



**HAL**  
open science

# Étude des déformations induites par l'aimantation des dispositifs électrotechniques : développement d'un modèle magnéto-élastique macroscopique

Serigne Saliou Mbengue

► **To cite this version:**

Serigne Saliou Mbengue. Étude des déformations induites par l'aimantation des dispositifs électrotechniques : développement d'un modèle magnéto-élastique macroscopique. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Technologie de Compiègne, 2016. Français. NNT : 2016COMP2265 . tel-01511591

**HAL Id: tel-01511591**

**<https://theses.hal.science/tel-01511591v1>**

Submitted on 21 Apr 2017

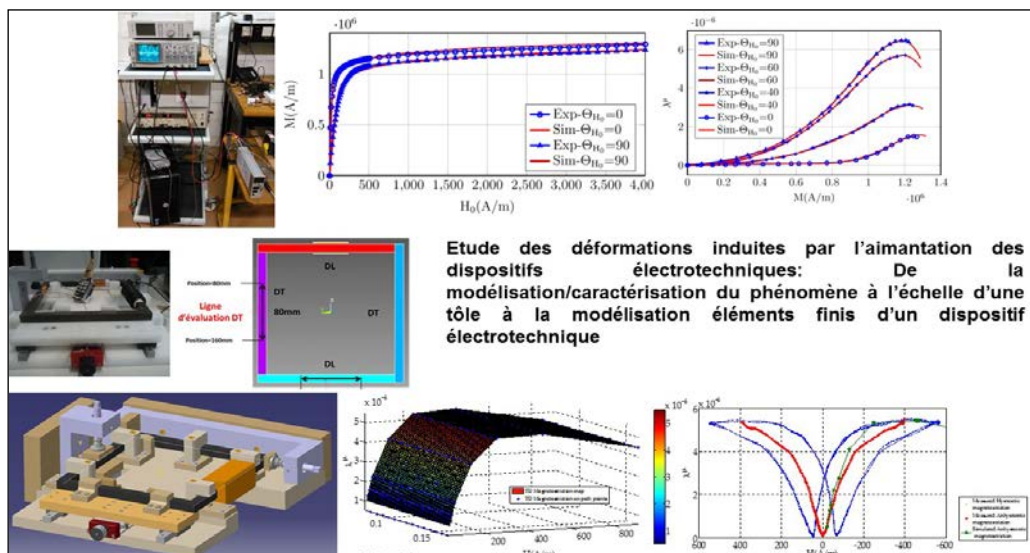
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Par **Serigne Saliou MBENGUE**

*Étude des déformations induites par l'aimantation des dispositifs électrotechniques : développement d'un modèle magnéto-élastique macroscopique*

Thèse présentée  
pour l'obtention du grade  
de Docteur de l'UTC



Soutenue le 1<sup>er</sup> avril 2016  
**Spécialité** : Mécanique Avancée

## THÈSE

présentée pour l'obtention du titre de  
DOCTEUR de l'Université de Technologie de Compiègne

Spécialité : Mécanique Avancée

# ETUDE DES DÉFORMATIONS INDUITES PAR L'AIMANTATION DES DISPOSITIFS ÉLECTROTECHNIQUES : DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE MAGNÉTO-ÉLASTIQUE MACROSCOPIQUE

Serigne Saliou MBENGUE  
serigne-saliou.mbengue@utc.fr

Soutenue publiquement le 01/04/2016 devant un jury composé de :

<i>Rapporteurs</i>	Anouar BELAHCEN Laurent DANIEL	Aalto University Centrale Supélec
<i>Examineurs</i>	Afef KEDOUS-LEBOUC Arnaud HUBERT	Grenoble INP UTC Compiègne
<i>Co-directeurs de thèse</i>	Vincent LANFRANCHI Nicolas BUIRON	UTC Compiègne UTC Compiègne



# Résumé

Les travaux présentés dans ce document s'inscrivent dans un projet (dBET : diminution des Bruits Electriques de Trains) qui vise une meilleure compréhension des phénomènes vibratoires (indirectement le bruit) d'origine électromagnétique des dispositifs électrotechniques (transformateurs, inductances, moteurs électriques) des trains. Ce projet met en collaboration plusieurs laboratoires (le laboratoire Roberval et électromécanique de l'université de technologie de Compiègne...) et industriels parmi lesquels Alstom Transport, ESI Group....

Notre contribution, dans ce projet, consiste en la proposition d'un modèle pertinent permettant de prédire la déformation magnétostrictive, considérée comme l'une des causes des bruits d'origine électromagnétique des dispositifs électrotechniques. Un processus d'identification des paramètres du modèle, à partir de données expérimentales, est présenté ainsi que l'application du modèle à un dispositif expérimental grâce à l'utilisation des éléments finis. Les résultats du modèle seront confrontés aux mesures faites à l'échelle d'un tôle ferromagnétique et d'un dispositif expérimental constitué d'un ensemble de tôles.

**Mots clés** : Bruit, Vibration, Magnétostriction, Aimantation, Anhystérétique, Anisotropie, Transformateur, Méthode éléments finis.



# Abstract

The work presented in this document are part of a project (dBET: diminution des Bruits Electriques de Trains) which aims a better understanding of electromagnetic-origin vibration phenomena (indirectly noise) from electrical devices (transformers, inductors, motors) in trains. This project results from the collaboration of several laboratories and companies including Alstom, ESI Group ....

Our contribution in this project consists in building a relevant model to predict the magnetostrictive strain, considered as one of the causes of electromagnetic-origin noise of electrical devices. A process of identification of the model parameters from experimental data is presented. The model is used to compute the magnetostrictive strain of a test bench thanks to finite elements method. Model results will be compared with measurements about ferromagnetic single sheet and the test bench which is a stack of ferromagnetic sheets.

**Keywords:** Noise, Vibration, Magnetostriction, Magnetization, Anhysteretic, Anisotropy, Transformer, Finite elements method.





# Remerciements

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à mes directeurs de thèse, Vincent LANFRANCHI et Nicolas BUIRON, pour tous les conseils qu'ils m'ont donné pour bien mener mes travaux de thèse et pour leur disponibilité.

Je remercie Afef LEBouc qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse ainsi que Arnaud HUBERT de sa participation à ce jury. Un grand merci aux rapporteurs, Laurent DANIEL et Anouar BELAHCEN, qui ont accepté de lire mon manuscrit et de partager leurs remarques pertinentes.

Je remercie Mohamed Rachik, Emmanuel Lefrançois et Pierre Villon des échanges très efficaces que nous avons eu qui m'ont été très utiles. Je tiens à remercier les techniciens (Gérard, Loïc, Isabelle) et informaticien (Renaud) du laboratoire.

J'ai une grande reconnaissance à ma famille et belle famille particulièrement mon papa et ma maman qui m'ont toujours encouragé et soutenu dans mes études.

Enfin je ne remercierai jamais assez ma chère Marido et mon petit Seysey pour la force et le courage que vous m'apportez et pour toutes les privations durant ces trois années.

*Djeureudjeufati Serigne Saliou*



# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>iii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>v</b>
<b>Table des matières</b>	<b>vii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xvii</b>
<b>Grandeurs utilisées</b>	<b>xix</b>
<b>Notations</b>	<b>xxi</b>
Grandeur continues . . . . .	xxi
Discretisation (éléments finis) . . . . .	xxi
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>Etat de l'art</b>	<b>7</b>
<b>1 Etat de l'art</b>	<b>9</b>
1.1 Généralité sur la magnétostriction et les matériaux ferromagnétiques	9
1.1.1 Historique . . . . .	9
1.1.2 Origine de la magnétostriction . . . . .	9
1.1.3 Les matériaux ferromagnétiques . . . . .	13
1.2 La déformation de magnétostriction, du domaine au polycristal . . .	15
1.2.1 Déformation de magnétostriction d'un domaine magnétique isolé . . . . .	17

1.2.2	Déformation d'un polycristal . . . . .	19
1.3	Les modèles réversibles . . . . .	20
1.3.1	Modèles multiéchelles . . . . .	20
1.3.1.1	Quelques rappels : Approche énergétique du ma- gnétisme . . . . .	20
1.3.1.2	Modèle multiéchelle simplifié . . . . .	23
1.3.1.3	Modèle multiéchelle complet . . . . .	25
1.3.1.4	Conclusion sur les modèles multiéchelles . . . . .	27
1.3.2	Modèles phénoménologiques . . . . .	28
1.3.2.1	Modèle tensoriel polynomial . . . . .	28
1.3.2.2	Modèles prenant en compte l'anisotropie de la ma- gnétostriction . . . . .	31
1.3.2.3	Conclusion sur les modèles phénoménologiques . . . . .	37
1.4	Les modèles irréversibles . . . . .	38
1.4.1	Modèle de Jiles - Atherton . . . . .	38
1.4.2	Modèle de Preisach . . . . .	41
1.5	Conclusion . . . . .	43

**Proposition d'un modèle macroscopique anisotrope et première validation** **45**

**2 Description du modèle et Identification des paramètres** **47**

2.1	Description du modèle : de la base physique à la construction d'un modèle macroscopique . . . . .	47
2.1.1	Energie de champ démagnétisant $E_d$ . . . . .	49
2.1.2	Energie d'anisotropie $E_a$ . . . . .	50
2.1.3	Energie d'anisotropie induite par la contrainte $E_\sigma$ . . . . .	51
2.1.4	Energie de Zeeman $E_z$ . . . . .	53
2.2	Identification des paramètres . . . . .	54
2.2.1	Facteur démagnétisant $N_d$ . . . . .	54
2.2.2	Paramètres d'anisotropie $A_n$ . . . . .	56
2.2.3	Paramètres de magnétostriction $\lambda_A(\theta)$ ... . . . . .	59
2.3	Conclusion . . . . .	60

**3 Première validation du modèle** **63**

3.1	Présentation et exploitation des données . . . . .	65
3.1.1	Déduction des grandeurs utiles au modèle à partir des courbes expérimentales . . . . .	67
3.1.2	Généralisation des grandeurs utiles au modèle . . . . .	67
3.2	Simulation et comparaison avec les données expérimentales . . . . .	68

3.3	Conclusion . . . . .	70
<b>Caractérisation des tôles d'étude et application du modèle à un dispositif expérimental</b>		<b>73</b>
<b>4</b>	<b>Présentation du banc de caractérisation, des résultats de mesures et comparaison avec le modèle</b>	<b>75</b>
4.1	Présentation du banc de test . . . . .	78
4.1.1	Composition du banc de test . . . . .	78
4.1.2	Caractérisation du circuit d'aimantation . . . . .	79
4.1.2.1	Processus de mesure de $H_{max}(I_{max})$ . . . . .	80
4.1.2.2	Effet de la direction de découpe et de l'asymétrie du dispositif sur la relation $H_{max}(I_{max})$ . . . . .	86
4.2	Mesure de l'aimantation et de la magnétostriction anhystérétique . . . . .	89
4.2.1	Mesure de l'aimantation anhystérétique . . . . .	89
4.2.2	Mesure de la magnétostriction . . . . .	93
4.2.2.1	Problématiques liées à la mesure de la magnétostriction . . . . .	93
4.2.2.2	Processus de calcul du cycle moyen de la magnétostriction . . . . .	96
4.3	Comparaison entre le modèle et les mesures (SST) . . . . .	97
4.4	Conclusion . . . . .	99
<b>5</b>	<b>Intégration du modèle dans un outil éléments finis et application à un dispositif expérimental</b>	<b>103</b>
5.1	Présentation du dispositif expérimental . . . . .	103
5.2	Intégration du modèle dans un calcul éléments finis . . . . .	104
5.2.1	Modélisation de la structure ferromagnétique . . . . .	109
5.2.2	Simulation magnétique . . . . .	109
5.2.3	Calcul de forces nodales (formulation en éléments finis) . . . . .	113
5.2.3.1	Calcul des forces élémentaires $\{F_e^\mu\}$ . . . . .	114
5.2.3.2	Assemblage des forces élémentaires $A\{F_e^\mu\}$ . . . . .	116
5.2.4	Simulation mécanique . . . . .	116
5.2.4.1	Résultats de simulation et comparaison avec quelques mesures . . . . .	119
5.3	Conclusion . . . . .	120
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>125</b>

<b>Publications</b>	<b>129</b>
Revue internationale . . . . .	129
Conférences et distinction internationales . . . . .	129
Conférence nationale . . . . .	129
<b>Annexes</b>	<b>131</b>
<b>A Origine de la piézoélectricité des matériaux ferroélectriques</b>	<b>133</b>
<b>B Ordre magnétique</b>	<b>135</b>
B.1 L'énergie d'interaction d'échange . . . . .	135
B.2 Influence de la température sur l'ordre magnétique . . . . .	138
<b>C Modèle multiéchelle : localisation de la contrainte <math>\underline{\sigma}^I</math></b>	<b>139</b>
<b>D Enthalpie libre d'un domaine de cristal</b>	<b>141</b>
<b>E Reconstitution du tenseur de déformation par mesure</b>	<b>145</b>
<b>F Caractérisation des capteurs h-coil et b-coil</b>	<b>147</b>
<b>G Calcul de forces élémentaires</b>	<b>149</b>
<b>H Comparaison entre simulation dynamique et simulation statique (mécanique) de la structure ferromagnétique (dispositif expérimental)</b>	<b>151</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>153</b>

# Table des figures

0.0.1	Chaine de traction électrique d'après [Chapas 04] . . . . .	2
0.0.2	Spectre de la pression acoustique (corrélation au son) à l'intérieur et à la verticale du transformateur d'un train à l'arrêt (mesures réalisées dans le cadre du projet dBET) . . . . .	2
0.0.3	Nombre d'articles utilisant la magnétostriction dans le titre, les mots clés ou le résumé (Source : Web of Knowledge) . . . . .	4
1.1.1	Moment magnétique orbital et moment magnétique de spin dans le modèle de l'atome de Bohr [Pauthenet 83] . . . . .	10
1.1.2	Les deux modes de magnétostriction[Lacheisserie 00] . . . . .	13
1.1.3	Structure magnétique (à l'échelle microscopique, mésoscopique et macroscopique) idéalisée et réelle d'un alliage FeSi (Fer Silicium) polycristallin à grains orientés[Waeckerlé 10] . . . . .	13
1.1.4	Effet d'une contrainte uniaxiale(traction et compression) sur la structure en domaines d'un échantillon à magnétostriction positive	15
1.1.5	Mise en évidence du couplage magnétoélastique des matériaux ferromagnétiques . . . . .	16
1.2.1	Aimantation dans le repère cristallographique cubique . . . . .	18
1.3.1	Variation de l'aimantation d'un monocristal de fer en fonction du champ H selon l'axe facile d'aimantation $\langle 100 \rangle$ et l'axe difficile d'aimantation $\langle 111 \rangle$ [Waeckerlé 10] . . . . .	22
1.3.2	Aimantation dans le repère cristallographique en coordonnées sphériques . . . . .	24
1.3.3	Processus de calcul par approche multiéchelle . . . . .	25
1.3.4	Comportement d'un cristal de Fer pur (mesuré en pointillés et simulé en trait plein) [Buiron 00, Daniel 07] . . . . .	28
1.3.5	Magnétostriction anhystérique d'un barreau de Terfenol-D selon la direction parallèle au champ magnétique en fonction de l'induction à différentes compressions[Galopin 07] . . . . .	30
1.3.6	Magnétostriction (à champ nul) due à la compression d'un échantillon de Terfenol-D [Galopin 07] . . . . .	30

1.3.7	Comparaison entre mesures et simulation (traits pointillés) de l'induction et de la magnétostriction sous compression d'un échantillon de Terfenol-D [Galopin 07] . . . . .	31
1.3.8	Effet de l'anisotropie sur les forces magnétostrictives[Delaere 01] . . . . .	32
1.3.9	Magnétostriction modélisées (surface) et mesurée (points) suivant la direction de laminage en fonction de l'aimantation à différentes déformations unidirectionnelles[Belahcen 15] . . . . .	33
1.3.10	Déformations principales maximales en fonction de l'amplitude de l'induction tournante [Moses 15] . . . . .	35
1.3.11	Magnétostriction à la saturation sous champ uniaxial suivant la direction de laminage et transverse [Moses 15] . . . . .	36
1.3.12	Magnétostriction suivant les directions de laminage et transverse d'une tôle NO sous induction tournante (1.3T 50Hz)[Somkun 10] . . . . .	38
1.4.1	Illustration du modèle de Jiles ( $M_S = 1,7 \cdot 10^6 A/m$ , $a = 10^3 A/m$ , $k = 2 \cdot 10^3 A/m$ , $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-3}$ , $c = 0,1$ ) [Jiles 92] . . . . .	41
1.4.2	Cycle d'un hystéron . . . . .	42
1.4.3	Identification de la fonction de distribution $\mu(\alpha, \beta)$ grâce aux « first-order reversal curves » . . . . .	43
1.4.4	Comparaison entre simulation et mesure d'induction et de magnétostriction d'un échantillon de Terfenol à différentes contraintes[Adly 97] . . . . .	44
2.1.1	Susceptibilité d'amplitude normalisée $\chi_a$ (déduite de mesures en pointillées [Hubert 03] et modélisée en trait plein) pour une direction de champ magnétique donnée . . . . .	51
2.1.2	Représentation de l'énergie magnétocristalline en symétrie cubique ( $K_1 > 0$ ) [Lacheisserie 00] . . . . .	52
2.1.3	Représentation polaire (déduite de mesures [Hubert 03]) du champ magnétique appliqué à trois niveaux d'aimantation (tôle en FeSi NO) . . . . .	52
2.2.1	Aimantation en fonction du champ magnétique suivant différentes directions (FeSi NO) [Hubert 03] . . . . .	54
2.2.2	Susceptibilité initiale $\chi_i$ en fonction de la direction du champ appliqué d'après Figure 2.2.1 . . . . .	55
2.2.3	Erreur relative sur l'aimantation initiale due à l'hypothèse de susceptibilité isotrope du matériau en fonction de la direction du champ magnétique . . . . .	55
2.2.4	Erreur relative sur la magnétostriction due à l'hypothèse de susceptibilité isotrope du matériau en fonction de la direction du champ magnétique . . . . .	56
2.2.5	Illustration de l'énergie d'anisotropie . . . . .	57



2.2.6	Illustration des courbes d'aimantation de référence et de celle d'une autre direction . . . . .	58
2.2.7	Effet de l'anisotropie magnétique sur trois échantillons [Cornut 96]	59
2.2.8	Paramètres d'anisotropie macroscopique pour deux tôles (GO et NO) d'après les données de la Figure 2.2.7 . . . . .	60
2.3.1	Polarisation ( $J = \mu_0 M$ ) d'une tôle à grains orientés suivant les directions de laminage (RD) et transverse (TD)[Fiorillo 02] . . . . .	61
3.0.1	Prélèvement d'échantillons selon différentes directions de découpe $\theta_{dec} = \{0^\circ, 10^\circ \dots 90^\circ\}$ . . . . .	63
3.0.2	Illustration de la forme de l'échantillon . . . . .	64
3.0.3	Facteur de forme suivant la direction longitudinale $N_x$ et transversale $N_y$ ; $N_z \approx 1$ . . . . .	65
3.1.1	Données d'entrée du modèle [Hubert 03] . . . . .	66
3.1.2	Procédure d'identification des fonctions $\chi_i, E_a, \lambda_A \dots$ à partir des données expérimentales . . . . .	66
3.1.3	Energie d'anisotropie pour $M = 0, 6.M_S$ : Effet du nombre d'angle de coupes $N_{fictif}$ sur l'estimation des coefficients $A_n$ . . . . .	68
3.1.4	Susceptibilité initiale en fonction de la direction du champ externe	68
3.1.5	Fonctions de magnétostriction à la saturation . . . . .	69
3.2.1	Processus de calcul de l'aimantation et de la magnétostriction anhystériques . . . . .	69
3.2.2	Durée de recherche de solution des algorithmes SA et GA à critère d'arrêt identique en fonction de l'erreur d'estimation $\varepsilon_r = \frac{ M_{exp} - M_{sim} }{M_{exp}}$ et la fonction de tolérance <i>Fonction - tol</i> . . . . .	70
3.2.3	Comparaison entre expérimentation et simulation de l'aimantation	71
3.2.4	Comparaison entre expérimentation et simulation de la magnétostriction multidirectionnelle . . . . .	72
4.0.1	Disposition des bandes (cas de GO à gauche et NO à droite) [Brissonneau 97] . . . . .	76
4.0.2	Concept de dispositif de mesure 2D : distribution de l'induction . . . . .	77
4.0.3	Schéma de principe d'un RSST selon [Tumanski 02] . . . . .	77
4.0.4	Dispositif 2D (RSST) selon [Nakano 99] . . . . .	77
4.0.5	Distribution du champ magnétique le long de l'échantillon (300mmX30mm) : Cadre d'Epstein Vs SST [Antonelli 05] . . . . .	78
4.1.1	Dimensions de la culasse . . . . .	79
4.1.2	Pilotage par LabVIEW . . . . .	80
4.1.3	Composition du banc de test . . . . .	81
4.1.4	Mesure de champ magnétique local avec un h-coil . . . . .	82

TABLE DES FIGURES

---

4.1.5	Représentation du circuit magnétique par circuit électrique équivalent . . . . .	82
4.1.6	Courant du générateur sinusoïdal . . . . .	83
4.1.7	Signal de sortie du h-coil distordu . . . . .	84
4.1.8	Illustration du couplage magnétique . . . . .	85
4.1.9	Effet du couplage magnétique . . . . .	85
4.1.10	Signal de sortie du h-coil sans distorsion harmonique . . . . .	86
4.1.11	$\frac{H_{max}(I_{max})}{N_{sp}}$ suivant différents angles de découpe . . . . .	87
4.1.12	Erreur relative sur $l_{magn}$ en fonction de la direction de découpe . . . . .	88
4.1.13	Effet de l'emplacement du h-coil sur la mesure de champ . . . . .	88
4.2.1	Influence de la fréquence sur le comportement magnétique (zoom à droite) . . . . .	89
4.2.2	Illustration du placement du b-coil . . . . .	90
4.2.3	Exemple d'acquisition pour calculer un point anhystérétique (zoom) . . . . .	91
4.2.4	Courbe d'induction anhystérétique en fonction du champ magnétique dû au courant libre avec et sans entrefer . . . . .	92
4.2.5	Comparaison entre la courbe médiane (cycle moyen) d'aimantation et la courbe anhystérétique . . . . .	92
4.2.6	Quelques sources de perturbation de la mesure magnétostriction . . . . .	93
4.2.7	Effet des forces parasites . . . . .	94
4.2.8	Disposition B . . . . .	95
4.2.9	Effet des tôles ou du collage des jauges sur la mesure . . . . .	95
4.2.10	Effet des jauges sur la mesure(collage ou série) . . . . .	96
4.2.11	Exemple de mesure de quelques périodes de magnétostriction suivant DT . . . . .	97
4.2.12	Comparaison du spectre (puissance) de la magnétostriction par fft et périodogramme moyenné . . . . .	98
4.2.13	Déduction du cycle moyen à partir du cycle d'hystérésis de la magnétostriction . . . . .	99
4.3.1	Comparaison entre expérimentation et simulation de l'aimantation multidirectionnelle . . . . .	100
4.3.2	Ecart relatif $\frac{ \Delta\lambda }{\lambda_{T_1}}$ dû aux tôles (ou au collage des jauges) (Figure 4.2.9) . . . . .	101
4.3.3	Comparaison entre expérimentation et simulation de la magnétostriction multidirectionnelle . . . . .	102
5.1.1	Dispositif de test . . . . .	105
5.1.2	Types de structures ferromagnétiques . . . . .	106
5.1.3	Force surfacique de Maxwell en magnétostatique à l'interface de deux milieux magnétiquement différents ( $\mu_1 \neq \mu_2$ ) . . . . .	107

5.1.4	Armature métallique pour le maintien des colonnes d'un transformateur réel . . . . .	107
5.1.5	Chaîne d'alimentation de la bobine du dispositif . . . . .	107
5.2.1	Schéma de couplage faible . . . . .	108
5.2.2	Modèle géométrique de la structure ferromagnétique sans entrefer .	110
5.2.3	Maillage du modèle . . . . .	111
5.2.4	Principe de la simulation magnétique . . . . .	112
5.2.5	Loi de comportement magnétique pour la simulation magnétique .	112
5.2.6	Courant et densité de courant normalisé . . . . .	112
5.2.7	Lignes de champ magnétique . . . . .	113
5.2.8	Résultats de simulation magnétique : distribution du champ magnétique maximum (à $t = \frac{T}{4} = \frac{20ms}{4}$ ) . . . . .	113
5.2.9	Illustration d'une force élémentaire $\{F_e^\mu\}$ avec son champ magnétique moyen résultant de la simulation magnétique . . . . .	114
5.2.10	Calcul de la force nodale $\{F_{n1}^\mu\}$ au nœud $n1$ par assemblage des forces élémentaires $\{F_{e1..e4}^\mu\}$ . . . . .	116
5.2.11	Principe de la simulation mécanique . . . . .	117
5.2.12	Variation du module de Young (courbe du haut) et du coefficient de Poisson (courbe du bas) dans le plan d'une tôle ferromagnétique [Hubert 03] . . . . .	117
5.2.13	Lignes d'évaluation (suivant DL et DT) des résultats de simulation du modèle . . . . .	119
5.2.14	Conditions limites mécaniques . . . . .	119
5.2.15	Déformation magnétostrictive de la structure (à $t = \frac{T}{4} = \frac{20ms}{4}$ ) . .	121
5.2.16	Déformation longitudinale d'une colonne DT . . . . .	122
5.2.17	Déformation longitudinale d'une colonne DL . . . . .	123
5.2.18	Comparaison entre magnétostriction mesurée et simulée . . . . .	124
5.0.1	Cadre à bande unique (SST) normalisé IEC 60404-3 [Fiorillo 09] .	127
5.0.2	Forces de Maxwell calculées aux limites de la structure ferromagnétique . . . . .	128
A.1	Structure perovskite en phase cubique et quadratique . . . . .	134
A.2	Chaîne de PVDF en phase $\beta$ [Papet 12] . . . . .	134
B.1	Variation de l'intégrale d'échange en fonction de la distance D entre couches magnétiques de deux atomes ou deux ions voisins [Geoffroy 06] . . . . .	137
E.1	Rosette d'extensométrie $45^\circ$ [Debard 11] . . . . .	146
F.1	Principe de l'étalonnage h/b-coil . . . . .	147

*TABLE DES FIGURES*

---

G.1	Repère unitaire de l'élémentaire . . . . .	150
H.1	Comparaison entre simulation dynamique et statique . . . . .	152

# Liste des tableaux

1.1	Constantes d'anisotropie de quelques substances à la température ambiante[Pauthenet 83] . . . . .	23
1.2	Magnétostriction unidirectionnelle peak-peak à 1,5T et 50Hz [Moses 15]	34
B.1	Les configurations magnétiques classiques . . . . .	136



# Grandeurs utilisées

Symboles	Significations
$\underline{H}$	Vecteur champ magnétique
$\underline{H}_0$	Vecteur champ magnétique d'excitation (créé par les courants libres)
$\underline{M}$	Vecteur aimantation
$\underline{B}$	Vecteur induction magnétique
$\mu_0$	Perméabilité du vide
$\chi_\mu$	Susceptibilité magnétique
$\mu_r$	Perméabilité relative
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	Tenseur des déformations
$\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu$	Tenseur de déformations magnétostrictives
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tenseur des contraintes
$\underline{\underline{C}}$	Tenseur des rigidités élastiques
$\underline{\underline{S}}$	Tenseur de souplesse
$I_n$	Matrice identité (nxn)





# Notations

## Grandeur continues

### Tenseur d'ordre 1 (vecteur)

Exemple : Vecteur induction magnétique  $\mathbf{B}$  composé par les  $B_i$  avec  $i \in \{1, 2, 3\}$

$$\mathbf{B} = [B_1 \quad B_2 \quad B_3]^T$$

### Tenseur d'ordre 2

Exemple : Tenseur des contraintes et des déformations

— Notation tensorielle :  $\underline{\underline{\sigma}}$  composée par les  $\sigma_{ij}$  avec  $i$  et  $j \in \{1, 2, 3\}$

— Notation matricielle (Voigt) :  $\boldsymbol{\sigma}$  composé par les  $\sigma_\alpha$  avec  $\alpha \in \{1, 2, \dots, 6\}$

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4 \quad \sigma_5 \quad \sigma_6]^T = [\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{31} \quad \sigma_{12}]^T$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \varepsilon_4 \quad \varepsilon_5 \quad \varepsilon_6]^T = [\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad 2\varepsilon_{23} \quad 2\varepsilon_{31} \quad 2\varepsilon_{12}]^T$$

### Tenseur d'ordre 4

Exemple : Tenseur des rigidités élastiques

— Notation tensorielle :  $\underline{\underline{\underline{C}}}$  composée par les  $C_{ijkl}$  avec  $i, j, k$  et  $l \in \{1, 2, 3\}$

— Notation matricielle :  $\mathbf{C}$  composé par les  $C_{\alpha\beta}$  avec  $\alpha$  et  $\beta \in \{1, 2, \dots, 6\}$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ C_{2211} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2231} & C_{2212} \\ C_{3311} & C_{3322} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3331} & C_{3312} \\ C_{2311} & C_{2322} & C_{2333} & C_{2323} & C_{2331} & C_{2312} \\ C_{3111} & C_{3122} & C_{3133} & C_{3123} & C_{3131} & C_{3112} \\ C_{1211} & C_{1222} & C_{1233} & C_{1223} & C_{1231} & C_{1212} \end{bmatrix}$$

## Discrétisation (éléments finis)

### Notation des matrices

Exemple : Matrice des formes  $[N]$

**Notation des vecteurs**

Exemple : Vecteur force élémentaire due à la magnétostriction  $\{F_e^\mu\}$

# Introduction générale

## Contexte général des travaux et enjeux

De nos jours, l'utilisation de l'électricité comme vecteur d'énergie devient de plus en plus importante entre autres grâce à sa facilité de transport et à la maîtrise de sa transformation avec les progrès remarquables de l'électronique de puissance et des matériaux magnétiques à puissances massives élevées. Ces avantages font partie des facteurs de l'hybridation des voitures et l'électrification croissantes des avions. Face à cette augmentation incessante de la consommation électrique notamment dans les systèmes embarqués, d'autres problématiques naissent ou prennent des proportions plus importantes, préoccupant ainsi les intégrateurs de systèmes. Parmi ces problématiques, nous pouvons citer celles liées par exemple à la compatibilité électromagnétique (CEM) et aux vibrations des appareils électriques. Ainsi, il s'avère crucial d'élaborer des modèles capables de prédire ces phénomènes afin de les prendre en compte lors de la conception des systèmes électriques.

Dans ce contexte, les travaux présentés dans ce document viennent en complément du projet dBET (diminution des Bruits Electriques de Trains) qui vise une meilleure compréhension des origines des vibrations des appareils électriques. Ce projet (dBET) soutenu par l'ADEME (Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie) a comme objectif de développer des solutions afin de réduire les nuisances sonores dues aux bruits d'origine électrique émis par les composants de la chaîne de traction ferroviaire plus précisément les transformateurs et les inductances (Figure 0.0.1). En effet, les matériaux utilisés dans la conception de ces composants peuvent se déformer par l'effet des pressions de Maxwell ou bien de la propriété intrinsèque de couplage magnétoélastique<sup>1</sup> [Jang 12]. Ainsi, lorsqu'ils sont alimentés à une fréquence donnée (par exemple à 50Hz), ils émettent des vibrations à la fréquence double (100Hz). Par ailleurs cette même chaîne de traction inclut des convertisseurs de puissance qui permettent de varier la vitesse des moteurs électriques ainsi que de fournir des bus d'alimentation pour les auxiliaires (éclairage, climatisation...). Ces convertisseurs utilisent des transistors de

---

1. Propriété selon laquelle le matériau se déforme sous l'application d'un champ magnétique (pendant le fonctionnement)

puissance capables de travailler sous des tensions et des courants jusqu'à 6kV et 2kA, à des fréquences de commutation allant de quelques centaines de Hz à plusieurs kHz. Ainsi le spectre de courant (indirectement le champ magnétique) est riche en harmoniques et entraîne l'émission de bruit audible par l'oreille humaine (Figure 0.0.2).

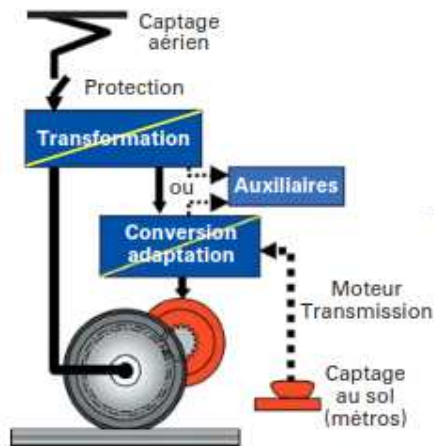


FIGURE 0.0.1 – Chaîne de traction électrique d'après [Chapas 04]

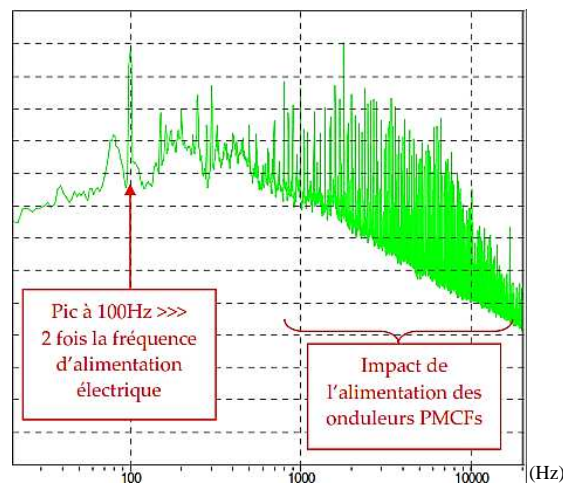


FIGURE 0.0.2 – Spectre de la pression acoustique (corrélation au son) à l'intérieur et à la verticale du transformateur d'un train à l'arrêt (mesures réalisées dans le cadre du projet dBET)

Ces bruits audibles, très importants lorsque le train est à l'arrêt ou à faibles vitesses, sont à l'origine de nuisances sonores capables de gêner les passagers ou

---

les riverains. Ainsi, ce projet présentant des enjeux de taille, a pour objectif d'analyser et de comprendre l'origine de ces nuisances sonores dans le but de proposer des solutions qui couvriront tous les véhicules ferroviaires à traction électrique : les métros ou tramways, les trains régionaux, les trains à grande vitesse. Ceci participera au confort d'utilisation des transports en commun, notamment du point de vue acoustique.

Les enjeux sont d'ordre sociétaux et économiques mais aussi compétitifs :

### ***Les enjeux sociétaux et économiques***

Les études sociétales de ces dernières décennies montrent une diminution de la part de la circulation en voiture par rapport à l'usage des transports en commun notamment le ferroviaire. En plus de cela, il faut ajouter les nouvelles politiques de transition énergétique prises par les gouvernements favorisant les transports à moindre impact environnemental tel que les voitures électriques, le ferroviaire... Ainsi le ferroviaire est un mode de transport qui ne cesse de croître avec une hausse des trafics des trains régionaux, la création de nouvelles ou d'extensions de lignes de tramway et de TGV. En plus de cet accroissement rapide du transport ferroviaire, des normes futures sur l'évaluation des émissions du bruit (DIN 45681) en perspective font que les spécialistes du domaine ferroviaire investissent dans la R&D pour développer des solutions.

### ***Les enjeux en termes de compétitivité***

Le bruit extérieur et intérieur émis sont aujourd'hui des paramètres de conception des véhicules ferroviaires pour un meilleur respect de l'environnement et le confort des passagers. Dans ce contexte, la réduction des nuisances sonores est une problématique permettant, d'une part, de rester compétitif vis à vis des fabricants étrangers de véhicules ferroviaires. D'autre part, l'apport de solutions à cette problématique servirait à respecter les normes et répondre plus facilement aux cahiers des charges clients de plus en plus contraignants.

### **Problématique et objectif**

De par leur constitution (principalement de bobinages et de circuit magnétique) et la configuration de leurs circuits magnétiques (avec ou sans entrefer), les appareils électriques peuvent avoir différentes sources potentielles de vibrations liées :

1. A la déformation des bobinages : En effet les bobines plongées dans un champ magnétique et parcourues par un courant se déforment sous l'action des forces s'exerçant sur les particules chargées en mouvement. Ces forces, plus connues sous le nom de force de Laplace, sont modélisées par des logiciels existant dans le commerce.

2. A la pression de Maxwell : Prépondérante sur les circuits ferromagnétiques présentant un entrefer (moteurs électriques, inductances de lissages...), elle est directement liée à la discontinuité de la perméabilité entre deux milieux (par exemple entre un milieu ferromagnétique et de l'air). Cette pression, s'appliquant à l'interface de ces deux milieux, peut être connue grâce au calcul du tenseur de Maxwell.
3. A la magnétostriction : Cette déformation des circuits ferromagnétiques aimantés est due au couplage magnéto-élastique qui est une caractéristique intrinsèque du matériau.

Les travaux présentés dans ce document traitent particulièrement des déformations induites par l'aimantation (autrement dit l'état magnétique) des circuits ferromagnétiques reconnues comme étant une source de bruit (ou de vibration) des actionneurs et transformateurs électriques. En effet, à l'instar de la plupart des métaux, les tôles ferromagnétiques constituant les appareils électriques peuvent se déformer par dilatation thermique ou bien par application d'une force extérieure. Cependant, d'autres types de déformations peuvent être induites au sein de ces dernières par le biais de l'application d'un champ magnétique.

Cette dernière source de bruit (ou de vibration), qui est la magnétostriction, est un phénomène très complexe et a fait l'objet de plusieurs publications scientifiques (Figure 0.0.3) portant notamment sur la modélisation ou des techniques de mesure.

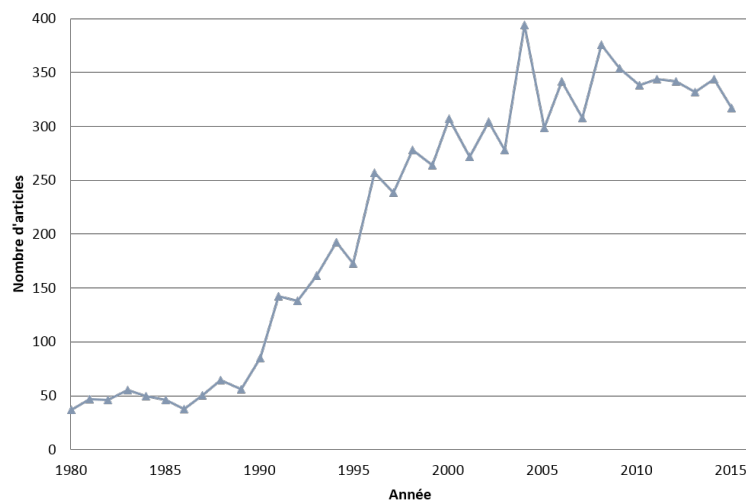


FIGURE 0.0.3 – Nombre d'articles utilisant la magnétostriction dans le titre, les mots clés ou le résumé (Source : Web of Knowledge)

Ainsi, l'objectif des travaux présentés dans ce document est d'établir un modèle pertinent permettant d'évaluer la magnétostriction des tôles ferromagnétiques pour

---

des applications de type actionneurs et transformateurs électriques pendant leur fonctionnement.

### **Organisation de la thèse**

Pour ce faire, les travaux réalisés seront présentés de la manière suivante :

- Dans la première partie, nous ferons l'état de l'art sur les modèles existants.
- Dans la deuxième partie, le modèle développé ainsi qu'une première validation seront exposés.
- La troisième partie du document portera sur les résultats de mesure et de caractérisation de tôles en Fer Silicium à grains non orientés (FeSi NO).
- Dans la dernière partie, nous aborderons l'application et la validation du modèle sur un circuit magnétique sans entrefer en FeSi NO.





**Etat de l'art**



# Chapitre 1

## Etat de l'art

### 1.1 Généralité sur la magnétostriction et les matériaux ferromagnétiques

#### 1.1.1 Historique

La magnétostriction fut découverte en 1842 par le physicien anglais Joule, qui constata l'allongement d'un barreau de fer dans la direction du champ magnétique auquel il est soumis. Ainsi ce phénomène magnétostrictif direct est aussi appelé la magnétostriction de Joule(ou effet Joule longitudinal). Les matériaux magnétostrictifs exhibent une magnétostriction inverse plus connue sous le nom de l'effet Villari. D'une manière générale les matériaux magnétostrictifs sont caractérisés par un couplage magnétoélastique qui aboutit au fait que l'état magnétique du matériau est sensible à l'environnement mécanique et vice versa.

#### 1.1.2 Origine de la magnétostriction

L'observation d'un phénomène physique, tel que la magnétostriction d'un matériau magnétique, donne souvent lieu à diverses interprétations selon les échelles considérées. Du fait de la relation entre phénomènes physiques et échelle, il s'avère incontournable de rappeler l'origine du magnétisme qui est le moment magnétique.

#### Le moment magnétique

L'état magnétique d'un matériau dépend de la structure électronique de ses atomes : la physique quantique démontre, plus précisément, que le magnétisme est lié aux orbitales impaires des électrons d'un atome.

Le moment magnétique (Figure 1.1.1), qui est la grandeur permettant de quantifier l'état magnétique intrinsèque au matériau, est la somme vectorielle des moments cinétiques orbitaux (dû à la gravitation des électrons autour du noyau) et des moments magnétiques de spin<sup>1</sup>.

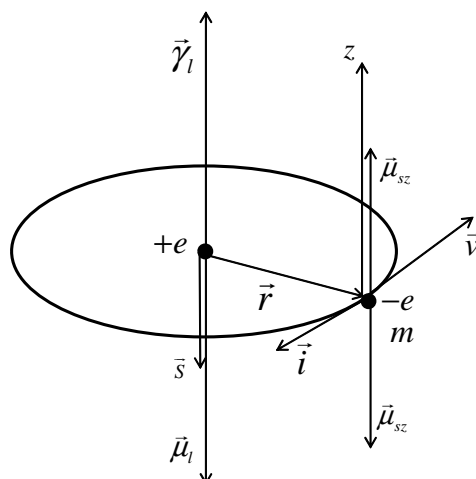


FIGURE 1.1.1 – Moment magnétique orbital et moment magnétique de spin dans le modèle de l'atome de Bohr [Pauthenet 83]

### **Moment magnétique orbital**

Comme son nom l'indique, le moment magnétique orbital d'un atome est dû à la rotation des électrons autour du noyau sur son orbite. D'un point de vue mécanique, cette rotation correspond à un moment cinétique orbital. Dans le modèle de Bohr<sup>2</sup> il est donné par :

$$\vec{\gamma}_l = \vec{r} \wedge m\vec{v} \quad (1.1.1)$$

Son amplitude est de :

$$\|\vec{\gamma}_l\| = \gamma_l = mr^2\omega \quad (1.1.2)$$

$m$  : masse de l'électron.

$r$  : rayon de l'orbite supposée circulaire.

$\omega$  : vitesse angulaire de gravitation de l'électron.

---

1. Moment magnétique intrinsèque à l'électron.  
2. Atome d'hydrogène

D'un point de vue électrique (indirectement magnétique), le déplacement de l'électron correspond à un courant circulant dans le sens contraire. Il est donné par :

$$i = \frac{e\omega}{2\pi} \quad (1.1.3)$$

A l'instar d'une bobine parcourue par un courant, le mouvement orbital est à la base du moment magnétique orbital :

$$\vec{\mu}_l = i \cdot \vec{s} \quad (1.1.4)$$

Où  $\vec{s}$  est un vecteur surface (Figure 1.1.1).

Son amplitude est :

$$\mu_l = \frac{e\omega r^2}{2} \quad (1.1.5)$$

$e$  : norme de la charge de l'électron.

Les équations 1.1.2 et 1.1.5 permettent de déduire la relation entre les moments cinétique et magnétique :

$$\vec{\mu}_l = - \underbrace{\frac{e}{2m}}_a \vec{\gamma}_l \quad (1.1.6)$$

Où le coefficient  $a$  est appelé le rapport gyromagnétique.

Sachant que le moment cinétique est multiple du quantum  $\frac{h}{2\pi}$  :  $\gamma_l = l \cdot \frac{h}{2\pi}$

Alors :

$$\vec{\mu}_l = -l \cdot \frac{eh}{4\pi m} \cdot \vec{e}_z = -l \cdot \mu_B \cdot \vec{e}_z \quad (1.1.7)$$

$l$  : nombre quantique orbital.

$h$  : constante de Planck.

$\mu_B$  : magnéton de Bohr. Il intervient naturellement dans l'expression des moments magnétiques dipolaire des atomes.

### **Moment magnétique de spin**

A l'instar du moment cinétique orbital, le moment cinétique de spin est associé à un moment magnétique de spin. Sa projection suivant l'axe de quantification (Oz par exemple) est donnée par :

$$\mu_{sz} = \pm 1 \cdot \mu_B \quad (1.1.8)$$

## Interprétation microscopique de la magnétostriction

Lorsqu'on applique un champ magnétique extérieur  $\mathbf{H}_0$  à un matériau magnétique, les moments magnétiques décrits dans le paragraphe précédent ont tendance à s'orienter (orientation de l'orbite des électrons des couches impaires libres) vers la direction de  $\mathbf{H}_0$ . Ainsi, dans le cas des matériaux capables de s'aimanter globalement tels que les ferromagnétiques et les ferrimagnétiques<sup>3</sup> (Annexe B), ces derniers acquièrent une aimantation<sup>4</sup> globale  $\mathbf{M}$  non nulle. Durant cette orientation, certains atomes s'éloignent pour permettre l'alignement des orbites (moments magnétiques) avec  $\mathbf{H}_0$  d'où le changement de longueur appelé aussi magnétostriction.

Cette approche microscopique de la magnétostriction permet de déduire la dépendance de cette dernière à l'état magnétique (ou l'aimantation).

Il existe deux types de magnétostriction (Figure 1.1.2) observable à l'échelle d'un polycristal : isotrope et anisotrope.

### La magnétostriction isotrope $\underline{\underline{\varepsilon}}_{iso}^\mu$

Elle est due au passage de l'état désordonné (paramagnétique) à l'état ordonné au passage de la température de Curie. Elle se manifeste par une variation de volume spontanée (isotrope) aussi appelée anomalie de volume. Cette magnétostriction est acquise dès l'aimantation du matériau et ne varie plus durant l'utilisation du matériau.

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{iso}^\mu = \varepsilon_{iso}^\mu \cdot I_3 \quad (1.1.9)$$

### La magnétostriction anisotrope (isochore) $\underline{\underline{\varepsilon}}_{aniso}^\mu$

Très sensible au champ magnétique d'excitation, elle est source de bruit à une fréquence double de l'excitation notamment dans les transformateurs. Contrairement à la magnétostriction spontanée, les déformations magnétostrictives anisotropes sont isochores. *Dans la suite du document, nous nous intéresserons particulièrement à cette dernière car elle influe sur le fonctionnement des matériaux ferromagnétiques et est de loin plus prépondérante que la première :*

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{aniso}^\mu, \text{trace} \left( \underline{\underline{\varepsilon}}_{aniso}^\mu \right) = 0 \quad (1.1.10)$$

---

3. Le ferro-ferrimagnétisme correspond à un ordre magnétique particulier caractérisé par une forte interaction d'échange entre les moments magnétiques(ou spin)

4. L'aimantation est la densité volumique des moments magnétiques.

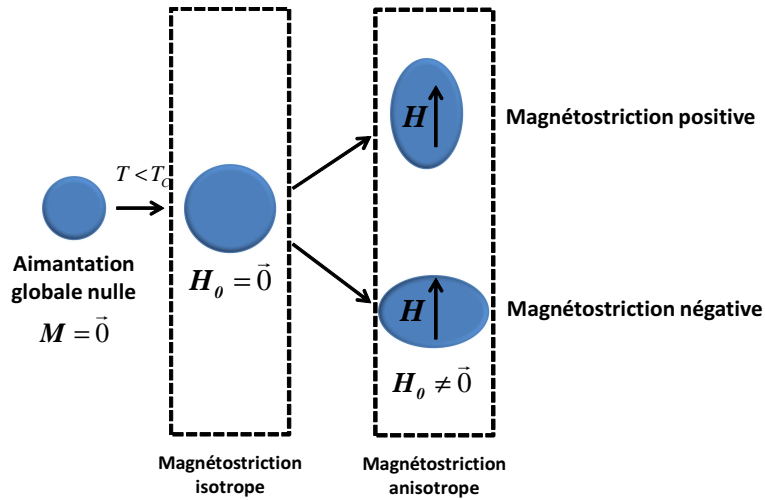


FIGURE 1.1.2 – Les deux modes de magnétostriction[Lacheisserie 00]

### 1.1.3 Les matériaux ferromagnétiques

#### Structure en domaines

A l'échelle mésoscopique, nous remarquons que les matériaux ferromagnétiques polycristallins sont composés par plusieurs grains (ou monocristaux) séparés par des joints de grains (Figure 1.1.3). Selon Pierre Weiss, chaque grain est subdivisé à son tour en domaines magnétiques appelés domaines de Weiss séparés par les parois de Bloch. Cette subdivision du grain en plusieurs domaines aimantés suivant des directions opposées est à l'origine d'une aimantation globale nulle de ce dernier. Cependant à l'intérieur de chaque domaine l'aimantation est à sa valeur de saturation  $M_S$  et les moments magnétiques sont tous orientés dans le même sens.

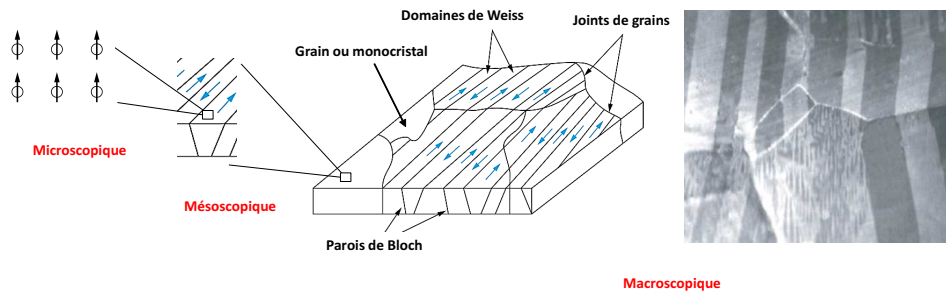


FIGURE 1.1.3 – Structure magnétique (à l'échelle microscopique, mésoscopique et macroscopique) idéalisée et réelle d'un alliage FeSi (Fer Silicium) polycristallin à grains orientés[Waeckerlé 10]

## Comportement macroscopique

Lorsqu'un matériau ferromagnétique initialement désaimanté<sup>5</sup> est soumis à un champ magnétique croissant, alors celui-ci s'aimante progressivement jusqu'à atteindre la saturation. Cette aimantation résulte de deux mécanismes (mis en œuvre en fonction du vecteur champ magnétique) que sont : le mouvement des parois (Figure 1.1.3) et la rotation des moments magnétiques.

Durant la première aimantation<sup>6</sup> et pour des champs magnétiques de faibles intensités, on assiste dans un premier temps à une flexion réversible des parois puis à un déplacement irréversible de ces dernières à cause des piègeages<sup>7</sup> dans le matériau. Quel que soit le mouvement des parois, il induit une augmentation du volume des domaines de même direction que le champ appliqué au détriment des autres.

Pour des champs magnétiques plus forts, la rotation des moments magnétiques rentre en jeu jusqu'à l'alignement de ces derniers par rapport au champ : c'est la saturation.

Afin de décroître l'aimantation à partir de la saturation, il est nécessaire d'appliquer un champ opposé à celle-ci et d'amplitude proche au champ coercitif  $H_C$  à cause de l'hystérésis dû, en partie, aux précipités et imperfections (« pinning »). Ce champ coercitif est faible dans le cas des ferromagnétiques doux<sup>8</sup> (environ  $5A/m$  pour les tôles à grains orientés,  $25$  à  $80A/m$  pour les tôles à grains non orientés) contrairement aux ferromagnétiques durs(aimants).

Du fait du couplage magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques, l'aimantation s'accompagne d'une magnétostriction plus ou moins importante suivant les mécanismes d'aimantation mis en jeu : la magnétostriction est très sensible aux déplacements des parois  $90^\circ$  et à la rotation de l'aimantation. De par ce même couplage, le matériau ferromagnétique change de comportement (aussi bien magnétique que magnétostrictif) lorsqu'une contrainte lui est appliquée. En effet la contrainte influe sur la structure en domaines afin de minimiser l'anisotropie induite par les contraintes à l'équilibre ( $-\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu$  communément appelée énergie magnétoélastique). La modification de la structure en domaines Figure 1.1.4 entraîne une variation de la déformation magnétostrictive sous l'effet des contraintes, qui s'ajoute à la déformation élastique linéaire, y compris sous champ nul. Ainsi la déformation totale d'un matériau ferromagnétique soumis à un champ magnétique et une contrainte peut se décomposer arbitrairement par :

$$\varepsilon = \varepsilon(\sigma) + \varepsilon^\mu(H) + \varepsilon^{\mu\sigma}(H, \sigma) \quad (1.1.11)$$

---

5. Aimantation globale quasi nulle.

6. Aimantation d'un matériau initialement désaimanté

7. Les imperfections des matériaux

8. Matériaux ferromagnétiques qui s'aimantent facilement.



Où :

- $\varepsilon$  : la déformation totale.
- $\varepsilon(\sigma)$  : la déformation linéaire élastique.
- $\varepsilon^\mu(H)$  : la magnétostriction sous champ magnétique à contrainte nulle.
- $\varepsilon^{\mu\sigma}(H, \sigma)$  : la magnétostriction due à la contrainte à champ magnétique donné. Cette partie de la déformation magnétostrictive justifie l'effet  $\Delta E$  (Figure 1.1.5b).

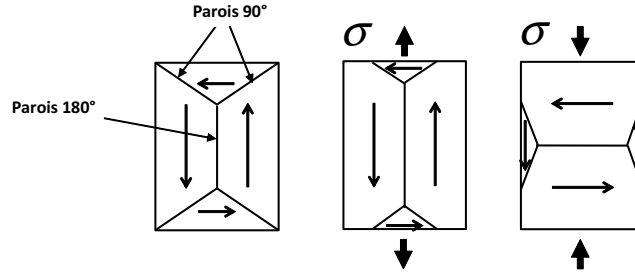
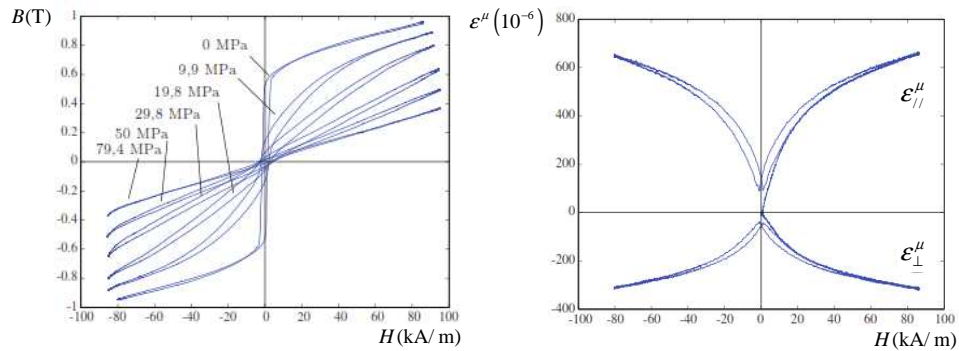


FIGURE 1.1.4 – Effet d'une contrainte uniaxiale(traction et compression) sur la structure en domaines d'un échantillon à magnétostriction positive

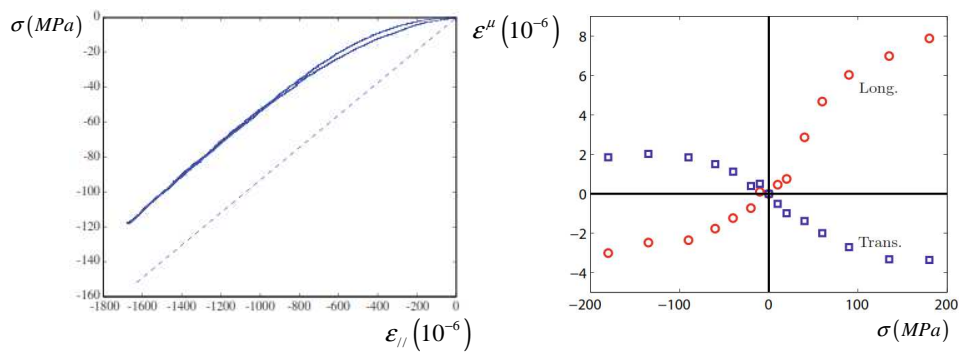
Ce couplage magnéto-élastique des matériaux ferromagnétiques explique la variation de la perméabilité au niveau macroscopique (Figure 1.1.5a) sous l'effet des contraintes ainsi que du module de Young autour de  $\sigma = 0, H = 0$  (Figure 1.1.5b) : c'est l'effet  $\Delta E$ .

## 1.2 La déformation de magnétostriction, du domaine au polycristal

La déformation de magnétostriction se définit comme une déformation qui apparaît au cours de l'aimantation d'un échantillon ferromagnétique libre de contraintes appliquées. Cette déformation résulte d'une part des forces d'origine électromagnétiques et d'autre part des modifications de la structure magnétique (structure en domaines et orientation des aimantation élémentaires de chaque domaine). L'effet des forces électromagnétiques est décrit par le tenseur de Maxwell, il dépend de la répartition de l'induction magnétique dans l'espace, et donc de la forme de l'échantillon. Les études de la magnétostriction se focalisent généralement sur les déformations associées à la microstructure magnétique, plus complexes. *Nous utiliserons donc le terme de « magnétostriction » pour désigner la partie de la déformation qui est associée à la modification de la structure en domaines magnétique sous l'effet du champ magnétique.*



(a) Induction (image de l'aimantation) sous compression uniaxiale; Magnétostriction longitudinale  $\epsilon_{||}^\mu$  et transversale  $\epsilon_{\perp}^\mu$  [Galopin 07]



(b) Illustration de l'effet  $\Delta E$  (Terfenol-D à gauche [Galopin 07] et fer pur à droite [Daniel 09])

FIGURE 1.1.5 – Mise en évidence du couplage magnétoélastique des matériaux ferromagnétiques

### 1.2.1 Déformation de magnétostriction d'un domaine magnétique isolé

A l'intérieur d'un domaine magnétique, l'aimantation est constante en norme ( $\|\mathbf{M}\| = M_s$ ), mais d'orientation variable. En l'absence de champ magnétique, elle est alignée sur une direction de facile aimantation. Si un champ magnétique intense est appliqué en dehors de ces directions, l'aimantation prend une orientation qui tend à se rapprocher de la direction du champ magnétique. On mesure alors une déformation dont la valeur dépend de l'orientation de l'aimantation par rapport aux axes du cristal.

Il est possible de définir directement la déformation de magnétostriction comme un tenseur dépendant de l'orientation de l'aimantation dans le repère cristallin. On peut aussi utiliser un tenseur de contrainte équivalent, défini à partir du vecteur aimantation  $\mathbf{M}$ . Ainsi une contrainte équivalente due à l'aimantation  $\underline{\underline{\sigma}}^{magn}$  peut être définie par :

$$\sigma_{ij}^{magn} = b_{ij} \frac{(\mathbf{M} \otimes \mathbf{M})_{ij}}{M_S^2} = b_{ij} \frac{M_i \cdot M_j}{M_S^2} = b_{ij} \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \quad (1.2.1)$$

- $b_{ij}$  sont les coefficients de couplage magnétoélastique (homogène à une contrainte)
- $\alpha_i$  et  $\alpha_j$  sont les cosinus directeurs du vecteur aimantation dans le repère cristallin.
- $M_S$  est l'aimantation à la saturation.

A l'équilibre nous pouvons écrire :

$$\underline{\underline{\sigma}}^{magn} + \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} = 0 \quad (1.2.2)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = -\underline{\underline{C}}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}}^{magn} \quad (1.2.3)$$

Dans le cadre de ce document où la magnétostriction considérée est isochore et anisotrope (paragraphe 1.1.2), le tenseur de magnétostriction est donné par la partie déviatorique de  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  :

$$\underbrace{\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu}_{\text{partie déviatorique}} = -\underline{\underline{C}}^{-1} : \underline{\underline{\sigma}}^{magn} - \underbrace{\frac{1}{3} \text{trace}(\underline{\underline{\varepsilon}})}_{\text{partie sphérique}} \cdot \underline{\underline{I}} \quad (1.2.4)$$

Cette expression de la magnétostriction (Equation 1.2.4) peut s'obtenir par minimisation de la somme des énergies magnétoélastique et élastique (introduites dans l'Annexe D) à l'échelle d'un cristal non soumis à des contraintes ([Lacheisserie 00]). Cette définition permet de déduire les composants du tenseur de magnétostriction à l'échelle du cristal en symétrie cubique (Figure 1.2.1) :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu / \begin{cases} \varepsilon_{ii}^\mu = -\frac{b_1}{c_{11}-c_{12}} \left( \alpha_i^2 - \frac{1}{3} \right) \\ \varepsilon_{ij}^\mu = -\frac{b_2}{2c_{44}} (\alpha_i \alpha_j); i \neq j \end{cases} \quad (1.2.5)$$

La magnétostriction suivant une direction donnée par  $\beta$  est donné par :

$$\lambda = -\frac{b_1}{c_{11} - c_{12}} \left( \beta_1^2 \alpha_1^2 + \beta_2^2 \alpha_2^2 + \beta_3^2 \alpha_3^2 - \frac{1}{3} \right) - \frac{b_2}{c_{44}} (\beta_1 \beta_2 \alpha_1 \alpha_2 + \beta_2 \beta_3 \alpha_2 \alpha_3 + \beta_3 \beta_1 \alpha_3 \alpha_1) \quad (1.2.6)$$

- $b_1$  et  $b_2$  sont les coefficients de couplage magnétoélastique dans le cas d'un cristal cubique.
- $c_{11}$ ,  $c_{12}$  et  $c_{44}$  sont les coefficients de rigidité élastique en notation de Voigt dans le cas d'un cristal cubique.
- $\alpha_i = \cos(a_i)$  sont les cosinus directeur de l'aimantation dans le repère cristallographique (Figure 1.2.1).

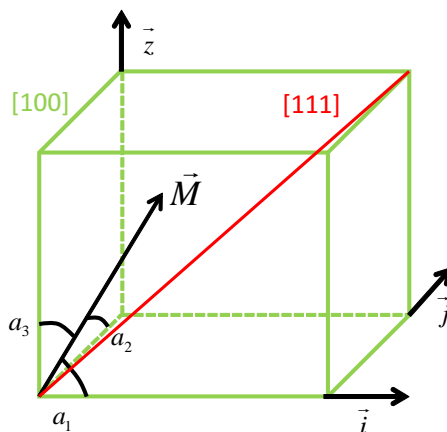


FIGURE 1.2.1 – Aimantation dans le repère cristallographique cubique

On définit les deux coefficients de magnétostriction  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  comme étant respectivement les magnétostrictions à saturation du cristal selon les directions  $\langle 100 \rangle$ <sup>9</sup> et  $\langle 111 \rangle$ <sup>10</sup> (Figure 1.2.1).

— Ainsi, suivant la direction  $\langle 100 \rangle$  :

$$\begin{cases} \alpha_1 = \beta_1 = 1 \\ \alpha_2 = \beta_2 = \alpha_3 = \beta_3 = 0 \end{cases} \implies \lambda_{100} = -\frac{2}{3} \left( \frac{b_1}{c_{11} - c_{12}} \right) \quad (1.2.7)$$

— Selon la direction  $\langle 111 \rangle$  :

- 
- 9. Les arêtes du cube appelées aussi axes quaternaires
  - 10. Grandes diagonales du cube appelées aussi axes ternaires

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \implies \lambda_{111} = -\frac{1}{3} \begin{pmatrix} b_2 \\ c_{44} \end{pmatrix} \quad (1.2.8)$$

En introduisant les paramètres ci-dessus, le tenseur des déformations magnétostrictives d'un domaine dans le repère du cristal (Figure 1.2.1) est donné par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} \lambda_{100} \left( \alpha_1^2 - \frac{1}{3} \right) & \lambda_{111} \alpha_1 \alpha_2 & \lambda_{111} \alpha_1 \alpha_3 \\ \lambda_{111} \alpha_2 \alpha_1 & \lambda_{100} \left( \alpha_2^2 - \frac{1}{3} \right) & \lambda_{111} \alpha_2 \alpha_3 \\ \lambda_{111} \alpha_3 \alpha_1 & \lambda_{111} \alpha_2 \alpha_3 & \lambda_{100} \left( \alpha_3^2 - \frac{1}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (1.2.9)$$

Nous remarquons bien que la magnétostriction dépend donc de l'orientation de l'aimantation dans le cristal. D'un point de vue physique, l'orientation de l'aimantation n'est uniforme qu'au sein d'un domaine (paragraphe 1.1.3), donc le tenseur des déformations magnétostrictives défini ci-dessus est compatible à celui d'un domaine par rapport au repère du cristal auquel il appartient.

## 1.2.2 Déformation d'un polycristal

A l'échelle macroscopique, plus particulièrement dans les matériaux polycristallins<sup>11</sup> à grains non orientés (où les orientations des grains sont très différentes), le calcul de la magnétostriction par généralisation de l'approche thermodynamique précédemment décrite (Equation 1.2.9) devient très complexe. En effet, d'une part la magnétostriction dépend de l'orientation de l'aimantation par rapport au repère cristallographique qui change d'un grain à un autre : cette dépendance fait intervenir la texture du matériau. D'autre part les interactions aussi bien mécaniques que magnétiques entre les grains rendent la tâche plus difficile. Ainsi pour modéliser la magnétostriction à l'échelle macroscopique, certaines approches sont basées sur le passage de l'échelle mésoscopique à l'échelle macroscopique. D'autres approches contournent les problématiques liées au changement d'échelle en considérant directement la magnétostriction macroscopique.

Du fait de l'irréversibilité (présence d'hystérésis) du comportement des matériaux ferromagnétiques décrit dans le paragraphe 1.1.3, les modèles décrivant la magnétostriction peuvent être classifiés en deux grands groupes : les modèles réversibles et irréversibles. Comme indique leur nom, les modèles réversibles ne prennent pas en compte l'hystérésis des matériaux contrairement au modèles irréversibles.

Ainsi dans les paragraphes suivants, des modèles de magnétostriction seront présentés. Quelle que soit l'hypothèse de réversibilité des modèles, une approche multiéchelle (calcul de la magnétostriction macroscopique à partir de sa définition mésoscopique : Equation 1.2.9) ou phénoménologique (calcul de la magnétostriction macroscopique à partir d'expérimentations macroscopiques) est utilisée.

11. Constitués de plusieurs grains

## 1.3 Les modèles réversibles

### 1.3.1 Modèles multiéchelles

Dans cette partie, nous allons présenter le principe des modèles multiéchelles. Ces derniers utilisent une approche énergétique à l'échelle des domaines pour ensuite décrire le comportement macroscopique. Ainsi nous allons faire dans un premier temps quelques rappels sur les termes énergétiques.

#### 1.3.1.1 Quelques rappels : Approche énergétique du magnétisme

L'énergie d'un matériau magnétique est la conséquence directe ou indirecte des interactions microscopiques au sein du matériau ou avec son environnement extérieur. Ces interactions peuvent être d'origine électrostatique (énergie d'anisotropie magnétocristalline liée à la répartition des charges dans le matériau) ou magnétique (liées à la présence des moments magnétiques des atomes). Ainsi le bilan énergétique d'un matériau magnétique permet de distinguer deux types d'énergie :

- Energie purement magnétique due directement aux grandeurs magnétiques (moment magnétique, champ magnétique extérieur...);
- Energie due au couplage entre les grandeurs magnétiques et autres grandeurs physiques (température, contraintes...).

#### Energie d'interaction d'échange

Cette énergie résulte de l'interaction entre atome voisins et est à la base de l'ordre magnétique. Le lecteur pourra consulter l'Annexe B où ce terme énergétique est explicité.

#### Energie magnétostatique

Elle est composée par l'énergie de champ démagnétisant et l'énergie de Zeeman ou interaction avec un champ extérieur.

#### Energie de champ démagnétisant

Appelée aussi énergie dipolaire et considérée parfois comme l'énergie magnétostatique par abus de langage, elle correspond à l'interaction entre moments magnétiques d'atomes lointains contrairement à l'interaction d'échange. Ces interactions tendent à supprimer la polarisation globale du matériau autrement dit évitent l'alignement dans le même sens des moments magnétiques d'où le nom d'énergie démagnétisante. Pour cela un champ démagnétisant lié à la divergence de l'aimantation est défini. Ce champ (par exemple  $H_d = -NM$  dans le cas d'une ellipsoïde

plongée dans un milieu amagnétique), créé par l'aimantation et opposé à cette dernière, tend à démagnétiser le matériau.

### **Energie de Zeeman**

Cette énergie traduit l'interaction entre le champ magnétique extérieur ( $H_0$ ), différent du champ démagnétisant, et l'aimantation du matériau.

### **Energie d'anisotropie magnétocristalline**

L'anisotropie magnétocristalline des matériaux cristallisés représente le fait que l'orientation des moments magnétiques se fait plus facilement selon certaines directions cristallographiques appelées axes de facile d'aimantation. Elle est due à l'interaction électrostatique entre les orbitales des électrons (responsables du magnétisme) et le champ électrique cristallin qui est dû à la répartition des charges dans l'environnement des atomes portant un moment magnétique. Donc les systèmes à faible moment magnétique orbital (état S comme Spin) présentent une faible anisotropie magnétocristalline : on peut citer l'exemple du Fe, Co, Ni contrairement aux terres rares.

La Figure 1.3.1 illustre l'effet du champ électrique cristallin : Pour une même valeur d'aimantation, le champ  $\mathbf{H}$  fourni est plus important si la direction de ce dernier est différente de celle de facile d'aimantation.

D'autres phénomènes physiques influent sur l'état magnétique du matériau. Dans le cadre de ce document nous ne présenterons que le couplage magnéto-mécanique qui est à la base de l'énergie magnétoélastique. Cependant d'autres facteurs tels que le couplage magnétothermique influent sur l'aimantation du matériau magnétique.

### **Energie magnétoélastique**

Comme son nom l'indique, cette énergie provient du couplage magnéto-mécanique entre la déformation du matériau et l'aimantation (plus précisément son orientation par rapport aux axes cristallographiques). En effet, on montre que [Lacheisserie 68] la déformation du matériau magnétique quelle que soit son origine (magnétostrictive ou suite à l'application d'une contrainte), induit une variation des coefficients d'anisotropie de ce dernier. Autrement dit, il existe une anisotropie magnétocristalline induite par la déformation du cristal. Pour prendre en compte ce nouveau terme, il est défini l'énergie magnétoélastique grâce aux coefficients de couplage magnétoélastique  $b_i$  (Equation 1.2.6).

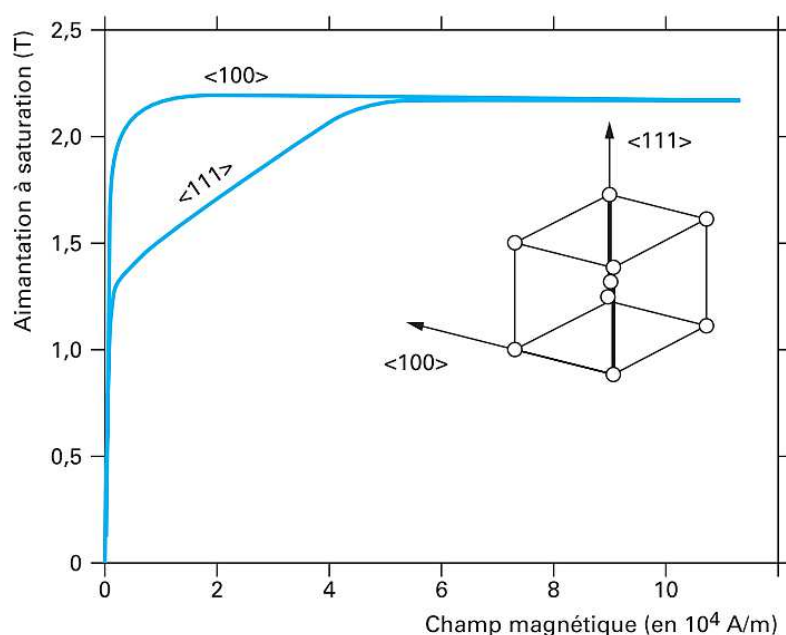


FIGURE 1.3.1 – Variation de l'aimantation d'un monocristal de fer en fonction du champ  $H$  selon l'axe facile d'aimantation  $\langle 100 \rangle$  et l'axe difficile d'aimantation  $\langle 111 \rangle$  [Waeckerlé 10]

### Densité d'énergie libre d'un domaine

Dans les modèles multiéchelles ci-dessous, nous utiliserons la densité d'énergie d'un domaine ( $E^\alpha$  qui ne dépend que de l'orientation de l'aimantation dans le domaine) calculée grâce à l'enthalpie libre (Annexe D).  $E^\alpha$  est la somme de trois participations :

- l'anisotropie magnétocristalline  $E_K$  : C'est l'énergie nécessaire à fournir aux moments magnétiques du domaine pour passer de leur direction de facile aimantation à une autre direction. Dans l'équation 1.3.1, ce terme est donné en *symétrie cubique pour un cristal non déformé*. Les coefficients d'anisotropie  $K_1$  et  $K_2$  sont homogènes à une densité volumique d'énergie (Tableau 1.1). Ils décroissent très vite avec la température et peuvent varier en fonction de la préparation métallurgique et en cas d'application de « grandes » contraintes sur le matériau.
- l'interaction entre la magnétostriction et la contrainte  $E_\sigma$ . Il est aussi appelé dans la littérature « l'anisotropie induite par la contrainte ». Il est différent de l'énergie magnétoélastique [Mudivarthy 08].
- l'énergie magnétostatique  $E_{ms}$



Substance	Structure	$K_1 (J/m^3)$	$K_2 (J/m^3)$
<i>Fe</i>	Cubique	$4,8 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^3$
<i>Ni</i>	Cubique	$-4,5 \cdot 10^3$	$2,34 \cdot 10^3$
<i>Co</i>	Hexagonale	$4,5 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^5$
20% <i>Fe</i> – 80% <i>Ni</i>	Cubique	$4 \cdot 10^2$	

TABLE 1.1 – Constantes d’anisotropie de quelques substances à la température ambiante [Pauthenet 83]

$$E^\alpha = \underbrace{K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2)}_{E_K} + K_2 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2) - \underbrace{\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu}_{E_\sigma} - \underbrace{\mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}}_{E_{ms}} \quad (1.3.1)$$

Avec :

$$\begin{cases} \mathbf{M} = M_S [\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3]^T \\ \mathbf{H} = \|\mathbf{H}\| [\alpha_{1H} & \alpha_{2H} & \alpha_{3H}]^T \end{cases} \quad (1.3.2)$$

### 1.3.1.2 Modèle multiéchelle simplifié

Les modèles multiéchelles permettent de faire le lien entre l’échelle du domaine, celui du grain et du polycristal. Ils sont basés sur l’utilisation des fractions volumiques [Buiron 00] de domaines de différentes orientations dans un cristal. Une expression des fractions volumiques du type Boltzmann -compatible avec une densité de probabilité- est généralement utilisée.

$$f_\alpha = \frac{\exp(-A \cdot E^\alpha)}{\sum_\beta \exp(-A \cdot E^\beta)}$$

L’indice  $\alpha$  (resp.  $\beta$ ) désignant les différentes familles de domaines d’un cristal (6 familles pour un cristal de fer, 8 pour un cristal de nickel),  $E^\alpha$  (resp.  $E^\beta$ ) la densité d’énergie associée à cette famille de domaine.

Dans un second temps, un changement d’échelle permet de passer de l’échelle du grain à l’échelle du polycristal en tenant compte de la structure cristallographique. Une approche similaire est utilisée par Armstrong [Armstrong 97], mais celui-ci passe directement de l’échelle du domaine à l’échelle du polycristal, ce qui ne lui permet pas de distinguer les phénomènes de mouvement de paroi et de rotation des aimantations.

En supposant connus le champ magnétique et de contrainte appliqués, la fraction volumique associée aux domaines d’orientation  $(\theta, \varphi)$  suit la loi :

$$f(\theta, \varphi) = \frac{\exp\left(-\frac{E^\alpha(\theta, \varphi)}{\omega}\right)}{\int_{\Omega} \exp\left(-\frac{E^\alpha(\theta, \varphi)}{\omega}\right) d\Omega} \quad (1.3.3)$$

$$d\Omega = \sin(\theta) d\theta d\varphi \quad (1.3.4)$$

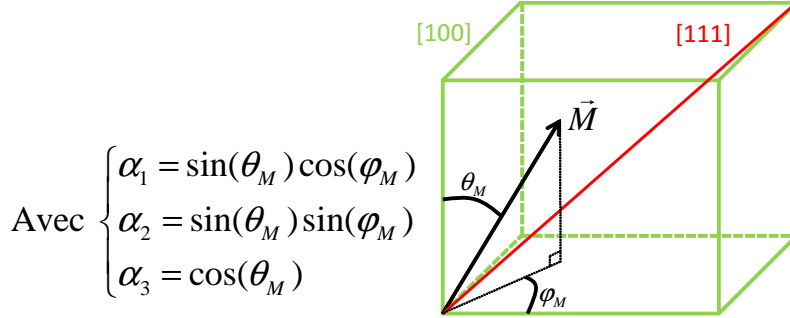


FIGURE 1.3.2 – Aimantation dans le repère cristallographique en coordonnées sphériques

Cette loi, qui est fonction de la densité d'énergie de domaine  $E^\alpha$  d'orientation  $(\theta, \varphi)$ , permet d'estimer l'aimantation et la magnétostriction à l'échelle du grain directement en négligeant l'énergie des parois et l'interaction entre les domaines voisins. Cependant l'utilisation de la loi à l'échelle du polycristal nécessite une prise en compte de la texture de ce dernier.

Une première approche simplifiée permet de s'affranchir de la microstructure du polycristal [Daniel 07, Mudivarthi 10]. Cette approche suppose que :

- la microstructure du polycristallin est un ensemble de domaines et que toutes les orientations<sup>12</sup> possibles dans l'espace sont équiprobables ;
- Les domaines sont répartis aléatoirement.

Ainsi ces hypothèses reviennent à supposer isotrope et homogène le comportement macroscopique du matériau.

Soit  $V_{\theta, \varphi}$  la partition de volume orientée dans la direction  $(\theta, \varphi)$ , alors :

$$V_{\theta, \varphi} = V \cdot f(\theta, \varphi) \quad (1.3.5)$$

En considérant les hypothèses ci-dessus, l'aimantation et la magnétostriction moyenne à l'échelle macroscopique peuvent être déduites sans tenir compte de la microstructure du polycristal. Elles sont données d'une manière générale par :

12. Les couples  $(\theta, \varphi)$

$$\langle \mathbf{M} \rangle = \frac{1}{V} \int \mathbf{M} \cdot V_{\theta, \varphi} d\Omega = \int \mathbf{M} \cdot f(\theta, \varphi) d\Omega \quad (1.3.6)$$

$$\langle \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu \rangle = \frac{1}{V} \int \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu \cdot V_{\theta, \varphi} d\Omega = \int \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu \cdot f(\theta, \varphi) d\Omega \quad (1.3.7)$$

Le paramètre  $\omega$  (Equation 1.3.8) peut être obtenu grâce aux courbes expérimentales de l'aimantation ou de la magnétostriction moyenne en fonction du champ magnétique à contrainte nulle. En effet, pour des champs magnétiques faibles, la rotation de l'aimantation n'est pas considérée et le potentiel énergétique d'un domaine ( $E^\alpha$ ) se réduit à l'énergie de Zeeman<sup>13</sup>.

En appliquant un champ magnétique selon la direction 3 (Equation 1.3.8), on montre que [Daniel 07] la susceptibilité initiale qui est la pente à l'origine de la courbe anhystérétique de l'aimantation macroscopique est donnée par :

$$\chi^0 = \left. \frac{\partial \langle \mathbf{M} \rangle_3}{\partial H} \right|_{H=0} = \frac{\mu_0 M_S^2}{3\omega} \quad (1.3.8)$$

### 1.3.1.3 Modèle multiéchelle complet

Afin de prendre en compte les effets de la structure polycristalline, le modèle multiéchelle présenté ici [Daniel 07] est constitué par une succession de calculs et de changements d'échelle (Figure 1.3.3). Ainsi, à partir d'un chargement macroscopique donné (champ de contrainte et magnétique  $\underline{\underline{\Sigma}}, \mathbf{H}_0$ ), il permet de calculer le comportement macroscopique (déformation totale et aimantation  $\underline{\underline{\varepsilon}}^m, \mathbf{M}^m$ ) de l'échantillon considéré.

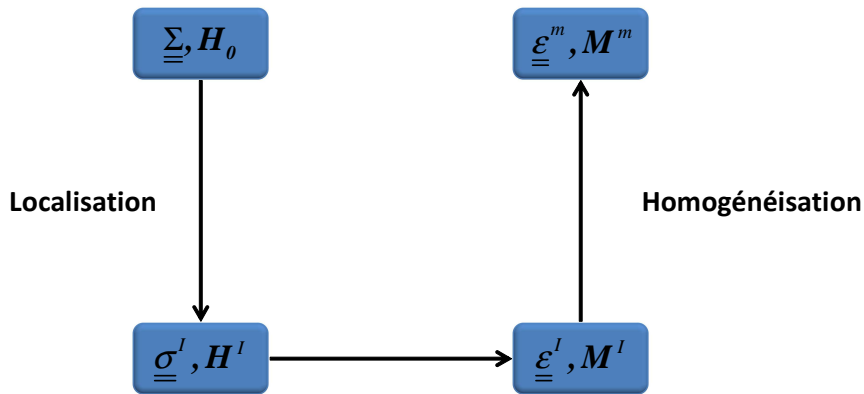


FIGURE 1.3.3 – Processus de calcul par approche multiéchelle

13. Interaction entre aimantation et champ magnétique extérieur

Le processus est constitué de trois grandes étapes :

### La localisation

Cette étape permet à partir d'opérateurs spécifiques de passer du chargement macroscopique au chargement mésoscopique<sup>14</sup>. Tout se passe comme si le monocristal était une inclusion ellipsoïdale dans un milieu homogène.

#### **Calcul de la contrainte du cristal $\underline{\sigma}^I$**

En supposant que le comportement mécanique du cristal est isotrope, Eshelby montre alors que la déformation et la contrainte d'un cristal ellipsoïdal sont uniformes [Barthelemy 05]. Cette hypothèse permet d'exprimer la déformation totale de l'inclusion en fonction de la magnétostriction (considérée comme une déformation libre) de cette dernière grâce au tenseur d'Eshelby et de calculer la contrainte à l'échelle du cristal (Annexe C).

#### **Calcul du champ vu par le cristal $H^I$**

En l'absence de courant dans le matériau et en considérant le cristal isotrope magnétiquement, le champ magnétique vu par le cristal peut être déduit en supposant ce dernier comme une inclusion sphérique plongée dans un milieu magnétiquement linéaire et homogène (polycristal homogénéisé) de susceptibilité  $\chi^m$  [Buiron 00] :

$$\mathbf{H}^I = \mathbf{H}_0 + \frac{1}{3 + 2\chi^m} (\mathbf{M}^m - \mathbf{M}^I) \quad (1.3.9)$$

Où :

- $\mathbf{H}_0$  le champ magnétique extérieur appliqué très loin de l'inclusion (à l'infini en théorie).
- $\chi^m$  la susceptibilité du polycristal homogénéisé.
- $\mathbf{M}^m = \chi^m \mathbf{H}_0$  l'aimantation du milieu homogénéisé.
- $\mathbf{M}^I$  l'aimantation de l'inclusion supposée fixe.

#### **Calcul de la réponse du cristal $\underline{\varepsilon}^I, \mathbf{M}^I$**

Une fois que le chargement à l'intérieur du cristal est calculé en fonction du chargement extérieur, la réponse de ce dernier se déduit facilement grâce à l'expression de Boltzmann donnée ici pour un nombre fini d'orientations (par exemple  $\alpha = 1 \rightarrow 6$  pour le fer pur) :

---

14. Chargement vu par l'inclusion c'est-à-dire ici par le grain

$$f^\alpha = \frac{\exp(-As.E^\alpha)}{\sum_\alpha \exp(-As.E^\alpha)} \quad (1.3.10)$$

$$\sum_\alpha f^\alpha = 1 \quad (1.3.11)$$

Le paramètre du modèle dépend de la susceptibilité initiale du cristal  $As = \frac{3\chi^0}{\mu_0 M_S^2}$

En supposant que le comportement élastique du cristal est homogène et l'aimantation du cristal est égale à la moyenne des aimantations des domaines, alors :

$$\mathbf{M}^I = \langle \mathbf{M} \rangle = \sum_\alpha f^\alpha \mathbf{M} \quad (1.3.12)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{\mu I} = \langle \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu \rangle = \sum_\alpha f^\alpha \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu \quad (1.3.13)$$

### L'homogénéisation

Cette étape consiste à calculer une moyenne spatiale (sur le polycristal considéré) des réponses des cristaux [Daniel 08] :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^{\mu m} = \left\langle \underline{\underline{t}} \underline{\underline{B}}^I : \underline{\underline{\varepsilon}}^{\mu I} \right\rangle = \frac{1}{V_{polycristal}} \int_{polycristal} \underline{\underline{t}} \underline{\underline{B}}^I : \underline{\underline{\varepsilon}}^{\mu I} dV_{polycristal} \quad (1.3.14)$$

$$\mathbf{M}^m = \left\langle \mathbf{M}^I \right\rangle = \frac{1}{V_{polycristal}} \int_{polycristal} \mathbf{M}^I dV_{polycristal} \quad (1.3.15)$$

Où  $\underline{\underline{B}}^I$  est un tenseur de localisation (Annexe C) fonction des tenseurs de rigidité (du mono et polycristal) et du tenseur d'Eshelby.

#### 1.3.1.4 Conclusion sur les modèles multiéchelles

Grâce aux différents travaux menés dans la modélisation multiéchelle des effets magnétoélastiques, le modèle permet de simuler des chargements (champ magnétique et contrainte) complexes tridimensionnels tout en gardant une cohérence physique. Ce type de modèle donne une très bonne prédiction du comportement magnétoélastique à l'échelle du cristal (Figure 1.3.4) grâce à la prise en compte des propriétés physiques de ce dernier (élasticité, anisotropie magnétocristalline...) [Buiron 00, Daniel 07]. Dans ce contexte, l'implémentation de ce type de modèle nécessite la connaissance du matériau étudié à l'échelle du cristal. Leur extension à l'échelle macroscopique passe par la connaissance de la texture du matériau (fonction d'orientations des cristaux) et se limite à la simulation d'élément représentatif de volume dépendant de la taille des grains du matériau. Son utilisation dans un code éléments

finis pour des simulations à l'échelle des appareils électriques (telle est notre problématique), nécessiterait d'importantes puissances ou beaucoup de temps de calcul. Ainsi une version simplifiée du modèle multiéchelle est proposée [Bernard 11] pour les calculs de structure. Ici l'auteur assimile le polycristal à un ensemble de domaines donc un cristal équivalent dont les propriétés sont basées sur des calculs multiéchelles.

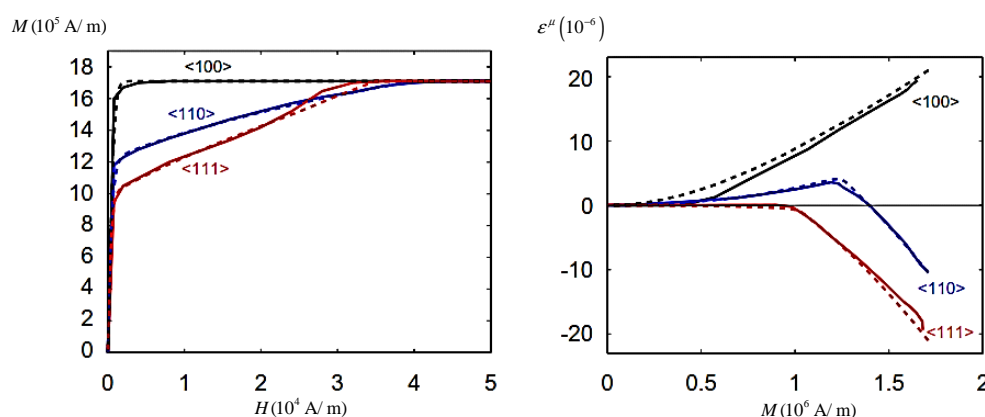


FIGURE 1.3.4 – Comportement d'un cristal de Fer pur (mesuré en pointillés et simulé en trait plein) [Buiron 00, Daniel 07]

## 1.3.2 Modèles phénoménologiques

Contrairement aux modèles ci-dessus utilisant une approche physique du matériau, il existe d'autres modèles décrivant les phénomènes magnétostrictifs qui se basent sur des résultats expérimentaux à l'échelle macroscopique pour déduire des lois de comportement empiriques. Parmi ces modèles très répandus dans les applications d'ingénierie, nous en présenterons quelques uns dans cette partie.

### 1.3.2.1 Modèle tensoriel polynomial

Cette approche a été utilisée [Galopin 07] dans le cadre de la modélisation du comportement magnétostrictif du Terfenol-D qui est un matériau présentant une magnétostriction géante autrement dit un fort couplage magnéto-élastique. Il est souvent utilisé avec une précontrainte uniaxiale de compression dans les applications de transduction.

A partir des résultats expérimentaux sur le Terfenol-D présentés à la Figure 1.3.5, l'auteur utilise les particularités suivantes afin de simplifier le modèle :

- La magnétostriction en fonction de l'induction pour une contrainte donnée a l'allure d'une parabole : cette hypothèse est assez raisonnable lorsqu'on

travaille en dessous de la saturation. En effet des expérimentations, sur des matériaux différents du Terfenol-D, montrent que la magnétostriction décroît pour des valeurs d'inductions importantes.

- Le comportement magnétostrictif est isotrope : cette hypothèse longtemps considérée est aujourd'hui remise en cause. En effet les mesures de magnétostriction multidirectionnelles sur des échantillons de Fer-Silicium réalisées et présentées dans ce document montrent que la magnétostriction est très sensible à la direction de l'aimantation (ou induction).
- La magnétostriction est indépendante des contraintes à partir d'une certaine valeur de contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}^{ref}$  relativement basse (−20MPa voir Figure 1.3.6) : En effet dans le cas des matériaux à magnétostriction géante (coefficients de couplage magnétoélastique très élevés), la magnétostriction est très sensible aux contraintes appliquées. Cependant cet effet sature très vite contrairement aux matériaux classiques (Figure 1.1.5b).

Ce comportement spécifique à ce type de matériau permet à l'auteur d'utiliser l'approche de champ équivalent pour prendre en compte l'effet des contraintes sur le comportement magnétostrictif et magnétique. Cette approche (champ équivalent à une contrainte appliquée) utilisée dans [Jiles 95] permet de déduire un champ magnétique dû à une contrainte grâce aux relations d'égalités de Maxwell<sup>15</sup> et un réseau de courbes d'aimantations (ou d'inductions) à différentes contraintes constantes. L'équation 1.3.16 est ainsi obtenue par linéarisation de l'égalité de Maxwell 1.3.17.

$$H_i(\mathbf{B}, \underline{\underline{\sigma}}) = H_i(\mathbf{B}, \underline{\underline{\sigma}}^{ref}) - \underbrace{\frac{\partial \varepsilon_{kl}^\mu(\mathbf{B})}{\partial B_i} \overbrace{(\sigma_{kl} - \sigma_{kl}^{ref})}^{\Delta\sigma}}_{\text{champ équivalent dû à } \Delta\sigma} \quad (1.3.16)$$

$$\left. \frac{\partial H_i}{\partial \sigma_{kl}} \right|_{\mathbf{B}} = \left. \frac{\partial \varepsilon_{kl}^\mu}{\partial B_i} \right|_{\underline{\underline{\sigma}}} \quad (1.3.17)$$

Soit  $\mathbf{B}$  l'induction magnétique en un point du matériau, alors le tenseur de déformation magnétostrictive en ce point par rapport au repère associé à  $\mathbf{B}$  tel que  $\mathbf{B} = [B_1 \ 0 \ 0]_{RB}^T$  est donné par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu = \sum_{n=0}^N \beta_n \|\mathbf{B}\|^{2(n+1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1.3.18)$$

15. Ensemble d'égalités provenant des potentiels thermodynamiques. C'est l'origine des coefficients de couplage piézo-électrique/magnétique...

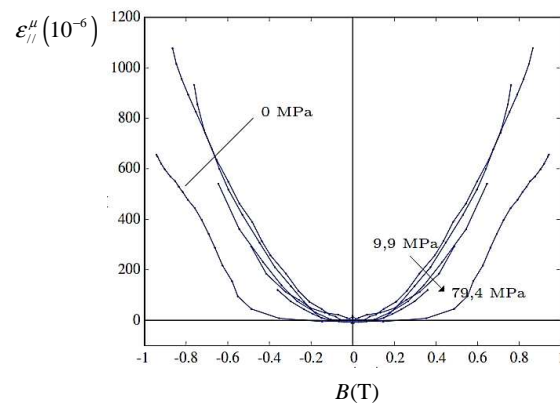


FIGURE 1.3.5 – Magnétostriction anhystérétique d'un barreau de Terfenol-D selon la direction parallèle au champ magnétique en fonction de l'induction à différentes compressions [Galopin 07]

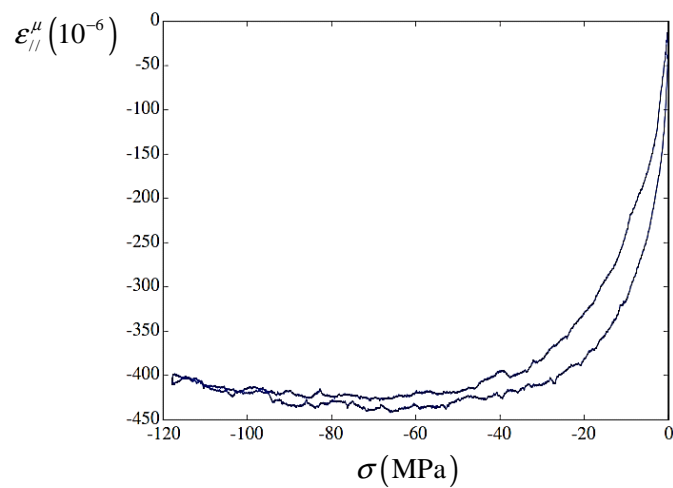


FIGURE 1.3.6 – Magnétostriction (à champ nul) due à la compression d'un échantillon de Terfenol-D [Galopin 07]



Grâce à la transformation d'Euler, le tenseur de déformation magnétostrictive par rapport au repère du matériau dans lequel  $\mathbf{B} = [B_1 \ B_2 \ B_3]^T$  est donné par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu = \sum_{n=0}^N \beta_n \|\mathbf{B}\|^{2n} \begin{bmatrix} B_1^2 - \frac{B_2^2+B_3^2}{2} & \frac{3}{2}B_1B_2 & \frac{3}{2}B_1B_3 \\ \frac{3}{2}B_1B_2 & B_2^2 - \frac{B_1^2+B_3^2}{2} & \frac{3}{2}B_2B_3 \\ \frac{3}{2}B_1B_3 & \frac{3}{2}B_2B_3 & B_3^2 - \frac{B_2^2+B_1^2}{2} \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^N \beta_n \|\mathbf{B}\|^{2n} \left( \frac{3}{2}\mathbf{B} \otimes \mathbf{B} - \frac{1}{2}\mathbf{B} \bullet \mathbf{B}\mathbb{I} \right) \quad (1.3.19)$$

Les paramètres de magnétostriction  $\beta_n$  peuvent être calculés à partir du modèle et des résultats expérimentaux par la méthode des moindres carrés [Galopin 07].

Cette approche a l'avantage d'être simple, tridimensionnelle et facile à mettre en œuvre. Cependant le modèle est isotrope et l'approche utilisée pour prendre en compte des contraintes restreint le modèle au Terfenol-D. Dans ce cas particulier, de bonnes concordances avec les expérimentations sont notées (Figure 1.3.7).

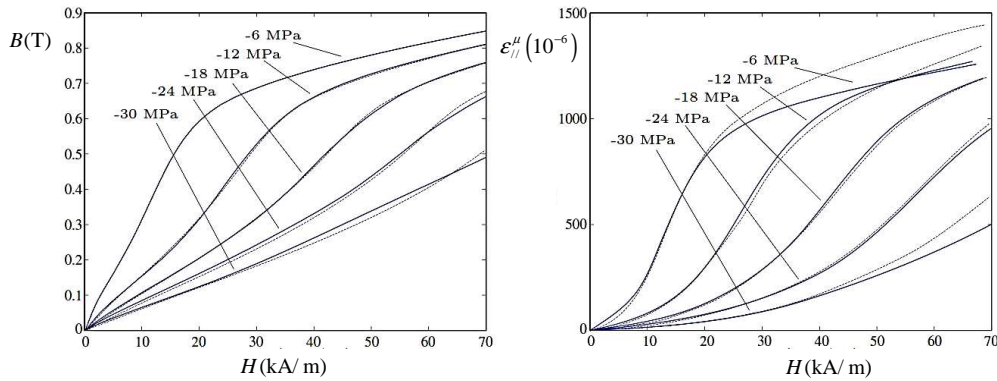


FIGURE 1.3.7 – Comparaison entre mesures et simulation (traits pointillés) de l'induction et de la magnétostriction sous compression d'un échantillon de Terfenol-D [Galopin 07]

### 1.3.2.2 Modèles prenant en compte l'anisotropie de la magnétostriction

Des mesures de vibrations [Weiser 00] et des simulations [Mohammed 01, Delaere 01] montrent respectivement que la magnétostriction est particulièrement importante au niveau des « angles » des transformateurs et des racines des dents du stator des moteurs (Figure 1.3.8). Ceci peut s'expliquer par la rotation du champ magnétique dans ces zones. Ainsi certains modèles phénoménologiques incluent l'effet de l'anisotropie sur le comportement magnétostrictif. Parmi ces modèles nous pouvons distinguer les plus récents :

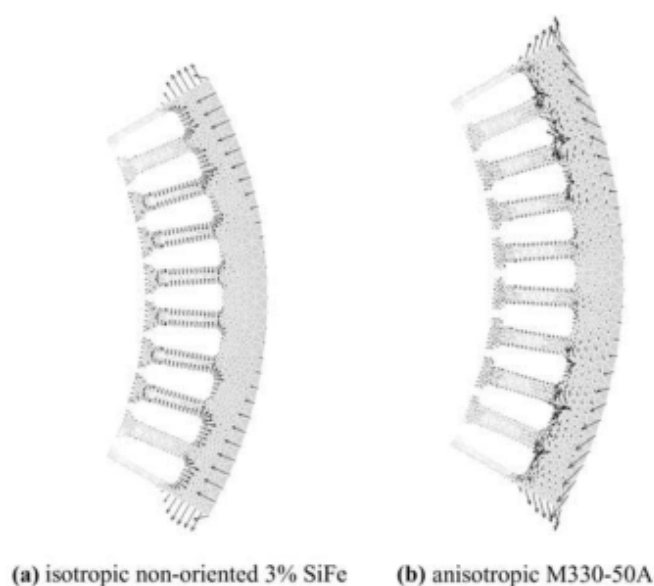


FIGURE 1.3.8 – Effet de l'anisotropie sur les forces magnétostrictives[Delaere 01]

### Modèle anisotropique et sensible à la déformation

Ici l'auteur [Belahcen 15] propose un modèle bidirectionnel prenant en compte à la fois l'effet des contraintes (appelé ici l'effet des déformations) et de l'anisotropie de la magnétostriction par rapport à l'aimantation. La magnétostriction parallèle à l'aimantation est donnée par l'expression analytique suivante :

$$\varepsilon_{M//}^{\mu} = f_{ani}(\theta_M) p(\mathbf{M}^2) h(\varepsilon_{M//}) \quad (1.3.20)$$

Où :

- $f_{ani}(\theta_M)$  est une fonction d'anisotropie permettant de moduler l'amplitude de la magnétostriction. Dans cet article,  $f_{ani}(\theta_M)$  est une fonction elliptique. Cette approche, consistant à représenter l'anisotropie grâce à une ellipse, permet de réduire à deux les paramètres correspondant aux rayons suivant les axes de l'ellipse. Cependant un tel type d'approche peut ne pas se généraliser à toutes les textures de matériaux. En effet elle est adéquate aux tôles à grains orientés (GO) dans lesquelles la préférence sur l'orientation des domaines magnétiques ( $180^\circ$  et  $90^\circ$ ) est nette et fait que la magnétostriction maximale est forcément plus importante suivant la direction transverse et décroît d'une façon monotone jusqu'à la direction de laminage. Dans ce contexte, les tôles GO sont plus perméables suivant la direction de laminage. Quant aux tôles à grains non orientés, l'anisotropie peut ne pas être monotone (comme nous constaterons dans nos mesures du chapitre 4).

- $p(x) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  est une fonction polynomiale décrivant la magnétostriction selon l'aimantation.
- $h(x) = a_4 + \tanh\left(\frac{a_5-x}{a_6}\right)$  est une fonction incluant l'effet des déformations élastiques (indirectement des contraintes). Cette fonction donne l'allure de l'effet  $\Delta E$  (Figure 1.1.5b) selon lequel l'application d'une contrainte à un matériau ferromagnétique non saturé influe sur le comportement de la magnétostriction. La fonction  $\tanh$  permet de saturer l'effet de la contrainte sur la magnétostriction. Cependant l'insensibilité de l'aimantation à la contrainte peut limiter l'approche à des contraintes peu élevées (environ 9-10MPa pour un module de Young de 300GPa Figure 1.3.9).

L'hypothèse que la magnétostriction est isochore, physiquement justifiée (paragraphe 1.1.2), permet à l'auteur de généraliser l'équation 1.3.20 au tenseur de magnétostriction donné dans la référence de l'aimantation et dans le plan de la tôle par :

$$\varepsilon_{=M//}^{\mu} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{M//}^{\mu} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}\varepsilon_{M//}^{\mu} \end{bmatrix} \quad (1.3.21)$$

Les paramètres du modèle sont identifiés grâce aux mesures suivant la direction de laminage (Figure 1.3.9) et le recalage suivant la direction transverse.

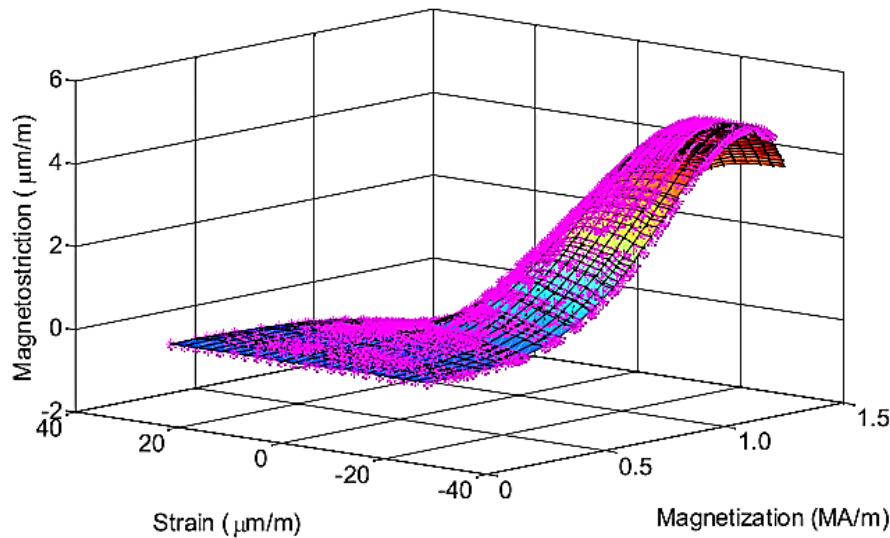


FIGURE 1.3.9 – Magnétostriction modélisées (surface) et mesurée (points) suivant la direction de laminage en fonction de l'aimantation à différentes déformations unidirectionnelles[Belahcen 15]

## Anisotropie de la magnétostriction 2D pour les tôles à grains non orientés sous induction tournante

### Illustration de l'anisotropie de la magnétostriction

Moses [Moses 15], met en évidence dans un premier temps l'anisotropie de la magnétostriction des tôles à grains non orientés. Pour cela, des mesures de magnétostriction sont faites sous induction tournante sur deux types de tôles différentes  $A$  et  $B$  (Tableau 1.2) grâce à une rosette d'extensométrie à  $45^\circ$  : les trois composantes (DL/RD<sup>16</sup>,  $45^\circ$  et DT/TD<sup>17</sup>) de déformation mesurées par la jauge permettent de reconstituer le tenseur de magnétostriction (Annexe E).

Les tôles  $A$  et  $B$  sont en FeSi et ont la particularité d'avoir des pourcentages de silicium différents (Tableau 1.2). L'auteur définit un pourcentage d'anisotropie magnétostrictif donné par (Equation 1.3.22). Ce dernier permet de déduire une anisotropie plus forte pour la tôle  $B$  (avec 300%) que pour la tôle  $A$  (avec 50%). Cependant l'utilisation de cet indice pour les tôles NO demande des précautions car il est basé que sur deux coefficients ( $\lambda_{ppTD}$  et  $\lambda_{ppRD}$ ). Pour un matériau tel que ( $\lambda_{ppTD} \simeq \lambda_{ppRD}$ ), on déduirait que la magnétostriction est isotrope alors que les directions intermédiaires montrent le contraire.

Dans la même optique, l'augmentation du taux de silicium diminue l'anisotropie magnétocristalline ainsi que la magnétostriction à l'échelle du grain, ce qui n'est pas forcément le cas à l'échelle du polycristal à cause de la texture.

$$\frac{\lambda_{ppTD} - \lambda_{ppRD}}{\lambda_{ppRD}} \quad (1.3.22)$$

Tôle	Epaisseur(mm)	Si (%)	$\lambda_{ppRD}$ ( $\mu m/m$ )	$\lambda_{ppTD}$ ( $\mu m/m$ )
$A$	0,35	3%	4	6
$B$	0,5	2,7%	1,5	6

TABLE 1.2 – Magnétostriction unidirectionnelle peak-peak à  $1,5T$  et  $50Hz$  [Moses 15]

Les résultats de mesure représentés ici (Figure 1.3.10) par les déformations principales maximales (allongement  $\lambda_1$ , et rétrécissement  $\lambda_2$ ) montre une magnétostriction plus importante pour la tôle ayant le plus fort pourcentage d'anisotropie  $B$ .

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\varepsilon_{xx}^\mu + \varepsilon_{yy}^\mu}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx}^\mu - \varepsilon_{yy}^\mu}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}^\mu}{2}\right)^2} \quad (1.3.23)$$

16. Direction de laminage/Rolling Direction

17. Transverse Direction

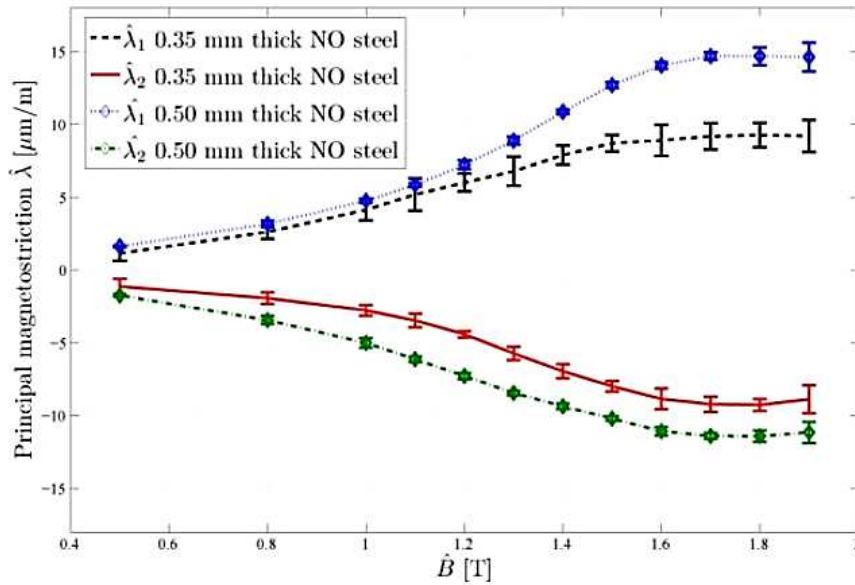


FIGURE 1.3.10 – Déformations principales maximales en fonction de l’amplitude de l’induction tournante [Moses 15]

#### Prise en compte de l’anisotropie de la magnétostriction

L’auteur justifie ici [Moses 15] la prise en compte de l’anisotropie par deux « coefficients de Poisson magnétique »  $\xi_x$  et  $\xi_y$  qui permettent de moduler l’amplitude crête à crête de la magnétostriction suivant les directions  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  ( $\lambda_{xpp}$  et  $\lambda_{ypp}$ ). Ces paramètres ont été utilisés dans des travaux précédents [Lundgren 99, Somkun 10] modélisant la magnétostriction sous induction tournante par analogie à la visco-élasticité par l’introduction des paramètres  $P_{x,y}$ ,  $\xi_{x,y}$ ,  $G_{xy}$  et  $\tau$  désignant respectivement les « modules magnétiques », les « coefficients de Poisson magnétique », le « module de cisaillement magnétique » et un retard<sup>18</sup> :

$$\tau \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_x \\ \lambda_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{P_x} & -\frac{\xi_x}{P_y} & 0 \\ -\frac{\xi_y}{P_x} & \frac{1}{P_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\mu_0} \begin{bmatrix} b_x^2 \approx (\mu_0 M_x)^2 \\ b_y^2 \approx (\mu_0 M_y)^2 \\ b_x b_y \approx \mu_0^2 M_x M_y \end{bmatrix} \quad (1.3.24)$$

En effet dans [Moses 15], l’auteur considère dans un premier temps que la magnétostriction est magnétiquement isotrope autrement dit la magnétostriction à la saturation  $\lambda_S$  ne dépend pas de l’orientation de l’aimantation. Ceci revient à utiliser la définition ci-dessous de la magnétostriction :

18. Ce retard permet de prendre en compte le faible hystérésis entre la magnétostriction et l’induction (Figure 1.3.12)

$$\lambda_{i1D} = \frac{3}{2}\lambda_S \left[ \left( \frac{M_i}{M_S} \right)^2 - \frac{1}{3} \right] \quad (1.3.25)$$

D'autre part, l'auteur considère que la magnétostriction est isochore. Ces hypothèses permettent de déduire la magnétostriction sous induction tournante à deux positions particulières (lorsque celle-ci est parallèle à  $\vec{x}$  ou  $\vec{y}$  (Figure 1.3.11)). Si l'amplitude de l'induction tournante ( $\|\mathbf{b}_{max}\|$ ) considérée correspond à la saturation du matériau (état  $M_S$ ), alors ces deux positions correspondent respectivement :

$$\mathbf{b} \parallel \vec{x} \begin{cases} \lambda_{x_{max}} & = \lambda_S \\ \lambda_{y_{min}} & = -\frac{1}{2}\lambda_S \end{cases} \quad (1.3.26)$$

$$\mathbf{b} \parallel \vec{y} \begin{cases} \lambda_{y_{max}} & = \lambda_S \\ \lambda_{x_{min}} & = -\frac{1}{2}\lambda_S \end{cases} \quad (1.3.27)$$

Nous remarquons que dans le cas isotrope et saturé, l'amplitude pic-pic sur une période complète de rotation de l'induction est identique suivant  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  :

$$\begin{cases} \lambda_{x_{pp,max}} & = \lambda_{x_{max}} - \lambda_{x_{min}} = \frac{3}{2}\lambda_S \\ \lambda_{y_{pp,max}} & = \lambda_{y_{max}} - \lambda_{y_{min}} = \frac{3}{2}\lambda_S \end{cases} \quad (1.3.28)$$

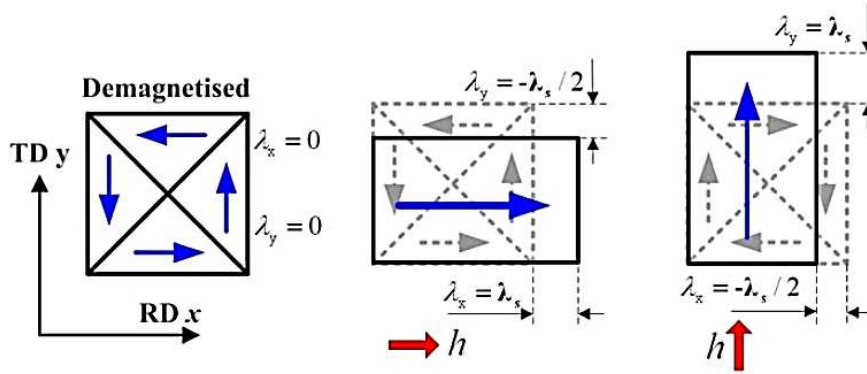


FIGURE 1.3.11 – Magnétostriction à la saturation sous champ uniaxial suivant la direction de laminage et transverse [Moses 15]

A partir de cette description discrète (deux directions), l'auteur donne la magnétostriction pic-pic ( $\lambda_{x_{pp}}$  et  $\lambda_{y_{pp}}$ ) par généralisation sur une tôle anisotrope en introduisant les paramètres  $\xi_x$  et  $\xi_y$ . Ainsi ces derniers sont définis par :

$$\begin{cases} \lambda_{x_{pp}} &= \lambda_{x_{1D}} + \xi_x \lambda_{y_{1D}} \\ \lambda_{y_{pp}} &= \lambda_{y_{1D}} + \xi_y \lambda_{x_{1D}} \end{cases} \quad (1.3.29)$$

Où :

- $\lambda_{x_{1D}}$  est la valeur maximale de la magnétostriction quand l'induction est orientée entièrement suivant  $\vec{x}$
- $\lambda_{y_{1D}}$  est la valeur maximale de la magnétostriction quand l'induction est orientée entièrement suivant  $\vec{y}$

Ainsi si on considère la magnétostriction à l'état saturé dans le cas anisotropique, l'Equation 1.3.29 devient :

$$\begin{cases} \lambda_{x_{pp,max}} &= \lambda_S (1 + \xi_x) \\ \lambda_{y_{pp,max}} &= \lambda_S (1 + \xi_y) \end{cases} \quad (1.3.30)$$

En conclusion cette approche utilise l'effet de Poisson (purement mécanique) pour introduire l'anisotropie magnétique de la magnétostriction. Cependant cette analogie peut être limitative dans la mesure où ces deux phénomènes physiques doivent être considérés distinctement : il y a un effet de Poisson dû au rapport entre la magnétostriction transverse et longitudinale en supposant que l'aimantation est suivant la direction longitudinale ( $\nu = -\frac{\lambda_{DT}}{\lambda_{DL}}; \mathbf{M} \parallel RD$ ) et d'autre part l'anisotropie magnétique de la magnétostriction due à l'aimantation.

L'application de cette approche à une induction tournante sans contrainte donne de bons résultats suivant les directions  $\vec{x}$  (RD) et  $\vec{y}$  (TD) (Figure 1.3.12). Cependant elle risque d'être limitée pour prédire le comportement magnétostrictif des directions intermédiaires, lorsque l'induction tournante prend d'autres directions que  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$ .

### 1.3.2.3 Conclusion sur les modèles phénoménologiques

Nous avons présenté ici trois modèles utilisant l'approche phénoménologique. Cependant, il faut noter que cette liste est loin d'être exhaustive [Mohammed 02], [Ban 03] car il existe d'autres modèles souvent unidimensionnels (scalaires) inadéquats à notre problématique qui met en jeu entre autre l'effet de l'anisotropie des tôles. L'échelle macroscopique de ces modèles permet une légèreté aussi bien dans l'implémentation des codes de calcul mais aussi sur les mesures et identifications des paramètres. Cependant l'application de chargements complexes tels qu'une contrainte multi-axiale reste un sujet ouvert. En effet les contraintes appliquées sont supposées uniaxiales et parallèles à l'aimantation, même s'il existe des approches calculant une contrainte uniaxiale équivalente à partir des contraintes biaxiales.

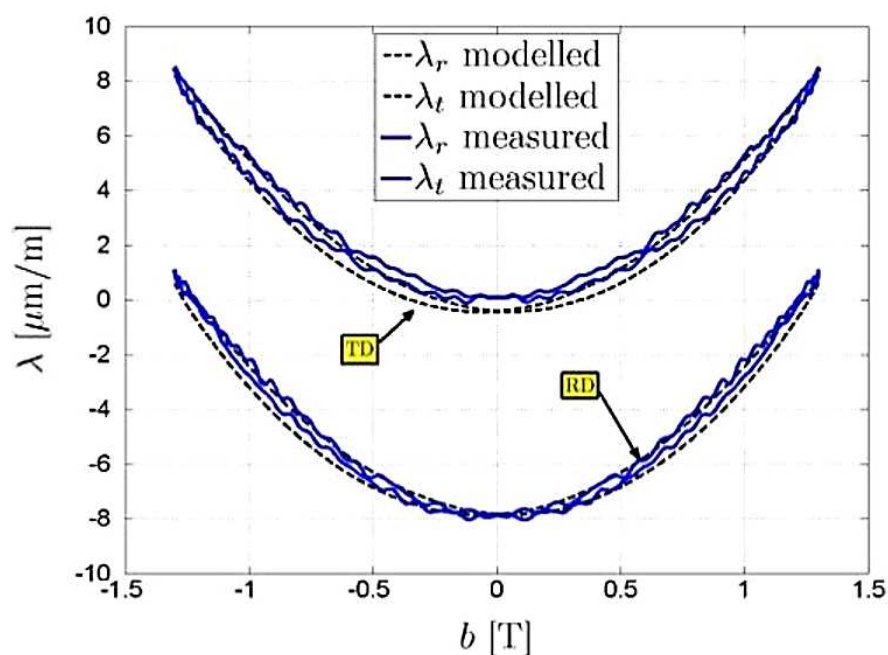


FIGURE 1.3.12 – Magnétostriction suivant les directions de laminage et transverse d'une tôle NO sous induction tournante (1.3T 50Hz)[Somkun 10]

## 1.4 Les modèles irréversibles

La majorité des modèles traitant de l'irréversibilité de la magnétostriction, parmi lesquels les plus connus sont le modèle de Jiles et celui de Preisach, utilisent une approche phénoménologique à l'échelle macroscopique. En effet, une approche plus physique du comportement irréversible du couplage magnétoélastique en régime quasistatique est proposée dans les travaux de [Rizzo 12]. Dans ces travaux, le modèle de Hauser a été modifié et adapté au modèle multiéchelle initialement réversible. Cependant ce modèle, basé sur la décomposition du chargement (champ magnétique et contrainte) en composant réversible (lié au comportement anhystérique) et irréversible, illustre l'irréversibilité de l'aimantation et pas de la magnétostriction. Ici, l'auteur considère que la magnétostriction est réversible. Ainsi les modèles de magnétostriction irréversibles présentés ici sont basés partiellement ou entièrement sur une approche phénoménologique et macroscopique.

### 1.4.1 Modèle de Jiles - Atherton

Le modèle de Jiles-Atherton est très répandu et cité dans la modélisation de l'hystérésis magnétique [Fiorillo 05, Jiles 92]. Le modèle est basé sur le principe



que lorsque qu'un matériau exhibant un comportement hystérétique est soumis à un champ magnétique externe, alors l'énergie fournie peut se séparer en une partie réversible stockée et une autre partie dissipée. Ainsi on peut écrire :

$$dE_{fournie} = dE_{stock} + dE_{disp} \quad (1.4.1)$$

Le modèle prend les considérations suivantes :

- Dans le cas où le matériau est « idéal » (ne présentant pas d'hystérésis donc pas de dissipation), l'énergie stockée correspond totalement à celle fournie. Ce matériau idéal a une loi de comportement anhystérétique  $M_{an}(H)$  qui peut être modélisée par la fonction de Langevin (inspirée du comportement paramagnétique) :

$$M_{an}(H) = M_S \left( \coth\left(\frac{H}{a}\right) - \frac{a}{H} \right) \quad (1.4.2)$$

Où  $a$  est le paramètre de fitting

- L'énergie dissipée est proportionnelle à la variation de l'aimantation : en effet, le modèle considère que l'hystérésis est dû à la dissipation suite à l'accrochage aux défauts (« pinning ») des parois des domaines lors du déplacement de ces dernières. Ainsi, si la répartition des défauts est uniforme, l'énergie dissipée liée au déplacement des parois (indirectement à la variation de l'aimantation) est donnée par :

$$dE_{disp} = \mu_0 k . dM \quad (1.4.3)$$

Où le paramètre de densité de défaut  $k$  agit sur la largeur du cycle.

Ainsi nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} dE_{disp} = & dE_{fournie} - dE_{stock} \\ \mu_0 k . dM = & \mu_0 M_{an}(H) . dH - \mu_0 M(H) . dH \end{cases} \quad (1.4.4)$$

Ainsi, une loi de comportement hystérétique peut être déduite :

$$\frac{dM(H)}{dH} = \frac{M_{an}(H) - M(H)}{k} \quad (1.4.5)$$

Pour une description plus réaliste, Jiles considère un champ magnétique local proportionnel à l'aimantation représentant les interactions entre les domaines. Ainsi il en résulte un champ effectif  $H_e$ , fonction de  $H$ ,  $M$  et du paramètre  $\alpha$ , donné par :

$$H_e = H + \alpha M \quad (1.4.6)$$

En combinant la dérivée de l'équation 1.4.6 et la relation 1.4.5, on trouve dans une forme générale la loi de comportement introduite par le modèle :

$$\frac{dM(H)}{dH} = \frac{M_{an}(H) - M(H)}{k - \alpha(M_{an}(H) - M(H))} \quad (1.4.7)$$

D'autre part l'aimantation est définie comme la somme d'une composante réversible  $M_{rev}$  et irréversible  $M_{irr}$  tels que :

$$\begin{cases} M = & M_{rev} + M_{irr} \\ M_{rev} = & c(M_{an} - M_{irr}) \end{cases} \quad (1.4.8)$$

Où  $c$  est un paramètre.

Ainsi les relations 1.4.7 et 1.4.8 permettent d'écrire la susceptibilité différentielle totale :

$$\frac{dM}{dH} = \underbrace{\frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})}}_{\text{susceptibilité irréversible}} + c \underbrace{\left( \frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right)}_{\text{susceptibilité réversible}} \quad (1.4.9)$$

Où  $\delta$  prend les valeurs  $+1$  ou  $-1$  respectivement pour un champ magnétique croissant ( $\frac{dH}{dt} > 0$ ) ou décroissant ( $\frac{dH}{dt} < 0$ ).

Le modèle de Jiles permet de décrire facilement le phénomène d'hystérésis (Figure 1.4.1) grâce à la formulation différentielle montrée ci-dessus (Equation 1.4.9) qui ne nécessite que cinq paramètres. Cependant d'une part le terme dissipatif (Equation 1.4.3), qui ne tient en compte que de l'interaction entre les parois et les défauts, peut limiter le modèle aux régimes quasi statiques même si le paramètre de densité de défaut  $k$  (agissant sur la largeur du cycle) peut être réajusté ou prendre des formes plus complexes. D'autre part, la formulation donnée en scalaire limite le modèle à des problèmes à une dimension.

Ce modèle a été amélioré [Jiles 95] avec la prise en compte de l'effet des contraintes sur l'aimantation grâce à l'ajout d'un « champ magnétique équivalent »  $H_\sigma$  (Equation 1.4.10) dans la formulation de l'aimantation anhystérétique. L'utilisation de la notion de champ équivalent est cependant limitative. En effet, les valeurs de déformations sont bornées par les déformations minimales et maximales mesurées en l'absence de contrainte, ce qui est contradictoire avec l'expérience. Cette approche doit donc être limitée aux faibles amplitudes de contrainte sauf si les coefficients de magnétostriction sont fonction des contraintes (Equations 1.4.11). Ceci permet de moduler l'amplitude de la magnétostriction en fonction des contraintes appliquées.

C'est pourquoi l'influence des contraintes sur la magnétostriction (Equations 1.4.11) est introduite dans les coefficients magnétostrictifs  $\beta_i(\sigma)$  par développement de Taylor [Jiles 95]. Ce qui permet de généraliser le modèle mais augmente considérablement le nombre de coefficients à identifier.

$$H_\sigma = \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \left( \frac{d\lambda}{dM} \right)_\sigma \quad (1.4.10)$$

$$\begin{cases} \lambda = & \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i M^{2i} \\ \beta_i(\sigma) = \beta_i(0) + & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma^n}{n!} \beta_i^n(0) \end{cases} \quad (1.4.11)$$

Où :

- $\beta_i(0)$  est le coefficient de magnétostriction à contrainte nulle.
- $\beta_i^n(0) = \left. \frac{\partial^n \beta_i}{\partial \sigma^n} \right|_{\sigma=0}$  est le n-ième dérivée de  $\beta_i$  par rapport à la contrainte évaluée à contrainte nulle.

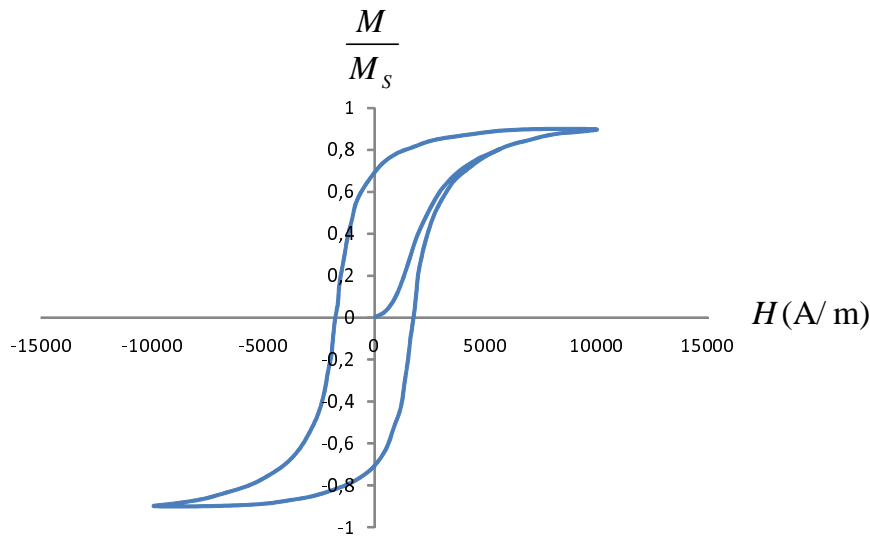


FIGURE 1.4.1 – Illustration du modèle de Jiles ( $M_S = 1,7 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ ,  $a = 10^3 \text{ A/m}$ ,  $k = 2 \cdot 10^3 \text{ A/m}$ ,  $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-3}$ ,  $c = 0,1$ ) [Jiles 92]

## 1.4.2 Modèle de Preisach

L'approche mathématique de Preisach permet en général de modéliser phénoménologiquement l'hystérésis quel que soit le domaine d'application [Mayergoyz 03] ; Ici nous nous contenterons d'illustrer son utilisation sur les matériaux ferromagnétiques. Cette approche consiste à considérer un matériau hystérétique comme un assemblage (ou la superposition) de plusieurs éléments a priori indépendants les uns des autres appelés hystérons. Ces hystérons ont un comportement d'état bistable paramétré par le couple  $(\alpha, \beta)$  (Equation 1.4.12) et asymétrique par rapport

à l'excitation (Figure 1.4.2). Dans le cas d'un système magnétique, la dissymétrie du cycle d'un hystéron est expliquée, par certains [Smith 05], par l'existence d'un champ magnétique d'interaction  $H_I$  entre hystérons.

$$\hat{\gamma}_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{Si } H(t) \geq \alpha \\ -1 & \text{Si } H(t) \leq \beta \\ h & \text{Si } \beta < H(t) < \alpha \end{cases} \quad (1.4.12)$$

Avec :

$$h = \begin{cases} 1 & \text{Si } H(t^*) > \alpha \\ -1 & \text{Si } H(t^*) < \beta \end{cases} \quad (1.4.13)$$

Où  $t^*$  est le dernier instant pour lequel  $H \notin [\alpha, \beta]$  : d'où la prise en compte de l'histoire du matériau.

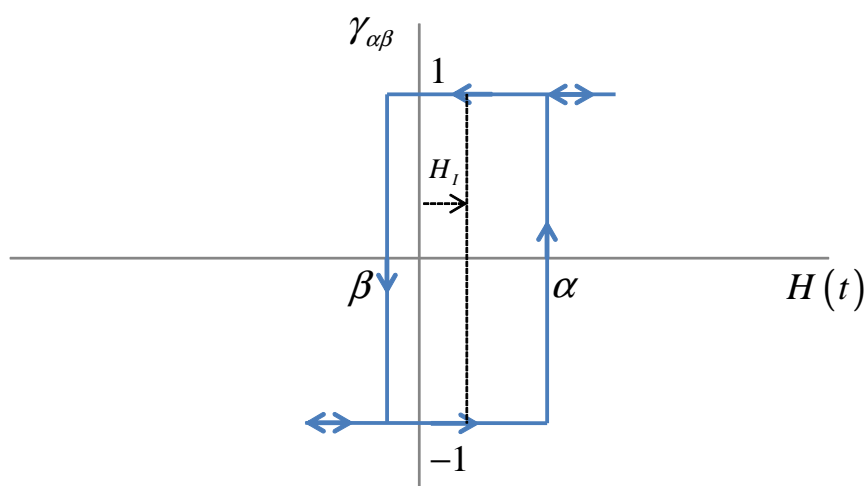


FIGURE 1.4.2 – Cycle d'un hystéron

L'aimantation à l'échelle macroscopique (Equation 1.4.14) est la moyenne des hystérons  $\hat{\gamma}_{\alpha\beta}$  pondérée par une fonction de distribution  $\mu(\alpha, \beta)$  dans le plan de Preisach ( $\alpha \geq \beta$ ).

$$M(t) = \iint_{\alpha \geq \beta} \hat{\gamma}_{\alpha\beta} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (1.4.14)$$

Ainsi le modèle de Preisach est fortement lié à la définition de cette fonction de distribution. Une méthode d'identification de cette distribution consiste à faire des séquences d'aimantation décrites dans la figure 1.4.3 : durant une séquence, le matériau est initialement saturé à  $-M_S$  puis, on applique un champ magnétique

croissant jusqu'à atteindre  $M_{\alpha'}$ , ensuite le champ décroît pour décrire différentes valeurs  $M_{\alpha'\beta'}$ . Cet ensemble de données de mesure permet de déduire  $\mu(\alpha, \beta)$  donnée par (Equation 1.4.15) :

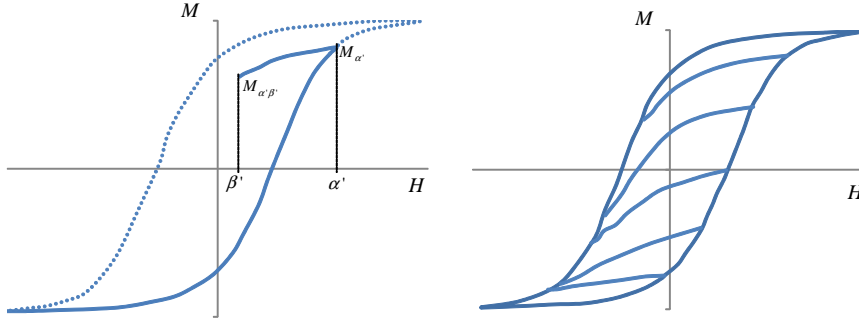


FIGURE 1.4.3 – Identification de la fonction de distribution  $\mu(\alpha, \beta)$  grâce aux « first-order reversal curves »

$$\mu(\alpha', \beta') = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 M_{\alpha'\beta'}}{\partial \beta' \partial \alpha'} \quad (1.4.15)$$

Cette approche présentée ici dans sa version scalaire s'est montrée performante sur la modélisation des cycles majeur et mineurs d'hystérésis. Elle permet de prendre en compte par exemple l'effet des contraintes [Adly 96, Adly 97] sur l'aimantation et la magnétostriction par le biais de la fonction de distribution. L'utilisation de l'approche sur une application transductive (tige de Terfenol) est particulièrement intéressante car dans ce cas la précontrainte et le champ d'excitation sont unidirectionnels (Figure 1.4.4). Cependant ce type d'extension de l'approche de Preisach induit des méthodes d'identifications très complexes et sensibles aux données expérimentales (Equation 1.4.15).

## 1.5 Conclusion

Pour synthétiser, il existe deux grands groupes de modélisation du comportement magnétique (aimantation en fonction du champ magnétique) et magnétostrictif : les modèles réversibles et irréversibles. Les modèles irréversibles deviennent plus adéquats pour les applications dans lesquelles la fréquence est un paramètre important. Quelle que soit l'hypothèse de réversibilité, deux approches sont principalement utilisées pour modéliser la magnétostriction à l'échelle macroscopique : une première approche plutôt physique (voir paragraphe 1.3.1) permettant des chargements (magnétique et mécanique) complexes. Néanmoins elle

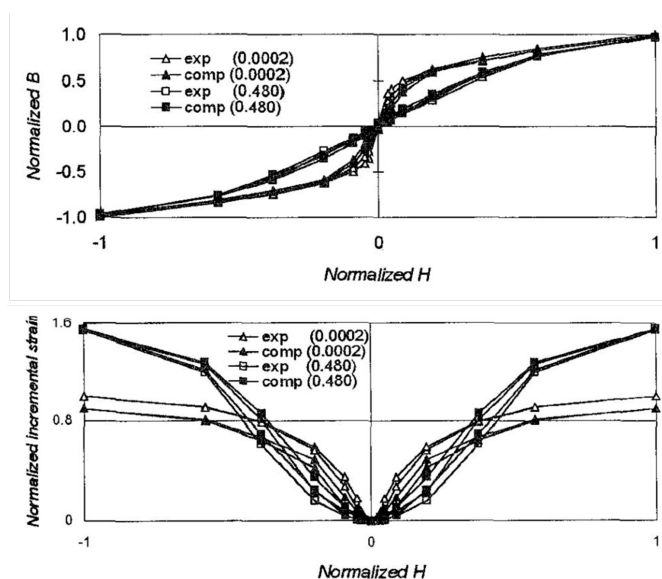


FIGURE 1.4.4 – Comparaison entre simulation et mesure d'induction et de magnétostriction d'un échantillon de Terfenol à différentes contraintes[Adly 97]

nécessite d'être allégée pour des calculs de structure. Une deuxième approche phénoménologique (1.3.2) basée sur l'expression analytique de la magnétostriction en fonction de l'aimantation préalablement calculée. Ce type d'approche connaît des avancés récentes(paragraphe 1.3.2.2) avec la prise en compte de l'anisotropie de la magnétostriction suivant la direction de laminage et transverse ainsi que les contraintes uniaxiales.

Dans l'optique de la réduction des vibrations dues à la magnétostriction dans les transformateurs et moteurs électriques où le flux magnétique peut prendre des chemins complexe, un modèle prenant en compte l'anisotropie magnétique et magnétostrictive est proposé dans le chapitre suivant. Ce modèle s'inspire des deux approches (physique et phénoménologique) précédemment présentées.

**Proposition d'un modèle  
macroscopique anisotrope et  
première validation**





## Chapitre 2

# Description du modèle et Identification des paramètres

Les propriétés magnétiques et magnétoélastiques des matériaux ferromagnétiques doux, utilisés sous forme de tôles laminées, sont sensibles aux conditions d'élaboration d'une part à savoir le laminage (« rolling »), le traitement thermique, le revêtement (« coating »), le découpage... D'autre part, à l'échelle du système, ces mêmes propriétés peuvent changer lors de l'assemblage des tôles pour la conception de transformateur, machine électrique, inductance, par exemple à cause des contraintes de serrage pour la tenue mécanique de l'ensemble.

Pour proposer un modèle adéquat à ce contexte caractérisé par des paramètres physiques (par exemple la texture du matériau) et chargements complexes, nous avons choisi une approche énergétique. Cependant, le modèle anhystérétique proposé est directement macroscopique contrairement à l'approche multi-échelle présentée dans le chapitre précédent. Il met l'accent dans un premier temps sur l'influence de l'anisotropie (magnétique et magnétostrictive), qui d'après d'études expérimentales et de simulations (moteur électrique et transformateur) [Weiser 00, Delaere 01, Mohammed 01], influe sur la vibration des structures.

Dans ce chapitre, le modèle ainsi que les méthodes utilisées pour identifier les paramètres à partir de mesures macroscopiques seront exposés.

### 2.1 Description du modèle : de la base physique à la construction d'un modèle macroscopique

Par définition (Equation 1.2.9), la magnétostriction est fonction de l'état magnétique (aimantation). Ainsi pour calculer la magnétostriction à l'échelle du domaine, les modèles mésoscopiques estiment l'état magnétique (autrement dit l'orientation

de l'aimantation du domaine) grâce à une minimisation de l'énergie libre donnée ci-dessous (Equation 2.1.1) [Mudivarthi 08].

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}(\alpha_i) = & \left[ K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2) \right] \\
 & + \left\{ -\frac{3}{2} \lambda_{100} \left[ \sigma_{11} \left( \alpha_1^2 - \frac{1}{3} \right) + \sigma_{22} \left( \alpha_2^2 - \frac{1}{3} \right) + \right. \right. \\
 & \left. \left. \sigma_{33} \left( \alpha_3^2 - \frac{1}{3} \right) \right] - 3 \lambda_{111} (\sigma_{12} \alpha_1 \alpha_2 + \sigma_{13} \alpha_1 \alpha_3 + \sigma_{32} \alpha_3 \alpha_2) \right\} \\
 & - [\mu_0 M_S (\alpha_1 H_{01} + \alpha_2 H_{02} + \alpha_3 H_{03})]
 \end{aligned} \tag{2.1.1}$$

A l'échelle macroscopique, la variation de l'aimantation des tôles résulte de deux mécanismes qui s'opèrent à l'échelle mésoscopique : le déplacement des parois de Bloch et la rotation des moments magnétiques. Ces mécanismes sont l'effet de la concurrence des différents termes énergétiques à savoir : l'énergie d'échange, l'anisotropie magnétocristalline, l'énergie magnétoélastique et l'énergie magnéto-statique (Voir paragraphe 1.3.1.1).

L'interaction d'échange est un terme prépondérant dans les matériaux ferromagnétiques, elle explique l'alignement des aimantations d'atomes voisins et l'existence des domaines magnétiques. Cependant, ce terme est le même dans tous les domaines, c'est pourquoi il ne varie pas au cours de l'aimantation macroscopique de la tôle [Lacheisserie 00] : l'aimantation macroscopique dépend, suivant le mécanisme d'aimantation, du volume des domaines et de l'orientation de l'aimantation dans le domaine. Ainsi, dans le cadre de ce modèle cherchant à minimiser l'énergie totale macroscopique par rapport à l'aimantation, l'interaction d'échange n'est pas prise en compte.

La géométrie des tôles ferromagnétiques, caractérisée par une faible épaisseur par rapport aux autres dimensions, favorise un flux magnétique parallèle au plan de la tôle. Autrement dit l'aimantation est contrainte dans le plan de la tôle grâce à un champ démagnétisant très important dans la direction perpendiculaire au plan de la tôle. Ainsi, dans le modèle proposé, nous ferons l'hypothèse d'une aimantation plane (Equation 2.1.2) : l'état magnétique est donné par le couple  $(k, \theta)$ .

$$\mathbf{M} / \begin{cases} \|\mathbf{M}\| = & k.M_S \text{ avec } 0 \leq k \leq 1 \\ \left( \overrightarrow{RD}, \mathbf{M} \right) = & \theta \text{ avec } -\pi \leq \theta \leq \pi \end{cases} \tag{2.1.2}$$

$M_S$  est l'aimantation à la saturation et  $\overrightarrow{RD}$  représente la direction de laminage.

Compte tenu des deux hypothèses précédentes et en se plaçant à une échelle suffisamment grande pour considérer une aimantation homogène, et en choisissant

comme état de référence l'état désaimanté et libre de contraintes, nous pouvons décomposer l'énergie du milieu de la façon suivante :

$$E_{tot}(k, \theta) = E_d + E_a + E_\sigma + E_z \quad (2.1.3)$$

Ces termes énergétiques seront détaillés dans les paragraphes suivants.

### 2.1.1 Energie de champ démagnétisant $E_d$

La divergence du champ magnétique est directement liée à la divergence de l'aimantation :

$$\operatorname{div}(\mathbf{H}) = -\operatorname{div}(\mathbf{M}) \quad (2.1.4)$$

Cette relation est à l'origine de l'apparition de champ démagnétisant  $\mathbf{H}_d = -N_d \cdot \mathbf{M}$  dans un volume ferromagnétique. L'énergie associée à cet effet démagnétisant peut être modélisée par :

$$E_d = \frac{\mu_0}{2} \cdot N_d \cdot \|\mathbf{M}\|^2 \quad (2.1.5)$$

$N_d$  est un facteur permettant de tenir en compte l'effet démagnétisant considéré. En effet, le champ démagnétisant devrait être considéré à différentes échelles :

- En fonction de la géométrie de l'échantillon considéré, un champ démagnétisant peut apparaître à l'échelle macroscopique. Cet effet géométrique, qui n'est pas pris en compte par le modèle, est considéré durant le calcul de distribution du champ magnétique dans une simulation éléments finis par exemple pour une structure à analyser.
- Cependant d'autres champs magnétiques locaux, considérés dans ce modèle, apparaissent à cause de la différence des comportements des cristaux (et domaines). Cet effet est plus important au début de l'aimantation du fait que la différence des comportements en local est plus importante et décroît en fonction de l'aimantation plus ou moins rapidement selon le matériau considéré : par exemple dans le cas des matériaux de type grains orientés dont les comportements des cristaux sont proches, cet effet démagnétisant est quasi-négligeable. Ainsi, nous introduisons un facteur démagnétisant  $N_d$  fonction de l'aimantation (autrement dit de la variable d'aimantation  $k$ ), compte tenu de l'évolution de l'aimantation anhystérétique en fonction du champ magnétique. Pour un un champ unidirectionnel, nous avons :

$$N_d = \frac{1}{\chi_i \cdot (1 - k^2)} \quad (2.1.6)$$

En effet d'une manière générale, l'aimantation peut s'écrire en fonction du champ interne  $H_{int}$  et de la susceptibilité  $\chi$  par :

$$M = \chi(H_{int}) \cdot H_{int} \quad (2.1.7)$$

Le champ interne  $H_{int}$  résulte du champ dû aux courants libres  $H_0$  et celui dû à l'aimantation du matériau lui même  $-N_d \cdot M$  :

$$H_{int} = H_0 - N_d \cdot M \quad (2.1.8)$$

Les relations 2.1.7 et 2.1.8 permettent d'écrire l'aimantation en fonction du champ magnétique externe :

$$M = \frac{\chi(H_{int})}{1 + N_d \cdot \chi(H_{int})} \cdot H_0 \quad (2.1.9)$$

Du fait de la susceptibilité initiale anhystérétique très élevée (théoriquement infinie pour  $H_{int}$  faible) des matériaux ferromagnétiques doux, nous pouvons écrire pour la partie quasi-linéaire de l'aimantation :

$$\frac{M}{\chi(H_{int}) \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{1}{N_d} \cdot H_0 \quad (2.1.10)$$

D'autre part, nous introduisons une susceptibilité d'amplitude (communément appelée susceptibilité sécante)  $\chi_a = \frac{M}{H_0}$  (Figure 2.1.1). Dans le cas d'une aimantation anhystérétique, la susceptibilité  $\chi_a$  pour une direction de champ donnée peut être estimée par la susceptibilité initiale et la variable d'aimantation  $k$ . On pose :

$$\chi_a = \chi_i \cdot (1 - k^2) \quad (2.1.11)$$

Cette expression (simple) de la susceptibilité  $\chi_a$  n'est pas unique : elle peut prendre une forme plus complexe.

Ainsi pour une direction de champ externe donnée, le facteur de champ démagnétisant est donné par  $N_d = \frac{1}{\chi_i \cdot (1 - k^2)}$ . Ce facteur démagnétisant  $N_d$  est valable pour des niveaux de champs faibles (Equation 2.1.10) et permet d'influencer la courbe d'aimantation avant le « coude ».

### 2.1.2 Energie d'anisotropie $E_a$

A l'instar de l'anisotropie magnétocristalline (Figure 2.1.2), qui se traduit par la génération d'axe difficile et facile d'aimantation respectivement [111] et [001] pour un cristal cubique de fer, l'énergie d'anisotropie magnétique macroscopique  $E_a$  permet de prendre en compte la préférence du matériau à s'aimanter suivant certaines directions.

Comme illustre la Figure 2.1.3 provenant des courbes d'aimantation anhystérétique en fonction du champ magnétique suivant différentes directions [Hubert 03,

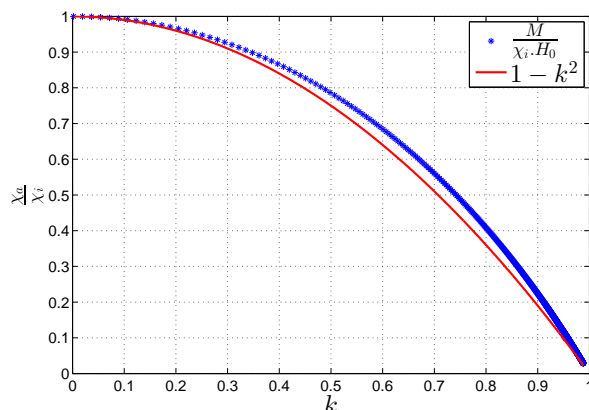


FIGURE 2.1.1 – Susceptibilité d’amplitude normalisée  $\chi_a$  (déduite de mesures en pointillées [Hubert 03] et modélisée en trait plein) pour une direction de champ magnétique donnée

Daniel 03], les polycristallins ferromagnétiques laminés, y compris le FeSi NO présentent une anisotropie à l’échelle macroscopique due à la texture du matériau. En effet l’expérience des métallurgistes montre que l’opération de laminage des tôles a une grande influence sur l’orientation des cristaux [Cornut 96, Spornic 00]. Ainsi dans le cas présenté (Figure 2.1.3), la direction de laminage est une direction de facile d’aimantation.

En considérant que l’influence de l’anisotropie sur la rotation de l’aimantation est  $\pi$ –périodique et paire, alors l’énergie associée peut se décomposer en série de Fourier modulée par une fonction exponentielle croissante en fonction de l’aimantation (Equation 2.1.12). Cette fonction exponentielle (ajustée par la variable  $\alpha$ ) est introduite pour affecter l’aimantation pour les champs magnétiques élevés (au dessus du coude de la courbe d’aimantation).

$$E_a = [\exp(k^\alpha) - 1] \left[ \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \cos(n \cdot \theta) \right] \quad (2.1.12)$$

Où  $n$  est un nombre pair. Les paramètres  $A_n$  caractérisent l’anisotropie magnétique macroscopique due à la texture.

### 2.1.3 Energie d’anisotropie induite par la contrainte $E_\sigma$

L’application d’une contrainte extérieure induit un changement de la structure en domaine, et donc une variation de l’aimantation macroscopique. Communément appelé l’effet Villari (ou effet magnétostrictif inverse), il est dû au couplage magnétoélastique :

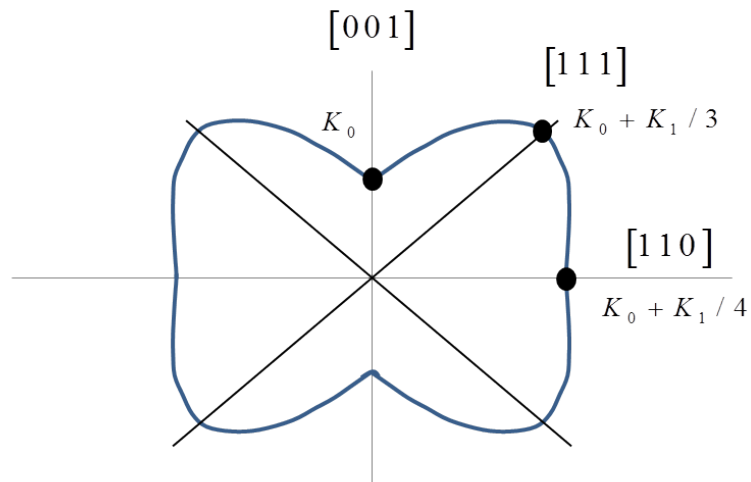


FIGURE 2.1.2 – Représentation de l'énergie magnétocristalline en symétrie cubique ( $K_1 > 0$ ) [Lacheisserie 00]

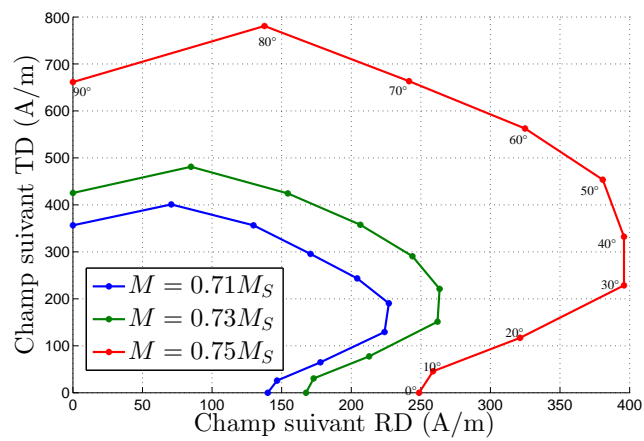


FIGURE 2.1.3 – Représentation polaire (déduite de mesures [Hubert 03]) du champ magnétique appliqué à trois niveaux d'aimantation (tôle en FeSi NO)

$$E_\sigma = -\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu \quad (2.1.13)$$

$\underline{\underline{\sigma}}$  et  $\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu$  sont respectivement, dans le repère du matériau  $(\overrightarrow{RD}, \overrightarrow{TD})$ , le tenseur des contraintes extérieures appliquées et le tenseur des déformations magnétostrictives.

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{RD} & \sigma_{RTD} \\ \sigma_{RTD} & \sigma_{TD} \end{bmatrix} \quad (2.1.14)$$

Du fait que la magnétostriction anisotrope est isochore, elle peut s'écrire dans le système de repère de l'aimantation  $(\overrightarrow{m} = \frac{\mathbf{M}}{\|\mathbf{M}\|}, \overrightarrow{n} \perp \overrightarrow{m})$  par la relation 2.1.15.

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu_{\mathbf{M}} = [\lambda_A(\theta) \cdot k^2 + \lambda_B(\theta) \cdot k^4 + \dots] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.1.15)$$

Les fonctions anisotropiques  $\lambda_A(\theta) \dots$  donnent la magnétostriction à la saturation ( $k \rightarrow 1$ ) et sont identifiables en mesurant la magnétostriction suivant différentes directions.

Le tenseur de magnétostriction est ramené dans le repère de la tôle  $(\overrightarrow{RD}, \overrightarrow{TD})$  grâce à la matrice de rotation  $\mathbf{P}$  (Equations 2.1.16 et 2.1.17).

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^\mu = \mathbf{P} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}^\mu_{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{P}^{-1} \quad (2.1.16)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.1.17)$$

#### 2.1.4 Energie de Zeeman $E_z$

Elle résulte de l'interaction entre l'aimantation macroscopique  $\mathbf{M}$  et le champ magnétique extérieur  $\mathbf{H}_0$ .

$$E_z = -\mu_0 \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_0 \quad (2.1.18)$$

Les différents termes énergétiques macroscopiques décrits précédemment dépendent de paramètres dont les méthodes d'identification utilisées seront présentées dans le paragraphe suivant.

## 2.2 Identification des paramètres

### 2.2.1 Facteur démagnétisant $N_d$

Pour un champ magnétique d'orientation quelconque, nous pouvons généraliser l'équation 2.1.6 par :

$$N_d = \frac{1}{\chi_i(\theta_{H_0}) \cdot (1 - k^2)} \quad (2.2.1)$$

Où  $\theta_{H_0}$  est la direction du champ magnétique appliqué dans le repère du matériau  $(\vec{RD}, \vec{TD})$ . Ainsi le facteur démagnétisant est calculé grâce à l'identification de la susceptibilité initiale  $\chi_i$  sur la courbe d'aimantation en fonction du champ (Figure 2.2.1) en supposant qu'il n'y a pas d'entrefer et qu'aucune contrainte extérieure n'est appliquée à l'échantillon. Ainsi cette hypothèse permet de discriminer l'effet, très connu, de la contrainte sur la susceptibilité en champ faible ainsi que l'effet de l'entrefer sur l'aimantation.

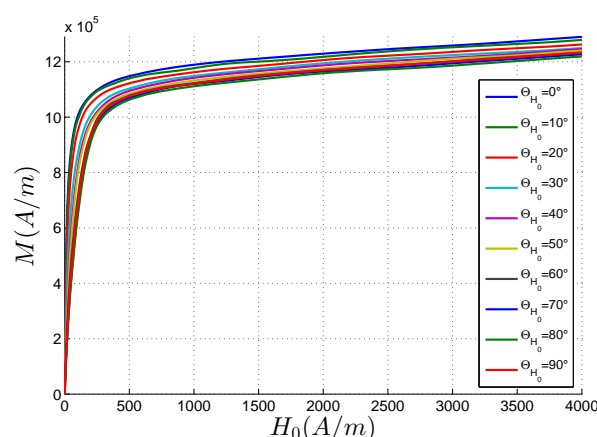


FIGURE 2.2.1 – Aimantation en fonction du champ magnétique suivant différentes directions (FeSi NO) [Hubert 03]

Compte tenu des points de fonctionnement des matériaux ferromagnétiques dans les appareils électriques (souvent à champ peu élevé pour éviter la saturation), nous avons considérés une susceptibilité anisotrope (Figure 2.2.2) pour calculer le facteur  $N_d$ .

En effet l'erreur relative susceptible d'être commise sur le calcul de l'aimantation (indirectement l'induction) en considérant une susceptibilité isotrope égale à celle de la direction de laminage (Equation 2.2.2) peut atteindre 60% (Figure 2.2.3) dans le cas du matériau étudié ici.



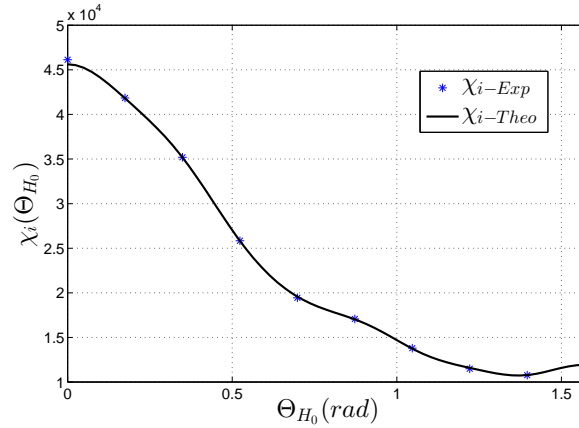


FIGURE 2.2.2 – Susceptibilité initiale  $\chi_i$  en fonction de la direction du champ appliqué d'après Figure 2.2.1

$$\varepsilon_{r_\chi} = \frac{\chi_{aniso} - \chi_{iso}}{\chi_{iso}} \quad (2.2.2)$$

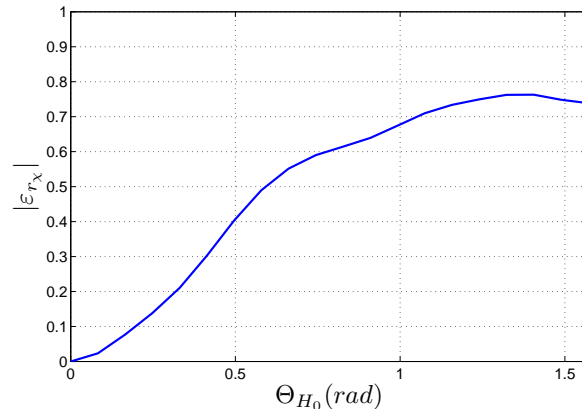


FIGURE 2.2.3 – Erreur relative sur l'aimantation initiale due à l'hypothèse de susceptibilité isotrope du matériau en fonction de la direction du champ magnétique

Concernant la magnétostriction, si nous considérons qu'elle est proportionnelle au carré de l'aimantation dans une première approche :

$$\lambda = \beta.M^2 \quad (2.2.3)$$

Et d'autre part :

$$\begin{cases} M_{iso} = \chi_{iso}H \\ M_{aniso} = \chi_{aniso}H = (1 + \varepsilon_{r\chi}) \cdot \underbrace{\chi_{iso}H}_{M_{iso}} \end{cases} \quad (2.2.4)$$

Alors la magnétostriction tenant compte de l'anisotropie magnétique s'écrit :

$$\lambda_{aniso} = \beta \cdot M_{aniso}^2 \quad (2.2.5)$$

$$= \beta \cdot [(1 + \varepsilon_{r\chi}) M_{iso}]^2 \quad (2.2.6)$$

$$= (1 + \varepsilon_{r\chi})^2 \underbrace{\beta \cdot M_{iso}^2}_{\lambda_{iso}} \quad (2.2.7)$$

$$= (1 + 2 \cdot \varepsilon_{r\chi} + \varepsilon_{r\chi}^2) \cdot \lambda_{iso} \quad (2.2.8)$$

Alors une erreur sur le calcul de la magnétostriction résultant de l'hypothèse de susceptibilité isotrope est donnée par (Figure 2.2.4) :

$$\varepsilon_{r\lambda} = 2 \cdot \varepsilon_{r\chi} + \varepsilon_{r\chi}^2 \quad (2.2.9)$$

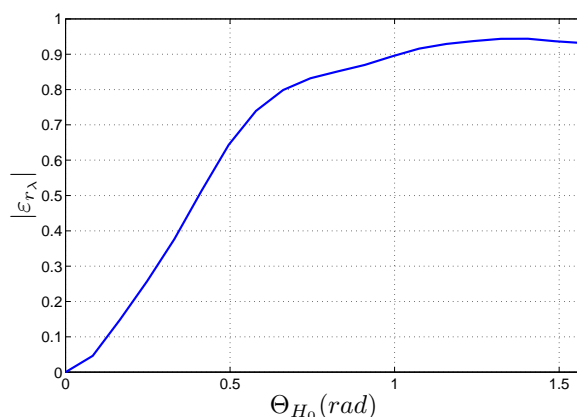


FIGURE 2.2.4 – Erreur relative sur la magnétostriction due à l'hypothèse de susceptibilité isotrope du matériau en fonction de la direction du champ magnétique

## 2.2.2 Paramètres d'anisotropie $A_n$

L'anisotropie peut être définie comme étant l'énergie nécessaire à fournir à un matériau initialement *saturé* suivant une direction de référence ( $\theta_{ref}$ ) pour le saturer suivant une autre direction finale ( $\theta_f$ ). Ce processus est illustré dans la Figure

2.2.5 : une première phase d'aimantation consiste à passer d'un matériau multidomaine à un matériau monodomaine. Pendant cette phase, l'énergie démagnétisante est prépondérante du fait des différents domaines. A l'état monodomaine, l'énergie démagnétisante est nulle. Et l'anisotropie est l'énergie nécessaire ( $W_{mag}$  appelée aussi énergie de Zeeman) pour changer la direction de l'aimantation saturée ( $\theta_{ref}$  à  $\theta_f$ ).

En supposant que le changement d'états d'aimantation anhystérétique (de  $\theta_{ref}$  à  $\theta_f$ ) se fait sans pertes d'énergie, nous pouvons écrire pour une contrainte mécanique nulle :

$$\Delta E_a = E_a(\theta_f) - E_a(\theta_{ref}) \quad (2.2.10)$$

$$= - \underbrace{W_{mag}} \quad (2.2.11)$$

*énergie extérieure fournie pour changer de direction*

$$= -\Delta E_Z = -(E_Z(\theta_f) - E_Z(\theta_{ref})) \quad (2.2.12)$$

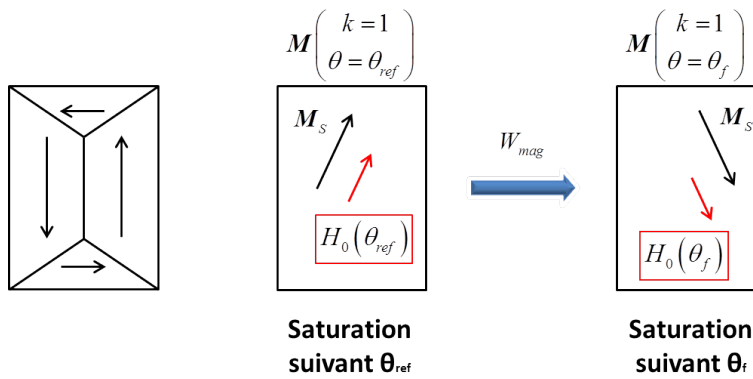


FIGURE 2.2.5 – Illustration de l'énergie d'anisotropie

En choisissant l'état de référence infiniment facile à aimanter (Figure 2.2.6), alors on peut écrire :

$$E_a(\theta_f) = -(E_Z(\theta_f) - E_Z(\theta_{ref})) \quad (2.2.13)$$

Cependant, du point de vue pratique, il est quasi-impossible de saturer une tôle ferromagnétique<sup>1</sup>. Cela nécessiterait une énergie trop importante. Ainsi l'aimantation maximale atteinte pendant une expérimentation sera toujours inférieure à  $M_S$ . A la référence  $E_Z(\theta_{ref}) = 0$ , autrement dit :

$$E_a(\theta_f) = -E_Z(\theta_f) \quad (2.2.14)$$

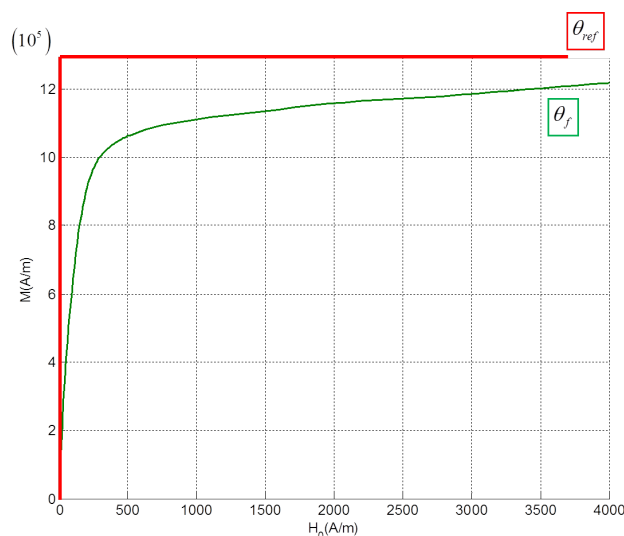


FIGURE 2.2.6 – Illustration des courbes d'aimantation de référence et de celle d'une autre direction

Ainsi pour mettre en évidence l'anisotropie due à la texture et identifier les paramètres d'anisotropie, le matériau est aimanté près de la saturation suivant différentes directions afin d'acquérir la représentation polaire du champ d'excitation (Figure 2.1.3) déduite des courbes d'aimantation suivant différentes directions (Figure 2.2.1) pour une valeur de  $k$  donnée.

D'après l'Equation 2.2.14 et la colinéarité entre l'aimantation et le champ magnétique près de la saturation, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} E_a(\theta_f) \approx -E_Z(\theta_f) = \mu_0 \cdot M_S \cdot H(\theta_f) \\ E_{a_{exp}} \approx \mu_0 \cdot M_S \cdot \sqrt{H_{0RDexp}^2 + H_{0TDexp}^2} \end{cases} \quad (2.2.15)$$

Ainsi, l'angle que fait l'aimantation par rapport à la direction de laminage  $\theta_{exp}$  est donné par :

$$\theta_{exp} \approx \arctan\left(\frac{H_{0TDexp}}{H_{0RDexp}}\right) \quad (2.2.16)$$

D'un point de vue pratique, pour identifier les paramètres de l'anisotropie, nous combinons les relations 2.1.12 et 2.2.15 permettant d'écrire à la saturation ( $k \rightarrow 1$ ) :

---

1. Dans ce cas, la tôle devient un monodomaine

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n \cdot \cos(n \cdot \theta) = \underbrace{\mu_0 \cdot \left( \frac{1}{\exp(1^\alpha) - 1} \right)}_{k_{exp} \approx 0.6 \forall \alpha} \cdot M_S \cdot \sqrt{H_{0RDexp}^2 + H_{0TDexp}^2} = E_{aexp}(\theta) \quad (2.2.17)$$

Les paramètres d'anisotropie  $A_n$  sont calculables ainsi par décomposition en série de Fourier de la fonction discrétisée  $E_{aexp_j}$  :

$$\begin{cases} A_0 &= \langle E_{aexp_j} \rangle \\ &= \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} E_{aexp_j} \\ A_n &= \frac{2}{N} \sum_{j=0}^{N-1} E_{aexp_j} \cos(n \cdot \theta_{exp_j}) \end{cases} \quad (2.2.18)$$

Où  $N$  et  $\theta_{exp_j}$  sont respectivement le nombre et les angles de mesure considérés.

Le nombre de paramètres d'anisotropie significatifs varie d'une texture à une autre. Par exemple si nous considérons les conditions d'obtention de la Figure 2.2.7 identiques à celles de la Figure 2.1.3, alors pour une tôle fortement texturée de type FeSi GO les  $A_n$  significatifs sont plus importants que pour tôle à grains non orientés (Figure 2.2.8).

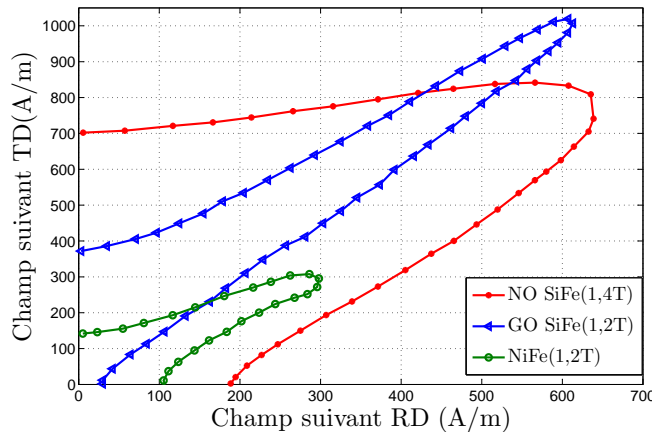


FIGURE 2.2.7 – Effet de l'anisotropie magnétique sur trois échantillons [Cornut 96]

### 2.2.3 Paramètres de magnétostriction $\lambda_A(\theta)$ ...

La déformation magnétostrictive est anisotrope et dépend de l'orientation de l'aimantation [Cullity 09]. Autrement dit sa valeur à la saturation ( $k \rightarrow 1$ ), qui est une propriété intrinsèque au matériau, change et est fonction de  $\theta$ . Ainsi les fonctions  $\lambda_A(\theta)$ ,  $\lambda_B(\theta)$  ... sont exprimées grâce aux mesures de déformations suivant différentes directions et une simple identification de coefficients polynomiales

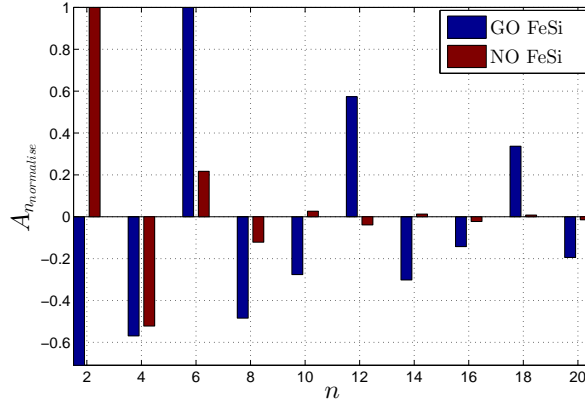


FIGURE 2.2.8 – Paramètres d’anisotropie macroscopique pour deux tôles (GO et NO) d’après les données de la Figure 2.2.7

à partir de l’Equation 2.2.20. En effet, la déformation mesurée (supposée magnétostrictive) suivant une direction  $\beta$  est donnée par :

$$\lambda_{\beta}^{\mu} = \left. \frac{\Delta l}{l} \right|_{\beta} = \sum_{i,j} \varepsilon_{ij}^{\mu} \beta_i \beta_j \quad (2.2.19)$$

Ainsi, selon le modèle (paragraphe 2.1.3), et en supposant que  $\beta \approx \theta$  pour des champs peu élevés, la magnétostriction mesurée est donnée par la relation 2.2.20. Cette hypothèse ( $\beta \approx \theta$ ) est d’autant plus vérifiée si on mesure la magnétostriction longitudinale sur un échantillon rectangulaire dont la longueur est plus importante que la largeur (dispositif de type SST<sup>2</sup>) : dans ce type de dispositif, l’effet de la forme de l’échantillon favorise une aimantation proche de la direction longitudinale.

$$\lambda_{\beta}^{\mu} = \left. \frac{\Delta l}{l} \right|_{\beta \approx \theta} = \lambda_A(\theta) \cdot k^2 + \lambda_B(\theta) \cdot k^4 + \dots \quad (2.2.20)$$

## 2.3 Conclusion

Pour résumer, nous avons développé un modèle de comportement pour la prédiction de l’aimantation et de la magnétostriction dans le plan des tôles ferromagnétiques. Ce modèle permet de tenir compte, de l’anisotropie magnétique à deux niveaux de champs magnétiques :

---

2. Single Sheet Tester

- En champ magnétique faible : par l'introduction d'un facteur démagnétisant dû aux champs locaux et décroissant en fonction de l'aimantation. La prise en compte de cette anisotropie permet de réduire l'erreur d'estimation de la magnétostriction en champ faible (Figures 2.2.4 et 2.2.3).
- En champ magnétique plus élevé : avec l'utilisation d'une énergie anisotrope représentant l'effet de la texture sur la rotation de l'aimantation.

La prise en compte de l'anisotropie à deux niveaux de champs peut être particulièrement intéressante sur la modélisation de tôle à grains orientés (GO) dont le comportement peut être très différent en fonction de l'amplitude du champ appliqué (Figure 2.3.1).

D'autre part l'anisotropie de la magnétostriction est incluse au modèle grâce aux fonctions de déformations à la saturation dépendant de l'orientation de l'aimantation.

Dans le chapitre suivant, nous montrerons les résultats de première validation faite à partir de données de mesures trouvées dans la littérature.

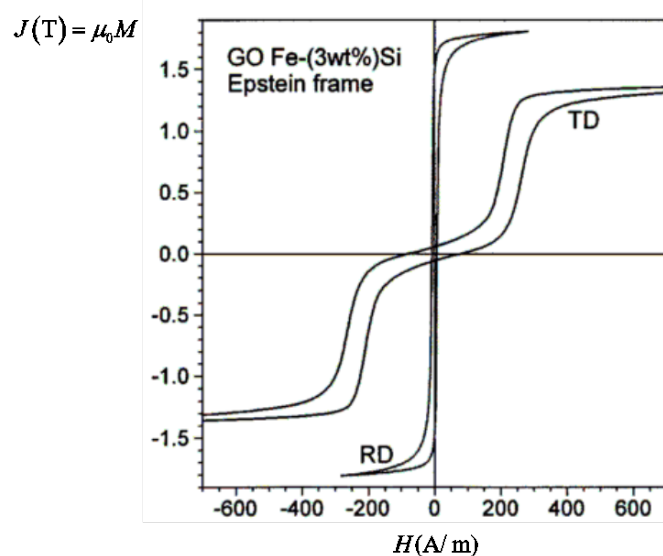


FIGURE 2.3.1 – Polarisation ( $J = \mu_0 M$ ) d'une tôle à grains orientés suivant les directions de laminage (RD) et transverse (TD)[Fiorillo 02]





## Chapitre 3

# Première validation du modèle

Le modèle proposé dans le chapitre précédent a fait l'objet d'une première validation grâce aux données expérimentales trouvées dans la littérature [Hubert 03]. Dans cet article, les mesures d'aimantation et de magnétostriction anhystériques faites par les auteurs portent sur des échantillons de tôle en Fe-3%Si à grains non orientés. Pour mettre en évidence l'anisotropie du matériau, les échantillons ont été prélevés<sup>1</sup> suivant différentes directions (Figure 3.0.1 de la direction de laminage à la direction transverse par pas de  $10^\circ$ ). Les échantillons étudiés mesurent 250 mm de long, 12,5 mm de large et 0,5 mm d'épaisseur.

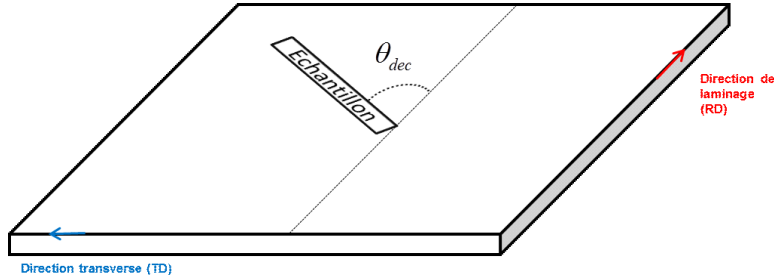


FIGURE 3.0.1 – Prélèvement d'échantillons selon différentes directions de découpe  $\theta_{dec} = \{0^\circ, 10^\circ, \dots, 90^\circ\}$

Remarque :

— Le choix de caractériser l'anisotropie grâce aux échantillons de même dimensions découpés suivant différentes directions s'avère intéressant pour la caractérisation du modèle : l'effet de forme sur les mesures des comportements magnétique ( $M(H)$ ) et magnétostrictif ( $\lambda^\mu(M)$ ) est identique d'un échantillon à un autre. Ainsi toute variation de comportement entre deux

---

1. Découpe par électroérosion

échantillons de directions distinctes est l'effet direct de l'anisotropie du matériau à condition de minimiser les sources de dispersion de mesures.

- Les dimensions choisies de l'échantillon favorisent une aimantation dans le sens de la longueur de ce dernier. Ceci permet de justifier l'hypothèse d'une aimantation unidirectionnelle (paragraphe 2.2.3) pour identifier les fonctions de magnétostriction à la saturation. En effet on montre que la géométrie d'une tôle « uniformément » aimantée et supposée ellipsoïdale induit un effet démagnétisant macroscopique proportionnel à des facteurs de forme longitudinal, transversal et normal (respectivement  $N_x$ ,  $N_y$  et  $N_z$  Figure 3.0.2). Cet effet, purement géométrique induit un champ démagnétisant macroscopique :

$$H_d = - \begin{pmatrix} N_x & 0 & 0 \\ 0 & N_y & 0 \\ 0 & 0 & N_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \quad (3.0.1)$$

Avec :

$$\begin{cases} N_x = \frac{2.ep}{\pi.larg} \sqrt{\frac{1}{1+r^2}} \\ N_y = \frac{2.ep}{\pi.larg} \sqrt{\frac{r^2}{1+r^2}} \\ N_z = 1 - N_x - N_y \end{cases} \quad (3.0.2)$$

Où :

- $ep$  est l'épaisseur de l'échantillon.
- $larg$  est la largeur de l'échantillon.
- $r = \frac{Long}{larg}$  est le ratio entre la longueur et la largeur de l'échantillon.

Dans le cas des échantillons étudiés ici ( $r = \frac{Long}{larg} = 20$ ), l'effet démagnétisant dû à la forme est de loin plus important (Figure 3.0.3) suivant la direction transversale que longitudinale.

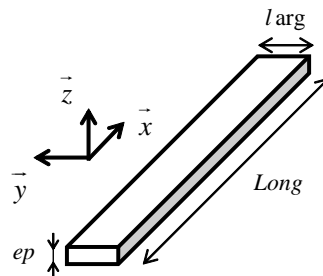


FIGURE 3.0.2 – Illustration de la forme de l'échantillon

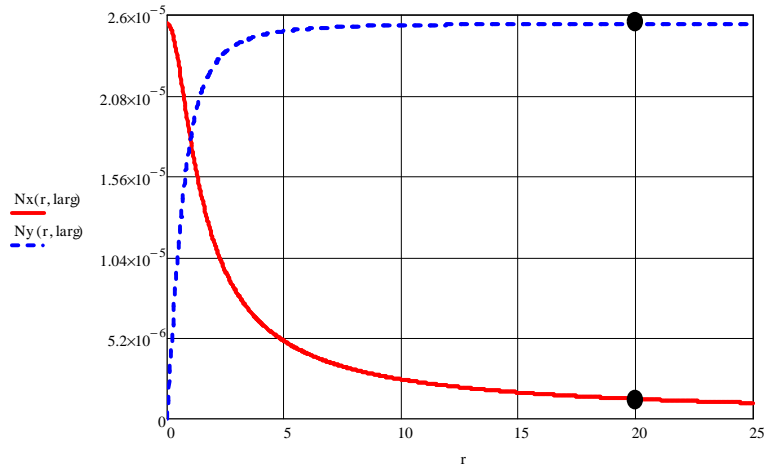


FIGURE 3.0.3 – Facteur de forme suivant la direction longitudinale  $N_x$  et transversale  $N_y$ ;  $N_z \approx 1$

### 3.1 Présentation et exploitation des données

Les données expérimentales permettant d'identifier les paramètres du modèle, autrement dit les évolutions du comportement magnétique et magnétostrictif suivant différentes directions (Figure 3.1.1), ne sont pas monotones en fonction de l'angle. Par exemple, la valeur maximale de la magnétostriction n'est pas décroissante et monotone de la direction transverse ( $\theta_{dec} = \Theta_{H_0} = 90^\circ$ ) à la direction de laminage ( $\theta_{dec} = \Theta_{H_0} = 0^\circ$ ). Cependant, nous remarquons dans ce cas que la magnétostriction maximale est environ 6 fois plus grande suivant la direction transverse comparée à celle de la direction de laminage. Inversement, la tôle est plus perméable suivant  $\Theta_{H_0} = 0^\circ$  que  $\Theta_{H_0} = 90^\circ$  (Figure 3.1.4). Cette non monotonie influe sur l'allure des fonctions à identifier ( $\chi_i, E_a, \lambda_A \dots$ ) qui dépendent de la direction de découpe des tôles et génère ainsi des minima locaux d'énergie : ce qui impacte le processus de minimisation de l'énergie totale en fonction des variables de l'aimantation ( $k, \theta$ ).

Une même procédure, automatisée grâce à un code implémenté sous Matlab (Figure 3.1.2), permet d'identifier les fonctions ( $\chi_i, E_a, \lambda_A \dots$ ) du modèle à partir des courbes de la Figure 3.1.1.

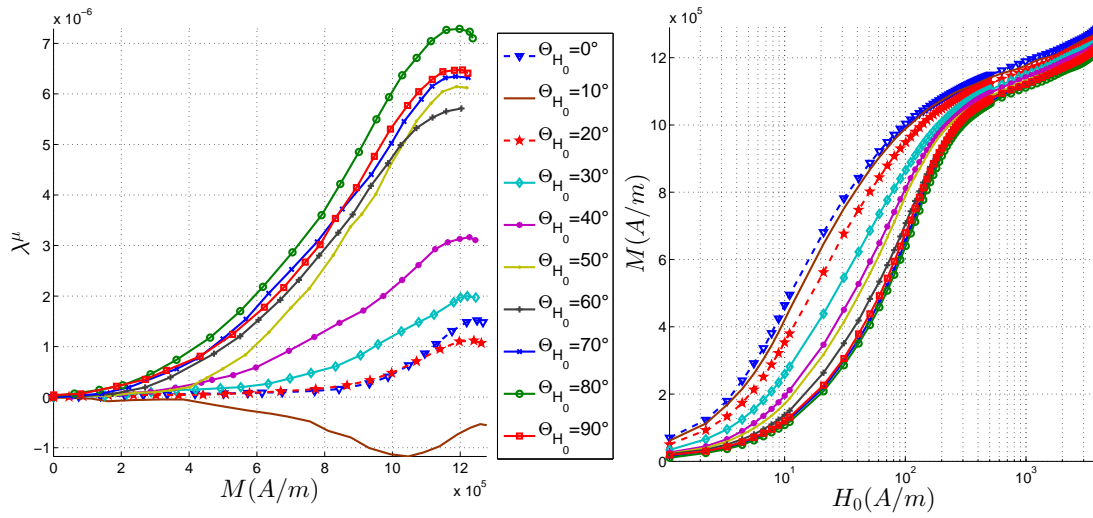


FIGURE 3.1.1 – Données d'entrée du modèle [Hubert 03]

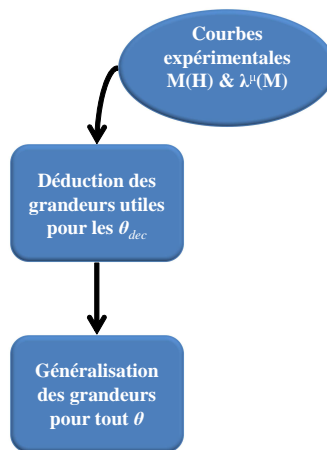


FIGURE 3.1.2 – Procédure d'identification des fonctions  $\chi_i, E_a, \lambda_A \dots$  à partir des données expérimentales

### 3.1.1 Dédution des grandeurs utiles au modèle à partir des courbes expérimentales

Considérant les hypothèses introduites dans le paragraphe 2.2 du chapitre précédent, les grandeurs utiles du modèle sont facilement identifiable à partir des courbes. Ainsi pour chaque direction de découpe nous pouvons déduire :

- La susceptibilité initiale :

$$\chi_i = \left. \frac{dM}{dH_0} \right|_{H_0=0} \quad (3.1.1)$$

- L'énergie d'anisotropie :

$$E_a(k_{exp} \approx 0.6 \forall \alpha) = \mu_0 \cdot k_{exp} \cdot M_S \cdot \sqrt{H_{0RD}^2 + H_{0TD}^2} \quad (3.1.2)$$

- Les constantes de magnétostriction à la saturation qui sont les coefficients du polynôme donné dans l'Equation 2.2.20. Nous avons par exemple :

$$\lambda_A = \left. \frac{1}{2} \frac{d^2 \lambda^\mu(k)}{dk^2} \right|_{k=0} \quad (3.1.3)$$

Les trois relations ci-dessus permettent d'avoir la valeur des fonctions  $\chi_i, E_a, \lambda_A \dots$  aux angles de découpes considérés. Afin d'intégrer ces fonctions dans un algorithme de minimisation, nous passons par une généralisation de ces dernières ( $\forall \theta^2$ ) pour assurer leur continuité.

### 3.1.2 Généralisation des grandeurs utiles au modèle

Pour passer des valeurs  $\chi_i(\theta_{dec}), E_a(\theta_{dec}), \lambda_A(\theta_{dec}) \dots$  évaluées expérimentalement aux fonctions respectives définies quel que soit  $\theta$ , nous faisons l'hypothèse que toutes ces dernières sont  $\pi$ -périodiques et paires. Ainsi cette hypothèse permet de réduire les angles de découpe des échantillons à caractériser entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . Toutefois il est envisageable d'effectuer une caractérisation sur un tour complet ( $2\pi$ ), ce qui augmenterait la quantité de matériau et le nombre d'essais pour ce processus de caractérisation.

La démarche de calcul est identique pour les fonctions dépendantes de  $\theta$  (Equation 2.2.18). Cependant, à l'instar du calcul de la fft d'un signal<sup>3</sup>, une meilleure estimation des coefficients  $A_n$  est obtenue (Figure 3.1.3) en ajoutant des angles de découpe fictifs obtenus par interpolation entre deux angles de découpe réels consécutifs :

$$N_{fictif} = 2^p \gg N \quad (3.1.4)$$

2. Variable du modèle

3. Fast Fourier Transform : permet de représenter les composants fréquentiels d'un signal échantillonné

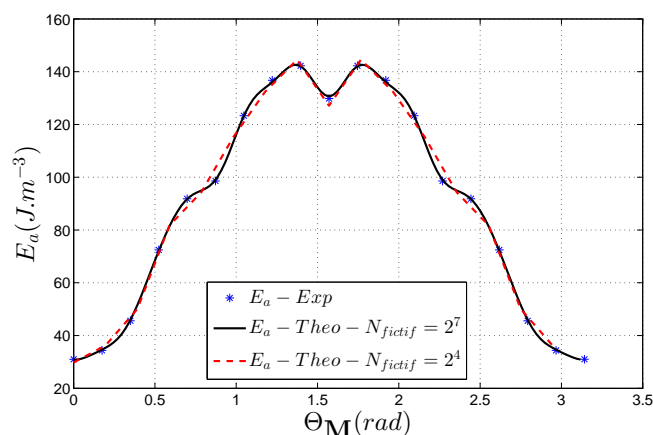


FIGURE 3.1.3 – Energie d’anisotropie pour  $M = 0, 6.M_S$  : Effet du nombre d’angle de découpes  $N_{fictif}$  sur l’estimation des coefficients  $A_n$

Cette méthode permet de construire (à partir des valeurs expérimentales) les fonctions de  $\theta$  (Figures 3.1.4, 3.1.3 et 3.1.5) utilisées dans les simulations du paragraphe 3.2 suivant.

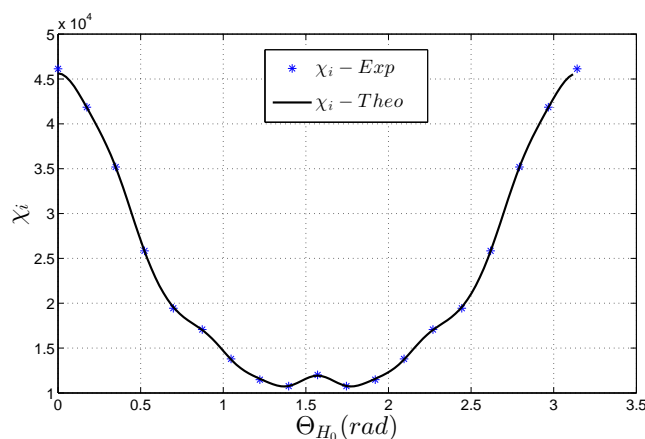


FIGURE 3.1.4 – Susceptibilité initiale en fonction de la direction du champ externe

## 3.2 Simulation et comparaison avec les données expérimentales

Par définition [Brissonneau 97, Smith 05], la courbe d’aimantation anhystérique représente une succession d’états (« configurations ») dont chacun corres-

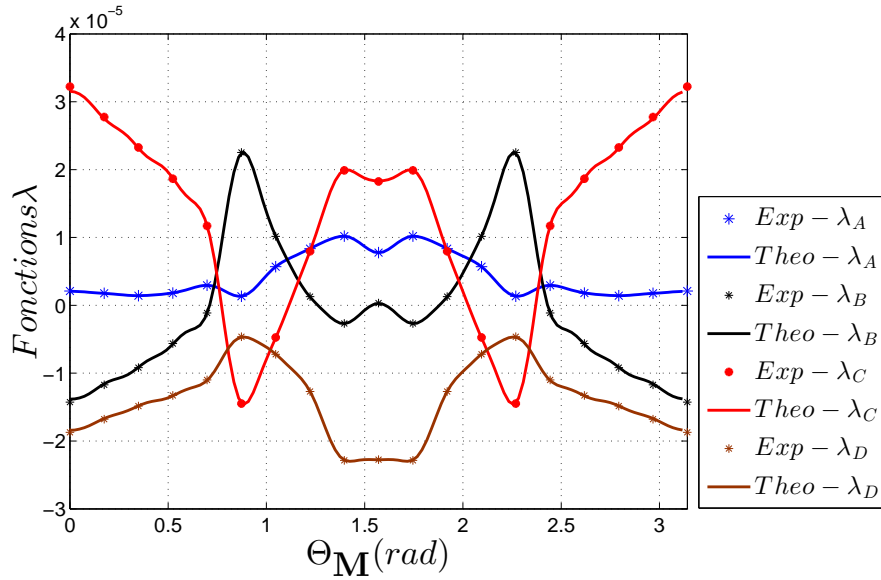


FIGURE 3.1.5 – Fonctions de magnétostriction à la saturation

pond à l'énergie la plus basse pour une excitation donnée (champ magnétique et / ou contrainte). Ainsi la reconstitution du comportement anhystérétique (aimantation, indirectement la magnétostriction) peut se présenter comme un problème de recherche de minimum global de l'énergie totale (Equation 2.1.3) à une excitation donnée (Figure 3.2.1) :

$$\min (E_{tot}(k, \theta)) / \begin{cases} k \in [0, 1] \\ \theta \in [-\pi, \pi] \end{cases} \quad (3.2.1)$$

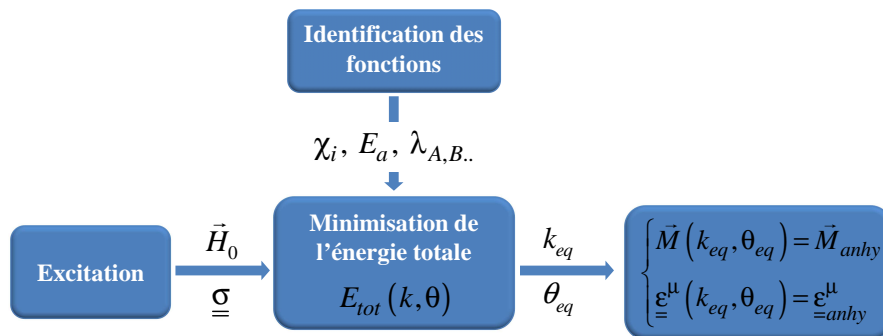


FIGURE 3.2.1 – Processus de calcul de l'aimantation et de la magnétostriction anhystérétiques

Pour rechercher le minimum global de la fonction  $E_{tot}(k, \theta)$ , l'outil d'optimi-

sation de « Matlab » a été utilisé. Ce dernier intègre entre autres l'algorithme de « recuit simulé » (SA<sup>4</sup>) et un algorithme génétique (GA<sup>5</sup>). Afin de réduire les temps de calcul, nous avons choisi l'algorithme GA. En effet pour une excitation donnée ( $H_0 = 1000A/m$ , à contrainte nulle), nous avons évalué la durée nécessaire aux algorithmes (SA et GA) pour trouver l'aimantation à l'équilibre ( $k_{eq}, \theta_{eq}$ ) ainsi que l'erreur relative d'estimation  $\varepsilon_r = \frac{|M_{exp} - M_{sim}|}{M_{exp}}$  pour le même critère de convergence à savoir la fonction de tolérance (Fonction-tol<sup>6</sup>). Les résultats obtenus (Figure 3.2.2) montre que, dans le cas de notre fonction objectif  $E_{tot}(k, \theta)$ , l'algorithme GA permet de réduire globalement le temps de calcul par 2 pour environ une même précision.

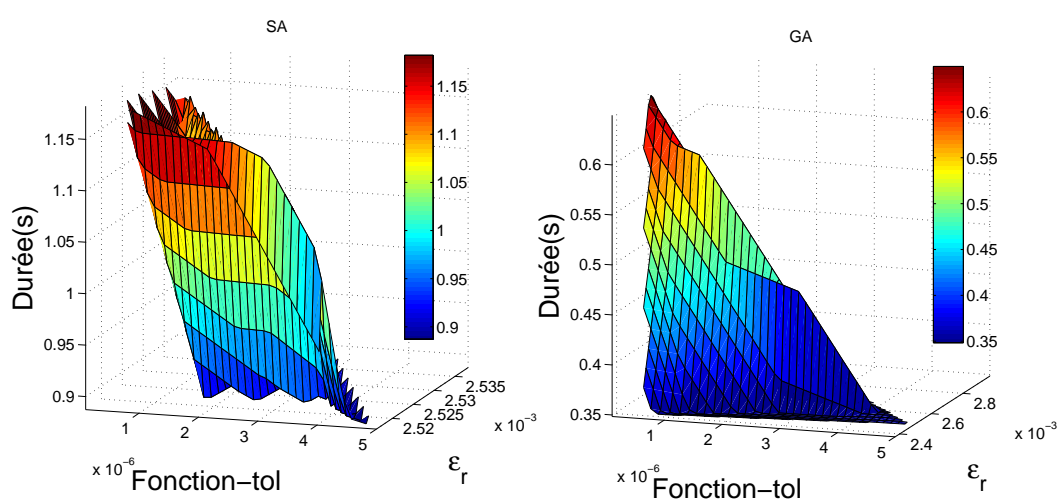


FIGURE 3.2.2 – Durée de recherche de solution des algorithmes SA et GA à critère d'arrêt identique en fonction de l'erreur d'estimation  $\varepsilon_r = \frac{|M_{exp} - M_{sim}|}{M_{exp}}$  et la fonction de tolérance *Fonction - tol*

### 3.3 Conclusion

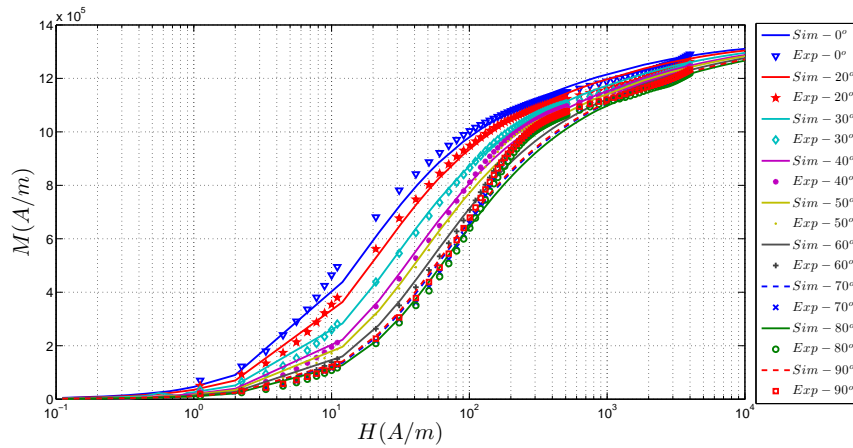
En résumé, dans ce chapitre nous avons exposé la méthode de calcul de l'aimantation ainsi que de la magnétostriction anhystérétique en passant par l'identification des fonctions constituant les paramètres du modèle grâce aux courbes

4. Simulated Annealing

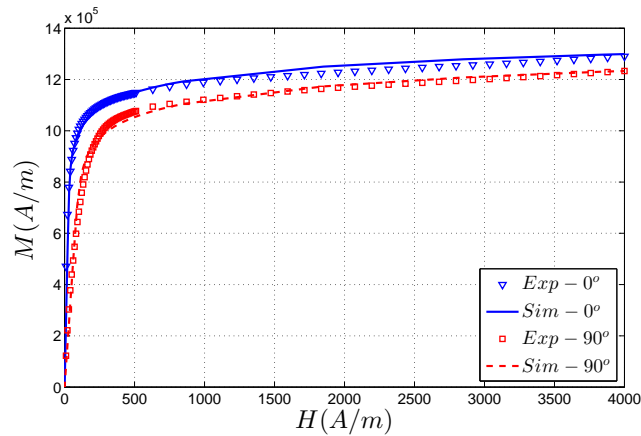
5. Genetic Algorithm

6. « Tolerance Function » est un critère de convergence utilisé dans l'outil d'optimisation de Matlab. C'est la variation relative de la fonction objectif.





(a) Comparaison entre expérimentation et simulation de l'aimantation multidirectionnelle



(b) Comparaison entre expérimentation et simulation de l'aimantation suivant la direction de laminage ( $0^\circ$ ) et transverse ( $90^\circ$ )

FIGURE 3.2.3 – Comparaison entre expérimentation et simulation de l'aimantation

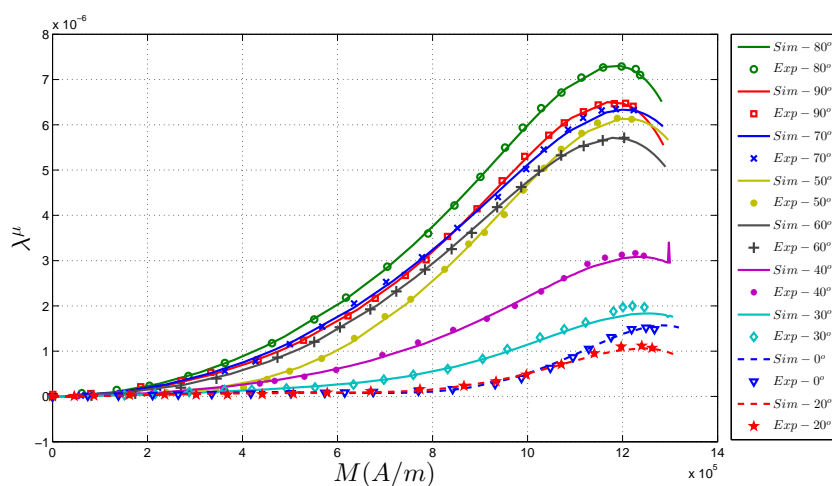


FIGURE 3.2.4 – Comparaison entre expérimentation et simulation de la magnétostriction multidirectionnelle

expérimentales. Ces dernières ont permis une première validation du modèle (Figures 3.2.3 et 3.2.4) ainsi que le processus d’identification des paramètres. Dans les chapitres suivants le modèle sera confronté aux mesures faites dans le cadre cette thèse sur une tôle connue afin d’estimer la magnétostriction d’une structure simple de type inductance sans entrefer (ou transformateur à vide<sup>7</sup>).

7. Transformateur dont le secondaire est connecté à une impédance infinie ou en pratique fournissant une puissance très faible par rapport à la nominale

# **Caractérisation des tôles d'étude et application du modèle à un dispositif expérimental**



## Chapitre 4

# Présentation du banc de caractérisation, des résultats de mesures et comparaison avec le modèle

Dans ce chapitre, le banc de mesure utilisé pour identifier les paramètres du modèle provenant de notre matériau<sup>1</sup> d'étude sera présenté. Les procédures et résultats de mesure seront abordés. Toutefois, nous rappelons que les mesures faites dans cette partie ne visent pas à caractériser les tôles selon les normes, mais servent de données d'entrées de notre modèle.

L'orientation de notre modèle sur l'anisotropie magnétique et de la magnétostriction des tôles a motivé un bref état de l'art sur les dispositifs bidimensionnels ( $2D^2$ ). En effet, les polycristallins ferromagnétiques (GO et même NO) sont anisotropes mais à des degrés différents. Concernant l'anisotropie magnétique :

- Très forte dans le cas des GO permet d'avoir de très bonnes performances (champ d'excitation suivant la direction de laminage et pertes fer faibles) des transformateurs ;
- Faible dans le cas des NO fait que ces derniers sont utilisées dans les applications à champ tournant (moteurs).

La caractérisation des tôles magnétiques se fait à l'heure actuelle grâce à deux types de dispositifs :

---

1. Fer 3% Silicium à grains non orientés.
2. Dispositifs de mesure dans le plan des tôles.

## 1 :Le cadre d'Epstein

Dispositif *homologué* et très réputé pour la distribution homogène du champ le long de l'échantillon (Figure 4.0.1) . Cependant il n'est pas suggéré dans le cadre de la caractérisation bidimensionnelle des tôles. En effet la caractérisation d'une tôle suivant différentes directions dans le plan de cette dernière nécessiterait, d'après les normes, une quantité importante d'échantillons (au moins 4 bandes par colonne). D'autre part, l'entrelacement des bandes au niveau des « coins » peut être source d'autres déformations que la magnétostriction.

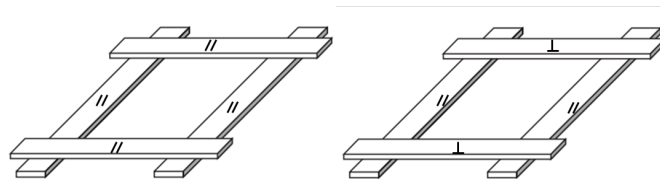


FIGURE 4.0.1 – Disposition des bandes (cas de GO à gauche et NO à droite) [Brissonneau 97]

## 2 :Les dispositifs à bande unique

Le manque de standardisation des dispositifs 2D à bande unique, communément appelé RSST<sup>3</sup>, fait que plusieurs configurations sont utilisées. Cependant leur principal problème reste la restriction de la zone homogène de mesure comme illustre le concept de la Figure 4.0.2. Cette zone (choisie par l'auteur afin de minimiser l'influence de l'hétérogénéité du champ magnétique, dans le plan de la tôle, sur la caractérisation 2D) représente  $2,67\% = \frac{8mm}{300mm}$  et  $26,6\% = \frac{40mm}{150mm}$  de la longueur de l'échantillon respectivement pour les dispositifs de la Figure 4.0.3 et 4.0.4. Hormis la complexité que peut avoir le circuit de fermeture du flux (Figure 4.0.4), les RSST nécessitent un système d'asservissement de l'induction mesurée grâce à deux b-coils<sup>4</sup> incorporés dans la zone homogène de l'échantillon via des trous (Figure 4.0.3).

Pour une meilleure homogénéité du champ magnétique tout le long de l'échantillon (Figure 4.0.5) et pour des raisons de simplicité, nous utiliserons la méthode de caractérisation par SST adapté (paragraphe 4.1.1) ; Des échantillons découpés sur une même tôle suivant différentes directions seront caractérisés successivement pour acquérir le comportement du matériau dans le plan de la tôle. Cette méthode simple par le procédé peut être cependant une source de dispersion des mesures

---

3. Rotational Single Sheet Tester

4. Bobine de mesure de l'induction

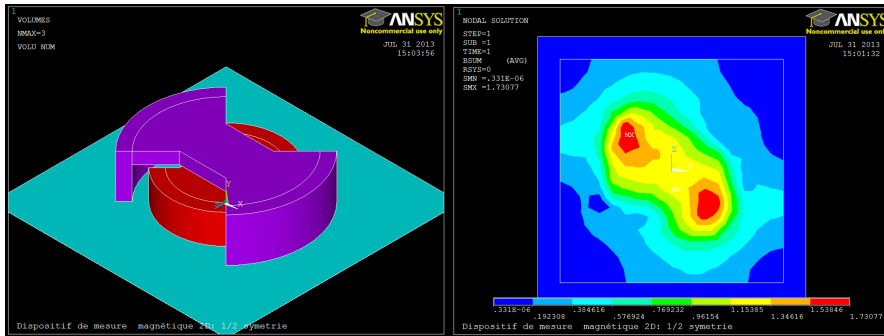


FIGURE 4.0.2 – Concept de dispositif de mesure 2D : distribution de l'induction

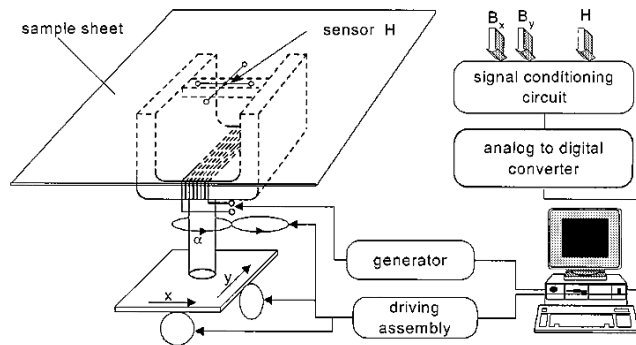


FIGURE 4.0.3 – Schéma de principe d'un RSST selon [Tumanski 02]

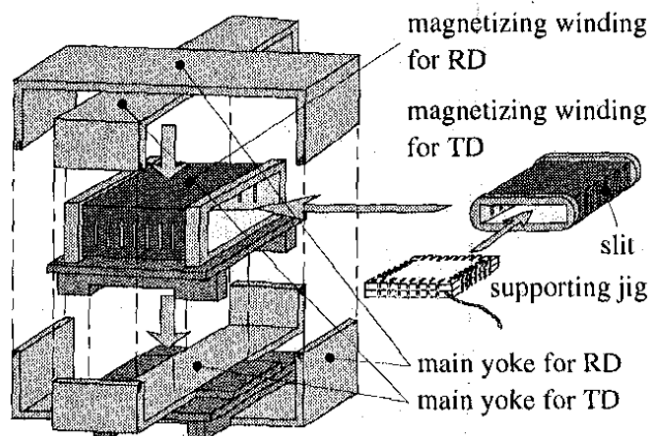


FIGURE 4.0.4 – Dispositif 2D (RSST) selon [Nakano 99]

due au changement d'échantillon ou d'instrumentation (jauge de déformation et collage de jauge).

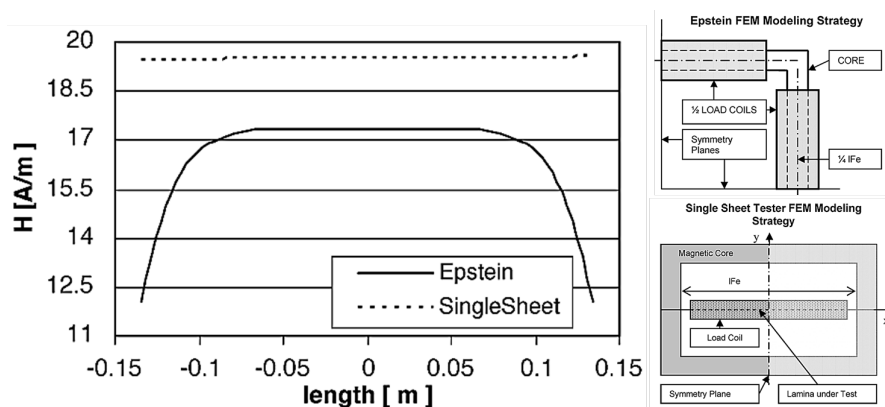


FIGURE 4.0.5 – Distribution du champ magnétique le long de l'échantillon (300mm X 30mm) : Cadre d'Epstein Vs SST [Antonelli 05]

## 4.1 Présentation du banc de test

### 4.1.1 Composition du banc de test

Le banc de test utilisé (Figure 4.1.3) pour mener les expérimentations, permettant d'identifier les paramètres du modèle, est composé des éléments décrits ci-dessous :

- 1 : Ordinateur** dans lequel nous avons installé une carte d'acquisition PCI (PCI-DAS4020) de résolution 12-bits qui sera utilisée dans la gamme de tension  $[-5V; +5V]$ . Cette carte, utilisée à une fréquence d'échantillonnage  $1kHz$ , permet d'acquérir tous les signaux étudiés. Elle est pilotée par LabVIEW (Figure 4.1.2).
- 2 : U2761A** est un générateur de fonction arbitraire à la limite de 64000 échantillons. La tension de sortie est dans la gamme  $[-5V; +5V]$ . Ce composant, piloté par LabVIEW via un câble USB (Figure 4.1.2), permet d'envoyer une consigne de courant à l'amplificateur de puissance (générateur de courant **4**).
- 3 : Filtre** à fréquence de coupure et gain réglable (X25 maximum). Ce composant est doté de deux canaux d'impédance d'entrée  $1M\Omega$  ( $[-10V; +10V]$ ).
- 4 : Amplificateur** de puissance ou générateur de courant (1A/V) permet de fournir le courant de consigne (fixé par **2**) au circuit d'aimantation (**6**).
- 5 : Ampèremètre** (1V/A) mesure le courant généré par **4**.



**6-1 :Culasse** en « U » (Figures 4.1.1 et 4.1.4a) permet la refermeture du flux magnétique créé par une bobine. La culasse, en Fer Silicium, a une longueur de chemin magnétique moyen de  $l_U = 250\text{mm}$  et une section  $s_U = 30 \times 30\text{mm}^2$ .

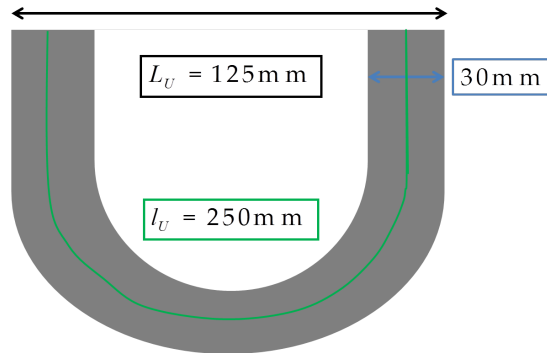


FIGURE 4.1.1 – Dimensions de la culasse

**6-2 :Echantillons** : Le matériau étudié est en Fer silicium à grains non orientés (Fe-3%Si NO) et se caractérise par une forte perméabilité initiale comparé à celui étudié au chapitre précédent. Les échantillons sont découpés suivant différentes directions par rapport à la direction de laminage. Les dimensions des échantillons ont été fixées conformément à la norme IEC 60404-3<sup>5</sup> [Fiorillo 09] adaptée à notre culasse. Autrement dit la largeur de l'échantillon doit être comprise entre  $3/5$  et  $5/5$  de largeur de la culasse ( $30\text{mm}$ ). Quant à la longueur, elle est supérieure à celle de la culasse ( $125\text{mm}$ ). Ainsi les échantillons mesurent  $150\text{mm}$  de long,  $30\text{mm}$  de large et  $0.35\text{mm}$  d'épaisseur.

Trois grandeurs sont mesurées en local (au milieu) sur les échantillons : le champ, l'induction magnétique et la déformation. Elles sont mesurées respectivement grâce à un h-coil, b-coil<sup>6</sup> (Annexe F) et des jauges de déformation de  $350\Omega$  ( $\pm 2,5\%$ ) montés en quart de pont (7).

**7 :Pont** de Wheatstone (DPM-900/950) donne une image de la déformation locale de l'échantillon.

**8 :Oscilloscope** permet de visualiser les signaux.

#### 4.1.2 Caractérisation du circuit d'aimantation

Le but de ce paragraphe est d'établir une relation entre le champ magnétique mesuré en local au niveau de l'échantillon grâce à un h-coil (Figure 4.1.4a), initialement caractérisé (Annexe F), et le courant du générateur. Ceci permettra de

5. Conditions normatives pour les essais sur cadre à bande unique (SST).

6. Petites bobines torsadées pour éviter les phénomènes de diaphonie.

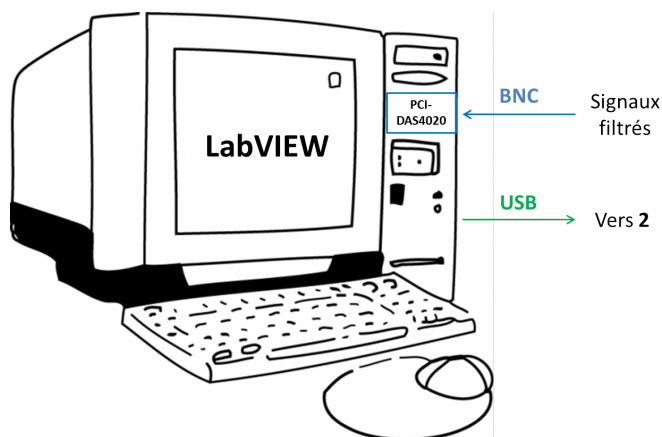


FIGURE 4.1.2 – Pilotage par LabVIEW

libérer une voie du filtre à gain réglable lors des autres acquisitions. En effet les faibles valeurs des tensions de sortie du h-coil ( $v_{hcoil}$ ) nécessitent la mise en cascade des deux voies (Figure 4.1.4b soit un gain de 625) pour avoir une bonne résolution lors de l’acquisition.

#### 4.1.2.1 Processus de mesure de $H_{max}(I_{max})$

Pour trouver la relation entre le champ magnétique et le courant du générateur :

- Nous avons fait une première estimation du nombre de spires nécessaires ( $N_{sp} = 183spires$ ) pour obtenir un champ magnétique correspondant à un courant donné. En effet, d’après la loi d’Hopkinson et en supposant qu’il n’y a pas d’entrefer dans le circuit magnétique de la Figure 4.1.4a :

$$N_{sp}I = (\mathfrak{R}_U + \mathfrak{R}_{ech}) \phi \quad (4.1.1)$$

Où  $\mathfrak{R}_U$  et  $\mathfrak{R}_{ech}$  sont respectivement les réluctances de la culasse et de l’échantillon. Dans notre cas où la culasse et l’échantillon sont en Fer silicium, on assume qu’ils ont la même perméabilité. Ainsi :

$$N_{sp}I = \frac{1}{\mu_0 \mu_{r_{FeSi}}} \left( \frac{l_U}{s_U} + \frac{l_{ech}}{s_{ech}} \right) \phi \quad (4.1.2)$$

Or  $\frac{l_{ech}}{s_{ech}} \gg \frac{l_U}{s_U}$  alors :

$$N_{sp}I = \mathfrak{R}_{ech} \phi \quad (4.1.3)$$

Ainsi dans une première approximation la force magnétomotrice  $N_{sp}I$  ne voit que la longueur de chemin magnétique de l’échantillon (Figure 4.1.5) notée ici  $l_{ech}$ .

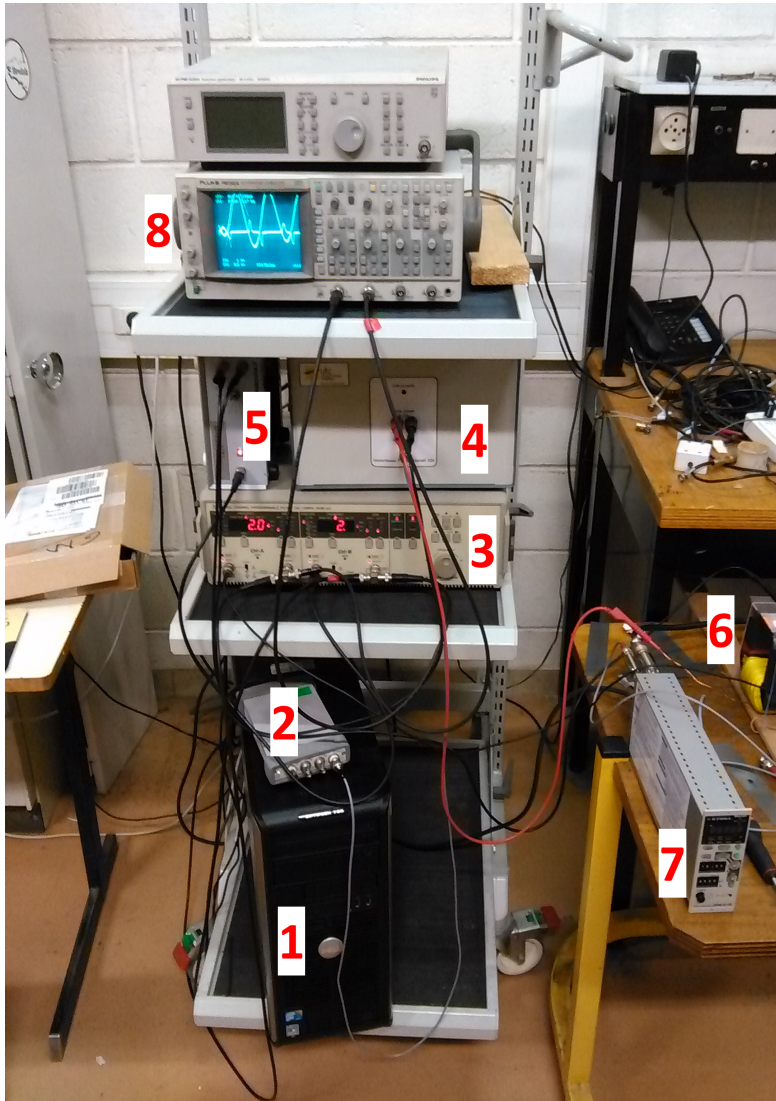
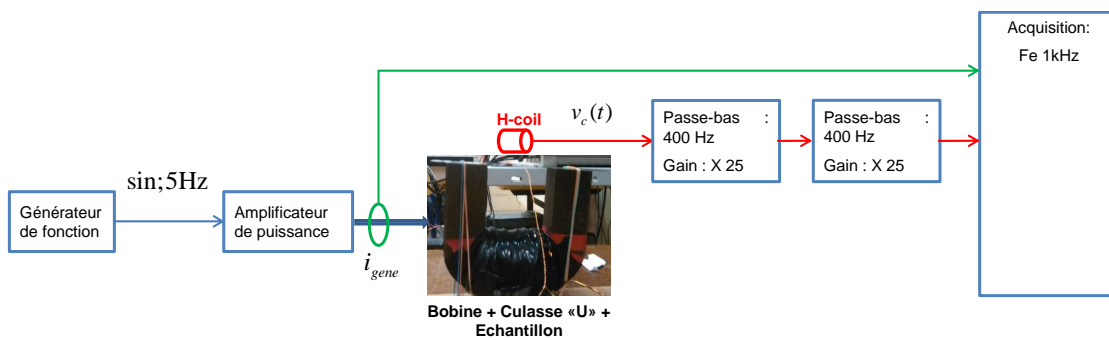


FIGURE 4.1.3 – Composition du banc de test



(a) Illustration du placement du h-coil



(b) Chaîne de mesure  $H(I_{gene})$

FIGURE 4.1.4 – Mesure de champ magnétique local avec un h-coil

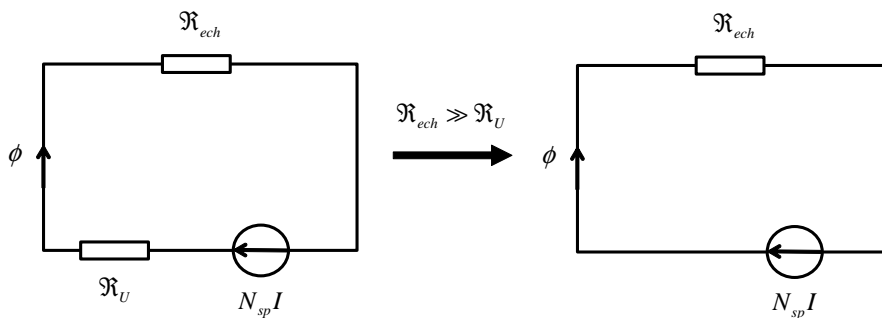


FIGURE 4.1.5 – Représentation du circuit magnétique par circuit électrique équivalent

- Pour mesurer le champ magnétique local, nous imposons un courant sinusoïdal de fréquence  $5Hz$  (Figure 4.1.4b et 4.1.6). Le choix de la fréquence résulte du compromis entre le gain du h-coil, qui est proportionnel à la fréquence, et la caractérisation de l'échantillon en basse fréquence.

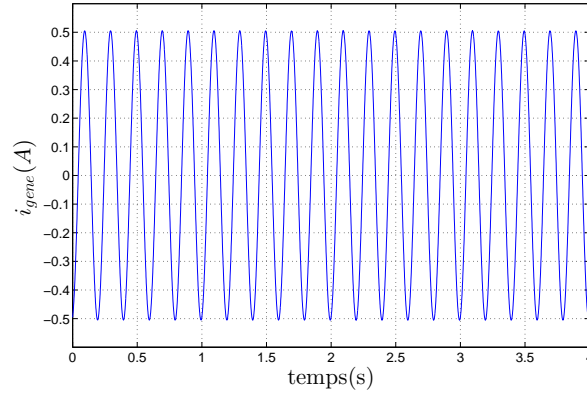


FIGURE 4.1.6 – Courant du générateur sinusoïdal

La forme d'onde de tension de sortie du h-coil, résultant de la chaîne de mesure illustrée à la figure 4.1.4b, ainsi que sa représentation fréquentielle sont illustrées à la Figure 4.1.7. Nous pouvons remarquer ici une forte distorsion du signal (Figure 4.1.7) que l'on pourrait espérer être une image du courant (Figure 4.1.6) si la loi d'Ampère ci-dessous était directement applicable, mais ce n'est pas le cas.

$$N_{sp}I = \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (4.1.4)$$

Cette distorsion du signal peut s'expliquer par un couplage magnétique (Figure 4.1.8) entre le h-coil et l'inductance constituée par le système (Bobine+Culasse « U »+Echantillon). En effet, si on suppose que l'impédance d'entrée du filtre est infinie (Figure 4.1.4b), alors la tension induite aux bornes du h-coil est due à une partie du flux créé par le système (Bobine+Culasse « U »+Echantillon). Cette partie du flux est généralement noté  $\phi_{12}$ . Ainsi on peut écrire en convention générateur :

$$v_{hcoil} = -N_{sp_{hcoil}} \frac{d\phi_{12}}{dt} \quad (4.1.5)$$

En introduisant la mutuelle inductance  $M_{12}$  telle que  $\phi_{12} = M_{12}i_{gene} = M_{12}i_1$  nous avons :

$$v_{hcoil} = -N_{sp_{hcoil}} M_{12} \frac{di_{gene}}{dt} \quad (4.1.6)$$

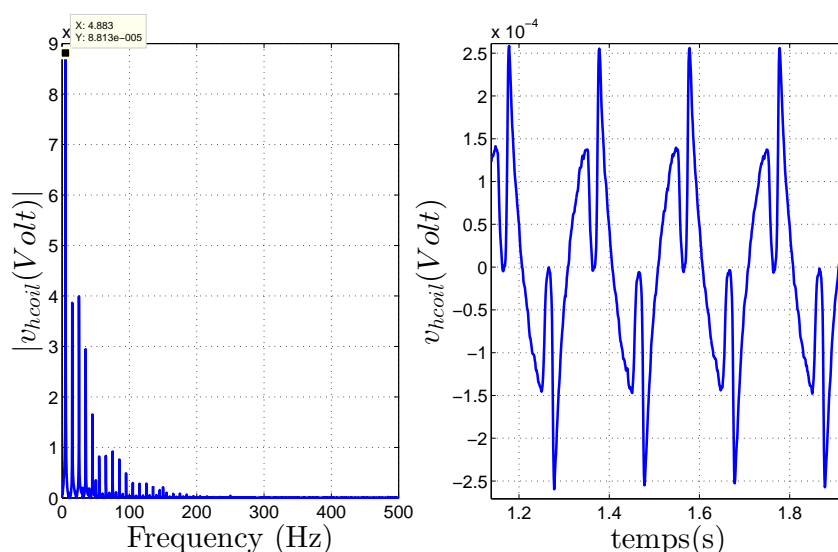


FIGURE 4.1.7 – Signal de sortie du h-coil distordu

D'autre part la tension induite aux bornes de l'inductance<sup>7</sup>  $L_1$  du système (Bobine+Culasse « U »+Echantillon) est donnée, en convention récepteur ,par :

$$v_{gene} = L_1 \frac{di_{gene}}{dt} + r_{cu-bob} \cdot i_{gene} \quad (4.1.7)$$

Où  $r_{cu-bob}$  est la résistance cuivre de la bobine.

Les relations 4.1.6 et 4.1.7 permettent d'écrire :

$$v_{hcoil} = - \underbrace{\frac{N_{sp_{hcoil}} M_{12}}{L_1} \cdot v_{gene}}_{\text{terme de couplage}} + \frac{N_{sp_{hcoil}} M_{12}}{L_1} r_{cu-bob} \cdot i_{gene} \quad (4.1.8)$$

Cette relation, faisant apparaître un terme de couplage fonction de  $v_{gene}$  très sensible aux variation du courant (Equation 4.1.7), peut se vérifier qualitativement par les mesures de la Figure 4.1.9. Nous remarquons bien que la variation maximale du courant induit un pic de tension du générateur qui se répercute sur le signal de sortie du h-coil.

- Ainsi pour trouver la relation entre le champ magnétique et le courant, nous avons filtré  $v_{hcoil}$  afin de ne conserver que le composant fondamental qui est environ à  $5Hz$  (Figure 4.1.10). Par la suite le nombre de spires de la bobine a été réduit à  $90spires$  pour éviter ces pics de tension du générateur.

7. Inductance propre supposée indépendante du courant (constante)

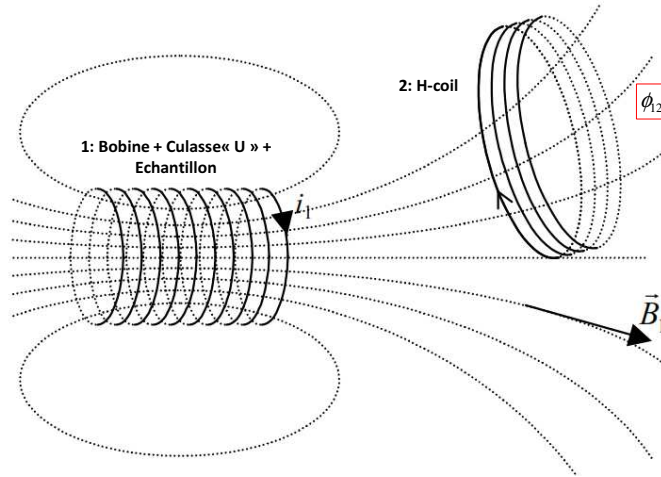


FIGURE 4.1.8 – Illustration du couplage magnétique

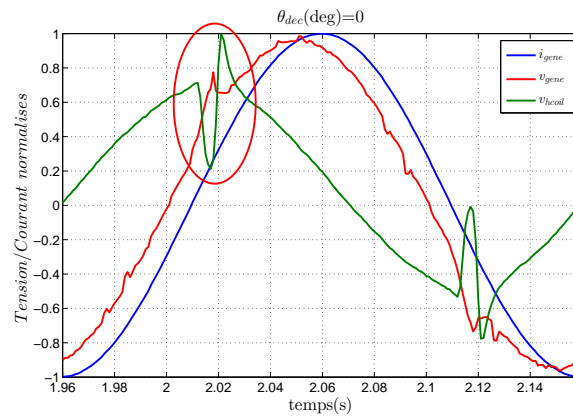


FIGURE 4.1.9 – Effet du couplage magnétique

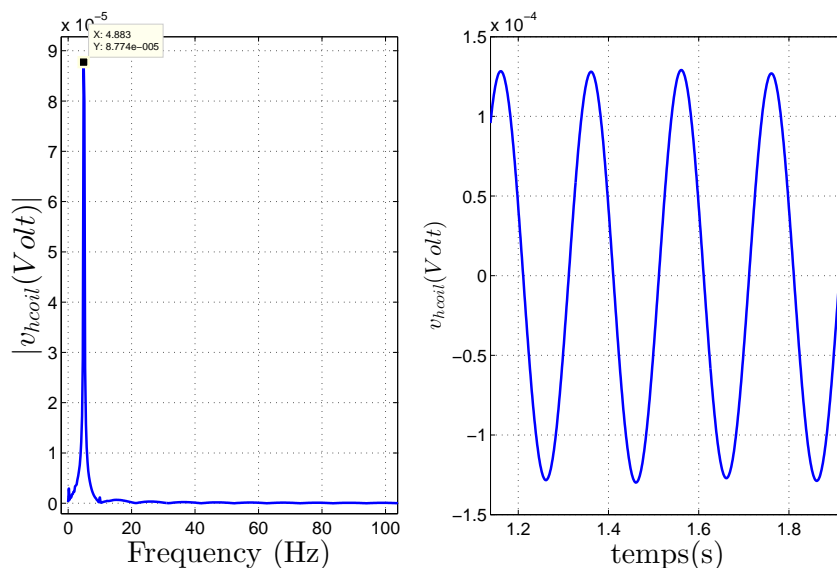


FIGURE 4.1.10 – Signal de sortie du h-coil sans distorsion harmonique

#### 4.1.2.2 Effet de la direction de découpe et de l'asymétrie du dispositif sur la relation $H_{max}(I_{max})$

$H_{max}(I_{max})$  a été mesuré suivant les différents angles de découpe (Figure 4.1.11). Nous pouvons noter une linéarité, quelque soit la direction de découpe, entre le champ magnétique et le courant imposé caractérisée par la pente  $\frac{1}{l_{magn}}$ .

$$\frac{H}{N_{sp}} = \frac{1}{l_{magn}} I \quad (4.1.9)$$

Du fait de la faible dispersion de la longueur  $l_{magn}$  quelle que soit la direction de découpe (Figure 4.1.12), une valeur moyenne  $l_{magn_{moy}} = 0.1133m$  sera utilisée dans la suite du document pour déduire le champ magnétique local à partir du courant.

Du fait de l'asymétrie de notre dispositif, composé d'une seule culasse en U pour la fermeture du flux, nous avons mesuré le champ magnétique en plaçant le h-coil à l'intérieur ( $H_{coil_{int}}$ ) et à l'extérieur ( $H_{coil_{ext}}$ ) de la culasse (Figure 4.1.13). Les résultats de mesure montrent que le niveau de champ magnétique est plus élevé à l'intérieur qu'à l'extérieur de la culasse. Ceci peut se justifier par l'existence de lignes de flux à l'intérieur de la culasse et parallèle au h-coil. Cet effet peut s'ajouter au champ local de l'échantillon créant ainsi une résultante  $H_{coil_{int}}$  plus importante que  $H_{coil_{ext}}$ . Pour éviter de prendre en compte les lignes de fuites internes, il a été préférable de placer le h-coil à l'extérieur de la culasse dans les mesures précédentes (Figure 4.1.4b).



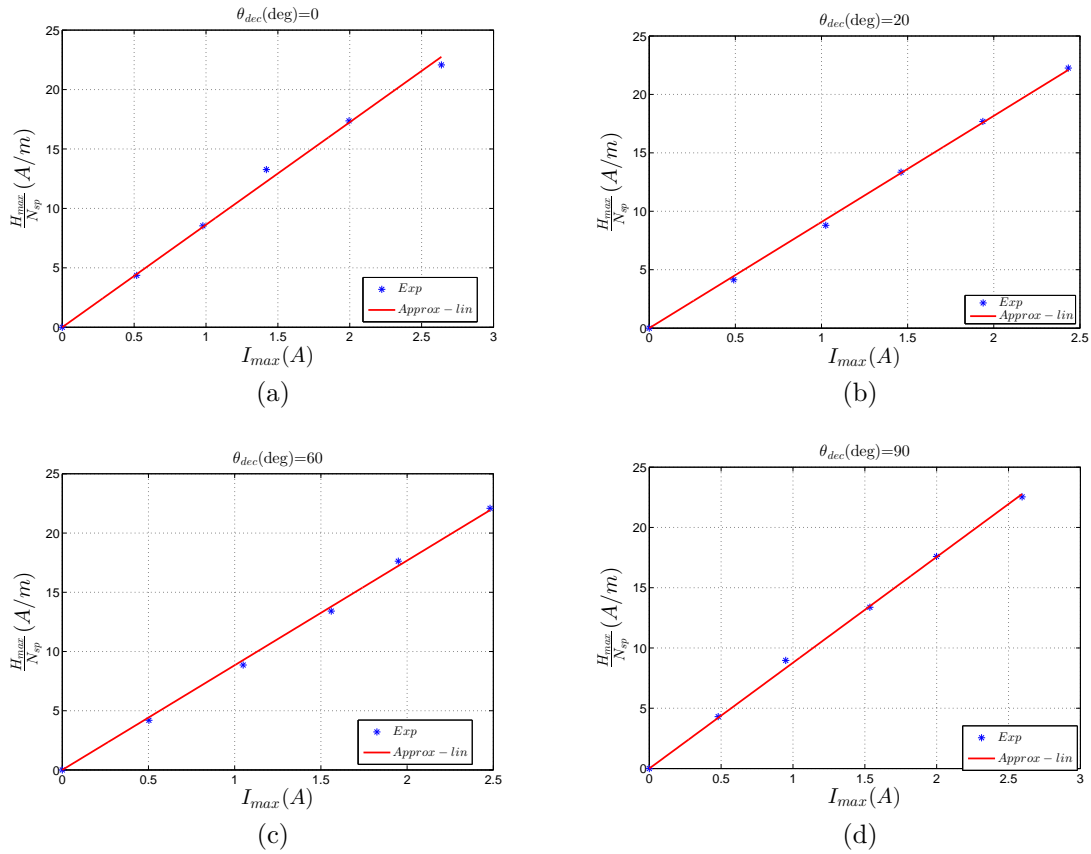


FIGURE 4.1.11 –  $\frac{H_{max}(I_{max})}{N_{sp}}$  suivant différents angles de découpe

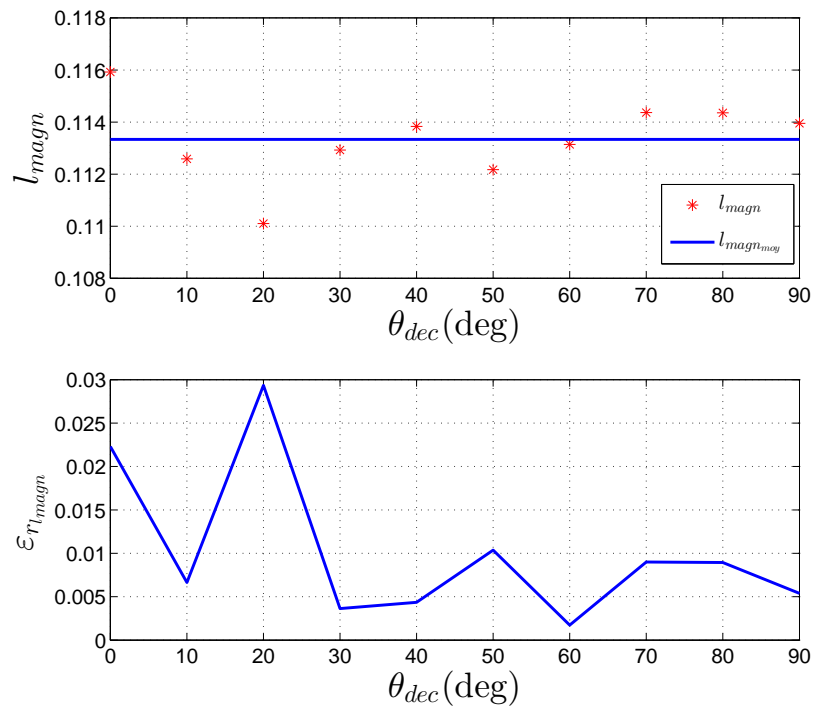


FIGURE 4.1.12 – Erreur relative sur  $l_{magn}$  en fonction de la direction de découpe

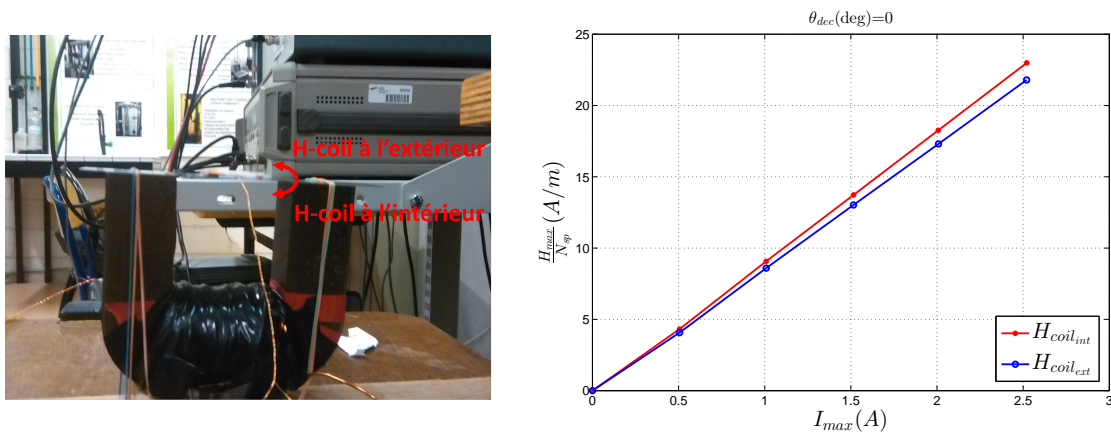


FIGURE 4.1.13 – Effet de l'emplacement du h-coil sur la mesure de champ

## 4.2 Mesure de l'aimantation et de la magnétostriction anhystérétique

Le but de cette partie est de mesurer l'aimantation ainsi que la magnétostriction anhystérétique de la tôle étudiée suivant différentes directions : ces mesures seront ensuite utilisées pour caractériser et valider le modèle anisotrope dans le cas d'une bande unique (SST<sup>8</sup>). Contrairement aux mesures de champ local présentées précédemment, les expérimentations présentées dans cette partie ont été faites à une fréquence plus basse. En effet, en plus de l'effet de la fréquence sur le comportement magnétique (augmentation du champ coercitif entre autres : Figure 4.2.1), la mesure de la courbe anhystérétique doit se faire en régime quasi-statique (basse fréquence). Les cycles d'aimantation mesurés à trois basses fréquences (Figure 4.2.1) montrent que le phénomène d'hystérésis est quasi-indépendant de la fréquence en dessous de  $1,5 Hz$ . Ainsi cette fréquence sera utilisée pour les mesures anhystérétiques.

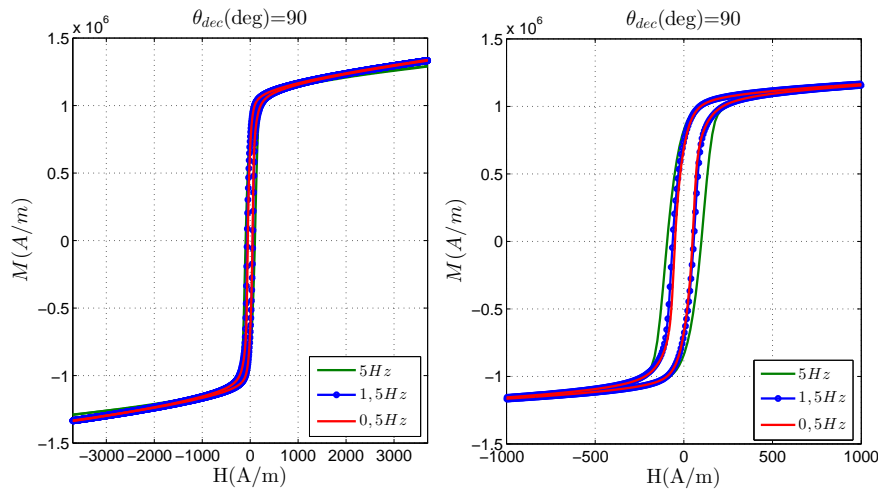


FIGURE 4.2.1 – Influence de la fréquence sur le comportement magnétique (zoom à droite)

### 4.2.1 Mesure de l'aimantation anhystérétique

La mesure de l'aimantation anhystérétique passe par celle de l'induction anhystérétique grâce à un b-coil (Figure 4.2.2) initialement caractérisé à l'instar du h-coil (Annexe F). Les deux grandeurs sont liées par :

8. Single Sheet Tester

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H \quad (4.2.1)$$

Pour mesurer l'induction, indirectement l'aimantation à un point donné de la courbe anhystérétique, un champ magnétique décroissant « lentement » de  $H(t_{max}) = H_{max}$ <sup>9</sup> à  $H(t_{cible}) = H_{cible}$ <sup>10</sup> est appliqué (Figure 4.2.3). En considérant que le champ magnétique de l'échantillon peut être déduit de l'équation 4.1.9, on peut montrer que d'après la loi de Lenz l'induction anhystérétique (cible) est donnée par :

$$B_{cible} = B_{max} - \frac{1}{N_{sp_{bcoil}} \cdot s_{ech}} \int_{t_{max}}^{t_{cible}} v_{bcoil} dt + \frac{\mu_0 (s_{bcoil} - s_{ech})}{s_{ech}} (H_{max} - H_{cible}) \quad (4.2.2)$$

Où :

- $B_{cible}$  est l'induction anhystérétique à un point donné de la courbe anhystérétique.
- $B_{max}$  est l'induction maximale calculée sur le cycle majeur.
- $N_{sp_{bcoil}}$  est le nombre de spires du b-coil.
- $s_{ech}$  est la section de l'échantillon.
- $s_{bcoil}$  est la section du b-coil.
- $v_{bcoil}$  est la tension de sortie du b-coil.

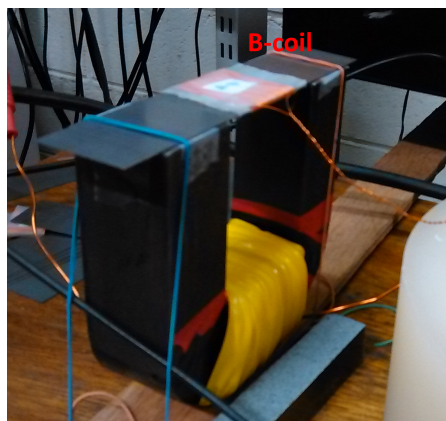


FIGURE 4.2.2 – Illustration du placement du b-coil

Ainsi, la relation 4.2.2 permettrait en théorie de reconstituer point par point la courbe d'aimantation anhystérétique. Cependant, du point de vue pratique, la

9. Champ magnétique permettant de décrire le cycle majeur de l'induction.

10. Champ magnétique correspondant au point anhystérétique souhaité.

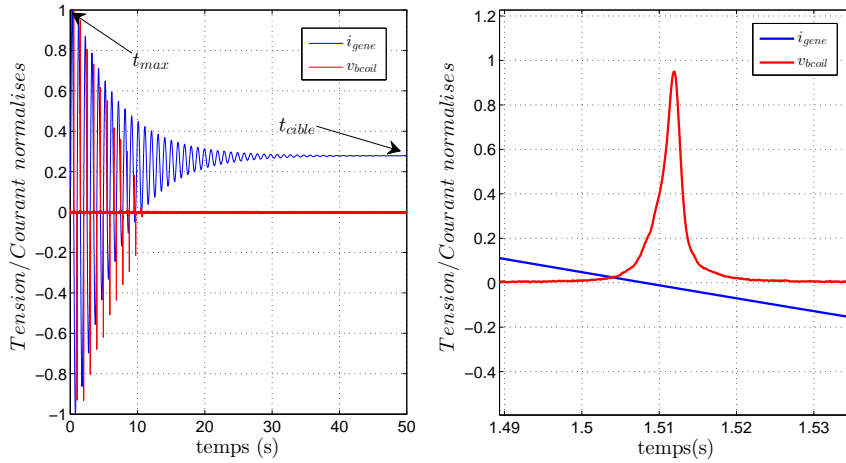


FIGURE 4.2.3 – Exemple d’acquisition pour calculer un point anhystérique (zoom)

forte perméabilité de la tôle étudiée et la faible précision du générateur de courant ne permettent pas d’acquérir assez de points anhystériques dans la zone linéaire de la courbe  $B(H)$  constituant majoritairement la zone de fonctionnement des matériaux. En plus de ce problème de forte perméabilité, le processus d’acquisition de la courbe anhystérique est chronophage et cumuleur d’erreurs dans le calcul de  $B_{cible}$  à cause de l’intégration sur une longue période de la tension  $v_{bcoil}$  (Equation 4.2.2).

Du point de vue magnétique la problématique de la forte perméabilité de la tôle peut être évitée en ajoutant un petit entrefer dans le circuit magnétique (Figure 4.2.4) puis corriger le champ local qui sera différent de celui caractérisé dans le paragraphe 4.1.2. Cependant l’ajout d’entrefer est très problématique, du point de vue mécanique, pour la mesure de la magnétostriction (paragraphe 4.2.2). En effet la présence d’entrefer, et quelle que soit sa dureté, favorise la présence de forces de Maxwell dont les effets biaiserait les mesures de magnétostriction.

Pour ces différentes raisons, nous considérons le cycle moyen (courbe médiane entre les branches) en régime quasi-statique comme étant la courbe anhystérique. Cette hypothèse (Figure 4.2.5) se limite à des basses fréquences [Geoffroy 12].

Ainsi les résultats présentés dans les paragraphes suivants (mesures d’aimantation et de magnétostriction) sont issus du même protocole de mesure consistant :

- à désaimanter le matériau grâce un champ magnétique décroissant ( $H_{cible} = 0$ );
- puis appliquer plusieurs périodes de champ sinusoïdal qui seront moyennées pour obtenir une seule période (d’induction, de magnétostriction). Cette der-

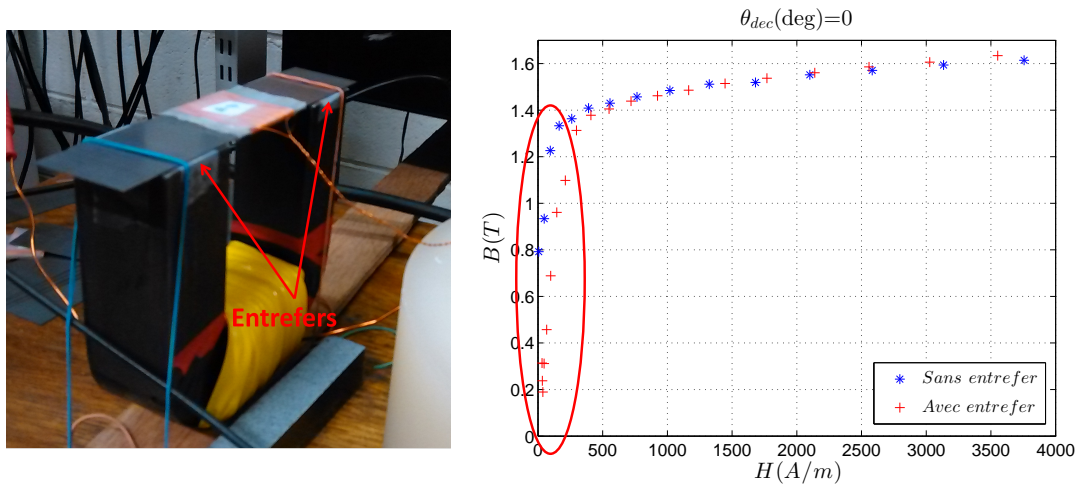


FIGURE 4.2.4 – Courbe d’induction anhystérétique en fonction du champ magnétique dû au courant libre avec et sans entrefer

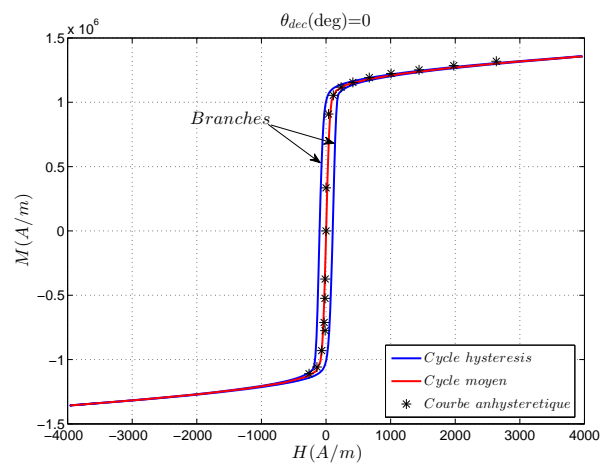


FIGURE 4.2.5 – Comparaison entre la courbe médiane (cycle moyen) d’aimantation et la courbe anhystérétique

nière permet de calculer le cycle moyen qui est obtenu en moyennant les deux branches (Figure 4.2.5).

## 4.2.2 Mesure de la magnétostriction

### 4.2.2.1 Problématiques liées à la mesure de la magnétostriction

La mesure de la magnétostriction est une tâche très délicate qui devrait faire l'objet de standardisation. En effet les faibles déformations mises en jeu (quelques ppm<sup>11</sup> dans les tôles utilisées pour la conception des transformateurs et moteurs) sont voisines des limites des systèmes de mesure classiques (jauge + pont de Wheatstone) et font que la mesure de magnétostriction est fortement sensible aux perturbations. Le retour d'expériences sur différentes mesures a permis d'identifier quelques problématiques non exhaustives durant l'instrumentation de l'échantillon et l'expérimentation (Figure 4.2.6).

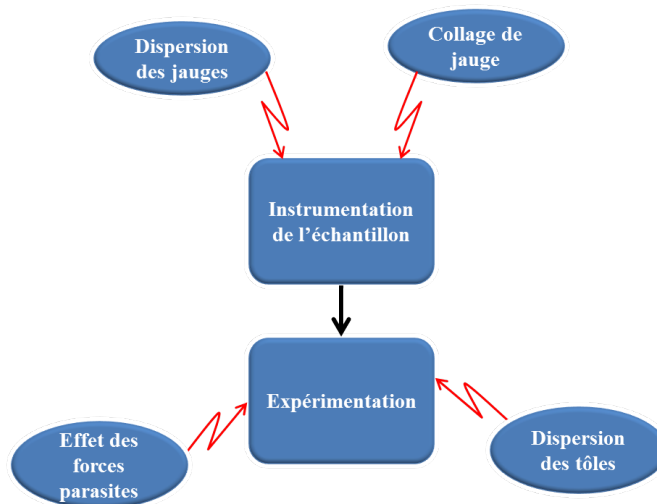


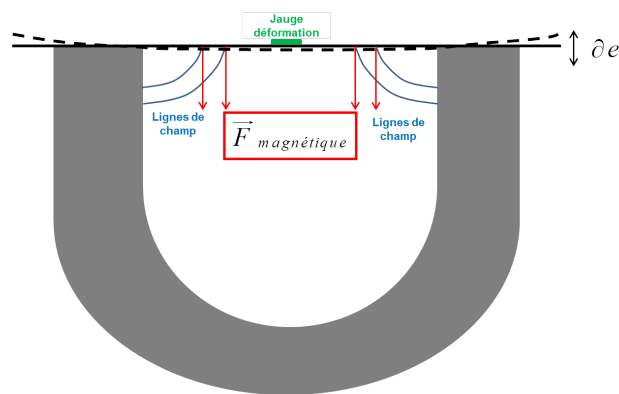
FIGURE 4.2.6 – Quelques sources de perturbation de la mesure magnétostriction

### Expérimentation

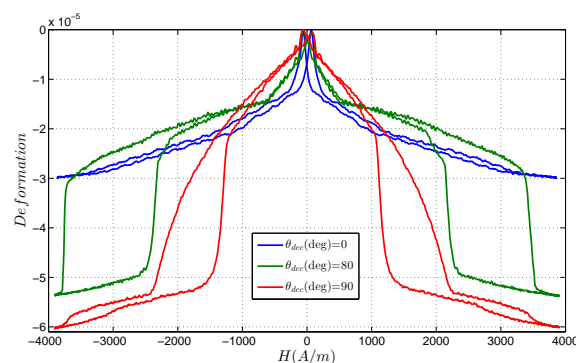
Durant la mesure de la magnétostriction, différentes perturbations externes ou même internes au dispositif peuvent impacter les résultats de mesure. Parmi celles-ci nous pouvons citer l'exemple des vibrations d'origine extérieure au cas où le banc de mesure ne serait pas isolé mécaniquement du sol (par suspension par exemple). D'autre part, le flux magnétique généré peut être à l'origine de force magnétique

11. Partie par million correspond à  $10^{-6}$

de type Maxwell. En effet, des mesures de déformation ont été faites conformément à la disposition A (Figure 4.2.7a). Un cas extrême consistant à laisser l'échantillon libre a été étudié. Les déformations mesurées (Figure 4.2.7b), montrent une compression très importante (contrairement à la magnétostriction positive des tôles FeSi et 10 fois plus faible) de la jauge qui peut s'expliquer par une flexion de l'échantillon due aux forces de Maxwell (Figure 4.2.7a) : les variations de l'énergie du système (Bobine+Culasse « U »+Échantillon  $\partial W_{mag}$ ) et le fait de laisser l'échantillon libre de se déplacer engendrent une variation de l'entrefer ( $\partial e$ ). La création d'entrefer favorise la déviation des lignes de champ générant en local des forces magnétiques de type Maxwell (Figure 4.2.7a). Ainsi par la suite, la disposition B (Figure 4.2.8) sera adoptée afin d'éviter les entrefers et donc l'effet des forces magnétiques.



(a) Disposition A



(b) Déformation mesurée (< 0 Compression) pour Disposition A (Figure 4.2.7a)

FIGURE 4.2.7 – Effet des forces parasites

Notre choix de méthode de caractérisation, consistant à mesurer l'aimantation et la magnétostriction d'échantillons découpés suivant différentes directions, peut



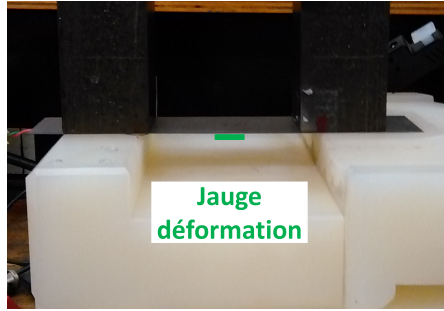


FIGURE 4.2.8 – Disposition B

impliquer des problématiques de dispersion due aux tôles ou au collage des jauges. Ainsi la magnétostriction de deux échantillons (T1 et T2) découpées suivant DT ( $\theta_{dec} = 90^\circ$ ) a été mesurée par deux jauges appartenant à la même série<sup>12</sup> J2. Les résultats de mesure (Figure 4.2.9) montrent une différence sur la magnétostriction maximale  $\Delta\lambda_{max}^\mu$  d'environ  $0,27 \cdot 10^{-6}$ .

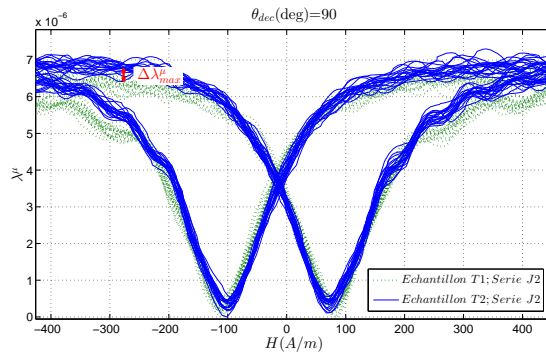


FIGURE 4.2.9 – Effet des tôles ou du collage des jauges sur la mesure

### Instrumentation de l'échantillon

Hormis la possibilité de changer le comportement magnétoélastique des échantillons par application de contraintes lors de la découpe ou du transport de ces derniers, l'instrumentation en particulier le collage manuel des jauges est source d'erreur humaine (résidu de colle sur la jauge, positionnement de la jauge...). De plus les jauges de déformations peuvent présenter des différences. En effet, deux jauges de déformations appartenant à deux séries différentes ont été collées sur le même échantillon. Les résultats de mesure obtenus (Figure 4.2.10) montrent une différence sur la magnétostriction maximale  $\Delta\lambda_{max}^\mu$  d'environ  $10^{-6}$ . Ainsi, une

12. Paquet de jauges

même série de jauges (J1) sera utilisé pour mesurer la magnétostriction suivant différentes directions.

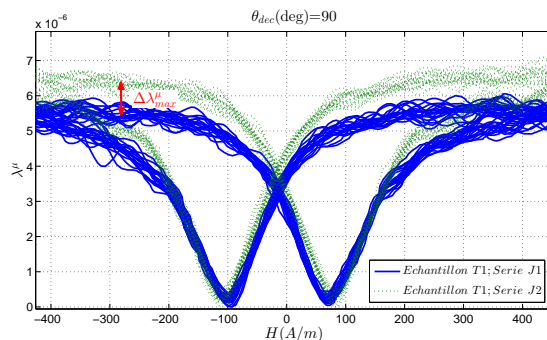


FIGURE 4.2.10 – Effet des jauges sur la mesure(collage ou série)

#### 4.2.2.2 Processus de calcul du cycle moyen de la magnétostriction

A l'instar de l'aimantation, le cycle moyen de la magnétostriction est utilisé à la place du processus anhystérique classique. Cependant, contrairement aux mesures de b-coil (Figure 4.2.3 et 4.2.5), les mesures de déformation (Figure 4.2.11) laissent apparaître une forte présence de bruit « blanc<sup>13</sup> » qui diminue le rapport  $\frac{Signal}{Bruit}$ <sup>14</sup>; ce qui rend le moyennage des deux branches du cycle difficile. Ce moyennage est d'autant plus compliqué pour les directions dont la magnétostriction est très faible par exemple suivant DL. Ainsi pour estimer le cycle moyen, nous utilisons :

- le fait que la magnétostriction soit un signal déterministe<sup>15</sup> dont la fréquence est la double de celle de l'alimentation.
- le périodogramme moyenné<sup>16</sup> de l'acquisition permettant d'améliorer le rapport  $\frac{Signal}{Bruit}$  contrairement au fft<sup>17</sup> classique (Figure 4.2.12).

Une fois le spectre de la magnétostriction bien estimé, la reconstitution du cycle moyen(Figure 4.2.13) se fait à partir des composants fréquentiels (a priori connus) de la magnétostriction (Figure 4.2.12). Ce même processus a été utilisé pour les tôles découpées suivant les autres directions.

13. Bruit présent à toutes les fréquences

14. Rapport entre signal utile (magnétostriction) et signal parasite (bruit blanc)

15. Contraire d'un signal aléatoire comme le bruit

16. Outil de traitement des signaux; permet d'estimer le spectre d'un signal périodique bruité grâce à l'introduction de moyenne arithmétique. Pour plus de détails le lecteur pourra se référer à [Mars 04]

17. Fast Fourier Transform

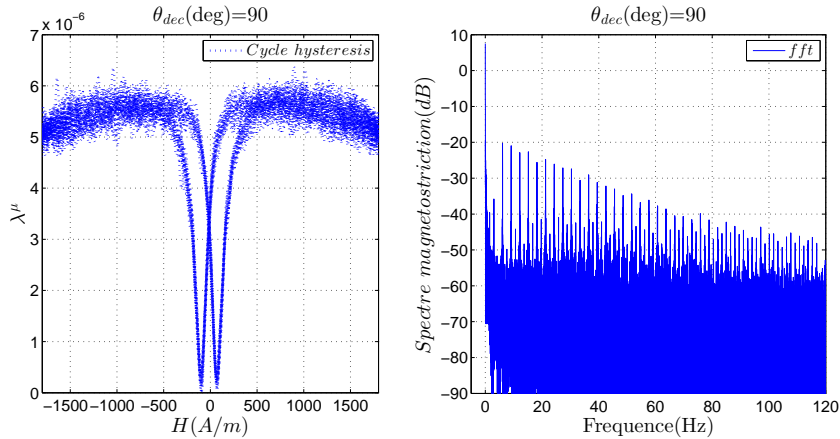


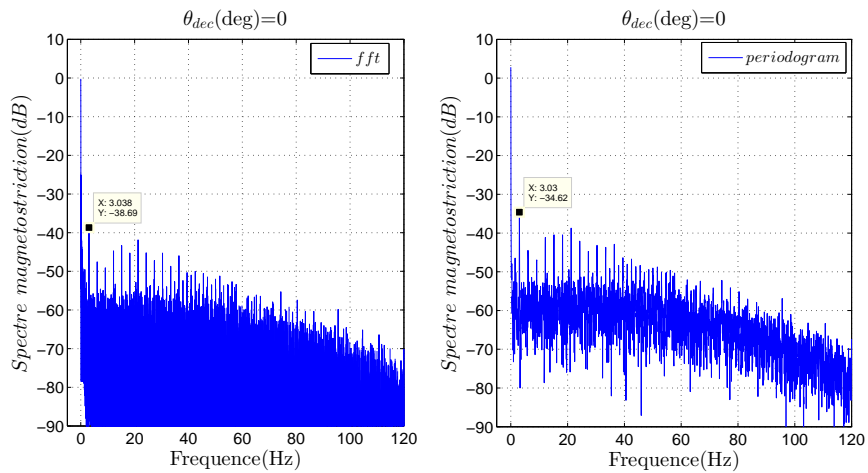
FIGURE 4.2.11 – Exemple de mesure de quelques périodes de magnétostriction suivant DT

### 4.3 Comparaison entre le modèle et les mesures (SST)

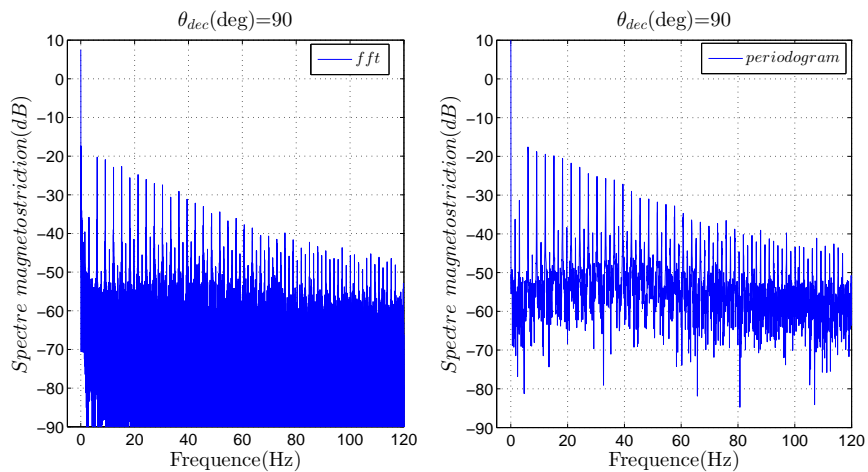
Les processus décrits dans les paragraphes précédents (4.2.1 et 4.2.2.2) ont permis de déduire les comportements « anhystérétiques » magnétiques  $M(H)$  et magnétostrictifs  $\lambda^\mu(H)$  (ou  $\lambda^\mu(M(H))$ ) suivant les différentes directions. Les fonctions paramètres du modèle ont été ensuite exprimées grâce aux données expérimentales selon la démarche décrite dans les chapitres 2 et 3 précédents.

Les résultats de simulation ont été confrontés dans un premier temps aux mesures d'aimantation faites sur les différents échantillons par SST (Figure 4.3.1). Nous pouvons remarquer une bonne prédiction de l'aimantation multidirectionnelle avec une erreur maximale de 5.6% correspondant à l'échantillon découpé suivant DL ( $\theta_{dec} = 0^\circ$ ) pour un champ magnétique de  $H = 120A/m$ .

Du fait des dispersions notées lors de la mesure de magnétostriction (plus particulièrement l'effet des séries de jauge illustré dans la Figure 4.2.10), les jauges permettant de mesurer le comportement des échantillons ( $\lambda^\mu(H)$ ) appartiennent à la même série (J1). Néanmoins, un écart relatif dû aux échantillons ou au placement des jauges a été calculé (Figure 4.3.2) et rapporté aux mesures des comportements  $\lambda^\mu(M(H))$ . Cet écart (minimal) peut être plus important si on prend en compte un facteur d'élargissement pour deux mesures : une bonne évaluation des incertitudes nécessiterait plus de mesures. La comparaison entre les résultats de simulation et les mesures montrent une bonne tendance Figure 4.3.3.



(a) Spectre de la magnétostriction suivant DL



(b) Spectre de la magnétostriction suivant DT

FIGURE 4.2.12 – Comparaison du spectre (puissance) de la magnétostriction par fft et périodogramme moyenné

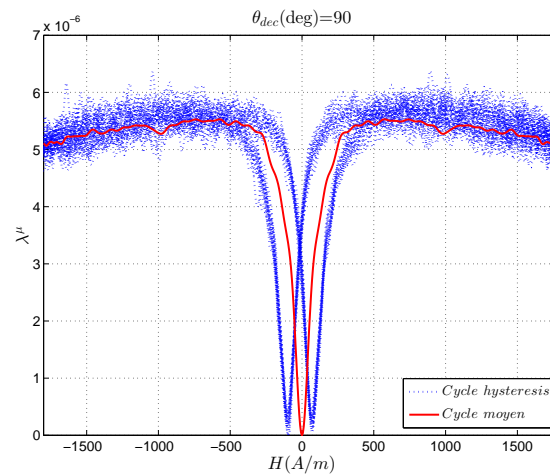


FIGURE 4.2.13 – Dédution du cycle moyen à partir du cycle d’hystérésis de la magnétostriction

## 4.4 Conclusion

En résumé, dans ce chapitre nous avons présenté le banc de caractérisation non homologué utilisé pour effectuer des mesures sur nos tôles d’études. Le retour d’expérience que nous avons eu sur les mesures, plus particulièrement de la magnétostriction, ont permis de se rendre compte des sources de dispersions dues entre autres à la méthode de caractérisation des tôles. En effet, le fait d’effectuer des mesures sur plusieurs tôles découpées suivant différentes direction engendre des dispersions de mesures dont les sources ne sont pas faciles à dissocier. Par exemple l’incertitude due au collage d’une jauge, qui est une opération très délicate et faite manuellement, ne peut pas être évalué du fait qu’une jauge s’utilise une seule fois. Toutefois, ces mesures ont permis d’identifier les paramètres du modèle pour intégrer celui ci dans un outil éléments finis dans le prochain chapitre.

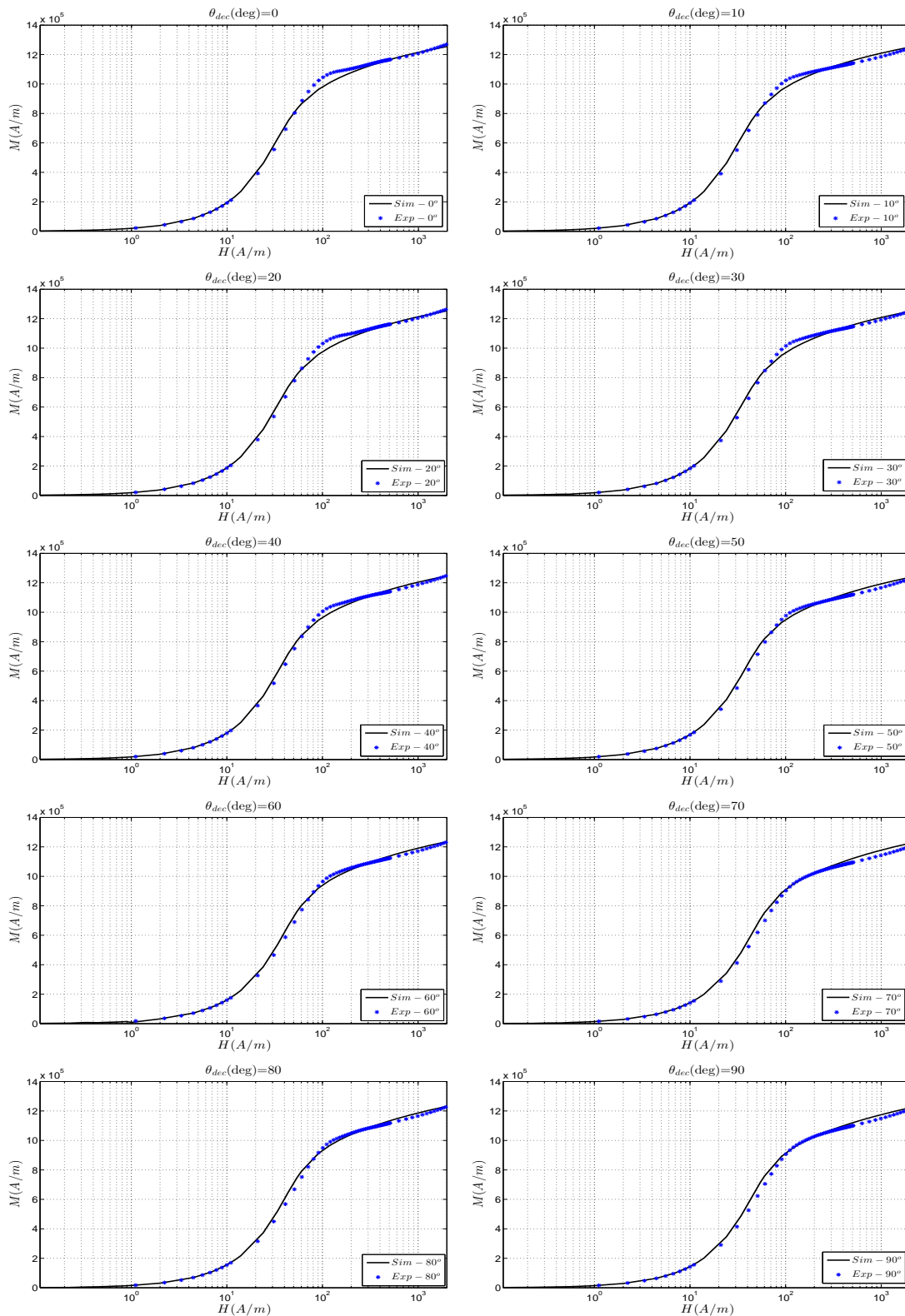


FIGURE 4.3.1 – Comparaison entre expérimentation et simulation de l'aimantation multidirectionnelle

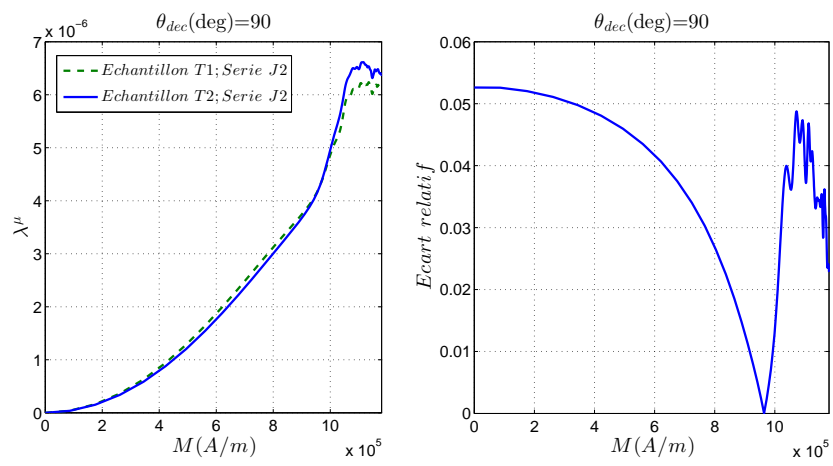


FIGURE 4.3.2 – Ecart relatif  $\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_{T_1}}$  dû aux tôles (ou au collage des jauges) (Figure 4.2.9)

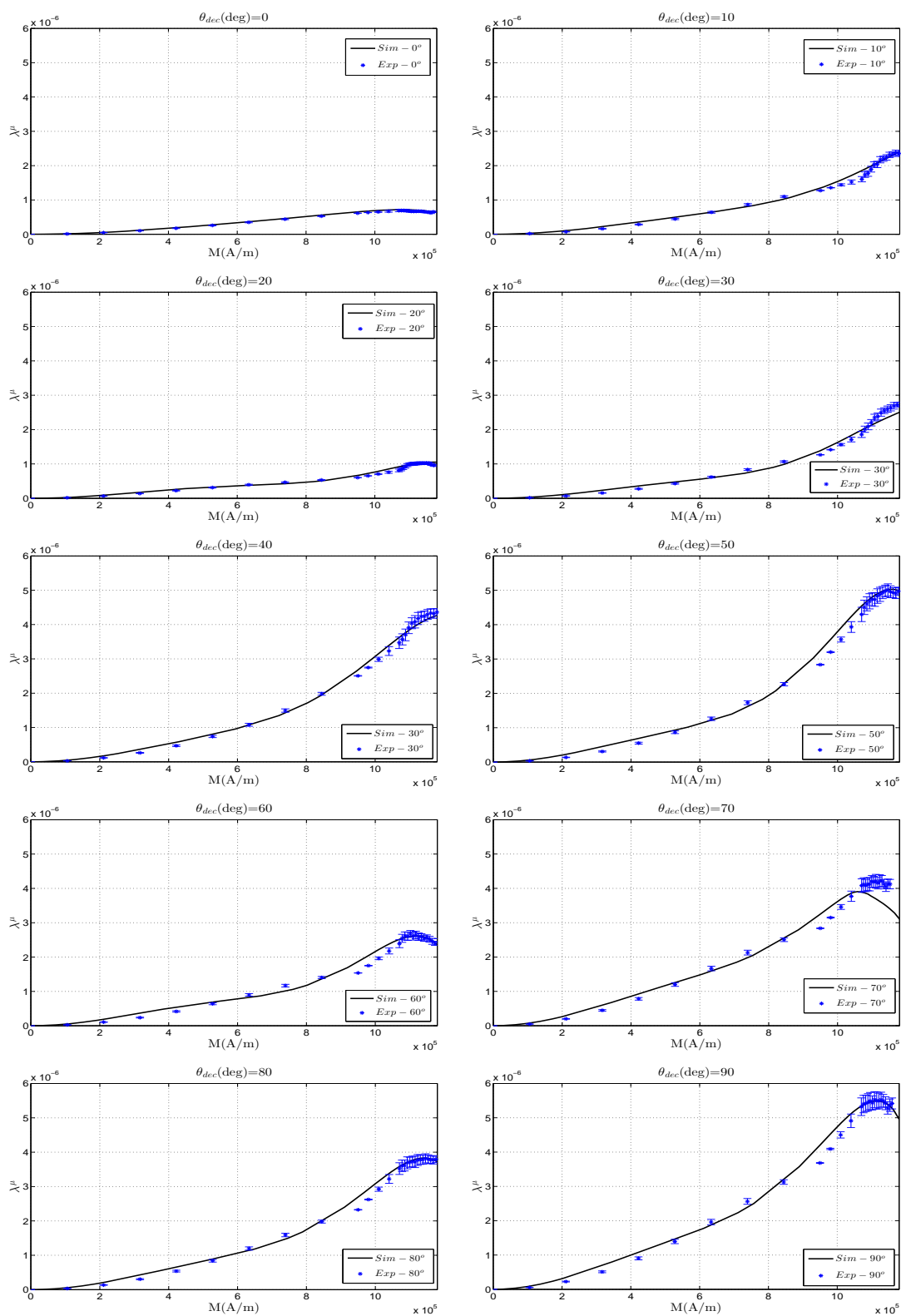


FIGURE 4.3.3 – Comparaison entre expérimentation et simulation de la magnétostriction multidirectionnelle



## Chapitre 5

# Intégration du modèle dans un outil éléments finis et application à un dispositif expérimental

Le but de ce chapitre est d'intégrer le modèle anisotrope, précédemment proposé, dans un calcul éléments finis afin de prédire la déformation magnétostrictive d'une structure ferromagnétique. Cette dernière est constituée par le matériau d'étude<sup>1</sup> initialement caractérisé (chapitre 4) grâce à des échantillons découpés suivant différentes directions. Pour cela, un dispositif de test que nous présenterons dans le paragraphe 5.1 suivant a été conçu. La démarche adoptée pour calculer la magnétostriction de la structure ferromagnétique sera présentée ainsi que la comparaison entre les mesures faites sur la structure et les résultats de simulations.

### 5.1 Présentation du dispositif expérimental

Ce dispositif de test a été conçu pour une meilleure compréhension des effets mécaniques et acoustiques (déformations, déplacements, vibrations, bruit...) résultant de l'état magnétique des structures ferromagnétiques. L'analyse de l'environnement complexe des structures ferromagnétiques dans les applications du génie électrique a permis de définir les fonctions suivantes à assurer par le dispositif de test (Figure 5.1.1a) :

#### **Permettre l'étude de circuit magnétique sans et avec entrefer réglable**

Selon la configuration du circuit magnétique, les structures ferromagnétiques rencontrées dans les applications du génie électrique peuvent être classifiées en

---

1. Fer 3% Silicium à grains non orientés.

deux types à savoir :

- les structures avec entrefer : nous pouvons citer l'exemple des moteurs électriques, des inductances de lissage.
- les structures sans entrefer ou à entrefer négligeable : nous pouvons citer l'exemple des transformateurs.

Ainsi cette classification, prise en compte dans la conception du dispositif (par la partie mobile Figure 5.1.1a), permet d'étudier les deux types de configurations (Figure 5.1.2). D'autre part, l'utilisation d'une structure ferromagnétique sans entrefer (Figure 5.1.2a) permet de minimiser (voir de discriminer) l'impact des forces surfaciques magnétiques<sup>2</sup> sur la déformation de la structure. Cette astuce, consistant à découpler les origines des déformations liées à l'aimantation de la structure ferromagnétique grâce à sa configuration, est très intéressante dans le cadre de la validation de notre modèle de magnétostriction. Ainsi, dans les paragraphes suivants, *nous nous limiterons à l'étude de la configuration sans entrefer* (Figure 5.1.2a) qui se rapproche de la topologie d'un transformateur.

### Permettre l'étude de circuit magnétique sous précontrainte

Les circuits magnétiques sont souvent soumis à des précontraintes qui peuvent provenir de la fabrication des tôles, ou de l'assemblage de ces dernières au sein des système : comme illustre la Figure 5.1.4, une armature métallique permet d'assembler les quartes colonnes (paquet de tôles ferromagnétiques) du transformateur grâce aux efforts de serrage (Q). Hormis le potentiel changement du comportement vibratoire (changement des modes de la structure), les précontraintes agissent aussi sur le comportement magnétique et magnétostrictif des tôles, donc sur le comportement global de la structure ferromagnétique (Figure 1.1.5). Ainsi, le dispositif inclut deux étaux (Figure 5.1.1a) permettant d'appliquer des précontraintes de compression contrôlées par une clé dynamométrique.

Une bobine de 80 spires (Figure 5.1.1b), alimentée par un autotransformateur<sup>3</sup> suivi d'un transformateur abaisseur (Figure 5.1.5), permet d'imposer un flux d'amplitude variable dans le circuit magnétique.

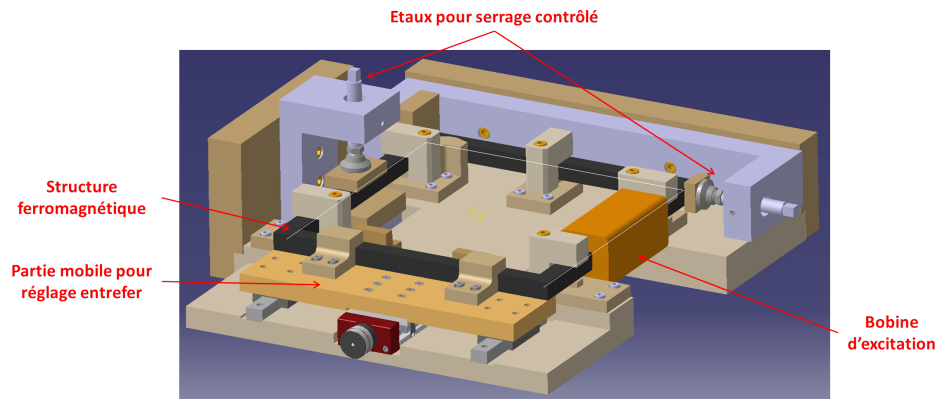
## 5.2 Intégration du modèle dans un calcul éléments finis

Le calcul de la déformation due à l'aimantation d'une structure ferromagnétique rentre dans le contexte de couplage magnétique-mécanique. Nous pouvons

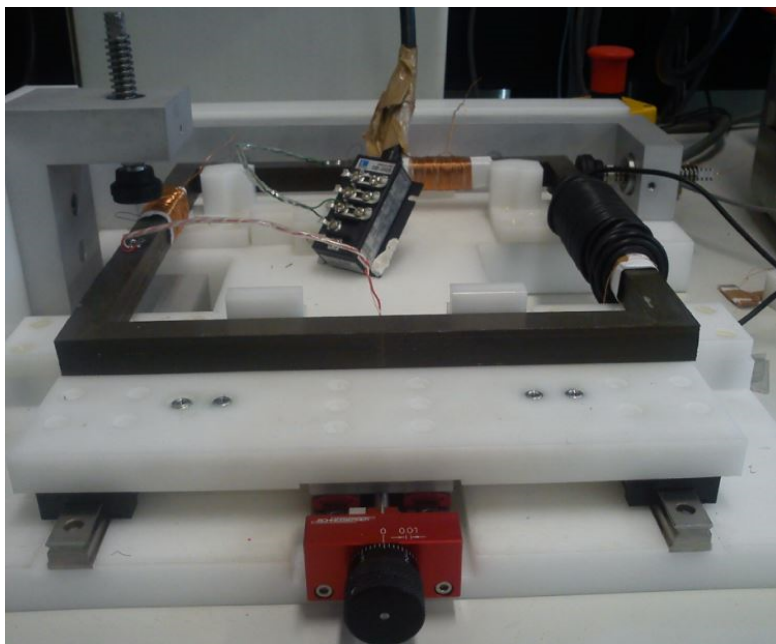
---

2. Appelées aussi forces de Maxwell liées au changement de milieu magnétique (Figure 5.1.3) : à la présence d'entrefer par exemple.

3. Transformateur à gain réglable : permet de varier la tension de la bobine

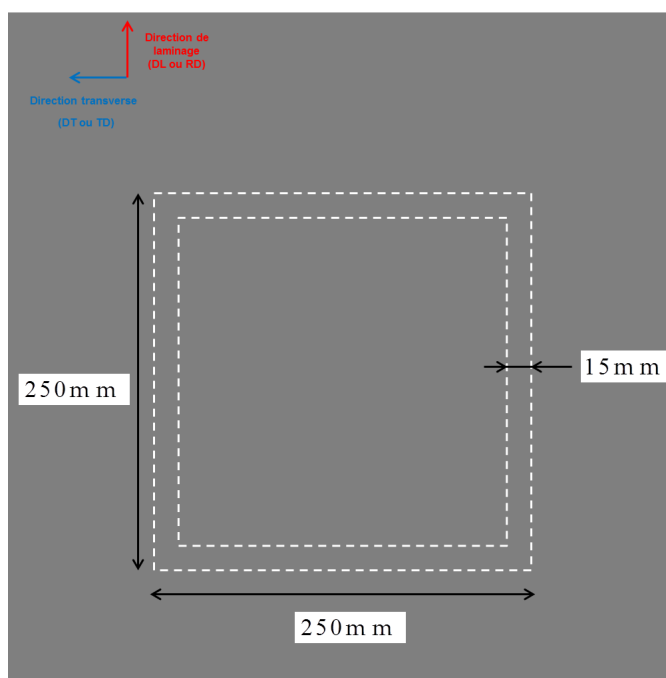


(a) Vu d'ensemble du dispositif de test

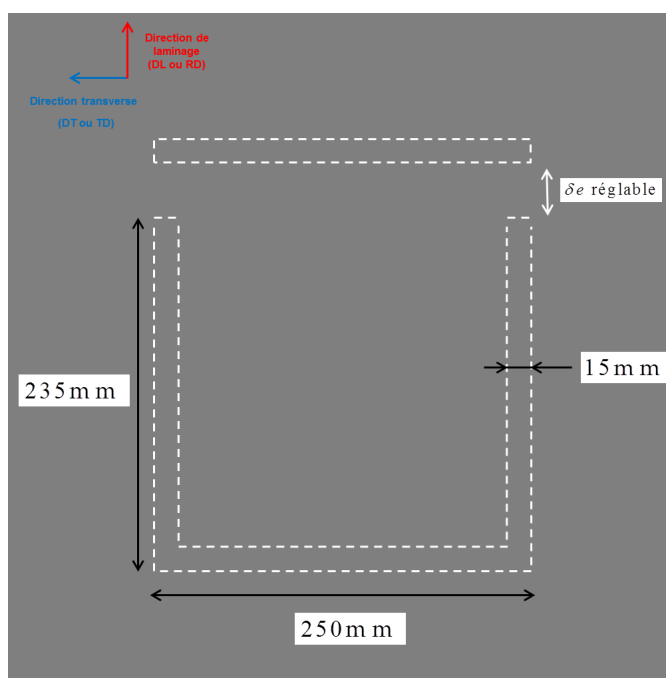


(b) Dispositif après fabrication

FIGURE 5.1.1 – Dispositif de test



(a) Structure ferromagnétique pour l'étude de l'effet magnétostrictif



(b) Structure ferromagnétique pour l'étude des effets des forces magnétiques

FIGURE 5.1.2 – Types de structures ferromagnétiques

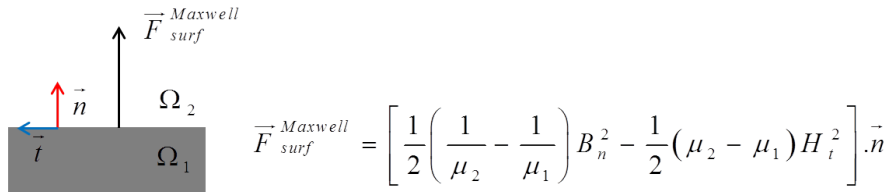


FIGURE 5.1.3 – Force surfacique de Maxwell en magnétostatique à l’interface de deux milieux magnétiquement différents ( $\mu_1 \neq \mu_2$ )

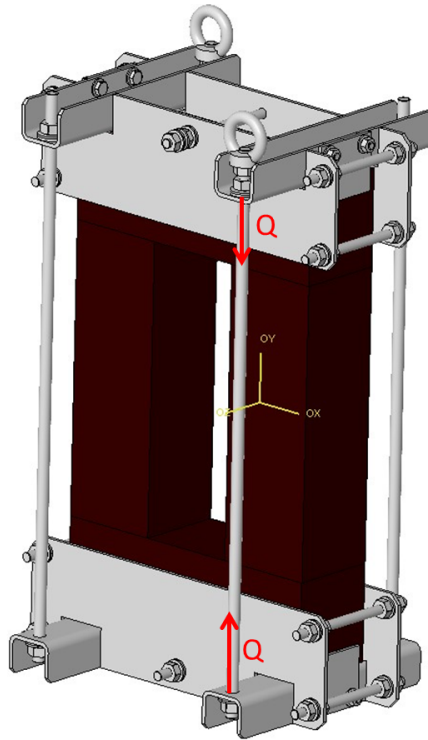


FIGURE 5.1.4 – Armature métallique pour le maintien des colonnes d’un transformateur réel

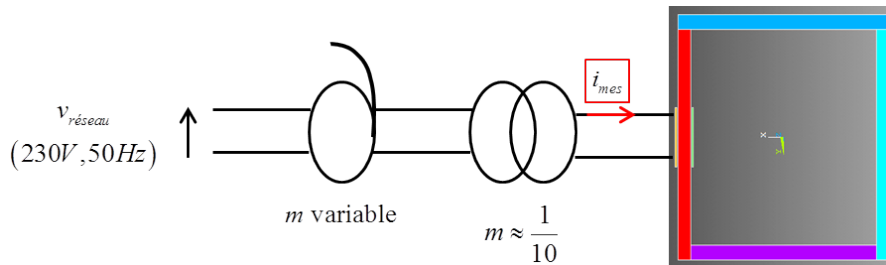


FIGURE 5.1.5 – Chaîne d’alimentation de la bobine du dispositif

distinguer [Ren 12] généralement deux modes de couplages : un premier dit couplage fort et un deuxième dit couplage faible . Le couplage fort consiste à résoudre les problèmes magnétique et mécanique simultanément contrairement au couplage faible qui est basé sur la résolution séparée des deux problèmes. L'application de ces deux modes de couplage dépend du niveau de dépendance entre les propriétés magnétiques et mécaniques. Il a été montré [Besbes 95] que le couplage faible unidirectionnel<sup>4</sup> (Figure 5.2.1) s'adapte bien à l'étude de déformations (indirectement vibrations) d'origine magnétique dans les structures ferromagnétiques telles que les moteurs et transformateurs. En effet les contraintes élastiques induites par la distribution de la magnétostriction sont de l'ordre du *MPa* (très faible pour affecter les propriétés magnétiques). Dans le cas de l'intégration de notre modèle dans un calcul éléments finis, nous adopterons un mode de couplage faible unidirectionnel (Figure 5.2.1) incluant principalement trois étapes (que nous détaillerons dans les paragraphes 5.2.2, 5.2.3 et 5.2.4) :

- Simulation de la distribution du champ magnétique dans la structure ferromagnétique grâce à un logiciel éléments finis (ANSYS Magnetic).
- Calcul des forces nodales équivalentes à la déformation magnétostrictive, qui résultent de l'assemblage des forces élémentaires ( $A\{F_e^\mu\}$ ), grâce au code développé sous Matlab.
- Simulation de la déformation magnétostrictive de la structure ferromagnétique grâce à (ANSYS Mechanic).

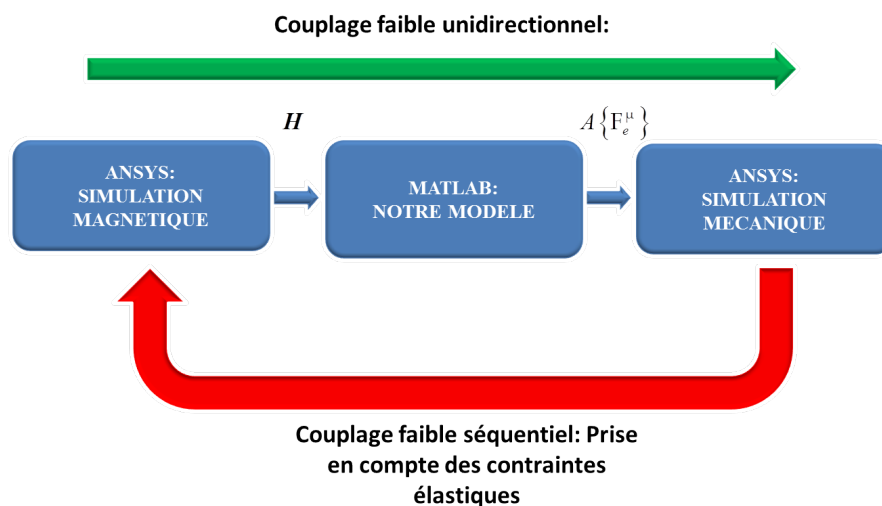


FIGURE 5.2.1 – Schéma de couplage faible

4. Couplage faible ne prenant pas en compte les contraintes élastiques due à la distribution de la magnétostriction

### 5.2.1 Modélisation de la structure ferromagnétique

La structure ferromagnétique sans entrefer est constituée par un empilement 40 tôles (d'épaisseur 0,35 mm) imprégnées<sup>5</sup> en forme de cadre (Figure 5.2.2a). Ce choix de découpe (tôle en cadre) permet, en plus de l'élimination des entrefers, la possibilité d'étudier la magnétostriction suivant la direction de laminage et transverse pour le même flux magnétique et sur la même structure. Cependant, pour modéliser cette dernière, nous avons fait l'hypothèse 2D à l'instar de notre modèle développé qui est à aimantation plane. Ensuite la structure a été modélisée en quatre colonnes (Figure 5.2.2b) solidaires. Ce choix de modèle se justifie par les limites du logiciel utilisé. En effet ce dernier ne permet pas, d'un point de vue magnétique, de prendre en compte à la fois l'anisotropie et la non linéarité du comportement magnétique. Ainsi pour une simulation plus réaliste<sup>6</sup>, nous avons choisi quatre colonnes magnétiquement isotropes et de comportements non linéaires différents (Figure 5.2.5).

D'un point de vue mécanique, ces quatre colonnes sont isotropes et ont le même comportement élastique (même module de Young et coefficient de poisson).

Le logiciel utilisé (ANSYS) pour les simulations magnétique et mécanique a l'avantage d'être multiphysique, autrement dit il possède des éléments utilisables dans des simulations de physiques différentes. Cela nous a permis de conserver le même maillage (Figure 5.2.3) aussi bien pour les calculs magnétiques que mécaniques et d'éviter alors des problématiques de maillage liées au changement de physique. Dans notre cas, l'élément « PLANE13 » (Figure 5.2.3), permettant de faire des simulations magnétique et mécanique, est utilisé. Il donne aussi la possibilité (en option) d'inclure d'autres forces d'origine magnétique à savoir les forces de Lorentz<sup>7</sup> et de Maxwell.

### 5.2.2 Simulation magnétique

Le but de la simulation magnétique est de calculer la distribution du champ magnétique dans la structure, autrement dit le champ moyen de chaque élément de la structure ferromagnétique modélisée. Pour cela (Figure 5.2.4), nous imposons :

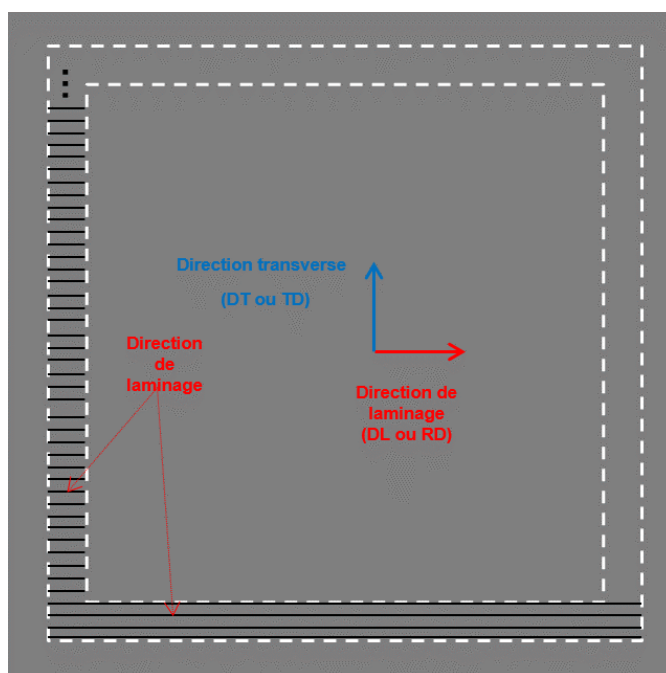
- la densité de courant ( $j_S$ ) calculée à partir du courant mesuré ( $i_{mes}$ ; Figure 5.1.5) et de la section utile<sup>8</sup> du conducteur  $s_{cu}$  du bobinage  $j_S = \frac{i_{mes}}{s_{cu}}$ .

5. L'imprégnation de l'empilement de tôles est un procédé permettant entre autres la cohésion de ces dernières. Cette opération est utilisée dans le cas des transformateur.

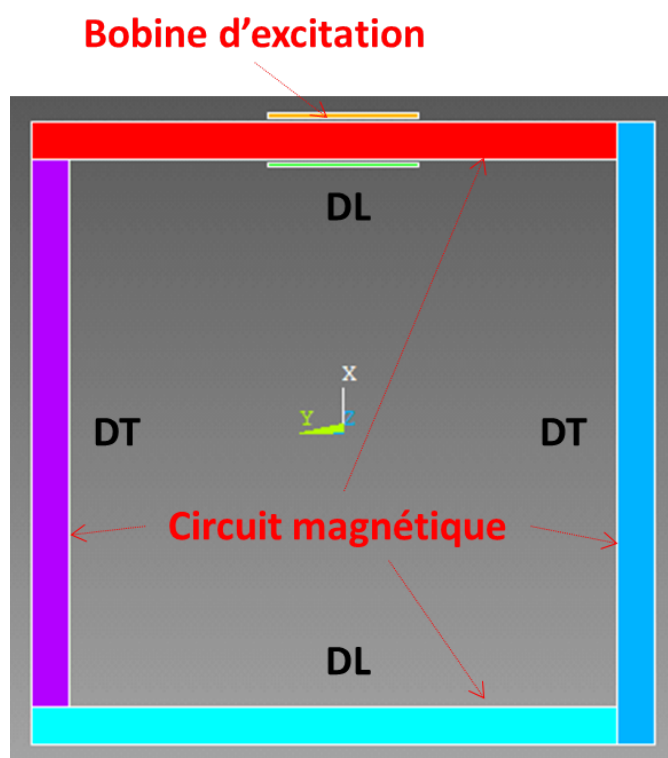
6. Notamment sur l'éventuel calcul de force de Maxwell (fonction de l'induction) fait par ANSYS

7. Force électromagnétique due à l'interaction entre le courant électrique et le champ magnétique environnant. Elle s'exerce principalement sur les conducteurs électriques.

8. Section de la partie cuivre du conducteur



(a) Tôle en forme de cadre



(b) Modélisation de la structure en quatre colonnes

FIGURE 5.2.2 – Modèle géométrique de la structure ferromagnétique sans entrefer



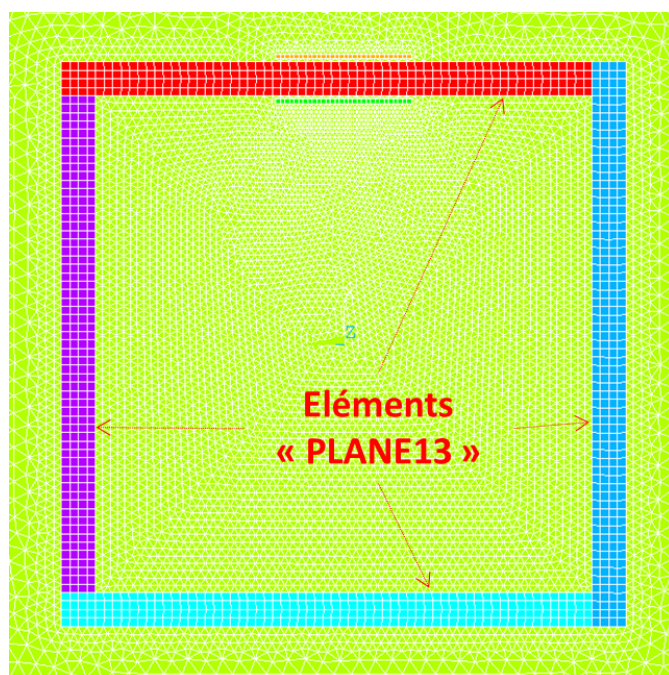


FIGURE 5.2.3 – Maillage du modèle

Sachant que la magnétostriction est paire et notre modèle est anhystérétique, un quart de période du courant est simulé (Figure 5.2.6).

- les comportements magnétiques ( $B(H)$ ) des colonnes DL et DT (Figure 5.2.2b et 5.2.5).
- les conditions limites : induction magnétique parallèle aux limites indiquées dans la Figure 5.2.7.

Les simulations magnétiques ont été faites en magnétostatique (selon la dénomination d'ANSYS) du fait de la fréquence d'alimentation relativement basse (50Hz). Cela revient à résoudre (Equations 5.2.1 et 5.2.2) :

$$\text{rot}(\mathbf{H}) = \mathbf{j}_s \quad (5.2.1)$$

$$\text{div}(\mathbf{B}) = 0 \quad (5.2.2)$$

Les résultats de simulation (Figures 5.2.7 et 5.2.8) montrent une distribution assez homogène du champ magnétique le long des colonnes exceptées celle de la bobine. Nous pouvons remarquer aussi une différence du niveau de champ magnétique entre les colonnes, due à la localisation de la force magnétomotrice (bobine traversée par  $i_{mes}$ ), justifiant la modélisation du cadre complet.

La distribution du champ magnétique simulée (champ moyen des éléments) sera exploitée dans le paragraphe suivant afin de calculer les forces nodales équivalentes

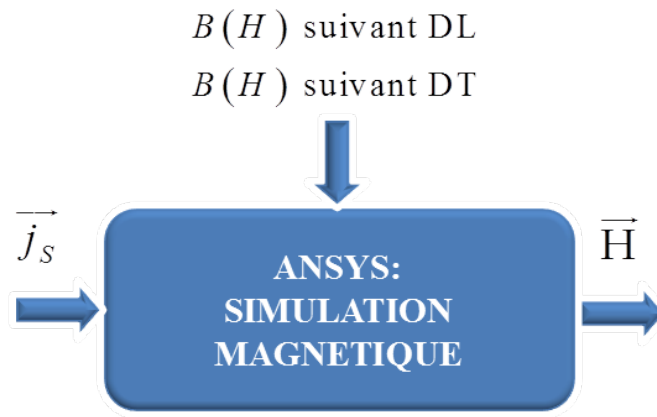


FIGURE 5.2.4 – Principe de la simulation magnétique

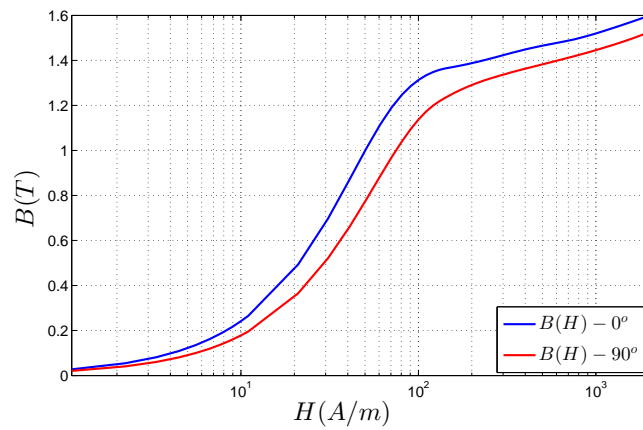


FIGURE 5.2.5 – Loi de comportement magnétique pour la simulation magnétique

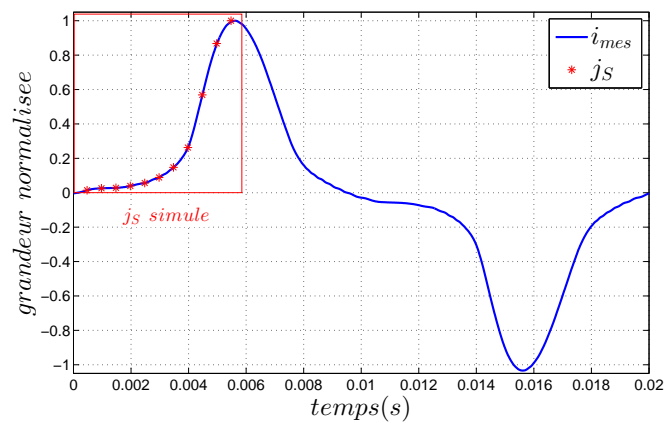


FIGURE 5.2.6 – Courant et densité de courant normalisé

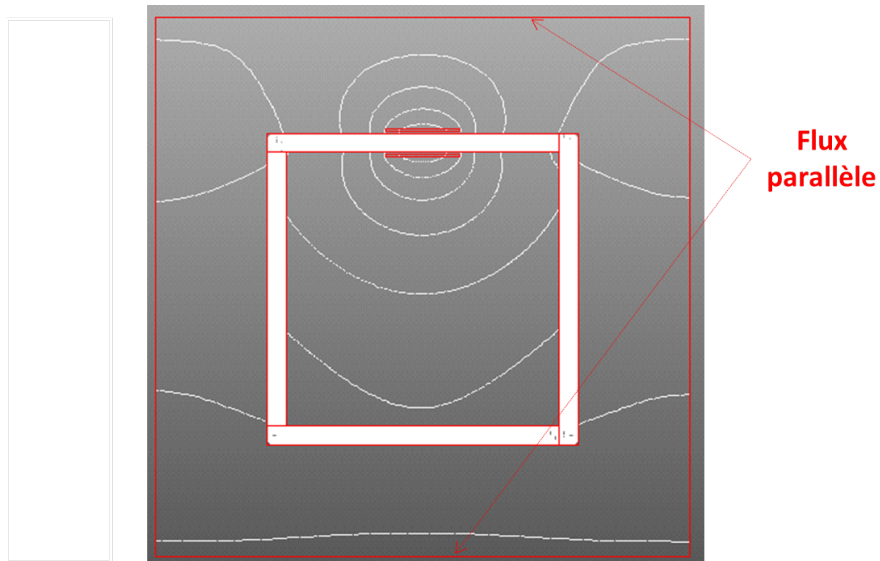


FIGURE 5.2.7 – Lignes de champ magnétique

à la déformation magnétostrictive.

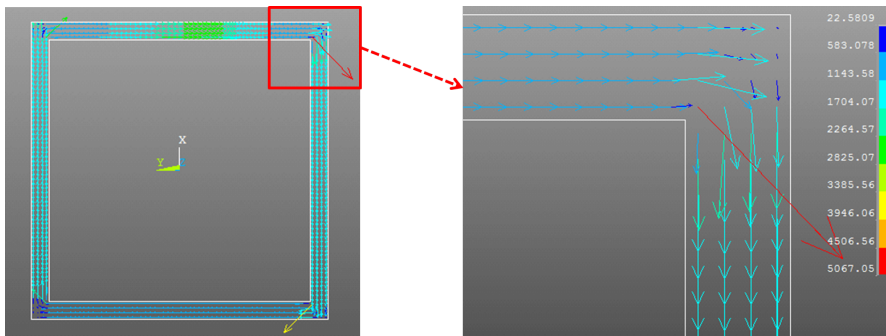


FIGURE 5.2.8 – Résultats de simulation magnétique : distribution du champ magnétique maximum (à  $t = \frac{T}{4} = \frac{20ms}{4}$ )

### 5.2.3 Calcul de forces nodales (formulation en éléments finis)

L'utilisation des forces nodales équivalentes est une méthode simple fréquemment utilisée [Mohammed 02, Kubiak 06, Hilgert 07, Javorski 13] dans les problèmes de couplage magnéto-mécanique en éléments finis. Le principe général de cette méthode est de calculer les forces équivalentes à appliquer aux nœuds du maillage dans un calcul de structure (paragraphe 5.2.4) afin de reproduire les déformations magnétostrictives. Ces forces nodales sont naturellement fonctions,

entre autres, des grandeurs magnétiques, c'est à dire de la distribution du champ magnétique initialement calculée (paragraphe 5.2.2). Le calcul des forces nodales se fait en deux étapes : calcul et assemblage des forces élémentaires.

### 5.2.3.1 Calcul des forces élémentaires $\{F_e^\mu\}$

Dans la théorie des éléments finis, la force élémentaire  $\{F_e^\mu\}$  est un vecteur force contenant les composantes des forces aux nœuds constituant l'élément. Par exemple dans notre cas où le problème a été discrétisé (maillage de la géométrie) grâce aux éléments « PLANE13 » (Figure 5.2.3) possédant 4 nœuds dont chacun a 2 ddl<sup>9</sup>,  $\{F_e^\mu\}$  est un vecteur (8X1) (Figure 5.2.9).

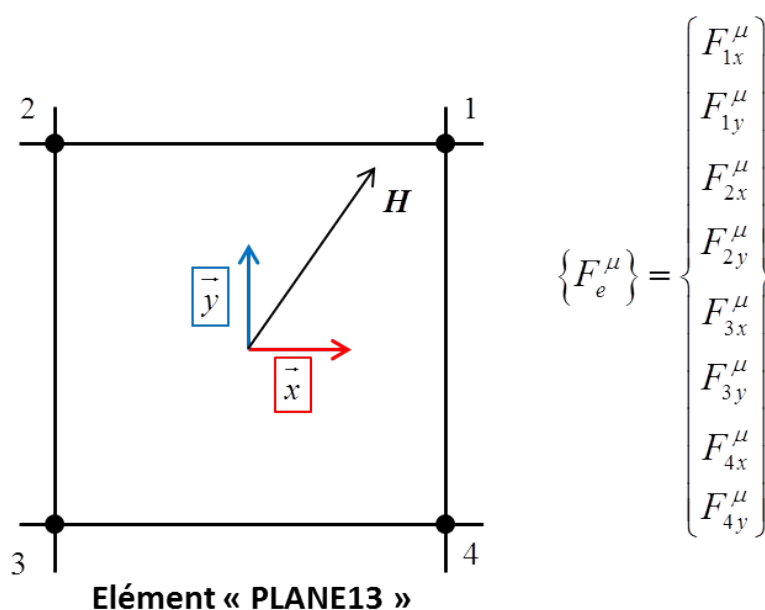


FIGURE 5.2.9 – Illustration d'une force élémentaire  $\{F_e^\mu\}$  avec son champ magnétique moyen résultant de la simulation magnétique

Par définition, la force élémentaire  $\{F_e^\mu\}$  est donnée par [Craveur 08, Cazenave 10] :

$$\{F_e^\mu\} = - \int_{V_e} [N]^T \{f_V^\mu\} dV \quad (5.2.3)$$

Où :

—  $V_e$  est le volume de l'élément.

9. Degrés de liberté

- $[N]$  est appelée matrice de forme. Elle dépend du type d'élément utilisé et contient des fonctions de forme  $N_i$  (aussi appelées fonctions d'interpolation). Dans le cas de notre élément,  $[N]$  est une matrice  $\left( \underbrace{2}_{2\text{ddl}} X \underbrace{8}_{2\text{ddl} X 4\text{noeuds}} \right)$  et s'écrit :

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (5.2.4)$$

- $\{\mathbf{f}_V^\mu\}$  est la force volumique équivalente à la magnétostriction.

Sachant que la matrice de forme est connue, le calcul des forces élémentaires nécessite la connaissance de  $\{\mathbf{f}_V^\mu\}$  (Equation 5.2.3). Dans le cas de notre modèle, permettant de prédire la magnétostriction en régime *quasistatique*, la relation fondamentale de la dynamique (condition d'équilibre) peut s'écrire :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}^\mu) + \mathbf{f}_V^\mu = \mathbf{0} \quad (5.2.5)$$

Où :

- $\boldsymbol{\sigma}^\mu$  : est le champ de contrainte fictive induite par les déformations magnétostrictives.

Sachant que le problème du couplage est supposé 2D (2 ddl), alors la force volumique équivalente à la magnétostriction est donnée par :

$$\mathbf{f}_V^\mu = -\text{div}(\boldsymbol{\sigma}^\mu) \quad (5.2.6)$$

Ou bien :

$$\{\mathbf{f}_V^\mu\} = - [\partial] \cdot \{\boldsymbol{\sigma}^\mu\} = - \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}}_{[\partial]} \underbrace{\begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^\mu \\ \sigma_{yy}^\mu \\ \sigma_{xy}^\mu \end{Bmatrix}}_{\{\boldsymbol{\sigma}^\mu\}} \quad (5.2.7)$$

Ainsi, en combinant les Equations 5.2.3 et 5.2.7, les forces élémentaires s'écrivent :

$$\{F_e^\mu\} = \int_{V_e} [N]^T [\partial] \{\boldsymbol{\sigma}^\mu\} dV = \int_{V_e} [B]^T \{\boldsymbol{\sigma}^\mu\} dV \quad (5.2.8)$$

Où

- $[N]^T [\partial]$  est souvent noté  $[B]^T$  qui est une matrice contenant les dérivées des fonction de forme.
- $\{\boldsymbol{\sigma}^\mu\} = [C] \{\boldsymbol{\varepsilon}^\mu\}$  où  $[C]$  et  $\{\boldsymbol{\varepsilon}^\mu\}$  sont respectivement la matrice de rigidité mécanique du matériau (fonction du module de Young et du coefficient de Poisson) et la déformation magnétostrictive déterminée à l'Equation 2.1.15 (fonction du champ magnétique de l'élément).

Le calcul de force élémentaire est réduit à un simple intégration de volume (Equation 5.2.8) détaillée en Annexe G.

### 5.2.3.2 Assemblage des forces élémentaires $A \{F_e^\mu\}$

L'assemblage des forces élémentaires permet de calculer les forces nodales à partir des forces élémentaires, précédemment définies, pour la simulation mécanique (paragraphe 5.2.4) : grâce à la connectivité des éléments du problème, chaque force nodale est déduite (par sommation) des forces élémentaires associées au nœud considéré. Comme illustre la Figure 5.2.10 dont les éléments associés sont  $e1$ ,  $e2$ ,  $e3$  et  $e4$ , la force nodale du nœud  $n1$  est déduite des forces élémentaires  $\{F_{e1..e4}^\mu\}$ .

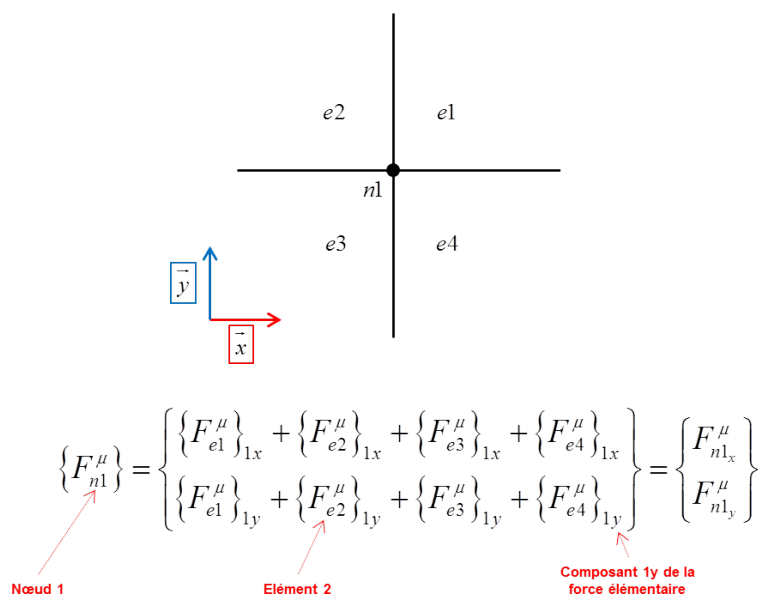


FIGURE 5.2.10 – Calcul de la force nodale  $\{F_{n1}^\mu\}$  au nœud  $n1$  par assemblage des forces élémentaires  $\{F_{e1..e4}^\mu\}$

Ces forces nodales équivalentes à la magnétostriction sont calculées pour tous les nœuds du problème et constituent le chargement à appliquer dans le calcul de structure (paragraphe 5.2.4).

## 5.2.4 Simulation mécanique

À l'instar de la simulation magnétique, la simulation mécanique a été faite dans ANSYS. Le comportement mécanique de la structure sera considéré élastique du fait des faibles valeurs des déformations magnétostrictives. Contrairement à la

simulation magnétique (Figure 5.2.4) où les quatre colonnes avaient des comportements magnétiques différents ( $B(H)$  suivant DL et DT), nous supposons que toutes les colonnes sont mécaniquement isotropes et possèdent le même comportement élastique. Ainsi la simulation mécanique dans ANSYS nécessite (Figure 5.2.11), en plus des forces nodales  $\{F_{n1\dots}^\mu\}$  calculées précédemment, la connaissance du module de Young et du coefficient de Poisson donnés par le fournisseur des tôles.

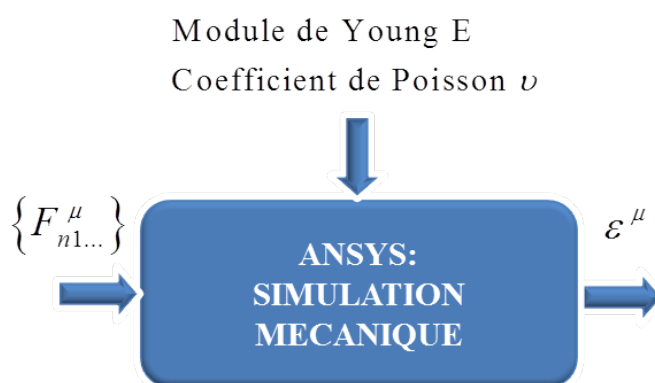


FIGURE 5.2.11 – Principe de la simulation mécanique

Cette hypothèse d'isotropie mécanique, choisie à cause de l'unicité des paramètres mécaniques du fournisseur (un module et un coefficient de Poisson), peut être génératrice d'erreur sur les résultats de simulation. En effet, des mesures faites sur des tôles ferromagnétiques (Figure 5.2.12) montrent une variation du module de Young et du coefficient de poisson dans le plan de la tôle.

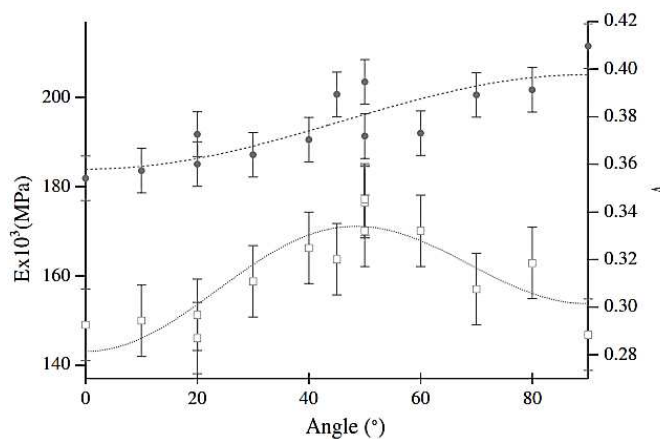


FIGURE 5.2.12 – Variation du module de Young (courbe du haut) et du coefficient de Poisson (courbe du bas) dans le plan d'une tôle ferromagnétique [Hubert 03]

Différentes simulations ont été faites pour analyser les résultats du modèle. Elles ont porté sur :

- l'influence des hypothèses fréquemment considérées dans les problèmes mécaniques dans le plan à savoir l'hypothèse de déformation plane et de contrainte plane : les résultats obtenus dans le plan de la tôle sont très similaires. Cependant, pour l'hypothèse « contrainte plane », la déformation magnétostrictive est non nulle suivant l'axe normal à la tôle ( $\varepsilon_{zz}^\mu \neq 0$ ) contrairement à l'hypothèse « déformation plane ». Par la suite nous considérons l'hypothèse de contrainte plane, car cette dernière est plus adéquate à la géométrie des tôles ferromagnétiques.
- l'influence de la formulation du tenseur de déformation magnétostrictive : le tenseur de magnétostriction (donné dans le chapitre 2 ), rappelé dans l'Equation 5.2.9, suppose que la magnétostriction est identique suivant les deux axes perpendiculaires à l'aimantation. Cependant, à cause du manque d'information sur la magnétostriction dans la direction normale au plan des tôles, l'Equation 5.2.9 peut prendre d'autres formes. Si nous considérons le cas extrême défini par une magnétostriction quasi-nulle suivant la direction normale aux tôles. Alors la magnétostriction, qui est une déformation isochore, peut être donnée par l'Equation 5.2.10. La déformation magnétostrictive de la structure simulée reste invariante à ces deux formulations (Equations 5.2.9 et 5.2.10). En effet, du fait de la géométrie allongée des colonnes du dispositif expérimental, la magnétostriction longitudinale (le long des colonnes) a plus d'impact que la magnétostriction transversale<sup>10</sup> sur la déformation magnétostrictive de la structure.

$$\underline{\varepsilon}_M^\mu = [\lambda_A(\theta) \cdot k^2 + \lambda_B(\theta) \cdot k^4 + \dots] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5.2.9)$$

$$\underline{\varepsilon}_M^\mu = [\lambda_A(\theta) \cdot k^2 + \lambda_B(\theta) \cdot k^4 + \dots] \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.2.10)$$

L'analyse des résultats de simulation passe par l'exploitation de la magnétostriction longitudinale et du champ magnétique simulés (suivant la longueur de la colonne considérée). Ces deux grandeurs seront représentées le long des deux lignes d'évaluation DL et DT (Figure 5.2.13) choisies dans la zone à champ magnétique homogène.

La concordance entre les résultats de simulation (mécanique) en dynamique et en statique de la structure (Annexe H) justifie le choix de simuler en statique le comportement de la structure (paragraphe 5.2.4.1) sous l'effet des forces magnétostrictives. Les conditions limites appliquées (Figure 5.2.14) permettent d'éviter

---

10. Magnétostriction perpendiculaire à la longueur d'une colonne



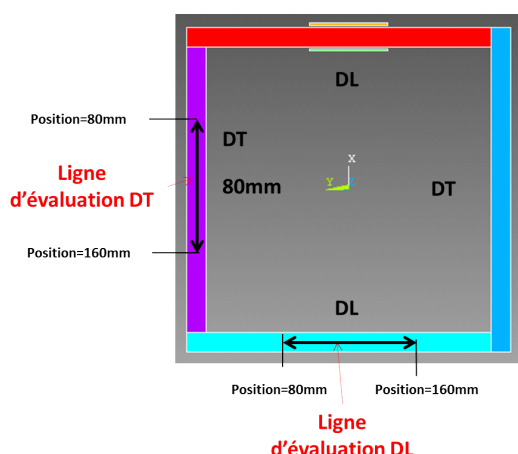


FIGURE 5.2.13 – Lignes d'évaluation (suivant DL et DT) des résultats de simulation du modèle

les mouvements rigides (rotation d'axe  $z$  de la structure, translation suivant  $x$  et  $y$ ) tout en laissant les colonnes libres de se déformer.

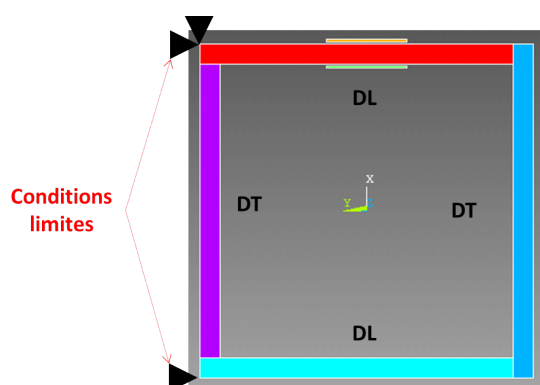


FIGURE 5.2.14 – Conditions limites mécaniques

#### 5.2.4.1 Résultats de simulation et comparaison avec quelques mesures

Les composantes normales ( $\varepsilon_{xx}^\mu$ ,  $\varepsilon_{yy}^\mu$ ) et de cisaillement ( $\varepsilon_{xy}^\mu$ ) sont représentées sur la structure déformée (Figures 5.2.15a, 5.2.15b et 5.2.15c). Comme espéré, nous pouvons noter un allongement plus importante suivant les colonnes  $DT$  que  $DL$ . Ceci peut être dû au fait que, pour un même flux magnétique imposé, la magnétostriction d'une tôle découpée suivant  $DT$  (Figure 4.3.3) est environ 6 fois plus importante que la magnétostriction d'une tôle découpée suivant  $DL$ .

Nous pouvons aussi noter que la composante de cisaillement ( $\varepsilon_{xy}^\mu$ ) est particulièrement élevée au niveau des angles de la structure (Figure 5.2.15c). Ceci est dû au changement de direction du champ magnétique (Figure 5.2.8) qui n'est plus longitudinale à ce niveau. Ce phénomène est assez localisé dans le cadre de notre dispositif qui possède des colonnes allongées. Cependant dans le cas des transformateurs par exemple (Figure 5.1.4), où les colonnes sont moins allongées, ce phénomène de changement de direction du champ magnétique peut beaucoup impacter le comportement de la structure globale.

Les déformations longitudinales des colonnes ont été représentées en fonction du champ magnétique suivant les lignes d'évaluation (Figures 5.2.17 et 5.2.16). Ces résultats montrent une bonne corrélation avec les mesures faites sur SST (chapitre 4), permettant de déduire que la simulation de la structure en 2D que nous avons mise en œuvre permet de prédire le comportement magnétostrictif d'une tôle unique.

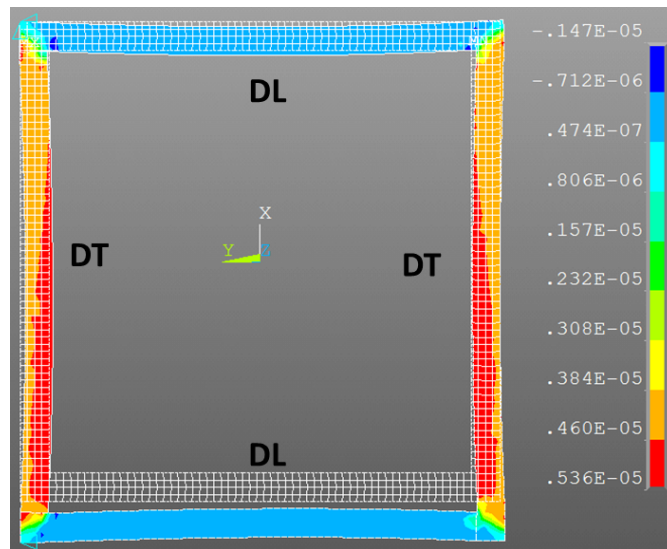
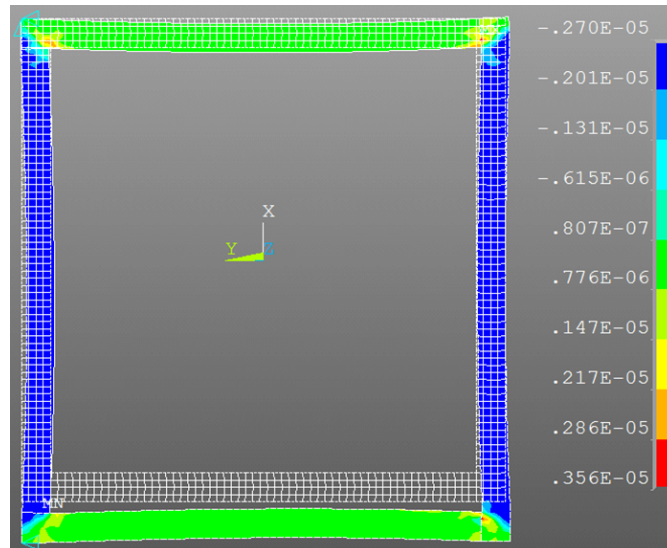
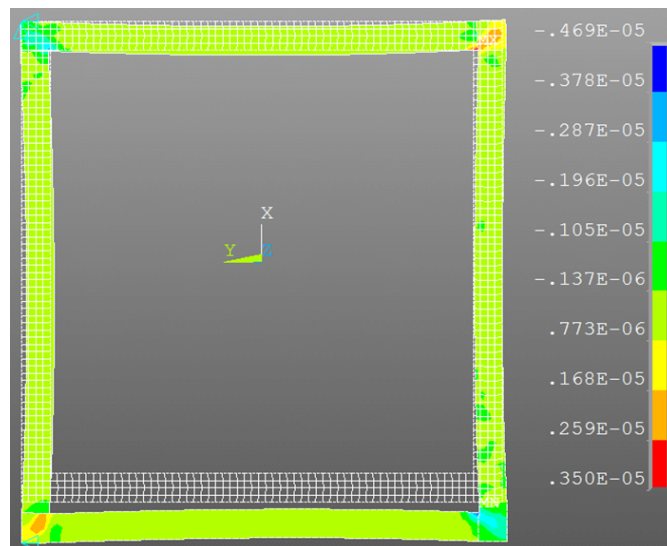
Cependant la comparaison entre les mesures sur le dispositif expérimental et les résultats de simulation est moins évidente. En effet, le dispositif expérimental est composé de plusieurs tôles imprégnées. Donc en toute rigueur, surtout du point de vue mécanique, un modèle 3D détaillé (tôles empilées et collées entre elles par la résine d'imprégnation) ou homogénéisé (calcul des propriétés d'un matériau équivalent à l'assemblage<sup>11</sup>) serait plus proche de la réalité. Toutefois un premier résultat encourageant de comparaison est illustré dans la Figure 5.2.18. Dans cette figure, la magnétostriction simulée à partir de la structure en 2D est comparée au cycle moyen de la magnétostriction mesurée à 50 Hz au milieu de la colonne DT. Ce choix du cycle moyen est dû au fait que notre modèle est anhystérétique. Nous pouvons remarquer une bonne tendance du modèle.

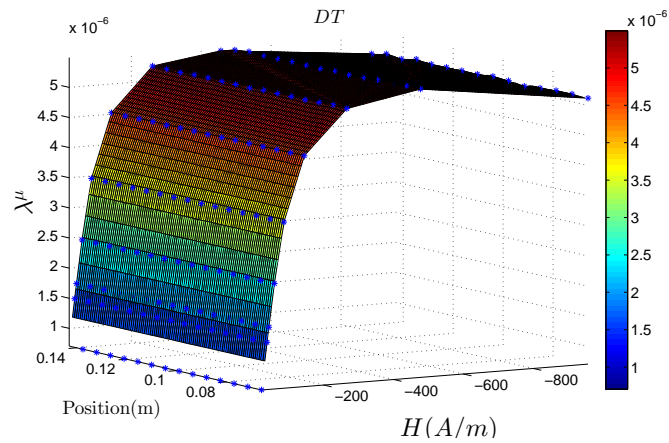
## 5.3 Conclusion

En résumé, nous avons présenté dans ce chapitre un dispositif expérimental permettant d'étudier les déformations induites par l'aimantation des matériaux ferromagnétiques. Afin de prédire la déformation magnétostrictive de la structure ferromagnétique, notre modèle (précédemment proposé (chapitre 2) et caractérisé à partir de tôles identiques à celles de la structure (chapitre 4)) a été intégré dans un outil éléments finis grâce à un couplage faible unidirectionnel. Les premiers résultats obtenus en comparaison avec les premières mesures (Figure 5.2.18) effectuées sur le dispositif de test présenté à la Figure 5.1.1a sont encourageants et donnent de bonnes tendances sur les déformations les plus grandes. Cependant, de plus amples investigations seront nécessaires avant de fiabiliser les prédictions sur

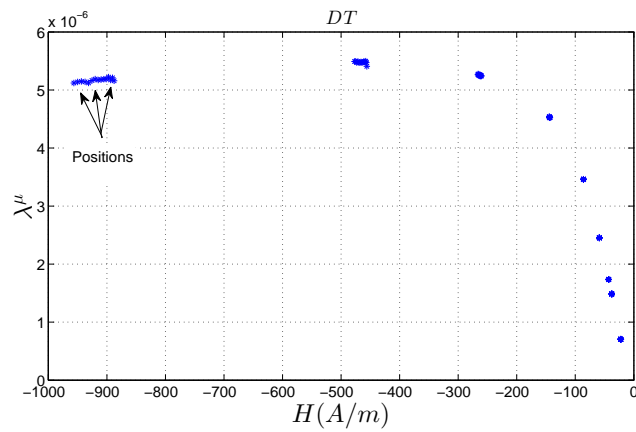
---

11. Tôles+résine d'imprégnation

(a)  $\varepsilon_{xx}^{\mu}$ (b)  $\varepsilon_{yy}^{\mu}$ (c)  $\varepsilon_{xy}^{\mu}$ FIGURE 5.2.15 – Déformation magnétostrictive de la structure (à  $t = \frac{T}{4} = \frac{20ms}{4}$ )

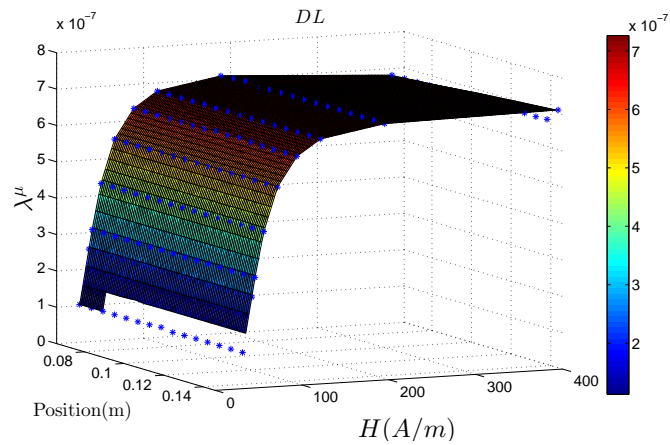


(a) Magnétostriction longitudinale (colonne DT) en fonction du champ magnétique et de la position sur la ligne d'évaluation

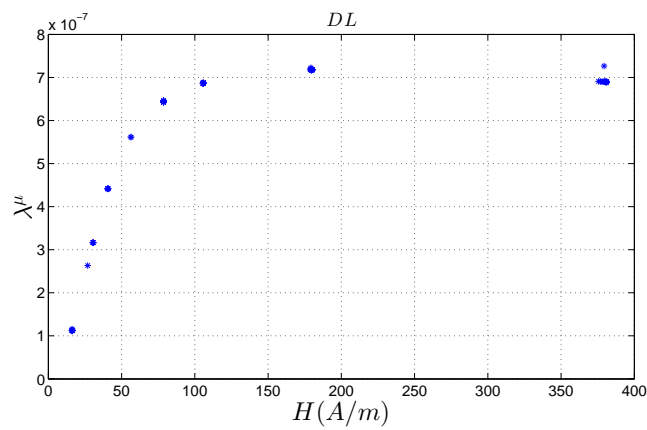


(b) Magnétostriction longitudinale (colonne DT) en fonction du champ magnétique (projection sur le plan  $(H, \lambda^\mu)$  de la Figure 5.2.16a)

FIGURE 5.2.16 – Déformation longitudinale d'une colonne DT



(a) Magnétostriction longitudinale (colonne DL) en fonction du champ magnétique et de la position sur la ligne d'évaluation



(b) Magnétostriction longitudinale (colonne DL) en fonction du champ magnétique (projection sur le plan  $(H, \lambda^\mu)$  de la Figure 5.2.17a)

FIGURE 5.2.17 – Déformation longitudinale d'une colonne DL

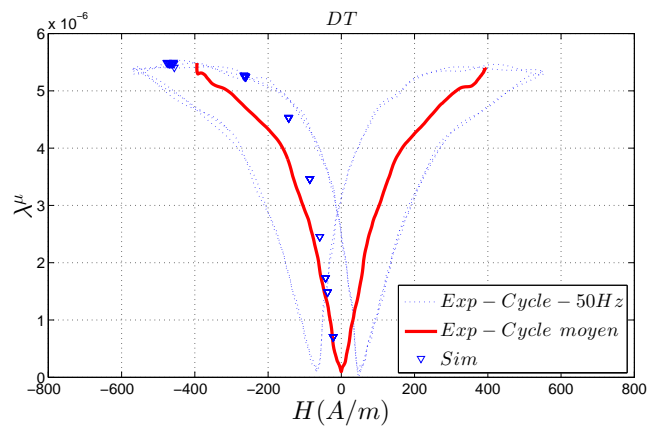


FIGURE 5.2.18 – Comparaison entre magnétostriction mesurée et simulée

des systèmes aussi complets et complexes que des transformateurs industriels.

# Conclusion et perspectives

## Rappel des objectifs et bilan des travaux effectués

Cette thèse, qui s'inscrit dans le contexte de la compréhension des bruits d'origine électrique dans le domaine du ferroviaire, a pour problématique principale de développer un modèle pertinent pour la prédiction de la magnétostriction considérée comme une source de bruit provenant des appareils électriques.

Un état de l'art sur les modèles existants a été fait, avant la proposition d'un modèle et la méthode pour le mettre en œuvre. Ce modèle macroscopique, prenant en compte l'anisotropie magnétique et magnétostrictive des tôles ferromagnétiques, est basé sur la minimisation de différents termes d'énergie identifiés à partir d'expérimentations faites à l'échelle macroscopique. Le modèle ainsi proposé est validé sur deux matériaux ferromagnétiques en Fer Silicium (à grains non orientés) de comportement différents :

- La première validation a été faite avec des données de la littérature.
- La seconde validation a porté sur notre matériau d'étude.

L'application du modèle sur notre matériau d'étude a motivé la mise en place d'un banc de caractérisation permettant de faire des campagnes de mesure magnétiques et magnétostrictives. Ces résultats de mesures ont permis d'identifier les paramètres du modèle afin de bien prédire à la fois l'aimantation et la magnétostriction des tôles étudiées.

Après validation du modèle à l'échelle d'une tôle unique, nous avons appliqué le modèle à l'échelle de la structure (ensemble de tôles imprégnées). Pour cela, un dispositif expérimental a été développé. Celui-ci permet d'étudier deux types de circuits magnétiques (avec et sans entrefer) dont l'un (sans entrefer) est utilisé pour les études purement magnétostrictives. D'autre part, dans l'optique de prédire le comportement magnétostrictif du circuit magnétique sans entrefer, un code a été développé pour intégrer notre modèle dans un outil éléments finis. Ce code fait un couplage magnéto-mécanique faible unidirectionnel pour le calcul de la magnétostriction du circuit magnétique. La magnétostriction a été mesurée sur le circuit magnétique sans entrefer sur le dispositif de test présenté à la Figure 5.1.1a. La comparaison entre les premières mesures et simulations donne de bonnes

tendances.

## Perspectives

Durant cette thèse, différents sujets ont été abordés à savoir : la modélisation de la magnétostriction, les mesures magnétiques (et magnétostrictives) et la modélisation par éléments finis. Ainsi, les perspectives données ci-dessous rentrent dans le cadre de ces sujets.

- Complément sur le modèle :
  - Le modèle proposé, à l'état actuel, est anhystérétique. Il serait intéressant de rajouter l'hystérésis et même l'effet de la fréquence sur le comportement magnétostrictif du matériau en se basant sur le comportement anhystérétique.
  - D'autre part, il est bien connu que les contraintes ont un impact sur le comportement magnétique et magnétostrictif. La prise en compte de cet effet des contraintes permettra d'avoir un modèle plus complet.
- Amélioration des mesures :
  - Le retour d'expérience par rapport aux campagnes de mesures effectuées sur un banc non homologué (chapitre 4) montre différentes problématiques notamment liées à l'asymétrie de la culasse. Ainsi, il serait nécessaire d'envisager la conception d'un dispositif de caractérisation normalisé des tôles (par exemple Figure 5.0.1) pour une meilleure identification des paramètres du modèle et faire une étude systématique des sources d'erreur dans le dispositif.
  - La mesure de la magnétostriction grâce à une jauge de déformation est une grande source d'erreur dans le cadre de la caractérisation de plusieurs tôles découpées suivant différentes directions. Donc pour une telle méthode de caractérisation, il serait plus judicieux de mesurer la déformation magnétostrictive par un dispositif unique (mesure optique par exemple).
- Intégration éléments finis :
  - Nous avons considéré un comportement mécanique isotrope. Cependant il serait intéressant de faire des études (simulations) avec un comportement mécanique anisotrope à l'instar du comportement magnétique et magnétostrictif.
  - Malgré l'utilisation d'une structure ferromagnétique sans entrefer pour éliminer des forces de Maxwell, les simulations (Figure 5.0.2) montrent l'existence de force de Maxwell aux limites du dispositif dues aux fuites. Dès lors, il devient intéressant :
    - d'étudier expérimentalement les champs de fuites, autrement dit la mesure de flux magnétique non canalisé dans le circuit magnétique et



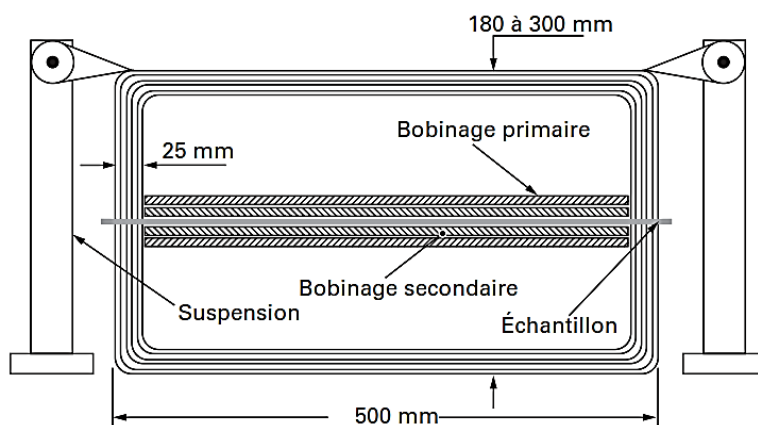


FIGURE 5.0.1 – Cadre à bande unique (SST) normalisé IEC 60404-3 [Fiorillo 09]

tenter de le reproduire sur un modèle de simulation 3D.

- d'étendre notre modèle éléments finis 2D en 3D.
- et d'ajouter les forces de Maxwell aux forces équivalentes à la magnétostriction.

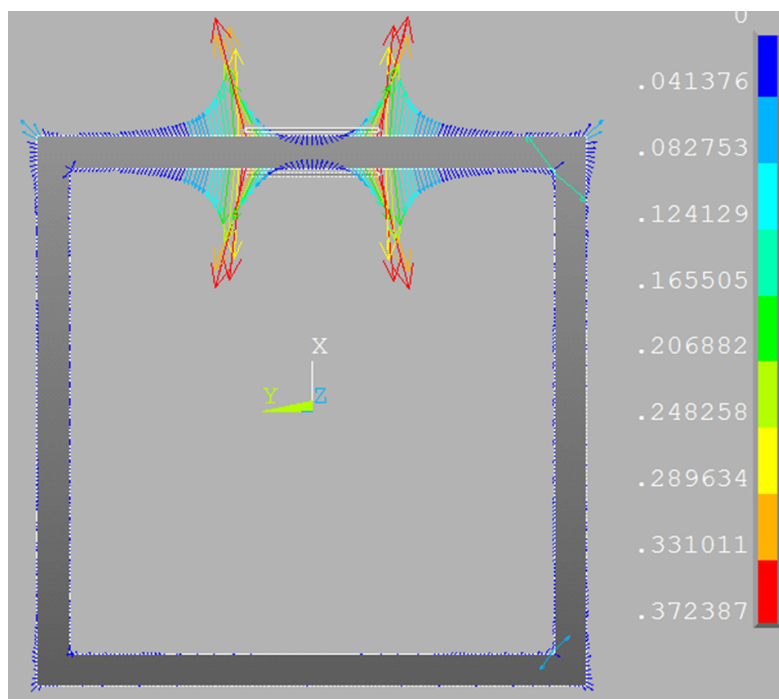


FIGURE 5.0.2 – Forces de Maxwell calculées aux limites de la structure ferromagnétique

# Publications

## Revue internationale

Serigne Saliou Mbengue, Nicolas BUIRON and Vincent LANFRANCHI. *Macroscopic modeling of anisotropic magnetostriction and magnetization in soft ferromagnetic materials*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 404, pages 74-78, 2016.

Serigne Saliou Mbengue, Nicolas BUIRON and Vincent LANFRANCHI. *An Anisotropic Model for Magnetostriction and Magnetization Computing for Noise Generation in Electric Devices*. Sensors, vol. 16, no. 4, pages 553-564, 2016.

## Conférences et distinctions internationales

CEFC 2014 (Conference on Electromagnetic Fields Computation) 25-28 Mai 2014 Annecy (France).

ISEF 2015 (International Symposium on Electromagnetic Fields) 10-12 Septembre 2015 Valencia (Espagne).

COMPEL/Emerald best paper prize for a young researcher at ISEF 2015.

## Conférence nationale

SGE 2014 (Symposium de Génie Electrique) 8-10 juillet. 2014 Cachan (France).



# **Annexes**



## Annexe A

# Origine de la piézoélectricité des matériaux ferroélectriques

Les ferroélectriques présentent des propriétés très intéressantes notamment des coefficients de couplage électromécaniques<sup>1</sup> élevés (jusqu'à 100 fois plus grand que ceux des cristaux) expliquant leur large utilisation dans la conception des transducteurs. Parmi les ferroélectriques, nous pouvons citer les plus connus :

- Les céramiques : leur formule générale est donnée par  $A^{2+}B^{4+}O_3^{2-}$ . Le cation  $A^{2+}$  peut être le Plomb ou le Barium et  $B^{4+}$  peut représenter le Zirconium ou le Titane. Ainsi nous pouvons distinguer le  $BaTiO_3$ <sup>2</sup> et le  $Pb(ZrTi)O_3$ <sup>3</sup> qui sont deux oxydes ferroélectriques à structure perovskite très connus (Figure A.1). Au dessus de la température de Curie  $T_C$ , souvent dépassée lors de la calcination<sup>4</sup>, la maille est en phase cubique. Durant cette phase, caractérisée par une symétrie des charges, la maille est paraélectrique. En dessous de  $T_C$ , la maille évolue vers d'autres phases (quadratique ou tétragonale, orthorhombique etc.) en fonction de la température. Dans le cas illustré ici (Figure A.1), la maille est quadratique (ou tétragonale) : elle s'allonge et les positions relatives des ions  $B^{4+}$  et  $O^{2-}$  changent. Ainsi les barycentres des cations et anions s'écartent induisant ainsi l'apparition d'un moment dipolaire. La maille est alors ferroélectrique et devient sensible au champ électrique externe.
- Les polymères : ils sont souvent synthétiques et se présentent sous forme

---

1. Capacité du matériau à transformer l'énergie mécanique en énergie électrique et vice versa.

2. Le titanate de barium est le premier piézocéramique développé dans le commerce [Smith 05].

3. Le zircono-titanate de plomb, communément noté *PZT*, est une solution solide de  $PbZrO_3$  et de  $PbTiO_3$  et constitue le piézocéramique le plus utilisé dans l'industrie.

4. Phase de synthèse des piézocéramiques consistant à chauffer sous air à 1000°C le mélange de poudre d'oxyde de plomb, de zirconium etc.

de films minces. Le polyfluorure de vinylidène (PVDF) est parmi les plus répandus et est constitué par l'enchaînement de monomère  $[-CH_2-CF_2-]_n$ . Grâce au moment dipolaire spontané du fluor et au passage à la phase  $\beta$  (Figure A.2) qui résulte de l'étirement ou l'introduction de défaut dans la chaîne du polymère, le PVDF offre de très bonnes propriétés piézoélectriques.

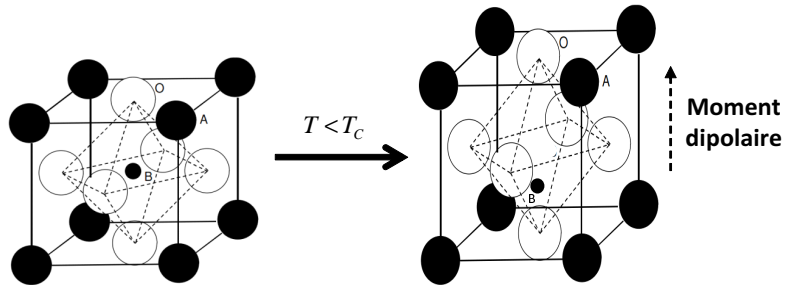


FIGURE A.1 – Structure perovskite en phase cubique et quadratique

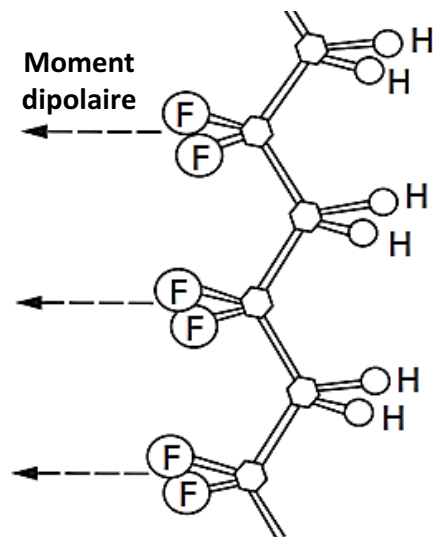


FIGURE A.2 – Chaîne de PVDF en phase  $\beta$  [Papet 12]



# Annexe B

## Ordre magnétique

L'ordre magnétique, autrement dit l'orientation des moments magnétiques, résulte de l'énergie d'interaction d'échange : les moments magnétiques tendent à s'aligner autrement dit à minimiser cette énergie décrite dans le paragraphe B.1. Selon l'intensité et le signe de l'intégrale d'échange entre deux atomes  $i$  et  $j$  ( $I_{ij}$ ), propre à chaque matériau, nous pouvons noter différentes configurations permettant de classer les matériaux magnétiques principalement en quatre grandes familles (Tableau B.1).

### B.1 L'énergie d'interaction d'échange

L'énergie d'interaction d'échange est due à une interaction électrostatique plus ou moins importante entre les électrons des *atomes voisins* : Elle décroît très vite avec la distance (Figure B.1). Dans le cas de deux atomes voisins  $i$  et  $j$ , cette énergie introduite par Heisenberg en 1929, est donnée par la relation [Pauthenet 83] :

$$E_{ech} = -2I_{ij}\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \quad (\text{B.1.1})$$

$I_{ij}$  : L'intégral d'échange entre les atomes  $i$  et  $j$ .

$\vec{S}_i$  et  $\vec{S}_j$  : Les spins des atomes  $i$  et  $j$ .

Etant donné que le spin d'un atome  $i$  est directement lié à son moment magnétique total par la relation [Pauthenet 83] :

$$\vec{m}_i = -2\vec{S}_i\mu_B \quad (\text{B.1.2})$$

Alors l'interaction d'échange entre deux atomes peut s'écrire sous la forme [Lacheisserie 00] :

$$E_{ech} = -\mu_0 n_{ij} \vec{m}_i \cdot \vec{m}_j \quad (\text{B.1.3})$$

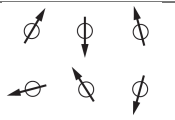
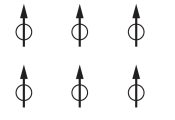
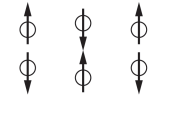
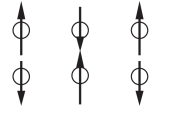
Configuration magnétique	Orientation des moments magnétiques	Caractérisation
Paramagnétisme ( $I_{ij} \simeq 0$ )		Orientation aléatoire des moments (aimantation globale ou moment global nul).
Ferromagnétisme ( $I_{ij} > 0$ )		Moments magnétiques parallèles et orientés dans le même sens.
Antiferromagnétisme ( $I_{ij} < 0$ )		Orientation alternativement opposée des moments de même norme.
Ferrimagnétisme ( $I_{ij} < 0$ )		Orientation alternativement opposée des moments mais de normes différentes.

TABLE B.1 – Les configurations magnétiques classiques

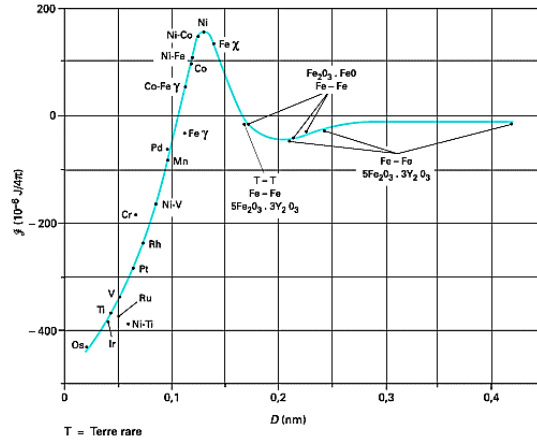


FIGURE B.1 – Variation de l'intégrale d'échange en fonction de la distance  $D$  entre couches magnétiques de deux atomes ou deux ions voisins [Geoffroy 06]

Avec :

$$n_{ij} = \frac{I_{ij}}{2\mu_0\mu_B^2} \quad (\text{B.1.4})$$

Ainsi l'interaction d'échange par unité de volume est donnée par :

$$E_{éch} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_{i,j \neq i} n_{ij} \vec{m}_i \cdot \vec{m}_j \quad (\text{B.1.5})$$

En définissant le champ magnétique local vu par le moment magnétique de l'atome  $i$  par :

$$\vec{H}_i = \sum_{j \neq i} n_{ij} \vec{m}_j \quad (\text{B.1.6})$$

Alors l'interaction est de la forme :

$$E_{éch} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i \vec{m}_i \cdot \vec{H}_i \quad (\text{B.1.7})$$

En introduisant la notion de champ moléculaire, proposée par Pierre Weiss, selon laquelle le champ magnétique local vu par l'atome  $i$  (autrement dit l'effet des moments magnétiques  $j$  sur  $i$ ) peut être assimilé à sa moyenne temporelle à température donnée :

$$\vec{H}_m = \langle \vec{H}_i \rangle_T = \sum_{j \neq i} n_{ij} \langle \vec{m}_j \rangle_T \quad (\text{B.1.8})$$

Et en faisant l'hypothèse que les moments magnétiques  $j$  sont identiques :  $\langle \vec{m}_j \rangle_T = \langle \vec{m} \rangle_T$ . Alors :

$$\vec{H}_m = w \vec{M} \quad (\text{B.1.9})$$

$w = \frac{\sum_{j \neq i} n_{ij}}{N}$  : le coefficient de champ moléculaire.

$N$  : le nombre d'atome par unité de volume.

$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dv}$  : l'aimantation

Ainsi l'expression de la densité volumique de l'interaction d'échange incluant la théorie du champ moléculaire est :

$$E_{\text{éch}} = -\frac{\mu_0}{2} w M^2 \quad (\text{B.1.10})$$

## B.2 Influence de la température sur l'ordre magnétique

La loi de Curie<sup>1</sup> met en évidence la dépendance de l'ordre magnétique à la température. Ainsi au-delà d'une certaine température appelé température de Curie ou de Néel, l'agitation thermique des atomes est suffisamment forte pour vaincre les interactions d'échange d'où le passage du matériau magnétique à l'état paramagnétique.

Cette relation entre température et ordre magnétique permet d'approximer l'intégrale d'échange [Waeckerlé 10].

$$I_{ij} \simeq 0, 1 \text{ à } 0, 6 * kT_C \quad (\text{B.2.1})$$

Où  $k$  est la constante de Boltzmann

Cette propriété du matériau est utilisée pour la désaimantation<sup>2</sup> des matériaux magnétiques.

---

1. Dépendance de la susceptibilité à la température.

2. Annulation de l'aimantation globale.

## Annexe C

# Modèle multiéchelle : localisation de la contrainte $\underline{\underline{\underline{\sigma}}}^I$

En supposant le comportement mécanique du cristal est isotrope, la déformation totale du cristal est liée à la magnétostriction par [Daniel 07] :

$$\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^I = \underline{\underline{\underline{S}}}^E : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{\mu I} \quad (\text{C.0.1})$$

Avec  $\underline{\underline{\underline{S}}}^E$  le tenseur d'Eshelby dépend entre autres de l'orientation, de la forme du cristal et de son élasticité.

On montre que :

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}}^I = \underline{\underline{\underline{\Sigma}}} + \underline{\underline{\underline{C}}} : \left( \underline{\underline{\underline{S}}}^{E-1} - \underline{\underline{\underline{I}}} \right) : \left( \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^m - \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^I \right) \quad (\text{C.0.2})$$

Avec  $\underline{\underline{\underline{C}}}$  et  $\underline{\underline{\underline{I}}}$  les tenseurs de rigidité du polycristal et d'identité.

Etant donné que le tenseur de déformation totale est la somme de la magnétostriction et de la déformation élastique, alors :

$$\underline{\underline{\underline{\sigma}}}^I = \underline{\underline{\underline{B}}}^I : \underline{\underline{\underline{\Sigma}}} + \underline{\underline{\underline{L}}} : \left( \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{\mu m} - \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{\mu I} \right) \quad (\text{C.0.3})$$

Avec  $\underline{\underline{\underline{C}}}^I$  le tenseur de rigidité du cristal :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\underline{B}}}^I &= \underline{\underline{\underline{C}}}^I : \left( \underline{\underline{\underline{C}}}^I + \underline{\underline{\underline{C}}} : \left( \underline{\underline{\underline{S}}}^{E-1} - \underline{\underline{\underline{I}}} \right) \right)^{-1} : \left( \underline{\underline{\underline{C}}} + \underline{\underline{\underline{C}}} : \left( \underline{\underline{\underline{S}}}^{E-1} - \underline{\underline{\underline{I}}} \right) \right) : \underline{\underline{\underline{C}}}^{-1} \\ \underline{\underline{\underline{L}}} &= \underline{\underline{\underline{C}}}^I : \left( \underline{\underline{\underline{C}}}^I + \underline{\underline{\underline{C}}} : \left( \underline{\underline{\underline{S}}}^{E-1} - \underline{\underline{\underline{I}}} \right) \right)^{-1} : \underline{\underline{\underline{C}}} : \left( \underline{\underline{\underline{S}}}^{E-1} - \underline{\underline{\underline{I}}} \right) \end{cases} \quad (\text{C.0.4})$$



## Annexe D

# Enthalpie libre d'un domaine de cristal

**NB :** Dans cette partie les formules écrites sont valables pour un cristal de symétrie cubique isolé.

A l'échelle du cristal, la magnétostriction est bien décrite par la thermodynamique. En effet, la non linéarité des phénomènes magnétostrictifs font que la thermodynamique est souvent utilisée pour modéliser ces derniers. Cela nécessite une connaissance de l'énergie interne du système<sup>1</sup> isolé  $U$  :

D'un point de vue purement magnétique, les modèles traitant à l'échelle du cristal [Mudivarthi 10] prennent en compte que l'énergie d'anisotropie magnétocristalline au détriment de l'énergie de champ démagnétisant et l'énergie d'interaction d'échange. Cette hypothèse est assez raisonnable car d'une part les interactions d'échange existent juste au niveau des parois de Bloch à cause du gradient de la direction de l'aimantation. D'autre part, l'échelle de définition du modèle fait que les interactions lointaines (champ démagnétisant) sont très faibles par rapport à l'interaction d'échange.

A cette contribution purement magnétique s'ajoutent les énergies dues à la déformation du cristal autrement dit l'énergie magnétoélastique et l'énergie élastique  $E_{el}$  sous réserve que le cristal soit déformable.

En supposant [Mudivarthi 10] que la variation de l'entropie du matériau est négligeable et que le processus d'aimantation est isotherme, l'énergie interne du système est donnée par :

$$U = E_K + E_{magel} + E_{el} \quad (\text{D.0.1})$$

Dans le cas d'une symétrie cubique :

---

1. Domaine du cristal ferromagnétique déformable

$$\left\{ \begin{array}{l} E_K \\ E_{magel} \\ E_{el} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} = K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2) \\ = b_1 \left[ \varepsilon_{11} \left( \alpha_1^2 - \frac{1}{3} \right) + \varepsilon_{22} \left( \alpha_2^2 - \frac{1}{3} \right) + \varepsilon_{33} \left( \alpha_3^2 - \frac{1}{3} \right) \right] + b_2 (\varepsilon_{12} \alpha_1 \alpha_2 + \varepsilon_{23} \alpha_2 \alpha_3 + \varepsilon_{31} \alpha_3 \alpha_1) \\ = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}}_{\text{tenseur des rigidités}} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (D.0.2)$$

Lorsque le cristal isolé est soumis à un champ magnétique  $\mathbf{H}_0$  et un champ de contrainte extérieur  $\underline{\underline{\sigma}}$  supposés uniforme dans le cristal, son énergie interne est modifiée et retrouve un nouvel état d'équilibre donné par la minimisation de son enthalpie libre.

Ainsi, en considérant  $\varepsilon_{ij}$  et les  $\alpha_i$  avec  $i, j = \{1, 2, 3\}$  comme étant les variables d'état du système donc indépendantes, l'enthalpie libre est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{H}(\alpha_i, \varepsilon) \\ \text{Avec} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} = E_K + E_{magel} + E_{el} - W_Z - W_{mec} \\ \left\{ \begin{array}{l} W_Z = \mu_0 M_S \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{0_1} \\ H_{0_2} \\ H_{0_3} \end{bmatrix} \\ W_{mec} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{22} & \sigma_{33} & \sigma_{12} & \sigma_{23} & \sigma_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{bmatrix} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (D.0.3)$$

La déformation à l'équilibre est donnée par l'équation :

$$\varepsilon_{eq} / \frac{\partial \mathcal{H}(\alpha_i, \varepsilon)}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial (E_{magel} + E_{el} - W_{mec})}{\partial \varepsilon} = 0 \quad (D.0.4)$$

En introduisant l'expression de cette déformation à l'équilibre (Equation D.0.4) dans l'enthalpie libre (Equation D.0.3), on trouve un potentiel énergétique d'un



---

domaine qui ne dépend que de l'orientation de l'aimantation dans le domaine. Il est donné par [Mudivarthi 08] :

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}(\alpha_i) = & [(K_1 + \Delta K_1) (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2)] \\
& + \left\{ -\frac{3}{2} \lambda_{100} \left[ \sigma_{11} \left( \alpha_1^2 - \frac{1}{3} \right) + \sigma_{22} \left( \alpha_2^2 - \frac{1}{3} \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. \sigma_{33} \left( \alpha_3^2 - \frac{1}{3} \right) \right] - 3 \lambda_{111} (\sigma_{12} \alpha_1 \alpha_2 + \sigma_{13} \alpha_1 \alpha_3 + \sigma_{32} \alpha_3 \alpha_2) \right\} \\
& - [\mu_0 M_S (\alpha_1 H_{01} + \alpha_2 H_{02} + \alpha_3 H_{03})]
\end{aligned} \tag{D.0.5}$$

Avec  $\Delta K_1$  l'anisotropie induite par la magnétostriction :

$$\Delta K_1 = \frac{9}{4} [\lambda_{100}^2 (c_{11} - c_{12}) - 2 \lambda_{111}^2 c_{44}] \tag{D.0.6}$$

Cette énergie correspond à  $\Delta K_1$  près au potentiel énergétique d'orientation d'un domaine noté ici  $E^\alpha$  utilisé par Armstrong. Ce dernier est équivalent au travail nécessaire par unité de volume pour faire tourner l'aimantation d'une direction quelconque à une direction de référence. Il est utilisé dans les modèles multiéchelles décrivant la magnétostriction et l'aimantation.



## Annexe E

# Reconstitution du tenseur de déformation par mesure

La rosette présentée ici (Figure E.1) permet de mesurer instantanément les déformations  $\lambda_{\bar{a}}$ ,  $\lambda_{\bar{b}}$  et  $\lambda_{\bar{c}}$  au point M appliqué. Ainsi on peut écrire :

$$\begin{cases} \lambda_{\bar{a}} = \varepsilon_{xx} \cos^2(\theta_{\bar{a}}) + \varepsilon_{yy} \sin^2(\theta_{\bar{a}}) + \widehat{\gamma_{xy}}^{2\varepsilon_{xy}} \sin(\theta_{\bar{a}}) \cos(\theta_{\bar{a}}) \\ \lambda_{\bar{b}} = \varepsilon_{xx} \cos^2(\theta_{\bar{b}}) + \varepsilon_{yy} \sin^2(\theta_{\bar{b}}) + \gamma_{xy} \sin(\theta_{\bar{b}}) \cos(\theta_{\bar{b}}) \\ \lambda_{\bar{c}} = \varepsilon_{xx} \cos^2(\theta_{\bar{c}}) + \varepsilon_{yy} \sin^2(\theta_{\bar{c}}) + \gamma_{xy} \sin(\theta_{\bar{c}}) \cos(\theta_{\bar{c}}) \end{cases} \quad (\text{E.0.1})$$

Où :

$$\begin{cases} \theta_{\bar{a}} = 0^\circ \\ \theta_{\bar{b}} = 45^\circ \\ \theta_{\bar{c}} = 90^\circ \end{cases} \quad (\text{E.0.2})$$

Ainsi :

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \lambda_{\bar{a}} \\ \varepsilon_{yy} = \lambda_{\bar{c}} \\ \gamma_{xy} = 2\lambda_{\bar{b}} - (\lambda_{\bar{a}} + \lambda_{\bar{c}}) \end{cases} \quad (\text{E.0.3})$$

Le tenseur de déformation admet deux déformations principales données par :

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \quad (\text{E.0.4})$$

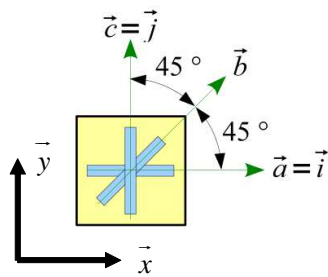


FIGURE E.1 – Rosette d'extensométrie  $45^\circ$  [Debard 11]

## Annexe F

# Caractérisation des capteurs h-coil et b-coil

La caractérisation ou étalonnage du h-coil et b-coil consiste à estimer leurs sections. Cette opération doit être faite avant chaque utilisation du capteur. Pour ce faire, nous allons utiliser un solénoïde permettant d'imposer un champ magnétique connu puis mesurer la tension induite par le Hcoil ou le Bcoil (Figure F.1).

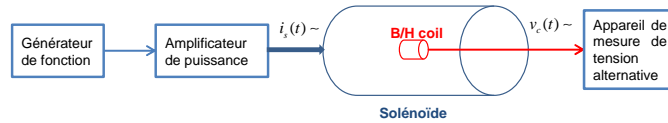


FIGURE F.1 – Principe de l'étalonnage h/b-coil

La loi de Lenz permet de dire que :

$$v_c(t) = N_{sp_{h/bcoil}} \cdot \mu_0 \cdot s_{h/bcoil} \cdot \frac{dh_s}{dt} \quad (\text{F.0.1})$$

Où :

- $N_{sp_{h/bcoil}}$  est le nombre de spires du h-coil ou b-coil.
- $\mu_0$  est la perméabilité du vide.
- $s_{h/bcoil}$  est la section du h-coil ou b-coil.
- $h_s = \frac{N_s i_s}{L_s}$  est le champ magnétique créé par le solénoïde
- $L_s$  la longueur du solénoïde
- $N_s$  nombre de spires du solénoïde

Ainsi en régime alternatif l'amplitude de la tension induite est liée à<sup>2</sup> celle du courant dans le solénoïde par la relation :

$$\hat{v}_c = N_{sp_{h/bcoil}} \cdot \mu_0 \cdot s_{h/bcoil} \cdot \frac{N_s \hat{i}_s}{L_s} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \quad (\text{F.0.2})$$

Cette relation permet de déduire une section moyenne du h/b-coil.

Pour notre cas, le h-coil et le b-coil sont respectivement caractérisé par :

$$h - coil / \begin{cases} N_{sp_{hcoil}} & = 100spires \\ S_{hcoil} & = 4,15791.10^{-5}m^2 \end{cases} \quad (F.0.3)$$

$$b - coil / \begin{cases} N_{sp_{bcoil}} & = 130spires \\ S_{bcoil} & = 6,9744.10^{-5}m^2 \end{cases} \quad (F.0.4)$$

## Annexe G

# Calcul de forces élémentaires

Dans le repère du matériau ( $DL, DT$ ) qu'on note ici  $(\vec{x}, \vec{y})$ , la force élémentaire est donnée par :

$$\{F_e^\mu\} = \int_{V_e} [B]^T \{\sigma^\mu\} dV \quad (\text{G.0.1})$$

$$[B] = [\partial]^T [N] \quad (\text{G.0.2})$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (\text{G.0.3})$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & N_{2,x} & 0 & N_{3,x} & 0 & N_{4,x} & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & N_{2,y} & 0 & N_{3,y} & 0 & N_{4,y} \\ N_{1,y} & N_{1,x} & N_{2,y} & N_{2,x} & N_{3,y} & N_{3,x} & N_{4,y} & N_{4,x} \end{bmatrix}}_{\text{Dérivées partielles des } N_i} \quad (\text{G.0.4})$$

Sachant que les fonctions de forme  $N_i$  sont données [Cazenave 10] dans le repère unitaire de l'élément (Figure G.1) par :

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi_i \xi) (1 + \eta_i \eta) \quad (\text{G.0.5})$$

Alors le calcul de  $\{F_e^\mu\}$  nécessite la connaissance de la matrice jacobienne  $[J]$  permettant la transformation de la matrice  $[B]$  :

$$\begin{Bmatrix} N_{i,x} \\ N_{i,y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} N_{i,\xi} \\ N_{i,\eta} \end{Bmatrix} \quad (\text{G.0.6})$$

Avec

$$[J] = \begin{bmatrix} N_{1,\xi} & N_{2,\xi} & N_{3,\xi} & N_{4,\xi} \\ N_{1,\eta} & N_{2,\eta} & N_{3,\eta} & N_{4,\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{bmatrix} \quad (\text{G.0.7})$$

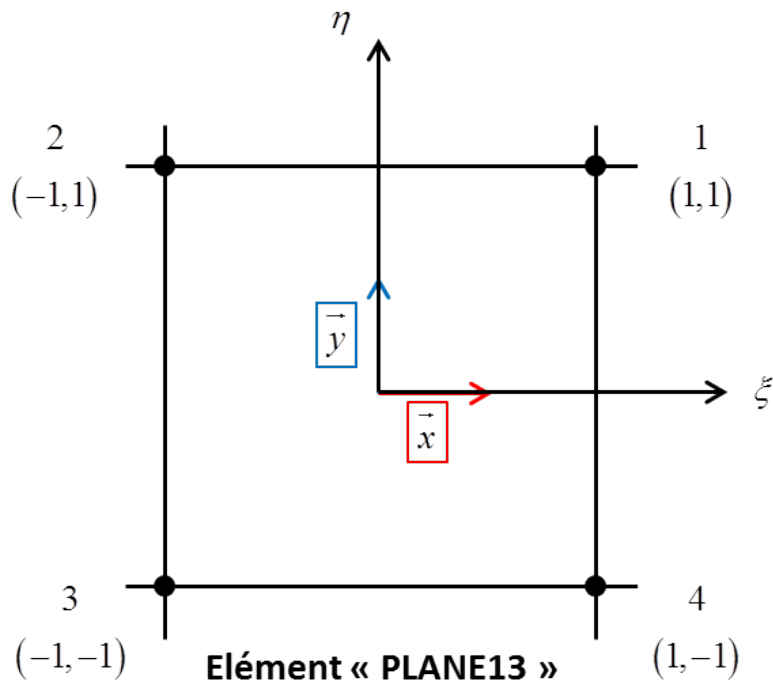


FIGURE G.1 – Repère unitaire de l'élémentaire

Les relations précédentes permettent d'écrire l'expression de la force élémentaire dans le repère unitaire :

$$\{F_e^\mu\} = e \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]_{\eta,\xi}^T \{\sigma^\mu\} \det [J] d\xi d\eta \quad (\text{G.0.8})$$

Où :

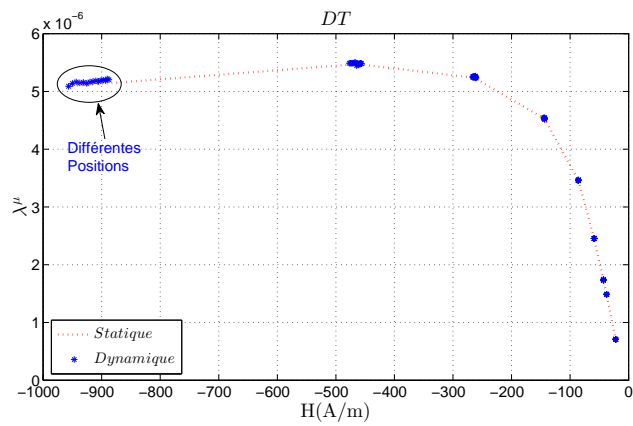
- $e$  est l'épaisseur de la géométrie .
- $[B]_{\eta,\xi}$  est la matrice des dérivées des fonctions de forme donnée dans le repère unitaire de l'élément.
- $\{\sigma^\mu\}$  dépend du champ moyen constant dans l'élément.
- $\det [J]$  est le déterminant de la matrice jacobienne



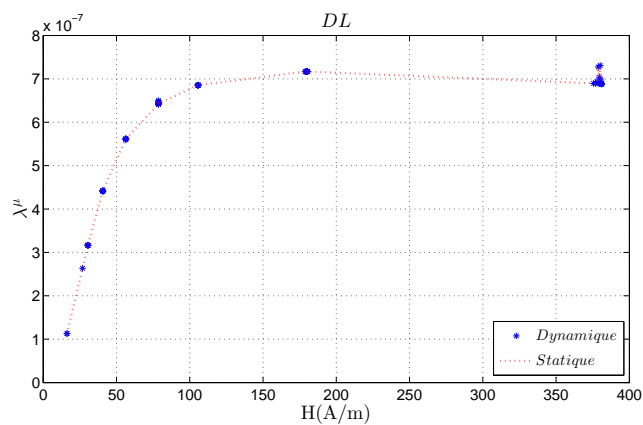
## **Annexe H**

# **Comparaison entre simulation dynamique et simulation statique (mécanique) de la structure ferromagnétique (dispositif expérimental)**

La structure ferromagnétique a été simulée en dynamique et en statique. La particularité de la simulation dynamique est que, ANSYS rajoute les forces inertielles, due à la masse volumique de la structure de l'accélération. La Figure H.1 montre les mêmes résultats pour les deux types de simulation. Ceci peut justifier la restriction à l'étude statique dans les simulations de la magnétostriction des structures [Delaere 01].



(a) Magnétostriction suivant DT



(b) Magnétostriction suivant DL

FIGURE H.1 – Comparaison entre simulation dynamique et statique

# Bibliographie

- [Adly 96] A. A. Adly & I. D. Mayergoyz. *Magnetostriction Simulation Using Anisotropic Vector Preisach-Type Models*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 32, no. 5, pages 4773–4775, 1996.
- [Adly 97] A. A. Adly, I. D. Mayergoyz & A. Bergqvist. *Utilizing anisotropic preisach-type models in the accurate simulation of magnetostriction*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 5, pages 3931–3933, 1997.
- [Antonelli 05] E. Antonelli, E. Cardelli & A. Faba. *Epstein Frame : How and When It Can Be Really Representative About the Magnetic Behavior of Laminated Magnetic Steels*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 5, pages 1516–1519, 2005.
- [Armstrong 97] William D. Armstrong. *Magnetization and magnetostriction processes in Tb(0.27-0.30)Dy(0.73-0.70)Fe(1.9-2.0)*. Journal of Applied Physics, vol. 81, no. 5, pages 2321–2326, 1997.
- [Ban 03] Gabor Ban. *Model to evaluate the AC-DC magnetostriction characteristics of SiFe electrical steels*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, pages 324–327, 2003.
- [Barthelemy 05] Barthelemy. *Approche micromécanique de la rupture et de la fissuration dans les géomatériaux*. PhD thesis, Ecole nationale des ponts et chaussées, 2005.
- [Belahcen 15] Anouar Belahcen, Deepak Singh, Paavo Rasilo & Floran Martin. *Anisotropic and Strain-Dependent Model of Magnetostriction in Electrical Steel Sheets*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 51, no. 3, pages 2–5, 2015.
- [Bernard 11] Laurent Bernard, Xavier Mininger, Laurent Daniel, Guillaume Krebs & Frédéric Bouillault. *Effect of Stress on Switched Reluctance Motors : A Magneto-Elastic Finite-Element Approach Based on Multiscale Constitutive Laws*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, no. 9, pages 2171–2178, 2011.

- [Besbes 95] M Besbes. Contribution à la modélisation numérique des phénomènes couples magneto-élastiques : Application à l'étude des vibrations d'origine magnétique dans les MRV. 1995. [www](#)
- [Brissonneau 97] Brissonneau. Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique. Hermes Science Publications, 1997. [www](#)
- [Buiron 00] Buiron. *Modélisation multiéchelle du comportement magnéto-élastique couplé des ferromagnétique doux*. PhD thesis, Ecole normale supérieure de Cachan, 2000.
- [Cazenave 10] Michel Cazenave. *Méthode des éléments finis : approche pratique en mécanique des structures*. 2010. [www](#)
- [Chapas 04] Chapas. *Composants de l'électrotechnique en traction ferroviaire et appareillage*. Techniques de l'Ingénieur, 2004. [www](#)
- [Cornut 96] B. Cornut, A. Kedous-Lebouc & Th. Waeckerlé. *From metallurgy to modelling of electrical steels\_a multiple approach to their behaviour and use based on physics and experimental investigations*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 160, pages 102–108, 1996.
- [Craveur 08] Jean-charles Craveur. Modélisation des éléments finis. DUNOD, 2008.
- [Cullity 09] B. D. Cullity & C. D. Graham. Introduction to magnetic materials. WILEY, 2009.
- [Daniel 03] Laurent Daniel. *Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés*. PhD thesis, Ecole normale supérieure de Cachan, 2003.
- [Daniel 07] Laurent Daniel, Olivier Hubert, Nicolas Buiron & René Billardon. *Reversible magneto-elastic behavior : A multiscale approach*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 56, no. 3, pages 1018–1042, mar 2007. [www](#)
- [Daniel 08] L. Daniel & N. Galopin. *A constitutive law for magnetostrictive materials and its application to Terfenol-D single and polycrystals*. The European Physical Journal Applied Physics, vol. 42, no. 2, pages 153–159, 2008.
- [Daniel 09] L. Daniel & O. Hubert. *An analytical model for the  $\Delta E$  effect in magnetic materials*. The European Physical Journal Applied Physics, vol. 45, no. 3, page 31101, 2009. [www](#)
- [Debard 11] Yves Debard. *Elasticité*, 2011. <http://iut.univ-lemans.fr/ydlogi/cours/elasticite.pdf>

- [Delaere 01] Koen Delaere, Ward Heylen, Ronnie Belmans & Kay Hameyer. *Finite element based expressions for Lorentz, reluctance and magnetostriction forces*. COMPEL : The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, vol. 20, no. 1, pages 20–31, 2001.
- [Fiorillo 02] F. Fiorillo, L. R. Dupré, C. Appino & a. M. Rietto. *Comprehensive model of magnetization curve, hysteresis loops, and losses in any direction in grain-oriented Fe-Si*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, no. 3, pages 1467–1476, 2002.
- [Fiorillo 05] Fausto Fiorillo, Carlo Appino & Massimo Pasquale. *Hysteresis in Magnetic Materials*, volume I. Elsevier, 2005.
- [Fiorillo 09] Fausto Fiorillo. *Mesures magnétiques-Mesurage des propriétés magnétiques des matériaux*. Techniques de l'Ingénieur, vol. 33, no. 0, pages 0–18, 2009.
- [Galopin 07] Nicolas Galopin. *Modélisation et caractérisation de matériaux actifs pour la conception de dispositifs magnéto-électriques*. PhD thesis, Université Paris-Sud 11, 2007.
- [Geoffroy 06] Olivier Geoffroy. *Physique des matériaux magnétiques*. Techniques de l'Ingénieur, vol. 33, no. 0, pages 0–20, 2006. [www](#)
- [Geoffroy 12] Olivier Geoffroy. *Propriétés techniques des matériaux magnétiques*. Techniques de l'Ingénieur, vol. 33, no. 0, pages 0–24, 2012.
- [Hilgert 07] Tom Hilgert, Lieven Vandeveld, Jan Melkebeek & Senior Member. *Comparison of magnetostriction models for use in calculations of vibrations in magnetic cores*. IEEE Transactions on Magnetics, no. 6, pages 1–4, 2007.
- [Hubert 03] O Hubert, L Daniel & R Billardon. *Experimental analysis of the magnetoelastic anisotropy of a non-oriented silicon iron alloy*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 255, pages 352–354, 2003.
- [Jang 12] Pyungwoo Jang & Gwangbo Choi. *Acoustic Noise Characteristics and Magnetostriction of Fe-Si Powder Cores*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, no. 4, pages 1549–1552, 2012.
- [Javorski 13] Matija Javorski. *A Generalized Magnetostrictive-Forces Approach to the Computation of the Magnetostriction-Induced Vibration of Laminated Steel Structures*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 49, no. 11, pages 5446–5453, 2013.

- [Jiles 92] D.C. Jiles, J.B. Thoelke & M.K. Devine. *Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 28, no. 1, pages 27–35, 1992. [www](#)
- [Jiles 95] D C Jiles & M K Devine. *The law of approach as a means of modelling the magnetomechanical effect*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 144, pages 1881–1882, 1995.
- [Kubiak 06] Witold Kubiak. *Identification of magnetostriction vibrations in power transformers*. Zeszyty Naukowe. Elektryka / Politechnika Łódzka, no. 979, 2006.
- [Lacheisserie 68] Etienne Lacheisserie. *Relations entre les coefficients d'anisotropie et de couplage magnétoélastique dans les cristaux cubiques et hexagonaux*. Le journal de physique, vol. 29, pages 1066–1074, 1968.
- [Lacheisserie 00] Etienne Lacheisserie. Magnétisme I-Fondements. EDP sciences, 2000.
- [Lundgren 99] Anders Lundgren. *On measurement and modelling of 2D magnetization and magnetostriction of SiFe sheets*. PhD thesis, Royal Institute of Technology Electric Power Engineering Stockholm, 1999.
- [Mars 04] J Mars. *Traitement du signal pour géologues et géophysiciens : Techniques avancées*. Publications de l'Institut Français du Pétrole. Technip, 2004. [www](#)
- [Mayergoyz 03] I. D. Mayergoyz. *Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications*, volume 56. Elsevier, 2003. [www](#)
- [Mohammed 01] O. a. Mohammed, T. Calvert & R. McConnell. *Coupled magnetoelastic finite element formulation including anisotropic reluctance tensor and magnetostriction effects for machinery applications*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 37, no. 5 I, pages 3388–3392, 2001.
- [Mohammed 02] O. A. Mohammed, L. Petersen & R. Mcconnell. *Transient Modeling of Coupled Magnetoelastic Problems in Electric Machines*. Power Engineering Society Summer Meeting, pages 281–287, 2002.
- [Moses 15] Anthony J Moses, Philip I Anderson & Sakda Somkun. *Modeling 2-D Magnetostriction in Nonoriented Electrical Steels Using a Simple Magnetic Domain Model*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 51, no. 5, 2015.

- [Mudivarthi 08] Chaitanya Mudivarthi, Supratik Datta, Jayasimha Atulasimha, Alison B. Flatau, Phillip G. Evans & Marcelo J. Dapino. *Equivalence of magnetoelastic, elastic, and mechanical work energies with stress-induced anisotropy*. Behavior and Mechanics of Multifunctional and Composite Materials, vol. 6929, pages 69291X–69291X–9, mar 2008. [www](#)
- [Mudivarthi 10] Chaitanya Mudivarthi, Supratik Datta, Jayasimha Atulasimha, Phillip G. Evans, Marcelo J. Dapino & Alison B. Flatau. *Anisotropy of constrained magnetostrictive materials*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 322, no. 20, pages 3028–3034, oct 2010. [www](#)
- [Nakano 99] Masanori Nakano, Hidehiko Nishimoto, Koji Fujiwara & Norio Takahashi. *Improvements of Single Sheet Testers for Measurement of 2-D Magnetic Properties Up to High Flux Density*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 35, no. 5, pages 3–5, 1999.
- [Papet 12] Philippe Papet. *Matériaux piézoélectriques : les céramiques oxydes à base de métaux de transition*. Techniques de l’Ingénieur, 2012. [www](#)
- [Pauthenet 83] René Pauthenet. *Théorie du magnétisme*. vol. 33, no. 0, 1983. [www](#)
- [Ren 12] Z Ren. *Modélisation des phénomènes couple électro-magnéto-mécanique par la méthode des éléments finis*. In Mecamat : Matériaux, Mécanique et Electromagnétisme, Aussois, 2012.
- [Rizzo 12] Karl-Joseph Rizzo. *Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique dissipatif*. PhD thesis, Pierre et Marie Curie, 2012.
- [Smith 05] Ralph Smith. Smart material systems : model development. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005.
- [Somkun 10] Sakda Somkun. *Magnetostriction Anisotropy and Rotational Magnetostriction of a nonoriented Electrical Steel*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, pages 302–305, 2010.
- [Spornic 00] Sorin Aurel Spornic, A. Kedous-Lebouc & B. Cornut. *Anisotropy and texture influence on 2D magnetic behaviour for silicon, cobalt and nickel iron alloys*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, vol. 215-216, pages 614–616, 2000.
- [Tumanski 02] Sławomir Tumanski. *A Method of Testing of the Plane Distribution of anisotropy*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, no. 5, pages 2808–2810, 2002.

- [Waeckerlé 10] Thierry Waeckerlé & Service Relation Client. *Matériaux magnétiques doux cristallins Magnétisme et métallurgie appliqués*. 2010. [www](#)
- [Weiser 00] B. Weiser, H. Pfützner & J. Anger. *Relevance of magnetostriction and forces for the generation of audible noise of transformer cores*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, no. 5 II, pages 3759–3777, 2000.