



Modélisation multi-échelle de la dissipation acoustique dans des textiles techniques faits de fibres naturelles

Hoang Tuan Luu

► To cite this version:

Hoang Tuan Luu. Modélisation multi-échelle de la dissipation acoustique dans des textiles techniques faits de fibres naturelles. Physique Générale [physics.gen-ph]. Université Paris-Est, 2016. Français. NNT : 2016PESC1135 . tel-01546049

HAL Id: tel-01546049

<https://theses.hal.science/tel-01546049>

Submitted on 23 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS-EST
École doctorale SIE

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE
Faculté de génie
Département de génie mécanique

MODÉLISATION MULTI-ÉCHELLE DE LA DISSIPATION ACOUSTIQUE DANS DES TEXTILES TECHNIQUES FAITS DE FIBRES NATURELLES

Thèse de doctorat
Spécialité : mécanique

Présenté par
Hoang Tuan LUU

Pour obtenir le grade PhD et celui de Docteur d'Université
Soutenue le 12 décembre 2016

Jury

Guy BONNET	Professeur Émérite (UPEM)	Examineur
Philippe LECLAIRE	Professeur (UB)	Rapporteur
Saïd ELKOUN	Professeur (UdeS)	Rapporteur
Raymond PANNETON	Professeur (UdeS)	Directeur de thèse
Camille PERROT	MdC HDR (UPEM)	Co-directeur de thèse
Vincent MONCHIET	MdC HDR (UPEM)	Co-encadrant

Paris (France)

Sherbrooke (Canada)

À ma famille

RÉSUMÉ

Ce projet de recherche s'inscrit dans une démarche d'éco-conception de matériaux architecturés à fort potentiel acoustique. On s'intéresse en particulier dans ce travail de thèse à la description des phénomènes de dissipation et de propagation des ondes acoustiques dans un milieu fibreux par une approche multi-échelle et multi-physique. Dans cette étude, il s'agit de décrire les propriétés acoustiques du milieu fibreux à partir d'une description de la géométrie à l'échelle locale de milieux fibreux. Le milieu fibreux est constitué de fibres d'asclépiades, qui sont typiquement des fibres végétales adoptant la forme de longs cylindres. Pour traiter ce problème, la méthodologie employée consiste en quatre étapes principales : (i) caractérisation et modélisation de la géométrie du milieu fibreux ; (ii) calcul des paramètres de transport et acoustiques du milieu fibreux reconstruit ; (iii) validation expérimentale de propriétés de transport et acoustiques ; (iv) évaluation des évolutions de propriétés de transport en fonction des paramètres de la géométrie à l'échelle locale de matériau. En particulier, un modèle isotrope spatialement stationnaire de lignes droites (processus de Poisson) et le tenseur d'orientation angulaire correspondant, constituent des outils de modélisation de la géométrie aléatoire du milieu fibreux permettant de représenter les principales caractéristiques susceptibles d'influencer ses propriétés de transport. Il s'agit ensuite de résoudre les principaux problèmes aux limites gouvernant le comportement acoustique à l'échelle supérieure en appliquant une technique classique d'homogénéisation numérique. On montre dans un premier temps que la méthode développée permet de prédire le comportement en absorption d'un milieu fibreux aléatoire en se basant uniquement sur la description des caractéristiques géométriques du matériau fibreux réel (porosité, rayon de fibres, distributions des orientations angulaires) sans coefficient d'ajustement, validations expérimentales à l'appui. Sur la base de ce travail de reconstruction tridimensionnel, on étudie ensuite systématiquement l'ensemble des phénomènes de transport d'intérêt sur une large gamme de porosité et d'orientations angulaires, de manière à produire des lois qui peuvent être appliquées par la suite par d'autres utilisateurs sur une large gamme de milieux fibreux réels. Finalement, on examine plus particulièrement l'hypothèse classique selon laquelle un milieu fibreux peut être décrit à partir de la moyenne arithmétique du diamètre de ses fibres, afin de cerner les limites de cette approche et ses conditions d'applicabilité lorsque le milieu fibreux présente une distribution étendue de diamètres de fibres ou bimodale.

Mots-clés : Microstructure, dissipation acoustique, micro-macro, modélisation, homogénéisation, matériaux fibreux, méthode des éléments finis

ABSTRACT

This thesis is concerned with in an eco-design approach for architected porous materials (fibers made) with high acoustic potential. The project particularly focuses on asclepias (vegetal) fibers and on the description of dissipation and propagation phenomena of sound waves using homogenization techniques. One begins with the characterization of the fibrous medium by scanning electron microscope images from horizontal and vertical cross-sections of a slab of porous sample. Three-dimensional unit cells of the fibrous samples under study are reconstructed with an isotropic model of straight lines (Poisson processes) and by making use of the concept of angular orientation tensor from the previously identified microstructure characteristics (porosity, fiber radii, angular orientation distributions). The transports and acoustic properties are obtained from numerical computations of unit cell problems (Stokes flow, potential flow and heat conduction) with the Finite Element Method. Validations with experimental data based on permeability and impedance tube measurements are proposed and show a good agreement with the predictive models. The dependence of the effective properties with the geometrical characteristics of the porous microstructure is then analyzed on a large range of porosity ($0.75 \div 0.99$) and explicit relations are provided between the effective acoustic coefficients and the microstructural parameters. The last part of this work is dedicated to the determination of acoustic properties of random fibrous media with bi- and poly- dispersed fiber distribution radii. The results are compared with a corresponding mono- dispersed fibrous material (with a single effective fiber radius) which show no significant difference with the initial distributions when the effective radius is small enough. The results of this thesis also point out that an equivalent mono-dispersed fibrous material fails to represent accurately the transport properties of a random fibrous structure when the latter one is described by a fiber distribution radii tending towards a log-normal distribution.

Key-words: Microstructure, acoustic dissipation, micro-macro, modelisation, homogenization, fibrous materials, finit element method

REMERCIEMENTS

Au titre d'un projet de thèse de doctorat réalisé dans une collaboration entre l'Université de Sherbrooke (Canada) et l'Université Paris-Est (France), je tiens à exprimer ma reconnaissance à tous ceux qui m'ont supervisé et encouragé.

Tout d'abord, je remercie particulièrement mes directeurs, le professeur Raymond Paneton et Monsieur Camille Perrot ainsi que mon co-encadrement, Monsieur Vincent Monchiet, pour leur soutien, leurs conseils à travers de ces trois années de thèse.

Je témoigne toute ma gratitude aux rapporteurs de thèse, professeur Philippe Leclaire et professeur Saïd Elkoun, qui ont accepté de juger mon travail et de me formuler des remarques constructives. Je tiens à remercier également professeur Guy Bonnet de sa disponibilité pour se joindre à mon jury de thèse.

C'est difficile à mentionner les noms de toutes les personnes que je veux donner un remerciement. Je remercie tous les amis et les personnes au Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke ainsi qu'au laboratoire MSME de l'Université Paris-Est avec qui j'ai eu l'occasion de travailler.

Et, je garde tous les résultats de travail de cette thèse pour offrir comme ma gratitude à mes parents, mon frère ainsi que les autres membres de ma grande famille pour leur soutien, leur confiance, leur encouragement depuis le commencement de mes études. Sans eux, je ne peux pas achever des résultats comme aujourd'hui.

TABLE DES MATIÈRES

1	INTRODUCTION	1
1.1	Mise en contexte	1
1.2	Acoustique durable et la mise en forme des fibres d'asclépiade	3
1.2.1	Classification des matériaux appliqués à l'acoustique durable	3
1.2.2	La mise en forme des fibres d'asclépiade	4
1.3	Objectifs et originalités	5
2	ÉTAT DE L'ART	7
2.1	Les matériaux acoustiques	7
2.1.1	Nature d'un milieu poreux acoustique	7
2.1.2	Les matériaux fibreux	8
2.2	Acquisition et reconstruction de la géométrie	9
2.2.1	Acquisition de la géométrie	9
2.2.1.1	Acquisition des images	9
2.2.1.2	Acquisition des paramètres de la morphologie du réseau fibreux	11
2.2.2	Reconstruction de la géométrie des matériaux fibreux	14
2.2.2.1	Modèles de simulation 2D	14
2.2.2.2	Méthode des tenseurs d'orientation	15
2.2.2.3	Modèle de reconstruction 3D basé sur les outils de la morphologie mathématique en utilisant les données issues de la microtomographie à rayons-X	17
2.3	Modélisation des propriétés acoustiques	18
2.3.1	Approche empirique	21
2.3.2	Approche semi-phénoménologique	22
2.3.2.1	Détermination semi-empirique des paramètres macroscopiques	22
2.3.2.2	Détermination analytique des paramètres macroscopiques	22
2.3.2.3	Détermination numérique des paramètres macroscopiques	24
2.3.3	Approche numérique micro-macro	25
3	THREE-DIMENSIONAL RECONSTRUCTION OF A RANDOM FIBROUS MEDIUM : GEOMETRY, TRANSPORT, AND ACOUSTICAL PROPERTIES	29
3.1	Avant-propos	29
3.2	Abstract	31
3.3	Introduction	32
3.4	Numerical methods	34
3.4.1	Generation of random fibrous materials	34
3.4.2	Simulation of transport properties	38
3.4.3	Estimation of acoustic properties	40
3.5	Results and discussion	41
3.6	Summary and conclusions	47

4	INFLUENCE OF POROSITY, FIBER RADIUS AND FIBER ORIENTATION ON ANISOTROPIC TRANSPORT PROPERTIES OF RANDOM FIBER STRUCTURES	51
4.1	Avant-propos	51
4.2	Abstract	53
4.3	Introduction	54
4.4	Random fibrous structures	56
4.4.1	Orientation distribution function	56
4.4.2	Orientation tensors	57
4.4.3	Generation of random fiber networks	59
4.5	Geometric properties	61
4.6	Transport properties of the random fibrous structures	63
4.6.1	Conductivity (tortuosity α_∞ and viscous characteristic length Λ)	63
4.6.1.1	Theoretical framework	63
4.6.1.2	Numerical results and discussions	64
4.6.2	Static viscous permeability	68
4.6.2.1	Theoretical framework	68
4.6.2.2	Numerical results and discussions	69
4.6.3	Static thermal permeability	70
4.7	Conclusions	72
5	EFFECTIVE FIBER DIAMETER FOR MODELING THE ACOUSTIC PROPERTIES OF POLYDISPERSE FIBER NETWORKS	75
5.1	Avant-propos	75
5.2	Abstract	76
5.3	Introduction	77
5.4	Theory and methodology	78
5.5	Results and discussion	80
5.5.1	Polydisperse fibrous medium	80
5.5.2	Bidisperse fibrous medium	82
5.6	Conclusions	84
6	CONCLUSION ET PERSPECTIVES	85
6.1	Conclusion	85
6.2	Perspectives	87
A	RECONSTRUCTION DE LA MICROSTRUCTURE TRIDIMENSIONNELLE EN ASSEMBLANT DE TENSEURS D'ORIENTATION	89
A.1	Méthodologie	89
A.1.1	Reconstruction de la microstructure	89
A.1.2	Assemblage des tenseurs d'orientation	90
A.2	Exemples	90
A.2.1	Cas 2D	90
A.2.2	Cas 3D	92
B	VALIDATION DU MODÈLE DE PRÉDICTION	95
B.1	Tortuosité	95
B.2	Longueur caractéristique visqueuse adimensionnelle	95

C ONDES SONORES ET ORIENTATION ANGULAIRE EN MILIEUX FIBREUX	97
LISTE DES RÉFÉRENCES	103

LISTE DES FIGURES

1.1	Approche schématique du développement durable. ¹	1
1.2	Culture et utilisation de l'asclépiade (a) Champ d'asclépiade (b) Fibres d'asclépiade vierges (c) Fibres d'asclépiade assemblées.	4
2.1	Schéma d'un matériau excité par une onde acoustique	7
2.2	Photos de différents types d'absorbeurs sonores	8
2.3	Microtomographie axiale à rayons-X (a) Porte échantillon et échantillon réel de fibres d'asclépiade. (b) Reconstruction 3D de la microstructure de l'échantillon d'asclépiade. Echelle : l'échantillon est un cube d'environ 6 à 7 mm de côtés.	11
2.4	Équivalence entre la fraction volumique en 3D et fraction surfacique en 2D ²	12
2.5	Détermination de la direction de fibres par suivi des pixels "noirs" ³	13
2.6	Principe de génération des fibres en 2D selon (a) M. Wang (b) Q. Wang	15
2.7	Génération de fibres dans un espace tridimensionnel en utilisant le formalisme du tenseur d'orientation angulaire pour un cas isotrope (voir équation 2.1)	16
3.1	(a) Fiber orientation distributions as experimentally determined by scanning electron microscopy. Histograms were converted into probability density functions. (b) Scanning electron microscope images corresponding to horizontal (x-y plane) and vertical (orthogonal to x-y plane) cross-sections at a porosity $\phi = 0.962 \pm 0.004$. Blue segments characterize the lengths and orientations of the fibers, as manually measured.	35
3.2	Iterative procedure to calculate the cubic box dimension and the number of fibers for the given fibrous material geometrical characteristics and porosity.	37
3.3	Three-dimensional reconstruction of a random fibrous medium. (a) Illustration of a typical model made of two type of fibers with different fiber diameters. The angular orientation of fibers statistically reproduces measurements obtained from scanning electron microscope images. (b) The corresponding two-dimensional view of a computer-generated fiber web illustrates the impression obtained by looking at a small piece of such a fibrous material ($L = 0.4mm$). (c) The developed approach for generating the microstructure displays a porosity convergence as a function of the cubic box dimension towards the measured value. The mean porosity values (in red) are accompanied by a standard deviation (in blue) corresponding to 1000 realizations.	38
3.4	Asymptotic fields for the reconstructed representative elementary volume : (a) Mesh domain corresponding with 497 909 elements, (b) scaled velocity field corresponding to Stokes flow in z direction [$\times 10^{-11}m^2$], (c) scaled velocity field corresponding to potential flow in the z direction [-], (d) scaled heat diffusion field [$\times 10^{-11}m^2$].	39

3.5	Comparison between measurements and prediction : (a) normal incidence sound absorption coefficient, (b) transmission loss. The sample thickness L is equal to 14.30 ± 0.89 mm.	43
3.6	(a) Permeability k_0 as a function of the statistically averaged inclination of fibers as described by Ω_{zz} , (b) ratio Λ'/Λ as a function of Ω_{zz} , and (c) tortuosity as a function of Ω_{zz}	46
3.7	Tortuosity α_∞ as a function of porosity ϕ for a given orientation of fibers ($\Omega_{zz} = 0.054$) obtained by slightly modifying the fiber diameters.	47
4.1	(a) The fiber definition in the polar coordinates (φ, θ) . Examples of typical random fibrous structures. (b) Two-directional (2-d) random fiber structures where fibers are in parallel planes (transversely isotropic) ; this configuration corresponds to $\Omega_{zz} = 0$ (layered fibrous media). (c) Three-directional (3-d) random fiber structures where fibers are randomly positioned and oriented in the three-dimensional space ; this configuration corresponds to $\Omega_{zz} = 1/3$ (isotropic fibrous media). (d) One-directional (1-d) random fibrous structures where fibers are parallel to each other, with their traces randomly positioned in the plane Oxy ; this configuration corresponds to $\Omega_{zz} = 1$ (aligned fibrous media).	57
4.2	Various configurations corresponding to the variation of fiber orientation states with Ω_{zz} ranging from 0.1 to 0.9, respectively.	58
4.3	Algorithm for the determination of REV	60
4.4	Normalized thermal characteristic length Λ'/r_f as a function of the open porosity ϕ . The symbols indicate the statistically averaged orientation of fibers as determined by the value of Ω_{zz} : $\Omega_{zz} = 0$ ($\circ$), $\Omega_{zz} = 0.1$ (∇), $\Omega_{zz} = 0.2$ ($\triangle$), $\Omega_{zz} = 0.3$ ($+$), $\Omega_{zz} = 0.4$ ($\star$), $\Omega_{zz} = 0.5$ ($*$), $\Omega_{zz} = 0.6$ ($\triangleleft$), $\Omega_{zz} = 0.7$ ($\times$), $\Omega_{zz} = 0.8$ ($\circ$), $\Omega_{zz} = 0.9$ ($\triangleright$), $\Omega_{zz} = 1$ ($\square$). The continuous curve corresponds to Eq. (4.10). The dashed curve corresponds to corrected model considering the effect of intersection between fibers, Eq. (4.11).	62
4.5	The tortuosities (a) $\alpha_{\infty xy}$, (b) $\alpha_{\infty z}$, and (c) $\bar{\alpha}_\infty$. Same convention of colors and symbols as in Fig. 4.4. Dashed and continuous lines correspond to Eq. (18) of Ref.4 and Eq. (38) of Ref.5, respectively.	66
4.6	Properties of the characteristic length ratio Λ'/Λ . (a) Λ'/Λ_z as a function of porosity ϕ , (b) Λ'/Λ_{xy} as a function of porosity ϕ , the dashed lines correspond to limits of Eq. (4.16). Same convention of colors and symbols as in Fig. 4.4.	67
4.7	Properties of the permeabilities normalized by the square of the fibrous radius as a function of $\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$; (a) k_{0xy}/r_f^2 , (b) k_{0z}/r_f^2 , (c) $\bar{k}_0/r_f^2$. Same convention of colors and symbols as in Fig. 4.4. The lines in Fig. 4.7(a), (c) correspond to the fit function presented by Eq. (4.29) with appropriate coefficients A, B. The lines in Fig. 4.7(b) correspond to the fit function presented by Eq. (4.30) with appropriate coefficients A, B, C, D.	70
4.8	Normalized thermal permeability k'_0/r_f^2 as a function of porosity ϕ . Same convention of colors and symbols as in Fig. 4.4. The continuous curve corresponds to Eq. (4.35), the dashed curve corresponds to corrected model considering the effect of intersection between fibers, Eq. (4.36)	72

5.1	(a) The evolution of gamma distribution on the variation of shape parameter κ , the scale parameter is given $\theta = 15 \mu m$. Different REV configurations corresponding to various shape parameters : (b) $\kappa_1 = 5$, (c) $\kappa_2 = 10$, (d) $\kappa_3 = 20$	79
5.2	Normalized transport and geometrical properties of PDFM and corresponding MDFM.	81
5.3	Transport and geometrical properties of BDFM (light gray) and corresponding MDFM (dark gray) for the different combinations described in Table 5.1.	83
A.1	Orientation d'une fibre dans l'espace tridimensionnel en coordonnées sphériques	89
A.2	Cas bidimensionnel d'une orientation isotrope de fibres. (a) Génération des centres de gravité de fibres (b) Génération des fibres associées	90
A.3	Cas bidimensionnel d'une orientation fortement alignée de fibres. (a) Génération des centres de gravité de fibres, et (b) génération des fibres associées	91
A.4	Cas bidimensionnel d'une orientation modérément alignée de fibres. (a) Génération des centres de gravité de fibres, et (b) génération des fibres associées	91
A.5	3D - Cas 1 (a) Génération des centres de gravité de fibres (b) Génération de fibres - plan XY (c) Génération de fibres - plan YZ	92
A.6	3D - Cas 2 (a) Génération des centres de gravité de fibres (b) Génération de fibres - plan XY (c) Génération de fibres - plan YZ	92
A.7	3D - Cas 3 (a) Génération des centres de gravité de fibres (b) Génération de fibres - plan XY (c) Génération de fibres - plan YZ	93
B.1	Comparaison entre le résultat du modèle de prédiction de la tortuosité avec celui obtenu par simulation numérique.	95
B.2	Comparaison entre le résultat du modèle de prédiction de la longueur caractéristique visqueuse adimensionnelle avec celui obtenu par simulation numérique.	96

LISTE DES TABLEAUX

3.1	Statistical properties of the experimentally determined geometrical characteristics of fibers from SEM images.	34
3.2	Macroscopic parameters : measurements and computational results. . .	42
3.3	Macroscopic parameters determined by numerical simulation as a function of the statistically averaged angular orientation of fibers Ω_{zz}	45
4.1	Coefficient Ω_{zz} of the second-order transversely isotropic fiber orientation tensor and the corresponding mean μ_θ and standard deviation σ_θ adjusted assuming that θ is described by a normal distribution function and φ by an uniform distribution function.	59
4.2	Coefficients of the bilinear fits to correlate $\alpha_{\infty xy}$, $\alpha_{\infty z}$, and $\bar{\alpha}_\infty$ as function of porosity ϕ and fiber orientation Ω_{zz}	65
4.3	Coefficients of the linear fits to correlate $\frac{k_{0xy}}{r_f^2}$ and $\frac{\bar{k}_0}{r_f^2}$ as a function of $\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$	70
5.1	Different combinations of fiber mixtures for BDFM. Effective diameters are for the corresponding MDFM.	82

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition
α	Coefficient d'absorption
α_∞	Tortuosité
E	Module d'Young
η_0	Coefficient d'amortissement
η	Viscosité dynamique de l'air
ε	Erreur relative absolue
f	Fréquence
γ	Rapport de chaleurs spécifiques
k_0	Perméabilité visqueuse
k'_0	Perméabilité thermique
K	Module de compressibilité
κ	Paramètre de forme de distribution gamma
λ	Longueur d'onde acoustique
Λ	Longueur caractéristique visqueuse
Λ'	Longueur caractéristique thermique
ν	Coefficient de Poisson
ω	Fréquence angulaire
Ω	Espace occupé par un VER
$[\Omega]$	Tenseur d'orientation angulaire
Pr	Nombre de Prandtl
ϕ	Porosité
φ	Angle d'orientation dans le plan horizontal
π	Nombre Pi
q	Nombre d'onde acoustique
r_f	Rayon de fibre
ρ	Masse volumique apparente
$\langle \cdot \rangle$	Moyenne spatiale
ρ_0	Masse volumique de l'air
σ	Résistivité au passage de l'air
θ	Paramètre d'échelle de distribution gamma
θ	Angle d'orientation dans le plan vertical
TL	Perte par transmission
Z_c	Impédance caractéristique du fluide
Z_s	Impédance acoustique de surface
Z_o	Impédance caractéristique de l'air
ζ	Kozeny-Carman constant

LISTE DES ACRONYMES

Acronyme	Définition
2D	Deux dimensions
3D	Trois dimensions
FEM	Méthode des Éléments Finis (Finite Element Method)
JCAL	Johnson Champoux Allard Lafarge
MEB	Microscopie Électronique à Balayage
μ -CT	Microtomographie à rayons-X
REV	Representative elementary volume
VER	Volume élémentaire représentatif
PUC	Periodic unit cell
MDFM	Monodisperse fiber media
BDFM	Bidisperse fiber media
PDFM	Polydisperse fiber media

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1 Mise en contexte

Depuis quelques décennies, la notion de développement durable suscite une attention importante. Cette notion a pour but de prendre en compte, non seulement l'aspect économique, mais aussi les aspects environnementaux et sociaux qui sont liés à des enjeux de long terme. Tous les secteurs d'activité sont concernés par le développement durable. C'est un mode de développement qui a pour le but de produire des richesses pour la société sans dégradations de l'environnement. Dans son rapport en 1987,⁶ Brundtland a proposé la définition suivante : "Le développement durable est un développement qui répond aux besoins du présent sans compromettre la capacité des générations futures à répondre à leurs propres besoins". Cette tendance n'est pas une exception pour le domaine des matériaux acoustiques. Actuellement, on cherche aussi à développer des produits acoustiques qui peuvent s'adapter aux contraintes de coût, de performance, ainsi qu'aux exigences environnementales. On peut nommer ce courant émergent l'acoustique durable. Voir Fig. 1.1.

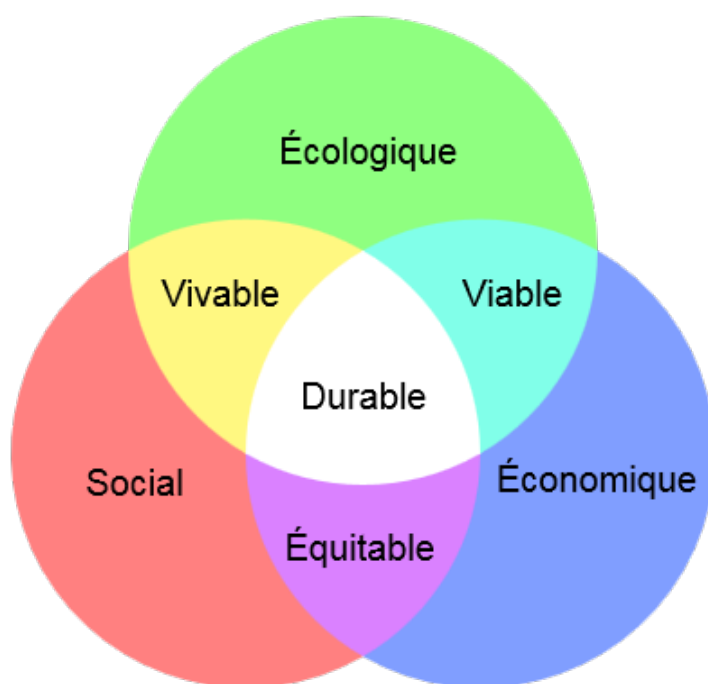


Figure 1.1 Approche schématique du développement durable.¹

Ce projet s'inscrit dans la réduction des nuisances sonores par l'utilisation d'absorbeurs sonores et/ou d'isolants phoniques mais en ayant recours à des matières premières naturelles, recyclées et recyclables. La fibre d'asclépiade est un type de fibre végétale qui est creuse, contrairement aux fibres conventionnelles utilisées en acoustique, et peuvent avoir de très faibles diamètres. De plus, ces plantes sont en forte croissance dans plusieurs régions du Québec et leur transformation se veut locale. L'utilisation des fibres d'asclépiade trouve alors un fort potentiel dans ce paysage économique au Québec pour répondre à des attentes sociétales de premier rang. Cependant, il est nécessaire d'effectuer des recherches sur ce type de matériau afin d'en améliorer les performances encore limitées.

La performance acoustique des matériaux est gouvernée par les mécanismes de dissipation de l'énergie acoustique au cours de la propagation des ondes dans ces matériaux. La dissipation acoustique peut être décomposée en trois mécanismes prépondérants : (1) la dissipation par effets visqueux et inertiels (frottement visqueux et inertie ajoutée relatifs aux équations de Navier-Stokes) ; (2) la dissipation par conduction thermique (conduction thermique) ; (3) la dissipation par vibration de la partie solide du matériaux poreux.⁷⁻⁸

Pour pouvoir déterminer la performance acoustique des matériaux, il existe, dans la littérature, essentiellement deux approches. (1) La première approche se base sur un grand nombre de caractérisations expérimentales pour déterminer le comportement acoustique du matériau étudié et la configuration géométrique la plus appropriée dans la limites des échantillons disponibles. On peut la nommer l'approche empirique. Elle ne permet cependant pas d'expliquer les mécanismes de dissipation en jeu pour la configuration géométrique la plus favorable, ni de distinguer clairement s'il existerait des configurations vers lesquelles tendre dans le but d'améliorer encore les performances. (2) La deuxième approche dite semi-phénoménologique, repose sur des bases physiques et mathématiques solides, ce qui permet d'interpréter les résultats de caractérisation sur des fondements qui relèvent de la mécanique des fluides et solides. De plus, on peut envisager un calcul direct des paramètres macroscopiques, les variables des modèles semi-phénoménologiques. Cette dernière approche peut être nommée approche par homogénéisation numérique. En fait, ces deux familles d'approches peuvent aussi être considérées comme étant complémentaires, dans la mesure où la seconde famille nécessite aussi des mesures, aux échelles micro et macro, pour alimenter les modèles de géométrie locale et valider les résultats issus de l'homogénéisation. Dans le cadre de ce travail, l'accent sera mis sur la seconde famille d'approches, sans négliger toutefois les phases indispensables de caractérisation aux échelles micro et macro.

Ce projet est réalisé dans le cadre du programme de collaboration entre le Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS) et le laboratoire Modélisation et

Simulation Multi Echelle (MSME - UMR 8208 CNRS) de l'Université Paris-Est Marne-la-Vallée (UPEM).

1.2 Acoustique durable et la mise en forme des fibres d'asclépiade

La notion de développement durable pose la question du développement de matériaux issus de fibres végétales à fort potentiel acoustique, et de l'étude rationnelle de l'optimisation de l'arrangement du réseau fibreux par une approche multi-échelle et multi-physique. Cette section traite avant tout d'une brève introduction sur les différents types des matériaux susceptibles d'être développées dans une démarche d'acoustique durable, et indique la manière dont sont mises en forme les fibres d'asclépiade.

1.2.1 Classification des matériaux appliqués à l'acoustique durable

Dans le domaine de l'acoustique durable, on sépare les matériaux en trois catégories principales :

- Les matériaux naturels : l'utilisation des matériaux naturels dans le domaine d'acoustique permet de profiter des ressources existantes de la région, on peut nommer les matériaux acoustiques qui ont une origine naturelle comme le lin, le kenaf, la ramie, les fibres de noix de coco,... Leurs performances acoustiques sont comparables avec celles des matériaux conventionnels comme la laine de verre, la laine de roche.^{9,10,11,12} Il est toutefois à noter que la fabrication de la laine de verre et la laine de roche est très énergivore alors que les matériaux naturels sont quasiment prêts à utiliser. L'utilisation des matériaux naturels est donc compatible avec le développement durable sur le volet énergétique. De plus, la culture des végétaux permet d'améliorer les conditions environnementales par sa consommation CO_2 .
- Les matériaux recyclés : ce sont des matériaux post-consommation, post-industriel qui utilisés comme absorbants ou isolants sonores. Ces matériaux sont moins chers que les matériaux vierges et d'autre part leur utilisation permet de diminuer la quantité de déchets.
- Les composites à matrice ou renfort naturels ou recyclés : ils sont issus de l'assemblage de matériaux naturels ou de matériaux recyclés avec d'autres types de matériaux afin d'obtenir un produit acoustique.

1.2.2 La mise en forme des fibres d'asclépiade

La culture des plantes d'asclépiade est en forte croissance dans plusieurs régions du Québec et leur transformation se veut locale, comme nous l'avons vu, elle est compatible avec les questions de développement durable.¹³ La Fig. 1.2 présente un transfert des fibres d'asclépiade de l'état naturel sous la forme de textiles techniques.

La mise au point de ces textiles techniques est une bonne alternative aux matériaux énergivores traditionnels (laines de verres et de roches pour les milieux fibreux). Les secteurs de l'automobile, de l'acoustique architecturale, et du mobilier de bureau peuvent être visés en termes d'applications.

La fibre d'asclépiade est creuse et son empilement permet également d'obtenir un matériau très poreux, ce qui lui donne d'excellentes propriétés d'absorption du son. De



(a)



(b)



(c)

Figure 1.2 Culture et utilisation de l'asclépiade (a) Champ d'asclépiade (b) Fibres d'asclépiade vierges (c) Fibres d'asclépiade assemblées.

plus, la porosité des fibres, qui provient du fait qu'elles soient creuses, permet d'obtenir des propriétés ajoutées d'isolants thermiques.

1.3 Objectifs et originalités

L'objectif général de cette thèse vise à modéliser le comportement acoustique d'un matériau fibreux par l'approche multi-échelle dans le but d'évaluer la dépendance de propriétés de transport et acoustiques de matériau en fonction de paramètres géométriques de la microstructure. Pour atteindre cet objectif, les étapes suivantes sont nécessaires :

- Mise en place d'un modèle de microstructure pour le calcul des propriétés de transport et acoustiques.
 - Caractérisation de la géométrie du matériaux fibreux à l'échelle microscopique.
 - Développement d'un modèle semi-analytique permettant de déterminer le volume élémentaire représentatif (VER) de matériau fibreux.
 - Simulation numérique pour le calcul des paramètres de transport ; validation des résultats de simulation par rapport aux valeurs mesurées expérimentalement.
 - Etude de l'effet d'orientation des fibres sur les propriétés macroscopiques.
- Établissement des fonctions d'agression permettant de déterminer les propriétés de transport et acoustique de matériau en fonction de porosité, taille de fibres, et l'orientation de fibres.
 - Réalisation de nombreuses simulations en faisant la variation de paramètres de la géométrie à l'échelle locale : porosité, diamètre de fibres, orientation de fibres ; pour déterminer les propriétés de transport correspondant.
 - Établissement des fonctions d'agression de paramètres macroscopiques en fonction de porosité, diamètre de fibres, orientation de fibres.
- Etude des matériaux fibreux polydisperses.
 - Génération de microstructure de matériaux fibreux polydisperses.
 - Détermination d'un matériau fibreux équivalent (basé sur le principe de pondération).
 - Simulations numériques et comparaisons des résultats obtenus sur les échantillons polydisperses/monodisperses.

CHAPITRE 2

ÉTAT DE L'ART

Cette partie se consacre essentiellement au rappel de l'état des connaissances en acoustique des matériaux poreux. On présente d'abord les caractéristiques essentielles des matériaux poreux. Ensuite, on rappelle les principales techniques de caractérisation et de modélisation de la microstructure d'un milieu fibreux. Dans une troisième et une quatrième partie on décrit les modélisations des propriétés acoustiques, d'abord pour les milieux poreux de manière générale puis pour les matériaux fibreux plus particulièrement. Finalement, on s'intéressera aux particularités des matériaux à fibres d'asclépiade. Pour ces milieux, les tailles caractéristiques et les processus de fabrication actuels apportent des informations sur la microstructure du matériau qu'il faudra prendre en compte dans la modélisation.

2.1 Les matériaux acoustiques

2.1.1 Nature d'un milieu poreux acoustique

Avant tout, il est nécessaire de définir ce qu'est un matériau acoustique. Il existe deux grandes fonctions recherchées pour les matériaux acoustiques : la fonction d'ab-

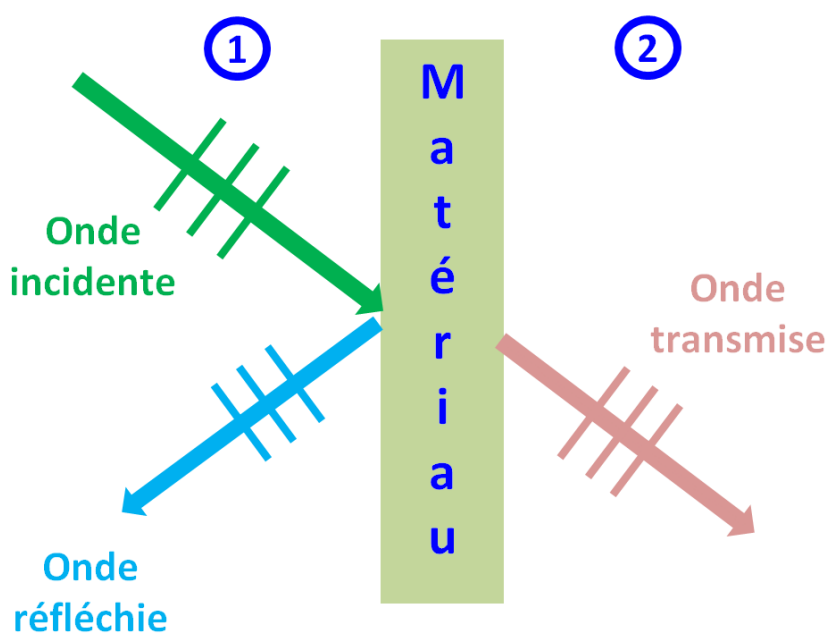


Figure 2.1 Schéma d'un matériau excité par une onde acoustique

sorption et la fonction d'isolation. Pour illustrer ces deux fonctions, considérons deux milieux de propagation séparés par un matériau (Fig. 2.1). Une onde incidente rencontre le matériau. Il en résulte une onde réfléchie et une onde transmise. Un matériau est considéré comme un bon absorbeur sonore si l'onde réfléchie est significativement atténuée. Cette atténuation est habituellement quantifiée par le coefficient d'absorption qui varie entre 0 et 1. Il s'agit d'autre part d'un bon isolant phonique si l'intensité de l'onde transmise est bien inférieure à celle de l'onde incidente. Pour quantifier cette caractéristique, on utilise la perte par transmission (ou *transmission loss*, TL). En général, il est nécessaire de combiner plusieurs couches de matériaux homogènes de manière à obtenir des résultats satisfaisants pour les deux fonctions recherchées.

Un matériau poreux est généralement constitué de deux phases : un solide (le squelette) et un fluide (saturant le squelette).

- En ce qui concerne le fluide, c'est de l'air qui peut librement circuler au tour du squelette dit à porosité ouverte.
- Le squelette est constitué d'un assemblage plus ou moins continu : fait de fibres lorsqu'on s'intéresse aux matériaux fibreux, d'empilement de grains pour des matériaux granulaires, et de motifs cellulaires pour des mousses ou solides cellulaires (Fig. 2.2). En plus, de ces catégories de matériaux poreux pouvant être présentés à l'état naturel, il peut convenir d'ajouter les liners, plaques perforées, résonateurs, dont le dimensionnement est maîtrisé.

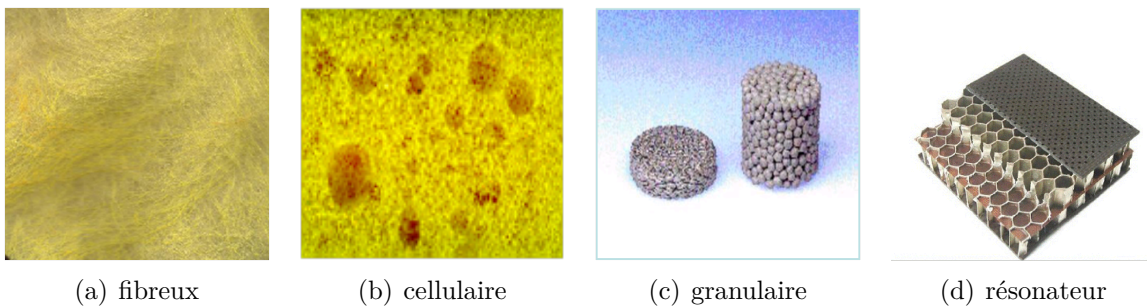


Figure 2.2 Photos de différents types d'absorbeurs sonores

2.1.2 Les matériaux fibreux

Étant donné que l'on s'intéresse en particulier aux matériaux fibreux dans cette étude, nous allons préciser ici quelques une de leurs caractéristiques. Une fibre est "une particule dont le rapport "longueur sur diamètre" est supérieur à 3 et des côtés approximativement parallèles".¹⁴ Un matériau fibreux est constitué en partie ou en totalité de fibres. Il peut être composé d'un seul type de fibre, d'un mélange de fibres appartenant ou non à la même classe. Il y a plusieurs types de matériaux fibreux utilisés dans le domaine acoustique comme des laines minérales (laine de verre, laine de roche),

qui sont des matériaux conventionnels, et des fibres shoddys, des fibres végétales, qui sont des matériaux non-conventionnels.

En considérant la géométrie, on peut séparer les fibres en deux types différents ; pleines et creuses.

- **Fibres pleines**, ce sont des fibres dont la section transversale est pleine, on peut mentionner des matériaux conventionnels constitués de ce type de fibre comme les laines de verre, laines de roche, fibres métalliques, ... Ces matériaux sont utilisés populairement dans le domaine d'acoustique, néanmoins, leurs deux inconvénients principaux sont l'énergie requise pour leur fabrication et leur faible recyclabilité.
- **Fibres creuses**, les fibres creuses permettent d'avoir des matériaux acoustiques à plus grande porosité et donc plus légers. Les fibres d'asclépiade sont creuses et promettent de bonnes propriétés acoustiques. De plus, elles ne consomment pas trop d'énergie pendant le processus de fabrication et, indirectement, elles contribuent au développement durable.

2.2 Acquisition et reconstruction de la géométrie

La caractérisation et la modélisation de la géométrie de matériaux poreux permettent d'estimer ses propriétés géométriques puis de reconstruire sa géométrie locale. Ce modèle peut être ensuite utilisé pour résoudre des problèmes aux limites à partir desquels on en déduit une estimation du comportement acoustique du matériau. Le modèle de la microstructure est considéré comme étant représentatif du matériau réel si les caractéristiques physiques correspondantes sont comparables à celles mesurées expérimentalement sur un ou plusieurs échantillons.

2.2.1 Acquisition de la géométrie

Il existe plusieurs méthodes possibles pour réaliser l'acquisition de la géométrie du matériau. On distinguera ici la phase d'acquisition des images (expérimentale), de la phase d'acquisition des caractéristiques morphologiques correspondantes.

2.2.1.1 Acquisition des images

L'acquisition peut se faire par microscopie électronique à balayage, par microscopie confocale et par microtomographie à rayons-X.

- **Microscopie électronique à balayage**

La microscopie électronique à balayage est une technique puissante d'observa-

tion de la topographie des surfaces avec très grand grossissement. Cette technique a été utilisée pour l'acquérir des images 2D au cours de cette thèse.

Le principe d'acquisition des images par microscopie électronique à balayage est la détection des électrons secondaires émergeant de la surface sous l'impact d'un très fin pinceau d'électrons primaires qui balaye la surface observée et permet d'obtenir des images avec un pouvoir séparateur souvent inférieur à 5 nm et une grande profondeur de champ.

– **Microscopie confocale**

La microscopie confocale propose une technique optique qui permet d'obtenir des coupes successives dans l'épaisseur d'un échantillon ainsi que l'image de la projection de toutes ces coupes sur une profondeur quelconque de matériau.¹⁵

Le principe de la microscopie confocale consiste à focaliser les images acquises sur un plan donné ; les images bidimensionnelles sont construites point par point grâce à un balayage du champ analysé à l'aide de miroirs de déflexion de la source lumineuse. Une platine motorisée déplace l'échantillon suivant le troisième axe permettant la saisie de différents plans optiques dans l'épaisseur de l'objet. La microscopie confocale est une technique optique non-destructive permettant d'obtenir des coupes optiques non seulement dans un plan mais également suivant un plan parallèle à l'axe optique qui peuvent faire l'objet de reconstructions tridimensionnelles. Un des inconvénients de la microscopie confocale par rapport à la microscopie électronique à balayage (MEB) est sa lenteur d'acquisition. L'acquisition tridimensionnelle d'une structure nécessite jusqu'à quelques heures.

– **Microtomographie à rayons-X**

Cet appareil permet de faire l'acquisition de radiographies de l'échantillon pour plusieurs positions angulaires de l'échantillon. Ensuite, la reconstruction de sections transversales de l'échantillon est réalisée par rétroprojection filtrée des radiographies obtenues selon différentes positions angulaires de l'échantillon. Une fois les sections transversales reconstruites, on peut procéder dans la dernière étape à la reconstruction 3D de l'échantillon par une segmentation basée sur des critères visuels, et l'assemblage des coupes segmentées. Enfin, la mesure des paramètres morphologiques est réalisée au moyen d'algorithmes de traitement d'images tridimensionnelles. Avec la microtomographie, on dispose d'une méthode de caractérisation morphologique non-destructive et tridimensionnelle sur l'ensemble de l'échantillon. Par contre, cet instrument reste d'utilisation moyennement répandue dans les laboratoires de recherche en raison de son coût élevé. De plus il est limité en résolution ce qui rend compliqué la reconstruction d'objets très fins tels que les parois de fibres d'asclépiade. La Fig. 2.3 présente l'acquisition et la reconstruction de la microstructure 3D d'un échantillon de

matériau fibreux constitué de fibres d’asclépiade réalisées au laboratoire de caractérisation des matériaux acoustiques (LCMA - Université de Sherbrooke). Néanmoins, compte tenu de la finesse de l’épaisseur des parois des fibres d’asclépiade (inférieure à $2\ \mu\text{m}$) et de la résolution limitée de l’appareil de laboratoire utilisé (de l’ordre de $2\ \mu\text{m}/\text{pixel}$), il s’agit encore d’une représentation qualitative de la microstructure.

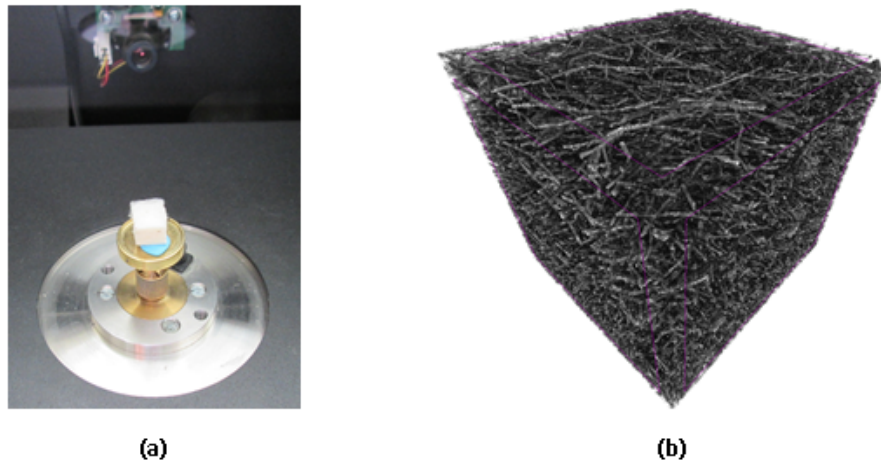


Figure 2.3 Microtomographie axiale à rayons-X (a) Porte échantillon et échantillon réel de fibres d’asclépiade. (b) Reconstitution 3D de la microstructure de l’échantillon d’asclépiade. Echelle : l’échantillon est un cube d’environ 6 à 7 mm de côtés.

2.2.1.2 Acquisition des paramètres de la morphologie du réseau fibreux

– Stéréologie

Cette méthode permet d’accéder aux paramètres tridimensionnels de la géométrie du milieu poreux à partir de coupes réalisées sur l’échantillon (en admettant certaines conditions d’homogénéité de l’échantillon), voir Fig. 2.4. Il s’agit d’une méthode destructive. En revanche, elle permet en principe de retrouver des résultats très précis sur les caractéristiques morphologiques du matériau étudié. Elle nécessite un matériel expérimental et de traitement d’images adaptés (résines, pompe, microtome, système de polissage, etc). Cette méthode de caractérisation est appropriée pour les matériaux granulaires. Il ne semble pas si évident d’adapter cette technique aux milieux fibreux, en particulier lorsque les fibres sont creuses (cas des fibres d’asclépiade). Il semblerait qu’il y ait ainsi place à quelques développements théoriques en la matière. On peut par exemple s’inspirer de la manière dont Adler et ses collaborateurs ont adapté des résultats généraux de la littérature en stéréologie pour le cas des roches fracturées.¹⁶

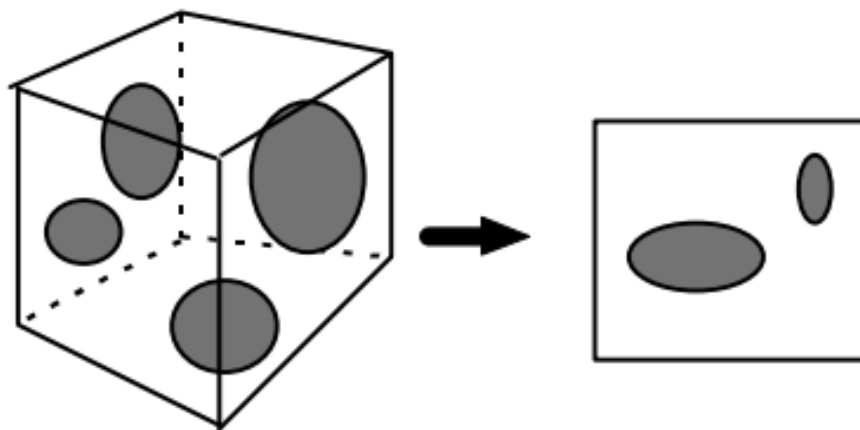


Figure 2.4 Équivalence entre la fraction volumique en 3D et fraction surfacique en 2D²

– **"Direct tracking" ou "Suivi directe"**

Dans une série d'articles, Pourdeyhi *et al.*^{17–18} développent différentes méthodes pour caractériser l'orientation des fibres de milieux réels. La stratégie qu'ils utilisent pour tester leurs approches consiste à générer un réseau de fibres dont ils connaissent donc les propriétés angulaires ; puis, à comparer les résultats issus des différentes méthodes par rapport à l'orientation de référence. Les méthodes de caractérisation angulaire sont au nombre de trois : (i) Direct tracking (suivi directe), (ii) Fourier, (iii) Flow field (champ d'écoulement). La Fig. 19 de l'article (Measuring Fiber Orientation in Nonwovens Part 111 : Fourier Transform)¹⁹ permet de conclure que l'approche (i) est plus précise que les autres dans l'identification de l'orientation des fibres. Le principe de caractérisation de cette approche est le suivant. Les images sont traitées pour amincir les fibres jusqu'à l'épaisseur d'un pixel (typiquement, algorithme de squelettisation par érosion et dilatation). L'orientation de fibres est ensuite déterminée en se basant sur la série des pixels constituant l'axe médian de fibre. Pour commencer, le suivi de fibres se fait par détermination d'un pixel "noir" qui se situe sur cet axe médian. Ensuite, on procède à un balayage des huit pixels contigus. Cela permet de trouver le prochain pixel "noir" appartenant à la fibre. La détermination du troisième pixel "noir" se poursuit en restreignant le domaine de recherche aux pixels orientés de ± 45 degrés par rapport au segment reliant les centres des deux premiers pixels, voir Fig. 2.5. La dernière démarche est répétée pour chercher les pixels "noirs" restants ainsi que l'orientation de cette série des pixels noirs qui est aussi l'orientation attendue de fibre.

La méthode de Pourdeyhi *et al.*³ se base sur un traitement initial d'images 2D. Elle fournit des informations concernant l'orientation des fibres dans l'espace

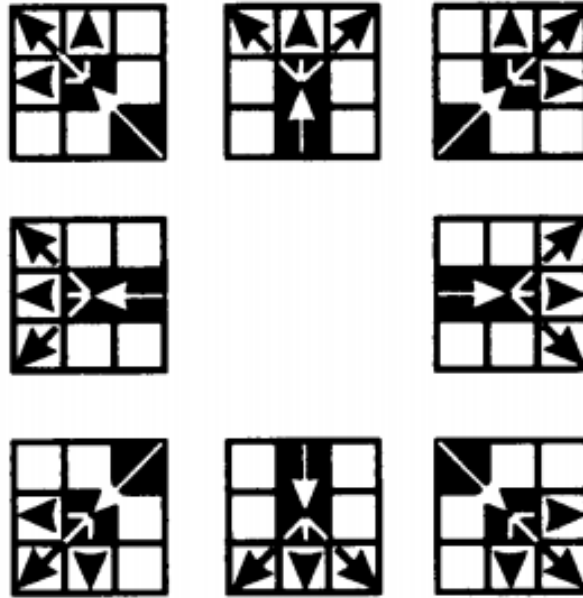


Figure 2.5 Détermination de la direction de fibres par suivi des pixels "noirs"³

2D. Yang et Lindquist ont proposé une généralisation au cas tridimensionnel. Le principe de leur approche est indiqué ci-dessous.²⁰ Leur étude se base sur des images tridimensionnelles acquises par microtomographie à rayons-X. Le processus de traitement d'images commence à nouveau par l'étape d'amincissement des fibres afin d'obtenir les courbes (axes) centrales. Les auteurs classifient les fibres en trois catégories. (i) "Leaf-leaf", littéralement "feuille-feuille" pour les morceaux de fibres isolés dont les deux extrémités sont libres ; (ii) "Branch-leaf" ou "branche-feuille" désigne un type des fibres dont une extrémité est libre et l'autre constitue un noeud de connexion avec d'autres fibres ; (iii) "Branch-branch" constitue une jonction entre fibres où deux extrémités sont des noeuds. La méthode proposée par Yang et Lindquist permet de déterminer l'orientation des fibres, la distribution de longueur de fibres, le nombre de connexions par fibre en utilisant un traitement approprié des axes médians déterminés ; et ce pour chaque type de fibres.

L'identification des indicateurs morphologiques de fibres commence par la détermination d'une extrémité libre, ensuite, la fibre est suivie selon les voxels constituants de façon successive. À partir de ce suivi, les propriétés géométriques (longueur, orientation) des fibres sont déterminées. Ce processus est réalisé pour identifier d'abord les "feuille-feuille", ensuite, pour les "branche-feuille" et finalement pour les "branche-branch". Un post-traitement, dans le but d'éliminer l'influence des bruits d'images, est réalisé pour corriger la longueur caractérisée des fibres.

– **Mesurer directement à partir des images 2D acquises par MEB**

En tenant compte de bonne qualité des images 2D acquises par microscopie électronique à balayage, une direction simple a été proposée pour le but de déterminer les caractéristiques géométriques de matériau fibreux. La taille de fibres (diamètre, épaisseur de la paroi de fibres creuses) est mesurée directement sur les images 2D grâce à un algorithme codé sous Matlab. Pour la détermination de l'orientation de fibres, au lieu de chercher directement l'orientation de fibres dans l'espace 3D, on peut déterminer leur orientations dans des plans vertical θ et horizontal φ . Une fois que les orientations de fibres dans les plans vertical et horizontal sont bien mesurées, l'état d'orientation de fibres dans l'espace 3D sera illustré par l'utilisation de notation de tenseur d'orientation, cette notation sera présentée plus précise dans un prochain paragraphe.

2.2.2 Reconstruction de la géométrie des matériaux fibreux

2.2.2.1 Modèles de simulation 2D

Afin de modéliser les propriétés de conductivité thermique dans un matériau fibreux, M. Wang *et al.*²¹ ont proposé un modèle de simulation de la géométrie d'un réseau de fibres. Le modèle adopté considère que les fibres sont droites, pleines et qu'elles sont caractérisées par leur centre de gravité (position du centre de gravité) et l'angle d'orientation θ dans le plan (voir Fig. 2.6(a)). Dans ce modèle, M. Wang *et al.* ne considèrent que des arrangements de fibres dans le plan. Le principe de l'algorithme de génération des fibres est le suivant. La position du centre de gravité de chaque fibre est générée en respectant une loi de distribution C_d et une fonction de probabilité F . F permet de générer aléatoirement les positions du centre de gravité en choisissant au choix une fonction de distribution normale ou uniforme. C_d est la densité de probabilité pour que le point généré dans le plan soit un centre de fibre. Les auteurs précisent que C_d est étroitement liée à la densité de points par unité de surface. Une distribution aléatoire de la valeur de l'angle d'orientation est ensuite proposée pour chaque fibre. À ce stade-là, un jeu de lignes (monodimensionnelles) est alors obtenu pour représenter l'ensemble de fibres. À partir de ces lignes, l'épaisseur des fibres est ajustée de manière à retrouver la porosité attendue.

En utilisant une approche similaire, Q. Wang *et al.*²² ont développé un modèle basé sur le même principe mais plus général car tridimensionnel. Dans ce modèle, les fibres sont générées dans des plans parallèles en respectant la fonction de distribution de l'angle d'orientation identifiée expérimentalement.^{17–19} Une petite modification de ce modèle par rapport à celui de M. Wang *et al.* est que cette fois-ci, la position de chaque fibre est défini par sa distance orthogonale d au centre de l'échantillon, (voir

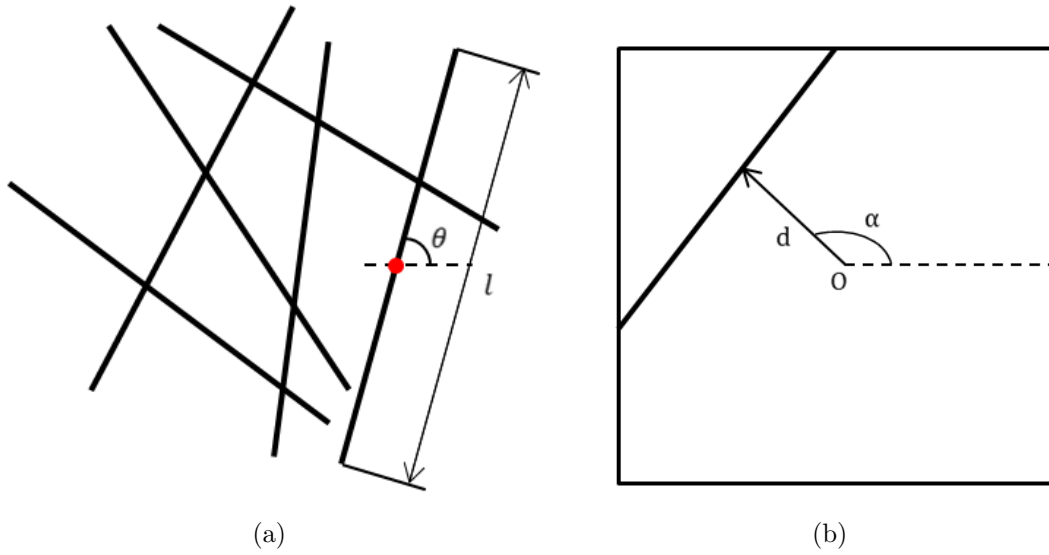


Figure 2.6 Principe de génération des fibres en 2D selon (a) M. Wang (b) Q. Wang

Fig. 2.6(b)). De plus, chaque nouvelle fibre est générée dans un nouveau plan de sorte que la distance entre la nouvelle fibre et la fibre précédemment générée soit égale à un diamètre de fibre (les fibres adoptent toutes le même diamètre). Ces modèles de génération de fibres sont simples à implémenter. Néanmoins, ils sont limités à des configurations planes.

Un des enjeux de la thèse repose sur l'identification d'une fonction de distribution angulaire tridimensionnelle à partir des échantillons à disposition. En effet, il est important de pouvoir modéliser des fibres orientées hors plans car elles induisent une perméabilité plus importante que pour des fibres orientées dans le plan. Il s'agit donc à priori d'un paramètre important pour la caractérisation et l'optimisation.

2.2.2.2 Méthode des tenseurs d'orientation

Cette méthode semble appropriée pour modéliser la microstructure aléatoire de matériau fibreux.^{23–24} En effet, elle permet de représenter, en utilisant un formalisme mathématique rigoureux, un milieu fibreux aléatoire, en pilotant sa structure. Le principe est le suivant. Chaque fibre peut être représentée par un vecteur unitaire $\vec{p}$ porté par son axe principal. On peut ainsi définir l'orientation d'une fibre par la projection du vecteur $\vec{p}$ dans un repère fixe, les composantes de ce vecteur sont reliées aux angles θ et φ , qui sont des angles d'orientation dans le plan horizontal et vertical respectivement.²⁵

L'orientation des fibres est ainsi décrit par l'évolution des angles θ et φ . Dans le cas des composites à fibres courtes ou longues, le renfort fibreux est généralement constitué d'un très grand nombre de fibres. Il est donc pratique de décrire l'orientation globale d'une suspension au moyen d'une fonction de densité de probabilité d'orientation $\psi(\vec{p})$. Cette fonction $\psi(\vec{p})$ indique la probabilité de trouver une fibre dont l'orientation est contenue dans la zone définie par $\theta_1 + d\theta$ et $\varphi_1 + d\varphi$.

La fonction de distribution $\psi(\vec{p})$ fournit donc une description générale et précise de l'état d'orientation d'une suspension en un point matériel donné. Cependant, la résolution inverse de cette équation nécessite des ressources informatiques importantes. En effet, déterminer la fonction macroscopique $\psi(\vec{p})$ nécessite au préalable de scanner sur tout le domaine angulaire de θ et de φ la présence de l'ensemble des fibres décrites géométriquement à l'échelle locale. Pour représenter macroscopiquement l'orientation du milieu et son évolution, on a besoin d'une description plus compacte, qui peut effectivement être obtenue en utilisant le formalisme des tenseurs d'orientation.

Les références de la littérature suivantes concernent des travaux pour lesquels les fibres sont droites, courtes et pleines.^{26–27} Un exemple d'utilisation du tenseur d'orientation pour décrire un matériau fibreux hypothétique, de nature aléatoire et statistiquement isotrope, est illustré par la Fig. 2.7. Dans ce cas, le tenseur d'orientation correspondant s'écrit.

$$\underline{\underline{\mathbf{a}}} = \begin{pmatrix} 0.33 & 0 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0 & 0.33 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

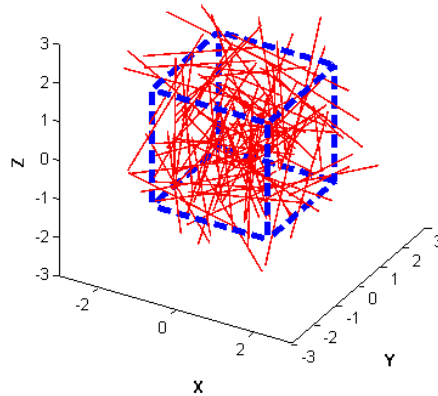


Figure 2.7 Génération de fibres dans un espace tridimensionnel en utilisant le formalisme du tenseur d'orientation angulaire pour un cas isotrope (voir équation 2.1)

Une description plus détaillée de cette technique est fournie dans l'annexe A pour quatre cas de simulations différentes. Dans la version implémentée ici, les fibres peuvent s'interpénétrer ou au contraire ne faire apparaître aucun contact entre elles. Cette limitation doit être dépassée notamment si l'on souhaite pouvoir modéliser le comportement mécanique du milieu fibreux, là où les contacts jouent un rôle majeur dans la réponse macroscopique.

Un cas particulier intéressant du tenseur d'orientation angulaire est celui correspondant à un système aléatoire spatialement stationnaire de lignes aussi connu sous le nom de processus des lignes de Poisson. Dans ce modèle présenté en détails par Schladitz *et al.*,²⁸ une distribution aléatoire homogène de fibres de sections circulaires est utilisée. Un paramètre d'anisotropie qui peut être compris comme le fait que l'échantillon soit pressé dans une direction de l'espace permet de rendre compte de la nature essentiellement isotrope transverse d'un matériau fibreux. Ce paramètre peut être caractérisé simplement expérimentalement par imprégnation de résine, et analyse subséquente d'images de coupes réalisées dans deux directions transversales de l'échantillon (voir Ref. [28] de Schladitz *et al.*) Pour reconstruire un milieu fibreux tridimensionnel selon ce modèle, il suffit simplement de connaître la porosité et le paramètre d'anisotropie.

2.2.2.3 Modèle de reconstruction 3D basé sur les outils de la morphologie mathématique en utilisant les données issues de la microtomographie à rayons-X

Des travaux correspondants à cette approche sont par exemple ceux de Faessel²⁹ et Peyrega.³⁰ Le principe de cette approche est le suivant. Les auteurs forment une hypothèse sur la nature de la distribution. La distribution angulaire des fibres est uniforme ; tandis que la distribution de diamètre de fibres ainsi que la distribution de longueur de fibres adoptent toutes deux une loi de type gamma (avec pour chacune d'entre elles des paramètres différents). Ils utilisent ensuite les outils et algorithmes issus de la morphologie mathématique pour identifier les paramètres des distributions considérées. À partir de ces lois de distribution des paramètres géométriques, la construction des fibres est réalisée par la génération de droites de Poisson (cylindres) en utilisant des outils de morphologie mathématique. La simulation commence par la génération d'un processus de points de Poisson d'intensité θ . Les cylindres, dont les paramètres de la géométrie respectent des lois déterminées précédemment, sont implémentés à chaque point de Poisson existant.

De notre point de vue, il n'est pas nécessaire de reproduire les approches initiées par Matheron,³¹ puis développées par Jeulin *et al.*³² Nous nous orientons à priori plutôt vers des algorithmes qui semblent plus faciles à implémenter et répondent aux besoins de l'identification d'une distribution angulaire tridimensionnelle.

2.3 Modélisation des propriétés acoustiques

Dans le but de déterminer les propriétés acoustiques des milieux poreux, plusieurs approches ont été proposées. Dans cette description générale des propriétés acoustiques de milieux poreux, ces approches sont brièvement décrites à partir de trois catégories principales : empiriques, semi-phénoménologique, microstructurale.

L'approche la plus simple mais aussi la plus utilisées dans un contexte industriel est sans doute l'approche empirique. Elle est basée sur la caractérisation expérimentale des propriétés acoustiques sur une même famille d'échantillons, dont on fait varier certains paramètres caractéristiques non acoustiques (densité, diamètre de fibres, ...), dans le but d'identifier des lois facilement utilisables généralement construites par régressions. Le modèle empirique le plus connu est celui de Delany et Bazley³³ établi en 1970 et encore d'usage courant. Dans ce modèle, des mesures de l'impédance caractéristique et du nombre d'onde d'un grand nombre d'échantillons de laines de verre et de roche sont effectuées. En se basant sur un traitement statistique des mesures effectuées, les auteurs ont mis en évidence une dépendance de l'impédance caractéristique et du nombre d'onde en fonction du rapport entre fréquence f et résistivité au passage de l'air σ , cette dépendance étant exprimée sous forme de lois de puissance ; les coefficients impliqués dans ces lois sont trouvés par régressions en utilisant l'approche des moindres carrés. On voit dès lors que l'avantage de ce type de modèle réside dans sa simplicité d'utilisation. En revanche, on voit aussi que les coefficients trouvés ne sont pas guidés par la physique. Il s'agit finalement de corrélations et non de liens de causalités. D'autres modèles empiriques ont été proposés pour différents types de matériaux.^{34,35,36,37,38} Soulignons encore ici une limitation forte de l'approche empirique pour des travaux de recherche tournés vers l'optimisation. Celle-ci, par définition, a été obtenue grâce à une famille de matériaux préexistants. Dès lors, cette approche est mal adaptée lorsque la géométrie locale est susceptible de dévier de manière significative. Or, c'est à priori grâce à une modification substantielle de la géométrie locale d'échantillon qu'une innovation est à prévoir. L'approche empirique n'est pas adaptée à ce projet.

Les approches semi-phénoménologiques permettent quant à elles de déterminer le comportement acoustique des matériaux avec des géométries complexes, à partir des solutions analytiques associées aux géométries plus simples ; en introduisant un ou plusieurs facteurs de forme pour modéliser la dépendance à des géométries locales

à priori plus complexes. Un modèle phénoménologique le plus connu et encore largement utilisé est celui de Zwikker et Kosten.³⁹ Dans ce modèle, les auteurs partent de l'hypothèse que le matériau poreux est constitué d'un réseau de pores cylindriques parallèles de section circulaire. Ils ont traité le problème en considérant que les effets visqueux et thermique sont découplés (pour une plage de fréquences et de résistances au passage de l'air qu'ils définissent). Un autre modèle phénoménologique a été construit par Biot (1955-1956)^{7,40,41} en considérant la propagation des ondes élastiques dans un milieu poreux saturé. Biot a étendu les travaux de Zwikker et Kosten³⁹ aux milieux poreux ayant un squelette déformable puis élastique. Dans ce premier modèle, un milieu poreux est considéré comme le résultat de la superposition en temps et en espace de deux milieux continus couplés : un milieu solide et un milieu fluide modélisé comme un milieu homogène équivalent. En effet, Biot a démontré que trois types d'onde se propageaient simultanément dans les deux phases du milieu poreux, notamment deux ondes de compression dans les deux phases et une onde de cisaillement dans la phase solide, contre une seule onde de compression dans le cas du fluide équivalent de Zwikker et Kosten. Un cas particulier du modèle de Biot concerne le comportement dit "limp" ou "mou" d'un matériau poroélastique. Ce cas de figure est particulièrement important pour notre étude car il permet de modéliser finement les matériaux fibreux dont la masse volumique est relativement faible ce qui se traduit par une incompressibilité K_b du fluide équivalent qui tend vers zéro ($K_b \rightarrow 0$). Dans ces conditions, toute la phase solide se déplace en phase par mouvement de corps rigide lorsque la fréquence tend vers zéro ; et le modèle rigide standard devient erroné.⁴²

Les approches semi-phénoménologies sont traditionnellement associées aux travaux fondamentaux de Johnson, Koplik et Dashen.⁴³ L'approche semi-phénoménologique de JKD a été raffinée par Pride.⁴⁴ L'extension aux dissipations thermiques a été réalisée par Champoux et Allard⁴⁵ ainsi que Lafarge *et al.*⁴⁶ Le principe des modèles semi-phénoménologiques se base sur l'approche consistant à déduire analytiquement des fonctions de réponses approchées d'un fluide saturant l'espace poreux soumis à une excitation acoustique. Ces fonctions dépendent de paramètres macroscopiques ayant une signification physique liée aux comportements asymptotiques basses ou hautes fréquences du milieu poreux considéré. Bien adaptés aux différents types de matériaux poreux et à une large gamme de fréquences, ces modèles semi-phénoménologiques permettent aussi de comprendre physiquement le comportement du matériau poreux via les paramètres macroscopiques.

On note que le terme "semi-phénoménologique" n'est même pas employé par Johnson *et al.* Il semble pourtant approprié de classer la démarche de ces auteurs dans la continuité de celle des modèles phénoménologiques. En effet, le but poursuivi est le même : comprendre la réponse en fréquence d'un fluide visqueux soumis à une excitation

harmonique. Et la philosophie est similaire : employer des ingrédients mathématiques, quitte à simplifier un peu la réponse, pour décrire un comportement physique sur des considérations presque certaines. Ici, au lieu de partir de la réponse en tuyaux rigides ou déformables, le comportement asymptotique est analysé en finesse et la réponse en fréquence de manière approchée mais fondée mathématiquement. De là émergent de nouveaux paramètres macroscopiques, et des modèles robustes très utiles. La portée de ces modèles semi-phénoménologiques est telle, que nous allons décliner ses ramifications en trois sous classes. La classe pour laquelle les paramètres macroscopiques sont simplement mesurés n'est pas discutée (caractérisation).

- i) Une variante de cette dernière pour laquelle les paramètres macroscopiques sont corrélés avec un paramètre clé tel que la masse volumique du matériau fibreux est précisée, Sec. 2.3.2.1.
- ii) On aborde ensuite le cas où certains paramètres macroscopiques clés tels que la perméabilité peuvent être calculés analytiquement pour des réseaux de fibres, Sec. 2.3.2.2.
- iii) Finalement, les solutions analytiques étant disponibles que pour des géométries simples, une approche numérique peut être proposée pour estimer les paramètres macroscopiques.

Il s'agit bien sûr d'une tentative de classification générale, mais certains modèles échappent à cette logique ou sont des hybridations entre les trois classes. En particulier, celui de Schladitz *et al.* utilise plutôt un calcul numérique pour déterminer la perméabilité de configuration géométriques réalistes, puis un modèle empirique pour décrire la réponse en fréquence (ce qui est dommage car il y a une perte de sens physique).

L'approche microstructurale est utilisée récemment dans des travaux de Gasser *et al.*,⁴⁷ Perrot,⁴⁸ Venegas et Umnova,⁴⁹ Lee *et al.*⁵⁰ et Liu *et al.*⁵¹ L'idée principale de cette approche est de résoudre par une méthode numérique le problème aux limites à l'échelle microscopique à l'aide de conditions aux limites appropriées, et d'estimer le comportement macroscopique du matériau par moyennes d'ensembles. Le problème aux limites à résoudre peut être obtenu dans le cadre de la théorie de l'homogénéisation des structures périodiques. Cette approche est complémentaire de l'approche semi-phénoménologique, car au lieu de mesurer directement les paramètres macroscopiques, il est désormais possible de les calculer à partir d'une microstructure modèle éventuellement paramétrable. Les approches semi-phénoménologiques numériques et microstructurales sont à priori les plus prometteuses pour notre travail. À noter qu'il est aussi envisageable de résoudre les problèmes aux limites qui gouvernent la physique aux ordres supérieurs, sans se restreindre à l'ordre zéro, afin d'obtenir une description physique plus fine susceptible de faire apparaître des phénomènes de dissipation à priori de second ordre, mais que l'on peut chercher à favoriser. Ce raffinement est

aussi un moyen de s'affranchir des modèles standards semi-phénoménologiques (solution généralement robustes mais approchées). Il s'agit alors pleinement de l'approche numérique ou microstructurale.

Nous proposons ici de détailler d'avantage les principales contributions de la littérature pour la modélisation des propriétés acoustiques de milieux fibreux avec à l'esprit les différentes méthodes décrites.

2.3.1 Approche empirique

Cette approche a été introduite dans des termes généraux dans la partie 2.3, à partir de l'exemple du modèle empirique emblématique de Delany et Bazley. Il s'agit ici d'enrichir la description de ce type de modèles à partir des variantes produites dans la littérature acoustique après Delany et Bazley. Miki³⁶ a proposé une modélisation dans le comportement à basses fréquences, permettant ainsi d'assurer une valeur positive et donc physique de l'impédance caractéristique ce qui n'était pas garanti dans la formulation initiale de modèle de Delany et Bazley. Une correction supplémentaire est proposée par Komatsu⁵² dans le cas où la masse volumique du matériau est élevée.

Allard et Champoux⁵³ ont proposé un autre modèle empirique combinant le modèle de Delany et Bazley et les résultats de Johnson *et al.* ainsi que ceux de Allard et Champoux.⁴⁵

D'autres modèles ont encore été proposés dans la littérature pour des milieux poreux particuliers : Narang⁵⁴ a développé un modèle similaire s'appliquant pour des fibres de polyester ; et Garai et Pompoli⁵⁵ ont proposés un autre modèle empirique dédié à un mélange des fibres de polyéthylène téréphtalate et de fibres bi-composantes, qui assurent le rôle de liant. Le modèle se base sur les formulations existant de Bies-Hansen,⁵⁶ pour déterminer la résistivité ; et de Delany et Bazley, pour déterminer l'impédance caractéristique et le nombre d'onde. Les améliorations proposées permettent de déterminer la résistivité, l'impédance caractéristique et le nombre d'onde à partir de la connaissance du diamètre de fibres et de la masse volumique de l'échantillon. Ce modèle empirique se limite toutefois aux fibres de polyesters.

Le modèle de Delany et Bazley en particulier, ainsi que l'ensemble des modèles empiriques en général, sont simples à utiliser. Cependant, ces modèles sont limités car ils ne sont représentatifs que de l'ensemble des matériaux testés et ne mettent pas en évidence les phénomènes liés aux vibrations du squelette. Il néglige sûrement d'autres effets microstructuraux et ne permet pas de faire de l'optimisation de microstructures.

2.3.2 Approche semi-phénoménologique

2.3.2.1 Détermination semi-empirique des paramètres macroscopiques

Dans cette approche, on réalise d'une part des caractérisations expérimentales pour estimer certains paramètres macroscopiques; et on utilise d'autre part des corrélations avec un paramètre d'usine clé telle que la masse volumique.

- **Modèle semi-empirique pour les fibres "Shoddy" ou grossières.** Pour estimer les propriétés acoustiques (mélange de fibres post-consommation) ayant été recyclées à partir de déchets textiles, Manning⁵⁷ a réalisé un modèle acoustique simplifié décrivant le comportement acoustique d'un isolant fabriqué avec des fibres Shoddy. Les expressions empiriques reliant divers paramètres intrinsèques à la masse volumique ont été établies. La porosité de plusieurs échantillons différents est mesurée à partir d'un porosimètre, une relation linéaire entre la porosité et la masse volumique est déduite. Ensuite, à l'aide des résultats de mesure par tube d'impédance et la méthode de caractérisation acoustique indirecte,⁵⁸ la longueur caractéristique visqueuse et la longueur caractéristique thermique sont présentées en fonction de la masse volumique du matériau fibreux en utilisant une relation linéaire. De même, une relation de puissance est proposée pour décrire la variation de la résistivité en fonction de la masse volumique. Les paramètres macroscopiques ainsi estimés via des relations semi-empiriques sont introduits dans une succession de modèles pour tester systématiquement leur pouvoir prédictif sur l'absorption sonore de ces milieux fibreux (Delany et Bazley,³³ Miki,³⁶ Johnson *et al.*,⁴³ Champoux et Allard,⁴⁵ Lafarge *et al.*⁴⁶).
- **Modèle semi-empirique pour les fibres polymères recyclées.** De même, Biboud⁵⁹ a réalisé, dans le cadre de sa formation de maîtrise à l'Université de Sherbrooke, un modèle semi-empirique simple pour déterminer le coefficient d'absorption acoustique de matériaux écologiques à base de polymères, des produits issus du recyclage. De plus, l'auteur a présenté une optimisation de l'absorption acoustique en fonction de l'épaisseur et la masse volumique.

2.3.2.2 Détermination analytique des paramètres macroscopiques

Parallèlement à la détermination expérimentale des paramètres macroscopiques, une autre voie consiste à déterminer analytiquement certains d'entre eux dont la perméabilité, afin d'alimenter les modèles semi-phénoménologiques.

Nous citons ici les principaux modèles analytiques permettant de décrire le comportement acoustique d'un milieu fibreux, en tâchant de dégager lorsque c'est possible leurs apports en termes de compréhension physique.

Une contribution importante dans ce domaine est fournie par Tarnow, à travers ses deux articles de 1996.^{60,61} Une discussion systématique de la description dynamique est proposée par Tarnow avec le modèle d'Attenborough⁶² dans l'article de 1996.⁶¹ Le premier article s'attache à prédire la perméabilité visqueuse d'un milieu fibreux, pour un régime quasi-statique ; tandis que le deuxième article généralise la description au comportement dynamique. Les configurations géométriques considérées sont les suivantes : les fibres peuvent être orientées soit parallèlement, soit perpendiculairement à la direction de propagation. De plus, le réseau de fibres est régulier ou aléatoire. Le diamètre des fibres est déterminé à partir de la connaissance de la porosité. Les principales conclusions issues de ces travaux sont les suivantes.

- La résistivité d'un réseau de fibres orientées parallèlement à la direction de propagation est plus faible que celle d'un réseau de fibres orientées perpendiculairement à la direction de propagation, dans un rapport typique de 2 (en accord avec le calcul de Allard *et al.*⁶³ ; et avec les mesures de Tarnow⁶⁴)
- La résistivité d'un milieu aléatoire est plus grande que la résistivité du milieu ordonné à porosité identique. En termes d'ordres de grandeur, on pourra retenir que le rapport entre résistivité pour un réseau régulier et aléatoire est inférieur à six (borne monodimensionnelle obtenue pour un réseau de plaques parallèles), et qu'il tend vers 1 lorsque la porosité tend vers 1. Voir Fig. 4 de Tarnow,⁶⁰ ainsi que Howells⁶⁵ et Sangani et Yao.⁶⁶

En pratique, un milieu fibreux étant généralement considéré comme isotrope transverse, les fibres peuvent être considérées en première approximation comme étant orientées perpendiculairement à la direction de propagation et disposées de manière aléatoire. En réalité, il existe cependant des fibres disposées hors plan, ce qui tend à réduire la résistivité. C'est ce passage entre orientation perpendiculaire et parallèle qu'il s'agit de quantifier précisément. Citons aussi pour compléter cette description, les modèles analytiques de Umnova *et al.*⁶⁷ ; ainsi que Boutin,⁶⁸ et Boutin and Geindreau.⁵ Ceux-ci ont plutôt été obtenus à partir de motifs telles que des sphères, mais lorsque la phase solide est très diluée tel que pour nos milieux fibreux, ces modèles peuvent fournir une bonne approximation de l'ensemble des paramètres macroscopiques.

Un autre modèle analytique est développé par Meng *et al.*⁶⁹ pour étudier le comportement acoustique de matériaux constitués de fibres métalliques dont le plan de fibrage est disposé perpendiculairement ou parallèlement à la direction de l'onde incidente. Les formulations analytiques obtenues permettent en particulier d'attirer l'attention sur ces différences de comportement, et les auteurs parlent alors de l'effet

d'anisotropie correspondant. Cette étude se focalise sur les propriétés d'absorption sonore des matériaux considérés, et sur leurs dépendances en fonction du diamètre des fibres, de la porosité, et d'une orientation de fibres globalement parallèles ou perpendiculaires à la direction de l'onde incidente. Ce modèle ne présente pas de comparaisons avec les modules effectifs de compressibilité et de masse volumique effective. Il est d'autre part limité par le fait que les fibres soient globalement parallèles ou perpendiculaires à la direction de l'onde incidente. On cherche à priori un modèle plus fin capable, si possible, de prendre en compte l'orientation angulaire des fibres de manière plus précise, car il s'agit d'un paramètre de la morphologie du milieu fibreux d'ordre 1 sur la perméabilité et donc sur les propriétés acoustiques.

En général, l'avantage des modèles analytiques est de permettre d'expliquer physiquement les principaux mécanismes de dissipation par effet visqueux et thermique. Néanmoins, cette approche est limitée à des configurations de matériaux simples, basées sur l'agencement plus ou moins régulier de fibres de sections circulaires (réseau périodique ou aléatoire modélisé au moyen de polygones de Voronoi), et pour des orientations de fibres essentiellement parallèles ou perpendiculaires à la direction de l'onde incidente. Il s'agit d'un facteur limitant si l'on souhaite s'orienter vers une optimisation fine de la microstructure du milieu fibreux, où l'orientation angulaire des fibres peut être un levier prometteur d'optimisation.

2.3.2.3 Détermination numérique des paramètres macroscopiques

Pour pallier aux insuffisances des modèles analytiques, disponibles pour des configurations géométriques restreintes, on peut finalement avoir recours à des méthodes numériques. Compte tenu de l'existence des modèles semi-phénoménologiques, il est possible de déterminer seulement les paramètres macroscopiques qui rentrent dans la description du comportement asymptotique des fonctions de réponses en fréquences visqueuse et thermique ; ou encore de calculer ces réponses fréquences par fréquences.

D'une manière générale cependant, les bases de calcul sont les mêmes dans les deux cas. L'hypothèse fondamentale est celle de la séparation d'échelles (entre longueur d'onde incidente et taille caractéristique des hétérogénéités). L'homogénéisation des structures périodiques indique les problèmes aux limites à résoudre, et les moyennes d'ensembles définissant les paramètres macroscopiques à calculer. À l'ordre zéro, les problèmes visqueux et thermique apparaissent comme étant découplés. Il faut aller jusqu'à l'ordre deux pour que le couplage ait une influence (Boutin⁶⁸), ce qui est donc visible de manière prépondérante dans le domaine des hautes fréquences (là où la séparation d'échelles diminue). Pour un milieu fibreux dilué, il ne semble pas prioritaire de résoudre les équations couplées et fréquence par fréquence ; car cela entraîne à priori un

coût de calcul important sans apport significatif de compréhension physique. On s'oriente donc plutôt vers une détermination numérique des paramètres macroscopiques, aussi appelée approche hybride.

Les principales contributions utilisant des techniques numériques pour déterminer le comportement acoustique d'un milieu fibreux sont celles de Schladitz *et al.*²⁸ et de Peyrega *et al.*⁷⁰

Schladitz *et al.* considèrent un milieu fibreux statistiquement isotrope transverse (voir Sec. 2.2.2.2). Dans ce modèle géométrique tridimensionnel, les équations de Stokes sont résolues par la méthode du réseau de Boltzmann, ce qui permet de calculer la résistivité du matériau. Le modèle de milieu fibreux et la manière d'identifier expérimentalement le paramètre d'anisotropie, c'est-à-dire la distribution angulaire, semblent potentiellement intéressants pour nos travaux de recherche. Nous pourrions par exemple généraliser cette approche en étudiant finement l'effet de l'anisotropie sur la perméabilité du fibreux (les autres paramètres géométriques étant constants par ailleurs).

Peyrega *et al.* considèrent quant à eux un réseau bidimensionnel de fibres aléatoires orientées perpendiculairement à la direction de l'écoulement. Les équations résolues correspondent au problème visco-thermique couplé (précises jusqu'à l'ordre 2). On comprend bien que la résolution du problème 2D est intéressante dans la mesure où elle permet de réduire considérablement le coût de calcul par rapport au problème 3D. Mais on perd alors la possibilité d'étudier l'influence de l'orientation angulaire sur les propriétés acoustiques du milieu fibreux, ce qui est regrettable.

2.3.3 Approche numérique micro-macro

Le principe des approches numériques micro-macro a été évoqué à travers la section précédente lors de la détermination numérique des paramètres macroscopiques des modèles semi-phénoménologiques. L'approche numérique micro-macro peut donc être vue comme une généralisation du calcul des paramètres macroscopiques aux paramètres macroscopiques dynamiques. Au lieu de se contenter de résoudre trois problèmes aux limites ; on cherche à résoudre deux problèmes aux limites dont la solution dépend de la fréquence (ou un problème au limite visco-thermique couplé). L'avantage de cette dernière approche est d'éviter de postuler une réponse en fréquence prédéterminée, et de s'autoriser un comportement potentiellement atypique (qui dérive à priori d'une microstructure atypique). Les principaux travaux traitant de la détermination micro-macro du comportement acoustique d'un milieu fibreux par une approche numérique sont ceux de Venegas et Umnova⁴⁹ ainsi que Peygera et Jeulin.⁷⁰ Malheureusement, ces deux études ne traitent pas du cas tridimensionnel, le plus intéressant pour nous. Les structures considérées traitent de milieux fibreux aléatoires, dont les fibres de section

constante sont orientées perpendiculairement à la direction de l'onde incidente. Venegas et Umnova étudient notamment l'influence de la forme des sections. Peyrega et Jeulin s'intéressent à l'effet de la taille des fibres. Plus particulièrement, ils cherchent à déterminer la taille d'un volume élémentaire représentatif (VER) vis-à-vis de la grandeur macroscopique d'intérêt ou de la moyenne du champ solution considéré; et ce pour une précision cible. Les principaux résultats issus de cette étude sont les suivants. La taille du VER est inférieure à haute fréquence qu'à basse fréquence car elle décroît avec l'épaisseur de couche limite. Les propriétés thermiques fluctuent plus et développent des longueurs de corrélations plus grandes que les champs de vitesses. Les propriétés thermiques sont donc le facteur limitant pour définir le VER. Pour pallier aux limitations de la littérature dans le domaine de la détermination micro-macro des propriétés acoustiques par une approche numérique pour une géométrie tridimensionnelle de milieu fibreux, nous allons étendre cet examen des résultats de la littérature aux propriétés asymptotiques (puisque elles gouvernent au premier ordre la réponse en fréquence) et nous demander si il existe des résultats intéressants sur les effets de la géométrie tridimensionnelle sur la perméabilité, la longueur visqueuse, ou les champs thermiques. Une étude proposée par Jensen et Rasper⁷¹ présente les résultats des calculs de fonctions de dissipations visqueuses et thermiques pour un modèle de milieu fibreux tridimensionnel tel qu'introduit par Schladitz *et al.*²⁸ lorsque celui-ci est soumis à un gradient de température avec dépendance en fréquences pour des applications thermoacoustiques. L'étude permet de conclure au fait que les modèles semi-phénoménologiques employés permettent (Wilson⁷²; Roh *et al.*⁷³), moyennant un ajustement de leurs paramètres avec les données simulées, de reproduire le comportement macroscopique calculé. Les auteurs soulignent ainsi le potentiel de la technique pour une étude systématique des propriétés acoustiques de milieux fibreux. Ils suggèrent de conduire une étude paramétrique du modèle géométrique pour caractériser les relations entre paramètres de la géométrie des fibres et paramètres macroscopiques; sur la base de laquelle des modèles empiriques pourraient être déduits pour prédire les propriétés d'un échantillon fibreux à partir de sa géométrie. Nous partageons cet avis. Une des difficultés associée au calcul tridimensionnel tient au coût de calcul. Dans un premier temps, on peut envisager de contourner cette difficulté en créant des coupes 2D du milieu fibreux 3D constitué par des lignes spatialement stationnaires avec prise en compte de l'anisotropie (isotrope transverse), même si la solution en moyenne des problèmes 2D ne peut être égale au problème 3D correspondant (succession de pores de section constante au lieu de pores de sections variables dans la direction de propagation). Un article récent fait le point sur l'effet de l'orientation tridimensionnelle de fibres sur la perméabilité de milieux fibreux réels reconstruits (Soltani *et al.*⁷⁴) Un aspect original de cette étude consiste à représenter des fibres pour lesquelles, non seulement le tenseur d'orientation angulaire est identifié, mais aussi le rayon de courbure des fibres en utilisant un algorithme de suivi de fibres

ou 'fiber tracing' tel qu'introduit par Yang and Lindquist,²⁰ voir Sec. 2.2.1.2. Trois types de configurations géométriques sont étudiées, via quatre échantillons reconstruits pour chaque type : presque isotrope, presque isotrope transverse, et modérément aligné. Dans la configuration presque isotrope, les éléments diagonaux du tenseur sont proches de $1/3$. Une configuration isotrope transverse aurait des valeurs diagonales égales à $1/2$ pour deux des trois éléments diagonaux, et zéro pour la valeur diagonale restante. La configuration presque isotrope transverse adopte des valeurs diagonales de l'ordre de 0.42, 0.42 et 0.16. Une configuration parfaitement alignée adopterait des valeurs diagonales égales à 0, 0, 1. Les configurations modérément alignées adoptent des valeurs diagonales de l'ordre de 0.13, 0.13, 0.74. Les principales conclusions sont les suivantes. On retrouve le fait que les perméabilités les plus élevées soient obtenues pour des écoulements parallèles aux réseaux modérément alignés, et que les perméabilités les plus faibles correspondent aux écoulement obtenus pour des directions perpendiculaires à l'axe préférentiel d'alignement des fibres (Tomadakis and Robertson,⁷⁵ ; Stylianopoulos *et al.*,⁷⁶). Entre ces deux bornes, aux porosités élevées de l'ordre de 95%, la perméabilité du réseau presque isotrope est plus proche de la valeur de la perméabilité modérément alignée dans la direction parallèle que celle du réseau modérément aligné dans la direction perpendiculaire. Cette tendance tend à s'inverser progressivement pour des porosités plus faibles de l'ordre de 85%. Ce résultat avait déjà été observé par Tomadakis et Robertson.⁷⁵ Dans leur étude, Soltani *et al.*⁷⁴ font varier la porosité en modifiant directement la taille des diamètres de fibres. Conformément à ce qui peut être attendu, les perméabilités des réseaux fibreux presque isotropes transverses sont elles aussi bornées par les perméabilités des réseaux modérément alignés ; avec la perméabilité du réseau presque isotrope transverse dans la direction perpendiculaire à l'écoulement inférieure à la perméabilité du réseau presque isotrope transverse dans la direction parallèle à l'écoulement (rapport de 1.7 entre les perméabilités obtenues pour deux directions perpendiculaires d'écoulement associées aux configurations presque isotropes transverses).

CHAPITRE 3

THREE-DIMENSIONAL RECONSTRUCTION OF A RANDOM FIBROUS MEDIUM : GEOM- ETRY, TRANSPORT, AND ACOUSTICAL PROP- ERTIES

3.1 Avant-propos

Auteurs et affiliations :

- Hoang Tuan LUU, étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de Génie mécanique, GAUS.
- Camille Perrot, Maître de conférences HDR, Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation MultiEchelle, MSME UMR 8208, France.
- Vincent Monchiet, Maître de conférences HDR, Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation MultiEchelle, MSME UMR 8208, France.
- Raymond Panneton, Professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de Génie mécanique, GAUS.

Date de soumission : Février 2016

État de l'acceptation : En révision

Revue : Journal of the Acoustical Society of America

Référence : [77]

Titre français : Reconstruction tridimensionnelle d'un milieu fibreux aléatoire : géométrie, propriétés de transport, et propriétés acoustiques.

Contribution au document :

Cet article contribue à la thèse en présentant la méthodologie de modèle de simulation et modélisation numérique, le modèle de détermination et la reconstruction d'un volume élémentaire représentatif (VER) du milieu fibreux. De plus, l'évaluation de la dépendance des propriétés de transport en fonction de l'orientation de fibres est étudiée.

Résumé français :

Les distributions d'orientation angulaire de matériau fibreux constituées par deux familles de fibres différentes sont caractérisées par microscopie électronique à balayage dans les plans horizontal et vertical de l'échantillon. Cela permet de reconstruire un modèle macroscopique basé sur les informations de la micro-géométrie tridimension-

nelle. Parallèlement, une campagne d'acquisition de données expérimentales est réalisée. Celle-ci est basée sur des mesures de perméabilité et des mesures acoustiques au tube d'impédance. La confrontation entre simulations issues du modèle tridimensionnel reconstruit et données expérimentales permet la validation de ce dernier. Ensuite, on s'intéresse au potentiel de ce modèle en examinant plus particulièrement la manière dont les paramètres de transport peuvent être modifiés à partir de modifications de caractéristiques de la géométrie locale (orientation et diamètres des fibres). Les résultats de cette étude illustrent notamment l'importance de l'effet d'orientation des fibres sur la perméabilité du milieu comme levier principal permettant d'optimiser les propriétés acoustiques de matériau fibreux. Cette approche numérique peut être utilisée pour évaluer les propriétés de transport et d'absorption sonore de matériaux fibreux en se basant uniquement sur des informations géométriques : les distributions de diamètres et d'orientations de fibres et la porosité ouverte.

Three-dimensional reconstruction of a random fibrous medium : geometry, transports, and acoustical properties

H. T. Luu,^{1,2} C. Perrot,² V. Monchiet,² R. Panneton¹

¹ Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS), Department of Mechanical Engineering, Université de Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada,

² Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, MSME UMR 8208 CNRS, 5 bd Descartes, 77454 Marne-la-Vallée, France,

e-mail : hoang.tuan.luu@usherbrooke.ca, hoang-tuan.luu@u-pem.fr

3.2 Abstract

The angular orientation distributions of a fibrous material made of two different populations of fibers are characterized by scanning electron microscope images from horizontal and vertical cross-sections of a slab of porous sample. This leads to the construction of a macro-scale model based on three-dimensional microgeometry information. By permeability and impedance tube measurements, it is shown that the corresponding model predicts precisely the transport properties of fibrous materials. The relationships between the parameters of the fiber geometry and the following parameters characterizing transport in fluid-saturated porous media were also analyzed : permeability k_0 , tortuosity α_∞ and viscous characteristic lengths Λ (a scale invariant quantity and a length derived from electrical conduction), thermal characteristic length Λ' (twice the ratio of pore volume to pore surface area), and thermal permeability k'_0 (a characteristic surface related to pore space diffusion). The results of the paper demonstrate the important effect of fiber orientation on flow problems associated with the different physical properties of the fibrous materials. The proposed numerical approach can be employed to evaluate the effective transport and sound absorbing properties of general fibrous materials only from the geometrical information embodied in the microstructural parameters of single fibers, the fiber orientation distributions, and the bulk porosity.

PACS numbers : 43.50.Gf, 43.55.Ti, 43.55.Ev, 43.20.Jr

3.3 Introduction

Air-saturated fibrous materials arise in contexts such as filtration, thermal, and sound insulation. These systems usually exhibit interesting sound absorbing properties and are, in some respects, widely used in transportation and building industries. While several studies have devoted considerable attention to the description of the acoustical characteristics of fibrous absorbents,^{78–79} our understanding of the basic relationships between the structure and the acoustical properties of these fibrous webs is still at a fairly primitive stage. It would be particularly valuable to have a manageable set of geometrical parameters of the three-dimensional (3D) fiber web morphology in terms of which the transport and acoustical properties of non-woven fibrous media could be described. Obvious candidates for these parameters are the fiber diameters and the angular orientation distributions of fibers, as these parameters control most of the transport properties of non-woven fibrous materials,⁷⁵ and may therefore play a central role in the description of their sound absorbing characteristics.⁸

In this work, we introduce a simple reconstruction procedure of a random fibrous medium that results in the computation of the transport properties and prediction of acoustical characteristics. In discussing a range of experimental data of the microstructure of non-woven fibrous materials involving X-ray micro computed tomography and microscopy analysis, previous works have relied on *ad hoc* "fiber anisotropies"^{28,71} or "volume weighted average radius."⁸⁰ Here it is shown that, in conjunction with the bulk porosity, these parameters :

- (1) taken together contribute to a precise description of the acoustical characteristics of fibrous absorbents; both of them are implicitly measured from scanning electron microscope (SEM) images on two orthogonal cross-sections,
- (2) lead to an accurate prediction of transport parameters which can be used to predict acoustical properties. In this respect the values of the permeability and frequency-dependent sound absorption coefficient are successfully compared with airflow-resistance and impedance-tube measurements,
- (3) may provide a direct link between 3D microstructure and sound absorbing properties of non-woven fibrous materials without the need of any empirical formulae or fitting parameters.

The major purpose of this article is to present, in a unified framework, a technique based on numerical homogenization to model the acoustical properties of real fibrous media from their geometrical characteristics; and to compare numerical results with experimental data. We focus on 3D reconstruction. Indeed, the choice of 3D structure allowed us to study the effect of fiber orientation on the most classical transport prop-

erties, namely permeability, diffusion, and electric conduction (or equivalently potential flow) by means of which the sound absorbing properties can be precisely described.

Here, we develop an approach, inspired from a general methodology proposed by Adler and Thovert,⁸¹ but dedicated to fibrous media and in accordance with their own specific features. Our methodology consists of three steps. In the first one, the salient geometric properties of a fibrous sample are measured. Then, synthetic fibrous media are generated with the same statistical properties. Finally, the transport properties are obtained by integrating the relevant local partial differential equations. These transport parameters are used as input parameters for the determination of the frequency-dependent acoustical properties of the synthetic fibrous medium, which is seen as homogeneous equivalent-fluid media. The acoustics of air-filled fibrous medium can be described within equivalent-fluid approach through physics-based models that take into account the inertial and viscous effects by effective density $\rho_{eq}(\omega)$,⁴³ and also the thermal effects by effective bulk modulus $K_{eq}(\omega)$.⁴⁶

The rest of this article is divided into three sections. The measurement procedure for determination of geometrical properties from SEM images is studied in Sec. 3.4. The geometrical results serve for the generation procedure of the synthetic 3D fibrous samples. Although a volume weighted average radius might be used to simplify the modeling of a characterized fiber diameter distribution, a direct description of the fibers population can be obtained when the fibrous media is made of two different classes of fiber diameters. Then, an original reconstruction algorithm which was devised to mimic precisely the geometry of thermally bonded fiber webs is presented. The numerical results of the studied macroscopic properties and their comparison with experimental data are described in Sec. 3.5. After a presentation of the predicted transport and sound absorbing properties obtained from the reconstructed 3D fibrous samples; the elastic properties are subsequently identified by inversion which enables us to provide also an estimation of the sound transmission loss. Results relating to the macroscopic parameters, including the permeability, the frequency dependent sound absorption coefficient and the sound transmission loss, are then compared to the measurements. Finally, the effect obtained by modifying the statistically averaged angular orientation of the fibers on the transport properties is thoroughly discussed by using the concept of orientation tensor as an alternative measure of the fibers anisotropy. A fourth Section is devoted to concluding remarks and suggestions for future research directions.

3.4 Numerical methods

3.4.1 Generation of random fibrous materials

The investigated non-woven fibrous materials used in this study are considered to be a disordered structure of fibers randomly distributed in a three-dimensional space and assumed to interpenetrate at the crossovers. We considered the fibers to be circular cylinders. The geometrical characteristics of the cylinders in the generated fiber-webs were modeled after the experimentally determined fiber diameters and proportion of each type of fibers (natural fibers (fiber type a) and petro-sourced fibers (fiber type b) used as a thermal binder). All the structures were generated for a given porosity ($\phi = 0.962 \pm 0.004$ which corresponds to the measured porosity).⁸² The same generating protocol was followed for all fiber-webs. This approach enables to capture the effect of the angular orientation at consistent porosity or the effect of porosity at consistent angular orientation.

Random fibrous materials were generated based on the geometrical characteristics of a porous material made from seed fibers of *Asclepias Syriaca* (milkweed floss). The internal and external diameters of hollow fibers were estimated by scanning electron microscopy (SEM). A S-3000N scanning electron microscope (Hitachi, Tokyo, Japan) was used to acquire 28 images of horizontal (xy-plane) and 28 images of vertical (orthogonal of the xy-plane) cross-sections, at different locations of the porous material made

Table 3.1 Statistical properties of the experimentally determined geometrical characteristics of fibers from SEM images.

	Asclepias fibers (a)	Bicomponent fibers (b)
Fiber lengths		
Number of measured fiber segments	1959	1140
Fiber segments cumulated length (L), μm	467840	173820
Fiber diameters		
Number of measured fibers	744	184
Mean diameter (d), μm	25	14.7
Standard deviation (σ_d), μm	6.6	1.7
Fiber wall thicknesses		
Number of measured fibers	119	-
Mean thickness (t), μm	1.6	-
Standard deviation (σ_t), μm	0.4	-
Fiber vertical orientation angles		
Number of measured fibers	3322	
Mean angle (μ_θ) <i>degree</i>	89.73	
Standard deviation (σ_θ) <i>degree</i>	13.63	
Min. angle θ_{min} , <i>degree</i>	0.00	
Max. angle θ_{max} , <i>degree</i>	166.53	

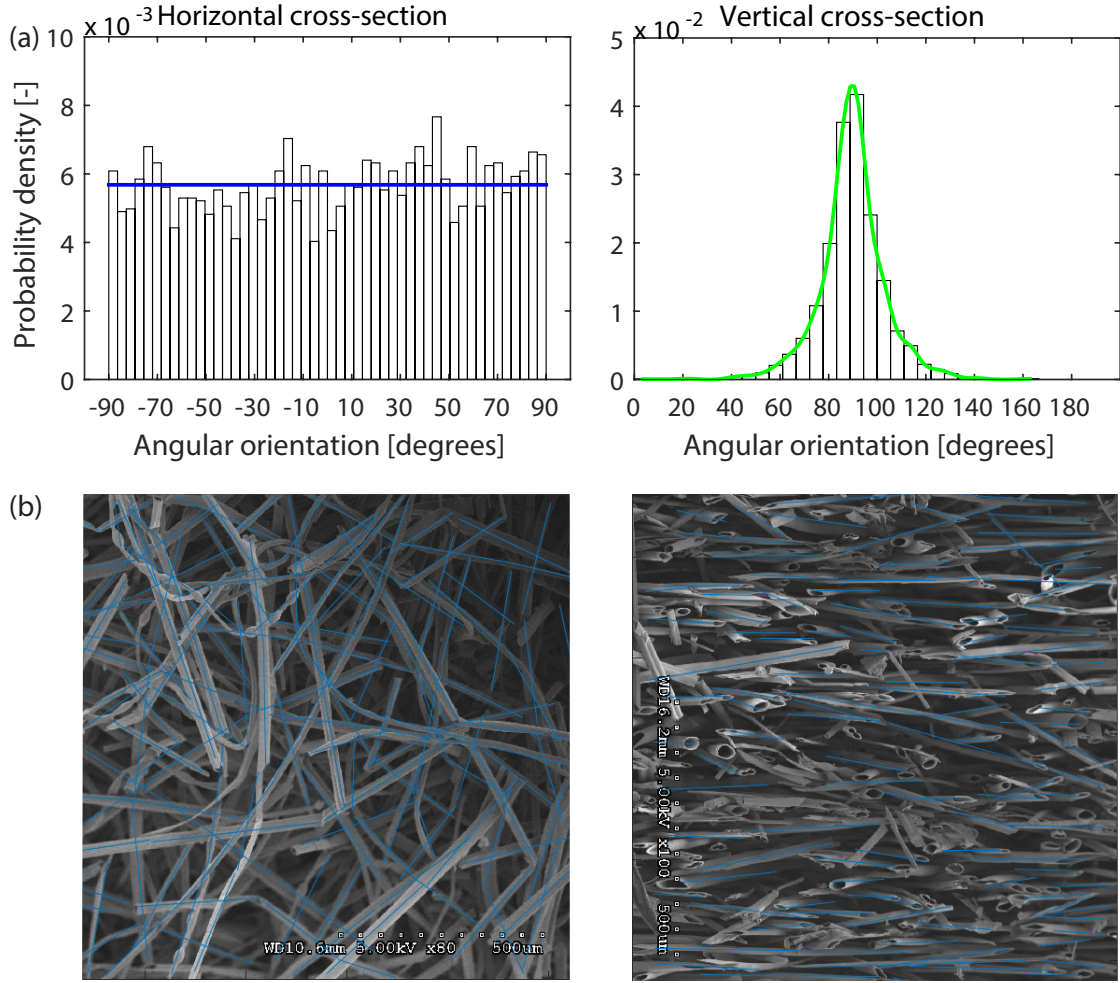


Figure 3.1 (a) Fiber orientation distributions as experimentally determined by scanning electron microscopy. Histograms were converted into probability density functions. (b) Scanning electron microscope images corresponding to horizontal (x-y plane) and vertical (orthogonal to x-y plane) cross-sections at a porosity $\phi = 0.962 \pm 0.004$. Blue segments characterize the lengths and orientations of the fibers, as manually measured.

from Asclepias fibers, among which 3601 and 3322 fiber orientation angles, respectively, were manually measured. Afterwards, the experimental data were then converted into continuous probability density functions using uniform and normal estimates. The experimental histograms and the resulting probability density functions are shown in Fig. 3.1. These two types of cross-section are characterized by different behaviors of their angular orientations. The probability density function corresponding to SEM images taken along the horizontal plane is uniform; whereas the angular orientation of fibers corresponding to SEM images taken along the vertical plane is characterized by a mean orientation angle $\mu_\theta = 89.73^\circ$ and a standard deviation $\sigma_\theta = 13.63^\circ$. The angular orientation of fibers in the vertical plane was modeled using a normal distribution after the experimentally determined histograms, which by its mean orientation angle and standard deviation represents the manually measured data. The statistical properties of

the experimentally determined geometrical characteristics from SEM images are summarized in Table. 3.1. Note that the ratio between the fibers cumulated length and the number of measured fibers, equal to $238 \mu\text{m}$, corresponds to the average length of measured fiber segments under SEM images ; and not to the typical length of natural fibers, this latter being on the order of 2 to 4 cm.

Next, the computations are made on a Periodic Unit Cell (PUC) as the REV. The PUC resembles a cubic box with dimension $L^{(i)}$ for iteration i . We recall that a and b account for two different fiber types, i.e., Asclepias and bicomponent (synthetic) fibers respectively. By determining the total fibers volumes $V_a^{(i)}$ and $V_b^{(i)}$ inside the elementary volume (i) , it is possible to compute the number of fibers $N_a^{(i)}$ and $N_b^{(i)}$, and derive porosity $\phi^{(i)}$ as well as thermal characteristic length $\Lambda'^{(i)}$ also known as generalized hydraulic radius. In our case, the values of $V_a^{(i)}$ and $V_b^{(i)}$ are defined analytically from the targeted (final) porosity ϕ , the cubic box volume $L^{(i)3}$, the fiber radii r_a and r_b , the wall thickness t , and the ratio between bicomponent and Asclepias fibers L_b/L_a according to (Appendix I).

$$V_a^{(i)} = \frac{(1 - \phi)L^{(i)3}}{1 + \frac{L_b}{L_a} \times \frac{r_b^2}{r_a^2 - (r_a - t)^2}}, \quad (3.1)$$

$$V_b^{(i)} = \frac{L_b}{L_a} \times \frac{r_b^2}{r_a^2 - (r_a - t)^2} \times V_a. \quad (3.2)$$

Then, the iterative determination of the number of fibers $N_a^{(i)}$ and $N_b^{(i)}$ starts by considering a three-dimensional and two-phased (fiber/air) fibrous material (whose internal structure is shown in Fig. 3.1(b), left). Each iteration consists of three sequential steps : (i) Randomly locate the fiber core c_j of position (x_j, y_j, z_j) according to a uniform distribution. (ii) Assign a random number pair to the orientation angles (φ_j, θ_j) for each fiber core to define the fiber orientation. For the present study, the horizontal orientation angle φ_j can be any value within $[0, \pi[$. Orientations of the vertical angles are determined by the experimentally determined distribution. Here, we used a normal probability density function. (iii) Calculate the fiber length l_j inside the cubic of side $L^{(i)}$, from which the elementary solid volumes are derived for each type of fibers (nested loops). As the sums of these elementary solid volumes asymptotically approach $V_a^{(i)}$ and $V_b^{(i)}$, the current porosity $\phi^{(i)}$ approach ϕ . The number of iterations i defines the number of fibers $N_a^{(i)}$ and $N_b^{(i)}$. This procedure essentially allows iterative alteration of the cubic box dimension $L^{(i)}$ until porosity is converged. The implemented algorithm is depicted in Fig. 3.2. Applying it for 1000 cases corresponding to each box size resulted in a minimum mean value of the parameter L equal to $400 \mu\text{m}$, to obtain a relative porosity difference between the experimental and calculated values

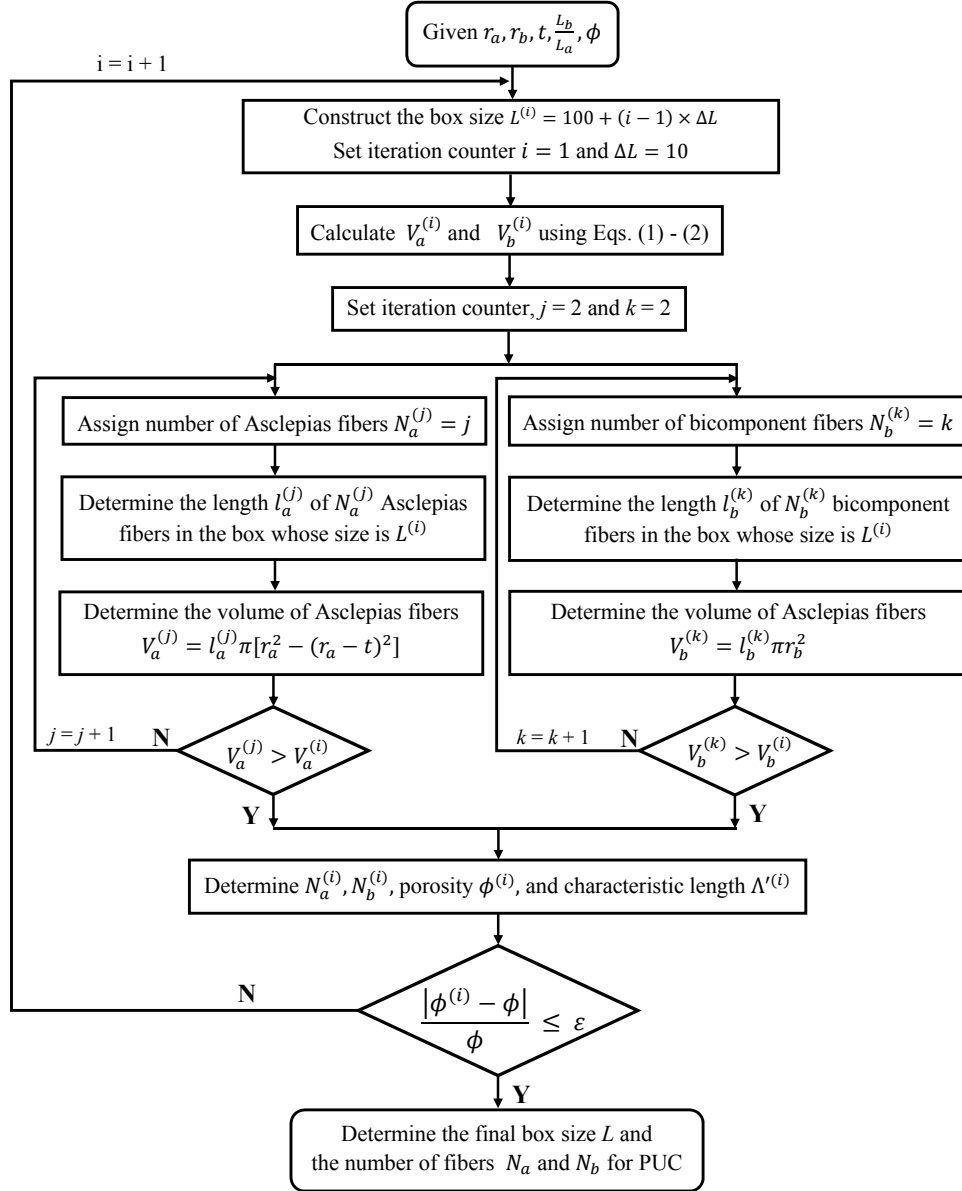


Figure 3.2 Iterative procedure to calculate the cubic box dimension and the number of fibers for the given fibrous material geometrical characteristics and porosity.

of less than $\varepsilon = 0.1\%$. The program realization of the box-size-algorithm was implemented as a parallel code in Matlab language. The total simulation time was ~ 163 s on 3.47Ghz/8 processor cores (160 Go memory). Fig. 3.3 shows the corresponding (a) three-dimensional and (b) front view of a generated fiber packing at a porosity $\phi = 0.962$. In these illustrations, the grey lines define the Asclepias fibers, whereas the black ones account for the bicomponent fibers. As the cubic box dimension iteratively increases, the porosity asymptotically approaches the targeted (experimental) porosity ϕ while reducing the standard deviation; Fig. 3.3(c).

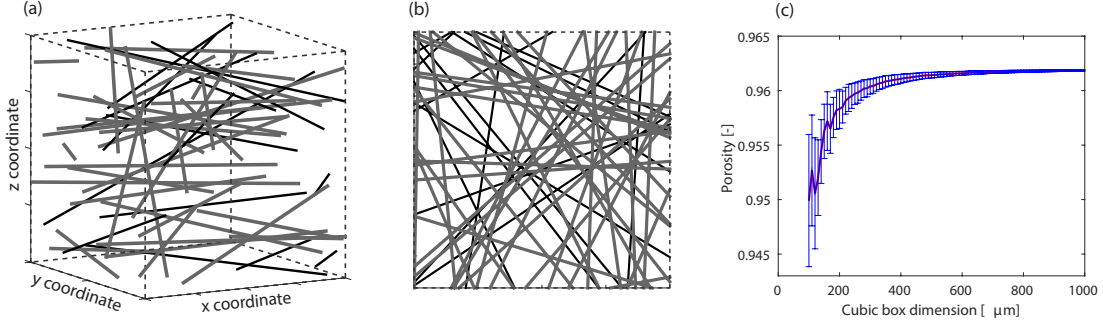


Figure 3.3 Three-dimensional reconstruction of a random fibrous medium. (a) Illustration of a typical model made of two type of fibers with different fiber diameters. The angular orientation of fibers statistically reproduces measurements obtained from scanning electron microscope images. (b) The corresponding two-dimensional view of a computer-generated fiber web illustrates the impression obtained by looking at a small piece of such a fibrous material ($L = 0.4mm$). (c) The developed approach for generating the microstructure displays a porosity convergence as a function of the cubic box dimension towards the measured value. The mean porosity values (in red) are accompanied by a standard deviation (in blue) corresponding to 1000 realizations.

3.4.2 Simulation of transport properties

Similar to our previous paper,⁸³ Stokes flow, potential flow, and heat conduction in the generated fiber webs were simulated using a finite element (FEM) scheme. The transverse permeability k_0 for the Stokes flow, also called the through-plane permeability, was obtained by averaging the velocity components in the direction of the flow (as defined for instance, in Sec. II C of Ref.[84]). Similarly, the "thermal permeability"⁴⁶ k'_0 satisfies the mean value of the "scaled concentration field" $u_p(\vec{r})$, where $u_p(\vec{r})$ solves $\Delta u_p(\vec{r}) = -1$ in the pore space V_1 and $u_p(\vec{r}) = 0$ on the pore walls ∂V . k'_0 is indeed equal to $\langle u_p(\vec{r}) \rangle$, where $\langle \rangle$ denotes a fluid-phase ensemble average defined in V_1 (see Eqs. (2.10)-(2.11) and (2.13) of Ref.[85] for a derivation of this result). Then, the quantities Λ and α_∞ were calculated from the definitions (see Ref.[43], equations (2.9) and (2.17)) as

$$\alpha_\infty = \frac{\phi A |\Psi_L|^2}{L \int |\vec{u}_p(\vec{r})|^2 dV_1}, \quad (3.3)$$

$$\Lambda = 2 \frac{\int |\vec{u}_p(\vec{r})|^2 dV_1}{\int |\vec{u}_p(\vec{r})|^2 dS}, \quad (3.4)$$

where $\vec{u}_p(\vec{r})$ is the microscopic potential-flow solution, L the thickness of the porous material and A is its lateral area, dV_1 denotes an integration over the pore volume, and dS denotes an integration over the pore-solid surface. Here, $\Psi(z = 0) = 0$ and $\Psi(z = L) = \Psi_L$ (a constant) are two boundary conditions associated with a potential difference applied between the ends of the sample. In Eqs. (3.3) and (3.4), $\vec{u}_p(\vec{r}) =$

$-\vec{\nabla}\Psi$ is determined by the solution of the Laplace's equation $\Delta\Psi = 0$. At the pore walls inside the medium the normal components of the potential Ψ vanish : $\vec{n} \cdot \vec{\nabla}\Psi = 0$ is usually referred as the Neumann condition ; where $\vec{n}$ is the outward unit vector normal to the boundary ∂V . The quantities Λ and α_∞ denote viscous characteristic length and tortuosity, respectively. It can be demonstrated that α_∞ magnitude is greater or equal to one and the equality takes place only if the pore space is a bundle of straight channels. In this numerical study, we considered only solid fibers. We generated a tetrahedralization of the pore space. The obtained tetrahedralization was then used to create a finite element mesh for the COMSOL Multiphysics⁸⁶ Stokes, Poisson, and Laplace solvers. For all the numerical schemes, the flow was evaluated in direction z . Simulations were carried out according to periodic boundary conditions. Fig. 3.4 shows the solution fields evaluated by FEM numerical solutions for flows in the z direction and diffusion. Note that visually the fluid-flow paths are clearly more concentrated and follow a more tortuous path due mainly to the no-slip boundary condition than do the

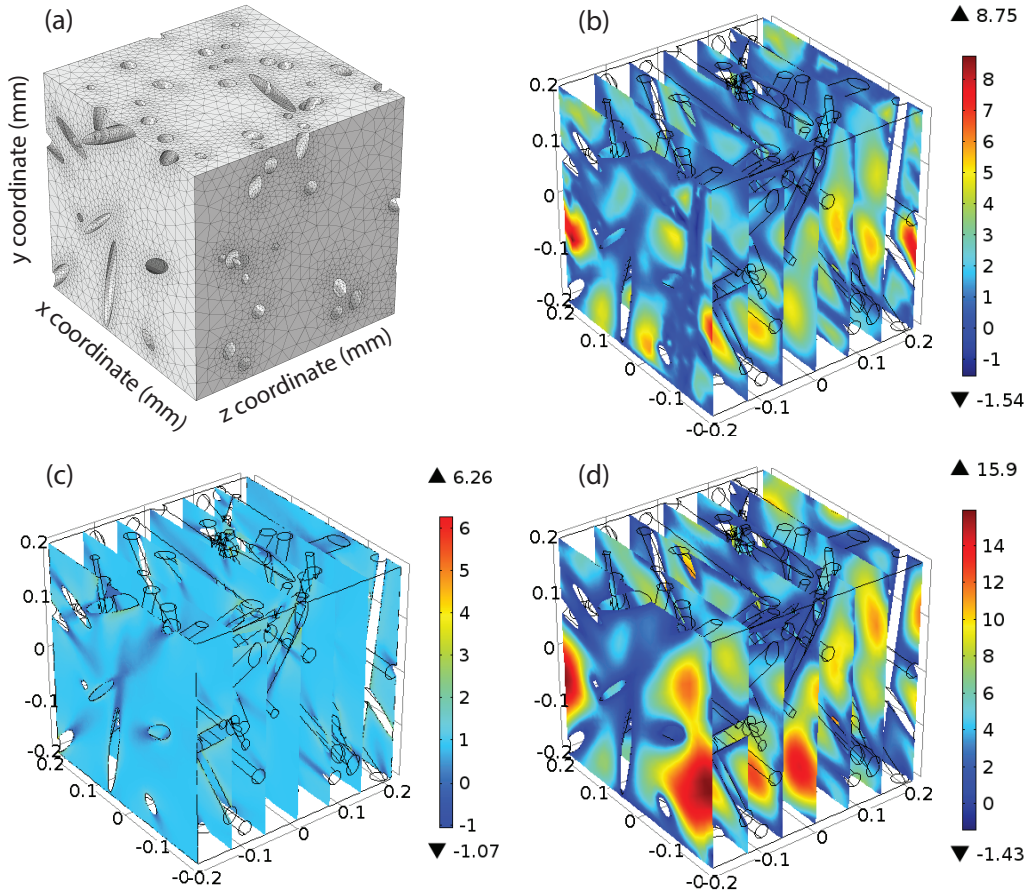


Figure 3.4 Asymptotic fields for the reconstructed representative elementary volume : (a) Mesh domain corresponding with 497 909 elements, (b) scaled velocity field corresponding to Stokes flow in z direction $[\times 10^{-11}m^2]$, (c) scaled velocity field corresponding to potential flow in the z direction $[-]$, (d) scaled heat diffusion field $[\times 10^{-11}m^2]$.

potential velocity paths. Moreover, as already mentioned by Boutin and Geindreau⁵ the heat diffusion field is independent of the orientation of the fibers (it can be viewed as the superposition of the flow field in the three main directions). The typical simulation times for Stokes flow, potential flow, and heat diffusion problems of transport are, respectively, equal to 442 ± 47 s, 14 ± 2 s, and 15 ± 2 s (using a computer with a 3.40 GHz processor core and a 24 Go memory).

3.4.3 Estimation of acoustic properties

Based on the approximate formulae developed by Johnson *et al.*⁴³ and Lafarge *et al.*,⁴⁶ the effective density $\rho_{eff}(\omega)$ and the effective bulk modulus $K_{eff}(\omega)$ of the fluid phase can be evaluated as follows :

$$\rho_{eff}(\omega) = \rho_0 \alpha_\infty \left[1 + \frac{1}{\bar{\omega}} f(\bar{\omega}) \right], \quad (3.5)$$

$$\frac{1}{K_{eff}(\omega)} = \frac{1}{K_a} \left\{ \gamma - (\gamma - 1) \left[1 + \frac{1}{j\bar{\omega}'} f'(\bar{\omega}') \right]^{-1} \right\}, \quad (3.6)$$

where ρ_0 is the air density at rest, K_a is the adiabatic bulk modulus of air and γ is its specific heat ratio. The quantities $\bar{\omega}$ and $\bar{\omega}'$ are dimensionless frequencies given by the following expressions :

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\nu} \frac{k_0 \alpha_\infty}{\phi}, \quad (3.7)$$

$$\bar{\omega}' = \frac{\omega}{\nu} \frac{k'_0}{\phi}, \quad (3.8)$$

with $\nu' = \nu/Pr$, ν being the kinematic viscosity and Pr is the Prandtl number. $f(\bar{\omega})$ and $f'(\bar{\omega}')$ are shape functions defined by

$$f(\bar{\omega}) = \sqrt{1 + \frac{M}{2} j\bar{\omega}}, \quad (3.9)$$

$$f'(\bar{\omega}') = \sqrt{1 + \frac{M'}{2} j\bar{\omega}'}, \quad (3.10)$$

M and M' are referred to as dimensionless shape factors determined from

$$M = \frac{8k_0 \alpha_\infty}{\Lambda^2 \phi}, \quad (3.11)$$

$$M' = \frac{8k'_0}{\Lambda'^2 \phi}. \quad (3.12)$$

$\rho_{eq}(\omega) = \rho_{eff}(\omega)/\phi$ and $K_{eq}(\omega) = K_{eff}(\omega)/\phi$ are the effective density and bulk modulus of the so-called rigid-frame equivalent fluid medium. Looking from plane wave

solutions varying as $\exp[j(\omega t - q_{eq}(\omega)x)]$, where $q_{eq}(\omega)$ represents the wave number of the equivalent fluid medium, $\rho_{eq}(\omega)$ and $K_{eq}(\omega)$ can be used to calculate the wave number and the characteristic impedance of the equivalent fluid medium with :

$$q_{eq} = \omega \sqrt{\frac{\rho_{eq}(\omega)}{K_{eq}(\omega)}}, \quad (3.13)$$

$$Z_{ceq} = \sqrt{\rho_{eq}(\omega)K_{eq}(\omega)}. \quad (3.14)$$

The sound absorption coefficient at normal incidence of a porous material layer of thickness L backed by a rigid wall is evaluated by

$$\alpha = 1 - \left| \frac{Z_n - 1}{Z_n + 1} \right|^2, \quad (3.15)$$

with

$$Z_n = -j \frac{Z_{ceq}}{Z_0} \cot(q_{eq}L), \quad (3.16)$$

the effective normal impedance on the free face of the excited material, where Z_0 is the characteristic impedance of ambient air. Then, the normal incidence transmission coefficient τ_∞ is determined from the equivalent wave number and the equivalent characteristic impedance of the acoustical material as

$$\tau_\infty = \frac{2e^{jq_0L}}{2\cos(q_{eq}L) + j\frac{Z_{ceq}}{Z_0} + j\frac{Z_{ceq}}{Z_0}\sin(q_{eq}L) + j\frac{Z_0}{Z_{ceq}}\sin(q_{eq}L)}. \quad (3.17)$$

Finally, the normal incidence sound transmission loss is obtained from

$$TL = -20\log(|\tau_\infty|). \quad (3.18)$$

When the frame of the porous material is assumed limp (i.e. flexible), the effective density is modified as follows :⁴²

$$\rho'_{eq}(\omega) = \frac{\rho_{eq}(\omega)m - \rho_0^2}{m + \rho_{eq}(\omega) - 2\rho_0}, \quad (3.19)$$

where $m = \rho_1 + \phi\rho_0$ is the total apparent mass of the equivalent fluid limp medium, ρ_1 is the *in vacuo* bulk density of the medium.

3.5 Results and discussion

In Table. 3.2, we present the computed values of transport parameters for the Asclepias/bicomponent fiber assembly having the measured porosity of $\phi = 0.962 \pm$

0.004, an *in vacuo* bulk density of $\rho_1 = 32.30 \pm 0.07 \text{ kg.m}^{-3}$, and the fiber orientation distributions identified according to Fig. 3.1. In practice, we employed the proposed numerical approach to generate random webs of solid fibers. As a result, the fluid volume fractions of the simulated solid fiber webs are equal to 0.900 ± 0.003 . The numerically determined k_0 is very close to the corresponding experimental value.⁸⁷ Good agreements were also observed for the acoustic properties presented in Fig. 3.5. We notice that all of the proposed models (rigid,^{43,46} limp,⁴² elastic⁸⁸) predict an overall sound absorption in agreement with measurements.

In the rigid case, the model used was the Johnson-Lafarge one presented throughout Sec. 3.4.3 with the computed parameters given in Table. 3.2 ($\phi = 0.900$ for the above mentioned reasons). We also used the limp model in which the effective density of the rigid-frame equivalent fluid medium is corrected according to Eq. (3.19). In the elastic case, an axisymmetrical finite element poroelastic model was used. In this model, the same $\rho_{eq}(\omega)$ and $K_{eq}(\omega)$ as described in Sec. 3.4.3 were used for the fluid phase. For the solid phase, the elastic properties were adjusted so that the predictions better fit both the measured absorption and transmission curves. Moreover, to better replicate the mounting conditions of the sample in the tube, the axial motion was constrained on its edge in the FE model : due to friction, the contour of the sample was constrained in the tube. It can be seen from Fig. 3.5(b) that only an elastic model enables to achieve a full coverage of both the sound absorption and the sound transmission predictions. The adjusted elastic properties of the corresponding poro-elastic fibrous samples are $E = 280000 \text{ N.m}^{-2}$, $\nu = 0$, $\eta = 0.01$; where E , ν , and η respectively account for the Young's modulus, Poisson's ratio, and damping loss factor of the bounded samples inside an impedance tube of 44.5 mm in diameter. This triplet of parameters represents a physically realistic elastic behavior for a fibrous, yet bounded material : the Young's modulus may appear at a first sight as being relatively high when compared to standard fibrous materials, but this has to be attributed as explained before to an effective rigidity due to boundary conditions. The values corresponding to the remaining elastic parameters, ν and η , are classical for fibrous materials. For glass wool of density 30 kg/m^3 , Tarnow⁸⁹ reported a constant complex

Table 3.2 Macroscopic parameters : measurements and computational results.

	ϕ (-)		Λ'	α_∞	Λ	k_0	k'_0
	hollow fibers	solid fibers	(μm)	(-)	(μm)	($\times 10^{-11} \text{m}^2$)	($\times 10^{-11} \text{m}^2$)
Measurements	0.962					19.571	
	± 0.004					± 1.184	
Computations	0.963	0.900	103	1.054	51	19.247	61.838
	± 0.003	± 0.003	± 4	± 0.003	± 2	± 0.892	± 5.848

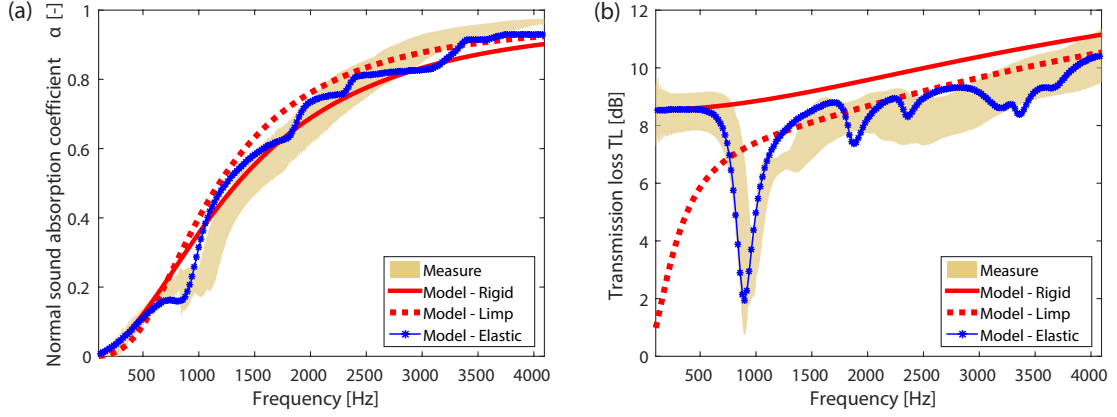


Figure 3.5 Comparison between measurements and prediction : (a) normal incidence sound absorption coefficient, (b) transmission loss. The sample thickness L is equal to 14.30 ± 0.89 mm.

Young's modulus $E_3^* = 12(1 + 0.05j)$ kPa in the direction perpendicular to which the fibers are laid (longitudinal direction). In the direction parallel to which the fibers are laid (transverse direction), the complex Young's modulus E_1^* was found to increase with frequency. At 20 Hz $E_1^* = 1.5(1 + 0.01j)$ MPa, and at 160 Hz $E_1^* = 2.6(1 + 0.06j)$ MPa. Obviously, the real part of the Young's modulus corresponding to the studied sample mounted in an impedance tube satisfies the inequality, $E_3 < E < E_1$, where E_1 and E_3 respectively account for the real parts of E_1^* and E_3^* . This suggests that, when mounted in a tube of small diameter, the longitudinal and transverse elastic coefficients are strongly coupled which has the effect of shifting the effective longitudinal Young's modulus towards the value of the transverse Young's modulus. By contrast, the damping loss factor of the studied fibrous material mounted in a tube is closer to the transverse damping loss factor of the glass wool than to the longitudinal one. This indicates that, because the air-filled fibrous material is bounded at its periphery, the damping due to⁹⁰ (i) the viscous drag at the interfaces between the solid frame of the fibers and the air in motion relative to the frame and (ii) the deformation of the solid frame - is presumably reduced. It is also clear that these elastic properties are to be computed from the application of the numerical homogenization procedure, too. This should be the tentative topic of a forthcoming paper.

The main conclusion which can be drawn from the data presented in Table. 3.2 and Fig. 3.5 is that the use of the generated random fibrous material reconstructed from the experimentally determined : (i) geometrical characteristics of single fibers, (ii) probability density functions for angular orientations, and (iii) porosity ; allows to accurately estimate the transport and the acoustical properties of the sample we analyzed in this study. Thus, the proposed approach allows to get a good estimate of the acoustic properties of random fibrous materials, using only information of fibrous network geometry.

The developed numerical method is now used to simulate the effect of fiber orientation on the transport and acoustical properties of a random fibrous material. The degree of alignment of fiber networks may be characterized using the second-order fiber orientation tensor $[\Omega]$.²³ Here, we adopt the approach of Advani and Tucker, for which the full range of angular orientation states in fibrous materials is, advantageously, defined using a second-order fiber orientation tensor given by an integral over all directions of $\vec{p}$ unit vectors associated with each fiber :

$$[\Omega] = a_{ij} = \int p_i p_j \psi(\vec{p}) d\vec{p}, \quad (3.20)$$

where $\psi(\vec{p}) = \psi(\varphi, \theta)$ denotes the probability distribution function of fibers, and φ and θ are the orientation angles of the fibers in the horizontal and vertical planes, respectively. The components of $\vec{p}$ are related to φ and θ such that :

$$p_1 = \sin\theta \cos\varphi; \quad p_2 = \sin\theta \sin\varphi; \quad p_3 = \cos\theta. \quad (3.21)$$

Substituting Eq.(3.21) into Eq.(3.20) gives :

$$[\Omega] = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} \begin{bmatrix} \sin^2\theta^{(i)} \cos^2\varphi^{(i)} & \sin^2\theta^{(i)} \cos\varphi^{(i)} \sin\varphi^{(i)} & \sin\theta^{(i)} \cos\theta^{(i)} \cos\varphi^{(i)} \\ \sin^2\theta^{(i)} \cos\varphi^{(i)} \sin\varphi^{(i)} & \sin^2\theta^{(i)} \sin^2\varphi^{(i)} & \sin\theta^{(i)} \cos\theta^{(i)} \sin\varphi^{(i)} \\ \sin\theta^{(i)} \cos\theta^{(i)} \cos\varphi^{(i)} & \sin\theta^{(i)} \cos\theta^{(i)} \sin\varphi^{(i)} & \cos^2\theta^{(i)} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

where $N_f = N_a + N_b$ is the total number of fibers; $\theta^{(i)}$ is the angle formed between the i^{th} fiber axis and the z-axis, and $\varphi^{(i)}$ is the angle formed between the projection of the i^{th} fiber on the x-y plane and the x-axis. Note that another definition of fiber orientation tensor was proposed by Stylianopoulos *et al.*,⁷⁶ in which the fiber lengths l_i and the total length of fibers l_{tot} are also considered. The trace of $[\Omega]$ is always equal to 1. For the isotropic case, $\Omega_{xx} = \Omega_{yy} = \Omega_{zz} = 1/3$, while from aligned networks, the value of the diagonal components is a measure of the fiber alignment in the coordinate directions. Off-diagonal components indicate a significant alignment in a direction other than a coordinate direction. According to Eq. (3.22), $[\Omega]$ takes on the values $\Omega_{xx} = \Omega_{yy} = 0.473$ and $\Omega_{zz} = 0.054$ if φ and θ adopt the fiber orientation distributions as experimentally determined (Fig. 3.1). These numerical values are in agreement with observation. This result corresponds to a transversely isotropic fibrous configuration ($\Omega_{xx} = \Omega_{yy} \neq \Omega_{zz}$) with fibers slightly inclined relative to the x-y plane ($\Omega_{zz} > 0, \Omega_{zz} \ll 1$).

In Table. 3.3, the calculated transport properties in the generated random fibrous materials for fibers increasingly inclined relative to the x-y plane are displayed (increasingly aligned relative to the z-axis). Fig. 3.6 shows transport parameters computed for a constant porosity as a function of Ω_{zz} . These values were obtained for 10 different random realizations for each Ω_{zz} (i.e., inclination), together with the corresponding pa-

Table 3.3 Macroscopic parameters determined by numerical simulation as a function of the statistically averaged angular orientation of fibers Ω_{zz} .

Ω_{zz}	θ (degree)	ϕ (-)	Λ' (μm)	α_∞ (-)	Λ (μm)	k_0 ($\times 10^{-11} \text{m}^2$)	k'_0 ($\times 10^{-11} \text{m}^2$)
0	90	0.896	101.0	1.062	48.7	18.678	58.735
	± 0	± 0.004	± 4.6	± 0.006	± 2.5	± 1.084	± 5.323
0.054	90	0.900	103.133	1.054	50.779	19.247	61.838
	± 13.63	± 0.003	± 3.599	± 0.003	± 1.749	± 0.892	± 5.848
0.1	90	0.898	102.3	1.051	51.4	19.637	59.335
	± 19.17	± 0.008	± 6.9	± 0.006	± 3.7	± 1.137	± 3.612
0.2	90	0.900	102.8	1.043	54.2	20.742	59.502
	± 29.98	± 0.003	± 2.3	± 0.003	± 2.0	± 0.927	± 4.088
0.3	90	0.896	100.8	1.038	56.4	21.769	60.113
	± 38.88	± 0.004	± 3.5	± 0.004	± 2.9	± 1.037	± 3.894
0.4	90	0.894	99.5	1.030	60.4	23.153	58.545
	± 51.50	± 0.004	± 4.1	± 0.003	± 3.9	± 1.695	± 3.115
0.5	45.18	0.899	101.8	1.025	64.4	25.257	59.211
	± 171.18	± 0.006	± 3.6	± 0.004	± 2.9	± 1.168	± 3.442
0.6	33.48	0.895	100.2	1.019	67.7	25.864	59.702
	± 29.98	± 0.005	± 4.4	± 0.004	± 3.4	± 1.429	± 3.439
0.7	14.22	0.898	102.1	1.014	73.1	32.499	60.175
	± 36.18	± 0.005	± 5.2	± 0.003	± 5.4	± 2.249	± 4.647
0.8	0	0.897	99.7	1.006	80.2	39.817	59.178
	± 28.80	± 0.004	± 4.3	± 0.001	± 2.6	± 2.716	± 2.664
0.9	0	0.899	103.1	1.002	89.9	42.184	61.660
	± 19.08	± 0.004	± 4.2	± 0.001	± 4.4	± 3.602	± 4.535
1	0	0.887	95.4	1.000	94.1	53.892	62.117
	± 0	± 0.003	± 3.8	± 0.000	± 3.8	± 6.779	± 2.280

rameters characterizing a normal distribution. These results indicate that the chosen value of the inclination parameter ($0 \leq \Omega_{zz} \leq 1$) allows to modify k_0 significantly : the permeability for the strongly aligned networks is higher than the permeability for the moderately aligned networks, up to a factor of 2.9 (Table. 3.3 and Fig. 3.6(a)). Besides, the dependence of the permeability on the porosity at constant inclination was also verified. The fiber diameters were slightly modified for the same fiber locations and orientations. As the porosity increases with a relative difference of 0.42%, the numerical model displays a permeability of $21.411 \pm 3.053 \times 10^{-11} \text{m}^2$; and a porosity decrease of 0.42% is associated with a permeability of $14.227 \pm 0.546 \times 10^{-11} \text{m}^2$. The data in Table. 3.3 were also employed to calculate Λ'/Λ , Fig. 3.6(b). For $\Omega_{zz} = 1$, the fibers were perfectly aligned in the direction of wave propagation such that the porous structure resembles that of a straight cylinder with constant cross section for which $\Lambda' = \Lambda$ ($\Lambda'/\Lambda = 1$). The Λ'/Λ - values increase with the misalignment of fibers. At $\Omega_{zz} = 0$, the fibers are perpendicular to the direction of wave propagation, and the

theoretical result⁵³ $\Lambda' = 2\Lambda$ derived for dilute fibers ($\phi \rightarrow 1$) is recovered numerically, because the interaction between the fibers can be neglected.

These results also show that the alignment of fibers affects tortuosity, Fig. 3.6(c). The α_∞ -values decrease with the alignment of fibers. At a given ϕ , the misaligned fiber networks have a larger α_∞ -value than the aligned networks, and this difference increases with decreasing porosity. Additionally, we carried out computations of transport parameters using a constant orientation of fibers close to the experimental configuration ($\Omega_{zz} \approx 0.054$) and lower or higher values of the porosity to analyze the influence on tortuosity (Fig. 3.7). With these porosity parameters, the calculated mean values of increased from the corresponding value in Fig. 3.6(c) ($\alpha_\infty = 1.054 \pm 0.003$ with $\phi = 0.962$, and $\alpha_\infty = 1.091 \pm 0.013$ with $\phi = 0.946$; for $\phi = 0.987$, the α_∞ -value was $= 1.022 \pm 0.003$). These results indicate that the chosen values of the number of fibers or of the fiber diameters at a given orientation of fibers allow to modify the tortuosity. It also appears that combined simulations of viscous fluid flow and diffusion can be used to determine information about the orientation state of fibers. In fact, it was demonstrated that an inequality between k_0 and k'_0 holds for all porous microgeometries, $k'_0 \geq k_0$.⁹¹ When the fluid velocity is parallel to the direction of the fibers, the thermal and viscous permeability coincides : $k'_0 \simeq k_0$ (at $\Omega_{zz} = 1$).

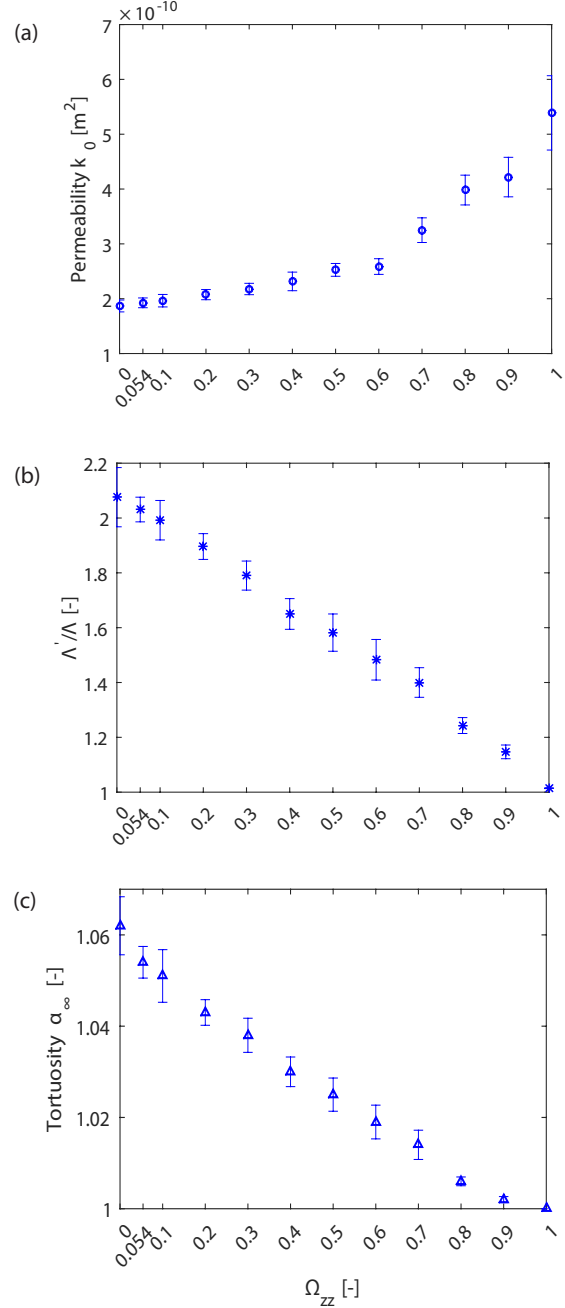


Figure 3.6 (a) Permeability k_0 as a function of the statistically averaged inclination of fibers as described by Ω_{zz} , (b) ratio Λ'/Λ as a function of Ω_{zz} , and (c) tortuosity as a function of Ω_{zz} .

Because k'_0 is independent of the angular orientation state of fibers, and the viscous permeability k_0 decreases with an increasing misalignment of fibers, the ratio k'_0/k_0 increases with the misalignment of fibers ($k'_0/k_0 \simeq 1$ for $\Omega_{zz} = 1$ and $k'_0/k_0 > 3$ for $\Omega_{zz} = 0$); Table. 3.3. In future works, it will be interesting to carry out analogous transport phenomena studies for disordered fibrous media to identify configurations which can yield enhanced acoustic properties. It would also be interesting to compare the results obtained during the course of this work to complementary approaches using measurements and inverse estimates to identify the full permeability tensor of fibrous materials.⁹²

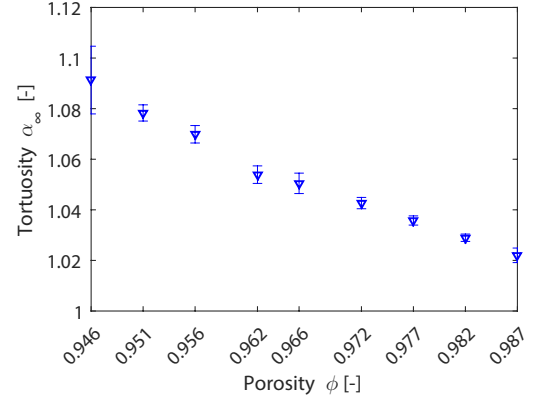


Figure 3.7 Tortuosity α_∞ as a function of porosity ϕ for a given orientation of fibers ($\Omega_{zz} = 0.054$) obtained by slightly modifying the fiber diameters.

3.6 Summary and conclusions

This work reports on results obtained for elementary transport phenomena in random fibrous media. Fibrous media used as sustainable acoustic materials with a porosity of $\phi = 0.962 \pm 0.004$ were computer-generated at a fixed generation protocol based on experimentally measured fiber orientation distribution estimated by scanning electron microscopy. The combination of a computer-generation protocol with fiber orientation distributions allowed us to study industrially relevant fibrous networks with emphasis on the influence of the fiber orientation distributions. In general, this enables the comparison of transversely isotropic, from non-aligned to fully aligned fiber webs at equal porosity; it was used here to generate the sets of fiber webs with systematically varied fiber orientation.

The calculation of transport properties was carried out using a finite element scheme. It involves the Stokes flow, potential flow, and diffusion controlled reactions, which can be solved routinely in the reconstructed fibrous samples. Our results demonstrate that the values of the transport and acoustic coefficients in the investigated fiber webs are determined by their porosity ϕ , the geometrical characteristics of the constitutive fibers, and by the degree of alignment of fibers as compared to the direction of

wave propagation. At a given porosity ϕ , the relative difference between k_0 values in transversely isotropic, moderated aligned, and aligned fibers webs may attain 285%. The permeability coefficient computed by FEM was compared with k_0 values derived from direct standard measurements in the reconstructed fibrous sample, with a good agreement. The relative difference between the computed and measured values of the permeability was 1.66%, without any fitting parameter (Table. 3.2). The use of the remaining transport coefficients allows determining estimates of acoustic properties directly from information on the geometrical structure of a fiber web.

In conclusion, because the statistically averaged angular orientation of the fibers can be tuned from a state where the fibers lie in planes parallel to the surface of the layers to the case where the fluid velocity is parallel to the direction of the fibers, most of the transport properties and the relationships between them can be readily modified.

(1) For the studied fibrous sample, corresponding to simulated solid fiber webs with an open porosity of $\phi = 0.9$, it was shown that the permeability significantly increases when the fibers are oriented parallel to the air velocity with a typical ratio of about three (when compared with the calculated k_0 values for the fibers lying in the planes parallel to the surface of the layers).

(2) It was also shown that for the same statistically averaged deviation of the fibers' through-plane angle from zero to $\pi/2$, the length scales ratio Λ'/Λ was decreasing from two to one, in agreement with the known theoretical bounds (potential flow solution for a dilute fiber orthogonal to the flow direction, $\Lambda' = 2\Lambda$; versus sound propagation in uniform tubes, $\Lambda' = \Lambda$).

(3) Study of the viscous fluid flow and diffusion controlled reactions revealed quantitative agreement between the viscous permeability k_0 and the thermal permeability k'_0 , as long as the fibers are oriented parallel to the flow direction. Because the thermal permeability is insensitive to fiber orientation, the ratio k'_0/k_0 combined with the rigorous upper bound $k'_0 \geq k_0$ can be used as an estimate of the statistically averaged deviation of the fibers' through-plane angle from zero.

(4) The approximation $\alpha_\infty \approx 1$ appears to be valid over the entire range of angular orientations and porosities studied here. However, as the fibers become more misaligned with the flow direction and the porosity decreases, the value of $\alpha_\infty(\phi, \Omega_{zz})$ is expected to grow. Preliminary simulations show $\alpha_\infty = 1.15$ for $\phi = 0.75$ and $\Omega_{zz} = 0$. Further research is required to cover a larger porosity range.

The generalization and automatization of the approach to a large class of fibrous materials will be part of our further work. Extension to elastic properties will require the modeling of the connections between fibers. The proposed approach is extendable

to any physical property of fibrous media in principle. Thus, the presented approach provides a straightforward routine to evaluate the effective properties of fibrous media and to analyze structure-property-manufacturing relationships in general.

Acknowledgements

This work was partly supported by a grant of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) whose support is gratefully acknowledged. Partial support for this work was also provided by Université Paris-Est (support for mobility grants from the ED SIE). We thank M. H. Alexandre for English editing assistance.

APPENDIX I : Derivation of the total fibers volume

In this appendix we briefly detail how the values of the total fibers volume V_a and V_b were derived from the knowledge of (1) the targeted porosity ϕ , and (2) the ratio between bicomponent and Asclepias fibers L_b/L_a . The Asclepias and bicomponent fiber volumes are respectively equal to

$$V_a = \pi \left[r_a^2 - (r_a - t)^2 \right] L_a, \quad (\text{I.1})$$

$$V_b = \pi r_b^2 L_b. \quad (\text{I.2})$$

Therefore,

$$V_b = \frac{L_b}{L_a} \frac{r_b^2 V_a}{r_a^2 - (r_a - t)^2}. \quad (\text{I.3})$$

The calculated porosity consequently is :

$$\phi = 1 - \frac{V_a + V_b}{L^{(i)3}}. \quad (\text{I.4})$$

Introducing Eq.(I.3) into Eq.(I.4) resulted in Eqs. (3.1) and (3.2).

CHAPITRE 4

INFLUENCE OF POROSITY, FIBER RADIUS AND FIBER ORIENTATION ON ANISOTROPIC TRANSPORT PROPERTIES OF RANDOM FIBER STRUCTURES

4.1 Avant-propos

Auteurs et affiliations :

- Hoang Tuan LUU, étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de Génie mécanique, GAUS.
- Camille Perrot, Maître de conférences HDR, Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation MultiEchelle, MSME UMR 8208, France.
- Raymond Panneton, Professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de Génie mécanique, GAUS.

Date de soumission : Octobre 2016

État de l'acceptation :

Revue : Acta Acustica united with Acustica

Référence : [93]

Titre français : L'influence de la porosité, rayon de fibres, et orientation de fibres aux propriétés de transport des milieux fibreux aléatoire.

Contribution au document :

Cet article contribue à la thèse en évaluant l'évolution des propriétés de transport et acoustique de matériaux fibreux en fonction de l'orientation des fibres, du diamètre des fibres et aussi de la porosité du matériau. À l'issue de ce travail, des formulations de régression sont présentées, permettant de déterminer des propriétés de transport d'un matériau fibreux aléatoire en fonction de sa porosité, de la taille des fibres, et de l'orientation moyenne de fibres.

Résumé français :

La capacité d'atténuer des ondes sonores de matériaux fibreux est essentiellement gouvernée par leurs caractéristiques géométriques. Dans ce travail, l'influence des propriétés géométriques sur les propriétés de transports de matériaux fibreux aléatoires est considérée. Tout d'abord, des volumes élémentaires représentatifs (VERs) de milieux fibreux aléatoires sont générés pour différents jeux de paramètres de la porosité

ouverte, du diamètre de fibres, et d'orientations des fibres. Pour chaque configuration, les fibres sont considérées rigides et pouvant s'interpénétrer. L'orientation des fibres est représentée par un tenseur d'orientation angulaire. Les problèmes physiques sont résolus numériquement sur les VERs reconstruits afin de déterminer les paramètres de transports qui gouvernent la propagation et la dissipation des ondes acoustiques à travers le matériau. Ces paramètres sont la tortuosité, la perméabilité visqueuse et la perméabilité thermique, et longueur caractéristique visqueuse. Finalement, des fonctions de corrélations sont proposées, elles permettent d'estimer les propriétés de transports et la longueur caractéristique thermique sans réaliser de nouvelles simulations.

Influence of porosity, fiber radius and fiber orientation on anisotropic transport properties of random fiber structures

H. T. Luu,^{1,2} C. Perrot,² R. Panneton¹

¹ Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS), Department of Mechanical Engineering, Université de Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada,

² Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, MSME UMR 8208 CNRS, 5 bd Descartes, 77454 Marne-la-Vallée, France,

e-mail : hoang.tuan.luu@usherbrooke.ca, hoang-tuan.luu@u-pem.fr

4.2 Abstract

The ability of fibrous media to mitigate sound waves is controlled by their transport properties that are themselves greatly affected by the geometrical characteristics of their microstructure such as porosity, fiber radius and fiber orientation. Here, the influence of these geometrical characteristics on the anisotropic transport properties of random fiber structures is investigated. First, representative elementary volumes (REVs) of random fiber structures are generated for different triplets of porosity, fiber radius and fiber orientation. The fibers are allowed to overlap and are motionless (rigid-frame assumption). The fiber orientation is derived from a second order orientation tensor. Second, the transport equations are numerically solved on the REVs which are seen as periodic unit cells (PUCs). These solutions yield the transport properties governing the sound propagation and dissipation in the respective fibrous media. These transport properties are the tortuosity, the viscous and thermal static permeabilities and the viscous characteristic length. Finally, relations are proposed to estimate the transport properties and the thermal characteristic length when the geometry of the fiber structures is known.

PACS numbers : 43.50.Gf, 43.55.Ev, 43.20.Hq

4.3 Introduction

The ability to tune the porosity, the fiber radius, and the fiber orientation of fiber networks make them attractive materials for sound absorption-based applications. These three geometrical characteristics affect the transport properties that govern the visco-inertial and thermal dissipations of sound waves in fiber structures. These transport properties are the tortuosity, the viscous and thermal static permeabilities, and the viscous characteristic length. Consequently, it is important to understand how the geometrical characteristics influence the anisotropic transport properties of random fiber structures.

In high porosity sound absorbing fibrous media, visco-thermal dissipation phenomena are mainly driven by permeability/resistivity of the porous sample, which gives rise to empirical models with versatile applications.^{33,36} As a general rule of hydrodynamics, the low frequency limit of the dynamic viscous permeability $k(\omega)$ of the fibrous sample always decreases with the increase of average angle θ formed between the fiber axis and the sound wave propagation direction,^{60,94} resulting from a lower mean velocity $\langle \vec{v} \rangle$ in a viscous fluid flow solution of the Stokes equations at low Reynolds numbers ($\omega \rightarrow 0$) :

$$\phi \langle \vec{v} \rangle = \frac{k(\omega)}{\eta} \vec{\nabla} p, \quad (4.1)$$

where ϕ is the open porosity, η is the dynamic viscosity of fluid and $\vec{\nabla} p$ is a macroscopic pressure gradient acting as a source term in the Darcy law. The low frequency limit of the dynamic viscous permeability is called the static viscous permeability k_0 . It is linked to the static airflow resistivity by $\sigma = \eta/k_0$, which is classically used in the acoustic literature.^{33,36,60,94}

At high frequencies ($\omega \rightarrow \infty$), the behavior of the equivalent fluid of the porous medium is described by an added mass ($\alpha_\infty \rho_0$) as the viscous skin depth $\delta_v = \sqrt{(2\eta/\rho_0\omega)}$ goes to zero, causing the wave to travel an effective distance increased by $\sqrt{\alpha_\infty}$ due to the tortuosity of the path α_∞ (ρ_0 is the fluid density). This parameter is directly measurable from conductivity experiments or simulations.⁹⁵ The tortuosity also decreases with the average angle reduction ($\alpha_\infty \geq 1 \rightarrow 1$, when $\theta \rightarrow 0$) and with the porosity increase ($\alpha_\infty \geq 1 \rightarrow 1$, when $\phi \rightarrow 1$).

Diffusion controlled reactions can be simulated on microstructural models to provide estimates of the trapping constant Γ , or the so-called static thermal permeability $k'_0 = 1/\Gamma$ ($k'_0 \geq k_0$),⁴⁶ which represents the low frequency limit of the thermal response function :

$$\phi \langle \tau \rangle = \frac{k'(\omega)}{\kappa} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial t}, \quad (4.2)$$

where $\langle \tau \rangle$ is the macroscopic excess temperature in fluid phase, $k'(\omega)$ is the dynamic thermal permeability, $\langle p \rangle$ is the macroscopic pressure and κ is the thermal conduction coefficient.

In 1987, Johnson *et al.*⁴³ introduced a transport parameter Λ known as the viscous characteristic length, based on the electric conduction principles and claimed to be directly linked to viscous flow. Johnson *et al.*⁴³ and Lafarge *et al.*⁴⁶ showed that $k(\omega)$ and $k'(\omega)$ can be adequately described by approximate but robust semi-phenomenological models based on more readily measurable physical properties (ϕ , α_∞ , Λ , Λ' , k_0 , k'_0). Here, Λ' denotes the generalized hydraulic radius also known as the thermal characteristic length in the context of sound absorbing materials.⁵³ The results of Zhou and Sheng⁹⁶ on the universality properties of the dynamic permeability $\tilde{k}(\omega)$ suggest that the acoustic properties of fibrous media can be deduced from a limited amount of geometric (fiber information orientation Ω_{zz} , fiber radius r_f , porosity ϕ , hydraulic radius Λ') and resulting transport information (static viscous permeability k_0 , tortuosity α_∞ , viscous characteristic length Λ , static thermal permeability k'_0).

Initially, the use of tensors to describe and predict fiber orientation was introduced by Advani and Tucker for composite materials.²³ Their extremely versatile modeling capability makes them appropriate to elucidate the effect of angular orientation on the sound propagation and dissipation mechanisms.

Most of the experimental and numerical data reported in the literature were converted into dimensionless transport properties to facilitate the comparison with theoretical predictions.⁷⁵ Tomadakis and Robertson also chose to categorize the collected data by the type of the fiber structure and flow configuration. The structures formed by cylindrical fibers distributed randomly in 1, 2, or 3 directions were considered. All one- and two-directional structures examined are statistically anisotropic, therefore the permeability was derived both parallel and perpendicular to their characteristic directions. It was found that the method of Johnson *et al.* provides very good permeability estimates in most cases, resulting in an overall ratio of the theoretical prediction to experimental measurement in the proximity of 1.25 for the over 500 experimental points utilized. However, the predictions of all examined fiber structures and flow configurations also revealed a significant effect of fiber directionality on permeability (Fig. 8 of Ref. 75), an effect that can also be regarded as a specific mean to functionalize the fibrous material.

Starting from the comment that some non-woven fibrous materials yield a very low absorption contrast with X-rays, and therefore that usual computer tomography does not yield satisfying 3D images of the materials, Schladitz *et al.*²⁸ used 2D images of sections parallel and orthogonal to the flow direction obtained by classical light

microscopy. The material was first infiltrated with a resin. Then, sections were cut, ground and polished. Repeated simulations of a stochastic model combined with image processing techniques gave evidence that the anisotropy parameter β of spatially stationary random system of lines (Poisson line process) can be successfully estimated from the number of fibers observed in sections parallel and orthogonal to the flow direction. This corresponds to an experimental method available to estimate the orientation of fibers when 3D images are missing or failing to yield satisfying information. Additional mapping between the tensorial formalism and the Poisson line process leads to a common framework for the generation of disordered fiber structures, illustrating the crucial role of the parameter governing the orientation of fibers in transversely isotropic fibrous materials (Ω_{zz} as defined in Sec. 4.4.2, or β). The Poisson line process model was subsequently used by Jensen and Raspet⁷¹ to investigate thermoacoustic properties of fibrous materials in order to test the prediction of the analytical models.^{73,72} The parameters of the models (shape factors and relaxation times) are selected to best fit the numerical simulations that were made using a lattice Boltzmann approach.

In this paper, new numerical data are presented and used to systematically describe the anisotropic transport properties of sound absorbing fibrous media from geometrical information only. Rigid frame models will be examined with special attention to fiber orientation effect, and a large range of porosities will be studied. Sec. 4.4 presents the generation of Representative Elementary Volumes (REVs) of random fibrous structures with allowance for parametrized fiber orientation. Sec. 4.5 describes the geometrical properties of the generated random fibrous structures. Transport properties are studied in Sec. 4.6. Finally, the results are summarized in Sec. 4.7.

4.4 Random fibrous structures

4.4.1 Orientation distribution function

For the purpose of the present research, the random fibrous structures result from the successive generation of rigid cylinders, uniform in length and diameter. The fibers are introduced at random locations with a uniform number of fibers per unit volume. A way to describe the orientation of a fiber is to associate a unit vector $\vec{p}$ to the fiber, as shown in Fig. 4.1. A random fibrous structure is therefore an arrangement of fibers for which the orientation distribution function is a defined function $\Psi(\varphi, \theta)$ of two variables describing the orientation of a single fiber. Examples are given in Fig. 4.1 and 4.2. Note that in these figures, the x, y, z axes respectively correspond to unit vectors $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ and the propagation direction of considered waves coincides with vector $\vec{e}_3$.

Tomadakis and Robertson⁷⁵ simulated one-, two-, and three- dimensional randomly overlapping fiber structures. However, this only corresponds to the three specific configurations of the fiber orientations shown in Fig. 4.1(b), (c), (d).

4.4.2 Orientation tensors

The use of tensors to describe fiber orientation of composite fibers was presented in a series of papers^{97–98} and reviewed by Advani and Tucker.²³ The second-order

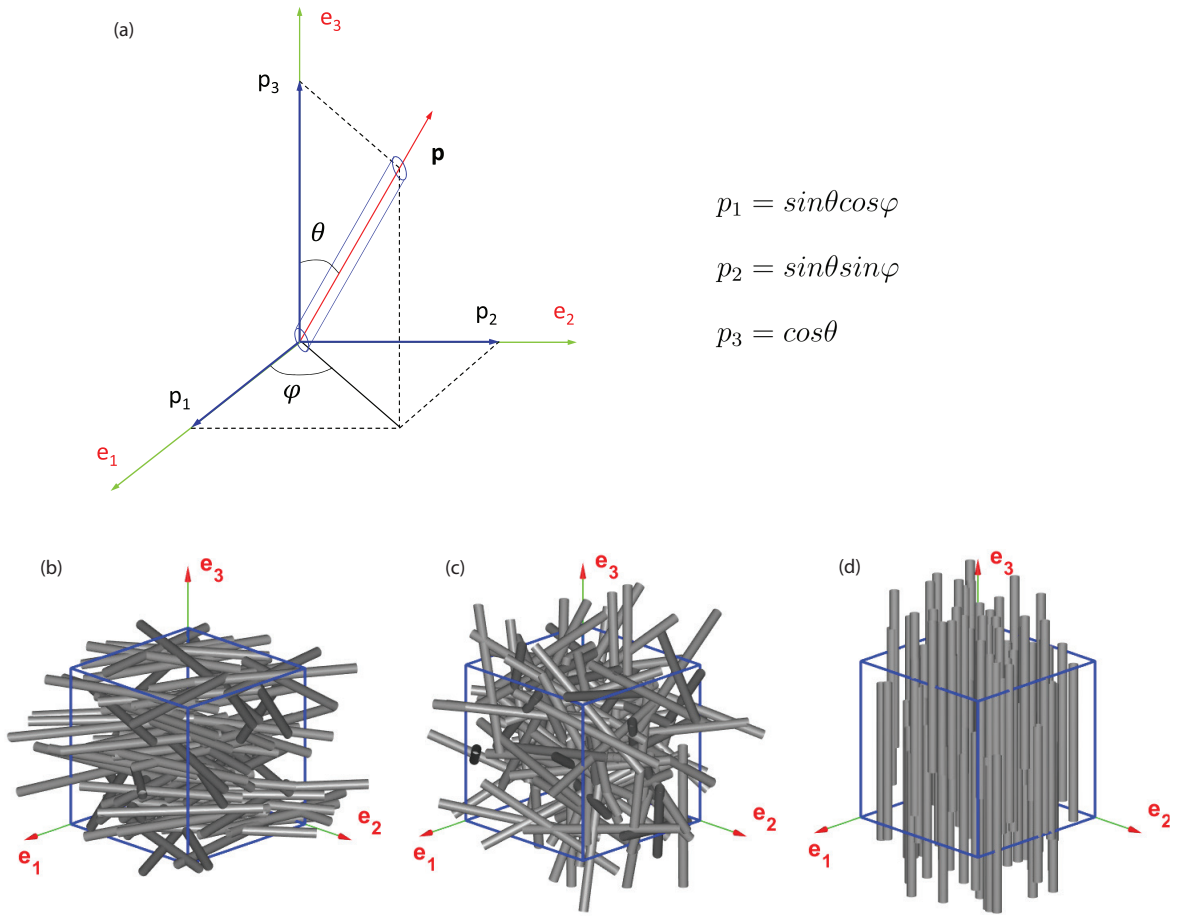


Figure 4.1 (a) The fiber definition in the polar coordinates (φ, θ) . Examples of typical random fibrous structures. (b) Two-directional (2-d) random fiber structures where fibers are in parallel planes (transversely isotropic); this configuration corresponds to $\Omega_{zz} = 0$ (layered fibrous media). (c) Three-directional (3-d) random fiber structures where fibers are randomly positioned and oriented in the three-dimensional space; this configuration corresponds to $\Omega_{zz} = 1/3$ (isotropic fibrous media). (d) One-directional (1-d) random fibrous structures where fibers are parallel to each other, with their traces randomly positioned in the plane Oxy; this configuration corresponds to $\Omega_{zz} = 1$ (aligned fibrous media).

orientation tensor is obtained by forming dyadic products of the vector $\vec{p}$ and then integrating the products with the distribution function over all possible directions :

$$\Omega_{ij} = \int p_i p_j \Psi(\vec{p}) d\vec{p}, \quad (4.3)$$

where the set of all possible directions of $\vec{p}$ corresponds to the unit sphere, and the integral over the surface of the unit sphere is noted by

$$\int d\vec{p} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin\theta d\theta d\varphi. \quad (4.4)$$

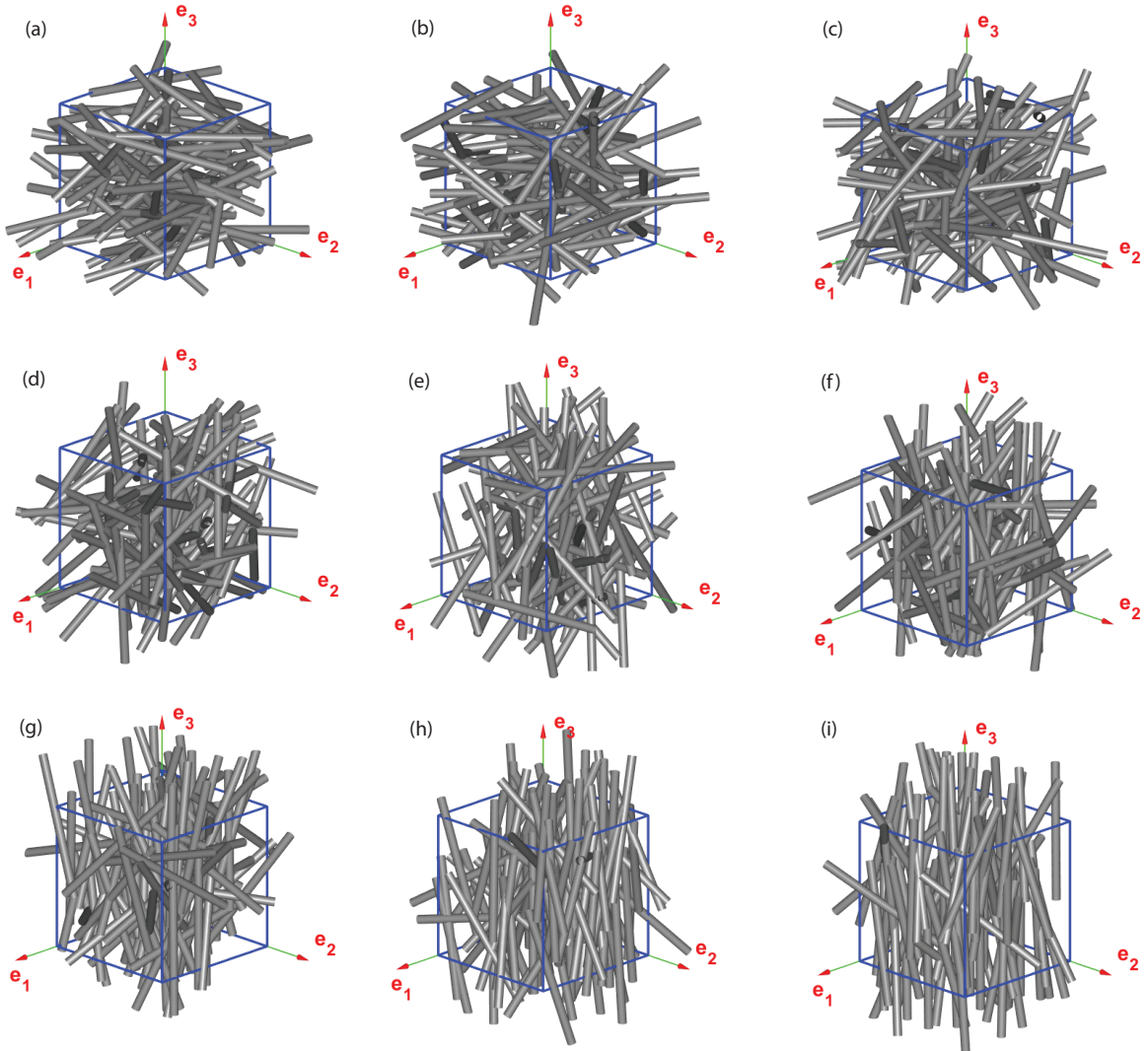


Figure 4.2 Various configurations corresponding to the variation of fiber orientation states with Ω_{zz} ranging from 0.1 to 0.9, respectively.

A fiber oriented at any angle (φ, θ) is undistinguishable from a fiber oriented at angle $(\pi - \theta, \pi + \varphi)$, so φ must be periodic :

$$\Psi(\vec{p}) = \Psi(-\vec{p}), \quad (4.5)$$

Ψ must be normalized, since every fiber has some orientation :

$$\int \Psi(\vec{p}) d\vec{p} = 1. \quad (4.6)$$

Hence, the second-order fiber orientation tensor of the fiber is

$$[\Omega] = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} \begin{bmatrix} \sin^2 \theta^{(i)} \cos^2 \varphi^{(i)} & \sin^2 \theta^{(i)} \cos \varphi^{(i)} \sin \varphi^{(i)} & \sin \theta^{(i)} \cos \theta^{(i)} \cos \varphi^{(i)} \\ \sin^2 \theta^{(i)} \cos \varphi^{(i)} \sin \varphi^{(i)} & \sin^2 \theta^{(i)} \sin^2 \varphi^{(i)} & \sin \theta^{(i)} \cos \theta^{(i)} \sin \varphi^{(i)} \\ \sin \theta^{(i)} \cos \theta^{(i)} \cos \varphi^{(i)} & \sin \theta^{(i)} \cos \theta^{(i)} \sin \varphi^{(i)} & \cos^2 \theta^{(i)} \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

where N_f is the total number of fibers, $\theta^{(i)}$ is the vertical orientation angle, and $\varphi^{(i)}$ is the horizontal orientation angle, $[\Omega]$ is completely symmetric, and from the normalization condition (4.6) it can be shown that $\text{Trace}[\Omega] = 1$. $[\Omega]$ constitutes the most concise nontrivial description of the orientation. Assuming a transversely isotropic material, $[\Omega]$ is completely determined by Ω_{zz} . Varying the value of Ω_{zz} from planar ($\Omega_{zz} = 0$) to aligned ($\Omega_{zz} = 1$) random networks allows the study of the effect of orientation on transport properties of fibrous media. This was simply done by adjusting the mean μ_θ and standard deviation σ_θ of a normal distribution of angle θ with a uniform random orientation of angle φ . All the corresponding coefficients are reported in Table. 4.1

Table 4.1 Coefficient Ω_{zz} of the second-order transversely isotropic fiber orientation tensor and the corresponding mean μ_θ and standard deviation σ_θ adjusted assuming that θ is described by a normal distribution function and φ by an uniform distribution function.

Ω_{zz}	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.91	1
$\mu_\theta(^{\circ})$	90	90	90	90	90	45.18	33.48	14.22	0	0	0
$\sigma_\theta(^{\circ})$	0	19.17	29.98	38.88	51.50	171.18	29.98	36.18	28.80	19.08	0

4.4.3 Generation of random fiber networks

Here is a short description of the algorithm which is fully detailed in Ref. 77, and displayed in Fig. 4.3. The algorithm is used to generate a representative elementary volume (REV) for a given fiber orientation coefficient Ω_{zz} . As a general rule, the fiber radius r_f and the porosity ϕ are supposed to be known. The position of a fiber is represented by the location $\vec{r}(x, y, z)$ of its core and by a set (φ, θ) of two angles that give the orientation of the fiber with respect to the coordinate system. The fibers

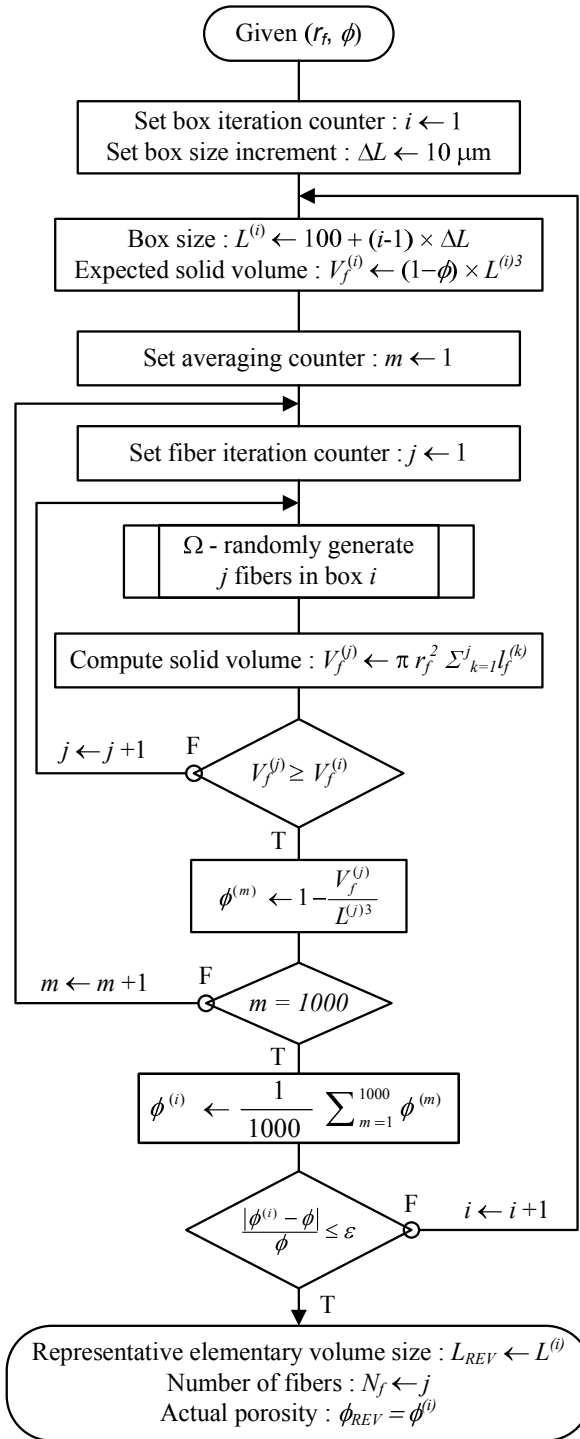


Figure 4.3 Algorithm for the determination of REV

are generated in a square vertical box, as shown in Figs. 4.1 and 4.2. The numerical calculations of the fibrous network properties are conducted in an elementary volume box of size $L^{(i)}$, where i represent the i^{th} iteration on the box size. At the initial iteration, the box size is set to $100 \mu m$, and will be iteratively increased by a value $\Delta L = 10 \mu m$. This domain typically contains a solid volume of fibers equal to

$$V_f^{(i)} = (1 - \phi)L^{(i)3}. \quad (4.8)$$

To identify the number of fibers of radius r_f that are required to meet this volume $V_f^{(i)}$, the number of fibers randomly generated in the box, following the predetermined Ω_{zz} coefficient, is iteratively increased. The iteration is stopped when for j fibers the solid volume of fibers $V_f^{(j)}$ is greater or equal to $V_f^{(i)}$. Here, $V_f^{(j)} = \pi r_f^2 \sum_1^j (l_f^{(k)})$, where $l_f^{(k)}$ is the length of the k^{th} fiber generated during the process at iteration j . From the found volume $V_f^{(j)}$, the actual porosity $\phi^{(i)}$ of the elementary volume box i filled with j fibers is compared to the expected value ϕ . If the relative error on the actual porosity is smaller than tolerance ε , then the convergence criterion on iteration i is finally met, and the current elementary volume box of size $L^{(i)}$ is the REV - its actual porosity is ϕ_{REV} and it contains j fibers. From this REV, numerical calculations are performed to retrieve the geometrical and transport properties. In practice, since there are variations between randomly generated fibrous networks for the same number of fibers and Ω_{zz} coefficient, the actual porosity that is used in the convergence criterion is an averaged value over 1000 realizations of the conditional loop over j - see counted loop over m in Fig. 4.3. As a general trend, the size of the representative elementary volume L_{REV} is linearly decreasing with increasing porosity (at a given ε), and the smaller is ε the higher is L_{REV} . For the range of studied porosities, with $0.75 \leq \phi \leq 0.99$, the value $L_{REV} \leq 500 \mu m$ is large enough to ensure that $\varepsilon = 0.003$.

Note that the results presented in this study were conducted on a REV with $L_{REV} = 500 \mu m$ a number of fibers $N_f = 68$, and a fiber radius varying between $4.3 \mu m$ and $19.23 \mu m$ to cover the porosity range $0.75 \leq \phi \leq 0.99$ (within $\varepsilon = 0.003$). For instance, at $\phi = 0.9$, $r_f = 11.1 \mu m$ and $L_{REV} \approx 45r_f$. In practice, a numerical approach was used to determine the final volume and wet surface area of the resulting fiber webs, because there generally exists some overlaps between fibers.

4.5 Geometric properties

The simplest geometric properties of random fibrous media are their characteristic radius r_f , porosity ϕ or air volume fraction, and thermal characteristic length Λ' or generalized hydraulic radius defined as twice the ratio between the total air volume V_a and the wet solid surface area of the fibers S_f :

$$\Lambda' = \frac{2V_a}{S_f}. \quad (4.9)$$

Note that the characteristic fiber radius is supposed to be known from image analysis or manufacturing process, and the porosity available from accurate available measurements.^{99,100,82} Therefore, it is desirable to infer the value of the thermal char-

acteristic length from the knowledge of the measured fiber radius and porosity for all types of random fibrous media. In this study, we used the finite element approach by computing the air volume and solid surface area of the fibers on their discretized representations in the cubic volume V_Ω . The ratio between the thermal characteristic length and the characteristic fiber radius Λ'/r_f is plotted in Fig. 4.4 as a function of the porosity for the various fiber orientations. As expected, all of the generated fiber networks follow the same behavior, with a nonlinear increase of Λ'/r_f as the fibrous media become more porous. Λ'/r_f is roughly independent on the angular orientation Ω_{zz} . Assuming that the fibers do not intersect, one can derive from Eq. (4.9), a theoretical expression for this normalized length in function of the open porosity. It is given by :

$$\frac{\Lambda'}{r_f} = \frac{\phi_{REV}}{1 - \phi_{REV}}. \quad (4.10)$$

If the intersection of the fibers was taken into account, one can show from Eq. (4.9) that an additional term would appear in the denominator of Eq. (4.10). This term would be a function of the r_f/L ratio, the number of intersections, and their corresponding shape (ex. : shape formed by intersection of two oblique fibers). The latter properties are difficult to evaluate on the studied REV's; however, the influence of the intersections can be taken into account by a correction term e in the denominator

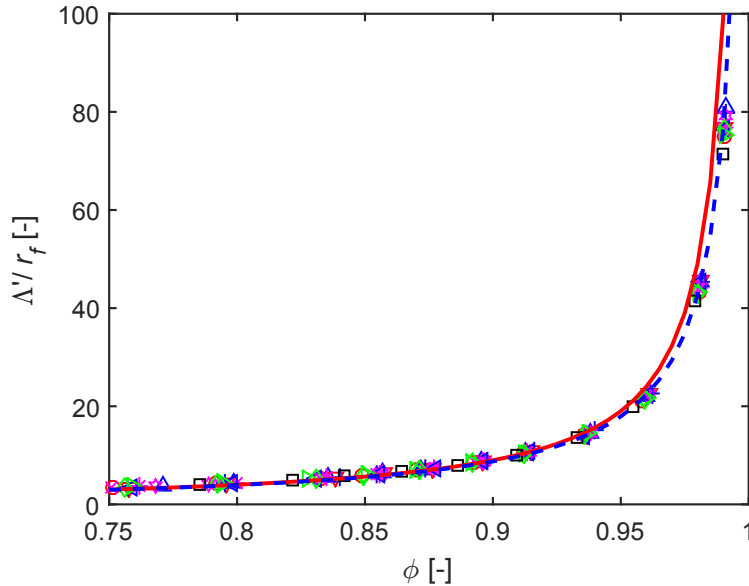


Figure 4.4 Normalized thermal characteristic length Λ'/r_f as a function of the open porosity ϕ . The symbols indicate the statistically averaged orientation of fibers as determined by the value of Ω_{zz} : $\Omega_{zz} = 0$ ($\circ$), $\Omega_{zz} = 0.1$ ($\triangle$), $\Omega_{zz} = 0.2$ ($+$), $\Omega_{zz} = 0.3$ ($+$), $\Omega_{zz} = 0.4$ ($*$), $\Omega_{zz} = 0.5$ ($*$), $\Omega_{zz} = 0.6$ ($\triangleleft$), $\Omega_{zz} = 0.7$ ($\times$), $\Omega_{zz} = 0.8$ ($\circ$), $\Omega_{zz} = 0.9$ ($\triangleright$), $\Omega_{zz} = 1$ ($\square$). The continuous curve corresponds to Eq. (4.10). The dashed curve corresponds to corrected model considering the effect of intersection between fibers, Eq. (4.11).

of Eq. (4.10). Consequently, a better model to fit the numerical data obtained on the generated fibrous REV is given by

$$\frac{\Lambda'}{r_f} = \frac{\phi}{1 - \phi + e}. \quad (4.11)$$

This expression is plotted on Fig. (4.4). One can note that Eq. (4.11) fits with the numerically calculated normalized characteristic thermal lengths, in which the value of e represents the intensity of fibers intersection. By using a simple fit from the simulation results, we obtain $e = 0.0036$.

Thus, it can be concluded that a good approximation of Λ' can be deduced from r_f and ϕ by Eq. (4.11) when the characteristic fiber radius and porosity are known.

4.6 Transport properties of the random fibrous structures

In this section, the macroscopic effective coefficients for the basic transport processes by conduction, convection and diffusion-controlled reactions in random networks of fibers are studied. The governing equations and their solution methods are briefly recalled in this section. They are detailed in earlier paper.⁷⁷ In all cases, the macroscopic coefficients are deduced by integrating the local fields, obtained by solving the transport equations at the pore scale. Since the webs are macroscopically homogeneous, they are considered as infinite periodic media, made of identical unit cells. The unit cells are the REV generated as described in Sec. 4.4. Periodicity conditions along the x , y , and z axes were applied when computing the transport properties.

4.6.1 Conductivity (tortuosity α_∞ and viscous characteristic length Λ)

4.6.1.1 Theoretical framework

Electric conduction is governed by the following set of equations,

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\pi + \vec{e}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0, \quad (4.12)$$

where $\vec{E}$ and π are respectively the local values of the electric field and microscopic potential in the fluid, and $\vec{e}$ is a specific macroscopic electric field. $\vec{E}$ satisfies the no-flux boundary condition at the wall $\partial\Omega$ when the solid phase is assumed to be

insulating,

$$\vec{E} \cdot \vec{n} = 0, \quad (4.13)$$

where $\vec{n}$ is the unit normal vector to $\partial\Omega$. π is assumed to be spatially periodic with a period Ω in the three directions of space.

The quantities $\vec{E}$ and $\vec{e}$ are related by the symmetric positive definite conductivity tensor α_∞ :

$$e_i = \alpha_{\infty ij} \langle E_j \rangle, \quad (4.14)$$

which depends only upon the geometry of the medium. Typically, for an isotropic random medium, $\alpha_{\infty ij}$ is a spherical tensor equal to $\alpha_\infty I$. For transversely isotropic fiber webs, the x and y directions play equivalent roles, but a different behavior along the z axis is expected. In the following, $\alpha_{\infty xy}$ denotes the average of the tortuosities along the x and y axes, which were found equal within the statistical fluctuations, and $\alpha_{\infty z}$ denotes the tortuosity in the vertical direction.

The viscous characteristic length Λ , introduced by Johnson *et al.*⁴³ and applicable to any kind of porous media, is defined as

$$\Lambda = 2 \frac{\int_\Omega \|\vec{E}\|^2 dV}{\int_{\partial\Omega} \|\vec{E}\|^2 dS}. \quad (4.15)$$

It is an effective pore-volume-to-surface ratio wherein each volume or area element is weighted according to the local value of the electric field $\vec{E}$, which would exist in the absence of a surface mechanism. Λ is a characteristic parameter of the geometry of the porous medium. This length can be derived from the numerical solution of the Laplace's equation in the pore space and used for the analysis of transport properties. The value of Λ obtained when setting $\vec{e}$ along the x and y directions is denoted by Λ_{xy} , while Λ_z corresponds to the z direction. The mean value over the three axes is denoted $\bar{\Lambda}$.

4.6.1.2 Numerical results and discussions

The calculations of the tortuosity tensor α_∞ were performed for the fiber networks described above. The purpose is to obtain a description for all types of random fibrous media using their single-geometry characteristics such as the porosity ϕ and the fiber orientation Ω_{zz} assuming transverse isotropy.

A study of the possible anisotropy of the results is first conducted. Fig. 4.5 shows that $\alpha_{\infty xy}$ and $\alpha_{\infty z}$ may generally differ from $\bar{\alpha}_\infty$ by a few percent. The largest deviations are observed for the aligned fiber networks ($\Omega_{zz} = 1$), where α_{xy} can differ from

$\bar{\alpha}_\infty$ by about 20% (and accordingly, α_z by about 15% for the layered fibrous media ($\Omega_{zz} = 0$)). It can also be noted that, as a general trend, fibers that are orthogonal to the direction of wave propagation yield higher tortuosity values than fibers that are parallel to the direction of wave propagation. The tortuosities $\alpha_{\infty xy}$, $\alpha_{\infty z}$, and $\bar{\alpha}_\infty$ displayed as a function of the porosity ϕ and the fiber orientation Ω_{zz} satisfy bilinear fits in the form :

$$\alpha_\infty = f(\phi, \Omega_{zz}) = (A\Omega_{zz} + B)\phi + (C\Omega_{zz} + D), \quad (4.16)$$

The coefficients A, B, C, D are reported in Table. 4.2 (with 95% confidence interval bounds). Except for strongly aligned fiber networks with $\Omega_{zz} = 0.9$ and $\Omega_{zz} = 1$; the effect of fiber orientation is barely visible on $\bar{\alpha}_\infty$.

Since there is no significant difference in the results of the average tortuosity $\bar{\alpha}_\infty$ with various fiber orientations Ω_{zz} a simple linear approximation for the averaged tortuosity can be used,

$$\bar{\alpha}_\infty = -0.4\phi + 1.4, \quad 0.75 \leq \phi \leq 1. \quad (4.17)$$

The following estimates

$$\alpha_\infty = 1 + \frac{1 - \phi}{2\phi}, \quad (4.18)$$

$$\alpha_\infty = \frac{3 - \phi}{2}, \quad (4.19)$$

respectively proposed by Berryman (see Eq. (18) of Ref. 4) and Boutin and Geindreau (see Eq. (38) of Ref. 5), can also be used to express the dependence of $\bar{\alpha}_\infty$ upon porosity ϕ .

Fig. 4.5(c) shows that the latter estimates are essentially valid for fibers perpendicular to the flow direction. These results show that when porosity is close to one, the tortuosity can be approximated by 1. This assumption is classically used for low density fibrous materials. However, one can note that as the porosity is reduced (or high density material), the tortuosity may be substantially increased and simple models^{33,36} based only on resistivity may fail.

Table 4.2 Coefficients of the bilinear fits to correlate $\alpha_{\infty xy}$, $\alpha_{\infty z}$, and $\bar{\alpha}_\infty$ as function of porosity ϕ and fiber orientation Ω_{zz} .

	A	B	C	D
$\alpha_{\infty xy}$	-0.5051	-0.2522	0.5051	1.2522
$\alpha_{\infty z}$	0.6289	-0.5977	-0.6289	1.5977
$\bar{\alpha}_\infty$	-0.1310	-0.3612	0.1310	1.3612

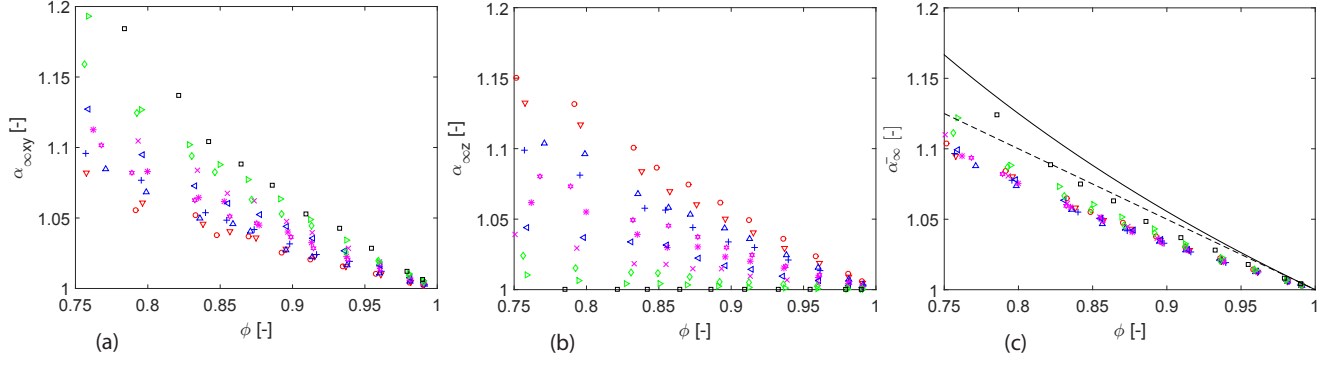


Figure 4.5 The tortuosities (a) $\alpha_{\infty xy}$, (b) $\alpha_{\infty zz}$, and (c) $\bar{\alpha}_{\infty}$. Same convention of colors and symbols as in Fig. 4.4. Dashed and continuous lines correspond to Eq. (18) of Ref.4 and Eq. (38) of Ref.5, respectively.

As for the tortuosity α_{∞} , the purpose of this analysis is to obtain a description for the viscous characteristic length Λ for all random fibrous media as a function of the geometrical parameters such as the fiber radius r_f , the statistically averaged orientation angle Ω_{zz} and the porosity ϕ . The numerical calculations were performed on the same fibrous network configurations that were used for the tortuosity tensor analysis.

The thermal characteristic length Λ' normalized by the values of Λ_{xy} and Λ_z are shown in Fig. 4.6 as a function of the porosity ϕ . When the fibers are aligned with the direction of wave propagation, there is no dependence of Λ'/Λ_z on ϕ . A good estimate of this ratio is given by

$$\Lambda'/\Lambda_z = 2 - \Omega_{zz}. \quad (4.20)$$

However, it is worth mentioning that the upper ($\Lambda'/\Lambda \leq 2$) and lower ($\Lambda'/\Lambda \geq 1$) bounds found here are consistent with those published in Ref. 53 (Eq. (49)) for fibers perpendicular and parallel to the plane wave propagation direction ($\vec{e}_3$). Note that in our numerical computations the specific ratio $\Lambda'/\Lambda_z = \frac{4}{3}$ (Eq. (50) of Ref. 53) is not associated to the case where the fibers are parallel to the surface of the sample and have various orientations ($\Omega_{zz} = 0$ with a plane wave propagating in the direction $\vec{e}_3$ in our notations) but rather corresponds to a situation where the fibers should be significantly aligned in the direction $\vec{e}_3$ ($\Omega_{zz} \approx 0.7$). These simulation results show that in the case of random fibrous structures, where plane waves are propagating along the main direction $\vec{e}_3$, the ratio Λ'/Λ_z can be finely tuned in between the typical values 1 and 2 by controlling the statistically averaged orientation of fibers, where the obtained variations of Λ'/Λ_z are independant of the porosity ϕ .

For the normalized characteristic length Λ'/Λ_{xy} , data are in the range

$$1.57 \leq \Lambda'/\Lambda_{xy} \leq 2.51, \quad (4.21)$$

where the lower bound corresponds to the dilute limit ($\phi \rightarrow 1$) of the case where the plane waves propagate parallel to the Oxy plane in the $\Omega_{zz} = 0$ situation, for which the ratio Λ'/Λ_{xy} approaches 1.5. The upper bound corresponds to the lower porosity limit ($\phi \sim 0.75$) of the case where the plane waves propagate perpendicularly to the Oxy plane in the $\Omega_{zz} = 1$ situation, for which $\Lambda'/\Lambda_{xy} = 2.5$. It is worth mentioning that the classical result $\Lambda'/\Lambda = 2$, corresponding to the dilute limit ($\phi \rightarrow 1$) of the Ω_{zz} situation when waves propagate perpendicularly to the fibers, is numerically recovered.⁵³ It is also worth noting that for $\phi < 0.9$, the interaction of the velocity fields between the

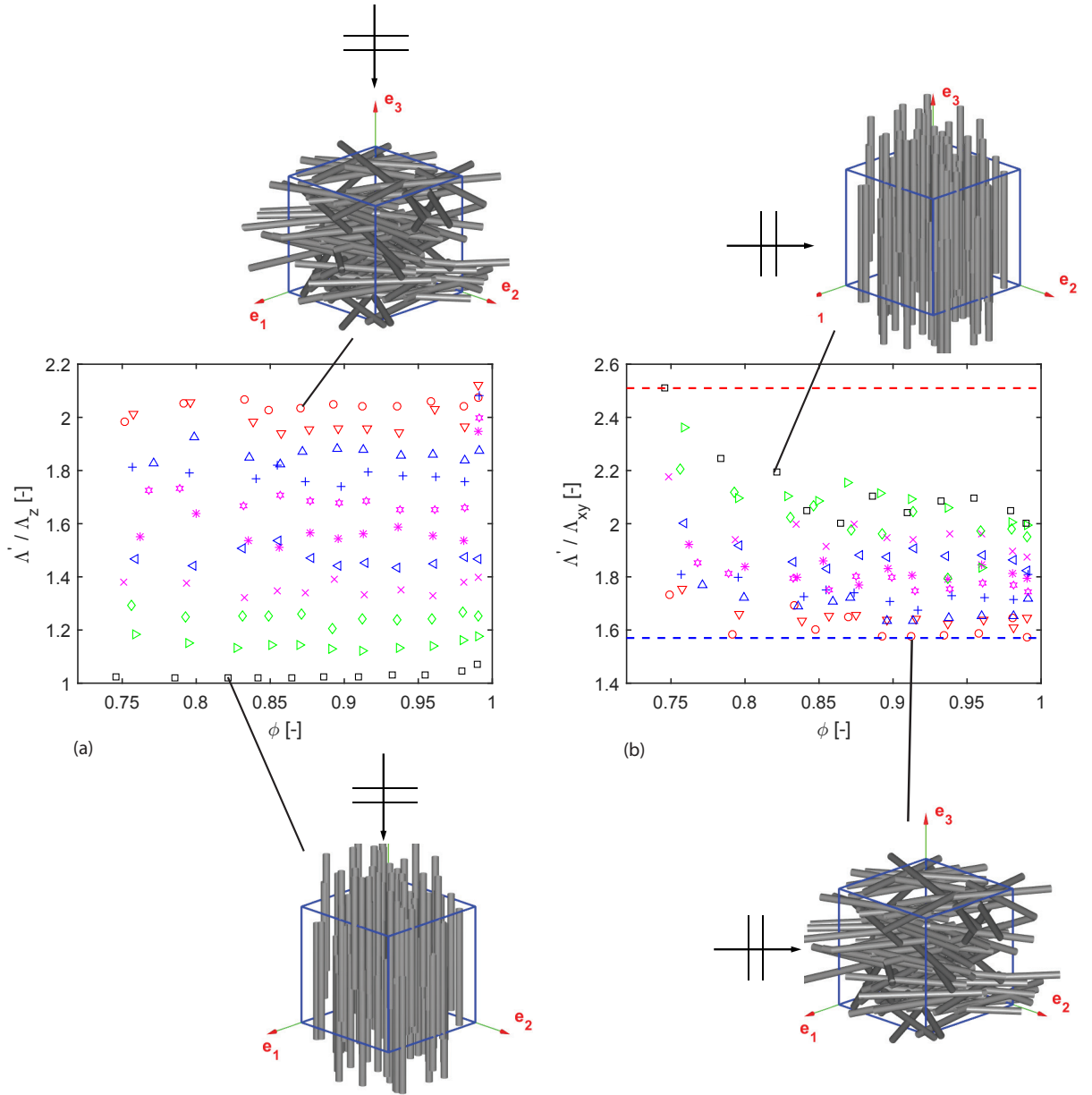


Figure 4.6 Properties of the characteristic length ratio Λ'/Λ . (a) Λ'/Λ_z as a function of porosity ϕ , (b) Λ'/Λ_{xy} as a function of porosity ϕ , the dashed lines correspond to limits of Eq. (4.16). Same convention of colors and symbols as in Fig. 4.4.

fibers can no more be neglected and Λ'/Λ_{xy} is consistently larger than 2, but only by a small amount ($\Lambda'/\Lambda_{xy} \leq 2.5$ for $\phi > 0.75$). The average over the whole Λ_{xy} data set yields

$$\left\langle \frac{\Lambda'}{\Lambda_{xy}} \right\rangle = 1.852 \pm 0.184, \quad (4.22)$$

an average corresponding to $\Omega_{zz} \approx 0.55$. Nevertheless, there is a clear dependence of $\frac{\Lambda'}{\Lambda_{xy}}$ in function of porosity ϕ and the angular orientation Ω_{zz} , see Fig. 4.6(b), which can be modeled according to

$$\frac{\Lambda'}{\Lambda_{xy}} = f(\phi, \Omega_{zz}) = (A\Omega_{zz} + B)\phi + (C\Omega_{zz} + D), \quad (4.23)$$

where the coefficients of the model (with 95% confidence interval bounds) are : $A = -1.0721$, $B = -0.0938$, $C = 1.4726$, $D = 1.6748$.

4.6.2 Static viscous permeability

4.6.2.1 Theoretical framework

Permeability can be derived from the solution of Stokes equations,

$$\eta \nabla^2 \vec{v} - \vec{\nabla} p = -\vec{G}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0, \quad (4.24)$$

where $\vec{v}$, p and η are the velocity, pressure, dynamic viscosity of the fluid, respectively ; and $\vec{G} = \vec{\nabla} p^m$ is a macroscopic pressure gradient acting as a source term. The velocity $\vec{v}$ verifies the non-slip boundary condition on the wet surface of the fibers

$$\vec{v} = 0 \quad \text{on} \quad \partial\Omega, \quad (4.25)$$

Because of the spatially periodic character on the large scale of the porous media, $\vec{v}$ and p are assumed to be spatially periodic functions with a period equal to the cell size Ω .

The system of Eqs. (4.24) - (4.25) with the periodic boundary condition is numerically solved for a specified macroscopic pressure gradient $\vec{G}$ on the REVs, which is set to be equal to a prescribed constant vector. Since Eqs. (4.24) and (4.25) form a linear system of equations, it can be demonstrated that $\langle \vec{v} \rangle$ is a linear function of $\vec{G}$. These quantities are related by the permeability tensor k_{0ij} ,

$$k_{0ij} = \phi \langle k_{0ij}^* \rangle, \quad (4.26)$$

where k_{0ij} is a symmetric positive definite tensor. Here the components k_{0ij}^* are derived from

$$v_i = -\frac{k_{0ij}^*}{\eta} G_j, \quad (4.27)$$

where v_i are the components of the local velocity field. Similarly to the tortuosity tensor α_∞ , $\mathbf{k}_0$ takes the same values along the x and y axes and can be different along z .

4.6.2.2 Numerical results and discussions

The permeability of each generated REV of cylindrical fibers described in Sec. 4.4 having been calculated, the next step, the objective is to obtain a description for all types of random fibrous media using their single geometrical characteristics such as r_f , ϕ and Ω_{zz} .

As for the conductivity (tortuosity α_∞ and viscous length Λ), a study of the possible effects of anisotropy on the results is conducted. We start however by presenting a classical model, which is used in the following for the analysis of our data.

Several classical models to represent the dependence of the permeability on the geometric fiber web characteristics. The most classical model is the Kozeny-Carman equation (see Eq. (6) of Ref. 79)

$$\frac{k_0}{r_f^2} = \zeta \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}. \quad (4.28)$$

where ζ is the Kozeny "constant", $\zeta = 1/45$ when the particle diameter is equal to fiber diameter. Other types of empirical correlations can be found in Ref.75.

The numerical results show that the behavior of the permeability tensor $\mathbf{k}$ can be different along the (x, y) and z axes. Fig. 4.7 shows that the through-plane normalized permeability k_{0z}/r_f^2 is more sensitive to fiber orientation than the in-plane normalized permeability k_{0xy}/r_f^2 . In view of Fig. 4.7(a), in-plane normalized permeability k_{0xy}/r_f^2 varies linearly in function of $\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$ - this is consistent with Kozeny-Carman equation. Fig. 4.7(b) suggests that ratio $k_{0z}/r_f^2 = f(\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2})$ depends also on the fiber orientation Ω_{zz} . Indeed, the ratio k_{0z}/r_f^2 increases significantly for larger fiber alignment in the direction of the wave propagation $\vec{\mathbf{e}}_3$. Numerical fits can be obtained for k_{0xy}/r_f^2 and $\bar{k}_0/r_f^2$ in the form of

$$\log_{10} \left(\frac{k_0}{r_f^2} \right) = A \log_{10} \left(\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \right) + B, \quad (4.29)$$

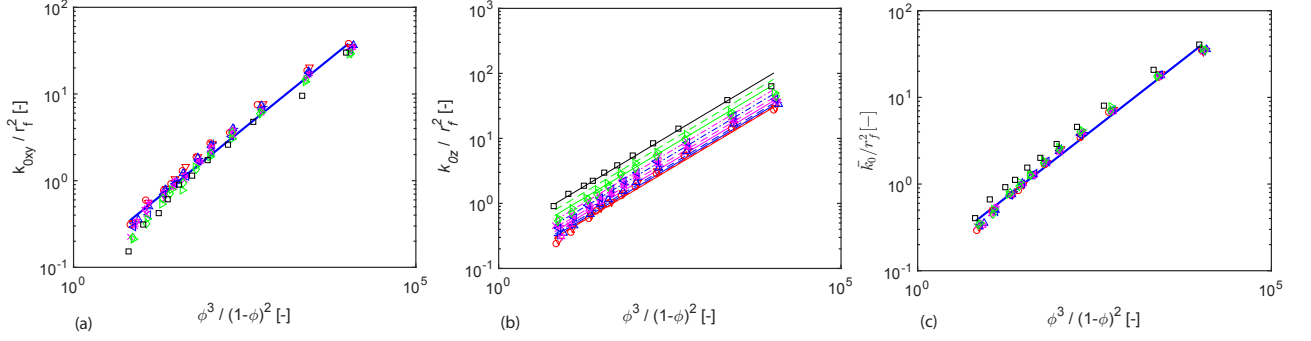


Figure 4.7 Properties of the permeabilities normalized by the square of the fibrous radius as a function of $\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$; (a) k_{0xy}/r_f^2 , (b) k_{0z}/r_f^2 , (c) $\bar{k}_0/r_f^2$. Same convention of colors and symbols as in Fig. 4.4. The lines in Fig. 4.7(a), (c) correspond to the fit function presented by Eq. (4.29) with appropriate coefficients A, B. The lines in Fig. 4.7(b) correspond to the fit function presented by Eq. (4.30) with appropriate coefficients A, B, C, D.

Table 4.3 Coefficients of the linear fits to correlate $\frac{k_{0xy}}{r_f^2}$ and $\frac{\bar{k}_0}{r_f^2}$ as a function of $\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$.

	$\frac{k_{0xy}}{r_f^2}$	$\frac{\bar{k}_0}{r_f^2}$
A	0.652	0.640
B	-1.022	-0.941

The effect of fiber orientation appears to be negligible on the in-plane normalized permeability $k_{0xy}/r_f^2 = f(\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2})$ when compared to the through-plane normalized permeability $k_{0z}/r_f^2 = f(\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2})$. Some global numerical fits can be found as linear forms, see Table. 4.3 for the corresponding coefficients.

A simple expression for estimating the normalized permeability k_{0z}/r_f^2 in function of $\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}$ and fiber orientation Ω_{zz} can take the form of

$$\log_{10} \left(\frac{k_0}{r_f^2} \right) = A \log_{10} \left(\frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \right) + B \Omega_{zz}^2 + C \Omega_{zz} + D, \quad (4.30)$$

with $A = 0.6295$, $B = 0.4628$, $C = 0.0621$, $D = -1.0482$.

In summary, the permeability of a random fibrous medium can be related to the fiber radius r_f , the porosity ϕ , and the angular orientation Ω_{zz} . It can therefore be predicted directly from the knowledge of the geometrical characteristics r_f , ϕ , and Ω_{zz} .

4.6.3 Static thermal permeability

The thermal terminology is used here but the following developments are also valid for diffusion of Brownian particles whose size is small with respect to a typical

size of the medium. Isothermal heat diffusion and Brownian motion in porous media are governed by a Poisson equation

$$\nabla^2 \tau = -1, \quad (4.31)$$

where τ is the local field. When the frame has a sufficiently large thermal capacity, the excess temperature τ can be considered to vanish at the fiber walls, and the boundary condition is

$$\tau = 0 \quad \text{on} \quad \partial\Omega. \quad (4.32)$$

The excess temperature field τ is spatially periodic. The mean value of the excess temperature field in the fluid space between fibers is directly related to the definition of the (scalar) static thermal permeability :

$$k'_0 = \langle \tau \rangle. \quad (4.33)$$

Alternatively, the diffusion controlled trapping constant of the porous frame is given by $\Gamma = 1/k'_0$.

Based on the calculated values of k'_0 , the normalized thermal permeability k'_0/r_f^2 is shown in Fig. 4.8 as a function of the porosity for the various fiber orientations. Because the diffusion of heat does not provide any preferred direction, the static thermal permeability k'_0 normalized by the square of the fiber radius r_f^2 can generally be written as a function relatively independant of fiber orientation. In their work, Olny and Panneton¹⁰¹ provide the following relation between the low-frequency Champoux-Allard description of the thermal characteristic length (Λ'_{lf}) and the static thermal permeability

$$k'_0 = \phi \frac{\Lambda'^2_{lf}}{8}. \quad (4.34)$$

Substituing Λ'_{lf} by Eq. (4.10), and assuming that the fibers do not intersect, one can derive a theoretical expression for the normalized thermal permeability in function of the open porosity. It is given by :

$$\frac{k'_0}{r_f^2} = \frac{\phi}{8} \left(\frac{\phi}{1-\phi} \right)^2 = \frac{1}{8} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2}. \quad (4.35)$$

By using this theoretical expression, the prediction does not fit with numerical simulation results, particularly in the range of large open porosity, as shown by the continuous curve in Fig. 4.8. This error can be explained by the effect of the intersection between fibers which is ignored in the theoretical model. In order to consider the effect of the intersection between fibers, a correction procedure is performed similarly to the

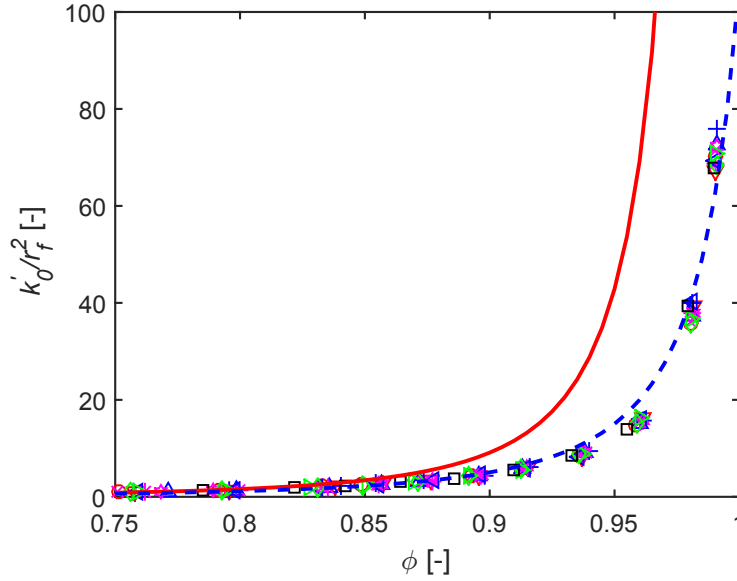


Figure 4.8 Normalized thermal permeability k'_0/r_f^2 as a function of porosity ϕ . Same convention of colors and symbols as in Fig. 4.4. The continuous curve corresponds to Eq. (4.35), the dashed curve corresponds to corrected model considering the effect of intersection between fibers, Eq. (4.36)

case of the thermal characteristic length. In fact, the porosity in the denominator in Eq. (4.35) would be increased by an amount e corresponding to the effect of the intersection between fibers, as shown in Eq. (4.36). A value $e = 0.0344$ is obtained by fitting from the simulation results. Consequently, using this new approximation, one can obtain a good agreement between the numerical simulation results and the corrected theoretical prediction, as shown by the dashed curve in Fig. 4.8.

$$\frac{k'_0}{r_f^2} = \frac{1}{8} \frac{\phi^3}{(1 - \phi + e)^2}. \quad (4.36)$$

4.7 Conclusions

Random fibrous medium have been generated their geometric and transport properties where numerically calculated and their dependence on single-geometrical characteristics were analyzed. It should be noted that the influence of fiber orientation was carefully taken into account. The random fibrous medium is primarily characterized by the fiber radius r_f and its porosity ϕ .

An important geometrical characteristic of any porous medium is its generalized hydraulic radius or thermal characteristic length Λ' . Λ'/r_f was shown to be an exponential function of the porosity ϕ only, Eq. (4.11).

Alternatively, a better prediction of the anisotropic transport phenomena and acoustic propagation properties through fibrous media can be obtained by using equations which involve a more detailed description of fiber orientation considered here.

The tortuosities α_∞ and viscous characteristic length Λ can be deduced from ϕ and the fiber orientation through Ω_{zz} by taking Eqs. (4.16 - 4.17) and (4.20, 4.23) into account. The same applies to the permeability $\mathbf{k}_0$, which is generally dependent on r_f^2 , ϕ and Ω_{zz} , Eqs. (4.29 - 4.30).

Generally, the transport properties of random fibrous media, such as the conduction related parameters and permeability can be calculated in terms of r_f^2 , ϕ and Ω_{zz} . In a first approximation, one could obtain information about the variation of $\bar{\alpha}_\infty$, $\bar{\Lambda}$, and $\bar{k}_0$ only from ϕ . For higher accuracy, we have equations relating explicitly $\alpha_{\infty xy}$, $\alpha_{\infty z}$, Λ_{xy} , Λ_z , k_{0xy} , k_{0z} and k'_0 as function of r_f , ϕ , and Ω_{zz} , Eqs. (4.16 - 4.17), (4.20, 4.23), (4.29 - 4.30), (4.36), where Ω_{zz} is a mesure of the statistically averaged orientation of fibers.

Acknowledgements

This work was partly supported by a grant of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) whose support is gratefully acknowledged. Partial support for this work was also provided by Université Paris-Est (support for mobility grants from the ED SIE).

CHAPITRE 5

EFFECTIVE FIBER DIAMETER FOR MODELING THE ACOUSTIC PROPERTIES OF POLY-DISPERSE FIBER NETWORKS

5.1 Avant-propos

Auteurs et affiliations :

- Hoang Tuan LUU, étudiant au doctorat, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de Génie mécanique, GAUS.
- Raymond Panneton, Professeur, Université de Sherbrooke, Faculté de Génie, Département de Génie mécanique, GAUS.
- Camille Perrot, Maître de conférences HDR, Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation MultiEchelle, MSME UMR 8208, France.

Date de soumission : Octobre 2016

État de l'acceptation : Accepté de publier janvier 2017

Revue : Journal of the Acoustical Society of America (Express Letter)

Référence : aucune

Titre français : Diamètre effectif de fibres pour modéliser des propriétés de transport d'un matériau fibreux polydisperse.

Contribution au document :

Cet article contribue à la thèse en considérant la possibilité de l'utilisation d'un modèle monodisperse équivalent afin de modéliser et déterminer les propriétés de transport d'un matériau fibreux dont les diamètres de fibres respectant une distribution de type polydisperse.

Résumé français :

L'objectif de ce travail est de comparer les propriétés de transports et acoustiques de milieux fibreux constitués d'une part par des diamètres de fibres monodispersés et d'autre part par des diamètres de fibres polydispersés. Des simulations numériques sont alors réalisées pour examiner l'effet du diamètre de fibres, correspondant à une distribution monodispersée et polydispersée, sur l'évolution des paramètres de transports des matériaux. Les résultats numériques montrent qu'il n'y a pas de différence significative entre les milieux poreux polydisperse et le monodisperse équivalent.

EFFECTIVE FIBER DIAMETER FOR MODELING THE ACOUSTIC PROPERTIES OF POLYDISPERSE FIBER NET- WORKS

H. T. Luu,^{1,2} R. Panneton,¹ C. Perrot²

¹ Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS), Department of Mechanical Engineering, Université de Sherbrooke, Québec J1K 2R1, Canada,

² Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, MSME UMR 8208 CNRS, 5 bd Descartes, 77454 Marne-la-Vallée, France,

e-mail : hoang.tuan.luu@usherbrooke.ca, hoang-tuan.luu@u-pem.fr

5.2 Abstract

The purpose of this research is to determine whether the acoustic properties of polydisperse and bidisperse fiber media (PDFM and BDFM) can be modeled by monodisperse fiber media (MDFM) with an effective fiber diameter. Multi-scale numerical simulations on representative elementary volumes of these media are performed to retrieve the transport and geometrical properties governing their acoustic properties. Results show no significant difference between predictions obtained by PDFM or BDFM, and their corresponding effective MDFM.

PACS numbers : 43.55.Ev

5.3 Introduction

There are a wide variety of fibrous materials used for noise mitigation. Most common ones are glass wools, rock wools, and some natural wools. Their porosity and fiber diameter distribution largely determine their transport and acoustic properties.^{93,102} The determination of these properties based on a multi-scale approach was recently investigated.^{28,80,77} The principle of the approach is to numerically solve the governing physical problems at the local scale, based on a reconstructed representative elementary volume (REV) of the fibrous network. From the numerical solutions, the transport and acoustic properties of the fibrous network are deduced by the application of the homogenization technique.^{103,5} Such a multi-scale approach may be well suited to design fibrous materials having acoustic properties tailored to given end-applications. However, when dealing with a fiber diameter distribution instead of a unique fiber diameter, the link between the fiber diameter and the transport or acoustic properties is not straightforward. It follows that the tailoring of the acoustic properties may be difficult to achieve. Consequently, the objective of this paper is to check whether the transport properties, and thereby the acoustic properties, of a polydisperse fiber network can be retrieved by the multi-scale modeling of a monodisperse fiber network of effective fiber diameter.

To the authors' knowledge, no research work has specifically addressed the aforementioned objective. Nevertheless, some works suggest that the use of an average diameter is sufficient, but they do not present any in-depth investigations. For instance, Peyrega *et al.*⁸⁰ determined the acoustic properties of a transversally isotropic fibrous medium based on a multi-scale approach. The diameter of the constitutive fibers follows a gamma distribution; however, in their modelling all the fibers have the same diameter, that is the weighted averaged diameter of the distribution. While their multi-scale results fit with measurements, no indication is given regarding the generality of using an averaged diameter. In a previous work by Luu *et al.*,⁷⁷ a multi-scale approach was also used for determining and evaluating the influence of fiber orientation on the transport and acoustic properties of a natural fiber network. When reconstructing the REVs, they used a mean value instead of the real fiber diameter normal distribution. Again, while their simulations fit with measurements, no demonstration is given with regard to the validity of using a monodisperse mixture to acoustically model a polydisperse one. In a similar way, Schladitz *et al.*²⁸ provided a model for optimizing the acoustic properties of a nonwoven from the reconstruction of the fibrous microstructure. This time, the authors used a full range of fiber diameter distribution. Unfortunately, they have not explored whether an effective diameter could lead to the same results.

In order to assess the validity of modeling a polydisperse fiber medium by an effective monodisperse one, this paper is structured as follows. First, the multi-scale theory to retrieve the REVs and acoustic properties of polydisperse, bidisperse and monodisperse fiber media is recalled. Second, from the numerical solutions of the local equations on the REVs, results from polydisperse and bidisperse fiber media are compared to their effective monodisperse counterparts. Here, the effective fiber diameter used for each monodisperse medium is the weighted average diameter of its corresponding polydisperse medium. Finally, conclusions are drawn from these comparisons to validate the research question of this express paper. Note that for most nonwoven fibrous materials, the fiber mixture is transversely isotropic, where all fibers are randomly stacked in parallel planes. Therefore, the present study is limited to this type of configuration.

5.4 Theory and methodology

As presented in a previous work,⁷⁷ the determination of the transport properties of fiber networks from their microstructural features starts with the reconstruction of corresponding REVs. In the following, two types of polydisperse fiber mixtures will be considered during reconstruction of REVs : (i) the first type corresponds to materials containing fiber mixtures, where the fiber diameter follows a Gamma distribution ; (ii) the second type is the combination of two groups of fibers, where each group has a constant fiber diameter and occupies a given proportion of the mixture. While the first type is called polydisperse fibrous medium (PDFM), the second is called bidisperse fibrous medium (BDFM).

When considering PDFM, a literature review shows that a realistic representation of the fiber diameter distribution is given by a Gamma distribution.^{30,102} Following the shape-scale parametrization, the probability density function of the Gamma distribution is given by

$$f(d; \kappa, \theta) = \frac{d^{\kappa-1} e^{-\frac{d}{\theta}}}{\theta^{\kappa} \Gamma(\kappa)}, \quad (5.1)$$

where d is the random fiber diameter, θ is the scale, and $\Gamma(\kappa)$ is the Gamma function evaluated for shape κ . The Gamma distribution ranges between a normal distribution ($\kappa \rightarrow \infty$) and a log-normal distribution ($\kappa \rightarrow 0$) with a corresponding mean value θ . Histograms representing the Gamma distribution for various shape factors κ are shown in Fig. 5.1(a).

When considering BDFM, a discrete uniform distribution is used with the probability mass function given by

$$P(d) = \frac{1}{n}, \quad (5.2)$$

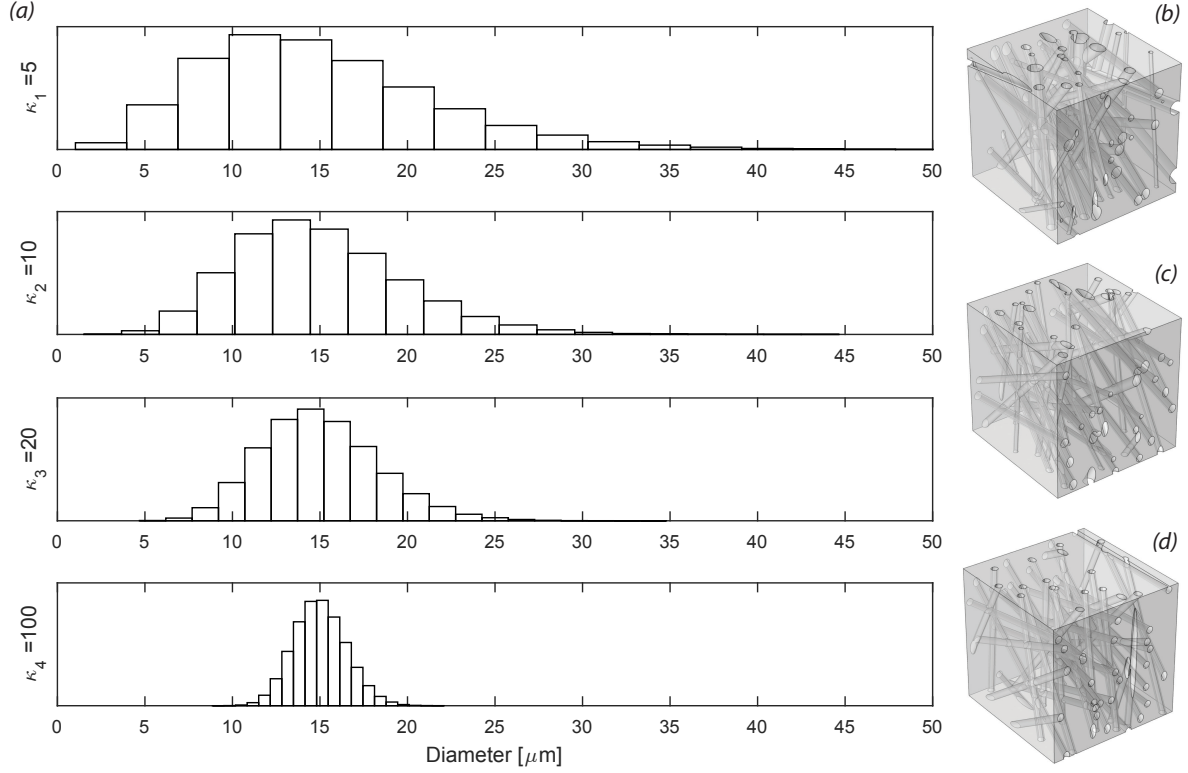


Figure 5.1 (a) The evolution of gamma distribution on the variation of shape parameter κ , the scale parameter is given $\theta = 15 \mu m$. Different REV configurations corresponding to various shape parameters : (b) $\kappa_1 = 5$, (c) $\kappa_2 = 10$, (d) $\kappa_3 = 20$.

where $n = 2$ since only two discrete fiber diameters are possible.

For both types of fibrous medium (PDFM and BDFM), the multi-scale approach presented in a previous paper⁷⁷ is applied. For a given fibrous medium, the open porosity is first fixed together with the corresponding probability function (Eq. (5.1) or (5.2)), and the possible discrete values, or continuous range, of fiber diameters : (i) for BDFM, d_1 and d_2 are defined ; (ii) for PDFM, mean fiber diameter θ and shape parameter κ are defined. This information is used as input to the multi-scale algorithm presented by Luu *et al.* (Fig. 2 of Ref. 77) to define the size of the corresponding REV and the number of fibers of each diameter it contains. Once the REV is determined, the finite element method is used to discretized the fluid domain between fibers and to solve the three local problems : Stokes flow, potential flow, and heat conduction. It is worth mentioning that for each problem the mesh was selected properly to ensure convergence of the calculated fields. Once the numerical solutions are obtained, the transport properties are deduced from these fields : (1) the Stokes flow problem allows determination of the static transverse viscous permeability k_0 ,⁸⁴ also called the through-plane permeability ; (2) the potential flow problem allows determination of the tortuosity α_∞ , and viscous characteristic length Λ ,⁴³ and (3) the heat conduction

problem allows determination of the static thermal permeability k'_0 .⁴⁶ The two remain geometrical parameters (open porosity ϕ , and thermal characteristic length Λ') are directly determined from the meshing of REV.

The second step of the methodology is to build an equivalent monodisperse fibrous medium (MDFM) for each REV of PDFM and BDFM. The monodisperse REV has the same number of fibers of the corresponding bidisperse or polydisperse REV, where all the fibers have the same effective diameter, that is the weighted averaged diameter of the corresponding distribution, only the orientation of the fibers changes. The effective diameter is θ for the Gamma distribution, and $\bar{d} = p_1 d_1 + p_2 d_2$ for the discrete uniform distribution, where p_i is the proportion of fibers with diameter d_i in the bidisperse REV. Once the REVs of monodisperse fibers are reconstructed, the aforementioned numerical calculations at the local scale are performed to deduce the corresponding transport and geometrical properties.

The final step of the methodology is to compare the transport and geometrical properties calculated for each MDFM to its corresponding PDFM or BDFM. The objective is to validate if, or when, an effective fiber diameter is sufficient to model the acoustic properties of polydisperse and bidisperse fiber mixtures. Since the acoustic properties, such as sound absorption coefficient or sound transmission loss, depend on the transport and geometrical properties of the fiber mixture, comparable transport and geometrical properties will lead to comparable acoustic properties.

5.5 Results and discussion

5.5.1 Polydisperse fibrous medium

The polydisperse fiber medium (PDFM) is first considered. As discussed previously, the fiber diameter in PDFM follows a Gamma distribution characterized by shape parameter κ and scale parameter θ . We recall here that θ is used as the effective diameter of the corresponding monodisperse fiber mixture (MDFM). To study the sensitivity of the acoustic properties to the shape parameter κ , the scale parameter θ is fixed at a given value ($\theta = 15\mu m$) while the shape parameter takes three different values : $\kappa_1 = 5$, $\kappa_2 = 10$, and $\kappa_3 = 20$. Note that in this study, during the reconstruction of the REVs, the target open porosity is $\phi = 0.900$, with a tolerance ε of 0.003 (ε is defined in reference [77]).

As discussed in step 1 of the methodology, the construction of a REV for a polydisperse fiber mixture is realized with the following input information : the target open porosity ϕ , and the parameters θ and κ of the Gamma distribution. For the corresponding monodisperse fiber mixture, the input information are the open porosity ϕ

and the effective constant diameter θ . Some REV's corresponding to polydisperse fiber mixtures with shape parameters κ_1 , κ_2 and κ_3 are depicted in Fig. 5.1(b),(c),(d). As mentioned above, the numerical simulations were applied on the reconstructed REV's in order to calculate the transport and geometrical properties. The numerically calculated properties (average and standard deviation) are plotted in Fig. 5.2. Note that the statistics for a given set of input information are obtained from the solution on 10 REV's numerically reconstructed by the aforementioned algorithm. Except for porosity and tortuosity, each graph in Fig. 5.2 is scaled so that the full range of the vertical axis represents approximately 40% of the MDFM value.

The results shown in Fig. 5.2 indicate that the transport and geometrical properties found with the effective MDFM are statistically equivalent to those obtained with the PDFM. The variations found between the different shape parameters κ are an artefact of the 3D numerical reconstructions of the REV's. In fact, to simplify the 3D reconstructions for the finite element simulations, fibers are allowed to intersect. This has the effects of overestimating the porosity, and slightly affecting the other properties.

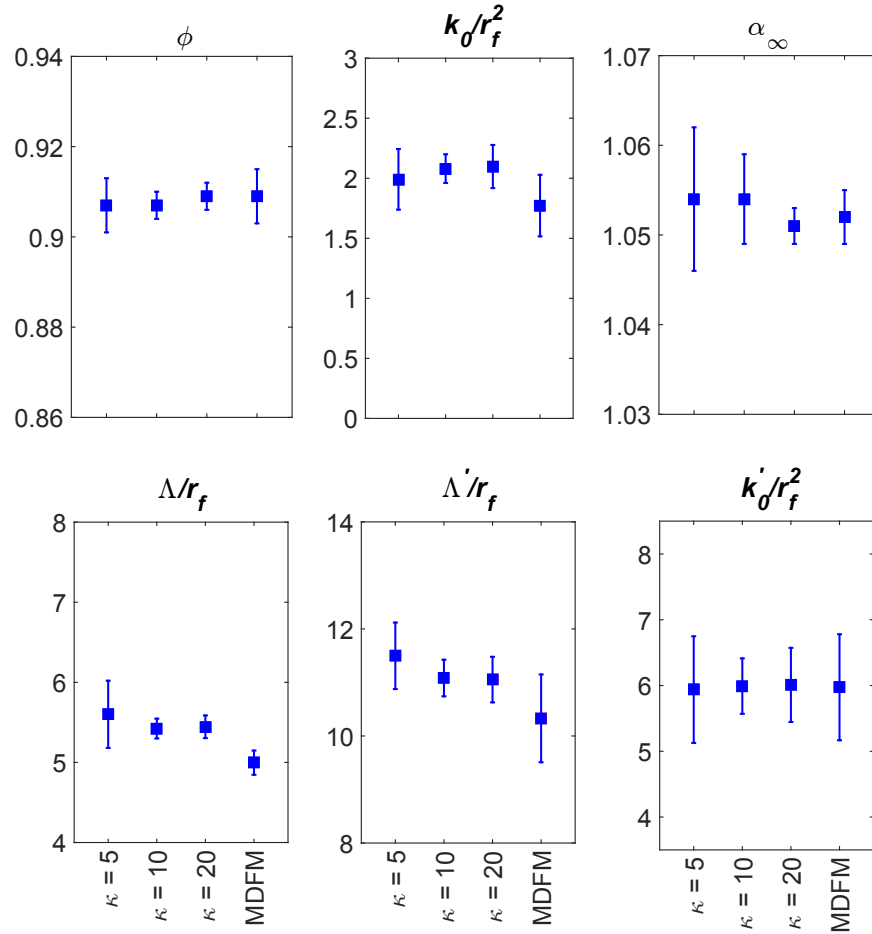


Figure 5.2 Normalized transport and geometrical properties of PDFM and corresponding MDFM.

This explains why the open porosities for the numerically reconstructed REV's oscillate around 0.908 in Fig. 5.2 instead of being constant at the target porosity of 0.900. To reduce these variations, intersections should be avoided during the 3D reconstruction of the REV's. This would require considerable reconstruction efforts to reach the same conclusions. While not shown here, but when using the MDFM properties for an effective fiber diameter of $15 \mu m$ in the predictive Johnson-Lafarge model,⁸ the found sound absorption coefficient and transmission loss are statistically similar to those obtained using the BDFM properties whatever the shape parameter κ (5, 10 or 20).

5.5.2 Bidisperse fibrous medium

The bidisperse fibrous medium (BDFM) is now considered. This time, the fiber mixtures are constituted of two groups of fibers with different diameters d_1 and d_2 . The percentages of each group of fibers in each mixture are respectively p_1 and p_2 . In the scope of this work, a typical ratio of 3 : 7 is considered, this yields $p_1 = 30\%$ and $p_2 = 70\%$. This ratio is typical for nonwoven fibrous materials made up from two fiber components : the first component is the principal fiber (ex. : a natural fiber like milkweed floss) occupying 70% of the total number of fibers in the mixture, and the second one is the binding fiber (ex. : bicomponent fiber) occupying 30% of the mixture. This type of mixture is similar to the nonwoven fibrous material investigated in a previous paper.⁷⁷ Note that in this study, during the reconstruction of the REV's, the target open porosity is $\phi = 0.900$, with a tolerance ε of 0.003 (ε is defined in reference [77]).

Following the methodology described in Sec. 5.4, REV's are reconstructed for different bidisperse fiber mixtures. Each fiber mixture is characterized by the following input information : the target open porosity ϕ , and a combination of diameters d_1 and d_2 , and their ratio. Table 5.1 presents the 6 studied combinations of diameters. Similarly, REV's for the corresponding effective monodisperse fiber mixtures are also reconstructed with the following input information : the target open porosity ϕ , and the

Table 5.1 Different combinations of fiber mixtures for BDFM. Effective diameters are for the corresponding MDFM.

Combination	Group 1		Group 2		Effective diameter $\bar{d} (\mu m)$
	$d_1 (\mu m)$	$p_1 (\%)$	$d_2 (\mu m)$	$p_2 (\%)$	
1	10	30	20	70	17
2	10	30	30	70	24
3	10	30	40	70	31
4	40	30	10	70	19
5	40	30	20	70	26
6	40	30	30	70	33

weighted average diameter $\bar{d}$ (or effective diameter). Once the REV's are reconstructed, the numerical solutions of the governing problems at the local scale provide all their transport and geometrical properties. The numerically calculated properties (average and standard deviation) are plotted in Fig. 5.3. Note that the statistics for a given set of input information are obtained from the solution on 10 REV's reconstructed by the aforementioned algorithm. Except for porosity and tortuosity, the other properties in Fig. 5.3 are scaled with respect to the effective fiber radius or its square to obtain dimensionless parameters.

The results shown in Fig. 5.3 indicate that for most of the studied combinations, the use of an effective MDFM modeling of a BDFM yields to statistically identical results. The only exception is for the tortuosity for combination 4 where the tortuosities of MDFM and BDFM statistically differ by less than 0.01. They are perhaps not statistically identical, but their values are very close. Not shown here, but one can show that these differences found in the transport and geometrical properties would not lead to significant differences on acoustic properties such as sound and transmission coefficients. Consequently, these results showed that the use of an effective diameter

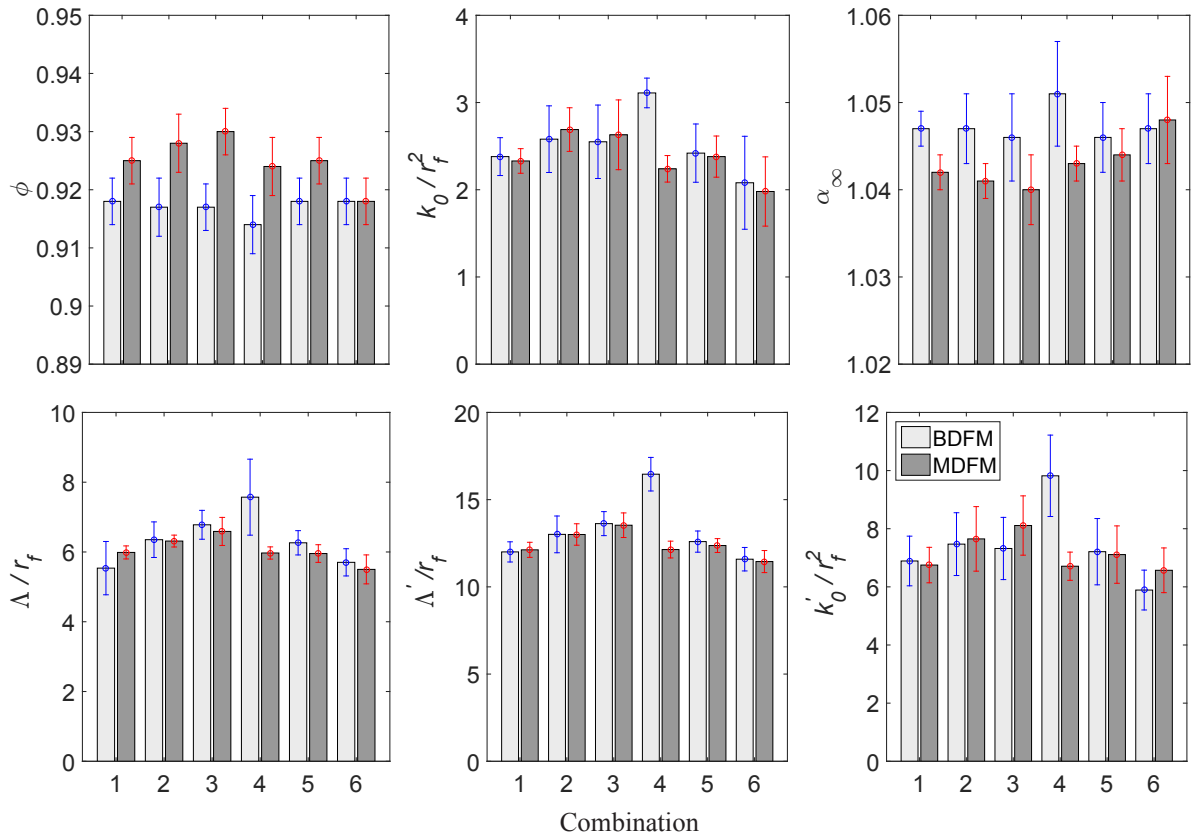


Figure 5.3 Transport and geometrical properties of BDFM (light gray) and corresponding MDFM (dark gray) for the different combinations described in Table 5.1.

(here the weighted average diameter) was sufficient to replicate the acoustic properties of the studied typical bidisperse fibrous media.

5.6 Conclusions

Some polydisperse (PDFM) and bidisperse (BDFM) fiber media were considered and compared with corresponding monodisperse fiber media (MDFM) of a single effective fiber diameter. The fiber diameters in a PDFM follow a Gamma distribution around a weighted average diameter. The fiber diameters in a BDFM are a combination of two discrete values.

For PDFM, it was shown that for a weighted average diameter of the Gamma distribution, modeling PDFM by MDFM, where all fibers are of the same effective diameter equal, yields mostly to statistical identical results. Here the effective diameter is the weighted average diameter of the Gamma distribution.

For BDFM, it was shown that the use of an effective diameter (here the weighted average diameter) in MDFM was sufficient to replicate the acoustic properties of the studied typical bidisperse fibrous media. Here, only a fiber proportion ratio 3 : 7 (binding and principal fibers, resp.) was investigated for different combinations of two diameters. This ratio is typical for nonwoven fibrous materials.

Acknowledgements

This work was partly supported by a grant of the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) whose support is gratefully acknowledged. Partial support for this work was also provided by Université Paris-Est (support for mobility grants from the ED SIE).

CHAPITRE 6

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

6.1 Conclusion

Ce travail a contribué à la modélisation du comportement acoustique des milieux fibreux dans le cadre des approches par homogénéisation. Plus particulièrement, l'approche a été conduite pour un matériau naturel constitué de fibres d'asclépiade, qui présente un intérêt sur le plan écologique et de la construction durable.

En vue de déterminer numériquement les propriétés acoustiques du milieu fibreux, une première étape du travail a consisté à reconstruire la microstructure tridimensionnelle d'un échantillon de matériaux fibreux au Chapitre 3. Les paramètres caractéristiques de la géométrie locale du matériau fibreux ont été déterminés par l'acquisition d'images 2D obtenues par microscopie électronique à balayage et mesures directes (diamètres des fibres, proportions des fibres, distributions angulaires) sur des plans orthogonaux (horizontaux et verticaux) et complétés par une mesure de porosité. Les propriétés de transport gouvernant les phénomènes de dissipation acoustique ont ensuite été déterminées en résolvant trois problèmes aux limites de manière classique (écoulement de Stokes, écoulement potentiel, diffusion contrôlée) sur la cellule de base reconstruite (hypothèse de squelette rigide, et de grandes longueurs d'ondes). Les paramètres de transport ainsi obtenus servent alors de données d'entrées au modèle semi-phénoménologique de Johnson-Lafarge, à partir duquel on obtient une prédiction du coefficient d'absorption des échantillons étudiés. Les simulations sont confrontées avec succès d'une part à des mesures de perméabilité, et d'autre part à des mesures réalisées au tube d'impédance ; ce qui permet de valider l'approche originale développée ici. Un caractère important de ce travail est la prise en compte du côté aléatoire d'un milieu fibreux réel. Il faut souligner aussi qu'aucun paramètre d'ajustement n'est requis : le lien entre structure aléatoire et propriétés d'absorption est directe, et donc adapté à l'optimisation. Finalement, on utilise un code éléments finis axisymétrique en ajustant les paramètres élastiques de manière à estimer les propriétés d'isolation du milieu reconstruit, tout en conservant les paramètres de transport calculés par l'approche directe. Une caractérisation expérimentale des paramètres élastiques n'est pas possible compte tenu de l'importance des conditions aux limites aux bords de l'échantillon dans le tube. On en déduit qu'une prédiction fine de la perte par transmission d'un échantillon fibreux nécessite une estimation des propriétés élastiques du réseau. Ici, une approche directe n'a pas été possible. Ensuite, l'influence de l'effet de l'orientation de

fibres sur les propriétés de transport est brièvement analysée. Les résultats montrent notamment un effet notable de l'orientation des fibres sur la perméabilité du milieu poreux.

Au chapitre 4, une analyse plus complète de l'influence des paramètres microstructuraux sur les propriétés de transport a été menée en faisant varier la porosité, le diamètre des fibres et l'orientation des fibres de manière systématique et sur une large gamme de porosités ($0.75 \div 0.99$). Des corrélations entre les propriétés macroscopiques (de transport) et les paramètres caractéristiques de la microstructure sont déduites des résultats de simulations numériques par des processus de régression. Les principaux résultats issus de cette étude sont les suivants. La longueur caractéristique thermique normalisée par le rayon de fibre est une fonction de la porosité essentiellement. En première approximation, on peut obtenir une estimation de la tortuosité, de la longueur caractéristique visqueuse, et de la perméabilité en fonction du rayon de fibres et de la porosité uniquement. Pour une meilleure précision, nous avons développé des expressions reliant les coefficients des tenseurs de ces propriétés en fonction de la porosité, du rayon de fibres, et de l'orientation angulaire. Ce dernier paramètre peut s'avérer utile pour une estimation fine des propriétés acoustiques d'un matériau fibreux et pour des fins d'optimisation.

Le chapitre 5 a été dédié à l'étude des milieux poreux à fibres polydisperses. Deux configurations particulières ont été considérées : une répartition étendue de diamètres de fibres et un milieu à deux populations distinctes de diamètres de fibres. Pour chaque exemple, un milieu à fibres monodisperses équivalent est obtenu en effectuant une moyenne pondérée des diamètres des fibres (moyenne arithmétique). Des simulations numériques ont été réalisées pour les différentes configurations : de références et mono-disperses équivalentes. Les résultats de calcul sur les milieux polydisperses permettent de mettre en évidence l'influence de la taille de fibres sur les propriétés acoustiques. Pour le matériau à deux familles de fibres, les résultats obtenus avec le milieu monodisperse équivalent aboutissent à des résultats similaires ; ce qui justifie a posteriori les hypothèses du Chapitre 3 (Article 1). Pour le matériau polydisperse avec une distribution étendue de type gamma, l'équivalence avec le milieu monodisperse n'est pas systématiquement obtenue et dépend de facteur d'échelle et du facteur de forme de la distribution gamma. En particulier, les résultats tendent à diverger lorsque la distribution étendue tend vers une distribution type log-normale.

6.2 Perspectives

Il pourrait être utile d'étudier plus finement le cas d'une distribution étendue de diamètres de fibres type log-normale, sur les plans numérique et expérimental. Il s'agit en effet de la configuration typique d'une laine de verre, matériaux très répandus.

Une perspective importante ouverte suite à ce travail de recherche concerne la détermination directe des propriétés (visco-) élasto-dynamiques de milieux fibreux. Cela permettrait d'étudier l'effet des liaisons entre fibres (liaisons obtenues par la fonte partielle de fibres polymères bicomposants, ou par projection d'un liant) sur les propriétés acoustiques du réseau de fibres (en absorption mais surtout en transmission). On peut remarquer que, parallèlement à ce travail de thèse, une méthode d'homogénéisation numérique basée sur une formulation de Biot qui conserve l'énergie aux échelles micro- et macro- a été proposée [104], et pourrait éventuellement être utilisée comme outil de modélisation pour aborder ce problème. D'un point de vue expérimental, cela pose aussi la question de la caractérisation locale des propriétés élastiques des constituants (fibre, liant), par indentation par exemple.

Une autre perspective concerne la modélisation des effets de couplages de vibration entre la structure et le milieu fluide avec résonnance interne (voir par exemple [105]). Un tel couplage, absent dans les autres milieux poreux (roches, polymères), peut être favorisé par la nature des fibres qui sont très élancées et peu rigides.

Finalement, il reste à mener une approche d'isolation globale (thermique, acoustique, qui respecte des contraintes structurale) et optimale, avec validation expérimentale.

ANNEXE A

RECONSTRUCTION DE LA MICROSTRUCTURE TRIDIMENSIONNELLE EN ASSEMBLANT DE TENSEURS D'ORIENTATION

Cette partie se consacre à décrire les démarches utilisées pour générer un modèle de matériau fibreux puis en déduire le tenseur d'orientation angulaire correspondant.

A.1 Méthodologie

A.1.1 Reconstruction de la microstructure

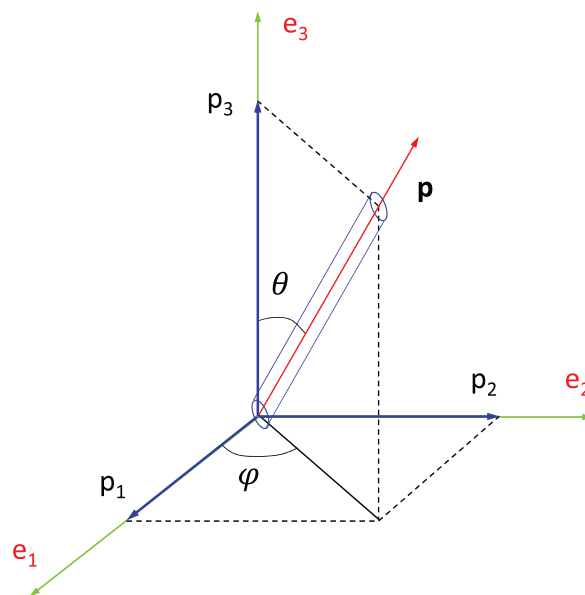


Figure A.1 Orientation d'une fibre dans l'espace tridimensionnel en coordonnées sphériques

- Premièrement, les germes de fibres sont générés aléatoirement dans l'espace d'un carré (cas 2D) ou d'un cube unitaire (cas 3D),
- Deuxièmement, les axes centraux de fibres sont déterminées en se basant sur les angles d'orientation (φ et θ) donnés, voir Fig. A.1,
- Troisièmement, les fibres sont construites à partir des axes centraux déterminés et des diamètres qui sont connus.

A.1.2 Assemblage des tenseurs d'orientation

$$\underline{\underline{\Omega}} = \begin{pmatrix} \Omega_{xx} & \Omega_{xy} & \Omega_{xz} \\ \Omega_{yx} & \Omega_{yy} & \Omega_{yz} \\ \Omega_{zx} & \Omega_{zy} & \Omega_{zz} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Les composantes du tenseur d'orientation sont calculées en substituant les valeurs des angles d'orientation données, dans la formule appropriée.

$$\begin{cases} \Omega_{xx} = \langle \sin^2 \theta \cos^2 \varphi \rangle \\ \Omega_{yy} = \langle \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \rangle \\ \Omega_{zz} = \langle \cos^2 \theta \rangle \\ \Omega_{xy} = \Omega_{yx} = \langle \sin^2 \theta \cos \varphi \sin \varphi \rangle \\ \Omega_{xz} = \Omega_{zx} = \langle \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \rangle \\ \Omega_{yz} = \Omega_{zy} = \langle \sin \theta \cos \theta \sin \varphi \rangle \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

A.2 Exemples

A.2.1 Cas 2D

- On illustre le cas d'un jeu de 100 fibres, de diamètres de 0.01 mm, distribuées dans un carré de côté 3 mm. Ici, les angles d'orientations dans le plan respectent une loi de distribution normale $\phi = N(\mu, \sigma^2) = N\left(0, \left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$ qui peut être associée à une distribution uniforme.

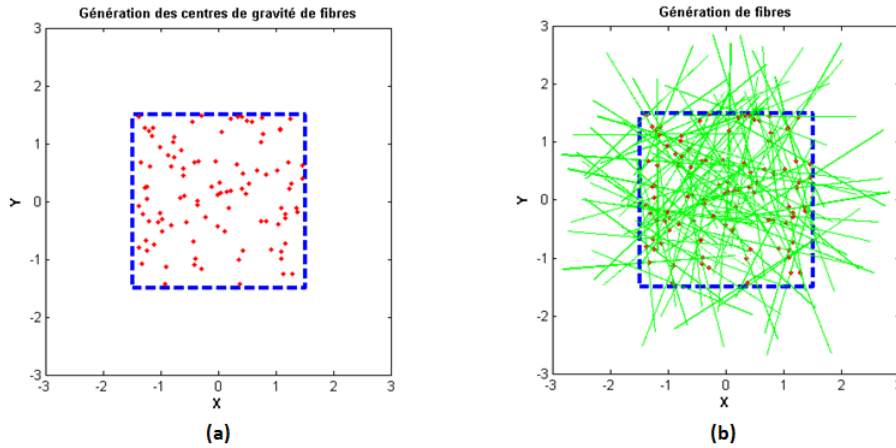


Figure A.2 Cas bidimensionnel d'une orientation isotrope de fibres. (a) Génération des centres de gravité de fibres (b) Génération des fibres associées

Tenseur d'orientation des fibres :

$$\underline{\underline{\mathbf{a}}} = \begin{pmatrix} 0.5025 & 0.0263 \\ 0.0263 & 0.4975 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

- On considère ensuite le cas d'un jeu de 100 fibres, de diamètre 0.01 mm, distribuées dans un carré de côté 3 mm. Les angles d'orientation dans le plan

respectent une loi de distribution normale $\phi = N(\mu, \sigma^2) = N(0, 0^2)$. Tenseur

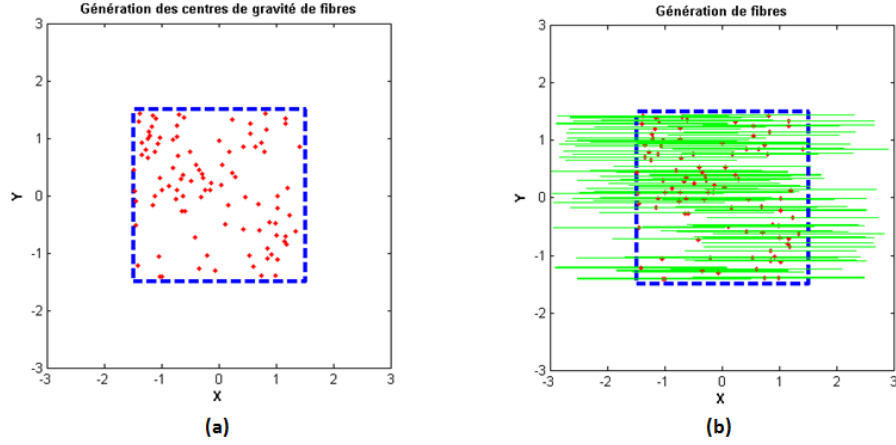


Figure A.3 Cas bidimensionnel d'une orientation fortement alignée de fibres. (a) Génération des centres de gravité de fibres, et (b) génération des fibres associées

d'orientation des fibres :

$$\underline{\underline{\mathbf{a}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

- On représente maintenant le cas d'un jeu de 100 fibres, de diamètre de 0.01 mm, distribuées dans un carré de côté 3 mm. Les angles d'orientations dans le plan respectent une loi de distribution normale $\phi = N(\mu, \sigma^2) = N\left(\frac{\pi}{3}, \left(\frac{\pi}{10}\right)^2\right)$. Tenseur d'orientation des fibres :

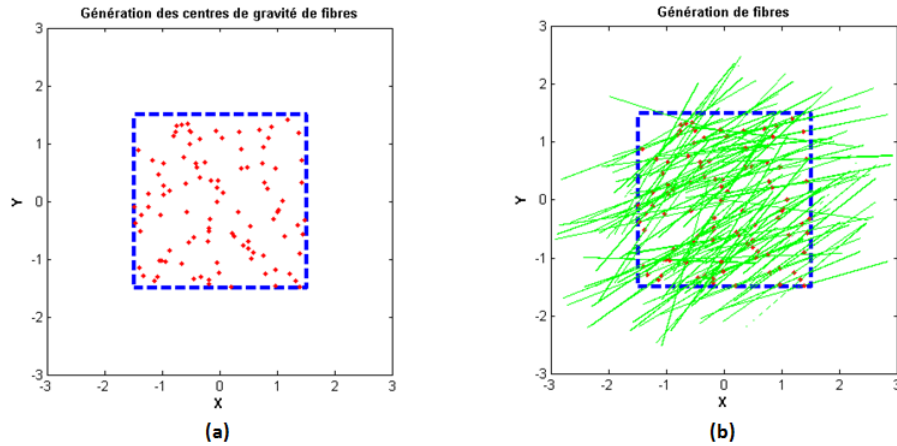


Figure A.4 Cas bidimensionnel d'une orientation modérément alignée de fibres. (a) Génération des centres de gravité de fibres, et (b) génération des fibres associées

$$\underline{\underline{\mathbf{a}}} = \begin{pmatrix} 0.72 & 0.3558 \\ 0.3558 & 0.28 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

A.2.2 Cas 3D

- On représente en 3D le cas d'un jeu de 100 fibres, de diamètre de 0.01 mm, distribuées dans un cube de côté 3 mm. Les angles d'orientations dans le plan respectent une loi de distribution normale $\phi = N(\mu, \sigma^2) = N\left(0, \left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$ et $\theta = N(\mu, \sigma^2) = N\left(\frac{\pi}{2}, \left(\frac{\pi}{4}\right)^2\right)$.

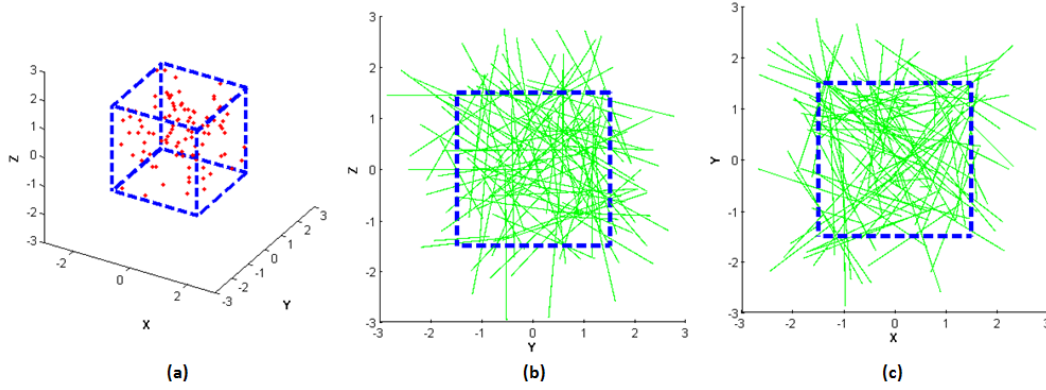


Figure A.5 3D - Cas 1 (a) Génération des centres de gravité de fibres (b) Génération de fibres - plan XY (c) Génération de fibres - plan YZ

Tenseur d'orientation des fibres :

$$\underline{\underline{a}} = \begin{pmatrix} 0.3349 & 0.0648 & -0.0164 \\ 0.0648 & 0.3513 & 0.0369 \\ -0.0164 & 0.0369 & 0.3138 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.33 & 0 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0 \\ 0 & 0 & 0.33 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

- Ici, le cas d'un jeu de 100 fibres, de diamètre de 0.01 mm, distribuées dans un cube de côté 3 mm est illustré. Les angles d'orientations dans le plan respectent la loi de distribution normale $\phi = N(\mu, \sigma^2) = N\left(0, \left(\frac{\pi}{2}\right)^2\right)$ et $\theta = N(\mu, \sigma^2) = N\left(\frac{\pi}{2}, 0^2\right)$.

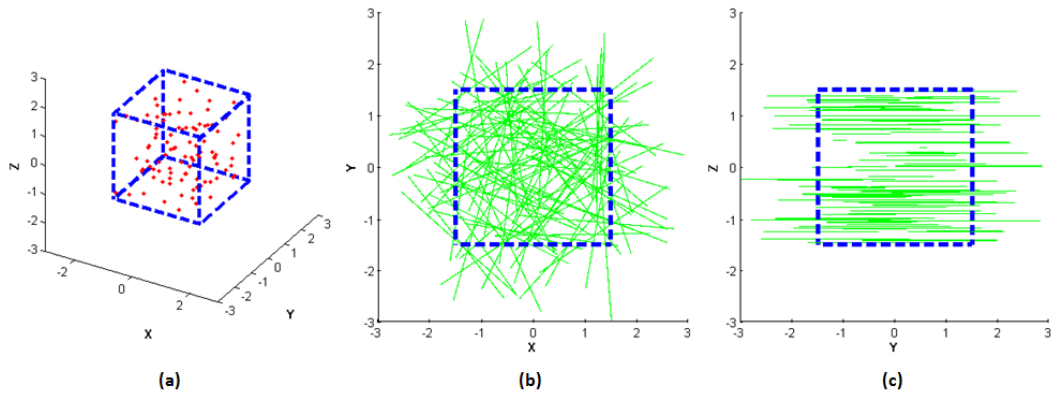


Figure A.6 3D - Cas 2 (a) Génération des centres de gravité de fibres (b) Génération de fibres - plan XY (c) Génération de fibres - plan YZ

Tenseur d'orientation des fibres :

$$\underline{\underline{\mathbf{a}}} = \begin{pmatrix} 0.5273 & 0.0191 & 0 \\ 0.0191 & 0.4727 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

- Intéressons-nous alors au cas d'un jeu de 100 fibres, de diamètre de 0.01 mm, distribuées dans un cube de côté 3 mm, pour lequel les angles d'orientations dans le plan respectent une loi de distribution normale $\phi = N(\mu, \sigma^2) = N\left(\frac{\pi}{4}, \left(\frac{\pi}{6}\right)^2\right)$ et $\theta = N(\mu, \sigma^2) = N\left(\frac{\pi}{4}, 0^2\right)$.

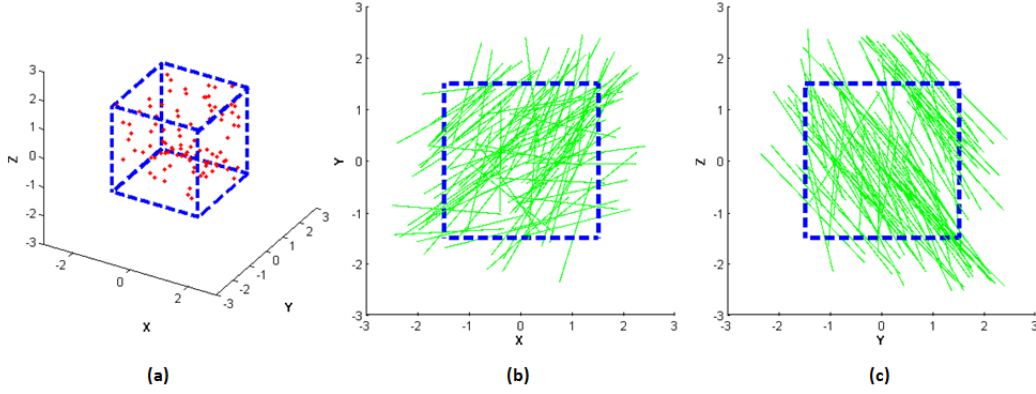


Figure A.7 3D - Cas 3 (a) Génération des centres de gravité de fibres (b) Génération de fibres - plan XY (c) Génération de fibres - plan YZ

Tenseur d'orientation des fibres :

$$\underline{\underline{\mathbf{a}}} = \begin{pmatrix} 0.2655 & 0.1619 & -0.3332 \\ 0.1619 & 0.2345 & -0.2993 \\ -0.3332 & -0.2993 & 0.5 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0.25 & 0.16 & -0.33 \\ 0.16 & 0.25 & -0.3 \\ -0.33 & -0.3 & 0.5 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

ANNEXE B

VALIDATION DU MODÈLE DE PRÉDICTION

Cette partie se consacre à présenter la validation de modèle de prédiction des paramètres macroscopiques, présenté dans le chapitre 4, par rapport aux résultats de simulation numérique.

B.1 Tortuosité

Dans le chapitre 4, une fonction d'interpolation bilinéaire est présentée permettant de déterminer la tortuosité en fonction de porosité ϕ et aussi en fonction de coefficient d'orientation Ω_{zz} , voir Eq. 4.16.

La figure ci-dessous montre une bonne cohérence entre le modèle de prédiction basé sur Eq. 4.16 avec le résultat de simulation numérique que nous avons obtenu.

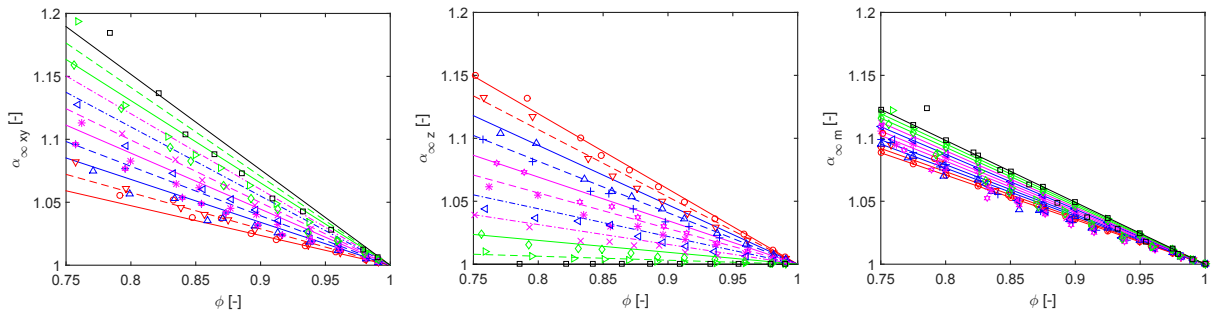


Figure B.1 Comparaison entre le résultat du modèle de prédiction de la tortuosité avec celui obtenu par simulation numérique.

B.2 Longueur caractéristique visqueuse adimensionnelle

Dans le chapitre 4, une fonction d'interpolation bilinéaire est présentée permettant de déterminer la longueur caractéristique visqueuse adimensionnelle (selon direction x et y) en fonction de porosité ϕ et aussi en fonction de coefficient d'orientation Ω_{zz} , voir Eq. 4.23.

La figure ci-dessous montre une bonne cohérence entre le modèle de prédiction basé sur Eq. 4.23 avec le résultat de simulation numérique que nous avons obtenu.

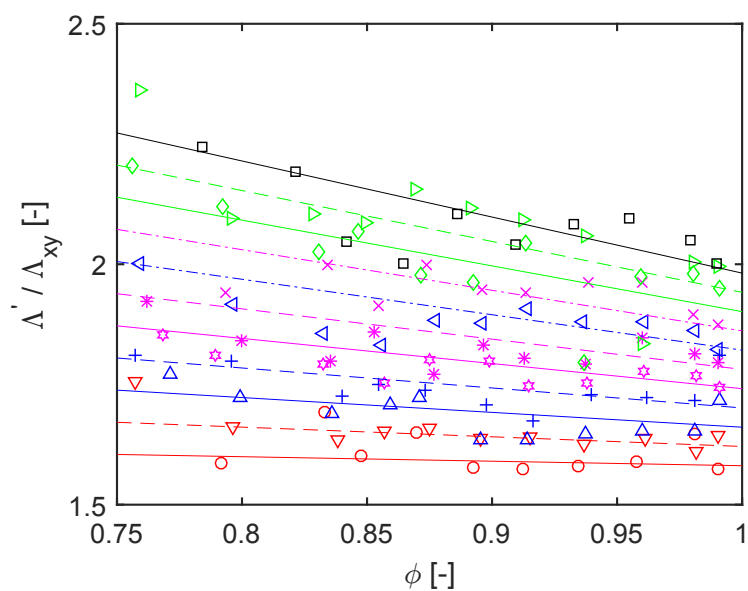


Figure B.2 Comparaison entre le résultat du modèle de prédiction de la longueur caractéristique visqueuse adimensionnelle avec celui obtenu par simulation numérique.

ANNEXE C

ONDES SONORES ET ORIENTATION ANGULAIRE EN MILIEUX FIBREUX

Cette Annexe correspond à un article publié dans la revue *Acoustique & Techniques* publiée par le centre d'informations et de documentations sur le bruit (CIDB) à l'occasion du congrès français d'acoustique (CFA 2016). Il s'agit d'un résumé en français de la méthode de reconstruction tridimensionnelle de volume élémentaire représentatif proposée pour reconstruire un échantillon réel de matériau fibreux et validée expérimentalement. Notons que ce travail représente une partie de l'Article 1 soumis au JASA et présenté au Chapitre 3.

Ondes sonores et orientation angulaire en milieux fibreux

Hoang Tuan Luu

Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS),
Département de Génie Mécanique
Université de Sherbrooke
Québec J1K 2R1
Canada
et
Université Paris-Est
Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME) UMR 8208 CNRS
5, boulevard Descartes
77454 Marne la Vallée
France
E-mail : hoang.tuan.luu@usherbrooke.ca, hoang-tuan.luu@u-pem.fr

Camille Perrot, Vincent Monchiet

Université Paris-Est
Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle (MSME) UMR 8208 CNRS
5, boulevard Descartes
77454 Marne la Vallée
France
E-mail : camille.perrot@u-pem.fr, vincent.monchiet@u-pem.fr

Raymond Panneton

Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS),
Département de Génie Mécanique
Université de Sherbrooke
Québec J1K 2R1
Canada
E-mail : raymond.panneton@usherbrooke.ca

Résumé

L'orientation angulaire désigne un état des fibres pouvant être intentionnellement changé pour modifier les propriétés du matériau correspondant. Dans cette communication, nous identifions expérimentalement les distributions angulaires d'un matériau fibreux, constitué par l'agencement de fibres végétales et de fibres bi-composants utilisées comme liant, par images MEB (Microscopie Électronique à Balayage). On reconstruit alors un Volume Élémentaire Représentatif (VER) de la micro-géométrie aléatoire à partir des distributions d'orientations angulaires précédemment mesurées. Pour plusieurs tirages de VER reconstruits, les équations locales (équations de Stokes, écoulement potentiel, conduction thermique) sont ensuite résolues par la méthode des éléments finis pour identifier les coefficients du modèle macroscopique. Des mesures de perméabilité et au tube d'impédance réalisées sur les échantillons réels montrent que le modèle correspondant est un bon candidat pour simuler l'ensemble des propriétés de transport de matériaux fibreux désordonnés à partir de la connaissance des principales caractéristiques de la géométrie (diamètres et proportions de fibres, distributions angulaires, porosité). Ce travail offre de nombreuses perspectives pour l'amélioration des propriétés acoustiques de matériaux fibreux, puisqu'il est désormais possible de prévoir quel sera l'impact de modifications de la microstructure - et de guider la fabrication en conséquence.



objectif général dans cette communication consiste à déterminer les propriétés géométriques, la perméabilité, et les propriétés acoustiques d'un matériau fibreux dont les paramètres de la microstructure sont identifiés par images obtenues au Microscope Électronique à Balayage (MEB). Ensuite, à partir du modèle reconstruit, l'orientation angulaire des fibres peut être soumise à modifications - et les propriétés de transport et acoustiques étudiées pour différents degrés d'alignement des fibres.

Les études précédentes sont soit restreintes à des modèles bidimensionnels [1,2], soit limitées à l'influence de l'orientation angulaire sur la perméabilité du milieu [3]. On peut noter une étude intéressante qui regroupe à la fois une modélisation fine du milieu tridimensionnel et une prédiction de la perméabilité associée, mais dans laquelle il est dommage de constater une perte d'information physique causée par l'emploi subséquent d'un modèle empirique [4,5].

À la connaissance des auteurs, c'est la première fois qu'un modèle tridimensionnel de fibres permettant la prédiction des propriétés de transport et d'absorption sonore d'un matériau réel est présenté en se basant uniquement sur l'étude de la géométrie locale du milieu par imagerie - validations expérimentales à l'appui. La détermination du coefficient de pertes par transmission de l'échantillon inséré dans un tube d'impédance nécessite la connaissance des paramètres élastiques du milieu fibreux, obtenue quant à elle par ajustement en utilisant un code éléments finis axisymétrique et une formulation de Biot [6]. En effet, l'échantillon est soumis à des contraintes circonférentielles en conditions de montage. Les couplages entre propriétés de transports et propriétés élastiques sont alors tels qu'une technique de caractérisation expérimentale directe des coefficients élastiques n'est pas représentative du comportement mécanique du milieu fibreux.

Méthodes numériques

On considère une structure désordonnée constituée de fibres rectilignes de sections circulaires distribuées aléatoirement dans un espace tridimensionnel avec recouvrement possible aux intersections. Les caractéristiques géométriques des cylindres constituant les fibres sont identifiées par imagerie. Le milieu fibreux d'intérêt est un matériau utilisé à des fins d'écoconception constitué de deux types de fibres, des fibres naturelles creuses d'asclépiade d'origine végétale (type a) et des fibres synthétiques bi-composants (type b) utilisées comme liant après chauffage. Toutes les structures fibreuses sont générées à porosité donnée, $\phi = 0,962 \pm 0,04$, qui correspond à la porosité mesurée. Les diamètres interne et externe des fibres creuses sont estimés par microscopie électronique à balayage. On collecte des images MEB de sections d'échantillons dans le plan horizontal (plan xy) et dans le plan vertical (plan orthogonal à xy) pour différentes localisations du matériau poreux, à partir desquelles les orientations angulaires des fibres pour chacun des deux plans sont mesurées manuellement. Ensuite, ces données expérimentales sont converties en densités de probabilités, en utilisant des distributions normale ou uniforme. Les

histogrammes expérimentaux et les densités de probabilité correspondantes sont illustrés à la figure 1. La densité de probabilité correspondant aux images prises dans le plan horizontal est uniforme, alors que l'orientation angulaire des fibres correspondant aux images MEB prises dans le plan vertical est caractérisée par une moyenne $\mu_\theta = 89,73^\circ$ et un écart type $\sigma_\theta = 13,63^\circ$. On s'intéresse aussi au rapport entre longueur cumulée de fibres bi-composants et longueur cumulée de fibres d'Asclépiade, L_b/L_a .

Ensuite, on cherche à dimensionner la taille du VER cubique de dimension L^3 , via une variante de l'algorithme de Wang et Pan [7]. Ici, on commence par une estimation purement analytique du volume total de fibres $V_a^{(i)}$ et $V_b^{(i)}$ nécessaire à introduire dans un VER de taille (L^3) à l'itération i de manière à obtenir la porosité cible; connaissant les rayons $r_a = 25 \pm 6,6 \mu\text{m}$ et $r_b = 14,7 \pm 1,7 \mu\text{m}$, l'épaisseur de paroi de fibres creuses $t = 1,6 \pm 0,4 \mu\text{m}$, et le rapport $L_b/L_a = 37,15\%$. L'inconnue est alors le nombre de fibres correspondant aux volumes de fibres déterminés (car on ne connaît pas encore les orientations angulaires de chacune des fibres, et qu'il s'agit nécessairement d'un nombre entier de fibres longues). On procède alors à une approche semi-analytique, où les longueurs de fibres

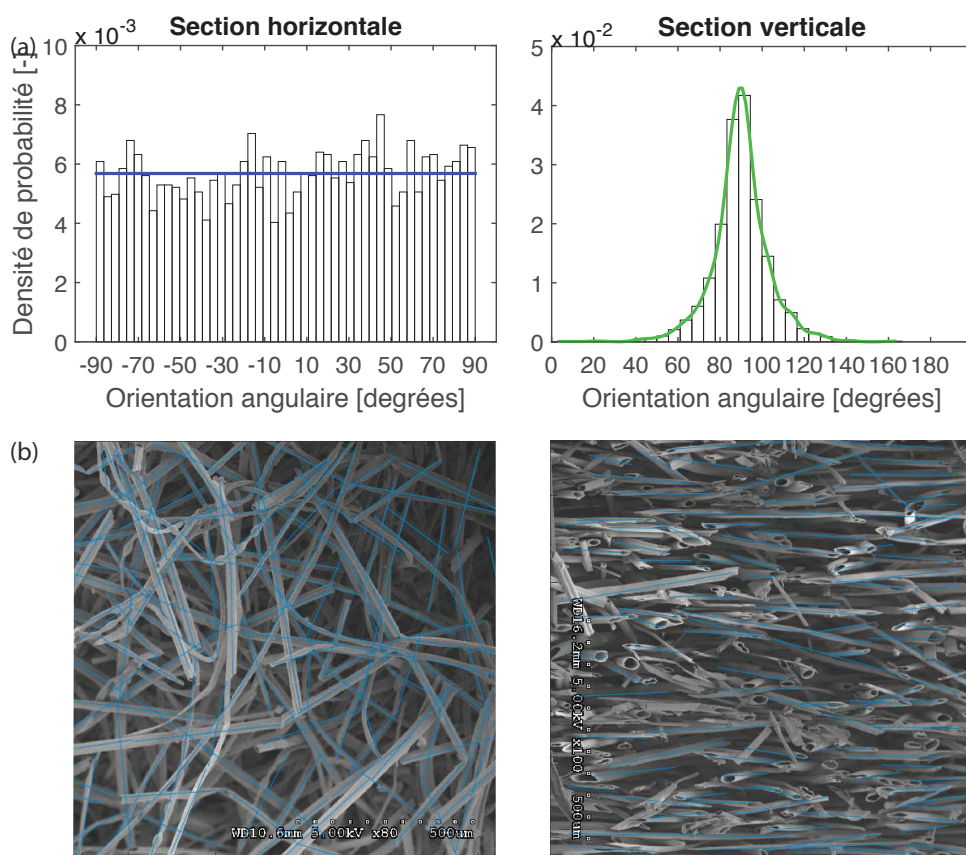


Fig. 1 : (a) Distributions de l'orientation des fibres déterminées expérimentalement par Microscopie Électronique à Balayage (MEB). Les histogrammes sont convertis en densités de probabilités. (b) Images MEB correspondant à des sections horizontale (plan xy) et verticale (plan orthogonal à xy)
(a) Fiber orientation distributions as experimentally determined by Scanning Electron Microscopy (SEM). Histograms were converted into probability density functions. **(b)** SEM images corresponding to horizontal (xy plane) and vertical (orthogonal to xy plane) cross-sections

sont calculées analytiquement dans un espace 3D borné par les frontières du cube, pour lesquelles la position du centre de fibre ainsi que son orientation angulaire sont tirées aléatoirement conformément aux distributions mesurées. Plus précisément, chaque itération consiste en trois étapes distinctes :

- (i) un positionnement aléatoire (x_j, y_j) du centre de fibre c_j selon une distribution uniforme ;
- (ii) une assignation aléatoire d'angle d'orientation θ_j pour le centre de fibre c_j qui appartient à la distribution angulaire identifiée expérimentalement ;
- (iii) un calcul analytique de la longueur de fibre l_j dans le cube de côtés L , à partir duquel les volumes solides élémentaires sont déduits pour chaque type de fibre.

La somme de ces volumes solides élémentaires tend asymptotiquement vers les estimations analytiques V_a et V_b initialement obtenues, et la porosité vers la porosité cible. Pour 1 000 cas simulés, l'évolution de ce processus est illustrée par la figure 2. Avec un critère de convergence basé sur une erreur relative entre porosité calculée et porosité expérimentale fixé à $\varepsilon = 0,1 \%$, on obtient $L = 400 \mu\text{m}$.

Les propriétés de transport sont ensuite classiquement obtenues par résolution, dans la phase fluide des VER reconstruits, des équations associées à trois problèmes aux limites types :

- (a) un écoulement de Stokes ;
- (b) un écoulement potentiel (formellement identique à un problème de conduction électrique avec phase solide non-conductrice) ;
- (c) une diffusion de la chaleur où la phase solide est à température constante. Des conditions aux limites périodiques sont imposées aux parois fluides du volume cubique. Les moyennes appropriées des champs solutions donnent accès aux grandeurs macroscopiques recherchées [8,9]. Ces derniers estimateurs sont utilisés comme paramètres d'entrées de modèles semi-phénoménologiques approchés mais robustes dont on s'assure qu'ils vérifient des relations fondamentales entre parties réelle et imaginaire d'une fonction dynamique complexe.

Les propriétés acoustiques d'un milieu fluide équivalant en squelette rigide sont ainsi déterminées, et comparées à des mesures d'absorption sonore en incidence normale réalisées en tube d'impédance (voir figure 3). Le modèle souple, en plus des paramètres de transports précédemment calculés, nécessite la connaissance de la densité effective *in vacuo* du matériau fibreux obtenue expérimentalement, $\rho_1 = 32,3 \pm 0,07 \text{ kg/m}^3$ [10]. Pour ces deux modèles, on remarque une bonne adéquation entre absorption mesurée et simulée, sans paramètre ajusté. Tel que mentionné en introduction, simuler les pertes par transmission de l'échantillon nécessite une estimation des propriétés élastiques du matériau en conditions de montage dans le tube. Ces derniers paramètres élastiques sont quant à eux ajustés via un modèle numérique poro-élastique axisymétrique. En effet, le couplage entre propriétés élastiques et propriétés de transport au passage de l'onde est tel, dans les conditions de montage en tube, qu'une caractérisation des propriétés élastiques par les techniques habituelles [11] n'est pas représentative du comportement élastique effectif du matériau fibreux étudié. Le module d'Young E , le coefficient de Poisson ν , et le facteur d'amortissement η ainsi déterminés sont les suivants : $E = 280\,000 \text{ Pa}$, $\nu = 0$, $\eta = 0.01$. Les deux dernières valeurs sont classiques pour des matériaux fibreux, la première est relativement élevée, mais physiquement réaliste car les contraintes circonférentielles subies par le matériau dans le tube ont pour effet d'augmenter sa raideur apparente. Telle qu'en atteste la figure 3, sans ce dernier triplet de valeurs, une estimation fiable des pertes par transmission de l'échantillon n'est pas possible. En d'autres termes, une estimation précise des propriétés effectives élastiques du milieu fibreux est nécessaire afin de pouvoir disposer d'une prédiction fiable de l'isolation sonore du matériau fibreux étudié.

Notons qu'une tentative de détermination numérique micro-macro directe des paramètres élastiques d'un milieu fibreux aléatoire reste à faire et sera probablement l'objet de travaux ultérieurs.

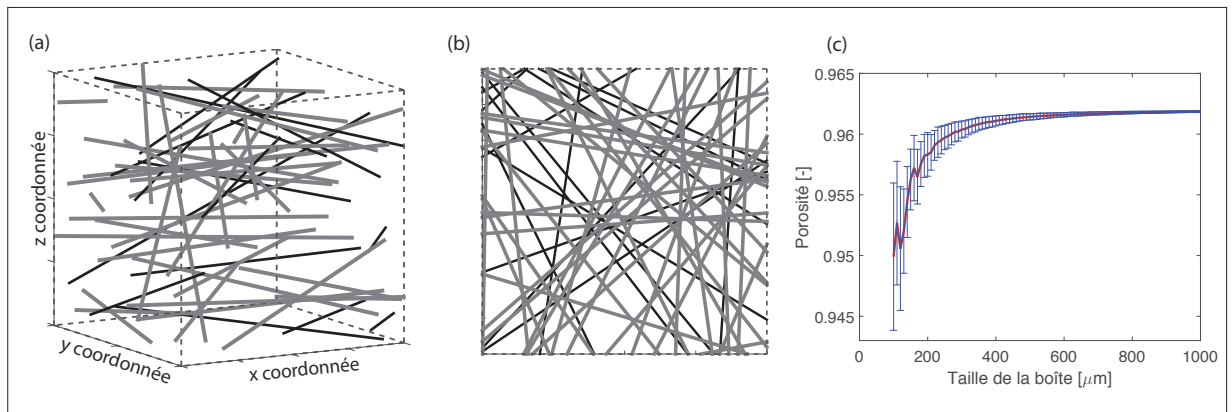


Fig. 2 : (a) Vue tridimensionnelle, (b) et vue bidimensionnelle correspondante d'un réseau de fibres généré numériquement, (c) avec la convergence de la porosité en fonction de la taille du VER
(a) Three dimensional view, (b) corresponding two-dimensional view of a computer-generated fiber web, (c) together with the porosity convergence as a function of the cubic box dimension of the Representative Elementary Volume (REV)

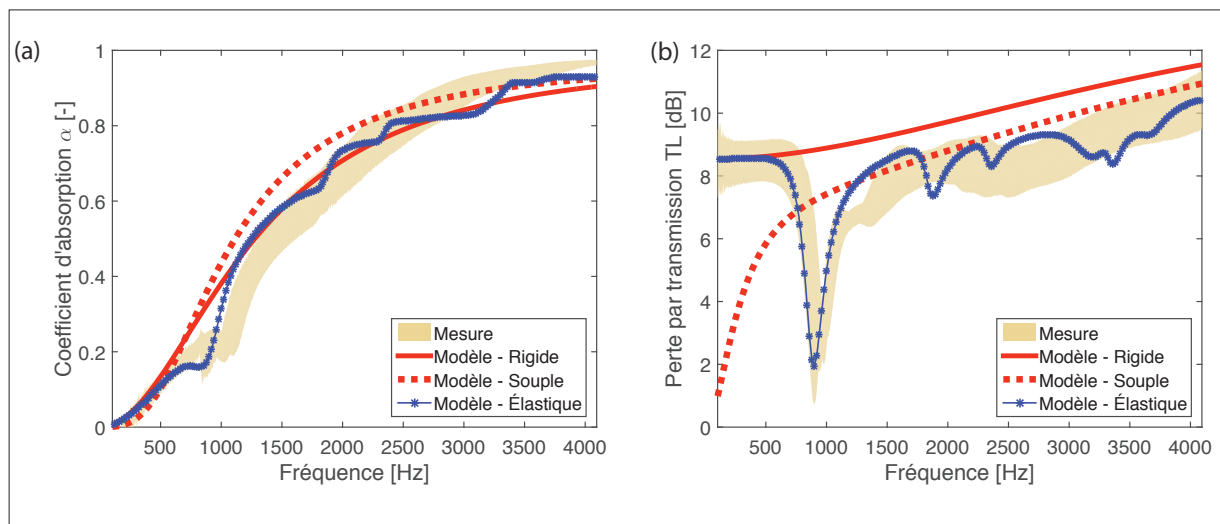


Fig. 3 : Comparaisons entre prédictions et mesures ; (a) coefficient d'absorption sonore en incidence normale, (b) coefficient de pertes par transmission. L'épaisseur de l'échantillon est égale à $14,30 \pm 0,89$ mm
Comparison between measurements and prediction : (a) normal incidence sound absorption coefficient, (b) transmission loss (TL). The sample thickness is equal to $14,30 \pm 0,89$ mm

Conclusion

La principale conclusion pouvant être élaborée compte tenu du raisonnement présenté au cours de cette communication est la suivante : les matériaux aléatoires générés à partir des données expérimentales que sont :

- (i) les caractéristiques géométriques des fibres seules,
- (ii) les densités de probabilité des orientations angulaires,
- (iii) la porosité ;

permettent d'estimer précisément les propriétés de transport de matériaux fibreux aléatoires.

On en déduit donc que l'approche proposée permet d'obtenir une bonne estimation des propriétés d'absorption acoustique de milieux fibreux aléatoires, en utilisant seulement l'information relative à la géométrie du réseau fibreux. La méthode numérique développée peut être ensuite utilisée pour simuler l'effet de l'orientation des fibres sur les propriétés de transport et les propriétés acoustiques d'un matériau fibreux aléatoire en utilisant le concept de tenseur d'orientation angulaire d'ordre deux [12]. On montre alors, en accord avec les études précédentes de la littérature, qu'un réseau fortement aligné avec l'axe de propagation de l'onde acoustique permet d'augmenter significativement la perméabilité du réseau étudié (d'un facteur qui atteint trois ici, pour la porosité donnée de l'échantillon). Cet effet peut être amplifié si la porosité diminue. Un autre effet marquant peut être souligné, la tortuosité augmente de manière proportionnelle au désalignement des axes d'orientation des fibres et de propagation de l'onde acoustique. On présente ainsi, de manière plus générale, une technique d'analyse des relations entre structure, propriétés, et élaboration de matériaux fibreux. La méthodologie reportée et les résultats obtenus ici ont tous été détaillés au travers d'un manuscrit récemment soumis à publication dans un article international à comité de lecture [13].

Remerciements

Ces travaux ont été soutenus par le Conseil National de Recherches du Canada (CNRC). H. T. Luu a bénéficié de bourses de mobilité financées par l'Université Paris-Est (UPE).

Références bibliographiques

- [1] R. Venegas and O. Umnova, Acoustical properties of double porosity granular materials, *J. Acoust. Soc. Am.* 130, 2765–2776 (2011)
- [2] C. Peyrega and D. Jeulin, Estimation of acoustic properties and of the representative volume element of random fibrous media, *J. Appl. Phys.* 113, 104901 (2013)
- [3] P. Soltani, M. S. Johari, M. Zarrebini, Effect of 3D fiber orientation on permeability of realistic fibrous porous networks, *Pow. Tech.* 254, 44–56 (2014)
- [4] K. Schladitz, S. Peters, D. Reinelt-Bitzer, A. Wiegmann and J. Ohser, Design of acoustic trim based on geometric modeling and flow simulation for non-woven, *Comp. Mat. Sci.* 38, 56–66 (2006)
- [5] M. E. Delany and E. N. Bazley, Acoustical properties of fibrous absorbent materials, *Appl. Acoust.* 3, 105–116 (1970)
- [6] N. Atalla, R. Panneton, and P. Debergue, A mixed displacement-pressure formulation for poroelastic materials, *J. Acoust. Soc. Am.* 104, 1444–1452 (1998)
- [7] M. Wang and N. Pan, Predictions of effective physical properties of complex multiphase materials, *Mat. Sci. Eng. R* 63, 1–30 (2008)
- [8] D. L. Johnson, J. Koplik and R. Dashen, Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media, *J. Fluid Mech.* 176, 379–402 (1987)
- [9] D. Lafarge, P. Lemarinier, J. F. Allard, and V. Tarnow, Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies, *J. Acoust. Soc. Am.* 102, 1995–2006 (1997)
- [10] R. Panneton, Comments on the limp frame equivalent fluid model for porous media, *J. Acoust. Soc. Am.* 122, EL217–EL222 (2007)
- [11] L. Jaoquen, A. Renault and M. Deverge, Elastic and damping characterizations of acoustical porous materials: Available experimental methods and applications to a melamine foam, *Appl. Acoust.* 69, 1129–1140 (2008).
- [12] S. G. Advani and C. L. Tucker, The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites, *J. Rheol.* 31, 751–784 (1987)
- [13] H. T. Luu, C. Perrot, V. Monchiet, R. Panneton, Sound waves and angular orientation in fibrous materials, Ms # JASA-00503 submitted to *J. Acoust. Soc. Am.* (March 2016)

LISTE DES RÉFÉRENCES

- [1] Adequation, “Developpement humain durable, le schema classique,” 2005.
- [2] C. S. Axe " Genie des Procedes", “Analyse de images,” *Cours de l’ecole des mines de Saint-Etienne*.
- [3] B. Pourdeyhimy and R. Ramanathan, “Measuring fiber orientation in nonwovens part ii : direct tracking,” *Textile Research Journal*, vol. 66, no. 12, pp. 747–753, 1996.
- [4] J. G. Berryman, “Confirmation of biot’s theory,” *Applied Physics Letters*, vol. 37, no. 4, pp. 382–384, 1980.
- [5] C. Boutin and C. Geindreau, “Periodic homogenization and consistent estimates of transport parameters through sphere and polyhedron packings in the whole porosity range,” *Physical review E*, vol. 82, no. 3, p. 036313, 2010.
- [6] B. Harlem, “Notre avenir à tous,” *Rapport de la Commission mondiale sur l’environnement et le développement (CMED), nations Unies*, 1987.
- [7] M. Biot, “Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid,” *Journal of Applied Physics*, vol. 26, no. 2, pp. 182–185, 1955.
- [8] J. Allard and N. Atalla, *Propagation of sound in porous media : modelling sound absorbing materials 2e*. John Wiley & Sons, 2009.
- [9] F. Asdrubali, “Survey on the acoustical properties of new sustainable materials for noise control,” *Euronoise 2006*, vol. 30, 2006.
- [10] F. Asdrubali, “Green and sustainable materials for noise control in buildings,” in *Dalam prosiding : 19th International Congress On Acoustics*, pp. 2–7, 2007.
- [11] M. Hosseini Fouladi, M. Ayub, and M. Jailani Mohd Nor, “Analysis of coir fiber acoustical characteristics,” *Applied Acoustics*, vol. 72, no. 1, pp. 35–42, 2011.
- [12] D. Oldham, C. Egan, and R. Cookson, “Sustainable acoustic absorbers from the biomass,” *Applied Acoustics*, vol. 72, no. 6, pp. 350–363, 2011.
- [13] Lapresse, “La mauricie, capitale mondiale de la soie vegetale,” 2014.
- [14] P. Janiaud, D. Douguet, C. Chenu, H. Carteron, A. Courtalon, *et al.*, “Effets sur la santé des fibres de substitution à l’amiante,” 1999.
- [15] C. Delisée, D. Jeulin, and F. Michaud, “Caractérisation morphologique et porosité en 3d de matériaux fibreux cellulosiques,” *Comptes Rendus de l’Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics*, vol. 329, no. 3, pp. 179–185, 2001.
- [16] P. M. Adler, J.-F. Thovert, and V. V. Mourzenko, *Fractured porous media*. Oxford University Press, 2012.
- [17] B. Pourdeyhimy, R. Ramanathan, and R. Dent, “Measuring fiber orientation in nonwovens part i : simulation,” *Textile Research Journal*, vol. 66, no. 11, pp. 713–722, 1996.

- [18] B. Pourdeyhimi, R. Dent, A. Jerbi, S. Tanaka, and A. Deshpande, “Measuring fiber orientation in nonwovens part v : real webs,” *Textile Research Journal*, vol. 69, no. 3, pp. 185–192, 1999.
- [19] B. Pourdeyhimi, R. Dent, and H. Davis, “Measuring fiber orientation in nonwovens part iii : fourier transform,” *Textile Research Journal*, vol. 67, no. 2, pp. 143–151, 1997.
- [20] H. Yang and W. Lindquist, “Three-dimensional image analysis of fibrous materials,” in *International Symposium on Optical Science and Technology*, pp. 275–282, International Society for Optics and Photonics, 2000.
- [21] M. Wang, J. He, J. Yu, and N. Pan, “Lattice boltzmann modeling of the effective thermal conductivity for fibrous materials,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 46, no. 9, pp. 848–855, 2007.
- [22] Q. Wang, B. Maze, H. Tafreshi, and B. Pourdeyhimi, “A case study of simulating submicron aerosol filtration via lightweight spun-bonded filter media,” *Chemical Engineering Science*, vol. 61, no. 15, pp. 4871–4883, 2006.
- [23] S. G. Advani and C. L. Tucker III, “The use of tensors to describe and predict fiber orientation in short fiber composites,” *Journal of Rheology (1978-present)*, vol. 31, no. 8, pp. 751–784, 1987.
- [24] A. Megally, *Etude et modélisation de l’orientation de fibres dans des thermoplastiques renforcés*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2005.
- [25] H. Miled, *Modélisation de l’orientation de fibres induite par l’écoulement et comportement élastique anisotrope à l’état solide*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2010.
- [26] S. Advani and C. Tucker, “A numerical simulation of short fiber orientation in compression molding,” *Polymer composites*, vol. 11, no. 3, pp. 164–173, 1990.
- [27] J. Vassal, L. Orgéas, and D. Favier, “Modelling microstructure effects on the conduction in fibrous materials with fibre–fibre interface barriers,” *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, vol. 16, no. 3, p. 035007, 2008.
- [28] K. Schladitz, S. Peters, D. Reinelt-Bitzer, A. Wiegmann, and J. Ohser, “Design of acoustic trim based on geometric modeling and flow simulation for non-woven,” *Computational Materials Science*, vol. 38, no. 1, pp. 56–66, 2006.
- [29] M. Faessel, C. Delisée, F. Bos, and P. Castéra, “3d modelling of random cellulosic fibrous networks based on x-ray tomography and image analysis,” *Composites science and technology*, vol. 65, no. 13, pp. 1931–1940, 2005.
- [30] C. Peyrega, D. Jeulin, C. Delisée, and J. Malvestio, “3d morphological modelling of a random fibrous network,” *Image Analysis & Stereology*, vol. 28, no. 3, pp. 129–141, 2011.
- [31] G. Matheron, “Schéma booléen séquentiel de partition aléatoire,” *Rapport technique N-83*, Centre de Morphologie Mathématique, École des Mines de Paris, vol. 214, 1968.

- [32] D. Jeulin, “Morphological modeling of images by sequential random functions,” *Signal Processing*, vol. 16, no. 4, pp. 403–431, 1989.
- [33] M. Delany and E. Bazley, “Acoustical properties of fibrous absorbent materials,” *Applied acoustics*, vol. 3, no. 2, pp. 105–116, 1970.
- [34] I. Dunn and W. Davern, “Calculation of acoustic impedance of multi-layer absorbers,” *Applied acoustics*, vol. 19, no. 5, pp. 321–334, 1986.
- [35] W. Qunli, “Empirical relations between acoustical properties and flow resistivity of porous plastic open-cell foam,” *Applied acoustics*, vol. 25, no. 3, pp. 141–148, 1988.
- [36] Y. Miki, “Acoustical properties of porous materials-modifications of delany-bazley models,” *J. Acoust. Soc. Jpn.(E)*, vol. 11, no. 1, pp. 19–24, 1990.
- [37] A. Cummings and S. Beadle, “Acoustic properties of reticulated plastic foams,” *Journal of sound and vibration*, vol. 175, no. 1, pp. 115–133, 1994.
- [38] R. Muehleisen, C. Beamer, and B. Tinianov, “Measurements of the acoustic properties of reticulated vitreous carbon,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 117, no. 4, pp. 2554–2554, 2005.
- [39] C. Kosten and C. Zwikker, *Sound absorbing materials*. Elsevier, 1949.
- [40] M. Biot, “Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low-frequency range,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 28, no. 2, pp. 168–178, 1956.
- [41] M. Biot, “Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii. higher frequency range,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 28, no. 2, pp. 179–191, 1956.
- [42] R. Panneton, “Comments on the limp frame equivalent fluid model for porous media,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 122, no. 6, pp. EL217–EL222, 2007.
- [43] D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen, “Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media,” *Journal of fluid mechanics*, vol. 176, pp. 379–402, 1987.
- [44] S. Pride, F. Morgan, and A. Gangi, “Drag forces of porous-medium acoustics,” *Physical review B*, vol. 47, no. 9, p. 4964, 1993.
- [45] Y. Champoux and J.-F. Allard, “Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media,” *Journal of Applied Physics*, vol. 70, no. 4, pp. 1975–1979, 1991.
- [46] D. Lafarge, P. Lemarinier, J. F. Allard, and V. Tarnow, “Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 102, no. 4, pp. 1995–2006, 1997.
- [47] S. Gasser, F. Paun, and Y. Bréchet, “Absorptive properties of rigid porous media : Application to face centered cubic sphere packing,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 117, no. 4, pp. 2090–2099, 2005.

- [48] C. Perrot, *Microstructure et macro-comportement acoustique : approche par reconstruction d'une cellule élémentaire représentative*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2006.
- [49] R. Venegas and O. Umnova, "On the influence of the micro-geometry on sound propagation through periodic array of cylinders," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 123, no. 5, p. 3142, 2008.
- [50] C. Lee, M. Leamy, and J. Nadler, "Acoustic absorption calculation in irreducible porous media : A unified computational approach," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 126, no. 4, pp. 1862–1870, 2009.
- [51] S. Liu, W. Chen, and Y. Zhang, "Design optimization of porous fibrous material for maximizing absorption of sounds under set frequency bands," *Applied Acoustics*, vol. 76, pp. 319–328, 2014.
- [52] T. Komatsu, "Improvement of the delany-bazley and miki models for fibrous sound-absorbing materials," *Acoustical science and technology*, vol. 29, no. 2, pp. 121–129, 2008.
- [53] J.-F. Allard and Y. Champoux, "New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 91, no. 6, pp. 3346–3353, 1992.
- [54] P. Narang, "Material parameter selection in polyester fibre insulation for sound transmission and absorption," *Applied acoustics*, vol. 45, no. 4, pp. 335–358, 1995.
- [55] M. Garai and F. Pompoli, "A simple empirical model of polyester fibre materials for acoustical applications," *Applied Acoustics*, vol. 66, no. 12, pp. 1383–1398, 2005.
- [56] D. Bies and C. Hansen, "Flow resistance information for acoustical design," *Applied Acoustics*, vol. 13, no. 5, pp. 357–391, 1980.
- [57] J. Manning, *Modèle acoustique d'une couche absorbante composée de fibres Shoddy*. Rapport de maitrise. Université de Sherbrooke, 2012.
- [58] O. Doutres, Y. Salissou, N. Atalla, and R. Panneton, "Evaluation of the acoustic and non-acoustic properties of sound absorbing materials using a three-microphone impedance tube," *Applied Acoustics*, vol. 71, no. 6, pp. 506–509, 2010.
- [59] J. Biboud, *Développement d'un absorbant acoustique écologique a base de polymère*. Rapport de maitrise. Université de Sherbrooke, 2012.
- [60] V. Tarnow, "Airflow resistivity of models of fibrous acoustic materials," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 100, no. 6, pp. 3706–3713, 1996.
- [61] V. Tarnow, "Compressibility of air in fibrous materials," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 99, no. 5, pp. 3010–3017, 1996.
- [62] K. Attenborough, "Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials," *the Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 73, no. 3, pp. 785–799, 1983.

- [63] J.-F. Allard, R. Bourdier, and A. L'Esperance, "Anisotropy effect in glass wool on normal impedance in oblique incidence," *Journal of sound and vibration*, vol. 114, no. 2, pp. 233–238, 1987.
- [64] V. Tarnow, "Measurement of sound propagation in glass wool," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 97, no. 4, pp. 2272–2281, 1995.
- [65] I. Howells, "Drag due to the motion of a newtonian fluid through a sparse random array of small fixed rigid objects," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 64, no. 03, pp. 449–476, 1974.
- [66] A. S. Sangani and C. Yao, "Transport processes in random arrays of cylinders. i. thermal conduction," *Physics of Fluids (1958-1988)*, vol. 31, no. 9, pp. 2426–2434, 1988.
- [67] O. Umnova, K. Attenborough, and K. Li, "Cell model calculations of dynamic drag parameters in packings of spheres," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 107, no. 6, pp. 3113–3119, 2000.
- [68] C. Boutin, "Rayleigh scattering of acoustic waves in rigid porous media," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 122, no. 4, pp. 1888–1905, 2007.
- [69] H. Meng, Q. Ao, S. Ren, F. Xin, H. Tang, and T. Lu, "Anisotropic acoustical properties of sintered fibrous metals," *Composites Science and Technology*, 2014.
- [70] C. Peyrega and D. Jeulin, "Effects of the microstructure of fibrous media on their acoustic properties," in *Proceedings of the COMSOL Conference, Versailles, France, 17th–19th November*, 2010.
- [71] C. Jensen and R. Raspet, "Thermoacoustic properties of fibrous materials," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 127, no. 6, pp. 3470–3484, 2010.
- [72] D. K. Wilson, "Relaxation-matched modeling of propagation through porous media, including fractal pore structure," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 94, no. 2, pp. 1136–1145, 1993.
- [73] H. Roh, R. Raspet, and H. Bass, "Parallel capillary-tube-based extension of thermoacoustic theory for random porous media," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 121, no. 3, pp. 1413–1422, 2007.
- [74] P. Soltani, M. S. Johari, and M. Zarrebini, "Effect of 3d fiber orientation on permeability of realistic fibrous porous networks," *Powder Technology*, vol. 254, pp. 44–56, 2014.
- [75] M. M. Tomadakis and T. J. Robertson, "Viscous permeability of random fiber structures : comparison of electrical and diffusional estimates with experimental and analytical results," *Journal of Composite Materials*, vol. 39, no. 2, pp. 163–188, 2005.
- [76] T. Stylianopoulos, A. Yeckel, J. J. Derby, X.-J. Luo, M. S. Shephard, E. A. Sander, and V. H. Barocas, "Permeability calculations in three-dimensional isotropic and oriented fiber networks," *Physics of Fluids (1994-present)*, vol. 20, no. 12, p. 123601, 2008.

- [77] H. T. Luu, C. Perrot, V. Monchiet, and R. Panneton, “Three-dimensional reconstruction of a random fibrous medium : geometry, transports, and acoustical properties,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, Ms JASA-00503 submitted March 2016.
- [78] K. Attenborough, “The influence of microstructure on propagation in porous fibrous absorbents,” *Journal of sound and vibration*, vol. 16, pp. 419–442, 1971.
- [79] M. T. Pelegrinis, K. V. Horoshenkov, and A. Burnett, “An application of kozeny–carman flow resistivity model to predict the acoustical properties of polyester fibre,” *Applied Acoustics*, vol. 101, pp. 1–4, 2016.
- [80] C. Peyrega and D. Jeulin, “Estimation of acoustic properties and of the representative volume element of random fibrous media,” *Journal of Applied Physics*, vol. 113, no. 10, p. 104901, 2013.
- [81] P. Adler and J.-F. Thovert, “Real porous media : Local geometry and macroscopic properties,” *Applied Mechanics Reviews*, vol. 51, no. 9, pp. 537–585, 1998.
- [82] Y. Salissou and R. Panneton, “Pressure/mass method to measure open porosity of porous solids,” *Journal of applied physics*, vol. 101, no. 12, p. 124913, 2007.
- [83] C. Perrot, F. Chevillotte, M. T. Hoang, G. Bonnet, F.-X. Bécot, L. Gautron, and A. Duval, “Microstructure, transport, and acoustic properties of open-cell foam samples : Experiments and three-dimensional numerical simulations,” *Journal of Applied Physics*, vol. 111, no. 1, p. 014911, 2012.
- [84] M. Avellaneda and S. Torquato, “Rigorous link between fluid permeability, electrical conductivity, and relaxation times for transport in porous media,” *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics (1989-1993)*, vol. 3, no. 11, pp. 2529–2540, 1991.
- [85] J. Rubinstein and S. Torquato, “Diffusion-controlled reactions : Mathematical formulation, variational principles, and rigorous bounds,” *The Journal of chemical physics*, vol. 88, no. 10, pp. 6372–6380, 1988.
- [86] C. Multiphysics and C. M. M. Guide, “Version 5.1 a,” *COMSOL AB, Burlington MA*.
- [87] M. R. Stinson and G. A. Daigle, “Electronic system for the measurement of flow resistance,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 83, no. 6, pp. 2422–2428, 1988.
- [88] N. Atalla, R. Panneton, and P. Debergue, “A mixed displacement-pressure formulation for poroelastic materials,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 104, pp. 1444–1452, 1998.
- [89] V. Tarnow, “Dynamic measurements of the elastic constants of glass wool,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 118, no. 6, pp. 3672–3678, 2005.
- [90] H. Rice and P. Göransson, “A dynamical model of light fibrous materials,” *International journal of mechanical sciences*, vol. 41, no. 4, pp. 561–579, 1999.
- [91] S. Torquato, “Relationship between permeability and diffusion-controlled trapping constant of porous media,” *Physical review letters*, vol. 64, no. 22, p. 2644, 1990.

- [92] C. Van der Kelen and P. Göransson, “Identification of the full anisotropic flow resistivity tensor for multiple glass wool and melamine foam samples,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 134, no. 6, pp. 4659–4669, 2013.
- [93] H. T. Luu, C. Perrot, and R. Panneton, “Influence of porosity, fiber radius and fiber orientation on anisotropic transport properties of random fiber structures,” *ACTA Acustica united with Acustica*, Ms ACTA-00888 submitted October 2016.
- [94] V. Tarnow, “Measured anisotropic air flow resistivity and sound attenuation of glass wool,” *Acoustical Society of America. Journal*, vol. 111, no. 6, 2002.
- [95] R. Brown, “Connection between formation factor for electrical resistivity and fluid-solid coupling factor in biot’s equations for acoustic waves in fluid-filled porous media,” *Geophysics*, vol. 45, no. 8, pp. 1269–1275, 1980.
- [96] M. Zhou and P. Sheng, “First-principles calculations of dynamic permeability in porous media,” *Physical Review B*, vol. 39, no. 16, p. 12027, 1989.
- [97] H. Brenner, “Rheology of a dilute suspension of axisymmetric brownian particles,” *International journal of multiphase flow*, vol. 1, no. 2, pp. 195–341, 1974.
- [98] E. Hinch and L. Leal, “Constitutive equations in suspension mechanics. part 1. general formulation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 71, no. 03, pp. 481–495, 1975.
- [99] L. L. Beranek, “Acoustic impedance of porous materials,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 13, no. 3, pp. 248–260, 1942.
- [100] R. Panneton and E. Gros, “A missing mass method to measure the open porosity of porous solids,” *ACTA Acustica united with Acustica*, vol. 91, no. 2, pp. 342–348, 2005.
- [101] X. Olny and R. Panneton, “Acoustical determination of the parameters governing thermal dissipation in porous media,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 123, no. 2, pp. 814–824, 2008.
- [102] K. Singha, S. Maity, M. Singha, P. Paul, and D. P. Gon, “Effects of fiber diameter distribution of nonwoven fabrics on its properties,” *International Journal of Textile Science*, vol. 1, no. 1, pp. 7–14, 2012.
- [103] J. Auriault, “Heterogeneous medium. is an equivalent macroscopic description possible?,” *International journal of engineering science*, vol. 29, no. 7, pp. 785–795, 1991.
- [104] K. Gao, *Multiscale modelling of acoustic porous materials*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, 2016.
- [105] C. Chesnais, C. Boutin, and S. Hans, “Effects of the local resonance in bending on the longitudinal vibrations of reticulated beams,” *Wave Motion*, vol. 57, pp. 1–22, 2015.

