



**HAL**  
open science

# Imagerie 2-D/3-D de la teneur en eau en milieu hétérogène par méthode RMP : Biais et incertitudes

Antoine Chevalier

► **To cite this version:**

Antoine Chevalier. Imagerie 2-D/3-D de la teneur en eau en milieu hétérogène par méthode RMP : Biais et incertitudes. Sciences de l'environnement. Université de Grenoble, 2014. Français. NNT : . tel-01551773v1

**HAL Id: tel-01551773**

**<https://theses.hal.science/tel-01551773v1>**

Submitted on 11 Feb 2016 (v1), last revised 30 Jun 2017 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Géophysique Appliquée à l'Environnement**

Arrêté ministériel :

Présentée par

**Antoine CHEVALIER**

Thèse dirigée par **Anatoly LEGCHENKO**

préparée au sein du **Laboratoire d'Étude des Transferts en Hydrologie et Environnement (LTHE, UMR 5564, CNRS - GRENOBLE INP - IRD - UJF)**

dans l'école doctorale **Terre Univers Environnement**

## **Imagerie 2-D/3-D de la teneur en eau en milieu hétérogène par méthode RMP**

### **Biais et incertitudes**

Thèse soutenue publiquement le **02/07/2014**,  
devant le jury composé de :

**M., Roger GUÉRIN**

Prof, UPMC, METIS (Paris), Rapporteur

**M., Pascal SAILHAC**

MC, Université de Strasbourg, IPGS (Strasbourg), Rapporteur

**M., Philippe BELLEUDY**

Prof, UJF, LTHE (Grenoble), Examineur

**M., Evgenii BUROV**

Prof, UPMC, IStEP (Paris), Examineur

**M., Jean-François GIRARD**

IR, BRGM, SARN (Orléans), Examineur

**M., Jean ROY**

IR, IGP (Canada), Examineur

**M., Anatoly LEGCHENKO**

DR, IRD, LTHE (Grenoble), Directeur de thèse



---

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>1 La méthode géophysique RMP</b>	<b>17</b>
1.1 Principe général de la mesure RMP . . . . .	17
1.1.1 Méthodologie . . . . .	18
1.1.2 Le signal temporel d'un volume d'eau . . . . .	18
1.1.3 Variation de l'intensité d'impulsion . . . . .	20
1.1.4 Répétition de la mesure et filtrage . . . . .	20
1.1.5 Dispositifs de mesure . . . . .	22
1.2 Exemples d'application de l'imagerie RMP 1-D/2-D/3-D . . . . .	23
1.2.1 Imagerie 1-D . . . . .	23
1.2.2 Imagerie 2-D . . . . .	23
1.2.3 Imagerie 3-D . . . . .	24
1.3 Propriétés générales de l'imagerie RMP . . . . .	24
1.3.1 Non-unicité des solutions . . . . .	24
1.3.2 Le bruit électromagnétique . . . . .	25
1.3.3 Les facteurs géologiques et lithologiques . . . . .	25
1.3.4 Positionnement de ce travail de thèse face à ces limitations . . . . .	26
<b>2 L'imagerie RMP</b>	<b>29</b>
2.1 Le phénomène physique RMP . . . . .	29
2.1.1 Propriétés magnétiques de l'eau du sol à l'état d'équilibre . . . . .	30
2.1.2 Déplacement du moment magnétique durant l'impulsion . . . . .	34
2.1.3 Relaxation du moment magnétique . . . . .	37
2.2 Équation de l'amplitude initiale complexe . . . . .	39
2.2.1 Influences sur l'amplitude du signal . . . . .	40
2.2.2 Influences sur la phase du signal . . . . .	43
2.3 Forme numérique de l'équation étudiée . . . . .	47
2.4 Le problème d'imagerie . . . . .	48
2.4.1 Notions d'optimisation . . . . .	49
2.4.2 Un unique jeu de données naturelles RMP : plusieurs manières de l'exploiter . . . . .	53
2.5 Études sur les incertitudes de l'imagerie . . . . .	55
2.5.1 Profondeur de détection . . . . .	57
2.6 Synthèse partielle . . . . .	57
<b>3 Méthodes d'analyse de la résolution</b>	<b>59</b>
3.1 Corrélations des signaux RMP provenant de volumes élémentaires . . . . .	59
3.2 Incertitudes du problème inverse linéaire . . . . .	61
3.2.1 Rappel sur le problème inverse linéaire . . . . .	63

3.2.2	Inversion par la décomposition en valeur singulière ( <i>SVD</i> ) . . . . .	63
3.3	Description générale de la méthode de Metropolis-Hastings . . . . .	67
3.4	Reconstruction d'image en amplitude initiale RMP . . . . .	70
3.5	Fonctionnement de l'algorithme de MH . . . . .	71
3.5.1	Modèle de départ . . . . .	71
3.5.2	Fonction(s) de perturbation . . . . .	73
3.5.3	Règle d'acceptation ou de déplacement . . . . .	75
3.5.4	Enregistrement effectif de la solution . . . . .	77
3.5.5	Arrêt de l'échantillonnage et temps de calcul . . . . .	78
3.5.6	Échantillonnage <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> . . . . .	79
3.6	Mise en forme des résultats et exploitation . . . . .	79
3.6.1	Densité de probabilité, moyenne et écart-type . . . . .	79
3.6.2	Estimation de l'incertitude . . . . .	80
3.7	Étude des comportements algorithmiques . . . . .	82
3.7.1	Modèle d'expérimentation numérique . . . . .	82
3.7.2	Exemples de résultats . . . . .	83
3.7.3	Convergence/exploration et <i>a priori</i> . . . . .	87
3.8	Comparaison avec la méthode <i>SVD</i> . . . . .	94
3.9	<i>A priori</i> dans la reconstruction de l'incertitude . . . . .	95
3.9.1	Adaptation de la fonction de perturbation aux environnements hétérogènes . . . . .	95
3.9.2	Résultats fournis par l'algorithme structurant . . . . .	99
3.9.3	Comparaison avec l'algorithme lissant . . . . .	101
3.9.4	Emploi de l'algorithme structurant . . . . .	101
3.10	Synthèse partielle . . . . .	101
<b>4</b>	<b>Étude numérique</b> . . . . .	<b>105</b>
4.1	Propriétés générales du Kernel 3-D d'une boucle . . . . .	105
4.1.1	Inhomogénéité due à l'inclinaison du champ géomagnétique . . . . .	106
4.1.2	Rotation de phase et baisse de sensibilité . . . . .	106
4.2	Étude de résolution du Kernel avec plusieurs sondages . . . . .	109
4.2.1	Résolution 2-D . . . . .	111
4.2.2	Résolution 3-D . . . . .	115
4.2.3	Synthèse de l'apport des corrélations . . . . .	119
4.3	Contraintes lissantes et cibles 3-D : biais et incertitudes . . . . .	121
4.3.1	Variation de la teneur en eau . . . . .	122
4.3.2	Variation de la taille . . . . .	128
4.3.3	Variation de la profondeur . . . . .	129
4.3.4	Cœxistence de plusieurs cibles . . . . .	132
4.3.5	<i>A priori</i> lissant et <i>a priori</i> structurant . . . . .	135
4.4	Synthèse partielle . . . . .	135
<b>5</b>	<b>Étude expérimentale</b> . . . . .	<b>139</b>
5.1	Système karstique : Rocamadour (2-D) . . . . .	139
5.1.1	Présentation du site et des acquisitions géophysiques . . . . .	139
5.1.2	Image de la teneur en eau avec <i>a priori</i> lissant . . . . .	140
5.1.3	Conclusions . . . . .	142
5.2	Système thermo-karstique : le glacier de Tête Rousse (3-D) . . . . .	144
5.2.1	Historique du site et des mesures . . . . .	144
5.2.2	Image de la teneur en eau avec <i>a priori</i> structurant . . . . .	145
5.2.3	Confrontation avec les autres données . . . . .	147

5.2.4	Estimation du volume . . . . .	151
5.2.5	Conclusions . . . . .	151
<b>Conclusions générales</b>		<b>155</b>



# Table des figures

1.1	Instrument et dispositif RMP . . . . .	19
1.2	Impulsion et décroissance du signal RMP . . . . .	20
1.3	Linéarité du signal RMP . . . . .	21
2.1	Magnétisation microscopique et macroscopique . . . . .	31
2.2	Signaux RMP et mouvement du moment magnétique . . . . .	33
2.3	Mouvement du moment magnétique en résonance . . . . .	34
2.4	Mouvement du moment magnétique hors-résonance . . . . .	38
2.5	Relaxation du moment magnétique . . . . .	39
2.6	Effet de la profondeur sur le signal RMP . . . . .	41
2.7	Effet de la teneur en eau sur le signal RMP . . . . .	42
2.8	Effet d'une variation de volume sur le signal RMP . . . . .	42
2.9	Effet de "queue" d'une couche d'eau mince en surface . . . . .	46
2.10	Représentation schématique de $\Phi$ dans l'espace des modèles . . . . .	52
2.11	Les 3 types de données RMP . . . . .	54
3.1	Exemple de corrélations de signaux RMP élémentaires . . . . .	60
3.2	Résolution empirique . . . . .	62
3.3	Matrice de résolution : reconstruction d'une cellule . . . . .	66
3.4	Effet de troncature sur la matrice de résolution . . . . .	66
3.5	Matrice de résolution : reconstruction d'une cellule pour deux maillages . . . . .	67
3.6	Présentation de l'algorithme de MH . . . . .	72
3.7	Notion de voisinage . . . . .	75
3.8	Schéma de perturbation peu structuré . . . . .	76
3.9	Relation entre densité de probabilité et grandeurs statistiques . . . . .	82
3.10	Modèle test pour l'expérimentation numérique . . . . .	84
3.11	Trois discrétisations et conformance . . . . .	84
3.12	Variabilité des modèles du schéma lissant . . . . .	85
3.13	Lien entre solutions individuelles et <i>Pdf</i> . . . . .	85
3.14	Ajustement des données observées par les solutions individuelles et la moyenne . . . . .	86
3.15	Exemples de <i>Pdf a priori</i> et <i>a posteriori</i> . . . . .	87
3.16	Densité de probabilité <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> : $dV$ . . . . .	89
3.17	Densité de probabilité <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> : $dw$ . . . . .	90
3.18	Densité de probabilité <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> : $t_{restart}$ . . . . .	91
3.19	Dépendance de la convergence à la discrétisation : <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> . . . . .	92
3.20	Dépendances de la convergence aux paramètres . . . . .	93
3.21	Compromis entre discrétisation et rapidité de convergence . . . . .	94
3.22	Comparaison des solutions <i>SVD</i> et MH . . . . .	96
3.23	Schéma de perturbation fortement structuré . . . . .	98

3.24	Variabilité des modèles du schéma structurant . . . . .	100
3.25	Relation entre densités de probabilités et grandeurs statistiques . . . . .	100
3.26	Comparaison des <i>Pdf a posteriori</i> des algorithmes lissant et structurant . . . . .	102
4.1	Amplitude et corrélation du Kernel 3-D d'une boucle coïncidente pour différentes inclinaisons de champ magnétique . . . . .	107
4.2	Corrélation de signaux en partie réelle et imaginaire en environnement conducteur . . . . .	108
4.3	Corrélation de signaux en partie réelle et imaginaire en environnements conducteurs et résistants . . . . .	108
4.4	Corrélations simultanées de signaux réels et imaginaires en environnements conducteurs et résistants . . . . .	109
4.5	Amplitudes en environnements conducteurs et résistants . . . . .	110
4.6	Corrélations de signaux et densités de boucles : profil ouest-est . . . . .	112
4.7	Corrélations de signaux et densités de boucles : profil nord-sud . . . . .	113
4.8	Dépendances entre corrélations, profondeurs et densités de mesure en 2-D . . . . .	115
4.9	Densités de mesure en 3-D : profil nord-sud . . . . .	117
4.10	Corrélations en 3-D supérieures à 0.9 : profil nord-sud . . . . .	118
4.11	Nombre de dépendance linéaire par profondeur et compensations volumiques associées . . . . .	118
4.12	Perte d'énergie et compensation possible . . . . .	120
4.13	Influence du bruit sur la reconstruction . . . . .	123
4.14	Sections 2-D de la moyenne des solutions d'imagerie d'un cube de dimension 40x40x40 m <sup>3</sup> contenant 100 % d'eau . . . . .	125
4.15	Sections 2-D de l'écart-type des solutions d'imagerie d'un cube de dimension 40x40x40 m <sup>3</sup> contenant 100 % d'eau . . . . .	126
4.16	<i>Pdf a posteriori</i> selon les trois directions de l'espace pour un cube à trois teneurs en eau . . . . .	127
4.17	Volume estimé par tranche de profondeur et erreur d'estimation . . . . .	129
4.18	Influence du volume sur la reconstruction . . . . .	130
4.19	Influence de la profondeur sur la reconstruction . . . . .	131
4.20	Volume d'eau restitué par tranche de profondeur et erreur d'estimation cumulée . . . . .	133
4.21	Influence de deux cibles dans la reconstruction . . . . .	134
4.22	Influence du changement d' <i>a priori</i> sur la reconstruction . . . . .	136
4.23	Représentation schématique de la moyenne des restitutions . . . . .	136
5.1	Section <i>ERT</i> et boucles RMP sur le Karst de Poumeyssen . . . . .	141
5.2	Poumeyssen : imagerie RMP 2-D du conduit karstique . . . . .	143
5.3	Tête Rousse : acquisitions géophysiques . . . . .	146
5.4	Tête Rousse : ajustement des données . . . . .	146
5.5	Tête Rousse : estimation moyenne de la teneur en eau . . . . .	148
5.6	Tête Rousse : écart-type de l'estimation de la teneur en eau . . . . .	148
5.7	Tête Rousse : comparaison de données <i>GPR</i> et sonar avec l'imagerie de la teneur en eau . . . . .	149
5.8	Tête Rousse : validation croisée . . . . .	150
5.9	Tête-Rousse : volume d'eau pompé et estimation RMP . . . . .	152

# Remerciements

Et voilà ! Il est amusant de constater à quel point la clôture finale d'une épopée doctorale se retrouve au début du manuscrit. J'ai moi-même jaugé nombre d'auteurs de thèse à l'aune de ces pages. Arrivaient-ils à faire transparaître, avec une humble retenue ou une formidable jovialité, l'humain qu'ils étaient ? Quelques mots seulement avant que l'épandage austère du formalisme scientifique ne viennent dissimuler complètement qu'une thèse est avant tout une occasion de se questionner sur le monde qui nous entoure et sur nous-même – le fait que ce soit le plus souvent seul et à la chaleureuse lumière d'un ordinateur n'est pas le moindre des paradoxes. C'est avec un grand sourire que je vais me prêter à cet exercice :

D'abord, un grand merci à mon directeur de thèse, Anatoly legchenko. Tu m'auras permis de réaliser un rêve d'étudiant de licence qui était celui, impensable à l'époque, de travailler dans la recherche d'eau par méthode RMP. Tout au long de cette thèse, nos échanges furent épiques, qu'ils fussent positifs ou négatifs. Je me suis reforcé à ton contact et j'en tire des leçons qui me serviront toute ma vie. Je reste persuadé que, armé de ton inépuisable source de métaphore, tu as le potentiel d'être le plus brillant pédagogue de notre temps.

Je remercie chaudement mes rapporteurs (Roger Guerin, Pascal Sailhac), le président de mon jury (Philippe Belleudy) et mes examinateurs de thèse (Jean Roy, Jean-François Girard) pour les nombreuses corrections et analyses critiques qu'ils m'ont faites. J'espère avoir l'occasion de commencer pour certains et de poursuivre avec d'autres, une série d'expériences passionnantes consistant à évaluer la teneur en eau dans des liquides troubles.

Si la thèse est une belle aventure, elle revêt souvent les atours d'une splendide galère. Mais qui dit galère suppose aussi moult compagnons : merci à Benito et TomTom pour m'avoir apporté un thé, sans même me connaître, puis sauvé du froid hivernal (après une journée à courir autour d'une boucle RMP), pour finalement m'introduire dans leur "meute" grenobloise (et quelle meute !). Aux autres rameurs et aux moments de remotivation collective sur l'escalier externe du Cermo, Solène, merci . GuyGuy la fourmi, merci. J'espère avoir contribué, au moins autant que vous le faites pour moi, à pourrir vos thèses et vos meilleurs moments de concentration.

Mon travail de thèse s'est aussi déroulé massivement à Paris, dans les locaux de Métis en particulier. J'y ai toujours été généreusement accueilli par la famille de géophysiciens qui m'aura fait naître à cette discipline ; merci à tous et toutes pour cela. Julien, Gags, Ludo, Roger, Fayçal, Christian, la transmission du "feu sacré" est assurée avec vous.

C'est la place idéale pour adresser un remerciement tout personnel à mon Tic et mon Tac. Quentin, je crois que le monde n'aura pas fait de dragon plus frais que toi. Sylvain, juste... la prochaine fois que tu me sauves la vie évite de m'habiller comme une écolière, et je t'écouterai quand tu me diras de pas insister. Vous êtes mes frères et plus que ça, les choses que j'aimerais vous écrire frôlent les limites de la décence littéraire, je m'en tiendrai donc là (par écrit). Si le concept de *smoothness* s'applique à vous sans *a priori*, je dédie le compliment aussi à Lola : cimer meuf.

J'ai pu partager mon existence doctorale avec un tas de gars et de filles extras ; j'espère vous soutenir autant que vous l'avez fait pour moi. Je crois que je me suis toujours rendu au labo avec l'objectif premier de passer du temps avec vous. Même si je dois admettre que je sortais également du labo, parfois trop tôt, pour la même raison. Honnêtement, je vais tous vous lister – eh oui – parce que vous le méritez. L'ordre n'a pas d'importance, j'ai même fait exprès de vous mélanger. Oui je parle de vous là : Steph (l'icône de la spontanéité. T'es magique.), Lise (ta pêche fait plaisir à voir), Max (un mélange paradoxal de zen et de passion, un prince), Marine (Ze clown), Aloïs (mon gendre idéal préféré), Ossenat' (pour avoir su m'apprendre à demander pardon), Annette (ma meilleure prof' d'escalade), Germain (les coccolithophoridés souffrent, mec), Camille (tu préfères ne pas le savoir mais tu es la paladine des temps modernes, et j'aime ça), Oliv' (un jour promis, quand tu diras "Aller, on se fait mal?", je courrai à ta vitesse), Simon (ton rire cassera un mur), Hélène (du caractère et du cœur), Valoche (si un scientifique était croisé avec un hippie le résultat ce serait toi), Matthias (Ta cuisine au sanglier m'a inspiré dans mes codes), Tania (oui : "Hola chica" c'est mon max en espagnol), Mimi (la conjonction ultime de libertaire, cool et organisé), Troels (*one the finest friend the world has ever known, ahouh!*), Marc (colosse au grand cœur va), Morlot (j'ai un faible pour les gens chaotiques, tu en es le parangon), Laulau (hier je t'appelais Maverick un brin moqueur, aujourd'hui je donnerai cher pour être Goose), Claire et Odette (je vous décerne une mention particulière : le titre de fraîcheurs "zéro degré kelvin". Pas de débat possible : il n'y a pas eu plus *cool* que vous dans l'univers). Merci aux autres, permanents, doctorants, stagiaires, que j'ai vu au jour le jour, et longue vie à la plus belle cohésion doctorale qu'aucun labo n'atteindra jamais. Merci aussi à Sarah. Tu ne t'en rendais pas compte mais... pfiou... tu m'as superbement aidé.

Mon dernier et plus grand remerciement ira à mes parents. Depuis votre soutien indéfectible pendant mes années d'études, jusqu'à mon amour inconditionnel de la science-fiction (et de la science tout court), je vous dois beaucoup dans ce travail. Pour ça et aussi pour tout le reste : Merci.

# Résumés

## Résumé français

La caractérisation non-destructive de la variabilité spatiale et temporelle de la teneur en eau pour des milieux hétérogènes superficiels est un enjeu de taille pour la compréhension du fonctionnement hydrogéologique de certaines zones critiques. Pour répondre à ces besoins, une candidate potentielle est la méthode de Résonance Magnétique des Protons (RMP), technique géophysique récente qui permet d'imager la teneur en eau de la subsurface de façon directe. Ses déclinaisons opérationnelles en 2-D et en 3-D sont émergentes et nécessitent une étude exhaustive afin d'en comprendre les possibilités et les limitations. Le caractère intégrateur de la mesure RMP, en conjonction avec l'erreur expérimentale qui la contamine, limite la résolution de la méthode. Conséquence : la traduction d'un jeu de mesures sous la forme d'une distribution spatiale de teneur en eau n'est pas unique. Certaines sont plus désirables que d'autres, aussi des *a priori* géométriques sont-ils utilisés pour limiter l'espace des solutions possibles. De ce fait, l'estimation qui est faite de la teneur en eau est biaisée (*a priori*) et entachée d'incertitudes (bruit), jamais quantifiées à ce jour à plus d'une dimension. Afin de mettre à jour les processus qui vont influencer la résolution spatiale et l'estimation du volume d'eau, les propriétés du problème direct de l'imagerie RMP sont analysées au moyen d'outils non-biaisés telles que les corrélations. Le problème d'imagerie RMP inverse étant non-linéaire, ce travail de thèse propose une méthodologie de reconstruction d'images de la teneur en eau qui offre l'accès aux analyses des incertitudes, axée sur un algorithme d'échantillonnage inverse de Monte-Carlo (Metropolis-Hastings). Une étude intensive des biais introduits par l'*a priori* sur la reconstruction de différents volumes 3D est effectuée. Enfin, les possibilités d'imageries RMP sont illustrées sur deux cas d'applications réels en milieux hétérogènes karstiques ou thermo-karstiques, validés par comparaison avec d'autres sources d'informations. Le premier cas est une imagerie 2-D du conduit karstique de Poumeyssen, dont la cartographie est connue. Le deuxième cas est l'imagerie 3-D d'une poche d'eau sous-glaciaire dans le glacier de Tête-Rousse laquelle est explorée par de nombreux forages et d'autres méthodes géophysiques.

## English abstract

The non-destructive observation of the ground water content's variability in time and space is a major issue to understand the hydrodynamical functioning of heterogeneous media. Although many geophysical

methods derive the water content of the subsurface from intermediate physical parameters, the method of surface nuclear magnetic resonance (SNMR) provide a direct estimate of ground water content. For this method, 2-D or 3-D SNMR tomography applications are only emerging and an in-depth analysis is required to assess their possibilities and limitations. The general resolution of the method is limited because the measurement characterize an important volume and is contaminated by electromagnetic noise. Consequently, the translation of measurement into an image of water content admit many solutions. Among them, several are more desirable than others from a structural/geometrical stand point. Geometrical prior knowledge are used to limit the infinite solution space. The resulting water content estimate is necessarily biased (prior knowledge) and affected by uncertainties (noise). To date, these aspects have never been quantified for 2-D and 3-D SNMR data sets. The processes that are controlling the geometrical rendering and the estimated water volume are analyzed using correlations and linear regressions as they are unbiased tools for the data space analysis. As the MRS inverse problem is non-linear, this thesis proposes a Monte Carlo based methodology (Metropolis-Hastings) to provide water content and uncertainty estimates. As the geometrical prior expectations control the estimates, the resulting bias is explored and discussed for different water content configurations. Finally, the possibilities of MRS imaging are illustrated on two highly heterogeneous environments : karstic and thermo-karstic. The results of the MRS imagery are compared and validated with other sources of knowledge. The first case is a 2-D imaging of the conduit Poumeyssen karst. The latter geometry is precisely known. The second case is the 3-D imaging of a internal cavity inside the French Alp glacier Tete-Rousse, intensively explored by destructive and non-destructive methods.

# Introduction

## Contexte scientifique

La compréhension des processus qui contrôlent la dynamique de l'eau dans la sub-surface constitue un des objectifs scientifiques qui ouvrent la voie à une gestion raisonnée de la ressource en eau. Cette compréhension est l'objectif premier de l'hydrologie et de l'hydrogéologie. Ces disciplines sont quotidiennement confrontées à l'inaccessibilité des milieux géologiques, superficiels et profonds, aux différentes échelles mises en jeu dans la physique des transferts d'eau dans le sol. Une couche de complexité supplémentaire s'ajoute avec la dimension temporelle car certaines propriétés sont fluctuantes dans le temps.

Afin d'appréhender la variabilité spatiale et temporelle des propriétés hydrodynamiques du sol, le besoin d'observations liées à l'eau est important. Pour l'hydrologue<sup>1</sup>, les mesures dans le sol sont intrusives et très ponctuelles (carottages, forages, sondes), ou très intégratrices (essais de pompages, débits). Si elles peuvent être suffisantes dans certains cas (aquifères sédimentaires), ces observations ponctuelles et coûteuses ne peuvent pas apporter la quantité d'information requise dans les milieux où la variabilité spatiale est importante. Les milieux fissurés en zone de socle ainsi que les milieux karstiques et glaciaires en constituent des exemples concrets. Les observations géophysiques apportent des solutions viables pour combler ce manque d'information. L'aspect non-destructif de ces méthodes, leur portabilité et leurs faibles coûts en font des outils de choix pour observer la dynamique de l'eau ; au prix d'une observation indirecte, incertaine.

Deux grandes catégories de questionnement hydrodynamique peuvent trouver une réponse, au moins partielle, grâce à l'apport de la géophysique (Vouillamoz, 2003) :

1. Définition de la géométrie des réservoirs d'eau et de leur environnement géologique.
  - (a) Limites à la base (substratum) et niveau piézométrique.
  - (b) Limites latérales : faille et/ou changement de lithologies.
2. Définition des paramètres descriptifs des fonctions de stockages (porosité) et de flux (le coefficient d'emmagasinement et la perméabilité)

Pour pertinente qu'elle soit à l'hydrologue, cette manière de séparer ces deux domaines ne l'est pas toujours au regard des méthodes géophysiques, selon les contrastes de propriétés physiques du sol qu'elles éclairent

---

1. On inclura dans ce terme les hydrogéologues qui se focalisent sur les milieux saturés

et de quelle manière. Pour une méthode géophysique prise individuellement et en supposant qu'elle y soit sensible, la répartition spatiale de la teneur en eau et la géométrie des frontières de l'aquifère sont deux choses inextricablement liées ; ce sont des paramètres physiques profonds inférés à partir d'observations superficielles. Il est impossible de les déconvoluer au moyen d'une méthode unique. De fait, combiner une approche sensible aux variations géométriques avec une méthode plus intégratrice est indispensable. Certaines méthodes géophysiques mettent en lumière des contrastes francs de propriétés et permettent une délimitation géométrique précise des interfaces entre différents environnements géologiques. C'est le cas, entre autre, des méthodes d'imagerie géoradar (*GPR*), sismique, et dans une moindre mesure électriques (*ERT*), et des méthodes EM basse fréquence de type *TDEM* et *VLF*. Les zones de stockage d'eau sont dérivées de manière indirecte moyennant certaines hypothèses sur la composition géologique des horizons cartographiés.

Pour la Résonance Magnétique des Protons (RMP), l'estimation de la teneur en eau est directement inférée à partir du signal mesuré, sans nécessiter le recours à des variables physiques intermédiaires. Ceci en fait une méthode de choix pour la caractérisation des propriétés de stockage d'eau des environnements géologiques. Ce « lien direct » se gagne au prix d'un temps d'acquisition relativement long comparé à d'autres méthodes et exige des conditions de mesure contraignantes : les milieux trop anthropisés sont à proscrire du fait des bruits électromagnétiques (EM). À l'inverse des autres méthodes, la géométrie des aquifères est dérivée de la teneur en eau dans un second temps, à l'aune des données géologiques connues sur la sub-surface.

Si la méthode RMP a aujourd'hui prouvé son efficacité et sa robustesse sur un nombre important de cas d'étude hydrologique à grande échelle<sup>2</sup>, où la mesure permet de tirer les grandes tendances des propriétés de stockage de l'eau aux endroits où les forages font défaut, les applications d'imagerie fine de la teneur en eau en 2-D et 3-D à l'échelle d'un site de mesure (km<sup>2</sup>) sont à peine émergentes. L'intérêt porté à ces méthodes n'a cependant pas cessé de croître de 2005 à aujourd'hui. Néanmoins, comme toutes les méthodes d'imagerie géophysique, l'imagerie RMP 2-D/3-D a des limitations bien connues :

- sa résolution horizontale et verticale est faible : c'est-à-dire qu'à un seul jeu de mesures RMP ne correspond pas une unique image de la teneur en eau. Il existe en réalité une infinité de solutions équivalentes. Cette caractéristique oblige à ajouter des contraintes externes (qualifiées d'*a priori*<sup>3</sup>) considérées comme réalistes pour permettre une reconstruction d'image. Les images solutions sont donc intrinsèquement biaisées à tort ou à raison.
- les mesures sont contaminées par du bruit EM : il en résulte des erreurs sur la reconstruction d'image.

À ce jour, l'exploration des solutions équivalentes pour le problème d'imagerie RMP et leurs implications sur l'estimation du paramètre de teneur en 2-D et en 3-D est très embryonnaire. Il n'existe pas d'exemple dans la littérature traitant de ce sujet.

---

2. Et, dans le contexte opérationnel de la recherche d'aquifère exploitable

3. Le mot *a priori* étant une locution latine, on le gardera en italique et invariable même lorsque le pluriel est suggéré. On insiste ici sur son importance du fait de son utilisation intensive tout au long de cette thèse.

## Problématique

L'objectif général de cette thèse est de préciser les possibilités et les incertitudes offertes par l'estimation du paramètre de teneur en eau par imagerie RMP 2-D/3-D. Même si dans la nature les situations géologiques sont infiniment variées, cette étude se limitera à la reconstruction de cibles 2-D/3-D dont la teneur en eau contraste abruptement avec celle de l'encaissant. Avec les *a priori* usuels en géophysique lissant (*smooth*) et structurant (*blocky*), trois questions nous intéressent particulièrement :

- Dans quelle limite peut-on espérer détecter, positionner et délimiter une cible 2-D et 3-D ?
- Quelle est la qualité de l'estimation de sa teneur en eau ? Quid de l'incertitude associée ?
- Quelle est le rôle de l'*a priori* dans ces estimations ?

## Méthode appliquée

La méthode utilisée pour répondre à cette problématique consiste à :

- Étudier les propriétés du problème direct 2-D/3-D RMP dans le domaine des données. Deux volumes d'eau distincts dans la subsurface n'ont pas forcément des signatures RMP très différentes, on parle de signaux équivalents, ou plus généralement d'équivalence. Il va donc être impossible de distinguer ces volumes. Cette incapacité à distinguer des volumes d'eau pourtant différents contrôle la résolution et les incertitudes d'estimation de la méthode. L'outil choisi pour mettre à jour les similarité de signatures RMP dans l'espace est le coefficient de corrélation linéaire. Ce coefficient donne une indication qualitative de la manière dont ces équivalences vont influencer la restitution géométrique d'une cible 2-D/3-D.
- Développer et valider un algorithme d'échantillonnage inverse basé sur la méthode de Metropolis-Hastings (MH) optimisée pour le problème inverse RMP. Elle permet d'explorer l'espace des solutions du problème de reconstruction d'image en prenant en compte toutes les non-linéarités. Ces méthodes ne pouvant échapper à la notion d'*a priori* sur la forme des solutions, deux déclinaisons en sont disponibles ; une lissante (*smooth*) et une autre structurante (*blocky*). L'implémentation possède une originalité : ces *a priori* sont introduits dans la fonction de génération de modèle aléatoire. De cette manière l'exploration de l'espace des solutions n'est pas figée autour d'une contrainte arbitraire. La régularisation n'est qu'une coloration aléatoire, une tendance moyenne. L'incertitude sur la donnée RMP va contrôler l'expression plus ou moins importante de cette tendance.
- Étudier les propriétés du problème inverse 2-D/3-D RMP dans le domaine du modèle influencé/affecté par les propriétés de l'inversion avec une approche statistique basée sur l'algorithme de Monte-Carlo. Dans le cadre de la thèse cette approche a été appliquée spécifiquement au problème faiblement non-linéaire de l'inversion des données en magnitudes initiales. Son applicabilité au cas général avec des jeux de données RMP complets est un avantage pour l'avenir.
- Évaluer numériquement les capacités de l'imagerie RMP 3-D sur des cas numériques idéaux (bonne couverture de mesure, bruit EM faible) et simples (une ou deux cibles cubiques).

- Confirmer l'efficacité de l'approche développée dans le cadre du travail de thèse sur deux cas d'imagerie RMP en milieux hétérogènes dont les cibles sont connues. Le premier est un cas d'imagerie 2-D en milieu karstique, très propice. Le second est un cas d'imagerie 3-D en milieu glaciaire, en limite de résolution.

## Organisation du document

Ce manuscrit s'articule en cinq chapitres. Les deux premiers chapitres se complètent et décrivent la méthode RMP depuis son aspect opérationnel jusqu'à la reconstruction d'une image de la teneur en eau. Le premier est un descriptif pratique de la méthode RMP, de ses applications et de ses limites connues. Le deuxième décrit les principes physiques et équations sur lesquelles s'appuient la RMP pour traduire un signal nano-voltaïque en une image de la teneur en eau du sol.

Le troisième chapitre décrit toutes les méthodes utilisées pour caractériser la résolution et les incertitudes, qualitativement et quantitativement. Les influences des paramètres utilisés dans l'algorithme de Metropolis-Hastings y sont détaillées. En domaine linéaire, l'algorithme est validé par comparaison avec la méthode de décomposition en valeur singulière (*SVD*); laquelle est un standard dans l'analyse de résolution des problèmes inverses.

Les deux derniers chapitres montrent les estimations et les incertitudes de l'imagerie RMP pour différentes cibles 2-D/3-D. Ainsi, le quatrième chapitre est une étude numérique où les signaux interprétés sont issus de modélisations connues : les performances de l'imagerie RMP y sont explorées dans un cadre optimal. Le cinquième et dernier chapitre présente deux cas d'applications réels des méthodes développées dans cette thèse pour des milieux hétérogènes : le domaine karstique (Rocamadour : gouffre de Poumeyssen) et glaciaire (Massif du Mont Blanc : glacier de Tête Rousse).

# 1 | La méthode géophysique RMP

## 1.1 Principe général de la mesure RMP

La méthode RMP est une adaptation au monde de la géophysique des techniques de Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) utilisées en imagerie médicale, en laboratoire, et en forage. Tout comme ces dernières, elle s'appuie sur le phénomène de résonance magnétique pour interagir spécifiquement avec certains types de nucléons, ici les protons des molécules d'eau. Plongées dans le champ géomagnétique terrestre, ces molécules ont un mouvement de précession autour des lignes de champ magnétique. Leur fréquence de rotation est spécifique à l'atome et est appelée fréquence de Larmor. En émettant un champ EM oscillant à cette fréquence spécifique, il est possible d'interagir directement avec les molécules d'eau. Cette interaction privilégiée est la base sur laquelle la méthode est à même de reconstruire une image de la distribution spatiale de la teneur en eau du sol.

Plus il y aura d'eau, plus l'excitation sera importante, et plus l'énergie restituée au finale permettra de quantifier la quantité d'eau. D'un point de vue opérationnel, la procédure à réaliser est relativement simple. Il s'agit de former une boucle constituée de câbles électriques, ayant un côté allant de 10 à 150 m environ (fig. 1.1).

L'appareil de mesure (Numis par *Iris instrument* ou GMR de *Clara Vista*) permet de générer une impulsion électrique dans la boucle de transmission  $\mathbf{T_x}$  installée. Cette impulsion génère un champ électromagnétique qui va interagir spécifiquement avec les protons des molécules d'eau contenues dans la subsurface jusqu'à approximativement 100 m de profondeur. Cette limite est un ordre de grandeur pour fixer les idées dépendante du contexte de l'étude. Cette interaction met les particules d'eau dans un état d'excitation magnétique. Une fois l'impulsion terminée, les particules retrouvent leur état de repos en générant au passage une perturbation électromagnétique retour sur une boucle de réception ( $\mathbf{R_x}$ ). Dans le cas où la même boucle est utilisée en émission et en réception, il est fait mention de boucle coïncidente  $\mathbf{T_x-R_x}$ , c'est le cas le plus standard à l'heure actuelle.

Deux différences séparent les sondages RMP et les autres méthodes qui utilisent le principe de RMN. Le volume investigué (de dimension hectométrique pour le sondage RMP et de dimension centimétrique à décimétrique dans les autres cas) et l'intensité du champ magnétique statique autour duquel les moments magnétiques des molécules d'eau gravitent à l'état d'équilibre. Dans le cas du sondage RMP ce champ statique est par défaut le champ magnétique terrestre alors que c'est un champ magnétique artificiel au moins mille fois plus fort qui est utilisé en laboratoire. En effet, la plupart des méthodes RMN opèrent

dans un champ statique parfaitement contrôlé qui vise à accroître le signal mesuré. Ce n'est pas le cas dans l'application de surface RMP où le champ statique est localement mesuré, puis supposé constant en orientation et en intensité à l'échelle du volume investigué.

### 1.1.1 Méthodologie

L'idée derrière la mesure RMP peut être exprimée de manière relativement intuitive – quoique simpliste – avec une connaissance sommaire des équations de Maxwell. Weichman *et al.* (2000); Legchenko *et al.* (1997); Legchenko et Valla (2002); Legchenko (2004) et Legchenko (2013) détaillent de la manière suivante – mais avec des formalismes mathématiques différents – la théorie de la méthode : une variation temporelle du magnétisme local, occasionnée par un mouvement massif de molécules d'eau, va générer un signal (une différence de potentielle) dans une boucle réalisée à partir de câbles conducteurs. La force électromotrice générée dans la boucle est directement reliée à la quantité d'eau du sol. Par conséquent, pour obtenir une réponse liée à un volume d'eau que l'on cherche à cartographier, il va falloir, d'une part mettre en mouvement les molécules d'eau (les exciter), et d'autre part, mesurer leur retour à l'équilibre.

Ainsi, la mesure RMP s'articule en deux phases :

- Une phase d'excitation au moyen d'une boucle émettrice dénotée  $\mathbf{T}_x$  émettant un champ électromagnétique actif  $\mathbf{B}_1$  de fréquence allant de 1000 à 3000 Hz. L'impulsion a une durée  $\tau$  d'environ 40 ms. Le but est de forcer les moments magnétiques des protons  $\mathbf{M}$  à pivoter pour atteindre un état d'excitation.
- Une phase de mesure où il s'agira d'enregistrer passivement des fluctuations voltaïques dans la/les boucle(s)  $\mathbf{R}_x$  provoquées par la relaxation des protons, durant laquelle le moment magnétique  $\mathbf{M}$  va pivoter pour retourner à son état d'équilibre avec une vitesse dépendante du stress physique et magnétique exercé par l'environnement sur la particule d'eau et caractérisé par un temps de décroissance  $T_2^*$ . Les valeurs de  $T_2^*$  oscillent entre 0 et 1 s, selon la liberté des molécules d'eau dans leur environnement.

S'il existe de l'eau dans la subsurface, la boucle réceptrice  $\mathbf{R}_x$  va mesurer un signal nano-voltaïque plus ou moins contaminé par du bruit EM ambiant. En répétant cette mesure en excitant l'eau avec des champs magnétiques d'intensité variable, la réponse RMP de l'eau va varier selon sa position dans l'espace. Cette propriété donnera accès à la répartition spatiale de l'eau.

### 1.1.2 Le signal temporel d'un volume d'eau

Après une excitation électromagnétique d'impulsion  $q$ , la boucle en surface enregistre une fluctuation de son potentiel électrique due au retour à l'équilibre des moments magnétiques de l'eau. Du fait de cette relaxation, le signal RMP  $e(q, t)$  décroît suivant une sinusoïde d'enveloppe exponentiellement décroissante suivant le temps de relaxation  $T_2^*$  et possède une phase  $\zeta(q)$  (fig. 1.2). Par convention mathématique, l'enveloppe du signal d'amplitude  $e(q, t)$  appartient au domaine des nombres complexes. Elle possède un terme en quadrature et un terme en phase (Legchenko et Valla, 1998) :

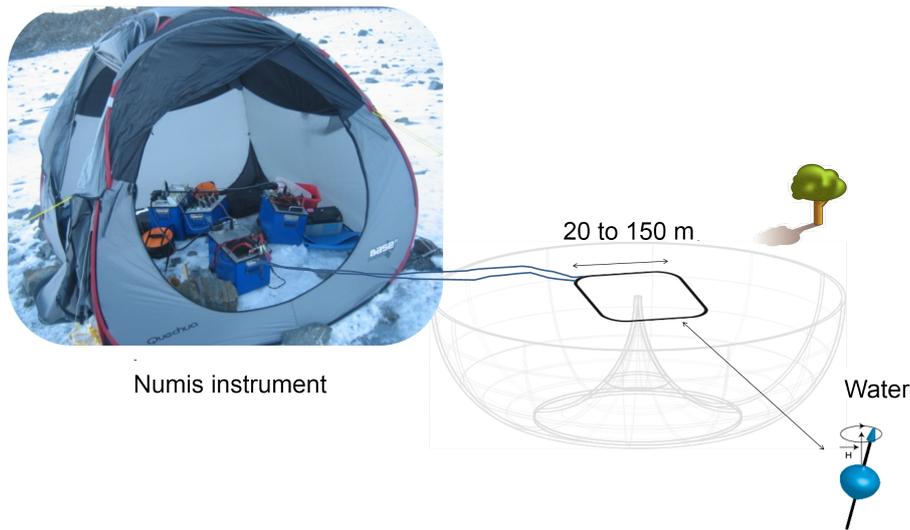


FIGURE 1.1 – Instrument Numis et représentation schématique d’une boucle de courant carrée émettant un champ EM (sphère grise) interagissant avec le moment magnétique générés par une population de protons plongés dans le champ géomagnétique (le schéma n’est pas à l’échelle de la photographie).

$$e(q, t) = |e(q, t)| \cdot \exp^{-j\zeta(q)} \quad (1.1)$$

L’enveloppe du signal générée au cours du temps par un volume d’eau homogène (en lithologie et en teneur en eau) peut être mathématiquement représentée par une relaxation exponentiellement décroissante :

$$e(q, t) = (|e_0(q)| \exp^{-j\zeta(q)}) \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_2^*(q)}\right) \quad (1.2)$$

Dans cette équation les comportements multi-exponentiels du signal, principalement liés aux lithologies ayant de multiples porosités (Mohnke, 2005), sont négligés. S’il existe plusieurs volumes d’eau indépendants dans la subsurface, la signature sur une boucle en surface est calculée par la sommation directe de chacune de leurs influences élémentaires respectives. Tout l’intérêt de la méthode réside en ce que les valeurs d’amplitude initiale  $e_0(q)$  dépendent directement de la répartition spatiale de la teneur en eau  $w(r)$  dans le semi-espace investigué. On le verra dans le détail en section 2.2.

La magnitude totale de ce signal  $|e_0(q)|$  possède une mesure stable et reproductible dans la majorité des cas. La phase du signal  $\zeta(q)$  est porteuse d’informations importantes en milieu conducteur. C’est un terme dépendant d’une multitude de facteurs expérimentaux (voir section 2.2.2) dont l’interprétation est loin d’être triviale. Dans toutes les applications, il est impératif d’avoir une idée raisonnablement exacte de la conductivité électrique du milieu en parallèle de la méthode RMP pour espérer interpréter ces signatures particulières.

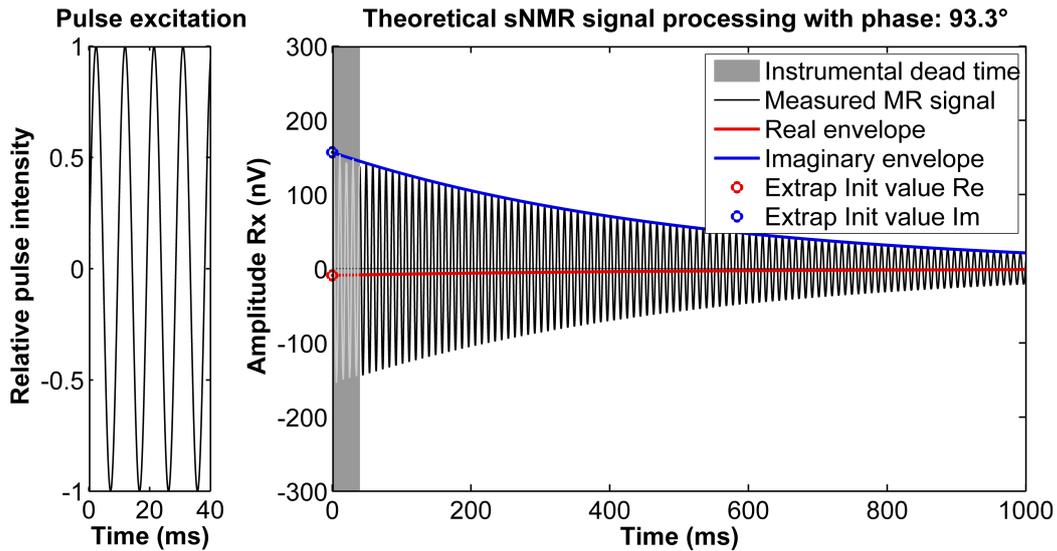


FIGURE 1.2 – Représentation schématique d’une séquence d’impulsion et de mesure de décroissance du signal RMP. Dans deux des trois types d’exploitations du signal RMP (*Initial Value Inversion* et *Time Step Inversion*), l’enveloppe du signal est calculée en partie réelle et imaginaire, puis interpolée à l’instant  $t = 0$  après l’impulsion, du fait du temps mort instrumental. Les fréquences des sinusoides présentées sont inférieures d’un facteur 20 par rapport à la réalité.

### 1.1.3 Variation de l’intensité d’impulsion

En répétant la procédure de mesure pour différentes intensités électriques de l’impulsion  $q = \tau \times I$ , la manière dont sont excités les protons dans l’espace est modifiée. Schématiquement, pour une impulsion EM faible, le signal est surtout issu de l’eau à proximité de la boucle, tandis que pour une impulsion EM forte, le signal est majoritairement issu de l’eau éloignée. En terme de signal, la signature d’un volume d’eau est composée de  $R$  réponses décroissantes  $e(q, t)$  en réponse aux  $R$  excitations d’impulsions  $q$ .

### 1.1.4 Répétition de la mesure et filtrage

L’amplitude moyenne  $S$  du signal RMP est d’ordre nano-voltaïque. C’est un signal faible comparé à l’amplitude du bruit EM ambiant  $N$  (allant du  $\mu\text{V}$  au  $\text{mV}$ ), généré par les perturbations ionosphériques et les émissions anthropiques.  $N$  dépend de la taille, de la géométrie, et du nombre de spires qu’à la boucle de mesure. Lorsqu’une seule boucle coïncidente est utilisée, l’amplitude de  $N$  est estimée avant chaque impulsion, mais cette valeur est inconnue lors de la mesure en tant que telle. En dehors de quelques situations où le rapport signal sur bruit  $\frac{S}{N}$  est exceptionnellement élevé, l’acquisition d’un point de sondage RMP n’est possible que par la répétition du cycle de mesure. Selon les conditions de bruits, le nombre de répétition varie entre 50 et 400. Les signaux mesurés individuellement sont ensuite moyennés (*stacking*) et pondérés – ou non – par la qualité de leur rapport  $\frac{S}{N}$  (Legchenko et Valla, 2002).

Bien qu’il permette de faire émerger le signal du bruit, le temps requis par le *stacking* a des conséquences car les variations naturelles du champ géomagnétique introduisent des dérives dans la mesure (Müller-Petke, 2009), et en particulier la phase (voir section 2.2.2).

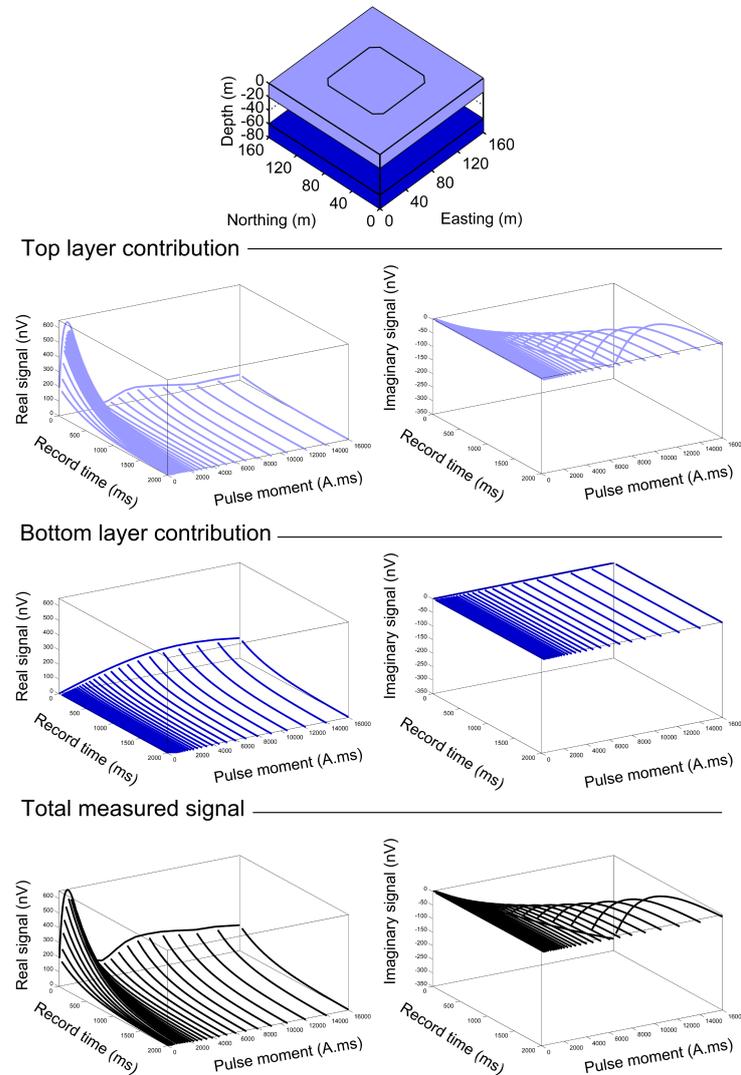


FIGURE 1.3 – Signaux synthétiques générés par deux volumes d'eau sur une boucle en surface, en partie réelle et imaginaire, pour un milieu résistant. La première couche est superficielle (courbes bleu clair), la deuxième est profonde. Dans le domaine complexe, le problème est linéaire : les influences individuelles des deux volumes s'additionnent directement (courbes noires). En principe le signal généré par le volume d'eau superficiel est complexe du fait de sa proximité avec une radiation à forte puissance.

De multiples techniques de filtrage et de traitement du signal viennent supporter le *stacking* pour extraire le maximum d'information de la moindre mesure effectuée, même dans les environnements fortement bruités (Legchenko et Valla, 2003; Legchenko, 2007; Jiang *et al.*, 2011; Dalgaard *et al.*, 2012). Ainsi, l'estimation de l'erreur qui affecte le signal RMP se doit de prendre en compte de multiples influences (Müller-Petke *et al.*, 2011); ce n'est pas chose aisée. L'incertitude sur la mesure RMP est par défaut considérée comme gaussienne, mais cela n'a jamais été démontré.

### 1.1.5 Dispositifs de mesure

Le terme de dispositif d'acquisition en RMP recouvre deux aspects : avec quelle géométrie les boucles sont-elles déployées sur le terrain ? Et comment sont-elles agencées dans l'espace les unes par rapport aux autres ?

Les différentes géométries de boucles ayant des propriétés physiques différentes, elles sont utilisées en fonction des objectifs d'imagerie et des conditions de mesures expérimentales. Quatre types de configurations sont utilisées à l'heure actuelle :

1. Sondage avec une boucle carrée ou circulaire coïncidente : c'est la géométrie ayant la profondeur d'investigation la plus élevée.
2. Sondage avec deux boucles séparées : c'est le type de sondages ayant la meilleure capacité de résolution latérale à faible profondeur (Hertrich, 2005; Hertrich *et al.*, 2005, 2007). La profondeur d'investigation est faible.
3. Sondage avec une boucle en forme de huit : c'est la géométrie à privilégier lorsque le bruit est très important et bénéficiant d'une direction principale (Trushkin *et al.*, 1994).
4. Sondage classique ajouté d'une boucle témoin dont l'objectif est d'enregistrer le bruit EM. Cette méthode constitue la meilleure stratégie analogique d'annulation du bruit.

Par souci de simplicité, seuls des sondages de type (1) sont utilisés dans les exploitations numériques et expérimentales de cette thèse.

Lorsque plusieurs sondages RMP sont réalisés à proximité les uns des autres, leur répartition spatiale définit le nombre de dimension du problème de reconstruction d'image de la teneur en eau. Il est possible de reconstruire un profil en profondeur 1-D (un sondage), une section 2-D (plusieurs sondages suivant une unique direction), ou un volume 3-D (plusieurs sondages sur un plan). Des exemples de telles configurations seront montrés tout au long des pages de cette thèse. La méthode géophysique de RMP revêt de multiples acronymes anglais en fonction de ses différentes applications :

1. *MRS* (*Magnetic Resonance Sounding*) caractérise spécifiquement l'application 1-D de la méthode où le déploiement sur le terrain consiste en une boucle coïncidente, ou deux boucles séparées visant à tirer une interprétation 1-D (en couche horizontale) de la teneur en eau du sol et des temps de décroissance associés ( $T_2^*$ ,  $T_2$ ,  $T_1$ )
2. *MRT* (*Magnetic Resonance Tomography*) intègre les applications 2-D/3-D de la méthode où une/des boucle(s) **Tx** réalisent l'excitation et d'autres boucles **Rx** mesurent le signal. Par extension, l'interprétation conjointe de plusieurs sondages coïncidents **Tx-Rx** indépendants les uns des autres peut

aussi être recouvert par ce terme. La tomographie proprement dites avec des boucles **Tx** et **Rx** séparées améliore la résolution latérale superficielle au sacrifice de la profondeur d'investigation. Par conséquent, les boucles coïncidentes restent indispensables pour des profondeurs intermédiaires.

## 1.2 Exemples d'application de l'imagerie RMP 1-D/2-D/3-D

### 1.2.1 Imagerie 1-D

La grande taille des boucles RMP fournit des mesures spatialement intégratrices, ce qui en fait une méthode de choix pour l'hydrogéologie en remplacement des forages. Les applications 1-D, utilisées dans des stratégies d'échantillonnage à l'échelle régionale, permettent de dériver les paramètres hydrodynamiques des grands ensembles géologiques au moyen d'une calibration avec des essais de pompages (Lubczynski et Roy, 2003; Roy et Lubczynski, 2003; Lubczynski, 2005). Sans calibration, la méthode reste utile pour estimer le niveau piézométrique et la transmissivité au droit de la boucle. Dimension préférée pour l'appréhension à grande échelle de la variabilité spatiale et temporelle des caractéristiques hydrogéologiques des aquifères (géométrie, stockage), les objectifs poursuivis dans les applications 1-D sont variés. Elles sont utilisées pour des études préalables à l'implémentation de forages productifs ou à l'évaluation de réserve d'eau souterraine (Vouillamoz *et al.*, 2002; Vouillamoz, 2003; Chalikakis *et al.*, 2008, 2009; Vouillamoz, 2011). Elles servent aussi des fins de compréhension qualitative des processus hydrologiques spatialisés (Plata et Rubio, 2011). Enfin, leur capacité à évaluer les paramètres de fonctionnement hydrogéologique (essentiellement porosité cinématique et transmissivité) peut servir de base à l'alimentation de modèles numérique hydrogéologique (Vouillamoz, 2003; Boucher, 2007; Boucher *et al.*, 2009).

### 1.2.2 Imagerie 2-D

Le recours à l'imagerie à plus d'une dimension devient crucial lorsque les objectifs de caractérisation des propriétés hydrodynamiques s'attaquent à des milieux hétérogènes à petites échelles spatiales. Ces réalisations sont plus complexes tant sur le plan opérationnel (plus de mesure) que sur le plan du traitement après mesure (appréhension fine de la conductivité, voir Braun et Yaramanci, 2011).

Les premiers exemples de tomographie 2-D RMP (*MRT*) sont apparus au même moment que les dispositifs utilisant des boucles **Tx** et **Rx** séparées (Hertrich, 2005). Les détails de ces apports sont montrés sur des cas numériques (Hertrich *et al.*, 2007; Hertrich, 2008) et réels (Hertrich *et al.*, 2005, 2009). Milieu hétérogène par excellence au même titre que les zones de socles, le domaine karstique a été un site de mise à l'épreuve de la méthode RMP pour la détection et l'imagerie d'un conduit souterrain saturé (Boucher *et al.*, 2006; Girard *et al.*, 2007; Guérin *et al.*, 2009). Néanmoins, les algorithmes de reconstruction d'image utilisés sont contraints par des *a priori* forts<sup>1</sup>. Les performances réelles de la méthode y sont donc maximisées. Enfin, sur le domaine d'exploration profond, il existe un cas d'application 2-D (Lehmann-Horn *et al.*, 2011b) visant à cartographier les potentielles poches d'eau d'une moraine. Son autre particularité est sa

---

1. L'existence du conduit est implicite, sa teneur en eau aussi (100 %), seule sa taille et sa position sont inconnues

prise en compte fine de l'influence de la topographie sur les boucles RMP en 3-D (Lehmann-Horn *et al.*, 2011a; Hertrich *et al.*, 2013).

### 1.2.3 Imagerie 3-D

Si les méthodes de modélisation 3-D intégrant la topographie dans la géométrie des boucles de transmission commencent à peine à voir le jour, les applications 3-D les ont devancées quelque peu. Elles sont néanmoins viables dans les environnements où la topographie est linéaire. Les applications 3-D sont relativement jeunes et immatures comparées aux précédentes (Legchenko *et al.*, 2011, 2014).

## 1.3 Propriétés générales de l'imagerie RMP

### 1.3.1 Non-unicité des solutions

Au même titre qu'une grande majorité des méthodes d'imagerie, la méthode RMP est une technique soumise aux principes des équivalences. Avant tout problème lié à l'acquisition d'une mesure de qualité le problème de reconstruction physique RMP est caractérisé par la non-unicité de l'espace des solutions. Quel que soit le nombre de dimension impliquée dans l'imagerie, en l'absence d'*a priori*, il existe une quasi-infinité d'images de la teneur en eau acceptables (et des temps de décroissance qui vont avec), qui sont à même de satisfaire le signal mesuré.

Cet état d'indétermination est renforcé dans un second temps par le fait que les mesures sont incertaines car contaminées par des influences externes comme le bruit EM et les variations du champ géomagnétique.

Beaucoup d'images singulièrement différentes correspondent au même signal et il est impossible de choisir qu'elle est la meilleure solution, si tant est qu'elle existe, sans informations complémentaires. L'existence de ces multiples solutions est imputable aux capacités de résolution<sup>2</sup> de la méthode RMP, lesquelles sont limitées. De part sa physique même et son échelle de caractérisation, la méthode RMP n'est capable que de restituer des images floues mais fiables, ou précises mais incertaines.

Il est admis que toutes les solutions équivalentes d'un signal RMP particulier ont un volume d'eau constant en 1-D, si elles sont dans une zone bien caractérisée par la mesure. L'estimation du volume d'eau total est considérée comme fiable. Par contre, où que soit l'eau, le principe d'incertitude de la RMP est qu'on ne peut pas connaître à la fois la teneur en eau  $w(r)$  et à sa répartition dans l'espace :

$$\oint_V w(r)dV \approx cste \quad (1.3)$$

Le volume général de l'eau est estimable mais la distribution spatiale particulière de la teneur en eau dans un espace restreint (intégrale fermée) est incertaine, en l'absence d'autres informations.

---

2. Capacité à distinguer un volume d'eau en particulier d'un autre, de par les signatures RMP respectives qu'ils exercent sur une boucle en surface.

Dans ce contexte, la procédure la plus standard est d'introduire un *a priori* géométrique dans la reconstruction d'image généralement lissant : la solution est cherchée pour être la plus simple possible au sens de sa variabilité spatiale à petite échelle (Tikhonov, 1963; Constable *et al.*, 1987). Les images obtenues satisfont ce critère et sont validées et/ou modifiées *a posteriori* sur la base d'autres informations obtenues par (1) accès direct aux formations lithologiques/hydrogéologiques (forage) et (2) d'autres informations géologiques préalables. Conséquence, l'interprétation et l'imagerie RMP résultent de multiples inférences *a priori* (subjectives) ou d'observations tangibles.

### 1.3.2 Le bruit électromagnétique

Le bruit EM est une des limitations actuelles majeures en imagerie RMP. Il définit le seuil à partir duquel un volume d'eau peut être reconstruit et dans quelles limites. Dans la discipline RMP, ce contrôle s'exprime sous la forme du rapport signal sur bruit :  $\frac{S}{N}$ . La résolution maximale est limitée par les principes physiques mis en jeu par la méthode, en dehors de toute notion de bruit. Mais, au deuxième ordre, la résolution réelle de la méthode est dépendante des conditions expérimentales et de la qualité des données. Tout ce qui peut augmenter le signal (quantité d'eau prospectée, intensité locale du champ géomagnétique) va potentiellement améliorer les capacités de restitution de la méthode. En outre, un rapport  $\frac{S}{N}$  faible, ne va jamais permettre de restituer des structures aux fréquences spatiales élevées (relativement à l'échelle d'acquisition de la méthode), car les fluctuations fines du signal dans l'espace y seront indiscernables du bruit.

### 1.3.3 Les facteurs géologiques et lithologiques

Les propriétés physiques (notamment électriques et magnétiques) du sol à petite et moyenne échelles sont des inconnues lors d'une acquisition RMP. Les influences qu'elles exercent sur la dynamique des protons soumis à une impulsion EM sont par conséquent inconnues. Les équations sur lesquelles s'appuient la traduction du signal RMP en une image de la teneur en eau nécessiteraient, dans l'idéal, d'être calculées au moyen d'une connaissance stricte de la résistivité électrique (forme du champ magnétique et couplage) ainsi que de la susceptibilité magnétique de l'encaissant (fluctuation locale de la fréquence de Larmor). En pratique, la résistivité électrique du sol est renseignée grâce à d'autres méthodes géophysiques (*TDEM* ou *ERT*), mais ces méthodes sont aussi sujettes aux équivalences. En ce qui concerne la fréquence de Larmor, elle est considérée comme constante dans le demi-espace investigué et de valeur égale à celle de la surface (mesuré par magnétomètre à proton). Si ces valeurs choisies plus ou moins arbitrairement s'éloignent de la réalité, les estimations restituées par la méthode RMP ne sont pas seulement affectées par des incertitudes issues du bruit EM, elles sont aussi biaisées par des erreurs de numérisations.

Le paramètre de teneur en eau  $w(r)$  générateur du signal RMP est parfois appelé *teneur en eau RMP*. C'est un paramètre dont la connexion avec la teneur en eau hydrogéologique du sol n'est pas exacte et unique, et fait l'objet de sérieuses études notamment en laboratoire. En effet, l'eau qui adhère à la surface des pores (liée) et celle soumise à la gravité (libre) ne présentent pas des temps de décroissance équivalents, variant de 0 à 30 ms pour la première et de 30 à 1000 ms pour la seconde. Au niveau instrumental, les contraintes

techniques actuelles imposent un délai – appelé temps mort – de 20 à 40 ms avant toute mesure de voltage, variable suivant les générations d'instruments. Ainsi l'eau attachée à la surface des pores n'est pas ou peu mesurable. L'eau libre est considérée comme la source majoritaire du signal actuellement mesurable en RMP. Il reste que l'excitation et le temps de retour à l'équilibre des moments magnétiques de l'eau sont contrôlés par la structure poreuse de l'encaissant tant au niveau structurel (surface spécifique) que de sa composition (interactions électrochimiques, magnétisme). La compréhension fine des mécanismes de relaxation en milieux poreux est un sujet de recherche très actif dans lequel la variabilité des temps de décroissance est mise en relation avec les très nombreux paramètres lithologiques (Keating et Knight, 2007, 2008; Mohnke et Klitzsch, 2010; Knight, 2011; Grunewald et Knight, 2011b,a).

Dans les applications opérationnelles (recherche d'eau et caractérisation des aquifères), les auteurs considèrent le paramètre  $w(r)$  comme étant la teneur en eau libre de l'espace poreux (Legchenko et Valla, 2002) ou comme une estimation qualitative de la porosité cinématique (Vouillamoz, 2003; Vouillamoz *et al.*, 2003; Boucher, 2007).

### 1.3.4 Positionnement de ce travail de thèse face à ces limitations

Au delà d'une estimation du paramètre physique lui-même (c'est-à-dire la reconstruction d'une image), les questions qui intéressent un géophysicien sur les capacités d'une méthode sont au nombre de trois et concernent :

1. L'incertitude : Quelles sont les différentes valeurs possibles du paramètre physique en un point de l'espace ?
2. Le biais : Quelle erreur est commise de manière systématique entre l'estimateur et la solution attendue ?
3. La résolution : Dans quel volume une structure limitée dans l'espace est restituée par la méthode et *a priori* ?

Ces trois questions sont spécifiques à chaque acquisition, dispositif, situation. Les techniques de reconstruction d'image abordées dans cette thèse offrent directement une évaluation de l'incertitude (1) en intégrant :

- Le bruit EM
- La distribution spatiale de la teneur en eau du sol (la forme et l'amplitude du signal RMP)
- Les propriétés de résolution de l'imagerie RMP
- *L'a priori*

Bien que cela soit possible sur le plan théorique, les multiples facteurs d'incertitude liés aux inconnues expérimentales (variabilité spatiale et temporelle du champ géomagnétique régional et local) ne sont pas pris en compte dans cette évaluation.

Les questions (2) et (3) sont les deux facettes d'un même problème. D'après la loi de conservation du volume d'eau dans l'observation, si une erreur de restitution est observée à un endroit, d'autres endroits

doivent compenser en ayant un biais aussi : d'où l'émergence du concept de volume résolution. Dans ce volume d'équivalence, une infinité de compensation est possible et il est impossible de les distinguer. Quelle que soit la méthode employée, à la base, l'étude de la résolution et du biais est toujours le fruit d'une comparaison entre un modèle numérique connu, et sa restitution<sup>3</sup>. Des exemples seront montrés en partie exploitation numérique de ce mémoire.

---

3. c'est aussi vrai pour la matrice de résolution (voir section 3.2.2) qui n'est que la somme des reconstructions de chaque cellule de l'espace de calcul prise individuellement, au travers du prisme de la méthode d'imagerie et de l'*a priori*



## 2 | L'imagerie RMP

L'objectif de ce chapitre est de détailler les principes et les équations physiques ainsi que les étapes de numérisation et d'optimisation qui permettent la traduction d'un signal RMP en une image de la teneur en eau du sol<sup>1</sup>.

Les principes physiques sous-jacents à l'imagerie RMP s'échelonnent sur 3 échelles :

- La Résonance Magnétique Nucléaire est avant tout un phénomène microscopique d'échelle nucléaire. Le phénomène détaillé dans un certain nombre de synthèses parmi lesquelles Levitt (2008) constitue une référence récente particulièrement pédagogique.
- L'expression de ces phénomènes microscopiques sous forme macroscopique (moment magnétique des particules d'eau) permet un transfert de ces concepts vers l'échelle de la particule d'eau dans un espace poreux ou non. À cette échelle, les synthèses et développements apportés par Walbrecker *et al.* (2009, 2011), fondés sur les travaux antérieurs de Trushkin *et al.* (1993); Legchenko (2004, 2005), vont constituer la fondation de ce chapitre en ce qui concerne l'homogénéité des notations, des équations et des figures.
- En intégrant les influences élémentaires macroscopiques à l'échelle d'un terrain, il est possible de produire les équations intégrales mises en jeu dans le sondage RMP. Elles sont détaillées dans les synthèses données par Weichman *et al.* (2000); Valla et Legchenko (2002). Ces dernières constituent les références les plus ciblées sur le phénomène géophysique qui nous intéresse.

Les équations sont ensuite traduites sous forme matricielle et numérique moyennant une discrétisation et des hypothèses simplificatrices.

Le problème final d'imagerie RMP admettant une infinité de solutions, des contraintes sur la forme des solutions sont nécessaires pour permettre l'évaluation inverse de la teneur en eau à partir de données mesurées. Les méthodes d'optimisation qui permettent de réaliser cela seront succinctement présentées.

### 2.1 Le phénomène physique RMP

Les trois échelles du phénomène RMP interviennent de manière séquentielle dans le contexte de la mesure géophysique RMP préalablement détaillée. Par souci d'aborder ces concepts physiques du strict point de

---

1. Il n'existe pas de référence française traitant du sujet de manière exhaustive. À dessein, la partie physique se veut pédagogique avant d'être concise. Le lecteur qui s'intéressera en profondeur à une de ces questions y trouvera le vocabulaire et les références pour mener ses recherches.

vue opérationnel, l'exposé qui va suivre respecte cette chronologie.

### 2.1.1 Propriétés magnétiques de l'eau du sol à l'état d'équilibre

La méthode RMP interagit spécifiquement avec les protons issus des molécules d'eau en utilisant une de leurs propriétés intrinsèques : le spin (Levitt, 2008). Ce dernier confère à un nucléon en général (et à un proton dans notre cas particulier) un magnétisme microscopique qui lui est proportionnel et donné par :

$$\hat{\mathbf{u}} = \gamma \times \hat{\mathbf{S}} \quad (2.1)$$

- $\hat{\mathbf{u}}$  est le moment magnétique nucléaire.
- $\hat{\mathbf{S}}$  est le spin nucléaire.
- $\gamma$  est le ratio gyromagnétique.

Si un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_o$  est appliqué sur une population de protons (c'est une chose qui ne peut manquer d'arriver sur Terre où le champ géomagnétique est omniprésent), le moment magnétique des nucléons va s'aligner suivant la direction du champ tout en conservant un mouvement de précession.

Dépendamment de la direction de leur moment magnétique nucléaire d'origine – en principe aléatoire au départ –, le mouvement de précession va être plus ou moins important autour de la ligne de champ. (fig. 2.1). À ce stade, les nucléons sont dits polarisés. Ils possèdent une fréquence de rotation  $\mathbf{f}_L$  appelée fréquence de précession de Larmor. Elle est ici définie comme une quantité vectorielle proportionnelle à l'intensité du champ magnétique et perpendiculaire à ce dernier et est donnée par :

$$\mathbf{f}_L = -\frac{\gamma}{2\pi} \times \mathbf{B}_0 \quad (2.2)$$

La fréquence de Larmor des molécules d'eau est contrôlée par l'intensité du champ géomagnétique terrestre. Elle a donc une forte dépendance spatiale et est sensible aux inhomogénéités locales de champ introduites par la lithologie – en particulier ses propriétés magnétiques – dans laquelle les molécules d'eau sont stockées.

Le champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  est aussi appelé champ magnétique statique, il peut être contrôlé avec des intensités importantes (IRM médicale et RMN de laboratoire ou de forage), ou être naturel (champ géomagnétique terrestre). Le deuxième cas nous concerne plus particulièrement.

Il est important de noter que dans l'état polarisé, les moments magnétiques individuels finissent par s'aligner plus facilement dans le sens du champ magnétique appliqué (et non plus uniquement sa direction) pour des questions d'économie d'énergie. La distribution des spins nucléaires atteint un équilibre thermique stable ce qui génère un moment magnétique macroscopique constant  $\mathbf{M}_0$ , mais non statique à l'échelle du nucléon (fig. 2.1).

Pour des mesures faibles que soient les moments magnétiques individuels de chaque proton, lorsqu'une population suffisamment importante est rassemblée, le moment magnétique global  $\mathbf{M}_0$  généré devient

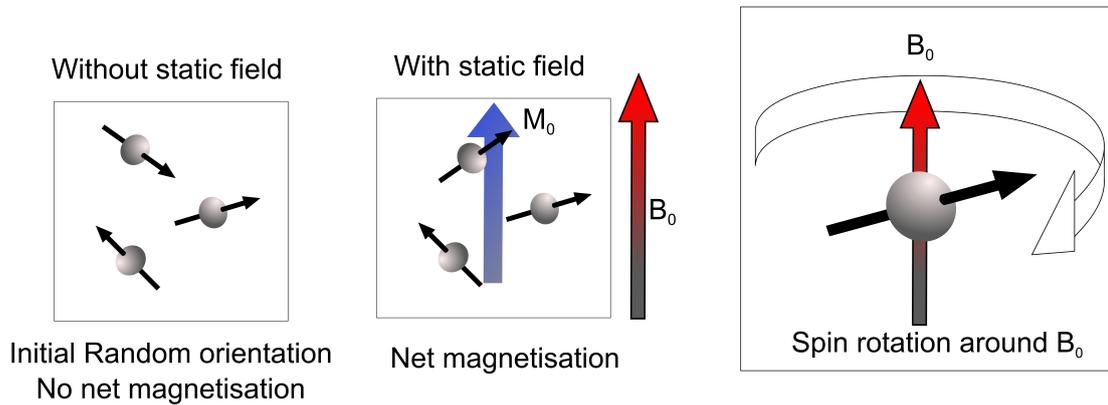


FIGURE 2.1 – D’après Levitt (2008) : état des spins en absence et en présence d’un champ magnétique statique  $\mathbf{B}_0$ . En présence de ce dernier, une magnétisation macroscopique résultante de la dynamique globale des moments magnétiques microscopiques émerge

potentiellement détectable. Sa perception est difficile du fait de sa relative faiblesse à côté du champ géomagnétique terrestre et de son exact alignement avec ce dernier. Son amplitude est dépendante de la population de proton et est proportionnelle à l’intensité du champ magnétique  $\mathbf{B}_0$  :

$$\mathbf{M}_0 = \frac{\zeta_0 \gamma^2 \hbar^2 \mathbf{B}_0}{4k_B T} \quad (2.3)$$

- $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  avec  $h$  la constante de Planck
- $\zeta_0$  est le nombre de spin par unité de volume (directement lié à la teneur en eau du volume)
- $k_B$  est la constante de Boltzmann
- $T$  est la température de l’eau

Quelle que soit la méthode désireuse d’exploiter ce phénomène, pour interagir avec les molécules d’eau sur le terrain, à grande profondeur et à l’échelle hectométrique, il n’existe pas de moyen de contrôler le champ statique  $\mathbf{B}_0$  et la température du sol  $T$  pour augmenter le signal. À l’heure actuelle, ceci n’est réalisé qu’en laboratoire et est envisageable à petite échelle sur le terrain. Ces deux dernières grandeurs seront donc dépendantes de la position géographique et, en ce qui concerne  $\mathbf{M}_0$ , de la quantité d’eau dans le sol. Ces quantités ne sont pas négligeables : une température élevée atténue la construction du moment magnétique macroscopique du fait d’une forte agitation moléculaire tandis que  $\mathbf{B}_0$  va l’amplifier. Le rapport de ces deux grandeurs va contrôler l’amplitude finale du signal RMP mesuré. L’existence de ces moments magnétiques macroscopiques en précession avec une fréquence de Larmor  $f_L$ , font des particules d’eau les cibles privilégiées d’interactions électromagnétiques, telles qu’il est envisageable d’en réaliser en prospection géophysique depuis la surface en direction du sol.

Les instruments RMP vont émettre une impulsion EM à la fréquence de Larmor pour interagir avec les moments magnétiques de l’eau. Du point de vue mécanique, tout se passe comme si les moments magnétiques excités entraînent en rotation. Ils reviennent dans leur état d’équilibre une fois l’excitation terminée. Pour espérer extraire de cette procédure des informations sur la teneur en eau du sol, il faut être

capable de savoir de quelle manière l'impulsion EM émise a forcé les moments magnétiques macroscopiques à changer d'orientation en tout point du volume investigué. Dans un deuxième temps, il est important de savoir de quelle manière ces moments magnétiques vont retourner à leur état d'équilibre, quelle que soit leur orientation d'excitation. Comprendre le mouvement général de  $\mathbf{M}$  durant la séquence de mesure est notre objectif, à partir d'ici. La fig. 2.2 illustre la séquence de mesure RMP et ses conséquences en terme de signal et de mouvements des protons.

Rappelons qu'au tout départ,  $\mathbf{M}$  décrit un mouvement de précession naturel de fréquence  $\mathbf{f}_L$  à cause et autour du champ statique  $\mathbf{B}_0$ . L'excitation des protons peut être perçue par le changement d'orientation de l'axe du vecteur moment magnétique macroscopique  $\mathbf{M}$  suivant une rotation sur un axe (cas en résonance) ou plusieurs (cas hors-résonance). Ces deux aspects seront détaillés par la suite.

Le changement d'orientation est forcé au moyen d'un champ magnétique  $\mathbf{B}_1$  oscillant à une fréquence  $\mathbf{f}_T$ , censée s'approcher au mieux de la fréquence de Larmor  $\mathbf{f}_L$ , et émis par une boucle traversée par un courant alternatif  $I$  durant un temps  $\tau_p$ .

On parle d'impulsion  $q_r$  (ou *pulse moment* d'unité A.ms) pour le produit de ces deux grandeurs  $\tau \times I$ . Ce produit va contrôler le degré de rotation du vecteur  $\mathbf{M}$ , en fonction de sa position par rapport à la boucle de mesure (fig. 2.2).

Du point de vue mathématique, le mouvement de rotation induit par un champ électromagnétique sur un moment magnétique macroscopique  $\mathbf{M}$  peut être modélisé par les équations de Bloch (Bloch, 1946) qui constituent une représentation « mécanique » de ce qui se passe réellement au niveau quantique.

Le référentiel dans lequel les équations sont écrites possède une rotation portée par le vecteur  $\mathbf{f}_T$  orientée selon l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$  – et par conséquent selon  $\mathbf{B}_0$  (fig. 2.3) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M}(t) = \gamma \mathbf{M}(t) \times \mathbf{B}_{eff} - \frac{M_x(t) \hat{\mathbf{x}}}{T_2^*} - \frac{M_y(t) \hat{\mathbf{y}}}{T_2^*} - \frac{(M_z(t) - M_0) \hat{\mathbf{z}}}{T_1} \quad (2.4)$$

Avec :

- $\mathbf{B}_o = B_o \hat{\mathbf{z}}$  le champ statique.
- $\mathbf{M}_o = M_o \hat{\mathbf{z}}$  le moment magnétique à l'équilibre.
- $\mathbf{M}(t)$  le vecteur du moment magnétique macroscopique évoluant dans le temps.
- $\mathbf{B}_{eff}$  le champ magnétique apparent dans le référentiel en rotation, résultant des influences magnétiques et rotatoires.

Le produit vectoriel de l'eq. 2.4 décrit le mouvement de rotation que prend naturellement tout vecteur  $\mathbf{M}(t)$  autour de l'axe porté par la résultante des champs magnétiques et de la rotation :  $\mathbf{B}_{eff}$ . Les second et troisième termes décrivent la relaxation de  $\mathbf{M}(t)$  dans le plan décrit par les axes transversaux (selon  $\hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{\mathbf{y}}$ ) et contrôlé par le temps de décroissance  $T_2^*$  – lié au stress magnétique et mécanique ambiant. Le quatrième terme décrit la relaxation longitudinale de  $M_z$  vers sa valeur d'équilibre  $M_0$ , contrôlé par le temps de décroissance  $T_1$ . Ces temps de décroissance augmentent lorsque les stress mécaniques et magnétiques subis par la population de protons diminuent.

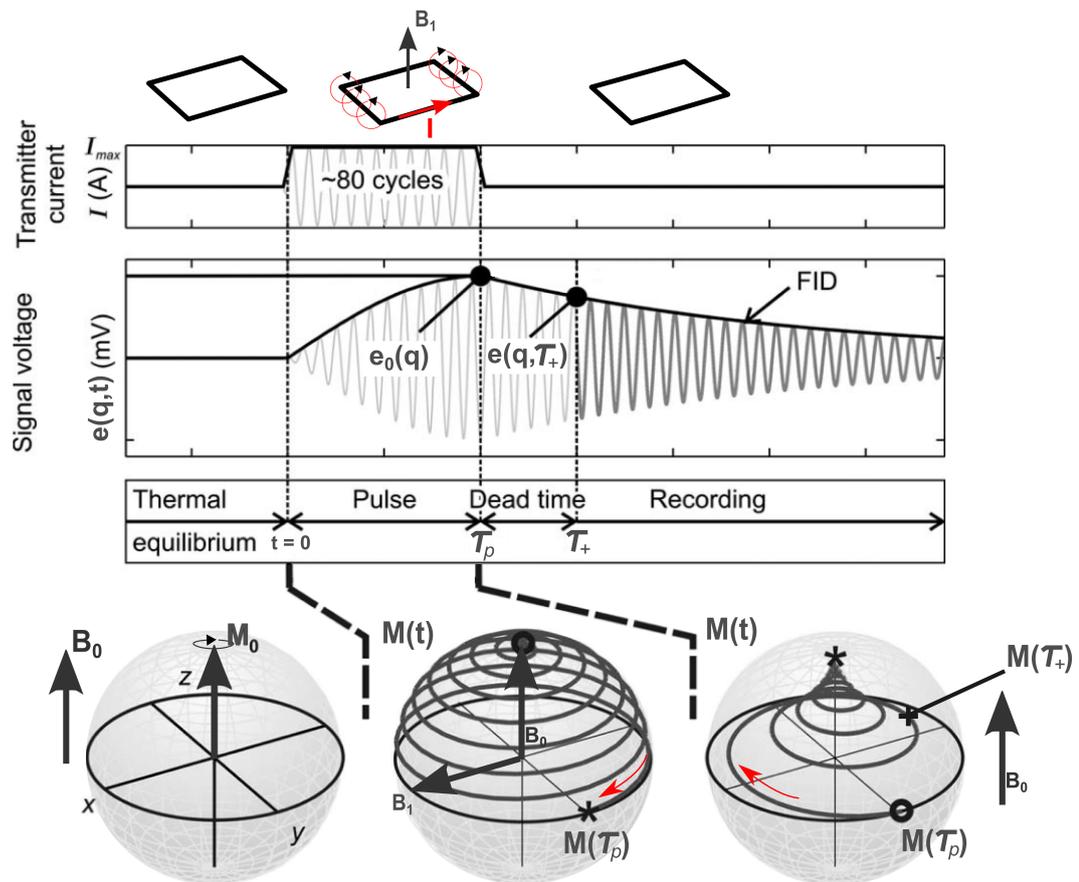


FIGURE 2.2 – D'après Walbrecker *et al.* (2009) : Mouvement du moment magnétique macroscopique dans un référentiel fixe et voltage induit avant et après une impulsion RMP. Les annotations chronologiques  $\tau_p$  et  $\tau_+$  sont utilisées dans les développements à suivre.

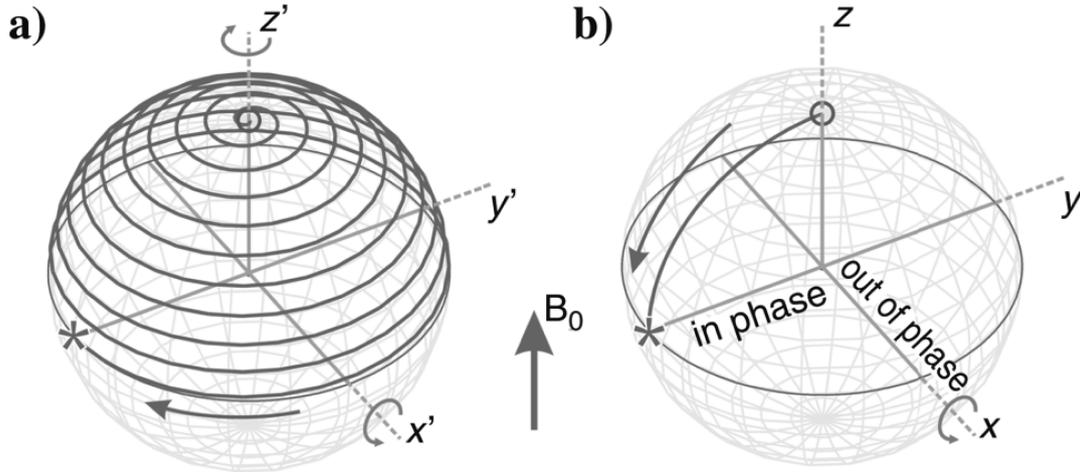


FIGURE 2.3 – D’après Walbrecker *et al.* (2011) : Trajectoire du vecteur magnétisation durant une impulsion en résonance parfaite, pour un angle de rotation  $\beta = \frac{\pi}{2}$  et une phase  $\zeta_T$  nulle. (a) Dans le référentiel statique, (b) dans le référentiel en rotation. Le vecteur de magnétisation, initialement orienté selon  $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{z}}$  entre en rotation autour de l’axe  $\hat{\mathbf{x}}$  du fait de l’impulsion électromagnétique, et se dirige vers l’axe  $\hat{\mathbf{y}}$ . Cette représentation est valide pour une phase nulle, et une rotation  $\beta = \pi/2$ .

### 2.1.2 Déplacement du moment magnétique durant l’impulsion

Dans l’optique de prédire le déplacement, il faut avant tout expliciter sa cause. Le déplacement des moments magnétiques des protons est contrôlé par l’influence d’un champ apparent  $\mathbf{B}_{eff}$ . Ainsi, dans le référentiel en rotation, les influences relatives des champs  $\mathbf{B}_1$ ,  $\mathbf{B}_0$  et de la rotation à la fréquence  $f_T$  sont intégrées sous la forme d’un unique champ efficace  $\mathbf{B}_{eff}$ . Le champ efficace est donné par :

$$\mathbf{B}_{eff} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_0 + \frac{2\pi}{\gamma} \mathbf{f}_T \quad (2.5)$$

Le terme  $\frac{2\pi}{\gamma} \mathbf{f}_T$  de cette équation exprime le fait que la rotation du référentiel tournant est perçue sous la forme d’un champ magnétique apparent par le moment magnétique  $\mathbf{M}$ . De fait, si la rotation naturelle de  $\mathbf{M}$  à la vitesse  $f_L$  est compensée par la rotation du référentiel à la vitesse  $f_T$  alors l’influence magnétique exercée par le champ statique  $\mathbf{B}_0$  sur  $\mathbf{M}$  n’existe plus, pour ne laisser subsister que l’influence de  $\mathbf{B}_1$ .

Néanmoins, s’il existe un décalage fréquentiel entre la vitesse de rotation du référentiel tournant  $f_T$  avec la rotation naturelle du moment magnétique  $f_L$ , le champ statique  $\mathbf{B}_0 = -\frac{2\pi}{\gamma} \mathbf{f}_L$  et le champ apparent  $\frac{2\pi}{\gamma} \mathbf{f}_T$  ne s’annulent pas forcément. Ainsi, il subsiste une composante magnétique  $\mathbf{B}_{eff}$  :

$$\mathbf{B}_{eff} = \mathbf{B}_1 - \frac{2\pi}{\gamma} \Delta \mathbf{f} \quad (2.6)$$

Avec  $\Delta \mathbf{f} = (f_L - f_T)$  le décalage possible entre la fréquence de Larmor  $f_L$  et la fréquence émise par la boucle émettrice  $f_T$ . Si ce décalage est non nul, la condition d’une situation de non résonance est réalisée. La conséquence en est que le champ magnétique dans le référentiel tournant à la fréquence  $f_T$ , dénoté

$\mathbf{B}_{eff}$ , garde une composante importante suivant l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$  et proportionnelle à  $\Delta\mathbf{f}$ .

Intuitivement, on comprend que  $\mathbf{M}(t)$  va préserver une partie de son ancienne rotation naturelle dans le référentiel tournant, en plus d'en acquérir une nouvelle due au terme  $\mathbf{B}_1$ .

Dans un contexte général, le champ  $\mathbf{B}_1$  possède une composante en quadrature ( $\hat{\mathbf{y}}$ ) et une en phase ( $\hat{\mathbf{x}}$ ) du fait de la conductivité de l'environnement où se diffuse le champ magnétique. Dans le référentiel utilisé  $\mathbf{B}_1$  est statique, car il est émis à la fréquence  $f_T$ , fréquence de rotation du référentiel.

$$\mathbf{B}_1 = \frac{1}{2}(\hat{\mathbf{x}}B_{1x} \cos(\zeta) + \hat{\mathbf{y}}B_{1y} \sin(\zeta)) \quad (2.7)$$

Bien qu'elle soit non-nulle, sa composante sur l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$  est négligée, du fait de sa faible influence à côté de celle du champ géomagnétique. Les amplitudes  $B_{1x}$  et  $B_{1y}$  sont dépendantes de l'intensité de courant injectée dans la boucle de mesure  $I$  et de la position dans l'espace sondé. Sa phase  $\zeta$  comporte deux termes : (1) une phase liée à la fréquence du transmetteur  $\zeta_T$  et (2) une phase liée à la polarisation elliptique du champ magnétique  $\zeta_\sigma$  évoluant dans un environnement conducteur. Sa valeur est donnée par :

$$\zeta = \zeta_T + 2\zeta_\sigma \quad (2.8)$$

On l'a vu :  $\mathbf{B}_{eff}$  dépend du décalage fréquentiel  $\Delta\mathbf{f}$  qui ne peut prendre que deux types de valeurs :

- $\Delta\mathbf{f} = 0$  : c'est le cas particulier de la résonance parfaite.
- $\Delta\mathbf{f} \neq 0$  : c'est le cas général de conditions hors résonance.

Le premier cas, pris seul, n'est utilisé que dans le cadre d'une approximation de calcul du signal RMP. En réalité, la résonance parfaite est une condition rare : la fréquence de Larmor évolue dans le temps, avec les fluctuations diurnes du champ géomagnétique. De plus, l'onde électromagnétique émise en RMP n'est pas monochromatique de sorte qu'il existe toujours des harmoniques du champ  $\mathbf{B}_1$  suffisamment importantes pour exercer des influences hors-résonance sur la mesure RMP (Trushkin *et al.*, 1993; Legchenko, 2004). Ces deux cas seront décrits de manière séparée car ils aboutissent à des déplacements différents pour le vecteur  $\mathbf{M}$ .

### Excitation en résonance

Dans les conditions de résonance, le champ magnétique apparent dans le référentiel tournant vérifie l'égalité :

$$\mathbf{B}_{eff} = \mathbf{B}_1 \quad (2.9)$$

D'après l'eq. 2.7,  $\mathbf{B}_{eff}$  est dans le plan porté par  $\hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{\mathbf{y}}$ .

D'un point de vue théorique, les termes de relaxation possèdent une influence non-nulle durant la phase d'impulsion (Walbrecker *et al.*, 2009). Ils seront néanmoins négligés par souci de simplicité, en injectant l'eq. 2.9 dans l'eq. 2.4.

L'orientation du moment magnétique  $\mathbf{M}(\tau_p)$  sous influence d'une impulsion de durée  $\tau_p$ , en un point de l'espace où le champ magnétique est représenté par  $\mathbf{B}_1$ , est donné par :

$$\begin{aligned}\mathbf{M}(\tau_p) = & M_0 \sin(|\gamma\mathbf{B}_1| \tau_p) \sin(\zeta) \hat{\mathbf{x}} \\ & - M_0 \sin(|\gamma\mathbf{B}_1| \tau_p) \cos(\zeta) \hat{\mathbf{y}} \\ & - M_0 \cos(|\gamma\mathbf{B}_1| \tau_p) \hat{\mathbf{z}}\end{aligned}\tag{2.10}$$

Ainsi, dans le référentiel tournant, le moment magnétique  $\mathbf{M}(t)$  initialement aligné suivant  $\hat{\mathbf{z}}$  décrit une simple rotation d'axe  $\hat{\mathbf{x}}$  pour s'aligner sur l'axe des  $\hat{\mathbf{y}}$  (fig. 2.3).

L'angle de rotation  $\beta$  résultant est donné par :

$$\beta = \gamma |\mathbf{B}_1| \tau_p\tag{2.11}$$

Pour mettre à jour la dépendance de l'angle de rotation d'une particule d'eau avec l'intensité d'injection, il est utile de poser  $\mathbf{B}_1 = I\mathbf{b}_1$ , où  $\mathbf{b}_1$  représente le vecteur champ magnétique unitaire (calculé pour  $I = 1$  A) dont l'orientation et la norme est dépendante de la position de l'eau par rapport à la boucle d'excitation.

Ainsi, la rotation induite par une impulsion sur un volume d'eau dans l'espace est dépendante de 3 facteurs :

- l'intensité d'impulsion ( $I$ )
- le temps d'impulsion ( $\tau_p$ )
- la position de l'eau dans l'espace, contrôlé par la valeur du champ magnétique unitaire  $\mathbf{b}_1(x, y, z)$ .

En pratique, seule l'intensité d'impulsion est fluctuante au cours d'un sondage RMP. Ce paramètre seul suffit à contrôler les angles de rotation  $\beta$ . Ainsi jouer sur l'intensité permet d'exciter un même volume d'eau avec des angles de rotation différents. L'énergie retransmise lors de la relaxation est dépendante de cet angle de sorte que cette propriété permet de contrôler, dans une certaine mesure, quels volumes d'eau vont être caractérisés par rapport à d'autres. C'est cette sélectivité spatiale qui donne accès à la distribution spatiale de la teneur en eau.

### Excitation hors résonance

L'excitation est rarement réalisée en résonance parfaite pour deux raisons :

- $f_L$  évolue naturellement avec la variation diurne du champ géomagnétique terrestre.

- le champ  $\mathbf{B}_1$  émis par la boucle n'est pas complètement monochromatique de par sa nature impulsionnelle. Plusieurs harmoniques ayant des intensités d'énergies non nulles interagissent avec les protons (Trushkin *et al.*, 1993; Legchenko, 2004, 2005; Walbrecker *et al.*, 2011).

Dans la vision mécanique, la conséquence de la non-résonance est qu'une partie de l'influence de  $\mathbf{B}_0$  n'est pas complètement retirée. Celle-ci se caractérise au naturel par une rotation de fréquence  $f_L$  dans un référentiel fixe (fig. 2.3.a). Ainsi, il subsiste une part de cette rotation dans le référentiel tournant (fig. 2.4.a et fig. 2.4.b). L'axe du champ magnétique apparent  $\mathbf{B}_{eff}$  n'est donc plus dans le plan porté par  $\hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{\mathbf{y}}$  car il conserve une composante suivant  $\hat{\mathbf{z}}$ . La trajectoire suivie par le moment magnétique décrit donc une rotation autour de l'axe défini par  $\mathbf{B}_{eff}$ , dont l'orientation et la magnitude sont fonctions du signe et de l'intensité du décalage fréquentiel  $\Delta f$ .

L'angle d'inclinaison  $\theta$  que prend  $\mathbf{B}_{eff}$  par rapport au plan défini par  $\hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{\mathbf{y}}$  est donné par :

$$\tan \theta = \frac{2\pi |\Delta f|}{\gamma |\mathbf{B}_1|} \quad (2.12)$$

La rotation du moment magnétique  $\beta_{eff}$  hors résonance autour de  $\mathbf{B}_{eff}$  est :

$$\beta_{eff} = \sqrt{|\gamma \mathbf{B}_1|^2 + (2\pi \Delta f)^2} \cdot \tau_p \quad (2.13)$$

Ainsi, après une impulsion de durée  $\tau_p$ , la position du moment magnétique se calcule de la manière suivante (Mansfield *et al.*, 1979; Trushkin *et al.*, 1993; Legchenko, 2004) :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\tau_p) = & \frac{f_T \Delta f}{f_{eff}^2} (1 - \cos(\gamma \mathbf{B}_{eff} \tau_p)) M_0 \hat{\mathbf{x}} \\ & + \frac{f_T}{f_{eff}} \sin(\gamma \mathbf{B}_{eff} \tau_p) M_0 \hat{\mathbf{y}} \\ & + \frac{\Delta f^2 + f_T^2 \cos(\gamma \mathbf{B}_{eff} \tau_p)}{f_{eff}^2} M_0 \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Avec :

$$f_{eff} = \frac{\gamma}{2\pi} \times |\mathbf{B}_{eff}| \quad (2.15)$$

### 2.1.3 Relaxation du moment magnétique

Le champ magnétique émis  $\mathbf{B}_1$  est maintenant coupé pour permettre le retour des moments magnétiques dans leur état d'équilibre, c'est-à-dire dans l'alignement du champ statique  $\mathbf{B}_0$ . L'équation qui régit le mouvement en l'absence d'émission reste l'eq. 2.4.

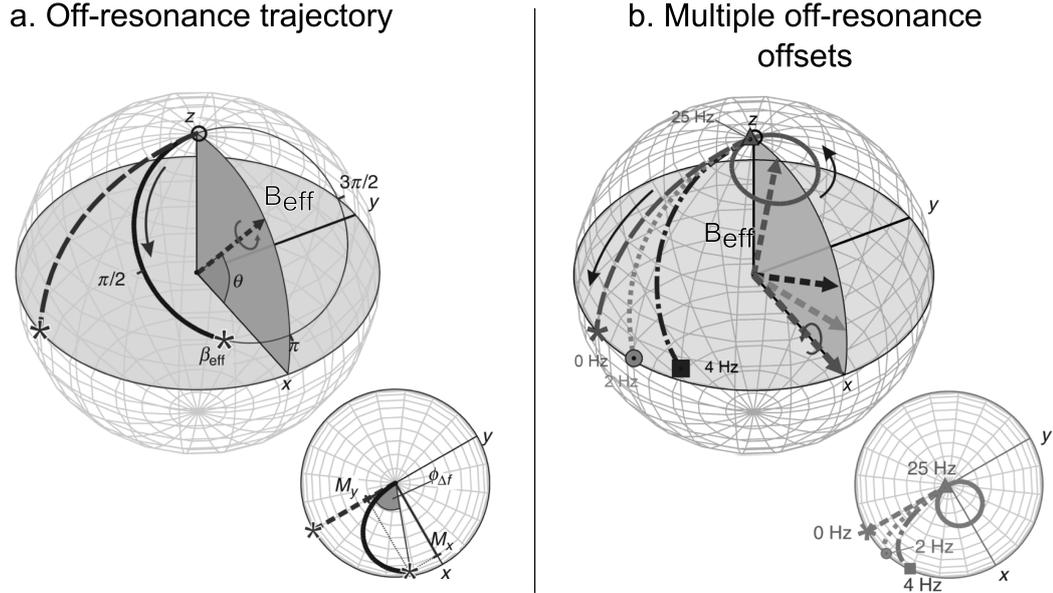


FIGURE 2.4 – D’après Walbrecker *et al.* (2011) : (a) Trajectoire du vecteur magnétisation durant une excitation hors-résonance et pour un angle de rotation  $\beta = \pi/2$  et une phase  $\zeta$  nulle au départ. (b) Comparatif pour différents décalages fréquentiels. Dans les deux images, le moment magnétique des protons décrit une rotation autour de  $\mathbf{B}_{eff}$  dont l’orientation est contrôlée par l’intensité et le signe du décalage fréquentiel.

La solution dans ce contexte est une oscillation harmonique amortie ; laquelle traduit le retour du moment magnétique à son état initial, soumis à la seule influence du champ statique  $\mathbf{B}_0$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(t) = & M_x(0) \cdot \exp(-i2\pi f_L t) \cdot \exp(-t/T_2) \hat{\mathbf{x}} \\ & M_y(0) \cdot \exp(-i2\pi f_L t) \cdot \exp(-t/T_2) \hat{\mathbf{y}} \\ & (M_z(0) \cdot \exp(-t/T_1) - M_0 \cdot \exp(-t/T_1) + M_0) \hat{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Cette équation décrit deux mouvements :

- Le mouvement de la composante  $M_{x,y}(t)$  est une rotation dans le plan  $(\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}})$  à la fréquence de Larmor, amortie suivant un temps de relaxation transversal  $T_2$ . C’est ce paramètre qui est affecté par les stress magnétiques et par la configuration de l’environnement poreux. Cette sensibilité lui confère l’appellation de  $T_2^*$ , lors d’une mesure à simple impulsion.
- La composante  $M_z$  décrit une reconstruction du vecteur  $M_0 \hat{\mathbf{z}}$ , exponentiellement décroissante avec le temps. Selon les valeurs prises par le rapport des deux constantes de temps  $\frac{T_1}{T_2}$ , les trajectoires de retour à l’équilibre du moment magnétique sont différentes (fig. 2.5).

Le déplacement des moments magnétiques  $\mathbf{M}(t)$  d’un nombre important de particules d’eau engendre une variation du flux magnétique traversant la boucle réceptrice  $\mathbf{R}_x$  ce qui produit une différence de potentiel

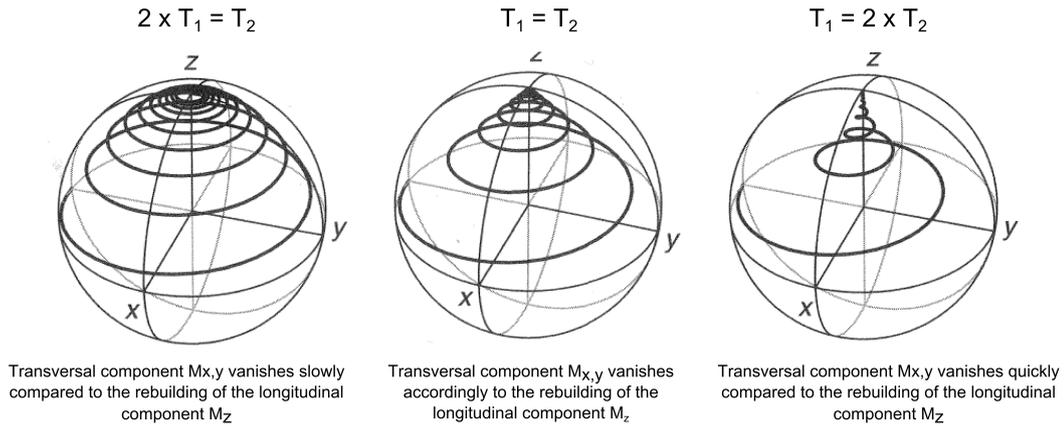


FIGURE 2.5 – D'après Levitt (2008) et Müller-Petke (2009) : Trajectoire du vecteur magnétisation en phase de relaxation pour différents ratios  $\frac{T_1}{T_2}$

infime  $e(q, t)$  (dont l'unité standard est le  $nV$ , et qui varie de 0 à 5000  $nV$  dans les cas les plus extrêmes, en moyenne les limites sont de l'ordre de 10 à 400  $nV$ ). L'amplitude de ce signal est directement relié à la teneur en eau. Pour pouvoir y remonter, il est impératif d'évaluer numériquement le terme d'amplitude initiale complexe  $e_0(q)$ , équivalent au signal juste après impulsion.

## 2.2 Équation de l'amplitude initiale complexe

La théorie qui permet de calculer le signal RMP dans les milieux conducteurs existe depuis 1995 (Trushkin *et al.*, 1995). La théorie la plus générale intégrant les boucles d'émission et de réception séparées a ensuite été développée par Weichman *et al.* (2000). Elle trouve des formalismes différents chez Valla et Legchenko (2002) et Legchenko (2004).

En prenant en compte la seule harmonique de la fréquence de la boucle émettrice  $\mathbf{f}_t$  (onde monochromatique) dans le calcul, l'amplitude initiale du signal généré par une répartition spatiale de la teneur en eau  $w(r)$  comprise dans un volume  $V$  autour d'une boucle et traversée par une impulsion  $q_r$  est :

$$e_0(q) = 2\pi \int_V f_L \mathbf{b}_1(r) \cdot \mathbf{M}_\perp(r) \exp(j\zeta) w(r) dV \quad (2.17)$$

En posant  $M_\perp$ , la projection de  $\mathbf{M}$  sur le plan perpendiculaire à  $\mathbf{B}_0$  porté par  $\hat{\mathbf{x}}$  et  $\hat{\mathbf{y}}$  :

$$M_\perp = \sqrt{(M_x)^2 + (M_y)^2} \quad (2.18)$$

Les termes de l'intégrale décrivent une relation de couplage (ou produit scalaire) entre le champ vectoriel du moment magnétique des protons  $\mathbf{M}_\perp(r)$  dans l'état où il a été placé par l'impulsion électromagnétique, et le champ vectoriel magnétique unitaire  $\mathbf{b}_1(r)$  que générerait normalement une boucle. Le couplage – et

par conséquent le signal RMP – est maximum si, d'une manière où d'une autre, le champ vectoriel  $\mathbf{M}_\perp(r)$  est la meilleure reproduction possible de  $\mathbf{b}_1(r)$  dans l'espace.

L'énergie générée sur la boucle en surface par un volume infinitésimal  $dV$  sur la boucle est pondérée par la teneur en eau  $w(r)$ . Le terme  $\mathbf{M}_0$  de magnétisation macroscopique d'un volume d'eau pure apparaissant dans  $M_x$  et  $M_y$  contient un terme de quantité de nucléons par unité de volume grâce auquel le terme de teneur en eau  $w(r)$  apparaît dans l'eq. 2.17.

La résultante totale du signal RMP générée par une distribution spatiale d'eau sur une boucle en surface s'exprime au moyen de l'intégrale volumique : les différents couplages élémentaires du demi-espace sous la boucle se somment pour générer le signal mesuré en surface.

Dans les sections suivantes, les différents termes de cette équation vont être discutés en relation avec l'influence qu'ils ont sur la géométrie du signal RMP. Les illustrations qui vont suivre sont calculées sur la base d'un maillage 3-D. Le signal de chaque couche 1-D est reconstitué par sommation des signaux des volumes élémentaires 3-D (de taille 20x20x5 m) englobés par la couche. Ce faisant, l'estimation du signal RMP peut s'écarter des modélisations 1-D classiques, plus adaptées à ce genre d'exercice. Les valeurs ne doivent donc pas être prises

### 2.2.1 Influences sur l'amplitude du signal

#### La position du volume d'eau relativement à la boucle

Le couplage entre le champ magnétique de la boucle et le déplacement induit du moment magnétique des protons défini par  $\mathbf{b}_1(r) \cdot \mathbf{M}_\perp(r)$  contrôle l'angle d'excitation en entrée, ainsi que la forme et l'amplitude du signal RMP en sortie. Ce couplage porte deux idées physiques :

- le couplage géométrique : l'angle qui sépare les deux vecteurs dépend de la rotation induite sur  $\mathbf{M}_\perp(r)$ .
- l'amplitude de  $\mathbf{b}_1(r)$  : elle est variable du fait de l'affaiblissement de  $\mathbf{b}_1(r)$  avec l'éloignement à la boucle.

Les volumes d'eau à proximité de la boucle sont dans un environnement où  $\mathbf{b}_1(r)$  est fort. Pour des impulsions faibles, le couplage géométrique est fort et cohérent. Le signal RMP est donc élevé. Pour des impulsions fortes, le signal est moyen car le couplage oscille entre très fort et très faible à petite échelle spatiale. Pour les volumes d'eau éloignés,  $\mathbf{b}_1(r)$  est faible. À impulsions faibles, le couplage est géométriquement mauvais : au total le signal est faible. À impulsion forte, le couplage géométrique est bon (au total le signal est moyen)

La fig. 2.6 présente les signaux RMP pour des volumes d'eau de plus en plus éloignés d'une boucle en profondeur. Avec la profondeur, les signatures réelles se diffusent vers les grandes impulsions et s'atténuent. Les signatures imaginaires font de même, à l'exception de celles de la couche d'eau superficielle. On verra par la suite que des influences supplémentaires viennent perturber le signal des volumes d'eau à proximité des boucles (section 2.2.2).

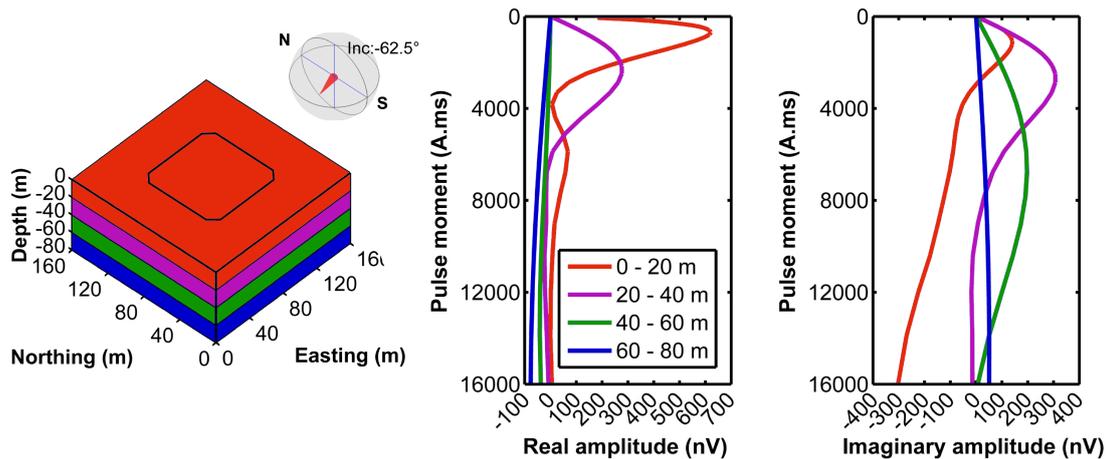


FIGURE 2.6 – Effet de la profondeur sur le signal RMP complexe pour une couche d'eau de 20 m d'épaisseur dont le sommet est localisé respectivement à 0, 20, 40, et 80 m de profondeur sur une boucle coïncidente carrée d'extension  $80 \times 80$  m. Les harmoniques du champ magnétiques sont prises en compte (première couche). Dans cet exemple, la résistivité du sol est de  $10000 \Omega.m$ . La partie imaginaire du signal n'est donc due qu'aux influences superficielles.

### La quantité d'eau

Le produit  $w(r) \times dV$  définit la quantité d'eau en  $m^3$  contenue dans un volume élémentaire. Le signal RMP généré par ce volume élémentaire est linéairement dépendant de ce produit (fig. 2.7). Comportement moins linéaire, une couche d'eau dont le sommet a une profondeur fixe et une épaisseur variable voit son signal s'accroître et se diffuser vers les grandes impulsions (fig. 2.8).

### Intensité régionale du champ magnétique

L'influence locale du champ magnétique se retrouve dans le terme en fréquence  $f_L$  de l'équation intégrale (eq. 2.2) et dans  $\mathbf{M}_\perp(r)$ . À l'échelle terrestre, elle est maximale aux pôles géomagnétiques où le champ magnétique est le plus fort et à tendance à être plus faible vers l'équateur (à l'aune de cela, Hertrich, 2008, illustre la variabilité du signal RMP à l'échelle terrestre). Si le champ magnétique est homogène à l'échelle de l'acquisition, une valeur  $f_L^2$  peut être sortie de l'intégrale de l'eq. 2.17. Son influence sur la résultante totale est quadratique : elle multiplie le signal directement.

### Inclinaison régionale du champ magnétique

L'inclinaison du champ magnétique sur le signal RMP se retrouve dans le déplacement du moment magnétique  $\mathbf{M}_\perp(r)$ . Le champ scalaire de couplage entre le champ magnétique de la boucle et le moment magnétique des protons défini par  $\mathbf{b}_1(r) \cdot \mathbf{M}_\perp(r)$ , s'en trouve affecté. Schématiquement, l'excitation sera plus forte – ainsi que le signal RMP – là où le champ  $\mathbf{b}_1$  est perpendiculaire avec le champ géomagnétique terrestre.

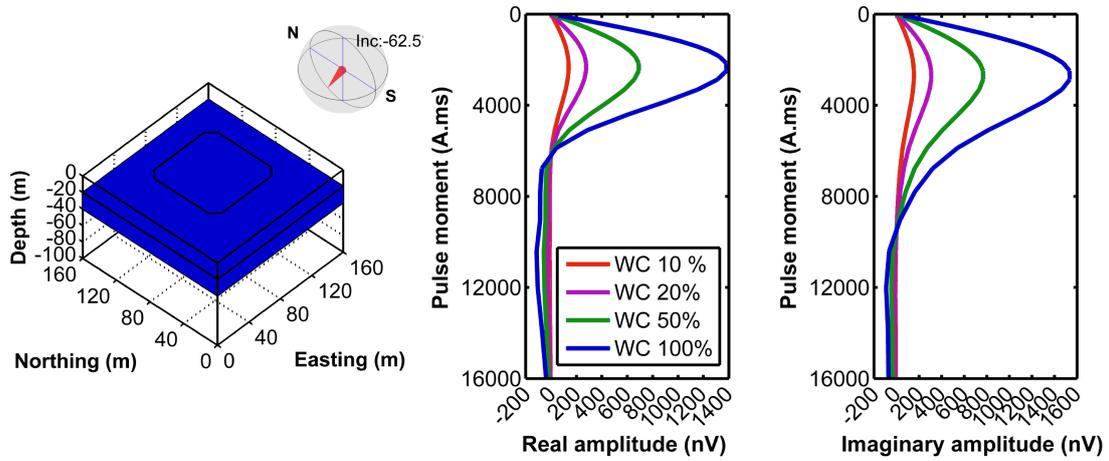


FIGURE 2.7 – Effet de la teneur en eau sur le signal RMP complexe d’une couche d’eau de 20 m d’épaisseur dont le sommet est localisé à 20 m de profondeur sous une boucle coïncidente carrée d’extension  $80 \times 80$  m.

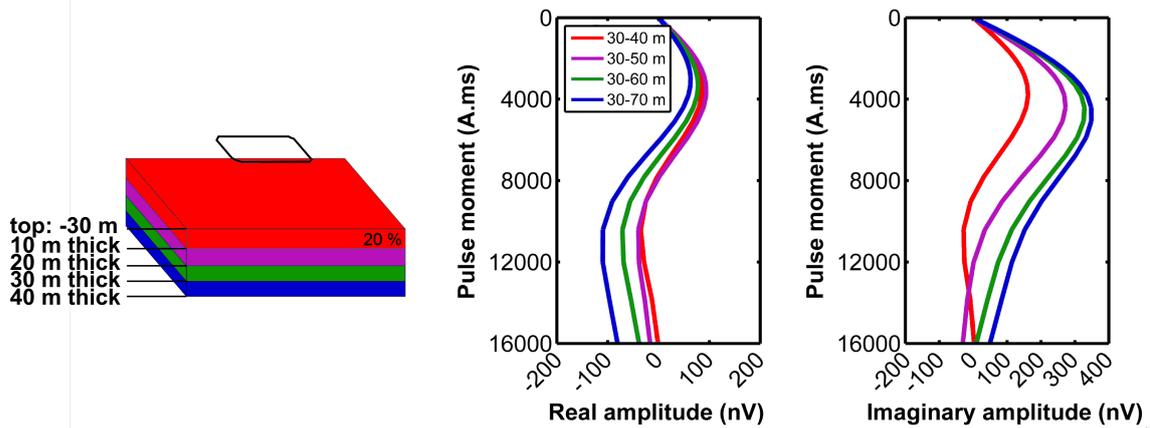


FIGURE 2.8 – Effet d’une variation de volume sur le signal RMP complexe d’une couche d’eau de 10, 20, 30, et 40 m d’épaisseur dont le sommet est localisé à -30 m de profondeur sous une boucle coïncidente carrée d’extension  $80 \times 80$  m.

Dans l'hémisphère Nord, les boucles auront tendance à focaliser<sup>2</sup> davantage vers le Sud du demi-espace qu'elles caractérisent, et vice-versa dans le cas contraire. Du fait de son importance en 3-D, ce phénomène sera rediscuté dans la section 4.1.1.

## 2.2.2 Influences sur la phase du signal

L'aptitude pour le terme d'amplitude initiale à se déphaser (c'est-à-dire à devenir une grandeur complexe) dépend de la conductivité du milieu et des sources d'excitation du proton décalées par rapport à la fréquence de Larmor. Les informations géométriques portées par la phase sont potentiellement très importantes (Weichman *et al.*, 2002; Braun *et al.*, 2005), son utilisation à des fins d'imagerie est tentante pour la communauté RMP. Elle est difficile à mesurer car la répétabilité de sa mesure n'est pas garantie (Girard *et al.*, 2005). La variabilité temporelle est peu compatible avec les techniques de réduction de bruit utilisées en RMP, et notamment le *stacking*.

Sur le plan physique, le terme de phase  $\zeta$  peut être divisé en trois composantes :

$$\zeta = 2\zeta_\sigma + \zeta_{\Delta f} + \zeta_T \quad (2.19)$$

$$= 2 \tan^{-1} \left( \frac{B_{1x}}{B_{1y}} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{M_x}{M_y} \right) + \zeta_T \quad (2.20)$$

où  $2\zeta_\sigma$ , est un terme de phase introduit par la conductivité du milieu et le courant secondaire qu'elle engendre, et  $\zeta_{\Delta f}$  et  $\zeta_T$  sont deux facettes distinctes des problèmes de décalage en fréquence. Là où  $\zeta_{\Delta f}$  englobe les excitations du proton décalées en fréquence (problèmes d'harmoniques et variabilité du champ géomagnétique),  $\zeta_T$  est un décalage en fréquence lié à la mesure. Au-delà de la théorie physique, la mesure de phase est aussi biaisée par le bruit EM ambiant. Toutes ces sources potentielles de phase vont être discutées.

## La conductivité de la subsurface

Avant qu'existe une théorie générale et définitive, le calcul du signal RMP a été l'objet de formulations mathématiques en amplitude dans les milieux résistants avant d'être généralisés aux milieux conducteurs (Trushkin *et al.*, 1993, 1995; Shushakov, 1996). Ces extensions voient apparaître le terme de phase  $\zeta(q)$  intégré dans la théorie complète de Weichman *et al.* (2000).

Les effets de la polarisation elliptique du champ magnétique, induite par les milieux conducteurs (Valla et Legchenko, 2002; Weichman *et al.*, 2002; Braun *et al.*, 2005; Braun, 2007), génèrent des signaux complexes, notamment pour les couches d'eau profondes. Ainsi, dans les milieux conducteurs, des mesures de la phase de qualité permettent en principe de discriminer davantage les signatures RMP des volumes d'eau profonds de celles des volumes plus superficiels. Pour cela, il est nécessaire d'avoir une connaissance de la résistivité

---

2. Focaliser signifie qu'une boucle a une sensibilité accentuée pour certains volumes d'eau par rapport à d'autres, pour un éloignement identique.

du sol, et en particulier des structures dont la résistivité est inférieure à 100  $\Omega$ .m. Ces conclusions sont uniquement valides si les mesures de phase ne sont pas contaminées par d'autres processus (Braun *et al.*, 2005), et en particulier les décalages fréquentiels.

### Les décalages fréquentiels

Les sources EM décalées en fréquence avec la fréquence de Larmor des protons créent des signatures déphasées avec cette dernière. Ces sources peuvent découler de deux processus (Mansfield *et al.*, 1979; Trushkin *et al.*, 1993; Legchenko, 2004, 2005; Walbrecker *et al.*, 2011) difficiles à déconvoluer :

- La variabilité temporelle du champ géomagnétique : les fluctuations diurnes du champ géomagnétique changent la fréquence de Larmor des protons  $f_L$  dans le temps.
- La variabilité spatiale du champ géomagnétique : les inhomogénéités géologiques et lithologiques du sol font varier la fréquence de Larmor des protons dans l'espace.

#### • Variabilité temporelle du champ géomagnétique

La fréquence de Larmor de l'eau fluctue pendant les 4 à 8 heures que durent une acquisition RMP (voir par exemple Girard *et al.*, 2005). La fréquence d'émission n'est pas ajustée automatiquement sur cette fluctuation. Ainsi, il peut toujours exister un léger décalage fréquentiel  $\Delta f$  non nul entre la fréquence de Larmor d'un volume d'eau et la fréquence de l'impulsion EM.

Le déplacement induit du moment magnétique macroscopique des protons  $\mathbf{M}$  s'en trouve affecté, ce qui se caractérise par un déphasage de la réponse RMP. Du fait de leur dépendance au déplacement de  $\mathbf{M}$  dans l'espace, les conséquences du décalage fréquentiel vont se manifester dans l'eq. 2.17 grâce aux termes  $\mathbf{M}_\perp(r)$  et  $\zeta_{\Delta f} = \tan^{-1}(\frac{M_x}{M_y})$ .

Les conséquences dépendent du type d'évolution qu'à la fréquence de Larmor dans le temps. Si les fluctuations du champ géomagnétique sont linéairement croissantes ou décroissantes, la mesure de phase va évoluer de manière anti-corrélée avec ces variations (Girard *et al.*, 2005). Si ces fluctuations ont une oscillation haute-fréquence, leurs influences vont s'additionner dans le processus de *stacking* et générer des signatures de phase non-négligeables (Müller-Petke, 2009).

#### • Variabilité spatiale du champ magnétique

Dans la sub-surface investiguée, la fréquence de Larmor n'est pas distribuée de façon homogène dans l'espace. La lithologie de l'encaissant peut contenir des minéraux magnétiques ou conducteurs qui perturbent à petite échelle la valeur du champ magnétique terrestre. Quand elles n'annulent pas purement et simplement le signal RMP classique (Legchenko *et al.*, 2010), ces inhomogénéités locales s'accompagnent de signatures déphasées.

### Aquifère superficiel

Lorsque  $\mathbf{B}_1$  est fort, l'eau à proximité des boucles émet une signature énergétique additionnelle décalée en phase si elle est stockée dans une matrice rocheuse relativement grossière (caractérisée par un temps de

décroissance  $T_1 > 400$  ms), indépendamment de sa résistivité (voir fig. 2.9). Historiquement, les premiers modèles créés afin d'expliquer cette apparition de phase s'appuient sur l'existence d'harmoniques du champ magnétique  $\mathbf{B}_1$ , fortes à proximité de la boucle (Legchenko, 2004, 2005). D'autres modèles existent pour expliquer le phénomène (Shushakov, 2006), mais aucun n'explique le seuil imposé par le temps de décroissance :  $T_1 > 400$  ms (Legchenko *et al.*, 2014). Cette signature supplémentaire en partie imaginaire peut être anti-corrélée avec la signature d'un aquifère profond dans un milieu conducteur. Ces deux signatures imaginaires sont par conséquent susceptibles de s'annuler. Sur le signal RMP (magnitude), deux conséquences peuvent en découler :

- Si un aquifère profond et un aquifère superficiel coexistent : les deux signatures imaginaires peuvent s'annuler et faire disparaître une partie de l'énergie des deux couches. En ne considérant que la magnitude du signal RMP, la couche profonde peut donc "disparaître".
- Si il n'existe qu'un aquifère superficiel : si l'effet de "queue" n'est pas pris en compte, en magnitude, il est possible de prendre la signature additionnelle comme provenant d'une couche profonde.

Par conséquent, l'énergie totale du signal RMP est susceptible d'être affectée par des effets de suppression entre la surface et la profondeur. En RMP, cet attribut s'ajoute aux très classiques effets de suppression de couches minces propres aux méthodes électriques et EM.

À contre pied des conclusions précédentes, où l'existence même de la phase en milieu conducteur était perçue comme un moyen de différencier les volumes d'eau proches – sans phase – de leurs homologues plus éloignés – avec phase –, ce phénomène génère des signaux complexes pour de l'eau superficielle. Une partie de l'énergie (magnitude) du signal RMP superficiel peut être interprétée à tort comme de l'eau profonde, qualifiée de "fantôme".

### **Le bruit EM et l'interprétation**

Sans jouer sur le décalage en fréquence entre la source RMP et les protons, les bruits EM externes ajoutés aux signaux RMP peuvent être interprétés à tort comme ayant un décalage de phase lors de la procédure instrumentale qui permet de détecter une amplitude et la phase (détection synchrone, Legchenko et Valla, 1998) .

Si le bruit est aléatoire, la phase mesurée n'a pas de caractéristique intrinsèque : elle est variable en amplitude en fonction des différentes réalisations de bruits contaminant la mesure durant le *stacking* (Müller-Petke, 2009).

Au total, la phase est moins précise à mesurer que l'amplitude mais elle est surtout bien plus difficile à interpréter. À l'heure actuelle, plusieurs études considèrent plus robuste de n'utiliser que les données en amplitudes (Braun et Yaramanci, 2008; Braun, 2009; Müller-Petke, 2009; Müller-Petke et Yaramanci, 2010; Dlugosch *et al.*, 2011), malgré l'apport non négligeable des mesures de phase quant à l'augmentation de la résolution.

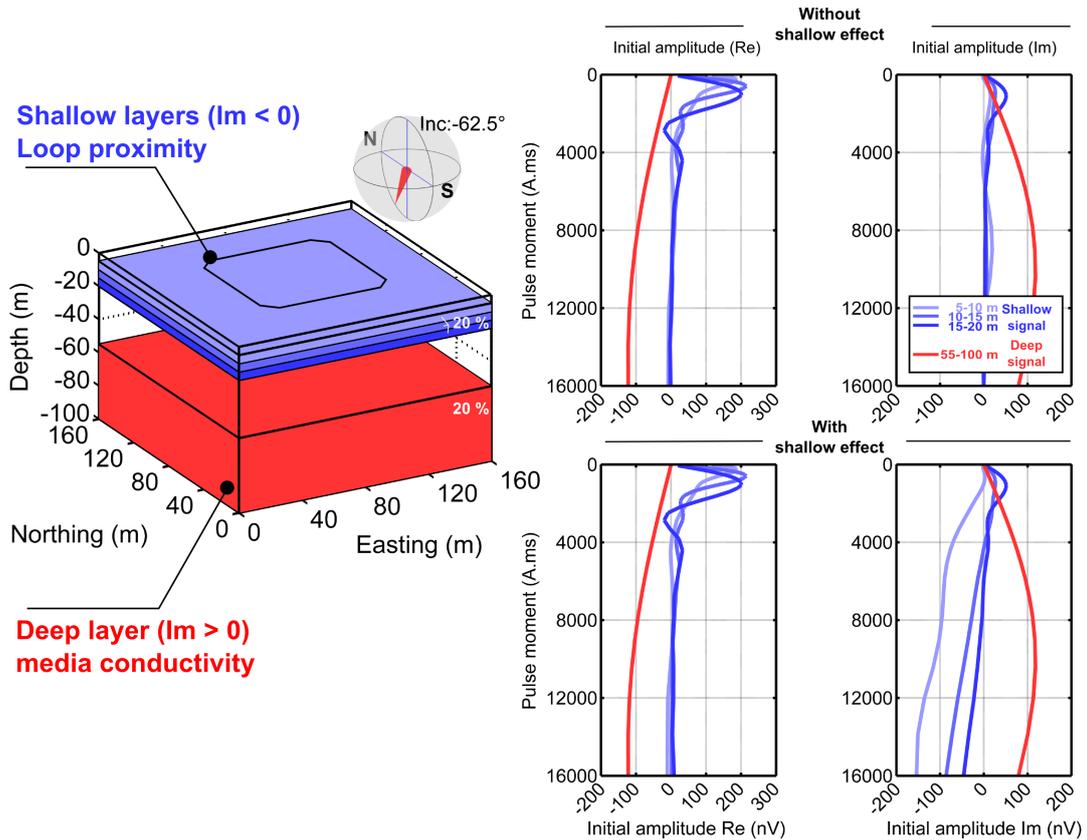


FIGURE 2.9 – Signaux avec (bas) et sans (haut) prise en compte du décalage de phase associé aux couches d'eau superficielles (signaux et couches bleues) et sur une couche profonde (signal et couche rouge). Une "queue" est créée dans la partie imaginaire du signal des couches superficielles (bleu). Son amplitude est négative et comparable avec le signal imaginaire d'une couche profonde dans un demi-espace de résistivité 10  $\Omega$ .m. Les deux effets sont donc susceptibles de s'annuler.

### 2.3 Forme numérique de l'équation étudiée

L'équation intégrale de la RMP (eq. 2.17) est par nature tridimensionnelle. Ces différentes composantes doivent être calculées de façon indépendante dans le demi-espace 3D situé sous la boucle. Le calcul du vecteur de champ magnétique unitaire  $\mathbf{b}_1(r)$  généré par une boucle, dans un milieu de conductivité hétérogène est le composant le plus complexe à évaluer. Moyennant cette évaluation et une pré-intégration suivant une ou plusieurs directions de l'espace de calcul, la modélisation directe du signal RMP est réduite à un produit matriciel que l'on peut calculer à n'importe quel temps après impulsion :

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{A}_t \mathbf{w} \quad (2.21)$$

Néanmoins, l'évaluation de  $\mathbf{e}_t$  nécessite une connaissance *a priori* des temps de relaxation du milieu. À l'instant  $t = 0$ , juste après la rupture de l'émission, le signal ne dépend pas du temps de décroissance  $T_2^*$ . Ainsi, la matrice la plus généralement utilisée est :

$$\mathbf{e}_0 = \mathbf{A}_0 \mathbf{w} \quad (2.22)$$

Où  $\mathbf{e}_0$  est le vecteur des amplitudes initiales complexes générées par la distribution d'eau synthétique  $\mathbf{w}$  (vecteur qui à chaque cellule de l'espace discrétisé associe une valeur de teneur en eau) sur une boucle de courant après émission. La matrice  $\mathbf{A}_0$  constitue le Kernel du problème. Chacun des termes  $a_{r,c}$  qui la constitue est un nombre complexe, caractérisant l'amplitude initiale unitaire d'un volume élémentaire (appelé voxel par la suite)  $v_c$  soumis à une impulsion EM  $q_r$  et contenant 100 % d'eau.

Le calcul de l'intensité (en quadrature et en phase) du champ d'excitation EM RMP est réalisé dans un demi-espace hétérogène de résistivité variable.

Aux fréquences utilisées en RMP (fluctuant de 500 à 3000 Hz,  $\epsilon \times 2\pi \times f_L \times \zeta \ll 1$ ), l'approximation diffusif est valide et ainsi les courants de déplacement sont négligés dans les équations de Maxwell. Dans le cadre de cette approximation, seules les hétérogénéités de résistivité ont une influence réelle sur l'amplitude et l'orientation du champ magnétique elliptique. En pratique, dans les algorithmes de calculs utilisés dans cette thèse (*Samovar computing 11x4<sup>3</sup>*), ces hétérogénéités sont supposées comme variant suivant le seul axe de la profondeur. Ainsi, le calcul du champ magnétique est réalisé en 3-D, mais la variabilité de la conductivité du sol est prise en compte en 1-D.

Cette hypothèse est justifiée lorsque la subsurface de toute une zone de prospection peut être assimilée à une succession d'horizons géologiques tabulaires. La validité peut toutefois être étendue dans des contextes plus hétérogènes (Braun et Yaramanci, 2011) s'il n'y a pas de structure très conductrice (résistivité supérieure à 50  $\Omega.m$ ) ou si l'hétérogénéité conductrice est précisément localisée sous une boucle et possède une extension latérale comparable à la taille de la boucle.

Ainsi, le calcul correct du problème direct RMP suppose une connaissance *a priori* ou en parallèle de

---

3. un des codes de calcul utilisés pour calculer et résoudre numériquement les équations de la méthode RMP

la conductivité du sol. La résistivité du sous-sol doit être observée au moyen de mesures géophysiques complémentaires comme le *TDEM* et l'*ERT*. Comme toute méthode géophysique, ces dernières sont soumises au problème des équivalences (c'est-à-dire que pour un signal mesuré, il existe plusieurs répartitions spatiales de résistivités possibles), ce qui ajoute des incertitudes quand à la validité du modèle numérique RMP. Legchenko *et al.* (2008) montre que pour plusieurs distributions spatiales de résistivité équivalentes, la modélisation du signal RMP est raisonnablement peu affectée. Néanmoins, sa prise en compte reste impérative en dessous de 100  $\Omega$ .m.

L'alternative la plus robuste reste l'inversion de mesures de résistivités réalisée conjointement avec les mesures RMP (Hertrich, 2000). Une autre possibilité est l'inférence directe de la résistivité à partir des données de phase RMP (Braun, 2009). Ces deux approches sont parfaitement légitimes si toutefois il existe une bonne corrélation entre présence d'eau et résistivité dans le milieu considéré, ce qui n'est pas toujours garanti.

L'évaluation numérique des composantes du champ magnétique en 3-D en milieu hétérogène est loin d'être triviale et constitue un domaine de recherche bien spécifique (Ryu *et al.*, 1970; Wait et Ott, 1972). Récemment, le défi des acquisitions 3-D poussent les développements numériques vers la prise en compte fine de la géométrie des boucles au regard de la topographie (Lehmann-Horn *et al.*, 2011a; Hertrich *et al.*, 2013).

*Samovar computing* 11x4 prend en compte les variations de la résistivité suivant le seul axe de la profondeur pour chaque boucle. Pour les dispositifs utilisant plusieurs boucles, chacune possède son modèle de résistivité 1-D propre. Ceci ne permet qu'une prise en compte grossière des hétérogénéités de conductivité en 3-D.

### 2.4 Le problème d'imagerie

L'objet de cette partie est d'aborder brièvement les méthodes qui permettent de traduire un signal mesuré sous la forme d'une image. Cette opération est appelée problème inverse : à partir des conséquences (signal observé), on cherche à remonter à la cause (paramètres physiques du terrain). Cette formulation est simple mais elle génère une idée biaisée des processus réellement en jeu. En règle générale, le signal n'est pas traduit sous forme d'image, c'est tout le contraire : une image ayant des propriétés satisfaisantes est construite pour aller reproduire le signal. Le terme d'image est une vulgarisation des expressions "modèle synthétique/simulé/numérique", que nous utiliserons parfois pour désigner toute répartition spatiale d'un paramètre physique dans la subsurface. Ces expressions sont toutefois à éviter car elles s'intersectent facilement avec le concept de modèles mathématiques (physiques ou empiriques) en hydrologie. Dans le cas de cette thèse, le modèle désigne une distribution de la teneur en eau  $\mathbf{w}$ .

La reconstruction d'image s'appuie sur deux éléments indispensables, qui ont des noms assez comparables :

- Un modèle de terrain  $\mathbf{w}^{sim}$  qui représente un sol idéalisé et discrétisé en voxels, possédant chacun une teneur en eau qui leur est propre.
- Un modèle mathématique, ou problème direct (eq. (2.21) et (2.22)), permettant de simuler une

acquisition fictive sur un sol idéalisé ayant un état hydrique spécifique  $\mathbf{w}^{sim}$ . Le résultat en sortie est un signal RMP  $\mathbf{e}^{sim}$  synthétique.

En possession de ces deux éléments, il est possible de créer des modèles numériques de terrain (causes), de calculer les signaux simulés qui en découlent (observations synthétiques) et de les comparer avec un signal réel (observations réelles). L'objectif est d'ajuster le signal observé avec un signal simulé : le modèle dont il découle sera une des solutions possibles du problème d'imagerie.

Cette opération peut être réalisée à la main par un modélisateur. Dans le processus, ce dernier intègre un certain nombre d'approximations schématiques qui le satisfont par convenance d'abord (les logiciels de modélisation ont des limites), puis sur le plan schématique/physique/géologique. Le modélisateur cherche à réaliser un compromis entre sa compréhension de la subsurface – qu'il sait subjective – et l'apport plus objectif de la donnée. Par conséquent, l'apport d'informations externes (*a priori*) est inévitable dans le cadre de la reconstruction d'image, même manuelle. Ce faisant, il cherche à minimiser l'écart entre son observation réelle et son observation synthétique, tout en minimisant l'écart entre son *a priori* et la forme des solutions. C'est un problème de minimisation, appelé mathématiquement problème d'optimisation. La méthode manuelle a ses limites sur le plan opérationnel aussi les méthodes numériques dites "d'inversion" viennent la supplanter.

### 2.4.1 Notions d'optimisation

La traduction mathématique du processus de modélisation inverse passe au travers d'une fonction objectif à minimiser. Cette fonction "objectif" ou de "vraisemblance"  $\Phi$  (*likelihood*) en géophysique va toujours dépendre fortement de l'écart entre un jeu de données observé  $\mathbf{e}^{obs}$ , que l'on cherche à reproduire, et un jeu de données simulé  $\mathbf{e}^{sim}$ .

Si l'écart entre  $\mathbf{e}^{sim}$  et  $\mathbf{e}^{obs}$  est minimal, le jeu de données simulé reproduit quasiment à l'identique le jeu de données observé. Par conséquent, on considère que le modèle simulé  $\mathbf{w}^{sim}$  est une des solutions possibles approximant la réalité du terrain,  $\mathbf{w}^{true}$ .

Ainsi la minimisation de la fonction  $\Phi$  est la traduction en termes mathématiques et numériques d'une volonté de reproduire le signal observé à l'identique. Mais pas seulement. Le problème de la totalité des applications géophysiques, c'est qu'il n'existe jamais une solution minimale unique à  $\Phi$  si elle s'arrête à une estimation stricte de l'écart entre une donnée simulée et une donnée mesurée. Les raisons sont multiples, et la méthode RMP n'y échappe pas. D'abord, parce que  $\Phi$  est construite à partir de données corrompues par du bruit, et dont la qualité n'est, en elle-même, pas garantie. De fait,  $\Phi$  est en général construite afin d'intégrer l'aspect incertain d'une donnée, qui n'est que l'une des réalisations possibles d'une mesure, suivant la forme statistique supposée de son erreur. Ensuite, parce que même en l'absence de bruit, il existe plusieurs vecteurs  $\mathbf{w}^{sim}$  capables de produire strictement le même signal géophysique  $\mathbf{e}^{sim}$ . C'est un problème liée aux méthodes de mesure en géophysique de surface. Les mesures sont trop intégratrices pour permettre de discriminer efficacement un paramètre par rapport à un autre, et elles sont quasiment toujours trop rares : le problème est sous-déterminé. Ainsi si  $\Phi$  s'arrête à une estimation stricte de l'écart entre une donnée simulée et une donnée mesurée, il existe une infinité de solutions  $\mathbf{w}^{sol}$  au problème  $\Phi = \min$ , qui peuvent être extrêmement différentes en géométries et en valeurs.

La solution de cette problématique est d'enrichir  $\Phi$  avec des éléments différents de la pure donnée géophysique et notamment avec des contraintes sur la géométrie de la solution attendue. On utilise des *a priori* quand à la géométrie générale de la solution attendue. Sans cela  $\Phi$  admettrait plusieurs minima dans une grande majorité des applications géophysiques, parmi lesquelles la méthode RMP ne fait pas exception.

### La fonction de vraisemblance $\Phi$ en RMP

Dans le cas particulier de la RMP, le problème est mal-posé, c'est à dire qu'il n'existe pas assez de mesure et trop de paramètres pour qu'une solution unique  $\mathbf{w}^{sol}$  existe. De ce fait, on recherche une solution simple au sens où on veut amortir le plus possible sa variabilité spatiale (ses dérivées). Pour ce faire, une méthode de régularisation de Tikhonov est utilisée (Tikhonov et Arsenin, 1977). Elle consiste à minimiser une fonction de vraisemblance  $\Phi$  composée de deux parties distinctes (Farquharson et Oldenburg, 1998; Greenhalgh *et al.*, 2006) :

$$\Phi = \Phi_e + \beta\Phi_m \quad (2.23)$$

Ici,  $\Phi_e$  est la fonction sur l'écart entre les jeux de données simulés et mesurés, pondérés par un opérateur matriciel diagonal  $\mathbf{W}_e$  :

$$\Phi_e = \Phi_e(\mathbf{u}) \quad (2.24)$$

avec

$$\mathbf{u} = \mathbf{W}_e(\mathbf{e}^{obs} - \mathbf{e}^{sim}) \quad (2.25)$$

et où  $\mathbf{W}_e$  est une matrice diagonale d'opérateurs, dont les éléments peuvent être par exemple les inverses des écart-types sur les observations, ou des opérateurs différentiels.  $\Phi_e$  n'étant qu'une fonction de contraintes dans l'espace de la donnée, il faut y ajouter  $\Phi_m$  une fonction de contrainte liée à la "structuration" du modèle numérique  $\mathbf{w}^{sim}$  :

$$\Phi_m = \sum_{o=1}^O \alpha_o \Phi_o(\mathbf{v}_o) \quad (2.26)$$

$$\mathbf{v}_o = \mathbf{W}_o(\mathbf{w}^{sim} - \mathbf{w}^{ref}) \quad (2.27)$$

$\Phi_m$  permet d'appliquer différentes fonctions de pénalité croissante  $\Phi_o(\mathbf{v}_o)$  lorsque le modèle recherché  $\mathbf{w}^{sim}$  s'éloigne des  $O$  modèles de références  $\mathbf{w}^{ref}$  élaborés à partir des *a priori* sur la structuration attendue de la solution. Les matrices  $\mathbf{W}_o$  sont en général des matrices symbolisant des opérations différentielles ou des pondérations de types écart-types associés à l'erreur sur les paramètres.

Ainsi, dans cette version de  $\Phi$ , on cherche à obtenir un compromis entre une reproduction correcte du jeu de données et une représentation idéalisée du sous-sol intégrant plusieurs autres sources d'informations *a priori* – physiques, géométriques et/ou arbitraires –, et qui vont permettre de s'orienter vers des solutions satisfaisantes *a posteriori* (fig. 2.10).

À ce stade, même si la fonction  $\Phi$  à minimiser est étoffée de contraintes géométriques, le problème complet n'est pas encore totalement posé. Il est naturel de contraindre le modèle  $\mathbf{w}^{sim}$  dans sa gamme de variation, car une propriété physique est souvent limitée dans la gamme des valeurs qu'elle peut prendre. Par exemple, une résistivité électrique ne peut être négative. Au même titre, une teneur en eau est implicitement limitée dans un espace  $[0\ 1]$ . Il est aussi possible d'appliquer ce genre de limite dans l'espace du signal  $\mathbf{e}^{sim}$  (Müller-Petke, 2009; Müller-Petke et Yaramanci, 2010).

Ainsi le problème d'optimisation à résoudre dans le cadre de la RMP peut s'exprimer sous la forme générale suivante :

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_o + \beta\Phi_m = \min \\ \mathbf{w}^{sim} &\in [lb_w\ ub_w] \\ \mathbf{e}^{sim} &\in [lb_e\ ub_e]\end{aligned}\tag{2.28}$$

Avec  $[lb_w\ ub_w]$  et  $[lb_e\ ub_e]$  les limites inférieures et supérieures des bornes de l'espace des paramètres et de l'espace des données.

La contrainte imposée par ces limites classe le problème dans la catégorie des problèmes non-linéaires, c'est-à-dire non directement exprimables sous forme matricielle. Deux autres aspects peuvent ajouter des non-linéarités si :

- Les fonctions  $\Phi_e$  et les déclinaisons de  $\Phi_o$  sont des fonctions non traduisibles sous forme de produits matriciels (par exemple des valeurs absolues  $\Phi_e = |\mathbf{u}|$ ).
- Le problème direct n'est pas exprimable directement sous la forme d'un produit matriciel (par exemple  $|\mathbf{e}^{sim}| = |\mathbf{A}\mathbf{w}^{sim}|$ )

Pour minimiser cette fonction objectif  $\Phi$  dont les degrés de complexité et de linéarité sont variables et ainsi reconstruire une solution au problème formulé de l'eq. 2.28, deux grandes classes de méthodes d'optimisation coexistent : les méthodes de minimisation locales (ou inversion) et les méthodes de minimisation globales (méthode de Monte-Carlo).

### Les méthodes de minimisation locales

Par bien des aspects plus opérationnels, les méthodes les plus en vogue aujourd'hui sont les méthodes d'optimisation locales (linéaires ou linéarisées) qui reposent sur l'emploi de matrices conditionnées suivant différentes stratégies afin de les rendre inversibles. Le terme général d'"inversion" ou de "problème inverse" pour qualifier ces méthodes découle de cette spécificité mathématique.

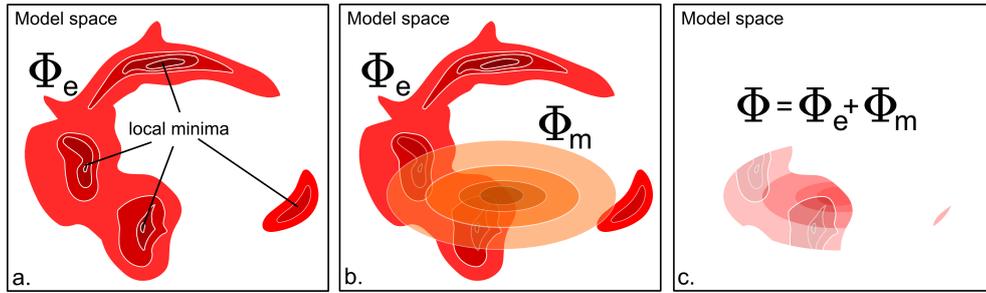


FIGURE 2.10 – Représentation schématique 2D d'un espace des modèles multidimensionnel : (a.) Les valeurs de  $\Phi_e$ , fonction de l'information apportée par les mesures  $e^{obs}$  ont plusieurs minimums locaux. (b.) Dans cet espace, seule une partie des modèles  $w^{sim}$  correspond à l'*a priori* sur la structuration. L'éloignement à l'*a priori* est mathématiquement quantifié par  $\Phi_m$ .

Le problème inverse est linéaire s'il peut être exprimé d'une manière ou d'une autre sous la forme :

$$\mathbf{w}^{est} = \mathbf{A}^{-g} \mathbf{e}^{obs} \quad (2.29)$$

où  $\mathbf{A}^{-g}$  est une matrice inverse généralisée, conditionnée suivant que le problème est sur ou sous-déterminé (trop ou pas assez de données relativement aux paramètres à contraindre). Sur le plan physique, cette procédure d'inversion directe est rarement possible pour deux raisons : premièrement, le paramètre physique ( $\mathbf{w}^{est}$ ) est quasi systématiquement contraint dans la gamme des valeurs possibles. Deuxièmement, le problème direct ne peut être posé sous la forme d'un opérateur matricielle  $A$ . Dans ce cas, on cherche à créer des modèles qui, à partir d'un modèle de départ vont chercher à se rapprocher du minimum de  $\Phi$ . Pour ce faire, le problème est linéarisé : il est exprimé sous forme matricielle grâce aux dérivées sur la fonction  $\Phi$  ( $\frac{d\Phi}{d\mathbf{w}}$ , Tarantola, 2005; Aster et Thurber, 2012) dont on cherchera la valeur nulle. Si le problème est faiblement non-linéaire, ces méthodes permettent une convergence très rapide vers une solution optimale. Le gradient est évalué à une position de l'espace des paramètres  $\mathbf{w}_{sim}^n$  pour permettre de se déplacer vers une autre position  $\mathbf{w}_{sim}^{n+1}$  qui va tendre à minimiser  $\Phi$ . Ceci requiert un temps de calcul plus conséquent, plusieurs itérations et une solution de départ  $\mathbf{w}_0$ . Ces méthodes ne peuvent garantir la restitution d'une solution optimale sans que la solution de départ en soit déjà raisonnablement proche. L'estimation finale de l'incertitude sur la restitution des paramètres  $\mathbf{w}^{est}$  est réalisée au moyen d'une matrice de résolution choisie parmi plusieurs possibilités (An, 2012). Elle est estimée par linéarisation à l'endroit de la solution finale ; elle n'est valide que localement et est approximative. Sur le plan physique cette matrice de résolution n'est liée qu'aux propriétés physiques de l'imagerie. Si l'intervalle de confiance permet d'ajouter la contamination du bruit dans cette première incertitude, elle reste relativement indépendante de l'amplitude et de la forme du signal mesuré.

### Les méthodes de minimisation globales

Pour les cas non-linéaires, d'autres méthodes dites d'optimisation globale intègrent une part d'aléatoire dans leur schéma numérique ce qui les qualifie de méthodes de Monte-Carlo (Sambridge et Mosegaard, 2002). Elles ne s'appuient que sur le calcul de  $\Phi$  – problème direct résolu sans le recours à l'inversion de matrices – grâce à une multitude de modèles testés. Ces modèles sont ou échantillonnés suivant une séquence

appelée chaîne de Markov (Hastings, 1970); laquelle se déplace de modèle en modèle au moyen d'une fonction de perturbation, ou sélectionnés de manière optimisée (voir par exemple Sambridge, 1999b,a), pour trouver un ou des minimums à la fonction  $\Phi$  désirée.

Ces méthodes permettent l'estimation des incertitudes même dans les cas non-linéaires, grâce à l'échantillonnage d'un très grand nombre de solutions. La collection de solution fournit une réponse statistique au problème inverse au moyen de densité de probabilité, réduites à des moyennes et des écart-types pour chacun des paramètres si d'aventures ces valeurs ont une signification statistique (Mosegaard, 1998). En sortie, les méthodes de Monte-Carlo ont tendance à estimer l'erreur de façon plus stricte que les méthodes locales car elles n'analysent pas uniquement une instabilité locale (due au bruit souvent) mais plutôt une incertitude globale. Le corollaire en est que la qualité de l'estimation repose sur une exploration de l'espace des solutions de bonne qualité, ce qui n'est pas toujours garanti.

## 2.4.2 Un unique jeu de données naturelles RMP : plusieurs manières de l'exploiter

S'il n'existe qu'un seul signal RMP naturel sous la forme d'une sinusoïde multi-exponentiellement décroissante avec le temps, trois types de jeu de données peuvent en être dérivés pour alimenter la fonction  $\Phi$  (Müller-Petke et Yaramanci, 2010; Behroozmand *et al.*, 2012).

La construction d'une image de la teneur en eau  $\mathbf{w}$  – qui dépend essentiellement de l'amplitude du signal  $\mathbf{e}_t$  – ne peut être décorrélée d'une évaluation au moins partielle des temps de décroissance  $T_2^*$  (1) *a priori*, (2) en parallèle ou (3) *a posteriori*. Ces trois différentes façons d'évaluer  $T_2^*$  font émerger trois classes de problèmes d'imagerie différents qui vont plus ou moins simplifier le problème (fig. 2.11).

- les amplitudes initiales complexes ou en magnitudes (*initial value inversion*);
- les amplitudes complexes ou en magnitudes à différents pas de temps (*time step inversion*);
- les enveloppes exponentielles complexes (*QT inversion*).

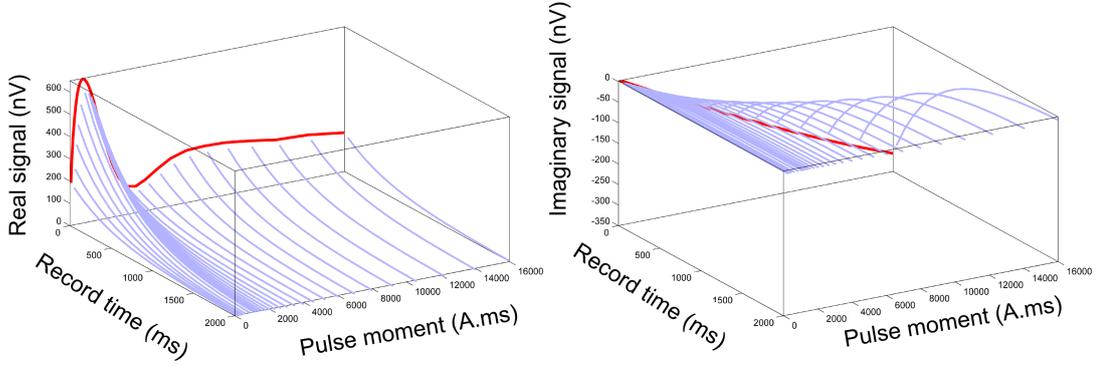
Du fait des contraintes sur la gamme des teneurs en eau possibles, tous ces jeux de données aboutissent à la même situation : le problème d'imagerie est non-linéaire. Néanmoins, seul le type données en magnitudes initiales  $\|\mathbf{e}_0\|$  sera exploité et détaillé dans cette thèse.

Ce type de jeu de données est essentiellement une transformation de la dimension temporelle du signal RMP en deux données :  $e_0(q)$  (amplitude complexe) et  $T_2^*(q)$  (temps de décroissance). On opère celle-ci par un premier ajustement de la donnée naturelle RMP par une loi de décroissance mono-exponentielle (Legchenko et Valla, 1998). La mesure ne s'opère qu'après un temps mort instrumental  $\tau_+ - \tau_p$ , ce qui oblige à extrapoler  $\mathbf{e}_0$  à partir de la loi mono-exponentielle ajustée sur la mesure RMP :

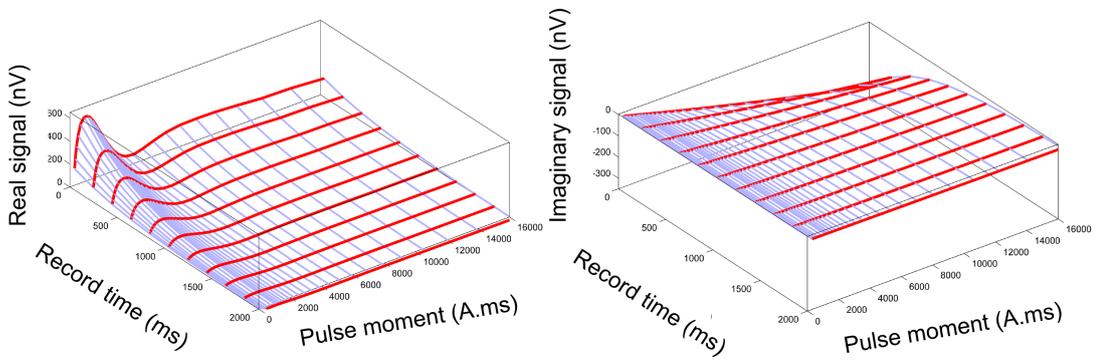
$$e_0(q) = e(q, \tau_p) = e(\tau_+, q) \exp\left(\frac{\tau_+ - \tau_p}{T_2^*(q)}\right) \quad (2.30)$$

Cette contraction du jeu de données a un prix car une hypothèse d'estimation de  $T_2^*$  erronée – comme par exemple le fait d'utiliser une mono-exponentielle par rapport à de multiples exponentielles plus naturelles (Mohnke, 2005) – fausse et minimise l'estimation du signal complexe  $\mathbf{e}_0$ .

Initial value inversion



Time step inversion



QT inversion

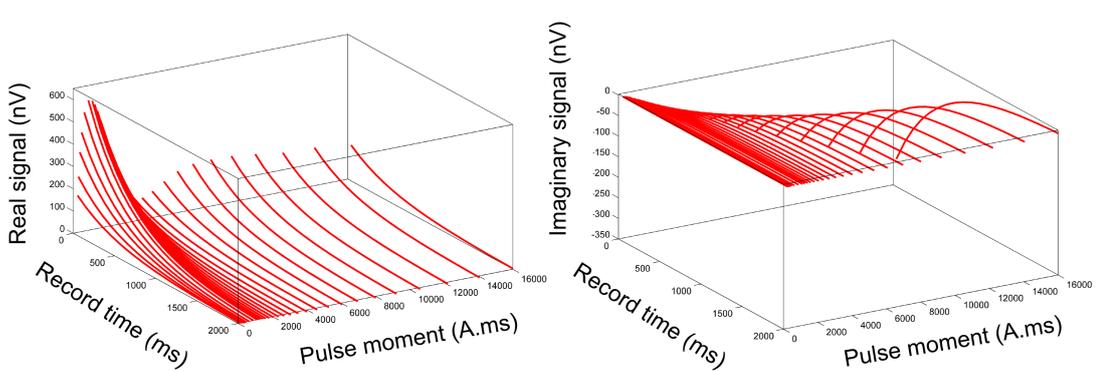


FIGURE 2.11 – Jeux de données synthétiques (rouge) extraits à partir du jeu de données naturelles (bleu). Ce dernier est directement utilisé dans les inversions QT.

Dans ce contexte, les temps de décroissance ne sont pas perçus comme paramètre fluctuant dans l'espace. Seuls  $e_0(q)$  et  $\phi_0(q)$  sont des quantités rapportées aux couches aquifères.

Les limites de validité d'une telle approche supposent un environnement relativement homogène en terme de lithologie et à porosité unique (ainsi la décroissance n'est contrôlée que par un  $T_2^*$  unique).

Deux objectifs sont possibles ici : trouver les solutions  $\mathbf{w}_{sol}$  à partir des données d'amplitude complexe initiale  $\mathbf{e}_0$  :

$$\mathbf{A}_0 \mathbf{w}_{sol} = \mathbf{e}_0 \quad (2.31)$$

ou alors trouver les solutions qui ne s'intéressent qu'à la stricte magnitude du signal (en ne cherchant pas à expliquer la phase). Il existe des situations où la phase observée ne peut pas être expliquée par les modèles numériques actuels (section 2.2.2). Ce phénomène est aggravé dans le contexte de 2-D et 3-D.

$$\|\mathbf{A}_0 \mathbf{w}_{sol}\| = \|\mathbf{e}_0\| \quad (2.32)$$

Bien qu'intrinsèquement imparfait, ce type de jeu de données a l'avantage principal de comprimer les données naturelles en une forme numériquement légère pour le problème direct (et inverse). Une reconstruction rapide d'une image de la teneur en eau est obtenue, au sacrifice des temps de décroissance dont l'indétermination est beaucoup plus élevée, même en 1-D (Guillen et Legchenko, 2002). De ce fait, il est particulièrement adapté à l'usage des méthodes d'exploration globale, lesquelles nécessitent de très nombreuses résolution des eq. (2.31) et (2.32). Le rajout d'inconnues à déterminer à plusieurs dimensions spatiales (2-D, 3-D) explique une telle démarche malgré l'existence de jeux de données plus complets.

C'est ce type de jeu de données qui est utilisé pour cette thèse, en conjonction avec l'état actuel de *Samovar* 11x4. Les reconstructions sont réalisées pour ajuster la magnitude du signal RMP observée et non ses différentes valeurs complexes. Ceci conduit à un aspect non-linéaire du problème, comprenant des effets de suppression non contigus dans l'espace (voir section 2.2.2).

## 2.5 Études sur les incertitudes de l'imagerie

Il existe trois grandes manières d'aborder l'analyse des incertitudes sur un problème d'imagerie :

- La modélisation manuelle.
- Les méthodes de Monte-Carlo.
- L'analyse de la matrice de résolution du problème.

Chaque méthode a des points forts et des limites. La première méthode consiste à modéliser des scénarios équivalents en terme de signal, en considérant un cas synthétique supposé proche de l'objet d'étude réel, afin d'en extraire les incertitudes (au moyen d'un estimateur tel que l'écart-type) et la résolution (en quantifiant grossièrement l'erreur sur la restitution géométrique). *L'a priori* y est intrinsèque et très fort : mais il est robuste à la compréhension du modélisateur. La méthode de Monte-Carlo est un soutien

algorithmique à la précédente. Elle est particulièrement efficace pour l'estimation d'une propriété et des incertitudes associées. Elle ne peut apporter d'analyse sur la résolution (incertitudes géométriques) qu'en étant très spécifique et contrainte<sup>4</sup>. Cette approche est très versatile en ce sens qu'elle est utilisable dans tous les cas de figures et notamment non-linéaires. La troisième méthode diffère fortement des deux précédentes en ce sens qu'elle produit une analyse générale du problème d'imagerie. Son estimation de l'incertitude et de la résolution est dépendante du maillage et des *a priori*, pas de l'image que l'on cherche à reconstruire. Elle est plus orientée vers l'estimation de l'incertitude géométrique que vers l'estimation de l'incertitude associée à l'estimation d'un paramètre.

Ces techniques d'analyse de la résolution sont dépendantes de la linéarité du problème d'imagerie. En ce qui concerne la RMP, le problème est toujours non-linéaire, quel que soit le type de données utilisées. Ces analyses sont historiquement presque toutes concentrées sur la dimension 1-D.

### Jeux de données en magnitude

Pour l'analyse des incertitudes associées aux jeux de données en magnitude, c'est-à-dire en problème non-linéaire, deux techniques ont été employées :

- Dans le domaine des données : l'analyse des corrélations de signaux RMP (Legchenko et Shushakov, 1998),
- Dans le domaine de modèle : les méthodes de Monte-Carlo, l'une bayésienne (Guillen et Legchenko, 2002), l'autre déterministe et rendant possibles les valeurs négatives (Weichman *et al.*, 2002).

La versatilité des méthodes de Monte-Carlo y est démontrée : Guillen et Legchenko (2002) montrent l'extrême indétermination des temps de décroissance possible en contexte 1-D et, par opposition, la robustesse de l'estimation moyenne de la teneur en eau. L'exploitation des résultats sous forme probabiliste en réponse à des questions hydrogéologiques y est illustré. De son côté, Weichman *et al.* (2002) montrent l'apport de la prise en compte de la conductivité dans le problème inverse, essentiellement au moyen d'écart-types et de moyennes.

### Jeux de données complexes

Pour les jeux de données en amplitude initiale complexe, c'est-à-dire en problème quasi-linéaire<sup>5</sup>, les méthodes d'analyse basée sur la décomposition en valeurs singulières (*SVD* voir Aster et Thurber, 2012) sont possibles. Elles sont utilisées pour analyser la stabilité du problème inverse et quantifier la qualité de l'information apportée par un type de données RMP (Weichman *et al.*, 2002; Müller-Petke et Yaramanci, 2008; Müller-Petke, 2009; Legchenko *et al.*, 2014).

Elles donnent accès à un type de matrice de résolution simple qui caractérise les capacités d'imagerie de façon idéalisée.

---

4. La méthode de "bootstrap" est un exemple d'analyse très contrainte géométriquement (Hertrich, 2008).

5. Les aspects non-linéaires introduites par la gamme des teneurs en eau possibles sont négligés.

Du fait de sa simplicité, cette manière de procéder a été appliquée en 2-D (Müller-Petke, 2009, p 81) pour mettre en avant l'apport des boucles RMP coïncidentes et séparées. À ce jour, aucune étude d'incertitude intégratrice de tous les facteurs n'existe à plus d'une dimension en RMP.

### 2.5.1 Profondeur de détection

Cette section est isolée des deux précédentes afin de donner quelques repères au lecteur quant aux capacités maximales de détection et de résolution de la méthode RMP en profondeur.

La profondeur de détection est une grandeur empirique ; elle est définie comme la tranche d'eau la plus profonde qui peut influencer l'estimation finale de la teneur en eau (Legchenko et Shushakov, 1998), pour un dispositif et un niveau de bruit donné. En pratique, cette notion s'intéresse à la profondeur maximale à laquelle la méthode RMP peut détecter le signal d'une couche d'eau d'1 m contenant 100 % d'eau avec un bruit de 10 nV (résolution instrumentale actuelle). À titre d'exemple, les valeurs rapportées pour la profondeur de détection est environ l'équivalent en profondeur d' $1.5 \times$  la taille de boucle. Cette notion reste néanmoins limitée, elle ne dit en rien des limites dans laquelle la méthode RMP est capable de restituer cette lame d'eau. Müller-Petke et Yaramanci (2008) introduit une autre notion : la profondeur de confiance. Elle se base sur le constat qu'une erreur d'interprétation géophysique se produit lorsque l'estimation maximale de la teneur en eau RMP d'une lame d'eau d'1 m est décalée de plus de 10 % (relativement à sa profondeur) avec sa position réelle (Friedel, 2003). Quantitativement, la profondeur de confiance se rapproche plus vraisemblablement d'une taille de boucle pour un bruit EM de 10 nV.

Dans la suite de cette thèse, seules des boucles de taille 80x80 m<sup>2</sup> seront utilisées. On gardera à l'esprit qu'à 80 m une tranche d'eau infinie d'1 m devient difficilement localisable sans erreur, même si elle est détectable. Cet état de fait ne fera qu'empirer lorsqu'on s'intéressera à des volumes de taille non-infinie, lesquelles nous intéressent en 2-D/3-D. Dans ce contexte, on considérera empiriquement<sup>6</sup> que la résolution est singulièrement déclinante dans la profondeur à partir de  $\frac{3}{4}$  d'une taille de boucle, soit 60 m pour les boucles utilisées dans cette thèse.

## 2.6 Synthèse partielle

Le problème d'imagerie géophysique est un problème complexe et multiple, particulièrement en RMP. Il est bien caractérisé par la non-unicité de l'espace des solutions et par des non-linéarités diverses. Les solutions possibles sont infinies. Pour exploiter les données géophysiques d'une manière convenable malgré cette limitation, il est nécessaire d'utiliser des informations externes *a priori* qui vont limiter la gamme des solutions possibles. Néanmoins, cette gamme reste conséquente et il existe une indétermination sur les caractéristiques de l'image que l'on cherche à reconstruire. L'image proposée par une méthode géophysique est, au sens statistique, une estimation de la réalité de la subsurface. Différents estimateurs existent, statistiques ou non, selon que la méthode de reconstruction d'image soit issue de l'optimisation globale ou locale. Dans le cas de la RMP, si le problème direct peut potentiellement être linéaire (domaine complexe),

6. Une alternative quantifiée sera proposée en section 3.1.

l'instabilité de la mesure, et les nombreuses sources physiques de la phase en font un paramètre peu fiable. Seule l'énergie du signal RMP (magnitude) est une mesure robuste, reliée à la seule distribution spatiale de la teneur en eau. Malheureusement, l'utilisation de ce seul paramètre rend le problème d'imagerie RMP non-linéaire et aggrave la complexité des équivalences. Dans ce contexte, l'analyse des incertitudes associées à l'imagerie par une méthode d'optimisation globale est souhaitable. Mais le nombre de paramètres à déterminer est une quantité influençant grandement leur mise en application numérique. Il faut donc préserver une certaine sobriété dans le problème d'imagerie. Dans cette optique, l'aspect temporel des jeux de données naturelles sera sacrifié au profit de l'amplitude initiale, laquelle est calculée en estimant préalablement  $T_2^*$ . Du fait de son indétermination déjà élevée en problème 1-D, ce paramètre sera fixé pour l'interprétation 2-D/3-D.

## 3 | Méthodes d'analyse de la résolution

Les méthodes exposées dans ce chapitre vont être appliquées à l'analyse du problème d'imagerie RMP non-linéaire, dans le chapitre suivant. Les corrélations montrent les équivalences directes qui existent entre les signaux RMP des différentes cellules : elles serviront de base qualitative à la compréhension de l'équivalence et de la résolution en RMP 2-D, 3-D. La matrice de résolution donnée par la méthode *SVD* est conceptuellement proche de la matrice de la corrélation mais elle n'est pas aussi neutre, car basée sur un conditionnement préalable. Dans la mesure où elle est inadaptée aux problèmes non-linéaires, elle ne servira que de validation pour la méthode de Monte-Carlo (Metropolis-Hastings) développée dans cette thèse (qui n'est pas limitée au domaine non-linéaire). L'algorithme de Metropolis-Hastings (MH) procède à l'échantillonnage inverse d'un grand nombre de solutions, lesquelles permettent de calculer des estimateurs de la solution du problème d'imagerie et quantifier l'incertitude associée. Ces solutions peuvent être réduites sous la forme de densités de probabilité (*Pdf*<sup>1</sup>) *a priori* (avant mesure) et *a posteriori* (après mesure). Les résultats en sortie de cet algorithme sont très sensibles à la paramétrisation dont la fonction est de contrôler l'expression de l'*a priori* dans l'exploration de l'espace des solutions.

### 3.1 Corrélations des signaux RMP provenant de volumes élémentaires

Dans le domaine du problème direct linéaire (complexe), il est possible d'étudier le lien existant entre la forme du signal généré par une cellule avec celui d'une autre au moyen de la corrélation linéaire de Pearson.

Le signal d'une cellule  $i$  est mathématiquement représenté par le vecteur  $\mathbf{a}_i$ , lequel est une colonne de la matrice  $\mathbf{A}_0$  (voir par exemple eq. 2.31).

La corrélation de Pearson entre les valeurs du signal  $\mathbf{a}_i$  d'une cellule  $i$  (de moyenne  $\bar{\mathbf{a}}_i$  et d'écart type  $\sigma_{\mathbf{a}_i}$ ) et celui  $\mathbf{a}_j$  d'une cellule  $j$  (de moyenne  $\bar{\mathbf{a}}_j$  et d'écart-type  $\sigma_{\mathbf{a}_j}$ ) est donnée par :

$$\text{corr}(\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j) = \frac{(\mathbf{a}_j - \bar{\mathbf{a}}_j)^T \cdot (\mathbf{a}_i - \bar{\mathbf{a}}_i)}{\sigma_{\mathbf{a}_i} \sigma_{\mathbf{a}_j}} \quad (3.1)$$

Une valeur proche de 1 indique une forte proximité en terme de forme entre le signal de deux cellules.

---

1. On attribuera à densité de probabilité, son acronyme anglais *Pdf* correspondant à *probability density function*. L'acronyme français *Ddp* étant plus communément associé à "différence de potentielle".

Les multiples combinaisons linéaires vont être indissociables aux yeux de la RMP. Une valeur proche de 0 indique des formes de signaux différents dont la distinction va être aisée. Une valeur négative traduit une tendance à l'annulation des influences respectives. Un exemple de valeurs de corrélation représentées dans l'espace entre le signal généré par un volume élémentaire et les signaux des autres volumes élémentaires du sous-sol peut être trouvé dans la fig. 3.1.

La cellule à 60 m de profondeur (en blanc) est corrélée (couleurs chaudes) ou anti-corrélée (couleurs froides) à ses voisines<sup>2</sup>. Le nombre de cellules significativement corrélées à une cellule indique la capacité de cette dernière à se distinguer des autres. Dans la réalité, le seuil de significativité est contrôlé par l'incertitude sur la mesure.

Au premier ordre cette approche est riche en informations mais elle est incomplète : la combinaison linéaire de plusieurs cellules ayant des signaux très différents peut très bien engendrer un signal corrélé avec celui d'une ou plusieurs autres cellules. Les combinaisons de cet ordre sont infiniment variées ce qui implique que l'appréhension physique des équivalences en problème mal posé ne peut être complète. Pour incomplète que soit cette description de l'incertitude, elle n'en reste pas moins fondamentalement valide : si un signal possède des équivalents directs dans la matrice de calcul, cet état ne peut qu'empirer dans la gamme des associations linéaires possibles.

L'intérêt premier de la corrélation réside dans le fait que toutes les notions de problème inverse ou d'*a priori* sont écartées. Il est possible d'en dériver un critère qualitatif de résolution  $\Psi$  basé sur la nombre de corrélations supérieur à une variable *seuil* (arbitrairement égal à 0.9 dans cette thèse) existant entre une cellule et l'espace alentour. En prenant l'inverse de ce nombre, il est possible de créer un indicateur simple et direct de la confiance que l'on peut accorder à la restitution d'une cellule relativement aux autres.

$$\Psi = \frac{1}{\sum_{i=1}^C o_{c,i}} \quad (3.2)$$

2. On s'autorisera à dire qu'un volume élémentaire ou qu'une cellule est corrélée(e) avec une autre cellule sans préciser à chaque fois qu'il s'agit de son signal.

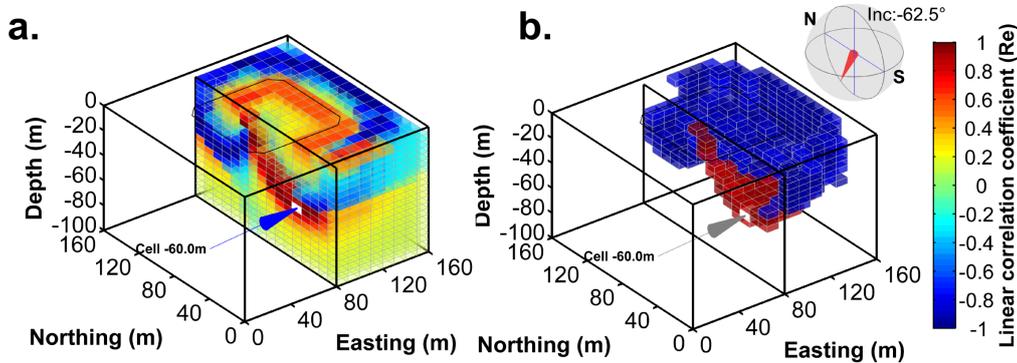


FIGURE 3.1 – Exemple des corrélations entre le signal d'une cellule et celui des cellules avoisinantes : (a) Corrélations 3-D (b) Seules les corrélations supérieures à 0.9 et inférieures à -0.9 ont été représentées.

avec :

$$o_{c,i} = \begin{cases} 1 & \text{if } |corr(\mathbf{a}_i \mathbf{a}_c)| \geq \text{seuil} \\ 0 & \text{if } |corr(\mathbf{a}_i \mathbf{a}_c)| < \text{seuil} \end{cases} \quad (3.3)$$

Dans la mesure où le signal d'une cellule est nécessairement auto-corrélée avec elle-même, la valeur maximale de  $\Psi$  est 1 et signifie qu'une cellule génère une signature unique. Au premier ordre dans l'espace des combinaisons linéaires, cette cellule génère un signal unique. Regardons une cellule dont le signal est fortement corrélé ou anti-corrélé avec celui de 10 autres cellules, sa valeur sera de 0.1. Une valeur de  $\Psi$  se rapprochant de 0 signifie que la cellule est fortement corrélée à de multiples cellules ce qui la rend particulièrement peu discernable (un exemple 3-D est montré en fig. 3.2).

Sur cette figure est montrée, à titre d'exemple, la fonction  $\Psi$  pour un dispositif 3-D utilisé tout au long des chapitres à venir (sections 3.7.1, 4.2.2 et 4.3). Les valeurs de  $\Psi$  sont connectées à la résolution de la méthode : les valeurs proches de 1 indiquent les espaces de très bonne résolution de la méthode (proches des boucles) tandis que les valeurs nulles indiquent les espaces où elle perd en définition (en profondeur et sur les bords d'acquisition).  $\Psi$  hérite sa physionomie des corrélations ; lesquelles sont traitées en section 4.2. Ce critère est proche de la matrice de résolution (section 3.2.2), mais il n'est pas contaminé par le conditionnement matriciel qui suppose un *a priori*.  $\Psi$  nous permettra d'attribuer une confiance relative aux caractéristiques d'une image géophysique.

Si les informations apportées par la corrélation sont déjà très importantes en tant que telles, elles renseignent uniquement sur la géométrie des volumes d'équivalence. La distance qui les sépare en terme d'amplitude énergétique n'est pas prise en compte. Aussi, est-il intéressant d'extraire aussi le coefficient directeur de la relation linéaire qui lie une cellule à son environnement.

Le coefficient directeur  $d$  de la régression linéaire entre le signal de la cellule étudiée  $\mathbf{a}_i$  et un signal corrélé  $\mathbf{a}_j$  renseigne sur cette différence :

$$d = \left( \mathbf{a}_j^T \mathbf{a}_j \right)^{-1} \mathbf{a}_j^T \mathbf{a}_i \quad (3.4)$$

De fait,  $d$  indique la proportionnalité qu'il existe entre les signaux de deux cellules. La teneur en eau peut jouer un rôle compensatoire à hauteur de cette proportionnalité pour que deux cellules génèrent le même signal de façon équivalente. Résultat : le volume d'eau total peut être différent pour une signature énergétique identique. On verra dans les sections 4.1 et 4.2 de quelle manière ces méthodes permettent d'expliquer les tendances de l'estimation RMP en terme de volume d'eau.

## 3.2 Incertitudes du problème inverse linéaire

Cette section présente l'un des outils les plus classiquement utilisé pour quantifier l'incertitude (espace du modèle) et/ou l'apport d'information (espace de la donnée) en problème linéaire. Ces résultats sont conceptuellement très proches des possibilités offertes par les corrélations mais en intégrant l'intégralité de

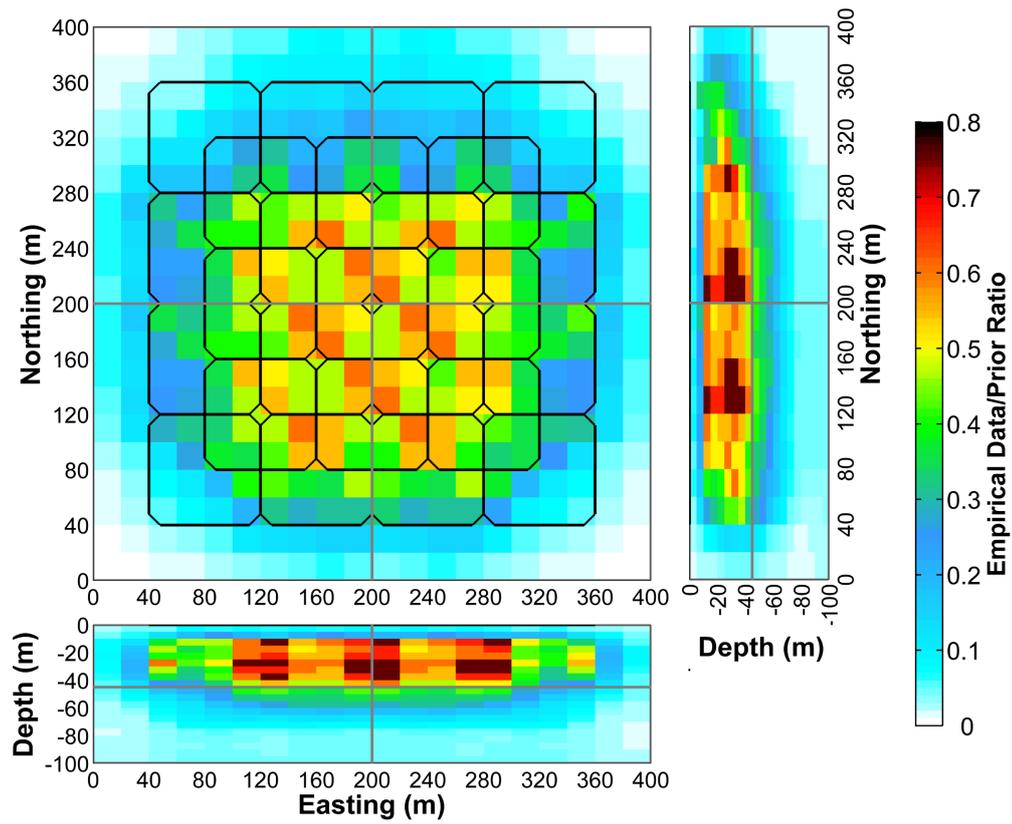


FIGURE 3.2 – Exemple de résolution empirique  $\Psi$  de chaque cellule de l'espace de calcul pour une acquisition RMP 3-D (voir eq. 3.2)

l'espace des combinaisons linéaires possibles (le signal d'une cellule peut être corrélé avec la combinaison d'une infinité d'autres, non-corrélé au départ).

### 3.2.1 Rappel sur le problème inverse linéaire

Considérons le problème inverse RMP linéaire ou linéarisé sous sa forme la plus générale. L'estimation de la distribution spatiale de la teneur en eau décrite par le vecteur  $\mathbf{w}^{est}$  correspondant au signal observé  $\mathbf{e}^{obs}$  peut être calculée au moyen de l'expression du problème inverse général suivant :

$$\mathbf{w}^{est} = \mathbf{A}^{-g} \mathbf{e}^{obs} \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{A}^{-g}$  est une matrice inverse généralisée : c'est à dire conditionnée pour être inversible grâce à l'ajout de contraintes externes, dans les cas où la matrice inverse n'existe pas.

Supposons un vecteur d'observations réelles  $\mathbf{e}^{obs}$  non contaminé par du bruit issu de la distribution spatiale connue  $\mathbf{w}^{true}$  :

$$\mathbf{e}^{obs} = \mathbf{A} \mathbf{w}^{true} \quad (3.6)$$

En injectant eq. 3.5 dans eq. 3.6, on retrouve l'équation :

$$\mathbf{w}^{est} = \mathbf{A}^{-g} \mathbf{A} \mathbf{w}^{true} \quad (3.7)$$

Où la projection de la matrice  $\mathbf{A}$  sur son inverse  $\mathbf{A}^{-g} \mathbf{A} = \mathbf{R}_m$  caractérise le transfert d'un modèle non-bruité  $\mathbf{w}^{true}$  vers sa propre estimation finale  $\mathbf{w}^{est}$ , par le biais de la méthode RMP. La matrice de résolution  $\mathbf{R}_m$  caractérise la résolution de la méthode physique déployée, selon la manière dont  $\mathbf{A}^{-g}$  a été alimentée d'*a priori*. Il existe différentes façons de créer  $\mathbf{A}^{-g}$ , selon les contraintes externes voulues (régularisation de Tikhonov ou inversion d'Occam, Tikhonov, 1963; Constable *et al.*, 1987). La manière la plus simple d'exprimer une matrice inverse généralisée  $\mathbf{A}^{-g}$  passe par la méthode de décomposition en valeur singulière.

### 3.2.2 Inversion par la décomposition en valeur singulière (SVD)

La matrice du problème directe RMP, non inversible en tant que telle, peut être décomposée en utilisant les algorithmes de décomposition en valeurs singulières :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (3.8)$$

où  $\mathbf{U}$  est une matrice orthogonale  $R \times R$  dont les colonnes sont des vecteurs unitaires décrivant une base orthonormée dans l'espace de la donnée,  $\mathbf{V}$  est une matrice orthogonale  $C \times C$  dont les colonnes sont

des vecteurs décrivant une base orthonormée dans l'espace du modèle et  $\mathbf{S}$  est une matrice diagonale de taille  $R \times C$  dont les éléments diagonaux sont non-négatifs et appelés valeurs singulières. Ces dernières sont classées par valeurs décroissantes. Les premières  $p$  valeurs diagonales de cette matrice sont non-nulles et significatives; les autres, proches de zéro, peuvent être considérées comme non-significatives et à l'origine d'instabilités numériques dans la recherche des solutions au problème inverse. Sur le plan physique, elles constituent les parties de la solution arborant de hautes fréquences spatiales (Müller-Petke, 2009), lesquelles sont improbables du fait de la nature très intégratrice de la RMP.

De ce fait, la matrice  $\mathbf{A}$  peut être exprimée sous sa forme tronquée :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}_p \mathbf{S}_p \mathbf{V}_p^T \quad (3.9)$$

L'une des propriétés de cette décomposition est la facilité de calcul d'une matrice inverse généralisée appelée la matrice pseudo-inverse de Moore-Penrose, considérée comme la matrice inverse la plus proche de l'inverse vraie de  $\mathbf{A}$  :

$$\mathbf{A}^{-g} = \mathbf{V}_p \mathbf{S}_p^{-1} \mathbf{U}_p^T \quad (3.10)$$

Cette formulation particulière de  $\mathbf{A}^{-g}$  donne accès à une estimation du vecteur de teneur en eau  $\mathbf{w}^{minNorm}$  cherchant à minimiser la valeur des teneurs en eau de chaque cellule, on parle de solution à norme minimale  $L_2$  au sens de la donnée et au sens du modèle :

$$\mathbf{w}^{minNorm} = \mathbf{V}_p \mathbf{S}_p^{-1} \mathbf{U}_p^T \mathbf{e}^{obs} \quad (3.11)$$

Cette solution  $\mathbf{w}^{minNorm}$  est imparfaite sur le plan physique en ce sens qu'elle admet comme possibles des valeurs négatives de la teneur en eau. L'introduction de limites dans la gamme des valeurs ne peut se faire qu'en domaine non-linéaire. En conséquence, elle requiert d'utiliser des techniques de linéarisation locale. Pour imparfaite que soit la méthode *SVD*, elle a le mérite de la simplicité et de donner une estimation qualitative des propriétés du problème inverse et de l'erreur qui en découle (Weichman *et al.*, 2002; Müller-Petke et Yaramanci, 2008).

Dans ce contexte d'inversion simple *SVD*, la matrice de résolution du problème est donnée par :

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{V}_p \mathbf{V}_p^T \quad (3.12)$$

La convention de représentation de  $\mathbf{R}_m$  est liée à la manière dont est organisée la matrice  $\mathbf{A}$  : dans ce cas, au premier ordre, par profondeur décroissante.

Chaque colonne indépendante de  $\mathbf{R}_m$  correspond à la reconstruction potentielle d'une cellule. Spatialisée sur la grille de calcul 3-D, cette colonne permet une vision semi-quantitative de la capacité de restitution d'une cellule par le filtre de la méthode géophysique. Si la valeur diagonale est de 1, la cellule est parfaitement résolue. Lorsque la résolution d'une cellule diminue, cela se remarque dans la matrice  $\mathbf{R}_m$  par

une diminution de la valeur diagonale (inférieure à 1) et la diffusion de la quantité perdue vers d'autres cellules. Une véritable erreur d'interprétation se produit si  $R_{c,c}$ , la valeur diagonale, n'est pas la valeur la plus forte (Friedel, 2003) d'une ligne/colonne. En 1-D, il est possible d'extraire des intervalles de résolution et de confiance d'après cette matrice, et ce de manière quantitative (Müller-Petke et Yaramanci, 2008; Müller-Petke, 2009). À plusieurs dimensions, cette manière de procéder est plus complexe car la restitution n'a pas toujours une géométrie simple (voir l'exemple de fig. 3.3). La figure présente de quelle manière une cellule contenant 100 % d'eau dans l'espace 3-D va être restituée. Sa valeur restituée est de 6 %, le reste est diffusé dans l'espace alentour de manière assez complexe. Des valeurs positives et négatives y sont visibles, preuves que la présence d'eau dans cette cellule va aussi avoir tendance à appauvrir d'autres cellules de leur contenu.

L'entité  $\mathbf{R}_m$  est sensible au choix du nombre  $p$  de valeur singulière dans la troncature du problème direct. Cette troncature stabilise le problème inverse en élevant les caractéristiques hautes fréquences de la solution : c'est une forme de régularisation lissante. À ce titre, la matrice de résolution  $\mathbf{R}_m$  peut être capable de restituer avec précision une cellule ( $diag(\mathbf{R}_m) \approx 1$ ) pour un  $p$  élevé (le problème est peu régularisé), alors que pour un  $p$  petit (le problème est fortement stabilisé) cette capacité de résolution est amoindrie par lissage ( $diag(\mathbf{R}_m) < 1$ ) et peu atténuer la résolution réelle de la méthode. La fig. 3.4 illustre cette caractéristique.

Pour un même dispositif d'acquisition, le calcul de  $\mathbf{R}_m$  donne accès à une quantification de l'influence du maillage sur la reconstruction de chaque cellule du maillage (fig. 3.5). Dans cet exemple, la cellule reconstruite est une cellule à -40 m de profondeur au milieu d'une acquisition 3-D (boucles de taille 80x80 m). Le cadre noir montre que la partie ouest de la reconstruction a été filtrée. L'échelle de couleur montre la dispersion relative de l'eau dans l'espace. La dispersion spatiale est bien moindre lorsque le maillage est grossier (40x40x5 m<sup>3</sup>) que dans le cas contraire (20x20x5 m<sup>3</sup>).

Un intervalle de confiance relatif au bruit affectant la donnée peut être déterminé au moyen de la méthode *SVD*. Ce dernier est calculé à hauteur de 95 % de confiance,  $\mathbf{ci}_{\mathbf{w}^{minNorm}}^{95}$ , en considérant un bruit gaussien contaminant la donnée avec un écart-type  $s_{noise}$ . La teneur en eau recherchée  $\mathbf{w}^{true}$  est ainsi comprise dans l'intervalle défini par :

$$\mathbf{w}^{true} = \mathbf{w}^{minNorm} \pm \mathbf{ci}_{\mathbf{w}^{minNorm}}^{95} \quad (3.13)$$

L'intervalle se calcule d'abord par une estimation de la matrice de covariance du problème affecté par des erreurs de mesure :

$$\mathbf{cov}(\mathbf{w}^{minNorm}) = s_{noise}^2 \times diag(\mathbf{V}_p \mathbf{S}_p^{-2} \mathbf{V}_p^T) \quad (3.14)$$

Elle s'intègre enfin dans l'estimation de l'intervalle de confiance :

$$\mathbf{ci}_{\mathbf{w}^{minNorm}}^{95} = 1.96 \times \sqrt{\mathbf{cov}(\mathbf{w}^{minNorm})} \quad (3.15)$$

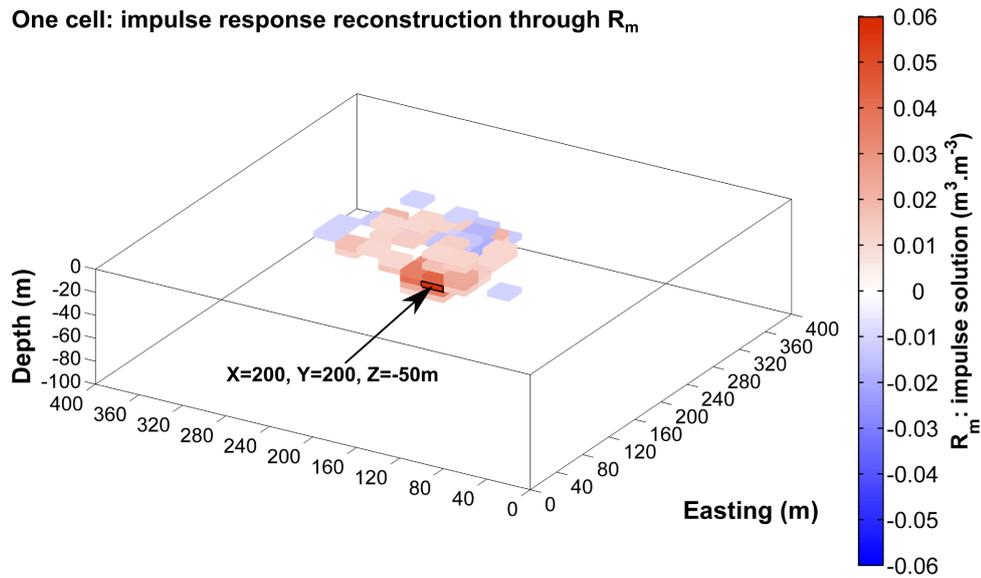


FIGURE 3.3 – Reconstruction d’une cellule de l’espace de calcul par la filtre de la méthode RMP non bruitée. Il s’agit en réalité d’une colonne de la matrice  $R_m$  représentées directement dans l’espace des modèles. La matrice a été calculée avec une troncature  $p = 210$ .

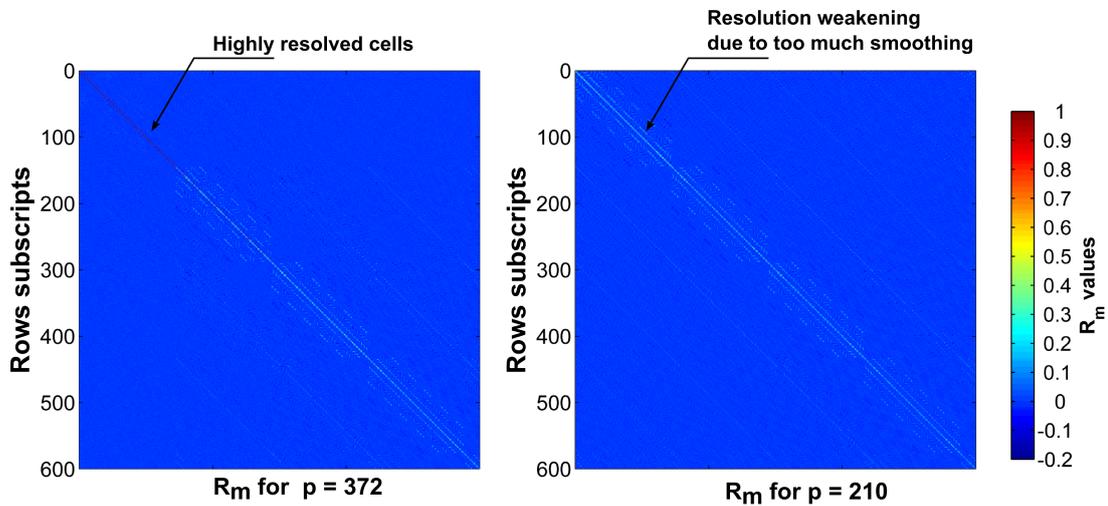


FIGURE 3.4 – Effet de troncature sur la matrice de résolution : pour  $p = 372$  la régularisation est faible, mais certaines cellules plus superficielles sont bien résolues (en rouge dans la matrice). Pour  $p$  plus petit, la régularisation lissante est trop importante de sorte que les valeurs superficielles normalement bien résolues perdent de leur précision (La diagonale n’est plus rouge et des valeurs non nulles existent ailleurs que sur la diagonale). L’eau va donc se disperser dans l’espace de calcul, alors que la méthode est théoriquement à même de restituer correctement ces cellules.

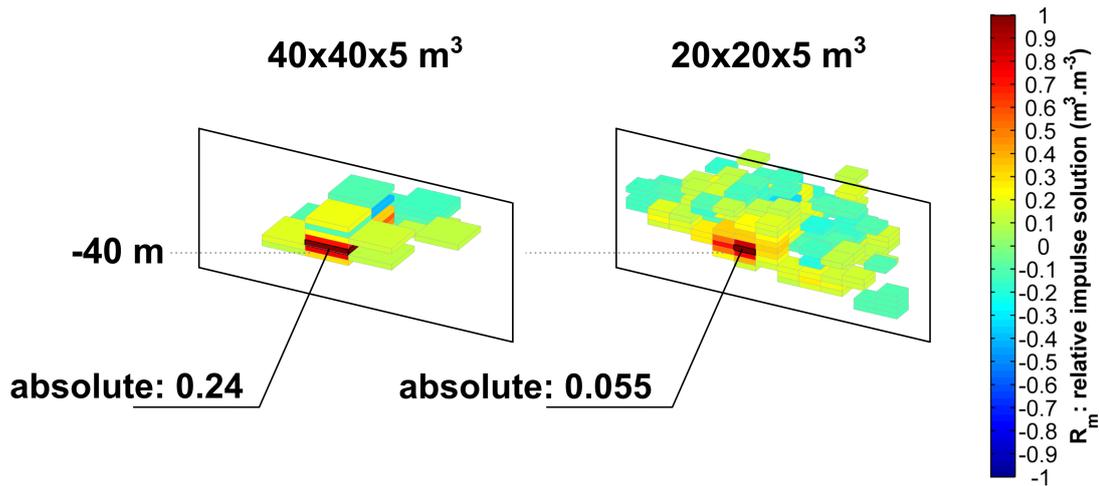


FIGURE 3.5 – Matrice de résolution : reconstruction d'une cellule de l'espace ou réponse impulsionnelle. Ces deux représentations sont deux colonnes issues de deux matrices  $R_m$  respectivement calculées pour les maillages  $20 \times 20 \times 5$  et  $40 \times 40 \times 5$  m<sup>3</sup>. Ces deux exemples montrent comment une cellule contenant 100 % d'eau sera restituée selon le maillage. Les valeurs absolues montrent que la cellule contenant 100 % d'eau sera reconstruite avec 24 % d'eau ou 5.5 % selon le maillage, le reste de l'eau sera dispersé dans un nuage alentour plus ou moins important. Le nuage est coupé par un plan (rectangle noir) pour voir la cellule d'intérêt.

Du fait de sa dépendance à la régularisation  $p$ , cet intervalle de confiance peut très facilement fluctuer et atteindre des valeurs bien supérieures à 1. Sur un plan physique, cet intervalle est à prendre avec précaution car il ne rend pas compte de l'espace restreint des valeurs de teneur en eau (allant de 0 à 1). Pour ces deux raisons, l'intervalle de confiance et la résolution estimés en  $SVD$  n'ont qu'une valeur semi-quantitative, utile pour dégager une idée relative de la fiabilité d'estimation d'une cellule par rapport à une autre.

En ce qui concerne l'inversion en magnitude – non complexe –, un tel travail ne peut être réalisé sans linéarisation du problème. L'estimation subséquente de l'incertitude ne peut être que très locale (Müller-Petke, 2009) et minimisée.

Au sens strict, pour des solutions calculées en domaine complexe puis transformées en magnitude, en prenant en compte les limites de la teneur en eau, l'estimation de l'incertitude devrait être réalisée en utilisant une méthode aléatoire de type Monte Carlo. Aussi, par la suite, la méthode  $SVD$  nous servira-t-elle de validation pour la méthode de Monte Carlo. On lui préférera les corrélations linéaires pour l'étude qualitative des relations qui existent dans l'espace de la donnée de par sa neutralité en ce qui concerne *l'a priori*.

### 3.3 Description générale de la méthode de Metropolis-Hastings

Comme toutes méthodes d'optimisation (qu'elles soient globales ou locales) appliquées à la reconstruction d'image en géophysique, les méthodes de Monte Carlo ont un objectif très concret : reconstruire

la distribution spatiale d'une ou plusieurs propriétés physiques de la subsurface à partir d'un signal observé et d'une collection d'*a priori* qui vont guider la reconstruction vers une image satisfaisante au sens physique/géologique.

Ces deux aspects sont intégrés sous la forme d'un problème de minimisation de la fonction de vraisemblance  $\Phi$  (voir section 2.4.1), élaborée pour avoir des valeurs importantes – par conséquent pénalisantes – lorsque (1) le signal est mal reproduit et (2) que le modèle de terrain dont il est issu ne correspond pas en terme de structuration, de valeurs, ou de ressemblance avec une idée attendue de la solution.

Au sens strict, en cas de problèmes non-linéaires, seules les méthodes de Monte Carlo sont à même de produire une analyse de l'incertitude fiable. Ces méthodes tiennent leur nom de l'aspect aléatoire ou semi-aléatoire sur lequel elles reposent dans la recherche des minima de la fonction  $\Phi$ , ce qui les distingue des méthodes d'inversion linéaires ou linéarisées déterministes. Elles font partie des méthodes d'optimisation globales car elles sont conçues pour explorer une part importante de l'espace des modèles. De fait, elles vont réaliser une collection de réalisations de  $\mathbf{w}^{sim}$  ayant une valeur de  $\Phi$  au dessous d'un certain seuil, fixé par l'incertitude expérimentale sur la donnée, et le degré de structuration minimal désiré pour la solution (lui même entaché d'incertitudes). Cette propriété permet de considérer la solution du problème de reconstruction d'image suivant deux philosophies distinctes :

1. La première consiste à trouver le modèle numérique de terrain  $\mathbf{w}^{sim}$  dont la valeur de  $\Phi$  est la plus minimale possible. Le modèle  $\mathbf{w}^{sim}$  est alors considéré comme l'unique solution à interpréter et la question de l'incertitude  $\mathbf{w}^{sol}$  n'est pas abordée.
2. La deuxième manière de procéder est de considérer que  $\Phi$  est une fonction de probabilité dont la valeur caractérise la probabilité qu'un modèle  $\mathbf{w}^{sol}$  soit la solution du problème inverse. Cette approche prend racine dans le fait que  $\Phi$  est une fonction naturellement chargée d'incertitudes tant sur la donnée que sur la structuration attendue. Dans cette vision,  $\Phi$  décrit une loi de densité de probabilité dans l'espace des modèles qu'il faut explorer largement afin d'en extraire les incertitudes sur la manière dont a été formulé le problème de reconstruction d'image.

La deuxième façon de considérer le problème permet de donner une estimation de l'erreur des problèmes linéaires et non-linéaires par exploration directe de l'espace des solutions, c'est-à-dire par l'échantillonnage d'un grand nombre de solutions  $\mathbf{w}^{sol}$ .

D'un point de vue algorithmique, ces méthodes explorent l'espace des modèles par déplacement dans ce dernier par itérations successives. Les modèles sont vus comme des coordonnées "spatiales" où un marcheur semi-aléatoire va s'arrêter, regarder les prochaines destinations qu'il est possible d'atteindre (coordonnées) et se mouvoir vers celle (ou celles) qui le satisfera le mieux, dans un processus de décision semi-aléatoire. Cette séquence est itérative et permet à la fin de cartographier une partie de la valeur de  $\Phi$  dans l'espace des modèles. Ces méthodes comprennent deux composantes majeures :

1. une fonction de génération de modèles (qui génère les destinations possibles),
2. une fonction de déplacement (qui choisit vers quelle destination le marcheur se déplace effectivement) dont la finalité est de cartographier la fonction  $\Phi$  le plus densément possible là où elle est minimale.

Parmi une gamme conséquente d'algorithmes de Monte Carlo, à la complexité plus ou moins grande en fonction de l'efficacité désirée, il en existe dont la méthode de génération de modèle n'est pas fixée de façon irrémédiable et qui sont donc particulièrement versatiles (voir Sambridge et Mosegaard, 2002, pour une review complète et détaillée sur les différents algorithmes existants). Parmi ceux-ci, les algorithmes du Simulated Annealing (ou recuit simulé, voir Corana *et al.*, 1987) et de MH (Mosegaard et Tarantola, 1995) partagent une base algorithmique commune et ont été testés : (1) sur le problème inverse RMP 1-D non linéaire par Weichman *et al.* (2002), Guillen et Legchenko (2002) pour l'exploration de l'espace des paramètres sans régularisation, et (2) par Hertrich (2000) et Mohnke et Yaramanci (2002) pour trouver le minimum global de fonctions régularisées. Dans ce chapitre, l'objectif est d'étendre ces algorithmes déjà éprouvés au cas 2-D et 3-D. Plus que l'intérêt historique relatif, c'est leur robustesse quand le nombre de paramètres est important qui fait leur intérêt. Elles impliquent néanmoins l'introduction – volontaires ou non – d'*a priori*<sup>3</sup> utilisées pour permettre et accélérer la reconstruction d'image. Dans ce contexte, l'intégralité des bonnes solutions  $\Phi_e$  n'est pas explorée mais plutôt une partie délimitée par  $\Phi_m$ .

À ce stade, une question émerge quant à l'emploi des contraintes structurantes  $\Phi_m$  en tant que partie intégrante de la fonction  $\Phi$ . Lorsqu'elles existent sous la forme décrite en section 2.4.1, l'algorithme de génération de modèle aléatoire doit élaborer des géométries à même de satisfaire cette contrainte pour être pleinement efficace. Par exemple un modèle générant des pics aléatoires ne va certainement jamais satisfaire des contraintes de formes lissantes, ou alors très difficilement. Ainsi, avant même de chercher à satisfaire les solutions du problème posé par la donnée  $\Phi_e$ , les modifications introduites dans les modèles doivent être à même de se soumettre progressivement à l'inférence de l'*a priori* sur la géométrie  $\Phi_m$ . C'est d'ailleurs l'intérêt d'un algorithme tel que celui de Corana *et al.* (1987) qui permet la génération de modèles à même de se plier à une inférence de forme minimisant la dérivée spatiale. Ainsi, même si cela relève de la posture philosophique, l'algorithme de génération de modèle porte en lui-même une forme d'information *a priori*, avant toute confrontation à la donnée et à la reconstruction d'image proprement dites. Il en résulte que les résultats finaux sont de toute façon biaisés : c'est une forme d'inférence bayésienne.

Ainsi, dans l'objectif d'évaluer des certitudes apportées par la donnée RMP, l'algorithme est biaisé afin de construire des modèles raisonnablement structurés. Ceci permet d'éviter le recours à une forme externe de contrainte structurante  $\Phi_m$ . Cette façon de procéder (Mosegaard et Tarantola, 1995) a l'avantage de déconvoluer l'inférence *a priori*<sup>4</sup> de l'inférence de la donnée *a posteriori*<sup>5</sup>, ce qui permet de les évaluer séparément, avec le même algorithme. La façon de procéder sera décrite par la suite.

Dans ce chapitre, l'adaptation de l'algorithme MH pour le problème direct RMP 3-D est étudiée dans le détail. Les schémas de perturbation peuvent être construits de plusieurs manières en fonction de l'*a priori* attendu sur la structuration de la solution. Deux fonctions différentes seront détaillées. Ces algorithmes dépendent d'un certain nombre de paramètres fixés par l'utilisateur, qui contrôlent la qualité d'exploration et de convergence de l'algorithme. Différentes paramétrisations algorithmiques, supposées neutres, conduisent à introduire des informations *a priori* dans la création de modèle. Des expériences numériques sont réalisées sur un modèle numérique test afin d'étudier la dépendance de ces *a priori* à la

---

3. Sous forme de densité de probabilité *a priori* (bayésien) ou sous forme de conditions aux limites sur les paramètres avec des tirages uniformes (déterministe). C'est un mixte des deux qui nous intéresse ici.

4. Introduite de manière inhérente dans l'implémentation numérique du problème

5. Intersection entre l'espace des solutions satisfaisant la donnée et l'espace des solutions satisfaisant l'*a priori*

paramétrisation et leurs conséquences sur les reconstructions d'image.

### 3.4 Reconstruction d'image en amplitude initiale RMP

Le signal RMP sur lequel se base la reconstruction d'image 3-D est ici en amplitude, du fait de la difficulté d'acquérir des données de phases correctes dans les environnements bruités. Les jeux de données normalement complexes sont par conséquent transformés en magnitude, après un premier calcul en domaine complexe :

$$|\mathbf{e}_0^{sim}| = |\mathbf{A}_0 \mathbf{w}^{sim}| \quad (3.16)$$

Ce faisant, la magnitude est calculée en prenant en compte les influences des décalages de phase, majoritairement liés à la conductivité du sol. Pour construire une image, on cherchera à minimiser  $\Phi$ , une fonction d'état caractéristique d'une solution, définie à partir de la donnée RMP en magnitude :

$$\Phi = \exp \left( -\frac{1}{2T_\Phi} \sum_{r=1}^R (|e_r^{obs}| - |e_r^{sim}|)^2 \right) \quad (3.17)$$

Où  $\mathbf{e}^{obs}$  est un ensemble de données expérimentales complexes,  $\mathbf{e}^{sim}$  est le signal complexe théorique calculé compte tenu de la distribution de teneur en eau synthétique  $\mathbf{w}^{sim}$ ,  $T_\Phi$  est assimilé à une température caractérisant le degré de liberté laissé à l'algorithme pour l'exploration de l'espace des modèles. Il est important car il contrôle la capacité d'exploration, tout en limitant la convergence optimale (le degré d'ajustement de la donnée expérimentale par la donnée synthétique). Ce double contrôle constitue le point faible d'un algorithme de MH, car une exploration de qualité (vaste) implique un ajustement faible de la donnée. Le corollaire est aussi vrai.

Dans la mesure où cette thèse se veut caractériser l'incertitude dans un cadre relativement général, où l'*a priori* sur la solution attendue est faible, on posera un espace des modèles décrivant la gamme des possibles :  $[0, 1]$  et un espace de la donnée non limité, à la seule condition qu'il ne soit pas négatif (les données sont en magnitude). Le problème de reconstruction d'image total posé dans cette thèse est :

$$\begin{aligned} \Phi &= \min \\ \mathbf{w}^{sim} &\in [0, 1] \\ \mathbf{e}^{sim} &\in [0, \infty[ \end{aligned} \quad (3.18)$$

La fonction de vraisemblance  $\Phi$  peut varier en fonctions des problèmes. Celle-ci est une formulation probabiliste de la minimisation des moindres carrés. Elle possède deux aspects importants :

- Les modèles ne sont sélectionnés que sur leur capacité à ajuster les données. Cette fonction n'implique donc pas de connaissances *a priori* sur la forme géométrique de la solution. Du point de vue de l'optimisation, cette connaissance est plus efficacement insérée dans le processus de génération des modèles. Puisque que l'on sait *a priori* à quoi doit ressembler ce que l'on cherche, autant générer des modèles qui satisfont cette attente directement, avant toute procédure de sélection. Ainsi, les fonctions de perturbations doivent être choisies de façon à générer des modèles qui satisfont la situation géologique et hydrogéologique au plus prêt. Ces derniers seront ensuite choisis ou rejetés sur la base de la donnée seule. Le gain réel de ce choix se situe au niveau des temps de calcul où il n'est pas nécessaire de calculer une dérivée multi-dimensionnelle à chaque itération et de rejeter des modèles sur ce critère. Le prix à payer pour cela est que les fonctions de perturbation deviennent plus complexes. Le temps gagné sur les calculs est en partie transposé vers l'amont ; c'est à dire dans le développement.
- Si, dans le premier temps, la sommation des influences élémentaires RMP des voxels (eq. 2.22) s'opère en valeur complexe, le calcul final de la fonction de vraisemblance  $\Phi$  est évalué sur la magnitude. Ainsi, les calculs du problème direct sont réalisés en prenant en compte la phase (pour obtenir une modélisation du signal la plus juste possible) mais pas pour estimer la qualité de la reconstruction. La raison reste avant tout métrologique : lors d'un sondage le signal mesuré est souvent faible par rapport au niveau de bruit ambiant. Il en résulte que seule l'énergie absolue du signal RMP est correctement mesurée. Elle seule est donc utilisée pour estimer la cohérence mathématique d'un modèle inversé avec les données observées. Un tel choix est couramment utilisé lorsque des mesures de phase ne sont pas suffisamment fiables pour être directement utilisées dans l'inversion (section 2.2.2).

### 3.5 Fonctionnement de l'algorithme de MH

L'algorithme est découpé en plusieurs fonctions qui vont être décrites de manière séquentielle (fig. 3.6). Un modèle de teneur en eau va être vu par la suite comme une position vectorielle dans un espace de paramètre à  $C$  dimensions (le nombre de cellules). La sémantique du déplacement d'un marcheur dans un espace est une analogie couramment utilisée pour décrire le fonctionnement algorithmique : un modèle est une position tandis que l'algorithme est un marcheur aléatoire qui se déplace de position en position.

#### 3.5.1 Modèle de départ

Le point de départ  $\mathbf{w}_0^{sim}$  de l'algorithme est construit pour reproduire à l'identique ce que l'on pense être l'état hydrique de la subsurface avant toutes mesures RMP. Il est construit sur la base de toutes les informations extérieures qui vont caractériser le site d'étude. Il est le premier modèle qui sera perturbé par la fonction de perturbation pour construire de nouveaux modèles de teneur en eau  $\mathbf{w}_d^{sim}$ .

Le marcheur aléatoire de l'algorithme  $\mathbf{w}_1^{seek}$  est positionné à ce modèle à la première itération :

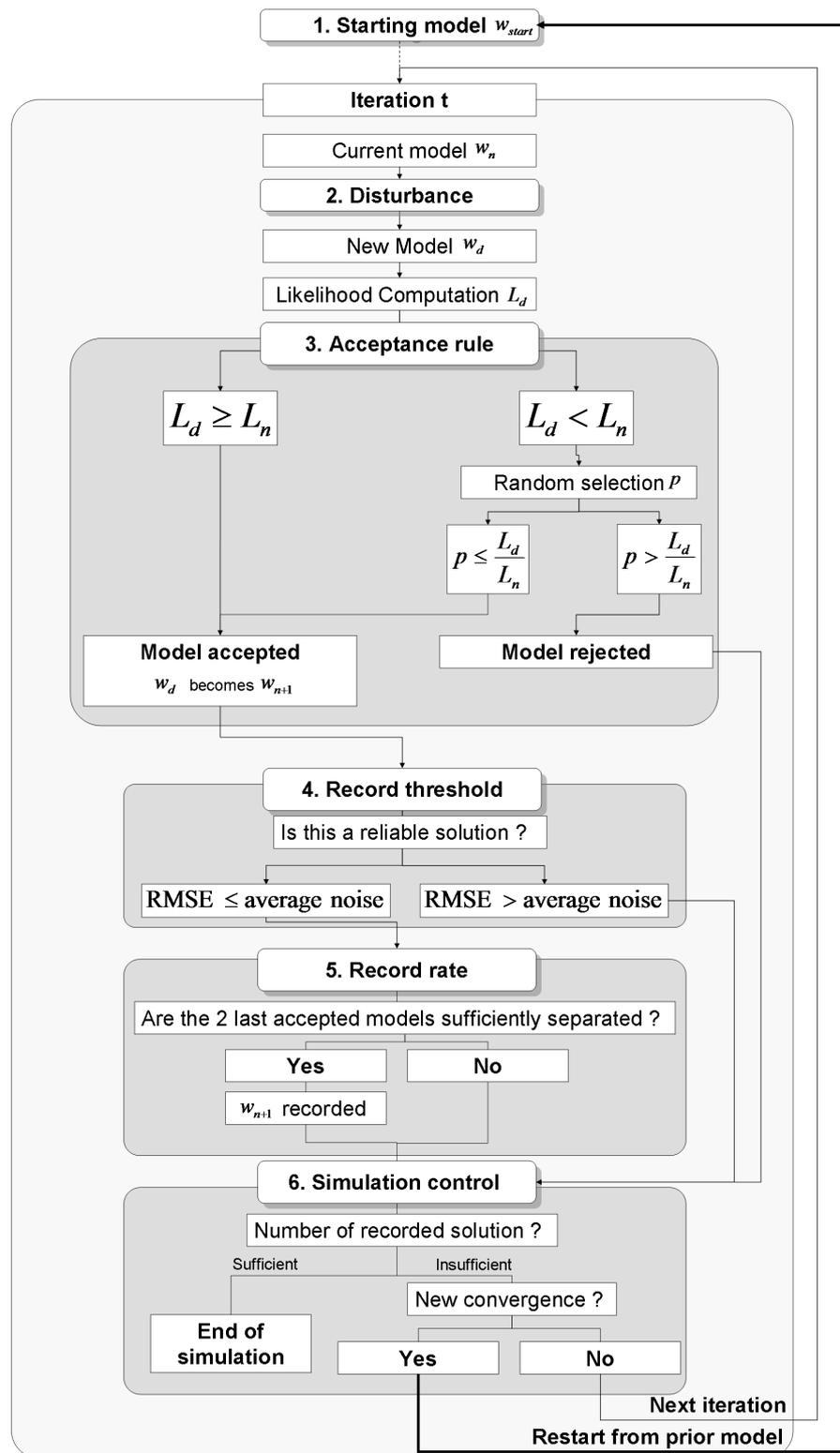


FIGURE 3.6 – Présentation générale de l'algorithme de MH implémenté dans cette thèse.

$$\mathbf{w}_{n=1}^{seek} = \mathbf{w}_0^{sim} \quad (3.19)$$

Il se déplacera ensuite par perturbations successives vers d'autres positions dénotées  $\mathbf{w}_n^{seek}$ . On se placera dans ce cas général, où  $n$  dénote la position actuelle du marcheur aléatoire et  $n+1$  sa prochaine destination.

Le modèle initial dans toutes les simulations de cette thèse est nul, quelques cellules avec une teneur en eau faible sont répandues aléatoirement dans l'espace de calcul pour servir d'amorce à la croissance des volumes d'eau (voir section 3.5.2).

### 3.5.2 Fonction(s) de perturbation

Dans cette partie, le dernier modèle où le marcheur aléatoire s'est déplacé  $\mathbf{w}_n^{seek}$  va servir de base à la production d'autres modèles  $\mathbf{w}_d^{sim}$  qui vont être choisis ou non comme futures destinations  $\mathbf{w}_{n+1}^{seek}$  du marcheur aléatoire. Le modèle  $\mathbf{w}_n^{seek}$  est soumis à des actions de perturbations semi-aléatoires c'est-à-dire contrôlées pour générer  $\mathbf{w}_d^{sim}$ . Ce contrôle donne un *a priori* intrinsèque à un schéma de perturbation. Par conséquent, la notion *a priori* ne peut être totalement écartée. Notre objectif est d'insérer des *a priori* relativement faibles, c'est-à-dire peu contraints à la fois sur la répartition spatiale de la solution et sur les valeurs de teneur en eau prise par cette dernière. Néanmoins tous les modèles ne sont pas satisfaisant au sens hydrogéologique de sorte que tous les modèles qui satisfont la donnée ne se valent pas.

Même si la teneur en eau n'est pas nécessairement un paramètre continu dans l'espace, la présence ou l'absence d'eau (en tant qu'indicatrice : y'a-t-il de l'eau, oui ou non ?) est un paramètre qui l'est, aux échelles de caractérisations RMP. Ainsi, les schémas de perturbation proposés ici vont générer des modèles de teneur en eau qui cherchent à maintenir une certaine compacité/continuité de l'eau mais pouvant présenter des discontinuités dans la valeur de la teneur en eau. Cette propriété est adaptée aux environnements très hétérogènes, de type karstiques ou glaciaires, où les applications 3-D sont indispensables. L'apparition de propriétés seront possibles, mais comme il le sera discuté plus tard (voir section 3.5.3), elles ne seront exprimées que si l'inférence de la donnée le permet.

Dans le cas particulier de la résonance magnétique, les applications 1-D précédentes (Mohnke et Yaramanci, 2002; Hertrich, 2000) étaient basées sur une l'algorithme de Corana *et al.* (1987). Elles réalisent une modification légère de la teneur en eau  $dw$  sur une unique cellule. La procédure est répétée sur chaque cellule du domaine de manière cyclique afin de converger vers une unique solution optimale. La procédure est régularisée ( $\Phi_m$ , terme de l'eq. 2.23 qui impose une structure *a priori* à la solution, est non nul), ce qui revient à chercher une solution lissée ou en blocs<sup>6</sup> quasiment unique : c'est-à-dire dont l'indétermination n'est liée qu'au bruit contaminant la donnée. Dans ce contexte, l'emploi d'une unique modification de paramètres est parfaitement légitime pour reconstruire une géométrie "doucement modelée" par inférence de la donnée  $\Phi_e$  et de l'*a priori*  $\Phi_m$ . Ce schéma de perturbation est adapté à la quête d'un minimum de  $\Phi$  devenu quasi-unique, facilitant la production de modèles minimisant  $\Phi_m$ . Dans la volonté d'exploration étendue de l'espace des paramètres qui est celle de cette thèse, l'emploi de la régularisation conjointement avec une infime action de perturbation minimise énormément l'espace des solutions possibles. De fait,

6. selon la norme de la fonction minimisant les dérivées spatiales (voir Farquharson, 2008)

les grandes fluctuations permises par la donnée RMP au travers de  $\Phi_e$  (terme de l'éq. 2.23 qui stipule qu'une solution doit reproduire les données mesurées à un certain degré) seraient empêchées par  $\Phi_m$ , orientant artificiellement les incertitudes vers des valeurs minimalistes. C'est pourquoi, pour s'assurer que l'estimation de l'incertitude n'est pas anormalement minimisée, les algorithmes utilisés dans cette thèse suggèrent, plus qu'ils ne contrôlent véritablement, la géométrie des solutions.

#### **Peu d'*a priori* géométriques : algorithme lissant**

À la recherche d'une cartographie très générale de l'espace des solutions, nous préférons générer des modifications de la teneur en eau dans plusieurs cellules à la fois. La sélection des cellules et le signe des changements (addition ou soustraction) des teneurs en eau sont choisis de manière parfaitement aléatoire. Le nombre total de cellule  $C$  est choisi au départ (par le choix d'une discrétisation) et avec lui,  $N_{disturbances}$  le nombre de cellules que l'algorithme doit tenter de modifier simultanément. L'expérience réalisée sur de nombreux cas synthétiques a révélé que ces deux paramètres doivent être liés pour obtenir une exploration de l'espace rapide et efficace : plus il y a de cellules au total, plus le nombre de cellules perturbées simultanément doit être important pour une efficacité optimale.

Ce schéma de perturbation n'exécute qu'un seul type d'action : changer légèrement la valeur de la teneur en eau d'un pas  $dw$  au voisinage de voxels ayant une teneur en eau non nulle. Le signe de la perturbation (positif ou négatif) sera le même pour l'ensemble des  $N_{disturbances}$  appliquées. L'aspect aléatoire de cette évolution se limite à la sélection des  $N_{disturbances}$  voxels perturbés et au signe des modifications.

Arbitrairement, deux voxels sont considérés comme voisins s'ils partagent au moins une face commune (voir fig. 3.7). Cette façon de perturber les modèles oblige à initialiser le modèle de départ avec au moins un voxel contenant de l'eau.

Deux aspects vont favoriser l'aspect compact de la solution :

1. les changements de teneur en eau sont infimes (de 0.1 % à 1 %) ainsi de fortes discontinuités ne vont pas émerger dès le début du processus, laissant le temps à l'eau de se répandre dans l'espace de calcul, et de s'agglomérer et de se dilater là où l'inférence de la donnée le permettra.
2. le biais dans la sélection au voisinage permet de garantir un aspect relativement compact de la solution sans pour autant empêcher l'émergence de fortes valeurs de la teneur en eau, comme cela peut être le cas dans le cadre de régularisation introduite classiquement (en particulier minimisation de la norme  $\|w\|$ ).

Le nombre de perturbation  $N_{disturbances}$ , la quantité d'eau modifiée  $dw$ , ainsi que la taille du maillage  $dV$  sont liées dans l'évaluation de l'ampleur de la perturbation :

$$V_{tot} = N_{disturbances} \times dw \times dV \quad (3.20)$$

Là où un nombre important de perturbations  $N_{disturbances}$  va contrôler la dispersion spatiale des modifications,  $dw$  et  $dV$  vont contrôler l'amplitude totale du changement. nir des solutions très localisées (cavité

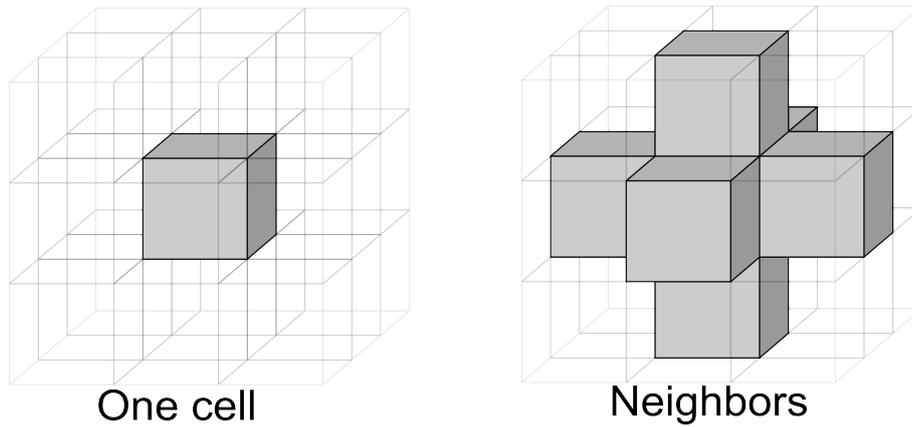


FIGURE 3.7 – Illustrations figurant un voxel de l'espace de calcul et ses voisins

3-D), il convient d'utiliser un  $dw$  relativement important et un  $N_{disturbances}$  relativement faible. Dans le cas contraire (solution On notera que pour obtes continues), il convient d'inverser cet aspect.

Ces modifications sont visuellement illustrées par la fig. 3.8.

### 3.5.3 Règle d'acceptation ou de déplacement

À ce stade, l'algorithme détermine si le nouveau modèle  $\mathbf{w}_d^{sim}$  peut être accepté comme prochaine position acceptable  $\mathbf{w}_{n+1}^{seek}$  du marcheur aléatoire. Tout se passe comme si, le marcheur aléatoire se déplace dans l'espace des paramètres de la position  $\mathbf{w}_n^{seek}$  vers  $\mathbf{w}_{n+1}^{seek}$ . Pour opérer ce choix, un test d'acceptation est réalisé au moyen de la fonction de vraisemblance  $\Phi$ . Si l'ajustement des données observées par les données synthétiques est améliorée ( $\Phi_d \geq \Phi_n$ ) le nouveau modèle est accepté et  $\mathbf{w}_{n+1}^{seek} = \mathbf{w}_d^{sim}$ . Le modèle sera à son tour utilisé pour produire d'autres modèles au travers du processus de perturbation. Si la consistance est dégradée ( $\Phi_d \leq \Phi_n$ ), la nouvelle répartition de l'eau a encore une chance d'être acceptée avec une probabilité exponentiellement décroissante avec la dégradation donnée par :

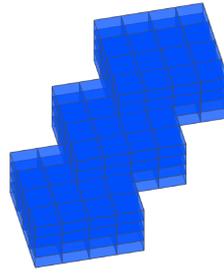
$$p_{acceptation} = \frac{\Phi_d}{\Phi_n} \quad (3.21)$$

En pratique, un tirage aléatoire  $g \in [0, 1]$  est réalisé aléatoirement ce qui permet de calculer le test d'acceptation suivant :

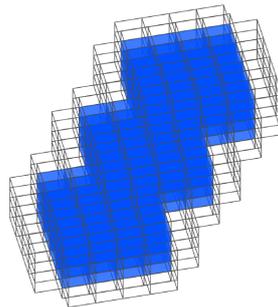
$$test_{acceptation} = \begin{cases} 1 & \text{if } g \leq p_{acceptation} \\ 0 & \text{if } g > p_{acceptation} \end{cases} \quad (3.22)$$

En cas de non-acceptation ( $test_{acceptation} = 0$ ), le dernier modèle accepté ( $\mathbf{w}_n^{seek}$  est de nouveau repris pour y appliquer une nouvelle séquence de perturbation et test). En répétant ce processus de manière itérative, la règle d'acceptation permet la convergence, c'est à dire l'ajustement progressif des données observées par la chaîne de modèles acceptés (dans la mesure où les modèles générés sont globalement satisfaisants). Elle laisse néanmoins une certaine liberté en permettant la dégradation de l'ajustement. Le

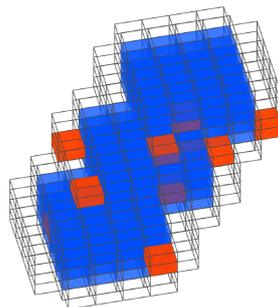
**1. last accepted model**



**2. neighboring hull**



**3. random selections**



**4. water content add or removal**

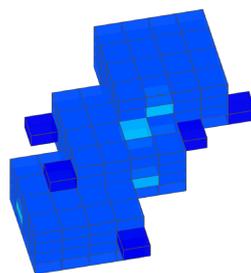


FIGURE 3.8 – Figuration d'une séquence pour réaliser une perturbation aléatoire lissante. Le dernier modèle d'eau est repris (1) et les cellules susceptibles d'être la cible de changement de teneur en eau sont localisées au voisinage des cellules contenant de l'eau (2. enveloppe transparente). Quelques cellules sont sélectionnées aléatoirement (3. en orange) avant que leur teneur en eau soit ajoutée ou soustraite d'une quantité  $dw$  (4. changement de couleur).

but étant d'assurer une exploration conséquente de l'espace des solutions aidée en cela par la dégradation possible de l'ajustement ce qui peut permettre d'échapper à une solution locale pour aller en chercher d'autres.

La règle de déplacement, telle qu'elle est définie ici au travers de  $\Phi$ , ne dépend que de la donnée. Lorsque la donnée contrôle la marche aléatoire on parle d'inférence de la donnée : on réalise une cartographie de la densité de probabilité *a posteriori*.

Lorsqu'est retirée l'influence de la donnée dans la marche aléatoire, c'est à dire en imposant  $p_{acceptation} = 1$ , tous les modèles sont acceptés. Dans ses déplacements, l'algorithme n'est soumis qu'à ses propres règles de génération de modèle. Ce faisant, en enregistrant l'espace exploré sans règle d'acceptation, on réalise une cartographie des solutions satisfaisant *a priori* sur la structure de la solution attendue.

### 3.5.4 Enregistrement effectif de la solution

Quand une bonne cohérence entre les données théoriques et expérimentales est atteinte, le vecteur  $\mathbf{w}_{n+1}^{seek}$  est considéré comme une solution équivalente du problème inverse. Le modèle est donc enregistré et sera utilisé pour l'analyse de la résolution. Numériquement, on considère qu'une distribution de teneur en eau est solution de l'eq. 3.18 lorsque la moyenne des erreurs quadratiques sur l'ajustement (critère *RMS* eq. 3.23) est inférieure à la moyenne des erreurs expérimentales  $\bar{\sigma}_r$  (eq. 3.24).

$$RMS = \left( (|\mathbf{e}_d^{sim}| - |\mathbf{e}^{obs}|)^T (|\mathbf{e}_d^{sim}| - |\mathbf{e}^{obs}|) \right)^{1/2} \quad (3.23)$$

$$RMS \leq \bar{\sigma}_r \quad (3.24)$$

Si l'enregistrement des solutions se limitait à cet unique critère les modèles enregistrés seraient grandement corrélés et la cartographie de l'espace modèle ne serait pas suffisamment représentative pour assurer une bonne estimation des incertitudes. En réalité, rien ne garantit que le paramètre de température  $T_\Phi$  permettent une exploration étendue de l'espace des paramètres, c'est pourquoi deux systèmes supplémentaires sont implémentés. Ils permettent de :

- minimiser la corrélation entre deux enregistrements successifs. Cette dernière est issue du processus de perturbation des modèles : un nouveau modèle étant basé sur le précédent, ils sont nécessairement corrélés. Pour éviter que les solutions collectées soient trop semblables, plusieurs cycles de perturbations et d'acceptations doivent être assurés entre deux modèles enregistrés. La distance qui sépare deux modèles est un paramètre  $x$  choisi par l'utilisateur avant la simulation. Il est garanti en vérifiant à chaque instant l'exactitude de :

$$\frac{N_\Phi}{S_\Phi} \geq x \quad (3.25)$$

où  $N_\Phi$  et  $S_\Phi$  sont respectivement le nombre de déplacements réalisés par l'algorithme et le nombre de solutions effectivement enregistrées depuis le dernier enregistrement. Il est fixé pour assurer un

minimum de  $x$  déplacements, entre deux enregistrements successifs. Ce paramètre a une influence directe et linéaire sur le temps de calcul, aussi doit-il être choisi de manière à réaliser un compromis entre la décorrélation des modèles et l'efficacité de l'algorithme.

- maximiser l'espace exploré : il n'existe pas de garantie que l'algorithme ne soit pas pris au piège dans un espace de solution très local sans possibilité d'en sortir. De telles échappées ne sont permises que par un ajustement optimal du paramètre  $T_{\Phi}$  en relation avec l'amplitude et la qualité des changements introduits par la fonction de perturbation. La possibilité pour l'algorithme de s'échapper de tels minima ( $T_{\Phi}$  est grand) induit une impossibilité de converger vers des ajustements précis de la donnée. Au contraire ( $T_{\Phi}$  est petit), l'ajustement de la donnée est maximal mais l'exploration est peu étendue. L'ajustement du paramètre  $T_{\Phi}$  doit donc réaliser un compromis entre ces deux caractéristiques opposées.

Le moyen de rendre l'ajustement de  $T_{\Phi}$  moins crucial est d'exploiter la relative rapidité de calcul de l'eq. 3.17<sup>7</sup>, pour faire redémarrer la simulation après une durée de convergence prédéfinie  $t_{restart}$ . En cas d'impossibilité pour le marcheur aléatoire de s'échapper des minimums locaux, cette pratique permet de s'assurer une forme d'indépendance des modèles à grande échelle par un redémarrage forcé de son exploration. Il s'agit d'un procédé de "force brute" pour assurer l'accès au marcheur aléatoire à d'autres parties de l'espace des solutions. Il est attendu que cette limite dans la période de convergence peut influencer la forme de la solution différemment selon sa longévité. Cet aspect sera traité en section 3.7.3.

### 3.5.5 Arrêt de l'échantillonnage et temps de calcul

La séquence des perturbations et d'acceptation est reproduite de manière itérative jusqu'à ce qu'un nombre fixé de modèles soient enregistrés. Ce nombre est empiriquement fixé entre  $5 \cdot 10^5$  et  $2 \cdot 10^6$  dans la majorité des calculs réalisés dans cette thèse. Ce nombre de solutions effectivement enregistrées fait varier les temps de calcul sur une gamme de temps allant de 5 heures à 20 heures sur un ordinateur portable standard, avec une implémentation en langage de programmation Matlab<sup>®</sup>.

Le nombre de solutions n'est pas le seul facteur influençant le temps de calcul ; tous les paramètres défini par l'utilisateur influence la convergence et le temps de calcul global. Voici la liste de ces derniers :

1.  $T_{\Phi}$  : la température du système (rapidité de convergence du marcheur aléatoire)
2.  $x$  : la distance entre deux modèles solutions effectivement enregistrées.
3.  $N_{disturbances}$  : le nombre de cellules perturbées pour une itération (croissant avec le nombre de cellules)
4.  $dw$  : l'amplitude de la perturbation introduire par cellule (négative ou positive)
5.  $t_{restart}$  : le temps entre deux redémarrages à partir du modèle initial  $\mathbf{w}_0^{sim}$

---

7. qui découle de la rapidité de calcul du problème direct RMP en amplitude initiale complexe (eq. 2.22)

### 3.5.6 Échantillonnage *a priori* et *a posteriori*

L'algorithme sert à se déplacer dans une infime portion de l'espace des modèles. Cette portion est contrôlée par la fonction de perturbation, c'est le domaine de l'*a priori*. Elle est ensuite réduite par l'inférence de la donnée qui va concentrer l'exploration vers l'espace des solutions qui intéresse le géophysicien, c'est le domaine *a posteriori*.

En l'absence de sélection de la donnée, l'espace exploré par l'algorithme est l'espace des solutions *a priori*. La simple paramétrisation  $T_{\Phi} = \infty$  permet de cartographier l'information *a priori* introduite dans l'échantillonnage, indépendamment du problème physique posé.

Elle conditionne fortement la géométrie des solutions en sortie, aussi cette connaissance est-elle indispensable. Par conséquent une estimation d'incertitude suppose toujours deux collections de modèles : une *a priori* et une *a posteriori*.

## 3.6 Mise en forme des résultats et exploitation

### 3.6.1 Densité de probabilité, moyenne et écart-type

Un nombre de modèle suffisant ayant été collecté, il existe de nombreuses façons de représenter/condenser l'information obtenue. La façon la plus simple et la plus directe consiste à réaliser un film des solutions afin qu'une observation directe des parties les plus fluctuantes de l'espace des solutions – c'est à dire les plus sujettes à l'incertitude – soit possible (Mosegaard et Tarantola, 1995).

Il existe des façons moins qualitatives pour quantifier cette variabilité; d'abord par la constitution de densité de probabilité pour chaque cellule de l'espace de calcul. Pour cela, la teneur en eau est considérée comme une variable aléatoire ayant  $k = 1, \dots, K$  réalisations possibles, et ce pour chaque cellule  $c = 1, \dots, C$ . Les valeurs de teneur en eau possibles balayent l'espace :  $[0,1]$  divisé en régions de tailles identiques  $dw$  : ce vecteur est dénoté  $\mathbf{w}^{Pdf}$ . Ainsi, la probabilité  $p(w_{c,s} = w_k^{Pdf})$  qu'une cellule  $c$  a de prendre une valeur  $w_k^{Pdf}$  est donnée par :

$$p(w_{c,s} = w_k^{Pdf}) = \frac{1}{S_{\Phi}} \sum_{s=1}^{S_{\Phi}} o_{c,s,k} \quad (3.26)$$

avec :

$$o_{c,s,k} = \begin{cases} 1 & \text{if } (k-1) \times dw \leq w_{c,s} < k \times dw \\ 0 & \text{if } w_{c,s} < (k-1) \times dw \text{ or } w_{c,s} \geq k \times dw \end{cases} \quad (3.27)$$

Du fait du caractère aléatoire de la collection, les bruits numériques sont non-négligeables dans les *Pdf* aussi est-il plus pertinent de présenter une *Pdf* au moyen de ses déciles : c'est-à dire segmentée en 10 blocs agglomérant chacun 10 % de l'espace des solutions. Le premier décile indiquant le début de la distribution 0 %, Le 5<sup>ème</sup> la médiane, le 10<sup>ème</sup> terminant la distribution.

Au demeurant, la seule façon de représenter facilement une réponse spatiale et intégrée au problème de reconstruction d'image posé est de représenter l'espérance mathématique de la teneur en eau  $\overline{w_c}$  et de l'écart-type  $\sigma_{w_c}$  en 2 ou 3 dimensions. Cette façon de procéder est légitime si les densités de probabilité en sortie arborent un aspect gaussien ou quasi-gaussien, ce qui est fortement dépendant de l'algorithme de perturbation et de la fonction de vraisemblance – ainsi que du problème posé. Néanmoins, il peut être extrêmement contre-productif de considérer une image de la moyenne spatialisée comme une solution, sauf en cas de confrontation avec la donnée. En cas de fortes non-linéarités, il vaut mieux s'attarder sur les *Pdf*.

Les formules de la moyenne et de l'écart-type<sup>8</sup> des teneurs en eau successives  $w_{c,s}$  prises par une cellule au cours d'une simulation de Monte-Carlo sont les suivantes :

$$\overline{w_c} = \frac{1}{S_\Phi} \sum_{s=1}^{S_\Phi} w_{c,s} \quad (3.28)$$

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{1}{S_\Phi} \sum_{s=1}^{S_\Phi} (w_{c,s} - \overline{w_c})^2} \quad (3.29)$$

### 3.6.2 Estimation de l'incertitude

Caractériser l'espace des solutions possibles, c'est préciser les équivalences et quantifier l'incertitude. De fait les sources d'incertitudes sont celles qui multiplient le nombre de solutions admissibles. Schématiquement, il en existe deux. La première est liée à la non-unicité des solutions d'un problème en l'absence de bruit entachant la mesure. C'est ce type d'incertitude qui prend en compte les aspects, non-linéaires, mal-posés et sous-déterminés d'un problème inverse géophysique. Cette forme d'incertitude ne peut être appréhendée que de façon partielle. Dans les contextes invoquant un nombre important d'inconnues et trop peu de données, l'espace des solutions est bien trop vaste pour être appréhendé dans son intégralité. Pour s'affranchir de cette impossibilité, une parties des solutions est jugée plus probable que d'autres (plus ou moins arbitrairement). Par conséquent, un *a priori* adapté est introduit afin de limiter l'espace des modèles à explorer. Même supposée peu restrictive, voire non-existante, l' *a priori* est inhérent et rend la détermination de l'incertitude partielle, voire erronée si elle est inadaptée. Le choix de cette dernière est une problématique importante qui ne sera pas discutée ici. La seconde source d'incertitude provient de l'erreur expérimentale qui entache la donnée (bruit). Elle est inférieure à la précédente en terme de complexité et d'ordre de grandeur : elle ne fait qu'élargir les espaces d'indéterminations à proximité des espaces de solutions pré-existants.

La conséquence de l'existence intrinsèque d'*a priori* est que la forme générale des *Pdf* en sortie d'un algorithme de MH n'est pas une restitution exacte et absolue de l'espace des solutions : elle n'est que partielle. L'estimation de l'incertitude, qui se calcule sur la base de l'espace des solutions explorées, hérite de son aspect partiel.

---

8. il existe deux formules possibles pour l'écart-type : une formule d'estimation de l'écart-type au sens statistique et une formule caractérisant la dispersion d'un ensemble de donnée. C'est la deuxième qui est utilisée.

Sur le plan opérationnel, les *Pdf a posteriori* ne révèlent que la possibilité technique qu'a eu l'algorithme à faire fluctuer la teneur en eau d'une cellule au cours de sa collection de modèle, en tenant compte des diverses restrictions et règles de fonctionnement qui sont les siennes. Or, dans un algorithme de MH, la fonction de perturbation porte un *a priori* intrinsèque : selon la manière dont on introduit des perturbations aléatoires, les modèles en sortie seront différents. Ainsi, l'estimation objective de l'intégralité des incertitudes associé à un dispositif RMP particulier, n'est pas possible. L'aspect hautement subjectif de l'information *a priori*, indispensable en contexte sous-déterminé, en est la cause. Il reste que l'estimation de l'incertitude a une valeur quantitative fiable si l'*a priori* est parfaitement adapté à la situation. Pour un certain nombre de raisons opérationnelles, l'*a priori* est souvent limité voir négligé aussi est-il préférable d'exercer une expertise sur le calcul d'incertitude lui-même. Ainsi l'évaluation de l'incertitude se déroule en deux temps :

1. Calcul des incertitudes par une méthode d'exploration globale : les *Pdf* des solutions *a posteriori* et *a priori* sont évaluées.
2. Interprétation de cette évaluation : différencier la part de la distribution *a posteriori* due à la donnée et la part due à l'*a priori* (c'est-à-dire là où l'absence de résolution laisse la technique de reconstruction d'image s'exprimer). Cette étape nécessite un quantificateur de la résolution de la méthode tel que  $\Psi$  (défini en début de chapitre dans l'eq. 3.2).

Si la première étape est essentiellement numérique et consiste à formuler le questionnement géophysique de la manière la plus désirable possible (i.e. définir l'*a priori*), la deuxième étape consiste à savoir où les incertitudes sont par trop biaisées. L'*a priori*, qui a vocation de contraindre ou de stabiliser l'espace des solutions, s'exprime le plus là où la mesure caractérise le moins le problème : le biais qui en résulte dans l'estimation de l'incertitude a tendance à la minorer artificiellement. Il faut donc savoir où ce phénomène s'exprime de façon faible, moyenne ou forte. La corrélation spatiale des influences élémentaires (section 3.1) et l'analyse *SVD* (section 3.2.2) sont deux candidats capables de fournir des indicateurs sur l'état d'information apportée par les mesures. Au travers de l'estimateur  $\Psi$ , la première méthode est éloignée de toutes notions d'inversion matricielle – et de contraintes – et permet une quantification de l'indépendance de l'information apportée par une cellule par rapport à ses voisines.

Les *Pdf a priori*, *a posteriori* et l'indicateur d'indépendance d'une cellule  $\Psi$  constituent les trois niveaux d'information indispensables à une restitution complète de l'incertitude (fig. 3.9). Les densités de probabilités *a priori* et *a posteriori* sont fragmentées sous forme de déciles (fig. 3.9.a) puis mises dans l'espace le long d'un profil d'axe Nord-Sud, Ouest-Est, ou comme ici en profondeur (fig. 3.9.b).

Les déciles dans le code de couleur dans lequel ils sont représentés décrivent l'espace des solutions autour de la médiane à hauteur de : 100 % (0 à 10), 80 % (1 à 9), 60 % (2 à 8), 40 % (3 à 7), 20 % (4 à 6) leur espacement caractérise l'incertitude de la manière la plus descriptive possible.

Néanmoins, dans le contexte de représentation 3-D, le quantificateur le plus direct de la variabilité des solutions est l'écart-type. Dans un cadre statistique gaussien, le double de l'écart-type contient 68,2 % de la distribution autour de la moyenne. Dans un cadre non-gaussien, il reste un indicateur mathématique de variabilité de l'espace des solutions, perdant sa signification probabiliste. Il sera le critère utilisé de par

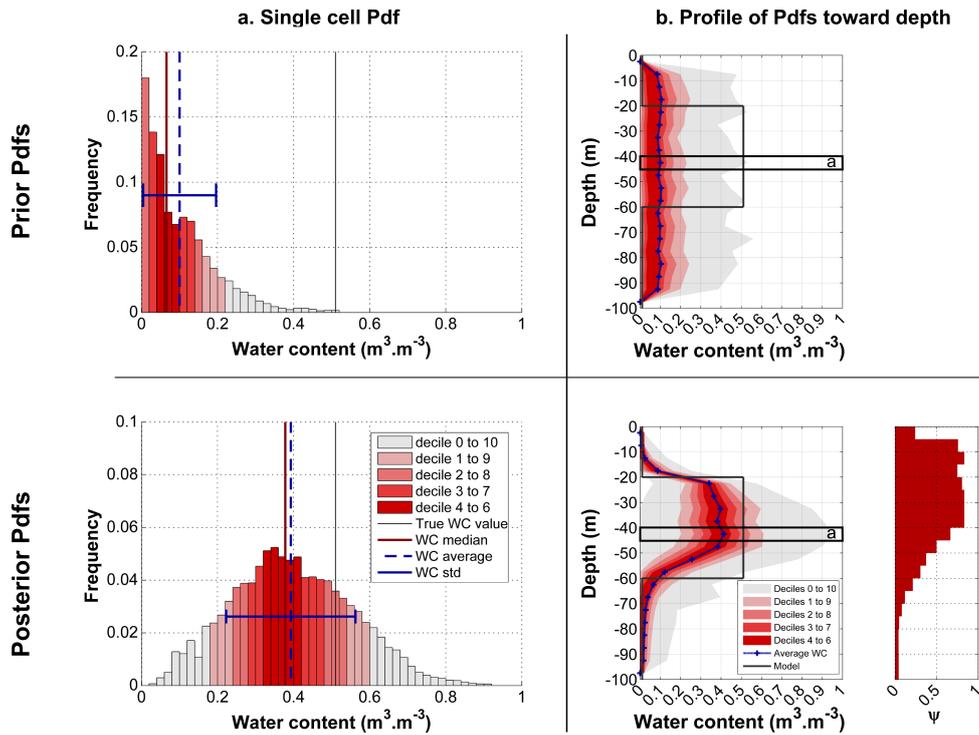


FIGURE 3.9 – Relation entre  $Pdf$  et grandeurs statistiques pour l'algorithme lissant.

sa facilité d'utilisation et de représentation en contexte 3-D. Il possède néanmoins la même dépendance à l'*a priori* que les  $Pdf$ .

### 3.7 Étude des comportements algorithmiques

Cette section montre le comportement de l'algorithme et ses implications sur les densités de probabilités en fonction des paramètres qui vont contrôler la convergence, l'exploration et la collection des solutions.

Il a déjà été abordé que dans un algorithme de MH, l'implémentation de la fonction de perturbation ne peut être neutre<sup>9</sup>, c'est l'objectif de cette section que d'explicitier ces aspects. Différentes configurations paramétriques sont étudiées afin de montrer leurs influences sur :

1. La qualité et la rapidité de la convergence en opposition avec la capacité d'exploration.
2. La forme des solutions *a posteriori* mises à la lumière des *a priori*.

#### 3.7.1 Modèle d'expérimentation numérique

Pour analyser les propriétés algorithmiques, son comportement est étudié sur un modèle synthétique qui servira de base aux différents tests. Sa concordance avec un cas d'application réaliste au sens de

9. dans l'éventualité où l'on souhaite collecter des solutions dans un temps raisonnable

l'hydrogéologie n'est pas l'objectif ici. Enfin, les propriétés du kernel ne constituent pas la cible directe de ce chapitre, le comportement de l'algorithme l'est en revanche. Une acquisition relativement dense est utilisée avec des boucles de mesure de 80x80 m espacées de 40 m. Le modèle de teneur en eau synthétique est constitué d'un cube contenant 50 % de teneur en eau pour un volume de 40x40x40 m<sup>3</sup>, sur une profondeur de 20 à 60 m (voir fig. 3.10).

L'espace de calcul est limité aux cellules centrales, bien que des boucles couvrent des zones relativement plus externes, pour limiter le nombre de cellule impliquées dans les calculs. Le kernel utilisé pour évaluer la performance de la reconstruction d'image est généré avec trois discrétisations différentes :

1. 10x10x5 m<sup>3</sup> pour un total de 17280 cellules
2. 20x20x5 m<sup>3</sup> pour un total de 4320 cellules
3. 40x40x5 m<sup>3</sup> pour un total de 1080 cellules

Il est à noter que le modèle n'est conformant que pour les discrétisations (1) et (2) ce qui les rend à même de reproduire la complexité géométrique du modèle étalon. Par contre, la discrétisation (3) présente un maillage plus grossier, décalée avec le modèle, sur lequel le modèle n'est pas conformant (voir fig. 3.11).

Le bruit EM introduit dans les données suit une loi normale d'écart-type  $\sigma$ 10 nV, centrée sur zéro.

### 3.7.2 Exemples de résultats

En premier lieu, il convient de s'assurer que les modèles, sur lesquelles seront basés les densités de probabilités, sont visuellement représentatifs et correspondent au moins grossièrement à une réalité physique. Des exemples de solutions extraites de différentes convergences sont montrées à la fig. 3.12.

Bien qu'elles soient issues de convergences indépendantes, les solutions présentent toutes<sup>10</sup> une grande similarité à un bruit aléatoire près. L'*a priori* de compacité est contraignant, car il existe beaucoup d'autres solutions différentes pour ce problème. Cet *a priori* est assimilable à une forme de lissage, autorisant néanmoins les valeurs fortes si elles sont permises par les observations RMP.

Les *Pdf* sont calculées à partir de l'intégralité des solutions individuelles puis divisées en déciles. Elles prennent la forme de zones d'incertitudes dans lesquelles fluctuent les solutions, elles sont représentées le long de profils traversant l'espace de calcul 3-D (fig. 3.13).

Le signal de chacune des solutions individuelles est consistant avec le signal du modèle test (fig. 3.14.a), ce sont donc bien des solutions acceptables. Leurs signaux diffèrent peu, ce qui les rend difficilement séparables visuellement. La solution moyenne (ou médiane) ne constitue pas en temps normal une solution en soi : elle ne doit être interprétée qu'avec précaution. Dans ce contexte néanmoins, la moyenne est une solution valide au sens du signal (fig. 3.14.b).

Un unique profil en profondeur extrait au droit du centre de la zone de calcul et traversant le cube contenant 50 % d'eau servira de base à l'étude des comportements algorithmiques (fig. 3.15) en permettant d'analyser de façon directe les *Pdf a priori* et *a posteriori*.

---

10. seulement 4 parmi  $5 \times 10^5$  sont affichées

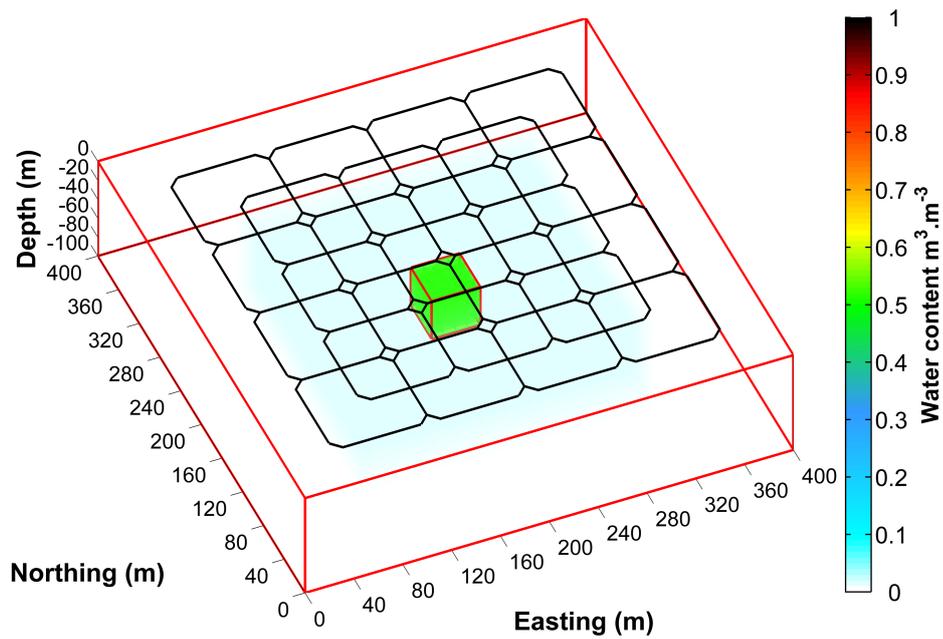


FIGURE 3.10 – Modèle test pour l'expérimentation numérique : un cube contenant 50 % d'eau et ayant un volume de  $40 \times 40 \times 40 \text{ m}^3$  est situé de 20 à 60 m de profondeur au centre de l'espace de prospection. L'espace alentour contient un fond de 1 % de teneur en eau

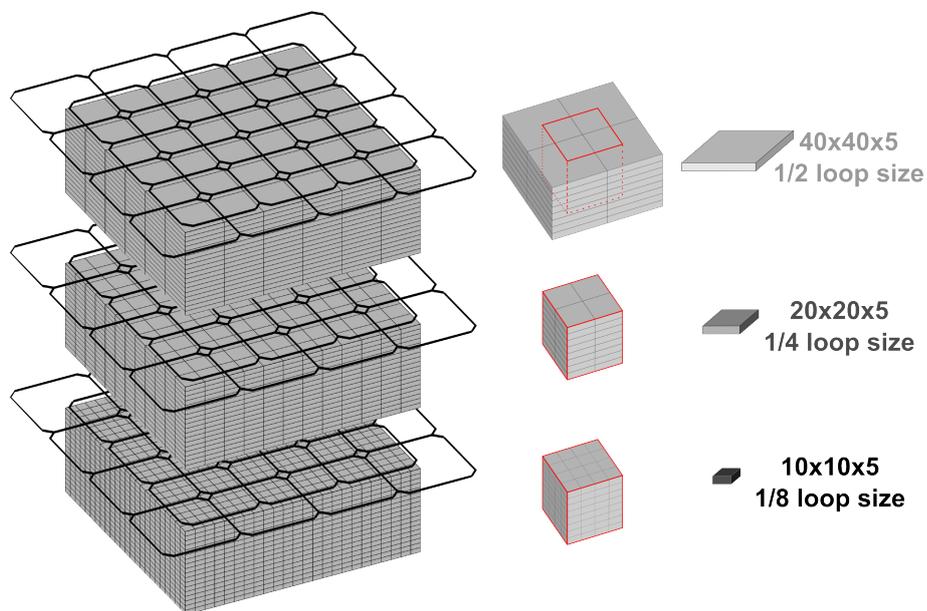


FIGURE 3.11 – Les trois grilles de calcul utilisées pour la reconstruction d'image et leur conformance avec le modèle.

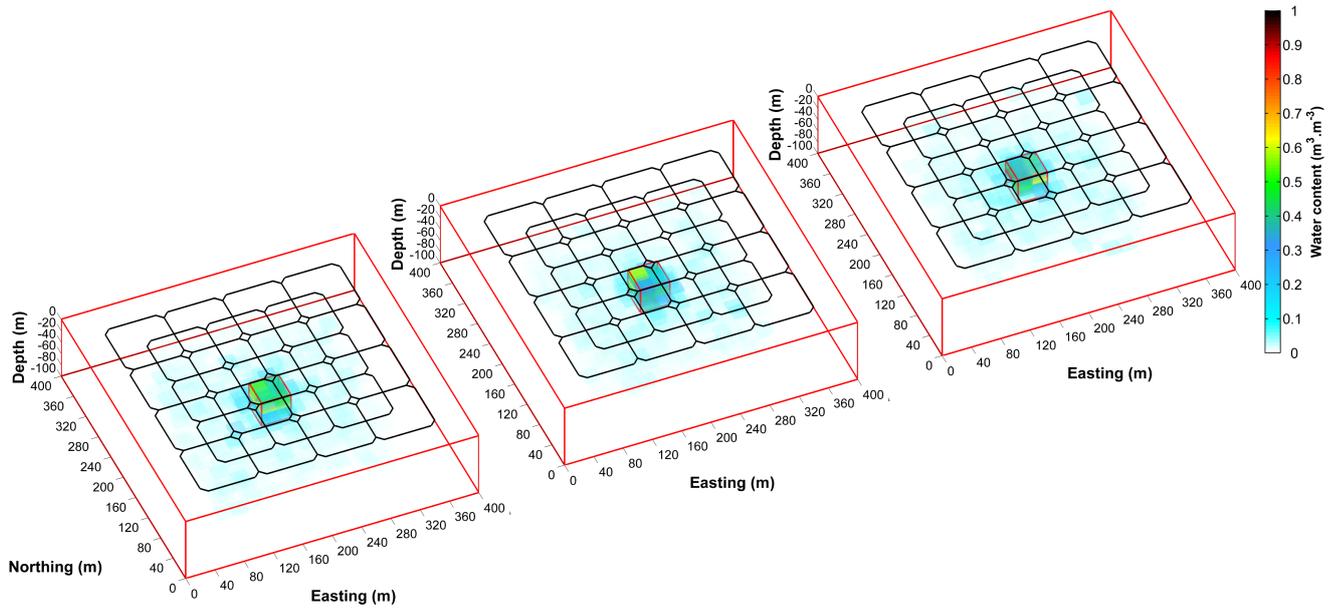


FIGURE 3.12 – Exemple de modèles synthétiques consistant en terme de signal avec le modèle test. Maillage :  $20 \times 20 \times 5 \text{ m}^3$ .

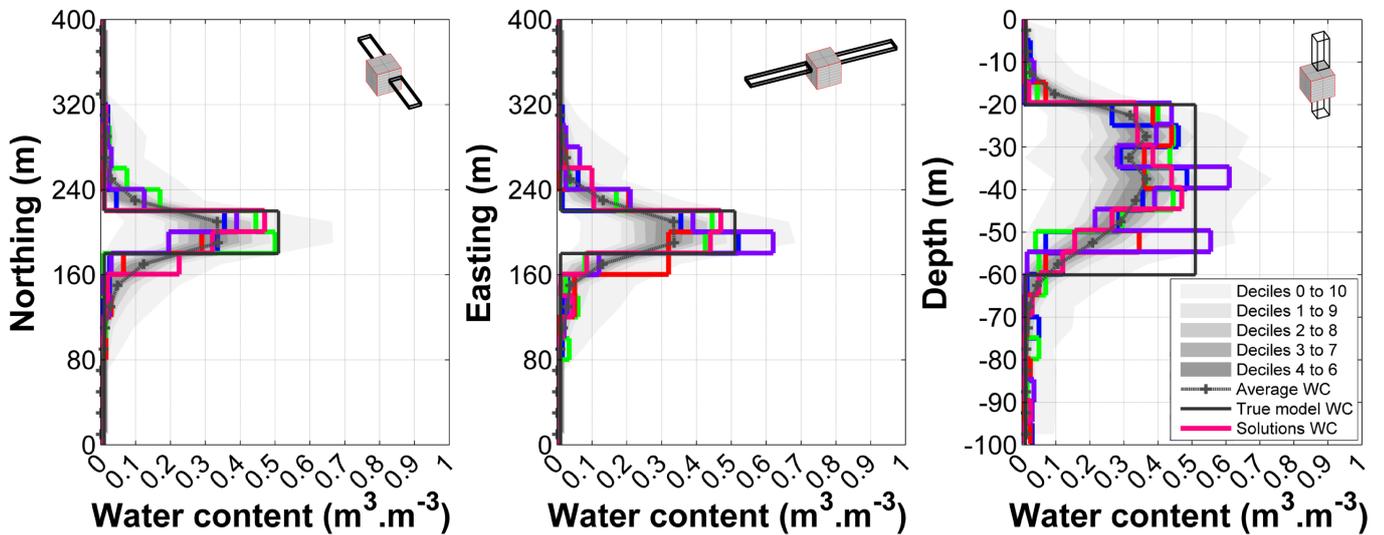


FIGURE 3.13 – Les solutions individuelles (en couleur) oscillent dans l'espace. Elles permettent de calculer les Pdf pour chaque cellule. Ces dernières sont présentées par l'intermédiaire de leurs déciles (dégradées de gris)

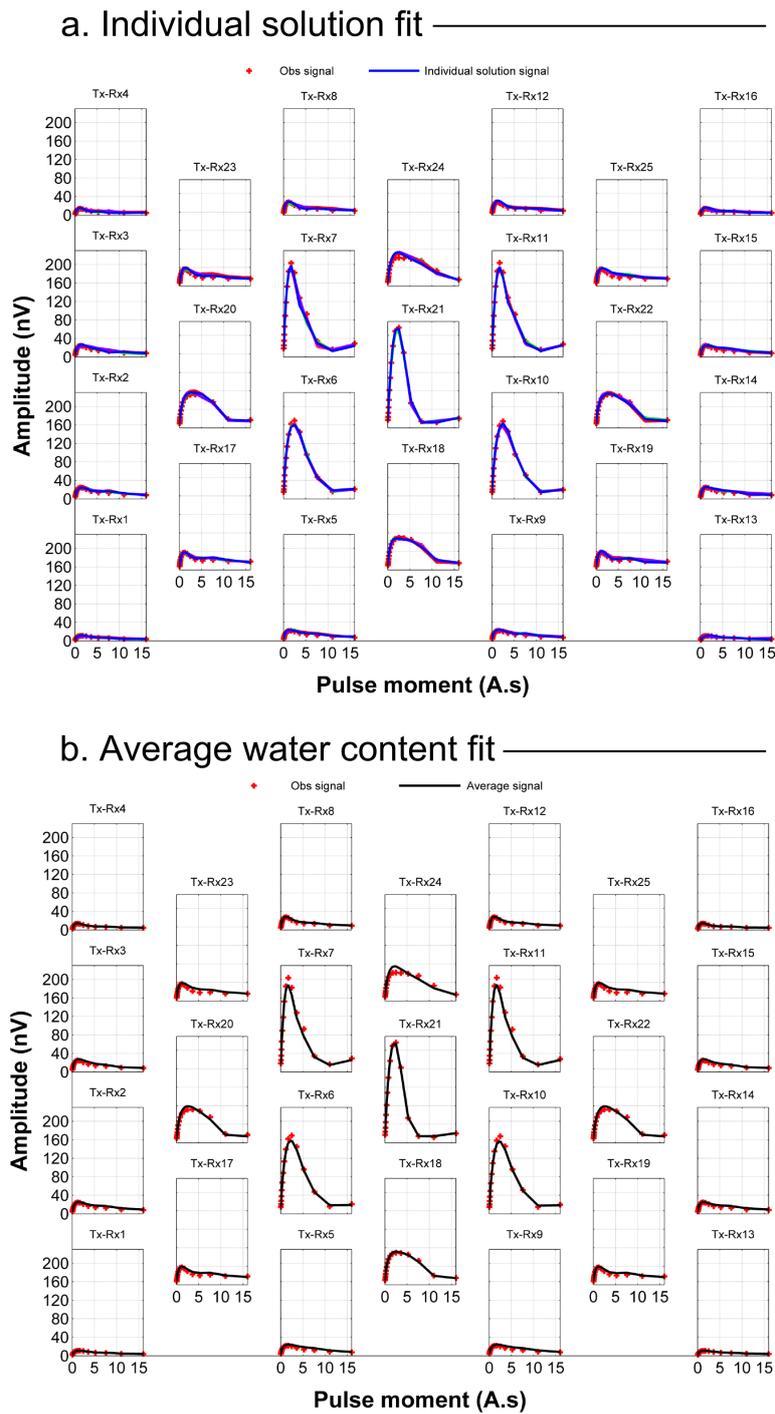


FIGURE 3.14 – Ajustement des données observées par (a) les solutions individuelles et (b) le signal calculé en utilisant la distribution spatiale de la teneur en eau moyenne. En général ce n'est pas à proprement parler une solution mais dans ce cas de figure elle en est très proche. Les solutions ont un critère RMS compris entre 2.1 et 2.3 nV.

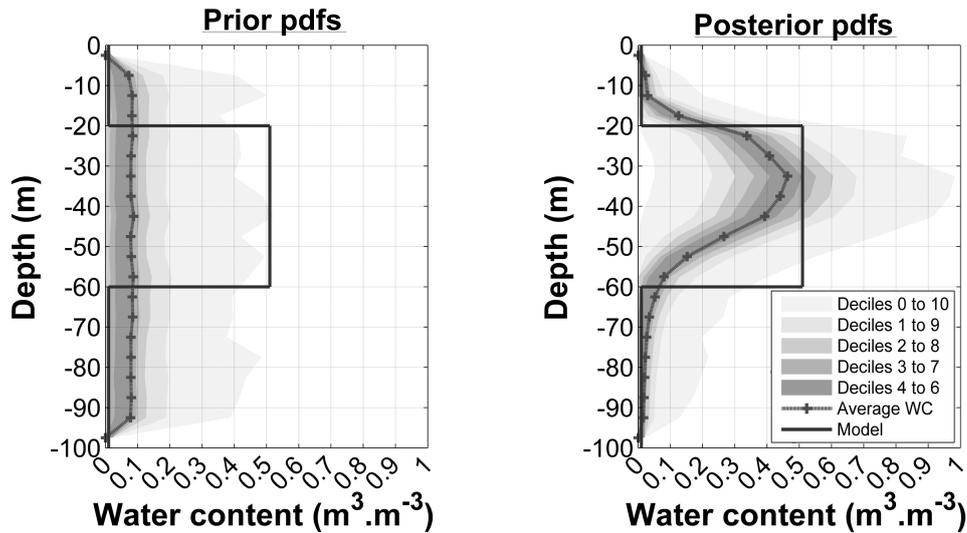


FIGURE 3.15 – Exemples de  $Pdf$  *a priori* et *a posteriori* issues du modèle test.

### 3.7.3 Convergence/exploration et *a priori*

Les deux desseins d'une méthode de Monte Carlo sont de converger rapidement vers des solutions d'intérêt (capacité de convergence), tout en permettant à ces solutions d'être significativement différentes (qualité de l'exploration). Ces deux caractéristiques sont opposées et vont nécessiter un compromis dans l'ajustement des paramètres du problème.

L'efficacité se joue dans un rapport entre l'ampleur des modifications (contrôlé par  $N_{disturbances}$ ,  $dw$  et  $dV$ ) et la capacité d'acceptation. L'ampleur des modifications, c'est la quantité d'évolution introduite dans un modèle (section 3.5.2). La capacité d'acceptation est l'aisance avec laquelle l'algorithme accepte les modifications (section 3.5.3). Les deux doivent être réglées au diapason en fonction de l'objectif désiré.

Quatre cas extrêmes se distinguent :

1. Si l'ampleur des modifications (multi-factorielle) est importante et que l'acceptation ( $T_{\Phi}$ ) est trop faible, l'algorithme explore peu et converge rapidement.
2. Au contraire si la modification est faible, et l'acceptation forte, il est impossible de converger, tous les modèles bons ou mauvais se valent plus ou moins. L'exploration est lente mais en principe étendue.
3. Si l'acceptation est faible, et que la modification est faible : la convergence va être possible mais lente. L'exploration sera limitée.
4. Si l'acceptation est forte et que la modification est forte : la convergence sera possible, l'exploration sera de qualité, mais l'ajustement sera complexe.

### Paramètre influençant la forme des solutions

La forme des solutions est majoritairement contrôlée par les *a priori* suggérés dans la fonction de perturbation ( $N_{disturbances}$  et  $dw$ ), lequel s'exprime dans un maillage fixé au départ ( $dV$ ). L'ajustement de ces trois variables de façon différentes peut conduire à des résultats équivalents peu importe le maillage.

Pour étudier la dépendance de la simulation à ces paramètres, des simulations ont été réalisées avec des paramétrage différents. Pour chaque figure de cette section, tous les paramètres sont fixé à l'exception du paramètre dont l'influence est étudiée.

La discrétisation  $dV$  du sol est un paramètre qui va permettre d'exprimer facilement et rapidement des teneur en eau sur tout le spectre possible dans des structures de tailles importantes, si elle est grossière. Le contraire sera vrai si elle est plus fine : plus d'itérations seront nécessaires pour faire apparaître des teneurs en eau éloignées du modèle de départ (fig. 3.16). L'*a priori* montre que toute la gamme des teneurs en eau est explorée bien que le résultat final en soit exempt : la grossièreté du maillage n'est pas à même de reconstruire la complexité du milieu. Un maillage très fin peut au contraire faire apparaître des valeurs de teneur en eau très fortes dans des volumes réduits alors que l'*a priori* au départ ne s'y prête pas forcément.

Le choix d'une évolution de teneur en eau faible  $dw$  va favoriser l'amortissement des solutions vers des gammes de valeurs peu éloignées du modèle initial (ici un modèle nul). On retrouve cette capacité dans les *Pdf a priori* et *a posteriori* (fig. 3.17). Le nombre de perturbations  $N_{disturbances}$  ne change pas la forme des *Pdf a priori* de manière significative mais il accroît la rapidité avec laquelle la teneur en eau se disperse (ou est éliminée) dans l'espace de calcul et influence grandement la rapidité de la convergence.

Un dernier paramètre, dont le rôle peut paraître négligeable dans la forme des solutions en sorties est le paramètre  $t_{restart}$ , temps que dure une convergence avant le démarrage d'une nouvelle. Au vu de la manière dont la fonction de perturbation "construit" ses solutions de façon progressive, le temps entre deux redémarrages  $t_{restart}$  permet à cette dernière d'exprimer sa spécificité de manière plus complexe ce qui à une influence sur les *Pdf a priori*, et par conséquent *a posteriori*.

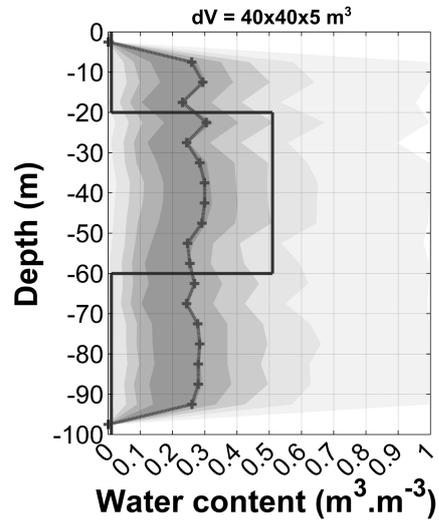
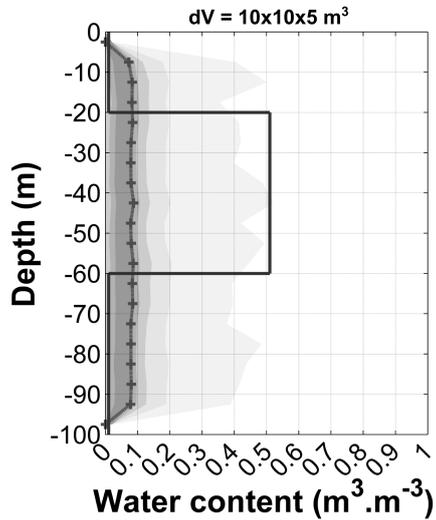
Le temps entre deux redémarrages successifs de la simulation  $t_{restart}$  laisse le temps à la fonction de perturbation de construire des solutions plus éloignées du modèle de départ. Ceci est, en soi, extrêmement positif puisque les modèles total échantillonnés seront plus complexes. Néanmoins, à nombre total de solution constant, un temps trop long entre deux redémarrages implique un nombre de convergence faibles. Les conséquences en sont que les résultats *a posteriori* peuvent hériter de biais issus du faible espace d'*a priori* exploré et non de l'incertitude réelle (voir fig. 3.18).

#### **Influences sur la convergence**

Tous les paramètres influencent à leur manière la facilité avec laquelle une méthode de MH est susceptible d'aller reproduire la donnée et avec quelle capacité d'exploration. Beaucoup de combinaisons sont possibles et viables, et il est difficile d'analyser leur spectre.

Normalement le maître-mot dans un algorithme de MH est de créer les perturbations les plus grandes possibles, tout en minimisant le plus possible la variation de  $\Phi$  : c'est-à-dire en permettant à l'algorithme de suivre les contours équivalents dans l'espace des modèles au moyen de modifications parfaitement équivalentes en terme de signal. C'est proprement impossible d'où l'intérêt du paramètre de température  $T_{\Phi}$ .

## Prior pdfs



## Posterior pdfs

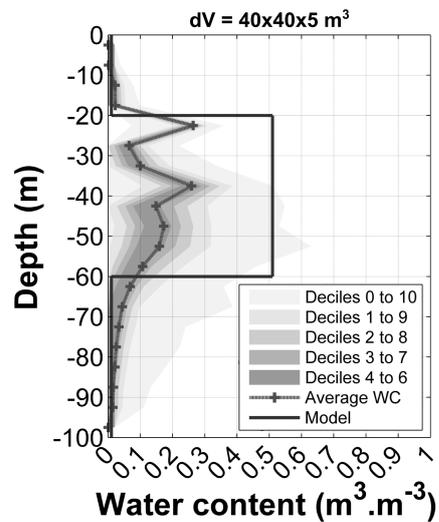
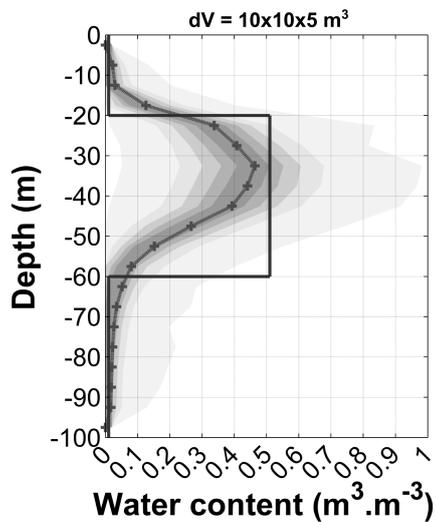
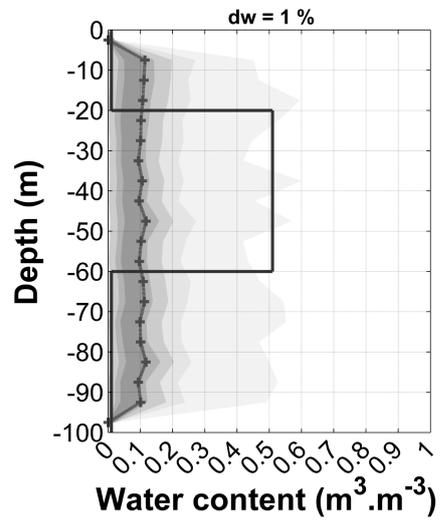
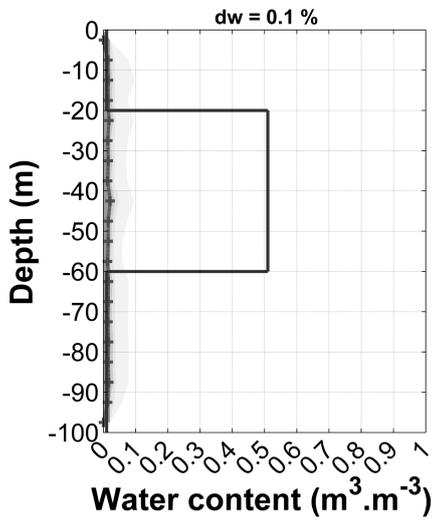


FIGURE 3.16 – Influence du maillage  $dV$  sur les *Pdf a priori* et *a posteriori* extraites au droit du cube contenant 50 % de teneur en eau.

Prior pdfs



Posterior pdfs

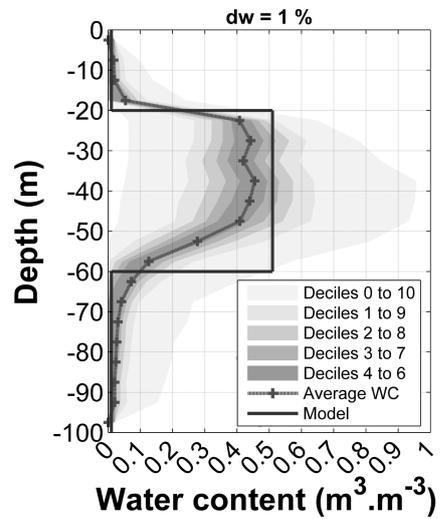
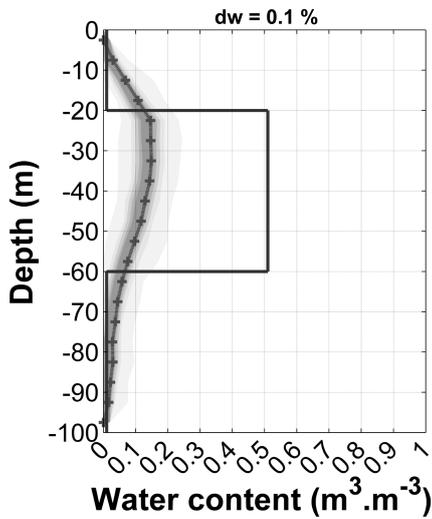
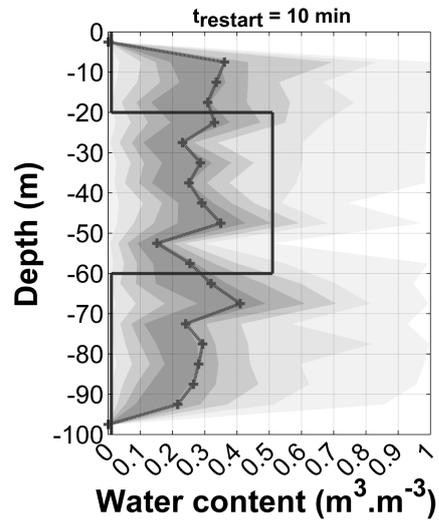
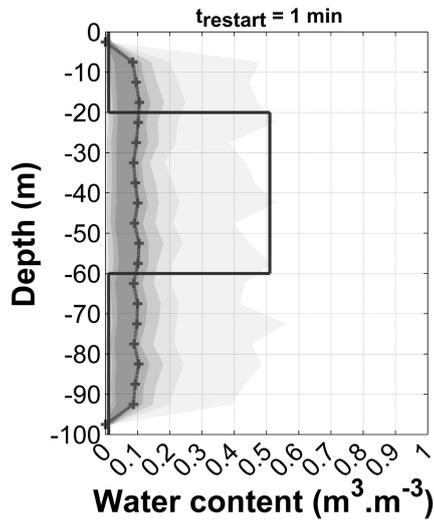


FIGURE 3.17 – Influence de la quantité d'eau ajoutée ou retirée par itération  $dw$  sur les Pdf *a priori* et *a posteriori* extraites au droit du cube contenant 50 % de teneur en eau.

## Prior pdfs



## Posterior pdfs

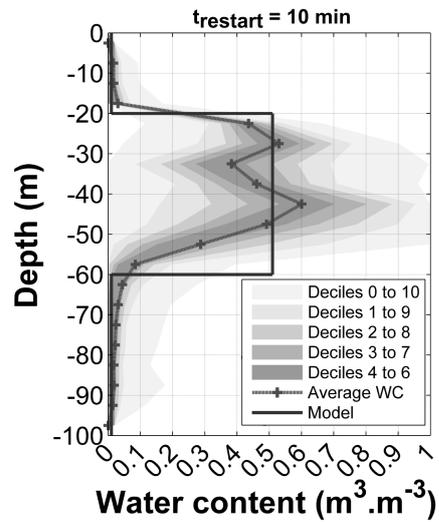
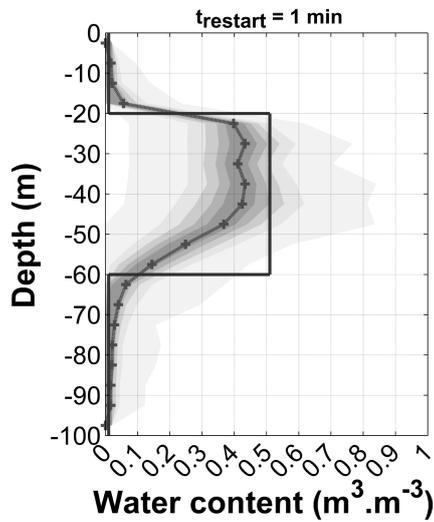


FIGURE 3.18 – Influence du temps de redémarrage entre deux convergences  $t_{\text{restart}}$  sur les Pdf *a priori* et *a posteriori* extraites au droits du cube contenant 50 % de teneur en eau.

Quand  $T_{\Phi} \rightarrow \infty$ , on réalise une exploration aléatoire sans inférence de la donnée (donc une exploration de *l'a priori*). Quand  $T_{\Phi} \rightarrow \bar{\sigma}^2/2$  on réalise une exploration de l'espace des solutions équilibrée autour de la sphère d'incertitudes générées par le bruit sur la mesure. La fig. 3.19 illustre ces deux cas pour trois différents maillages.

La température du système  $T_{\Phi}$  permet une convergence rapide et précise si elle se rapproche de 0. Elle permet une exploration étendue si sa valeur est plus importante mais la qualité de l'ajustement des données est moindre. On peut observer ce comportement sur la fig. 3.20.b pour trois valeurs différentes.  $T_{\Phi}$  est une grandeur souvent choisie en relation à l'incertitude moyenne sur la mesure  $\bar{\sigma}$  :

$$T_{\Phi} = \bar{\sigma}^2/2 \quad (3.30)$$

Malgré cette estimation de départ  $T_{\Phi}$  est la variable d'ajustement privilégiée dans une méthode de MH. Elle est à minimiser ou à maximiser en fonction de la qualité de la relation entre *l'a priori* et le modèle à reproduire. Elle se doit d'assurer un taux d'acceptation des modèles compris entre 25 % et 50 %.

Les autres paramètres ont une influence moindre sur la convergence, encore faut-il générer des perturbations dont l'importance soit adaptée au modèle que l'on cherche à reconstruire. Dans ce cas-ci, le nombre de perturbation  $N_{disturbances}$  importe peu (fig. 3.20.c). Il faut en général l'adapter au nombre de paramètres dont on cherche à obtenir les *Pdf*, pour que ces dernières soient densément cartographiées. Par contre, La quantité d'eau modifiée  $dw$  si elle est trop infime ne permet pas d'explorer rapidement l'espace des paramètres et oblige à réaliser des convergences plus longues, pour une exploration plus minutieuse (fig. 3.20.d).

Dans une optique d'efficacité globale, il est utile de chercher un maillage suffisamment représentatif pour obtenir un ajustement de qualité tout en ayant une convergence rapide. Cela s'obtient prioritairement par le choix d'un maillage le plus grossier possible, mais suffisamment détaillé pour obtenir un ajustement de la donnée satisfaisant. Autre avantage ; qualitatif cette fois : pour un même nombre d'itération, la qualité des *Pdf* en sortie sera supérieure si le nombre de paramètres à estimer est inférieur, les tirages aléatoires

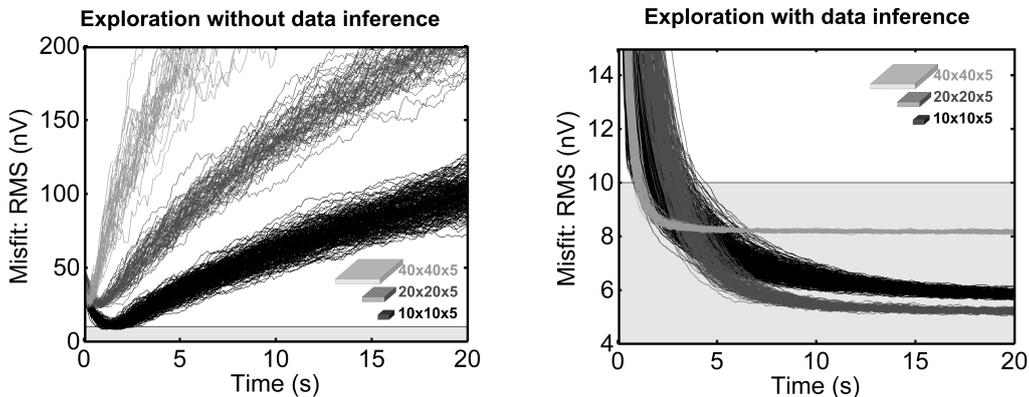


FIGURE 3.19 – Dépendance de la convergence à la discrétisation : *a priori* (gauche) et *a posteriori* (droite). La zone grisée correspond à la zone d'enregistrement des modèles.

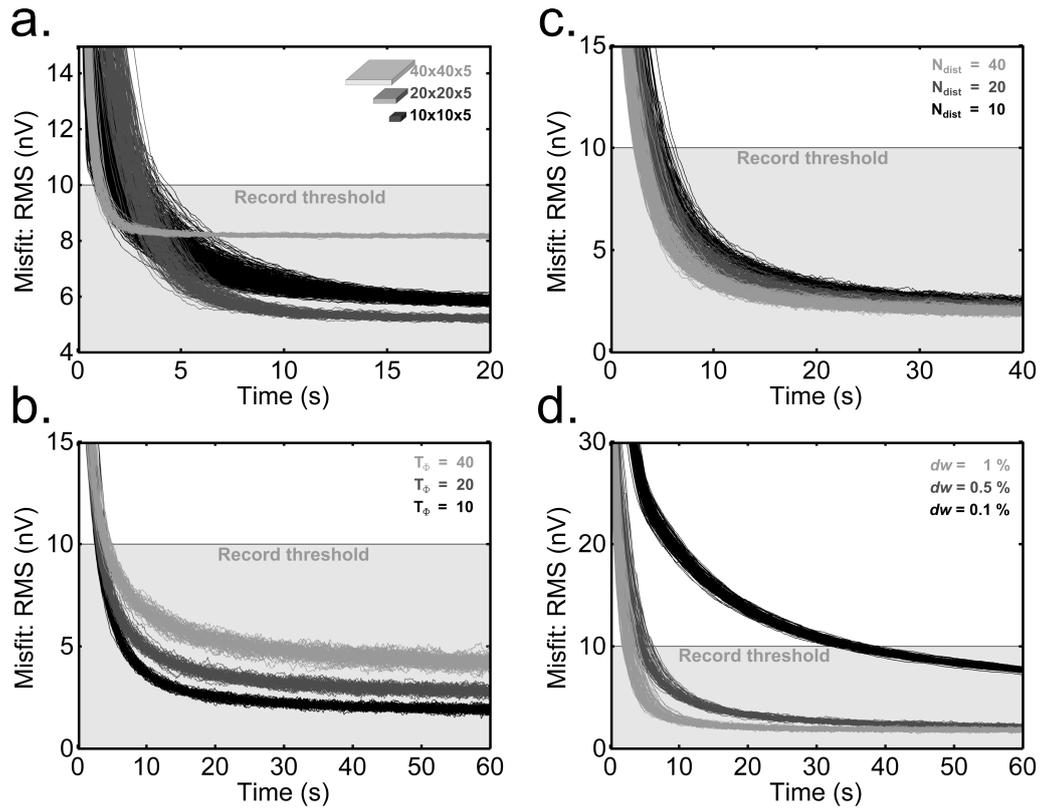


FIGURE 3.20 – Dépendances de la convergence aux paramètres contrôlant l'expression de l'*a priori* : a)  $dV$  b)  $T_\Phi$  c)  $N_{dist}$  d)  $dw$ . La zone d'enregistrement des solutions est grisée.

se concentrant davantage sur moins de cellules. Dans notre cas d'étude présent (fig. 3.21) on voit que le résultat de l'ajustement des données est maximal avec une convergence rapide pour  $dV = 20 \times 20 \times 5 \text{ m}^3$ .

### 3.8 Comparaison avec la méthode *SVD*

Dans cette section, les résultats de l'algorithme de MH sont comparés aux résultats de la méthode *SVD* pour l'imagerie et l'estimation d'incertitudes associées au modèle test (fig. 3.10). L'objectif est de montrer la similarité des solutions. La *SVD* permet uniquement de trouver une solution au problème direct linéaire en domaine complexe. Pour que cette comparaison soit mathématiquement légitime la fonction  $\Phi$  utilisée pour reconstruire les solutions est l'équivalent linéaire de la *SVD* :

$$\Phi = \exp \left( -\frac{1}{T_\Phi} \sum_{r=1}^R (e_r^{obs} - e_r^{sim})^2 \right) \quad (3.31)$$

Deux différences conceptuelles séparent encore les deux approches : au contraire de la méthode de MH, la méthode *SVD* ne considère pas les limites de la teneur en eau et impose une norme minimale aux solutions. Le premier problème est secondaire car la méthode *SVD* pourvoit peu de valeur négative lorsqu'elle est suffisamment bien régularisée (i.e. tronquée section 3.2.2). Cette assertion est validée sur la fig. 3.22, où les résultats sont comparés.

Considérant l'image de la teneur en eau en elle-même, la forme générale des deux solutions est très comparable : l'objet cube est relativement bien reconstruit superficiellement, avec une légère défocalisation de l'eau dans toutes les directions due à l'absence de résolution de la méthode RMP. Le cube en profondeur est nettement moins bien rendu que superficiellement. On observe une légère dissymétrie de la distribution de teneur en eau sur l'axe Nord-Sud, qui a tendance à focaliser un peu plus d'eau vers le Sud. Cette dissymétrie est inexistante sur le plan Ouest-Est. En terme d'amplitude par contre, les deux solutions ne s'équivalent pas : la norme de la *SVD* est bien plus amortie que la moyenne des solutions MH. La solution

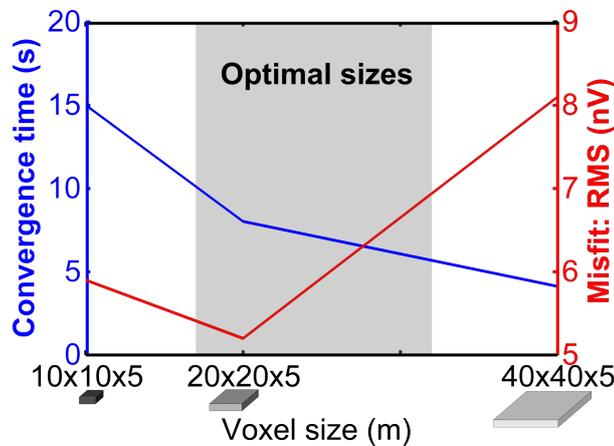


FIGURE 3.21 – Choix du meilleur compromis entre discrétisation et convergence.

*SVD* étant une solution à norme minimale (voir Aster et Thurber, 2012, p60), ce que n'est pas la méthode MH proposée ici, les solutions sont bien plus amorties et stabilisées vers des valeurs faibles.

Les caractéristiques issues de la stabilisation du problème se retrouvent dans l'estimation de l'erreur aux endroits où la donnée RMP perd de son influence pour caractériser le milieu. Il est attendu, en temps normal, que la valeur de l'erreur augmente là où la méthode perd sa résolution et sa sensibilité. Lorsqu'une stabilisation du problème est utilisée, cette logique n'est plus valide mathématiquement. Les endroits les plus instables en terme de solutions acceptables, les plus susceptibles de fournir des barres d'erreur importantes, sont artificiellement considérés comme résolus. C'est ainsi que les erreurs les plus fortes sont situées là où la caractérisation RMP est la meilleure (de - 5 à - 20 m) et que les endroits les moins bien étudiés, finalement différenciés par l'*a priori*, s'en retrouvent artificiellement fiabilisés. Aucune des deux méthodes montrées ici n'étant exemptes de notions d'*a priori* – ou de stabilisations –, les deux évaluations de l'incertitude possèdent ces propriétés. Cependant la méthode de MH a des *a priori* beaucoup moins stricts et par conséquent une évaluation de l'erreur beaucoup plus réaliste là où l'eau existe. Ainsi la gamme des valeurs décrites par la méthode *SVD* et son incertitude évoluent dans les bornes inférieures de l'espace des solutions décrit par la méthode MH.

### 3.9 *A priori* dans la reconstruction de l'incertitude

Le concept d'*a priori* qui sert à la fois de stabilisateur (problème inverse), ou de bornes à l'exploration de l'espace des solutions (optimisation globale/échantillonnage inverse) si il facilite la reconstruction d'une image géophysique, complexifie la restitution réelle des incertitudes. De fait l'incertitude n'est bien estimée que si l'*a priori* de départ l'est aussi. S'il est connu que l'*a priori* est un facteur qui modifie grandement une estimation d'un paramètre géophysique, et son interprétation, il en est parfaitement de même pour l'estimation de l'incertitude. Une estimation aléatoire telle que la méthode MH en fournit n'est donc pas exempte de défaut, et ne s'affranchit guère du regard d'un expert. L'objectif de cette section est d'illustrer cette assertion au moyen d'un algorithme de MH ayant une fonction de perturbation différente, spécialement adaptée aux structurations 3-D des milieux hétérogènes discontinus. La compréhension visuelle des incertitudes 3-D y est plus accessible.

#### 3.9.1 Adaptation de la fonction de perturbation aux environnements hétérogènes

On cherche à établir une fonction de perturbation qui génère une nouvelle fois une compacité de la solution et qui rend non seulement possible mais surtout probable les fortes discontinuités de teneur en eau en 3-D. L'objectif étant de généraliser le concept de couches d'eau homogènes horizontales, telles qu'il en existe en imagerie 1-D, aux milieux 2-D et 3-D, au moyen de classes partageant la même valeur de la teneur en eau. On cherche donc à diviser l'espace 2-D/3-D en classe pour obtenir des solutions simples, directement interprétables à l'œil, satisfaisantes pour le sens physique et sur lesquelles seront basées des *Pdf*.

La métaphore physique derrière cet algorithme se rapproche des processus de croissances biologiques ou des minéraux. Au départ, l'espace de calcul est dominé par une classe unique d'arrière plan. Des précurseurs

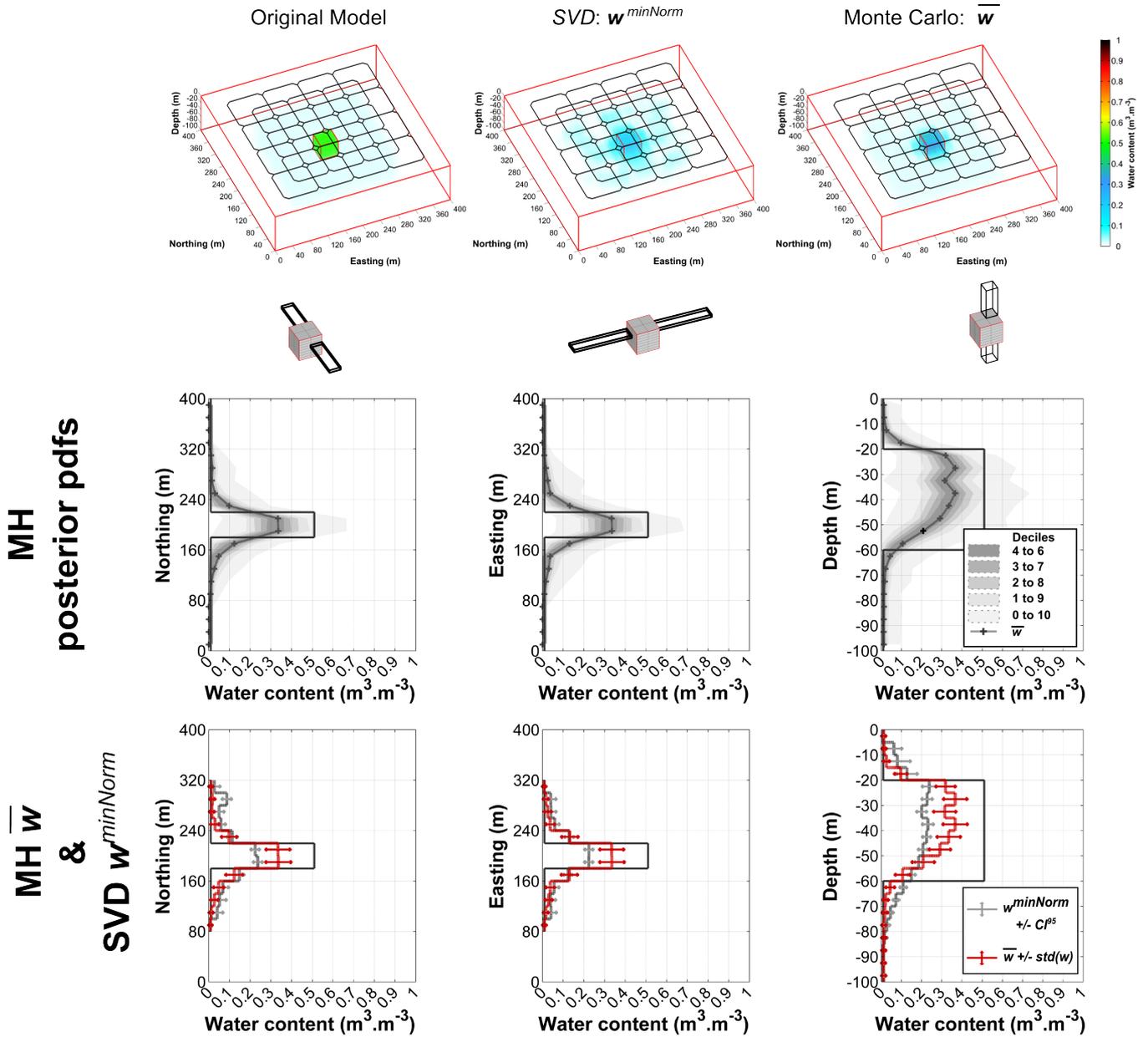


FIGURE 3.22 – Comparaison entre les solutions  $SVD$  et  $MH$  dans l'espace des modèles. Représentation des solutions en 3-D (en haut),  $Pdf$  issues de  $MH$  (milieu), comparaison des solutions  $SVD$  et  $MH$  et de leurs barres d'erreurs respectives (en bas).

d'autres classes minoritaires y sont disséminés<sup>11</sup>. En croissant en taille, ces précurseurs vont rentrer en compétition avec la classe majoritaire puis entre eux pour dominer l'espace de calcul. La légitimité de ces classes et de leurs évolutions seront statistiquement contrôlées par la manière dont leur agencement global va reproduire le signal RMP, comme précédemment.

En pratique, cette façon de générer des modèles va permettre l'existence de *Pdf* non-normales : une cellule pourra très facilement réaliser des sauts de teneurs en eau tout en préservant des modèles visuellement cohérents. L'objectif étant de pouvoir savoir quelle est la probabilité qu'une cellule appartienne à une cible 3-D ou à la classe d'arrière plan.

$N_0^{seeds}$  – dont la valeur est définie par l'utilisateur – sont présentes au commencement de la simulation. Quatre actions déterministes vont faire évoluer le nombre de ces classes, leur géométrie et leur teneur en eau pour reproduire des images consistantes en terme de signal avec les données observées. Chaque désignation de coordonnées, de classes, d'évolution de géométrie ou changements de teneurs en eau sont établis par tirage aléatoire.

1. Action 1 : Chaque classe peut s'approprier une des cellules voisines. Une cellule peut changer de classe si elle est voisine<sup>12</sup> d'une autre classe. Toutes les possibilités de changement de classes sont calculées ; parmi celles-ci, un nombre  $N_{disturbances}$  sont tirés aléatoirement et finalement réalisés.
2. Action 2 : Une classe mère peut se scinder en deux classes filles suivant un plan porté par les axes X,Y,Z et une coordonnée de coupure. La teneur en eau d'une des deux classes filles est ajoutée ou minorée d'une quantité  $w_{evolve}$  tirée du vecteur  $[0, 1, 2, 3, \dots, 9, 10] \times dw$ .
3. Action 3 : Deux classes mères voisines peuvent se fondre en une unique classe fille, peu importe leur taille. La teneur en eau de cette dernière sera choisie au voisinage de la moyenne des teneurs en eaux des classes mères (afin d'assurer une préservation du volume).
4. Action 4 : Une classe peut changer de teneur en eau avec un pas  $dw$ .

---

11. Une unique cellule de l'espace de calcul est considérée comme un précurseur

12. La notion de voisinage est la même que celle définie dans la fig. 3.7.

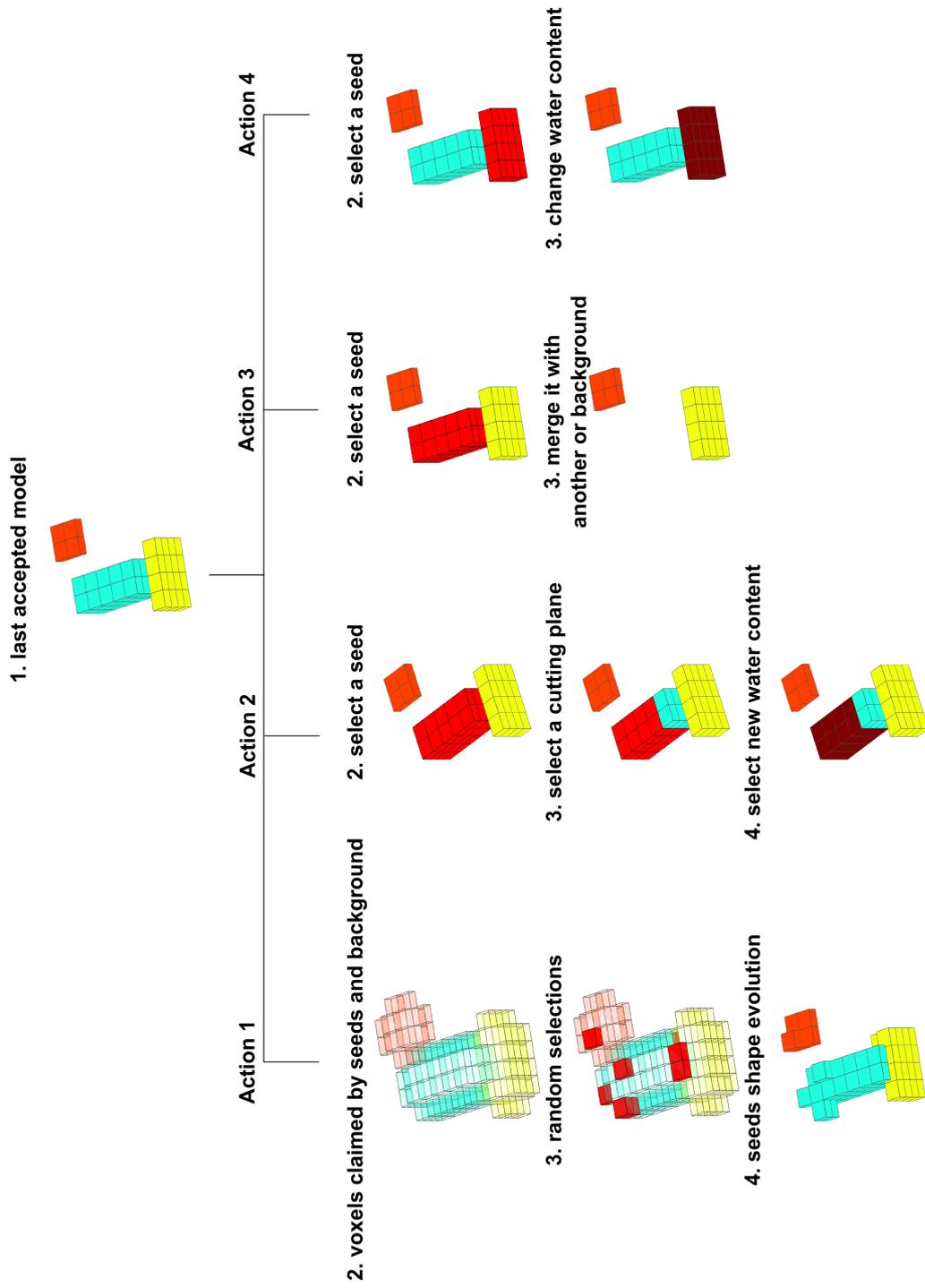


FIGURE 3.23 – Figuration des différentes actions autorisées pour une perturbation aléatoire structurante. la couleur rouge représente les sélections aléatoires réalisées par l'algorithme.

### 3.9.2 Résultats fournis par l'algorithme structurant

À dessein, les modèles équivalents du modèle test ont des caractéristiques de formes proches de ce dernier (fig. 3.24). Une notion d'agrégation et de simplicité des teneurs en eau est instillée dans la solution, sans pour autant être une obligation. Ils sont visuellement cohérents et reproduisent, avec quelques complexités supplémentaires liées à l'aléatoire numérique, les aptitudes de modélisation schématique d'un être humain. Prise individuellement, les solutions sont de qualité et les variables statistiques extraites à partir d'elle seront solides.

La fig. 3.25 montre les *Pdf* en sorties de l'algorithme structurant. Les *Pdf a priori* et *a posteriori* d'une cellule située à 40 m de profondeur  $y$  sont montrées (fig. 3.25.a). Un axe traversant le cube d'eau vers la profondeur, le long duquel sont extraites les *Pdf*, est montré sur la fig. 3.25.b. Le long de cet axe est figuré la valeur de la fonction  $\Psi$ , indicateur de résolution (eq. 3.2).

Les *Pdf a priori* montrent que la manière dont est codé l'algorithme se traduit par l'insertion de lois uniformes, un *a priori* considéré comme minime. Cette uniformité est la même dans tout l'espace. Dans ces figures, l'intensité de la couleur à peu d'importance, c'est la taille relative de chaque sous partie qui compte le plus.

En général, les résultats *a posteriori* montrent des comportements à tendance uni-modale dans les espaces bien caractérisés ( $\Psi$  forte), et progressivement bi-modale avec la diminution de  $\Psi$ . La fig. 3.25.a *a posteriori* explicite visuellement ce comportement dans un environnement où l'information apportée par la donnée commence à perdre de sa focalisation ( $\Psi = 0.6$ ). En effet, dans les environnements bien caractérisés par la mesure, l'algorithme de croissance reconstruit aisément la solution compacte, et ce de manière peu équivoque. Seul le bruit vient perturber l'estimation d'où l'existence d'une *Pdf* uni-modale. En revanche, dans les environnements mal caractérisés par la mesure (i.e. en profondeur), la bi-modalité illustre la double possibilité pour une cellule d'appartenir à l'unité d'arrière plan de faible teneur en eau (ici 30 % de chance), ou d'appartenir à une cible de plus forte teneur en eau (70 % de chance).

Cette dualité s'accroît avec la profondeur (fig. 3.25.b) : les valeurs faibles gagnent en probabilité d'existence tandis que le mode des teneurs en eau élevées se diffuse vers les extrêmes (100 %). À la fin de l'extension en profondeur du bloc, son existence même est considérée comme de moins en moins probable pour finalement ne plus exister. La migration et la diffusion du mode des probabilités de teneurs en eau fortes vers des valeurs supérieures montre que l'extension du cube en profondeur est d'autant plus probable que les teneurs en eau qui le constituent sont fortes. Sur le plan de la mesure, ces observations révèlent qu'avec la profondeur il devient de plus en plus difficile de discerner le bloc d'eau de l'arrière plan. Cette difficulté peut être contrebalancée par un teneur en eau localement très élevée. On voit que la dynamique des *Pdf* en profondeur est porteuse d'informations uniques sur les capacités de reconstruction de la méthode en profondeur. Ces résultats montrent que la bi-modalité donne un accès direct à la probabilité d'appartenance ou non d'une structure à l'arrière plan général. Le revers des informations apportées par cet outil est que l'emploi d'un outil statistique usuel (i.e. l'écart-type d'une loi normale) pour dériver l'incertitude devient discutable.

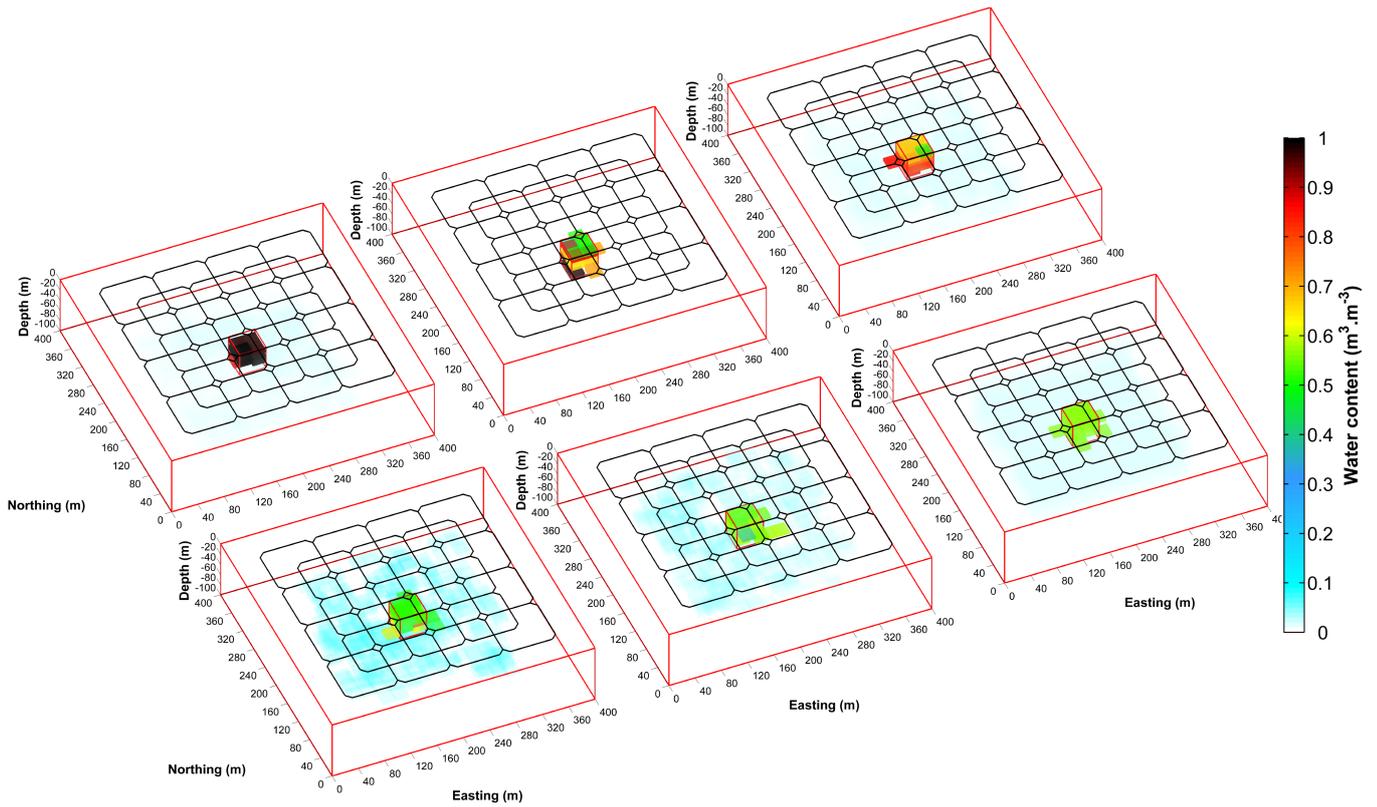


FIGURE 3.24 – Exemple de modèles solutions en sortie de l’algorithme MH structurant (par croissance).

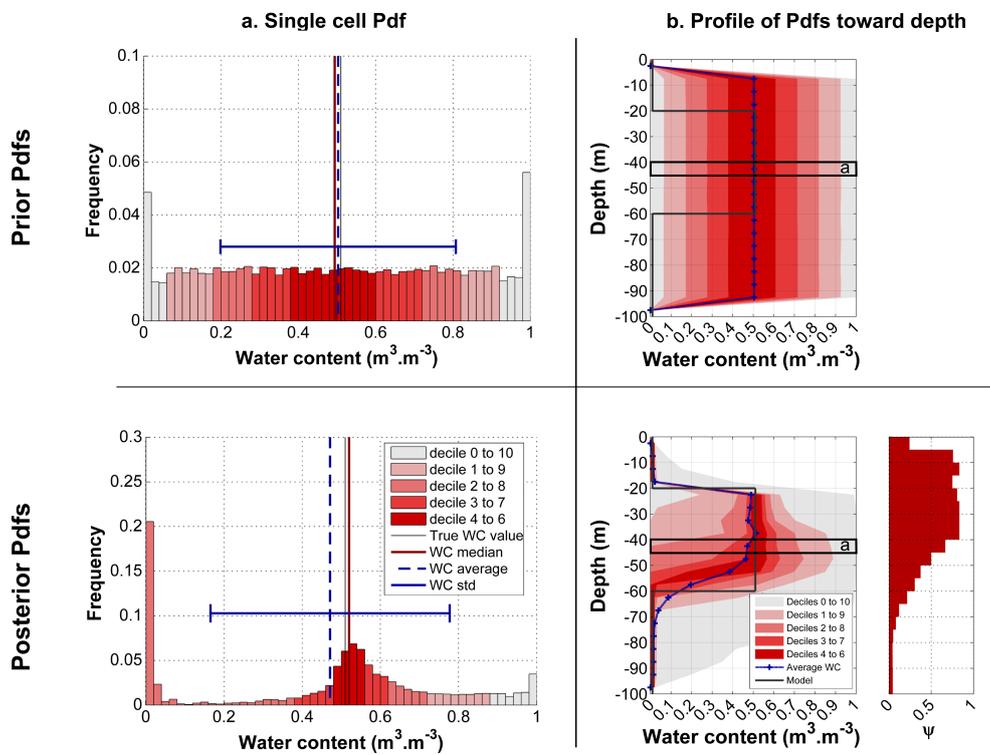


FIGURE 3.25 – Relation entre *Pdf* et grandeurs statistiques pour l’algorithme structurant.

### 3.9.3 Comparaison avec l'algorithme lissant

La comparaison des résultats se fera au niveau des *Pdf a posteriori* des deux algorithmes (fig. 3.26).

La première remarque à propos des résultats issus des deux méthodes concerne leur grande différence alors que seule la fonction de perturbation les distingue. Cette observation est visible dans tout l'espace de calcul, quelle que soit la valeur de la fonction  $\Psi$  ; preuve que l'*a priori* algorithmique affecte l'estimation dans sa globalité et pas uniquement les espaces mal caractérisés. Le biais moyen<sup>13</sup> et l'erreur associée n'ont par conséquent de valeur quantitative que si l'*a priori* est légitime. On notera qu'au sens de la moyenne (ou de la médiane), l'algorithme de reconstruction par croissance est nettement moins biaisé dans les zones de bonne résolution : il reproduit quasiment à l'identique la géométrie du cube. Lorsque la résolution faiblit en bas du cube, les biais moyens des deux méthodes sont similaires.

L'aspect le plus intéressant concerne les espaces d'évolution des solutions : si les solutions lissantes évoluent majoritairement dans un espace compris entre 20 et 60 % (fig. 3.26.a haut), les solutions par croissance évoluent dans deux espaces allant de 0 à 10 % et de 40 % à 100 % (fig. 3.26.a bas). Conséquence : par rapport aux deux états possibles d'une cellule dans les solutions structurantes (appartenance ou non appartenance à l'arrière plan), les solutions lissantes opèrent généralement un compromis entre ces deux extrêmes. D'où ses tendances à rajouter de l'eau là où n'y en a pas et à en enlever là où il y en a, ainsi qu'à atténuer les solutions vers des valeurs faibles.

### 3.9.4 Emploi de l'algorithme structurant

Les performances de reconstruction de l'algorithme structurant sont supérieures sur le modèle test. Ce n'est pas surprenant en soi : l'*a priori* qu'il contient est explicitement développé pour ce genre d'application. Sa capacité de convergence et de reconstruction de modèle est excessivement rapide dans des applications très diverses. La simplicité des modèles en sortie est aussi satisfaisante sur le plan de la schématisation physique humaine (fig. 3.23). Et les *Pdf* en sortie contiennent une information potentiellement très intéressante, puisque sans compromis.

Néanmoins, ce tableau mérite d'être nuancé car au contraire de la méthode lissante, la sensibilité de cette méthode à la taille du maillage est très grande. Une cellule de faible taille a très facilement la possibilité d'appartenir à l'arrière-plan (sans influencer par trop la forme du signal), bien qu'elle puisse être relativement bien caractérisée par les mesures. Conséquemment, le comportement bi-modal devient par trop biaisé vers une restitution de l'arrière-plan.

## 3.10 Synthèse partielle

Ce chapitre détaille la mise en application concrète d'un algorithme de MH, à l'étude d'un problème de reconstruction d'image 3-D, appliqué au cas particulier de la RMP. L'implémentation algorithmique développée dans ce chapitre se veut prendre des distances par rapport aux implémentations bayésiennes

13. l'écart entre l'estimateur de la solution – la moyenne – et le modèle synthétique de départ

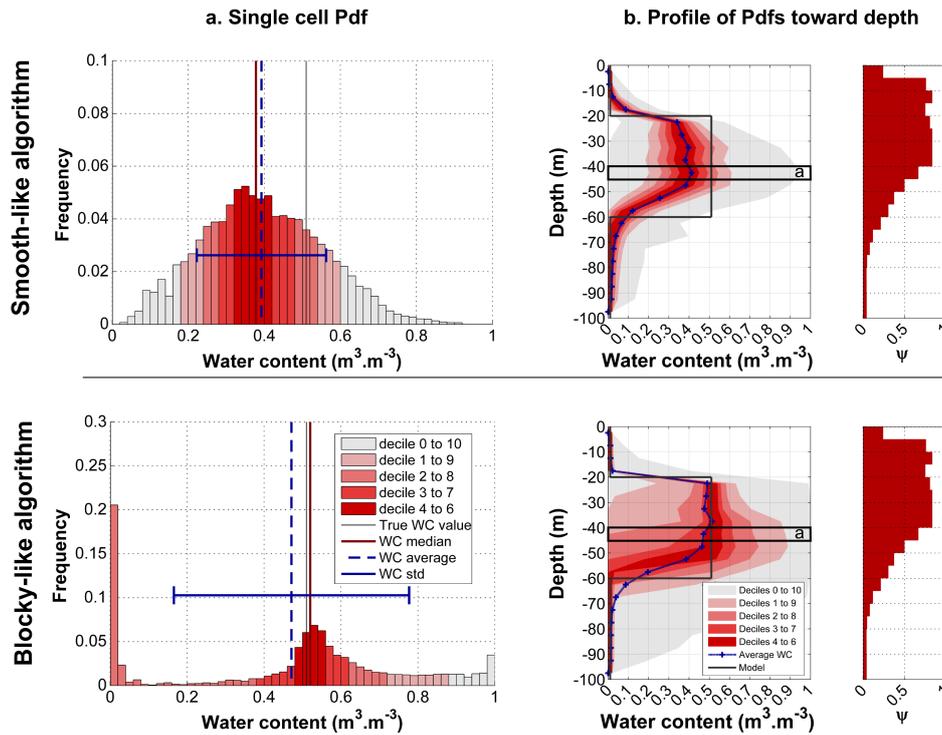


FIGURE 3.26 – Comparaison des  $Pdf$   $a$  posteriori pour différents  $a$  priori (lissant et structurant).

usuelles où l'utilisateur se doit de définir des  $Pdf$   $a$  priori manuellement. Ici, la technique de reconstruction s'appuie sur une grammaire déterministe de développement de géométries telles que l'on peut en rencontrer dans le domaine de la génération procédurale. Un algorithme à comportement lissant est implémenté sans pour autant nécessiter de régularisation dans la fonction à minimiser. Cela lui laisse une plus grande souplesse dans l'exploration de l'espace des solutions.

Différentes configurations paramétriques ont été utilisées pour étudier les propriétés de convergence et d'exploration de l'implémentation lissante de l'algorithme de MH. Les solutions collectées dans le cadre de la résolution du problème de reconstruction d'image sont synthétisées sous la forme de  $Pdf$   $a$  priori – qui quantifient l'impact des informations introduites par l'utilisateur dans la reconstruction –, et  $a$  posteriori – qui montrent l'apport réel de la donnée dans la reconstruction de l'image. En fonction des différentes configurations paramétriques utilisées, l'algorithme fournit en sortie des  $Pdf$   $a$  priori différentes, et par conséquent, des densités de probabilité  $a$  posteriori qui en sont affectées.

Ainsi, malgré la volonté de s'affranchir au possible de la constitution de  $Pdf$   $a$  priori à la main, cette méthode de Monte-Carlo ne s'en affranchit guère : elle en porte de manière intrinsèque. Dans ce contexte, l'estimation de l'incertitude est contrôlée par l' $a$  priori introduit dans l'implémentation numérique. Elle n'a donc de valeur significative que dans le contexte où les  $a$  priori sont pertinents, eu égard à la réalité hydrogéologique du terrain prospecté. Il convient donc d'aborder l'estimation de l'incertitude en RMP avec l'hypothèse que l' $a$  priori est bien choisi – au même titre que pour les méthodes d'optimisations locales.

Pour valider son fonctionnement, un résultat d'inversion par méthode *SVD* tronquée est comparé à l'algorithme lissant dans un contexte linéaire. L'aspect similaire des rendus confirme la qualité de l'algorithme. Leurs différences expriment néanmoins des *a priori* différents et plus contraignants pour la méthode *SVD* ce qui amortit son estimation de la teneur en eau et minimise artificiellement l'erreur. Sans s'affranchir de toutes les contraintes, la méthode de MH lissante présente des barres d'erreurs plus réalistes et des biais dans la restitution moins importants. Les deux techniques partagent le même défaut : la restriction d'une partie de l'espace des solutions par régularisation minimise artificiellement l'incertitude dans les zones de basse résolution. En conséquence l'incertitude peut être minimale là où elle est, sur le plan physique, maximale.

Afin d'illustrer le contrôle des *a priori* sur l'estimation de l'incertitude ainsi que la grande flexibilité de l'algorithme, la fonction de perturbation est modifiée afin de rendre probable la reconstruction de cibles 3-D. Ces cibles se caractérisent par une homogénéité spatiale et stricte de la teneur en eau (en classe) et des transitions franches. Par conséquent, dans le problème de reconstruction d'un modèle 3-D grossièrement cubique utilisé tout au long du chapitre, la nouvelle méthode supplante en qualité de restitution la précédente. Les *Pdf* qui en découlent sont néanmoins plus complexes : elles arborent des comportements bi-modaux. Si le contraste est suffisamment fort, ces modes sont à même de donner la probabilité d'appartenance de chaque cellule à une cible 3-D où à l'arrière plan. Dans le cas lissant, les *Pdf* montrent un mode intermédiaire réalisant un compromis entre les deux états extrêmes du cas structurant.

Si l'erreur/le biais d'estimation provient pour beaucoup du choix de l'*a priori*, l'incertitude intègre toutes les sources potentielles d'indétermination de la solution. L'espace d'équivalence a une géométrie contrôlée par les limites physiques des équations d'imagerie, le bruit affectant la donnée et la liberté laissée par l'*a priori*. L'avantage de l'algorithme de MH est sa grande robustesse d'évaluation de l'incertitude pour tous les types de problème (surtout non-linéaire), quelle que soit la fonction de perturbation sur laquelle il repose. Cet outil, ainsi que tous ceux détaillés dans ce chapitre, vont nous permettre d'étudier les propriétés du problème d'imagerie RMP 2-D/3-D.



## 4 | Étude numérique

À ce stade, l'éventail des méthodes d'analyse du chapitre précédent va être utilisé pour caractériser les propriétés du problème d'imagerie RMP. En dehors de certaines situations particulières, le cou à symétrie sphérique ; laquelle se répercute sur la géométrie des volumes d'équivalence.

### 4.1 Propriétés générales du Kernel 3-D d'une boucle

Dans cette section, il est question d'analyser la matrice du problème direct RMP en 3-D. En particulier, la ressemblance qui existe entre le signal d'une cellule de l'espace de calcul et celui de ses voisines. L'outil le plus direct et pédagogique pour appréhender ces ressemblances de signatures est le coefficient de corrélation linéaire (section 3.1). Représente dans l'espace, cet outil permet de mettre en lumière la géométrie des volumes d'équivalence, en l'absence d'*a priori* venant compléter la donnée.

Rappelons qu'au premier ordre seulement, ces corrélations constituent une estimation qualitative de la résolution d'un ensemble de mesure (1-D/2-D/3-D). La sommation direct d'un certain nombre de signaux peu corrélés entre eux va générer un nouveau signal qui, lui, peut être corrélé avec le signal d'une ou plusieurs autres cellules. Ainsi, au second ordre, l'emploi des corrélations (qui ne montre que des liens directs entre une cellule et ses voisines) comme estimateur de la résolution est intrinsèquement incomplet dans un système linéaire .

Même si on se bornera à considérer la corrélation linéaire comme incomplète pour une analyse exhaustive des équivalences du problème direct, et donc de la résolution, elle permet néanmoins de mettre en évidence les cellules dont la forme des signaux est directement comparable, voir opposée (en signe). L'espace dans lequel ces similarités/oppositions sont élevées est un espace mal résolu (ou d'équivalence). Cette mauvaise résolution ne peut que s'aggraver en considérant toutes les combinaisons possibles. Ces différentes zones vont s'agencer et contrôler la restitution finale de de la teneur en eau.

Deux paramètres exercent une influence géométrique majeure sur la forme des signaux 2-D/3-D : (1) L'inclinaison du champ et (2) la résistivité du milieu. Ils font donc l'objet d'une attention particulière dans la suite de ce chapitre.

### 4.1.1 Inhomogénéité due à l'inclinaison du champ géomagnétique

Si l'inclinaison et l'intensité du champ magnétique terrestre ne sont jamais déconvoluées dans la réalité, modéliser différentes inclinaisons de champ à amplitude constante est un exercice intéressant pour caractériser la variabilité des formes d'équivalence.

Si le champ EM d'une boucle a une symétrie sphérique quasi-parfaite, c'est son couplage avec la position induite du moment magnétique des protons qui va contrôler la géométrie des signaux dans l'espace (eq. 2.17). L'inclinaison du champ géomagnétique va favoriser de meilleurs couplages légèrement au nord à l'extérieur d'une boucle, et au sud légèrement à l'intérieur de la boucle. Dans l'hémisphère nord, la boucle reçoit plus de signal au sud, et moins au nord. Ce phénomène est évoqué sous le terme de focalisation. Il est inversé dans l'hémisphère sud.

En 2-D et en 3-D, la résolution et la sensibilité d'une boucle ne sont généralement pas homogènes au regard d'une symétrie sphérique (fig. 4.1).

Proche des pôles ou de l'équateur, c'est-à-dire lorsque l'inclinaison du champ géomagnétique est quasiment perpendiculaire ou parallèle à la boucle ( $I = 82.5^\circ$  ou  $22.5^\circ$ ), les signaux des volumes d'eau tendent à avoir une géométrie sphérique. La sensibilité et la résolution tendent vers l'isotropie. Pour des inclinaisons intermédiaires, la sensibilité et la résolution sont anisotropes.

### 4.1.2 Rotation de phase et baisse de sensibilité

Les rotations de phase sont générées par de nombreux processus détaillés en section 2.2.2. Les plus cohérents géométriquement sont la conductivité et les harmoniques du champ d'émission. Le premier génère des signaux avec une partie imaginaire de signe négatif loin de la boucle et le second génère des signaux en partie imaginaire positifs à proximité de la boucle. Les deux génèrent des signaux croissants avec la valeur d'impulsion. Ainsi, en milieu conducteur, les parties réelles ou imaginaires de certains signaux peuvent être fortement corrélées négativement avec celles d'autres cellules pas forcément voisines. Ceci dénote de la possibilité pour deux volumes d'eau coexistants de soustraire leurs signatures élémentaires en partie réelle ou en partie imaginaire (rarement les deux) : la résultante totale mesurée par une boucle de mesure peut tendre vers zéro. Cette relation existe entre les cellules situées à la toute proximité d'une boucle, et celles assez éloignées (fig. 4.2).

En milieu résistant, la partie imaginaire est très faible – voire constante –, elle porte peu d'information spatiale. Les corrélations spatiales en partie réelle sont peu nuancées et homogènes sur de vastes volumes. Au contraire, en milieu conducteur, la partie imaginaire porte une information géométrique aussi importante que la partie réelle (fig. 4.3) qui améliore théoriquement la discernabilité des volumes d'eau dans l'espace.

En étudiant les deux composantes du signal simultanément<sup>1</sup> les corrélations de signaux présentent des valeurs plus nuancées que sur les figures précédentes (fig. 4.4). En environnement conducteur, les cellules

---

1. Les corrélations sont calculées en partie réelle et imaginaire, ensembles.

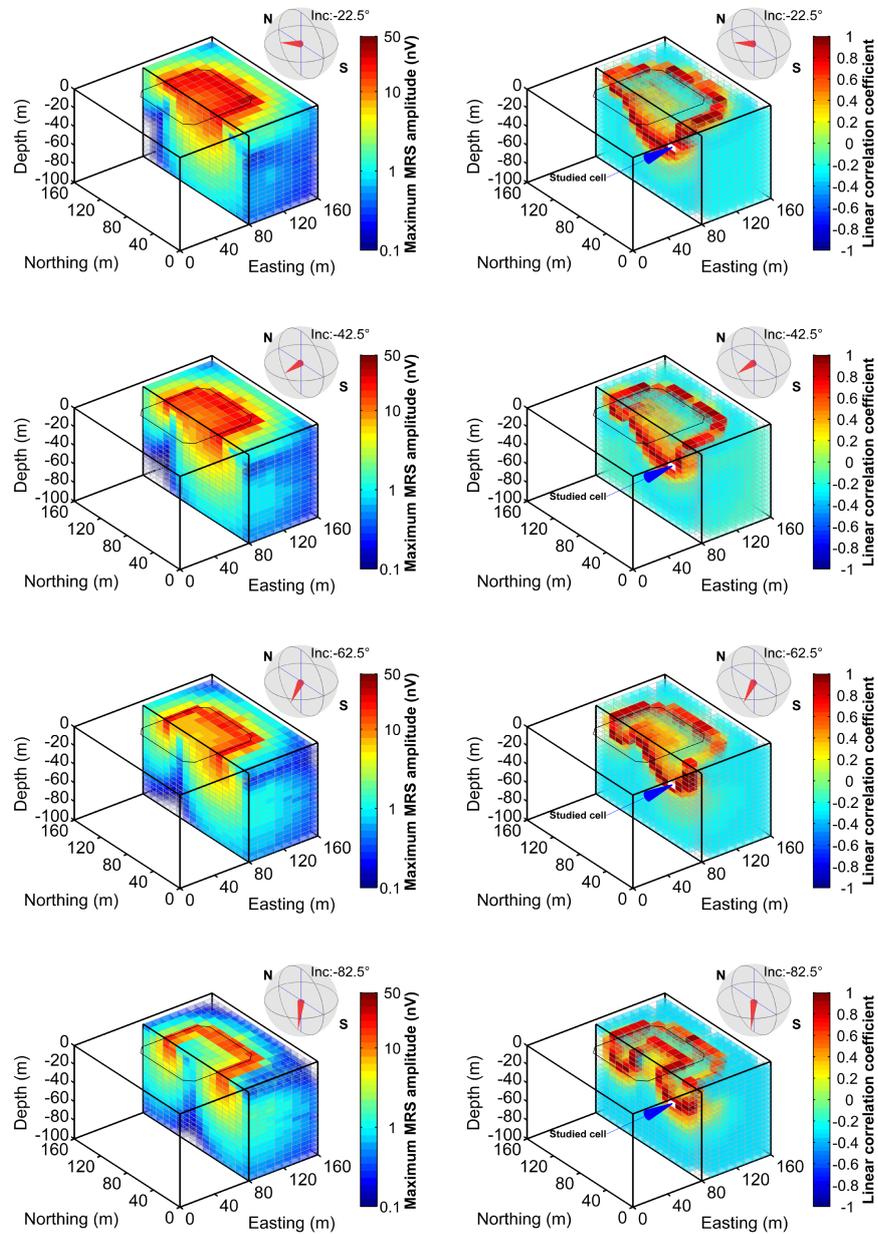


FIGURE 4.1 – (Gauche) Amplitude maximale du Kernel 3-D pour une boucle Tx-Rx d'extension 80 x 80 m et différentes inclinaisons du champ magnétique. (Droite) Coefficient de corrélation linéaire d'une cellule avec ses voisines. La résistivité est de  $10000 \Omega \cdot \text{m}$ . Fréquence de Larmor : 2043 Hz.

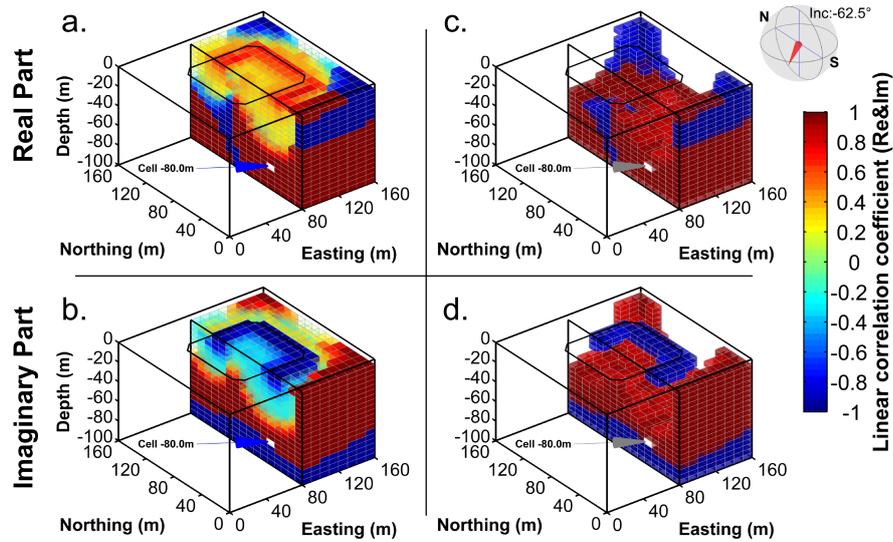


FIGURE 4.2 – (a. et b.) Corrélations séparées des signaux en partie réelle et imaginaire en environnement conducteur ( $\rho = 10 \Omega.m$ ). (c. et d.) Seules les cellules ayant une corrélations supérieure à 0.9 ou inférieure à -0.9 sont représentées.  $f_L = 2043$  Hz.

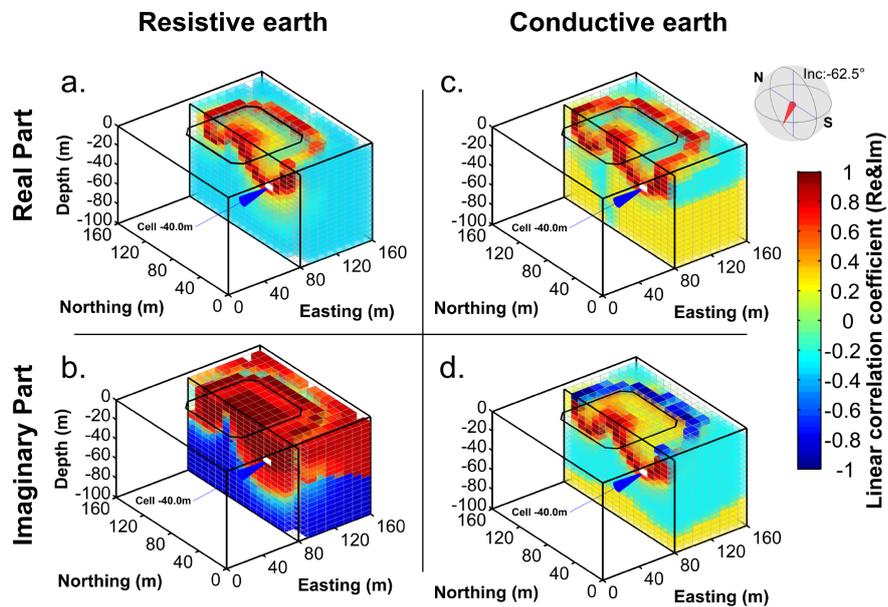


FIGURE 4.3 – Corrélations séparées des signaux RMP en partie réelle et imaginaire en environnements conducteur ( $\rho = 10 \Omega.m$ ) et résistif ( $\rho = 10000 \Omega.m$ ).  $f_L = 2043$  Hz.

à proximité de la boucle se décorrèlent davantage de celles plus éloignées. L'information apportée par la rotation de phase semble par conséquent augmenter la résolution superficielle.

Le corollaire de l'augmentation de résolution est la diminution d'énergie du signal RMP : la profondeur de pénétration du champ EM de la boucle  $\mathbf{T_x-R_x}$  est moins importante, ce qui implique des couplages entre les moments magnétiques de l'eau et le champ magnétique unitaire de la boucle de moindre qualité (fig. 4.5). Ainsi sur le plan théorique, la résolution est améliorée, mais sur le plan pratique le bruit EM prend plus d'importance.

## 4.2 Étude de résolution du Kernel avec plusieurs sondages

Si dans une acquisition 1-D, l'objectif est de pouvoir distinguer le mieux possible un horizon d'eau de ces voisins selon l'unique axe de la profondeur, l'objectif d'une acquisition 2-D/3-D est de pouvoir distinguer la signature d'un volume d'eau en particulier dans les deux ou trois dimensions de l'espace. Cette signature sous forme de signal doit donc être la plus unique possible. Cette notion est difficilement quantifiable. Pour ce faire, il convient d'ajouter des boucles et/ou des points de mesures. Néanmoins, les capacités théoriques de résolution de la méthode connaissent une limite qu'une débauche de points de mesures et de sondages ne peut combler. Une bonne acquisition 2-D/3-D cherche le meilleur compromis entre le coût expérimental et l'utilité de l'information.

Il est possible d'étendre l'analyse des corrélations linéaires aux signaux issus d'acquisitions constituées de plusieurs sondages RMP. Les termes de signatures ou de signaux recouvrent ici l'intégralité des influences qu'exerce un volume d'eau sur plusieurs sondages RMP. Sur le plan mathématique, rendre la signature d'un volume élémentaire unique revient à minimiser les corrélations linéaires qui existent entre une cellule et ses voisines.

Dans cette section, l'évolution de la résolution en fonction des densités de mesures est étudiée à plusieurs profondeurs. La géométrie générale de l'espace d'équivalence  $y$  est visible. Les cellules étudiées sont au centre de l'acquisition, elles bénéficient d'une couverture de mesure maximale. En conséquence, les

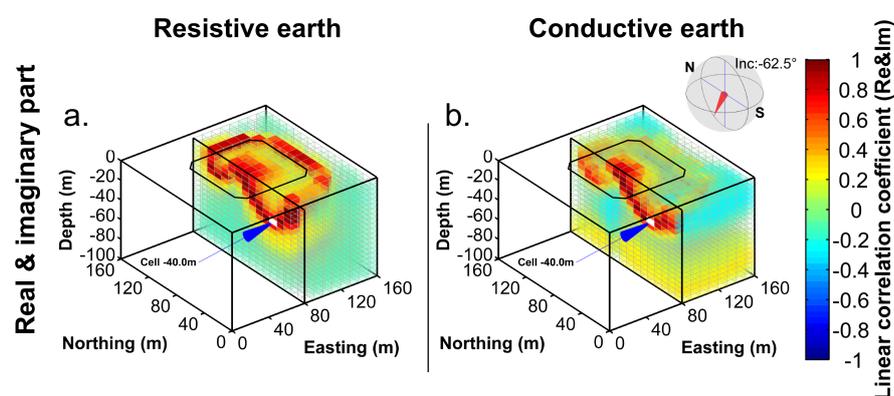


FIGURE 4.4 – Corrélations simultanées de signaux réels et imaginaires en environnements conducteur ( $\rho = 10 \Omega.m$ ) et résistant ( $\rho = 10000 \Omega.m$ ).  $f_L = 2043 \text{ Hz}$ .

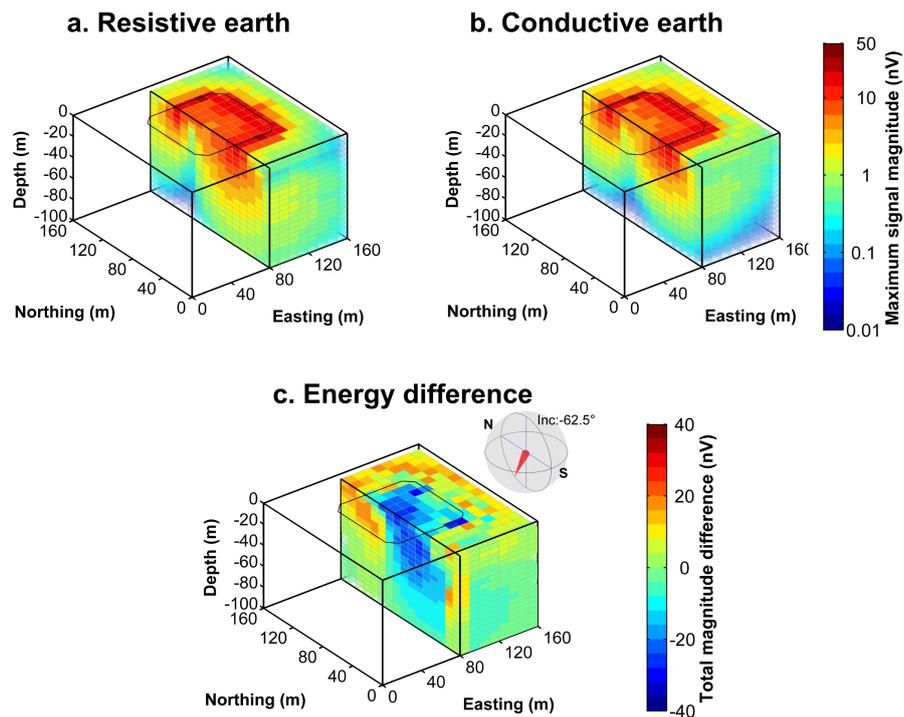


FIGURE 4.5 – (a et b) Comparaison des amplitudes maximales en environnements conducteur ( $\rho = 10 \Omega.m$ ) et résistant ( $\rho = 10000 \Omega.m$ ). L'échelle est logarithmique. (c) Intégrale de la différence d'énergie totale entre les signaux d'une même cellule dans chacun des deux environnements. L'échelle est linéaire. L'environnement conducteur atténue l'énergie du signal dans la partie interne sud de la boucle (zone de focalisation).  $f_L = 2043 \text{ Hz}$ .

capacités de résolution discutées ici sont au maximum théorique de leurs possibilités.

#### 4.2.1 Résolution 2-D

Quatre recouvrements de boucles différents sont utilisés : les rapports 0, 1/2, 3/4, 7/8 sont relatifs à la taille de la boucle de 80x80 m<sup>2</sup>. Deux orientations de profil 2-D (nord-sud et ouest-est) sont étudiés pour les profondeurs -20, -40, -60 et -80 m (figs. 4.6 et 4.7).

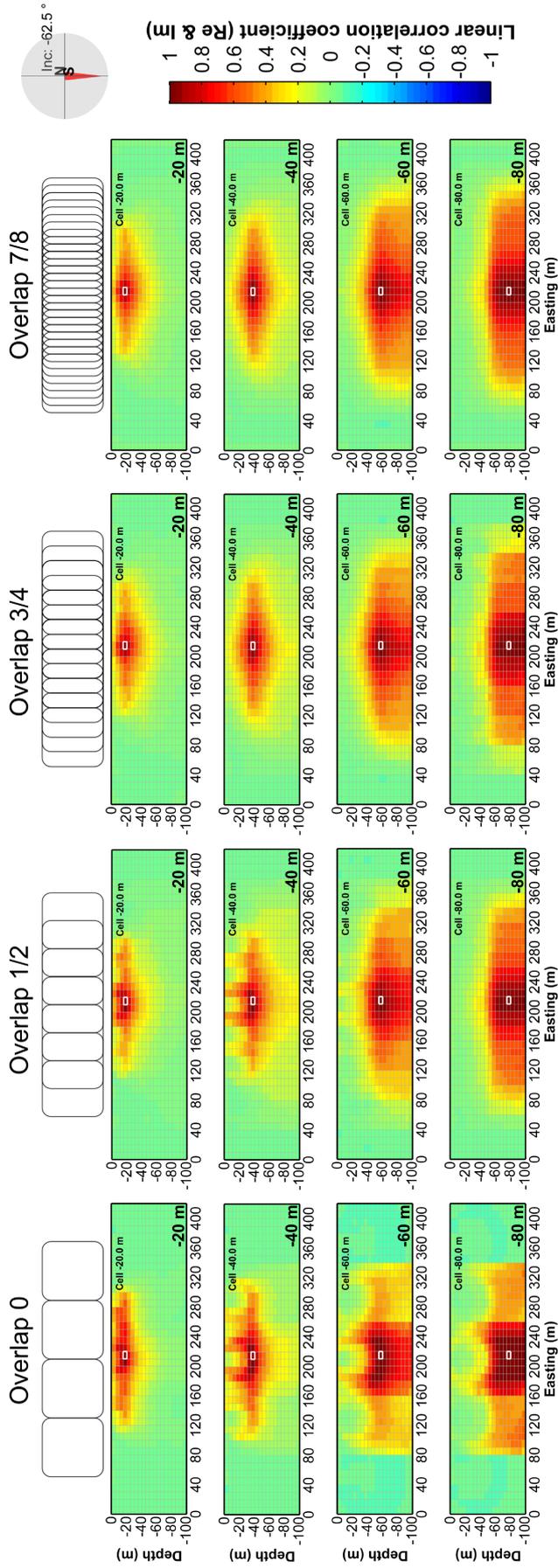


FIGURE 4.6 – Influence de la densité de mesure en surface pour une acquisition 2-D d'orientation ouest-est. L'échelle de couleur représente le coefficient de corrélation linéaire qui lie une cellule avec les cellules voisines. Le recouvrement, i.e la couverture des mesures, augmente de gauche à droite ( $dl = 0, 1/2, 3/4, 7/8$  de taille de boucle). De haut en bas, la profondeur de la cellule étudiée augmente.  $\rho = 10000 \Omega.m$  et  $f_L = 2043 \text{ Hz}$ .

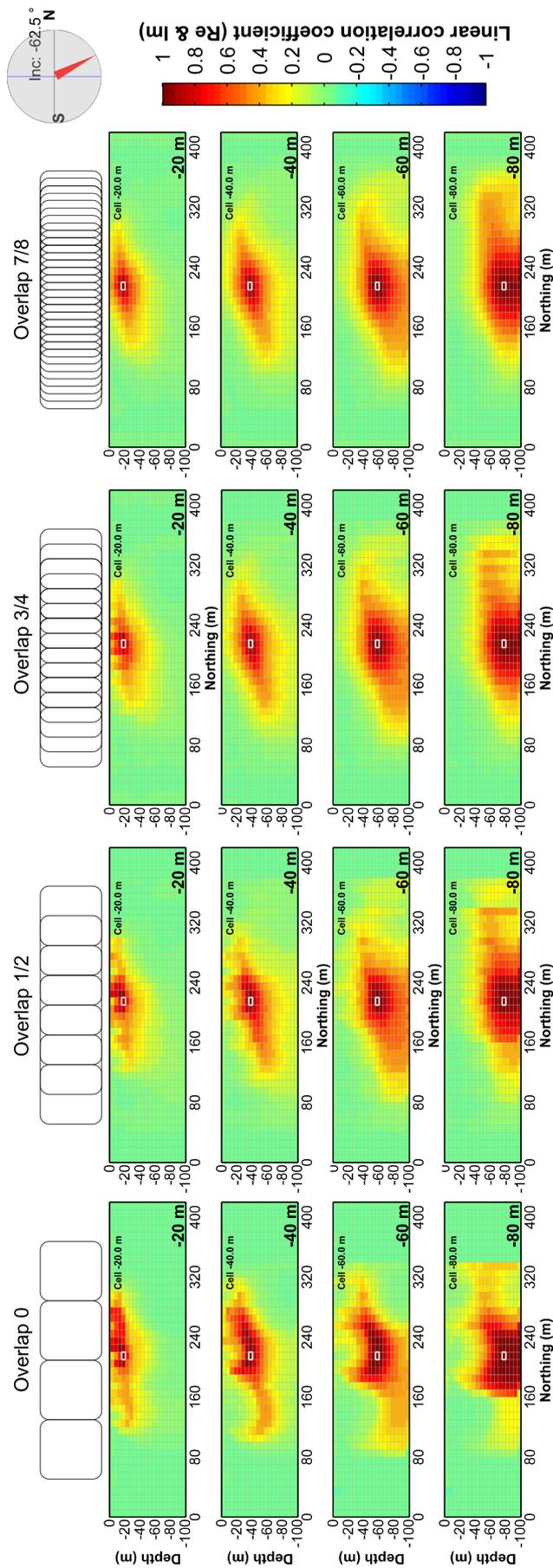


FIGURE 4.7 – Influence de la densité de mesure en surface pour une acquisition nord-sud. L'échelle de couleur représente le coefficient de corrélation linéaire qui lie une cellule avec les cellules voisines. Le recouvrement, i.e la couverture des mesures, augmente de gauche à droite ( $dl = 0, 1/2, 3/4, 7/8$  de taille de boucle). De haut en bas, la profondeur de la cellule étudiée augmente.  $\rho = 10000 \Omega.m$  et  $f_L = 2043 \text{ Hz}$ .

Pour les deux profils, le volume où les valeurs de corrélation sont élevées s'accroît avec la profondeur ; signe d'une perte de capacité de résolution avec l'éloignement aux boucles de mesure. La taille de ce volume est plus importante latéralement qu'en profondeur. Le long d'une section ouest-est, les valeurs de corrélations linéaires calculées présentent une parfaite symétrie. Le long d'une section nord-sud, cette symétrie n'existe plus (fig. 4.7). Les valeurs de corrélation arborent une tendance ascendante depuis le sud vers le nord de la cellule étudiée. La qualité de la couverture, ne change pas cette géométrie particulière. Au sud de la cellule étudiée, les cellules présentant de fortes corrélations sont situées plus en profondeur tandis qu'elles sont plus superficielles au nord. Cette caractéristique est une conséquence de la focalisation nord-sud, montré en fig. 4.1.

Pour les deux orientations possibles, l'accroissement de la couverture de mesure (de gauche à droite sur les figures) montre une diminution majeure des valeurs de corrélation entre un recouvrement nul ( $\text{Overlap} = 0$ ) et un demi recouvrement ( $\text{Overlap} = 1/2$ ). Si cette diminution de valeur se poursuit avec des recouvrements plus conséquents pour toutes les profondeurs, l'évolution n'est plus visuellement aussi significative.

Comme il en a déjà été question, la corrélation n'est un estimateur des volumes d'équivalence qu'au premier ordre. Il est impossible d'estimer la résolution latérale et en profondeur de la méthode sans critère supplémentaire. En posant arbitrairement l'incapacité de différencier deux volumes pour une valeur de corrélation supérieure à 0.9, il est possible de quantifier empiriquement l'apport de mesures supplémentaires sur la discernabilité d'un volume d'eau à plusieurs profondeurs. Le nombre des cellules fortement corrélées va correspondre au volume d'équivalence (fig. 4.8).

Toutes les courbes montrent un accroissement du nombre de fortes corrélations avec la profondeur : c'est la conséquence directe d'une perte de résolution et de sensibilité. Vers 80 m de profondeur (surtout sur le profil ouest-est), l'espace de calcul commence à se réduire, aussi le nombre de cellules corrélées ne croît plus autant qu'il devrait.

En fonction de la profondeur, trois comportements majeurs se distinguent dans les deux graphiques, un superficiel, un intermédiaire et un autre profond. L'orientation du profil va jouer sur la taille et l'ampleur du volume d'équivalence en fonction du recouvrement.

En nord-sud, le comportement superficiel s'exprime de 0 à environ -30 m. Les volumes d'équivalence y sont compris entre 1 et 4 cellules. Le volume d'incertitude augmente avec la profondeur et diminue avec le recouvrement. En ouest-est, le comportement superficiel s'arrête vers 20 m, et la gamme des valeurs oscille peu entre 1 et 2. L'échelle logarithmique y est trompeuse. Le volume d'incertitude augmente avec la profondeur et sont peu affecté par la différence de recouvrement.

Dans cette zone, la focalisation inhomogène joue certainement un rôle, car elle casse la symétrie nord-sud de la sensibilité d'une boucle de mesure, ce qui diminue les volumes d'équivalences. Par conséquent, l'augmentation de la fréquence spatiale des mesures affecte la résolution de manière non-négligeable : la résolution peut osciller de faible (8 cellules) à bonne (1 cellule). En ouest-est la focalisation n'influence pas la symétrie de sensibilité. Aussi le volume d'équivalence est-il assez égal (de 1 à 2) peu importe le recouvrement.

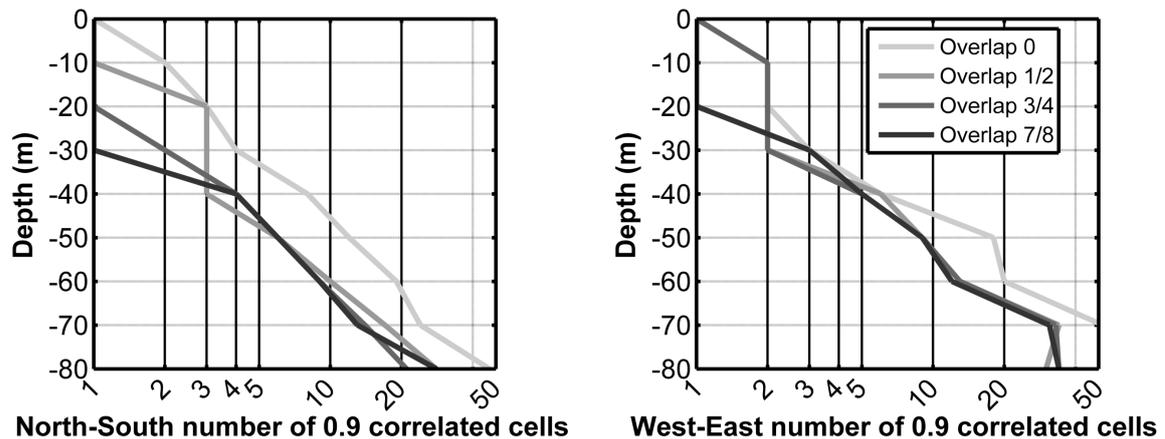


FIGURE 4.8 – Dépendances entre corrélations, profondeurs et densités de mesure en 2-D. (Gauche) Profil nord-sud. (Droite) Profil ouest-est. L'axe des abscisses est logarithmique. Les recouvrements 3/4 et 7/8 ont une importance jusqu'à -20 m de profondeur. Au delà, tous les dispositifs ayant un recouvrement non-nul s'équivalent.

Le comportement intermédiaire entre 20 et 40 m est une zone où la fréquence spatiale de mesure perd de son importance quelle que soit l'orientation du profil. Les volumes de résolution des recouvrements 1/2, 3/4 et 7/8 convergent systématiquement tandis que le volume de résolution du recouvrement nul continue à diverger en nord-sud et commence à diverger en ouest-est.

Enfin, dans la zone profonde depuis -40 m jusqu'à -80 m, les volumes de résolution continuent d'augmenter dans une gamme de valeur allant de 10 à 60 cellules. Pour les recouvrements non-nuls, les volumes de résolution ont convergé vers des valeurs identiques, deux fois inférieures à celles du recouvrement nul.

Si ces résultats sont probablement affectés par les effets de seuil (0.9) et les instabilités numériques superficielles, la tendance demeure claire : l'absence de recouvrement (boucles côte à côte) favorise clairement les équivalences. Les recouvrements 3/4 et 7/8 s'ils dégagent de très légères améliorations superficielles, n'en demeurent pas moins très lourds sur le plan opérationnel. Le recouvrement 1/2 semble un compromis acceptable, surtout à moyenne profondeur. Son complément avec des sondages aux boucles  $T_x$  et  $R_x$  séparées, connus pour leur bonne résolution superficielle, pourrait s'avérer très rentable.

#### 4.2.2 Résolution 3-D

La méthode de caractérisation précédente est appliquée au problème 3-D, pour trois recouvrements différents (Overlap = 0, 1/2 et 3/4). L'acquisition en recouvrement 3/4 est plus intensément caractérisée en son centre que sur les bords, pour des raisons numériques.

Les observations générales en 3-D sont les mêmes qu'en 2-D. Le volume d'équivalence d'une cellule s'accroît avec la profondeur. Ce volume présente une symétrie ouest-est parfaite, inexistante en nord-sud (fig. 4.9). En effet, le volume d'équivalence a une tendance ascendante depuis le sud vers le nord en chaque point de l'espace.

Visuellement, il est plus efficace d'isoler les valeurs de corrélation supérieures à 0.9 (fig. 4.10). Dans le

cas 3-D, où la géométrie des cellules est plus fine, l'estimation par les corrélations va être plus sensibles au recouvrement. À toutes les profondeurs, l'apport de mesures supplémentaires diminue le nombre de cellules hautement corrélées.

Cette constatation se vérifie plus facilement sur la fig. 4.11 où est affiché le nombre de cellules corrélées à différentes profondeurs pour chaque recouvrement. On y retrouve une zone superficielle (0 à 30 m) où l'augmentation du recouvrement diminue le nombre de cellules corrélées et améliore la résolution. Puis une zone profonde où pour un recouvrement supérieur à 1/2, ces améliorations sont peu significatives.

Comme précédemment le nombre de corrélation entre une cellule et son environnement croît en loi de puissance avec la profondeur, quelle que soit la couverture de mesure déployée.

La forme des signaux corrélés est similaire mais quand est-il de l'énergie qui les distingue ? Deux cellules génèrent-elles le même signal avec la même teneur en eau ?

Les coefficients directeurs de la relation linéaire qui lient les cellules corrélées à la cellule étudiée donnent cette information (fig. 4.12). Les cellules corrélées peuvent produire un signal quasiment identique à la cellule étudiée en accroissant leur teneur en eau d'un facteur supérieur à 1 (vert à rouge) ou en la diminuant d'un facteur inférieur (bleu). Les coefficients directeurs de la relation linéaire qui lient les cellules corrélées à la cellule étudiée donnent cette information (fig. 4.12). Les cellules corrélées peuvent produire un signal quasiment identique à la cellule étudiée en accroissant leur teneur en eau d'un facteur supérieur à 1 (vert à rouge) ou en la diminuant d'un facteur inférieur (bleu).

En superficie (au dessus de 40 m), la variabilité spatiale de la compensation montre une structuration hétérogène et probablement gouvernée par des instabilités d'ordres numériques difficiles à interpréter. Une tendance ascendante nord-sud semble néanmoins s'y dessiner ; conséquence probable de la focalisation. La compensation y prend des valeurs positives (vert) vers le nord et au dessus d'une cellule étudiée. À partir de 50 m, la structuration des différents degrés de compensation est horizontale. Pour générer le même signal, la compensation a tendance à diminuer l'eau requise (bleu) au dessus de la cellule étudiée, et à augmenter la quantité d'eau nécessaire plus en profondeur (jaune à rouge). Cette caractéristique dominante est issue de la perte de sensibilité (diminution du signal) avec la profondeur.

À volume équivalent, imaginons deux cas : (1) une unique cellule reçoit 100 % d'un volume d'eau donné et (2) toutes les cellules corrélées reçoivent une fraction identique de ce même volume d'eau. Que se passerait-il en terme de signal ? Resterait-il équivalent ?

Si la moyenne des compensations entre cellules corrélées est supérieure à 1, en passant de l'état 1 à l'état 2, le signal RMP va diminuer. Dans le cas contraire, le signal va augmenter. Ainsi si la valeur moyenne de la compensation est différente de 1, la notion de préservation conjointe du signal et du volume n'est pas valide.

La moyenne des compensations pour chaque profondeur montre quelle tendance domine (fig. 4.11) : la compensation est toujours positive. Pour les recouvrements de boucles non-nuls, une augmentation progressive de la compensation moyenne avec la profondeur est visible, allant de 0 à environ 10 % depuis la surface jusqu'à -70 m. Plus en profondeur, la perte de sensibilité est telle que la compensation moyenne va rapidement dépasser 40 % quel que soit le recouvrement. Dans le cas d'un recouvrement de boucles

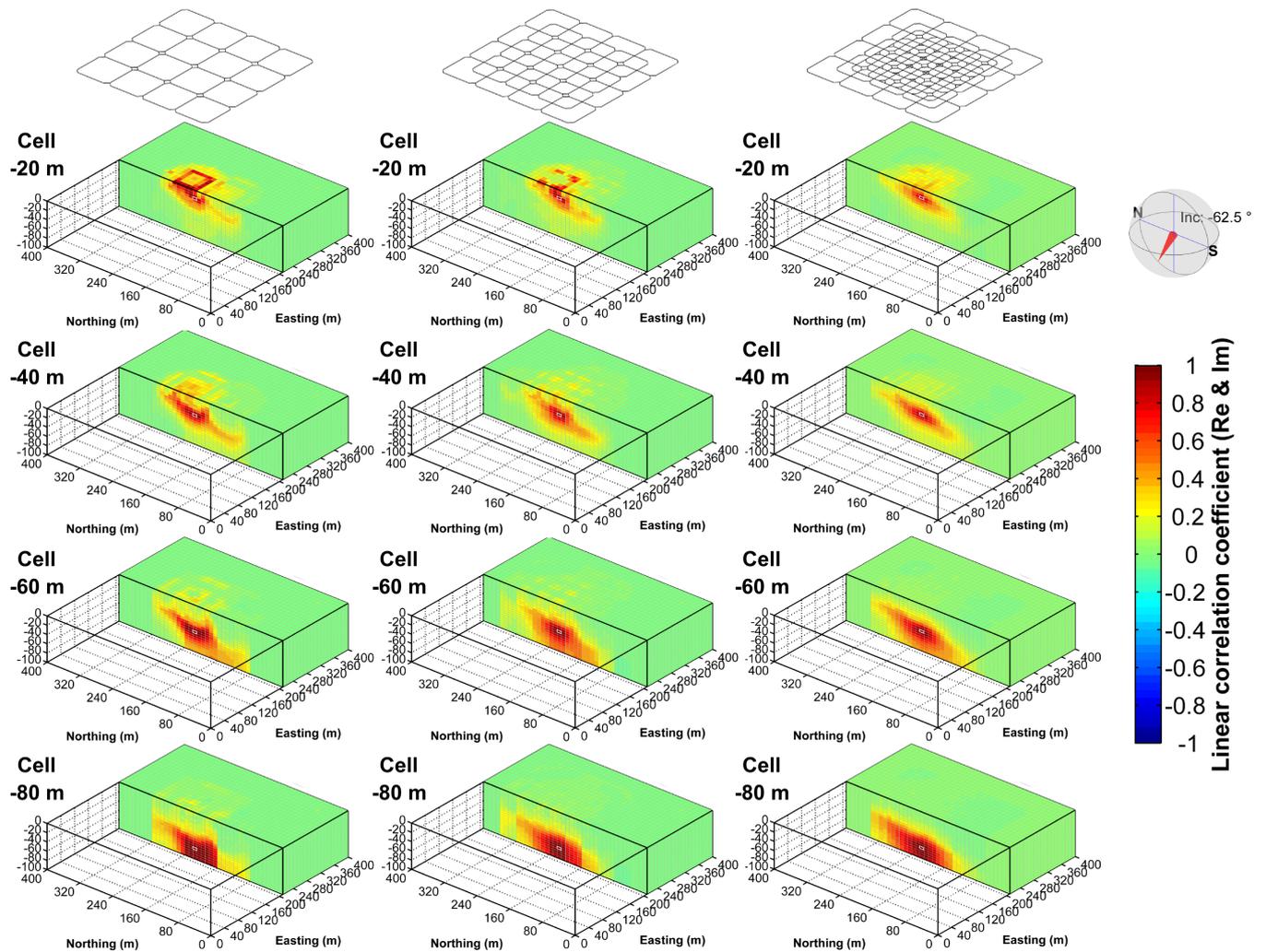


FIGURE 4.9 – Influence de la densité de mesure en surface pour une acquisition 3-D d'orientation nord-sud. L'échelle de couleur représente le coefficient de corrélation linéaire d'une cellule à différentes profondeurs avec ses voisines.

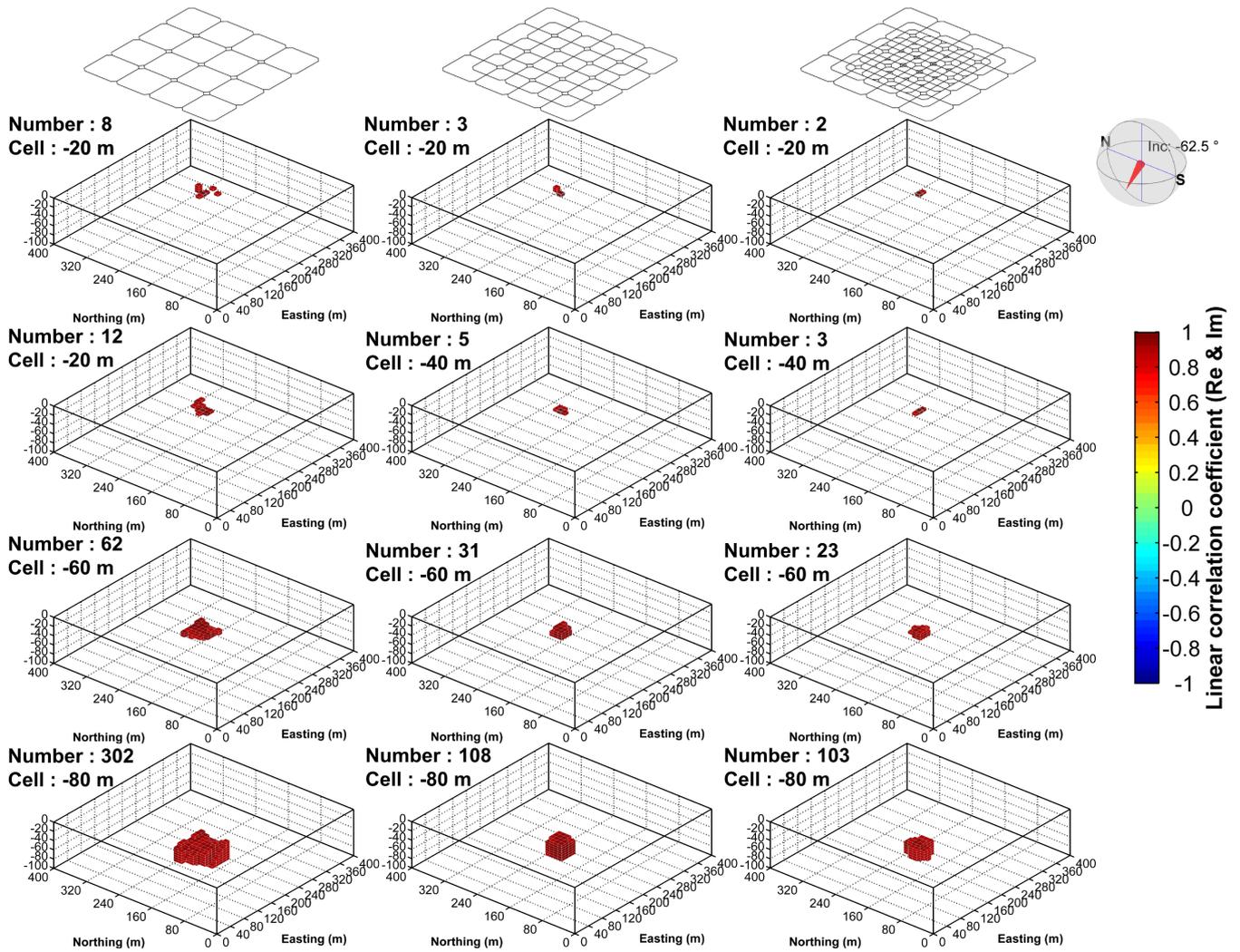


FIGURE 4.10 – Influence de la densité de mesure en surface pour une acquisition 3-D d'orientation nord-sud. Sur cette figure, seule les valeurs supérieures à 0.9 ou inférieures à -0.9 sont représentées.

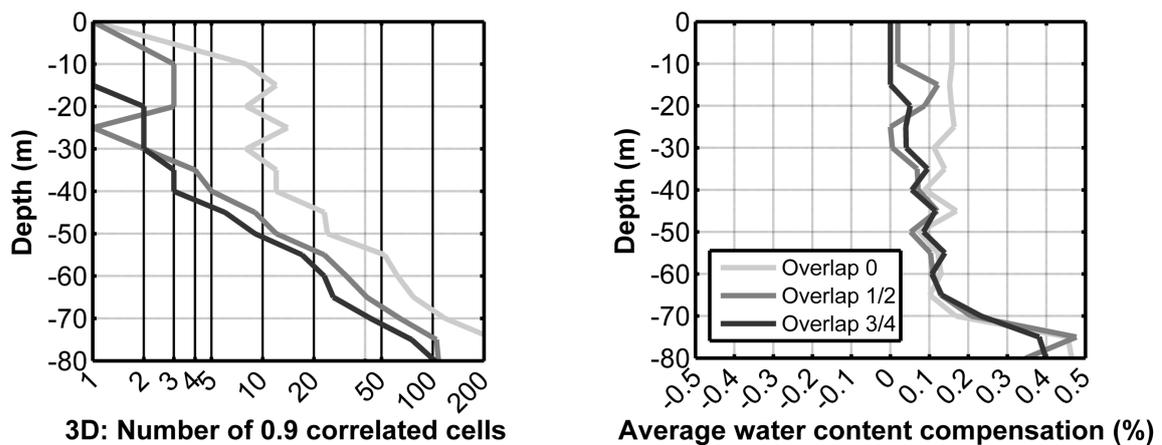


FIGURE 4.11 – (gauche) Nombre de coefficients de corrélation linéaire supérieurs à 0.9 ou inférieurs à -0.9 par profondeur (droite) Moyenne des coefficients de proportionnalité existant entre les signaux corrélés : compensations volumiques attendue.

nul, la compensation est de 20 % dès les premiers mètres, signe que l'absence d'une densité de mesure suffisante va laisser la possibilité aux compensations d'exister dès la proche subsurface.

Ainsi, la notion de préservation du volume d'eau à signal RMP constant se dégrade avec la profondeur. En fonction de la manière dont la teneur en eau est distribuée ou concentrée la réponse RMP va nettement varier. Si l'eau est plutôt diffusée dans les cellules corrélées, le volume total sera plus important que si l'eau était concentrée dans une cellule. C'est un phénomène qui va manifester de sérieux biais dans l'estimation du volume au-delà de 70 m.

Ce phénomène n'est pas anodin suivant l'*a priori* ou la régularisation que l'on va utiliser pour reconstruire une image de la teneur en eau 2-D ou 3-D. L'*a priori* le plus usuel qui consiste à favoriser une certaine continuité dans les structures (*a priori* lissant) va donc forcer l'égalisation des valeurs de la teneur en eau dans l'espace et engendrer des biais sur l'estimation du volume d'eau au-delà de -70 m.

Dans ce contexte, l'estimation usuelle lissée va avoir tendance à biaiser le rendu du volume vers des valeurs de l'ordre de 10%, entre -40 m et -70 m, puis à hauteur de 50 % au-delà. Si estimation du volume équivalent des solutions il y a, il faut impérativement négliger les parties profondes.

En réalité, les estimations réalisées ici ne concernent que des cellules isolées, et non des cibles de teneurs en eau avec des géométries infiniment variées. Il est à prévoir que les différents volumes d'équivalence : qui composent une cible d'eau réelle interagissent les uns avec les autres d'une manière plus subtile.

### 4.2.3 Synthèse de l'apport des corrélations

Les corrélations ont pu révéler les relations qui existent entre le signal d'une cellule et celui des autres dans l'espace 3-D. Ces relations vont gouverner (au premier ordre) la géométrie et la délimitation du volume d'équivalence dans lequel les teneurs en eau de multiples cellules peuvent évoluer les unes par rapport aux autres pour générer la même signature RMP. Ce volume d'équivalence va par conséquent arborer des comportements similaires à ceux de la corrélation, à savoir :

- Une augmentation du volume d'équivalence (donc une perte de résolution) en loi de puissance avec la profondeur.
- Une symétrie ouest-est parfaite (en dehors de la prise en compte du phénomène de polarisation elliptique).
- Une asymétrie nord-sud présentant une tendance ascendante du sud (sous la cellule) au nord (au dessus de la cellule).
- Des biais d'estimation du volume positif allant de 10 % (de 0 à 3/4 de taille de boucle en profondeur) à 50 % (au delà).
- L'absence de recouvrement engendre des biais d'estimation du volume dès la surface.

La corrélation reste néanmoins un critère qualitatif; lequel est impossible à transposer réellement en volume d'équivalence. La notion même de volume d'équivalence est un terme très vague faisant écho au lissage, à la moyenne, à la résolution spatiale. Or, le problème admet un nombre infini de solutions, allant

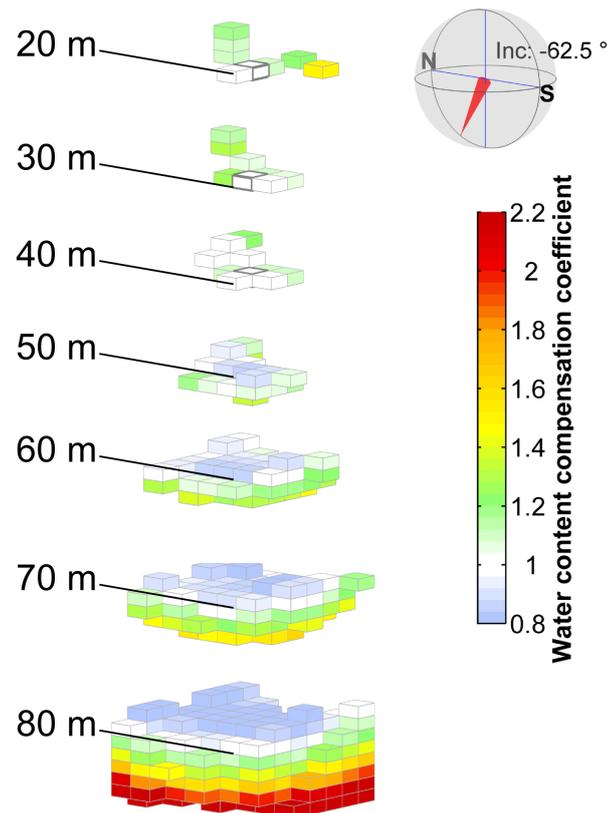


FIGURE 4.12 – Coefficient directeur de la relation linéaire existante entre le signal d’une cellule et les cellules qui lui sont corrélées à hauteur minimale de 0,9. Une coefficient linéaire supérieur à 1 (vert à rouge) indique qu’une cellule peut générer une énergie identique à celle de la cellule centrale par une augmentation de sa teneur en eau. Pour une valeur inférieure à 1 (bleu), une cellule doit diminuer sa valeur de teneur en eau. Cette propriété a un impact direct sur l’estimation du volume en 3-D.

du franchement chaotique<sup>2</sup> au complètement lissé/ordonné. De fait, cette notion de volume d'équivalence ne peut être estimée que de manière très contextuelle, c'est-à-dire en limitant l'infinité des solutions possibles à celles qui paraissent physiquement réalistes (lissées ou en blocs). Dans cette limite, les méthodes de Monte Carlo fournissent une estimation du volume d'équivalence et ses conséquences sur l'incertitude.

### 4.3 Contraintes lissantes et cibles 3-D : biais et incertitudes

En interaction avec les limites de résolution de la méthode, les *a priori* structurants gouvernent la géométrie des solutions et des volumes d'équivalence. C'est dans l'indétermination de ces volumes d'équivalence que la méthode de MH va collecter des solutions et fournir un estimateur de la solution (moyenne) et de sa variabilité à hauteur de 80 % (déciles 1 à 9) qui fera lieu de quantificateur de l'incertitude. L'incertitude sur la mesure contrôle le degré de liberté de la collecte et autorise (ou contraint) l'intensité de la variabilité.

L'objectif de cette section est d'explorer les comportements généraux de l'imagerie RMP 3-D avec des *a priori* lissants sur des cibles numériques 3-D. L'aspect très aléatoire et donc peu contraignant de l'*a priori* lissant utilisé dans cette thèse se veut permettre une étude très générale des conséquences de l'emploi de ces méthodes de régularisation. Si l'*a priori* lissant exerce une contrainte sur la forme des modèles, la conséquence sur l'espace des données n'est pas négligeable : il ne permet pas l'ajustement des caractéristiques hautes fréquences du signal, considérées comme signature du bruit.

Les cibles d'étude sont choisies pour avoir des limites abruptes et des contrastes de teneur en eau élevés (par rapport à l'arrière-plan) toujours supérieurs à 10 %. La régularisation lissante n'est pas exactement adaptée à la situation, mais c'est une contrainte courante en l'absence d'autres *a priori*. Il va en résulter des biais importants qui peuvent affecter l'interprétation subséquente. Ce sont ces aspects qui nous intéressent.

Le dispositif utilisé est le dispositif ayant un recouvrement de moitié, car c'est le meilleur compromis entre information apportée par la donnée et temps d'acquisition. L'espacement entre les mesures est de 40 m, pour des boucles de taille 80x80 m<sup>2</sup>.

Le bruit EM contaminant la donnée est fixé à 10 nV, avec une limite d'enregistrement des solutions en accord avec celui-ci. Ce niveau de bruit est au niveau minimal rencontré en RMP car il est de l'ordre de grandeur du bruit EM instrumental.

Pour chaque problème, un nombre de  $5 \times 10^5$  solutions a été collecté par échantillonnage inverse afin de calculer les *Pdf a posteriori*. Ces dernières sont représentées le long des 3 directions de l'espace et traversent le centre des différentes cibles 3-D simulées. La moyenne sera prise comme estimateur de la solution, bien qu'elle ne soit pas nécessairement une solution par elle-même.

Quatre questions vont structurer l'analyse des résultats :

1. Comment une géométrie 3-D cubique va-t-elle être reconstruite depuis la perspective lissante ?
2. Quels sont les biais attendus ?

---

2. Il est tout à fait possible de trouver des solutions de teneur en eau binaires (0 et 1) à tout problème RMP 3-D

3. Quelle est l'incertitude relative ?
4. Quid de l'estimation du volume ?

### **Le contrôle de l'*a priori* et du niveau de bruit sur l'incertitude**

Lorsque le bruit EM contaminant la donnée est important, la température du système d'échantillonnage inverse  $T_{\Phi}$  est paramétrée de façon à lui être corrélée : la liberté de l'algorithme d'exprimer son *a priori* de départ est donc plus élevée.

Partant d'un modèle initial vide avec une exploration lissante, l'amortissement de la teneur en eau est supérieure lorsque le bruit est important.

L'exploration dans l'espace de la donnée ne va pas chercher outre-mesure à ajuster finement les caractéristiques hautes fréquences du signal (issus de petite structure d'eau) considérant ces dernières comme des manifestations du bruit EM contaminant la donnée. Lorsque l'objectif est de reconstruire des cibles 3-D, ce sont justement les caractéristiques hautes fréquences qui vont apporter le plus d'informations pour reconstruire une cible ponctuelle. D'où un amortissement global des cibles 3-D vers la valeur de la *Pdf a priori*.

Une illustration de ces comportements dans l'espace des solutions et dans l'espace de la donnée est montrée en fig. 4.13 pour trois niveaux de bruit (5, 10 et 20 nV) et un bloc de volume 40x40x40 m<sup>3</sup> contenant 20 % d'eau.

Les *Pdf* sont extraites au milieu du cube, elles montrent le décalage progressif du mode de teneur en eau vers la valeur d'*a priori*. La résultante de cette situation est paradoxale : la variabilité des modèles (l'incertitude) est maximale là où le bruit EM est minimal. La donnée apporte très peu et l'incertitude y est celle de l'*a priori*.

Dans ce contexte, la question de la reconstruction d'une cible 3-D est la manière dont l'amplitude de son signal RMP (qui augmente avec son volume, sa teneur en eau et sa proximité aux boucles de mesure) est à même de s'imposer face à l'*a priori* dont la force croît avec le bruit. L'incertitude qui est issue d'un nombre important de reconstructions différentes, est aussi profondément biaisée par l'*a priori*.

#### **4.3.1 Variation de la teneur en eau**

Dans cette section, le modèle étudié est un cube de dimension 40x40x40 m<sup>3</sup> dont le toit est localisé à 20 m de profondeur et possédant une teneur en eau de 10, 50 et 100 %.

Dans un premier temps, il est indispensable de montrer des sections de la moyenne et de l'écart-type pour se faire une idée au moins grossière des capacités d'imagerie brute de la méthode (figs. 4.14 et 4.15). L'exemple le plus visuellement contrasté est l'imagerie de la cible contenant 100 % d'eau, c'est pourquoi il est représenté ici.

Conséquence de l'*a priori* lissant, la cible est reconstruite de manière diffuse dans les trois dimensions de l'espace. La partie centrale supérieure sud du cube est bien estimée (100 % en moyenne). Partant de ce

## Noise levels

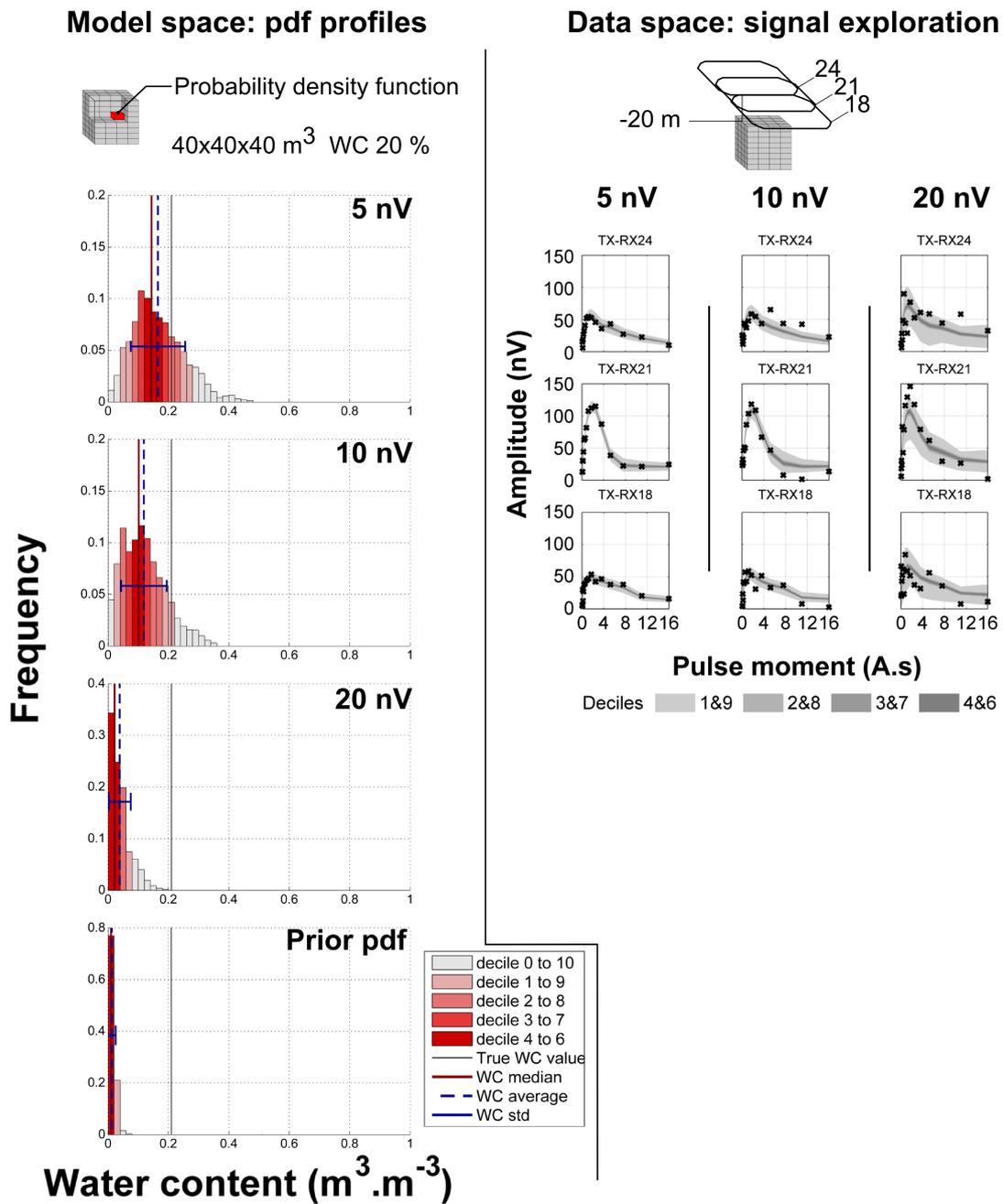


FIGURE 4.13 – Espace des solutions et espace de la donnée pour trois niveaux de bruit (5, 10 et 20 nV) et un bloc de volume 40x40x40 m<sup>3</sup> contenant 20 % d'eau. Les Pdf montrées sont extraites au milieu du cube. Seules trois boucles et leurs signaux sont montrés, mais 25 ont servi à la reconstruction. Plus le bruit est élevé, plus les Pdf a posteriori (gauche) converge vers la Pdf a priori (en bas à gauche). Dans l'espace de la donnée (droite), un plus grand bruit induit une plus grande exploration autour de la donnée (surface grisée).

point central, la qualité de l'estimation se dégrade progressivement dans les trois directions de l'espace pour finalement diffuser de l'eau en dehors du cube. La parfaite symétrie ouest-est (b), vue dans les corrélations est retrouvée, de même que l'asymétrie nord-sud (c).

L'extension de la diffusion de l'eau (environ 10 %) à l'extérieur du cube est dépendante de la profondeur et de l'orientation. Tout comme les corrélations, la symétrie n'est pas sphérique. La diffusion est davantage latérale. Sur le plan ouest-est (b), ce halo croît de -20 à -50 m, passant de 10 à environ 50 m de largeur. Il diminue ensuite en profondeur pour atteindre une extension de 15 m. Sur le plan nord-sud (c), le halo n'est pas égal au nord et au sud. Son extension est maximale (50 m) en direction du sud, et est plus superficielle qu'en direction ouest-est (-35 m.) Au nord, ce halo a une extension réduite de 30 m.

Le fait que le cube soit reconstruit sous une forme diffuse est, au départ, permise par le manque de résolution de la méthode RMP, mais la géométrie particulière que prend la reconstruction finale dans le volume d'irrésolution est contrôlée par l'*a priori*. Ainsi, afin de minimiser la dérivée spatiale de la teneur en eau suivant les trois dimensions, l'image moyenne est obligée de distribuer au maximum l'eau dans les cellules corrélées. Ce nombre de cellule augmente de raisonnable entre -20 et -30 m où le modèle est peu diffusé et bien reconstruit, à très important (-40 à -60 m) où l'eau est très diffusée par perte de résolution.

En ce qui concerne l'incertitude sur l'estimation lissante<sup>3</sup>, elle oscille entre  $\pm 0$  et 25 % d'eau, avec une tendance générale autour de 10 % dans la proximité du cube. Les valeurs maximales (25 %) sont situées aux interfaces cubes/arrière-plan et notamment dans la moitié profonde du cube. L'*a priori* contrôle la progressivité de la diffusion de manière aléatoire dans la collection de modèle. Cette forte incertitude est particulièrement visible sur la transition en profondeur.

Pour la comparaison de différents modèles, il est visuellement préférable de regarder les valeurs moyennes et les *Pdf* suivant une unique dimension. Les différents profils de *Pdf a posteriori* traversent le cube en son centre (fig. 4.16).

Au niveau de la fonction  $\Psi$  en profondeur, le cube est situé dans une zone de transition. Entre 20 et 40 m de profondeur la définition des cellules semble idéale (autour de 0.8) puis en nette diminution de 40 à 60 m.

Au niveau du plan horizontal (-40 m), le cube est aussi situé dans une zone relativement bien définie ( $\Psi = 0.6$ ) mais en perte de résolution sur les côtés, tant sur l'axe nord-sud que sur l'axe ouest-est.

Quelle que soit la teneur en eau, l'estimation moyenne est toujours proche de la valeur modèle dans la partie centrale supérieure de la cible. La qualité de l'estimation se dégrade à partir de ce point, dans les trois directions de l'espace.

On retrouve sur tous les profils la dégradation rapide de l'estimation de la teneur en eau en profondeur, et plus généralement vers toutes les faces du cube. Ce qui apparaît en 1-D sur la section en profondeur comme une disparition d'eau est en fait le signe de sa diffusion à l'extérieur du cube, majoritairement latéralement.

Pour s'en convaincre, il est intéressant de regarder l'estimation moyenne du volume d'eau agrégé sur des

---

3. Par souci de lisibilité c'est une incertitude absolue et non une incertitude relative en pourcentage

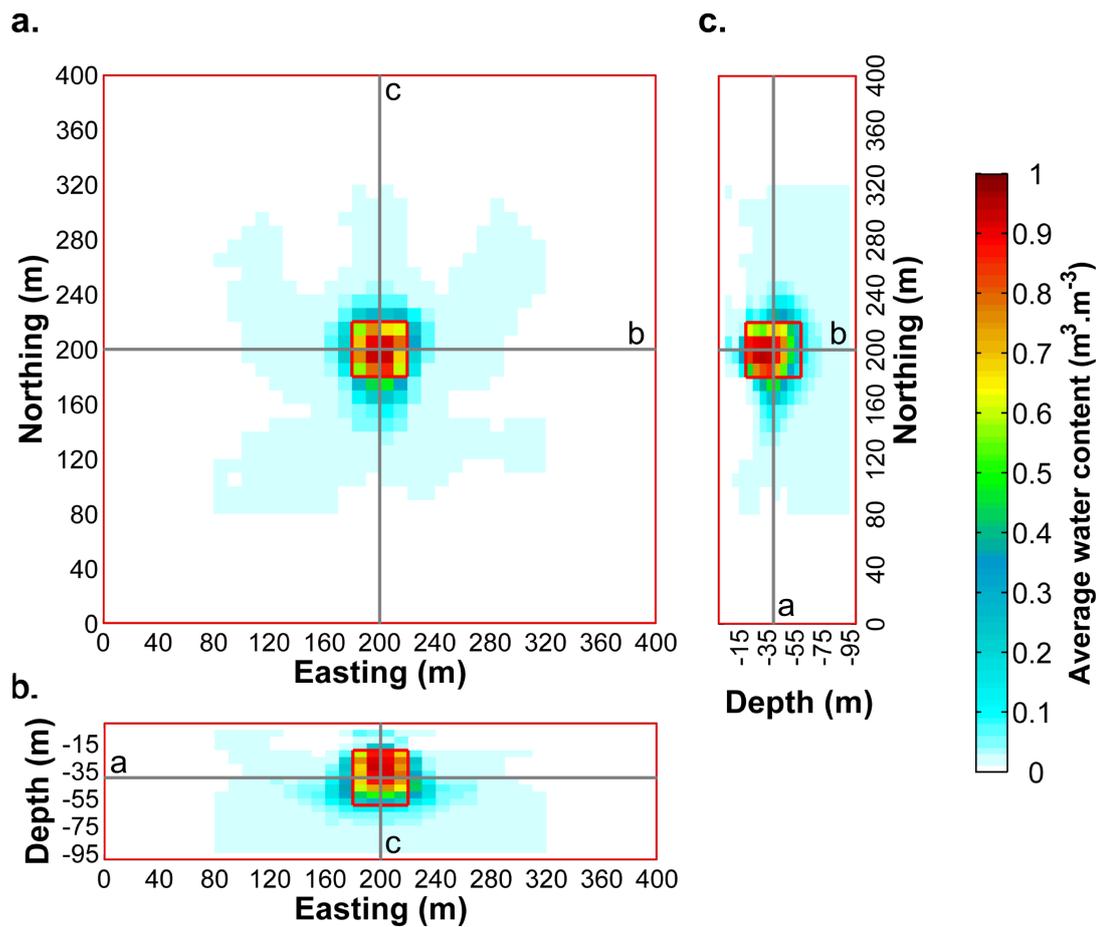


FIGURE 4.14 – Sections 2-D de la moyenne des solutions d'imagerie d'un cube de dimension 40x40x40 m<sup>3</sup> contenant 100 % d'eau. Bruit EM : 10 nV.

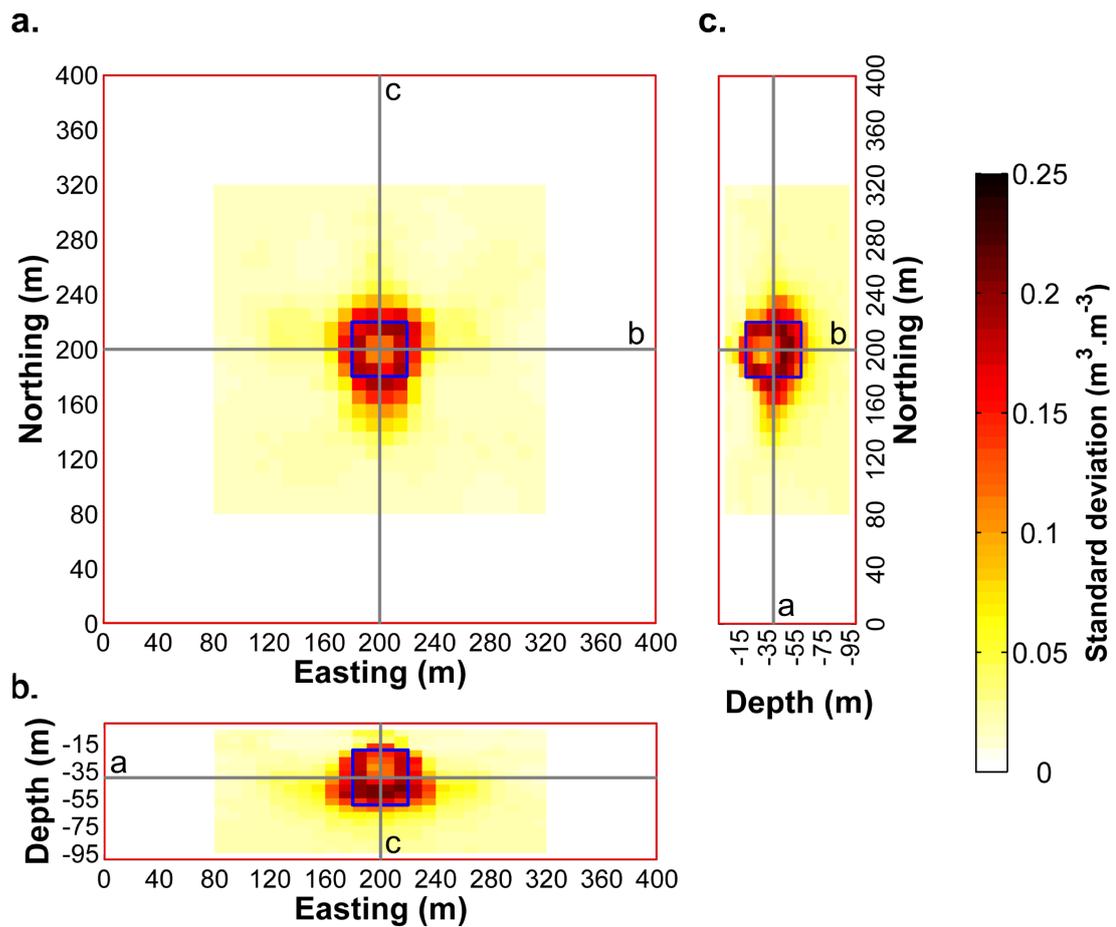


FIGURE 4.15 – Sections 2-D de l'écart-type des solutions d'imagerie d'un cube de dimension  $40 \times 40 \times 40 \text{ m}^3$  contenant 100 % d'eau. Bruit EM : 10 nV.

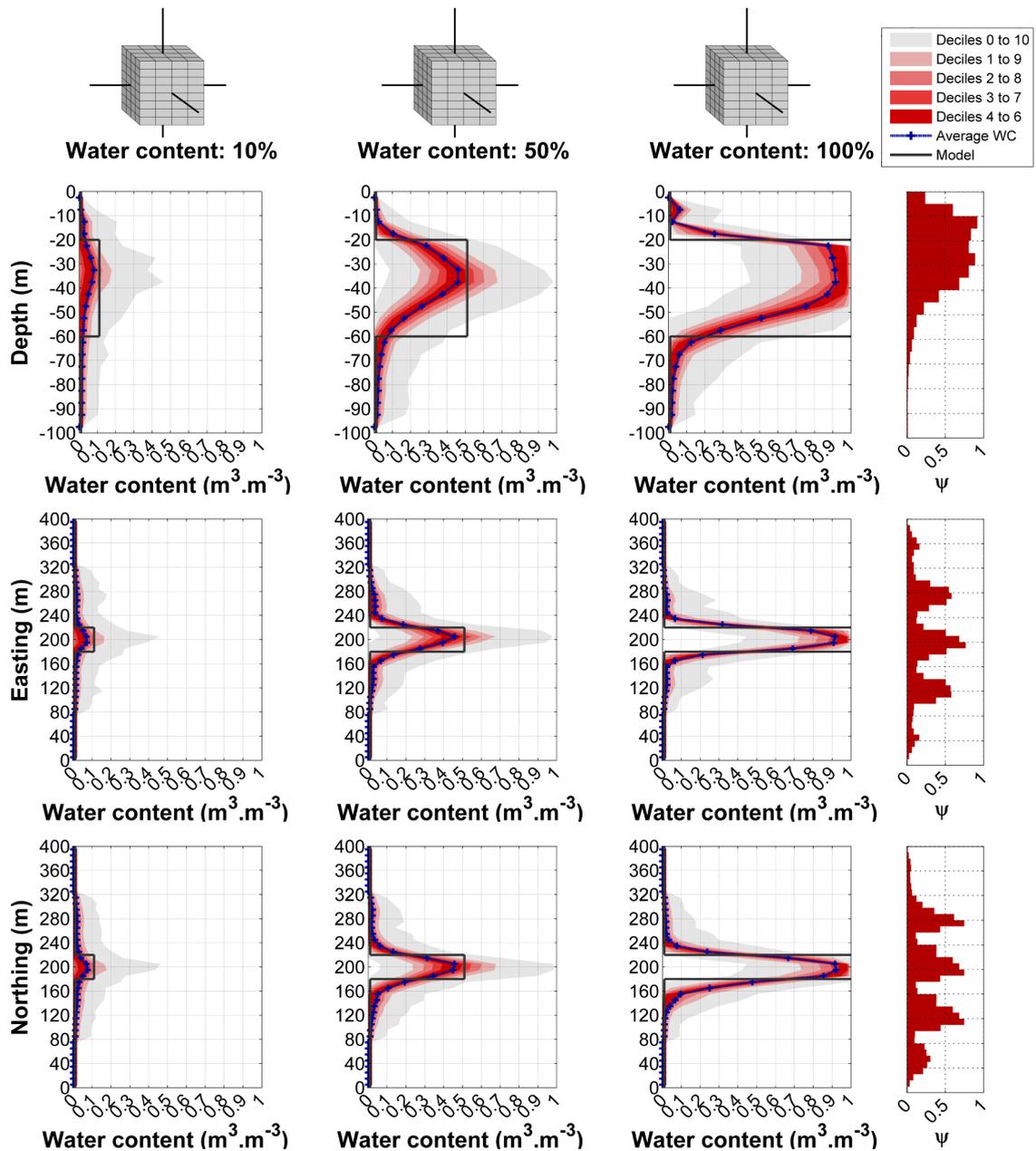


FIGURE 4.16 –  $Pdf$  *a posteriori* selon les 3 directions de l'espace pour un cube de volume  $40 \times 40 \times 40$  m<sup>3</sup> et 3 teneurs en eau différentes (0.1, 0.5, 1). La fonction  $\Psi$  indique la confiance accordée à la reconstruction en l'absence d'a priori. Bruit EM : 10 nV.

tranches de 5 m d'épaisseur, le long de l'axe de la profondeur (fig. 4.17). Les conséquences de la diffusion de l'eau sur les cellules corrélées de l'espace de calcul, mais avec des énergies différentes, y sont visibles.

Pour satisfaire l'amortissement de la variabilité spatiale de la teneur en eau, une partie du volume superficiel est manquant : il est diffusé vers les couches plus profondes du modèle où il est plus aisé de distribuer spatialement la teneur en eau. Conséquence, le volume superficiel (0 à -30 m) est sous-estimé tandis que le volume intermédiaire (-30 à -60 m) est surestimé par rapport au modèle. Ces deux effets se compensent vers -60 m là où l'erreur cumulée (b) redevient nulle. Au-delà, la dégradation des capacités de résolution et le phénomène de compensation de l'énergie par une teneur en eau plus élevée se traduit par les 10 % de surestimation volumique totale.

En ce qui concerne l'incertitude sur les différentes modélisations, 80 % de la fluctuation des modèles est montrée entre les déciles 1 à 9. On voit que cette incertitude croît au gré de la quantité d'eau dans le modèle et se minimise à l'approche des limites de la gamme des valeurs prises par la teneur en eau (0 et 1). C'est pourquoi l'incertitude est maximale (20 %) pour le modèle de teneur en eau intermédiaire de 50 % dont les degrés de liberté sont intacts.

Outre les disparités liées aux limites physiques ; la valeur de l'incertitude évolue entre 5 et 15 %, en relation étroite avec la valeur moyenne de la teneur en eau. Le seuil maximum d'incertitude est toujours en concordance avec l'estimation maximale : c'est au centre de ce point que le volume d'équivalence a statistiquement le plus de chance de se condenser ou de se dilater, selon l'aléatoire de l'*a priori* lissant. Néanmoins, les incertitudes restent toujours du même ordre de grandeur, quel que soit le volume d'eau car la variabilité des solutions est stabilisée par l'*a priori* lissant et la confiance accordée à la donnée ( $T_{\Phi}$ ).

#### 4.3.2 Variation de la taille

L'imagerie de cubes ayant une teneur en eau de 20 % et possédant trois extensions latérales différentes (20x20x40, 40x40x40, 60x60x40 m<sup>3</sup>) est analysée en fig. 4.18.

Contrairement au cas d'étude précédent, où tous les modèles de tailles 40x40x40 m<sup>3</sup> présentent un maximum de moyenne en strict accord avec la valeur du modèle, ce n'est plus le cas ici pour les cubes de taille inférieure et supérieure. Le cube de taille inférieure présente une estimation maximale 4 fois moins importante que la valeur réelle. Le modèle de taille supérieure surestime d'un quart la valeur du modèle. Ces caractéristiques sont liées à l'aspect intégrateur de la mesure RMP, ainsi que très superficiellement à l'échantillonnage spatial.

Le plus petit cube de 20x20x40 m<sup>3</sup> a une taille très faible et un signal relativement peu marqué par rapport à l'injonction de l'*a priori* lissant qui, en s'exprimant, lisse la variabilité du signal à hauteur de 10 nV. Sa restitution est donc quasiment assimilable à la valeur d'arrière plan légèrement perturbée.

Pour une cible de taille 40x40x40 m<sup>3</sup>, la restitution semble être un cas idéal où l'amortissement permet une bonne estimation maximale.

Enfin pour une cible de taille supérieure 60x60x40 m<sup>3</sup>, la taille de la structure devient suffisamment importante pour garantir une progressivité de la variation spatiale de la teneur en eau tout en permettant

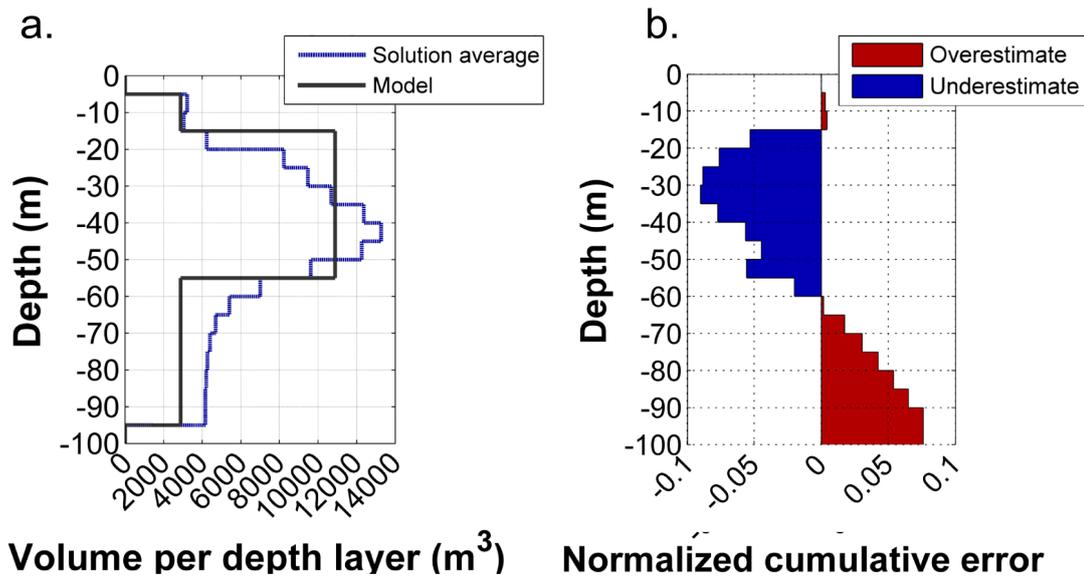


FIGURE 4.17 – (a) Volume estimé par tranche de 5 m le long de la profondeur et (b) Erreur d'estimation cumulée depuis 0 jusqu'à -100 m pour le modèle ayant 100 % de teneur en eau. La valeur zéro indique une bonne estimation du volume total à une profondeur de -65 m (la valeur zéro est ici souhaitable), bien que les zones de stockage soient légèrement décalées vers la profondeur. Bruit EM : 10 nV.

l'expression de fortes valeurs au point central de focalisation.

La variabilité des teneurs en eau sur les déciles 1 à 9 est d'environ 20 % pour les modèles résolus, peu importe leur taille. Pour le cas non résolu, l'incertitude est stabilisée par la force de l'*a priori* vers des valeurs anormalement basses.

### 4.3.3 Variation de la profondeur

Un cube de volume 40x40x20 m<sup>3</sup> ayant 20% de teneur en eau est localisé à trois profondeurs différentes (20-40, 40-60, 60-80 m) choisies pour illustrer la dégradation progressive des capacités de reconstructions en profondeur (fig. 4.19).

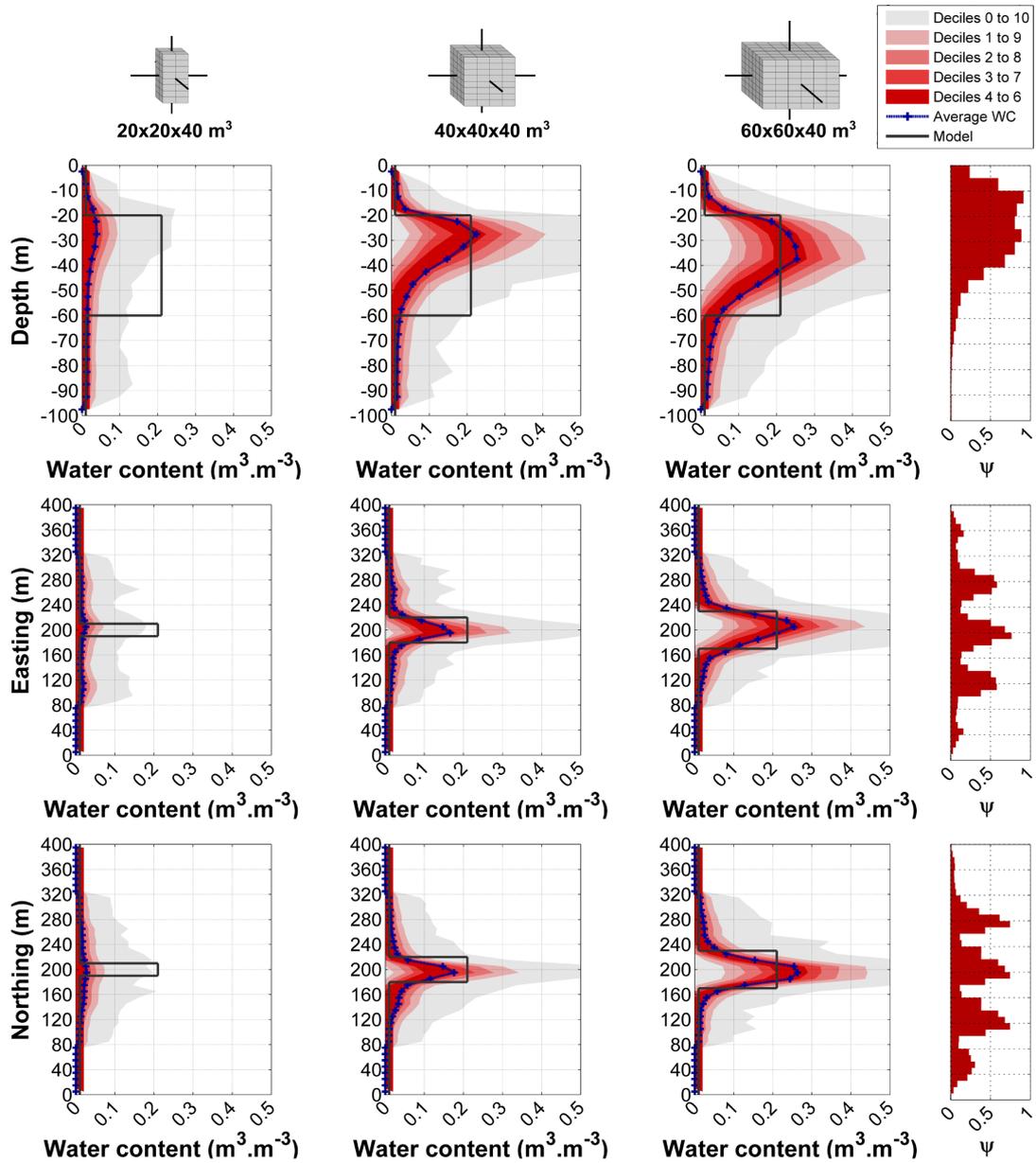


FIGURE 4.18 – *Pdf a posteriori* selon les 3 directions de l'espace pour trois extensions latérales de la cible (respectivement 20 m, 40 m et 60 m). La fonction  $\Psi$  indique la confiance accordée à la reconstruction en l'absence d'a priori. Bruit EM : 10 nV.

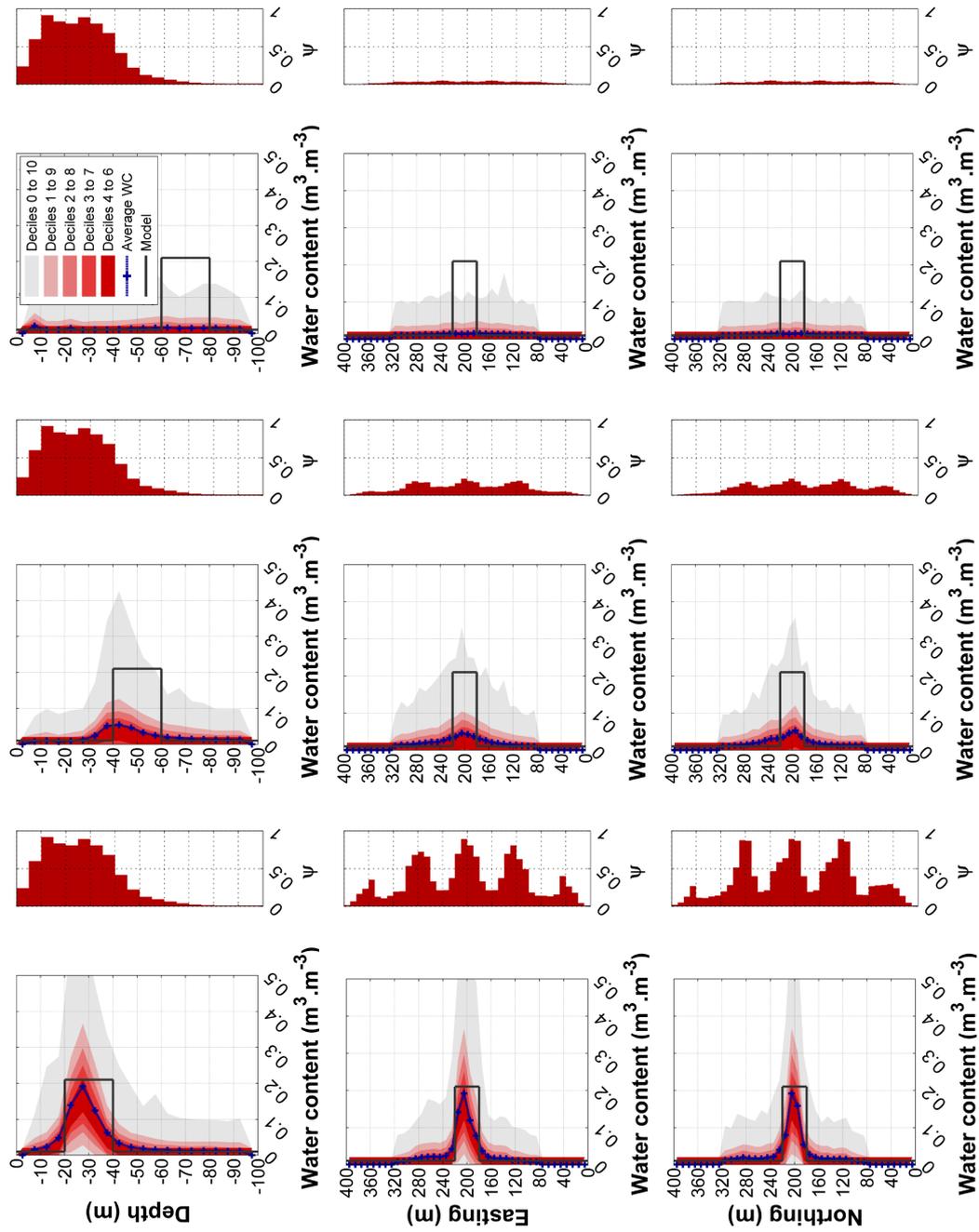


FIGURE 4.19 – Pdf *a posteriori* selon les 3 directions de l'espace pour un cube de volume  $40 \times 40 \times 20 \text{ m}^3$  à 3 profondeurs différentes (20-40, 40-60, 60-80 m). La fonction  $\Psi$  indique la confiance accordée à la reconstruction en l'absence d'aprioris. Bruit EM : 10 nV.

Entre 20 et 40 m, la fonction  $\Psi$  montre que la résolution est élevée sur toute l'extension de la cible. Une reconstruction de bonne qualité tout au long de la structure est donc attendue. Sa reproduction est néanmoins similaire à celle des structures allant de 20 à 60 m (fig. 4.16) : un point central supérieur légèrement décalé au sud bien estimé autour duquel se dégrade progressivement l'estimation. Malgré la bonne résolution globale, la satisfaction de la contrainte lissante s'exprime toujours le plus facilement dans les zones plus profondes.

Entre 40 et 60 m, la fonction  $\Psi$  montre une zone de transition où la résolution tend à s'approcher de zéro. La conséquence en est que le pic maximal d'estimation (très inférieur au modèle) est décalé en hauteur. Ainsi, dans son compromis pour lisser le modèle et réaliser un ajustement du signal, les solutions sont statistiquement portées vers un décalage du maximum d'estimation vers le haut.

Entre 60 et 80 m, l'absence de résolution et de sensibilité est telle qu'une structure de si petite amplitude ne peut s'imposer face à l'*a priori* lissant.

Qu'en est-il de la restitution du volume (fig. 4.20)? À l'exception du modèle très profond, le même schéma se produit partout : à la profondeur de la cible une grosse partie de l'eau est manquante, mais c'est sous cette cible que la majeure partie du volume manquant est compensée. Trop profondément cette compensation ne peut s'opérer du fait de la trop grande longueur d'onde du volume de compensation comparée à l'étendue de la zone de calcul.

La valeur de l'incertitude évolue entre 5 et 20%, en relation étroite avec la valeur moyenne de la teneur en eau.

Lorsque la cible ne peut être correctement reconstruite par manque de résolution (c'est-à-dire pour les profondeurs 40-60 et 60-80 m), l'erreur est artificiellement minimisée par l'amortissement de la régularisation lissante.

### 4.3.4 Coexistence de plusieurs cibles

Deux cubes contenant 20 % d'eau pour un volume de  $40 \times 40 \times 40 \text{ m}^3$  sont séparés d'une distance variable de 20, 40, 60 et 80 m. La manière dont vont interagir les deux restitutions et l'influence sur leur séparabilité est le point d'intérêt dans cette étude.

Les expériences numériques précédentes ont montré la possibilité avec laquelle la méthode est à même d'estimer correctement la teneur en eau d'une cible de taille  $40 \times 40 \times 40 \text{ m}^3$  allant de 20 à 60 m, sur les premiers mètres (revoir fig. 4.16). L'exactitude d'estimation pour un cube seul ne se retrouve plus dans le cas où il existe deux cibles complexe (fig. 4.21). Visiblement, l'existence de deux corps perturbe la restitution normale.

L'estimation de la teneur en eau maximale est invariablement minimisée. Elle est en moyenne divisée par deux au droit des cubes. Et elle se dégrade avec l'espacement des cubes. L'eau manquante est toujours distribuée dans l'espace vide séparant les deux cubes. Plus cet espace est important, plus d'eau y est ajoutée (en quantité et non en teneur en eau) pour satisfaire la contrainte lissante. Lorsque les cubes sont très rapprochés (20 m), l'estimation superficielle se rapproche de la réalité car l'aspect lissant de la

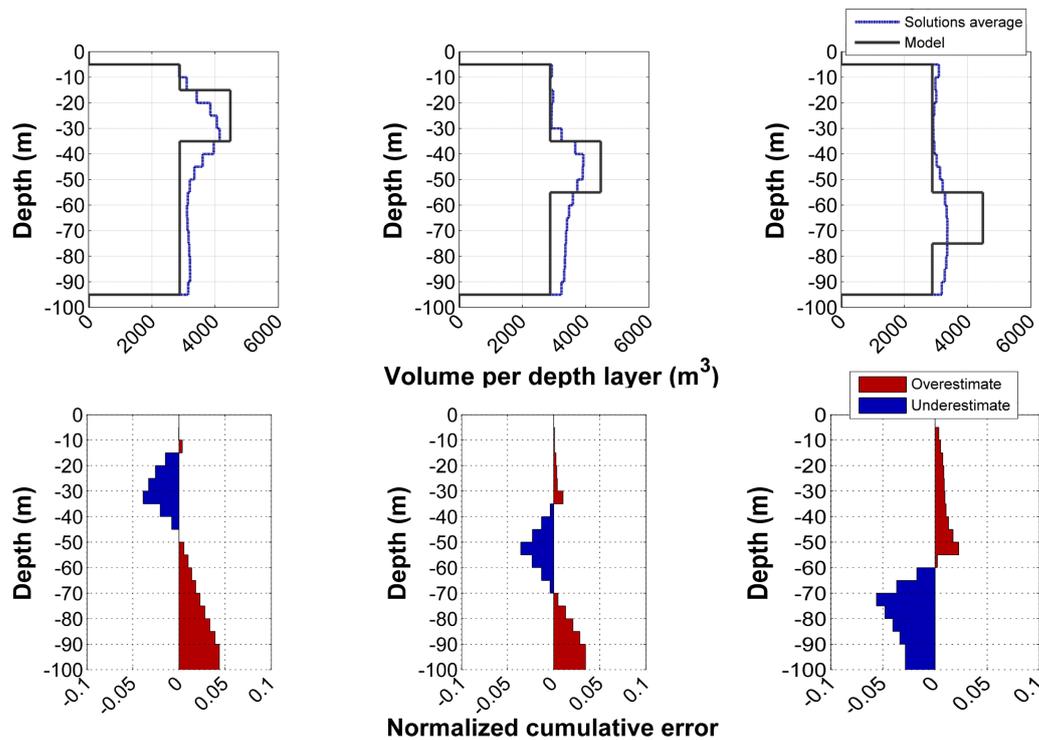


FIGURE 4.20 – (a) Volume estimé par tranche de 5 m le long de la profondeur et (b) erreur d'estimation cumulée depuis 0 jusqu'à 100 m pour le modèle ayant 100 % de teneur en eau.

méthode a peu de place pour s'exprimer entre les deux blocs. La méthode voit les deux blocs rapprochés comme une cible contiguë.

Malgré ces biais, sur le plan de la résolution et non de l'estimation, la méthode reste néanmoins capable d'identifier distinctement la position des deux cubes (par la position des maximums de teneur en eau) pour des séparations de 40, 60 et 80 m. Comme dans toutes les modélisations précédentes, l'incertitude générale fluctue toujours entre 5 % et 15 %.

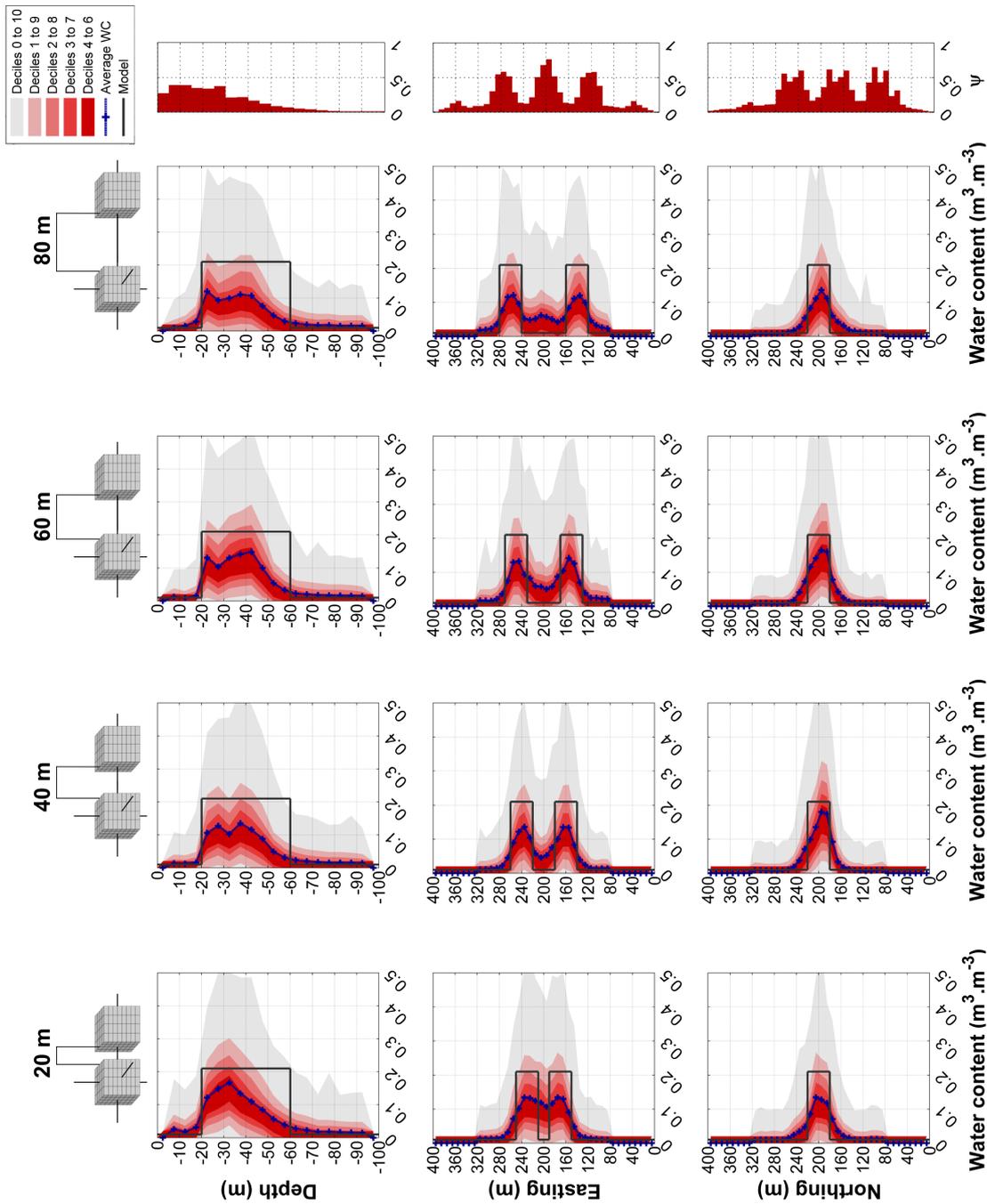


FIGURE 4.21 – Pdf *a posteriori* selon les 3 directions de l'espace pour deux cubes séparés de 20, 40, 60 et 80 m. La fonction  $\Psi$  indique la confiance accordée à la reconstruction en l'absence d'*a priori*. Si la résolution est suffisante pour distinguer nettement les maximums pour 40 m, 60 m, et 80 m, l'estimation de la teneur en eau est de plus en plus erronée avec la distance. Ce n'est plus le cas pour la séparation 20 m, où la trop faible séparation ne permet de distinguer qu'un corps (comparativement à l'incertitude). Les boucles de mesure ont une surface de  $80 \times 80 \text{ m}^2$ ; elles sont espacées de 40 m. Bruit EM : 10 nV.

### 4.3.5 *A priori* lissant et *a priori* structurant

Si l'*a priori* lissant cherche à faire disparaître les structures là où leurs signatures s'apparentent au bruit, ce n'est pas la vocation de l'*a priori* structurant, qui cherche à maintenir leur existence au maximum avec une teneur en eau homogène.

Le modèle reprend le modèle intermédiaire dans la partie étudiant la variabilité de reconstruction en fonction de la profondeur (section 4.3.3). Les résultats des deux méthodes sont comparés dans la fig. 4.22. En premier lieu, la cible étant profonde (-40 à -60 m), elle est oblitérée par l'*a priori* lissant. La contrainte structurante, qui montre une *Pdf a priori* nettement plus permissive (fig. 3.26), l'existence de la cible est nettement plus probable. Si elle a 40 % de chance d'appartenir à l'arrière plan (entre 0-4 % d'eau), il lui en reste 60 % d'appartenir à tout le reste du spectre.

Sur les trois profils, l'estimation moyenne délimite particulièrement efficacement le cube, même si elle est biaisée vers des valeurs de teneur en eau trop forte. Vue la proximité conceptuelle de l'*a priori* structurant avec une minimisation de norme  $L_1$  de la dérivée spatiale (Farquharson, 2008), il est probablement plus intéressant de prendre la médiane comme estimateur de la teneur en eau. L'absence de symétrie des *Pdf a posteriori* encourage cette conclusion. Dans cet exemple, la médiane est beaucoup plus proche du modèle réel. En ce qui concerne la distribution du volume d'eau en profondeur, critère plus intégré, l'estimation moyenne du volume en profondeur est très similaire pour les deux méthodes (ce résultat n'est pas présenté).

## 4.4 Synthèse partielle

Pour satisfaire l'*a priori* lissant, l'estimation moyenne de la teneur en eau reproduit toujours une structure ponctuelle sous la forme d'une structure de teneur en eau se diffusant graduellement dans les trois directions de l'espace depuis un point d'estimation maximale (fig. 4.23). La géométrie particulière de la diffusion est aussi anisotrope que l'est la matrice du problème direct RMP.

Dans ce cas d'application, la confrontation entre l'ampleur de la signature RMP d'une structure et l'ampleur du bruit contrôle la restitution de l'image. Si le bruit est fort comparativement à la signature, l'*a priori* s'exprime énormément. Dans le cas contraire, la structure arrive à en émerger.

Dans le cadre d'un *a priori* lissant, partant d'une solution globalement sans eau, l'*a priori* s'exprime par un aplatissement global des *Pdf a posteriori* vers zéro.

Dans la limite de résolution définie par  $\frac{3}{4}$  d'une taille de boucle en profondeur, les biais de positionnement du maximum sont faibles : le point où la moyenne est maximale est toujours localisé dans un rayon de plus ou moins 10 m autour d'une cible. L'erreur caractérise surtout l'axe des profondeurs. De par l'indétermination sur la répartition spatiale de l'eau, la délimitation des limites latérales et profondes d'une structure est impossible par le biais lissant. L'*a priori* structurant propose une alternative beaucoup plus fiable dans ce sens.

Le biais sur l'estimation de la teneur en eau est par contre beaucoup plus sensible à l'*a priori*. Appliquée

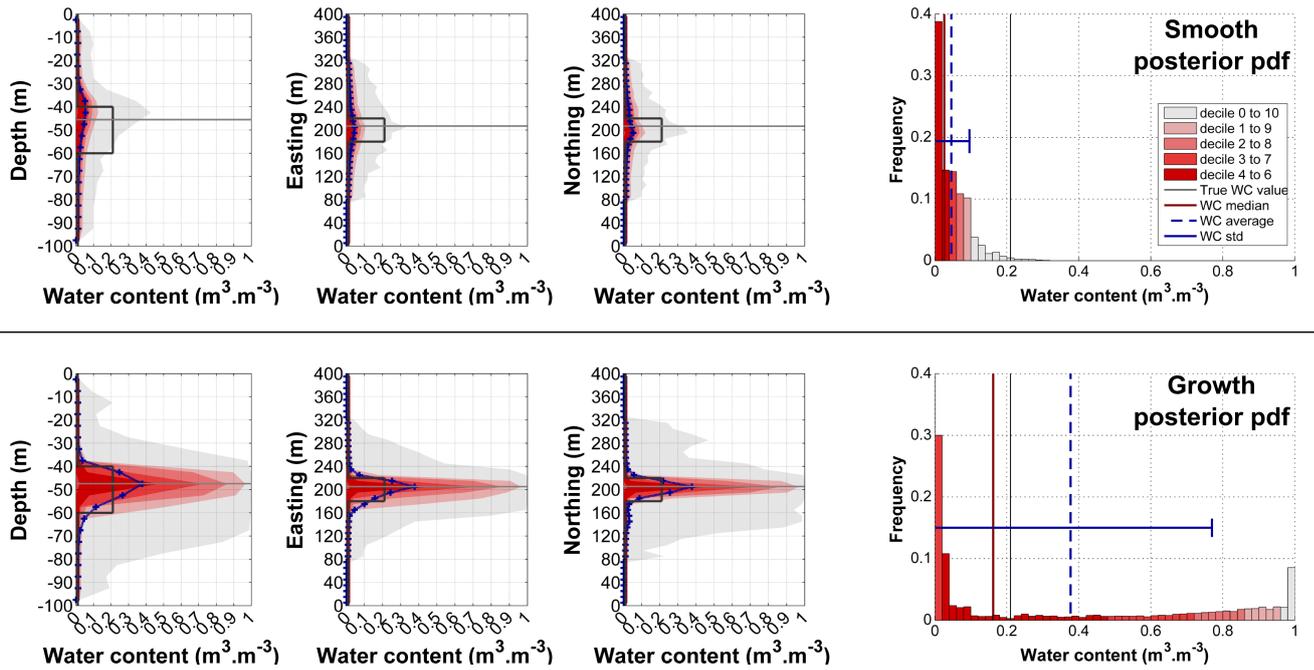


FIGURE 4.22 – Influence du changement d'*a priori* sur les *Pdf a posteriori* pour deux *a priori*, le premier lissant (en haut) et l'autre structurant (en bas). Au contraire de l'*a priori* lissant, l'*a priori* structurant permet un positionnement précis de la cavité modélisée, même lorsque le signal est insuffisant pour donner une restitution précise. L'estimation moyenne de la teneur en eau est cependant légèrement surestimée et son incertitude est de 50 %.

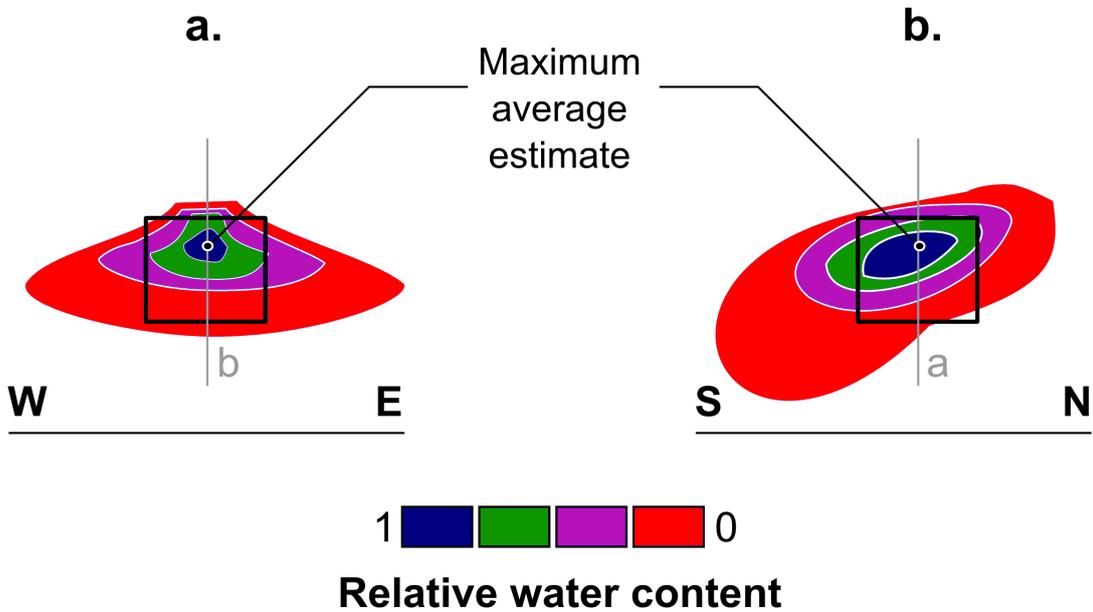


FIGURE 4.23 – Représentation schématique d'une image d'un cube du point de vue lissant

---

sur une structure très ponctuelle, la régularisation lissante génère une sous-estimation tandis que la régularisation structurante va plutôt pencher vers la surestimation locale.

En contexte peu bruité et dans la limite de  $\frac{3}{4}$  d'une taille de boucle en profondeur, le biais moyen sur l'estimation du volume total est très faible. La régularisation lissante y introduit une tendance à la surestimation dans la majorité des cas (compris entre 5 et 10 %). La distribution de ce volume dans la profondeur est affectée d'un décalage fictif des zones d'accumulation d'eau vers les zones de plus basses résolutions. Ce processus ne pouvant avoir lieu dans les cas plus profonds, à proximité de la limite de la zone de calcul, on observera une sous-estimation du volume (-5 %) malgré le filtre lissant.

La quantification de l'incertitude exacte est un sujet qui demeure sensible malgré l'utilisation des méthodes de Monte Carlo jugées robustes à ce sujet. Sa grande sensibilité à l'*a priori* interdit de lui accorder un quelconque degré de significativité si l'*a priori* n'est pas dûment justifié par d'autres sources d'information. Toujours est-il que l'incertitude réelle de la RMP en contexte hétérogène est très importante : elle est en principe infinie sans autre information. Le seul prisme qui permet de s'en approcher est celui de l'*a priori* structurant. Les *Pdf* montrent des comportements pluri-modaux et une incertitude d'environ 50 % (en absolue), pour un bruit de 10 nV. Elle serait moins importante dans un contexte hydrogéologique plus classique (aquifère sédimentaire), qui concorde mieux avec le caractère spatialement intégrateur des mesures RMP et les *a priori* lissants.

La stratégie à adopter quand à la prise en compte de l'incertitude dépendra du contexte d'étude et des objectifs scientifiques.

L'*a priori* lissant a tendance à faire disparaître les hétérogénéités des modèles, là où leur existence est, au sens du signal et de l'incertitude sur la mesure, hautement improbables. L'*a priori* structurant a tendance à les accentuer au maximum, à mesure que l'incertitude sur la mesure croît.

Ainsi, au travers du prisme de la philosophie du pire, il est possible de proposer une stratégie d'application globale du choix de l'*a priori* : l'*a priori* lissant est particulièrement souhaitable dans un contexte où l'eau est recherché au titre de richesse. D'abord, l'estimation y est minimisée car l'eau est diffusée dans l'espace. L'incertitude quant à sa faible teneur en eau est minimale, tandis qu'elle est maximale là où elle semble importante. L'*a priori* structurant est souhaitable dans un contexte où l'eau est indésirable voire dangereuse. L'estimation moyenne de la teneur en eau y est localement surestimée et l'incertitude y est très importante.



# 5 | Étude expérimentale

L'objectif de ce chapitre est d'illustrer l'applicabilité des algorithmes précédemment développés sur des cas d'études réels en milieux hétérogènes : le milieu karstique et l'environnement glaciaire. Ce sont des milieux où la variabilité spatiale de la teneur en eau est importante et où la caractérisation géophysique représente un grand intérêt.

En plus des mesures RMP, les deux cas exposés ici ont été l'objet d'autres types de mesures : indirectes ( $ERT^1$ ,  $GPR^2$  ou sismique) et directes (exploration directe, forage, sonar) qui donnent accès à une perspective plus étendue de la réalité du terrain. La confrontation de cette réalité avec le résultat de l'imagerie RMP constitue une validation des capacités d'imagerie brutes de la méthode.

Dans des contextes où l'on cherche à reconstruire des cibles 2-D, 3-D, ayant des teneurs en eau contrastants fortement avec leur environnement, l'*a priori* structurant est préférable au lissant. On utilisera néanmoins ce dernier dans le contexte karstique car les autres méthodes géophysiques utilisées sur le site ont classiquement des régularisations lissantes. C'est là l'intérêt, à titre comparatif. Par contre, dans le cas de l'imagerie du glacier de Tête Rousse, les contraintes structurantes sont parfaitement légitimes.

## 5.1 Système karstique : Rocamadour (2-D)

### 5.1.1 Présentation du site et des acquisitions géophysiques

Pour tester les capacités d'imagerie 2-D de la teneur en eau par méthode RMP, un conduit karstique saturé connecté au gouffre de Poumeyssen a été imagé depuis la surface par méthodes RMP (Boucher *et al.*, 2006; Girard *et al.*, 2007),  $ERT$  et sismique (Guérin *et al.*, 2009). Les boucles RMP utilisées furent des boucles coïncidentes de 25 m de côté ayant 3 tours, ce qui augmente la résolution latérale et verticale à côté de boucles de 80 m, au sacrifice de la profondeur d'investigation.

Pour validation, la géométrie précise du conduit a été cartographiée par des plongeurs au droit de la zone de mesure (Boucher, 2007). Sa profondeur relativement aux acquisitions géophysiques est d'environ 15 m. La cartographie 3-D du conduit, le profil  $ERT$  et la position des boucles de mesures RMP sont montrées en fig. 5.1.

---

1. *Electrical Resistivity Tomography*  
2. *Ground Penetrating Radar*

Si les méthodes *ERT* et sismique<sup>3</sup> ne permettent pas d'imager le conduit, elles révèlent la présence d'une zone superficielle plus conductrice (en bleu) que la matrice calcaire saine (en rouge) au dessus de la position connue du conduit. La méthode sismique montre que cette zone superficielle est localement plus hétérogène qu'ailleurs. Cette zone conductrice locale serait probablement résultante d'un colmatage par des matériaux argileux (conducteur), mobilisés par le lessivage des roches par les eaux de pluie puis redéposés et concentrés dans les fractures de la matrice calcaire au cours de l'infiltration (zone épikarstique ? voir Chalikakis, 2006; Guérin *et al.*, 2009). La relation causale entre l'existence de la zone superficielle fracturée et l'existence du conduit sous-jacent est hautement probable.

De part sa spécificité à détecter l'eau, seule la méthode RMP fut à même de produire une reconstruction correcte du conduit. Le tableau doit être nuancé : il s'agit de l'une des premières acquisitions RMP 2-D : les méthodes de reconstruction d'image utilisées par le passé furent très contraintes et très proches de la modélisation manuelle automatisée. Cette démarche est la plus efficiente qui soit lorsque les *a priori* sont forts.

Pour proposer une solution RMP, l'existence d'un conduit unique fut présupposée ainsi que sa teneur en eau (100 %) et celle de l'arrière plan (1 %). La section du conduit et son positionnement furent les seuls paramètres inconnus dans l'échantillonnage inverse réalisé dans ces études. Dans ce contexte, la comparaison du résultat très contraint de la RMP avec les images *ERT* et sismique (classiquement soumises au seul *a priori* lissant ou structurant) est nettement biaisée en faveur de la RMP.

Afin de se rapprocher d'une situation de prospection comparable à celle des imageries *ERT* et sismique, on se propose d'appliquer l'algorithme de MH lissant pour répondre aux questions suivantes :

1. Depuis la perspective lissante, le conduit est-il détectable en RMP ? De quelle manière et avec quelle teneur en eau ?
2. Quelles sont les biais et incertitudes associées à l'estimation ?

Sur le plan pratique, le maillage utilisé pour l'échantillonnage inverse de cette étude est orienté selon la direction du conduit (il n'est pas donc pas exactement perpendiculaire à la direction du profil). La résistivité du site étant de 400  $\Omega$ .m au minimum, l'influence de la résistivité sur la mesure RMP est quasiment nulle. La topographie étant relativement peu prononcée, elle n'est pas prise en compte dans la restitution, toutes les boucles sont considérées comme étant au niveau de la boucle la plus basse (13), située à 15 m au dessus du conduit. Le bruit moyen contaminant la mesure RMP étant de 6 nV, le paramètre  $T_{\Phi}$  est de valeur 18 (voir eq. 3.30 dans la section 3.7.3).

### 5.1.2 Image de la teneur en eau avec *a priori* lissant

La fig. 5.2 récapitule l'intégralité des résultats d'échantillonnage inverse par méthode de Monte Carlo. Les signatures RMP au droit des boucles 13, 11 et 17 sont très élevées de par la présence du conduit karstique. Ce dernier est reconstruit comme un halo se diffusant de façon décroissance dans un rayon de 15 m à partir d'un point central ayant une teneur en eau maximale de  $80 \pm 10$  %. Ce point est situé dans

---

3. par souci de concision elle n'est pas montrée dans cette thèse : voir Guérin *et al.* (2009)

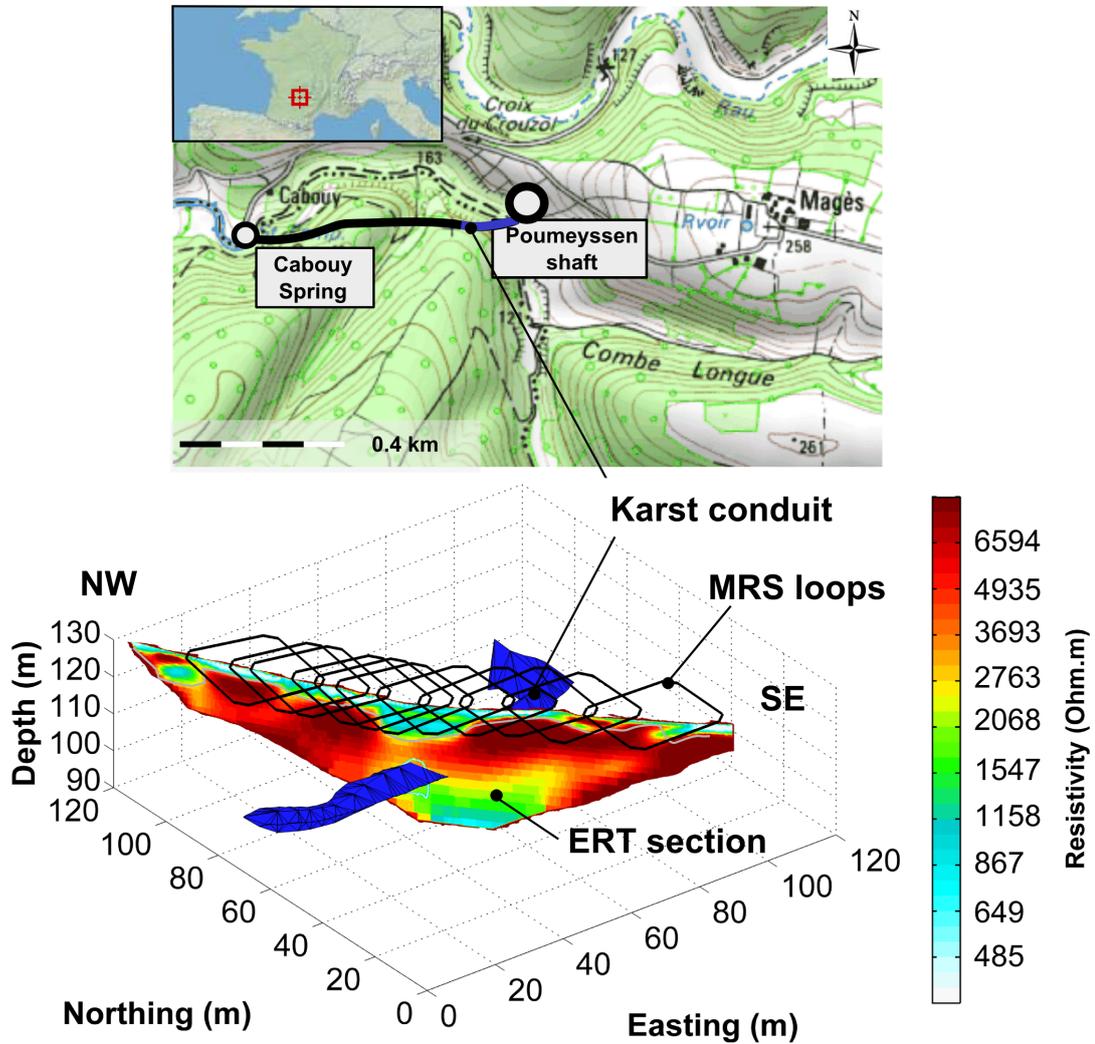


FIGURE 5.1 – D’après Guérin *et al.* (2009) : Section *ERT* et boucles RMP sur le Karst de Poumeyssen : la section du conduit karstique figurée en bleue a été explorée par des plongeurs. Les mesures géophysiques *ERT*, sismiques et RMP intersectent le conduit quasiment perpendiculairement. Le profil *ERT* indique la présence d’une zone superficielle conductrice perturbée (épikarst ?), dont l’existence est connectée au conduit.

la partie basse du conduit, ce qui est un peu différent des modélisations où le point d'estimation maximal est localisé dans la partie haute des cibles. Ce n'est probablement pas un effet 3-D (dû à une mauvaise adaptation du maillage 2-D à la forme 3-D du conduit) car le conduit à une profondeur relativement constante. La topographie n'étant pas prise en compte dans la restitution (les boucles sont prises en compte plus proches du conduit qu'elles ne le sont en réalité), il est possible que cela décale légèrement la cible vers la profondeur pour compenser.

En s'éloignant du conduit karstique, les signatures s'atténuent en amplitude et se diffusent en longueur d'onde vers les valeurs d'impulsion élevées. Ce signal n'est jamais nul pour les grandes impulsions (4 A.s) même pour une boucle très éloignée de la conduite karstique comme la 12. Cette caractéristique se traduit sur l'estimation moyenne de la teneur en eau comme une épaisseur d'eau profonde horizontale ayant  $10 \pm 8$  % d'eau, à partir de 24 m de profondeur. Vue son incertitude, il est tout à fait possible qu'une grande partie de cette eau profonde ne soit qu'une transposition fictive d'une partie de l'eau du conduit (vue latéralement), vers de plus grande profondeurs pour assurer au mieux le lissage de la solution. Dans la même veine, mais cette fois sur les extrémités sud-est et nord-ouest, des effets de bords sont visibles : la résolution  $y$  est tellement faible que beaucoup d'eau s'y accumule sans effet notable sur le signal.

Très en profondeur, sous le conduit, il existe une accumulation d'eau localement très élevée (30 %), dont la valeur est très incertaine ( $\pm 25$  %). Elle est probablement issue d'une forte amplitude sur la dernière impulsion de la boucle 11. Sa présence ne peut être néanmoins pas être totalement écartée dans l'état actuel des connaissances sur le site.

### 5.1.3 Conclusions

Le cas d'application de Rocamadour est un cas d'étude très propice, sa géométrie est quasiment parfaitement 2-D, le bruit contaminant la donnée est faible et l'environnement karstique est très résistant (la phase est faible). Le site est donc parfaitement adapté à une inversion en magnitude. Le contraste de teneur en eau est maximal : on passe d'une quantité d'eau infime dans la matrice calcaire à 100 % dans le conduit. Le conduit à une section de 8 m de diamètre et une profondeur de 15 m : il s'agit d'une cible relativement réduite placée à une profondeur où la résolution commence lentement à se dégrader.

Malgré les biais introduits par l'*a priori* lissant, qui ont tendance à disperser une partie de l'eau dans l'espace, la détection et le positionnement d'un conduit karstique 2-D saturé reste un objectif tout à fait réalisable avec une incertitude relative d'environ 15 m pour ce type de dispositif.

La description de sa géométrie précise est en revanche impropre sans autre information du fait de la dispersion spatiale de l'eau en l'absence de résolution, laquelle se dégrade dès 15 m de profondeur environ. Malgré cela, l'ordre de grandeur de la teneur en eau maximale estimée ( $80 \pm 10$  %) est très proche de la grandeur réelle de 100 %.

La sélectivité de la réponse RMP à l'eau, ainsi qu'une intégration spatiale latérale relativement limitée (les boucles RMP ne sont vraiment très sensibles que sous leur position) jouent un rôle important dans la qualité de cette reconstitution. Par opposition, les méthodes *ERT* et sismique intègrent un volume

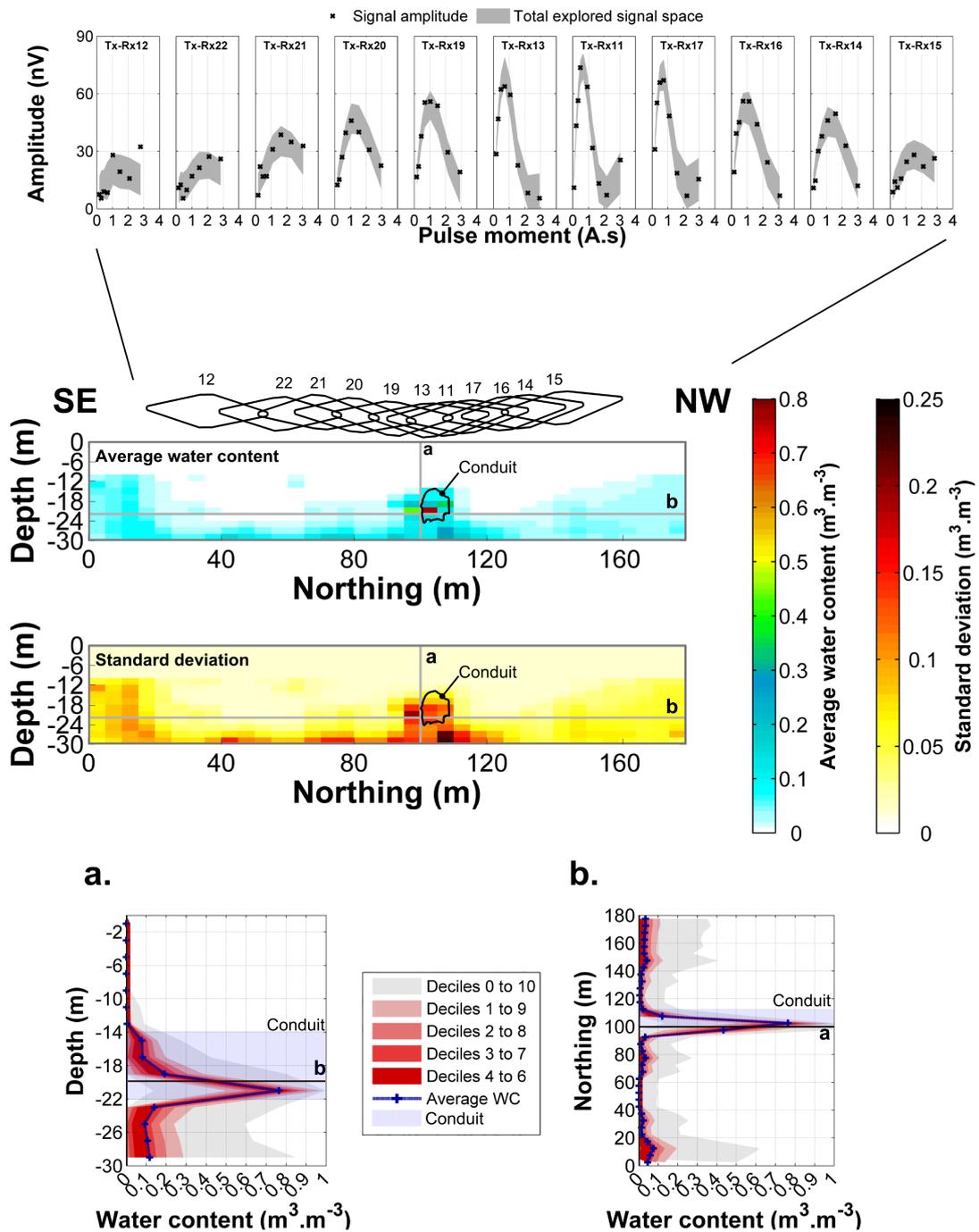


FIGURE 5.2 – Imagerie RMP 2-D du conduit karstique dans l'espace des données (haut) et dans l'espace des solutions : moyenne, écart-type et profils de Pdf a. et b. (bas). Le maximum de teneur en eau moyenne (80 %) est précisément localisé à l'emplacement du conduit saturé.

latéral bien plus important pour acquérir des informations profondes. Le revers de l'imagerie fine à haute résolution en RMP reste son temps d'acquisition très important (6 heures par sondage).

## 5.2 Système thermo-karstique : le glacier de Tête Rousse (3-D)

### 5.2.1 Historique du site et des mesures

Le glacier de Tête Rousse est situé en Haute-Savoie, à 3200 m d'altitude, sur la voie normale d'ascension du Mont Blanc. En 2007, une campagne de mesures *GPR* a été réalisée. Elle vise à cartographier l'épaisseur du glacier et ses éventuelles inhomogénéités de propriétés EM, reliées à la présence d'éboulis, aux variations de température et de teneur en eau (Vincent *et al.*, 2007). Cette étude révèle l'existence d'anomalies *GPR* pouvant être attribuées à la présence d'eau à l'interface glace/socle en profondeur ; impossible néanmoins d'évaluer s'il s'agit d'eau résiduelle dans la matrice glaciaire ou non. La méthode RMP, de part son signal spécifiquement attribuable à l'eau, confirmera en 2009 la présence d'un volume d'eau significatif dans l'enceinte du glacier de Tête Rousse.

Ce glacier était déjà historiquement connu pour sa dangerosité : en 1892, une poche d'eau accumulée dans le glacier s'est vidangée brutalement et a provoqué la destruction des thermes de Saint Gervais en contrebas (175 morts). Le volume d'eau liquide évalué à l'époque à partir des dimensions de la cavité qui s'était formée sur le glacier fut d'environ 48 000 m<sup>3</sup>.

La découverte d'une nouvelle accumulation d'eau fut par conséquent une matière de sécurité civile : fallait-il ou non vidanger le glacier dans l'urgence ? Dans ce contexte sensible, la question de l'estimation du volume de la nouvelle accumulation d'eau et des incertitudes associées à l'imagerie RMP 3-D fut une contrainte forte vers le développement des applications RMP 3-D, inexistantes à l'époque. Les premières stratégies d'inversion 3-D virent le jour à l'aune de ce contexte (Legchenko *et al.*, 2011).

L'estimation finale par méthode RMP d'un volume d'eau d'environ 55000 ± 10000 m<sup>3</sup>, quantité très comparable à celle de l'épisode de 1892, et la validation de son existence par une campagne de forage thermique exploratoire en 2010 conduisirent à la réalisation de sa vidange artificielle par pompage. La compréhension des processus de formation et de recharge de la cavité sont des objets de recherche actifs. À l'heure actuelle, le site est toujours suivi sur les plans glaciologique et géophysique (Vincent *et al.*, 2012; Legchenko *et al.*, 2014).

Dans cette section, on se propose d'utiliser les mesures RMP de 2009 comme cas d'application de l'algorithme structurant développé dans cette thèse. Ce type d'*a priori* structurant maximise la probabilité d'existence des cibles 3-D et l'incertitude associée y est élevée et, par conséquent, plus réaliste. En premier lieu, les résultats de l'imagerie RMP seront analysés indépendamment puis, à titre de validation croisée, ils seront mis en correspondance avec les données d'imagerie *GPR*, les forages de 2010, ainsi que la cartographie sonar partielle<sup>4</sup> (extraites d'après Garambois et Vincent, 2010) réalisée avant qu'ait lieu le pompage final de la poche d'eau. La carte des différentes mesures géophysiques est visible en fig. 5.3.

---

4. La cartographie n'est que partielle car la structure de la cavité est trop complexe pour être appréhendée à partir d'un profil sonar unique

Le suivi temporel de la variation du niveau piézométrique de l'eau pompée a permis d'estimer le volume d'eau contenu par tranche de profondeur dans le glacier (Vincent *et al.*, 2012), directement comparable au résultat RMP intégré par tranche de profondeur.

### 5.2.2 Image de la teneur en eau avec *a priori* structurant

L'acquisition RMP est constituée par 9 sondages coïncidents ayant des boucles de 80x80 m<sup>2</sup>. L'inclinaison du champ géomagnétique est de -62,5°, ce qui suppose une focalisation privilégiée vers le sud.

Le maillage utilisé pour l'échantillonnage inverse est de 20x20x5 m<sup>3</sup>. La température du système d'échantillonnage  $T_{\Phi}$  est de 50, correspondant au bruit EM moyen de 10 nV. Le modèle de départ est une distribution de la teneur en eau globalement nulle avec des amorfes d'eau aléatoirement distribuées contenant 2 % d'eau naturelle. Cette description est l'état présumé du glacier avant toutes mesures géophysiques en 2007 : un glacier majoritairement sec et froid (températures négatives) à l'aval plus refroidi par l'influence des vents. Des zones de fontes très locales peuvent exister là où s'exercent des contraintes mécaniques et un apport d'énergie thermique (interface glace/socle) conduisant à la présence d'une teneur en eau résiduelle par endroit. Pour l'algorithme structurant ces zones d'eau locales servent d'amorfes à la croissance de volumes d'eau plus importants en taille ou en teneur en eau. En sortie d'échantillonnage, les données RMP sont correctement ajustées, ce qui atteste de la qualité de la collection de solutions (fig. 5.4).

Les figures d'estimation moyenne de la teneur en eau et l'écart-type seront discutés conjointement.

L'image de la teneur en eau moyenne est composée d'une unique structure d'orientation principale nord-sud située dans un arrière-plan ayant une teneur en eau résiduelle inférieure à 0.01 % (fig. 5.5.a). La structure présente une tendance ascendante, partant de -80 m de profondeur au sud pour se verticaliser au nord et atteindre environ -20 m (a et b). Elle admet une orientation générale sud-est/nord-ouest (c). La teneur en eau diminue depuis la zone d'accumulation principale profonde au sud (60 %) vers le nord (entre 10 et 40 %) où elle se verticalise pour devenir très superficielle. Cette partie nord-ouest possède un halo de diffusion très étendu sur les bords de la zone d'acquisition.

L'incertitude sur la teneur en eau fluctue similairement à l'image précédente (fig. 5.6.a). L'incertitude est maximale et concentrée là où la teneur en eau l'est aussi : dans la partie sud-est et profonde du glacier où elle approche les 45 %. Dans la partie nord-ouest, l'incertitude oscille dans une gamme de valeur plus réduite de 20 à 40 % (a et c). Elle se diffuse vers la profondeur et l'ouest suivant un halo de 10 % environ.

Il semble exister une unique structure d'accumulation d'eau, continue à l'échelle de la résolution RMP. Ce cas d'application n'est pas des plus favorables car, à part en son centre, la majorité des caractéristiques est située dans des zones où la résolution est déclinante : en profondeur et/ou au nord. Une grande partie des caractéristiques de l'image est héritée du biais de l'*a priori* structurant adapté à la situation. Quelle caractéristique peut-on réellement valider ?

Sur le plan de la géométrie et de la teneur en eau : la zone d'accumulation préférentielle en profondeur sud-est, ayant une teneur en eau moyenne de  $65 \pm 45$  % est très sujette à l'incertitude du fait de son positionnement dans une zone de faible résolution (de 60 à 90 m). La valeur moyenne a néanmoins

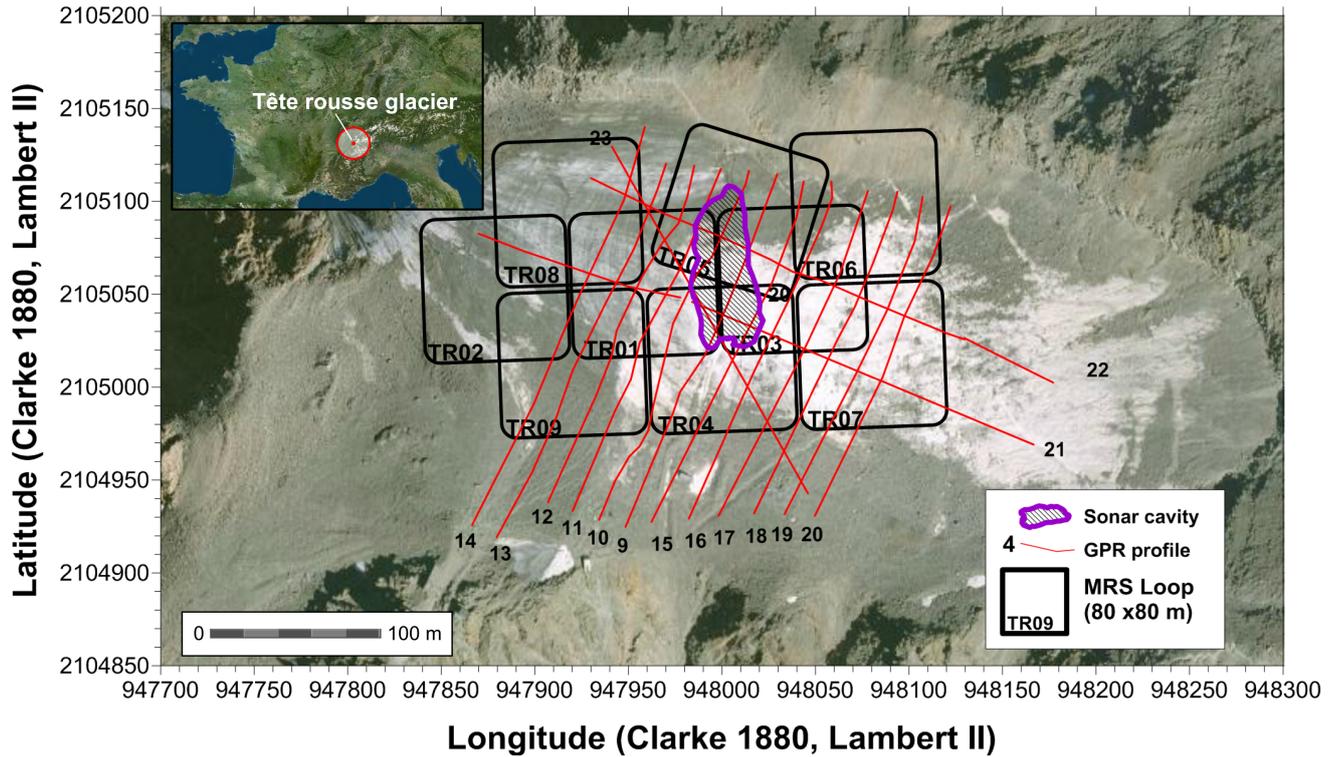


FIGURE 5.3 – Acquisitions géophysiques sur le glacier de Tête Rousse. *Source de la photographie aérienne : Géoportail.*

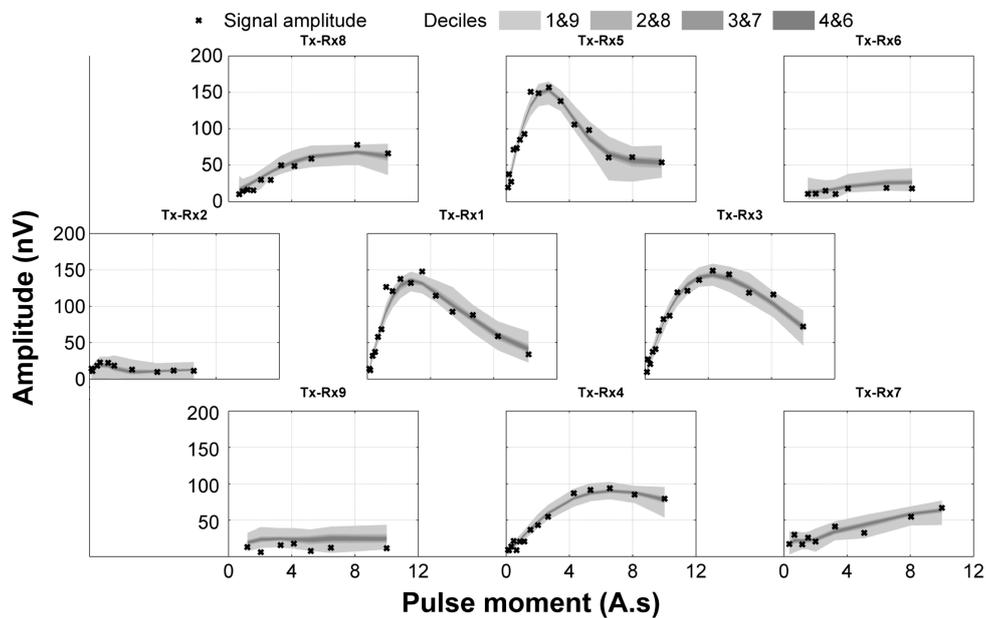


FIGURE 5.4 – Tête Rousse : ajustement des données par l'échantillonnage inverse avec *a priori* structurants. Les enregistrements ont un critère d'ajustement RMS inférieur à 10 nV.

prouvée sa robustesse générale dans les divers cas numériques avec une tendance à la surestimation en profondeur et l'incertitude estimée à 45 % semble refléter la réalité. La délimitation exacte et l'estimation du volume de cette partie profonde n'est pas envisageable au vu de la résolution de la méthode sans autre information.

Globalement, la tendance ascendante de la structure du sud vers le nord est probablement accentuée par les corrélations privilégiées du signal RMP du sud vers le nord, néanmoins la verticalisation de la structure au nord est trop brutale et trop superficielle pour être imputable à ce seul phénomène. Néanmoins, sa position au nord de la zone d'acquisition ne favorise pas sa détermination. D'où son grand étalement spatial en terme de teneur en eau et les incertitudes qui lui sont associées comprises entre  $10 \pm 20$  et  $40 \pm 45$  %. La grande diffusion des volumes d'eau en profondeur à cet endroit va exercer un biais important dans la restitution du volume au delà de 80 m (section 5.2.4).

### 5.2.3 Confrontation avec les autres données

Les profils *GPR* dont les surfaces de réflexion les plus marquées proviennent probablement d'éboulis rocheux piégés aux seins des différentes épaisseurs d'accumulation de glace (fig. 5.7). Ces profils sont positionnés dans l'espace suivant les données de Garambois et Vincent (2010), et des données topographiques de Vincent *et al.* (2007). L'axe de profondeur est calculé à partir des temps de propagation double d'onde radar selon une vitesse de propagation constante<sup>5</sup> de  $16.8 \text{ cm.ns}^{-1}$ . Les données sonar caractérisent une partie de la géométrie réelle de la cavité; elles sont dessinées en noir (fond) et bleu (toit). La forme de cette dernière étant complexe, le sonar n'a pas pu appréhender l'intégralité de la cavité. Les forages thermiques sont représentés en transparence par souci de visibilité, ils sont violets s'ils ont rencontré la cavité contenant de l'eau libre et noirs dans le cas contraire. Leur profondeur d'investigation s'arrête là où ils ont rencontré une formation rocheuse; majoritairement le socle mais aussi des éboulis.

L'image RMP 3-D a été interpolée sur les profils *GPR* par la méthode *nearest neighbors* ce qui garantit leur projection non-biaisée sur ces derniers. La taille des cellules du calcul 3-D y est particulièrement visible. À l'exception des simulations thermiques, les figs. 5.7 et 5.8 résument l'intégralité des données connues sur le glacier de tête rousse en 2010.

La correspondance globale entre les imageries radar, sonar et RMP est très bonne (fig. 5.7). Le sonar montre une cavité à la géométrie complexe et de taille réduite située dans les zones les plus hétérogènes des images *GPR* entre -60 et -70 m sous la surface du glacier dans la partie sud du glacier. Elle devient nettement plus verticale au nord, où elle suit les contours du socle pour devenir très superficielle. Elle atteint en son sommet -8 m de profondeur.

---

5. Il s'agit de la vitesse utilisée lors de la "migration"

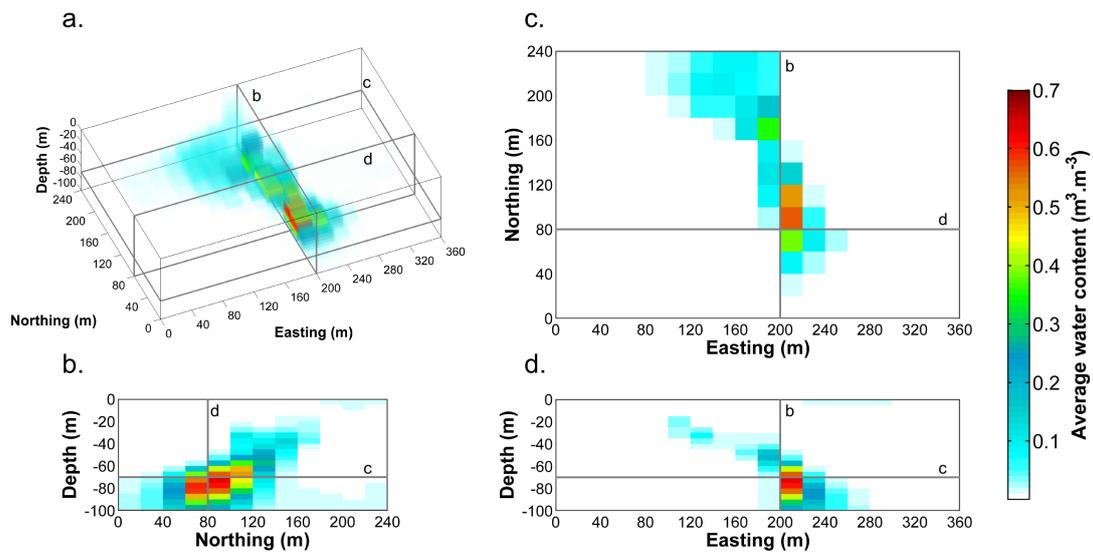


FIGURE 5.5 – Tête Rousse : estimation moyenne de la teneur en eau. Les valeurs inférieures à 1 % (0.01) ont été filtrées.

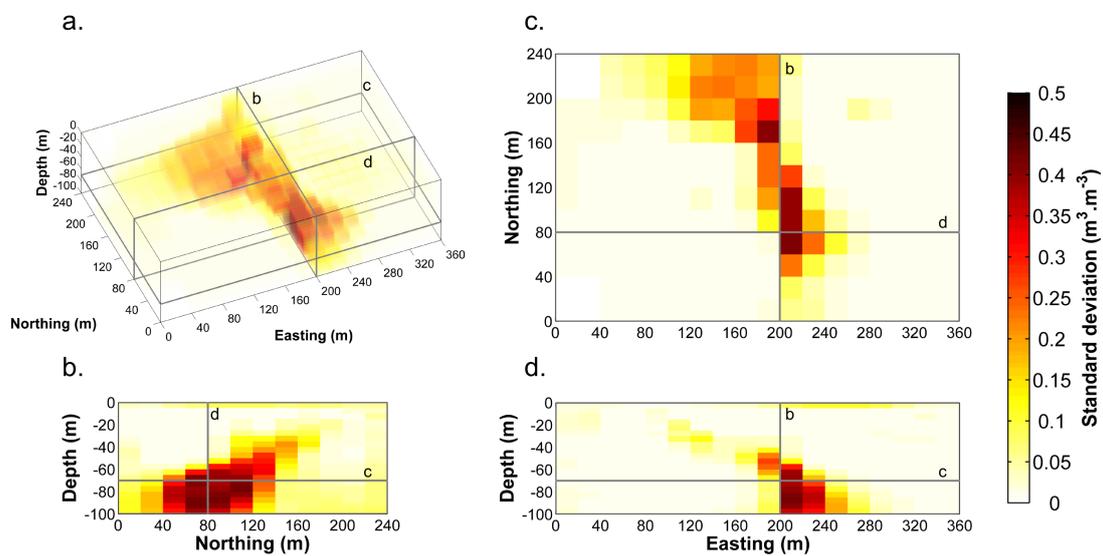


FIGURE 5.6 – Tête Rousse : écart-type de l'estimation de la teneur en eau. Les valeurs inférieures à 1 % (0.01) ont été filtrées.

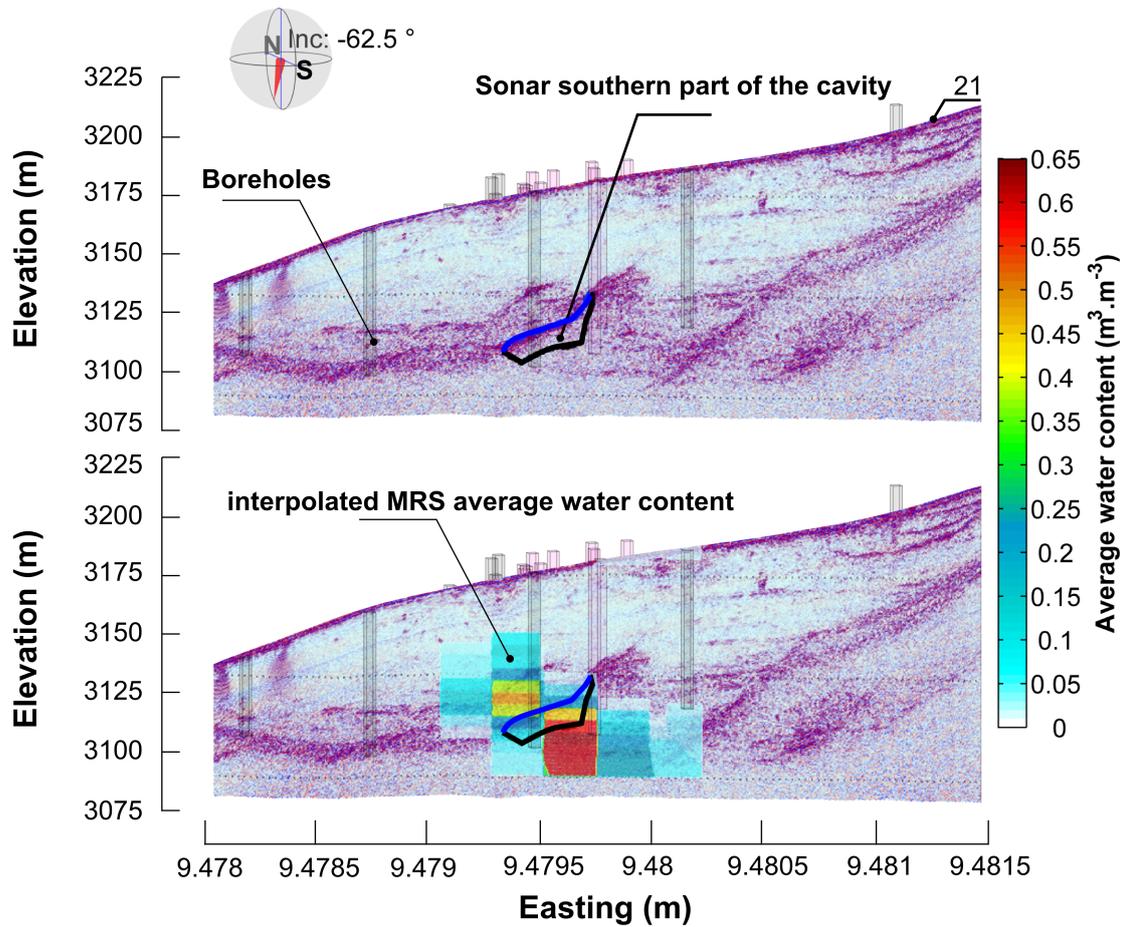


FIGURE 5.7 – Tête Rousse : présentation d'un profil *GPR* et sonar avec l'imagerie de la teneur en eau. La teneur en eau moyenne RMP est projetée en transparence sur les différents profils *GPR*. Les forages thermiques rencontrant la cavité sont marqués en violet (en noir dans le cas contraire). La cartographie sonar est dessinée en avant-plan d'après Garambois et Vincent (2010).

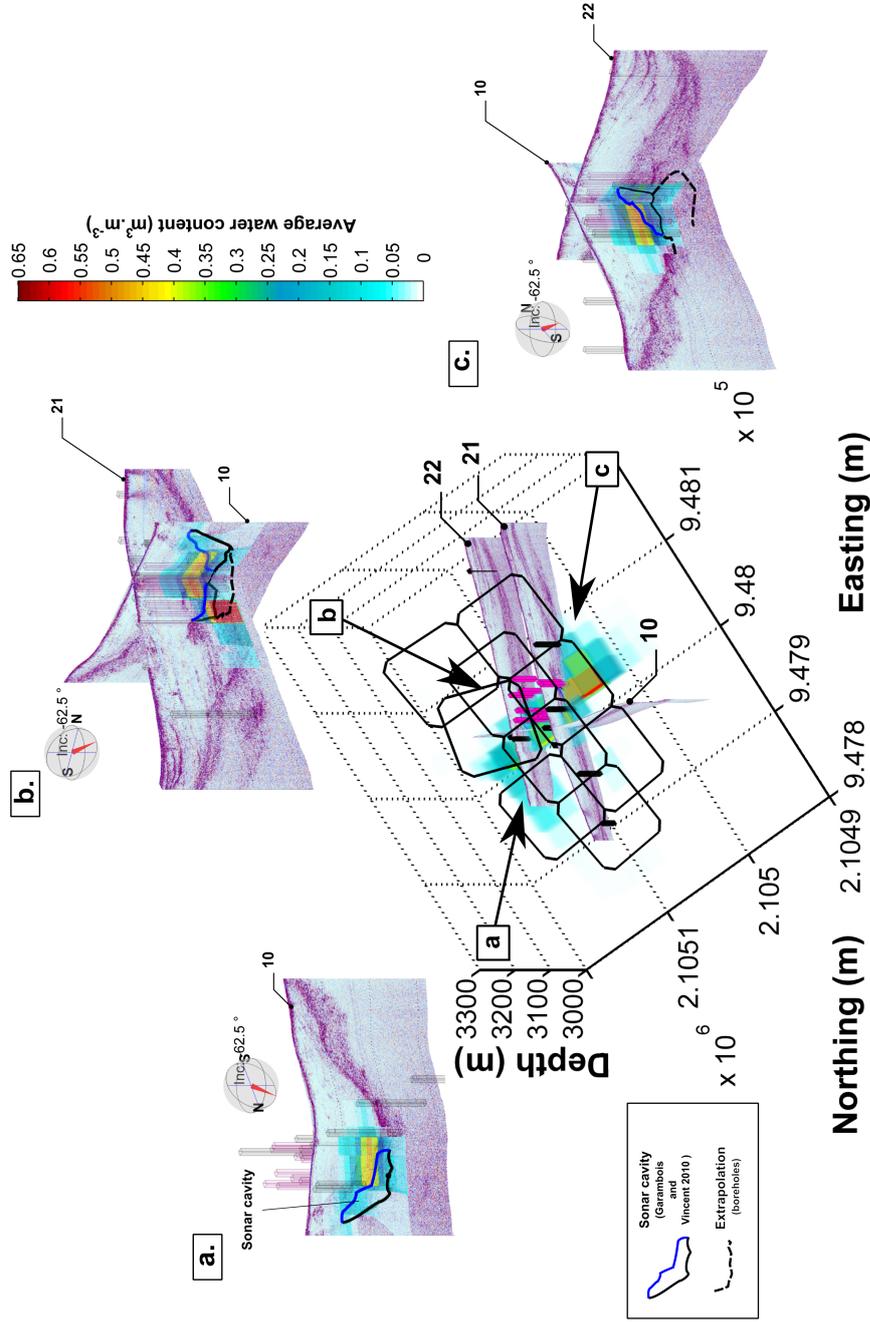


FIGURE 5.8 – Tête Rouse : validation croisée des différentes données disponibles. Les forages violet ont détecté la cavité, les noirs ne l'ont pas rencontrée. La cavité détectée par le sonar est montrée en noir (bas) et bleu (toit). Les profils *GPR* montre des anomalies difficiles à interpréter. L'inversion de la teneur en eau RMP a été interpolée et plaquée sur les profils *GPR* en transparence. Trois angles de vue sont présentés : (a) section nord-sud qui montre la tendance ascendante du conduit du sud vers le nord (de -70 à -8 m). (b) sections est-ouest (21) et nord-sud (10) qui montrent l'extension latérale de la cavité traversée par de multiples forages. (c) sections ouest-est (22) et sud-nord (21) qui montrent cette même extension avec un autre angle. Le positionnement du volume d'eau montre une bonne concordance globale. L'estimation de la teneur en eau intègre un volume élémentaire de taille complexe et fine, d'où la sous-estimation de sa teneur en eau dans des valeurs allant de 10 à 65 %.

La notion de teneur en eau est un concept relatif au volume élémentaire de l'étude. Ainsi, la méthode RMP qui a un maillage grossier ( $20 \times 20 \times 5 \text{ m}^3$ ) restitue la cavité de façon diffuse à la fois en géométrie et en teneur en eau (fig. 5.8).

La partie nord la plus superficielle de la cavité, a été particulièrement bien délimitée par le sonar (a,b,c). Elle présente une géométrie verticale, en bonne correspondance avec la géométrie globale de l'image RMP 3-D. Sa finesse (5 à 10 m) relativement à la résolution de la RMP explique l'écart entre l'estimation entre 10 et 40 % d'eau et sa teneur en eau réelle de 100 %.

La partie centrale plus profonde est traversée par de nombreux forages positifs (b,c). Elle peut atteindre jusqu'à 74 m de profondeur, en concordance à plus ou moins 20 m près avec la poche d'eau vue par la RMP

La partie profonde au sud est considérée comme un site potentiel de forte concentration d'eau par la RMP (b et fig. 5.7). Le concordance n'est pas totale : l'existence d'une partie profonde ayant une teneur en eau de 65 % est prédite sous la position réelle de la cavité au sud, c'est à dire dans le socle à partir -75 m. Cette propriété est héritée d'un contrôle très fort de l'*a priori* dans la zone de faible résolution sous les -75 m, profondeur à laquelle des effets de compensations importants (section 4.2.3) créent des concentrations d'eau virtuellement très importantes et relativement peu réalistes.

#### 5.2.4 Estimation du volume

Les données sonar ne décrivent pas la géométrie totale de la cavité et ne sont pas suffisantes pour attester ou invalider les capacités d'estimation de volume de l'imagerie RMP. À ce titre, le volume d'eau cumulé par tranche de profondeur apporte une information plus représentative des quantités d'eau présentes dans le glacier (fig. 5.9.a). Le cumul d'eau moyen par tranche de profondeur de l'image RMP y est comparé. La correspondance des deux cumuls est saisissante dans la limite des 80 m (une taille de boucle) où elle atteint  $50\,000 \text{ m}^3$ . Au-delà, la méthode RMP produit un cumul d'eau supplémentaire de  $50\,000 \text{ m}^3$  dans le socle, dont l'existence est hautement improbable. L'estimation du volume total par la méthode RMP (avec la limite des 80 m) a été prouvée robuste dans le temps (Legchenko *et al.*, 2014) avec une méthode d'inversion classique lissante. Des mesures RMP ont été réalisées avant chacun des pompages qui ont lieu depuis la première vidange de la cavité du glacier. La fig. 5.9.b présente la relation linéaire qui existe entre l'estimation RMP et le volume pompé. Cette relation met en relief une surestimation systématique du volume évalué par méthode RMP d'environ 20 %. Il s'agit d'une erreur très acceptable considérant le bruit EM et la position de la cavité en limite de résolution de la méthode. Il reste possible que la pompe n'a pas nécessairement accès à toute l'eau détectée par la RMP et notamment en profondeur.

#### 5.2.5 Conclusions

Le cas d'application 3-D de Tête Rousse est un challenge plus difficile que le précédent. Si le contraste de teneur en eau entre la cavité et la matrice glaciaire reste maximal (environ 100 %) et que la quantité d'eau est colossale, le bruit contaminant la donnée est aussi plus important (10 nV) de même que la profondeur

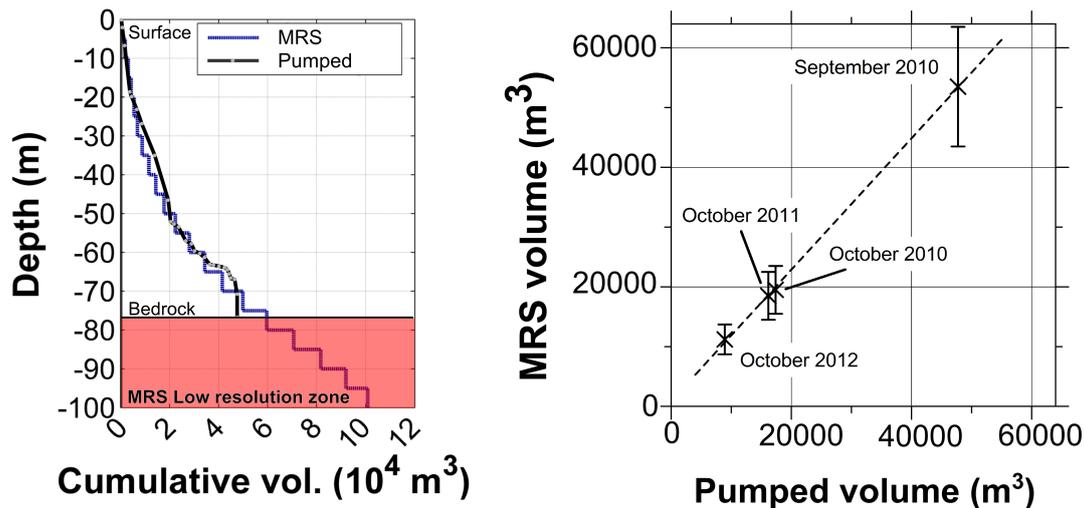


FIGURE 5.9 – Volume d’eau pompé et estimation RMP : (a) Cumul d’eau réel (pompage) et RMP du glacier de Tête-Rousse en septembre 2012. La correspondance entre les deux cumuls montrent l’efficacité de l’imagerie RMP à restituer le volume d’eau réel, dans la limite où sa résolution ne crée pas de compensations trop importantes (80 m). (b) Suivi RMP de l’évolution du volume d’eau du glacier dans le temps (pompages) et estimations par méthode RMP (avant pompages). L’estimation RMP produit une surestimation systématique du volume, très proche du volume réel à  $\pm 20\%$  du volume réel (Legchenko *et al.*, 2014).

de la cible (de -8 à -70 m du nord au sud) relativement à la taille de boucle. De par sa teneur en eau extrême, cette cavité est de taille réduite comparativement au volume d’eau total qu’elle contient.

Sa position aux limites de résolution, en profondeur et sur les bords de la zone d’acquisition, perturbe la restitution. L’image de la teneur  $y$  est particulièrement sujette aux biais et aux incertitudes. L’estimation de sa teneur en eau moyenne maximale est de  $65 \pm 45$ , en profondeur où la cavité est relativement grande et de  $40 \pm 45\%$  plus superficiellement, où elle est plus réduite. Cette estimation est, en ordre de grandeur, tout à fait acceptable en considérant le volume élémentaire (maillage) utilisé pour la reconstruction RMP ( $20 \times 20 \times 5 \text{ m}^3$ ).

Les caractéristiques de la cavité reconstituées par la RMP sont, dans les grandes tendances, en bonne correspondance avec la cavité réelle (sonar et forage), malgré l’impossibilité de la délimiter de façon précise. Les imprécisions du positionnement oscillent entre 20 et 40 m en fonction de la profondeur. La reconstitution hérite de caractéristiques non-expliquées par la seule présence de la cavité au delà de l’interface glace/socle à 75 m ; laquelle est aussi la limite de confiance accordée à la reconstitution. La présence d’eau dans le socle (localement très fracturé par exemple) et à laquelle les pompes n’auraient pas accès, ne peut être complètement écartée, bien qu’elle soit géologiquement improbable.

Malgré les biais et la faiblesse de résolution, l’estimation du volume cumulé par tranche de profondeur sur les 75 m premiers mètres est en correspondance quasi-parfaite avec le cumul réel. C’est là, le critère d’estimation le plus robuste de la méthode en l’absence d’autres contraintes. Cette estimation a été prouvée robuste dans le temps dans le cadre de ce glacier. Pour étendre cette conclusion de manière générale à

tous les environnements d'autres sites doivent être l'objet d'acquisition RMP 3-D.

Si les informations géophysiques et géotechniques ont, dans cette thèse, servi de support à la validation des capacités d'imagerie 3-D de la méthode RMP par échantillonnage inverse, le potentiel réel d'estimation et d'analyse de l'incertitude serait bien mieux exploité en agrégeant toutes les informations disponibles sous la forme de contraintes *a priori*. L'incertitude RMP sur la caractérisation de la teneur en eau étant au premier ordre liée à l'absence de contraintes géométriques (par exemple introduire la topographie d'un socle avec une teneur en eau résiduelle ou nulle dans l'interprétation), l'apport d'informations de ce type fiabiliserait hautement l'évaluation du paramètre et minimiserait l'incertitude. L'incertitude liée à l'équivalence physique sur le volume serait diminuée et aurait une valeur, en ordre de grandeur, comparable voire inférieure à l'incertitude liée à la donnée RMP.



# Conclusions générales

## Synthèse des résultats

### Travaux réalisés au cours de la thèse

Une méthodologie d'étude semi-quantitative des propriétés des matrices du problème direct 3-D a été développée. Cette analyse a été effectuée dans le domaine des données, en utilisant des corrélations des signaux générés par les différentes parties de la subsurface caractérisées par le dispositif RMP. Ces corrélations montrent l'organisation spatiale des signaux RMP équivalents, lesquels se traduisent par une incapacité de la méthode de distinguer un volume d'eau particulier des autres. La diminution subséquente de la résolution en profondeur, ainsi que sa tendance asymétrique nord-sud, ont été montrées pour plusieurs dispositifs 2-D/3-D ayant des densités de mesures différentes. L'influence du manque de résolution, associée à des signaux diminuant avec la profondeur, est étudiée en ce qui concerne la restitution finale du volume d'eau. Ces conclusions sont néanmoins qualitatives et doivent ensuite être validées sur des cas numériques d'imagerie de la teneur en eau.

L'imagerie de la teneur en eau proprement dite a été réalisée au moyen d'un algorithme d'échantillonnage inverse de Metropolis-Hastings, développé dans le cadre de cette thèse. Il est versatile et fonctionnel en 1-D, 2-D et 3-D. Les deux déclinaisons de fonctions de perturbation utilisées sont uniques : elles permettent une régularisation dont la contrainte varie aléatoirement. Ceci afin de tirer des conclusions relativement générales sur les propriétés de l'imagerie RMP. La régularisation lissante, très usuelle en géophysique, a été sélectionnée pour tester l'algorithme. Sa réponse à des paramétrisations différentes dans les domaines *a priori* et *a posteriori* a été contrôlée. Les estimations d'incertitude ont été validées par comparaison avec la méthode *SVD*, en domaine linéaire.

Par le biais de la régularisation lissante, les propriétés de l'imagerie RMP 3-D ont été analysées à l'aide d'une série de modèles numériques simples, caractérisées par des transitions de teneur en eau abruptes (modèle cubique). L'influence du bruit EM et du biais *a priori* y est aussi montrée.

Enfin, ces algorithmes sont testés sur deux jeux de données 2-D/3-D anciens en milieux hétérogènes : karstique (Rocamadour : gouffre de Poumeyssen) et glaciaire (Massif du Mont Blanc : glacier de Tête Rousse). La connaissance préalable de la géométrie des cibles et d'autres informations ont permis de comparer les caractéristiques de l'imagerie RMP 2-D/3-D avec la réalité. Toutes les données du site de Rocamadour étaient pré-existantes. Les informations de Tête Rousse sont issues du travail au long cours

d'une multitude d'équipes, dont j'ai fait parti par moment, en ce qui concerne le volet RMP.

## Résultats obtenus

Dans le contexte linéaire et pour des dispositifs 2-D et 3-D, la similarité des signaux d'un volume d'eau avec son environnement croît en loi de puissance avec la profondeur et d'une manière anisotrope du fait des hétérogénéités de focalisation des boucles de mesure RMP.

Sur un axe nord-sud, les signaux ont tendance à être corrélés du sud en profondeur vers le nord plus superficiellement. Sur un axe ouest-est, ces corrélations sont symétriques et s'étendent latéralement et plus en profondeur. Ces études montrent qu'avec des recouvrements de boucles supérieurs à  $\frac{1}{2}$  l'amélioration de la résolution n'est vraiment sensible que très superficiellement. Les recouvrements inférieurs à  $\frac{1}{2}$ , en revanche, montrent une tendance à la surestimation du volume d'eau dès la surface. C'est donc un dispositif recommandé sur le plan opérationnel pour les prospections 2-D/3-D qui nécessitent beaucoup de mesures.

Ces analyses restent incomplètes car au même titre qu'une matrice de résolution (*SVD*), les corrélations fournissent une analyse d'incertitude indépendante de la forme de la solution ou des données. Au contraire, les méthodes de Monte-Carlo se basent sur le signal, et ses solutions, pour estimer l'incertitude, c'est là leur intérêt. Néanmoins, l'espace des solutions exploré n'est pas intégral : ce n'en est qu'une fraction biaisée dès le départ, *a priori*. L'estimation de la teneur en eau et l'incertitude ne sont valables que dans la mesure où cet *a priori* l'est aussi. Le modèle de départ, et la paramétrisation qui lui est associée, contrôlent cette information. La contrainte n'étant pas intégrée dans la fonction de vraisemblance du problème d'imagerie, une exploration raisonnablement vaste de l'espace des solutions est permise. L'algorithme lissant a une tendance à l'amortissement qui se rapproche de la notion *a priori* de la méthode d'inversion et d'analyse de l'incertitude *SVD* tronquée. En domaine linéaire, les solutions et les incertitudes montrent une bonne correspondance. De fait les deux techniques partagent le même défaut : la restriction d'une partie de l'espace des solutions par régularisation minimise artificiellement l'incertitude dans les zones de basse résolution. En conséquence l'incertitude peut être minimale là où elle est, sur le plan physique, maximale. Les outils d'analyse de l'incertitude peuvent être trompeurs.

En connaissance de ces effets, les propriétés du problème d'imagerie RMP 2-D/3-D ont été étudiées.

L'ampleur du signal RMP ainsi que celle du bruit contrôlent la restitution de l'image. Si le bruit est fort comparativement à la signature RMP, la teneur en eau de la structure sera minimisée parce que l'*a priori* s'exprimera plus facilement.

Une structure ponctuelle cubique est reproduite, en moyenne, sous la forme d'une structure de teneur en eau se diffusant graduellement dans les trois directions de l'espace depuis un point central d'estimation maximale (fig. 4.23). La géométrie particulière de la diffusion est aussi anisotrope que l'est la matrice du problème direct RMP. La diffusion est nettement plus accentuée vers la profondeur et latéralement.

Dans la limite de résolution définie par  $\frac{3}{4}$  d'une taille de boucle en profondeur, le maximum de teneur en eau reste toujours dans un rayon de 10 m du centre exact d'une structure. Les limites exactes d'une structure, latérale et profonde, ne sont pas discernables avec l'*a priori* lissant. La version structurante est

une meilleure alternative, au prix d'une plus forte incertitude.

Appliquée sur une structure très ponctuelle, la régularisation lissante a tendance à sous-estimer la teneur en eau globale tandis que la structurante va plutôt exprimer l'excès inverse.

L'estimation du volume d'eau total dans la zone d'étude est légèrement surestimée (5 %) du fait des compensations signal/teneur en eau. Elles s'accompagnent d'un décalage fictif d'une partie du volume vers les zones de plus basses résolutions.

L'incertitude réelle de la RMP en contexte hétérogène est très importante : elle est en principe infinie sans autre information. L'*a priori* structurant a une incertitude absolue très élevée (souvent 50 % quand il y a de l'eau, à 10 nV de bruit EM) qui reflète cette réalité. L'*a priori* lissant amortit fortement l'incertitude. Elle est maximale (liée à la donnée) là où une cible apparaît et minimale là où elle peut être assimilable à du bruit ou à l'arrière-plan. Par conséquent, l'*a priori* lissant est souhaitable dans un contexte où l'eau est recherché comme une source de richesse. D'abord, l'estimation y est minimisée et diffusée dans l'espace. L'incertitude quant à sa faible teneur en eau est minimale, tandis qu'elle est maximale là où elle semble importante. Au contraire, l'*a priori* structurant est particulièrement souhaitable dans un contexte où l'eau est indésirable voire dangereuse. L'estimation moyenne de la teneur en eau y est localement surestimée et l'incertitude y est très importante.

Les performances de l'imagerie RMP 2-D et 3-D ont été testées sur deux cas d'application réels en milieux hétérogènes dont la géométrie de la cible est connue. Dans les deux cas, la correspondance entre les résultats de l'imagerie RMP et la réalité est très bonne, notamment au niveau du positionnement. L'estimation de la teneur en eau réelle est plus délicate, encore qu'elle soit en ordre de grandeur relativement proche de la réalité. La différence s'explique par la complexité spatiale des structures, intégrée au yeux de la méthode RMP dont la résolution n'est pas suffisante.

Si la reconstruction de la géométrie fine des cavités n'est pas envisageable sans contrainte supplémentaire, certaines grandes tendances (azimut, changement d'altitude) sont bien restituées. Le volume cumulé dans la profondeur est en parfait accord avec le cumul d'eau extrait du glacier de Tête Rousse. La reconstitution du volume est bien le paramètre bien déterminé de la méthode.

## Perspectives

Les méthodes et algorithmes développés dans cette thèse ont essentiellement été utilisés à titre de validation croisée avec d'autres méthodes géophysiques et géotechniques. Ceci afin d'estimer les capacités d'imagerie "brutes" de la méthode RMP. Or, cette façon de faire est peu rentable sur le plan opérationnel. Sans parler d'inversion conjointe des résultats, l'intérêt majeur des méthodes de Monte-Carlo réside dans la facilité avec laquelle l'exploration de l'espace des solutions sous contrainte est aisée. L'introduction d'informations géologiques ou géométriques devraient significativement améliorer les incertitudes de la méthode RMP, et la qualité de l'estimation, surtout à grande profondeur. Faire une synthèse des niveaux de certitudes apportés par différentes sources d'informations est une possibilité intéressante offerte par ses algorithmes. Les fonctions de perturbation peuvent néanmoins nécessiter une réécriture en cas d'*a priori*

trop complexes.

La porte est aussi ouverte à l'analyse des propriétés du problème inverse franchement non-linéaire qu'est l'imagerie RMP avec ses jeux de données en domaine temporel. L'incertitude associée à l'estimation du paramètre de décroissance du signal RMP  $T_2^*$  en 2-D/3-D est un sujet complètement vierge à ce jour, il intéresse pourtant la communauté hydrogéologique pour sa connexion avec la porosité de la matrice contenant l'eau.

Enfin, les méthodes d'échantillonnage inverse sont souvent inaccessibles aux utilisateurs qui en ont le plus besoin. La proximité conceptuelle des schémas de perturbations développés dans cette thèse avec une modélisation manuelle automatisée (algorithme structurant surtout) pourrait servir d'aide à la modélisation 2-D/3-D, laquelle est par trop limitée à ce jour.

## Valorisation

### Publications dans des revues à comité de lecture

A. Legchenko, C. Vincent, J.-M. Baltassat, J.-F. Girard, E. Thibert, O. Gagliardini, M. Descloitres, A. Gilbert, S. Garambois, A. Chevalier et H. Guyard : Monitoring water accumulation in a glacier using magnetic resonance imaging. *The Cryosphere*, 8(1):155–166, 2014

A. Chevalier, A. Legchenko, J.-F. Girard et M. Descloitres : Monte Carlo inversion of 3-D magnetic resonance measurements. *Geophysical Journal International*, 2014

### Communications à des colloques

A. Chevalier, A. Legchenko, M. Descloitres, H. Guyard, C. Vincent et S. Garambois : 3D monte carlo inversion of surface magnetic resonance measurements. *In Near Surface 2011 - the 17th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics*, 2011

A. Chevalier, A. Legchenko et M. Boucher : 3D monte carlo inversion of magnetic resonance measurements applied to karst conduit imaging. *In EGU General Assembly Conference Abstracts*, vol. 14, p. 8924, 2012a

A. Chevalier, A. Legchenko et M. Boucher : Locating a karst conduit with 2D monte carlo inversion of magnetic resonance measurements. *In Magnetic Resonance in the Subsurface - 5th International Workshop on Magnetic Resonance*, vol. 1, p. 41, 2012b

# Bibliographie

- M. AN : A simple method for determining the spatial resolution of a general inverse problem : Determining the spatial resolution. *Geophysical Journal International*, 191(2):849–864, 2012.
- R. ASTER et C. THURBER : *Parameter estimation and inverse problems*. Academic Press, Waltham, MA, 2012. ISBN 9780123850485 0123850487.
- A. BEHROOZMAND, E. AUKEN, G. FIANDACA, A. CHRISTIANSEN et N. CHRISTENSEN : Efficient full decay inversion of MRS data with a stretched-exponential approximation of the distribution. *Geophysical Journal International*, 190(2):900–912, 2012.
- F. BLOCH : Nuclear induction. *Physical Review*, 70(7-8):460–474, 1946.
- M. BOUCHER : *Estimation des propriétés hydrodynamiques des aquifères par résonance magnétique des protons dans différents contextes géologiques de l'échantillon à l'échelle hydrogéologique*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 2007.
- M. BOUCHER, G. FAVREAU, J.-M. VOUILLAMOZ, Y. NAZOU MOU et A. LEGCHENKO : Estimating specific yield and transmissivity with magnetic resonance sounding in an unconfined sandstone aquifer (Niger). *Hydrogeology Journal*, 17:1805–1815, 2009.
- M. BOUCHER, J.-F. GIRARD, A. LEGCHENKO, J.-M. BALTASSAT, N. DÖRFLIGER et K. CHALIKAKIS : Using 2D inversion of magnetic resonance soundings to locate a water-filled karst conduit. *Journal of Hydrology*, 330(3–4):413–421, 2006.
- M. BRAUN : *Influence of the resistivity on Magnetic Resonance Sounding : 1D inversion and 2D modelling*. Doctoral thesis, Technische Universität Berlin, 2007.
- M. BRAUN : Simultaneous inversion of magnetic resonance sounding in terms of water content, resistivity and decay times. *Near Surface Geophysics*, 7(5-6):589–598, 2009.
- M. BRAUN et U. YARAMANCI : Inversion of resistivity in magnetic resonance sounding. *Journal of Applied Geophysics*, 66:151–164, 2008.
- M. BRAUN et U. YARAMANCI : Evaluation of the influence of 2-D electrical resistivity on magnetic resonance sounding. *Journal of Environmental & Engineering Geophysics*, 16(3):95–103, 2011.
- M. BRAUN, S. A. GREENHALGH et U. YARAMANCI : Study on complex inversion of magnetic resonance sounding signals. *Near Surface Geophysics*, 3(3):155–163, 2005.

- K. CHALIKAKIS : *Application de méthodes géophysiques pour la reconnaissance et la protection de ressources en eau dans les milieux karstiques*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2006.
- K. CHALIKAKIS, M. NIELSEN et A. LEGCHENKO : MRS applicability for a study of glacial sedimentary aquifers in central jutland, denmark. *Journal of Applied Geophysics*, 66:176–187, 2008.
- K. CHALIKAKIS, M. NIELSEN, A. LEGCHENKO et T. HAGENSEN : Investigation of sedimentary aquifers in denmark using the magnetic resonance sounding method (MRS). *Comptes Rendus Geoscience*, 341 (10-11):918–927, 2009.
- A. CHEVALIER, A. LEGCHENKO et M. BOUCHER : 3D monte carlo inversion of magnetic resonance measurements applied to karst conduit imaging. *In EGU General Assembly Conference Abstracts*, vol. 14, p. 8924, 2012a.
- A. CHEVALIER, A. LEGCHENKO et M. BOUCHER : Locating a karst conduit with 2D monte carlo inversion of magnetic resonance measurements. *In Magnetic Resonance in the Subsurface - 5th International Workshop on Magnetic Resonance*, vol. 1, p. 41, 2012b.
- A. CHEVALIER, A. LEGCHENKO, M. DESCLOITRES, H. GUYARD, C. VINCENT et S. GARAMBOIS : 3D monte carlo inversion of surface magnetic resonance measurements. *In Near Surface 2011 - the 17th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics*, 2011.
- A. CHEVALIER, A. LEGCHENKO, J.-F. GIRARD et M. DESCLOITRES : Monte Carlo inversion of 3-D magnetic resonance measurements. *Geophysical Journal International*, 2014.
- S. CONSTABLE, R. PARKER et C. CONSTABLE : Occam's inversion ; a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52(3):289–300, 1987.
- C. CORANA, M. MARCHESI, C. MARTINI et S. RIDELLA : Minimizing multimodal functions of continuous variables with the simulated annealing algorithm. *ACM Trans. on Mathematical Software*, 13(3):762–280, 1987.
- E. DALGAARD, E. AUKEN et J. LARSEN : Adaptive noise cancelling of multichannel magnetic resonance sounding signals : Noise cancelling of MRS signals. *Geophysical Journal International*, 191(1):88–100, 2012.
- R. DLUGOSCH, M. MÜLLER-PETKE, T. GÜNTHER, S. COSTABEL et U. YARAMANCI : Assessment of the potential of a new generation of surface nuclear magnetic resonance instruments. *Near Surface Geophysics*, 9(2):89–102, 2011.
- C. FARQUHARSON : Constructing piecewise-constant models in multidimensional minimum-structure inversions. *Geophysics*, 73(1):K1–K9, 2008.
- C. FARQUHARSON et D. OLDENBURG : Non-linear inversion using general measures of data misfit and model structure. *Geophysical Journal International*, 134(1):213–227, 1998.
- S. FRIEDEL : Resolution, stability and efficiency of resistivity tomography estimated from a generalized inverse approach. *Geophysical Journal International*, 153(2):305–316, 2003.

- 
- S. GARAMBOIS et C. VINCENT : Ré-analyse des données radar (GPR) au vu des mesures sonar. Rap. tech., ISterre LGGE, 2010.
- J.-F. GIRARD, M. BOUCHER, A. LEGCHENKO et J.-M. BALTASSAT : 2D magnetic resonance tomography applied to karstic conduit imaging. *Journal of Applied Geophysics*, 63:103–116, 2007.
- J.-F. GIRARD, A. LEGCHENKO et M. BOUCHER : Stability of MRS signal and estimation of data quality. *Near Surface Geophysics*, 3(3):187–194, 2005.
- S. GREENHALGH, Z. BING et A. GREEN : Solutions, algorithms and inter-relations for local minimization search geophysical inversion. *Journal of Geophysics and Engineering*, 3(2):101–113, 2006.
- E. GRUNEWALD et R. KNIGHT : The effect of pore size and magnetic susceptibility on the surface NMR relaxation parameter  $T2^*$ . *Near Surface Geophysics*, 2011a.
- E. GRUNEWALD et R. KNIGHT : A laboratory study of NMR relaxation times in unconsolidated heterogeneous sediments. *Geophysics*, 76(4):G73–G83, 2011b.
- R. GUÉRIN, J.-M. BALTASSAT, M. BOUCHER, K. CHALIKAKIS, P.-Y. GALIBERT, J.-F. GIRARD, V. PLAGNES et R. VALOIS : Geophysical characterisation of karstic networks – application to the ouysse system (Poumeyssen, France). *Comptes Rendus Geoscience*, 341(10–11):810–817, 2009.
- A. GUILLEN et A. LEGCHENKO : Inversion of surface nuclear magnetic resonance data by an adapted monte carlo method applied to water resource characterization. *Journal of Applied Geophysics*, 50(1-2):193–205, 2002.
- W. HASTINGS : Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1):97–109, 1970.
- M. HERTRICH : Joint inversion of surface nuclear magnetic resonance and geoelectrical sounding. *Journal of Applied Geophysics*, 50(1):179–191, 2000.
- M. HERTRICH : *Magnetic Resonance Sounding with separated transmitter and receiver loops for the investigation of 2D water content distributions, Magnetische Resonanz Sondierung mit getrennten Sendee- und Empfangsspulen zur Erkundung von 2D Wassergehaltsverteilungen*. Thèse de doctorat, Technische Universität Berlin, 2005.
- M. HERTRICH : Imaging of groundwater with nuclear magnetic resonance. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, 53(4):227–248, 2008.
- M. HERTRICH, M. BRAUN, T. GUNTHER, A. GREEN et U. YARAMANCI : Surface nuclear magnetic resonance tomography. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 45(11):3752–3759, 2007.
- M. HERTRICH, M. BRAUN et U. YARAMANCI : Magnetic resonance soundings with separated transmitter and receiver loops. *Near Surface Geophysics*, 3(3):141–154, 2005.
- M. HERTRICH, A. GREEN, M. BRAUN et U. YARAMANCI : High-resolution surface NMR tomography of shallow aquifers based on multioffset measurements. *Geophysics*, 74(6):G47–G59, 2009.
-

- M. HERTRICH, J. LEHMANN-HORN, J. WALBRECKER et H. SCHULZ : Novel approaches in modeling surface nmr signals for hydrogeophysical applications. <http://congress.cimne.com/cmwr2010/Proceedings/docs/p114.pdf>, 2013.
- C. JIANG, J. LIN, Q. DUAN, S. SUN et B. TIAN : Statistical stacking and adaptive notch filter to remove high-level electromagnetic noise from MRS measurements. *Near Surface Geophysics*, 2011.
- K. KEATING et R. KNIGHT : A laboratory study to determine the effect of iron oxides on proton NMR measurements. *Geophysics*, 72(1):E27–E32, 2007.
- K. KEATING et R. KNIGHT : A laboratory study of the effect of magnetite on NMR relaxation rates. *Journal of Applied Geophysics*, 66:188–196, 2008.
- R. KNIGHT : Nuclear magnetic resonance : From pore-scale physics to field-scale hydrogeophysics. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, 30(1):3750–3755, 2011.
- A. LEGCHENKO : Magnetic resonance sounding : Enhanced modeling of a phase shift. *Applied Magnetic Resonance*, 25:621–636, 2004.
- A. LEGCHENKO : Improved modelling of the magnetic resonance signal in the presence of shallow aquifers. *Near Surface Geophysics*, 2005.
- A. LEGCHENKO : MRS measurements and inversion in presence of EM noise. *Boletín Geológico y Minero*, 118 (3):489–507, 2007.
- A. LEGCHENKO : *Magnetic Resonance Imaging for Groundwater*. John Wiley & Sons, 2013.
- A. LEGCHENKO, A. BEAUCE, A. GUILLEN, P. VALLA et J. BERNARD : Natural variations in the magnetic resonance signal used in PMR groundwater prospecting from the surface. *Eur. J. Environ. Eng. Geophys.*, 2:173–190, 1997.
- A. LEGCHENKO, M. DESCLOITRES, C. VINCENT, H. GUYARD, S. GARAMBOIS, K. CHALIKAKIS et M. EZERSKY : Three-dimensional magnetic resonance imaging for groundwater. *New Journal of Physics*, 13(2):025022, 2011.
- A. LEGCHENKO, M. EZERSKY, J.-F. GIRARD, J.-M. BALTASSAT, M. BOUCHER, C. CAMERLYNCK et A. ALZOUBI : Interpretation of magnetic resonance soundings in rocks with high electrical conductivity. *Journal of Applied Geophysics*, 66:118–127, 2008.
- A. LEGCHENKO et O. SHUSHAKOV : Inversion of surface NMR data. *Geophysics*, 63(1):75–84, 1998.
- A. LEGCHENKO et P. VALLA : Processing of surface proton magnetic resonance signals using non-linear fitting. *Journal of Applied Geophysics*, 39:77–83, 1998.
- A. LEGCHENKO et P. VALLA : A review of the basic principles for proton magnetic resonance sounding measurements. *Journal of Applied Geophysics*, 50(1-2):3–19, 2002.
- A. LEGCHENKO et P. VALLA : Removal of power-line harmonics from proton magnetic resonance measurements. *Journal of Applied Geophysics*, 53(2-3):103–120, 2003.

- 
- A. LEGCHENKO, C. VINCENT, J.-M. BALTASSAT, J.-F. GIRARD, E. THIBERT, O. GAGLIARDINI, M. DESCLOITRES, A. GILBERT, S. GARAMBOIS, A. CHEVALIER et H. GUYARD : Monitoring water accumulation in a glacier using magnetic resonance imaging. *The Cryosphere*, 8(1):155–166, 2014.
- A. LEGCHENKO, J.-M. VOUILLAMOZ et J. ROY : Application of the magnetic resonance sounding method to the investigation of aquifers in the presence of magnetic materials. *Geophysics*, 75(6):L91–L100, 2010.
- J. LEHMANN-HORN, M. HERTRICH, S. GREENHALGH et A. GREEN : Three-dimensional Magnetic Field and NMR Sensitivity Computations Incorporating Conductivity Anomalies and Variable-Surface Topography. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 49(10):3878–3891, 2011a.
- J. LEHMANN-HORN, J. WALBRECKER, M. HERTRICH, G. LANGSTON, A. MCCLYMONT et A. GREEN : Imaging groundwater beneath a rugged proglacial moraine. *Geophysics*, 76(5):B165–B172, 2011b.
- M. LEVITT : *Spin dynamics : basics of nuclear magnetic resonance*. John Wiley & Sons, Chichester, England ; Hoboken, NJ, 2008. ISBN 9780470511183 0470511184 9780470511176 0470511176.
- M. LUBCZYNSKI : MRS contribution to hydrogeological system parametrization. *Near Surface Geophysics*, 3(3):131–139, 2005.
- M. LUBCZYNSKI et J. ROY : Hydrogeological interpretation and potential of the new magnetic resonance sounding (MRS) method. *Journal of Hydrology*, 283(1-4):19–40, 2003.
- P. MANSFIELD, A. MAUDSLEY, P. MORRIS et I. PYKETT : Selective pulses in NMR imaging : A reply to criticism. *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, 33(2):261–274, 1979.
- O. MOHNKE : Forward modeling and inversion of MRS relaxation signals using multi-exponential decomposition. *Near Surface Geophysics*, 3(3):165–185, 2005.
- O. MOHNKE et N. KLITZSCH : Microscale simulations of NMR relaxation in porous media considering internal field gradients. *Vadose Zone Journal*, 9(4):846–857, 2010.
- O. MOHNKE et U. YARAMANCI : Smooth and block inversion of surface NMR amplitudes and decay times using simulated annealing. *Journal of Applied Geophysics*, 50(1-2):163–177, 2002.
- K. MOSEGAARD : Resolution analysis of general inverse problems through inverse monte carlo sampling. *Inverse Problems*, 14(3):405–426, 1998.
- K. MOSEGAARD et A. TARANTOLA : Monte carlo sampling of solutions to inverse problems. *Journal of Geophysical Research*, 100(B7):12431–12447, 1995.
- M. MÜLLER-PETKE : *Extended use of Magnetic Resonance Sounding (MRS) datasets - QT inversion and resolution studies, Erweiterter Nutzen von Datensätzen der Magnetischen-Resonanz Sondierung (MRS) - QT Inversion und Studien zum Auflösungsvermögen*. Doctoral thesis, Technische Universität Berlin, 2009.
- M. MÜLLER-PETKE, R. DLUGOSCH et U. YARAMANCI : Evaluation of surface nuclear magnetic resonance-estimated subsurface water content. *New Journal of Physics*, 13:095002, 2011.
-

- M. MÜLLER-PETKE et U. YARAMANCI : Resolution studies for magnetic resonance sounding (MRS) using the singular value decomposition. *Journal of Applied Geophysics*, 66(3–4):165–175, 2008.
- M. MÜLLER-PETKE et U. YARAMANCI : QT inversion — comprehensive use of the complete surface NMR data set. *Geophysics*, 75(4):WA199–WA209, 2010.
- J. PLATA et F. RUBIO : The potential of the qualitative interpretation of MRS data : hydrogeophysical study of the lagoons of estaña (Spain). *Near Surface Geophysics*, 9(2):225–240, 2011.
- J. ROY et M. LUBCZYNSKI : The magnetic resonance sounding technique and its use for groundwater investigations. *Hydrogeology Journal*, 11:455–465, 2003.
- J. RYU, F. MORRISON et S. WARD : Electromagnetic fields about a loop source of current. *Geophysics*, 35(5):862–896, 1970.
- M. SAMBRIDGE : Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm—I. searching a parameter space. *Geophysical Journal International*, 138(2):479–494, 1999a.
- M. SAMBRIDGE : Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm—II. appraising the ensemble. *Geophysical Journal International*, 138(3):727–746, 1999b.
- M. SAMBRIDGE et K. MOSEGAARD : Monte carlo methods in geophysical inverse problems. *Reviews of Geophysics*, 40(3):3–29, 2002.
- O. SHUSHAKOV : Groundwater NMR in conductive water. *Geophysics*, 61(4):998–1006, 1996.
- O. SHUSHAKOV : Bloch-siegert effect in MRS. *In Proceedings of Magnetic Resonance Sounding Workshop*, 2006.
- A. TARANTOLA : *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. SIAM, 3600 Market Street, 6th Floor Philadelphia, PA 19104-2688, 2005. ISBN 9780898715729.
- A. TIKHONOV : Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. *Soviet Math. Dokl.*, 5:1035/1038, 1963.
- A. TIKHONOV et V. ARSEININ : Solutions of ill-posed problems. *WH Winston, Washington, DC*, 330, 1977.
- D. TRUSHKIN, O. SHUSHAKOV et A. LEGCHENKO : Modulation effects in non-drilling NMR in the earth's field. *Applied Magnetic Resonance*, 5:399–406, 1993.
- D. TRUSHKIN, O. SHUSHAKOV et A. LEGCHENKO : The potential of a noise-reducing antenna for surface NMR groundwater surveys in the earth's magnetic field1. *Geophysical Prospecting*, 42(8):855–862, 1994.
- D. TRUSHKIN, O. SHUSHAKOV et A. LEGCHENKO : Surface NMR applied to an electroconductive medium1. *Geophysical Prospecting*, 43(5):623–633, 1995.
- P. VALLA et A. LEGCHENKO : One-dimensional modelling for proton magnetic resonance sounding measurements over an electrically conductive medium. *Journal of Applied Geophysics*, 50:217–229, 2002.

- 
- C. VINCENT, M. DESCLOITRES, S. GARAMBOIS, A. LEGCHENKO, H. GUYARD et A. GILBERT : Detection of a subglacial lake in Glacier de Tête Rousse (Mont Blanc area, France). *Journal of Glaciology*, 58 (211):866–878, 2012.
- C. VINCENT, S. GARAMBOIS, E. LE MEUR, E. THIBERT et E. LEFEBVRE : Contribution à l'étude du glacier de tête rousse à partir de la campagne d'observations de 2007. Rap. tech., LGGE R.T.M., 2007.
- J.-M. VUILLAMOZ : *La caractérisation des aquifères par une méthode non invasive : les sondages par résonance magnétique protonique*. Thèse doctorat, Université de Paris-Sud, 2003.
- J.-M. VUILLAMOZ : Characterizing aquifers when using magnetic resonance sounding in a heterogeneous geomagnetic field. *Near Surface Geophysics*, 9(2):135–144, 2011.
- J.-M. VUILLAMOZ, M. DESCLOITRES, J. BERNARD, P. FOURCASSIER et L. ROMAGNY : Application of integrated magnetic resonance sounding and resistivity methods for borehole implementation. a case study in cambodia. *Journal of Applied Geophysics*, 50:67–81, 2002.
- J.-M. VUILLAMOZ, A. LEGCHENKO, Y. ALBOUY, M. BAKALOWICZ, J.-M. BALTASSAT et W. AL-FARES : Localization of Saturated Karst Aquifer with Magnetic Resonance Sounding and Resistivity Imagery. *Ground Water*, 41(5):578–586, 2003.
- J. WAIT et R. OTT : On calculating transient electromagnetic fields of a small current-carrying loop over a homogeneous earth. *Pure and Applied Geophysics*, 95(1):157–162, 1972.
- J. WALBRECKER, M. HERTRICH et A. GREEN : Accounting for relaxation processes during the pulse in surface NMR data. *Geophysics*, 74(6):G27–G34, 2009.
- J. WALBRECKER, M. HERTRICH et A. GREEN : Off-resonance effects in surface nuclear magnetic resonance. *Geophysics*, 76(2):G1–G12, 2011.
- P. WEICHMAN, E. LAVELY et M. RITZWOLLER : Theory of surface nuclear magnetic resonance with applications to geophysical imaging problems. *Physical Review E*, 62(1):1290–1312, 2000.
- P. WEICHMAN, D. LUN, M. RITZWOLLER et E. LAVELY : Study of surface nuclear magnetic resonance inverse problems. *Journal of Applied Geophysics*, 50(1-2):129–147, 2002.