



**HAL**  
open science

# Vers la détection d'ondes gravitationnelles par interférométrie atomique en cavité : nouvelles géométries optiques et premier dispositif

Isabelle Riou

► **To cite this version:**

Isabelle Riou. Vers la détection d'ondes gravitationnelles par interférométrie atomique en cavité : nouvelles géométries optiques et premier dispositif. Autre [cond-mat.other]. Université de Bordeaux, 2017. Français. NNT : 2017BORD0579 . tel-01543364

**HAL Id: tel-01543364**

**<https://theses.hal.science/tel-01543364>**

Submitted on 20 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

École doctorale Sciences Physiques et de l'Ingénieur  
Laboratoire Photonique, Numérique et Nanosciences

THÈSE DE DOCTORAT  
Spécialité : Laser, Matière, Nanosciences

Présentée par  
**Isabelle RIOU**

**Vers la détection d'ondes gravitationnelles par  
interférométrie atomique en cavité : nouvelles  
géométries optiques et premier dispositif.**

soutenue le 25 Avril 2017

devant le jury composé de :

M. François BONDU	Rapporteur
M. David WILKOWSKI	Rapporteur
M. Pascal BORDÉ	Examineur
M. Trevor CROSS	Examineur
M. Naceur GAALOUL	Examineur
M. Alexandre GAUGUET	Examineur
M. Philippe BOUYER	Directeur de thèse
M. Andrea BERTOLDI	Membre invité
M. Benjamin CANUEL	Membre invité

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>6</b>
1.1	Vers l'astronomie gravitationnelle terrestre . . . . .	7
1.2	Plan du mémoire . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Le projet MIGA</b>	<b>12</b>
2.1	Principe de la mesure . . . . .	13
2.1.1	Phase relative entre les faisceaux . . . . .	14
2.1.2	Délais de propagation . . . . .	15
2.1.3	Fréquence du champ dans la cavité . . . . .	17
2.1.4	Déphasage en sortie de l'interféromètre . . . . .	22
2.1.5	Signal en sortie d'un interféromètre atomique en cavité . . . . .	23
2.1.6	Signal différentiel . . . . .	23
2.2	Le démonstrateur souterrain . . . . .	24
2.2.1	Dispositif expérimental . . . . .	24
2.2.2	L'environnement au LSBB . . . . .	26
2.3	Les expériences au LP2N . . . . .	28
2.3.1	Le gradiomètre de haute sensibilité . . . . .	28
2.3.2	L'accéléromètre horizontal en cavités . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Processus d'interférométrie dans MIGA</b>	<b>30</b>
3.1	Interférométrie atomique . . . . .	31
3.1.1	Principe de fonctionnement d'un interféromètre atomique . . . . .	32
3.2	Architecture des interféromètres dans MIGA . . . . .	33
3.2.1	Interféromètre de Mach-Zehnder en configuration fontaine . . . . .	33
3.2.2	Intérêt des transitions de Bragg d'ordre élevé . . . . .	37
3.3	Diffraction de l'onde de matière par un réseau de Bragg . . . . .	38
3.3.1	Diffraction de Bragg . . . . .	38
3.3.2	Amplitude de diffraction dans le régime de Bragg . . . . .	40
3.3.3	Application numérique pour le rubidium 87 . . . . .	46
3.4	Conclusion . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Architecture des résonateurs optiques dans MIGA</b>	<b>50</b>
4.1	Cavités linéaires . . . . .	50
4.1.1	Comportement à résonance . . . . .	51
4.1.2	Stabilité des cavités linéaires . . . . .	53

TABLE DES MATIÈRES

---

4.1.3	Modes longitudinaux et transverses du résonateur . . . . .	57
4.2	Cavité plan-concave . . . . .	61
4.2.1	Stabilité . . . . .	61
4.2.2	Mode fondamental de la cavité . . . . .	61
4.2.3	Détermination du rayon de courbure des miroirs . . . . .	62
4.3	Résonateur compact demi-dégénéré . . . . .	63
4.3.1	Propriétés du résonateur . . . . .	63
4.3.2	Influence des désalignements longitudinaux . . . . .	66
4.3.3	Étude d'un interféromètre atomique en cavité avec des transitions de Bragg d'ordre élevé . . . . .	76
4.3.4	Conclusion . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Conception d'un accéléromètre fontaine en cavités</b>	<b>81</b>
5.1	La source d'atomes froids . . . . .	82
5.1.1	Pièges magnéto-optiques . . . . .	82
5.1.2	Préparation et détection du nuage atomique . . . . .	90
5.2	Système à vide . . . . .	92
5.2.1	Notions générales sur le vide . . . . .	92
5.2.2	Différents modes de pompage . . . . .	94
5.2.3	Systèmes de pompage du prototype . . . . .	97
5.3	Système de cavités doublement résonantes . . . . .	99
5.3.1	Mise en place du système de cavités . . . . .	100
5.3.2	Stabilisation du laser sur la cavité . . . . .	110
5.4	Conclusion . . . . .	115
	<b>Publications</b>	<b>120</b>

# Remerciements

J'ai effectué ma thèse à l'Institut d'Optique d'Aquitaine, dans le Laboratoire de Photonique, Numérique et Nanosciences (LP2N) au sein du groupe Atomes Froids sous la direction de Philippe Bouyer. Malgré les difficultés, ces années ont été riches en expériences et en apprentissages, et sur le plan humain, elles m'ont donné l'occasion de faire de très belles rencontres.

Je tenais d'abord à remercier les membres de mon jury de thèse pour le temps qu'ils ont consacré à la lecture et à la correction de mon manuscrit et pour s'être déplacés, parfois de très loin, pour assister à ma soutenance. Un grand merci donc à David Wilkowski et à François Bondu d'avoir accepté d'être rapporteurs, à Pascal Bordé d'avoir endossé le rôle de président du jury ainsi qu'à Trevor Cross, Naceur Gaaloul et Alexandre Gauguet pour avoir examiné la soutenance.

Lorsque j'ai visité le LP2N pour la première fois, le bâtiment était flambant neuf et la plupart des équipes n'avaient pas encore emménagé. J'ai été accueillie par Philippe Bouyer qui a su me donner un aperçu, malgré les salles encore vides, des enjeux du projet MIGA et des prototypes à réaliser au laboratoire. Je voulais le remercier de m'avoir accordé sa confiance et son soutien ainsi que pour son enthousiasme et son optimisme. Mes remerciements vont ensuite à Andrea Bertoldi et à Benjamin Canuel qui ont encadré ma thèse au quotidien. Malgré les nombreux projets qu'il doit gérer, Andrea a toujours trouvé le temps pour rester à l'écoute et faire preuve de pédagogie. Merci d'avoir supporté mes plaintes et d'avoir su me redonner du courage lorsque j'en ai eu besoin. Benjamin est quant à lui arrivé au laboratoire quelques mois après le début de ma thèse. Outre ses talents d'expérimentateur, je tenais à saluer le courage qu'il a eu de s'engager avec un contrat précaire à un tel niveau de responsabilités et dans un projet aussi ambitieux que MIGA. Il a depuis obtenu un poste de chercheur CNRS et je l'en félicite.

Je voulais aussi remercier les autres membres de l'équipe MIGA, notamment Jonathan Gillot, Grégoire Lefèvre et Sophie Pelisson. Jonathan est arrivé en postdoctorat au tout début du montage de l'expérience. Passionné de science et bouillonnant d'énergie, j'ai toujours pu compter sur son aide, au travail comme dans la vie. Je garde un très bon souvenir de nos pique-niques et de nos petites soirées en ville. Je lui souhaite beaucoup de réussite dans son nouveau postdoc ainsi qu'un grand succès littéraire pour ses prochains romans. Grégoire a commencé sa thèse sur MIGA deux ans après moi. J'ai beaucoup apprécié sa pugnacité et son perfectionnisme mais surtout sa grande gentillesse. Il est actuellement le gardien de la migapab, et je suis sûre qu'il saura s'en montrer digne. Plus sérieusement, j'espère que sa dernière année de thèse se passera bien et qu'il sera récompensé pour tous les efforts qu'il a fournis. Merci aussi à Sophie avec qui j'ai partagé mon bureau la dernière

année, pour ses discussions politiques enflammées et pour ses remarques pertinentes sur l'usage des sommes quadratiques et autres objets mathématiques. Je lui souhaite de pouvoir s'exprimer pleinement dans son nouveau travail et, pourquoi pas, de changer un peu le monde.

Durant ma thèse j'ai aussi été amenée à collaborer avec les équipes du SYRTE à Paris. J'ai eu un grand plaisir à travailler avec Rémi Geiger ainsi qu'avec Nicolas Mielec. Je souhaitais remercier Rémi pour sa pédagogie, son humilité et son ouverture d'esprit. Les conversations nous avons eu ont toujours été constructives et d'un réel intérêt scientifique. Merci à Nicolas pour sa patience et sa minutie, pour ses superbes présentations-mémos-résumés et pour ses codes toujours extrêmement bien commentés. Bien que nous ayons collaboré moins directement, je voulais aussi remercier Louis Amand pour son goût des choses bien faites et surtout pour sa bonne humeur communicative. J'espère qu'il s'épanouira pleinement dans son nouveau laboratoire et qu'il vivra de belles aventures en mer. Enfin, je souhaitais aussi remercier Arnaud Landragin pour les excellents conseils qu'il m'a prodigués durant ma thèse ainsi que pour m'avoir encouragée à poursuivre dans cette voie, il y a quelques années déjà, lorsqu'il était mon maître de stage.

Au sein du groupe Atomes Froids, j'ai toujours pu trouver de l'aide lorsque j'en ai eu besoin et j'en remercie l'ensemble de ses équipes. Je voulais remercier tout particulièrement Brynle Barrett, Lauriane Fouché et Gabriel Condon pour avoir relu et corrigé en détail plusieurs chapitres de mon manuscrit et pour m'avoir ainsi permis de rendre ma thèse à temps. Je voulais aussi remercier les différents services techniques et administratifs du laboratoire, sans lesquels il serait impossible de faire de la recherche de qualité. Un grand merci à Giorgio Santarelli, Jean-Hugues Codarbox et Jérémie Leonardon pour m'avoir aidé sur les circuits électroniques, à Philippe Teulat pour la fabrication de (nombreuses) pièces mécaniques ainsi qu'à Jacky Robin, Ludovic Vinsonnaud, Fabien Lehoux, Stéphanie Schultze et Laurent Porcel. Merci à l'ensemble des membres du laboratoire pour la bonne ambiance générale et les discussions intéressantes. Merci à Laura Antoni d'avoir toujours été gentille et patiente avec moi, d'avoir supporté mes petites moqueries, merci pour les soirées jeu et les sorties ciné. Merci à Grigor Kuyumjyan pour les poses café. Merci à Devang Naik pour les leçons de tango. Merci à Margaux Horpin et à Patou pour leur enthousiasme et leur bonne humeur. Merci à Kevin Alessandri et à Maxime Feyeux pour les barbecues. Et merci à tous les autres membres du LP2N, à ceux qui contribuent au quotidien à faire de ce laboratoire un lieu vivant et chaleureux.

Finalement, je remercie mes parents, mon frère et bien sûr celui qui partage ma vie, Pierre, pour leur soutien inconditionnel tout au long de cette aventure. Merci pour le pot de thèse, les sarbacanes et autres projets d'attentats. Merci de m'avoir aidé à prendre du recul face aux difficultés et à rire des situations parfois absurdes dans lesquelles je me trouvais. Tout est bien qui finit bien.

# Chapitre 1

## Introduction

Dans le cadre de la théorie de la relativité générale, les fluctuations du champ gravitationnel se propagent dans l'espace-temps à la vitesse de la lumière sous la forme d'ondes gravitationnelles. Après la prédiction de leur existence par Einstein en 1916 [1], la première mise en évidence de ce rayonnement gravitationnel a été fournie par Hulse et Taylor [2], ce qui leur a valu le prix Nobel en 1993. Ils étudiaient la période de rotation du système binaire PSR 1913+16 qui consiste en un pulsar milliseconde et en un autre astre de masse semblable à celle du Soleil orbitant l'un autour de l'autre. Les pulsars sont des étoiles à neutrons dont l'axe de rotation ne coïncide pas avec l'axe magnétique. Ils émettent un fort rayonnement électromagnétique qui est capté sur Terre à des intervalles très réguliers (59 ms dans le cas du pulsar du système PSR 1913+16). Ce signal permet de déterminer précisément la période de rotation du système binaire. Théoriquement, un système binaire en rotation perd de l'énergie sous forme d'ondes gravitationnelles, ses deux astres se rapprochent et sa période de rotation diminue. La diminution mesurée de la période de rotation du système PSR 1913+16 suit très précisément la prédiction de la relativité générale.

Bien que cette mise en évidence soit très élégante, elle ne constitue pas une détection directe du passage d'une onde gravitationnelle. À la fin des années 60, Weber a prétendu avoir mesuré un signal gravitationnel avec un système de barres résonantes [3, 4] mais ses résultats n'ont jamais pu être reproduits. Il a fallu attendre septembre 2015 pour que le détecteur LIGO détecte pour la première fois le passage d'une onde gravitationnelle [5]. La détection directe de ces ondes ouvre la voie à de nouveaux moyens d'observation de l'Univers et donne accès à des phénomènes jusqu'ici invisibles comme la coalescence d'étoiles binaires compactes. Les détecteurs optiques terrestres sont aussi théoriquement capables de détecter les ondes gravitationnelles émises par des supernovæ ou des pulsars très denses. À l'heure actuelle, seul le détecteur LIGO a pu mesurer un signal gravitationnel, issu de la coalescence d'un système binaire de trous noirs de quelques dizaines de masses solaires. La sensibilité de ce détecteur est limitée à une bande de fréquence allant de quelques dizaines à quelques centaines de Hertz. Pour être sensible à plus basse fréquence, il faut développer d'autres types d'antennes comme des détecteurs optiques spatiaux ou bien des détecteurs basés sur des technologies d'interférométrie atomique. La détection d'ondes gravitationnelles dans la bande de fréquences allant du millihertz à la dizaine de Hertz permettra d'observer d'autres types de sources comme les binaires de trous noirs

super massifs qui, en raison de leur masse, orbitent l'un autour de l'autre à plus basse fréquence. Ces détecteurs basses fréquences pourront aussi capter le signal gravitationnel de systèmes binaires d'étoiles compactes dans les phases précédant la coalescence. Ces binaires pourront être détectées plusieurs années avant que les antennes optiques comme LIGO puissent observer leur coalescence. En ayant les signaux basses fréquences, on pourrait prédire l'emplacement et l'instant de la coalescence du système binaire et déterminer avec précision la masse des deux systèmes avant la fusion. Par ailleurs, les signaux observés par les détecteurs optiques terrestres pourraient être utilisés pour extraire *a posteriori* des signaux avec un faible rapport signal sur bruit des données brutes mesurées par les détecteurs basses fréquences. Des détecteurs d'ondes gravitationnelles couvrant chacun des bandes de fréquences différentes pourraient se compléter et s'améliorer mutuellement [6].

Dans ce chapitre introductif, on présente rapidement le concept d'onde gravitationnelle et quelques-unes des sources possibles ainsi que l'état de l'art en matière de détecteurs puis le plan adopté dans ce mémoire.

## 1.1 Vers l'astronomie gravitationnelle terrestre

Selon la théorie de la relativité générale, la matière courbe l'espace-temps. La matière en mouvement accéléré va donc déclencher un front de courbure qui va se déplacer à une vitesse finie (en l'occurrence, à la vitesse de la lumière). Les ondes gravitationnelles sont ces ondes de courbure. En courbant l'espace-temps, elles engendrent un champ gravitationnel non nul agissant sur tous les corps.

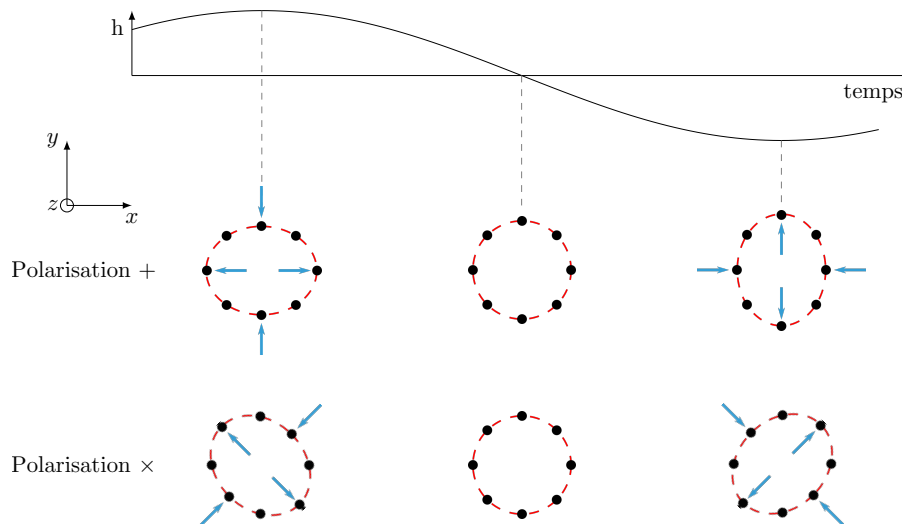


FIGURE 1.1 – Mise en mouvement d'un ensemble de masses (représentées par des points noirs) par le passage d'une onde gravitationnelle se propageant dans la direction  $z$  et de polarisation  $+$  (en haut) ou  $\times$  (en bas).

Les ondes gravitationnelles ont pour effet de contracter l'espace dans une direction orthogonale à leur direction de propagation et à le dilater dans l'autre direction. On distingue



deux types de polarisations : la polarisation  $+$  et la polarisation  $\times$  qui correspondent aux deux types de déformation présentés figure 1.1. Une onde gravitationnelle non polarisée résulte de la superposition de deux ondes de polarisations  $+$  et  $\times$ .

L'amplitude d'une onde gravitationnelle est une variation relative de distance notée généralement  $h$ . Il est à noter que plus les masses tests mises en mouvement (cf. figure 1.1) sont éloignées, plus le déplacement causé par le passage de l'onde gravitationnelle sera important : l'onde gravitationnelle n'exerce pas à proprement parler de force sur les masses, elle déforme l'espace-temps et modifie les distances entre les masses. Ces amplitudes sont extrêmement petites. Par exemple, la déformation maximale mesurée par LIGO lors de la première détection d'ondes gravitationnelles est de l'ordre de  $10^{-21}$ . Cela est dû au fait que les forces de gravitation sont très faibles par rapport aux autres forces fondamentales et que les sources de ces ondes gravitationnelles sont très lointaines (les trous noirs les plus proches de notre système solaire sont distants de plusieurs milliers d'années-lumière). Comme les ondes gravitationnelles sont des ondes sphériques, leur amplitude est inversement proportionnelle à leur distance à la source.

L'avantage est que les ondes gravitationnelles interagissent peu avec la matière et peuvent se propager sur de très grandes distances sans être déformées. Elles constituent donc d'excellents moyens d'observer l'Univers et donnent accès à des phénomènes invisibles en observant le spectre électromagnétique comme la coalescence de systèmes binaires, ou encore l'observation de la phase d'inflation de l'Univers qui a suivi le Big Bang. Ces phénomènes ont des gammes de fréquence très différentes qui ne peuvent pas être couvertes par un unique détecteur (cf. figure 1.2).

À très basse fréquence, plusieurs projets de détecteurs comme EPTA [8], IPTA [9] et SKA [10] sont basés sur l'analyse d'un réseau de pulsars et sur la recherche de corrélations entre les instants d'arrivée des pulses et la séparation angulaire entre les pulsars afin d'étudier les ondes gravitationnelles générées lors des premiers instants de l'Univers ou par les binaires de trous noirs super massifs. À haute fréquence, les technologies utilisées sont fondamentalement différentes. Il s'agit d'interféromètres optiques de Fabry-Pérot-Michelson géants qui détectent les variations de longueur infimes entre les deux bras lors du passage d'une onde gravitationnelle. À ce jour, seule l'antenne LIGO [11] a détecté le passage d'une de ces ondes [5] dans sa bande de sensibilité maximale (100-300 Hz). Cette onde était issue de la fusion de deux trous noirs de masse initiale de l'ordre de 36 et 29 masses solaires. Ce système binaire est maintenant noté GW150914. La coalescence de binaires de trous noirs se déroule en plusieurs étapes : durant la phase spirale, la distance entre les deux trous noirs est supérieure à l'orbite critique (qui vaut 3.5 rayons de Schwarzschild pour les trous noirs) et les deux astres peuvent être considérés comme des objets massifs avec une orbite stable. Comme le système perd de l'énergie sous forme d'ondes gravitationnelles, les deux étoiles se rapprochent en suivant une trajectoire en spirale et leur fréquence de rotation augmente (de même que la fréquence des ondes gravitationnelles émises). Lorsque la distance entre les deux trous noirs est de l'ordre de l'orbite critique, leurs horizons entrent en contact et les deux astres ne peuvent plus être considérés comme de simples objets massifs car la géométrie de l'espace-temps aux abords des horizons n'est pas triviale. Le problème a été traité numériquement dans les années 2000 [12, 13, 14]. Dans ces simulations, on voit que l'espace-temps suit un mouvement de spirale quand les deux trous noirs fusionnent. Après la fusion des deux astres, durant la phase dite de "*ringdown*" le système est le siège

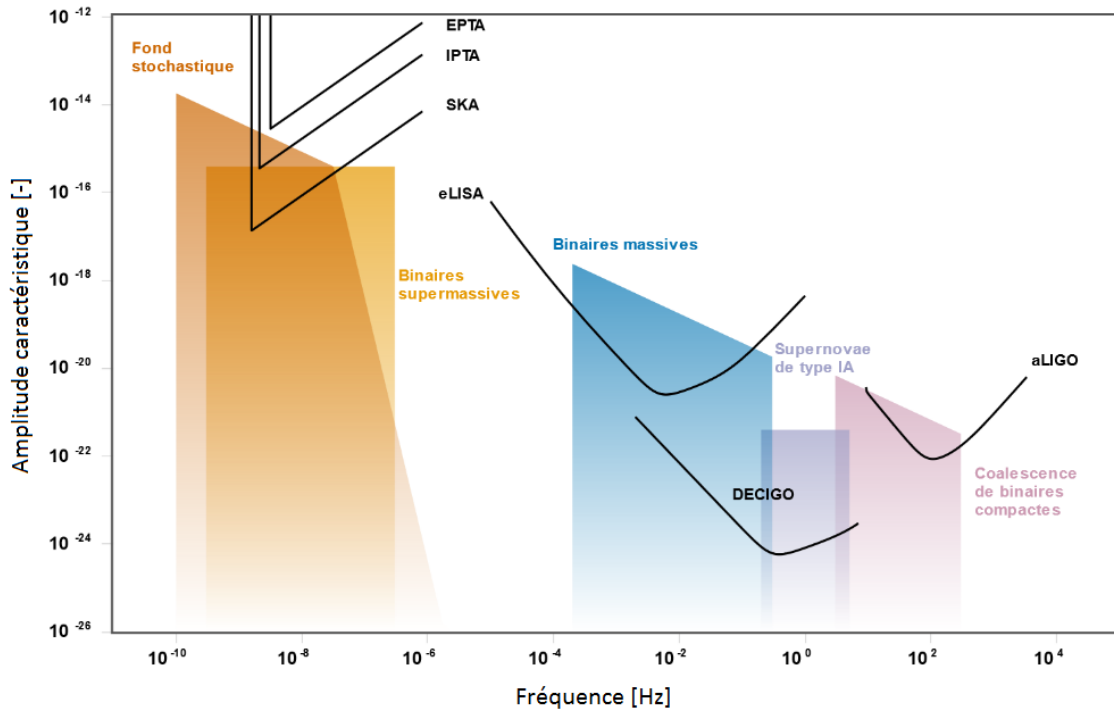


FIGURE 1.2 – Spectre des ondes gravitationnelles sur Terre, adapté de [7]. Les amplitudes en fonction de la fréquence de différentes sources d’ondes gravitationnelles sont représentées par les surfaces colorées. En noir, on peut voir les courbes de sensibilité de quelques détecteurs (en fonctionnement ou en projet) d’ondes gravitationnelles.

d’oscillations transitoires avant devenir un simple trou noir. Ces trois étapes, ainsi que la forme de l’onde gravitationnelle émise, sont représentées figure 1.3.

Le détecteur LIGO a pu détecter les phases de fusion et de *ringdown* de la coalescence de deux trous noirs massifs. Pour observer les premiers stades de la phase spiralante ou bien la fusion de trous noirs plus massifs, il faut être sensible à plus basse fréquence. Dans [6], on peut trouver une illustration de la fréquence en fonction du temps pour GW150914.

Malheureusement, les antennes terrestres basées sur des techniques d’interférométrie optique comme LIGO, ou encore VIRGO [16] en Europe et KAGRA [17] au Japon, sont limitées en dessous de quelques dizaines de Hertz par du bruit sismique et du bruit newtonien qui sont indiscernables du passage d’une onde gravitationnelle. Pour s’affranchir de ces bruits, une solution est de développer des antennes spatiales comme c’est le cas pour les projets eLISA [18] ou DECIGO [19]. Ces antennes consistent en trois satellites émettant un faisceau laser de l’un vers l’autre. La majeure différence entre eLISA et DECIGO réside dans la longueur des bras qui est de l’ordre de  $10^6$  km pour eLISA et de  $10^3$  km pour DECIGO. Le détecteur eLISA sera donc sensible à plus basses fréquences que DECIGO (cf. figure 1.2). Il est à noter que du fait de l’extrême longueur de leurs bras, ces détecteurs sont des interféromètres de type *transponder*, c’est-à-dire que chaque satellite reçoit un signal laser puis le réémet avec une phase correspondante. Une mission de test LISA pathfinder [20] a été lancée avec succès et le lancement de DECIGO pathfinder est prévu pour 2017.

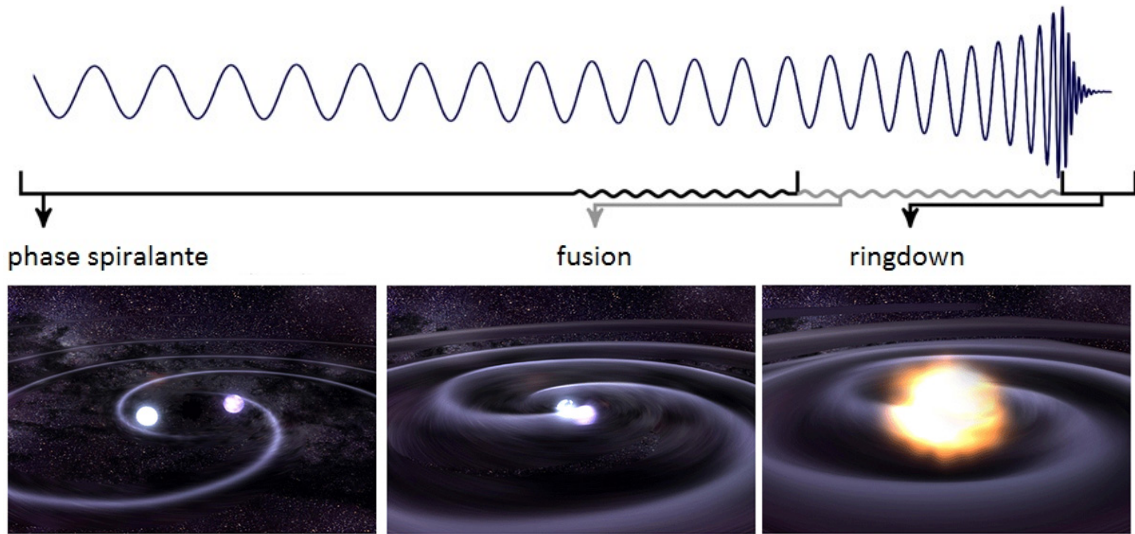


FIGURE 1.3 – En haut, forme de l’onde gravitationnelle issue de la coalescence de binaires de trous noirs [15]. En bas, vue d’artiste des trois étapes de la coalescence : la phase spirale, la fusion et le *ringdown* (Source : NASA/CXC/GSFC/T.Strohmayer)

Bien que ces projets semblent extrêmement prometteurs, ils présentent des inconvénients inhérents à tout projet spatial : ils sont très coûteux et, une fois lancées, les antennes sont difficilement modifiables. Pour développer un détecteur d’onde gravitationnelle terrestre sensible à des fréquences inférieures à 10 Hz, il faut envisager d’autres méthodes que l’interférométrie optique. L’interférométrie atomique offre une alternative intéressante. Avec cette approche, les masses tests ne sont plus des miroirs isolés des perturbations externes (par des suspensions complexes dans le cas des détecteurs optiques terrestres ou des systèmes de compensation de traînée dans le cas des détecteurs spatiaux) mais des atomes en chute libre. Durant ces dix dernières années, des projets de détecteurs d’ondes gravitationnelles ont émergé [21, 22, 23], combinant plusieurs interféromètres atomiques séparés spatialement et interrogés par un même faisceau laser. Sur Terre, en combinant les signaux de deux interféromètres, ces méthodes permettent de s’affranchir en partie du bruit sismique qui limite les détecteurs optiques.

Dans le cadre du projet MIGA (Matter wave-laser based Interferometer Gravitation Antenna) [24], on construit un démonstrateur d’antenne gravitationnelle souterrain. Ce détecteur sera construit au Laboratoire Souterrain Bas Bruit (LSBB) situé dans un massif karstique du Parc Naturel Régional du Lubéron. Il sera composé d’un réseau d’interféromètres atomiques séparés spatialement et manipulés de façon cohérente par le champ résonant dans une cavité optique de 200 m de long. En corrélant les signaux des interféromètres atomiques deux à deux, il sera possible de rejeter en partie le bruit sismique subi par les miroirs du résonateur optique et de cartographier le champ gravitationnel autour de l’instrument. Le bruit newtonien généré par les mouvements de masses autour de l’antenne (causés par exemple par l’écoulement de l’eau dans le massif) a une signature spatiale et pourra être différencié du signal d’une onde gravitationnelle qui est un pur gradient de champ gravitationnel à l’échelle de l’instrument. Cette cartographie sera aussi d’un grand

intérêt pour les études géophysiques du comportement du massif et de l'aquifère situé sous l'antenne, notamment pour la validation de modèle d'hydrologie.

Afin d'augmenter la sensibilité du détecteur, on propose d'utiliser des transitions de Bragg d'ordre élevé pour manipuler les atomes des interféromètres de façon cohérente [25, 26]. Ces transitions sont générées à l'aide d'impulsions laser de forte intensité. Pour obtenir la puissance nécessaire, ces impulsions seront réalisées dans une cavité afin de bénéficier du gain optique intrinsèque à ces résonateurs. Le premier objectif du projet MIGA est de développer une expérience constituée d'un interféromètre en configuration de fontaine atomique où les atomes sont manipulés par le champ optique résonant de cavités de 80 cm de long. Ce dispositif est actuellement en cours de montage au Laboratoire de Photonique, Numérique et Nanosciences (LP2N) à Talence et il est l'objet principal de cette thèse.

## 1.2 Plan du mémoire

La suite du manuscrit consiste en quatre chapitres.

Le chapitre 2 est une présentation générale du projet MIGA. On y explique le principe de mesure de ce détecteur basé sur des techniques d'interférométries optique et atomique, on présente le dispositif expérimental de l'antenne souterraine installée au Laboratoire Souterrain Bas Bruit (LSBB) à Rustrel ainsi que son environnement sismique et enfin, on introduit les deux expériences préliminaires en cours de construction au Laboratoire de Photonique Numérique et Nanosciences (LP2N) à Talence.

Le chapitre 3 décrit le processus d'interférométrie atomique utilisé pour l'antenne souterraine et pour les expériences préliminaires. Après une rapide revue sur l'interférométrie atomique, on présente l'architecture des interféromètres dans MIGA et le principe de diffraction d'une onde de matière par un réseau de Bragg. On voit que pour augmenter la sensibilité de nos interféromètres atomiques, il est avantageux de faire des transitions de Bragg d'ordre élevé mais que celles-ci nécessitent des puissances optiques importantes.

Pour atteindre ces niveaux de puissance, on génère les impulsions de Bragg dans des cavités optiques afin de profiter du gain optique intrinsèque à ces résonateurs. Le chapitre 4 décrit l'architecture des résonateurs optiques utilisés dans le cadre du projet MIGA. Après un rappel théorique sur les cavités linéaires, on détaille le cas de la géométrie plan-concave qui sera utilisée sur l'antenne souterraine puis on présente une nouvelle configuration de résonateur compact demi-dégénéré qui sera utilisée sur l'expérience préliminaire d'interférométrie en cavité.

Enfin, le chapitre 5 détaille le fonctionnement du premier dispositif développé pour le projet MIGA : un interféromètre dans une configuration de fontaine atomique utilisant les cavités compactes demi-dégénérées introduites au chapitre 4 pour la manipulation cohérente des atomes avec des impulsions de Bragg. On y explique le fonctionnement et la caractérisation de la source d'atomes froids et on présente les résultats préliminaires obtenus avec les cavités optiques.

## Chapitre 2

# Le projet MIGA

Les interféromètres optiques terrestres comme LIGO [11] ou VIRGO [16] représentent actuellement l'état de l'art en matière de détection d'ondes gravitationnelles [5]. Ces détecteurs sont des interféromètres de Fabry-Perot Michelson géants qui mesurent les variations de la phase accumulée dans les cavités de chacun des bras induites par le passage d'ondes gravitationnelles [27]. Ces détecteurs sont donc affectés par le bruit causé par les variations de longueur des cavités. Au dessus de quelques dizaines de Hertz, ils sont limités par le bruit de projection quantique de la détection du champ optique en sortie de l'interféromètre. À des fréquences plus basses, le bruit sismique résiduel tend à limiter la sensibilité de ces détecteurs, ainsi que d'autres sources de bruit dont les effets sont d'une importance comparable [28, 29] : il s'agit du bruit de pression radiative qui est issu des fluctuations de la puissance optique stockée à l'intérieur des cavités, du bruit thermique des systèmes de suspension ou encore du bruit newtonien, causé par les fluctuations du champ gravitationnel terrestre qui créent des effets de marée sur les miroirs suspendus. Ces bruits ne sont pas distinguables de l'effet du passage d'une onde gravitationnelle.

Les interféromètres atomiques présentent une alternative intéressante à ces détecteurs optiques. En effet, les masses tests ne sont alors plus des miroirs suspendus mais des atomes froids en chute libre, ce qui permet de passer outre certaines limitations techniques à basse fréquence. Le principe des détecteurs d'ondes gravitationnelles atomiques est d'interroger simultanément plusieurs interféromètres atomiques séparés spatialement avec le même champ optique. Ainsi, le bruit causé par les vibrations des différents éléments optiques utilisés pour générer le champ d'interrogation et le bruit thermique des systèmes de suspension sont communs en première approximation à tous les interféromètres atomiques et peuvent être rejetés en effectuant des mesures différentielles. Par ailleurs, les interféromètres atomiques utilisent des transferts multi-photons cohérents entre les atomes et le champ optique ce qui les rend insensibles au bruit de pression radiative.

Toutefois, les détecteurs d'ondes gravitationnelles atomiques terrestres restent sensibles au bruit newtonien [30]. En effet, ce terme de marée est le même pour tout couple de masses tests, qu'il s'agisse de miroirs ou d'atomes. Cependant, les ondes gravitationnelles ont des longueurs d'onde très élevées ( $3 \times 10^8$  m pour une onde de fréquence égale à 1 Hz) et elles auront l'effet de purs gradients sur le détecteur alors que le bruit newtonien a des longueurs caractéristiques beaucoup plus faibles allant du mètre à quelques kilomètres [31]. On peut donc différencier ces effets en utilisant un réseau d'interféromètres atomiques distribués

spatialement le long de l'antenne [32].

L'antenne MIGA, actuellement en construction, est un démonstrateur de détecteur d'ondes gravitationnelles terrestre basé sur des techniques d'interférométries optique et atomique. Il consiste en un réseau de trois interféromètres atomiques interrogés simultanément par le champ optique résonant dans une cavité optique horizontale de 200 m de long. En corrélant les signaux des paires d'interféromètres atomiques, il permettra de tester la réjection du bruit newtonien ce qui représente une étape nécessaire à la réalisation de détecteurs d'ondes gravitationnelles terrestres sensibles à des fréquences inférieures au Hertz. L'usage d'une cavité optique pour générer le champ d'interrogation, au lieu d'un simple faisceau rétro-réfléchi, permet de contrôler le front d'onde des faisceaux d'interrogation de façon interférométrique [33]. Par ailleurs, le gain optique de ce résonateur donne la possibilité d'accéder aux puissances optiques très élevées nécessaires à la réalisation de transitions de Bragg d'ordre élevé qui permettront d'augmenter significativement la sensibilité des interféromètres atomiques (cf. chapitre 3).

Ce détecteur sera installé au Laboratoire Souterrain Bas Bruit (LSBB) à Rustrel, à 500 m sous terre. Différentes techniques basées sur des mesures corrélées d'interférométrie atomique seront utilisées pour caractériser le champ gravitationnel de ce site, comme des mesures simultanées d'accélération et de gradient de gravité [34] ou des mesures de la courbure du champ gravitationnel [35]. Il sera ainsi possible d'étudier différents phénomènes géologiques, en détectant de façon non-invasive les anomalies de densité du sous-sol [36] ou les perturbations dues aux variations locales de densité causées par l'évolution de défauts dans la roche [23].

Dans ce chapitre, on explique le principe de la mesure du détecteur MIGA et on montre que le signal différentiel entre deux interféromètres atomiques présente une sensibilité réduite au bruit de longueur de la cavité. Dans une seconde section, on présente le dispositif expérimental de l'antenne MIGA ainsi que l'environnement à Rustrel. Enfin, on introduit les deux expériences préliminaires qui sont en cours de construction au Laboratoire de Photonique, Numérique et Nanosciences (LP2N) à Talence. Il s'agit d'un gradiomètre de grande sensibilité constitué de deux interféromètres interrogés simultanément par le champ résonant dans des cavités optiques de 5 m de long, et d'un accéléromètre horizontal en cavité constitué d'un interféromètre atomique en configuration fontaine interrogé dans des cavités compactes de 80 cm de long. Cette dernière expérience fait l'objet du reste de la thèse.

## 2.1 Principe de la mesure

L'antenne MIGA utilise des interféromètres de Mach-Zehnder atomiques en configuration fontaine. L'interrogation des atomes se fait au moyen d'impulsions de Bragg d'ordre élevé effectuées dans des cavités optiques horizontales (cf. figure 2.1). Le fonctionnement de ces interféromètres et des transitions de Bragg d'ordre élevé est détaillé dans le chapitre 3.

La réponse de l'interféromètre atomique en cavité est calculée en présence de déformations dues au passage d'une onde gravitationnelle, en prenant en compte les sources de bruit principales causées par les vibrations des miroirs du résonateur et par les variations de fréquence du champ laser incident  $E_{in}$ . On considère que l'onde gravitationnelle se propage

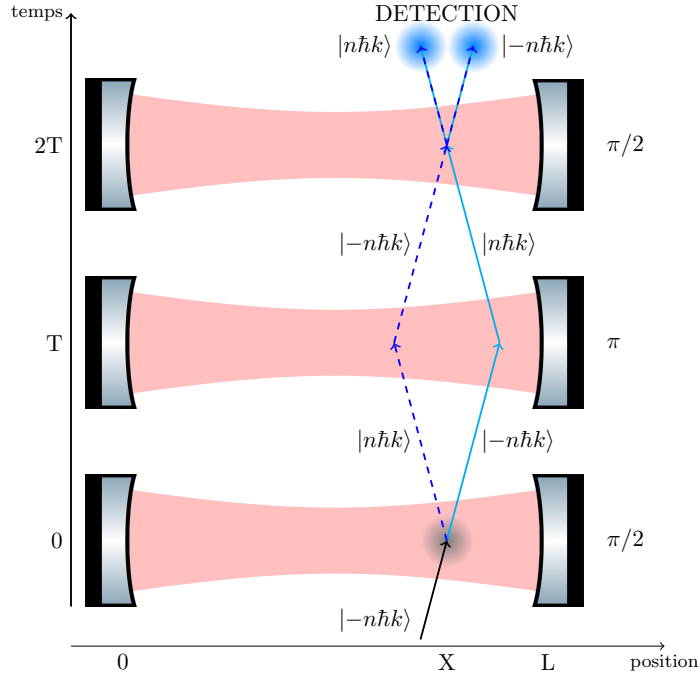


FIGURE 2.1 – Schéma de principe des interféromètres utilisés dans MIGA. Le nuage atomique, à la position  $X$  dans la cavité de longueur  $L$ , a une impulsion initiale  $|n\hbar k\rangle$ . Il est séparé, réfléchi et recombinaison par une séquence d’impulsions laser ( $\pi/2 - \pi - \pi/2$ ) réalisées en cavité.

dans une direction orthogonale à l’axe de la cavité. Les notations utilisées pour ce calcul sont présentées figure 2.2. Le champ électrique dans la cavité résulte de la superposition de deux ondes contra-propageantes. Les champs aller et retour à la position  $X$  dans la cavité sont respectivement notés  $E_c^+(X, t)$  et  $E_c^-(X, t)$ . La réponse d’un interféromètre atomique à la position  $X$  est déterminée par la différence de phase  $\Delta\varphi(X, t)$  entre ces deux champs. Cette différence de phase est “imprimée” sur les atomes à chaque fois que ceux-ci interagissent avec le champ lumineux. Cette différence de phase sera déterminée en fonction des variations monochromatiques de la position des miroirs  $\delta x_{1,2}(t) = \delta x_{1,2} \cos(\Omega_{x_{1,2}} t)$ , du bruit de fréquence du laser d’entrée  $\delta\nu_{in}(t) = \delta\nu_{in} \cos(\Omega_{\nu_{in}} t)$  et de l’amplitude de la déformation causée par l’onde gravitationnelle  $h(t) = h \cos(\Omega_h t)$ . Le calcul de la réponse d’une cavité optique au passage d’une onde gravitationnelle, en prenant en compte ces principales sources de bruit peut être trouvé dans [37] et le signal en sortie d’un ou plusieurs interféromètres atomiques en cavité est présenté dans [38].

### 2.1.1 Phase relative entre les faisceaux

En régime stationnaire, le champ aller dans la cavité à la position  $X$  s’écrit sous la forme :

$$E_c^+(X, t) = E_{c_0}(X, t)e^{i\varphi^+(X, t)} \quad (2.1)$$

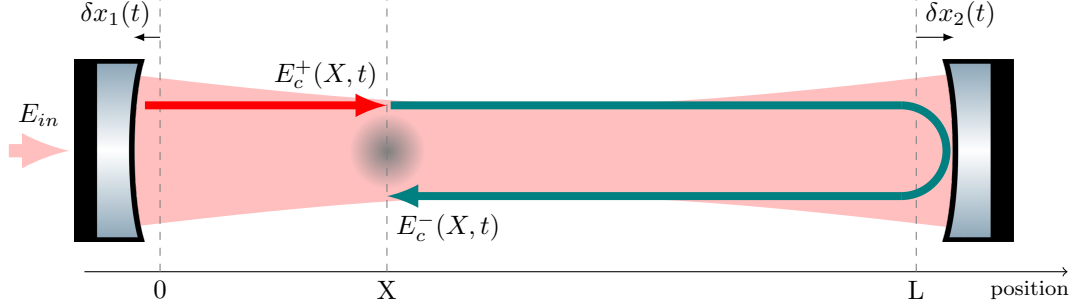


FIGURE 2.2 – Un nuage d’atomes froids placé à la position  $X$  dans la cavité est interrogé par les champs contra-propageants  $E_c^+(X, t)$  et  $E_c^-(X, t)$ . Les fluctuations de positions des miroirs d’entrée et de fond par rapport à la cavité de longueur  $L$  au repos sont notées  $\delta x_1(t)$  et  $\delta x_2(t)$ .

À la position  $X$ , les photons du champ retour  $E_c^-(X, t)$  à l’instant  $t$  proviennent du champ aller où ils ont été émis à l’instant  $t_r(X, t) = t - \Delta t_r(X)$ . On note  $\Delta t_r(X)$  le temps de propagation de la lumière sur un aller-retour entre l’interféromètre atomique et le miroir de fond de la cavité. On a alors :

$$E_c^-(X, t) = E_c^+(X, t_r(X, t)) = E_c^+(X, t - \Delta t_r(X)) \quad (2.2)$$

D’où :

$$\varphi^-(X, t) = \varphi^+(X, t - \Delta t_r(X)) \quad (2.3)$$

Au premier ordre en  $\Delta t_r$ , en considérant que les variations de phase sont lentes par rapport à la durée d’un aller-retour dans la cavité,  $\varphi^-(X, t)$  s’écrit :

$$\varphi^-(X, t) = \varphi^+(X, t) - \Delta t_r(X) \frac{\partial \varphi^+(t)}{\partial t} \quad (2.4)$$

La phase relative entre les deux faisceaux  $\Delta \varphi(X, t)$  vaut donc :

$$\Delta \varphi(X, t) = \Delta t_r(X) \frac{\partial \varphi^+(t)}{\partial t} = 2\pi \Delta t_r(X) \nu(t) \quad (2.5)$$

La phase relative entre les deux faisceaux s’exprime donc sous la forme du produit du délais de propagation  $\Delta t_r(X)$  avec la fréquence instantanée  $\nu(t)$  du champ résonant dans la cavité en régime stationnaire. Le calcul de ces deux termes est fait dans les prochains paragraphes.

### 2.1.2 Délais de propagation

L’invariant relativiste  $ds^2$  d’un champ électromagnétique se propageant dans la direction  $\vec{e}_x$  en présence d’une onde gravitationnelle se propageant dans une direction orthogonale s’écrit :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 + h(t) dx^2 = 0, \quad (2.6)$$



Au premier ordre en  $h$ , cette équation devient :

$$dx = \pm[1 + \frac{1}{2}h(t)]cdt \quad (2.7)$$

où le signe positif (respectivement le signe négatif) correspond à la propagation de la lumière dans la cavité de la gauche vers la droite (respectivement de la droite vers la gauche). Les photons du champ résonant  $E_c^+$  sont émis à l'abscisse  $X$  à l'instant  $t_r$  et sont réfléchis sur le miroir de fond de la cavité à l'abscisse  $L + \delta x_2(t_{r'})$  à l'instant  $t_{r'}$ . En intégrant l'équation 2.7, on obtient :

$$(L - X) + \delta x_2(t_{r'}) = c[t_{r'} - t_r] + \frac{c}{2} \int_{t_r}^{t_{r'}} h(t)dt \quad (2.8)$$

Les photons sont ensuite réfléchis par le miroir et atteignent l'abscisse  $X$  à l'instant  $t$ , ce qui se traduit par :

$$-(L - X) - \delta x_2(t_{r'}) = c[-t + t_{r'}] - \frac{c}{2} \int_{t_{r'}}^t h(t)dt \quad (2.9)$$

L'expression de  $t_r$  est obtenue en soustrayant les équations 2.9 à 2.8 :

$$t_r = t - \frac{2(L - X)}{c} - \frac{2\delta x_2(t_{r'})}{c} + \frac{1}{2} \int_{t_r}^t h(t)dt \quad (2.10)$$

Au premier ordre en  $h$  et en  $\delta x_2$ , cette équation se simplifie en :

$$t_r = t - \frac{2(L - X)}{c} - \frac{2\delta x_2(t - \frac{(L-X)}{c})}{c} + \frac{1}{2} \int_{t - \frac{2(L-X)}{c}}^t h(t)dt \quad (2.11)$$

L'intégration du dernier terme mène à :

$$t_r = t - \frac{2(L - X)}{c} - \frac{2\delta x_2(t - \frac{(L-X)}{c})}{c} + h \frac{(L - X)}{c} \text{sinc} \left( \Omega_h \frac{(L - X)}{c} \right) \cos \left( \Omega_h \left( t - \frac{(L - X)}{c} \right) \right) \quad (2.12)$$

Le délais de propagation  $\Delta t_r = t - t_r$  vaut donc :

$$\Delta t_r = \frac{2(L - X)}{c} + \frac{2\delta x_2(t - \frac{(L-X)}{c})}{c} - h \frac{(L - X)}{c} \text{sinc} \left( \Omega_h \frac{(L - X)}{c} \right) \cos \left( \Omega_h \left( t - \frac{(L - X)}{c} \right) \right) \quad (2.13)$$

En développant les termes en cosinus, on obtient, au premier ordre en  $\Omega_h L/c$  et en  $\Omega_{x_2} L/c$  :

$$\Delta t_r = \frac{2(L - X)}{c} + \frac{2\delta x_2}{c} \left( \cos(\Omega_{x_2} t) + \Omega_{x_2} \frac{(L - X)}{c} \sin(\Omega_{x_2} t) \right) - h \frac{(L - X)}{c} \left( \cos(\Omega_h t) + \Omega_h \frac{(L - X)}{c} \sin(\Omega_h t) \right) \quad (2.14)$$

### 2.1.3 Fréquence du champ dans la cavité

Les variations de la fréquence du laser en entrée, les vibrations des miroirs ou encore les effets du passage d'une onde gravitationnelle induisent des fluctuations de la fréquence du champ dans la cavité  $\nu(t)$ . Ces fluctuations sont notées respectivement  $\delta\nu(t)$ ,  $\delta\nu_{x_{1,2}}(t)$  et  $\delta\nu_h(t)$ . La fréquence du champ dans la cavité s'exprime par la somme de ces différentes contributions :

$$\nu(t) = \nu_0 + \delta\nu(t) + \delta\nu_{x_1}(t) + \delta\nu_{x_2}(t) + \delta\nu_h(t) \quad (2.15)$$

où  $\nu_0$  est la fréquence moyenne du champ dans le résonateur.

#### Fluctuations de fréquence induites par les variations de fréquence du laser d'entrée

Comme la cavité optique se comporte comme un filtre passe-bas, les fluctuations de fréquence du laser en entrée  $\delta\nu_{in}(t)$  ne sont a priori pas intégralement reproduites sur le champ résonant dans la cavité. La fréquence du pôle de la cavité est notée  $\omega_p/2\pi$  avec :

$$\omega_p = \frac{2\pi c}{4LF} \quad (2.16)$$

où  $c$  est la célérité de la lumière dans le vide,  $L$  est la longueur de la cavité et  $F$  est sa finesse. Les fluctuations du champ résonant dans la cavité  $\delta\nu(t)$  induites par les variations de fréquence du laser d'entrée valent donc :

$$\delta\nu(t) = \frac{\delta\nu_{in}(t)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Omega_{\nu_{in}}}{\omega_p}\right)^2}} \quad (2.17)$$

À l'ordre 0 en  $\Omega_{\nu_{in}}/\omega_p$ , on obtient :

$$\delta\nu(t) = \delta\nu_{in}(t) \quad (2.18)$$

#### Fluctuation de fréquence induite par le passage d'une onde gravitationnelle

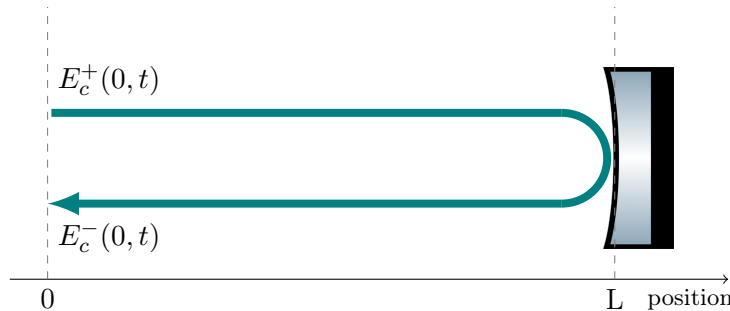


FIGURE 2.3 – Le champ  $E_c^+(0, t)$  est émis à l'abscisse 0 et est réfléchi à une distance  $L$ .  $E_c^-(0, t)$  est le champ retour.

Pour évaluer la fluctuation de fréquence  $\delta\nu_h(t)$  induite par le passage d'une onde gravitationnelle dans une direction orthogonale à la cavité, on considère d'abord l'effet de cette onde sur un aller-retour de distance  $2L$  [37]. Si on se place en  $X = 0$ , en posant  $\varphi^+(0, t) = 0$ , le champ aller s'écrit (cf. figure 2.3) :

$$E_c^+(0, t) = E_{c_0}(0, t) = E_0^+ e^{-i\omega t} \quad (2.19)$$

De la même façon qu'au paragraphe 2.1.1, le champ retour à l'instant  $t$  peut être exprimé en fonction du champ aller à l'instant  $t_r$ , avec  $t_r$  le retard de propagation des photons sur un aller-retour. Le champ retour en  $X = 0$  vaut :

$$E_c^-(0, t) = E_c^+(0, t_r) = E_0^+ e^{-i\omega t_r} \quad (2.20)$$

$t_r$  peut être calculé avec l'équation 2.12 et, au premier ordre en  $\Omega_h L/c$ , il vaut :

$$t_r = t - \frac{2L}{c} + h \frac{L}{c} \cos(\Omega_h(t - L/c)) \quad (2.21)$$

$E_c^-(0, t)$  s'exprime donc sous la forme :

$$E_c^-(0, t) = E_0^+ e^{-i\omega(t - \frac{2L}{c})} e^{-ih \frac{\omega L}{c} \cos(\Omega_h(t - L/c))} \quad (2.22)$$

En développant la seconde exponentielle au premier ordre en  $h$ , on obtient :

$$E_c^-(0, t) = E_0^+ e^{-i\omega(t - \frac{2L}{c})} \left( 1 - ih \frac{\omega L}{c} \cos(\Omega_h(t - L/c)) \right) \quad (2.23)$$

Ce qui peut s'écrire sous la forme :

$$E_c^-(0, t) = E_0^+ e^{2i\frac{\omega L}{c}} e^{-i\omega t} - ih E_0^+ \frac{\omega L}{c} e^{2i\frac{\omega L}{c}} e^{i\frac{\Omega_h L}{c}} e^{-i(\omega + \Omega_h)t} - ih E_0^+ \frac{\omega L}{c} e^{2i\frac{\omega L}{c}} e^{-i\frac{\Omega_h L}{c}} e^{-i(\omega - \Omega_h)t} \quad (2.24)$$

En ne considérant qu'un aller-retour dans la cavité, le passage de l'onde gravitationnelle a pour effet de moduler le champ lumineux et de rajouter deux bandes latérales avec une amplitude proportionnelle à  $h$  aux fréquences  $(\omega \pm \Omega_h)/2\pi$ .

Pour calculer l'effet du passage d'une onde gravitationnelle sur un champ résonant dans une cavité, on peut considérer que le champ est déjà modulé et possède deux bandes latérales [37]. On en déduit ainsi l'expression du champ après un aller-retour. L'amplitude du champ initiale est notée sous la forme :

$$E_c(0, t) = \left( E_0 + \frac{1}{2} h E_1 e^{-i\Omega_h t} + \frac{1}{2} h E_2 e^{i\Omega_h t} \right) e^{-i\omega t} \quad (2.25)$$

Dans ce calcul, on suppose que l'onde gravitationnelle est la seule source de modulation, c'est pourquoi l'amplitude des bandes latérales est proportionnelle à  $h$ . En négligeant les pertes sur les miroirs du résonateur, l'amplitude du champ après un aller-retour  $E'_c(0, t)$  vaut alors :

$$\begin{aligned} E'_c(0, t) = E_c(0, t_r) = \\ \left[ E_0 + \frac{1}{2} h E_1 e^{-i\Omega_h t} e^{i\Omega_h \frac{2L}{c}} e^{-i\Omega_h h \frac{L}{c} \cos(\Omega_h(t - L/c))} + \frac{1}{2} h E_2 e^{i\Omega_h t} e^{-i\Omega_h \frac{2L}{c}} e^{i\Omega_h h \frac{L}{c} \cos(\Omega_h(t - L/c))} \right] \\ \times e^{-i\omega t} e^{i\omega \frac{2L}{c}} e^{-i\omega \frac{hL}{c} \cos(\Omega_h(t - L/c))} \quad (2.26) \end{aligned}$$

Au premier ordre en  $h$ , cette équation se simplifie en :

$$E'_c(0, t) = \left[ E_0 + \frac{1}{2}hE_1e^{-i\Omega_h t}e^{i\Omega_h \frac{2L}{c}} + \frac{1}{2}hE_2e^{i\Omega_h t}e^{-i\Omega_h \frac{2L}{c}} \right] \times e^{-i\omega t}e^{i\omega \frac{2L}{c}} \left( 1 - ih\frac{\omega L}{2c}e^{i\Omega_h t}e^{-i\frac{\Omega_h L}{c}} - ih\frac{\omega L}{2c}e^{-i\Omega_h t}e^{i\frac{\Omega_h L}{c}} \right) \quad (2.27)$$

Toujours au premier ordre en  $h$ ,  $E'_c(0, t)$  peut être exprimé sous une forme semblable à l'équation 2.25 :

$$E'_c(0, t) = \left( E'_0 + \frac{1}{2}hE'_1e^{-i\Omega_h t} + \frac{1}{2}hE'_2e^{i\Omega_h t} \right) e^{-i\omega t} \quad (2.28)$$

où :

$$E'_0 = e^{i\omega \frac{2L}{c}} E_0 \quad (2.29)$$

$$E'_1 = e^{i\omega \frac{2L}{c}} e^{i\Omega_h \frac{2L}{c}} E_1 - i\frac{\omega L}{c} e^{i\frac{\Omega_h L}{c}} e^{i\omega \frac{2L}{c}} E_0 \quad (2.30)$$

$$E'_2 = e^{i\omega \frac{2L}{c}} e^{-i\Omega_h \frac{2L}{c}} E_2 - i\frac{\omega L}{c} e^{-i\frac{\Omega_h L}{c}} e^{i\omega \frac{2L}{c}} E_0 \quad (2.31)$$

On voit que l'on peut définir des "amplitudes généralisées" pour les champs aller et retour sous la forme de triplets ayant pour coordonnées l'amplitude de la porteuse, de la bande latérale supérieure et de la bande latérale inférieure [37] :

$$\mathbf{E}_c = (E_0, E_1, E_2) \quad (2.32)$$

$$\mathbf{E}'_c = (E'_0, E'_1, E'_2) \quad (2.33)$$

L'amplitude  $\mathbf{E}'_c$  peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{E}'_c = \mathbf{X}\mathbf{E}_c \quad (2.34)$$

où  $\mathbf{X}$  est l'opérateur linéaire correspondant à un aller-retour dans la cavité, sans perte. Il s'obtient facilement à partir des expressions des  $E'_{0,1,2}$  :

$$\mathbf{X} = e^{i\omega \frac{2L}{c}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -i\frac{\omega L}{c} e^{i\frac{\Omega_h L}{c}} & e^{i\Omega_h \frac{2L}{c}} & 0 \\ -i\frac{\omega L}{c} e^{-i\frac{\Omega_h L}{c}} & 0 & e^{-i\Omega_h \frac{2L}{c}} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Pour déterminer le champ résonant dans la cavité lorsqu'elle a atteint son état stationnaire, les pertes sur les miroirs doivent être prises en compte. Par la suite, on considère que le champ  $\mathbf{E}_{in} = (E_{in}, 0, 0)$  est injecté dans une cavité de longueur  $L$ , formée de deux miroirs de coefficients de réflexion et de transmission en amplitude  $r$  et  $t_c$  (voir figure 2.4). L'amplitude du champ après un aller-retour  $\mathbf{E}'_c$  s'exprime sous la forme :

$$\mathbf{E}'_c = r^2 \mathbf{X}\mathbf{E}_c \quad (2.36)$$

En régime stationnaire, le champ au niveau du miroir d'entrée peut s'écrire (voir figure 2.4) :

$$\mathbf{E}_c = t_c \mathbf{E}_{in} + r^2 \mathbf{X}\mathbf{E}_c \quad (2.37)$$

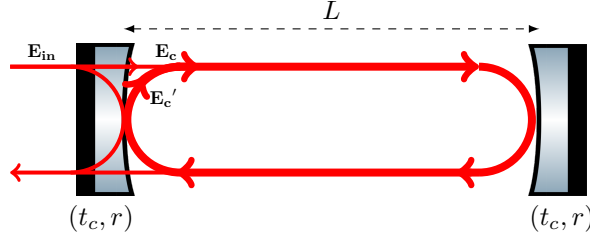


FIGURE 2.4 –  $\mathbf{E}_{in}$  est le champ laser incident à une cavité de longueur  $L$  formée par deux miroirs identiques de coefficients de réflexion et de transmission en amplitude  $r$  et  $t_c$ .  $\mathbf{E}_c$  est le champ circulant dans la cavité et  $\mathbf{E}_c'$  est sa copie après un aller-retour.

Ce qui donne :

$$\mathbf{E}_c = [1 - r^2 \mathbf{X}]^{-1} t_c \mathbf{E}_{in} \quad (2.38)$$

En inversant la matrice  $1 - r^2 \mathbf{X}$ , on peut calculer les composantes de l'amplitude généralisée du champ résonant dans la cavité :

$$E_0 = E_{in} \frac{t_c}{1 - r^2 e^{2i\frac{\omega L}{c}}} \quad (2.39)$$

$$E_1 = E_{in} \frac{-ir^2 t_c \frac{\omega L}{c} e^{i(2\frac{\omega L}{c} + \frac{\Omega_h L}{c})}}{(1 - r^2 e^{2i\frac{\omega L}{c}}) (1 - r^2 e^{2i(\frac{\omega L}{c} + \frac{\Omega_h L}{c})})} \quad (2.40)$$

$$E_2 = E_{in} \frac{-ir^2 t_c \frac{\omega L}{c} e^{i(2\frac{\omega L}{c} + \frac{\Omega_h L}{c})}}{(1 - r^2 e^{2i\frac{\omega L}{c}}) (-r^2 e^{2i\frac{\omega L}{c}} + e^{2i\frac{\Omega_h L}{c}})} \quad (2.41)$$

Lorsque la cavité est à résonance,  $e^{2i\frac{\omega L}{c}} = 1$  et les composantes de l'amplitude généralisée du champ résonant se simplifient en :

$$E_0 = E_{in} \frac{t_c}{1 - r^2} \quad (2.42)$$

$$E_1 = E_{in} \frac{-ir^2 t_c \frac{\omega L}{c} e^{i\frac{\Omega_h L}{c}}}{(1 - r^2) (1 - r^2 e^{2i\frac{\Omega_h L}{c}})} \quad (2.43)$$

$$E_2 = E_{in} \frac{-ir^2 t_c \frac{\omega L}{c} e^{i\frac{\Omega_h L}{c}}}{(1 - r^2) (-r^2 + e^{2i\frac{\Omega_h L}{c}})} \quad (2.44)$$

Et, à partir de l'équation 2.25,  $E_c(t)$  peut s'écrire :

$$E_c(0, t) = E_{in} \times \left( \frac{t_c}{1 - r^2} - \frac{ih r^2 t_c \frac{\omega L}{c} e^{i\frac{\Omega_h L}{c}}}{2(1 - r^2) (1 - r^2 e^{2i\frac{\Omega_h L}{c}})} e^{-i\Omega_h t} - \frac{ih r^2 t_c \frac{\omega L}{c} e^{i\frac{\Omega_h L}{c}}}{2(1 - r^2) (-r^2 + e^{2i\frac{\Omega_h L}{c}})} e^{i\Omega_h t} \right) e^{-i\omega t} \quad (2.45)$$

Le champ résonant peut être exprimé sous la forme  $E_c(0, t) = E_{c0} e^{i(\omega t + \phi(t))}$  où :

$$\tan \phi(t) \simeq \phi(t) = \frac{hr^2 \frac{\omega L}{c} \left( -\cos\left(\frac{\Omega_h L}{c} - t\Omega_h\right) \right) + r^2 \cos\left(\frac{\Omega_h L}{c} + t\Omega_h\right)}{r^4 - 2r^2 \cos\left(2\frac{\Omega_h L}{c}\right) + 1} \quad (2.46)$$

Au premier ordre en  $\frac{\Omega_h L}{c}$ , cela devient :

$$\phi(t) = h \frac{\omega L}{c} \frac{r^2}{r^2 - 1} \left( \cos(t\Omega_h) - \frac{(r^2 + 1)}{r^2 - 1} \frac{\Omega_h L}{c} \sin(t\Omega_h) \right) \quad (2.47)$$

En remplaçant  $\frac{r^2+1}{r^2-1} \approx -\frac{2F}{\pi}$  et  $\frac{r^2}{r^2-1} \approx -\frac{F}{\pi}$  où  $F$  est la finesse de la cavité (cf. chapitre 4), on obtient :

$$\phi(t) = -\frac{FL}{\pi c} \omega h \left( \cos(t\Omega_h) + \frac{2F\Omega_h L}{\pi c} \sin(t\Omega_h) \right) \quad (2.48)$$

Le bruit de fréquence  $\delta\nu_h(t)$  induit par l'onde gravitationnelle sur le champ résonant dans la cavité s'exprime sous la forme :

$$\delta\nu_h(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{F\Omega_h L}{\pi c} \nu_0 h \left( \sin(t\Omega_h) - \frac{2F\Omega_h L}{\pi c} \cos(t\Omega_h) \right) \quad (2.49)$$

$$\delta\nu_h(t) = \frac{1}{2} \frac{\Omega_h}{\omega_p} \nu_0 h \left( \sin(t\Omega_h) - \frac{\Omega_h}{\omega_p} \cos(t\Omega_h) \right) \quad (2.50)$$

Pour  $\Omega_h$  très petit devant le pôle de la cavité  $\omega_p$ , on fait l'approximation au premier ordre que :

$$\delta\nu_h(t) = \frac{1}{2} \frac{\Omega_h}{\omega_p} \nu_0 h \sin(t\Omega_h) \quad (2.51)$$

### Fluctuations de fréquence induites par les vibrations des miroirs de la cavité

Le calcul des fluctuations de fréquence  $\delta\nu_{x_{1,2}}$  induites par les vibrations des miroirs de la cavité est semblable à celui qui vient d'être fait pour l'effet des ondes gravitationnelles. On considère ici l'effet d'une vibration monochromatique d'un miroir  $\delta x(t) = \delta x \cos \Omega_x t$  sur un aller-retour de distance  $2L$ . On se place en  $X = 0$  et le champ aller  $E_c^+(0, t) = E_0^+ e^{-i\omega t}$  est réfléchi à une distance  $L$  par le miroir vibrant. Lorsqu'il revient au point d'abscisse  $X = 0$ , le champ  $E_c^-(t)$  vaut :

$$E_c^-(t) = E_c^+(t_r) \quad (2.52)$$

où  $t_r$  est l'instant où les photons du champ retour à l'instant  $t$  ont été émis dans le champ aller. Au premier ordre en  $\Omega_x L/c$  et en utilisant l'équation 2.12, on a :

$$t_r = t - \frac{2L}{c} - \frac{2\delta x}{c} \cos(\Omega_x(t - L/c)) \quad (2.53)$$

On voit que cette expression est semblable à celle calculée à l'équation 2.21 : l'effet de la vibration d'un miroir d'amplitude  $\delta x$  sur un aller-retour est similaire à l'effet d'une onde gravitationnelle d'amplitude  $h = -\frac{2\delta x}{L}$ .

Si on considère maintenant un cavité formée de deux miroirs aux position  $x_1 = \delta x_1$  et  $x_2 = L + \delta x_2$  (cf. figure 2.2), l'effet des vibrations de ces miroirs sur les bruits de fréquences  $\delta\nu_{x_{1,2}}(t)$  est déterminé de la même façon que pour l'effet des ondes gravitationnelles : après avoir déterminé  $t_r$ , on constate que le champ réfléchi est modulé et qu'il possède deux bandes latérales d'amplitude  $\mp \frac{2\delta x_{1,2}}{L}$  aux fréquences  $(\omega \pm \Omega_{x_{1,2}})/2\pi$ . Il faut ensuite considérer l'évolution de ce champ modulé sur un aller-retour dans la cavité puis exprimer le champ dans la cavité lorsque celle-ci a atteint son état stationnaire. On peut alors calculer la phase de ce champ et en déduire l'expression du bruit de fréquence induit par les vibrations des miroirs :

$$\delta\nu_{\delta x_{1,2}}(t) = \pm \frac{\Omega_{x_{1,2}}}{\omega_p} \nu_0 \frac{\delta x_{1,2}}{L} \sin(\Omega_{x_{1,2}} t) \quad (2.54)$$

Il est à noter que les effets des vibrations du miroir d'entrée et du miroir de fond sur le champ résonant dans la cavité sont antisymétriques. Cela est dû au fait que lorsque  $\delta x_1(t)$  est positif (respectivement négatif), la cavité est raccourcie (respectivement allongée) alors que c'est l'inverse pour  $\delta x_2(t)$ .

Au final, la fréquence instantanée du champ dans la cavité (cf. équation 2.15) peut être exprimée de la façon suivante :

$$\nu(t) = \nu_0 \left( 1 + \frac{\delta\nu(t)}{\nu_0} + \frac{\Omega_{x_1}}{\omega_p} \frac{\delta x_1}{L} \sin(\Omega_{x_1} t) - \frac{\Omega_{x_2}}{\omega_p} \frac{\delta x_2}{L} \sin(\Omega_{x_2} t) + \frac{1}{2} \frac{\Omega_h}{\omega_p} h \sin(\Omega_h t) \right) \quad (2.55)$$

#### 2.1.4 Déphasage en sortie de l'interféromètre

À partir des expressions du délais de propagation dans la cavité  $\Delta t_r$  et de la fréquence du champ dans la cavité  $\nu(t)$ , on peut calculer la phase relative entre les deux faisceaux laser  $\Delta\varphi(X, t)$  (cf. équation 2.5). En ne gardant que les termes au premier ordre en  $\delta\nu$ ,  $\delta x_{1,2}$  et en  $h$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(X, t) = 4\pi\nu_0 \frac{(L-X)}{c} & \left( 1 + \frac{\delta\nu(t)}{\nu_0} - \frac{h}{2} \cos(\Omega_h t) - \frac{h}{2} \Omega_h \left[ \frac{L-X}{c} - \frac{1}{\omega_p} \right] \sin(\Omega_h t) \right. \\ & \left. + \frac{\delta x_1}{L} \frac{\Omega_{x_1}}{\omega_p} \sin(\Omega_{x_1} t) + \frac{\delta x_2}{L} \Omega_{x_2} \left[ \frac{L}{c} - \frac{1}{\omega_p} \right] \sin(\Omega_{x_2} t) \right) + \frac{4\pi\nu_0}{c} \delta x_2 \cos(\Omega_{x_2} t) \end{aligned}$$

Les termes  $\frac{1}{\omega_p}$  et  $\frac{L}{c}$  sont respectivement le temps de vie d'un photon dans la cavité et la durée de propagation de la lumière sur un aller dans la cavité. Pour  $F \gg 1$ , on a donc  $\left[ \frac{L}{c} - \frac{1}{\omega_p} \right] \approx -\frac{1}{\omega_p}$ . Par conséquent, l'expression de  $\Delta\varphi(X, t)$  se simplifie en :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi(X, t) = 4\pi\nu_0 \frac{(L-X)}{c} & \left( 1 + \frac{\delta\nu(t)}{\nu_0} - \frac{h}{2} \cos(\Omega_h t) + \frac{1}{\omega_p} \left[ \frac{h}{2} \Omega_h \sin(\Omega_h t) \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\delta x_1}{L} \Omega_{x_1} \sin(\Omega_{x_1} t) - \frac{\delta x_2}{L} \Omega_{x_2} \sin(\Omega_{x_2} t) \right] \right) + \frac{4\pi\nu_0}{c} \delta x_2 \cos(\Omega_{x_2} t) \end{aligned}$$

Si on considère que les effets dépendants du temps ont des fréquences caractéristiques petites devant la fréquence du pôle de la cavité, on obtient :

$$\Delta\varphi(X, t) = 4\pi\nu_0 \frac{(L - X)}{c} \left( 1 + \frac{\delta\nu(t)}{\nu_0} - \frac{h(t)}{2} + \frac{1}{\omega_p} \left[ -\frac{h'(t)}{2} + \frac{x_2'(t) - x_1'(t)}{L} \right] \right) + \frac{4\pi\nu_0}{c} x_2(t) \quad (2.56)$$

où le caractère “ ’ ” est utilisé pour la dérivée temporelle.

### 2.1.5 Signal en sortie d'un interféromètre atomique en cavité

Si on utilise le formalisme des fonctions de sensibilité [39], la réponse d'un interféromètre atomique, comme celui présenté figure 2.1, peut être exprimée en fonction des variations de la différence de phase au niveau des atomes  $\Delta\varphi(t)$  des deux faisceaux contra-propageant du champ d'interrogation :

$$\Delta\phi_{AT}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \frac{\partial\Delta\varphi(X, t)}{\partial t} dt \quad (2.57)$$

où  $\Delta\phi_{AT}$  est le déphasage entre les deux bras de l'interféromètre et  $s(t)$ , la fonction de sensibilité d'un interféromètre atomique à trois impulsions, détaillée dans [39].

La réponse de l'interféromètre atomique peut être calculée à partir des équations 2.56 et 2.57 :

$$\Delta\phi_{AT}(X) = 4\pi\nu_0 \frac{(L - X)}{c} \left( \frac{s_{\delta\nu}}{\nu_0} - \frac{s_h}{2} + \frac{1}{\omega_p} \left[ -\frac{s_{h'}}{2} + \frac{s_{x_2'} - s_{x_1'}}{L} \right] \right) + \frac{4\pi\nu_0}{c} s_{x_2} + s_I(X) \quad (2.58)$$

où  $s_u$  prend en compte les fluctuations temporelles de la fonction  $u(t)$ , pondérées par la fonction de sensibilité de l'interféromètre atomique :

$$s_u = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \frac{du(t)}{dt} dt \quad (2.59)$$

Dans notre cas,  $u(t)$  peut être  $\delta\nu(t)$ ,  $h(t)$ ,  $h'(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_1'(t)$  ou encore  $x_2'(t)$ . On a aussi introduit dans l'expression 2.58 le signal inertiel  $s_I(X)$  associé à l'accélération locale  $a(X)$  des atomes dans le référentiel du champ lumineux résonant dans la cavité. Celui-ci vaut  $s_I(X) = kT^2 a(X)$  pour une accélération constante pendant la durée de la séquence d'impulsions lumineuses (cf. chapitre 3), où  $k$  est une constante qui dépend du type d'impulsions choisi et  $2T$ , la durée de la séquence d'impulsions laser.

### 2.1.6 Signal différentiel

Le signal différentiel entre deux interféromètres atomiques placés dans la cavité aux positions  $X_1$  et  $X_2$  s'obtient aisément à partir de l'équation 2.58 :

$$\Delta\phi_{AT}(X_1) - \Delta\phi_{AT}(X_2) = 4\pi\nu_0 \frac{(X_2 - X_1)}{c} \left( \frac{s_{\delta\nu}}{\nu_0} - \frac{s_h}{2} + \frac{1}{\omega_p} \left[ -\frac{s_{h'}}{2} + \frac{s_{x_2'} - s_{x_1'}}{L} \right] \right) + s_I(X_1) - s_I(X_2) \quad (2.60)$$



L'équation 2.60 montre que le signal différentiel est bien plus robuste vis-à-vis des vibrations des miroirs que le signal en sortie d'un seul interféromètre atomique. Dans le cas où l'on fait une mesure différentielle, on s'affranchit du bruit de position du miroir de fond de la cavité ( $s_{x_2}$ ) car il s'agit d'un bruit commun pour les deux interféromètres. Le détecteur reste sensible aux variations de fréquence du laser qui est modulée par les vibrations des miroirs ( $s_{x'_1}$  et  $s_{x'_2}$ ). C'est pourquoi il sera intéressant de travailler dans un environnement bas bruit et que les miroirs des cavités seront fixés sur des systèmes de suspension afin de les isoler au maximum des vibrations.

## 2.2 Le démonstrateur souterrain

Le démonstrateur souterrain consiste en 3 interféromètres atomiques interrogés simultanément par le champ résonant dans des cavités optiques de 200 m de long. Dans cette partie, on décrit le dispositif expérimental prévu ainsi que l'environnement du LSBB où l'antenne sera installée.

### 2.2.1 Dispositif expérimental

Afin de simplifier la conception de cette première antenne gravitationnelle hybridant interférométries atomique et optique, nous avons choisi de nous baser sur des technologies couramment utilisées en interférométrie atomique qui ont l'avantage d'être robustes et bien testées. Nous travaillerons dans un premier temps avec des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  qui seront piégés et refroidis dans des pièges magnéto-optiques et nous utiliserons des réseaux de Bragg optiques pulsés pour générer l'interféromètre. Cependant, contrairement aux interféromètres atomiques standards, ces impulsions seront réalisées en cavité afin d'amplifier la puissance des faisceaux laser et de pouvoir réaliser des transitions de Bragg d'ordre élevé (cf. chapitre 3)

Le schéma de principe de l'antenne MIGA est présenté figure 2.5. Les trois interféromètres atomiques sont issus de trois sources atomiques situées à la même hauteur et séparées d'une même distance. La séquence de mesure est identique pour chaque interféromètre. Les atomes sont piégés et refroidis dans un piège magnéto-optique 3D puis lancés presque verticalement au moyen d'une mélasse mouvante. Leurs états interne et externe sont ensuite sélectionnés au moyen de plusieurs faisceaux Raman. Après cette phase de préparation, les nuages sont manipulés par une séquence de trois impulsions de Bragg ( $\pi/2 - \pi - \pi/2$ ) générées dans deux cavités horizontales : la cavité la plus basse est utilisée pour les deux impulsions  $\pi/2$  et la cavité la plus haute, au sommet de la trajectoire des atomes, sert pour l'impulsion  $\pi$ . La population dans chaque bras de l'interféromètre est ensuite mesurée par fluorescence lorsque les atomes tombent dans la zone de détection. Le fonctionnement des sources atomiques est détaillé au chapitre 5.

### Système laser et cavités d'interrogation

Pour générer les impulsions de Bragg de l'interféromètre, il est nécessaire d'avoir un faisceau lumineux à 780 nm résonant avec les cavités optiques. Cependant, la durée de ces impulsions, de l'ordre de quelques microsecondes pour limiter la sélection en vitesse (cf. chapitre 3), est trop courte pour pouvoir asservir directement les cavités sur le laser à

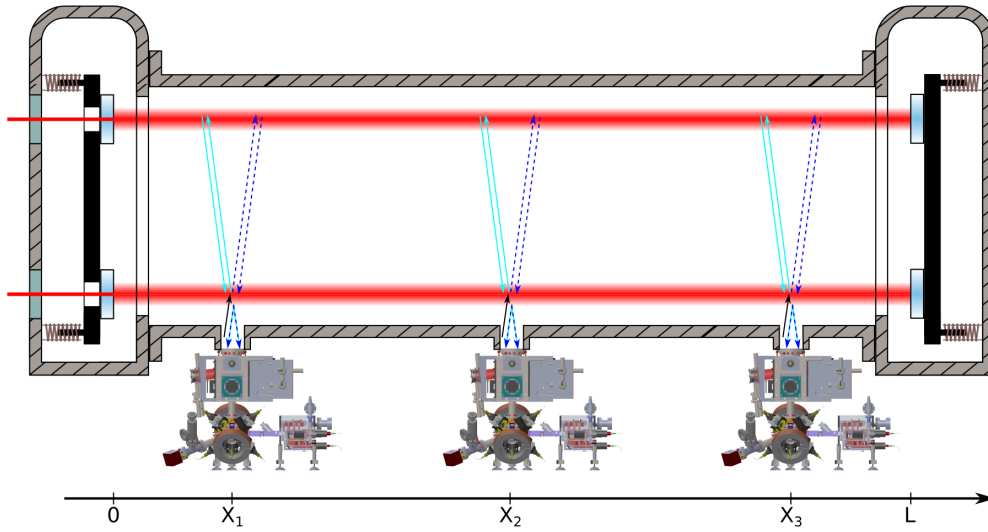


FIGURE 2.5 – Schéma de principe de l’antenne MIGA. Trois interféromètres en configuration fontaine sont interrogés simultanément par le champ résonnant dans des cavités optiques de longueur  $L = 200$  m. Ils sont placés à égale distance et espacés d’environ 100 m. On a représenté en gris hachuré l’enceinte à vide de l’expérience et en noir les supports des miroirs connectés au système de suspension.

780 nm. Un faisceau laser à 1560 nm sera donc utilisé comme lien optique afin de maintenir l’alignement des cavités et une partie de ce faisceau sera doublé en fréquence afin de générer les impulsions à 780 nm. Le schéma optique est présenté figure 2.6.

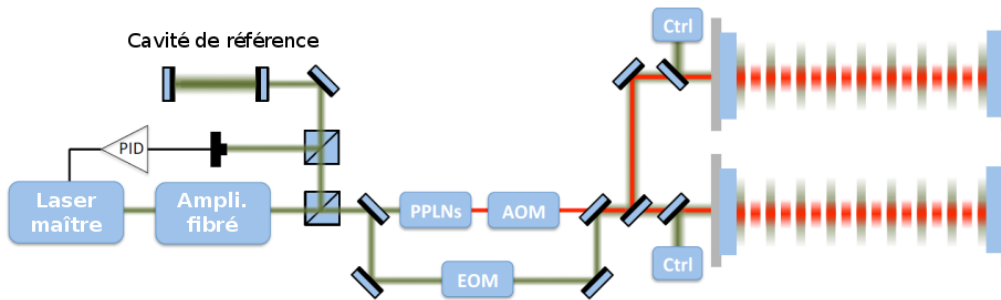


FIGURE 2.6 – Schéma des cavités et du système laser de l’antenne MIGA. Adapté de [38]. Les faisceaux à 1560 nm sont représentés en vert et ceux à 780 nm en rouge. Le laser maître à 1560 nm est asservi sur une cavité de référence ultra-stable et, après modulation par l’EOM, une première partie de ce signal est utilisée pour maintenir les cavités de l’antenne à résonance. Une seconde partie est doublée en fréquence à l’aide de cristaux PPLN et des impulsions sont générées avec un AOM.

Le laser maître, à 1560 nm, est stabilisé en fréquence à  $d\nu/\nu = 10^{-15} \text{ Hz}^{-1/2}$  à l’aide d’une cavité de référence ultra-stable (avec  $\nu$  la fréquence du laser). Une petite portion du faisceau à 1560 nm est utilisée pour asservir les cavités : les cavités sont maintenues

résonantes à l'aide de la méthode de Pound-Drever-Hall [40] et leur alignement longitudinal est conservé grâce à la méthode de Ward [41]. Les bandes latérales nécessaires pour mettre en place ces deux techniques sont générées avec un modulateur électro-optique (EOM pour *Electro-Optic Modulator*) avant que la lumière ne soit injectée dans les cavités. L'autre partie du faisceau à 1560 nm est doublée en fréquence à l'aide d'un cristal PPLN (*Periodically Pole Lithium Niobate*) afin d'obtenir le faisceau à 780 nm. Les impulsions sont générées avec un modulateur acousto-optique (AOM pour *Acousto-Optics Modulator*).

Les miroirs des deux cavités sont fixés sur le même support de chaque côté, à une distance verticale d'environ 30,6 cm afin d'obtenir un temps d'interrogation de l'ordre de 250 ms. Bien que le signal différentiel ait une sensibilité réduite au bruit sismique, il est tout de même nécessaire d'utiliser un système d'isolation anti-vibrations pour les supports de miroirs afin de limiter sa contribution au bruit de phase de chaque interféromètre à un niveau négligeable devant la contribution du bruit de projection quantique atomique (pour un flux de  $10^6$  atomes par seconde, le bruit de projection quantique atomique a une densité spectrale de puissance de  $1 \text{ (mrad)}^2/\text{Hz}$ ). La densité spectrale de puissance du bruit sismique affectant l'instrument dépend aussi directement des propriétés sismiques du site dans lequel il est installé, c'est pourquoi il est intéressant de construire MIGA dans un environnement très bas bruit comme le LSBB. Par ailleurs, un système de contrôle utilisant des bobines et des aimants permettra de déplacer les supports des cavités afin de maintenir l'alignement longitudinal et angulaire des miroirs.

### 2.2.2 L'environnement au LSBB

Le démonstrateur souterrain sera installé dans des tunnels creusés à cet effet, à 500 m de profondeur, au Laboratoire Souterrain Bas Bruit (LSBB) à Rustrel, en Provence. Ce laboratoire est situé dans le Parc Naturel Régional du Lubéron sous un massif karstique<sup>1</sup>. Il est issu du démantèlement d'un des postes de conduite de tir du système de missiles sol-sol de la force de dissuasion nucléaire française du plateau d'Albion. En 1997, ce site a été converti en laboratoire de recherche pluridisciplinaire. Cet environnement souterrain est situé loin de toute industrie lourde ou de toute activité humaine et présente un niveau de bruit extrêmement bas [42]. Le niveau de bruit sismique ambiant (mesuré pendant 24 heures, sans qu'il n'y ait d'évènement sismique majeur) avoisine la limite bas bruit du modèle de Peterson [43]. Ces performances ont été confirmées lors de mesures sur site avec un gravimètre atomique transportable [44]. Le LSBB est donc un lieu excellent pour accueillir l'expérience MIGA.

D'un point de vue géophysique, le LSBB est très intéressant car il couvre près de 54 ha du cinquième plus grand réservoir karstique mondial. Les galeries souterraines, longues de 4 km (cf. figure 2.7), donnent accès à de nombreux puits, chambres ou creux dans la roche. Cette configuration permet de mener des études sur la dynamique poro-élastique des milieux fracturés, sur des phénomènes de sismicité induite et d'endommagement interne des massifs rocheux ou encore sur le comportement des gaz et des fluides dans le réservoir [45]. Ces programmes scientifiques nécessitent l'usage de nombreux instruments de haute sensibilité, comme des sismomètres [46], des magnétomètres [47] et des gravimètres supra-

1. Un karst est une structure géologique formée par l'érosion par l'eau de roches solubles (comme des calcaires par exemple).

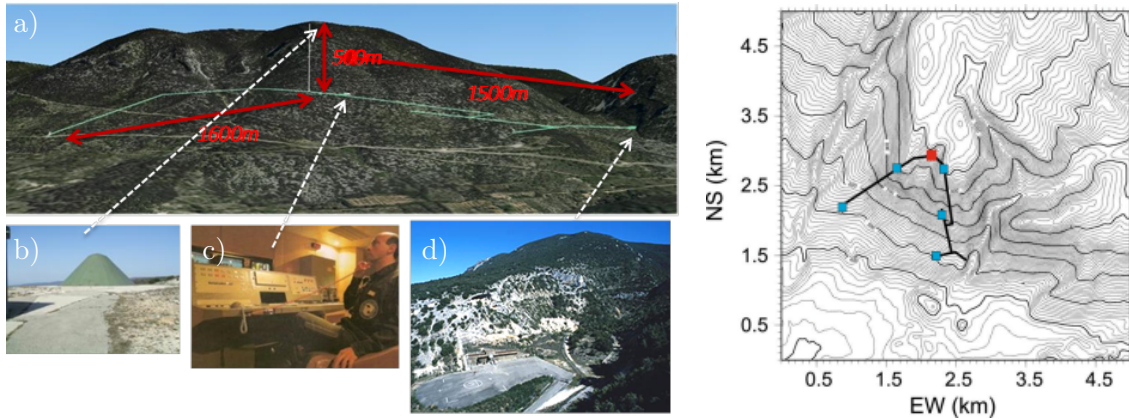


FIGURE 2.7 – À gauche : a) Les galeries du LSBB et la longueur des différentes branches. b) Photographie du sommet de la montagne et de l’antenne blindée prévue pour recevoir les ordres de lancement des missiles nucléaires. c) Salle de contrôle. d) Accès aux galeries. À droite : Carte topographique avec les galeries (en noir) et les stations permanentes installées à la surface (en rouge) ou dans les galeries (en bleu).

conducteurs [48], ou encore des gravimètres atomiques [44], qui sont étudiés ou développés au LSBB et dont les performances sont caractérisées et comparées. L’environnement géophysique du LSBB est relativement bien connu et les signaux obtenus par l’antenne MIGA pourront être comparés à ceux des autres instruments présents sur le site.

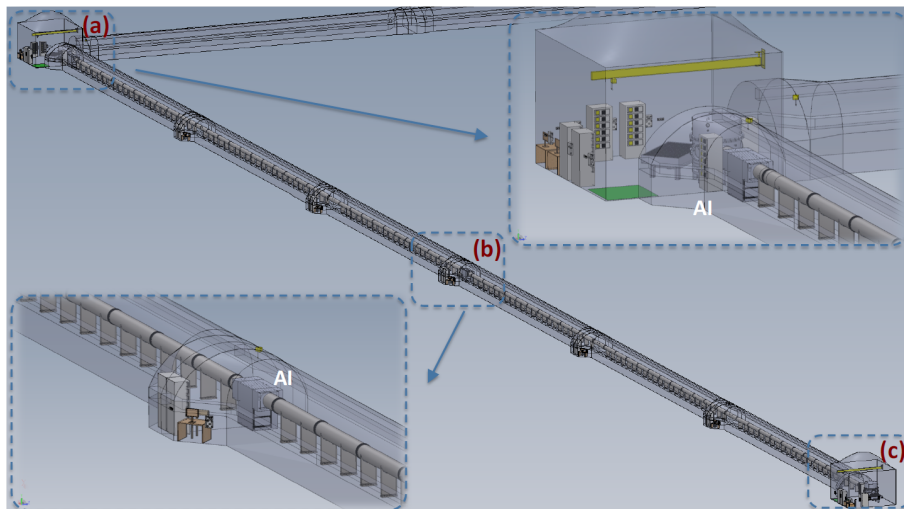


FIGURE 2.8 – Plan des galeries dédiées à l’antenne MIGA au LSBB. Les interféromètres atomiques du premier démonstrateur seront situés en (a), (b) et (c). Le système optique d’injection des cavités sera installé dans la zone (a).

De nouvelles galeries seront creusées pour héberger l’antenne MIGA. Il s’agit de deux tunnels perpendiculaires de 350 m de long et de 3,2 m de diamètre. Ils incluent aussi des chambres plus larges qui pourront contenir l’instrumentation (cf. figure 2.8). Toute cette

infrastructure abritera l'enceinte à vide, les sources d'atomes froids, les systèmes optiques d'injection des cavités ainsi que l'électronique de contrôle et les équipements d'acquisition de données. Dans la version initiale de l'antenne MIGA, trois interféromètres atomiques seront répartis à égale distance le long de la galerie (en (a), (b) et (c) sur la figure 2.8).

Cette architecture est compatible avec de futures améliorations. La deuxième galerie de 200 m de long pourra accueillir un second bras dans le but de faire des mesures à deux dimensions. Par ailleurs, des chambres supplémentaires sont creusées tous les 50 m afin de pouvoir ajouter d'autres interféromètres atomiques et d'augmenter la résolution spatiale de l'instrument.

## 2.3 Les expériences au LP2N

Dans le cadre du projet MIGA, deux expériences sont en cours de développement au LP2N : un gradiomètre de grande sensibilité et un accéléromètre en configuration de fontaine atomique interrogé dans des cavités horizontales. La seconde expérience est en cours de montage et est l'objet principal de cette thèse.

### 2.3.1 Le gradiomètre de haute sensibilité

Avant de mettre en place le démonstrateur souterrain à Rustrel, il est prévu de développer un prototype de gradiomètre au LP2N. Ce gradiomètre sera un banc de test pour l'antenne MIGA. Il servira notamment à tester l'élimination du bruit sismique en faisant des mesures d'accélération corrélées. Par ailleurs, il sera utilisé pour développer et caractériser les différents sous-systèmes de l'instrument comme les suspensions des miroirs de cavité et leur système de contrôle, les systèmes optiques d'injection ou encore les équipements d'acquisition de données.

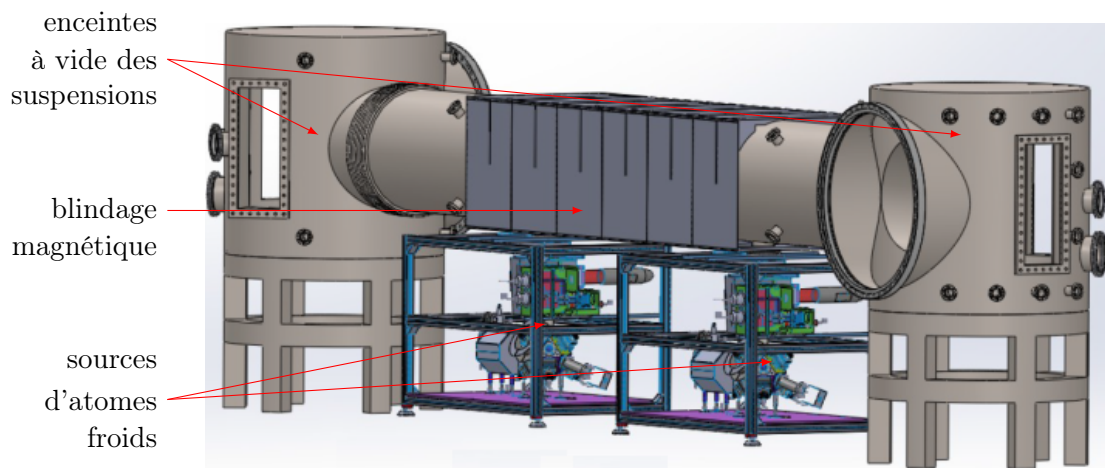


FIGURE 2.9 – Plan Solidworks du gradiomètre en cavités de 5 m de long où sont représentés les deux sources atomiques, le blindage magnétique et les enceintes à vide. Les miroirs des cavités sont suspendus dans les enceintes à vide des suspensions.

Le gradiomètre consiste en deux interféromètres atomiques interrogés simultanément

par le champ résonant dans des cavités optiques de 5 mètres de long. Un plan du dispositif expérimental est présenté figure 2.9. On y voit les deux sources d'atomes froids (qui sont développées au SYRTE à Paris), une partie du blindage magnétique (non représenté autour des sources pour plus de lisibilité), le tube où passent les faisceaux laser des cavités et les enceintes à vide des suspensions.

### 2.3.2 L'accéléromètre horizontal en cavités

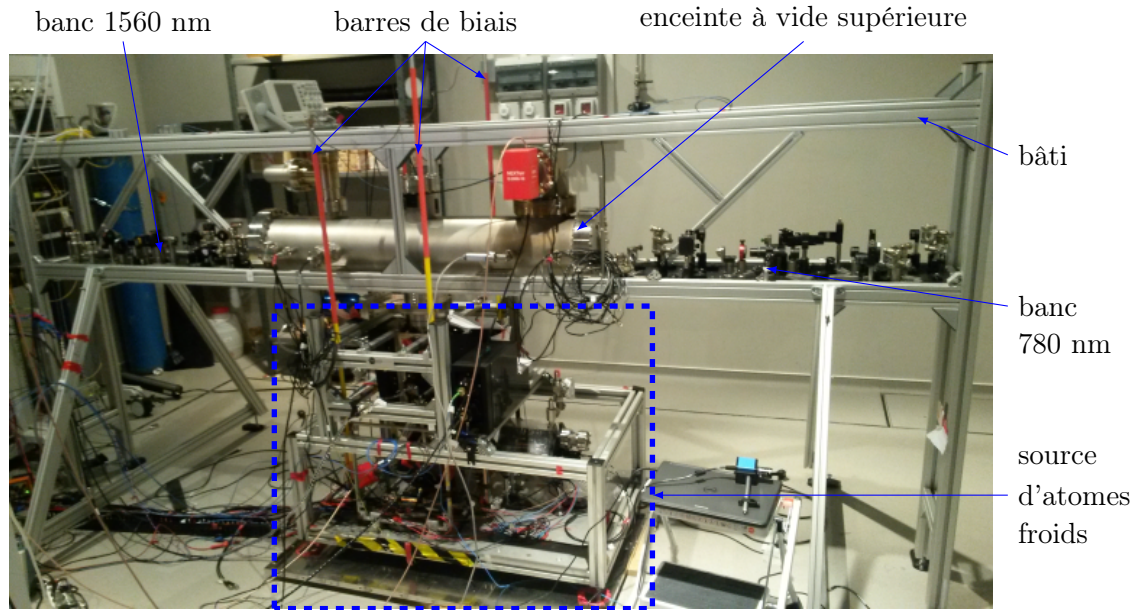


FIGURE 2.10 – Photographie de l'expérience préliminaire en cours d'assemblage. Les atomes froids de la source sont lancés quasi verticalement vers l'enceinte à vide supérieure, dans laquelle sont fixées les cavités optiques utilisées pour générer les impulsions de l'interféromètre. On voit aussi les bancs optiques à 1560 nm et à 780 nm utilisés pour générer les impulsions résonantes avec les cavités. Les blindages magnétiques ne sont pas encore montés.

Le premier objectif du projet MIGA est de développer un accéléromètre horizontal dans une configuration de fontaine atomique interrogé dans des cavités optiques de 80 cm de long. Une photographie de l'instrument en cours de montage est présentée figure 2.10. Cette expérience a pour but de tester l'utilisation de résonateurs optiques afin d'obtenir la puissance nécessaire à la réalisation des transitions de Bragg d'ordre élevé.

Ce prototype permettra aussi de caractériser les sources d'atomes froids qui seront semblables sur le gradiomètre ainsi que sur l'antenne souterraine et de mettre au point un système de cavités optiques simultanément résonantes à 1560 nm et à 780 nm. Du fait de la longueur relativement courte de ces résonateurs et des contraintes sur le diamètre du faisceau imposées par l'interférométrie atomique (le faisceau doit être suffisamment large pour pouvoir interroger le nuage atomique), ce système de cavités optiques est complexe et a nécessité une étude approfondie, comme on le verra aux chapitres 4 et 5.

## Chapitre 3

# Processus d'interférométrie dans MIGA

L'interférométrie est une technique de mesure de précision fréquemment utilisée en physique dans laquelle deux ondes cohérentes sont superposées. La grandeur que l'on désire mesurer induit un déphasage entre ces deux ondes qui vont alors interférer. À partir des franges d'interférences, on peut remonter à la valeur du déphasage et donc de la grandeur mesurée. Historiquement, c'est l'interférométrie optique qui a été développée en premier. Des interférences lumineuses ont été observées pour la première fois par R. Boyle et par R. Hooke au XVII<sup>ème</sup> siècle. Le dispositif expérimental était composé d'une lentille sphérique posée sur une lame de verre plane et permettait de faire apparaître des anneaux concentriques [49]. Ceux-ci furent appelés plus tard *anneaux de Newton*.

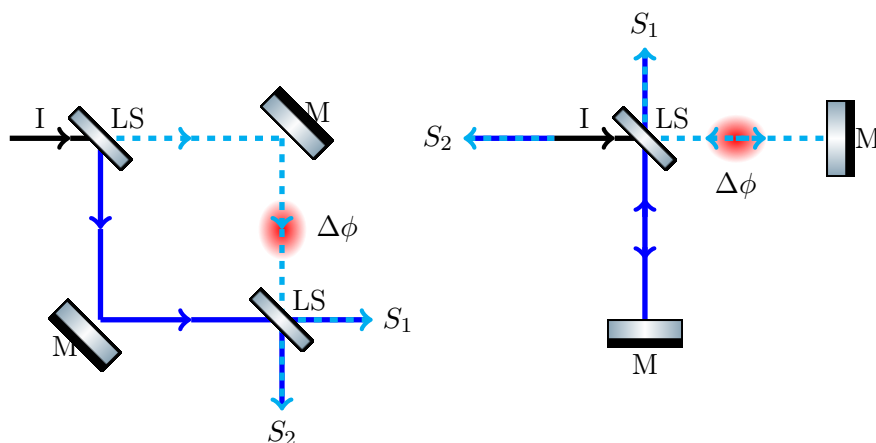


FIGURE 3.1 – À gauche : interféromètre de Mach-Zehnder. À droite : interféromètre de Michelson et Morley. Les initiales  $LS$ ,  $M$ ,  $I$  et  $S_{1,2}$  désignent respectivement une lame séparatrice, un miroir, l'entrée et une des deux sorties de l'interféromètre. Les deux bras (représentés respectivement en traits pleins et en traits pointillés) sont séparés spatialement et il est donc possible d'appliquer une perturbation  $\Delta\phi$  sur un seul des deux chemins.

En 1801, T. Young a observé la figure d'interférence produite en éclairant deux fentes

finies avec la même source lumineuse et a ainsi démontré le caractère ondulatoire de la lumière. Ce n'est qu'à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle qu'apparurent les interféromètres à division d'amplitude : l'interféromètre de A.A. Michelson et E.W. Morley (1881) et les interféromètres de L. Mach (1891) et L. Zehnder (1892). L'interféromètre de Mach-Zehnder est une version "dépliée" de l'interféromètre de Michelson et Morley (cf. figure 3.1). Ces interféromètres sont dits à division d'amplitude par opposition aux interféromètres à division du front d'onde comme les fentes d'Young : la totalité du faisceau en entrée est séparée par des lames séparatrices en deux états de propagation différents. L'interféromètre de Michelson et Morley a été utilisé notamment pour mesurer l'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide et réfuter les théories de l'éther luminifère [50, 51] et l'interféromètre de Mach-Zehnder a servi à mesurer l'effet Sagnac au début du XX<sup>ème</sup> siècle [52].

### 3.1 Interférométrie atomique

En 1924, Louis de Broglie fit l'hypothèse qu'à toute particule matérielle est associée une onde de matière [53] dont la longueur d'onde  $\lambda_B$  est donnée par :

$$\lambda_B = \frac{h}{p} \quad (3.1)$$

où  $h$  est la constante de Planck et  $p$  est la quantité de mouvement de la particule. Cette théorie fut confirmée en 1927 par les expériences de C. Davisson et H. Germer sur la diffraction d'électrons par un cristal de nickel [54]. Une expérience similaire fut effectuée en 1929 par I. Estermann et O. Stern avec des atomes de lithium et un cristal de fluorure de lithium [55]. La possibilité de diffracter des ondes de matière a ouvert la voie à une nouvelle discipline : l'interférométrie à ondes de matière.

Les premiers interféromètres à ondes de matière ont été produits dans les années 50 avec des électrons [56, 57], puis avec des neutrons dans les années 70 [58]. Bien que le concept d'un interféromètre atomique ait été breveté en 1973 par Altshuler et Franz [59], les premiers projets d'interférométrie atomique [60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67] ne furent publiés qu'à la fin des années 80. En effet, en raison de la masse élevée des atomes comparée à celle des électrons ou même des neutrons, leur distribution en vitesse doit être filtrée pour ne garder qu'une classe de vitesses étroite afin que leur longueur d'onde de de Broglie thermique soit suffisamment élevée pour pouvoir mettre en évidence leur comportement ondulatoire. Les techniques de piégeage et de refroidissement laser couramment utilisées de nos jours furent développées de la fin des années 70 jusqu'aux années 90 [68, 69, 70, 71, 72]. La démonstration d'un interféromètre atomique utilisant un jet de sodium et des réseaux nano-structurés a été faite en 1991 [73], suivie peu après par la réalisation du premier interféromètre à atomes froids utilisant des transitions Raman [67, 74, 75].

L'interférométrie atomique présente de nombreux intérêts. Tout d'abord, les ondes de matière se propagent beaucoup plus lentement que la vitesse de la lumière. Elles passent donc un temps relativement long dans l'interféromètre et augmentent la sensibilité de celui-ci vis-à-vis des éventuelles interactions auxquelles les particules sont soumises. Par ailleurs, les atomes peuvent être manipulés avec des faisceaux laser dont la fréquence peut être mesurée avec une exactitude de l'ordre de  $10^{-15}$ , ce qui permet des mesures bien plus précises



qu'avec les cristaux ou les structures mécaniques utilisés dans les interféromètres à électrons ou à neutrons. Une revue assez complète de différentes expériences d'interférométrie atomique pourra être trouvée par exemple dans [76].

### 3.1.1 Principe de fonctionnement d'un interféromètre atomique

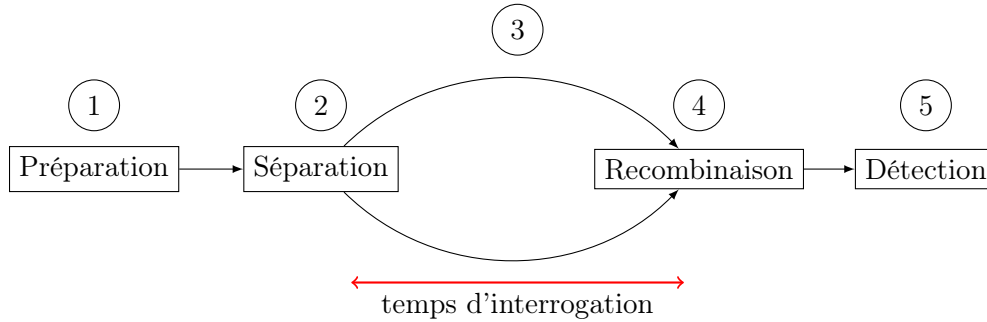


FIGURE 3.2 – Principe de fonctionnement d'un interféromètre atomique.

Le principe de fonctionnement d'un interféromètre atomique, présenté figure 3.2 est analogue à celui d'un interféromètre optique. Les atomes sont d'abord préparés dans le bon état initial (noté |1>) (1), puis les fonctions d'ondes correspondantes sont séparées de façon cohérente (2). Durant le temps d'interrogation, les paquets d'onde se propagent librement selon deux (ou plus) chemins distincts, pouvant ainsi accumuler des phases différentes (3). Ensuite, on recombine ces composants de façon cohérente (4) et enfin, on détecte le déphasage en sortie de l'interféromètre (5).

Les étapes de séparation (2) et de recombinaison (4) cohérentes sont cruciales et peuvent être réalisées de différentes façons. On peut, par exemple, utiliser des réseaux de diffraction matériels nano-structurés [73, 77, 78] ou bien des réseaux optiques [79, 80], ou encore des transitions Raman [67]. De nos jours, il est possible de fabriquer des réseaux nano-structurés avec des motifs arbitraires et ceux-ci peuvent diffracter n'importe quel atome [76] (ou molécule [81]). Les réseaux optiques sont généralement des ondes stationnaires dont la fréquence est proche de celle d'une transition atomique. Ceux-ci ne fonctionnent donc que pour une espèce atomique en particulier. Cependant, comme ils laissent passer tous les atomes, ils sont plus efficaces que les réseaux matériels, et comme la fréquence des lasers utilisés est définie avec une exactitude de l'ordre de  $10^{-15}$ , ils permettent des mesures plus précises qu'avec des nano-structures. De plus, et c'est leur plus grand avantage, les réseaux optiques peuvent être facilement allumés et éteints ce qui permet de contrôler le temps d'interaction avec les atomes et donc de mieux définir le facteur d'échelle de la mesure. Ceci s'applique aussi aux transitions Raman qui sont actuellement couramment utilisées. Les transitions Raman, contrairement aux réseaux matériels ou optiques, permettent de corrélérer l'état externe des atomes avec leur état interne [65]. La détection en sortie de l'interféromètre en est ainsi facilitée. En revanche, ces transitions nécessitent deux fréquences laser différentes et stables en phase l'une par rapport à l'autre et sont donc un peu plus complexes à mettre en place que les réseaux optiques.

Après l'étape de recombinaison, l'atome est dans une superposition cohérente d'états,

notés  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ , chaque état correspondant à une sortie de l'interféromètre. De même que pour leurs analogues optiques, on peut observer des franges en sortie des interféromètres atomiques : la probabilité  $P$  que l'atome soit projeté dans l'état  $|2\rangle$  (ou la probabilité  $P - 1$  qu'il soit projeté dans l'état  $|1\rangle$ ) oscille en fonction de la différence de phase entre les deux chemins de propagation. Si l'on utilise des transitions Raman, les deux états possibles en sortie sont  $|1\rangle = |f, \vec{p}\rangle$  et  $|2\rangle = |e, \vec{p}'\rangle$  où  $f$  et  $e$  correspondent aux états internes "fondamental" et "excité" et où  $\vec{p}$  et  $\vec{p}'$  sont les impulsions des atomes. On peut alors faire directement une détection par spectroscopie sur les états internes. Si les séparatrices ne changent que la trajectoire des atomes sans modifier leur état interne (comme c'est le cas pour les réseaux matériels ou pour les réseaux optiques),  $|1\rangle = |f, \vec{p}\rangle$  et  $|2\rangle = |f, \vec{p}'\rangle$ . La détection est alors plus complexe. On peut attendre que les deux bras soient suffisamment séparés spatialement pour pouvoir compter le nombre d'atomes projetés dans chacun d'entre eux avec une caméra CCD par exemple. Sinon, on peut effectuer une impulsion Raman juste en sortie de l'interféromètre pour transférer les atomes de  $|f, \vec{p}'\rangle$  dans  $|e, \vec{p}\rangle$  et faire une détection sur les états internes.

Les interféromètres atomiques ont été utilisés pour de multiples applications allant d'études fondamentales de physique quantique jusqu'à la navigation inertielle. En raison de leur extrême sensibilité, ils sont particulièrement intéressants pour effectuer des mesures de précision : les capteurs inertiels comme les gravimètres [82, 83] ou les gyroscopes [84, 85, 86] basés sur ces technologies sont très performants. Des expériences d'interférométrie atomique ont par exemple permis de mesurer la constante de Newton  $G$  dans une configuration de gradiomètre à gravité [87, 88], de tester le principe d'équivalence d'Einstein [89, 90, 91], ou encore d'évaluer la constante de structure fine [92].

## 3.2 Architecture des interféromètres dans MIGA

Dans le cadre du projet MIGA, on propose de mesurer localement le champ gravitationnel dans la direction horizontale avec un ensemble d'interféromètres atomiques. Nous avons choisi d'utiliser des interféromètres analogues à un interféromètre de Mach-Zehnder optique. Une mélasse d'atomes de rubidium 87 est lancée quasi verticalement puis est diffractée 3 fois par des réseaux optiques épais (appelés aussi réseaux de Bragg) pulsés à l'intérieur de cavités optiques. Ces réseaux pourront être utilisés à terme pour effectuer des transitions de Bragg d'ordre élevé. Dans un premier temps, nous détaillerons le fonctionnement d'un interféromètre de Mach-Zehnder atomique puis nous expliquerons comment des transitions de Bragg d'ordre élevé nous permettront d'augmenter la sensibilité de nos interféromètres. La diffraction de l'onde de matière par un réseau de Bragg sera expliquée en détail section 3.3, de même que l'intérêt d'utiliser des résonateurs optiques pour générer ces réseaux.

### 3.2.1 Interféromètre de Mach-Zehnder en configuration fontaine

L'interféromètre de Mach-Zehnder atomique est construit par le passage d'une onde de matière par trois réseaux lumineux : une première séparatrice pour ouvrir l'interféromètre, un miroir et une dernière séparatrice pour superposer les ondes provenant des deux chemins.

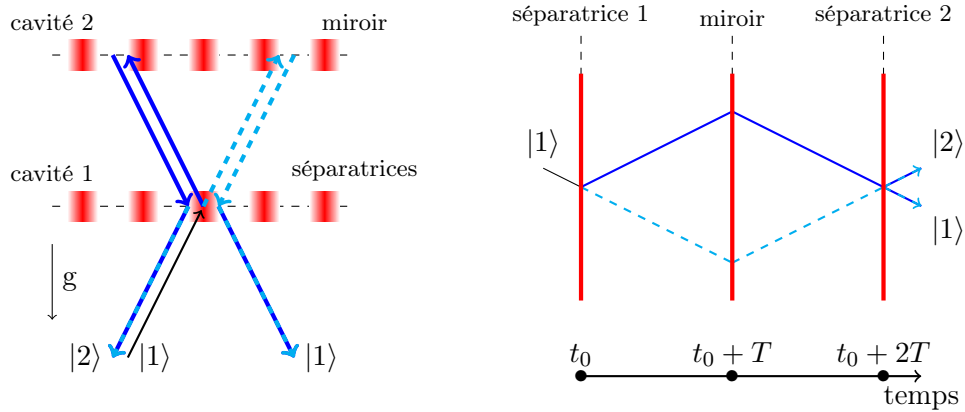


FIGURE 3.3 – Schémas de l’interféromètre dans le domaine spatial (à gauche) et dans le domaine temporel (à droite). La ligne bleue foncée correspond au chemin  $A$  et celle pointillée, bleu ciel au chemin  $B$  de l’interféromètre atomique. Les atomes entrent dans l’état initial  $|1\rangle$  et en sortie de l’interféromètre, ils sont dans une superposition cohérente sur les états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ .  $t_0$  est l’instant de la première impulsion laser et  $T$  est la durée entre deux impulsions laser, elle est déterminée par la distance entre les deux cavités.

Dans le cas des accéléromètres utilisés pour le projet MIGA, les atomes sont lancés presque verticalement (cf. figure 3.3). Lorsqu’ils atteignent la première cavité, on effectue une première impulsion lumineuse pour ouvrir l’interféromètre. Au sommet de leur parabole, ils subissent une seconde impulsion laser en cavité qui inverse les vitesses horizontales sur chaque trajectoire, ce qui est analogue cette fois à un miroir optique. Enfin, lorsqu’ils croisent de nouveau la première cavité, on effectue une dernière impulsion pour fermer l’interféromètre.

### Probabilité de transition

Si on note  $|1\rangle$  l’état initial des atomes, la probabilité de transition  $P$  dans l’état  $|2\rangle$  en sortie de l’interféromètre est donnée par :

$$P(\Phi) = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = P_0 - \frac{C}{2} \cos(\Phi) \quad (3.2)$$

où  $\Phi$  est le déphasage total entre les deux bras de l’interféromètre,  $N_1$  est le nombre d’atomes projeté à la sortie dans l’état  $|1\rangle$  et  $N_2$  est le nombre d’atomes projetés à la sortie dans l’état  $|2\rangle$ .  $P_0$  est un offset et  $C$  est le contraste des franges d’interférences.

### Diffraction de l’onde de matière par un réseau

Pour générer les “séparatrices” et les “miroirs” de l’interféromètre atomique, on peut diffracter l’onde de matière avec des nano-réseaux matériels [57, 73, 93], avec des fentes d’Young [94] ou encore à l’aide d’ondes lumineuses stationnaires [95, 96, 97].

Pour décrire la diffraction de l’onde par un réseau, qu’il s’agisse d’un réseau optique ou nano-structuré, on utilise le modèle de l’onde plane. L’onde de matière incidente à la

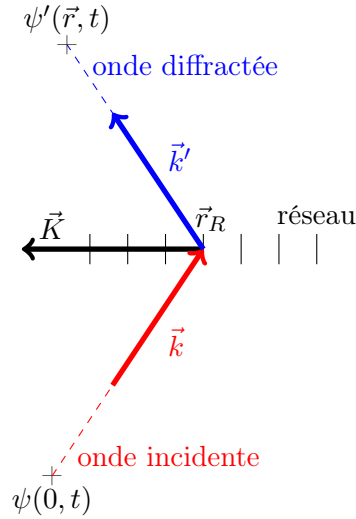


FIGURE 3.4 – Diffraction d'une onde par un réseau de vecteur de diffraction  $\vec{K}$ . L'onde incidente a un vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Après la diffraction supposée purement élastique, le vecteur d'onde devient  $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{K}$ . On note  $\psi(0, t)$  la fonction d'onde à l'origine spatiale avant diffraction et à l'instant  $t$  et  $\psi(\vec{r}, t)$  la fonction d'onde après diffraction à la position  $\vec{r} = (x, y, z)$ .

position  $\vec{r} = (x, y, z)$  et à l'instant  $t$  est décrite par la fonction d'onde  $\psi(\vec{r}, t) = \psi_0 \exp(i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0))$  avec  $\phi_0$  la phase aux origines spatiale et temporelle (on prendra par la suite  $\phi_0 = 0$ ),  $\vec{k}$  le vecteur d'onde et  $\omega$  la pulsation. Le vecteur d'onde est directement relié à l'impulsion  $\vec{p}$  de la particule :  $\hbar \vec{k} = \vec{p}$  où  $\hbar$  est la constante de Planck réduite. La pulsation  $\omega$  peut s'exprimer en fonction de  $k$  ou de la longueur d'onde de de Broglie  $\lambda_B$  et de la masse de l'atome  $m$  :

$$\omega = \frac{\hbar k^2}{2m} = \left( \frac{2\pi}{\lambda_B} \right)^2 \frac{\hbar}{2m} \quad (3.3)$$

Comme il y a conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie interne des atomes, le processus de diffraction est élastique et le module du vecteur d'onde  $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{K}$  de l'onde diffractée est égal au module du vecteur d'onde incident  $\vec{k}$ , avec  $\vec{K}$  le vecteur de diffraction du réseau. La fonction de l'onde diffractée  $\psi'(\vec{r}, t)$  s'écrit :

$$\psi'(\vec{r}, t) = \alpha \psi_0 \exp(i(\omega t + \phi'(\vec{r}))) \quad (3.4)$$

où  $\alpha$  est l'amplitude de diffraction associée au réseau et où  $\phi'(\vec{r})$  est le déphasage de l'onde diffractée à la position  $\vec{r}$  par rapport à la phase à l'origine spatiale. Le déphasage  $\phi'(\vec{r})$  est la somme de deux contributions : le déphasage  $\phi_1(\vec{r}_R) = -\vec{k} \cdot \vec{r}_R$  dû à la propagation de l'onde de matière incidente depuis sa source placée à l'origine jusqu'au point de diffraction  $\vec{r}_R = (x_R, y_R, z_R)$  (cf. figure 3.4), et le déphasage  $\phi_2(\vec{r} - \vec{r}_R) = -\vec{k}' \cdot (\vec{r} - \vec{r}_R)$  dû la propagation de l'onde de matière diffractée entre la position  $\vec{r}_R$  et la position  $\vec{r}$ . Le déphasage total  $\phi'(\vec{r})$  vaut donc :

$$\phi'(\vec{r}) = \phi_1(\vec{r}_R) + \phi_2(\vec{r} - \vec{r}_R) = (\vec{k}' - \vec{k}) \cdot \vec{r}_R - \vec{k}' \cdot \vec{r} \quad (3.5)$$

En remplaçant  $\vec{k}'$  par  $\vec{k} + \vec{K}$ , la fonction de l'onde diffractée devient :

$$\psi'(\vec{r}, t) = \alpha\psi_0 \exp(i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})) \exp(-i\vec{K} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_R)) = \alpha\psi(\vec{r}, t) \exp(-i\vec{K} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_R)) \quad (3.6)$$

### Signal en sortie de l'interféromètre sur MIGA

Les interféromètres de MIGA utilisent des réseaux optiques formés par des ondes lumineuses stationnaires. La diffraction de l'onde de matière peut alors être vue comme l'absorption et l'émission de  $n$  photons d'impulsion  $\hbar k_R$  dans la direction de l'onde stationnaire de longueur d'onde  $\lambda$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}_R$ , où  $k_R = 2\pi/\lambda$ . Le vecteur de diffraction du réseau devient  $\vec{K} = 2n\vec{k}_r$  et la fonction d'onde de l'onde de matière diffractée s'écrit :

$$\psi'(\vec{r}, t) = \alpha(n)\psi(\vec{r}, t) \exp(-i(2n\vec{k}_R) \cdot (\vec{r} - \vec{r}_R)) \quad (3.7)$$

où  $\alpha(n)$  est l'amplitude de diffraction lorsque les atomes acquièrent la quantité de mouvement de  $n$  photons.

Si l'on considère uniquement la sortie  $|2\rangle$ , la fonction de l'onde résultante est la somme des deux ondes  $\psi_A$  et  $\psi_B$  qui correspondent aux chemins  $A$  et  $B$  définis figure 3.3 :

$$\psi_A(\vec{r}, t) = \alpha_1(n)\alpha_2(-n)\alpha_3(0)\psi(\vec{r}, t)e^{-2ni\hbar[\vec{k}_{R1} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{R1}) - \vec{k}_{R2} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{R2})]} \quad (3.8)$$

$$\psi_B(\vec{r}, t) = \alpha_1(0)\alpha_2(n)\alpha_3(-n)\psi(\vec{r}, t)e^{-2ni\hbar[-\vec{k}_{R2} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{R2}) + \vec{k}_{R3} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_{R3})]} \quad (3.9)$$

où les indices 1, 2 et 3 correspondent à chacun des trois réseaux de diffraction utilisés.

On suppose que  $\psi(\vec{r}, t)$  est unitaire, et en posant  $\phi_A = 2n\hbar[\vec{k}_{R1} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_1) - \vec{k}_{R2} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_2)]$  et  $\phi_B = 2n\hbar[-\vec{k}_{R2} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_2) + \vec{k}_{R3} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_3)]$ , le déphasage en sortie de l'interféromètre vaut :

$$\Phi = \phi_A - \phi_B = 2n\hbar[\vec{k}_{R1} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_1) - 2\vec{k}_{R2} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_2) + \vec{k}_{R3} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_3)] \quad (3.10)$$

En posant  $\phi_i = 2n\hbar[\vec{k}_{Ri} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_i)]$  (avec  $i = 1, 2, 3$ ) le déphasage "imprimé" sur l'onde de matière à chaque impulsion laser, le déphasage en sortie de l'interféromètre devient :

$$\Phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 \quad (3.11)$$

### Balayage des franges

La sensibilité au déphasage  $\Phi$  est maximale là où la pente de la probabilité de transition mesurée  $P$  est la plus élevée, c'est-à-dire à mi-frange. Pour se placer dans cette configuration, on balaye les franges en sortie de l'interféromètre.

On peut décomposer le déphasage en sortie de l'interféromètre en deux termes :

$$\phi_A - \phi_B = \delta\vec{k} \cdot \vec{r} - \phi_d \quad (3.12)$$

Le terme  $\delta\vec{k}$  correspond à la différence entre les vecteurs d'onde des ondes  $\psi_A$  et  $\psi_B$  :

$$\delta\vec{k} = 2n(\vec{k}_{R1} - 2\vec{k}_{R2} + \vec{k}_{R3}) \quad (3.13)$$

Le terme  $\phi_d$  quant à lui ne dépend que de la position des réseaux de diffraction par rapport à l'onde de matière :

$$\phi_d = 2n(\vec{k}_{R1} \cdot \vec{r}_1 - 2\vec{k}_{R2} \cdot \vec{r}_2 + \vec{k}_{R3} \cdot \vec{r}_3) \quad (3.14)$$

Idéalement, les trois réseaux sont parfaitement parallèles et ont les mêmes caractéristiques optiques. On a ainsi  $\vec{k}_{R1} = \vec{k}_{R2} = \vec{k}_{R3} = \vec{k}_R$  et  $\delta\vec{k} = 0$ . Le déphasage ne dépend plus que de la position des réseaux selon l'axe de la cavité  $0x$  :

$$\phi_d = 2nk_R(x_1 - 2x_2 + x_3) \quad (3.15)$$

Pour balayer les franges, il suffit alors de translater un des miroirs d'une cavité servant à réaliser une des ondes stationnaires.

### 3.2.2 Intérêt des transitions de Bragg d'ordre élevé

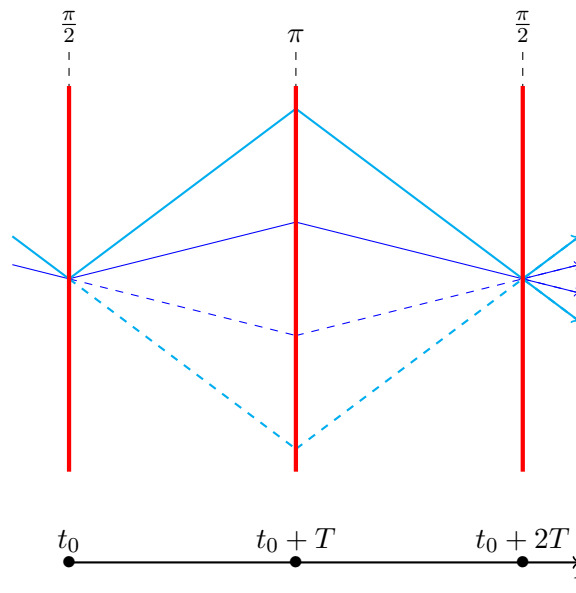


FIGURE 3.5 – Interféromètres de Mach-Zehnder dans le domaine temporel. L'interféromètre représenté en bleu foncé utilise des transitions de Bragg d'ordre 1 tandis que l'interféromètre en bleu clair utilise des transitions d'ordre  $n$ .

La figure 3.5 représente deux interféromètres de Mach-Zehnder dans le domaine temporel, l'un avec des transitions de Bragg d'ordre 1 et l'autre avec des transitions d'ordre  $n$ . Les transitions d'ordre  $n$  transfèrent une quantité de mouvement aux atomes  $n$  fois supérieure aux transitions d'ordre 1 et par conséquent le déphasage "imprimé" sur l'onde de matière est  $n$  fois plus grand. On retrouve le résultat de l'équation 3.10 où le déphasage en sortie de l'interféromètre est proportionnel à l'ordre de diffraction des transitions de Bragg. Cela équivaut à une sensibilité augmentée d'un facteur  $n$ .

Par exemple, si on fait l'hypothèse que les réseaux optiques sont parfaitement parallèles et qu'ils ont les mêmes caractéristiques optiques, on peut se contenter de considérer le déphasage  $\phi_d$  présenté à l'équation 3.15. Si le référentiel des lasers est soumis à une accélération constante  $\vec{a}$  dans la direction des réseaux optiques, le déphasage  $\phi_d$  s'écrit alors :

$$\phi_d = 2n\hbar k_R \left( \frac{at_0^2}{2} - a(t_0 + T)^2 + \frac{a(t_0 + 2T)^2}{2} \right) \quad (3.16)$$

Le déphasage induit par une accélération constante  $a$  parallèle aux réseaux optiques vaut donc :

$$\phi_d = 2n\hbar k_R a T^2 \quad (3.17)$$

### 3.3 Diffraction de l'onde de matière par un réseau de Bragg

Dans notre interféromètre, les atomes sont diffractés par trois ondes lumineuses stationnaires pulsées, dont la longueur d'onde est proche d'une transition atomique du  $^{87}\text{Rb}$ . Ces réseaux sont formés par le champ résonant dans une cavité optique. Pour générer nos séparatrices et notre miroir à onde de matière, on utilise la diffraction de Bragg. Dans la section précédente, on a traité des déphasages imprimés sur l'onde de matière lorsqu'elle est diffractée par un réseau optique. Dans cette section, on présente la condition de Bragg et le calcul de l'amplitude de probabilité de diffraction de l'onde de matière en fonction du temps dans le cas d'une transition d'ordre 1 puis dans le cas d'une transition d'ordre  $n$ . Enfin, on explique comment générer une séparatrice ou un miroir à onde de matière en ajustant la durée de l'impulsion laser. Une application numérique pour le  $^{87}\text{Rb}$  démontre le besoin de puissance pour la réalisation de transitions de Bragg d'ordre élevé.

#### 3.3.1 Diffraction de Bragg

Dans notre cas, les nœuds et les ventres de l'onde lumineuse stationnaire forment un réseau dont les plans sont espacés de  $d = \lambda/2$ , avec  $\lambda$  la longueur d'onde du laser. Comme avec un réseau cristallin [98, 99], l'onde de matière doit respecter la condition de Bragg afin que l'intensité de l'onde diffractée soit maximale :

$$2d \sin \theta_B = n\lambda_B \quad (3.18)$$

$\theta_B$  est l'angle entre le plan diffractant et le vecteur de l'onde de matière incidente  $\vec{k}$  (cf. figure 3.6). On l'appelle angle de Bragg.

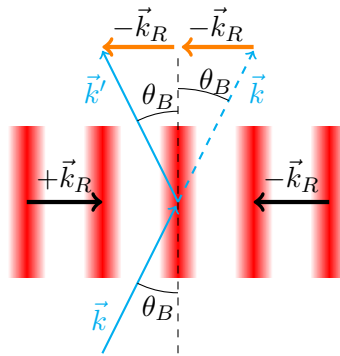


FIGURE 3.6 – Diffraction de Bragg d'ordre 1.  $\vec{k}$  et  $\vec{k}'$  sont les vecteurs d'onde des ondes de matière incidentes et diffractées,  $\vec{k}_R$  est le vecteur d'onde du réseau optique et  $\theta_B$  est l'angle de Bragg.

Si on considère un atome comme une particule, et plus comme une onde, on peut voir la diffraction de Bragg comme l'impulsion de recul acquise par cet atome lors de l'absorption

de  $n$  photons du faisceau laser se propageant dans une direction puis lors de l'émission stimulée de ces photons dans l'onde lumineuse contra-propageante. L'atome reste dans le même état interne et son impulsion après diffraction vaut :

$$\hbar\vec{k}' = \hbar\vec{k} \pm n\hbar(-\vec{k}_R) \mp n\hbar\vec{k}_R = \hbar\vec{k} \mp 2n\hbar\vec{k}_R \quad (3.19)$$

Comme l'énergie cinétique de l'atome est conservée au cours du processus, la diffraction n'est possible que si l'atome entre dans l'onde lumineuse stationnaire avec une impulsion  $\vec{p} = \pm n\hbar\vec{k}_R$  dans la direction du faisceau. Cela équivaut à entrer dans le réseau avec un angle  $\theta_B$  tel que :

$$\sin \theta_B = n \frac{k_R}{k} = n \frac{\lambda_B}{\lambda} \quad (3.20)$$

On retrouve bien la condition de Bragg.

### Régime de Kapitza-Dirac et régime de Bragg

Dans le cas de la diffraction d'atomes de masse  $m$  traversant une onde lumineuse stationnaire constante à la vitesse  $v$ , on peut distinguer deux types de régimes. Si le faisceau laser est très focalisé, on est dans le régime de Kapitza-Dirac [100] : l'incertitude sur la direction des photons est grande et on peut donc coupler des atomes avec différentes vitesses transverses et on obtient un grand nombre d'ordres de diffraction (cf. figure 3.7). Pour n'avoir qu'un seul ordre de diffraction à la fois, il faut que le rayon au col du faisceau soit large afin que les photons soient très collimatés. On est alors dans le régime de Bragg. Pour réaliser un interféromètre de Mach-Zehnder, on privilégiera le régime de Bragg.

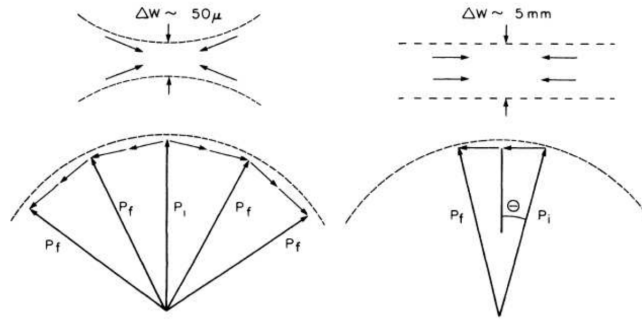


FIGURE 3.7 – Figure tirée de [64]. Comparaison des diffractions de Kapitza-Dirac (à gauche) et de Bragg (à droite). Dans le cas du régime de Kapitza-Dirac, le faisceau est très focalisé et il y a une grande incertitude sur la direction des photons, ce qui permet à beaucoup d'états finaux externes d'impulsion  $p_f$  de remplir la condition de conservation de l'énergie. La diffraction de Bragg nécessite un faisceau avec un rayon au col élevé afin que les photons soient collimatés. Dans ce cas, le seul processus qui conserve l'énergie et l'impulsion est la diffraction de Bragg.

Pour que l'incertitude sur la direction des photons soit suffisamment faible et que seul le régime de Bragg soit autorisé, il faut que le demi angle de divergence du faisceau  $\theta_L$  soit inférieur à l'angle de Bragg  $\theta_B$ . Si l'on considère que l'on a un faisceau gaussien faiblement



divergent, l'angle  $\theta_L$  s'écrit :

$$\theta_L = \frac{\lambda}{2\pi w_0} \quad (3.21)$$

Avec  $w_0$  le rayon gaussien du faisceau au niveau du col. L'angle de Bragg, pour de petits angles vaut :

$$\theta_B = \frac{n\lambda_B}{\lambda} = \frac{2\pi n\hbar}{\lambda m v} \quad (3.22)$$

Cela impose une condition sur  $w_0$  pour être dans le régime de Bragg :

$$w_0 > \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \frac{m v}{n\hbar} \quad (3.23)$$

Cette condition peut être exprimée en faisant intervenir le temps de traversée des atomes  $\tau = w_0/v$  et l'énergie de recul  $\hbar\omega_r$  :

$$\tau > \frac{1}{2n\omega_r} \quad (3.24)$$

Dans le cas où les atomes sont lents et où l'onde laser est pulsée, cette relation reste valable pour une impulsion de durée  $\tau$ . Si l'impulsion est plus longue que la durée limite  $\tau_{\text{lim}} = 1/(2n\omega_r)$ , on est dans le régime de Bragg (cf. figure 3.8). Le régime de Kapitza-Dirac est obtenu avec des impulsions courtes [100]. Dans notre cas, nous ferons des impulsions suffisamment longues pour pouvoir être dans le régime de Bragg.

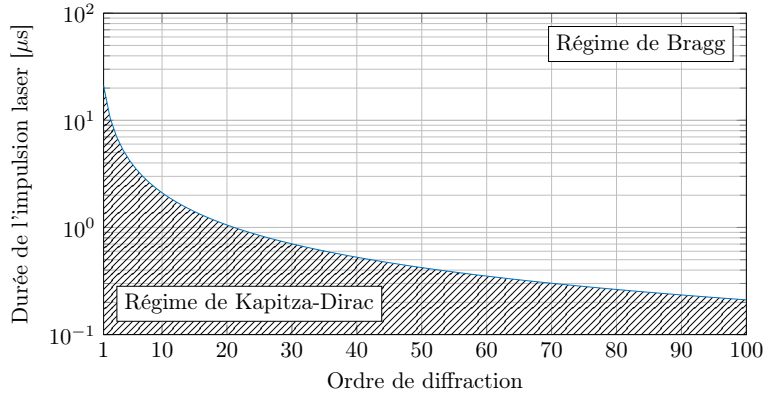


FIGURE 3.8 – Durée limite de l'impulsion laser  $\tau_{\text{lim}} = 1/(2n\omega_r)$  (en bleu) en fonction de l'ordre de diffraction, pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  avec une pulsation de recul  $\omega_{\text{rec}}$  de  $2\pi \cdot 3.7710$  kHz [101]. Si la durée de l'impulsion laser est supérieure à cette durée limite, on est dans le régime de Bragg, sinon on est dans le régime de Kapitza-Dirac (zone hachurée).

### 3.3.2 Amplitude de diffraction dans le régime de Bragg

Par la suite, on considèrera que les atomes sont des systèmes à deux niveaux. L'état fondamental sera noté  $|f\rangle$  et l'état excité  $|e\rangle$ . Ces deux états sont séparés par un intervalle d'énergie  $\hbar\omega_0 = E_e - E_f$  avec  $\omega_0$  la pulsation de la transition. On note  $\vec{E}(\vec{r}, t) =$

$2E_0\vec{e}g(t)\cos(k_Rx)\cos(\omega t)$  le champ électrique de l'onde stationnaire avec  $E_0$  son amplitude,  $\vec{e}$  sa polarisation et  $\omega$  sa pulsation. L'onde stationnaire se propage selon  $Ox$ . Dans le cas où l'on effectue des impulsions laser carrées de durée  $\tau$  à l'instant  $t = 0$ , on a :

$$g(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \in [0, \tau] \\ 0 & \text{si } t > \tau \end{cases} \quad (3.25)$$

On définit l'écart à résonance du laser par rapport à la transition atomique par  $\delta_L$  :

$$\delta_L = \omega - \omega_0 \quad (3.26)$$

Comme on est proche de la résonance,  $\delta_L$  est petit devant  $\omega_0$ .

Si on se place dans le référentiel de l'atome, l'équation de Schrödinger est :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(\vec{r}, t)\rangle = H|\psi(\vec{r}, t)\rangle \quad (3.27)$$

où l'hamiltonien  $H$  du système vaut [25] :

$$H = -\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + \hbar\omega_0|e\rangle\langle e| - \vec{D}\cdot\vec{E}(\vec{r}, t) \quad (3.28)$$

où  $\vec{D}$  est l'opérateur dipolaire électrique de l'atome. La fonction d'onde  $|\psi(\vec{r}, t)\rangle$  peut s'écrire :

$$|\psi(\vec{r}, t)\rangle = a_1(\vec{r}, t)|f\rangle + a_2(\vec{r}, t)\exp(-i\omega t)|e\rangle \quad (3.29)$$

En notant “ $\dot{\phantom{x}}$ ”, la dérivée temporelle, l'équation 3.27 peut alors se développer sous la forme :

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{a}_1(\vec{r}, t)|f\rangle + i\hbar\dot{a}_2(\vec{r}, t)\exp(-i\omega t)|e\rangle + \hbar a_2(\vec{r}, t)\exp(-i\omega t)|e\rangle = \\ \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m}a_1(\vec{r}, t) - \vec{D}\cdot\vec{E}(\vec{r}, t)a_2(\vec{r}, t)\exp(-i\omega t)\right)|f\rangle \\ + \left(-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m}a_2(\vec{r}, t)\exp(-i\omega t) + \hbar\omega_0a_2(\vec{r}, t)\exp(-i\omega t) - \vec{D}\cdot\vec{E}(\vec{r}, t)a_1(\vec{r}, t)\right)|e\rangle \end{aligned} \quad (3.30)$$

On peut en déduire, en projetant sur  $\langle f|$  et  $\langle e|$ , les équations d'évolution pour les amplitudes  $a_1$  et  $a_2$  :

$$\begin{cases} i\hbar\dot{a}_1(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m}a_1(\vec{r}, t) + 2\hbar\Omega_0g(t)\cos(k_Rx)\cos(\omega t)\exp(-i\omega t)a_2(\vec{r}, t) \\ i\hbar\dot{a}_2(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m}a_2(\vec{r}, t) - \hbar\delta_L a_2(\vec{r}, t) + 2\hbar\Omega_0g(t)\cos(k_Rx)\cos(\omega t)\exp(i\omega t)a_1(\vec{r}, t) \end{cases} \quad (3.31)$$

$\Omega_0$  est la pulsation de Rabi entre les deux états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ . Elle est définie par :

$$\hbar\Omega_0 = -E_0\langle f|\vec{e}\cdot\vec{D}|e\rangle \quad (3.32)$$

Comme on est proche de la résonance et que l'intensité du laser est supposée faible, on peut se placer dans l'approximation du champ tournant :

$$2\cos(\omega t)\exp(\pm i\omega t) = 1 + \exp(\pm 2i\omega t) \approx 1 \quad (3.33)$$

En projetant sur  $Ox$ , les équations d'évolution pour les amplitudes  $a_1$  et  $a_2$  deviennent :

$$\begin{cases} i\dot{a}_1(x, t) = -\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} a_1(x, t) + \Omega_0 g(t) \cos(k_R x) a_2(x, t) \\ i\dot{a}_2(x, t) = -\frac{\hbar}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} a_2(x, t) - \delta_L a_2(x, t) + \Omega_0 g(t) \cos(k_R x) a_1(x, t) \end{cases} \quad (3.34)$$

Si on est dans un régime où  $\delta_L$  est très grand devant  $\Omega_0$ , on peut négliger l'émission spontanée et l'amplitude de l'état excité  $a_2$  est suffisamment faible pour pouvoir être éliminée adiabatiquement :

$$a_2(x, t) \approx \frac{\Omega_0}{\delta_L} g(t) \cos(k_R x) a_1(x, t) \quad (3.35)$$

L'équation de Schrödinger peut maintenant s'écrire :

$$i\hbar \dot{a}_1(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 a_1(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\hbar \Omega_0^2}{\delta_L} g^2(t) \cos^2(k_R x) a_1(x, t) \quad (3.36)$$

Bloch a montré que les solutions de cette équation sont des ondes planes modulées par une fonction de même périodicité que le réseau. Cela justifie le développement suivant du coefficient  $a_1$  en série de Fourier. Cette méthode est utilisée dans [64, 102, 103, 25] :

$$a_1(x, t) = \exp(in_0 k_R x) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n(t) \exp(in k_R x) \quad (3.37)$$

$b_n$  est l'amplitude de probabilité que l'atome dans l'état fondamental ait une quantité de mouvement  $p_x = n\hbar k_R$  dans la direction  $Ox$  et  $n_0\hbar k_R$  est la quantité de mouvement initiale dans la même direction. En utilisant  $\cos^2(k_R x) = 1/2 + 1/4(e^{2ik_R x} + e^{-2ik_R x})$ , on obtient :

$$\begin{aligned} i\hbar \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{b}_n(t) e^{i(n+n_0)k_R x} &= \hbar \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\hbar k_R^2}{2m} (n+n_0)^2 b_n(t) e^{i(n+n_0)k_R x} \\ &+ \hbar \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega_0^2 g^2(t)}{2\delta_L} b_n(t) e^{i(n+n_0)k_R x} \\ &+ \hbar \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega_0^2 g^2(t)}{4\delta_L} b_n(t) (e^{-2ik_R x} + e^{2ik_R x}) e^{i(n+n_0)k_R x} \end{aligned}$$

Soit  $\Omega(t)$  la pulsation de Rabi de la transition de Bragg à deux photons :

$$\Omega(t) = \frac{\Omega_0^2 g^2(t)}{2\delta_L} \quad (3.38)$$

et la pulsation de recul  $\omega_r$  :

$$\omega_r = \frac{\hbar k_R^2}{2m} \quad (3.39)$$

L'équation de Schrödinger devient :

$$\begin{aligned}
 i\hbar \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \dot{b}_n(t) e^{i(n+n_0)k_R x} &= \hbar \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\omega_r(n+n_0)^2 + \Omega(t)) b_n(t) e^{i(n+n_0)k_R x} \\
 &+ \hbar \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\Omega(t)}{2} (b_{n-2}(t) + b_{n+2}(t)) e^{i(n+n_0)k_R x}
 \end{aligned}$$

On en déduit que pour tout  $n$ ,  $b_n$  vérifie :

$$i\hbar \dot{b}_n(t) = \hbar(\omega_r(n+n_0)^2 + \Omega(t)) b_n(t) + \frac{\hbar\Omega(t)}{2} (b_{n+2} + b_{n-2}) \quad (3.40)$$

On voit qu'on ne peut coupler que des états qui diffèrent d'un nombre pair de  $\hbar k_R$ .

On suppose qu'avant l'impulsion laser, tous les atomes sont dans l'état fondamental avec une quantité de mouvement  $p_{x0} = n_0 \hbar k_R$ . Ainsi, les conditions initiales sont les suivantes :  $b_{-n_0} = 1$  et  $b_n = 0$  pour  $n \neq n_0$ . On peut simplifier l'équation 3.40 en soustrayant l'offset  $n_0^2 \hbar \omega_r + \hbar \Omega(t)$  à l'échelle d'énergie :

$$\begin{aligned}
 &\vdots \\
 i\hbar \dot{b}_{-n_0-2} &= (4 + 4n_0) \hbar \omega_r b_{-n_0-2} + \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) (b_{-n_0} + b_{-n_0-4}) \\
 i\hbar \dot{b}_{-n_0} &= \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) (b_{-n_0+2} + b_{-n_0-2}) \\
 i\hbar \dot{b}_{-n_0+2} &= (4 - 4n_0) \hbar \omega_r b_{-n_0+2} + \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) (b_{-n_0+4} + b_{-n_0}) \\
 &\vdots \\
 i\hbar \dot{b}_{-n_0+2j} &= 4k(j - n_0) \hbar \omega_r b_{-n_0+2j} + \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) (b_{-n_0+2j+2} + b_{-n_0+2j-2}) \quad (3.41) \\
 &\vdots \\
 i\hbar \dot{b}_{n_0-2} &= (4 - 4n_0) \hbar \omega_r b_{n_0-2} + \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) (b_{n_0} + b_{n_0-4}) \\
 i\hbar \dot{b}_{n_0} &= \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) (b_{n_0+2} + b_{n_0-2}) \\
 i\hbar \dot{b}_{n_0+2} &= (4 + 4n_0) \hbar \omega_r b_{n_0+2} + \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) (b_{n_0+4} + b_{n_0}) \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

### Diffraction de Bragg au premier ordre

La figure 3.9 illustre la conservation de l'énergie et de l'impulsion au terme du processus de diffraction de Bragg d'ordre 1 ( $n_0 = 1$ ). Dans ce cas, le système oscille entre deux états :  $|f, -\hbar k_R\rangle$  et  $|f, \hbar k_R\rangle$ . On peut faire l'approximation que les  $b_i$  et les  $\dot{b}_i$  sont nuls pour  $i < -1$  ou  $i > 1$ , et le système d'équations 3.41 se simplifie en :

$$\begin{aligned}
 i\hbar \dot{b}_{-1} &= \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) b_1 \\
 i\hbar \dot{b}_1 &= \frac{1}{2} \hbar \Omega(t) b_{-1}
 \end{aligned} \quad (3.42)$$



Avec  $\Omega_{eff}$  la pulsation de Rabi effective entre les états  $|-n\hbar k_R\rangle$  et  $|n\hbar k_R\rangle$  :

$$\Omega_{eff} = \frac{\Omega^n}{(8\omega_r)^{n-1}} \prod_{j=1}^{n-1} \frac{1}{nj - j^2} = \frac{\Omega^n}{[(n-1)!]^2 (8\omega_r)^{n-1}} \quad (3.45)$$

De la même façon, on montre que :

$$i\hbar\dot{b}_n = \frac{1}{2}\hbar\Omega_{eff}b_{-n} \quad (3.46)$$

On déduit des équations 3.44 et 3.46 que :

$$\begin{aligned} b_{-n}(t) &= \cos\left(\frac{1}{2}\int_{-\infty}^t \Omega_{eff}(t')dt'\right) \\ b_n(t) &= -\sin\left(\frac{1}{2}\int_{-\infty}^t \Omega_{eff}(t')dt'\right) \end{aligned} \quad (3.47)$$

### Génération des séparatrices et miroirs à onde de matière

Dans le cas où l'on a des impulsions laser carrées de durée  $\tau$ , on peut considérer que l'oscillation de Rabi effective  $\Omega_{eff}$  est constante et exprimer les amplitudes de probabilité des états  $|f, -n\hbar k_R\rangle$  et  $|f, n\hbar k_R\rangle$  sous la forme :

$$\begin{aligned} b_{-n}(\tau) &= \cos\left(\frac{\tau}{2}\Omega_{eff}\right) \\ b_n(\tau) &= -\sin\left(\frac{\tau}{2}\Omega_{eff}\right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

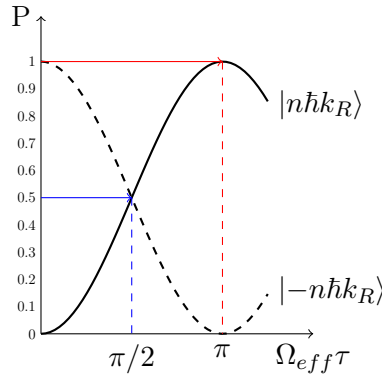


FIGURE 3.11 – Oscillations de Rabi. La probabilité d'avoir les atomes dans l'état  $|n\hbar k_R\rangle$  est représentée en trait plein et la probabilité de les avoir dans l'état  $|-n\hbar k_R\rangle$  est en pointillé.

On peut définir  $\tau$  tel que  $\tau\Omega_{eff} = \pi/2$ . On a alors  $|a_{n_0}|^2 = |a_{-n_0}|^2 = 1/2$  (cf. figure 3.11). Cela signifie que si l'on détecte les atomes juste après l'impulsion, on a une probabilité de 50% de les projeter dans l'un ou l'autre état. Cela équivaut à générer une séparatrice

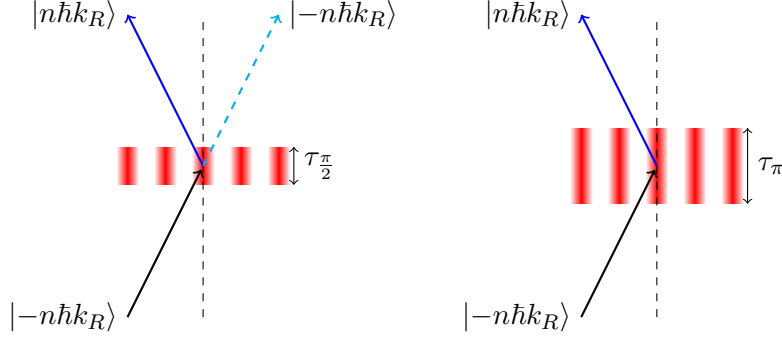


FIGURE 3.12 – À gauche : une séparatrice à onde de matière (impulsion  $\pi/2$ ). Après détection, on a une probabilité de 50% que l'atome ait été diffracté. À droite : un miroir à onde de matière (impulsion  $\pi$ ). Après détection, la probabilité que l'atome ait été diffracté est de 100%.

à onde de matière (appelée aussi impulsion  $\pi/2$ ). Si l'on choisit  $\tau$  tel que  $\tau\Omega_{eff} = \pi$ ,  $|a_{n_0}|^2 = 1$  et  $|a_{-n_0}|^2 = 0$ , après détection, la probabilité de trouver l'atome dans l'état diffracté est de 100%. On a alors un miroir à onde de matière (appelé aussi impulsion  $\pi$ ) comme montré figure 3.12.

### 3.3.3 Application numérique pour le rubidium 87

Considérons un atome de rubidium 87 initialement dans l'état  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  interrogé sur la transition D2 dont la longueur d'onde est de 780 nm avec un écart à résonance de 10 GHz. Les informations nécessaires concernant cette transition peuvent être trouvées dans [104]. On suppose que les atomes ont été sélectionnés dans une classe de vitesse étroite de façon à ce que leur dispersion en vitesse soit de l'ordre de  $0,4 v_r$ , où  $v_r$  est la vitesse de recul associée à la transition.

#### Sélectivité en vitesse

Il est impératif de garder des impulsions laser courtes pour éviter de trop sélectionner les atomes en fonction de leur vitesse. En effet, les nuages d'atomes que nous utilisons ont une température  $T$  non nulle et ils présentent une distribution en vitesse suivant une loi gaussienne :

$$f_V(v) = \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(v - v_0)^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad (3.49)$$

où  $\sigma_v = \sqrt{k_B T/m}$  est la dispersion en vitesse des atomes et  $v_0 = n\hbar k/m$  est leur vitesse moyenne.

Lorsque les atomes n'ont pas exactement une impulsion  $n\hbar k$ , la diffraction de Bragg d'ordre  $n$  est moins efficace. La totalité des atomes ne pourra être transférée que si le couplage est parfaitement résonant [105]. La durée  $\tau$  d'une impulsion laser équivalente à un miroir à ondes de matière est finie et par conséquent, la largeur en énergie  $\delta E$  du processus peut être évaluée en utilisant la relation d'Heisenberg  $\delta E \cdot \tau \sim \hbar$ . En posant

$\delta E = n\hbar k\delta v$  avec  $\delta v$  la sélectivité en vitesse, on obtient :

$$\delta v \sim \frac{1}{nk\tau} \quad (3.50)$$

Pour des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  à une température de 50 nK, la dispersion en vitesse  $\sigma_v$  vaut  $0,37 v_r$ . Si l'on souhaite que la sélectivité en vitesse  $\delta v$  soit inférieure à  $\sigma_v$ , il faut que  $\tau$  soit inférieur à  $57 \mu\text{s}$  pour  $n = 1$ , à  $5,7 \mu\text{s}$  pour  $n = 10$  et à  $1,1 \mu\text{s}$  pour  $n = 50$ .

### Besoin de puissance

Si on fait l'hypothèse que l'atome se comporte comme un système à deux niveaux et qu'on néglige les effets dus aux couplages avec d'autres états, la pulsation de Rabi fondamentale  $\Omega_0$  peut être calculée à partir de cette expression [104] :

$$\frac{I}{I_{sat}} = 2 \left( \frac{\Omega_0}{\Gamma} \right)^2 \quad (3.51)$$

où  $I_{sat}$  est l'intensité de saturation de la transition avec une polarisation linéaire ( $I_{sat} = 2.50399(52) \text{ mW/cm}^2$ ), où  $\Gamma$  est la largeur de la transition ( $\Gamma = 2\pi \times 6.0666(18) \text{ MHz}$ ) et où  $I$  est l'intensité du champ lumineux utilisé pour la diffraction de Bragg :

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \quad (3.52)$$

avec  $c$  la célérité de la lumière dans le vide,  $\epsilon_0$  la permittivité du vide et  $E_0$  l'amplitude du champ lumineux. Par la suite, on fera l'approximation que l'intensité du champ lumineux est uniforme. Celle-ci devient :

$$I = 2P/(\pi w_0^2) \quad (3.53)$$

avec  $P$  la puissance du faisceau laser aller dans la cavité et  $w_0$  son rayon. On prendra  $w_0 = 5 \text{ mm}$ . Comme l'oscillation de Rabi fondamentale  $\Omega_0$  est liée à l'intensité du champ lumineux, la pulsation  $\Omega_{eff}$  des oscillations de Rabi effectives (cf. équation 3.45) dépend fortement de la puissance du laser, d'autant plus que l'ordre de diffraction  $n$  est élevé (cf. figure 3.13).

La figure 3.14 montre la durée  $\tau$  de l'impulsion nécessaire pour réaliser un miroir à ondes de matière en fonction de la puissance du laser, pour des ordres de diffraction  $n = 1$ ,  $n = 10$  et  $n = 50$ . Cette durée peut être ajustée en jouant sur la puissance du laser : l'impulsion doit être suffisamment courte pour limiter la sélection en vitesse et éviter de perdre trop d'atomes à chaque impulsion mais les atomes doivent interagir assez longtemps avec le réseau optique pour rester dans le régime de Bragg. Pour les ordres de diffraction  $n = 1$  et  $n = 10$ , ces conditions sont remplies pour des puissances laser de l'ordre de 20 mW et 0.5 W respectivement, ce qui est facilement réalisable avec des lasers commerciaux. En revanche, si l'on considère un ordre de diffraction  $n = 50$ , qui équivaut à un transfert d'impulsion de  $100 \hbar k$  aux atomes, la puissance laser nécessaire est supérieure à 11 W. Un tel système laser est réalisable [106, 107] mais il est complexe et coûteux.



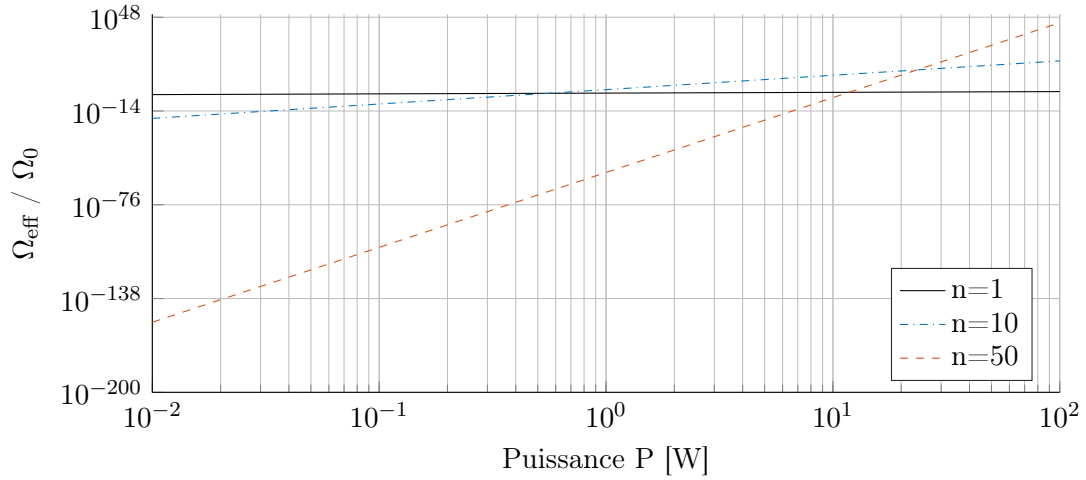


FIGURE 3.13 – Fréquence de Rabi effective  $\Omega_{eff}$  normalisée par la fréquence de Rabi fondamentale  $\Omega_0$  en fonction de la puissance  $P$  du faisceau laser pour des diffractions d'ordre  $n = 1$ ,  $n = 10$  et  $n = 50$ .

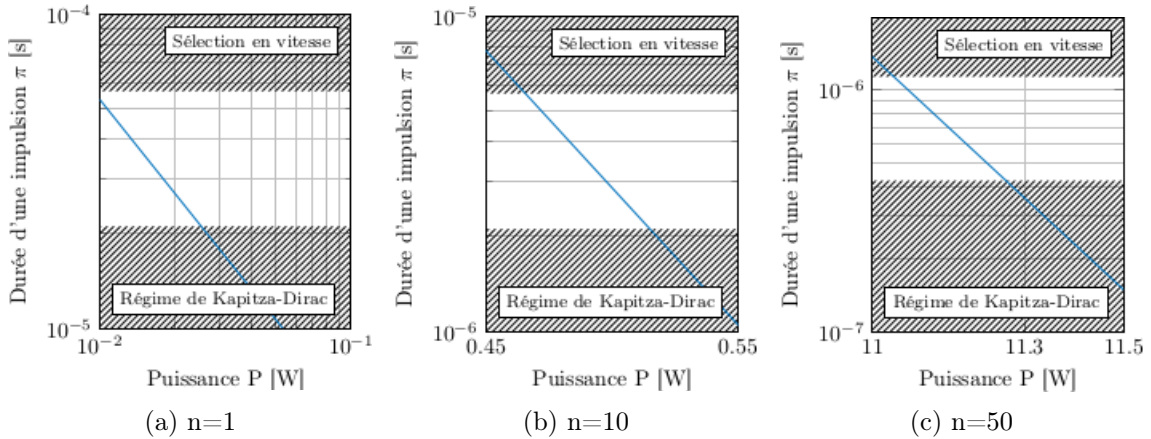


FIGURE 3.14 – Durée d'une impulsion  $\pi$  en fonction de la puissance du faisceau laser pour les ordres de diffraction  $n = 1$ ,  $n = 10$  et  $n = 50$ . La durée acceptable pour cette impulsion se situe dans la zone blanche. Si l'impulsion est trop longue, elle sera sélective en vitesse (zone hachurée supérieure) et si elle est trop courte, on ne sera plus dans le régime de la diffraction de Bragg mais dans celui de Kapitza-Dirac (zone hachurée inférieure).

### 3.4 Conclusion

Les séparatrices et le miroir à ondes de matière de notre interféromètre sont réalisés par des transitions de Bragg. Pour accroître la sensibilité de l'appareil, on prévoit d'utiliser des ordres élevés de diffraction. Pour limiter les pertes dues à la sélection en vitesse à chaque impulsion laser, il faut réduire autant que possible la durée de ces impulsions. On cherche donc à avoir une pulsation de Rabi effective élevée et cela requiert une puissance d'autant plus grande que l'ordre de diffraction est grand. Pour  $n \sim 50$ , la puissance nécessaire est

difficilement atteignable avec un laser commercial. Pour palier à ce problème, les impulsions seront réalisées dans un résonateur optique afin de pouvoir bénéficier du gain de puissance intra-cavité. Les architectures des différents résonateurs envisagés seront présentées au prochain chapitre.

## Chapitre 4

# Architecture des résonateurs optiques dans MIGA

Les cavités optiques ont été fréquemment utilisées dans le cadre de l'étude des interactions lumière-matière. Par exemple, l'électrodynamique quantique en cavité étudie le couplage entre des atomes froids et le champ dans un résonateur optique [108, 109], l'émission spontanée peut être contrôlée en plaçant les atomes dans une cavité [110, 111] ce qui est à l'origine de phénomènes de superradiance [112, 113] et des cavités optiques ont aussi été utilisées pour produire un condensat de Bose-Einstein dans le régime de couplage fort [114]. Récemment, un interféromètre atomique a été réalisé en cavité, dans une configuration où les atomes sont piégés dans le mode du résonateur [115].

On a vu au chapitre précédent que des transitions de Bragg d'ordre élevé peuvent augmenter significativement la sensibilité des interféromètres atomiques. La puissance nécessaire à la réalisation de ces transitions peut être atteinte en effectuant les impulsions laser dans une cavité afin de bénéficier du gain optique intrinsèque à ce résonateur. Dans ce chapitre, après une rapide introduction sur les cavités linéaires, nous présenterons deux architectures de résonateurs utilisées dans le cadre du projet MIGA : la cavité plan-concave et un résonateur compact demi-dégénéré. Étant donné que le diamètre du nuage atomique est de l'ordre du centimètre lorsqu'il atteint le sommet de sa parabole, il faut, pour générer des séparatrices efficaces, que le faisceau soit suffisamment large. D'autre part, comme la phase du laser s'imprime sur les atomes à chaque impulsion, il faut vérifier que la phase relative des faisceaux aller et retour dans la cavité soit uniforme afin que tous les atomes "voient" la même phase et que cette phase reste constante d'une impulsion à la suivante afin de ne pas générer de biais sur la phase en sortie de l'interféromètre.

### 4.1 Cavités linéaires

Une cavité linéaire est constituée de deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  face à face de rayons de courbure  $R_1$  et  $R_2$  espacés d'une distance  $L$ . Elle peut également contenir d'autres éléments optiques comme des composants actifs pour les cavités laser par exemple, des éléments polarisants, des cristaux non linéaires pour la génération de deuxièmes harmoniques (SHG pour *Second Harmonic Generation*) [116] ou encore des lentilles. Dans notre cas, nous ne

nous intéressons qu'aux cavités passives, c'est-à-dire sans milieu amplificateur.

#### 4.1.1 Comportement à résonance

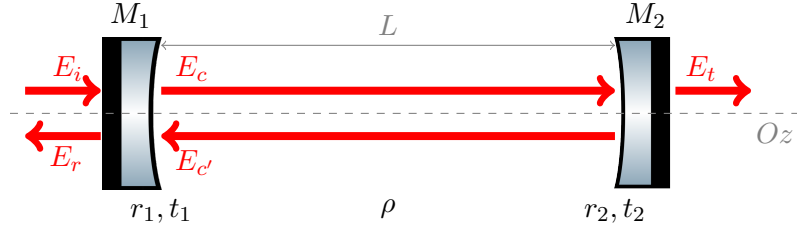


FIGURE 4.1 – Les amplitudes  $E_i$ ,  $E_c$ ,  $E_{c'}$  et  $E_r$  sont considérées au niveau du miroir d'entrée et l'amplitude  $E_t$  est considérée au niveau du miroir de fond.

Cette cavité constitue un résonateur pour la lumière. Soit une onde électromagnétique plane  $u_i(\vec{r}, t)$  se propageant selon l'axe  $Oz$  perpendiculaire aux miroirs (cf. figure 4.1) :

$$u_i(\vec{r}, t) = E_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_i) = E_i \cos(kz - \omega t + \phi_i) \quad (4.1)$$

où  $E_i$  est l'amplitude du champ électrique incident,  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde,  $\vec{r} = (x, y, z)$  est le vecteur position,  $\omega$  est la pulsation et  $\phi_i$  est la phase de l'onde à l'origine. De la même façon, on peut exprimer l'amplitude transmise ( $E_t$ ), celles se propageant dans la cavité ( $E_c$  et  $E_{c'}$ ) et celle réfléchie par la cavité ( $E_r$ ).  $E_i$ ,  $E_r$ ,  $E_c$  et  $E_{c'}$  sont exprimées au niveau du miroir  $M_1$  et  $E_t$  est exprimée au niveau du miroir  $M_2$ . Le coefficient de transmission en puissance de la cavité  $T$  vaut :

$$T = \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 \quad (4.2)$$

Au niveau du miroir d'entrée, en considérant que le champ est déphasé de  $\pi$  à chaque réflexion sur les miroirs, on a :

$$E_c = t_1 E_i - r_1 E_{c'} \quad (4.3)$$

$$E_{c'} = -r_2 (1 - \rho)^2 E_c \exp(2ikL) \quad (4.4)$$

Avec  $t_1$ ,  $r_1$  et  $t_2$ ,  $r_2$  les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  et  $\rho$  les pertes dans la cavité. Au niveau du miroir de fond, la relation entre les champs s'écrit :

$$E_t = (1 - \rho) t_2 E_c \exp(ikL) \quad (4.5)$$

En combinant ces équations, on a :

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{t_1 t_2 (1 - \rho) \exp(ikL)}{1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2 \exp(2ikL)} \quad (4.6)$$

Le coefficient de transmission de la cavité devient :

$$T = \frac{t_1^2 t_2^2 (1 - \rho)^2}{1 + r_1^2 r_2^2 (1 - \rho)^4 - 2r_1 r_2 (1 - \rho)^2 \cos(2kL)} \quad (4.7)$$

La transmission est maximale lorsque  $kL = p\pi$  ( $p$  est un entier), c'est-à-dire lorsque la fréquence  $\nu = \omega/(2\pi)$  vaut :

$$\nu = \nu_p = p \frac{c}{2L} \quad (4.8)$$

Les fréquences  $\nu_p$  correspondent aux résonances de la cavité (voir figure 4.2). Le coefficient de transmission vaut alors :

$$T_{max} = \frac{t_1^2 t_2^2 (1 - \rho)^2}{(1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2)^2} \quad (4.9)$$

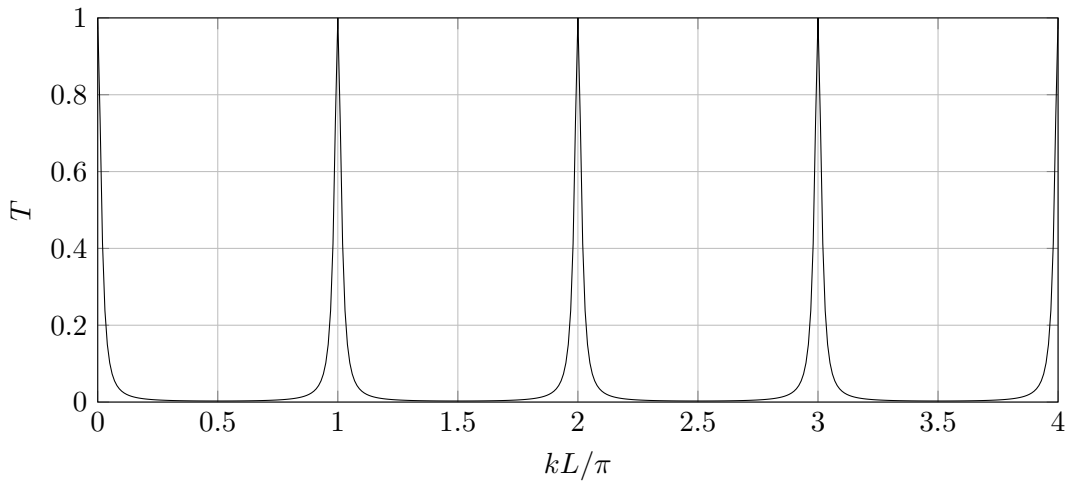


FIGURE 4.2 – Transmission de la cavité. Les résonances apparaissent pour  $kL/\pi$  entier. La courbe ci-dessus est obtenue pour  $r_1^2 = r_2^2 = 0.9$ ,  $t_1^2 = t_2^2 = 0.1$  et  $\rho = 0$ .

On peut exprimer le dénominateur de l'équation 4.7 sous la forme :

$$D = (1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2)^2 (1 + m \sin^2(kL)) \quad (4.10)$$

où  $m$  vaut :

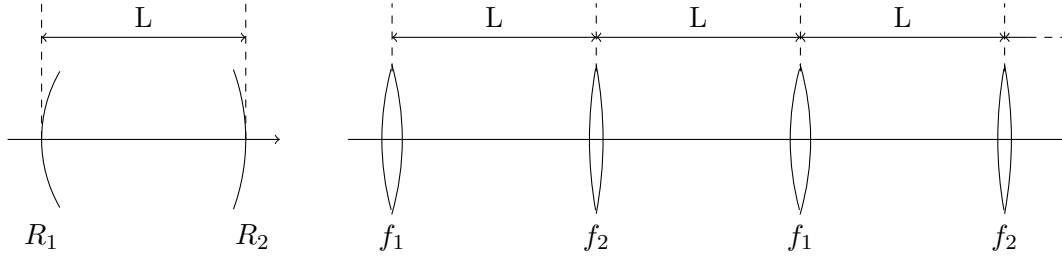
$$m = \frac{4r_1 r_2 (1 - \rho)^2}{(1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2)^2} \quad (4.11)$$

La largeur à mi-hauteur de la résonance est caractérisée par les valeurs de  $kL$  telles que  $1/D$  vaut la moitié de sa valeur maximale. On a pour  $m \gg 1$  :

$$kL \approx p\pi \pm \frac{1}{\sqrt{m}} \quad (4.12)$$

On définit la  *finesse*   $F$  de la cavité par le rapport entre l'intervalle de fréquence entre deux résonances (appelé intervalle spectral libre) et la largeur à mi-hauteur d'un pic :

$$F = \pi \frac{\sqrt{m}}{2} = \pi \frac{\sqrt{r_1 r_2 (1 - \rho)^2}}{1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2} \quad (4.13)$$


 FIGURE 4.3 – Cavité linéaire et sa série de lentilles équivalente.  $R_1 = 2f_1$  et  $R_2 = 2f_2$ .

Pour un intervalle spectral libre fixé, plus la finesse est élevée, plus les résonances sont fines.

Le gain optique  $G$  de la cavité est défini par :

$$G = \left| \frac{E_c}{E_i} \right|^2 \quad (4.14)$$

L'équation 4.5 peut s'écrire :

$$E_c = \frac{1}{(1 - \rho)t_2 \exp(ikL)} E_t \quad (4.15)$$

On a donc :

$$G = \left| \frac{1}{(1 - \rho)t_2 \exp(ikL)} \right|^2 T \quad (4.16)$$

À résonance, le gain optique de la cavité vaut :

$$G = \frac{t_1^2}{(1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2)^2} \quad (4.17)$$

L'amplification de la puissance des séparatrices de notre interféromètre atomique est proportionnelle au gain optique du résonateur.

#### 4.1.2 Stabilité des cavités linaires

Pour dimensionner le résonateur, c'est-à-dire choisir les rayons de courbures des miroirs et la longueur de la cavité, il est nécessaire de faire une étude de stabilité. Considérons un rayon faisant des aller-retours dans la cavité présentée figure 4.1. Celui-ci est focalisé par les miroirs, de la même façon que par une suite périodique de lentilles [117, 118, 119]. En remplaçant les miroirs de rayon de courbure  $R_i$  par des lentilles minces de distance focale  $R_i/2$ , on peut représenter cette cavité dans une configuration dépliée et le trajet de la lumière comme une succession de propagations à travers la série de lentilles équivalente (cf. figure 4.3). Si en traversant la série de lentilles les rayons lumineux restent confinés proches de l'axe optique, la cavité est stable. Dans le cas contraire, la cavité sera instable.

En supposant que l'on est dans les conditions de Gauss, on peut utiliser le formalisme des matrices de transfert  $ABCD$  [117, 120, 121, 122] : à chaque système optique, on peut associer une matrice de dimension  $2 \times 2$ . Un rayon paraxial peut quant à lui être défini, à

une position  $z$  sur l'axe optique, par sa distance  $x$  à l'axe et par la pente  $x'$  de la droite qui le supporte. Le rayon  $(x_1, x'_1)$ , avant la traversée d'un système optique de matrice  $ABCD$ , et le rayon  $(x_2, x'_2)$ , après la traversée, sont liés par la relation :

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

La matrice de transfert de  $N$  systèmes optiques successifs  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) s'obtient simplement en multipliant les matrices  $T_i$  des différents composants :

$$T_{syst} = T_N \dots T_2 T_1 \quad (4.19)$$

Dans le cas des cavités optiques, si on note  $T = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$  la matrice d'un aller-retour, le comportement d'un rayon après  $n$  aller-retours est donné par la relation :

$$\begin{pmatrix} x_n \\ x'_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Avec  $(x_0, x'_0) = \vec{r}_0$  le rayon en entrée de la cavité et  $(x_n, x'_n) = \vec{r}_n$  le rayon après  $n$  aller-retours.

Pour élever cette matrice  $2 \times 2$  à la puissance  $n$ , on calcule ses valeurs propres. Soit  $P_T$  le polynôme caractéristique de  $T$  :

$$P_T = \Lambda^2 - Tr(T)\Lambda + Det(T) \quad (4.21)$$

La trace de  $T$  vaut  $A + D$ . Par ailleurs, le déterminant de  $T$  est égal à 1 car l'indice du milieu de propagation ne change pas. Les valeurs propres de  $T$ , étant les racines du polynôme  $P_T$ , sont les solutions de l'équation :

$$\Lambda^2 - (A + D)\Lambda + 1 = 0 \quad (4.22)$$

Les deux valeurs propres  $\Lambda_+$  et  $\Lambda_-$  valent donc :

$$\Lambda_{\pm} = \frac{A + D}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A + D}{2}\right)^2 - 1} \quad (4.23)$$

Dans le cas où  $\left(\frac{A + D}{2}\right)^2 > 1$ , les valeurs propres et les vecteurs propres sont réels. On verra par la suite que cela correspond à des résonateurs strictement instables [123, 124, 125].

Dans le cas où  $\left(\frac{A + D}{2}\right)^2 < 1$ , les valeurs et vecteurs propres sont complexes et le résonateur est strictement stable.

Dans le cas où  $\left(\frac{A + D}{2}\right)^2 = 1$ , le résonateur est marginalement stable.

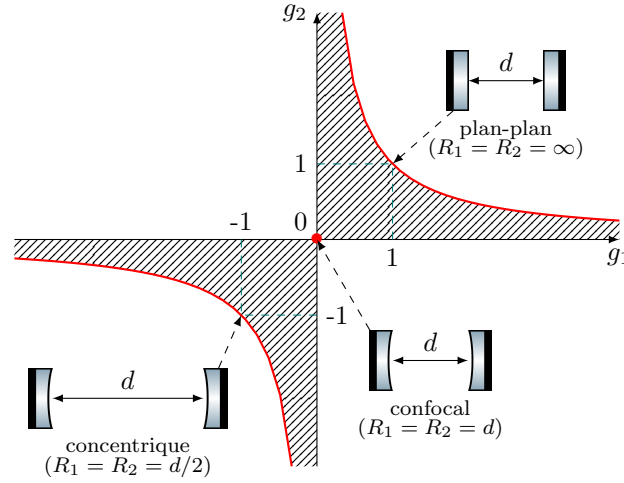


FIGURE 4.4 – Diagramme de stabilité. Les régions hachurées correspondent aux cas strictement stables, les régions en blanc aux cas strictement instables. Les cas limites marginalement stables sont représentés en rouge. On a représenté trois cas de résonateurs marginalement stables courants : la cavité plan-plan, la cavité confocale et la cavité concentrique.

### Paramètres $g_1$ et $g_2$

Dans le cas d'une cavité constituée de deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  et de rayons de courbure respectifs  $R_1$  et  $R_2$ , la condition de stabilité stricte s'écrit [117] :

$$0 < \left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right) < 1 \quad (4.24)$$

On pose  $g_1 = 1 - L/R_1$  et  $g_2 = 1 - L/R_2$ . La condition de stabilité devient :

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (4.25)$$

Cette condition de stabilité peut être aisément visualisée sur un diagramme prenant  $g_1$  comme axe des abscisses et  $g_2$  comme axe des ordonnées (cf. figure 4.4). Les paramètres  $g_1$  et  $g_2$  sont généralisables pour des résonateurs contenant d'autres éléments comme des lentilles [120]. On les utilisera aussi pour caractériser la stabilité de la cavité plan-concave et du résonateur compact demi-dégénéré présentés plus tard.

### Résonateurs strictement instables

Dans le cas où les valeurs propres du résonateur sont réelles (ce qui équivaut à  $g_1 g_2 > 1$  ou  $g_1 g_2 < 0$ ), celles-ci peuvent s'écrire :

$$\Lambda_+ = M \text{ et } \Lambda_- = \frac{1}{M} \quad (4.26)$$

avec

$$M = \frac{A+D}{2} + \sqrt{\left(\frac{A+D}{2}\right)^2 - 1} \text{ et } |M| > 1 \quad (4.27)$$



On peut exprimer le vecteur  $\vec{r}_0$  en entrée de la cavité en fonction des vecteurs propres  $\vec{r}_+$  et  $\vec{r}_-$  associés à  $\Lambda_+$  et  $\Lambda_-$  :

$$\vec{r}_0 = a_+ \vec{r}_+ + a_- \vec{r}_- \quad (4.28)$$

Après  $n$  passages dans la cavité, on obtient :

$$\vec{r}_n = a_+ \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^n \vec{r}_+ + a_- \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^n \vec{r}_- \quad (4.29)$$

Comme  $\vec{r}_+$  et  $\vec{r}_-$  sont des vecteurs propres, cela équivaut à :

$$\vec{r}_n = a_+ M^n \vec{r}_+ + \frac{a_-}{M^n} \vec{r}_- \quad (4.30)$$

Quand  $n$  tend vers l'infini, on a :

$$\vec{r}_n \longrightarrow a_+ M^n \vec{r}_+ \quad (4.31)$$

Le paramètre  $M$  est appelé le *grandissement*. Dans ce type de résonateurs, un rayon initial tend à se retrouver loin de l'axe optique après un grand nombre de passages. Comme le mode qui résonne dans la cavité n'est pas confiné, celle-ci est qualifiée d'instable.

### Résonateurs strictement stables

Dans le cas stable,  $0 < g_1 g_2 < 1$  et le résonateur vérifie la condition suivante :

$$\left( \frac{A + D}{2} \right)^2 < 1 \quad (4.32)$$

En définissant l'angle  $\phi$  tel que :

$$\frac{A + D}{2} = \cos \phi \quad (4.33)$$

les valeurs propres  $\Lambda_+$  et  $\Lambda_-$  sont :

$$\Lambda_{\pm} = e^{\pm i\phi} \quad (4.34)$$

Après  $n$  passages dans la cavité, on peut exprimer le rayon  $\vec{r}_n$  en fonction du rayon initial  $\vec{r}_0$ , des valeurs propres de la matrice de transfert  $T$  et de sa matrice de passage unitaire  $P$  :

$$\vec{r}_n = P \begin{pmatrix} \Lambda_+^n & 0 \\ 0 & \Lambda_-^n \end{pmatrix} P^{-1} \vec{r}_0 \quad (4.35)$$

Comme  $|\Lambda_+| = |\Lambda_-| = 1$ ,  $\vec{r}_n$  est borné supérieurement. Par conséquent, les rayons restent confinés au voisinage de l'axe optique quand  $n$  tend vers l'infini.

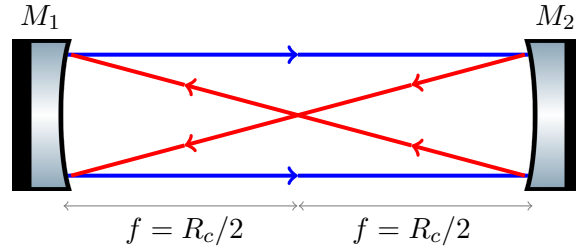


FIGURE 4.5 – Schéma d’un résonateur confocal. Les deux miroirs ont le même rayon de courbure  $R_c$ , et il est égal à la longueur de la cavité. Les rayons lumineux sont représentés en bleu à l’aller et en rouge au retour.

### Résonateurs marginalement stables

Dans le cas où  $\left(\frac{A+D}{2}\right)^2 = 1$ , le résonateur est marginalement stable. Il s’agit de cas limites entre les configurations dites stables où les rayons restent confinés au voisinage de l’axe optique et les configurations instables. On peut en fait considérer que les résonateurs marginalement stables sont des résonateurs instables avec un grandissement égal à 1.

Une cavité constituée de deux miroirs plans est un exemple de résonateur marginalement stable. Si les miroirs sont parfaitement alignés, il est possible de piéger un rayon lumineux dans la cavité. Cependant, si les miroirs ne sont pas parfaitement parallèles, les rayons vont sortir progressivement de la cavité. Ce résonateur n’est donc stable que si les miroirs sont parfaitement alignés. Les cavités marginalement stables sont extrêmement sensibles aux variations de longueur de cavité ou aux erreurs d’alignement optique.

Le résonateur confocal, comme représenté figure 4.5, est un autre exemple de cavité marginalement stable. On voit que dans ce résonateur, les rayons lumineux se referment sur eux-mêmes après une passe. Cette cavité est moins sensible aux désalignements angulaires que la cavité plan-plan mais des variations de longueur peuvent la faire basculer dans une configuration strictement stable ou strictement instable.

#### 4.1.3 Modes longitudinaux et transverses du résonateur

Pour déterminer la distribution transverse du champ résonnant dans une cavité, le modèle de l’optique géométrique utilisé dans la section précédente ne suffit plus. On considère une distribution transversale non uniforme pour l’onde et on étudie sa stabilité sur un aller-retour dans le résonateur. Si cette structure est stable, on l’appelle “mode transverse” du résonateur. Dans le cas des cavités stables, il existe un ensemble de solutions simples : les modes transverses gaussiens [117]. Par la suite, nous ferons l’hypothèse que les composants du résonateur sont circulaires et nous négligerons la diffraction en supposant que les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  ont des dimensions transverses infinies.

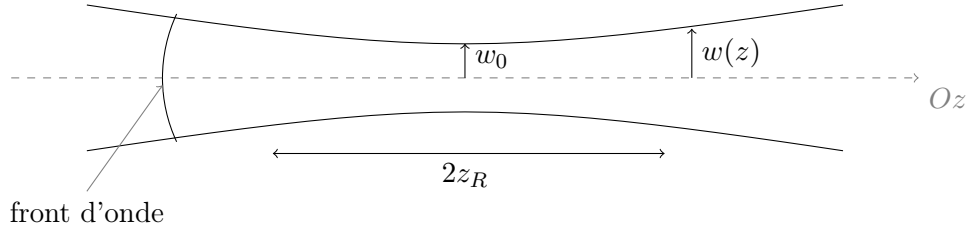


FIGURE 4.6 – Profil d'un faisceau gaussien.

### Faisceau gaussien

L'amplitude du champ électrique  $E(r, z)$  dans un faisceau gaussien pour une onde de pulsation  $\omega$  se propageant dans la direction  $Oz$  s'écrit [126, 127, 128] :

$$E(r, z) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left(ik \frac{r^2}{2R(z)}\right) \exp[i(kz - \omega t - \phi_G(z))] \quad (4.36)$$

L'origine de l'axe  $Oz$  est située au niveau du col du faisceau (ou *waist* en anglais). Le rayon gaussien  $w(z)$  [126] du faisceau dans le plan d'abscisse  $z$  vaut :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_R^2}} \quad (4.37)$$

où  $w_0$  est le rayon au niveau du col du faisceau. La longueur de Rayleigh  $z_R$  [129, 130] est égale à :

$$z_R = \pi \frac{w_0^2}{\lambda} \quad (4.38)$$

Lorsque  $z = z_R$ , le rayon du faisceau vaut  $w(z_R) = \sqrt{2}w_0$ .

$E_0(z)$  est l'amplitude au centre du faisceau. Le rayon du faisceau augmente lorsque l'on s'éloigne du col mais la puissance reste la même donc l'intensité diminue :

$$E_0(z) = E_0(0) \frac{w_0}{w(z)} \quad (4.39)$$

$R(z)$  [126] est le rayon de courbure de l'onde :

$$R(z) = z + \frac{z_R^2}{z} \quad (4.40)$$

Ici, l'onde se propage dans le sens des  $z$  positifs. L'onde est divergente si  $R$  est positif et convergente si  $R$  est négatif. Enfin,  $\phi_G(z)$  est la phase de Gouy [131, 132] :

$$\phi_G(z) = \tan^{-1}\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (4.41)$$

Lorsque  $z$  varie entre  $-\infty$  et  $+\infty$ , la phase de Gouy varie de  $-\pi/2$  à  $\pi/2$ .

Le faisceau gaussien peut être caractérisé par son rayon de courbure complexe  $q$  :

$$q = z + iz_R \quad (4.42)$$

Le formalisme  $ABCD$  peut toujours être utilisé. Si on appelle  $q_1$  le paramètre du faisceau avant le passage par un système optique de matrice  $ABCD$  et  $q_2$  le paramètre en sortie, on a [117] :

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} \quad (4.43)$$

### Mode gaussien fondamental d'une cavité stable

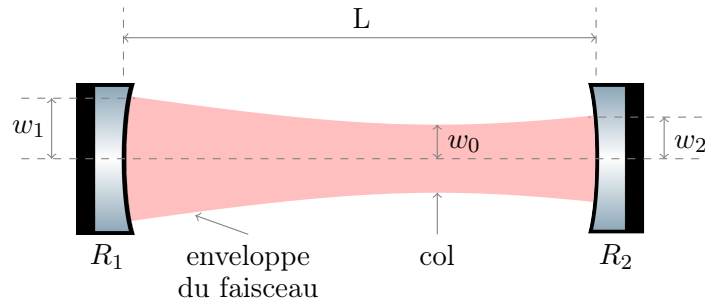


FIGURE 4.7 – Schéma d'une cavité linéaire stable.  $L$  est la longueur de la cavité,  $R_1$  et  $R_2$  sont les rayons de courbure des miroirs,  $w_1$  et  $w_2$  sont les rayons gaussiens du faisceau au niveau des miroirs et  $w_0$  est le rayon gaussien du faisceau au niveau du col.

S'il existe un faisceau gaussien tel que son paramètre complexe  $q$  est conservé sur un aller-retour dans la cavité alors celui-ci est un mode propre du résonateur. On cherche à résoudre :

$$q = \frac{Aq + B}{Cq + D} \quad (4.44)$$

Avec  $ABCD$  la matrice de transfert d'un aller-retour dans la cavité. Cela revient à trouver les racines du polynôme :

$$P = Cq^2 + (D - A)q - B \quad (4.45)$$

Le déterminant de ce polynôme vaut :

$$\Delta = (D - A)^2 + 4CB \quad (4.46)$$

Comme la matrice  $ABCD$  est unitaire,  $\Delta$  peut s'écrire :

$$\Delta = (A + D)^2 - 4 \quad (4.47)$$

Pour que les racines de  $P$  soient complexes, il faut que  $\Delta$  soit négatif. On retrouve la condition de stabilité déterminée à la section 4.1.2 :

$$-1 < \frac{A + D}{2} < 1 \quad (4.48)$$

Dans le cas d'une cavité stable à deux miroirs comme celle présentée figure 4.7, il existe un faisceau gaussien tel que les fronts d'onde épousent parfaitement la surface des miroirs. Ce faisceau est le mode propre fondamental de la cavité.

La condition de résonance montrée au paragraphe 4.1.1 peut être généralisée pour prendre en compte la phase de Gouy de ce faisceau gaussien (on note  $\phi_G(0)$  la phase de Gouy au niveau du miroir  $M_1$  et  $\phi_G(L)$  la phase de Gouy sur le miroir  $M_2$ ). La phase accumulée sur un aller-retour doit être un multiple de  $2\pi$  :

$$2kL - 2[\phi_G(L) - \phi_G(0)] = 2p\pi \quad (4.49)$$

La fréquence de résonance de ce mode est donc :

$$\nu_p = \frac{c}{2L} \left( p + \frac{1}{\pi} [\phi_G(L) - \phi_G(0)] \right) \quad (4.50)$$

### Modes d'ordres supérieurs

Le champ donné par l'équation 4.36 n'est qu'une solution particulière des équations de Maxwell pour le champ électromagnétique dans le résonateur. Il existe une famille infinie de solutions d'ordres supérieurs. En coordonnées cylindriques  $(r, \theta)$ , ces solutions ont la forme de fonctions de Laguerre-Gauss [133]. Comme nous considérons des résonateurs avec des miroirs cylindriques, ces solutions sont bien adaptées à notre problème. L'amplitude du champ électrique  $E(r, z)$  dans un mode de Laguerre-Gauss s'écrit :

$$E_{m,l}(r, \theta, z) = u_{m,l}(r, \theta, z) \exp \left( ik \frac{r^2}{2R(z)} \right) \exp[i(kz - \omega t - \phi_{G,m,l}(z))] \quad (4.51)$$

Les fonctions  $u_{m,l}(r, \theta, z)$  sont de la forme :

$$u_{m,l}(r, \theta, z) = \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^{|l|} L_m^{|l|} \left( \frac{2r^2}{w(z)^2} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w(z)^2} \right) \exp(-il\theta) \quad (4.52)$$

$L_m^{|l|}$  est un polynôme de Laguerre-Gauss généralisé,  $m$  est un entier positif et  $l$  est un entier relatif. La phase  $\phi_{G,m,l}(z)$  est donnée par :

$$\phi_{G,m,l} = (2m + |l| + 1)\phi_G \quad (4.53)$$

Dans notre cas, la cavité est à symétrie cylindrique car on suppose qu'il n'y a pas de désalignement angulaire. Le champ ne dépend donc pas de  $\theta$  et  $l = 0$ . L'équation 4.52 devient :

$$u_m(r, z) = L_m^0 \left( \frac{2r^2}{w(z)^2} \right) \quad (4.54)$$

Et la phase de Gouy vaut :

$$\phi_{G,m} = (2m + 1)\phi_G \quad (4.55)$$

Lorsque  $m = 0$ ,  $L_m^0 = 1$  et on retrouve le champ de l'équation 4.36.

La condition de résonance pour un mode d'ordre  $m$  s'écrit :

$$kL - (2m + 1)[\phi_G(L) - \phi_G(0)] = p\pi \quad (4.56)$$

La fréquence de résonance d'un mode de Laguerre-Gauss d'ordre  $m$  vaut donc :

$$\nu_{p,m} = \frac{c}{2L} \left( p + \frac{1}{\pi} (2m + 1)[\phi_G(L) - \phi_G(0)] \right) \quad (4.57)$$

Dans le cas d'un résonateur stable, ces modes définissent une base orthogonale et complète pour le champ résonant dans la cavité.

## 4.2 Cavité plan-concave

Pour le démonstrateur souterrain, il est prévu d'utiliser deux cavités optiques de 200 m de long. Il s'agira de résonateurs composés d'un miroir plan en entrée et d'un miroir concave à l'autre extrémité. Il est plus intéressant de se placer dans un cas stable pour garantir l'absence de diffraction sur les miroirs et afin que la phase radiale relative des faisceaux aller et retour soit constante. Dans ce cas, on peut définir un mode propre de la cavité qui ne dépend que de la géométrie des miroirs.

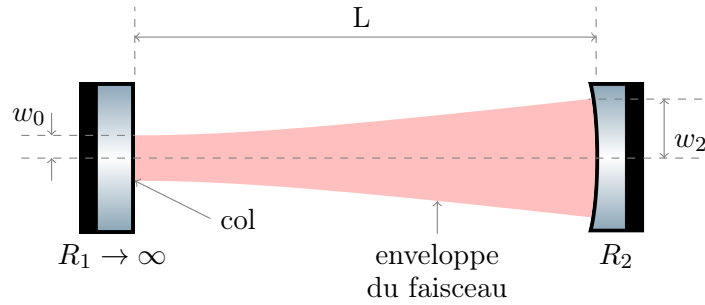


FIGURE 4.8 – Schéma d'une cavité plan-concave.

### 4.2.1 Stabilité

Dans le cas d'une cavité plan-concave comme celle présentée figure 4.8, le paramètre  $g_1$  tend vers 1 car le miroir d'entrée  $M_1$  est plan. La condition de stabilité du résonateur devient :

$$0 < g_2 < 1 \quad (4.58)$$

Cela impose que le miroir concave ait un rayon de courbure supérieur à la longueur de la cavité.

### 4.2.2 Mode fondamental de la cavité

Comme le résonateur est stable, le mode propre fondamental de la cavité est un faisceau gaussien qui doit épouser la courbure des miroirs. Le miroir d'entrée étant plan, le col du faisceau doit être situé dessus. Au niveau du miroir  $M_2$ , on a :

$$R(L) = L \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda L} \right)^2 \right] = R_2 \quad (4.59)$$

Cela contraint le rayon gaussien au niveau du col  $w_0$  :

$$w_0^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{R_2}{L} - 1} \quad (4.60)$$

Au niveau du miroir de fond  $M_2$ , le rayon gaussien du faisceau  $w_2$  est donné par :

$$w_2^2 = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda L}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (4.61)$$

## 4.2.3 Détermination du rayon de courbure des miroirs

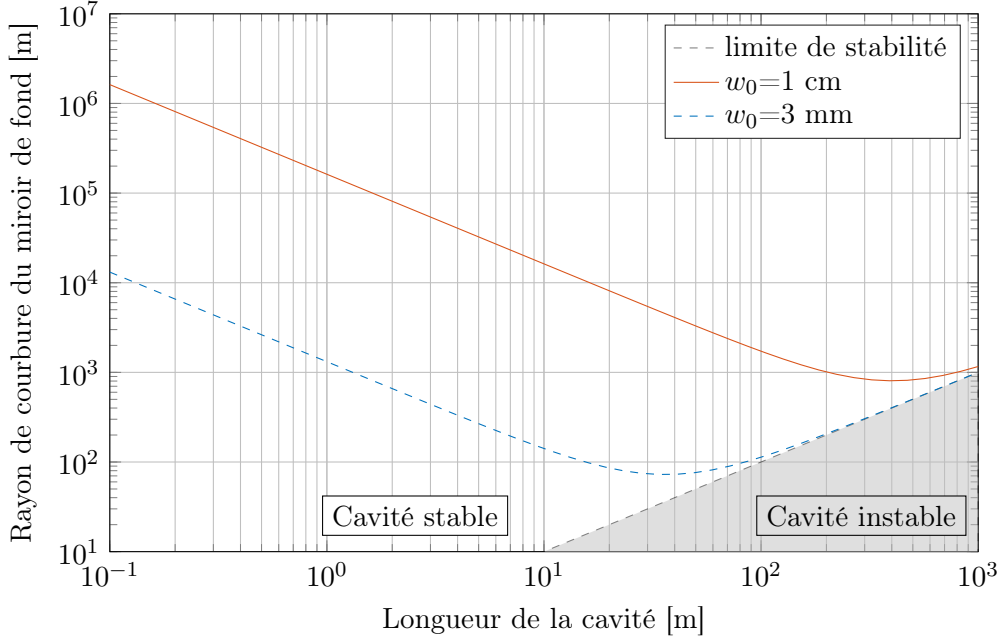


FIGURE 4.9 – Rayon de courbure du miroir de fond de la cavité nécessaire pour obtenir un faisceau de rayon gaussien au col d’un centimètre (rouge) ou de trois millimètres (bleu) en fonction de la longueur de la cavité. La zone grisée correspond aux cas instables des résonateurs plan-concaves.

On voit clairement dans l’équation 4.60 que le rayon gaussien au niveau du col du faisceau est imposé par la longueur de la cavité et par le rayon de courbure  $R_2$  du miroir de fond de la cavité. D’après l’équation 4.59, le rayon de courbure nécessaire pour avoir un mode propre gaussien d’un centimètre de rayon au col (valeur habituelle pour l’interférométrie atomique) est de 1 km pour une cavité de 200 m de long, de 32 km pour une cavité de 5 m et de 203 km pour une cavité de 80 cm. La flèche  $e$  du miroir est donnée par la formule suivante :

$$e = R - \sqrt{R^2 - \frac{D^2}{4}} \quad (4.62)$$

où  $R$  est le rayon de courbure du miroir et  $D$  est son diamètre. La flèche d’un miroir d’un pouce de diamètre et de 30 km de rayon de courbure vaut moins de 3 nm ce qui correspond à une déviation maximale sur l’uniformité de surface inférieure à  $\lambda/200$ . Si l’utilisation de miroirs de quelques centaines de mètres, voire de quelques kilomètres de rayon de courbure est envisageable, des rayons de courbure de plusieurs dizaines de kilomètres (et *a fortiori* de quelques centaines de kilomètres) ne le sont pas. Pour le prototype de gradiomètre qui aura des cavités de 5 m de long, on peut penser réduire la taille du faisceau : pour avoir un mode propre de 3 mm de *waist*, le rayon de courbure  $R_2$  du miroir ne vaut plus que 268 m, ce qui est réalisable. Pour un résonateur de 80 cm de long,  $R_2$  vaut alors 1643 m. Même s’il est possible de fabriquer ces miroirs, leur coût est largement supérieur au budget

consacré à notre expérience préliminaire. Dans la partie suivante, on présente une cavité demi-dégénérée de 80 cm de long dans laquelle il est possible de faire résonner un faisceau avec un rayon au col de plusieurs millimètres.

### 4.3 Résonateur compact demi-dégénéré

On a vu dans la section précédente que des cavités compactes à deux miroirs avec un mode propre gaussien de plusieurs millimètres au col ne sont pas envisageables pour notre expérience préliminaire. On propose d'utiliser à la place le résonateur présenté figure 4.10 qui est constitué d'une lentille de focale  $f$  et de deux miroirs plans situés aux plans focaux de cette lentille [134]. Une configuration de cavité avec un élément focalisant interne a été étudiée dans le contexte de la spectroscopie haute résolution [135, 136]. Il était alors intéressant d'avoir un faisceau avec un diamètre important afin d'augmenter le temps de transit et donc la résolution de la mesure par spectroscopie de la quantité de mouvement échangée entre une molécule libre de  $\text{CH}_4$  et un champ lumineux. L'élément focalisant était un miroir parabolique qui collimatait la lumière issue de son point focal sur un miroir plan. Notre configuration utilise une lentille sphérique plutôt qu'une optique parabolique. Les aberrations du front d'onde sont plus faibles dans le cas d'un résonateur avec une lentille sphérique car la réalisation de celle-ci est bien plus aisée que celle d'un miroir parabolique. Par ailleurs, elle permet d'avoir un résonateur linéaire, ce qui le rend plus robuste aux désalignements.

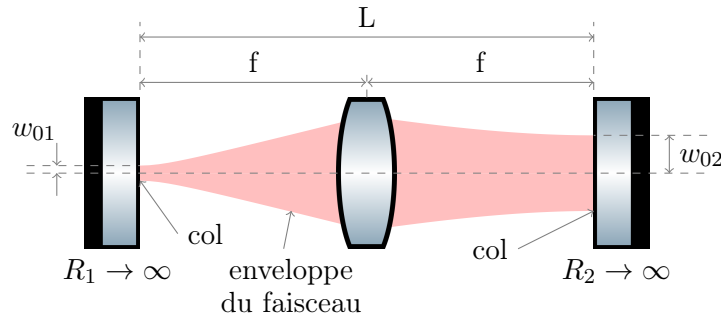


FIGURE 4.10 – Schéma du résonateur demi-dégénéré. Deux miroirs plans sont placés à distance focale d'une lentille biconvexe.

#### 4.3.1 Propriétés du résonateur

Si on injecte dans le résonateur un faisceau laser mono-mode de longueur d'onde  $\lambda$  avec un mode gaussien fondamental dont le col de rayon gaussien  $w_{01}$  est situé sur le miroir d'entrée  $M_1$  alors le col du faisceau de l'autre côté de la lentille est situé sur le miroir  $M_2$  et son rayon gaussien  $w_{02}$  vaut :

$$w_{02} = \frac{\lambda f}{\pi w_{01}} \quad (4.63)$$

On voit sur la figure 4.11 qu'avec  $f = 40$  cm,  $\lambda = 780$  nm et  $w_{01} = 10$   $\mu\text{m}$ , on obtient un faisceau dans la deuxième moitié de la cavité avec un rayon gaussien au col d'un centimètre.



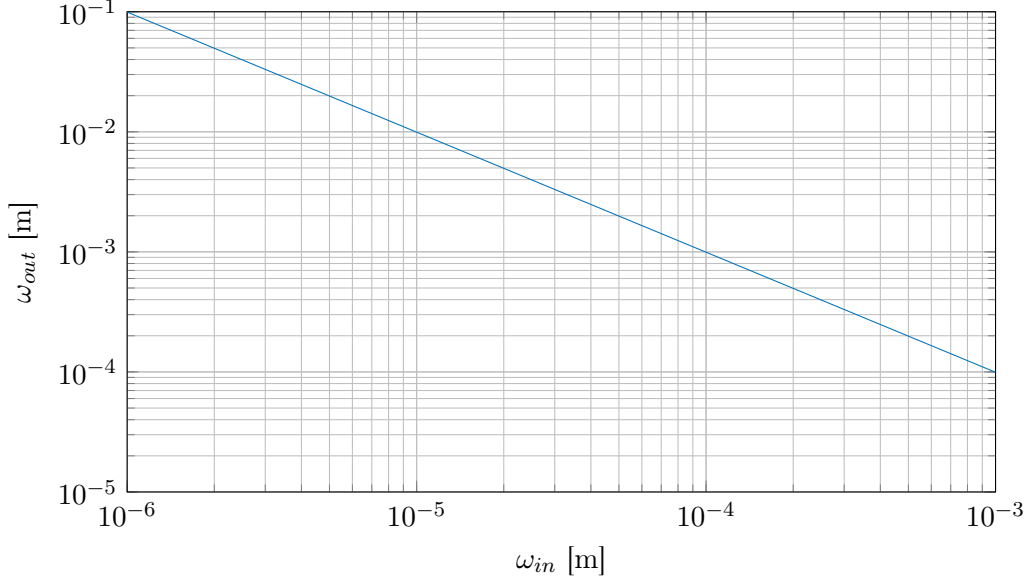


FIGURE 4.11 – *Waist* au niveau du miroir de fond  $w_{02}$  en fonction du *waist* au niveau du miroir d'entrée  $w_{01}$ , avec  $f = 400$  mm et  $\lambda = 780$  nm.

### Finesse et gain optique

Soit  $r_1$  et  $t_1$  les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude du miroir d'entrée  $M_1$ ,  $r_2$  et  $t_2$  ceux du miroir de fond  $M_2$  et  $t_L$  le coefficient de transmission de la lentille. Le gain optique de la cavité est alors :

$$G = \frac{t_1^2}{(1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2)^2} = \frac{1 - r_1^2}{(1 - r_1 r_2 t_L^2)^2} \quad (4.64)$$

La finesse de la cavité est donnée par :

$$F = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2 (1 - \rho)^2}}{1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2 t_L^2}}{1 - r_1 r_2 t_L^2} \quad (4.65)$$

La figure 4.12 montre l'évolution du gain optique et de la finesse du résonateur en fonction des coefficients de réflexion des miroirs ( $r_1^2 = r_2^2$ ) et pour différentes valeurs réalistes de coefficients de transmission de la lentille ( $1 - t_L^2$  entre 500 ppm et 4000 ppm). On constate qu'en raison des pertes dans la cavité, il y a un optimum pour le gain optique qui ne coïncide pas avec une finesse maximale.

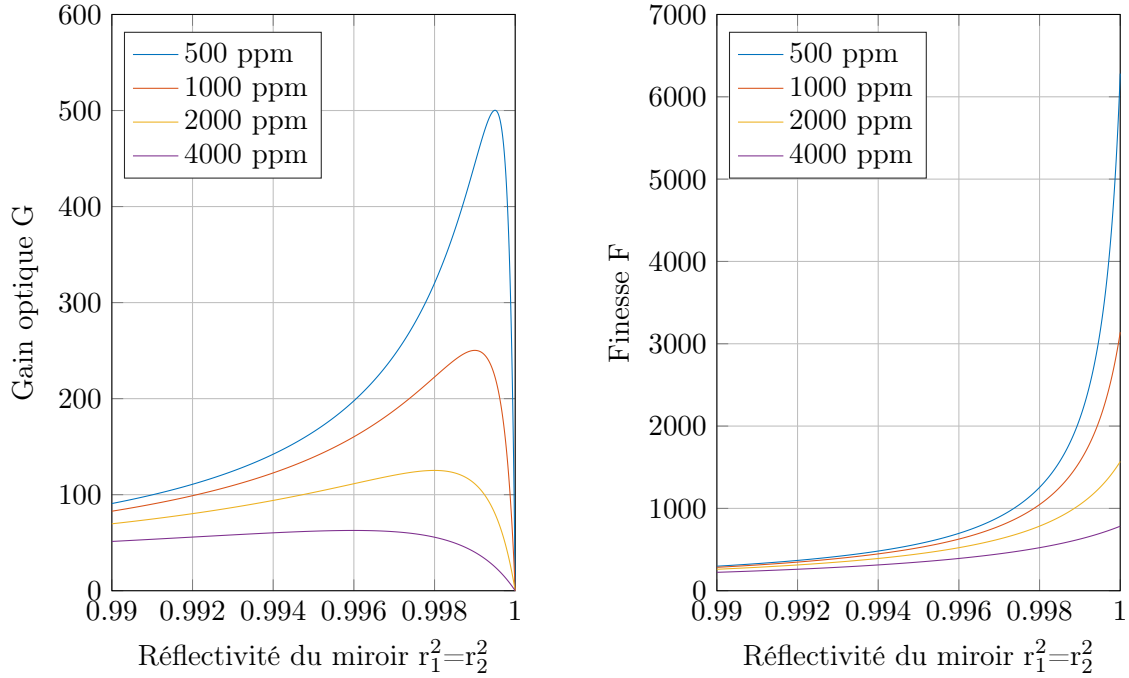


FIGURE 4.12 – Gain optique (à gauche) et finesse (à droite) du résonateur en fonction des coefficients de réflexion des miroirs et pour différentes valeurs de pertes dans la lentille.

### Cavité demi-dégénérée

Dans le cas où le résonateur est parfaitement aligné, la matrice de transfert  $M$  d'un aller-retour vaut :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -I \quad (4.66)$$

Si l'on injecte un faisceau gaussien quelconque de rayon de courbure complexe  $q$  dans cette cavité, son rayon de courbure complexe après un aller-retour  $q'$  vaut :

$$q' = \frac{Aq + B}{Cq + D} = q \quad (4.67)$$

Cela signifie que n'importe quel faisceau gaussien peut résonner dans cette cavité marginalement stable.

On rappelle que la condition de résonance d'un mode de Laguerre-Gauss dans une cavité stable peut s'écrire sous la forme (voir paragraphe 4.1.3) :

$$kL - (2m + |l| + 1)[\phi_G(L) - \phi_G(0)] = p\pi \quad (4.68)$$

Cette équation peut aussi s'écrire sous la forme :

$$2kL - (2m + |l| + 1) \cos^{-1} \frac{A + D}{2} = 2p\pi \quad (4.69)$$

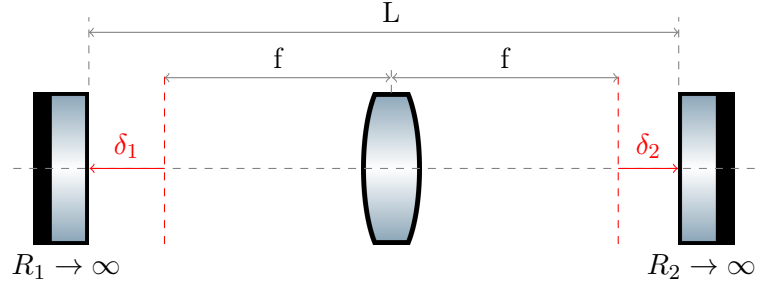


FIGURE 4.13 – Schéma du résonateur demi-dégénéré désaligné.

Dans notre cas,  $A = D = -1$ , par conséquent, tous les modes pairs ( $l$  pair) et tous les modes impairs ( $l$  impair) résonneront à des fréquences séparées d'un demi intervalle spectral libre, et ce quelle que soit la valeur de  $p$  [137].

On dit que cette cavité est demi-dégénérée. Il est à noter qu'un champ lumineux quelconque ne sera pas parfaitement transmis étant donné que les modes impairs ne sont pas résonants quand les modes pairs le sont. Cependant, dans ce cas précis, on suppose que l'on injecte un mode fondamental gaussien pur. Ainsi, la cavité sera résonante quels que soient la position et le diamètre du col du faisceau.

### 4.3.2 Influence des désalignements longitudinaux

Expérimentalement, les miroirs ne sont pas parfaitement positionnés aux plans focaux de la lentille. Comme la cavité est en limite de stabilité, ces désalignements longitudinaux peuvent faire basculer le résonateur dans une configuration strictement stable ou instable et modifier ainsi le champ dans la cavité, ce qui peut affecter l'interféromètre atomique.

Dans le cas désaligné (cf. figure 4.13), les paramètres de stabilité de la cavité s'écrivent [120] :

$$g_1 = 1 - \frac{f + \delta_1}{f} = \frac{-\delta_1}{f} \quad (4.70)$$

$$g_2 = 1 - \frac{f + \delta_2}{f} = \frac{-\delta_2}{f} \quad (4.71)$$

Pour rappel, la condition de stabilité stricte est la suivante :

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (4.72)$$

On suppose que les désalignements  $\delta_1$  et  $\delta_2$  restent petits devant  $f$ . On peut donc ignorer le cas  $g_1 g_2 > 1$ . Ainsi, lorsque  $g_1 g_2 = 0$ , le résonateur est marginalement stable, si  $\delta_1$  et  $\delta_2$  sont du même signe, le résonateur est strictement stable, et s'ils ont des signes opposés, il est instable. On a vu que dans le cas stable, le calcul du champ résonant dans la cavité peut être fait analytiquement en décomposant le faisceau incident sur la base des modes propres du résonateur. Dans le cas instable, la description mathématique de la cavité est plus complexe [125].

### Calcul du champ résonant dans la cavité

Pour calculer les profils de phase et d'intensité du champ résonant dans la cavité quelle que soit sa condition de stabilité, on propage un faisceau gaussien en utilisant le formalisme  $ABCD$ . On fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de désalignements angulaires et on néglige les aberrations de la lentille. On injecte le résonateur avec un faisceau gaussien défini par sa longueur d'onde  $\lambda$  et par la position et le rayon gaussien  $w_0$  de son col. Le rayon de courbure complexe de ce faisceau au niveau du col est alors :

$$q_0 = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (4.73)$$

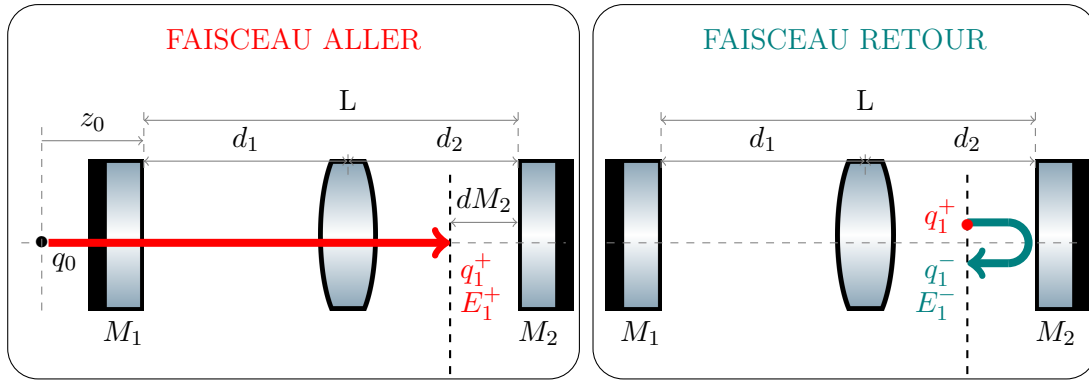


FIGURE 4.14 – Détermination du paramètre  $q$  dans la cavité au premier aller-retour.

Durant la phase d'initialisation décrite figure 4.14, on détermine le rayon de courbure complexe  $q_1$  à la position qui nous intéresse, ici dans le plan situé à mi-chemin entre la lentille et le second miroir, là où seront interrogés les atomes. Le paramètre  $q_1$  est déterminé à partir de  $q_0$  et de la matrice de transfert  $T_{init}$ . Dans le cas où l'on considère le faisceau aller (noté avec un exposant  $+$ ),  $T_{init}$  vaut :

$$T_{init} = \begin{pmatrix} 1 & d_2 - dM_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & z_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

Le paramètre  $q_1^+$  vaut :

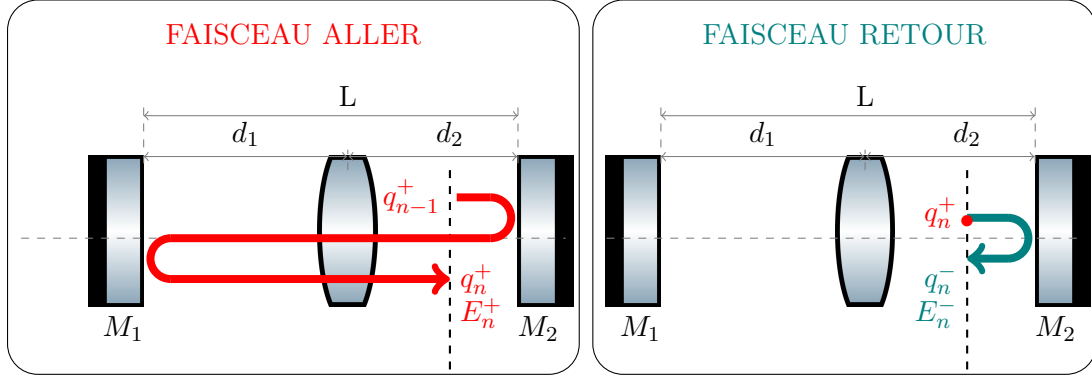
$$q_1^+ = \frac{T_{11}q_0 + T_{12}}{T_{21}q_0 + T_{22}} \quad (4.75)$$

En calculant la matrice de transfert  $ABCD$  d'un aller-retour au niveau du plan d'interrogation des atomes, on peut déterminer itérativement le paramètre  $q_n^+$  du faisceau après  $n$  aller-retours comme montré figure 4.15 :

$$q_{n+1}^+ = \frac{Aq_n^+ + B}{Cq_n^+ + D} \quad (4.76)$$

Avec, dans le cas du faisceau aller :

$$\begin{aligned} A &= \frac{2\delta_1(\delta_2 - dM_2)}{f^2} - 1 & B &= \frac{2\delta_1(\delta_2^2 - dM_2^2)}{f^2} - 2\delta_2 \\ C &= \frac{2\delta_1}{f^2} & D &= \frac{2\delta_1(\delta_2 + dM_2)}{f^2} - 1 \end{aligned} \quad (4.77)$$


 FIGURE 4.15 – Détermination du paramètre  $q$  dans la cavité après  $n$  aller-retours.

La phase de Gouy accumulée sur  $n$  aller-retours est aussi calculée itérativement [138] :

$$\Phi_{G,n+1}^+ = \Phi_{G,n}^+ + \tan^{-1} \left( \frac{B}{\left( A + \frac{B}{\lambda R_{n+1}^+} \right) \pi (w_{n+1}^+)^2} \right) \quad (4.78)$$

Où  $R_{n+1}^+$  est le rayon de courbure réel du faisceau donné par :

$$\frac{1}{R_n^+} = \operatorname{Re} \left( \frac{1}{q_n^+} \right) \quad (4.79)$$

Et  $w_n^+$  est le rayon gaussien du faisceau donné par :

$$\operatorname{Im} \left( \frac{1}{q_n^+} \right) = \frac{-\lambda}{\pi (w_n^+)^2} \quad (4.80)$$

On considère que notre référence de phase est définie par le plan du faisceau de paramètre  $q_1^+$ . Ainsi,  $\Phi_{G,1}^+ = 0$ .

Dans le cas où l'on s'intéresse au faisceau retour (noté cette fois avec un exposant  $-$ ), il faut prendre en compte la propagation sur la distance  $2 \times dM_2$ . Les rayons de courbure complexes dans le plan d'interrogation des atomes  $q_n^-$  peuvent être calculés à partir de ceux du faisceau aller :

$$q_n^- = q_n^+ + 2dM_2 \quad (4.81)$$

La phase de Gouy accumulée  $\Phi_{G,n}^-$  va dépendre de la position du col du faisceau à l'aller-retour  $n$  (cf figure 4.16) :

$$\Phi_{G,n}^- = \Phi_{G,n}^+ - \arctan \left( \frac{z_n^+}{z_{Rn}^+} \right) + \arctan \left( \frac{z_n^-}{z_{Rn}^-} \right) \quad (4.82)$$

Connaissant le paramètre  $q_n$  du faisceau et la phase de Gouy  $\Phi_{G,n}$  accumulée sur  $n$  aller-retours, on peut calculer le champ au centre du faisceau  $E_n(r=0)$ . Dans le cas du

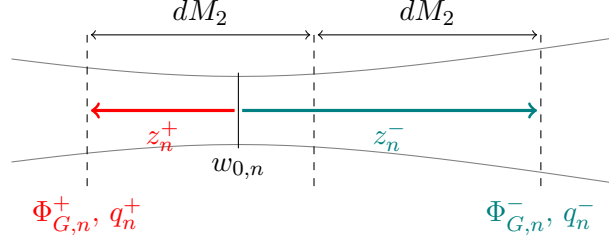


FIGURE 4.16 – Calcul de la phase de Gouy

faisceau aller,  $E_n^+(r=0)$  vaut :

$$E_n^+(r=0) = t_1 t_L \times (r_2 t_L^2 r_1)^{n-1} \times E_{0,n}^+ \times \frac{w_{0,n}^+}{w_n^+} \times \exp(-2iknL) \times \exp(i\Phi_{G,n}^+) \quad (4.83)$$

Le premier terme prend en compte les pertes subies par le faisceau lors de la propagation de  $q_0$  à  $q_1^+$  et le second prend en compte les pertes à chaque aller-retour. Le troisième terme  $E_{0,n}^+$  vaut :

$$E_{0,n}^+ = \sqrt{2\mu_0 c \times \frac{2P_{in}}{\pi(w_{0,n}^+)^2}} \quad (4.84)$$

Il s'agit d'un paramètre de renormalisation. En effet, il y a conservation de la puissance  $P_{in}$  du faisceau en entrée (aux facteurs de pertes près) et l'intensité du faisceau au niveau de son col dépend de son rayon gaussien. Il est donc nécessaire de prendre en compte la taille du *waist*  $w_{0,n}^+$  du faisceau à chaque aller-retour.  $\mu_0$  est la perméabilité du vide et  $c$  est la célérité de la lumière. Le facteur d'amplitude  $w_{0,n}^+/w_n^+$  exprime la diminution d'intensité sur l'axe en raison de l'expansion du faisceau. Les deux derniers termes prennent en compte la phase de propagation du faisceau et la phase de Gouy accumulées après  $n$  aller-retours.

Si l'on s'intéresse au faisceau retour, il faut tenir compte du coefficient de réflexion du miroir de fond et la phase de propagation sur la distance  $2 \times dM_2$  lors du trajet de  $q_0$  à  $q_1^-$  et bien sûr considérer les paramètres  $q_n^-$  et les phases  $\Phi_{G,n}^-$ . Le champ au centre devient :

$$E_n^-(r=0) = t_1 t_L r_2 \times (r_2 t_L^2 r_1)^{n-1} \times E_{0,n}^- \times \frac{w_{0,n}^-}{w_{0,n}^-} \times \exp(-ik(2nL + 2dM_2)) \times \exp(i\Phi_{G,n}^-) \quad (4.85)$$

Pour obtenir le champ électrique radial, il faut multiplier le champ au centre par les termes d'amplitude et de phase gaussiens :

$$E_n(r)^\pm = E_n^\pm(r=0) \times \exp\left(-\frac{r^2}{w_n^\pm}\right) \times \exp\left(-\frac{ikr^2}{2R_n^\pm}\right) \quad (4.86)$$

Le champ total  $E_c^\pm(r)$  résonant dans la cavité est la somme des champs  $E_n^\pm(r)$  :

$$E_c^\pm(r) = \sum_{n=0}^N E_n(r)^\pm \quad (4.87)$$

$N$  est le nombre d'aller-retours dans la cavité  $N$ . Pour atteindre l'état d'équilibre, on choisit  $N$  tel que  $\frac{E_{N+1} - E_N}{E_N} \ll 1$  (typiquement de l'ordre de  $10^{-4}$ ).

### Simulation de l'asservissement de la cavité

Un faisceau à 780 nm est utilisé pour interroger les atomes et celui-ci doit être résonant avec la cavité. Pour simuler la stabilisation de la cavité à résonance, on fait varier la longueur d'onde (typiquement par pas de l'ordre de  $5 \times 10^{-6}$  nm). La cavité sera considérée à résonance lorsque la puissance dans la cavité sera maximale.

On calcule le champ du faisceau aller au niveau du miroir de fond pour chaque valeur de longueur d'onde  $\lambda$ . Pour cela, on suit la procédure décrite dans la section précédente en posant  $dM_2 = 0$ . La puissance dans la cavité est calculée en intégrant l'intensité du champ :

$$P_c = \int_{r=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{c\epsilon_0}{2} |E_c(r)|^2 r dr d\theta \quad (4.88)$$

En pratique, on a  $S$  valeurs de  $r$  discrètes avec  $r_0 = 0$  et  $r_S$  grand devant le rayon gaussien du faisceau. L'intégration est faite avec la méthode des trapèzes. La puissance dans la cavité devient :

$$P_c \approx \frac{c\pi\epsilon_0}{2} \sum_{n=0}^{S-1} (r_{n+1} - r_n) [|E_c(r_{n+1})|^2 r_{n+1} + |E_c(r_n)|^2 r_n] \quad (4.89)$$

Connaissant la puissance dans la cavité et la puissance en entrée, on peut calculer le gain optique  $G = P_c/P_{in}$ . La cavité est à résonance lorsque le gain optique est maximal.

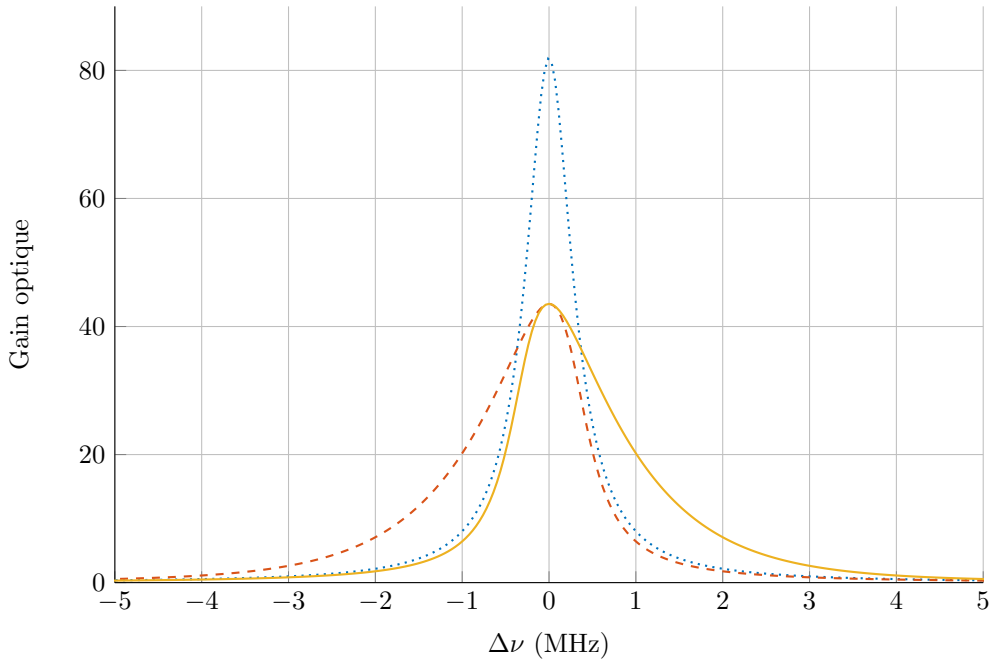


FIGURE 4.17 – Profil des pics en transmission, centrés sur leur fréquence de résonance respective pour une cavité de finesse  $F = 280$  pour le cas dégénéré  $\delta_1 = \delta_2 = 0$  (en bleu, pointillé), pour le cas stable  $\delta_1 = \delta_2 = 10 \mu\text{m}$  (en jaune, continu) et pour le cas instable équivalent  $-\delta_1 = \delta_2 = 10 \mu\text{m}$  (en rouge, tirets).

La figure 4.17 montre l'allure de la résonance pour différents désalignements. Pour pouvoir les comparer, les pics de résonance ont été centrés sur leur fréquence respective. On constate que dans le cas où la cavité est parfaitement alignée, le pic est symétrique. Lorsque l'on s'éloigne de cette configuration, ce spectre devient asymétrique.

Dans le cas où le désalignement mène à un résonateur stable, ce comportement peut être expliqué en faisant une décomposition du mode en entrée de la cavité sur la base des modes propres du résonateur (cf. figure 4.18). La cavité n'est plus dégénérée et les fréquences  $\nu_{p,m}$  des modes propres de la base formée par les modes de Laguerre-Gauss à symétrie cylindrique sont données par :

$$\nu_{p,m,l=0} = \frac{c}{2L} \left( p + \frac{1}{\pi}(2m+1)\Phi_G \right) \quad (4.90)$$

où  $\Phi_G$  est la phase de Gouy accumulée d'un miroir à l'autre. La matrice de transfert du miroir d'entrée au miroir de fond vaut :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\delta_2}{f} & f - \frac{\delta_1\delta_2}{f} \\ -\frac{1}{f} & -\frac{\delta_1}{f} \end{pmatrix} \quad (4.91)$$

Par conséquent, la phase de Gouy accumulée sur un aller  $\Phi_G$  vaut, d'après l'équation 4.78 :

$$\Phi_G = \tan^{-1} \left( \frac{B}{\left( A + \frac{B}{\lambda R} \right) \pi w^2} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{f - \frac{\delta_1\delta_2}{f}}{\left( -\frac{\delta_2}{f} + \frac{f - \frac{\delta_1\delta_2}{f}}{\lambda R} \right) \pi w^2} \right) \quad (4.92)$$

où  $R$  est le rayon de courbure réel du faisceau et  $w$  est son rayon gaussien au niveau du miroir de fond. Lorsque la cavité est parfaitement alignée,  $A = 0$  et  $B = f$ . Si le col du faisceau incident est situé sur le miroir d'entrée, alors après la lentille, le col du faisceau est aussi situé sur le miroir de fond et la phase de Gouy accumulée sur un aller-retour tend vers  $\pi/2$ .

Dans le cas plus général où  $\delta_1$  et  $\delta_2$  ne sont pas nuls, les modes longitudinaux sont séparés de  $\Delta\nu_p = \frac{c}{2L}$  et les modes transverses sont séparés de  $\Delta\nu_m = \frac{c}{\pi L} \Phi_G \approx \frac{c}{2L}$ . Les modes avec le même  $p + m$  résonnent donc proches les uns des autres et leur séparation vaut :

$$\Delta\nu^{p+m} = \frac{c}{\pi L} (\Phi_G - \pi/2) \quad (4.93)$$

Si le désalignement est suffisamment faible, les résonances des modes transverses se recouvrent partiellement et il en résulte une résonance asymétrique. Quand la cavité est parfaitement alignée,  $\Phi_G = \pi/2$  et  $\Delta\nu^{p+m} = 0$  : tous les modes transverses résonnent à la même fréquence et un champ quelconque en entrée peut être résonant à cette fréquence. On retrouve bien les caractéristiques de la cavité demi-dégénérée.



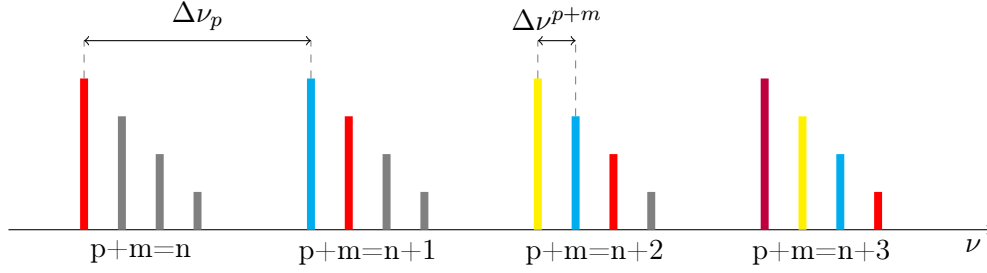


FIGURE 4.18 – Fréquences de résonance des modes de Laguerre-Gauss dans le cas d’une cavité désalignée stable. Les modes avec  $p = n$  sont représentés en rouge, ceux avec  $p = n + 1$  en bleu,  $p = n + 2$  en jaune et  $p = n + 3$  en violet ( $n$  est un entier). Les modes d’ordres supérieurs ont des hauteurs d’autant plus petites que  $m$  est grand.

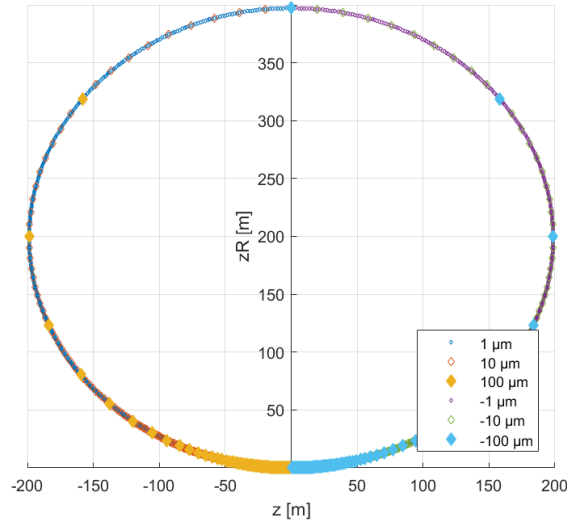


FIGURE 4.19 – Évolution du paramètre  $q = iz_R + z$  au niveau du miroir de fond au fil des aller-retours pour  $\delta_1 = 1 \mu\text{m}$ ,  $10 \mu\text{m}$ ,  $100 \mu\text{m}$  (configurations stables) et  $\delta_1 = -1 \mu\text{m}$ ,  $-10 \mu\text{m}$  et  $-100 \mu\text{m}$  (configurations instables). On a fixé  $\delta_2 = 1 \mu\text{m}$ . Le col du faisceau est fixé sur le miroir d’entrée et son rayon gaussien au col vaut  $10 \mu\text{m}$ .

Dans le cas où le désalignement mène à un résonateur instable, la résonance est aussi asymétrique et elle est orientée dans le sens opposé à celle du cas stable.

Pour expliquer le comportement symétrique dans les cas stables et instables, on s’intéresse à l’évolution du paramètre  $q$  du faisceau au niveau du miroir de fond au fil des aller-retours dans la cavité pour différents désalignements du miroir d’entrée (cf. figure 4.19). Dans toutes ces configurations, on considère que le col du faisceau est situé sur le miroir d’entrée et que son rayon gaussien vaut  $10 \mu\text{m}$ , et que le miroir de fond est désaligné de  $\delta_2 = 1 \mu\text{m}$ . Au premier aller-retour, le col du faisceau après la lentille est très proche du miroir de fond car les désalignements  $\delta_1$  et  $\delta_2$  considérés sont petits. On a donc  $q_1 \approx iz_{R1}$  avec  $z_{R1} = 397 \text{ m}$ . Comme la cavité n’est pas parfaitement alignée, elle n’est plus demi-dégénérée et le paramètre  $q$  n’est pas conservé d’un aller-retour à l’autre. On constate que

plus le désalignement est grand, plus  $q$  tend rapidement vers 0. Si les désalignements  $\delta_1$  sont positifs, la cavité est stable. Dans ce cas, sur le graphe figure 4.19,  $q$  évolue dans la zone des  $z$  négatifs. Si  $\delta_1$  est négatif, le résonateur est instable et  $q$  évolue de façon symétrique dans la zone des  $z$  positifs.

Comme les branches stables et instables sont symétriques, les phases de Gouy dans les cas stables et instables peuvent s'écrire :

$$\Phi_G^{stable} = \pi/2 - \delta\phi \quad (4.94)$$

$$\Phi_G^{instable} = \pi/2 + \delta\phi \quad (4.95)$$

Dans le cas instable avec  $L' = 2f + \delta_2 - |\delta_1|$ , la puissance qui cavitera dans le résonateur pour un mode de Laguerre-Gauss sera maximale lorsque :

$$\nu_{p,m}^{instable} = \frac{c}{2L'} \left( p + \frac{1}{\pi}(2m+1)(\pi/2 + \delta\phi) \right) \quad (4.96)$$

On parlera alors de pseudo-résonance.

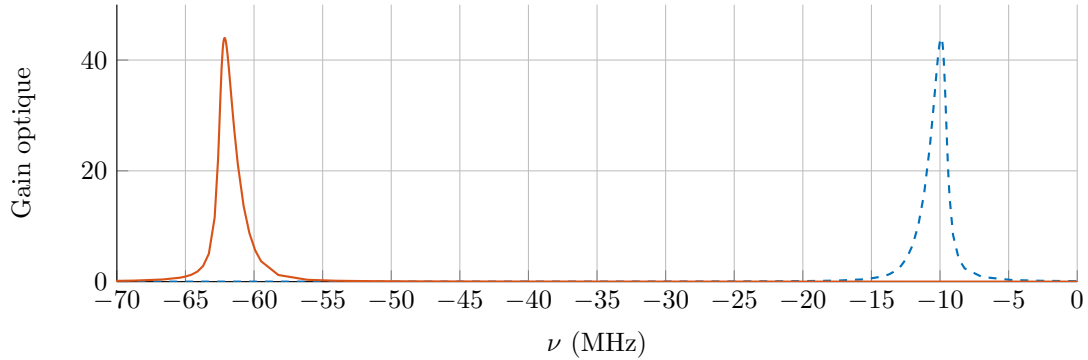


FIGURE 4.20 – La résonance stable ( $\delta_1 = \delta_2 = 10 \mu m$ ) est tracée en rouge (trait plein). Elle est symétrique à la pseudo-résonance instable ( $\delta_1 = -\delta_2 = -10 \mu m$ ) tracée en bleu (trait pointillé). L'écart entre les deux résonances est  $\Delta\nu_{p,0}$ .

La différence de fréquence entre la résonance d'un mode de Laguerre-Gauss dans le cas stable et sa pseudo-résonance dans le cas instable vaut :

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{p,m} &= \nu_{p,m}^{instable} - \nu_{p,m}^{stable} \\ &= \frac{c}{2L'} \left( p + \frac{1}{\pi}(2m+1)(\pi/2 + \delta\phi) \right) - \frac{c}{2L} \left( p + \frac{1}{\pi}(2m+1)(\pi/2 - \delta\phi) \right) \\ &= \frac{c}{2LL'} \left( -2|\delta_1|(p+m) + \frac{2}{\pi}(2f + \delta_2)(2m+1)\delta\phi \right) \end{aligned}$$

Comme le désalignement  $\delta_1$  est petit devant  $f$ , on peut réécrire  $\Delta\nu_{p,m}$  comme :

$$\Delta\nu_{p,m} \approx \frac{c}{2L^2} \left( -2|\delta_1|(p+m) + \frac{2L}{\pi}(2m+1)|\delta\phi \right) \quad (4.97)$$

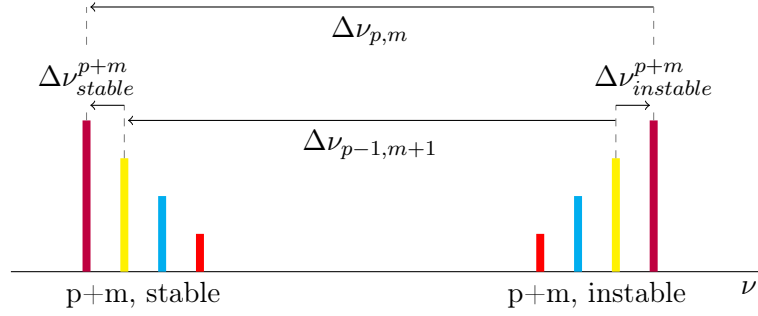


FIGURE 4.21 – Fréquences de résonance des modes de Laguerre-Gauss dans le cas d’une cavité désalignée stable et de la configuration symétrique instable. Les modes d’ordres supérieurs ont des hauteurs d’autant plus petites que  $m$  est grand.

Dans le cas instable, les modes avec le même  $p+m$  résonnent proches les uns des autres et leur séparation vaut (cf. figure 4.21) :

$$\begin{aligned}
 \Delta\nu_{instable}^{p+m} &= \Delta\nu_{p-1,m+1} - \Delta\nu_{p,m} + \Delta\nu_{stable}^{p+m} \\
 &= \frac{c}{2L^2} \left( -2|\delta_1|(p+m) + \frac{2L}{\pi}(2m+3)\delta\phi \right) \\
 &\quad - \frac{c}{2L^2} \left( -2|\delta_1|(p+m) + \frac{2L}{\pi}(2m+1)\delta\phi \right) \\
 &\quad - \frac{c}{\pi L}\delta\phi \\
 &= \frac{c}{\pi L}2\delta\phi
 \end{aligned}$$

On a :

$$\Delta\nu_{instable}^{p+m} = -\Delta\nu_{stable}^{p+m} \quad (4.98)$$

Cela explique pourquoi la résonance dans le cas instable est symétrique à celle du cas stable correspondant.

Nous nous servons du fait que le profil de la résonance devient asymétrique lorsque l’on s’éloigne de la configuration dégénérée lors de l’alignement de la cavité. La procédure expérimentale pour optimiser la position des miroirs sera présentée au chapitre suivant.

### Profils d’intensité et de phase

Afin de pouvoir dimensionner notre système optique, il est important de déterminer l’influence qu’ont les différents paramètres comme le rayon du col du faisceau en entrée, la position du miroir d’entrée  $M_1$  ou encore la position du miroir de fond  $M_2$ .

Dans le cas où le résonateur est parfaitement dégénéré, on cherche à obtenir un faisceau en entrée le plus petit possible pour avoir un rayon maximal dans la zone d’interrogation des atomes. Cependant, on voit figure 4.22 que dans le cas d’une cavité légèrement désalignée (ici  $\delta_1 = \delta_2 = 10 \mu\text{m}$ ), le comportement est radicalement différent selon que l’on considère un col de faisceau en entrée de  $10 \mu\text{m}$ ,  $20 \mu\text{m}$  ou encore  $50 \mu\text{m}$ . Lorsque le col du faisceau vaut  $50 \mu\text{m}$ , la cavité n’est pas sensible aux désalignements de l’ordre de  $10 \mu\text{m}$  : les profils

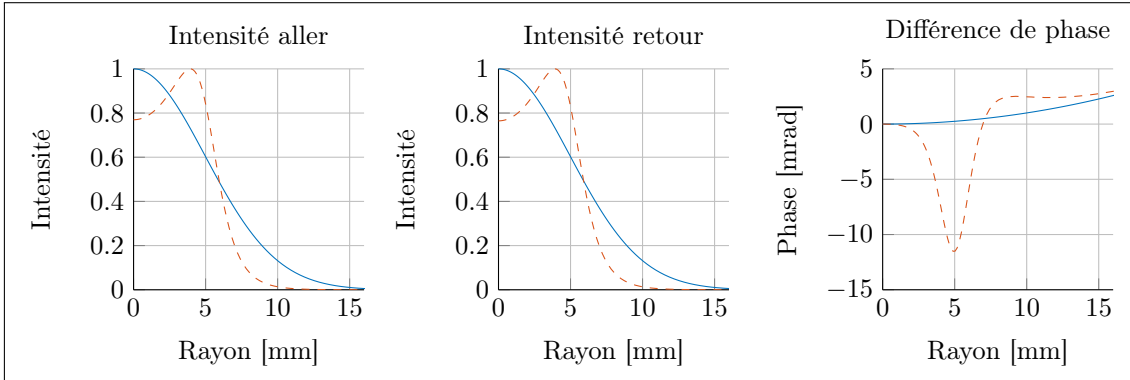
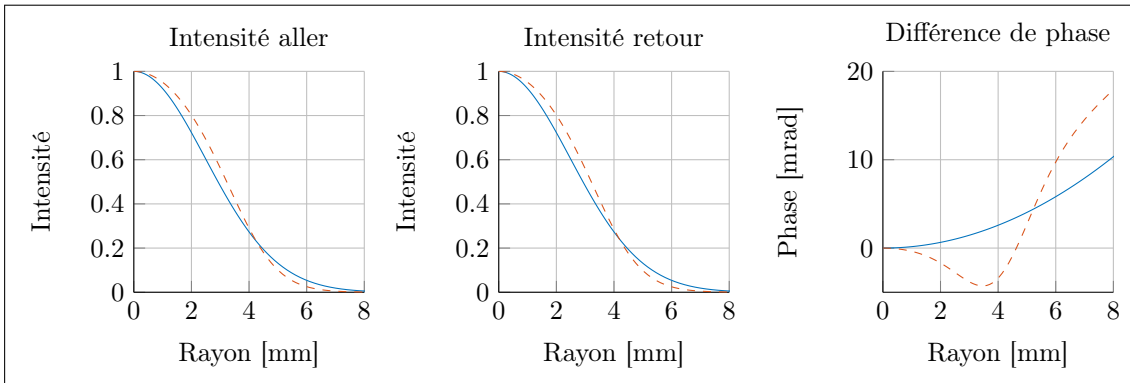
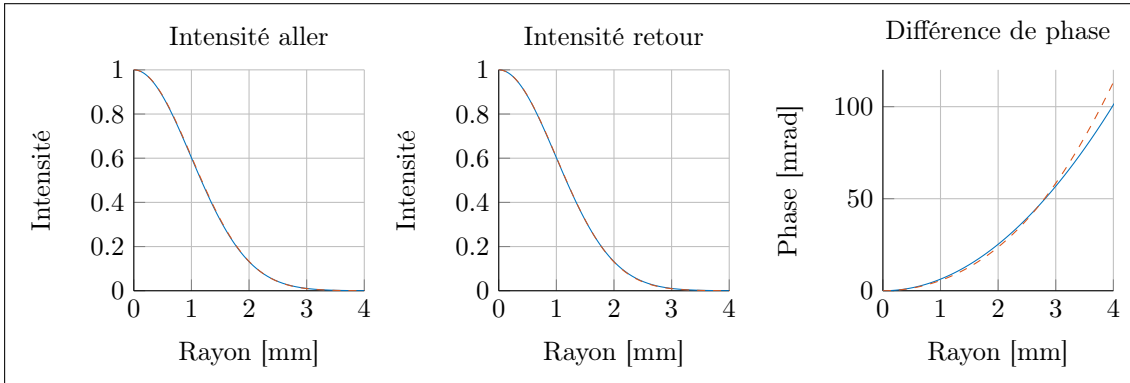

 (a)  $w_0 = 10 \mu\text{m}$ 

 (b)  $w_0 = 20 \mu\text{m}$ 

 (c)  $w_0 = 50 \mu\text{m}$ 

FIGURE 4.22 – Influence de la taille du rayon gaussien au col du faisceau en entrée de la cavité. Les profils d'intensité du faisceau aller et du faisceau retour ainsi que leur différence de phase au niveau des atomes sont tracés pour une cavité parfaitement alignée (en bleu, trait plein) et une cavité désalignée avec  $\delta_1 = \delta_2 = 10 \mu\text{m}$  (en rouge, trait pointillé). On considère un faisceau d'entrée dont le col est situé sur le miroir d'entrée de la cavité et dont le rayon au col vaut  $10 \mu\text{m}$ ,  $20 \mu\text{m}$  ou  $50 \mu\text{m}$ .

d'intensités de la cavité désalignée sont indiscernables de ceux de la cavité dégénérée et les différences de phase sont extrêmement proches dans les zones de plus forte intensité (cf. figure 4.22.c). En revanche, lorsque le rayon au col du faisceau en entrée vaut  $10\ \mu\text{m}$  ou  $20\ \mu\text{m}$ , on constate un effet du désalignement d'autant plus important que le rayon du faisceau injecté est petit. Lorsque le col du faisceau en entrée vaut  $10\ \mu\text{m}$ , le champ résonant dans la cavité désalignée a un profil d'intensité creusé au centre et la différence de phase présente une forte anomalie dans la zone d'intensité la plus forte (cf. figure 4.22.a).

Pour expliquer ces différences de comportement, il faut s'intéresser aux effets du désalignement d'un miroir en considérant l'autre parfaitement positionné. Lorsque le miroir d'entrée est parfaitement positionné, la cavité n'est pas sensible à un désalignement longitudinal du miroir de fond de l'ordre du centimètre : pour un rayon du col du faisceau injecté de  $10\ \mu\text{m}$ ,  $20\ \mu\text{m}$  ou  $50\ \mu\text{m}$ , les profils de phase et d'intensité pour  $\delta_2 = 0$  et  $\delta_2 = 1\ \text{cm}$  sont indiscernables. Pour les valeurs du col du faisceau d'entrée considérées, les longueurs de Rayleigh du faisceau après la lentille valent respectivement  $397\ \text{m}$ ,  $99\ \text{m}$  et  $16\ \text{m}$ . Ces distances sont très grandes devant le déplacement du miroir de fond, et par conséquent, l'effet de ce désalignement est minime.

Sur la figure 4.23 le miroir de fond est parfaitement positionné et le miroir d'entrée est désaligné ( $\delta_1$  vaut  $0\ \mu\text{m}$ ,  $20\ \mu\text{m}$  ou  $100\ \mu\text{m}$ ). On constate que les profils d'intensité et de phase sont d'autant plus déformés que le désalignement est grand et que le rayon au col du faisceau d'entrée est faible. En effet, de ce côté de la lentille la longueur de Rayleigh vaut  $403\ \mu\text{m}$  pour  $w_0 = 10\ \mu\text{m}$ ,  $1,6\ \text{mm}$  pour  $w_0 = 20\ \mu\text{m}$  et  $1\ \text{cm}$  pour  $w_0 = 50\ \mu\text{m}$ . Les désalignements ne sont plus négligeables devant  $z_R$  dans les cas où  $w_0$  vaut  $10\ \mu\text{m}$  ou  $20\ \mu\text{m}$  et cela conduit aux fortes perturbations observées. Dans le cas où  $w_0$  vaut  $50\ \mu\text{m}$ , les désalignements considérés sont nettement plus petits que la longueur de Rayleigh et les déformations du faisceau sont faibles, voire négligeables pour  $\delta_1 = 20\ \mu\text{m}$ . Expérimentalement, il n'est pas possible d'avoir des optiques parfaitement positionnées, la précision atteignable est de l'ordre de la dizaine de micromètres. Lors du dimensionnement du système optique, il faudra donc faire un compromis sur la taille du faisceau en entrée.

### 4.3.3 Étude d'un interféromètre atomique en cavité avec des transitions de Bragg d'ordre élevé

Pour valider l'utilisation de notre résonateur marginalement stable pour l'interférométrie atomique et quantifier sa robustesse vis-à-vis des erreurs d'alignement longitudinal, on a étudié numériquement un interféromètre atomique utilisant des transitions de Bragg d'ordre élevé réalisées dans cette cavité. Ce travail a été réalisé en collaboration avec Nicolas Mielec et Rémi Geiger au SYRTE.

#### Configuration

Par simplicité, on étudie un accéléromètre horizontal en micro pesanteur [139]. Ainsi, c'est le même faisceau laser qui manipule les atomes lors des trois pulses de la séquence. Cette configuration est présentée figure 4.24. Le nuage atomique utilisé a une température de  $1\ \mu\text{K}$  dans les deux directions perpendiculaires à l'axe de la cavité. On considère que la largeur de la distribution en vitesse le long de la direction d'interrogation est très petite devant la vitesse de recul afin que les deux sorties de l'interféromètre ne se recouvrent pas

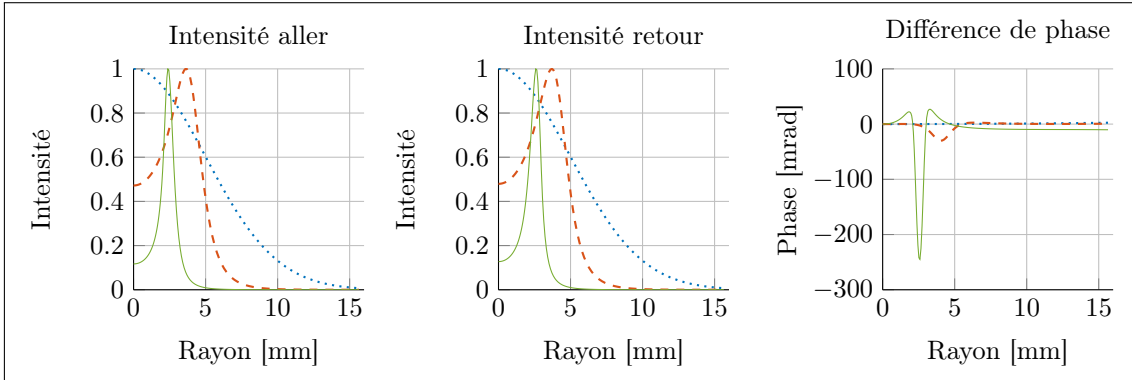
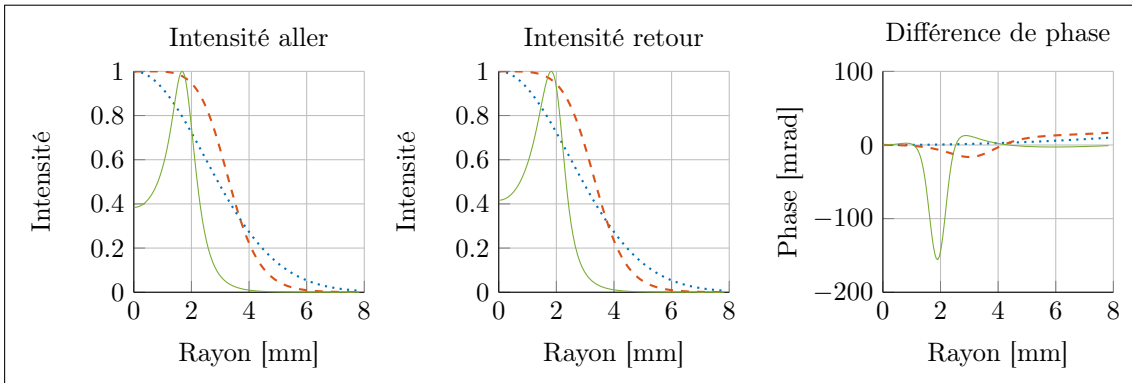
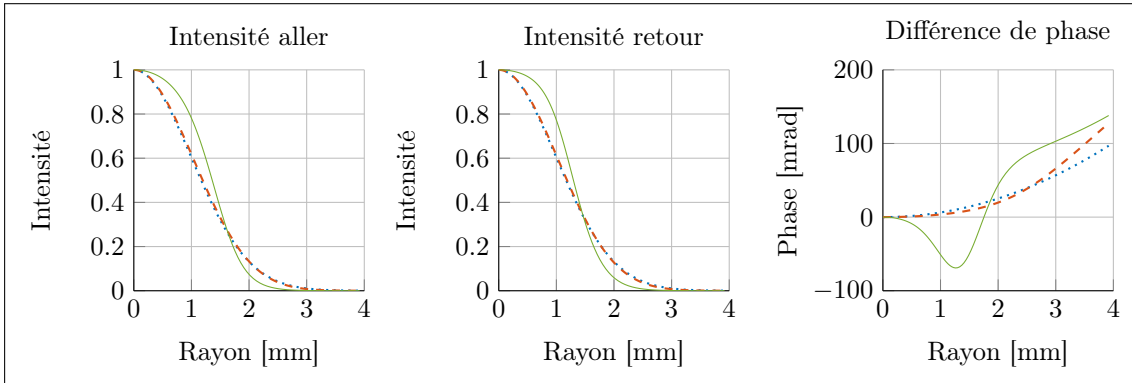

 (a)  $w_0=10 \mu\text{m}$ 

 (b)  $w_0=20 \mu\text{m}$ 

 (c)  $w_0=50 \mu\text{m}$ 

FIGURE 4.23 – Influence de la position du miroir d’entrée de la cavité. Les profils d’intensité du faisceau aller et du faisceau retour ainsi que leur différence de phase au niveau des atomes sont tracés pour une cavité parfaitement alignée (en bleu, pointillés) et une cavité désalignée avec  $\delta_2 = 0 \mu\text{m}$  et  $\delta_1 = 20 \mu\text{m}$  (en rouge, tirets), et  $\delta_1 = 100 \mu\text{m}$  (en vert, trait continu). On considère un faisceau d’entrée dont le col est situé sur le miroir d’entrée de la cavité et dont le *waist* vaut  $10 \mu\text{m}$ ,  $20 \mu\text{m}$  ou  $50 \mu\text{m}$ .

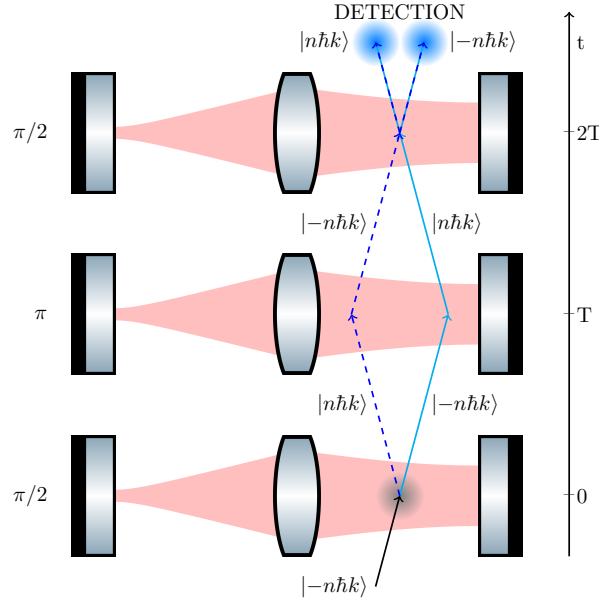


FIGURE 4.24 – Interféromètre atomique en cavité dans une configuration de Mach-Zehnder réalisé en micro pesanteur. Le nuage atomique, initialement à égale distance entre la lentille et le miroir de fond et avec une impulsion  $|n\hbar k\rangle$ , est séparé, réfléchi et recombinaé par des impulsions laser réalisées en cavité. Cette figure est issue de [134].

spatialement. De plus, la vitesse initiale des atomes est centrée sur  $v_0 = -n\hbar k/m$  afin qu'ils respectent la condition de Bragg à l'ordre  $n$  et qu'ils puissent être diffractés par l'onde stationnaire résonant dans la cavité.

### Étude des transitions de Bragg en cavité

Pour étudier les transitions de Bragg d'ordre élevé en cavité, on prend en compte à la fois l'effet de la distribution transverse en vitesse des atomes et les profils transverses en intensité des faisceaux aller et retour. L'expansion du nuage atomique dans les directions orthogonales à l'axe de la cavité est déterminée à partir de sa température  $T = 1 \mu\text{K}$ . On effectue des pulses gaussiens car ils améliorent l'efficacité des séparatrices à ondes de matière basées sur des transitions de Bragg d'ordre élevé [140, 141]. On considère enfin que le faisceau incident a un mode gaussien fondamental de rayon  $w_0 = 20 \mu\text{m}$  situé sur le miroir d'entrée  $M_1$  et que le miroir de fond  $M_2$  est parfaitement positionné.

Sur la figure 4.25, on a tracé la probabilité de transition entre l'état initial  $|-5\hbar k\rangle$  et l'état  $|+5\hbar k\rangle$  pour un pulse gaussien de durée variable et appliqué au nuage atomique après 100 ms de temps de vol, pour différentes erreurs d'alignement longitudinal  $\delta_1$  du miroir d'entrée  $M_1$ .

On constate que l'on peut atteindre des probabilités de transition proches de 100% pour des désalignements allant jusqu'à  $20 \mu\text{m}$ . Les oscillations de Rabi sont même améliorées lorsque la cavité est légèrement désalignée ( $\delta_1 = 10 \mu\text{m}$  et  $\delta_1 = 20 \mu\text{m}$  sur la figure 4.25) car le profil d'intensité est plus homogène que pour un faisceau parfaitement gaussien (voir figure 4.23). Les désalignements plus grands (de l'ordre de  $50 \mu\text{m}$ ) engendrent des

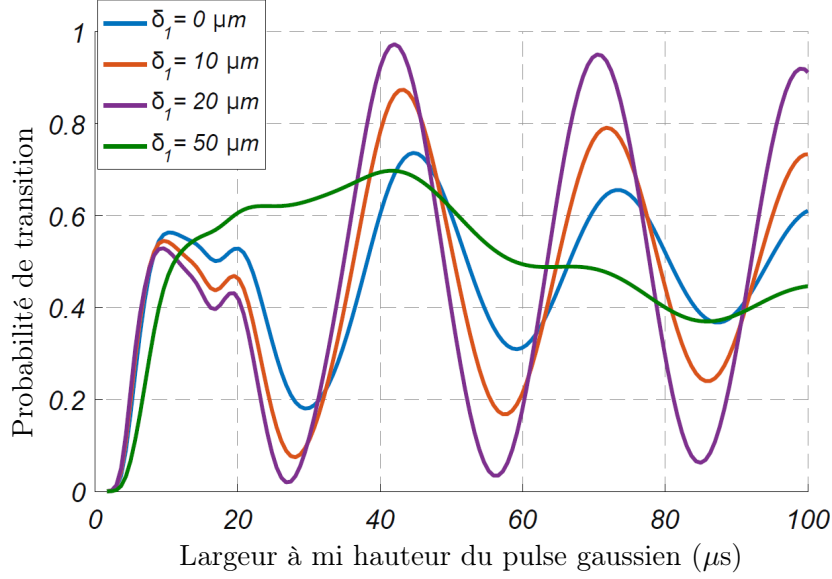


FIGURE 4.25 – Oscillation de Rabi entre l'état  $| -5\hbar k \rangle$  et l'état  $| +5\hbar k \rangle$  pour un nuage atomique à  $1 \mu\text{K}$ , après 100 ms de temps de propagation. Les différentes courbes correspondent à différentes erreurs d'alignement longitudinal du miroir d'entrée avec la pulsation de Rabi de la transition de Bragg à deux photons maintenue égale à 200 kHz. Cette figure est issue de [134].

probabilités de transition plus faibles en raison des fortes inhomogénéités spatiales du profil d'intensité du faisceau, comme nous l'avons vu figure 4.23.

Une erreur d'alignement longitudinal du miroir d'entrée inférieure à  $20 \mu\text{m}$  n'affectera pas significativement le contraste de l'interféromètre atomique.

### Effet du désalignement longitudinal sur le déphasage en sortie de l'interféromètre

On s'intéresse maintenant au déphasage en sortie d'un interféromètre de Mach-Zehnder de durée  $2T = 200 \text{ ms}$  comme celui présenté figure 4.24. À chaque transition de Bragg d'ordre  $n$ , la différence de phase entre le faisceau aller et le faisceau retour est "imprimée"  $n$  fois sur l'onde de matière (voir chapitre précédent). Ainsi, le déphasage en sortie de l'interféromètre vaut :

$$\Delta\Phi = n \times (\Delta\phi_1 - 2\Delta\phi_2 + \Delta\phi_3) \quad (4.99)$$

où  $\Delta\phi_i$  est la différence de phase entre les deux faisceaux laser à la position de l'atome considéré pendant le pulse  $i$ . Dans le cas de transitions de Bragg d'ordre  $n$ , on est donc  $n$  fois plus sensible aux inhomogénéités de la phase relative entre les deux faisceaux. Les erreurs d'alignement longitudinal de la cavité modifiant le profil de phase relative entre les deux faisceaux (voir figure 4.23), celles-ci seront d'autant plus critiques que l'ordre de diffraction sera élevé.

Dans [134], nous avons montré que, pour des atomes à  $1 \mu\text{K}$ , le déphasage moyen systématique en sortie de l'interféromètre causé par un désalignement longitudinal du miroir



d'entrée inférieur à  $20 \mu\text{m}$  est de l'ordre de quelques mrad. Ce déphasage peut être caractérisé précisément en faisant varier la position du miroir d'entrée (à l'aide d'un actionneur piézo-électrique par exemple) ou en changeant la température des atomes. Par ailleurs, en raison de l'étalement du nuage et du fait que la phase relative entre les deux faisceaux laser n'est pas uniforme, la phase imprimée sur chaque atome en sortie de l'interféromètre n'est pas la même. La répartition de ces déphasages vaut  $21 \text{ mrad rms}$  pour un désalignement  $\delta_1$  égal à  $10 \mu\text{m}$  [134]. Cela mène à une réduction systématique du contraste mais cet effet reste négligeable pour  $\delta_1$  inférieur à  $20 \mu\text{m}$ . De plus, dans ces simulations, on n'a pris en compte que les inhomogénéités de la phase relative entre les deux faisceaux laser et on a considéré un profil d'intensité uniforme. On a donc négligé le fait que les atomes sur les bords du faisceau contribuent dans une moindre mesure à l'interféromètre. La valeur de la répartition du déphasage en sortie de l'interféromètre constitue donc une borne supérieure.

#### 4.3.4 Conclusion

Il est possible d'utiliser des cavités plan-concaves pour amplifier le champ lumineux au niveau des atomes dans le démonstrateur souterrain et dans le prototype de gradiomètre. En revanche, en raison du rayon de courbure du miroir de fond nécessaire, il n'est pas envisageable d'utiliser cette géométrie pour une cavité courte comme celle de notre expérience préliminaire.

On a choisi d'utiliser plutôt un résonateur demi-dégénéré composé de deux miroirs plans dans les plans focaux d'une lentille biconvexe. Il permet d'obtenir un faisceau de plusieurs millimètres de rayon dans la zone d'interrogation des atomes. Ce résonateur est en limite de stabilité et on a vu que le champ résonant au niveau des atomes est quasiment insensible à la position du miroir de fond mais qu'il dépend fortement de la position du miroir d'entrée de la cavité lorsque le col du faisceau injecté est petit.

Il est cependant théoriquement possible, avec des atomes à  $1 \mu\text{K}$ , de réaliser des oscillations de Rabi avec une probabilité de transition de  $90\%$  avec un col de faisceau en entrée de  $20 \mu\text{m}$  et un désalignement du miroir d'entrée inférieur à  $20 \mu\text{m}$ . De plus, pour ces mêmes paramètres, l'effet des différences de phase entre les deux faisceaux sur les atomes est suffisamment faible pour ne pas affecter le contraste et la phase en sortie de l'interféromètre. Ce résonateur semble donc adapté à la réalisation d'un interféromètre atomique en cavité et à l'utilisation de transitions multi-photons.

Par la suite, on pourrait s'intéresser à l'effet des désalignements angulaires des optiques, en utilisant par exemple des matrices de propagation généralisées [142, 143], ou encore aux effets des imperfections des surfaces optiques.

## Chapitre 5

# Conception d'un accéléromètre fontaine en cavités

Le premier objectif du projet MIGA est de réaliser un interféromètre en cavités dans une configuration de fontaine atomique. Cette expérience préliminaire utilise les résonateurs demi-dégénérés présentés au chapitre précédent pour la manipulation cohérente des atomes avec des impulsions de Bragg.

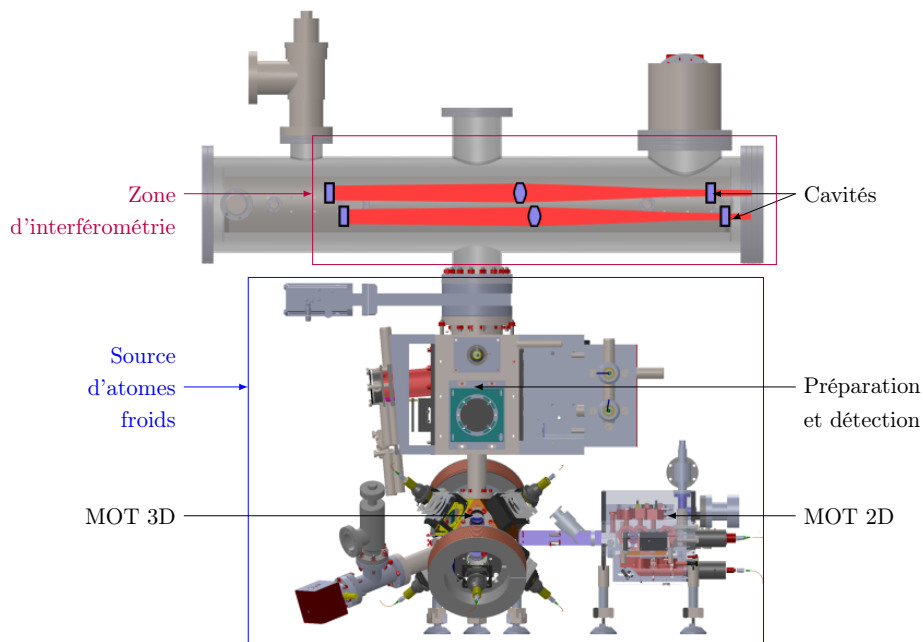


FIGURE 5.1 – Schéma du dispositif expérimental, sans les blindages magnétiques, le bâti et les bancs optiques. La source d'atomes froids est située dans la zone inférieure. Celle-ci est constituée d'un piège magnéto-optique 3D (MOT 3D) chargé à partir d'un MOT 2D et d'une zone où les atomes sont préparés dans le bon état à la montée et où la population atomique est détectée à la descente dans chaque bras de l'interféromètre. La zone d'interférométrie avec les deux cavités horizontales est située dans la partie supérieure.

La figure 5.1 montre un schéma de l'expérience. Les atomes de rubidium 87 sont piégés et refroidis dans les pièges magnéto-optiques (*Magneto-Optical Traps* en anglais, noté par la suite MOT) puis sont lancés quasi verticalement. On prépare ensuite leur état interne et on effectue une sélection en vitesse afin de pouvoir discerner les deux bras en sortie de l'interféromètre. Lorsque le nuage atomique atteint les cavités, il subit une séquence de trois impulsions laser ( $\pi/2; \pi; \pi/2$ ) afin de séparer, réfléchir et recombinaison les ondes de matière. Lors de la descente, la population atomique en sortie de chaque bras est détectée et on en déduit le déphasage de l'interféromètre. Toute cette séquence est effectuée sous ultra-vide afin que le nuage atomique ne soit pas détruit par les collisions avec les molécules issues des gaz résiduels. Pour plus de lisibilité, nous n'avons pas représenté les blindages magnétiques, le bâti et les bancs optiques qui l'entourent.

Dans ce chapitre, nous expliquons le fonctionnement de la source d'atomes froids et de ses sous-systèmes, puis nous présentons le système à vide de l'expérience et enfin, le système de cavités utilisé pour générer l'interféromètre.

## 5.1 La source d'atomes froids

La source d'atomes froids a été développée et montée par l'équipe MIGA du SYRTE, sa caractérisation complète est actuellement en cours au LP2N.

La source d'atomes froids piège, refroidit et prépare le nuage atomique dans les bons états interne et externe. Après l'interféromètre, la population atomique est détectée dans chaque bras. Dans cette section, on présente le fonctionnement des pièges magnéto-optiques, ainsi que du système de préparation et de détection.

### 5.1.1 Pièges magnéto-optiques

Dans notre expérience, nous utilisons des pièges magnéto-optiques pour obtenir un échantillon d'atomes froids et piégés à partir d'une vapeur [144, 70]. Pour piéger les atomes dans les trois directions de l'espace, nous utilisons un piège magnéto-optique à trois dimensions (MOT 3D). Pour charger ce piège, il existe plusieurs méthodes comme le chargement à partir d'une vapeur, d'un ralentisseur Zeeman ou encore à partir d'un autre piège [145, 146]. Nous avons choisi d'utiliser un chargement à partir d'un piège magnéto-optique à deux dimensions (MOT 2D). La durée de vie des atomes froids piégés dans un MOT chargé directement à partir d'une vapeur est limitée par les collisions avec les atomes chauds de la vapeur. Le chargement par un MOT 2D a l'avantage de séparer la zone où les atomes sont sous forme de vapeur, de l'enceinte sous ultra-vide du MOT 3D. Par ailleurs, le MOT 2D génère un faisceau intense d'atomes froids dont le flux est comparable à celui obtenu avec un ralentisseur Zeeman, tout en étant plus compact que ce système.

Dans un premier temps, nous présentons le principe de fonctionnement général d'un piège magnéto-optique, puis celui du MOT 2D et du MOT 3D utilisés dans la source atomique. Enfin, nous décrivons la séquence de lancement permettant d'atteindre des températures atomique de l'ordre de quelques  $\mu K$ .

### Principe de fonctionnement

Pour expliquer les phénomènes de refroidissement et de piégeage mis en jeu dans un MOT, on considère d'abord un système à une dimension dans lequel des atomes de  $^{87}\text{Rb}$  se propagent à une vitesse  $v$  le long de deux faisceaux laser contra-propageants de même intensité et de même fréquence, désaccordée vers le rouge de la transition de refroidissement  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  [147]. En raison de l'effet Doppler, les atomes auront une probabilité plus élevée d'absorber des photons issus du faisceau se propageant dans la direction opposée à leur déplacement. Considérons un atome dans l'état fondamental, d'impulsion  $\vec{p}$ . Après absorption d'un photon, l'atome passe dans un état excité et acquiert une impulsion  $\vec{p}_r = \hbar\vec{k}$  où  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde du photon. Si  $\vec{k}$  et  $\vec{p}$  ont des directions opposées, l'atome est freiné. L'atome peut retomber ensuite dans l'état fondamental par émission spontanée. Contrairement au cas d'une émission stimulée, comme dans le cas de la diffraction de Bragg, la direction d'émission du photon est indépendante de la direction du photon absorbé et l'impulsion de l'atome n'est plus conservée à l'issue du processus. En moyenne, le rayonnement lumineux ralentit les atomes par pression de radiation.

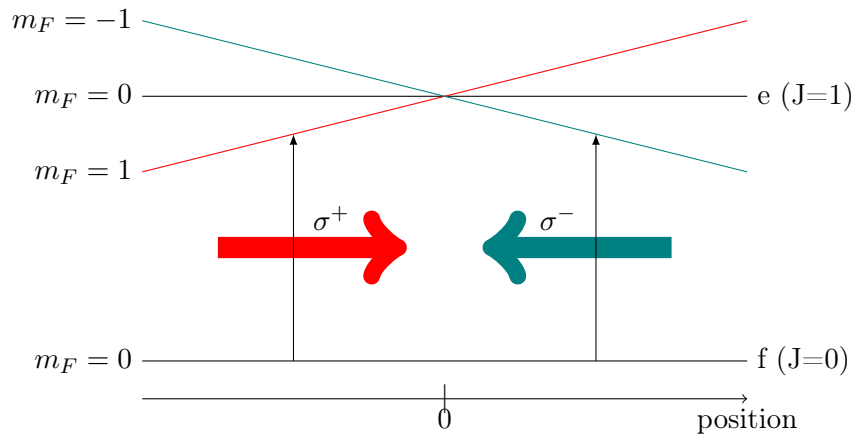


FIGURE 5.2 – Principe d'un piège magnéto-optique à une dimension.

Pour confiner les atomes autour d'un point donné, on peut ajouter un gradient de champ magnétique le long l'axe afin d'introduire une dépendance spatiale à la force de pression de radiation. Le champ magnétique a pour effet de séparer les sous-niveaux Zeeman de l'état excité. Le principe de fonctionnement d'un MOT unidimensionnel est présenté figure 5.2 pour un atome possédant un niveau fondamental de un moment cinétique nul et un niveau excité de moment cinétique  $J_e = 1$ . Les deux faisceaux contra-propageants sont l'un de polarisation circulaire gauche ( $\sigma^+$ ) et l'autre de polarisation circulaire droite ( $\sigma^-$ ). Si sa position est positive, un atome immobile aura une probabilité plus élevée d'absorber un photon issu du faisceau de polarisation  $\sigma^-$  que du faisceau de polarisation  $\sigma^+$  et sera ramené vers le centre du piège. Dans la zone où la position est négative, le fonctionnement est le même et c'est le faisceau de polarisation  $\sigma^+$  qui ramène les atomes vers le centre du piège.

Ce comportement est généralisable à deux ou trois dimensions.

### Piège magnéto-optique 2D

Le piège magnéto-optique 2D que nous utilisons est une version modifiée de celui présenté dans [148].

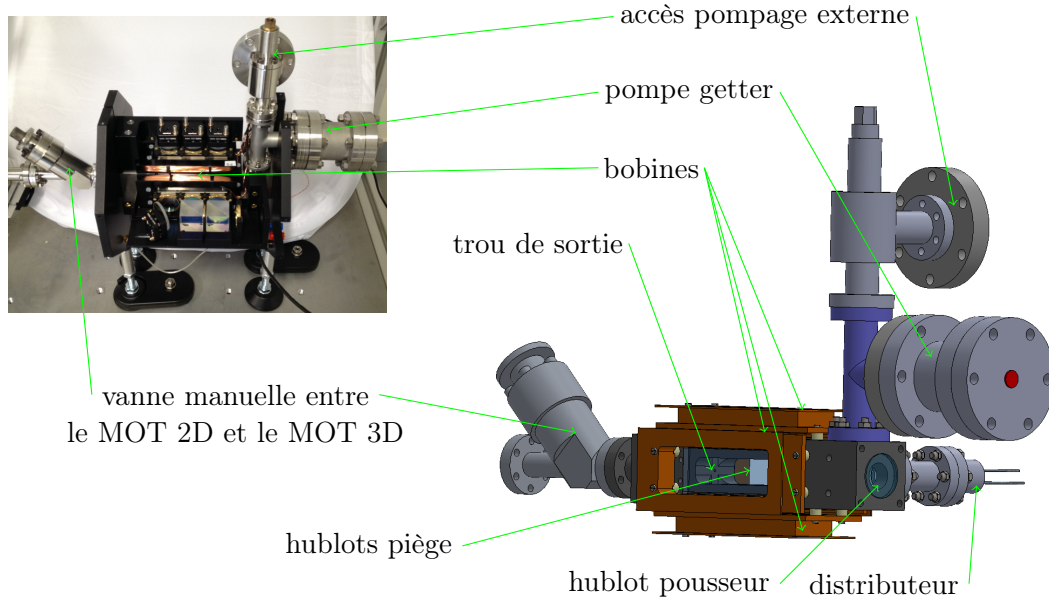


FIGURE 5.3 – En haut à gauche : Photographie du MOT 2D en cours de montage. En bas à droite : Schéma de l'enceinte à vide du MOT 2D.

Ce MOT 2D consiste en un champ magnétique quadripolaire à deux dimensions combiné avec trois paires orthogonales de faisceaux rétro-réfléchis de polarisation circulaire opposée et désaccordés vers le rouge de la fréquence de refroidissement. Les atomes sont piégés et refroidis dans la direction des faisceaux et sont libres de se déplacer dans la direction longitudinale.

Les principales modifications par rapport au MOT 2D présenté dans [148] ont été faites au niveau du système à vide (cf. figure 5.3). La pompe ionique a été remplacée par une pompe getter qui est plus simple d'usage et qui ne nécessite pas d'alimentation électrique. En revanche, la lecture du niveau de vide dans le MOT 2D n'est plus possible. Une vanne manuelle a également été ajoutée entre le MOT 2D et le MOT 3D ce qui permettra de changer, si besoin, la source de rubidium sans dégrader le niveau de vide du MOT 3D. Enfin, la source de  $^{87}\text{Rb}$  n'est plus une ampoule à briser (les éclats de verre pouvaient être problématiques lors du transport de la source de Paris jusqu'à Talence) mais un distributeur de rubidium. Ce distributeur est constitué d'un tube de 6 mm de diamètre sur lequel est déposé 500 mg de  $^{87}\text{Rb}$ , le tout sous une atmosphère d'argon. Pour obtenir une vapeur de rubidium, le distributeur est chauffé par un courant électrique de 7 A.

Le champ magnétique de quadropôle linéaire est généré grâce à deux paires de bobines rectangulaires de 100 spires chacune et de dimension  $15 \times 5 \text{ cm}^2$  génèrent le champ magnétique du piège. Le gradient de champ magnétique au centre de l'enceinte atteint environs 20 G/cm pour un courant de 1,5 A.

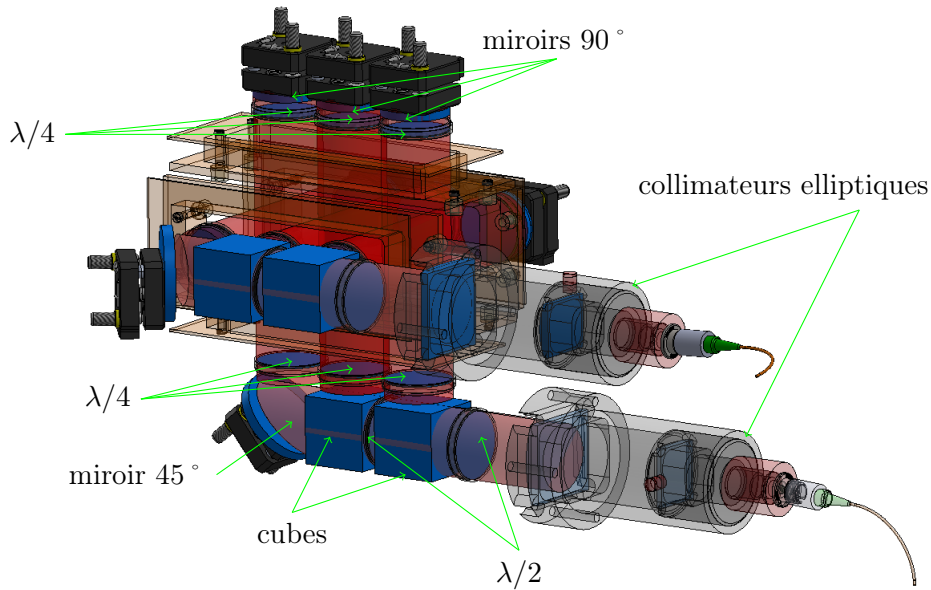


FIGURE 5.4 – Schéma du système optique du MOT 2D.

Les faisceaux verticaux et les faisceaux horizontaux sont issus de collimateurs elliptiques (cf. figure 5.4). Ceux-ci génèrent des faisceaux laser dont le profil d'intensité est elliptique, avec un rapport de 1 pour 3. La puissance en sortie de la fibre du collimateur des faisceaux horizontaux vaut 64 mW et celle en sortie de la fibre du collimateur des faisceaux verticaux vaut 67 mW. Ces puissances sont ensuite également réparties entre les trois pièges, à l'aide d'un système de cubes et de lames demi-onde. On a donc une puissance d'environ 21 mW par faisceau. En sortie du cube, le faisceau a une polarisation linéaire. Il passe alors par une première lame quart d'onde et prend une polarisation circulaire  $\sigma^+$ . Après avoir traversé le piège il passe par une seconde lame quart d'onde et il retrouve une polarisation linéaire. Il est alors rétro-réfléchi et repasse à travers la dernière lame quart d'onde. Ainsi, le faisceau retour a une polarisation circulaire  $\sigma^-$ .

La fréquence du laser de refroidissement est désaccordée de  $-3\Gamma$  par rapport à la fréquence de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . Certains atomes peuvent se désexciter dans l'état  $F = 1$  et ne sont plus piégés. Afin de permettre à ces atomes d'interagir de nouveau avec le laser refroidisseur, il est nécessaire d'utiliser un faisceau "repompeur" accordé sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  permettant aux atomes de se désexciter vers  $F = 2$ . La lumière du faisceau repompeur est superposée à celle du faisceau refroidisseur et elle a la même polarisation linéaire en sortie du collimateur. La puissance du faisceau repompeur est de l'ordre de 1,5 mW en sortie de la fibre, on a donc une puissance de 0,5 mW par faisceau du piège.

Les atomes piégés sont accélérés vers le MOT 3D à l'aide d'un faisceau pousseur aligné le long de l'axe du MOT 2D et passant au centre du trou utilisé pour le vide différentiel entre les deux enceintes. Sa puissance en sortie de la fibre est de l'ordre de 2 mW et son rayon au col vaut 1 mm.

### Piège magnéto-optique 3D

Le piège magnéto-optique 3D sert à collecter un nuage d'atomes froids. Les atomes poussés hors de MOT 2D sont capturés et refroidis par le MOT 3D.

Le champ magnétique de quadrupôle du MOT 3D est généré par deux bobines circulaires coaxiales de 14 cm de diamètre et de 225 spires chacune, séparées de 20 cm et en configuration anti-Helmholtz. Les supports des bobines sont en plastique pour éviter les courants de Foucault et sont montés directement sur l'enceinte à vide en titane du MOT 3D (cf. figure 5.5). Le gradient de champ magnétique au centre du piège vaut 9,1 G/cm pour un courant électrique de 9 A. Les atomes sont piégés par trois paires de faisceaux laser disposés dans trois directions orthogonales.

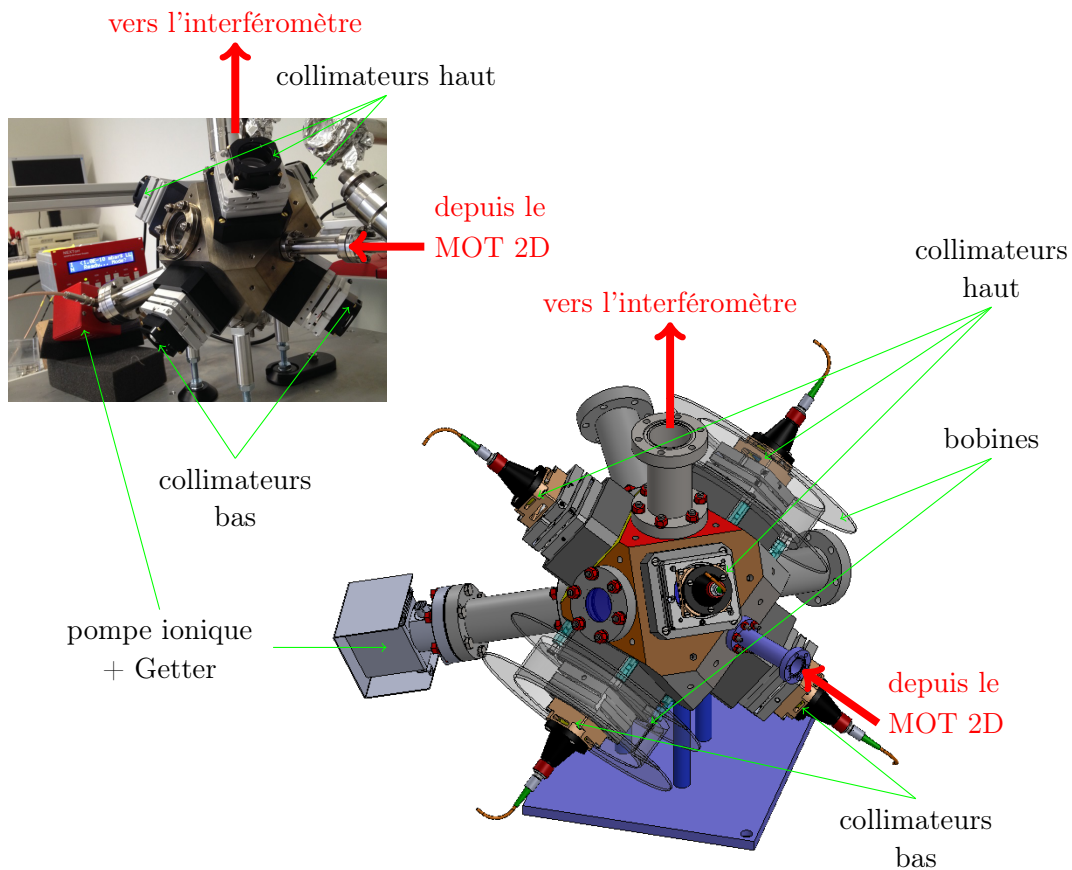


FIGURE 5.5 – En haut à gauche : Photographie du MOT 3D en cours de montage. En bas à droite : Schéma Solidworks du MOT 3D. Les supports des bobines sont représentés en transparence pour plus de lisibilité.

Le champ magnétique externe est compensé par trois couples de bobines. De même que pour le MOT 2D, la fréquence de refroidissement est désaccordée de  $-3\Gamma$  par rapport à la fréquence de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$ . La puissance du refroidisseur est de l'ordre de 20 mW par faisceau. Par ailleurs, les faisceaux du bas contiennent aussi un faisceau “repompeur” accordé sur la transition  $F = 1 \rightarrow F' = 2$ .

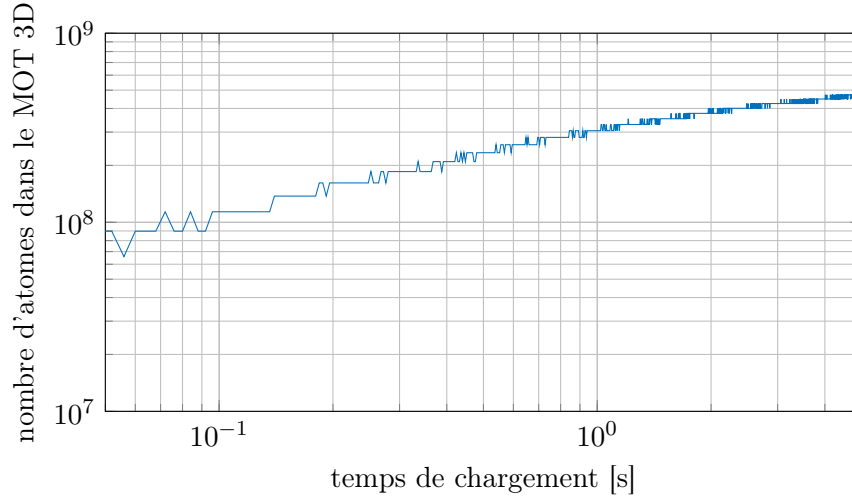


FIGURE 5.6 – Nombre d’atomes dans le MOT 3D mesuré par fluorescence en fonction du temps de chargement.

Pour caractériser les performances du MOT 3D, on peut mesurer le nombre d’atomes piégés en fonction du temps de chargement. Le nombre d’atomes dans le piège peut être évalué par fluorescence en utilisant un système avec une efficacité de collection  $\rho$  de 1,5% comportant une photodiode de sensibilité  $\eta = 0,5$  A/W à 780 nm avec un amplificateur à transimpédance de gain  $R=100$  k $\Omega$ . Le nombre de photons émis par seconde par chaque atome vaut :

$$n_{\gamma/s} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s}{1 + s + (2\delta/\Gamma)^2} \quad (5.1)$$

où  $s = I/I_{sat} = 15$ ,  $\Gamma = 2\pi \cdot 6,065$  MHz est la largeur de la transition et  $\delta = -3\Gamma$  est le décalage du laser de refroidissement par rapport à cette transition.

Le facteur de conversion  $V$  du système de détection est directement proportionnel au nombre d’atomes  $N_{at}$  dans le piège et est donné par :

$$V = R\eta\rho \left( \frac{hc}{\lambda} \right) N_{at}n_{\gamma/s} \quad (5.2)$$

La courbe de la figure 5.6 montre l’évolution du nombre d’atomes dans le piège en fonction du temps de chargement. On constate que l’on peut charger plus de  $10^8$  atomes en 100 ms. Le chargement maximal est de l’ordre de  $5,5 \cdot 10^8$  atomes et il est atteint pour un temps de chargement supérieur à 5 secondes. On verra par la suite que le nombre d’atomes mesuré dans le piège est sous-estimé, probablement parce que l’efficacité de collection du système est plus basse que celle spécifiée.

La températures des atomes dans le piège avant le lancement peut être évaluée par une expérience de “lâcher/recapture” [149]. On charge le piège pendant 1 s puis on lâche les atomes en éteignant les faisceaux du MOT 3D. On recapture ces atomes en rallumant les faisceaux après un temps variant entre 0 et 150 ms. Si le nuage atomique est sphérique et que sa distribution en vitesse est gaussienne, la fraction d’atomes recapturés  $f_r$  après un



temps libre  $\Delta t$  est donnée par [149, 150] :

$$f_r = -\frac{2v_c \exp\left(-\frac{v_c^2}{v_T^2}\right)}{\sqrt{\pi}v_T} + \text{Erf}\left[\frac{v_c}{v_T}\right] \quad (5.3)$$

où  $v_T = \sqrt{2k_B T/m}$  est la vitesse thermique des atomes et  $v_c = R_c/\Delta t$  est la vitesse à laquelle les atomes atteignent la limite de la zone de capture (définie par le rayon  $R_c$  des faisceaux du MOT) en un temps  $\Delta t$ .

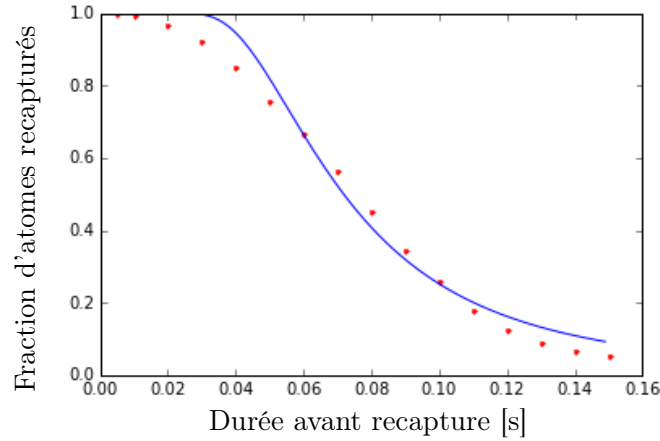


FIGURE 5.7 – Les atomes sont libérés puis recapturés. On a représenté en rouge la fraction d'atomes recapturés en fonction du temps écoulé entre le lâcher et la recapture. En bleu, il s'agit de la courbe ajustée pour un nuage atomique avec une distribution de vitesses gaussienne.

Sur la figure 5.7, on a tracé en rouge la fraction d'atomes recapturés en fonction du temps écoulé entre le lâcher et la recapture. La courbe suivant l'équation 5.3 s'ajustant le mieux à ces points est obtenue pour une température de l'ordre de  $130 \mu\text{K}$ . On constate que cette courbe ne suit pas parfaitement nos données, probablement parce que le nuage n'est pas parfaitement sphérique. Cette méthode de mesure ne permet de donner qu'un ordre de grandeur de la température des atomes dans le piège. Une mesure plus précise de la température du nuage sera faite après lancement des atomes par la méthode du temps de vol.

### Lancement des atomes

Une fois que les atomes ont été piégés dans le MOT 3D, ils sont lancés quasi verticalement vers le système de préparation/détection à une vitesse de l'ordre de  $3 \text{ m/s}$ . Les atomes passent alors par une phase de mélasse mouvante qui permet de les refroidir par effet Sisyphe à une température de l'ordre de quelques  $\mu\text{K}$  [147, 149].

Pour mesurer la température des atomes après lancement, on utilise la méthode du temps de vol. Cette méthode consiste à mesurer l'expansion balistique du nuage atomique. Cette expansion est linéaire en fonction du temps et, pour des temps longs, la taille du

nuage  $\sigma_R$  se modélise par :

$$\sigma_R = \sigma_{R_0} + t\sqrt{\frac{k_B T}{M}} \quad (5.4)$$

où  $\sigma_{R_0}$  est la taille du nuage avant lancement et  $t$  est le temps de vol. Comme on n'a pas de caméra CCD pour imager le MOT 3D et déterminer  $\sigma_{R_0}$  et que, pour des raisons techniques, on ne peut mesurer la taille du nuage que lors de la phase descendante de sa parabole, on fera l'approximation que le nuage est ponctuel au moment du lancement car  $\sigma_R \gg \sigma_{R_0}$ . La température des atomes après lancement sera un peu surestimée.

Pour évaluer la taille du nuage atomique, on utilise une des nappes de détection (cf. prochain paragraphe) lorsque le nuage est dans la phase descendante de sa trajectoire parabolique. Le nuage passe par la nappe après 504 ms de temps de vol et le signal temporel sur la photodiode a une largeur à mi-hauteur de 13,4 ms. L'épaisseur de la nappe de détection est petite devant le diamètre du nuage atomique à la descente et on fera l'approximation que la nappe est infiniment fine.

Dans notre cas, la taille du nuage  $\sigma_R$  est directement proportionnelle à la largeur en vitesses  $\sigma_v$  et au temps de vol  $t$  :

$$\sigma_R = t\sigma_v \quad (5.5)$$

Et  $\sigma_v$  vaut :

$$\sigma_v = \frac{FWHM}{2\sqrt{2\ln(2)}} \cdot \frac{v_{sonde}}{t} = 3,7v_{rec} \quad (5.6)$$

où  $v_{sonde}$  est la vitesse des atomes au niveau de la nappe de détection,  $FWHM$  est la largeur à mi hauteur de la gaussienne mesurée sur la photodiode et  $v_{rec}$  est la vitesse de recul des atomes de  $^{87}\text{Rb}$ . La température du nuage après lancement vaut donc  $T = 4,9 \mu\text{K}$ .

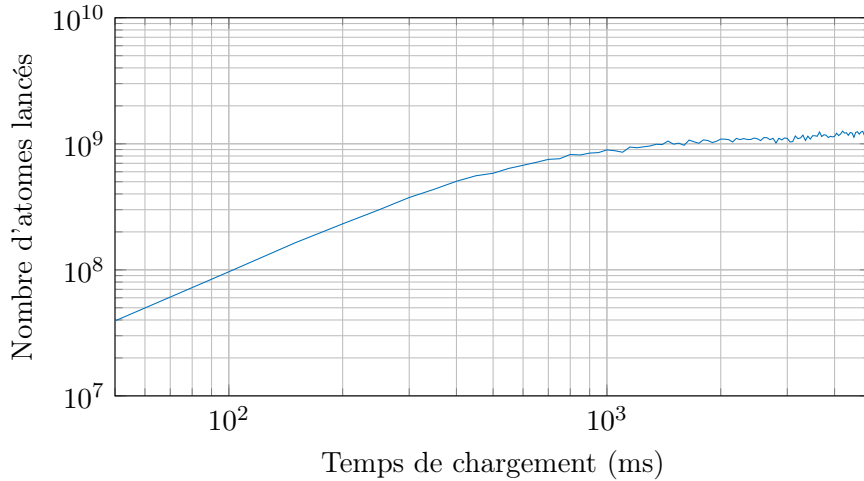


FIGURE 5.8 – Nombre d'atomes lancés mesuré par fluorescence en fonction du temps de chargement.

Pour déterminer le nombre d'atomes lancés, on intègre le signal de fluorescence mesuré par la photodiode de détection et on convertit ce voltage en nombre d'atomes en utilisant les équations 5.1 et 5.2 présentées au paragraphe précédent. Le système de détection est

semblable à celui utilisé au niveau du MOT 3D : il a une efficacité de collection  $\rho$  de 1,5% et une photodiode de sensibilité  $\eta = 0,5$  A/W à 780 nm avec un amplificateur à transimpédance de gain  $R=100$  k $\Omega$ . L'intensité de la nappe de détection est proche de l'intensité de saturation ( $s = 1$ ) et le laser de refroidissement est à la fréquence de la transition  $F = 2 \rightarrow F' = 3$  ( $\delta = 0$ ). Le nombre d'atomes lancés en fonction du temps de chargement du MOT 3D est tracé figure 5.8. Pour un temps de chargement de 50 ms, on lance  $4 \times 10^7$  atomes. Le nombre d'atomes lancés après un temps de chargement de plusieurs secondes est de l'ordre de  $10^9$ . Cette valeur est supérieure au nombre d'atomes mesuré dans le MOT 3D (cf. figure 5.6) ce qui est probablement dû au fait que le système de détection du MOT 3D a une efficacité de collection inférieure à celle spécifiée et que par conséquent, le nombre d'atomes mesuré dans le piège est sous-estimé.

### 5.1.2 Préparation et détection du nuage atomique

Le même système optique est utilisé pour la préparation du nuage atomique et pour sa détection en sortie de l'interféromètre. Un schéma de ce système est présenté figure 5.9. À la montée, les atomes sont préparés dans l'état interne  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  et ils sont sélectionnés en vitesse. À la descente, on détecte le nombre d'atomes dans chaque bras de l'interféromètre.

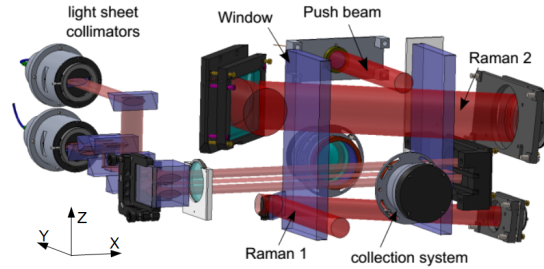


FIGURE 5.9 – Schéma Solidworks du système de préparation/détection.

#### Préparation du nuage atomique

À la montée, après le lancement, les atomes sont dans l'état  $|F = 2\rangle$  et sont répartis de façon équiprobable sur les 5 sous-niveaux Zeeman  $m_F = -2, -1, 0, 1, 2$ . On cherche à les sélectionner dans l'état pur  $m_F=0$ , qui au premier ordre n'est pas sensible au champ magnétique. Un champ magnétique de biais est appliqué aux atomes afin de lever la dégénérescence entre les différents niveaux  $m_F$ . La séquence de sélection magnétique est présentée figure 5.10. On applique aux atomes une première impulsion Raman afin de les transférer de l'état  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  vers l'état  $|F = 1, m_F = 0\rangle$ . On élimine les atomes restants dans l'état  $|F = 2\rangle$  à l'aide d'un premier faisceau pousseur. Une deuxième impulsion Raman transfère les atomes de l'état  $|F = 1, m_F = 0\rangle$  vers l'état  $|F = 2, m_F = 0\rangle$ . Un dernier faisceau pousseur permet de chasser les atomes restants dans l'état  $|F = 1\rangle$ .

Par ailleurs, la durée de la deuxième impulsion Raman est ajustée afin de sélectionner les atomes dans l'état externe  $|\hbar k\rangle$  avec une classe de vitesse étroite de façon à ce que

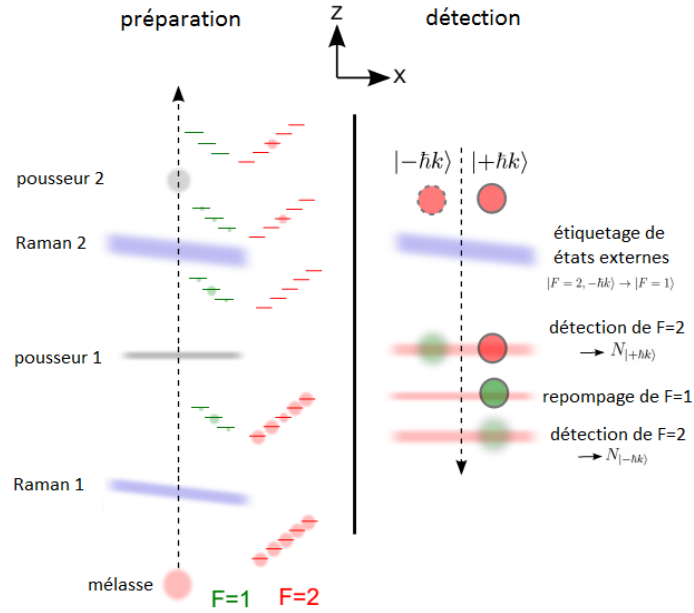


FIGURE 5.10 – Séquence de préparation des atomes dans le bon état interne (à gauche) et séquence de détection des atomes en sortie de l’interféromètre (à droite). À la montée, les atomes sont préparés dans l’état  $|F = 2, m_F = 0, p = -\hbar k\rangle$  par une séquences d’impulsions Raman. La dernière impulsion est aussi utilisée pour réaliser une sélection en vitesse. À la descente, une impulsion Raman transfère les atomes de l’état  $|F = 2, -\hbar k\rangle$  vers  $|F = 1, +\hbar k\rangle$ . Le nombre d’atomes dans chaque bras est ensuite mesuré par détection sur les états internes.

leur dispersion en vitesse soit de l’ordre de  $0,4 v_r$ , où  $v_r$  est la vitesse de recul associée à la transition.

## Détection

Pour mesurer le déphasage en sortie de l’interféromètre, il faut mesurer le nombre d’atomes dans chaque bras. Les atomes se trouvent dans le même état interne  $|F = 2\rangle$  mais dans des états externes différents  $|-\hbar k\rangle$  et  $|+\hbar k\rangle$ . On utilise le faisceau Raman 2 (voir figure 5.10) qui a servi pour la sélection en vitesse afin de transférer les atomes de l’état  $|F = 2, p = -\hbar k\rangle$  vers l’état  $|F = 1, p = +\hbar k\rangle$ . Les deux bras de l’interféromètre sont maintenant superposés mais ils ne sont plus dans le même état interne. Une première nappe laser d’un centimètre d’épaisseur permet de détecter par fluorescence les atomes dans l’état  $|F = 2\rangle$ . On obtient ainsi le nombre d’atomes  $N_2$  ayant changé d’état en sortie de l’interféromètre. Le bas de la nappe n’étant pas rétro-réfléchi, ces atomes sont poussés hors du système de détection. Les autres atomes, étant dans l’état  $|F = 1\rangle$ , n’interagissent pas avec cette nappe. Ceux-ci passent à travers un faisceau repompeur qui les transfère de l’état  $|F = 1\rangle$  vers  $|F = 2\rangle$ . Une deuxième nappe laser d’un centimètre d’épaisseur détecte par fluorescence ces atomes et permet de mesurer le nombre d’atomes  $N_1$  restés dans l’état initial en sortie de l’interféromètre.

## 5.2 Système à vide

Notre expérience d'interférométrie atomique nécessite un vide de l'ordre de  $10^{-9}$  mbar. En effet, pour des valeurs de vide plus élevées, les collisions avec les molécules chaudes issues des gaz résiduels détruisent le nuage d'atomes froids.

### 5.2.1 Notions générales sur le vide

Le niveau de vide que l'on souhaite atteindre se situe dans le domaine de l'ultravide (UHV *Ultra High Vacuum* en anglais). Celui-ci s'étend sur un niveau de pression de  $10^{-7}$  à  $10^{-10}$  mbar. Pour dimensionner le système de pompage, il faut déterminer la charge de gaz ou le flux à évacuer [151]. Leurs différentes sources sont présentées figure 5.11.

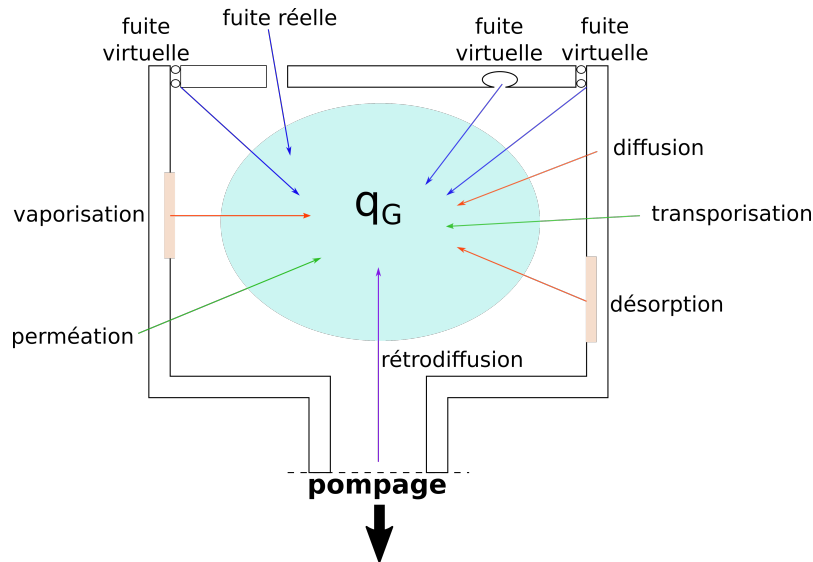


FIGURE 5.11 – Différents flux de gaz à pomper dans une enceinte à vide. On note  $q_G$  la charge de gaz totale.

La charge de gaz la plus importante à évacuer est bien sûr le gaz à pression atmosphérique ( $10^3$  mbar) situé dans l'enceinte avant le pompage. Cette charge pourra être facilement éliminée lors du pompage primaire. Les autres sources de flux sont plus difficiles à pomper et il faudra donc les prendre en compte lors de la fabrication et du montage de l'expérience.

### Vaporisation et dégazage

Outre les gaz déjà présents dans l'enceinte à vide, celle-ci contient aussi des vapeurs, c'est-à-dire des gaz réels en dessous de leur température critique. Le niveau de vide dans cette enceinte est déterminé, entre autres, par la vaporisation et le dégazage des matériaux situés à l'intérieur ou constituant ses parois.

La vaporisation et le dégazage peuvent être limités en premier lieu en choisissant soigneusement les matériaux utilisés. Par exemple, la plupart des plastiques ne sont pas

compatibles avec des applications sous ultra-vide car ceux-ci se vaporisent dans l'enceinte. Il en est de même pour la majorité des colles et des graisses. On utilisera plutôt des métaux ou des céramiques et des polymères (PTFE, PEEK), des colles et des graisses spécialement conçus pour ces niveaux de pression. On veillera aussi à nettoyer soigneusement les surfaces des pièces avec de l'acétone ou de l'éthanol pour éliminer les graisses issues de la fabrication.

Le dégazage est aussi un phénomène favorisé par une élévation de température. Pour diminuer son effet, on peut étuver l'enceinte pour accélérer la désorption des parois. En raison de contraintes technologiques (composants électroniques, pièces mobiles, matériaux avec une température de fusion basse...), il est parfois nécessaire de limiter la température d'étuvage et donc de limiter son efficacité. L'eau est généralement l'élément qui s'absorbe le plus dans les parois. Pour limiter son absorption lorsque l'on casse le vide, et donc sa désorption par la suite, on génère une surpression en utilisant un gaz sec comme de l'azote.

### Perméation et transporisation

La perméation est le passage d'un gaz à travers un solide. Dans le cas d'installations sous ultravide, les enceintes sont souvent en métal (titane, acier inoxydable ou aluminium) et comportent des éléments constitués de verres de différents types. Le phénomène de perméation concerne principalement l'hydrogène atmosphérique qui, du fait de sa petite taille, est facilement absorbé par ces matériaux.

La transporisation est un phénomène différent. Il s'agit de l'écoulement d'un gaz à travers un canal capillaire de la paroi de l'enceinte à vide. Ces canaux sont généralement dus à des défauts d'homogénéité dans le métal. Ceux-ci sont courants dans les pièces de fonderie issues d'alliages d'aluminium.

### Rétrodiffusion du système de pompage

Il peut arriver que du fluide moteur ou des huiles de graissage remontent depuis la pompe turbomoléculaire ou le pompage primaire vers l'enceinte à vide. Les pompes actuelles sont a priori conçues pour limiter cette rétrodiffusion. On peut aussi utiliser des baffles pour diminuer cet effet.

### Fuites réelles et virtuelles

Il existe différentes sortes de fuites. Les fuites dites réelles concernent des problèmes d'étanchéité de l'enceinte à vide. On peut les voir comme un trou par lequel un flux de gaz issu de l'extérieur de l'enceinte peut s'écouler en raison de la différence de pression. Celles-ci peuvent se produire dans le cas où les parois de l'enceinte sont fortement endommagées (ce qui dans des conditions normales d'utilisation ne doit pas se produire) ou lorsque les joints sont mal positionnés, pas assez serrés ou abimés. On peut détecter une fuite en utilisant par exemple un spectromètre de masse de type RGA (*Residual Gas Analyzer* en anglais) et de l'hélium gazeux : on déplace l'embouchure du tuyau d'hélium sur les parois de l'enceinte et on mesure la pression partielle d'hélium à l'intérieur de l'enceinte. Cette méthode est efficace même pour des volumes importants, pour une enceinte à vide de 50 m<sup>3</sup>, le taux de fuite (en hélium) minimal détectable est de l'ordre de 10<sup>-11</sup> mbar.m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> [151].

Les fuites dites virtuelles sont des fuites internes. Elles peuvent être d'origine structurale. Il s'agit alors de bulles de gaz piégées au niveau des parois dans des fissures ou des rugosités. Pour limiter ces fuites, il faut prêter attention à la qualité de l'état de surface des pièces à mettre sous vide et à la qualité des matériaux utilisés. Les fuites virtuelles peuvent aussi être dues à une mauvaise conception : le gaz piégé dans une zone située par exemple entre deux joints ou entre deux soudures ne pourra pas être pompé correctement mais il pourra créer une fuite interne si cette zone n'est pas parfaitement hermétique. Il faut aussi prendre en compte les volumes piégés par les vis ou par deux pièces en contact. On optera toujours pour des trous débouchants et on peut aussi entailler les pas de vis pour permettre l'évacuation des gaz. On évitera aussi de plaquer deux surfaces l'une sur l'autre. Il vaut mieux utiliser de petites entretoises entre les pièces en contact pour laisser un passage aux flux à pomper.

### 5.2.2 Différents modes de pompage

Pour éliminer les différents flux que nous venons de présenter, il existe différents types de pompes, selon le niveau de vide que l'on souhaite atteindre. Dans notre expérience, nous utilisons quatre types de pompage. Tout d'abord une pompe primaire permet de faire un vide primaire ( $> 10^{-3}$  mbar) dans l'enceinte puis une pompe turbomoléculaire permet d'atteindre un vide secondaire ( $\sim 10^{-7}$  mbar). Enfin, pour atteindre le domaine de l'ultravide ( $\sim 10^{-9}$  mbar) on utilise des pompes ioniques et des pompes getter de type NEG (*Non Evaporable Getter* en anglais). Dans ce paragraphe, on présente rapidement le fonctionnement de ces pompes ainsi que l'influence des canalisations pour le pompage.

#### Pompe primaire

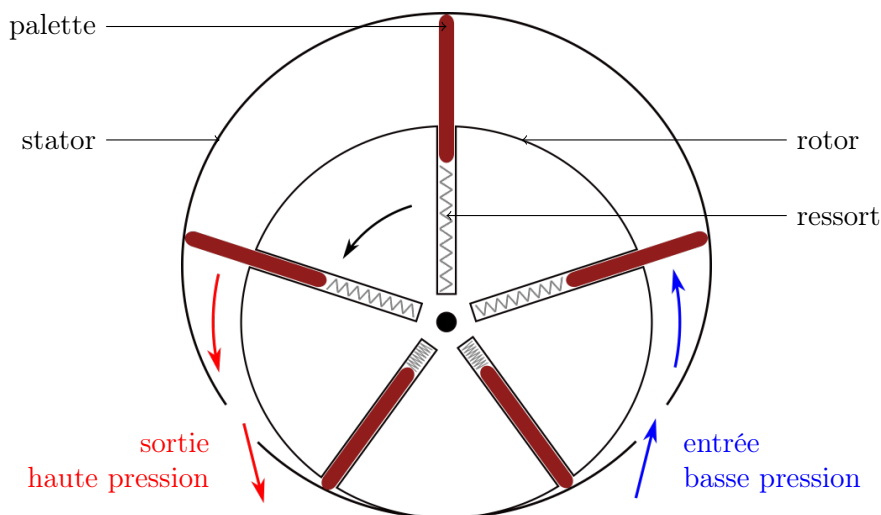


FIGURE 5.12 – Schéma de fonctionnement d'une pompe à palettes.

Dans notre cas, la pompe primaire est une pompe à palettes à deux étages. Il s'agit d'une pompe volumétrique rotative. Le principe de fonctionnement est présenté figure 5.12.

Le rotor, dont l'axe de rotation est légèrement décalé par rapport au centre du stator, est composé de plusieurs lames (les palettes) qui peuvent coulisser radialement. Celles-ci sont solidaires du rotor et sont maintenues en contact avec le stator par des ressorts. Les palettes entraînent les gaz vers la sortie de la pompe. Lorsqu'ils approchent de la sortie, le volume se réduit et les gaz sont comprimés, ce qui permet de les évacuer dans la zone à pression atmosphérique.

### Pompe turbomoléculaire

Une fois le vide primaire atteint, on peut utiliser la pompe turbomoléculaire. Il s'agit d'une pompe cinétique à entraînement mécanique. Dans ce type de pompe, on communique au gaz une quantité de mouvement afin de le transférer vers le refoulement.

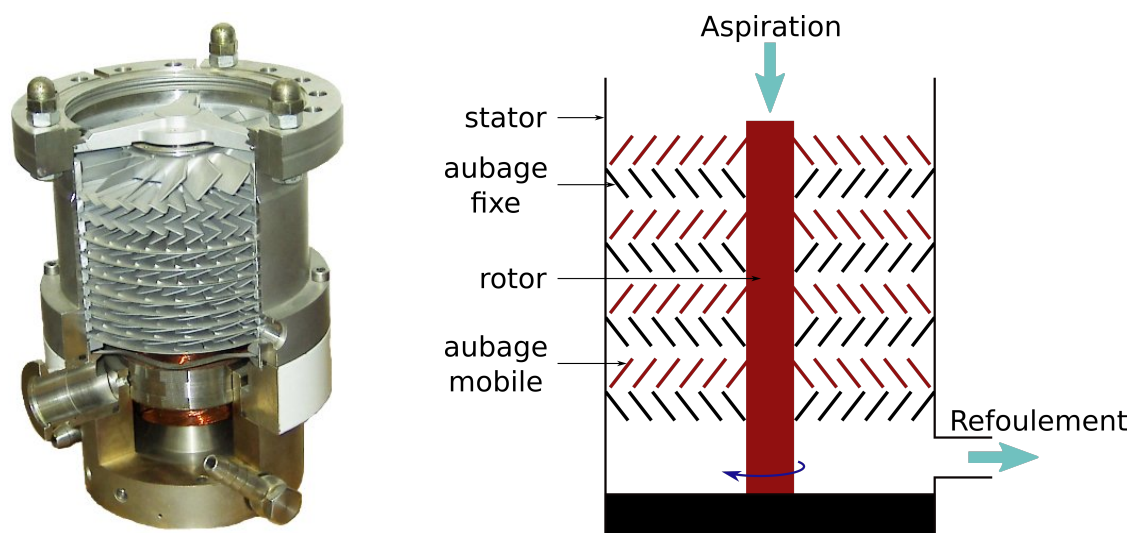


FIGURE 5.13 – À gauche : vue en coupe d'une pompe à vide turbomoléculaire (*Source : Liquidat/Wikimedia Commons*). À droite : principe de fonctionnement d'une pompe turbomoléculaire.

Les pompes turbomoléculaires possèdent généralement plusieurs étages constitués d'un aubage fixe solidaire du stator et d'un aubage tournant à grande vitesse (la vitesse des aubes est du même ordre de grandeur que celle des molécules). Lorsque les molécules entrent dans la pompe, elles sont poussées par les aubes du rotor. Comme ces aubes sont orientées vers le bas, les molécules descendent vers les étages inférieurs. Le gaz est ainsi comprimé progressivement jusqu'à atteindre la pression de refoulement. Il est important de ne faire fonctionner ces pompes que lorsque le niveau de vide dans l'enceinte est suffisamment bas afin de ne pas détruire les aubes.

Avec ce type de pompe, on peut atteindre un niveau de pression ultravide. Cependant, notamment en raison des vibrations produites, on préfère utiliser des pompes à fixation comme des pompes ioniques ou des pompes getters pour atteindre et maintenir le vide dans notre enceinte.



### Pompe getter

Les pompes getter que nous utilisons sont de type NEG. Elles sont utilisées pour atteindre des vides très poussés et elles présentent l'avantage de ne pas nécessiter d'alimentation électrique en dehors de la période d'activation et de ne pas émettre de vibrations. Elles consistent en un matériau poreux (dans notre cas du St 172) qui capte les gaz résiduels dans l'enceinte (principalement  $H_2O$ ,  $H_2$ ,  $CO$ ,  $CH_4$ ,  $CO_2$  et  $N_2$ ). Les molécules se fixent sur la surface par adsorption. Lorsque la surface est saturée, il faut activer le matériau en le chauffant à une température avoisinant les  $500^\circ C$ . Les molécules adsorbées sur la surface diffusent alors vers l'intérieur du solide où elles sont fixées chimiquement, créant ainsi de nouveaux sites actifs. Ces pompes ne sont pas efficaces sur les gaz inertes. Pour pouvoir les éliminer, il faut utiliser un autre type de pompe comme les pompes ioniques.

### Pompe ionique

Les pompes ioniques que nous utilisons sont de type SIP (*Sputter Ion Pump* en anglais, en français on trouve parfois l'appellation "pompe triode"). Elles possèdent plusieurs cellules, chacune constituée d'une anode cylindrique, ainsi que deux plaques grillagées en titane qui font office de cathodes et un aimant permanent qui produit un champ magnétique de l'ordre de 0,1 T.

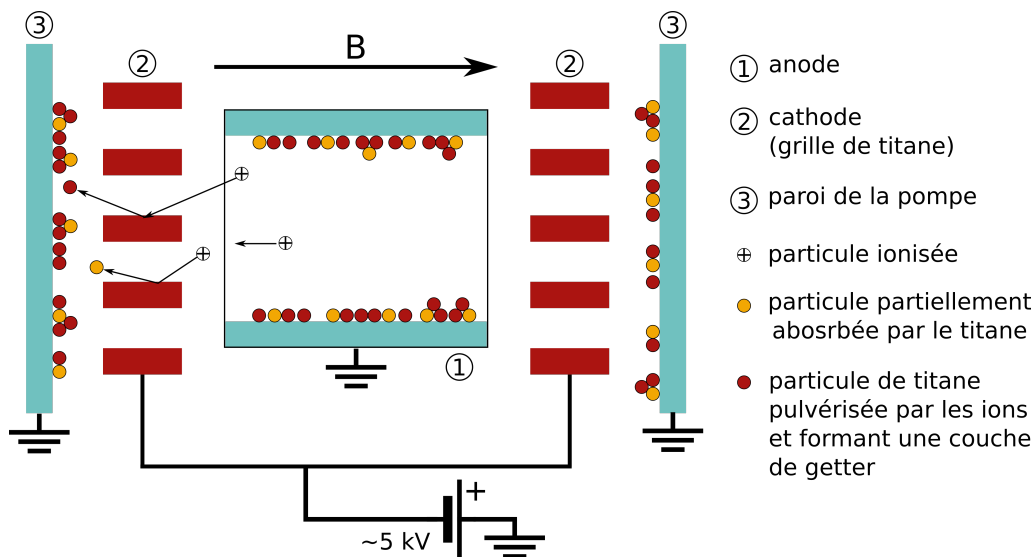


FIGURE 5.14 – Schéma d'une pompe ionique triode.  $B$  est le champ magnétique émis par l'aimant permanent.

La figure 5.14 montre le principe de fonctionnement de ces pompes. Les gaz résiduels sont ionisés par une décharge de Penning [152] causée par la différence de potentiel élevée entre l'anode et la cathode. Le champ magnétique augmente la probabilité d'ionisation car les électrons responsables de celle-ci ont alors une trajectoire en spirale et ont donc plus de chance de rentrer en collision avec les particules à pomper. Les ions ainsi formés suivent une trajectoire quasi rectiligne (en raison de leur masse, ils sont peu affectés par le champ magnétique). Lorsqu'ils rentrent en contact avec les cathodes en titane, ils peuvent y être

enfouis ou bien réagir avec. Par ailleurs, des particules de titane peuvent être arrachées à la cathode et aller se déposer sur l'anode ou sur les parois de la pompe. Elles ont alors un effet getter qui augmente l'efficacité du pompage des gaz actifs.

Le film de getter issu de la pulvérisation n'a aucun effet sur les gaz rares et le pompage de ces gaz dû à l'enfouissement dans la cathode n'est malheureusement pas permanent. Cependant, une fois ionisés, ils peuvent s'implanter sur les parois ou sur l'anode où ils seront enfouis par du titane pulvérisé.

Il est à noter que le courant dans les électrodes est proportionnel à la pression dans la pompe car il est généré par le dépôt des ions sur les cathodes. On peut ainsi utiliser les pompes ioniques pour estimer le niveau de vide dans l'enceinte.

### Influence des canalisations

Pour limiter le temps de pompage, les pompes sont bien sûr importantes mais il faut aussi prendre en compte les canalisations. En régime moléculaire (atteint pour des pressions de l'ordre de  $10^{-7}$  mbar), les collisions avec les parois sont les seules responsables de la résistance à écoulement. La conductance  $C$  d'une canalisation ne dépend donc pas de la différence de pression à ses extrémités :

$$C = \frac{1}{6} \frac{D^3}{L} \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{m}} \quad (5.7)$$

où  $D$  et  $L$  sont le diamètre et la longueur de la canalisation,  $k_B$  est la constante de Boltzmann,  $T$  et  $m$  sont la température et la masse des particules considérées. Cette relation est valable pour des canalisations longues ( $L \gg D$ ). Pour les cavités courtes (typiquement  $L < 10D$ ), on remplace  $L$  dans la formule précédente par  $L + 1,33D$ .

Pour maximiser la vitesse de pompage, on limitera la longueur des canalisations et on choisira des diamètres élevés. En revanche, une canalisation longue et de faible diamètre peut être utilisée pour créer un vide différentiel entre deux enceintes.

### 5.2.3 Systèmes de pompage du prototype

Un schéma du système de pompage de notre expérience est présenté figure 5.15. La source d'atomes froids et l'enceinte supérieure où sont fixées les cavités peuvent être pompées séparément. Dans les deux cas, il faut faire un vide poussé avant d'utiliser les pompes à fixation. Le vide poussé est effectué avec un groupe de pompage externe constitué d'une pompe primaire montée en série avec une pompe turbomoléculaire. Le groupe de pompage que nous utilisons (Pfeiffer HiCube 80) effectue automatiquement le passage du pompage primaire au pompage turbomoléculaire lorsque la pompe à palettes atteint sa vitesse de rotation nominale.

### Pompage de la source d'atomes froids

Une fois le vide poussé atteint, on utilise des pompes à fixation (ioniques et getter) pour atteindre l'ultravide. Au niveau du MOT 2D, une pression de  $10^{-8}$  mbar est maintenue avec une simple pompe getter. Le tube de connexion avec le MOT 3D est suffisamment

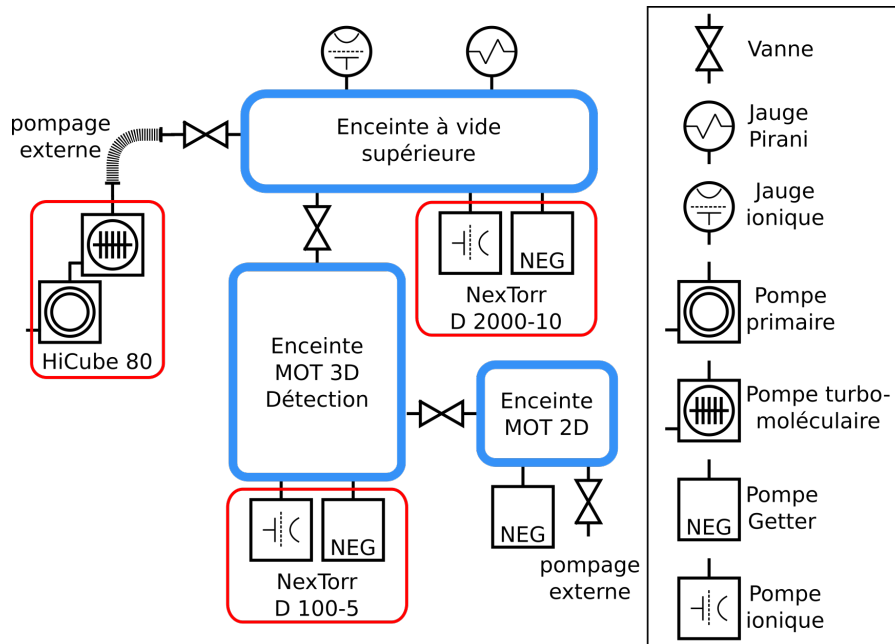


FIGURE 5.15 – Schéma du système à vide de l'expérience.

long et étroit pour créer un vide différentiel et ne pas polluer le vide du MOT 3D. La connexion entre le MOT 2D et le MOT 3D peut être fermée par une vanne manuelle.

Le MOT 3D est pompé avec une pompe NexTorr D 100-5 à un niveau de l'ordre de  $10^{-9}$  mbar. Il s'agit d'une pompe hybride contenant un pompage getter et un pompage ionique. La pompe ionique permet de fixer plus de 5 litres de gaz par seconde (6 l/s pour de l'argon à  $3 \cdot 10^{-6}$  mbar) et, après activation (1 heure à  $500^\circ\text{C}$ ), la pompe getter peut fixer 100 l/s de  $\text{H}_2$ . De même que pour le MOT 2D, la connexion entre le MOT 3D et l'enceinte à vide supérieure peut être fermée par une vanne manuelle, ce qui était indispensable pour pouvoir monter la partie haute de l'expérience sans perdre le vide de la source d'atomes froids.

### Enceinte à vide supérieure

L'enceinte à vide supérieure, qui a été conçue au LP2N, contient les cavités qui nous serviront à générer notre interféromètre. Une photographie de l'enceinte à vide est présentée figure 5.16. Le pompage au niveau ultravide ( $10^{-9}$  mbar) est réalisé avec une pompe hybride NexTorr D 2000-10 dont le fonctionnement est semblable à celui de la pompe du MOT 3D. Sa capacité de pompage est cependant supérieure : la pompe ionique peut fixer 10 l/s d'argon et la pompe getter peut fixer 2250 l/s de  $\text{H}_2$ . Ce système de pompage est surdimensionné pour notre enceinte à vide mais il est prévu de le transférer par la suite sur le prototype de gradiomètre, où le volume de gaz à pomper sera largement supérieur.

La pression dans l'enceinte peut être lue au niveau de la pompe ionique de la NexTorr. On a aussi ajouté deux jauges de pression le long du tube. La première est une jauge de Pirani qui est un manomètre à filament chaud. Le filament va transférer de la chaleur aux molécules de gaz qui le frappent. Comme la résistance du fil est proportionnelle à sa

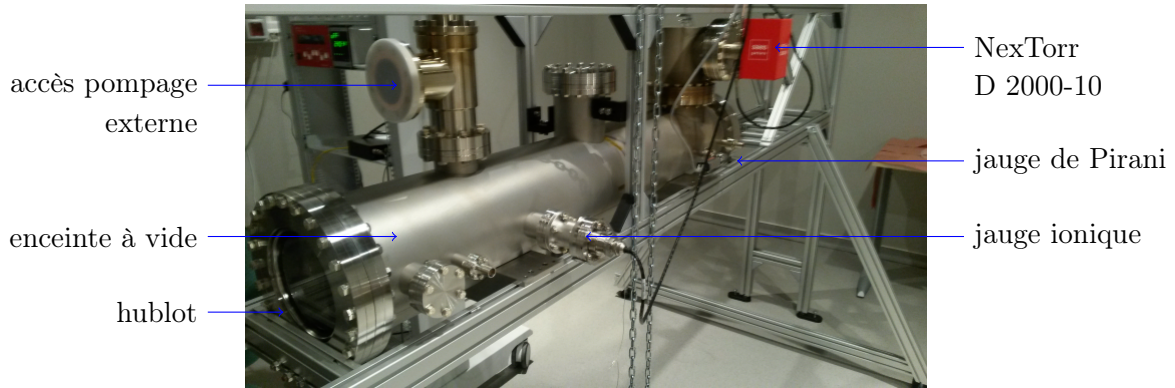


FIGURE 5.16 – Photographie de l'enceinte à vide supérieure avant assemblage avec la source d'atomes froids.

température, on peut facilement effectuer une mesure de pression [153] dans le domaine où les transferts de chaleur sont conductifs (typiquement de 100 mbar à  $10^{-4}$  mbar). Au dessus de 100 mbar, le libre parcours moyen des molécules est inférieur au diamètre du filament et les transferts de chaleur sont principalement convectifs (et donc fortement non-linéaires). En dessous de  $10^{-4}$  mbar, le libre parcours moyen des particules est cette fois de l'ordre de grandeur du diamètre du tube entourant le fil, les pertes par conduction sont négligeables et la pression est difficilement mesurable. Pour pouvoir mesurer la pression en dessous de  $10^{-4}$  mbar, on utilise une jauge ionique (ou jauge de Penning). Le principe de la mesure de pression est alors le même que dans les pompes ioniques : la valeur de la pression est déduite du courant d'ionisation parcourant la cathode d'une cellule de Penning. La pompe ionique est excentrée par rapport aux atomes (on veut limiter l'effet du champ magnétique de la pompe sur les atomes) et par conséquent, elle ne donne qu'une valeur approximative de la pression au niveau de l'interféromètre. La jauge ionique est elle aussi un peu excentrée mais elle est située de l'autre côté de l'interféromètre. La pression indiquée surestime la valeur du niveau de vide à l'endroit où les atomes sont interrogés.

### 5.3 Système de cavités doublement résonantes

Les transitions de Bragg de l'interféromètre seront réalisées en cavité afin de bénéficier du gain optique du résonateur. Comme durant la majeure partie du cycle de mesure, les lasers à 780 nm générant les impulsions de l'interféromètre sont éteints, ceux-ci ne peuvent pas être directement stabilisés sur les cavités. Afin que le faisceau pulsé à 780 nm puisse être maintenu résonant avec la cavité, un laser continu à 1560 nm est asservi sur le résonateur optique et le faisceau à 780 nm est généré par doublage de fréquence d'une partie du faisceau à 1560 nm.

L'enceinte à vide supérieure présentée dans le paragraphe précédent contient les cavités optiques qui nous serviront à générer l'interféromètre. Le fonctionnement théorique de ces cavités demi-dégénérées a été présenté au chapitre 4. Dans un premier temps, nous présentons la mise en place du système de cavités puis dans une deuxième partie, nous expliquons le fonctionnement de l'asservissement qui permet de maintenir les faisceaux

d'interrogations à 780 nm de l'interféromètre résonants avec les cavités.

### 5.3.1 Mise en place du système de cavités

La mise en place du système de cavités s'est faite en plusieurs étapes. Il a fallu concevoir le système mécanique maintenant les cavités dans l'enceinte à vide, ainsi que les bancs d'injection à 780 nm et à 1560 nm, pré-aligner les cavités sous air, les monter dans l'enceinte et les réaligner après avoir fait le vide. Un paragraphe est dédié à la procédure d'alignement qui est complexe : le parallélisme entre les deux résonateurs est primordial pour que l'interféromètre se referme. Les deux derniers paragraphes de cette section sont consacrés à la caractérisation des optiques des cavités et aux résultats préliminaires que nous avons obtenus.

#### Système mécanique

Les optiques des cavités sont fixées sur une plaque verticale (cf. figure 5.17) qui sera elle-même vissée à l'intérieur de l'enceinte à vide. Les lentilles biconvexes sont placées dans des montures deux pouces compatibles ultravide. Les montures de miroir sont motorisées afin de pouvoir réaligner la cavité une fois qu'elle sera sous vide. Les miroirs plans sont eux-mêmes collés à des actionneurs piézo-électriques afin de pouvoir ajuster leur position par rapport à la lentille et afin de pouvoir balayer la phase du laser.

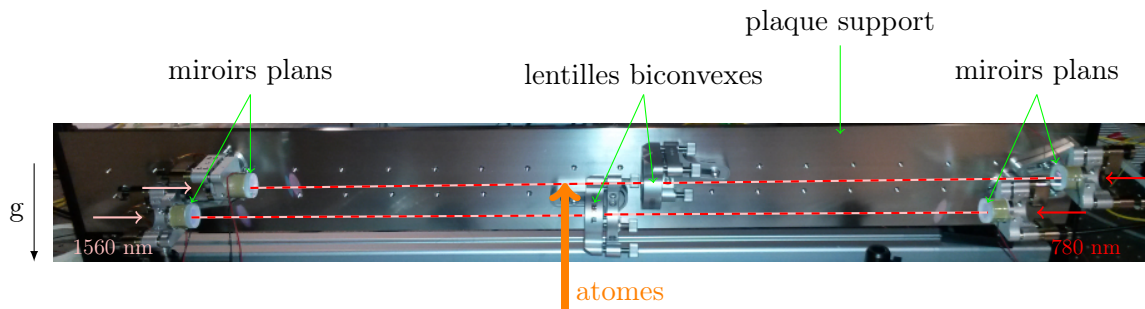


FIGURE 5.17 – Photographie des cavités montées sur la plaque support. Les tirets roses et rouges représentent le chemin optique des faisceaux à 1560 nm et à 780 nm dans les cavités. La flèche orange montre la trajectoire des atomes lorsqu'ils traversent les cavités.

Pour limiter la durée de l'interféromètre et donc la sensibilité aux vibrations, on a placé les cavités les plus proches possible l'une de l'autre. La distance verticale entre les deux cavités vaut 35.5 mm. En dessous de cette valeur les faisceaux laser sont coupés par les bords des montures. En raison de l'encombrement des montures de miroirs (cf. figure 5.18), les cavités sont décalées horizontalement de 70 mm l'une par rapport à l'autre. La lentille de la cavité du bas est située à 20 mm de la trajectoire des atomes et celle de la cavité du haut à 90 mm. Les bancs d'injection sont placés directement sur le bâti de l'expérience. Les distances entre les bancs d'injection et la plaque, indiquées figure 5.18, sont approximatives car les supports sur lesquels la plaque est vissée dans l'enceinte à vide sont soudés à même le tube et par conséquent ils ne sont pas positionnés avec une précision millimétrique.

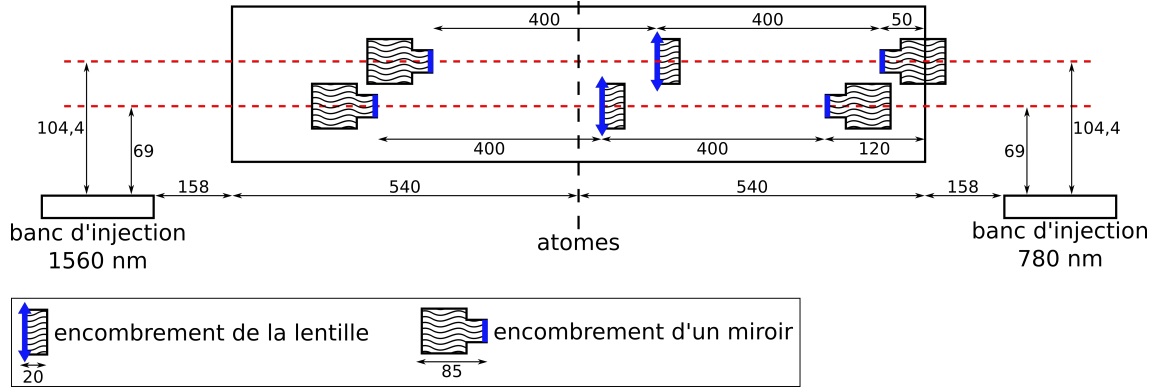


FIGURE 5.18 – Positionnement des cavités par rapport à la plaque support et aux bancs d'injection. Les distances sont indiquées en millimètres.

### Banc optique à 780 nm

Les faisceaux à 780 nm sont utilisés pour générer les impulsions de Bragg de l'interféromètre atomique. Le banc optique à 780 nm contient les bancs d'injection à 780 nm des deux cavités ainsi que les photodiodes à 1560 nm en transmission des deux cavités. Le trajet optique de l'injection de la cavité du haut est représenté figure 5.19. En sortie du collimateur, le faisceau incident passe par une lame quart d'onde, un isolateur de Faraday et une lame demi-onde. La lame quart d'onde sert à régler la puissance transmise par l'isolateur de Faraday. Lorsque le faisceau est rétro-réfléchi par la cavité, on récupère le signal en réflexion par un des ports de l'isolateur.

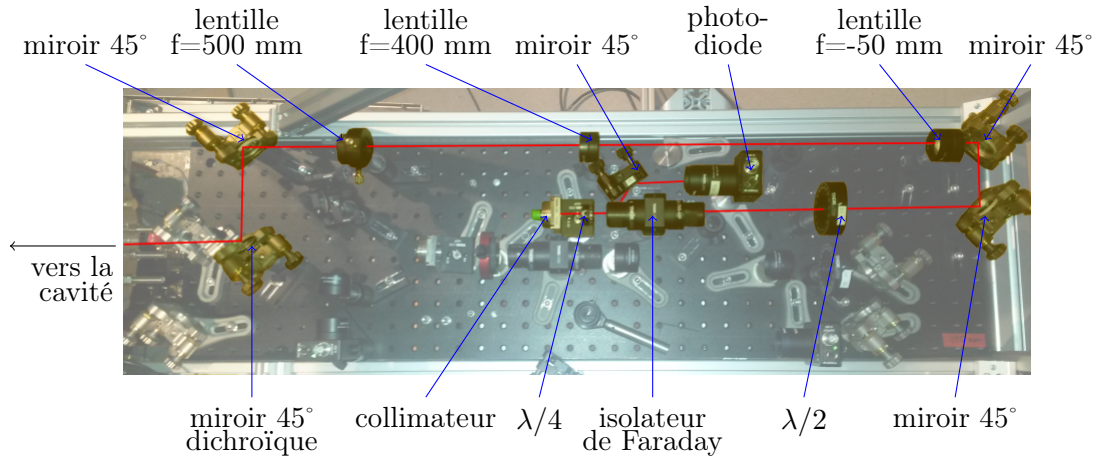


FIGURE 5.19 – Photographie du banc optique à 780 nm en cours de montage. On a mis en évidence le chemin optique de l'injection de la cavité du haut.

Pour ajuster le rayon et la position du col du faisceau en entrée de la cavité, on utilise un système de trois lentilles. Les deux premières lentilles forment un télescope et la dernière lentille permet de focaliser le faisceau sur le miroir d'entrée de la cavité. Pour connaître la taille et la position du col du faisceau, on a utilisé une caméra de profilométrie qu'on

a déplacée sur un rail. On mesure ainsi le rayon gaussien du faisceau en différents points de son chemin, dans deux directions orthogonales X et Y, elles-mêmes perpendiculaires au rail. Si on fait l'hypothèse, comme pour les faisceaux gaussiens, que l'enveloppe du faisceau est une hyperbole du type :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z - z_0}{z_R} \right)^2} \quad (5.8)$$

où  $z$  est la position de la caméra sur le rail,  $w(z)$  est le rayon du faisceau en  $z$ ,  $w_0$  est le rayon gaussien du faisceau au col,  $z_0$  est la position du col et  $z_R$  est la distance de Rayleigh, on peut ajuster les paramètres  $w_0$ ,  $z_0$  et  $z_R$  par la méthode des moindres carrés afin de trouver l'hyperbole qui suit le mieux possible le jeu de données.

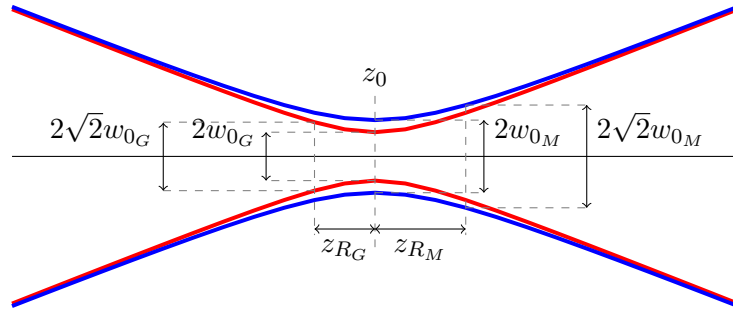


FIGURE 5.20 – Enveloppes d'un faisceau purement gaussien (en rouge) et d'un faisceau résultant d'une mélange de modes (en bleu).

Si le faisceau n'est pas un mode gaussien fondamental mais un mélange de modes, son col est moins étroit (cf. figure 5.20) et sa distance de Rayleigh est plus grande. Le paramètre  $M^2$  [154] permet de quantifier l'écart par rapport à un faisceau purement gaussien :

$$M^2 = \frac{\pi w_0^2}{z_R \lambda} \quad (5.9)$$

Si le faisceau est purement gaussien, le paramètre  $M^2$  vaut 1, sinon, il est supérieur à 1. Soient  $z_{R_M}$  et  $w_{0_M}$  la distance de Rayleigh et le rayon gaussien au col d'un faisceau résultant d'un mélange de modes. On peut définir la distance de Rayleigh  $z_{R_G}$  et le rayon gaussien au col  $w_{0_G}$  du faisceau purement gaussien associé :

$$z_{R_G} = z_{R_M} / M^2 \quad (5.10)$$

$$2w_{0_G} = 2w_{0_M} / M^2 \quad (5.11)$$

La figure 5.21 montre les résultats des mesures effectuées sur le faisceau en sortie du banc d'injection à 780 nm de la cavité du haut. En raison de l'incertitude de mesure, on peut considérer que les courbes bleues (mélange de modes) et rouges (mode gaussien fondamental) s'ajustent toutes les deux au jeu de données. Ces mesures ne donnent qu'une estimation de la valeur du rayon du col du faisceau. Les hyperboles calculées par la méthode des moindres carrés mènent à un rayon gaussien au col de  $50 \mu\text{m}$  pour un paramètre  $M^2$  de 1,5 (dans la direction X) et de  $59 \mu\text{m}$  pour un paramètre  $M^2$  de 1,9 (dans la direction Y).

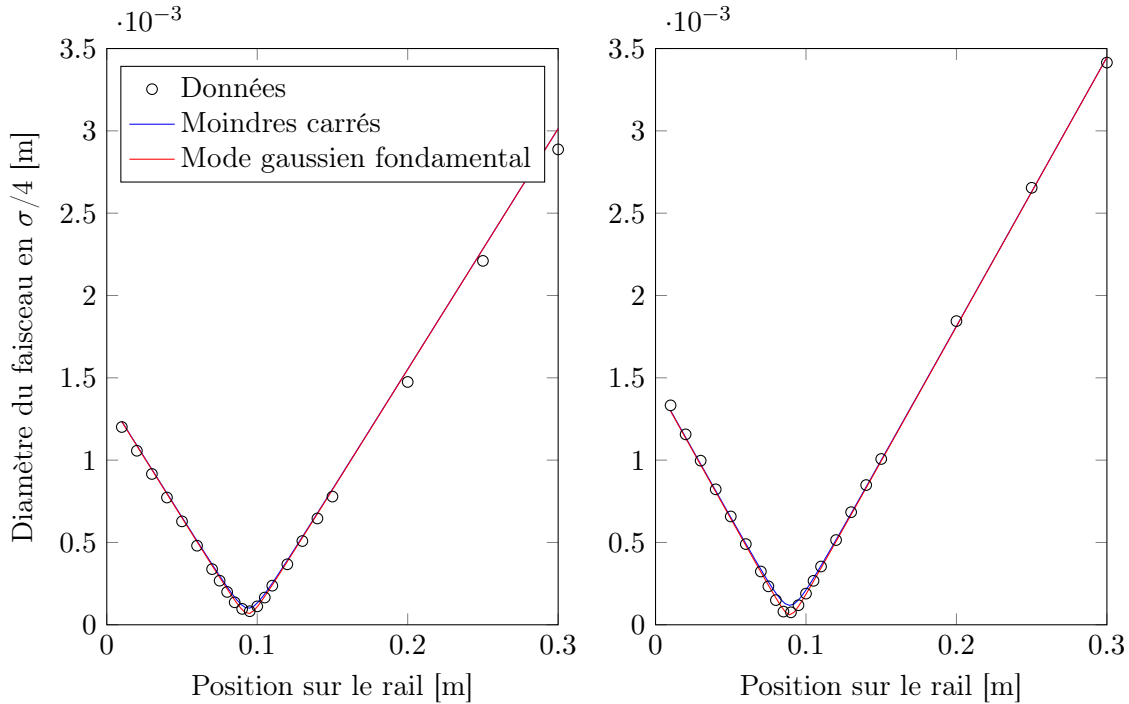


FIGURE 5.21 – Mesure de la position et du rayon gaussien du col du faisceau en sortie du banc d'injection à 780 nm de la cavité du haut, sur l'axe X (à gauche) et sur l'axe Y (à droite). La courbe bleue est l'hyperbole qui suit le mieux le jeu de données (par la méthode des moindres carrés) et la courbe rouge est l'hyperbole associée correspondant à un faisceau avec un mode gaussien fondamental.

Les hyperboles correspondant à un faisceau avec un mode gaussien fondamental mènent à des valeurs plus optimistes du rayon au col :  $34 \mu\text{m}$  dans la direction X et  $30 \mu\text{m}$  dans la direction Y.

Les mesures effectuées en sortie du banc d'injection de la cavité du bas donnent des résultats similaires : le rayon au col vaut  $53 \mu\text{m}$  pour un paramètre  $M^2$  de 1,3 dans les directions X et Y (par la méthode des moindres carrés), ce qui correspond à un rayon au col de  $40 \mu\text{m}$  pour un faisceau purement gaussien.

Ces rayons au col sont suffisamment faibles pour pouvoir avoir des faisceaux de quelques millimètres de rayon dans la seconde moitié de la cavité, ce qui est compatible avec nos applications d'interférométrie atomique.

### Banc optique à 1560 nm

Le banc optique à 1560 nm est un peu plus simple que le banc à 780 nm car les exigences sur la taille du faisceau sont moins strictes. Il contient les bancs d'injection à 1560 nm des deux cavités ainsi que les photodiodes à 780 nm en transmission des deux cavités. Le trajet optique de l'injection de la cavité du haut est représenté figure 5.22. En sortie du collimateur, le faisceau incident passe par une lame demi-onde, un cube et une lame quart d'onde. La lame demi-onde sert à régler la puissance transmise vers la cavité. Lorsque le



faisceau est rétro-réfléchi par la cavité, il passe deux fois par la lame quart d'onde et on récupère le signal en réflexion au niveau du cube séparateur de polarisation. On n'utilise pas d'isolateur de Faraday sur ce banc car ils sont superflus, il y a déjà des isolateurs au niveau de la sortie de l'amplificateur.

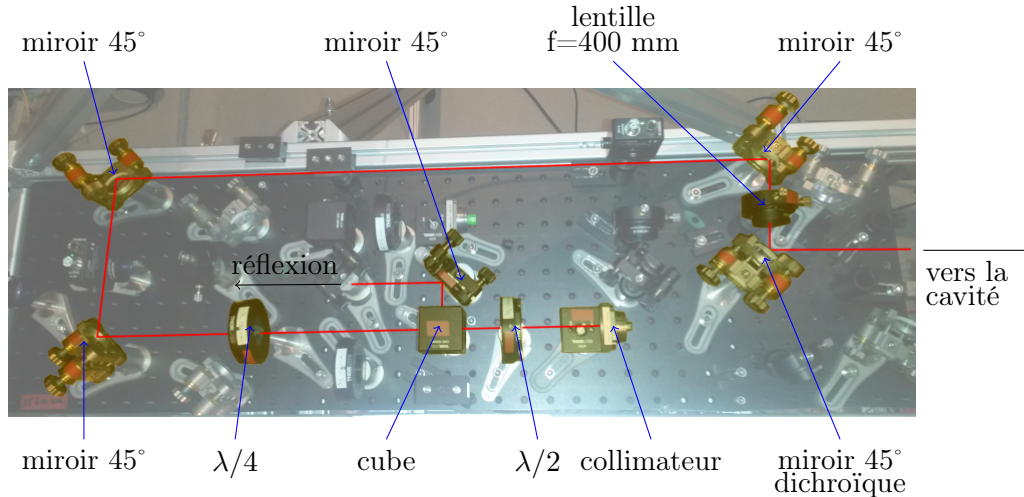


FIGURE 5.22 – Photographie du banc optique à 1560 nm en cours de montage. On a mis en évidence le chemin optique de l'injection de la cavité du haut.

De la même façon que pour le banc optique à 780 nm, nous avons mesuré le rayon au col des faisceaux en sortie du banc d'injection à 1560 nm. Pour la cavité du haut, on a obtenu un rayon de  $376 \mu\text{m}$  pour un paramètre  $M^2$  de 1,15 dans la direction X et un rayon de  $360 \mu\text{m}$  pour un paramètre  $M^2$  de 1,02 dans la direction Y. Pour la cavité du bas, le rayon dans la direction X vaut  $310 \mu\text{m}$  pour un paramètre  $M^2$  de 1,10 et le rayon dans la direction Y vaut  $339 \mu\text{m}$  pour un paramètre  $M^2$  de 1,10.

Ces faisceaux sont un peu elliptiques (facteur d'ellipticité de 1,04 pour la cavité du haut et 1,09 pour la cavité du bas) mais comme ils ne servent qu'à maintenir la cavité résonante avec le laser à 780 nm (voir section 5.3.2), ce n'est pas critique.

### Procédure d'alignement

L'alignement des deux cavités est assez délicat. Si l'on considère une cavité individuellement, il faut veiller à ce que les miroirs soient dans les plans focaux de la lentille pour avoir un résonateur demi-dégénéré. De plus, si l'on considère l'alignement des deux cavités, il faut maintenir le parallélisme entre elles afin que l'interféromètre puisse se refermer (cf. figure 5.23).

Comme il n'est pas possible de monter et d'aligner directement les cavités dans l'enceinte à vide, on effectue d'abord un pré-alignement sous air. Les bancs optiques et la plaque de support sont fixés sur un rail, en respectant les distances définies figure 5.18.

La procédure de pré-alignement des cavités est présentée figure 5.24. Tout d'abord, on fait passer les faisceaux à 1560 nm et à 780 nm par un jeu de diaphragmes afin de les superposer (1). Ensuite, on positionne les lentilles de façon à ce qu'elles ne dévient pas

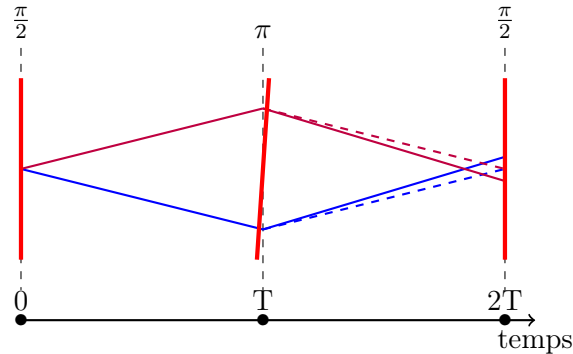


FIGURE 5.23 – Schéma d'un interféromètre de Mach-Zehnder dans le domaine temporel où le faisceau effectuant l'impulsion  $\pi$  n'est pas parallèle au faisceau faisant les impulsions  $\pi/2$ .

les faisceaux laser (2). Pour s'assurer que les cavités seront parallèles, on utilise dans un premier temps un miroir de référence de 3 pouces de diamètre qui sera commun aux deux résonateurs. On place ce miroir à la place du miroir de fond de la cavité du haut et on rétro-réfléchit le faisceau du haut à 780 nm (3). On installe le miroir d'entrée de la cavité du haut à 780 nm et on aligne complètement celle-ci en jouant sur les miroirs d'injection et sur les miroirs de la cavité (on module le courant du laser pour balayer sa fréquence et faire apparaître les pics de résonance en transmission ou en réflexion). On ajuste aussi la position du miroir d'entrée par rapport à la lentille à l'aide d'une platine de translation afin de se placer au plus près d'une configuration demi-dégénérée. Le miroir est correctement placé lorsque les pics sont symétriques (4). Une fois que la cavité du haut est correctement alignée, on rétro-réfléchit le faisceau du bas à 780 nm sur le miroir de référence et on aligne la cavité du bas à 780 nm, sans toucher au miroir de référence. Comme pour la cavité du haut, on optimise aussi la position du miroir d'entrée (5). On peut maintenant retirer le miroir de référence et utiliser les miroirs d'injection pour rétro-réfléchir les faisceaux du haut et du bas à 1560 nm (6). Il faut ensuite monter les miroirs de fond des cavités à 780 nm et les régler pour retrouver un signal de résonance à 780 nm en gardant fixes les miroirs du banc d'injection à 780 nm (7). Puis on injecte les cavités à 1560 nm et on ajuste la position des miroirs d'entrée à 1560 nm en symétrisant les pics en transmission (8). Enfin, on optimise l'alignement des cavités en jouant sur les miroirs de fond à 780 nm et sur les miroirs d'injection (9).

Une fois que les cavités ont été pré-alignées sous air, la plaque support est montée dans l'enceinte à vide et les bancs optiques sont fixés sur le bâti. En raison des imprécisions de positionnement et des déformations mécaniques du support des cavités, il faut réinjecter les résonateurs et optimiser leur alignement. Les bancs optiques sont accessibles et les montures de miroir des cavités sont motorisées ce qui nous permet d'effectuer des réglages dans l'enceinte à vide.

Ensuite, on peut pomper l'enceinte à vide. La pompe primaire occasionne beaucoup de vibrations et les contraintes sur les vis changent en raison des variations de pression. Une fois que le vide poussé est atteint et que l'on a éteint le groupe de pompage externe, on peut réaligner les cavités en utilisant les vis motorisées.

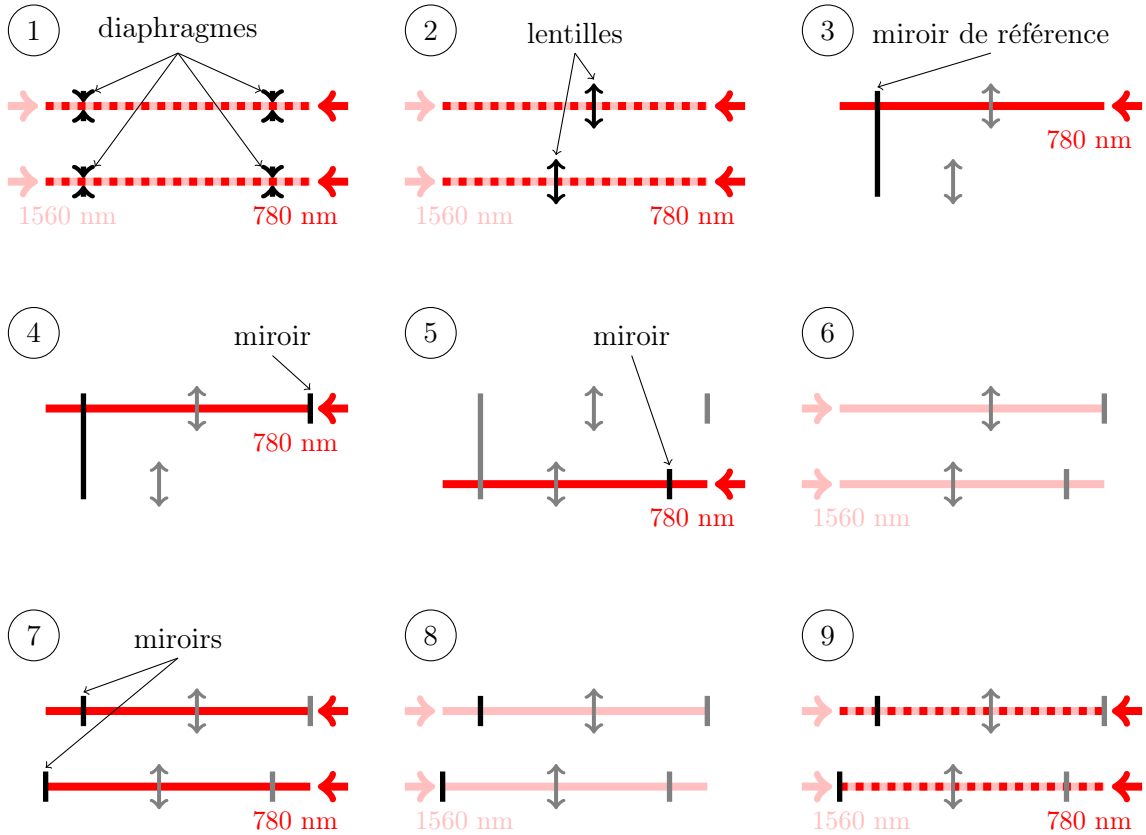


FIGURE 5.24 – Procédure de pré-alignment des cavités. Les optiques grisées sont gardées fixes pendant l’alignment. Les faisceaux à 1560 nm (en rose) et à 780 nm (en rouge) des deux cavités sont superposés (1), la lentille centrale de chaque cavité est positionnée (2) puis une première cavité est alignée avec le faisceau à 780 nm en utilisant un miroir de référence de grande taille (3 et 4). La seconde cavité est alignée à 780 nm avec le miroir de référence (5) ce qui garanti le parallélisme des deux résonateurs. Le miroir de référence est remplacé par les miroirs finaux des cavités et celles-ci sont injectées à 1560 nm et à 780 nm (6 à 9).

### Caractérisation des optiques des cavités

Les cavités sont constituées de deux miroirs plans d’un pouce de diamètre et d’une lentille biconvexe de deux pouces de diamètre et de 400 mm de distance focale. Les miroirs possèdent un double revêtement haute réflectivité à 1560 nm et à 780 nm. Les lentilles, au contraire, ont un revêtement anti-réfléchissant à ces deux longueurs d’onde afin de limiter les pertes dans la cavité. Ces optiques ont été produites par Altechna.

Les irrégularités de surface des lentilles ont été mesurées par Altechna avec un interféromètre de Fizeau (ZYCO’s VeriFire). Ces mesures sont présentées figure 5.25. Ces irrégularités sont supérieures à celles qui avaient été spécifiées et garanties par Altechna dans leur offre initiale (irrégularités de surface inférieures à  $\lambda/8$ ) mais pour des raisons de délais de livraison, nous avons tout de même utilisé ces lentilles.

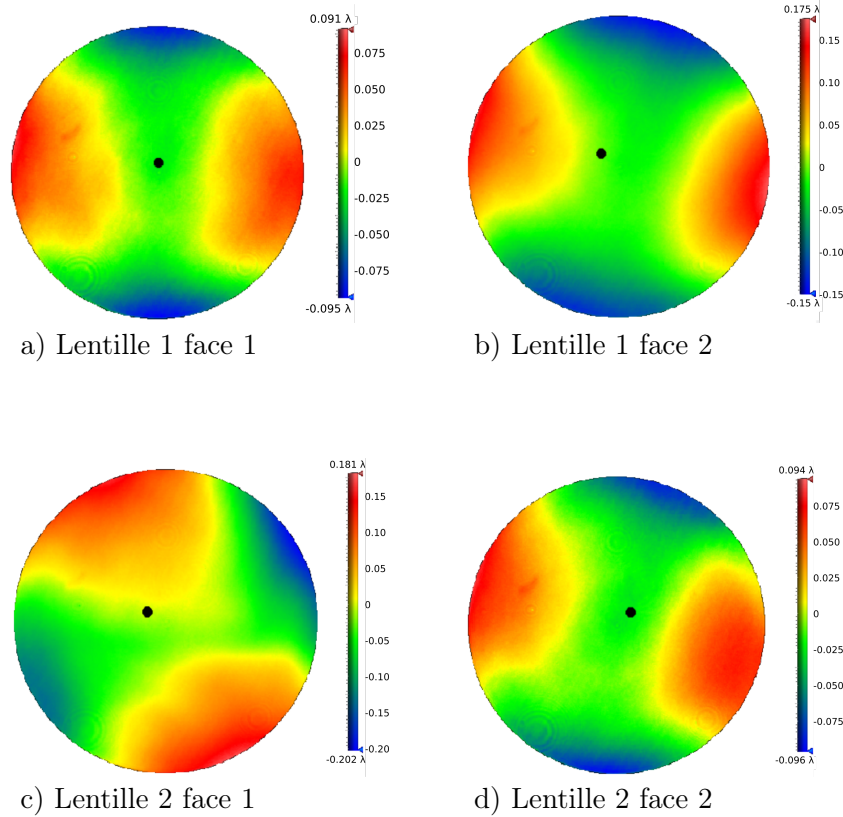


FIGURE 5.25 – Mesures des irrégularités de surface des lentilles de la cavité. Les mesures ont été faites à 633 nm. a) irrégularité :  $0,186 \lambda$ . b) irrégularité :  $0,325 \lambda$ . c) irrégularité :  $0,383 \lambda$ . d) irrégularité :  $0,190 \lambda$ .

Nous avons aussi mesuré les pertes par réflexion de ces lentilles. On fait passer un faisceau laser à 1560 nm ou à 780 nm au centre de la lentille, le faisceau est quasiment perpendiculaire à la surface optique. On mesure la puissance incidente et la puissance réfléchiée par la lentille avec un puissance-mètre. Les coefficients de réflexion en puissance des lentilles sont récapitulés table 5.1. Ces pertes sont de quelques centaines de ppm pour le faisceau à 1560 nm et de quelques dizaines de ppm pour le faisceau à 780 nm, ce qui est suffisamment faible pour une utilisation en cavité (cf. figure 4.12 du chapitre 4).

	R (1560 nm)	R (780 nm)
lentille 1	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$7,6 \cdot 10^{-5}$
lentille 2	$6,0 \cdot 10^{-4}$	$6,5 \cdot 10^{-5}$

TABLE 5.1 – Coefficients de réflexion en puissance des lentilles des cavités.

Nous avons aussi caractérisé les pertes par transmission et par diffusion des miroirs. Le coefficient de transmission en puissance des miroirs est mesuré en rétro-réfléchissant un faisceau laser à 1560 nm ou à 780 nm sur le miroir et en mesurant la puissance incidente

et la puissance transmise avec un puissance-mètre. Les mesures de pertes par diffusion sont plus difficiles à réaliser. Elles nécessitent l'usage d'une sphère intégrante. Il s'agit d'une cavité creuse dont la face intérieure est couverte d'un revêtement dont le facteur de réflexion diffuse est proche de 1. Le principe de cette mesure est présenté figure 5.26. Dans un premier temps, on fait se réfléchir le faisceau laser sur la paroi de la sphère. La puissance  $P_{diff=1}$  mesurée au niveau du port de sortie correspond à une diffusion de 1. Pour mesurer la diffusion du miroir, on fait passer le même faisceau laser à travers deux ports de la sphère et on le rétro-réfléchit sur le miroir à tester (qui est placé le plus proche possible de la sphère). La lumière diffusée par le miroir va se réfléchir de multiples fois sur la paroi de la sphère et on pourra mesurer la puissance diffusée  $P_{diff}$  au niveau du port de sortie. On définit les pertes par diffusion comme le rapport entre  $P_{diff}$  et  $P_{diff=1}$ .

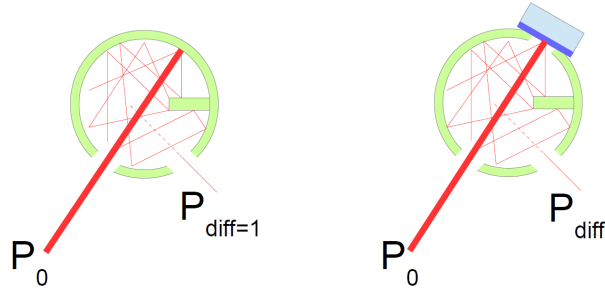


FIGURE 5.26 – Principe de la mesure des pertes par diffusion d'un miroir avec une sphère intégrante.

	T (1560 nm)	diffusion (1560 nm)	T (780 nm)	diffusion (780 nm)
miroir 1	$1,8 \cdot 10^{-3}$	1579 ppm	$4,4 \cdot 10^{-3}$	3581 ppm
miroir 2	$1,5 \cdot 10^{-3}$	1783 ppm	$2,6 \cdot 10^{-3}$	2869 ppm
miroir 3	$1,9 \cdot 10^{-3}$	1783 ppm	$5,0 \cdot 10^{-3}$	3445 ppm
miroir 4	$1,7 \cdot 10^{-3}$	1842 ppm	$3,1 \cdot 10^{-3}$	3077 ppm
miroir 5	$1,8 \cdot 10^{-3}$	1958 ppm	$5,1 \cdot 10^{-3}$	4243 ppm
miroir 6	$1,6 \cdot 10^{-3}$	1692 ppm	$3,6 \cdot 10^{-3}$	3997 ppm
miroir 7	$1,5 \cdot 10^{-3}$	1092 ppm	$2,2 \cdot 10^{-3}$	3284 ppm
miroir 8	$1,9 \cdot 10^{-3}$	1867 ppm	$3,9 \cdot 10^{-3}$	4067 ppm

TABLE 5.2 – Coefficients de transmission en puissance et pertes par diffusion des miroirs des cavités.

Les coefficients de transmission et les pertes par diffusion des miroirs Altechna sont récapitulés table 5.2. Les pertes par diffusion sont beaucoup plus élevées que prévu, notamment à 780 nm. De plus, il est à noter que nos mesures ne permettent pas de quantifier la puissance diffusée dans la direction du faisceau laser et que par conséquent, les valeurs des pertes par diffusion sont optimistes par rapport à la réalité. Ces pertes vont limiter la finesse et le gain optique de nos cavités.

### Résultats préliminaires

Les revêtements des miroirs du premier set de cavités que nous avons monté dans l'enceinte à vide se sont détériorés, prenant un aspect poudreux, et ce avant même la mise sous vide du système. Les pertes étaient telles que le gain optique était inférieur à 1 et nous avons dû démonter ces cavités devenues inutiles. Si on considère en plus les fortes pertes par diffusion des miroirs Altechna (voir paragraphe précédent), il n'est pas envisageable de les utiliser sur le long terme.

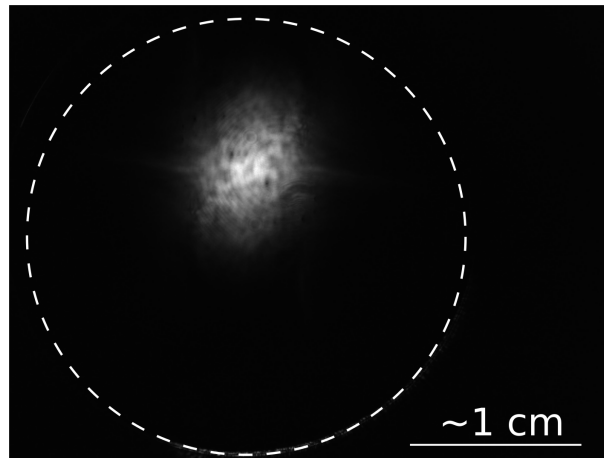


FIGURE 5.27 – Photographie du faisceau à 780 nm sur le miroir de fond de la cavité. Le contour du miroir est représenté en pointillés.

Cependant, afin de faire quelques tests préliminaires, nous avons remonté une cavité (celle du haut) avec des miroirs Altechna neufs. La cavité du bas a été remplacée par un faisceau rétro-réfléchi. Avec cette cavité, avant montage dans l'enceinte à vide, nous avons obtenu une finesse de 311 et un gain optique de 8,9 à 1560 nm et une finesse de 124 et un gain optique de 1,27 à 780 nm. La figure 5.27 présente une photographie du faisceau à 780 nm sur le miroir de fond de la cavité. On constate que le faisceau a une allure nébuleuse. Ceci est probablement dû à la forte diffusion des miroirs et cela explique le faible gain optique obtenu.

Après montage dans l'enceinte à vide, nous avons grossièrement réaligné la cavité afin de récupérer un peu de signal puis nous avons pompé le système jusqu'à un niveau ultravide. Les revêtements des miroirs n'ont malheureusement pas tenu la mise sous vide et se sont craquelés, comme on peut le voir figure 5.28. En l'état, la cavité n'est pas utilisable.

Afin d'avoir des cavités avec un gain optique suffisamment grand pour pouvoir faire des transitions de Bragg d'ordre élevé, nous avons fait fabriquer de nouveaux miroirs avec un double revêtement haute réflectivité à 1560 nm et à 780 nm chez Laser Optics. Ces revêtements devraient moins diffuser et avoir une durée de vie élevée, sous air comme sous vide. Ils devraient être livrés prochainement au laboratoire.

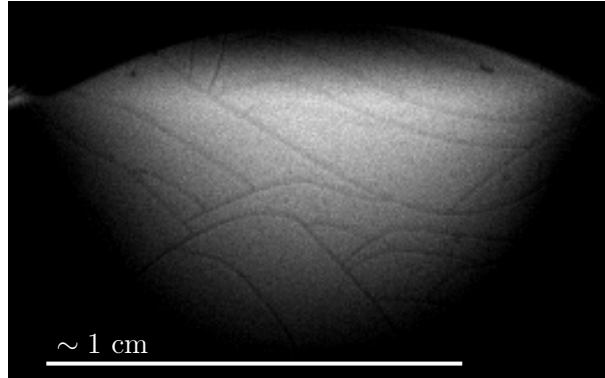


FIGURE 5.28 – Photographie de la surface d’un des miroirs de la cavité, après mise sous vide.

### 5.3.2 Stabilisation du laser sur la cavité

Le faisceau à 780 nm utilisé pour générer les impulsions de l’interféromètre ne peut pas être directement asservi sur les cavités car il est éteint la plupart du temps et que les impulsions sont courtes (quelques dizaines de microsecondes). On a donc choisi d’asservir un laser continu à 1560 nm sur la cavité et de produire le faisceau à 780 nm par doublage de fréquence à partir d’une fraction du faisceau à 1560 nm. Dans cette section, on présente d’abord le fonctionnement du système laser qui permet fournir les faisceaux à 1560 nm et à 780 nm qui seront injectés dans la cavité. Puis, nous expliquons la méthode d’asservissement utilisée pour stabiliser le laser à 1560 nm sur la cavité et enfin, nous montrons comment nous générons le faisceau à 780 nm résonant avec la cavité.

#### Systèmes laser des cavités

Chaque cavité a son propre système laser. Chacun de ces systèmes a trois sorties, une sortie à 780 nm qui servira pour interroger les atomes, une sortie à 1560 nm qui sera asservie sur la cavité et une sortie à 1560 nm basse puissance qui pourra être utilisée pour faire un battement avec un laser référencé sur une cellule de rubidium<sup>1</sup>. Ces bancs sont intégralement fibrés et les sorties sont branchées aux collimateurs des bancs d’injection à 1560 nm ou à 780 nm, ou au collimateur du banc de battement du laser de référence.

Le banc laser de la cavité du haut (cf. figure 5.29) contient une diode laser fibrée RIO à 1560 nm qui fournit 20 mW de puissance en sortie. Celle-ci est connectée à un répartiteur fibré qui permet d’extraire 1% de la puissance pour pouvoir faire le battement. Le reste de la puissance est envoyé à l’amplificateur-doublé EYLSA produit par Quantel. Cet appareil a deux sorties, une sortie amplifiée à 1560 nm qui fournit une puissance de 100 mW et une sortie à 780 nm générée par doublage de fréquence. La puissance en sortie à 780 nm peut être réglée entre 100 mW et 1 W. La fibre à 1560 nm est ensuite branchée à un modulateur électro-optique (*Electro-Optic Modulator*, EOM en anglais) qui sera utilisé dans le processus

1. Ce laser maître est une diode RIO à 1560 nm qui est doublée en fréquence pour obtenir un faisceau à 780 nm et qui est ensuite asservie sur une transition du rubidium 87 par absorption saturée. C’est pour cette raison technique que le battement est fait à 1560 nm et pas à 780 nm.

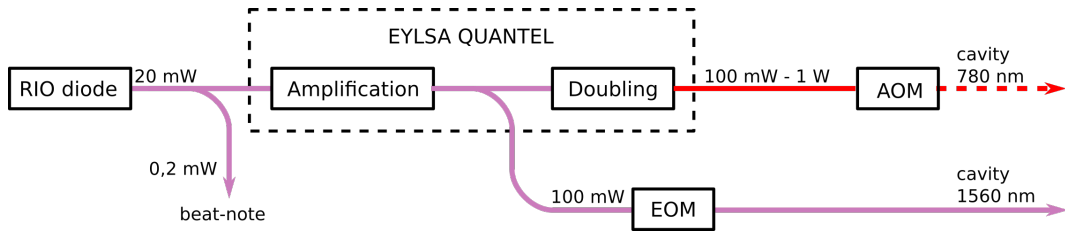


FIGURE 5.29 – Schéma du système laser de la cavité du haut. Tout ce système est fibré. On a représenté en rose le chemin à 1560 nm et en rouge le chemin à 780 nm.

d'asservissement pour moduler la fréquence du faisceau (cf. prochain paragraphe). Le port à 780 nm de l'amplificateur-doubleur est branché à un modulateur acousto-optique (*Acousto-Optic Modulator*, AOM en anglais) qui servira à couper le faisceau rapidement afin de générer les impulsions laser de l'interféromètre.

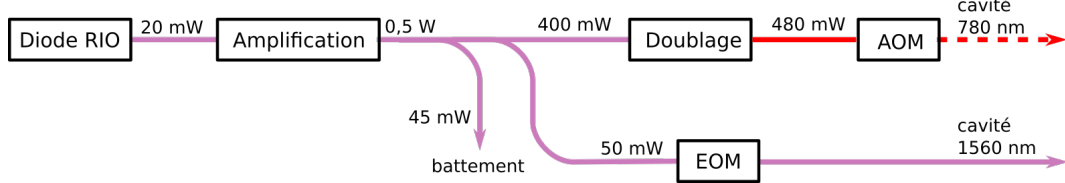


FIGURE 5.30 – Schéma du système laser de la cavité du bas. Tout ce système comporte des connexions fibrées. On a représenté en rose le chemin à 1560 nm et en rouge le chemin à 780 nm.

Le banc laser de la cavité du bas (cf. figure 5.30) est un peu différent car nous ne possédons qu'un seul amplificateur-doubleur EYLSA. Celui-ci a été remplacé par un amplificateur 0,5 W à 1560 nm et par un cristal doubleur de fréquence fibré pour générer le faisceau à 780 nm.

### Asservissement du laser à 1560 nm sur la cavité

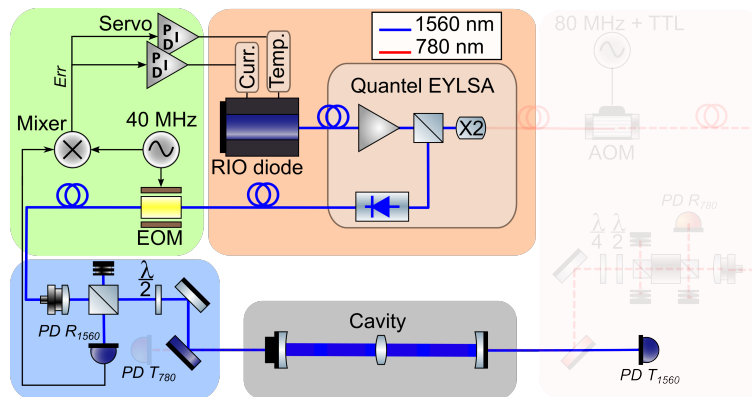


FIGURE 5.31 – Schéma du système optique à 1560 nm de la cavité du haut.



Le schéma du système optique à 1560 nm de la cavité du haut est présenté figure 5.31. Pour maintenir le laser résonant avec la cavité malgré ses variations de longueur dues par exemple aux vibrations mécaniques, il faut l'asservir. Pour cela, on va utiliser la méthode de Pound-Drever-Hall [40]. Le champ en sortie du port à 1560 nm de l'amplificateur EYLSA, d'amplitude  $E_0 \exp(i\omega t)$  est modulé au niveau de l'EOM (Electro Optical Modulator) par le signal  $\beta \sin(\omega_m t)$ , où  $\omega$  est la pulsation du laser,  $\beta$  est l'amplitude de modulation et  $\omega_m$  est la pulsation de modulation. Le champ  $E_i$  après l'EOM vaut alors :

$$E_i = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin(\omega_m t))} \approx E_0 e^{i\omega t} \left( 1 + \frac{\beta}{2} e^{i\omega_m t} - \frac{\beta}{2} e^{-i\omega_m t} \right) \quad (5.12)$$

Le champ  $E_r$  réfléchi par la cavité va dépendre du champ en entrée de la cavité  $E_i$  et des coefficients de transmission et de réflexion en amplitude des optiques du résonateur. On définit  $R(\omega)$  le coefficient de réflexion en amplitude de la cavité :

$$R(\omega) = \frac{E_r}{E_i} = \frac{r_1 - (r_1^2 + t_1^2)(1 - \rho)^2 r_2 e^{i2\omega L/c}}{1 - r_1 r_2 (1 - \rho)^2 e^{i2\omega L/c}} \quad (5.13)$$

où  $r_1$ ,  $r_2$  sont les coefficients de réflexion en amplitude des miroirs et  $t_1$  est le coefficient en transmission du miroir d'entrée,  $\rho$  sont les pertes dans la cavité,  $L$  est la longueur de la cavité. Le champ réfléchi  $E_r$  devient :

$$E_r = E_0 \left[ R(\omega) e^{i\omega t} + R(\omega + \omega_m) \frac{\beta}{2} e^{i(\omega + \omega_m)t} - R(\omega - \omega_m) \frac{\beta}{2} e^{i(\omega - \omega_m)t} \right] \quad (5.14)$$

La puissance réfléchie  $P_r$  est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ,  $E_r E_r^*$ . Au premier ordre,  $P_r$  vaut :

$$P_r = P_0 |R(\omega)|^2 + P_0 \frac{\beta^2}{4} (|R(\omega + \omega_m)|^2 + |R(\omega - \omega_m)|^2) + P_0 \beta (Re[\chi(\omega)] \cos(\omega_m t) + Im[\chi(\omega)] \sin(\omega_m t)) \quad (5.15)$$

où  $\chi(\omega)$  vaut :

$$\chi(\omega) = R(\omega) R^*(\omega + \omega_m) - R^*(\omega) R(\omega - \omega_m) \quad (5.16)$$

Après démodulation, et en ajustant la phase du signal de modulation, on obtient un signal d'erreur directement proportionnel à  $\chi(\omega)$ . On voit un exemple de signal d'erreur figure 5.32.

Le signal en transmission de la cavité est tracé en bleu. Au centre, on voit la porteuse et de part et d'autre les deux bandes latérales générées en modulant la fréquence du laser avec l'EOM. Le signal d'erreur correspondant obtenu est tracé en rouge. Lorsque la cavité est résonante pour la fréquence de la porteuse ( $\omega$ ) ou celles des bandes latérales ( $\omega - \omega_m$  ou  $\omega + \omega_m$ ), le signal d'erreur s'annule. On constate qu'autour de ces valeurs, le signal est linéaire et on pourra donc l'utiliser comme signal d'erreur pour asservir le laser sur la cavité.

En raison de l'épaisseur des revêtements réfléchissants, la cavité n'a pas exactement la même longueur à 780 nm et à 1560 nm. Il faut donc pouvoir ajuster la fréquence du faisceau à 780 nm par rapport à celle du laser à 1560 nm stabilisé sur la cavité (voir prochain paragraphe). Pour cela, on choisit d'asservir le faisceau à 1560 nm sur une bande latérale

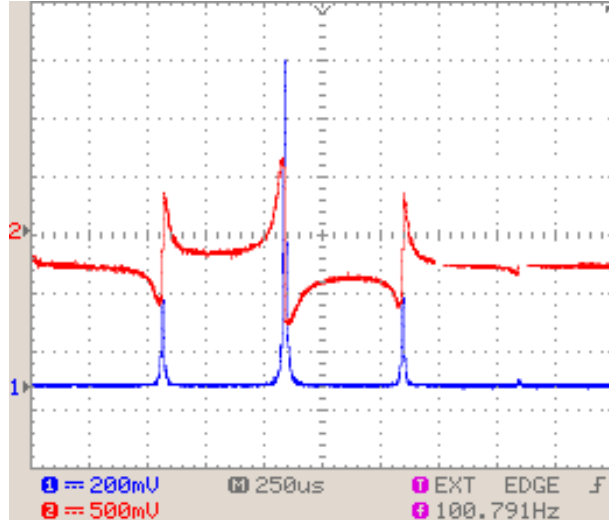


FIGURE 5.32 – Le signal en transmission de la cavité est représenté en bleu. On voit la porteuse et les deux bandes latérales. Le signal de Pound-Drever-Hall correspondant est représenté en rouge. Il s’annule au niveau des pics de la porteuse et des bandes latérales.

du signal d’erreur. Le signal d’erreur en réflexion de la cavité est démodulé à l’aide d’un mélangeur et du même signal que celui utilisé pour la modulation. Ce signal démodulé est corrigé par un régulateur de type proportionnel-intégrateur. Cette correction est appliquée directement sur le courant du laser, au niveau des broches de la diode.

Sur la figure 5.33, on peut voir le spectre de bruit à l’entrée du mélangeur en boucle fermée obtenu avec une modulation à 31 MHz. Ce signal est observé avec un analyseur de spectre, avant démodulation. Il est représenté dans le domaine fréquentiel, et il est centré sur la fréquence de modulation. Les bandes latérales de bruit sont situées à 170 kHz de la porteuse, ce qui indique approximativement la bande passante de notre asservissement. On constate qu’à basse fréquence, le bruit du signal d’erreur forme un plancher causé par le bruit de fond de l’analyseur de spectres. L’optimisation de cet asservissement sera faite une fois que les cavités seront montées dans l’enceinte à vide. En effet, les bruits causés par la convection de l’air seront supprimés et le spectre de bruit de vibration sera modifié car la fixation de la plaque sera plus rigide.

Pour donner une première estimation des performances de notre asservissement, on peut évaluer la contribution de son bruit à la largeur de raie du laser. Si on néglige le bruit électronique et le bruit causé par des variations de longueur de la cavité, sa contribution est donnée par une lorentzienne dont la largeur  $\Delta\nu$  vaut :

$$\Delta\nu = \frac{\pi(\Delta\nu_{rms})^2}{B} \quad (5.17)$$

où  $\Delta\nu_{rms}$  est la fluctuation rms issue du niveau de bruit de l’analyseur de spectres divisé par la pente du signal de Pound-Drever-Hall autour de la valeur consigne et  $B$  est la bande passante d’intégration de l’analyseur de spectres. Dans notre cas, nous avons mesuré un  $\Delta\nu_{rms}$  de 22,7 kHz pour une bande passante d’intégration de 1 MHz. Cela correspond donc à une largeur de raie du laser asservi  $\Delta\nu$  de 1,6 kHz. Sous réserve que le doublage

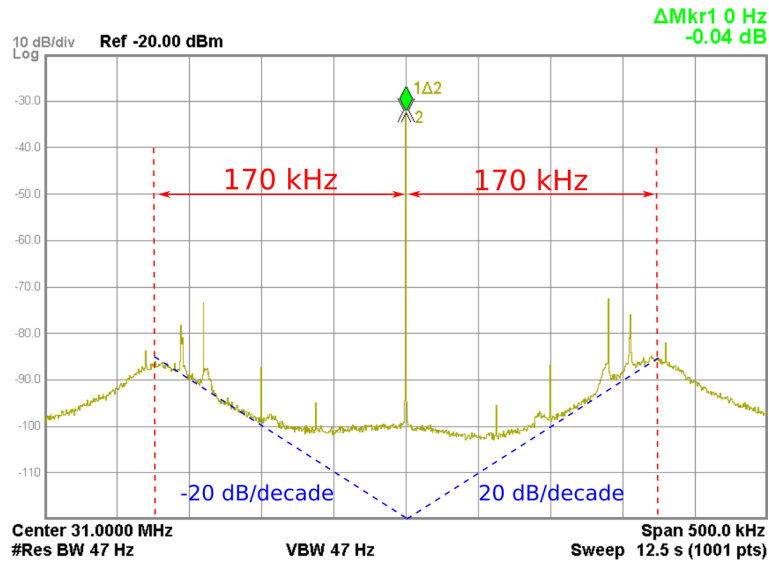


FIGURE 5.33 – Spectre de bruit à l’entrée du mixeur observé avec un analyseur de spectre RF avec une largeur de bande de résolution de 47 Hz. Ce signal est obtenu en boucle fermée avec le laser asservi sur la cavité. Le signal est modulé à 31 MHz.

de fréquence et que la stabilisation éventuelle sur la cavité à 780 nm ne rajoutent pas de bruit en excès, ces valeurs de largeur de raie sont compatibles avec une utilisation pour de l’interférométrie atomique de précision [155].

### Génération d’impulsions résonnantes à 780 nm

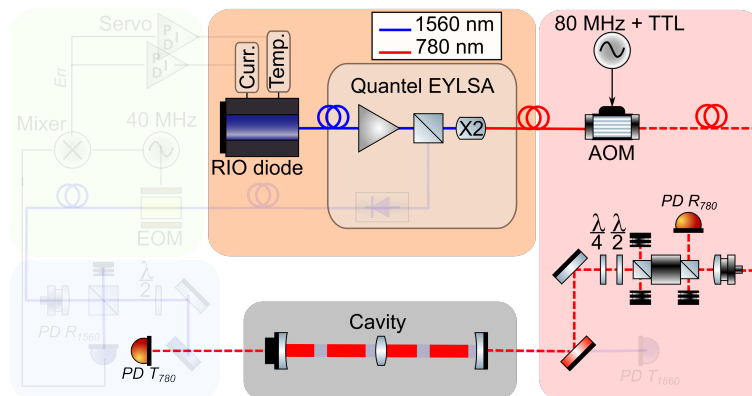


FIGURE 5.34 – Schéma du système optique à 780 nm de la cavité du haut.

Le schéma du système optique à 780 nm de la cavité du haut est présenté figure 5.34. Une partie du signal en sortie de la diode RIO est amplifiée puis doublée afin d’obtenir un faisceau laser à 780 nm. Pour pouvoir générer des impulsions laser dont la durée est de l’ordre de quelques dizaines de microsecondes, on utilise un AOM avec des connecteurs fibrés. Comme le faisceau à 780 nm est issu du laser à 1560 nm asservi sur la résonateur,

il est possible de le maintenir résonant avec la cavité sans avoir à effectuer de correction directe sur sa fréquence.

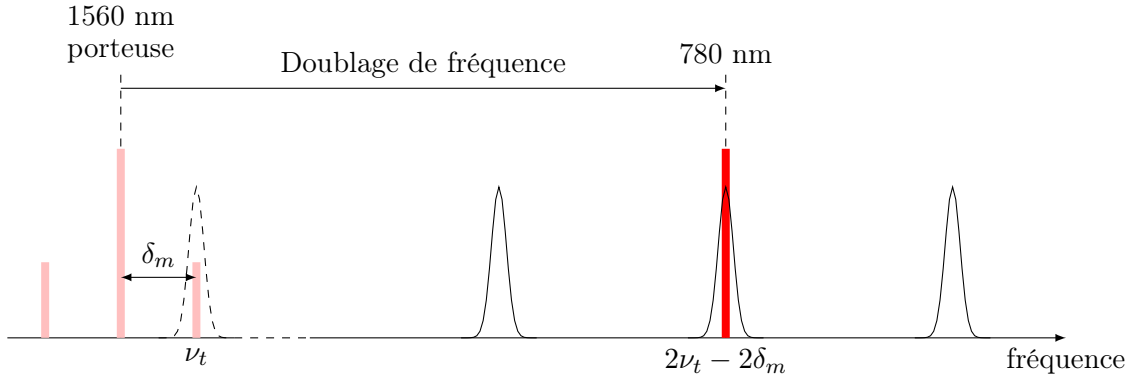


FIGURE 5.35 – Schéma des différentes fréquences optiques générées par rapport aux modes de la cavité (en pointillé à 1560 nm et en trait plein à 780 nm).  $\delta_m$  est la fréquence de modulation du laser à 1560 nm,  $\nu_t$  est la fréquence du lien optique à 1560 nm et  $2\nu_t - 2\delta_m$  est la fréquence du laser à 780 nm.

Les miroirs de la cavité possèdent un double revêtement pour être hautement réfléchifs à 1560 nm et à 780 nm. Les longueurs de cavités sont donc légèrement différentes à 1560 nm et à 780 nm. Si on asservit la porteuse à 1560 nm, le faisceau à 780 nm aura une fréquence qui vaudra le double de la fréquence du faisceau à 1560 nm et il ne sera a priori pas résonant avec la cavité en raison de la différence de longueur. Pour palier à ce problème, on asservit une bande latérale du faisceau à 1560 nm. En faisant varier la fréquence de modulation  $\delta_m$ , on peut ajuster la fréquence du faisceau à 780 nm afin qu'il soit résonant avec la cavité (cf. figure 5.35). Une technique semblable est présentée dans [156]. Si on note  $\nu_t$  la fréquence du lien optique à 1560 nm asservi dans la cavité, la fréquence du laser à 780 nm vaut  $2\nu_t - 2\delta_m$ . En faisant varier  $\delta_m$ , on peut ajuster la fréquence du laser à 780 nm afin qu'il soit résonant avec la cavité.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les premières étapes de la conception d'un accéléromètre horizontal en cavités dans une configuration de fontaine atomique. La source d'atomes froids est en cours de caractérisation. Après lancement, la température des atomes est de l'ordre de grandeur des températures usuelles ( $\sim \mu K$ ) pour les interféromètres utilisant des atomes refroidis par dans une mélasse optique.

Nous avons aussi conçu l'enceinte à vide supérieure et son système de pompage. Nous avons connecté cette enceinte à la source d'atomes froids et nous avons réussi à atteindre des niveaux de vide de l'ordre de  $10^{-9}$  mbar, avec les cavités montées dans l'enceinte. Il est nécessaire de travailler à ce niveau de vide pour préserver le nuage atomique.

Nous avons pré-aligné les cavités servant à produire les impulsions laser à 780 nm de l'interféromètre et nous les avons montées dans l'enceinte à vide. Nous avons aussi asservi un lien optique à 1560 nm sur ces résonateurs pour pouvoir générer la fréquence

d'interrogation à 780 nm qui sera obtenue par doublage de fréquence. Malheureusement, les miroirs n'ont pas tenu la mise sous vide et les cavités sont actuellement inutilisables. Un nouveau set de miroirs est actuellement en cours de fabrication et devrait arriver bientôt au laboratoire. Une fois que les nouvelles cavités seront montées et mises sous vide, nous pourrons optimiser l'asservissement du lien optique et caractériser les impulsions laser à 780 nm.

En attendant, on pourra envisager d'utiliser le dernier faisceau Raman du système de préparation afin de faire des premiers tests d'interférométrie atomique. Ce faisceau a un rayon de plusieurs centimètres et est par conséquent suffisamment large pour pouvoir réaliser toute une séquence interférométrique avec un court temps d'interrogation  $T$  de l'ordre de quelques millisecondes. La première impulsion servira à la fois de sélection en vitesse et de séparatrice. Ces premiers tests pourraient servir à caractériser plus finement la source d'atomes froids.

# Conclusion

L'antenne gravitationnelle souterraine MIGA consiste en trois interféromètres atomiques séparés d'environ 100 m et interrogés simultanément par le champ résonant dans une cavité optique de 200 m de long. Les signaux de chaque interféromètre sont corrélés deux à deux afin de rejeter les bruits sismique et newtonien qui sont les principales limitations des détecteurs optiques terrestres d'ondes gravitationnelles comme LIGO ou VIRGO. Ce démonstrateur sera un prototype de détecteur d'ondes gravitationnelles terrestre sensible dans une bande de fréquences inférieures à 10 Hz.

Afin de repousser les limites de la sensibilité de l'instrument, on utilise des transitions de Bragg d'ordre élevé pour manipuler de façon cohérente les atomes des interféromètres. Ces transitions sont réalisées à l'aide d'impulsions laser courtes et de haute intensité et les puissances nécessaires seront atteintes en réalisant ces impulsions dans une cavité afin de tirer parti de son gain optique. Le premier objectif du projet MIGA consiste à réaliser un interféromètre en configuration de fontaine atomique utilisant des impulsions de Bragg en cavité. En raison de la compacité de cette expérience préliminaire, il n'est pas envisageable d'utiliser une cavité plan-concave comme ce sera le cas pour l'antenne souterraine.

Nous avons choisi d'utiliser plutôt un nouveau dispositif de résonateur compact demi-dégénéré composé de deux miroirs plans situés dans les plans focaux d'une lentille bi-convexe avec 400 mm de distance focale. Ce dispositif innovant fait actuellement l'objet d'une demande de brevet [157]. Du fait de sa dégénérescence, il est possible d'y injecter un mode fondamental gaussien d'un rayon arbitraire. Dans notre cas, le faisceau incident a un rayon au col de quelques dizaines de micromètres afin d'obtenir un faisceau de plusieurs millimètres de rayon dans la zone d'interrogation des atomes et de pouvoir diffracter efficacement un nuage atomique d'un centimètre de diamètre. La principale contrepartie est que ce résonateur est en limite de stabilité. Lorsque le faisceau injecté est petit, le champ résonant dans la cavité dépend fortement de la position du miroir d'entrée et le calcul de ce champ a constitué une partie importante de mon travail de thèse. Afin de valider l'utilisation de cette architecture de résonateur dans l'expérience préliminaire, nous avons réalisé l'étude théorique d'un interféromètre atomique en cavité utilisant ce dispositif pour la manipulation cohérente des atomes avec des impulsions de Bragg d'ordre élevé [134]. Avec des atomes à 1  $\mu\text{K}$ , un faisceau injecté avec un rayon au col de 20  $\mu\text{m}$  et un désalignement du miroir d'entrée inférieur à 20  $\mu\text{m}$ , il est théoriquement possible de réaliser un interféromètre atomique utilisant des transitions de Bragg d'ordre 5. Ces paramètres sont réalisables expérimentalement et cette architecture de résonateur est considérée comme suffisamment robuste pour pouvoir être utilisée pour l'interférométrie atomique.

Lors de l'assemblage de l'expérience préliminaire, nous avons pré-aligné sous air un

système de deux cavités demi-dégénérées parallèles servant à générer les impulsions de Bragg de l'interféromètre. Afin de produire la fréquence d'interrogation à 780 nm résonante avec la cavité, un faisceau laser à 1560 nm est asservi sur le résonateur et le faisceau d'interrogation est obtenu par doublage de fréquence. Le système de résonateurs a ensuite été monté dans l'enceinte à vide supérieure de l'expérience. Malheureusement, le revêtement réfléchissant des miroirs des cavités n'a pas tenu la mise sous ultra-vide et s'est craquelé, rendant les résonateurs inutilisables.

En parallèle de ces travaux, nous avons commencé à caractériser la source d'atomes froids développée au SYRTE. La température des atomes après lancement, valant approximativement de  $5 \mu\text{K}$ , est de l'ordre de grandeur des températures usuelles pour les interféromètres utilisant des nuages atomiques refroidis par mélasse optique et la séquence de préparation des atomes dans le bon état interne  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  et dans le bon état externe  $|-\hbar k\rangle$  est en cours d'optimisation. Pour finir de caractériser finement la source, notamment le système de détection, il est envisageable d'utiliser le dernier faisceau Raman du système de préparation des atomes pour faire des premiers tests d'interférométrie atomique. Ce faisceau est en effet suffisamment large pour réaliser un interféromètre avec un temps d'interrogation de l'ordre de quelques millisecondes. Lorsque nous aurons reçu le nouveau set de miroirs de cavités, nous pourrions remplacer le système de résonateurs demi-dégénérés dans l'enceinte à vide. Il faudra alors optimiser l'asservissement du lien optique et caractériser sous vide les impulsions laser en cavité à 780 nm. L'étape suivante consiste en l'obtention d'un premier signal d'interférométrie atomique en cavité en configuration fontaine. Si ces résultats sont concluants, il sera possible de modifier la séquence de mesure afin d'étudier un interféromètre atomique utilisant des transitions de Bragg d'ordre supérieur.

Il y a potentiellement d'autres applications pour le résonateur demi-dégénéré développé dans l'expérience préliminaire du projet MIGA. Cette architecture compacte pourrait par exemple être utilisée dans le cadre de capteurs inertiels atomiques embarqués où les contraintes sur la puissance que les sources laser peuvent fournir sont fortes. Une autre application possible, plus éloignée de notre sujet, concerne l'étude de phénomènes de matière condensée comme la formation de réseaux cristallins ou l'évolution des verres qui peuvent être modélisés par un condensat de Bose-Einstein couplé à une cavité multi-modes [158]. Dans un résonateur mono-mode, les atomes interagissant avec le mode de la cavité et un laser de pompe intense, désaccordé vers le rouge de la transition atomique et orienté orthogonalement à l'axe de la cavité, s'ordonnent soit dans les ventres pairs soit dans les ventres impairs du mode. Ce système passe par un régime transitoire instable durant lequel on voit émerger peu à peu un réseau dans le résonateur correspondant à l'une ou l'autre des configurations possibles [159]. Dans une cavité multi-modes comme notre résonateur demi-dégénéré, les modes transverses d'ordres supérieurs pairs (ou impairs) sont résonants à la même fréquence et les atomes s'auto-organiseront peu à peu en fonction du (ou des) mode(s) qu'ils auront "choisi" de peupler avec des photons.

### Perspectives pour le projet MIGA

Un gradiomètre de grande sensibilité est en phase de développement. Il consiste en deux interféromètres atomiques interrogés simultanément par le champ optique résonant dans des cavités de 5 m de long. Les deux sources atomiques sont actuellement en cours

de fabrication au SYRTE et seront acheminées au LP2N où l'instrument sera assemblé. Ce prototype permettra de tester la réjection du bruit sismique affectant les miroirs des cavités en effectuant des mesures d'interférométrie atomique différentielles et il servira de banc de test pour les équipements qui seront utilisés à terme sur l'antenne gravitationnelle souterraine, comme les suspensions des miroirs ou les systèmes de contrôle des cavités.

Le premier bras de l'antenne gravitationnelle souterraine à Rustrel devrait être opérationnel courant 2019. Les galeries seront creusées de façon à ce qu'il soit possible rajouter un second bras horizontal afin de faire une cartographie en deux dimensions du champ gravitationnel du site et de pouvoir rejeter le bruit de fréquence du laser.

Le cahier des charges requis pour pouvoir atteindre les sensibilités nécessaires pour la détection d'ondes gravitationnelles dans la bande 0.1-10 Hz est ambitieux : la longueur des bras de l'antenne est de l'ordre de la dizaine de kilomètres et on envisage de transférer des impulsions de l'ordre de  $1000 \hbar k$  aux atomes. On pourra aussi utiliser des atomes ultra-froids, augmenter le temps d'interrogation des interféromètres ou utiliser des méthodes d'intrication quantique pour atteindre des sensibilités de déphasage atomique inférieures au bruit de projection quantique [160]. Il est évident qu'il reste de nombreux défis technologiques à surmonter et le démonstrateur souterrain MIGA constituera un excellent banc de test pour ces améliorations.



# Publications

## Exploring gravity with the MIGA large scale atom interferometer

B. Canuel, A. Bertoldi, L. Amand, E. Borgo di Pozzo, R. Geiger, J. Gillot, S. Henry, J. Hinderer, D. Holleville, G. Lefèvre, M. Merzougui, N. Mielec, T. Monfret, S. Pelisson, M. Prevedelli, **I. Riou**, Y. Rogister, S. Rosat, E. Cormier, A. Landragin, W. Chaibi, S. Gaffet, and P. Bouyer.

*arXiv :1703.02490, 2017.*

We propose an underground long baseline atom interferometer to study gravity at very large scale. This hybrid atom-laser antenna will use several atom interferometers simultaneously interrogated by the resonant mode of an optical cavity. The instrument will be a demonstrator for gravitational wave detection in a frequency band (100 mHz – 1 Hz) typically forbidden to terrestrial and space-based optical detectors, and of big interest for potential astrophysical sources. In the initial instrument configuration, standard atom interferometry techniques will be adopted, which will bring to a peak strain sensitivity of  $2.10^{-13}/\sqrt{\text{Hz}}$  at 2 Hz. The experiment will be realized in the underground facility of the Laboratoire Souterrain à Bas Bruit (LSBB), Rustrel–France; an exceptional site located away from major anthropogenic disturbances and showing very low background noise. In the following, we present the measurement principle of an in-cavity atom interferometer, derive signal extraction for Gravitational Wave measurement from the antenna and determine its strain sensitivity. We then detail the functioning of the main parts of the detector and describe the properties of its installation site.

## A marginally stable optical resonator for enhanced atom interferometry

**I. Riou**, N. Mielec, G. Lefèvre, M. Prevedelli, A. Landragin, P. Bouyer, A. Bertoldi, R. Geiger, B. Canuel.

*arXiv :1701.01473, 2017.*

We propose a marginally stable optical resonator suitable for atom interferometry. The resonator geometry is based on two flat mirrors at the focal planes of a lens that produces the large beam waist required to coherently manipulate cold atomic ensembles. Optical gains of about 100 are achievable using optics with part-per-thousand losses. The resulting power build-up will allow for enhanced coherent manipulation of the atomic wavepackets such as large separation beamsplitters. We study the effect of longitudinal misalignments and assess the robustness of the resonator in terms of intensity and phase profiles of the intra-cavity field. We also study how to implement atom interferometry based on Large

Momentum Transfer Bragg diffraction in such a cavity.

**Système et procédé d'interféromètre atomique à cavité optique résonnante**

B. Canuel, A. Bertoldi, **I. Riou**, P. Bouyer, R. Geiger, N. Mielec.  
*brevet France 16 57183, déposé le 26 Juillet 2016, validation en cours.*

**MIGA : Combining laser and matter wave interferometry for mass distribution monitoring and advanced geodesy**

B. Canuel, S. Pelisson, L. Amand, A. Bertoldi, E. Cormier, B. Fang, S. Gaffet, R. Geiger, J. Harms, D. Holleville, A. Landragin, G. Lefèvre, J. Lhermite, N. Mielec, M. Prevedelli, **I. Riou**, and P. Bouyer.  
*Proceedings of SPIE Photonics Europe conference, Brussels (Belgium), 3-7 April 2016.*

The Matter-Wave laser Interferometer Gravitation Antenna, MIGA, will be a hybrid instrument composed of a network of atom interferometers horizontally aligned and interrogated by the resonant field of an optical cavity. This detector will provide measurements of sub Hertz variations of the gravitational strain tensor. MIGA will bring new methods for geophysics for the characterization of spatial and temporal variations of the local gravity field and will also be a demonstrator for future low frequency Gravitational Wave (GW) detections. MIGA will enable a better understanding of the coupling at low frequency between these different signals. The detector will be installed underground in Rustrel (FR), at the "Laboratoire Souterrain Bas Bruit" (LSBB), a facility with exceptionally low environmental noise and located far away from major sources of anthropogenic disturbances. We give in this paper an overview of the operating mode and status of the instrument before detailing simulations of the gravitational background noise at the MIGA installation site.

**Matter-wave laser Interferometric Gravitation Antenna (MIGA) : New perspectives for fundamental physics and geosciences**

R. Geiger, L. Amand, A. Bertoldi, B. Canuel, W. Chaibi, C. Danquigny, I. Dutta, B. Fang, S. Gaffet, J. Gillot, D. Holleville, A. Landragin, M. Merzougui, **I. Riou**, D. Savoie, and P. Bouyer.  
*Proceedings of the 50th Rencontres de Moriond "100 years after GR", La Thuile (Italy), 21-28 March 2015.*

The MIGA project aims at demonstrating precision measurements of gravity with cold atom sensors in a large scale instrument and at studying the associated applications in geosciences and fundamental physics. The first stage of the project (2013-2018) will consist in building a 300-meter long optical cavity to interrogate atom interferometers and will be based at the low noise underground laboratory LSBB in Rustrel, France. The second stage of the project (2018- 2023) will be dedicated to science runs and data analyses in order to probe the spatio-temporal structure of the local gravity field of the LSBB region, a site of high hydrological interest. MIGA will also assess future potential applications of atom interferometry to gravitational wave detection in the frequency band  $\sim 0.1 - 10$

Hz hardly covered by future long baseline optical interferometers. This paper presents the main objectives of the project, the status of the construction of the instrument and the motivation for the applications of MIGA in geosciences. Important results on new atom interferometry techniques developed at SYRTE in the context of MIGA and paving the way to precision gravity measurements are also reported.

**The matter-wave laser interferometer gravitation antenna (MIGA) : New perspectives for fundamental physics and geosciences**

B. Canuel, L. Amand, A. Bertoldi, W. Chaibi, R. Geiger, J. Gillot, A. Landragin, M. Merzougui, **I. Riou**, S.P. Schmid, and P. Bouyer.

*E3S Web of Conferences 4, 01004, 2014.*

We are building a hybrid detector of new concept that couples laser and matter-wave interferometry to study sub Hertz variations of the strain tensor of space-time and gravitation. Using a set of atomic interferometers simultaneously manipulated by the resonant optical field of a 200 m cavity, the MIGA instrument will allow the monitoring of the evolution of the gravitational field at unprecedented sensitivity, which will be exploited both for geophysical studies and for Gravitational Waves (GWs) detection. This new infrastructure will be embedded into the LSBB underground laboratory, ideally located away from major anthropogenic disturbances and benefitting from very low background noise.

# Bibliographie

- [1] A. Einstein, “Approximative integration of the field equations of gravitation,” *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, vol. 1916, pp. 688–696, 1916.
- [2] R. Hulse and J. Taylor, “A deep sample of new pulsars and their spatial extent in the galaxy,” *The Astrophysical Journal*, vol. 201, pp. L55–L59, 1975.
- [3] J. Weber, “Detection and generation of gravitational waves,” *Physical Review*, vol. 117, no. 1, p. 306, 1960.
- [4] J. Weber, “Evidence for discovery of gravitational radiation,” *Physical Review Letters*, vol. 22, no. 24, p. 1320, 1969.
- [5] B. P. Abbott, R. Abbott, T. Abbott, M. Abernathy, F. Acernese, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R. Afhikari, *et al.*, “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger,” *Physical Review Letters*, vol. 116, Feb. 2016.
- [6] A. Sesana, “Prospects for multiband gravitational-wave astronomy after gw150914,” *Physical Review Letters*, vol. 116, no. 23, p. 231102, 2016.
- [7] C. Moore, R. H. Cole, and C. Berry, “Gravitational-wave sensitivity curves,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 32, no. 1, p. 015014, 2014.
- [8] R. Van Haasteren, Y. Levin, G. Janssen, K. Lazaridis, M. Kramer, B. Stappers, G. Desvignes, M. Purver, A. Lyne, R. Ferdman, *et al.*, “Placing limits on the stochastic gravitational-wave background using european pulsar timing array data,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 414, no. 4, pp. 3117–3128, 2011.
- [9] G. Hobbs, A. Archibald, Z. Arzoumanian, D. Backer, M. Bailes, N. Bhat, M. Burgay, S. Burke-Spolaor, D. Champion, I. Cognard, *et al.*, “The international pulsar timing array project : using pulsars as a gravitational wave detector,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 27, no. 8, p. 084013, 2010.
- [10] T. Lazio, “The square kilometre array pulsar timing array,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 30, no. 22, p. 224011, 2013.
- [11] B. P. Abbott *et al.*, “LIGO : the Laser Interferometer Gravitational-wave Observatory,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 72, p. 076901, 2009.
- [12] F. Pretorius, “Evolution of binary black-hole spacetimes,” *Physical Review Letters*, vol. 95, no. 12, p. 121101, 2005.
- [13] M. Campanelli, C. O. Lousto, P. Marronetti, and Y. Zlochower, “Accurate evolutions of orbiting black-hole binaries without excision,” *Physical Review Letters*, vol. 96, no. 11, p. 111101, 2006.

- 
- [14] J. G. Baker, J. Centrella, D.-I. Choi, M. Koppitz, and J. van Meter, “Gravitational-wave extraction from an inspiraling configuration of merging black holes,” *Physical Review Letters*, vol. 96, no. 11, p. 111102, 2006.
- [15] A. Sesana, “Insights into the astrophysics of supermassive black hole binaries from pulsar timing observations,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 30, no. 22, p. 224014, 2013.
- [16] F. Acernese *et al.*, “The Virgo 3 km interferometer for gravitational wave detection,” *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, vol. 10, p. 064009, 2008.
- [17] K. Somiya, “Detector configuration of kagra—the japanese cryogenic gravitational-wave detector,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 29, no. 12, p. 124007, 2012.
- [18] P. Amaro-Seoane, S. Aoudia, S. Babak, P. Binetruy, E. Berti, A. Bohe, C. Caprini, M. Colpi, N. J. Cornish, K. Danzmann, *et al.*, “Low-frequency gravitational-wave science with elisa/ngo,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 29, no. 12, p. 124016, 2012.
- [19] S. Kawamura, M. Ando, N. Seto, S. Sato, T. Nakamura, K. Tsubono, N. Kanda, T. Tanaka, J. Yokoyama, I. Funaki, *et al.*, “The japanese space gravitational wave antenna : Decigo,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 28, no. 9, p. 094011, 2011.
- [20] M. Armano, H. Audley, G. Auger, J. Baird, M. Bassan, P. Binetruy, M. Born, D. Bortoluzzi, N. Brandt, M. Caleno, *et al.*, “Sub-femto-g free fall for space-based gravitational wave observatories : Lisa pathfinder results,” *Physical Review Letters*, vol. 116, no. 23, p. 231101, 2016.
- [21] S. Dimopoulos, P. Graham, J. Hogan, M. Kasevich, and S. Rajendran, “Atomic gravitational wave interferometric sensor,” *Physical Review D*, vol. 78, p. 122002, 2008.
- [22] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, “Gravitational wave detection with atom interferometry,” *Physics Letters B*, vol. 678, p. 37, 2009.
- [23] J. Harms, B. Slagmolen, R. Adhikari, M. Miller, M. Evans, Y. Chen, H. Müller, and M. Ando, “Low-frequency terrestrial gravitational-wave detectors,” *Physical Review D*, vol. 88, p. 122003, 2013.
- [24] B. Camuel, A. Bertoldi, L. Amand, E. Borgo di Pozzo, R. Geiger, J. Gillot, S. Henry, J. Hinderer, D. Holleville, G. Lefèvre, M. Merzougui, N. Mielec, T. Monfret, S. Pellisson, M. Prevedelli, I. Riou, Y. Rogister, S. Rosat, E. Cormier, A. Landragin, W. Chaibi, S. Gaffet, and P. Bouyer, “Exploring gravity with the miga large scale atom interferometer,” *arXiv preprint arXiv :1703.02490*, 2017.
- [25] H. Müller, S.-w. Chiow, and S. Chu, “Atom-wave diffraction between the Raman-Nath and the Bragg regime : Effective Rabi frequency, losses, and phase shifts,” *Physical Review A*, vol. 77, p. 023609, 2008.
- [26] H. Müller, S.-w. Chiow, Q. Long, S. Herrmann, and S. Chu, “Atom Interferometry with up to 24-Photon-Momentum-Transfer Beam Splitters,” *Physical Review Letters*, vol. 100, 2008.
- [27] G. Cella and A. Giazotto, “Invited review article : Interferometric gravity wave detectors,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 82, p. 101101, 2011.

- [28] F. Acernese *et al.*, “Advanced Virgo : a second-generation interferometric gravitational wave detector,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 32, p. 024001, 2015.
- [29] The LIGO Scientific Collaboration, “Advanced LIGO,” 2014.
- [30] P. R. Saulson, “Terrestrial gravitational noise on a gravitational wave antenna,” *Physical Review D*, vol. 30, p. 732, 1984.
- [31] B. Canuel, L. Amand, A. Bertoldi, W. Chaibi, R. Geiger, J. Gillot, A. Landragin, M. Merzougui, I. Riou, S. P. Schmid, and P. Bouyer, “The matter-wave laser interferometer gravitation antenna (MIGA) : New perspectives for fundamental physics and geosciences,” *E3S Web of Conferences*, vol. 4, p. 01004, 2014.
- [32] W. Chaibi, R. Geiger, B. Canuel, A. Bertoldi, A. Landragin, and P. Bouyer, “Low frequency gravitational wave detection with ground-based atom interferometer arrays,” *Physical Review D*, vol. 93, p. 021101, 2016.
- [33] P. Hamilton, M. Jaffe, J. M. Brown, L. Maisenbacher, B. Estey, and H. Müller, “Atom interferometry in an optical cavity,” *Physical Review Letters*, vol. 114, p. 100405, 2015.
- [34] F. Sorrentino, A. Bertoldi, Q. Bodart, L. Cacciapuoti, M. de Angelis, Y.-H. Lien, M. Prevedelli, G. Rosi, and G. M. Tino, “Simultaneous measurement of gravity acceleration and gravity gradient with an atom interferometer,” *Applied Physics Letters*, vol. 101, p. 114106, 2012.
- [35] G. Rosi, L. Cacciapuoti, F. Sorrentino, M. Menchetti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, “Measurement of the gravity field curvature by atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 114, p. 013001, 2015.
- [36] N. Metje, D. Chapman, C. Rogers, and K. Bongs, “Seeing through the ground : The potential of gravity gradient as a complementary technology,” *Advances in Civil Engineering*, vol. 2011, 2011.
- [37] The VIRGO Collaboration, “The virgo physics book, vol. 2,” 2006.
- [38] B. Canuel, S. Pelisson, L. Amand, A. Bertoldi, E. Cormier, B. Fang, S. Gaffet, R. Geiger, J. Harms, D. Holleville, A. Landragin, G. Lefèvre, J. Lhermite, N. Mieliec, M. Prevedelli, I. Riou, and P. Bouyer, “Miga : combining laser and matter wave interferometry for mass distribution monitoring and advanced geodesy,” *Proceedings of SPIE*, vol. 9900, p. 990008, 2016.
- [39] P. Cheinet, B. Canuel, F. Pereira Dos Santos, A. Gauguet, F. Yver-Leduc, and A. Landragin, “Measurement of the sensitivity function in a time-domain atomic interferometer,” *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 57, p. 1141, 2008.
- [40] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, “Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator,” *Applied Physics B*, vol. 31, p. 97, 1983.
- [41] E. Morrison, B. J. Meers, D. I. Robertson, and H. Ward, “Automatic alignment of optical interferometers,” *Applied Optics*, vol. 33, p. 5041, 1994.
- [42] A. Bettini, “The world deep underground laboratories,” *The European Physical Journal Plus*, vol. 127, p. 114, 2012.

- [43] J. Peterson, "Observations and modelling of seismic background noise," 1993. United States Geological Survey, Open-File Report 93-332, Albuquerque, New Mexico.
- [44] T. Farah, C. Guerlin, A. Landragin, P. Bouyer, S. Gaffet, F. P. D. Santos, and S. Merlet, "Underground operation at best sensitivity of the mobile Ine-syrte cold atom gravimeter," *Gyroscopy and Navigation*, vol. 5, p. 266, 2014.
- [45] J. Wang, Y. Guglielmi, and S. Gaffet, "Collaborative projects between two USA-France national subsurface laboratories to improve imaging of fractured-porous rocks properties and coupled THMCB processes," in *Rock Mechanics in Civil and Environmental Engineering* (Dudt and Mathier, eds.), pp. 857–860, London : Taylor and Francis Group, 2010.
- [46] S. Gaffet, J. Wang, M. Yedlin, G. Nolet, C. Maron, D. Brunel, A. Cavaillou, D. Boyer, C. Sudre, M. Auguste, *et al.*, "A 3d broadband seismic array at lsbb," *IRIS DMS Newsletter*, vol. 11, no. 3, 2009.
- [47] S. Gaffet, Y. Guglielmi, J. Virieux, G. Waysand, A. Chwala, R. Stolz, C. Emblanch, M. Auguste, D. Boyer, and A. Cavaillou, "Simultaneous seismic and magnetic measurements in the low-noise underground laboratory (lsbb) of rustrel, france, during the 2001 january 26 indian earthquake," *Geophysical Journal International*, vol. 155, no. 3, pp. 981–990, 2003.
- [48] S. Rosat, J. Hinderer, J.-P. Boy, F. Littel, D. Boyer, J.-D. Bernard, Y. Rogister, A. Memin, and S. Gaffet, "First analyses of the iosg-type superconducting gravimeter at the low noise underground laboratory (lsbb url) of rustrel, france," in *E3S Web of Conferences*, vol. 12, p. 06003, EDP Sciences, 2016.
- [49] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. CUP Archive, 2000.
- [50] A. A. Michelson and E. W. Morley, "Influence of motion of the medium on the velocity of light," *American Journal of Science*, no. 185, pp. 377–385, 1886.
- [51] A. A. Michelson and E. W. Morley, "On the relative motion of the earth and of the luminiferous ether," *Sidereal Messenger*, vol. 6, pp. 306–310, 1887.
- [52] G. Sagnac, "Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant," *Comptes Rendus*, vol. 157, pp. 1410–1413, 1913.
- [53] L. de Broglie, *Recherches sur la thorie des quanta (researches on the quantum theory)*. PhD thesis, Thesis (Paris), 1924.
- [54] C. Davisson and L. H. Germer, "Diffraction of electrons by a crystal of nickel," *Physical Review*, vol. 30, no. 6, p. 705, 1927.
- [55] I. Estermann and O. Stern, "Beugung von molekularstrahlen," *Zeitschrift für Physik*, vol. 61, no. 1-2, pp. 95–125, 1930.
- [56] L. Marton, J. A. Simpson, and J. Suddeth, "Electron beam interferometer," *Physical Review*, vol. 90, no. 3, p. 490, 1953.
- [57] L. Marton, J. A. Simpson, and J. Suddeth, "An electron interferometer," *Review of Scientific Instruments*, vol. 25, no. 11, pp. 1099–1104, 1954.
- [58] H. Rauch, W. Treimer, and U. Bonse, "Test of a single crystal neutron interferometer," *Physics Letters A*, vol. 47, no. 5, pp. 369–371, 1974.

- [59] S. Altshuler and L. Frantz, "Matter wave interferometric apparatus," Sept. 25 1973. US Patent 3,761,721.
- [60] V. Chebotayev, B. Y. Dubetsky, A. Kasantsev, and V. Yakovlev, "Interference of atoms in separated optical fields," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 2, no. 11, pp. 1791–1798, 1985.
- [61] J. F. Clauser, "Ultra-high sensitivity accelerometers and gyroscopes using neutral atom matter-wave interferometry," *Physica B+ C*, vol. 151, no. 1-2, pp. 262–272, 1988.
- [62] J. F. Clauser, "Ultra-sensitive inertial sensors via neutral-atom interferometry," *NASA Conference Publication*, 1989.
- [63] D. Keith, M. Schattenburg, H. I. Smith, and D. Pritchard, "Diffraction of atoms by a transmission grating," *Physical Review Letters*, vol. 61, no. 14, p. 1580, 1988.
- [64] P. J. Martin, B. G. Oldaker, A. H. Miklich, and D. E. Pritchard, "Bragg scattering of atoms from a standing light wave," *Physical Review Letters*, vol. 60, no. 6, p. 515, 1988.
- [65] C. J. Bordé, "Atomic interferometry with internal state labelling," *Physics Letters A*, vol. 140, no. 1-2, pp. 10–12, 1989.
- [66] D. E. Pritchard and D. W. Keith, "Matter wave optical systems in which an atomic beam intersects a diffraction grating at a grazing incidence," Dec. 12 1989. US Patent 4,886,964.
- [67] M. Kasevich and S. Chu, "Atomic interferometry using stimulated Raman transitions," *Physical Review Letters*, vol. 67, p. 181, 1991.
- [68] A. Ashkin, "Trapping of atoms by resonance radiation pressure," *Physical Review Letters*, vol. 40, no. 12, p. 729, 1978.
- [69] W. D. Phillips, J. V. Prodan, and H. J. Metcalf, "Laser cooling and electromagnetic trapping of neutral atoms," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 2, no. 11, pp. 1751–1767, 1985.
- [70] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, "Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure," *Physical Review Letters*, vol. 59, no. 23, p. 2631, 1987.
- [71] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, "Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor," *Science*, vol. 269, no. 5221, p. 198, 1995.
- [72] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. Van Druten, D. Durfee, D. Kurn, and W. Ketterle, "Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms," *Physical Review Letters*, vol. 75, no. 22, p. 3969, 1995.
- [73] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, Q. A. Turchette, and D. E. Pritchard, "An interferometer for atoms," *Physical Review Letters*, vol. 66, no. 21, p. 2693, 1991.
- [74] M. Kasevich and S. Chu, "Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer," *Applied Physics B : Lasers and Optics*, vol. 54, no. 5, pp. 321–332, 1992.



- 
- [75] D. S. Weiss, B. C. Young, and S. Chu, "Precision measurement of the photon recoil of an atom using atomic interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 70, no. 18, p. 2706, 1993.
- [76] A. D. Cronin, J. Schmiedmayer, and D. E. Pritchard, "Optics and interferometry with atoms and molecules," *Reviews of Modern Physics*, vol. 81, no. 3, p. 1051, 2009.
- [77] C. R. Ekstrom, J. Schmiedmayer, M. S. Chapman, T. D. Hammond, and D. E. Pritchard, "Measurement of the electric polarizability of sodium with an atom interferometer," *Physical Review A*, vol. 51, no. 5, p. 3883, 1995.
- [78] J. Schmiedmayer, M. S. Chapman, C. R. Ekstrom, T. D. Hammond, S. Wehinger, and D. E. Pritchard, "Index of refraction of various gases for sodium matter waves," *Physical Review Letters*, vol. 74, no. 7, p. 1043, 1995.
- [79] E. M. Rasel, M. K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger, "Atom wave interferometry with diffraction gratings of light," *Physical Review Letters*, vol. 75, no. 14, p. 2633, 1995.
- [80] D. M. Giltner, R. W. McGowan, and S. A. Lee, "Atom interferometer based on bragg scattering from standing light waves," *Physical Review Letters*, vol. 75, no. 14, p. 2638, 1995.
- [81] M. S. Chapman, C. R. Ekstrom, T. D. Hammond, R. A. Rubenstein, J. Schmiedmayer, S. Wehinger, and D. E. Pritchard, "Optics and interferometry with na 2 molecules," *Physical Review Letters*, vol. 74, no. 24, p. 4783, 1995.
- [82] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, "Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms," *Nature*, vol. 400, p. 849, 1999.
- [83] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, "High-precision gravity measurements using atom interferometry," *Metrologia*, vol. 38, p. 25, 2001.
- [84] T. Gustavson, P. Bouyer, and M. Kasevich, "Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope," *Physical Review Letters*, vol. 78, no. 11, p. 2046, 1997.
- [85] L. Gustavson, A. Landragin, and M. A. Kasevich, "Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope," *Classical and Quantum Gravity*, vol. 17, p. 2385, 2000.
- [86] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguet, J. Fils, A. Viridis, A. Clairon, N. Dimarcq, C. J. Bordé, A. Landragin, and P. Bouyer, "Six-axis inertial sensor using cold-atom interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 97, p. 010402, 2016.
- [87] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, "Atom interferometer measurement of the Newtonian constant of gravity," *Science*, vol. 315, p. 74, 2007.
- [88] G. Rosi, F. Sorrentino, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. Tino, "Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms," *Nature*, vol. 510, p. 518, 2014.
- [89] S. Dimopoulos, P. Graham, J. Hogan, and M. Kasevich, "Testing general relativity with atom interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 98, p. 111102, 2007.
- [90] B. Barrett, L. Antoni-Micollier, L. Chichet, B. Battelier, P. Gominet, A. Bertoldi, P. Bouyer, and A. Landragin, "Correlative methods for dual-species quantum tests

- of the weak equivalence principle,” *New Journal of Physics*, vol. 17, no. 8, p. 085010, 2015.
- [91] D. Schlippert, J. Hartwig, H. Albers, L. L. Richardson, C. Schubert, A. Roura, W. P. Schleich, W. Ertmer, and E. M. Rasel, “Quantum test of the universality of free fall,” *Physical Review Letters*, vol. 112, p. 203002, 2014.
- [92] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, “New determination of the fine structure constant and test of the quantum electrodynamics,” *Physical Review Letters*, vol. 106, p. 080801, 2011.
- [93] C. Ekstrom, D. Keith, and D. Pritchard, “Atom optics using microfabricated structures,” *Applied Physics B*, vol. 54, no. 5, pp. 369–374, 1992.
- [94] O. Carnal and J. Mlynek, “Young’s double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer,” *Physical Review Letters*, vol. 66, no. 21, p. 2689, 1991.
- [95] E. Arimondo, H. Lew, and T. Oka, “Deflection of a na beam by resonant standing wave radiation,” in *Laser Spectroscopy IV*, pp. 56–65, Springer, 1979.
- [96] V. Grinchuk, E. Kuzin, M. Nagaeva, G. Ryabenko, A. Kazantsev, G. Surdutovich, and V. Yakovlev, “Scattering of an atomic beam by a short light pulse,” *Physics Letters A*, vol. 86, no. 3, pp. 136–138, 1981.
- [97] P. E. Moskowitz, P. L. Gould, S. R. Atlas, and D. E. Pritchard, “Diffraction of an atomic beam by standing-wave radiation,” *Physical Review Letters*, vol. 51, no. 5, p. 370, 1983.
- [98] W. H. Bragg and W. L. Bragg, “The reflection of x-rays by crystals,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 88, no. 605, pp. 428–438, 1913.
- [99] W. H. Bragg and W. L. Bragg, *X rays and crystal structure*. Bell, 1915.
- [100] P. L. Gould, G. A. Ruff, and D. E. Pritchard, “Diffraction of atoms by light : The near-resonant kapitza-dirac effect,” *Physical Review Letters*, vol. 56, no. 8, p. 827, 1986.
- [101] D. A. Steck, “Rubidium 87 d line data,” 2001.
- [102] D. M. Giltner, R. W. McGowan, and S. A. Lee, “Theoretical and experimental study of the Bragg scattering of atoms from a standing light wave,” *Physical Review A*, vol. 52, p. 3966, 1995.
- [103] D. M. Giltner, *An interferometer for atoms using Bragg scattering from standing light waves*. 1996.
- [104] D. A. Steck, “Rubidium 87 d line data,” 2001.
- [105] J. Eberly and L. Allen, “Optical resonance and two-level atoms,” 1975.
- [106] S. Chiow, T. Kovachy, J. M. Hogan, and M. A. Kasevich, “Generation of 43W of quasi-continuous 780nm laser light via high-efficiency, single-pass frequency doubling in periodically poled lithium niobate crystals,” *Optics Letters*, vol. 37, p. 3861, 2012.
- [107] S. S. Sané, S. Bennetts, J. E. Debs, C. C. N. Kuhn, G. D. McDonald, P. A. Altin, J. D. Close, and N. P. Robins, “11 w narrow linewidth laser source at 780nm for laser cooling and manipulation of rubidium,” *Optics Express*, vol. 20, pp. 8915–8919, Apr 2012.

- 
- [108] H. Walther, B. T. Varcoe, B.-G. Englert, and T. Becker, “Cavity quantum electrodynamics,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 69, no. 5, p. 1325, 2006.
- [109] S. Haroche, “Nobel lecture : Controlling photons in a box and exploring the quantum to classical boundary,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 85, no. 3, p. 1083, 2013.
- [110] E. M. Purcell, H. Torrey, and R. V. Pound, “Resonance absorption by nuclear magnetic moments in a solid,” *Physical Review*, vol. 69, no. 1-2, p. 37, 1946.
- [111] D. Kleppner, “Inhibited spontaneous emission,” *Physical Review Letters*, vol. 47, no. 4, p. 233, 1981.
- [112] H. Ritsch, P. Domokos, F. Brennecke, and T. Esslinger, “Cold atoms in cavity-generated dynamical optical potentials,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 85, no. 2, p. 553, 2013.
- [113] K. Baumann, C. Guerlin, F. Brennecke, and T. Esslinger, “Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity,” *Nature*, vol. 464, no. 7293, pp. 1301–1306, 2010.
- [114] Y. Colombe, T. Steinmetz, G. Dubois, F. Linke, D. Hunger, and J. Reichel, “Strong atom–field coupling for bose–einstein condensates in an optical cavity on a chip,” *Nature*, vol. 450, no. 7167, pp. 272–276, 2007.
- [115] P. Hamilton, M. Jaffe, J. M. Brown, L. Maisenbacher, B. Estey, and H. Müller, “Atom Interferometry in an Optical Cavity,” *Physical Review Letters*, vol. 114, Mar. 2015.
- [116] A. Ashkin, G. Boyd, and J. Dziedzic, “Resonant optical second harmonic generation and mixing,” *IEEE Journal of quantum electronics*, vol. 2, no. 6, pp. 109–124, 1966.
- [117] H. Kogelnik and T. Li, “Laser beams and resonators,” *Applied Optics*, vol. 5, no. 10, pp. 1550–1567, 1966.
- [118] J. R. Pierce, “Theory and design of electron beams,” 1954.
- [119] D. Herriott, H. Kogelnik, and R. Kompfner, “Off-axis paths in spherical mirror interferometers,” *Applied Optics*, vol. 3, no. 4, pp. 523–526, 1964.
- [120] H. Kogelnik, “Imaging of Optical Modes — Resonators with Internal Lenses,” *Bell System Technical Journal*, vol. 44, pp. 455–494, Mar. 1965.
- [121] A. Nussbaum, “Teaching of advanced geometrical optics,” *Applied Optics*, vol. 17, no. 14/15, 1978.
- [122] A. Gerrard and J. M. Burch, *Introduction to matrix methods in optics*. Courier Corporation, 2012.
- [123] Y. A. Anan’Ev, “Unstable resonators and their applications (review),” *Soviet Journal of Quantum Electronics*, vol. 1, no. 6, p. 565, 1972.
- [124] A. E. Siegman, “Unstable optical resonators for laser applications,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 53, no. 3, pp. 277–287, 1965.
- [125] A. Siegman, “Unstable optical resonators,” *Applied Optics*, vol. 13, no. 2, pp. 353–367, 1974.
- [126] G. D. Boyd and J. P. Gordon, “Confocal multimode resonator for millimeter through optical wavelength masers,” *Bell System Technical Journal*, vol. 40, no. 2, pp. 489–508, 1961.

- [127] G. Goubau and F. Schwering, "On the guided propagation of electromagnetic wave beams," *IRE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 9, no. 3, pp. 248–256, 1961.
- [128] H. Kogelnik, "On the propagation of gaussian beams of light through lenslike media including those with a loss or gain variation," *Applied Optics*, vol. 4, no. 12, pp. 1562–1569, 1965.
- [129] L. Rayleigh, "On images formed without reflection or refraction," *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 11, no. 67, pp. 214–218, 1881.
- [130] L. Rayleigh, "On pinhole photography," *Philosophical Magazine*, vol. 31, p. 87, 1891.
- [131] L. G. Gouy, *Sur une propriété nouvelle des ondes lumineuses*. Gauthier-Villars, 1890.
- [132] L. G. Gouy, "Sur la propagation anormale des ondes," *Comptes Rendus de l'Académie des sciences*, vol. 111, p. 33, 1890.
- [133] A. E. Siegman, "Lasers university science books," *Mill Valley, CA*, vol. 37, p. 208, 1986.
- [134] I. Riou, N. Mielec, G. Lefèvre, M. Prevedelli, A. Landragin, P. Bouyer, A. Bertoldi, R. Geiger, and B. Canuel, "A marginally stable optical resonator for enhanced atom interferometry," *arXiv :1701.01473*, 2017.
- [135] J. Hall, C. J. Bordé, and K. Uehara, "Direct optical resolution of the recoil effect using saturated absorption spectroscopy," *Physical Review Letters*, vol. 37, no. 20, p. 1339, 1976.
- [136] H. Kogelnik, E. Ippen, A. Dienes, and C. Shank, "Astigmatically compensated cavities for cw dye lasers," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 8, no. 3, pp. 373–379, 1972.
- [137] J. A. Arnaud, "Degenerate optical cavities," *Applied Optics*, vol. 8, no. 1, pp. 189–196, 1969.
- [138] M. F. Erden and H. M. Ozaktas, "Accumulated gouy phase shift in gaussian beam propagation through first-order optical systems," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 14, no. 9, pp. 2190–2194, 1997.
- [139] R. Geiger, V. Menoret, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, "Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry," *Nature Communications*, vol. 2, pp. 474–, sep 2011.
- [140] H. Müller, S.-w. Chiow, S. Herrmann, S. Chu, and K.-Y. Chung, "Atom-interferometry tests of the isotropy of post-Newtonian gravity," *Physical Review Letters*, vol. 100, p. 031101, 2008.
- [141] E. Giese, A. Roura, G. Tackmann, E. Rasel, and W. Schleich, "Double bragg diffraction : A tool for atom optics," *Physical Review A*, vol. 88, no. 5, p. 053608, 2013.
- [142] A. A. Tovar and L. W. Casperson, "Generalized beam matrices : Gaussian beam propagation in misaligned complex optical systems," *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 12, no. 7, pp. 1522–1533, 1995.

- 
- [143] J. A. Arnaud, “Degenerate optical cavities. ii : Effect of misalignments,” *Applied Optics*, vol. 8, no. 9, pp. 1909–1917, 1969.
- [144] D. Pritchard, E. Raab, V. Bagnato, C. Wieman, and R. Watts, “Light traps using spontaneous forces,” *Physical Review Letters*, vol. 57, no. 3, p. 310, 1986.
- [145] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven, “Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms,” *Physical Review A*, vol. 58, p. 3891, 1998.
- [146] J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Y. B. Ovchinnikov, and T. Pfau, “Intense source of cold Rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap,” *Physical Review A*, vol. 66, p. 023410, 2002.
- [147] J. Dalibard, “Atomes ultra-froids,” *Lecture notes of the Master*, vol. 2, 2006.
- [148] P. Cheinet, *Conception et réalisation d’un gravimètre à atomes froids*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2006.
- [149] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould, and H. J. Metcalf, “Observation of atoms laser cooled below the doppler limit,” *Physical Review Letters*, vol. 61, no. 2, p. 169, 1988.
- [150] L. Russell, R. Kumar, V. Tiwari, and S. N. Chormaic, “Measurements on release–recapture of cold 85 rb atoms using an optical nanofibre in a magneto-optical trap,” *Optics Communications*, vol. 309, pp. 313–317, 2013.
- [151] J. LECLERC, *Techniques du Vide : Introduction*. Ed. Techniques Ingénieur, 1997.
- [152] F. Penning, “Ein neues manometer für niedrige gasdrucke, insbesondere zwischen 10-3 und 10- 5 mm,” *Physica*, vol. 4, no. 2, pp. 71–75, 1937.
- [153] A. Ellett and R. Zabel, “The pirani gauge for the measurement of small changes of pressure,” *Physical Review*, vol. 37, no. 9, p. 1102, 1931.
- [154] A. Siegman, “How to (maybe) measure laser beam quality,” *Tutorial presented at the Optical Society of America Annual Meeting*, 1998.
- [155] J. Le Gouët, P. Cheinet, J. Kim, D. Holleville, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos, “Influence of lasers propagation delay on the sensitivity of atom interferometers,” *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, vol. 44, no. 3, pp. 419–425, 2007.
- [156] J. Lee, G. Vrijsen, I. Teper, O. Hosten, and M. Kasevich, “Many-atom-cavity QED system with homogeneous atom-cavity coupling,” *Optics Letters*, vol. 39, p. 4005, 2014.
- [157] B. Canuel, A. Bertoldi, I. Riou, P. Bouyer, R. Geiger, and N. Mielec. Système et procédé d’interféromètre atomique à cavité optique résonnante, brevet France 16 57183, déposé le 26 Juillet 2016, validation en cours.
- [158] S. Gopalakrishnan, B. L. Lev, and P. M. Goldbart, “Emergent crystallinity and frustration with bose-einstein condensates in multimode cavities,” *Nature Physics*, vol. 5, no. 11, pp. 845–850, 2009.
- [159] P. Domokos and H. Ritsch, “Collective cooling and self-organization of atoms in a cavity,” *Physical Review Letters*, vol. 89, no. 25, p. 253003, 2002.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [160] O. Hosten, N. J. Engelsen, R. Krishnakumar, and M. A. Kasevich, “Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms,” *Nature*, 2016.