari, S. Morin, G. Pigeon, R. Salgado, Y. Seity, F. Taillefer, G. Tanguy, P. Tulet, B. Vincendon, V. Vionnet, A. Voltaire. (2013). The SURFEXv7.2 land and ocean surface platform for coupled or offline simulation of earth surface variables and fluxes. *Geosci. Model Dev.* **6** (4): 929–960.
<http://www.geosci-model-dev.net/6/929/2013/gmd-6-929-2013.pdf>
- Maxwell J. C. (1871). Theory of Heat. References are made in the text to next editions of this book. *Longmans, Green and Co.* London.
- Michaelides, S. C. (1987). Limited area energetics of Genoa cyclogenesis. *Mon. Weather Rev.* **115**, p.13–26.
- Mollier R. (1927). *The Molier steam tables and diagrams (Extended to the critical pressure)*. Translated by H. Moss, Pitman, London (1st German ed. published in 1906).
- Montgomery R. B. (1948). Vertical eddy flux of heat in the atmosphere. *J. Meteorol.* **5**, (6): p.265–274.
- Muench H. S. (1965). On the dynamics of the wintertime stratosphere circulation. *J. Atmos. Sci.* **22**, p.349–360.
- Nagle J.F. (1966). Lattice statistics of Hydrogen bonded crystals. I. The residual entropy of Ice. *J. Math. Phys.* **7** (8): 1484–1491.
- Nambu Y. (1973), Generalized Hamiltonian mechanics. *Phys. Rev. D.* **7**: 2405–2412.
- Névir P., Blender R. (1994), Hamiltonian and Nambu representation of the nondissipative Lorenz equations, *Beitr. Phys. Atmos.* **67** (2): 133–140.
- Nicholls S, Turton JD. (1986). An observational study of the structure of stratiform cloud sheets: Part II. Entrainment. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **112** (472): 461–480.
- Nordeng T. E. (1987). The effect of vertical and slantwise convection on the simulation of polar lows *Tellus A.* **39A** (4): 354–375.
- Normand, Sir C. (1946). Energy in the atmosphere. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **72**, (312-313): p.145–167.
- Pascale S., Gregory J. M., Ambaum M., Tailleux R. (2011) Climate entropy budget of the HadCM3 atmosphere-ocean general circulation model and of FAMOUS, its low-resolution version. *Clim. Dyn.* **36** (5-6): 1189–1206.
- Pasquill F. (1949). Eddy diffusion of water vapour and heat near the ground. *Proc. Roy. Soc. London (A)*. **198** (1052): 116–140.
- Pauling L. (1935). The structure and entropy of ice and of other crystals with some randomness of atomic arrangement. *J. Am. Chem. Soc.* **57** (12): 2680–2684.
- Pauluis O., Czaja A., Korty R. (2010). The global atmospheric circulation in moist isentropic coordinates. *J. Climate*, **23** (11): 3077–3093.

- Pearce R. P. (1978). On the concept of available potential energy. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **104**, (441): p.737–755.
- Pergaud J, Masson V, Malardel S, Couvreux F. (2009). A Parameterization of Dry Thermals and Shallow Cumuli for Mesoscale Numerical Weather Prediction *Bound.-Layer Meteor.* **132** (1): 83–106
- Pichler, H. (1977). Die Bilanzgleichung für die statischer entropische Energie der Atmosphäre. *Arch. Met. Geoph. Biokl.*, Ser.A, **26**, p.341–347.
- Piriou J.M., Redelsperger J.-L., Geleyn J.-F., Lafore J.-P., Guichard F. (2007). An approach for convective parameterization with memory: separating microphysics and transport in grid-scale equations *J. Atmos. Sci.* **64** (11): 4127-4139.
- Planck M. (1917). *Treatise on thermodynamics (Third edition)*. Translated by Alexander Ogg, Dover Publications, Inc., 1-297,
<https://www3.nd.edu/~powers/ame.20231/planckdover.pdf>
- Pruitt WO, Aston MJ. (1963). Atmospheric and surface factors affecting evapotranspiration. Chapter III in the Final report to *Investigation of energy and mass transfers near the ground including the influences of the soil-plant-atmosphere system*. Contract umber DA-36-039-SC-80334. Univ. of California-Davis, 69–95.
- Randall DA. (1980). Conditional instability of the first kind upside-down. *J. Atmos. Sci.* **37** (1): 125–130.
- Randall D. A., Khairoutdinov M., Arakawa A., Grabowski W. (2003). Breaking the Cloud Parameterization Deadlock. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* **84** (11): 1547–1564.
- Rant Z. (1956). Exergie, ein neues Wort für ‘Technische Arbeitsfähigkeit’. *Forsch. Ing. Wes.*, **22**, 36–37.
- Redelsperger J-L, Sommeria G. (1981). Méthodes de représentations de la turbulence d’échelle inférieure à la maille pour un modèle tri-dimensionnel de convection nuageuse. *Bound.-Layer Meteor.* **21** (4): 509–530.
- Reed RJ, Norquist DC, Recker EE. (1977). The Structure and Properties of African Wave Disturbances as Observed During Phase III of GATE. *Mon. Wea. Rev.* **105**, (3): 317–333.
- Reiter E. R. (1969). Mean and eddy motions in the atmosphere. *Mon. Weather Rev.* **97**, (3): p.200–204.
- Ricard J. L., Royer, J.F. (1993). A statistical cloud scheme for use in an AGCM. *Annales Geophysicae.* **11**, (11/12): 1095-1115.
- Richardson LF. (1919). Atmospheric stirring measured by precipitation. *Proc. Roy. Soc. London (A)*. **96** (674): 9–18. Paper available at <https://ia600700.us.archive.org/32/items/philtrans07640837/07640837.pdf>
- Richardson L.F. (1922). *Weather prediction by numerical process*. Cambridge University Press, 1–229,
- Rivas Soriano LJ, García Díez EL. (1997). Effect of ice on the generation of a generalized potential vorticity. *J. Atmos. Sci.* **54** (10) : 1385–1387.
- Roeckner E., Arpe K, Bengtsson L, Christoph M, Claussen M, Dümenil L, Esch M, Giorgetta M, Schlese U and Schulzweida U. (1996). *The atmospheric general circulation model ECHAM-4: model description and simulation of present-day climate*. Report No. 218. Max-Planck-Institut für Meteorologie.
- Roy M. (1964). Thermodynamique macroscopique. *Dunod Editions*. Paris.

- Romps D. M. (2015). MSE minus CAPE is the true conserved variable for an adiabatically lifted parcel. *J. Atmos. Sci.*, **72** (9): 3639–3646.
- De Roode S. R., Duynkerke P. G. (1997). Observed Lagrangian transition of stratocumulus into cumulus during ASTEX: Mean state and Turbulence structure. *J. Atmos. Sci.* **54** (17): 2157–2173.
- De Roode SR, Wang Q. (2007). Do Stratocumulus clouds detrain? FIRE I data revisited. *Bound.-Layer Meteorol.* **122**, (1): 479–491.
- Saltzman B., Fleischer A. (1960). The modes of release of available potential energy in the atmosphere. *J. Geophys. Res.* **65** (4): p.1215–1222.
- Santurette P. and Joly A. (2002). ANASYG/PRESYG, Météo-France’s new graphical summary of the synoptic situation. *Meteorol. Appl.* **9** (2): 129–154. <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1017/S1350482702002013/pdf>
- Shepherd, T. G. (1993). A unified theory of available potential energy. *Atmosphere Ocean.* **31**, (1): 1-26.
- Schubert W, Hausman SA, Garcia M, Ooyama KV, Kuo H-C. (2001). Potential vorticity in a moist atmosphere. *J. Atmos. Sci.* **58** (21): 3148–3157.
- Schubert W, Ruprecht E, Hertenstein R, Nieto-Ferreira R, Taft R, Rozoff C, Ciesielski P, Kuo H-C. (2004a). English translations of twenty-one of Ertel’s papers on geophysical fluid dynamics. *Meteorologische Zeitschrift.* **13** (6): 527–576.
- Schubert W. (2004b). A generalization of Ertel’s potential vorticity to a cloudy, precipitating atmosphere. *Meteorologische Zeitschrift.* **13** (6): 465–471.
- Smith RK and Montgomery MT. (2013). How important is the isothermal expansion effect in elevating equivalent potential temperature in the hurricane inner core?. *Q.J.R. Meteorol. Soc.* **139** (670): 70–74.
- Stodola A. (1898). Die Kreisprozesse der Gasmaschine. *Zeit. V. D. I.*, **42**, (39), 1086–1091.
- Suardet R. (1971). Thermodynamique. *Editions J.-B. Baillière*. Paris.
- Sun J, Esbensen S. K., Mahrt L (1995). Estimation of surface heat flux. *J. Atmos. Sci.* **52** (17): 3162–3171.
- Swinbank WC. (1951). The measurement of vertical transfer of heat and water vapor by eddies in the lower atmosphere. *J. Meteorol.* **8** (3): 135–145.
- Szargut, J. and Styrylska, T. (1969). Die exergetische Analyse von Prozessen der feuchten Luft (An exergetic analysis of processes for damp air). *Heiz.-Lüft.-Haustechn. (for: Heizung - Lüftung - Haustechnik / Heating, Ventilation, Building services)* **5**: 173–178.
- Szargut, J. (1980). International progress in second law analysis. *Energy.* **5**, (39), p.709–718.
- Tailleux R. (2013) Available potential energy and exergy in stratified fluids. *Ann. Rev. Fluid Mech.* **45**, 35–58. Available online at: <http://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurevfluid-011212-140620>.
- Tait P. G. (1879). On the dissipation of energy. *Phil. Mag.*, **7**, 44, 5e series, 344–346.
- Tiselius A. (1949). The Nobel prize in chemistry 1949. Award ceremony speech. Some consequences of low temperature Research in chemical thermodynamics. Nobel Lectures, Chemistry 1942-1962. Elsevier Publishing Company, Amsterdam, 1964. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/1949/press.html

- Thorncroft C. D., Hoskins B. J. (1990). Frontal cyclogenesis. *J. Atmos. Sci.*, **47** (19): 2317–2335
- Thomson, W. (1849). An account of Carnot's theory of the "Motive Power of Heat", with numerical results deduced from Regnault's experiments on steam. *Trans. Roy. Soc. Edinb.* **16**, Part 5, p.541–574.
- Thomson, W. (1853). On the restoration of mechanical energy from an unequally heated space. *Phil. Mag.* **5**, 30, 4e series, p.102–105.
- Thomson, W. (1879). On thermodynamic motivity. *Phil. Mag.* **7**, 44, 5e series, p.346–352.
- Vallis G.K. (1992). Mechanisms and parameterizations of geostrophic adjustment and a variational approach to balanced flow. *J. Atmos. Sci.* **49** (13): 1144–1160.
- MacVean MK, Mason PJ. (1990). Cloud-top entrainment instability through small-scale mixing and its parameterization in numerical models. *J. Atmos. Sci.* **47** (8): 1012–1030.
- Verma SB, Rosenberg NJ, Blad BL. (1978). Turbulent exchange coefficients for sensible heat and water vapor under advective conditions. *J. Appl. Meteor.* **17** (3): 330–338.
- Warhaft Z. (1976). Heat and moisture flux in the stratified boundary layer. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **102** (433): 703–707.
- Williamson D. L. and Olson J. G. (1998). A Comparison of Semi-Lagrangian and Eulerian Polar Climate Simulations. *Mon. Wea. Rev.* **126** (4): 991–1000.
- Wisniak J. (2001). Frederick Thomas Trouton: the man, the rule, and the ratio. *Chem. Educator.* **6** (1): 55–61. Open access at: http://depa.fquim.unam.mx/amyd/archivero/TroutonArticulo_4689.pdf
- Yamaguchi T, Randall DA. (2008). Large-eddy simulation of evaporatively driven entrainment in cloud-topped mixed layers. *J. Atmos. Sci.* **65** (5): 1481–1504.
- Zilitinkevich, S. S. (2002), Third-order transport due to internal waves and non-local turbulence in the stably stratified surface layer, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **128** (581): 913–925.
- Zilitinkevich, S. S. and Elperin, T. and Kleorin, N. and Rogachevskii, I. (2007). Energy- and flux-budget (EFB) turbulence closure model for stably stratified flows. Part I: steady-state, homogeneous regimes, *Boundary-Layer Meteorology* **125** (2): 167–191.
- Zilitinkevich, S. S. and Elperin, T. and Kleorin, N. and Rogachevskii, I. and Esau, I. and Mauritsen, T. and Miles, M. W. (2008). Turbulence energetics in stably stratified geophysical flows: Strong and weak mixing regimes, *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **134** (633): 793–799.
- Zilitinkevich, S. S. and Elperin, T. and Kleorin, N. and Rogachevskii, I. and Esau, I., A Hierarchy of Energy- and Flux-Budget (EFB). (2013). Turbulence Closure Models for Stably-Stratified Geophysical Flows, *Boundary-Layer Meteorology.* **146** (3): 341–373.