



**HAL**  
open science

# Comportement dynamique et contrôle des structures réticulées autocontraintes

Sarah Badra Amouri

► **To cite this version:**

Sarah Badra Amouri. Comportement dynamique et contrôle des structures réticulées autocontraintes. Génie civil. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2014. Français. NNT : 2014MON20113 . tel-01541845

**HAL Id: tel-01541845**

**<https://theses.hal.science/tel-01541845>**

Submitted on 19 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ MONTPELLIER II  
— SCIENCES ET TECHNIQUES DU LANGUEDOC —

# THÈSE

pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ MONTPELLIER II

École Doctorale : INFORMATION, STRUCTURES ET SYSTÈMES  
Spécialité : MÉCANIQUE ET GÉNIE CIVIL

---

## Comportement dynamique et contrôle des structures réticulées autocontraintes

---

par

SARAH BADRA AMOURI

Soutenue publiquement le 11 décembre 2014 devant le jury composé de :

M. Frédéric RAGUENEAU	Professeur	LMT Cachan
M. Rosario TOSCANO	Professeur	Universiré de Lyon
M. Abdelhamid BOUCHAIR	Professeur	Université Blaise Pascal
M. Jean François DUBÉ	Professeur	Directeur de thèse Université Montpellier2
M. Julien AVERSENG	Maître e conférence	Codirecteur de thèse Université Montpellier2



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>7</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>9</b>
<b>1 Présentation des systèmes de tensegrité</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction . . . . .	15
1.2 Origines . . . . .	15
1.3 Principe . . . . .	18
1.4 Conception - Recherche de forme . . . . .	21
1.5 Autocontrainte . . . . .	24
1.6 Applications . . . . .	25
1.6.1 Génie civil . . . . .	26
1.6.2 Robotique et spatial . . . . .	28
1.6.3 Biomécanique cellulaire . . . . .	30
1.7 Conclusion . . . . .	30
<b>2 Contrôle des structures légères</b>	<b>31</b>
2.1 Introduction . . . . .	33
2.2 Le contrôle passif . . . . .	33
2.2.1 L'isolation sismique . . . . .	33

2.2.2	Amortisseur harmonique (Tuned Mass Damper) . . . . .	35
2.3	Le contrôle actif . . . . .	36
2.4	Applications aux structures légères . . . . .	39
2.5	Contrôle en boucle fermée . . . . .	42
2.6	Algorithmes de contrôle actif . . . . .	43
2.6.1	Le régulateur PID . . . . .	43
2.6.2	La commande linéaire quadratique . . . . .	44
2.6.3	La commande $H_\infty$ . . . . .	44
2.7	Modélisation et identification des systèmes . . . . .	48
2.7.1	Représentation interne . . . . .	49
2.7.2	Représentation externe (fonction de transfert) . . . . .	50
2.8	Conclusion . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Stratégie du contrôle actif applicable aux structures réticulées autocontraintes</b>	<b>51</b>
3.1	Introduction . . . . .	52
3.2	Mode d'action . . . . .	52
3.3	Modélisation de la structure . . . . .	54
3.4	Développement d'une loi de contrôle robuste . . . . .	57
3.5	Ingrédients pour un asservissement performant . . . . .	59
3.5.1	La stabilité . . . . .	60
3.5.2	Robustesse aux incertitudes . . . . .	62
3.6	Conclusion . . . . .	63
<b>4</b>	<b>Structure active d'étude</b>	<b>65</b>
4.1	Introduction . . . . .	66
4.2	Modèle expérimental d'étude "Grille Tensarch" . . . . .	66
4.3	Les composants de la structure . . . . .	67
4.3.1	Les nœuds . . . . .	67
4.3.2	Les composants comprimés et tendus . . . . .	67
4.4	Autocontrainte et mécanismes . . . . .	69
4.4.1	Autocontrainte . . . . .	69
4.4.2	Mécanismes . . . . .	70
4.5	Choix des activateurs . . . . .	71
4.6	Placement des activateurs intégrés . . . . .	71
4.7	Intégration des activateurs . . . . .	74
4.8	Identification expérimentale du comportement . . . . .	75
4.8.1	Comportement passif . . . . .	75
4.8.2	Comportement actif . . . . .	78
4.9	Conclusion . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Mise en œuvre expérimentale du contrôle actif sur la grille Tensarch</b>	<b>81</b>
5.1	Introduction . . . . .	82
5.2	Modélisation de la structure d'étude . . . . .	82

---

5.3	Développement des contrôleurs . . . . .	83
5.3.1	Analyse de la stabilité de la boucle fermée . . . . .	90
5.4	Boucle de contrôle expérimentale et résultats . . . . .	91
5.4.1	1ère étape : Le contrôle mode par mode . . . . .	92
5.4.2	2ème étape : Le contrôle de tous les modes rencontrés . . . . .	93
5.4.3	Étude de la robustesse sous variations de masse additionnelle . . . . .	98
5.5	Conclusion . . . . .	102
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>103</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>107</b>
	<b>Annexes</b>	<b>113</b>
	<b>AnnexeA</b>	<b>113</b>
.1	Rappels d'automatique . . . . .	114
.2	Systèmes linéaires . . . . .	114
	<b>AnnexeB</b>	<b>117</b>
.1	Programme Scilab . . . . .	118



# Remerciements

A l'issue de la rédaction de cette thèse, je suis persuadée que je n'aurais jamais pu réaliser ce travail doctoral sans le soutien d'un grand nombre de personnes dont la générosité et l'intérêt manifestés à l'égard de ma recherche m'ont permis de progresser.

En premier lieu, je tiens à remercier sincèrement Jean François Dubé, mon Directeur de thèse ainsi que Julien Averseng, mon Co-directeur pour la confiance qu'ils m'ont accordée en acceptant d'encadrer ce travail doctoral, pour leurs multiples conseils et pour toutes les heures qu'ils ont consacrées à diriger cette recherche. Je remercie vivement messieurs Frédéric Ragueneau, Abdel Hamid Bouchair et Rosario Toscano qui me font l'honneur de rapporter et examiner ce travail.

Je sais infiniment gré à monsieur René Motro de s'être rendu disponible pour la pré-soutenance et de m'avoir prodigué maints conseils.

Je tiens également à exprimer ma sincère gratitude aux membres de l'équipe Conception en

Structures et tous les autres membres du LMGC, qui m'ont aidé dans le développement de ce travail, au cours de ces trois dernières années. Et un grand Merci à Reine d'être présente pour nous tous.

Je remercie tous les thésards du LMGC pour la bonne ambiance de travail mais également pour les nombreux bons moments passés ensemble. Entre autres Cécile, Fatima, Patrick, Emna, Lhassan, Adil, Kajetan, Mahmoud,...

Je remercie enfin tous ceux qui ont pu me faire confiance et me soutenir, mes amis, ma famille et mon tendre et cher époux Christophe.

Je dédie cette thèse à mon père "Paix à son âme"

# Introduction générale

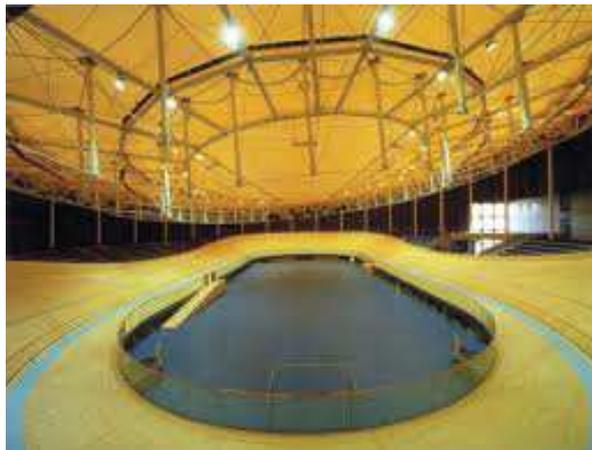
Le travail présenté dans cette thèse porte sur une famille de systèmes mécaniques constructifs innovants : les systèmes de tensegrité. En effet, cette classe à part parmi les structures spatiales, suscite une motivation particulière liée à la promesse de conception de structures légères et visuellement transparentes qui trouvent leur place dans l'architecture d'aujourd'hui. Leurs possibilités d'application dans le génie civil sont étendues, notamment de par leur légèreté et leur grande portée.

La recherche autour de ces systèmes est très active et a abouti également à un certain nombre de réalisations concrètes qui restent conformes au concept original. Sur le plan industriel, quelques architectes et ingénieurs s'y sont intéressés et développent des structures basées sur ce principe. On peut citer quelques réalisations parmi les plus marquantes de Passera et Pedretti [37] (Fig.2), Kawaguchi [30] et Kono et al [29], qui marquent une étape curciale pour le développement des ces systèmes.

L'équipe Conception en Structures du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) a largement contribué au développement théorique et expérimental de la conception des systèmes de tensegrité et à la compréhension de leur comportement statique et dynamique. En 2000, l'aboutissement du projet Tensarch (Raducanu et Motro [35]), marqué par la réalisation d'une



**FIGURE 1** – *Kenneth Snelson Exhibition, National galerie, Berlin, Germany "New Dimension, 1977"*



**FIGURE 2** – *Centre mondial du cyclisme à aigle (Passera et Pedretti)*



FIGURE 3 – *Projet Tensarch®*

grille plane de grandes dimensions occupant 80m (Fig.3) et dont le principe constructif a fait l'objet d'un dépôt de brevet, a démontré la faisabilité de la conception et la réalisation de telles structures.

La présence de l'autocontrainte instaurée initialement est en effet indispensable à la stabilité et la rigidité des systèmes de tensegrité. Il permet d'utiliser des composants au comportement unilatéral tels les câbles, qui sont ainsi beaucoup plus légers et fins que les composants de structures traditionnelles. Or, cet état de contrainte déterminé doit être maintenue à long terme afin que le système conserve toutes ses caractéristiques. Cependant, lorsque ces structures sont soumises aux sollicitation, elles sont amenées à se déformer. Ceci engendre un inconfort et des désordres dans les parties fragiles de la structure et des pertes de tension qui peuvent apparaître à cause de la relaxation des matériaux ou par les assemblages. C'est pourquoi il est important de bien connaître le comportement dynamique de ces structures afin de contrôler l'état d'autocontrainte et le corriger en vue de maintenir un état de fonctionnement acceptable.

C'est dans ce contexte particulièrement engageant et stimulant qu'a pris forme mon sujet de thèse sur le « contrôle de structures légères sous excitation naturelle ».

### **Plan de cette étude**

Les travaux présentés dans ce document s'inscrivent dans la continuité des recherches menées depuis les années 2000 au sein de l'équipe "Conception en Structures", sur l'étude de l'état

d'autocontrainte des systèmes de tensegrité et le contrôle des vibrations.

L'objectif de ce travail est de proposer une stratégie de contrôle qui permettra l'atténuation des vibrations par amortissement actif en utilisant des contrôleurs robustes. Ce manuscrit se décompose en 5 chapitres.

- **Chapitre 1** : présente une étude bibliographique sur les travaux référencés dans la littérature. Nous discutons d'abord sur l'origine, le principe et les notions de base de la « tensegrité ainsi que leurs applications.
- **Chapitre 2** : illustre les méthodes du contrôle actif et passif ainsi qu'une application aux structures légères. On aborde aussi le contrôle en boucle fermée et les différents algorithmes existants.
- **Chapitre 3** : présente la stratégie générale du contrôle proposée et appliquée aux structures réticulées. Cela consiste à choisir d'abord un mode d'action relatif à ces structure et ensuite un emplacement des activateurs qui en découle. Il faut ensuite identifier les paramètres de la structure et enfin, développer une loi de contrôle robuste.
- **Chapitre 4** : montre la structure expérimentale utilisée (grille Tensarch), le mode d'action et son comportement dynamique passif et actif en boucle ouverte.
- **Chapitre 5** : détaille la mise en œuvre expérimentale du contrôle en boucle fermée. Une étude de la robustesse du contrôleur sera présentée en appliquant un chargement massique.

# CHAPITRE 1

## Présentation des systèmes de tenségrité

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>1.2</b>	<b>Origines</b>	<b>15</b>
<b>1.3</b>	<b>Principe</b>	<b>18</b>
<b>1.4</b>	<b>Conception - Recherche de forme</b>	<b>21</b>
<b>1.5</b>	<b>Autocontrainte</b>	<b>24</b>
<b>1.6</b>	<b>Applications</b>	<b>25</b>
1.6.1	Génie civil	26
1.6.2	Robotique et spatial	28
1.6.3	Biomécanique cellulaire	30
<b>1.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>30</b>



## 1.1 Introduction

Dans ce chapitre, sont présentés les systèmes de tensegrité en général. Un préambule résume les éléments essentiels du concept de tensegrité : l'émergence et l'état de l'art. Cela justifie le fondement de notre recherche.

## 1.2 Origines

Jusqu'au 19<sup>ème</sup> siècle et l'avènement des structures en acier, la majorité des matériaux du génie civil sont plus performants en compression qu'en traction. De ce fait, les ouvrages sont conçus et bâtis en favorisant la résistance en compression. Mais ce n'est sûrement pas la façon la plus efficace d'utiliser les matériaux en raison du phénomène de flambement des éléments comprimés lorsque l'élancement est élevé. Par ailleurs, ces édifices sont souvent constitués de pierres ou de briques faisant du poids propre la charge prédominante par rapport à la charge d'exploitation.

Il faut attendre le 19<sup>ème</sup> siècle et de nombreux progrès technologiques dans la production de l'acier, pour que des ouvrages d'art moins massifs apparaissent. Les nouveaux matériaux, plus légers, aussi robustes en traction qu'en compression, permettent aux structures d'une part d'avoir une forme plus élancée, d'atteindre une hauteur plus importante et, d'autre part, de réduire le temps et le coût de la construction. Les premières structures les plus remarquables du génie civil que l'on peut considérer comme légères et résistantes sont le pont de Brooklyn et la tour Eiffel (Fig. 1.1).

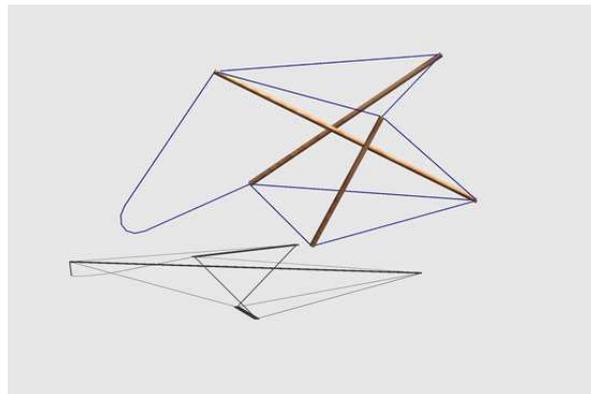
C'est grâce à tous ces préalables, à l'imagination et au travail laborieux de trois pionniers que la tensegrité a vu le jour. C'est à Richard Buckminster Fuller, inventeur, ingénieur et architecte américain que l'on doit le mot tensegrité, néologisme dérivant du mot anglais tensegrity [23], qualifie un état de « tension intégrale » (tensional tensegrity) en référence à un concept « d'îlots de compression dans un océan de traction » qu'il souhaitait pouvoir réaliser.

De nombreux écrits ont été consacrés à l'historique des systèmes tensegrité. Les deux références les plus explicites sont contenues dans les parutions de l'International Journal of Space Structures, l'une datant de 1992 [34] et l'autre de 1996 [31]. Tous les trois, David Georges Emmerich, Richard Buckminster Fuller et Kenneth Snelson ont déposé un brevet convaincant et décrivent tous des structures identiques.



**FIGURE 1.1** – a) *Brooklyn bridge – New York 1883*, b) *La tour Eiffel 1889*

Selon R. Motro [33], c'est Fuller qui a énoncé le concept de tenségrité. Snelson, un de ses élèves, a réalisé les modèles physiques permettant de concrétiser l'idée que Fuller n'avait pu matérialiser. Emmerich [19] quant à lui, d'une façon indépendante et inspiré par la sculpture *Gleichgewicht konstruktion* de Karl Loganson (Fig. 1.2) [33], daté de 1921 la décrit comme une curieuse structure, assemblée de trois barres et de sept tirants, manipulable à l'aide d'un huitième tirant détendu, l'ensemble étant déformable.



**FIGURE 1.2** – *Gleichgewicht konstruktion de Karl Loganson [33]*

Mais ces systèmes se sont principalement développés lors des cinquante dernières années, mais n'ont été construits qu'à l'état d'œuvre d'art. L'œuvre la plus célèbre est sans équivoque la « Tour Aiguille » (Needle Tower) de Snelson [43] (Fig. 1.3).

Cette structure a intrigué les scientifiques par son esthétique et sa pureté, mais aussi et surtout parce qu'elle remettait en cause la continuité des éléments comprimés. En effet, comment ne



FIGURE 1.3 – Plywood X piece -Keneth Snelson- Needle Tower 1968

pas être surpris par la stabilité de ces systèmes ou quelques éléments rigides en compression semblent "flotter" dans les airs.

En 1958, Emmerich conçoit à partir d'un jeu de mikado le principe des Structures Autotendantes, où l'équilibre entre traction et compression aboutit à une construction stable et indéformable. Cet assemblage de chaînettes et bâtonnets, qui constituent les barres et tirants, définit une configuration polyédrique où les éléments sont solidarisés les uns aux autres. D'après Emmerich, les Structures Autotendantes (Fig. 1.4) sont des systèmes modulaires, elles participent d'un jeu d'entassement ou de dispersion libre, un jeu de mouvement et de croissance, dont la richesse morphologique, inhérente aux structures naturelles, est pratiquement inépuisable.

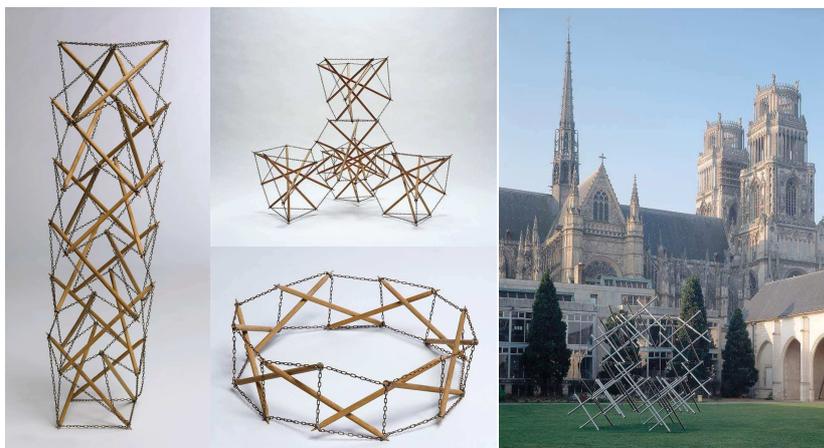


FIGURE 1.4 – Structures autotendantes de David Georges Emmerich

### 1.3 Principe

Le concept de tenségrité chez les différents inventeurs, converge vers la caractérisation d'un système constructif en auto-équilibre formé d'un ensemble discontinu d'éléments comprimés inséré dans un réseau continu d'éléments tendus. La traction et la compression s'équilibrent pour former une configuration stable et rigide. Un demi-siècle après l'émergence de la tenségrité, de nombreuses définitions sont proposées par les chercheurs passionnés par cette structure fascinante. Sans être exhaustif, nous en listons quelques unes dans les lignes suivantes.

D'une manière très poétique, Fuller décrit la tenségrité comme « des îlots de compression au sein d'un océan de tension » [24]. Selon cet auteur, le principe de la tenségrité est valable à toute échelle micro ou macroscopique [24]. Quelques années après, il écrit dans son livre (voir Fig. 1.5) « Synergetics » [40] une explication plus approfondie : « Tenségrité décrit un principe de relation structurelle où la forme structurale est garantie par le comportement complètement fermé, continu et tendu du système et non par le comportement des membres discontinus et localement comprimés ».

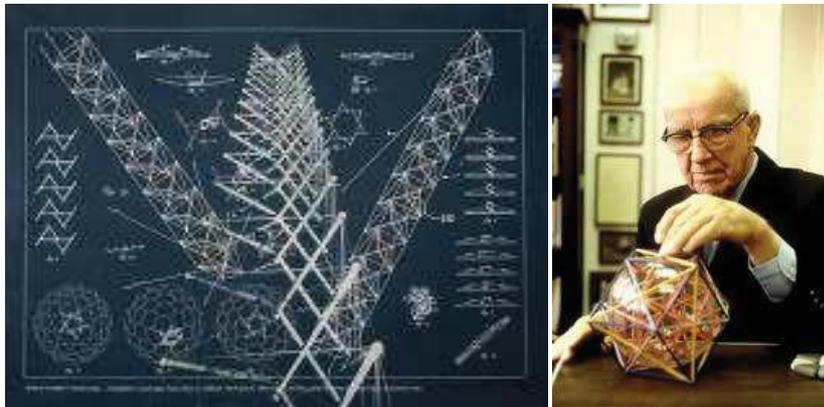


FIGURE 1.5 – *Tensile – Integrity structure- Fuller Richard Buckminster*

Basé sur le travail effectué par Fuller, A. Pugh [1] définit la tenségrité de la façon suivante : « Un système de tenségrité est établi quand un ensemble discontinu de composants comprimés interagissent avec un ensemble continu de composants tendus pour générer un volume stable dans l'espace »

Plus récemment, Motro [33] propose une définition de base très proche de ce que Snelson, Fuller et Emmerich ont proposé dans leurs brevets. Elle peut servir de référence pour juger dans quelles mesures tel ou tel système constructif peut être rattaché à la classe des systèmes de tensegrité : " les systèmes de tensegrité sont des systèmes réticulés spatiaux en état d'autocontrainte. Tous leurs éléments ont une fibre moyenne linéaire et ont une taille équivalente. Les éléments tendus n'ont pas de rigidité en compression et constituent un ensemble continu. Les éléments comprimés sont un ensemble discontinu".

On retient de cette définition que les systèmes de tensegrité sont des systèmes réticulés, cela suppose donc que les éléments ne sont soumis qu'à des efforts normaux. De plus, leur rigidité est acquise par l'autocontrainte indépendamment de toute action extérieure. Les éléments tendus sont généralement des câbles et les éléments comprimés sont bien souvent des barres.

Pour résumer, chaque auteur a sa façon de décrire la tensegrité. Avec une faible différence en terme de concept, ces propositions englobent les propriétés générales du système de tensegrité et surtout, confirment l'idée de Fuller qu'il s'agit d'un principe plutôt qu'un système structurel qui est de plus en plus connu dans le monde scientifique. Au-delà du génie civil, selon le domaine d'activité, dans les mathématiques [14] ou la biologie [26] [27] par exemple, la description de la tensegrité peut varier. Par contre, le principe d'auto-équilibre et de « tension continue, compression discontinue » reste toujours le fil rouge.

Les systèmes de tensegrité fonctionnent à l'image des systèmes pneumatiques, qui obtiennent leur forme et leur rigidité grâce à la présence d'un fluide sous pression que l'on assimile ici à l'ensemble des barres comprimées. Celles-ci sont maintenues à l'intérieur d'une enveloppe sous tension qui concrètement est un réseau continu de composants tendus. Une image simple et couramment utilisée est celle d'un ballon. Elle permet de mettre en évidence les trois états rencontrés dans ce type de système (Fig. 1.6).



FIGURE 1.6 – *Ballon gonflé - dégonflé*

En effet, dans sa configuration dégonflée, un ballon n'a pas de forme bien définie. Mais lorsqu'on lui insuffle un volume d'air supérieur à celui délimité par sa membrane, il prend alors, dans cette géométrie d'équilibre autocontrainte, la forme recherchée. Sa rigidité est provoquée par la mise en tension de sa membrane. On retrouve le même principe pour les systèmes de tensegrité. Dans ce cas, les éléments comprimés discontinus jouent donc le rôle de l'air sous pression dans un ballon, alors que les éléments tendus peuvent être assimilés à sa membrane [17] (Fig. 1.7).

- (a) Relâché : autocontrainte nulle et forme indéterminée.
- (b) État limite : autocontrainte nulle, aucune rigidité mais forme déterminée.
- (c) État autocontraint : rigidité et forme sont déterminées.

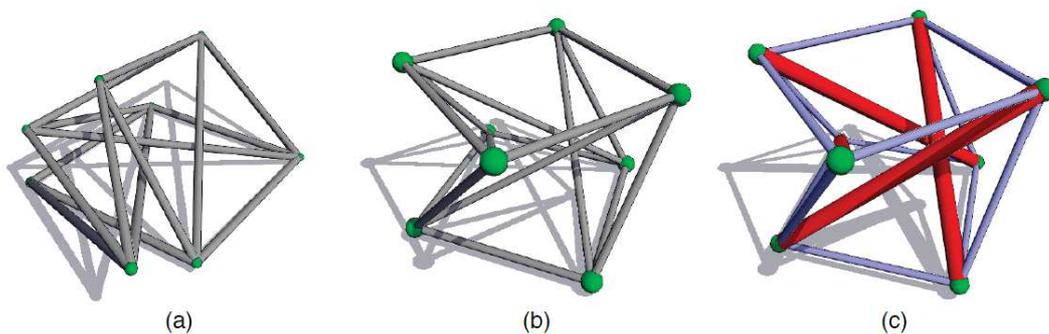


FIGURE 1.7 – *Les trois états d'un système autocontraint*

En continuant selon la même analogie, il est aisé de constater que, lorsque l'on presse un ballon entre les mains ou que l'on pince le pneu d'une bicyclette, la dureté ou la souplesse que l'on res-

sent est directement fonction de la pression de gonflage et non des caractéristiques matérielles de l'enveloppe. De même, la raideur apparente d'un système de tenségrité, selon une certaine direction, évoluera selon le niveau d'autocontrainte mis en place. Dans les deux cas, il s'agit de la mobilisation partielle ou complète de mécanismes infinitésimaux qui lui confèrent dans ce cas un comportement non-linéaire et qui est fonction de l'état de contraintes internes.

Ces mécanismes sont les déplacements qui ne sollicitent pas les éléments, c'est-à-dire qu'ils n'induisent aucune déformation relative longitudinale dans les composants, et donc aucune contrainte [49]. Un mécanisme est dit infinitésimal lorsque ces déformations sont nulles jusqu'à un certain ordre. L'ordre d'un mécanisme est le degré de déplacement au-delà duquel il y a déformation longitudinale des éléments. Un mécanisme est dit fini lorsque les déformations restent strictement nulles, quels que soient les déplacements engendrés (comme dans le cas des mouvements de corps rigide), soit un ordre infini. Dans le cas de la figure 1.8, les allongements sont nuls au premier ordre mais provoquent une variation d'effort en  $K \cdot (d/l^0)^2$  dans les deux câbles, de raideur  $K$  et de longueur initiale  $l^0$ , qui tendent à revenir à la position d'équilibre. C'est une rigidité géométrique du second ordre qui intervient et qui est donc caractéristique d'un mécanisme d'ordre 1.

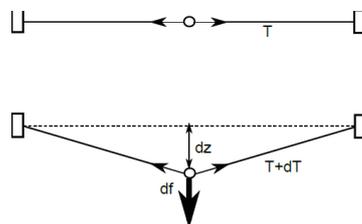


FIGURE 1.8 – Mécanisme infinitésimal d'ordre 1.

## 1.4 Conception - Recherche de forme

Les systèmes de tenségrité répondent à un double objectif : forme et équilibre des forces. La conception de ce type de système doit donc prendre en compte la présence d'autocontrainte dans une démarche de recherche de forme. Différentes méthodes peuvent être mises en œuvre. En premier lieu viennent les méthodes statiques. Celles-ci furent à l'origine de ces systèmes et procèdent par une analyse expérimentale sur des maquettes ou par l'étude géométrique de l'équilibre. Ce type de méthode se heurte très vite à un nombre de paramètres limité, donc à

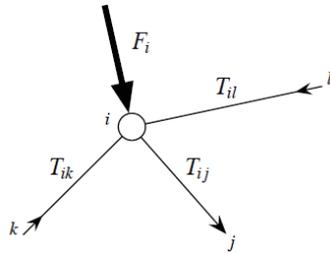


FIGURE 1.9 – Équilibre statique d'un nœud

des systèmes de faible complexité. Elles permettent surtout la création et l'étude de modules élémentaires.

Ainsi, un grand nombre de formes de base peuvent être générées à partir des polyèdres réguliers [19]. Pour obtenir des géométries moins triviales, il est possible d'agréger ces modules simples autotendants pour former des systèmes de taille plus importante. Cette démarche reste tout de même limitée à une juxtaposition simple.

Pour constituer des systèmes plus complexes, on se tourne vers des méthodes de recherche de forme paramétriques, telles celles basées sur les densités de force ou la relaxation dynamique. Dans leur principe, elles restent mono-paramétrées. Vassart [48] propose une méthode multi-paramétrée utilisant les densités de forces qu'il applique aux systèmes réticulés autocontraints et qui permet de générer des formes non régulières, en jouant sur un nombre voulu de facteurs. Il reste que ces méthodes nécessitent au préalable la connaissance de la structure relationnelle du système.

L'équilibre global d'un système réticulé donné (Fig. 1.9) est la simultanéité des équilibres de chaque nœud. Pour un nœud  $i$  soumis aux efforts internes et extérieurs, celui-ci s'écrit comme suit :

$$\sum T_{ij} + F_i = 0 \quad (1.1)$$

où  $T_{ij}$  représente l'effort interne de l'élément reliant le nœud  $j$  au nœud  $i$  et  $F_i$  l'effort extérieur appliqué au nœud  $i$ . Les efforts internes sont fonction de l'allongement de chaque élément et s'expriment comme suit, selon la loi élastique linéaire (Hooke) :

$$T_{ij} = E_i A_i \frac{l_i - l_i^{lib}}{l_i} \quad (1.2)$$

Où

- $E_i$  est le module d'Young,
- $A_i$  l'aire de la section droite,
- $l_i$  la longueur actuelle,
- $l_i^{lib}$  la longueur de fabrication ou longueur libre.

On note  $x_i$ ,  $y_i$ , et  $z_i$  les coordonnées spatiales du nœud  $i$  et  $j$  dans la configuration géométrique de référence. La projection de l'équation (1.1) sur les trois axes donne :

$$\begin{cases} \sum T_{ij} \frac{x_j - x_i}{l_{ij}^0} + F_i^x = 0 \\ \sum T_{ij} \frac{y_j - y_i}{l_{ij}^0} + F_i^y = 0 \\ \sum T_{ij} \frac{z_j - z_i}{l_{ij}^0} + F_i^z = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Cette fois,  $T_{ij}$  est l'expression algébrique de la force dans l'élément  $(i, j)$ , reliant le nœud  $i$  au nœud  $j$ . Cette équation d'équilibre peut être simplifiée en introduisant la densité de force  $q_{ij}$  de chaque élément  $(i, j)$  :

$$q_{ij} = \frac{T_{ij}}{l_{ij}^0} \quad (1.4)$$

Les relation précédentes pour un nœud deviennent alors :

$$\begin{cases} \sum q_{ij}(x_j - x_i) + F_i^x = 0 \\ \sum q_{ij}(y_j - y_i) + F_i^y = 0 \\ \sum q_{ij}(z_j - z_i) + F_i^z = 0 \end{cases} \quad (1.5)$$

Le système d'équations obtenu en appliquant l'équation (1.5) à tous les nœuds de la structure est la forme globale matricielle suivante :

$$A.q = f \quad (1.6)$$

avec  $A$  la matrice d'équilibre de la structure (de dimension  $b * 3n$ ),  $q$  le vecteur des densités de forces des  $b$  éléments, et  $f$  le vecteur du chargement extérieur agissant sur les  $n$  nœuds.

## 1.5 Autocontrainte

L'autocontrainte est définie à une constante près par la valeur des efforts internes dans chaque élément en l'absence de toute action extérieure. Ces efforts internes résultent des déformations nécessaires pour assurer l'assemblage des éléments lors de la construction.

L'état d'équilibre de l'ensemble des forces internes correspond à un champ de densité de force  $q_0$  satisfaisant :

$$Aq_0 = 0 \Leftrightarrow q_0 \in \ker A \quad (1.7)$$

On peut exprimer cet état en fonction d'une base de l'espace  $\ker A$ , formée d'états d'autocontraintes fondamentaux, inhérents à la structure. C'est la base d'autocontrainte, notée  $[S]$ . D'un point de vue complémentaire, les allongements relatifs  $e$  des éléments s'écrivent en fonction du champ de déplacement  $d$  des nœuds de la structure par une relation de compatibilité qui se met sous une forme matricielle simple [49], dans l'hypothèse des petits déplacements :

$$[A]^t \{d\} = \{e\} \quad (1.8)$$

Ainsi, les mécanismes d'ordre au moins égal à 1 (les déplacements nodaux tels qu'il n'y ait pas de modification de l'état de contrainte du système, c'est-à-dire sans variation de la longueur des composants au premier ordre) sont l'ensemble des déplacements  $d_0$  appartenant au noyau  $\ker[A]^t$ . De tels déplacements sont stabilisés par une rigidité de nature géométrique liée à l'état de contraintes internes. Vassart [49] propose un test de stabilité basé sur l'énergie élastique apportée par les perturbations géométriques dues à ces mécanismes infinitésimaux. Une augmentation du niveau d'énergie indique en effet que le système se situe dans un creux d'énergie potentielle, donc dans un état d'équilibre stable. Dans le cas contraire, le système autocontraint est instable et il faut stabiliser les mécanismes en ajoutant un nouvel élément ou en choisissant des conditions aux limites plus restrictives. Parmi les mécanismes finis, les six mouvements de solide rigide sont un cas particulier que l'on élimine classiquement en imposant des conditions d'appuis isostatiques.

La matrice d'équilibre d'un système réticulé est donc fondamentale pour l'étude des mécanismes et de la base d'autocontrainte. Le calcul du noyau de cette matrice et celui de sa transposée est possible avec les fonctions implémentées dans la plupart des logiciels de calcul matriciel. Mais ces méthodes purement numériques, qui utilisent des algorithmes itératifs, sont parfois très sensibles à des valeurs négligeables sur le plan mécanique, ce qui peut conduire à un calcul incorrect de la base d'autocontrainte [39]. Il est généralement préférable d'utiliser une méthode fondée sur un échelonnement de la matrice augmentée, telle

celle proposée par Pellegrino et Calladine [38], qui permet de mieux maîtriser les tolérances de calcul.

## 1.6 Applications

Ces systèmes ont des propriétés intéressantes telles que :

- La possibilité de pliage : Par modification de longueur de certains éléments, un système de tensegrité peut être plié (Fig. 1.10). Il est possible de contrôler le déploiement au moyen des câbles dits « actifs » [38], [7].

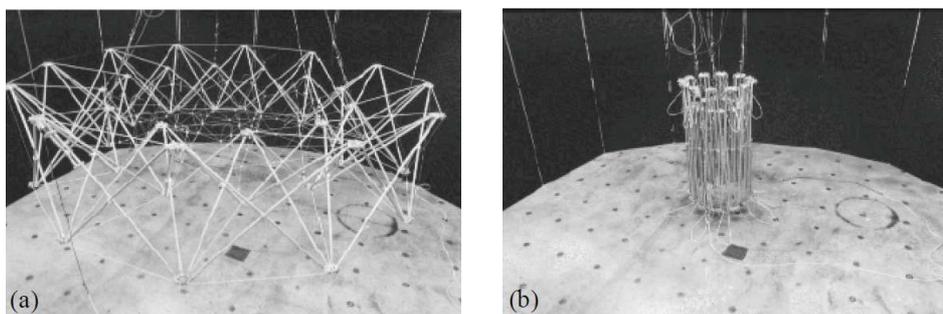


FIGURE 1.10 – Anneau de tensegrité pliable. a) configuration dépliée, b) configuration pliée [38]

- Le faible poids : selon la majorité des experts, une structure de tensegrité peut être considérée comme une structure légère, même si ce point de vue n'est pas tout à fait partagé par Wang [50].
- Le montage modulaire : à partir d'une structure relationnelle, il existe plusieurs géométries d'équilibre régulières ou irrégulières. L'assemblage de modules élémentaires peut être envisagé selon différents modes, selon une ligne (rectiligne ou courbe) ou une surface, afin de générer la structure souhaitée.
- La stabilité : ce caractère particulier permet d'obtenir une forme déterminée en équilibre sans nécessiter de liaison externe supplémentaire.
- La transparence et l'esthétique : la transparence provenant des barres « flottant » dans l'espace est une originalité notable d'une structure de tensegrité (Fig. 1.11). Snelson, sculpteur américain, a mis en valeur ce point au travers de ses travaux. On peut s'apercevoir qu'au sein de ses œuvres, émane toujours une architecture élégante et dégagée.



FIGURE 1.11 – *Sleeping dragon Snelson*

Toutefois, la tensegrité connaît certains points faibles à surmonter.

En effet, ces structures ont des propriétés d'amortissements faibles et peuvent donc présenter des niveaux de vibration importants quand elles sont excitées par des charges externes, d'origine climatique, humaine, ou sismique. Ceci peut engendrer un inconfort et des désordres dans les parties fragiles de la structure. C'est pourquoi il est important de bien connaître le comportement dynamique de ces systèmes afin de pouvoir contrôler les vibrations, ce qui est la motivation de ce travail.

Au cours d'un demi siècle de recherche scientifique, des réalisations d'envergure ont vu le jour. Des applications dans le domaine spatial mais même aussi en biologie sont même envisagées. Nous présentons dans les paragraphes suivants quelques champs d'application déjà couverts par la tensegrité. Cette liste est sur le point de s'élargir en parallèle avec de nouvelles utilisations envisagées chaque jour.

### 1.6.1 Génie civil

La recherche de forme, l'analyse comportementale, l'étude du déploiement et le contrôle actif sont des thèmes de recherche menés de manière à mettre en évidence l'efficacité de la tensegrité. Dans la pratique, le principe de tensegrité est initialement connu par les œuvres sculpturales de Snelson. La réalisation de systèmes réticulés spatiaux en état de tensegrité commence à se multiplier. La plus exemplaire est certainement l'Arteplage réalisée pour l'exposition suisse en 2002 à Yverdon-les-Bais (Fig. 1.12). Dessinée par les architectes new-yorkais Diller et Scofidio et calculée par le bureau d'étude suisse Passera Pedreti.



**FIGURE 1.12** – *Arteplage Yverdon-les-Bains 2002*

René Motro, de son côté, a réalisé une grille spatiale à double nappe satisfaisant le principe de tensegrité dans le cadre d'un projet intitulé "Tensarch" (Fig. 1.13). Cette grille de plus de  $80m^2$  a été dimensionnée selon l'Eurocode 3 pour des actions classiques tant en charges permanentes qu'en charges d'exploitation.



**FIGURE 1.13** – *Projet "Tensarch". Grille à double nappe de René Motro*

La Figure 1.14 représente le pont Kurilpa, également appelé pont de Tank Street. C'est une passerelle piétonne et cyclable à Brisbane dans le Queensland australien. Le pont Kurilpa est le plus large ouvrage inspiré de la tensegrité .



FIGURE 1.14 – Le pont Kurilpa

Une autres passerelle de tenségrité a été présentée par l'Atelier Architecture 64, un cabinet d'architecture basé à New York. Pour participer à un concours d'architecture (Aout-Septembre 2013) (voir Fig. 1.15).

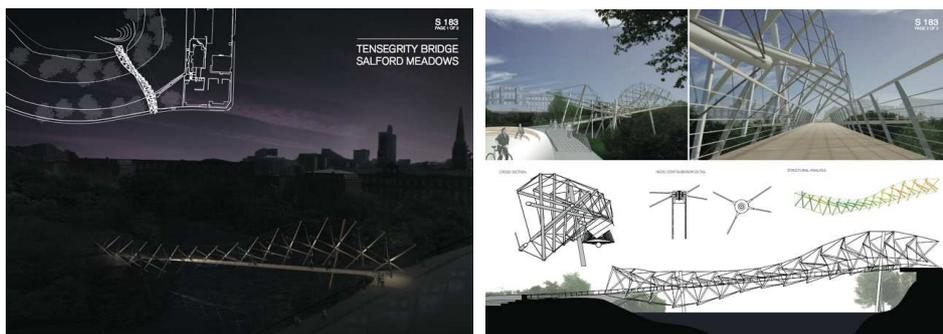


FIGURE 1.15 – Salford Meadows tensegrity bridge

## 1.6.2 Robotique et spatial

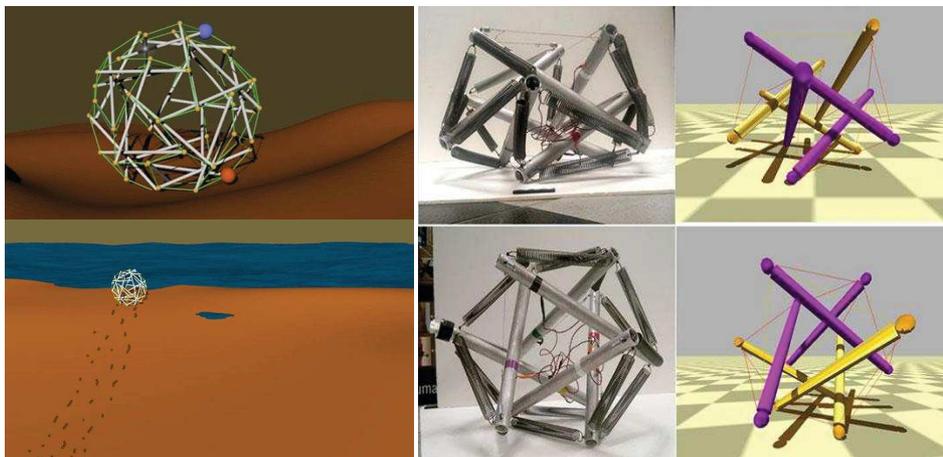
Parmi les travaux récents, deux des plus connus sont effectués par Knight B. et Tibert G. Leurs travaux consistent à la mise en œuvre d'antennes-réflecteurs déployables pour des applications spatiales. La Figure 1.16 expose le processus de déploiement d'un modèle physique étudié par Tibert. Dans le champ de pesanteur, cette antenne parabolique peut se plier facilement par la suspension des barres à l'aide d'un câble.

Un projet d'antenne spatiale, dont la constitution comprend un système réticulé "prismatique" en état de tenségrité, associé à une membrane et un réseau de câble a été élaboré par Gunar Tibert sous la direction du professeur Sergio Pellegrino à l'université de Cambridge [47](Fig. 1.16).



**FIGURE 1.16** – *Projet d'antenne spatiale*

L'équipe de recherche spatiale de la NASA est en train de mettre au point un rover basé sur le concept de tensegrité. Ce robot spatial pourra rouler et se tenir en équilibre sur des tubes tenus par des câbles tendus qui absorbent les chocs. Cette structure sera bien plus légère qu'un châssis volumineux comme celui de Curiosity qui pèse près de 900 kilos. Le Super Ball Bot pourrait être utilisé au cours de la future mission d'exploration sur Titan, la plus grande lune autour de Saturne (Fig. 1.17) ([www.nasa.gov](http://www.nasa.gov)).



**FIGURE 1.17** – *Super Ball Bot*

### 1.6.3 Biomécanique cellulaire

Les applications concrètes de la tenségrité pourraient bien dépasser le simple champ de la construction pour investir, par exemple, celui de la biologie. L'équipe de René Motro a déjà commencé à utiliser ce concept pour simuler le comportement des microtubules du cytosquelette [32]. En effet, à l'intérieur des cellules animales ou humaines, entre le noyau et la membrane extérieure, les microtubules du cytosquelette semblent se comporter mécaniquement comme les éléments comprimés d'un système de tenségrité. Les modélisations réalisées, confortées par des expériences *in vivo*, simulent la naissance des microtubules et la progression des cellules par adhésions successives sur un substrat (Fig. 1.18).

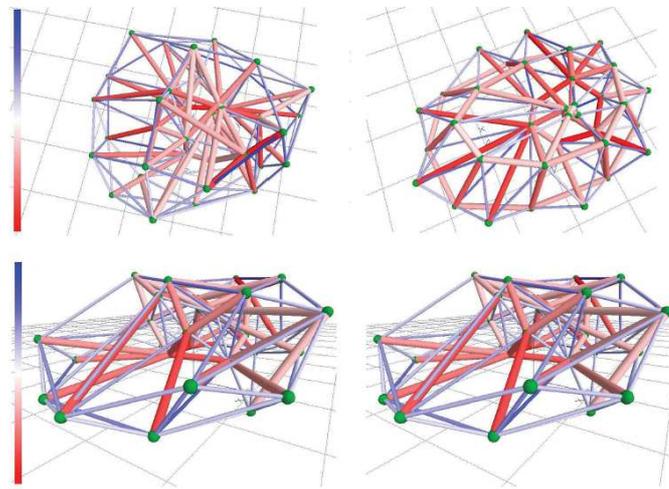


FIGURE 1.18 – Modélisations d'une cellule endothéliales [32]

## 1.7 Conclusion

La performance mécanique, l'esthétisme et l'utilisation optimale des matériaux sont les avantages essentiels d'une structure de tenségrité. Les applications potentielles ne cessent de se développer chaque jour grâce au progrès dans les méthodes et les outils de conception. La capacité à se déployer leur permet de les faire classer dans la catégorie des structures pliables dont l'intérêt réside dans la mobilité et la transformabilité. On s'intéresse de plus en plus à leur optimisation et leur comportement dynamique en proposant des méthodes de contrôle.

# Contrôle des structures légères

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>33</b>
<b>2.2</b>	<b>Le contrôle passif</b>	<b>33</b>
2.2.1	L'isolation sismique	33
2.2.2	Amortisseur harmonique (Tuned Mass Damper)	35
<b>2.3</b>	<b>Le contrôle actif</b>	<b>36</b>
<b>2.4</b>	<b>Applications aux structures légères</b>	<b>39</b>
<b>2.5</b>	<b>Contrôle en boucle fermée</b>	<b>42</b>
<b>2.6</b>	<b>Algorithmes de contrôle actif</b>	<b>43</b>
2.6.1	Le régulateur PID	43
2.6.2	La commande linéaire quadratique	44
2.6.3	La commande $H_\infty$	44
<b>2.7</b>	<b>Modélisation et identification des systèmes</b>	<b>48</b>
2.7.1	Représentation interne	49
2.7.2	Représentation externe (fonction de transfert)	50
<b>2.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>50</b>



## 2.1 Introduction

Dans cette partie, nous allons présenter quelques méthodes de contrôle de vibration des structures. Ces méthodes permettent de concevoir des structures pour résister, sans dégâts appréciables, à des actions dynamiques. Parmi ces méthodes de contrôle, on peut distinguer trois approches différentes : passif, actif et hybride.

Les dispositifs de contrôle sont nombreux et il serait prétentieux de tous les énumérer. On propose dans les paragraphes suivants de décrire quelques dispositifs de contrôle mis en œuvre sur des structures en génie civil .

## 2.2 Le contrôle passif

Les techniques passives d'amortissement des vibrations structurales utilisent l'intégration de matériaux aux propriétés amortissantes ou l'ajout de systèmes couplés à la structure de telle façon que les vibrations de la structure soient amorties passivement, c'est à dire, sans aucune intervention extérieure supplémentaire et sans apport d'énergie de l'extérieure.

### 2.2.1 L'isolation sismique

Le principe de l'isolation sismique n'est pas nouveau ; les premières expériences remontant au début de 20<sup>ème</sup> siècle. La première application de la technologie moderne de l'isolation sismique à la base a été réalisée sur une école élémentaire à Skopje (ex-Yougoslavie) dont la construction a été achevée en 1996. Ces systèmes consistent à mettre, entre la fondation et la superstructure, des dispositifs qui ont une déformabilité horizontale importante et une rigidité verticale élevée.

On peut classer Les systèmes d'isolation sismique en deux catégorie.

#### – Les systèmes à base d'élastomère :

Les appuis sont constitués de matériaux légèrement déformables appelés élastomères, naturels tels que le caoutchouc ou synthétiques comme le néoprène, eux-mêmes séparés par des plaques d'acier appelées frettes (voir figure 2.1). Ceux-ci sont les plus courants. Ils permettent une flexibilité horizontale et ainsi un déplacement de la superstructure en bloc dans

le sens contraire au déplacement du sol. De ce fait il réduit considérablement le déplacement relatif des étages.

Plus les élastomères sont élastiques/flexibles, moins les charges sismiques ressenties par le bâtiment sont importantes. Cependant une trop grande flexibilité des appuis diminue considérablement la stabilité de l'ouvrage en temps normal. Ces appuis sont donc appelés à juste titre « à déformation » car ils se déforment pour diminuer les effets des secousses sur le bâtiment.



FIGURE 2.1 – Isolateur sismique en élastomère (<http://www.archiexpo.fr>)

- **Les systèmes de glissement** : l'interface de glissement permet de dissiper l'énergie sismique par friction. A titre d'exemple, le système de pendule à friction est un système qui utilise une interface de glissement sous forme de cuvette, portion d'une sphère, qui confère à la structure un mouvement global similaire à un pendule. Le rayon de courbure et le coefficient de frottement de l'interface sont les caractéristiques clé qui contrôlent la période d'isolation et la quantité d'énergie dissipée du système, figure 2.2.



FIGURE 2.2 – Isolateur sismique à glissement (<http://www.archiexpo.fr>)

### 2.2.2 Amortisseur harmonique (Tuned Mass Damper)

Un amortisseur harmonique est un dispositif installé sur une structure (ponts, viaducs, antennes) permettant la réduction des oscillations provoquées par le vent et limite les effets d'un séisme. C'est un oscillateur accordé et amorti, généralement dissimulé au sommet de la structure, de telle manière qu'il oscille en opposition de phase avec elle et récupère ainsi de l'énergie.

Le poids de la masse installée dépend de la masse du système que l'on veut amortir. Ce principe a été largement utilisé dans des grands ouvrages, principalement aux Etats Unis et en Asie, en raison d'un risque sismique élevé et pour augmenter le confort des personnes dans les immeubles de grande hauteur sensibles au vent (Fig.2.3).

Une structure très connue par ce type d'amortissement est le Taipei 101, anciennement Centre financier international de Taipei, est un gratte-ciel localisé dans le district de Xinyi, Taipei à Taïwan. Le bâtiment est officiellement classé 3<sup>e</sup> plus grand gratte-ciel du monde avec une hauteur de 509m. Taipei 101 est conçue pour résister aux typhons et aux tremblements de terre fréquents dans la zone Asie-Pacifique. Une boule d'acier de 660 tonnes est suspendue du 91<sup>e</sup> jusqu'au 87<sup>e</sup> étage de la tour et sert d'amortisseur harmonique (Fig.2.4). Elle permet d'assurer la stabilité de la tour et le confort des occupants. Elle mesure 5,5 m de diamètre

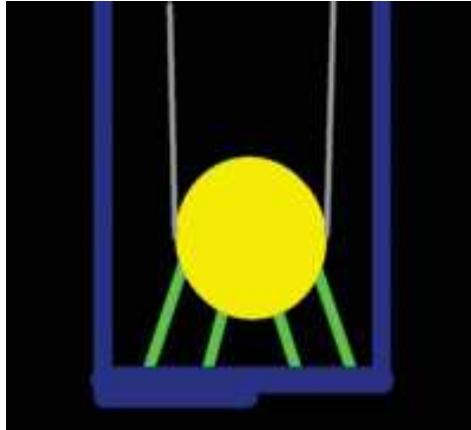


FIGURE 2.3 – *Tuned Mass Damper*

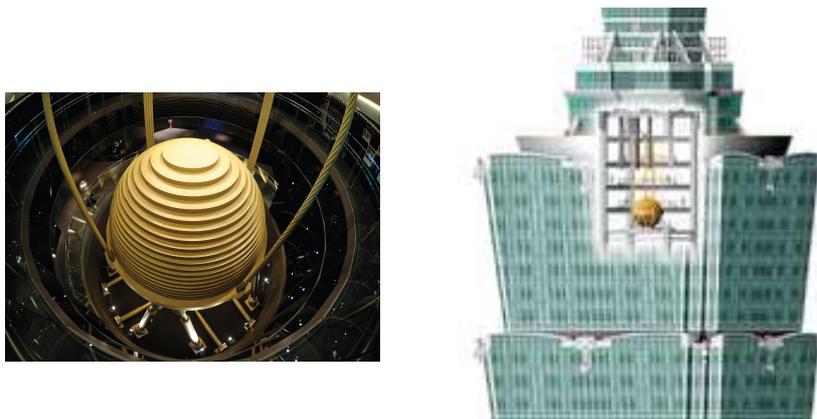


FIGURE 2.4 – *Boule de stabilisation de Taipei 101 et son emplacement*

et est constituée de 41 plaques d'acier de 12,5 cm. Malgré l'efficacité de ces systèmes de contrôle, on voit bien qu'ils impliquent un surcroît de poids sur la structure, ce qui peut ne pas être acceptable.

critique : Malgré leur efficacité, on voit bien que ces systèmes implique un surcroit de poids sur la structure, ce qui peut ne pas être acceptable...

## 2.3 Le contrôle actif

Contrairement aux systèmes passifs, qui ne font que dissiper une partie du travail des efforts extérieurs, les systèmes actifs injectent directement les forces de contrôle nécessaires par l'intermédiaire d'activateurs.

Ce type de contrôle est apparu pour permettre la construction de bâtiment plus haut en contrô-

lant activement face à des vents violents. Le travail réalisé par Lev Zeltin rentre mieux dans le concept de contrôle actif utilisé de nos jours ; il proposa des structures pilotées au niveau de leur fondations par des vérins hydrauliques. La publication de Yao en 1972 [51], propose la première théorie rigoureuse sur le contrôle actif et développe le concept du contrôle des structures de génie civil de grande hauteurs. Le comportement de ces structures contrôlées devrait varier automatiquement en fonction des variations imprévues de la charge ainsi que les conditions environnementales, produisant ainsi des réponses souhaitables dans toutes les conditions de chargement possibles. Il a été suivi par de nombreux auteurs comme Abdel-Rohman [2] [4] [3]. Soong et Manioli [44], en tant que précurseurs, proposent le développement de structures active intégrant aussi bien des éléments de contrôle passif qu'actif pour réagir aux sollicitations extérieures. Cette idée a été appliquée des années après pour la conception d'un pont utilisant ses propres éléments pour le contrôle des vibrations [21].

Des travaux similaires existent dans l'aérospatial où le contrôle de la forme a conduit au développement des structures déployables [38]. Ces structures légères se distinguent couramment par leur amortissement faible et par leur grande souplesse. De fait, elles nécessitent un système de contrôle actif pour compenser les vibrations [12].

Un système de contrôle actif se définit par la présence d'un ou plusieurs actionneurs appliquant des forces selon une loi de contrôle et en utilisant pour leur fonctionnement une source d'énergie externe. Ces forces sont utilisées pour ajouter ou dissiper l'énergie de la structure à contrôler.

Afin de construire un tel système, il existe deux approches radicalement différentes : la première consiste à identifier la perturbation qui crée les vibrations pour l'annuler en lui superposant une excitation "inverse". Cette stratégie de contrôle actif est appelée contrôle par anticipation (feedforward). Elle est surtout développée en acoustique [36] [22].

La deuxième consiste à identifier la réponse de la structure plutôt que l'excitation qui la fait vibrer. Elle nécessite, donc, la modélisation du comportement dynamique de la structure. Le travail de contrôle des vibrations qui porte sur ce type de stratégie est appelé contrôle par boucle de rétroaction (feedback).

Un système de contrôle actif des structures a la configuration de base comme indiquée dans la figure 2.5 et 2.6.

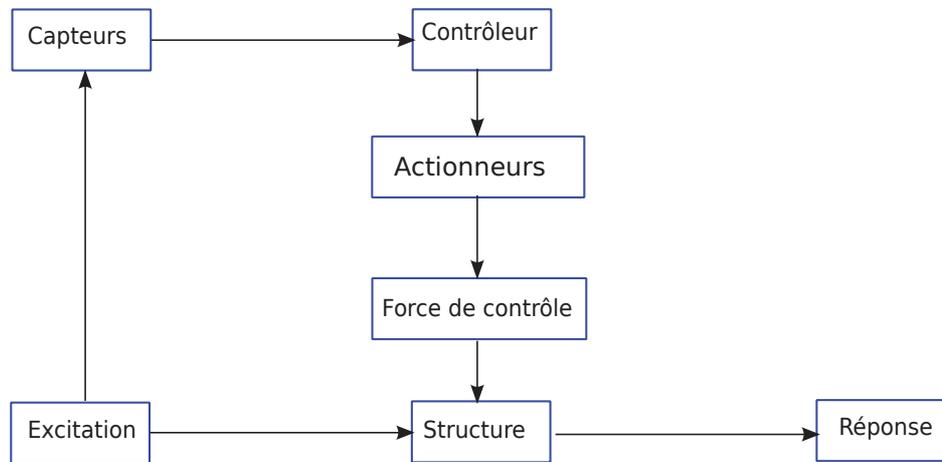


FIGURE 2.5 – Boucle ouverte (feedforward)

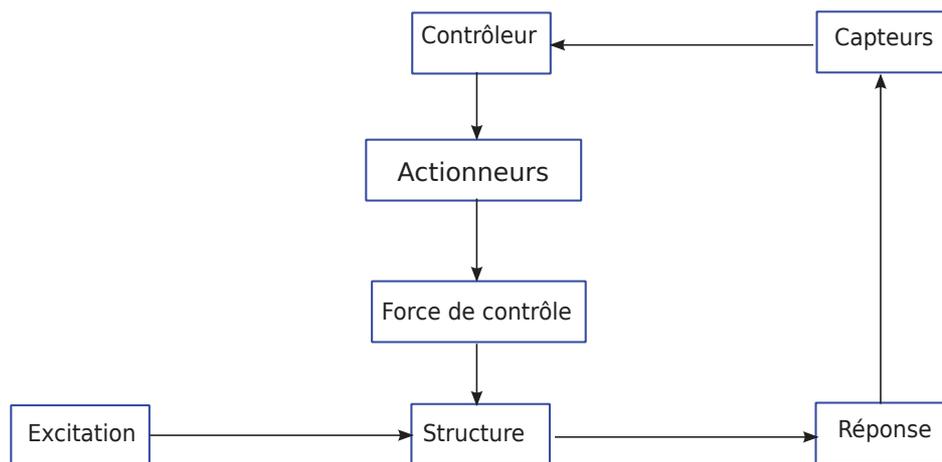


FIGURE 2.6 – Boucle fermée (feedback)

Il consiste premièrement, à placer les capteurs sur la structure pour identifier, à chaque instant, la réponse ou l'excitation. Lorsque la réponse de la structure est mesurée à chaque instant et cette information est utilisée ensuite pour la correction de la force de contrôle appliquée instantanément, la configuration de contrôle est connue sous le nom du contrôle à boucle fermée.

En deuxième étape, il consiste à choisir une loi de contrôle qui permet, à chaque instant, à l'actionneur, en apportant de l'énergie de l'extérieur, de produire une force de contrôle. Lors de la conception d'un système de contrôle actif des vibrations par rétroaction, on commence par étudier le comportement dynamique de la structure à contrôler, puis on choisit une loi de contrôle de rétroaction qui répond au mieux à la problématique. Les lois de contrôles par

rétroaction auxquelles on s'intéresse par la suite se définissent en fonction de l'état de la structure sur laquelle elles sont appliquées.

Pour cette étude, on s'intéresse à la boucle fermée que l'on va développer par la suite.

## 2.4 Applications aux structures légères

Le contrôle de structure de tensegrité a été un sujet de recherche depuis le milieu des années 1990. Cette structure équipée d'activateurs, pouvant adapter sa géométrie en modifiant son état d'autocontrainte est prédisposée à être rendue active.

Djouadi [17] dans son travail de thèse propose de contrôler activement les structures de tensegrité pour une application spatiale. Il souligne notamment les faibles études pour le contrôle des systèmes non-linéaires en opposition à la littérature abondante pour le contrôle des systèmes linéaires. Il reste une méthode de contrôle des systèmes non linéaires reposant sur la combinaison de l'algorithme optimal instantané à la théorie des grands déplacements. Des simulations uniquement numériques sont faites sur un exemple de poutre composée par l'assemblage de plusieurs modules de base appelés "simplex". Cette poutre simule un bras d'antenne d'un satellite pouvant faire l'objet d'un critère de forme géométrique imposé. Des actuateurs sont placés sur certaines barres afin de réduire les déplacements des nœuds dans l'espace. Les résultats de cette étude numérique montrent l'efficacité du contrôle conférant à la structure une plus grande sécurité. L'étude de Djouadi met en évidence l'intérêt de se pencher sur la réduction du nombre de capteurs sans que cela ne dégrade l'efficacité du contrôle. Skelton et al [41] proposent des applications du contrôle actif pour améliorer la manœuvrabilité des ailes d'avion, des antennes et des appareils de microchirurgie. Ils prouvent que la modification substantielle de la forme d'une structure de tensegrité n'implique que des faibles variations de l'énergie potentielle du système. Contrairement aux structures classiques, le contrôle de forme de structure de tensegrité serait alors peu coûteux en énergie à introduire dans le système. Ils proposent aussi de définir la configuration de la structure en fonction de l'objectif de contrôle [42]. De plus, Skelton souligne par une approche énergétique l'existence d'un optimum entre le poids de la structure et le nombre d'activateur. Par ailleurs, dans l'optique de minimiser le changement d'un état d'équilibre à l'autre, Skelton propose un contrôle plus efficace de la tension des câbles que celui des barres.

Sultan et al [45] développent un modèle mathématique décrivant la dynamique non-linéaire de structure de tensegrité. Ils dérivent les équations du mouvement en utilisant une modélisation Lagrangienne. Pour des structures symétriques, ils linéarisent le problème et montre la restriction du nombre d'équations du mouvement pour des reconfigurations symétriques. Ils proposent ainsi de contrôler la tension des câbles d'une structure composée de deux modules

pour ajuster l'altitude du plan supérieur. A cet effet, ils négligent les déformations des barres, la masse des câbles, et supposent que le plan inférieur et supérieur sont indéformables et que les câbles sont toujours tendus et non amortis.

Kanchanasaratool et Williamson [28] proposent de contrôler l'orientation du plan supérieur d'un module de tensegrité en contrôlant la longueur des barres. Ils modélisent la dynamique du système en appliquant des contraintes entre les nœuds du système en équilibre. Chaque barre est composée de deux points, la contrainte en force entre ceux-ci garantie l'existence de la barre. Ils montrent que leur modèle linéarisé permet de faire une bonne approximation du comportement non-linéaire de la structure. Remarquez que leur stratégie de contrôle en boucle fermée nécessite la mesure des vitesses et des positions de chaque nœud.

Shea et al [6] soulignent que les structures de tensegrité rassemblent toutes les prédispositions pour être rendues actives d'une part et de servir de cobaye pour prouver la faisabilité d'une structure intelligente. Ils soulignent que les structures de tensegrité sont légères et réutilisables et qu'elles offrent un nombre attractif de scénario de contrôle structural. De plus, la construction d'une tensegrité ne nécessite pas de fondations massives (appuis) comme pourraient l'exiger des tentes ou des structures membranaires. Des modules tensegrités imbriqués les uns dans les autres conduisent à la création d'une surface pouvant servir, par exemple, comme plateforme d'une toiture d'exposition temporaire. Étant donné que la configuration et la forme d'une telle structure, équipée d'un système de contrôle actif des longueurs des barres, peuvent être modifiées pendant son exploitation, elle deviendrait ainsi une partie intégrante de l'exposition. Une des caractéristiques de la tensegrité étant d'être une structure souple, son comportement à l'état de service en est d'autant plus sensible. De plus, compte tenu que son comportement est non-linéaire et couplé, des techniques sophistiquées d'intelligence artificielle sont proposées pour définir la commande pour des objectifs de contrôle ne pouvant être atteints par les techniques classiques d'automatique.

Fest et al [20] ont démontré expérimentalement la faisabilité de contrôler la forme d'une structure active de tensegrité. La partie la plus difficile de l'étude était le calcul des commandes de contrôle qui modifient l'état d'autocontrainte afin de récupérer la pente de la surface supérieure de la structure lorsqu'elle est soumise à une charge. Domer et Smith ont étudié la capacité de cette structure et son système de contrôle d'apprendre afin de réduire le temps moyen nécessaire pour calculer une commande de contrôle.

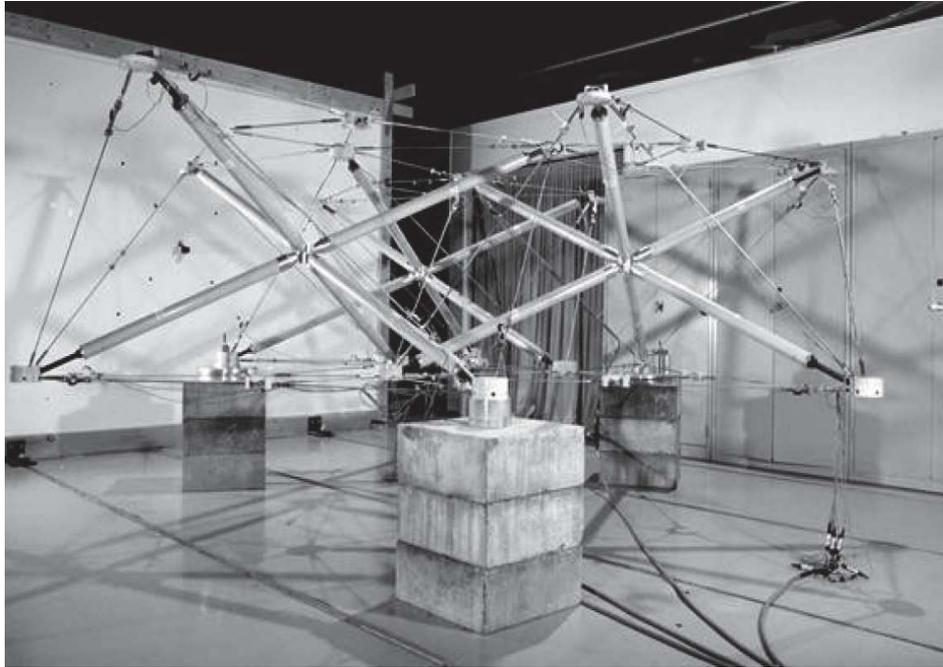


FIGURE 2.7 – Contrôle actif d'un système à trois modules [20]

Adam et Smith [5] ont proposé et validé expérimentalement une approche multi-objectifs pour calculer des commandes robustes de contrôle. La structure a été observée pour accueillir plusieurs cas de chargement pendant sa durée de vie.

Averseng [9] dans son travail de thèse a proposé une démarche de contrôle des systèmes de tensegrité à plusieurs niveaux. Il a divisé la loi de commande en deux parties. Le premier concerne l'état d'autocontrainte, nécessaire à l'existence et la stabilité. Il a présenté une méthodologie permettant par une série d'interventions sur des composants actifs de mener dans un cas général un système vers un état d'autocontrainte cible. Il s'est intéressé également au contrôle en service de l'état géométrique et dynamique, en mettant l'accent sur la robustesse du contrôle proposé.

Skelton [41] présente la dynamique des systèmes de tensegrité sous une nouvelle forme, comme une équation différentielle matricielle. La forme des équations permet la conception de contrôle beaucoup plus facilement puisque les variables de contrôle apparaissent linéairement. Il s'agit d'une aide importante pour les tâches de conception de contrôle. Ali et Smith [7] ont présenté le contrôle d'une structure intelligente en agissant sur ses fréquences propres par des modifications du niveau de l'autocontrainte.

## 2.5 Contrôle en boucle fermée

Une boucle d'asservissement est habituellement décrite par un schéma bloc qui dresse le bilan des signaux circulant dans cette boucle [15]. Le schéma standard d'une boucle de suivi apparaît en Figure 3.9. Le but est de faire suivre la trajectoire de référence  $r$  à la sortie  $y$  du système. La boucle comprend deux ingrédients principaux :

- Le bloc “système”  $G$ , qui représente le système à commander ;
- Le bloc “commande” ou compensateur  $K$ . Son rôle est de générer les commandes à appliquer au système à partir des sorties observées et de signaux de référence.
- Un comparateur qui calcule l'écart entre la sortie réelle et la référence  $e = r - y$ .

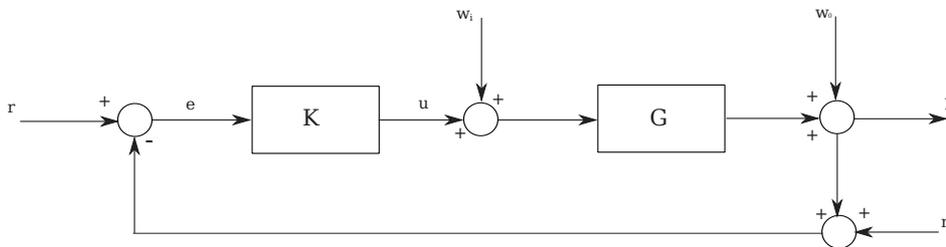


FIGURE 2.8 – Boucle de suivi

Sur ce schéma théorique, on peut considérer plusieurs perturbations externes qui interviennent en des points bien définis de la boucle. La nomenclature suivante est couramment admise pour qualifier les différents signaux :

- $r$  : consigne ou signal de référence.
- $y$  : signal de sortie ou réponse.
- $e$  : erreur de suivi
- $u$  : commande.
- $w_i$  : perturbation de la commande.
- $w_0$  : perturbation de la sortie.
- $n$  : bruit de mesure.

La relation entre la sortie  $y$  et les différentes grandeurs s'exprime par la relation suivante :

$$y = (1 + GK)^{-1}w_0 + (1 + GK)^{-1}Gw_i + (1 + GK)^{-1}GK(r - n) \quad (2.1)$$

Afin d'exprimer ces spécifications, il est nécessaire d'étudier certains transferts de la boucle fermée. Pour cela, on présente les équations caractéristiques de la boucle qui sont :

- la fonction de sensibilité en sortie

$$S(s) = (1 + G(s)K(s))^{-1} \quad (2.2)$$

qui indique la sensibilité de la sortie  $y$  aux perturbations  $w_0$  sur cette sortie, c'est à dire la façon dont  $w_0$  affecte  $y$ . Par défaut, le terme fonction de sensibilité fera implicitement référence à la fonction de sensibilité en sortie. Elle caractérise aussi la relation entre l'erreur d'asservissement  $e$  et les signaux externes  $r$ ,  $w_0$  et  $n$ .

## 2.6 Algorithmes de contrôle actif

Il existe différentes méthodes pour synthétiser un contrôleur :

- Le régulateur PID, une technique industrielle la plus largement utilisée et qui calcule une action Proportionnelle, Intégrale et Dérivée en fonction de l'erreur consigne/mesure.
- La commande prédictive se basant sur l'utilisation d'un modèle dynamique du système pour anticiper son comportement futur.
- La commande adaptative qui effectue une identification en temps réel pour actualiser le modèle du système.
- La logique floue utilisant un réseau de neurones ou un système expert.
- Les commandes non-linéaires utilisant les concepts d'hyperstabilité, de passivité ou de dissipativité.
- D'autres techniques avancées se basent sur la commande par retour d'état, notamment la commande optimale (LQG, LQR) et robuste ( $H_\infty$ ).

On propose dans les paragraphes qui suivent un balayage exhaustif de quelques méthodes de contrôle.

### 2.6.1 Le régulateur PID

Un régulateur Proportionnel Intégral Dérivé (PID) est un organe de contrôle qui permet d'effectuer une régulation en boucle fermée d'un procédé industriel.

Le régulateur compare une valeur mesurée sur le procédé avec une valeur de consigne. La différence entre ces deux valeurs (le signal d'erreur) est alors utilisée pour calculer une nouvelle valeur d'entrée du process tendant à réduire au maximum l'écart entre la mesure et la consigne (signal d'erreur le plus faible possible).

Le "PID" représente les abréviations des trois actions qu'il utilise pour effectuer ses corrections, une action Proportionnelle, une action Intégrale et une action dérivée.

Le réglage de ce type de contrôleur est souvent affaire d'expérience. Son indépendance vis-à-vis d'un modèle du système est un gage de robustesse lorsqu'on l'applique à des systèmes connus, linéaires et peu variants.

## 2.6.2 La commande linéaire quadratique

Les méthodes optimales se basent sur la représentation en espace d'état du système. La synthèse linéaire quadratique dénommée LQ ou LQR consiste en la recherche d'une matrice gain  $K_c$ , telle que la commande par retour d'état  $u(t) = -K_c x(t)$  stabilise le système et minimise le critère quadratique :

$$J = \int_0^{\infty} (z^T Q z + u^T R u) dt = \int_0^{\infty} (x^T Q_x x + u^T R u) dt \quad (2.3)$$

Ce critère est piloté par les matrices de pondérations,  $Q$ ,  $Q_x$  et  $R$  telles que  $Q = Q^T \geq 0$ ,  $R = R^T > 0$  et  $Q_z = N^T Q N$ .

La méthode Linéaire Quadratique exige la connaissance du vecteur d'état. Dans la majorité des problèmes de commande, on ne dispose que d'une connaissance partielle du vecteur d'état. Une extension à cette méthode, la synthèse Linéaire Quadratique Gaussienne introduit un estimateur de KALMAN pour identifier l'état du système à partir de mesures partielles et en déduire un régulateur qui minimise un critère quadratique de nature stochastique [18].

## 2.6.3 La commande $H_{\infty}$

La synthèse  $H_{\infty}$  est une technique de commande dite robuste, développée depuis les années 1980, permet de résoudre de nombreux problèmes de commande avec des temps de développement assez limités [15].

L'approche consiste à prendre en compte explicitement les incertitudes qui règnent sur le modèle du système ou sur les signaux. Le problème n'est plus défini dans un critère de type quadratique à minimiser, de forme donnée, mais sous une forme généraliste et claire qui rassemble les relations et conditions. Celles-ci sont exprimées sous la forme de gabarits fréquentiels, que certains transferts de la boucle doivent respecter. La résolution consiste en la minimisation de la norme de type  $H_{\infty}$  du transfert entre des perturbations en entrée et des sorties de critère. Il s'agit essentiellement d'une méthode qui prend en compte une définition mathématique des contraintes en ce qui concerne le comportement attendu en boucle fermée. La formulation mathématique utilise la norme  $H_{\infty}$ , d'où le nom de ces méthodes de synthèse (commande  $H_{\infty}$ ). Une fois le critère mathématique défini, la recherche du correcteur se fait algorithmiquement par résolution du problème d'optimisation.

La synthèse  $H_{\infty}$  a fait ses preuves sur des problèmes réputés difficiles (flexibilités, non-minimum de phase) et sont maintenant considérées comme un standard dans l'aéronautique et dans le spatial [13] [16].

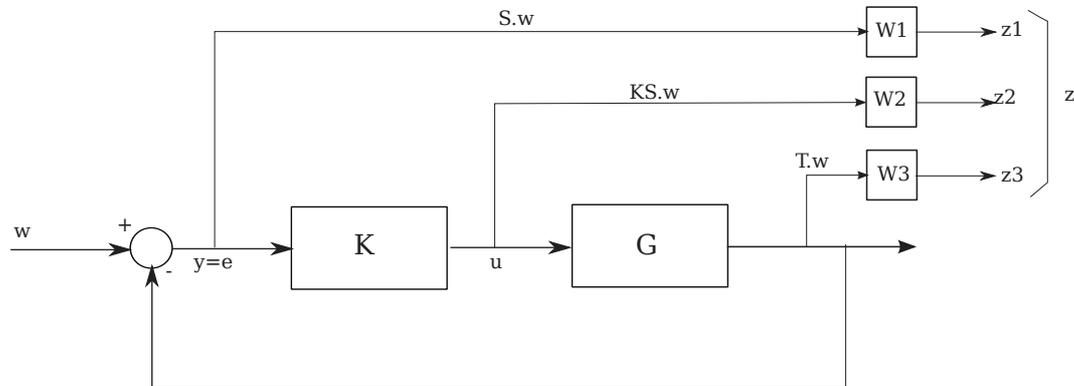


FIGURE 2.9 – Définition des signaux de critère

Dans cette partie, nous présentons rapidement cette méthode qui est ensuite appliquée pour le contrôle actif des vibrations de notre structure d'étude.

### 2.6.3.1 Mise en forme du transfert de la boucle (Formulation loop-shaping)

Le contrôleur recherché doit permettre au système bouclé de répondre aux exigences du cahier des charges. Celui-ci est formulé en général à partir de grandeurs globales, le temps de réponse ou des plages de fréquences dans lesquelles on souhaite une insensibilité vis-à-vis de perturbations extérieures. Ces exigences peuvent se traduire par des conditions que l'on impose aux signaux de la boucle fermée et de manière équivalente sur les sorties de critère.

La plupart des spécifications fréquentielles peuvent s'exprimer par des conditions sur le profil de la plus grande valeur singulière du transfert en boucle ouverte  $GK(s)$ . Ces conditions se mettent sous la forme de contraintes appliquées à la norme des fonctions de sensibilités  $S$  et  $T$  sous la forme suivante :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (2.4)$$

Ainsi les contraintes sont exprimées au travers  $W_1$  et  $W_3$  appelées fonctions de pondérations (weighting functions). Les indices 1 et 3 sont conventionnellement définis selon la Figure 2.9.

Le choix des fonctions de pondérations  $W_i$  est dicté par une double préoccupation :

- produire le profil désiré sur les valeurs singulières des fonctions de transferts caractéristiques ( $S$ ,  $KS$ ,  $T$ ,...).
- assurer que le problème  $H_{\infty}$  résultant est régulier.

Le rejet de perturbations et l'atténuation des bruits de mesure sur la sortie exigent que les normes des fonctions de transfert  $S(jw)$  et  $T(jw)$  soient les plus faibles possibles et ce dans les bandes fréquentielles où apparaissent ces signaux perturbateurs. La solution couramment adoptée est donc de rendre  $S(jw)$  la plus faible possible aux basses fréquences et  $T(jw)$  faible aux hautes fréquences si possible.

Les contraintes d'allures sur les fonctions de sensibilités consistent donc à trouver le contrôleur  $K(s)$  qui satisfait dans le cas général :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 K S \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (2.5)$$

La fonction de transfert de  $w$  au signal de sortie  $z$  est :

$$\begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 S \\ W_2 K S \\ W_3 T \end{pmatrix} W(s) \quad (2.6)$$

On reconnaît bien un problème de réjection de perturbation où la commande  $H_{\infty}$  des transferts entre  $w$  et les sorties  $(z_1, z_2, z_3)$  doit être atténué en deçà du ratio 1. Le problème de la synthèse consiste alors à trouver un contrôleur  $K$  en respectant les conditions de boucle fermée et en utilisant la mesure  $y$  pour générer la commande  $u$  permettant d'assurer les critères nécessaires de robustesse et stabilité. Les critères de stabilité correspondent à la stabilité des fonctions de transferts caractéristiques  $S$  et  $T$  qui doivent avoir leurs pôles en partie réelle négative.

### 2.6.3.2 Le problème $H_{\infty}$ standard

La forme dite "standard" (Fig. 2.10) est une schématisation spécifique qui permet de décrire le modèle du système et le cahier des charges que doit respecter la loi de contrôle sous une forme centrée autour du contrôleur recherché.

Dans ce schéma de boucle fermée,  $y$  et  $u$  désignent respectivement l'entrée et la sortie du bloc  $K(s)$ .

$P(s)$  est une forme augmentée du système qui décrit les transferts dans la boucle entre les commandes générées  $u$  et les perturbations  $w$  d'un côté et les sorties rebouclées  $y$  et de critère  $z$  de l'autre.

$P$  admet ainsi, en entrée un vecteur de commandes  $u$  et une perturbations  $w_i$ , en sortie  $y$  et  $z_i$  (signaux qui caractérisent la commande et que l'on cherche à minimiser).

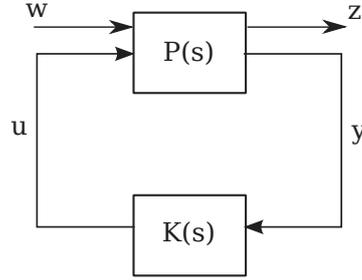


FIGURE 2.10 – Forme standard

$$\begin{pmatrix} z(s) \\ y(s) \end{pmatrix} = P(s) \begin{pmatrix} ws \\ us \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Ws \\ Us \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} z &= P_{11}w + P_{12}u \\ y &= P_{21}w + P_{22}u \end{aligned} \quad (2.7)$$

avec

$$u = Ky = K(P_{21}w + P_{22}u) \quad (2.8)$$

et

$$(I - P_{22}K)y = P_{21}w \quad (2.9)$$

$$y = (I - P_{22}K)^{-1}P_{21}w \quad (2.10)$$

et  $z$  est écrit de la façon suivante :

$$z = P_{11}w + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}w \quad (2.11)$$

Le transfert en boucle fermée  $G_z w(s)$  entre les perturbations et les sorties de critère est la Transformation Linéaire Fractionnelle (LFT)  $F_l(P, K)$  [15].

$$G_{zw}(s) = F_l(P, K) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s) \quad (2.12)$$

Le problème de la synthèse  $H_\infty$  consiste à trouver un contrôleur  $K(s)$  qui stabilise et minimise le transfert  $G_z w(s)$  respectivement au sens de la norme  $H_\infty$ , définie par :

$$\|(G_{zw})\|_\infty = \sup \sigma_{max}(G_{zw}(jw)) \quad (2.13)$$

Où  $\sigma_{max}$  représente la plus grande valeur singulière. Celle-ci est en effet une norme qui correspond au gain maximal. Ce problème est appelé problème  $H_\infty$  optimal. La norme minimale qui en est la solution est notée gain optimal  $\gamma_{opt}$ .

D'un point de vue complémentaire, on définit le problème  $H_\infty$  sous-optimal associé correspondant à la recherche d'un compensateur  $K(s)$  stabilisant le système qui, à  $\gamma > 0$  donné, vérifie :

$$\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma \quad (2.14)$$

Et  $P$  est construit à partir de  $G$  et ses matrices de pondérations  $W_i$  comme suit :

$$F_l(P, K) = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 K S \\ W_3 T \end{bmatrix} \rightarrow P = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 G \\ 0 & W_2 \\ 0 & W_3 G \\ 1 & -G \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Si la résolution directe du problème  $H_\infty$  optimal est très complexe, le problème sous-optimal peut être résolu à l'aide d'outils simples et sous certaines hypothèses de régularité par méthode itérative (technique de  $\gamma$  itération).

## 2.7 Modélisation et identification des systèmes

La détermination d'un modèle mathématique pour un système consiste en la connaissance de sa structure et des valeurs numériques de ses paramètres. En partant des lois de la physique, ce qui est pertinent si ces lois sont connues avec assez de précision, ou en partant de données expérimentales et en cherchant un modèle qui rend compte de manière satisfaisante de ces données.

Un système mécanique réel diffère systématiquement du modèle théorique qu'on lui associe et qui ne prend en compte qu'une partie de la réalité. L'identification consiste à obtenir certaines caractéristiques intrinsèques ou paramètres de ce système à partir de mesures expérimentales. Ces caractéristiques ont pour but de construire un modèle ou de caler un modèle déjà existant. Dans cette démarche, on peut distinguer plusieurs grandes classes de méthodes :

- Les méthodes classiques, qui se basent sur l'étude de fonctions de transfert acquises dans l'espace fréquentiel depuis des mesures ponctuelles sur le système [11].
- Les méthodes temporelles pour des applications sur des structures complexes comme en robotique [25]. On y distingue les méthodes paramétriques (ARX, Ibrahim Time Domain, etc), les méthodes de réalisation en espace état (ERA, Kalman filtering) et, introduites plus récemment, les méthodes sous-espace [46].

La théorie moderne des systèmes fait appel à la notion de variables d'état. Cette représenta-

tion permet de modéliser un système dynamique sous forme matricielle en utilisant des variables d'état. Ces variables décrivent entièrement le comportement dynamique du système auquel elles correspondent. Les équations d'état permettent de représenter les systèmes linéaires continus, échantillonnés et discrets. Cette représentation est particulièrement bien adaptée à la description des systèmes monovariables et multivariables. Les ingénieurs se sont les premiers intéressés à ce formalisme pour traiter les problèmes rencontrés dans le domaine de la physique, de la mécanique, de l'électronique, de l'aérodynamique, de la thermodynamique, etc.

### 2.7.1 Représentation interne

Un système reçoit des excitations du milieu extérieur, mémorise de l'information et restitue l'ensemble sous une forme déterminée. L'état d'un tel système dynamique est l'ensemble des grandeurs internes qui, jointes à la connaissance du vecteur de commande  $u(t)$ , représente la connaissance du passé nécessaire à la détermination du comportement futur. Lorsqu'on a accès aux équations d'évolution physique du système, on peut décrire explicitement son comportement par la dynamique de ses variables internes. On obtient des équations d'état de la forme

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.16)$$

Où  $x(t)$  est le vecteur d'état (variables internes)  $u(t)$  est le vecteur des entrées ( ou de la commande)  $y(t)$  est le vecteur des sorties (ou d'observation)

En prenant la transformée de Laplace de 8, on vérifie aisément que la fonction de transfert de  $U(s)$  à  $Y(s)$  est alors donnée par

$$G(s) = D + C(sI - A)^{-1}B \quad (2.17)$$

On utilisera aussi la notation,

$$G = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

Réciproquement, à toute fonction de transfert propre on peut associer une représentation interne équivalente de la forme 8. Le quadruplet (A,B,C,D) s'appelle une réalisation de  $G(s)$ . Cette réalisation est minimale si (A,B) est commandable et (C,A) observable [15]. Les notions classiques de commandabilité et d'observabilité liées aux matrices A, B, C et D de la représentation ne seront pas détaillées ici. On pourra se référer à des ouvrages d'automatique [15] pour de plus amples détails. On évoquera ici ces notions seulement

de manière qualitative. La commandabilité caractérise ainsi la capacité d'une commande d'agir sur l'état du système alors que l'observabilité, notion duale, précise la capacité d'une sortie à détecter l'état du système.

### 2.7.2 Représentation externe (fonction de transfert)

De même qu'en représentation espace-état, la représentation externe exprime les relations entre les entrées et les sorties sous la forme d'une matrice de fonctions de transferts  $G(S)$ .

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

La transformée de Laplace  $G(s)$  est appelée fonction de transfert de l'entrée  $U$  à la sortie  $Y$ , ou encore réponse fréquentielle du système.

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes du contrôle passif et actif des structures, avec une application au système de tensegrité. Nous avons abordé aussi les différents algorithmes de contrôles et les méthodes d'identification des paramètres de la structures. Nous avons évoqué également la représentation de type externe, qui décrit la relation entre les entrées et sorties et sa relation avec la représentation interne espace-état. Cette représentation est souvent la seule à laquelle on accède lorsque l'on identifie un modèle à partir de mesures réelles, qui sont dans notre cas des mesures fréquentielles.

# CHAPITRE 3

## Stratégie du contrôle actif applicable aux structures réticulées autocontraintes

### Sommaire

---

3.1	Introduction . . . . .	52
3.2	Mode d'action . . . . .	52
3.3	Modélisation de la structure . . . . .	54
3.4	Développement d'une loi de contrôle robuste . . . . .	57
3.5	Ingrédients pour un asservissement performant . . . . .	59
3.5.1	La stabilité . . . . .	60
3.5.2	Robustesse aux incertitudes . . . . .	62
3.6	Conclusion . . . . .	63

---

### 3.1 Introduction

Une structure de tenségrité est un système stable dans un état d'autocontrainte comprenant un ensemble discontinu de barres comprimées à l'intérieur d'un continuum de câbles tendus. Par construction, tous les éléments sont assurés de rester dans un même type d'état, tendu ou comprimé. L'état d'autocontrainte introduit initialement correspond à une certaine quantité d'énergie élastique stockée dans la structure. C'est pourquoi, la moindre variation de sollicitation de l'un des éléments se répercute immédiatement dans tout le système, convergeant vers un nouvel équilibre. Ceci implique donc que ces systèmes sont particulièrement adaptés au contrôle actif.

La stratégie du contrôle actif que nous proposons dans cette partie consiste à :

- Proposer un mode d'action des activateurs et justifier leurs placements.
- Proposer une modélisation simple de la structure pour faciliter la synthèse d'un contrôleur.
- Développer une loi de commande robuste permettant de répondre aux exigences de stabilité et de performance.

### 3.2 Mode d'action

Le principe consisterait à perturber le système en interne, en jouant sur les barres, ou en surface, sur le réseau de câbles tendus par raccourcissement de la longueur en utilisant d'activateurs. Ce mode d'action, qui s'apparenterait à un "pincement" localisé induirait un changement de forme par modification de la courbure localement.

Grâce à la simulation numérique [8], nous proposons d'étudier le contrôle actif de deux structures de tenségrité (un mat et une grille plane). Il s'agit de montrer la potentialité d'un contrôle actif en surface, en tendant quelques éléments et de justifier le placement des activateurs pour toute forme de structure.

#### – Mat formé par l'assemblage de trois modules

La structure se compose de trois modules empilés (Fig 3.1), les barres ont une section de 4cm. On calcule la réponse passive de cette structure entre une force appliquée au nœud 10 et l'accélération mesurée au même point. Ce mat a un premier mode résonant en flexion à 12.54Hz (Fig. 3.2).

L'idée consiste à raccourcir le câble comme indiqué sur la figure 3.2 afin de créer une oscillation de la structure et de contrer ce mode. On détermine la réponse active de la

structure entre la variation de la longueur du câble actif et l'accélération au même point.

Nous obtenons un pic de résonance qui coïncide avec celui de la réponse passive (Fig. 3.3). Cela nous permet de dire qu'en commandant cet élément, on arrive à créer le même mode de flexion du mat et donc en théorie à déterminer le mode de résonance.

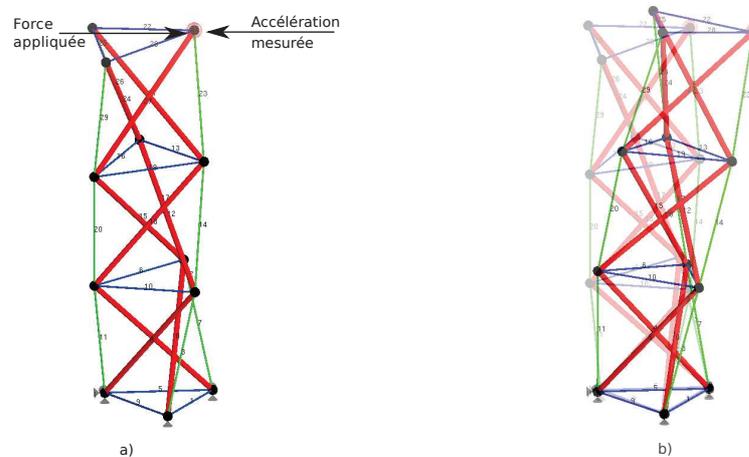


FIGURE 3.1 – a) Excitation du mat par une force extérieure, b) 1<sup>er</sup> mode propre du mat

### – Grille plane

Nous proposons aussi le contrôle d'une grille plane (Fig3.4). Cette grille est composée d'un réseau de barres comprimées à l'intérieur d'un continuum de câbles tendus. Elle est posée simplement et ses mécanismes sont bloqués latéralement.

On mesure la réponse passive de cette structure entre la force appliquée au nœud 131 de la nappe supérieure et l'accélération au même point. On voit apparaître un mode de flexion à 27.72Hz.

Pour contrer ce mode, on utilise les 4 câbles qui concourent au point central de la nappes inférieure. Si on les raccourcit, on crée une surtension qui induit une flexion de la grille vers le haut (Fig3.5 (b)), de même en les rallongeant, on crée une flexion vers le bas .

Cela nous permet de modifier la forme de la grille et de générer une déformée qui peut commander et contrer la flexion de l'ensemble (Fig3.6),(Fig3.5).

Nous avons montré, grâce à la simulation la potentialité d'un contrôle actif en surface,

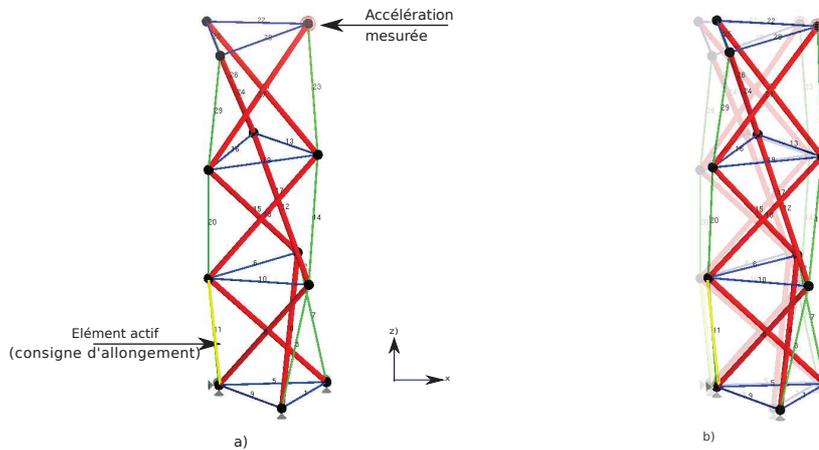


FIGURE 3.2 – a) Raccourcissement du câble, b) vibration du mat

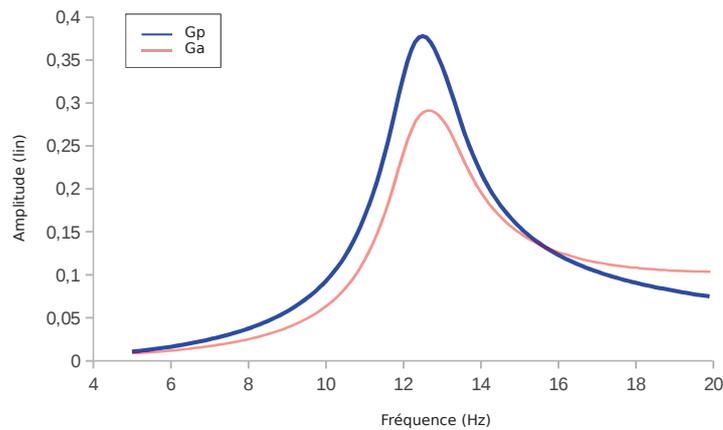


FIGURE 3.3 – Réponse passive ( $G_p$ ) et active ( $G_a$ ) du mat soumis à un balayage sinus

en tendant quelques éléments afin de contrôler les modes de résonances. Les activateurs seront placés au milieu selon le système étudié. L'activation d'un ou plusieurs câble permet de changer la forme du système et de contrer les vibrations afin d'atténuer les modes résonants.

### 3.3 Modélisation de la structure

En général, le comportement de la structure, équipée par des activateurs et excitée par des actions externes, est une combinaison entre comportement passif et actif. Elle se comporte

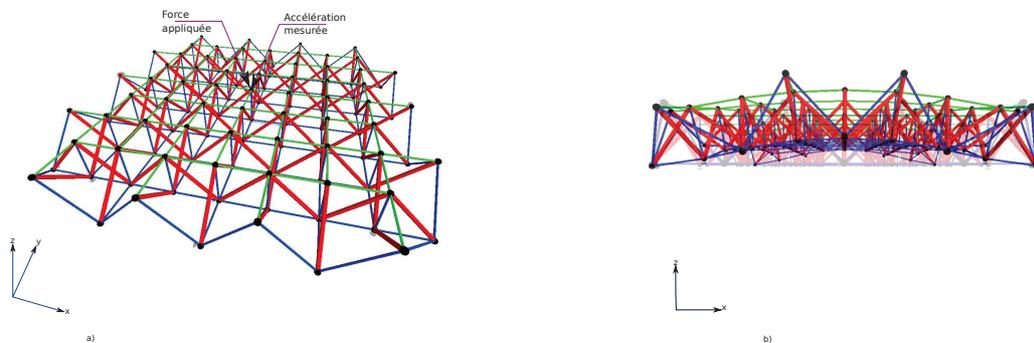


FIGURE 3.4 – a) Excitation de la grille par une force extérieure, b) 1<sup>er</sup> mode propre de la grille

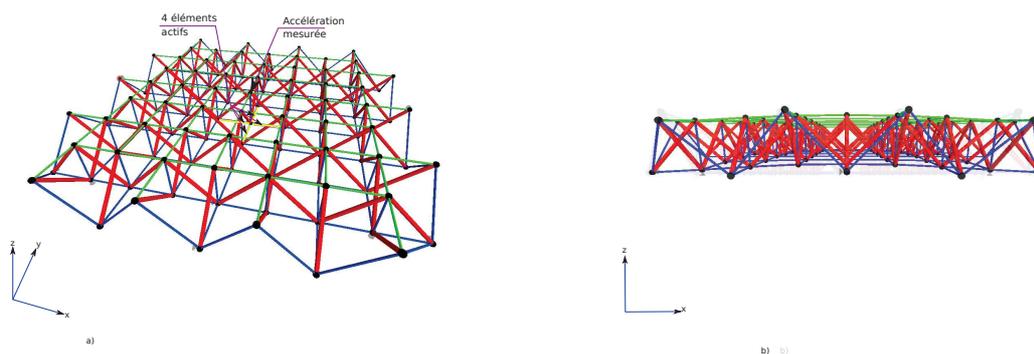


FIGURE 3.5 – a) Raccourcissement du câble, b) vibration de la grille plane

comme un système à deux entrées et une sortie  $y$ . Ces deux entrées sont :

- $F_{ext}$ , perturbations extérieures ou force d'excitation qui sollicite la structure et produit un effet sur la sortie  $y$ .
- $u$ , la consigne envoyée aux activateurs, qui a un effet elle aussi sur la sortie  $y$ .

Nous faisons l'hypothèse que les effets de ces deux entrées sont découplés et s'additionnent sur la sortie  $y$  comme indiqué sur la figure 3.7. Ainsi, le comportement est caractérisé par :

- une partie passive  $G_{passif}$ , qui exprime la relation entre les excitations extérieures ( $F_{ext}$ ) et la mesure en sortie  $y$ .
- une partie active  $G_{actif}$ , qui représente l'effet de la consigne  $u$  reçue en entrée des activateurs sur la sortie mesurée.

La réduction du système réel à une simple combinaison masse-ressort permet d'obtenir très vite une approximation souvent suffisante de la fréquence considérée. Pour cela, nous

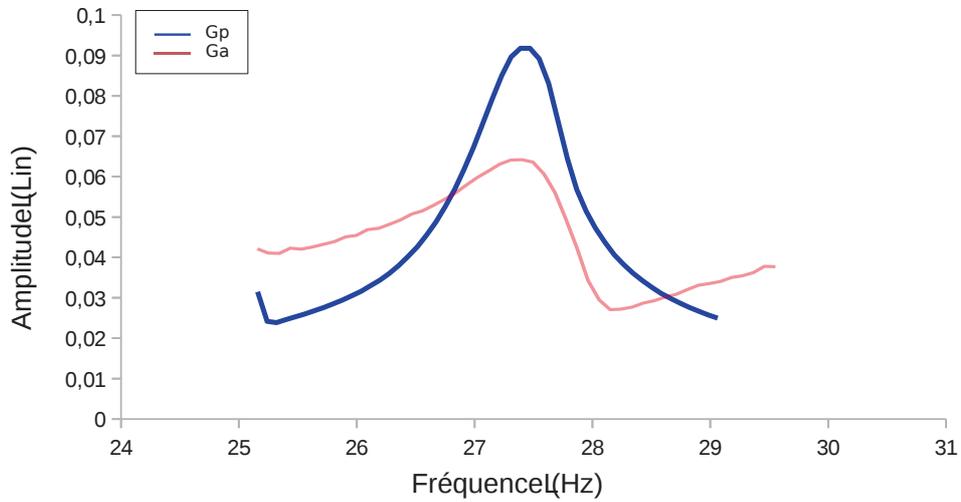


FIGURE 3.6 – Réponse passive ( $G_p$ ) et active ( $G_a$ ) de la grille soumise à un balayage sinus

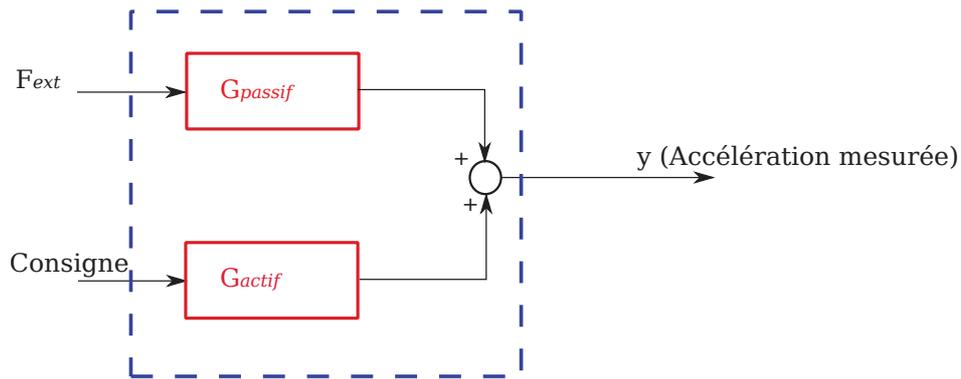


FIGURE 3.7 – Modèle de la structure

considérons la structure de tensegrité comme un système simple masse-ressort à 1 degré de liberté pour chaque mode de résonance rencontré en flexion et/ou en torsion (Fig. 3.8). Trois paramètres  $M$ ,  $C$ ,  $K$  représentent successivement la masse, l'amortissement et la raideur de la structure, les activateurs sont matérialisés par un élément de longueur variable  $u(t)$ .

Pour ce système, l'équation d'équilibre s'écrit comme suit :

$$M\ddot{x} = F - K(x - u) - C(\dot{x} - \dot{u}) \quad (3.1)$$

Soit :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F + Ku + C\dot{u} \quad (3.2)$$

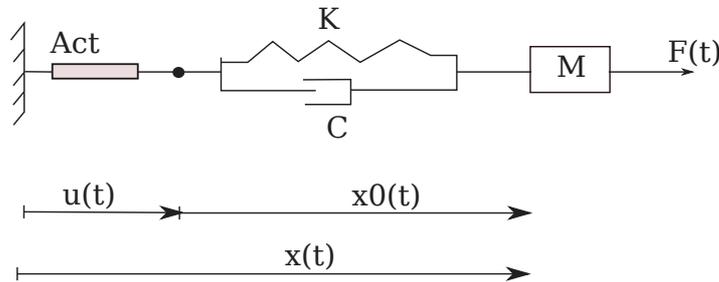


FIGURE 3.8 – Modèle rhéologique

Les fonctions de transfert entre les entrées ( $u, F$ ) et sorties ( $x$ ), s'établissent à partir de la transformée de Laplace de l'équation 3.2.

$$\mathcal{L}[M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx] = \mathcal{L}[F + Ku + C\dot{u}] \quad (3.3)$$

$$Ms^2x(s) + Csx(s) + Kx(s) = F(s) + Ku(s) + Csu(s) \quad (3.4)$$

$$X(s) = \frac{Cs + K}{Ms^2 + Cs + K} \cdot u(s) + \frac{1}{Ms^2 + Cs + K} \cdot F(s) \quad (3.5)$$

La structure de tensegrité est représentée par deux fonctions :

- La fonction de transfert de la structure passive  $G_{passif}$ , qui exprime la relation entre les excitations extérieures ( $F_{ext}$ ) et la mesure en sortie  $y$ .

$$G_{passif} = \frac{s^2}{Ms^2 + Cs + K} \quad (3.6)$$

- La fonction de transfert de la structure active  $G_{actif}$  représente l'effet de la consigne  $u$  reçue en entrée des activateurs sur la sortie mesurée.

$$G_{actif} = \frac{s^2(Cs + K)}{Ms^2 + Cs + K} \quad (3.7)$$

Les paramètres de masse ( $M$ ), amortissement ( $C$ ) et raideur ( $K$ ) sont identifiés par calage sur les mesures expérimentales. Pour cela, l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  de la flexion ou de la torsion, fournit une première relation :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}}$

### 3.4 Développement d'une loi de contrôle robuste

Nous avons choisis la synthèse  $H_\infty$  pour développer un contrôleur robuste. Cette loi a été présentée dans le chapitre 2.

La boucle de contrôle est présentée sur la figure 3.10, elle comprend :

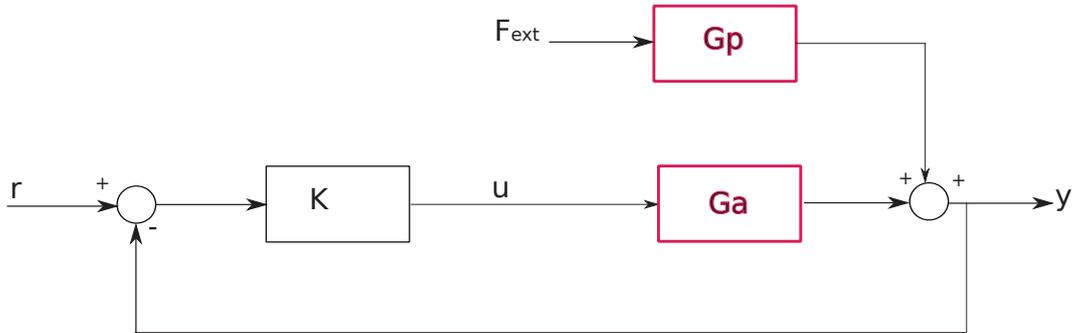


FIGURE 3.9 – Boucle de suivi

- le système actif ( $G_a$ ), qui admet en entrée une commande  $u$ .
- le système passif ( $G_p$ ), qui est perturbé par une force extérieure  $F_{ext}$ .
- le contrôleur  $K$  développé par la synthèse  $H_\infty$  et qui génère des commandes à appliquer à  $G_a$ .
- le signal de référence  $r$ .

À partir des modèles identifiés en flexion et/ou en torsion, on met en forme le problème de la synthèse  $H_\infty$  correspondant au schéma de la figure 3.10. On introduit des fonctions de pondérations (des filtres)  $W_1$  et  $W_3$  sur les sorties de critères  $z_1$  et  $z_3$ . En entrée, on prend en compte la perturbation en sortie  $F_{ext}$ , au travers du bloc  $G_p$  et la commande  $u$  au travers du bloc  $G_a$ .

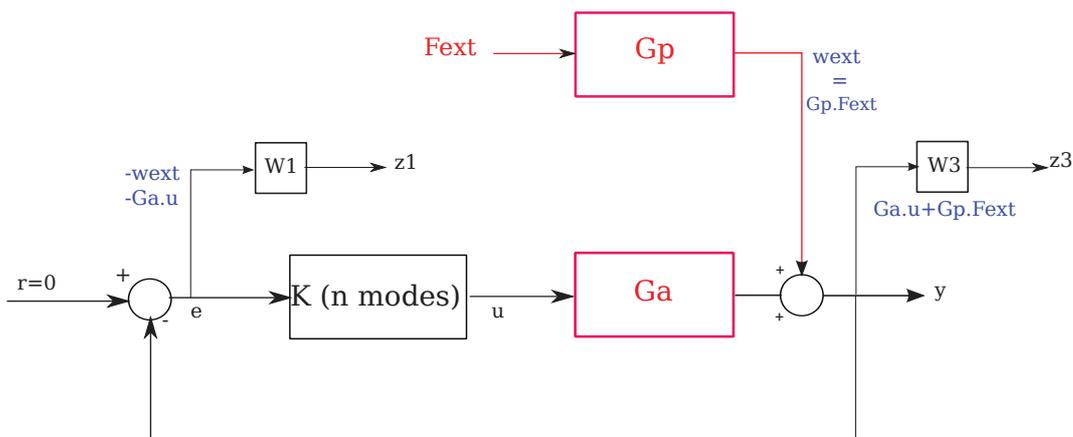


FIGURE 3.10 – Mise en forme de la synthèse

Les fonctions de pondérations imposées sur les fonctions de sensibilités consistent donc à trouver le contrôleur  $K(s)$  qui satisfait dans le cas général :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1 \quad (3.8)$$

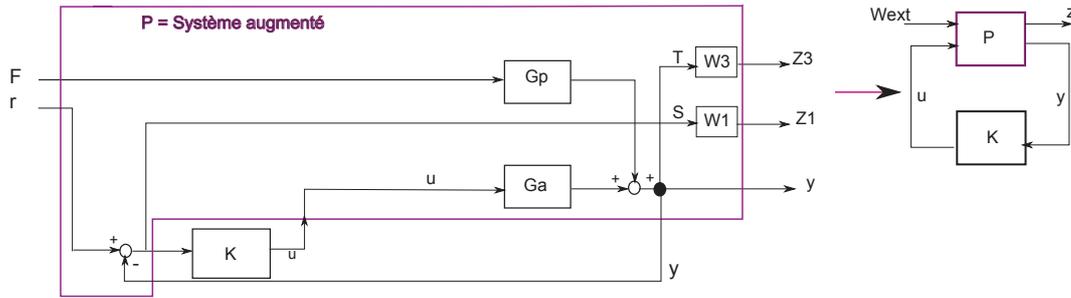


FIGURE 3.11 – Construction de la forme standard

En utilisant la formulation de la méthode  $H_{\infty}$ , on écrit cette série de conditions sous la forme pratique dite "standard" 3.11, centrée sur le contrôleur  $K$ .

Sous cette forme, la matrice  $P$  décrit les connections entre les signaux en lien avec l'extérieur ( $F_{ext}$  et  $z$ ) et les signaux internes à la boucle ( $y$  et  $u$ ).

$P$  admet ainsi, en entrée un vecteur de commandes  $u$  et une perturbations  $F_{ext}$ , en sortie  $y$  et  $z_i$  qui représentent  $z_1$  et  $z_3$  (signaux qui caractérisent la commande et que l'on cherche à minimiser).  $y$  et  $z_i$  sont pondérés par des fonctions  $W_i$ , qui influent sur  $S$  et  $T$ .

Le développement des contrôleurs se fait sur le logiciel Scilab en utilisant la synthèse par  $\gamma$ -itération, pour le système augmenté suivant :

$$P = \begin{pmatrix} -W_1 G_p & -G_a W_1 \\ W_3 G_p & G_a W_3 \\ -G_p & -G_a \end{pmatrix}$$

En général, nous synthétisons des contrôleurs  $K$  suivant les modes de résonance rencontrés (Fig. 3.12) qui seront ensuite implémentés dans une boucle fermée. Suivant le mode rencontré, on bascule d'un contrôleur à un autre en fonction de la fréquence dominante du signal d'accélération mesurée. Ces contrôleurs génèrent des commandes pour activer les actionneurs qui réagissent pour contrer les vibrations de la structure. Cette démarche sera détaillée dans la partie expérimentale.

### 3.5 Ingrédients pour un asservissement performant

La conception d'un asservissement consiste à ajuster la fonction de transfert  $K(s)$  du contrôleur de manière à obtenir les propriétés et le comportement désirés en boucle fermée.

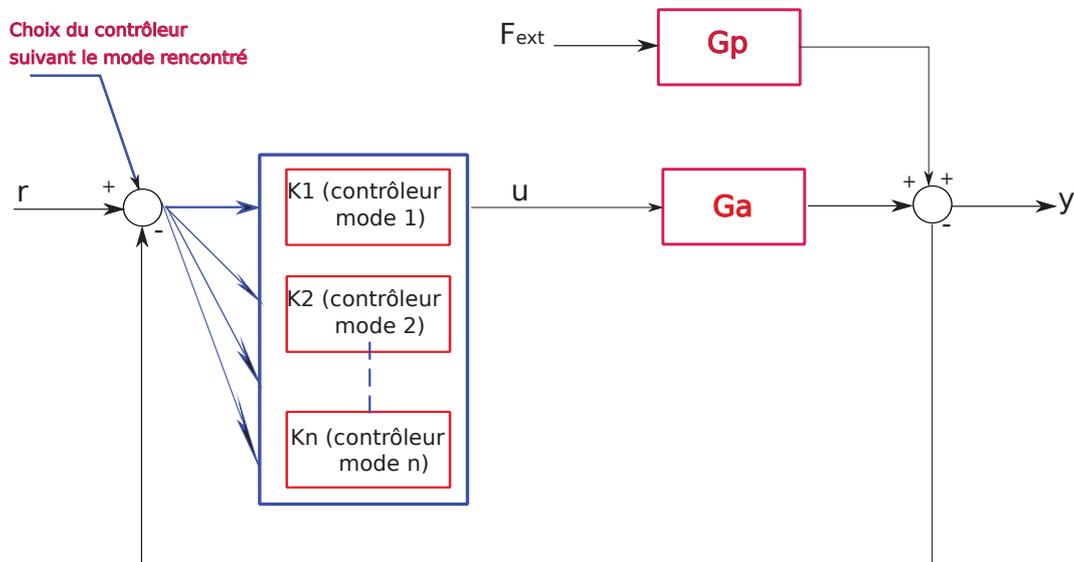


FIGURE 3.12 – Boucle de contrôle fermée suivant les modes

Outre la contrainte de stabilité, on recherche typiquement les meilleures performances possibles. Cette tâche est compliquée par deux difficultés principales. D'une part, la conception s'exécute sur un modèle idéalisé du système. Il faut donc assurer la robustesse aux imperfections de ce modèle, c'est à dire garantir les propriétés désirées pour toute une famille de système autour du modèle de référence. D'autre part, on se heurte à des limitations intrinsèques comme le compromis entre performance et robustesse.

### 3.5.1 La stabilité

La stabilité est une exigence critique dans la conception d'un asservissement. La perte de stabilité entraîne au mieux un comportement oscillatoire et donc une incapacité à réguler (ou poursuivre) au pire la génération de signaux de grande énergie qui vont endommager ou détruire le système.

Il existe deux notions de stabilités, la BIBO (Bounded Input/Bounded Output) et la stabilité interne. La première notion s'intéresse seulement au comportement externe du système asservi et exige que l'énergie des signaux en sortie ( $y$ ) soit bornée dès que l'énergie fournie en entrée ( $r$ ) est bornée.

L'autre notion très importante est celle de la stabilité interne. Une boucle fermée est dite stable de façon interne si toutes les fonctions de transfert du système en boucle fermée produisent des sorties bornées. Cette stabilité va plus loin et exige que tous les signaux circulant dans la boucle soient d'énergie finie.

En terme de fonction de transfert caractéristiques, la stabilité interne requiert la stabilité des trois fonctions de transferts  $S, T, KS$ . Une condition nécessaire et suffisante est que tous les pôles de fonctions caractéristiques soient dans le demi plan  $Re(s) < 0$ . La stabilité interne garantit la stabilité BIBO, mais la réciproque est fausse.

Dans le but d’analyser la stabilité du système en boucle fermée, il est nécessaire de déterminer de façon simple les racines de cette équation. Pour cela, deux types d’approches sont possibles :

– **Critère de Routh** (une méthode algébrique)

Le critère de Routh est un critère algébrique permettant d’évaluer la stabilité d’un système à partir des coefficients du dénominateur de sa fonction de transfert en boucle fermée. Il est équivalent au critère graphique de Nyquist. Ce critère est issu d’une méthode qui permet de décompter le nombre de racines à partie réelle positive ou nulle du polynôme du dénominateur  $D(s)$ . Cette méthode est elle-même déduite de l’étude des polynômes d’Hurwitz, et consiste à former le tableau suivant :

$$D(s) = a_n \cdot s^n + a_{n-1} \cdot s^{n-1} + \dots + a_1 \cdot s + a_0 \quad \text{avec } a_n > 0 \quad (3.9)$$

$s^n$	$a_n$	$a_{n-2}$	$a_{n-4}$	...	$a_2$	...	$a_3$
$s^{n-1}$	$a_{n-1}$	$a_{n-3}$	$a_{n-5}$	...	$a_1$	...	$a_2$
$s^{n-2}$	$b_{n-2}$	$b_{n-4}$	$a_{n-6}$	...	si n pair	...	si n impair
$s^{n-3}$	$c_{n-3}$	...	...				
...	...	...					
$s^1$	...	...					
$s^0$	...						

TABLE 3.1 – Construction du tableau des coefficients :

La première colonne représente les pivots et la première ligne contient les coefficients des termes en  $s^{n-2k}$ , dans l’ordre des puissances décroissantes. La deuxième ligne contient les coefficients des termes en  $s^{n-1-2k}$ , et se termine suivant la parité de  $n$ . Les lignes suivantes sont remplies en suivant les lois de formation suivantes :

$$b_{n-2} = \frac{-1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-3} & a_{n-3} \end{vmatrix}$$

$$b_{n-i} = \frac{-1}{a_{n-i}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-i-1} \end{vmatrix}$$

$$c_{n-3} = \frac{-1}{b_{n-2}} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_{n-2} & b_{n-4} \end{vmatrix}$$

$$c_{n-j} = \frac{-1}{b_{n-2}} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-j} \\ b_{n-2} & b_{n-j-1} \end{vmatrix}$$

Si nécessaire, une case vide est prise égale à zéro.

Le calcul des lignes est poursuivi jusqu'à ce que la première colonne soit remplie.

**Énoncé du critère :**

Le système est stable si et seulement si tous les termes de la première colonne sont strictement positifs.

**Propriétés de la méthode :**

Il y a autant de racines à partie réelle positive que de changements de signe dans la première colonne. L'apparition de lignes de zéros indique l'existence de racines imaginaires pures (par paires). Dans ce cas, correspondant à un système oscillant, on continue le tableau en remplaçant la ligne nulle par les coefficients obtenus en dérivant le polynôme reconstitué à partir de la ligne supérieure, les racines imaginaires pures étant les racines imaginaires de ce polynôme bicarré reconstitué.

– **Critère de Nyquist** (une méthode graphique)

Le critère de Nyquist est un critère de stabilité dans le domaine fréquentiel. Il permet d'étudier la stabilité de la fonction de transfert  $S(s)$  et  $T(s)$  à partir du lieu de transfert de  $L(s) = 1 + KG$ . Ce critère est basé sur le théorème de Cauchy.

Par exemple, le transfert  $T(s)$  est stable si et seulement si, lorsque  $s$  décrit le contour de Nyquist ( $C$ ),  $L(s)$  entoure le point critique  $(-1, 0)$  (compté positif dans le sens trigonométrique) autant de fois que  $L(s)$  comporte de modes instables.

Si  $N$  est le nombre de tours que  $(G)$  fait autour de  $-1$  (compté positif dans le sens trigonométrique), et  $P$  le nombre de pôle de  $L(s)$  à partie réelle strictement positive, alors  $T(s)$  est stable.

### 3.5.2 Robustesse aux incertitudes

La conception d'un asservissement s'effectue à partir d'un modèle du système réel souvent appelé modèle nominal ou modèle de référence. Ce modèle peut provenir des équations de la physique ou d'un processus d'identification où la réponse fréquentielle est mesurée.

En tous cas, ce modèle n'est qu'une approximation de la réalité. Ses carences peuvent être multiples : dynamique, incertitudes sur certains paramètres physiques, erreurs de mesure à l'identification, etc.

De plus, des facteurs externes imprévisibles peuvent venir perturber le fonctionnement du système asservis.

On distingue deux classes de facteurs incertains. Une première classe comprend les aléas et les perturbations externes. Ce sont des signaux ou actions à caractère aléatoires qui viennent perturber le système asservis. On les identifie en fonction de leur point d'entrée dans la boucle. En se référant à nouveau à la Figure 3.9, il y a essentiellement :

- les perturbations de la commande  $w_i$  qui peuvent provenir d'erreurs de discrétisation ou de quantification de la commande ou d'actions parasites sur les actionneurs.
- les perturbations en sortie  $w_0$ , qui correspond à des actions extérieures secondaires ou imprévisibles sur le système.
- les bruits de mesure  $n$  au niveau des capteurs qui corrompent l'estimation de la valeur courante de la sortie  $y$ .

Une deuxième classe de facteurs incertains réunit les imperfections et variations du modèle dynamique du système.

Pour des raisons pratiques, on distinguera :

- l'incertitude non structurée ou incertitude dynamique ou le modèle fréquentiel qui rassemble les dynamiques négligées dans le modèle.
- l'incertitude paramétrique ou structurée qui est liée aux variations ou erreurs d'estimation sur certains paramètres physiques du système, ou à des incertitudes de nature dynamiques, mais entrant dans la boucle en différents points. L'incertitude paramétrique intervient principalement lorsque le modèle est obtenu à partir des équations physiques. La manière dont les paramètres influent sur le comportement du système détermine la structure de l'incertitude.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une stratégie de contrôle actif des systèmes de tensegrité. Nous avons montré la potentialité d'un contrôle actif en surface, en tendant quelques éléments afin de contrôler les modes de résonances. La réduction du système réel à une simple combinaison masse-ressort permettra d'obtenir très vite une approximation souvent suffisante de la fréquence considérée. Nous avons choisi la synthèse  $H_\infty$  pour développer un contrôleur robuste. Cette stratégie sera ensuite appliquée sur une grille de tensegrité de taille réelle.

## 64 STRATÉGIE DU CONTRÔLE ACTIF APPLICABLE AUX STRUCTURES RÉTICULÉES AUTOCONTRAINTES

# CHAPITRE 4

## Structure active d'étude

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>66</b>
<b>4.2</b>	<b>Modèle expérimental d'étude "Grille Tensarch"</b>	<b>66</b>
<b>4.3</b>	<b>Les composants de la structure</b>	<b>67</b>
4.3.1	Les nœuds	67
4.3.2	Les composants comprimés et tendus	67
<b>4.4</b>	<b>Autocontrainte et mécanismes</b>	<b>69</b>
4.4.1	Autocontrainte	69
4.4.2	Mécanismes	70
<b>4.5</b>	<b>Choix des activateurs</b>	<b>71</b>
<b>4.6</b>	<b>Placement des activateurs intégrés</b>	<b>71</b>
<b>4.7</b>	<b>Intégration des activateurs</b>	<b>74</b>
<b>4.8</b>	<b>Identification expérimentale du comportement</b>	<b>75</b>
4.8.1	Comportement passif	75
4.8.2	Comportement actif	78
<b>4.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>80</b>

---

## 4.1 Introduction

Dans cette partie, nous allons présenter la grille Tensarch qui a servi pour les expérimentations. Nous abordons aussi le choix et le placements des activateurs, qui doivent être en mesure d'agir efficacement sur l'état du système. Nous étudions par la suite le comportement de la structure passive et active (avec usage des vérins).

## 4.2 Modèle expérimental d'étude "Grille Tensarch"

La structure servant de support aux expérimentations est une grille plane de tensegrité à double nappe. C'est une sous-partie de la grille, appelée Projet Tensarch [35] (Fig. 4.1), conçue par Raducanu et Motro. Cette grille occupe une surface d'environ  $20\text{m}^2$  ( $6.4 * 3.2$ ).



FIGURE 4.1 – Grille de tensegrité active issue du projet Tensarch [MOT 02]

La topologie des éléments composant cette structure reprend le principe du tissage (Fig. 4.2). Les composants comprimés sont assemblés en sous-ensembles continus disjoints qui s'entremêlent dans l'espace. Ils sont englobés par un réseau continu de câbles

que l'on distingue en deux nappes horizontales en partie supérieure et inférieure, constituées d'un réseau de câbles continus munis tous les 80cm (Fig. 4.3) de manchons qui permettent la transmission des efforts aux nœuds et de tirants verticaux et périphériques réglables.

Le motif de base reprend le principe de l'écarteur : deux à deux les barres forment des V perpendiculaires et opposés séparés par un tirant vertical dont on peut faire varier la longueur.

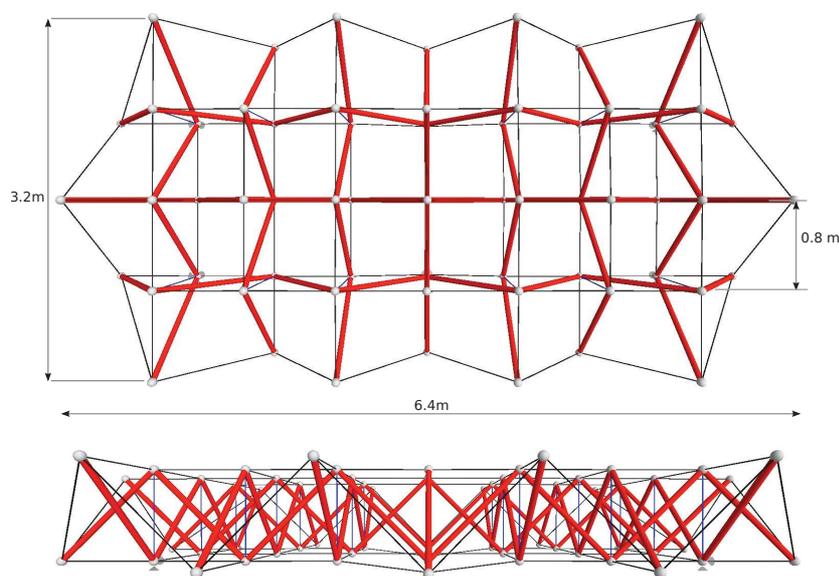


FIGURE 4.2 – Plan d'ensemble

## 4.3 Les composants de la structure

### 4.3.1 Les nœuds

Les liaisons entre les composants de cette structure sont réalisés par les nœuds, l'élément capital dans cette catégorie de structure. Ces nœuds sont en acier (Fig. 4.4), usinés tels que les axes des alésages (pour les barres) et de taraudage (pour les tiges) concourent au même point. Les composants s'assemblent selon un motif cubique régulier de 80cm de côté.

### 4.3.2 Les composants comprimés et tendus

Cette structure comporte deux ensembles d'éléments (Fig. 4.3), les composants comprimés, ce sont des tubes creux et les composants tendus que l'on peut classer en deux caté-

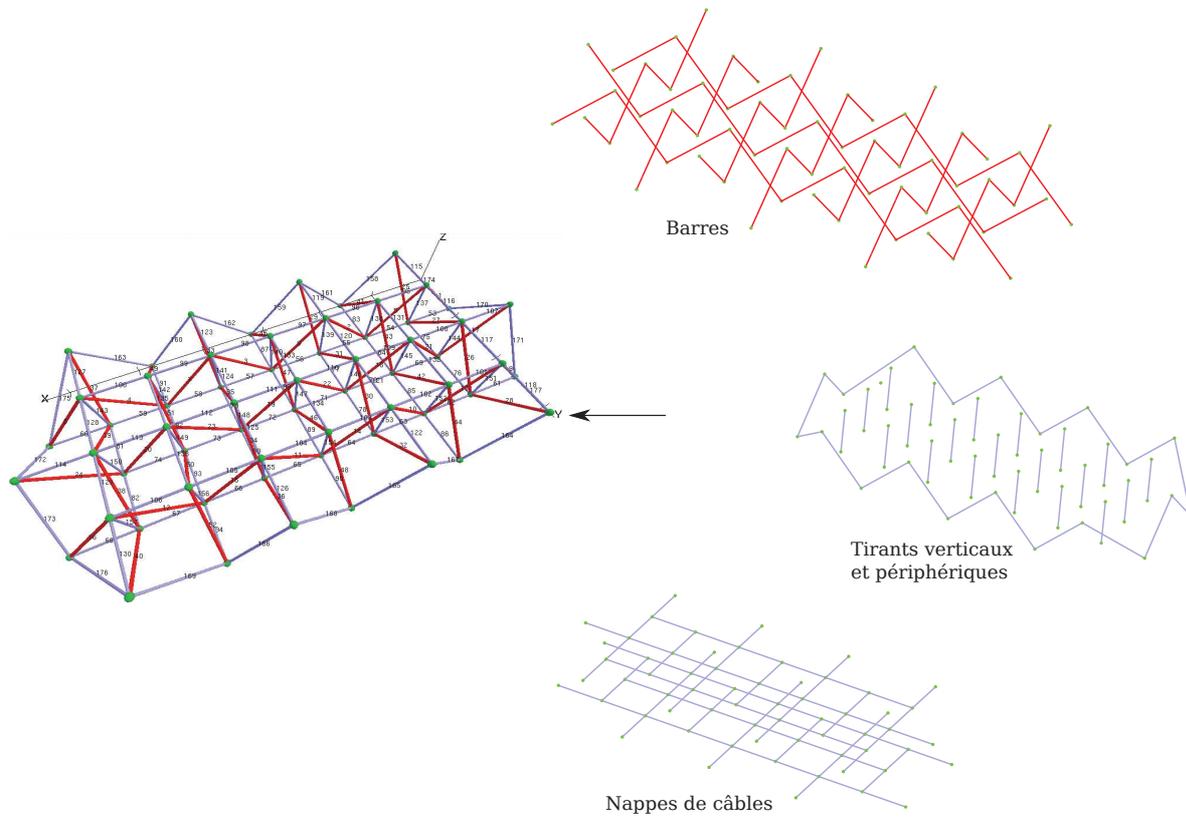


FIGURE 4.3 – Principe constructif de la grille



FIGURE 4.4 – Nœud de la grille, assemblage des éléments

gories :

- Les câbles de nappe, rectilignes et continus d'une extrémité à l'autre de la structure.
- Les tirants verticaux et périphériques, individuels. Ce sont les seuls éléments réglables.

La méthode de réglage choisie dans ce système est le vissage des tiges dans les nœuds (Fig. 4.4). Elles sont filetées avec des pas inversés aux extrémités.

Les barres sont simplement appuyées, en contact unilatéral, sur les nœuds par l'intermédiaire d'un embout conique. Les câbles de nappe horizontaux sont bloqués longitudinalement par des manchons serrés sur le câble. C'est le point faible qui limite l'effort transmissible en raison de glissements possibles lors de sollicitations trop importantes.

Enfin, les composants réglables sont reliés au nœud par vissage. Les pas de vis aux deux extrémités sont inversés ce qui permet un réglage de la distance entre deux nœuds reliés par une tige en tournant simplement celle-ci sur elle-même. Ces éléments réglables relient systématiquement un nœud de nappe inférieure à un nœud de nappe supérieure.

Les caractéristiques matérielles de cette structure sont résumées dans le tableau (4.1).

Type d'élément	Masse linéique (Kg/ml)	Module d'Young (MPa)	Section (cm <sup>2</sup> )	Limite élastique (kN)	Nombre
Barres (1-52)	2.397	2.1 10 <sup>5</sup>	2.8	30	52
Tirants verticaux	0.586	2.7 10 <sup>5</sup>	0.78	78	21
Tirants périphériques	0.378	2.7 10 <sup>5</sup>	0.5	50	20
Câbles de nappe	0.36	10 <sup>5</sup>	0.5	18	84
Noeuds	0.7065 Kg				62

TABLE 4.1 – Caractéristique des éléments

## 4.4 Autocontrainte et mécanismes

### 4.4.1 Autocontrainte

Cette structure admet six états d'autocontrainte [10]. Au préalable, la base d'autocontrainte issue du calcul est simplifiée et rendue conforme c'est à dire que les états non physiques sont éliminés. Sa forme "minimale" est constituée de cinq états partiels locaux et d'un état partiel global.

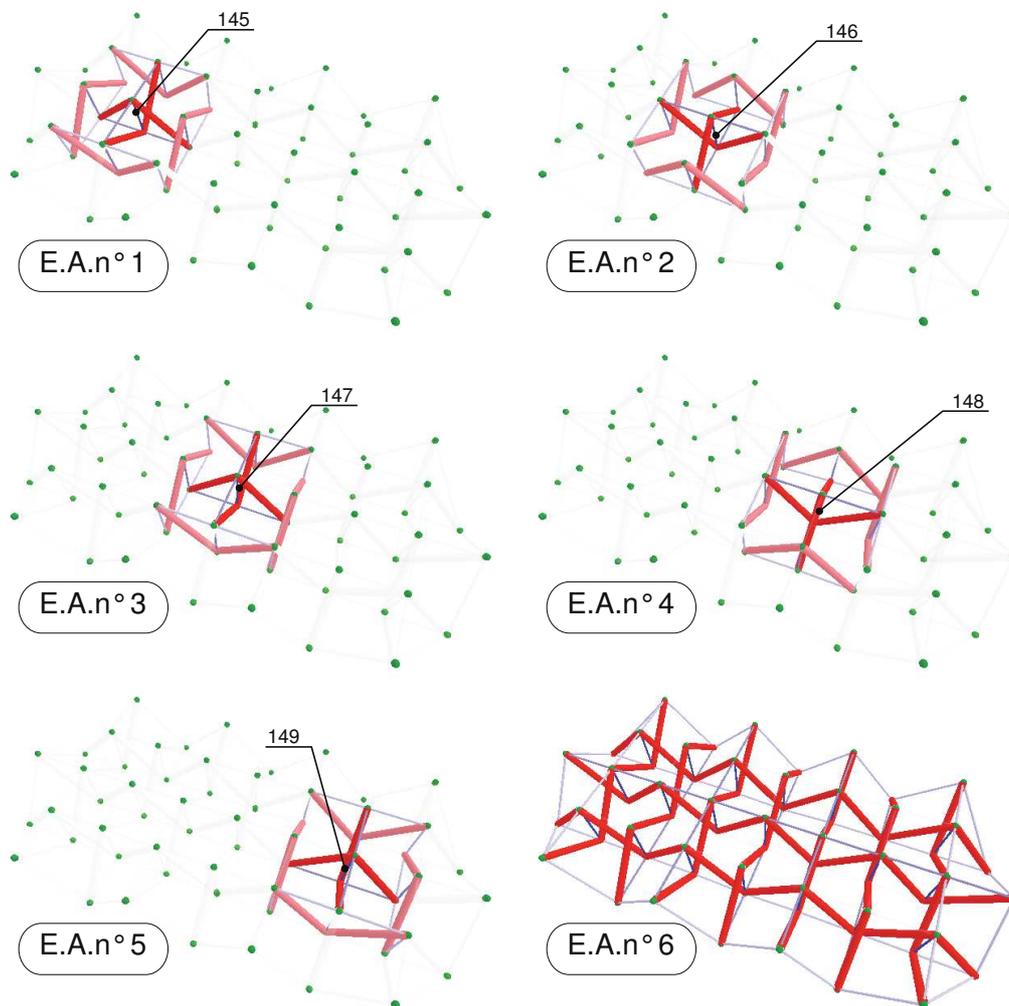


FIGURE 4.5 – États d'autocontrainte de la grille

Les états locaux sont centrés sur les câbles verticaux numérotés de 145 à 149 de l'axe longitudinal (Fig. 4.5). L'état partiel global se répartit géométriquement dans toute la structure et sollicite en particulier tous les composants de la périphérie.

#### 4.4.2 Mécanismes

Les mécanismes sont les mouvements qui n'engendrent aucun effort normal supplémentaire et aucune variation de longueur dans les composants. Comme tout système de tensegrité, cette structure en comporte aussi [10]. Dans le cas spécifique de cette grille type Tensarch, les mécanismes sont au nombre de 15 mais se réduisent à 11 lorsqu'elle est

appuyée verticalement en ses quatre coins. Les mécanismes restant demeurent alors dans un plan parallèle aux nappes de câble. Comme dans le cas des états d'autocontraintes, les mécanismes issus du calcul peuvent être des combinaisons de mécanismes plus fondamentaux. On propose en figure 4.6 une qualification de ceux-ci. Ils se décomposent en 10 mécanismes élémentaires de cisaillement (type a et b) et un mécanisme impliquant les éléments de périphérie (type c).

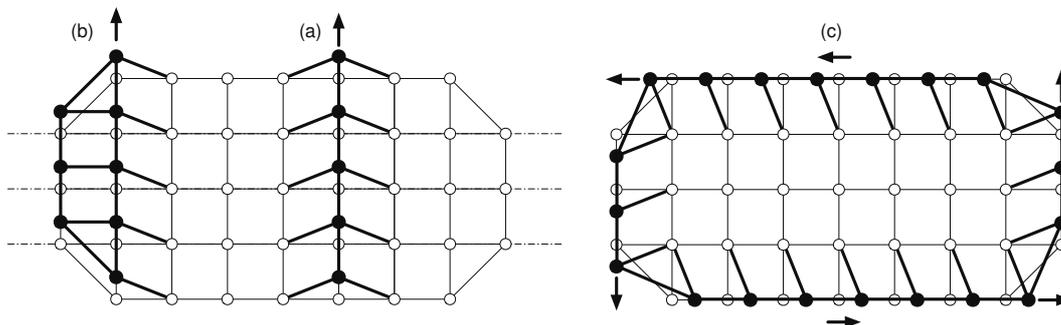


FIGURE 4.6 – Schématisation des mécanismes de cisaillement (a), cisaillement de bord (b) et de rotation périphérique (c).

## 4.5 Choix des activateurs

Les activateurs sont les organes destinés à modifier la géométrie et l'état d'autocontrainte du système. Le choix et la méthode d'intégration des activateurs dans la structure ont été étudiés et présentés dans la thèse de Julien Averseng [9].

Le choix des activateurs résulte d'un compromis entre capacités, performance et faisabilité. Dans notre cas, les efforts requis peuvent atteindre jusqu'à  $3kN$  sur une course de 10cm. De plus, on doit pouvoir solliciter la structure dans une plage dynamique allant jusqu'à 30Hz.

La solution qui s'est présentée était la technologie hydraulique. En effet, les servovalves qui pilotent les vérins ont une plage dynamique d'utilisation qui s'étend jusqu'aux alentours de 100Hz. De plus, compte tenu des efforts demandés, l'actionneur est léger et tire bénéfice d'une installation hydraulique qui existe déjà au sein de notre laboratoire (Fig. 4.8).

## 4.6 Placement des activateurs intégrés

Dans l'optique du contrôle de grilles planes, que ce soit de leur géométrie sous chargement statique ou de leurs premiers modes de vibration, le principal effet à induire est une



FIGURE 4.7 – *Activateurs hydrauliques intégrés*

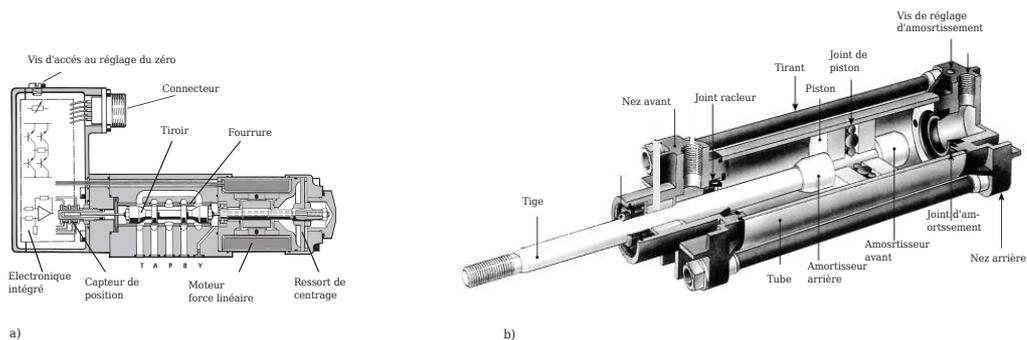


FIGURE 4.8 – a) Valve, b) Vérin hydraulique à double effet

déformation de flexion et torsion. En effet, les premiers modes de vibrations auxquels on s'intéresse ont des allures similaires à la déformée de la structure sous charges verticales. Le contrôle doit donc permettre de créer une dissymétrie entre les déformations des nappes longitudinales inférieures et supérieures.

Pour induire cette différence, trois stratégies ont été proposées :

- Agir directement en substituant activateur à la place d'un câble longitudinal de nappe inférieure ou supérieure pour en commander l'allongement.
- Utiliser une structure aux caractéristiques non homogènes, dont la nappe inférieure est plus raide que la nappe supérieure par exemple. Cette différence se répercute alors sur les déformations en commandant le niveau d'autocontrainte.
- Créer localement une surtension en un point de la surface extérieure tendue (tension localisée en surface).

C'est cette dernière stratégie qui a été la plus pertinente et qui a présente un intérêt pour l'adaptation à des critères sur la forme (Etats Limites de Service) mais aussi pour le pilotage des premiers modes de vibration.

En fait, la structure de tensegrité est considérée comme un classique système pneumatique, il est possible de le déformer en agissant uniquement sur sa peau tendue. En provoquant un pincement de la surface, on peut en augmenter localement la tension (Fig. 4.9). Ce schéma est générique et peut se reproduire dans toute structure fléchie à contraintes internes initiales.

Dans le cas d'une grille telle que celle qui est étudiée, la création de cette surtension est possible en utilisant un activateur qui, s'appuyant sur un nœud, écarte un groupe de câbles tendus de la surface. Situé en nappe inférieure, un tel dispositif permet d'induire une flexion de la grille vers le haut (Fig. 4.9).

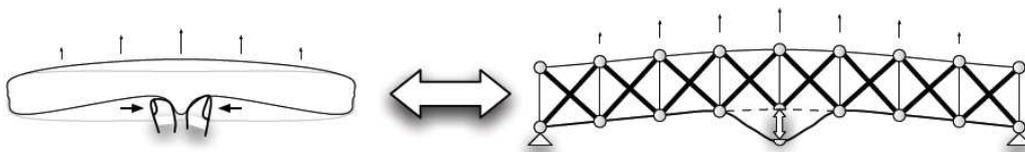


FIGURE 4.9 – Principe de flexion par pincement (tension localisée) de la nappe inférieure

L'objectif de ces activateurs est de mobiliser un mécanisme infinitésimal dans une direction verticale. Ils permettent ainsi d'accroître localement la tension mais de manière non linéaire sur toute leur plage d'allongement. Leur action dynamique se résumera en revanche à une faible course, autour d'une position donnée, sur laquelle on peut considérer le comportement comme étant linéaire. Pour modéliser simplement l'accroissement de tension pour un faible allongement, l'action de l'activateur est remplacée par le chargement équivalent au niveau des nœuds adjacents (Fig. 4.10).

Le choix de l'emplacement et du nombre d'activateurs intégrés à la structure a été ensuite étudié pour différentes possibilités. La solution adoptée est celle de deux activateurs placés sous les nœuds inférieurs 5 et 14 qui sollicitent directement less câbles 56 et 57 d'un côté et 64 et 65 de l'autre. Ces deux activateurs installés à la limite de deux écarteurs, emboîtement de deux "V" l'un dans l'autre (Fig. 4.10).

Le principe est d'augmenter localement la tension dans la nappe inférieure en écartant un nœud du plan de la nappe ce qui provoque le même effet qu'un pincement. L'avantage est une perturbation minimale de la structure, la nappe tendant naturellement sous l'effet de l'autocontrainte à revenir à sa forme plane initiale.

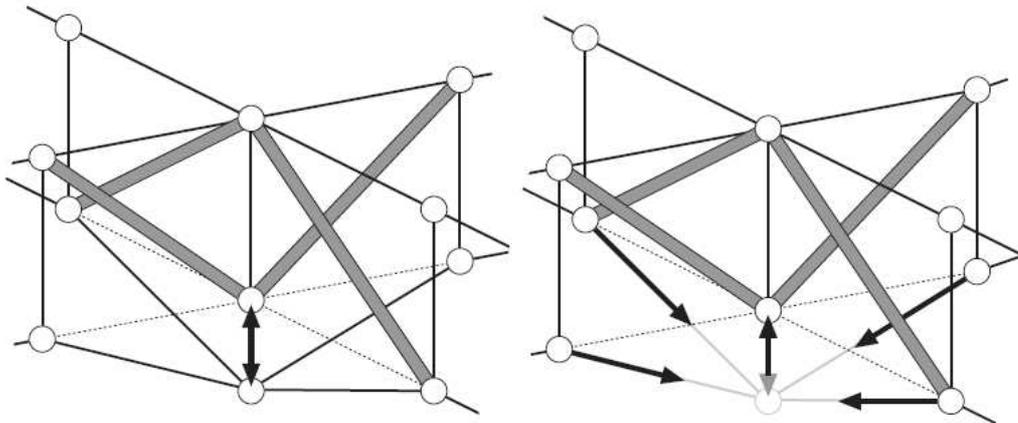


FIGURE 4.10 – Modélisation de l'action d'un activateur, en dessous d'un écarteur en "V"

## 4.7 Intégration des activateurs

Chaque nœud de nappe inférieure est un point où convergent 4 câbles de nappe, 2 barres et un tirant vertical. Pour produire l'effet voulu, il a été nécessaire de concevoir un nœud particulier.

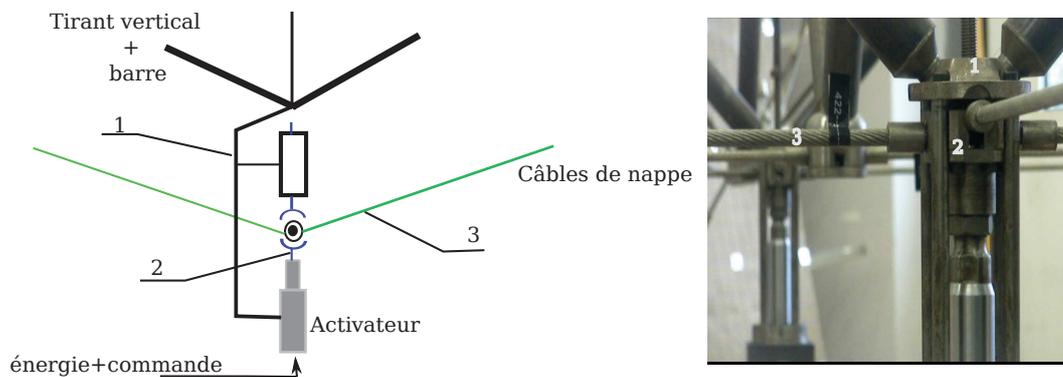


FIGURE 4.11 – Principe du nœud conçu

Celui-ci est composé en fait de deux parties (Fig. 4.11) : une première qui est le point de concours (2) de deux câbles continus (3) de nappe en liaison glissière avec un deuxième ensemble qui relie les deux barres et la tige verticale (1). Le corps de l'activateur linéaire est fixé à la partie (1) et sa partie mobile à la pièce (2).

Une particularité dans la conception fut de prévoir l'assemblage de l'activateur à part, c'est-à-dire que sa présence n'est pas indispensable pour garantir l'intégrité mécanique

de la structure.

L'activateur agit en tirant la partie inférieure de ce nœud vers le bas. Il prend appui sur la partie supérieure du nœud grâce à une liaison rigide constituée de quatre tiges, qui jouent en même temps le rôle de guide dans ce mouvement de translation (Fig. 4.11).

## 4.8 Identification expérimentale du comportement

L'analyse modale permet la détermination des caractéristiques dynamiques des structures. La connaissance de ces paramètres structuraux est essentielle à la résolution de plusieurs problèmes de vibration. La réalisation d'un essai d'analyse modale nécessite la mesure de la Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) qui est le quotient de la réponse de la structure sur l'excitation de celle-ci. Plusieurs méthodes sont usuellement utilisées pour la transmission de la force d'entrée sur la structure dont le pot vibrant et le marteau d'impact. Pour l'identification des paramètres de la grille de tenségrité, nous allons suivre la même méthode utilisée par Julien Averseng et développée au cours de cette thèse. C'est une méthode classique par balayage fréquentiel, mise en œuvre à l'aide d'un analyseur dynamique dédié. Compte tenu des bruits de mesure et du dispositif d'acquisition, cette méthode reste la plus efficace pour cette structure avec des modes de faibles fréquences.

Deux types de comportements distincts nous intéressent dans cette étude : la réponse passive sous sollicitations extérieures et la réponse de la commande des activateurs.

### 4.8.1 Comportement passif

Pour caractériser la réponse passive de la structure (sans usage de vérins), on réalise un balayage sinusoïdal avec une fréquence variant de 5 à 20 Hz. L'excitation extérieure est introduite par un pot vibrant suspendu verticalement (Fig. 4.12) et relié à la structure par l'intermédiaire d'une tête d'impédance qui mesure l'effort appliqué.

Ce dernier est situé en un point décalé par rapport à l'axe longitudinal de la structure afin d'exciter les modes de flexion et de torsion (Fig. 4.12, 4.13). En sortie, on mesure l'accélération verticale en nappe supérieure au dessus d'un des deux activateurs (Fig. 4.14). Les accéléromètres utilisés sont de type piézoélectrique (BRUEL et KJAER) et préconditionnés par un amplificateur de charge qui délivre un signal proportionnel en tension.



FIGURE 4.12 – Pot vibrant suspendu

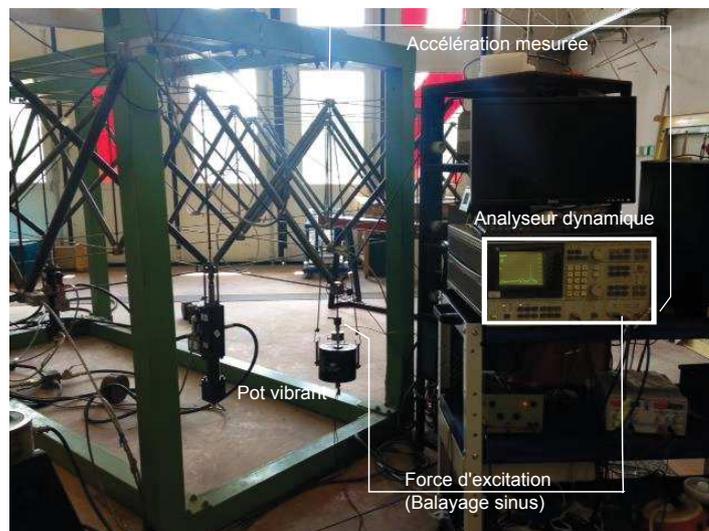


FIGURE 4.14 – Mesure expérimentale de la réponse fréquentielle passive

Le comportement global est caractérisé par la réponse fréquentielle mesurée accélération/force (Fig. 4.15). On voit apparaître deux pics de résonance autour de 13,58 Hz pour le mode de torsion et 17,42 Hz pour le mode de flexion. L'objectif du contrôle actif sera de les atténuer.

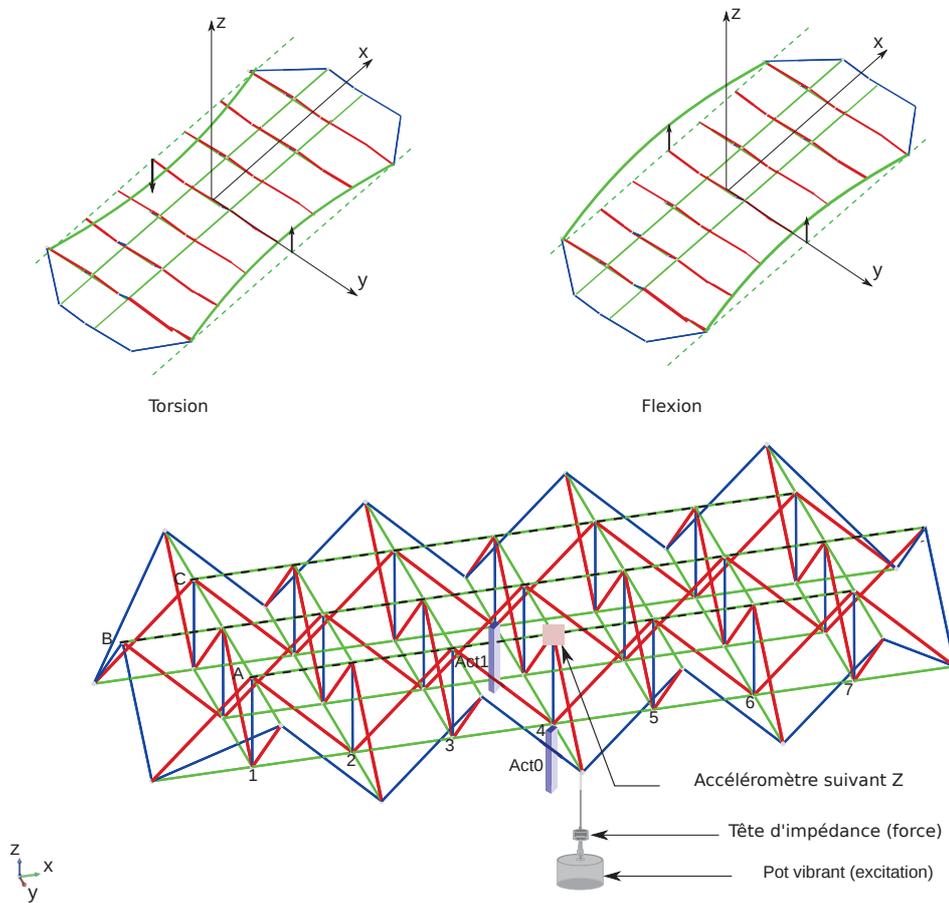


FIGURE 4.13 – Excitation de la structure

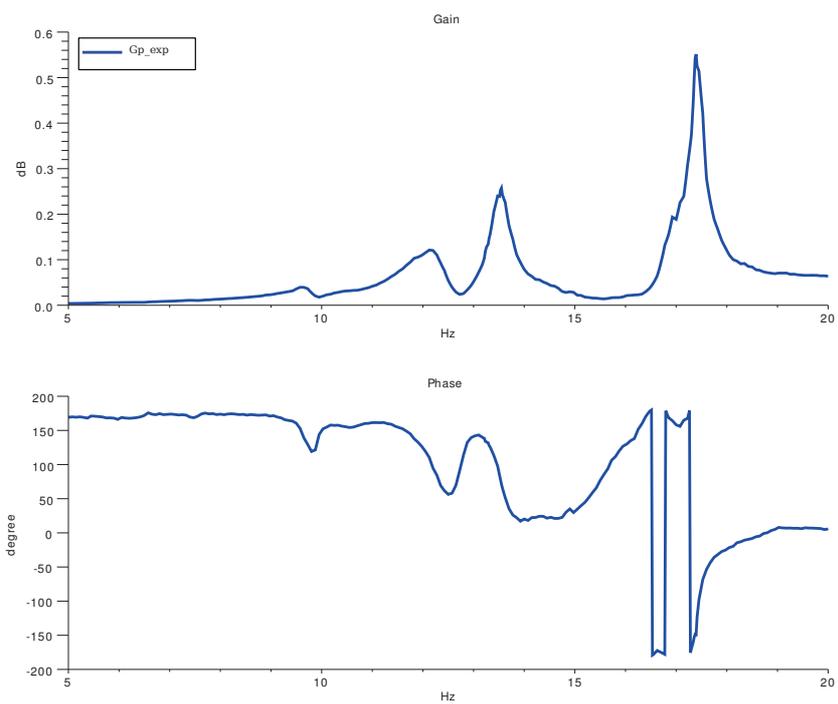


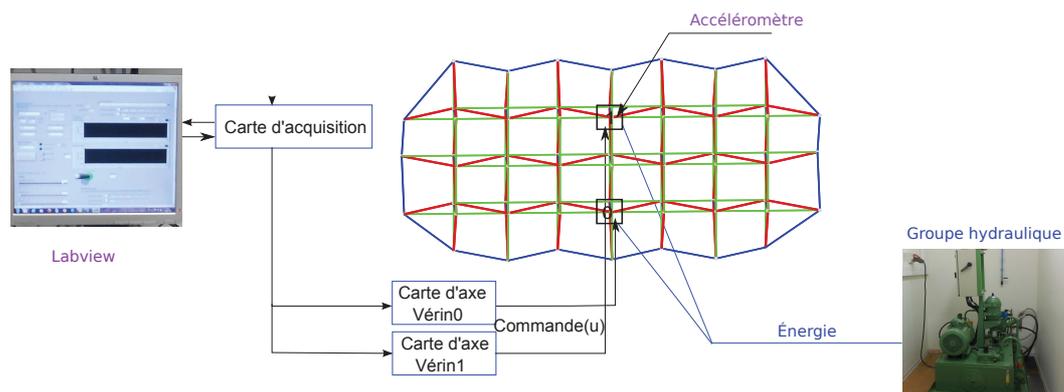
FIGURE 4.15 – Réponse fréquentielle de la structure passive

## 4.8.2 Comportement actif

L'intégration des vérins dans la structure est destinée à pouvoir agir sur son état de déformation en mobilisant les premiers modes de flexion et de torsion.

Nous utilisons deux servo-vérins double effet, de section  $1.88 \text{ cm}^2$  et de course 100 mm. Ils sont chacun équipés d'un capteur LVDT intégré qui, mesure la position du piston. Chaque servo-valve est commandée linéairement en débit depuis une carte d'axe MOOG PSC2 dédiée, qui par une loi de contrôle de bas niveau, effectue le contrôle en position de chaque vérin. Ceci à partir d'une consigne externe et de la mesure du capteur intégré. L'alimentation des activateurs est assurée par un groupe hydraulique de 7.5 kW délivrant une pression de 70 bars.

Au final, le schéma de la chaîne de commande prend la forme présentée à la figure. 4.16.



**FIGURE 4.16** – Chaîne de commande expérimentale pour mesurer la réponse fréquentielle active de la structure en torsion et en flexion en boucle ouverte

Afin d'optimiser l'impact des activateurs sur chacun des régimes de vibration de la structure, leur commande est couplée : ils sont pilotés en phase lorsqu'il s'agit d'agir sur le mode de flexion et en opposition de phase pour le mode de torsion (Fig.4.17). Le comportement actif est cette fois déterminé par l'intermédiaire de la réponse fréquentielle (Fig. 4.18) entre la commande envoyée en entrée (balayage sinus) aux deux activateurs, en phase pour le mode de flexion et en opposition de phase pour la torsion, et l'accélération mesurée en sortie, en boucle ouverte, pour les deux modes de résonance.

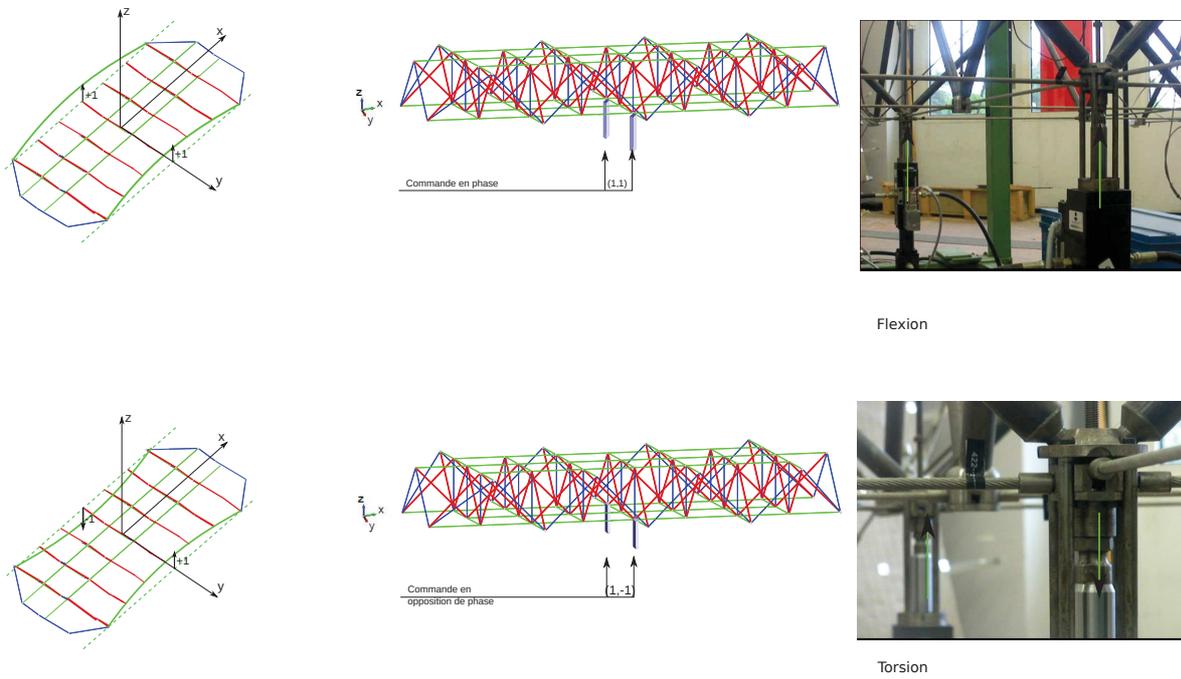


FIGURE 4.17 – Activateurs en phase et en opposition de phase pour exciter le mode de torsion et le mode de flexion

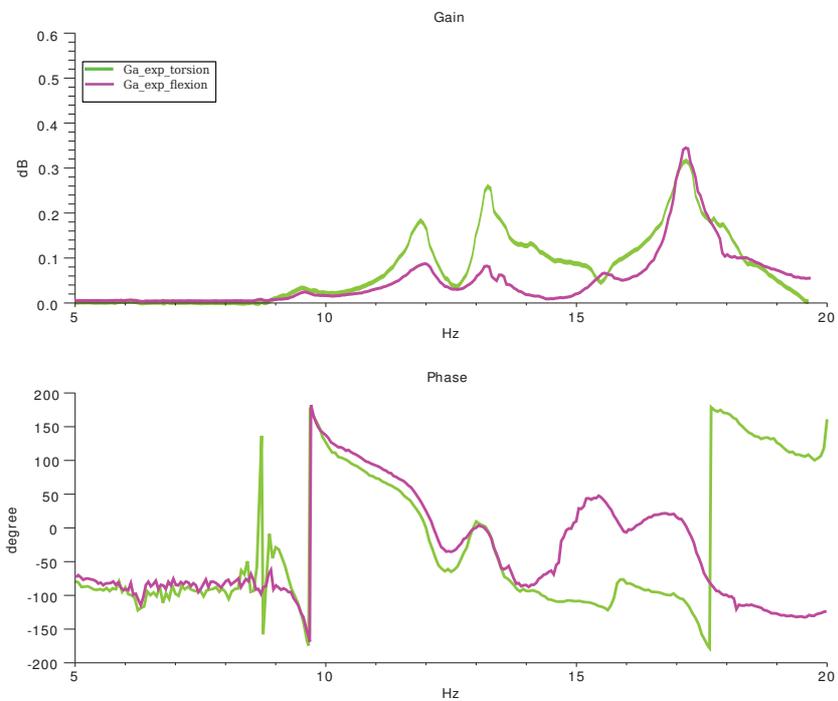


FIGURE 4.18 – Réponse fréquentielle de la structure active en flexion et en torsion

## 4.9 Conclusion

La grille de tensegrité présentée dans ce chapitre est un système mécanique qui à la particularité de recevoir de l'énergie et des informations de commande pour adapter son état aux sollicitations de l'environnement. Pour cela, elle doit être muni d'activateurs destinés à modifier son état.

Dans cette partie, nous avons présenté les étapes qui ont conduit au choix d'un mode d'action intéressant. La solution choisie consiste à agir en surface, en créant un accroissement ponctuel de la tension en nappe inférieure. Cela permet de conserver le fonctionnement passif du système et d'impliquer le moins de perturbations pour intégrer les activateurs. Ce chapitre expose également toute la chaîne de commande impliquée et mise en œuvre dans le contrôle actif de la structure d'étude. Enfin, nous avons étudié le comportement actif et passif de cette structure. Nous constatons qu'en commandant les quatre câbles de la nappe inférieure, nous mobilisons sensiblement les premiers modes propres de flexion et de torsion de la grille. Les activateurs et les capteurs sont donc aptes à commander et mesurer une partie de l'état de cette structure. Nous présentons dans la partie suivante le fonctionnement et l'élaboration de la partie commande de ce dispositif.

# CHAPITRE 5

## Mise en œuvre expérimentale du contrôle actif sur la grille Tensarch

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>82</b>
<b>5.2</b>	<b>Modélisation de la structure d'étude</b>	<b>82</b>
<b>5.3</b>	<b>Développement des contrôleurs</b>	<b>83</b>
5.3.1	Analyse de la stabilité de la boucle fermée	90
<b>5.4</b>	<b>Boucle de contrôle expérimentale et résultats</b>	<b>91</b>
5.4.1	1ère étape : Le contrôle mode par mode	92
5.4.2	2ème étape : Le contrôle de tous les modes rencontrés	93
5.4.3	Étude de la robustesse sous variations de masse additionnelle	98
<b>5.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>102</b>

---

## 5.1 Introduction

Dans cette partie, nous allons présenter la modélisation de la grille Tensarch et la mise en œuvre expérimentale du contrôle actif. Cela consiste à :

- identifier les paramètres de la grille.
- développer la loi de commande.
- analyser la robustesse des contrôleurs développés.

## 5.2 Modélisation de la structure d'étude

Pour chaque mode, la grille est considérée comme un système masse-ressort à 1 degré de liberté. Les activateurs sont matérialisés par un élément de longueur variable  $u(t)$ . La structure d'étude est bien représentée par deux fonctions :

- La fonction de transfert de la structure passive  $G_{passif}$ .
- La fonction de transfert de la structure active  $G_{actif}$ .

Les paramètres de masse ( $M$ ), amortissement ( $C$ ) et raideur ( $K$ ) sont identifiés par calage sur les mesures expérimentales.

En fixant la masse  $M$ , on en déduit d'abord la rigidité  $K$  au niveau du pic de résonance (Fig. 5.1). Le paramètre d'amortissement  $C$  est ensuite identifié par moindres carrés sur l'amplitude de la réponse fréquentielle mesurée sur domaine entourant le pic de résonance. Les résultats sont présentés dans le tableau (tab. 5.2).

Fréquence (Hz)	Mode	M	K	C
13,58	Torsion	100 Kg	728048 N/m	340 N.s/m
17,42	Flexion	100 Kg	1198000 N/m	200 N.s/m

TABLE 5.1 – Paramètres mécaniques de la réponse passive équivalente pour chaque mode

Fréquence (Hz)	Mode	M	K	C	$\alpha$
13,58	Torsion	100 Kg	728048 N/m	340 N.s/m	4e-7
17,42	Flexion	100 Kg	1198000 N/m	200 N.s/m	4e-7

TABLE 5.2 – Paramètres mécaniques de la réponse active équivalente pour chaque mode

Les modèles identifiés reprennent avec fidélité le comportement prépondérant de la structure selon le mode de flexion et de torsion. Les valeurs ne démontrent pas un calage parfait mais suffisamment proche et représentatif de la structure modélisée et étudiée (Fig. 5.1).

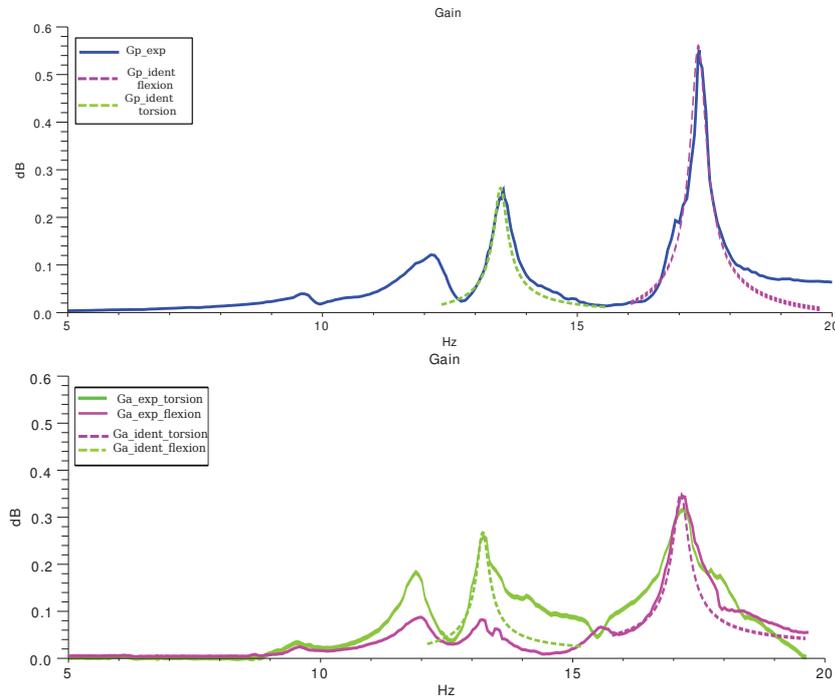


FIGURE 5.1 – Calage de la fonction de transfert identifiée sur le transfert mesuré, a) accélération/force, b) consigne/force en torsion et en flexion

### 5.3 Développement des contrôleurs

En utilisant les paramètres du tableau 5.2, les fonctions de transfert pour les modes de torsion et de flexion sont les suivantes :

$$G_{passif}(torsion) = \frac{s^2}{100s^2 + 340s + 728048} \quad (5.1)$$

$$G_{passif}(flexion) = \frac{s^2}{100s^2 + 200s + 1198000} \quad (5.2)$$

$$G_{passif}(torsion) = \frac{0.000112s^3 + 0.2848s^2}{100s^2 + 340s + 728048} \quad (5.3)$$

$$G_{passif}(flexion) = \frac{0.00008s^3 + 0.4737132s^2}{100s^2 + 200s + 1198000} \quad (5.4)$$

Les diagrammes de Bode des deux transferts passifs identifiés précédemment apparaissent aux figures 5.2 et 5.3. Ces diagrammes représentent le comportement fréquen-

tiel de la structure en torsion et en flexion. On notera les résonances au voisinage des pulsations propres pour la torsion et pour la flexion.

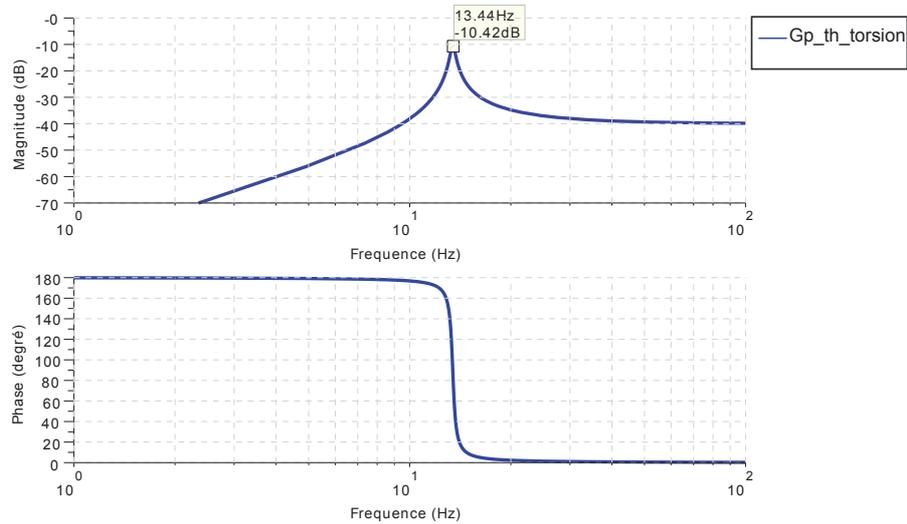


FIGURE 5.2 – Diagramme de Bode de la réponse passive de la structure en torsion

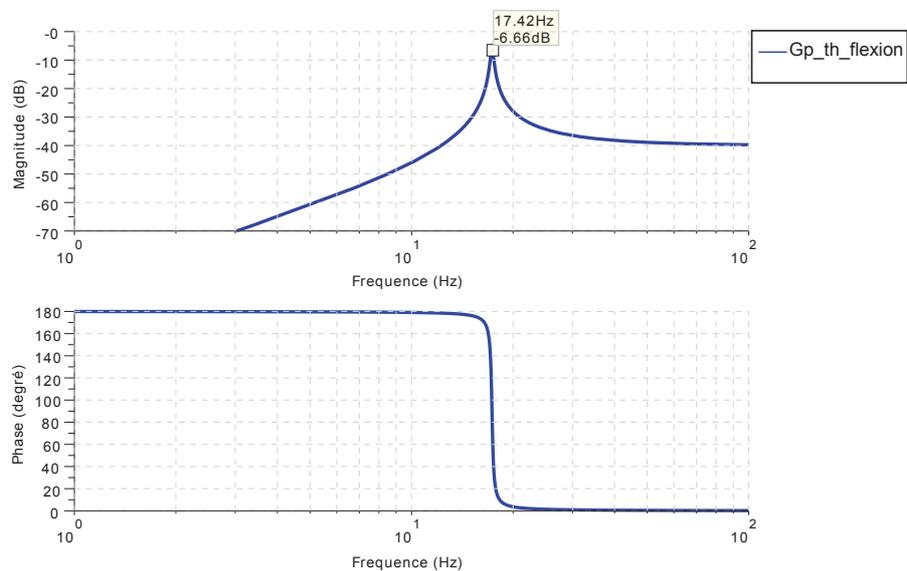


FIGURE 5.3 – Diagramme de Bode de la réponse passive de la structure en flexion

Selon la stratégie proposée, nous développons deux contrôleurs adaptés à chacun des modes propres, en flexion et en torsion. La synthèse  $H_{\infty}$  est réalisée sur le logiciel Scilab.

L'algorithme de  $\gamma$  itération fournit les résultats suivants :  $\gamma_{torsion} = 0.85$  et  $\gamma_{flexion} = 0.58$ .

$$K_{torsion} = \frac{-3.270e^{-09} - 1156557.2s - 313252.43s^2 - 285.44811s^3 - 43.932248s^4}{0.0041383 - 0.0061792s + 95.003579s^2 + 65.101422s^3 + 14.237902s^4 + s^5} \quad (5.5)$$

$$K_{flexion} = \frac{4.917e^{-08} + 1364912.3s + 1223627.6s^2 + 318.17294s^3 + 102.12018s^4}{0.0007146 + 602.02909s + 1559.3793s^2 + 1041.2603s^3 + 134.93242s^4 + s^5} \quad (5.6)$$

Les figures 5.4 et 5.5 représentent le diagramme de Bode des deux fonctions de transfert en torsion et en flexion et leur contrôleur  $K$  correspondant. Les contrôleurs  $K_{torsion}$  et  $K_{flexion}$  sont réglés sur la fréquence de résonance de chaque mode afin d'en annuler l'effet et aplanir le transfert  $GK$ . Ils sont en opposition de phase et d'amplitude aux abords des résonances que l'on cherche à atténuer. On dit que  $K$  inverse le système  $Gp$ .

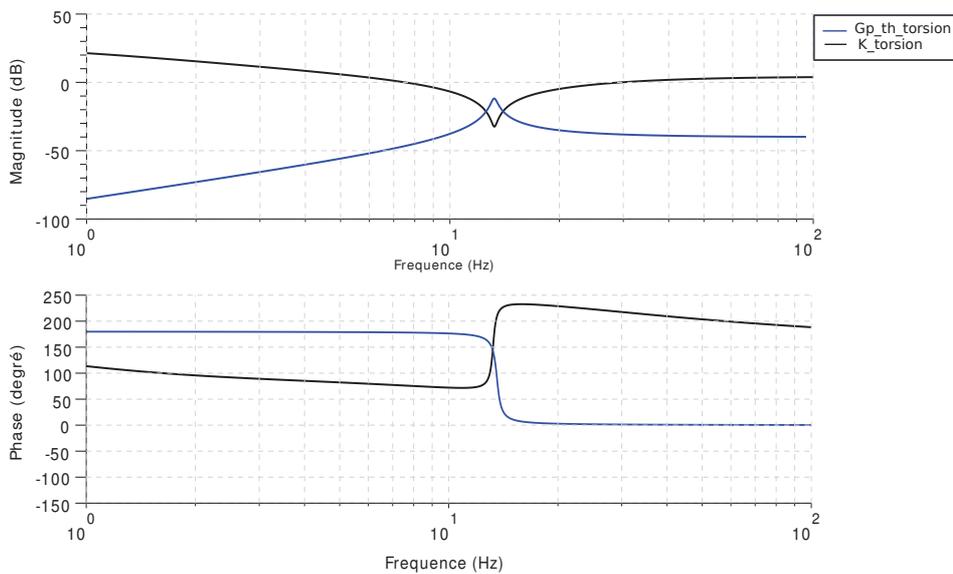


FIGURE 5.4 – Diagramme de Bode du contrôleur  $K_{torsion}$  en comparaison avec  $Gp$  en torsion

Pour des raisons de performances, nous rendons  $|S|$ , la fonction de sensibilité la plus faible possible aux basses fréquences et  $|T|$ , la fonction de sensibilité complémentaire faible au hautes fréquences. Les contraintes sur les fonctions  $S$  et  $T$  sont nées des exigences de performance et de robustesse.

La fonction de sensibilité  $S$  et de sensibilité complémentaire  $T$  des deux transferts (en torsion et en flexion) apparaissent sur les figures 5.6 et 5.7. Nous remarquons qu'elles

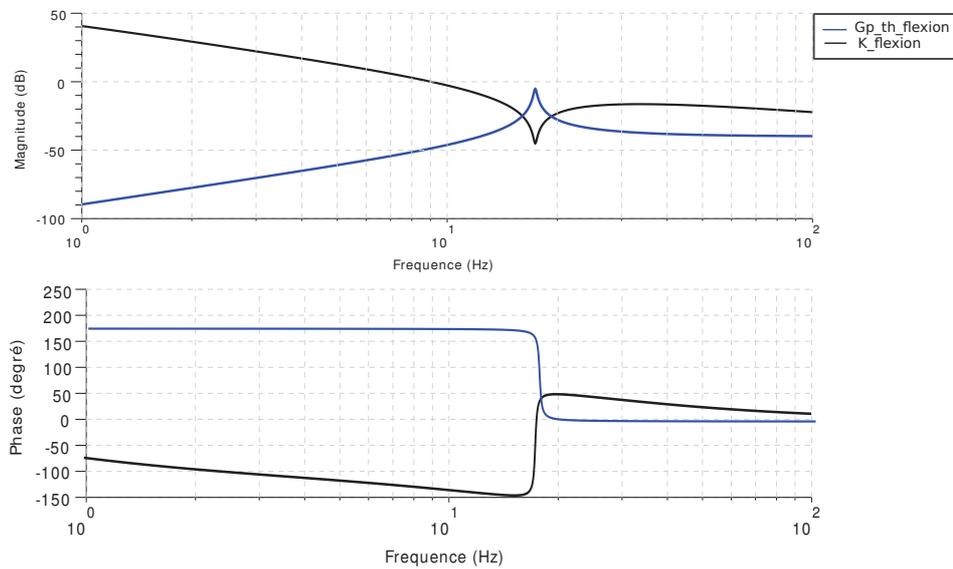


FIGURE 5.5 – Diagramme de Bode du contrôleur  $K_{flexion}$  en comparaison avec  $G_p$  en flexion

décroissent au niveau des pics de résonances, ce qui montre l'atténuation des actions extérieures et des bruits de mesures autour des deux modes.

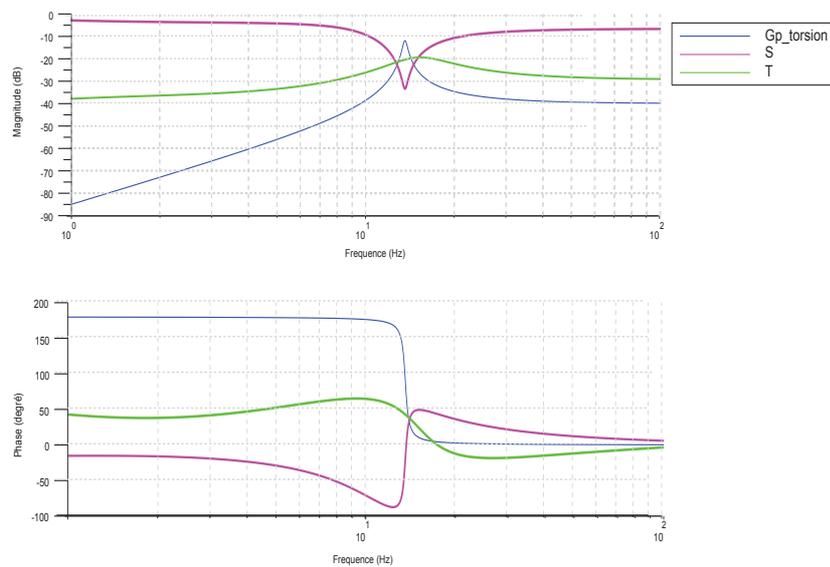


FIGURE 5.6 – Diagramme de Bode de  $S$ ,  $T$  et  $G_p$  en torsion

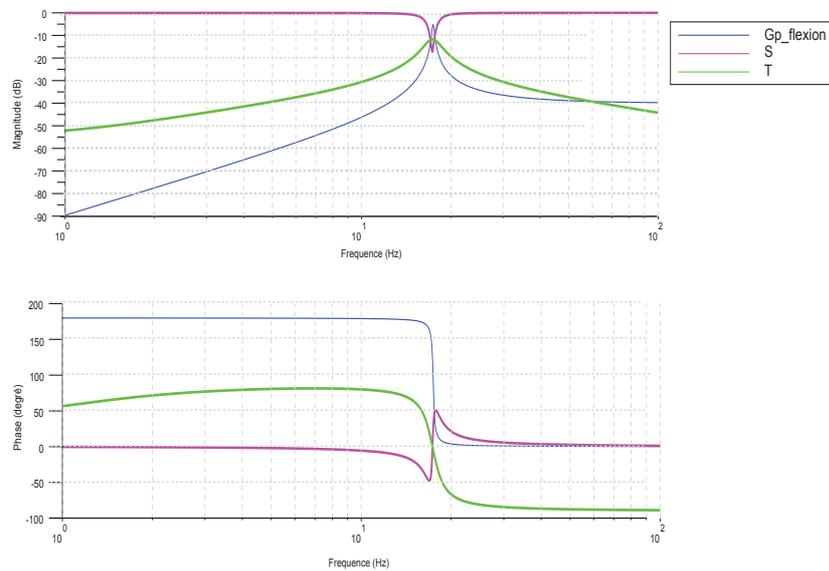


FIGURE 5.7 – Diagramme de Bode de  $S$ ,  $T$  et  $G_p$  en flexion

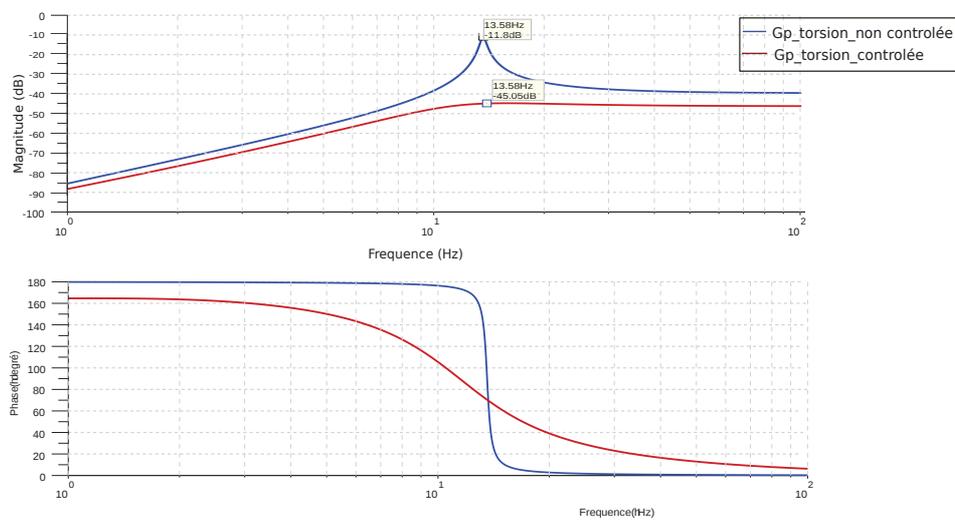


FIGURE 5.8 – Diagramme de Bode de  $G_p$  non contrôlé et contrôlé en torsion

Les figures 5.8 et 5.9 représentent une comparaison entre les deux transferts  $G_p$  non contrôlés en flexion et en torsion, qui expriment le transfert entre la force d'excitation  $F$  et la sortie  $y$  en boucle ouverte et les mêmes transferts en boucle fermée (contrôlés).

Nous remarquons une réduction très importante des amplitudes autour des pics de résonances avec une atténuation d'environ 90% pour les deux modes. Qui plus est, les

réponses temporelles théoriques des systèmes contrôlés  $G_p$  en torsion (Fig. 5.10 et en flexion (Fig. 5.9) sont moins perturbés et montrent un amortissement notable et plus rapide.

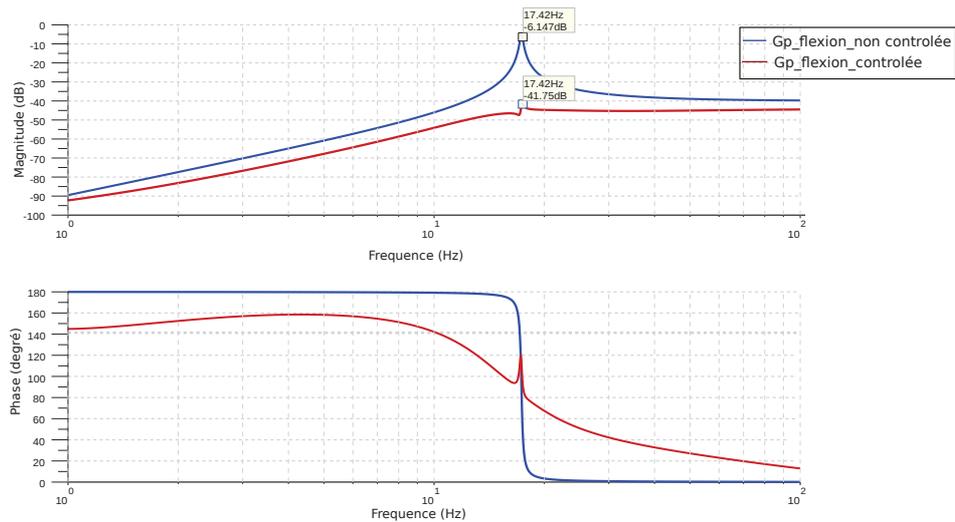


FIGURE 5.9 – Diagramme de Bode de  $G_p$  non contrôlé et contrôlé en flexion

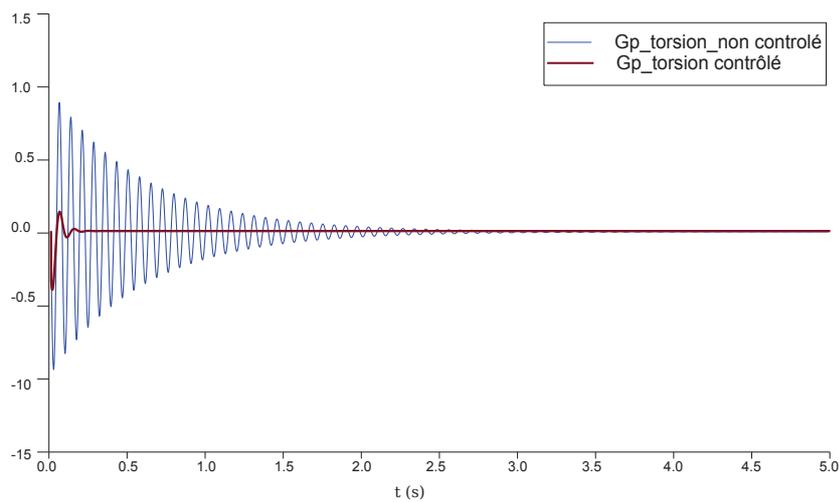
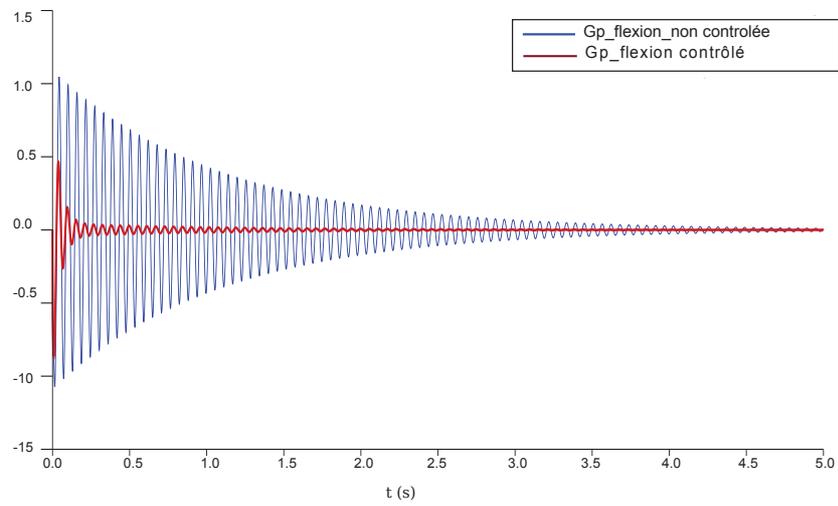


FIGURE 5.10 – Réponse temporelle théorique du système  $G_p$  en torsion non contrôlé, contrôlé, et en flexion



**FIGURE 5.11** – Réponse temporelle théorique du système  $G_p$  en flexion non contrôlé et contrôlé soumise à une impulsion

### 5.3.1 Analyse de la stabilité de la boucle fermée

Le diagramme de Nyquist est un graphe utilisé en automatique pour évaluer la stabilité d'un système en boucle fermée.

Selon le critère de Nyquist, le système est stable en boucle fermée si le point critique  $(-1,0)$  est laissé à la gauche de la courbe tracée pour une pulsation variant de  $0$  à  $\infty$ .

La figure 5.12 représente le lieu de Nyquist de la fonction de sensibilité  $S$  du système en torsion et en flexion. Nous constatons que le point critique  $(-1,0)$  est bien laissé à gauche de la courbe tracée ce qui signifie que la boucle fermée est bien stable.

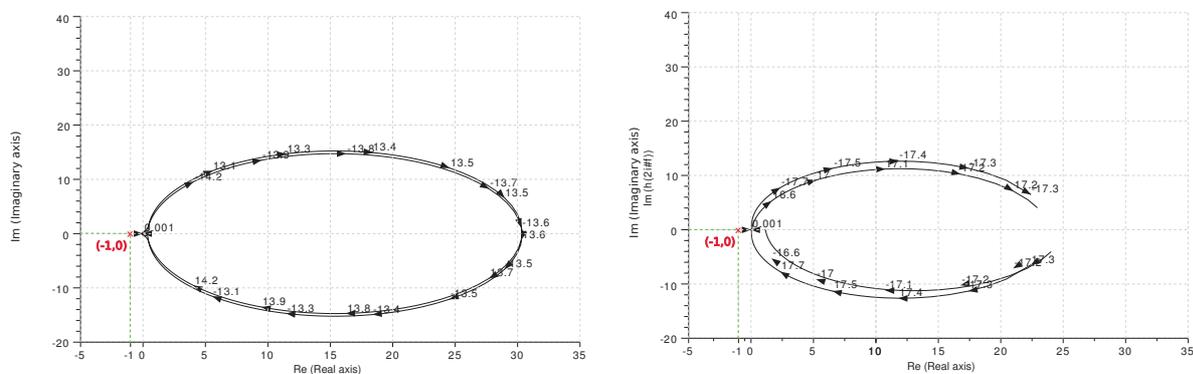


FIGURE 5.12 – Lieu de Nyquist de la fonction de sensibilité  $S$  a) mode de torsion, b) mode de flexion

## 5.4 Boucle de contrôle expérimentale et résultats

Les deux contrôleurs développés précédemment sous scilab adaptés à chacun des modes propres sont implémentés dans une boucle de contrôle programmée sous Labview sur un poste de travail dédié (Fig. 5.13). Concrètement ces contrôleurs sont des filtres numériques en  $z$ . Ces filtres sont des équivalents discrets de la transformée de Laplace.

Via une interface de communication, le poste de travail effectue l'acquisition du niveau d'accélération sur la structure et génère deux commandes de position relayées par chaque carte d'axe (Fig. 5.14).

Le contrôle des modes de résonance a été réalisé en utilisant deux stratégies différentes que l'on a qualifié d'étape.

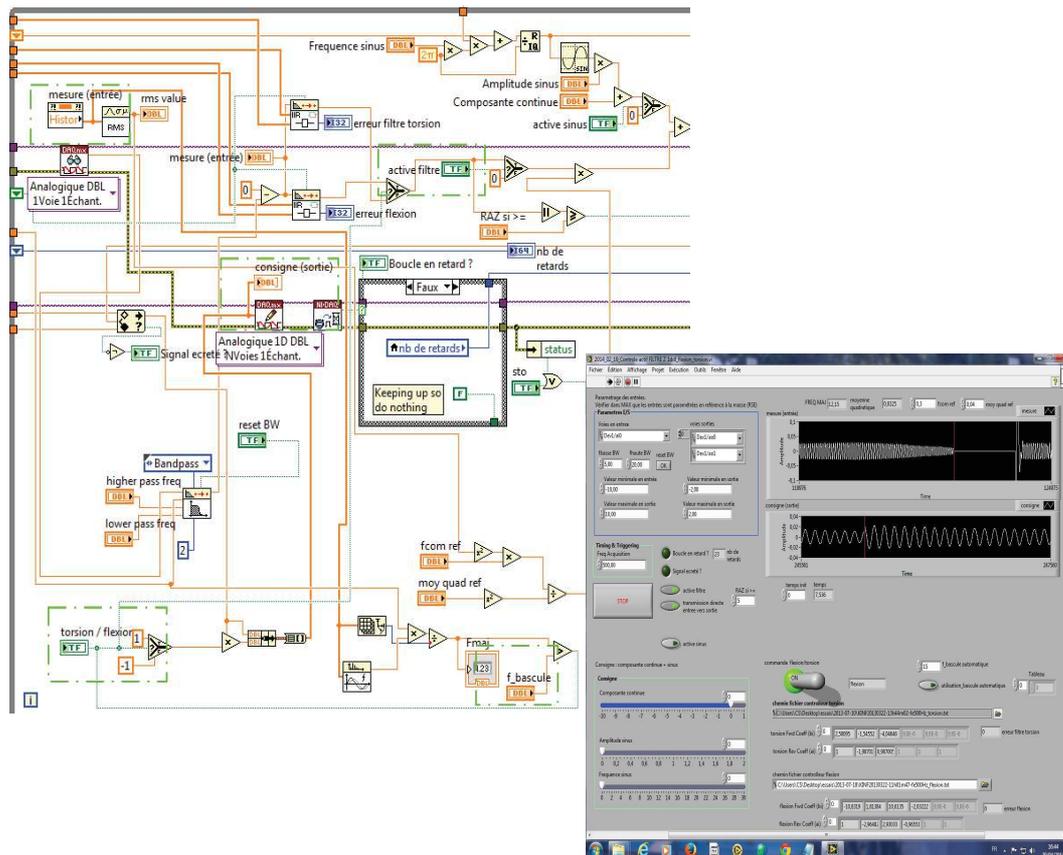


FIGURE 5.13 – Boucle de contrôle sous Labview

### 5.4.1 1ère étape : Le contrôle mode par mode

Au cours de la première partie de la thèse, nous avons opté pour un contrôle mode par mode. Cette démarche consiste à utiliser les contrôleurs développés séparément. Nous implémentons le contrôleur de torsion dans le Virtual Instrument (VI), nous excite la structure en utilisant le pot vibrant et nous activons le contrôle actif (Fig. 5.14).

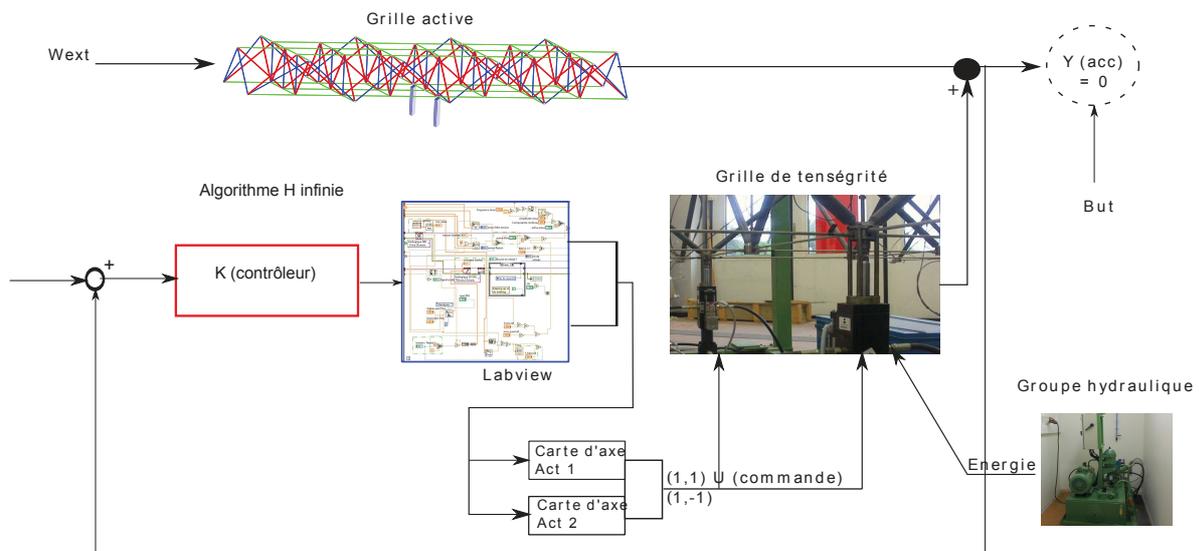


FIGURE 5.14 – Boucle de contrôle fermée expérimentale

Nous effectuons la même procédure pour le contrôle de flexion. Les résultats du contrôle sont présentés sur la figure 5.15 et 5.16.

Les deux figures 5.15 et 5.16 représentent une comparaison entre les réponses fréquentielles de la structure en boucle ouverte (non contrôlée) sous balayage sinusoïdal et la même réponse en boucle fermée (contrôlée), en torsion quand les vérins sont pilotés en opposition de phase puis en flexion avec les vérins pilotés en phase.

- Pour l'atténuation dite de "flexion", nous remarquons une atténuation significative d'environ 70% du mode et aucune atténuation au niveau de la torsion sur la figure 5.16, cela est dû au fait que les deux vérins sont pilotés en phase pour contrôler le mode de flexion.
- Pour l'atténuation dite de "torsion", nous observons aussi une bonne atténuation du mode d'environ 50% (Fig. 5.15) et aucune atténuation au niveau de la flexion puisque les vérins sont pilotés en opposition de phase afin d'atténuer le mode de torsion.

Pour ces deux modes, le contrôle a atténué voire supprimé la transition de phase : nous avons réalisé un contrôleur qui tente de supprimer les modes de vibrations.

Les réponses fréquentielles de la structure à un bruit blanc(aléatoire) sont présentées sur la figure 5.18 et 5.17. Nous constatons aussi une bonne atténuation de l'amplitude des deux modes de résonance rencontrés en flexion et en torsion avec une efficacité globalement plus importante de la flexion. Au contraire du contrôle par balayage sinus, on remarque que le changement de phase n'est pas supprimé par le contrôleur.

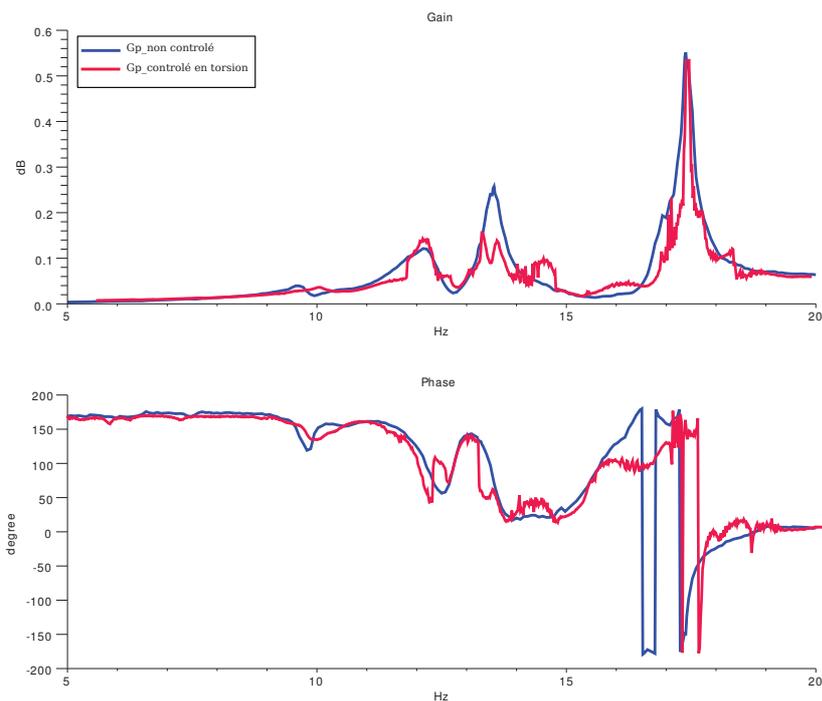


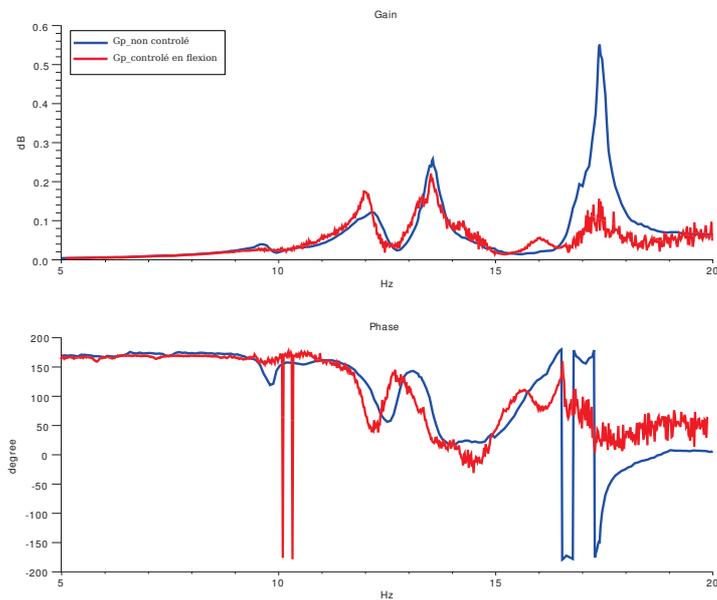
FIGURE 5.15 – Comparaison entre la réponse fréquentielle de la grille à un balayage sinus en boucle ouverte (non contrôlée) et la même réponse en boucle fermée (contrôlée) en torsion

### 5.4.2 2ème étape : Le contrôle de tous les modes rencontrés

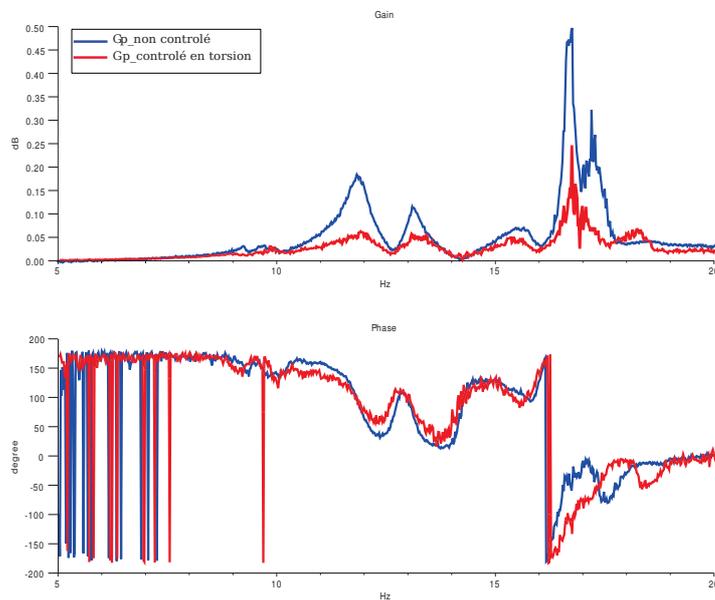
Pour la seconde partie de la thèse, le but est de généraliser le processus du contrôle sur tous les modes de résonances rencontrés ( $n$  modes) (Fig. 5.14), en effectuant le contrôle sur le même VI. Cela consiste à implémenter les contrôleurs développés dans la même boucle et basculer d'un contrôleur à un autre suivant le mode rencontré.

Cela consiste à mesurer la fréquence dominante du signal d'accélération sur les 5 dernières secondes (Fig. 5.13) et l'utiliser pour basculer le contrôleur et le fonctionnement du système automatiquement dans un des régimes, en torsion ou en flexion.

Dans notre cas, la fréquence de basculement est un paramètre fixé à 15 Hz, lorsque la valeur estimée est supérieure à 15 Hz, les deux vérins sont pilotés en phase par un

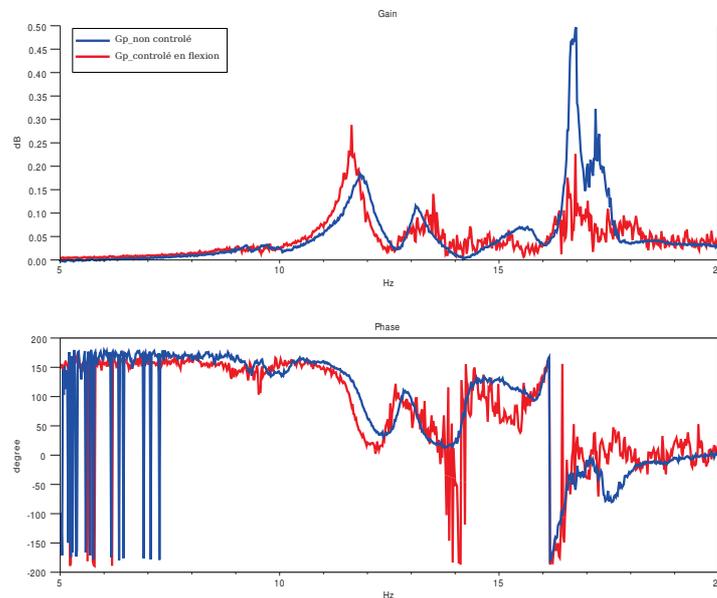


**FIGURE 5.16** – Comparaison entre la réponse fréquentielle de la grille à un balayage sinus en boucle ouverte (non contrôlée) et la même réponse en boucle fermée (contrôlée) en flexion

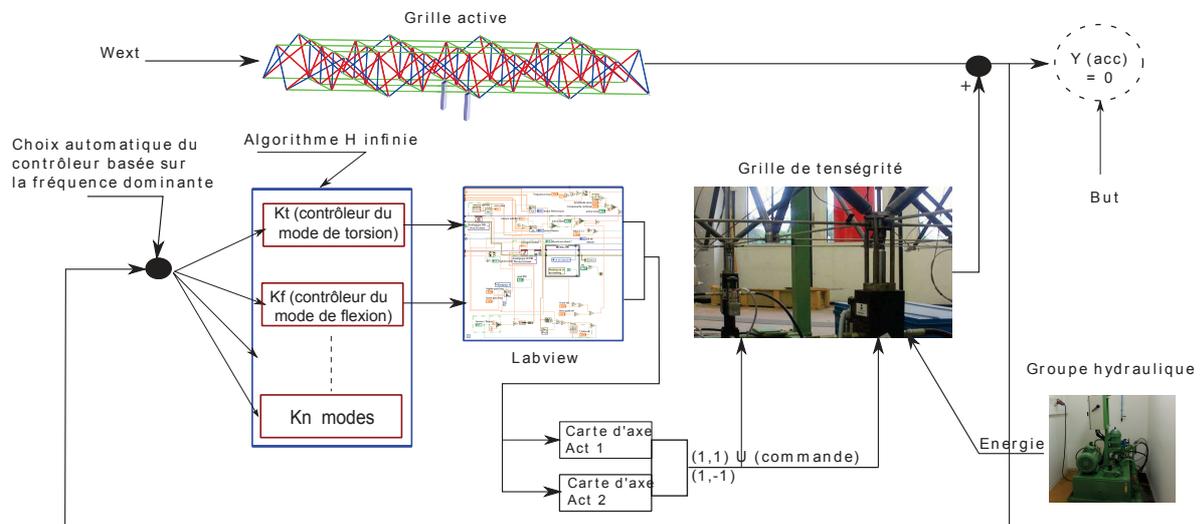


**FIGURE 5.17** – Comparaison entre la réponse fréquentielle de la grille à bruit blanc, en boucle ouverte (non contrôlée) et la même réponse en boucle fermée (contrôlée) en torsion

contrôleur adapté pour s'opposer au mode de flexion et lorsqu'elle est inférieure à 15 Hz, les deux vérins sont en opposition de phase pour contrôler le mode de torsion (Fig. 5.14). La figure 5.20 représente une comparaison entre la réponse fréquentielle de la structure



**FIGURE 5.18** – Comparaison entre la réponse fréquentielle de la grille à bruit blanc, en boucle ouverte (non contrôlée) et la même réponse en boucle fermée (contrôlée) en flexion

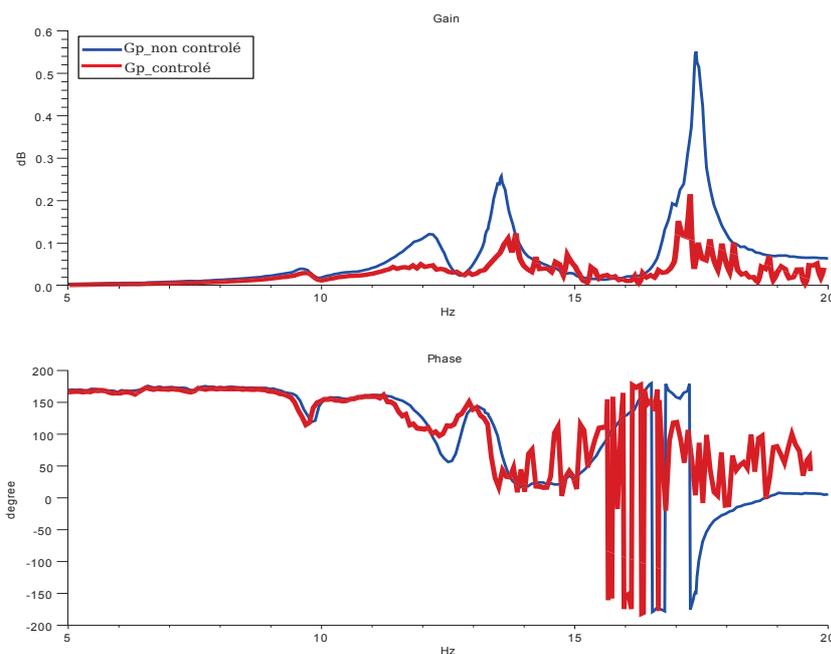


**FIGURE 5.19** – Boucle de contrôle fermée expérimentale suivant les modes

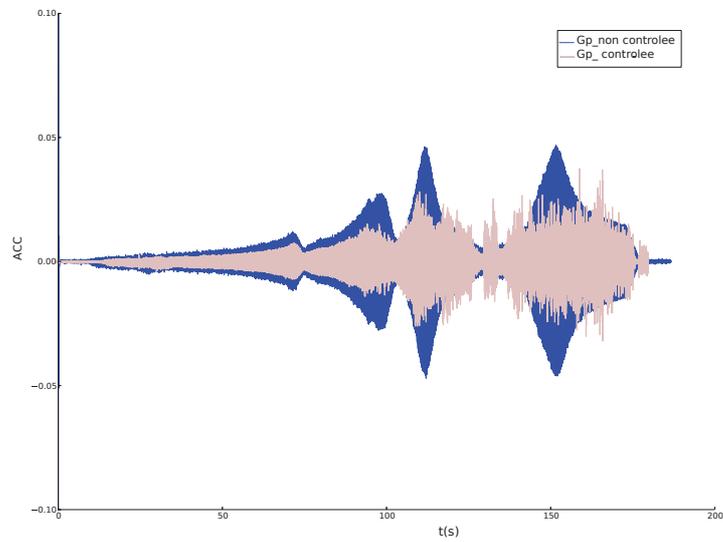
en boucle ouverte (non contrôlée) et la réponse de la même structure en boucle fermée (contrôlée) en flexion et en torsion. Les résultats montrent une atténuation considérable de près de 70% pour le mode de flexion et 50% pour le mode de torsion. Une bonne atténuation des deux modes est constatée au niveau pics de résonance. De même pour la réponse temporelle (Fig. 5.21), nous remarquons une diminution des amplitudes par

rapport à la structure non contrôlée. Le contrôle reste toujours efficace.

La réponse bruitée de la structure est due au fonctionnement des activateurs au cours des excitations. Ces derniers ont en effet des capacités limitées, une réponse non linéaire en raison du frottement interne et des performances du circuit hydraulique. De plus, les signaux de consigne sont écrêtés afin de protéger les actionneurs. Cet écrêtage induit des perturbations sur les signaux d'entrée et donc de sortie, ce qui confirme la nécessité de développer un contrôleur robuste capable de garder son efficacité quelque soit les perturbations extérieures.



**FIGURE 5.20** – Comparaison entre la réponse fréquentielle de la grille à un balayage sinus en boucle ouverte (non contrôlée) et la même réponse en boucle fermée (contrôlée) en torsion et en flexion



**FIGURE 5.21** – Comparaison entre la réponse temporelle de la grille en boucle ouverte (non contrôlée) et la même réponse en boucle fermée (contrôlée) en torsion et en flexion

### 5.4.3 Étude de la robustesse sous variations de masse additionnelle

Au delà du fonctionnement des activateurs et des capteurs, le comportement de la structure est amené à être perturbé par l'application d'un chargement (augmentation de masse) ou d'une modification de la structure (ruine partielle). Par l'approche proposée, les deux contrôleurs ont été synthétisés en tenant compte d'une certaine marge d'incertitude sur le modèle.

Afin de tester la robustesse de cette structure active, sa réponse est étudiée dans des cas ou celle-ci est perturbée par un ajout de masse d'environ 6 kg.

Sur la figure (5.22), la configuration 1 représente la structure initiale sans chargement. Pour la configuration 2, 3, 4 et 5, nous avons perturbé le mode de flexion en rajoutant des masses au milieu pour voir l'influence sur le mode résonant.

La configuration 6, permet de créer un déséquilibre et de perturber le mode de torsion.

Enfin pour la dernière configuration, le chargement est aléatoire afin de perturber le comportement général de la grille.

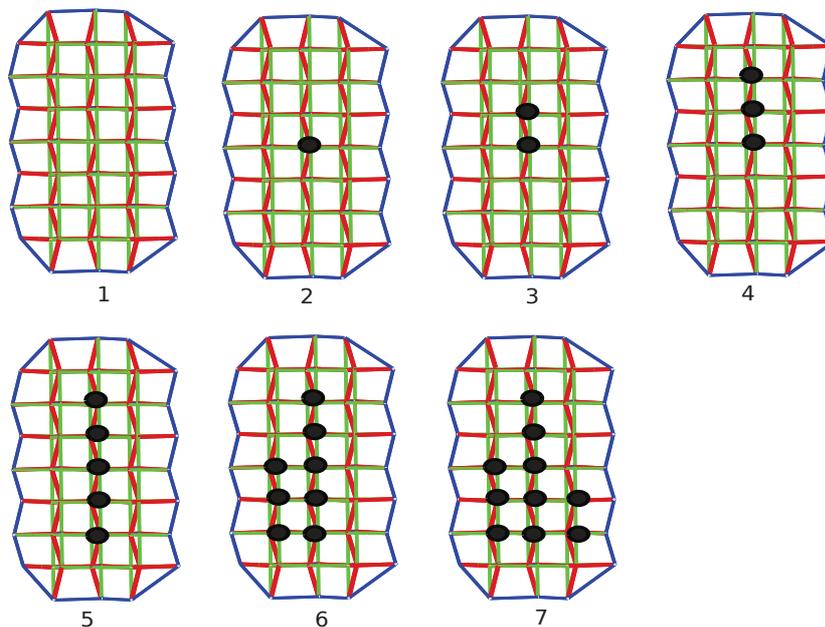


FIGURE 5.22 – Différentes configurations de chargement

La figure 5.23 représente les réponses fréquentielles de la structure sous différents chargements en comparaison avec la structure initiale non chargée. Nous remarquons un décalage des pics vers les basses fréquences ce qui est cohérent avec l'augmentation de la masse. Nous constatons aussi une diminution de l'amplitude pour quelques configurations et une augmentations pour d'autres cas de chargement.

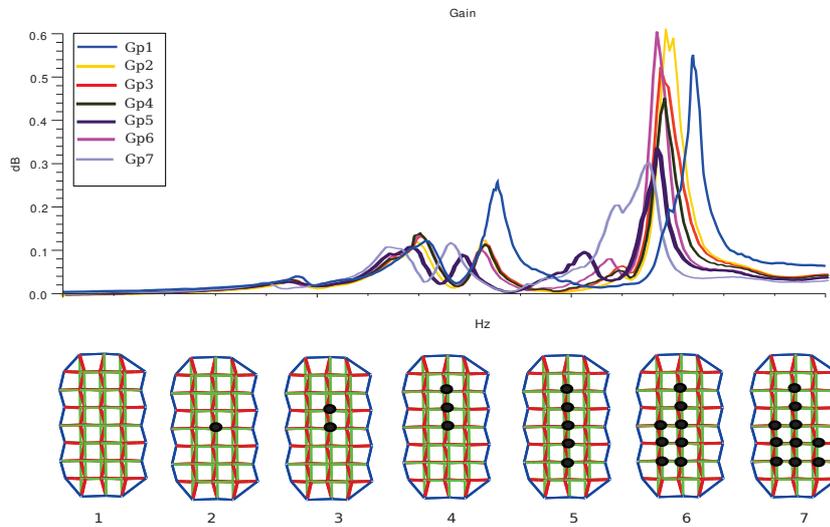


FIGURE 5.23 – Réponses fréquentielles de la structure à un balayage sinus sous différents charge-ments

Nous allons prendre en exemple la configuration du chargement 7 que nous allons étu-  
dier.

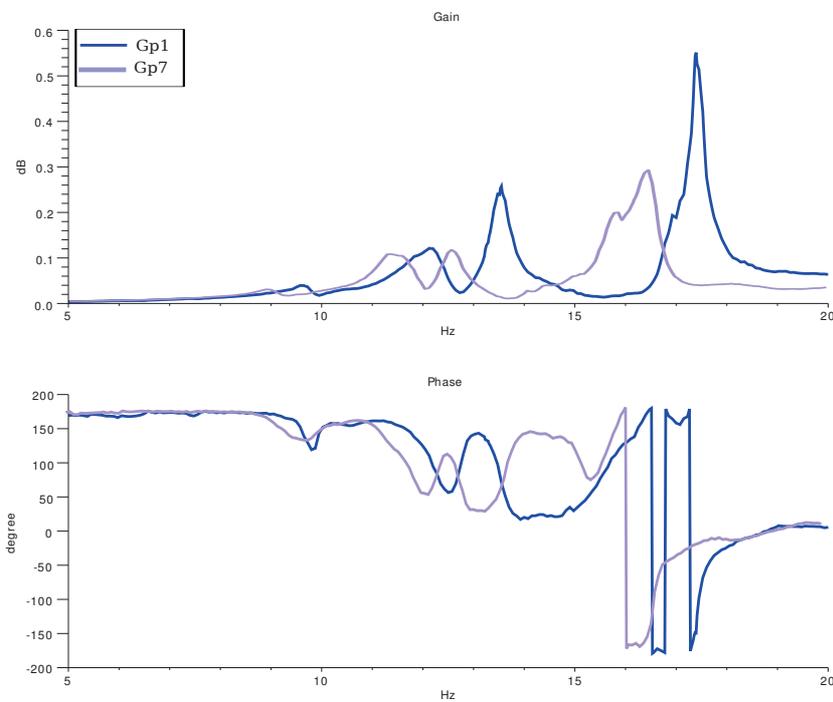
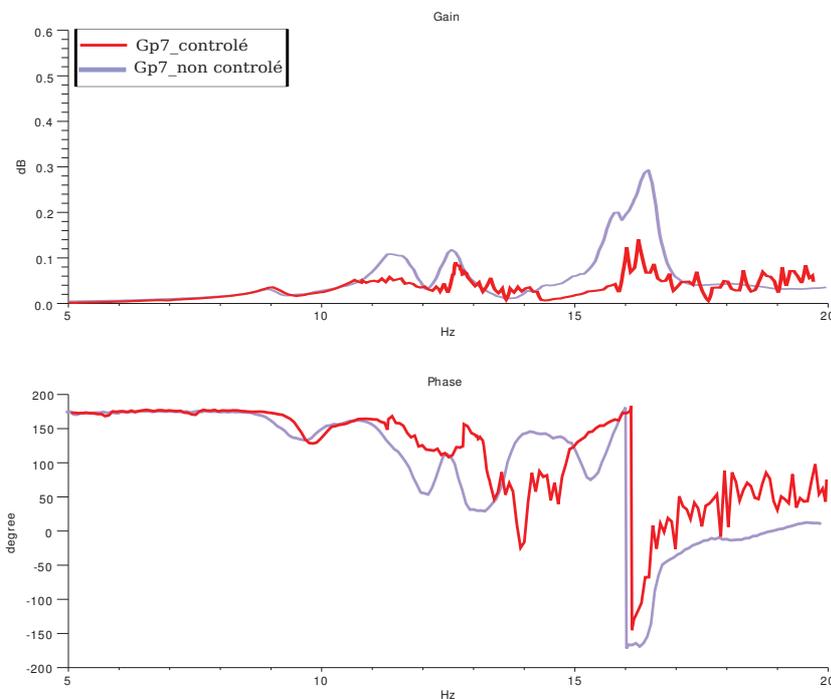


FIGURE 5.24 – Réponse fréquentielle de la structure à un balayage sinus pour le chargement 7

La figure 5.24 représente la réponse fréquentielle de la grille à un balayage sinus. Nous

remarquons un décalage des pics de résonance ainsi une diminution des amplitudes. Nous appliquons le contrôle actif à ce cas de chargement, nous constatons surtout que le contrôle actif reste efficace et permet d'obtenir une atténuation importante d'environ 80% du mode de flexion et 50% du mode de torsion (Fig. 5.25) de même pour les réponses temporelles (Fig. 5.26).

Pour la phase, on peut voir que le mode de flexion (Fig. 5.25), reste marqué alors qu'il était quasiment supprimé lors du contrôle initial sans masse. Le décalage du mode n'influe pas sur l'efficacité du contrôleur, il n'est pas parfaitement adapté à cette fréquence de résonance, c'est pourquoi le changement de phase se produit naturellement comme dans le cas de la structure non contrôlée.



**FIGURE 5.25** – Comparaison entre la réponse fréquentielle de la grille chargée à un balayage sinus, en boucle ouverte (non contrôlée) et la même réponse en boucle fermée (contrôlée) en torsion et en flexion

La figure 5.27 représente le pourcentage d'atténuation des amplitudes pour les différentes configurations de chargement sur l'axe  $x$  et le pourcentage d'atténuation des amplitudes en torsion et en flexion sur l'axe des  $y$ . Les résultats montrent que l'on conserve une atténuation appréciable des amplitudes de résonance. L'atténuation reste toutefois systématiquement plus faible sur le mode de torsion qui est le plus délicat à identifier. Autour de cette résonance, le comportement de la structure est complexe et fait apparaître un

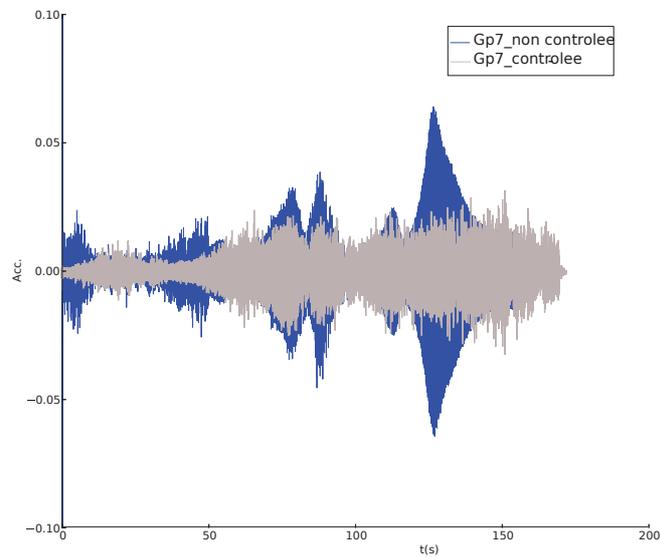


FIGURE 5.26 – Réponse temporelle de la grille à un balayage sinus

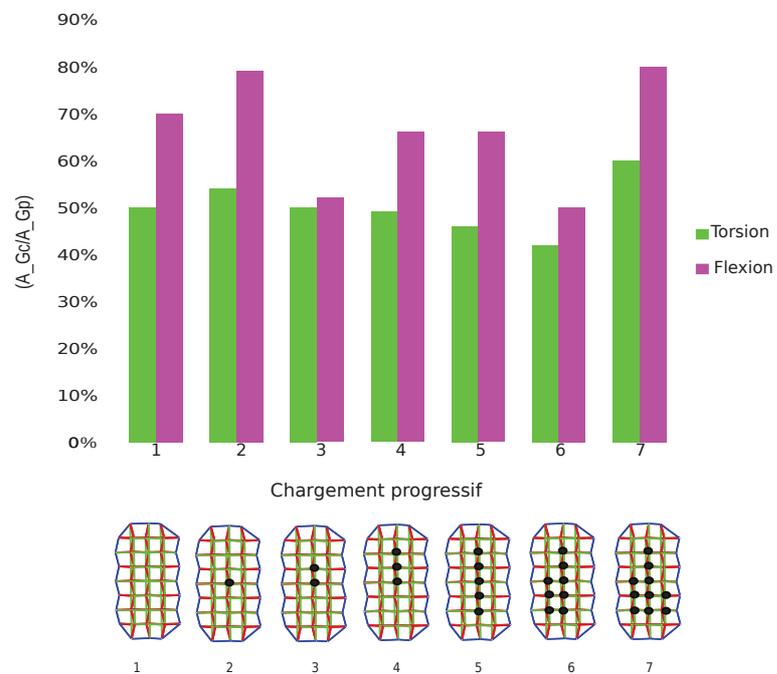


FIGURE 5.27 – Pourcentages d'atténuation des amplitudes suivant les chargements

mode couplé liés aux activateurs eux-mêmes.

## 5.5 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté une mise en œuvre expérimentale des différentes étapes du contrôle actif ainsi qu'une étude de sa robustesse par rapport à des variations paramétriques sur la masse. Les modèles du système ont été identifiés en utilisant la méthode fréquentielle. Les contrôleurs développés se montrent expérimentalement aptes à diminuer les amplitudes des deux premiers modes au niveau de leurs pics de résonance et restent efficaces après une perturbation de la masse.

La perturbation rajoutée n'affecte pas l'efficacité du contrôle sur les amplitudes. Dans le cas chargé, le contrôleur donne des performances plus importante que dans le cas non chargé. Même en prenant en compte une incertitude paramétrique, l'efficacité du contrôleur restera optimale.

# Conclusion générale et perspectives

## Conclusion

L'objectif principal de cette thèse réside dans l'élaboration d'une méthode de réduction des vibrations adaptée à un type particulier de structure que sont les systèmes de tensegrité.

Ces systèmes sont constitués d'un ensemble de câbles et éléments rigides en compression. Leur comportement structural est conditionné par l'existence d'un état d'autcontrainte qui permet de maintenir les câbles dans un état de tension. Cependant, ces structures ont des propriétés d'amortissements faibles et peuvent donc présenter des niveaux de vibration importants quand elles sont excitées par des charges externes, d'origine climatique, humaine, ou sismique. Ceci peut engendrer un inconfort et des désordres dans les parties fragiles de la structure.

La stratégie de réduction des vibrations abordée est le contrôle actif en utilisant des actionneurs intégrés à la structure commandés par une loi de contrôle robuste.

Le mode d'activation proposé suit un mécanisme original spécifique à ces systèmes à précontrainte initiale. L'idée consiste à provoquer une surtension locale en un point de la surface extérieure tendue du système en imitant le mécanisme de pincement en écartant un groupe de câbles de la surface. En plaçant plusieurs de ces dispositifs en surface, on a montré qu'il était possible de provoquer des déplacements d'amplitude contrôlable et en absence d'énergie, le système redevient simplement passif.

La réduction du système réel à une simple combinaison masse-ressort nous a permis d'obtenir une approximation suffisante du comportement autour de chaque résonance. Pour cela, nous avons considéré la structure de tensegrité comme un système simple masse-ressort à 1 degré de liberté pour chaque mode de résonance rencontré. Cette modélisation a été utilisée pour le développement des contrôleurs adaptés en utilisant la synthèse  $H_\infty$ .

La stratégie du contrôle actif a été ensuite appliquée sur une grille de tensegrité issue du projet Tensarch. Cette structure est équipée de deux activateurs permettant d'agir sur les deux premiers modes résonants en flexion et torsion. Pour assurer les performances et

la robustesse du contrôle quelque soit le mode, nous avons développé deux contrôleurs adaptés à chacune des résonances. Ces contrôleurs ont été ensuite implémentés dans une boucle de contrôle fermée élaborée sous Labview dans laquelle un algorithme d'identification sur le signal temporel permet d'adapter le contrôleur en fonction du mode excité prépondérant.

Les résultats obtenus ont montré que le mode d'action choisi est pertinent. Sous excitation extérieure les contrôleurs développés se montrent expérimentalement aptes à diminuer les amplitudes des deux premiers modes au niveau du pic de résonance. On montre également l'efficacité en robustesse sous une perturbation par ajout de masses. Ceci montre la pertinence de cette double approche, par le choix du meilleur contrôleur adapté à l'instant  $t$  et par construction selon la méthode  $H_\infty$ .

Suite au travail de recherche que j'ai effectué, les perspectives à donner seront :

- d'utiliser la  $\mu$  analyse pour l'étude de la robustesse de chaque contrôleur développé. Cette technique consiste à vérifier que la boucle fermée utilisée demeure stable et robuste en présence des erreurs de modélisation qui peuvent être de type paramétriques (incertitude sur paramètres physiques) et/ou dynamiques. Cet outil d'analyse viendra en complément de l'analyse adoptée pour obtenir une technique encore plus robuste avec l'intégration de la  $\mu$  synthèse.
- de développer plusieurs contrôleurs pour chaque mode de résonance (identifiés au préalable sur les réponses temporelles mesurées) et les implémenter dans la boucle. Le système devrait être capable de basculer d'un contrôleur à un autre suivant le changement des fréquences propres suite aux chargements appliqués ou aux variations paramétriques plus importantes.
- de réaliser un nouveau prototype (tour ou passerelle pour piétons) qui permettra de tester expérimentalement la stratégie du contrôle actif pour étendre le domaine de validité des résultats expérimentaux obtenus sur la grille Tensarch et donc généraliser la démarche.
- d'utiliser des activateurs de masse plus réduite que les activateurs hydrauliques actuels, qui nous empêchent d'identifier correctement les modes de résonance de la structure. Il faut pour cela envisager d'utiliser une autre technologie d'activateur.



# Bibliographie

- [1] Pugh. A. *An Introduction to Tensegrity*. University of California Press, novembre 1976.
- [2] M. Abdel-Rohman and H. Leipholz. Active control of flexible structure dynamic analysis. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 104(ST8, Paper 13964), Aout 1978.
- [3] M. Abdel-Rohman and H. Leipholz. Active control of tall building. *Journal of the Structural Engineering*, 109(3), Mars 1983.
- [4] M. Abdel-Rohman and H. Leipholz. Active control of large structure. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, 108(EM5), Octobre 1982.
- [5] B. Adam and I.F.C. Smith. Tensegrity active control : a multi-objective approach. *Journal Comput Civil engineering*, 1 :3–10, 2007.
- [6] K. Ahea, E. Fest, and I.F.C Smith. Developing intelligent tensegrity structures with stochastic search. *Advanced Engineering Informatics, Elsevier*, 16 :21–40, 2002.
- [7] N. Bel Hadj Ali and I.F.C. Smith. Dynamic behavior and vibration control of a tensegrity structure. *International Journal of Solids and Structures*, 47(9) :1285–

- 1296, 2010.
- [8] S. Amouri, J. Averseng, and J. Quirant et J.F. Dubé. Structural design and control of modular tensegrity structures. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 2014.
- [9] J. Averseng. *Mise en oeuvre et contrôle des systèmes de tensegrité*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2004.
- [10] J. Averseng and J-F. Dubé. Active control of tensegrity plane grid. In *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and control and the European control conference*, pages 6830–6834, Sevilla, Spain, 2005.
- [11] P. Avitabile. Experimental modal analysis. *Sound and vibration*, Janvier 2001.
- [12] J.C. Chen. Response of large space structures with stiffness cntrol. *International Journal of Space*, 21 :10, 1984.
- [13] Y.R. Chiang and F.Y. Hadaegh. Theory and weighting strategies of mixed sensitivity h infinity synthesis on a class of aerospace applications. *International Federation of Automatic Control*, 47(9) :12–16, Palo Alto, CA ; United States, 1994.
- [14] R. Conelly and A. Back. Mathematics and tensegrity. *Journal of American scientist*, 86(2) :142–150, 1998.
- [15] Alazard. D, Cumer. C, Apkarian. P, Michel. G, and Ferrers. G. *Robustesse et commande optimale*. Cépaduès-éditions. Toulouse, 1999, 1999.
- [16] D.Arzelier and D. Peaucelle. Multiobjective  $h_2/h_\infty$  impulse to peak synthesis : application to the control of an aerospace launcher. In *IFAC Symp. Automatic Control in Aerospace (ACA)*», Saint-Petersbourg 2004.
- [17] S. Djouadi and R. Motro. Active control of tensegrity systems. *Journal of Aerospace Engineering*, 11(2) :37–44, 1998.
- [18] JC. Doyle. Analysis feedback systems with structured uncertainties. In *Control Theory and Application, IEE Proceedings D*, volume 129, pages 242–250, 1982.

- [19] D.G. Emmrich. Construction des réseaux autotendants. *Brevet délivré par le ministère de l'industrie sous le N1,377,290*.
- [20] E. Fest, K. Shea, and IFC. Smith. Active tensegrity structure. *Journal structure engineering*, 10 :1454–1465, 2004.
- [21] M.A. Fox. Beyond kinetic. *Kinetic Design Group*, page 12p, 2001.
- [22] C.R. Fuller, S.J. Elliot, and P.A. Nilson. *Active control of vibration*. Academic Press, 1996.
- [23] R. Fuller. *The dymaxion world of buckminster fuller*. Anchor Books. New York, 1973.
- [24] R.B. Fuller. The revolutionary architect-engineer's own patent revelation about his basic structural discoveries. *Portfolio and Art News Annuals*, (4), 1961.
- [25] M. Gautier and Ph. Poignet. Extended kalman filtering and weighted least square dynamic identification of robot. *Control Engineering Practice*, (9) :1361–1372, 2001.
- [26] D.E. Ingber. Tensegrity i : Cell structure and hierarchical systems. *Journal of Cell Science*, 116(2) :1157–1173, 2003.
- [27] D.E. Ingber. Tensegrity ii : How structural networks influence cellular information processing networks. *Journal of Cell Science*, 116(2) :1397–1408, 2003.
- [28] N. Kanchanasaratool and D. Williamson. Modeling and control of class nsp tensegrity structures. *International Journal Control, Taylor Francis*, 2 :123–139, 2002.
- [29] K. Konp, K. K. Choong, and T. Shimada. An experimental investigation o a type of double layer tensegrity grids. *Journal of IASS*, 41(131), 2000.
- [30] K. Kwaguchi, Y. Hangai, and S. Pellegrino. Shape and stress control analysis of prestressed truss structures. *Journal of Reinforced platics ans composites*, 1995.
- [31] H. Lalvanih. Morphology. *International Journal of Space and Structures*, (711), 1996.

- [32] B. Maurin, P. Canadas, and R. Motro. Modélisation en mécanique cellulaire par systèmes de tensegrité. *TECHNIQUES DE L'INGÉNIEUR*, 2010.
- [33] R. Motro. *Tensegrity : Structural Systems for the Future Mast*. Kogan Page Science. London, 2003.
- [34] R. Motro. Tensegrity systems : state of the art. *International Journal of Space and Structures*, (7) :75–83, 1992.
- [35] R. Motro. Tensarch : A tensegrity double layer grid prototype. In *Fifth international conference on space structure*, pages 57–66, University of surrey, Guildford, UK, 2002, Thomas Telford, USA.
- [36] P.A. Nilson nad S.J. Elliot and C.R. Fuller. *Active control of sound*. Acedemic Press, 1992.
- [37] M. Pedretti. Smart tensegrity structures for the swiss expo 2001. In *LSA, light-weight structures in architecture engineering and construction*, pages 648–691, 2001.
- [38] S. Pellegrino. Structural computation with the singular value decomposition of the equilibrium matrix. *International Journal of Solids and Structures*, 30 :3025–3035, 1993.
- [39] J. Quirant. *Systèmes de tensegrité et autocontraints : qualifica tion, sensibilité et incidence sur le comportement*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2000.
- [40] FULLER R.B. *Synergetics : Exploration in The Geometry of Thinkin gs*. Mac Milan Publishing, 1975.
- [41] R. Skelton. Dynamics and control of tensegrity systems. *Solid Mechanics and its Applications*, 130 :309–318, 2005.
- [42] R. Skelton and M.C. De Oliveira. Convexifying lmi methods for integrating structure and control design. *3rd World Conference on Structural Control, Como, Ed*, 2002.
- [43] K. Snelson. [www.grunch.net/snelson/](http://www.grunch.net/snelson/).

- [44] T.T. Soong and G.D. Manioli. Active structures. *ASCE- Journal of Structural Engineering*, 11(113) :2290–3010, 1987.
- [45] C. Sultan, M. Corless, and R. E. Skelton. Symmetrical reconfiguration of tensegrity structures. *International Journal of Solids and structures, Pergamon*39, 1 :72215–2234, 2002.
- [46] T.Gumur. *Dynamique des structures*. PPUR presses polytechniques, 1997.
- [47] G. TIBERT. *Deployable tensegrity Structure for Space Applications*. Doctoral Thesis, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2002.
- [48] I. Tuanejiel. Robust control of flexible tensegrity structure via  $\mu$  synthesis. *Structural control and health monitoring*, 20(20) :173–186, 2013.
- [49] N. Vassart. *Recherche de forme et stabilité des systèmes réticulés autocontraints*. Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 1997.
- [50] B.B. Wang and Y.Y. Li. Novel cable-strut grids made of prisms : Basic theory and design , int. *Journal Space Structures*, 45(142) :93–125, 2003.
- [51] J.T.P. Yao. Concept of structural control. *Journal of the Structural Division, ASCE*, 98(ST7), Juillet 1972.



# Annexe A

## .1 Rappels d'automatique

## .2 Systèmes linéaires

- **La transformée de LAPLACE** La transformée de Laplace d'un signal temporel  $x(t)$  sur  $(0, \infty)$  est la fonction  $X = \mathcal{L}[x]$  de la variable complexe  $s$  définie par :

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt \quad (7)$$

On rappelle ses principales propriétés :

- $\mathcal{L}[x(t+\tau)] = e^{s\tau} X(s)$
- $\mathcal{L}[dx/dt] = sX(s) - x(0)$
- $\mathcal{L}[\int_0^t x(u) du] = \frac{X(s)}{s}$
- Transformée d'une convolution temporelle :  $\mathcal{L}[x * y] = X(s)Y(s)$
- Théorème de la valeur initiale :  
 $\lim_{t \rightarrow +0} x(t) = \lim_{s \rightarrow +\infty} sX(s)$
- Théorème de la valeur finale :  
 $\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow +0} sX(s)$

- **Représentation externe (fonction de transfert)** Soit  $g(t)$  la réponse impulsionnelle d'un système linéaire stationnaire  $S$ , c'est-à-dire sa réponse à l'entrée  $u(t) = \delta(t)$ . Par le principe de superposition, on montre que pour une entrée  $u(t)$  quelconque, la sortie  $y(t)$  est donnée par

$y = g * u$  En prenant la transformée de Laplace de cette équation, on obtient

$$Y(s) = G(s) U(s)$$

La transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle  $g(t)$  est appelée fonction de transfert de l'entrée  $U$  à la sortie  $Y$ , ou encore réponse fréquentielle du système.

- **Représentation interne** Lorsqu'on a accès aux équations d'évolution physique du système, on peut décrire explicitement son comportement par la dynamique de ces variables internes (entités physiques caractérisant l'état du système). On obtient alors des équations "d'état" de la forme

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (8)$$

Où

- $x(t)$  est le vecteur d'état (variables internes)
- $u(t)$  est le vecteur des entrées ( ou de la commande)
- $y(t)$  est le vecteur des sorties (ou d'observation)

En prenant la transformée de LAPLACE de 8, on vérifie aisément que la fonction de transfert de  $U(s)$  à  $Y(s)$  est alors donnée par

$$G(s) = D + C(sI - A)^{-1}B \tag{9}$$

qui est bien une matrice de fractions rationnelles.

$$G = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

Réciproquement, à toute fonction de transfert propre on peut associer une représentation interne équivalente de la forme 8. Le quadruplet (A,B,C,D) s'appelle une réalisation de  $G(s)$ . Cette réalisation est minimale si (A,B) est commandable et (C,A) observable [15].

- **Pôle et zéro d'un système**

Pour un système SISO donné par sa fonction de transfert irréductible  $G(s) = N(s)/D(s)$ , les pôles ( ou modes) sont les racines du dénominateur  $D(s)$  et les zéros sont les racines du numérateur  $N(s)$ . La notion de pôle s'étend en cas où  $G(s)$  est une matrice carrés : les pôles de  $G$  sont les pôles de la fraction rationnelle  $det(G(s))$ . En effet, pour un système de représentation(1.1), les notions de pôles et de zéro ont les définitions simples suivantes : Les pôles sont les valeurs propres de  $A$ . Les zéros sont les valeurs complexe  $s$  pour lesquelles le rang de :

$$G = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

est déficient, c'est à dire est inférieur à la plus petite dimension de la matrice. Cette dernière définition englobe les modes non observables ou non commandables en plus des zéros de blocage proprement dits (valeurs de  $s$  pour lesquelles  $G(s)$  est de rang déficient).



# Annexe B

## .1 Programme Scilab

```

s=poly(0,'s')
//////// système à 1DDL //////////
//////// déclaration des paramètres //////////

//////// En torsion //////////
Mp=100;
Kp=728046,76;
Cp=332;

Ma=100;
Ka=728046,76;
Ca=300;

//////// En flexion //////////
Mp=100;
Kp=1198000;
Cp=200;

Ma=100;
Ka=1198000;
Ca=200;
//////// Calcul des fonction de transferts actif et passif ( $G_a$ ) et ( $G_p$ )

function Gactif = systeme_actif1ddl(Mta, Kta, Cta,)
num_u1 = s^2 * (Ca * s + Kta)
den_u1 = (Ma) * s^2 + Ca * s + Ka
Gactif = facteur * syslin('c', num_u1/den_u1)
endfunction

function Gpassif = systeme_passif1ddl(Mtp, Ktp, Ctp, facteur)
num_u1 = s^2
den_u1 = (Mp) * s^2 + Cp * s + Kp
Gpassif = facteur * syslin('c', num_u1/den_u1)
endfunction

```

```

Ga = systeme_activ1ddl(Ma, Ka, Ca)
Gp = systeme_passif1ddl(Mp, Kp, Cp)

///// Fonctions de pondérations //////////
fe=500;

w1=1.69*s/(s2 + 2.6 * s + 1.69)
w3 = 0.1 * (s + 1)/(0.02 * s + 1)

P_augm = [-w1 * Gp, -w1 * Ga; w3 * Gp, w3 * Ga; -Gp, -Ga]

////////////////////////////////////

P_ss = tf2ss(P_augm)
P_ss = minreal(P_ss)

// synthèse du contrôleur kinf //////////
k0 = hinf(P_ss, [1, 1], 0, 100, 100)

//////////////////////////////////// La transformée en z //////////
Te=1/fe;
s=poly(0,'s');z=poly(0,'z');
KINFs=syslin('c',KINF);
KINFzz1=horner(KINFs, (2/Te)*(z-1)/(z+1));

//////////////////////////////////// sauvegarde

nom_fich = "KINF" + chaine_temps() + " - fe" + sprintf("i", fe) + " Hz.txt"
sauve_filtre(KINFzz1, nom_fich)

//////////////////////////////////// Analyse de la synthèse //////////
// comparaison K et Gactif
figure()
subplot(3,3,1)

```

```

bode([KINF;Gp],1,100,0.001,['KINF' ;'Gp'])
xtitle("systeme identifié G et controleur K")

//////// Fonctions de sensibilites //////////
t=0 :0.001 :5 ;
s_bf = 1/(1 + Gp * KINF);

t_bf = (1 - s_bf);

L=Gp*KINF ;
U=KINF*s_bf;
subplot(3,3,2)
bode([s_bf;t_bf;U],1,100,0.001,['S';'T';'U = K * S']);
xtitle("fonction.sdesensibilit; S, T et K * S")

subplot(3,3,3)
bode([Gp;Gp*s_bf],1,100,0.001,['Gpassif';'Gpassif(controle)']);
xtitle("systemepassifetsystemepassifcontrol")
f0 = 0.1 : 0.01 : 100
FRFGp0 = repfreq(Gp, f0)
FRFSGp0 = repfreq(Gp * s_bf, f0)

//////// Etude de la performance du systeme //////
str='impulse' ;
yg=csim(str,t,Gp) ;
ygs=csim(str,t,Gp*S_bf);
ys = csim(str, t, S_bf);
yt = csim(str, t, t_bf);
yGp = csim(str, t, syslin('c', Gp));
yGpS = csim(str, t, syslin('c', S_bf * Gp));

///// Reponses temporelles Gp et Gp contrôlée /////
subplot(3,3,4)
plot(t,[yGp ;yGpS],style=2) ;
xtitle("réponse temporelle du système Gp à une impulsion ")
legend(['Gp','Gp*S (controle)'])

```

```
//////// Reponses temporelles T et S //////////  
subplot(3,3,5)  
plot(t,[yt;ys])  
legend(['T','S'])  
xtitle("réponse temporelle de la fonction de sensibilité S et T à uneimpulsion ")
```





---

### **Comportement dynamique et contrôle des structures réticulées autocontrainte**

**Résumé :** Les systèmes de tensegrité sont des structures légères réticulées, formées de barres et de câbles, en état d'autocontrainte stable. Ils sont utilisés pour composer des structures légères, de grande portée, visuellement transparentes et, pour certains cas, déployables. On s'intéresse dans cette étude au contrôle des vibrations de ces systèmes. L'objectif est l'amortissement actif des deux premiers modes propres, par commande d'actionneurs intégrés à la structure. Pour chaque mode, une synthèse de loi de commande robuste est développée afin de minimiser le niveau des vibrations tout en conservant la même efficacité lorsque la rigidité ou la masse varie. Une approche multi-modèle permet de s'adapter à tous les modes rencontrés, par le choix du contrôleur le plus adapté à l'état du système identifié en temps réel. L'approche proposée est mise en œuvre sur les deux premiers modes de torsion et flexion d'une grille plane comportant deux activateurs. Par la simulation, de nouvelles structures actives sont proposées suivant le même principe.

**Mots-clés :** Tensegrité, autocontrainte, contrôle actif, algorithme robuste

#### **Dynamic behavior and control of reticulated selfstress structures**

**Abstract :** Tensegrity systems are selfstressed reticulate space structure. They are defined as a set of elements maintained in compression inside a continuous set of tense components, which are generally cables. As lightweight frames, they are subject to deformation and vibration issues when faced to external loads, climate, human, or seismic. We are interested in this thesis to the vibration control of a tensegrity plane grid. The objective is the active damping of the first two modes, by controlling actuators integrated into the structure. A robust control law is developed to minimize the vibration level while maintaining the same efficiency when the stiffness or mass varies. Using simulation, new active tensegrity structures that use similar actuation principle can be proposed.

**Key words :** Tensegrity, selfstressed, active control, algorithm control.

---

**Discipline :** Mécanique et Génie Civil

---

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil - UMR 5508  
Université Montpellier II  
CC 048 Place Eugène Bataillon  
34095 MONTPELLIER cedex 5

