



HAL
open science

Regional variations of seismic attenuation in metropolitan France from observations and modeling of the seismic coda

Jessie Mayor

► **To cite this version:**

Jessie Mayor. Regional variations of seismic attenuation in metropolitan France from observations and modeling of the seismic coda. Earth and Planetary Astrophysics [astro-ph.EP]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2016. English. NNT : 2016TOU30048 . tel-01523277

HAL Id: tel-01523277

<https://theses.hal.science/tel-01523277>

Submitted on 16 May 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Université
de Toulouse

THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par : *l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

Présentée et soutenue le *22 Mars 2016* par :

Jessie Mayor

**Variations régionales de l'atténuation sismique en France
Métropolitaine : Observations et Modélisation**

JURY

THIERRY CAMELBEECK
FABRICE COTTON
EMMANUEL CHALJUB
OLIVIER VANDERHAEGHE
MARIE CALVET
LUDOVIC MARGERIN
PAOLA TRAVERSA

Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Directeur
Directeur
Invitée

Pr., ORB, Bruxelles
Pr., GFZ, Potsdam
PhAd, IsTerre, Grenoble
Pr., GET, Toulouse
PhAd, IRAP, Toulouse
CR, IRAP, Toulouse
IR, EDF, Aix-en-Provence

École doctorale et spécialité :

SDU2E : Astrophysique, Sciences de l'Espace, Planétologie

Unité de Recherche :

Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie (UMR 5277)

Résumé

L'atténuation est un paramètre clé dans l'évaluation de l'aléa sismique car elle contrôle l'amplitude et la durée du mouvement du sol. Deux mécanismes contribuent à l'atténuation des ondes sismiques courte-période ($f > 1\text{Hz}$, avec f la fréquence) : (1) l'absorption, quantifiée par son facteur de qualité $Q_i(f)$; et (2) le scattering, quantifiée par $Q_{sc}(f)$. L'objectif principal de cette thèse est de cartographier l'atténuation sismique en France Métropolitaine en déterminant l'importance relative de ces deux processus. Pour mener à bien cette tâche, nous avons modélisé le transport de l'énergie sismique multi-diffusée - aussi appelée coda sismique - à l'aide de l'équation de transfert radiatif dans un milieu présentant des variations latérales des propriétés de diffusion et d'absorption. En utilisant une approche perturbative, nous avons calculé les noyaux de sensibilité de l'intensité de la coda sismique à des variations spatiales de Q_{sc} et Q_i à 2-D, dans le cas où la diffusion est isotrope. Dans un deuxième temps, nous avons mesuré la vitesse de décroissance énergétique de la coda sismique, quantifiée par le facteur de qualité de la coda Q_c , sur plus de 120000 formes d'onde collectées en France, en Belgique et sur l'ensemble de l'arc alpin. L'approche théorique développée dans cette thèse nous a permis d'établir une relation approximative entre Q_c et Q_i . Cette relation prend la forme d'une intégrale de Q_i sur le rai direct reliant la source à la station. Cette approximation a été utilisée afin de cartographier pour la première fois les variations régionales de l'absorption entre 1 et 32 Hz dans les Alpes et en France Métropolitaine. Nos résultats mettent en évidence de très fortes variations latérales ($\pm 30\%$) de l'absorption. À basse fréquence ($f \sim 1\text{Hz}$), une corrélation claire apparaît entre la géologie de surface et les structures d'absorption : les zones de forte absorption se localisent sur les séries sédimentaires peu consolidées tandis que les régions de faible absorption correspondent au socle affleurant dans le Massif Armoricaïn, le Massif Central et dans les chaînes de montagne comme les Pyrénées et les Alpes. À haute fréquence ($f \sim 24\text{Hz}$), la corrélation entre géologie de surface et atténuation disparaît. Nous avons formulé l'hypothèse que la dépendance fréquentielle de la structure en atténuation est due à un changement du contenu ondulatoire de la coda sismique avec la fréquence. Ainsi la sensibilité de la coda aux structures profondes de la croûte augmenterait avec la fréquence. Enfin, nous avons initié la mise en oeuvre des noyaux de sensibilité isotrope exacts à 2-D afin d'obtenir une tomographie d'absorption. L'inversion des mesures de Q_c par décomposition en valeurs singulières nous a permis de construire la première tomographie d'absorption qui tienne compte de toute la sensibilité des trajets des ondes multi-diffusées. La carte préliminaire d'absorption obtenue pour les Pyrénées est prometteuse. Nos résultats fournissent des bases théoriques solides pour l'inversion linéarisée de Q_{sc} et Q_i à partir de la coda sismique. Ils offrent également des informations complémentaires aux tomographies de vitesse et des perspectives d'amélioration de la régionalisation des calculs de l'aléa sismique en France Métropolitaine.

Mots clés : Sismologie, coda sismique, atténuation, absorption, scattering, transfert radiatif, tomographie

Abstract

Attenuation is a key parameter for seismic hazard assessment. It plays an important role in the observed variability of ground motion amplitude and duration. There are two main causes for attenuation of short period seismic waves ($f > 1\text{Hz}$, with f the frequency) : (1) absorption, quantified by the quality factor Q_i ; and (2) scattering, quantified by Q_{sc} . The main objective of this thesis is to map the seismic attenuation in Metropolitan France and to determine the relative importance of these two processes. To model the transport of multiply-scattered seismic waves - also known as the seismic coda - we employ a scalar version of the radiative transfer equation with spatially dependent absorption and scattering properties. The sensitivity kernels of the coda intensity to spatial variations of Q_{sc} and Q_i are computed in 2-D isotropically and anisotropically scattering media. The coda quality factor Q_c - quantifying the decay rate of the seismic coda energy - have been estimated on a collection of 120000 waveforms recorded in France, Belgium and in the Alpine range. According to the theory developed in this thesis, we establish a linearized approximate relation between the coda quality factor Q_c and the absorption quality factor Q_i . This relation is expressed as an integral along the direct ray path connecting the source to the station. This approximation is used to map regional variations of absorption in the Alps and in Metropolitan France between 1 and 32Hz. Our maps reveal strong lateral variations ($\pm 30\%$) of absorption in the crust. At low frequency ($f \sim 1\text{Hz}$), the correlation between sedimentary deposits and high absorption regions is clear : strong absorption zones are localized on the poorly consolidated sedimentary series while low absorption regions correspond to the basement which outcrops in the Massif Armoricaïn, the Massif Central and in the mountain ranges as the Pyrenees or the Alps. At high frequency ($f \sim 24\text{Hz}$), the correlation between surface geology and absorption structures tends to disappear. We hypothesize that the frequency dependence of the attenuation structure is caused by a change of the wavefield composition which accentuates the sensitivity of the coda to the deeper parts of the medium as the frequency increases. Finally, we initiate the implementation of the exact 2D isotropic sensitivity kernels to retrieve the crustal absorption structures. Using the linear relation between Q_c and Q_i , we obtain the first absorption map which takes into account the precise spatio-temporal sensitivity of coda waves. The inverse problem is solved with a singular value decomposition approach. The preliminary map of Q_i for the Pyrenees is promising. Our results constitute a solid theoretical basis to develop linearized inversions of Q_{sc} and Q_i from the analysis of the seismic coda. They also significantly improve the knowledge of the regional variations of seismic attenuation in Metropolitan France. Our maps provide new insights on the crustal structure of the Alpine Range in complement to seismic velocity images. These attenuation maps have direct implication for the design of future seismic hazard maps.

Keywords : Seismology, seismic coda, attenuation, absorption, scattering, radiative transfer, tomography

Table des matières

Remerciements	1
Introduction	7
L'aléa sismique en France Métropolitaine	7
L'atténuation : un processus important pour la prédiction des mouvements du sol	11
Imager l'atténuation : étude des structures crustales de la Terre	14
Objectif et plan du manuscrit	15
1 L'atténuation sismique dans la croûte terrestre	17
1.1 Observations	17
1.1.1 Définition de la coda sismique	18
1.1.2 Propriétés des ondes de coda	19
1.1.3 Le facteur de qualité de la coda Q_c	25
1.2 Un modèle d'intensité de coda : le transfert radiatif	27
1.2.1 Les longueurs caractéristiques	27
1.2.2 Régimes de propagation dans la coda	32
1.2.3 L'équation de transfert radiatif	35
1.3 Que sait-on de l'atténuation des ondes sismiques en Europe et en France? .	41
1.3.1 Estimation de l'atténuation sismique à partir des ondes directes . .	41
1.3.2 Estimation de l'atténuation sismique à partir des ondes de coda . .	44
2 Sensibilité des ondes de coda aux variations latérales d'absorption et de scattering	49
2.1 Noyaux de sensibilité - définition	50
2.2 Quelques modèles de noyau de sensibilité d'absorption et de scattering de la littérature	52
2.3 Quelques points clés de l'article	55
2.3.1 Perturbation de l'équation de transfert radiatif	55
2.3.2 Noyaux d'absorption et de scattering - résultat	55
2.4 Noyaux de sensibilité à l'absorption et au scattering	57
2.4.1 Abstract	58
2.4.2 Introduction	58
2.4.3 Theory	62
2.4.4 Application to 2-D isotropic scattering	70

2.4.5	Impact of a local perturbation on the energy envelope of coda waves	87
2.4.6	Conclusion and outlook	91
2.5	Impact d'une anomalie d'absorption et de scattering sur l'intensité de coda	93
2.6	Impact de l'anisotropie du scattering sur les noyaux de sensibilité K^a et K^{sc}	95
2.7	Noyaux de sensibilité aux variations de vitesse	99
3	Variations régionales de l'atténuation sismique	101
3.1	Estimation de coda-Q	101
3.1.1	Méthodes d'estimation de Q_c	102
3.1.2	Comparaison des méthodes	110
3.2	Structure crustale des Alpes vue par la tomographie d'atténuation sismique	112
3.2.1	Quelques points clés de l'article	112
3.2.2	Abstract	114
3.2.3	Introduction	115
3.2.4	Geological Setting	116
3.2.5	Data analysis	121
3.2.6	Results and discussion	126
3.2.7	Conclusion	132
3.2.8	Ce qu'il faut retenir	134
3.3	Variation latérale de l'atténuation en France Métropolitaine	135
3.3.1	Contexte géologique et données sismologiques	135
3.3.2	Structures d'absorption en France	138
3.3.3	Conclusion	140
4	Tomographie préliminaire d'absorption	143
4.1	Formulation et solution du problème inverse - théorie	143
4.1.1	Le problème inverse - généralités	144
4.1.2	Solution des moindres carrés	145
4.1.3	Méthode de décomposition en valeurs singulières	147
4.2	Application sur les Pyrénées	147
4.2.1	Tests synthétiques	147
4.2.2	Inversion sur les données des Pyrénées	151
	Conclusion générale et perspectives	157
	Noyaux de sensibilité 2D d'absorption et de scattering	157
	Structures d'absorption en France Métropolitaine	158
	Vers une tomographie d'absorption et de scattering	159
	Implication pour la caractérisation de l'aléa sismique et la prédiction du mou- vement du sol	160
	Annexes	165
	Références	171

« *L'éducation est l'arme la plus puissante que l'on puisse utiliser pour changer le monde.* »
Nelson Mandela (1918-2013)

Remerciements

Cette partie est sans doute la plus délicate, pour ne pas blesser les personnes qui ont croisé, de près ou de loin, ma route durant ces trois dernières années. Je ne veux oublier personne, même si je sais que je faillirai à cette lourde tâche que sont les remerciements. Je vous prie donc par avance de bien vouloir m'excuser pour ceux qui se sentiront laissé de côté et s'ils se reconnaissent à travers ce manuscrit, c'est qu'ils sont remerciés chaleureusement comme les autres qui font partis de ces quelques lignes.

... En tout premier, merci à **Marie Calvet** et **Ludovic Margerin**, mes directeurs de thèse. Merci de m'avoir choisie pour travailler à vos côtés ! Quelle richesse ! Un duo complémentaire qui m'a appris - et de loin, parfois même douloureusement - la rigueur des Sciences. Leur hyper-disponibilité et leur investissement plus que remarquables m'ont permis d'avancer comme je le voulais. Ce duo toulousain a éveillé ma curiosité et a su m'enseigner quelques points théoriques en sismologie nécessaires pour mieux comprendre ce que j'étudiais. Ils m'ont aussi fait participer à beaucoup d'échanges et de discussions lors de congrès nationaux et internationaux, qui furent pour moi des expériences extrêmement bénéfiques pour conduire ma recherche et déterminer mon après-thèse. Je ressors grandie de cette expérience et formée - je le pense vraiment - de la meilleure des manières qui soit au métier de sismologue.

... Merci à tout mon **Jury de thèse** qui a répondu présent pour évaluer mon travail. Leurs remarques et les discussions qui en ont découlées furent extrêmement fructueuses. Elles ont permis d'ouvrir des pistes de recherche nouvelles ou du moins, à approfondir. En tout premier, je pense à mes deux rapporteurs **Thierry Camelbeeck** et **Fabrice Cotton**, qui ont échangé avec moi ces trois dernières années. Merci à Thierry pour le partage de ses connaissances sur l'atténuation et pour la distribution des données Belges que je vais examiner de plus près dans le mois qui arrive. Merci à Fabrice pour son intérêt pour mon sujet depuis le début de ma thèse. Je suis certaine que de futures collaborations vont naître, en particulier pour l'évaluation de l'aléa sismique en France et en Europe. Merci à **Emmanuel Chaljub** d'avoir accepté d'examiner mon travail et avec qui il serait certainement possible de cartographier l'atténuation dans le bassin grenoblois. Merci à **Olivier Vanderhaeghe** qui a su me rappeler les termes géologiques que j'ai appris il y a quelques années, et réveiller la petite géologue qui sommeillait en moi. Merci à **Paola Traversa**. C'est avec elle qu'a débuté mon intérêt pour l'estimation de l'aléa sismique en France en m'offrant l'opportunité de travailler à ses côtés durant mon stage ingénieur en 2012 au sein d'EDF. Elle a su me conseiller, m'orienter et veiller professionnellement à ce que tout se déroule de la meilleure des façons pour moi. Je la remercie particulièrement pour son suivi dans l'après-thèse et son investissement dans mon projet

professionnel.

... Merci à tous les chercheurs qui ont participé de près ou de loin à la naissance de ce manuscrit de thèse. Je pense aux nombreuses discussions avec **Thomas Lecocq** ; aux « réunions codas » avec **Olivier Seb**, **Michel Cara** et **Maryline Denieul** ; et aux discussions et évaluations durant mon parcours de thèse grâce à **Frédéric Paltou**, **Raphaël Garcia** mais aussi **Annie Souriau** et **Sébastien Chevrot**.

... Merci à toute **l'équipe DIP** pour son accueil fort sympathique et un merci particulier aux sismologues qui assurent la résistance de la sismologie à Toulouse (ouai!!) en faisant un boulot phénoménal : Matthieu, Hélène, Sébastien, Frank et Marie.

... Merci à mes chers **collègues doctorants** avec qui l'entente fut extra. Je ne pensais pas former un groupe aussi soudé très peu de temps après mon arrivée. En premier **Delphine**, ma version blonde! Il faut dire qu'on a assuré la résistance féminine à l'IRAP! On a su porter à bout de bras l'organisation de la journée des thèses ou fournir quelques idées à ces messieurs...Quel souvenir! Et puis les p'tits gars, **David** l'artiste (9h d'attente aux auditions de The Voice...merci!), **Cyril** l'océanologue avec qui j'ai pu énormément échanger (cf codes Python) et qui a une extraordinaire culture géopolitique, l'impressionnant polytechnicien **Philippe**, l'élite d'une nation (même s'il ne veut pas le reconnaître car trop d'humilité), **William** ou l'homme qui vivait sur Mars, **Camille** et son fabuleux France-Galles, **Damien** le breton et ses gâteaux bétons. Sans oublier **Thomas**, un co-bureau extra, merci pour toutes les discussions, les repas fabuleux et généreux à Borderouge et votre mariage (avec Aurélie) dont j'ai loupé la cérémonie à cause d'un bouchon sur l'A62... Merci à tous pour m'avoir appris le tarot! Je n'oublie pas toutes les discussions dans les couloirs avec les thésards de l'IRAP : merci à Kévin et la Lune, Mathieu, Vincent, Nico R., Nico T., Wilhem, etc. Merci aussi à **Dimitri**, mon collègue d'EDF marseillais, qui a su me donner quelques infos concernant le génie civil et la construction parasismique (VTFV).

Merci aussi à tous les **doctorants de Météo France** qui m'ont généreusement accueillie dans leur petit groupe même si vous pensez - encore aujourd'hui - que j'étudie les cailloux. Merci à mes préférées **Emilie** et son caractère de battante ainsi que **Alicia** (au MIT s'il vous plaît), merci à Chef Rool, Benco, le Captain, Jeff, Lucie, Antoine et j'en passe pour ces nombreuses soirées en votre compagnie!

... Enfin, Merci à **l'IRAP** pour m'avoir accueillie dans ses locaux et à **EDF** pour avoir financé ma thèse.

Pour terminer mes remerciements « de thèse », je voudrais saluer le travail et l'accueil de chaque **membre du personnel de l'Observatoire Midi Pyrénées** : de Christine toujours souriante et pétillante à l'accueil de notre laboratoire à l'équipe des techniciens de surface qui s'occupe de nos locaux chaque jour, pour que l'on puisse travailler dans de bonnes conditions. J'adresse un merci tout particulier à **Marie-Claude Cathala** qui a toujours

été d'une oreille attentive, qui chouchoute ses doctorants et dont je salue le travail pour l'école doctorale SDU2E.

Ces remerciements sont aussi pour moi l'occasion de faire un bref retour en arrière, pour me rappeler des personnes que j'ai rencontré et qui ont marqué ma vie d'étudiante : de Grenoble à Toulouse, en passant par Strasbourg. A l'issue de cette rédaction de recherche, je suis convaincue que les études sont loin d'être un parcours solitaire. J'ai été porté par le soutien d'un grand nombre de personnes dont la générosité, la bonne humeur et leur intérêt m'ont permis de progresser dans cette phase délicate d'apprenti-scientifique depuis mon baccalauréat, il y a 10 ans déjà !

... En premier, Merci à vous, **mes parents**. Que serais-je sans vous ? Un soutien idéal, inconditionnel, à toute épreuve. Vous avez su me rassurer quand il le fallait. Depuis les années post-bac, vous êtes présents, autant financièrement que personnellement. Oui il faut le dire, mes petits job d'été en tant que serveuse, caissière, jardinière, hôtesse d'accueil, de rayon...et j'en passe n'auront pas servi à combler toutes les dépenses que suscitent des études supérieures. Vous êtes là, je le sais, jusqu'au bout. Merci pour tout ce que vous avez fait pour moi. Je vous dédie ce travail.

... A **ma sœur**. Des heures passées au téléphone... Tu as toujours été présente pour moi, tu as tenu ton rôle de grande sœur à la perfection, notamment quand tout ne tournait pas très rond pour moi. Et puis merci à ton double, **Thomas**, qui te disait que j'en faisais certainement trop... et merci à vous deux, d'avoir fait mon merveilleux petit filleul **Simon**. Je suis très fière d'être sa marraine, peut être que lui aussi sera un jour inspiré par les Sciences ;-) et puis la famille va bientôt s'agrandir !

... A mes familles. **Les Mayor** et **Les Rouby**. Quelle belle famille nous avons là. Je ne connais pas beaucoup de monde qui se retrouve en famille, à 40 au camping de la Grande Motte, toujours dans la bonne humeur. C'est magique d'avoir ce privilège, et j'en suis consciente chaque jour.

Merci à ma cousine adorée **Cécé** d'avoir toujours été là, de m'écouter, me soutenir et à sa maman chérie, ma marraine **Pat**, t'es juste au top !

A **mes grand-parents**, vous m'avez toujours suivi de loin, je le sais et je vous en remercie. J'ai une petite pensée particulière à ma **mamie** qui se passionne des Sciences de la Terre - peut être même plus que moi - et qui se met à pleurer quand je lui parle de mon métier. Merci pour tes mains magiques qui ont su m'apaiser durant ma thèse.

... A mes amies de toujours, mon petit club des cinq ! Plus de dix ans qu'on se connaît, et nous sommes toujours aussi soudées, comme si le temps se figeait à chaque fois qu'on se voit. C'est un réel privilège de vous avoir comme amies.

A toi **Claire**, mon amie de Grenoble. Ta rencontre sur les bancs de la fac fut le début d'une belle histoire d'amitié. Il y avait ce prof qui nous disait « la physique a changé ma

vie », on ne comprenait pas, on allait manger des crêpes au Nutella sur le marché de Noël quand les heures d'informatique étaient trop longues pour nous. Toujours loin, mais toujours là, voilà notre devise. Tu as visité toutes les villes où j'ai pu passer, toujours avec ton sourire et ta bonne humeur. Et même si ton vol a été annulé, on fêtera ma thèse et ton mariage dignement. Merci pour tout ma Delta.

A toi **Flofloche**. On a passé le bac, on s'est suivie à Grenoble. On en aura fait des soirées que ce soit à Gre, à Montélo et même à Toulouse. Tu as su me bouger personnellement quand il le fallait et ton soutien a été très important pour moi.

A toi **Juju**, ma BFF. Tu es celle qui me comprend le plus car tu es celle qui est aussi folle que moi question études ! Bientôt, tu deviendras médecin, et je suis très fière de toi. Malgré tout ce boulot, nous nous sommes toujours appelées, réconfortées dans les moments de doutes et de peines. Merci pour tout.

A toi **Méllissouche** ou tatie kinder, ma toulousaine préférée. Déjà installée à Toulouse quand je suis arrivée, tu as été mon pilier durant toute mon aventure de thésarde. Nous avons appris à nous connaître mieux ces années là, et je suis très fière de te compter parmi mes amies. Ta bonne humeur, ton optimisme et ton caractère ont su me motiver quand il le fallait, je pense notamment à mon début de thèse un peu plus sombre personnellement. Merci d'avoir été de ce soutien inconditionnel et la one-woman-show-pâtissière exceptionnelle que tu es. Ton gâteau-Terre restera gravé dans les mémoires !

A toi **Sarou**, la petite maman du groupe. Tu m'as suivie sur mon stage en Sicile, tu avais besoin d'air et j'avais besoin d'une amie. Nous nous sommes régalinges à manger des arancinis sur la rue Etnea et à savourer des gelato au limone ! Toujours là au téléphone et dans les coups durs.

Merci encore une fois les filles pour tout ce que vous êtes, I love you !

... A ceux qui auront toujours été là depuis le début. **Aurélié & Jey** et leur petite princesse de **Jade**. Merci à vous d'avoir toujours gardé de la distance face aux événements, vous m'avez toujours soutenu et j'en suis fortement consciente. A tout mon groupe d'amis du lycée et les pièces rapportées : **Jérem, Auré, Alex, Ugo**... Merci pour les restos, les party, les week-end plage et tous ces moments de décompression !

... A mes potes de promo Grenoblois.

Les filles, Matou (Merci pour la coccinelle), Glad, Paloma, Audrey, Laurence... on en aura partagé de bons moments. Au gars, Ben, Romain, Maxime, Thibault, Guillaume. Et surtout à toi, Nico, ta passion pour l'aventure glacée et polaire, et tout ce que tu as réalisé par la suite fait rêver. Je vous adresse à tous mes remerciements pour ces bons moments de partage, de doutes sur nos choix d'avenir et toutes nos soirées d'étudiants à Gre et à l'institut Dolomieu !

... A mes potes de promo Strasbourgeois.

Mayou, Filou, Alba : vous avez été mes trois piliers quand je suis arrivée en école d'ingé. Venir d'un parcours universitaire n'a pas forcé mon intégration mais au final, les clivages

que l'on peut voir parfois en France entre université et école ont été rapidement gommés en ce qui me concerne. Merci en tout premier à toi ma **Mayou** d'avoir toujours été là et même encore aujourd'hui malgré la distance. Merci à Filou et Alba pour les nombreux projets que l'on a pu faire ensemble, les fous rires et les moments de révision jusqu'à minuit dans les salles de TD! J'en garde un souvenir mémorable sans oublier Marty, Camille, Mimi et les deux Coline.

... Et le plus tendre pour la fin... Merci **Michaël** de m'avoir accompagnée avec ce naturel déconcertant. Merci de m'avoir soutenue quand le stress était intense dans les derniers mois de thèse. Merci pour ta détermination et particulièrement d'y avoir cru...

... Pour finir, Merci à **mes étoiles**, car je sais qu'elles sont plusieurs à veiller et à me donner autant de chance...

Introduction

Sommaire

L'aléa sismique en France Métropolitaine	7
L'atténuation : un processus important pour la prédiction des mouvements du sol	11
Imager l'atténuation : étude des structures crustales de la Terre	14
Objectif et plan du manuscrit	15

L'aléa sismique en France Métropolitaine

Bien que la France soit un pays à sismicité modérée, elle a subi, au cours de son histoire, des séismes de magnitude et d'intensité suffisante pour produire des dommages et des pertes humaines. Le séisme de référence ayant causé de nombreux dégâts et qui a conduit à la prise de conscience du risque sismique français est celui de Lambesc (1909) dans les Bouches-du-Rhône puis celui d'Arette en 1967 dans les Pyrénées-Atlantiques ($M_L \sim 5.5$). Au cours des années 1960, la France a commencé à installer un parc de sismomètres, capable d'enregistrer les mouvements du sol de façon plus précise. Cette période marque alors le début de la période instrumentale pour les sismologues. Plusieurs séismes ayant eu des effets sur les structures bétonnées ont ainsi pu être enregistrés comme celui d'Ossau-Arudy (Pyrénées-Atlantiques) en 1980 ($M_L=5.1$), d'Annecy (Haute-Savoie) en 1996 ($M_L=4.8$), le séisme de Rambervilliers (Vosges) en 2003 ($M_L=5.4$) ou encore plus récemment le séisme de Barcelonnette (Alpes de Haute Provence) en 2014 ($M_L=5.2$). La prise de conscience d'un tel risque pour les installations privées, industrielles ou encore nucléaires a conduit à la naissance de plusieurs projets pour l'évaluation et la compréhension des mouvements du sol.

De nombreuses observations et études montrent que l'amplitude ou la durée des mouvements du sol varient selon les régions du monde. La connaissance de cette variabilité spatiale du mouvement du sol à grande ou petite échelle est extrêmement utile pour le génie civil afin de construire des bâtiments les plus stables possibles et adaptés à supporter les mouvements du sol « attendus » pour un tremblement de Terre dans une région donnée. En France, le ministère de l'Ecologie, du Développement Durable et de l'Energie a mis

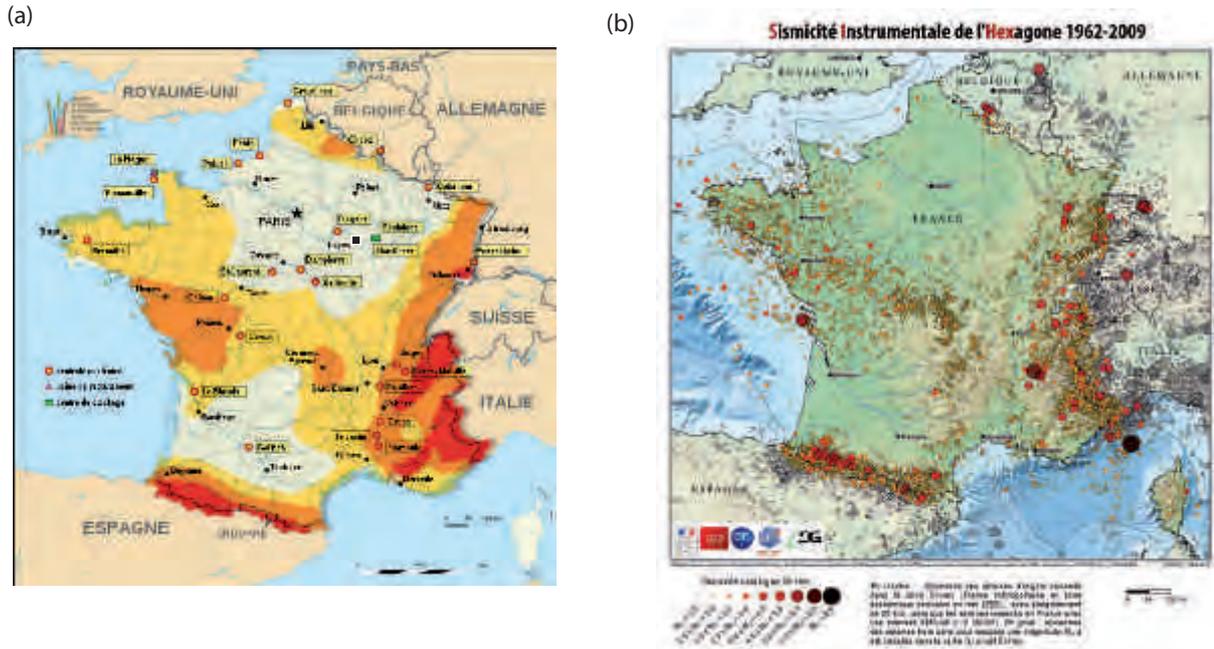


FIGURE 1 – (a) Carte du risque sismique en France éditée par le ministère de l'Ecologie, du Développement Durable et de l'Énergie. Les zones rouges à blanches indiquent un risque de moins en moins élevé. Le parc nucléaire français est indiqué par les points jaune et rouge. (b) Carte de la sismicité française d'après le catalogue SiHex (Sismicité Instrumentale de l'Hexagone, Catalogue BCSF-LDG, 2014 - www.franceseisme.fr).

en place une nouvelle réglementation pour le zonage sismique entrée en vigueur le 1^{er} mai 2011. La carte de l'aléa sismique en France Métropolitaine, sur laquelle sont superposés les sites nucléaires, est présentée sur la figure 1a. Quatre niveaux d'aléa peuvent être identifiés : (1) très faible (blanc), (2) faible (jaune), (3) modéré (orange) et (4) moyen (rouge). Pour réaliser une telle carte d'aléa sismique, une approche probabiliste a été adoptée. Pour une région donnée, elle tient compte (i) de la probabilité qu'un séisme de magnitude donnée se produise et (ii) d'un modèle de propagation des ondes sismiques décrivant comment l'amplitude du mouvement du sol décroît avec la distance épacentrale. La figure 1b montre la localisation de la sismicité française d'après le catalogue SiHex (Sismicité Instrumentale de l'Hexagone, Catalogue BCSF-LDG, 2014 - www.franceseisme.fr). On constate au premier ordre que la carte d'aléa sismique est fortement corrélée à la carte de sismicité suggérant que le modèle de prédiction de l'aléa est plus fortement dépendant de la source que de la propagation. Mais en réalité, les propriétés de propagation des ondes sismiques sont assez mal connues sur le territoire métropolitain et de fortes variations régionales sont attendues du fait de la diversité géologique (bassin sédimentaire, chaîne de montagne, zone volcanique). Cette variabilité géographique de propagation n'est pas correctement prise en compte à l'heure actuelle dans les cartes d'aléa. Prenons l'exemple discuté par *Campillo et al.* [1993] à propos des Alpes (Fig. 2). Pour un séisme localisé au nord de l'Italie (étoile noire Fig. 2b) et à distance épacentrale égale, on observe l'extinction de la phase crustale L_g sur l'enregistrement de la station LMR (en rouge, Fig. 2a) alors qu'elle apparaît clairement sur la station CDF (en vert, Fig. 2a). Les auteurs ont ensuite

cartographié le rapport de l'amplitude de l'onde L_g (phase de la croûte) avec l'amplitude de l'onde P_n (phase réfractée sur le manteau), en remarquant que l'amplitude de la P_n est quasiment constante sur l'ensemble de leur jeu de données (Fig. 2b). On observe une dichotomie Est/Ouest des variations d'amplitudes de l'onde L_g , où les zones sombres correspondent à l'extinction de cette dernière. En modélisant la propagation des ondes L_g à travers les Alpes (d'Est en Ouest), les auteurs ont montré que l'extinction de la phase L_g ne pouvait pas s'expliquer exclusivement par des effets géométriques 2D (e.g : variation de profondeur du Moho). Ils ont alors émis l'hypothèse que les propriétés d'atténuation des ondes sismiques dans la croûte pouvaient varier fortement latéralement. Dans le cas présent, l'extinction des ondes L_g pourrait s'expliquer par une très forte atténuation au niveau des Alpes du Sud.

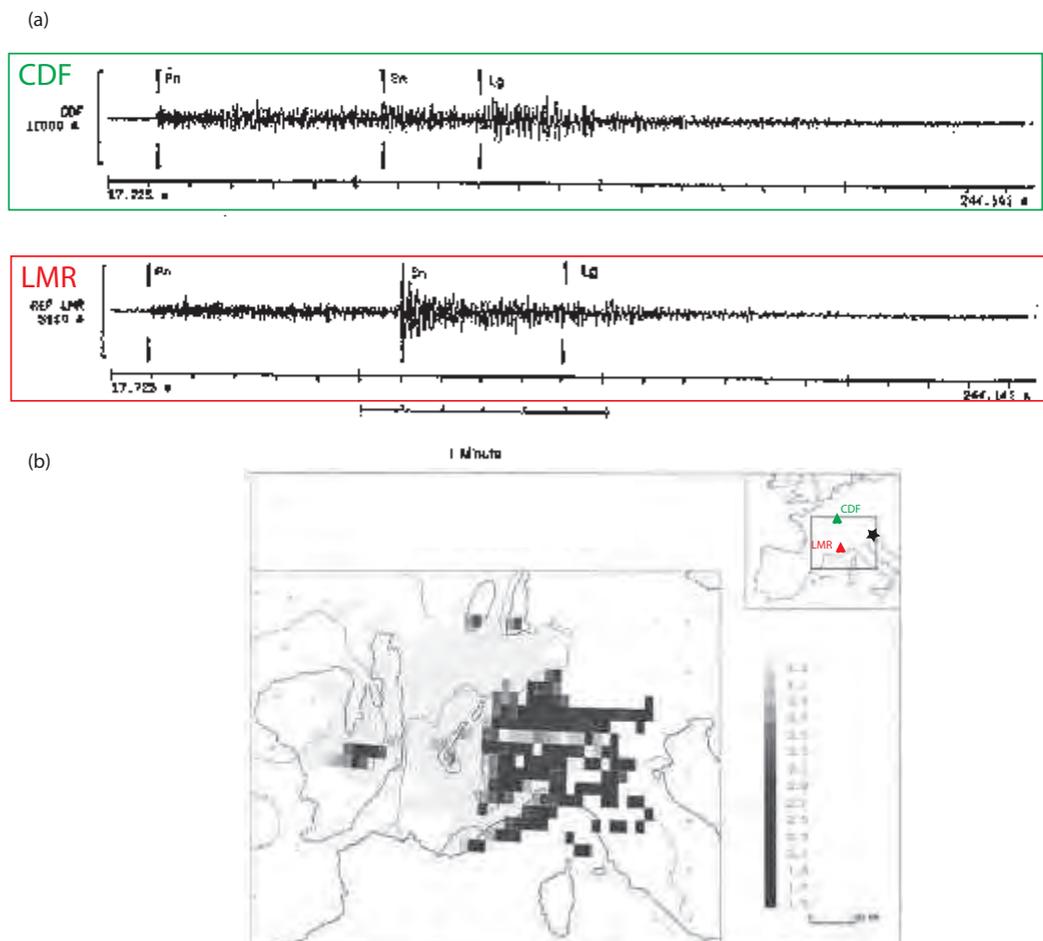


FIGURE 2 – (a) Enregistrement du séisme alpin (étoile noire) à la station CDF (triangle vert) et LMR (triangle rouge). Les phases P_n , S_n et L_g théoriques sont pointées sur les sismogrammes. (b) Cartographie du rapport d'amplitude de la phase crustale L_g avec la phase mantellique P_n : L_g/P_n (échelle de gris). On observe une dichotomie Est/Ouest des propriétés de propagation de la croûte avec l'extinction de la phase L_g dans la région Est [Campillo et al., 1993].

Dans cette thèse, nous allons nous intéresser au terme de propagation et plus particulièrement à l'atténuation des ondes. En sismologie, l'atténuation dans la croûte est généralement quantifiée par un facteur de qualité Q . L'amplitude d'une onde se propageant directement de la source vers le récepteur, filtrée dans une bande de fréquence

étroite, décroît avec la distance r comme :

$$\exp\left(-\frac{k}{2Q(f)}r\right) \quad (1)$$

où k est le nombre d'onde à la fréquence moyenne f . Deux processus sont responsables de l'atténuation Q^{-1} : l'atténuation anélastique (absorption) et l'atténuation élastique (diffusion - communément appelé scattering), toutes les deux quantifiées par les facteurs de qualité Q_i et Q_{sc} respectivement :

$$Q^{-1}(f) = Q_i^{-1}(f) + Q_{sc}^{-1}(f) \quad (2)$$

L'absorption (Q_i) est causée par différents mécanismes qui convertissent l'énergie sismique sous d'autres formes [Aki, 1980] : le processus d'absorption agit donc comme un terme de perte d'énergie sismique. Parmi les mécanismes possibles, on peut évoquer (1) la friction sur des fractures [Nur & Byerlee, 1971; Solomon, 1972], (2) l'écoulement de fluide dans des réseaux de fractures (« squirt flow ») [O'Connell & Budiansky, 1977] (3) l'amortissement visqueux dû à la présence de fluide dans les pores [Walsh, 1969; Nur, 1971], (4) à l'échelle du grain, des effets thermoélastiques causés par la compression/dilatation des matériaux au passage des ondes entraînant ainsi de la dissipation par un flux de chaleur [Savage, 1966], ou encore (5) la migration de la dislocation dans le réseau cristallin [Kampfmann & Berckhemer, 1985]. En pratique, la discrimination et l'impact de ces différents mécanismes sur le facteur de qualité de l'absorption Q_i sont difficiles à évaluer [Tonn, 1991; Quan & Harris, 1997; Dasgupta & Clark, 1998; Hedlin et al., 2001; Reine et al., 2009; Blanchard & Delommot, 2015]. En particulier, il existe un manque de mesures dans la gamme de fréquence sismique, ou encore des tables permettant de connaître Q_i pour différents types de roches (granite, basalte, sédiment).

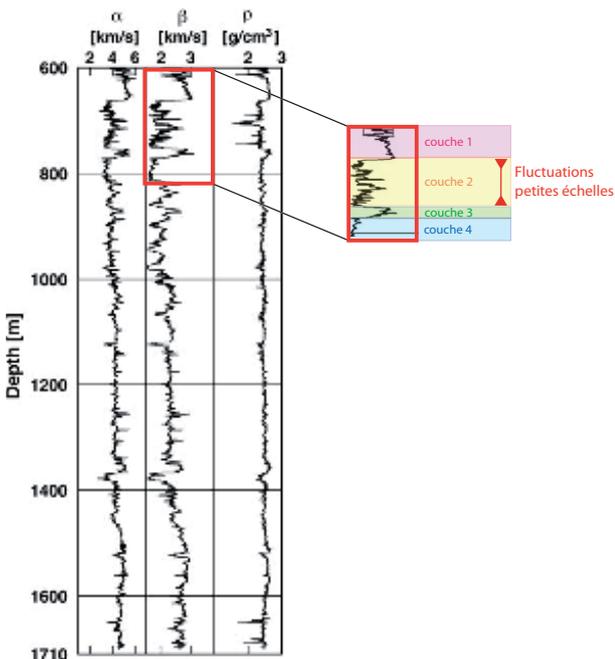


FIGURE 3 – Log de vitesse des ondes P (α), des ondes S (β) et de la masse volumique (ρ). Le zoom des données de β sur une profondeur comprise entre 600 et 800 mètres montre que la section peut être découpée selon les forts sauts de vitesse en quatre lithologies distinctes. À l'intérieur d'une même lithologie, on observe de petites fluctuations de vitesse associées aux hétérogénéités petites échelles [Sato et al., 2012].

Le scattering, quantifié par son facteur de qualité Q_{sc} , est un mécanisme qui redistribue temporellement et spatialement l'énergie sismique. Cette redistribution énergétique est causée par des hétérogénéités petites échelles de vitesse ou de densité, comme le montrent les données de puits (Fig. 3) ou encore la présence de fractures. Certaines formations géologiques présentent plus d'hétérogénéité que d'autres, comme par exemple les édifices volcaniques sans cesse remodelés par les coulées successives aux propriétés physico-chimiques différentes (viscosité, densité). De plus la présence de réseaux de fracture (dykes) sur les volcans rendent aussi le scattering très efficace par rapport à une croûte moyenne.

En pratique dans les simulations de mouvements du sol [e.g : *Atkinson & Boore*, 2006], l'atténuation est considérée comme homogène sur une région donnée. Elle est classiquement estimée à partir de l'onde cisailante S, responsable de la plupart des dommages sur les bâtiments. *Anderson & Hough* [1984] ont défini l'atténuation spectrale de l'onde S (A_S) de la façon suivante :

$$A_S \sim \exp(-\pi\kappa f) \quad (3)$$

avec κ un paramètre empirique, indépendant de la fréquence, quantifiant l'atténuation spectrale de l'onde S. Selon ces mêmes auteurs, κ correspond à la fois l'atténuation locale (κ_0) d'un site d'enregistrement mais aussi à l'atténuation moyenne régionale (κ_r) selon la formulation suivante :

$$\kappa = \kappa_0 + \kappa_r r \quad (4)$$

De nombreuses estimations de κ ont ainsi été proposées en France [e.g : *Drouet et al.*, 2010; *Douglas et al.*, 2010] et en Europe [e.g : *Ktenidou et al.*, 2012; *Askan et al.*, 2014] afin de tenir compte de l'atténuation haute fréquence ($> 10Hz$) dans les équations de mouvement du sol. Cependant depuis une dizaine d'années, un débat est né dans la communauté de l'aléa sismique sur la signification physique de κ [*Ktenidou et al.*, 2014]. En conclusion de ce manuscrit, je propose une brève discussion sur κ et son lien avec le facteur de qualité de l'atténuation $Q(f)$ exploité dans cette thèse.

Dans les prochaines sections, je vais essayer de vous convaincre que l'atténuation est un paramètre clé en sismologie, pour à la fois comprendre les mouvements du sol mais aussi en apprendre davantage sur la structure de la croûte terrestre.

L'atténuation : un processus important pour la prédiction des mouvements du sol

Mon projet de thèse fait partie du programme de recherche et développement SIGMA (Seismic Ground Motion Assessment), fruit d'une collaboration industrielle européenne (EDF-AREVA-CEA-ENEL). Ce programme vise à caractériser et estimer les mouvements du sol en France, au Nord de l'Italie et sur les régions environnantes. Le programme est

structuré en cinq objectifs principaux : une meilleure connaissance des sources sismiques, une meilleure prévision des mouvements du sol, une meilleure prise en compte des effets de site, une amélioration des modèles d'aléa sismique et une meilleure caractérisation et exploitation des bases de données d'enregistrements du mouvement du sol. Mon projet de thèse s'inscrit dans le deuxième axe du programme SIGMA, dont l'un des objectifs est de développer des méthodes de prédiction du mouvement du sol.

Pour caractériser l'aléa sismique, de nombreux modèles prédictifs de mouvement du sol ont été construits. Ils sont basés sur les Ground Motion Prediction Equations (GMPEs) qui décrivent les mouvements du sol en fonction de la distance épacentrale (distance entre la source et la station d'enregistrement). Ces GMPEs sont essentiellement établies empiriquement à partir de jeux de données accélérométriques. Suivant les régions du monde, le contexte tectonique est très variable et la communauté du risque sismique s'est focalisée sur le développement de GMPEs adaptées à décrire ces variabilités. Cependant, pour l'ensemble de ces GMPEs, les variations spatiales de l'atténuation ne sont généralement pas prises en compte et les GMPEs considèrent l'atténuation comme homogène sur une région donnée. La cause d'une telle approximation est généralement le manque d'informations fiables sur l'atténuation. Nous allons illustrer l'impact de la variabilité de l'atténuation sur la variabilité du mouvement du sol. *Pasyanos* [2014] a intégré la variabilité régionale de l'atténuation sismique aux Etats-Unis (variabilité spatiale de l'ordre de quelques centaines de kilomètres [*Pasyanos*, 2013]) dans une GMPE existante [*Atkinson & Boore*, 2006]. Pour cela, il a analysé plusieurs séismes enregistrés aux États-Unis. La Figure 4 montre la prédiction du mouvement du sol avec et sans modèle d'atténuation 2D pour un séisme de magnitude $M = 5.85$ s'étant produit dans le Golfe du Mexique. La figure 4a présente les points d'observations de l'accélération spectrale maximale (SA) du sol dont la variabilité est représentée par l'échelle colorée. Les lignes noires présentent l'accélération spectrale maximale prédite par la GMPE de *Atkinson & Boore* [2006] dont l'atténuation Q^{-1} est prise comme un paramètre régional homogène. On remarque la décroissance concentrique de la SA prédite à partir de l'épicentre ce qui, dans l'ensemble, n'explique pas correctement les observations. La figure 4b présente les mêmes observations de SA ainsi que la prédiction d'accélération spectrale estimée à partir de la même GMPE mais en tenant compte cette fois-ci de la variabilité spatiale de l'atténuation. On remarque la déformation des lignes de prédiction d'égales SA qui expliquent clairement mieux les données observées. La Figure 4c confirme l'amélioration de la prédiction 2D en comparant pour chaque station, la prédiction à l'observation. En effet, on peut observer la différence entre les observations de SA et les deux types de prédictions de SA (1D et 2D). Le premier modèle décrit les SA prédites par la GMPE 1-D (rouge) alors que le second décrit les SA prédites par la GMPE intégrant un modèle 2-D de Q (vert). Quand la prédiction est bonne, les points se placent sur la droite de coefficient directeur 1.

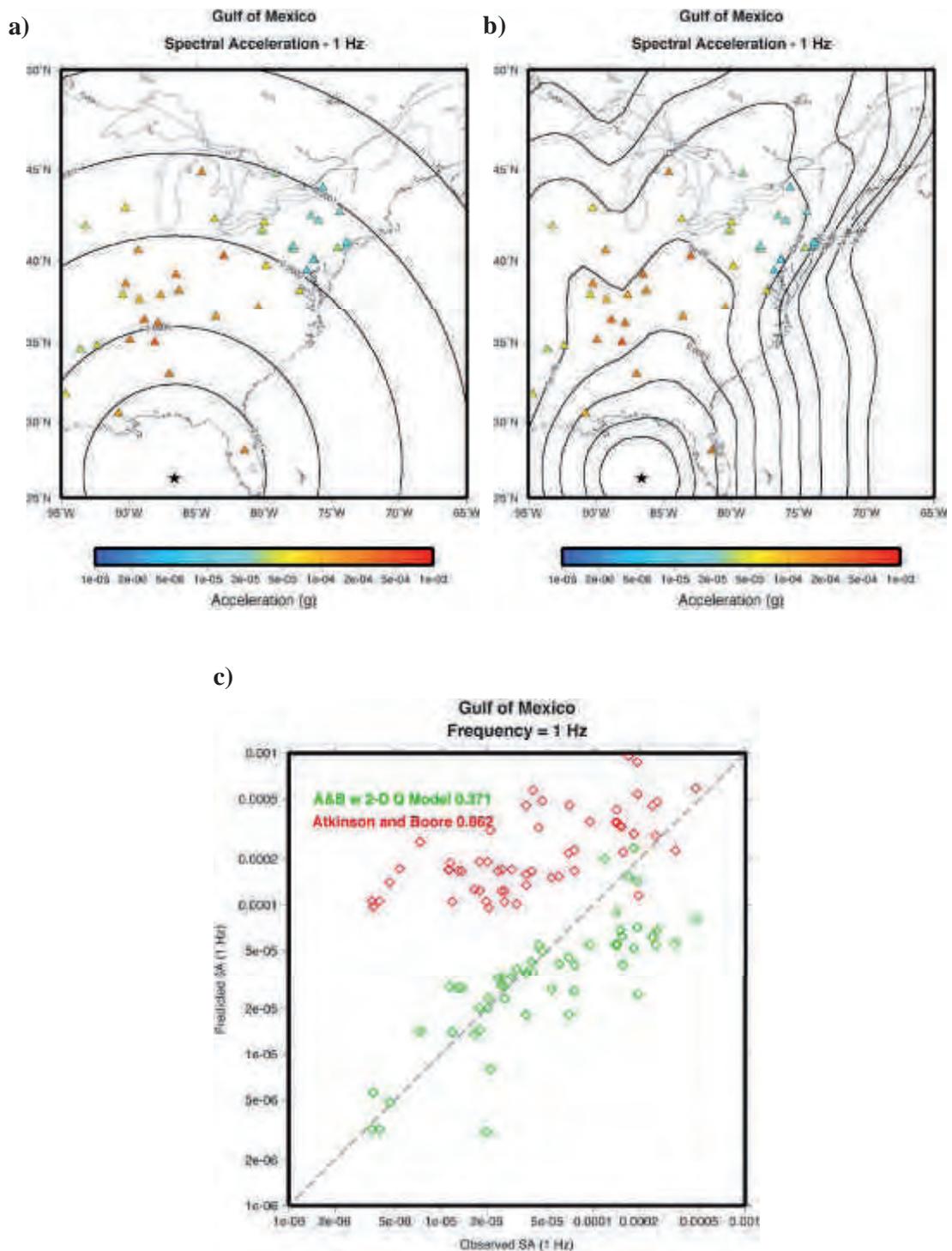


FIGURE 4 – Mouvements du sol à 1Hz enregistrés pour un séisme (étoile noire) de magnitude $M=5.85$ s'étant produit dans le Golfe du Mexique. Les accélérations spectrales sont indiquées par les triangles colorés. Accélération spectrale (lignes noires) prédite par (a) la GMPE 1-D de *Atkinson & Boore* [2006]. b) la GMPE 2-D qui inclut la variabilité spatiale (2-D) de l'atténuation crustale. c) Comparaison des accélérations spectrales observées avec celles prédites par la GMPE 1-D (losange rouge) et 2-D (losange vert) [*Pasyanos*, 2014].

Imager l'atténuation : étude des structures crustales de la Terre

En plus de son utilité fondamentale pour l'estimation de l'aléa sismique, on peut également voir l'atténuation comme un nouvel observable pour l'étude de la structure crustale de la Terre. En effet, différents auteurs ont réalisé une cartographie de l'atténuation dans diverses régions du monde. À grande échelle, on peut mentionner les travaux de *Mitchell et al.* [1997] et *Mitchell et al.* [2008] à travers l'Eurasie. Leurs cartes d'atténuation ont montré des variations latérales à une échelle spatiale de l'ordre de 1000km suggérant ainsi que les régions à fortes activités tectoniques sont aussi les plus atténuantes. À une échelle plus régionale, *Calvet et al.* [2013] ont montré que l'atténuation variait spatialement de l'ordre de 50km dans les Pyrénées, la chaîne axiale étant moins atténuante que les bassins sédimentaires environnants. À l'ouest de la chaîne, ces mêmes auteurs ont détecté des structures fortement atténuantes, probablement causées par des intrusions mantelliques. Ces structures d'atténuation corrélées (ou non) avec d'autres observables géophysiques (vitesse sismique, anomalie gravimétrique, conductivité électrique, etc) ou géologiques, amènent donc une information structurale complémentaire.

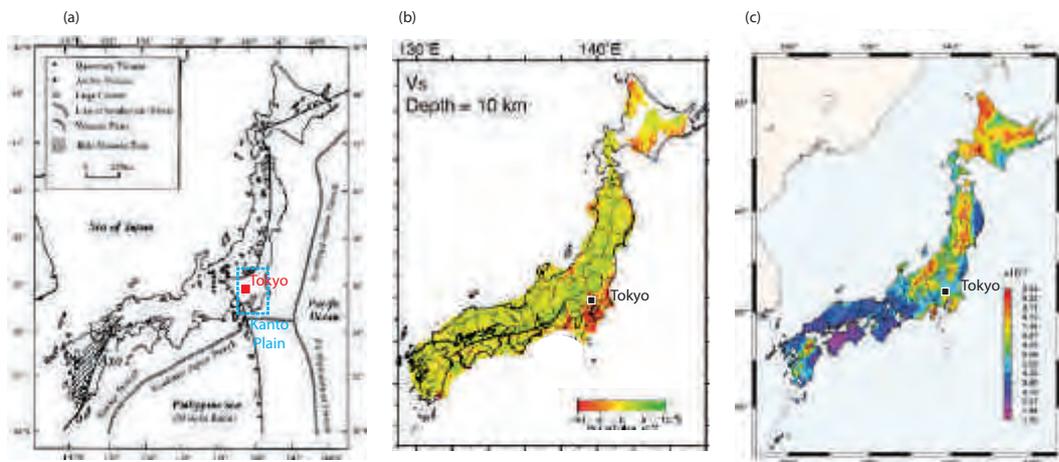


FIGURE 5 – (a) Carte du Japon et son contexte géodynamique [*Kubotera & Gakkai*, 1981]. (b) Tomographie de vitesse des ondes S au Japon à 10km de profondeur [*Matsubara et al.*, 2008]. (c) Cartographie de l'atténuation sismique par le processus de scattering Q_{sc}^{-1} : les zones rouges et bleues correspondent à des régions de fort et faible scattering, respectivement [*Carcolé & Sato*, 2010].

Au Japon par exemple, *Matsubara et al.* [2008] ont cartographié les variations de vitesse des ondes S à 10km de profondeur (Fig. 5b). Globalement, v_S semble homogène sur tout le pays (anomalies positives), excepté dans la zone de la plaine de Kanto (région de Tokyo) montrée en figure 5a, où la vitesse des ondes S est plus faible, probablement à cause de l'importante épaisseur de sédiments.

Carcolé & Sato [2010] ont proposé, quant à eux, de cartographier les variations spatiales du scattering au Japon. Leur méthode permet d'estimer Q_{sc} moyen, sur une profondeur comprise entre 0-40km, et sur une région de 200km autour de la station. Grâce à la forte

densité de séisme et une très bonne couverture du réseau sismologique très large (interstation $\sim 30\text{km}$ sur tout le pays), ils ont ainsi pu cartographier les structures de (Q_{sc}^{-1}) de façon continue. Leur carte de scattering à basse fréquence (1-2Hz) est montrée dans la figure 5c. Les zones vertes à rouges correspondent à des zones où le processus de scattering est important tandis que les régions bleues à roses sont associées à des régions de faible scattering. Globalement, on remarque une forte variabilité des structures de scattering de l'ordre de 100km. La zone Nord-Est du Japon possède les plus fortes valeurs de scattering et corrèle avec la localisation de l'arc volcanique. En effet, la présence de dykes peut induire un fort scattering. En revanche dans la partie Sud du pays, il semblerait que le scattering ne soit pas le processus majeur responsable de l'atténuation sismique.

En comparant la carte de vitesse et la carte d'atténuation par scattering, on remarque au premier ordre que les variations de vitesse sont de l'ordre de 10% alors que celles du scattering fluctuent de plus de 30%. Cette observation suggère que les contrastes d'atténuation sont plus forts que ceux de vitesse et devraient donc permettre d'identifier plus facilement des structures géologiques. On observe également que les deux cartes ne sont ni corrélées, ni anti-corrélées ce qui implique que des informations différentes ou complémentaires des propriétés de la croûte japonaise sont à extraire des deux cartes. Par exemple, la carte de vitesse permet d'imager la plaine de Kanto qui n'est pas visible sur la carte de scattering. En revanche, cette dernière permet de détailler les structures des volcans qui ne semblent pas se distinguer du reste de la croûte quand on analyse les anomalies de vitesse.

Objectif et plan du manuscrit

Dans cette introduction, nous avons vu et illustré en quoi l'étude de l'atténuation est importante en sismologie tant d'un point de vue de l'impact sociétal direct - connaissance de l'atténuation crustale pour la prédiction du mouvement du sol - qu'indirect - meilleure caractérisation des propriétés physiques des structures géologiques.

La nécessité de connaître qualitativement et quantitativement la variabilité spatiale de l'atténuation sismique en France - encore très mal connue à ce jour - a fait émerger ce projet de recherche. En particulier, nous allons voir comment distinguer et cartographier l'absorption et le scattering. Cette distinction joue un rôle majeur pour le risque sismique. En effet, le scattering peut contribuer significativement à l'allongement de la durée du signal sismique - ou mouvement du sol, à son amplification locale et donc à des effets destructeurs. En dissipant l'énergie, les anomalies d'absorption sont au contraire, plus favorables du point de vue du risque sismique.

Le chapitre 1 va nous permettre de nous familiariser avec les concepts qui vont être utilisés tout au long de ce manuscrit. Nous allons voir que la coda sismique s'avère être le meilleur observable pour quantifier l'absorption et le scattering, ce qui nous amènera à discuter de ses propriétés. Nous détaillerons les longueurs caractéristiques nécessaires pour décrire un milieu hétérogène et absorbant et nous verrons que l'équation de trans-

fert radiatif permet de modéliser le transport des ondes de coda dans ce milieu. Nous résumerons enfin les connaissances actuelles sur l'atténuation sismique en Europe et en France.

Le chapitre 2 va nous permettre de comprendre comment est impactée l'intensité des ondes de coda en présence d'une anomalie d'absorption et de scattering. Pour cela, nous calculerons les noyaux de sensibilité de l'intensité de coda à des variations spatiales de scattering et d'absorption dans un cas 2D pour un milieu diffusant isotrope. Ce chapitre sera essentiellement composé d'un article publié en 2014 dans GJI. Nous discuterons ensuite brièvement de la variabilité spatiale des noyaux dans un milieu diffusant anisotrope. Pour terminer le chapitre, nous verrons que le noyau d'absorption peut être utilisé à des fins d'imageries des variations spatiales de vitesse à partir des mesures de délai dans la coda sismique.

Le chapitre 3 sera consacré à l'analyse de la décroissance énergétique de la coda et en particulier du facteur de qualité de la coda Q_c . Une revue des méthodes de mesure de Q_c sera présentée. La cartographie de l'absorption sur les Alpes (article publié dans *EPSL*) sera ensuite présentée et interprétée d'un point de vue structural. Je terminerai en vous montrant les cartes d'absorption pour la France Métropolitaine.

Enfin, le chapitre 4 se focalisera sur la méthodologie à adopter pour réaliser une tomographie d'absorption en intégrant les noyaux de sensibilité décrits dans le chapitre 2. Je présenterai la méthode que j'ai utilisée pour fixer un modèle de référence de scattering et d'absorption a priori. Des tests préliminaires pour l'inversion sur les Pyrénées seront ensuite discutés.

La dernière partie de ce manuscrit sera consacrée - comme il est d'usage - à la synthèse des principaux résultats de ce projet de recherche. Je proposerai à la fin quelques perspectives à plus ou moins long terme que ce travail offre.

Chapitre 1

L'atténuation sismique dans la croûte terrestre

Sommaire

1.1	Observations	17
1.2	Un modèle d'intensité de coda : le transfert radiatif	27
1.3	Que sait-on de l'atténuation des ondes sismiques en Europe et en France ?	41

Ce chapitre s'intéresse aux notions qui vont être abordées tout au long de ce manuscrit. Nous définirons et discuterons de l'avantage d'utiliser la coda sismique pour mesurer l'atténuation des ondes dans la croûte terrestre. Dans un deuxième temps nous verrons que les ondes de coda, interprétées comme des ondes multidiffusées, peuvent être modélisées par le transfert radiatif. Dans une dernière section, nous nous attarderons sur la cartographie des variations de l'atténuation à l'échelle européenne et française.

1.1 Observations

En fonction de la distance entre la source sismique et le sismomètre, les signaux sismiques échantillonnent différentes parties de la Terre. À l'échelle de notre planète, un événement éloigné de plusieurs milliers de kilomètres du récepteur sera dit *télésismique*. Si l'événement est à plus de 150km du réseau de détection, on parle d'un *événement régional*. Dans ce manuscrit, nous allons nous intéresser aux propriétés de la croûte terrestre. Par conséquent, nous utiliserons des *séismes locaux* enregistrés à une distance épacentrale inférieure à 150km.

Dans un premier temps, je propose de faire quelques observations sur les enregistrements du mouvement du sol afin de comprendre pourquoi la coda sismique est une partie intéressante du signal sismique pour étudier l'atténuation.

1.1.1 Définition de la coda sismique

Les plus gros tremblements de Terre excitent un spectre très large de vibrations allant de $3 \cdot 10^{-4}$ Hz à 20 Hz. Dans cette gamme de fréquence, on distingue classiquement les ondes longue période de fréquence inférieure à 0.1 Hz et les ondes courte période de fréquence supérieure à 1 Hz (auxquelles nous nous intéressons plus particulièrement). Cette dernière gamme de fréquence couvre les fréquences propres typiques des bâtiments et par conséquent c'est la plus intéressante pour le risque sismique. Dans ce régime de hautes fréquences (>1 Hz), les longueurs d'ondes sont de quelques centaines de mètres à quelques kilomètres. Elle sont à comparer à l'épaisseur H de la croûte, d'environ 30 km. Nous nous plaçons donc dans le cas où $\lambda \ll H$. Les méthodes d'imagerie à partir des ondes de surface ou des modes propres (longue période) seront par conséquent écartées des discussions de ce manuscrit. Nous gardons à l'esprit qu'elles ont néanmoins de l'intérêt pour l'étude des structures profondes, notamment du manteau et du noyau terrestre [Durek & Ekström, 1996; Dziewonski & Anderson, 1981; Romanowicz & Mitchell, 2007].

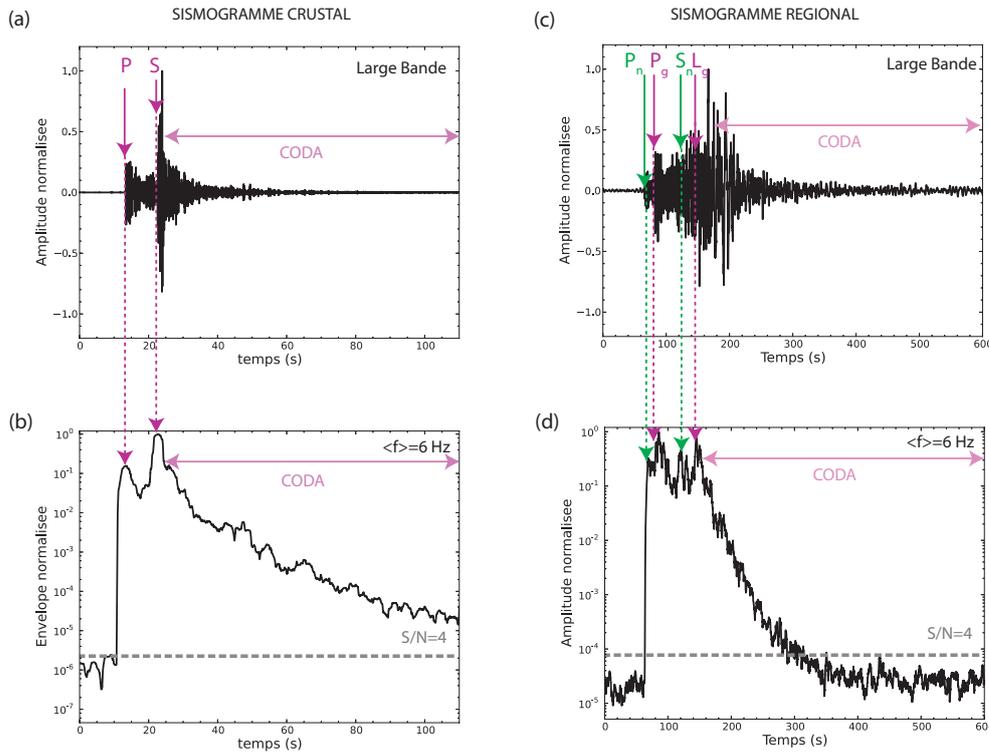


FIGURE 1.1 – (a) Sismogramme d'un séisme crustal de magnitude $M_L=3.1$ (bulletin CSEM) enregistré dans les Alpes le 25 septembre 1996 à la station BISS (Italie). La distance épiscopentrale est $\Delta=80$ km et la profondeur est estimée à environ 15 km (CSEM). (b) Enveloppe normalisée du sismogramme alpin. (c) Sismogramme régional à la station MLS dans les Pyrénées. Le séisme de magnitude $M_L=5.2$ a eu lieu dans la région de Barcelonnette (Alpes) le 7 avril 2014. La distance épiscopentrale est de $\Delta=481$ km et la profondeur est estimée à environ 7-8 km (BCSF). (d) Enveloppe du sismogramme de Barcelonnette. Le rapport signal sur bruit $S/N=4$ est montré par le trait pointillé gris. Les ondes balistiques P (P_g) et S (L_g) crustales sont indiquées par les flèches rose foncée et la coda sismique par la double flèche rose clair. Les phases régionales dans la croûte P_g et L_g sont montrées par les flèches vertes foncées. La coda des ondes L_g est indiquée par la double flèche rose clair.

Un exemple de sismogramme crustal typique est montré sur la figure 1.1a. La figure 1.1b présente l'enveloppe du signal de la figure 1.1a qui est calculée comme la moyenne quadratique des trois composantes du signal. Pour lisser les fluctuations du signal, une fenêtre glissante estimant la moyenne de l'énergie sur une durée de 16 cycles est appliquée. On observe sur les deux figures l'arrivée de l'onde P (ou P_g) ($t_P \sim 13s$ - avec t_P le temps d'arrivée de l'onde P) se propageant à $v_P=6\text{km/s}$ dans la croûte en moyenne, suivie de la deuxième onde balistique S (ou S_g) ($t_S \sim 22s$ - t_S est le temps d'arrivée de l'onde S) possédant une vitesse de propagation plus faible, de l'ordre de $v_S=3.5\text{km/s}$. Derrière ces deux ondes directes (P et S), on remarque la coda sismique P et S dont l'amplitude décroît avec le temps. Dans ce projet, nous nous intéressons à la coda sismique des ondes S dont la longue décroissance dans le signal peut durer plusieurs dizaines de secondes (jusqu'à $10t_S$ [Aki, 1969]) alors que la source sismique ne dure, elle, que quelques secondes.

A l'échelle régionale, on peut aussi observer une coda sismique. Bien que le régime des grandes distances ne soit pas l'objet central de cette étude, elle sera néanmoins abordée dans ce manuscrit et un exemple est donné dans la figure 1.1c. Le séisme de Barcelonnette (7 avril 2014) a été enregistré dans les Pyrénées à une distance épacentrale de 481km. On peut observer des phases mantelliques (P_n et S_n) en plus des phases crustales (P_g et L_g), clairement identifiées sur l'enveloppe du signal (Fig. 1.1d). L'onde balistique L_g est suivie de la coda sismique des ondes L_g qui dure plus d'une centaine de seconde. Une caractéristique des ondes L_g est qu'elles sont guidées dans la croûte et par conséquent, elles subissent des réflexions multiples sur ses interfaces (surface libre et Moho) ce qui rend leur modélisation plus complexe.

Il a largement été montré que l'amplitude d'un sismogramme u , comme celui représenté dans la figure 1.1a - ou déplacement du sol - peut être décrit comme la convolution entre (1) un terme de source ϕ dépendant de la magnitude, du mécanisme source et de la directivité de la rupture, (2) un terme de propagation p et (3) un terme d'effet de site s qui traduit les effets locaux d'amplification du sol sur lequel est posée la station d'enregistrement :

$$u(\Delta, t, f) = \phi(f, t) \otimes p(\Delta, t) \otimes s(t), \quad (1.1)$$

où f désigne la fréquence, t le temps et Δ la distance épacentrale. Pour plus de détails, *Sheriff* [1975] propose une revue des paramètres contrôlant l'amplitude des signaux sismologiques. Dans cette thèse, nous allons nous focaliser sur le terme $p(\Delta, t)$ et bien que l'équation 1.1 soit valable pour l'ensemble du sismogramme, la forme de $p(\Delta, t)$ sera quant à elle différente, suivant la partie du sismogramme que l'on observe : les phases directes P, S ou la coda sismique.

1.1.2 Propriétés des ondes de coda

1.1.2.1 Multidiffusion des ondes S

Grâce à l'acquisition en continu du signal sismique depuis une vingtaine d'années, il a été plus facile d'analyser la coda sismique sur toute sa durée. Ainsi, de nombreuses

données ont pu être traitées et utilisées. Par exemple, l'analyse en réseau a permis de caractériser et interpréter les ondes de coda [Aki & Tsujiura, 1959]. La figure 1.2 montre l'analyse $f - k$ réalisée sur un réseau aux États-Unis pour l'onde P , l'onde S et la coda sismique prise sur une fenêtre de 10s démarrant 20s après t_S . On remarque que l'ensemble de l'énergie sismique est fortement localisée au sud-est du réseau pour les ondes directes P et S avec des vitesses apparentes de 6km/s et de 3-4km/s, respectivement. L'énergie de la coda provient, quant à elle, de toutes les directions de l'espace. La coda a ainsi été interprétée comme étant composée d'ondes multi-diffusées par des hétérogénéités dont la distribution est uniforme et aléatoire. Ces hétérogénéités sont omniprésentes dans la croûte. En observant les données acquises par la sismique dans des puits, on remarque qu'à l'intérieur d'une même couche géologique, il existe des fluctuations de courte longueur d'onde des vitesses. Ces petites fluctuations sont causées par les hétérogénéités petites échelles du sous-sol (Fig. 3) telles que des variations de porosité, de densité ou encore de composition chimique/minéralogique. L'hypothèse d'une croûte stratifiée en couches géologiques homogènes latéralement, couramment utilisée en sismologie, n'est donc qu'une approximation et ne peut donc pas être émise quand on observe la coda sismique.

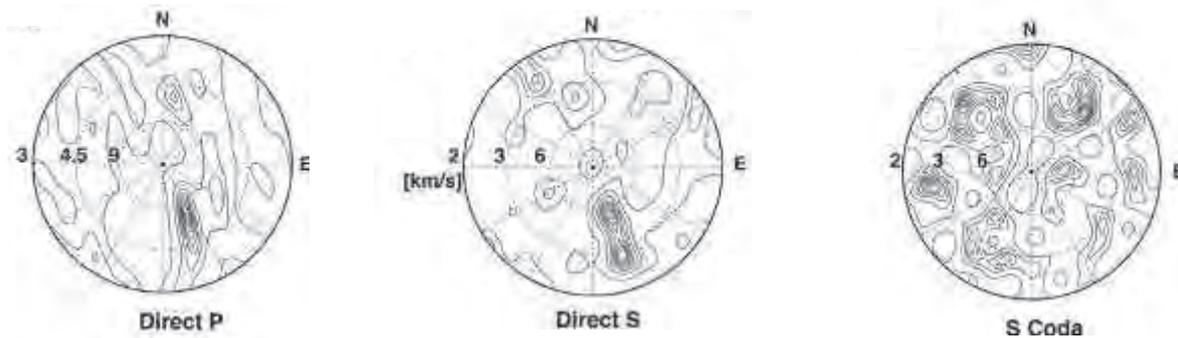


FIGURE 1.2 – Résultat d'analyse $f-k$ pour l'onde P , S et la coda sismique sélectionnée sur une fenêtre de 10 secondes démarrant 20 secondes après l'onde balistique S . La distance au centre est inversement proportionnelle à la vitesse des ondes se propageant à travers le réseau [Sato et al., 2012].

1.1.2.2 Stabilité de la décroissance énergétique de coda

L'analyse de la coda sismique a gagné en popularité suite aux travaux de Aki & Chouet [1975] qui ont montré deux propriétés majeures de la décroissance de l'énergie de la coda observée suffisamment loin de l'onde balistique S : elle est indépendante du terme (1) de site et (2) de source de l'équation 1.1. La première propriété (1) a été observée en mesurant la vitesse de décroissance de l'enveloppe de coda pour un séisme enregistré à différentes stations d'enregistrement à différentes distances épicentrales Δ (Fig. 1.3a). Un séisme de magnitude $M_L = 3.0$ s'étant produit dans les Alpes-de-Haute-Provence, le 20 octobre 2003, a été enregistré par 38 stations du réseau RéNaSS (Réseau National de Surveillance Sismique) et RLBP (Réseau Large Bande Permanent) pour des distances épicentrales variant de 4km à 83km. La figure 1.3a montre les enveloppes des enregistrements où le

temps $t = 0s$ est le temps origine du séisme. On remarque que quelle que soit la distance épacentrale et le site d'enregistrement, toutes les décroissances énergétiques de coda sont les mêmes à temps suffisamment long ($>50s$). En revanche, les amplitudes des ondes (coda et balistique) varient et reflètent - dans ce cas - les effets de sites. On peut aussi noter que l'amplitude des ondes directes est également affectée par des effets 3D de propagation et par la radiation de la source.

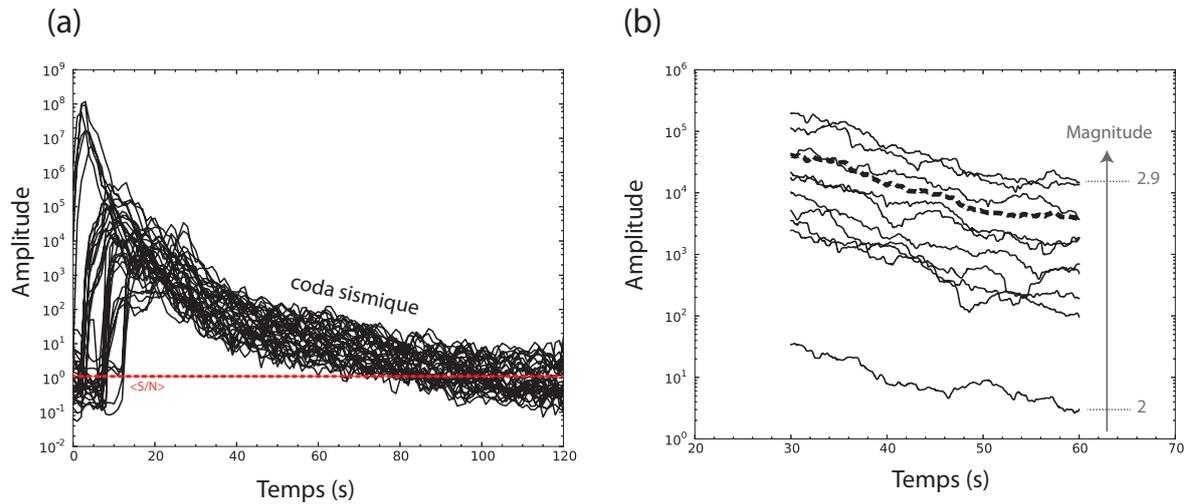


FIGURE 1.3 – (a) Enveloppes de sismogrammes enregistrées dans les Alpes-de-Haute-Provence sur 38 stations (RéNaSS et RESIF) pour un séisme de magnitude $M_L = 3.0$. Le rapport signal sur bruit S/N moyen est montré par le trait pointillé rouge. (b) Amplitude de coda à 6Hz en fonction du temps pour 10 séismes de magnitudes comprises entre 2 et 2.9, enregistrés à la station VIA au Luxembourg. Les distances épacentrales varient de 60 à 80km. L'enveloppe moyenne est montrée en pointillé. Les temps indiqués sur les deux figures correspondent au temps depuis le temps origine du séisme.

La deuxième propriété de la coda révélée par *Aki & Chouet* [1975] suggère que la décroissance énergétique des ondes de coda est indépendante de la source. Pour illustrer cette propriété, j'ai sélectionné dix séismes crustaux de faibles magnitudes ($M_L = 2-2.9$) qui se sont produits sur le plateau Belge, au nord de Liège et pour une même gamme de distance épacentrale variant de 60 à 80km. Ces séismes ont été enregistrés par une même station, installée à Vianden au Luxembourg (VIA). Les dix enveloppes de coda à 6Hz correspondantes sont représentées sur la figure 1.3b entre 30 et 60s après le temps origine des séismes. L'enveloppe moyenne est montrée en pointillé. On remarque que la vitesse de décroissance des enveloppes est stable et indépendante du séisme qui l'a générée (Fig. 1.3b), contrairement aux amplitudes de coda. En admettant que les variations locales de propagation sont négligeables pour cette région géologique, la différence d'amplitude que l'on observe est donc essentiellement due à l'effet de la magnitude. Cependant la coda sismique perd l'information de la radiation de la source. En effet, la stabilité de la décroissance énergétique s'explique par le fait qu'à temps long, les ondes de coda étant multidiffusées, elles intègrent l'information sur toutes les directions de radiation à la source. La décroissance énergétique des ondes de coda est alors insensible au mécanisme au foyer qui a produit les ondes incidentes initiales avant leur diffusion.

Ces propriétés des ondes de coda ont fait naître la méthode dite de normalisation de coda, pour estimer, à partir des enregistrements sismiques, des magnitudes et des facteurs d'amplification de site.

1.1.2.3 Méthodes de normalisation de coda

Aki & Chouet [1975] ont montré que la densité spectrale de puissance de la coda Ω estimée pour un séisme i et une station j peut s'écrire de la façon suivante :

$$\langle |\dot{u}(t_{coda}, f)|^2 \rangle_T = \Omega_{i,j}(f, t_{coda}) = \varphi_i(f) \times P(f, t_{coda}) \times S_j(f) \quad (1.2)$$

avec $\varphi(f)$, $P(f, t)$ et $S(f)$ le spectre de source, de propagation et du site, respectivement. L'équation 1.2 représente la répartition de la puissance du signal sismique en fonction de la fréquence. L'hypothèse centrale de la méthode de normalisation de coda est que le terme de propagation est indépendant du séisme i et de la source j car il est considéré comme homogène sur une région donnée. Dans ce cas, on s'aperçoit qu'on peut avoir facilement accès à la magnitude relative d'une source sismique en comparant la coda de deux événements locaux enregistrés à une même station :

$$\frac{\Omega_{1,1}(f, t_{coda})}{\Omega_{2,1}(f, t_{coda})} = \frac{\varphi_1(f) \times P(f, t_{coda}) \times S_1(f)}{\varphi_2(f) \times P(f, t_{coda}) \times S_1(f)} = \frac{\varphi_1(f)}{\varphi_2(f)} \quad (1.3)$$

Biswas & Aki [1984] ont par exemple utilisé la méthode pour estimer la magnitude des séismes en Alaska. Ils ont établi une relation entre l'amplitude de coda mesurée à temps long et le moment sismique. Leur relation empirique a l'avantage de déterminer rapidement la taille du séisme à partir d'une seule station.

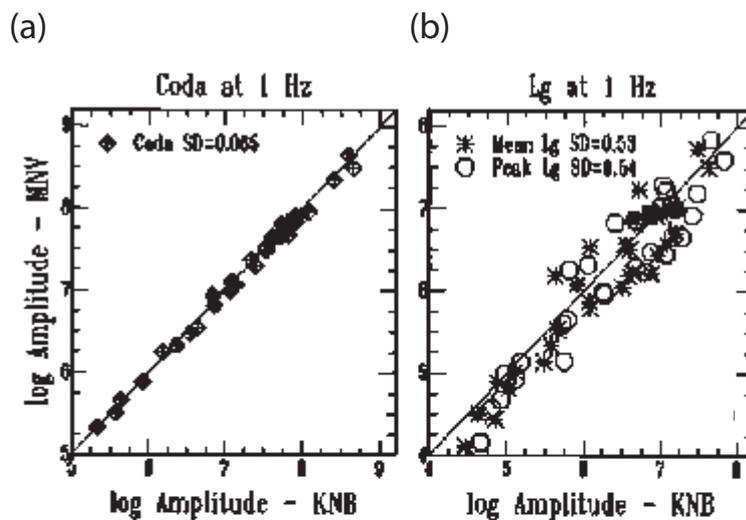


FIGURE 1.4 – (a) Amplitudes moyennes de L_g -coda (b) Amplitudes maximales (cercle) et moyennes (étoiles) de l'onde directe L_g estimées sur l'enveloppe et corrigées de l'effet de source et de site pour 31 séismes enregistrés en Californie du Sud, d'après *Mayeda & Walter* [1996].

Pour montrer la fiabilité des mesures d'ondes de coda pour estimer la source sismique comparée à l'utilisation classique des ondes directes, *Mayeda & Walter* [1996] ont sélectionné 31 séismes régionaux à l'Ouest des USA enregistrés à deux stations séparées de 500km. En corrigeant l'enveloppe des enregistrements des effets de site et de propagation par la méthode de normalisation de coda (Eq. 1.3), ils estiment l'amplitude moyenne de coda et le maximum d'amplitude de l'onde directe L_g sur les deux stations. Leurs résultats sont montrés sur la figure 1.4. Lorsque pour un séisme, les points de mesures sur les deux stations se localisent sur la droite de coefficient directeur 1, cela signifie que l'information portée par la mesure d'amplitude est la même : c'est l'effet de la source. On observe sur la figure 1.4 que les amplitudes mesurées sur les ondes de coda pour chacune des deux stations montrent moins de dispersion que celles mesurées sur l'onde directe. En effet, ces dernières sont fortement affectées par le diagramme de radiation de la source contrairement à la coda. Cette observation révèle la robustesse des ondes de coda pour extraire la magnitude des séismes à partir de la méthode de normalisation de coda. Les amplitudes des ondes de coda ont d'ailleurs encore récemment fait l'objet de développements méthodologiques pour estimer les magnitudes de séismes crustaux [*Sens-Schönfelder & Wegler*, 2006; *Denieul et al.*, 2015].

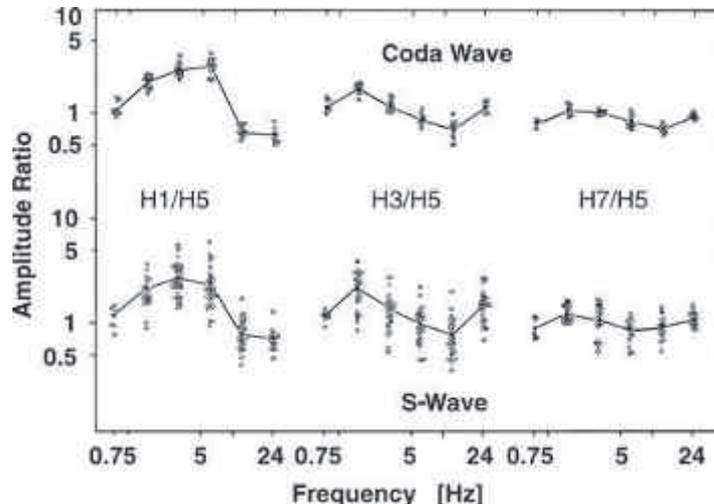


FIGURE 1.5 – Facteur d'amplification des ondes directes S et des ondes de coda sur trois sites H1, H3 et H7, par rapport au site H5 installé sur le socle rocheux [*Tsujiura*, 1978].

La méthode de normalisation de coda peut aussi être utilisée pour une mesure relative des effets de site. Dans ce cas, il suffit de considérer un seul séisme enregistré sur plusieurs stations :

$$\frac{\Omega_{1,1}(f, t_{coda})}{\Omega_{1,2}(f, t_{coda})} = \frac{\varphi_1(f) \times P(f, t_{coda}) \times S_1(f)}{\varphi_1(f) \times P(f, t_{coda}) \times S_2(f)} = \frac{S_1(f)}{S_2(f)} \quad (1.4)$$

Le site de référence que l'on a numéroté 2 dans l'équation 1.4 est généralement pris au rocher pour s'assurer que l'amplification du site est minimale. *Tsujiura* [1978] a montré la fiabilité de la méthode de normalisation de coda pour trouver l'amplification aux sites. La figure 1.5 montre ses résultats : il a comparé le ratio des spectres des ondes directes à trois

sites (H1, H3, H7) avec le ratio des spectres d'onde de coda, sur une bande de fréquence allant de 0.75 à 24Hz. La station de référence est posée sur le socle rocheux (H5). On remarque que pour chaque site, la dépendance fréquentielle est similaire pour les ondes de coda et pour les ondes directes S. Cependant, les estimations des ratios d'amplitude montrent moins de dispersion sur la coda que sur l'onde directe S ce qui indique une meilleure stabilité de la mesure d'amplification de site à partir des ondes de coda. En effet, la dispersion des estimations sur l'onde directe peut être liée à des effets géométriques de propagation. On peut également noter que la similarité des facteurs d'amplifications sur la coda et sur l'onde S appuie l'hypothèse que les ondes de coda sont essentiellement composées d'onde S.

Suite à ces travaux, plusieurs auteurs ont caractérisé les amplifications de site par la méthode de normalisation de coda dans diverses régions du monde comme au Japon [Fehler et al., 1992; Takahashi et al., 2005] ou en Californie [Phillips & Aki, 1986; Kato et al., 1995].

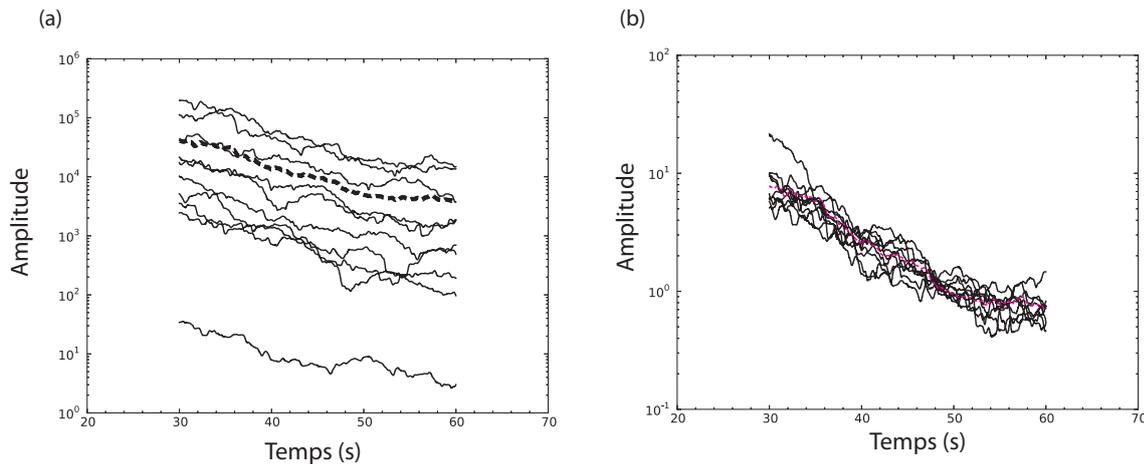


FIGURE 1.6 – (a) Enveloppes de sismogrammes de la figure 1.3b, l'enveloppe moyenne est montrée en pointillé noir. (b) Amplitude de coda de la figure 1.3b, normalisée par la moyenne de l'enveloppe de la fenêtre $t=[60-70]$ s. L'enveloppe moyenne est indiquée en pointillé rouge.

Si l'on s'intéresse maintenant au terme de propagation de l'onde directe, on émet l'hypothèse qu'il existe une variabilité régionale et que P de l'équation 1.2 dépend de la source i et du site j . Pour observer cette variabilité, il faut s'affranchir de la source (magnitude) et du site. Nous avons pu voir que ces deux termes affectent l'amplitude des ondes de coda (Fig. 1.3). La méthode de normalisation de coda nous permet donc de corriger de ces effets. On normalise alors l'amplitude du signal par la moyenne énergétique de la coda estimée dans une fenêtre à temps long. Aki [1980] a été le premier à utiliser cette technique pour explorer les variations spatiales d'atténuation des ondes directes S avec la fréquence dans le centre du Japon. Pour 900 séismes régionaux enregistrés à 2 stations, il a calculé le spectre des ondes S, normalisé par le spectre moyen des ondes de coda. Le spectre moyen de coda est estimé dans une fenêtre dont le temps de démarrage est supérieur à $2t_S$ et dont le rapport S/N est largement supérieur à 4. Les résultats de

Aki [1980] montrent que la variabilité de l'atténuation avec la fréquence est plus forte au nord du Japon qu'au sud.

On peut aussi appliquer la méthode de normalisation de coda sur l'un de nos exemples vu sur la figure 1.3b et rappelée en Fig. 1.6a. Pour ce cas, nous avons considéré que l'enveloppe de coda était indépendante des variations de propagation et de site (Fig. 1.3b). La figure 1.6b illustre la méthode de normalisation de coda des effets site en normalisant les enveloppes par la moyenne énergétique de la fenêtre à $t=[60-70]$ s. Comme attendu, on remarque que les enveloppes de coda se superposent, puisqu'elles sont indépendantes du site (enregistrements sur une même station) et qu'elles ont été normalisées pour pouvoir être indépendantes de la source. Les petites fluctuations d'amplitude résiduelles peuvent être attribuées à la variabilité de la propagation que l'on avait supposé quasi-homogène sur les zones d'étude (Alpes et plateau Belge).

Comme nous allons le voir en chapitre 4 de ce manuscrit, on peut retenir que la procédure Multiple Lapse Time Window Analysis (MLTWA) développée par *Fehler* et al. [1992] utilise la méthode de normalisation de coda afin d'extraire les propriétés d'atténuation de la croûte [*Fehler* et al., 1992; *Hoshiaba*, 1993; *Carcolé & Sato*, 2010].

1.1.3 Le facteur de qualité de la coda Q_c

C'est avec les travaux pionniers de *Aki & Chouet* [1975] au milieu des années 70 que la coda sismique a joué un rôle majeur pour la quantification de l'atténuation dans la croûte terrestre. Plus particulièrement ils s'appuient sur le fait que la décroissance énergétique de coda permet de s'affranchir des termes de source et de site pour ne garder plus que le terme de propagation de l'équation 1.1. Leur analyse montre que le terme de propagation des ondes de coda (Eq. 1.2) peut être paramétré de la façon suivante :

$$P(t, f) = E(t, f) \propto t^{-\alpha} e^{\frac{-2\pi ft}{Q_c(\omega)}} \quad (1.5)$$

où E désigne la propagation de la coda P , plus connue sous l'abréviation E qui sous-entend « énergie » et qui sera adoptée tout au long de ce manuscrit, t représente le temps après le temps origine du séisme, ω la fréquence angulaire, Q_c le facteur de qualité de coda et $t^{-\alpha}$ un terme algébrique dépendant du modèle interprétatif de coda. Plus Q_c est grand et plus la décroissance de l'énergie est lente et la coda longue. Cette paramétrisation (Eq. 1.5) permet ainsi de quantifier l'atténuation des ondes de coda via le paramètre Q_c . Comme discuté en introduction, l'atténuation de la coda sismique est essentiellement causée par deux processus : l'absorption et le scattering (Eq. 2). Le facteur de qualité Q_c décrit dans l'équation 1.5 est donc *a priori* fonction de Q_i et Q_{sc} .

Cependant, *Rautian & Khalturin* [1978] ont été les premiers à remarquer que l'enveloppe ne pouvait pas être décrite avec un seul et unique Q_c tout au long de la coda. En combinant des observations de décroissance d'enveloppe de coda à différentes distances épacentrales et estimée à différents temps, ils ont remarqué que les ondes de coda sont généralement moins atténuées (forte valeur de Q_c) à temps long dans la coda - ou à grande

distance épacentrale - qu'à temps court (petite distance épacentrale). Pour illustrer leur propos, j'ai représenté sur la figure 1.7 l'enveloppe à 6Hz du séisme alpin présenté sur la figure 1.1a et corrigée du terme t^α de l'équation 1.5 en prenant $\alpha = 3/2$ (nous verrons plus tard l'origine du choix de α). J'ai pris deux fenêtres de coda différentes pour estimer Q_c : l'une démarre à $t=40s$ ($\sim 2t_S$) (orange) et l'autre à $t=80s$ (rouge) après le temps origine du séisme. Chacune des deux fenêtres de coda dure 20s. Q_c est estimé par régression linéaire du logarithme de $E(t, f)t^\alpha$ en fonction du temps. Dans le chapitre 3, je détaillerai plusieurs méthodes de mesure de Q_c .

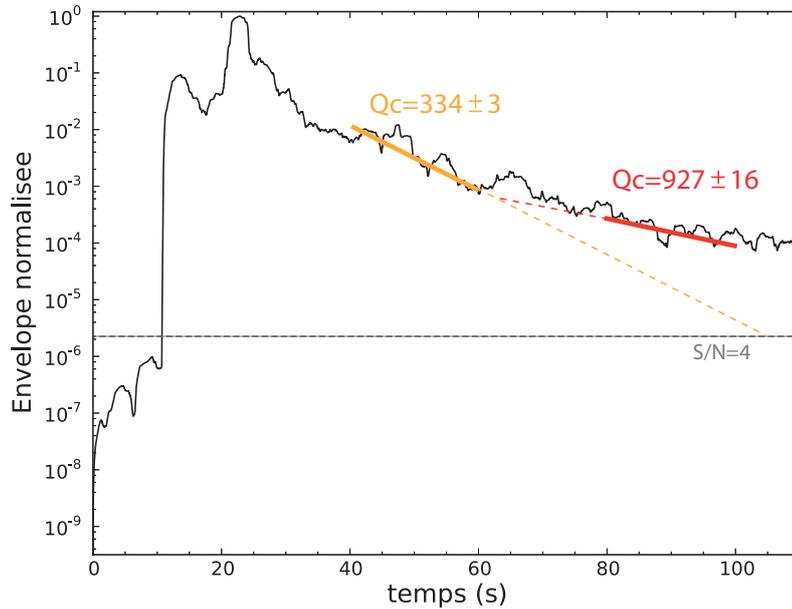


FIGURE 1.7 – Enveloppe du séisme Alpin montré en figure 1.1 dans la bande de fréquence 4-8Hz. L'enveloppe a été corrigée du terme algébrique t^α . Le temps de début de la fenêtre de coda est à 40s à partir du temps origine du séisme sont $\sim 2t_S$ (orange) - classiquement utilisé dans la littérature - et 80s (rouge). Q_c est estimé sur une fenêtre de 20s. Les traits pleins indiquent la décroissance de coda estimée par régression linéaire du logarithme de l'intensité sismique en fonction du temps. On remarque la différence d'estimation de Q_c suivant la position de la fenêtre de coda.

On observe très clairement la diminution de la vitesse de décroissance de l'énergie dans la coda avec $Q_c = 334 \pm 3$ pour $t=40s$ et $Q_c = 927 \pm 16$ pour $t=80s$. Cette augmentation de Q_c avec le temps dans la coda - appelé lapse time dependence - a été observée dans diverses régions du monde [Ibanez et al., 1990; Tselentis, 1993; Woodgold, 1994; Mukhopadhyay et al., 2008]. Elle a été interprétée par les premiers observateurs comme la conséquence de la décroissance de l'atténuation des ondes sismiques avec la profondeur [Rautian & Khalturin, 1978], une interprétation reprise par beaucoup d'études postérieures. Cette interprétation repose sur le fait que plus le temps est long dans la coda et plus la coda échantillonne le milieu en profondeur. L'hypothèse implicite de cette interprétation est que les ondes de coda sont des ondes diffusées une seule fois (régime de diffusion simple). Nous allons voir qu'en réalité, l'interprétation physique de Q_c n'est pas

aussi simple. *Del Pezzo et al.* [1990] a suggéré que l'augmentation de Q_c avec le temps vient de l'incapacité de l'équation 1.5 à tenir compte de toute la complexité du processus de diffusion dans la croûte terrestre. Le modèle de transfert radiatif va nous permettre d'appréhender physiquement le paramètre Q_c et d'établir des relations entre Q_c et Q_i et/ou Q_{sc} en fonction du temps dans la coda.

En résumé, Q_c s'avère être un paramètre robuste, indépendant de la magnitude du séisme, et des conditions locales du site d'enregistrement, mais fortement dépendant de l'environnement géologique ou tectonique régional [*Aki & Chouet*, 1975]. Il semble donc que Q_c soit le paramètre « idéal » pour quantifier l'atténuation du milieu à partir de l'analyse des ondes de coda. Cependant, une question fondamentale subsiste : que mesure exactement ce paramètre Q_c ? En effet, bien qu'il soit facilement estimable sur les enregistrements sismologiques, son interprétation physique reste néanmoins très contestée et débattue [*Hoshiya*, 1991; *Gusev*, 1995; *Margerin et al.*, 1999; *Calvet & Margerin*, 2013].

1.2 Un modèle d'intensité de coda : le transfert radiatif

La propagation d'une onde à travers un milieu hétérogène - ou désordonné - est un phénomène bien connu que l'on retrouve dans de nombreux domaines (astrophysique, médecine, optique). En sismologie, quand nous observons les ondes de coda qui résultent de plusieurs diffusions dans un milieu hétérogène comme la croûte, nous cherchons à comprendre comment se propage une onde sismique émise par le séisme à travers un nombre plus ou moins grand d'obstacles répartis de façon aléatoire.

Mais avant de pouvoir décrire la propagation des ondes de coda, nous avons besoin de nous représenter le milieu de propagation. Pour cela, quelques grandeurs caractéristiques sont nécessaires pour la représentation du milieu. Elles vont être détaillées dans le prochain paragraphe.

1.2.1 Les longueurs caractéristiques

En dehors de la *taille* L du milieu, la propagation d'une onde sismique dans un milieu désordonné introduit quatre longueurs caractéristiques pour décrire le milieu : la longueur de corrélation - ou taille de l'hétérogénéité a -, le libre parcours moyen ℓ , le libre parcours moyen de transport ℓ^* et la longueur d'absorption ℓ_a . Toutes ces longueurs sont montrées dans le schéma de la figure 1.8.

La *longueur d'absorption* ℓ_a (ou t_a) est la distance (respectivement le temps) caractéristique au-delà de laquelle l'onde est significativement atténuée par le processus d'absorption. On peut aussi définir un facteur de qualité décrivant l'atténuation par l'absorption Q_i de la façon suivante : $Q_i = \omega \ell_a / c$ (ou $Q_i = \omega t_a$), avec c la vitesse des ondes de coda généralement choisie comme étant égale à la vitesse des ondes S (Fig. 1.2 et 1.4).

Le *libre parcours moyen* ℓ (ou τ) s'interprète comme la distance moyenne (respectivement le temps caractéristique) entre deux événements de diffusion. Le facteur de

qualité associé à l'atténuation par le phénomène de diffusion - ou scattering - s'écrit comme $Q_{sc} = \omega \ell / c$ (ou $Q_{sc} = \omega \tau$). Typiquement dans la croûte terrestre et à une fréquence moyenne de 6Hz, ℓ est égal à 100km alors que sur un volcan, là où les hétérogénéités petites échelles sont plus nombreuses, la distance parcourue par une onde sismique entre deux diffusion est beaucoup plus courte et vaut environ 1km.

Le libre parcours moyen de transport ℓ^* est la distance caractéristique que doit parcourir l'onde pour perdre la mémoire de sa direction de propagation incidente.

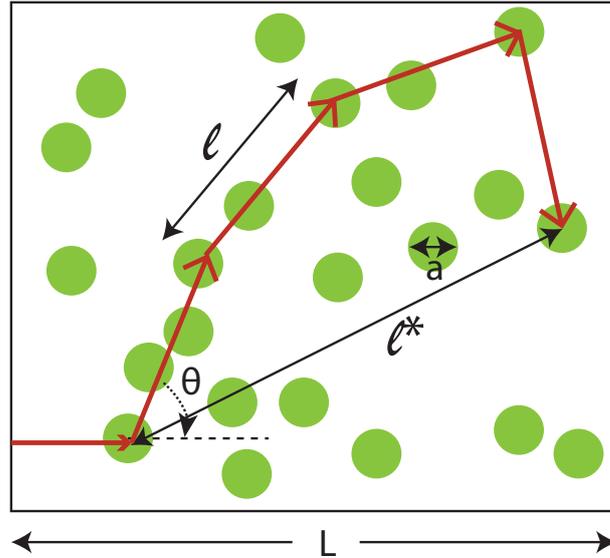


FIGURE 1.8 – Schéma représentant les trois longueurs caractéristiques pour décrire un milieu de propagation hétérogène : la longueur de corrélation - ou taille de l'hétérogénéité a , la longueur du milieu L , le libre parcours moyen ℓ . L'angle entre l'onde incidente et l'onde diffusée est noté θ . Attention, le libre parcours moyen ℓ décrit la distance entre deux diffusions et non entre deux diffuseurs de taille a .

La quantification de l'hétérogénéité dans la croûte est donc déterminée par ℓ (et ℓ^*) : plus ℓ est grand et moins la croûte est hétérogène. C'est un paramètre fondamental pour déterminer la nature de la propagation dans le milieu. Pour arriver à quantifier ℓ (et ℓ^*), nous avons besoin de nous représenter le milieu de propagation. L'hétérogénéité d'un milieu est caractérisé par ses fluctuations de vitesse comme nous avons pu le voir sur la figure 3 :

$$V(\mathbf{x}) = c[1 + \xi(\mathbf{x})] \quad (1.6)$$

où $\xi(\mathbf{x})$ est une fonction aléatoire de position. Un milieu désordonné est classiquement caractérisé par la fonction d'auto-corrélation (ACF) de ses fluctuations définie comme :

$$R(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \langle \xi(\mathbf{x}) \xi(\mathbf{x} + \mathbf{y}) \rangle \quad (1.7)$$

où les crochets montrent la moyenne sur un ensemble de réalisations [Sato et al., 2012]. Notons que l'on introduit ici la notion de moyenne d'ensemble pour s'affranchir d'une réalisation particulière du désordre. En effet, plutôt que d'un milieu désordonné unique, il est préférable de considérer une collection de réalisations de celui-ci. Au sein de ces

réalisations, le milieu ne se trouve pas nécessairement dans des micro-états identiques. La distribution de probabilité P_i des micro-états i du milieu permet alors de calculer une grandeur physique donnée f comme une moyenne d'ensemble : $\langle f \rangle = \sum_i P_i f_i$. Pour simplifier les notions abordées dans ce chapitre, nous n'allons pas considérer la dépendance des fluctuations avec \mathbf{x} (milieu statistiquement homogène). Dans les prochains chapitres en revanche, nous allons considérer que \mathbf{x} varie (milieu statistiquement inhomogène).

Une description du milieu désordonné équivalent à l'ACF de l'équation 1.7 peut être donnée par la puissance spectrale d'hétérogénéité $P(k)$, qui est définie comme la transformée de Fourier de $R(x)$. *Klimeš* [2002] propose quelques exemples de spectres d'hétérogénéités pour des applications géophysiques. Nous nous attarderons sur les deux types de spectre qui sont les plus utilisés en sismologie (pour représenter les hétérogénéités de la croûte) : le spectre de puissance Gaussien et le Von Karman. Le spectre de puissance Gaussien $P_G(k)$ est utilisé pour décrire des milieux aléatoires lisses, pauvres en petite longueur d'onde. Il est décrit comme :

$$P_G(k) = (2\pi)^{3/2} a^3 \epsilon^2 \exp(-k^2 a^2 / 2) \quad (1.8)$$

avec k le nombre d'onde et ϵ^2 la variance des fluctuations ($\epsilon^2 = R(0) = \langle \xi^2 \rangle$).

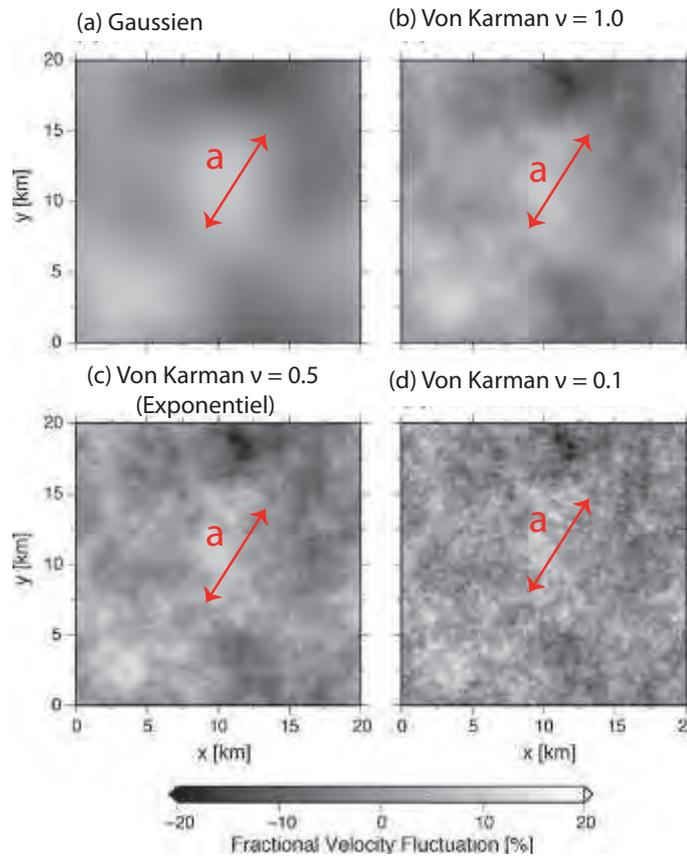


FIGURE 1.9 – Densité spectrale 2-D de milieu hétérogène, calculés pour $a=5\text{km}$ et $\epsilon = 0.05$: (a) ACF Gaussienne, (b)-(d) ACF von Karman avec différentes valeurs de ν [*Sato et al.*, 2012].

On remarque dans l'équation 1.8 que les fluctuations de ce type de spectre ne dé-

pendent que de la longueur de corrélation a et de ϵ^2 . Le spectre de puissance Von Karman est caractérisé, quant à lui, par trois paramètres (a , ϵ , ν) et décrit une grande variété de milieux désordonnés :

$$P_{VK}(k) = \frac{8\pi^{3/2}\epsilon^2 a^3 \Gamma(\nu + 3/2)}{\Gamma(\nu)(1 + k^2 a^2)^{\nu+3/2}} \quad (1.9)$$

avec Γ la fonction gamma. Le contenu du spectre de puissance Von Karman en petites longueurs d'ondes - ou autrement dit sa rugosité - est contrôlé par l'exposant ν ($\nu > 0$) tel que $P(k)$ décroît comme $k^{-2\nu-3}$ pour $ka \gg 1$. Un milieu avec ν compris entre 0 et 1 apparaît comme un milieu riche en petites longueurs d'ondes. Un milieu de type Von-Karman classique, correspondant à $\nu = 0.5$, est le spectre d'hétérogénéité Exponentiel :

$$P_E(k) = \frac{8\pi a^3 \epsilon^2}{(1 + k^2 a^2)^2} \quad (1.10)$$

La figure 1.9 montre un spectre Gaussien et trois spectres Von Karman dont la rugosité augmente : $\nu=1$, 0.5 (spectre exponentiel) et 0.1. Ces spectres sont calculés pour une seule valeur de longueur de corrélation $a = 5km$ et pour des petites fluctuations de vitesse $\epsilon = 0.05$. On observe ainsi la différence dans le contenu en petites échelles pour une même longueur de corrélation. Ce n'est donc pas seulement la « taille » du diffuseur qui est important mais aussi la pente du spectre d'hétérogénéité du milieu. À partir des spectres décrits par les équations 1.8, 1.9 et 1.10, on peut calculer le libre parcours moyen ℓ et le libre parcours moyen de transport ℓ^* comme [Margerin, 2006] :

$$\ell^{-1} = \frac{\omega^4}{c^4 16\pi^2} \int_{4\pi} P\left(\frac{\omega}{c}(\hat{\mathbf{k}} - \hat{\mathbf{k}}')\right) d^2\hat{\mathbf{k}}' \quad (1.11)$$

où $\hat{\mathbf{k}}$ et $\hat{\mathbf{k}}'$ sont respectivement les vecteurs d'ondes unitaires de l'onde incidente et de l'onde diffusée. Le libre parcours moyen de transport peut alors s'écrire comme :

$$\ell^* = \frac{\ell}{1 - \langle \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}' \rangle} \quad (1.12)$$

avec $\langle \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}' \rangle = \langle \cos(\theta) \rangle$ pour un milieu statistiquement isotrope où θ désigne l'angle de scattering défini comme l'angle entre le vecteur d'onde incident et le vecteur d'onde diffusé (Fig. 1.8).

On remarque donc que lorsque tous les angles de scattering θ ont la même probabilité de se produire (cas isotrope), $\langle \cos(\theta) \rangle = 0$ et donc $\ell = \ell^*$. Le rapport ℓ^*/ℓ peut être vu comme le facteur d'anisotropie du scattering. On note aussi que l'angle du scattering dépend du spectre d'hétérogénéité comme :

$$\langle \cos(\theta) \rangle = \int_{4\pi} p(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}') \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{k}}' d^2\hat{\mathbf{k}}' \quad (1.13)$$

avec $p(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}')$ la section efficace différentielle :

$$p(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}') = \frac{P\left(\frac{\omega}{c}(\hat{\mathbf{k}} - \hat{\mathbf{k}}')\right)}{\int_{4\pi} P\left(\frac{\omega}{c}(\hat{\mathbf{k}} - \hat{\mathbf{k}}')\right) d\mathbf{k}} \quad (1.14)$$

La section efficace différentielle dépend du rapport entre a et λ et décrit comment le milieu diffuse les ondes (Fig. 1.10).

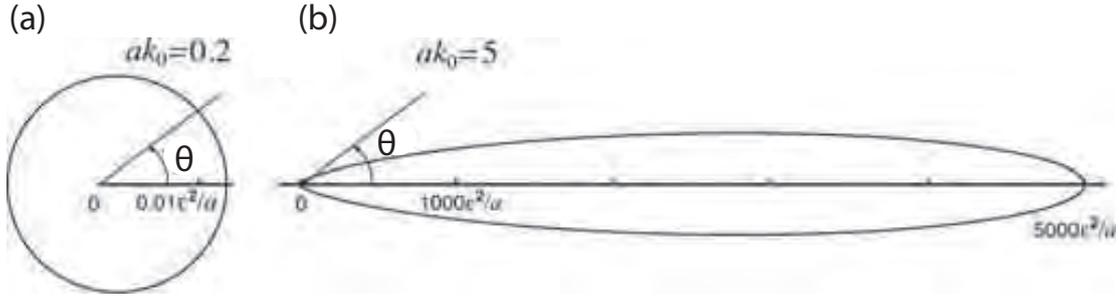


FIGURE 1.10 – Dépendance angulaire θ (Fig. 1.8) de $p(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}')$ (Eq. 1.3) pour les ondes de coda dans un milieu 3-D caractérisé par une fonction d'auto-corrélation de type exponentielle : (a) la taille de l'hétérogénéité a est plus petite que la longueur d'onde λ , on a alors une diffusion isotrope $p(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}') = 1/4\pi$ (b) cas où a est plus grande que λ : la diffusion est anisotrope [Sato et al., 2012]. k_0 indique le nombre d'onde de l'onde incidente.

La figure 1.10 montre la dépendance angulaire de p . On remarque que pour des hétérogénéités de taille inférieure à la longueur d'onde ($a \ll \lambda$ ou $ka \ll 1$), la diffusion est isotrope $p(\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{k}}') \rightarrow 1/4\pi$ (Fig. 1.10a). En revanche, si les diffuseurs du milieu sont plus grands ($a \sim \lambda$ ou $ka \gg 1$), la diffusion est fortement piquée vers l'avant, dans la direction de l'onde incidente. On comprend alors qu'il faudra plusieurs diffusions avant que l'onde perde la « mémoire » de sa direction d'incidence (et donc que $\ell < \ell^*$). On trouvera dans Sato et al. [2012] l'expression de ℓ et ℓ^* pour une onde scalaire et pour chacun des types de spectres, Gaussien, Von Karman et Exponentiel.

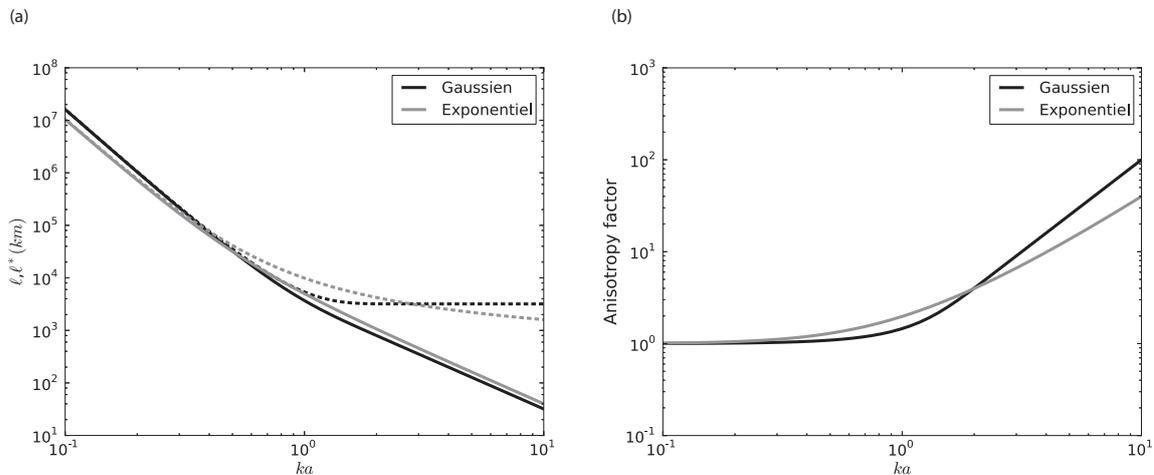


FIGURE 1.11 – (a) Libre parcours moyen ℓ (trait plein) et libre parcours moyen de transport ℓ^* (trait pointillé) en fonction de ka pour deux spectres : Gaussien (gris) et Exponentiel (noir). Ils ont été calculés pour des fluctuations de vitesse $\epsilon=0.05$.

Sur la figure 1.11a, j'ai représenté ℓ et ℓ^* en fonction de ka , estimés pour les spectres Gaussien et Exponentiel présentés en figures 1.9a et 1.9c dans le cas d'une onde scalaire. La variation de fluctuations de vitesse ϵ est fixée comme sur la figure 1.9 avec $\epsilon = 0.05$. On observe que pour une même longueur de corrélation et un même ϵ^2 , ℓ et ℓ^* dépendent bien du spectre d'hétérogénéité quelle que soit la fréquence. La figure 1.11b présente, quant à elle, le facteur d'anisotropie ℓ^*/ℓ en fonction de ka . On s'aperçoit que lorsque les diffuseurs sont petits ($ka \ll 1$), le scattering devient bien isotrope avec $\ell^*/\ell = 1$ (Fig. 1.11b). En revanche, lorsque les diffuseurs sont gros ($ka \gg 1$), ℓ^* devient indépendant de la fréquence et directement proportionnel à a tandis que ℓ varie en $k^{-2}a^{-1}$. Le scattering devient fortement anisotrope avec $\ell^*/\ell \gg 1$ (Fig. 1.11b).

Nous avons donc vu que la capacité à diffuser les ondes d'un milieu désordonné dépend du spectre du milieu. On va pouvoir maintenant définir plusieurs régimes de diffusion en fonction de L , ℓ et ℓ^* .

1.2.2 Régimes de propagation dans la coda

Après avoir défini les longueurs caractéristiques d'un milieu désordonné, nous pouvons nous intéresser à la propagation d'une onde sismique dans ce même milieu. Ce sont les longueurs caractéristiques (ℓ , ℓ^*) qui vont déterminer la nature des phénomènes physiques observés. Par exemple, dans un bar très enfumé, la lumière des spots lumineux n'est pas multiplement diffusée puisque l'on peut toujours suivre la direction de la lumière sur des trajectoires rectilignes. En revanche, un jour de très fort brouillard, le ciel nous apparaît uniformément lumineux, même en regardant dans la direction du soleil ; ou encore par une nuit de brouillard, les phares des voitures créent des halos lumineux et non rectilignes comme les spots de bar. Dans ces situations, la lumière a été diffusée de nombreuses fois et a complètement perdu la mémoire de sa direction initiale avant de nous parvenir. Ces exemples simples du quotidien illustrent les différents régimes de propagation en milieu désordonné. Nous allons voir ces régimes lorsqu'une onde sismique se propage en milieu désordonné.

1.2.2.1 Les régimes de propagation

Quand l'absorption est suffisamment faible, trois principaux régimes de propagation peuvent être définis :

- Le régime balistique : $L \ll \ell$ (ou $t_{propagation} < \tau$). Il est largement étudié en sismologie. Dans ce cas, le désordre n'entre pas en jeu et l'on considère que l'onde se propage directement de la source vers le récepteur. On parle d'onde balistique comme les ondes P et S identifiées sur la figure 1.1.
- Le régime de diffusion simple : $L \leq \ell$ (ou $t_{propagation} \sim \tau$). La taille typique du milieu est plus petite ou de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen. L'onde sismique interagit très peu avec les hétérogénéités du milieu en ne se diffusant qu'une seule fois (de manière similaire au spot lumineux du bar enfumé). Les méthodes sismiques

(migration) pour localiser les interfaces entre les différentes couches géologiques du sous-sol utilisent le principe de la diffusion simple. En effet, les interfaces sont vues comme des points diffusants. Le processus de migration consiste à retrouver la position réelle de ces diffuseurs en considérant que l'onde ne s'est diffusée qu'une seule fois sur l'hétérogénéité.

- Le régime de diffusion multiple : $\ell, \ell^* < L$. Le libre parcours moyen est dans ce cas plus petit que la taille du milieu et les ondes interagissent de nombreuses fois avec le milieu. L'onde incidente est très atténuée, voire invisible et l'enregistrement est dominé par des arrivées successives d'ondes diffuses (comme le ciel uniformément lumineux un jour de fort brouillard). Les méthodes classiques d'imagerie, basées sur les trajets balistiques des ondes comme la tomographie de vitesse, ne sont plus utilisables.

Maintenant que nous avons pu décrire à l'aide des longueurs caractéristiques, les différents régimes de propagation, une question demeure : peut-on retrouver ces différents régimes de propagation dans la coda ?

1.2.2.2 Équipartition des modes

Souriau et al. [2011] ont étudié les propriétés de la croûte pyrénéenne sur 83 événements crustaux. Un exemple de forme d'onde pyrénéenne exploitée dans leur étude est montré dans la figure 1.12a. La figure 1.12b montre l'enveloppe du signal sismique. La figure 1.12c montre le rapport de l'énergie cinétique de compression et cisailant V^2/H^2 , défini comme le ratio entre l'énergie cinétique de la composante verticale et la somme des énergies cinétiques des deux composantes horizontales. On remarque les fluctuations de V^2/H^2 en début de signal, sur une fenêtre de temps comprise entre 40s et 100s. Le ratio se stabilise ensuite autour d'une valeur plateau équivalente à $V^2/H^2 = 0.5$. Au delà de 100s, le rapport V^2/H^2 fluctue à nouveau très largement. Cette stabilisation de V^2/H^2 se localise précisément sur la fenêtre de coda seulement 4s après l'onde balistique S. Elle est d'autant plus frappante que l'énergie de la coda elle-même décroît exponentiellement avec le temps de plus de deux ordres de grandeur. La stabilisation temporelle du rapport V^2/H^2 est en fait, un observable direct de l'équipartition des modes et traduit le régime de diffusion multiple. En effet, l'effet de la diffusion multiple est de faire disparaître l'anisotropie et la polarisation initiale du champ d'onde imposées par la source. Pour un champ diffus, tous les modes de vibration du système sont équiprobablement présents. Même si une source sismique excite des modes de vibration bien particuliers, ceux-ci sont convertis vers d'autres modes par les diffusions successives sur les hétérogénéités et finissent par représenter tous les modes de vibration. Ce phénomène a été appelé équipartition des modes [*Weaver*, 1982; *Shapiro et al.*, 2000; *Hennino et al.*, 2001]. Une des manifestations directes de l'équipartition est que les rapports d'énergie (énergie cinétique/énergie potentielle ou énergie de cisaillement/énergie potentielle de compression) sont constants dans le temps et indépendants du séisme.

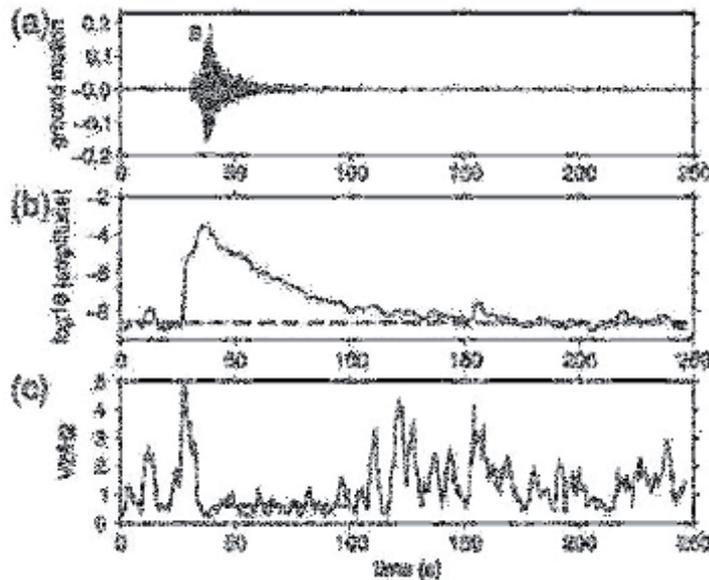


FIGURE 1.12 – Illustration de l'équipartition de l'énergie dans la coda sismique. (a) Enregistrement du 3 Octobre 2007, de magnitude $M_L=2.9$. (b) Enveloppe du sismogramme et niveau moyen de bruit (trait tiré) mesuré sur les premières 20 secondes de l'enregistrement. (c) Ratio entre l'énergie cinétique des composantes verticale et horizontale filtré à 15Hz. On peut noter la stabilisation du ratio entre 40s et 100s [Souriau et al., 2011].

Dans le cas d'un milieu infini, il existe deux modes distincts : les ondes de compression P et de cisaillement S. S'il y a équipartition de modes, alors on comprend que pour une fréquence donnée, le rapport d'énergie potentielle de cisaillement à l'énergie potentielle de compression revient simplement à compter le nombre de mode de cisaillement et de compression dans un volume puis en faire le rapport. La physique statistique nous apprend qu'à une fréquence f et en trois dimensions, il y a $2f^2/v^3$ modes par unité de volume, où v désigne la vitesse de propagation des ondes [Sato et al., 2012]. Les ondes P et S n'ont pas la même vitesse et les ondes P sont polarisées longitudinalement alors que les ondes S ont une polarisation transverse ce qui leur offre 2 degrés de liberté. Si la coda sismique est dominée par la diffusion multiple, on s'attend à une stabilisation temporelle du rapport d'énergie S/P : $2(v_P/v_S)^3 \sim 10.4$ dans la croûte terrestre. Le facteur 2 est dû aux deux états de polarisation des modes S. L'équipartition des modes dans la coda sismique a été largement montrée dans la littérature [Hennino et al., 2001; Margerin et al., 2009]. Une méthode plus facile à implémenter sur les données pour observer l'équipartition est le rapport H/V comme montrée dans la figure 1.12c. Si on fait l'hypothèse d'un demi-espace infini et qu'on est dans un régime d'équipartition, l'énergie est alors également distribuée sur chacune des trois composantes (verticale, Nord et Est) et le ratio est alors de H/V=2. En réalité, la surface libre implique l'existence des ondes de Rayleigh qui doivent être prises en compte et qui tendent à faire diminuer le ratio. Une stratification du milieu impliquera aussi une fluctuation du rapport H/V avec la fréquence [Margerin et al., 2009]. La Figure 1.12 montre donc que les ondes de coda sont essentiellement dans un régime de diffusion multiple, du moins quelques secondes après l'onde balistique. À temps plus

court, près de l'onde balistique, la coda sismique sera déjà dans un régime de diffusion simple.

Nous avons détaillé dans ce paragraphe les trois régimes de propagation permettant de décrire la propagation de l'onde sismique S jusqu'à la coda tardive : le régime balistique (onde S), le régime de diffusion simple (très proche de l'onde S dans la coda) et le régime de diffusion multiple, largement dominant dans la coda, et identifié grâce à l'équipartition des modes. L'ensemble de ces trois régimes peut être décrit par l'équation de transfert radiatif qui va être introduite dans le prochain paragraphe.

1.2.3 L'équation de transfert radiatif

1.2.3.1 L'intensité spécifique

Une grandeur importante pour l'établissement de l'équation du transfert radiatif est la notion d'intensité spécifique. Son étude constitue le point de départ de la théorie du transport. Elle se note $I(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{n}})$ et quantifie l'énergie traversant la surface $d\mathbf{S}$ de normale $\hat{\mathbf{n}}$, localisée à un point \mathbf{r} et pour un temps t . Comme illustré sur la figure 1.13, l'intensité spécifique s'interprète comme un flux local d'énergie résolu angulairement. L'intensité totale au point \mathbf{r} et au temps t dans la coda est obtenue par intégration de l'intensité spécifique sur toutes les directions de l'espace $\hat{\mathbf{n}}$ ($I(\Delta, t) = \int I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) d\hat{\mathbf{n}}$).

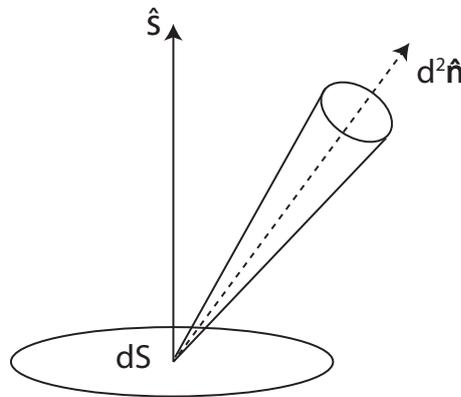


FIGURE 1.13 – Géométrie intervenant dans la définition de l'intensité spécifique : on mesure le flux d'énergie se propageant dans un petit cône de direction $\hat{\mathbf{n}}$.

1.2.3.2 Démonstration de l'ETR

Nous allons maintenant décrire la variation d'intensité spécifique en réalisant un bilan d'énergie pour un petit faisceau de rais interagissant avec un milieu contenant des diffuseurs aléatoirement distribués. Pour cela, on prend un petit cylindre δv de base $d\mathbf{S}$ et de longueur $c dt$ où c est la vitesse des ondes dans le milieu et dt est la durée sur laquelle on effectue le bilan d'énergie. La variation d'intensité spécifique se propageant dans la direction $\hat{\mathbf{n}}$ durant dt est donc liée à l'interaction avec les diffuseurs contenus dans δv . La figure 1.14 illustre l'impact de la diffusion sur un faisceau d'énergie $I_{in}(\hat{\mathbf{n}}, \mathbf{r}, t)$: (1) une

diminution d'intensité liée à l'absorption par des processus anélastiques et au transfert de l'énergie incidente dans toutes les directions de l'espace ; (2) une augmentation d'intensité liée à la diffusion des ondes depuis une direction $\hat{\mathbf{n}}'$ vers la direction $\hat{\mathbf{n}}$ avec une certaine distribution de probabilité $p(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}')$. Dans le cas d'un scattering isotrope, la probabilité qu'il y ait une diffusion de $\hat{\mathbf{n}}'$ vers la direction $\hat{\mathbf{n}}$ est uniforme ; on a donc $p(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}') = 1/S^{d-1}$. Le terme source peut également localement augmenter l'intensité spécifique si la source est présente dans δv . En combinant ces différents effets, on obtient l'équation du transfert radiatif sous la forme :

$$(\partial_t + c\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla) I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) = - \left(\frac{1}{\tau} + \frac{1}{t^a} \right) I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) + \frac{1}{\tau} \int_{S^{d-1}} p(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}') I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}', t) d\hat{\mathbf{n}}' + S(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) \quad (1.15)$$

$p(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}')$ de l'équation 1.15 décrit l'anisotropie du scattering. Il est lié au spectre d'hétérogénéité du milieu comme nous l'avons vu précédemment (Eq. 1.14). Notons que la densité d'énergie Ω de l'on mesure expérimentalement sur les données sismologiques est reliée avec l'intensité spécifique comme : $\Omega = \frac{1}{c} \int_{4\pi} I(\hat{\mathbf{n}} d\hat{\mathbf{n}})$.

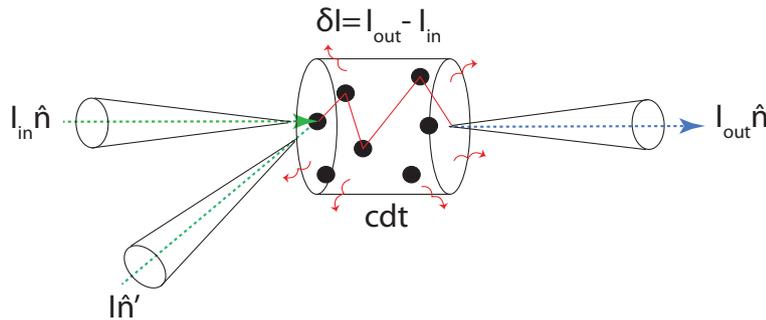


FIGURE 1.14 – Schéma interprétatif de l'équation de transfert radiatif. Un bilan d'énergie est effectué sur un petit volume $\delta v = d\mathbf{S} \times cdt$. La variation d'intensité $I_{out} - I_{in}$ est égale à la somme des pertes dues à la diffusion par les diffuseurs présents dans δv et à l'absorption (dissipation sous forme de chaleur par exemple montrée par les flèches rouges) ; et des gains provenant de la diffusion de $\hat{\mathbf{n}}'$ vers $\hat{\mathbf{n}}$.

Le membre de gauche de l'équation 1.15 décrit les variations spatio-temporelles de l'intensité spécifique dans la direction $\hat{\mathbf{n}}$. Le premier terme du membre de droite correspond aux pertes d'énergie par diffusion hors de la direction $\hat{\mathbf{n}}$ et par absorption. Le second terme du membre de droite correspond au gain d'énergie par diffusion de toutes les directions $\hat{\mathbf{n}}'$ vers la direction $\hat{\mathbf{n}}$. Le dernier terme contient les sources d'énergie éventuelles dans le milieu. Dans l'équation 1.15, la dépendance des quantités physiques avec la fréquence ω est implicite pour alléger les notations. Il est aussi important de noter que l'on néglige toute interférence entre les faisceaux de directions différentes en supposant qu'ils sont statistiquement indépendants. *Paasschens* [1997] a donné une solution approchée 3D de l'équation 1.15 dans le cas d'un scattering isotrope (soit $p(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}') = 1/S^{d-1}$). L'intensité totale s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 I(\Delta, t) &\sim \frac{e^{ct/\ell}}{4\pi\Delta^2} \delta(\Delta - ct) + \frac{(1 - \Delta^2/c^2t^2)^{1/8}}{(4\pi\ell ct/3)^{3/2}} e^{-ct/\ell} \times G\left(\frac{ct}{\ell} \left[1 - \frac{\Delta^2}{c^2t^2}\right]^{3/4}\right) \Theta(ct - \Delta) \\
 G(x) &= 8(3x)^{-3/2} \sum_{N=1}^{\infty} \frac{\left(\Gamma\frac{3}{4} + \frac{3}{2}\right) x^N}{\Gamma\left(\frac{3}{4}N\right) N!} \sim e^x \sqrt{1 + 2.026/x}
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

où Δ est la distance source-récepteur. Les symboles δ et Θ représentent les distributions de Dirac et Heaviside, respectivement. Le premier terme de l'équation 1.16 décrit l'intensité de l'onde cohérente (onde directe). Elle décroît exponentiellement vite et ne dépend que de ℓ . Elle devient négligeable après quelques libre parcours moyen de propagation. Dans ces gammes de « grandes » distances de propagation, la majeure partie de l'intensité sismique est transportée par diffusion comme décrit dans le deuxième terme de l'équation 1.16. Pour tenir compte de l'absorption du milieu, l'équation 1.16 doit être multipliée par un facteur exponentiel décrivant la décroissance de l'intensité par le processus d'absorption : $e^{-\frac{ct}{l_a}}$ dans le cas d'un milieu d'absorption homogène. Sur la figure 1.15, j'ai représenté la solution 3D de *Paasschens* [1997] I_{ETR} pour un scattering isotrope (Eq. 1.16) et pour deux distances épacentrales différentes $\Delta=\ell$ et $\Delta = 3\ell$. Le libre parcours moyen est pris comme le ℓ moyen de la croûte, soit $\ell = 100km$. l_a a été prise égale à 200km. Cette figure sera commentée dans la section suivante.

1.2.3.3 Interprétation de Q_c

Avec l'équation de transfert radiatif, on dispose donc d'un moyen de description de l'évolution de l'intensité d'une onde de coda en fonction du temps pour des collisions anisotropes. Après un grand nombre de collisions, la répartition angulaire de l'intensité spécifique devient quasiment isotrope. Pour des temps assez longs, on peut alors montrer que l'ETR se ramène à une équation de diffusion pour l'intensité :

$$\frac{\partial I(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = D\nabla^2 I(\mathbf{r}, t) - \frac{c}{t_a} I(\mathbf{r}, t) \tag{1.17}$$

où D est la diffusivité égale à $c\ell^*/d$ avec d la dimension (1,2,3) ($D=c\ell/3$ dans le cas isotrope à 3D). La solution exacte de l'équation 1.17 est donnée par :

$$I_{Diff}(\Delta, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{3/2}} \exp\left(-\frac{\Delta^2}{4Dt} - \frac{ct}{l_a}\right) \tag{1.18}$$

Sur la figure 1.15, on remarque à temps long que I_{ETR} tend asymptotiquement vers I_{Diff} . En effet, la différence entre les deux approximations du transport s'amointrit avec le temps. À temps court ($t < 110s$ pour $\Delta = \ell$ et $t < 130s$ pour $\Delta = 2\ell$), l'intensité cohérente est encore importante et n'est pas prédite par la solution de la diffusion. Le domaine de validité du régime de diffusion peut donc être évalué dans ce cas à $t > \tau$. Dans l'équation 1.18, on remarque que la forme de l'enveloppe sera décrite par l'absorption et le scattering

et que la perte d'intensité sismique par absorption décroît comme $\exp(bt)$ où $b = c/l_a$. On s'aperçoit facilement que le processus de scattering sera donc « plus visible » sur l'intensité de coda à temps court (mais combiné à l'absorption) alors que le processus d'absorption sera l'effet d'atténuation le plus visible à temps long. *Aki & Chouet [1975]* avaient proposé le modèle de diffusion pour décrire la décroissance de l'énergie dans la coda à temps long. Dans le régime de diffusion, on retrouve alors que l'énergie dans la coda varie comme :

$$E(t, \omega) \propto \frac{1}{t^{3/2}} \exp\left(-\omega t \left(\frac{1}{Q_i(\omega)}\right)\right) \quad (1.19)$$

En comparant avec l'équation 1.5, on note que $\alpha = 3/2$ et $Q_c = Q_i$ à temps long dans la coda.

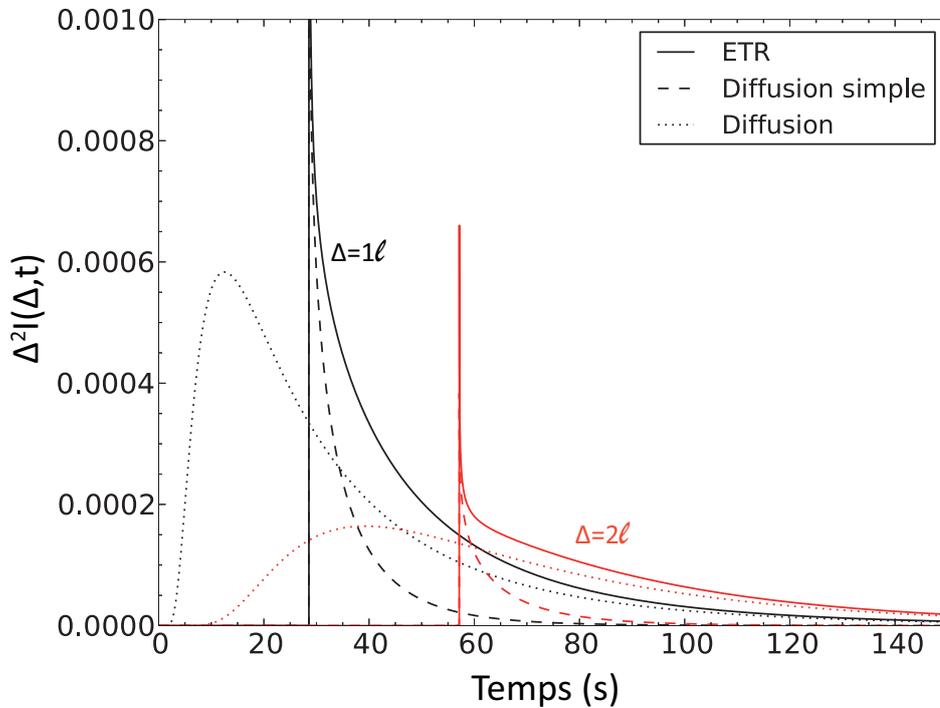


FIGURE 1.15 – Enveloppes de sismogramme à 6Hz données par la solution 3-D - cas isotrope - de l'équation de transfert radiatif (traits continu), de l'équation de la diffusion simple (traits tirets) et de l'équation de la diffusion (traits pointillés) en fonction du temps. Deux distances épacentrales sont montrées : $\Delta = \ell$ (noir), $\Delta = 2\ell$ avec $\ell = 100\text{km}$ et $\ell_a = 200\text{km}$.

A temps très court (près de l'onde balistique), nous pouvons voir sur la figure 1.15 que l'ETR décrit le régime de diffusion simple. Plus précisément, l'intensité en diffusion simple I_{DS} tend vers I_{ETR} pour des temps proches de l'onde balistique S, quelle que soit la distance épacentrale. On s'aperçoit également que le domaine de validité du régime de diffusion simple est très restreint, pour des temps quasi-équivalent à t_S . Ce modèle extrême du transport des ondes de coda est également détaillé dans l'article pionnier de *Aki & Chouet [1975]* et utilisé dans de nombreuses études [*Kopnichev, 1975; Sato, 1977*].

L'intensité en régime de diffusion simple peut s'écrire comme :

$$I_{DS}(\Delta, t) \sim \frac{1}{4\pi\Delta^2\ell} K\left(\frac{ct}{\Delta}\right) \exp\left(-\frac{ct}{\ell_a} - \frac{ct}{\ell}\right) \Theta(ct - \Delta) \quad (1.20)$$

avec $K(\nu) = \frac{1}{\nu} \ln\left(\frac{\nu+1}{\nu-1}\right)$ pour $\nu > 1$ et $K(\nu) \sim \frac{2}{\nu^2}$ pour $\nu \gg 1$ [Sato et al., 2012]. On remarque dans l'équation 1.20 que l'intensité décroît exponentiellement vite avec le temps et dépend à la fois de l'absorption et du scattering. Dans ce modèle relativement simple, la paramétrisation de l'équation 1.5 satisfait $\alpha = 2$ et $Q_c^{-1} = Q_i^{-1} + Q_{sc}^{-1}$ et s'écrit donc :

$$E(t, \omega) \propto \frac{1}{t^2} \exp\left(-\omega t \left(\frac{1}{Q_i(\omega)} + \frac{1}{Q_{sc}(\omega)}\right)\right) \quad (1.21)$$

On voit que α introduit dans l'équation 1.5 varie en fonction du régime : régime de diffusion, $\alpha=3/2$ (Eq. 1.19) et régime de diffusion simple, $\alpha=2$ (Eq. 1.21). En pratique, on fixera α en fonction du modèle interprétatif que l'on choisit pour décrire le transport des ondes de coda.

La solution de l'ETR permet donc de modéliser l'enveloppe, ou l'intensité de signaux sismiques acquis dans des milieux hétérogènes. Elle permet de prendre en considération à la fois le champ cohérent et le champ incohérent produit par les hétérogénéités petites échelles du milieu. L'intensité sismique peut être ainsi prédite sur l'ensemble du sismogramme, de l'onde balistique S jusqu'à des temps longs dans la coda sismique, en passant du régime de diffusion simple au régime de diffusion.

A partir des observations que nous avons faites dans cette section, la figure 1.16 présente un schéma interprétatif du paramètre Q_c . À temps court, Q_c dépend principalement du scattering (Q_{sc}), de l'absorption (Q_i) mais aussi de l'anisotropie du scattering (ℓ^*/ℓ) comme suggéré par *Calvet & Margerin* [2013]. À temps suffisamment long, les ondes de coda entrent dans le régime de diffusion. Dans ce cas, Q_c dépend principalement de l'absorption (Q_i). Ces observations sont essentielles pour la suite de ce manuscrit : on peut voir qu'en considérant différentes fenêtres de temps dans la coda, nous allons pouvoir séparer l'effet de l'absorption et du scattering.

Un cas particulier du scattering est aussi à noter et à prendre en considération. Dans des régions à géométrie confinée où les contrastes d'hétérogénéité et la multidiffusion y sont importants, on peut mesurer à temps long dans la coda, une atténuation apparente qui tend à être plus importante que l'absorption $(Q_c)_a^{-1} > Q_i^{-1}$. Cette atténuation supplémentaire est l'effet de la fuite des ondes diffusées vers la zone plus homogène communément appelée *leakage* [Margerin et al., 1998, 1999; Wegler, 2004]. Le processus de scattering tend ainsi à faire perdre de l'énergie au volume hétérogène. Typiquement, le phénomène de leakage, quantifié par son facteur de qualité Q_l , se produira lorsque l'épaisseur (la taille) du volume sera de l'ordre de grandeur du libre parcours moyen ($H = \sqrt{\tau D}$). Margerin et al. [1999] ont montré qu'à temps long : $Q_c^{-1} \sim Q_i^{-1} + Q_l^{-1}$. Un exemple où le

phénomène de leakage peut avoir lieu est une zone ayant subi un amincissement crustal. En effet, une des propriétés majeures de la partie supérieure de la Terre est la séparation entre le manteau supérieur et la croûte appelé Moho. Cette séparation est causée par des compositions chimiques différentes entre un manteau homogène formé majoritairement d'olivine et une croûte hétérogène chimiquement. De plus, la vitesse des ondes dans le manteau étant plus élevée que dans la croûte, cette dernière se comporte donc comme un guide d'onde. Les ondes de coda multi-diffusées par les hétérogénéités de la croûte peuvent ainsi se réfracter sous le Moho et « fuir » vers le manteau sans jamais revenir vers la croûte. *Sens-Schönfelder et al.* [2009] ont évoqué ce phénomène dans la partie Ouest des Pyrénées. Néanmoins, le leakage devient faible quand la fréquence augmente. Sauf dans le cas d'une croûte hétérogène et amincie, le *leakage* peut être considéré comme négligeable.

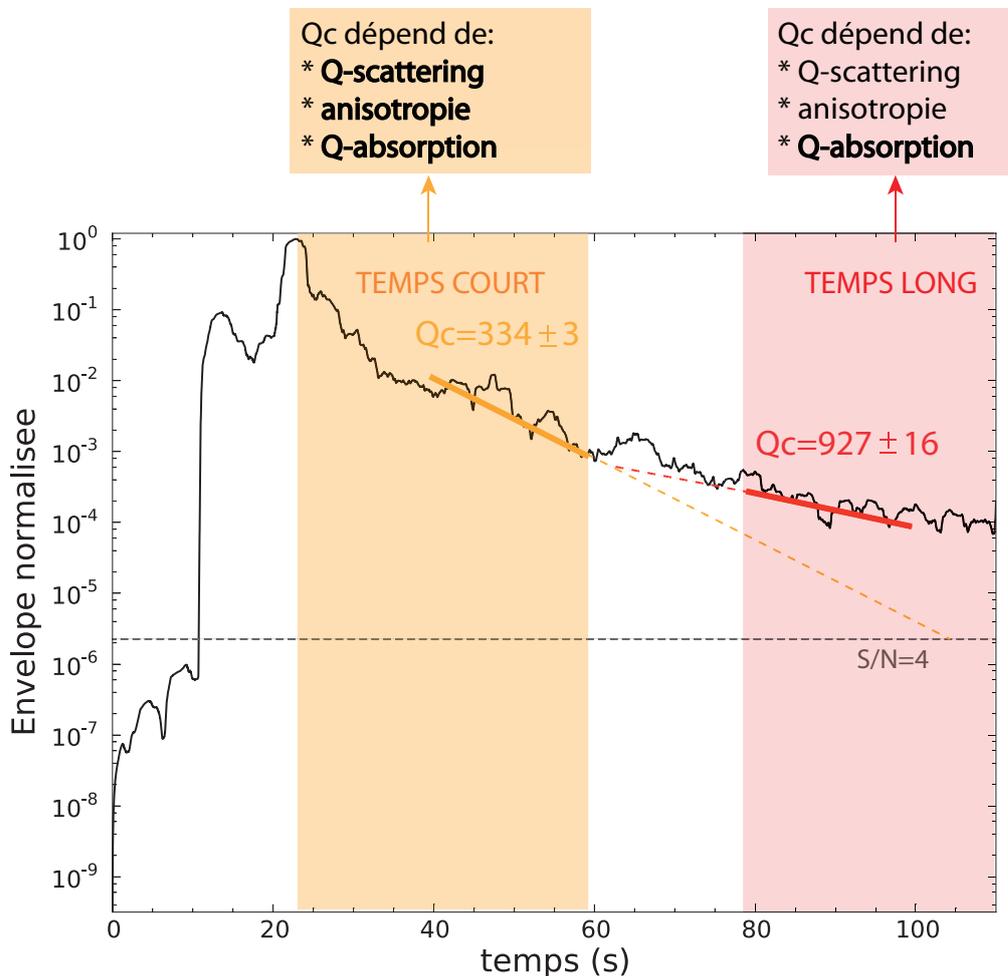


FIGURE 1.16 – Enveloppe du sismogramme alpin présenté en Figures 1.1a et 1.7. À temps court dans la coda, Q_c est sensible au scattering, à l'absorption et à l'anisotropie du scattering au premier ordre alors qu'à temps long dans la coda, Q_c dépend principalement de l'absorption.

1.3 Que sait-on de l'atténuation des ondes sismiques en Europe et en France ?

Plusieurs auteurs ont cartographié ou estimé l'atténuation sismique Q^{-1} à l'échelle Européenne et française. Dans cette section, nous proposons une revue non exhaustive de ces travaux. Nous discuterons également des efforts de nombreuses études pour cartographier ou estimer la part relative de l'absorption et du scattering dans l'atténuation totale en France Métropolitaine.

1.3.1 Estimation de l'atténuation sismique à partir des ondes directes

Les premières estimations de l'atténuation sismique en France Métropolitaine ont été obtenues à partir de l'analyse de l'amplitude de l'onde directe.

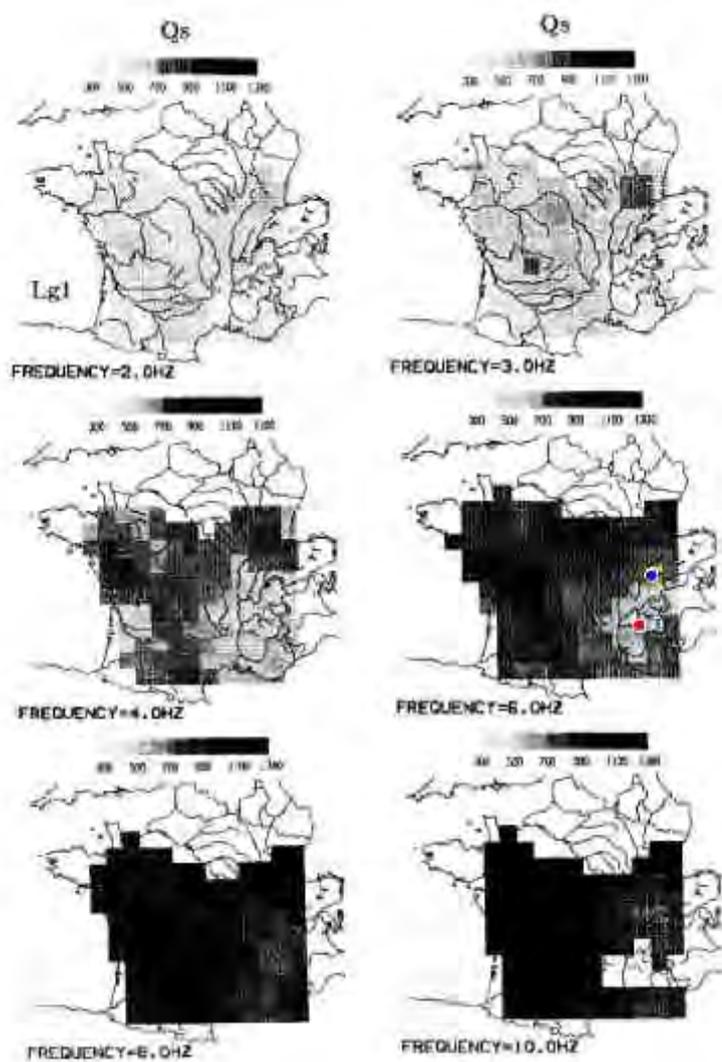


FIGURE 1.17 – Cartes du facteur de qualité des ondes S dans les bandes de fréquences comprises entre 2Hz et 10Hz [Campillo & Plantet, 1991]. Les points rouge et bleu indiquent la position de deux stations que nous examinerons ultérieurement.

Campillo & Plantet [1991] ont été les premiers à proposer une cartographie des variations régionales de l'atténuation sismique pour la France Métropolitaine avec une bonne couverture spatiale. Leur travail propose de cartographier le facteur de qualité des ondes S (Q^S), en fonction de la fréquence. Leur inversion est réalisée seulement sur le terme de propagation de l'équation 1.1, les termes de site et de source étant estimés et fixés a priori. Ils ont analysé dans différentes bandes de fréquences, entre 1.5 et 10Hz, les formes d'ondes de 431 séismes régionaux enregistrés par les 25 stations du Laboratoire de Détection et de Géophysique (LDG). En utilisant une approche itérative, ils ont estimé le facteur de qualité des ondes L_g (Q^{Lg}) et considèrent que $Q^S = Q^{Lg}$ [*Campillo et al.*, 1985]. Les cartes de Q^S , pour une grille de 60km \times 60km, sont montrées dans la figure 1.17 pour six bandes de fréquences allant de 2 à 10Hz. On remarque la forte dépendance de Q^S avec la fréquence. Pour des fréquences supérieures à 4Hz, les cartes de Q^S montrent une région de forte atténuation (faible Q^S) dans le sud-est de la France (facteur 2 dans la valeur de Q^S). Cette anomalie d'atténuation a également été mise en évidence dans l'étude de *Nicolas et al.* [1982] qui a montré que les phases crustales régionales L_g étaient fortement atténuées quand elle se propageaient à travers la vallée du Rhône. À l'exception du Sud-Est de la France, on observe peu de variations régionales (de l'ordre de 100km) de l'atténuation sismique.

La méthode d'inversion de *Campillo & Plantet* [1991] permet donc de cartographier les variations régionales grande échelle de l'atténuation en France mais leur méthode nécessite une correction a priori des termes de sources et de sites qu'il n'est pas facile d'estimer quand on travaille sur l'amplitude de l'onde directe (voir section 1.1).

Pour éviter ces corrections de source et de site, *Drouet et al.* [2010, 2008] proposent d'inverser tous les paramètres de l'équation 1.1 en exploitant également l'amplitude de l'onde S. Dans leur méthode, ils inversent simultanément le spectre de source, la réponse du site et les paramètres d'atténuation contenus dans le terme de propagation. Pour cela, ils paramétrisent de la façon suivante le terme de propagation :

$$P(\Delta, f) = \exp\left(-\frac{\pi r f}{Q^S(f)v_S}\right) \times \frac{1}{r^\alpha} \quad (1.22)$$

avec v_S la vitesse moyenne des ondes S sur le rai direct et Q^S le facteur de qualité d'atténuation des ondes S. Les auteurs imposent une loi puissance de dépendance de Q^S avec f : $Q^S(f) = Q_0^S \times f^\beta$ où Q_0^S est l'atténuation des ondes S à 1Hz. $r^{-\alpha}$ est un terme d'atténuation géométrique. Le réseau accélérométrique permanent français (RAP) est utilisé pour la construction de la base de données pour des événements de magnitude supérieure à 3. Ils étudient trois grandes régions distinctes : les Alpes, le Graben du Rhin et les Pyrénées. Les résultats de leur inversion pour les trois paramètres d'atténuation α , Q_0 et β montrent une variabilité régionale de l'atténuation en France Métropolitaine. En effet, les Alpes, les Pyrénées puis le bassin Rhénan se montrent de plus en plus atténuants avec des valeurs de Q_0 égales à 336, 790 et 1163 respectivement. Cependant, face à un problème inverse fortement non linéaire, leur méthode ne permet pas de résoudre indépendamment chaque

1.3. QUE SAIT-ON DE L'ATTÉNUATION DES ONDES SISMIQUES EN EUROPE ET EN FRANCE ?

paramètre, si bien qu'inévitablement, un trade-off apparaît non seulement entre α , Q_0 et β mais aussi entre ces trois paramètres et ceux décrivant le terme de source. La figure 1.18 présente une partie de la matrice de corrélation entre les paramètres d'amplitude spectrale de l'onde S, obtenue dans leur étude pour les données pyrénéennes. On observe clairement la forte corrélation entre les paramètres de sources et les trois paramètres de l'atténuation (α , Q_0 , β). On remarque aussi que les paramètres d'atténuation sont également fortement corrélés entre eux.

Bien que la méthode développée par *Campillo & Plantet* [1991] estime également l'atténuation à partir de l'amplitude de l'onde directe, on peut noter les valeurs sensiblement différentes de Q^S comparé à l'étude de *Drouet et al.* [2010]. Par exemple à basse fréquence (2Hz), les Alpes, les Pyrénées et le bassin Rhénan semblent avoir les mêmes valeurs de Q^S sur la figure 1.17 ($Q^S \sim 400$) alors qu'elles varient d'un facteur 4 entre les Pyrénées et le graben du Rhin dans l'étude de *Drouet et al.* [2010]. On remarque ainsi qu'en plus de la difficulté d'extraction de l'atténuation à partir de l'amplitude des ondes, l'estimation de Q est fortement dépendante de la méthode utilisée.

L'autre limite des deux méthodes d'inversion discutées ci-dessus est qu'elles estiment l'atténuation totale, sans distinguer quel(s) processus (absorption et/ou scattering) en est responsable.

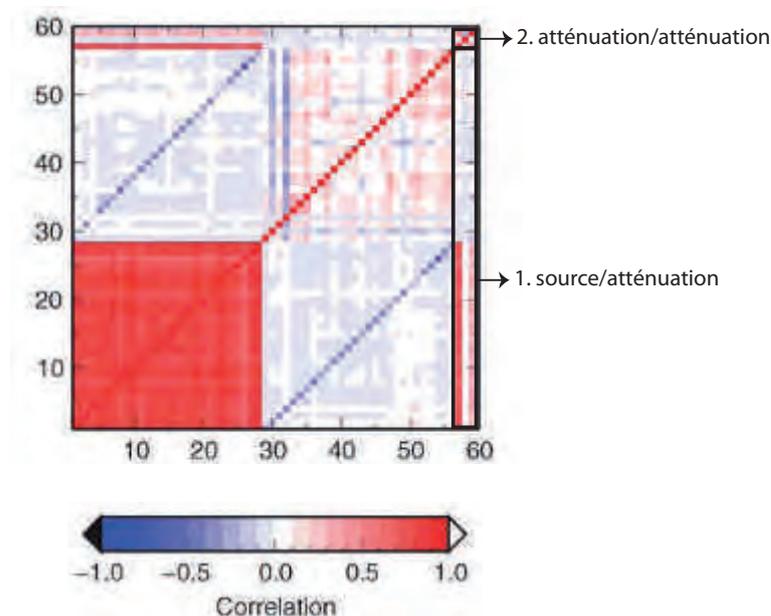


FIGURE 1.18 – Matrice de corrélation obtenue pour les données pyrénéennes par *Drouet et al.* [2008]. De gauche à droite et de bas en haut : 56 paramètres de sources et 3 paramètres d'atténuation (α , Q_0 , β). Les encadrés noirs indiquent la corrélation (1) entre les paramètres de source et d'atténuation et (2) entre les paramètres d'atténuation.

Ces exemples nous montrent donc que l'exploitation de l'amplitude des ondes est un véritable challenge en traitement du signal pour isoler le terme de propagation et pouvoir estimer l'atténuation. Ces exemples suggèrent également la nécessité d'utiliser un observable sismologique indépendant du terme de source et de site. La décroissance énergétique

des ondes de coda, introduite dans les sections précédentes, répond à ces critères et se révèle donc être un observable fiable pour la quantification de l'atténuation. Malgré tout, il faut souligner que même si l'estimation de l'atténuation reste difficile à partir des ondes directes, ces études suggèrent des variations régionales fortes de l'atténuation en France. Je propose dans le prochain paragraphe, de discuter des estimations de l'atténuation faites à partir des ondes de la coda, et de la contribution relative de Q_i et Q_{sc} en France Métropolitaine.

1.3.2 Estimation de l'atténuation sismique à partir des ondes de coda

Mitchell et al. [1997, 2008] ont cartographié le facteur de qualité de la coda des ondes L_g (Q_c^{Lg}) à travers l'Eurasie. Leur jeu de données est composé de formes d'ondes pour des distances épacentrales moyennes de 600km (666 séismes enregistrés sur 21 stations). Pour estimer Q_c^{Lg} , les auteurs ont suivi la méthode de *Xie & Nuttli* [1988] qui utilise le spectre d'amplitude des ondes de coda L_g (cette méthode sera détaillée plus loin dans ce manuscrit). La fenêtre de temps sur laquelle Q_{Lg} est estimée démarre lorsque la vitesse de groupe est de 3.15km/s (~ 250 s après le temps balistique de l'onde S) et dure environ 25s tant que le rapport S/N est supérieur à 2. La cartographie de Q_c^{Lg} est ensuite réalisée en distribuant l'estimation de Q_c^{Lg} dans une ellipse dont les foyers sont la source et la station (hypothèse de diffusion). La cartographie à basse fréquence (1Hz) est présentée dans la figure 1.19. On remarque un fort contraste d'atténuation d'un facteur 5 avec des variations spatiales de l'ordre de 1000km. Les régions de forte atténuation (faible Q_0) sont globalement localisées en Europe du sud et corrént avec les zones de forte sismicité. Cette interprétation avait déjà été énoncée par *Jin & Aki* [1988] pour la Chine.

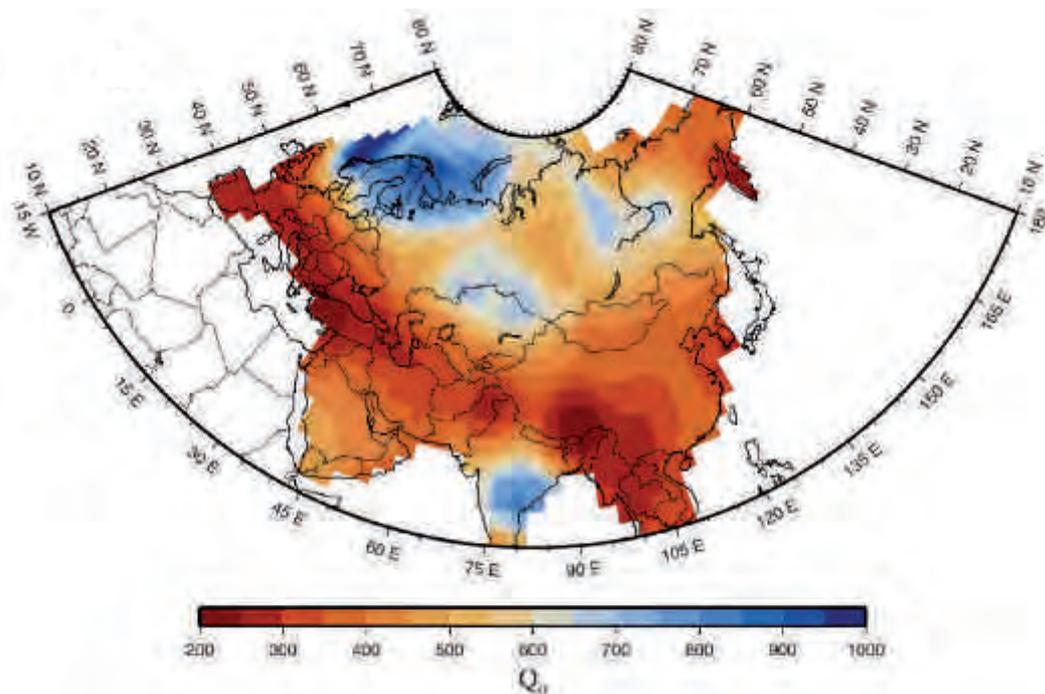


FIGURE 1.19 – Carte du facteur de qualité des ondes L_g à 1Hz [*Mitchell* et al., 2008]

1.3. QUE SAIT-ON DE L'ATTÉNUATION DES ONDES SISMIQUES EN EUROPE ET EN FRANCE ?

Cependant, malgré les forts contrastes régionaux de Q_c^{Lg} qui semblent être corrélés avec l'histoire tectonique européenne, que représente la cartographie de la figure 1.19 ? En d'autres termes, que représente Q_c^{Lg} en fonction de Q_i et Q_{sc} . Les auteurs se sont penchés sur l'interprétation physique de la mesure Q_c^{Lg} . Ils ont comparé leur résultat avec d'autres observables géophysiques comme des cartes (1) de vitesse d'onde de Rayleigh, (2) de température, (3) de profondeur de Moho et (4) de sismicité. Ces comparaisons les ont conduits à interpréter qualitativement Q_c^{Lg} comme étant lié à l'atténuation anélastique induite par des fluides. Dans cette étude, Q_c^{Lg} serait donc directement interprété comme une estimation de Q_i .

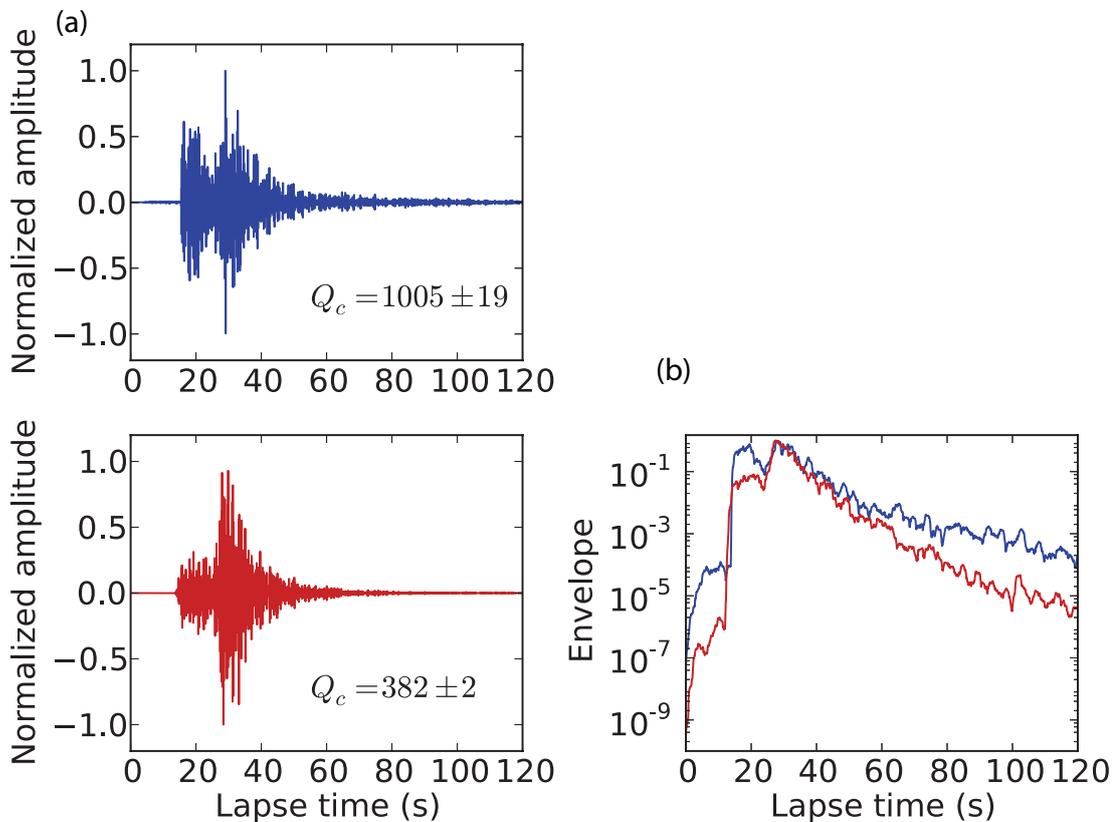


FIGURE 1.20 – (a) Deux sismogrammes typiques enregistrés dans le sud-est de la France, par les stations représentées par les mêmes couleurs dans la figure 1.17 dans la bande de fréquence 4-8Hz. Les stations étaient à 85km du séisme de magnitude $M_L=3.6$ qui s'est produit dans les Alpes. (b) Enveloppes lissées en fonction du temps qui s'est écoulé depuis le temps origine du séisme. On peut clairement observer la différence de vitesse d'atténuation des ondes de coda à l'échelle régionale.

Le travail de *Mitchell et al.* [2008] permet donc d'apprécier les variations régionales de l'absorption en Europe. Cependant, si l'on se focalise sur la France, la variabilité régionale n'est pas résolue. En effet la cartographie de Q_{Lg} présentée en figure 1.19 a une résolution spatiale de l'ordre de grandeur de la taille de la France ($\sim 1000\text{km}$). Pourtant la variabilité régionale existe comme l'a montrée l'étude de *Campillo & Plantet* [1991] (Fig. 1.17). Plus particulièrement, si l'on observe l'atténuation des ondes de coda dans

une région qui semble homogène d'après *Campillo & Plantet* [1991] comme le sud-est de la France à 6Hz ($Q^S \sim 500$), on remarque qu'il existe là encore une variabilité à l'échelle sub-régionale. La figure 1.20 illustre clairement cette variabilité. En effet, j'ai représenté sur la figure 1.20 deux sismogrammes typiques enregistrés dans les Alpes pour une même distance épacentrale $\Delta \sim 85km$ et pour un même séisme de magnitude 3.6. Les stations d'enregistrements sont indiquées par un point bleu et rouge sur la figure 1.17. On peut remarquer la différence notable à la fois dans la forme du signal et sa durée (Fig. 1.20a). En particulier, l'enveloppe bleue montre un taux de décroissance de la coda environ 2.5 fois plus lent que l'enveloppe rouge (Fig. 1.20b). Cette observation suggère une différence notable des propriétés d'atténuation entre ces deux stations d'enregistrement qui ne sont pas visibles dans la carte à 6Hz de *Campillo & Plantet* [1991] (Fig. 1.17) et encore moins sur celle de *Mitchell et al.* [2008].

La variabilité régionale petite échelle en France a été discutée par *Calvet et al.* [2013]. En effet, ils ont proposé une cartographie de l'absorption et du scattering dans les Pyrénées dans différentes bandes de fréquence variant de 1 à 32Hz. Pour quantifier l'absorption, ils ont mesuré le facteur de qualité de coda à temps long. Compte tenu de la discussion sur la signification physique de Q_c dans la section 1.2.3.2, ils ont considéré que Q_c à temps long est un bon proxy pour Q_i . Pour quantifier le scattering, ils ont mesuré le peak delay (T_{pd}) qui correspond à l'écart entre le temps d'arrivée de l'onde balistique S et le temps d'arrivée du maximum d'énergie. L'élargissement de l'enveloppe - communément appelée broadening - avec la distance épacentrale est une manifestation directe de la diffusion multiple [*Sato*, 1989; *Saito et al.*, 2002]. Le peak delay permet donc de quantifier l'effet du scattering sur le trajet direct. Ce type de mesure a d'ailleurs permis de caractériser les propriétés du scattering au Japon [*Obara & Sato*, 1995; *Saito et al.*, 2005; *Takahashi et al.*, 2007, 2009] et dans la région volcanique du Kamchatka en Russie [*Petukhin & Gusev*, 2003]. Cependant, l'absorption a également un impact sur le peak delay qui diminue quand l'absorption augmente. Une cartographie simultanée des variations spatiales d'absorption (Q_c à temps long) et des variations spatiales du peak delay a permis de réaliser une discussion qualitative de l'origine de l'atténuation dans les Pyrénées. Leurs cartes montrent des variations de l'absorption et du scattering à l'échelle régionale de l'ordre de la trentaine de kilomètres. Ces travaux suggèrent également qu'une piste pour séparer scattering et absorption est d'analyser la coda à temps court (broadening) et à temps long.

Plusieurs auteurs se sont penchés sur la nécessité d'estimer quantitativement la part de scattering et d'absorption en France. Quelques estimations de ℓ_a et ℓ ont été faites et sont résumées brièvement dans le prochain paragraphe.

Dans le Massif Central, *Lacombe et al.* [2003] ont comparé des enveloppes de coda d'onde Lg avec celles issues de la solution de l'équation de transfert radiatif résolue par des simulations Monte Carlo. Pour s'affranchir de l'impact de source et de site sur l'amplitude des enveloppes observées et simulées, ces mêmes auteurs ont normalisé leur fenêtre de

1.3. QUE SAIT-ON DE L'ATTÉNUATION DES ONDES SISMIQUES EN EUROPE ET EN FRANCE ?

coda par une énergie de référence (méthode de normalisation de la coda décrite en section 1.1.2.3), estimée sur une fenêtre de 50s en fin de signal (plus de 300s après le temps origine du séisme t_0). A basse fréquence (3Hz), ils obtiennent des valeurs de libre parcours moyen et de libre parcours moyen d'absorption de $\ell \sim 250\text{km}$ et $\ell_a \sim 150\text{ km}$, respectivement. Le processus d'atténuation le plus efficace dans le centre de la France semble donc être l'absorption ($\ell_a < \ell$).

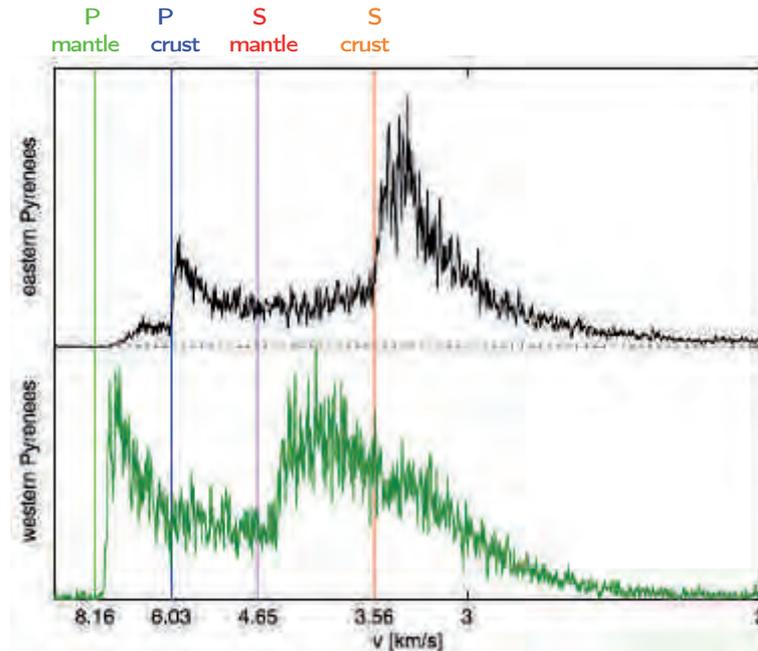


FIGURE 1.21 – Energie en fonction du temps pour deux séismes enregistrés à l'Est (noir) et à l'Ouest (vert) des Pyrénées. Les phases crustales P (bleu) et S (orange) ne sont pas visibles à l'Ouest de la chaîne [Sens-Schönfelder et al., 2009].

Dans un contexte tectonique totalement différent, Sens-Schönfelder et al. [2009] ont observé et modélisé le « blocage » de la phase crustale régionale L_g à l'Ouest de la chaîne pyrénéenne. La figure 1.21 montre deux sismogrammes enregistrés dans l'Est et dans l'Ouest des Pyrénées pour une même distance épacentrale et un séisme de même magnitude. On remarque clairement l'arrivée des phases crustales à l'Est de la chaîne alors qu'elles ne sont pas observées à l'Ouest. Pour interpréter ce phénomène, les auteurs se sont intéressés aux propriétés de la croûte et particulièrement à son degré d'hétérogénéité. Leur modèle à basse fréquence (3Hz) suggère un fort contraste d'hétérogénéité entre l'Est et l'Ouest des Pyrénées ($\ell^{Est} \sim 206\text{km}$ et $\ell^{Ouest} \sim 15\text{km}$). Ces auteurs concluent alors que cette anomalie de scattering pourrait être à l'origine du blocage de l'onde L_g . D'autre part, leur modèle permet également d'estimer à 3Hz les propriétés d'absorption des Pyrénées : $\ell_a^{Est} \sim 115\text{km}$ et $\ell_a^{Ouest} \sim 33\text{km}$.

Calvet & Margerin [2013] ont également proposé une estimation de ℓ et ℓ_a dans les Pyrénées, pour plusieurs bandes de fréquence entre 3Hz et 12Hz en exploitant le taux de décroissance de l'énergie dans la coda à différents temps. Leurs résultats montrent que l'hétérogénéité de la croûte pyrénéenne peut être modélisée par un spectre Von Karman.

ℓ est estimé à 450km, 100km et 25km alors que les valeurs de ℓ_a sont de 115km, 76km et 50km à 3Hz, 6Hz et 12Hz, respectivement.

En dehors de ces trois études qui se sont focalisées sur le centre de la France et les Pyrénées et qui sont résumées dans la figure 1.22, il y a un manque significatif de quantification de l'absorption et du scattering pour la France Métropolitaine. C'est pourquoi nous proposons dans cette thèse une méthodologie pour cartographier les processus d'absorption et de scattering.

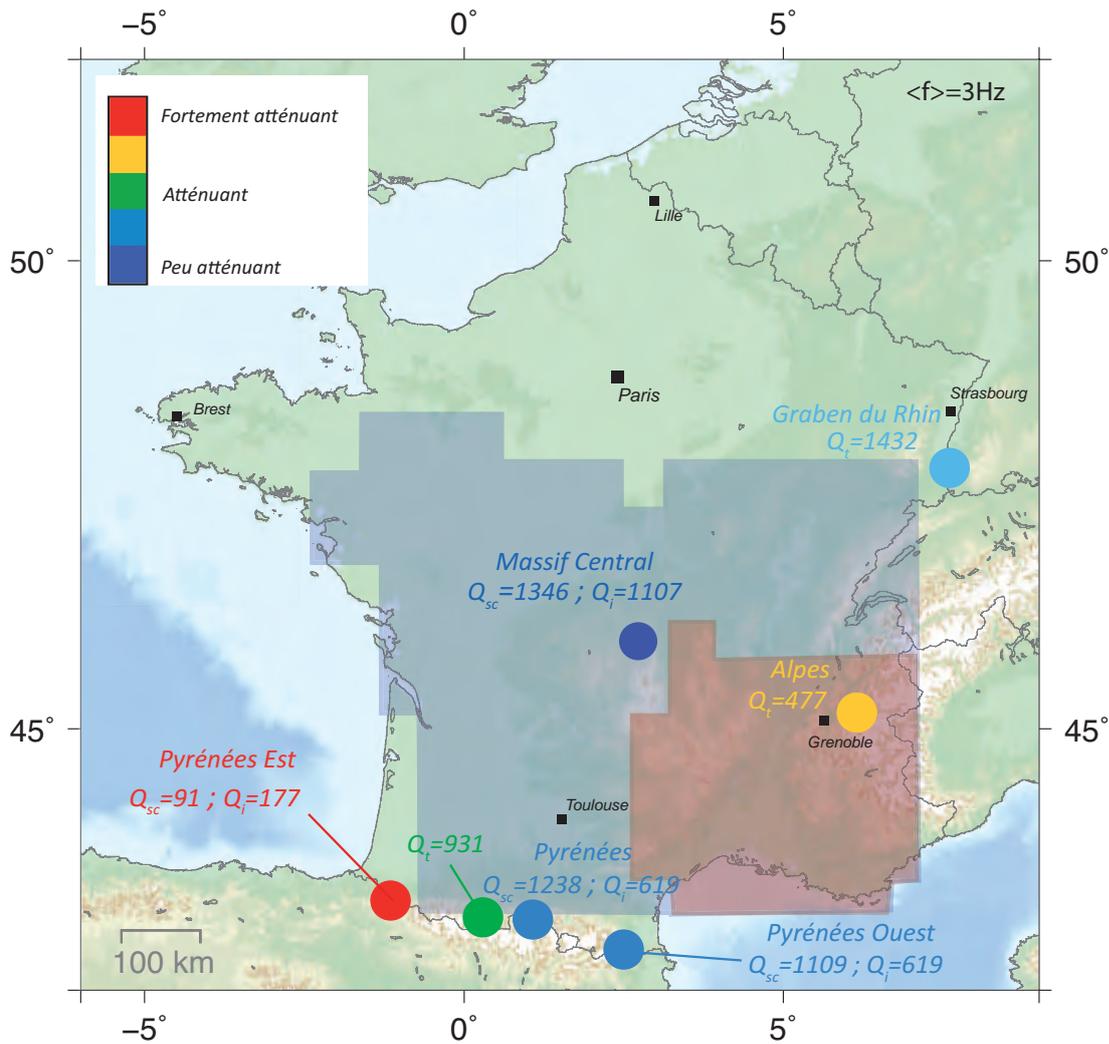


FIGURE 1.22 – Carte de la France présentant les valeurs publiées d'atténuation totale Q_t , d'atténuation causée par le processus de scattering Q_{sc} et par l'absorption Q_i à 3Hz. Les zones bleues et rouges correspondent aux régions faiblement et fortement atténuantes définies par *Campillo & Plantet* [1991]. Dans les Pyrénées, les estimations Q_{sc} et Q_i ont été faites dans les études de *Calvet & Margerlin* [2013] ($Q_{sc}=1238$ et $Q_i=619$) et *Sens-Schönfelder et al.* [2009] ($Q_{sc}^{Est}=91$; $Q_i^{Est}=177$ et $Q_{sc}^{Ouest}=1109$ et $Q_i^{Ouest}=619$). Dans le Massif Central, Q_{sc} et Q_i ont été estimés par *Lacombe et al.* [2003] ($Q_{sc}=1346$ et $Q_i=1107$). Les valeurs de Q_t dans les Pyrénées, le Graben du Rhin et les Alpes ont été estimées par *Drouet et al.* [2010] ($Q_t=931$, $Q_t=1432$ et $Q_t=477$, respectivement).

Chapitre 2

Sensibilité des ondes de coda aux variations latérales d'absorption et de scattering

Sommaire

2.1	Noyaux de sensibilité - définition	50
2.2	Quelques modèles de noyau de sensibilité d'absorption et de scattering de la littérature	52
2.3	Quelques points clés de l'article	55
2.4	Noyaux de sensibilité à l'absorption et au scattering	57
2.5	Impact d'une anomalie d'absorption et de scattering sur l'intensité de coda	93
2.6	Impact de l'anisotropie du scattering sur les noyaux de sensibilité K^a et K^{sc}	95
2.7	Noyaux de sensibilité aux variations de vitesse	99

Nous avons vu au cours du chapitre 1 que la décroissance énergétique des ondes de coda, quantifiée par le paramètre Q_c , était un observable robuste pour estimer l'atténuation de la croûte. Nous avons également montré qu'il est nécessaire de séparer les deux processus (absorption/scattering) responsable de l'atténuation, ne serait-ce qu'en terme de risque sismique. En fonction de la fenêtre de temps que l'on choisit pour mesurer Q_c , ce paramètre va tenir compte à la fois du processus de scattering et d'absorption ($Q_c^{-1} = Q_i^{-1} + Q_{sc}^{-1}$) à temps court, alors qu'à temps long dans la coda, Q_c dépendra essentiellement de l'absorption ($Q_c^{-1} = Q_i^{-1}$). La décroissance de l'énergie dans la coda est donc un observable pour quantifier l'absorption et le scattering. Pour séparer l'absorption du scattering, il est important de pouvoir quantifier l'impact des variations spatiales d'absorption ou de scattering sur l'enveloppe de la coda sismique sur laquelle Q_c est estimé. Ce chapitre s'intéresse à cette problématique.

Pour cela, nous allons introduire la notion de noyau de sensibilité qui sera largement exploitée par la suite. Nous verrons comment sont décrits les noyaux de sensibilité des ondes de coda aux variations latérales d'absorption et de scattering dans la littérature pour un cas 2D avec un scattering isotrope. Nous reviendrons sur quelques points clés de l'article publié en 2014 dans le journal *Geophysical Journal International*. Nous finirons en faisant un bref retour sur les principaux résultats et leurs impacts en terme d'imagerie d'absorption et de scattering. Nous discuterons de l'impact de l'anisotropie du scattering sur les noyaux de sensibilité. Puis nous concluerons ce chapitre en discutant comment ce travail peut être utilisé à des fins d'imagerie des variations temporelles.

2.1 Noyaux de sensibilité - définition

Pour illustrer le concept de noyau de sensibilité, nous allons nous appuyer sur un exemple bien connu en sismologie qui analyse le temps d'arrivée d'une phase sismique pour réaliser une tomographie de vitesse¹. La tomographie se base classiquement sur l'analyse de l'écart d'une quantité physique Φ observée directement sur le sismogramme (e.g : temps d'arrivée de phase sismique, amplitude des ondes) avec cette même quantité estimée sur un modèle physique de référence Φ^0 où l'exposant 0 indique la référence. Cet écart est généralement noté δ . Dans le cas de faibles perturbations de vitesse $\frac{\delta v}{v} \ll 1$, on peut montrer que l'anomalie du temps de trajet $\delta T = T - T^0$ dépend linéairement de cette perturbation de vitesse :

$$T - T^0 = \delta T = \int_V K \times \frac{\delta v}{v} dV \quad (2.1)$$

avec T^0 le temps prédit dans le modèle de référence et $\delta v/v$ la perturbation de vitesse entre le modèle de référence et le milieu étudié. La quantité K est communément appelée noyau de sensibilité. Comme son nom l'indique, K va décrire la sensibilité d'un observable - ici le temps d'arrivée des phases sismiques - à des changements (ou perturbations) du milieu - ici la vitesse des ondes dans le milieu. Selon la théorie des rais, la sensibilité spatiale d'une onde sismique au matériau qu'elle traverse se limite à la trajectoire qu'elle a suivie, c'est à dire le rai sismique. La perturbation du temps de propagation peut alors s'écrire de manière plus générale comme :

$$\delta T = \int_{rai} \frac{d\mathbf{r}'}{\delta v} \quad (2.2)$$

où \mathbf{r}' désigne le vecteur position. Dans ce cas la longueur d'onde est beaucoup plus grande que la taille des fluctuations du milieu. En réalité, cette approximation est valable quand $\lambda \ll a$. En revanche quand $\lambda > a$ le rai sismique devient sensible aux hétérogénéités du milieu et la sensibilité s'étale alors autour du rai direct, dans un volume appelé volume de Fresnel. Cette sensibilité est illustrée dans la figure 2.1. On remarque que sur une section de la sphère terrestre, le noyau de sensibilité à la forme d'une banane : la sensibilité

1. Tomographie de vitesse : cartographie des variations de vitesse de propagation du milieu par rapport à un milieu de référence.

est nulle le long du trajet source/récepteur (trajet direct) puis devient positive dans la première zone de Fresnel, et négative dans la deuxième. Sur une coupe transversale, cette sensibilité décrit la forme d'un doughnut (sensibilité nulle au centre). Comme sa distribution spatiale le suggère, ce noyau de sensibilité a été appelé *banana-doughnuts* [Marquering et al., 1999]. Une anomalie de vitesse présente dans la zone où la sensibilité est nulle ne sera pas « vue » par l'onde balistique et donc son temps d'arrivée par rapport au modèle de référence restera inchangé. En revanche, si l'anomalie de vitesse est localisée dans une zone de sensibilité positive (- négative), le temps de trajet de la phase balistique augmentera (- diminuera) par rapport au temps de trajet de l'onde dans le milieu de référence.

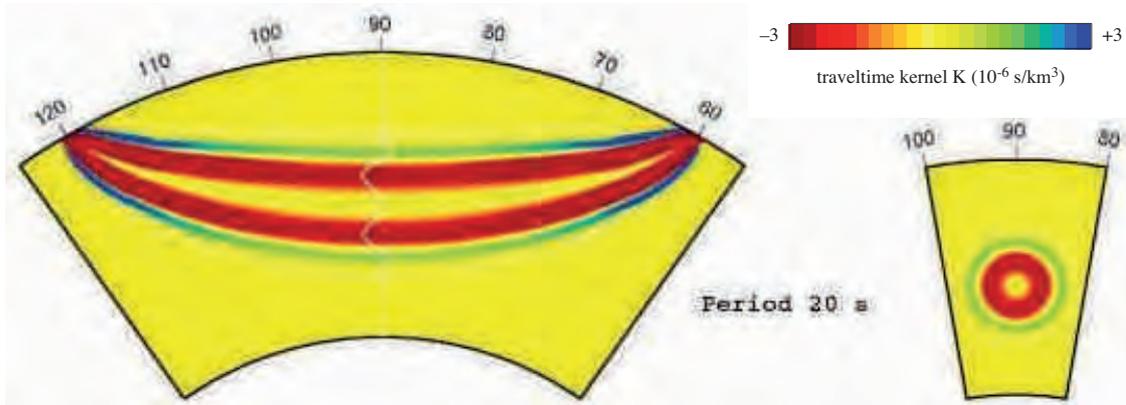


FIGURE 2.1 – Noyau de sensibilité des perturbations de temps d'arrivées d'ondes P δT à des variations de vitesses δv pour une distance épacentrale $\Delta = 60^\circ$ sur une section de la Terre (gauche) et sur une coupe transversale (droite), d'après [Hung et al., 2000].

La théorie des rais, valable pour les ondes balistiques ou au mieux le régime de diffusion simple, n'est pas adaptée pour les ondes multi-diffusées de la coda. Nous avons vu que l'ETR était un meilleur modèle de propagation (chapitre 1). Nous allons cependant faire une analogie avec les perturbations de temps d'arrivée des vitesses (Eq. 2.2) en nous intéressant aux perturbations d'intensité de coda δI quand la croûte présente des variations latérales d'absorption (δQ_i^{-1}) et de scattering (δQ_{sc}^{-1}). L'objectif final de ce chapitre est d'établir une relation entre δI , δQ_i^{-1} et δQ_{sc}^{-1} de la forme :

$$\delta I = \int_V K^a \delta Q_i^{-1} d\mathbf{V} + \int_V K^{sc} \delta Q_{sc}^{-1} d\mathbf{V} \quad (2.3)$$

Par ailleurs, nous verrons en conclusion de ce chapitre (section 2.6) que le noyau de sensibilité K^a qui va être développé au cours de ce chapitre permettra également d'imager des anomalies de vitesse de la croûte à partir de mesure de délai dans la coda.

Quelques auteurs ont essayé de décrire qualitativement les deux noyaux de sensibilité K^a et K^{sc} . Deux études se focalisant sur le noyau d'absorption et de scattering respectivement, sont brièvement résumées dans le prochain paragraphe.

2.2 Quelques modèles de noyau de sensibilité d'absorption et de scattering de la littérature

Dans cette section, nous allons discuter du noyau d'intensité de coda à des variations d'absorption K^a suggéré par *Mitchell et al.* [2008] et du noyau d'intensité de coda à des variations de scattering K^{sc} décrit explicitement par *Nishigami* [1997]. On montrera l'impact de deux anomalies d'absorption et de scattering, respectivement sur l'intensité de coda pour chacun de ces modèles.

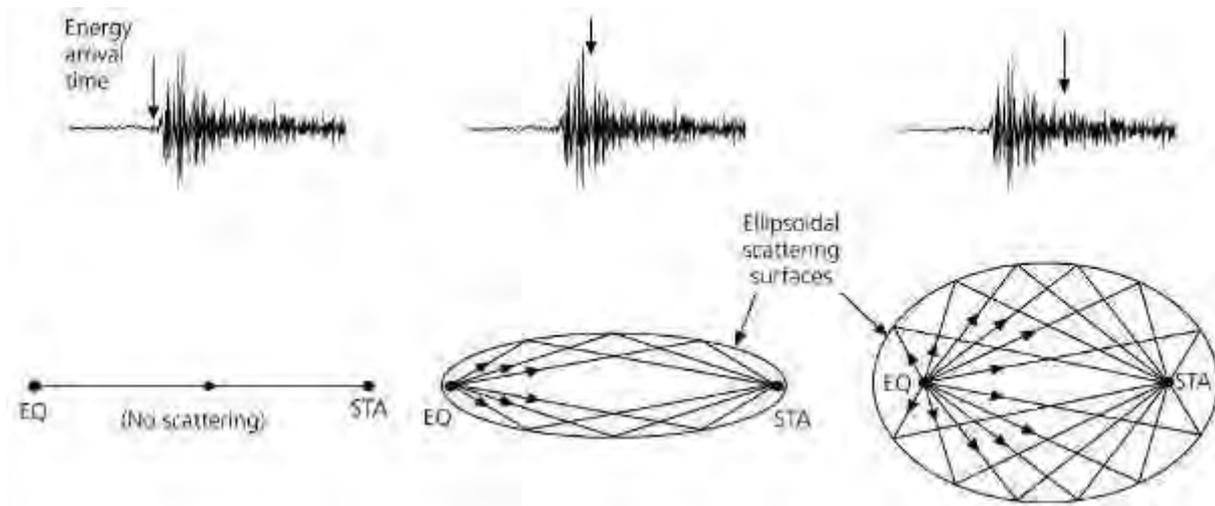


FIGURE 2.2 – Ellipses de diffusion simple montrées pour différents temps dans la coda [*Stein & Wyssession, 2009*].

Afin d'établir une carte avec des structures continues d'absorption (Fig. 1.19), *Mitchell et al.* [2008] ont distribué la mesure de Q_c^{Lg} dans une ellipse dont les foyers sont la source et le récepteur. Implicitement, si l'on se réfère au régime de propagation vu dans le chapitre 1, cette méthode pourrait suggérer que le transport des ondes de L_g -coda est modélisé par la diffusion. Dans ce cas, les ondes de coda multiplement diffusées échantillonnent toute l'ellipse de diffusion simple. On comprend alors que plus on mesure à temps long dans la coda, et plus l'ellipse de diffusion simple couvrira une grande surface (Fig. 2.2). En effet, les longueurs du grand axe a et du petit axe b (avec $a > b$) sont données en fonction du temps dans la coda t_{coda} par les relations : $a = ct_{coda}/2$ et $b = 1/2 \times \sqrt{(ct_{coda})^2 - \Delta^2}$. En pratique, t_{coda} représente le temps moyen de la fenêtre de coda après le temps origine du séisme. En s'adaptant pour notre cas aux perturbations d'intensité de la coda, leur méthode de cartographie peut se mettre sous la forme suivante :

$$\delta \log(I) = -\omega t \int \frac{Q_i^{-1}(\mathbf{r}')}{S} d\mathbf{r}' \quad (2.4)$$

où S représente la surface de l'ellipse ($S = \pi ab$). On s'aperçoit que $K^a(\mathbf{r}')$ n'est rien d'autre que la surface de l'ellipse. Les auteurs choisissent de prendre t_{coda} quand $v_g = 3.15 \text{ km/s}$ (vitesse de groupe de propagation des ondes L_g). t_{coda} va donc varier avec la distance

2.2. QUELQUES MODÈLES DE NOYAU DE SENSIBILITÉ D'ABSORPTION ET DE SCATTERING DE LA LITTÉRATURE

épicentrale Δ et sera au maximum égal à 250s (distance épicentrale maximale de leur jeu de données $\Delta = 790\text{km}$). La résolution de la carte de Q_c^{Lg} sera donc de l'ordre de la taille des ellipses $\sim 1000\text{km}$. La figure 2.3a présente le noyau de sensibilité d'intensité de coda de l'étude de *Mitchell* et al. [2008]. Elle a été calculée pour un t_{coda} équivalent à trois fois le temps d'arrivée de l'onde balistique S. La distance épicentrale est choisie comme étant égale au libre parcours moyen ℓ ($\sim 100\text{km}$ dans la croûte). L'ellipse de diffusion simple a été superposée sur le noyau (contour noir). On s'aperçoit que K^a ne dépend que du temps t et de la distance épicentrale Δ . La figure 2.3b traduit l'impact d'une anomalie d'absorption sur l'intensité de la coda. Comme K^a est homogène dans l'ellipse de diffusion simple, quelle que soit la position de l'anomalie d'absorption dans l'ellipse (A1 ou A2, fig 2.3a), elle aura exactement le même impact sur l'intensité de coda (Fig. 2.3b). Nous allons voir dans la section suivante que la variabilité spatiale de K^a que l'on propose dans notre étude est différente de celle suggérée par *Mitchell* et al. [2008]. Cette différence provient en partie du fait que les auteurs ne proposent pas de modèle physique explicite pour décrire la propagation des ondes de coda. En particulier, ils ne prennent pas en considération la contribution du champ cohérent pour décrire la propagation de la coda. Pourtant, nous allons voir que sa contribution est extrêmement importante puisqu'elle va induire deux singularités algébriques sur la source et le récepteur qui vont concentrer la sensibilité sur ces deux points (section 2.4).

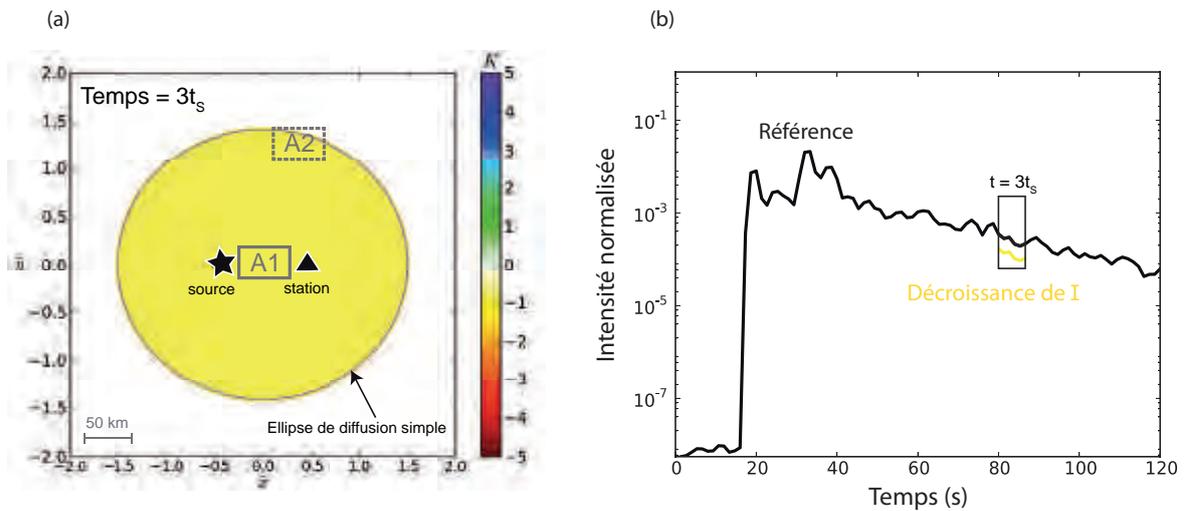


FIGURE 2.3 – (a) Noyau de sensibilité des ondes de L_g -coda aux variations latérales d'absorption proposé par *Mitchell* et al. [2008]. Les distances x et y ont été normalisées par le libre parcours moyen $\ell=100\text{km}$. Le noyau est calculé pour un temps égal à trois fois le temps d'arrivée de l'onde balistique S. La source (étoile) et le récepteur (triangle) sont espacés de 1ℓ . Deux positions d'anomalies sont montrées par des rectangles. (b) Impact des deux anomalies d'absorption (jaune) sur l'intensité de référence (enveloppe noire) de la coda.

Dans un contexte géologique très différent, *Nishigami* [1997] a exploré la distribution en profondeur du scattering dans une région volcaniquement active située au centre du Japon. Il a remarqué que le libre parcours moyen ℓ était plus petit (processus de scattering plus important) à 7km de profondeur sous les volcans. Pour cartographier le scattering, *Nishigami* [1997] suppose que l'énergie de coda est transportée par diffusion simple (Eq.

CHAPITRE 2. SENSIBILITÉ DES ONDES DE CODA AUX VARIATIONS LATÉRALES D'ABSORPTION ET DE SCATTERING

1.20). Il estime l'écart δI entre l'intensité lissée de coda I (démarrant à $1.5 - 2t_S$) et l'intensité de référence (calculée par régression linéaire sur le logarithme de It^2) sur M fenêtres de 1s, de temps milieu noté t_j (avec $j=1, \dots, M$). Sa région d'étude est discrétisée en pixel de dimension $10\text{km} \times 5\text{km}$. Chaque $\delta I(t_j)$ estimée au temps t_j de la coda est ensuite attribuée sur l'ellipse de diffusion simple.

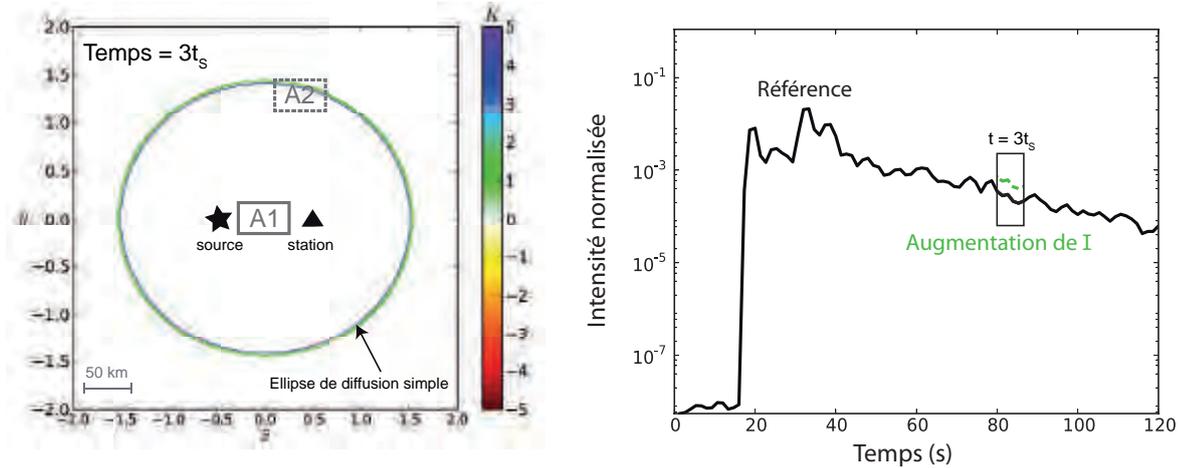


FIGURE 2.4 – (a) Noyau de sensibilité des ondes de S-coda aux variations latérales de scattering proposé par *Nishigami* [1997]. Les distances x et y ont été normalisées par le libre parcours moyen $\ell=100\text{km}$. Le noyau est calculé pour un temps égal à trois fois le temps d'arrivée de l'onde balistique S. La source (étoile) et le récepteur (triangle) sont espacés de 1ℓ . Deux positions d'anomalies sont montrées par des rectangles. (b) Impact des deux anomalies de scattering (vert) sur l'intensité de référence (enveloppe noire) de la coda.

Le noyau de sensibilité de l'intensité de coda à des variations spatiales de scattering utilisé dans l'étude de *Nishigami* [1997] est représenté sur la Figure 2.4a pour le même temps ($3t_S$) et la même distance épacentrale ($1\ell \sim 100\text{km}$) que le noyau d'absorption de la figure 2.3. On remarque que K^{sc} dépend de la distance épacentrale et du temps. Une anomalie localisée dans l'ellipse de diffusion simple (A1, Fig. 2.4a) n'aura pas d'impact sur l'intensité de coda ($K^{sc} = 0$) au temps $t = 3t_S$ alors qu'une anomalie située sur l'ellipse de diffusion simple (A2, Fig. 2.4b) aura tendance à augmenter l'intensité dans la coda (Fig. 2.4b). En combinant la méthode sur plusieurs temps dans la coda, *Nishigami* [1997] arrive ainsi à échantillonner tout le milieu. Cependant, un problème majeur de la méthode est que l'auteur suppose qu'à temps court comme à temps long dans la coda, les ondes se sont diffusées qu'une seule fois. Bien qu'à temps très court (quasi balistique) cette approximation puisse être valable, nous avons vu que très peu de temps après l'onde directe S, c'est le régime de diffusion qui domine. Nous allons voir qu'en considérant plusieurs régimes de propagation pour décrire l'intensité de coda (ETR), la contribution du champ diffus va permettre à la sensibilité de remplir l'ellipse de diffusion (section 2.4). En étant combinée avec le champ cohérent, elle va faire apparaître une singularité algébrique sur la source et la station ainsi qu'une singularité en racine carrée au voisinage de l'ellipse de causalité. Cependant, on montrera que la sensibilité du champ cohérent sur l'ellipse de diffusion simple est dominante (jusqu'à $4t_S$), comme suggérée par *Nishigami*

[1997].

2.3 Quelques points clés de l'article

Les deux études présentées dans la section précédente suggèrent deux hypothèses fortes : (1) les auteurs utilisent chacun un des deux modèles extrêmes de régime de propagation des ondes de coda et (2) leurs méthodes permettent seulement de cartographier l'absorption ou le scattering à partir de l'intensité de coda (δI) et reposent sur des hypothèses ad-hoc.

En adoptant une description du transport des ondes de coda par l'ETR, nous allons voir comment la distribution spatiale de la sensibilité des noyaux présentés en figures 2.3a pour l'absorption et 2.4a pour le scattering va changer. Pour cela, nous allons utiliser une méthode perturbative, classiquement utilisée en imagerie sismique.

2.3.1 Perturbation de l'équation de transfert radiatif

Comme son nom le suggère, l'approche perturbative consiste à modifier les propriétés de scattering et d'absorption d'un milieu de référence de temps libre moyen τ_0 ($\tau = \omega Q_{sc}$) et de temps d'absorption t_0^a ($t^a = \omega Q_i$). On introduit ainsi le milieu perturbé dans l'équation de transfert radiatif décrit dans l'équation 1.15 ($\tau^{-1} = \tau_0^{-1} + \delta\tau^{-1}$ et $(t^a)^{-1} = (t_0^a)^{-1} + \delta(t^a)^{-1}$), puis on sépare les termes perturbés des non-perturbés. En appliquant le théorème des représentations, on obtient la fonction de Green de l'ETR G en fonction de la fonction de Green de référence G^0 et des perturbations du milieu. G satisfait deux propriétés : (1) la conservation de l'énergie pour le processus de scattering ; (2) le théorème de réciprocité. Ces deux propriétés fondamentales sont conservées dans l'approche perturbative. On remarquera que la théorie de perturbation pour l'équation des ondes ne satisfait pas la conservation de l'énergie.

La méthode perturbative est classiquement utilisée en imagerie pour linéariser la relation entre perturbation de l'observable (δI) et perturbation des propriétés du milieu. Grâce au procédé décrit brièvement ci-dessus et détaillé en section 2.4, on obtient l'expression des perturbations d'absorption et de scattering, pondérées par les noyaux de sensibilité K^a et K^{sc} dans la forme linéarisée que l'on voulait (Eq. 2.3).

2.3.2 Noyaux d'absorption et de scattering - résultat

Dans l'équation 2.3, nous avons pu montrer que K^a s'exprime comme :

$$K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; \mathbf{r}'; t) = -S_d \int_{S_d} \int_0^t I(\mathbf{r}', -\hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}; t - t') I(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0; t) dt' d\hat{\mathbf{n}}' \quad (2.5)$$

Le symbole $\int_{S_d} d\hat{\mathbf{n}}'$ indique l'intégrale sur la sphère unité en dimension d ($d=2,3$). On observe que K^a dépend de la position de la source \mathbf{r}_0 , du récepteur \mathbf{r} , et de la perturbation

\mathbf{r}' ainsi que du temps dans la coda. Le noyau de scattering s'écrit quant à lui sous la forme :

$$K^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) = S^d \int_{S_d} \int_0^t I_0(\mathbf{r}', -\hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}; t - t') \left[\int p(\hat{\mathbf{n}}', \hat{\mathbf{n}}'') I_0(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}''; \mathbf{r}_0; t') d\hat{\mathbf{n}}'' - I_0(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0; t') \right] d\hat{\mathbf{n}}' dt' \quad (2.6)$$

On remarque sur les équations 2.5 et 2.6 que les noyaux de sensibilité sont définis par la convolution de deux intensités décrivant la propagation entre la source et la perturbation puis entre la perturbation et le récepteur. On peut noter que l'intensité I a la dimension $[L]^{-d}$ [Paasschens, 1997], ce qui indique que les noyaux ont une dimension $[T][L]^{-d^2}$. L'intensité spécifique, estimée par Paasschens [1997] comme nous avons pu voir en section 1.2.3.1, est décrite par la somme du champ cohérent (onde directe) et du champ diffusé. Quatre contributions différentes vont donc décrire K^a et K^{sc} . Elles sont schématisées dans la figure 2.5. La première contribution des noyaux est celle qui décrit la propagation de l'onde de la source vers la perturbation puis de la perturbation vers le récepteur par une onde cohérente sur les deux trajets (Fig. 2.5a). Cette contribution du noyau sera notée K_{cc} où l'indice cc indique *cohérent – cohérent*. La deuxième contribution décrit le transport de l'onde par le champ cohérent (source vers perturbation) puis par le champ diffus (perturbation vers récepteur). La troisième contribution est la réciproque de la seconde : le champ diffus décrit le trajet de la source vers la perturbation puis le trajet vers le récepteur est porté par l'onde cohérente (Fig. 2.5b). Ainsi par symétrie, il suffit de remplacer \mathbf{r}_0 par \mathbf{r} pour obtenir cette troisième contribution. La contribution au noyau de sensibilité du champ cohérent-diffus K_{cd} est donc la somme de ces deux trajets possibles de la source vers le récepteur en passant par la perturbation. La dernière contribution est celle qui va décrire le transport par une onde diffuse de la source vers la perturbation et de la perturbation vers le récepteur. Cette contribution est celle du champ diffus-diffus et sera indiquée par K_{dd} .

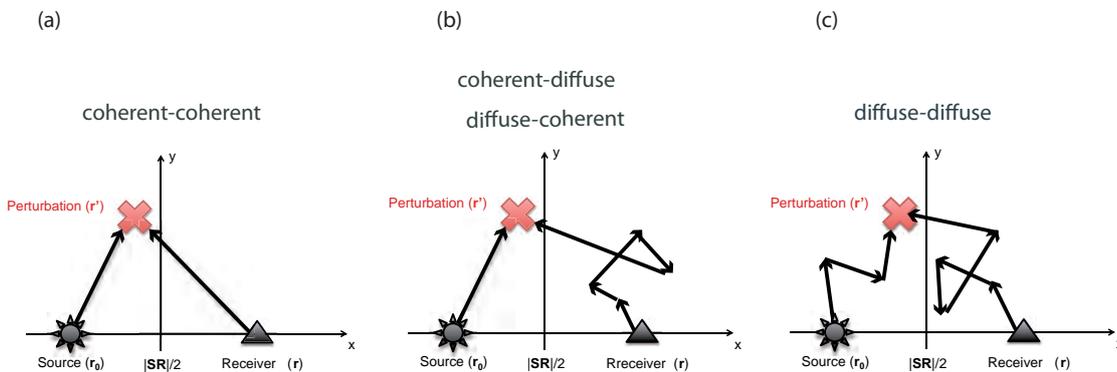


FIGURE 2.5 – Schéma illustrant les différentes contributions possibles des noyaux de sensibilité. Le trajet de la source vers la perturbation puis de la perturbation vers le récepteur peut s'effectuer via (a) une onde cohérente et une onde cohérente, (b) une onde cohérente et une onde diffuse (et inversement), (c) une onde diffuse et une onde diffuse, respectivement.

Deux propriétés des noyaux de sensibilité sont à retenir, particulièrement pour la

méthodologie d'imagerie qui sera développée dans le chapitre 4. En effet, chacun des deux noyaux vérifie la règle de somme :

$$\int K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; \mathbf{r}'; t) d\mathbf{r}' = -tI_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t) \quad (2.7)$$

$$\int K^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; \mathbf{r}'; t) d\mathbf{r} = 0 \quad (2.8)$$

Une application de l'équation 2.7 est de considérer une faible perturbation d'absorption ($\delta(1/t^a)$) de l'ensemble du milieu de référence. En utilisant les équations 2.3 et 2.7, on en déduit très vite que $I - I_0 = -tI_0\delta\left(\frac{1}{t^a}\right)$ et donc que $I \sim I_0 \exp(-t\delta(1/t^a))$. Comme attendu, l'intensité mesurée au temps t est l'intensité incidente I_0 pondérée de la décroissance exponentielle par la perturbation $\delta(t/t^a)$.

L'équation 2.8 traduit la conservation d'énergie dans le processus de scattering comme annoncé plus haut.

Nous avons ensuite choisi d'appliquer le développement théorique des noyaux K^a et K^{sc} dans un cas 2D pour des perturbations de scattering et un transport par diffusion isotrope. Ce choix a été fait car une solution analytique pour I_0 en 2D existe pour ce cas précis [Paasschens, 1997]. Elle nous a ainsi permis d'analyser en détail l'apport de chacune des contributions (champ cohérent et champ diffus) schématisées dans la figure 2.5. Nous allons aussi pouvoir observer l'apport du modèle des ondes de coda par l'ETR sur la distribution spatiale de la sensibilité dans les noyaux, comparés par exemple à ceux présentés dans les figures 2.3 et 2.4. Le détail théorique de la partie 2.3 et l'application 2D dans le cas de scattering isotrope est présenté dans la prochaine section [Mayor et al., 2014].

2.4 Noyaux de sensibilité à l'absorption et au scattering

Sensitivity of coda waves to spatial variations of absorption and scattering : radiative transfer theory and 2-D examples

Jessie Mayor, Ludovic Margerin, Marie Calvet

*Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie,
Observatoire Midi-Pyrénées, Université Paul Sabatier, C.N.R.S.,
14 Avenue Edouard Belin, Toulouse, France.*

2.4.1 Abstract

We investigate the impact of spatial variations of absorption and scattering properties on the energy envelopes of coda waves. To model the spatio-temporal distribution of seismic energy, we employ a scalar version of the radiative transfer equation with spatially-dependent absorption and scattering quality factor. The scattering pattern which describes the angular distribution of energy upon scattering is assumed to be statistically isotropic, independent of position, but otherwise arbitrary. Further assuming that the spatial variations of the governing parameters are sufficiently weak, we employ perturbation theory to derive linearized relations between the absorption/scattering properties of the medium and the intensity detected in the coda. These relations take the form of weighted integrals where so-called scattering/absorption sensitivity kernels play the role of weighting function. The kernels depend on the type of perturbation (scattering or absorption), the lapse-time in the coda, and require the knowledge of the complete angular dependence of the specific intensity describing the flow of energy in a given direction at a given location. In the long lapse-time limit, we establish simplified formulas which depend on the first two angular moments of the specific intensity only. As an illustration of the theory, we calculate the absorption and scattering sensitivity kernels in a 2-D isotropically scattering medium at different lapse-times in the coda, and discuss their singularities in detail. The sensitivity kernels are then employed to calculate the relative intensity variations of the coda caused by a localized Gaussian absorption/scattering anomaly. We find that the dominant effect of absorption anomalies is to modify the decay rate of the coda, while scattering anomalies have a more complex signature, causing either positive or negative deflection of the energy envelope, depending on their location and on the lapse-time. Our results suggest the possibility to locate and discriminate between scattering and absorption anomalies from the energy envelope of coda waves.

Keywords : Theoretical seismology ; Coda waves ; Wave scattering and diffraction

2.4.2 Introduction

With the rapid development of dense seismic networks in the last 20 years, it has become clear that the attenuation structure of the lithosphere is not spatially homogeneous. High-frequency (> 1 Hz) seismic waves have been particularly useful to detect propagation anomalies associated with spatial variations of scattering and absorption properties. The strength of these anomalies may be quantified by simple measurements. One example is the peak delay time of shear waves, defined as the time difference between the onset of shear waves and the maximum of the seismogram envelope. As shown by *Obara & Sato* [1995], this observable reflects primarily the scattering properties of the medium, strong scattering being associated with significant broadening of the seismogram envelope. A remarkable example has been provided by *Takahashi et al.* [2007] who showed that the peak delay time increases drastically when the direct S-wave path between source and station intersects the quaternary volcanoes in northern Japan. Strong scattering associated with

small-scale heterogeneities is the primary explanation for the observed broadening of the seismogram envelope in this case.

The coda quality factor Q_c , which quantifies the decay rate of scattered arrivals forming the coda of local earthquakes [*Aki & Chouet, 1975*], is yet another easily accessible parameter which contains information on the attenuation structure of the lithosphere. Although the physical interpretation of Q_c is still debated [*Hoshiya, 1991; Gusev, 1995; Margerin et al., 1999; Calvet & Margerin, 2013*], this parameter is known to depend on the scattering and/or absorption quality factors of the medium, and displays clear lateral variations at the continental scale [*Singh & Herrmann, 1983; Jin & Aki, 1988*]. In a recent study, *Carcolé & Sato* [2010] have provided maps of Q_c for Japan revealing the spatial variations of this parameter with an unprecedented level of details. They also found that the spatial dependence of Q_c is very well correlated with fine-scale lateral variations of the intrinsic quality factor of shear waves deduced from radiative transfer modeling of the space-time energy distribution in the coda.

In a completely different geological context, *Calvet et al.* [2013] have mapped sharp lateral variations of Q_c and of the peak delay time along the Pyrenean range. The western part of the Pyrenees, where the broadening of the seismogram envelope of local earthquake is particularly large, is also characterized seismically by a blockage of the L_g waves [*Chazalon et al., 1993*]. The latter phenomenon has been successfully explained by the presence of a localized zone of enhanced scattering and absorption, which might be explained geologically by the mixing of sedimentary and mantle rocks during the formation of the range [*Sens-Schönfelder et al., 2009*]. From these recent observations, we conjecture that spatial variations of scattering and absorption in the lithosphere are ubiquitous and may provide meaningful information on the local geological structure. From our ability to provide high-resolution, accurate maps of scattering and absorption will depend to a large extent the possibility to better delineate interesting geological features, possibly not seen by other geophysical methods.

The purpose of the present work is to provide a simple theoretical framework to calculate the impact of local perturbations of scattering and absorption properties on the energy envelopes of seismograms. To achieve this goal, we will follow the classical tomographic approach as summarized by *Nolet* [2008] and derive linearized relations between a given seismic observable -the intensity in the coda (e.g.)- and the governing physical parameters -the scattering and absorption times (or quality factors)-. These relations take the form of space integrals and depend in turn on a so-called sensitivity kernel which quantifies the perturbation of the detected intensity induced by a local perturbation of the propagation properties. Because coda waves are composed primarily of scattered waves, radiative transfer theory will be used as the basic physical model to derive the sensitivity kernels. To clarify our angle of attack and see how it differs from previous investigations, it is worthwhile to summarize briefly the tools developed by seismologists to map the scattering and absorption properties in the lithosphere. While some approaches make use of the spatio-temporal distribution of the energy in the coda, others focus more specifically on the peak delay time of shear waves. We will begin by reviewing the latter first.

Using a multiple low-angle scattering approach, *Gusev & Abubakirov [1999a]* showed that the peak delay time of S wave may be approximated by a line integral of the effective turbidity weighted by a simple function of the curvilinear abscissa along the ray path connecting the source to the station. We recall that the inverse effective turbidity, also known as the transport mean free path quantifies the typical distance after which a beam of energy has lost memory of its initial direction of propagation in a random inhomogeneous medium. This parameter controls the broadening of seismogram envelopes and also shows up in the diffusion constant of multiply scattered waves. The simplicity of the sensitivity kernel, which consists of a (weighted) delta function along the direct ray, is an attractive feature of this method. The approach of *Gusev & Abubakirov [1999a]* has been supported by numerical simulations of the radiative transfer equation, and applied to data from Kamtchatka to obtain a vertical profile of effective turbidity [*Gusev & Abubakirov, 1999b*]. From this study, the authors inferred a large contrast of turbidity between crust and mantle, the latter being much more transparent than the former.

A different approach to the peak delay time is provided by the Markov approximation, which is yet another form of multiple forward scattering model. It can be derived by appropriate ensemble averaging techniques from the parabolic wave equation and assumes that the waves propagate mostly in the forward direction on their way from source to station [*Sato, 1989; Saito et al., 2002*]. This sophisticated model is particularly attractive because it provides constraints on the power spectrum of heterogeneities, which quantifies the distribution of velocity fluctuations over different scale lengths. In particular, by combining observations of the peak delay time in different frequency bands, it is possible to infer the richness in small-scale heterogeneities of the propagation medium. It should be noted that reasonable guesses for the correlation distance and frequency dependence of the intrinsic quality factor are necessary to actually determine the power spectrum from the observed peak-delay times. Once these quantities have been fixed, all the parameters that quantify the scattering such as the effective turbidity can be calculated exactly. It can therefore be considered as a method to map the scattering properties of the medium, although the relation is not direct. As remarked above the peak delay time may also be influenced by the three-dimensional absorption structure, which may bias the estimate of the scattering parameters in certain circumstances. Using a recursive formula for the peak delay time in laterally varying random media derived by [*Takahashi et al., 2008*], *Takahashi et al. [2009]* developed a new inversion scheme validated by numerical simulations and obtained detailed maps of the heterogeneity power spectrum in North-Eastern Japan for three depth ranges (0-20km,20-40km,40-60km). In this approach, the sensitivity is concentrated along the direct ray path connecting the source to the station. Let us emphasize again that the end result -a map of the spatial variations of the heterogeneity power spectrum- contains rich information on the statistical properties of the heterogeneities. More recently, an improved version of this tomographic method has been applied by *Takahashi et al. [2011]* to the mapping of inhomogeneities in the northern Izu-Bonin arc.

We pursue our overview of general approaches to map the attenuation properties of the

lithosphere by considering techniques that exploit the coda of the seismogram. *Nishigami* [1991] devised a method to invert for the scattering properties of the lithosphere by considering the deviation of individual envelope records from a master curve. The master curve is obtained by fitting the overall decay of the coda of local earthquakes with a simple algebro-exponential formula of the form $t^{-2}e^{-\alpha t}$, and is supposed to represent adequately the average scattering properties of the region under study. The observed intensity residuals between the reference curve and the data are interpreted in terms of a three-dimensional scattering structure, which implicitly assumes that the intrinsic quality factor is spatially homogeneous. To map the scattering properties, *Nishigami* [1991] further assumes that scattering is isotropic and that the coda is dominated by singly-scattered waves. This in turn implies that the sensitivity is concentrated on revolution ellipsoids with foci located at the source and station and great axis ct , with t the lapse-time in the coda. By considering a sufficiently large number of station pairs and different time windows in the coda, it is then possible to infer the three dimensional perturbations of the turbidity (inverse mean free path). This method has been applied by *Nishigami* [2000] to unravel the complex pattern of heterogeneity around the San-Andreas fault. An extension to elastic waves that uses dense seismic arrays and the polarization information has later been proposed by *Taira & Yomogida* [2007] and applied by *Taira et al.* [2007] to image crustal heterogeneities around the Nagamachi-Rifu fault in Japan. There are yet other methods which map scatterers in the lithosphere using more deterministic models of wave propagation [see e.g. *Bostock & Rondenay*, 1999], but they will not be discussed in this paper because our approach is inherently stochastic.

Xie & Mitchell [1990] developed a method to map lateral variations of Q at the continental scale using measurements of the coda quality factor of Lg waves Q_c^{Lg} . In their approach, the spectral stacking technique of *Xie & Nuttli* [1988] is applied to the whole Lg coda to reduce the data variance and obtain reliable Q_c^{Lg} measurements. It is also assumed that these measurements are representative of the total Q of the Lg wavetrain Q^{Lg} . The target region is divided up into cells where Q^{Lg} is assumed to be constant. For a given source station configuration and maximum lapse-time in the coda t_{max} , a single-scattering ellipse with its foci at the location of the source and station and great axis ct_{max} (c the average shear wave velocity in the crust) is constructed at the surface of the Earth. The contribution of each particular cell to a given Q_c^{Lg} measurement is taken proportional to the intersection area between the ellipse and the cell. In other words, the sensitivity of Lg coda waves is supposed to be homogeneously distributed inside the single-scattering ellipse. Because the typical maximal lapse-time t_{max} is of the order of 300 seconds, the lateral resolution of the derived Q maps is of the order of 1000km. This technique has been applied in various regions of the world to obtain maps of Q^{Lg} , which have been interpreted in terms of geological and tectonic activity, as summarized in *Mitchell* [1995]; *Mitchell & Cong* [1998].

Note that the approach of *Xie & Mitchell* [1990] does not distinguish between scattering and absorption quality factors and therefore provides constraints on the total Q only. Let us also remark that both *Nishigami's* method and peak-delay time tomography rely

on the strong assumption that absorption is either homogeneous or negligible with respect to scattering. Clearly, peak delay maps are not completely independent from the lateral variation of Q_i . A strong absorption anomaly may significantly shift the maximum of the seismogram envelope towards short lapse-time and be misinterpreted as a low turbidity anomaly. Analogous biases are expected in the approach of Nishigami. This motivates the developments of methods capable of separating scattering from absorption.

Although it cannot be considered as a genuine tomographic method, the multiple lapse time window analysis (MLTWA) is worth mentioning in this short review because it is the only method that allows separation of scattering from absorption [Fehler et al., 1992; Hoshiya, 1993]. In this approach, the spatial distribution of energy in the coda is estimated in three consecutive time windows. Their duration is typically of the order of 15 seconds and the first window includes the ballistic pulse propagating between source and station. The spatio-temporal energy distribution is modeled using the radiative transfer equation for isotropic scattering which allows the retrieval of the scattering mean free path and absorption length in the medium as a function of frequency. By appropriately regionalizing the data, it is possible to obtain maps of scattering and absorption parameters as illustrated in the paper of Carcolé & Sato [2010] for Japan. The modeling procedure developed in the next section combines the basic idea of Nishigami [1991] with the theoretical approach underpinning the MLTWA.

2.4.3 Theory

2.4.3.1 Overview of theoretical approaches

In this section, we aim at predicting the perturbation of intensity induced by general (weak) spatial variations of scattering and absorption properties superposed upon a homogeneously scattering and absorbing background. This is a problem of general interest which has received considerable attention in other fields of physics. It is therefore worthwhile to give an overview of the methods which have been proposed in the past to calculate intensity perturbations in non-homogeneous scattering and absorbing media to place our work in an interdisciplinary context.

A general framework to calculate the perturbation of intensity caused by a local variation of scattering/absorption properties is provided by the diagram method. A detailed exposition of diagrammatic expansions goes well beyond the scope of this article. The interested reader is referred to the review article by van Rossum & Nieuwenhuizen [1999]. In seismology, this method has been employed to calculate the multiple scattering of seismic waves using local coupled-modes [Park & Odom, 2005] or the diffusion of coupled P and S waves [Margerin, 2013]. The idea of the method is to represent a change of scattering/absorption properties by the addition (or subtraction) of a single scatterer/absorber [Nieuwenhuizen & van Rossum, 1993]. This technique is very general and can be used to calculate intensity perturbations, but also more general quantities such as the two-point correlation function of the wave field. Pioneering works have been done using this approach by Feng & Sornette [1991] in the field of acoustical, non-destructive evaluation of

heterogeneous media, and by *Nieuwenhuizen & van Rossum* [1993] in the field of optics of dense media.

Because the exact evaluation of diagrams is a difficult task, one generally assumes that the spatio-temporal distribution of the energy inside the medium is smooth, which considerably simplifies the calculations. When the smoothness condition applies, a diffusion equation can be employed to describe the propagation of energy in the medium, which offers a less general but much more straightforward way of calculating the perturbation of intensity in a non-homogeneous scattering/absorbing medium. This approach has been particularly well developed in the field of optical tomography applied to medical imaging, where the mapping of absorption and scattering coefficients of infra-red light inside the human body is a central question. In this field, linearized relations between the detected intensity and spatial variations of propagation properties have been derived in the diffusion approximation in the early nineties by *Arridge et al.* [1991]. The kernel of the linear operator relating the medium perturbations to the measurements has been termed « photon measurement density function », or « sensitivity function » in short [*Arridge*, 1995]. Detailed derivations of stationary, frequency-dependent and time-dependent sensitivity functions for optical tomography in the diffusion approximation can be found in the review article by *Arridge* [1999].

While the diffusion approximation usually performs extremely well in medical imaging, it is generally a rather poor approximation to the propagation of high-frequency seismic waves in the crust at the notable exception of volcanic areas *Wegler & Lühr* [2001]; *Wegler* [2004]. Even in the latter context, it is not possible to completely neglect the energy transported by the coherent wave, which is not described by the diffusion approximation. Coherent propagation plays an important role because seismic sources are embedded inside the target medium. Hence, perturbations of scattering/absorption properties which are located at less than one mean free path from the source (or receiver) can interact with the coherent wave and leave an imprint in the coda. This point will be clearly illustrated in section 3. Radiative transfer provides a general framework to model simultaneously the coherent and incoherent (or diffuse) parts of the high-frequency seismic wave field and has also been introduced in medical imaging to model the propagation of photons in the most weakly scattering parts of the human body. *Dorn* [1998, 2000] has derived theoretical expressions for the sensitivity functions of diffuse optical tomography using an adjoint formalism for the time-dependent radiative transfer equation. His results are tailored to the experimental conditions encountered in medical imaging, and are therefore not directly applicable to seismology. In this work, we employ a straightforward Green's function method to derive sensitivity functions adapted to our purposes. In particular, we take into account the fact that the sources and receivers are point-like, omni-directional and embedded inside the propagation medium. Another notable difference between our approach and the one usually adopted in diffuse optical tomography lies in the fact that we treat explicitly the role of the coherent wave. Using the solution of the time-dependent solution of the equation of transfer derived by *Paasschens* [1997], this allows us to study analytically the singularities of our sensitivity functions (see the next section). The correct

handling of these singularities is of particular importance in the seismological context as we demonstrate below.

2.4.3.2 Transport theory

To model the transport of energy in a scattering and absorbing medium, we introduce the radiative transfer equation satisfied by the specific intensity $I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t)$:

$$(\partial_t + c\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla) I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) = - \left(\frac{1}{\tau(\mathbf{r})} + \frac{1}{t^a(\mathbf{r})} \right) I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) + \frac{1}{\tau(\mathbf{r})} \int_{S^d} p(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}') I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}', t) d\hat{\mathbf{n}}' + S(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) \quad (2.9)$$

The specific intensity quantifies the flux of energy directed around the unit vector $\hat{\mathbf{n}}$ at point \mathbf{r} and time t in a scattering medium. In this work, we consider only infinite 2-D or 3-D random media with constant background velocity c , and assume that $I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) = 0$ for $t < 0$. The quantity $\tau(\mathbf{r})$ denotes the spatially varying mean free time which controls the strength of the scattering in the heterogeneous medium. It is related to the more familiar scattering quality factor by the formula $Q_{sc}(\mathbf{r}) = \omega\tau(\mathbf{r})$. In the case of statistical homogeneity, the mean free time is exactly equal to the mean time between two scattering events. The absorption time $t^a(\mathbf{r})$ controls the rate at which energy is locally dissipated due to anelastic phenomena, and is related to the intrinsic quality factor by the formula $Q_i(\mathbf{r}) = \omega t^a(\mathbf{r})$. Scattering anisotropy is described by the phase function $p(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}')$, which gives the probability that energy propagating in direction $\hat{\mathbf{n}}$ be deflected into direction $\hat{\mathbf{n}}'$. The phase function should obey the reciprocity relation $p(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{n}}') = p(-\hat{\mathbf{n}}', -\hat{\mathbf{n}})$ and, in the case of a rotationally invariant medium, is of the form $p(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{n}}')$. Possible spatial variations of the scattering pattern will be ignored in this paper. The source of energy is encapsulated in the term $S(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t)$ which describes the flux injected in the medium in direction $\hat{\mathbf{n}}$ at point \mathbf{r} and time t . Finally, the symbol $\int_{S^d} d\hat{\mathbf{n}}'$ denotes an integral over the unit sphere of space directions in d -dimensional space ($d = 2, 3$).

Equation (2.9) can be deduced at the phenomenological level from a local balance of energy as described in several treatises [*Chandrasekhar, 1960; Apresyan & Kravtsov, 1996*] and review articles [*Margerin, 2005*]. Mathematically sound derivations of the transport equations for a variety of wave phenomena can be found in the paper by *Ryzhik et al. [1996]*. In seismology, radiative transfer has become a standard tool to model the propagation of short period seismic waves as reviewed in the book by *Sato et al. [2012]*.

Following *Case [1969]*, we introduce the Green's function of the radiative transfer equation, which physically corresponds to the intensity response to a point-like, unidirectional and instantaneous release of energy in the scattering and absorbing medium. This Green's function will be denoted by $G(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; t)$ and is the solution to Eq. (2.9) for the source term :

$$S(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \delta(\hat{\mathbf{n}} - \hat{\mathbf{n}}_0) \delta(t), \quad (2.10)$$

where δ denotes the usual Dirac delta function. Some key properties of the Green's functions will be useful for our purposes. (1) The first one pertains to *non-absorbing media* only

and is a simple reformulation of the energy conservation law which underlies transport theory :

$$\int_{\mathbb{R}^d} \int_{S^d} G(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0, \mathbf{n}_0; t) dr d\hat{n} = 1, \quad (2.11)$$

where the symbol $\int_{\mathbb{R}^d}$ denotes an integral over d -dimensional space. (2) The reciprocity theorem of transport theory takes the form :

$$G(\mathbf{r}_0, -\hat{\mathbf{n}}_0; \mathbf{r}, -\hat{\mathbf{n}}; t) = G(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0, \hat{\mathbf{n}}_0; t) \quad (2.12)$$

Note the reversal of the directions of propagation $\hat{\mathbf{n}}$ and $\hat{\mathbf{n}}_0$ in this equation, reminiscent of the symmetry of the phase function in a reciprocal medium. (3) The formal solution to the boundary value problem of transport theory, i.e., the solution to Eq. (2.9) for a smooth source term S may be expressed as :

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) = \int_{\mathbb{R}^d} \int_{S^d} \int_0^t G(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; t - t') S(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; t') dr' d\hat{n}' dt' \quad (2.13)$$

The interested reader is referred to *Case* [1969] for a derivation of these formulas, and applications of the Green's function formalism in transport theory. Note that the solution (2.13) tends to 0 in the limit $t \rightarrow 0^+$. Hence, if the boundary value problem is supplemented with the initial condition $I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, 0^+) = I^{ic}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}})$, the term

$$\mathcal{I}(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}, t) = \int_{\mathbb{R}^d} \int_{S^d} G(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; t) I^{ic}(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}') dr' d\hat{n}' \quad (2.14)$$

must be added to (2.13) to match the distribution of intensity at $t = 0^+$. The Green's function therefore propagates the system from its initial state to an arbitrary time t . Let us finally remark that if the Green's function of the transport equation is known in an absorption free medium, the case of uniform absorption time t_0^a is immediately obtained by multiplying this Green's function by a factor e^{-t/t_0^a} , as can be verified from the transport Eq. (2.9). The energy conservation law must be amended accordingly.

2.4.3.3 Derivation of the sensitivity kernels

We now assume that spatial variations of absorption and scattering properties are superposed upon a statistically homogeneous background with mean free time τ_0 and absorption time t_0^a and write :

$$\frac{1}{\tau(\mathbf{r})} = \frac{1}{\tau_0} + \delta\left(\frac{1}{\tau(r)}\right) \quad (2.15a)$$

$$\frac{1}{t^a(\mathbf{r})} = \frac{1}{t_0^a} + \delta\left(\frac{1}{t^a(r)}\right), \quad (2.15b)$$

The weak perturbation condition demands in addition that :

$$\delta\left(1/\tau(r)\right), \delta\left(1/t^a(r)\right) \ll 1/\tau_0, 1/t_0^a \quad (2.16)$$

Note that in our paper, the symbol δ does double duty. It represents either the Dirac delta function or the perturbation of a physical quantity. The correct interpretation should be clear from the context. Let us denote by $G_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0, \hat{\mathbf{n}}_0; t)$ the Green's function of the transport equation in the reference medium with parameters τ_0, t_0^a . Upon inserting the decomposition (2.15a-2.15b) into Eq. (2.9), collecting all perturbative terms on the right-hand side, and applying the representation theorem (2.13), we obtain the following integral equation for the Green's function of the laterally varying medium :

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0, \hat{\mathbf{n}}_0; t) = & G_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0, \hat{\mathbf{n}}_0; t) \\ & + \iiint_0^t G_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; t-t') \delta\left(\frac{1}{t^a(\mathbf{r}')}\right) G(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0, \hat{\mathbf{n}}_0; t') d\hat{n}' dt' dr' \\ & + \iiint_0^t G_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; t-t') \delta\left(\frac{1}{\tau(\mathbf{r}')}\right) \left[\int p(\hat{n}', \hat{n}'') G(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}''; \mathbf{r}_0, \hat{\mathbf{n}}_0; t') dn'' \right. \\ & \left. - G(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0, \hat{\mathbf{n}}_0; t') \right] d\hat{n}' dt' dr' \end{aligned} \quad (2.17)$$

Note that unless indicated, the spatial and angular domains of integration cover the full space and the whole sphere of directions, respectively. The limits of the time integrals will be specified throughout the paper. The formally exact Eq (2.17) will now be approximated and manipulated to obtain the desired sensitivity kernels of coda waves. (1) Following the standard idea of perturbation theory, we assume that the overall impact of the spatial variations of scattering and absorption is small, and therefore substitute G with G_0 in the right-hand side of Eq. (2.17). This procedure is equivalent to the first-Born approximation in wave propagation problems [Rytov et al., 1989; Sato et al., 2012]. It can also be seen as the first term of the Neumann series solution to integral equation (2.17). (2) Considering the double couple radiation pattern of earthquakes and the usual average over sources performed experimentally, it seems appropriate to integrate over $\hat{\mathbf{n}}_0$ to simulate an omni-directional point source. We will denote by $I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0; t)$ the outcome of this operation applied to the Green function $G(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0, \hat{\mathbf{n}}_0; t)$, after normalization by the area S^d of the unit sphere in space dimension d . Similar definitions apply to I_0 and G_0 . In 2-D, the function $I_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0; t)$ is known analytically in the case of isotropic scattering [Paasschens, 1997], which is important for the applications of the theory developed in the next section. (4) Since seismic sensors are omni-directional, a final integration over $\hat{\mathbf{n}}$ (without normalization) is likewise required to model seismic records. This operation yields the total intensities $I(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t)$ (or $I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t)$) radiated by the unit source. After applying steps (1)-(4) to Eq. (2.17), as well as the reciprocity theorem (2.12), we obtain

the perturbation of intensity in the coda in the desired linearized form :

$$\delta I(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t) = \int K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) \delta \left(\frac{1}{t^a(\mathbf{r}')} \right) dr' + \int K^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) \delta \left(\frac{1}{\tau(\mathbf{r}')} \right) dr' \quad (2.18)$$

Eq. (2.18) introduces the following absorption and scattering sensitivity kernels :

$$K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) = -S^d \iint_0^t I_0(\mathbf{r}', -\hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}; t-t') I_0(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0; t') d\hat{\mathbf{n}}' dt' \quad (2.19)$$

$$K^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) = S^d \iint_0^t I_0(\mathbf{r}', -\hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}; t-t') \left[\int p(\hat{\mathbf{n}}', \hat{\mathbf{n}}'') I_0(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}''; \mathbf{r}_0; t') d\hat{\mathbf{n}}'' - I_0(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0; t') \right] d\hat{\mathbf{n}}' dt' \quad (2.20)$$

These kernels depend on the positions of the source, receiver, perturbation, and on the lapse-time in the coda. Their calculation requires the knowledge of the full intensity distribution, including its angular part. A physical interpretation is that, in a scattering medium, the description of all possible paths from source to receiver going once through an elementary volume dr' located at \mathbf{r}' requires the knowledge of the geometry of the paths, which is encapsulated in the angular dependence of the specific intensity. This point will be further clarified when we consider specific applications of formulas (2.19)-(2.20). Let us remark that the calculation of the sensitivity kernel requires the solution of two transport problems : one from the source to the perturbation and another from the receiver to the perturbation. Although we have not employed the adjoint formalism, the concept of transport-backtransport transpires in formulas (2.19)-(2.20) [see *Dorn*, 2000, for details]. Let us finally remark that if the phase function is isotropic, the kernel for scattering perturbations may be decomposed as :

$$K^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) = K^{iso}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) + K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t), \quad (2.21)$$

where the kernel K^{iso} is defined as :

$$K^{iso}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) = \int_0^t I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; t-t') I_0(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t') dt'. \quad (2.22)$$

Up to the normalization factor $I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t)$, formula (2.22) has already surfaced in the literature, in the context of monitoring temporal variations from coda waves [*Pacheco & Snieder*, 2005; *Larose et al.*, 2010; *Obermann et al.*, 2013b; *Planes et al.*, 2013]. The validity of formula (2.22) (after proper normalization) to extract apparent velocity changes in an evolving medium will be discussed in section 5.

2.4.3.4 Basic properties of the kernels

Since absorption removes energy from the system, the kernel K^a must be negative as is trivially verified from equation (2.19). This kernel also satisfies the following sum rule :

$$\begin{aligned} \frac{1}{t} \int K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) dr' &= -\frac{S^d}{t} \iiint_0^t I_0(\mathbf{r}', -\hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}; t-t') I_0(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0; t') d\hat{\mathbf{n}}' dt' dr' \\ &= -\frac{1}{t} \int_0^t dt' \iiint G_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}''; \mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; t-t') I_0(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0; t') d\hat{\mathbf{n}}' d\hat{\mathbf{n}}'' dr' \quad (2.23) \\ &= -I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t) \end{aligned}$$

which follows from Eq. (2.14), the time invariance of the system and the uniqueness of the solution to the transport equation. The plausibility of this result can be attested physically by the following thought experiment : consider an isotropic source which injects energy into the reference medium at point \mathbf{r}_0 and time $t = 0$; suppose we can stop the time evolution at an arbitrary time $t' < t$ and measure the specific intensity at every point of the medium; imagine we can restart the experiment and use as initial condition the measured intensity distribution $I(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0; t')$ (no additional source); let the system evolve during $t - t'$ and measure the total intensity at every point. The outcome of this experiment should be independent of t' , and give the same result as a measurement at time t of the intensity field radiated by the isotropic point source acting at \mathbf{r}_0 and time $t = 0$ (last line of Eq. 2.23). The stop/restart process is expressed mathematically by the triple integral in the second line of Eq.(2.23). In more mathematical words, this sum rule follows from the semi-group structure of the radiative transfer equation [Preisendorfer, 1957]. As an application of Eq. (2.23), let us consider the addition of a uniform, weak perturbation of absorption $\delta(1/t^a)$ to the reference medium. Using Eq. (2.18) and (2.23), we immediately deduce $I = I_0(1 - t\delta(1/t^a)) \approx I_0 e^{-\delta(1/t^a)t}$, as expected. The relation (2.23) will also be useful to test the numerical implementation of the kernels, as discussed in the next section.

We now deduce an important sum rule for the scattering sensitivity kernel from the conservation of energy in transport theory. Upon integration of K^{sc} over all detection points \mathbf{r} and application of Eq.(2.11) one obtains :

$$\int K^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) dr = 0 \quad (2.24)$$

Eq. (2.24) demonstrates that the application of first-order perturbation theory to the transport equation conserves energy. Note that this sum rule does not apply in the case of a finite medium with absorbing boundary condition like in diffuse optical tomography, because energy leaks out of the medium in this case. The result (2.24) is in sharp contrast with the first-order Born approximation in wave propagation problems, which is known to violate the energy conservation law. A different sum-rule is obtained when we consider a spatially homogeneous change of the inverse scattering time $\delta(1/\tau)$. Such a change entails a perturbation of the intensity which may be calculated in two ways : (1) By integrating

the scattering sensitivity kernel over all possible locations of the perturbation and (2) By substituting $1/\tau_0$ with $1/\tau_0 + \delta(1/\tau)$ in the Green's function $I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t)$ and using a Taylor expansion. Equating the results of methods (1) and (2) yields :

$$\int K^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) d\mathbf{r}' = \frac{\partial I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t)}{\partial \tau^{-1}}, \quad (2.25)$$

where the dependence of I_0 on τ is implicit. An application of this sum rule will be given in the next section. Note that the same method applied to a perturbation of absorption yields Eq. (2.23) again.

2.4.3.5 Large lapse-time asymptotics

In the limit of long lapse-time, it is possible to make supplementary assumptions on the angular dependence of the intensity which allow further simplifications of Eq. (2.19)-(2.20). Because scattering tends to homogenize the distribution of energy in phase-space, the specific intensity may be expanded in terms of its first two angular moments as follows [see e.g. *Akkermans & Montambaux, 2007*] :

$$I_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0; t) = \frac{1}{S^d} \left[I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t) + d \mathbf{J}_0(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) \cdot \hat{\mathbf{n}} \right], \quad (2.26)$$

where we have introduced the current vector :

$$\mathbf{J}_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t) = \int_{S^d} I_0(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{n}}; \mathbf{r}_0; t) \hat{\mathbf{n}} d\hat{\mathbf{n}} \quad (2.27)$$

On the right-hand side of Eq. (2.26), the first term represents the angular average of the intensity and the second is a small correction to isotropy ($J_0 \ll I_0$) describing the diffusive transport of intensity in space dimension d . Reporting the expansion (2.26) into Eq. (2.19) and retaining the leading term only, we obtain :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) = - \int_0^t I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; t - t') I_0(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t') dt' \quad (2.28)$$

An alternative derivation of this result based on a diffusion model for the propagation of energy in the medium is outlined in Appendix A.

To derive the long lapse-time asymptotics of the scattering kernel, we proceed as above and insert Eq. (2.26) into Eq. (2.20). It can be seen that all terms containing the mean intensity cancel out, leaving only one term containing the product of two current vectors :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} K^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t) = d(1 - g) \int_0^t \mathbf{J}_0(\mathbf{r}'; \mathbf{r}; t - t') \cdot \mathbf{J}_0(\mathbf{r}'; \mathbf{r}_0; t') dt', \quad (2.29)$$

where g denotes the mean cosine of the scattering angle, defined as :

$$g = \int_{S^d} p(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{n}}') \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{n}}' d\hat{\mathbf{n}} \quad (2.30)$$

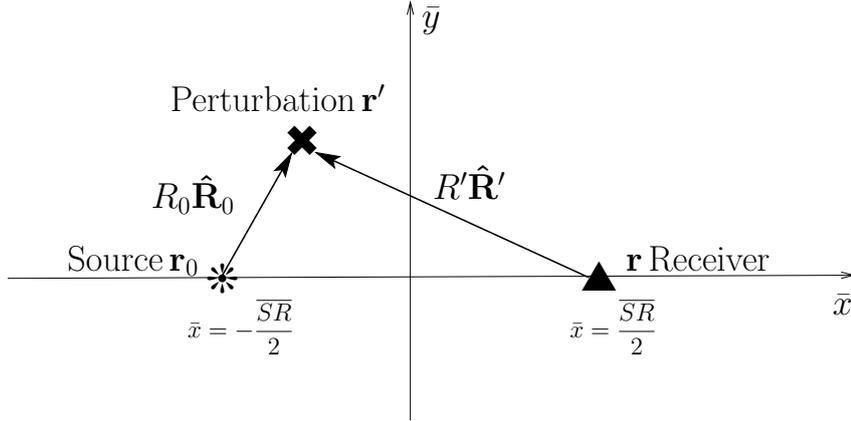


FIGURE 2.6 – Geometry and notations used in the text. The source, receiver and perturbation position vectors are denoted by \mathbf{r}_0 , \mathbf{r} and \mathbf{r}' , respectively. To evaluate the kernels numerically, we introduce (non-dimensional) cartesian coordinates (\bar{x}, \bar{y}) expressed in l_0 units, with $l_0 = c\tau_0$ the reference mean free path. In this coordinate system, the source is located at $(-\overline{SR}/2, 0)$ and the receiver at $(\overline{SR}/2, 0)$.

Note that we have assumed that the medium is statistically isotropic in the definition of g . As shown in Appendix A, the formulas (2.28)-(2.29) may also be established by application of first-order perturbation theory to the diffusion equation. The interested reader is referred to *Arridge* [1995, 1999] for further details. Because at long lapse-time the current vector is supposed to be much smaller than the mean intensity, we conclude that the perturbations of intensity are asymptotically dominated by the effects of absorption. Formula (2.29) is also interesting because it shows that the sign of the kernel varies spatially depending on the relative orientations of the two current vectors. The key features of the sensitivity kernels will be further explored and described in the next section, in the case of 2-D isotropic scattering.

2.4.4 Application to 2-D isotropic scattering

As illustrated in the previous section, the calculation of the sensitivity kernels requires the knowledge of the Green's function of the radiative transfer equation, including the full angular dependence of the specific intensity. As is well known, the intensity that propagates in a scattering medium is composed of a coherent (or un-scattered) part, and a diffuse (or incoherent) part [see e.g. *Akkermans & Montambaux*, 2007]. The word « diffuse » refers here to the intensity which has been scattered at least once and does not imply any diffusion approximation. Because in seismic applications the source and receiver are point-like and embedded in the medium, both the diffuse and coherent parts of the intensity are singular and contribute to the sensitivity kernels. In this work, we consider a simplified physical situation (isotropic scattering), but we proceed as far as we can in the analytical treatment of the singularities. We do so by explicitly separating the intensity into its coherent and incoherent parts. As a consequence of the spatial perturbations in the medium, these two terms are coupled and contribute to the sensitivity in the coda at long lapse-time. This approach is in sharp contrast with the numerical treatment usually

adopted in radiative-transfer based optical tomography [Arridge & Schotland, 2009].

Let us consider an isotropically scattering medium in two dimensions. In this simple model, a closed form expression for the Green's function of the radiative transfer equation has been derived by Paasschens [1997], including the angular dependence of the specific intensity required for our purposes. From a more practical point of view, 2-D kernels may provide a first idea of the sensitivity of scattered surface waves to lateral variations of scattering and absorption properties. As shown by Paasschens [1997] the transport of specific intensity from source to station involves two terms :

$$I(\mathbf{SR}, \hat{\mathbf{n}}, t) = \frac{1}{2\pi} e^{-ct/l_0} \delta(\mathbf{SR} - ct\hat{\mathbf{n}}) \theta(t) + \frac{\theta(ct - SR)}{(2\pi)^2 l_0 (ct - \mathbf{SR} \cdot \hat{\mathbf{n}})} e^{\sqrt{c^2 t^2 / l_0^2 - SR^2 / l_0^2} - ct / l_0}, \quad (2.31)$$

where \mathbf{SR} denotes the source-station position vector, t is the lapse-time in the coda, $l_0 = c\tau_0$ is the mean free path of the reference medium, $\hat{\mathbf{n}}$ is the propagation direction at the detection point. The symbols δ and θ represent the Dirac and Heaviside distributions, respectively. On the right-hand side of Eq. (2.31), the first term describes the coherent field which is perfectly localized in time, space and propagation direction. This term decays exponentially fast and becomes negligible a few mean free paths away from the source. At these distances, most of the energy is transported diffusively, as described by the second term on the R.H.S. of Eq.(2.31). Integrating over all space directions $\hat{\mathbf{n}}$ yields the total intensity received at R [Shang & Gao, 1988; Paasschens, 1997] :

$$I(\mathbf{SR}, t) = \frac{e^{-ct/l_0}}{2\pi SR} \delta(ct - SR) + \frac{\theta(ct - SR)}{2\pi l_0 \sqrt{c^2 t^2 - SR^2}} e^{\sqrt{c^2 t^2 / l_0^2 - SR^2 / l_0^2} - ct / l_0}, \quad (2.32)$$

To derive Eq. (2.32) we have used the following decomposition of the delta function : $\delta(\mathbf{SR} - ct\hat{\mathbf{n}}) = \delta(ct - SR) \delta(\hat{\mathbf{SR}} - \hat{\mathbf{n}}) / SR$ with $SR > 0$, and the property $\int_{2\pi} \delta(\hat{\mathbf{n}} - \hat{\mathbf{n}}_0) d\hat{\mathbf{n}} = 1$, where $\int_{2\pi}$ denotes an integral over all directions in the plane [see Paasschens, 1997, for details]. Note that by multiplying Eq. (2.31)-(2.32) by the factor e^{-t/t_0^a} , one obtains the Green's functions of the radiative transfer equation in a scattering medium with constant absorption time t_0^a . Armed with this analytical solution we begin by examining the role of spatial variations of absorption.

2.4.4.1 Absorption sensitivity kernel

To facilitate the presentation of the results, we introduce non-dimensional variables $\bar{t} = t/\tau_0$, $\bar{\mathbf{R}}' = \mathbf{R}'/l_0$, $\bar{\mathbf{R}}_0 = \mathbf{R}_0/l_0$, where \mathbf{R}_0 (\mathbf{R}') denotes the source-perturbation (receiver-perturbation) position vector (see Figure 2.6). As a consequence of the change of variables the perturbation of absorption and scattering $\delta(1/t^a(\mathbf{r}))$, $\delta(1/\tau(\mathbf{r}))$ are henceforth *normalized* by the inverse mean free time of the reference medium $1/\tau_0$. To minimize the length of formulas, we omit the exponential decay due to absorption in the reference medium, i.e., we take $t_0^a \rightarrow \infty$. Note that this assumption only affects the overall amplitude of the

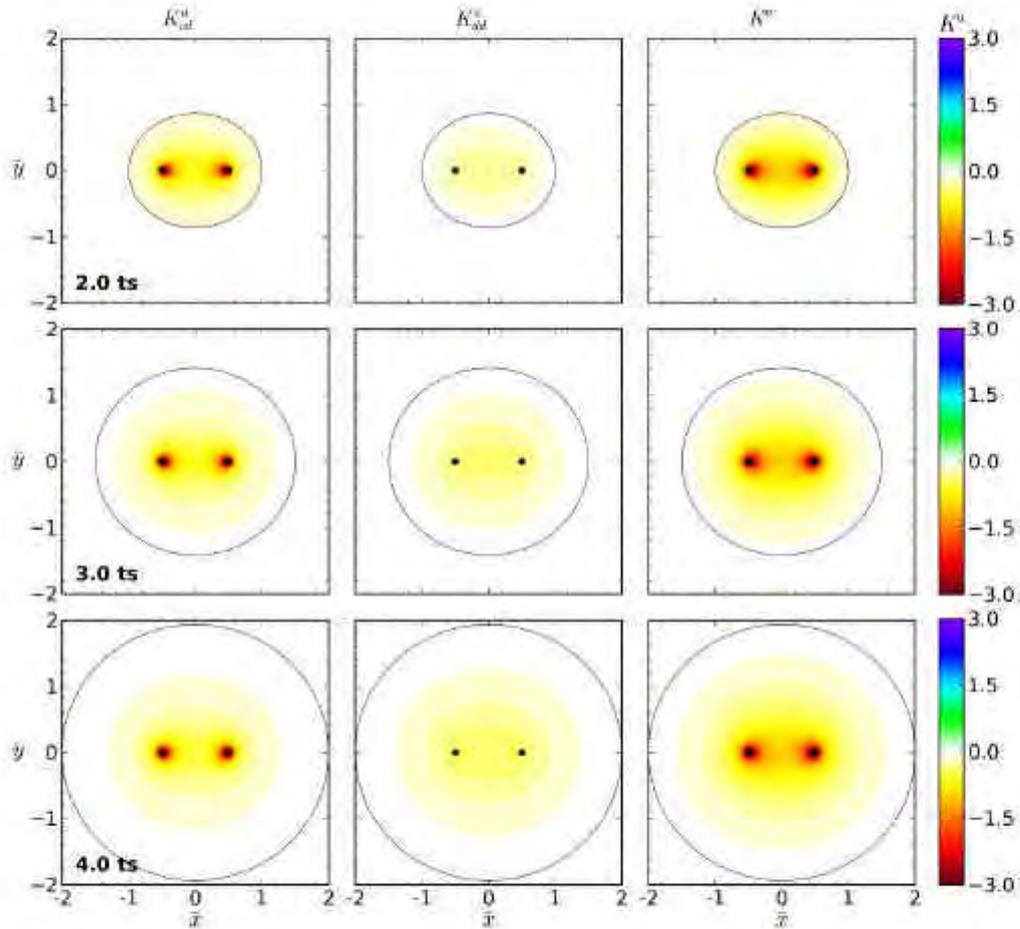


FIGURE 2.7 – Color maps of the absorption sensitivity kernels for source station distance $SR = l_0$, and propagation times $t = 2t_s$ (top), $t = 3t_s$ (middle), and $t = 4t_s$ (bottom), with $t_s = \tau_0$ the propagation time of ballistic waves. Left : coherent-diffuse term ; Center : diffuse-diffuse term ; Right : total sensitivity kernel. On the horizontal and vertical axes, the distances are expressed in mean free path units. The black ellipse delimits the causality domain outside which the kernels equal zero. The black dots indicate the position of the source and station. The kernels have been normalized so that the absolute value of the total sensitivity equals 1 at the midpoint of **SR**. To enhance the visibility, the color scale has been saturated.

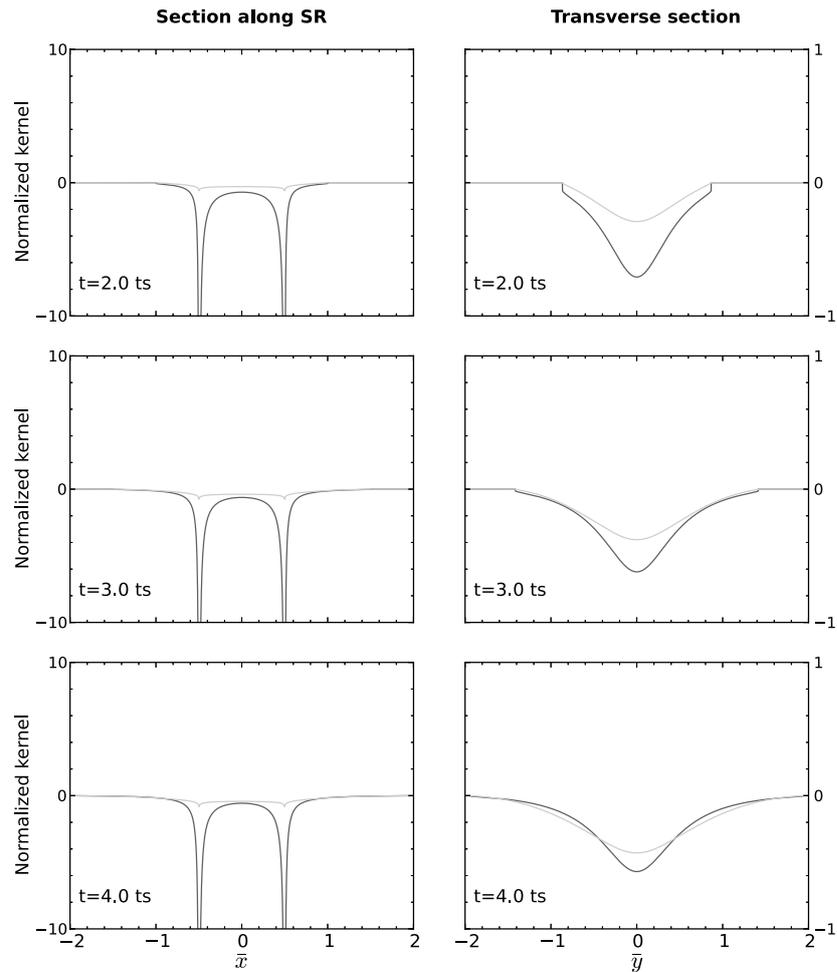


FIGURE 2.8 – Cross-section of the absorption sensitivity kernels shown in Figure 2.7. Left : Along the source-receiver axis. Right : along the perpendicular bisector of **SR**. Black line : coherent-diffuse term. Grey line : diffuse-diffuse term. The kernels have been normalized so that the absolute value of the total equals 1 at the midpoint of **SR**.

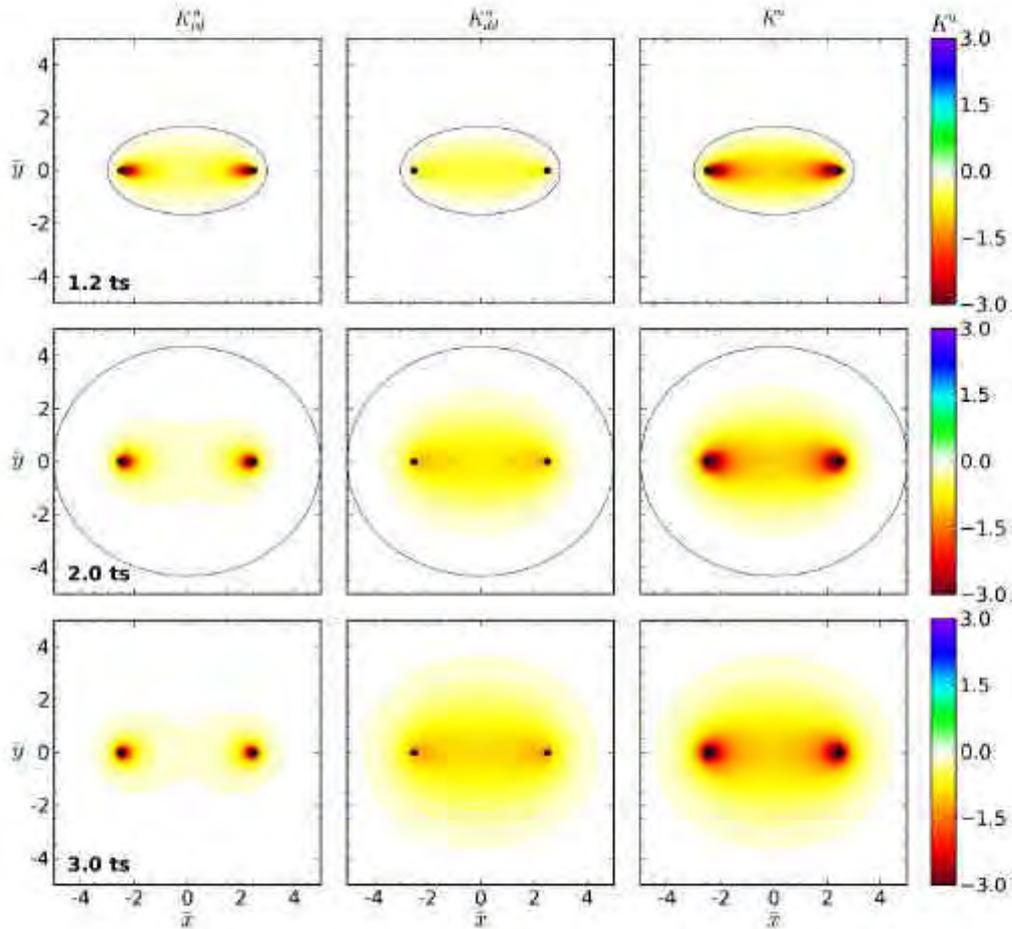


FIGURE 2.9 – Color maps of the absorption sensitivity kernels for source station distance $SR = 5l_0$ and propagation times $t = 1.2t_s$ (top), $t = 2t_s$ (middle), and $t = 3t_s$ (bottom), with $t_s = 5\tau_0$ the propagation time of ballistic waves. Left : coherent-diffuse term ; Center : diffuse-diffuse term ; Right : total sensitivity kernel. On the horizontal and vertical axes, the distances are expressed in mean free path units. The black ellipse delimits the causality domain outside which the kernels equal zero. The black dots indicate the position of the source and station. The kernels have been normalized so that the absolute value of the total equals 1 at the midpoint of \mathbf{SR} . To enhance the visibility, the color scale has been saturated.

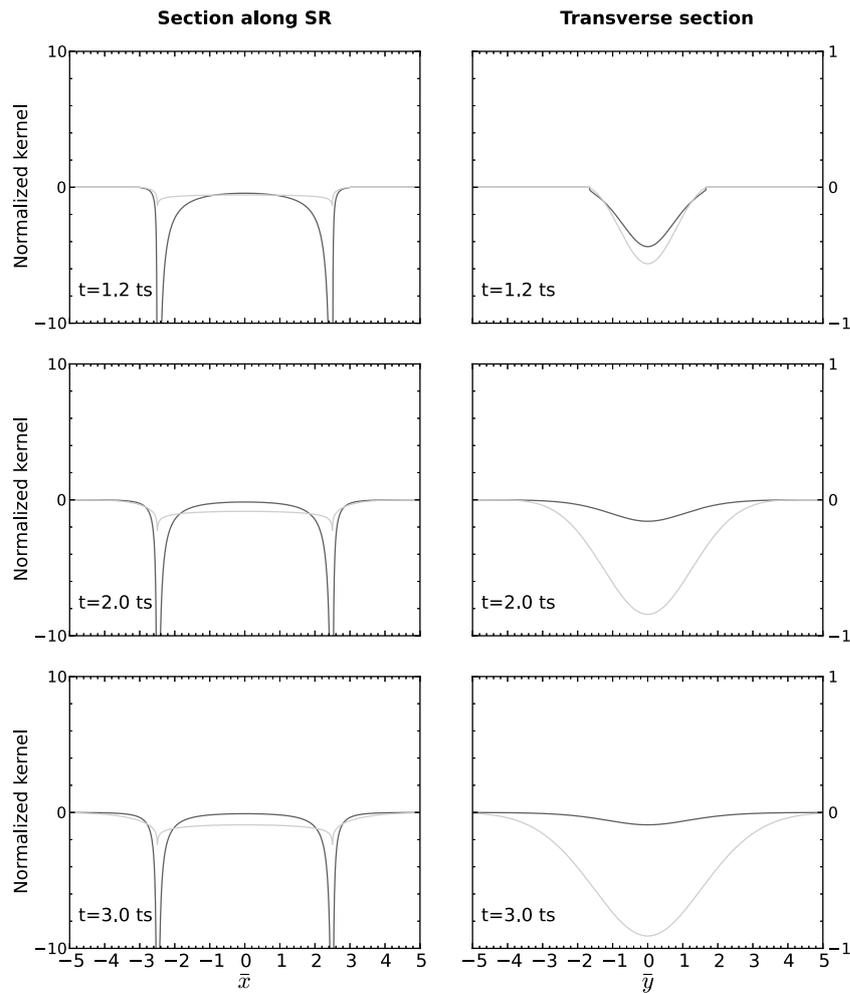


FIGURE 2.10 – Cross-sections of the absorption sensitivity kernels shown in Figure 2.9. Left : Along the source-receiver axis. Right : along the perpendicular bisector of **SR**. Black line : coherent-diffuse term. Grey line : diffuse-diffuse term. The kernels have been normalized so that the absolute value of the total equals 1 at the midpoint of **SR**.

kernels but not their spatial dependence. Inserting Eqs (2.31) into Eq. (2.19), one obtains :

$$K^a(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) = -\frac{1}{2\pi l_0^2} \times \int_{2\pi} \int_0^{\bar{t}} \left(e^{-(\bar{t}-\bar{t}')}\delta(\bar{\mathbf{R}}' + (\bar{t}-\bar{t}')\hat{\mathbf{n}}')\theta(\bar{t}-\bar{t}') + \frac{e^{\sqrt{(\bar{t}-\bar{t}')^2 - \bar{R}'^2 - (\bar{t}-\bar{t}')}\theta(\bar{t}-\bar{t}' - \bar{R}')}}{2\pi((\bar{t}-\bar{t}') + \bar{\mathbf{R}}' \cdot \hat{\mathbf{n}}')} \right) \times \left(e^{-\bar{t}'}\delta(\bar{\mathbf{R}}_0 - \bar{t}'\hat{\mathbf{n}}')\theta(\bar{t}') + \frac{e^{\sqrt{\bar{t}'^2 - \bar{R}_0^2 - \bar{t}'}\theta(\bar{t}' - \bar{R}_0)}}{2\pi(\bar{t}' - \bar{\mathbf{R}}_0 \cdot \hat{\mathbf{n}}')} \right) d\bar{t}' d\hat{\mathbf{n}}'. \quad (2.33)$$

In Eq.(2.33) the integrand is composed of four terms which describe different paths from source to receiver going through the perturbation. Each term exhibits specific singularities which will be analyzed separately.

Coherent-Coherent term

We first consider the coherent propagation from source to perturbation and from perturbation to receiver. This term involves products of delta functions which facilitate the integration over $\hat{\mathbf{n}}'$ and \bar{t}' . The end result may be put into two equivalent forms :

$$K_{cc}^a(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) = -\frac{\theta(\overline{SR} - \bar{R}_0)\delta(\overline{\mathbf{SR}} - \bar{t}\hat{\mathbf{R}}_0)e^{-\bar{t}}}{2\pi l_0^2 \bar{R}_0} = -\frac{\theta(\overline{SR} - \bar{R}')\delta(\overline{\mathbf{RS}} - \bar{t}\hat{\mathbf{R}}')e^{-\bar{t}}}{2\pi l_0^2 \bar{R}'}, \quad (2.34)$$

which emphasize the symmetry upon permutation of source and station, as required by reciprocity. To understand the physical meaning of the term (2.34), we calculate its effect on the detected intensity by considering a general perturbation of absorption $\delta(1/t^a(\mathbf{r}))/ (1/\tau_0)$:

$$\delta I_{cc}^a = -\frac{\tau_0 \delta(\overline{SR} - \bar{t})e^{-\overline{SR}}}{2\pi l_0^2 \overline{SR}} \int_0^{\overline{SR}} \delta\left(\frac{1}{t^a(\bar{x}l_0 \hat{\mathbf{S}}\hat{\mathbf{R}})}\right) d\bar{x}, \quad (2.35)$$

The perturbation (2.35) contributes exactly at the ballistic time and corrects the coherent intensity for the effect of absorption inhomogeneities along the direct ray connecting the source and the receiver. In the case of a constant perturbation of absorption, one obtains :

$$\delta I_{cc}^a = -\frac{\delta(SR - ct)e^{-SR/l_0}}{2\pi} \delta\left(\frac{1}{l^a}\right), \quad (2.36)$$

where dimensional variables have been restored and $l^a = ct^a$ denotes the absorption length. The result (2.36) may be verified by direct evaluation of the partial derivative of the coherent term of the reference solution (2.32) with respect to a perturbation of absorption. The coherent-coherent term does not affect the coda intensity and will not be discussed further.

Coherent-Diffuse term

We now examine the contribution of the energy transported coherently (resp. diffusely) from the source to the perturbation and diffusely (resp. coherently) from the perturbation to the receiver. This coupling between coherent and diffuse waves is expressed as a sum of two terms :

$$K_{cd}^a(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) = -\frac{1}{(2\pi l_0)^2} \left(\frac{e^{-\bar{t} + \sqrt{(\bar{t} - \bar{R}')^2 - \bar{R}_0^2}}}{\bar{R}'(\bar{t} - \bar{R}') + \bar{\mathbf{R}}_0 \cdot \bar{\mathbf{R}}'} + \frac{e^{-\bar{t} + \sqrt{(\bar{t} - \bar{R}_0)^2 - \bar{R}'^2}}}{\bar{R}_0(\bar{t} - \bar{R}_0) + \bar{\mathbf{R}}' \cdot \bar{\mathbf{R}}_0} \right) \theta(\bar{t} - \bar{R}' - \bar{R}_0) \quad (2.37)$$

whose symmetry reflects again the reciprocity at the level of the radiative transfer equation. A map view of the coherent-diffuse kernel is plotted in Figure 2.7 (left column) for a source-station distance of one mean free path and three different lapse-times in the coda : $t = 2t_s, 3t_s, 4t_s$, with $t_s = \tau_0$ the propagation time of ballistic waves. The source and station are located on the horizontal axis at $\bar{x} = \pm 0.5$ and are depicted by black dots. The mapped data have been calculated as follows : the region of the plane $[-w, w] \times [0, w]$ is discretized on a 2-D grid of dimension $(2N + 1) \times (N + 1)$ delimiting $2N \times N$ pixels (N typically equals 100) ; the value of the kernel is evaluated at the center of each pixel and stored in a matrix. Using the symmetry of the kernel with respect to reflection across the horizontal axis, the complete map is obtained. Note that this procedure avoids the evaluation of the kernel at its singular points. The discretized version of the kernel is subsequently normalized by assigning the absolute value 1 to the central pixel of the *total* kernel. In this way, the weight of the different contributions to the total sensitivity can be more easily analyzed.

If we think of a crustal mean free path of the order of 100 km, the spatial and temporal scale used in Figure 2.7 is typical of coda detection at local to regional distances. The coherent-diffuse term is always negative because absorption removes energy from the system. It vanishes outside the causality or single-scattering ellipse defined by the condition $R' + R_0 = ct$, and possesses an algebraic (integrable) singularity at the source and the receiver. To better appreciate the spatial dependence of the coherent-diffuse term, we show cross-sections of the kernel along and across the source-receiver axis in Figure 2.8. Each plot has been obtained by evaluating the kernels at 1000 evenly distributed points and the values are clipped at the limits displayed on the vertical axes. The longitudinal cross-section reveals the singular behavior of the coherent-diffuse term at the source and at the station, which results in a strong sensitivity around these two points. There exists some sensitivity perpendicular to the source receiver axis. But because the coherent wave decays exponentially fast, the coherent-diffuse kernel cannot extend far from the source and receiver. This point is clearly illustrated in Figure 2.9, where the absorption kernels are represented for $SR = 5l_0$ and lapse-times $t = 1.2t_s, 2t_s, 3t_s$, $t_s = 5\tau_0$. If we think of a mean free path of the order of a few kilometers, this spatio-temporal scale is typical of coda detection in volcanic regions. In this configuration, after a transient regime of expansion, the coherent-diffuse contribution stabilizes and displays two spots of enhanced sensitivity of radius one mean free path around the source and receiver.

Diffuse-diffuse term

We now examine the contribution of waves which propagate diffusely from source to perturbation and from perturbation to receiver. This diffuse-diffuse absorption kernel is given by the following integral :

$$K_{dd}^a(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) = -\frac{1}{2\pi l_0^2} \int_0^{\bar{t}} \int_0^{\bar{t}} \frac{e^{-\bar{t} + \sqrt{(\bar{t}-\bar{t}')^2 - (\bar{R}')^2} + \sqrt{(\bar{t}')^2 - (\bar{R}_0)^2}} \theta(\bar{t}' - \bar{R}_0) \theta(\bar{t} - \bar{t}' - \bar{R}')}{(2\pi)^2 (\bar{t} - \bar{t}' + \bar{\mathbf{R}}' \cdot \hat{\mathbf{n}}') (\bar{t}' + \bar{\mathbf{R}}_0 \cdot \hat{\mathbf{n}}')} d\bar{t}' d\hat{\mathbf{n}}' \quad (2.38)$$

which diverges logarithmically at the source and at the receiver. To disentangle the singularities and obtain a more symmetric expression, we perform a partial fraction expansion and subsequently introduce new variables $\bar{u} = \bar{t}'/\bar{R}_0$ and $\bar{v} = (\bar{t} - \bar{t}')/\bar{R}'$. Taking into account the bounds on \bar{t} and \bar{t}' imposed by the product of Heaviside functions, we obtain :

$$K_{dd}^a(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) = -\frac{1}{(2\pi l_0)^2} \int_{2\pi} \int_1^{\frac{\bar{t}-\bar{R}'}{\bar{R}_0}} \frac{e^{-\bar{t} + \sqrt{(\bar{t}-\bar{u}\bar{R}_0)^2 - \bar{R}'^2} + \bar{R}_0 \sqrt{\bar{u}^2 - 1}}}{(2\pi) (\bar{t} - \bar{\mathbf{S}}\mathbf{R} \cdot \hat{\mathbf{n}}') (\bar{u} - \hat{\mathbf{R}}_0 \cdot \hat{\mathbf{n}}')} \theta(\bar{t} - \bar{R}_0 - \bar{R}') d\bar{u} d\hat{\mathbf{n}}' \\ - \frac{1}{(2\pi l_0)^2} \int_{2\pi} \int_1^{\frac{\bar{t}-\bar{R}_0}{\bar{R}'}} \frac{e^{-\bar{t} + \sqrt{(\bar{t}-\bar{v}\bar{R}')^2 - \bar{R}_0^2} + \bar{R}' \sqrt{\bar{v}^2 - 1}}}{(2\pi) (\bar{t} - \bar{\mathbf{S}}\mathbf{R} \cdot \hat{\mathbf{n}}') (\bar{v} + \hat{\mathbf{R}}' \cdot \hat{\mathbf{n}}')} \theta(\bar{t} - \bar{R}_0 - \bar{R}') d\bar{v} d\hat{\mathbf{n}}' \quad (2.39)$$

The first term can be deduced from the second by reflection across the bisector of the source-station line segment \mathbf{SR} . In Eq. (2.39) the angular integral may be performed analytically using contour integration as detailed in Appendix B. The remaining integrals over the variables \bar{u} and \bar{v} can be performed numerically. Maps of the diffuse-diffuse absorption kernel are shown in Figure 2.7 and 2.9 for source-station distances of 1 and 5 mean free paths, respectively. These map views are complemented with longitudinal and transverse cross-sections in Figures 2.8 and 2.10. The diffuse-diffuse kernels display a zone of maximum sensitivity along the ray connecting the source and receiver with a slow (logarithmic) divergence at these two points. Figure 2.9 and 2.10 show the growth of the domain of influence of the diffuse-diffuse kernel with time, which is to be related to the expansion of the diffuse halo at a rate \sqrt{Dt} ($t \rightarrow \infty$, D the diffusion constant). The diffuse waves are therefore responsible for the sensitivity of coda waves at large distance (compared to the mean free path) from the source and station.

Total absorption kernel

The total absorption kernel is the sum of the three contributions discussed so far : $K^a = K_{cc}^a + K_{cd}^a + K_{dd}^a$. Let us first remark that all scattered wave paths have to propagate through a neighborhood of the source and station, which provides a simple explanation for the divergence of the sensitivity at these two points. It is instructive to compare the role played by the different terms for different source-station distances and different lapse-

times in the coda. For $SR = l_0$, and t in the range $[2t_s, 4t_s]$ ($t_s = \tau_0$), the sensitivity of coda waves is dominated by the coherent diffuse-term. The diffuse-diffuse term adds some extra sensitivity in the bulk of the medium for propagation distances larger than the mean free path. Nevertheless, the zone of highest sensitivity is localized around the direct ray connecting the source and receiver, which strongly suggests that local information on the absorption structure may be retrieved from the coda. For larger source-station distance ($SR = 5l_0$) and lapse-time in the range $([1.2t_s, 3t_s], t_s = 5\tau_0)$, a similar pattern emerges but the role played by the various terms is different. Interestingly, even at large lapse-time in the coda, the maximum sensitivity is still concentrated in a region of typical width one mean free path encompassing the source and the station. Except in the immediate vicinity of these two points, the sensitivity along and across the direct ray path is largely dominated by the diffuse-diffuse term.

2.4.4.2 Scattering sensitivity kernel

We pursue our investigations by analyzing the sensitivity kernels for perturbations in the scattering strength $\delta(1/\tau(\mathbf{r}))/ (1/\tau_0)$. We follow the same approach as in the absorption section and study systematically the coupling between the coherent and diffuse terms of the Green's function of the radiative transfer equation. As previously shown in Eq. (2.21), the scattering kernel is the sum of the absorption and isotropic kernels, the latter being expressed as :

$$K^{iso}(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) = \frac{1}{(2\pi l_0)^2} \int_0^{\bar{t}} \left(\frac{e^{-(\bar{t}-\bar{t}')}}{\bar{R}'} \delta(\bar{t}-\bar{t}'-\bar{R}') + \frac{e^{\sqrt{(\bar{t}-\bar{t}')^2-\bar{R}'^2}} \theta(\bar{t}-\bar{t}'-\bar{R}')}{\sqrt{(\bar{t}-\bar{t}')^2-\bar{R}'^2}} \right) \times \left(\frac{e^{-\bar{t}'}}{\bar{R}_0} \delta(\bar{t}'-\bar{R}_0) + \frac{e^{\sqrt{\bar{t}'^2-\bar{R}_0^2}} \theta(\bar{t}'-\bar{R}_0)}{\sqrt{\bar{t}'^2-\bar{R}_0^2}} \right) d\bar{t}' \quad (2.40)$$

The term ‘‘isotropic’’ refers to the fact that only the angularly-averaged part of the specific intensity appears in Eq (2.40). In the discussion that follows, we will emphasize the new singularities brought up by the isotropic part of the scattering kernel. Note that in the context of monitoring temporal variations from waveform changes in the coda, the kernel K^{iso} has recently been introduced by *Planes et al.* [2013].

Coherent-Coherent term

The coherent-coherent kernel is the sum of the term (2.34) which takes into account the variation of the coherent intensity caused by scattering perturbations along the direct ray path and of the following contribution :

$$K_{cc}^{iso}(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) = \frac{1}{(2\pi l_0)^2} \frac{e^{-\bar{t}}}{\bar{R}' \bar{R}_0} \delta(\bar{t}-\bar{R}_0-\bar{R}'), \quad (2.41)$$

which can be identified as a single-scattering correction. Indeed this contribution has its sensitivity concentrated on the causality ellipse and corresponds to the coupling between

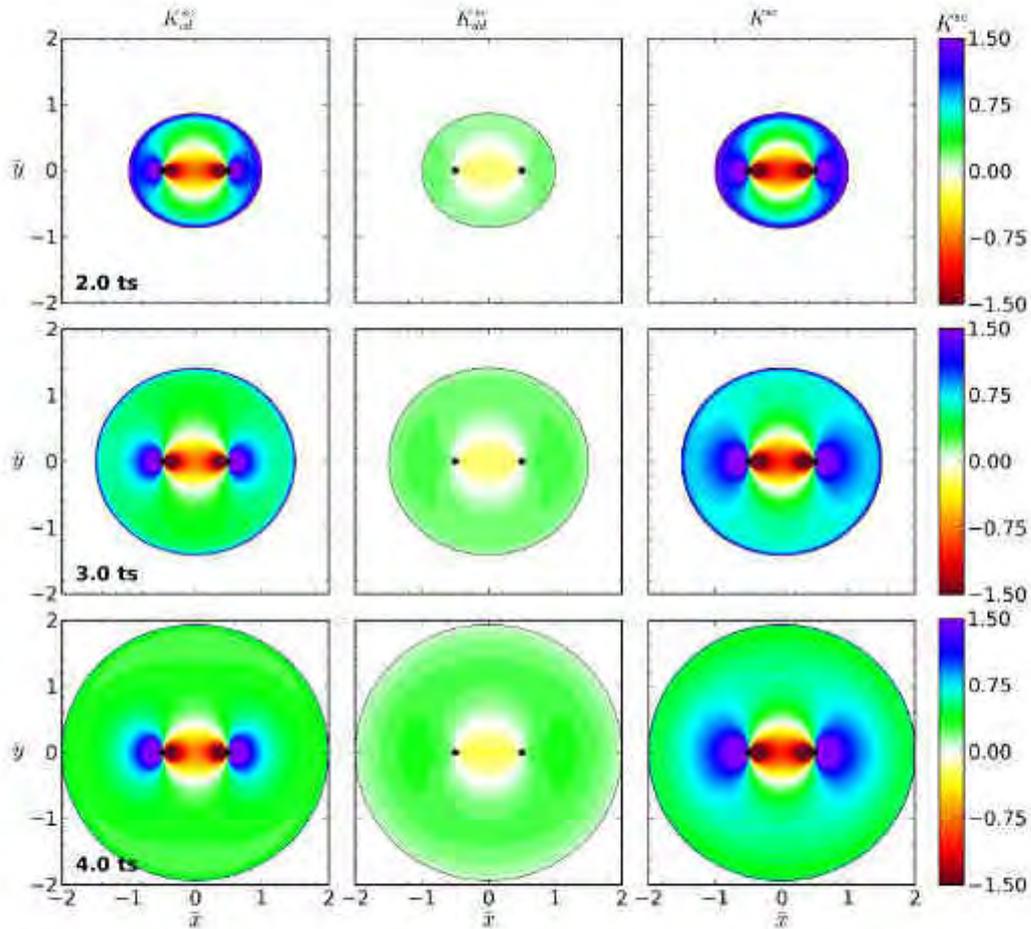


FIGURE 2.11 – Color maps of the scattering sensitivity kernels for source station distance $SR = l_0$ and propagation times $t = 2t_s$ (top), $t = 3t_s$ (middle), and $t = 4t_s$ (bottom), with $t_s = \tau_0$ the propagation time of ballistic waves. Left : coherent-diffuse term ; Center : diffuse-diffuse term ; Right : total (including the coherent-coherent part). On the horizontal and vertical axes, the distances are expressed in mean free path units. The black ellipse delimits the causality domain outside which the kernels equal zero. The black dots indicate the position of the source and station. The kernels have been normalized so that the absolute value of the total equals 1 at the midpoint of **SR**. To enhance the visibility, the color scale has been saturated.

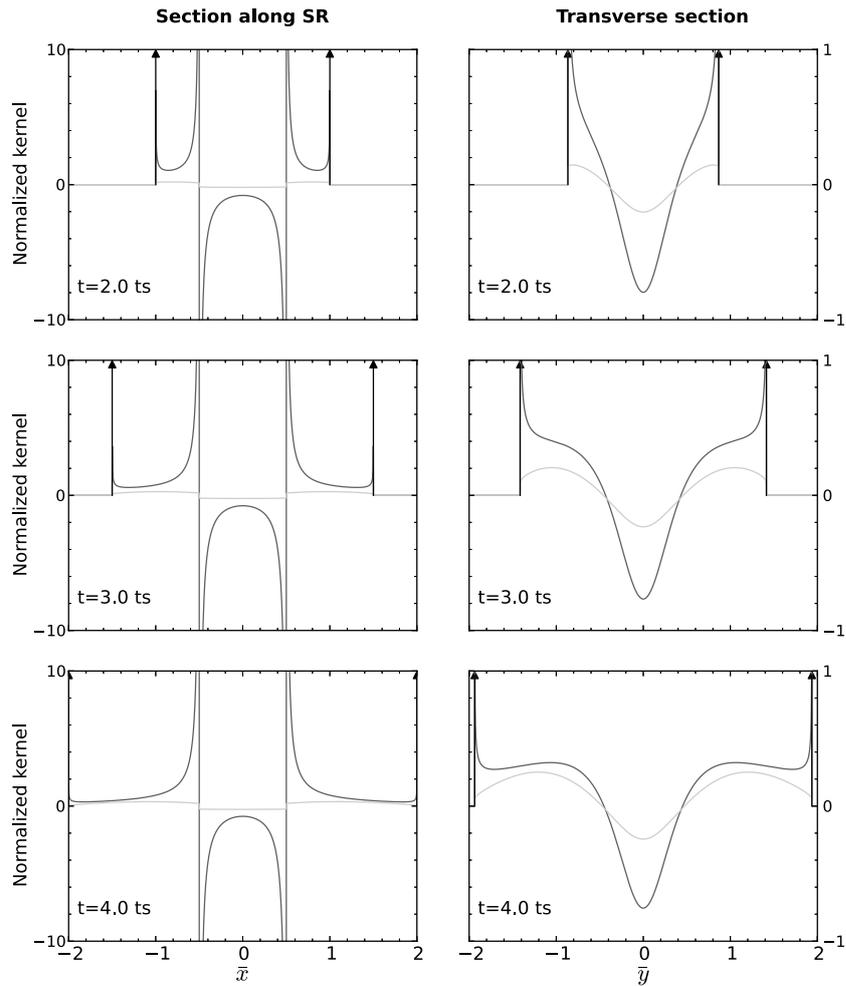


FIGURE 2.12 – Cross-section of the scattering sensitivity kernels shown in Figure 2.11. Left : Along the source-receiver axis. Right : along the perpendicular bisector of \mathbf{SR} . Black line : coherent-diffuse term. Grey line : diffuse-diffuse term. The arrows indicate the Dirac type distribution on the single-scattering ellipse.

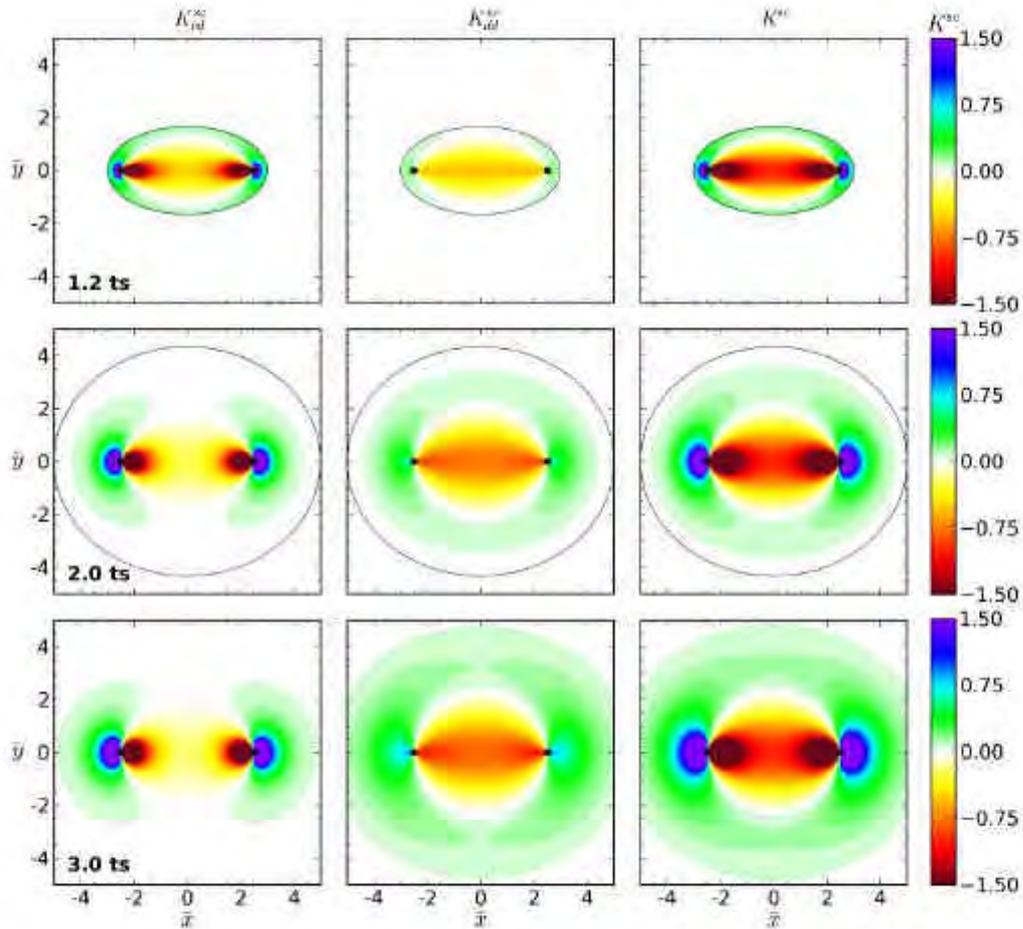


FIGURE 2.13 – Color maps of the scattering sensitivity kernels for source station distance $SR = 5l_0$ and propagation times $t = 1.2t_s$ (top), $t = 2t_s$ (middle), and $t = 3t_s$ (bottom), with $t_s = 5\tau_0$ the propagation time of ballistic waves. Left : coherent-diffuse term ; Center : diffuse-diffuse term ; Right : total (including the coherent-coherent part). On the horizontal and vertical axes, the distances are expressed in mean free path units. The black ellipse delimits the causality domain outside which the kernels equal zero. The black dots indicate the position of the source and station. The kernels have been normalized so that the absolute value of the total equals 1 at the midpoint of SR . To enhance the visibility, the color scale has been saturated.

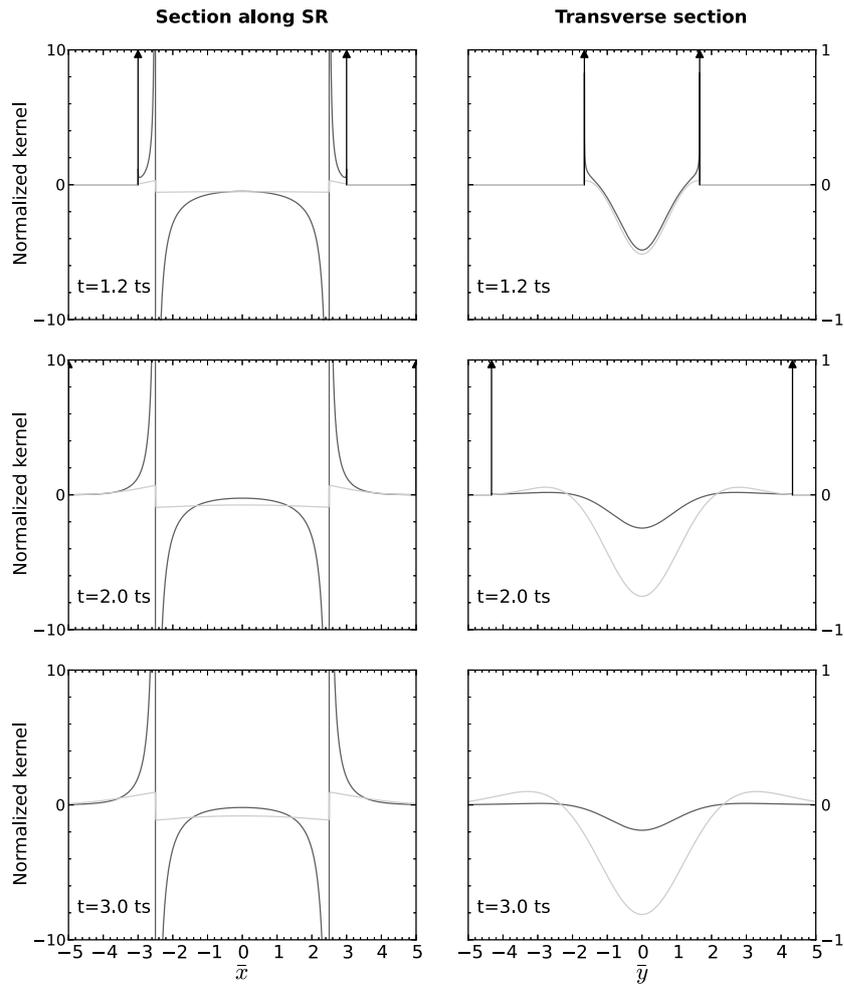


FIGURE 2.14 – Cross-section of the scattering sensitivity kernels shown in Figure 2.13. Left : Along the source-receiver axis. Right : along the perpendicular bisector of \mathbf{SR} . Black line : coherent-diffuse term. Grey line : diffuse-diffuse term. The arrows indicate the Dirac type distribution on the single-scattering ellipse.

two coherent propagators through a scattering event. This coherent-coherent kernel decays exponentially fast in the coda and becomes completely negligible after a few mean free times. Because it has the form of a Dirac distribution, the sensitivity can only be represented graphically after some smoothing has been applied. To give a realistic idea of its contribution to the total sensitivity in map view, we plot a discretized version of the delta function after averaging over an area of size one pixel. Such a representation is adequate as long as the scattering perturbations are smooth at this scale.

Coherent-Diffuse term

The coherent-diffuse kernel is the sum of the absorption term (2.37) and of the following term :

$$K_{cd}^{iso}(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) = \frac{1}{(2\pi l_0)^2} \left(\frac{e^{-\bar{t} + \sqrt{(\bar{t} - \bar{R}')^2 - \bar{R}_0^2}}}{\bar{R}' \sqrt{(\bar{t} - \bar{R}')^2 - \bar{R}_0^2}} + \frac{e^{-\bar{t} + \sqrt{(\bar{t} - \bar{R}_0)^2 - \bar{R}'^2}}}{\bar{R}_0 \sqrt{(\bar{t} - \bar{R}_0)^2 - \bar{R}'^2}} \right) \theta(\bar{t} - \bar{R}' - \bar{R}_0) \quad (2.42)$$

Like its absorption mate, the isotropic kernel (2.42) has an algebraic (integrable) singularity at the source and receiver. It exhibits an additional square-root type singularity as one approaches the single-scattering ellipse from the inside, i.e. in the limit $\bar{R}' + \bar{R}_0 \rightarrow \bar{t}^-$. This singularity corresponds to the coherent propagation of intensity from the source to a scattering perturbation located in the vicinity of the causality ellipse followed by diffuse propagation from the perturbation to the receiver after an additional scattering event. The coherent-diffuse scattering kernel (i.e. the sum of the isotropic and absorption parts) is shown in map view in Figure 2.11 for a source-station distance $SR = l_0$ and lapse-time $t = 2t_s, 3t_s, 4t_s, t_s = \tau_0$. The method adopted to obtain these maps is the same as in the absorption case. Figure 2.11 illustrates that the coherent-diffuse scattering kernel is significantly more complex than its absorption counterpart. The divergence in the vicinity of the ellipse is clearly visible at short lapse-time and becomes fainter at longer lapse-time. This behavior can be traced back to the exponential decay of the coherent term with the propagation distance. Cross-sections of the kernels along and across the direct ray path are also shown in Figure 2.12. The square-root type singularity is still apparent in the vicinity of the single-scattering ellipse in this Figure.

The coherent-diffuse scattering kernel exhibits a zone of negative sensitivity of typical width one mean free path along the direct ray connecting the source and station. Inside this area, an increase of the scattering strength results in a decrease of the intensity received in the coda. Everything happens as if the extra-scattering plays the role of a screen which deflects part of the energy which would have otherwise propagated from source to station. Conversely, an extra scattering event adds some probability for waves propagating in a direction opposite to the direct ray path to be back-scattered to the receiver. This gives rise to the lobes of high positive sensitivity visible in Figure 2.11. For larger source propagation distance $SR = 5l_0$, The coherent-diffuse kernel displays a strongly dipolar pattern with most of the sensitivity concentrated around the source and station as shown in Figure 2.13. The singularity of the coherent-diffuse scattering kernel

in the vicinity of the causality ellipse is strongly attenuated and becomes barely visible on the cross-sections (see Figure 2.14).

Diffuse-diffuse term

We finally examine the role played by diffuse propagation from source to perturbation and from perturbation to receiver with an extra scattering event taking place at the perturbation. This process is described by the following sum of two terms :

$$\begin{aligned}
 K_{dd}^{iso}(\bar{\mathbf{R}}'; \bar{\mathbf{R}}_0; \bar{t}) &= \frac{1}{(2\pi l_0)^2} \int_1^{\frac{\bar{t}-\bar{R}'}{R_0}} \frac{e^{-\bar{t}+\bar{R}_0\sqrt{\bar{u}^2-1}+\sqrt{(\bar{t}-\bar{u}\bar{R}_0)^2-\bar{R}'^2}}}{\sqrt{\bar{u}^2-1}(\bar{R}_0\sqrt{\bar{u}^2-1}+\sqrt{(\bar{t}-\bar{u}\bar{R}_0)^2-\bar{R}'^2})} \theta(\bar{t}-\bar{R}'-\bar{R}_0) d\bar{u} \\
 &+ \frac{1}{(2\pi l_0)^2} \int_1^{\frac{\bar{t}-\bar{R}_0}{R'}} \frac{e^{-\bar{t}+\bar{R}'\sqrt{\bar{v}^2-1}+\sqrt{(\bar{t}-\bar{v}\bar{R}')^2-\bar{R}_0^2}}}{\sqrt{\bar{v}^2-1}(\bar{R}'\sqrt{\bar{v}^2-1}+\sqrt{(\bar{t}-\bar{v}\bar{R}')^2-\bar{R}_0^2})} \theta(\bar{t}-\bar{R}'-\bar{R}_0) d\bar{v}
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

which have been obtained by following the same steps as outlined in the absorption section. Thus, the logarithmic divergences at the source and receiver have been separated out. Like in the absorption case, one term of the equation (2.43) can be obtained from the other by reflection across the bisector of the source-receiver line segment. The diffuse-diffuse scattering kernel, i.e. the sum of (2.39) and (2.43) is represented in Figure 2.11 and 2.13 for source receiver distances $SR = l_0, 5l_0$, respectively. The corresponding longitudinal and transverse cross-sections are shown in Figure 2.12 and 2.14. The diffuse-diffuse term exhibits a zone of negative sensitivity of typical width one mean free path around the direct ray path. In the long lapse-time limit, the sign of the kernel can be explained using the asymptotic relation (2.29). In this formula, everything happens as if both the source and receiver radiate energy into the medium. Then, the sign of the kernel depends on the scalar product between the energy current vectors of the two sources : the one placed at S , and the other at R . Clearly, this scalar product will be negative on the line segment \mathbf{SR} because the energy fluxes of the two sources are in opposite directions at all times. Conversely, elsewhere on the line (SR) , the energy flows away from the two sources in the same direction, hence the positive sign. The cross-sections of Figure 2.12 and 2.14 show the slow divergence of the diffuse-diffuse kernel at the source and station. Figure 2.13 illustrates the expansion of this kernel with the lapse-time in the coda, which, like in the absorption case, may be related to the \sqrt{Dt} growth of the diffuse halo. Hence, the diffuse-diffuse kernel provides sensitivity to variations of the scattering strength in the bulk of the medium.

Total scattering kernel

We may now examine the relative contributions of the different terms composing the total scattering kernel : $K^{sc} = K_{cc}^{iso} + K_{cd}^{iso} + K_{dd}^{iso} + K^{abs}$. For $SR = l_0$ and relatively short

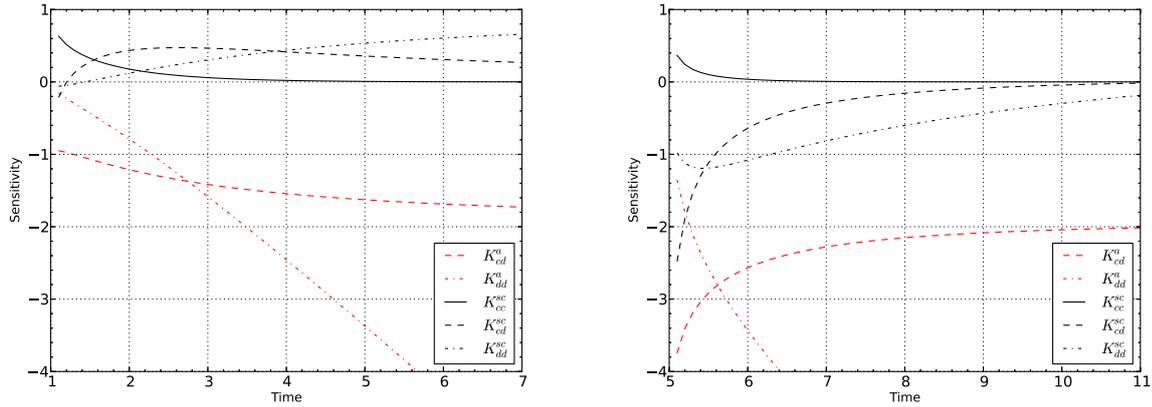


FIGURE 2.15 – Integrated sensitivity kernels for absorption (red) and scattering (black) as a function of time. The inset shows the different line styles used to represent the different terms of the kernels. Left : source-receiver distance $\overline{SR} = 1$. Right : source-receiver distance $\overline{SR} = 5$. The sensitivities have been normalized by the common pre-factor $1/(2\pi l_0)^2$, with l_0 the mean free path in the unperturbed medium.

lapse-time $t \in [2t_s, 4t_s]$, Figure 2.12 shows that the sensitivity along the direct ray is largely dominated by the coherent-diffuse term. Across the direct ray, the coherent-diffuse term is still dominant but the order of magnitude of the diffuse-diffuse term becomes comparable after four mean free times. As shown in Figure 2.11, the spatial patterns of the coherent-diffuse and total scattering kernel are very similar. The most clearly visible contribution of the diffuse-diffuse term is the broadening of the positive lobes of sensitivity, as well as some additional sensitivity in the bulk of the medium (see Figure 2.11). For larger source-station distance $SR = 5l_0$, the coherent-diffuse term plays a dominant role only in the vicinity of the source and receiver, as shown on the cross-sections of Figure 2.14. The sensitivity across the direct ray path is largely controlled by the diffuse waves, except at early time in the coda ($t = 1.2t_s$). Like in the case of absorption, we remark that at long lapse-time in the coda the sensitivity is highest in a domain of width one mean free path going from source to station but there is some additional complexity due to the changes of sign of the kernel.

2.4.4.3 Integrated sensitivity kernels

So far, we have focused the discussion on the spatial dependence of the kernels without paying attention to their overall amplitude. In this section, we examine the relative contributions of the different terms composing the scattering and absorption kernels by calculating their integrals over all possible positions of the perturbation. These integrated kernels give an idea of the sensitivity of coda waves to spatial variations of scattering and absorption that are smooth at the scale of the area probed by the diffuse waves. Note that this area should typically grow linearly in time when the coherent waves dominate and like the square-root of time at long lapse-time in the coda. The different terms of the integrated kernels are plotted in Figure 2.15 for a source-receiver distance $SR = l_0$

(on the left) and for $SR = 5l_0$ (on the right). These results have been obtained by direct numerical integration of the sensitivity kernels, except for the coherent-coherent scattering term which can be obtained analytically. The sum rules (2.23) and (2.25) have been verified with a typical accuracy of 5 digits, which validates the numerical approximations. Independent of the source-receiver distance, we find that the absolute magnitude of the integrated kernels is always larger for absorption than for scattering. The single-scattering correction term becomes smaller in absolute value than all other terms after typically two mean free times, as anticipated. The time after which the diffuse-diffuse term exceeds the coherent-diffuse term depends slightly on the source-receiver distance SR and on the type of perturbation. In the case of scattering (resp. absorption), the integrated sensitivity is dominated by the diffuse-diffuse contribution after $4\tau_0$ (resp. $3\tau_0$) for $SR = l_0$ and $5.5\tau_0$ (resp. $5.5\tau_0$) for $SR = 5l_0$. Finally, the change of sign of the integrated scattering kernels, depending on the source-receiver distance, is worth noting. Except for the coherent-coherent term which is always positive, the integrated scattering kernels become very rapidly positive for $SR = l_0$, but are always negative for $SR = 5l_0$ (see Figure 2.15). Our results suggest that as far as large scale perturbations are concerned, the effects of absorption dominate over scattering in the coda.

2.4.5 Impact of a local perturbation on the energy envelope of coda waves

In this section, we calculate the relative perturbations of the intensity in the coda induced by a localized perturbation of the scattering and/or absorption properties using the sensitivity kernels developed in sections 2 and 3. The anomaly has the shape of a Gaussian of typical width σ , normalized such that its maximum equals $1/4$. Note that by linearity, the calculations presented below can be rescaled to obtain the results for a perturbation of arbitrary magnitude ϵ . The main purpose of this section is to identify the signature of an anomaly of scattering and/or absorption properties based on the modification of the coda envelope with respect to a reference intensity master curve. This is essentially the idea underlying the work of Nishigami [Nishigami, 1991, 2000]. We extend his approach by considering the effects of multiple scattering and the role of absorption. In the calculations that follow, we consider two non-dimensional epicentral distances $\bar{SR} = 0.5$ and $\bar{SR} = 2$, respectively. To keep an eye on future applications, the reader can think of a mean free path of the order of 100 km, which is a reasonable value for the crust around 5 Hz. The two epicentral distances $\bar{SR} = 0.5$, $\bar{SR} = 2$, therefore correspond to local and regional detection of coda waves generated by crustal earthquakes.

2.4.5.1 Effect of the size of the anomaly

We first consider a scattering/absorption anomaly located at the midpoint of the direct ray connecting the source and station and examine four non-dimensional widths $\sigma = \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4\}$. The relative intensity perturbation is plotted as a function of the time in the coda for $\bar{SR} = 0.5$ (left) and $\bar{SR} = 2$ (right) in Figure 2.16. For both

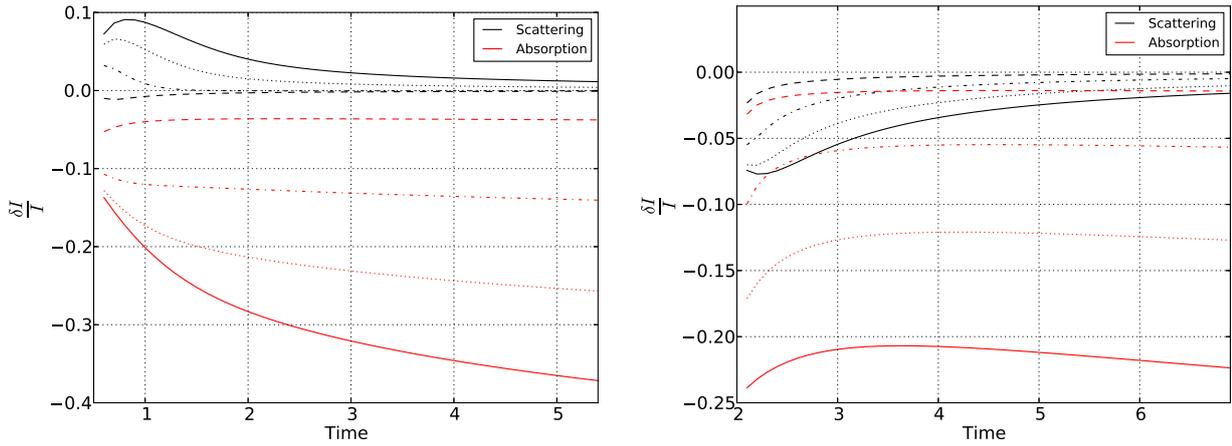


FIGURE 2.16 – Relative intensity perturbation caused by a localized scattering (black) or absorption (red) anomaly. The anomaly has the shape of a gaussian of width $\sigma = 0.1$ (dashed line), $\sigma = 0.2$ (dash-dotted line), $\sigma = 0.3$ (dotted line), $\sigma = 0.4$ (solid line), and maximum amplitude $1/4$. Left : epicentral distance $SR = 0.5l_0$. Right : epicentral distance $SR = 2l_0$.

scattering and absorption, we observe that the overall intensity perturbation decreases with the epicentral distance and with the size of the anomaly. Suppose we are able to measure variations of average coda intensity of the order of 5%, then our calculations indicate that a scattering (resp. absorption) anomaly smaller than 0.2 (resp. 0.1) mean free path will be almost undetectable in the coda. In other words, small scale fluctuations of the mean free path and/or absorption length have very little impact on the shape of the coda, which may partly explain its stability. Other remarkable features show up in Figure 2.16. (1) The sign of the intensity perturbation caused by a scattering anomaly depends on the epicentral distance : It may switch from positive to negative as the source station distance increases. (2) In most cases, absorption anomalies have a much longer-lasting effect on the intensity received in the coda than scattering anomalies. This in turn suggests that spatial variations of scattering/absorption should be looked for in the early/late coda, respectively.

Effect of the position of the anomaly

The observations made so far have been based on a rather specific configuration. In this section, we fix the size of the anomaly $\sigma = 0.2$ and vary its location with respect to the source and receiver. The maximum amplitude is taken equal to $1/4$. In Figure 2.17, we represent the perturbation of intensity as a function of lapse-time in the coda for two epicentral distances ($\bar{SR} = 0.5$, left; $\bar{SR} = 2$, right) and four positions of the anomaly on the bisector of \mathbf{SR} ($\bar{x} = 0$, $\bar{y} = \{0, 0.25, 0.5, 1\}$). Figure 2.18 examines the case where the center of the anomaly is located on the line (SR), backwards from the source ($\bar{x} = -\bar{SR}/2 - \{0, 0.25, 0.5, 1.0\}$). Note that the same Figure would be obtained if the anomalies were flipped around the \bar{y} axis. For both scattering and absorption anomalies, it is apparent from Figures 2.17 and 2.18 that the intensity perturbation decreases with the distance to the source either along or across the direct ray path, as well as with

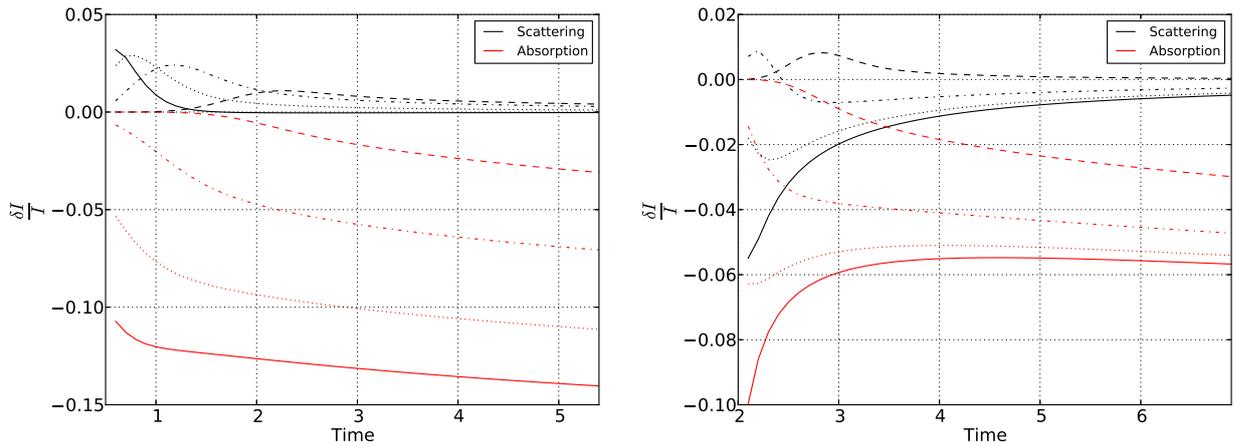


FIGURE 2.17 – Relative intensity perturbation caused by a localized scattering (black) or absorption (red) whose center is located at $\bar{y} = 0$ (solid line), $\bar{y} = 0.25$ (dotted line), $\bar{y} = 0.5$ (dash-dotted line), $\bar{y} = 1$ (dashed line), on the bisector of \mathbf{SR} . The anomaly has the shape of a gaussian of width $\sigma = 0.2$ (dashed line) and maximum amplitude $1/4$.

the epicentral distance. Below, we provide more specific descriptions for each kind of perturbation.

Scattering anomalies

We analyze the scattering anomalies first, because they give rise to maxima and/or minima which are easily identifiable on the relative intensity perturbation curves in both Figure 2.17 and 2.18. At short epicentral distance ($\overline{SR} = 0.5$), the time of the maximum t_m increases with the distance between the source and the anomaly but does not correspond to the time of flight of the ballistic wave t_b . In general, t_m is smaller than t_b , which implies that traditional migration based on the single-scattering approximation may underestimate the actual distance to the anomaly. In addition, we remark that for short epicentral distances, scattering anomalies located along, or perpendicular to the source-receiver line of sight, share very similar signatures. In practice, this means that a combination of epicentral distances and source-station orientations are necessary to remove the ambiguity and correctly map the scattering properties of the target region. In the case of an anomaly located on the bisector of \mathbf{SR} , additional complexity appears as the epicentral distance increases. A positive scattering anomaly may give rise to a negative intensity pulse, or even entail a positive maximum followed by a negative minimum (see Figure 2.17 right, $\bar{y} = 0.5$). The sign change is to be related to the temporal evolution of the sensitivity described in the previous section : at short time, the anomaly intersects the single-scattering ellipse in the vicinity of which the sensitivity is strongly positive, while at late time, the anomaly lies in the broad zone of negative sensitivity between the source and station. Because practical estimation of the coda intensity usually involves smoothing in the time domain, it is likely that the more complex signature of a scattering anomaly might be washed out in such cases.

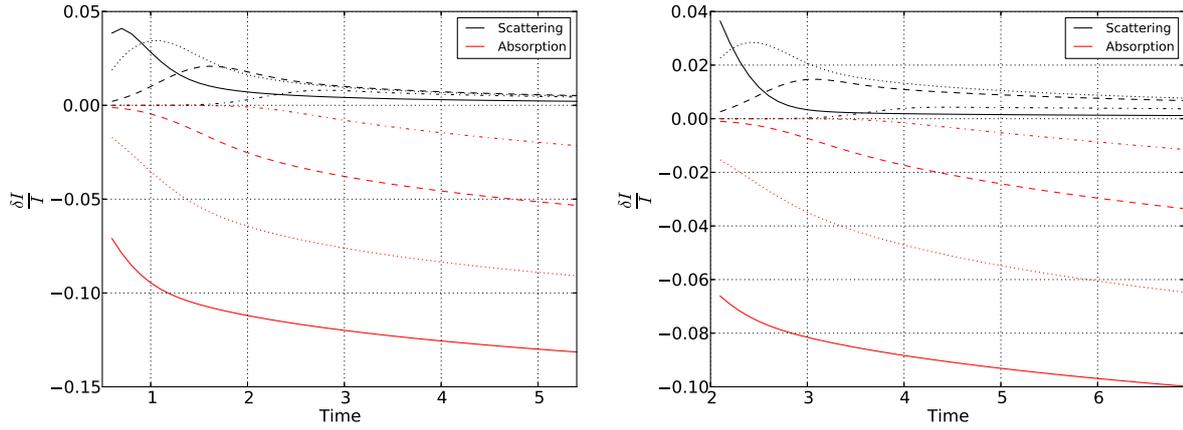


FIGURE 2.18 – Relative intensity perturbation caused by a localized scattering (black) or absorption (red) anomaly whose center is located at $\bar{x} = -\bar{SR}/2$ (solid line), $\bar{x} = -\bar{SR}/2 - 0.25$ (dotted line), $\bar{x} = -\bar{SR}/2 - 0.5$ (dashed line), $\bar{x} = -\bar{SR}/2 - 1$ (dash-dotted line), on the line (SR). The anomaly has the shape of a gaussian of width $\sigma = 0.2$ (dashed line) and maximum amplitude $1/4$.

Absorption anomalies

For short epicentral distances ($\bar{SR} = 0.5$), Figures 2.17 and 2.18 illustrate that the relative intensity perturbations caused by absorption anomalies depend generally smoothly on the lapse-time in the coda. In general, absorption anomalies do not yield clearly identifiable maxima but instead manifest themselves as a steady decrease of $\delta I/I$ with time. Hence, they mostly affect the decay rate of the intensity and therefore have a major impact on the apparent coda quality factor Q_c . In Figure 2.18, it is also apparent that the epicentral distance does not play an important role when the anomaly is located on the line (SR), backwards from the source. Interestingly, while the magnitude of the intensity perturbation depends strongly on the position of the anomaly, the rate of decay of the intensity appears to be independent from this quantity at sufficiently long lapse-time (see Figures 2.17 (left) and 2.18 (left)).

For larger epicentral distance ($\bar{SR} = 2$) and an anomaly located on the bisector of \mathbf{SR} , the impact on the intensity received in the coda is more contrasted. When the anomaly is located in the vicinity of the direct ray, after a transient regime of the order of one mean free time, the anomaly manifests itself as an almost time-independent drop of the relative intensity $\delta I/I$. Hence, such anomalies will have no impact on the coda decay and could instead be interpreted as a kind of “site effect”. However, its amplitude is so small that it will most likely be undetectable. The comparison of Figure 2.17 and 2.18 also reveals that absorption anomalies located at sufficiently large distance (typically half the mean free path) either perpendicular to the direct ray path or backwards from the source yield similar signature. Hence, the combination of different source receiver pairs with various epicentral distances and back-azimuths will be necessary to map an absorption anomaly in the region under study.

To conclude this section, we remark that the most prominent intensity variations

caused by scattering/absorption anomalies occur at short lapse-time in the coda. It is well-known, since the paper of *Aki & Chouet* [1975], that the decay of the coda becomes stable at sufficiently long lapse-time only. Our calculations suggest that the irregular decay of the intensity in the early coda may be partly ascribed to spatial variation of scattering and absorption in the region under study.

2.4.6 Conclusion and outlook

In this paper we have used a perturbation approach to establish general formulas relating spatial variations of scattering and absorption properties to the intensity received in the coda. These formulas take the form of spatial integrals of the perturbation weighted by a sensitivity kernel, which depends on the lapse-time in the coda and on the type of perturbation. The perturbations couple the coherent and incoherent parts of the intensity, so that the two contribute to the sensitivity of coda waves even at long lapse-time. The kernels have been calculated in 2-D isotropically scattering media and their singularities have been described in detail. In the case of absorption, the sensitivity is maximum along the direct ray path connecting the source and station and diverges at these two points. We have also shown that a localized perturbation of absorption affects the overall decay of the coda in a manner which depends on the location of the anomaly with respect to the source and station. In the case of scattering, the sensitivity has a much more complex structure. In addition to the divergence at the source and station, the kernel is also singular on the single-scattering ellipse. The singularity is in fact double, algebraic and Dirac delta-like. These two terms decay exponentially fast with the lapse-time and become negligible after two to three mean free times. The scattering kernel displays a broad zone of strong negative sensitivity around the direct ray path and is positive elsewhere. Because of this intricate spatial pattern, a localized scattering anomaly has a complex signature in the coda, and may entail a positive or negative variation of intensity depending on the epicentral distance and/or the lapse-time. In general, absorption anomalies have a stronger and longer-lasting effect on the intensity received in the coda than scattering anomalies.

Although the primary focus of this work is the mapping of spatial variations of attenuation properties, the proposed theory may also find applications to the mapping of temporal variations based on the measurement of delay times in the coda. In particular, when the diffusion approximation does not apply and the energy flux is strongly anisotropic, the sensitivity kernels originally proposed to map the relative velocity changes in an evolving medium should be amended [*Pacheco & Snieder*, 2005; *Obermann et al.*, 2013b]. These kernels only depend on the angularly-averaged intensity usually calculated in the diffusion approximation. When this approximation is invalid, it is tempting to simply substitute the diffusion solution with the intensity derived from the more accurate radiative transfer equation. However, such a substitution would violate the normalization condition derived by *Pacheco & Snieder* [2005] (Eq. 16). Because the specific intensity can be interpreted as a probability density defined in phase space $(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{k}})$, we can straightforwardly

extend the probabilistic reasoning of *Pacheco & Snieder* [2005] and derive a sensitivity kernel for delay times in the coda in terms of the specific intensity. We find that the apparent velocity perturbation in the coda $(\delta v/v)_a$ due to a perturbation of the velocity field $\delta v/v$ in an evolving medium is given by :

$$\left(\frac{\delta v}{v}\right)_a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t) = S^d \int_{\mathbb{R}^d} \int_{S^d} \int_0^t \frac{\delta v}{v}(\mathbf{r}') \frac{I(\mathbf{r}', -\hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}; t-t') I(\mathbf{r}', \hat{\mathbf{n}}'; \mathbf{r}_0; t')}{t I(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t)} d\hat{\mathbf{n}}' dr' dt' \quad (2.44)$$

Formula (2.44) is valid in the case of an anisotropic distribution of energy fluxes and reduces to previously published formulas when the isotropy condition applies. It is apparent that the velocity perturbation kernel is identical to the absorption kernel (2.19). Both verify the generalized normalization condition (2.23), which involves an integral over phase-space.

Our preliminary calculations of the impact of local attenuation perturbations on the intensity received in the coda suggest that it should be possible to map lateral variations of scattering and absorption in the crust with the aid of sensitivity kernels. Existing Q mapping methods such as those developed by *Nishigami* [1991] or *Xie & Mitchell* [1990] make rather strong simplifying assumptions on the sensitivity of coda waves. By taking into account the finer spatio-temporal details of the kernels derived in this paper, there is hope to improve on the resolution of existing methods and to distinguish between absorption and scattering effects. Our future efforts will concentrate on the development of a tool to map the spatial variations of scattering and absorption in the lithosphere from the intensity of coda waves. In this respect, the variety of inverse methods developed in optical tomography, and summarized in the papers by *Arridge & Schotland* [2009], can certainly benefit to our work. The problem of inverse transport has also received a lot of attention in the mathematical literature [*Bal*, 2009], and the general principles established in these studies can likewise guide us in our research.

Nevertheless, a number of steps must be taken before we reach our goal. First of all, the limits of validity of the perturbation theory adopted in our work should be established. This question can be addressed with the aid of Monte Carlo simulations to solve the radiative transfer equation in laterally varying scattering and absorbing media. Because the coda displays large statistical fluctuations, another important issue is to develop specific sensitivity kernels for robust observables such as the peak delay time and the coda quality factor. Our approach should ultimately allow us to derive attenuation maps of the crust from the observed regional variations of these two parameters [see e.g. *Carcolé & Sato*, 2010; *Calvet et al.*, 2013]. Other important issues should be considered in the future. In particular, scattering anisotropy may play an important role in the observed spatio-temporal dependence of the coda envelope. Because the calculation of the full angular dependence of the specific intensity required for our purposes is still challenging, we have adhered to the simple isotropic scattering approximation which hopefully captures the essential features of the sensitivity. Finally, future works should address the possible role of depth-dependent attenuation structures, which calls for the development of 3-D sensitivity kernels.

2.5 Impact d'une anomalie d'absorption et de scattering sur l'intensité de coda

Cette section s'intéresse aux résultats sur les noyaux K^a et K^{sc} présentés en section 2.4 pour discuter de leur signification en terme d'imagerie.

Un exemple de noyaux de K^a et K^{sc} résultants de cette étude (section 2.4) est présenté dans la figure 2.19. Ils ont été calculés pour un temps $t = 3t_S$ et une distance épacentrale de $\Delta = 1\ell (\sim 100km)$, comme les noyaux d'absorption et de scattering de la littérature présentés en figure 2.3a et 2.4a, respectivement. Au premier ordre, les noyaux de sensibilité de cette étude n'ont clairement pas la même distribution spatiale de sensibilité comparée à celle des noyaux de la littérature.

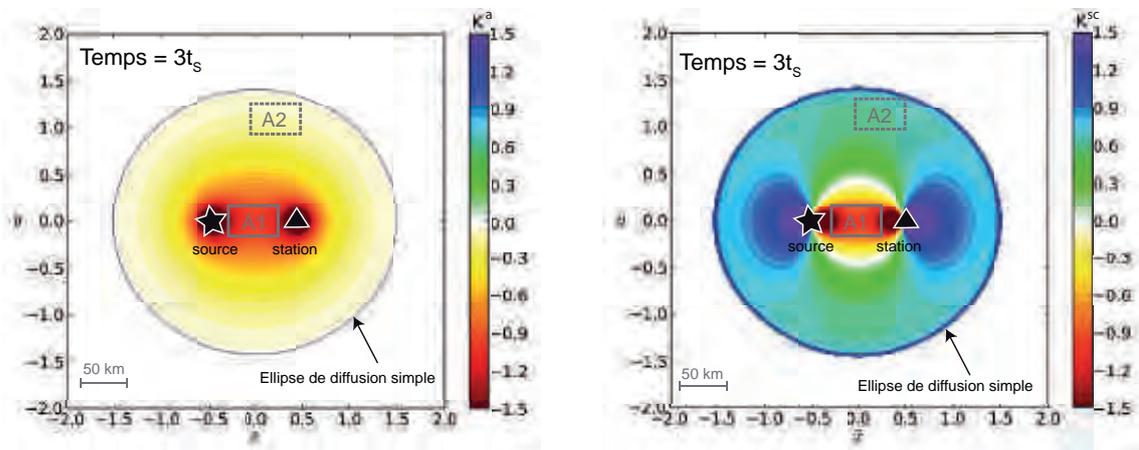


FIGURE 2.19 – Noyaux de sensibilité (a) à l'absorption (b) au scattering, calculé en 2D pour un scattering isotrope. Le temps ($t = 3t_S$) et la distance épacentrale ($\Delta = 1\ell$ ou $\sim 100km$) sont les mêmes que pour les figures 2.3a et 2.4a. Pour une meilleure représentation, les noyaux ont été normalisés par la sensibilité localisée en $(\bar{x}, \bar{y}) = (0, 0)$.

Comparé au noyau ad-hoc de *Mitchell* et al. [2008], la sensibilité de K^a n'est pas homogène dans l'ellipse de diffusion simple (Fig. 2.19a). Avec la prise en considération du champ cohérent dans cette étude, et particulièrement de la sensibilité des ondes cohérentes-diffuses K_{cd}^a , on remarque que K_{cd}^a ajoute une sensibilité sur le trajet direct et une sensibilité piquée sur la source et le récepteur (singularité algébrique sur ces deux points). En pratique, une anomalie d'absorption fera diminuer d'autant plus l'intensité dans la coda lorsqu'elle est localisée sur le trajet source/récepteur SR, comme illustrée par les anomalies A1 et A2 (Fig. 2.19a), dont l'impact sur la coda est montré en figure 2.20a. Le premier résultat important de cette étude en terme d'imagerie est donc que la perturbation de l'intensité de coda dépend de la localisation de l'anomalie d'absorption.

Contrairement au noyau de sensibilité de scattering de *Nishigami* [1997] pour lequel la sensibilité était uniquement localisée sur l'ellipse de diffusion simple (Fig. 2.4a), le noyau de scattering calculé dans cette étude présente une distribution spatiale de sensibilité complexe et localisée dans et sur l'ellipse de diffusion simple (Fig. 2.19b). C'est notamment l'apport du champ diffus qui permet à la sensibilité de remplir l'ellipse. Trois singularités

se distinguent : (1) l'une apportée par la contribution des trajets cohérent-cohérent sur l'ellipse de diffusion simple comme suggéré par *Nishigami* [1997] ; et deux autres portées par le trajet cohérent-diffus au voisinage de l'ellipse et sur la source et le récepteur. On remarque que K^{sc} possède une sensibilité négative sur une région d'une largeur de 1ℓ entre la source et le récepteur. Une anomalie de scattering placée sur le trajet direct comme A1 (Fig. 2.19b) aura donc tendance à faire diminuer l'amplitude dans la coda (Fig. 2.20b, trait plein rouge). Excepté pour cette zone, la sensibilité est positive sur et dans l'ellipse de diffusion simple. Une anomalie localisée dans cette région comme A2 (Fig. 2.19b) augmentera donc l'intensité dans la coda (Fig. 2.20b, trait pointillé vert). Le deuxième résultat important de cette étude en terme d'imagerie est donc que l'intensité dans la coda peut diminuer ou augmenter par rapport à l'intensité du milieu de référence suivant la localisation de l'anomalie de scattering.

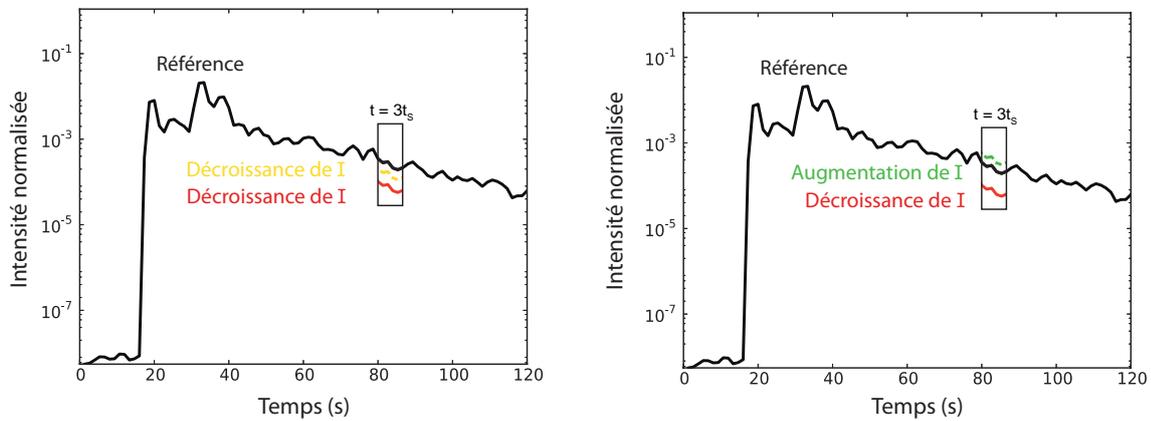


FIGURE 2.20 – Impacts des anomalies A1 (traits pleins) et A2 (traits pointillés) (a) d'absorption et (b) de scattering, sur l'intensité de la coda au temps $t = 3t_S$.

Le troisième résultat à retenir est que les noyaux de sensibilité à l'absorption et au scattering sont clairement différents. Cela suggère donc que l'on va être capable de cartographier l'absorption et le scattering séparément à partir de l'intensité de coda.

Dans les figures 2.17 (gauche) et 2.18 (gauche), nous avons calculé la perturbation d'intensité $\delta I/I$ en fonction du temps dans la coda pour des anomalies de scattering (noir) et d'absorption (rouge) localisées sur l'axe \bar{y} (\sim Nord/Sud) et l'axe \bar{x} (\sim Est/West), respectivement pour les deux figures. Deux résultats importants pour l'imagerie sont à retenir :

1. Le premier résultat est qu'à un même niveau de perturbation, $\delta I/I$ dans la coda est de plus forte amplitude (\sim facteur 2) pour l'absorption que pour le scattering. Cette observation est d'autant plus importante à temps long dans la coda où les perturbations d'intensité par des anomalies de scattering ne sont plus visibles à partir de quatre temps libres moyens. De plus, on remarque que la pente de la coda est fortement affectée par des anomalies d'absorption. Ce résultat confirme le schéma interprétatif présenté en figure 1.16. Cela suggère qu'à temps long, nous allons donc être capable de mesurer les perturbations d'intensité $\delta I/I$ dans la coda

pour regarder les variations d'absorption. Pour cela, la théorie nous informe qu'en se plaçant à temps suffisamment long :

$$\log \left(\frac{I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)}{I_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)} \right) \sim \frac{\delta I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)}{I_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)} = \omega \int \frac{K^a(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}', t)}{I_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t)} Q_i^{-1}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.45)$$

D'autre part, la décroissance exponentielle de l'intensité dans la coda peut s'écrire « expérimentalement » (Eq. 1.19) comme :

$$\log I(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, t) \sim -\frac{\omega}{Q_c(\omega)} t \quad (2.46)$$

Avec les équations 2.45 et 2.46, on peut ainsi exprimer Q_c en fonction des perturbations d'absorption comme :

$$Q_c^{-1}(\omega) = -\frac{\int K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; \mathbf{r}'; t) Q_i^{-1}(\omega, \mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t) t} \quad (2.47)$$

On établit ainsi une relation directe entre l'observable Q_c^{-1} et le facteur de qualité de l'absorption Q_i^{-1} . Ce résultat sera notamment utilisé pour cartographier les variations spatiales d'absorption en France et sur l'ensemble de l'Arc Alpin dans le chapitre 3.

2. Le second résultat à remarquer des figures 2.17 (gauche) et 2.18 (gauche) est que le scattering affecte essentiellement la forme de l'enveloppe. Une stratégie potentielle à adopter pour cartographier les variations latérales de scattering dans la croûte serait donc de (1) mesurer Q_c à temps long, ce qui nous donne une estimation de Q_i puis (2) mesurer $\delta I/I_0$ à temps court sur l'intensité de coda corrigée de l'absorption estimée en (1). Nous reviendrons et détaillerons ces étapes de cartographie (schéma d'inversion) dans le chapitre 4.

2.6 Impact de l'anisotropie du scattering sur les noyaux de sensibilité K^a et K^{sc}

Récemment, nous avons examiné en détail la sensibilité de l'intensité de coda à des variations spatiales d'absorption et de scattering pour un scattering anisotrope [Margerin et al., 2016]. Ce paragraphe va nous permettre d'observer les changements de la distribution spatiale de la sensibilité dans les noyaux, lorsqu'on introduit l'effet de l'anisotropie du scattering évoquée en section 1.2.1. Nous rappelons que l'anisotropie du scattering peut être quantifiée par le rapport des longueurs caractéristiques ℓ^*/ℓ (Eq. 1.12) mais aussi par la section efficace différentielle (ou fonction de phase) introduite dans l'équation 1.14 et notée $p(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$.

Nous avons vu dans les sections précédentes que les noyaux d'absorption et de scattering dépendaient de l'anisotropie du scattering p . Elle intervient à deux niveaux (1) dans

la solution I_0 (Eq. 2.19 et 2.20) et (2) dans la formulation du noyau de scattering (Eq. 2.20). Dans le cas d'un scattering isotrope (milieu de référence et anomalie de scattering), la solution I_0 était donnée par *Paasschens* [1997] et nous avons démontré que le noyau de scattering était la superposition de deux noyaux K^a et K^{iso} . Physiquement, K^a décrit la sensibilité de tous les trajets possibles passant au travers d'une anomalie d'absorption présente dans un milieu hétérogène isotrope, comme introduit par *Pacheco & Snieder* [2005] dans le cas d'une description du transport par diffusion. La perturbation du logarithme d'intensité ($\log I = \omega t/Q_i$) induite par une telle anomalie peut aussi s'écrire comme :

$$\delta \log(I) = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \sim \frac{\delta I}{I_0} = -\frac{t}{\delta t^a} \quad (2.48)$$

En se rappelant que $\delta I = \int K^a \delta(1/t^a) d\mathbf{r}'$, on remarque alors que le noyau K^a exprime le temps de résidence des ondes dans l'anomalie. L'analyse de la dimension de K^a (section 2.3.2) nous indique d'ailleurs bien un temps par unité de volume (quand le noyau est bien normalisé par l'intensité initiale). On retrouve aussi ce résultat dans la règle de somme 2.7 qui nous indique que le noyau intégré sur toutes les perturbations possibles doit nous donner le temps dans la coda. Quelle est maintenant la distribution spatiale de la sensibilité lorsque l'on considère un milieu de référence non plus isotrope mais anisotrope ?

La solution analytique de *Paasschens* [1997] ne peut plus être utilisée pour décrire I_0 dans K^a (Eq. 2.19). D'autres méthodes numériques doivent donc être développées pour obtenir une solution 2D. Pour cela, *Margerin et al.* [2016] ont utilisé une technique spectrale, validée en comparant les solutions des fonctions de Green obtenues avec celles des simulations Monte Carlo.

La figure 2.21 présente les noyaux de sensibilité de δI à l'absorption pour une distance épacentrale de $\Delta = 1\ell$ et un temps dans la coda équivalent à 4 fois le temps libre moyen ($t = 4\tau = 4t_S$). De gauche à droite on peut voir les noyaux d'absorption pour un scattering isotrope ($\ell^*/\ell = 1$) - comme nous l'avons calculé dans cette étude (Fig. 2.7, en bas à droite) -, un scattering moyennement anisotrope ($\ell^*/\ell = 3$) et un scattering fortement anisotrope ($\ell^*/\ell = 10$). Comme les valeurs numériques de la sensibilité varient beaucoup avec le choix du ℓ (plusieurs ordres de grandeur sur Terre), les noyaux sont normalisés par la sensibilité spatiale totale. Cette normalisation permet ainsi d'observer l'effet de l'anisotropie du scattering sur la distribution spatiale des noyaux. Indépendamment de ℓ^*/ℓ , les cartes de sensibilité sont dominées par la contribution du champ cohérent qui diverge algébriquement à la source et au récepteur comme discuté en section 2.4.3.1. Dans le cas du scattering isotrope, nous avons pu remarquer sur la figure 2.7 (en bas à droite) la zone de forte sensibilité entre la source et la station d'une largeur de ℓ , également identifiée sur la figure 2.21a. Cette zone tend à s'étaler quand l'anisotropie du scattering augmente et la sensibilité devient fortement piquée sur la source et le récepteur. En effet, le phénomène de diffusion est plus important quand l'anisotropie est forte et par conséquent, les ondes diffusées explorent plus rapidement le volume de propagation (l'ellipse de diffusion simple). On peut quantifier ce phénomène grâce à la diffusivité D qui est donnée dans un cas 2D isotrope comme $D_0 = c\ell/2$ et dans un cas anisotrope comme $D = D_0 \times \ell^*/\ell$. Les figures

2.6. IMPACT DE L'ANISOTROPIE DU SCATTERING SUR LES NOYAUX DE SENSIBILITÉ K^A ET K^{SC}

2.21b ($\ell^*/\ell = 3$) et 2.21c ($\ell^*/\ell=10$) illustrent particulièrement le phénomène d'étalement de la sensibilité puisque la diffusion est augmentée d'un facteur 3 et 10, respectivement.

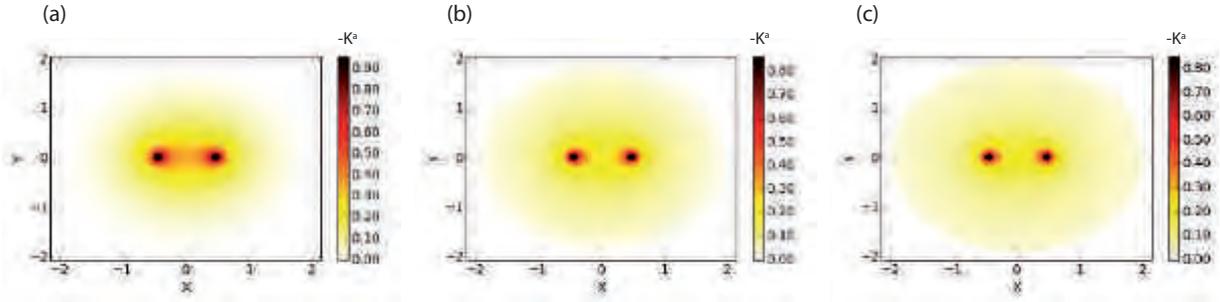


FIGURE 2.21 – Noyau de sensibilité 2D de l'intensité de la coda à des perturbations d'absorption. L'anisotropie du scattering augmente avec (a) $\ell^*/ell = 1$ (cas isotrope), (b) $\ell^*/ell = 3$ et (c) $\ell^*/ell = 10$. Pour chaque valeur du rapport ℓ^*/ell , les noyaux ont été normalisés par la sensibilité spatiale totale. La distance épacentrale est égale à $\Delta = 0.96\ell$ et le temps dans la coda est de $t = 4t_S$, d'après *Margerin et al.* [2016].

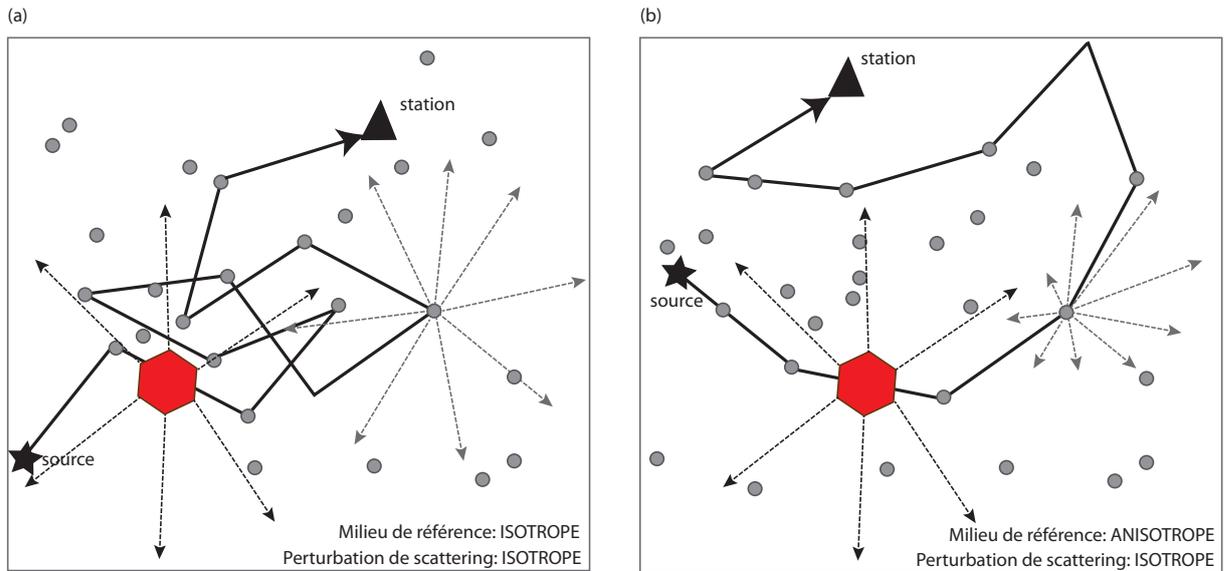


FIGURE 2.22 – Schémas illustrant les trajets de propagations dans un milieu de référence (a) isotrope et (b) anisotrope sur lesquels s'ajoutent des perturbations de scattering isotrope (rouge).

Le noyau de scattering, quant à lui, décrit physiquement tous les trajets possibles du milieu de propagation via K^a , plus les nouveaux trajets induits par l'anomalie de scattering (K^{iso} dans notre cas 2D, en considérant une anomalie isotrope). Dans l'étude de *Margerin et al.* [2016], nous avons considéré que K^{sc} est toujours défini comme $K^a + K^{iso}$ (donc $p = 1/2\pi$ dans l'équation 2.22). Cette définition impose que les perturbations de scattering qui ajoutent de nouveaux trajets de propagation soient isotropes. En pratique, cela revient à dire que la perturbation causée par le milieu géologique est plus petite que la longueur d'onde λ . Cette limite permet de simplifier l'analyse et ne semble pas déraisonnable, au moins pour les basses fréquences ($f < 6Hz$). En revanche, le milieu de référence devient anisotrope et l'expression de I_0 change de la même façon que pour K^a

annoncé plus haut. Pour illustrer la différence de propagation entre l'étude présentée en section 2.4 [Mayor et al., 2014] et celle montrée dans cette section [Margerin et al., 2016], j'ai schématisé le trajet d'une onde diffusée de la source vers le récepteur qui se propage au travers d'une anomalie de scattering pour ces deux configurations en figure 2.22a et 2.22b, respectivement. Quel est alors l'impact d'un milieu de référence anisotrope sur le noyau de scattering calculé dans le cas isotrope (section 2.4) ?

La figure 2.23 présente les noyaux de sensibilité de l'intensité de coda à des perturbations de scattering dans les trois conditions décrites pour la figure 2.21. Les trois types de singularité décrites dans le cas du scattering isotrope dans la section 2.4.2 apparaissent également dans le cas anisotrope (source, récepteur, ellipse de diffusion simple). L'effet le plus marquant de l'anisotropie du scattering est d'accentuer fortement la sensibilité positive au voisinage de l'ellipse de diffusion simple, et de réduire considérablement la sensibilité dans le volume de diffusion (Fig. 2.23c). Comme l'onde cohérente est responsable de la sensibilité sur l'ellipse de causalité, nous avons observé que cette même sensibilité diminuait fortement quand l'onde cohérente s'atténue (à partir de 1τ). Dans le cas isotrope, le noyau est fortement dominé par la zone de sensibilité négative d'une largeur de ℓ localisée entre la source et la station. Dans le cas anisotrope, cette zone négative résiste mais on s'aperçoit que la sensibilité s'étale très vite à l'intérieur de l'ellipse et les contributions positive/négative deviennent faibles et lisses. L'effet principal de l'anisotropie est de pousser la sensibilité sur l'ellipse de diffusion simple.

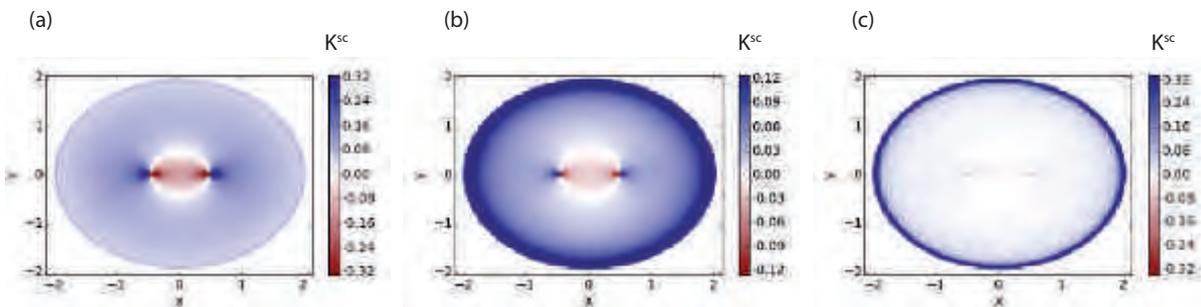


FIGURE 2.23 – Noyau de sensibilité 2D de l'intensité de la coda à des perturbations de scattering. L'anisotropie du scattering augmente avec (a) $\ell^*/\ell = 1$ (cas isotrope), (b) $\ell^*/\ell = 3$ et (c) $\ell^*/\ell = 10$. Pour chaque valeur du rapport ℓ^*/ℓ , les noyaux ont été normalisés par la sensibilité spatiale totale. La distance épacentrale est égale à $\Delta = 0.96\ell$ et le temps dans la coda est de $t = 4t_S$, d'après Margerin et al. [2016].

En discutant des fortes différences de distribution de la sensibilité des noyaux d'absorption et de scattering entre des régions où le scattering est anisotrope et celles qui présentent plutôt une isotropie du scattering, on peut voir que les résultats de Margerin et al. [2016] montrent qu'il est nécessaire d'estimer l'anisotropie du scattering pour pouvoir cartographier de façon plus précise les anomalies d'absorption/scattering de la croûte terrestre à partir de l'analyse des ondes de coda [e.g. Calvet & Margerin, 2013].

2.7 Noyaux de sensibilité aux variations de vitesse

Bien que l'objectif premier de ce chapitre était de développer les noyaux de sensibilité de l'intensité de coda aux perturbations d'absorption K^a et de scattering K^{sc} , nous allons montrer que le noyau K^a , peut également être utilisé pour cartographier les variations de vitesse de la croûte, estimées à partir de mesure de délai δt dans la coda. Dans ce paragraphe, nous revenons en fait sur l'une des perspectives donnée en conclusion de l'article *GJI* (section 2.4).

De nombreuses études ont reporté des petites variations de délai δt dans la coda liées au changement de vitesse du milieu $\delta c/c$ lors de tremblement de terre comme en Californie [*Brenguier et al., 2008a*] ou en Asie [*Wegler & Sens-Schönfelder, 2007; Froment et al., 2013*]. Ces changements de vitesse du milieu ont aussi été observés sur les volcans quelques jours avant et/ou pendant l'éruption volcanique [e.g : *Brenguier et al., 2008b, 2014*]. Le délai dans la coda estime un décalage temporel entre deux formes d'onde. Par exemple, *Obermann et al. [2013a]* ont analysé des mesures de délai sur le volcan Piton de la Fournaise (Ile de la Réunion) avant et pendant une éruption volcanique. Le délai a été mesuré entre une fonction de corrélation de référence, calculé sur une période durant laquelle il n'y a pas eu d'évènement éruptif, et une fonction de corrélation estimée après une éruption volcanique (Fig. 2.49). Mais comment ce délai mesuré dans la coda est-il relié aux perturbations du milieu ?

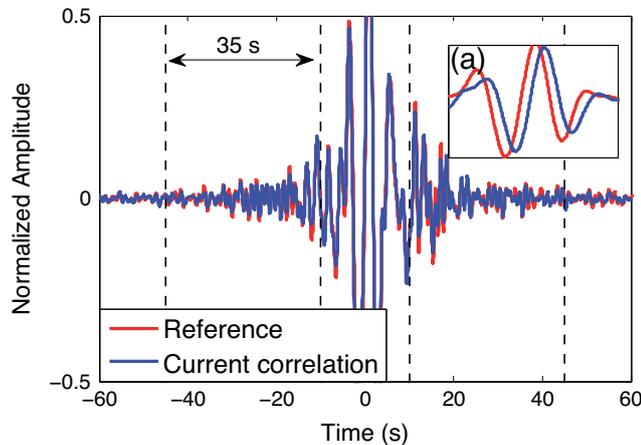


FIGURE 2.24 – Fonction de corrélation de référence calculée sur une période sans évènement éruptif (rouge) et fonction de corrélation calculée après une éruption volcanique (bleu). Le zoom présenté en (a) montre le décalage temporel ou délai dans la coda de la fonction de corrélation après l'éruption, centré sur 30s dans la coda [*Obermann et al., 2013a*].

Considérons un petit élément de volume $dV(\mathbf{r}')$ du milieu de propagation dans lequel une perturbation de vitesse $\delta c/c$ se produit. Une telle anomalie localisée sur un trajet source/station ne va pas changer le trajet de propagation de l'onde mais plutôt induire un délai (retard ou avance) du temps de propagation δt comme décrit par *Snieder [2006]*.

Ce délai peut être facilement exprimé comme :

$$\delta t = t \frac{\delta c}{c} \quad (2.49)$$

On remarque ainsi que pour prédire le délai, nous avons besoin d'évaluer le temps t que l'onde a passé dans $dV(\mathbf{r}')$. Cette remarque fait directement écho au cas des perturbations δI dans la coda quand on veut cartographier des anomalies d'absorption (Eq. 2.48). En effet, dans ces deux cas nous avons besoin de prédire le temps de résidence des ondes dans l'anomalie. Cette prédiction nous est directement donnée par le noyau K^a . La théorie développée pour K^a en section 2.4 et 2.7 pour décrire la sensibilité de l'intensité de coda à des anomalies d'absorption et donc également valable pour décrire celle du délai δt dans la coda pour des anomalies de vitesse de propagation.

La théorie développée dans ce chapitre (section 2.4) pour décrire K^a et K^{iso} et étendue dans le cas d'un milieu de référence anisotrope par *Margerin et al.* [2016] propose ainsi une théorie unique qui relie des observables de la coda à des perturbations du milieu de propagation. Nous avons largement traité le cas de l'observable « intensité » pour des variations d'absorption (ou scattering) et dans cette dernière section nous avons vu le cas de l'observable « délai » pour des variations de vitesse de propagation.

Chapitre 3

Variations régionales de l'atténuation sismique

Sommaire

3.1	Estimation de coda-Q	101
3.2	Structure crustale des Alpes vue par la tomographie d'atténuation sismique	112
3.3	Variation latérale de l'atténuation en France Métropolitaine	135

Ce chapitre est principalement dédié aux observations des variations latérales d'atténuation sismique en France Métropolitaine et sur l'ensemble de l'Arc Alpin. Pour cartographier cette variabilité, nous allons utiliser des estimations de Q_c et nous servir des résultats du chapitre 2 qui établit un lien direct entre Q_c et Q_i . Nous détaillerons dans une première section quelques méthodes d'estimation de Q_c . Ensuite, nous mesurerons Q_c sur l'Arc Alpin en intégrant un article publié dans le journal *EPSL*. Ces observations feront l'objet d'une interprétation structurale de la croûte alpine. Dans une dernière section, nous explorerons la variabilité de Q_c en France Métropolitaine.

3.1 Estimation de coda-Q

Dans cette section, on propose d'examiner trois méthodes d'estimation du facteur de qualité de coda Q_c . Les techniques que nous allons aborder diffèrent dans leur domaine d'analyse : les deux premières s'effectuent dans le domaine temporel tandis que la dernière s'effectue dans le domaine spectral. Par ailleurs, toutes ces méthodes d'estimation de Q_c utilisent l'enveloppe de la coda mais émettent des hypothèses différentes quant à la statistique des fluctuations de l'intensité.

3.1.1 Méthodes d'estimation de Q_c

Pour faciliter la comparaison des trois méthodes, je vais utiliser un seul sismogramme enregistré dans les Alpes sur la composante verticale. La magnitude du séisme est $M_L = 3.6$ et la distance épacentrale de 50km. La première étape d'analyse est commune aux trois méthodes et consiste à déconvoluer la forme d'onde de sa réponse instrumentale et à convertir les accélérogrammes en vitesse. Le taux d'échantillonnage du vélocigramme est de 100Hz. Q_c est estimé sur une fenêtre de coda démarrant à $t_w = 70s$ et de durée $L_w = 50s$ (Fig. 3.1a). Les paramètres α et Q_c de l'équation 1.5 ne peuvent pas être estimés séparément (section 1.2.3). Par conséquent, nous corrigerons la décroissance de la coda du terme algébrique $t^{-\alpha}$ en fixant a priori l'exposant α . Le choix repose sur l'interprétation physique de l'origine des ondes de coda (section 1.2.3). En sélectionnant la fenêtre de coda à temps suffisamment long ($t_w = 70s > 4t_S$), on peut supposer que les ondes de coda sont dans le régime de diffusion en 3D : α peut alors être fixé à $3/2$.

3.1.1.1 Méthode standard d'Aki & Chouet [1975]

La méthode de *Aki & Chouet* [1975] est la plus couramment utilisée. La figure 3.1 illustre les trois étapes principales de la mesure. Le sismogramme en vitesse est filtré dans cinq bandes de fréquences [1-2], [2-4], [4-8], [8-16] et [16-32]Hz (Fig. 3.1a). Sur le vélocigramme vertical filtré, on définit un niveau de bruit comme la moyenne de la vitesse au carré sur une fenêtre de dix secondes démarrant au début de l'enregistrement. On s'assure que la fenêtre de bruit ne contient pas l'onde P grâce à une détection automatique STA/LTA. L'enveloppe du signal $E(t, \omega)$ (intensité) est définie comme la vitesse au carré. Pour lisser les fluctuations d'intensité, on applique une fenêtre glissante dont la durée typique est de 16 cycles (Fig. 3.1b). Par exemple, pour une fréquence moyenne de 6Hz, la longueur de la fenêtre de lissage Δt est d'environ 2.5s ($\Delta t = 16 / \langle f \rangle$). L'enveloppe lissée est ensuite corrigée du terme algébrique $t^{-3/2}$ (Fig. 3.1c). Dans chaque bande de fréquence, on estime Q_c par régression linéaire du logarithme de $E(t, \omega)t^{3/2}$ en fonction du temps. La valeur de Q_c est acceptée quand (1) le coefficient de corrélation de la régression linéaire est plus grand que 0.7 et (2) le rapport signal sur bruit (SN) sur toute la fenêtre de coda L_w est plus grand que 4. Dans cette approche par moindres carrés, les auteurs considèrent implicitement que les fluctuations autour de la moyenne de l'enveloppe (enveloppe lissée) obéissent à une distribution Gaussienne. En réalité, ces fluctuations ne sont pas forcément Gaussiennes et la méthode que nous allons présenter dans le paragraphe suivant prend explicitement en compte la véritable nature statistique des fluctuations d'intensité.

3.1.1.2 Méthode de Nakahara & Carcolé [2010]

La méthode développée par *Nakahara & Carcolé* [2010] permet d'estimer la statistique des fluctuations de l'amplitude mais également d'estimer Q_c .

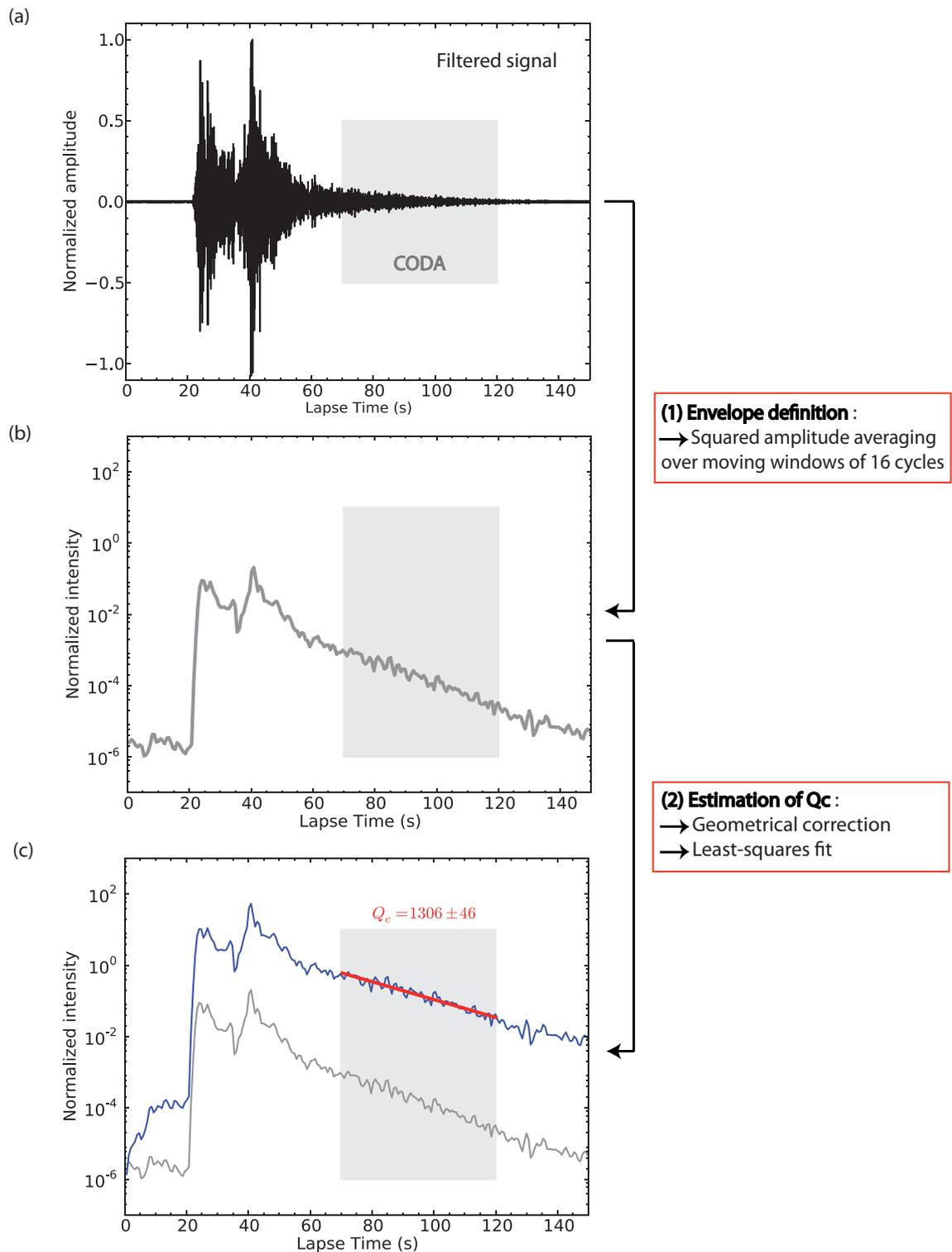


FIGURE 3.1 – Résumé des étapes de la méthode développée par *Aki & Chouet* [1975] pour estimer Q_c . (a) Vélocigramme vertical normalisé en fonction du temps dans la bande de fréquence 8-16Hz. Le rectangle gris indique la fenêtre de coda démarrante à $t_w = 70s$ et de durée $L_w = 50s$. (b) Enveloppe d'intensité normalisée du vélocigramme en fonction du temps. L'intensité est obtenue en moyennant la vitesse au carré dans une fenêtre glissante d'une durée de 16 cycles. (c) Estimation de Q_c par régression linéaire : la courbe bleue indique l'intensité lissée normalisée corrigée du terme algébrique ($t^{3/2}$) en fonction du temps. Le segment rouge montre le résultat de la régression linéaire.

Estimation de Q_c

Au lieu de considérer une loi Gaussienne pour décrire les fluctuations de l'intensité de la coda, *Nakahara & Carcolé* [2010] proposent d'analyser la vraie nature statistique des fluctuations d'intensité pour l'estimation de Q_c . Premièrement, les données du vélocigramme $u(t)$ sont filtrées dans les cinq bandes de fréquence décrites dans la méthode de *Aki & Chouet* [1975]. L'amplitude du signal analytique dépendant de la série temporelle filtrée initiale $u(t)$ et de sa transformée de Hilbert $H[u(t)]$ est calculée comme :

$$r(t) = \sqrt{u(t)^2 + H[u(t)]^2}. \quad (3.1)$$

La coda sismique est analysée à partir de $t_w = 70s$ et sur une fenêtre de $L_w = 50s$ (Fig. 3.2a). *Carcole & Sato* [2009] ont montré que les fluctuations aléatoires de l'enveloppe des enregistrements haute fréquence suivaient une distribution de m-Nakagami, dont la fonction densité de probabilité p est donnée par :

$$p(r(t)) = \frac{2m^m}{E(t,\omega)^m \Gamma(m)} r(t)^{2m-1} e^{-\frac{m}{E(t,\omega)} r^2} \quad (3.2)$$

où Γ est la fonction gamma, $E(t,\omega)$ est l'intensité dans la coda au temps t et à la fréquence ω , m est le paramètre de la loi m-Nakagami. L'équation 3.2 montre que la distribution m-Nakagami dépend de : (1) le paramètre m qui définit la forme de la distribution et (2) de l'enveloppe d'intensité $E(t,\omega)$ paramétrisée de la façon suivante :

$$E(t,\omega) = \gamma t^{-\alpha} \exp\left(-\frac{\omega}{Q_c} t\right) \quad (3.3)$$

En faisant varier m de 0 à l'infini, la distribution m-Nakagami est capable d'exprimer plusieurs distributions standards. Par exemple, $m = 0.5$ décrit une distribution demi-Gaussienne et $m = 1$ équivaut à une distribution de Rayleigh. De plus, *Nakagami* [1960] a montré que m est inversement proportionnel à la variance de r^2 . Par conséquent, m est bien une indication des fluctuations de l'enveloppe : plus les fluctuations sont importantes et plus m est petit. De nombreuses études ont reporté que les fluctuations d'amplitude dans la coda avaient une distribution de Rayleigh due à la multidiffusion des ondes [*Haar*, 1989; *Takahara & Yomogida*, 1992; *Yomogida & Benites*, 1995] et donc que m est égal à 1. *Carcole & Sato* [2009] ont ainsi suggéré que m pouvait estimer l'importance de la multidiffusion (scattering important). *Anache-Ménier et al.* [2009] ont par ailleurs confirmé que la physique statistique permettait d'estimer directement ℓ .

Dans l'équation 3.3, on remarque que $E(t,\omega)$ dépend de deux paramètres : (1) une constante γ qui contrôle l'amplitude de l'intensité de coda et (2) du facteur de qualité de coda Q_c . On peut aussi noter que α contenu dans cette équation est fixé a priori ($\alpha = 3/2$). Pour pouvoir estimer m et les paramètres γ et Q_c décrivant $E(t,\omega)$, *Nakahara & Carcolé* [2010] ont adopté une méthode de maximum de vraisemblance (ML). Pour cela, ils ont introduit une fonction logarithmique de vraisemblance ($\log L$) en émettant l'hypothèse

que les n amplitudes du signal analytique échantillonnées au temps t_i (avec $i=1, \dots, n$) sont indépendantes les unes des autres :

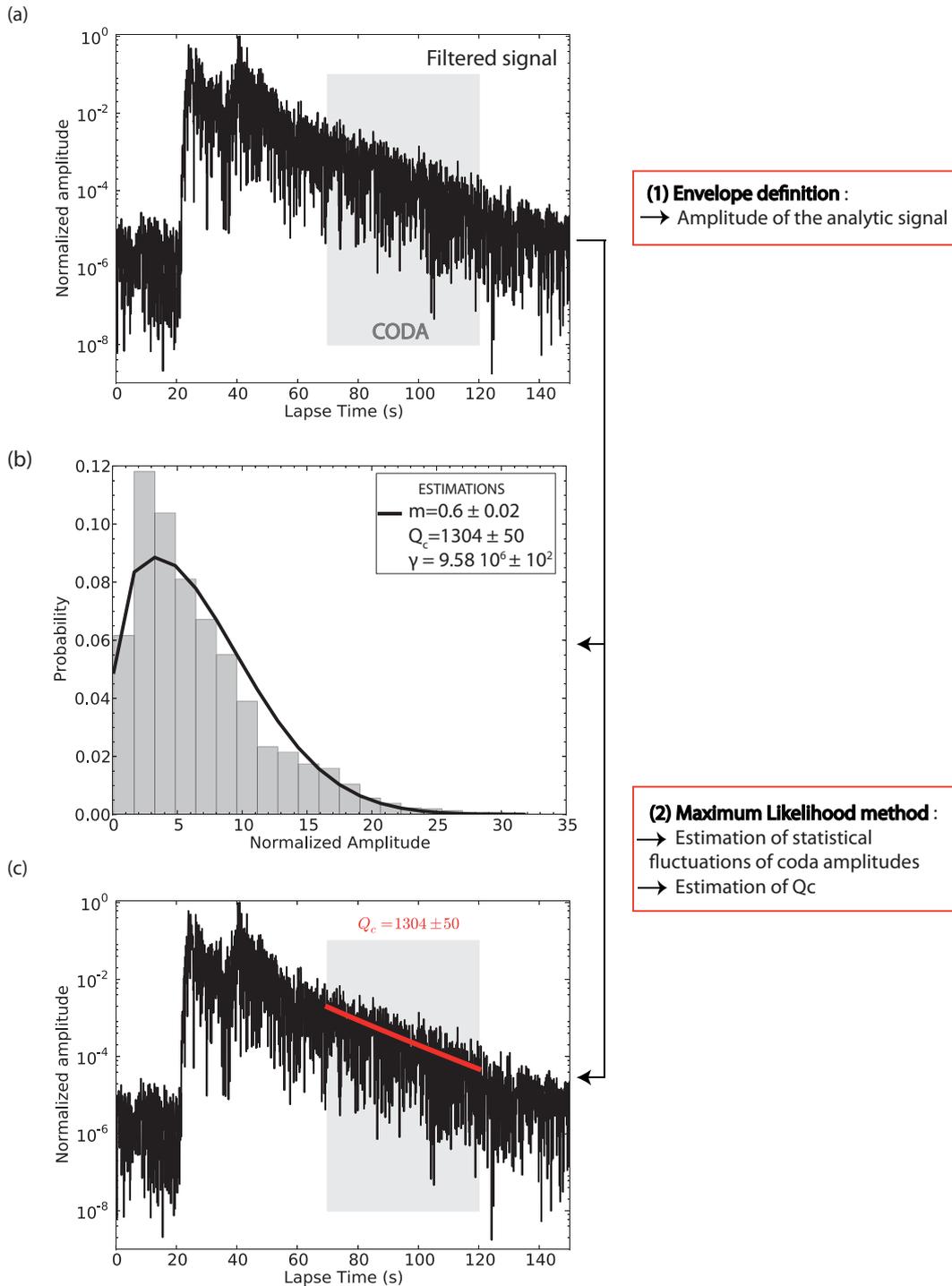


FIGURE 3.2 – Résumé des étapes de la méthode de *Nakahara & Carcolé* [2010] pour estimer Q_c dans la bande de fréquence 8-16Hz. (a) Amplitude normalisée du signal analytique en fonction du temps. La fenêtre de coda est indiquée par le carré gris. (b) Distribution de probabilité de l'amplitude normalisée ($A/\sqrt{\langle A^2 \rangle}$) du signal analytique dans la fenêtre de coda. La courbe noire montre la fonction densité de probabilité de Nakagami pour $m = 0.6$, où m a été estimé avec la méthode de maximum de vraisemblance (voir le texte). (c) Amplitude normalisée du signal analytique en fonction du temps après le temps origine du séisme. Le segment rouge montre l'estimation de la décroissance de coda basée sur la méthode ML.

$$\log L \equiv \sum_{i=1}^n \log(p[r(t_i, \omega)]) \quad (3.4)$$

Les paramètres γ , Q_c et m sont estimés en cherchant le maximum de la fonction $\log L$ (Eq. 3.4) dans l'espace (Q_c, γ, m) . Les extremums de l'équation 3.4 sont trouvés numériquement en utilisant une méthode de dichotomie, où l'on considère que m doit être estimé dans la gamme 0.1-5 [Nakahara & Carcolé, 2010] et ω/Q_c dans la gamme 0 à 1.7. Les bornes inférieures et supérieures de ω/Q_c ont été déterminées empiriquement en testant un grand jeu de données et en supposant qu'un Q_c négatif n'est pas physiquement valable. Nakahara & Carcolé [2010] donnent également l'expression analytique des incertitudes sur m , Q_c et γ . L'enveloppe de coda estimée $E(t, \omega)$ est montrée dans la figure 3.2c (en rouge).

Statistiques des fluctuations

Pour une description plus précise des fluctuations de l'amplitude de l'enveloppe, généralement décrite par une distribution de Rayleigh, Carcole & Sato [2009] ont suggéré qu'il était préférable d'utiliser la distribution de m-Nakagami qui prend mieux en compte l'effet de la multidiffusion dans la coda. Ils ont montré que le paramètre m était un indicateur de l'importance de la multidiffusion.

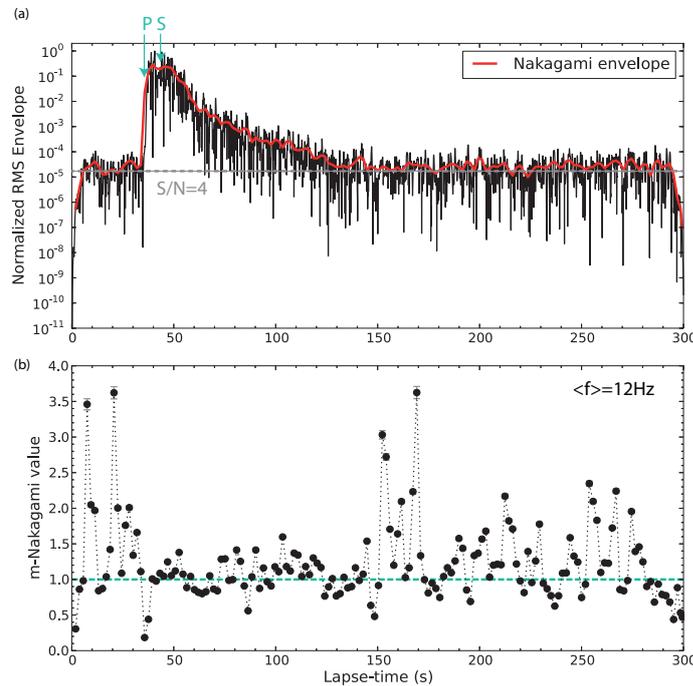


FIGURE 3.3 – (a) Enveloppe normalisée dans la bande de fréquence 8-16Hz estimée avec l'équation 3.1. L'enregistrement provient d'un séisme alpin de magnitude $M_L = 3.3$ et de distance épacentrale $\Delta = 47km$. L'enveloppe lissée (courbe rouge) est estimée par la moyenne du signal analytique sur une fenêtre glissante d'une durée de 2s. Le rapport signal sur bruit (S/N) égal à 4 est indiqué par la ligne grise en pointillé. (b) Paramètres de m-Nakagami (point noir) et son incertitude (barres grises) en fonction du temps après le temps origine du séisme. m caractérise l'origine statistique des fluctuations de l'enveloppe et a été estimé sur des fenêtres glissantes de 2s. La droite verte en pointillé indique $m = 1$ et caractérise une distribution de Rayleigh.

Pour observer cette caractéristique, j'ai examiné la variabilité de m sur l'amplitude de l'enveloppe d'un sismogramme. La figure 3.3a présente les amplitudes filtrées dans la bande de fréquence 8-16Hz, provenant d'un séisme enregistré dans les Alpes de magnitude $M_L = 3.3$ et de distance épacentrale $\Delta = 47km$. L'enveloppe du signal r a été estimée avec l'équation 3.1 et l'enveloppe lissée (courbe rouge) représente la moyenne de r sur des fenêtres glissantes d'une durée de 2s. On remarque clairement l'arrivée des ondes balistiques P et S à $t_P \sim 35s$ et $t_S \sim 43s$, respectivement. Sur chacune des fenêtres glissantes, le paramètre m -Nakagami a été estimé par la procédure de *Nakahara & Carcolé* [2010] (Fig. 3.3b). On observe la forte variabilité de m dans le bruit à $t < 30s$ et quand le ratio S/N est inférieur à 4 à $t > 150s$. En revanche dans la coda ($40 < t < 140s$), la valeur de m se stabilise autour de la droite d'équation $m = 1$ indiquant une distribution de Rayleigh des fluctuations de l'enveloppe de coda, comme suggérée classiquement. On peut alors observer que dans la coda, le régime de multidiffusion est atteint très rapidement. Ce résultat montre qu'en plus de la stabilisation du ratio H/V discuté dans la section 1.2.2.2 (« Équipartition des modes »), la coda sismique peut également être identifiée grâce à la stabilisation de m autour de $m = 1$.

3.1.1.3 Méthode de Xie & Nuttli [1988]

En adoptant un point de vue différent des techniques précédentes, *Xie & Nuttli* [1988] proposent d'estimer Q_c avec une méthode spectrale. Leur technique a été développée pour l'estimation du facteur de qualité des ondes L_g et nous l'avons adaptée aux ondes S crustales. *Xie & Nuttli* [1988] émettent l'hypothèse forte que la dépendance fréquentielle de Q_c peut s'écrire de la façon suivante :

$$Q_c = Q_0 f^\eta \quad (3.5)$$

où Q_0 est le facteur de qualité de coda à 1Hz et η exprime la dépendance fréquentielle du facteur de qualité. L'objectif de leur méthode est de retrouver les paramètres Q_0 et η . L'inconvénient majeur de cette approche est que lorsque les données s'écartent de la loi puissance décrite dans l'équation 3.5, les estimations de Q_c seront biaisées (sur-estimées ou sous-estimées) à toutes les fréquences.

Les étapes de traitement du signal de la méthode sont illustrées sur la figure 3.4. Premièrement, on divise la fenêtre de coda de durée $L_w = 50s$ en plusieurs sous-fenêtres indépendantes d'une durée de 5 secondes (10 fenêtres au total). Il faut noter que cette procédure s'applique sur des données non-filtrées. Chacune des dix fenêtres est caractérisée par un temps milieu τ_i , où i indique le numéro de la sous-fenêtre (Fig. 3.4a). On calcule le spectre d'amplitude (FFT) pour chaque sous-fenêtre, après avoir appliqué une fonction d'apodization en cosinus d'une largeur de l'ordre de 10%. Grâce à l'étude de *Aki & Chouet* [1975] et l'hypothèse 3.5, le spectre d'amplitude pour une sous-fenêtre donnée A_i peut être décrite comme suit :

$$A_i(f) \propto \tau_i^{\alpha/2} \exp\left(-\frac{\pi f^{1-\eta} \tau_i}{Q_0}\right) \quad (3.6)$$

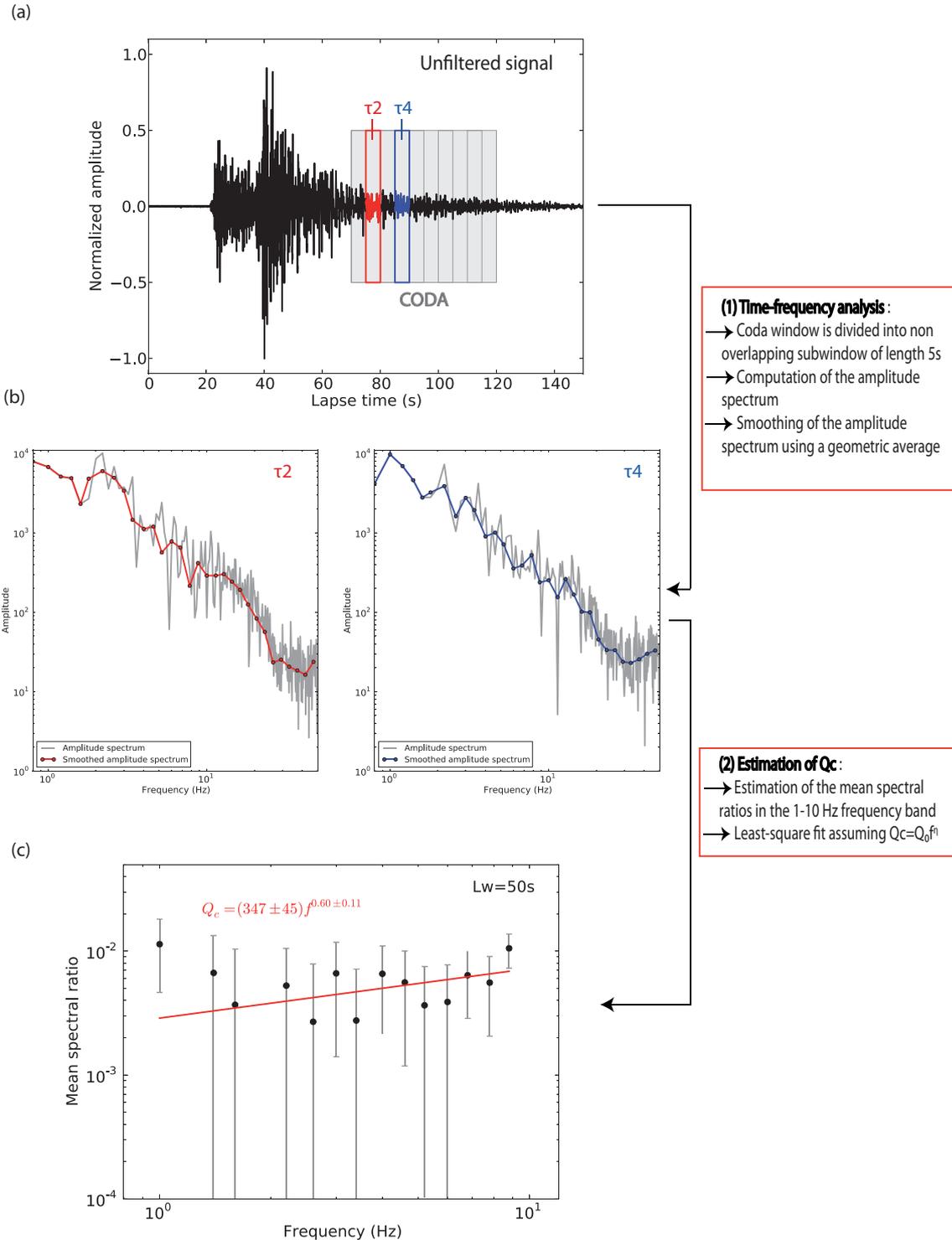


FIGURE 3.4 – Résumé des étapes de la méthode de Xie & Nuttli [1988] pour estimer Q_c . (a) Vitesses verticales du sol normalisées et non filtrées en fonction du temps. La fenêtre de coda (rectangle gris) est divisée en 10 sous-fenêtres d'une durée de 5 secondes et de temps milieu τ_i , où i indique le numéro de la sous-fenêtre. (b) Spectre d'amplitude pour deux sous-fenêtres de temps milieu τ_2 (à gauche) et τ_4 (à droite), respectivement. Chaque spectre d'amplitude est ensuite lissé en calculant la moyenne géométrique dans des fenêtres discrétisées sur le logarithme de la fréquence (courbe rouge et bleue). (c) Rapport spectral moyen ($\langle A(\tau_i)/A(\tau_i + 2) \rangle_i$) en fonction de la fréquence. $\langle \rangle_i$ indique la moyenne sur toutes les fenêtres de temps possibles. Les paramètres (Q_0/η) de la loi puissance $Q_c = Q_0 f^\eta$ sont déterminés par une régression linéaire des rapports d'amplitude spectraux en fonction de la fréquence.

Attention, le terme géométrique α est divisé par 2 car nous considérons ici l'amplitude et non l'intensité. Dans chaque sous-fenêtre, le spectre d'amplitude est ensuite lissé en calculant la moyenne géométrique dans des fenêtres espacées régulièrement en logarithme de la fréquence. Le spectre d'amplitude lissé résultant est noté $\langle A \rangle_i$. Deux exemples de spectres lissés pour les fenêtres numéro 2 et 4 sont montrés sur la figure 3.4b. Ensuite, on définit le ratio logarithmique normalisé des spectres d'amplitudes lissés (R) comme :

$$R_{i,N_r+i}(f) = \frac{1}{\tau_{N_r+i} - \tau_i} \log \left(\frac{\tau_{N_r+i}^{\alpha/2} \langle A(f) \rangle_i}{\tau_i^{\alpha/2} \langle A(f) \rangle_{N_r+i}} \right) \quad (3.7)$$

où N_r est la moitié du nombre de sous-fenêtre (dans cette étude, $N_r=5$). Dans l'équation 3.7, la dépendance fréquentielle du ratio des spectres d'amplitudes est implicite. Comme montré par *Xie & Nuttli* [1988], la définition des amplitudes spectral lissées $\langle A \rangle_i$ implique que les fluctuations d'amplitudes suivent une loi de Rayleigh. Enfin on calcule $F(f)$, la moyenne des ratios pour chaque fréquence :

$$F(f) = \frac{1}{N_r} \sum_{i=1}^{N_r} R_{i,N_r+i}(f) \quad (3.8)$$

Les paramètres Q_0 et η de la loi puissance 3.5 sont estimés par régression linéaire au sens des moindres-carrés dans le domaine log-fréquence sur $F(f)$:

$$\log_{10}(F(f)) = (1 - \eta) \log_{10}(f) - \log_{10}(Q_0) \quad (3.9)$$

La dépendance fréquentielle de Q_c est montrée sur la figure 3.4c. Pour cet exemple, on remarque que la loi puissance (3.5) ne semble valable que sur la bande de fréquence 1-10Hz.

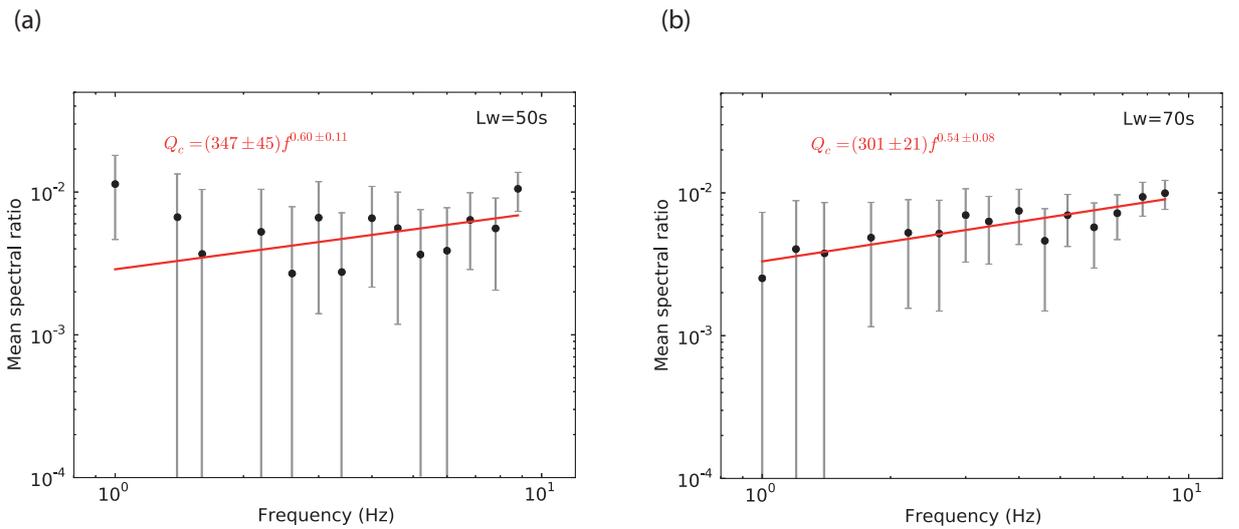


FIGURE 3.5 – Rapports moyens des spectres d'amplitudes en fonction de la fréquence, estimés pour des fenêtres de coda de durée (a) $L_w = 50s$ et (b) $L_w = 70s$. Le segment rouge montre le résultat de la régression linéaire.

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la technique de *Xie & Nuttli* [1988] a

été initialement développée pour la coda des ondes L_g qui possèdent généralement une plus longue durée de coda, typiquement de l'ordre de 200s. L'écart à la loi de puissance (3.5) vient peut être d'une mauvaise estimation des ratio du fait d'une longueur de coda trop courte. Pour tester la robustesse de la méthode, j'ai appliqué la procédure de *Xie & Nuttli* [1988] à une coda plus longue de durée $L_w = 70s$. L_w ne peut pas être plus grande que 70s car la plupart des enregistrements de notre jeu de données proviennent de séismes de faible magnitude (rapport S/N souvent inférieur à 4 au-delà de $t_w + L_w$). La comparaison des mesures de Q_c pour $L_w = 50s$ et $L_w = 70s$ est montrée sur la figure 3.5. On observe clairement que la variance des données est plus faible et que la loi puissance 3.5 est mieux vérifiée dans la bande de fréquence qui nous intéresse pour une fenêtre $L_w = 70s$. En effet, le coefficient de corrélation de la régression linéaire dans le domaine log-fréquence est de $R^2 = 0.7$ pour $L_w = 50s$ et $R^2 = 0.87$ pour $L_w = 70s$. De plus, les incertitudes associées à Q_0 et η sont aussi réduites d'un facteur environ 2. Ce résultat suggère que la méthode de *Xie & Nuttli* [1988] n'est pas adaptée pour l'analyse de la coda des séismes locaux qui est généralement de courte durée.

3.1.2 Comparaison des méthodes

Je propose dans ce paragraphe de comparer les résultats des trois méthodes dans la bande de fréquence 8-16Hz.

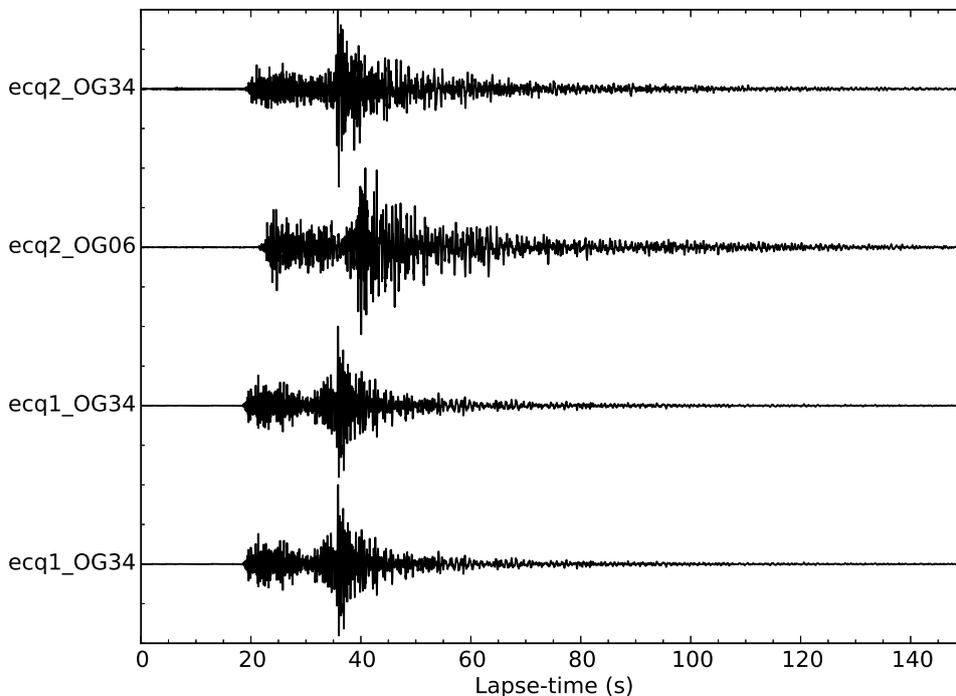


FIGURE 3.6 – Sismogrammes utilisés pour la comparaison des trois méthodes décrites dans les trois sections précédentes. Ils ont été enregistrés dans les Alpes par le réseau SismAlp pour des distances épacentrales d'environ 50km et des magnitudes comprises entre 3.1 et 3.6. Le temps indique le temps après le temps origine du séisme.

Pour cela, j'ai sélectionné quatre enregistrements (Fig. 3.6) de séismes alpins de magnitude comprise entre 3.1 et 3.6, et de distance épacentrale d'environ 50km (stations du réseau SismAlp). Pour pouvoir être sélectionnés, les enregistrements doivent répondre à un critère principal : une longue durée de coda au moins égal à 70s avec un rapport signal sur bruit largement supérieur à 4. On s'assure également pour cette sélection que la coda n'est pas contaminée par des signaux indésirables comme des répliques ou des signaux parasites (e.g : impact de foudre). La figure 3.7 montre la comparaison des estimations de Q_c pour chacune des trois méthodes décrites précédemment, ainsi que leurs incertitudes associées, calculées pour des fenêtres de coda de durée $L_w = 50s$ (Fig. 3.7a) et $L_w = 70s$ (Fig. 3.7b). Pour $L_w = 50s$, on observe que les valeurs de Q_c obtenues par les méthodes de *Aki & Chouet* [1975] (point noir) et de *Nakahara & Carcolé* [2010] (carré vert) sont très similaires. En revanche, les résultats de la méthode de *Xie & Nuttli* [1988] (triangle bleu) montre des valeurs qui s'écartent d'environ 20% de celles obtenues avec les deux autres méthodes. Cet écart se réduit quand on considère une longueur de coda plus grande ($L_w = 70s$).

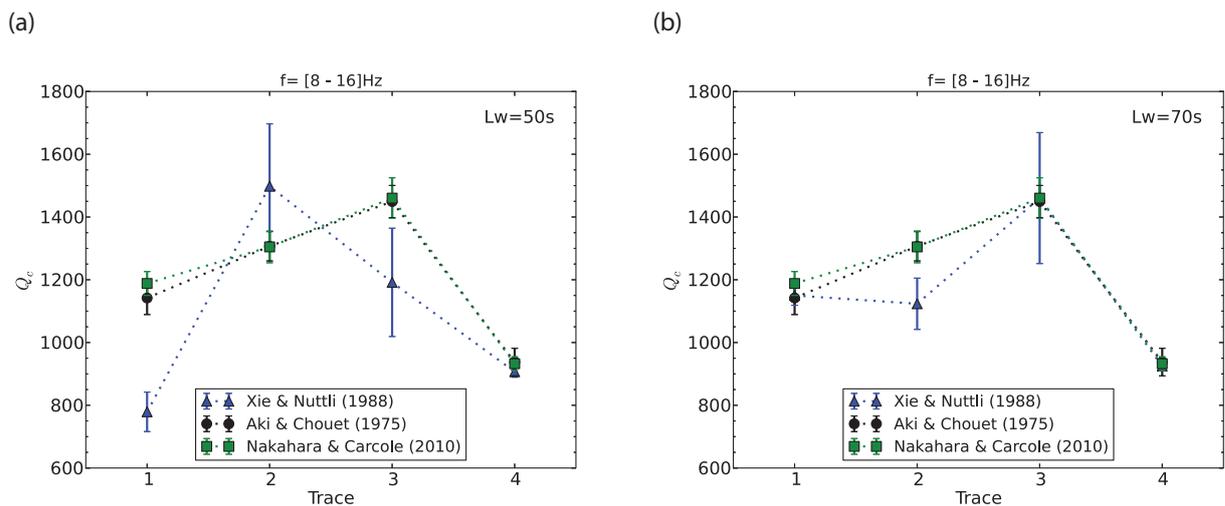


FIGURE 3.7 – Comparaison des estimations de Q_c pour quatre sismogrammes enregistrés dans les Alpes pour des durées de coda (a) $L_w = 50s$ et (b) $L_w = 70s$. Les estimations de Q_c ont été réalisées avec les trois méthodes décrites dans le texte et sont indiquées par différents symboles de couleur (voir la légende encadrée dans la figure).

La comparaison des trois méthodes d'estimation de Q_c présentée dans cette section suggère deux conclusions principales :

1. La méthode de *Xie & Nuttli* [1988] présentent deux inconvénients majeurs : l'hypothèse forte sur la dépendance fréquentielle de Q_c (Eq. 3.5) et la nécessité de travailler sur des codas de longue durée ($L_w > 70s$) alors que l'essentiel de notre base de données française et alpine se compose majoritairement de codas courtes.
2. Même si la méthode de *Nakahara & Carcolé* [2010] tient compte explicitement du détail des fluctuations statistiques de l'enveloppe de coda, les estimations de Q_c sont quasi-similaires à celles obtenues par la méthode de *Aki & Chouet* [1975].

Bien que ces comparaisons de Q_c aient été réalisées seulement sur quatre sismogrammes, nous allons adopter la procédure de *Aki & Chouet* [1975] dans la suite de ce manuscrit du fait de sa simplicité à mettre en œuvre.

Nous allons voir dans les deux sections suivantes que le paramètre Q_c va être utilisé comme observable idéal pour cartographier les structures d'absorption. Nous allons ainsi pouvoir cartographier les variations régionales d'absorption dans les Alpes [Mayor et al., 2016] puis sur l'ensemble du territoire français.

3.2 Structure crustale des Alpes vue par la tomographie d'atténuation sismique

Cette section est consacrée à l'article accepté dans le journal *Earth and Planetary Science Letters* qui propose de cartographier les structures d'absorption dans les Alpes. Nous donnerons quelques points clés de l'article avant de l'insérer dans la section. En guise de conclusion, nous reviendrons sur quelques résultats à retenir qui ressortent de cette étude.

3.2.1 Quelques points clés de l'article

Dans cette étude, on propose de mesurer Q_c à temps long dans la coda avec la méthode de *Aki & Chouet* [1975] (section 3.1.1.1) pour chaque couple source/station et dans différentes bandes de fréquence comprises entre 1 et 32Hz. Pour cela, nous avons bénéficié du fort taux de sismicité dans les Alpes et de l'importante densité de stations sismologiques. La distribution continue de ces données par les différentes Institutions qui opèrent sur les réseaux ainsi que la collaboration avec le Réseau National de Surveillance Sismique (RéNaSS) m'ont permis de récupérer environ 90000 formes d'ondes. La base de données finale se compose (1) de vélocigramme large-bande ($\sim 50\%$, 295 stations), collectées via le protocole *ArcLink* sur la plateforme de données ORFEUS (Observatories and Research Facilities for European Seismology), (2) de vélocigramme courte période provenant du RéNaSS et du réseau SismAlp ($\sim 27\%$, 56 stations) et (3) d'accélérogramme du Réseau Accélérométrique Permanent ($\sim 23\%$, 41 stations).

Dans le chapitre 2, nous avons établi une relation linéaire entre le facteur de qualité de coda (Q_c) et celui de l'absorption (Q_i) faisant intervenir le noyau d'absorption K^a (Eq. 4.1). Nous avons vu que la sensibilité de Q_c aux variations de Q_i était essentiellement concentrée sur le trajet direct source/récepteur quelle que soit la distance épacentrale (noyau K^a des figures 2.7 et 2.9). Ainsi, nous proposons une méthodologie relativement simple à implémenter pour retrouver les structures principales d'absorption. Nous allons distribuer chaque valeur de Q_c sur le trajet direct sur une grille discrétisée en N pixels de $40\text{km} \times 40\text{km}$. On comptabilise ensuite tous les rais directs interceptant chaque pixel n . La moyenne des valeurs de Q_c associées à chaque trajet est alors attribuée à n .

Les cartes obtenues montrent une variabilité spatiale de l'absorption que nous allons discuter en terme de structure géologique. Les détails de la méthodologie adoptée, les

cartes d'absorption dans les différentes bandes de fréquence ainsi que la discussion sont présentées dans les prochains paragraphes.

Crustal structure of the Alps as seen by attenuation tomography

Jessie Mayor¹, Ludovic Margerin¹, Marie Calvet¹, Olivier Vanderhaeghe², Paola Traversa³

¹*Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie,
Observatoire Midi-Pyrénées, Université Paul Sabatier, C.N.R.S.,
14 Avenue Edouard Belin, Toulouse, France.*

²*Géosciences Environnement Toulouse,
Observatoire Midi-Pyrénées
14 Avenue Edouard Belin, Toulouse, France.*

³*Electricité de France,
CEIDRE-TEGG
905 avenue du Camp de Menthe, Aix-en-Provence, France.*

3.2.2 Abstract

We develop a simple tomographic approach exploiting the decay rate of coda waves to map the absorption properties of the crust in a region delimited approximately by the Rhine Graben to the North, the Apennines to the South, the Massif Central to the West and the Dinarides to the East. Our dataset comprises 40000 coda records of about 2000 weak to moderate crustal earthquakes, with magnitude ranging from 2.8 to 6 and recorded by broad-band, accelerometric and short-period stations. After proper choice of a coda window minimizing the effects of variable epicentral distances, we measure the coda quality factor Q_c in five non-overlapping frequency windows covering the 1-32Hz band for all available source station pairs. These measurements are subsequently converted into maps of absorption quality factor (Q_i) using a linearized, approximate relation between Q_c and Q_i . In practice the following procedure is applied in each frequency band : (1) we divide the target region into 40×40 km cells ; (2) for each source-station pair, we assign the measured Q_c value to each pixel intercepted by the direct ray path ; (3) the results are averaged over all paths and subsequently smoothed with a 3×3 pixels moving window. Our approach is consistent with the high sensitivity of Q_c to the value of Q_i between source and station.

Our tomographic approach reveals strong lateral variations of absorption with length scales ranging from 100 km to 1000 km. At low frequency (~ 1 Hz), the correlation with the surface geology is clear, Cenozoic and Mesozoic sedimentary basins (resp. crystalline massifs) being recognized as high (resp. low)-absorption regions. Furthermore the Q_i map delineates finer geological features such as the Ivrea Body, the Rhône Valley, or felsic intrusions in the central Alps. At high-frequency (>16 Hz), only the thickest Cenozoic sedimentary deposits show up as high-attenuation regions and a north/south dichotomy is apparent in the absorption structure. The limit between low-attenuation regions to the North and high-attenuation region to the South correlates geographically with the location of the Periadriatic Lineament (PL), a major late-alpine crustal- to lithospheric-scale structure. Furthermore, the attenuation structure seems to prolong the PL to the west along a line marked by large historical earthquakes. The Apennines orogenic belts exhibit a distinct frequency behavior, with high attenuation at low-frequency and low-attenuation at high-frequency. Low-frequency absorption may likely be explained by the relatively thick cover of Cenozoic sedimentary materials, as well as by shallow geothermal activity. We hypothesize that the frequency dependence of the attenuation structure, in particular in the Apennines, is caused by a change of the wavefield composition which accentuates the sensitivity of the coda to the deeper parts of the medium as the frequency increases.

Keywords : Seismic Attenuation, Coda Waves, Crustal Structure, Alps, Tomography

3.2.3 Introduction

The western Alps constitute a complex geological body which has been the subject of a broad range of geophysical investigations, including magnetic, gravity and seismic reflection surveys, seismic travel-time tomography using body and surface waves, as well as receiver function analysis [e.g. *Mouge & Galdeano*, 1991; *Braitenberg et al.*, 2013; *Bleibinhaus & Gebrande*, 2006; *Paul et al.*, 2001; *Stehly et al.*, 2009; *Lombardi et al.*, 2008; *Zhao et al.*, 2015]. These studies have revealed a number of interesting features such as the thickening of the Moho beneath external crystalline massifs (Mont Blanc massif), or the presence of lower crust or upper mantle material at shallow depth induced by crustal thinning (Ivrea Body). In this work, we propose to further explore the structure of the Alpine crust by mapping the frequency-dependent attenuation of high-frequency seismic shear waves ($1 < f < 32\text{Hz}$, with f the frequency of the signal), in a region limited by the Rhine graben to the North, the Northern Apennine to the south, the Massif Central to the west and the Pannonian basin to the East.

Because the velocity structure of the crust is rather complex, the amplitude of direct waves is affected by a number of factors such as site amplification and focusing/defocusing which makes the attenuation information difficult to extract [*Sato et al.*, 2012]. Therefore, our approach relies on the remarkable properties of the coda, whose energy decay at long-lapse time is empirically described by the well-known *Aki & Chouet* [1975] formula :

$$E(t, \omega) \propto \frac{e^{-\omega t / Q_c(\omega)}}{t^\alpha}, \quad (3.10)$$

where t is the lapse time in the coda, ω is the circular frequency, Q_c is the frequency-dependent coda quality factor, and $\alpha = 1, 3/2, 2$ is a fixed exponent, which depends on the interpretation model. For example, at short lapse time in the coda (when t tends to the S-wave ballistic time t_S), coda wave can be described by the single scattering model. In this model, the coda is composed of waves that have been scattered only once on their way from source to station and implies that equation 3.10 agrees with the parameterization $\alpha = 2$ [*Sato et al.*, 2012]. At long lapse time in the coda ($t \rightarrow \infty$), coda waves are composed of multiply-scattered waves and enter in the diffusive regime. In that case, α of equation 3.10 is equal to $3/2$ [*Aki & Chouet*, 1975]. It is thus crucial to keep in mind that great care should be taken in the selection of the time window in the coda for the measurements to be meaningful. This point will be discussed in section 3.

Although Q_c is relatively easy to measure, its physical interpretation and in particular its relation to the seismic quality factor Q has been debated for a long time [see *Sato et al.*, 2012, for a review]. The two main causes for attenuation are, on the one hand scattering caused by small-scale heterogeneities of the lithosphere and, on the other hand absorption of seismic energy by anelastic processes which depend on temperature, mineralogy and fluids content [*Mavko et al.*, 2009]. The seismic quality factor Q represents the sum of the two contributions $Q^{-1} = Q_{sc}^{-1} + Q_i^{-1}$, where the subscripts sc and i stand for scattering and inelasticity, respectively. Recent advances in the modeling of coda waves strongly

suggest that in many situations, the coda quality factor represents an excellent proxy for the absorption part of the seismic Q . Indeed, in the multiple scattering regime, i.e. at sufficiently long lapse-time, the coda can be modeled by a diffusion process which predicts a decay of the form (3.10) with $Q_c = Q_i$ [Aki & Chouet, 1975]. Numerical simulations of the coda based on the more accurate theory of radiative transfer suggest that this formula is in fact approximately valid after a few mean free times only [Calvet & Margerin, 2013] - where the mean free time quantifies the typical time between two scattering events. The equivalence between Q_c and Q_i has also been demonstrated experimentally in Japan by Carcolé & Sato [2010]. Using the Multiple Lapse Time Window Analysis (MLTWA) developed by Fehler et al. [1992], these authors mapped independently the scattering and absorption quality factors of the crust in Japan, and found a very good correspondence between Q_c and Q_i .

Nevertheless, it should be noted that the depth dependence of the scattering properties and in particular the heterogeneity contrast between crust and mantle may be at the origin of significant differences between Q_c and Q_i in some regions. Indeed, when the mantle is relatively transparent compared to the crust, the energy of coda waves may leak out of the crustal waveguide, giving rise to an additional exponential decay term quantified by a quality factor Q_l such that $Q_c^{-1} = Q_i^{-1} + Q_l^{-1}$. This phenomenon has been thoroughly studied in the literature [Margerin et al., 1998; Wegler, 2005] and it has been shown that leakage plays an important role only when the crust is relatively thin and the scattering mean free path of the order of the crustal thickness. Leakage has also been invoked as a plausible mechanism for the extinction of crustal phases propagating through strong scattering anomalies [Sens-Schönfelder et al., 2009]. Apart from these particular settings, Q_c can be considered as a good approximation (and in any case a lower bound) for Q_i .

To facilitate the interpretation and discussion of our results, elementary geological and geophysical facts about the Alps are summarized in the next section.

3.2.4 Geological Setting

The area of investigation covers major geological structures which are highlighted in Figure 3.8. We indicate the location of the Cenozoic detrital sedimentary deposits and the major orogenic belts such as the Alps in the center, the northern Apennines in the south and the External Dinarides in the east. These three orogens involve similar former continental and oceanic domains, namely continental ribbons (Briançonnais, Sesia, Apulia) that are separated by ophiolites (Valaisan, Liguria-Piemontese) in between the continental margins of Eurasia and Gondwana [Schmid et al., 2004; Handy et al., 2010]. The difference lies in the structural level currently exposed at the surface. In the Alps, the Variscan crystalline basement is exposed in basement-cored tectonic slices in the external zone and in basement-cored ductile nappes in the internal zone. In contrast, the Apennines and the external Dinarides only expose the Mesozoic carbonate-dominated sedimentary sequence, decoupled from the Variscan basement that is present underneath. Further relevant geological and geophysical details are presented below for each major structural

3.2. STRUCTURE CRUSTALE DES ALPES VUE PAR LA TOMOGRAPHIE D'ATTÉNUATION SISMIQUE

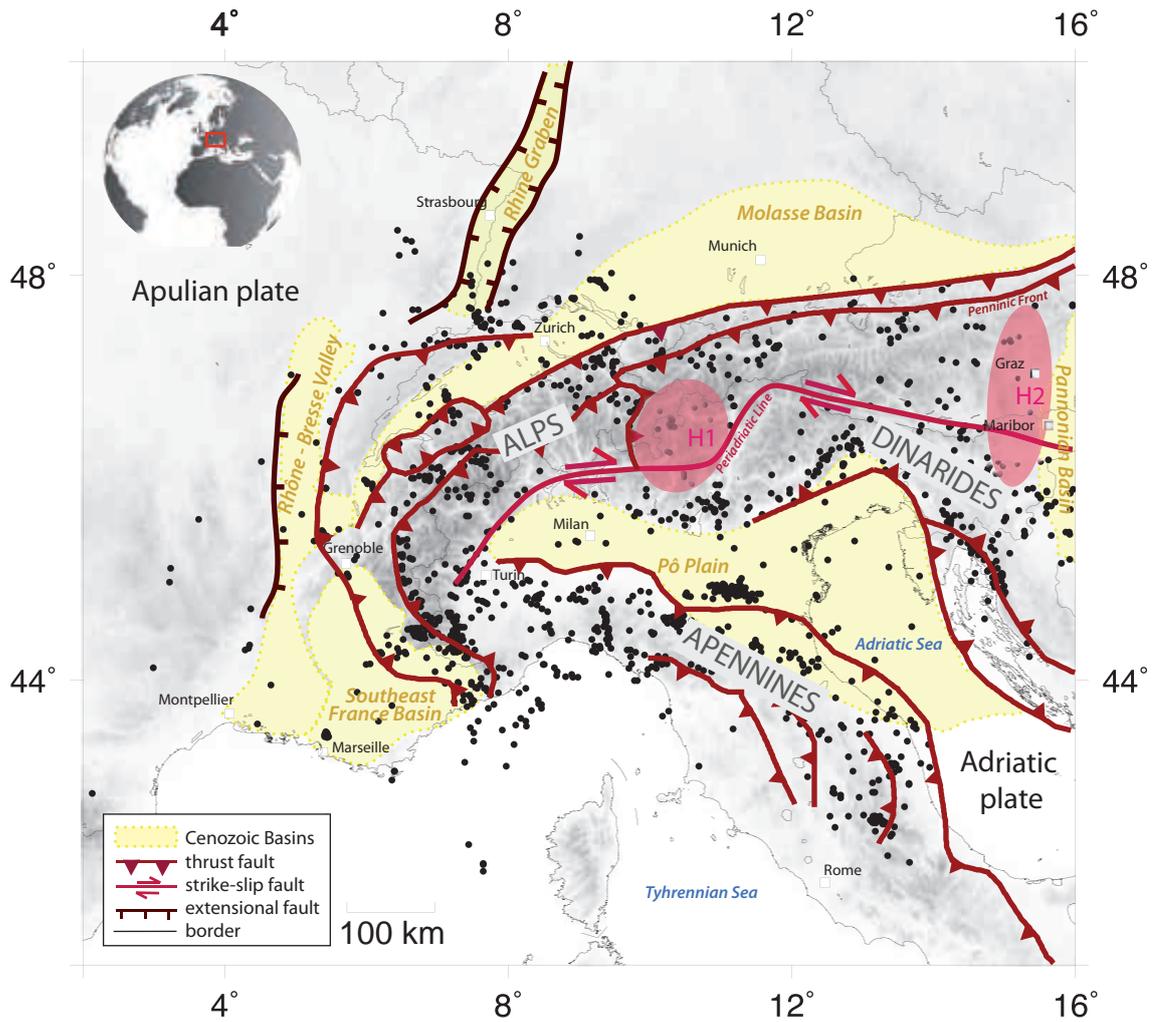


FIGURE 3.8 – Seismotectonic map of the Alps after *Schmid et al.* [2004]. Black dots show the location of the earthquakes of local magnitude $2.8 \leq M_L \leq 6$ in the 1995 to 2014 period. Yellow regions correspond to sedimentary basins filled with Cenozoic materials. The main thrust faults are denoted by dark red symbols. The Periadriatic Line, a major dextral strike-slip fault, is shown in regular red. Positive gravimetric anomalies are depicted by pale red shaded areas after the study of *Braitenberg et al.* [2013].

unit.

The Alpine arc presents a crescent shaped geographic feature which juxtaposes the European and Adriatic microplate along a strike-slip fault system known as the Periadriatic Lineament (PL). It can be identified as a high-velocity zone in a number of recent seismic tomographies which testifies of the crystalline nature of the material [*Stehly et al.*, 2009]. To the north of the PL, the crystalline extern Massif represents continental and oceanic units that have been affected by intense metamorphism whereas to the south, the Adriatic microplate, comprising a Variscan basement and a Mesozoic carbonate sequence, is covered by a thick Cenozoic sequence of detrital sediments.

The Northern Apennines trend in a NW-SE oriented thrust belt linked to the Western Alps by a sinistral strike-slip shear zone [*Ceriani et al.*, 2001]. The orogen has affected Mesozoic to Cenozoic sedimentary carbonate sequences as shown by geological surveys

combined with seismic reflection profiles [Patacca et al., 2008]. In view of its importance for seismic attenuation, it is worth mentioning that volcanic and granitic provinces with well-developed hydrothermal systems can be found in the Northern Apennines, such as Mt Amiata's volcano-geothermal area, or the Ladarello-Travale geothermal field [Brogi, 2008].

The External Dinarides form an imbricated belt which develops along the northeastern margin of the Adriatic Sea. They are mainly composed of Mesozoic to Paleozoic shallow marine carbonate platform rocks [Vlahović et al., 2005], deposited on top of a Variscan crystalline basement that is exposed at the surface in the Pannonian Basin [Schmid et al., 2004]. As a consequence of the intense tectonic activity, both flexural and extensional Cenozoic basins surround the Alpine region such as the flexural Swiss Molassic and Pô basins to the North and South respectively, the extensional Pannonian basin to the East and the complex flexural to extensional Southeast France basin to the west.

In the western part of the area of investigation, we observe the extensional Rhine-Bresse-Rhône Graben system whose relation to the Eurasia-Adriatic convergence is still debated [Dèzes et al., 2004]. Both flexural and extensional Cenozoic basins can be clearly identified on Figures 3.8 and 3.9. Recently, Molinari & Morelli [2011] have mapped the shear wave velocity (v_S) in the sedimentary cover (varying from 1 to 20 km thickness) for the whole European crust. They have distinguished between shallow unconsolidated (low v_S) and deep consolidated (high v_S) sediments as previously proposed by Mooney et al. [1998]. Their model reveals that the Pô Plain and the Southeast France basin, with sedimentary materials up to 10 km thick, are much deeper than extensional basins [Le Pichon et al., 2010; Molinari et al., 2015]. Moreover, the thickness of detrital Cenozoic deposits (resp. carbonatic Mesozoic materials) is larger (resp. smaller) in the Pô plain than in Southeast France.

As illustrated in Figure 3.9, each major geological unit displays additional complexity at somewhat smaller spatial scale than our description suggests. In this paragraph, we briefly outline major crustal anomalies as revealed by geological and geophysical surveys. In particular, the model of Bouguer anomaly (Figure 3.10) developed by the BGI (Bureau Gravimétrique International) has brought to light the presence of a high density body in the area of the Grand Paradiso Massif. The location of this anomaly, known in the literature as the Ivrea Body, is outlined in Figure 3.10. Additional geophysical information testifies of the crustal nature of this anomaly. In particular, the Ivrea Body has a strong magnetic signature [Lanza, 1975] and coincides with the location of the extinction zone of Lg-waves propagating through the Alps, as recognized by Campillo et al. [1993]. This high-density anomaly has been interpreted as a piece of mantle sandwiched in the lithosphere [ECORS-CROP, 1989; Nicolas et al., 1990].

Thanks to a homogeneous spatial coverage, the data acquired in the framework of the GOCE gravity mission have also brought valuable information on the presence of small scale anomalies in the crust. Braitenberg et al. [2013] have developed a residual Bouguer anomaly model, defined as the standard Bouguer anomaly deduced from GOCE data, subsequently corrected for the effect of lateral variation of crustal thickness, under an

3.2. STRUCTURE CRUSTALE DES ALPES VUE PAR LA TOMOGRAPHIE D'ATTÉNUATION SISMIQUE

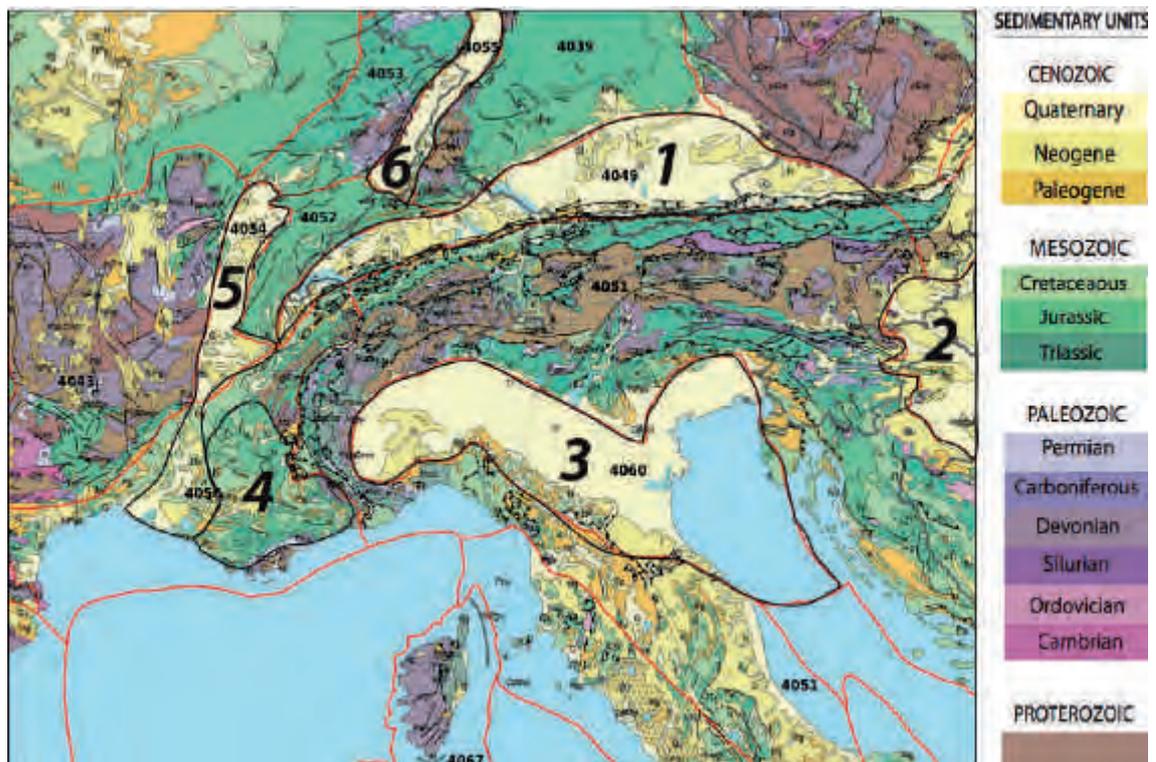


FIGURE 3.9 – Geological map after *Pawlewicz et al.* [2002]. Red lines denote the geologic province boundaries. Yellow, green and purple colors refer to Cenozoic, Mesozoic and Paleozoic units, respectively (see Legend for sedimentary unit details). Cenozoic basins are delimited by thick black lines. 1. Molasse basin, 2. Pannonian basin, 3. Pô Plain, 4. Southeast France basin, 5. Rhône-Bresse Valley and 6. Rhine Graben. The numbers displayed with a smaller font refer to the geological provinces detailed on the map of *Pawlewicz et al.* [2002].

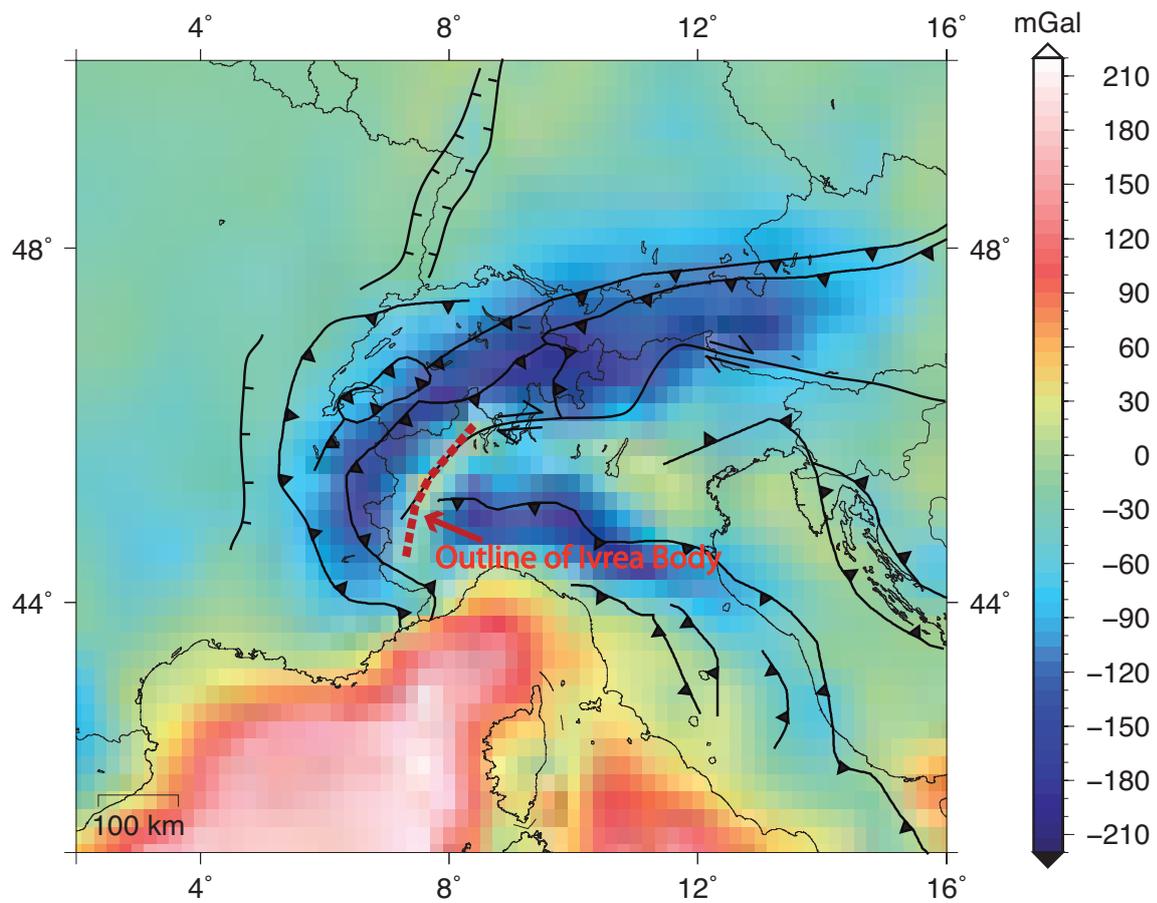


FIGURE 3.10 – Map of Bouguer anomalies (downloaded from the website of the International Gravimetric Bureau - <http://bgi.omp.obs-mip.fr/>). The red dotted line represents the location of the Ivrea Body. The main faults are denoted by black symbols.

assumption of isostatic equilibrium. Thus, the map of residual Bouguer anomaly displays the field generated by density heterogeneities located in the crust. Two high-density anomalies, known as (1) the Adamello intrusive complex, and (2) the pluton of Pohorje can be clearly identified on their map. They are located in the eastern part of Switzerland (central Alps), and at the western boundary of the Pannonian basin, respectively and are reported as H1 and H2 in Figure 3.8. Both anomalies have been interpreted as intrusive complexes of felsic rock [Tiepolo et al., 2014; Fodor et al., 2008].

3.2.5 Data analysis

3.2.5.1 Automatic data selection

The available dataset comprises more than 40000 vertical component waveforms from 2000 moderate earthquakes recorded at both permanent and temporary seismic networks deployed in the Alps from January 1995 to June 2014. The focal depth ranges from 1 to 40km and the local magnitude varies between 2.8 and 6. The locations of epicenters and stations are reported on Figure 3.11. Waveforms present both long (~ 200 s) and short (~ 50 s) coda duration, sometimes affected by undesired signals caused by aftershocks or storms. We have thus developed an automated algorithm to select records with long coda duration, free of any undesired arrivals in the 4-8 Hz frequency band. To be selected, the records should obey the following criteria : (i) record duration larger than 70 seconds, (ii) coda duration larger than 20 seconds ; the coda is supposed to start right after the maximum of the seismogram and ends when the signal to noise ratio (SN) decreases below 4. The noise level is estimated in a 5s time window before the P wave onset. (iii) The average intensity decreases monotonically in the coda window (of maximal duration $L_w=100$ s). Averaging is performed as follows : the coda window is divided into half-overlapping subwindows of length 5 seconds, the mean intensity being calculated in each sub-window. The automatic selection removes almost 48% of the records from the initial database : criteria (i), (ii) and (iii) contribute 7%, 31.3% and 9%, respectively. To test the robustness of our automatic selection program, we select manually clean coda records from a subset of our initial database. This visual inspection rejects 38% of the records only, but at the expense of a highly time-consuming procedure. Considering the 10% loss as acceptable, the selection program has then been applied to the whole dataset of 40000 waveforms, leaving us with 20000 high-quality waveforms.

3.2.5.2 Q_c measurements

To estimate Q_c , we adopt the classical procedure of Aki & Chouet [1975], which consists in a least-squares linear fit of the logarithm of $E(t,\omega)t^\alpha$ as a function of time (Eq. 3.10). In this study, we adopt the value $\alpha = 3/2$ and perform the analysis of the data in five frequency bands : 1-2 Hz, 2-4 Hz, 4-8 Hz, 8-16 Hz and 16-32 Hz. A Q_c estimate is accepted when (i) the correlation coefficient of the linear regression is greater than 0.7 and (ii) the SN ratio is greater than 4 over the entire duration L_w of the coda window. While the

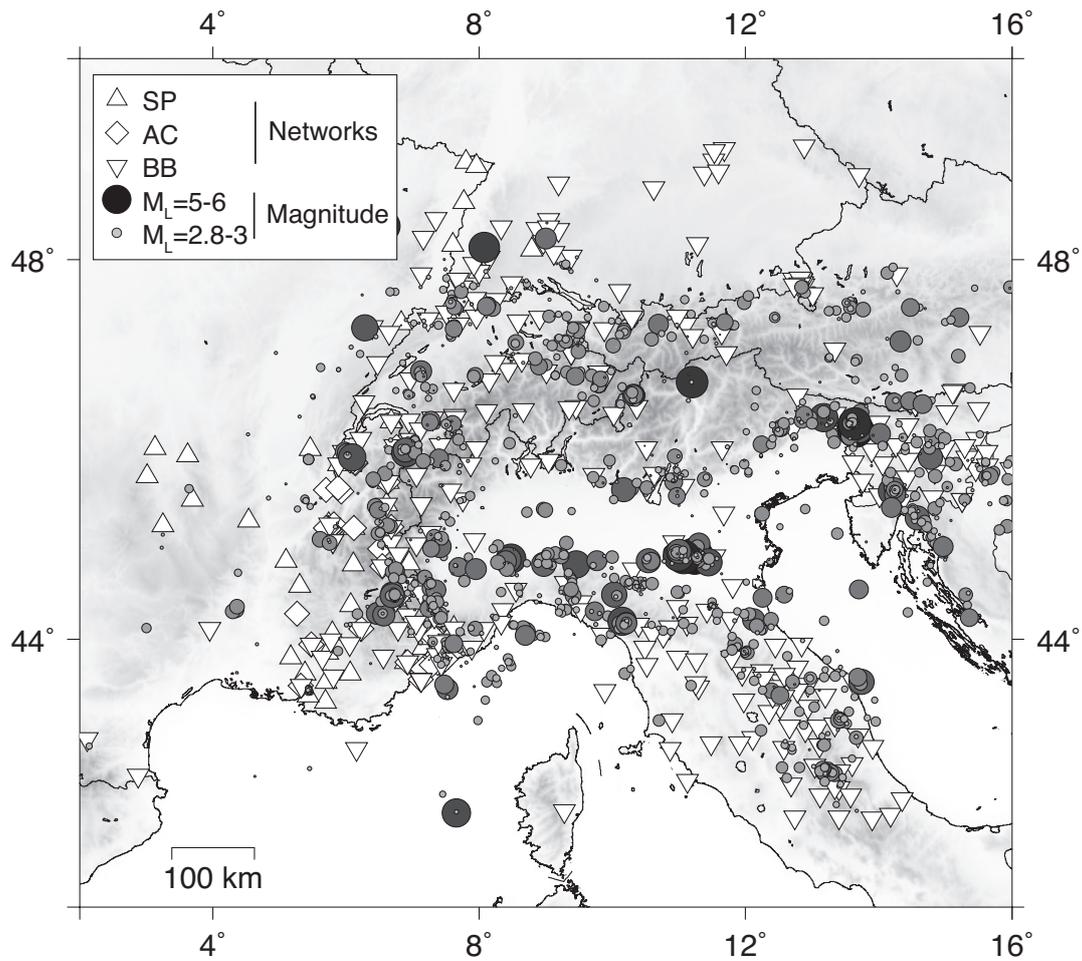


FIGURE 3.11 – Location of earthquakes and seismological stations used to estimate coda- Q_c . Seismicity is taken in the 1995 to 2014 period. The gray color scale and the size of the dots indicate the range of local magnitude which extend from 2.8 to 6. Symbols denoted in the inset detail the different seismological networks : short period (SP), accelerometric (AC) and broadband (BB).

measurement procedure is relatively easy to implement, great care should be taken in the choice of the time window for the measurement of Q_c to be meaningful in the whole epicentral distance range. This issue has been carefully examined by *Calvet & Margerin* [2013]. They show that Formula 3.10 only applies after the extinction of a transient regime, whose duration has to be determined from the data. Moreover, these authors argue that the classical « $2 t_S$ » choice (t_S being the ballistic time of S-waves in the crust) for the onset of the coda produces an undesirable dependence of Q_c on epicentral distance Δ . This point is illustrated in Figure 3.12 where the mean value of Q_c (± 1 standard deviation) around 6Hz is represented as a function of epicentral distance for different choices of coda window. For an onset time of the coda $t_w = 2t_s$ and a coda window length $L_w = 50s$ (Figure 3.12a), a clear increase of Q_c with epicentral distance is observed. If we increase the onset time ($t_w = 100s$), while keeping the window length fixed, this trend disappears (Figure 3.12b). This observation may be simply explained by the fact that the $2t_s$ choice samples the early coda -i.e. scattered waves near the direct shear wave- at short epicentral distance, and later portions of the coda at large epicentral distance. The trend seen in Figure 3.12a therefore reflects the well-documented lapse-time dependence of Q_c [*Calvet & Margerin*, 2013], and bears no simple relation with the attenuation properties of the medium. What is significant is the large standard deviation of Q_c apparent in Figure 3.12b ($Q_c \approx 600 \pm 200$), which is caused by the large spatial variations of attenuation in the area of study. This fact is illustrated in Figure 3.13, where we show, for one event with a focal depth of 10 km, the energy envelopes of two seismograms sampling respectively the Pô Plain (in red) and the internal crystalline Massif (in blue). The coda quality factor at 6Hz differs by a factor approximately equal to 1.7 between the two regions, an observation which can be repeated for different earthquake-station pairs with similar locations. The downside of the choice $t_w = 100s$ (Figure 3.12b), is that it eliminates a large number of records with insufficiently high signal to noise ratio at long lapse time. In order to preserve good data coverage while limiting the impact of epicentral distance on our measurements, we chose by trial and error the onset time and window length $t_w = 70s$, $L_w = 50s$, respectively. Figure 3.12c reveals a slight tendency for Q_c to decrease with Δ in this case. Therefore, we further limit the range of epicentral distance to $0 < \Delta < 150km$. Note that we verified that Q_c is independent of Δ ($\Delta < 150$ km) in the five frequency bands of interest.

3.2.5.3 Mapping procedure

To reconstruct the attenuation structure from our dataset, we need a functional relation between individual Q_c measurements and the spatially-dependent quality factors $Q_{sc}(\mathbf{r})$ and $Q_i(\mathbf{r})$. To this end, we exploit recent results from the theory of energy propagation in scattering and absorbing media obtained by *Mayor et al.* [2014]. These authors have studied the sensitivity of the intensity detected in the coda to spatial variations of attenuation. Two conclusions of their analysis are important for our purposes. (1) For the same level of perturbation, a localized scattering anomaly will affect the shape of the coda at rather short lapse time in comparison to an absorption anomaly. Furthermore, in

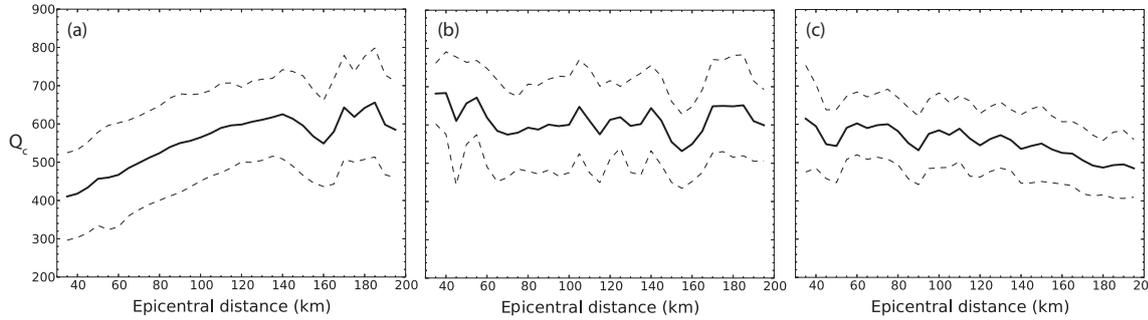


FIGURE 3.12 – (a) Coda- Q_c as a function of the epicentral distance in the 4-8 Hz frequency band. The duration of the coda window is fixed ($L_w=50s$). The solid and dashed lines show the mean dependence of Q_c with the epicentral distance and the associated uncertainties, respectively. The analysis is performed on the onset of coda window t_w equal to (a) $2t_S$ (b) 100 s and (c) 70 s.

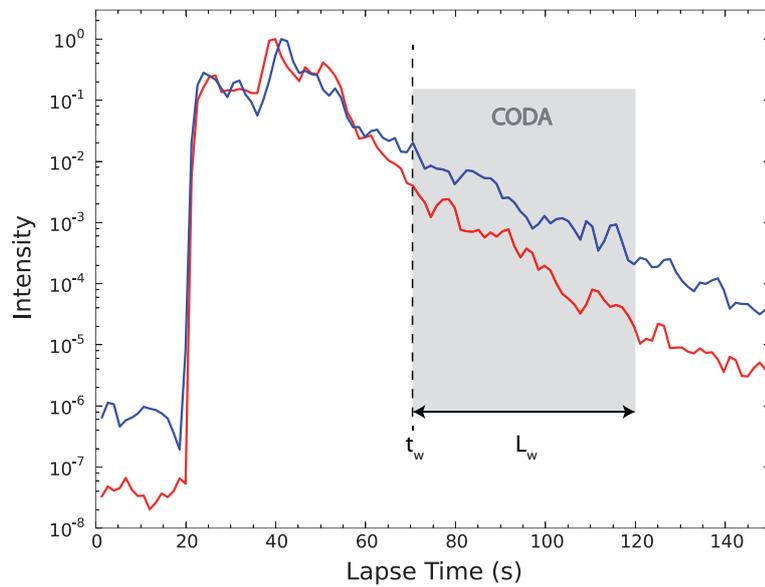


FIGURE 3.13 – Two typical smoothed envelopes in the 4-8 Hz frequency band, recorded in the Alps from an earthquake of $M_L=4.5$ and an epicentral distance of about 110 km. Red and blue envelopes have been recorded in the Pô Plain and in the Central Alps, respectively. Note the large difference of energy decay observed in the basin ($Q_i=433$) and in the orogen ($Q_i=737$).

a medium with homogeneous scattering properties, the average spatial sensitivity to scattering decays by a factor t faster than the average spatial sensitivity to absorption. (2) At sufficiently long lapse-time in the coda (typically of the order of 2 to 4 mean free times), the *slope* of the coda decay is mostly affected by absorption anomalies. It should be pointed out that *Mayor et al. [2014]* have not examined the possibility that the background medium displays a sharp contrast of scattering properties (as would be the case if two half-spaces are welded together). The fact that we use rather short epicentral distances limits the probability that a large subset of our data be affected by such contrasts. Based on the results of *Mayor et al. [2014]* and *Margerin et al. [2016]*, we propose the following simple linear relation between the spatial variation of the inelastic quality factor $Q_i(\mathbf{x})$ and Q_c :

$$Q_c^{-1}(\mathbf{R}, \mathbf{S}) \approx \frac{\int Q_i^{-1}(\mathbf{x}) K_a(\mathbf{R}, \mathbf{S}; \mathbf{x}, t) d\mathbf{x}}{t}, \quad (3.11)$$

Eq. (3.11) introduces the absorption sensitivity kernel K_a , which depends on the position of the source (\mathbf{S}) and receiver (\mathbf{R}) and the lapse-time t in the coda. The latter quantity is fixed through the choice of the coda window parameters t_w and L_w . Note that the Kernel K_a of Eq. (3.11) differs by a factor $-I(\mathbf{R}, \mathbf{S}, t)^{-1}$ from the one introduced by *Mayor et al. [2014]*, with $I(\mathbf{R}, \mathbf{S}, t)$ the intensity in the coda. This difference is simply explained by the different observables considered in the two studies : Intensity on the one hand, coda quality factor on the other hand. *Margerin et al. [2016]* have shown that the kernel K_a is equal to the typical time spent by coda waves around point \mathbf{x} per unit surface (or volume in 3-D). This interpretation provides further insight into the physical content of Eq. (3.11). *Mayor et al. [2014]* have studied the spatial and temporal dependence of the kernel K_a in a 2-D setting as a function of the scattering properties of the medium (quantified by the scattering mean free path ℓ). Figure 3.14 shows absorption sensitivity kernels K_a for an epicentral distance $\Delta=150\text{km}$ (the largest epicentral distance used for the mapping) and for two typical values of the mean free path in the crust ($\ell=250\text{km}$ and $\ell=50\text{km}$). The dashed lines indicate the single scattering ellipse for the central time of the coda window (95 s) used in this study. We observe that the sensitivity tends to be concentrated around the direct ray path connecting the source to the receiver. The typical width of the kernel around the ray increases moderately with the mean free path.

Based on these observations, we propose to approximate Eq. (3.11) as :

$$Q_c^{-1}(\mathbf{R}, \mathbf{S}) \approx \frac{\int_{ray} Q_i^{-1}(s) ds}{\int_{ray} ds}, \quad (3.12)$$

which represents an integral along the ray connecting the source \mathbf{S} to the receiver \mathbf{R} (s denotes the arc-length). Although we restrict our mapping to 2-D (only lateral variations), the possible depth-dependence of the attenuation structure will be discussed later in the paper. The medium is first discretized on a grid of square pixels of side $a = 40\text{km}$ (Figure 3.14). For the maximum epicentral distance $\Delta = 150 \text{ km}$, the sensitivity is largest on the $\sim 5\text{-}6$ pixels located in between the source and station (even fewer pixels at shorter

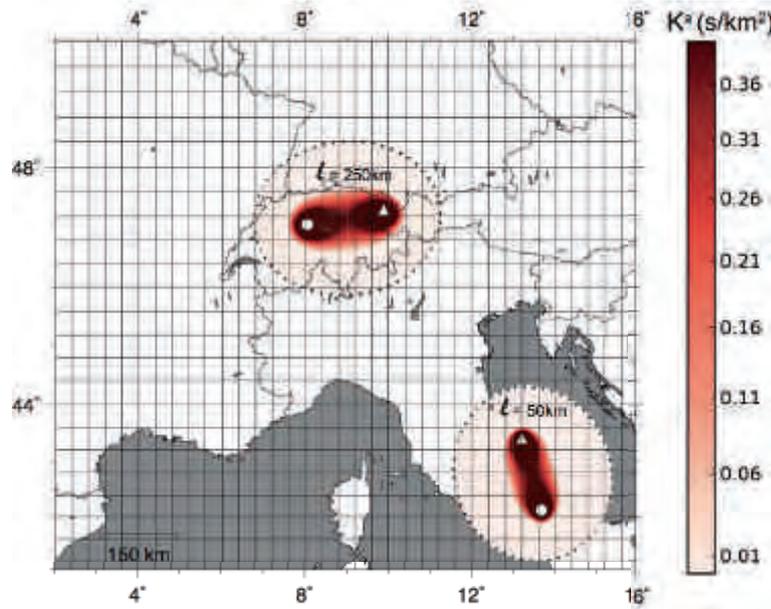


FIGURE 3.14 – Absorption sensitivity kernels K_a computed for two typical values of the mean free path ($\ell=250\text{km}$ in the Alpine arc and $\ell=50\text{km}$ in the Apennines) at the lapse-time $t_w=95\text{s}$, corresponding to the center of the coda window. The distance between the station (white triangle) and the source (white point) is the maximal epicentral distance of our dataset ($\Delta = 150\text{km}$). The sensitivity equals zero outside the single scattering ellipse (dotted lines). The grid lines (in black) are equidistant (40km).

epicentral distances). In practice, instead of implementing a linearized inversion scheme based on Eq. 3.12, we adopt the following simplified procedure which captures the gross features of the attenuation structure (see *Calvet et al. [2013]* for additional details). For each source station pair, the value of $Q_c(\mathbf{R}, \mathbf{S})$ is stored in each pixel intercepted by the ray connecting \mathbf{S} to \mathbf{R} . An average over all paths is then performed to obtain the local value of $Q_i(\mathbf{x})$. Only pixels crossed by more than five rays are retained. A spatial smoothing over an area covering a square of 3×3 pixels is subsequently applied. For realistic values of the crustal mean free path, the spatial resolution of the maps is thus mainly controlled by the maximum epicentral distance ($\Delta = 150\text{ km}$) and is typically of the order of 2 to 3 pixels (80-120km). This is consistent with the typical width of the kernels shown in Figure 3.14. To facilitate the interpretation of the results, the final maps show, in each frequency band, the spatial dependence of Q_i/Q_m , where Q_m denotes the spatial average of Q_i over the studied area.

3.2.6 Results and discussion

Figure 3.15 shows the maps of Q_i normalized by Q_m in five frequency bands (1-2, 2-4, 4-8, 8-16, 16-32 Hz), as well as the ray path density in the 1-2 Hz band. The typical number of rays per pixel, and the associated uncertainty on Q_i are of the order of 100 and 10%, respectively, except at the borders of the area of study. The data coverage remains almost unchanged at other frequencies. Notable exceptions are the Apennines and Pannonian regions where seismic records have locally sampling rates equal to 50 Hz,

3.2. STRUCTURE CRUSTALE DES ALPES VUE PAR LA TOMOGRAPHIE D'ATTÉNUATION SISMIQUE

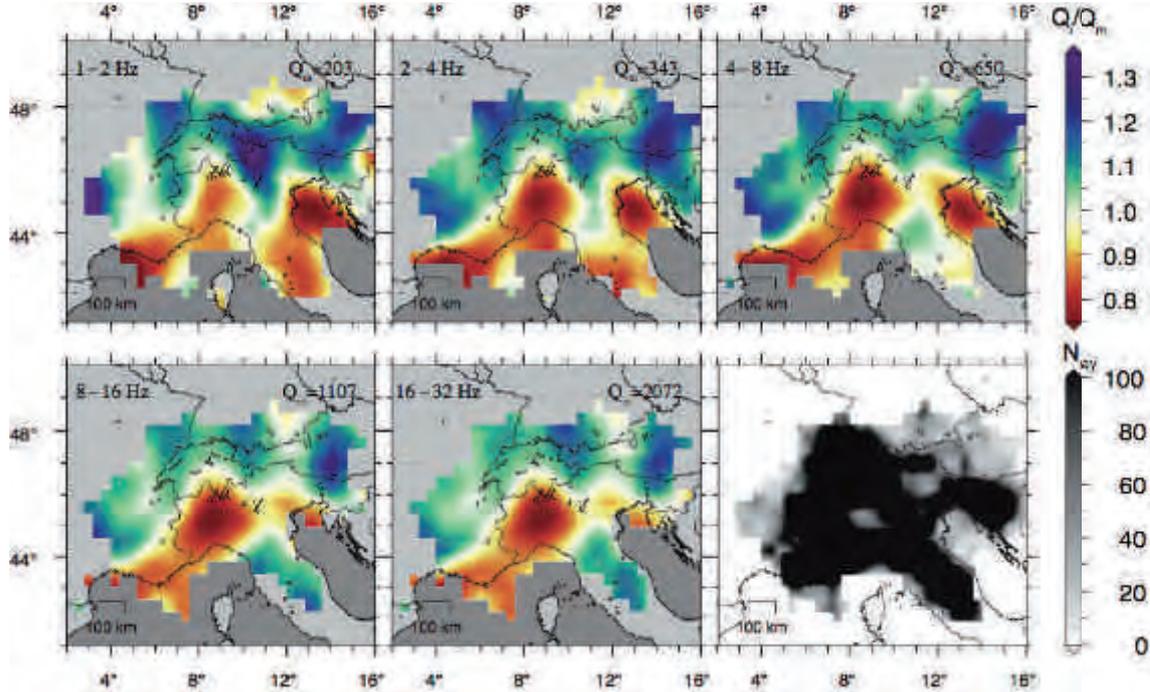


FIGURE 3.15 – Map of the regional variations of Q_i normalized by its regional average (Q_m) in each frequency band from 1-2Hz (left-top) to 16-32Hz (middle-bottom). The ray path density in the 1-2 Hz frequency band is shown on the right-bottom map and remains almost unchanged as function of frequency.

which limits the analysis to frequencies lower than 16Hz. As observed in other region of the world, Q_m increases with frequency from 203 in the 1-2 Hz band to 2072 in the 16-32 Hz band. In each frequency band, the ratio between the lowest and largest value of Q_c is typically larger than 2. The spatial variations of Q_i are distributed on length scales varying from 100km to 1000km. In what follows, we examine the possible correlation of these variations with independent geological and geophysical data.

3.2.6.1 Attenuation structure at low-frequency

In this paragraph, we focus on the absorption map in the 1-2 Hz band, as presented in Figure 3.16. Typical deviations of the intrinsic quality factor from the regional mean are of the order of $\pm 30\%$. Overall, we do not observe a spatial correlation between the attenuation structure at low-frequency and heat flow measurements compiled by [Davies, 2013], as previously pointed out at the scale of the Eurasian continent by Mitchell et al. [2008]. Regions of strong absorption (low Q_i/Q_m values) generally correlate with the location of major Cenozoic flexural and extensional basins, filled by dominantly clastic sedimentary deposits and identified on Figures 3.8 and 3.9, and numbered from 1 to 6 on Figure 3.16. The strong absorption signature of the continental margin of the Adriatic sea is also worth noting. The deepest Cenozoic basin (~ 8 km deep), i.e. the Pô Plain (3) stands out with the lowest Q_i/Q_m estimates. With similar Q_i/Q_m values, the Southeast region of France (4) appears as a strong absorption area which had already been identified at low frequency (~ 4 Hz) from the modeling of Lg wave amplitude in France by Campillo & Plantet [1991].

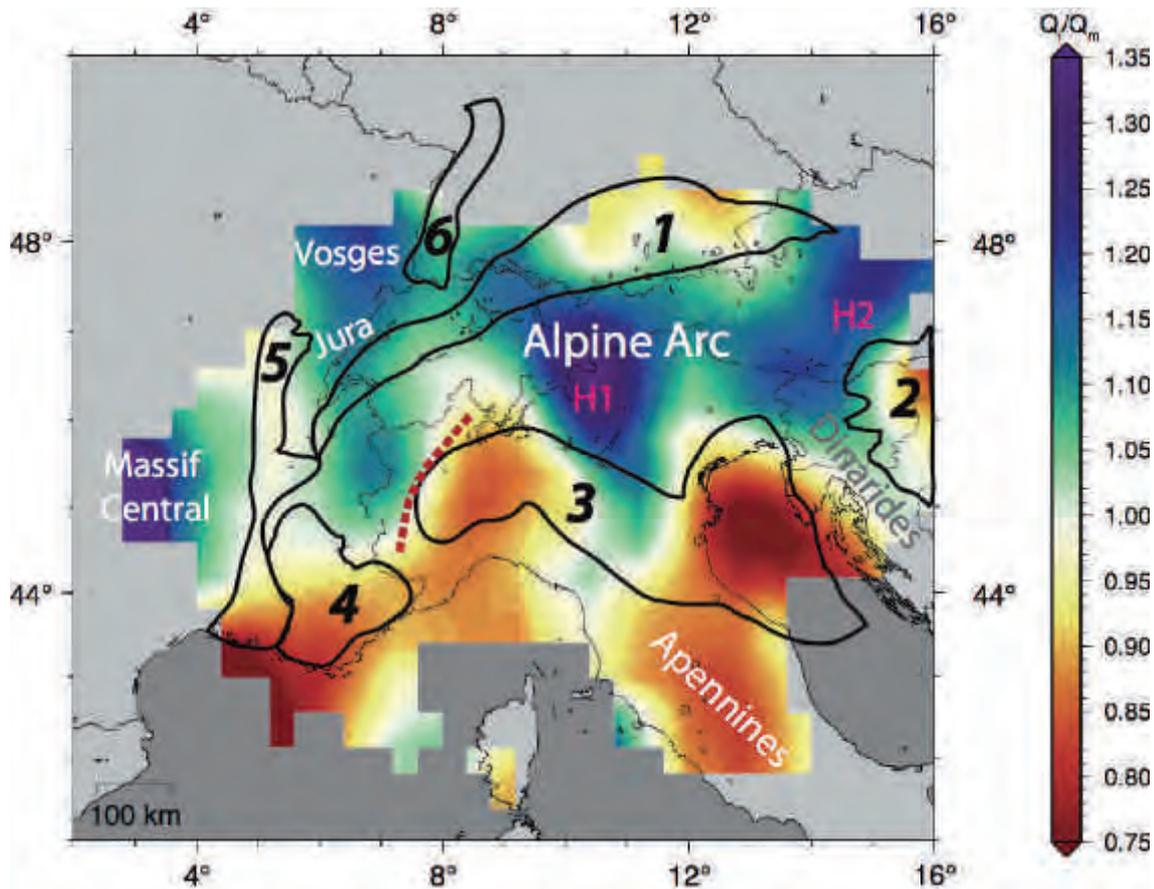


FIGURE 3.16 – Map of the ratio Q_i/Q_m in the 1-2 Hz frequency band. The main foreland and extensional basins are delimited by black lines and labeled with numbers from 1 to 6 (see caption of Figure 3.9 for details). The Ivrea Body is outlined with the dotted red line. Positive gravity anomalies are denoted by H1 and H2 (see caption of Figure 3.8 for details).

Somewhat thinner and narrower Cenozoic sedimentary deposits such as the Rhône valley (5) and the southernmost part of the Rhine graben (6) are also visible in Figure 3.16 (the latter lies mostly outside the target region). In the literature, the strong absorption signature of detrital to carbonate sedimentary deposits had already been reported by several authors [Sato et al., 2012]. From an analysis of coda wave attenuation, Calvet et al. [2013] have detected three strong absorption anomalies in the Pyrenees, whose locations correlate well with the Mauléon, Pau and Pamplona basins. They concluded that absorption is generally much stronger in sedimentary than in crystalline rocks. In Southeast France, the thick Mesozoic to Cenozoic (>8km) carbonate deposits are highly fractured [Lamarque et al., 2012]. Water has long been recognized as a major factor controlling the absorption properties of rocks. In particular, wet sediments show significantly lower quality factors than their dry counterparts. The presence of water in the fracture networks of karstic carbonates may therefore explain the high absorption observed in southeastern France.

The crystalline massifs globally correlate with regions of weak attenuation (see Figure 3.16). The Apennines appear as an exception to this rule and require further discussion (see section 4.3 below). Our findings are consistent with estimates of the absorption length ($l_a = Q_i \times V_s / \omega$ - with V_s the velocity of shear waves) at low frequency (3Hz) by Bianco

et al. [2005, 2002] for northeastern Italy and southern Apennines respectively, who report longer absorption length to the East of the Pô Plain ($l_a \sim 174$ km - low absorption) than in the Apennines ($l_a \sim 54$ km - high absorption). The Dinarides appear more attenuating (lower Q_i/Q_m estimates) than other orogens. This behavior may be traced back to the well developed hydrographic network responsible for the Dinaric Karst. The abundance of water may well explain the somewhat stronger absorption of seismic energy in the Dinarides, as compared to other nearby mountain ranges.

While the shape of the Alpine Arc is less well outlined on our absorption maps than on velocity tomographies such as the one of *Stehly* et al. [2009], additional finer details are apparent in the attenuation structure. The Ivrea Body, clearly identified on the map of Bouger anomaly displayed in Figure 3.10, is located at a sharp transition between low and strong absorption structures (see Figure 3.16). We hypothesize that the Ivrea body plays the role of an absorbing transition zone between the Pô Plain and the Alpine arc and may contribute to the extinction of *Lg* waves put forward by *Campillo* et al. [1993]. However, as the crust is relatively thin at the location of the Ivrea Body, leakage may also contribute to the energy decay in the coda. Hence, Q_c has to be considered as a lower bound for Q_i in this area. Two marked low-absorption anomalies - highlighted by the symbols H1 and H2 on Figure 3.16 - can be identified in the central and western part of the Alpine Arc. They correlate geographically with the positive Bouger anomalies revealed by the study of *Braitenberg* et al. [2013] after correction for the effects of lateral variations in crustal thickness, and reported on Figure 3.8. These gravity anomalies have been interpreted as felsic intrusions by the authors. We speculate that these chemically distinct rocks could explain the locally higher values of Q_i . The low-absorption anomaly H1 appears to extend to the south of the Adamello intrusive complex (Fig. 3.16), and intersects the highly absorbing Pô Plain near Garda lake. This attenuation anomaly does not correlate with any deep or superficial structures previously revealed by geophysical or geological data. However, it has been shown in the literature that the southern border of the Alps has been affected by ice sheet movements which have created large glacial amphitheatres during the Pleistocene, the Garda amphitheater being one of the most spectacular examples [*Marchetti*, 2002]. We hypothesize that some change in the nature of the sedimentary deposits associated to the recent action of glaciers, could be at the origin of the distinct absorption property of the sediments in the Garda area, as compared to the surrounding Pô Plain.

3.2.6.2 Attenuation structure at high-frequency

In this paragraph, we briefly comment on the high-frequency (16-32Hz) map of Q_i presented in Figure 3.17, with an emphasis on the major differences with the low-frequency results. Firstly, we note that the standard deviation of Q_i ($\pm 20\%$) from its regional average Q_m is somewhat lower at high frequency than at low frequency. Secondly, we remark that only the two thickest Cenozoic and Mesozoic basins (Pô Plain and Southeast France basin) show a clear high-absorption signature. The thinnest Cenozoic basins, such as the Rhône alluvial Valley, the Rhine graben as well as the Molasse and Pannonian

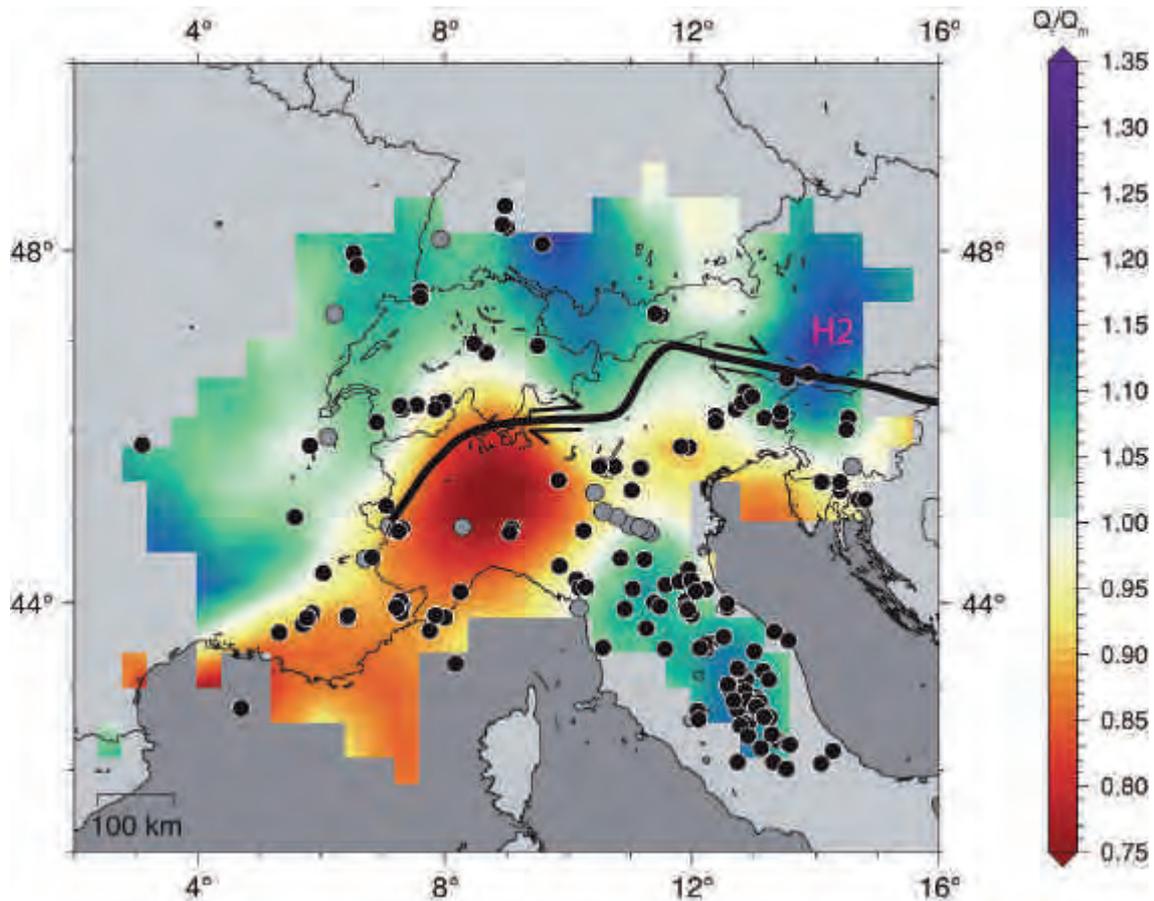


FIGURE 3.17 – Map of the ratio Q_i/Q_m in the 16-32 Hz frequency band. Grey points denote earthquakes of magnitude ≥ 5.0 , whose location is known from the EMSC (European Mediterranean Seismological Center) and ReNaSS (Réseau National de Surveillance Sismique) bulletins. Historical earthquakes of epicentral intensity $\geq VIII$ are denoted by black points. They have been located by SisFrance and INGV - <http://www.sisfrance.net> and - <http://emidius.mi.ingv.it/DBMI11>. The thick black line delineates the Periadriatic Line [Schmid et al., 2004] which separates the Apulian plate to the south from the European plate to the north. The easternmost positive gravity anomaly of Figure 3.8 is denoted by H2.

basins, do not correspond to any specific high-frequency anomalies (Figure 3.17). At high-frequency, the Apennines, do not have a distinct signature, and, as the other orogenic belts, are characterized by low absorption.

To facilitate the interpretation of our results, we have reported in Figure 3.17 the location of the strongest earthquakes including historical seismicity of intensity higher than $I_0 \geq 8$, and instrumental seismicity of local magnitude larger than $M_L = 5.0$. We also indicate the approximate location of the Periadriatic Lineament (PL) which is thought to represent the suture zone between the Apulian plate to the south and the European plate to the North. We observe that the PL also coincides approximately with the geographical limit between regions of low absorption to the north and high absorption to the south. Interestingly, the attenuation boundary seems to prolong the PL further south-west to the city of Montpellier. This feature is also delineated by the location of several major earthquakes which occurred during the last Millennium in southern France (see Figure 3.17

and *Bakun & Scotti* [2006]). In particular, the strongest historical Provence earthquakes, such as the destructive earthquake of Lambesc which occurred in June 1909, is located near the western extension of the PL. The juxtaposition of distinct geological terranes to the North and South of the PL therefore seems to be a good candidate to explain the overall absorption pattern seen in Figure 3.17. More generally, we remark that the largest earthquakes seem to concentrate in the high Q_i mountain areas as well as at the boundaries of high-absorption regions, the latter acting like « barriers » for the seismicity. *Mitchell et al.* [2008]. An opposite correlation was previously found by *Mitchell et al.* [2008] at the scale of the Eurasian continent, based on a mapping of the coda quality factor of L_g waves at low frequency. In the Alpine area, only the Apennines seem to display the type of correlation reported by *Mitchell et al.* [2008]. As further discussed in the next section, we believe that this correlation is in fact fortuitous because in the Apennines the seismicity is indeed located in high- Q_i crystalline rocks underlying the low- Q_i Cenozoic sedimentary cover. It is also worth noting that our results are not necessarily in contradiction with those of *Mitchell et al.* [2008] because the spatial resolution of their attenuation map is significantly coarser than ours, thereby limiting their conclusions to large-scale (of the order of 500km or more) correlations. As suggested by *Jim & Aki* [1988], high-resolution attenuation maps may fruitfully be employed in the future to investigate in greater details the relation between attenuation and seismicity.

Additional structural details can be seen on the Q_i map, particularly in the weak-absorption regions located to the north of the PL. As an example, the positive gravity anomaly H2, which corresponds to a zone of weak absorption on the map of Figure 3.16 and 3.17, appears even more distinctly in the high-frequency band. This anomaly approximately follows a linear sequence of high-density N-S anomalies which have been detected thanks to the analysis of gravity data [*Braitenberg et al.*, 2013], and which may correspond to the transition from the eastern Alps to the Pannonian basin. This low absorption anomaly could be the seismological imprint of a major discontinuity separating the European domain from the Pannonian domain, as put forward by *Brückl* [2011].

3.2.6.3 Frequency-dependent attenuation structure

Notable variations in absorption structures are apparent in Figure 3.16 and 3.17 and will be discussed hereafter. We previously mentioned that the thin sedimentary deposits, which clearly show up on the low-frequency Q_i tend to disappear as the frequency increases, in sharp contrast with the thickest sedimentary sequences which clearly show up as strong absorption areas, independent of the frequency band. To explain this fact, we could invoke a change in the nature of the sedimentary deposits among the different extensional and foreland basins. However, this assumption seems to be ruled out by the geological map of Figure 3.9 which reveals that each individual basin is filled with Cenozoic materials. Even if we do not have strong theoretical support for this explanation yet, we suggest that it is a change in the composition of the coda wavefield which is largely responsible for the observed frequency dependence. More specifically, we suspect that the low-frequency coda is dominated by surface waves, which are very sensitive to the shallow

part of the crust. As the frequency increases, energy transport by body waves becomes more and more efficient and enhances the sensitivity of the coda to deeper crustal structures. Aki and Chouet (1975) have formulated a similar hypothesis, based on the observed frequency dependence of the coda quality factor.

As a preliminary empirical test of this conjecture, we examine in more detail the case of the Apennines. As previously outlined, this orogen is - perhaps surprisingly - strongly absorbing at low frequency and weakly absorbing at high frequency. Assuming that the surface geology is responsible for the attenuation properties at low frequency, we may explain the low-Q signature of the Apennines apparent in Figure 3.16 by the recent Cenozoic sedimentary deposits which cover the entire Italian orogen. Additionally, as discussed in section 2, active shallow geothermal fields are widespread in the Northern Apennines [Davies, 2013] and probably contribute to the overall attenuation in this region. Similar conclusions were reached in Japan by Yoshimoto et al. [2006]. The fact that high-frequency coda waves probe deeper crustal structures, mostly composed of crystalline rocks, is consistent with the weak absorption in the Apennines seen in Figure 3.17, and the fact that this mountain range cannot be distinguished from other orogens in the 16-32Hz frequency band. Our interpretation of the frequency-dependent attenuation is consistent with the idea that a significant fraction of major earthquakes tends to be located in high- Q_i fragile material, including in the Apennines. Let us finally remark that recent laboratory measurements have revealed that seismic attenuation in partially water saturated samples is very strongly frequency dependent in the 1-100 Hz frequency band [Mavko et al., 2009]. Therefore, we cannot completely exclude that the peculiar frequency behavior observed in the Apennines is at least in part, related to the presence of fluids.

3.2.7 Conclusion

High-resolution absorption maps for the Alps have been obtained from the analysis of coda waves in the frequency band 1-32Hz. The maps reveal strong spatial variations of about 30% (resp. 20 %) at low- (resp. high-) frequency, with length scales ranging from 100 km to 1000 km.

Attenuation maps have direct implications for the design of future seismic hazard maps. The latter rely heavily on ground motion prediction equations (GMPE) which require the knowledge of the frequency-dependent attenuation. Usually, because attenuation displays short-scale lateral variations in the crust, these GMPE are not able to predict all the observed amplitudes, thereby introducing large uncertainties in ground motion estimations [Dujardin et al., 2015]. To overcome this limitation, next generation GMPEs should obviously incorporate spatial variations of the seismic attenuation as recently demonstrated in the case of central and eastern North America by Pasyanos [2014]. In the case of the Alpine region, the task of constructing more reliable GMPEs will be greatly facilitated by high-resolution attenuation maps such as the one produced in this work.

While the focus of our study is on the absorption structure, additional insight into the structure of the Alpine crust may be gained from the mapping of its scattering properties.

Even if observations are still sparse, regional variations of the scattering attenuation have been reported [*Bianco et al.*, 2002, 2005]. In future works, we plan to adopt the sensitivity kernels developed by *Mayor et al.* [2014] to map simultaneously absorption and scattering attenuation. The resolution of the resulting maps should be significantly improved by taking into account the precise spatio-temporal sensitivity of coda waves which has been partly neglected in the present study. To properly address the 3-D attenuation structures in the alpine crust, it will be also crucial to clarify the depth-sensitivity of coda waves as a function of frequency.

While the correlation between major geological units and low-frequency absorption structures has been previously observed at the continental scale [*Mitchell et al.*, 2008; *Carcolé & Sato*, 2010], our study demonstrates that smaller-scale geological features such as extensional basins (Rhône valley) and crustal high-density bodies (felsic intrusions in Western Alps) can also be mapped from the analysis of coda waves. The significant change of the absorption structure of the Alps with frequency is also worth noting. At high frequency in particular, only the thickest Cenozoic to Mesozoic sedimentary basins (Pô Plain and Southeast France basins) clearly show up as strong absorption structures. We also observe a sharp transition in absorption properties, which prolongs the Periadriatic Lineament to the southwest, and correlates with the location of major historical earthquakes in France. Such a discontinuity is not apparent in the seismic velocity structure and does not match with well-known geological or tectonic features in Southern France. This observation raises questions about the westward extension of the PL and its role in the occurrence of major earthquakes in Provence. More generally, our study suggests that attenuation tomography may reveal previously undetected deep geological units.

3.2.8 Ce qu'il faut retenir

A partir de l'analyse à temps long de la décroissance énergétique des ondes de coda, nous avons pu cartographier des structures d'absorption à l'échelle de la chaîne alpine en fonction de la fréquence (1-32Hz). Ces structures montrent un fort contraste de Q_i de l'ordre de 30% sur des longueurs variant de 100km à 1000km, quelle que soit la bande de fréquence considérée. Un des premiers résultats de l'étude est donc que l'on peut imaginer des structures à partir de l'analyse de la coda des ondes S et en particulier des structures petites échelles comme la vallée du Rhône ou encore les intrusions felsiques de l'Est des Alpes révélées par la gravimétrie [Braitenberg et al., 2013].

Un second résultat de cette étude est que nous avons interprété les changements des propriétés d'absorption des structures avec la fréquence comme étant liés à la sensibilité des ondes de codas avec la profondeur. Cette interprétation est purement observationnelle et mérite une analyse théorique ultérieure. Trois grandes observations majeures amènent à cette conclusion :

1. Nous avons remarqué qu'à basse fréquence, la carte d'absorption révèle principalement les grandes structures géologiques « de surface » comme celles identifiées sur la figure 3.9. Les grands bassins sédimentaires de remplissage Cénozoïque à Mésozoïque sont les régions les plus atténuantes alors que les grands orogènes tels que l'arc alpin et les Dinarides mais aussi les chaînes de montagnes comme les Vosges, le Jura et le Massif Central apparaissent comme des zones peu atténuantes.
2. A haute fréquence, nous avons observé que seuls les bassins Cénozoïque à Mésozoïque profonds, comme le bassin du Sud-Est de la France et la plaine du Pô, gardaient leur signature fortement absorbante. De plus les plus forts séismes instrumentaux ($M_L > 5$), situés à une profondeur moyenne de 10km, et historiques ($I_0 > VIII$ - avec I_0 l'intensité épicentrale) contournent les zones absorbantes en se localisant principalement sur les régions faiblement absorbantes (Fig. 3.17).
3. Les Apennins illustrent particulièrement notre interprétation. En effet à 1Hz, contrairement aux autres orogènes, elles apparaissent comme fortement absorbantes. Cependant, la carte géologique (Fig. 3.9) renseigne que les Apennins sont couvertes d'une épaisseur de dépôts sédimentaires du Cénozoïque qui favorisent une signature de faible Q_i : à basse fréquence, on peut penser que les ondes de coda sont essentiellement composées d'ondes de surface et donc pourraient être ainsi sensibles aux faibles profondeurs (~ 5 km). Cette hypothèse reste à éclaircir théoriquement. À haute fréquence, les Apennins changent de comportement en devenant faiblement absorbantes (forte Q_i). On peut alors penser que les ondes de coda, majoritairement composées d'ondes de volume à ces fréquences, échantillonnent plus en profondeur. Elles sont alors sensibles aux régions plus compétentes et cassantes qui composent les Apennins, là où se localise la sismicité montrée en figure 3.17.

Un dernier point à retenir est que l'on suggère que les séismes les plus forts se produisent dans les structures de faible absorption identifiées à haute fréquence. En particulier, la discontinuité principale Est-Ouest qui sépare une région de forte et faible absorption

au sud et au nord, respectivement, corrèle avec la faille décrochante dextre connue sous le nom de Ligne Périadriatique. Dans notre carte haute fréquence, cette ligne identifiée par la géologie et interprétée comme la zone de suture entre la plaque adriatique et la plaque européenne semble se poursuivre sur notre carte vers le Sud-Est de la France où se localise les plus forts séismes français comme celui de Lambesc en 1909. Cependant, notre hypothèse est différente des observations de la littérature. En effet *Jin & Aki* [1988] proposent une loi linéaire en Chine entre le logarithme de Q_i à basse fréquence et la magnitude. *Mitchell* et al. [2008] suggèrent, eux aussi, que les zones de faible Q_i sont celles qui localisent la sismicité (zone du pourtour méditerranéen). Notre cas d'étude s'apparente plutôt au contexte tectonique de la seconde étude puisque dans les Alpes, les magnitudes enregistrées n'excèdent pas 7 alors qu'en Chine, $M = 7$ est souvent dépassée. Les conclusions de *Mitchell* et al. [2008] ne sont cependant pas forcément en contradiction avec les nôtres. Comme observée sur leur carte de Q_i (Fig. 1.19), leur résolution est plus grosse que la nôtre ($\sim 500\text{km}$). Par conséquent, la corrélation entre sismicité et absorption discutée dans [*Mitchell* et al., 2008] est relative pour des variations *grande-échelles* de l'atténuation. Dans notre cas, nous nous sommes focalisés sur des corrélations *petite-échelles*.

3.3 Variation latérale de l'atténuation en France Métropolitaine

Dans cette section, je propose d'observer les variations régionales d'absorption en France Métropolitaine. Pour cela, nous allons appliquer la même procédure de traitement de données que celle vu en section 3.2 pour les Alpes.

3.3.1 Contexte géologique et données sismologiques

Dans le prochain paragraphe nous allons brièvement discuter de la géologie de la France au premier ordre. Dans un deuxième paragraphe, on détaillera les données utilisées pour cette étude et nous choisirons la fenêtre de coda à adopter pour le jeu de données français afin d'éviter les biais de mesures dus à la dépendance temporelle de Q_c (section 3.2.5.2) [*Calvet & Margerin*, 2013].

3.3.1.1 Un bref contexte géologique

La France possède une grande variabilité rocheuse comme l'atteste sa carte géologique (Fig. 3.18a). Cette variabilité s'est créée au fil du temps par la succession de plusieurs phénomènes géologiques comme (1) l'ouverture et la fermeture des océans; (2) des collisions continentales comme en témoigne les hauts reliefs des Alpes et des Pyrénées; et (3) des périodes de volcanisme, indiquées par les roches volcaniques du Massif Central. L'ensemble de ces phénomènes ont été accompagnés de métamorphisme, d'érosion et de sédimentation.

Aujourd'hui, la géologie nous informe qu'il existe quatre grands bassins sédimentaires dont le remplissage s'est effectué aux ères Cénozoïque (-65Ma à aujourd'hui) à Mésozoïque (-252Ma à -65Ma) : le bassin Parisien, le bassin Aquitain, le bassin du Sud-Est alimenté en partie par les dépôts de la vallée du Rhône et le Graben du Rhin. Chacun d'eux est reporté par un contour noir sur la figure 3.18. Au nord-est du Bassin Parisien correspondant à la zone nord de la Belgique, on retrouve le Massif du Brabant. La particularité de ce massif calédonien est d'être recouvert d'une couche sédimentaire Méso-cénozoïque qui s'épaissit vers le Nord pour atteindre 800m à Anvers.

En dehors de ces zones de remplissage, des roches plus anciennes datant principalement du Paléozoïque (-541Ma à -252Ma) composent les massifs cristallins des Pyrénées, au Sud et des Alpes, à l'Est. Au nord de la zone d'étude, on peut identifier le Massif de l'Ardenne formant la zone ancienne et métamorphisée du sud de la Belgique. À l'Ouest de l'Hexagone (zone Bretonne), on retrouve le Massif Armoricaïn, vestige de l'orogénèse Hercynienne aujourd'hui érodé et réduit à l'état de pénéplaine. Bien que sa topographie soit relativement plate, les roches constituant le Massif Armoricaïn sont essentiellement granitiques. Au centre de la France, on identifie le Massif Central, également massif ancien de l'époque hercynienne et majoritairement composé de roche granitique et métamorphique. On peut retrouver des roches volcaniques, dû à la période de volcanisme intense qu'a connue la région entre -65Ma et -7000ans.

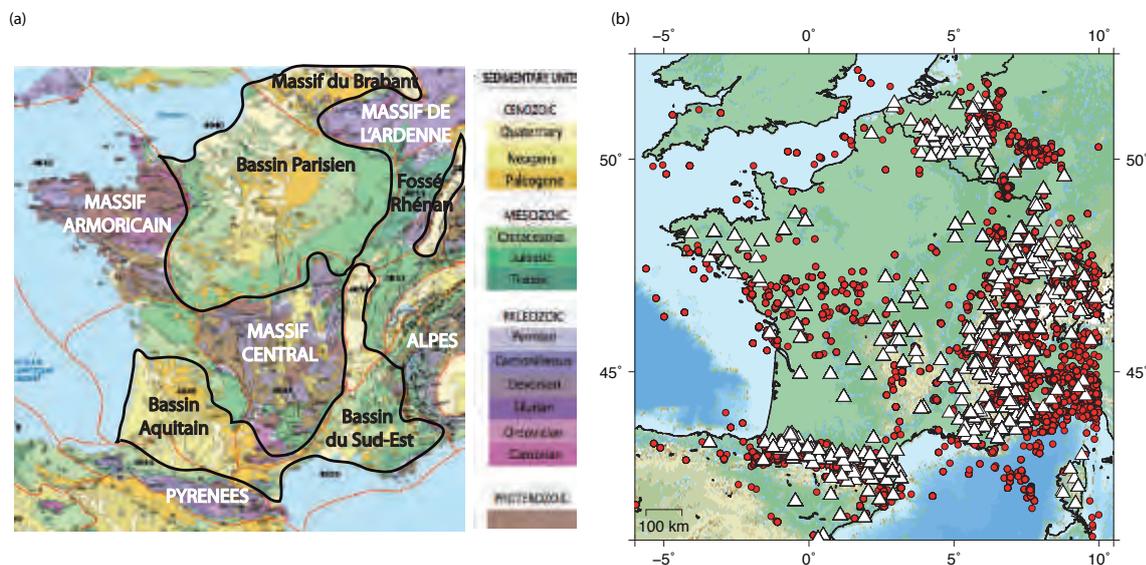


FIGURE 3.18 – (a) Carte géologique de la France d'après *Pawlewicz et al. [2002]*. Les lignes rouges indiquent les provinces géologiques. Les zones jaunes, vertes et roses font référence aux unités géologiques du Cénozoïque, Mésozoïque et Paléozoïque, respectivement (voir légende). Les bassins Cénozoïque à Mésozoïque sont indiqués par les contours noirs. (b) Carte des stations sismologiques (triangle blanc) et de la sismicité (point rouge) utilisés pour cette étude.

3.3.1.2 Sélection et traitement des données

Grâce à la collaboration de quatre laboratoires de recherche (Observatoire Royal de Belgique (ORB) - Bruxelles, Laboratoire de Planétologie et Géodynamique de Nantes

(LPGN), Centre d'Etude Atomique (CEA) - Bruyères le Châtel et l'Ecole et Observatoire des Sciences de la Terre - Strasbourg (EOST)) et à la récupération de données distribuées sur les sites *Internet* des réseaux sismologiques ou via le protocole *ArcLink* ainsi que le réseau mobile Pyrope, 88456 formes d'ondes constituent la base de données pour la France dans cette étude. Les enregistrements proviennent de plus de 1700 séismes de magnitude locale supérieure à 2.8, s'étant produits entre 1995 et 2013 (d'après le Catalogue du RéNaSS) (Fig. 3.18b). 390 stations sont répertoriées dans la base de données qui correspondent à différents réseaux sismologiques : le Réseau Accélérométrique Permanent (96 stations), le réseau courte période incluant les réseaux SismAlp et RéNaSS (118 stations), le Réseau Large Bande Permanent (50 stations), le réseau du CEA (40 stations) et le réseau belge de l'ORB (86 stations). Comme nous nous intéressons dans cette thèse à l'atténuation crustale, la base de données est composée uniquement de sismogrammes de distance épacentrale $\Delta < 220km$. Le tableau 3.1 résume les données que j'ai pu collecter pour chaque réseau sismologique, et celles qui ont été exploitées dans cette étude lors de l'étape de sélection automatique de coda (section 2.2.5.1).

	Total	RLBP	RAP	RéNaSS	SisMob	CEA	Nantes	ORB
Coll.	88456	11%	10%	28%	4%	36%	1%	10%
Exp.	22350	20%	5%	23%	10%	35%	1%	6%

TABLE 3.1 – Tableau détaillant le pourcentage de formes d'onde collectées pour la France (ligne du haut) et exploitées dans cette étude (ligne du bas), par réseaux sismologiques (colonnes). Les données exploitées ont été triées par la procédure de sélection automatique détaillée en section 3.2.5.1.

Pour s'assurer de l'absence de biais de mesure dû à la dépendance de Q_c avec la distance épacentrale (section 3.2.5.2), j'ai réalisé sur le jeu de données français la mesure de Q_c pour différents temps de démarrage de la fenêtre de coda t_w , en fixant sa durée L_w à 50s. On peut noter là encore que les estimations de Q_c sont réalisées avec la méthode de *Aki & Chouet* [1975] (section 3.1.1.1). La figure 3.19 montre l'analyse à 6Hz pour $t_w=30s$ (Fig. 3.19a) et $t_w=70s$ (Fig. 3.19b) avec une gamme de distance épacentrale comprise entre 0 et 200km. Seules les valeurs de Q_c dont le coefficient de corrélation R^2 de la régression linéaire de $\log(E(t,\omega)t^{3/2})$ (section 3.1.1.1) est de 0.9, ont été prises en compte. Comme sur les Alpes, on s'aperçoit qu'une fenêtre à temps court dans la coda nous permet de sélectionner seulement une gamme de courte distance épacentrale ($\Delta = 0 - 50km$) (Fig. 3.19a). Cependant, la base de données française contient essentiellement des grandes distances épacentrales ($\sim 120km$) et nous voulons cartographier des variations de Q_c à l'échelle régionale. Nous avons donc fait le choix d'adopter un temps de démarrage à $t_w = 70s$ pour $\Delta = 0 - 200km$ (Fig. 3.19b). On s'aperçoit sur la figure 3.19b que ce choix impose un léger biais de mesure de Q_c pour $\Delta > 150km$. Cependant, en ne sélectionnant que des valeurs de Q_c pour lesquelles R^2 est supérieur à 0.7, j'ai pu remarquer que les structures d'atténuation étaient identiques pour la gamme $\Delta = 0 - 150km$ et $\Delta = 0 - 200km$ mais qu'en revanche, le deuxième choix nous permettait d'avoir une plus forte densité de mesure et une couverture spatiale plus large.

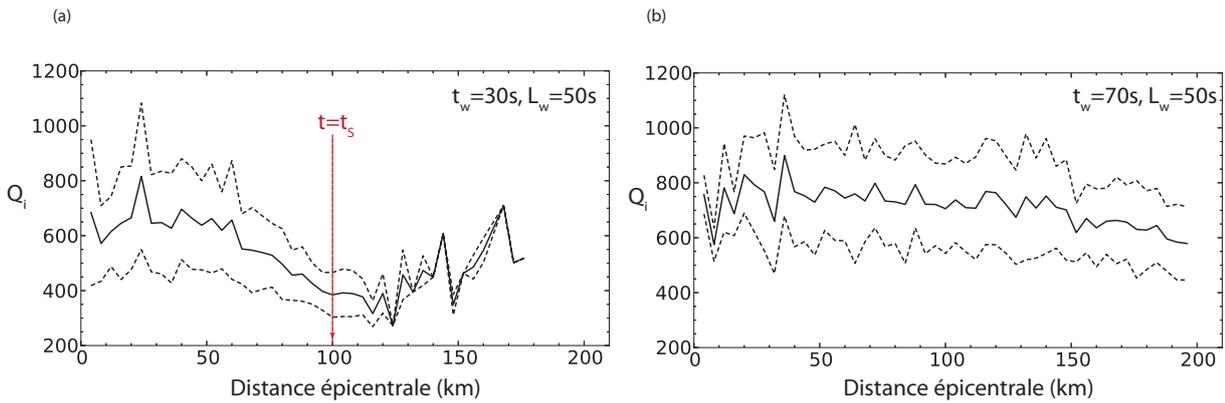


FIGURE 3.19 – Q_i à 6Hz en fonction de la distance épacentrale pour une fenêtre de coda d’une longueur de $L_w=50s$ démarrant à (a) $t_w=30s$ et (b) $t_w=70s$. Seule la moyenne des valeurs de Q_i par distance épacentrale est représentée en trait plein. L’écart type des mesures est montré en trait pointillé.

3.3.2 Structures d’absorption en France

Pour cartographier les variations régionales de l’absorption en France, nous avons adopté la même procédure que celle développée dans les Alpes (section 3.2.5.3.) excepté le fait que nous avons choisi une discrétisation de grille de $0.5^\circ \times 0.5^\circ$. Cela suggère que les variations petites échelles ($<50km$) d’absorption seront plus difficilement identifiables.

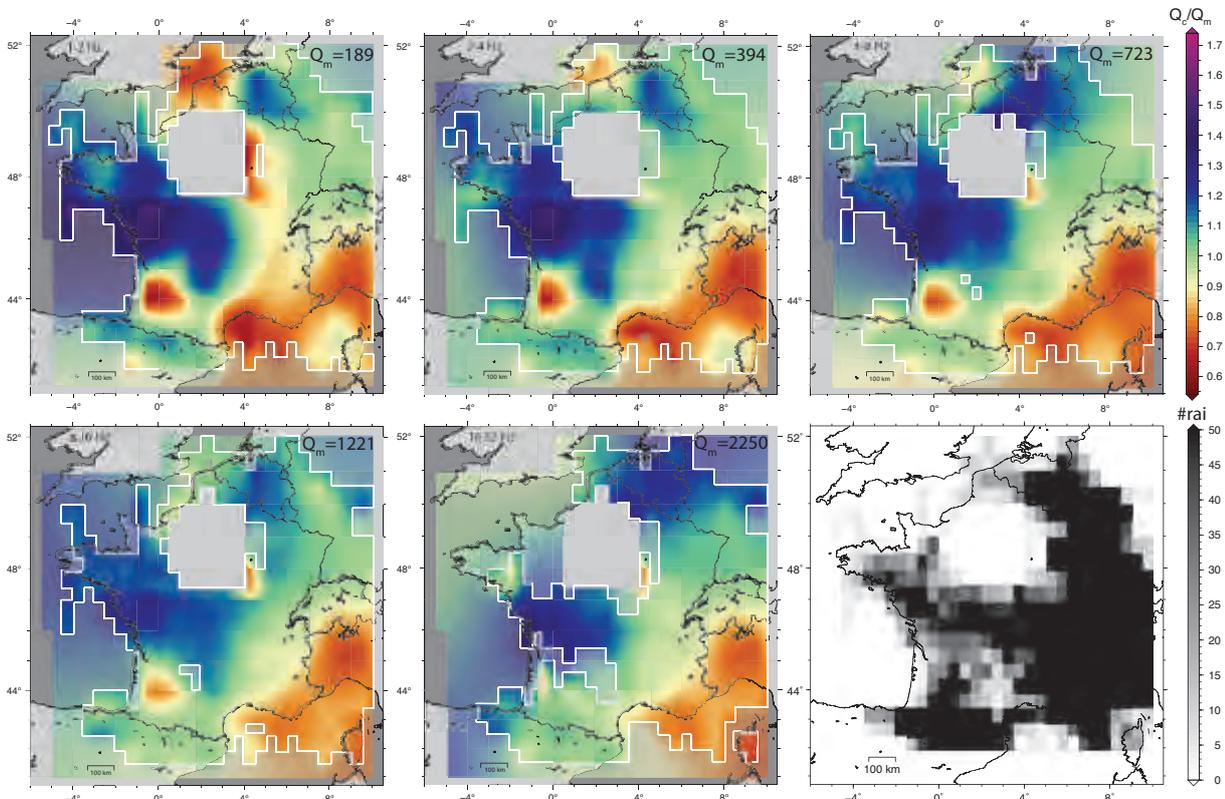


FIGURE 3.20 – Tomographies d’absorption (Q_i/Q_m) pour la France dans différentes bandes de fréquence comprises entre 1Hz et 32Hz (indiquées en haut à gauche sur chaque carte). Les valeurs moyennes d’absorption pour le pays (Q_m) sont indiquées en haut à droite sur chaque carte. La carte en bas à droite correspond au nombre de trajet par pixel de $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ à 1Hz.

3.3. VARIATION LATÉRALE DE L'ATTÉNUATION EN FRANCE MÉTROPOLITAINE

La figure 3.20 montre les cartes d'absorption dans chacune des cinq bandes de fréquence comprises entre 1 et 32Hz. Comme sur les Alpes, on regarde l'écart de Q_i par rapport à la moyenne française Q_m (échelle colorée identique pour toutes les cartes), qui elle, augmente avec la fréquence. La bordure blanche indique la zone où les pixels comprennent au moins trois trajets de rai sismique. La dernière carte (en bas à droite) indique le nombre de trajet par pixel de $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ à 1Hz. La couverture spatiale est moins importante à haute fréquence puisque beaucoup d'enregistrements sont échantillonnés à 50Hz. Quelle que soit la fréquence, on observe des variations latérales d'absorption de l'ordre de 50% sur une échelle de 100km. À 3Hz, nos résultats sont relativement cohérents avec ceux de la littérature illustrés sur la Figure 1.22 : le Massif Central semble moins atténuant que les Pyrénées.

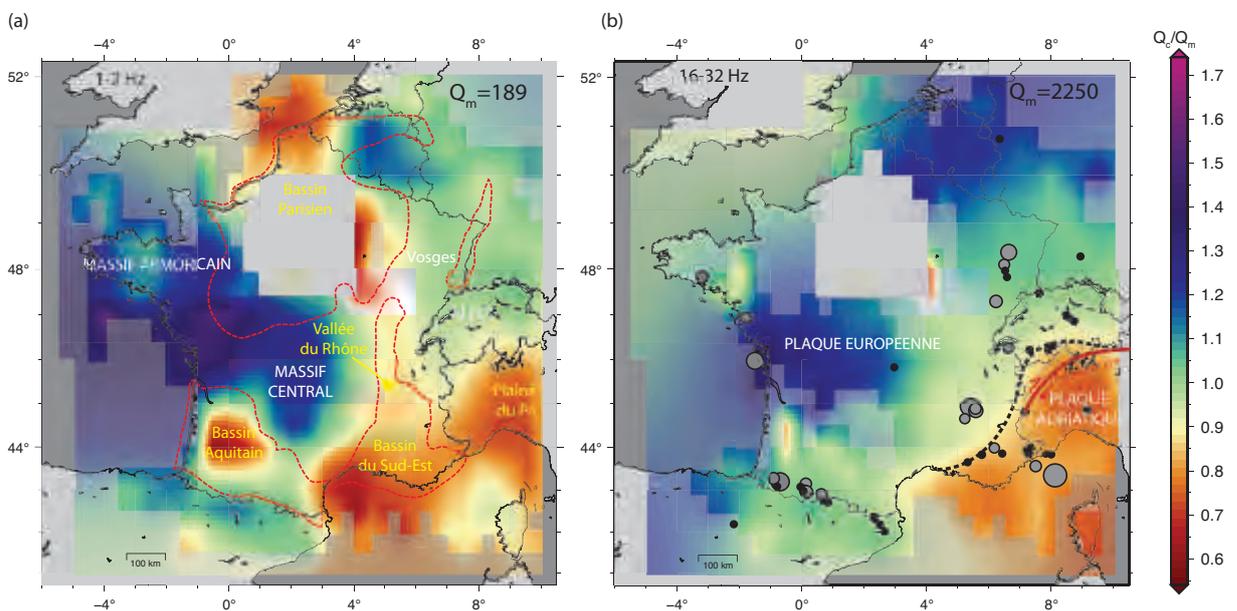


FIGURE 3.21 – (a) Tomographie d'absorption pour la France à 1Hz. Les bassins du Cénozoïque à Mésozoïque de la carte géologique 3.18 sont indiqués en trait rouge. (b) Tomographie d'absorption pour la France à 24Hz. Les plus fort séismes du catalogue SiHex (1962-2009) correspondant à une magnitude supérieure à 4 ont été reportés (points gris). Les séismes historiques de la base SisFrance d'intensité épacentrale supérieure ou égale à VIII (échelle MSK) sont indiqués par les points noirs. La ligne périadriatique (faille décroissante dextre), correspondant à la zone de suture entre les plaques européenne et adriatique, est montrée en rouge foncée. La ligne noire en pointillé indique la ligne de contact entre les structures de forte et faible absorption.

A basse fréquence (1Hz), on observe comme sur les Alpes, une corrélation entre la géologie de surface et les structures d'absorption. La figure 3.21a superpose sur la carte d'absorption à 1Hz, la localisation des quatre grands bassins sédimentaires du Cénozoïque au Mésozoïque, identifiée sur la carte géologique 3.18a. On observe ainsi que les zones de remplissage apparaissent comme des régions fortement absorbantes, excepté le fossé rhénan qui ne semble pas se distinguer de la carte. Quelques causes probables qui peuvent justifier la non-identification du Fossé Rhénan sont (i) sa faible épaisseur de sédiment ($\sim 2000\text{m}$) [Doehl & Olbrecht, 1974] et (ii) sa petite surface comparées aux trois autres grands bassins français d'au moins 10km d'épaisseur de dépôts et de plus de 50km de

large. Néanmoins, quelques structures petites échelles ($\sim 50\text{km}$) restent visibles, comme la Vallée du Rhône et le massif sableux de Brabant (Belgique). Les massifs cristallins sont caractérisés, quant à eux, par une faible absorption. Cette signature est de plus en plus marquée (augmentation du rapport Q_i/Q_m) quand les structures géologiques sont anciennes, telles que les massifs hérités de la chaîne hercynienne (Massif Armoricain, Massif Central, Massif de l'Ardenne).

A haute fréquence (24Hz), la signature de forte absorption de la plupart des bassins sédimentaires Cénozoïque à Mésozoïque a disparu. La zone Aquitaine est devenue moyennement absorbante et la vallée du Rhône n'est plus identifiable sur la carte. Deux zones de forte absorption demeurent cependant : l'une est localisée sur le bassin du Sud-Est et l'autre dans la plaine du Pô. Le reste de la France ainsi que l'ensemble de la Belgique semblent peu absorbants.

Conformément à notre hypothèse émise pour les Alpes, il semblerait que les ondes de coda soient plus sensibles aux structures plus profondes. Ainsi, j'ai superposé les plus forts séismes ($M \geq 4$) de profondeur moyenne de 10km du catalogue SiHex (Fig. 1) sur la carte d'absorption à 24Hz (Fig. 3.21b). De plus, j'ai ajouté la sismicité historique du catalogue SisFrance (463-2007) d'intensité épacentrale $I > VIII$ (échelle MSK). On remarque comme dans le cas des Alpes, que les séismes forts se localisent principalement sur des zones de faible absorption (fort Q_i/Q_m) et contournent les zones de forte absorption, comme par exemple la zone localisée entre la plaine du Pô et le bassin du Sud-Est. De plus, quelques séismes historiques (et instrumentaux) comme celui de Lambesc (1909) se situent sur la ligne de direction SW/NE (indiquée en pointillé noir sur la figure 3.21b), juxtaposant la région de forte absorption (au Sud-Est) et la zone de faible absorption (au nord-ouest). Cette ligne a déjà été observée dans le cas des Alpes et nous avons émis l'hypothèse qu'elle pourrait être la continuité Ouest de la faille périadriatique qui traverse les Alpes d'Est en Ouest, jouant ainsi le rôle de zone de suture, en profondeur, entre les plaques européenne et adriatique.

3.3.3 Conclusion

Cette section nous a permis d'observer la variabilité régionale d'atténuation en France Métropolitaine et en particulier de celle causée par le processus d'absorption. Nous avons interprété les structures d'absorption à basse fréquence et à haute fréquence de manière similaire à l'interprétation réalisée sur les Alpes. En effet, nous pensons que les cartes à 1Hz et 24Hz imagent les structures de petites et de plus grandes profondeurs crustales, respectivement.

A basse fréquence, la variabilité des structures d'absorption est majoritairement le reflet de la variabilité rocheuse : les grands bassins sédimentaires du Cénozoïque au Mésozoïque ont une signature fortement absorbante alors que les massifs cristallins sont faiblement absorbants. Ces derniers sont d'autant moins absorbants quand les roches qui les composent sont anciennes (roche Hercynienne).

A haute fréquence, nous nous sommes interrogés sur le rôle structural de la ligne SW-

3.3. VARIATION LATÉRALE DE L'ATTÉNUATION EN FRANCE MÉTROPOLITAINE

NE qui délimite les zones de forte et faible absorption au sud et au nord respectivement. Est-elle simplement la ligne de démarcation entre les grands bassins sédimentaires (bassin du Sud-Est et de la plaine du Pô) et le reste de la France ? Dans ce cas, pourquoi le bassin du Sud-Est garderait-il sa signature absorbante alors que le bassin Aquitain la perdrait ? De plus, l'épaisseur la plus importante du bassin du Sud-Est se localise dans la région de Montpellier, ce qui suggérerait une plus forte absorption sur cette zone contrairement à ce que l'on observe sur la carte à 23Hz. Les forts séismes instrumentaux ($M_L > 4$) et historiques ($I > VIII$) viennent se localiser sur cette ligne SW-NE et sa position géographique suggère qu'elle puisse prolonger la ligne périadriatique. Cependant la géologie montre que la zone du Sud-Est de la France et la plaine du Pô sont localisées sur la plaque adriatique et européenne respectivement ce qui réfute une telle hypothèse. Ces interrogations suggèrent ainsi de corrélérer de façon plus quantitative la sismicité et nos cartes d'absorption. Par exemple, en s'inspirant de la procédure de *Jim & Aki* [1988] pour établir une loi linéaire - ou pas entre l'absorption Q_i et la magnitude M . De plus, ces interrogations alimentent une fois de plus, l'intérêt de développer des noyaux de sensibilité de l'intensité de coda à des variations d'absorption en 3D pour définir la sensibilité de Q_i avec la profondeur.

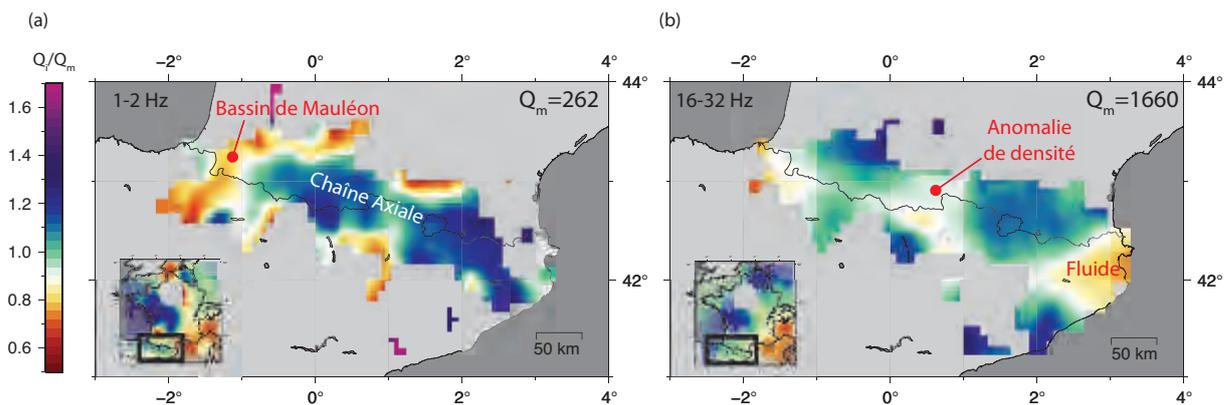


FIGURE 3.22 – Carte d'absorption pour les Pyrénées d'après *Calvet et al.* [2013] dans les bandes de fréquence (a) 1-2Hz et (b) 16-32Hz.

Une perspective de ce travail est d'aller observer à plus petite échelle la variabilité de Q_i sur chacune des régions géologiques françaises. Par exemple, *Calvet et al.* [2013] ont réalisé cet objectif pour les Pyrénées. En adoptant une taille de pixel de $0.1^\circ \times 0.1^\circ$, ils ont pu imager des structures d'absorption de l'ordre de 30km. La figure 3.22 présente leur résultat à 1Hz (Fig. 3.22a) et 24Hz (Fig. 3.22b). À basse fréquence, on s'aperçoit qu'il est alors possible de cartographier un plus petit bassin sédimentaire comme celui de Mauléon localisé à l'Est des Pyrénées et d'imager plus distinctement la chaîne axiale cristalline (Fig. 3.22a). Par ailleurs, leurs cartes de plus petite résolution permettent d'observer de plus forts changements de structures d'absorption avec la fréquence (Fig. 3.22b) comparée à notre étude. Cela suggère donc qu'en affinant notre grille, on pourra obtenir une meilleure caractérisation petite échelle des propriétés de la croûte causant les variations de Q_i , comme des contrastes de densité ou encore le contenu en fluide.

Enfin, ce travail a permis de cartographier et d'évaluer l'atténuation sismique en France, jusque là peu connue, excepté sur quelques régions où des valeurs moyennes de Q_i avaient été estimées (Fig. 1.22). La variabilité régionale de l'atténuation en France pourra certainement être intégrée aux modèles de mouvement du sol, tels que les GMPEs évoquées dans l'introduction de ce manuscrit, afin d'en améliorer les prédictions.

Chapitre 4

Tomographie préliminaire d'absorption

Sommaire

4.1	Formulation et solution du problème inverse - théorie	143
4.2	Application sur les Pyrénées	147

Dans le chapitre 2, nous avons formulé la relation entre l'observable Q_c , estimé sur l'intensité de coda et le facteur de qualité de l'absorption Q_i que l'on rappelle ici :

$$Q_c^{-1}(\omega) = - \frac{\int K^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; \mathbf{r}'; t) Q_i^{-1}(\omega, \mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{I_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0; t)t} \quad (4.1)$$

En observant que la sensibilité du noyau d'absorption K^a était concentrée sur le rai direct (chapitre 2), nous avons fait l'approximation dans le chapitre 3 que la mesure de Q_c pouvait être distribuée sur le rai entre la source et la station. Ainsi nous avons fourni une carte d'absorption pour les Alpes et pour la France au premier ordre dans différentes bandes de fréquence. On propose dans ce chapitre de prendre en compte toute la sensibilité de K^a contenue dans l'ellipse de diffusion simple. Nous allons donc discuter d'une méthodologie d'inversion pour retrouver les structures d'absorption. Les données des Pyrénées seront prises à titre d'exemple. L'intégralité de ce chapitre constitue un travail préliminaire pour aboutir à une tomographie d'absorption qui tienne compte de toute la complexité de la propagation des ondes multidiffusées.

4.1 Formulation et solution du problème inverse - théorie

Cette section va nous servir à introduire de façon générale le problème inverse et de le formaliser pour réaliser la tomographie d'absorption. Pour cela, nous allons utiliser une approche par moindres carrés et nous utiliserons la méthode de décomposition en valeurs singulières pour retrouver le modèle d'absorption à partir des mesures de Q_c .

4.1.1 Le problème inverse - généralités

La formulation du problème direct consiste à prédire l'état futur d'un système physique, connaissant son état actuel. Cette prédiction peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{d} = g(\mathbf{m}) \quad (4.2)$$

où \mathbf{d} représente le vecteur des données estimées, \mathbf{m} le vecteur décrivant les paramètres physique d'un modèle que l'on étudie et g traduit la relation par des lois physiques entre les données et le modèle. Ces relations peuvent être linéaires ou pas. A contrario, on peut envisager le problème inverse en reconstituant l'état passé du système connaissant son état actuel (Fig. 4.1).

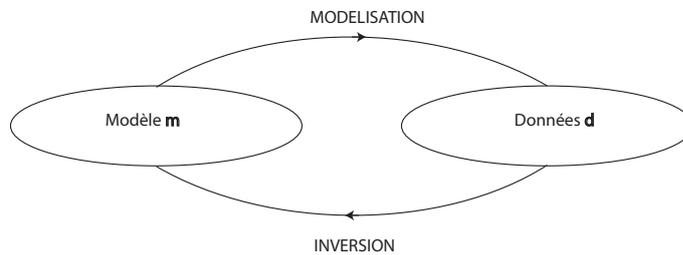


FIGURE 4.1 – Représentation classique du problème direct (modélisation) et inverse.

Bien que l'on soit capable d'améliorer l'imagerie en intégrant les noyaux de sensibilité dans l'inversion, la résolution du problème inverse en lui-même n'est pas toujours évidente. La première difficulté est la description par un modèle physique de la relation entre données et modèle. Celle-ci n'est pas toujours correcte et impose souvent quelques hypothèses. La deuxième difficulté concerne le concept de solution lui-même : si l'algorithme d'inversion arrive à converger, la solution, elle, n'est pas forcément unique. La dernière difficulté provient des erreurs que l'on injecte dans les données et leur propagation dans le modèle final. En effet, les données réelles - ou les observables dont on dispose - sont souvent contaminées par des erreurs de mesures ou des erreurs dues à la fluctuations de la mesure naturelle en elle-même. Un bel exemple est celui de la mesure de Q_c que nous avons détaillé dans le chapitre 3. Nous avons vu globalement que pour toutes les fréquences considérées, l'erreur sur la mesure était d'environ 10%. De plus, les théories que nous utilisons pour décrire un paramètre physique utilisent généralement des approximations. Toutes ces incertitudes pour l'estimation du modèle sont donc à prendre en considération dans le formalisme final. Le modèle de sortie ne décrit donc plus les données mais les décrit « au mieux ». On note ainsi le modèle estimé $\tilde{\mathbf{m}}$. On cherche donc l'ensemble des modèles qui s'approchent au mieux de \mathbf{m} , telle que la différence entre les données mesurées et les données calculées à l'aide de lois physiques soit minimale.

$$\|\mathbf{d}^{\text{obs}} - g(\tilde{\mathbf{m}})\| = \min \|\mathbf{d}^{\text{obs}} - g(\mathbf{m})\| = \min(r) \quad (4.3)$$

où r désigne le résidu entre donnée observée et donnée prédite et $\|\cdot\|$ représente une norme. Le choix de cette norme va plus ou moins influencer les données estimées. En

particulier, les points aberrants (outliers) des données d'entrée seront plus ou moins pris en considération. Les erreurs sur les paramètres du modèle estimés en seront alors plus ou moins affectées [Nolet, 1987] : les points aberrants vont fortement dominer dans la norme l_n avec $n > 2$ alors que leur influence seront moins importants dans une norme l_2 ou l_n avec $1 < n < 2$.

En sciences expérimentales, les techniques de minimisation de résidu sont généralement fondées sur une norme de type l_2 , dite méthode des moindres carrés (MC) du fait de sa simplicité à mettre en œuvre. On peut noter que l'approche des MC est optimale si les résidus sont supposés gaussiens. Nous allons adopter cette méthode standard de minimisation pour notre étude.

4.1.2 Solution des moindres carrés

Dans la suite de ce chapitre, nous allons considérer le problème inverse comme un problème discret et de taille finie. Dans notre étude et grâce à l'utilisation de la méthode perturbative, nous avons pu linéariser l'expression des données observées \mathbf{d} - qui représentent les Q_c estimés pour chaque couple source/récepteur - en fonction du modèle \mathbf{m} d'absorption (Q_i pour chaque position \mathbf{r}' du milieu) (Eq. 4.1). La formulation du problème inverse avec la théorie du transfert radiatif se réduit à un système discret :

$$\mathbf{d} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{m} \quad (4.4)$$

où chaque ligne de \mathbf{G} contient les noyaux 2D isotrope de K^a calculés pour une position de source j , de récepteur k et pour chaque position m du milieu. Les noyaux sont également normalisés par l'intensité de référence et par le temps milieu t de la fenêtre de coda prise pour calculé Q_c :

$$(Q_c^{-1})_{jk} = \sum_m -\frac{K_{jkm}^a}{(I_0)_{jkt}} (Q_i^{-1})_m = -\sum_m G_{jkm} (Q_i^{-1})_m \quad (4.5)$$

Classiquement, pour mesurer l'écart entre les données observées et prédites au sens des moindres carrés, on introduit une fonction coût χ^2 :

$$\chi^2(\mathbf{m}) = [\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}]^T \mathbf{C}_d^{-1} [\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}] \quad (4.6)$$

où l'exposant T signifie que l'on prend la transposée. On introduit ici la matrice diagonale de covariance sur les données \mathbf{C}_d qui pondère la fonction coût en lui faisant tenir compte des erreurs sur les données. Comme énoncé plus haut, nous avons vu qu'en utilisant la méthode de *Aki & Chouet* [1975], les valeurs de Q_c avaient des incertitudes de l'ordre de 10% (section 3.1) qui pourront ainsi être prises en considération en les introduisant dans la diagonale de \mathbf{C}_d . La résolution du problème inverse consiste à trouver le modèle \mathbf{m} qui minimise χ^2 .

Un des problème majeur de la résolution du problème inverse est que la solution n'est

vraisemblablement pas unique et différents modèles de Q_i sont susceptibles d'expliquer les données mesurées de Q_c . Il faut donc contraindre le système pour réduire l'espace des modèles possibles. On introduit alors des valeurs à priori $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ du modèle \mathbf{m} . La matrice qui tient compte des paramètres du modèle a priori en les pondérant et en décrivant l'indépendance entre les différents paramètres du modèle, est la matrice de covariance du modèle \mathbf{C}_m . $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ pourrait par exemple contenir les valeurs de Q_i trouvées au premier ordre en France (chapitre 3). Nous reviendrons sur ce point en section 4.2. La fonction à minimiser χ^2 (Eq. 4.6) qui tient compte de cette information a priori sur le modèle final devient alors :

$$\chi^2(\mathbf{m}) = [\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}]^T \mathbf{C}_d^{-1} [\mathbf{G}\mathbf{m} - \mathbf{d}] + [\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}]^T \mathbf{C}_m^{-1} [\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}] \quad (4.7)$$

Le premier terme exprime, dans l'espace des données, l'écart entre l'observation et la prédiction tandis que le second terme mesure dans l'espace des modèles, l'écart entre un modèle donné et un modèle de référence (a priori). Ce dernier n'est pas forcément nécessaire si l'on ne souhaite pas forcer le modèle à rester proche de $\mathbf{m}_{\text{prior}}$.

Pour trouver \mathbf{m} et donc minimiser la fonction coût de l'équation 4.7, il faut chercher quand la dérivée de χ^2 par rapport à \mathbf{m} s'annule. [Nolet, 1987] a démontré que le système linéaire à résoudre s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_d^{-1/2} \mathbf{G} \\ \mathbf{C}_m^{-1/2} \end{bmatrix} \mathbf{m} = \mathbf{A}\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d^{-1/2} \mathbf{d} \\ \mathbf{C}_m^{-1/2} \mathbf{m}_{\text{prior}} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

et le minimum de la fonction coût 4.7 est ainsi donnée par :

$$\mathbf{m} = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d^{-1/2} \mathbf{d} \\ \mathbf{C}_m^{-1/2} \mathbf{m}_{\text{prior}} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Pour pouvoir décrire la confiance que l'on a dans la solution du problème, l'analyse des incertitudes a posteriori permet d'estimer les composantes du modèle qui sont bien ou mal déterminées. Dans l'approche des moindres carrés, Tarantola [2005] démontre que l'estimation des intervalles de confiance sur les paramètres du modèle estimé et les données prédites peut être décrite par les matrices de covariance a posteriori sur le modèle :

$$\mathbf{C}'_m = [\mathbf{A}^T \mathbf{A}]^{-1} \quad (4.10)$$

et sur les données :

$$\mathbf{C}'_d = [\mathbf{G}\mathbf{C}'_m\mathbf{G}^T] \quad (4.11)$$

Les incertitudes sur le modèle final sont dues à la résolution imparfaite et à la propagation des erreurs sur les données. Notons que si l'information a priori sur le modèle a une distribution gaussienne, de même que les données, alors la covariance a posteriori a aussi une distribution gaussienne. Cependant, l'estimation des erreurs basée sur une statistique

gaussienne est souvent optimiste [Trampert, 1998].

Le problème le plus délicat pour retrouver \mathbf{m} (Eq. 4.9) est que la matrice $[\mathbf{A}^T \mathbf{A}]$ a généralement un déterminant égal à 0 causé par un système surdéterminé (les données sont souvent nombreuses par rapport au paramètre du modèle) et donc son inverse n'existe pas. Pour pouvoir inverser $[\mathbf{A}^T \mathbf{A}]$, on peut utiliser la méthode dite de décomposition en valeurs singulières (SVD), que l'on va adopter pour notre tomographie d'absorption.

4.1.3 Méthode de décomposition en valeurs singulières

La méthode de décomposition en valeurs singulières permet la factorisation de \mathbf{A} de la manière suivante :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (4.12)$$

où les vecteurs propres de $\mathbf{A} \mathbf{A}^T$ et $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ sont rangés en colonne dans les matrices orthogonales \mathbf{U} et \mathbf{V} , respectivement. \mathbf{S} est la matrice diagonale contenant la racine carré des valeurs propres de \mathbf{A} . Ses termes diagonaux S_{ii} , tous positifs ou nuls, sont les valeurs singulières de \mathbf{A} . Le rang de \mathbf{A} est égal au nombre de valeurs singulières non nulles. Pour plus de détails sur cette décomposition, le lecteur peut se référer au chapitre 14 de Nolet [2008]. Ainsi, on peut alors exprimer l'inverse de \mathbf{A} que l'on voulait comme :

$$[\mathbf{A}]^{-1} = [\mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T]^{-1} = [\mathbf{V}^T]^{-1} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U}^{-1} = \mathbf{V} \times \text{diag}(1/S_{ii}) \times \mathbf{U}^T \quad (4.13)$$

en faisant attention à remplacer pour chaque valeur singulière ii nulle, le terme $1/S_{ii}$ par 0. Cependant, tronquer le système en utilisant exclusivement les valeurs singulières non nulles peut propager des erreurs dans le modèle final. Pour éviter ce type de biais, la régularisation de Tikhonov est souvent utilisée en permettant de fixer un seuil à partir duquel les valeurs singulières sont trop petites pour pouvoir décrire le système. Le prix à payer est l'augmentation de la fonction coût mais en contrepartie, les erreurs sur les paramètres du modèle ($\mathbf{C}'_{\mathbf{m}}$) s'en trouvent significativement réduites [Nolet, 2008].

4.2 Application sur les Pyrénées

Nous allons maintenant appliquer la méthode d'inversion décrite dans la section précédente (1) sur un jeu de données synthétiques de Q_c calculé pour la configuration géographique du réseau sismologique et de la sismicité des Pyrénées afin de tester la robustesse de la méthode et (2) sur les données de Q_c réels des enregistrements pyrénéens.

4.2.1 Tests synthétiques

Pour retrouver un modèle d'absorption à l'aide de données synthétiques, deux étapes sont nécessaires : (1) calculer les noyaux de sensibilité pour un temps t dans la coda, un couple source/récepteur et pour un scattering de référence ℓ_0 ; (2) calculer les données

synthétiques Q_c à partir d'un modèle $Q_i(\mathbf{r}')$ préalablement choisi. Ces deux points sont traités dans les paragraphes suivants.

4.2.1.1 Calcul des noyaux de sensibilité

Pour calculer un noyau de sensibilité pour un couple source/station (j/k) de l'équation 4.1, deux points sont importants :

1. K^a dépend d'un modèle de scattering de référence (Eq. 2.33). Nous devons donc choisir un libre parcours moyen de transport de référence ℓ_0 adapté au milieu que l'on étudie.
2. K^a doit satisfaire la règle de somme de l'équation 2.7 qui indique que l'intégration du noyau, normalisé par I_0 , sur toutes les positions de perturbations doit nous donner le temps dans la coda t . Cependant nous avons vu que la sensibilité de K^a admettait une singularité sur la source et la station (section 2.4.4.1). Par conséquent, en discrétisant le noyau sur une grille finie, K^a est généralement inférieur à $I_0 t$. Pour palier ce problème de normalisation, nous avons fait le choix d'attribuer la sensibilité manquante sur la source et la station. On pourra cependant noter qu'elle est toujours inférieure à 1%.

Un exemple de noyau de sensibilité discrétisé sur une grille arbitraire de $0.1^\circ \times 0.1^\circ$, correspondant géographiquement à la localisation des Pyrénées, est montré sur la figure 4.2. Le noyau dépend de la position de la source (point rouge) et du récepteur (triangle rouge) et du temps dans la coda. On choisit de prendre $t = 95s$, le temps milieu de la fenêtre de coda prise pour calculer Q_c dans le chapitre 3. On remarque que pour un choix de grille relativement « lâche », on arrive à conserver les détails de la distribution spatiale de la sensibilité (chapitre 2).

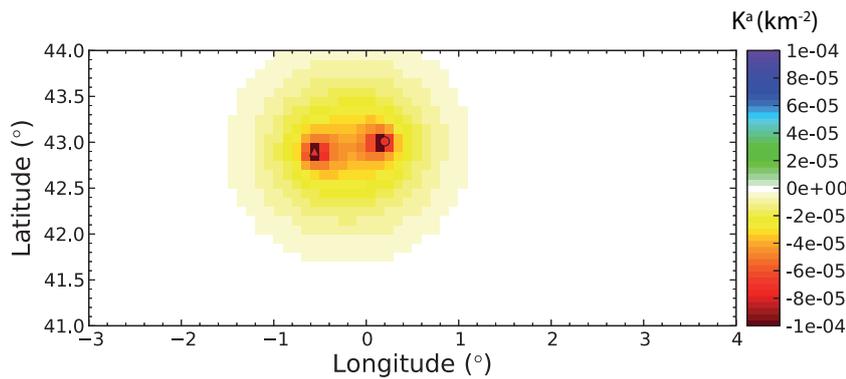


FIGURE 4.2 – Exemple de noyau d'absorption K^a pour un couple source/station (point/triangle rouge) localisé dans les Pyrénées, de distance épacentrale d'environ 100km. La grille du modèle est de $0.1^\circ \times 0.1^\circ$. Le noyau d'absorption a été calculée pour $t=95s$ et $\ell_0=150km$.

4.2.1.2 Calcul des données synthétiques Q_c

Pour calculer les données synthétiques Q_c nous avons sélectionné les couples des sources et stations des Pyrénées (Fig. 4.3a) utilisés dans le chapitre 3. On dispose ainsi d'environ

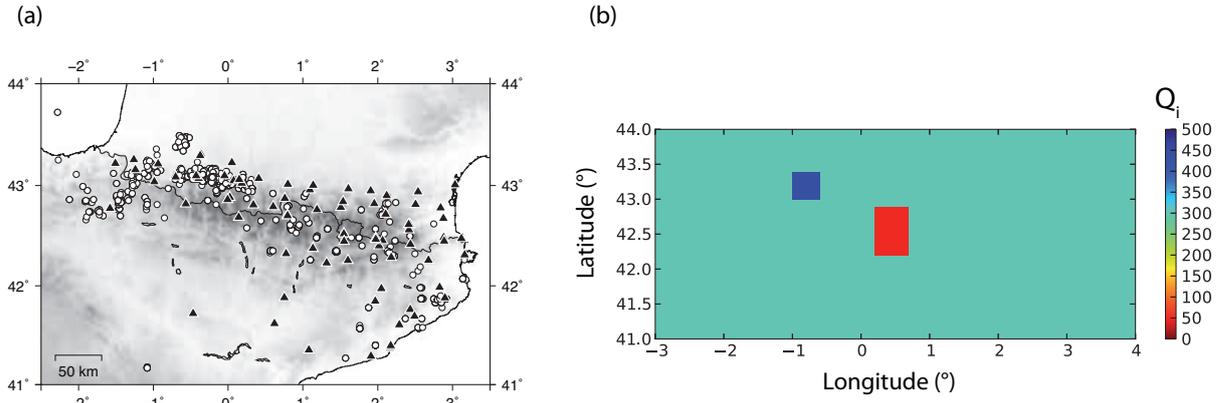


FIGURE 4.3 – (a) Carte des Pyrénées où sont indiquées les localisations des stations sismologiques (triangles noirs) et des séismes (ronds blancs) de cette étude. (b) Modèle d'absorption $Q_i^{model}(\mathbf{r}')$ que l'on s'impose dans cette étude.

150 séismes et 63 stations, ce qui nous laisse 889 trajets possibles pour des distances épacentrales comprises entre 0 et 200km. Le nombre de trajets est limité car nous avons utilisé seulement ceux où il y avait eu un enregistrement et une coda suffisamment longue pour pouvoir mesurer Q_c par la suite.

Nous nous sommes ensuite imposés un modèle de $Q_i^{model}(\mathbf{r}')$ sur l'ensemble de la chaîne (Fig. 4.3b). Ce modèle est celui qu'il faudra réussir à prédire après inversion. Nous l'avons choisi comme homogène sur l'ensemble de notre zone d'étude avec $Q_i^{model}(\mathbf{r}')=300$, excepté sur deux anomalies : l'une fortement absorbante au Centre de la chaîne et l'autre peu absorbante à l'Ouest.

Les valeurs de Q_c sont ensuite calculées de façon synthétique à partir de ce modèle selon l'équation 4.5 (Q_c^{model}). Dans cette équation, on remarque que le G_{jkm} contenant le noyau de sensibilité K^a , dépend des positions de la source j et de la station k , du temps dans la coda et de son intensité. Pour calculer K^a , nous avons pris un libre parcours moyen ℓ_0 équivalent à celui d'une croûte standard : $\ell_0=150\text{km}$. L'intensité est calculée grâce à l'équation 2.32 [Paasschens, 1997]. Le temps t dans la coda est pris à 95s.

4.2.1.3 Résultat des tests synthétiques

L'inversion par moindres carrés décrite en section 4.1 est réalisée sur les Q_c prédits (Q_c^{model}) dont les valeurs ont été bruitées de façon aléatoire à $\pm 10\%$ (bruit de distribution Gaussienne). Les matrices diagonales de covariance des données et du modèle a priori sont prises à 10% des Q_c^{model} et 50% de $Q_i^{prior}(\mathbf{r}')$, respectivement. Pour cette étude préliminaire, nous n'avons imposé aucun seuil minimal de valeurs singulières de \mathbf{A} (Eq. 4.13) en prenant seulement les valeurs non nulles. Pour observer la robustesse de l'inversion des données synthétiques Q_c , nous avons défini trois cas de configuration pour les modèles de référence de scattering et d'absorption (Q_{sc}^{prior} ou ℓ_0 et Q_i^{prior}).

Le premier cas est décrit par $Q_i^{prior} = 300$ et $\ell_0 = 150\text{km}$ (Tab. 4.1). Il correspond, par chance au modèle moyen d'absorption à retrouver et au modèle de scattering utilisé pour les données synthétiques (Fig. 4.4a). On remarque globalement, que notre schéma

	Q_i^{prior}	ℓ_0^{prior}
Cas 1	300	150km
Cas 2	200	150km
Cas 3	300	100km

TABLE 4.1 – Tableau résumant les valeurs choisies pour les modèles de référence d'absorption et de scattering pour trois cas de configuration, afin de réaliser l'inversion sur les données synthétiques Q_c .

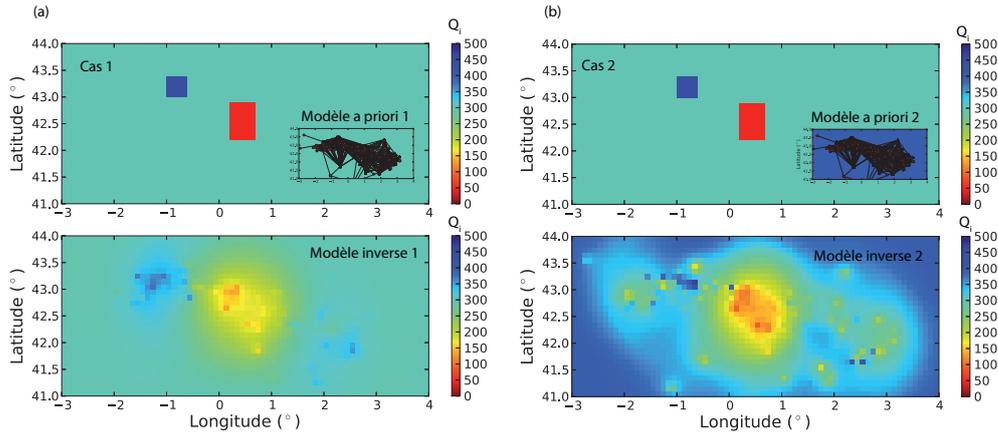


FIGURE 4.4 – (Configuration du milieu $Q_i^{model}(\mathbf{r})$ (haut) et résultat de l'inversion ($Q_i(\mathbf{r})$, bas) sur le jeu de données Q_c^{model} prédit selon l'équation 4.5 au temps $t=95s$, pour $\ell_0=150km$. Le modèle de référence pour l'inversion est choisi comme homogène avec (a) $Q_i^{prior}(\mathbf{r})=200$ et (b) $Q_i^{prior}(\mathbf{r})=150$. La discrétisation de la grille est de $0.1^\circ \times 0.1^\circ$.

d'inversion permet de retrouver les grandes structures d'absorption du modèle $Q_i^{model}(\mathbf{r})$ (en haut). Cependant, les contours des anomalies ne sont pas bien démarqués du reste de milieu, d'autant plus quand la valeur de Q_i de l'anomalie est proche du milieu environnant. Quelques raisons peuvent en être la cause : (1) certaines valeurs singulières de \mathbf{A} peuvent propager des erreurs dans le modèle final, une régularisation type Tikhonov peut alors être envisagée ; (2) la covariance du modèle est laissée relativement libre ce qui ne contraint pas au mieux les données. Des tests faisant varier \mathbf{C}_m devraient permettre d'éclaircir ce point ; (3) on remarque que, comme attendu, la couverture spatiale des rais joue un rôle majeur pour la délimitation des structures : à l'Ouest, la couverture est moins étendue et la résolution de l'inversion moins bonne (quelques paramètres du modèle sont aberrants).

Le second cas va nous permettre d'observer l'influence du modèle a priori d'absorption (Tab. 4.1). ℓ_0 est donc le même que celui utilisé pour estimer les données synthétiques ($\ell_0 = 150km$) et Q_i^{prior} varie de 30% par rapport au modèle moyen à retrouver (Fig. 4.3b). Comme attendu, le résultat d'inversion montre des structures d'absorption moins bien délimitées que dans le cas précédent illustré en figure 4.4a. Une série de tests qui estime l'écart au modèle a priori pour l'inversion est envisagée dans la suite de cette étude, pour savoir à quel point peut-on faire varier le modèle a priori et retrouver le contour des structures. Dans cet exemple, l'amplitude des anomalies reste cependant bien déterminée. Une observation intéressante qui peut aussi être relevée est le fait qu'en tenant compte de

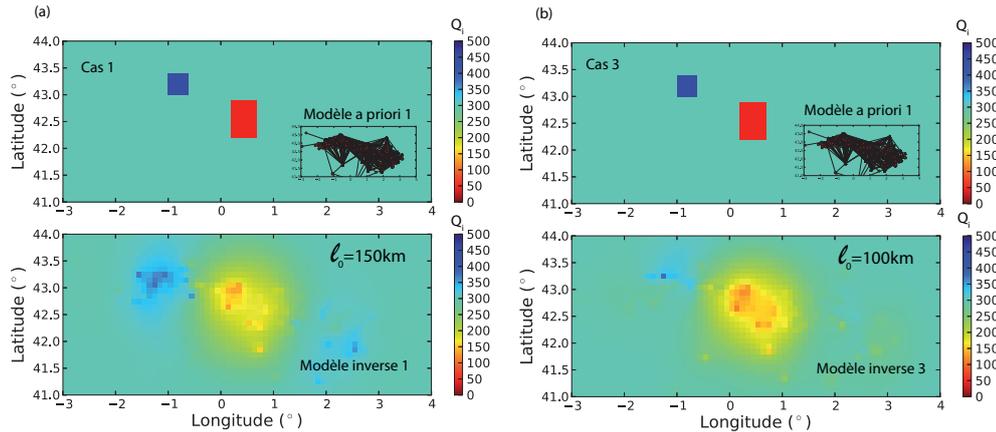


FIGURE 4.5 – Modèles d’absorption issus d’un même jeu de données Q_c estimé pour $\ell_0=150\text{km}$ et des inversions calculées pour (a) $\ell_0=150\text{km}$ (exemple de la figure 4.4) et (b) $\ell_0=100\text{km}$.

la sensibilité sur toute l’ellipse de diffusion simple, on arrive à retrouver le milieu moyen du milieu que l’on souhaite imager : la zone où la couverture spatiale était bonne montre les valeurs de Q_i^{model} . Ces premiers résultats sont donc encourageants pour réaliser une tomographie d’absorption qui tient compte de toute la complexité de la propagation des ondes de coda.

Le troisième test permet de regarder l’influence du modèle de référence de scattering (Tab. 4.1). Cette fois-ci Q_i^{prior} est fixé à 300 comme le modèle moyen pyrénéen synthétique (Fig. 4.3b) et ℓ_0 varie de 30% ($\ell_0 = 100\text{km}$) par rapport à celui utilisé pour calculer les données synthétiques. En effet, nous avons vu ci-dessus que pour calculer K^a , il était nécessaire de pouvoir choisir un ℓ_0 adapté au milieu que l’on étudie. Par exemple, il a été montré que le libre parcours moyen sur des terrains volcaniques était plus petit que celui d’une croûte moyenne (chapitre 1). Dans les Pyrénées, nous avons vu en section 1.3.2 (Fig. 1.22) que ℓ pouvait varier d’un ordre de grandeur entre l’Ouest et l’Est [*Sens-Schönfelder et al.*, 2009]. Quel est alors l’impact du choix du ℓ_0 sur l’inversion ? Sur la figure 4.5b, on remarque que le choix du ℓ_0 peut varier de plus de 30% sans pour autant affecter énormément le modèle final. Ce résultat est encourageant pour l’implémentation de l’inversion avec les données réelles, puisqu’il sous-entend qu’on pourra utiliser un ℓ_0 moyen sur une région donnée.

De nombreux tests doivent encore être réalisés sur les paramètres contrôlant l’inversion comme par exemple l’influence de \mathbf{C}_m , le seuil de valeurs singulières à adopter ou encore connaître la taille des anomalies que l’on peut imager à l’aide des checkerboard (ou test du damier), couramment utilisés en imagerie. Cependant, il nous semblait intéressant d’avoir malgré tout un bref aperçu de l’imagerie résultante de l’inversion sur les données réelles de Q_c , mesurées dans le chapitre 3 pour la France.

4.2.2 Inversion sur les données des Pyrénées

Nous allons dans ce paragraphe tester le schéma d’inversion de la section 4.1 sur les données des Pyrénées. Pour cela, j’ai utilisé les 889 enregistrements des couples source/station

montrés dans la figure 4.3. J'ai collecté les Q_c du chapitre 3 pour la fenêtre de coda démar- rant à $t_w=70$ s et d'une durée de $L_w=50$ s. Le temps t des noyaux K^a pour l'inversion sera donc égal au temps milieu de la fenêtre de coda soit $t=95$ s. Comme énuméré en section 4.2.1.1, les noyaux d'absorption dépendent d'un modèle de scattering de référence. Pour cela nous allons utilisé une méthode développée par *Fehler* et al. [1992].

4.2.2.1 Modèle de référence de scattering et modèle a priori d'absorption

Nous avons vu que le poids relatif du scattering et de l'absorption variait en fonction du temps dans la coda (chapitre 1, Fig. 1.16) : à temps court, le poids de Q_i et Q_{sc} est le même, tandis qu'à temps long, Q_i l'emporte sur Q_{sc} . La méthode Multiple Lapse Time Window Analysis [*Fehler* et al., 1992] exploite cette propriété de la coda sismique en utilisant différente position de fenêtre de temps dans le sismogramme. Trois fenêtres de 15s sont généralement considérées et adoptées dans cette étude : l'une est localisée sur l'onde S, tandis que les deux suivantes sont dans la coda. Pour bien comprendre, considérons par exemple une station isolée autour de laquelle plusieurs séismes se produisent à des distances différentes. Si le scattering est faible sur la région où est localisée la station, la plupart de l'énergie sera concentrée dans la première fenêtre (E_1). D'un autre point de vue, on verra l'énergie de E_1 décroître avec la distance épacentrale Δ (plus d'énergie pour les petites Δ). En revanche si le scattering est plus fort, plus d'énergie sera accumulée dans la deuxième E_2 et troisième fenêtre E_3 aux dépens de la première fenêtre. E_2 et E_3 auront ainsi tendance à augmenter avec Δ . Le poids de l'absorption sur le scattering est plus important à temps long : si l'absorption est forte, elle aura donc tendance à faire diminuer E_2 et E_3 avec Δ . On s'aperçoit alors que l'étude du logarithme de l'énergie pour chaque fenêtre de temps en fonction de la distance épacentrale, offre une méthode idéale pour quantifier de manière régionale l'absorption et le scattering séparément.

Nous allons maintenant appliquer cette méthode sur chaque station des Pyrénées en suivant la procédure décrite par *Carcolé & Sato* [2010]. Ainsi, nous obtiendrons pour chaque station pyrénéenne de la figure 4.3, une valeur moyenne de ℓ et ℓ_a qui nous servirons pour définir un modèle de référence de scattering moyen pour le calcul de $K^a(\ell_0)$ et un modèle moyen d'absorption a priori $Q_i^{prior}(\mathbf{r}')$ sur l'ensemble de la chaîne des Pyrénées.

Nous disposons de vélocigrammes dont les pointés d'onde S ont été réalisés par un opérateur de l'Observatoire Midi Pyrénées. La base de données est ainsi composée d'environ un millier de formes d'ondes de séismes de magnitude supérieure à 3 et de distance épacentrale comprise entre 0-200km. L'énergie est calculée comme la somme des trois composantes au carré. Avant de filtrer les données sur la fréquence moyenne de 1Hz, on assigne la valeur 0 pour des temps plus petits que l'arrivée de l'onde S (t_S), pour s'assurer qu'il n'y ait pas trop de contribution d'énergie de l'onde P dans la première fenêtre de temps. Cette dernière débute 1 seconde avant t_S pour bien tenir compte de toute l'énergie rayonnée par l'onde S [*Hoshiya*, 1993]. On considère trois fenêtres de temps indépendantes de 15s au total. Dans chaque fenêtre, l'énergie est intégrée et appelée $U_{i,j}$ où i désigne le séisme à une distance Δ et $j=1,2,3$ indique le numéro de la fenêtre. Pour éliminer les effets de source et

de site, nous appliquons la méthode de normalisation de coda (section 1.1.2.3) grâce à une quatrième fenêtre de 10s localisée à 45s après t_S dont l'énergie intégrée est appelée $U_{i,4}$. Pour chaque fenêtre, on considère ensuite le logarithme de U_{ij} et on corrige chaque U_{ij} d'un facteur estimant l'expansion géométrique égal à $4\pi\Delta_i^2$. On minimise ensuite l'écart entre les estimations U_{ij} et l'énergie intégrée prédite dans chaque fenêtre de temps P_{ij} par l'équation de *Paasschens* [1997] (Eq. 1.16). Notons que le facteur de normalisation $P_{i,4}$, défini comme l'énergie intégrée de l'enveloppe synthétique dans la fenêtre 4, est aussi corrigée de l'expansion géométrique. La fonction coût de cette minimisation s'écrit donc comme :

$$\chi^2(\ell, \ell_a) = \sum_i \sum_j \left[\log \left(\frac{U_{ij} P_{i,4}(\ell, \ell_a)}{P_{ij}(\ell, \ell_a) U_{i,4}} \right) \right]^2 \quad (4.14)$$

L'équation de *Paasschens* [1997] qui prédit les enveloppes synthétiques dépend de ℓ et ℓ_a mais aussi de la vitesse des ondes-S (v_S). Pour évaluer v_S sur chaque station (là où la procédure va être appliquée), j'ai moyenné les vitesses de propagation des ondes S pour les K séismes entourant la station ($v_S^{station} = \sum_{k=1}^N (\Delta_k / t_{S_k})$).

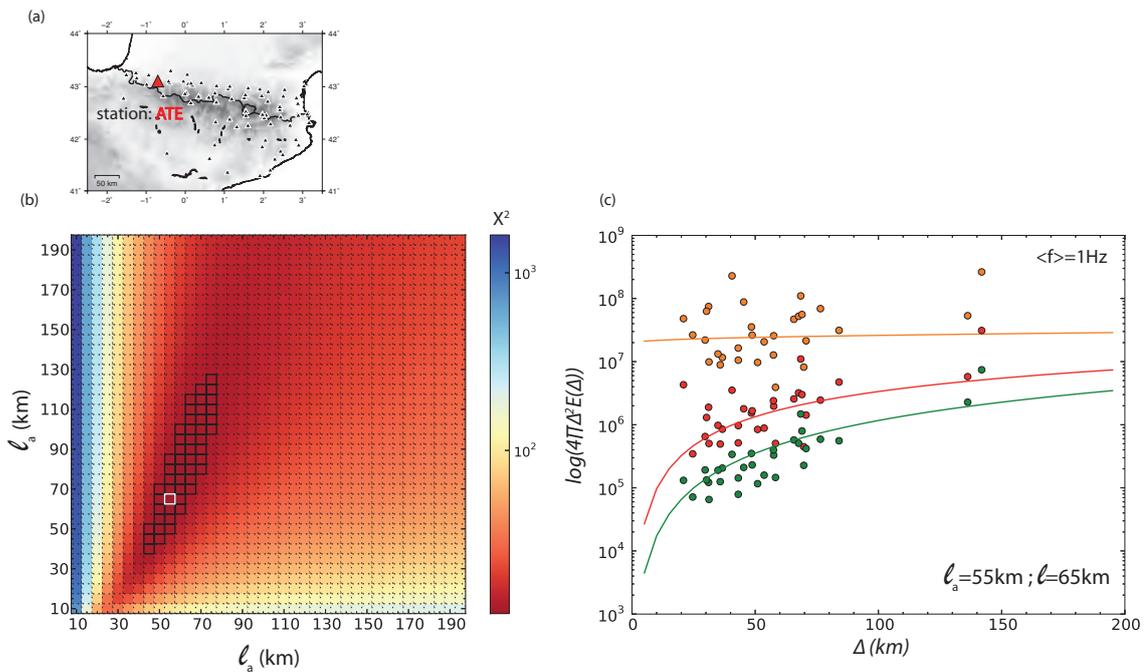


FIGURE 4.6 – (a) Localisation de la station ATE (triangle rouge) sur le réseau sismologique pyrénéen (triangles noirs). (b) Grid-search de sortie pour la station ATE avec ℓ et ℓ_a variant de 0 à 200km par pas de 5km. Le carré blanc indique la valeur minimale de la fonction coût 4.14 et les carrés noirs représentent les valeurs de χ^2 à 10% du minimum. (c) Exemple d'analyse MLTWA. Les énergies intégrées des données U_{ij} (points) sont décrits au mieux par les énergies intégrées des enveloppes synthétiques P_{ij} (lignes continues) dans les trois fenêtres de temps (orange, rouge et verte) en choisissant $\ell = 55$ km et $\ell_a = 65$ km.

La minimisation de l'équation 4.14 est réalisée par une méthode de grid-search en testant un large choix de couple ℓ, ℓ_a compris entre 10km et 400km, en supposant que ce sont les bornes raisonnables à 1Hz. Le résultat de l'analyse par grid search est montré pour la station ATE (Fig. 4.6a) dans la figure 4.6b. La position du minimum de la

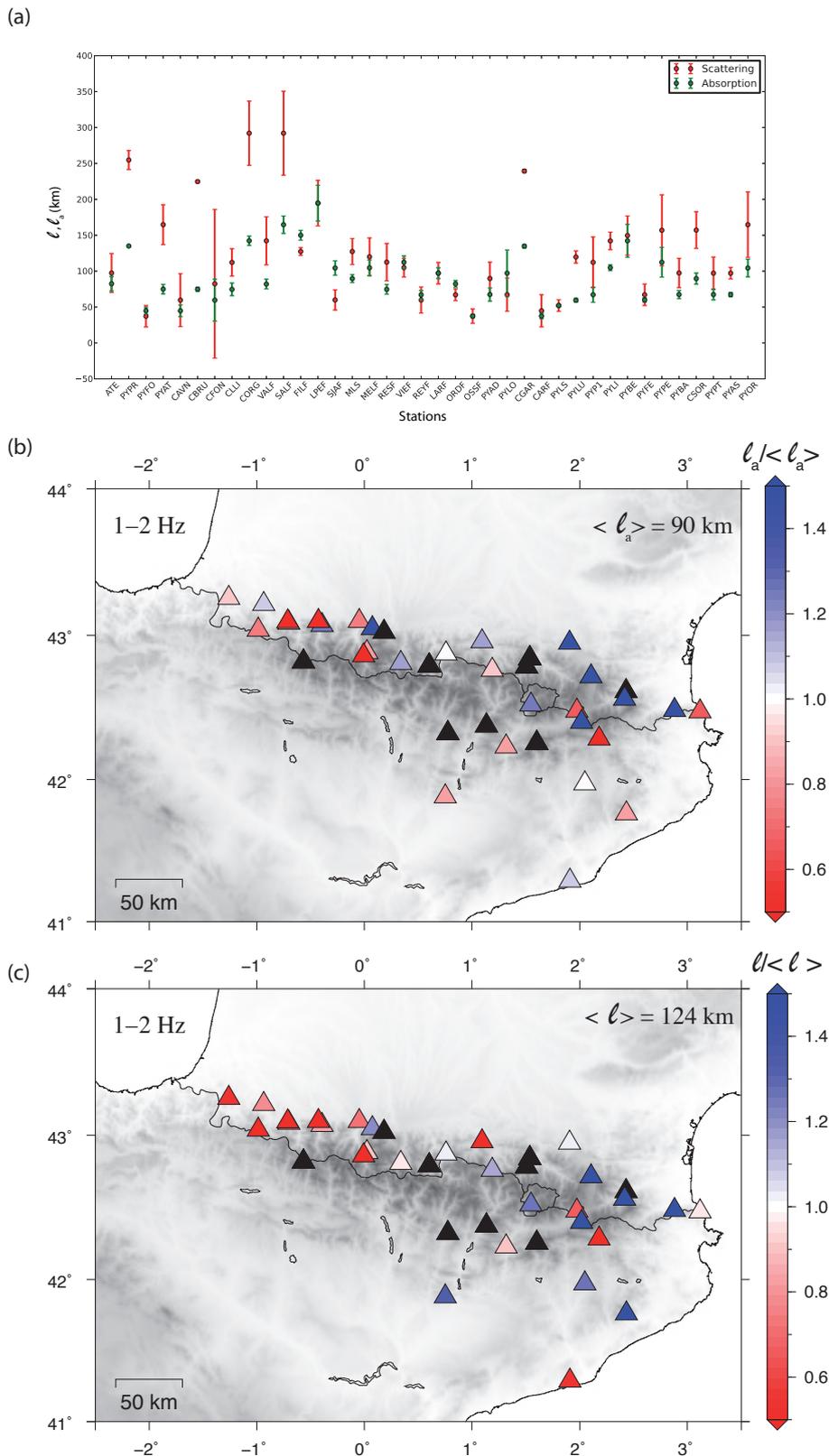


FIGURE 4.7 – (a) Estimations de l (points rouges) et l_a (points verts) ainsi que de leurs incertitudes par grid-search pour toutes les stations du réseau sismologique pyrénéen à 1Hz. (b) Valeurs de l et (c) l_a reportées sur chaque stations (échelle colorée) par rapport à leur moyenne respective ($\langle . \rangle$) indiquée sur chaque carte. Les stations noires sont celles pour lesquelles la méthode MLTWA n'a pas pu être effectuée à cause d'un manque d'enregistrement (< 5).

fonction coût 4.14 ainsi que les valeurs à 10% du minimum sont indiquées par un carré blanc et des carrés noirs, respectivement. Les valeurs à 10% de χ^2 permettent ainsi l'estimation des barres d'erreur sur les valeurs de ℓ et ℓ_a . L'analyse MLTWA pour la station ATE résultante du grid-search est montrée dans la figure 4.6c. On remarque la dispersion des points de mesure U_{i1} de la première fenêtre contenant l'onde S (point orange), qui contrairement à la coda sismique, est sensible à la radiation de la source (chapitre 1). La méthode permet globalement d'avoir une bonne estimation sur l'ensemble des stations contenant au moins cinq enregistrements sur des distances épacentrales comprises entre 0 et 100km. Le résultat des couples ℓ, ℓ_a estimés ainsi que leurs barres d'erreur pour toutes les stations du réseau pyrénéen est présenté dans la figure 4.7a. On en conclut ainsi que dans les Pyrénées à 1Hz, la valeur moyenne du libre parcours moyen d'absorption est de 90km tandis que le libre parcours moyen est de 124km. Avec cette analyse, on s'aperçoit que les valeurs des couples ℓ, ℓ_a pour chaque station ne s'écarte pas plus de 50% autour de la moyenne régionale. Comme discuté ci-dessus (Fig. 4.5), le choix du ℓ_0 aura certainement peu d'impact sur l'imagerie finale. Les figures 4.7b et 4.7c présentent géographiquement les estimations de ℓ_a et ℓ sur les Pyrénées. Nos résultats sont relativement en accord avec ceux de *Sens-Schönfelder et al.* [2009] (Fig. 1.22) ou encore *Calvet et al.* [2013] : à basse fréquence, on retrouve l'anomalie de fort scattering à l'Ouest de la chaîne pyrénéenne, interprétée comme étant à l'origine du blocage des phases crustales L_g .

L'implémentation de la méthode MLTWA nous permet ainsi pour chaque bande de fréquence, d'estimer de manière régionale ℓ et ℓ_a pour chaque localisation de station. À 1Hz, nous venons de voir que ℓ est égal à 124km en moyenne et ℓ_a vaut 90km. Bien qu'il existe une variabilité des propriétés d'absorption et de scattering comme le présentent les cartes 4.7b et 4.7c, nous choisissons de prendre dans un premier temps, un modèle de référence de scattering homogène $\ell_0=124\text{km}$ et un modèle moyen d'absorption $Q_i = 240$ comme a priori.

4.2.2.2 Tomographie préliminaire d'absorption sur les Pyrénées

Les données de Q_c estimées pour la France à 1Hz (Fig. 3.21a) sont prises comme données d'entrée pour l'inversion. Pour cette première tomographie d'absorption qui tient compte de toute la complexité de la propagation des ondes de coda, nous choisissons, comme pour le cas synthétique, de ne fixer ni de seuil sur les valeurs singulières de \mathbf{A} (Eq. 4.13), ni de contraindre le modèle a priori : les valeurs diagonales de \mathbf{C}_m sont égales à 50% de $Q_i^{prior}(\mathbf{r})$. Les données de Q_c ont été préalablement sélectionnées selon plusieurs critères (chapitre 3) comme par exemple, un coefficient de corrélation de la régression linéaire sur l'enveloppe de coda égal à 0.7. Ainsi, nous sommes confiants sur les mesures et nous choisissons des valeurs diagonales de \mathbf{C}_d à 10% des Q_c estimés.

La figure 4.8 présente le résultat d'inversion sur une grille discrétisée en pixel de taille $0.1^\circ \times 0.1^\circ$ (Fig. 4.8a) ainsi que le nombre de fois par pixel où la sensibilité était différente de 0 (Fig. 4.8b). On remarque que la couverture spatiale sur l'ensemble de la chaîne pyrénéenne est supérieure à 200 points par pixel ce qui contraint relativement bien le

modèle final. La carte d'absorption résultante de l'inversion (Fig. 4.8a) est très bruitée puisqu'aucun lissage n'a été introduit dans l'inversion. De plus le modèle a priori ne tient pas compte de la variabilité spatiale moyenne de l'absorption vue en figure 4.7b. Cependant, quatre structures de forte absorption ($Q_i \sim 150$) semblent apparaître : la première est située à l'Ouest des Pyrénées et forme un « couloir » en traversant la frontière franco-espagnole, la seconde est localisée au Centre du Massif (longitude 1°), la troisième se trouve à l'Est au niveau de la Catalogne et la dernière est au Sud de la zone d'étude, qui correspond géographiquement au bassin de l'Ebro. Hormis ces quatre régions également identifiées dans l'étude de [Calvet et al., 2013], le reste de la chaîne pyrénéenne semble être caractérisée comme faiblement absorbant.

De nombreuses analyses doivent encore être effectuées sur le processus d'inversion pour pouvoir mener à bien, cette tomographie d'absorption. Néanmoins, ces résultats sont encourageants et laissent des perspectives de travail qui vont être discutées dans une dernière section.

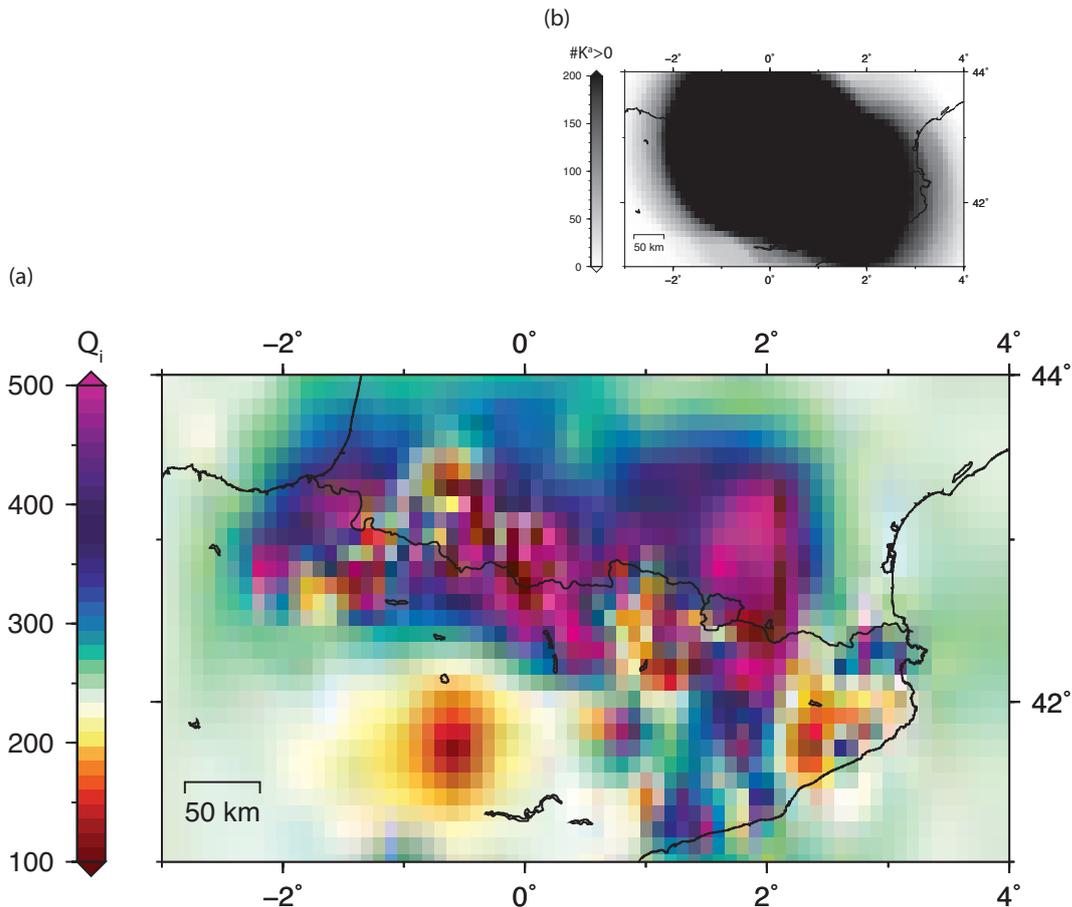


FIGURE 4.8 – (a) Tomographie d'absorption des Pyrénées à 1Hz tenant compte de toute la complexité de la propagation des ondes multi-diffusées de coda sismique. Les régions blanches correspondent au modèle moyen d'absorption estimé par la méthode MLTWA et pris comme a priori. Les zones rouges (bleues) sont fortement (faiblement) absorbantes. (b) Nombre de fois où la sensibilité K^a est non nulle par pixel de $0.1^\circ \times 0.1^\circ$

Conclusion générale et perspectives

Sommaire

Noyaux de sensibilité 2D d'absorption et de scattering	157
Structures d'absorption en France Métropolitaine	158
Vers une tomographie d'absorption et de scattering	159
Implication pour la caractérisation de l'aléa sismique et la prédiction du mouvement du sol	160

Je propose de revenir sur chacun des trois derniers chapitres en exposant leurs conclusions principales et en détaillant quelques points de perspectives pour chacun d'eux. Dans un dernier paragraphe, je présenterai l'implication de ce travail pour la caractérisation de l'aléa sismique et des mouvements du sol en France Métropolitaine.

Noyaux de sensibilité 2D d'absorption et de scattering

Nous avons utilisé une approche perturbative pour développer une théorie générale traduisant l'impact de variation des propriétés de propagation (absorption et scattering) dans un milieu, sur l'intensité des ondes-multidiffusées de la coda sismique enregistrée à la station sismologique. Cette formule est décrite par des intégrales spatiales sur chacune des perturbations d'absorption et de scattering, pondérées par des noyaux de sensibilité, qui eux-mêmes dépendent du type de perturbation. Les deux noyaux de sensibilité prennent la forme d'une convolution temporelle de deux intensités : l'une modélisant la propagation de la source vers la perturbation et l'autre de la perturbation vers le récepteur. Dans cette étude, nous avons choisi de décrire le transport de l'intensité sismique par l'équation de transfert radiatif qui permet de tenir compte de toute la complexité du transport des ondes de coda : du régime de diffusion simple jusqu'au régime de diffusion, ces deux régimes extrêmes ayant été utilisés pour modéliser la coda dans l'article pionnier de *Aki & Chouet* [1975]. Physiquement, le noyau d'absorption traduit la sensibilité de tous les trajets possibles passant au travers d'une anomalie d'absorption, comme introduit par *Pacheco & Snieder* [2005] dans le cas d'une description du transport par diffusion. Le noyau de scattering, quant à lui, prend aussi en compte la sensibilité des nouveaux trajets induits par l'anomalie de scattering. Notre théorie est générale et nous l'avons appliquée au cas d'un milieu 2D, pour du scattering isotrope et des ondes scalaires. Dans ce cas, nous disposons

d'une solution analytique de l'ETR développée par [Paasschens, 1997]. Dans le cas du noyau d'absorption, la sensibilité est maximale sur le rai direct entre la source et le récepteur. Nous avons montré qu'une perturbation locale d'absorption affecte principalement la décroissance d'intensité dans la coda. Le noyau de scattering possède, quant à lui, une distribution spatiale de sa sensibilité plus complexe avec une zone négative connectant la source et la station et une zone positive autour, remplissant l'ellipse de diffusion simple. Nous avons montré qu'une perturbation de scattering aura plutôt tendance à affecter la forme de l'enveloppe de coda à temps court (proche de l'onde S). Notre groupe de travail s'est ensuite penché sur les changements de la distribution spatiale des noyaux de sensibilité quand le milieu 2D possède des diffuseurs anisotropes [Margerin et al., 2016]. Nous avons montré que l'anisotropie du scattering avait tendance à concentrer la sensibilité à l'absorption sur la source et le récepteur. Dans le cas du noyau de scattering, l'anisotropie pousse la sensibilité sur l'ellipse de diffusion simple.

La théorie générale développée dans cette thèse a pour but principale de cartographier les anomalies d'absorption et de scattering de la croûte. Une suite logique de ce travail serait l'implémentation des noyaux 3D pour prendre en compte la sensibilité de l'intensité de coda avec la profondeur. Une autre étape importante doit être réalisée : il s'agit de tester la limite de validité de notre théorie perturbative ou en d'autre terme jusqu'à quel point peut-on faire varier le milieu de référence ? Cette question pourra être résolue en simulant par méthode Monte Carlo la solution de l'équation de transfert radiatif dans un milieu latéralement absorbant et diffusant et ensuite, de comparer ces simulations à notre théorie.

Enfin, nous avons vu que le noyau de sensibilité développé pour l'absorption peut quantifier de manière plus générale le temps de résidence des ondes dans un volume présentant une anomalie de vitesse. La théorie développée dans cette thèse pourra donc être utilisée à des fins d'imagerie pour cartographier les changements de vitesse de propagation de la croûte à partir de mesure de délai dans la coda (mesure de déphasage de forme d'onde) [e.g. Obermann et al., 2013b].

Structures d'absorption en France Métropolitaine

En combinant le fait qu'une perturbation d'absorption a globalement tendance à affecter la décroissance d'intensité (ou d'énergie) dans la coda et que la sensibilité de l'intensité de coda aux perturbations de scattering était négligeable à temps long dans la coda - après quelques deux temps libres moyens - (chapitre 2) , nous avons établi une relation directe entre le facteur de qualité de la coda Q_c - qui quantifie la vitesse de décroissance énergétique de la coda mesuré sur les enregistrements - et le facteur de qualité de l'absorption Q_i . Q_c^{-1} peut alors s'exprimer comme une intégrale spatiale de Q_i^{-1} normalisée par le temps t dans la coda et l'intensité initiale, et pondérée par le noyau d'absorption. En observant que le noyau d'absorption 2D avait globalement sa sensibilité concentrée sur le rai reliant la source à la station (chapitre 2), nous avons fait l'approximation dans un

premier temps que la sensibilité de coda était uniquement localisée sur ce trajet direct. Cette approximation nous a amené à cartographier les variations latérales d'absorption en fonction de la fréquence (1-32Hz). Notre région d'étude s'est focalisée sur les Alpes puis sur la France Métropolitaine. Pour ces deux zones, nous avons discuté de la dépendance fréquentielle des structures d'absorption. À basse fréquence, la carte d'absorption semble révéler principalement les grandes structures géologiques de « surface ». Les grands bassins sédimentaires de remplissage Cénozoïque à Mésozoïque (e.g : Plaine du Pô, Bassin du Sud-Est de la France, bassin Aquitain, Vallée du Rhône) sont les régions les plus absorbantes alors que les grands orogènes (e.g : Alpes, Pyrénées, Massif Armoricain, Dinarides) apparaissent comme les moins atténuantes. À haute fréquence, seuls les bassins profonds comme la plaine du Pô ou le bassin du Sud-Est de la France semblent garder leur signature absorbante. Nous avons aussi remarqué que les plus forts séismes instrumentaux ($M_L > 4$) et historiques ($I > VIII$) se situaient en bordure de structures fortement absorbantes ou sur les zones peu absorbantes. Nous nous sommes alors interrogés sur l'origine de ces structures visibles à haute fréquence et avons émis l'hypothèse que les ondes de coda pouvaient être plus sensibles aux structures géologiques plus profondes ($\sim 10km$) car elles sont plus riches en onde de volume à haute fréquence. Le développement théorique des noyaux de sensibilité 3D élastique comme énoncé plus haut devrait certainement nous éclairer sur ce point.

Grâce au travail de *Calvet et al.* [2013] dans les Pyrénées, nous avons vu que la taille de discrétisation de la grille avait un impact majeur sur la résolution des structures d'absorption. Dans notre étude, nous avons fait le choix d'une grille de même taille pour l'ensemble de la France. Cette taille de $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ a été choisie de manière à pouvoir couvrir le territoire même là où la sismicité est peu dense. Une des perspectives de l'étude pour accéder à toute la finesse des structures d'absorption serait de pouvoir adapter la taille de la grille avec la densité de séisme. Du moins, on pourrait dans un premier temps régionaliser et affiner nos cartes d'absorption sur les grandes structures géologiques françaises comme le massif Armoricain, le Massif Central ou encore, puisque nous possédons de nombreuses données, sur l'ensemble de la Belgique.

Vers une tomographie d'absorption et de scattering

En dernière partie de cette thèse, nous avons pris en compte toute la sensibilité des ondes multi-diffusées de coda lorsqu'elles rencontrent une anomalie d'absorption. Nous avons alors proposé une méthodologie d'inversion pour réaliser, cette fois-ci, une tomographie d'absorption qui tient compte de ces trajets complexes de diffusion. La méthode d'imagerie est fondée sur une minimisation par moindres carrés et nous avons utilisé la méthode de décomposition en valeurs singulières pour réaliser l'inversion. Pour tester notre méthode, nous avons utilisé un jeu de données pyrénéens. Les tests synthétiques ont montré que le modèle de scattering de référence ℓ_0 intervenant dans les noyaux de sensibilité n'avait pas un fort impact sur l'imagerie. Ces résultats sont préliminaires et de nombreux tests doivent encore être effectués. Par exemple, il faut pouvoir estimer jusqu'à

quel point peut-on faire varier ℓ_0 tout en conservant l'image des structures ou encore tester l'information a priori sur le modèle via la matrice de corrélation du modèle a priori. Par curiosité, nous avons ensuite appliqué notre méthode d'inversion sur les données réelles à basse fréquence ($1 - 2Hz$) des Pyrénées. La cartographie d'absorption brute montre quelques grandes tendances de structures d'absorption et semble prometteuse pour la suite.

Dans ce travail, plusieurs pistes de travail sont à envisager. La première concerne la méthodologie en elle-même. Il faut pouvoir quantifier l'impact d'une mauvaise connaissance du modèle de scattering de référence et celui du modèle a priori d'absorption via les données d'entrée de la matrice de corrélation du modèle. La seconde découle de l'application sur les données réelles. Nous avons besoin de faire des tests comme celui du damier pour appréhender la résolution spatiale de notre inversion. Ensuite, nous pourrions obtenir la carte finale d'absorption moyennant certainement une étape de lissage. La troisième piste de travail est celle de la tomographie de scattering. Dans cette thèse, nous nous sommes principalement concentrés sur l'absorption pour l'imagerie. Cependant les noyaux de sensibilité de l'intensité de coda aux variations de scattering ont également été développés (chapitre 2). Pour pouvoir cartographier le scattering, nous avons vu qu'il impactait principalement l'amplitude de la coda à temps court (proche de l'onde S). Nous envisageons alors la stratégie méthodologique suivante : (1) définir le modèle a priori de scattering comme le modèle de référence de scattering choisi pour cette étude (technique MLTWA) ; (2) pour chaque couple source/station, nous devons corriger l'amplitude de la coda sismique des effets d'absorption Q_i , obtenue via la tomographie d'absorption (chapitre 4) ; (3) mesurer pour le couple source/station considéré, l'écart d'intensité dans la coda à temps court entre l'intensité de référence [Paasschens, 1997] et celle de la donnée corrigée ; (4) implémenter l'inversion avec les noyaux de scattering, de façon similaire à celle développée dans cette étude pour l'absorption.

Implication pour la caractérisation de l'aléa sismique et la prédiction du mouvement du sol

Les cartes d'atténuation ℓ_0 comme celles présentées dans cette étude pour les Alpes et la France, ont des applications directes pour définir plus précisément l'aléa sismique. Deux méthodes existent en matière de définition de l'aléa sismique. La première est probabiliste et elle est couramment utilisée dans de nombreux pays, comme en France (<http://www.planseisme.fr>) et même à l'échelle de l'Europe grâce au programme de recherche SHARE (<http://www.share-project.org>). La seconde est déterministe et elle est couramment préconisée, par exemple, par la réglementation dans le nucléaire. Dans les deux méthodes, il est nécessaire de pouvoir prédire les mouvements du sol sur une région donnée et pour cela, elles ont généralement recours au Ground Motion Prediction Equation (GMPE) brièvement discutée en introduction de ce manuscrit. Or nous avons

vu que ces équations empiriques ne prennent pas en compte la variabilité petite échelle ($\sim 100\text{km}$) de l'atténuation qui pourtant existe, comme le montre cette étude. L'introduction dans les GMPE d'une telle information 2D petite échelle sur l'atténuation pourrait certainement améliorer les prédictions. Jusqu'à présent, la variabilité régionale du mouvement du sol en France pouvait être prise en compte en distinguant les Alpes, des Pyrénées, du Fossé Rhénan. Ce découpage est fait a priori sur la base d'arguments géologiques grande échelle. Une carte 2D comme celle construite dans cette étude devrait amener à reconsidérer ce découpage. Ce dernier peut avoir plusieurs conséquences : (i) il peut aider à mieux sélectionner la GMPE pour chaque région d'étude puisque les GMPEs sont dérivées dans différentes régions du monde au contexte tectonique différent de celui de la France et surtout, en adoptant différents a priori sur l'atténuation régionale [e.g *Ambraseys et al., 2005; Akkar & Bommer, 2010; Boore et al., 2014*]; (ii) il peut permettre de prendre en considération de meilleurs paramètres régionaux d'atténuation pour l'implémentation de modèles stochastiques de simulation de mouvements du sol [e.g : *Drouet et al., 2011; Dujardin et al., 2015*].

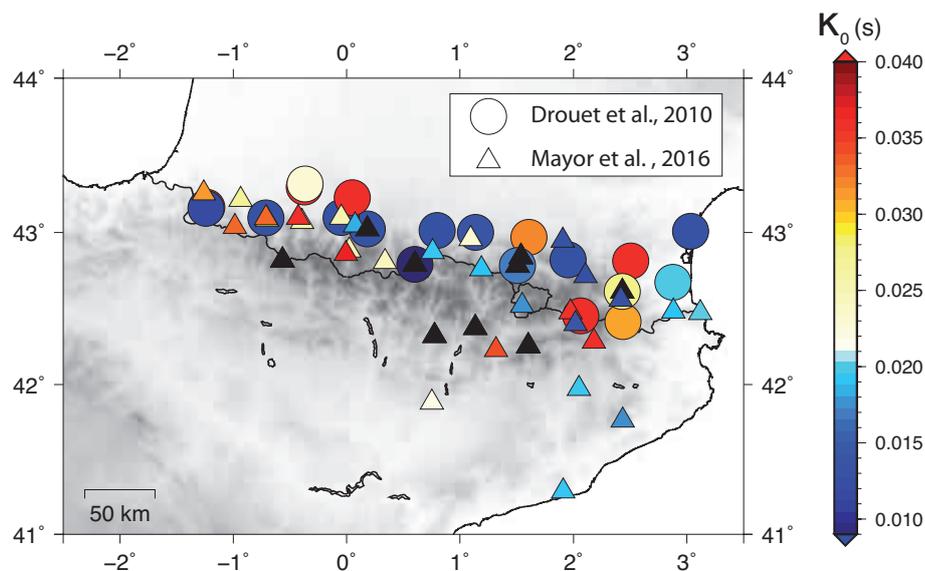


FIGURE 4.9 – Valeurs de κ_0 dans les Pyrénées proposées par *Drouet et al. [2010]* (cercle) et celles estimées à partir de $Q(f)$ de cette étude (triangle).

Nous avons brièvement discuté en Introduction de ce manuscrit du paramètre κ , largement utilisé dans l'ingénierie parasismique (Eq. 3 et 4) pour tenir compte du terme d'atténuation dans les GMPEs. En pratique, κ est mesuré à partir de la décroissance de l'amplitude spectrale de l'onde S dans une bande de fréquence supérieure à 10Hz. κ_0 et κ_r de l'équation 4 - interprétés comme des paramètres quantifiant l'atténuation du site et l'atténuation régionale, respectivement - sont ensuite estimés par régression linéaire de κ en fonction de la distance épacentrale sur chaque station. Dans le chapitre 4, afin de discriminer sur chaque site d'enregistrement le processus responsable de l'atténuation $Q(f)$ nous avons utilisé une approche régionale similaire : la méthode MLTWA où l'on regarde le rapport d'énergie à un site donné dans différentes fenêtres de la coda en fonction de

la distance épacentrale. Les noyaux de sensibilité discutés en chapitre 2 nous ont révélé que la sensibilité était maximale à la source et la station. L'approche MLTWA devrait donc nous donner une estimation de l'atténuation au voisinage du site. Pour les Pyrénées, nous avons essayé de comparer les valeurs de l'atténuation publiées dans cette thèse et les estimations de κ données dans la littérature. On remarquera à partir des équations 1 et 3 que $Q(f) \times v_S$ est inversement proportionnel à κ . Sur la figure 4.9, nous avons reporté les valeurs de κ_0 obtenues par *Drouet et al.* [2010] sur les stations accélérométriques des Pyrénées, ainsi que les valeurs de $1/(Q(f)v_S)$ estimées sur les autres stations dans la bande de fréquence 16-32Hz. On remarque qu'au-delà des différences d'amplitude entre κ_0 et $1/(Q(f)v_S)$, des différences de tendances régionales d'atténuation existent aussi. En effet, à l'Ouest des Pyrénées, *Drouet et al.* [2010] proposent une atténuation faible tandis que notre étude montre une atténuation forte. Sur la chaîne axiale l'atténuation semble relativement similaire pour les deux études et caractérisée comme faible. À l'Est de la chaîne, les deux études montrent des tendances inverses, excepté à l'extrême Est sur la région de Perpignan où l'atténuation semble moyenne quelque soit la méthode de mesure. Nous n'avons pas remarqué non plus de corrélation claire entre κ_0 et Q_i^{-1} ou Q_{sc}^{-1} . La relation entre κ_0 et a fortiori κ et $Q(f)$ n'est donc pas évidente au premier ordre. Plusieurs raisons peuvent être évoquées pour expliquer ces écarts relatifs de $Q^{-1}(f)$ et κ : (1) κ est supposé indépendant de la fréquence tandis que Q peut varier d'un facteur 10 entre 1 et 32Hz (Fig. 3.20) ; (2) κ est mesuré à partir de l'onde directe S et peut donc aussi contenir l'effet de la source [*Tsai & Chen, 2000; Purvance & Anderson, 2003; Halldorsson & Papageorgiou, 2005*] et de l'amplification locale du site d'enregistrement [*Kilb et al., 2012*]. Pour pousser plus loin cette analyse, il faudrait estimer précisément κ_0 et κ_r pour chacun des sites Pyrénéens où nous avons appliqué la méthode MLTWA afin de les comparer à Q_i^{-1} , Q_{sc}^{-1} et Q^{-1} .

D'autre part pour calculer l'aléa sismique en France, nous devons aussi considérer les séismes historiques dont certains ont pu avoir des effets destructeurs (Introduction). L'un des problèmes majeurs est que nous ne disposons pas d'enregistrement pour ces séismes, mais seulement de données macrosismiques. Par conséquent, l'estimation de leurs magnitude et profondeur, toutes deux ingrédients des GMPE, reste délicate. Des lois décrivant l'intensité observée I_{obs} en fonction de la magnitude sont alors établies de manière empirique avec les jeux de données actuelles [*Atkinson & Sonley, 2000; Cara et al., 2008*]. Cette équation prédit que l'intensité observée à un endroit donné est fonction de la magnitude M du séisme, de la distance épacentrale Δ et de l'atténuation. Cette dernière est généralement déterminée comme la décroissance 1D de l'intensité avec la distance épacentrale. Une piste de travail serait de pouvoir comparer le lien entre macrosismicité épacentrale I_{epc} et/ou observée et nos cartes d'absorption afin d'affiner les relations intensité/magnitude. En particulier, *Arroucau et al.* [2006] ont observé que leur loi $I_{obs} = f(M, \Delta)$ construite pour la France n'était pas capable de prédire exactement les intensités observées avec une forte dichotomie entre le Nord-Ouest et le Sud-Est où les I_{obs} sont sous-estimées et sur-estimées, respectivement. Ils ont alors suggéré que seules des valeurs d'atténuation élevées en région de socle (Nord-Ouest) pouvait expliquer un tel écart, ce qui est confirmé

par nos cartes d'absorption à basse fréquence.

Enfin, *Denieul et al.* [2015] ont récemment développé une méthode d'estimation de magnitude de moment M_w à partir de la coda sismique. Cette méthode a permis d'homogénéiser les estimations M_w du catalogue SiHex pour l'ensemble de la sismicité française enregistrée depuis 1962. Dans leur procédure, les auteurs ont dû corriger la coda sismique du terme de propagation (méthode de normalisation de coda, section 1.1.2.3). Pour cela, ils ont découpé la France Métropolitaine de façon très générale selon les grandes structures géologiques. Notre carte d'atténuation française pourrait donc aider à reconsidérer leur découpage et affiner les estimations M_w du catalogue SiHex pour la France.

ANNEXES

Annexe A

Diffusion approximation

The purpose of this appendix is to provide an independent derivation of Eq. (2.28) and (2.29) using a diffusion model for the propagation of energy in the Earth. Such an approximation may be valid if the propagation time and distances are much larger than the mean free time and mean free path, respectively, and if the medium perturbations are not located in the vicinity of the source. In seismology, this model has been widely used to model the propagation of seismic energy in volcanic areas [Wegler & Lühr, 2001; Snieder & Hagerty, 2004; Wegler, 2004]. *Detailed derivations have been previously published in the context of optical tomography [Arridge, 1995], hence we shall be brief.* The diffusion equation for the total intensity in a laterally varying scattering and absorbing medium writes :

$$\frac{\partial I(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \nabla \cdot (D(\mathbf{r})\nabla I(\mathbf{r}, t)) - \frac{I(\mathbf{r}, t)}{t^a(\mathbf{r})} = S(\mathbf{r}, t) \quad (4.15)$$

In Eq. (4.15), we have introduced the diffusion constant of the waves D , which is related to the mean free time of the waves, the mean cosine of the scattering angle g (see Eq. (2.30)) and the wave velocity c through the formula :

$$D(\mathbf{r}) = \frac{c\tau(\mathbf{r})^2}{(1-g)d} \quad (4.16)$$

Like in Eq. (2.9), t^a and S denote the absorption time and source of intensity, respectively. The treatment that follows parallels closely the perturbation approach for the radiative transfer equation. We define the Green's function of the diffusion equation $G(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0, t)$ as the solution to Eq. (4.15) with source term $S(\mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(t)$. This Green's function may be used to solve the diffusion equation for a general source term $S(\mathbf{r}, t)$. If the intensity is initially 0, the solution is given by the convolution integral :

$$I(\mathbf{r}, t) = \iint_0^t G(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0, t - t')S(\mathbf{r}_0, t')d\mathbf{r}_0dt, \quad (4.17)$$

where the spatial integral is over the full space. Following the perturbative approach, we assume that the diffusion constant and absorption time may be decomposed as follows :

$$D(\mathbf{r}) = D_0 + \delta D(\mathbf{r}) \quad (4.18a)$$

$$\frac{1}{t^a(\mathbf{r})} = \frac{1}{t_0^a} + \delta \frac{1}{t^a(\mathbf{r})}, \quad (4.18b)$$

where the deviations from homogeneity are supposed to be sufficiently small. Introducing the decomposition (4.18) into Eq. (4.15), transferring all perturbative terms to the right-hand side, and applying the representation theorem (4.17), we obtain the following integral equation for the Green's function G :

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0; t) = & G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0; t) - \iint_0^t G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; t - t') \delta \left(\frac{1}{t^a(\mathbf{r}_1)} \right) G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0; t') dr_1 dt' \\ & + \iint_0^t G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; t - t') \nabla_1 \cdot (\delta D(\mathbf{r}_1) \nabla_1 G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0; t')) dr_1 dt' \end{aligned} \quad (4.19)$$

We now assume that the perturbations are sufficiently small, so that G may be substituted with G_0 in Eq. (4.19). Integrating by parts the second term on the right-hand side, the perturbation of intensity in the diffusion approximation may be written as :

$$\delta I(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0, t) = \int \delta \left(\frac{1}{t^a(\mathbf{r}_1)} \right) K_d^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0, t) dr_1 + \int \delta D(\mathbf{r}_1) K_d^{sc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0, t) dr_1, \quad (4.20)$$

where the following sensitivity kernels have been introduced :

$$K_d^a(\mathbf{r}; \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0, t) = \int_0^t G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; t - t') G_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0; t') dt', \quad (4.21)$$

$$K_d^{sc}(\mathbf{r}; \mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0, t) = - \int_0^t \nabla_1 G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1; t - t') \cdot \nabla_1 G_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0; t') dt' \quad (4.22)$$

In Eq. (4.21)-(4.22), the subscript reminds the reader that the results are obtained in the diffusion approximation. The agreement between Eq. (2.28) and (4.21) is clear, once one realizes that I and G both stand for the total intensity radiated by a unit point source of intensity. To verify that Eqs (2.29) and (4.22) agree, we first note that in the diffusion approximation the current vector and the intensity are related by Fourier's law [e.g. *Akkermans & Montambaux*, 2007] :

$$\nabla_1 G_0(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0; t) = - \frac{c}{D_0} \mathbf{J}_0(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0, t) \quad (4.23a)$$

$$\nabla_1 G_0(\mathbf{r}; \mathbf{r}_1; t - t') = - \frac{c}{D_0} \mathbf{J}_0(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0, t - t') \quad (4.23b)$$

Next, under the assumption of constant wave velocity and scattering anisotropy, we note the following relation between perturbations of the mean free time and diffusion constant :

$$-c^2 \frac{\delta D}{D^2} = c^2 \delta \left(\frac{1}{D} \right) = d(1 - g) \delta \left(\frac{1}{\tau} \right) \quad (4.24)$$

Injecting Eqs (4.23a)-(4.23b) into Eq. (4.22) and taking into account the relation (4.24), the asymptotic relation (2.29) is recovered.

Annexe B

Calculation of angular integrals

In this section, we provide analytical formulas for the angular integrals which appear in Eq. (2.39). We wish to evaluate :

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} \frac{d\hat{s}}{(\bar{t} - \overline{SR}\hat{\mathbf{R}} \cdot \hat{\mathbf{s}})(\bar{u} - \hat{\mathbf{R}}_0 \cdot \hat{\mathbf{s}})} \quad (4.25)$$

Introducing the new variable $\bar{v} = \bar{t}/\overline{SR}$, Eq. (4.25) can be rewritten as :

$$I = \frac{1}{2\pi\overline{SR}} \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(\bar{v} - \cos\theta_1 \cos\theta - \sin\theta_1 \sin\theta)(\bar{u} - \cos\theta_0 \cos\theta - \sin\theta_0 \sin\theta)}, \quad (4.26)$$

where $\hat{\mathbf{s}} = (\cos\theta, \sin\theta)$, $\hat{\mathbf{R}}_0 = (\cos\theta_0, \sin\theta_0)$ and $\hat{\mathbf{S}}\mathbf{R} = (\cos\theta_1, \sin\theta_1)$ in a cartesian system of coordinate such as the one shown in Figure 2.6 (note that $\theta_1 = 0$ in this case). Introducing the complex numbers $z = e^{i\theta}$, $z_1 = e^{i\theta_1}$ and $z_0 = e^{i\theta_0}$, we rewrite Eq. (4.25) as a contour integral in the complex plane over the unit circle :

$$I = \frac{1}{i2\pi\overline{SR}z} \oint_{|z|=1} \frac{dz}{(\bar{v} - (z_1 + 1/z_1)(z + 1/z)/4 + (z_1 - 1/z_1)(z - 1/z)/4)(\bar{u} - \dots)} \quad (4.27)$$

where the dots indicate that one obtains the terms inside the second parenthesis from the first by substitution ($z_1 \rightarrow z_0$). In Eq.(4.26) the integrand has four poles in the complex plane :

$$r_{0\pm}^{\pm} = (\bar{u} \pm \sqrt{\bar{u}^2 - 1})z_0 \quad (4.28)$$

$$r_{1\pm}^{\pm} = (\bar{v} \pm \sqrt{\bar{v}^2 - 1})z_1 \quad (4.29)$$

One easily checks that only r_0^- and r_1^- lie inside the contour. Application of the residue theorem then yields :

$$I = \frac{4z_1z_0}{\overline{SR}(r_1^- - r_0^-)} \left(\frac{r_1^-}{(r_1^- - r_1^+)(r_1^- - r_0^+)} - \frac{r_0^-}{(r_0^- - r_1^+)(r_0^- - r_0^+)} \right) \quad (4.30)$$

In the case where the two poles coalesce, the limit is given by :

$$I = \frac{4z_1^2(r_1^- + r_1^+)}{(r_1^+ - r_1^-)^3} \quad (4.31)$$

Références

- AKI, KEIITI 1969 Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves. *Journal of geophysical research* **74** (2), 615–631.
- AKI, KEIITI 1980 Attenuation of shear-waves in the lithosphere for frequencies from 0.05 to 25 Hz. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **21** (1), 50–60.
- AKI, KEIITI & CHOUET, BERNARD 1975 Origin of coda waves : source, attenuation, and scattering effects. *Journal of geophysical research* **80** (23), 3322–3342.
- AKI, KEIITI & TSUJIURA, MASARU 1959 Correlation study of near earthquake waves. *Bull. Earthq. Res. Inst. Univ. Tokyo* **36**, 71–98.
- AKKAR, SINAN & BOMMER, JULIAN J 2010 Empirical equations for the prediction of pga, pgv, and spectral accelerations in Europe, the Mediterranean region, and the Middle East. *Seismological Research Letters* **81** (2), 195–206.
- AKKERMANS, ERIC & MONTAMBAUX, GILLES 2007 *Mesoscopic Physics of Electrons and Photons*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- AMBRASEYS, NN, DOUGLAS, JOHN, SARMA, SK & SMIT, PM 2005 Equations for the estimation of strong ground motions from shallow crustal earthquakes using data from Europe and the Middle East : horizontal peak ground acceleration and spectral acceleration. *Bulletin of earthquake engineering* **3** (1), 1–53.
- ANACHE-MÉNIER, D, VAN TIGGELEN, BA & MARGERIN, L 2009 Phase statistics of seismic coda waves. *Physical Review Letters* **102** (24), 248501.
- ANDERSON, JOHN G & HOUGH, SUSAN E 1984 A model for the shape of the Fourier amplitude spectrum of acceleration at high frequencies. *Bulletin of the Seismological Society of America* **74** (5), 1969–1993.
- APRESYAN, L A & KRAVTSOV, YU A 1996 *Radiation transfer : statistical and wave aspects*. Gordon and Breach, London.
- ARRIDGE, SR 1999 Optical tomography in medical imaging. *Inverse Problems* **15**, R41–R93.
- ARRIDGE, SIMON R 1995 Photon-measurement density functions. part i : Analytical forms. *Applied Optics* **34** (31), 7395–7409.

- ARRIDGE, SIMON R & SCHOTLAND, JOHN C 2009 Optical tomography : forward and inverse problems. *Inverse Problems* **25** (12), 123010.
- ARRIDGE, SIMON R, VAN DER ZEE, PIETER, COPE, MARK & DELPY, DAVID T 1991 Reconstruction methods for infrared absorption imaging. In *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, , vol. 1431, pp. 204–215.
- ARROUCAU, PIERRE, MOCQUET, ANTOINE & VACHER, PIERRE 2006 Atténuation de l'intensité macrosismique pour la france métropolitaine : importance de l'intensité épicentrale. *Comptes Rendus Geoscience* **338** (9), 596–605.
- ASKAN, AYSEGUL, SISMAN, FATMA NURTEN & PEKCAN, ONUR 2014 A regional near-surface high frequency spectral attenuation (κ) model for northwestern turkey. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **65**, 113–125.
- ATKINSON, GAIL M & BOORE, DAVID M 2006 Earthquake ground-motion prediction equations for eastern north america. *Bulletin of the seismological society of America* **96** (6), 2181–2205.
- ATKINSON, GAIL M & SONLEY, ELEANOR 2000 Empirical relationships between modified mercalli intensity and response spectra. *Bulletin of the Seismological Society of America* **90** (2), 537–544.
- BAKUN, WILLIAM H & SCOTTI, OONA 2006 Regional intensity attenuation models for france and the estimation of magnitude and location of historical earthquakes. *Geophysical Journal International* **164** (3), 596–610.
- BAL, GUILLAUME 2009 Inverse transport theory and applications. *Inverse Problems* **25** (5), 053001.
- BIANCO, F, DEL PEZZO, E, CASTELLANO, M, IBANEZ, J & DI LUCCIO, F 2002 Separation of intrinsic and scattering seismic attenuation in the southern apennine zone, italy. *Geophysical Journal International* **150** (1), 10–22.
- BIANCO, F, DEL PEZZO, E, MALAGNINI, L, DI LUCCIO, F & AKINCI, A 2005 Separation of depth-dependent intrinsic and scattering seismic attenuation in the northeastern sector of the italian peninsula. *Geophysical Journal International* **161** (1), 130–142.
- BISWAS, NN & AKI, K 1984 Characteristics of coda waves : central and southcentral alaska. *Bulletin of the Seismological Society of America* **74** (2), 493–507.
- BLANCHARD, THOMAS D & DELOMMOT, PAULINE 2015 An example of the measurement and practical applications of time-lapse seismic attenuation. *Geophysics* **80** (2), WA25–WA34.
- BLEIBINHAUS, FLORIAN & GEBRANDE, HELMUT 2006 Crustal structure of the eastern alps along the transalp profile from wide-angle seismic tomography. *Tectonophysics* **414** (1), 51–69.

- BOORE, DAVID M, STEWART, JONATHAN P, SEYHAN, EMEL & ATKINSON, GAIL M 2014 Nga-west2 equations for predicting pga, pgv, and 5% damped psa for shallow crustal earthquakes. *Earthquake Spectra* **30** (3), 1057–1085.
- BOSTOCK, MG & RONDENAY, S 1999 Migration of scattered teleseismic body waves. *Geophysical journal international* **137** (3), 732–746.
- BRAITENBERG, C, MARIANI, P & DE MIN, A 2013 The european alps and nearby orogenic belts sensed by goce. *Bollettino di Geofisica Teorica e Applicata* .
- BRENGUIER, FLORENT, CAMPILLO, MICHEL, HADZIOANNOU, CÉLINE, SHAPIRO, NM, NADEAU, ROBERT M & LAROSE, ERIC 2008a Postseismic relaxation along the san andreas fault at parkfield from continuous seismological observations. *Science* **321** (5895), 1478–1481.
- BRENGUIER, F, CAMPILLO, M, TAKEDA, T, AOKI, Y, SHAPIRO, NM, BRIAND, X, EMOTO, K & MIYAKE, H 2014 Mapping pressurized volcanic fluids from induced crustal seismic velocity drops. *Science* **345** (6192), 80–82.
- BRENGUIER, FLORENT, SHAPIRO, NIKOLAI M, CAMPILLO, MICHEL, FERRAZZINI, VALÉRIE, DUPUTEL, ZACHARIE, COUTANT, OLIVIER & NERCESSIAN, ALEXANDRE 2008b Towards forecasting volcanic eruptions using seismic noise. *Nature Geoscience* **1** (2), 126–130.
- BROGI, ANDREA 2008 The structure of the monte amiata volcano-geothermal area (northern apennines, italy) : Neogene-quaternary compression versus extension. *International Journal of Earth Sciences* **97** (4), 677–703.
- BRÜCKL, EWALD 2011 *Lithospheric structure and tectonics of the eastern Alps-evidence from new seismic data*. INTECH Open Access Publisher.
- CALVET, MARIE & MARGERIN, LUDOVIC 2013 Lapse-time dependence of coda Q : Anisotropic multiple-scattering models and application to the pyrenees. *Bulletin of the Seismological Society of America* **103** (3), 1993–2010.
- CALVET, MARIE, SYLVANDER, MATTHIEU, MARGERIN, LUDOVIC & VILLASEÑOR, ANTONIO 2013 Spatial variations of seismic attenuation and heterogeneity in the pyrenees : Coda-Q and peak delay time analysis. *Tectonophysics* **608**, 428–439.
- CAMPILLO, MICHEL, FEIGNIER, BRUNO, BOUCHON, MICHEL & BÉTHOUX, NICOLE 1993 Attenuation of crustal waves across the alpine range. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **98** (B2), 1987–1996.
- CAMPILLO, M & PLANTET, JL 1991 Frequency dependence and spatial distribution of seismic attenuation in france : experimental results and possible interpretations. *Physics of the earth and planetary interiors* **67** (1), 48–64.

- CAMPILLO, MICHEL, PLANTET, JEAN-LOUIS & BOUCHON, MICHEL 1985 Frequency-dependent attenuation in the crust beneath central france from lg waves : data analysis and numerical modeling. *Bulletin of the Seismological Society of America* **75** (5), 1395–1411.
- CARA, M, ALASSET, P-J & SIRA, C 2008 Magnitude of historical earthquakes, from macroseismic data to seismic waveform modelling : application to the pyrenees and a 1905 earthquake in the alps. In *Historical Seismology*, pp. 369–384. Springer.
- CARCOLE, EDUARD & SATO, HARUO 2009 Statistics of the fluctuations of the amplitude of coda waves of local earthquakes. In *Seismological Society of Japan, 2009 Fall Meeting, C31-13, Kyoto, Japan*.
- CARCOLÉ, EDUARD & SATO, HARUO 2010 Spatial distribution of scattering loss and intrinsic absorption of short-period s waves in the lithosphere of japan on the basis of the multiple lapse time window analysis of hi-net data. *Geophysical Journal International* **180** (1), 268–290.
- CASE, KM 1969 On boundary value problems of linear transport theory. In *Proceedings of the Symposium in Applied Mathematics*, , vol. 1, pp. 17–36.
- CERIANI, STEFANO, FÜGENSCHUH, BERNHARD & SCHMID, STEFAN M 2001 Multi-stage thrusting at the " penninic front" in the western alps between mont blanc and pelvoux massifs. *International Journal of Earth Sciences* **90** (3), 685–702.
- CHANDRASEKHAR, SUBRAHMANYAN 1960 *Radiative transfer*. Dover, New York.
- CHAZALON, A, CAMPILLO, M, GIBSON, R & CARRENO, E 1993 Crustal wave propagation anomaly across the pyrenean range. comparison between observations and numerical simulations. *Geophysical Journal International* **115** (3), 829–838.
- DASGUPTA, RAHUL & CLARK, ROGER A 1998 Estimation of q from surface seismic reflection data. *Geophysics* **63** (6), 2120–2128.
- DAVIES, J HUW 2013 Global map of solid earth surface heat flow. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* **14** (10), 4608–4622.
- DEL PEZZO, E, ALLOTTA, R & PATANE, D 1990 Dependence of qc (coda q) on coda duration time interval : Model or depth effect? *Bulletin of the Seismological Society of America* **80** (4), 1028–1033.
- DENIEUL, MARYLIN, SÈBE, OLIVIER, CARA, MICHEL & CANSI, YVES 2015 Mw estimation from crustal coda waves recorded on analog seismograms. *Bulletin of the Seismological Society of America* .
- DÈZES, P, SCHMID, SM & ZIEGLER, PA 2004 Evolution of the european cenozoic rift system : interaction of the alpine and pyrenean orogens with their foreland lithosphere. *Tectonophysics* **389** (1), 1–33.

- DOEBL, F & OLBRECHT, W 1974 An isobath map of the tertiary base in the rhinegraben. *Approaches to taphrogenesis* pp. 71–72.
- DORN, OLIVER 1998 A transport-backtransport method for optical tomography. *Inverse Problems* **14**, 1107–1130.
- DORN, OLIVER 2000 Scattering and absorption transport sensitivity functions for optical tomography. *Optics Express* **7** (13), 492–506.
- DOUGLAS, JOHN, GEHL, PIERRE, BONILLA, LUIS FABIAN & GÉLIS, CÉLINE 2010 A κ model for mainland france. *Pure and applied geophysics* **167** (11), 1303–1315.
- DROUET, STÉPHANE, BOUIN, MARIE-PAULE & COTTON, FABRICE 2011 New moment magnitude scale, evidence of stress drop magnitude scaling and stochastic ground motion model for the french west indies. *Geophysical Journal International* **187** (3), 1625–1644.
- DROUET, STÉPHANE, CHEVROT, SÉBASTIEN, COTTON, FABRICE & SOURIAU, ANNIE 2008 Simultaneous inversion of source spectra, attenuation parameters, and site responses : application to the data of the french accelerometric network. *Bulletin of the Seismological Society of America* **98** (1), 198–219.
- DROUET, STÉPHANE, COTTON, FABRICE & GUÉGUEN, PHILIPPE 2010 vs30, κ , regional attenuation and mw from accelerograms : application to magnitude 3–5 french earthquakes. *Geophysical Journal International* **182** (2), 880–898.
- DUJARDIN, A, COURBOULEX, F, CAUSSE, M & TRAVERSA, P 2015 Influence of source, path and site effects on the magnitude dependence of ground motion decay with distance. *Seismological Research Letters* .
- DUREK, JOSEPH J & EKSTRÖM, GÖRAN 1996 A radial model of anelasticity consistent with long-period surface-wave attenuation. *Bulletin of the Seismological Society of America* **86** (1A), 144–158.
- DZIEWONSKI, ADAM M & ANDERSON, DON L 1981 Preliminary reference earth model. *Physics of the earth and planetary interiors* **25** (4), 297–356.
- ECORS-CROP 1989 Deep seismic sounding (dss) group, a new picture of the moho under the western alps. *Nature* **337** (337), 249–251.
- FEHLER, MICHAEL, HOSHIBA, MITSUYUKI, SATO, HARUO & OBARA, KAZUSHIGE 1992 Separation of scattering and intrinsic attenuation for the kanto-tokai region, japan, using measurements of s-wave energy versus hypocentral distance. *Geophysical Journal International* **108** (3), 787–800.
- FENG, SHECHAO & SORNETTE, DIDIER 1991 Acoustical nondestructive evaluation of heterogeneous materials in the multiple scattering regime. *Acoustical Society of America Journal* **90**, 1742–1748.

- FODOR, LÁSZLÓ I, GERDES, AXEL, DUNKL, ISTVÁN, KOROKNAI, BALÁZS, PÉCSKAY, ZOLTÁN, TRAJANOVA, MIRKA, HORVÁTH, PÉTER, VRABEC, MARKO, JELEN, BOGOMIR, BALOGH, KADOSA *et al.* 2008 Miocene emplacement and rapid cooling of the pohorje pluton at the alpine-pannonian-dinaridic junction, slovenia. *Swiss Journal of Geosciences* **101** (1), 255–271.
- FROMENT, B, CAMPILLO, M, CHEN, JH & LIU, QY 2013 Deformation at depth associated with the 12 may 2008 mw 7.9 wenchuan earthquake from seismic ambient noise monitoring. *Geophysical Research Letters* **40** (1), 78–82.
- GUSEV, AA & ABUBAKIROV, IR 1999a Vertical profile of effective turbidity reconstructed from broadening of incoherent body-wave pulses—I. General approach and the inversion procedure. *Geophysical Journal International* **136** (2), 295–308.
- GUSEV, AA & ABUBAKIROV, IR 1999b Vertical profile of effective turbidity reconstructed from broadening of incoherent body-wave pulses—II. Application to Kamchatka data. *Geophysical Journal International* **136** (2), 309–323.
- GUSEV, ALEXANDER A 1995 Vertical profile of turbidity and coda Q. *Geophysical Journal International* **123** (3), 665–672.
- HAAR, ROBERT NEAL 1989 *Spectra and time decay of coda*.
- HALLDORSSON, BENEDIKT & PAPAGEORGIOU, APOSTOLOS S 2005 Calibration of the specific barrier model to earthquakes of different tectonic regions. *Bulletin of the Seismological society of America* **95** (4), 1276–1300.
- HANDY, MARK R, SCHMID, STEFAN M, BOUSQUET, ROMAIN, KISSLING, EDUARD & BERNOULLI, DANIEL 2010 Reconciling plate-tectonic reconstructions of alpine tethys with the geological–geophysical record of spreading and subduction in the alps. *Earth-Science Reviews* **102** (3), 121–158.
- HEDLIN, KEN, MEWHORT, LARRY, MARGRAVE, GARY *et al.* 2001 Delineation of steam flood using seismic attenuation. *71st Ann. Inter. Mtg. Soc. of Expl. Geophys* pp. 1572–1575.
- HENNINO, R, TRÉGOURÈS, N, SHAPIRO, NM, MARGERIN, L, CAMPILLO, M, VAN TIGGELEN, BA & WEAVER, RL 2001 Observation of equipartition of seismic waves. *Physical review letters* **86** (15), 3447.
- HOSHIBA, MITSUYUKI 1991 Simulation of multiple-scattered coda wave excitation based on the energy conservation law. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **67** (1), 123–136.
- HOSHIBA, MITSUYUKI 1993 Separation of scattering attenuation and intrinsic absorption in japan using the multiple lapse time window analysis of full seismogram envelope. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **98** (B9), 15809–15824.

- HUNG, S-H, DAHLEN, FA & NOLET, GUUST 2000 Fréchet kernels for finite-frequency traveltimeséii. examples. *Geophysical Journal International* **141** (1), 175–203.
- IBANEZ, JM, DEL PEZZO, E, DE MIGUEL, F, HERRAIZ, M, ALGUACIL, G & MORALES, J 1990 Depth-dependent seismic attenuation in the granada zone (southern spain). *Bulletin of the Seismological Society of America* **80** (5), 1232–1244.
- JIN, ANSHU & AKI, KEIITI 1988 Spatial and temporal correlation between coda q and seismicity in china. *Bulletin of the Seismological Society of America* **78** (2), 741–769.
- KAMPFMANN, W & BERCKHEMER, H 1985 High temperature experiments on the elastic and anelastic behaviour of magmatic rocks. *Physics of the earth and planetary interiors* **40** (3), 223–247.
- KATO, KENICHI, AKI, KEIITI & TAKEMURA, MASAYUKI 1995 Site amplification from coda waves : validation and application to s-wave site response. *Bulletin of the Seismological Society of America* **85** (2), 467–477.
- KILB, DEBI, BIASI, GLENN, ANDERSON, JOHN, BRUNE, JAMES, PENG, ZHIGANG & VERNON, FRANK L 2012 A comparison of spectral parameter kappa from small and moderate earthquakes using southern california anza seismic network data. *Bulletin of the Seismological Society of America* **102** (1), 284–300.
- KLIMEŠ, LULĚK 2002 Correlation functions of random media. *Pure and applied geophysics* **159** (7-8), 1811–1831.
- KOPNICHEV, YU F 1975 A model of generation of the tail of the seismogram. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, , vol. 222, pp. 333–335.
- KTENIDOU, OJ, DROUET, S, THEODULIDIS, N, CHALJUB, M, ARNAOUTI, S & COTTON, F 2012 Estimation of kappa (κ) for a sedimentary basin in greece (euroseistest) : Correlation to site characterization parameters. In *Proc. 15th World Conference of Earthquake Engineering*.
- KTENIDOU, OLGA-JOAN, COTTON, FABRICE, ABRAHAMSON, NORMAN A & ANDERSON, JOHN G 2014 Taxonomy of κ : A review of definitions and estimation approaches targeted to applications. *Seismological Research Letters* **85** (1), 135–146.
- KUBOTERA, AKIRA & GAKKAI, NIHON KAZAN 1981 *Field Excursion Guide to Sakurajima, Kirishima and Aso Volcanoes : Symposium on Arc Volcanism, Tokyo and Hakone, Japan, August 28-September 9, 1981*. Volcanological Society of Japan.
- LACOMBE, CÉLINE, CAMPILLO, MICHEL, PAUL, ANNE & MARGERIN, LUDOVIC 2003 Separation of intrinsic absorption and scattering attenuation from lg coda decay in central france using acoustic radiative transfer theory. *Geophysical Journal International* **154** (2), 417–425.

- LAMARCHE, JULIETTE, LAVENU, ARTHUR PC, GAUTHIER, BERTRAND DM, GUGLIELMI, YVES & JAYET, Océane 2012 Relationships between fracture patterns, geodynamics and mechanical stratigraphy in carbonates (south-east basin, france). *Tectonophysics* **581**, 231–245.
- LANZA, ROBERTO 1975 Profili magnetici e di gravità nelle alpi occidentali. *Riv. It. Geofisica (1978–2012)* **II** (2), 175–183.
- LAROSE, ERIC, PLANES, THOMAS, ROSSETTO, VINCENT & MARGERIN, LUDOVIC 2010 Locating a small change in a multiple scattering environment. *Applied Physics Letters* **96** (20), 4101.
- LE PICHON, XAVIER, RANGIN, CLAUDE, HAMON, YOURI, LOGET, NICOLAS, LIN, JIN YING, ANDREANI, LOUIS & FLOTTE, NICOLAS 2010 Geodynamics of the france southeast basin. *Bulletin de la Société Géologique de France* **181** (6), 477–501.
- LOMBARDI, D, BRAUNMILLER, JOCHEN, KISSLING, E & GIARDINI, D 2008 Moho depth and poisson's ratio in the western-central alps from receiver functions. *Geophysical Journal International* **173** (1), 249–264.
- MARCHETTI, MAURO 2002 Environmental changes in the central po plain (northern italy) due to fluvial modifications and anthropogenic activities. *Geomorphology* **44** (3), 361–373.
- MARGERIN, LUDOVIC 2005 *Seismic Earth : Array Analysis of Broadband Seismograms*, A. Levander and G. Nolet Eds, *Geophysical Monograph Series*, vol. 157, chap. Introduction to radiative transfer of seismic waves, pp. 229–252. American Geophysical Union, Washington, D.C.
- MARGERIN, LUDOVIC 2006 Attenuation, transport and diffusion of scalar waves in textured random media. *Tectonophysics* **416** (1), 229–244.
- MARGERIN, LUDOVIC 2013 Diffusion approximation with polarization and resonance effects for the modelling of seismic waves in strongly scattering small-scale media. *Geophysical Journal International* **192** (1), 326–345.
- MARGERIN, L, CAMPILLO, M, SHAPIRO, NM & VAN TIGGELEN, B 1999 Residence time of diffuse waves in the crust as a physical interpretation of coda Q : application to seismograms recorded in mexico. *Geophysical Journal International* **138** (2), 343–352.
- MARGERIN, LUDOVIC, CAMPILLO, MICHEL & TIGGELEN, BART 1998 Radiative transfer and diffusion of waves in a layered medium : new insight into coda q. *Geophysical journal international* **134** (2), 596–612.
- MARGERIN, LUDOVIC, CAMPILLO, MICHEL, VAN TIGGELEN, BA & HENNINO, REAUD 2009 Energy partition of seismic coda waves in layered media : theory and application to pinyon flats observatory. *Geophysical Journal International* **177** (2), 571–585.

- MARGERIN, LUDOVIC, PLANÈS, THOMAS, MAYOR, JESSIE & CALVET, MARIE 2016 Sensitivity kernels for coda-wave interferometry and scattering tomography : theory and numerical evaluation in two-dimensional anisotropically scattering media. *Geophysical Journal International* **204** (1), 650–666.
- MARQUERING, HENK, DAHLEN, FA & NOLET, GUUST 1999 Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency traveltimes : the banana-doughnut paradox. *Geophysical Journal International* **137** (3), 805–815.
- MATSUBARA, MAKOTO, OBARA, KAZUSHIGE & KASAHARA, KEIJI 2008 Three-dimensional p-and s-wave velocity structures beneath the japan islands obtained by high-density seismic stations by seismic tomography. *Tectonophysics* **454** (1), 86–103.
- MAVKO, GARY, MUKERJI, TAPAN & DVORKIN, JACK 2009 *The rock physics handbook : Tools for seismic analysis of porous media*. Cambridge university press.
- MAYEDA, KEVIN & WALTER, WILLIAM R 1996 Moment, energy, stress drop, and source spectra of western united states earthquakes from regional coda envelopes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **101** (B5), 11195–11208.
- MAYOR, JESSIE, CALVET, MARIE, MARGERIN, LUDOVIC, VANDERHAEGUE, OLIVIER & TRAVERSA, PAOLA 2016 Crustal structure of the alps as seen by attenuation tomography. *Earth and Planetary Science Letters* p. In prep.
- MAYOR, JESSIE, MARGERIN, LUDOVIC & CALVET, MARIE 2014 Sensitivity of coda waves to spatial variations of absorption and scattering : radiative transfer theory and 2-d examples. *Geophysical Journal International* pp. 1117–1137.
- MITCHELL, BJ & CONG, LIANLI 1998 Lg Coda Q and its Relation to the Structure and Evolution of Continents : A Global Perspective. *Pure and Applied Geophysics* **153**, 655–663.
- MITCHELL, BRIAN J 1995 Anelastic structure and evolution of the continental crust and upper mantle from seismic surface wave attenuation. *Reviews of Geophysics* **33**, 441–462.
- MITCHELL, BRIAN J, CONG, LIANLI & EKSTRÖM, GORAN 2008 A continent-wide map of 1-hz lg coda q variation across eurasia and its relation to lithospheric evolution. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **113** (B4).
- MITCHELL, BRIAN J, PAN, YU, XIE, JIAKANG & CONG, LIANLI 1997 Lg coda q variation across eurasia and its relation to crustal evolution. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **102** (B10), 22767–22779.
- MOLINARI, IRENE, ARGNANI, ANDREA, MORELLI, ANDREA & BASINI, PIERO 2015 Development and testing of a 3d seismic velocity model of the po plain sedimentary basin, italy. *Bulletin of the Seismological Society of America* **105** (2A), 753–764.

- MOLINARI, IRENE & MORELLI, ANDREA 2011 Epcrust : a reference crustal model for the european plate. *Geophysical Journal International* **185** (1), 352–364.
- MOONEY, WALTER D, LASKE, GABI & MASTERS, T GUY 1998 Crust 5.1 : A global crustal model at 5×5 . *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **103** (B1), 727–747.
- MOUGE, PASCAL & GALDEANO, ARMAND 1991 Magnetic mapping of the western alps : compilation and geological implications. *Tectonophysics* **190** (2), 155–172.
- MUKHOPADHYAY, S, SHARMA, J, MASSEY, R & KAYAL, JR 2008 Lapse-time dependence of coda q in the source region of the 1999 chamoli earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America* **98** (4), 2080–2086.
- NAKAGAMI, MINORU 1960 The m-distribution-a general formula of intensity distribution of rapid fading. *Statistical Method of Radio Propagation* .
- NAKAHARA, HISASHI & CARCOLÉ, EDUARD 2010 Maximum-likelihood method for estimating coda q and the nakagami-m parameter. *Bulletin of the Seismological Society of America* **100** (6), 3174–3182.
- NICOLAS, A, HIRN, A, NICOLICH, R & POLINO, R 1990 Lithospheric wedging in the western alps inferred from the ecors-crop traverse. *Geology* **18** (7), 587–590.
- NICOLAS, MARC, MASSINON, BERNARD, MECHLER, PIERRE & BOUCHON, MICHEL 1982 Attenuation of regional phases in western europe. *Bulletin of the Seismological Society of America* **72** (6A), 2089–2106.
- NIEUWENHUIZEN, TH M & VAN ROSSUM, MCW 1993 Role of a single scatterer in a multiple scattering medium. *Physics Letters A* **177** (1), 102–106.
- NISHIGAMI, KIN’YA 1991 A new inversion method of coda waveforms to determine spatial distribution of coda scatterers in the crust and uppermost mantle. *Geophysical research letters* **18** (12), 2225–2228.
- NISHIGAMI, KIN’YA 1997 Spatial distribution of coda scatterers in the crust around two active volcanoes and one active fault system in central japan : Inversion analysis of coda envelope. *Physics of the earth and planetary interiors* **104** (1), 75–89.
- NISHIGAMI, KIN’YA 2000 Deep crustal heterogeneity along and around the san andreas fault system in central california and its relation to the segmentation. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **105** (B4), 7983–7998.
- NOLET, GUUST 1987 Seismic wave propagation and seismic tomography. In *Seismic tomography*, pp. 1–23. Springer.
- NOLET, GUUST 2008 *A breviary of seismic tomography*. Cambridge University Press Cambridge, UK.

- NUR, AMOS 1971 Viscous phase in rocks and the low-velocity zone. *Journal of Geophysical Research* **76** (5), 1270–1277.
- NUR, AMOS & BYERLEE, J_D 1971 An exact effective stress law for elastic deformation of rock with fluids. *Journal of Geophysical Research* **76** (26), 6414–6419.
- OBARA, KAZUSHIGE & SATO, HARUO 1995 Regional differences of random inhomogeneities around the volcanic front in the Kanto-Tokai area, Japan, revealed from the broadening of S wave seismogram envelopes. *Journal of geophysical research* **100** (B2), 2103–2121.
- OBERMANN, A, PLANÈS, T, LAROSE, E & CAMPILLO, M 2013a Imaging preeruptive and coeruptive structural and mechanical changes of a volcano with ambient seismic noise. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* **118** (12), 6285–6294.
- OBERMANN, ANNE, PLANÈS, THOMAS, LAROSE, ERIC, SENS-SCHÖNFELDER, CHRISTOPH & CAMPILLO, MICHEL 2013b Depth sensitivity of seismic coda waves to velocity perturbations in an elastic heterogeneous medium. *Geophysical Journal International* **194** (1), 372–382.
- O'CONNELL, RICHARD J & BUDIANSKY, BERNARD 1977 Viscoelastic properties of fluid-saturated cracked solids. *Journal of Geophysical Research* **82** (36), 5719–5735.
- PAASSCHENS, JCJ 1997 Solution of the time-dependent boltzmann equation. *Physical Review E* **56** (1), 1135.
- PACHECO, CARLOS & SNIEDER, ROEL 2005 Time-lapse travel time change of multiply scattered acoustic waves. *Acoustical Society of America Journal* **118**, 1300–1310.
- PARK, MINKYU & ODOM, ROBERT I 2005 Propagators and feynman diagrams for laterally heterogeneous elastic media. *Geophysical Journal International* **160** (1), 289–302.
- PASYANOS, MICHAEL 2014 Validation of attenuation models for ground motion applications in central and eastern north america. *Source Spectra* .
- PASYANOS, MICHAEL E 2013 A lithospheric attenuation model of north america. *Bulletin of the Seismological Society of America* .
- PATACCA, ETTA, SCANDONE, PAOLO, DI LUZIO, EMILIANO, CAVINATO, GIAN PAOLO & PAROTTO, MAURIZIO 2008 Structural architecture of the central apennines : Interpretation of the crop 11 seismic profile from the adriatic coast to the orographic divide. *Tectonics* **27** (3).
- PAUL, ANNE, CATTANEO, MARCO, THOUVENOT, FRANÇOIS, SPALLAROSSA, DANIELE, BÉTHOUX, NICOLE & FRÉCHET, JULIEN 2001 A three-dimensional crustal velocity model of the southwestern alps from local earthquake tomography. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **106** (B9), 19367–19389.

- PAWLEWICZ, M. J, STEINSHOUER, D. W & GAUTIER, D. L 2002 Map showing geology, oil and gas fields, and geologic provinces of europe including turkey. *Tech. Rep.* Open file report 97-470I. United States Geological Survey.
- PETUKHIN, AG & GUSEV, AA 2003 The duration-distance relationship and average envelope shapes of small kamchatka earthquakes. *pure and applied geophysics* **160** (9), 1717–1743.
- PHILLIPS, W SCOTT & AKI, KEIITI 1986 Site amplification of coda waves from local earthquakes in central california. *Bulletin of the Seismological Society of America* **76** (3), 627–648.
- PLANES, T, LAROSE, E, MARGERIN, L, ROSSETTO, V & SENS-SCHOENFELDER, C. 2013 Decorrelation and phase-shift of coda waves induced by local changes : multiple scattering approach and numerical validation. *Waves in Random and Complex Media* p. In press.
- PREISENDORFER, R. W. 1957 A mathematical foundation for radiative transfer theory. *J. Math, and Mech.* **6**, 685–730.
- PURVANCE, MATTHEW D & ANDERSON, JOHN G 2003 A comprehensive study of the observed spectral decay in strong-motion accelerations recorded in guerrero, mexico. *Bulletin of the Seismological Society of America* **93** (2), 600–611.
- QUAN, YOULI & HARRIS, JERRY M 1997 Seismic attenuation tomography using the frequency shift method. *Geophysics* **62** (3), 895–905.
- RAUTIAN, TG & KHALTURIN, VI 1978 The use of the coda for determination of the earthquake source spectrum. *Bulletin of the Seismological Society of America* **68** (4), 923–948.
- REINE, CARL, VAN DER BAAN, MIRKO & CLARK, ROGER 2009 The robustness of seismic attenuation measurements using fixed-and variable-window time-frequency transforms. *Geophysics* **74** (2), WA123–WA135.
- ROMANOWICZ, BARBARA & MITCHELL, B 2007 Deep earth structure : Q of the earth from crust to core. *Treatise on geophysics* **1**, 731–774.
- VAN ROSSUM, MCW & NIEUWENHUIZEN, TH M 1999 Multiple scattering of classical waves : microscopy, mesoscopy, and diffusion. *Reviews of Modern Physics* **71**, 313–371.
- RYTOV, S. M., KRAVTSOV, Y. A. & TATARSKII, V. I. 1989 *Principles of statistical radiophysics. 4. Wave propagation through random media..* Springer, Berlin.
- RYZHIK, LEONID, PAPANICOLAOU, GEORGE & KELLER, JOSEPH B 1996 Transport equations for elastic and other waves in random media. *Wave motion* **24** (4), 327–370.

- SAITO, TATSUHIKO, SATO, HARUO & OHTAKE, MASAKAZU 2002 Envelope broadening of spherically outgoing waves in three-dimensional random media having power law spectra. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **107** (B5), ESE–3.
- SAITO, TATSUHIKO, SATO, HARUO, OHTAKE, MASAKAZU & OBARA, KAZUSHIGE 2005 Unified explanation of envelope broadening and maximum-amplitude decay of high-frequency seismograms based on the envelope simulation using the markov approximation : Forearc side of the volcanic front in northeastern honshu, japan. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **110** (B1).
- SATO, HARUO 1977 Energy propagation including scattering effects single isotropic scattering approximation. *Journal of Physics of the Earth* **25** (1), 27–41.
- SATO, HARUO 1989 Broadening of seismogram envelopes in the randomly inhomogeneous lithosphere based on the parabolic approximation : Southeastern honshu, japan. *J. geophys. Res* **94** (B12), 17735–7747.
- SATO, HARUO, FEHLER, MICHAEL C & MAEDA, TAKUTO 2012 *Seismic wave propagation and scattering in the heterogeneous earth*, , vol. 484. Springer.
- SAVAGE, JC 1966 Thermoelastic attenuation of elastic waves by cracks. *Journal of Geophysical Research* **71** (16), 3929–3938.
- SCHMID, STEFAN M, FÜGENSCHUH, BERNHARD, KISSLING, EDUARD & SCHUSTER, RALF 2004 Tectonic map and overall architecture of the alpine orogen. *Eclogae Geologicae Helvetiae* **97** (1), 93–117.
- SENS-SCHÖNFELDER, CHRISTOPH, MARGERIN, LUDOVIC & CAMPILLO, MICHEL 2009 Laterally heterogeneous scattering explains lg blockage in the pyrenees. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **114** (B7).
- SENS-SCHÖNFELDER, C & WEGLER, U 2006 Radiative transfer theory for estimation of the seismic moment. *Geophysical Journal International* **167** (3), 1363–1372.
- SHANG, T & GAO, L 1988 Transportation theory of multiple scattering and its application to seismic coda waves of impulsive source. *Scientia Sinica* **31**, 1503–1514.
- SHAPIRO, NM, CAMPILLO, M, MARGERIN, L, SINGH, SK, KOSTOGLODOV, V & PACHECO, J 2000 The energy partitioning and the diffusive character of the seismic coda. *Bulletin of the Seismological Society of America* **90** (3), 655–665.
- SHERIFF, ROBERT E 1975 Factors affecting seismic amplitudes. *Geophysical Prospecting* **23** (1), 125–138.
- SINGH, SUDARSHAN & HERRMANN, ROBERT B 1983 Regionalization of crustal coda q in the continental united states. *Journal of Geophysical Research* **88** (B1), 527–538.

- SNIEDER, ROEL 2006 The theory of coda wave interferometry. *Pure and Applied Geophysics* **163** (2-3), 455–473.
- SNIEDER, ROEL & HAGERTY, MIKE 2004 Monitoring change in volcanic interiors using coda wave interferometry : Application to Arenal Volcano, Costa Rica. *Geophysical Research Letters* **31** (9).
- SOLOMON, SEAN C 1972 On q and seismic discrimination. *Geophysical Journal International* **31** (1-3), 163–177.
- SOURIAU, ANNIE, CHALJUB, EMMANUEL, CORNOU, CÉCILE, MARGERIN, LUDOVIC, CALVET, MARIE, MAURY, JULIE, WATHELET, MARC, GRIMAUD, FRANCK, PONSOLLES, CHRISTIAN, PÉQUEGNAT, CATHERINE *et al.* 2011 Multimethod characterization of the french-pyrenean valley of bagnères-de-bigorre for seismic-hazard evaluation : observations and models. *Bulletin of the Seismological Society of America* **101** (4), 1912–1937.
- STEHLY, L, FRY, B, CAMPILLO, MICHEL, SHAPIRO, NM, GUILBERT, J, BOSCHI, L & GIARDINI, D 2009 Tomography of the alpine region from observations of seismic ambient noise. *Geophysical Journal International* **178** (1), 338–350.
- STEIN, SETH & WYSESSION, MICHAEL 2009 *An introduction to seismology, earthquakes, and earth structure*. John Wiley & Sons.
- TAIRA, T & YOMOGIDA, K 2007 Imaging of crustal heterogeneous structures using a slowness-weighted back-projection with effects of scattering modes : 1. theory. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **112** (B6).
- TAIRA, T, YOMOGIDA, K, KUWAHARA, Y *et al.* 2007 Imaging of smallscale crustal heterogeneity as seismic scatterers with array data II : Application of the nagamachi-rifu fault area, japan. *J. Geophys. Res* **112**, B06312.
- TAKAHARA, MOTOAKI & YOMOGIDA, KIYOSHI 1992 Estimation of codaq using the maximum likelihood method. *pure and applied geophysics* **139** (2), 255–268.
- TAKAHASHI, TSUTOMU, OBANA, KOICHIRO, KODAIRA, SHUICHI, SUETSUGU, DAISUKE, TAKAHASHI, NARUMI, KAMIYA, SHIN'ICHIRO & TAMURA, YOSHIHIKO 2011 Random inhomogeneities in the northern izu-bonin arc estimated by tomographic inversion of peak delay times of s wave seismograms. *Journal of Geophysical Research* **116**, 3303.
- TAKAHASHI, TSUTOMU, SATO, HARUO & NISHIMURA, TAKESHI 2008 Recursive formula for the peak delay time with travel distance in von kármán type non-uniform random media on the basis of the markov approximation. *Geophysical Journal International* **173** (2), 534–545.

- TAKAHASHI, TSUTOMU, SATO, HARUO, NISHIMURA, TAKESHI & OBARA, KAZUSHIGE 2007 Strong inhomogeneity beneath quaternary volcanoes revealed from the peak delay analysis of s-wave seismograms of microearthquakes in northeastern japan. *Geophysical Journal International* **168** (1), 90–99.
- TAKAHASHI, TSUTOMU, SATO, HARUO, NISHIMURA, TAKESHI & OBARA, KAZUSHIGE 2009 Tomographic inversion of the peak delay times to reveal random velocity fluctuations in the lithosphere : method and application to northeastern japan. *Geophysical Journal International* **178** (3), 1437–1455.
- TAKAHASHI, TSUTOMU, SATO, HARUO, OHTAKE, MASAKAZU & OBARA, KAZUSHIGE 2005 Scale dependence of apparent stress for earthquakes along the subducting pacific plate in northeastern honshu, japan. *Bulletin of the Seismological Society of America* **95** (4), 1334–1345.
- TARANTOLA, ALBERT 2005 *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. siam.
- TIEPOLO, MASSIMO, TRIBUZIO, RICCARDO, JI, WEI-QIANG, WU, FU-YUAN & LUSTRINO, MICHELE 2014 Alpine tethys closure as revealed by amphibole-rich mafic and ultramafic rocks from the adamello and the bergell intrusions (central alps). *Journal of the Geological Society* **171** (6), 793–799.
- TONN, RAINER 1991 The determination of the seismic quality factor q from vsp data : A comparison of different computational methods. *Geophysical Prospecting* **39** (1), 1–27.
- TRAMPERT, J 1998 Global seismic tomography : the inverse problem and beyond. *Inverse Problems* **14** (3), 371.
- TSAI, CHU-CHUAN PETER & CHEN, KOU-CHENG 2000 A model for the high-cut process of strong-motion accelerations in terms of distance, magnitude, and site condition : An example from the smart 1 array, lotung, taiwan. *Bulletin of the Seismological Society of America* **90** (6), 1535–1542.
- TSELENTIS, G-AKIS 1993 Depth-dependent seismic attenuation in western greece. *Tectonophysics* **225** (4), 523–528.
- TSUJIURA, M 1978 Spectral analysis of the coda waves from local earthquakes. *Bull. Earthquake Res. Inst* **53**, 1–48.
- VLAHOVIĆ, IGOR, TIŠLJAR, JOSIP, VELIĆ, IVO & MATIČEC, DUBRAVKO 2005 Evolution of the adriatic carbonate platform : Palaeogeography, main events and depositional dynamics. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology* **220** (3), 333–360.
- WALSH, JB 1969 New analysis of attenuation in partially melted rock. *Journal of Geophysical Research* **74** (17), 4333–4337.

- WEAVER, RICHARD L 1982 On diffuse waves in solid media. *The Journal of the Acoustical Society of America* **71** (6), 1608–1609.
- WEGLER, U 2004 Diffusion of seismic waves in a thick layer : theory and application to vesuvius volcano. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)* **109** (B7).
- WEGLER, ULRICH 2005 Diffusion of seismic waves in layered media : boundary conditions and analytical solutions. *Geophysical Journal International* **163** (3), 1123–1135.
- WEGLER, ULRICH & LÜHR, BIRGER-G 2001 Scattering behaviour at Merapi volcano (Java) revealed from an active seismic experiment. *Geophysical Journal International* **145** (3), 579–592.
- WEGLER, ULRICH & SENS-SCHÖNFELDER, C 2007 Fault zone monitoring with passive image interferometry. *Geophysical Journal International* **168** (3), 1029–1033.
- WOODGOLD, CRD 1994 Coda q in the charlevoix, quebec, region : Lapse-time dependence and spatial and temporal comparisons. *Bulletin of the Seismological Society of America* **84** (4), 1123–1131.
- XIE, JIAKANG & MITCHELL, BJ 1990 A back-projection method for imaging large-scale lateral variations of lg coda q with application to continental africa. *Geophysical Journal International* **100** (2), 161–181.
- XIE, J & NUTTLI, OW 1988 Interpretation of high-frequency coda at large distances : stochastic modelling and method of inversion. *Geophysical Journal International* **95** (3), 579–595.
- YOMOGIDA, KIYOSHI & BENITES, RAFAEL 1995 Relation between direct wave q and coda q : A numerical approach. *Geophysical Journal International* **123** (2), 471–483.
- YOSHIMOTO, K, WEGLER, U & KORN, M 2006 A volcanic front as a boundary of seismic-attenuation structures in northeastern Honshu, Japan. *Bulletin of the Seismological Society of America* **96** (2), 637–646.
- ZHAO, LIANG, PAUL, ANNE, GUILLOT, STÉPHANE, SOLARINO, STEFANO, MALUSÀ, MARCO G, ZHENG, TIANYU, AUBERT, CORALIE, SALIMBENI, SIMONE, DUMONT, THIERRY, SCHWARTZ, STÉPHANE *et al.* 2015 First seismic evidence for continental subduction beneath the Western Alps. *Geology* **43** (9), 815–818.

Résumé

L'atténuation est un paramètre clé dans l'évaluation de l'aléa sismique car elle contrôle l'amplitude et la durée du mouvement du sol. Deux mécanismes contribuent à l'atténuation des ondes sismiques courte-période ($f > 1\text{Hz}$, avec f la fréquence) : (1) l'absorption, quantifiée par son facteur de qualité $Q_i(f)$; et (2) le scattering, quantifiée par $Q_{sc}(f)$. L'objectif principal de cette thèse est de cartographier l'atténuation sismique en France Métropolitaine en déterminant l'importance relative de ces deux processus. Pour mener à bien cette tâche, nous avons modélisé le transport de l'énergie sismique multi-diffusée - aussi appelée coda sismique - à l'aide de l'équation de transfert radiatif dans un milieu présentant des variations latérales des propriétés de diffusion et d'absorption. En utilisant une approche perturbative, nous avons calculé les noyaux de sensibilité de l'intensité de la coda sismique à des variations spatiales de Q_{sc} et Q_i à 2-D, dans le cas où la diffusion est isotrope. Dans un deuxième temps, nous avons mesuré la vitesse de décroissance énergétique de la coda sismique, quantifiée par le facteur de qualité de la coda Q_c , sur plus de 120000 formes d'onde collectées en France, en Belgique et sur l'ensemble de l'arc alpin. L'approche théorique développée dans cette thèse nous a permis d'établir une relation approximative entre Q_c et Q_i . Cette relation prend la forme d'une intégrale de Q_i sur le rai direct reliant la source à la station. Cette approximation a été utilisée afin de cartographier pour la première fois les variations régionales de l'absorption entre 1 et 32 Hz dans les Alpes et en France Métropolitaine. Nos résultats mettent en évidence de très fortes variations latérales ($\pm 30\%$) de l'absorption. À basse fréquence ($f \sim 1\text{Hz}$), une corrélation claire apparaît entre la géologie de surface et les structures d'absorption : les zones de forte absorption se localisent sur les séries sédimentaires peu consolidées tandis que les régions de faible absorption correspondent au socle affleurant dans le Massif Armoricaïn, le Massif Central et dans les chaînes de montagne comme les Pyrénées et les Alpes. À haute fréquence ($f \sim 24\text{Hz}$), la corrélation entre géologie de surface et atténuation disparaît. Nous avons formulé l'hypothèse que la dépendance fréquentielle de la structure en atténuation est due à un changement du contenu ondulatoire de la coda sismique avec la fréquence. Ainsi la sensibilité de la coda aux structures profondes de la croûte augmenterait avec la fréquence. Enfin, nous avons initié la mise en oeuvre des noyaux de sensibilité isotrope exacts à 2-D afin d'obtenir une tomographie d'absorption. L'inversion des mesures de Q_c par décomposition en valeurs singulières nous a permis de construire la première tomographie d'absorption qui tienne compte de toute la sensibilité des trajets des ondes multi-diffusées. La carte préliminaire d'absorption obtenue pour les Pyrénées est prometteuse. Nos résultats fournissent des bases théoriques solides pour l'inversion linéarisée de Q_{sc} et Q_i à partir de la coda sismique. Ils offrent également des informations complémentaires aux tomographies de vitesse et des perspectives d'amélioration de la régionalisation des calculs de l'aléa sismique en France Métropolitaine.

Mots clés : Sismologie, coda sismique, atténuation, absorption, scattering, transfert radiatif, tomographie