



HAL
open science

Modélisation du comportement mécanique et hydraulique des sols partiellement saturés

Nabil Abou Bekr

► **To cite this version:**

Nabil Abou Bekr. Modélisation du comportement mécanique et hydraulique des sols partiellement saturés. Géotechnique. Ecole Centrale Paris, 1995. Français. NNT : 1995ECAP0413 . tel-01510742

HAL Id: tel-01510742

<https://theses.hal.science/tel-01510742>

Submitted on 19 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE CENTRALE PARIS
LABORATOIRE DE MÉCANIQUE
Sols, Structures et Matériaux



THÈSE

présentée par

Nabil ABOU-BEKR

Ingénieur Génie-Civil
de l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran

pour l'obtention du grade de

Docteur de l'École Centrale Paris

FORMATION DOCTORALE : Mécanique des structures et des ouvrages
dans leur environnement
SPÉCIALITÉ : Modélisation numérique
LABORATOIRE D'ACCUEIL : Mécanique des sols, structures et matériaux

Thème

Modélisation du Comportement Mécanique et Hydraulique des Sols Partiellement Saturés

Soutenue le 13 juillet 1995 devant la commission d'examen composée de:

MM. J. BIAREZ	(École Centrale Paris)	Président
A. GENS	(Université de Barcelone)	Rapporteur
J.C. ROBINET	(Université d'Orléans)	Rapporteur
D. AUBRY	(École Centrale Paris)	Examineur
J.M. FLEUREAU	(École Centrale Paris)	Examineur
J.J. FRY	(Électricité de France)	Examineur
Mme A. MODARESSI	(École Centrale Paris)	Examineur

École Centrale des Arts et Manufactures
Grand Établissement sous tutelle du Ministère de l'Éducation Nationale
Grande Voie des Vignes, F-92295 Châtenay-Malabry Cedex — tél. 33 (1) 41 13 10 00 (standard)

n° 1995/29

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier:

Monsieur J. Biarez Professeur à l'École Centrale de Paris pour la formation Doctorale qu'il nous a assurée,

Monsieur A. Gens Professeur à l'Université Polytechnique de Barcelone de nous avoir fait l'honneur de rapporter cette thèse,

Monsieur J.C. ROBINET Professeur à l'Université d'Orléans d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse en qualité de rapporteur,

Monsieur J.J. FRY Ingénieur spécialiste au Centre National d'Équipements Hydrauliques (E.D.F.) pour sa double intervention très appréciable tant au niveau financier que scientifique,

Monsieur D. AUBRY Professeur à l'École Centrale Paris pour ses conseils appréciables,

Monsieur J.M. FLEUREAU Professeur à l'École Centrale Paris qui a bien voulu nous transmettre sa longue expérience dans le domaine des sols non saturés et qui a mis à notre disposition tous les résultats des travaux de l'équipe qu'il dirige,

Tout ce que j'ai pu accomplir depuis le début de mon stage de D.E.A. jusqu'à la fin de cette thèse, je le dois à Arézou MODARESSI. Ses capacités scientifiques nous ont permis de mener à bien ce travail. Qu'elle trouve ici l'expression la plus sincère de ma reconnaissance.

Je n'oublierais pas dans ces remerciements Said TAIBI dont les travaux ont constitué le point de départ de cette thèse. Je le remercie vivement pour son aide très précieuse.

SOMMAIRE

RÉSUMÉ	3
ABSTRACT	4
INTRODUCTION GÉNÉRALE	5
Chapitre 1 : PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES DES SOLS NON SATURÉS	8
1.1- LA SUCCION DANS LES SOLS	9
1.2- PROPRIÉTÉS DU COMPORTEMENT SUR CHEMIN DE DRAINAGE-HUMIDIFICATION	14
1.3- PROPRIÉTÉS DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE	20
1.4- CONCLUSIONS	26
Chapitre 2 : HISTORIQUE DE LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES SOLS NON SATURÉS	27
2.1- MODÉLISATION A L'AIDE DE DEUX VARIABLES DE CONTRAINTE (VARIABLES INDÉPENDANTES DE CONTRAINTE) ..	28
2.2- MODÉLISATION A L'AIDE D'UNE SEULE VARIABLE DE CONTRAINTE (CONTRAINTE EFFECTIVE)	42
Chapitre 3 : MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES SOLS NON SATURÉS DANS LE CADRE DE L'ÉLASTOPLASTICITE	68
3.1- MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUE DE HUJEU POUR LES SOLS SATURÉS	71
3.2- HYPOTHÈSES DE LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES SOLS NON SATURÉS	79
3.3- MODÉLISATION DU COMPORTEMENT ISOTROPE DES SOLS NON SATURÉS	82
3.4- MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DÉVIATOIRE DES SOLS NON SATURÉS	103
3.5- INFLUENCE DES PARAMÈTRES SUR LA RÉPONSE DU MODÈLE.....	108
3.6- CONCLUSIONS	116
Chapitre 4 : MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS DANS LES MILIEUX POREUX NON SATURÉS	119
4.1- ÉCOULEMENT DE L'EAU	120
4.2- ÉCOULEMENT DE L'AIR	127
4.3- ÉQUATIONS DE CONSERVATION DE MASSE	135

4.4- CAS PARTICULIER DES MILIEUX A FORT DEGRÉ DE SATURATION	142
4.5- CONCLUSIONS	149
Chapitre 5 : SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX NON SATURÉS DRAINÉS ET NON DRAINÉS	150
5.1- SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX SUR LE LIMON DE JOSSIGNY	151
5.2- SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX NON DRAINÉS SUR LE LIMON DE STERREBEEK	161
5.3- CONCLUSIONS	174
Chapitre 6 : APPLICATION A L'ÉTUDE D'UN MASSIF DE SOL NON SATURÉ	175
6.1- MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME	176
6.2- APPROXIMATION PAR ÉLÉMENTS FINIS	182
6.3- APPLICATION A L'ÉTUDE D'UN MASSIF DE SOL NON SATURÉ	191
6.4- CONCLUSIONS	199
CONCLUSION GÉNÉRALE	200
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	203

RÉSUMÉ

On présente un modèle de comportement élastoplastique pour les sols partiellement saturés basé sur une définition généralisée de la contrainte effective.

Les propriétés caractéristiques du comportement des sols non saturés sont d'abord étudiées en analysant les résultats expérimentaux disponibles dans la littérature. Cette étude est menée de façon à mettre en évidence, d'une part, les différences et d'autre part, les analogies qui existent entre le comportement des sols saturés et celui des sols non saturés.

On adopte une définition généralisée de la contrainte effective dont la formulation est issue d'un modèle microstructural (Taibi, 1994) qui a permis de mieux comprendre les phénomènes liés à la non saturation et de mettre en évidence les mécanismes mis en jeu. La pression capillaire, contribution de la pression interstitielle à la contrainte effective, est supposée isotrope. C'est une fonction hyperbolique de la pression interstitielle. Elle dépend, en outre, de la densité du matériau ainsi que de sa granulométrie.

L'idée est d'utiliser cette définition généralisée de la contrainte effective dans le cadre de l'élastoplasticité. L'avantage de cette démarche est l'existence d'outils de calcul pour les sols saturés qu'on peut reprendre du moment qu'il s'agit d'établir une approche unifiée dans laquelle les sols saturés représentent un cas particulier des sols en général.

Notre outil de départ est le modèle élastoplastique de Hujeux (1985) longuement utilisé et validé pour les calculs saturés. L'examen des propriétés qui caractérisent le comportement des sols non saturés suggère l'introduction d'un écrouissage capillaire qui nous permet de combler les insuffisances dues à l'utilisation, à lui seul, du principe de contrainte effective. Il est à noter que très peu de nouveaux paramètres sont introduits. Ainsi, la majeure partie des paramètres du modèle est déduite des essais classiques saturés ou secs.

Des calculs qualitatifs sont présentés pour montrer que le modèle est en mesure de reproduire les principales caractéristiques du comportement des sols non saturés. En guise de validation quantitative des essais expérimentaux sur deux matériaux naturels différents (le limon de Jossigny et le limon de Sterrebeek) sont simulés.

En dehors des aspects du comportement mécanique, on s'intéresse aussi aux écoulements dans les milieux poreux non saturés. On étudie deux domaines de saturation différents qui ont déjà été examinés par plusieurs auteurs. Le premier correspond aux faibles degrés de saturation (<85% environ) où l'on considère que l'air est continu et se trouve à la pression atmosphérique. Le second concerne des degrés de saturation élevés (>85%) où l'on suppose que l'air est emprisonné dans l'eau sous forme de bulles.

Enfin, un problème aux limites est résolu à l'aide du code GEFDYN dans lequel le modèle est intégré. Le but principal est de montrer la faisabilité du calcul. Le problème aux limites est choisi de façon à mettre en évidence des caractéristiques essentielles du comportement des sols non saturés.

Mots clés

Mécanique des sols, Modélisation numérique, Sol non saturé, Contrainte effective, Pression capillaire, Élastoplasticité, Écrouissage capillaire, Écoulement, milieu poreux

ABSTRACT

An elastoplastic model for unsaturated soils based on a generalised effective stress concept is presented.

Main features of the behaviour of unsaturated soils are first studied using experimental results available in the literature. This study is conducted in order to point out the differences and the analogies between the behaviour of saturated soils and unsaturated soils.

A generalised effective stress concept is adopted. Its formulation is issued from a microstructural model (Taibi, 1994) which has allowed to better understand the phenomena due to unsaturation and to highlight the mechanisms involved. The capillary pressure which is the contribution of pore water pressure to the effective stress is supposed to have an isotropic overall effect. It is computed as a hyperbolic function of pore water pressure. It also depends on the material density and its grain size distribution.

The idea is to use this generalised effective stress concept in the framework of elastoplasticity. The advantage of this approach is that one can use computing tools available for saturated soils because the aim is to establish a unified approach in which saturated soils represent a particular case of soils in general.

Our basic tool is Hujieux elastoplastic model (1985) largely used and validated for dry and saturated soil. The main features of the behaviour of unsaturated soils suggest the introduction of a capillary hardening which takes into account phenomena not reproducible by the effective stress concept alone. It should be pointed out that only a few parameters are introduced for the unsaturated domain. Hence, most of the model parameters are determined using classical tests performed on saturated or dry material.

To show that the model is able to reproduce the main features of unsaturated soil behaviour, several qualitative simulations are presented. Experimental tests on two natural loams (Jossigny loam and Sterrebeck loam) are also simulated.

In addition to mechanical behaviour aspects, flow in unsaturated porous media is also examined. Two saturation domains, already examined by several researchers, are studied. The first domain corresponds to low degrees of saturation (<85%) where the air phase is supposed to be continuous and at the atmospheric pressure. The second domain concerns high degrees of saturation (>85%) where the air phase is supposed to be present as occluded bubbles.

At last, a boundary value problem is studied with the code GEFDYN in which the model is integrated. The main aim is to show the feasibility of the computation. A simple boundary value problem is chosen and important features of unsaturated soil behaviour are pointed out

Key Words

Soil mechanics, Numerical modelling, Unsaturated soil, Effective stress, Capillary pressure, Elastoplasticity, Capillary hardening, Flow, Porous medium.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les études de mécanique des sols ont longtemps négligé l'effet de la non saturation en considérant le sol comme un milieu biphasique. Ainsi le postulat de Terzaghi (1936) qui constitue le fondement de la mécanique des sols est basé sur l'hypothèse de saturation du milieu.

L'intérêt porté au phénomène de non saturation a été retardé pour plusieurs raisons. D'une part, le manque de résultats expérimentaux lié à des difficultés diverses comme la durée des essais qui peut aller jusqu'à plusieurs mois pour les matériaux peu perméables ou encore les difficultés de mesure de succion et de volume. En effet, jusqu'à présent il n'existe pas de technique qui permette de mesurer tous les niveaux de succion et il a donc fallu développer des méthodes de mesure pour les différentes gammes de succion. Aussi, on peut imaginer aisément les difficultés de mesure de volume par rapport aux matériaux saturés. D'autre part, les ingénieurs ont longtemps considéré les calculs saturés comme étant du côté de la sécurité, une partie de la résistance due à la cohésion capillaire étant négligée. Les études ont, toutefois, montré qu'en supposant le sol comme un milieu saturé, on masquait un certain nombre de phénomènes liés à la non saturation et qui pouvaient être préjudiciables à la sécurité des ouvrages comme la fissuration du matériau due à l'endommagement ou encore le phénomène d'effondrement qui induit des tassements supplémentaires qui n'étaient pas prévisibles par les calculs saturés. Enfin, on peut aussi lier le retard de l'étude du problème de la non saturation à sa complexité due aux difficultés de compréhension et de modélisation des phénomènes d'interaction entre les trois phases solide, liquide et gazeuse en présence.

Au cours des trois dernières décennies, beaucoup de travaux ont été menés dans le domaine des sols non saturés en vue d'étudier la stabilité des pentes, les remblais compactés (barrages, routes, ...) ou encore, plus récemment, le comportement des sites de stockage des déchets radioactifs. Ces travaux ont aussi été motivés par le développement de moyens de calcul très puissants qui permettent de modéliser les

phénomènes physiques d'une manière plus fine. Ces recherches trouvent aussi leurs applications dans des domaines autres que le génie-civil comme l'agronomie ou le génie-pétrolier.

Du point de vue du comportement mécanique, deux types de modèles sont actuellement en cours de développement et de validation:

- des modèles qui considèrent indépendamment les effets des contraintes totales et de la succion basés notamment sur les travaux de Coleman (1962), Blight (1966), Matyas et Radhakrishna (1968). Ces modèles ont été élaborés pour interpréter le comportement volumique (Lloret et Alonso, 1985), de résistance (Fredlund *et al.*, 1978; Toll, 1990) ou le comportement global du matériau (Alonso *et al.*, 1990),
- des modèles qui supposent que, comme pour les sols saturés, le comportement des sols non saturés est régi par une seule variable de contrainte qui est une combinaison, à déterminer, entre les contraintes totales et la succion (Biarez *et al.*, 1993; Modaressi et Abou-Bekr, 1994; Kohgo *et al.*, 1993).

Le travail qu'on présente dans ce manuscrit s'inscrit dans la classe des modèles en contraintes effectives.

Un travail expérimental considérable effectué à l'École Centrale de Paris depuis une dizaine d'années a donné des résultats en faveur d'une généralisation du concept de contraintes effectives aux sols non saturés. C'est ce qui nous a motivé à essayer de concrétiser ces travaux par une modélisation en contrainte effective malgré les réticences de la communauté scientifique vis-à-vis de cette démarche depuis les travaux de Bishop (1959).

Notre démarche consistera, tout d'abord, en un recensement des propriétés caractéristiques du comportement des sols non saturés et qui fera l'objet du premier chapitre. Dans le second chapitre on citera les différentes recherches effectuées dans le domaine pour placer notre travail dans le contexte historique et on mettra l'accent sur les travaux qui nous ont servi de base et qui sont à l'origine de notre approche. On présente dans le troisième chapitre la modélisation qu'on propose pour le comportement mécanique des sols non saturés. On abordera dans le chapitre quatre le problème des écoulements dans les milieux poreux non saturés. Les deux derniers chapitres correspondent au travail de validation, le cinquième chapitre concernant des simulations d'essais expérimentaux

non saturés drainés et non drainés sur deux matériaux naturels différents et le dernier chapitre étant consacré à l'étude d'un problème aux limites.

Enfin, on souligne que ce travail s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre l'École Centrale de Paris et E.D.F. qui en a assuré le soutien financier pour la prise en compte des phénomènes de non saturation dans le code de calcul GEFDYN.

Chapitre 1

PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES DES SOLS NON SATURÉS

- 1.1- LA SUCCION DANS LES SOLS
- 1.2- PROPRIÉTÉS DU COMPORTEMENT SUR CHEMIN DE DRAINAGE-
HUMIDIFICATION
- 1.3- PROPRIÉTÉS DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE
- 1.4- CONCLUSION

PROPRIÉTÉS CARACTÉRISTIQUES DES SOLS NON SATURÉS

Dans ce chapitre on étudiera les propriétés spécifiques au comportement des sols non saturés. Le but étant de recenser les principales d'entre elles pour en rendre compte à l'aide d'un modèle de comportement.

On étudiera d'abord la succion qui est la principale source des distinctions entre les sols saturés et les sols non saturés.

On abordera ensuite les propriétés du comportement des sols non saturés, en considérant à part le comportement sur chemin de drainage et d'humidification qui ne fait intervenir comme sollicitations que des variations de succion.

1.1- LA SUCCION DANS LES SOLS

Les sols non saturés sont caractérisés par la présence d'une troisième phase gazeuse en plus des deux phases solide et liquide qui composent les sols saturés. La présence de cette phase gazeuse se traduit par une pression interstitielle négative si l'on considère la pression de l'air comme origine des pressions.

La pression interstitielle négative confère aux sols non saturés des caractéristiques physiques et mécaniques qui les distinguent des sols saturés et rendent ainsi insuffisantes la théorie de la mécanique des sols classique qui avait comme hypothèse principale la saturation du milieu.

1.1.1- Définition de la succion

La pression interstitielle négative, encore appelée succion dans un sens plus large,

représente une mesure de l'intensité de l'attraction exercée par le sol sur l'eau interstitielle. Plus rigoureusement, différentes définitions ont été données à la succion suivant différents points de vue.

Elle peut être définie comme la dépression qu'il faut, dans un système isotherme, appliquer à l'eau libre pour amener son potentiel à la même valeur que celui de l'eau contenue dans un échantillon de sol libéré de toute contrainte extérieure (Leclercq et Verbrugge, 1984).

Du point de vue de la thermodynamique, la succion est définie comme l'énergie libre de l'eau interstitielle. Cette énergie libre peut être quantifiée en termes de tension de vapeur d'eau. La loi de Kelvin donne une expression de la succion en fonction de la tension de vapeur d'eau (humidité relative). Les potentiels de l'eau peuvent être déterminés en mesurant des humidités relatives en utilisant différentes techniques comme la psychrométrie.

1.1.2- Composantes de la succion

La succion totale est composée d'une succion matricielle et d'une succion osmotique.

La succion matricielle regroupe les effets des phénomènes de capillarité et d'adsorption.

Composante capillaire

Les espaces intergranulaires (les pores) dans les sols agissent comme des tubes capillaires qui produisent une montée de l'eau au dessus du niveau de la nappe phréatique (fig. 1.1).

La surface de contact entre l'eau et l'air à l'intérieur du tube est courbe. Ceci se traduit au niveau des pores par la présence de ménisques capillaires. La dépression due à la capillarité est inversement proportionnelle au rayon de courbure du ménisque R selon la loi de Laplace:

$$u_a - u_w = \frac{2 T}{R}$$

où u_a et u_w sont les pressions interstitielles de l'air et de l'eau respectivement et T la tension superficielle entre l'air et l'eau.

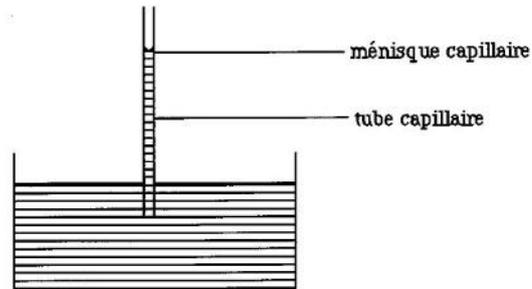


Fig. 1.1- Phénomène de capillarité

Le rayon de courbure du ménisque est relié au rayon du tube capillaire cylindrique par la relation:

$$R = \frac{r}{\cos \theta}$$

où θ est l'angle de contact ménisque-solide.

La loi de Laplace s'écrit alors:

$$u_a - u_w = \frac{2 T \cos \theta}{r}$$

En faisant une analogie entre le rayon du tube capillaire et le rayon des pores, l'expression ci-dessus montre que, plus un sol est fin, plus la composante capillaire de la succion est importante.

On fait remarquer que certains auteurs donnent à la composante capillaire de la succion le nom de pression capillaire. Dans notre terminologie, on réservera ce nom à une autre quantité qu'on définira dans le deuxième chapitre.

Composante d'adsorption

Dans le cas des sols fins, les effets de l'adsorption de l'eau interstitielle sur les

particules argileuses doivent aussi être pris en compte dans la succion matricielle.

Différents phénomènes peuvent être à l'origine de cette interaction eau-solide. On peut en citer la liaison hydrogène entre les molécules d'eau et les minéraux de l'argile selon différentes configurations, l'attraction de l'eau par les cations attirés par les défauts de charge du feuillet, ... (Mitchell, 1976 cité par Delage, 1987).

D'un point de vue macroscopique, ces interactions entre l'eau interstitielle et les particules solides sont illustrées par les limites d'Atterberg (Delage, 1993). Ainsi, les limites de plasticité et de liquidité donnent une idée sur les domaines de teneur en eau pour lesquels l'eau est plus ou moins liée aux particules solides.

Composante osmotique

La succion osmotique résulte de l'effet de l'attraction exercée par l'eau interstitielle ayant une certaine concentration en sels dissous sur une eau moins concentrée: c'est le phénomène d'osmose.

1.1.3- Rôle des différentes composantes de la succion dans le comportement mécanique

Il reste à se demander lesquelles de ces composantes de la succion ont un effet sur le comportement mécanique, en d'autres termes lesquelles de ces composantes faudra-t-il choisir comme variables indépendantes de contrainte ou comme variables à combiner avec la contrainte totale dans une expression de contrainte effective.

Alors qu'il n'y a aucune ambiguïté sur le rôle de la succion matricielle sur le comportement mécanique tant au niveau des variations de volume que de la résistance au cisaillement, les avis restent contradictoires en ce qui concerne le rôle de la succion osmotique.

Concernant la résistance au cisaillement, Alonso *et al.* (1987) rapportent un résultat de Blight (1983) montrant que la succion osmotique n'a pas un effet significatif. Par ailleurs, ils estiment qu'une interprétation possible des résultats expérimentaux présentés par Richards *et al.* (1984) est que la succion osmotique ne gouverne pas le comportement volumique. D'autres auteurs estiment que dans certains cas l'effet de la composante

osmotique de la succion peut devenir significatif (Fredlund et Rahardjo, 1993) et doit être pris en compte dans la combinaison des variables de contrainte.

Des études expérimentales complémentaires sont nécessaires pour arriver à un éventuel accord sur le rôle de la succion osmotique sur le comportement mécanique des sols non saturés.

Cette question concerne aussi bien les sols non saturés que les sols saturés dans lesquels le phénomène d'osmose peut être mis en jeu.

Par ailleurs, des résultats expérimentaux montrent clairement que les variations de teneur en eau provoquent des variations considérables de la succion matricielle, la composante osmotique n'étant pratiquement pas affectée (Krahn et Fredlund, 1972). Comme le montre la figure 1.2 les variations de la succion totale en fonction de la teneur en eau sont pratiquement équivalentes aux variations de la succion matricielle.

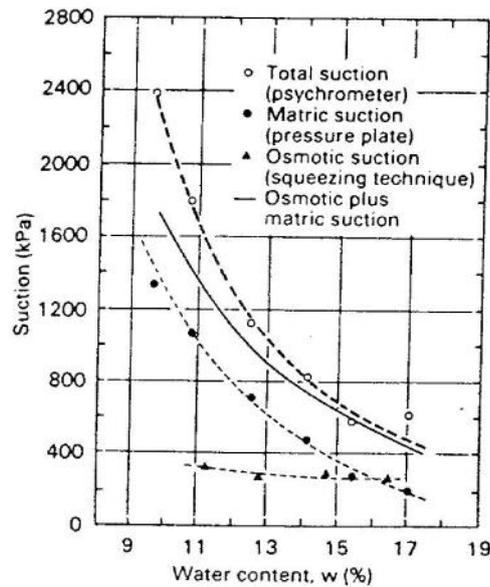


Fig. 1.2- Variations des succions totale, matricielle et osmotique en fonction de la teneur en eau pour une argile compactée (Krahn et Fredlund 1972)

1.2- PROPRIÉTÉS DU COMPORTEMENT SUR CHEMIN DE DRAINAGE-HUMIDIFICATION

Pour des raisons climatiques ou d'exploitation, les sols et les ouvrages en terre se trouvent parfois soumis aux seules variations de succion avec des contraintes mécaniques externes invariables (retrait et gonflement des couches superficielles, ...).

Par ailleurs, pour mieux cerner l'influence de la succion sur le comportement des sols et réfléchir sur sa prise en compte dans les modèles rhéologiques, un intérêt particulier a été porté sur l'étude des chemins de drainage (humidification) au cours desquels les échantillons de sol sont soumis à une augmentation (diminution) de la succion à contraintes totales externes constantes.

La succion étant une grandeur assez difficile à mesurer, elle est généralement contrôlée dans ce type d'essais. Les variations de succion induisent des variations de volume et de teneur en eau qui seront ensuite mesurées. Ces mesures étant destructives, chaque point de la courbe expérimentale correspond à un échantillon de sol.

Une représentation globale a été adoptée pour les cycles de drainage-humidification pour mieux cerner l'évolution des différentes variables à savoir la succion, l'indice des vides, le degré de saturation et la teneur en eau (Biarez *et al.* 1988).

La figure 1.3 présente le résultat d'un cycle de drainage-humidification (Zerhouni, 1991) sur l'argile blanche ($I_p=30\%$). Dans le plan semi-logarithmique pression interstitielle négative-indice des vides on s'aperçoit que l'effet d'une augmentation de succion est comparable à l'effet d'un chargement mécanique avec notamment la génération de déformations volumiques irréversibles. Après un certain seuil de pression négative, les variations de l'indice des vides sont pratiquement négligeables ce qui se traduit dans le plan considéré par un palier horizontal. Ce seuil est appelé pression négative de retrait. La limite de retrait est définie comme la teneur en eau du sol saturé correspondant à l'indice des vides minimal (palier horizontal).

La courbe d'évolution du degré de saturation en fonction du PF montre que l'échantillon reste saturé jusqu'à une valeur limite appelée pression de désaturation qui correspond au point d'entrée d'air ($PF=\log_{10}(-u_w)$, où u_w est la pression interstitielle exprimée en centimètres d'eau). Cette courbe met donc en évidence l'existence d'un domaine saturé à pression interstitielle négative.

La pression de désaturation est corrélée à la limite de liquidité (Zerhouni, 1991) qui dépend de la granulométrie du matériau. Plus un sol est fin, plus le domaine saturé à pression interstitielle négative est important.

Dans le domaine saturé et quasi-saturé, les déformations volumiques sont générées soit par un réarrangement de structure soit par des variations de l'épaisseur des couches d'eau adsorbée pour les matériaux argileux. Au-delà de la limite de retrait la phase liquide perd sa continuité et l'eau se trouvera alors sous forme de ménisques entre les particules

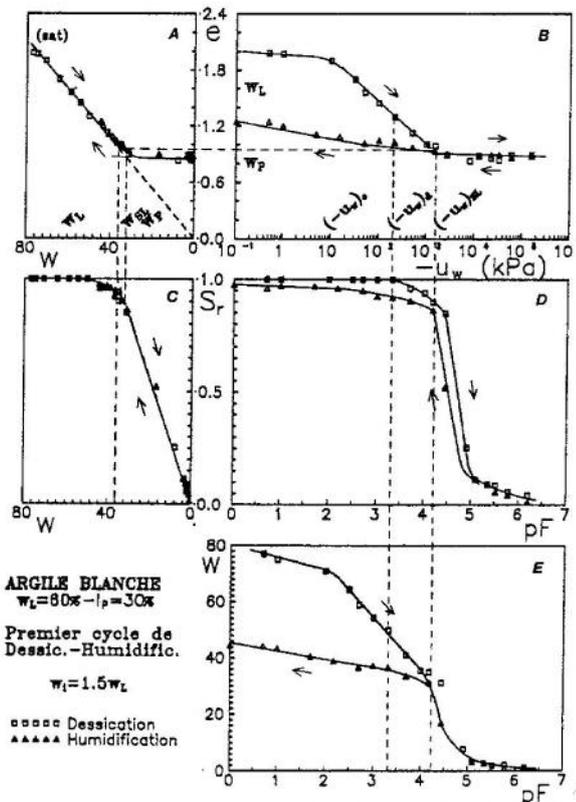


Fig. 1.3- Cycle de drainage-humidification sur l'argile blanche (Zerhouni, 1991)

solides. Toute variation de la succion engendre alors des forces capillaires qui sont perpendiculaires aux plans tangents aux particules au niveau des points de contact ce qui ne permet aucun réarrangement de la structure (fig. 1.4). Un tel réarrangement ne peut

avoir lieu que si l'inclinaison des forces intergranulaires est supérieure à l'angle de frottement interne du matériau (Biarez *et al.* 1962). Des déformations élastiques des particules solides selon la loi de Hertz sont néanmoins possibles.

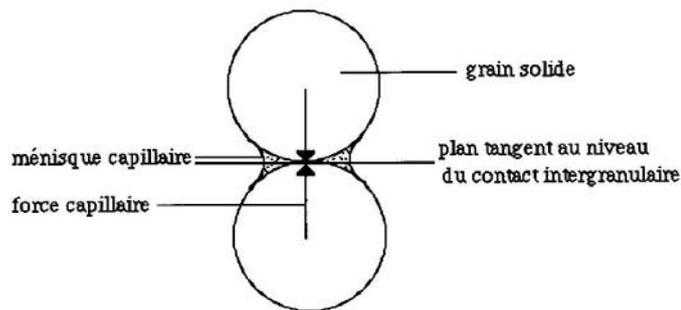


Fig. 1.4- Forces capillaires engendrées par les ménisques

Le chemin d'humidification met en évidence une caractéristique fondamentale du comportement des sols non saturés à savoir l'hystérésis des courbes de variations des différents paramètres en fonction de la pression négative.

Il est à remarquer que les courbes de variations de l'indice des vides et du degré de saturation en fonction de la teneur en eau ne présentent aucune hystérésis. On en déduit immédiatement que le phénomène d'hystérésis des cycles de drainage-humidification est directement lié à la succion.

Cette hystérésis peut être expliquée par le fait que lors d'une augmentation de la succion on commence par vider les pores de plus grandes dimensions alors que lorsqu'on diminue la succion, le remplissage s'effectue d'abord pour les pores de dimensions plus faibles. Il en résulte qu'à une valeur donnée de la succion peuvent correspondre différentes valeurs d'indice des vides, de degré de saturation et de teneur en eau suivant l'histoire du matériau. La pression de désaturation du matériau est ainsi différente de sa pression de resaturation.

Pour l'exemple de l'argile blanche considéré, l'humidification ne resature pas parfaitement le matériau (degré de saturation légèrement inférieur à 100%); ceci peut être expliqué par la présence de bulles d'air dans l'eau interstitielle.

La courbe d'évolution de la teneur en eau en fonction de la succion est appelée courbe de rétention d'eau. Elle est très utilisée pour la formulation des problèmes d'écoulement dans les milieux poreux non saturés.

Des essais du même type ont été réalisés sur une argile gonflante, la montmorillonite (Soemiro, 1994). Ils n'ont pas révélé des différences considérables par rapport aux argiles classiques.

Zerhouni (1991) a étudié l'influence de l'état de consolidation initial du matériau sur la réponse des matériaux sur chemins de drainage-humidification. Il a montré que si la pression de consolidation dépasse un certain seuil, on relève une augmentation de la pression négative de désaturation (fig. 1.5) et une diminution de l'indice des vides minimal (palier horizontal). Ainsi, il apparaît que les pressions négatives de désaturation et de resaturation ne sont pas des propriétés intrinsèques du matériau.

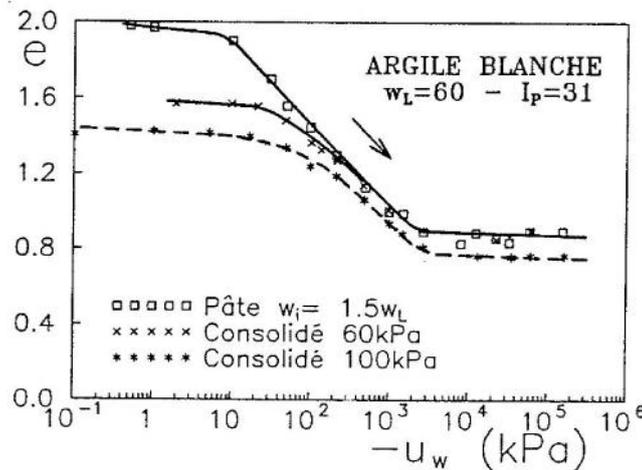


Fig. 1.5- Influence de l'état de préconsolidation sur le chemin de drainage (Zerhouni, 1991)

La figure 1.6 (Zerhouni, 1991) présente, à partir de quelques résultats expérimentaux, une estimation de l'évolution de la pression négative de désaturation en

fonction de la pression de préconsolidation initiale pour l'argile blanche.

Croney et Coleman (1954) ont aussi montré pour un sable silteux compacté qu'une densité initiale plus faible correspondait à une succion d'entrée d'air plus élevée et une hystérésis moins importante.

En ce qui concerne l'effet des cycles, il apparaît d'après certains résultats expérimentaux de la littérature (Alonso *et al.*, 1987; Escario et Sàez, 1986) qu'après le premier cycle de drainage-humidification le comportement est quasi-élastique. La figure 1.7 présente le résultat expérimental de cycles répétés de drainage-humidification sur un kaolin compacté non saturé (Alonso *et al.*, 1987).

Néanmoins, une attention particulière doit être portée sur l'effet de ces cycles sur la résistance au cisaillement ainsi que sur l'endommagement qui pourrait en résulter.

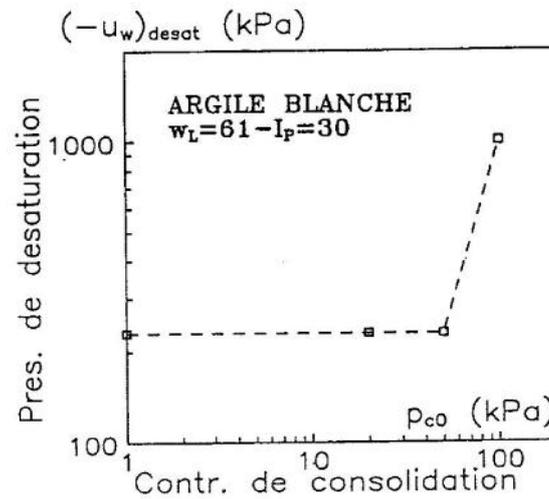


Fig. 1.6- Évolution de la pression de désaturation en fonction de l'état de préconsolidation (Zerhouni, 1991)

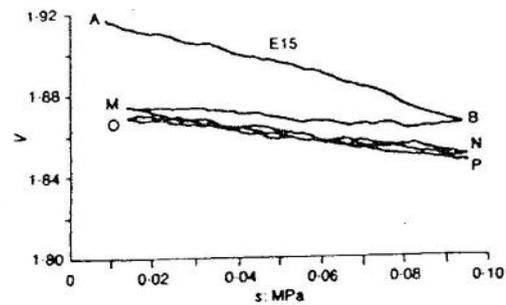


Fig. 1.7- Cycles répétés de drainage-humidification sur un kaolin compacté (Alonso *et al.*, 1987)

Le comportement des matériaux grossiers sur chemins de drainage-humidification est caractérisé par des déformations volumiques très réduites et des hystérésis très faibles (Indarto 1991).

En fait l'étude de la non saturation pour les matériaux pulvérulents n'a pas beaucoup d'intérêt pratique vu que pour ce type de sols, la nappe phréatique est une limite franche entre un domaine saturé et un autre parfaitement sec. Les phénomènes de capillarité n'étant pas mis en jeu en raison de la taille importante des espaces intergranulaires.

1.3- PROPRIÉTÉS DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES SOLS NON SATURÉS

1.3.1- Comportement volumique

On a vu dans la section précédente l'effet de la succion sur le comportement volumique en l'absence de toute contrainte mécanique. On présentera dans cette section les principales caractéristiques du comportement des sols non saturés sous l'effet de différentes combinaisons entre les variations de contraintes mécaniques et les variations de succion.

Des essais oedométriques à succion imposée sur le limon de Sterrebeek ($w_l=27\%$, $I_p=4\%$) (Leclercq et Verbrugge, 1985) ont permis de montrer que la pression de préconsolidation augmente avec la succion (fig. 1.9). En conséquence, les courbes de compressibilité des échantillons non saturés se trouvent au-dessus de la droite de consolidation vierge isotrope de l'échantillon saturé. C'est un état particulier que l'on peut qualifier de "sous-consolidé" au sens de la mécanique des sols saturés classique.

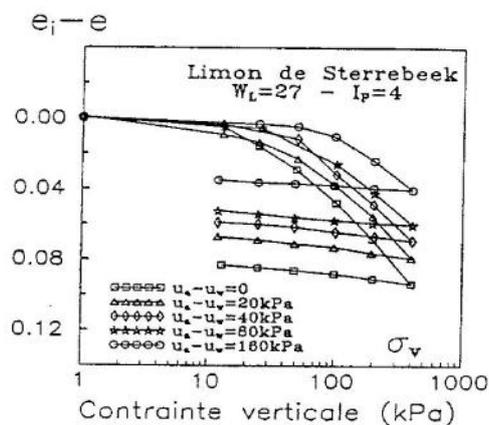


Fig. 1.9- Essais oedométriques à succion imposée sur le limon de Sterrebeek compacté (Leclercq et Verbrugge, 1985)

En outre, au-delà de la limite élastique, on relève différentes valeurs du coefficient de compressibilité qui traduisent une augmentation de la rigidité avec la succion. Plusieurs

autres auteurs confirment cette constatation (Dudley, 1970; Taibi, 1994).

Enfin, si on continue le chargement à des niveaux de contrainte suffisamment grands, on rejoint le chemin NC saturé comme le montrent des résultats analogues à ceux cités ci-dessus, présentés par Taibi (1994) et allant jusqu'à des contraintes verticales de l'ordre de 10 MPa.

Takla (1989) présente des résultats d'essais sur l'argile blanche compactée à différentes teneurs en eau qui montrent que l'on retrouve les mêmes propriétés sur chemin oedométrique non drainé (fig. 1.10)

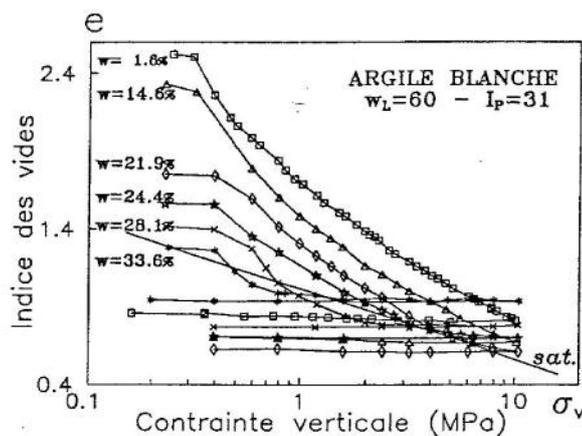


Fig. 1.10- Essais oedométriques non drainés à teneurs en eau constantes sur l'argile blanche (Takla, 1989)

Toutes ces propriétés présentées sur chemin oedométrique sont aussi retrouvées sur chemin isotope.

Phénomène d'effondrement

Pour les sols présentant une structure "ouverte" (espaces intergranulaires importants) une diminution de la succion (humidification) sous certaines conditions de contrainte peut provoquer des déformations volumiques plastiques de compression (effondrement) contrairement à la réponse habituelle d'un sol saturé sur un tel chemin. Cette structure ouverte peut être provoquée par le processus naturel de dépôt ou par le mode de compactage (Alonso *et al.*, 1987).

Au niveau microscopique, ce phénomène peut être expliqué par une destruction des ponts capillaires matérialisés par les ménisques entraînant une réorganisation de la structure dans le sens d'une densification.

Alonso *et al.* (1990), après avoir analysé les résultats expérimentaux de plusieurs auteurs (Blight, 1965; Barden *et al.*, 1969, Dudley, 1970; Jennings et Knight, 1975; ...) affirment que l'amplitude de l'effondrement augmente avec l'intensité de la contrainte de confinement, atteint un maximum puis diminue si on dépasse un certain seuil de contrainte.

Pour un état de confinement donné, le chemin d'humidification, s'il est poursuivi rejoint le chemin NC du matériau saturé (Maswoswe, 1985). Cette propriété est aussi mise en évidence par les essais d'humidification sous contrainte verticale constante réalisés par Jennings et Burland (1962).

D'autres auteurs ont montré que dans certains cas, les déformations volumiques peuvent changer de signe sur chemin d'humidification sous contrainte, il se produit alors un gonflement puis un effondrement de l'échantillon non saturé (Escario et Sàez, 1973; Cox, 1978, Josa *et al.*, 1987).

A titre d'exemple, on présente l'essai de Maswoswe (1985) réalisé sur une argile sableuse ($w_l=25\%$, $I_p=13\%$) initialement compactée (degré de saturation initial de 45%). L'échantillon a été soumis à un chargement oedométrique non drainé puis à une humidification sous contrainte verticale constante (fig. 1.11).

Le résultat dans le plan e - $\log p$ met bien en évidence le phénomène d'effondrement et montre que le chemin d'humidification rejoint la droite NC du matériau saturé. La deuxième courbe tracée dans le plan e - $\log p$ représente un essai sur le même matériau, réalisé dans les mêmes conditions mais au cours duquel on continue le chargement oedométrique non drainé. Cette courbe montre que lors de l'essai d'effondrement, l'échantillon a été humidifié quand la contrainte de confinement avait atteint environ la limite élastique. Il semble que ce soit à cet état de confinement que l'on obtient l'amplitude maximale de l'effondrement. Dans le domaine situé à gauche de cette limite, l'amplitude de l'effondrement augmente avec la contrainte de confinement; en revanche, elle diminue à droite de cette même limite.

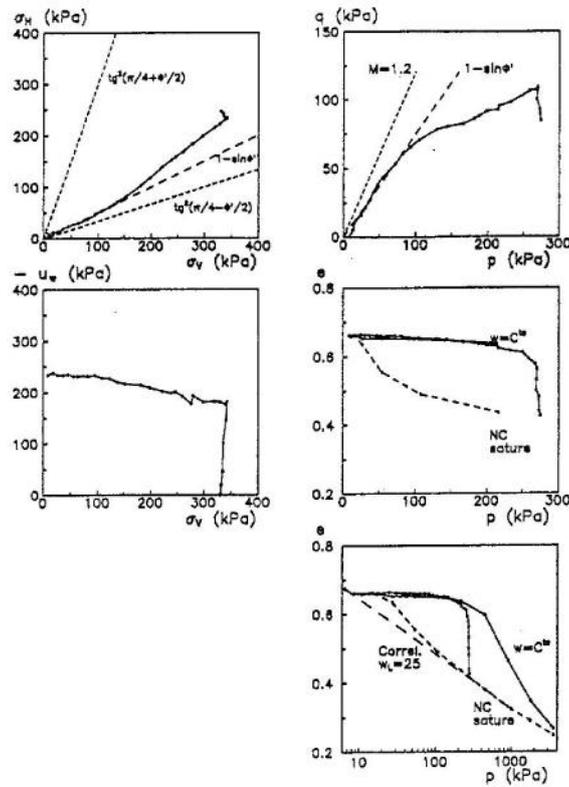


Fig. 1.11- Essai d'humidification d'un silt argileux sous contrainte constante (Maswoswe cité par Burland, 1985)

1.3.2- RÉSISTANCE AU CISAILEMENT

Ho et Fredlund (1982) présentent des résultats d'essais triaxiaux à succion contrôlée sur un sol résiduel (granite décomposé). Dans l'espace $(\tau, \sigma - u_a, u_a - u_w)$ (résistance au cisaillement, contrainte totale, succion) l'enveloppe de résistance au cisaillement se présente sous forme linéaire.

Les critères de rupture obtenus par projection sur le plan $(\tau, \sigma - u_a)$ montrent une augmentation de la résistance au cisaillement avec la succion. Pour les échantillons non saturés, on relève la même valeur de l'angle de frottement que pour le matériau saturé (fig. 1.12.a)

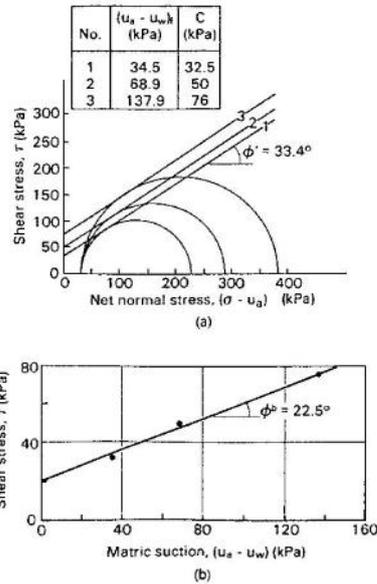


Fig. 1.12- Enveloppe de résistance au cisaillement
pour des essais triaxiaux à succion contrôlée
a- projection sur le plan $(\tau, \sigma - u_a)$
b- projection sur le plan $(\tau, u_a - u_w)$
Ho et Fredlund (1982)

L'influence de la succion est mise en évidence par projection sur le plan $(\tau, u_a - u_w)$ (fig. 1.12.b). On note alors une augmentation linéaire de la résistance au cisaillement avec la succion. On ne peut évidemment pas imaginer que la résistance augmente indéfiniment avec la succion. En effet, Gan (1986) réalise des essais de cisaillement direct à succion contrôlée et obtient une enveloppe de résistance au cisaillement non linéaire comme le montre clairement sa projection sur le plan $(\tau, u_a - u_w)$ (fig. 1.13).

Il est à noter que cette enveloppe est pratiquement linéaire jusqu'à des valeurs de succion de l'ordre de 100 KPa (fig. 1.13) ce qui explique le résultat de l'enveloppe linéaire obtenue par Ho et Fredlund si on remarque qu'ils n'ont exploré qu'un domaine limité en succion allant à des valeurs de l'ordre de 140 KPa (fig. 1.12.b). D'autres résultats présentés dans la littérature et couvrant des domaines assez larges en succion confirment la non linéarité des variations de résistance au cisaillement en fonction de la

succion. On en cite les essais de cisaillement direct réalisés par Escario et Sàez (1986) sur différents matériaux, les essais triaxiaux à teneur en eau constante réalisés par Zerhouni (1991) sur une argile et par Taibi (1994) sur un limon.

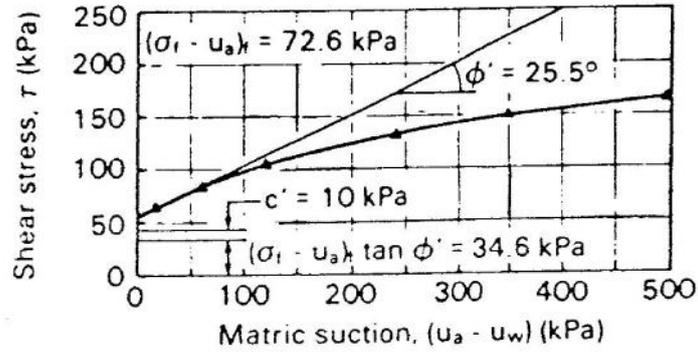


Fig. 1.13- Évolution de la résistance au cisaillement en fonction de la succion pour des essais de cisaillement direct (Gan, 1986)

Alors que les résultats de Ho et Fredlund (1982) présentés plus haut (fig. 1.12.a) ne montrent aucune évolution de ϕ' avec la succion, d'autres auteurs relèvent une augmentation avec la succion (Escario et Sàez, 1986); d'autres en revanche notent une diminution (Delage *et al.*, 1987).

1.4- CONCLUSIONS

Dans la perspective d'une modélisation du comportement des sols partiellement saturés, on s'est proposé de recenser et analyser les caractéristiques macroscopiques et microscopiques de leur comportement en se basant sur les résultats présentés dans la littérature. Les principales caractéristiques macroscopiques mises en évidence dans ce chapitre peuvent être résumées comme suit:

- 1- Existence d'un domaine saturé à pression interstitielle négative mis en évidence par les essais de drainage-humidification. Ce domaine est plus ou moins important selon la nature et l'état du matériau.
- 2- Retrait au cours d'un processus de drainage. Il se produit des déformations irréversibles dans le domaine saturé à pression interstitielle négative et réversibles dans le domaine non saturé. Dans le plan e - $\log(-u_w)$ on tend vers un palier horizontal caractérisé par un indice des vides minimal.
- 3- Gonflement au cours d'un processus d'humidification sous un faible confinement.
- 4- Effondrement suite à une humidification sous des conditions de confinement suffisamment importantes pour lesquelles le point de contrainte se trouve au-delà de la droite de consolidation isotrope.
- 5- Augmentation de la pression de préconsolidation avec la succion.
- 6- Existence d'une cohésion capillaire fonction de la succion mise en évidence par les critères de rupture en contraintes totales.

Chapitre 2

**HISTORIQUE DE LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES
SOLS NON SATURÉS**

- 2.1- MODÉLISATION A L'AIDE DE DEUX VARIABLES DE CONTRAINTE
(VARIABLES INDÉPENDANTES DE CONTRAINTE)
- 2.2- MODÉLISATION A L'AIDE D'UNE SEULE VARIABLE DE
CONTRAINTE (CONTRAINTE EFFECTIVE)

HISTORIQUE DE LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES SOLS NON SATURÉS

Ce chapitre présente les deux approches principales utilisées pour la modélisation du comportement des sols non saturés à savoir:

- d'une part, l'approche qui considère indépendamment le rôle des contraintes et de la pression négative,
- et d'autre part, celle qui admet que comme pour les sols saturés, le comportement des sols non saturés est gouverné par une combinaison des contraintes et de la pression négative.

2.1- MODÉLISATION A L'AIDE DE DEUX VARIABLES DE CONTRAINTE (VARIABLES INDÉPENDANTES DE CONTRAINTE)

Dès le début des années soixante, et suite aux nombreuses difficultés rencontrées par les chercheurs qui ont essayé de décrire le comportement des sols non saturés à l'aide d'une seule variable de contrainte (contrainte effective), l'idée de considérer l'effet des variations de contrainte totale et de celui des variations de succion indépendamment a été émise.

En effet, Coleman (1962) propose de représenter l'état de contrainte en conditions triaxiales en utilisant des variables de contrainte "réduites" $(\sigma_1 - u_a)$, $(\sigma_3 - u_a)$ et $(u_w - u_a)$.

Bishop et Blight (1963) proposent une représentation graphique des variations de volume en fonction des deux variables $(\sigma - u_a)$ et $(u_a - u_w)$.

De nombreux auteurs ont ensuite proposé d'utiliser les variables indépendantes de

contrainte ($\sigma-u_a$) et (u_a-u_w) pour décrire le comportement volumique et de résistance des sols partiellement saturés (Burland, 1964; Aitchison, 1967; Matyas et Radhakrishna, 1968; Barden *et al.*, 1969).

Fredlund et Morgenstern (1977) ont mené une étude théorique analysant les contraintes dans un sol non saturé en le considérant comme un milieu à quatre phases. La surface de contact eau-air étant la quatrième phase. Cette étude a permis de déduire que chaque couple de deux variables choisies parmi les trois variables ($\sigma-u_a$), ($\sigma-u_w$), (u_a-u_w) est convenable pour la description du comportement des sols non saturés.

Les variables indépendantes de contrainte ont été ensuite utilisées dans des relations empiriques pour décrire le comportement volumique et de résistance au cisaillement.

2.1.1- Description du comportement volumique

Coleman (1962) propose des relations constitutives en fonction des variables indépendantes de contrainte pour modéliser le comportement volumique des sols non saturés. La première relation concerne les variations de volume de la structure du sol en conditions triaxiales:

$$\frac{dV}{V} = -C_{21} (du_w - du_a) + C_{22} (d\sigma_m - du_a) + C_{23} (d\sigma_1 - d\sigma_3)$$

avec:

V: volume total de l'échantillon de sol

u_a , u_w : pressions de l'air et de l'eau

σ_1 , σ_3 : contraintes principales majeure et mineure

σ_m : contrainte moyenne totale

C_{21} , C_{22} , C_{23} : paramètres associés aux variations de volume de la structure du sol

La deuxième relation décrit les échanges d'eau:

$$\frac{dV_w}{V} = -C_{11} (du_w - du_a) + C_{12} (d\sigma_m - du_a) + C_{13} (d\sigma_1 - d\sigma_3)$$

V_w : volume d'eau dans l'échantillon de sol

C_{11} , C_{12} , C_{13} : paramètres associés aux variations de volume de l'eau dans l'échantillon

Fredlund et Morgenstern (1977) proposent des relations constitutives similaires en termes de variations d'indice des vides et de teneur en eau.

Bishop et Blight (1963) en représentant graphiquement les résultats d'essais expérimentaux dans l'espace $(e, \sigma - u_a, u_a - u_w)$ (fig. 2.1) avaient en quelque sorte émis l'idée de surface d'état qui n'a été formellement introduite que quelques années plus tard par Matyas et Radhakrishna (1968).

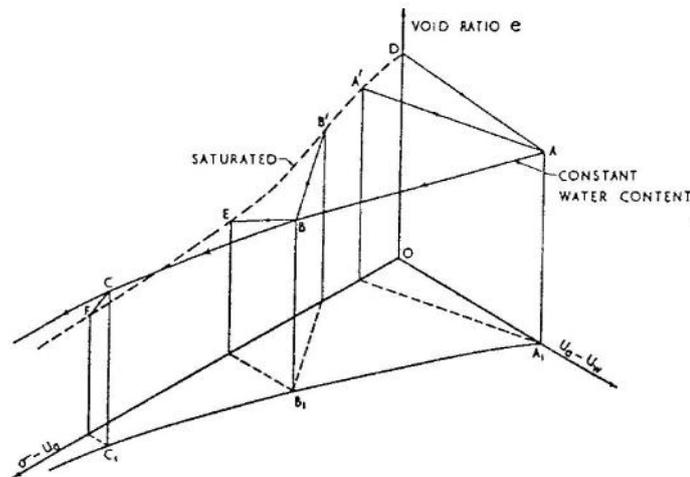


Fig. 2.1- Une représentation graphique des variations de volume sous chargements isotropes (Bishop et Blight, 1963)

En effet, Matyas et Radhakrishna (1968) réalisent des expérimentations avec contrôle de la contrainte totale externe et des pressions d'eau et d'air. Les résultats d'essais sur différents chemins leur permettent de déduire que le comportement volumique est décrit par une surface unique dans l'espace $(e, \sigma - u_a, u_a - u_w)$ pour la structure du sol, et dans l'espace $(S_r, \sigma - u_a, u_a - u_w)$ pour les échanges d'eau (fig. 2.2).

Pour un matériau donné, la surface d'état n'est unique que si les chemins de déformation produisent des variations monotones du degré de saturation. Un cycle de drainage-humidification, par exemple, ne peut pas être décrit par la même surface d'état à cause de l'hystérésis que présente ce cycle.

Cette restriction ne remet, cependant, pas en cause tout l'intérêt des surfaces d'état puisque dans de nombreux cas pratiques les variations du degré de saturation sont monotones comme, par exemple, dans la phase de construction d'un barrage en remblais. Il reste que la détermination de ces surfaces est assez délicate et nécessite un travail expérimental considérable.

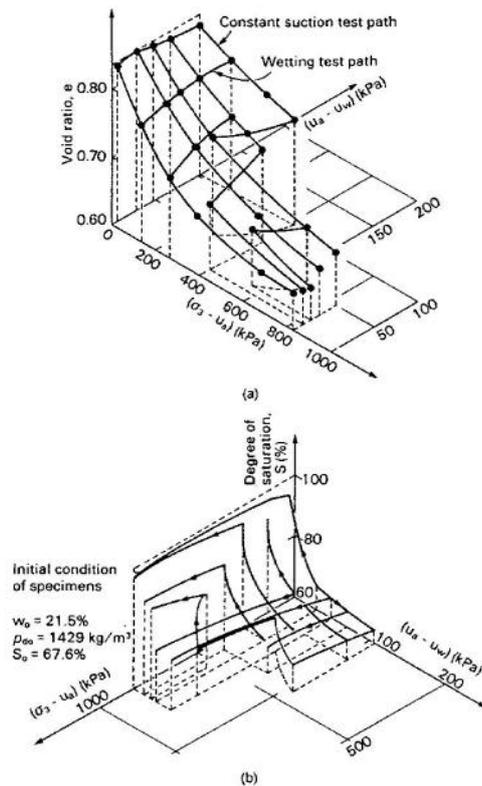


Fig. 2.2- Surfaces d'état pour la description
 (a) des variations de volume et
 (b) des échanges d'eau
 Matyas et Radhakrishna (1968)

Pour utiliser ces surfaces d'état dans la pratique, il faut les représenter d'une

manière analytique. En fait, les relations constitutives proposées par Coleman (1962) et Fredlund et Morgenstern (1977) ne sont autres que des représentations mathématiques de surfaces dans l'espace formé par une variable d'état de déformation et deux variables d'état de contrainte. Lloret et Alonso (1985), en se basant sur des résultats expérimentaux de la littérature, ont présenté plusieurs fonctions mathématiques linéaires et non linéaires qui peuvent décrire des surfaces d'état.

Un exemple d'utilisation pratique de la technique des surfaces d'état est le code de calculs U-Dam (Nanda *et al.*, 1990) qui permet l'estimation de l'évolution des pressions interstitielles dans les barrages en remblais.

2.1.2- Description de la résistance au cisaillement

Dans le cadre de travail des variables indépendantes de contrainte, Fredlund, Morgenstern et Widger (1978) définissent l'enveloppe de résistance au cisaillement comme une surface plane dans l'espace $(\tau, \sigma - u_a, u_a - u_w)$ comme le montre la figure 2.3. La résistance au cisaillement est donc considérée comme la somme d'une cohésion effective c' et des contributions indépendantes de la contrainte totale $(\sigma - u_a)$ et de la succion $(u_a - u_w)$ caractérisées par les angles ϕ' et ϕ^b respectivement. Elle s'écrit donc comme suit:

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \operatorname{tg} \phi' + (u_a - u_w) \operatorname{tg} \phi^b \quad (2.1)$$

ϕ' et ϕ^b sont donc supposés constants.

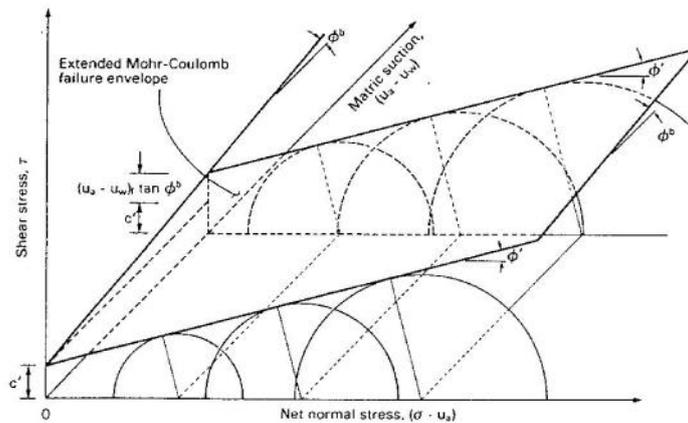


Fig. 2.3- Enveloppe de résistance au cisaillement pour les sols non saturés (Fredlund *et al.*, 1978)

Le choix d'une surface linéaire a été basé sur des résultats expérimentaux correspondants à des gammes de succion relativement faibles (inférieures à 200 KPa) (Bishop *et al.*, 1960; Ho et Fredlund, 1982).

Des résultats expérimentaux plus récents et couvrant des domaines de succion plus larges remettent en cause l'hypothèse d'une enveloppe de résistance plane. Ils mettent en évidence une non linéarité de l'évolution de la résistance en fonction de la succion autrement dit une variation de l'angle ϕ^b avec la succion comme le montrent clairement les résultats d'essais de cisaillement directs réalisés par Gan (1986) et allant jusqu'à des valeurs de succion de l'ordre de 500 KPa (fig. 2.4).

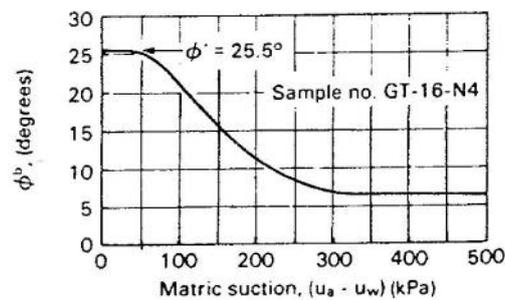


Fig. 2.4- Évolution de l'angle ϕ^b avec la succion pour des essais de cisaillement direct (Gan, 1986)

Fredlund *et al.* reconnaissent que leur hypothèse initiale n'est valable que dans un domaine de succion restreint et proposent, en conséquence, une enveloppe de résistance bilinéaire par rapport à la variable $u_a - u_w$ (fig. 2.5).

Pour les faibles valeurs de succion (domaine saturé), les angles ϕ' et ϕ^b sont égaux autrement dit la contribution de la contrainte totale et la contribution de la succion à la résistance au cisaillement sont équivalentes. Au-delà du point d'entrée d'air, la contribution de la succion à la résistance au cisaillement diminue et une valeur constante inférieure à ϕ' est adoptée pour ϕ^b .

Les résultats d'essais de cisaillement direct réalisés par Escario et Sàez (1986) sur un sable argileux confortent l'hypothèse d'une enveloppe de résistance bilinéaire par

rapport à la variable $u_a - u_w$ (fig. 2.6).

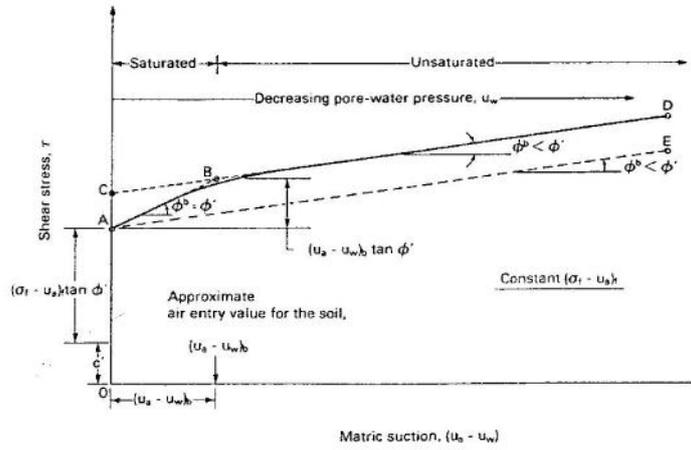


fig. 2.5- Enveloppe de résistance au cisaillement bilinéaire pour les sols non saturés (Fredlund *et al.*, 1978)

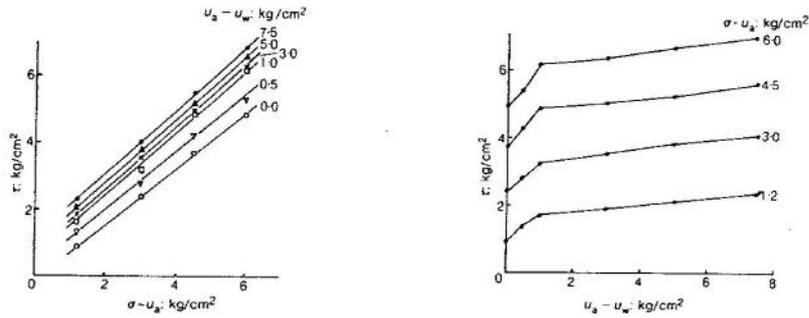


Fig. 2.6- Essais de cisaillement direct sur le sable argileux de Madrid (Escario et Sàez, 1986)

Escario (1988), à partir d'essais de cisaillement direct à très fortes succions (de l'ordre de 15 MPa), propose une enveloppe de résistance elliptique par rapport à la succion.

Des travaux plus récents (Toll, 1990) ont montré la possibilité d'étendre le concept

d'état critique des sols saturés (relation 2.2) aux sols non saturés (relation 2.3):

$$\begin{aligned} q &= M p' \\ v &= \Gamma - \lambda \text{Ln } p' \end{aligned} \quad (2.2)$$

avec:

$$\begin{aligned} q &= \sigma_1 - \sigma_3 \\ p &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \\ p' &= p - u_w \end{aligned}$$

v étant le volume spécifique (1+e); M , λ et Γ des paramètres du sol saturé.

Les expressions suivantes en fonction des variables indépendantes de contrainte ($p - u_a$) et ($u_a - u_w$) sont proposées dans le domaine non saturé:

$$\begin{aligned} q &= M_a (p - u_a) + M_w (u_a - u_w) \\ v &= \Gamma_{aw} - \lambda_a \text{Ln} (p - u_a) - \lambda_w \text{Ln}(u_a - u_w) \end{aligned} \quad (2.3)$$

où les paramètres M_a , M_w , Γ_{aw} , λ_a et λ_w sont des fonctions du degré de saturation (fig. 2.7).

Les courbes d'évolution de M_a et M_w d'une part et de λ_a et λ_w d'autre part se rejoignent à la saturation aux valeurs des paramètres saturés M_s et λ_s . Les expressions 2.2 de l'état critique du matériau saturé représentent donc un cas particulier des relations générales 2.3 correspondant à l'état non saturé.

Cette approche peut être considérée comme une extension de celle proposée par Fredlund, les paramètres M_a et M_w de la relation 2.3 étant équivalents à ϕ' et ϕ^b de la relation 2.1 (Toll, 1990). Néanmoins, alors que Fredlund suppose que ϕ' est constant, Toll considère que M_a augmente avec la succion ce qui est en accord avec les résultats d'essais de cisaillement direct réalisés par Escario et Sàez (1986) sur une argile et qui montrent une augmentation de ϕ' avec la succion.

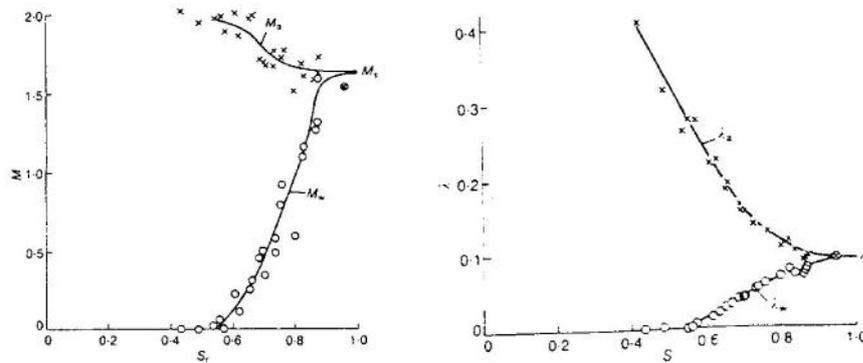


Fig. 2.7- Évolution des paramètres de résistance

(a) M_a et M_w (b) λ_a et λ_w

en fonction du degré de saturation pour un sable argileux

2.1.3- MODÈLE D'ALONSO ET GENS (1990)

On présente dans cette section un modèle qui a été développé récemment à l'université de Barcelone et qui fait actuellement le cadre de travail de plusieurs équipes de recherche.

Alonso et son équipe ont effectué une recherche bibliographique très approfondie afin de recenser les propriétés caractéristiques communes aux sols non saturés et mises en évidence par les travaux de plusieurs auteurs sur différents types de sols.

Le modèle formulé dans le cadre de l'élastoplasticité avec écrouissage et basé sur une approche en variables indépendantes, a été construit de façon à pouvoir reproduire les principaux phénomènes des sols non saturés. Ce modèle, bien que restreint aux sols faiblement expansifs, est l'un des plus complets actuellement en ce sens qu'il est capable de décrire simultanément les variations de volume et de résistance au cisaillement; les modèles développés précédemment n'ayant traité que de l'un ou l'autre de ces deux aspects fondamentaux du comportement des sols partiellement saturés.

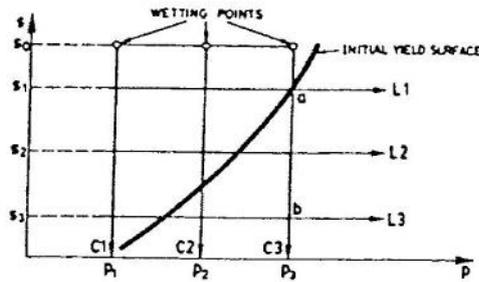
Le modèle est présenté sous sa forme la plus simple afin de permettre des extensions à d'autres phénomènes qui sont encore mal connus et qui nécessitent des

travaux expérimentaux supplémentaires.

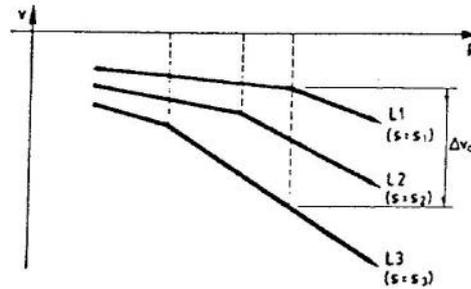
2.1.3.1- Modélisation du comportement volumique

Les deux variables indépendantes choisies dans ce modèle sont $(\sigma-u_a)$ et (u_a-u_w) où σ , u_a et u_w représentent respectivement la contrainte totale, la pression de l'air et la pression de l'eau. La description du comportement volumique se fait dans le plan (p,s) où p représente la contrainte totale moyenne et $s=u_a-u_w$ la succion.

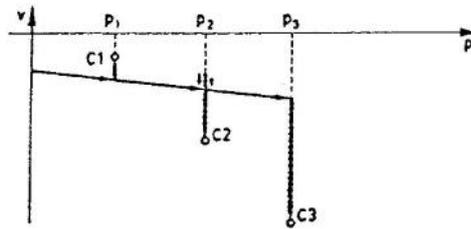
Les essais expérimentaux de compression isotrope à différentes succions imposées ont permis d'établir une première courbe limite notée LC (*Loading Collapse*) qui rend compte de l'évolution de la pression de préconsolidation en fonction de la succion (figs. 2.8.a et 2.8.b). Comme son nom l'indique cette courbe limite permet aussi de reproduire le phénomène d'effondrement (*Collapse*). En effet, lors d'une diminution de la succion si l'on interrompt la courbe LC on calcule des déformations irréversibles de compression (fig. 2.8.c)



a- chemins en contrainte et en succion dans le plan (p,s)



b- compressions isotropes à succions imposées



c- humidification sous contrainte nulle

Fig.2.8- Déformations dues aux charges mécaniques et au phénomène d'effondrement (Alonso *et al.*, 1990).

Alonso *et al.* ont introduit une deuxième courbe limite notée SI (Suction Increase) qui constitue une limite élastique en succion à partir de laquelle un drainage provoquerait des déformations plastiques (figs. 2.9.a et 2.9.b). Dans le plan (p,s) le domaine élastique est délimité par les deux courbes LC et SI.

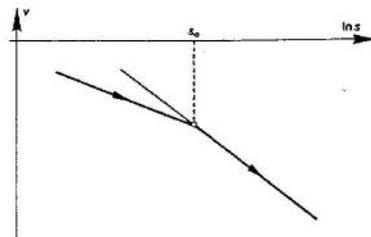


Fig. 2.9.a- définition d'une succion limite S_0

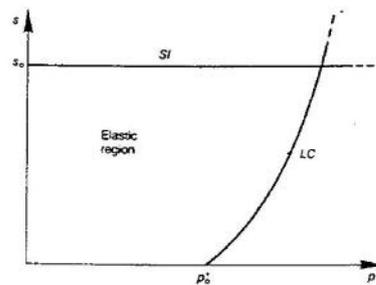


Fig. 2.9.b- Courbes limites SI et LC dans le plan (p,s) (Alonso *et al.* 1990).

Les expérimentations effectuées par Josa *et al.* (1987) ont permis de mettre en évidence un couplage entre les deux surfaces limites SI et LC.

2.1.3.2- Modélisation du comportement déviatoire

Pour décrire le comportement déviatoire une troisième variable de contrainte $q = \sigma_1 - \sigma_3$ est introduite. L'idée a été d'étendre un Cam-Clay modifié au domaine non saturé en introduisant une cohésion proportionnelle à la succion.

La courbe limite est une ellipse qui intercepte l'axe p aux points $p = -k \cdot s$ où k est une constante et $p = p_0$ avec p_0 décrivant la courbe LC (fig. 2.10).

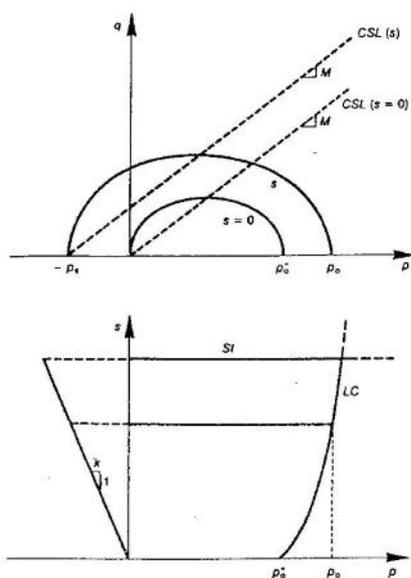


Fig.2.10- Surfaces limites dans les plans (p,q) et (p,s)
(Alonso *et al.*, 1990).

Dans l'espace (p,q,s) la surface SI est un plan parallèle à l'axe q . La figure 2.11 présente une vue tridimensionnelle des surfaces limites dans l'espace des contraintes (p,q,s) .

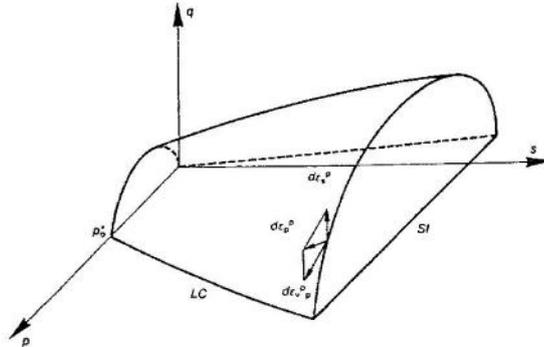


Fig.2.11- Vue tridimensionnelle des surfaces limites dans l'espace (p,q,s)
(Alonso *et al.*, 1990).

2.1.3.3- Commentaires

Ce modèle reproduit qualitativement de nombreux phénomènes qui caractérisent le comportement des sols non saturés. En guise de validation quantitative, trois comparaisons avec des résultats expérimentaux ont été faites, ce qui a permis de confirmer l'intérêt du modèle; néanmoins, nous nous permettons de faire les commentaires suivants:

1- Le modèle ne tient pas compte d'un domaine saturé à succion non nulle. Ce domaine ne peut pas être négligé dès lors que l'on sait que certains types de sols restent saturés jusqu'à des valeurs de succion de l'ordre du MPa (Biarez *et al.* 1988).

2- La pente de la droite (v, Lns) est supposée être indépendante de la succion. Cette supposition ne permet pas de reproduire le palier presque horizontal mis en évidence par tous les essais de drainage.

3- Pour le chemin de compression à succion imposée la pente $\lambda(s)$ de la droite (v, Lnp) au-delà de la limite élastique a été supposée indépendante de la contrainte moyenne p . Cette supposition n'est valable que pour un domaine de valeurs de p de quelques centaines de KPa. Au-delà de ce domaine, les valeurs de λ varient avec la moyenne totale pour devenir ensuite pratiquement égales à la pente saturée comme le montrent les essais expérimentaux de Vicol (1989) et Taibi (1994).

4- La relation de proportionnalité directe entre la cohésion et la succion n'est pas très réaliste car on ne peut admettre que la cohésion augmente indéfiniment avec la succion.

5- La validation quantitative effectuée a été limitée à des domaines de variation de contrainte et de succion assez restreints (entre 0 et 500 KPa environ).

En dépit de ces commentaires, le modèle conserve sa crédibilité qui devra être confirmée par une validation sur des gammes plus étendues de contrainte et de succion.

2.2- MODÉLISATION A L'AIDE D'UNE SEULE VARIABLE DE CONTRAINTE (CONTRAINTE EFFECTIVE)

Le comportement des sols saturés est gouverné par une seule variable de contrainte nommée contrainte effective. Le principe de contrainte effective de Terzaghi (1936) peut être considéré comme la base fondamentale de la mécanique des sols saturés. Il peut s'écrire sous la forme de deux propositions (Jennings et Burland, 1962):

(i) Tous les effets d'une variation de la contrainte externe, comme les variations de volume et de résistance au cisaillement d'un sol sont dus exclusivement aux variations de la contrainte effective.

(ii) La contrainte effective σ' est définie comme la différence entre la contrainte totale appliquée σ et la pression interstitielle u_w :

$$\sigma' = \sigma - u_w \mathbb{I}$$

L'utilisation du principe de Terzaghi s'est révélée satisfaisante pour la résolution de nombreux problèmes de mécanique des sols et a, en outre, été validé expérimentalement par plusieurs auteurs dans le cas des sols saturés à pression interstitielle positive (Rendulic, 1936; Bishop et Eldin, 1950; Skempton, 1961).

La possibilité de résoudre les problèmes liés aux sols saturés simplement à l'aide d'une seule variable de contrainte (contrainte effective) a motivé de nombreux chercheurs à essayer d'étendre le principe de contrainte effective aux sols partiellement saturés.

Beaucoup de difficultés étaient à prévoir dès lors que l'on sait que l'action de l'eau, isotrope dans les sols saturés, est beaucoup plus complexe dans les sols partiellement saturés en raison de la présence d'une troisième phase gazeuse.

On étudie à présent la généralisation de la définition de la contrainte effective en considérant séparément le cas des sols saturés à pression interstitielle négative et le cas des sols partiellement saturés

2.2.1- Cas particulier des sols saturés à pression interstitielle négative

L'équipe de recherche dirigée par Fleureau a étudié en détail ce cas particulier car

pour les sols argileux le domaine saturé à pression négative peut être très important; les expériences ayant montré que certains types de sols restent saturés jusqu'à des pressions interstitielles négatives de l'ordre du MPa (l'argile jaune, par exemple, se désature à -1.5 MPa).

La démarche de cette étude a consisté d'une part, à comparer pour différents types de sols les chemins de drainage et les chemins isotropes ou oedométriques NC classiques et d'autre part, à essayer d'interpréter en contrainte effective le comportement des sols dans le domaine en question sur chemins oedométrique et triaxial.

2.2.1.1- Comparaison des chemins de drainage et des chemins isotropes ou oedométriques Normalement Consolidés (NC) classiques

A titre d'exemple, on présente les résultats des essais réalisés sur l'argile jaune (Taibi, 1992). Les chemins de drainage et les chemins isotropes et oedométriques NC sont représentés sur un même plan avec en ordonnée, l'indice des vides et en abscisse, la pression négative (chemin hydrique) ou la contrainte effective moyenne (chemins mécaniques).

Les représentations des trois chemins sont des droites parallèles très rapprochées les unes des autres (fig. 2.12).

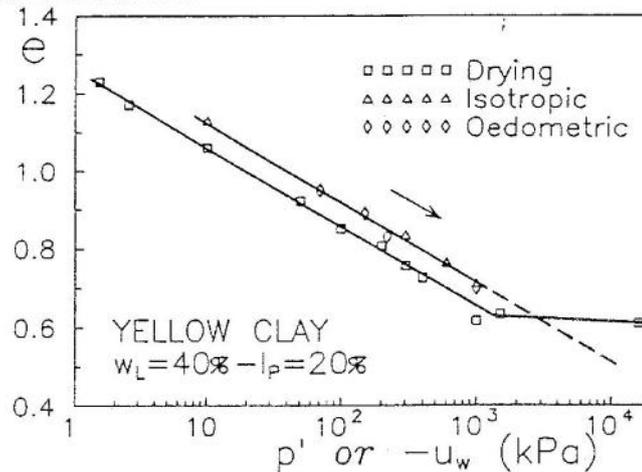


Fig.2.12- Comparaison des chemins de compression oedométrique, isotrope et du chemin de drainage dans le domaine saturé pour l'argile jaune(Taibi, 1992)

Ce résultat montre que dans le domaine saturé, l'effet de la pression négative est équivalent à celui d'une contrainte mécanique. En d'autres termes, en l'absence de contrainte mécanique, la contrainte effective dans le domaine saturé à pression négative s'écrit:

$$\sigma' = u_w \mathbf{I}$$

qui n'est autre que le concept de Terzaghi.

Beaucoup d'autres résultats du même type sur différents matériaux permettent de confirmer cette conclusion (Soemito, 1993; Indarto, 1991).

Aitchison et Donald (1956) ont effectué des comparaisons analogues entre les effets de la succion et des contraintes mécaniques pour des matériaux argileux. On présente sur la figure 2.13 la comparaison entre un chemin de décharge-recharge oedométrique et un chemin d'humidification-drainage sur un kaolin compacté. Il a été montré sur ce matériau ainsi que sur deux autres argiles qu'il y a équivalence entre la pression négative et la contrainte mécanique jusqu'à des niveaux de pression qui correspondent aux points d'entrée d'air.

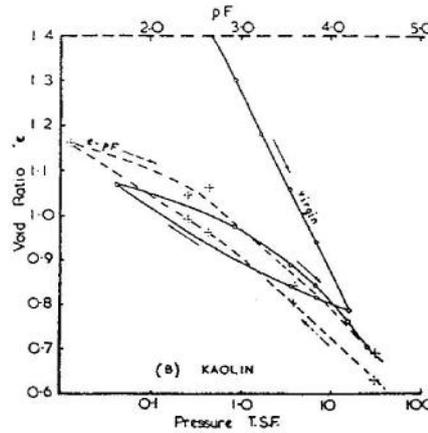


Fig. 2.13- Comparaison entre un chemin de décharge-recharge oedométrique et un chemin d'humidification-drainage sur un kaolin compacté (Aitchison et Donald, 1956)

2.2.1.2- Comportement des sols saturés à pression négative sur chemins oedométrique et triaxial

a- Chemin oedométrique

Dans une cellule oedométrique, des échantillons d'argile jaune ont été drainés jusqu'à différentes valeurs de pression négative toutes insuffisantes pour désaturer le matériau, ensuite consolidés à pressions interstitielles constantes.

Pour toutes les valeurs de pression négative imposée, les courbes $e-\log(\sigma-u_w)$ rejoignent le chemin NC classique (fig. 2.14). La contrainte effective de Terzaghi permet donc de décrire le comportement sur chemin oedométrique drainé de manière satisfaisante.

Zerhouni (1991) a montré que cela est aussi valable sur chemins non drainés en effectuant des essais oedométriques avec mesure de la pression négative sur l'argile de Vieux-Pré.

b- Chemin triaxial

Des échantillons de limon de Jossigny ont été consolidés par drainage pour créer au sein de l'échantillon une pression négative avant de suivre un chemin triaxial NC en maintenant constante la pression négative initiale (fig. 2.15, Indarto, 1991).

On retrouve les caractéristiques du comportement NC des sols saturés à pression positive à savoir:

- Le matériau est contractant,
- Le concept de plasticité parfaite est vérifié aussi bien dans le plan $q-p'$ que dans le plan $e-\log p'$ (p' étant la contrainte effective moyenne au sens de Terzaghi). On note, toutefois, une certaine dispersion dans ce dernier cas, les mesures de volume étant très délicates.

Pour les essais surconsolidés, le matériau est préparé par drainage puis humidification.

Des remarques analogues à celles des essais NC peuvent être faites avec, en particulier, la mise en évidence d'un comportement contractant puis dilatant caractéristique des chemins SC classiques.

L'ensemble des résultats des essais NC et SC à pression négative ainsi que des essais à pression positive sont présentés dans le plan $q-p'$ (fig. 2.15).

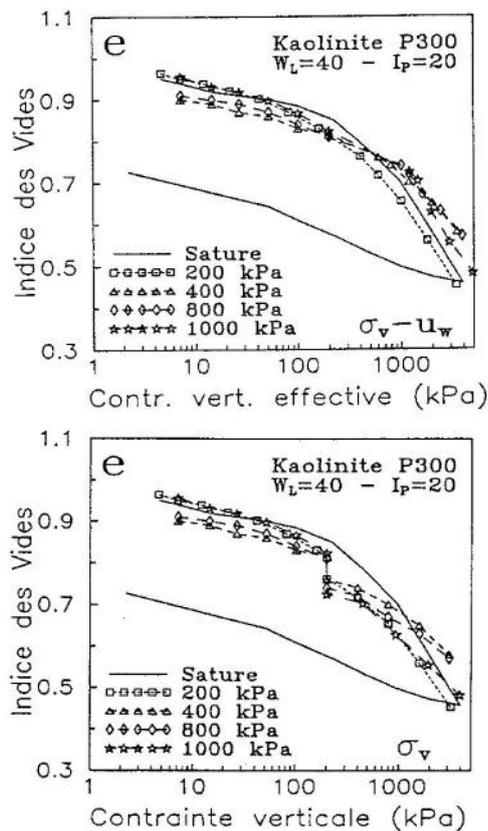


Fig. 2.14-Essais oedométriques à pression négative imposée (Taibi, 1994)

Taibi (1994) a réalisé des essais triaxiaux sur l'argile jaune, analogues à ceux que l'on vient de présenter mais en conditions non drainées. Là aussi, une interprétation des résultats en contrainte effective au sens de Terzaghi s'est avérée satisfaisante.

L'ensemble de ces travaux qu'on n'a présenté ici que d'une manière très partielle et très brève permet de tirer la conclusion suivante:
Le principe de contrainte effective de Terzaghi:

$$\sigma' = \sigma + u_w \bar{I}$$

reste valable dans le domaine de pression interstitielle négative où le sol est saturé.

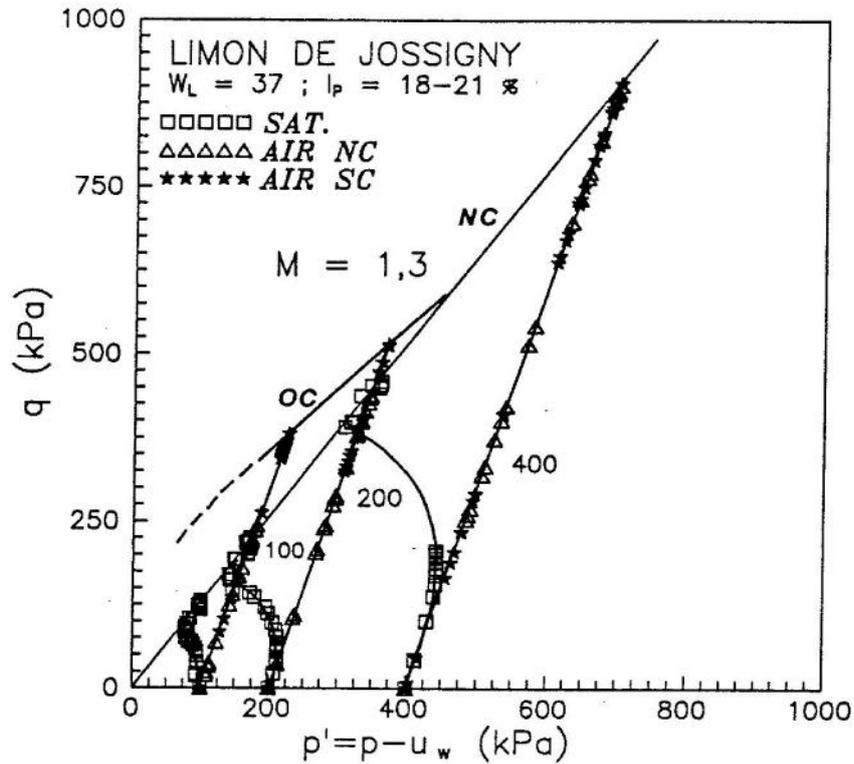


Fig. 2.15- Chemins de contrainte des essais saturés et des essais à pression négative imposée (Indarto, 1991)

Fleureau *et al.* ont montré que le principe de Terzaghi reste valable même pour les sols à degré de saturation élevé (sols quasi-saturés). En effet, des essais triaxiaux non drainés sur un mélange de sable et d'argile compacté et humidifié montrent que jusqu'à des degrés de saturation de 95% environ la contrainte effective de Terzaghi permet d'interpréter les résultats (Kheirbek Saoud, 1994).

Le domaine de validité du principe de contrainte effective de Terzaghi est défini soit par un seuil de pression négative soit par un degré de saturation limite. Il semble, cependant, qu'aucune de ces deux définitions n'est exhaustive et que la validité de ce principe dépend principalement de la répartition des deux phases liquide et gazeuse dans le milieu poreux (Fleureau, 1992). Les résultats disponibles laissent penser que la validité du principe de Terzaghi est conditionnée par la discontinuité de l'air autrement dit par la présence de l'air sous forme de bulles dans l'eau.

2.2.2- Généralisation de la définition de la contrainte effective aux sols partiellement saturés

Bien que les limites du domaine de validité du principe de contrainte effective de Terzaghi ne soient pas précisément établies, on peut affirmer avec certitude que pour les matériaux à faible degré de saturation ou encore à des niveaux de succion bien supérieurs au point d'entrée d'air le principe de Terzaghi tel qu'il est écrit sous sa forme initiale n'est plus acceptable. De nombreux chercheurs se sont donc intéressés à la généralisation de ce principe aux sols triphasiques.

2.2.2.1- Définition de Bishop

Bishop (1959) propose une expression de la contrainte effective qui s'écrit:

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi (u_a - u_w) \quad (2.4)$$

où χ est un paramètre adimensionnel compris entre zéro (état sec) et l'unité (état saturé).

Le paramètre χ dépend principalement du degré de saturation. Il dépend aussi du type de sol ainsi que du chemin de contrainte qui a permis d'atteindre ce degré de saturation (Bishop, 1960).

Plusieurs autres auteurs ont proposé des définitions de la contrainte effective analogues à celle de Bishop (Croney *et al.*, 1958; Aitchison, 1961; Sparks, 1963; Richards, 1966).

La définition proposée par Bishop (1959) considérée comme la plus générale peut être réécrite sous la forme:

$$\sigma' = \sigma - [\chi u_w + (1 - \chi) u_a]$$

où le terme $[\chi u_w + (1 - \chi) u_a]$ apparaît comme une pression équivalente du fluide composé des deux phases eau et air.

Jennings (1960) propose de déterminer χ en comparant le comportement d'un échantillon de sol non saturé soumis à des variations de succion à celui d'un échantillon saturé soumis à un chargement mécanique. D'une manière analogue, Bishop et Donald (1961) ont déterminé des valeurs du paramètre χ correspondant à différents degrés de saturation en comparant, à la rupture, des résultats d'essais non saturés à ceux d'essais saturés.

Des courbes de variation de χ en fonction du degré de saturation S_r pour différents matériaux sont reportées sur la figure 2.16.

A partir d'un modèle idéalisé de sol non saturé Aitchison (1960) dérive une relation entre le paramètre χ , le degré de saturation et la succion. Donald (1960) en déduit une relation $\chi(S_r)$ en se donnant une expression du degré de saturation en fonction de la succion. Cette fonction théorique $\chi(S_r)$ est aussi reportée sur la figure 2.16.

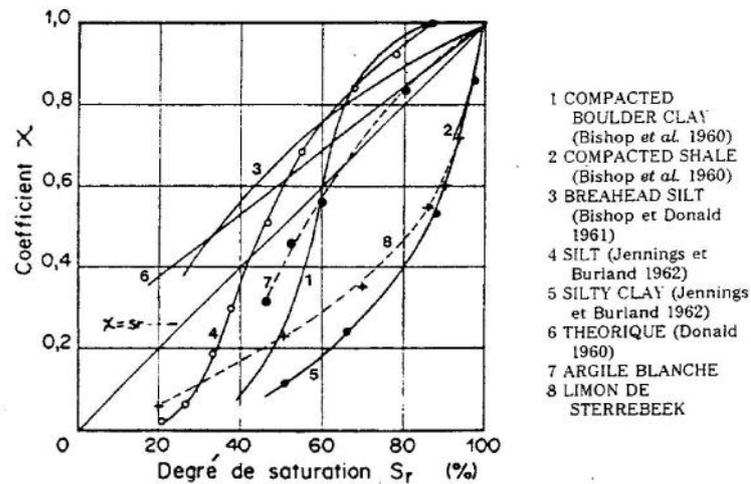


Fig. 2.16- Évolution du coefficient χ de Bishop en fonction du degré de saturation pour différents matériaux (Zerhouni, 1991)

Pour démontrer d'une manière rigoureuse, la validité du "principe" de contrainte effective de Bishop, il faut réaliser des essais au cours desquels on contrôle les variations de $(\sigma - u_a)$ et $[\chi (u_a - u_w)]$ de telle façon que σ' soit constant et vérifier que le comportement du sol n'est pas affecté par ces variations. Ce type d'essais ne peut pas être réalisé car il nécessite la connaissance de la valeur de χ qui ne peut être déterminée que par des méthodes qui supposent à priori la validité de ce principe (Jennings et Burland, 1962).

On peut, néanmoins, comparer d'une manière qualitative la réponse de matériaux non saturés soumis à une sollicitation donnée à ce que laisse prévoir la définition de la contrainte effective. Dans cet ordre d'idée, Jennings et Burland (1962) ont réalisé dans des conditions oedométriques des essais d'humidification sur des échantillons de silt non saturés à différents niveaux de contrainte verticale. Les résultats de ces essais ainsi que la courbe de compressibilité oedométrique sont présentés dans le plan $e - \log \sigma_v$ (fig. 2.17).

Une humidification fait tendre la pression interstitielle négative vers zéro et correspond donc à une diminution de la contrainte effective si l'on se réfère à l'expression (2.4). La définition de la contrainte effective de Bishop, à elle seule, laisse donc prévoir un gonflement dans ces conditions alors que c'est un tassement qu'on relève dans les essais présentés. Des essais analogues réalisés par les mêmes auteurs en conditions isotropes mettent en évidence le même phénomène.

Ce phénomène d'effondrement est souvent cité comme preuve de non commodité du principe de contrainte effective pour la description du comportement volumique des matériaux non saturés. On affirme cependant que cela n'est pas suffisant pour émettre un jugement définitif sur l'utilisation de la contrainte effective pour les matériaux non saturés. La seule conclusion que l'on peut tirer est que le principe de contrainte effective n'est pas capable d'interpréter, **à lui seul**, tous les phénomènes qui caractérisent le comportement des sols partiellement saturés comme le phénomène d'effondrement. On verra, cependant, dans le prochain chapitre, comment on peut retrouver ces phénomènes quand le principe de contrainte effective est utilisé dans un modèle complet dans un cadre de travail convenable comme celui de l'élastoplasticité.

De nombreux auteurs ont aussi émis des critiques liées au paramètre χ . Jennings et Burland (1962) font remarquer que ce paramètre est fortement dépendant du chemin de contrainte suivi. Par exemple, pour un état donné d'un échantillon de sol, la valeur de χ obtenue par des essais volumiques est généralement différente de celle donnée par les

essais de cisaillement.

Sparks (1963) a montré que l'on peut parfois aboutir à des valeurs aberrantes de χ à savoir des valeurs négatives ou encore supérieures à l'unité

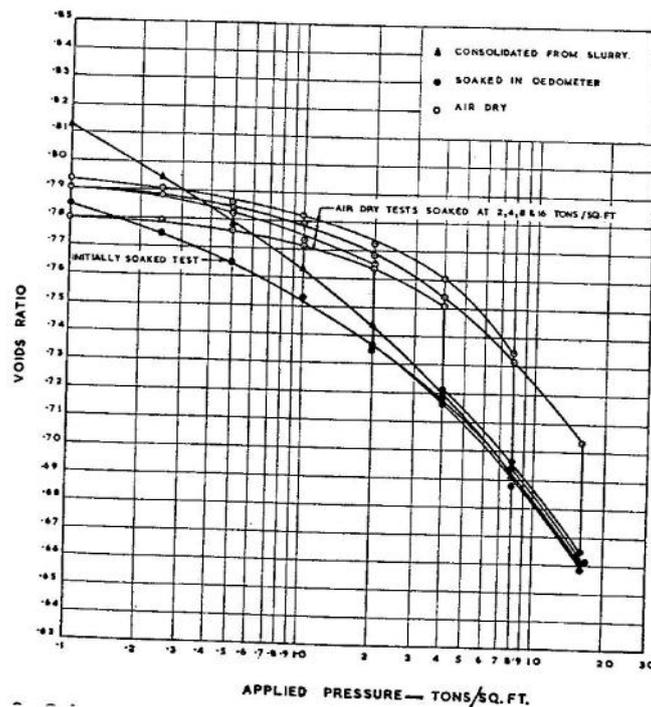


Fig. 2.17- Essais d'humidification d'un silt à différents niveaux de contrainte verticale (Jennings et Burland, 1962)

Toutefois, il a été montré que la contrainte effective de Bishop décrit correctement le comportement des sols non saturés au-delà d'un degré de saturation critique qui dépend de la granulométrie. Jennings et Burland (1962), à la base d'essais d'humidification sous contrainte constante à différents niveaux de degré de saturation initiaux, ont montré que ce degré de saturation critique est d'environ 50% pour un silt et s'élève à 90% pour une

argile silteuse.

Bishop et Blight (1963) tiennent compte de ces critiques et affirment que le comportement des sols non saturés est affecté non seulement par les variations de contrainte effective mais aussi par les variations de $(\sigma - u_a)$ et de $(u_a - u_w)$ et proposent aussi de représenter les résultats d'essais volumiques dans l'espace $(e, \sigma - u_a, u_a - u_w)$. Ils ont ainsi fait allusion à l'utilisation de plus d'une variable de contrainte pour décrire le comportement volumique des sols partiellement saturés.

La définition de la contrainte effective proposée par Bishop a été reprise par de nombreux auteurs dans différentes modélisations. Elle a été utilisée notamment dans le cadre d'approches basées sur les méthodes d'homogénéisation (Ozanam, 1988; Schrefler *et al.*, 1990). L'homogénéisation consiste à considérer le milieu poreux non saturé comme un matériau hétérogène et multiphasique. Le comportement de chaque constituant de ce matériau étant supposé connu, il s'agit de déterminer le comportement moyen du matériau hétérogène autrement dit à en déduire les caractéristiques d'un matériau homogène de comportement équivalent (Ozanam, 1988).

A partir des grandeurs discontinues définies sur chaque phase, On définit des grandeurs continues. Schrefler *et al.* (1990), en appliquant ce procédé aux pressions interstitielles des phases liquide P_w et gazeuse P_a écrivent la pression moyenne du fluide interstitiel:

$$\bar{P} = S_a P_a + S_w P_w$$

où S_a et S_w sont les degrés de saturation en air et en eau respectivement.

Les auteurs font remarquer que, si l'on prend $\chi = S_w$, cette pression moyenne est égale à la contribution de la pression interstitielle dans la contrainte effective définie par Bishop, c'est-à-dire:

$$\bar{P} = P_a - \chi (P_a - P_w)$$

Dans cette modélisation la supposition $\chi = S_w$ a été retenue pour la définition de la contrainte effective en montrant qu'elle n'est pas très loin de la réalité pour deux matériaux argileux, les argiles de Talybont et de Selset (fig. 2.18, Bishop et Blight, 1963).

Cette hypothèse a été également utilisée par Ozanam (1988) pour le calcul de barrages en remblais en supposant en outre que la phase gazeuse et continue et se trouve à la pression atmosphérique.

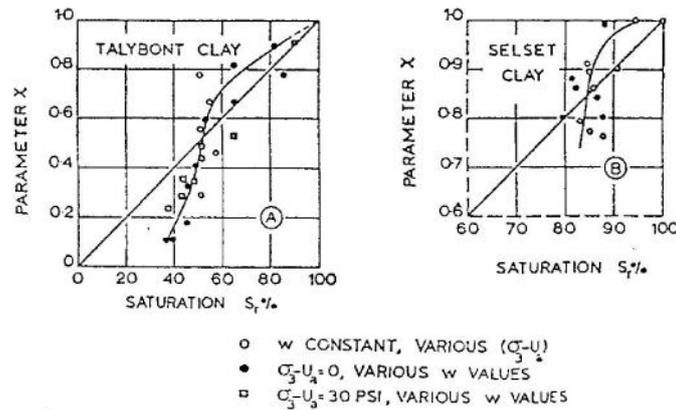


Fig. 2.18- Relation entre χ et S_w pour deux matériaux différents

Coussy et Lassabatère (1993) ont présenté une approche développée dans le cadre de la thermodynamique des milieux continus ouverts. Cette approche est une généralisation de l'analyse faite pour les milieux saturés par un seul fluide au cas des milieux poreux saturés par plusieurs fluides en tenant compte des éventuels changements de phase.

Bien que seul un comportement simplifié du squelette solide ait été considéré (poroélasticité), cette démarche trouve son intérêt dans la présentation rigoureuse des équations de conservation et le caractère général du formalisme.

2.2.2.2- Une définition généralisée de la contrainte effective à partir d'un modèle microstructural (Taibi, 1994)

a- Introduction

Malgré toutes les difficultés rencontrées, l'idée de généraliser le principe de contrainte effective aux sols non saturés n'a pas été complètement abandonnée car elle

pourrait permettre, d'une part, d'éviter la recherche d'une nouvelle approche pour résoudre les problèmes liés à la non saturation et d'autre part d'éviter tous les problèmes de continuité que peut poser l'utilisation de deux approches différentes pour les domaines saturé et non saturé.

La non saturation introduisant des phénomènes complexes, plusieurs auteurs ont essayé d'aborder le problème au niveau microscopique pour mieux cerner les mécanismes mis en jeu avant de passer à une modélisation au niveau macroscopique.

Aitchison et Donald (1956) à l'aide d'une approche microstructurale ont estimé l'évolution de la contrainte effective intergranulaire au cours d'un processus de drainage. Cette contrainte est supposée être la somme de deux composantes, une composante locale due aux ménisques (pores drainés) et une deuxième composante due à l'eau sous tension dans les pores non encore drainés. La courbe de rétention d'eau donne une estimation du pourcentage du volume poral drainé pour un niveau de succion donné et des hypothèses supplémentaires sur l'arrangement et la forme des particules ont été faites. En suivant cette procédure pour les différents niveaux de succion imposés au cours du drainage de quatre sables différents, les auteurs ont déterminé pour chaque sable l'évolution de la contrainte effective intergranulaire en fonction de la teneur en eau. Ces courbes ont été retracées par Alonso *et al.* (1987) dans le plan contrainte intergranulaire-tension de l'eau (fig. 2.19). Pour chaque sable on remarque qu'il y a deux domaines distincts. Un domaine de

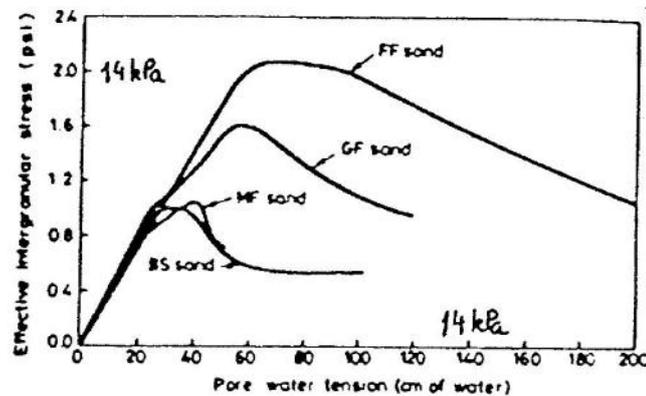


Fig. 2.19- Évolution de la contrainte effective intergranulaire en fonction de la tension de l'eau (Alonso *et al.*, 1987 à partir des résultats publiés par Aitchison et Donald, 1956)

succions faibles où la relation entre la contrainte intergranulaire et la tension de l'eau est linéaire et indépendante du type de sable et un deuxième domaine de succions élevées où cette relation n'est plus linéaire et dépend de la granulométrie du sable. La limite entre ces deux domaines correspond au point d'entrée d'air qui est fonction de la granulométrie du matériau. Ce résultat rappelle la conclusion énoncée dans la section précédente et selon laquelle le principe de Terzaghi reste valable pour les succions inférieures au point d'entrée d'air.

Sparks (1963) à la base d'un modèle composé de sphères uniformes propose une expression de la contrainte effective qui fait intervenir la tension superficielle de l'eau T_c :

$$\sigma' = \sigma - \xi_1 u_a - \xi_2 u_w + \xi_3 T_c$$

où ξ_1 , ξ_2 et ξ_3 sont des paramètres qui dépendent du degré de saturation et de l'arrangement des sphères.

Gili (1988) généralise le modèle numérique de Cundall (1983) pour des milieux composés de particules quelconques et arrangées aléatoirement. Ce sont donc des milieux très proches des matériaux naturels. Il s'est proposé à l'aide de ce modèle d'étudier l'influence des forces capillaires sur les déplacements des particules. Ce modèle est très complexe en raison de sa généralité.

b- Présentation du modèle microstructural dans le milieu discontinu

On présente ci-après un modèle microstructural plus simple (Biarez *et al.*, 1993; Taibi, 1994) qui considère des assemblages réguliers de billes isodiamétrales en vue de mettre en évidence les mécanismes mis en jeu et de fournir une estimation de la contribution de la succion à la contrainte effective.

On considère un milieu granulaire partiellement saturé dans lequel la phase gazeuse est continue et la phase liquide est discontinue. L'eau forme alors des ménisques aux niveaux des contacts entre particules. Expérimentalement on retrouve ces conditions pour des teneurs en eau inférieures à la limite de retrait.

Le modèle est basé sur les hypothèses suivantes:

- La section du ménisque est circulaire

- Les billes sont parfaitement mouillables par le liquide, les ménisques se raccordent donc tangentiellement aux billes
- Les billes se déforiment élastiquement selon la loi de Hertz
- L'air est continu et se trouve à la pression atmosphérique (pression de référence).

En raison de la pression négative de l'eau, les ménisques exercent sur les grains solides des forces d'attraction perpendiculaires aux plans tangents au niveau des points de contact: ce sont les **forces capillaires**. Ces forces ne peuvent donc pas provoquer de réarrangement des particules solides, autrement dit elles n'induisent pas de déformations volumiques du milieu. Elles contribuent néanmoins à sa résistance.

On considère deux billes de rayon R entre lesquelles s'est formé un ménisque (fig. 2.20.a). La force capillaire f_c induite par le ménisque est donnée par le produit de la pression négative et de la section du ménisque dans le plan tangent (fig. 2.20.b):

$$f_c = (u_a - u_w) S = -u_w S$$

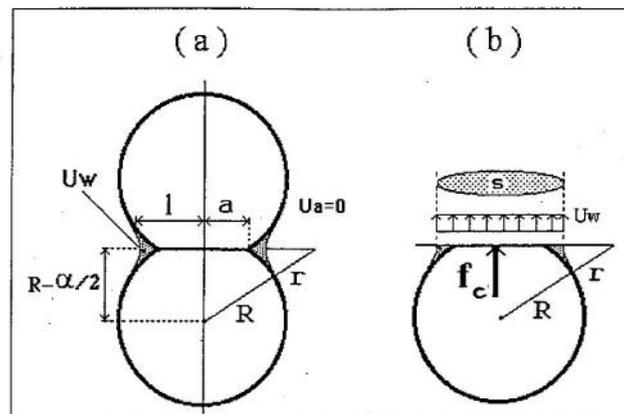


fig. 2.20- Modèle des billes - définition de la force capillaire
(Taibi, 1994)

La loi de Laplace exprime la pression négative en fonction de la tension superficielle et des deux courbures principales r et l du ménisque. La force capillaire s'écrit alors:

$$f_c = T \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) S$$

Lorsque les billes sont soumises à une force normale externe, pour un volume constant de ménisque, la déformation entraînera une augmentation du rayon de courbure du ménisque donc une augmentation de la pression interstitielle. Pour chaque rayon de ménisque, un processus itératif permet de calculer la pression négative de l'eau.

Le modèle permet la construction théorique du chemin d'humidification à partir d'un état où le matériau est pratiquement sec (fig. 2.21). Le calcul est valide tant que les ménisques sont indépendants les uns des autres. Compte tenu des hypothèses faites, les mécanismes sont réversibles et les calculs restent valables pour un chemin de drainage entre les mêmes limites.

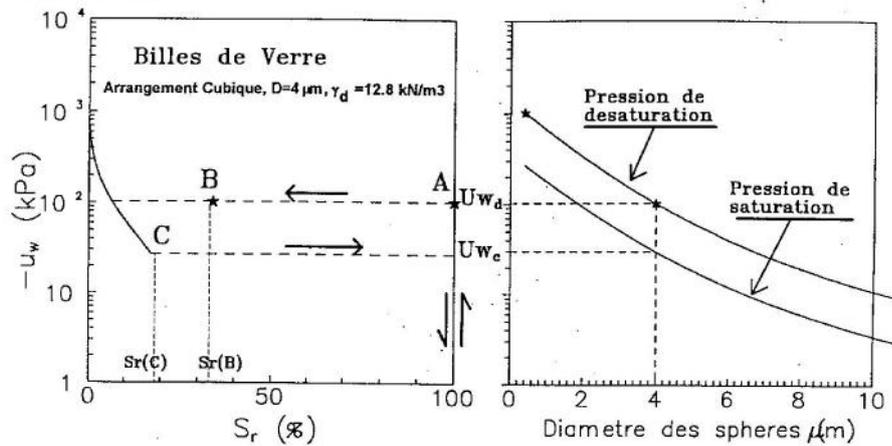


fig. 2.21- Construction théorique des courbes de drainage humidification pour un arrangement cubique de sphères de 4 µm de diamètre (Taibi, 1994)

c- Passage au milieu continu

Le passage du milieu discontinu au milieu continu se fait en considérant des assemblages réguliers de billes. A l'intérieur d'un volume élémentaire représentatif (V.E.R.), la **contrainte capillaire** dans une direction est définie comme le rapport entre la somme vectorielle des forces capillaires s'exerçant dans cette direction et l'aire de la section du V.E.R. normale à cette direction (fig. 2.22).

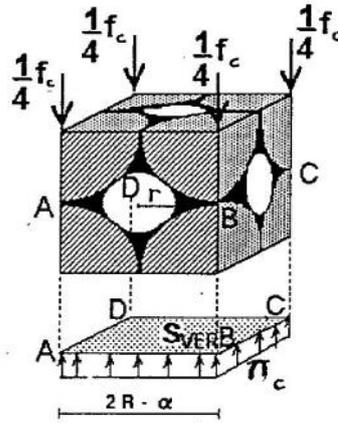


fig. 2.22- Volume élémentaire représentatif (V.E.R.) pour un arrangement cubique

Dans le cas d'assemblages réguliers le tenseur contrainte capillaire est isotrope et on parle de **pression capillaire** qu'on notera π_c . Dans le cas général d'arrangements quelconques de particules, ce tenseur possède en outre une composante déviatoire. On rappelle qu'il ne faut pas confondre cette pression capillaire avec la succion qui est parfois appelée pression capillaire dans la littérature. A l'aide d'une approche itérative, le modèle permet de calculer la valeur de π_c . Dans le cas d'un milieu saturé à pression interstitielle négative π_c n'est autre que $-u_w$. Dans un milieu saturé à pression positive, on ne parle pas de forces capillaires, la valeur de π_c sera donc nulle.

La contrainte effective est définie comme la somme des contributions de la contrainte totale et de la pression capillaire. Elle s'écrit:

$$\sigma' = \sigma - \pi_c \mathbb{I} \quad (2.5)$$

où \mathbb{I} représente le tenseur identité.

c.1- Influence de la densité de l'assemblage

Pour des billes de même diamètre ($D=4\mu\text{m}$) l'évolution de la pression capillaire en fonction de la pression interstitielle a été déterminée pour différents arrangements autrement dit pour différentes densités d'assemblage. Les courbes $\pi_c(-u_w)$ paramétrées en densité sont présentées sur la figure 2.23.

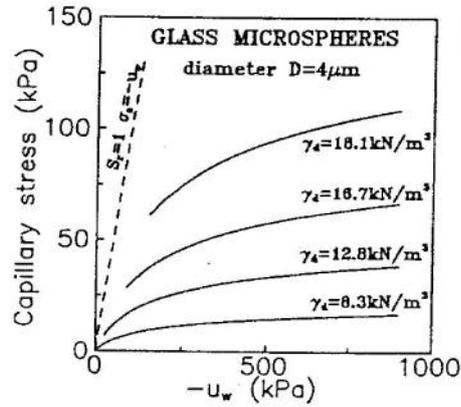


Fig. 2.23- Contrainte capillaire en fonction de la pression négative pour différents arrangements réguliers de billes (Taibi, 1994)

c.2- Influence de la dimension des particules

Les courbes d'évolution de la pression interstitielle négative en fonction du degré de saturation (fig. 2.24) pour un même type d'arrangement (arrangement cubique) et pour

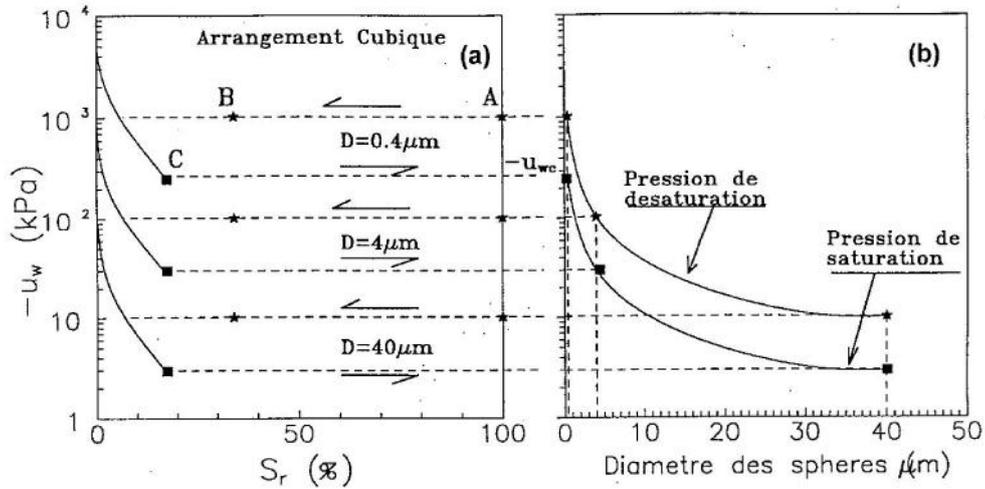


fig. 2.24- Pression interstitielle négative en fonction du degré de saturation pour des billes de 0.4, 4 et 40 µm de diamètre

différents diamètres de particules ($D=0.4, 4$ et $40 \mu\text{m}$) mettent en évidence l'influence des dimensions des particules.

c.3- Cas des billes déformables selon la loi de Hertz

Dans ce cas, la pression négative peut s'exprimer en fonction de la pression capillaire π_c , des paramètres d'arrangement (K) et des dimensions (R) des billes.

La loi de Hertz permet de relier la pression capillaire à la force capillaire par la relation:

$$f_c = K R^2 \pi_c$$

En considérant, en plus la loi de Laplace ainsi que les autres données géométriques, on peut écrire l'expression de la pression capillaire en fonction de la pression interstitielle:

$$\pi_c = \frac{\pi T}{2 K(e) R^2} \left[4 R + \frac{3 (3 T - \sqrt{8 T R (-u_w) + 9 T^2})}{-u_w} \right]$$

où T est la tension superficielle et $K(e)$ est une fonction de l'indice des vides déduite des valeurs calculées pour les 4 arrangements de base par une régression parabolique:

$$K(e) = 0.32 e^2 + 4.06 e + 0.11$$

Pour les valeurs élevées de pression négative, la courbe $\pi_c(-u_w)$ tend vers un palier de pression capillaire maximale donné par:

$$\pi_{c\max} = \frac{2 \pi T}{K(e) R}$$

Remarque

Certains auteurs prennent $(-u_w Sr)$ comme expression analytique pour la fonction $\pi_c(-u_w)$ (Bishop, 1959; Ozanam, 1988). Taibi (1992) a comparé les valeurs de la contrainte capillaire données par cette approximation et par son modèle (fig. 2.25). Il s'avère que les valeurs de contrainte capillaire données par l'expression $(-u_w Sr)$ sont toujours inférieures à celles que l'on déduit du modèle; l'écart étant d'autant plus

différents diamètres de particules ($D=0.4, 4$ et $40 \mu\text{m}$) mettent en évidence l'influence des dimensions des particules.

c.3- Cas des billes déformables selon la loi de Hertz

Dans ce cas, la pression négative peut s'exprimer en fonction de la pression capillaire π_c , des paramètres d'arrangement (K) et des dimensions (R) des billes.

La loi de Hertz permet de relier la pression capillaire à la force capillaire par la relation:

$$f_c = K R^2 \pi_c$$

En considérant, en plus la loi de Laplace ainsi que les autres données géométriques, on peut écrire l'expression de la pression capillaire en fonction de la pression interstitielle:

$$\pi_c = \frac{\pi T}{2 K(e) R^2} \left[4 R + \frac{3 (3 T - \sqrt{8 T R (-u_w) + 9 T^2})}{-u_w} \right]$$

où T est la tension superficielle et $K(e)$ est une fonction de l'indice des vides déduite des valeurs calculées pour les 4 arrangements de base par une régression parabolique:

$$K(e) = 0.32 e^2 + 4.06 e + 0.11$$

Pour les valeurs élevées de pression négative, la courbe $\pi_c(-u_w)$ tend vers un palier de pression capillaire maximale donné par:

$$\pi_{c\max} = \frac{2 \pi T}{K(e) R}$$

Remarque

Certains auteurs prennent $(-u_w Sr)$ comme expression analytique pour la fonction $\pi_c(-u_w)$ (Bishop, 1959; Ozanam, 1988). Taibi (1992) a comparé les valeurs de la contrainte capillaire données par cette approximation et par son modèle (fig. 2.25). Il s'avère que les valeurs de contrainte capillaire données par l'expression $(-u_w Sr)$ sont toujours inférieures à celles que l'on déduit du modèle; l'écart étant d'autant plus

important que la densité du milieu est forte.

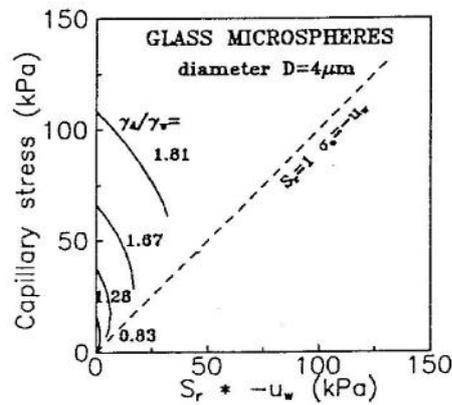


Fig. 2.25- Contrainte capillaire en fonction du produit $(-u_w S_r)$ pour différents arrangements réguliers de billes (Taibi, 1994)

d- Confrontation des prédictions du modèle à des résultats expérimentaux

Le modèle a été justifié en le confrontant à plusieurs résultats expérimentaux. On présente ci-après quelques une des comparaisons qui ont été faites entre les prédictions du modèle et des résultats de mesure.

d.1- Chemin de drainage-humidification

Des essais de drainage-humidification ont été simulés par le modèle sur des matériaux de granulométrie uniforme (billes de verre de même diamètre) ainsi que sur des matériaux à granulométrie plus ou moins étalée (billes de verre de différentes dimensions, limon naturel)

d.1.1- Essais sur des billes de verre (Indarto, 1991)

On reporte ici les essais sur des billes de verre d'un diamètre uniforme de 80 μm et ceux sur des billes de diamètres compris entre 4 et 40 μm . Les figures 2.26.a et 2.26.b présentent les comparaisons entre les prédictions du modèle et les résultats de mesure. Le résultat s'avère satisfaisant pour les billes de granulométrie uniforme. En revanche, pour les billes de 4-40 μm , le calcul pour $D=4\mu\text{m}$ est convenable pour les faibles degrés de

saturation et celui pour $D=40\mu\text{m}$ convient pour les forts degrés de saturation

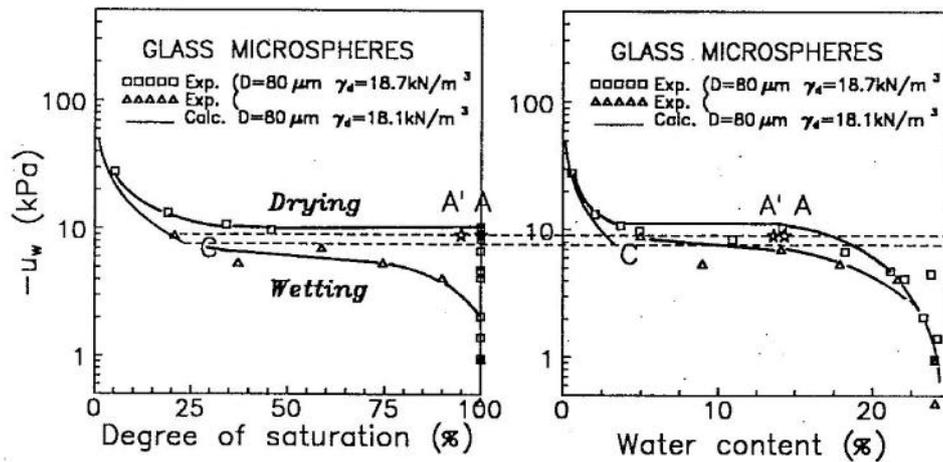


fig. 2.26.a- Comparaison des chemins de drainage-humidification calculés et mesurés sur des billes de verre de $80\mu\text{m}$

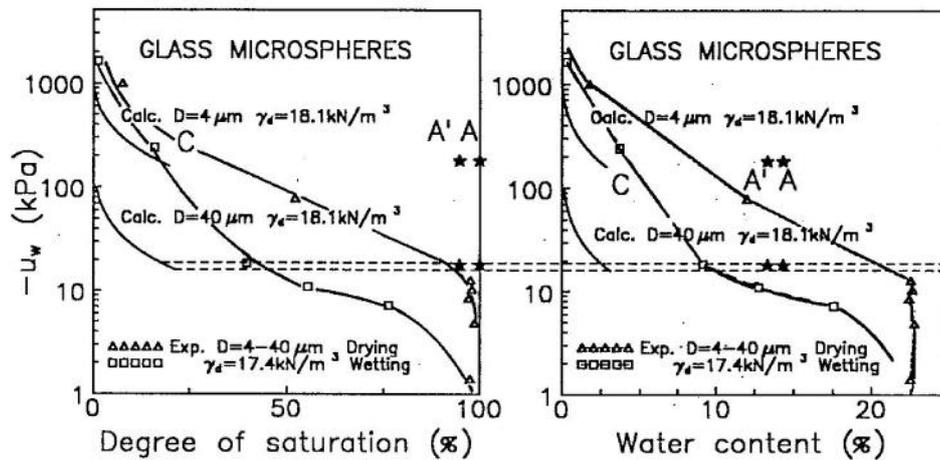


fig. 2.26.b- Comparaison des chemins de drainage-humidification calculés et mesurés sur des billes de verre de 4 à $40\mu\text{m}$ (Taibi, 1994)

d.1.2- Essais sur le limon de Sterrebeek (Zerhouni, 1991)

La comparaison calcul-expérience est reportée sur la figure 2.27. Le diamètre D_{60}

convient pour un calcul aux faibles pressions négatives. Pour les fortes pressions négatives, c'est le calcul avec D_{10} qui reproduit correctement le résultat de mesure.

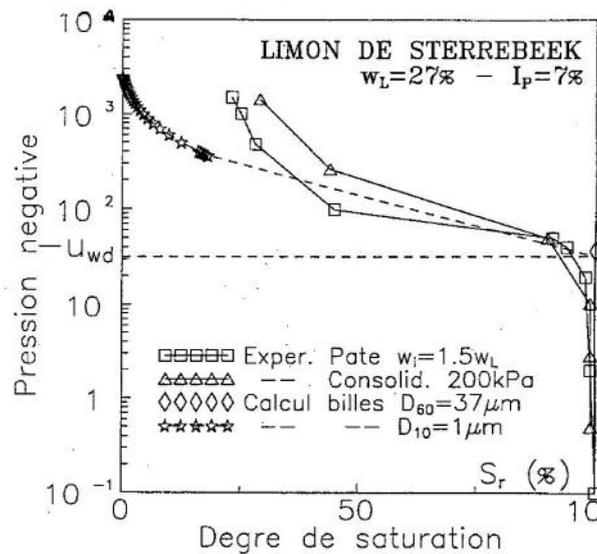


fig. 2.27- Comparaison des chemins de drainage calculés et mesurés sur le limon de Sterrebeek (Taibi, 1994)

Les calculs sur les billes de verre de granulométrie non uniforme ainsi que sur le limon de sterrebeek montrent qu'il n'y a pas un diamètre de calcul unique qui soit satisfaisant pour simuler la totalité de l'essai. Ceci peut être expliqué par le fait que lors d'un processus de drainage par exemple les pores de plus grandes dimensions sont les premiers à être vidés et par conséquent les ménisques situés entre les particules de plus grandes dimensions jouent le rôle majeur pour les degrés de saturation élevés (début du processus de drainage). En revanche, pour les faibles degrés de saturation autrement dit pour les fortes pressions négatives ce sont les ménisques situés entre les particules de plus faibles dimensions qui ont plus d'importance.

d.2- Chemin de cisaillement simple

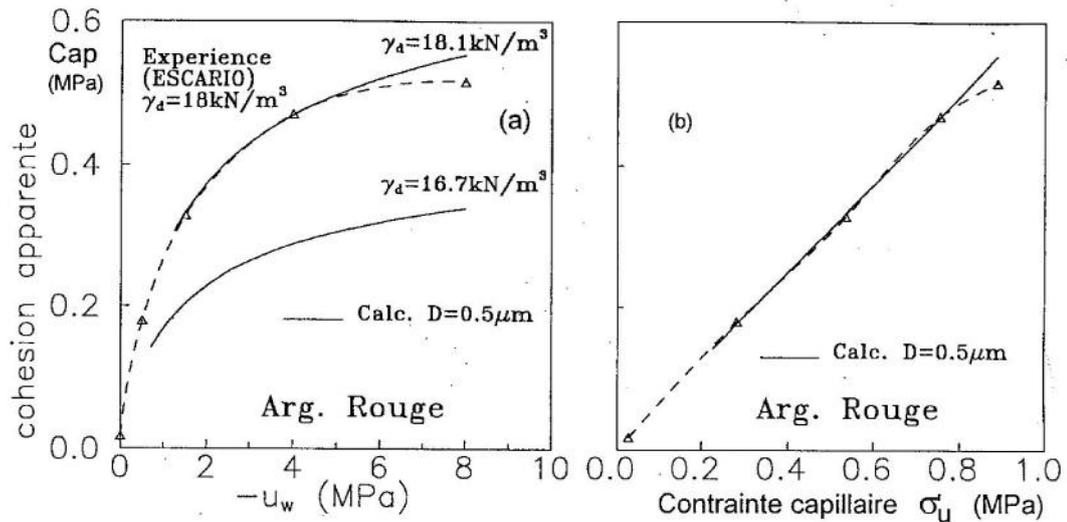
Les essais de cisaillement direct réalisés par Escario (1988) sur une argile et un sable argileux mettent en évidence dans le plan $(\tau, \sigma - u_a)$ une cohésion apparente (cohésion capillaire) fonction de la succion. La distance horizontale entre un critère de rupture apparent correspondant à une succion donnée et le critère de rupture du matériau saturé

n'est autre que la pression capillaire correspondant à cette même valeur de succion si l'on fait les deux hypothèses suivantes:

- Le critère de rupture est unique pour le matériau saturé et non saturé
- L'angle de frottement apparent est indépendant de l'état de saturation du matériau.

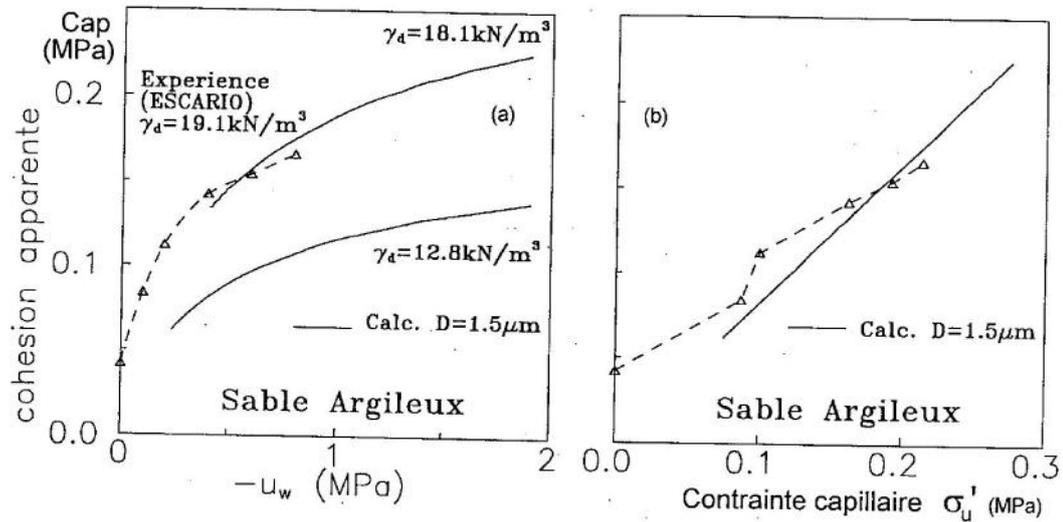
Le modèle a permis le calcul des cohésions capillaires en considérant des assemblages de billes de $0.5 \mu\text{m}$ pour l'argile et de $1.5 \mu\text{m}$ pour le sable argileux selon un réseau dodécahédrique (densité de 1.81) qui permet de reproduire les densités réelles initiales (1.80 pour le sable et 1.91 pour le sable argileux). On note que les diamètres de calcul n'ont pas été déterminés d'une manière rigoureuse vu le manque de données granulométriques précises concernant les matériaux considérés.

Les comparaisons entre les prédictions du modèle et les mesures expérimentales représentées sur les figures 2.28.a et 2.28.b s'avèrent satisfaisantes et montrent notamment que l'allure générale de l'évolution de la pression capillaire avec la pression



2.28.a- Comparaison des cohésions apparentes mesurées et calculées en fonction
(a) de la pression interstitielle négative et (b) de la pression capillaire
pour une argile (Taibi, 1994)

négative donnée par le calcul correspond à celle donnée par les mesures expérimentales pour deux matériaux de granulométries différentes.



2.28.b- Comparaison des cohésions apparentes mesurées et calculées en fonction (a) de la pression interstitielle négative et (b) de la pression capillaire pour un sable argileux (Taibi, 1994)

L'utilisation de ce modèle pour des matériaux argileux soulève un certain nombre de questions.

Le modèle étant construit en considérant des matériaux grossiers (billes de verre), on peut se demander si les calculs restent valables pour des matériaux fins tels que les argiles alors que des mécanismes d'adsorption entrent en jeu en plus des mécanismes capillaires pris en compte par le modèle. Tessier (1984), a montré que pour la plupart des argiles, à l'exception des smectites, le remplissage et la vidange des pores étaient régis par des effets capillaires.

Le problème de la définition du diamètre de calcul est aussi posé quand il s'agit de matériaux argileux car la notion de grain, dans ce cas, n'est pas très claire. On peut, au moins pour les argiles simples, admettre l'image simplifiée du milieu argileux proposée par plusieurs auteurs (Collins et Mc Gown, 1974; Alonso, 1987) à savoir un milieu

composé d'agrégats (équivalents aux grains) entre lesquels se trouvent des vides (équivalents aux pores). Tant que le degré de saturation est supérieur à quelques pourcents, on peut supposer que l'espace intra-agrégats reste saturé et que tous les échanges d'eau se font dans l'espace inter-agrégats et par conséquent le diamètre de calcul à prendre en compte dans le modèle n'est pas nécessairement directement lié à la granulométrie mesurée du matériau (Fleureau, 1992).

La validation a été complétée par de nombreux autres tests qui ne sont pas reportés ici. Il s'agit notamment d'essais en petites déformations (Boelle, 1983), d'essais de compression isrope (Taibi, 1994) et de résistance à la compression simple (Kyvellos, 1955; Leclercq et Verbrugge, 1986; Taibi, 1994).

La définition généralisée de la contrainte effective déduite du modèle a, en outre, permis d'interpréter d'une manière satisfaisante plusieurs résultats d'essais expérimentaux et notamment des essais triaxiaux non saturés sur le limon de Sterrebeek (Taibi, 1994) et sur l'argile Speswhite (Wheeler et Sivakumar, 1992; Ridley, 1993).

e- conclusions

L'approche du modèle des billes (Taibi, 1994), basée sur une définition généralisée de la contrainte effective est en mesure de:

- décrire quantitativement les chemins de drainage-humidification pour des matériaux indéformables (billes, sable) et qualitativement pour des matériaux argileux.
- retrouver sur chemin triaxial le même critère de résistance maximale que pour les sols saturés.
- décrire correctement le comportement contrainte-déformation des milieux non saturés dans le domaine élastique.

Cependant, cette approche ne permet pas, sous sa forme élémentaire, de reproduire tous les aspects du comportement des sols partiellement saturés. Elle ne permet pas de rendre compte notamment des deux phénomènes suivants:

- l'augmentation de la limite élastique des sols non saturés par rapport aux sols saturés

- le phénomène d'effondrement

D'une manière générale, ce modèle permet d'identifier la contribution de la pression interstitielle à la contrainte effective et de mieux comprendre sa sensibilité à certains paramètres comme l'indice des vides ou la dimension des grains solides constituant le matériau.

Même s'ils ne rendent pas compte de tous les aspects du comportement des sols non saturés, des modèles simples comme celui-ci permettent toutefois de comprendre un certain nombre de phénomènes et ouvrent la voie à l'établissement de modèles macroscopiques plus complets. Ainsi, on s'est proposé d'utiliser le principe de contrainte effective généralisé pour modéliser le comportement des sols partiellement saturés dans le cadre de l'élastoplasticité comme il sera présenté dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES SOLS NON SATURÉS DANS LE CADRE DE L'ÉLASTOPLASTICITÉ

INTRODUCTION

3.1- MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUES DE HUJEUX POUR LES SOLS SATURÉS

3.2- HYPOTHÈSES DE LA MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES SOLS NON SATURÉS

3.3- MODÉLISATION DU COMPORTEMENT ISOTROPE DES SOLS NON SATURÉS

3.4- MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DÉVIATOIRE DES SOLS NON SATURÉS

3.5- INFLUENCE DES PARAMÈTRES SUR LA RÉPONSE DU MODÈLE

3.6- CONCLUSIONS

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES SOLS NON SATURÉS DANS LE CADRE DE L'ÉLASTOPLASTICITÉ

Pour arriver à la modélisation du comportement des sols partiellement saturés, notre démarche a consisté, dans un premier temps, à recenser et analyser les caractéristiques macroscopiques et microscopiques de leur comportement en se basant sur les résultats présentés dans la littérature (cf. chapitre 1). Les principales caractéristiques macroscopiques du comportement des sols non saturés qu'on se propose de reproduire par le modèle se résument comme suit:

- 1-** Existence d'un domaine saturé à pression interstitielle négative mis en évidence par les essais de drainage-humidification. Ce domaine est plus ou moins important selon la nature du matériau.
- 2-** Retrait au cours d'un processus de drainage. Il se produit des déformations irréversibles dans le domaine saturé à pression interstitielle négative et réversibles dans le domaine non saturé. Dans le plan e - $\log(-u_w)$ on tend vers un palier horizontal caractérisé par un indice des vides minimal.
- 3-** Gonflement au cours d'un processus d'humidification sous un faible confinement.
- 4-** Effondrement suite à une humidification sous des conditions de confinement suffisamment importantes pour lesquelles le point de contrainte se trouve au-delà de la droite de consolidation isotrope.
- 5-** Augmentation de la pression de préconsolidation avec la succion.
- 6-** Existence d'une cohésion capillaire fonction de la succion mise en évidence par les critères de rupture en contraintes totales.

Dans une seconde étape, on a étudié la généralisation du principe de contrainte effective aux sols partiellement saturés (cf. chapitre 2). On a vu qu'une telle approche donnait lieu à des résultats encourageants. Néanmoins, la contrainte effective, à elle seule, ne pouvait pas rendre compte de tous les aspects du comportement des sols non saturés et notamment des phénomènes 4 et 5 énumérés ci-dessus.

Ces insuffisances ne conduisent pas immédiatement à rejeter le principe de contrainte effective pour la modélisation du comportement des sols non saturés. On estime, au contraire, que l'utilisation de la contrainte effective dans un cadre de travail convenable, comme celui de l'élastoplasticité, permet de combler les insuffisances relevées et d'aboutir à un modèle qui soit en mesure de reproduire les principaux aspects du comportement des sols partiellement saturés.

On considérera donc comme outil de départ un modèle de comportement élastoplastique développé initialement pour les sols saturés en l'occurrence la loi de Hujoux (1985) dont on fera, ci-après, une présentation simplifiée.

3.1- MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUE DE HUJEUX POUR LES SOLS SATURÉS

La loi élastoplastique de Hujeux (Aubry *et al.*, 1982; Lassoudière, 1984; Hujeux, 1985) est un modèle de comportement des sols saturés en chargements monotone et cyclique qui a la particularité d'être validé par une longue utilisation notamment dans le code de calcul aux éléments finis GEFDYN (1992).

On ne donnera pas ici une présentation très détaillée du modèle et on se limitera aux chargements monotones.

3.1.1- Hypothèses de base

- On se place dans l'hypothèse des petites déformations et on suppose que la déformation ainsi que son taux de variation peuvent être divisés en une partie réversible et une partie irréversible:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$$

$$\partial_t \varepsilon = \partial_t \varepsilon^e + \partial_t \varepsilon^p$$

avec:

ε tenseur des déformations

$\partial_t \varepsilon$ tenseur des taux de déformations

- La partie réversible du comportement est supposée être de l'élasticité isotrope non linéaire définie par trois paramètres K , G et n .

$$\partial_t \varepsilon_v^e = \frac{1}{K(p)} \partial_t p'$$

$$\partial_t \varepsilon_d^e = \frac{1}{G(p)} \partial_t q$$

avec:

$\partial_t \varepsilon_v$ taux de déformation volumique

$\partial_t \varepsilon_d$ tenseur des taux de déformations déviatoires défini par:

$$\partial_t \varepsilon_d = \partial_t \varepsilon - \frac{1}{3} \partial_t \varepsilon_v \mathbb{I}$$

p' contrainte moyenne effective définie par:

$$p' = \frac{\text{tr}(\sigma')}{3}$$

σ' étant le tenseur des contraintes effectives.

q déviateur de contrainte défini par:

$$q = \left(\frac{3}{2} \sigma'_{dij} \sigma'_{dji} \right)^{1/2}$$

avec:

$$\sigma'_d = \sigma' - p' \mathbb{I}$$

\mathbb{I} étant le tenseur identité.

Les modules élastiques volumique $K(p')$ et de cisaillement $G(p')$ sont donnés par les relations:

$$K(p') = K_i p_{\text{ref}} \left(\frac{p'}{p_{\text{ref}}} \right)^n$$

$$G(p') = G_i p_{\text{ref}} \left(\frac{p'}{p_{\text{ref}}} \right)^n$$

K_i et G_i étant les modules à une pression de référence p_{ref} et n l'exposant élastique variant entre 0 et 1 suivant la nature des matériaux.

On note qu'il n'y a pas de couplage entre les parties volumique et déviatoire du comportement élastique, bien que cela ne soit pas thermodynamiquement admissible. L'expérience a, cependant, montré que ce couplage est négligeable.

- Les déformations plastiques sont générées par l'activation de un ou plusieurs des quatre mécanismes introduits et qui sont composés de trois mécanismes déviatoires en déformation plane dans trois plans orthogonaux et d'un mécanisme de consolidation purement volumique.

3.1.2- Mécanismes déviatoires

Chaque mécanisme déviatoire prend en compte les aspects suivants du comportement mécanique des sols à savoir:

- critère de Mohr-Coulomb à la plasticité parfaite
- phénomènes de dilatance/contractance
- principe d'état critique

La fonction de charge est fondée sur le critère de Mohr-Coulomb et introduit la notion de degré de mobilisation du mécanisme qui permet une mobilisation progressive du mécanisme.

La fonction de charge déviatoire correspondant au mécanisme k s'écrit:

$$f_k = q_k + p_k' \sin \phi r_k (1 - b \log \frac{p'}{p_c})$$

avec:

$$p_k' = \frac{\sigma'_{ii} + \sigma'_{jj}}{2}$$

$$q_k = \left[\frac{1}{4} (\sigma'_{ii} - \sigma'_{jj})^2 + \sigma'_{ij}{}^2 \right]^{1/2}$$

(i,j,k) étant des permutations circulaires du triplet (1,2,3).

ϕ angle de frottement du matériau

p_c pression critique qui dépend de la déformation volumique plastique selon la fonction:

$$p_c = p_{c0} \exp(-\beta \epsilon_V^p)$$

avec:

p_{c0} pression critique à un état de référence

β coefficient de compressibilité plastique

b paramètre qui a une influence sur la forme de la surface de charge

r_k degré de mobilisation du mécanisme k défini comme le rapport entre la résistance mobilisée et la résistance maximale mobilisable. Son évolution est réglée par les variations de déformation déviatoire plastique ϵ_d^p .

Les deux variables d'écroûissage de ce mécanisme sont donc ϵ_v^p et r_k . L'évolution de la variable d'écroûissage r_k se fait selon une loi hyperbolique:

$$\partial_t r_k = \partial_t \lambda_k \frac{(1 - r_k)^2}{a}$$

où λ_k est le multiplicateur plastique correspondant au mécanisme k et a un paramètre réglant la pente de l'hyperbole.

Pour ces trois mécanismes déviatoires, on fait l'hypothèse d'une loi associée dans le plan déviatoire.

L'évolution de la déformation volumique plastique se fait selon la loi de dilatance de Roscoe:

$$\partial_t \epsilon_{vk}^p = \partial_t \lambda_k \left(\frac{q_k}{p_k} + \sin \psi \right)$$

où ψ représente l'angle de dilatance.

Les figures 3.1.a et 3.1.b présentent respectivement la forme du seuil déviatoire en fonction du paramètre b et l'évolution de la surface de charge en fonction du degré de mobilisation du mécanisme dans le plan p - q .

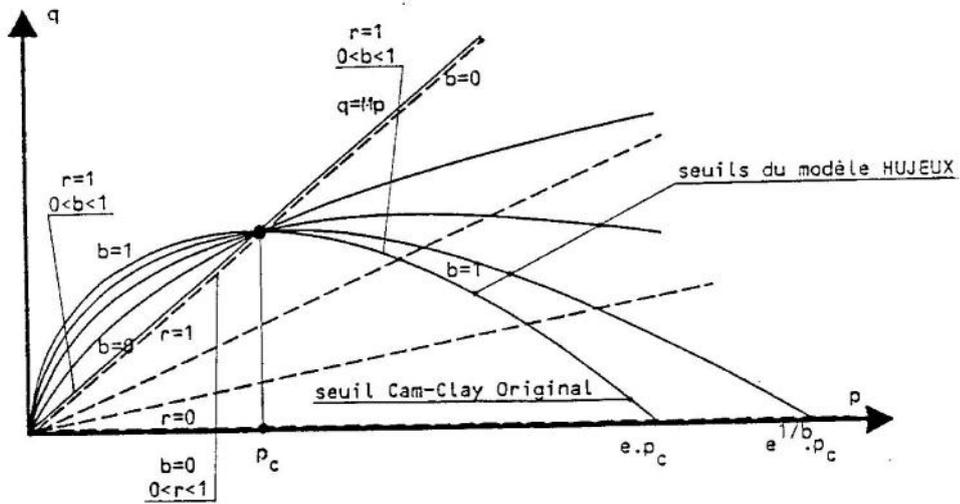


Fig. 3.1.a- Forme du seuil déviatoire en fonction du paramètre b dans le plan p-q (Hajal, 1984)

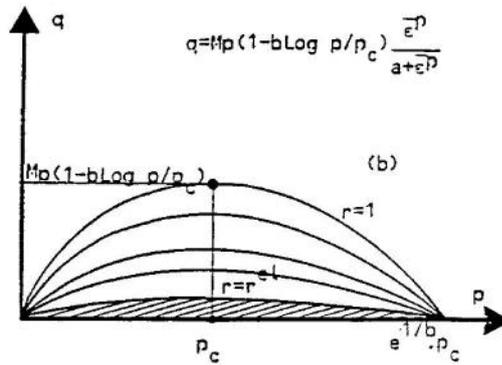


Fig. 3.1.b- Évolution de la surface de charge déviatoire en fonction du degré de mobilisation du mécanisme dans le plan p-q (Hajal, 1984)

3.1.3- Mécanisme isotrope

Les mécanismes déviatoires n'autorisent pas de déformation volumique plastique en conditions isotropes de chargement. Dans un tel cas, seul le mécanisme isotrope sera activé.

La fonction de charge isotrope s'écrit:

$$f_i = -p' + r_i d p_c$$

avec:

d distance entre les droites de consolidation vierge isotrope et d'état critique dans le plan e - $\log p'$, où e est l'indice des vides (fig. 3.2.b).

r_i degré de mobilisation du mécanisme isotrope. Son évolution est réglée par les variations de ϵ_v^p selon une loi hyperbolique:

$$\partial_t r_i = \partial_t \lambda_i \frac{(1 - r_i)^2}{c}$$

où λ_i est le multiplicateur plastique et c le paramètre de l'hyperbole.

On fait l'hypothèse d'une loi associée.

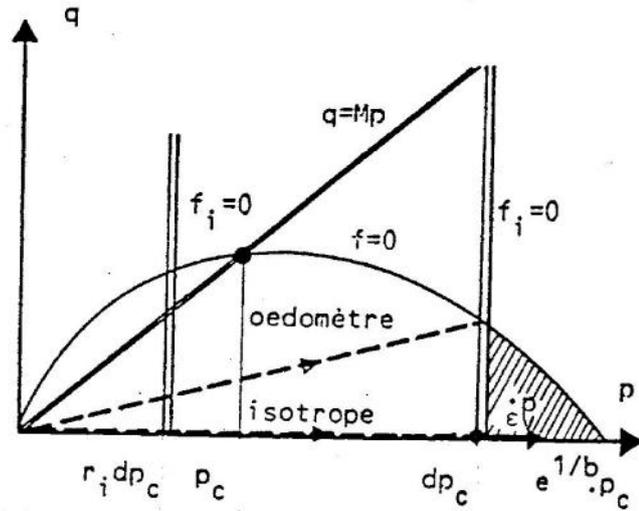


Fig. 3.2.a- Mécanisme isotrope
définition du seuil (Hajal, 1984)

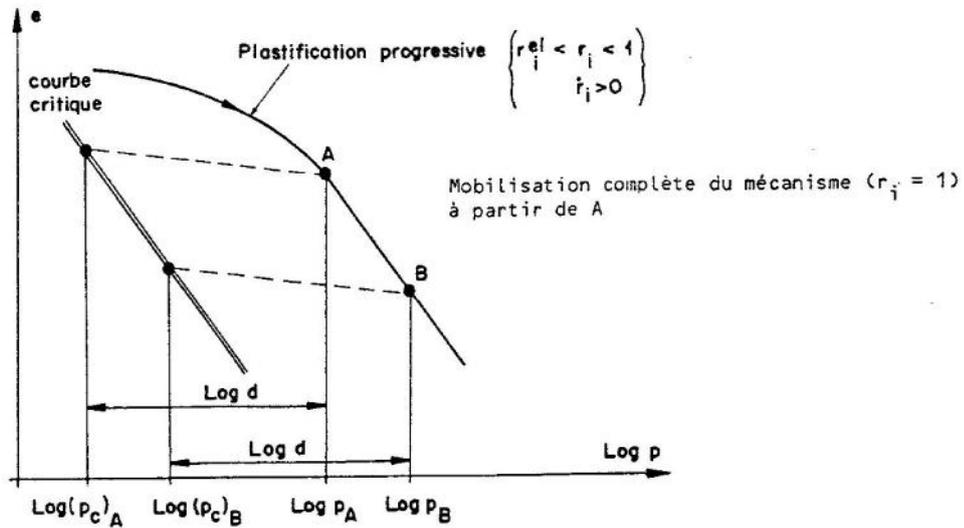


Fig. 3.2.b- Mécanisme isotrope
définition des paramètres d et p_c
(Hajal, 1984)

La variable d'écroutissement e_v^p qui est la somme des déformations volumiques plastiques produites par les quatre mécanismes introduit un couplage entre eux à travers la pression critique p_c .

Sur l'axe de la contrainte moyenne effective, la surface de charge isotrope dans un cas élastique et dans un cas plastique se présente de la manière suivante (figs. 4.3 et 4.4):

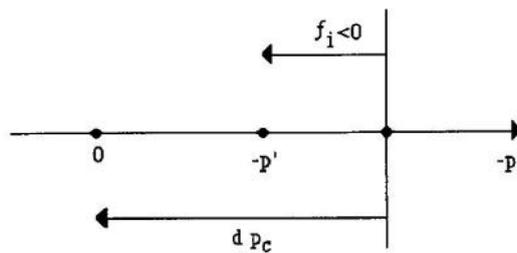
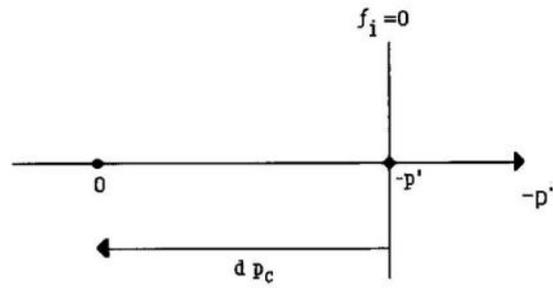


Fig. 3.3- cas élastique ($f_i = -p' + d p_c r_i < 0$)

Fig. 3.4- cas plastique ($f_i = -p' + d p_c r_i = 0$)

3.2- HYPOTHÈSES DÉFINISSANT LA CONTRAINTE EFFECTIVE DANS LES SOLS NON SATURÉS

H1

On a vu dans le premier chapitre que la succion est constituée d'une composante matricielle et une composante osmotique. Le rôle de la composante matricielle sur le comportement mécanique est bien établi alors que celui de la succion osmotique est loin d'être clarifié. La composante matricielle, elle même, regroupe les effets des phénomènes de capillarité et d'adsorption.

Dans notre approche, seule la partie capillaire de la composante matricielle est prise en compte comme on l'a vu dans le chapitre précédent. Cette hypothèse n'est pas grossière, certains auteurs ayant montré que pour la plupart des argiles, à l'exception des smectites, le remplissage et la vidange des pores étaient régis par des effets capillaires (Tessier, 1984).

H2

De même que pour les sols saturés, les déformations plastiques pour les matériaux partiellement saturés seront générées par les variations de la contrainte effective qui, dans ce cas, a pour expression:

$$\sigma' = \sigma - \pi_c \mathbb{I}$$

où π_c représente la pression capillaire.

H3

En adoptant cette expression pour la contrainte effective, on sous-entend l'hypothèse d'isotropie des effets capillaires. Cette hypothèse est parfaitement vérifiée dans le cadre du modèle discontinu présenté dans le chapitre précédent car il considère des milieux formés de particules sphériques arrangées de façon régulière. Dans le cas général des sols, où les particules sont de formes quelconques et sont disposées de façons irrégulières, Fleureau (1992) a montré l'existence d'une partie déviatoire qui peut s'écrire sous la forme $-u_w \cdot \xi_{ij}$ où ξ_{ij} est un tenseur non isotrope dont la norme est petite lorsqu'il s'agit d'un matériau peu déformable.

Dans notre approche, on négligera le tenseur ξ_{ij} , autrement dit on supposera que l'action de l'eau sous tension est isotrope.

H4

Comme on l'a montré au chapitre précédent π_c est une fonction de la pression interstitielle négative ainsi que de la densité et la granulométrie du matériau. Pour une densité et une granulométrie données, les variations de la pression capillaire en fonction de la pression négative doivent avoir les caractéristiques suivantes:

- une allure similaire à celles données par le modèle microstructural et présentées dans le deuxième chapitre (cf. figure 2.23),
- une continuité entre les domaines saturé et non saturé,
- un palier de pression capillaire maximale pour les valeurs élevées de pression négative.

On se donne une expression de la fonction $\pi_c(-u_w)$ qui assure ces conditions:

$$\pi_c = \pi_{cmax} \operatorname{th} \frac{-u_w}{\pi_{cmax}}$$

où π_{cmax} caractérise le palier de pression capillaire maximale. th représente la fonction tangente hyperbolique.

L'influence de la densité et de la granulométrie sur la pression capillaire est prise en compte dans le paramètre π_{cmax} qui s'écrit sous la forme suivante déduite du modèle microstructural (cf. 2.2.2.2):

$$\pi_{cmax} = \frac{2 \pi T}{K(e) r}$$

où:

$K(e)$ est une fonction de l'indice des vides e déduite des valeurs calculées par le modèle pour les 4 arrangements de base par une régression parabolique (cf. 2.2.2.2):

$$K(e) = 0.32 e^2 + 4.06 e + 0.11$$

r est un paramètre granulométrique du matériau. Des calculs avec le modèle microstructural montrent que D_{10} est le plus représentatif du paramètre r (cf. 2.2.2.2).
 T est la tension superficielle à l'interface eau-air.

3.3- MODÉLISATION DU COMPORTEMENT ISOTROPE DES SOLS NON SATURÉS

On présente dans cette section la modélisation du comportement purement volumique. On considère d'abord les chemins hydriques qui correspondent à des variations de succion uniquement, ensuite les chemins de contraintes mécaniques à succion constante. On présentera enfin la réponse du modèle à des combinaisons de variations de la succion et des contraintes mécaniques où l'on soulignera notamment comment on peut reproduire le phénomène d'effondrement caractéristique des matériaux non saturés.

Le modèle ne prend pas en compte l'endommagement qui pourrait résulter d'une forte désaturation du matériau.

Dans chacun des cas, une simulation qualitative pour un jeu de paramètres donné sera présentée.

3.3.1- Chemins hydriques

Sur un chemin de drainage où l'on augmente la pression interstitielle négative (en valeur absolue) à contrainte totale externe constante, dès que l'on dépasse une certaine limite en pression négative, la phase liquide devient discontinue et il se forme entre les grains des ménisques qui engendrent des forces capillaires normales aux plans tangents aux points de contact entre grains. Sur un tel chemin, seules des déformations élastiques sont possibles. Le comportement devient donc élastique dès que le matériau se désature et les forces capillaires entrent en jeu.

Du point de vue de l'élastoplasticité, ce phénomène se traduit par une augmentation du domaine élastique qui est modélisée en augmentant la pression critique p_c qui représente, à un coefficient de proportionnalité près, la pression de préconsolidation du matériau. La pression critique dans le domaine non saturé s'écrira alors:

$$p_c^{ns} = p_c - R$$

où $p_c = p_{c0} \exp(-\beta \epsilon_v^D)$ représente la pression critique du matériau saturé.

Le seuil isotrope s'écrira alors:

$$f_i = -p' + d [p_{co} \exp(-\beta \varepsilon_v^p) - R] r_i \quad (3.1)$$

avec:

p' : la contrainte moyenne effective qui s'écrit:

$$p' = p - \pi_c$$

où p est la contrainte moyenne totale.

R est une quantité qui conditionne l'étendue du domaine élastique (fig. 3.5).

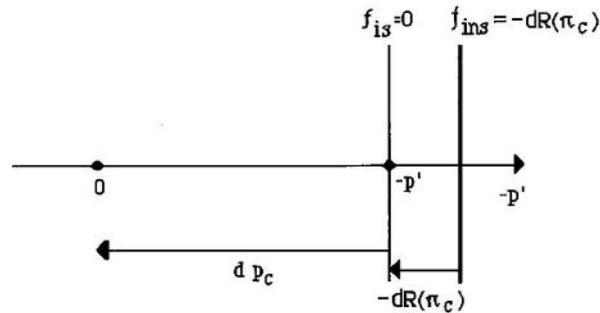


Fig. 3.5- Position de la surface de charge isotrope juste après la désaturation

Pour définir la limite en pression négative à partir de laquelle le comportement devient élastique, on a introduit un paramètre appelé pression négative de retrait. On représente aussi par ce paramètre la pression de désaturation du matériau autrement dit la limite à partir de laquelle on calcule un degré de saturation inférieur à l'unité. Ce paramètre noté u_d est déterminé par l'utilisateur à partir d'un essai de drainage. Il existe aussi des corrélations entre ce paramètre et la limite de liquidité lorsqu'il s'agit d'un matériau argileux.

Donc, dès que la pression interstitielle négative atteint cette limite:

- on considère que le matériau est non saturé,

- on utilise la définition généralisée de la contrainte effective,
- on utilise l'expression (3.1) pour la fonction de charge isotrope.

Sur un chemin d'humidification, où l'on diminue la pression négative (en valeur absolue) à contrainte totale externe constante, on procède de la même façon que sur un chemin de drainage mais en introduisant un autre paramètre, appelé pression de resaturation, qui marque le passage du domaine non saturé au domaine saturé à pression négative. La valeur de ce paramètre, noté u_r , est toujours inférieure, en valeur absolue, à celle du paramètre u_d ; autrement dit, l'étendue du domaine non saturé, donc du domaine élastique, est plus importante sur un chemin d'humidification que sur un chemin de drainage.

Simulation d'un essai de drainage-humidification

Dans ce type d'essais, on ne fait varier que la pression interstitielle. La contrainte mécanique externe est maintenue constante tout au long de l'essai. La figure 3.6 montre le chemin suivi dans le plan u_w - p où p représente la contrainte moyenne totale qui est constante au cours de l'essai.

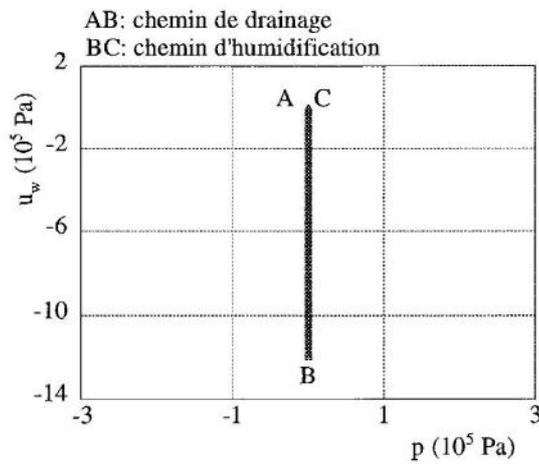


Fig. 3.6- Chemin de contrainte correspondant à un essai de drainage-humidification

La figure 3.7 présente le résultat de la simulation dans le plan e - $\log(-u_w)$ ou ce

qu'on peut appeler une courbe de compressibilité hydraulique. On retrouve bien l'aspect global des courbes expérimentales où l'on distingue deux domaines différents:

- un domaine saturé où les variations de pression interstitielle engendrent des déformations volumiques irréversibles, la portion de la courbe correspondant à ce domaine est tout-à-fait analogue à une courbe de compressibilité mécanique,
- et un domaine non saturé où les variations de pression interstitielle induisent des variations des forces capillaires qui ne produisent que des déformations élastiques.

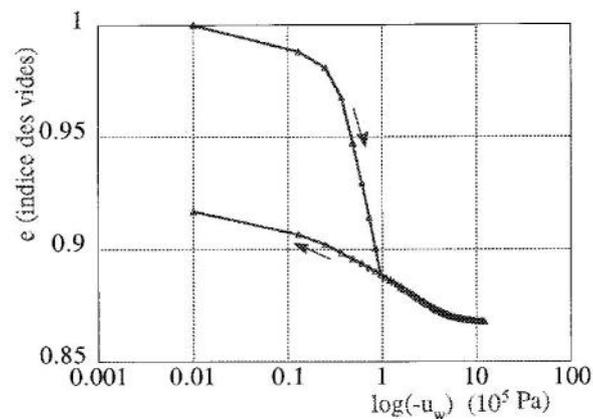


Fig. 3.7- Évolution des déformations volumiques en fonction de la pression interstitielle

L'hystérésis du chemin d'humidification par rapport au chemin de drainage est aussi bien reproduit.

On remarque que pour les pressions négatives très élevées on atteint un palier parfaitement horizontal qui correspond au palier de contrainte capillaire maximale dans le plan $\pi_c(-u_w)$ (fig. 3.8). En effet, lorsqu'on atteint la valeur maximale de la contrainte capillaire dans le domaine non saturé, les variations de pression interstitielle n'entraînent plus de variation de π_c d'où une contrainte effective constante.

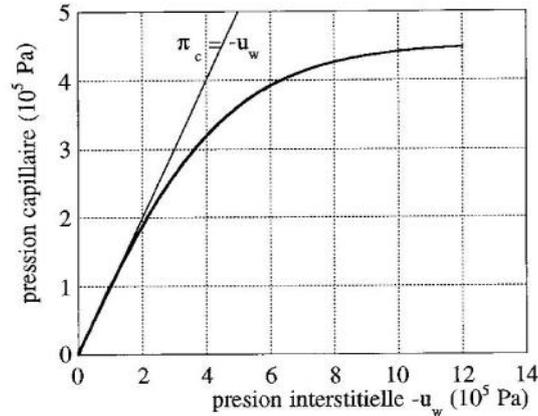


Fig. 3.8- Variations de la pression capillaire au cours de l'essai de drainage-humidification

3.3.2- État de sous-consolidation

Une autre caractéristique importante du comportement d'un sol non saturé est son aptitude à se trouver dans un état "sous-consolidé" c'est-à-dire un état moins dense que celui du sol saturé normalement consolidé à la même contrainte. Physiquement, il ne s'agit que d'une surconsolidation. En effet, le domaine surconsolidé où le comportement est élastique est d'une étendue telle qu'il permet au point de contrainte de se trouver au-delà de la droite de consolidation vierge isotrope.

Cette propriété est mise en évidence en drainant un échantillon de sol jusqu'à une pression négative u_E suffisante pour le désaturer (fig.3 10) autrement dit supérieure à la pression de désaturation u_d ; puis en le sollicitant par une contrainte mécanique isotrope à pression interstitielle constante ($u_w = u_E$). Si cette sollicitation est suffisante, le point de contrainte va se trouver au-dessus de la droite NC du matériau saturé qu'il rejoindra asymptotiquement si le chargement est continué.

Cela veut dire que l'état de non saturation de l'échantillon a augmenté l'étendue de son domaine surconsolidé ou encore qu'il a repoussé sa limite élastique.

D'un point de vue microscopique, ceci s'explique par le fait que les forces capillaires (f_c) normales aux plans tangents au niveau des contacts intergranulaires diminuent l'obliquité des forces mécaniques (f) induites par les sollicitations externes. Ainsi, pour les faibles valeurs de la sollicitation externe, l'obliquité des forces intergranulaires reste inférieure à l'angle de frottement interne du matériau. Lorsque la sollicitation mécanique est suffisamment importante, les glissements irréversibles entre les particules deviennent possibles (fig. 3.9).

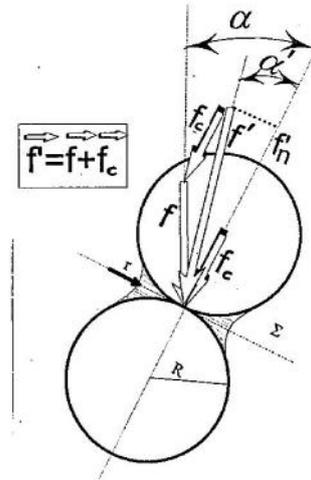


fig. 3.9- Mécanisme de glissement entre particules

Les expériences montrent que la limite élastique est d'autant plus éloignée que la pression négative u_g est forte donc l'étendue du domaine élastique est directement liée à la pression capillaire. On considérera donc la quantité R , introduite pour caractériser l'étendue du domaine élastique du matériau non saturé, comme une fonction de la pression capillaire:

$$R = R(\pi_c)$$

La pression critique et la fonction seuil s'écriront alors:

$$p_c^{ns} = p_c - R(\pi_c)$$

$$f_i = -p' + d p_c^{ns} r_i$$

On considère dans un premier temps que R est une fonction linéaire de π_c :

$$R(\pi_c) = k' \pi_c$$

où k' est un paramètre intrinsèque du matériau.

Des améliorations devront être apportées à cette fonction au vu de résultats expérimentaux supplémentaires.

On fera remarquer que la fonction linéaire $R(\pi_c)$ n'augmente pas indéfiniment avec la pression interstitielle négative car π_c atteint un palier de valeur maximale pour les fortes pressions négatives.

On considère l'essai que l'on vient de décrire et on se propose de suivre l'évolution de la surface de charge isotrope au cours de certaines étapes de l'essai. On supposera, pour simplifier le raisonnement, que le rayon r_1 est égal à l'unité tout au long de l'essai.

Le chemin de contrainte suivi est décrit sur le schéma ci-dessous dans le plan u_w - p :

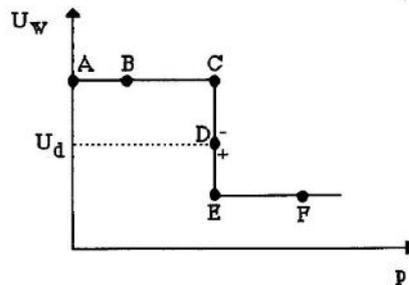


Fig. 3.10- Chemin de contrainte

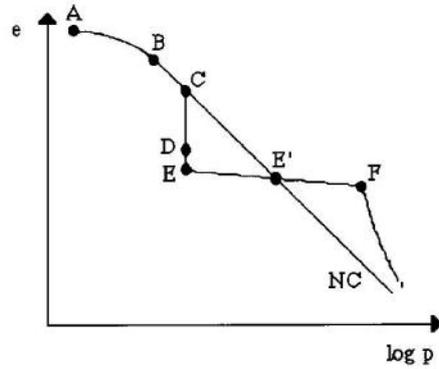


Fig. 3.11- Allure générale du résultat expérimental

Dans le plan e - $\log p$, l'allure du résultat expérimental est présentée sur la figure 3.11. Dans la partie [A,D] de l'essai, l'échantillon est saturé et la fonction de charge s'écrit sous sa forme classique. Le point D correspond à la pression $u_D = u_d$ de désaturation de l'échantillon.

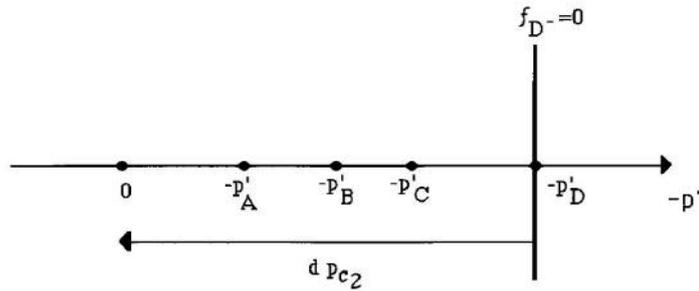


Fig. 3.12- Surface de charge correspondant au point D

Juste avant la désaturation, la fonction de charge f_D s'écrit:

$$f_D = -p'_D + d p_{c2} = 0$$

Au point E, l'échantillon est non saturé et la fonction de charge isotrope

s'écrit(fig. 3.13):

$$f_E = -p'_E + d(p_c - k' \pi_c) < 0$$

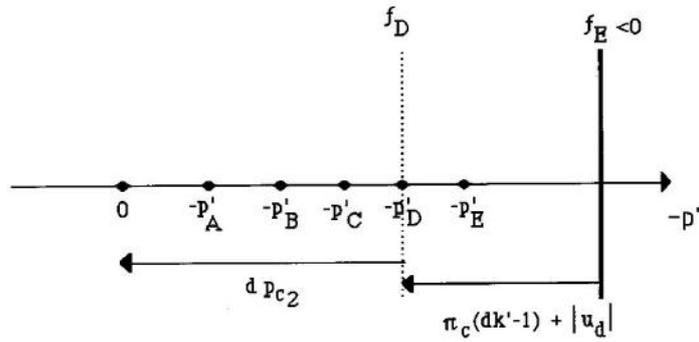


Fig. 3.13- Surface de charge correspondant au point E

On note que p_c n'évolue pas entre D et E car on se trouve dans le domaine élastique; en revanche la contrainte moyenne effective p' varie de p'_D à p'_E car elle est fonction de la pression capillaire π_c qui varie avec la pression interstitielle.

Les seuils f_D et f_E sont distants de :

$$\begin{aligned} f_D - f_E &= -p'_D + d p_c + p'_E - d(p_c - k' \pi_c) \\ &= -(p_0 - |u_d|) + (p_0 - \pi_c) + d k' \pi_c \end{aligned}$$

car $p'_D = p_0 - |u_d|$ et $p'_E = p_0 - \pi_c$ où p_0 est la contrainte moyenne totale constante au cours du drainage (partie [C,E] de l'essai). On aura alors:

$$f_D - f_E = \pi_c (d k' - 1) + |u_d|$$

On considère à présent la dernière étape de l'essai qui consiste en une augmentation de la contrainte moyenne totale p , en maintenant constante la pression interstitielle négative.

On sait que la fonction de charge en E s'écrit:

$$f_E = -p'_E + d (p_c - k' \pi_c)$$

$$= -(p_0 - \pi_c) + d (p_c - k' \pi_c)$$

Entre le point E et le point F, on peut négliger la variation de pression capillaire, due uniquement à la variation de densité, car le comportement est élastique autrement dit il y a peu de déformation volumique; ce qui permet de supposer que seule la contrainte moyenne totale p augmente. Au point E' le comportement est toujours élastique, et au point F (fig. 3.14) le matériau se plastifie et le seuil s'écrit:

$$f_F = -(p_1 - \pi_c) + d (p_c - k' \pi_c) = 0 \quad (3.2)$$

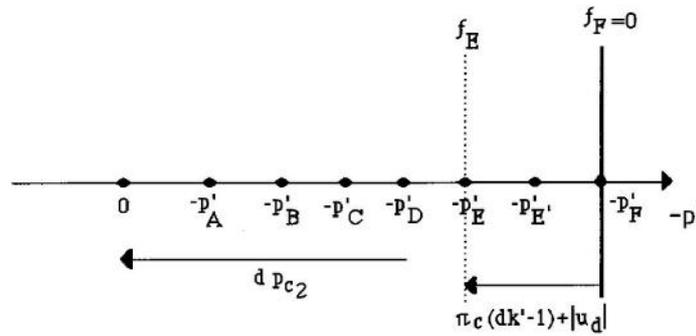


Fig. 3.14- Surface de charge correspondant au point F

Comme:

$$f_F = f_D = 0$$

on doit avoir:

$$f_F - f_E = f_D - f_E = \pi_c (d k' - 1) + |u_d|,$$

or $f_F - f_E = -p_1 + p_0$ qu'on peut noter $|\Delta p|$ et qui correspond à l'augmentation de la contrainte moyenne totale nécessaire pour rejoindre la surface de charge donc pour avoir un début de plastification. Les deux relations précédentes entraînent:

$$|\Delta p| = \pi_c (d k' - 1) + |u_d| \quad (3.3)$$

Maintenant, on se demande à quelle variation de contrainte moyenne totale Δp_1 correspond le passage du point E au point E' (fig. 3.11) autrement dit le passage de C à E' sur chemin NC.

On sait que les chargements CD et CE' provoquent pratiquement la même variation d'indice des vides, si on néglige la déformation volumique élastique provoquée par le drainage dans le domaine non saturé (partie [D,E]), donc ils correspondent à la même variation de la contrainte effective $\Delta p'_1$, or dans le domaine saturé, même à pression négative, on a vu que la contrainte effective s'écrivait selon le principe de Terzaghi (cf. 2.2.1):

$$\sigma' = \sigma + u_w \mathbb{I}$$

donc pour le chargement mécanique CE' à pression interstitielle constante:

$$\Delta p'_1 = \Delta p_1$$

et pour le chargement hydrique CD à contrainte totale constante:

$$\Delta p'_1 = \Delta u_w$$

donc:

$$\Delta p_1 = \Delta u_w = u_d - 0,$$

si on considère que la pression interstitielle de l'échantillon est nulle au début de l'essai.

On peut ainsi conclure qu'à partir du point E (fig. 3.11) pour atteindre la droite NC, il faut une augmentation de la contrainte totale:

$$|\Delta p_1| = |u_d| \quad (3.4)$$

Les expressions 3.3 et 3.4 montrent que le point de contrainte peut se trouver au-dessus de la droite NC si l'incrément de contrainte totale nécessaire à la plastification est plus important que celui permettant d'atteindre la droite NC, autrement dit si la condition

suivante est remplie:

$$|\Delta p| = \pi_c (d k' - 1) + |u_d| > |\Delta p_1| = |u_d|$$

qui est équivalente à la condition suivante:

$$k' > \frac{1}{d} \text{ ou encore} \quad (3.5)$$

$$d k' - 1 > 0$$

sachant que π_c est une quantité positive.

L'incrément de contrainte moyenne totale entre le point E' situé sur la droite NC (fig. 3.11) et le point F correspondant au début de plastification du matériau est:

$$|\Delta p| - |\Delta p_1| = \pi_c (d k' - 1) \quad (3.6)$$

qui est fonction de la pression capillaire donc de la pression interstitielle négative ce qui est en concordance avec la constatation expérimentale selon laquelle on affirme que plus la pression négative est importante plus la limite élastique est éloignée avant d'atteindre une limite élastique maximale pour une pression négative élevée. Dans notre approche cette limite maximale correspond au maximum de contrainte capillaire et dans ce cas on dépasse la droite NC de la quantité maximale permise:

$$|\Delta p_m| - |\Delta p_1| = \pi_{cmax} (d k' - 1)$$

A partir du résultat expérimental d'un essai du même type que celui considéré dans cette section, l'expression (3.6) permet le calage du paramètre k' si l'on a, par ailleurs, une estimation correcte de la pression capillaire π_c à la fin de la phase de drainage.

Simulation d'essais de chargement isotrope sur des échantillons non saturés

Pour montrer que le modèle peut reproduire qualitativement les phénomènes que l'on vient de décrire, on se propose de simuler deux essais en suivant respectivement les chemins ABCD et ABEF indiqués sur le plan u_w - p (fig. 3.15). Les résultats sont

représentés dans le plan e - $\log p$ (fig. 3.16).

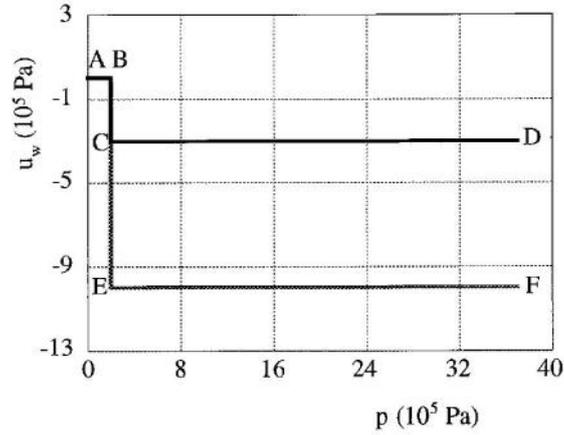


Fig. 3.15- Chemins de contrainte correspondant à des chargements mécaniques après désaturation

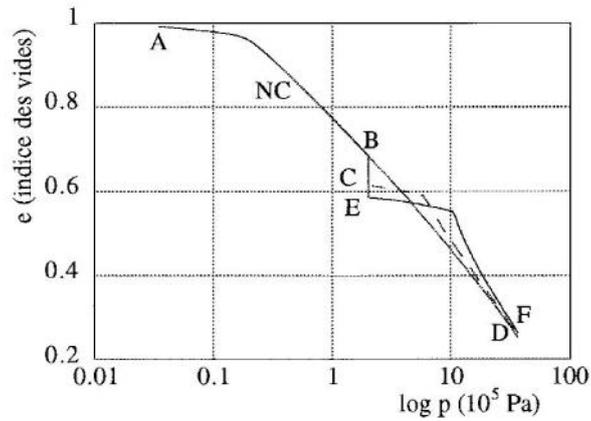


Fig. 3.16- Évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte moyenne totale

On vérifie bien dans les deux cas que l'on dépasse la droite NC de l'essai saturé et que le domaine élastique est plus important pour le chemin ABEF effectué à une

pression interstitielle négative plus importante.

Le modèle est aussi en mesure de reproduire ce phénomène sur chemin oedométrique.

3.3.3- Phénomène d'effondrement

L'humidification d'un échantillon de sol non saturé soumis à certaines conditions de contrainte provoque un tassement. Ce phénomène est souvent cité comme preuve de non commodité du principe de contrainte effective pour décrire le comportement volumique des matériaux non saturés et ce à la base du fait qu'une humidification correspond à une diminution de la contrainte effective qui laisse prévoir un gonflement plutôt qu'un tassement.

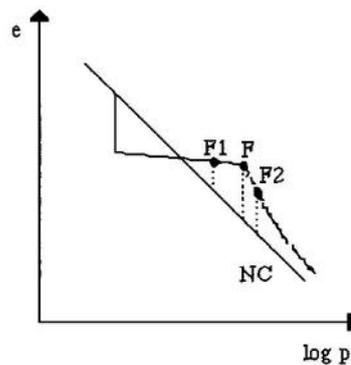


Fig. 3.17- Allure générale des résultats expérimentaux des essais d'effondrement

Pour mettre en évidence ce phénomène, on suit le même chemin qu'on a décrit dans la section précédente jusqu'au point F (fig. 3.10) à partir duquel on augmente la pression interstitielle de l'échantillon (humidification). On considérera aussi deux autres cas pour lesquels l'humidification a lieu en deux autres points F_1 et F_2 situés respectivement à gauche et à droite du point F (fig. 3.17).

L'allure générale des résultats expérimentaux correspondants est présentée sur la figure 3.17 dans le plan e - $\log p$ où p représente la contrainte moyenne totale.

Au point F, on a déjà écrit la fonction de charge isotrope (cf. relation 3.2):

$$f_F = -(p_1 - \pi_c) + d (p_c - k' \pi_c) = 0$$

le point de contrainte se trouve donc sur la surface de charge.

A partir du point F, on humidifie l'échantillon. Si on ne considère que les variations de la fonction de charge dues aux variations de pression capillaire, on peut écrire:

$$df_F = -d\pi_c (d k' - 1)$$

en rappelant que $(d k' - 1)$ doit être toujours positif (cf. relation 3.5) et sachant que lors d'une humidification le terme $d\pi_c$ est négatif, on déduit immédiatement que df_F devient positif (point de contrainte à l'extérieur de la surface de charge). Cette situation n'étant pas admissible en élastoplasticité, la surface de charge doit subir une expansion pour rester sur le point de contrainte. C'est cette expansion de la surface de charge qui induit la création de déformations volumiques plastiques de compression et par conséquent l'effondrement du matériau.

Imaginons à présent qu'on commence l'humidification à partir d'un point F1 avant d'atteindre le point F (fig. 3.17).

Le point F1 se trouve dans le domaine élastique (fig. 3.18) et le seuil isotrope en ce point s'écrit:

$$f_{F1} = -(p_2 - \pi_c) + d (p_c - k' \pi_c) < 0$$

Il y a une diminution de la contrainte effective et le seuil reste négatif, donc on obtient au début un gonflement élastique.

L'humidification entraîne une diminution de π_c et par conséquent fait tendre la valeur de la fonction de charge f_{F1} vers zéro. La surface de charge et le point de contrainte se déplacent vers la gauche et l'écart entre eux devient de plus en plus faible. Lorsque le point de contrainte se trouve sur le seuil, on retombe sur le cas précédent (humidification au point F). Donc, dans ce cas, il se produit d'abord un gonflement élastique puis un tassement irréversible du matériau. L'amplitude de l'effondrement qui

permet de rejoindre la droite NC sera plus faible par rapport à celle du cas précédent.

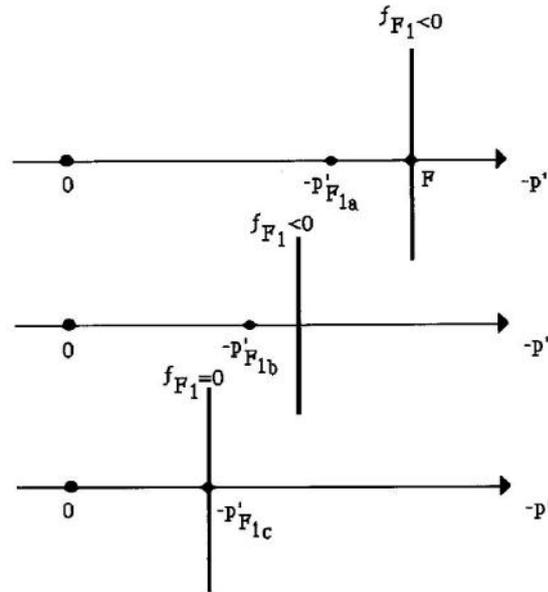


Fig. 3.18- Évolution de la surface de charge isotrope pour le point F_1 dans l'essai d'effondrement

On considère, dans un dernier essai, que l'on continue le chargement mécanique au-delà du point F qui correspond au début de plastification et qu'on ne commence l'humidification qu'à partir du point F2 (fig. 3.17).

Comme dans le premier cas, il se produit directement un tassement qui emmène le point de contrainte vers la droite NC. L'amplitude de l'effondrement va être, là aussi, plus faible que celle qu'on a obtenue au premier essai car la plastification du matériau avant la phase d'humidification avait déjà rapproché le point de contrainte de la droite NC.

Simulation de trois essais d'effondrement

On a simulé trois essais dans lesquels l'humidification est effectuée à trois niveaux de confinement différents.

Dans le plan $p-u_w$, les chemins de contrainte suivis sont représentés sur la figure 3.19. La figure 3.20 présente les résultats des trois essais dans le plan $e-\log p$:

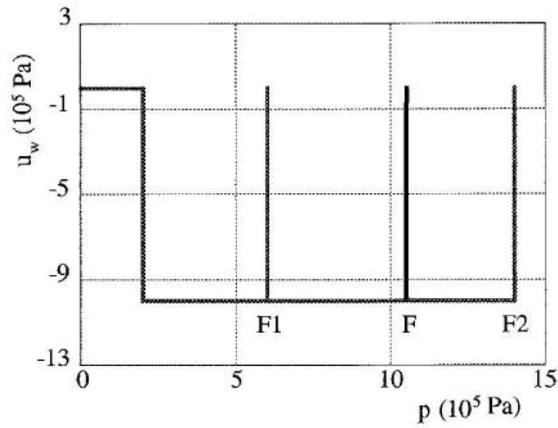


Fig. 3.19- Chemins de contrainte des trois essais d'effondrement

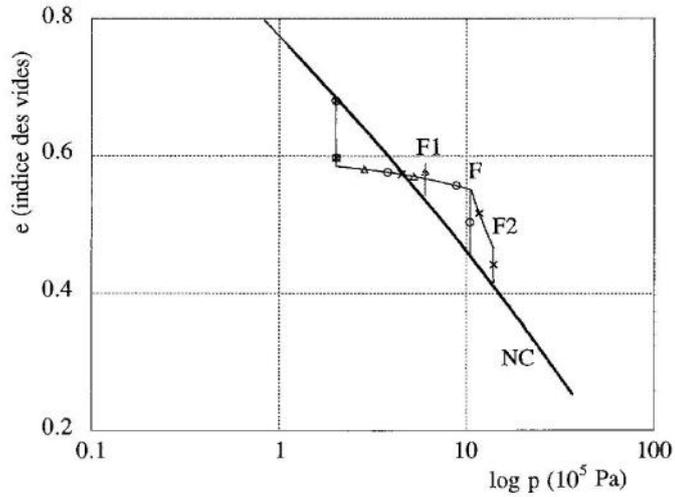


Fig. 3.20- Évolution des déformations volumiques en fonction de la contrainte moyenne totale pour les trois essais d'effondrement

On peut faire les commentaires suivants:

- Dans les trois essais on arrive à reproduire le phénomène d'effondrement.
- Après effondrement, le point de contrainte rejoint, pour les trois essais, la droite NC. Cette propriété a été mise en évidence par les essais expérimentaux réalisés par Jennings et Burland (1962) et par Maswoswe (1985).
- Pour le premier essai, on note d'abord un léger gonflement puis l'effondrement de l'échantillon. Ce qui est en concordance avec les résultats de plusieurs auteurs sur des échantillons soumis à certaines conditions de contrainte (Escario et Sàez, 1973; Cox, 1978, Josa *et al.*, 1987).
- En fonction de l'état de confinement de l'échantillon, l'amplitude de l'effondrement augmente, atteint un maximum puis diminue, comme il a été noté par Alonso *et al.* (1990) en se basant sur des résultats de la littérature.

Donc, le modèle développé est en mesure de reproduire les principales caractéristiques des matériaux non saturés relatives au phénomène d'effondrement.

3.3.4- Critères de chargement

Dans la théorie générale de la plasticité, on distingue cinq types de comportement (fig. 3.21) selon les critères suivants exprimés en fonction de f , la fonction de charge en contraintes et F , la fonction de charge en déformations:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0 \quad \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} > 0 \quad \text{chargement (écrouissage positif),}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} > 0 \quad \text{chargement (plasticité parfaite),}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0 \quad \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} > 0 \quad \text{chargement (écrouissage négatif),}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} = 0 \quad \text{chargement neutre,}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} < 0 \quad \text{déchargement}$$

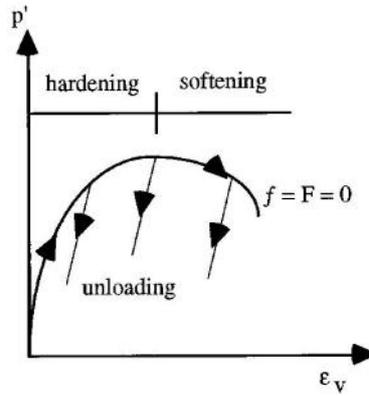


Fig. 3.21- Différents types de comportement

D'autres conditions sur les fonctions de charge et les multiplicateurs plastiques λ sont aussi requises. Dans le cas des fonctions de charge en contraintes, elles s'écrivent:

$f = 0, \mathbf{d}f = 0, \mathbf{d}\lambda > 0$: chargement

$f = 0, \mathbf{d}f = 0, \mathbf{d}\lambda = 0$: chargement neutre

$f = 0, \mathbf{d}f < 0, \mathbf{d}\lambda = 0$: déchargement

L'écriture de la condition de compatibilité $\mathbf{d}f=0$ pour le mécanisme isotrope aboutit, dans le cas d'un matériau saturé, à l'expression:

$$-A \mathbf{d}\lambda + \mathbf{d}B = 0 \quad (3.7)$$

avec:

$$A = K - d p_c h - r_i d \beta p_c$$

h étant un scalaire non négatif défini par la relation:

$$dr_i = h \partial_t \lambda$$

on a dans notre cas:

$$h = \frac{(1 - r)^2}{c}$$

$$dB = -K d\varepsilon_v$$

Tous les autres paramètres ont été déjà définis lors de la présentation du modèle.

Sachant que A est positif, il est clair que la condition de chargement ($d\lambda > 0$) impose la condition:

$$dB > 0$$

Dans le domaine non saturé, l'écriture de la condition de compatibilité permet d'aboutir à l'expression suivante contenant un terme supplémentaire dC qui rend compte de l'écroutissement capillaire:

$$-A^{ns} d\lambda + dB + dC = 0$$

avec:

$$A^{ns} = K - d p_c^{ns} h - r_i d \beta p_c^{ns}$$

p_c^{ns} étant la pression critique correspondant au domaine non saturé,

$$dC = -d k' r_i d\pi_c$$

où π_c est la pression capillaire.

A^{ns} étant toujours positif, la condition de chargement devient dans ce cas:

$$dB + dC > 0$$

Donc, sur un chemin d'humidification pour lequel dC est positif, l'effondrement du

matériau aura lieu tant que la condition $\mathbf{dB} > -\mathbf{dC}$ est remplie. Dans le cas contraire, une décharge est détectée et le matériau gonfle élastiquement.

3.4- MODELISATION DU COMPORTEMENT DEVIATOIRE DES SOLS NON SATURÉS

Pour le chemin déviatoire on adopte le même raisonnement que pour le chemin isotrope autrement dit, dès que l'on atteint le domaine non saturé on calcule la pression critique comme on l'a déjà indiqué:

$$p_c^{ns} = p_c - k' \pi_c$$

Les fonction de charge déviatoires s'écrivent alors:

$$f_k = q_k + p_k' \sin \phi r_k (1 - b \log \frac{p_k'}{p_c^{ns}}) \quad (3.8)$$

La surface de charge du matériau non saturé ainsi définie englobe celle du matériau saturé (fig. 3.22).

En contraintes totales, les critères de rupture d'essais triaxiaux drainés effectués à différents niveaux de pression négative montrent l'existence d'une cohésion capillaire qui varie dans le même sens que la pression négative.

Dans l'approche qu'on propose, cette cohésion est prise en compte dans la définition même de la contrainte effective. En effet, lorsqu'on arrive à la mobilisation complète du mécanisme k; l'expression (3.8) devient:

$$q_k = p_k' \sin \phi$$

Dans le plan q-p ($q = \sigma_1 - \sigma_3$ et $p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}$ en conditions triaxiales), cette relation devient:

$$q = M p'$$

avec: $M = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi}$

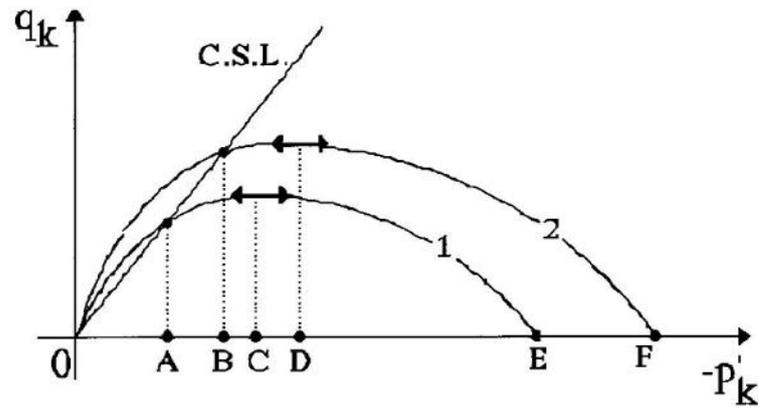
autrement dit:

$$q = M p - M \pi_c$$

où p est la contrainte moyenne totale; d'où l'expression de la cohésion:

$$C(\pi_c) = M \pi_c$$

qui est une fonction de la contrainte capillaire donc de la pression interstitielle négative.



1: surface de charge du matériau saturé ou sec

2: surface de charge du matériau non saturé

A	p_c	B	p_c^{ns}
	$p_c e_b^{\frac{1}{-1}}$		$p_c^{ns} e_b^{\frac{1}{-1}}$
C	$p_c e_b^{\frac{1}{}}$	D	$p_c^{ns} e_b^{\frac{1}{}}$
E	$p_c e_b^{\frac{1}{}}$	F	$p_c^{ns} e_b^{\frac{1}{}}$

Fig. 3.22- Surfaces de charge déviatoires correspondant aux états saturé et non saturé

Il est évident que cette cohésion atteint une valeur maximale qui correspond au maximum de contrainte capillaire:

$$C_{\max} = M \pi_{c\max}$$

Les résultats expérimentaux n'étant pas cohérents quant à l'évolution de l'angle de frottement apparent en fonction de la pression interstitielle, on considérera que celui-ci est constant.

Simulation d'essais triaxiaux non saturés drainés

On a simulé deux séries de trois essais triaxiaux non saturés drainés. Les trois essais de chaque série sont effectués à la même pression négative.

Les critères de plasticité parfaite en contraintes totales (fig. 3.23.a) montrent bien que l'on reproduit l'existence d'une cohésion qui augmente avec la pression négative.

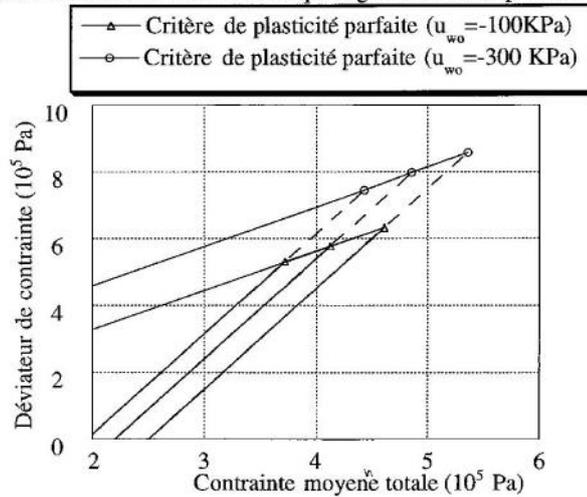


Fig. 3.23.a- Evolution du déviateur de contrainte en fonction de la contrainte moyenne totale

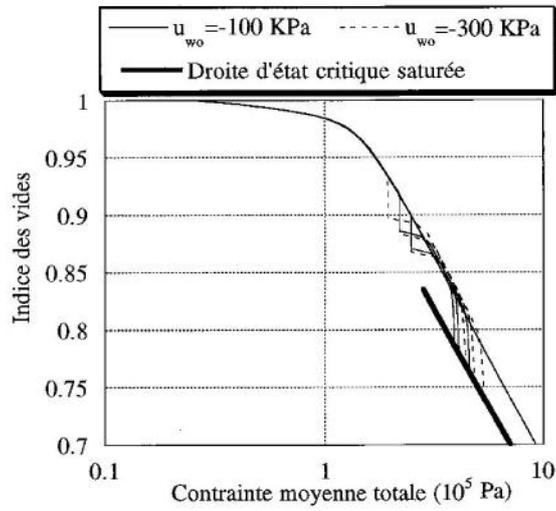


Fig. 3.23.b- Evolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte moyenne totale

En présentant les résultats dans le plan p'-q (définition généralisée de la contrainte effective), on vérifie que le critère de plasticité parfaite est unique (fig. 3.24.a).

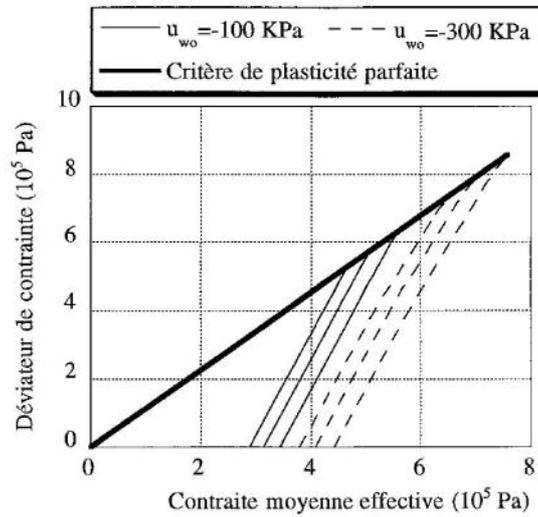


Fig.3.24.a- Evolution du déviateur de contrainte en fonction de la contrainte moyenne effective

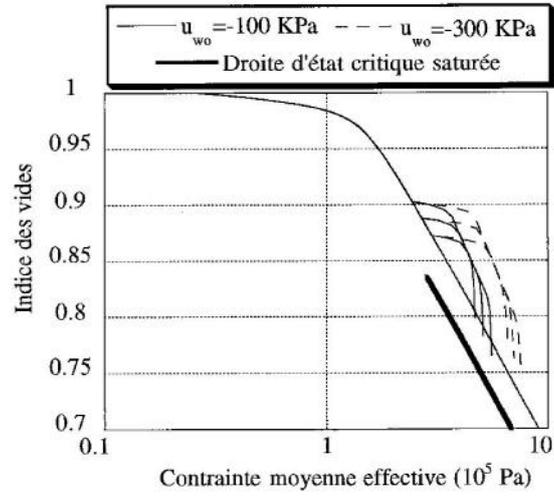


Fig. 3.24.b- Evolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte moyenne effective

3.5- INFLUENCE DES PARAMÈTRES SUR LA RÉPONSE DU MODÈLE

3.5.1- Influence du paramètre k'

Le paramètre k' est le coefficient de proportionnalité dans la fonction $R(\pi_c)$ qui conditionne l'étendue du domaine élastique du matériau non saturé (cf. 3.3.2). Le paramètre k' aura donc une influence directe sur l'étendue du domaine élastique.

- Influence sur un essai de chargement mécanique isotrope

On simule trois essais du même type que celui décrit dans la section 3.2.2 et dont le chemin de contrainte est présenté sur la figure 3.25. Chaque essai correspond à une valeur du paramètre k' , toutes les autres données étant les mêmes pour les trois essais. Les essais sont simulés pour des valeurs de k' de 0.7, 1.0 et 1.5.

Il est clair sur les résultats présentés dans le plan e - $\log p$ (fig. 3.26) que plus k' est grand, plus le domaine élastique est étendu. Il s'en suit que pour un matériau donné on peut caler le k' si l'on dispose d'un résultat expérimental sur un tel chemin de contrainte.

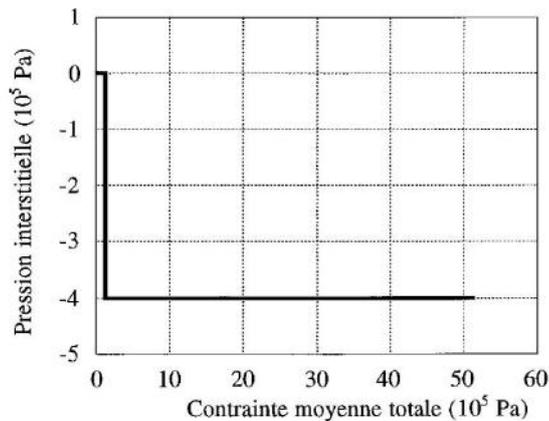
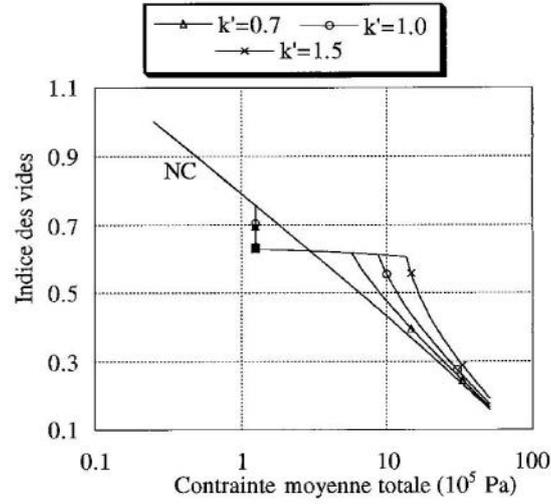
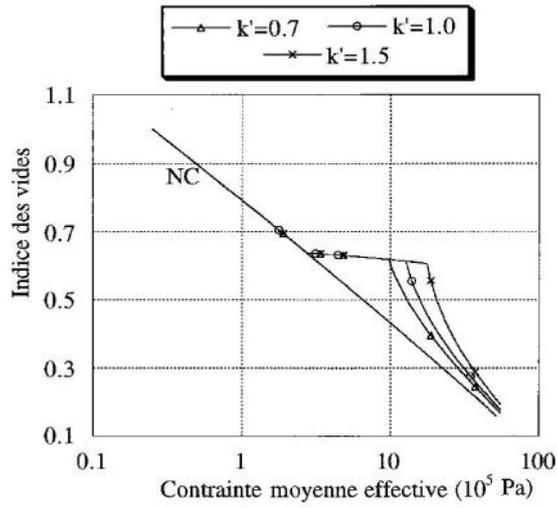


Fig. 3.25- Chemin de contrainte



(a)



(b)

Fig. 3.26- Influence du paramètre k' sur un essai de chargement mécanique du matériau non saturé
 a- dans le plan e -log p
 b- dans le plan e -log p'

- Influence sur un essai d'effondrement

On examine à présent l'influence du paramètre k' sur les essais d'effondrement. Trois essais d'effondrement sont simulés pour des valeurs de k' de 0.7, 1.0 et 1.5. Toutes les autres données étant les mêmes pour les trois essais. Le chemin de contrainte est présenté sur la figure 3.27 et les résultats dans le plan e - $\log p$ sur la figure 3.28.

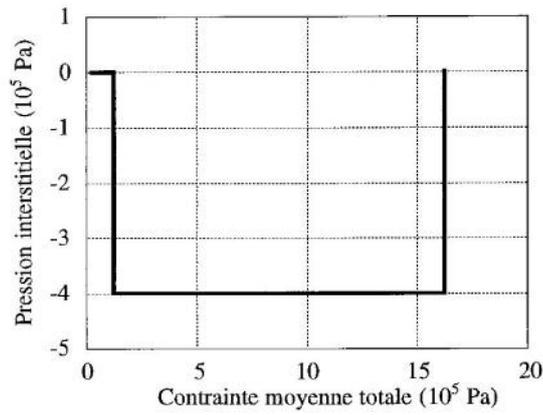


Fig. 3.27- Chemin de contrainte

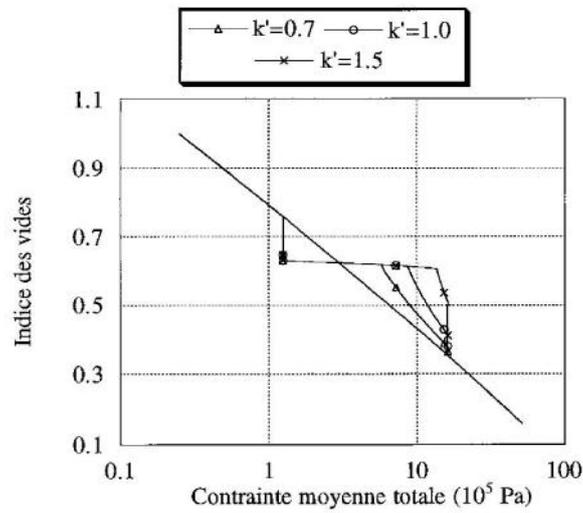


Fig. 3.28- Influence du paramètre k' sur un essai d'effondrement

On peut déduire immédiatement de ces résultats que plus le paramètre k' est grand, plus l'amplitude de l'effondrement est importante.

Il est à noter que le paramètre k' n'a aucune influence sur la réponse du modèle sur chemin de drainage.

- Influence sur un essai triaxial

On simule un essai qui consiste à désaturer le matériau puis à suivre un chemin triaxial pour trois valeurs différentes du paramètre k (0.5, 1.0 et 1.5). Les résultats sont représentés dans les plans q - e_{zz} et e - $\log p$ où p est la contrainte moyenne totale (figs. 3.29 et 3.30).

Le paramètre k n'a pas une influence considérable sur l'évolution du déviateur de contrainte (fig. 3.29). Néanmoins, une valeur plus grande pour k permet de mobiliser un peu plus de résistance.

Le résultat présenté sur la figure 3.30 montre que l'amplitude de la déformation volumique varie dans le sens contraire que k , autrement-dit une valeur plus grande pour k aboutit à une déformation volumique moins importante.

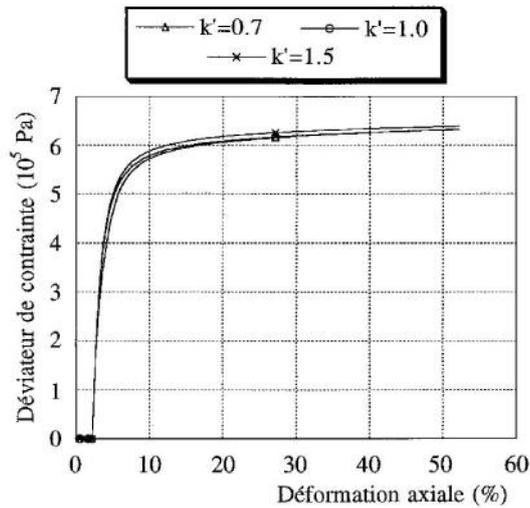


Fig. 3.29- Évolution du déviateur de contrainte en fonction de la déformation verticale pour différentes valeurs du paramètre k

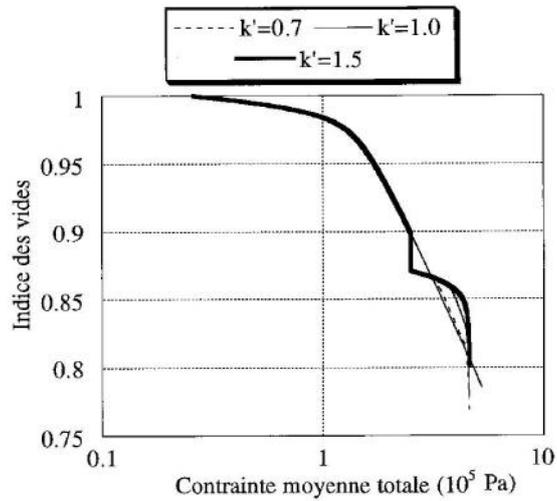


Fig. 3.30- Évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte moyenne totale pour différentes valeurs du paramètre k'

3.3.5.2- Influence du paramètre D_{10}

Le paramètre granulométrique D_{10} conditionne le palier de pression capillaire maximale. On étudie son influence sur l'essai de drainage.

Trois essais de drainage sont simulés pour trois valeurs différentes du paramètre D_{10} (0.1, 0.2 et 0.3 μm). Le chemin de contrainte de l'essai considéré est présenté sur la figure 3.31. Les résultats pour les trois valeurs du paramètre D_{10} sont représentés dans les plans $\pi_c(-u_w)$ et $e-\log(-u_w)$ (Figs. 3.32, 3.33).

La courbe $\pi_c(-u_w)$ (fig. 3.32) montre que l'évolution de la pression capillaire est directement liée à la valeur du paramètre D_{10} . Plus ce paramètre est faible, plus les variations de pression capillaire avec la pression interstitielle sont importantes. Ainsi, pour une pression interstitielle donnée, la pression capillaire est d'autant plus importante que D_{10} est faible.

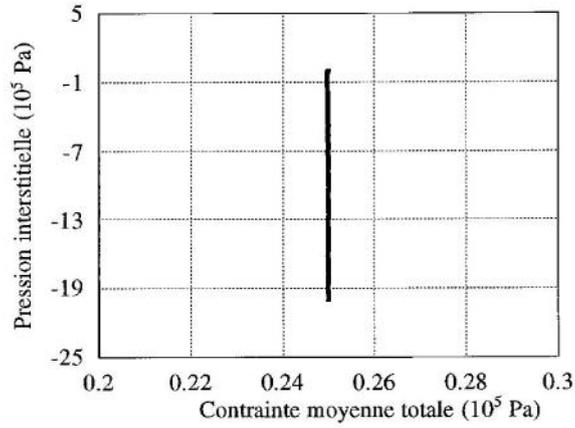


Fig. 3.31- Chemin de contrainte

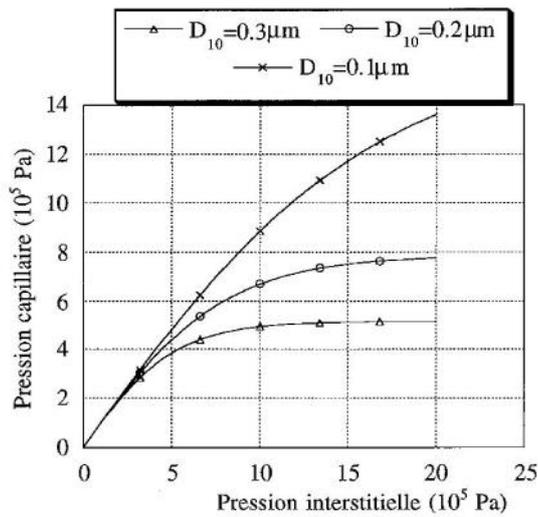


Fig. 3.32- Evolution de la pression capillaire en fonction de la pression interstitielle pour différentes valeurs du paramètre D_{10}

On note sur la courbe $e-\log(-u_w)$ (fig. 3.33) que plus D_{10} est faible, plus les déformations volumiques dans le domaine non saturé sur chemin de drainage sont importantes. Ceci s'explique sachant l'influence de D_{10} sur les variations de pression

capillaire et que dans ce domaine les variations de volume sont générées uniquement par les variations de pression capillaire.

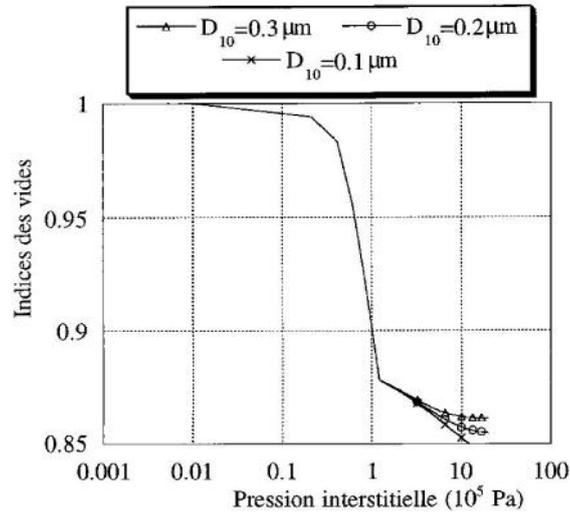


Fig. 3.33- Evolution de l'indice des vides en fonction de la pression interstitielle pour différentes valeurs du paramètre D_{10}

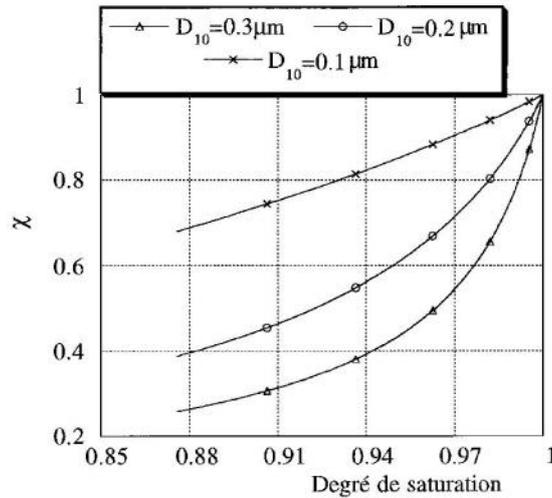


Fig. 3.34- Evolution du paramètre χ en fonction du degré de saturation pour différentes valeurs du paramètre D_{10}

On présente dans la figure 3.34 l'évolution du paramètre χ ($\chi = \frac{-\pi_c}{u_w}$), pour les trois valeurs du paramètre D_{10} . L'allure de ces courbes rappelle celle des courbes $\chi(S_r)$ présentées dans la littérature (χ étant le paramètre de Bihop, cf. chapitre 2).

3.6- CONCLUSIONS

Le principe de contrainte effective à lui seul ne permettait pas d'expliquer l'ensemble des phénomènes qui caractérisent le comportement des sols non saturés (cf. chapitre 2). On a vu dans ce chapitre que ce principe utilisé dans le cadre de l'élastoplasticité permet d'une manière très simple une modélisation correcte du comportement mécanique des milieux poreux non saturés.

Il est à souligner que très peu de nouveaux paramètres ont été introduits pour tenir compte de la non saturation. La grande majorité des paramètres du modèle peut donc être déterminée à partir des essais classiques saturés ou secs.

Modèle de Kohgo *et al.* (1993)

On conclut ce chapitre en citant les travaux de Kohgo *et al.* (1993) qui, à la base d'une définition généralisée de la contrainte effective, ont également développé un modèle élastoplastique pour le comportement des sols partiellement saturés. Beaucoup d'analogies sont relevées entre ce modèle et celui qu'on a présenté dans ce chapitre. On note toutefois que notre démarche a été établie indépendamment.

Dans cette approche, trois domaines de saturation sont considérés:

- saturation pendulaire: pour les très fortes succions. L'eau est alors discontinue et se présente sous forme de ménisques entre les grains ($s \gg s_e$, s étant la succion et s_e la succion d'entrée d'air),
- saturation insulaire: pour les faibles succions. L'air est alors discontinu et se présente sous forme de bulles ($s < s_e$),
- saturation intermédiaire: pour les succions supérieures à la succion d'entrée d'air. Dans ce domaine, trois conditions de saturation peuvent coexister, la saturation pendulaire, insulaire et funiculaire pour laquelle l'eau et l'air sont continus ($s > s_e$).

La contrainte effective est définie en utilisant la notion de pression interstitielle équivalente qui est la contribution de la pression interstitielle à la contrainte effective. Cette contribution est formulée en utilisant la relation entre la résistance au cisaillement du

sol et la succion. La pression interstitielle équivalente u_{eq} est choisie comme une fonction hyperbolique de la succion. La contrainte effective dans le domaine non saturé ($s > s_e$) est définie par l'expression suivante selon les conventions de la mécanique des sols:

$$\sigma' = \sigma - u_{eq} \quad (3.9)$$

où:

$$u_{eq} = u_a - \left(s_e + \frac{s_c - s_e}{s^* + a_e} s^* \right)$$

avec:

u_a : la pression d'air,

s_e : la succion d'entrée d'air,

s^* : la succion effective définie par la différence entre la succion s et la succion d'entrée d'air ($s - s_e$),

s_c : la succion critique,

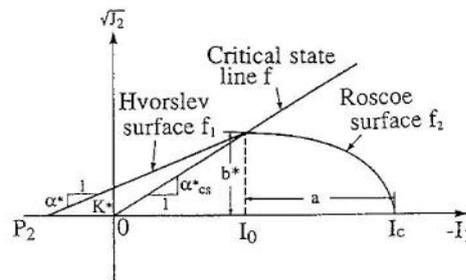
a_e : un paramètre du matériau.

Pour $s < s_e$ la pression équivalente n'est autre que la succion et l'expression (3.9) de la contrainte effective généralisée se réduit à la définition de Terzaghi.

Le modèle distingue deux effets de la succion:

- une augmentation de la succion provoque une augmentation de la contrainte effective. Cet effet est pris en compte dans la définition généralisée de la contrainte effective,
- une augmentation de la succion provoque simultanément une augmentation de la surface de charge et une augmentation de la rigidité du matériau. Cet effet est pris en compte en utilisant le concept de surface d'état dans l'espace (e, s^*, p') , p' étant la contrainte moyenne effective.

Le modèle élastoplastique proposé est une généralisation du modèle de Tanaka (1979) développé pour les sols saturés. Il s'agit d'un modèle basé sur le principe d'état critique qui considère deux surfaces de charge. Une surface du type Mohr-Coulomb qui définit la surface de rupture (surface de Hvorslev), et une surface d'un modèle elliptique qui définit la surface de Roscoe. Les deux surfaces se rejoignent sur la surface d'état critique (fig. 3.29). La pression critique I_c est une fonction de la succion.

Fig. 3.29- Surfaces de charge du modèle de Kohgo *et al.* (1993)

Par des simulations qualitatives, les auteurs ont montré la capacité de leur modèle à reproduire des caractéristiques importantes du comportement des sols non saturés. Ils ont mis en évidence notamment le comportement sur chemin de drainage ainsi que le phénomène d'effondrement. L'essai de drainage montre que lorsque le matériau se désature, le point de contrainte se trouve à l'intérieur de la surface de charge et que celle-ci se déplace plus rapidement que le point de contrainte.

Les résultats encourageants obtenus par ce modèle confortent l'idée de généralisation du concept de contrainte effective aux sols non saturés.

Chapitre 4

**MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS DANS LES MILIEUX POREUX
NON SATURÉS**

4.1- ÉCOULEMENT DE L'EAU

4.2- ÉCOULEMENT DE L'AIR

4.3- ÉQUATIONS DE CONSERVATION DE MASSE

4.4- CAS PARTICULIER DES MILIEUX A FORT DEGRÉ DE SATURATION

MODÉLISATION DES ÉCOULEMENTS DANS LES MILIEUX POREUX NON SATURÉS

4.1- ÉCOULEMENT DE L'EAU

4.1.1- Potentiels responsables de l'écoulement de l'eau

Il faut tout d'abord se demander quels sont les potentiels qui gouvernent l'écoulement de l'eau.

Fredlund et Rahardjo (1993) affirment que l'eau peut s'écouler d'un point d'une teneur en eau donnée à un autre d'une teneur en eau plus forte ou plus faible. Il s'en suit que les gradients de teneur en eau ne peuvent être considérés comme potentiels moteurs de l'écoulement de l'eau. D'autre part, l'eau peut aussi s'écouler d'un point d'une succion matricielle donnée à un autre d'une succion matricielle plus forte ou plus faible. On en déduit que les gradients de succion matricielle ne gouvernent pas à eux seuls l'écoulement de l'eau.

En fait, ce sont les gradients de charge hydraulique qui sont responsables de l'écoulement de l'eau aussi bien dans les milieux poreux saturés que non saturés. La charge hydraulique étant définie comme la somme de trois termes d'énergie. Un terme d'énergie due à la succion matricielle, un terme d'énergie potentielle due à l'élévation par rapport à un niveau de référence arbitraire et un dernier terme d'énergie cinétique généralement négligeable devant les deux premiers.

L'écoulement de l'eau se fait dans le sens des charges hydrauliques décroissantes et la vitesse de son écoulement est directement liée au gradient de charge hydraulique.

4.1.2- Loi d'écoulement pour l'eau

L'écoulement de l'eau dans un sol saturé est généralement décrit par la loi de Darcy (1856). Il s'agit d'une loi expérimentale qui stipule que la vitesse d'écoulement de l'eau à travers un massif de sol est proportionnelle au gradient de charge hydraulique:

$$v_w = -k_w \text{ grad } h_w$$

avec:

v_w : vitesse d'écoulement de l'eau

h_w : charge hydraulique

k_w : coefficient de proportionnalité nommé coefficient de perméabilité à l'eau

La loi de Darcy n'est valable que pour une gamme de vitesses d'écoulement. Pour les vitesses élevées, le passage de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent remet en cause la validité de cette loi. On ne peut pas affirmer rigoureusement que la loi de Darcy modélise tout écoulement de l'eau à travers un milieu poreux. Kutilek (1969) a résumé plusieurs déviations de la loi de Darcy relevées dans les résultats de la littérature (fig. 4.1).

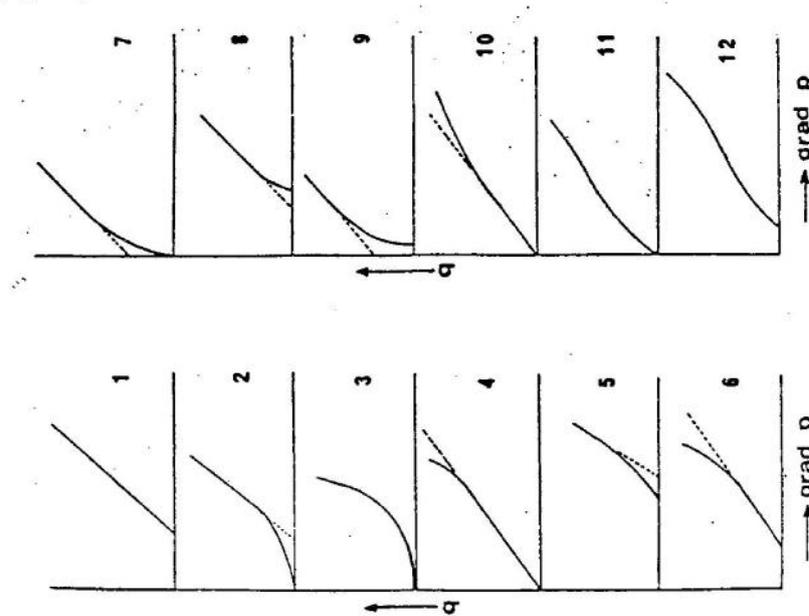


fig. 4.1- Exemples schématiques d'écoulements non Darcien (Kutilek, 1969)

Plusieurs auteurs ont proposé des lois d'écoulement non linéaires résultant de recherches théoriques ou expérimentales. On en présente quelques unes ci-après où J et q représentent le gradient de pression et la vitesse d'écoulement respectivement (citées par Taibi, 1994):

Forchheimer (1901):

$$J = a q + b q^2 + c q^3$$

Forchheimer (1930):

$$J = a q + b q^m$$

avec $1.6 < m < 2$

Missbach (1937):

$$J = a q^m$$

avec $1 < m < 2$

a , b et c étant des constantes.

L'utilisation de la loi de Darcy a été généralisée pour l'écoulement de l'eau dans les milieux poreux non saturés (Buckingham, 1907; Richard, 1931, Childs and Collis-George, 1950).

Les travaux de plusieurs autres auteurs ne sont pas en faveur de la généralisation de la loi de Darcy pour l'écoulement de l'eau dans les sols non saturés. Hadas (1964) en réalisant des tests sur deux matériaux différents (un limon et un sable argileux) a constaté que la déviation de la proportionnalité entre le flux et le gradient de charge augmentait avec la succion comme le montre la figure 4.2 dans le cas du limon.

Une justification rigoureuse de cette généralisation nécessite des dispositifs expérimentaux très complexes qui pourraient permettre des mesures de flux quand le gradient de charge varie en maintenant tous les autres paramètres rigoureusement constants (teneur en eau, ...).

Malgré ces contradictions dans les résultats de la littérature, le modèle de Darcy reste de loin le plus utilisé dans la modélisation théorique et numérique des écoulements dans les milieux poreux.

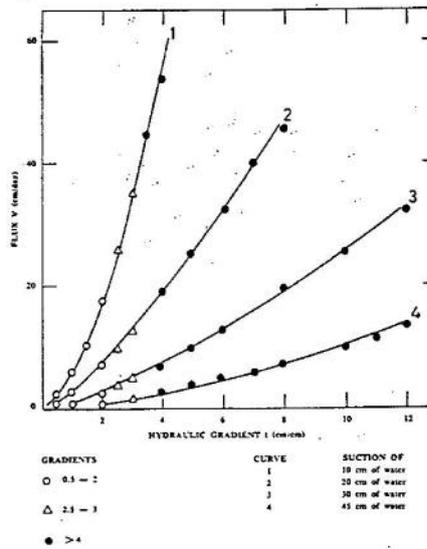


Fig. 4.2- Relation entre le flux et le gradient hydraulique pour un limon (Hadas, 1964)

4.1.3- Perméabilité à l'eau

Le coefficient de proportionnalité k_w de la loi de Darcy qui caractérise la conductivité hydraulique (coefficient de perméabilité) est une mesure de l'espace poral disponible pour l'écoulement de l'eau à travers le sol.

Pour un milieu poreux saturé indéformable donné, la perméabilité à l'eau k_w est une constante:

$$k_w = \frac{\rho_w g}{\mu_w} K$$

avec:

μ_w : viscosité dynamique de l'eau

K : perméabilité géométrique (intrinsèque) du milieu poreux

ρ_w : masse volumique de l'eau

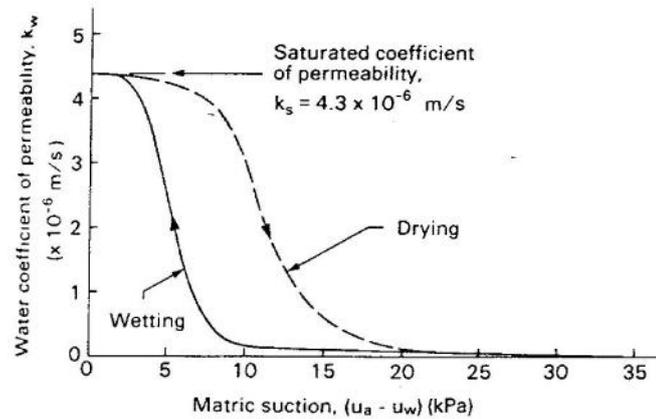
g : accélération de la pesanteur

Dans le cas des milieux déformables la perméabilité géométrique est une fonction de la porosité n :

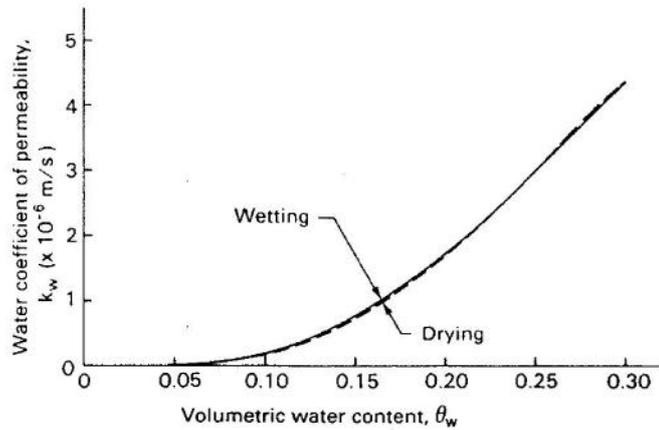
$$k_w = \frac{\rho_w g}{\mu_w} K(n)$$

Dans un milieu poreux non saturé, le coefficient de perméabilité est directement affecté par les variations du degré de saturation. L'eau s'écoule à travers l'espace poral rempli d'eau, donc un degré de saturation faible entraîne une faible perméabilité. Aussi, pour les matériaux argileux on peut expliquer une faible valeur de la perméabilité par une épaisseur trop importante des couches d'eau adsorbée conduisant à une restriction du champs de circulation de l'eau libre (Andrei, 1977).

La courbe degré de saturation-succion présente une hystérésis (cf. chapitre 1); le coefficient de perméabilité étant directement lié au degré de saturation, il variera aussi d'une manière hystérétique avec la succion comme le montre le résultat de la figure 4.2.a. En revanche, les variations de perméabilité avec le degré de saturation (ou la teneur en eau volumique) ne présentent généralement qu'une très faible hystérésis. Dans le cas du résultat considéré (fig. 4.2.b) cette hystérésis est pratiquement inexistante.



(a)



(b)

Fig.4.2- Variations de la perméabilité d'un sable avec

(a)- la succion matricielle

(b)- la teneur en eau volumique

(Liakopoulos, 1965)

Plusieurs relations semi-empiriques ont été proposées pour le coefficient de perméabilité à partir de la courbe degré de saturation-succion (Burdine, 1952; Brooks et Corey, 1964) ou encore à partir de la courbe de drainage (Brooks et Corey, 1964). La connaissance de la distribution de la taille des pores est alors nécessaire pour la prédiction du coefficient de perméabilité.

Plusieurs autres auteurs ont proposé des relations entre le coefficient de perméabilité et la succion ou le degré de saturation. Les plus couramment utilisées sont les suivantes (citées par Alonso *et al.*, 1987):

Gardner (1958):

$$k_w = \frac{k_0}{1 + a |h|^b}$$

Brooks et Corey (1964):

$$k_w = k_0 \left(\frac{h_d}{h} \right)^m$$

Richards et Chan (1969):

$$k_w = E + \frac{D}{A + B (u_a - u_w)^m + C (u_a - u_w)^n}$$

Irmay (1954):

$$k_w = k_0 \left(\frac{S_w - S_r}{1 - S_r} \right)^3$$

Scott (1963):

$$k_w = k_0 (1 - m (1 - S_w))$$

avec les notations suivantes:

k_0 : perméabilité à saturation

h : $-(u_a - u_w)/\rho_w g$

h_d : $-(u_a - u_w)_d/\rho_w g$ où:

$(u_a - u_w)_d$: succion d'entrée d'air (succion de désaturation)

S_w : degré de saturation

S_r : degré de saturation résiduel

a, b, m, n, A, B, C, D et E sont des constantes.

En pratique, on utilise souvent la notion de perméabilité relative. La perméabilité relative à l'eau est définie comme le rapport entre la perméabilité à l'eau à un état donné et celle du matériau à l'état saturé. La figure 4.6 présente des mesures de l'évolution de la perméabilité relative à l'eau en fonction du degré de saturation.

4.2- ÉCOULEMENT DE L'AIR

Dans un milieu poreux l'air peut se trouver sous forme continue ou bien sous forme de bulles réparties dans la phase liquide. L'écoulement de l'air devient possible quand il se présente sous forme continue ce qui se produit lorsque le degré de saturation est inférieur à environ 85% dans le cas des matériaux compactés. Dans le cas où le matériau est préparé par séchage d'une pâte initialement saturée, l'air devient continu dès que l'on atteint la pression de désaturation c'est-à-dire pour des degrés de saturation légèrement inférieurs à 100%.

Le potentiel moteur de l'écoulement de l'air est le gradient de pression. La densité de l'air étant faible, les différences de niveau ont un effet négligeable sur l'écoulement de l'air.

4.2.1- Loi d'écoulement pour l'air

Plusieurs lois ont été proposées pour modéliser l'écoulement de l'air dans les milieux poreux. On pourra les classer en deux catégories:

- Les lois linéaires: Fick (1855), Darcy (Schneebeli, 1966).
- Les lois non linéaires: Muskat et Bostet (1931), Ifly (1956), Chaumet (1965).

4.2.1.1- Lois linéaires

Loi de Fick

La loi de Fick (1855) était initialement destinée à la description de la diffusion des gaz à travers les liquides. Sous une forme modifiée la loi de Fick permet de décrire l'écoulement de l'air dans les milieux poreux.

La loi de Fick sous sa forme initiale s'écrit:

$$J_a = -D_a \frac{\partial C}{\partial y}$$

avec:

J_a : débit massique d'air à travers une surface unité de sol

D_a : constante de transmission pour l'écoulement de l'air à travers le sol

C : concentration d'air exprimée comme la masse d'air par unité de volume de sol

Si on exprime le gradient de concentration par rapport à un gradient de pression d'air et on introduit un coefficient de transmission pour l'écoulement de l'air D_a^* :

$$D_a^* = D_a \frac{\partial C}{\partial u_a}$$

On obtient:

$$J_a = -D_a^* \frac{\partial u_a}{\partial y}$$

Cette forme modifiée de la loi de Fick a été utilisée en Géotechnique pour décrire l'écoulement de l'air à travers les sols. Blight (1971) a réalisé des expérimentations pour vérifier l'applicabilité de la loi de Fick aux écoulements d'air. Les résultats sur différents matériaux sont présentés sur la figure 4.3.

- (1) Sandstone
- (2) Compacted shale
- (3) Compacted clay A
- (4) Compacted clay B
- (5) Porous ceramic

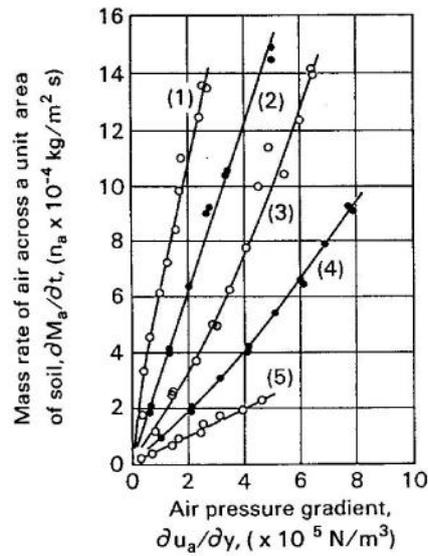


Fig. 4.3- Vérification de la loi de Fick pour les écoulements d'air (Blight, 1971 reportés par Fredlund et Rahardjo, 1993)

Loi de Darcy

La loi de Darcy (1856) appliquée à l'écoulement de l'air s'écrit:

$$v_a = -k_a \text{ grad } h_a$$

avec:

v_a : vitesse d'écoulement de l'eau

h_a : charge pour la phase air

k_a : coefficient de proportionnalité nommé coefficient de perméabilité à l'air

La loi de Darcy a été utilisée en Géotechnique pour le calcul du coefficient de perméabilité à l'air k_a (Barden, 1965).

Des expérimentations ont été effectuées pour tester la validité de la loi de Darcy pour la description de l'écoulement d'air (Blight, 1971). Les résultats correspondant à différents matériaux sont présentés sur la figure 4.4.

- (1) Sandstone (2) Compacted shale
(3) Compacted clay A (4) Compacted clay B
(5) Porous ceramic

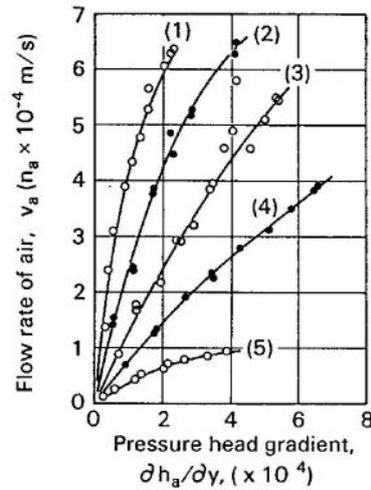


Fig. 4.4- Vérification de la loi de Darcy pour les écoulements d'air
(Blight, 1971 reportés par Fredlund et Rahardjo, 1993)

Les résultats présentés (figs. 4.3 et 4.4) montrent que la loi de Fick est plus convenable que la loi de Darcy pour la modélisation des écoulements d'air.

Schneebeli (1966) affirme, à partir de considérations théoriques, que dans son domaine de validité pour l'eau, la loi de Darcy reste applicable aux gaz.

4.2.1.2- Lois non linéaires

Muskat et Bostet à la base d'études de laboratoire écrivent une relation non linéaire pour la description de l'écoulement des gaz:

$$q = \alpha [\Delta(p^2)]^n$$

avec:

q: vitesse d'écoulement de l'air
 Δp : différence de pression d'air
 α et n des constantes

Chalmers, Taliaferro et Rawlins ayant expérimenté sur des gammes de pression plus étendues aboutissent à la relation:

$$\Delta(p^2) = a q + b q^n$$

Relation d'Iffly (1956)

En adoptant une représentation du milieu poreux schématisée par des canicules tronconiques périodiquement répétés, Iffly (1956) écrit une relation pour l'écoulement de l'air:

$$M \Delta(p^2) = a_0 \mu (T Q_m) + \frac{b_0}{T} (T Q_m)^2$$

avec:

Q_m : débit massique
M: masse molaire du gaz

μ : viscosité de l'air

T: température

a_0 et b_0 des paramètres fonction de la nature du matériau

Cette expression proposée par Iffly a été validée par une série d'expériences sur des roches ainsi que sur des milieux granulaires.

Chaumet (1965) propose une expression similaire dont l'utilisation est plus simple car elle ne nécessite pas la détermination des paramètres supplémentaires a_0 et b_0 .

4.2.2- Perméabilité à l'air

L'air s'écoule à travers l'espace poral rempli d'air, ainsi le pourcentage d'air présent dans le milieu poreux et par conséquent le degré de saturation a une influence considérable sur le coefficient de perméabilité à l'air.

Les courbes de variations du degré de saturation en fonction de la succion ont permis, comme pour l'eau, de prédire la perméabilité à l'air en utilisant la distribution des dimensions des pores.

Brooks et Corey (1964) proposent la relation suivante pour décrire les variations du coefficient de perméabilité à l'air en fonction du degré de saturation:

$$k_a = 0.0 \quad \text{pour } (u_a - u_w) \leq (u_a - u_w)_d$$

$$k_a = k_d (1 - S_e)^2 (1 - S_e^{(2+\lambda)/\lambda}) \quad \text{pour } (u_a - u_w) > (u_a - u_w)_d$$

avec:

S_e le degré de saturation effectif défini par:

$$S_e = \frac{S_w - S_r}{1 - S_r}$$

avec:

S_w : degré de saturation en eau

S_r : degré de saturation résiduel

λ : indice de distribution dimensionnelle des pores défini comme la pente de la courbe $S_e[\log(u_a-u_w)]$.

Sachant que le degré de saturation effectif s'écrit en fonction de la succion comme suit:

$$S_e = \left[\frac{(u_a-u_w)_d}{u_a-u_w} \right]^\lambda$$

l'expression du coefficient de perméabilité à l'air en fonction de la succion s'écrit, pour $(u_a-u_w) > (u_a-u_w)_d$:

$$k_a = k_d \left\{ 1 - \left[\frac{(u_a-u_w)_d}{u_a-u_w} \right]^\lambda \right\}^2 \left\{ 1 - \left[\frac{(u_a-u_w)_d}{u_a-u_w} \right]^{(2+\lambda)} \right\}$$

Des comparaisons ont été faites entre les coefficients de perméabilité mesurés et calculés avec l'expression ci-dessus (Brooks et Corey, 1964). Ces comparaisons sont présentées en termes de perméabilités relatives sur la figure 4.5 pour différents matériaux. La perméabilité relative à l'air étant définie comme le rapport entre la perméabilité à un état donné et celle du matériau à l'état sec.

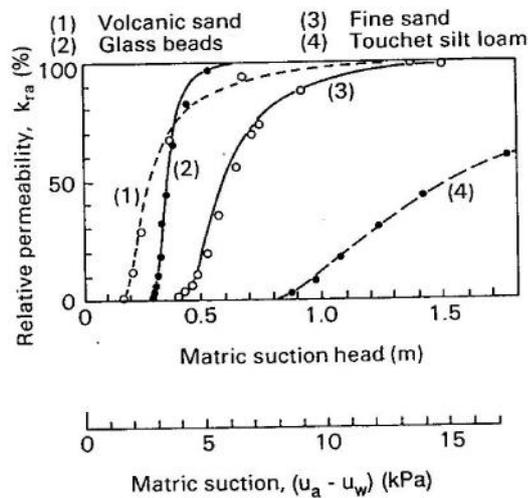


Fig. 4.5- Comparaison des perméabilités relatives à l'air mesurées et calculées (Brooks et Corey, 1964)

Yoshimi et Osterberg (1964) ont trouvé une relation linéaire entre $\log k_a$ et $[e(1-S_w)]$ où e est l'indice des vides. Ils écrivent alors l'expression suivante:

$$k_a = b [e(1-S_w)^a] \frac{\gamma_a}{\mu_a}$$

avec:

γ_a : poids spécifique de l'air

μ_a : viscosité de l'air

a et b des constantes.

La figure 4.6 présente des mesures de l'évolution des perméabilités relatives à l'air et à l'eau en fonction du degré de saturation pour un sable (Vachaud *et al.*, 1974).

Ce type de résultat permet de tirer des conclusions quant à la continuité des phases liquide et gazeuse pour les différents domaines de degré de saturation. Dans ce cas, par exemple, on peut faire les déductions suivantes:

- $0\% < S_w < 25\%$: phase liquide discontinue (sous forme de ménisques), phase gazeuse continue

- $25\% < S_w < 80\%$: les deux phases sont continues

- $80\% < S_w < 100\%$: phase liquide continue, phase gazeuse discontinue (sous forme de bulles occluses dans l'eau).

Le coefficient de transmission pour l'écoulement de l'air D_a^* de la loi de Fick est directement lié au coefficient de perméabilité à l'air par la relation:

$$D_a^* = \frac{k_a}{g}$$

où g est l'accélération de la pesanteur.

Cette expression est obtenue en identifiant la loi de Darcy à la loi de Fick en exprimant cette dernière en terme de vitesse d'écoulement de l'air.

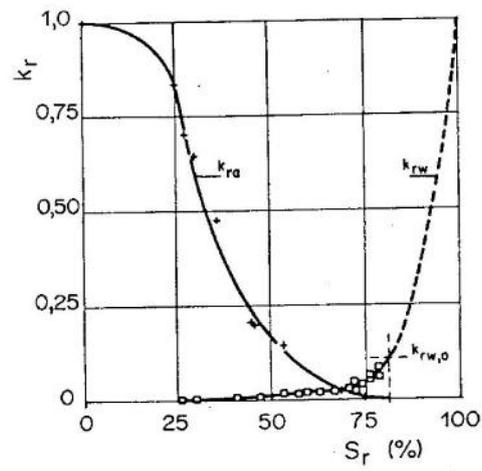


Fig. 4.6- Perméabilités relatives à l'eau et à l'air en fonction du degré de saturation pour un sable (Vachaud *et al.*, 1974)

4.3- ÉQUATIONS DE CONSERVATION DE MASSE

4.3.1- Hypothèses de base

H1- On suppose que l'air est continu et se trouve à la pression atmosphérique. La pression d'air ne constituant pas un degré de liberté supplémentaire, on se contentera d'écrire les équations de conservation de masse des phases liquide et solide.

La nécessité de la prise en compte de la phase gazeuse reste un sujet de controverse. Certains chercheurs pensent que l'hypothèse qui consiste à négliger la phase gazeuse est beaucoup moins forte que celles incluses dans l'expression initiale de la conservation de la masse du fluide (relation de Richards). D'autres, en revanche, pensent qu'il est indispensable de prendre en compte la phase gazeuse et de considérer la pression d'air comme degré de liberté du problème (Pignol, 1994).

H2- La pression atmosphérique est considérée comme origine des pressions. On pourra ainsi déterminer la succion ($u_a - u_w$) simplement en sachant la valeur de la pression de l'eau interstitielle u_w .

$$u_a - u_w = -u_w$$

La valeur de la succion n'est donc autre que la valeur absolue de la pression interstitielle négative.

H3- On suppose que les vitesses d'écoulement de l'eau sont suffisamment faibles pour permettre l'application de la loi de Darcy généralisée.

H4- On suppose que la relation degré de saturation-succion est connue.

H5- On suppose que la relation perméabilité à l'eau-succion est connue.

4.3.2- Équations de conservation de masse

L'équation de conservation de la masse d'eau exprime un bilan entre les flux entrant et sortant et la variation instantanée du volume disponible dans les pores. Elle

s'écrit:

$$\partial_t (n S_w \rho_w) + \text{div} (n S_w \rho_w V_w) = 0 \quad (4.1)$$

avec:

n : la porosité du milieu

S_w : le degré de saturation en eau

ρ_w : la masse volumique de l'eau

V_w : la vitesse moyenne absolue de filtration de l'eau dans le milieu poreux.

L'équation 4.1 entraîne:

$$S_w \rho_w \partial_t n + n \rho_w \partial_t S_w + n S_w \partial_t \rho_w + \text{div} (n S_w \rho_w V_w) = 0 \quad (4.2)$$

La vitesse absolue et la vitesse relative de filtration de l'eau par rapport au solide sont reliés par la relation:

$$V_w = \frac{V_{rw} + n S_w V_s}{n S_w} \quad (4.3)$$

où:

V_{rw} : Vitesse relative de l'eau par rapport au solide. C'est la vitesse au sens de Darcy.

V_s : Vitesse absolue du solide.

ainsi, si l'on néglige les variations spatiales de n et de S_w :

$$\text{div} V_w = \frac{1}{n S_w} \text{div} V_{rw} + \text{div} V_s \quad (4.4)$$

En outre la conservation de la masse du solide s'écrit:

$$\partial_t [(1-n) \rho_s] + \text{div} [(1-n) \rho_s V_s] = 0$$

avec:

ρ_s : la masse volumique des grains solides

ce qui entraîne, si l'on néglige la compressibilité des grains solides:

$$\partial_t n = (1-n) \operatorname{div} V_s \quad (4.5)$$

Sachant que V_s n'est autre que $(\partial_t u)$ (u étant le champ de déplacements du squelette), les équations 4.2, 4.4 et 4.5 entraînent:

$$n \partial_t S_w + n S_w \frac{\partial_t \rho_w}{\rho_w} + S_w \operatorname{div} (\partial_t u) + \operatorname{div} V_{rw} = 0 \quad (4.6)$$

On peut réduire les inconnues u_w , V_{rw} et S_w de l'équation 6 à la seule inconnue u_w en tenant compte des hypothèses de base comme suit:

1- Si on suppose connue une loi $S_w(u_w)$ (cf. 4.3.3), on peut écrire:

$$\partial_t S_w = d_{u_w} S_w \partial_t u_w$$

2- Par ailleurs:

$$\partial_t \rho_w = d_{u_w} \rho_w \partial_t u_w$$

d'où, en considérant la définition de la compressibilité d'un fluide:

$$\partial_t \rho_w = \rho_w \beta_w(u_w) \partial_t u_w$$

où β_w est la compressibilité de l'eau. Ce terme prend implicitement en compte la dissolution de l'air dans l'eau.

3- La vitesse de filtration de l'eau à travers le milieu poreux est supposée obéir à la loi de Darcy:

$$V_{rw} = -K_w \operatorname{grad}(u_w + \rho_w g x)$$

avec:

x : le vecteur position du point matériel

K_w : le tenseur de perméabilité à l'eau du milieu poreux

4- On suppose aussi que la perméabilité est une fonction connue du degré de saturation. La perméabilité est souvent écrite en séparant la perméabilité géométrique intrinsèque du milieu poreux et la perméabilité relative du fluide:

$$K_w = \frac{k_r(S_w)}{\mu} k'(n)$$

avec:

μ : la viscosité dynamique de l'eau

k' : la perméabilité géométrique du milieu poreux. Elle dépend de l'espace poral disponible pour l'écoulement d'un fluide, c'est donc une fonction de la porosité.

k_r : la perméabilité relative à l'eau. Elle dépend de l'espace poral rempli d'eau, c'est donc une fonction du degré de saturation.

En tenant compte de ces hypothèses, l'équation 4.6 s'écrira de la façon suivante avec u_w comme seule inconnue du problème hydraulique:

$$n \cdot [d_{u_w} S_w + S_w \beta_w] \cdot \partial_t u_w + S_w \operatorname{div} (\partial_t u) - \operatorname{div} [K_w \operatorname{grad}(u_w + \rho_w g x)] = 0 \quad (4.7)$$

Le terme $n \cdot [d_{u_w} S_w + S_w \beta_w]$ est nommé emmagasinement.

4.3.3- Relation degré de saturation-succion

A la base de constatations expérimentales, plusieurs auteurs ont proposé des relations mathématiques pour décrire la courbe de variation du degré de saturation en fonction de la pression interstitielle. Les expressions les plus utilisées sont:

Modèle de Van-Genuchten (1980)

Ce modèle donne le degré de saturation par la relation:

$$S_w(u_w) = S_r + \frac{1 - S_r}{\sqrt{1 + \alpha \left(\frac{-u_w}{\rho g}\right)^n}}$$

S_r étant le degré de saturation résiduel; α et n deux paramètres dépendant de la nature du matériau.

Le terme $d_{u_w} S_w$ de l'équation de conservation de masse s'écrira:

$$d_{u_w} S_w(u_w) = \frac{(1 - S_r) \alpha n}{2 \rho g} \frac{\left(\frac{-u_w}{\rho g}\right)^{n-1}}{\left[1 + \alpha \left(\frac{-u_w}{\rho g}\right)^n\right] \sqrt{1 + \alpha \left(\frac{-u_w}{\rho g}\right)^n}}$$

Cette relation ne tient pas compte d'un domaine saturé à pression interstitielle négative, autrement dit elle considère que le milieu est non saturé dès que la pression interstitielle devient négative. Elle ne tient pas compte non plus de l'hystérésis des variations du degré de saturation avec la pression interstitielle.

On propose de modifier le modèle de Van-Genuchten afin de tenir compte d'un domaine saturé à pression interstitielle négative et de reproduire l'aspect hystérétique des variations du degré de saturation avec la pression interstitielle. Les modifications proposées posent, toutefois, certains problèmes de continuité au niveau des cycles de variations du degré de saturation avec la pression interstitielle. L'expression modifiée s'écrit:

- sur un chemin de drainage:

$$S_w(u_w) = S_r + \frac{1 - S_r}{\sqrt{1 + \alpha \left(\frac{-u_w + u_d}{\rho g}\right)^n}}$$

où u_d est la pression de désaturation.

- sur un chemin d'humidification:

$$S_w(u_w) = S_r + \frac{1 - S_r}{\sqrt{1 + \alpha \left(\frac{-u_w + u_r}{\rho g}\right)^n}}$$

où u_r est la pression de resaturation.

Modèle de Vachaud

Il relie le degré de saturation à la pression interstitielle par:

$$S_w(u_w) = \frac{a}{a + (-u_w)^b}$$

a et b sont des paramètres qui dépendent de la nature du matériau.

Le terme $d_{u_w} S_w$ de l'équation de conservation de masse s'écrira:

$$d_{u_w} S_w(u_w) = \frac{a b (-u_w)^{b-1}}{[a + (-u_w)^b]^2}$$

De même que pour le modèle de Van-Genuchten, on propose la forme modifiée suivante:

- sur chemin de drainage:

$$S_w(u_w) = \frac{a}{a + (-u_w + u_d)^b}$$

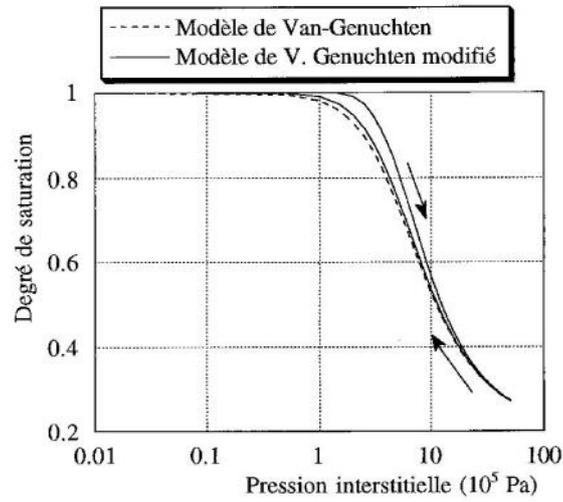
- sur chemin d'humidification:

$$S_w(u_w) = \frac{a}{a + (-u_w + u_r)^b}$$

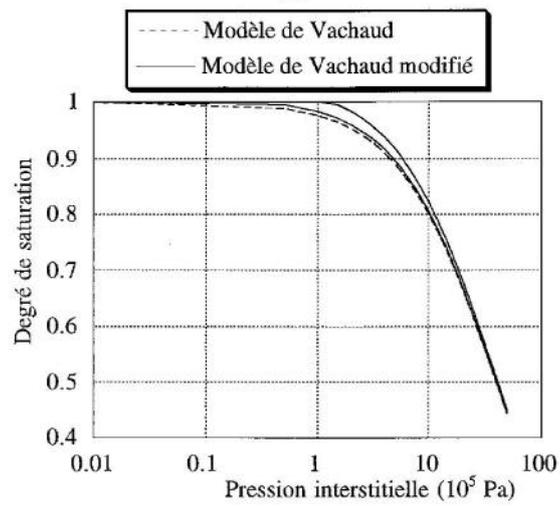
Les figures 4.7.a et 4.7.b présentent les variations du degré de saturation en fonction de la pression interstitielle selon les formes originale et modifiée des modèles de Van-Genuchten et de Vachaud présentés plus haut.

Pour la détermination du degré de saturation, certains auteurs utilisent le concept de surface d'état (Matyas et Radhakrishna, 1968; Lloret et Alonso, 1985). Ce sont des surfaces expérimentales qui s'écrivent sous la forme générale suivante:

$$S_w = f(\sigma - u_a, u_a - u_w)$$



(a)



(b)

Fig. 4.7- Évolution du degré de saturation en fonction de la pression interstitielle pour les formes originale et modifiées
a- du modèle de Van-Genuchten
b- du modèle de Vachaud

4.4- CAS PARTICULIER DES MILIEUX A FORT DEGRE DE SATURATION

Lorsque le degré de saturation est supérieur à 85% environ, l'air se présente sous forme de bulles indépendantes dans la phase liquide. On propose dans ce cas une approche qui considère le mélange eau/air comme un fluide dont il faut déterminer la compressibilité équivalente.

4.4.1- Équation de conservation de masse

On reprend l'équation 4.6 de conservation de la masse d'eau:

$$n \partial_t S_w + n S_w \frac{\partial_t \rho_w}{\rho_w} + S_w \operatorname{div} (\partial_t \mathbf{u}) + \operatorname{div} \mathbf{V}_{rw} = 0$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{\partial_t S_w}{S_w} + \frac{\partial_t \rho_w}{\rho_w} + \frac{\operatorname{div} (\partial_t \mathbf{u})}{n} + \frac{1}{n S_w} \operatorname{div} \mathbf{V}_{rw} = 0 \quad (4.8)$$

On suppose que l'on se trouve dans le cas où l'air est présent sous forme de bulles indépendantes réparties dans la phase liquide c'est-à-dire dans le cas où le degré de saturation est suffisamment élevé (supérieur à 85% environ). On considère que l'eau et l'air forment une phase fluide homogène de masse volumique ρ_f et dont la pression est supposée être égale à la pression interstitielle de l'eau.

La masse volumique du mélange eau/air est donnée par:

$$\rho_f = \frac{m_f}{V_v}$$

avec:

m_f : masse du fluide composé d'eau et d'air

V_v : volume des vides autrement dit la somme des volumes d'eau et d'air

si l'on néglige la masse de l'air devant celle de l'eau, on pourra écrire:

$$\rho_f = \frac{m_w}{V_v} = S_w \rho_w \quad (4.9)$$

d'où:

$$\partial_t \rho_f = S_w \partial_t \rho_w + \rho_w \partial_t S_w \quad (4.10)$$

les équations 4.9 et 4.10 entraînent:

$$\frac{\partial_t \rho_f}{\rho_f} = \frac{\partial_t \rho_w}{\rho_w} + \frac{\partial_t S_w}{S_w} \quad (4.11)$$

en tenant compte de l'équation 4.11, l'équation 4.8 devient:

$$\frac{\partial_t \rho_f}{\rho_f} + \frac{\text{div}(\partial_t \mathbf{u})}{n} + \frac{1}{n S_w} \text{div} \mathbf{V}_{rw} = 0 \quad (4.12)$$

sachant que:

$$\frac{\partial_t \rho_f}{\rho_f} = \beta_f \partial_t u_w$$

où β_f est la compressibilité du mélange eau/air, l'équation 4.12 devient:

$$\beta_f \partial_t u_w + \frac{\text{div}(\partial_t \mathbf{u})}{n} + \frac{1}{n S_w} \text{div} \mathbf{V}_{rw} = 0 \quad (4.13)$$

S_w étant considéré comme une fonction connue de la pression interstitielle, il reste à déterminer la compressibilité β_f du mélange eau/air.

4.4.2- Compressibilité d'un mélange eau/air

De nombreux auteurs se sont intéressés à la détermination de la compressibilité du fluide composé d'un mélange d'eau et d'air. Cette compressibilité est généralement déterminée en fonction des compressibilités de chaque phase en considérant la loi de Boyle et la loi de solubilité de Henry.

Différentes expressions ont été établies selon les hypothèses supplémentaires adoptées (Bishop et Eldin, 1950; Skempton et Bishop, 1954; Koning, 1963; Schuurman, 1966).

On se propose de dériver ci-après une relation pour la compressibilité du mélange eau/air en utilisant la loi de Boyle et en tenant compte de la solubilité de l'air dans l'eau selon la loi de Henry.

4.4.2.1- Notations

On adopte les notations suivantes correspondant à un échantillon de sol:

β_f : compressibilité du mélange eau/air

u_w : pression d'eau

u_a : pression d'air

V_w : volume d'eau

V_a : volume d'air

V_v : volume du mélange ($V_w + V_a$)

V_d : volume d'air dissout dans l'eau

V : volume total de l'échantillon

S_w : degré de saturation

n : porosité

Pour chaque variable, l'indice 0 correspond à l'état initial.

4.4.2.2- Hypothèses

H1- On admet la loi de Boyle pour les gaz à température constante:

$$u_a V_a = \text{Constante}$$

H2- On admet que la dissolution de l'air dans l'eau est régie par la loi de Henry:

$$V_d = H V_w$$

où H est le coefficient de solubilité de Henry.

H3- Le coefficient H est supposé constant ($H=0.02$ à une température de 20°C). L'eau

étant supposée incompressible (V_w constant), V_d sera aussi constant.

H4- On suppose que dans le mélange les pressions d'eau et d'air sont égales (Bishop, 1950; Skempton et Bishop, 1954).

H5- On adopte aussi la définition suivante pour la compressibilité du mélange:

$$\beta_f = -\frac{1}{V_v} \frac{dV_v}{du_w}$$

4.4.2.3- Une expression de la compressibilité d'un mélange eau/air

La loi de Boyle (hypothèse H1) appliquée à l'air entre un état initial caractérisé par la pression u_{a0} et un état final caractérisé par la pression u_a s'écrit en tenant compte de l'hypothèse H3:

$$(V_a + V_d) u_a = (V_{a0} + V_d) u_{a0}$$

L'hypothèse H4 entraîne:

$$(V_a + V_d) u_w = (V_{a0} + V_d) u_{w0}$$

ce qui donne:

$$u_w = \frac{V_{a0} + V_d}{V_a + V_d} u_{w0} \quad (4.14)$$

Reprenons la définition de la compressibilité d'un mélange eau/air (hypothèse H5):

$$\beta_f = -\frac{1}{V_v} \frac{dV_v}{du_w} \quad (4.15)$$

Sachant que:

$$V_v = V_w + V_a \quad (4.16)$$

l'hypothèse H3 permet d'écrire:

$$dV_v = dV_a$$

L'expression 4.15 devient alors:

$$\beta_f = - \frac{1}{V_v} \frac{dV_a}{du_w} \quad (4.17)$$

En dérivant la relation 4.14 par rapport à V_a on obtient:

$$\frac{du_w}{dV_a} = - \frac{(V_{a0} + V_d) u_{w0}}{(V_a + V_d)^2} \quad (4.18)$$

La relation 4.18 et la loi de Henry (hypothèse H2) permettent d'écrire:

$$\beta_f = \frac{1}{V_v} \frac{(V_a + H V_w)^2}{(V_{a0} + H V_w) u_{w0}} \quad (4.19)$$

Les volumes d'eau et d'air dans un échantillon de sol s'expriment en fonction de la porosité, du degré de saturation et du volume total de l'échantillon comme suit:

$$V_w = n S_w V = n_0 S_{w0} V_0 \quad (4.20)$$

$$V_a = n (1 - S_w) V \quad (4.21)$$

En reportant les relations 4.20 et 4.21 dans 4.19, on obtient après quelques simplifications:

$$\beta_f = \frac{S_{w0} (1 - S_w + H S_w)^2}{n S_w (1 - S_{w0} + H S_{w0}) u_{w0}} \quad (4.22)$$

qui est la forme finale de l'expression de la compressibilité d'un mélange eau/air.

4.4.2.3- Autres expressions de la compressibilité d'un mélange eau/air

Bishop et Eldin (1950) et Skempton et Bishop (1954) en plus des lois de Boyle et de Henry ont supposé que la pression d'air était égale à la pression d'eau et ont négligé la compressibilité de l'eau. L'expression de la compressibilité d'un mélange eau/air obtenue par Bishop et Eldin (1950) est la suivante:

$$\beta_f = \frac{(1 - S_w + H S_w) u_{a0}}{u_a^2}$$

Koning (1963) a dérivé une autre relation pour la compressibilité du mélange en négligeant la dissolution de l'air dans l'eau et en supposant égales les variations de pression d'eau et les variations de pression d'air. Cette relation est jugée acceptable pour les faibles variations de pression (Schuurman, 1966). Elle s'écrit:

$$\beta_f = S_w \beta_w + \frac{(1 - S_w)}{u_a}$$

Schuurman (1966) a écrit l'équilibre d'une bulle d'air à l'intérieur de la phase liquide pour établir une relation entre la pression d'eau et la pression d'air qui s'écrit:

$$u_w = u_a - \frac{2 T}{r}$$

T étant la tension superficielle et r le rayon de la bulle d'air.

Il a ensuite utilisé cette relation pour dériver une expression de la compressibilité du mélange eau/air. Il n'a donc pas supposé l'égalité des pressions d'eau et d'air dans le mélange. Il a obtenu la relation suivante:

$$\beta_f = \frac{1}{V_v} \left\{ \frac{(V_{a0} + H V_w) u_{a0}}{(V_a + H V_w)^2} - \frac{2q}{3r_0} \frac{1}{V_a} \left[\frac{V_{a0}}{V_a} \right]^{1/3} \right\}^{-1}$$

L'inconvénient de cette relation est qu'elle contient un paramètre non mesurable, en l'occurrence le rayon initial des bulles d'air r_0 . Afin de rendre cette relation utile d'un point de vue pratique, des hypothèses supplémentaires s'imposent.

Pietruszczak et Pande (1991) dérivent une expression en fonction des compressibilités de l'air et de l'eau en supposant que la phase gazeuse est présente uniquement sous forme de bulles et que la pression du fluide constitué du mélange eau/air est égale à la pression de l'eau. Cette expression s'écrit selon leur propre notation:

$$\overline{K} = \frac{K_f}{S_r + (1 - S_r) \frac{K_f}{K_a - \beta}}$$

avec:

\bar{K} : compressibilité du mélange eau/air,

S_r : degré de saturation,

K_f : compressibilité de l'eau,

K_a : compressibilité de l'air,

β : une fonction de la tension superficielle.

4.5- CONCLUSIONS

On a abordé dans ce chapitre la modélisation des écoulements dans les milieux poreux non saturés. La principale hypothèse consiste à ne pas considérer la pression de l'air comme un degré de liberté supplémentaire du problème. Cette hypothèse est acceptable dans certaines conditions où l'air est continu et se trouve en contact avec le milieu extérieur (cas des matériaux préparés par séchage d'une pâte initialement saturée). Elle reste, en revanche, très discutable dans de nombreux cas pratiques comme celui des matériaux compactés.

Concernant l'écoulement de l'eau dans les milieux poreux non saturés, la loi de Darcy généralisée a été choisie. Les écoulements rencontrés dans les domaines d'application envisagés (géotechnique) étant généralement lents et l'utilisation des lois non linéaires étant assez complexe.

La fonction perméabilité géométrique-porosité qu'on adoptera pour nos calculs est la suivante:

$$k'(n) = k'(n_0) \frac{n^3 (1 - n_0)^2}{n_0^3 (1 - n)^2}$$

où n_0 est une porosité de référence à laquelle la perméabilité géométrique est connue.

La fonction perméabilité relative-degré de saturation qu'on s'est choisie est celle due à Irmay (1954):

$$k_r = \left(\frac{S_w - S_r}{1 - S_r} \right)^3$$

Le produit $k_r \frac{\partial u_w}{\partial S_r}$ doit être une fonction monotone continue du degré de saturation: Ce produit est la diffusivité souvent mesurée en laboratoire.

Le cas des milieux à fort degré de saturation a aussi été discuté. On a présenté dans ce cas particulier une approche basée sur la compressibilité équivalente d'un fluide composé du mélange eau/air. L'expression de cette compressibilité équivalente a été dérivée à partir de la loi de Boyle et de la loi de solubilité de Henry. Cette approche est applicable notamment aux matériaux compactés pour lesquels l'air reste discontinu même pour des degrés de saturation de l'ordre de 85%.

Chapitre 5

**SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX NON SATURÉS
DRAINÉS ET NON DRAINÉS**

- 5.1- SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX SUR LE LIMON DE JOSSIGNY
- 5.2- SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX NON DRAINÉS SUR LE LIMON DE STERREBEEK
- 5.3- CONCLUSIONS

SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX NON SATURÉS DRAINÉS ET NON DRAINÉS

Jusqu'à présent on n'a présenté que des simulations qualitatives (cf. chapitre 3) qui avaient pour objectif de montrer que le modèle est en mesure de reproduire qualitativement les principaux phénomènes caractérisant le comportement des sols non saturés.

Dans ce chapitre, on présente une validation quantitative du modèle qui consiste à comparer les prédictions du modèle à des résultats expérimentaux sur deux matériaux naturels: le limon de Jossigny et le limon de Sterrebeek.

Pour chaque matériau, on procédera d'abord au calage de la majorité des paramètres à l'aide d'essais saturés. On simulera ensuite des essais qui mettent en évidence des propriétés particulières du comportement des sols non saturés. Il s'agira d'essais drainés ou à succion contrôlée pour le limon de Jossigny et d'essais non drainés pour le limon de Sterrebeek.

5.1- SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX SUR LE LIMON DE JOSSIGNY

Le limon de Jossigny est un matériau peu plastique caractérisé par une limite de liquidité $w_l = 37\%$ et une limite de plasticité $w_p = 18-21\%$. C'est le matériau de référence qui a été utilisé par les équipes de recherche du GRECO-géomatériaux.

Les expérimentations ont été effectuées au CERMES (Centre d'Enseignement et de Recherche en Mécanique des Sols). Pour plus de détails sur les modes opératoires et la réalisation de ces essais on pourra se reporter à Vicol (1990) et Cui (1993).

5.1.1- Essais saturés

Comme on utilise les mêmes concepts pour modéliser le comportement des matériaux dans les domaines saturé et non saturé, la prise en compte de la non saturation n'a nécessité l'introduction que de très peu de nouveaux paramètres. La majorité des paramètres du modèle est donc déterminée à partir d'essais saturés classiques.

5.1.1.1- Essais triaxiaux saturés

On a d'abord simulé deux essais triaxiaux saturés à deux contraintes de confinement $\sigma_3=50$ KPa et $\sigma_3=100$ KPa. Les résultats numériques et expérimentaux sont présentés dans le plan q - ε_{zz} (fig. 5.1).

On ne dispose pas pour ces essais de mesures de déformation volumique. Le calage de l'ensemble des paramètres saturés nécessite donc un essai complémentaire pour lequel on dispose de mesures des déformations volumiques.

5.1.1.2- Essai oedométrique saturé

On a donc simulé ensuite un essai de charge-décharge oedométrique sur le matériau saturé. La comparaison calcul-expérience est présentée dans le plan e - $\log \sigma_v$ (fig. 5.2).

Le jeu de paramètres qui a permis d'obtenir les résultats présentés est le suivant:

K_{ref} (MPa)	110	a_{mon}	0.003
G_{ref} (MPa)	50.6	a_{cyc}	0.0015
n	0.7	c_{mon}	0.03
ϕ (°)	35	c_{cyc}	0.015
ψ (°)	35	b	0.35
β	14	d	2.5
	r_{el}	r_{hys}	r_{mbl}
	0.001	0.002	0.1

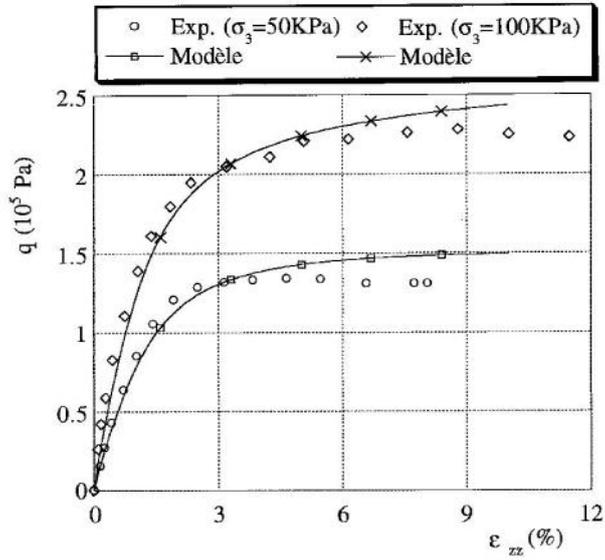


Fig. 5.1- Essais triaxiaux saturés drainés sur le limon de Jossigny

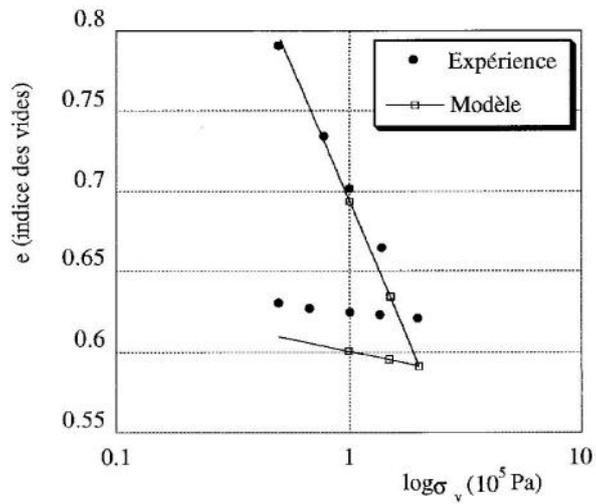


Fig. 5.2- Essai oedométrique saturé sur le limon de Jossigny

5.1.2- Essai de drainage

C'est un essai qui consiste en une augmentation de la succion au sein du matériau tout en maintenant constante la contrainte totale externe, comme le montre le chemin de contrainte présenté dans le plan u_w - p (fig. 5.3).

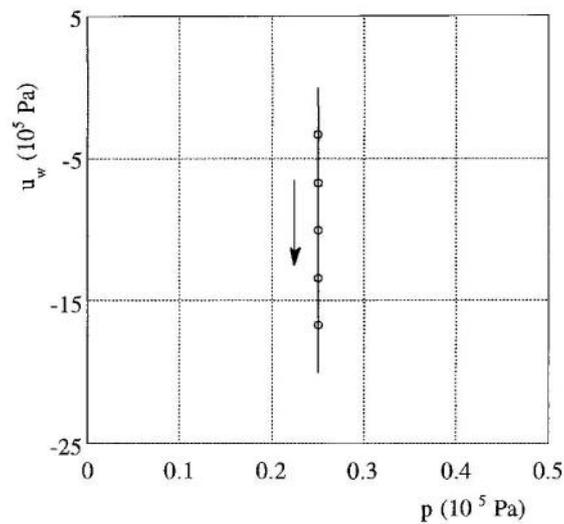


Fig. 5.3- Chemin de contrainte pour l'essai de drainage sur le limon de Jossigny

L'essai de drainage est particulièrement intéressant dans la mesure où il permet de déterminer le seuil de pression interstitielle qui sépare les domaines saturé et non saturé, c'est la pression de désaturation qu'on avait noté u_d (cf. chapitre 3). Pour le limon de Jossigny $u_d = -130$ KPa.

Cet essai permet aussi de caler les paramètres des fonctions d'évolution du degré de saturation en fonction de la pression interstitielle (α , S_r et n pour le modèle de Van-Genuchten, a et b pour celui de Vachaud).

Pour le limon de Jossigny, les paramètres relatifs au domaine non saturé sont:

u_d (KPa)	-130	K'	0.6
α	1.E-05	S_r	0.2
n	2		
a	1.8.E07	b	1.0

Les comparaisons entre les résultats calculés et mesurés sont présentés dans le plan e - $\log(-u_w)$ (fig. 5.4). Le modèle a reproduit d'une manière acceptable les mesures expérimentales et on notera particulièrement:

- Le passage continu entre le domaine saturé et le domaine non saturé.
- L'obtention de déformations irréversibles dans le domaine saturé à pression interstitielle négative.
- Le comportement élastique dans le domaine non saturé avec un palier d'indice des vides minimal.

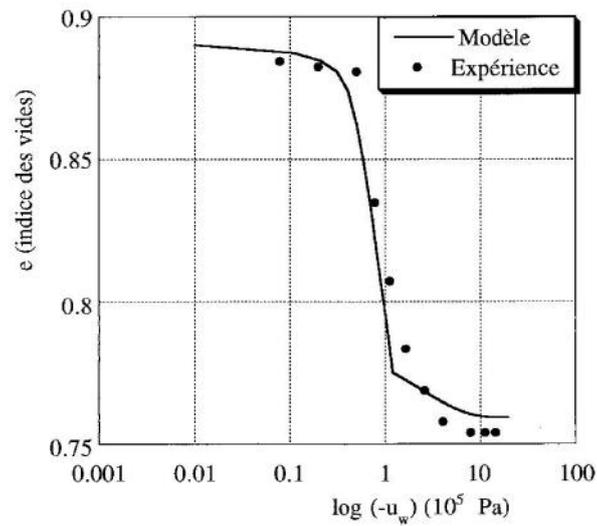


Fig. 5.4- Essai de drainage sur le limon de Jossigny

5.1.3- Essai d'effondrement

Le phénomène d'effondrement est mis en évidence par un essai dans lequel l'échantillon de sol non saturé est humidifié sous une contrainte de confinement suffisamment importante.

L'essai expérimental que nous simulerons consiste à drainer le matériau puis à l'humidifier légèrement de façon qu'il reste désaturé. La deuxième étape de l'essai est une consolidation oedométrique au cours de laquelle la pression interstitielle est maintenue constante. Enfin, le matériau est humidifié sous contrainte externe constante.

Le chemin de contrainte est présenté dans le plan u_w - $\log \sigma_v$ (fig. 5.5) où σ_v représente la contrainte verticale totale.

A partir de ce type d'essai où le matériau non saturé est soumis à un chargement mécanique à succion contrôlée (constante), on peut caler le paramètre k' (cf. chapitre 3) qui conditionne l'étendue du domaine élastique du matériau non saturé. Cet essai nous a permis d'attribuer à k' la valeur de 0.6 pour le limon de Jossigny.

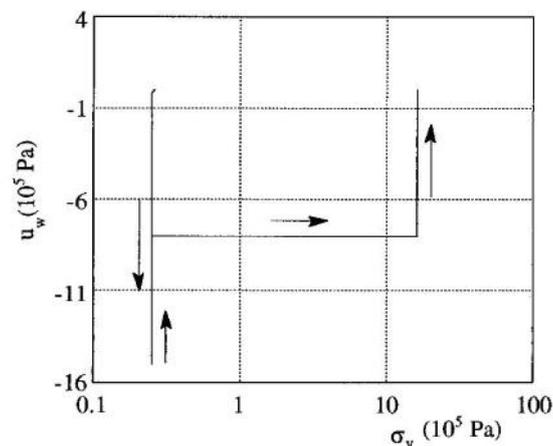


Fig. 5.5- Chemin de contrainte pour l'essai d'effondrement sur le limon de Jossigny

La comparaison calcul-expérience est présentée dans le plan e - $\log \sigma_v$ (fig. 5.6).

La prédiction du modèle est correcte dans la mesure où l'humidification donne lieu à un effondrement du matériau non saturé.

Le phénomène d'effondrement n'est pas encore bien compris, beaucoup plus de résultats expérimentaux sont nécessaires pour mieux maîtriser et comprendre ce phénomène tant au niveau microscopique qu'au niveau macroscopique.

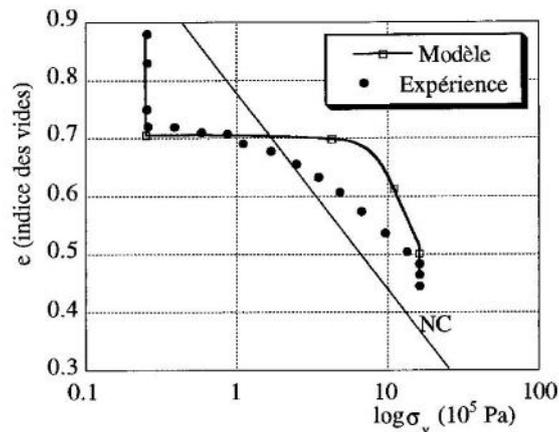


Fig. 5.6- Essai d'effondrement sur le limon de Jossigny

5.1.4- Essais triaxiaux à succion contrôlée

Deux séries d'essais triaxiaux à succion contrôlée sur le limon de Jossigny ont ensuite été simulés.

- Pour les trois essais de la première série le matériau est d'abord drainé jusqu'à 400 KPa de succion. L'échantillon ainsi désaturé est ensuite soumis à une contrainte de confinement puis à un chargement triaxial au cours duquel la succion est maintenue à 400 KPa. La contrainte de confinement σ_3 pour ces trois essais a été de 50, 200 et 600 KPa respectivement.

Les résultats expérimentaux et les prédictions du modèle sont présentés dans les

plans $q-\varepsilon_{zz}$ et $\varepsilon_v-\varepsilon_{zz}$ (fig. 5.7).

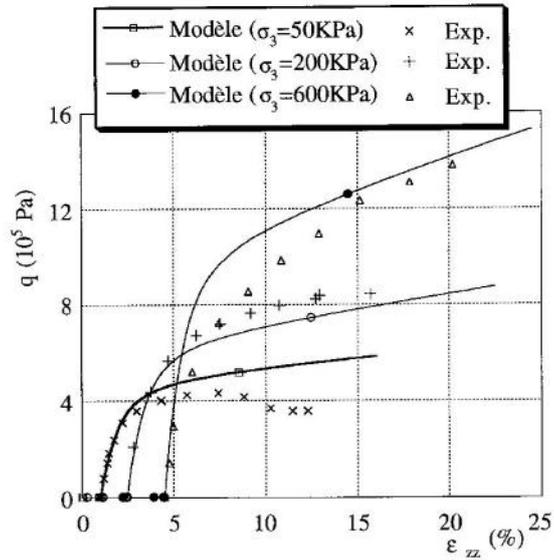
- Pour les trois essais de la deuxième série le matériau est soumis à la même contrainte de confinement $\sigma_3=400$ KPa. Le matériau est ensuite drainé jusqu'à des suctions de 400, 800 et 1500 KPa respectivement.

Les comparaisons expérience-modèle sont présentées dans les plans $q-\varepsilon_{zz}$ et $\varepsilon_v-\varepsilon_{zz}$ (fig. 5.8).

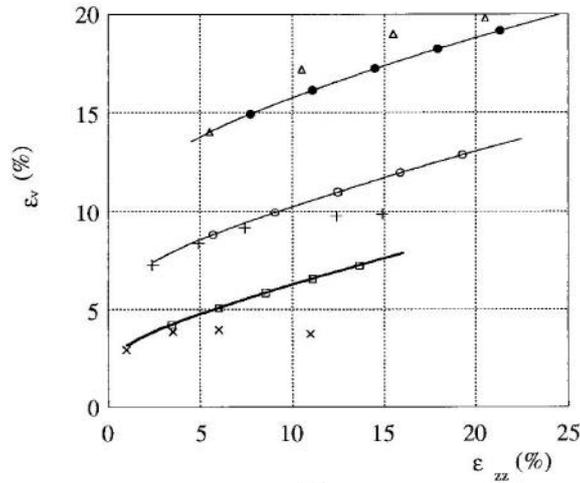
Cui (1993), en analysant ses résultats expérimentaux dans le plan $\varepsilon_v-\varepsilon_{zz}$ constate que l'effet de la succion est contraire à celui de la contrainte mécanique de confinement. En se basant sur ce résultat, il remet en cause la validité du principe de contrainte effective pour les matériaux non saturés.

On pense qu'on ne peut émettre une telle conclusion pour deux raisons:

- D'une part, cette différence entre l'effet de la succion et celui de la contrainte de confinement sur les déformations volumiques n'est pas confirmée par les résultats expérimentaux de la littérature,
- d'autre part, les taux de déformation volumique sont tellement faibles qu'on peut facilement avoir du doute quant à leur précision surtout si l'on connaît les difficultés de telles mesures.

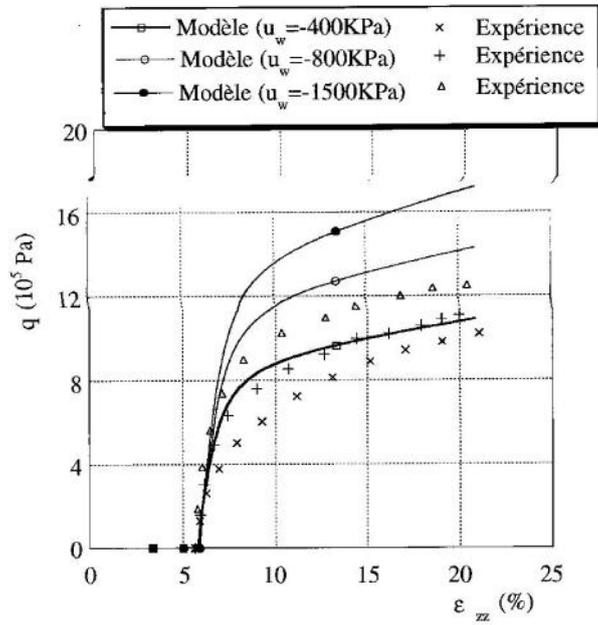


(a)

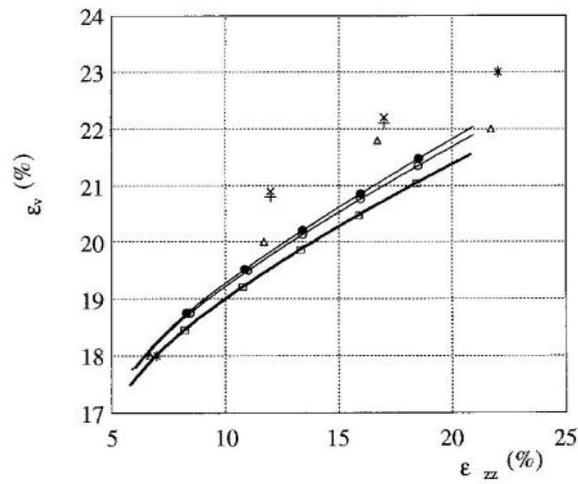


(b)

Fig. 5.7- Essais triaxiaux non saturés à succion contrôlée pour différentes contraintes de confinement sur le limon de Jossigny
 a- Évolution du déviateur en fonction de la déformation axiale
 b- Évolution de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale



(a)



(b)

Fig. 5.8- Essais triaxiaux non saturés à succion contrôlée pour différentes pressions négatives sur le limon de Jossigny
 a- Déviateur - déformation axiale b- déformation volumique - déformation axiale

5.2- SIMULATION D'ESSAIS EXPÉRIMENTAUX NON DRAINÉS SUR LE LIMON DE STERREBEEK

5.2.1- Essais triaxiaux saturés non drainés

Pour le calage des paramètres du matériau trois essais triaxiaux saturés normalement consolidés non drainés ont été simulés. Les contraintes de confinement s_3 pour les trois essais sont respectivement de 300, 500 et 900 KPa. Les résultats expérimentaux et numériques sont présentés dans les plans q - ε_{zz} et u_w - ε_{zz} (Fig. 5.9).

Les résultats des simulations ont été obtenus avec le jeu de paramètres suivant:

K_{ref} (MPa)	130	a_{mon}	0.009
G_{ref} (MPa)	65.6	a_{cyc}	0.0045
n	0.7	c_{mon}	0.1
ϕ (°)	42	c_{cyc}	0.05
ψ (°)	42	b	0.4
β	60	d	2.5
τ_{el}	Γ_{hys}	Γ_{mbl}	
0.001	0.002	0.1	

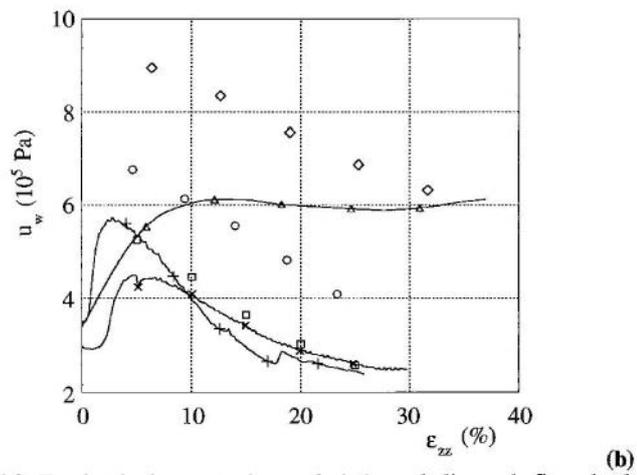
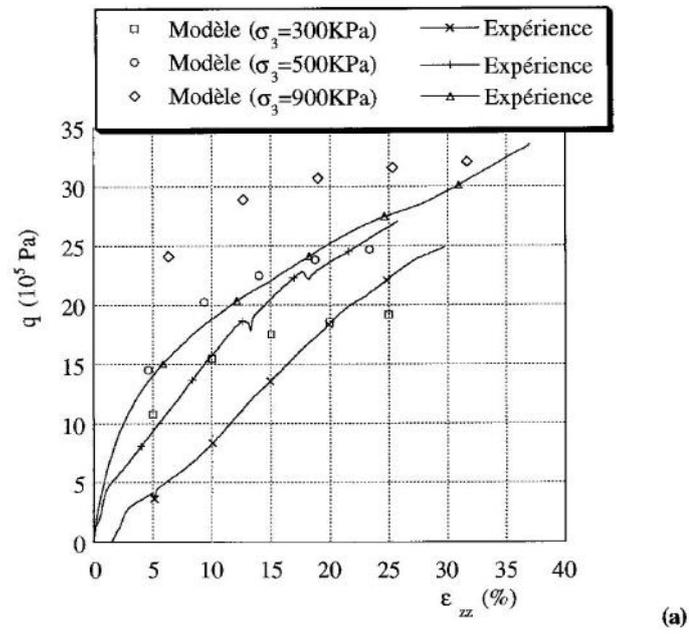


Fig. 5.9- Essais triaxiaux saturés non drainés sur le limon de Sterrebeck
 a- Évolution du déviateur en fonction de la déformation axiale
 b- Évolution de la pression interstitielle en fonction de la déformation axiale

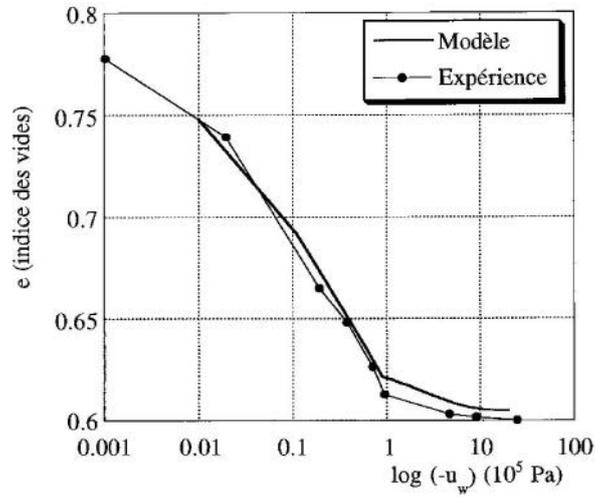
5.2.2- Essai de drainage sur le limon de Sterrebeek

De même que pour le limon de Jossigny, on simule un essai de drainage sur le limon de Sterrebeek. Les paramètres utilisés dans le domaine non saturé sont indiqués dans le tableau ci-dessous:

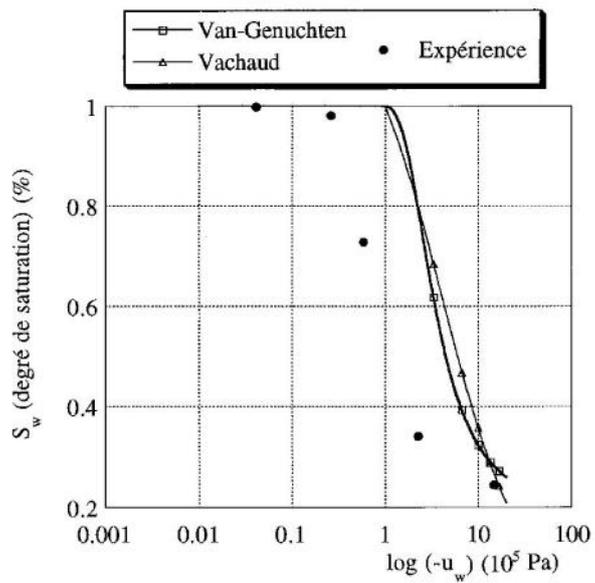
u_d (KPa)	-100	K'	1.0
α	5.E-03	S_r	0.2
n	2		
a	5.E05	b	1.0

α , S_r et n sont les paramètres relatifs à la fonction saturation-pression de Van-Genuchten. a et b correspondent à celle de Vachaud.

Les comparaisons calcul-expérience sont présentées dans les plans e - $\log(-u_w)$ S_w - $\log(-u_w)$ (Fig. 5.9). On relève une bonne concordance entre les mesures expérimentales et les prédictions du modèle.



(a)



(b)

Fig. 5.10- Essai de drainage sur le limon de Sterrebeek
 a- Évolution de l'indice des vides en fonction de la pression interstitielle négative
 b- Évolution du degré de saturation en fonction de la pression interstitielle négative

5.2.3- Essais triaxiaux non saturés non drainés sur le limon de Sterrebeek

Les essais sont réalisés dans des conditions normalement consolidées. Le matériau est d'abord consolidé sous une contrainte verticale de 200 KPa puis préparé par drainage jusqu'à désaturation. Il est ensuite soumis à un chargement triaxial non drainé. Les trois essais correspondent à trois niveaux de pression interstitielle initiale à savoir -250, -400 et -1360 KPa.

Les simulations numériques ont été effectuées avec deux approches différentes:

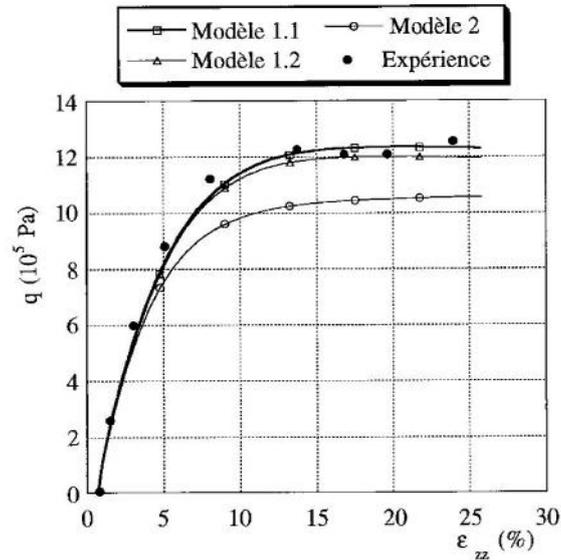
- Une approche classique où l'on suppose que l'air est continu et se trouve à la pression atmosphérique (cf. chapitre 4). Dans cette approche on utilisera deux fonctions différentes pour la loi saturation-pression ce qui correspond à deux "sous-approches" qu'on nomme modèle 1.1 et modèle 1.2. Le modèle 1.1 utilise la loi saturation-pression de Van-Genuchten et le modèle 1.2 utilise celle de Vachaud.

- Une deuxième approche où l'on suppose que l'air est discontinu et se trouve sous forme d'occlusions dans l'eau. On utilise alors la compressibilité du fluide composé du mélange eau/air établie au chapitre 4 (cf. 4.4.2.3). On présente sur la figure 5.13 l'évolution de cette compressibilité en fonction du degré de saturation pour le premier essai. Cette approche nécessite, elle aussi, la connaissance d'une loi saturation-pression. On utilise celle de Van-Genuchten. Cette approche est nommée modèle 2.

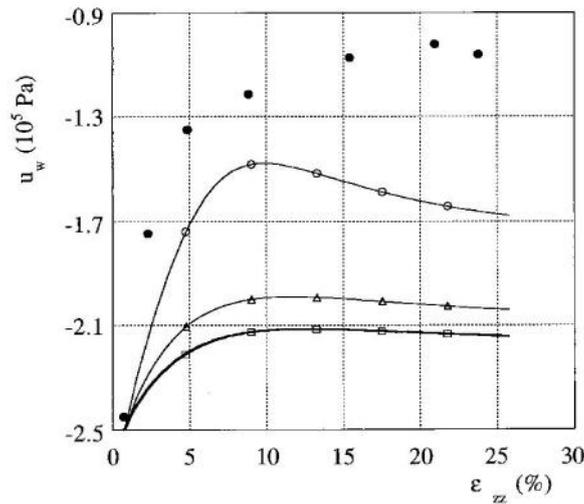
Les comparaisons modèle 1.1, modèle 1.2, modèle 2 et expérience sont présentées dans le plan $q-\varepsilon_{zz}$ pour les trois essais (figs. 5.11.a, 5.14 et 5.15), dans les plans $u_w-\varepsilon_{zz}$ et emmagasinement-temps pour le premier essai seulement (figs. 5.11.b et 5.12). L'emmagasinement étant défini au chapitre 4 (cf. 4.3.2).

Les comparaisons calcul-expérience permettent de faire les remarques suivantes:

- Les différents modèles prédisent correctement l'évolution du déviateur de contrainte.
- La pression interstitielle est moins bien estimée néanmoins il est à noter que le modèle 2 est mieux adapté pour les faibles succions (essai à -250 KPa de succion initiale). C'est dans ce domaine que les hypothèses sur lesquelles il est basé sont proches de la réalité (discontinuité de l'air).



(a)



(b)

Fig. 5.11- Essais triaxiaux non saturés non drainés sur le limon de Sterrebeek pour une pression interstitielle négative initiale de -250 KPa
 a- Évolution du déviateur en fonction de la déformation axiale
 b- Évolution de la pression interstitielle en fonction de la déformation axiale

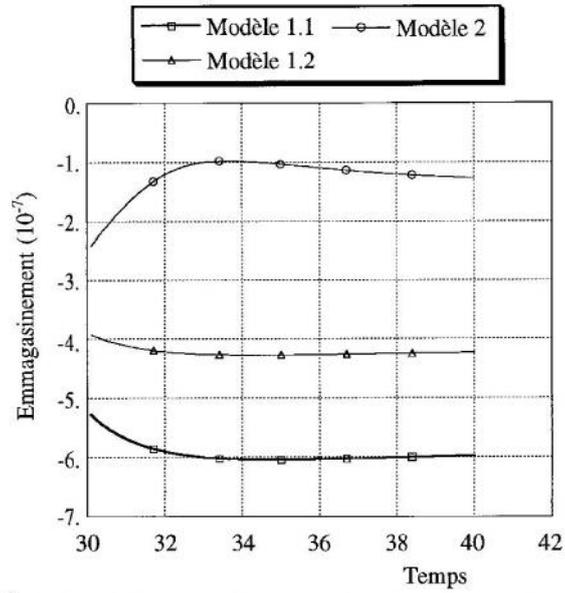


Fig. 5.12- Évolution de l'emmagasinement en fonction du temps ($u_{w0} = -250$ KPa)

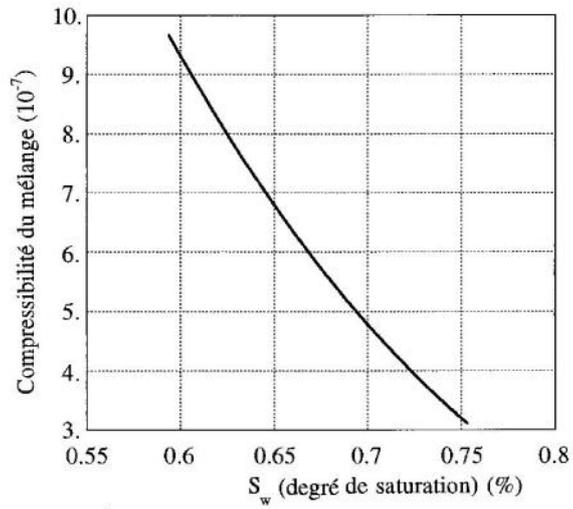


Fig. 5.13 Évolution de la compressibilité du mélange eau/air en fonction du degré de saturation

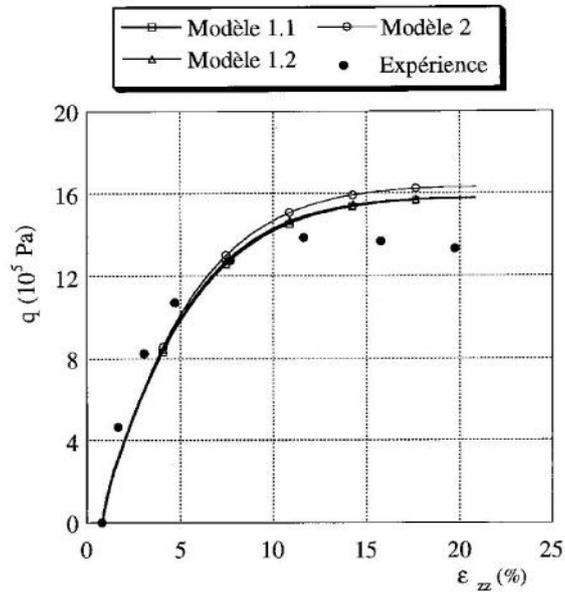


Fig. 5.14- Essais triaxiaux non saturés non drainés sur le limon de Sterrebeek ($u_{w0} = -400$ KPa). Évolution du déviateur en fonction de la déformation axiale

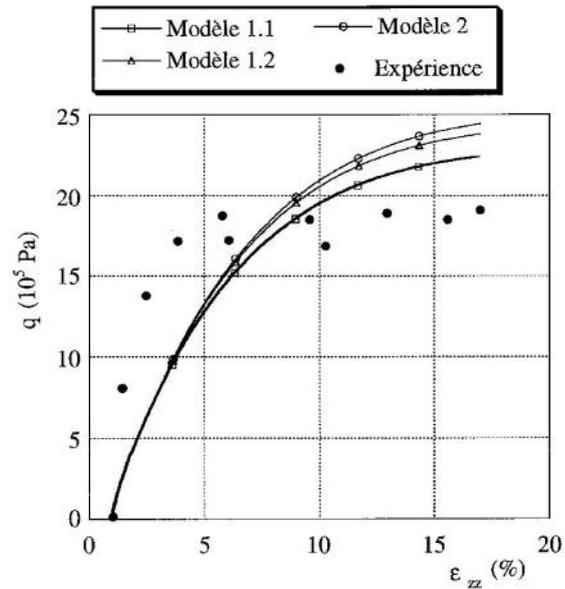


Fig. 5.15- Essais triaxiaux non saturés non drainés sur le limon de Sterrebeek ($u_{w0} = -1360$ KPa). Évolution du déviateur en fonction de la déformation axiale

Amélioration de la génération des pressions interstitielles par le modèle 1.1

Il est clair sur les résultats présentés (figs. 5.11.b) que les pressions interstitielles ne sont pas bien estimées. On essaye de caler plus rigoureusement la loi saturation-pression de Van-Genuchten utilisée dans le modèle 1.1.

Les pressions interstitielles générées sont très sensibles aux variations du degré de saturation en fonction de la pression interstitielle comme le montre le terme d'emménagement défini au chapitre précédent (cf. 4.3.2):

$$\text{emménagement} = n.[d_{u_w} S_w + S_w \beta_w]$$

qui contient la quantité $d_{u_w} S_w$.

Les paramètres suivants de la loi de Van-Genuchten ont été retenus pour mieux approcher la courbe expérimentale saturation-pression:

α	S_r	n
2.E-02	0.2	3

En outre, on fait remarquer que la pression de désaturation introduite initialement dans le modèle (cf. chap. 3) correspond plutôt à la limite de retrait qu'au point d'entrée d'air. le degré de saturation était donc calculé un peu tard. Ainsi, on se propose d'introduire une deuxième limite en pression interstitielle qui correspond au point d'entrée. La pression d'entrée d'air étant toujours inférieure (en valeur absolue) à la limite de retrait.

La nouvelle courbe saturation-pression ainsi obtenue est représentée avec la courbe expérimentale sur la figure 5.16.

Les essais triaxiaux non saturés non drainés sont reconduits avec les nouvelles valeurs des paramètres de la loi de Van-Genuchten. L'évolution de la pression interstitielle en fonction de la déformation verticale pour des pressions interstitielles initiales de -250, -400 et -1360 KPa est représentée sur les figures 5.17.a, 5.18.a et 5.19.a respectivement.

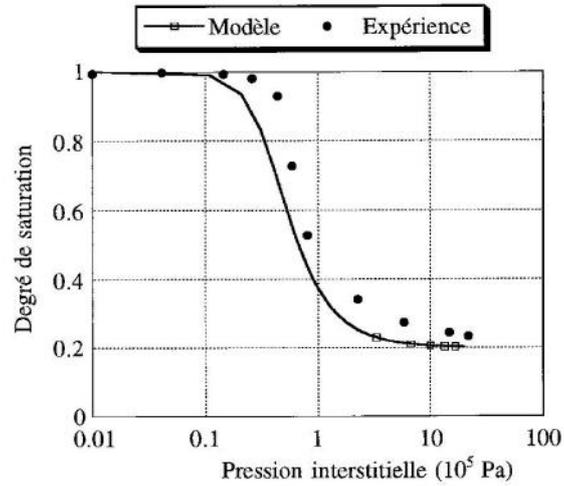
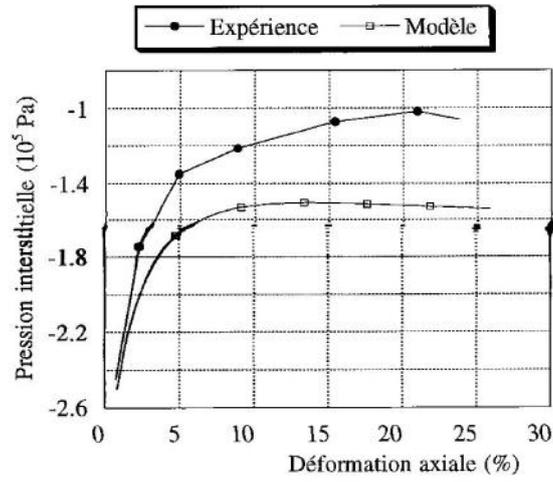


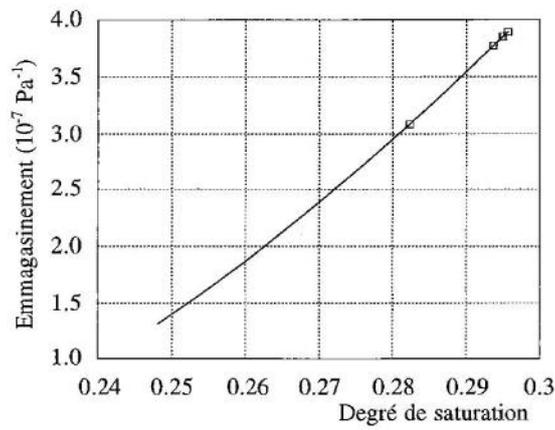
Fig. 5.16- Évolution du degré de saturation en fonction de la pression interstitielle

On constate une amélioration des pressions interstitielles générées d'où toute l'importance de la relation saturation-pression dans les essais non drainés.

On présente aussi l'évolution de l'emmagasinement en fonction du degré de saturation pour les trois essais (figs. 5.17.b, 5.18.b et 5.19.b). Les valeurs de l'emmagasinement pour les nouveaux paramètres du modèle de Van-Genuchten sont plus faibles que celles qu'on avait précédemment et c'est ainsi qu'on génère des pressions interstitielles plus grandes.

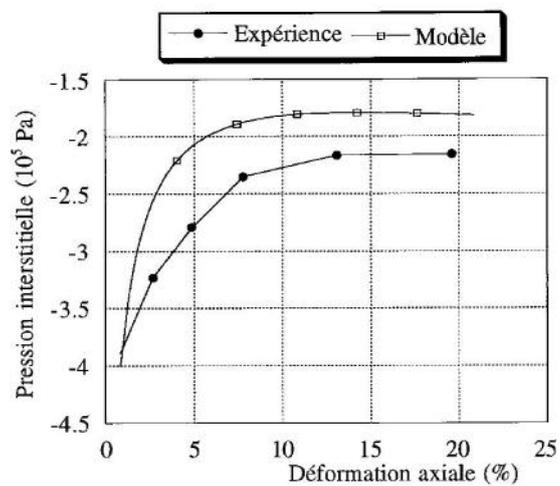


(a)

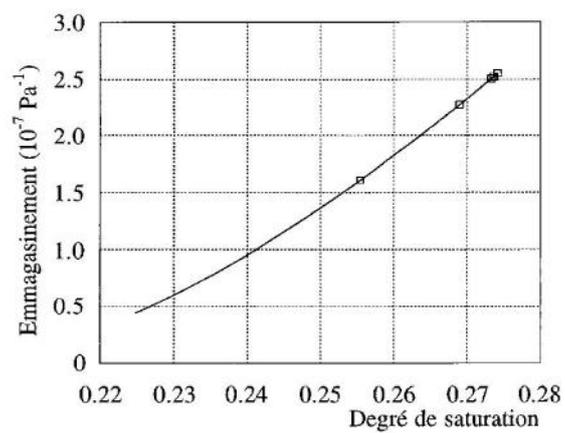


(b)

Fig. 5.17- Essai triaxial non saturé non drainé sur le limon de Sterrebeek pour une pression interstitielle négative initiale de -250 KPa
 a- Évolution de la pression interstitielle en fonction de la déformation axiale
 a- Évolution de l'emmagasinement en fonction du degré de saturation

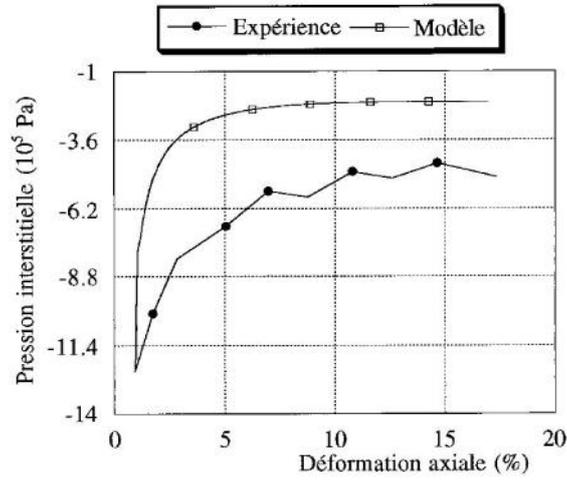


(a)

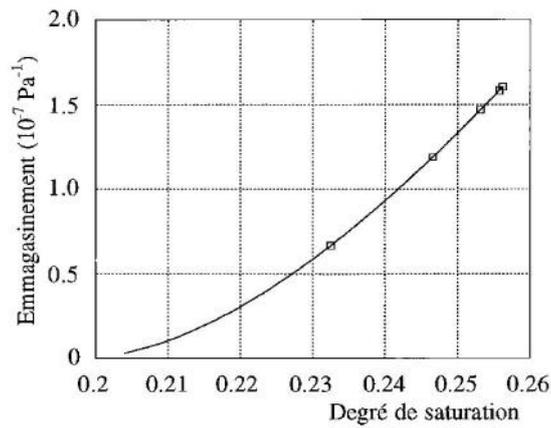


(b)

5.18- Essai triaxial non saturé non drainé sur le limon de Sterrebeek pour une pression interstitielle négative initiale de -400 KPa
 a- Évolution de la pression interstitielle en fonction de la déformation axiale
 a- Évolution de l'emmagasinement en fonction du degré de saturation



(a)



(b)

5.19- Essai triaxial non saturé non drainé sur le limon de Sterrebeek pour une pression interstitielle négative initiale de -1360 KPa
 a- Évolution de la pression interstitielle en fonction de la déformation axiale
 a- Évolution de l'emmagasinement en fonction du degré de saturation

5.3- CONCLUSIONS

On a présenté dans ce chapitre une validation quantitative sur deux matériaux réels, en l'occurrence le limon de Jossigny et le limon de Sterrebeek.

Les comparaisons entre les simulations numériques et les mesures expérimentales montrent que le modèle est en mesure de reproduire quantitativement de façon acceptable les phénomènes caractéristiques du comportement des sols partiellement saturés.

Les calculs effectués sur le limon de Sterrebeek ont montré qu'un intérêt particulier doit être porté sur la relation saturation-pression lors de la simulation d'essais non drainés.

Ces calculs quantitatifs ont montré aussi l'intérêt de conserver le concept de contrainte effective pour les matériaux non saturés dans la mesure où, d'une part la quasi-totalité des paramètres est déterminée à l'aide d'essais expérimentaux saturés et d'autre part le passage entre les domaines saturé et non saturé s'effectue sans difficultés particulières.

Chapitre 6

APPLICATION A L'ÉTUDE D'UN MASSIF DE SOL NON SATURÉ

- 6.1- MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME
- 6.2- APPROXIMATION PAR ÉLÉMENTS FINIS
- 6.3- APPLICATION A L'ÉTUDE D'UN MASSIF DE SOL NON SATURÉ
- 6.4- CONCLUSIONS

APPLICATION A L'ÉTUDE D'UN MASSIF DE SOL NON SATURÉ

Le modèle de comportement étant intégré dans un code de calculs aux éléments finis en l'occurrence le code GEFDYN, on s'est proposé de l'appliquer à la résolution d'un problème aux limites dans lequel on considère des sollicitations analogues à celles que l'on rencontre généralement dans les ouvrages en terre.

Les processus de drainage et d'humidification qu'on fera subir au massif de sol sont analogues aux processus de vidange et de remplissage d'un barrage en remblais par exemple.

Aussi, le massif de sol sera soumis à un chargement mécanique avant son humidification pour mettre en évidence le phénomène d'effondrement qui est un phénomène très important vis-à-vis de la stabilité des ouvrages en terre.

6.1- MISE EN ÉQUATION DU PROBLÈME

On étudie l'évolution d'un milieu occupant un domaine borné Ω de frontières Γ soumis à un chargement extérieur qui provoque un déséquilibre mécanique et hydraulique.

Les équations qui régissent le comportement du milieu se répartissent en deux grandes catégories, celles relatives au squelette et celles relatives au fluide constitué d'eau et d'air. Il s'agit d'un problème couplé hydraulique-mécanique dont on présentera ci-après les équations générales. On désignera par x la position d'un point courant.

6.1.1- Comportement mécanique du milieu poreux

6.1.1.1- Conservation de l'équilibre

La généralisation du principe des contraintes effectives de Terzaghi aux sols non saturés que nous avons adoptée, est celle présentée au chapitre 2. Ce principe est écrit sous la forme simplifiée suivante avec la convention de la Mécanique des Milieux Continus (tractions positives):

$$(1) \quad \sigma = \sigma' + \pi_c(u_w) \mathbb{I}$$

où σ , σ' et π_c représentent respectivement le champ de contraintes totales, le champ de contraintes effectives et la pression capillaire.

D'autre part, la masse de l'air étant négligeable, les forces massiques s'écrivent pour le milieu poreux :

$$\rho = (n S(u_w) \rho_w + (1-n) \rho_s)$$

où ρ_w et ρ_s sont respectivement la masse volumique de l'eau et la masse volumique des grains. n est la porosité et varie avec la déformation du squelette solide. S est le degré de saturation supposé connu à l'aide d'une loi expérimentale le reliant à la pression interstitielle. g est l'accélération de la pesanteur.

La conservation de l'équilibre global en condition statique s'écrit en tenant compte des forces volumiques dues à la gravité :

$$(2) \quad \text{DIV } \sigma + (n(u)S(u_w) \rho_w + (1-n(u)) \rho_s) g = 0 \quad \forall x \in \Omega$$

où l'opérateur DIV est défini par:

$$\{ \text{DIV } \sigma \}_i = \partial_j \sigma_{ij} \quad (i, j = 1, 3)$$

Si on reporte l'équation (1) dans (2), on aura:

$$\text{DIV } \sigma' + \text{grad}(\pi_c) + \rho(u, u_w) g = 0 \quad \forall x \in \Omega$$

En écrivant la pression capillaire $\pi_c(u_w)$ sous la forme:

$$\pi_c(u_w) = \chi(u_w) u_w$$

où $\chi(u_w)$ est une fonction connue de la pression interstitielle, on obtient l'expression de la conservation faisant intervenir les inconnues couplées σ' et u_w :

$$(3) \quad \text{DIV } \sigma' + \text{grad} (\chi(u_w) u_w) + \rho(u, u_w) g = 0 \quad \forall x \in \Omega$$

On appellera χ coefficient capillaire.

6.1.1.2- Comportement du sol

La loi rhéologique est donnée sous la forme symbolique suivante où β représente les variables d'écouissage dont la variation ne dépend que de la variation de la pression interstitielle. Dans le modèle proposé il s'agit de la cohésion capillaire $R(\pi_c)$. α représente les variables d'écouissage dont la variation dépend de la valeur actuelle de la contrainte effective, des variables d'écouissage α , de la pression interstitielle par l'intermédiaire de β et du taux de déformations.

A chaque instant, le taux de contraintes effectives dépend de la valeur actuelle des contraintes effectives, des variables d'écouissage α et β , du taux de variation de la pression capillaire π_c et du taux de déformations.

$f(\sigma', \alpha)$ représente l'ensemble des fonctions de charge du matériau.

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t \sigma' = g(\sigma', \alpha, \beta, \varepsilon(\partial_t u), \partial_t \pi_c) \\ \partial_t \alpha = h(\sigma', \alpha, \beta, \varepsilon(\partial_t u), \partial_t \pi_c) \\ f(\sigma', \alpha, \beta) \leq 0 \end{array} \right.$$

La présentation du modèle de comportement des sols saturés et non saturés a fait l'objet du troisième chapitre.

6.1.1.3- Conditions aux limites mécaniques

Les conditions aux limites mécaniques sont de deux types : soit en déplacements, soit en forces. On considère donc une décomposition de la frontière Γ du domaine Ω :

$$\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_\sigma$$

(i) Conditions de déplacements imposés

Sur la partie Γ_u de la frontière, on se donne une condition aux limites en déplacements:

$$(4) \quad u(x,t) = u^*(x,t) \quad \forall x \in \Gamma_u$$

(ii) Conditions aux limites en contraintes

Sur la partie Γ_σ de la frontière, la structure est chargée par des forces de surface distribuées $\mathbf{T}^*(x,t)$. En appelant \mathbf{T} le champ de vecteurs contraintes totales défini par :

$$(5) \quad \mathbf{T} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{m}$$

où \mathbf{m} est la normale extérieure à la surface Γ_σ ,
la condition aux limites s'écrit donc :

$$(6) \quad \mathbf{T}(x,t) = \mathbf{T}^*(x,t) \quad \forall x \in \Gamma_\sigma$$

Il est important de noter que cette condition est imposée au tenseur des contraintes totales et non au tenseur des contraintes effectives.

6.1.1.4. Conditions initiales mécaniques

Nous supposons avoir à notre disposition les conditions initiales statiquement admissibles suivantes:

$$(7) \quad \begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ \sigma'(x, 0) = \sigma'_0(x) \\ \alpha(x, 0) = \alpha_0(x) \\ \beta(x, 0) = \beta_0(x) \end{cases} \quad \forall x \in \Omega$$

σ'_0 est calculé en fonction de l'histoire géologique du site, β_0 est calculé en fonction de la pression interstitielle initiale et α_0 est calculé de telle manière qu'aucun seuil de plasticité ne soit violé.

6.1.2- Comportement hydraulique du milieu poreux

6.1.2.1- Conservation de la masse du fluide

La conservation de la masse du fluide a été présentée en détail dans le quatrième chapitre (cf. 4.3). Elle s'écrit sous la forme suivante:

$$c(u, u_w) \partial_t u_w + S \operatorname{div} (\partial_t u) - \operatorname{div} [K_w \operatorname{grad}(u_w + \rho_w g x)] = 0$$

avec:

$$c(u, u_w) = n [d_{u_w} S + S \beta_w]$$

où β_w est la compressibilité de l'eau et K_w la perméabilité à l'eau.

6.1.2.2- Conditions aux limites hydrauliques

Elles sont généralement de deux types: pressions imposées ou flux imposés. A cet effet, on introduit une partition de la frontière Γ du domaine Ω :

$$\Gamma = \Gamma_{u_w} \cup \Gamma_\phi$$

Ces différentes parties sont définies suivant le type de conditions aux limites :

6.1.2.3- Conditions initiales hydrauliques

On prendra comme conditions initiales:

$$(8) \quad \begin{array}{ll} u_w(x, 0) = u_{w0} & \text{si } S_0(x) = 1 \\ u_w(x, 0) = u_{wS}(S_0(x)) & \text{si } S_0(x) \leq 1 \end{array}$$

où $S_0(x)$ désigne la saturation initiale et u_{w0} une pression initiale donnée. u_{wS} désigne la loi expérimentale pression-saturation.

6.2- APPROXIMATION PAR ÉLÉMENTS FINIS

6.2.1- Formulation variationnelle du problème continu

Le problème continu P1 à résoudre est le suivant :

P1:

Chercher des champs de déplacements $u(x, t)$, de pressions $u_w(x, t)$, de contraintes $\sigma'(x, t)$ et de variables d'écroutissage $\alpha(x, t)$ et $\beta(x, t)$ qui satisfont le système d'équations suivantes et qui vérifient les conditions aux limites et initiales définies aux paragraphes précédents :

$$\begin{aligned}
 S(u_w) \operatorname{div}(\partial_t u) + c(u, u_w) \partial_t u_w - \operatorname{div}\{K(u, u_w) \cdot \operatorname{grad}(u_w + \rho_w g \cdot x)\} &= 0 \\
 \operatorname{Div} \sigma' + \operatorname{grad}(\chi(u_w) u_w) + \rho(u, u_w) g &= 0 \\
 \partial_t \sigma' &= D^{\text{ep}}(\sigma', \alpha, \beta, \varepsilon(\partial_t u), \partial_t \pi_c) \cdot \varepsilon(\partial_t u) \\
 \partial_t \alpha &= L^{\text{ep}}(\sigma', \alpha, \beta, \varepsilon(\partial_t u), \partial_t \pi_c) \\
 f(\sigma', \alpha, \beta) &\leq 0
 \end{aligned}
 \quad \forall x \in \Omega$$

On définit d'abord les ensembles suivants:

- L'ensemble des champs de déplacements virtuels cinématiquement admissibles:

$$V = \{ v / v \text{ régulière sur } \Omega / v = 0 \text{ sur } \Gamma_u \}$$

- L'ensemble des champs de pressions cinématiquement admissibles:

$$Q = \{ q / q \text{ régulière sur } \Omega / q = 0 \text{ sur } \Gamma_{u_w} \}$$

- L'ensemble des champs de contraintes virtuelles:

$$\Sigma = \{ \tau / \tau_{ij} = \tau_{ji} \}$$

- L'ensemble des champs de variables d'écroutissage virtuelles Π .

On utilise les notations suivantes pour l'intégration sur le domaine Ω ou sur la frontière Γ , pour tout champ de vecteur v et de tenseur τ :

$$\begin{aligned}
 (v, v)_{\Omega} &= \int_{\Omega} v \cdot v \, d\Omega \\
 (\tau, \tau)_{\Omega} &= \sum_{ij} \int_{\Omega} \tau_{ij} \tau_{ij} \, d\Omega \\
 \langle v, v \rangle_{\Gamma} &= \int_{\Gamma} v \cdot v \, d\Gamma
 \end{aligned}$$

On obtient alors, d'une manière classique, la formulation variationnelle P2 du problème continu P1, qui se résume de la manière suivante :

P2:

Chercher $u(x,t) \in V$, $u_w(x,t) \in Q$, $\{\sigma'(x,t), \alpha(x,t)\} \in \Sigma \times \Pi$ et $\zeta(x,t) \in \Theta$ vérifiant les équations suivantes et les conditions initiales décrites aux paragraphes précédents :

$$(\sigma', \varepsilon(v))_{\Omega} + (\chi(u_w) u_w, \operatorname{div} v)_{\Omega} = (\rho(u, u_w) g, v)_{\Omega} + \langle T^*, v \rangle_{\Gamma} \quad \forall v \in V$$

$$(S(u_w) \operatorname{div} (\partial_t u), q)_{\Omega} + (c(u, u_w) \partial_t u_w, q)_{\Omega} + (K(u, u_w) \operatorname{grad} (u_w + \rho_w g \cdot x), \operatorname{grad} q)_{\Omega} = \langle \varphi, q \rangle_{\Gamma} \quad \forall q \in Q$$

Les lois rhéologiques des matériaux étant bien sur appliquées.

6.2.2- Discrétisation par rapport à l'espace

Quand on utilise des fonctions $f(x,t)$ de la variable spatiale x et du temps t , il est souvent agréable de séparer ces variables et de considérer f comme $f(t)$ une fonction du temps seulement, mais qui prend ses valeurs dans un espace de fonction. On utilisera alors dans la suite les notations suivantes:

à toute fonction $f(x,t)$ on associe le champ $f(t)$, en conservant la même notation, de telle manière qu'en tout point la fonction et le champ prennent les mêmes valeurs à tout instant.

Les champs de déplacements $u(t)$ et de pression $u_w(t)$ sont approchés par des champs $u_h(t)$ et de pression $u_{w,h}(t)$ définis aux noeuds du maillage. Nous définissons alors des sous espaces de dimension finie V_h, Q_h, Σ_h et Π_h , approximations internes de V, Q, Σ et Π . Ces champs sont calculés à partir des valeurs nodales et les fonctions de base de l'élément. Donc à chaque noeud du maillage, on associe une fonction de base w_j ou r_j polynomiale sur chaque élément, égale à un au noeud J et nulle sur les autres. On a alors:

$$(9) \quad u_h(t) = \sum u_{Ii}(t) w_{Ii} \quad \text{avec} \quad I=1, N^u_h, i=1,3$$

$$(10) \quad u_{wh}(t) = \sum u_{wI}(t) r_I \quad \text{avec } I=1, N^{uw_h}$$

e_i étant le vecteur unité dans la direction i . On note que les fonctions de base pour les déplacements et pour les pressions peuvent ne pas être identiques.
 Pour alléger l'écriture nous utilisons la notation suivante:

$$w_{Ii} = w_I e_i$$

Les champs de contraintes $\sigma'(t)$, de variables d'écouissage $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ sont approchés par des fonctions constantes par sous éléments définis par la méthode d'intégration numérique. Nous définissons ainsi des sous espaces Σ_h et Π_h .

Nous obtenons alors le problème semi-discretisé $P2_h$.

$P2_h$

Chercher $u_h(t) \in V_h, u_{wh}(t) \in Q_h, (\sigma'_h(t), \alpha(t)) \in \Sigma_h \times \Pi_h$
 vérifiant les équations (11) et (12).

$$(11) \quad (\sigma'_h, \varepsilon(w_{Jj}))_{\Omega} - \sum_I u_{wI} (\chi(u_w) r_I, \text{div } w_{Jj})_{\Omega} \\ = (\rho(u, u_w) g, w_{Jj})_{\Omega} + \langle T^*, w_{Jj} \rangle_{\Gamma\sigma} \quad \forall J=1, N^{uh}, \forall j=1,2,3$$

$$(12) \quad \sum_{Ii} \partial_t u_{Ii} (S(u_w) \text{div}(w_{Ii}), r_I)_{\Omega} + \sum_I \partial_t u_{wI} (c(u, u_w) r_I, r_I)_{\Omega} \\ + \sum_I u_{wI} (K(u_w) \text{grad } r_I, \text{grad } r_I)_{\Omega} + (K(u_w) \rho_w g \cdot x, \text{grad } r_I)_{\Omega} = \langle \varphi, r_I \rangle_{\Gamma\varphi} \\ \forall J=1, N^{uw_h}$$

avec σ'_h, u_h et α vérifiant en outre la loi de comportement qui peut s'écrire sous la forme:

$$\sigma', \alpha, \beta, \varepsilon(\partial_t u), \partial_t \pi_c \\ (13) \quad \partial_t \sigma'_h = D^{ep}(\sigma'_h, \alpha_h, \beta_h, \varepsilon(\partial_t u_h), \partial_t \pi_c) \cdot \varepsilon(\partial_t u_h) \\ (14) \quad \partial_t \alpha_h = L^{ep}(\sigma'_h, \alpha_h, \beta_h, \varepsilon(\partial_t u_h), \partial_t \pi_c) \cdot \varepsilon(\partial_t u_h) \quad \forall x \in \Omega \\ f(\sigma'_h, \alpha_h, \beta_h) \leq 0$$

Comme les contraintes et les variables d'écouissage sont supposées constantes autour d'un point d'intégration les équations (13) et (14) discrétisées sont découplées du reste sur chaque sous élément. On obtient ainsi un système différentiel pour chaque point d'intégration qu'on résoudra au niveau local.

Dans (11) et (12) chaque terme est calculé grâce à la formule d'intégration numérique. Pour le premier terme de (11), cela donne:

$$(\sigma'_{h,\varepsilon}(w_{Jj}))_{\Omega} = \sum_e (\sigma'_{h,\varepsilon}(w_{Jj}))_e = \sum_{e,p} (\sigma'_{h}(\xi_p^e) : \varepsilon(w_{Jj})(\xi_p^e)) \cdot \varpi_p^e$$

où ξ_p^e et ϖ_p^e représentent respectivement les abscisses et les poids de la formule de quadrature.

6.2.3- Discrétisation par rapport au temps

Le temps intervient comme variable physique dans l'équation hydraulique et les lois de comportement visqueuses. Pour la loi élastoplastique le temps n'est qu'un paramètre chronologique.

On distingue l'intégration par rapport au temps des équations (11) et (12) et l'intégration par rapport au temps des lois de comportement. Un schéma implicite global est utilisé ($\theta = 1$ dans la θ -méthode). Ce schéma est inconditionnellement stable. La méthode d'intégration de la loi de comportement au niveau local est explicite. Par la suite nous nous intéressons au problème $P2_h$ (semi-discrétisé) mais nous omettrons l'indice h afin d'alléger les notations.

On découpe l'intervalle de temps $[0, T]$ en intervalles Δt_n . Pour une fonction continue $f(t)$ sur $[0, T]$, on pose alors:

$$f_n = f(t_n)$$

On suppose connu l'état à l'étape n c'est à dire

$$\{ u_n, u_{wn}, \sigma'_n, \alpha_n \}$$

et on cherche à calculer

$$\{ u_{n+1}, u_{wn+1}, \sigma'_{n+1}, \alpha_{n+1} \} \text{ solution du problème suivant:}$$

P3₁

$$\begin{aligned}
 & (\sigma'_{n+1}, \varepsilon(v))_{\Omega} - (\chi(u_{wn+1})u_{wn+1}, \operatorname{div} v)_{\Omega} \\
 & = (\rho(u_{n+1}, u_{wn+1})g, v)_{\Omega} + \langle \Gamma^*_{n+1}, v \rangle_{\Gamma\sigma}
 \end{aligned}$$

 $\forall v \in V_h$

$$\begin{aligned}
 & (S(u_{wn+1}) \operatorname{div}(u_{n+1} - u_n), q)_{\Omega} + (c(u_{n+1}, u_{wn+1})(u_{wn+1} - u_{wn}), q)_{\Omega} \\
 & + \Delta t_{n+1} (K(u_{n+1}, u_{wn+1}) \cdot \operatorname{grad}(u_{wn+1} + \rho_w g \cdot x), \operatorname{grad} q)_{\Omega} \\
 & = \Delta t_{n+1} \langle \varphi_{n+1}, q \rangle_{\Gamma\varphi}
 \end{aligned}$$

 $\forall q \in Q_h$

A une étape donnée, le problème semi-discrétisé est résolu en deux phases : une première phase de résolution globale mécanique et hydraulique et une deuxième phase de calcul des contraintes effectives et des variables d'écrouissage à partir des champs de déplacement et de pression interstitielle donnés.

6.2.4- Algorithme de résolution

La loi de comportement mécanique étant non linéaire et la non saturation introduisant une non linéarité supplémentaire, on est amené à résoudre le système P3 d'une manière itérative. L'algorithme de résolution est alors le suivant:

Prédiction : la valeur des champs à l'étape n, $\{u_n, u_{wn}, \sigma'_n, \alpha_n\}$, qui est connue, sert de prédicteur aux itérations effectuées à l'étape n+1.

Les valeurs initiales des champs à l'étape n+1 sont supposées être les valeurs obtenues à l'étape n. On a alors:

$$\begin{aligned}
 u_{n+1}^0 &= u_n \\
 u_{wn+1}^0 &= u_{wn} \\
 \sigma'_{n+1}^0 &= \sigma'_n \\
 \alpha_{n+1}^0 &= \alpha_n
 \end{aligned}$$

Δt_{n+1} est estimé à partir de Δt_n . Si l'option "pas de temps adaptatif" est choisie c'est le programme qui détermine Δt_{n+1} en fonction du déroulement du calcul à l'étape n. Sinon le pas de temps donné par l'utilisateur est appliqué.

Corrections globales : La valeur des champs à l'itération k de l'étape n+1, $\{u_{n+1}^k, u_{wn+1}^k, \sigma'_{n+1}^k, \alpha_{n+1}^k\}$ étant connue, on cherche $\{u_{n+1}^{k+1}, u_{wn+1}^{k+1}\}$ tels que:

$$\begin{aligned}
(15) \quad & (D_n^* \cdot \varepsilon(u_{n+1}^{k+1} - u_{n+1}^k), \varepsilon(v))_{\Omega} - (\chi_n^* (u_w^{k+1} - u_w^k), \text{div } v)_{\Omega} \\
& = (\rho(u_{n+1}^k, u_w^k) g, v)_{\Omega} + \langle \Gamma_{n+1}^*, v \rangle_{\Gamma} - (\sigma_{n+1}^k, \varepsilon(v))_{\Omega} \\
& + (\chi(u_w^k) u_w^k, \text{div } v)_{\Omega} \\
& \qquad \qquad \qquad \forall v \in V_h
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(16) \quad & (S_n^* \text{div}(u_{n+1}^{k+1} - u_{n+1}^k), q)_{\Omega} + (c_n^* (u_w^{k+1} - u_w^k), q)_{\Omega} \\
& + \Delta t_{n+1} (K_n^* \cdot \text{grad}(u_w^{k+1} - u_w^k), \text{grad } q)_{\Omega} \\
& = \Delta t_{n+1} \langle \varphi_{n+1}, q \rangle_{\Gamma} - (S(u_w^k) \text{div}(u_{n+1}^k - u_n), q)_{\Omega} \\
& - (c(u_{n+1}^k, u_w^k) (u_w^k - u_w^n), q)_{\Omega} \\
& - \Delta t_{n+1} (K(u_{n+1}^k, u_w^k) \cdot \text{grad}(u_w^k + \rho_w g \cdot x), \text{grad } q)_{\Omega} \\
& \qquad \qquad \qquad \forall q \in Q_h
\end{aligned}$$

où D_n^* est la matrice d'élasticité auxiliaire, S_n^* , c_n^* , K_n^* et χ_n^* sont respectivement une saturation, un emmagasinement, une perméabilité et un coefficient capillaire auxiliaires.

Corrections locales : On calcule $\{\sigma_{n+1}^{k+1}, \alpha_{n+1}^{k+1}\}$ à partir de la loi de comportement anélastique avec comme conditions initiales :

$$\sigma'(t_n) = \sigma_n, \alpha(t_n) = \alpha_n, \beta(t_n) = \beta_n$$

Dans les équations précédentes, on a systématiquement gardé dans le membre de gauche les termes inconnus, alors que ne figurent dans le membre de droite que des termes connus ou ayant pu être déterminés par récurrence.

Si on introduit la décomposition de u et u_w suivant les équations (9) et (10) et si on choisit pour les fonctions tests v et q les champs qui constituent la base de l'espace $V \times Q$, les équations peuvent aussi être présentées sous forme matricielle, si on pose :

$$\Delta u_{\text{II}} = u_{\text{II}}^{k+1} - u_{\text{II}}^k$$

$$\Delta u_{\text{wI}} = u_{\text{wI}}^{k+1} - u_{\text{wI}}^k$$

$$F_{Jj}^M = (\rho(u_{n+1}^k, u_{w_{n+1}}^k) g, w_{Jj})_{\Omega} + \langle T_{n+1}, w_{Jj} \rangle_{\Gamma\sigma} \\ - (\sigma'_{n+1}, \varepsilon(w_{Jj}))_{\Omega} \\ + (\chi(u_{w_{n+1}}^k) u_{w_{n+1}}^k, \text{div } w_{Jj})_{\Omega}$$

$$F_{Jj}^H = \Delta t_{n+1} \langle \varphi_{n+1}, r_{Jj} \rangle_{\Gamma\varphi} - (S(u_{w_{n+1}}^k) \text{div}(u_{n+1}^k - u_n), r_{Jj})_{\Omega} \\ - (c(u_{n+1}^k, u_{w_{n+1}}^k) (u_{w_{n+1}}^k - u_{w_n}), r_{Jj})_{\Omega} + \\ - \Delta t_{n+1} (K(u_{n+1}^k, u_{w_{n+1}}^k) \cdot \text{grad}(u_{w_{n+1}}^k + \rho_w g \cdot x), \text{grad } r_{Jj})_{\Omega}$$

Le système devient alors :

$$(17) \quad \sum_{\Omega} [(D_n^* \varepsilon(w_{\Omega}), \varepsilon(w_{Jj}))_{\Omega}] \cdot \Delta u_{\Omega} - \sum_{\Gamma} [(\chi_n^* r_{\Gamma}, \text{div } w_{Jj})_{\Omega}] \Delta u_{w\Gamma} = \\ F_{Jj}^M \quad \forall J=1, N^{uh}, \forall j=1,2,3$$

$$(18) \quad \sum_{\Omega} [(S_n^* \text{div}(w_{\Omega}), r_{Jj})_{\Omega}] \cdot \Delta u_{\Omega} + \\ \sum_{\Gamma} [(c_n^* r_{\Gamma}, r_{Jj})_{\Omega} + \Delta t_{n+1} (K_n^* \cdot \text{grad } r_{\Gamma}, \text{grad } r_{Jj})_{\Omega} + \Delta t_{n+1} \langle k_v r_{\Gamma}, r_{Jj} \rangle_{\Gamma_s}] \Delta u_{w\Gamma} \\ = F_{Jj}^H \quad \forall J=1, N^{wh}$$

soit :

Les termes d'intégration sur le volume Ω se décomposent en sommes sur chaque élément de volume du modèle discrétisé en éléments finis. La contribution de chaque élément de volume

- à la matrice auxiliaire D^* est :

$$(19) \quad \sum_{\Omega} D_n^* \varepsilon(w_{\Omega}(\xi_j)), \varepsilon(w_{Jj}(\xi_j)) J(\xi_j) \varpi_j$$

- à la matrice L_1^* est :

$$(20) \quad \sum_{\Omega} \chi_n^* r_{\Gamma}(\xi_j) \text{div } w_{Jj}(\xi_j) J(\xi_j) \varpi_j$$

- à la matrice L_2^* est :

$$(21) \quad \sum_I S^*_{n \ r_I}(\xi_I) \operatorname{div} w_{J_I}(\xi_I) J(\xi_I) \varpi_I$$

- à la matrice $(\Delta t K^* + C^*)$ est :

$$(22) \quad \sum_I [c^*_{n \ r_I}(\xi_I) \ r_J(\xi_I) + \Delta t_{n+1} (K^*_{n \ r_I} \operatorname{grad} r_I(\xi_I)) \cdot \operatorname{grad} r_J(\xi_I)] J(\xi_I) \varpi_I$$

où ξ_I et ϖ_I sont respectivement les coordonnées et les poids des points d'intégration, J est le jacobien permettant de ramener l'élément de volume à un élément de référence. L'intégration du second membre sur le volume Ω se décompose également en une somme sur chaque élément de volume. Les termes du second membre s'obtiennent donc de manière similaire aux termes de la matrice auxiliaire décrits ci-dessus.

On constate qu'un système non symétrique est obtenu. Dans un premier temps, on choisit la matrice auxiliaire $L_1^* = L_2^*$.

6.2.5- Méthode de résolution

Les équations (17) et (18) nous amènent à résoudre un système d'équations non-linéaires qu'on peut symboliser par

$$F(u, u_w) = A(u, u_w) - b = 0$$

et qu'on résout de manière itérative. Suivant le choix adopté pour ces matrices auxiliaires, différentes méthodes de résolution sont obtenues. On utilise généralement la méthode de Newton modifiée ou une méthode quasi-Newton (B.F.G.S.). D'une manière générale, le coefficient purement mécanique D^* est choisi comme celui d'un matériau élastique linéaire.

La convergence du processus itératif est jugée à l'aide des tests d'arrêt sur:

- les incréments de u et de u_w

$$\begin{aligned}\|u^{k+1}_{n+1} - u^k_{n+1}\| &\leq U_{tol} \|u^{k+1}_{n+1}\| \\ \|u_w^{k+1}_{n+1} - u_w^k_{n+1}\| &\leq U_{tol} \|u_w^{k+1}_{n+1}\|\end{aligned}$$

- les déséquilibres résiduels $Re (F_{Jj}^M \text{ et } F_{Jj}^H)$ dans les équations (17) et (18))

$$\|F_{Jj}^M{}_{n+1}{}^{k+1} - F_{Jj}^M{}_{n+1}{}^k\| \leq R_{tol} \|F_{Jj}^M{}_{n+1}{}^0\|$$

$$\|F_{Jj}^H{}_{n+1}{}^{k+1} - F_{Jj}^H{}_{n+1}{}^k\| \leq R_{tol} \|F_{Jj}^H{}_{n+1}{}^0\|$$

où U_{tol} et R_{tol} sont des tolérances données.

6.3- APPLICATION A L'ÉTUDE D'UN MASSIF DE SOL NON SATURÉ

6.3.1- Présentation du problème

Il s'agit d'un massif de sol de 6m de haut et de 1m de large. Les paramètres relatifs à la loi de comportement du matériau saturé sont les suivants:

K_{ref} (MPa)	110	a_{mon}	0.003
G_{ref} (MPa)	50.6	a_{cyc}	0.0015
n	0.7	c_{mon}	0.03
ϕ (°)	35	c_{cyc}	0.015
ψ (°)	35	b	0.35
β	14	d	2.5
ρ_s (kg/m ³)	2700	n (porosité initiale)	0.38
β_w (Pa ⁻¹)	0.45E-09		

les paramètres relatifs au domaine non saturé sont:

u_d (KPa)	-130	u_r (KPa)	-30
k'	0.6	D_{10} (μ m)	0.3
α	0.015	S_r	0.2

La sollicitation du massif de sol, qui se trouve dans des conditions oedométriques, se fait en trois phases (fig. 6.1):

- Dans la première phase, le massif est drainé dans sa partie supérieure jusqu'à une pression interstitielle de -600 KPa. La pression de désaturation du matériau étant de -130 KPa, le massif sera donc nettement désaturé.
- La deuxième phase consiste en un chargement mécanique vertical de 800 KPa à pression interstitielle constante.

- La dernière phase du chargement est un processus d'humidification effectué dans la partie supérieure du massif tout en maintenant le chargement mécanique de la deuxième étape.

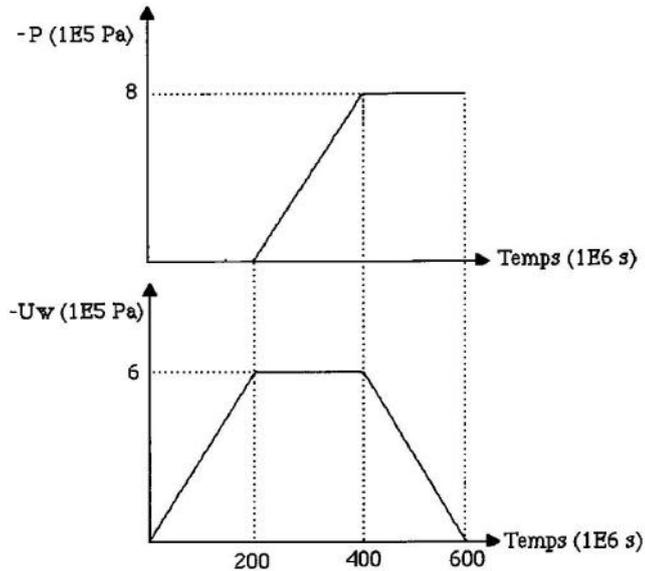


Fig. 6.1- Description des sollicitations

6.3.2- Modélisation

Chaque phase de chargement est effectuée en un temps de $2E8$ secondes réparti en 50 étapes de calcul. On a considéré un pas de temps constant de $4E6$ secondes.

La perméabilité du milieu s'écrit sous la forme suivante:

$$K = k_r(S) K'(n) / \mu_w$$

où:

μ_w est la viscosité de l'eau,

k_r est la perméabilité réduite de l'eau dans le milieu poreux tenant compte du fait qu'une partie du volume des pores est occupée par de l'air. C'est une fonction du degré de saturation,

K' est la perméabilité géométrique du milieu poreux. C'est une fonction de la porosité.

La fonction perméabilité géométrique-porosité qu'on adopte pour nos calculs est la suivante:

$$K'(n) = K'(n_0) \frac{n^3 (1 - n_0)^2}{n_0^3 (1 - n)^2}$$

où n_0 est une porosité de référence à laquelle la perméabilité géométrique est connue.

La fonction perméabilité réduite-degré de saturation qu'on s'est choisie est celle due à Irmay (1954):

$$k_r = \left(\frac{S - S_r}{1 - S_r} \right)^3$$

Le modèle de Van-Genuchten (1980) est utilisé pour la relation degré de saturation-pression interstitielle:

$$S(u_w) = S_r + \frac{1 - S_r}{\sqrt{1 + \alpha \left(\frac{u_w}{\rho g} \right)^2}}$$

6.3.2.1- Géométrie

Vu les conditions oedométriques dans lesquelles se trouve le massif de sol, on le modélise comme une colonne. On considérera donc un maillage de 6 éléments quadrilatères à 4 noeuds. Le maillage sera donc composé de 14 noeuds (fig. 6.2).

6.3.2.2- Conditions initiales

- Conditions initiales mécaniques

Les déplacements initiaux sont nuls. Les contraintes effectives initiales sont celles dues au poids des terres. Les contraintes effectives horizontales initiales sont évaluées en utilisant un coefficient $k_0 (= \frac{\sigma_h}{\sigma_v})$ de 0.5.

- Conditions initiales hydrauliques

Les pressions interstitielles initiales sont nulles.

MAILLAGE

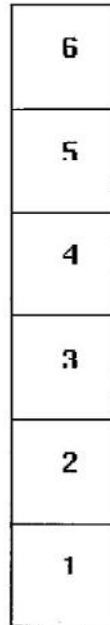


Fig. 6.2- Maillage du massif de sol

6.3.2.3- Conditions aux limites

- Conditions aux limites mécaniques

On impose des déplacements verticaux nuls aux deux noeuds de la base. Les déplacements horizontaux sont nuls à tous les noeuds du maillage. Des conditions aux limites en contraintes totales sont imposées sur la partie supérieure à l'aide d'éléments de chargement de surface.

- Conditions aux limites hydrauliques

On impose des conditions aux limites en pressions interstitielles imposées aux deux noeuds de la partie supérieure. Le degré de liberté en pression étant libre partout ailleurs, ces pressions imposées créent donc un gradient de pression qui provoque un écoulement de l'eau à travers le massif de sol.

6.3.3- Présentation et commentaire des résultats

Les figures 6.3 et 6.4 présentent l'évolution de la pression interstitielle et du degré de saturation en fonction du temps pour l'élément 3 et l'élément 6. Ces variables pour l'élément 3 suivent très rapidement celles qui correspondent à l'élément 6 bien que le matériau ne soit pas très perméable (perméabilité à saturation $k_0=10^{-7}$ m/s). Cela est dû au fait que le chargement est appliqué sur un temps très grand ($6E08$ s). Sur les courbes relatives à l'élément 3, on relève deux points aberrants correspondant à deux étapes de calcul qui n'ont pas bien convergé.

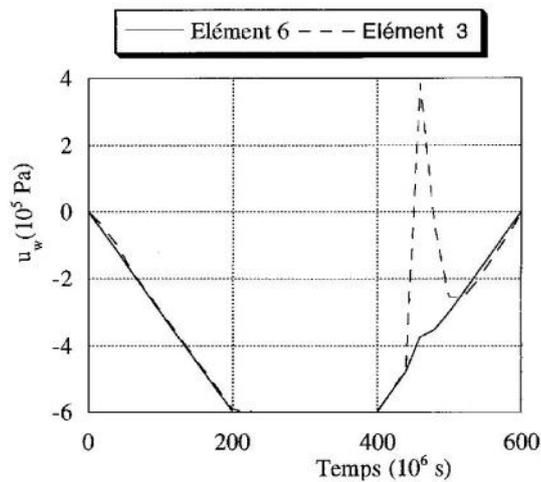


Fig. 6.3- Évolution de la pression interstitielle en fonction du temps

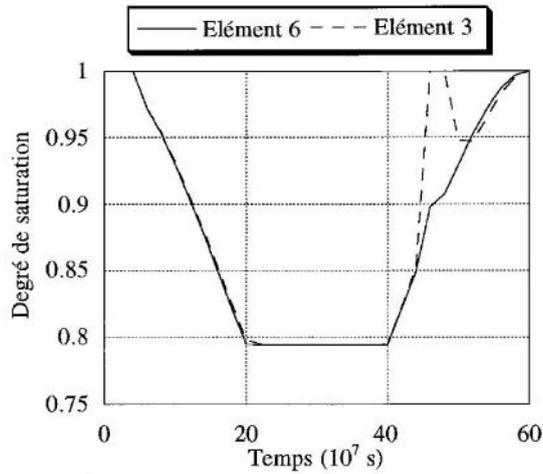


Fig. 6.4- Évolution du degré de saturation en fonction du temps

La figure 6.5 présente l'évolution de la contrainte verticale totale en fonction du temps. La partie de la courbe qui correspond à la troisième phase de chargement n'est pas un segment de droite horizontale comme elle devait l'être à cause, là aussi, des deux étapes qui n'ont pas bien convergé. La figure 6.6 présente l'évolution du rapport de contrainte en fonction du temps.

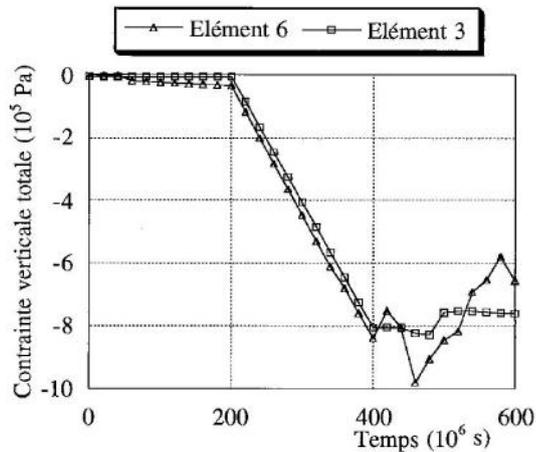


Fig. 6.5- Évolution de la contrainte verticale totale en fonction du temps

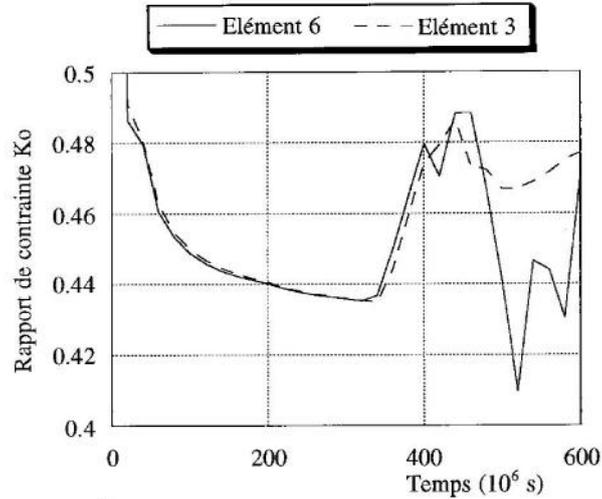


Fig. 6.6- Évolution du rapport de contrainte en fonction du temps

On présente sur la figure 6.7 l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale totale en échelle semi-logarithmique. Le processus de drainage provoque des déformations de compression, irréversibles dans le domaine saturé et réversibles dans le domaine non saturé. Le chargement mécanique de la deuxième phase induit des déformations élastiques de compression. Lors de la troisième phase, on s'aperçoit que l'humidification provoque des tassements irréversibles. Il s'agit du phénomène d'effondrement caractéristique du comportement des sols partiellement saturés. A la fin de l'humidification, on détecte une décharge et il se produit un gonflement élastique du matériau.

Les figures 6.8.a et 6.8.b. donnent l'évolution des volumes cumulés qui sortent des éléments 6 et 3 de la colonne de sol, respectivement. Le transfert hydrique au niveau de l'élément 6 qui est en contact avec le milieu extérieur est beaucoup plus important que celui de l'élément 3. Au cours de l'humidification, le tassement de la colonne de sol donne lieu pour chaque élément à une sortie d'eau par sa partie supérieure et par conséquent une rentrée d'eau par sa partie inférieure. Le bilan de ces transferts donne lieu à une sortie d'eau pour l'élément 6 et à une rentrée d'eau pour l'élément 3 comme le montrent les figures 6.8.

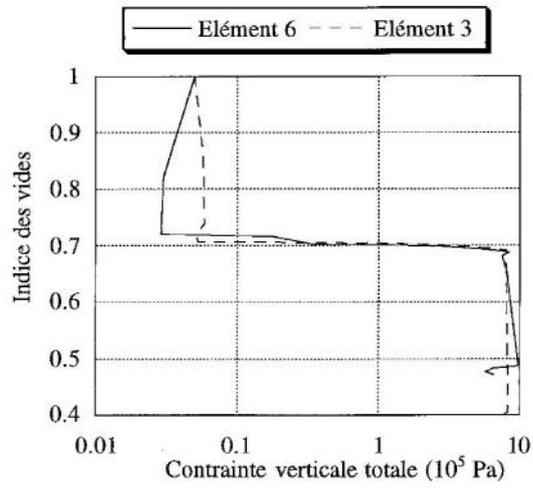


Fig. 6.7- Évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale totale

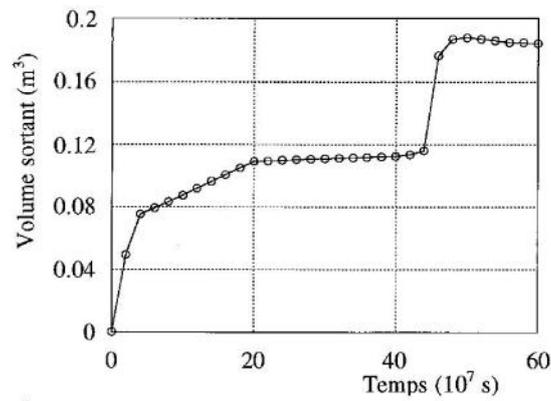


Fig. 6.8.a- Évolution du volume d'eau sortant de l'élément 6 en fonction du temps

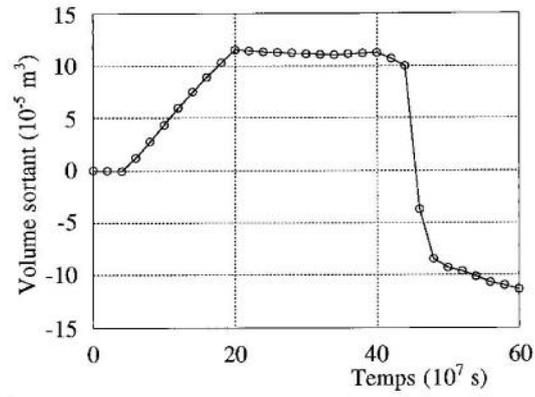


Fig. 6.8.b- Évolution du volume d'eau sortant de l'élément 3 en fonction du temps

6.4- CONCLUSIONS

Nous avons essayé de montrer à travers ce chapitre la faisabilité d'un calcul aux limites couplé hydraulique-mécanique en non saturé. Le test a été choisi de façon à mettre en évidence quelques phénomènes essentiels qui caractérisent le comportement des milieux poreux non saturés à savoir:

- le retrait dû au drainage
- l'état de "sous-consolidation" après chargement mécanique du matériau non saturé
- le phénomène d'effondrement

CONCLUSION GÉNÉRALE

Depuis les travaux de Bishop (1959), beaucoup de réserves et de réticences ont été exprimées par la communauté scientifique vis-à-vis de l'utilisation du principe de contrainte effective pour la modélisation des sols non saturés. Les différents modèles se sont orientés progressivement vers l'idée de considérer indépendamment les effets des contraintes totales et de la pression interstitielle sur le comportement des sols non saturés. Ces modèles n'ont souvent traité que l'un ou l'autre des deux aspects principaux du comportement des sols non saturés à savoir le comportement volumique ou de résistance.

Faute d'un modèle de comportement global en variables indépendantes, certains auteurs ont eu recours à la contrainte effective (Chang *et al.*, 1983; Ozanam, 1988, Schrefler *et al.*, 1990), jusqu'au début de cette décennie où un modèle complet en variables indépendantes a été élaboré (Alonso *et al.*, 1990). Il fait actuellement le cadre de travail de plusieurs équipes de recherche.

Nous avons tenté de reprendre l'idée de généralisation du principe de contrainte effective pour deux raisons qui ont fait nos principales motivations:

1- l'idée de généralisation du principe de contrainte effective paraît séduisante du moment qu'elle permet d'utiliser une approche unifiée pour le comportement des sols dans les domaines saturé et non saturé et donc d'une part d'éviter l'élaboration d'une nouvelle approche et de nouveaux outils de calcul pour le domaine non saturé et d'autre part d'éviter tous les problèmes de continuité entre les domaines saturé et non saturé qui pourraient en résulter,

2- le travail expérimental considérable effectué à l'École Centrale et qui a donné des résultats en faveur d'une généralisation du concept de contrainte effective aux sols non saturés.

Le modèle microstructural développé par Taibi (1994) a permis d'aboutir à une expression mathématique de la contrainte effective dans le domaine non saturé. Cette définition généralisée de la contrainte effective a donné des résultats prometteurs pour la prédiction et l'interprétation de certains aspects du comportement des sols partiellement saturés. Elle s'est avérée, toutefois, insuffisante pour rendre compte de tous les phénomènes comme l'augmentation de la limite élastique avec la pression négative ou encore le phénomène d'effondrement.

L'idée a été d'utiliser cette définition généralisée de la contrainte effective dans le cadre de travail de l'élastoplasticité. L'avantage de cette démarche est l'existence d'outils de calcul pour les sols saturés qu'on a pu reprendre du moment qu'il s'agissait d'établir une approche unifiée dans laquelle les sols saturés représentent un cas particulier des sols en général.

Notre outil de départ a été le modèle élastoplastique de Hujoux (1985) longuement utilisé et validé pour les calculs saturés.

L'examen des propriétés qui caractérisent le comportement des sols non saturés a suggéré l'introduction d'un écrouissage capillaire qui nous a permis de combler les insuffisances, citées plus haut, dues à l'utilisation à lui seul du principe de contrainte effective.

Il est à noter que très peu de nouveaux paramètres ont été introduits. Ainsi, la majeure partie des paramètres du modèle est déduite des essais classiques de mécanique des sols sur les matériaux saturés ou secs.

Des calculs qualitatifs ont été effectués pour montrer que le modèle est en mesure de reproduire les principales caractéristiques du comportement des sols non saturés et d'assurer un passage continu et sans difficulté entre les domaines saturé et non saturé. En guise de validation quantitative des essais expérimentaux sur deux matériaux naturels différents (le limon de Jossigny et le limon de Sterrebeek) ont été simulés.

En dehors des aspects du comportement mécanique, on s'est aussi intéressé aux écoulements dans les milieux poreux non saturés. On a étudié deux domaines de saturation qui ont déjà été examinés par plusieurs auteurs et correspondant aux deux distributions possibles de la phase gazeuse dans le milieu poreux. Le premier correspond au cas où l'air est continu et se trouve en contact avec le milieu extérieur. C'est le cas des

matériaux préparés par séchage d'une pâte initialement saturée ayant franchi le point d'entrée d'air ou encore des matériaux compactés dont le degré de saturation est inférieur à 85% environ. Le deuxième domaine correspondant au cas où l'air est discontinu concerne les matériaux compactés dont le degré de saturation est supérieur à 85%. La pression d'air n'a pas été introduite comme degré de liberté du problème.

Enfin, un problème aux limites a été résolu à l'aide du code GEFDYN où le modèle est intégré, le but principal étant de montrer la faisabilité du calcul. Le problème a été choisi de façon à mettre en évidence des caractéristiques essentielles du comportement des sols non saturés.

Un travail expérimental considérable reste à faire afin d'améliorer et enrichir les modèles existants et permettre enfin aux utilisateurs de faire le choix entre les modèles en variables indépendantes et les modèles en contrainte effective.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ABOU-BEKR, N. (1991) "Modélisation des sols non saturés à l'aide du logiciel GEFDYN". Rapport du D.E.A. de Mécanique des Sols-Structures, École Centrale Paris.
- ABOU-BEKR, N., MODARESSI, A., FRY, J.J. & HUMBERT, P. (1991) "Une comparaison entre les trois codes de calcul GEFDYN, NS2D et CESAR", Colloque du G.R.E.C.O. Géomatériaux (Groupement de Recherches Coordonnées), Aussois, pp. 607-615.
- AITCHISON, G.D. (1961) "Relationships of moisture stress and effective stress functions in unsaturated soils". Conference on Pore Pressure and Suction in Soils, London, Butterworths, pp. 47-52.
- AITCHISON, G.D. (1967) "Separate roles of site investigation, quantification of soil properties and selection of operational environment in the determination of foundation design on expansive soils". Proc. 3rd Asian Reg. Conf. Soil Mech. Found. Eng., vol. 3, pp. 72-77.
- AITCHISON, G.D. & DONALD, I.B. (1956) "Effective stresses in unsaturated soils". Proc. 2nd Australia-New Zealand Conf. Soil Mech., pp. 192-199.
- ALONSO, E.E., GENS, A. & HIGHT, D.W. (1987) "Special problem soils". General Report, 9th E.C.S.M.F.E., Dublin, Hanrahan, Orr & Widdis eds., pp. 5.1-5.60.
- ALONSO, E.E., GENS, A. & JOSA, A. (1990) "A constitutive model for partially saturated soils". Géotechnique (40), n^o 3, pp. 405-430.
- ANDREI, S. (1977) "Propriétés hydrauliques et mécaniques des sols non saturés". Revue Française de Géotechnique, n^o 2, pp. 51-78.
- AUBRY, D., HUJEUX, J.C., LASSOUDIÈRE, F. & MEIMON, Y. (1982) "A double memory model with multiple mechanisms for cyclic soil behaviour". Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, pp. 815-825.
- BARDEN, L. (1965) "Consolidation of compacted and unsaturated clays". Géotechnique, vol. 15, n^o 3, pp. 267-286.
- BARDEN, L., MADEDOR, A.O. & SIDES, G.R. (1969) "Volume change characteristics of unsaturated clays". Journ. Soil Mech. Found. Div., ASCE, SM1, pp. 33-51.
- BIAREZ, J. (1962) "Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des milieux pulvérulents". Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Grenoble.
- BIAREZ, J. & CHAMBON, R. (1973) "Introduction au rôle de l'eau sur la stabilité des barrages", la Houille Blanche, n^o 5/6.

- BIAREZ, J., FLEUREAU, J.M. & TAIBI, S. (1993) "Constitutive model for unsaturated granular media". Proc. 2nd Int. Conf. Micromechanics of Granular Media, Birmingham, Balkema eds., pp. 51-58.
- BIAREZ, J., FLEUREAU, J.M. & TAIBI, S. (1994) "Microstructural constitutive model for unsaturated soils". Proc. XIII Int. Conf. Soil Mech. Foun. Eng., New-Delhi, Oxford & IBH eds., pp. 385-388.
- BIAREZ, J., FLEUREAU, J.M., ZERHOUNI, M.I. & SOEPANDJI B.S. (1988) "Variations de volume des sols argileux lors de cycles de drainage-humidification". Revue Française de Géotechnique, n° 41, pp. 63-71.
- BISHOP, A.W. (1959) "The principle of effective stress". Teknisk Ukeblad, n° 39, pp. 859-863.
- BISHOP, A.W. (1960) "The measurement of pore pressure in triaxial test". Proc. Conf. Pore Pressure and Suction in Soils, London, Buterworths, pp. 38-46.
- BISHOP, A.W., ALPAN, I., BLIGHT, G.E. & DONALD, I.B. (1960) "Factors controlling the strenght of partly saturated soils". Proc. of Research conf. on Shear Strenght of Soils, pub. by ASCE.
- BISHOP, A.W. & BLIGHT, G.E. (1963) "Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soils". Géotechnique, n° 3, vol. XIII, pp. 177-197.
- BISHOP, A.W. & DONALD, I.B. (1961) "The experimental study of partly saturated soils in the triaxial apparatus. Proc. 5th I.C.S.M.F.E., vol. 1, pp. 13-21.
- BISHOP, A.W. & ELDIN, A.K.G. (1950) "Undrained triaxial tests on saturated sands and their significance in the general theory of shear strenght". Géotechnique, vol. 2, pp. 13-32.
- BLIGHT, G.E. (1966) "Strenght characteristics of desiccated clays". Proc. ASCE 92, SM6, pp. 19-37.
- BOELLE, J.L. (1983) "Mesure en régime dynamique des propriétés mécaniques des sols aux faibles déformations". Thèse de Docteur Ingénieur, École Centrale Paris.
- BROOKES, R.H. & COREY, A.T. (1964) "Hydraulic properties of porous media". Hydrol., paper 3, Colorado State Univ. Fort Collins.
- BURLAND, J.B. (1964) "Effective stresses in partly saturated soils". Discussion of "Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils" by Blight and Bishop, Geotechnique, vol. 14, pp. 65-68.
- CHANG, C.S. & DUNCAN, J.M. (1983) "Consolidation analysis for partly saturated clay by using an elastic-plastic effective stress-strain model". Int. Journ. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 7, pp. 39-55.
- CHAUMET, P. (1965) "Ecoulements monophasiques des fluides dans les milieux poreux". Cours de production, tome III.

- CHEN, W.F., YAMAGUCHI, E. & ZHANG, H. (1991) "On the loading criteria in the theory of plasticity". *Computers and Structures*, vol. 39, n° 6, pp. 679-683.
- COLEMAN, J.D. (1962) "Stress/strain relations for partly saturated soils". *Géotechnique*, vol. 12, n° 4, pp. 348-350.
- COLLINS, K. & Mc GOWN, A. (1974) "The form and function of microfabric features in a variety of natural soils". *Géotechnique*, vol. 24, pp. 223-254.
- COUSSY, O. (1991) "Mécanique des milieux poreux", Editions Technip.
- COUSSY, O. & LASSABATERE, T. (1993) "Comportement mécanique des milieux poreux partiellement saturés". *École d'Été sur les Milieux Poreux, Chambéry*.
- CRONEY, D. & COLEMAN, J.D. (1954) "Soil structure in relation to soil suction (pF)". *J. Soil Sci.*, vol. 5, n° 1, pp. 75-84.
- CRONEY, D., COLEMAN, J.D. & BLACK, W.P.M. (1958) "Movement and distribution of water in soil in relation to highway design and performance". *Water and its Conduction in Soils, Highway Res. Board, Special Report, Washington, DC, n° 40, pp. 226-252.*
- CUI, Y.J. (1993) "Etude du comportement d'un limon compacté non saturé et de sa modélisation dans un cadre élastoplastique". *Thèse de Doctorat. C.E.R.M.E.S.-École Nationale des Ponts et Chaussées.*
- CUNDALL, P.A. & STRACK, O.D.L. (1983) "Modelling of microscopic mechanisms in granular material". *Mechanics of Granular Materials, Jenkin & Satake eds., (proc. Seminar Ithaka, New-York, 1982), pp. 137-149.*
- DARCY, H. (1856) "Histoire des fontaines publiques de Dijon". *Dalmont, Paris, pp. 590-594.*
- DELAGE, P. (1987) "Aspects du comportement des sols non saturés". *Revue Française de Géotechnique, n° 40, pp. 33-43.*
- DELAGE, P. (1993) "Basic concepts". *Civil Engineering European Courses: Unsaturated soils: Recent developments and application, Université Polytechnique de Catalogne, Barcelone.*
- DELAGE, P., SURAJ DE SILVA, G.P.R. & DE LAURE, E. (1987) "Un nouvel appareil triaxial pour les sols non saturés". *Proc. 9th Eur. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Dublin, vol. 1, pp. 25-28.*
- DUDLEY, J.H. (1970) "Review of collapsing soils". *Jnl. of the S.M.F.D. Div., A.S.C.E., n° 96, pp. 925-947.*
- ESCARIO, J. & JUCA, J.F.T. (1989) "Strength and deformation of partly saturated soils". *Proc. 12th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro, pp. 43-46.*
- ESCARIO, J. & SAEZ, J. (1986) "The shear strength of partly saturated soils". *Géotechnique, Vol. 36, n° 3, pp. 453-456.*

- FAUCHET, B. (1991) "Analyse poroplastique des barrages en béton et de leurs fondations: Rôle de la pression interstitielle". Thèse de Doctorat, École des Ponts et Chaussées.
- FLEUREAU, J.M. (1992) "Contribution à l'étude et à la modélisation des matériaux granulaires polyphasiques". Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, Université P. & M. Curie-Paris6.
- FLEUREAU, J.M. & INDARTO (1993) "Comportement du limon de jossigny remanié soumis à une pression interstitielle négative". Revue Française de Géotechnique, n° 62, pp. 59-66.
- FLEUREAU, J.M., SAOUD, S.K., SOEMITRO, R. & TAIBI, S. - Behaviour of Clayey Soils on Drying-Wetting Paths, Canadian Geotechnical journal, vol. 30, n° 2, pp. 287-296.
- FREDLUND, D.G. (1985) "Theory formulation and application for volume change and shear strength in unsaturated soils". Proc. 11th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng.
- FREDLUND, D.G. & MORGENSTERN, N.R. (1977) "Stress state variables for unsaturated soils". J. Geotech. Eng., Div. ASCE, GT5, vol. 103, pp. 447-465.
- FREDLUND, D.G., MORGENSTERN, N.R. & WIDGER, A. (1978) "Shear strength of unsaturated soils". Can. Geotechn. Journ., vol. 15, n° 3, pp. 313-321.
- FREDLUND, D.G. & RAHARDJO, H. (1993) "Soil mechanics for unsaturated soils". eds John Wiley.
- FREDLUND, D.G., RAHARDJO, H. & GAN, J.K.M. (1987) "Non linearity of strength envelope for unsaturated soils". Proc. 6th International Conference on Expansive Soils, New-Delhi, pp.49-54.
- GAN, J.K.M. (1986) "Direct shear strength testing of unsaturated soils". M.Sc. thesis, Dep. Civil Eng., Univ. of Saskatchewan, Saskatoon, Canada.
- GEFDYN (1992) "Manuel scientifique". Version 5.3, École Centrale Paris.
- GILI, J.A. & ALONSO, E.E. (1988) "Discontinuous numerical model for partially saturated soils at low saturation". Numerical Methods in Geomechanics, Balkema eds., pp. 365-372.
- HADAS, A. (1964) "Deviations from Darcy's law for the flow of water in unsaturated soils". Is. J. Agric. Res., vol. 14, n° 4, pp. 159-168.
- HAINES, W.B. (1925) "Studies in the physical properties of soils". Journ. Agric. Science, 15, pp. 529-535.
- HAJAL, T. (1984) "Modélisation élastoplastique des sols par une loi multimécanisme. Application au Calcul Pressiométrique". Thèse de Doct. Ing., École Centrale Paris.
- HILF, J.W. (1948) "Estimating construction pore pressure in rolled earth dams". Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Rotterdam, vol. 3, pp. 234-240.

- HO, D.Y.F. & FREDLUND, D.G. (1982) "Increase in strength due to suction for two Hong-Kong soils". Proc. Conf. Engineering and Construction in Tropical and Residual Soils.
- HUJEUX, J.C. (1979) "Calcul numérique des problèmes de consolidation élastoplastique". Thèse Doct. Ing., E.C.P.
- HUJEUX, J.C. (1985) "Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols", Génie Parasismique, éditions Davidovici, pp. 287-302.
- IFFLY, R. (1956) "Etude de l'écoulement des gaz dans les milieux poreux - Application à la détermination de la morphologie des roches - Considérations théoriques". Revue de l'institut Français du pétrole, pp. 757-795.
- INDARTO (1991) "Comportement des sols soumis à une pression interstitielle négative. Application aux silos". Thèse de Doctorat, École Centrale Paris.
- JENNINGS, J.E. & BURLAND, J.B. (1962) "Limitation to the use of effective stresses in partly saturated soils". Geotechnique, vol. 12, n° 2, pp. 125-144.
- JENNINGS, J.E. & KNIGHT, K. (1957) "The prediction of total heave from the double oedometer test". Proc. Symp. Expansive Clays, South Africa, Johannesburg, vol. 7, n° 9, pp. 13-19.
- KHANJI, D., VACHAUD, G. & VAUCLIN, M. (1979) "Experimental and numerical study of a transient, two-dimensional unsaturated-saturated water table recharge problem" Water Resources Research.
- KHEIRBEK-SAOUD, S. (1994) "Comportement mécanique du ballast et de la couche de fondation d'une voie ferrée". Thèse de Doctorat, École Centrale Paris.
- KOHGO, Y., NAKANO, M. & MIYAZAKI, T. (1993a) "Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils". Soils and Foundations, vol. 33, n° 4, pp. 49-63.
- KOHGO, Y., NAKANO, M. & MIYAZAKI, T. (1993b) "Verification of the generalized elastoplastic model for unsaturated soils". Soils and Foundations, vol. 33, n° 4, pp. 64-73.
- KONING, H.L. (1963) "Some observations on the modulus of compressibility of water". Proc. Settlement and compressibility of soils, Weisbaden, Germany, pp. 33-36.
- KRAHN, & FREDLUND, D.G. (1972) "On total, matric and osmotic suction". Soil Sci. Am. Soc., 114, n° 5, pp. 339-347.
- KYVELLOS (1955) Thèse de Doctorat de 3^{ème} cycle, Univ. Paris.
- LASSOUDIÈRE, F. (1984) "Modélisation du comportement des sols sous sollicitation cyclique". Thèse de Docteur Ingénieur, École Centrale Paris.
- LECLERCQ, J. & VERBRUGGE, J.C. (1984) "Considérations relatives à la mécanique des sols non saturés et à son intérêt en agronomie". Bull. Rech. Agron., Gembloux, n° 19, , pp. 237-267.

- LECLERCQ, J. & VERBRUGGE, J.C. (1985) "Propriétés géomécaniques des sols non saturés". Compte-rendus du colloque sur le travail du sol, faculté des Sciences Agronomiques de Gembloux.
- LIAKOPOULOS, A.C. (1965) "Retention and distribution of moisture in soils after infiltration has ceased". Bull. Int. Assoc. Sci. Hydrol., vol. 10, pp. 58-69.
- LLORET, A & ALONSO, E.E. (1985) "State surfaces for partially saturated soils". Proc. 11th I.C.S.M.F.E., San Francisco.
- MASWOSWE, J. (1985) "Stress paths for a compacted soil during collapse due to wetting". PhD Thesis, Imperial College of London.
- MATYAS, E.L. & RADHAKRISHNA, H.S. (1968) "Volume change characteristics of partially saturated soils". Géotechnique, vol. 18, pp. 432-448.
- MICHALSKI, E. & RAHMA, A. (1989) "Modélisation du comportement des sols en élastoplasticité: Définition des paramètres des modèles Hujeux-Cyclade et recherche des valeurs des paramètres pour différents sols". (Volume 1), B.R.G.M.
- MODARESSI, A. & ABOU-BEKR, N. (1994a) "A unified approach to model the behavior of saturated and unsaturated soils". Eighth International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Morgantown, Siriwardane & Zaman eds., pp. 1507-1513.
- MODARESSI, A. & ABOU-BEKR, N. (1994b) "Constitutive model for unsaturated soils; validation on a silty material", Third European Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Manchester, Balkema eds., pp. 91-96.
- MODARESSI, A., ABOU-BEKR, N. & FRY, J.J. (1995) "Unified approach to model partially saturated and saturated soil". First International Conference on Unsaturated Soils, Paris.
- MUSKAT, M. & BOSTET, H.G. (1931) "Flow of gas through porous materials". Physics, vol. 1.
- NANDA, A., GATMIRI, B., DELAGE, P., FRY, J.J. & NEDJAT, N. (1990) "U-DAM: Un nouveau code de calcul triphasique pour barrages". Colloque du G.R.E.C.O. Géomatériaux, Aussois, pp. 427-429.
- OZANAM-HAUTEFEUILLE, O. (1988) "Modélisation numérique des sols élastoplastiques non saturés - Application aux barrages en remblais". Thèse de Doctorat, E.C.P.
- PIETRUSZCZAC, S. & PANDE, G.N. (1991) "On The Mechanics of Partially saturated soils". Computers and Geotechnics, 12, pp. 55-71.
- PACKZAD, M. (1995) "Modélisation du comportement hydro-mécanique des argiles gonflantes à faible porosité". Thèse de Doctorat, Université d'Orléans.
- PIGNOL, J.F. (1994) "Modélisation numérique des milieux poreux déformables non saturés", Rapport de fin d'études, École Centrale de Lyon.
- RAPPORTS DU GRECO Géomatériaux (1988-1993). Groupe "Interactions", Projet "Sols Non Saturés".

- RENDULIC, L. (1936) "Relation between void ratio and effective principal stresses for a remoulded silty clay". Proc. 1st Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. (Cambridge), vol. 3, pp. 48-51.
- RICHARDS, B.G. (1966) "The significance of moisture flow and equilibria in unsaturated soils in relation to the design of engineering structures built on shallow foundations in Australia". Symp. on Permeability and Capillary, Am. Soc. Testing Materials, Atlantic City;
- RICHARDS, B.G. (1984) "Finite element analysis of volume change in expansive clays". Proc. 5th Int. Conf. Exp. Soils, pp. 141-148, Adelaide.
- RICHARDS, B.G., PETER, P. & MARTIN, R. (1984) "The determination of volume change properties in expansive soils". Proc. 5th Int. Conf. Exp. Soils, pp. 179-186, Adelaide.
- RIDLEY, A.M. (1993) "The measurement of soil moisture suction". Ph.D. thesis, Imperial College of Science.
- SCHREFLER, B.A., SIMONI, L., XIKUI, L. & ZIENKIEWICZ, O.C. (1990) "Mechanics of partially saturated porous media". Numerical Methods and Constitutive Modelling in Geomechanics, CISM Lecture notes, Desai & Gioda eds., Wien, 169-209.
- SCHUURMAN, I.E. (1966) "The compressibility of an air/water mixture and a theoretical relation between the air and water pressures". Géotechnique, vol. 16, n° 4, pp. 269-281.
- SCHNEEBELL, G. (1966) "Hydraulique souterraine". Eyrolles.
- SKEMPTON, A.W. (1961) "Effective stress in soils, concrete and rocks". Proc. Conf. Pore Pressure, London, Butterworths, pp. 4-16.
- SOEMITRO, R. (1994) "Comportement hydraulique et mécanique des argiles gonflantes". Thèse de Doctorat, École Centrale Paris.
- SPARKS, A.D.W. (1963) "Theoretical considerations of stress equations for partly saturated soils". 3rd Regular Conference for Africa on Soils Mechanics and Foundation Engineering, Salisbury.
- TAIBI, S. (1994) "Comportement mécanique et hydraulique des Sols soumis à une pression interstitielle négative. Etude expérimentale et modélisation" Thèse de Doctorat, École Centrale Paris.
- TAKLA, M (1989) "Contribution à l'étude du comportement des argiles saturées et non saturées: Analogie avec les matériaux carbonés". Thèse de Doctorat, E.C.P.
- TERZAGHI, K. (1936) "The shear resistance of saturated soils". Proc. 1st Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng. , vol. 1, Cambridge, pp. 54-56.
- TESSIER, D. (1984) "Etude expérimentale de l'organisation des matériaux argileux". Thèse de Doctorat d'Etat, Univ. Paris VII.

TOLL, D.G. (1990) "A framework for unsaturated soil behaviour". *Géotechnique*, Vol. 40, n° 1, pp. 35-38.

VAN-GENUCHTEN, R. (1980) "A closed form for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils". *Soil Sci. Am. Soc.*, 44, pp. 892-898.

VICOL, T. (1990) "Comportement hydraulique et mécanique d'un sol fin non saturé. Application à la modélisation". Thèse de Doctorat, CERMES-École Nationale des Ponts et Chaussées.

WHEELER, S. J. & SIVAKUMAR, V. (1992) "Critical state concepts for unsaturated soils". *Proc. 7th int. Conf. Expansive Soils*, Dallas, pp. 167-172.

YOSHIMI, Y & OSTERBERG, J.O. (1964) "Compression of partially saturated cohesive soils". *J. Soil Mech. Found. Div. A.S.C.E.*, SM4, pp. 1-24.

ZERHOUNI, M.I. (1985) "Les sols non saturés. Etude et méthodes d'investigation". Rapport du D.E.A. de Mécanique des Sols-Structures, E.C.P.

ZERHOUNI, M.I. (1991) "Rôle de la pression interstitielle négative dans le comportement des sols - Application aux routes". Thèse de Doctorat, E.C.P.