



HAL
open science

Processeurs atomiques utilisant la propriété de creusement spectral: modélisation et application à l'analyse spectrale radiofréquence large bande sur porteuse optique

Yoann Attal

► **To cite this version:**

Yoann Attal. Processeurs atomiques utilisant la propriété de creusement spectral: modélisation et application à l'analyse spectrale radiofréquence large bande sur porteuse optique. Optique [physics.optics]. Université Paris Saclay (COMUE), 2017. Français. NNT: 2017SACLS161. tel-01566998

HAL Id: tel-01566998

<https://theses.hal.science/tel-01566998>

Submitted on 21 Jul 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2017SACLS161

THESE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY
PREPAREE A
L'UNIVERSITE PARIS-SUD

ECOLE DOCTORALE N° (572)
Ondes et matière

Spécialité de doctorat : Physique

Par

M. Yoann Attal

Processeurs atomiques utilisant la propriété de creusement spectral : modélisation et application à l'analyse spectrale radiofréquence large bande sur porteuse optique

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 12 juillet 2017 :

Composition du Jury :

M. Levenson, Juan-Ariel	Directeur de recherche CNRS, C2N	Président
M. Afzelius, Mikael	Directeur de recherche, Université de Genève	Rapporteur
M. Pereira dos Santos, Franck	Chargé de recherche CNRS, SYRTE	Rapporteur
M. De Rosny, Julien	Directeur de recherche, Institut Langevin	Examineur
M. Desruelle, Bruno	Ingénieur, MUQUANS	Examineur
Mme Louchet-Chauvet, Anne	Chargée de recherche CNRS, Laboratoire Aimé Cotton	Directrice de thèse
Mme Berger, Perrine	Ingénieure, Thales Research and Technology	Invitée
M. Tchoffo-Talom, Friedman	Ingénieur, Thales Communications and Security	Invité

THALES



Thèse préparée à

Thales Communications and Security

4, avenue des Louvresses, 92230 Gennevilliers, FRANCE

Thales Research and Technology

1, avenue Augustin Fresnel, 91120 Palaiseau, FRANCE

Laboratoire Aimé Cotton

Bât. 505 – Campus scientifique d’Orsay, 91400 Orsay, FRANCE

Remerciements

Les travaux dont il est question dans ce manuscrit n'auraient pas été les mêmes sans la présence de celles et ceux qui m'ont entouré tout au long de ma thèse. C'est pourquoi ces quelques remerciements sont indissociables de ce manuscrit.

En premier lieu, je tiens à remercier Pascale Nouchi et Daniel Dolfi de m'avoir accueilli dans le groupe de physique et plus particulièrement dans le laboratoire OTS, deux ans après mon premier passage dans les locaux de Thales Research and Technology (TRT) à l'occasion d'un stage. Je tiens à souligner la tolérance dont ils ont fait preuve concernant mes chaussures originales et la décoration de mon bureau. Je les remercie également de m'avoir aidé pour ma recherche d'emploi après ma thèse.

Mes travaux de thèse s'étant déroulés conjointement à TRT et au Laboratoire Aimé Cotton (LAC), je tiens également à remercier Jean-François Roch de m'avoir accueilli dans ce laboratoire.

L'encadrement étant triple, je tiens à remercier Friedman Tchoffo-Talom pour m'avoir fait confiance, avoir suivi mes travaux et pour les échanges que nous avons eus concernant l'application de mon travail aux besoins chez Thales Communications and Security (TCS). Je remercie également Marc Isard et Nicolas Besnard pour leur confiance.

Je n'aurais évidemment pas pu mener à bien ces travaux de thèse sans l'aide des formidables directeurs de thèse que sont Thierry Chanelière et Anne Louchet-Chauvet. Toujours à l'écoute et constamment de bonne humeur. Je pense qu'on peut difficilement faire mieux. En particulier, les quelques heures de cours de Thierry m'ont permis de beaucoup mieux appréhender l'interaction laser-matière, et d'en déduire la loi de Bouguer. Merci à Anne d'avoir pris le temps de m'expliquer comment faire marcher le cryostat, et au passage de m'avoir permis de faire des fontaines d'azote liquide. Merci aussi d'avoir pris le temps de relire mes longs calculs. Je remercie également Jean-Louis Le Gouët pour toutes les discussions très fructueuses que nous avons eues.

Je tiens à remercier Perrine Berger qui m'a énormément appris. Je tiens à souligner que c'est elle qui m'a poussé à m'intéresser au régime stationnaire (voir partie II.3) et qui a fait germer dans ma tête les fondements du modèle qui constitue le cœur de mon travail théorique. Avec Perrine, je remercie également Loïc Morvan avec qui m'ont renouvelé leur confiance entre le stage que j'ai effectué avec eux en 2012 et mon arrivée en thèse en 2014. Ça a été vraiment un plaisir de travailler au quotidien avec des encadrants brillants et toujours à l'écoute tels que Perrine et Loïc. Je regrette d'ailleurs de ne pas poursuivre sur ce projet de recherche jusqu'à son terme.

Mais ces trois années de thèse ne se résument pas à du travail uniquement. Il n'y a pas de bon travail sans un bon entourage, et j'ai eu ce qu'on fait de mieux et de plus amical. C'est pourquoi je remercie encore une fois Thierry, Anne, Perrine et Loïc pour tous les à côté. Je remercie également tous mes amis et toute ma famille pour leur soutien sans faille tout au long de ces trois années de thèse.

Sommaire

LISTE DES ABREVIATIONS	11
INTRODUCTION GENERALE	13
I. PROCESSEURS ATOMIQUES POUR LE TRAITEMENT DE SIGNAUX RADIOFREQUENCE SUR PORTEUSE OPTIQUE.....	19
I.1. Motivations : analyse spectrale radiofréquence.....	19
I.1.1. Besoins.....	19
I.1.2. Solutions	21
I.2. État de l’art de l’utilisation de terres rares en matrice solide pour le traitement de signaux analogiques	23
I.2.1. Historique et état de l’art générique (toutes fonctions)	24
I.2.2. Analyse spectrale.....	25
I.3. Conclusion.....	31
II. PROCESSEURS ATOMIQUES A SPECTRAL HOLE BURNING : MODELISATION DU FONCTIONNEMENT	33
II.1. Spectral Hole Burning	33
II.2. Réseaux de diffraction, efficacité et dynamique	36
II.2.1. Généralités sur les réseaux de diffraction appliquées aux matériaux SHB	36
II.2.2. Efficacité de diffraction	39
II.2.3. Dynamique d’un traitement de signal basé sur des réseaux de diffraction dans un matériau SHB	40
II.3. Modélisation de la programmation de réseaux.....	46
II.3.1. Conditions d’application.....	46
II.3.2. Description générale du modèle	48
II.4. Conclusion	53
III. AUTOUR DU CRISTAL DE Tm^{3+}:YAG	55
III.1. Propriétés physiques élémentaires du Tm^{3+}:YAG.....	56
III.1.1. L’ion thulium en maille cristalline.....	56
III.1.2. Structure atomique du thulium.....	58
III.2. Mesure des paramètres de relaxation du thulium sous champ magnétique	59
III.2.1. Impact d’une impulsion monochromatique sur le spectre d’absorption sous champ magnétique.....	61
III.2.2. Montage expérimental	66
III.2.3. Résultats expérimentaux.....	67
III.3. Diffusion spectrale instantanée	72
III.3.1. Approche phénoménologique.....	73

III.3.2. Mesures expérimentales	75
III.4. Conclusion	86
IV. ÉTUDE DU TAUX DE TRANSFERT	87
IV.1. Modèle analytique en régime de faibles perturbations	87
IV.2. Modèle général à partir des équations de Bloch optiques multi-niveaux.....	89
IV.2.1. Établissement des équations généralisées.....	90
IV.2.2. Choix des variables du système complet	92
IV.3. Application dans le cas d'une excitation à deux rampes de fréquence, dans le Tm³⁺:YAG.....	94
IV.3.1. Comparaison entre le modèle analytique et la simulation numérique issue des équations de Bloch généralisées.....	95
IV.3.2. Interprétation des oscillations du taux de transfert avec la pulsation de Rabi.....	100
IV.3.3. Comparaison entre simple et double rampe de fréquence	102
IV.4. Conclusion	106
V. APPLICATION A LA PROGRAMMATION DE RESEAUX SPECTRAUX	107
V.1. Montage expérimental.....	107
V.2. Mesures des phénomènes techniques limitants.....	111
V.2.1. Échauffement du cristal	112
V.2.2. Contraste et stabilité de l'interféromètre	117
V.3. Simulation des réseaux spectraux et vérification expérimentale.....	121
V.3.1. Cas idéal sans limitations techniques.....	121
V.3.2. Prise en compte des limitations techniques et vérification expérimentale	124
V.4. Conclusion.....	130
VI. UTILISATION DU MODELE POUR DIMENSIONNER ET ESTIMER LES DYNAMIQUES DE L'ANALYSEUR ARC-EN-CIEL	133
VI.1. Paramètres de dimensionnement de l'analyseur arc-en-ciel.....	133
VI.2. Adaptation du modèle dans le cas de l'analyseur arc-en-ciel	135
VI.3. Évaluation de l'impact des paramètres de dimensionnement de l'analyseur arc-en-ciel	139
VI.3.1. Paramètres critiques et conditions de programmation	139
VI.3.2. Influence des différents paramètres	143
VI.4. Optimisation et estimation des performances de l'analyseur arc-en-ciel.....	147
VI.4.1. Choix d'un jeu de paramètres	147
VI.4.2. Efficacité de diffraction et dynamique de l'analyseur arc-en-ciel.....	152
VI.5. Conclusion	156

CONCLUSION GENERALE.....	159
PUBLICATIONS ET COMMUNICATIONS.....	163
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	165
ANNEXES.....	171

Liste des abréviations

AFC : Atomic Frequency Comb (peigne de fréquence atomique)
AOM : Acousto-Optic Modulator (modulateur acousto-optique)
BS : Beam Splitter (séparateur de faisceau)
AWG : Arbitrary Waveform Generator (générateur de formes arbitraires)
CAN : Convertisseur Analogique Numérique
CMOS : Complementary Metal Oxide Semi-conductor
CNA : Convertisseur Numérique Analogique
ECDL : External Cavity Diode Laser (Diode laser en cavité externe)
FFT : Fast Fourier Transform (Transformée de Fourier Rapide)
ISD : Instantaneous Spectral Diffusion (diffusion spectrale instantanée)
MMZ : Modulateur de Mach-Zehnder
PBS : Polarizing Beam Splitter (séparateur de polarisation)
PD : PhotoDiode
PM : Polarization Maintaining (maintien de polarisation)
REIC : Rare Earth Ion-doped Crystal (cristal dopé aux terres rares)
RF : RadioFréquence
SFDR : Spurious Free Dynamic Range (Dynamique sans pics parasites)
SHB : Spectral Hole Burning (creusement de trou spectral)
YAG : Yttrium Aluminium Garnet (grenat d'yttrium et d'aluminium)
YSO : Yttrium OrthoSilicate (orthosilicate d'yttrium)

Introduction générale

Ce mémoire de thèse s'inscrit dans un contexte d'utilisation de processeurs atomiques pour le traitement de signaux radiofréquence sur porteuse optique. La particularité de cette technologie de traitement de signaux réside dans son caractère analogique. Si aujourd'hui, le traitement des signaux est très largement réalisé via des calculs numériques, nous allons commencer cette introduction par un rapide survol historique qui montre que les calculs ou traitements analogiques ont toujours existé en parallèle du développement des méthodes numériques.

Les premiers calculs étaient effectués mentalement. Des outils mécaniques ont ensuite fait leur apparition, permettant de les simplifier. On peut à titre d'exemple citer le boulier, un des plus anciens instruments de calcul connus de l'histoire de l'humanité. Celui-ci facilitait les calculs élémentaires que sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division. Différentes versions du boulier ont d'ailleurs vu le jour, tels que le *Soroban* et le *Suanpan* (respectivement japonais et chinois), qui ajoutent à cette liste d'opérations les racines carrées et cubiques. Avec les progrès dans le domaine des mathématiques, sont apparues les tables de calcul vers le XVI^{ème} et XVII^{ème} siècle, et notamment les tables de logarithmes facilitant le calcul de produits et de quotients. C'est à cette époque que Blaise Pascal invente la Pascaline en 1642, qui semble bien être la première machine à calculer. Gottfried Leibniz propose ensuite en 1673 une machine à calculer disposant de mémoire, ce qui est une première. On est cependant encore loin d'une machine programmable qui permettrait de réaliser un traitement de signal.

Parallèlement à ces progrès en calcul numérique, la découverte de certaines lois physiques rendent possible des calculs analogiques. En effet, de l'expression mathématique d'une loi physique découle la possibilité d'effectuer un certain calcul analogique. À titre d'exemple, en 1745, Ewald Georg von Kleist invente le condensateur. Bien que ce ne soit pas la motivation de son invention, le caractère différentiel de la loi physique du condensateur en fait un objet qui permet de faire du calcul différentiel ou intégral de manière analogique, de même que les bobines. Il faudra attendre l'invention de l'amplificateur opérationnel au milieu du XX^{ème} pour pouvoir utiliser ces composants pour le calcul analogique. En outre, au XIX^{ème} siècle, parmi les découvertes dans le domaine de l'optique, on peut noter le phénomène de diffraction, et notamment la diffraction en champ lointain, ou diffraction de Fraunhofer. Un résultat intéressant de ce phénomène physique est la réalisation analogique de transformées de Fourier. À titre d'exemple, le traitement de signaux de radars à synthèse d'ouverture particulièrement complexe, était initialement fait en utilisant des techniques optiques de ce type [Pat1988].

Les premiers calculateurs électromécaniques font leur apparition vers la fin des années 1930, juste avant la seconde guerre mondiale. La célèbre machine de cryptage Enigma utilisée par les nazis en est un exemple emblématique. Alan Turing imagine à son tour une machine capable de la battre. Durant les années 1940 et 1950, les calculateurs électromécaniques progressent jusqu'à l'utilisation de transistors au lieu de pièces mécaniques. En effet, l'invention du transistor en 1947, par John

Bardeen, William Shockley et Walter Brattain, permet alors de passer à des machines dénuées de rouages mécaniques. Cette invention marque la révolution du calcul numérique. En effet, dans les années 1970 sont alors apparus les premiers microprocesseurs. Les progrès dans ce domaine ces dernières années suivent de relativement près la loi de Moore, selon laquelle les capacités de calcul numériques progressent exponentiellement au cours du temps. Ces capacités de calcul numérique électronique font également naître des besoins de plus en plus grands. Le numérique s'installe dans notre quotidien et toutes les informations (texte, audio, vidéo, etc.) sont numérisées.

Cependant, cette progression exponentielle est vouée à se ralentir. Pour cause, la miniaturisation des transistors CMOS (*Complementary Metal Oxide Semiconductor*), dont sont constitués les processeurs de calcul, s'approche aujourd'hui des limites physiques. En effet, les plus petit transistors CMOS approchent aujourd'hui la dizaine de nanomètres, soit la dimension de seulement quelques dizaines d'atomes mis côte-à-côte. La course à la miniaturisation approche donc de son terme. C'est pourquoi des recherches sont menées pour mettre au point des technologies dites « *beyond CMOS* ».

Par ailleurs, mise à part la puissance de calcul, le traitement numérique de signaux nécessite une première étape de conversion analogique-numérique. Afin de pouvoir analyser des hautes fréquences, il est nécessaire de disposer d'un grand taux d'échantillonnage et donc d'un débit de données conséquent, ce qui est souvent un frein pour les applications de traitement numérique de signaux en temps réel. De surcroît, les non linéarités de conversion limitent la dynamique du traitement. Le calcul analogique, de par son instantanéité, peut alors venir au secours du numérique, à condition d'être capable d'utiliser la physique pour concevoir un appareil réalisant une fonction donnée.

La naissance du LASER (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) et les recherches qui ont suivi sur son interaction avec la matière ont permis de multiplier les applications utilisant des phénomènes d'optique pour le calcul analogique. En particulier, le laser permet d'exploiter les transitions optiques très fines que présentent certains atomes ou molécules. Cela a donné lieu à de multiples réalisations de traitement de signal, en particulier dans les vapeurs atomiques (un exemple en est donné dans [Cam2006]), ou, comme nous allons particulièrement nous y intéresser, dans les solides dopés. En effet, dans les solides dopés aux terres rares, le grand temps de vie des transitions, la nature de leur élargissement inhomogène et la position fixe des ions permettent de réaliser des fonctions de traitement inaccessibles aux vapeurs atomiques. Les cristaux dopés aux ions de terres rares suscitent donc un grand intérêt pour le traitement analogique de signaux en raison de leurs propriétés spectroscopiques remarquables lorsqu'ils sont refroidis à basse température (typiquement 4 K) [Liu2005]. En effet, ces matériaux disposent de raies d'absorption dont la largeur spectrale peut aller jusqu'à plusieurs centaines de GHz. Celle-ci peut être temporairement modelée (on parle de creusement spectral ou *Spectral Hole Burning*) à l'aide d'excitations lumineuses avec des résolutions spectrales parfois inférieures au kHz. Comme nous le verrons plus en

détail dans la partie II.1, ces matériaux permettent de créer à la demande des fonctions de transfert arbitraires dans le domaine optique, dans les dimensions fréquentielles et spatiales compte tenu de la position fixe des ions. La modulation d'un signal radiofréquence sur une porteuse optique permet ainsi d'utiliser une fonction de transfert inscrite dans le spectre d'absorption du matériau pour qu'elle soit appliquée au signal modulé. Les cristaux dopés aux ions de terres rares constituent alors des outils analogiques de traitement de signaux particulièrement puissants. Différentes applications telles que la création de mémoires optiques [Afz2009, Dam2011] et le traitement de signaux radiofréquence font l'objet de recherches depuis quelques décennies. Concernant le traitement de signal, on recense notamment la corrélation [Fri2004], l'analyse spectrale [Cro2004(2), Gor2005], la génération de signaux [Bra2010], ou encore le renversement temporel [Lin2013(1)]. Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse s'inscrivent dans cette lignée, et plus particulièrement dans le domaine de l'analyse spectrale.

La problématique de cette thèse consiste en l'optimisation d'un analyseur spectral radiofréquence, nommé « analyseur arc-en-ciel », conçu par les chercheurs du Laboratoire Aimé Cotton et de Thales Research and Technology dans les années 1990 [Gal1998]. Cet analyseur, dont nous expliciterons le fonctionnement dans le premier chapitre, a fait l'objet de nombreux travaux et de publications. Parmi les premiers résultats, on compte notamment ceux de la thèse de L. Ménager *et al.* [MénPhD2000, Mén2001], qui font la démonstration d'un analyseur spectral radiofréquence fondé sur l'utilisation du phénomène de creusement spectral (ou *Spectral Hole Burning*). Cette première démonstration de concept permet alors d'utiliser des ions thulium en matrice cristalline comme processeurs analogiques pour effectuer une analyse spectrale sur une bande de 35 MHz [Mén2001]. D'autres travaux suivront, tels que ceux d'I. Lorgeré *et al.* [Lor2002], qui proposent un moyen d'améliorer sensiblement la résolution spectrale et démontrent une bande passante de 2,5 GHz. Ceux de V. Lavielle *et al.* [Lav2003(1), Lav2003(2), LavPhD2004] permettent encore d'améliorer cet analyseur et notamment de démontrer une bande passante de 10 GHz. Par la suite, les performances ont encore évolué pour atteindre une bande passante de 20 GHz pour une résolution de 50 MHz [Ber2014], tout en assurant une analyse spectrale en continu. Une bande passante instantanée de 20 GHz, permettant une analyse spectrale multi-signal en continu avec une excellente résolution temporelle sont des performances inégalées et très intéressantes pour certaines applications civiles et militaires. Les recherches ont été poursuivies dans le but d'améliorer la dynamique d'analyse, limitée à 35 dB selon les derniers résultats de P. Berger *et al.* [Ber2014]. C'est notamment cette recherche d'augmentation de la sensibilité et de la dynamique d'analyse qui a motivé ces travaux de thèse. L'analyseur arc-en-ciel fonctionnant sur le principe de programmation optique d'atomes pour en faire des processeurs analogiques, il nous a paru pertinent de nous intéresser plus en détail à l'interaction laser-matière, qui permet de programmer ces atomes.

En conséquence, nous fixons trois axes d'étude pour répondre à cette problématique. Le premier consiste à analyser les paramètres dimensionnant d'un

système de traitement de signal utilisant le creusement spectral. Le second consiste à modéliser l'interaction laser-matière afin d'être capable de déterminer de manière quantitative l'influence de chacun des paramètres dimensionnant. C'est ainsi que l'on espère pouvoir optimiser la programmation de la fonction de traitement de signal. Comme cette modélisation nécessite un travail relativement fondamental, nous avons fait le choix de le généraliser le plus possible afin qu'il puisse servir non seulement à l'analyseur arc-en-ciel mais aussi à d'autres applications de traitement de signaux utilisant le creusement spectral. Enfin, le troisième axe d'étude consiste à proposer un dimensionnement optimisant les performances dans le cas précis de l'analyseur arc-en-ciel.

Ayant défini les trois axes d'étude, ce mémoire de thèse s'articule de la manière suivante. Le chapitre I détaille les motivations des travaux de thèse et présente un état de l'art des technologies existantes en analyse spectrale suivi d'un état de l'art concernant l'utilisation de terres rares en matrice cristalline pour le traitement de signaux radiofréquence de manière générale.

Le chapitre II porte sur l'utilisation de processeurs atomiques pour la création de réseaux de diffraction. Pour ce faire, il s'agit en premier lieu d'expliquer la propriété de creusement spectral, qui est présente dans certains matériaux, et qui permet de comprendre comment il est possible d'utiliser des atomes comme processeurs analogique. Partant de cette propriété spectroscopique, nous nous attacherons ensuite à généraliser la notion de réseau de diffraction sans présupposer la dimension (espace, temps, ou mixte) dans laquelle s'effectue la diffraction. Cette généralisation sera utile par la suite notamment pour comprendre la mise en œuvre d'une séquence d'échos de photon, qui n'est autre ici qu'une diffraction dans la dimension temporelle. Comme nous nous attachons à augmenter la dynamique de l'analyseur arc-en-ciel, nous développerons alors le lien qui existe entre la dynamique et l'efficacité de diffraction d'un réseau, définie comme le rapport entre la puissance optique diffractée et la puissance optique incidente. En vue de remplir le second objectif, nous présenterons ensuite un modèle original qui se veut d'une portée suffisamment large pour ne pas être borné à une seule application, qui serait l'amélioration de l'analyseur arc-en-ciel. Un bref exemple sera alors proposé pour illustrer notre modèle.

Le chapitre III nous amènera à nous pencher sur un matériau en particulier, à savoir le cristal de Tm^{3+} :YAG, qui est le matériau utilisé pour l'analyseur spectral arc-en-ciel. Nous nous attacherons à mesurer l'ensemble des caractéristiques intrinsèques à ce cristal, qui diffèrent selon la présence ou non d'un champ magnétique, et dont les valeurs sont indispensables pour l'application de notre modèle. Nous nous intéresserons alors au phénomène de diffusion spectrale instantanée, dont la présence reste inexplicée à ce jour dans le Tm^{3+} :YAG. Ce phénomène peut s'avérer particulièrement dommageable pour la résolution spectrale que l'on peut espérer d'un traitement quelconque de signaux radiofréquence dans ce matériau, et notamment pour l'analyse spectrale. Nous détaillerons les protocoles de

mesures expérimentales, qui nous permettront *a minima* de prévoir son impact de manière quantitative, à l'aide d'une formule empirique.

Le chapitre IV aura ensuite pour but de s'intéresser de près à l'interaction laser-matière. En effet, le modèle développé dans le chapitre II nécessite la connaissance d'une part du matériau et d'autre part de la forme de l'excitation lumineuse que l'on envoie. Il s'agit donc de décrire avec précision la réponse atomique à une excitation lumineuse. Afin de garder un caractère général à ces travaux, nous chercherons à généraliser les équations de Bloch optiques à une structure atomique multi-niveaux. Nous choisirons ensuite une application. Il s'agira de simuler la réponse d'ions thulium en matrice cristalline YAG à une excitation sous la forme d'une paire de rampes linéaires de fréquence. Ce choix est fait à dessein. En effet, il s'agit d'un cas particulièrement proche de la programmation des ions thulium pour l'analyseur arc-en-ciel. L'application permettra donc d'une part d'illustrer l'écriture généralisée des équations de Bloch optiques multi-niveaux et d'autre part de poursuivre l'objectif premier qui est la recherche d'amélioration de la dynamique d'analyse de l'analyseur arc-en-ciel. Cette application nous amènera à nous intéresser à cette forme particulière d'excitation qui fait apparaître plusieurs régimes distincts.

Le chapitre V a pour objet la validation de notre modèle. Utilisant les mesures relatives au cristal de Tm^{3+} :YAG du chapitre III et les résultats obtenus par généralisation des équations de Bloch optiques dans le chapitre IV, nous nous intéresserons à la programmation de réseaux spectraux, amenant logiquement à une diffraction dans le temps, donc un écho de photon, comme expliqué au chapitre II. Dans ce chapitre, nous nous attachons à mesurer l'ensemble des paramètres expérimentaux afin de reproduire cette expérience par simulation numérique sans nécessiter aucun paramètre d'ajustement. L'objectif est de n'utiliser comme paramètres d'entrée du modèle que des paramètres mesurés préalablement. Nous confronterons les résultats expérimentaux et ceux issus de simulation pour valider notre modèle.

Dans le chapitre VI, il s'agira, à partir de notre modèle et au regard de toutes nos connaissances sur ce sujet, d'évaluer l'impact de chacun des paramètres de l'analyseur arc-en-ciel, afin de proposer un dimensionnement optimal. On note que l'optimisation dépend du cahier des charges. En effet, on peut choisir de privilégier la bande passante, la résolution, la dynamique, ou encore le taux de rafraîchissement des spectrogrammes. Le choix influe par conséquent sur les paramètres jugés optimaux.

Nous dresserons enfin une conclusion générale sur ces travaux de thèse.

Par ailleurs, certains calculs étant jugés longs et non suffisamment pertinents pour avoir leur place dans le corps de ce tapuscrit, ils ont été mis en annexe A et B.

I. Processeurs atomiques pour le traitement de signaux radiofréquence sur porteuse optique

Dans ce premier chapitre, nous nous intéressons aux techniques d'analyse spectrale radiofréquence. Dans une première partie, nous porterons notre attention sur les besoins dans ce domaine, aussi bien pour des applications de défense que civiles. Nous passerons alors en revue les solutions à l'étude pour répondre à ces besoins. Nous intéressant plus particulièrement aux techniques analogiques, nous dresserons alors dans une seconde partie un état de l'art de l'utilisation de matériaux disposant de la propriété de *Spectral Hole Burning*, que nous définirons plus précisément au chapitre II. Nous verrons alors que ce type de matériau peut être utilisé pour l'analyse spectrale mais également pour remplir d'autres fonctions de traitement de signaux, comme du filtrage, de la corrélation, du retournement temporel, etc.

I.1. Motivations : analyse spectrale radiofréquence

Dans cette première partie, nous nous intéressons aux motivations de ce travail de thèse, à savoir l'analyse spectrale radiofréquence. En effet, les besoins sont multiples et des études permettent déjà d'entrevoir certaines solutions pour y répondre.

I.1.1. Besoins

L'analyse spectrale est un moyen très courant pour obtenir des informations pertinentes sur un signal inconnu. En effet, la fréquence du signal, et l'évolution de cette fréquence au cours du temps, sont souvent très caractéristique de l'émetteur de ce signal. Si le signal à analyser est une combinaison de multiples signaux d'émetteurs différents, l'analyse spectrale est alors un moyen puissant de discriminer les différents signaux.

Cela est particulièrement vrai pour les signaux électromagnétiques. En effet, l'utilisation du spectre électromagnétique est régulé, et différentes bandes de fréquence sont définies par une autorité nationale (en France, l'Agence nationale des fréquences) puis allouées aux différentes activités comme les communications, le guidage ou la détection. La fréquence d'émission d'un signal dépend de plus de la technologie utilisée et du domaine d'application d'un signal. Par exemple, un radar au sol de veille aérienne et un radar aéroporté n'émettront pas dans la même bande de fréquence.

Compte tenu du développement exponentiel des communications (réseaux mobile, wifi, wimax,...), l'utilisation du spectre électromagnétique est de plus en plus

I. Processeurs atomiques pour le traitement de signaux radiofréquence sur porteuse optique

en plus intense (en terme de densité de signaux par unité de fréquence), et de plus en plus large (en terme de fréquence maximale). De plus, les technologies des émetteurs ayant beaucoup progressé (que ce soient les sources de signal ou les antennes), de plus en plus d'émetteurs utilisent des techniques de saut de fréquence, par exemple pour maximiser le débit de communication ou pour minimiser leurs chances d'être détecté.

Pour analyser de façon exhaustive l'ensemble des émissions, que ce soit à des fins de contrôle légal (applications civiles) que de renseignement (applications de sécurité ou de défense), un objectif commun est alors de chercher à augmenter la bande passante instantanée, la dynamique et la résolution spectrale et temporelle des moyens d'analyse spectrale.

Dans le domaine scientifique, on peut citer en exemple la radioastronomie qui nécessite d'être capable d'analyser la signature en fréquence des signaux radio extraterrestres émis (et absorbés) par différents corps célestes pour déterminer leur composition ou leur température. Les capacités d'écoute des radiotélescopes dépendant de leur bande passante d'analyse, il est alors intéressant de chercher à l'augmenter et donc de se pencher sur des techniques d'analyse spectrale large bande.

Pour un grand nombre de ces applications, il va sans dire qu'il est primordial de réaliser des dispositifs ayant la plus grande sensibilité possible (la capacité de détection des signaux les plus faibles par rapport au bruit ambiant). Le Tableau I-1 récapitule différents facteurs de mérite que l'on peut appliquer à l'analyse spectrale et les besoins chiffrés pour chacun de ces facteurs.

Bande passante instantanée	Probabilité d'interception	Résolution fréquentielle	Résolution temporelle, rafraîchissement des spectres	Sensibilité et dynamique
≥ 20 GHz	100 %	≤ 50 kHz à 100 MHz selon l'application visée	< 100 μ s à quelques ms selon l'application visée	Dynamique supérieure à 40 dB

Tableau I-1. Facteurs de mérite en analyse spectrale et ordres de grandeur des besoins pour la surveillance de spectres en communications ou radar.

Tandis qu'une technologie peut permettre une analyse sur une large bande en scannant morceau par morceau, la bande passante instantanée, comme son nom l'indique, correspond à la bande que l'on peut analyser en une acquisition. La probabilité d'interception de 100 % sur une large bande est ici un paramètre essentiel.

En fonction de l'application cherchée, un compromis entre les valeurs de résolution temporelle, fréquentielle et de sensibilité sera bien sûr nécessaire (ne serait-ce que pour satisfaire la limite de Fourier (résolutions fréquence et temps) et la sensibilité minimum vis-à-vis du bruit (résolution en fréquence/bruit thermique).

I.1.2. Solutions

Parmi les solutions explorées, nous distinguons les méthodes numériques et analogiques.

I.1.2.a. Méthodes numériques

Le principe de fonctionnement des méthodes numériques est de numériser les signaux reçus par une antenne puis de procéder à un traitement numérique. Cette méthode a l'avantage de la polyvalence. En effet, ayant numérisé un signal, on peut ensuite décider du traitement numérique à appliquer. On peut alors aussi bien faire de l'analyse spectrale en utilisant des transformées de Fourier rapides (ou *FFT* pour *Fast Fourier Transform*) que de la corrélation de signaux par exemple.

Les limitations à ces méthodes sont cependant multiples. En effet, elles nécessitent des convertisseurs analogique-numérique (ou CAN) très rapides, le taux d'échantillonnage limitant alors la plus haute fréquence analysable. Il est également important que les CAN disposent d'une bonne linéarité afin d'éviter de générer des fréquences fantômes par génération d'harmoniques supérieures. Considérant la dynamique sans harmonique supérieures, elle est d'environ 30 dB pour des CAN capables d'analyser des signaux dont la fréquence va jusqu'à 20 GHz comme illustré sur la Figure I-1 extraite de [Jon2012].

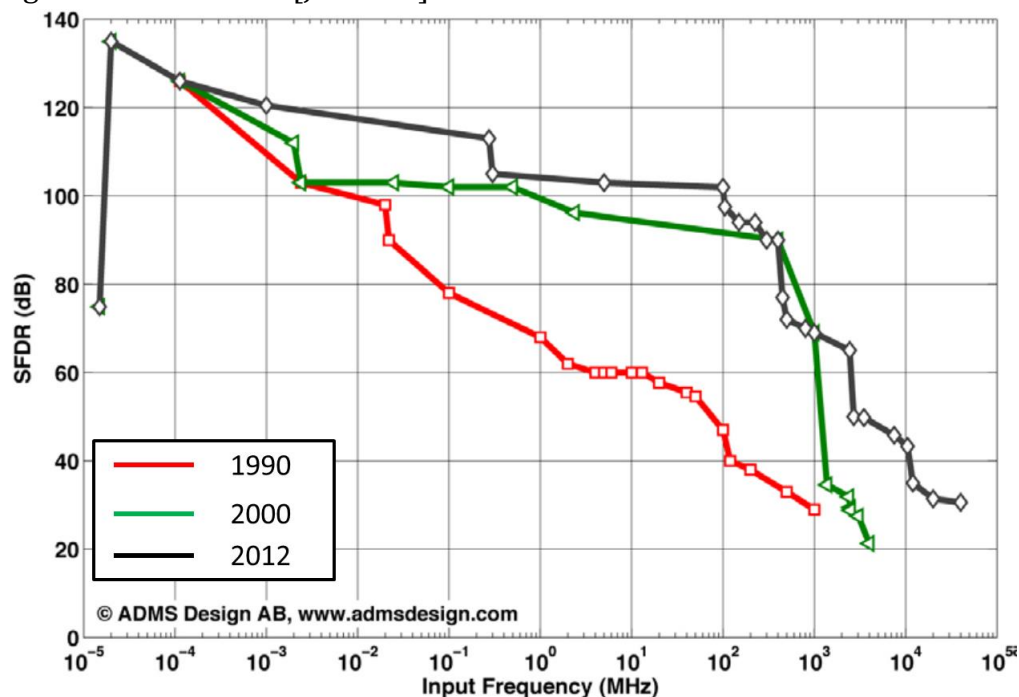


Figure I-1. État de l'art des performances des CAN scientifiques en termes de dynamique sans raie parasite (ou SFDR, que nous détaillerons dans le paragraphe II.2.3), extrait de l'article [Jon2012].

En outre, un signal échantillonné à haute fréquence et avec une grande dynamique constitue une grande quantité de données, qui nécessite alors des débits importants entre le CAN et le calculateur situé en aval. Il faut d'ailleurs que ce dernier

I. Processeurs atomiques pour le traitement de signaux radiofréquence sur porteuse optique

dispose d'une grande capacité de calcul pour que l'analyse spectrale puisse se faire en temps réel.

Certaines méthodes numériques d'analyse spectrale large bande fonctionnent alors par balayage. Le principe est de se restreindre par exemple à 1 GHz de bande passante et de balayer le spectre sur la largeur souhaitée. Ainsi, on diminue les besoins en calcul et débit de données, et il est possible d'atteindre des dynamiques compatibles avec les applications. L'inconvénient est alors de ne récupérer qu'une fraction du signal total reçu. En effet, si le balayage est fait sur 20 GHz avec une bande passante instantanée de 1 GHz, sur chaque sous-bande de 1 GHz, l'analyseur est alors aveugle 95 % du temps. Face à des signaux continus, cette technique peut s'avérer malgré tout relativement efficace. En revanche, il est difficilement envisageable de l'utiliser pour détecter des émissions furtives de très courtes durées.

Une alternative à ce principe de balayage consiste à utiliser plusieurs analyseurs spectraux en parallèle afin de couvrir une grande bande spectrale. Cette alternative est cependant extrêmement coûteuse en termes de poids, d'encombrement, de consommation électrique, et de coût, ce qui est résumé usuellement sous l'acronyme SWAP-C (pour *Size, Weight, And Power - Cost*). C'est alors en vue de couvrir une large bande passante instantanée avec une grande dynamique sans pour autant que le SWAP-C ne soit prohibitif que d'autres méthodes, analogiques, sont à l'étude.

I.1.2.b. Méthodes analogiques

Pour s'affranchir de l'utilisation de convertisseurs analogique-numérique, il faut recourir à des méthodes entièrement analogiques. Différentes méthodes d'analyse spectrale analogiques font l'objet de recherches ces dernières années. Contrairement aux méthodes numériques, celles-ci sont évidemment moins polyvalentes. Par exemple, au cours de cette thèse, le traitement analogique étudié est restreint à l'analyse spectrale. En revanche, l'objectif de ces méthodes est d'utiliser des principes physiques pour remplacer un calcul de densité spectrale de puissance. Ce n'est qu'une fois l'analyse spectrale effectuée que l'on procède à la numérisation. Les besoins en échantillonnage, en débit de données et en quantité de calcul se retrouvent alors considérablement réduits.

Parmi les méthodes analogiques, la démonstration d'un analyseur spectral RF utilisant des antennes à ondes de fuite (ou *Leaky Wave Antenna*) pour réaliser une décomposition spectro-spatiale a été effectuée [Gup2009]. Selon la fréquence du signal RF, l'antenne rayonne dans une direction privilégiée. En utilisant une série d'antenne en réception, on peut en déduire la fréquence du signal RF en temps réel. Dans les travaux de S. Gupta *et al.*, 16 antennes de réceptions sont utilisées couvrant un étalement angulaire de 60° et correspondant à une bande d'analyse maximale de 713 MHz, ce qui donne une résolution de 45 MHz.

D'autres méthodes passent par des techniques optiques. C'est le cas par exemple des spectromètres acousto-optiques [Kai1977, Cole1977]. Le principe est

d'utiliser une cellule de Bragg dans laquelle passe une onde acoustique générée par un transducteur piézoélectrique à partir du signal RF à analyser. La propagation de l'onde acoustique crée un réseau d'indice dans la cellule de Bragg, dont le pas spatial dépend de la fréquence du signal RF. Ainsi, un faisceau laser traversant une telle cellule est diffracté dans une direction correspondant à la fréquence du signal RF. En utilisant un capteur CCD, il est possible de récupérer le spectre du signal RF. Cette technique est limitée en bande passante à environ 1 à 2 GHz à cause de l'atténuation des ondes acoustiques. La résolution est limitée à 2000 canaux fréquentiels. Une architecture à quatre spectromètres acousto-optiques en parallèle a été utilisée pour l'un des trois spectromètres (HIFI) de l'observatoire spatial HERSCHEL [Hor1999], dont la mission dirigée par l'Agence Spatiale Européenne s'est déroulée depuis son lancement en 2009 jusqu'à son terme en 2013.

Parallèlement, d'autres techniques d'analyse spectrale sont à l'étude, notamment une utilisant les centres NV (*Nitrogen-Vacancy*) du diamant. Les derniers résultats ont pu démontrer une analyse spectrale sur une bande passante de 600 MHz, pour une résolution spectrale de 7 MHz, avec un rafraîchissement à 250 Hz [Chi2015]. Outre cette démonstration de faisabilité, M. Chipaux *et al.* estiment pouvoir atteindre une bande passante de 30 GHz.

Dans le domaine de la spintronique, S. Menshawy *et al.* proposent une technique de détection de signaux RF à l'aide de vortex de spin [Men2017]. Il s'agit de générer un vortex de spin sur une couche de NiFe. Lorsque l'on injecte un courant RF dont la fréquence approche la fréquence de résonance du vortex, celui-ci disparaît, modifiant alors la résistance électrique de la couche de NiFe. En générant une série de vortex de différentes fréquences de résonance et en injectant un courant RF, on peut alors en déduire la présence ou l'absence d'une fréquence dans le spectre du signal RF. Ce concept devrait permettre de détecter la présence de signaux RF sur une bande de 100 MHz à 1 GHz. En revanche, elle ne permet pour l'instant pas de quantifier la puissance du signal RF à analyser. Le résultat obtenu correspondrait donc à une mesure binaire de la densité spectrale de puissance.

I.2. État de l'art de l'utilisation de terres rares en matrice solide pour le traitement de signaux analogiques

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'état de l'art de l'utilisation de terres rares en matrice solide pour le traitement de signal. Nous commencerons par un état de l'art plus général sur le traitement de signal utilisant des matériaux SHB, dont nous détaillerons le fonctionnement dans le chapitre II, avant de nous pencher plus précisément sur l'analyse spectrale.

1.2.1. Historique et état de l'art générique (toutes fonctions)

Les matériaux SHB sont des matériaux dont on peut modéliser le profil spectral d'absorption dans le domaine optique à l'aide d'une excitation lumineuse. En utilisant un laser monochromatique, on peut alors littéralement creuser un trou dans la raie d'absorption à une fréquence optique précise, qui s'efface le temps que les atomes excités relaxent. Compte tenu de ces propriétés remarquables, différentes utilisations de ce type de matériau ont vu le jour.

En premier lieu, on peut citer les applications de mémoire, qui se sont déclinées plus récemment en une recherche intensive dans le domaine des mémoires quantiques. Par l'intermédiaire de peignes de fréquence creusés dans le spectre d'absorption, il est possible de stocker puis de récupérer un signal lumineux en préservant ses propriétés radiofréquence [Afz2009, Bon2010, Bon2011, Sin2014].

En second lieu, et c'est ce domaine qui nous concerne particulièrement, il est possible de réaliser des fonctions de traitement de signal. Les architectures correspondantes se divisent en deux grandes classes [LeG2006]. Dans la première, c'est le protocole de traitement du signal qui est programmé dans le cristal, cristal qui pourra ensuite filtrer un signal à traiter. Dans la deuxième catégorie c'est le signal lui-même qui est enregistré dans le cristal. Le matériau joue alors le rôle d'une mémoire tampon qui est relue ultérieurement.

Diverses fonctions de traitement de signal ont été démontrées à l'aide de matériaux SHB, ce qui démontre l'intérêt de ce type de technologie comme complément ou substitution aux méthodes numériques très coûteuses en puissance de calcul et en débit de données. Parmi ces fonctions, on trouve la fonction de corrélation temporelle de signaux RF [Fri2004]. Les travaux de F. Schlottau et K. H. Wagner montrent et valident une architecture permettant une corrélation de signaux avec un temps d'intégration de 10 ms et une bande passante de 30 MHz. Par ailleurs, la fonction de retournement temporel de signaux RF a pu être démontrée expérimentalement pour des signaux de durées allant jusqu'à 6 μ s et une bande passante de 9,6 MHz [Lin2013(1), Lin2013(2)]. On note également la démonstration d'un protocole de conversion temps-fréquence par V. Crozatier *et al.* avec une résolution spectrale de 40 kHz [Cro2004(2)]. Enfin, on peut citer un autre cas d'utilisation de matériaux SHB pour la génération de formes d'onde [Bra2010]. Le principe de base est d'utiliser un matériau SHB pour faire de l'étirement ou de la compression temporelle d'une manière analogue aux protocoles cités précédemment.

Toutes ces techniques de traitement analogique de signaux RF reposent sur une programmation particulière du matériau SHB, chacun de ces protocoles permettant de réaliser une fonction bien précise. Cette énumération de fonctions réalisables à l'aide de tels matériaux souligne leur grand potentiel.

I.2.2. Analyse spectrale

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons en particulier à l'utilisation de matériaux SHB pour l'analyse spectrale radiofréquence large bande. Nous développerons alors les principes de fonctionnement de deux d'entre eux, à savoir l'analyseur photographique et l'analyseur arc-en-ciel, un des objectifs de ces travaux de thèse étant l'amélioration de ce dernier.

I.2.2.a. Analyseur « photographique »

L'analyseur photographique est ainsi nommé puisqu'il s'agit d'utiliser un matériau SHB pour réaliser une capture, ou photographie, du spectre d'un signal radiofréquence pour ensuite le relire [Colice2004]. Plus précisément, en utilisant un modulateur de Mach-Zehnder pour moduler en amplitude un laser monochromatique avec des signaux RF, on peut creuser un masque de la densité spectrale de puissance dans la raie d'absorption comme illustré sur la Figure I-2.

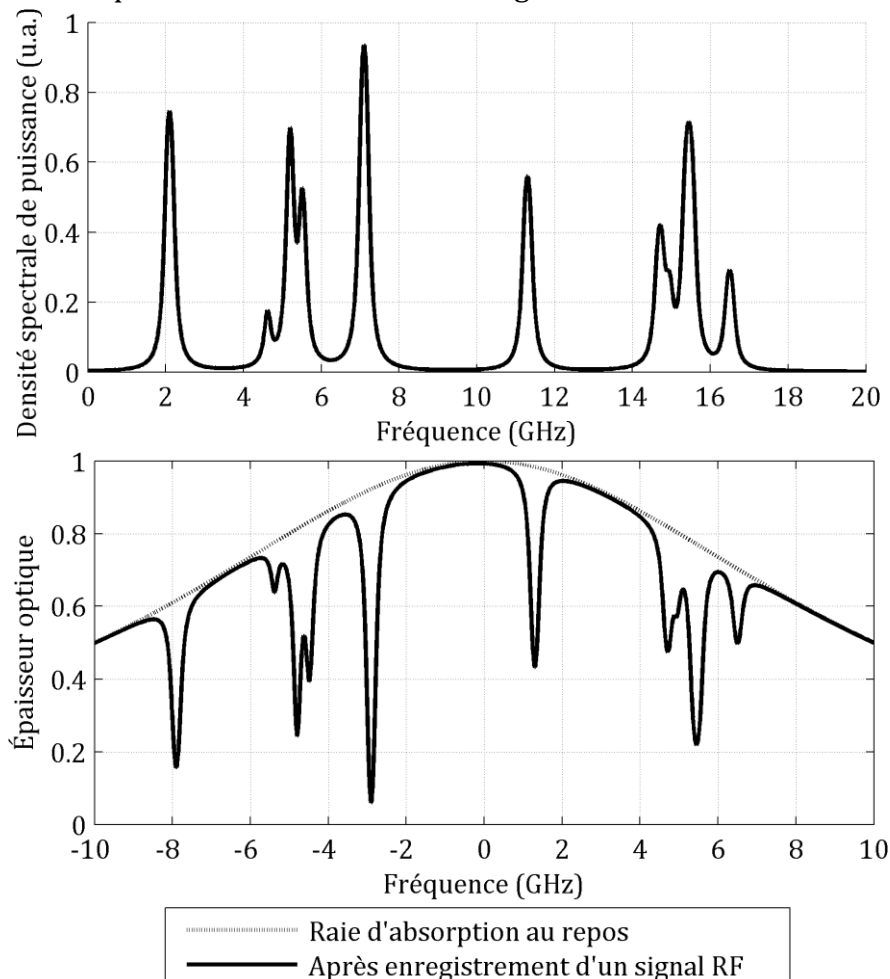


Figure I-2. Densité spectrale de puissance d'un signal RF (en haut) et raie d'absorption suite à l'excitation d'un laser monochromatique modulé en amplitude par le signal RF (en bas). Ici, la fréquence affichée est ramenée à zéro au centre de la raie d'absorption.

I. Processeurs atomiques pour le traitement de signaux radiofréquence sur porteuse optique

Après stockage de l'information RF dans la raie d'absorption du matériau, il est alors possible de la relire à l'aide d'un laser balayé en fréquence. En effet, une rampe linéaire de fréquence permet alors de faire correspondre un instant de lecture à une fréquence RF.

Une version dynamique de ce principe a pu être déclinée utilisant comme matériau SHB un cristal $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ permettant une analyse sur une bande de 20 GHz [Mer2013, Mer2014]. Le schéma simplifié de cet analyseur est représenté sur la Figure I-3.

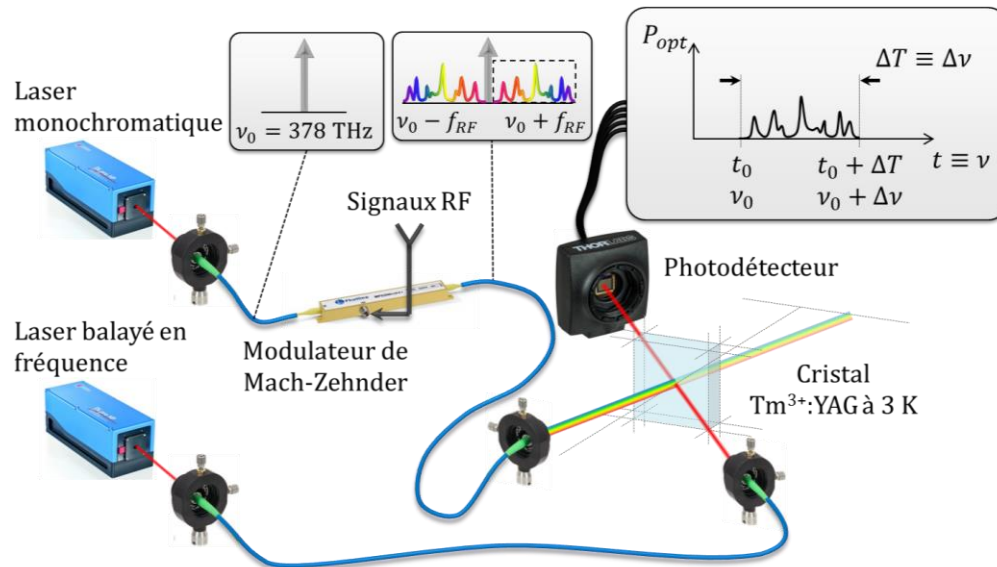


Figure I-3. Schéma simplifié du principe de l'analyseur spectral photographique. Le balayage du laser en fréquence, qui est continuellement répété, permet de faire correspondre un instant de mesure à une fréquence.

Dans cette version dynamique, des signaux RF modulés sur une porteuse optique monochromatique arrivent en continu, faisant évoluer le masque au cours du temps, pendant qu'un second laser effectue séquentiellement des rampes de fréquence. Ce faisant, il permet de compiler une multitude de clichés de la densité spectrale de puissance des signaux RF d'entrée. La période de répétition des rampes de fréquence de lecture détermine alors la résolution temporelle de cet analyseur spectral. Des résolutions sub-MHz ont pu être obtenues avec une SFDR (*Spurious Free Dynamic Range*) de plus de 60 dB [Mer2014]. En envoyant en continu les signaux RF, il est alors possible d'intercepter 100 % des signaux sur la bande passante considérée, ici 20 GHz, grâce à la « mémoire » des atomes.

Cependant, la faiblesse de cet analyseur est sa difficulté à résoudre temporellement des impulsions courtes. En effet, la résolution temporelle est limitée par la période de répétition de la rampe de fréquence de lecture et le temps de stockage de l'information RF dans le spectre d'absorption, fixé par le temps de vie du niveau de stockage. De plus, en augmentant la cadence de lecture, on perd en résolution, comme illustré dans le Tableau I-2 extrait de [Mer2014].

Durée de lecture (μs)	Cadence de rafraîchissement des spectres (kHz)	Résolution spectrale (MHz)
1000	1	0,05
500	2	0,10
200	5	0,24
100	10	0,48
50	20	0,96
20	50	2,4
10	100	4,8
5	200	9,6
2	500	24,0
1	1000	48,0

Tableau I-2. Correspondance entre durée de lecture, cadence de rafraîchissement, et résolution spectrale [Mer2014].

I.2.2.b. Analyseur « arc-en-ciel »

Dans le cas de l'analyseur arc-en-ciel, à l'inverse de l'analyseur photographique, il ne s'agit pas de stocker les signaux RF dans l'absorption du matériau SHB mais de stocker une fonction, qui est alors utilisée par un faisceau porteur des signaux RF. La fonction à stocker doit permettre de diffracter un faisceau dans une direction donnée selon sa fréquence. Ainsi, on réalise une séparation spatiale des composantes spectrales d'un faisceau. Une matrice de photodétecteurs peut alors permettre d'acquérir des spectrogrammes au cours du temps. Le schéma de fonctionnement de l'utilisation de la fonction de séparation des composantes spectrales est illustré sur la Figure I-4 [Mén2001, Lav2003(1), Lav2003(2)].

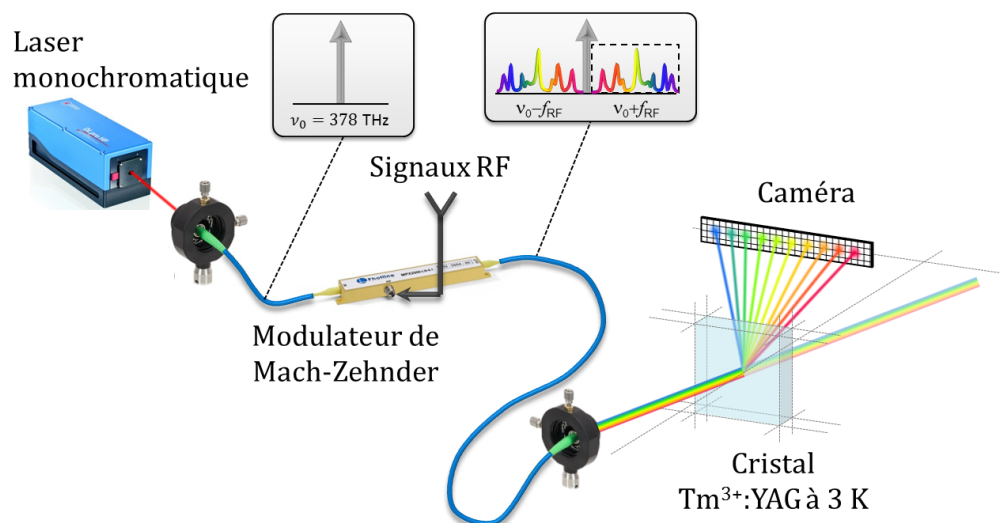


Figure I-4. Schéma simplifié du principe de l'analyseur spectral arc-en-ciel. Ici, la programmation du cristal pour qu'il remplisse cette fonction de séparation des composantes spectrales n'est pas illustrée.

D'après ce schéma, qui justifie l'appellation « arc-en-ciel », on peut noter que le taux de rafraîchissement des spectrogrammes n'est plus dépendant de la vitesse de balayage fréquentiel d'un laser, ce qui ne nuit pas à la résolution spectrale. En effet, le taux de rafraîchissement ne dépend que de la rapidité de la caméra. Cette caractéristique intrinsèque à l'architecture arc-en-ciel en fait un bon candidat pour la détection résolue temporellement d'impulsions RF [Ber2016].

Intéressons-nous à la programmation de cette fonction de diffraction. Rappelons qu'il est possible de modéliser l'absorption du cristal à l'aide d'une excitation lumineuse. Par conséquent, en envoyant deux faisceaux monochromatiques à une fréquence optique ν_0 interférant spatialement dans le cristal, on peut alors enregistrer un réseau spatial d'absorption ne fonctionnant qu'à la fréquence ν_0 . En faisant varier conjointement l'angle d'attaque entre les deux faisceaux et leur fréquence optique, on enregistre alors un continuum de réseaux spatiaux répondant chacun à une fréquence et ayant un pas spatial différent, correspondant à un angle donné (voir Figure I-5). La résolution fréquentielle est limitée par certaines caractéristiques physiques du cristal (voir partie II.1), et notamment par le phénomène de diffusion spectrale instantanée (voir partie III.3), et sera étudiée au chapitre VI.

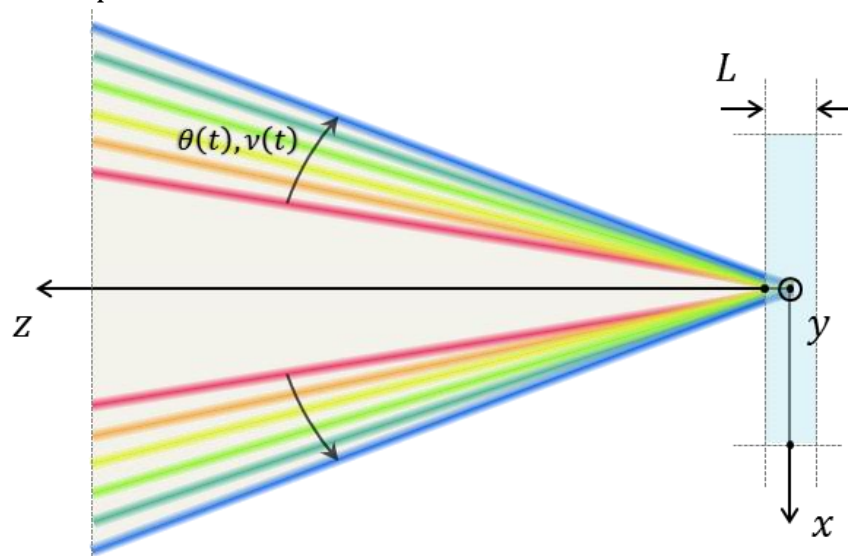


Figure I-5. Principe de la programmation du continuum de réseaux par variation synchrone entre l'angle d'attaque des faisceaux et leur fréquence optique. Le rectangle bleu symbolise le matériau SHB dont on peut modéliser l'absorption, en l'occurrence un cristal $Tm^{3+}:YAG$. Pour des raisons de simplicité, dans le démonstrateur « arc-en-ciel », seul un faisceau est mobile [Ber2014].

Cette synchronisation angle-fréquence permet alors de programmer le cristal afin qu'il remplisse la fonction illustrée sur la Figure I-4. Une particularité à noter au sujet de l'architecture arc-en-ciel est le fait que la programmation et la lecture se font simultanément. En effet, la programmation est toujours présente et est rafraîchie séquentiellement pendant qu'un faisceau de lecture porteur d'une information RF traverse en continu le cristal, et donc le continuum de réseaux (voir Figure I-6). Cette

géométrie permet donc une probabilité d'interception de 100 %, les signaux RF étant analysés en continu sur l'intégralité de la bande instantanée de 20 GHz.

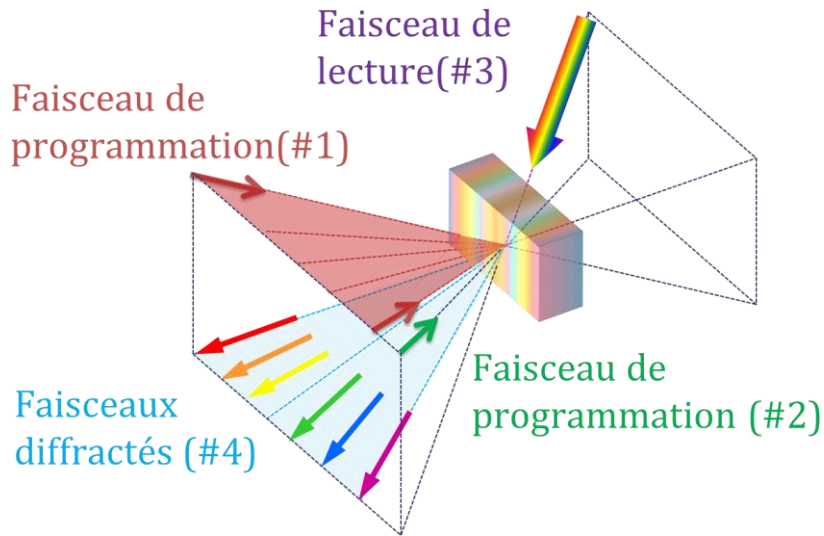


Figure I-6. Géométrie de programmation et de lecture en continu dans le cas de l'analyseur arc-en-ciel. Comme précisé dans la légende de la Figure I-5, pour le démonstrateur, qui fait l'objet de l'article [Ber2014], seul un faisceau est mobile pour des raisons de mise en œuvre pratique.

La Figure I-7 illustre le continuum de réseaux de diffraction obtenus par une telle programmation. Dans le chapitre VI, nous reviendrons plus en détail sur la géométrie de la programmation.

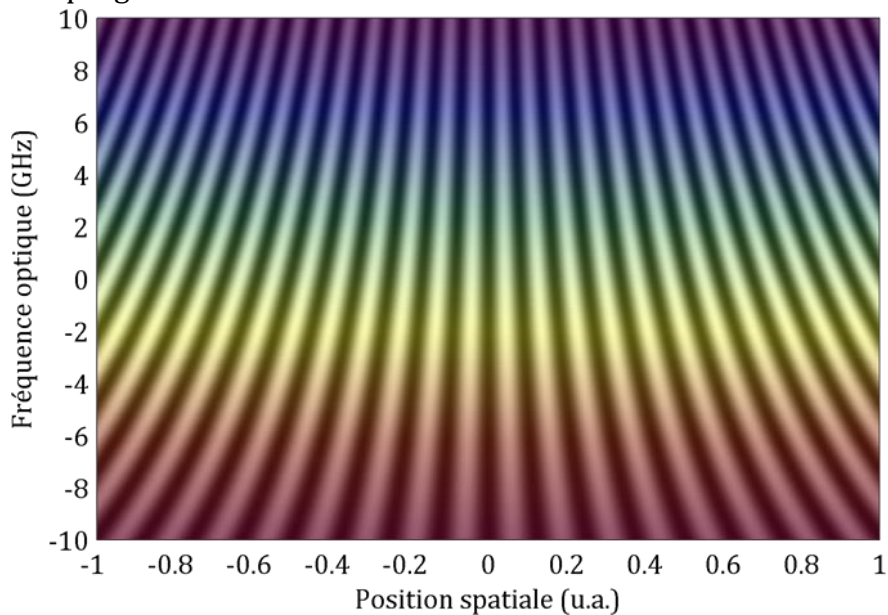


Figure I-7. Continuum de réseaux d'absorption inscrit en utilisant la programmation schématisée sur la Figure I-5. À chaque fréquence (symbolisée par une couleur différente) le pas spatial du réseau (symbolisé par les franges brillantes et sombres) est différent, ce qui correspond à un angle de diffraction donné.

Différentes réalisations successives de ce principe ont permis d'améliorer à la fois les performances (en particulier la bande passante), et la représentativité vis-à-

I. Processeurs atomiques pour le traitement de signaux radiofréquence sur porteuse optique

vis de l'application pratique (analyse de signaux RF en continu, probabilité d'interception). En effet, depuis le brevet déposé par les chercheurs du Laboratoire Aimé Cotton et de Thales Research and Technology [Gal1998], les travaux de L. Ménager *et al.* ont permis d'aboutir à une première démonstration de concept sur une bande de 35 MHz [MénPhD2000, Mén2001]. Des améliorations ont suivi permettant de gagner en résolution spectrale [Lor2002] et en bande passante instantanée, atteignant alors 10 GHz [Lav2003(1), Lav2003(2), LavPhD2004]. La dernière réalisation, dont le schéma de programmation est illustré sur la Figure I-8, démontre une bande passante de 20 GHz [Ber2014].

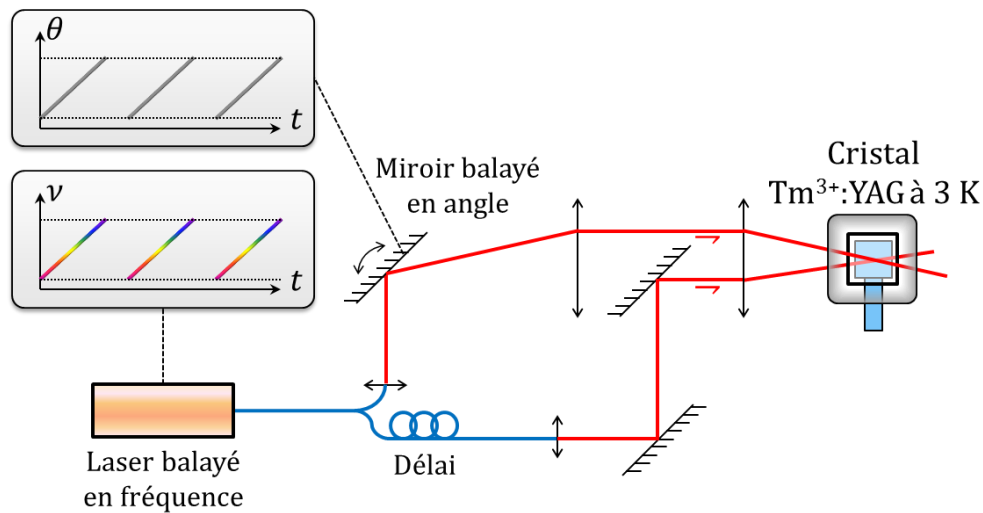


Figure I-8. Schéma simplifié de l'interféromètre de programmation du continuum de réseaux pour l'architecture arc-en-ciel [Ber2014]. La programmation et la lecture se faisant en continu, le schéma complet de l'architecture résulte d'une superposition de cette figure et de la Figure I-4. L'intérêt de disposer d'un délai entre les deux faisceaux de programmation sera expliqué dans le paragraphe VI.3.2.b. Ici, θ et ν correspondent respectivement à l'angle formé par le miroir rotatif et la fréquence optique du laser balayé en fréquence.

Le délai, dont l'intérêt sera développé au paragraphe VI.3.2.b, fait alors passer de réseaux spatiaux à des réseaux spectro-spatiaux. Nous reviendrons en détail sur la notion de réseaux de diffraction, aussi bien spatiaux que spectraux dans le paragraphe II.2.1. En outre, d'autres travaux plus fondamentaux tels que ceux de H. Linget *et al.* [Lin2015], ont pu donner des axes de travail pour améliorer les performances de cet analyseur en termes de dynamique d'analyse, qui est encore limitée comme nous allons l'expliquer dans le chapitre II.

Un des objectifs de ces travaux de thèse est donc de partir de cette dernière réalisation et des récents apports théoriques pour chercher à une augmenter les performances de cet analyseur.

I.3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons expliqué les motivations du travail de thèse en explicitant les besoins en analyse spectrale. Tandis que certaines solutions numériques ou analogiques ont pu être apportées, nous nous intéressons à faire évoluer des méthodes *ad hoc* analogiques, moins coûteuses en calcul numérique, en débit de données, et prometteuses en SWAP-C.

Nous avons ensuite dressé un état de l'art des méthodes de traitement de signaux utilisant des atomes comme processeurs analogiques avant de nous intéresser plus précisément à l'analyse spectrale. Dans le domaine de l'analyse spectrale analogique sur porteuse optique, nous avons distingué deux architectures ayant déjà démontré d'excellents résultats. Notre objectif est alors de poursuivre les travaux pour l'amélioration de l'analyseur arc-en-ciel, qui a l'avantage de pouvoir mieux résoudre l'enveloppe temporelle des courtes impulsions RF.

II. Processeurs atomiques à Spectral Hole Burning : modélisation du fonctionnement

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux processeurs atomiques utilisant la propriété de *Spectral Hole Burning (SHB)*¹ de certains matériaux dans le but de faire du traitement analogique de signaux radiofréquence large bande. Nous considérons l'ensemble des protocoles qui consistent à enregistrer une fonction (filtre, retard, corrélation, analyse spectrale, etc.) dans ce type de matériau. Une fois cette programmation effectuée, le résultat est obtenu par diffraction (dans l'espace, dans le temps, ou les deux) d'un faisceau optique porteur des signaux hyperfréquence à traiter. On recense de nombreuses applications de traitement de signal utilisant ce type de protocoles, à commencer par celles décrites dans le chapitre précédent. Un des critères significatifs de la qualité de la programmation de la fonction d'intérêt est l'efficacité de diffraction, à savoir le rapport de conversion de puissance optique entre le signal d'entrée et de sortie $\eta = P_{out}/P_{in}$. En effet, il s'agit pour un système complet de traitement de signaux radiofréquence d'un des paramètres clés jouant sur ses performances.

Nous commencerons dans une première partie par expliquer en quoi consiste la propriété de *Spectral Hole Burning*. Dans une seconde partie, nous nous intéresserons ensuite à définir en toute généralité la diffraction par un réseau et sa traduction dans le cas d'un matériau SHB, pour en arriver à l'efficacité de diffraction et son influence sur les performances d'un système en termes de dynamique, de sensibilité, d'éventuelles non-linéarités, etc. Nous présenterons enfin un modèle générique permettant de s'adapter à un grand nombre de protocoles en vue de les optimiser. Il s'agira donc de rester général dans la définition de ce modèle afin que sa portée soit aussi grande que possible. Ce modèle permettra, à partir d'un protocole de programmation donné, de déduire l'allure de la fonction enregistrée dans le matériau et donc sa réponse.

II.1. Spectral Hole Burning

Dans cette partie, nous nous intéressons au *Spectral Hole Burning (SHB)*¹. Pour définir en quoi consiste le SHB, considérons une espèce d'atome (ou ion) insérée dans un milieu (gaz, cristal). Considérant une transition optique particulière de l'atome d'intérêt, on lui associe une durée de vie des cohérences T_2 , caractéristique de l'amortissement de la réponse atomique à une excitation. Cette durée dépend des interactions qu'il peut y avoir entre les atomes et leur milieu et entre les atomes eux-

¹ Expression anglo-saxonne se traduisant par « creusement de trou spectral ». Dans ce manuscrit, le terme usuel « *spectral hole burning* », ou son abréviation SHB sera utilisé.

II. Processeurs atomiques à Spectral Hole Burning : modélisation du fonctionnement

mêmes. Chacun des atomes dispose d'une raie d'absorption dont la largeur à mi-hauteur s'écrit :

$$\Gamma_h = \frac{1}{\pi T_2}. \quad \text{II.1}$$

Γ_h est appelée largeur homogène. Par ailleurs, en raison du désordre qui peut exister dans le milieu en question, chaque atome pris individuellement peut disposer d'une fréquence de résonance optique qui lui est propre. L'ensemble des fréquences de résonance de l'espèce considérée est alors réparti sur une largeur dite inhomogène et notée Γ_{inh} . Par exemple, dans le cas d'un gaz, l'étalement des fréquences de résonance provient essentiellement de l'effet Doppler. En revanche, dans le cas d'une espèce insérée en matrice cristalline (on parle de dopage), ce sont les déformations locales de la maille qui sont responsables de cet étalement. En effet, à cause des défauts locaux de la matrice cristalline, chaque atome de l'espèce insérée voit un environnement qui lui est propre et qui influe sur sa fréquence de transition. L'étalement des fréquences de transitions d'une espèce en maille cristalline est illustré sur la Figure II-1.

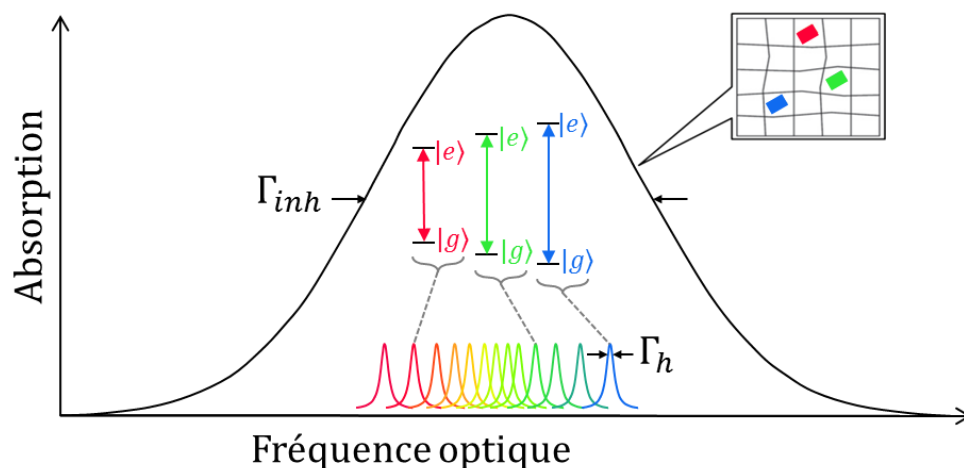


Figure II-1. Raie d'absorption inhomogène constituée d'une multitude de raies individuelles d'absorption homogènes. Les distorsions de la maille cristalline hôte occasionnent un étalement inhomogène des fréquences de transitions. Les notations $|g\rangle$ et $|e\rangle$ désignent respectivement le niveau fondamental et le niveau excité des atomes.

Dans certains ions terres rares en maille cristalline, et refroidis à très basse température (typiquement 3 ou 4 K), on peut observer des largeurs homogènes de quelques kHz pour des élargissements inhomogènes de plusieurs GHz. La durée de vie des cohérences optiques T_2 diminue si l'on augmente la température, ce qui se traduit par une augmentation de la largeur homogène sous l'effet des phonons (pour plus de détails concernant les processus liés aux phonons, voir [LouPhD2008] par exemple). Par exemple, dans le $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$, la largeur homogène passe de 9 kHz ($T_2 = 36 \mu\text{s}$) à 3,2 K à 53 kHz ($T_2 = 6 \mu\text{s}$) à 4,4 K. Chaque raie homogène ayant une aire constante, une augmentation de la largeur entraîne donc une diminution de la hauteur. Ainsi, la raie d'absorption inhomogène s'effondre lorsque la température augmente.

Disposant d'une telle raie d'absorption, il est alors possible d'y inscrire un trou spectral par *Spectral Hole Burning*. En effet, lorsqu'une impulsion monochromatique traverse le matériau, elle excite les atomes résonnant à sa fréquence, ceux-ci voyant alors leur absorption diminuer temporairement le temps qu'ils relaxent vers leur état initial. Ainsi, un trou est créé dans le spectre d'absorption (voir Figure II-2) qui se résorbe au cours du temps. C'est pour cela que l'on parle de creusement de trou spectral, ou de *Spectral Hole Burning (SHB)* [Jes1980, Vol1979]. Dans la suite, nous désignerons un matériau disposant de telles propriétés par l'appellation « matériau SHB ».

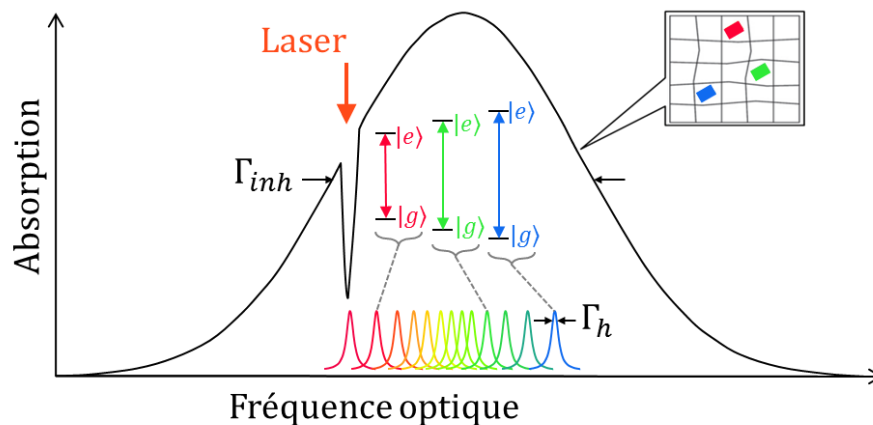


Figure II-2. Illustration du principe de Spectral Hole Burning.

Cette propriété permet donc de créer des fenêtres de transparence dont la largeur spectrale est ultimement limitée par deux fois la largeur homogène Γ_h [Gor2005]. De plus, dans le cas d'ions insérés en matrice cristalline, la position fixe des ions et la longueur d'onde de la raie d'absorption (visible et proche infrarouge), les fenêtres de transparence peuvent avoir une dimension spectrale mais aussi spatiale. Avec un spectre d'excitation bien choisi, il est alors possible de modeler le spectre d'absorption afin de réaliser des filtres ou autres fonctions de transfert.

En raison de la relaxation des populations atomiques, si l'on modifie le spectre d'absorption du matériau, il est nécessaire de procéder à un rafraîchissement régulier afin d'éviter que celui-ci ne s'efface. En somme, ce type de matériau peut être vu comme une mémoire volatile permettant d'enregistrer des informations sur une largeur spectrale aussi grande que la largeur inhomogène et avec une résolution ultimement aussi fine que deux fois la largeur homogène. Ces informations peuvent aussi bien être un signal utile qu'une fonction. Dans la suite, nous nous intéressons plus particulièrement au cas de fonctions que l'on souhaiterait programmer, et plus précisément aux réseaux de diffraction.

II.2. Réseaux de diffraction, efficacité et dynamique

Les matériaux SHB pouvant être utilisés pour programmer des fonctions de traitement de signal en jouant sur l'absorption, nous allons nous intéresser dans cette partie à une certaine catégorie de fonctions. Nous considérerons les fonctions qui se présentent sous la forme d'un réseau enregistré dans l'absorption du matériau. Un faisceau optique porteur d'un signal et traversant le matériau SHB sort en une partie transmise et un ou plusieurs ordres de diffractions, ceux-ci constituant alors le résultat de la fonction appliquée au signal.

II.2.1. Généralités sur les réseaux de diffraction appliqués aux matériaux SHB

Commençons par définir en toute généralité le phénomène de diffraction qu'il soit dans le domaine spatial, temporel ou spatio-temporel. Pour cela, notons u la variable du domaine dans lequel on souhaite obtenir une diffraction. Pour un signal d'entrée, être diffracté à des positions $\pm\Delta_u, \pm2\Delta_u, \pm3\Delta_u, \dots$ signifie qu'on lui a appliqué une fonction dont la réponse impulsionnelle h s'écrit :

$$h(u) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} D^{(n)} \cdot \delta(u - n\Delta_u), \quad \text{II.2}$$

où δ représente la distribution de Dirac, $D^{(0)}$ l'amplitude transmise, et $D^{(n)}$ l'amplitude du signal diffracté d'ordre n ($n \in \mathbb{Z}^*$). Dans le domaine de Fourier, où la variable duale de u est notée ϕ , la fonction de transfert H s'écrit alors :

$$H(\phi) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} D^{(n)} \cdot e^{-in\Delta_u\phi}. \quad \text{II.3}$$

Dans l'espace dual, on note alors que la fonction de transfert est périodique et composée d'une multitude d'harmoniques correspondant aux différents ordres de diffraction.

Pour en revenir au cas des matériaux SHB, la fonction de transfert à programmer, H , correspond à l'absorption α . Prenons deux exemples pour illustrer la programmation, à savoir une diffraction dans l'espace et une diffraction dans le temps. Pour cela, considérons un matériau SHB de forme parallélépipédique.

Dans le cas de la diffraction dans l'espace, il s'agit pour la programmation de l'absorption de ne la modifier qu'à une fréquence et d'y inscrire des franges spatiales comme illustré sur la Figure II-3.

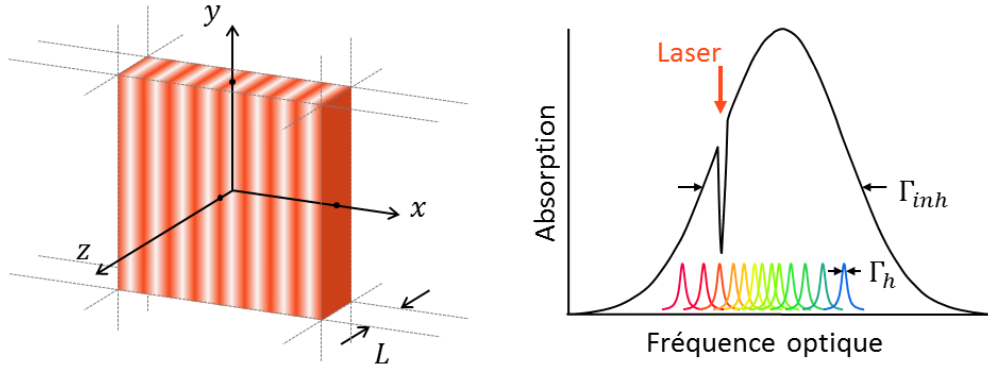


Figure II-3. Illustration d'un réseau spatial monochromatique obtenu en programmant un matériau SHB.

Ainsi, l'absorption sera périodique selon la variable position x et ce pour une seule fréquence ν . On fera alors l'analogie $\phi \equiv x\vec{e}_x$ et $u \equiv \vec{k}$, où \vec{e}_x désigne le vecteur unitaire orienté selon l'axe x et \vec{k} désigne le vecteur d'onde du faisceau arrivant sur le réseau. Les équations II.2 et II.3 se traduisent donc par :

$$\begin{cases} h(\vec{k}) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} D^{(n)} \cdot \delta(\vec{k} - n\vec{\Delta}_k), \\ H(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} D^{(n)} \cdot e^{-inx\vec{e}_x \cdot \vec{\Delta}_k} = \alpha(x), \end{cases} \quad \text{II.4}$$

où $\vec{\Delta}_k = \Delta_k \vec{e}_x$ et $2\pi/\Delta_k$ est le pas du réseau. Dans cet exemple, on considère le réseau uniforme le long des axes y et z . Un tel réseau est alors capable de ne diffracter que les faisceaux dont la fréquence optique correspond à la fréquence à laquelle on a périodiquement creusé l'absorption le long de l'axe x (symbolisée par la couleur orange sur la Figure II-3). Considérons à présent un faisceau incident à cette fréquence. En notant \vec{k}_0 le vecteur d'onde de ce faisceau, la traversée du réseau se traduit par la convolution par la réponse impulsionnelle h de l'équation II.4, ce qui donne lieu à une somme de faisceaux ayant pour vecteur d'onde $\vec{k}_n = \vec{k}_0 + n\vec{\Delta}_k$, l'ordre 0 correspondant à la partie transmise et les ordres $n \in \mathbb{Z}^*$ à des ordres de diffraction. Ainsi, un tel réseau peut permettre d'extraire spatialement une des composantes fréquentielles d'un faisceau, ce qui constitue alors un filtre fréquentiel.

Plaçons-nous maintenant dans le cas de la diffraction dans le temps. On parle usuellement d'écho. Il s'agit dans ce cas d'enregistrer un motif périodique le long de la variable fréquence ν . L'équivalent de la Figure II-3 dans ce cas devient alors la Figure II-4.

II. Processeurs atomiques à Spectral Hole Burning : modélisation du fonctionnement

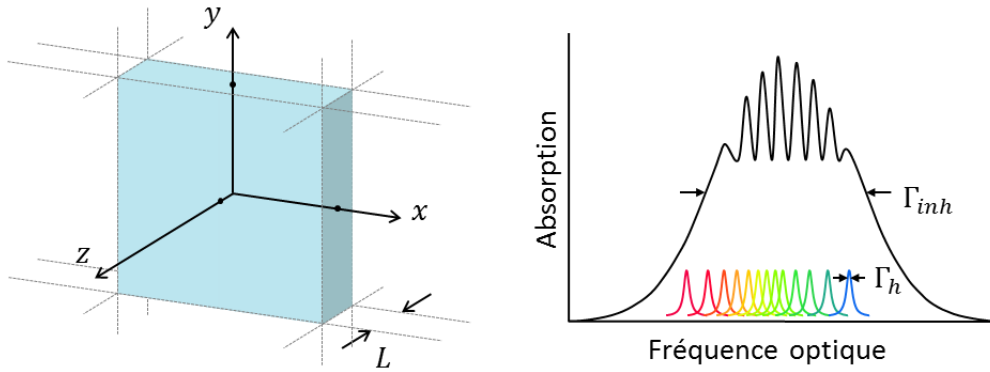


Figure II-4. Illustration d'un réseau spectral obtenu en programmant un matériau SHB.

L'analogie à faire avec les notations générales des réseaux de diffraction donne à présent $\phi \equiv \nu$ et $u \equiv t$, t étant la variable temporelle. Ici, les équations II.2 et II.3 se traduisent donc par :

$$\begin{cases} h(t) = \sum_{n \in \mathbb{N}} D^{(n)} \cdot \delta(t - n\Delta_t), \\ \alpha(\nu) = H(\nu) = \sum_{n \in \mathbb{N}} D^{(n)} \cdot e^{-in\nu\Delta_t}, \end{cases} \quad \text{II.5}$$

où $2\pi/\Delta_t$ est le pas du réseau. De la même manière que le réseau spatial étudié précédemment, un faisceau incident donne naissance à des faisceaux diffractés dans le temps par convolution avec une somme de distributions de Dirac. On notera que la causalité empêche la diffraction dans les ordres négatifs. Le résultat est particulièrement intéressant si le champ incident a une enveloppe temporelle plus courte que le délai associé, ce qui permet, à partir d'une seule impulsion, d'obtenir un ou plusieurs échos distincts. Un tel réseau peut être utilisé pour stocker une information et la récupérer avec un retard [Afz2009]. En effet, un signal traversant un tel réseau sera transmis et son premier écho ne sera réémis qu'après un délai Δ_t . En pratique, plus on souhaite générer un long retard, plus la période spectrale du réseau doit être petite. Celle-ci est limitée par la largeur homogène. Dans certains cristaux SHB dopés aux terres rares, la largeur homogène peut être de quelques dizaines de kHz voire quelques kHz [Equ1994, Equ1995]. De telles largeurs homogènes permettent alors de créer des retards de plusieurs dizaines de microsecondes [Bon2011]. À titre de comparaison, un tel retard nécessiterait plusieurs dizaines de kilomètres de fibres optiques et encore moins envisageable sous forme de ligne à retard électronique à cause des pertes de propagation qui sont de l'ordre de 3 dB/m à 10 GHz.

En toute généralité, il n'est pas exclu de réaliser une diffraction dans un domaine spatio-temporel. Dans ce cas, la variable ϕ peut dépendre à la fois de la fréquence ν et de la position spatiale x . Dans un matériau SHB, cela nécessite alors d'enregistrer de tels réseaux, périodiques de la variable ϕ . Dans la suite de ce manuscrit, on définit la phase ϕ de réseau de telle sorte que l'absorption $\alpha(\phi)$ soit 2π -périodique.

II.2.2. Efficacité de diffraction

Le second objectif de cette partie est de s'intéresser à l'efficacité de diffraction escomptée d'un réseau. Pour simplifier l'étude, et sans perdre de généralité, nous supposons à une rotation près que l'absorption ne peut dépendre spatialement que des positions x et z (voir Figure II-3 ou Figure II-4), où z est la coordonnée spatiale dans la direction de propagation, la dépendance en x n'apparaissant qu'au travers de la phase ϕ du réseau. On peut alors écrire l'absorption $\alpha = \alpha(z, \phi)$. La périodicité nous permet comme dans l'équation II.3 de décomposer l'absorption en différentes harmoniques pouvant donner lieu à plusieurs ordres de diffraction. Cette décomposition s'écrit :

$$\alpha(z, \phi) = \sum_{p \in \mathbb{Z}} \alpha^{(p)}(z) e^{ip\phi}, \quad \text{II.6}$$

où les harmoniques $\alpha^{(p)}$ sont définies par :

$$\alpha^{(p)}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{\langle 2\pi \rangle} \alpha(z, \phi) e^{-ip\phi} d\phi. \quad \text{II.7}$$

Considérant l'équation de propagation du champ électrique E [Lin2015] :

$$\Delta E + k^2 \left(1 - \frac{i}{k} (1 + i\mathcal{H})\alpha\right) E = 0, \quad \text{II.8}$$

où k est la norme du vecteur d'onde, et \mathcal{H} désigne la transformée de Hilbert, on peut la réécrire en fonction des différentes harmoniques (voir l'annexe de l'article de H. Linget *et al.* [Lin2015]), ce qui permet de calculer l'efficacité du premier ordre de diffraction du réseau η_1 à l'aide de la formule :

$$\eta_1 = \left| \int_0^L \alpha^{(1)}(z) dz \right|^2 e^{-\int_0^L \alpha^{(0)}(z) dz}. \quad \text{II.9}$$

Prenons l'exemple simple d'un réseau d'absorption sinusoïdal uniforme dans l'épaisseur L du matériau SHB, de moyenne $\alpha_0 = \frac{\alpha_{min} + \alpha_{max}}{2}$ et de contraste $c = \frac{\alpha_{max} - \alpha_{min}}{\alpha_{min} + \alpha_{max}}$. Le calcul donne $\alpha^{(0)} = \alpha_0$ et $\alpha^{(1)} = \frac{c\alpha_0}{2}$. Ainsi, l'efficacité de diffraction du premier ordre vaut $\eta_{1,\sin} = \left(\frac{c\alpha_0 L}{2}\right)^2 e^{-\alpha_0 L}$. Le maximum mathématique est obtenu pour une épaisseur optique moyenne $\alpha_0 L = 2$ et un contraste $c = 1$, et atteint alors 13,5 %. Si l'on considère en revanche que ce réseau est rectangulaire, ce qui est la forme qui maximise la première harmonique, on obtient $\alpha^{(1)} = \frac{2c\alpha_0}{\pi}$. L'efficacité de diffraction du premier ordre vaut alors $\eta_{1,\text{carré}} = \left(\frac{2c\alpha_0 L}{\pi}\right)^2 e^{-\alpha_0 L}$, ce qui conduit à un maximum de 21,9 %, obtenu également pour $\alpha_0 L = 2$ [Bon2010]. Cette valeur correspond au maximum d'efficacité de diffraction pour ce type de réseau.

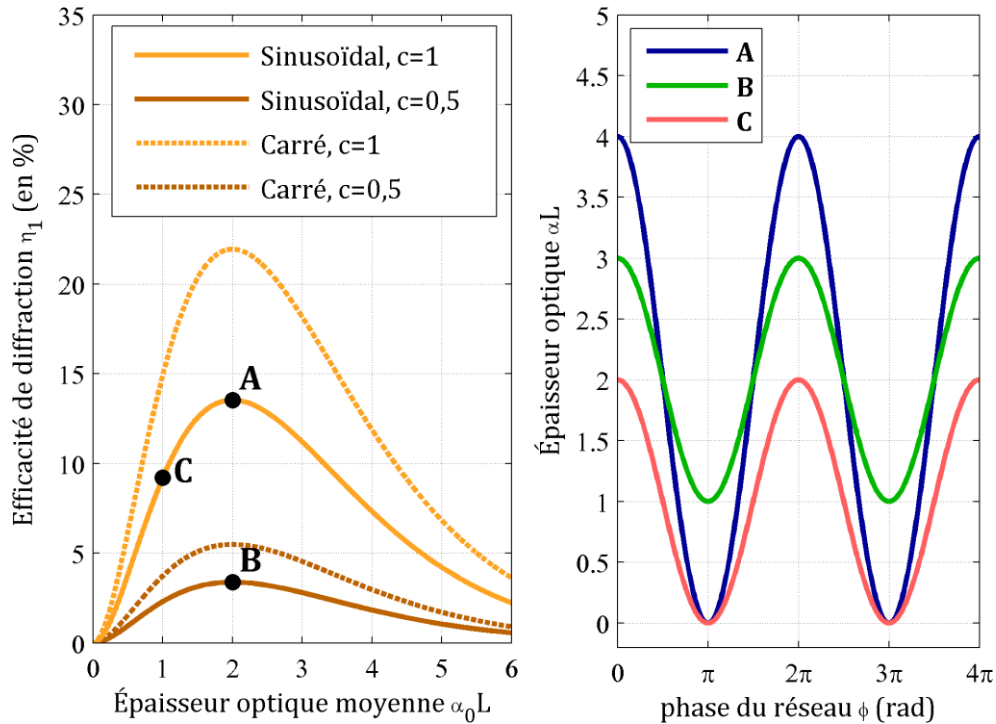


Figure II-5. Efficacités de diffraction pour différentes de formes et contrastes de réseaux (à gauche). Les réseaux correspondant aux points A, B et C sont également représentés (à droite).

La Figure II-5 illustre les efficacités de diffraction calculées pour des réseaux sinusoïdaux et carrés pour différents contrastes. On peut noter que l'épaisseur optique moyenne optimale reste inchangée si l'on fait varier le contraste ou que l'on passe d'un réseau sinusoïdal à un réseau carré. Cette épaisseur optique moyenne optimale vaut 2. Par ailleurs, la figure de droite nous permet de noter que, quitte à réduire l'amplitude du réseau (passer du réseau A aux réseaux B ou C de même amplitude), il est primordial de maintenir un bon contraste. Cette conclusion sera importante à retenir pour la conception d'un système incluant la programmation de réseaux (voir chapitre VI).

II.2.3. Dynamique d'un traitement de signal basé sur des réseaux de diffraction dans un matériau SHB

Ces considérations générales sur les réseaux d'absorption nous amènent à poursuivre sur les performances que l'on peut attendre d'un système global de traitement de signal. En effet, tandis que l'efficacité de diffraction est un paramètre physique clé d'un système de filtrage, d'analyse spectrale, etc., il convient de s'intéresser à son ensemble pour en déduire les performances atteignables. Pour cela, un schéma typique de liaison est représenté sur la Figure II-6.

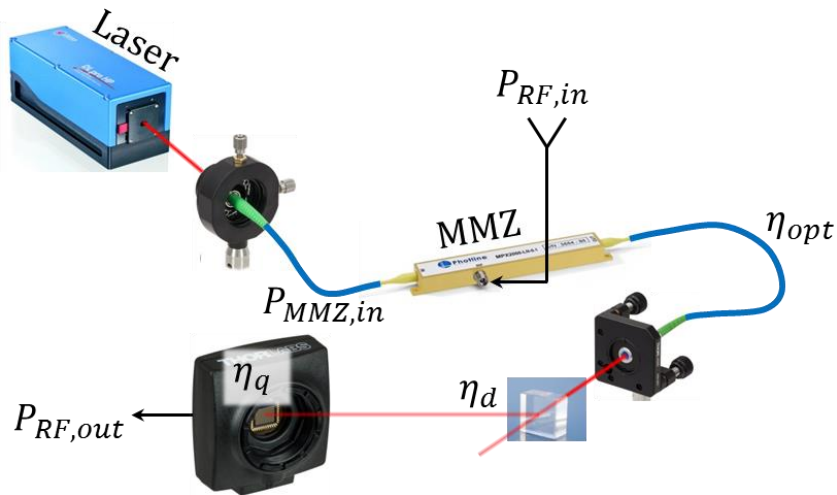


Figure II-6. Liaison typique utilisant un matériau SHB dans lequel est programmé un réseau de diffraction d'efficacité η_d . Dans ce montage, la puissance du faisceau en entrée du modulateur de Mach-Zehnder (ou MMZ) est notée $P_{MMZ,in}$. Celui-ci permet de moduler des signaux RF d'une puissance $P_{RF,in}$ sur la porteuse optique. Après modulation, le faisceau traverse le matériau SHB. Le signal diffracté est alors récupéré sur une caméra d'efficacité quantique η_q . Par ailleurs, depuis la sortie du MMZ jusqu'à la caméra, on note η_{opt} le coefficient incluant l'ensemble des pertes optiques. On note enfin $P_{RF,out}$ la puissance RF récupérée sur la caméra.

Partant de cette liaison, nous nous intéressons plus en détail à la conversion électro-optique via le MMZ d'une part et à la conversion opto-électronique via la caméra d'autre part.

II.2.3.a. Bilan de liaison du modulateur de Mach-Zehnder

Le modulateur de Mach-Zehnder est un interféromètre intégré sur niobate de lithium, dont l'un des bras subit une variation d'indice au moyen d'une paire d'électrodes. Grâce à l'effet électro-optique dans le niobate de lithium, on peut agir sur la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre et ainsi moduler un laser en amplitude avec un signal RF. En entrée du MMZ ont lieu des pertes optiques d'insertion notées $\eta_{MMZ,in}$. Compte-tenu de l'impédance Z_{MMZ} et de la tension d'extinction V_π du modulateur, la phase de l'interférence entre les deux bras s'écrit alors :

$$\phi_{RF} = \pi \frac{\sqrt{2P_{RF,in}Z_{MMZ}}}{V_\pi}. \quad \text{II.10}$$

En notant δ_{ER} le taux d'extinction du MMZ, qui vaut 0 dans le cas idéal, la puissance optique de sortie de l'harmonique RF d'ordre k vaut :

II. Processeurs atomiques à Spectral Hole Burning : modélisation du fonctionnement

$$P_{MMZ,k} = \frac{1}{4} P_{MMZ,in} \eta_{MMZ,in} \left((1 + \delta_{ER})^2 J_k^2 \left(\frac{\phi_{RF}}{2} \right) + (1 - \delta_{ER})^2 J_k^2 \left(-\frac{\phi_{RF}}{2} \right) + 2(\delta_{ER}^2 - 1) J_k \left(\frac{\phi_{RF}}{2} \right) J_k \left(-\frac{\phi_{RF}}{2} \right) \right), \quad \text{II.11}$$

où J_k désigne la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre k [Shi2003]. On note que comme les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre pair (respectivement impair) sont paires (respectivement impaires), on peut alors distinguer deux expressions de la puissance optique selon la parité de l'ordre d'intérêt :

$$\begin{cases} P_{MMZ,k} = \frac{1}{2} P_{MMZ,in} \eta_{MMZ,in} \delta_{ER}^2 J_k^2 \left(\frac{\phi_{RF}}{2} \right), & \text{si } k \equiv 0[2], \\ P_{MMZ,k} = \frac{1}{2} P_{MMZ,in} \eta_{MMZ,in} J_k^2 \left(\frac{\phi_{RF}}{2} \right), & \text{si } k \equiv 1[2]. \end{cases} \quad \text{II.12}$$

Ainsi, la puissance des ordres pairs s'annule dans le cas idéal où $\delta_{ER} = 0$. En revanche, l'ordre 3, qui peut conduire à de l'intermodulation (IM3), ne s'annule pas, bien qu'il soit négligeable pour des petites valeurs de ϕ_{RF} (donc de $P_{RF,in}$). En effet, on peut noter d'une part que $J_1^2(x) \sim \frac{x^2}{4}$ et d'autre part que $J_3^2(x) \sim \frac{x^6}{2304}$. La puissance des ordres 1 et 3 croît donc respectivement de manière linéaire et cubique avec la puissance RF d'entrée $P_{RF,in}$. Le point d'interception d'ordre 3 (ou IP3) correspond au point d'intersection entre ces deux développements limités (voir Figure II-7). La puissance RF de ce point d'interception, notée $P_{RF,IP3}$, est donnée par l'équation :

$$\frac{\left(\pi \frac{\sqrt{2P_{RF,IP3} Z_{MMZ}}}{2V_\pi} \right)^2}{4} = \frac{\left(\pi \frac{\sqrt{2P_{RF,IP3} Z_{MMZ}}}{2V_\pi} \right)^6}{2304}. \quad \text{II.13}$$

Après rapide résolution, on obtient :

$$P_{RF,IP3} = \frac{48V_\pi^2}{\pi^2 Z_{MMZ}}. \quad \text{II.14}$$

En prenant par exemple $Z_{MMZ} = 50 \Omega$ et $V_\pi = 1,4 \text{ V}$, le point d'interception d'ordre 3 vaut alors $P_{RF,IP3} = 22,8 \text{ dBm}$. Le point d'interception d'ordre 2 (IP2), qui n'existe que si $\delta_{ER} \neq 0$, s'obtient de manière analogue en utilisant le développement limité de J_2 .

Pour une puissance RF en deçà de $P_{RF,IP3}$, on peut alors écrire la puissance en sortie du MMZ :

$$\begin{aligned} P_{MMZ,1} &= \frac{1}{2} P_{MMZ,in} \eta_{MMZ,in} J_1^2 \left(\pi \frac{\sqrt{2P_{RF,in} Z_{MMZ}}}{2V_\pi} \right) \\ &= \left(P_{MMZ,in} \frac{\eta_{MMZ,in} \pi^2 Z_{MMZ}}{16V_\pi^2} \right) \left(P_{RF,in} + O(P_{RF,in}^2) \right). \end{aligned} \quad \text{II.15}$$

II.2.3.b. Bilan de liaison de la caméra

La détection du faisceau diffracté par le réseau inscrit dans le matériau SHB se fait au moyen d'une caméra. Celle-ci dispose des paramètres caractéristiques que sont l'efficacité quantique η_q faisant le lien entre les électrons collectés et la puissance optique incidente, le temps d'intégration du signal reçu T_{int} , ainsi que le bruit de la

caméra, donné en fluctuation du nombre d'électrons σ_{cam} , c'est-à-dire l'écart-type du nombre d'électrons calculé pendant la durée d'intégration de la caméra. Le nombre d'électrons de signal reçu par un pixel se calcule de la manière suivante :

$$n_{P_{MMZ,1}} = \eta_{opt}\eta_d\eta_{recouv}\eta_q \frac{T_{int}P_{MMZ,1}}{h\nu}, \quad \text{II.16}$$

où η_{recouv} désigne la fraction de recouvrement du faisceau incident sur le pixel, où h est la constante de Planck, et ν la fréquence optique du faisceau incident. En outre, le nombre d'électrons de bruit total se calcule :

$$n_{bruit} = \sqrt{\sigma_{cam}^2 + \eta_q \frac{T_{int}P_{fond}}{h\nu}}, \quad \text{II.17}$$

En prenant en compte le bilan de liaison du modulateur de Mach-Zehnder et de la caméra, on définit le seuil de détection comme la valeur minimale de $P_{RF,in}$, notée $P_{RF,seuil}$, telle que $n_{P_{MMZ,1}} \geq n_{bruit}$. Cela revient à écrire :

$$\frac{\eta_{opt}\eta_d\eta_{recouv}\eta_q T_{int}\eta_{MMZ,in}}{h\nu} \times \frac{P_{MMZ,in}}{2} \times J_1^2 \left(\pi \frac{\sqrt{2P_{RF,seuil,1}Z_{MMZ}}}{2V_\pi} \right) = n_{bruit}. \quad \text{II.18}$$

En supposant un bruit suffisamment faible pour utiliser le développement limité de l'équation II.15, on obtient alors :

$$P_{RF,seuil,1} = \frac{n_{bruit}}{P_{MMZ,in}} \times \frac{16V_\pi^2 h\nu}{\eta_{opt}\eta_d\eta_{recouv}\eta_q T_{int}\eta_{MMZ,in}\pi^2 Z_{MMZ}}. \quad \text{II.19}$$

À titre d'exemple, on peut fixer un ensemble de valeurs typiques, correspondant à [Ber2014] :

- $\nu = 378$ THz,
- $\eta_{opt} = 0,7$,
- $\eta_{recouv} = 0,2$,
- $\eta_{MMZ,in} = 0,5$,
- $\eta_q = 0,45$,
- $T_{int} = 100$ μ s,
- $P_{MMZ,in} = 11$ mW,
- $\sigma_{cam} = 20$,
- $P_{fond} = 3$ pW.

On s'intéresse également à un autre point remarquable, à savoir la puissance RF de saturation du modulateur de Mach-Zehnder. En effet, comme la puissance de sortie du modulateur s'obtient à partir de la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1 (voir équation II.15), la puissance optique de l'ordre 1 finit par saturer puis diminuer à mesure que l'on augmente la puissance RF d'entrée (voir Figure II-7). La puissance RF de saturation est notée $P_{RF,Sat}$. En utilisant les valeurs de V_π et de Z_{MMZ} données précédemment, on trouve une puissance $P_{RF,Sat} = 8,28$ dBm. Cette puissance de saturation nous permet de définir la dynamique de saturation :

$$DR_{Sat} = P_{RF,Sat} - P_{RF,seuil,1}. \quad \text{II.20}$$

II. Processeurs atomiques à Spectral Hole Burning : modélisation du fonctionnement

En supposant toujours que le MMZ est idéal ($\delta_{ER} = 0$), la SFDR (*Spurious Free Dynamic Range*), soit la dynamique sans pics parasites, se calcule en déterminant la valeur $P_{RF,seuil,3}$ telle que l'harmonique 3 provenant du MMZ sort du plancher de bruit. En utilisant le développement limité de J_3^2 , on obtient :

$$P_{RF,seuil,3} = \frac{V_\pi^2}{2\pi^2 Z_{MMZ}} \left(\frac{4608hv}{T_{int} P_{MMZ,in}} \times \frac{n_{bruit}}{\eta_{opt}\eta_a\eta_{recouv}\eta_q\eta_{MMZ,in}} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad \text{II.21}$$

À l'aide de cette expression, on peut écrire :

$$SFDR = P_{RF,seuil,3} - P_{RF,seuil,1}. \quad \text{II.22}$$

Revenons à présent à l'efficacité de diffraction. Dans le cas idéal en grand angle (voir paragraphe II.2.2), celle-ci atteint 13,5 %. Le bilan de liaison est donné sur la Figure II-7, où sont renseignées les quantités DR_{Sat} et $SFDR$.

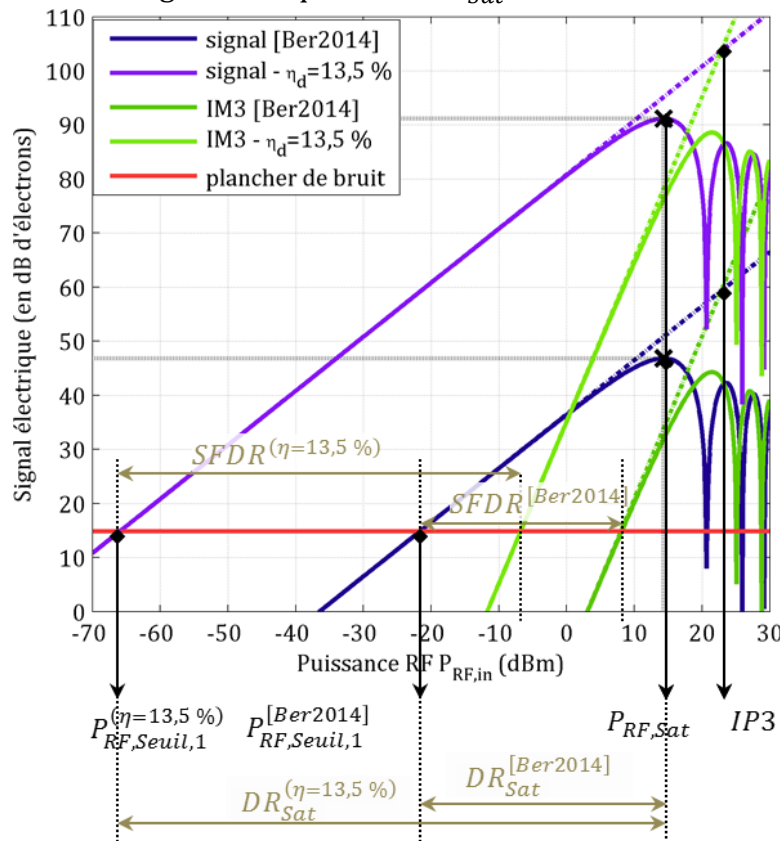


Figure II-7. Bilan de liaison obtenu à partir de la liaison schématisée sur la Figure II-6 et des données techniques données dans ce paragraphe. On a représenté sur cette figure deux cas, à savoir le cas d'une efficacité de diffraction idéale et le cas supposé dans dernière réalisation de l'analyseur arc-en-ciel [Ber2014]. L'efficacité de diffraction dans ce cas n'était pas connue. Elle a été déduite de la valeur de DR_{Sat} , qui était alors de 35 dB.

À partir des équations précédentes et de cette figure illustrative, nous pouvons récapituler dans le *Tableau II-1* certaines caractéristiques du bilan de liaison RF. Il convient de noter que les sensibilités calculées ici sont indiquées en entrée du modulateur. Or, comme c'est le cas dans de nombreux systèmes actuels, un étage d'entrée RF ayant un gain pouvant atteindre 50 dB pourrait être utilisé entre

l'antenne et le MMZ. La figure 4 de [Bab2014] illustre l'abaissement de la sensibilité à l'aide d'un gain RF en entrée.

	Cas d'une diffraction optimale : $\eta_d = 13,5 \%$	Cas [Ber2014] : $\eta_d \sim 5.10^{-4} \%$
Seuil de détection $P_{RF,seuil,1}$ (dBm)	-66	-21,6
Puissance RF de saturation $P_{RF,Sat}$ (dBm)	14,3	14,3
Dynamique avant saturation DR_{Sat} (dB)	80	35
Seuil d'apparition de l'IM3 $P_{RF,seuil,3}$ (dBm)	-6,8	8,1
SFDR (dB)	60	30

Tableau II-1. Valeurs caractéristiques du bilan de liaison RF dans le cas d'une efficacité de diffraction mathématiquement optimale (voir paragraphe II.2.2) et dans le cas de la dernière réalisation [Ber2014].

En utilisant une telle liaison et les valeurs numériques d'un modulateur de Mach-Zehnder et d'une caméra, on peut obtenir les valeurs de seuil de détection ainsi que la DR_{Sat} et la SFDR, dès lors que l'on dispose de la valeur de l'efficacité de diffraction du réseau inscrit dans un matériau SHB. En outre, il convient de noter que nous considérons ici la diffraction dans le cristal comme linéaire, ce qui est le cas comme nous le détaillerons dans le chapitre VI. On peut noter que la DR_{Sat} et la SFDR pâtissent grandement de la faible efficacité de diffraction. En effet, en se comparant au maximum mathématique de l'efficacité de diffraction, on pourrait idéalement gagner respectivement 45 dB et 30 dB, avec le même modulateur et la même caméra. Le seuil de détection suivrait la même progression que la dynamique avant saturation. Cet écart entre l'efficacité de diffraction évaluée à partir de la DR_{Sat} [Ber2014] et l'efficacité de diffraction optimale motive donc les efforts de développement d'un modèle en vue de déterminer comment s'approcher expérimentalement de l'optimum mathématique et de distinguer les différentes limites physiques ou techniques. Tandis qu'il existe certains modèles dans la littérature comme nous le verrons dans la suite, aucun n'est applicable dans les conditions de programmation des réseaux spectro-spatiaux utilisés dans l'analyseur spectral arc-en-ciel. Des efficacités de diffraction proches de l'optimum mathématique ont pu être obtenues dans une configuration simplifiée par rapport à l'analyseur arc-en-ciel [Lin2015], ce qui montre que l'on peut s'en approcher en pratique à condition de réaliser une programmation de réseaux de diffraction efficace.

II.3. Modélisation de la programmation de réseaux

Après avoir défini la propriété de *spectral hole burning* et ses applications en termes de réseaux de diffraction aussi bien spatiaux que spectraux, nous allons dans cette partie nous intéresser à la manière de programmer. En effet, cette étude est indispensable pour un fonctionnement optimal des applications utilisant ce type de réseaux. Rappelons que la programmation de réseaux ou quelque motif que ce soit nécessite d'exciter les atomes régulièrement de manière à éviter l'effacement progressif de la structure programmée en raison de la relaxation des populations atomiques. Le caractère régulier du rafraîchissement du réseau programmé nous amène à considérer un modèle séquentiel. Notre objectif ici est de traduire les phases d'excitation et de relaxation sous forme de suite mathématique que nous pourrions ensuite étudier, et en priorité s'intéresser à la convergence et la vitesse de convergence. Nous nous intéresserons ensuite au cas des matériaux optiquement épais.

II.3.1. Conditions d'application

En premier lieu, commençons par définir les conditions d'application du modèle développé dans cette partie. Comme rappelé en préambule, ce modèle doit permettre de décrire la création et l'entretien régulier d'un motif inscrit dans l'absorption d'un matériau SHB. Ce modèle concerne alors les protocoles constitués d'une suite périodique d'excitations atomiques (par exemple [Afz2009, Lau2009, Lin2013(1), Sag2014]) mais également ceux qui pourraient l'être via une adaptation. En effet, certains protocoles n'utilisent que quelques impulsions pour modéliser l'absorption d'un matériau SHB et n'utilisent la fonction programmée qu'après une durée supérieure à la durée de vie des cohérences atomiques T_2 [Bon2010, Sag2014]. De tels protocoles fonctionnent alors de manière incohérente : seule la forme de l'absorption importe. On peut donc envisager des déclinaisons de ce type de protocoles en répétant périodiquement les quelques impulsions initiées. Ne sont donc à exclure du cadre d'application de ce modèle que les protocoles complètement cohérents, comme par exemple les mémoires quantiques à base d'écho de photon à deux impulsions [Dam2011].

Par ailleurs, pour que ce modèle puisse s'appliquer à des matériaux optiquement épais, nous nous plaçons dans un cas où le champ électrique total de programmation peut être vu comme s'il provenait d'une multitude de faisceaux parallèles ponctuels. Cette condition géométrique peut s'écrire mathématiquement sous la forme :

$$E(x, y, z, t) = f(x, y)E(z, t), \quad \text{II.23}$$

où comme dans la Figure II-3 ou la Figure II-4, z est la direction de propagation, la position dans le plan transverse étant alors repérée par les coordonnées (x, y) . Si l'équation II.23 est vérifiée, le problème peut alors se découper en un calcul d'excitation, relaxation, et propagation le long de l'axe z , et ce en chaque point de

coordonnées (x, y) . La Figure II-8 illustre six exemples de configuration de faisceau(x) de programmation, dont quatre satisfont à l'équation II.23.

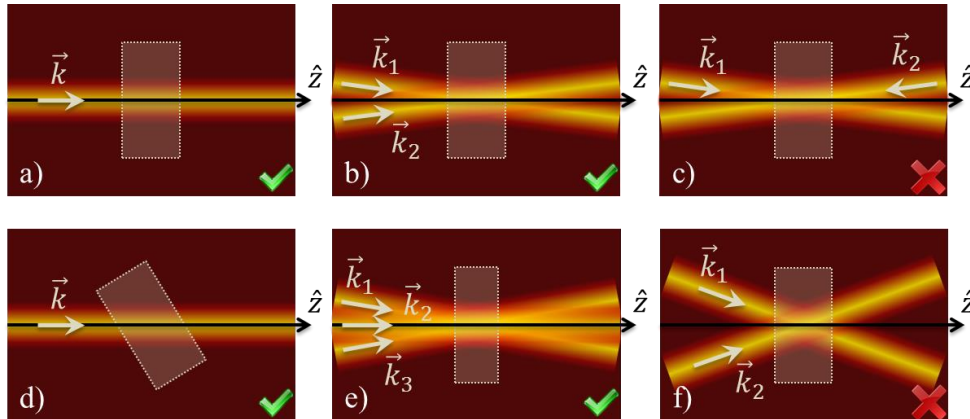


Figure II-8. Exemples de disposition de faisceau(x) de programmation. Le matériau SHB est représenté par le rectangle en pointillés. Les dispositions a), b), d) et e) satisfont la condition résumée par l'équation II.23 tandis que les configurations c) et f) ne la satisfont pas.

Revenons en détail sur chaque configuration.

II.3.1.a. Configuration a)

Dans ce cas trivial, on considère un seul faisceau dont l'intensité ne varie que latéralement suivant une gaussienne bidimensionnelle. La condition géométrique est pleinement satisfaite.

II.3.1.b. Configuration b)

Il y a cette fois deux faisceaux de programmation dont l'angle est suffisamment petit pour que les interférences spatiales soient uniformes selon l'axe z dans toute l'épaisseur du matériau SHB. La condition géométrique est donc satisfaite.

II.3.1.c. Configuration c)

L'angle entre les deux faisceaux apparaît petit mais les faisceaux se propagent dans des sens contraires. L'épaisseur du cristal à prendre en considération pour juger de l'uniformité du champ électrique est alors la longueur et non plus la largeur du rectangle symbolisant le matériau SHB. Dans cette direction (orthogonalement à \hat{z}), le champ électrique ne respecte évidemment pas la condition géométrique.

II.3.1.d. Configuration d)

Dans cette configuration, il n'y a qu'un seul faisceau. L'angle de pénétration par rapport à l'interface du matériau n'a pas d'incidence sur le respect de l'équation II.23. La condition géométrique est donc satisfaite.

II.3.1.e. Configuration e)

Il y a davantage de faisceaux mais les angles qu'ils font les uns avec les autres sont suffisamment petits pour conserver une bonne uniformité du champ électrique dans l'épaisseur du matériau. La condition géométrique est donc satisfaite.

II.3.1.f. Configuration f)

L'angle entre les deux faisceaux est trop important. On remarque que le long de l'axe \hat{z} de propagation moyen, on passe d'un bord à l'autre des faisceaux dans l'épaisseur du matériau, ce qui implique une nette non-uniformité du champ électrique. La condition géométrique n'est alors pas respectée.

On peut noter que les configurations à plusieurs faisceaux sont typiques des protocoles amenant à une diffraction spatiale ou spatio-temporelle.

II.3.2. Description générale du modèle

Sous réserve que les conditions d'application du modèle soient vérifiées, nous pouvons à présent l'expliciter. Rappelons que jusqu'à présent, nous n'avons pas défini le motif inscrit dans l'absorption. La seule restriction est qu'il puisse s'écrire sous la forme $\alpha(z, \phi)$ et qu'il soit 2π -périodique de la variable ϕ , cette phase pouvant être spectrale (ν), spatiale (x ou y), ou mixte. Par ailleurs, le matériau disposant de la propriété de *spectral hole burning* n'est également pas défini. Afin de rester général et ne pas restreindre la portée de ce modèle, nous considérons un matériau dont l'atome d'intérêt peut avoir une structure quelconque. On note simplement N_L le nombre de niveaux atomiques notés $|i\rangle, i \in \llbracket 1, N_L \rrbracket$. Nous définissons alors un vecteur d'état $\Psi_{(N_L)} = (n_1; n_2; \dots; n_{N_L})$ où les différentes composantes sont les populations atomiques dans chaque niveau. L'objectif ici est, sur un cycle complet, à savoir excitation puis relaxation, de pouvoir établir une suite de vecteurs $(\Psi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dont la relation de récurrence s'écrit à l'aide de sommes ou de produits matriciels. Il s'agira ensuite d'étudier cette suite $(\Psi_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

On peut dès à présent noter que contrairement aux modèles couramment utilisés [Lin2015, LavPhD2004], nous utilisons un modèle séquentiel et non à base d'équations de taux dont on cherche l'état stationnaire. Dans le cas des équations de taux, s'il est vrai que la relaxation s'écrit très bien sous cette forme, ce n'est pas le cas de la réponse atomique à une impulsion. Dans ce cas, la solution usuellement apportée est de considérer un taux de pompage optique moyenné [Lin2015, LavPhD2004]. Néanmoins, cette solution a l'inconvénient de ne pouvoir traiter que des cas de faibles excitations. En effet, une impulsion π par exemple ne peut pas être modélisée par un taux de pompage moyen. D'autres modèles quant à eux permettent de modéliser les fortes excitations mais ceux-ci ont l'inconvénient d'être extrêmement coûteux en calcul puisqu'il s'agit de résoudre les équations régissant l'interaction laser-matière numériquement sur des grandes étendues spatiales et temporelles [Xio2008, Cha2004(1), Cha2004(2)]. Tandis qu'aujourd'hui seuls des supercalculateurs sont à même de résoudre de telles équations, notre modèle, de par son caractère séquentiel, permet d'effectuer des simulations de programmation sur un simple ordinateur portable en quelques minutes. De plus amples détails seront

fournis aux chapitres IV et V, où nous décrirons précisément l'utilisation de ce modèle dans un cas concret, à savoir la programmation de réseaux spectraux large bande.

Dans notre modèle, à condition que les excitations soient suffisamment espacées dans le temps pour que les cohérences atomiques disparaissent entre deux excitations successives, on peut alors considérer le résultat d'une excitation unique comme une simple modification des populations atomiques. Si l'on prend l'exemple d'un système à deux niveaux, on définit le taux de transfert $\Pi_{1,2}$ par l'équation :

$$n_1^{(+)} - n_1^{(-)} = \frac{\Pi_{1,2}}{2} (n_2^{(-)} - n_1^{(-)}), \quad \text{II.24}$$

où les exposants $(-)$ et $(+)$ désignent respectivement les populations avant et après une excitation unique. L'obtention de sa valeur fera l'objet du chapitre IV. On peut alors rendre compte de l'évolution du vecteur d'état par la formule :

$$\Psi_{(2)}^{(+)} = \begin{pmatrix} n_1^{(+)} \\ n_2^{(+)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\Pi_{1,2}}{2} & \frac{\Pi_{1,2}}{2} \\ \frac{\Pi_{1,2}}{2} & 1 - \frac{\Pi_{1,2}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_1^{(-)} \\ n_2^{(-)} \end{pmatrix} = M_{\Pi} \Psi_{(2)}^{(-)}, \quad \text{II.25}$$

où on nomme M_{Π} la matrice de transfert. Si l'on revient à présent au cas d'une structure généralisée à N_L niveaux, on peut obtenir des équations similaires. En effet, on définit de manière analogue les taux de transfert $\Pi_{i,j} = \Pi_{j,i}$ par l'équation :

$$n_i^{(+)} - n_i^{(-)} = \sum_{j \neq i} \frac{\Pi_{i,j}}{2} (n_j^{(-)} - n_i^{(-)}). \quad \text{II.26}$$

On peut également écrire l'évolution du système généralisé suite à une impulsion sous la forme :

$$\Psi_{(N_L)}^{(+)} = M_{\Pi} \Psi_{(N_L)}^{(-)}, \quad \text{II.27}$$

où la matrice M_{Π} s'écrit :

$$M_{\Pi} = I_{N_L} + \sum_{(i,j), i \neq j} \frac{\Pi_{i,j}}{2} (-E_{i,i} + E_{i,j} + E_{j,i} - E_{j,j}), \quad \text{II.28}$$

les $E_{i,j}$ désignant les matrices élémentaires de la base canonique de $\mathcal{M}_{N_L}(\mathbb{R})$, c'est-à-dire des matrices carrées de taille N_L avec un 1 en position (i,j) et des zéros ailleurs. La matrice I_{N_L} est la matrice identité de taille N_L . Cette écriture matricielle rend alors compte de l'effet d'une excitation atomique qui se répète périodiquement, les populations atomiques relaxant entre deux excitations.

La relaxation quant à elle se traduit aisément sous forme de système d'équations de taux. Il s'agit d'un système différentiel linéaire homogène à coefficients constants. En toute généralité, un tel système peut s'écrire matriciellement $\dot{X} = AX$, et sa résolution s'écrit simplement $X(t) = e^{(t-t_0)A} X(t_0)$. Il est donc relativement simple d'explicitier l'évolution du vecteur d'état après une étape de relaxation. On peut alors écrire :

$$\Psi_{(N_L)}^{(-)} = A_R \Psi_{(N_L)}^{(+)}, \quad \text{II.29}$$

où la matrice A_R correspond à l'exponentielle matricielle de relaxation. Cette équation permet alors de compléter le cycle excitation-relaxation qui se répète périodiquement.

II. Processeurs atomiques à Spectral Hole Burning : modélisation du fonctionnement

Par ailleurs, la somme des populations étant unitaire, il est possible de redéfinir le vecteur d'état de taille $N_L - 1$ en supprimant une des composantes. Plus précisément, pour passer d'un vecteur $\Psi_{(N_L)}$ de taille N_L à un vecteur $\Psi_{(N_L-1)}$ de taille $N_L - 1$, on définit la matrice :

$$P_{N_L}^{N_L-1} = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \vdots \\ & & 1 & 0 \end{pmatrix}_{(N_L-1, N_L)}, \quad \text{II.30}$$

où

$$\Psi_{(N_L-1)} = P_{N_L}^{N_L-1} \Psi_{(N_L)}. \quad \text{II.31}$$

On définit également la transformation inverse à l'aide de la matrice et du vecteur :

$$\begin{cases} P_{N_L-1}^{N_L} = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ -1 & \dots & -1 \end{pmatrix}_{(N_L, N_L-1)}, \\ V_{N_L-1}^{N_L} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}_{(N_L, 1)}. \end{cases} \quad \text{II.32}$$

La transformation inverse s'écrit alors :

$$\Psi_{(N_L)} = P_{N_L-1}^{N_L} \Psi_{(N_L-1)} + V_{N_L-1}^{N_L}. \quad \text{II.33}$$

En utilisant cette contraction du vecteur d'état, les équations II.27 et II.29 peuvent alors se réécrire :

$$\Psi_{(N_L-1)}^{(+)} = (P_{N_L}^{N_L-1} M_{\Pi} P_{N_L-1}^{N_L}) \Psi_{(N_L-1)}^{(-)} + (P_{N_L}^{N_L-1} M_{\Pi} V_{N_L-1}^{N_L}), \quad \text{II.34}$$

et

$$\Psi_{(N_L-1)}^{(-)} = (P_{N_L}^{N_L-1} A_R P_{N_L-1}^{N_L}) \Psi_{(N_L-1)}^{(+)} + (P_{N_L}^{N_L-1} A_R V_{N_L-1}^{N_L}). \quad \text{II.35}$$

Dorénavant, nous n'utiliserons plus que la forme en dimension $N_L - 1$. Par conséquent, et afin d'alléger l'écriture, nous redéfinissons :

$$\begin{cases} M_{\Pi} := P_{N_L}^{N_L-1} M_{\Pi} P_{N_L-1}^{N_L}, \\ A_R := P_{N_L}^{N_L-1} A_R P_{N_L-1}^{N_L}, \\ C_{\Pi} := P_{N_L}^{N_L-1} M_{\Pi} V_{N_L-1}^{N_L}, \\ C_R := P_{N_L}^{N_L-1} A_R V_{N_L-1}^{N_L}. \end{cases} \quad \text{II.36}$$

Par ailleurs, nous omettons l'indice $(N_L - 1)$ dans l'écriture du vecteur d'état. Enfin, pour donner son caractère séquentiel à notre modèle, nous indexons le vecteur d'état par son rang n désignant l'état après n périodes d'excitation et de relaxation. En combinant les équations II.34 et II.35, et en utilisant les définitions II.36, on peut ainsi écrire :

$$\Psi_{n+1}^{(-)} = A_R \Psi_n^{(+)} + C_R = (A_R M_{\Pi}) \Psi_n^{(-)} + (A_R C_{\Pi} + C_R). \quad \text{II.37}$$

À partir de l'expression de récurrence de cette suite $(\Psi_n^{(-)})_{n \in \mathbb{N}}$, qui est arithmético-géométrique, il est relativement simple d'en déduire le terme général et

la limite si elle existe. Le terme général de la suite $(\Psi_n^{(+)})_{n \in \mathbb{N}}$ s'obtient ensuite aisément. Sous réserve que la matrice $I_{N_L-1} - A_R M_\Pi$ soit inversible, on définit $\Psi_\infty^{(-)}$ de la manière suivante :

$$\Psi_\infty^{(-)} = (I_{N_L-1} - A_R M_\Pi)^{-1} (A_R C_\Pi + C_R). \quad \text{II.38}$$

Le terme général de la suite s'obtient alors analytiquement par la formule :

$$\Psi_n^{(-)} = (A_R M_\Pi)^n (\Psi_0 - \Psi_\infty^{(-)}) + \Psi_\infty^{(-)}. \quad \text{II.39}$$

On peut noter que les populations atomiques sont forcément bornées, ce qui implique que les valeurs propres de $A_R M_\Pi$ soient comprises entre -1 et 1 au sens large. De plus, on suppose *a priori* que la structure atomique a été définie de telle manière que chaque niveau puisse être atteint, par excitation ou/et par relaxation. Il est alors impossible qu'au cours d'une période de programmation la population atomique d'un ou plusieurs niveaux n'ait pas été modifiée. Ce qui exclut alors les valeurs propres -1 et 1. Par conséquent, la matrice $I_{N_L-1} - A_R M_\Pi$ est nécessairement inversible et la suite $(\Psi_n^{(-)})_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers $\Psi_\infty^{(-)}$.

Pour illustrer l'emploi de ce modèle, considérons le cas d'un atome à trois niveaux $|1\rangle$, $|2\rangle$ et $|3\rangle$ dont on excite la transition $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ et où le niveau $|3\rangle$ n'est atteint que par relaxation depuis l'état $|2\rangle$ (voir Figure II-9).

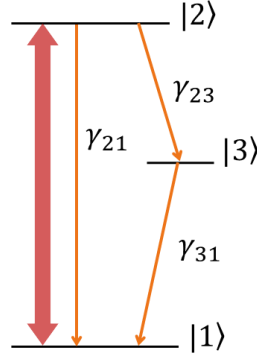


Figure II-9. Exemple de système à trois niveaux pour illustrer l'emploi du modèle.
Les taux de relaxation entre niveaux sont notés γ_{21} , γ_{23} et γ_{31} .

La durée nécessaire pour atteindre un régime stationnaire est donnée par la plus grande valeur propre de $A_R M_\Pi$. En effet, le terme général de la suite $(\Psi_n^{(-)})_{n \in \mathbb{N}}$ est composé d'un terme constant, la limite, et d'une partie convergeant exponentiellement vers zéro (suivant λ_{max}^n , où λ_{max} la plus grande valeur propre). En définissant arbitrairement des valeurs de taux de transfert et de relaxation pour notre système fictif, nous aboutissons à l'évolution des populations illustrée sur la Figure II-10.

II. Processeurs atomiques à Spectral Hole Burning : modélisation du fonctionnement

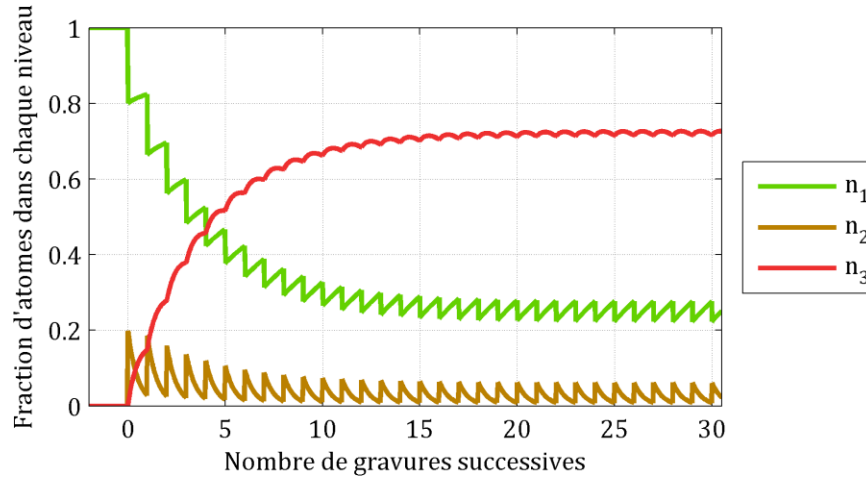


Figure II-10. Exemple d'utilisation du modèle sur l'atome à trois niveaux défini sur la Figure II-9. L'évolution des populations atomiques au cours du temps est ainsi obtenue. On a considéré ici des taux de relaxation $\gamma_{21} = 0,2/T$, $\gamma_{23} = 1,8/T$, et $\gamma_{31} = 0,067/T$, où T désigne la durée entre deux gravures successives.

Ce modèle séquentiel permet donc d'obtenir l'évolution de la programmation à chaque instant ainsi que l'état stationnaire. En effet, comme l'expression générale du terme de la suite $(\Psi_n^{(-)})_{n \in \mathbb{N}}$ donne l'état après n périodes de programmation, la suite $(\Psi_n^{(+)})_{n \in \mathbb{N}}$ est alors également connue puisque pour tout n , $\Psi_n^{(+)} = M_{\Pi} \Psi_n^{(-)} + C_{\Pi}$, ce qui permet en utilisant une exponentielle matricielle de relaxation, dont on choisit la durée, d'en déduire l'état du système à chaque instant. On peut noter qu'un des critères de qualité de la programmation d'une fonction dans l'absorption du matériau SHB est sa stabilité. En effet, une fois atteint le régime stationnaire, il est en général préférable d'avoir des variations périodiques très faibles afin de pouvoir utiliser la fonction en continu. Un modèle plus simple qui n'utiliserait que des équations de taux ne permettrait pas de quantifier les variations périodiques une fois le régime stationnaire atteint.

On s'intéresse alors à la propagation dans l'épaisseur du matériau, possiblement optiquement épais. Considérons le matériau comme une suite de tranches minces. Notre modèle séquentiel permet d'obtenir l'état stationnaire de la première tranche, à savoir la face d'entrée du matériau SHB. Une fois cet état stationnaire atteint, l'absorption se déduisant simplement des populations atomiques, il est possible, en utilisant l'équation de propagation II.8, d'en déduire le champ électrique de programmation résultant du passage à travers la première tranche. Cette nouvelle valeur du champ électrique peut être à nouveau utilisée pour en déduire les valeurs des taux de transfert $\Pi_{i,j}$ afin de déterminer l'état stationnaire de la deuxième tranche. En poursuivant ainsi de suite, on peut alors obtenir le résultat dans toute l'épaisseur du matériau. Cette propagation dans l'espace n'est possible qu'en vertu de la condition géométrique imposée par l'équation II.23. Un exemple d'application sera étudié dans le V.

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons expliqué la propriété de *spectral hole burning* et donner quelques exemples d'applications. En focalisant notre attention sur les protocoles utilisant cette propriété pour la création de fonctions analogiques dont le résultat est obtenu par diffraction, nous avons défini de manière formelle le principe de la diffraction dans ce type de milieu. Cette définition formelle ne présupposait pas de domaine de diffraction (espace, temps, mixte) et avait donc l'avantage de rester générale, permettant de s'adapter à différents cas de figure. Nous nous sommes ensuite intéressés à l'efficacité de diffraction et son implication dans un système complet partant d'une antenne radiofréquence jusqu'au résultat exploitable. De cette manière, l'enjeu de l'amélioration de l'efficacité de diffraction d'un protocole apparaît plus clairement. Enfin, après avoir énoncé ses conditions d'application, nous avons développé un modèle matriciel séquentiel original permettant, à partir d'un protocole donné, d'en déduire l'absorption dans tout le matériau, qui n'est autre que la fonction de transfert analogique réalisée. Dans cette dernière partie, on notera que le formalisme mathématique utilisé permet, via une expression analytique, de calculer efficacement l'état stationnaire de l'absorption de notre matériau, même en cas de forte excitation.

En revanche, pour que celui-ci puisse être appliqué, il est nécessaire dans un premier temps d'obtenir les valeurs numériques des coefficients des matrices définies. Dans la suite de ce manuscrit, nous allons donc nous intéresser aux propriétés physiques et notamment à la relaxation atomique d'un matériau en particulier, à savoir le Tm^{3+} :YAG. Il nous faudra également nous pencher sur les taux de transfert, que nous avons définis de manière simple mais dont l'obtention n'est pas triviale. Ces études feront l'objet des deux prochains chapitres (III et IV). Une application de ce modèle dans un contexte précis sera ensuite développée pour tester sa validité (chapitre V), et il sera enfin utilisé pour optimiser un démonstrateur d'analyse spectrale (chapitre VI).

III. Autour du cristal de Tm³⁺:YAG

Le modèle séquentiel développé dans le chapitre précédent suppose une bonne connaissance du processus de relaxation atomique. Pour son utilisation, il convient donc de s'intéresser à un matériau en particulier disposant de la propriété de SHB. Pour disposer de telles propriétés, et notamment une petite largeur homogène, nous portons notre attention sur les ions de terres rares en matrice cristalline refroidis à basse température. En effet, les sous-couches électroniques 5s et 5p créent un écrantage pour la couche 4f, dernière couche occupée par les électrons, ce qui permet une longue durée de vie des cohérences et donc une faible largeur homogène sur la transition optique. Plus particulièrement, les ions dits non Kramers, à savoir l'euprimum, le praséodyme, le terbium, l'holmium et le thulium, de par l'absence de spin électronique interagissent peu avec leur environnement et disposent alors de durées de cohérence optiques accrues, et par conséquent d'une petite largeur homogène (voir équation II.1) [Mac2002]. Le Tableau III-1 ci-dessous résume les caractéristiques essentielles typiques de plusieurs matériaux de ce type. Celles-ci peuvent varier avec la température, le dopage, et l'ajout d'un champ magnétique externe.

Matériau	λ	T_1	T_2	Γ_h	Γ_{inh}
Eu ³⁺ :YSO	580 nm	1,9 ms	2,6 ms	122 Hz	4,1 GHz
Pr ³⁺ :YSO	606 nm	164 μ s	111 μ s	2,9 kHz	4,4 GHz
Tb ³⁺ :LiYF ₄	490 nm		11 μ s	28 kHz	9 GHz
Ho ³⁺ :YVO ₄	640 nm		50 ns	6,5 MHz	15 GHz
Tm ³⁺ :YAG	793 nm	800 μ s	105 μ s	3 kHz	20 GHz
Er ³⁺ :YSO	1536 nm		580 μ s	550 Hz	500 MHz

Tableau III-1. Caractéristiques de quelques cristaux dopés aux terres rares possédant des propriétés de spectral hole burning [Equ1994, Equ1995, Mac1997, Mac2000, Sun2002, Kos2015, Mon2015, Liu1990(1)]. Pour rappel, T_1 est la durée de vie du niveau excité de la transition optique de longueur d'onde λ , T_2 est la durée de vie de la cohérence optique. Γ_h est la largeur homogène et Γ_{inh} la largeur inhomogène, donnant respectivement la résolution spectrale et la bande passante ultimement atteignables pour des applications radiofréquence. Voir les conditions de température, dopage et champ magnétique dans les publications correspondantes.

Le cristal Er³⁺:YSO a été ajouté à cette liste (non exhaustive) bien qu'à la différence des autres ions présentés, l'ion Er³⁺ soit un ion Kramers et ne dispose d'une fine largeur homogène que sous champ magnétique [Mac1997]. La valeur affichée de 550 Hz dépend du champ magnétique appliqué (5,5 T en l'occurrence). Sous un champ magnétique de 3 T, une largeur homogène de 73 Hz a pu être obtenue [Böt2003]. Avec sa largeur inhomogène de 500 MHz seulement, ce matériau permet donc en principe un traitement de signal très résolu en fréquence mais limité en bande passante.

Pour une utilisation à la fois résolue en fréquence et large bande (de l'ordre de la dizaine de GHz), le matériau retenu est le Tm³⁺:YAG, à savoir un grenat d'yttrium et d'aluminium (Yttrium Aluminium Garnet) dopé au thulium par substitution de certains ions yttrium. En effet, en dopant un cristal YAG avec du thulium

(typiquement 0,1 à 1 at. %), et en amenant sa température à quelques Kelvins (typiquement 3 K), on peut observer la propriété de spectral hole burning sur une largeur inhomogène de 20 GHz comme indiqué dans le Tableau III-1, et disposer d'une largeur homogène pouvant atteindre quelques dizaines de kHz voire quelques kHz seulement selon la température. Ces largeurs homogène et inhomogène permettent alors d'envisager des applications dans le domaine radiofréquence en utilisant le thulium comme processeur atomique large bande. De plus, le Tm^{3+} :YAG a sa raie d'absorption à une longueur d'onde de 793,4 nm, longueur d'onde à laquelle on trouve un certain nombre de composants optiques ou optoélectroniques performants tels que des lasers à diodes, des modulateurs ou encore des photodétecteurs. Ces avantages ont déjà permis la réalisation de plusieurs applications telles que des analyseurs spectraux large bande [Mer2014, Ber2014] ou des mémoires quantiques [Bon2010] dans ce matériau.

Dans ce chapitre nous nous intéresserons donc dans un premier temps aux propriétés physiques élémentaires de ce type de cristal. Par la suite, nous porterons notre attention sur les paramètres de relaxation des ions thulium. En effet, les mesures recensées dans la littérature étant assez disparates, il nous a paru nécessaire d'effectuer des mesures par nous-même afin d'être certains des valeurs numériques que nous serons amenés à utiliser dans notre modèle. Enfin, nous nous pencherons sur le phénomène de diffusion spectrale instantanée (ou ISD pour « Instantaneous Spectral Diffusion »), phénomène responsable de la dégradation de la résolution spectrale d'un motif inscrit dans le spectre d'absorption du thulium. Il s'agira dans cette partie de décrire son effet schématiquement, de le quantifier, et de discuter de son origine physique.

III.1. Propriétés physiques élémentaires du Tm^{3+} :YAG

Dans cette partie, nous nous intéressons aux propriétés physiques élémentaires du Tm^{3+} :YAG, dont des échantillons sont représentés sur la Figure III-1, à savoir la structure cristalline de la maille de YAG et son impact sur la réponse atomique des ions thulium ainsi que la structure atomique de cet ion.

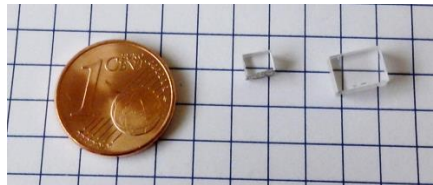


Figure III-1. Échantillons de Tm^{3+} :YAG.

III.1.1. L'ion thulium en maille cristalline

Le Tm^{3+} :YAG est un cristal dont la maille élémentaire est cubique, d'arête $a = 12 \text{ \AA}$, et dont la formule chimique est $Y_3Al_5O_{12}$. Celle-ci possède une symétrie C_3

autour de l'axe cristallin $[111]$. La Figure III-2 ci-dessous illustre cette maille élémentaire.

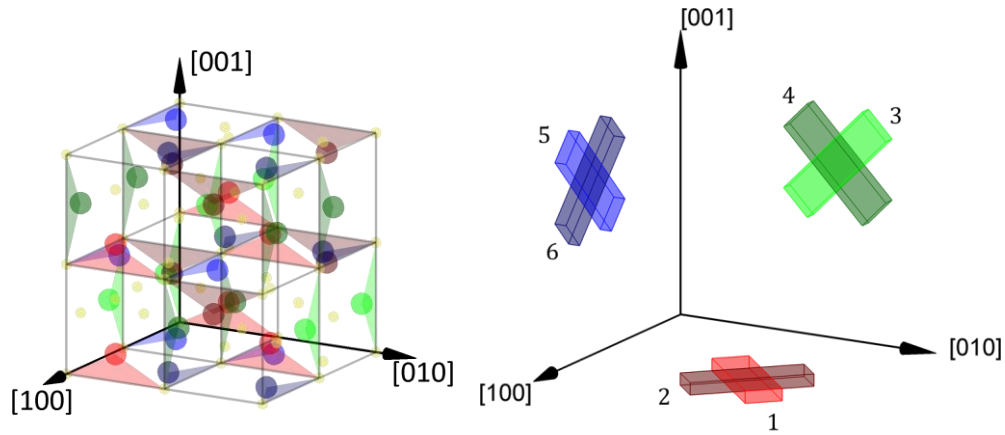


Figure III-2. Maille du cristal $Tm^{3+}:YAG$ [Kos2015] (à gauche) et orientation des dipôles électriques de transition optique (à droite). Sur la figure de gauche, les ions aluminium sont représentés en jaune tandis que les ions yttrium sont représentés en rouge, vert et bleu, et de nuances claires (1,3 et 5) et foncées (2, 4 et 6). Les ions thulium viennent se substituer aux ions yttrium. Chaque couleur correspond à un type de site de substitution conduisant à une orientation particulière du dipôle électrique de transition optique représenté sur la figure de droite. Sur la figure de gauche, les triangles isocèles dont la base mesure $\frac{1}{2}$ et la hauteur $\frac{1}{8}$ aident à visualiser la position. Les hauteurs sont respectivement alignées selon les axes $[001]$, $[001]$ et $[010]$ pour les triangles rouges, verts et bleus.

La symétrie C_3 de cette maille cristalline permet de passer d'un site d'ion yttrium (ou thulium) à un autre par rotation d'angle $2\pi/3$ autour de l'axe $[111]$. Sur la Figure III-2, cette rotation s'illustre par des changements de couleur suivant le cycle : rouge \rightarrow vert \rightarrow bleu. Par ailleurs, comme l'interaction entre un champ électrique \vec{E} et un dipôle de transition optique $\vec{\mu}$ se caractérise par la pulsation de Rabi $\Omega = \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{E}}{\hbar}$, en choisissant l'orientation de la polarisation d'un faisceau, on peut décider de n'exciter que certains ions thulium. Par exemple, un champ électrique polarisé suivant l'axe $[111]$ n'interagira qu'avec les ions thulium représentés en couleurs claires, les autres présentant un dipôle orthogonal à cette direction. Autrement, une polarisation suivant l'axe $[001]$ ne permettra d'interagir qu'avec les ions représentés en vert et en bleu. Ces deux exemples ont l'avantage de donner lieu à des excitations équitables, ce qui ne serait pas le cas d'une polarisation suivant $[110]$ par exemple [Gre1999].

En revanche, le coefficient d'absorption α , qui peut s'écrire :

$$\alpha \propto \sum_{i=1}^{6 \text{ dipôles}} \left(\frac{\vec{\mu}_i \cdot \vec{E}}{\|\vec{\mu}_i\| \|\vec{E}\|} \right)^2, \quad \text{III.1}$$

est indépendant de l'orientation de la polarisation du champ électrique. En effet, en notant $M_{\vec{\mu}}$ la matrice :

$$M_{\vec{\mu}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \text{III.2}$$

qui regroupe les coordonnées des vecteurs unitaires correspondant aux six dipôles possibles de la Figure III-2 (figure de droite), le coefficient d'absorption α peut s'écrire :

$$\alpha \propto \frac{1}{\|\vec{E}\|^2} \cdot {}^t(M_{\vec{\mu}}\vec{E})(M_{\vec{\mu}}\vec{E}) = \frac{1}{\|\vec{E}\|^2} \cdot {}^t\vec{E}M_{\vec{\mu}}{}^tM_{\vec{\mu}}\vec{E}, \quad \text{III.3}$$

où tX est la transposée de X . Le calcul donne :

$$M_{\vec{\mu}}{}^tM_{\vec{\mu}} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad \text{III.4}$$

Ainsi, le champ électrique disparaît de l'expression III.3. Le coefficient d'absorption ne dépend donc pas de l'orientation du champ électrique incident.

III.1.2. Structure atomique du thulium

Après nous être intéressés à la maille cristalline et à l'orientation des dipôles de transition optique du Tm³⁺, nous portons notre attention sur la structure atomique de l'ion thulium, structure que nous utiliserons dans la partie IV.3 sur le plan théorique puis tout au long du chapitre V. Cette structure est schématisée sur la Figure III-3.

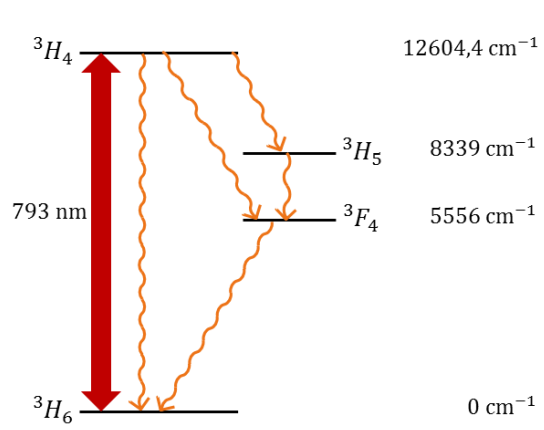


Figure III-3. Structure atomique du thulium en matrice YAG.

Dans cette structure, on distingue quatre niveaux électroniques. La durée de vie du niveau 3H_4 est d'environ $800 \mu\text{s}$ [Arm1992], qui se relaxe préférentiellement vers le niveau 3F_4 via 3H_5 . Avec une durée de vie de quelques dizaines de nanosecondes seulement, le niveau 3H_5 peut être négligé, ce qui revient à considérer que la relaxation majoritaire depuis l'état excité 3H_4 se fait directement vers 3F_4 [Bas1996]. Ce dernier, nommé généralement niveau métastable, a une durée de vie de 15 ms [Bas1996].

En outre, il est possible de lever la dégénérescence des niveaux 3H_4 (excité) et 3H_6 (fondamental) à l'aide d'un champ magnétique par effet Zeeman nucléaire exacerbé [Gui2005]. Le tenseur gyromagnétique permettant de calculer l'éclatement en fréquence d'un niveau en deux sous-niveaux est fortement anisotrope (près de

deux ordres de grandeur entre les différentes composantes) avec une composante dominante selon la même direction que le dipôle électrique. Ainsi, l'équivalence de plusieurs sites (voir Figure III-2) obtenue pour des orientations particulières de la polarisation du champ électrique d'un faisceau incident se retrouve sur le champ magnétique. On peut donc par exemple choisir de lever de la même manière la dégénérescence des niveaux fondamental d'une part et excité d'autre part des ions numérotés 1, 3 et 5 si on applique un champ magnétique suivant l'axe cristallin [111]. La valeur principale du tenseur gyromagnétique est cependant différente pour l'état fondamental et l'état excité. Celles-ci, notées $\gamma^{(g)}$ et $\gamma^{(e)}$ ont été mesurées et valent respectivement 403 ± 3 MHz/T et 82 ± 3 MHz/T [LouPhD2008]. La structure atomique peut alors se schématiser comme illustré sur la Figure III-4.

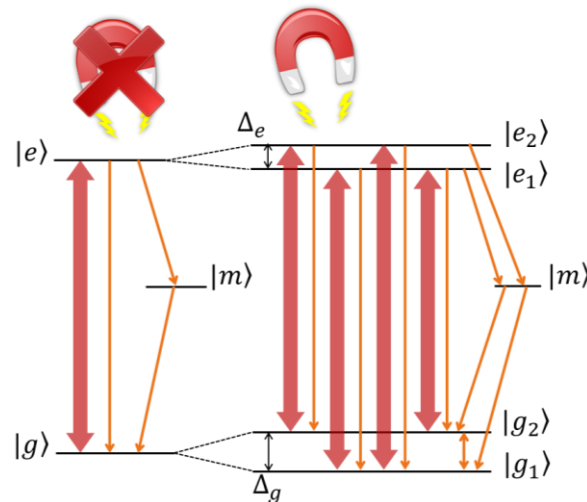


Figure III-4. Structure équivalente du thulium après avoir négligé le niveau 3H_5 et considéré l'ajout éventuel d'un champ magnétique. Les niveaux fondamental $|g\rangle$ et excité $|e\rangle$ se scindent en $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$ d'une part et en $|e_1\rangle$ et $|e_2\rangle$ d'autre part. Les éclatements Zeeman du niveau fondamental et du niveau excité sont notés respectivement Δ_g et Δ_e .

En plus des relaxations précédemment explicitées sur la Figure III-3, une relaxation supplémentaire apparaît qui tend à équilibrer les populations atomiques des deux sous-niveaux fondamentaux. La durée caractéristique de cette relaxation peut atteindre plusieurs secondes, ce qui permet d'envisager un stockage d'information de longue durée en comparaison de ce qu'il est possible de faire en utilisant le niveau métastable $|m\rangle$.

III.2. Mesure des paramètres de relaxation du thulium sous champ magnétique

Disposant de la structure atomique de la Figure III-4, et compte-tenu de la multiplicité des transitions optiques et relaxations possibles sous champ magnétique, il nous faut alors quantifier le caractère préférentiel de la relaxation d'un niveau vers un autre et s'assurer des valeurs des durées de relaxations que l'on peut trouver dans la littérature. En effet, bien que les différentes mesures de durées de vie effectuées et

recensées dans la littérature soient du même ordre de grandeur, il existe néanmoins certaines disparités. L'influence des interactions entre thulium sur les différentes durées de relaxation étant aujourd'hui mal connue, on peut attribuer la disparité des valeurs mesurées à la disparité des dopages des échantillons testés [Arm1992, Ahl2015]. En vue d'une application pour le traitement de signaux radiofréquence, il nous faut donc *a minima* connaître et mesurer les paramètres de relaxation des cristaux que nous utilisons. Nous définissons alors ces paramètres à l'aide de la Figure III-5.

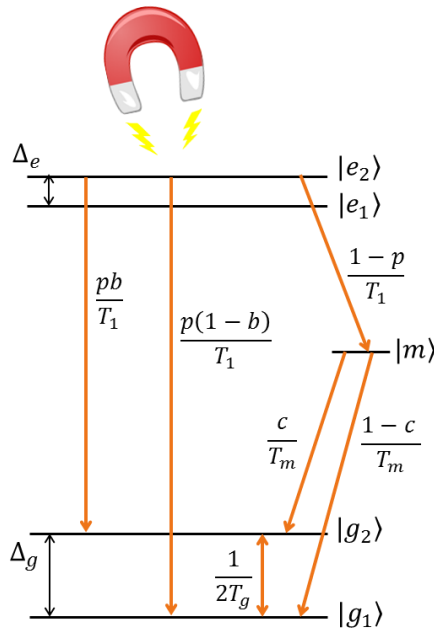


Figure III-5. Schéma de relaxation partant d'un atome excité dans l'état $|e_2\rangle$. Les paramètres p , b et c quantifient la préférence de la relaxation vers un état ou un autre [Ahl2015].

Sur ce schéma, on retrouve la durée de vie de l'état excité T_1 , celle de l'état métastable T_m et la durée de rééquilibrage entre les deux sous-niveaux fondamentaux T_g . Ce rééquilibrage allant dans les deux sens, en définissant le taux $1/(2T_g)$, le retour à l'équilibre se fait à la vitesse $1/T_g$. Les paramètres p , b , et c désignent les branchements des différents chemins de relaxation. Le paramètre p quantifie la préférence de relaxation depuis l'état excité vers l'état fondamental directement ou via l'état métastable. Le paramètre b quantifie la conservation de spin nucléaire pour une relaxation directe, qui correspond au passage d'un sous-niveau de l'état excité à un sous-niveau du fondamental de même spin ($|e_2\rangle \rightarrow |g_2\rangle$ ou $|e_1\rangle \rightarrow |g_1\rangle$) ou de spin opposé ($|e_2\rangle \rightarrow |g_1\rangle$ ou $|e_1\rangle \rightarrow |g_2\rangle$). Enfin, le paramètre c quantifie la conservation de spin dans le cas où la relaxation a eu lieu via l'état métastable.

Nous allons montrer dans le paragraphe suivant (III.2.1), que suivre la modification du spectre d'absorption sous champ magnétique suite à une excitation monochromatique permet de mesurer les différents paramètres de relaxation. Nous en déduisons le protocole et montage expérimental (III.2.2) et présenterons les résultats expérimentaux obtenus (III.2.3).

III.2.1. Impact d'une impulsion monochromatique sur le spectre d'absorption sous champ magnétique

Nous considérons une excitation monochromatique sur les ions thulium. Dans ce paragraphe, nous allons analyser l'impact d'une telle excitation sur les populations des différents niveaux, et en déduire les modifications associées du spectre d'absorption.

Du fait de l'éclatement Zeeman, comme l'indique la Figure III-4, quatre transitions optiques sont possibles. Par conséquent, une excitation monochromatique peut exciter quatre classes d'atomes différentes, comme indiqué sur la Figure III-6.

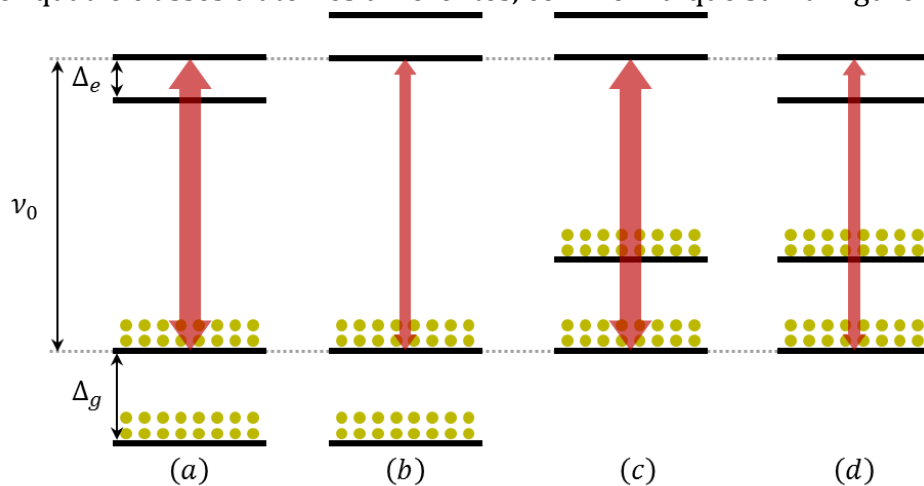


Figure III-6. Quatre classes d'ions thulium pouvant réagir à une excitation monochromatique de fréquence ν_0 . Les double-flèches rouges symbolisent l'excitation, dont la force est représentée par la largeur. Afin d'alléger cette figure, nous n'avons pas représenté le niveau métastable de chacune de ces quatre classes d'atomes. En effet, ce niveau n'intervient qu'au cours de la relaxation. À l'équilibre thermodynamique, les populations des sous-niveaux Zeeman du fondamental sont égales. Elles sont représentées par deux fois seize boules jaunes.

Sur cette figure, nous avons distingué les forces d'excitation en fonction des classes d'atomes. En effet, chaque ion dispose de quatre transitions optiques, la norme des dipôles $\vec{\mu}$ associés pouvant différer. Les transitions conservant le spin nucléaire ($|e_2\rangle \rightarrow |g_2\rangle$ et $|e_1\rangle \rightarrow |g_1\rangle$), sont dites fortes et ont un dipôle de même norme, qui est supérieure à celle des dipôles correspondant à des transitions inversant le spin ($|e_2\rangle \rightarrow |g_1\rangle$ ou $|e_1\rangle \rightarrow |g_2\rangle$), dites faibles. Le rapport entre le carré de ces deux normes est appelé rapport de branchement. Il a été montré théoriquement que ce rapport est inférieur à 0,24 [Gui2005, Lou2007]. Celui-ci dépend de l'orientation du champ magnétique et peut s'annuler pour les ions de couleur claire (1, 3 et 5) (voir Figure III-2) dans le cas où le champ magnétique est orienté selon l'axe cristallin [111]. Si celui-ci s'annule, la transition est alors interdite et dans ce cas, une impulsion monochromatique ne concernerait que les classes d'ions (a) et (c).

Du fait de la faible valeur du rapport de branchement, la contribution des transitions faibles à l'absorption à une fréquence donnée est très limitée. Pour simplifier, nous considérons que l'absorption lue par une sonde balayée en fréquence

ne se fait que sur des transitions fortes. Rappelons que l'absorption à une fréquence optique est proportionnelle à la différence de populations de la transition. Aussi, pour obtenir qualitativement l'évolution du spectre d'absorption après un délai de relaxation τ_r suivant une impulsion monochromatique de fréquence optique ν_0 , on s'intéresse aux différences de populations des transitions fortes des quatre classes d'atomes présentées sur la Figure III-6. Par ailleurs, les durées de relaxation mesurées et recensées dans la littérature font toujours état du constat $T_1 \ll T_m \ll T_g$ [Arm1992, Ahl2015, Ohl2003, Vei2016]. Partant de ce principe, nous allons analyser l'évolution des populations et en déduire les modifications de l'absorption suite à l'excitation d'une impulsion monochromatique, pour des différentes durées de relaxation $\tau_r = 0, \tau_r \in [T_1, T_m], \tau_r \in [T_m, T_g]$ et $\tau_r \gg T_g$.

III.2.1.a. $\tau_r = 0$, immédiatement après l'excitation

L'absorption au repos, avant excitation, correspond sur la Figure III-6 à seize boules dans le niveau inférieur d'une transition et aucune dans le niveau supérieur. L'absorption initiale, avant excitation, est donc de 16 pour l'ensemble des fréquences d'intérêt.

Immédiatement après l'excitation, analysons les modifications sur l'absorption aux fréquences $\nu_0, \nu_0 \pm \Delta_e, \nu_0 \pm \Delta_g, \nu_0 \pm (\Delta_g - \Delta_e)$ et $\nu_0 \pm \Delta_g$. L'évolution des populations des quatre classes d'atomes sont représentées sur la Figure III-7.

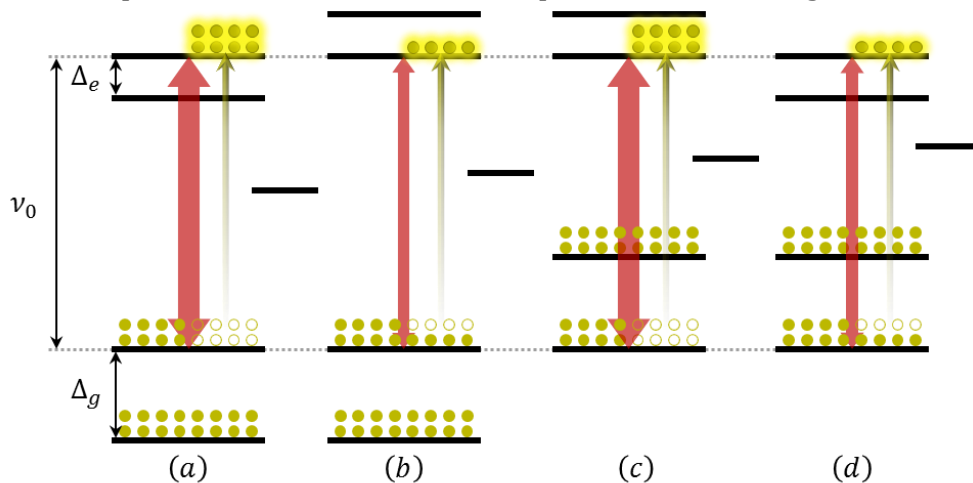


Figure III-7. Evolution des populations sur les quatre classes d'ions thulium immédiatement après une excitation monochromatique de fréquence ν_0 ($\tau_r = 0$). Les double-flèches rouges symbolisent l'excitation, dont la force est représentée par la largeur. Celle-ci a pour effet de tendre à équilibrer les populations des deux niveaux concernés. Les populations atomiques de chaque niveau sont représentées par des boules (initialement, seize boules dans chaque sous-niveau Zeeman). Les déplacements de populations sont représentés par des cercles et des boules en surbrillance, accompagnées de flèches directionnelles.

On suppose pour schématiser qu'une excitation sur une transition forte équilibre parfaitement les populations tandis qu'une excitation sur une transition faible déplace moitié moins d'atomes.

- La fréquence ν_0 ne correspondant à des transitions fortes que pour les classes d'atomes (a) et (c), ce sont les seules classes « lisibles » par la sonde. De plus, les populations étant équilibrées (8 boules sur chaque niveau), l'absorption passe de 16 à $8-8=0$ et est donc nulle.
- La fréquence $\nu_0 + \Delta_e$ ne correspond à une transition forte que pour la classe d'atomes (b). L'absorption passe de 16 à $12-0=12$ et est donc diminuée. On obtient le même résultat pour la fréquence $\nu_0 - \Delta_e$ qui n'est une transition forte que pour la classe (d).
- La fréquence $\nu_0 + \Delta_g$ ne correspond à une transition forte que pour la classe d'atomes (b). L'absorption passe de 16 à $16-4=12$ et est donc diminuée. On obtient le même résultat pour la fréquence $\nu_0 - \Delta_g$ qui n'est une transition forte que pour la classe (d).
- La fréquence $\nu_0 + (\Delta_g - \Delta_e)$ ne correspond à une transition forte que pour la classe d'atomes (a). L'absorption reste inchangée. Il en va de même pour la fréquence $\nu_0 - (\Delta_g - \Delta_e)$ qui se lit sur la classe (c).

III.2.1.b. Cas où $\tau_r \in [T_1, T_m]$

Dans ce cas, une partie des atomes aura relaxé vers l'état métastable, qui ne participe pas à l'absorption dans les gammes de fréquences observées. Le reste retombera dans un des sous-niveaux Zeeman du niveau fondamental comme illustré sur la Figure III-8.

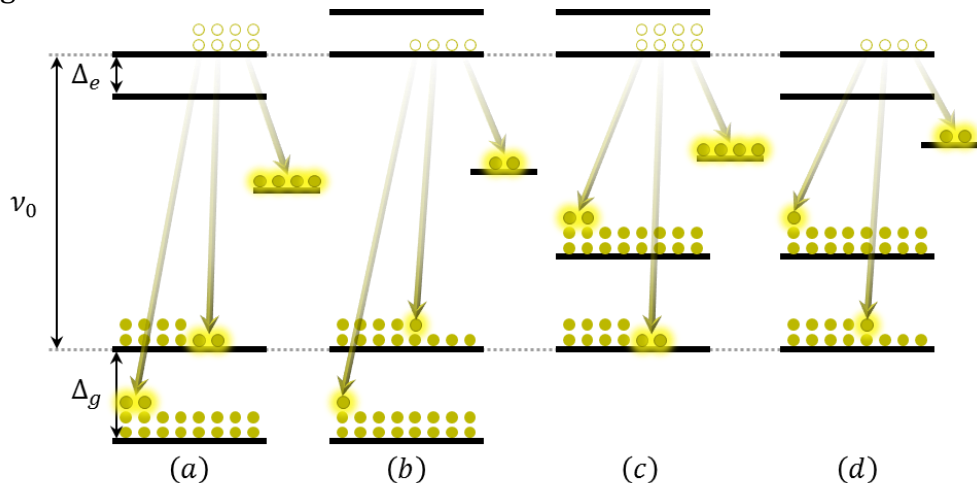


Figure III-8. Evolution des populations sur les quatre classes d'ions thulium suite à une excitation monochromatique de fréquence ν_0 , après relaxation de l'état excité seulement ($\tau_r \in [T_1, T_m]$). Suite de la Figure III-7, les mêmes codes schématiques sont utilisés.

En reprenant le même type de raisonnement que dans le cas précédent, on en déduit :

- À la fréquence ν_0 ((a) et (c)), une portion pb (voir Figure III-5) relaxe directement vers le niveau de même spin, d'où un regain en absorption.
- À la fréquence $\nu_0 + \Delta_e$ (b), une portion $p(1 - b)$ relaxe directement vers le sous-niveau de spin opposé entraînant un regain en absorption. On obtient le même résultat pour la fréquence $\nu_0 - \Delta_e$ (d).
- À la fréquence $\nu_0 + \Delta_g$ (b), l'état excité étant vidé et une partie pb retombant vers le niveau déjà rempli à 16 est donc rempli au-delà de 8. L'absorption est donc rehaussée même au-delà de la valeur au repos. On observe le même phénomène à la fréquence $\nu_0 - \Delta_g$ (d).
- À la fréquence $\nu_0 + (\Delta_g - \Delta_e)$ (a), l'état excité est vidé et une portion $p(1 - b)$ relaxe directement vers le sous-niveau de spin opposé, augmentant le nombre de boules au-delà de 16 et donc l'absorption au-delà de sa valeur au repos. Le même phénomène se produit à la fréquence $\nu_0 - (\Delta_g - \Delta_e)$ (c).

III.2.1.c. Cas où $\tau_r \in [T_m, T_g]$

Plus aucun atome ne se situe alors dans l'état métastable. Seul persiste un déséquilibre entre les sous-niveaux du fondamental de chaque classe d'atomes comme illustré sur la Figure III-9.

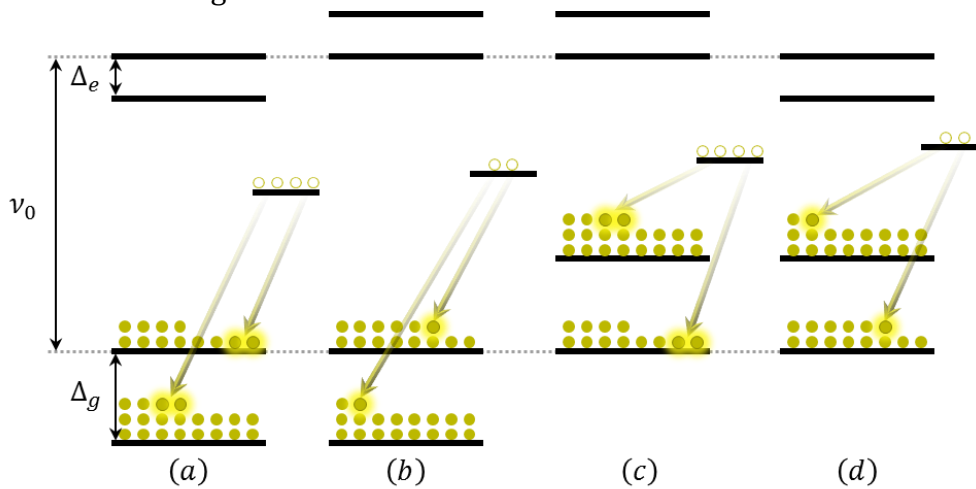


Figure III-9. Evolution des populations sur les quatre classes d'ions thulium suite à une excitation monochromatique de fréquence ν_0 , après relaxation de l'état métastable ($\tau_r \in [T_m, T_g]$). Suite de la Figure III-8, les mêmes codes schématiques sont utilisés.

- À la fréquence ν_0 ((a) et (c)), une portion valant $pb + (1 - p)c \leq 1$ a fini par rejoindre le sous-niveau du fondamental de départ comblant un peu plus l'absorption, qui n'est cependant complètement résorbée que si $pb + (1 - b)c = 1$.
- À la fréquence $\nu_0 + \Delta_e$ (b), une portion valant $p(1 - b) + (1 - p)(1 - c) \leq 1$ a fini par rejoindre le sous-niveau du fondamental de départ, comblant un peu plus l'absorption, qui n'est

cependant complètement résorbée que si cette portion vaut 1. On obtient le même résultat pour la fréquence $\nu_0 - \Delta_e$ (d).

- À la fréquence $\nu_0 + \Delta_g$ (b), une portion valant $pb + (1 - p)c$ aura fini par changer de spin nucléaire et contribue à augmenter l'absorption au-delà de sa valeur initiale. On observe le même phénomène à la fréquence $\nu_0 - \Delta_g$ (d).

- À la fréquence $\nu_0 + (\Delta_g - \Delta_e)$ (a), une portion valant $p(1 - b) + (1 - p)c$ aura fini par changer de spin nucléaire et contribue à augmenter l'absorption au-delà de sa valeur initiale. Le même phénomène se produit à la fréquence $\nu_0 - (\Delta_g - \Delta_e)$ (c).

III.2.1.d. Cas où $\tau_r \gg T_g$

Enfin, pour une durée de relaxation suffisamment grande, tous les atomes auront fini par revenir à l'équilibre thermodynamique comme illustré sur la Figure III-10. L'absorption reviendra alors à son niveau initial, avant l'excitation.

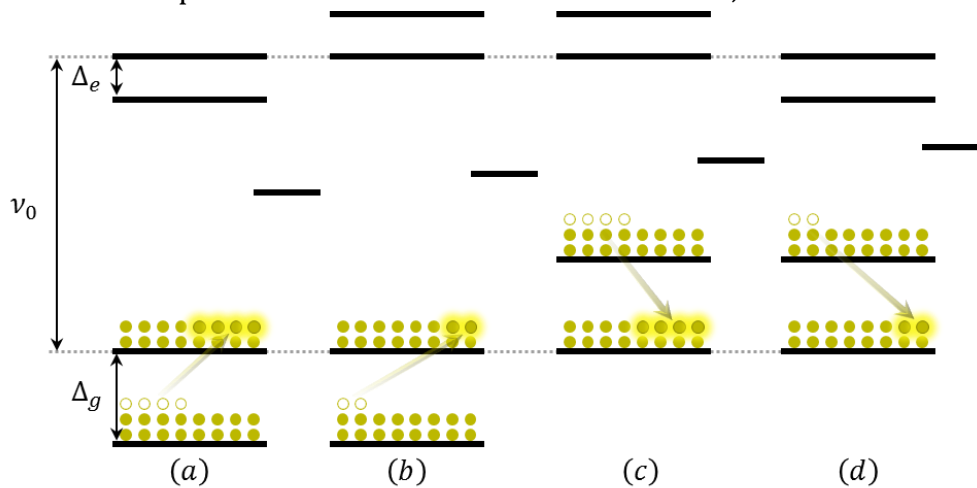


Figure III-10. Evolution des populations sur les quatre classes d'ions thulium suite à une excitation monochromatique de fréquence ν_0 , pour une durée de relaxation suffisamment longue, après rééquilibrage entre les sous-niveaux Zeeman ($\tau_r \gg T_g$). Suite de la Figure III-9 Figure III-8, les mêmes codes schématiques sont utilisés.

En conclusion, si on suit au cours du temps le spectre d'absorption suite à une excitation monochromatique, on devrait observer, comme nous le verrons sur la Figure III-13 :

- À la fréquence ν_0 , un trou central présent dès l'excitation qui ne fait que décroître au cours du temps.
- Aux fréquences $\nu_0 \pm \Delta_e$, deux trous présents dès l'excitation qui ne font que décroître au cours du temps.
- Aux fréquences $\nu_0 \pm \Delta_g$, deux trous présents dès l'excitation qui deviennent des « anti-trous » rapidement avec la relaxation de l'état excité, et donc avec la constante de temps T_1 . Ces anti-trous continuent

de croître jusqu'à ce que la relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du fondamental ne les efface.

- Aux fréquences $\nu_0 \pm (\Delta_g - \Delta_e)$, deux anti-trous qui apparaissent avec la constante de temps T_1 et continuent de croître jusqu'à la relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du fondamental.

III.2.2. Montage expérimental

Ayant défini les différents paramètres de relaxation et évalué qualitativement leur impact sur l'évolution au cours du temps du spectre d'absorption suite à une impulsion monochromatique, nous nous intéressons à une expérience quantitative permettant de mesurer les différents paramètres de relaxations. Nous considérons alors le schéma expérimental présenté sur la Figure III-11.

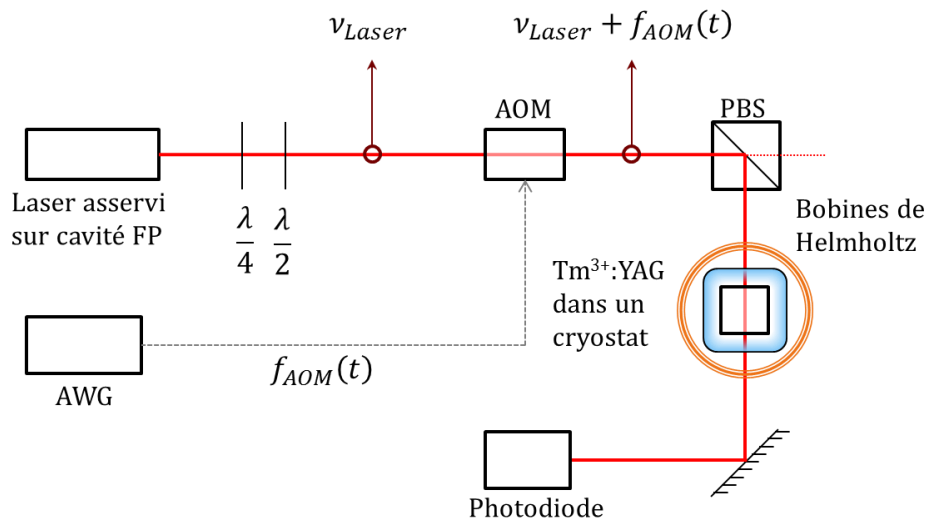


Figure III-11. Montage expérimental permettant de mesurer les paramètres de relaxation. Les lames d'onde et le cube séparateur de polarisation (PBS pour le terme anglophone « Polarizing Beam Splitter ») permet de maximiser la puissance optique et de fixer la polarisation verticalement. Le générateur de formes arbitraire (AWG pour Arbitrary Waveform Generator) permet d'utiliser le modulateur acousto-optique (AOM pour Acousto-Optic Modulator) pour générer les impulsions de gravure et des sondes balayées en fréquence pour mesurer l'absorption (voir Figure III-12). L'AOM fonctionne autour de 110 MHz sur une bande passante d'environ 10 MHz. Pour une bonne précision de la mesure, nous utilisons un laser en cavité externe dont la fréquence fixe est stabilisée au moyen d'un asservissement Pound-Drever-Hall sur une cavité Fabry-Pérot (FP) (asservissement précédemment mis en place et décrit dans [Cro2004(1)]).

Sur ce montage, la polarisation est fixée verticalement, de même que le champ magnétique, généré par des bobines de Helmholtz extérieures au cryostat. Le cristal est orienté de manière à ce que les champs électriques et magnétiques soient suivant l'axe cristallin [111]. Dans cette orientation, le rapport de branchement est théoriquement nul [Gui2005, Lou2007] : aucun trou ni anti-trou aux positions $\nu_0 \pm \Delta_e$ et $\nu_0 \pm \Delta_g$ ne devraient théoriquement apparaître. De plus, comme nous le verrons au

chapitre V dont l'objet est la programmation de réseaux spectraux, cette orientation est plus efficace.

Par ailleurs, comme précisé en introduction de ce chapitre, le cristal doit être maintenu à basse température. Celui-ci est alors placé dans un cryostat muni d'un insert à température variable. À pression atmosphérique, la température d'ébullition de l'hélium est de 4,2 K. En revanche, en utilisant le principe de la détente de Joule-Thomson, on peut abaisser la température et travailler entre 2 et 5 K de manière suffisamment stable.

À l'aide de ce montage, et en pilotant le modulateur acousto-optique à l'aide du générateur de formes arbitraires, nous envoyons une « paire impulsion-sonde » dans le cristal suivant le chronogramme illustré sur la Figure III-12.

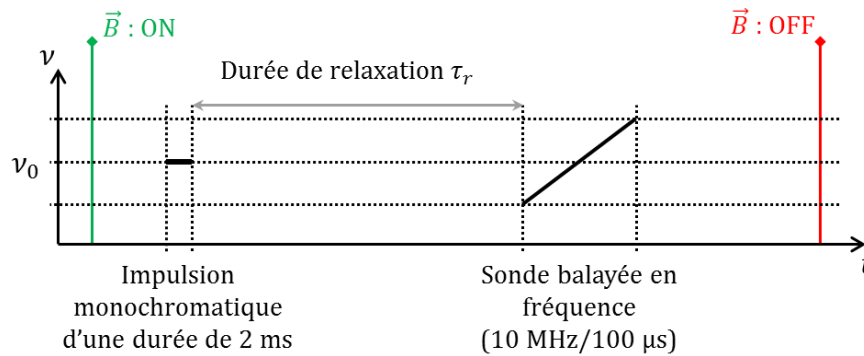


Figure III-12. Chronogramme de la fréquence ν du faisceau laser incident sur le cristal permettant de mesurer les différents paramètres de relaxation. Dans un premier temps, on allume le champ magnétique. Une impulsion monochromatique est ensuite envoyée. On laisse alors un temps de relaxation τ_r avant de sonder l'absorption et éteindre le champ magnétique.

L'activation et la désactivation du champ magnétique se fait en jouant sur le courant électrique circulant dans les bobines de Helmholtz. L'extinction du champ magnétique entre deux mesures permet de remélanger les deux sous-niveaux $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$, et donc d'atteindre une absorption « au repos » en quelques dizaines de ms (durée de vie du niveau métastable), sans avoir à attendre la relaxation exponentielle des niveaux fondamentaux qui peut prendre plusieurs secondes voire plusieurs minutes.

Nous répétons ce chronogramme en faisant varier la durée de relaxation τ_R pour pouvoir ensuite suivre l'évolution du motif sondé et donc des populations atomiques au cours du temps.

III.2.3. Résultats expérimentaux

Ce protocole permet d'obtenir l'évolution du spectre d'absorption sur une fenêtre de quelques MHz. Les résultats pour plusieurs durées de relaxation sont illustrés sur la Figure III-13.

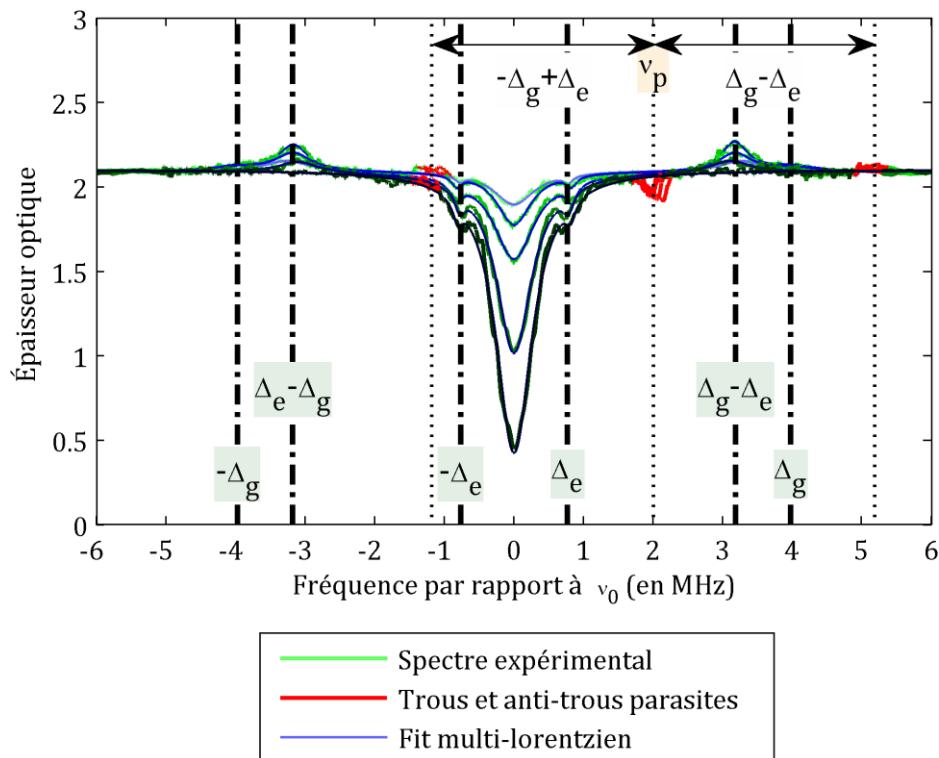


Figure III-13. Exemples de spectres obtenus pour des durées de relaxation de $100 \mu\text{s}$, 1 ms , 10 ms , 100 ms , 1 s et 25 s . Ils correspondent dans cet ordre aux courbes présentant un trou central du plus au moins profond (en nuances du plus foncé au plus clair). On note l'apparition d'un parasite à $\nu_p = 2 \text{ MHz}$ qui fait également apparaître des anti-trous de part et d'autre à une distance $\Delta_g - \Delta_e$. Cette figure correspond à une mesure à une température de 3 K et un champ magnétique de 10 mT .

Sur cette figure, on peut noter la présence d'anti-trous à $\pm\Delta_e$ et $\pm\Delta_g$. Ces anti-trous, bien qu'explicables en général par le paragraphe III.2.1, ne devraient pas exister avec notre choix d'orientation des champs électrique et magnétique. On attribue alors leur présence à un probable défaut d'alignement. En effet, le cristal utilisé ici est de forme parallélépipédique dont certaines arêtes coïncident avec l'axe cristallin [001]. Un support inclinable sur lequel a été fixé le cristal a donc été nécessaire. La taille de ce support avoisinant le centimètre, il est difficile de s'assurer de son orientation précise. Un défaut d'alignement de quelques degrés peut suffire à invalider l'hypothèse de nullité du rapport de branchement donc l'interdiction des transitions faibles. Cependant, comme le montre la Figure III-13, il est malgré tout possible d'ajuster les courbes sur une somme de lorentziennes. Ces ajustements nécessitent de ne pas tenir compte des parties colorées en rouge qui désignent un trou parasite et ses anti-trous à $\pm(\Delta_g - \Delta_e)$. Le trou ayant été inscrit à l'aide d'un modulateur acousto-optique fonctionnant autour de 110 MHz , sa position unique à $+2 \text{ MHz}$ sans son double à -2 MHz écarte l'hypothèse d'un parasite à 2 MHz . On suppose donc que notre montage a pâti de la présence d'un signal radiofréquence à 112 MHz , ce qui correspond aux radios de guidage à l'atterrissage de l'aéroport d'Orly, proche du laboratoire.

Comme l'absorption à une fréquence est proportionnelle à la différence de populations atomiques d'une transition, on peut observer la relaxation des populations atomiques à travers l'évolution de l'aire des lorentziennes. En effet, tandis qu'une éventuelle diffusion spectrale influencerait sur la largeur à mi-hauteur, l'aire quant à elle ne dépend que des différences de populations atomiques. L'aire est donc le paramètre adéquat pour suivre la relaxation des populations atomiques. En utilisant les équations obtenues par résolution du système différentiel issu de la Figure III-5 [Ahl2015], on peut alors obtenir les valeurs des paramètres de relaxation précédemment définis. Pour ce faire, il suffit d'ajuster les fonctions d'évolutions de populations atomiques sur les points expérimentaux donnant les aires des trous et anti-trous au cours du temps, comme l'illustre la Figure III-14.

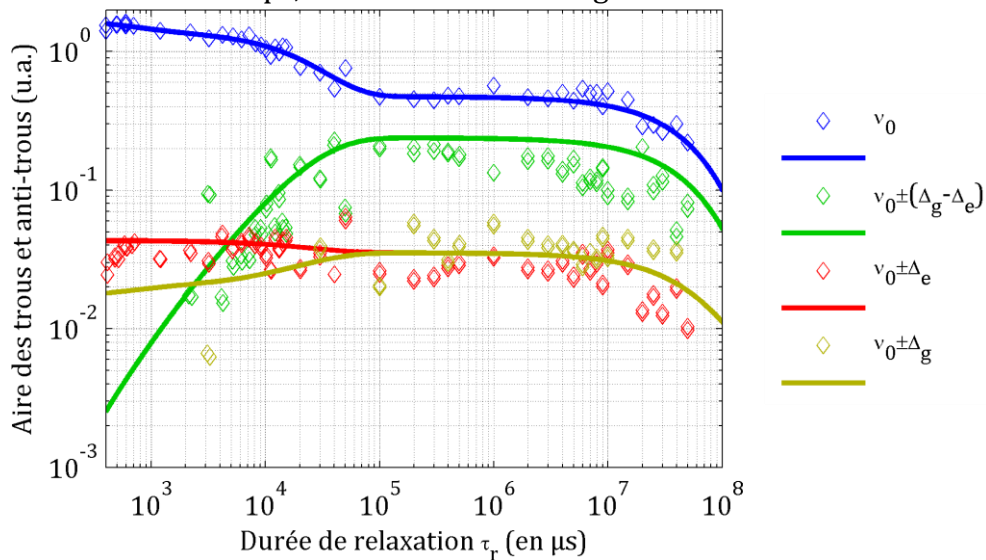


Figure III-14. Évolution des aires des trous et anti-trous, caractéristiques de l'évolution des populations atomiques. Les courbes d'ajustement sont affichées en traits pleins tandis que les points expérimentaux sont illustrés par des losanges. Les mesures présentées ont été effectuées à une température de 3 K et avec un champ magnétique de 10 mT.

On note que comme nous avons utilisé des impulsions de gravure relativement longues (2 ms), au moment de la mesure, la population de l'état excité est déjà très faible puisque son temps de relaxation est de quelques centaines de μs . Nous nous attendons alors à avoir une grande incertitude sur la valeur de la durée de vie de l'état excité. Pour les mêmes raisons, les trous prévus par la théorie immédiatement après l'excitation aux positions relatives $\pm\Delta_g$ et se transformant en anti-trous à mesure que l'état excité de relaxe sont difficilement mesurables. À partir des ajustements, nous obtenons les paramètres illustrés sur la Figure III-15 :

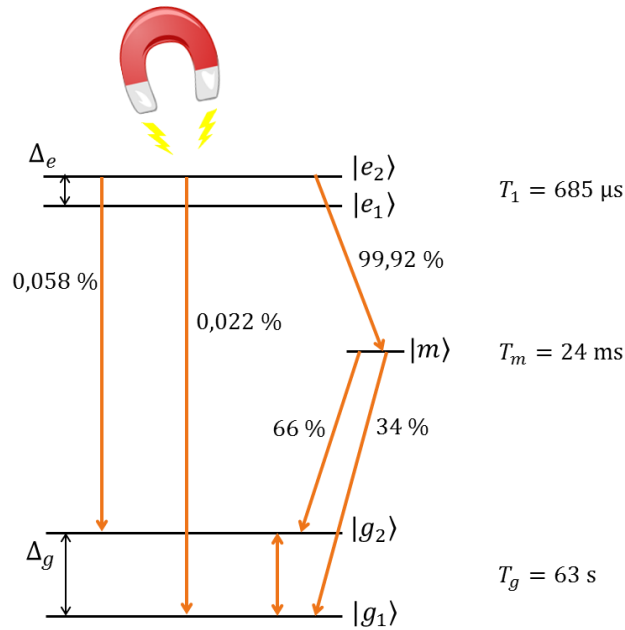


Figure III-15. Reprise de la Figure III-5 où sont inscrites les durées de relaxation mesurées T_1 , T_m et T_g ainsi que les proportions mesurées d'atomes relaxant vers tel ou tel niveau. Ces mesures ont été effectuées à 3 K.

Nous avons effectué d'autres mesures à des températures de 2,6 K, 3,85 K et 4,75 K, dont les résultats sont rassemblés dans le Tableau III-2. Les proportions mesurées sont similaires à $\pm 1,5\%$ en fonction de la température. On retiendra que la quasi-totalité des atomes (au moins 90 %) relaxe via le niveau métastable, à partir duquel environ un tiers relaxe en changeant de spin nucléaire par rapport à l'état initial.

Température (K)	p	b	c	T_1	T_m	T_g
2,6	0,1 %	70 %	62,4 %	1000 μ s	15,9 ms	268 s
3,0	0,08 %	70 %	66,2 %	700 μ s	23,7 ms	63,0 s
3,85	2,6 %	70 %	66,8 %	300 μ s	24,9 ms	6,30 s
4,75	0,4 %	-	65,1 %	-	23,5 ms	0,85 s

Tableau III-2. Paramètres de relaxations en lien avec la Figure III-5 mesurés pour différentes températures.

À 4,75 K, nous n'avons pas pu mesurer la relaxation de l'état excité (la mesure du paramètre b est donc inaccessible). En effet, à une température aussi élevée, la durée de vie des cohérences optiques diminue, ce qui se traduit par un élargissement des structures gravées. Les trous à $\pm\Delta_e$ se confondent alors avec le trou central et les anti-trous à $\pm(\Delta_g - \Delta_e)$ et $\pm\Delta_g$ s'aplatissent et deviennent difficilement distinguables du bruit de mesure.

Par ailleurs, nous supposons que les variations de la durée de vie de l'état excité ne sont dues qu'à l'incertitude de la mesure due à la longue durée de gravure. En effet, les impulsions de gravure étant fixées dans cette expérience à 2 ms, au moment de la lecture, la population de l'état excité est alors déjà très faible, ce qui rend la mesure de T_1 très incertaine (estimée à plusieurs dizaines de pourcents). Il en va donc de même pour les valeurs de p et b . Néanmoins, même avec une telle

incertitude relative, la valeur de p , qui détermine la proportion d'atomes relaxant directement vers un des deux sous-niveaux du fondamental, reste assurément très faible.

En conclusion, on peut retenir qu'au moins 90 % de la relaxation se fait via le niveau métastable, et ce indépendamment de la température. À partir de là, on constate près de deux tiers de conservation de spin nucléaire contre un tiers de changement de spin. À titre de comparaison, R. Ahlefeldt *et al.* trouvent une valeur de $p = 30\%$ (donc 70 % des ions relaxent via le métastable) et obtiennent comme nous une répartition 1/3 et 2/3 de changement et de conservation de spin en passant par le métastable [Ahl2015]. La relaxation finale dépend fortement de la température : pour donner un ordre de grandeur, pour une augmentation de la température de 1 K, la durée de vie décroît d'un facteur environ 20. À partir de ces quatre points de température, on déduit une décroissance exponentielle de T_g avec la température (voir Figure III-16), ce qui tend à montrer que le processus d'Orbach [Orb1961] est le processus prédominant dans cette relaxation, ce qui est en accord avec les travaux de L. Veissier *et al.* [Vei2016].

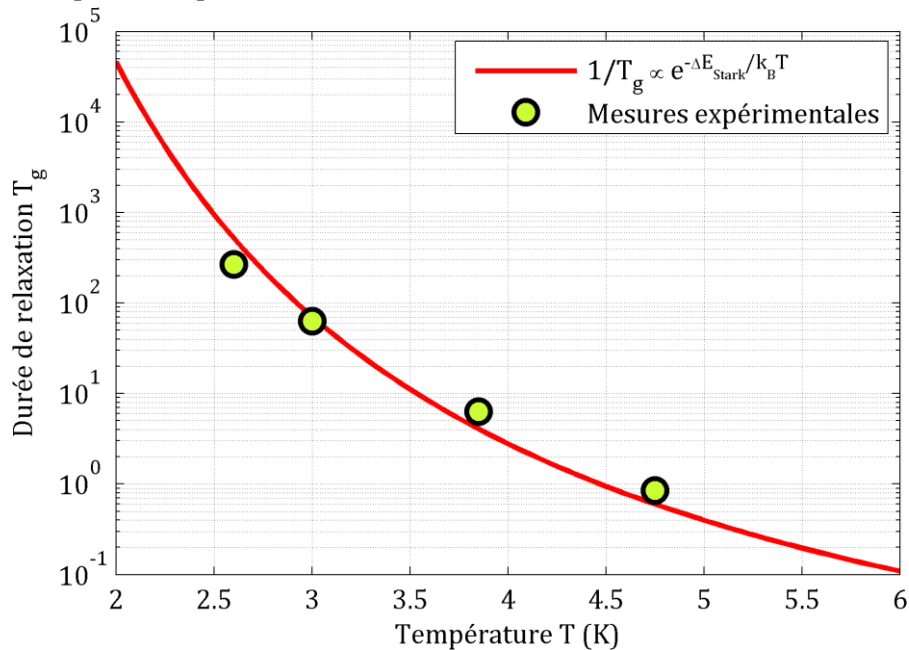


Figure III-16. Durées de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du niveau fondamental issues du Tableau III-2. La courbe rouge est un ajustement exponentiel, dont les paramètres E_{Stark} et k_B (constante de Boltzmann) sont fixes. En effet, ΔE_{Stark} est la différence d'énergie entre le niveau électronique fondamental considéré et le sous-niveau du multiplet Stark immédiatement supérieur. $\Delta E_{Stark} = 5.4 \cdot 10^{-22} \text{ J} \equiv 810 \text{ GHz} \equiv 27 \text{ cm}^{-1}$ [Gru1989]. La seule variable d'ajustement ici est le coefficient de proportionnalité.

Enfin, nous avons pu constater une augmentation de la durée de relaxation des sous-niveaux Zeeman avec le champ magnétique, allant de plusieurs secondes à plusieurs dizaines de minutes (pour des champs allant de quelques mT à quelques dizaines de mT). Les résultats sont illustrés sur la Figure III-17.

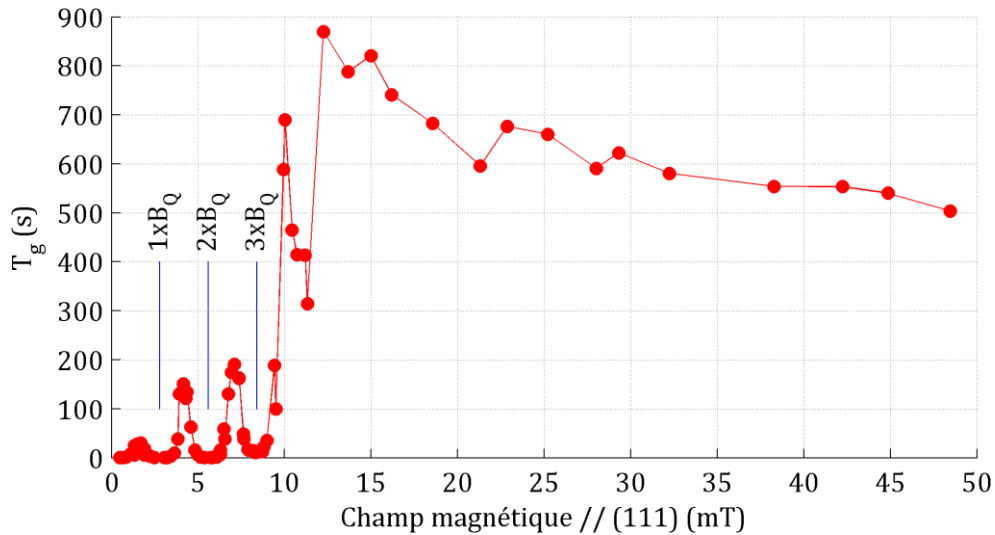


Figure III-17. Durées de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du niveau fondamental en fonction du champ magnétique. Les barres bleues indiquent les champs magnétiques pour lesquels on observe une résonance avec les ions aluminium, qui provoque une rapide relaxation [Ahl2015].

Bien que nous ne comprenions pas pour l'heure les raisons physiques de ces variations, nous pouvons néanmoins affirmer que pour un stockage long d'un motif dans le spectre d'absorption du thulium, il convient de travailler sous un champ magnétique de l'ordre de la dizaine de mT. Pour des champs magnétiques de l'ordre de plusieurs teslas, cas que nous n'avons pas pu explorer avec les moyens dont nous disposons en laboratoire, les travaux de L. Veissier *et al.* permettent d'expliquer les durées de relaxations mesurées et notent finalement une diminution pour des champs magnétiques au-delà de 3 T [Vei2016].

III.3. Diffusion spectrale instantanée

Dans cette partie, nous nous intéressons à la diffusion spectrale instantanée (ou ISD pour *Instantaneous Spectral Diffusion*²). On parle de diffusion car ce phénomène se manifeste par une marche aléatoire de la fréquence de résonance des ions thulium. Cette caractéristique statistique correspond alors à une diffusion. En revanche, cette marche aléatoire est instantanée, contrairement à d'autres phénomènes physiques tels que le bruit de phase d'un laser par exemple [Sch1958] où la marche aléatoire se fait au cours du temps. Le résultat de diffusion est alors statique. Bien que ce phénomène ait été mesuré dans d'autres matériaux SHB [Tay1974, Liu1987, Liu1990(1), Liu1990(2), Krö1991, Hua1989, Hua1990], nous ne nous intéressons qu'au cas du $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$, dans lequel l'origine physique de l'ISD est encore mal connue aujourd'hui. En effet, les mécanismes décrivant l'ISD dans les autres matériaux (interaction dipolaire électrique ou magnétique) ne suffisent pas pour expliquer ce qui est observé dans le $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$. Néanmoins, en vue d'une utilisation de ce matériau pour des applications de traitement de signaux RF nous

² Dans la suite de ce manuscrit, pour plus de commodité, nous n'utiliserons que la forme abrégée ISD.

devons quantifier l'impact de l'ISD, qui peut avoir un effet dommageable sur la résolution spectrale d'une fonction enregistrée dans le spectre d'absorption.

Dans les paragraphes suivants, nous commencerons par donner une description phénoménologique, puis nous décrivons les expériences mises en place pour le quantifier.

III.3.1. Approche phénoménologique

Considérons la raie d'absorption du Tm³⁺:YAG, de 20 GHz de large. Supposons que l'on envoie un faisceau monochromatique de fréquence ν_0 à travers le cristal pour y creuser un trou spectralement fin. Si l'on vient exciter massivement d'autres ions thulium n'importe où dans la bande de 20 GHz, on peut observer un élargissement du trou préalablement creusé. Cet élargissement vient de la diffusion de la fréquence de résonance des ions constituant le trou fin initialement creusé. La Figure III-18 illustre ce phénomène.

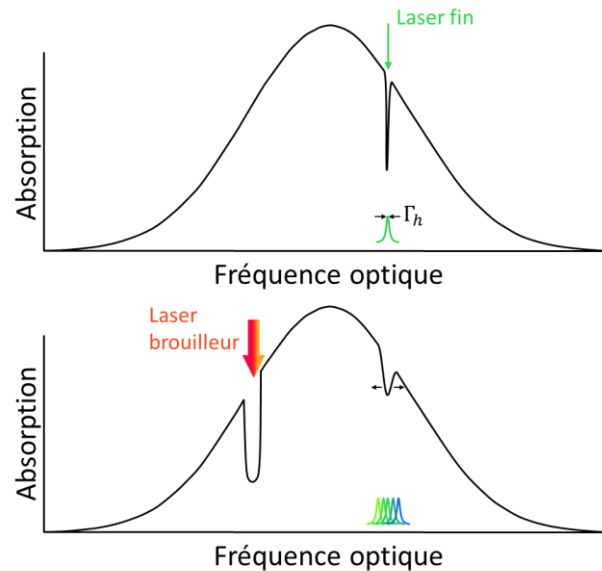


Figure III-18. Manifestation du phénomène d'ISD sur un trou spectral. La fréquence des ions excités par un faisceau monochromatique varie en raison de l'excitation d'autres ions résonnant à des fréquences différentes.

L'interaction qu'a un ion thulium avec chaque atome ou ion environnant est instantanément modifiée par l'excitation dite de brouillage. La modification de chaque interaction prise individuellement peut se traduire par une somme de décalages aléatoires de la fréquence de résonance. C'est pour cela que l'on parle de marche aléatoire qui aboutit à une diffusion spectrale instantanée.

De manière quantitative, on constate un élargissement proportionnel à la densité d'ions thulium excités par unité de volume. Des mesures effectuées sur des cristaux de dopages différents ont permis d'obtenir des coefficients d'ISD exprimés en Hz.cm³. Des valeurs de $2,3 \cdot 10^{-12}$ Hz.cm³ et $2,4 \cdot 10^{-12}$ Hz.cm³ ont été mesurées dans des échantillons de Tm³⁺:YAG dopés respectivement à 0,1 % et 1 % [Thi2014(2)]. Ces mesures confirment que le décalage en fréquence des ions se fait par une interaction

en $1/r^3$. En raison de la symétrie D_2 du site de substitution du thulium dans le YAG, il ne peut pas exister de dipôle électrique permanent dans ce cristal. De récentes mesures effectuées pas T. Chanelière et W. Tittel le confirment [Chanelière2012]. On peut donc écarter l'interaction dipolaire électrique comme cause possible de l'ISD.

Par ailleurs, l'interaction dipolaire magnétique, ayant également une dépendance spatiale en $1/r^3$, est environ deux à trois ordres de grandeur trop faible pour pouvoir expliquer les élargissements observés. En effet, l'énergie d'interaction dipolaire magnétique entre deux particules s'écrit :

$$E_{mag} = -\frac{\mu_0}{4\pi r_{12}^3} (3(\vec{m}_1 \cdot \vec{e}_{12})(\vec{m}_2 \cdot \vec{e}_{12}) - \vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2), \quad \text{III.5}$$

où μ_0 est la permittivité magnétique du vide, \vec{m}_1 et \vec{m}_2 les dipôles magnétiques des particules 1 et 2, \vec{e}_{12} le vecteur unitaire orienté suivant la droite joignant les dipôles, et r_{12} la distance entre elles. Dans l'état fondamental, les normes des moments dipolaires valent $\|\vec{m}_1\|/h = \|\vec{m}_2\|/h = \gamma^{(g)} = 403 \text{ MHz/T}$, h étant la constante de Planck. La valeur passe à 82 MHz/T dans l'état excité.

Considérons l'interaction la plus forte possible, donc dans le cas où les ions thulium se substituent à des ions yttrium dont la proximité et l'orientation des moments dipolaires maximisent l'énergie d'interaction. Si l'on se réfère à la Figure III-2, cela correspond par exemple au cas d'une interaction entre les deux ions mis en exergue sur la Figure III-19.

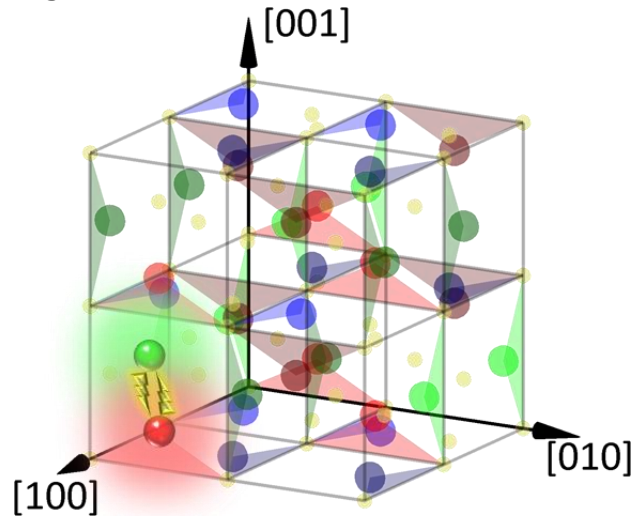


Figure III-19. Maille de Tm³⁺:YAG où des ions thulium se substituent aux deux ions yttrium rouge et vert mis en évidence. Il s'agit du cas qui maximise l'interaction dipolaire magnétique.

Dans ces conditions, considérons le décalage en fréquence occasionné lorsqu'un de ces ions thulium passe dans l'état excité, l'autre restant au niveau fondamental. Ce décalage s'écrit :

$$\Delta\nu = -\frac{\mu_0 h \gamma^{(g)} (\gamma^{(g)} - \gamma^{(e)})}{4\pi r_{12}^3} (3(\hat{m}_1 \cdot \vec{e}_{12})(\hat{m}_2 \cdot \vec{e}_{12}) - \hat{m}_1 \cdot \hat{m}_2), \quad \text{III.6}$$

où \hat{m}_i désigne le vecteur unitaire $\vec{m}_i / \|\vec{m}_i\|$. Numériquement, on trouve $\Delta\nu \simeq 300 \text{ kHz}$. En revanche, pour un dopage typique de 1 %, la probabilité pour qu'à proximité d'un ion thulium (proximité maximale comme dans le cas de la Figure III-19), il y en ait un

second est de 2 % (deux sites possibles). Par conséquent, le décalage en fréquence moyen n'est alors que de 6 kHz dans ce cas (qui est le plus favorable). Si l'on considère la deuxième plus forte interaction dipolaire magnétique, on trouve $\Delta\nu \simeq 40$ kHz, ce qui donne 800 Hz de décalage en fréquence moyen en prenant en compte un dopage de 1 %. En considérant ensuite la troisième plus forte interaction, etc., on obtient alors une marche aléatoire de fréquence (donc une diffusion spectrale) que l'on caractérise par un décalage moyen ou une largeur de diffusion spectrale. Avec de telles considérations, la largeur de diffusion vaut $|\pm 6 \text{ kHz} \pm 800 \text{ Hz} \pm \dots|$ et ne dépasse pas 10 kHz. De plus, considérer une telle diffusion revient à supposer que l'on excite l'ensemble des ions thulium répartis sur une bande de 20 GHz, ce qui n'est pas le cas des expériences menées par C.W. Thiel *et al.* où l'impulsion dite de brouillage est quasi-monochromatique (860 kHz de largeur). L'élargissement dû aux interactions dipolaires magnétiques ne serait donc tout au plus que de quelques Hz (contre plusieurs kHz d'après les mesures de C.W. Thiel *et al.*). Ce rapide raisonnement écarte donc cette interaction comme étant à l'origine de l'ISD.

Les mécanismes « simples » telles que les interactions dipolaires électriques ou magnétiques donnent des ordres de grandeurs trop faibles par rapport aux mesures et ne suffisent donc pas à expliquer l'ISD.

III.3.2. Mesures expérimentales

En vue d'obtenir d'autres indices nous permettant de comprendre les mécanismes, nous avons procédé à une série d'expériences de mesure d'ISD. Un des objectifs est de vérifier si le passage d'atomes depuis l'état fondamental vers l'état excité est le seul capable de produire de l'ISD. En effet, d'autres mouvements de populations atomiques sont possibles mettant en jeu le niveau métastable ainsi que les sous-niveaux Zeeman dans le cas où l'on dispose d'un champ magnétique. La méthode la plus sensible pour mesurer un effet de diffusion spectrale instantanée consiste à utiliser une séquence d'écho de photon dans laquelle on a inséré une impulsion de brouillage [Thi2014]. Or, compte tenu de la durée de vie du niveau métastable T_m et de la durée de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman, comme la durée T_{ISD} d'une mesure par écho de photon doit être très courte devant T_2 ($T_{ISD} \ll T_2 \ll T_m, T_g$), cette méthode ne permet pas de mesurer une diffusion spectrale instantanée mettant en jeu l'ensemble des niveaux atomiques. C'est pour cela que nous n'effectuons pas des mesures par écho de photon [Thi2014]. Nous préférons un protocole consistant à graver un trou spectralement fin et mesurer son élargissement causé par un brouilleur comme présenté sur la Figure III-18. La mesure est moins sensible à de petits effets mais donne accès aux effets d'ISD liés à tous les déplacements de populations mis en jeu lors du rafraîchissement d'un motif gravé dans un profil d'absorption. Nous pourrions en particulier évaluer l'impact de l'ISD sur la résolution et le contraste des réseaux gravés dans l'architecture de l'analyseur arc-en-ciel.

Pour mettre au point notre protocole expérimental de mesure d'ISD, nous faisons l'hypothèse que l'ISD est un phénomène réversible. En ce terme réversible, nous supposons que si la fréquence de résonance de certains ions thulium a été altérée par une excitation dite de brouillage, lorsque les ions participant au brouillage reviennent à leur état initial, les fréquences de résonance reviennent aussi à leur valeur initiale. Cette hypothèse est notamment motivée par la non-usure d'un cristal au fil des expériences.

III.3.2.a. Cas sans champ magnétique

Dans un premier temps, nous nous intéressons à l'ISD pouvant survenir en l'absence de champ magnétique. Nous utilisons pour notre expérience le montage présenté dans la Figure III-20.

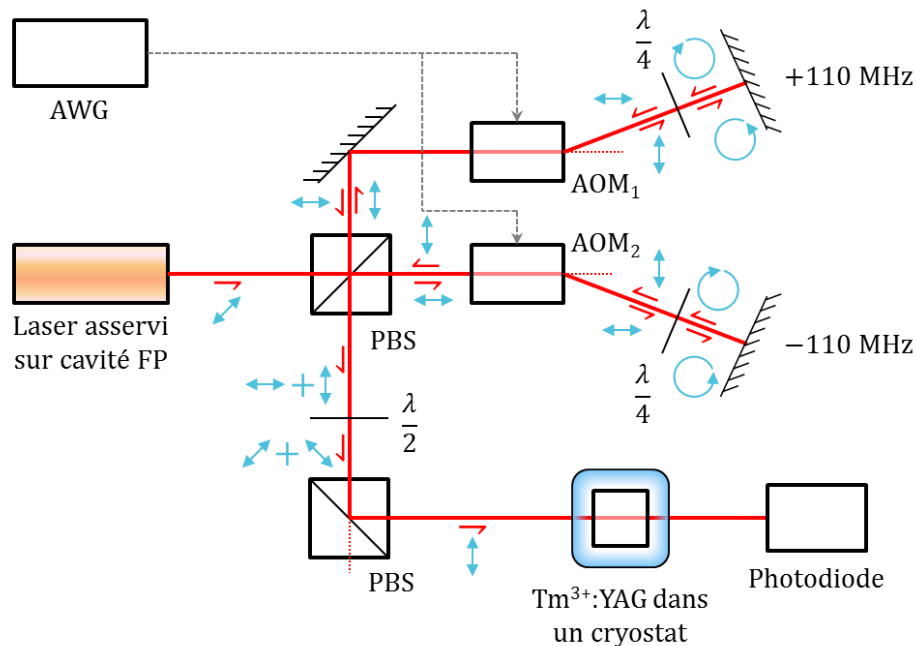


Figure III-20. Montage expérimental permettant de mesurer la diffusion spectrale instantanée. Les montages de modulateurs acousto-optiques en double-passage en sens opposé permettent de séparer de plus de 200 MHz une voie servant à inscrire un trou et l'autre servant de brouilleur. Les flèches bleues indiquent l'orientation de la polarisation des faisceaux tandis que les demi-flèches rouges indiquent le sens de propagation des faisceaux. Le laser (à fréquence fixe et stabilisé sur une cavité FabryPérot (FP)), le cristal et le cryostat utilisés ici sont les mêmes que ceux décrits dans la partie précédente (cf. III.2.3).

Nous répétons alors le chronogramme de la Figure III-21 en faisant varier la durée d'évolution du brouilleur.

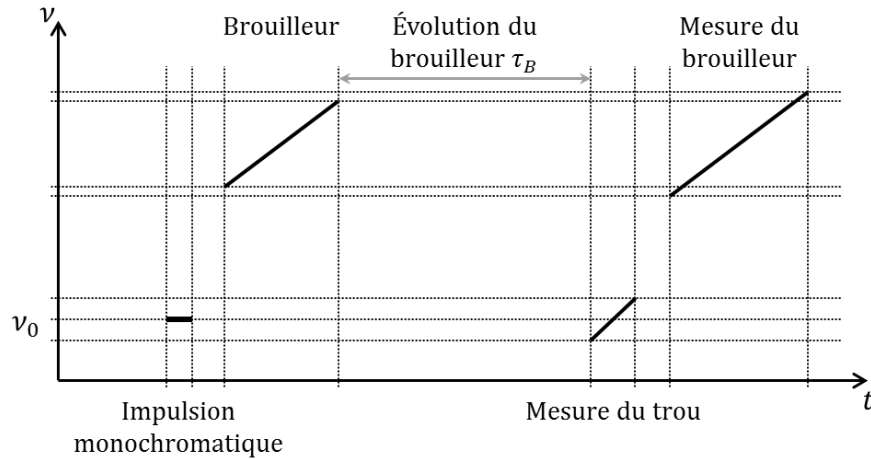


Figure III-21. Chronogramme de mesure d'ISD, représentant la fréquence ν du faisceau incident sur le cristal. Une impulsion monochromatique creuse un trou fin dans le spectre d'absorption. Une large excitation balayée en fréquence constitue une impulsion de brouillage. Les ions mis en jeu perturbent alors ceux constituant le trou fin par ISD. On laisse ensuite évoluer les ions participant au brouilleur de manière à ce qu'au moment de la lecture du trou, on dispose d'une portion ajustable (via la durée d'évolution) d'ions brouilleurs dans le niveau excité ou métastable. On vient enfin mesurer le brouilleur pour quantifier le nombre d'atomes ayant contribué à l'élargissement du trou initialement creusé. Les impulsions dédiées à la mesure du trou et du brouilleur sont de faible intensité de sorte à ne pas perturber la mesure.

Connaissant les paramètres de relaxation des ions thulium (voir partie III.2), en mesurant l'absorption par ce qu'on appelle la « Mesure du brouilleur » dans la Figure III-21, il nous est possible d'en déduire la quantité d'ions thulium dans chaque niveau atomique à l'instant précis de la mesure du trou élargi. En faisant varier la durée d'évolution du brouilleur τ_B , on peut ainsi ajuster la quantité d'ions dans le niveau excité ou métastable. On note que comme, dans le cas du Tm³⁺:YAG, on n'observe pas d'élargissement lors de l'effacement d'un trou par relaxation mais uniquement une diminution de son aire, la largeur mesurée dans notre expérience est bien révélatrice de l'ISD.

Nous constituons également des séquences à multiples excitations de brouillage ainsi que des séquences démarrant par l'excitation de brouillage avant le creusement du trou. L'état dit initial pour le trou n'est alors plus un état où tous les ions du cristal sont dans le niveau fondamental mais un état où il y a une autre répartition initiale des populations atomiques. Ainsi, c'est en se relaxant que le brouilleur provoque de l'ISD.

Partant des travaux de C. W. Thiel *et al.*[Thi2014(2)], nous supposons que la largeur lorentzienne du trou Γ_{trou} s'écrit comme une combinaison linéaire des changements de population :

$$\Gamma_{trou} = \Gamma_0 + \beta_{eg}n_{e \leftrightarrow g} + \beta_{em}n_{e \leftrightarrow m} + \beta_{mg}n_{m \leftrightarrow g}. \quad \text{III.7}$$

Ici, les coefficients β_{ij} sont les coefficients d'ISD à déterminer et les $n_{i \leftrightarrow j}$ quantifient le nombre d'atomes ayant basculé d'un niveau à un autre, peu importe le sens. On note que l'on suppose que si un atome passe de i à j pendant qu'un autre effectue le

chemin inverse, ils contribuent tous les deux à l'ISD. On considère en effet que les décalages en fréquence dus à des interactions très locales ne se compensent pas. De plus, on suppose qu'un atome ayant effectué le chemin $i \rightarrow j \rightarrow k$ donne le même résultat que s'il avait effectué le chemin $i \rightarrow k$. Cette hypothèse vient de celle de la réversibilité de l'ISD évoquée précédemment. En effet, on retrouve alors qu'un chemin $i \rightarrow \dots \rightarrow i$ ne provoque pas d'ISD. La considération de mouvements de populations au lieu des populations elles-mêmes est nécessaire pour rendre compte de l'élargissement du trou dans le cas où le brouilleur précède le trou. En effet, dans ce cas, la répartition des populations atomiques considérée comme initiale pour la gravure du trou n'est plus de 100 % dans l'état fondamental et 0 % dans les états excités et métastable.

Nos mesures nous permettent alors d'obtenir des quadruplets $(n_{e \leftrightarrow g}, n_{e \leftrightarrow m}, n_{m \leftrightarrow g}, \Gamma_{trou})$. En utilisant l'équation III.7, on peut alors calculer les coefficients d'ISD. On note que cette équation modélisant l'ISD étant hypothétique, l'existence et la calculabilité de ces coefficients montre la validité de ce modèle empirique à base de combinaisons linéaires *a minima* dans la limite des configurations explorées. Afin de décrire du mieux possible l'espace à trois dimensions $(n_{e \leftrightarrow g}, n_{e \leftrightarrow m}, n_{m \leftrightarrow g})$, nous pouvons jouer sur la puissance optique du brouilleur, sa largeur spectrale, la durée de son évolution et sur sa position qui peut être antérieure ou postérieure au creusement du trou. Quelques exemples de mesures du brouilleur, après traitement de données, sont illustrés sur la Figure III-22. L'évolution de la largeur des trous est représentée sur la Figure III-23.

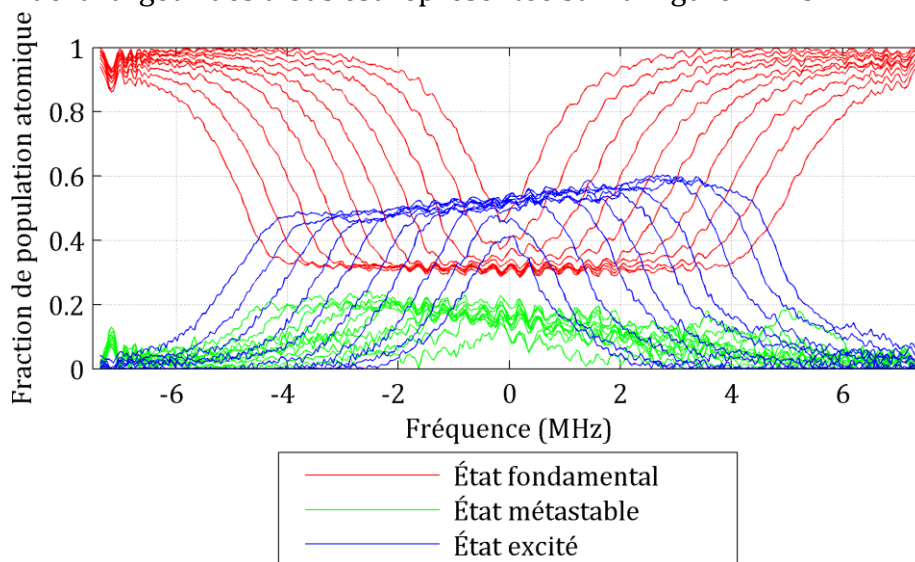


Figure III-22. Résultats des mesures du brouilleur donnant les proportions d'ions thulium dans chacun des trois niveaux possibles en l'absence de champ magnétique. Dans cette série de mesures, seule la largeur spectrale du brouilleur varie (de 1 à 10 MHz). Par ailleurs, il s'agit du cas où le brouilleur est postérieur au trou, comme illustré sur le chronogramme de la Figure III-21.

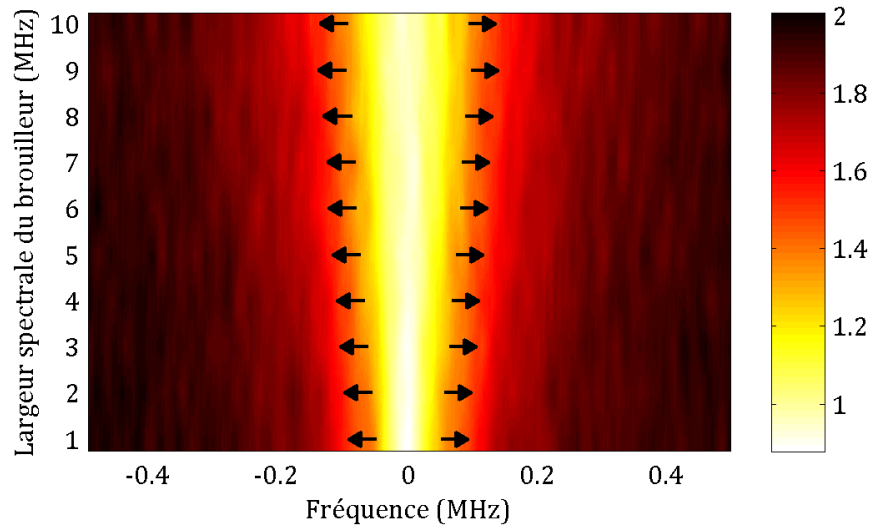


Figure III-23. Élargissement du trou initialement creusé pour les dix brouilleurs représentés sur la Figure III-22. Les trous, de forme lorentzienne, ont été normalisés de manière à ce que le plancher et le sommet de chaque trou soient identiques, afin de percevoir plus facilement son élargissement pour la série de brouilleurs de la Figure III-22. L'origine des flèches désigne les bords du trou à mi-hauteur.

Afin de gagner en précision de mesure des paramètres d'ISD et atteindre des situations représentatives d'une utilisation de ce type de cristal sur l'ensemble de sa largeur inhomogène d'absorption, il est nécessaire d'augmenter la largeur spectrale explorée du brouilleur, qui est limitée par la bande passante de l'AOM utilisé (~20 MHz). Pour cela, nous avons effectué d'autres mesures en utilisant deux lasers, un servant au brouillage (excitation et mesure) et le second au trou élargi (excitation et mesure). Le laser servant au brouillage est une diode en cavité étendue avec un cristal électro-optique intra-cavité. Celui-ci est directement balayé en fréquence en appliquant une tension sur le cristal électro-optique, ce qui permet de s'affranchir de la bande passante limitée de l'AOM, et atteindre une excursion de plusieurs GHz. Le laser servant au trou est un laser du même type, mais cette fois asservi sur une cavité Fabry-Pérot de référence, l'excursion en fréquence étant effectuée à l'aide d'un modulateur acousto-optique (voir Figure III-24).

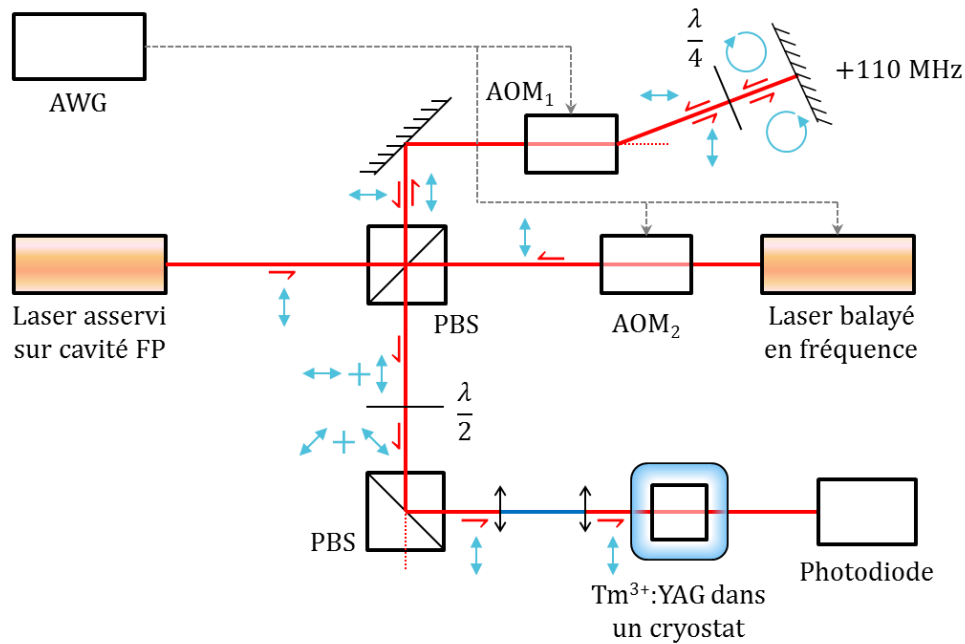


Figure III-24. Montage expérimental de mesure de l'ISD avec un brouilleur large bande. Les flèches bleues indiquent l'orientation de la polarisation tandis que les demi-flèches rouges indiquent le sens de propagation des faisceaux. L'AWG agit via un amplificateur haute tension sur le cristal électro-optique du laser de droite (utilisé pour le brouillage), l'AOM₂ étant simplement utilisé pour réaliser des portes. Une fibre monomode représentée en bleu permet d'assurer un recouvrement spatial parfait des faisceaux dans le cristal.

Nous avons ainsi réussi à atteindre une très grande proportion d'ions ayant effectué différents mouvements, comme nous allons le quantifier dans ce qui suit. Les déplacements massifs vers ou depuis l'état excité sont les plus difficiles à obtenir en raison de la rapide relaxation. Nous quantifions ces déplacements sous trois formes, à savoir un pourcentage, une densité et une largeur spectrale.

- Le pourcentage représente la fraction d'ions thulium traversés par le faisceau laser ayant effectué un certain mouvement.
- La conversion de cette proportion en nombre d'ions par cm³ est l'unité qui est la plus pertinente compte tenu du caractère spatial du phénomène physique à l'origine de l'ISD.
- Pour donner une valeur plus intuitive de cette proportion, on considère enfin l'équivalent en largeur spectrale déplacée à 100 % d'un niveau à un autre. Par exemple, sur la Figure III-22 (obtenue en utilisant le montage de la Figure III-20), disposer d'environ 10 MHz déplacés à près de 50 % vers l'état excité est équivalent à un déplacement à 100 % de 5 MHz. Cette largeur équivalente est calculée au centre de la raie d'absorption.

Les valeurs maximales atteintes pour les différents déplacements de populations et les coefficients d'ISD mesurés sont répertoriés dans le Tableau III-3.

Type de déplacement	Déplacements maximaux atteints			Coefficient β
	Pourcentage	Densité	Largeur équivalente	
$ g\rangle \leftrightarrow e\rangle$	0,054 %	$3,77.10^{16} \text{ cm}^{-3}$	25 MHz	$5,24.10^{-13} \text{ Hz.cm}^3$
$ g\rangle \leftrightarrow m\rangle$	0,40 %	$2,78.10^{17} \text{ cm}^{-3}$	170 MHz	$1,36.10^{-13} \text{ Hz.cm}^3$
$ m\rangle \leftrightarrow e\rangle$	0,015 %	$1,07.10^{16} \text{ cm}^{-3}$	4,56 MHz	$1,30.10^{-12} \text{ Hz.cm}^3$

Tableau III-3. Déplacements maximaux de populations réalisés pour le brouilleur exprimés dans différentes unités, et coefficients d'ISD correspondant à chaque déplacement, déduits de l'ensemble des mesures réalisées pour différentes valeurs de déplacements.

Ce second montage a permis une excitation sur une plus large bande que ne le permettait le montage initial. À titre de comparaison, la mesure du brouilleur sur la Figure III-22 affiche un déplacement $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ dont la largeur équivalente vaut environ 5 MHz au mieux, ce qui correspond à une fraction d'ions thulium déplacés de 0,016 %, ou encore une densité de $1,14.10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Les mesures effectuées par C. W. Thiel *et al.*, effectuées par écho de photon, correspondent au déplacement $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ et donnent un facteur $\beta_{eg} = 2,4.10^{-12} \text{ Hz.cm}^3$, mesuré pour un déplacement maximum de 0,0040 %, soit $2,8.10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ou encore 1,71 MHz. Bien que nos mesures ne soient pas en accord, elles restent relativement proches en termes d'ordre de grandeur. L'origine de la différence des valeurs mesurées est aujourd'hui inconnue. Cependant, les protocoles expérimentaux étant très différents, il est possible que le mécanisme physique responsable de l'ISD explique la divergence de nos mesures.

III.3.2.b. Sous champ magnétique

La mesure d'une éventuelle ISD en présence d'un champ magnétique, entre les deux sous-niveaux Zeeman du fondamental, est plus complexe à mettre en œuvre comme nous le détaillerons. En effet, supposons que l'on réalise comme précédemment un brouilleur à l'aide d'une rampe de fréquence comme illustré sur la Figure III-21. Observons alors l'effet sur une classe d'atomes. Pour simplifier le raisonnement, supposons que les champs électrique et magnétique soient orientés précisément selon l'axe [111] et qu'alors les transitions $|e_2\rangle \rightarrow |g_1\rangle$ et $|e_1\rangle \rightarrow |g_2\rangle$ sont interdites. Considérons que le spectre d'excitation du faisceau brouilleur est carré et s'étend de $\nu_{b,i}$ à $\nu_{b,f} = \nu_{b,i} + \Delta\nu$. Comme chaque ion thulium dispose de deux transitions optiques de fréquences ν_1 et $\nu_2 = \nu_1 - (\Delta_g - \Delta_e) < \nu_1$, on peut distinguer plusieurs cas de figure en supposant toujours $\Delta\nu > \Delta_g - \Delta_e$.

III.3.2.c. $\nu_2, \nu_1 < \nu_{b,i}$ ou $\nu_{b,f} < \nu_1, \nu_2$

Dans ces cas triviaux, cette classe d'atomes n'est excitée sur aucune transition. Il n'y a alors aucun brouillage.

III.3.2.d. $\nu_2 < \nu_{b,i} < \nu_1 < \nu_{b,f}$ ou $\nu_{b,i} < \nu_2 < \nu_{b,f} < \nu_1$

Dans ce cas, seule une transition ($|e_1\rangle \leftrightarrow |g_1\rangle$ dans le premier cas ou $|e_2\rangle \leftrightarrow |g_2\rangle$ dans le second) est excitée. Ces deux cas étant symétriques, on peut raisonner uniquement sur le premier. Après un temps de relaxation suffisant (durée supérieure à T_m), une partie relaxe finalement vers $|g_1\rangle$ (environ 2/3 d'après le Tableau III-2) tandis qu'une autre partie relaxe vers $|g_2\rangle$. Le pompage optique réalisé permet ainsi un mouvement de population susceptible d'engendrer de la diffusion spectrale.

III.3.2.e. $\nu_{b,i} < \nu_2, \nu_1 < \nu_{b,f}$

Dans ce cas, les deux transitions optiques sont excitées avec la même force. Après relaxation du métastable, il y a un certain mélange. En effet, certains ions passent de l'état $|g_1\rangle$ à $|g_2\rangle$ ou l'inverse, bien que la statistique reste $n_{g_1} = n_{g_2} = 0,5$ (voir Figure III-25).

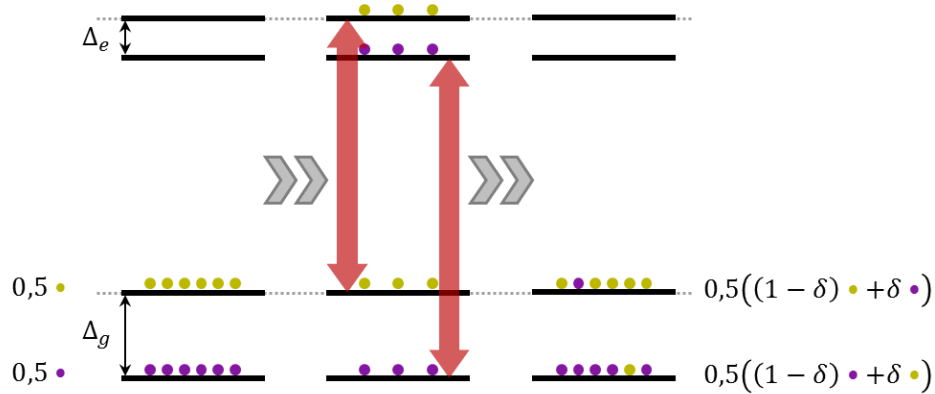


Figure III-25. Mélange des spins nucléaires suite à une excitation large bande. On a représenté une même classe d'atomes avant l'excitation, pendant, et après relaxation via le métastable (non représenté ici). Les couleurs désignent les ions initialement dans un sous-niveau Zeeman ou un autre.

Si on répète l'action d'un tel brouilleur plusieurs fois, on peut mélanger davantage les spins nucléaires. Suivant les notations de la figure ci-dessus, on peut définir deux suites numériques $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$, désignant respectivement les populations des états $|g_1\rangle$ et $|g_2\rangle$, et permettant de rendre compte de l'état du mélange après n excitations de brouillage successives et dont l'expression de récurrence est définie dans l'équation III.8 ci-dessous.

$$\begin{cases} u_{n+1} = (1 - \delta)u_n + \delta v_n, \\ v_{n+1} = (1 - \delta)v_n + \delta u_n. \end{cases} \quad \text{III.8}$$

Ces suites initialisées à $u_0 = v_0 = 0,5$ sont bien évidemment stationnaires mais leur étude permet de déduire après n étapes la portion de u_0 et de v_0 par rapport à l'état initial. L'étude de ces suites révèle alors l'état après n étapes qui s'écrit :

$$\begin{cases} u_n = \frac{u_0 + v_0}{2} + \frac{u_0 - v_0}{2}(1 - 2\delta)^n, \\ v_n = \frac{u_0 + v_0}{2} + \frac{v_0 - u_0}{2}(1 - 2\delta)^n. \end{cases} \quad \text{III.9}$$

Après n étapes, le niveau $|g_1\rangle$ (correspondant à la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$) est donc peuplé par $0,5 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 - 2\delta)^n\right)$ •, donc initialement au niveau $|g_1\rangle$ et $0,5 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}(1 - 2\delta)^n\right)$ •, donc initialement au niveau $|g_2\rangle$. Comme $\delta \in]0; 1[$, on constate que le mélange tend vers 50 % d'ions transvasés d'un sous-niveau Zeeman à un autre. En appliquant, comme dans les cas sans champ magnétique, une large rampe de fréquence, on peut alors déplacer massivement des ions d'un sous-niveau à un autre, avec une limite mathématique de 50 % de la bande utilisée pour le brouillage.

En conclusion, cette technique peut s'avérer suffisamment efficace pour provoquer de la diffusion spectrale instantanée si elle existe. Néanmoins, elle ne permet pas ensuite de lire le brouillage pour en déduire un coefficient d'ISD. En effet, mis à part les bords du brouillage où un sous-niveau se vide au profit de l'autre, la statistique reste de 0,5 dans chaque sous-niveau donc l'absorption ne peut pas permettre de quantifier les déplacements de population.

Nous nous intéressons alors à une autre méthode permettant de déplacer des populations atomiques entre sous-niveaux tout en rendant ces déplacements quantifiables par une mesure de la transmission. Pour cela, nous nous inspirons des travaux de H. Linet *et al.* [Lin2015]. L'idée est d'envoyer une excitation de brouillage spectralement périodique, de période $2(\Delta_g - \Delta_e) = 2\Delta_{ge}$ permettant alternativement de déplacer les ions du niveau $|g_1\rangle$ vers le niveau $|g_2\rangle$ et inversement. Dans l'idéal, il faudrait un spectre d'excitation carré. Ainsi, d'une fréquence ν_0 à $\nu_0 + \Delta_g - \Delta_e$, on vide les sous-niveaux de deux classes d'atomes comme illustré sur la Figure III-26.

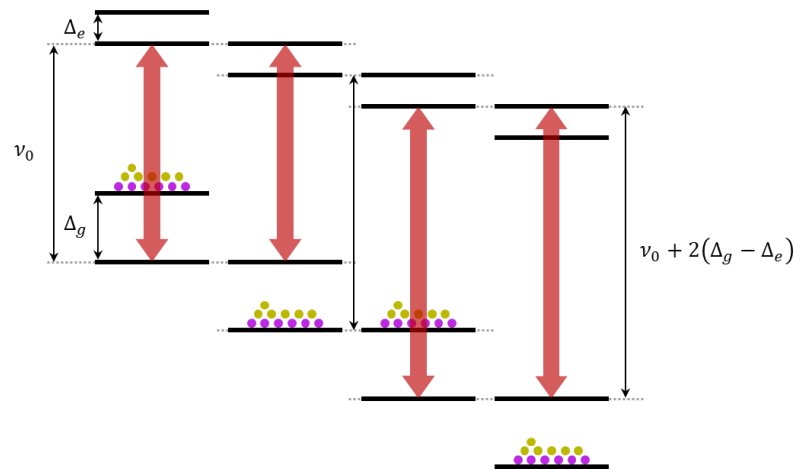


Figure III-26. Effet d'une excitation dont le spectre est périodique de période $2(\Delta_g - \Delta_e) = 2\Delta_{ge}$. Plusieurs classes d'ions sont représentées. Cette excitation permet de provoquer d'importants déplacements de population tout en étant lisible via l'absorption qui est idéalement nulle aux fréquences $\nu_0 + 2k(\Delta_g - \Delta_e)$, $k \in \mathbb{Z}$ et doublée par rapport à sa valeur initiale aux fréquences s'écrivant sous la forme $\nu_0 + (2k + 1)(\Delta_g - \Delta_e)$, $k \in \mathbb{Z}$ puisqu'alors deux fois plus d'ions participent à l'absorption.

La réalisation d'une telle excitation carrée large bande étant difficilement réalisable en pratique, nous balayons la fréquence de notre laser sur une large bande. Un interféromètre de Mach-Zehnder fibré dont l'un des bras est allongé de manière à générer un retard τ de 122 ns. De cette manière, on obtient alors un spectre d'excitation sinusoïdal. Le champ magnétique est ajusté en conséquence pour vérifier $2\Delta_{ge} = 1/\tau$. Le schéma expérimental devient alors celui illustré sur la Figure III-27.

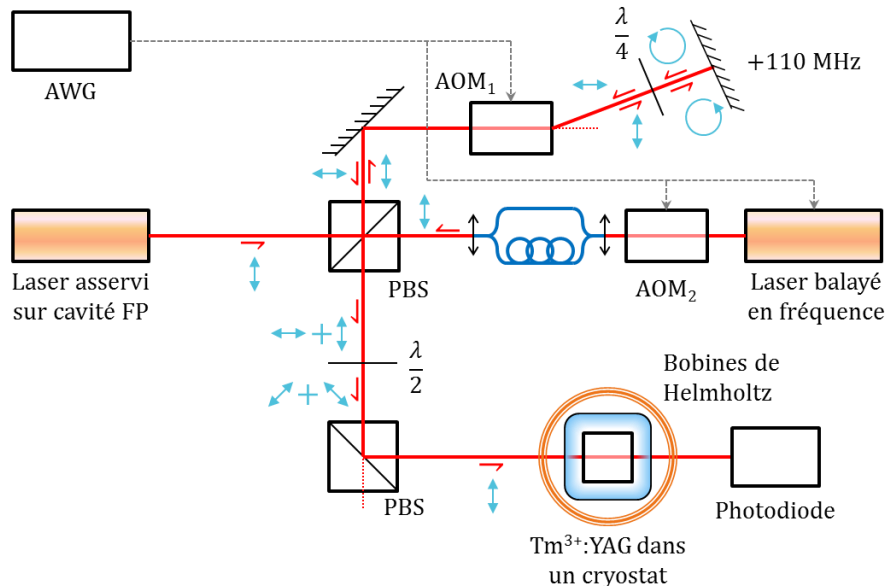


Figure III-27. Schéma de mesure de l'ISD entre les sous-niveaux Zeeman du fondamental sous champ magnétique. Ce schéma est analogue au montage de la Figure III-24. On y a simplement ajouté des bobines de Helmholtz pour générer le champ magnétique ainsi qu'un interféromètre de Mach-Zehnder fibré et stabilisé passivement dont le bras long réalise un retard $\tau = \frac{1}{2(\Delta_g - \Delta_e)}$.

Ce faisant, il nous a été possible de déplacer massivement les populations atomiques d'un sous-niveau à un autre, et de quantifier ce déplacement comme l'indique la Figure III-28.

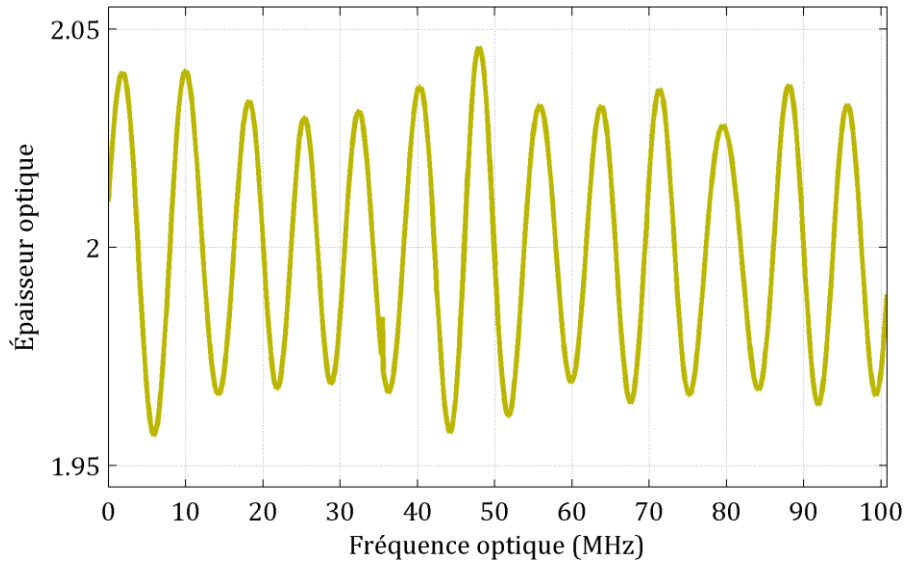


Figure III-28. Épaisseur optique après opération de brouillage. Les données affichées ont été obtenues après filtrage passe-bande de l'absorption pour annuler les variations de puissance du laser occasionnées par son excursion en fréquence. Ici, nous avons réduit la fenêtre à 100 MHz (initialement à environ 800 MHz) autour du centre de la raie d'absorption du thulium à 377868 GHz pour une meilleure visualisation. Conformément au schéma de la Figure III-26, périodiquement, les populations atomiques sont transvasées d'un des sous-niveaux Zeeman à un autre, modifiant ainsi l'absorption (et donc l'épaisseur optique) autour de sa valeur au repos. À partir de ces mesures, on peut, en poursuivant l'analyse de données, en déduire la quantité d'ions ayant changé de sous-niveau.

Nous avons alors pu faire se déplacer d'un sous-niveau du fondamental à un autre jusqu'à 0,32 % des ions traversés par notre faisceau, ce qui correspond à une largeur équivalente (cf. Tableau III-3) de 95 MHz, ou encore une densité d'ions déplacés de $2,12 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. On trouve ainsi un coefficient d'ISD de $0 \pm 9 \cdot 10^{-14} \text{ Hz} \cdot \text{cm}^3$. On constate alors qu'il n'y a pas (ou peu à l'incertitude de la mesure près) d'ISD apportée par ce déplacement.

Dans cette série d'expériences, nous avons pu mettre en évidence l'ISD et la quantifier à l'aide d'un modèle empirique simple. Ces expériences, différentes des mesures via écho de photon effectuées par C. W. Thiel *et al.*, révèlent que l'ISD n'apparaît pas que suite à des déplacements de populations entre les états fondamental et excité. Nous avons d'ailleurs pu provoquer d'importants déplacements de populations afin de gagner en précision de mesure. Par ailleurs, nos mesures semblent montrer qu'un déplacement de populations atomiques entre sous-niveaux Zeeman du fondamental n'occasionne pas d'ISD, ce qui peut constituer un indice sur le mécanisme physique en jeu. Enfin, l'aspect quantitatif de ces mesures nous permet de prédire l'impact de l'ISD sur un protocole quelconque de traitement de signaux RF. Nous expliciterons l'ajout de ce phénomène au modèle matriciel défini dans la partie II.3 au travers de l'étude d'un exemple précis étudié au chapitre V.

III.4. Conclusion

L'objectif de ce chapitre étant d'apporter des données numériques pratiques en vue d'une application du modèle décrit dans la partie II.3.2 (matrice A_R et vecteur C_R), nous nous sommes intéressés à l'élément thulium au sein d'une matrice cristalline de type YAG, qui sera le cristal utilisé dans les protocoles de traitement de signaux RF étudiés dans les chapitres suivants. Après avoir développé les aspects élémentaires tels que la géométrie de la maille cristalline ou encore les orientations des dipôles de transition optiques, nous avons décrit la structure atomique de l'ion thulium et ses modifications sous champ magnétique.

Fort de constater la disparité des valeurs des paramètres de relaxation dans la littérature, nous avons donc mené nos propres mesures afin de les connaître *a minima* pour notre échantillon de Tm³⁺:YAG dans les conditions typiques d'utilisation pour des applications de traitement de signaux radiofréquence, à savoir une température de 3 K, et sous un champ magnétique de quelques mT à quelques dizaines de mT. Une longue durée de relaxation serait très avantageuse pour l'enregistrement de fonctions de traitement de signaux RF. En effet, s'installerait alors le cercle vertueux suivant :

- une plus longue durée de relaxation entraîne une diminution de la puissance optique nécessaire pour le rafraîchissement de la fonction de traitement de signaux RF,
- une plus faible puissance optique limite les risques d'échauffement du cristal,
- une plus basse température du cristal allonge la durée de relaxation entre sous-niveaux Zeeman (voir Tableau III-2), etc.

Dans ce chapitre, nous nous sommes enfin intéressés à la diffusion spectrale instantanée que nous avons pu quantifier à l'aide de plusieurs expériences aussi bien dans des cas avec champ magnétique que sans. Ces mesures ont permis de montrer que l'ISD apparaissait suite à tous les déplacements entre niveaux électroniques, ce que les expériences d'écho de photon de C.W.Thiel *et al.* ne permettaient pas d'observer. Enfin, l'absence d'ISD observée lors de déplacements de populations atomiques entre sous-niveaux Zeeman du fondamental pourrait être un indice nous permettant à l'avenir d'identifier l'origine physique de ce phénomène dans le Tm³⁺:YAG.

Dans le chapitre V, nous serons amenés à aménager notre modèle afin de prendre en compte ce phénomène physique qui peut être dommageable dans des cas concrets d'application.

IV. Étude du taux de transfert

Rappelons que le modèle développé au chapitre II nécessite d'une part une mesure des caractéristiques intrinsèques au matériau SHB pour la matrice A_R et le vecteur C_R et d'autre part des valeurs de taux de transfert de populations pour la matrice M_Π et C_Π (voir équation II.38). La partie relaxation propre au matériau a été traitée dans le chapitre précédent pour le $Tm^{3+}:YAG$. Il convient alors de nous intéresser dans ce présent chapitre aux taux de transfert de populations. Ceux-ci dépendent à la fois de la structure atomique et de la forme de l'excitation lumineuse. Dans une première approche, nous considérerons un modèle analytique applicable dans le cas d'une structure atomique à deux niveaux. Nous verrons que sous certaines conditions, il est possible de traiter un système multi-niveaux comme un agrégat de systèmes à deux niveaux. De cette manière, il est possible de s'adapter à un certain nombre de structures atomiques usuellement rencontrées. Nous nous intéresserons alors aux limites de ce modèle analytique dans un exemple concret d'excitation, l'une des plus critiques étant la restriction de ce modèle à de faibles excitations. Cette limite nuisant considérablement à la portée du modèle exposé au chapitre II, nous nous intéresserons ensuite à un modèle plus général reposant sur une généralisation des équations de Bloch optique à une structure atomique multi-niveaux. En guise de vérification préliminaire de notre modèle multi-niveaux, nous le comparerons alors au modèle analytique dans son domaine de validité en revenant sur l'exemple d'excitation proposé.

IV.1. Modèle analytique en régime de faibles perturbations

Dans cette première partie, nous considérons une structure atomique à deux niveaux $|1\rangle$ et $|2\rangle$, et soumis à une excitation sous forme impulsionnelle ayant un effet perturbatif. Ce cas, déjà traité dans la littérature [All1975], permet de rendre compte des populations atomiques de chaque niveau après une excitation. Sous réserve que l'excitation soit très courte devant les durées de vie des cohérences atomiques et les durées de vie des populations, on peut calculer de manière analytique le taux de transfert de populations $\Pi_{1,2}$. Pour ce faire, notons le champ électrique :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{E}_0(t)}{2} e^{2i\pi\nu_L t - i\vec{k}\cdot\vec{r}} + c. c., \quad \text{IV.1}$$

où \vec{r} est la position d'intérêt, \vec{k} le vecteur d'onde, ν_L la fréquence optique du laser, et $\vec{E}_0(t)$ l'enveloppe temporelle de l'impulsion. Alors la pulsation de Rabi de l'excitation s'écrit :

$$\Omega(t) = \frac{\vec{\mu}\cdot\vec{E}_0(t)}{\hbar}, \quad \text{IV.2}$$

$\vec{\mu}$ étant le dipôle électrique de transition optique et \hbar la constante de Planck réduite. On définit ici et dans tout ce manuscrit la transformée de Fourier sous la forme :

$$\tilde{f}(\nu) = \mathcal{F}[f(t)](\nu) = \int_{\mathbb{R}} f(t) e^{-2i\pi\nu t} dt. \quad \text{IV.3}$$

En notant $\tilde{\Omega}$ la transformée de Fourier de la pulsation de Rabi Ω , on montre que le taux de transfert peut s'écrire :

$$\Pi_{1,2}(\nu) = 2|\tilde{\Omega}(\nu - \nu_L)|^2 \otimes \mathcal{L}_{\Gamma_{h/2}}(\nu), \quad \text{IV.4}$$

$\mathcal{L}_{\Gamma_{h/2}}$ étant une lorentzienne de largeur Γ_h , largeur homogène de l'atome utilisé dans le matériau SHB [LavPhD2004]. Pour être précis, nous utilisons dans tout ce manuscrit l'expression d'une lorentzienne de demi-largeur à mi-hauteur Γ et de centre x_0 sous la forme :

$$\mathcal{L}_{\Gamma}(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (x - x_0)^2}. \quad \text{IV.5}$$

Cette écriture, qui donne une aire unitaire, fait apparaître la demi-largeur et non la largeur complète. C'est pour cette raison que dans l'équation IV.4, le produit de convolution se fait avec une lorentzienne notée $\mathcal{L}_{\Gamma_{h/2}}$. Disposant d'une expression du taux de transfert de population, appliquons cette équation dans un cas concret. Nous nous intéressons en l'occurrence au cas d'une excitation sous la forme d'une paire de rampes linéaires de fréquences de durée Δ_t et d'excursion Δ_ν , décalées dans le temps d'un retard τ .

Le champ électrique s'écrit alors :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{E}_0}{2} e^{2i\pi\nu_L t + i\pi\frac{\Delta_\nu}{\Delta_t} t^2 - i\vec{k} \cdot \vec{r}} \otimes (\delta(t) + \delta(t - \tau)) + c. c. \quad \text{IV.6}$$

En notant $\Omega_0 = \frac{\vec{\mu} \cdot \vec{E}_0}{\hbar}$, la pulsation de Rabi s'écrit alors :

$$\Omega(t) = \frac{\Omega_0}{2} e^{i\pi\frac{\Delta_\nu}{\Delta_t} t^2} \otimes (\delta(t) + e^{-2i\pi\nu_L \tau} \delta(t - \tau)). \quad \text{IV.7}$$

La transformée de Fourier de la pulsation de Rabi s'écrit alors :

$$\tilde{\Omega}(\nu) = \frac{\Omega_0}{2} \sqrt{\frac{i\Delta_t}{\Delta_\nu}} e^{-i\pi\frac{\Delta_t}{\Delta_\nu} \nu^2} \cdot (1 + e^{-2i\pi(\nu + \nu_L)\tau}). \quad \text{IV.8}$$

On obtient ainsi le taux de transfert suivant :

$$\Pi(\nu) = \left(\frac{\Omega_0^2 \Delta_t}{\Delta_\nu} \cdot (1 + \cos(2\pi\nu\tau)) \right) \otimes \mathcal{L}_{\frac{\Gamma_h}{2}}(\nu). \quad \text{IV.9}$$

Nous considérons une telle excitation pour des ions thulium en matrice YAG où le champ électrique est polarisé suivant l'axe cristallin [111], de même qu'un champ magnétique environnant. De cette manière, comme précisé dans la partie III.2.1, certaines transitions sont interdites. En supposant de surcroît des durées d'excitations courtes devant les durées de vie des cohérences et des populations atomiques, on peut alors faire l'approximation consistant à nous intéresser à chacune des transitions $|g_1\rangle \leftrightarrow |e_1\rangle$ et $|g_2\rangle \leftrightarrow |e_2\rangle$ indépendamment sous la forme de systèmes à deux niveaux.

Nous nous intéressons par exemple au taux de transfert $\Pi_{g_1, e_1} = \Pi(\nu_1)$, ν_1 étant la fréquence optique de la transition $|g_1\rangle \leftrightarrow |e_1\rangle$. Nous considérons le cas maximal, c'est-à-dire celui où $\nu_1 \tau \in \mathbb{Z}$ et ainsi $\cos(2\pi\nu_1 \tau) = 1$. Le taux de transfert est alors proportionnel au carré de la pulsation de Rabi Ω_0 , donc au carré de l'amplitude

du champ électrique E_0 . Il est donc proportionnel à la puissance optique et inversement proportionnel au taux de *chirp*³ $\frac{\Delta\nu}{\Delta t}$, noté r_L . On s'aperçoit que cette expression n'est pas bornée et qu'alors sa valeur peut dépasser 2, ce qui n'aurait alors plus de sens physique comme nous le notions dans le paragraphe II.3.2. La formule IV.4 est généralement utilisée pour de faibles excitations, conduisant à un taux de transfert inférieur à 0,5. Cette valeur est considérée comme la limite de validité de ce modèle de faible excitation.

En vue d'exploiter au maximum le modèle décrit dans le chapitre II, il nous faut alors disposer d'une méthode de calcul du taux de transfert pour des plus fortes excitations et dans des structures atomiques n'étant pas limitées (ou assimilables, comme dans l'exemple développé) à deux niveaux.

IV.2. Modèle général à partir des équations de Bloch optiques multi-niveaux

L'objectif de cette partie est de généraliser les équations de Bloch optiques. En préambule, rappelons alors les notations usuelles dans le cas de l'excitation monochromatique d'un système à deux niveaux notés $|g\rangle$ et $|e\rangle$. Pour un tel système, on note la matrice densité $(\rho_{ij})_{i,j \in \{g,e\}}$. En notant ν_L la fréquence de l'excitation lumineuse et $\Omega = \Omega_0 e^{i\phi}$ la pulsation de Rabi complexe associée à l'excitation ($\Omega_0 \in \mathbb{R}$), comme $\rho_{ge} = \rho_{eg}^*$ et que $\rho_{ee} + \rho_{gg} = 1$, on peut ne s'intéresser qu'à ρ_{ee} et ρ_{eg} . Ces éléments matriciels obéissent au système différentiel :

$$\begin{cases} \partial_t \rho_{ee} = i\Omega_0 \cos(2\pi\nu_L t + \phi) (\rho_{eg} - \rho_{ge}) - \frac{\rho_{ee}}{T_1}, \\ \partial_t \rho_{eg} = -2i\pi\nu_{eg} \rho_{eg} + i\Omega_0 \cos(2\pi\nu_L t + \phi) (\rho_{ee} - \rho_{gg}) - \frac{\rho_{eg}}{T_2}. \end{cases} \quad \text{IV.10}$$

En notant $\sigma_{ee} = \rho_{ee}$, $\sigma_{gg} = \rho_{gg}$, $\sigma_{eg} = \rho_{eg} e^{2i\pi\nu_L t}$ et $\sigma_{ge} = \rho_{ge} e^{-2i\pi\nu_L t}$, et en utilisant l'approximation des ondes tournantes, ce système se réécrit :

$$\begin{cases} \partial_t \sigma_{ee} = \frac{i}{2} (\Omega \sigma_{eg} - \Omega^* \sigma_{ge}) - \frac{\rho_{ee}}{T_1}, \\ \partial_t \sigma_{eg} = i\Delta \sigma_{eg} + \frac{i}{2} \Omega^* (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) - \frac{\rho_{eg}}{T_2}, \end{cases} \quad \text{IV.11}$$

où $\Delta = 2\pi(\nu_L - \nu_{eg})$. En notant de plus :

$$\begin{cases} U = \sigma_{eg} + \sigma_{ge} = 2\Re(\sigma_{eg}), \\ V = i(\sigma_{eg} - \sigma_{ge}) = -2\Im(\sigma_{eg}), \\ W = \sigma_{ee} - \sigma_{gg}, \end{cases} \quad \text{IV.12}$$

et

³ Terme anglo-saxon signifiant dans ce contexte rampe de fréquence.

$$\vec{\beta} = \begin{pmatrix} \Re(\Omega) \\ \Im(\Omega) \\ -\Delta \end{pmatrix}, \quad \text{IV.13}$$

on peut ainsi obtenir une équation différentielle plus synthétique pour suivre l'évolution des éléments matriciels via le vecteur de Bloch $\vec{B} = (U; V; W)$. Celle-ci s'écrit :

$$\partial_t \vec{B} = \vec{\beta} \wedge \vec{B} + \vec{R}, \quad \text{IV.14}$$

où :

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} U \\ -\frac{U}{T_2} \\ V \\ -\frac{V}{T_2} \\ (1+W) \\ -\frac{(1+W)}{T_1} \end{pmatrix}. \quad \text{IV.15}$$

Cette écriture permet de résumer l'évolution d'un système à deux niveaux subissant une excitation lumineuse en un problème de cinématique classique permettant une meilleure intuition que le système différentiel IV.10. Nous cherchons alors à décrire l'interaction d'un atome ayant une structure quelconque d'une manière similaire, à savoir un produit vectoriel complété par un terme de relaxation.

IV.2.1. Établissement des équations généralisées

Considérons alors une structure atomique quelconque \mathcal{S}_A composée de N_L niveaux et de N_O transitions optiques. Considérons alors un champ électrique exciteur quelconque noté sous la forme :

$$\vec{E}(t) = \vec{\mathcal{E}}(t) + c. c. \quad \text{IV.16}$$

Chaque transition entre deux états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ disposant d'un dipôle $\vec{\mu}_{ab}$, on peut lui associer la pulsation de Rabi complexe :

$$\Omega_{ab}(t) = \frac{\vec{\mu}_{ab} \cdot \vec{\mathcal{E}}(t)}{\hbar} = \Omega_{ab}^{(M)} \cdot e^{i(\phi_{ab}^{(F)} + \phi_{ab}^{(S)})} = \Omega_{ab}^{(C)} \cdot e^{i\phi_{ab}^{(F)}}, \quad \text{IV.17}$$

où $\Omega_{ab}^{(C)} = \Omega_{ab}^{(M)} \cdot e^{i\phi_{ab}^{(S)}}$ est l'amplitude complexe de module $\Omega_{ab}^{(M)}$ et d'argument $\phi_{ab}^{(S)}$. Le découpage des phases $\phi_{ab}^{(S)}$ et $\phi_{ab}^{(F)}$ est fait de telle sorte à ce que la phase $\phi_{ab}^{(S)}$ évolue plusieurs ordres de grandeur plus lentement (d'où la dénomination S pour *Slow*) que la phase $\phi_{ab}^{(F)}$ qui évolue rapidement (d'où la dénomination F pour *Fast*) à la vitesse d'une onde dans le domaine optique, typiquement de l'ordre de la centaine de THz. Par exemple, dans le cas d'une excitation monochromatique polarisée linéairement, on a $\vec{\mathcal{E}}(t) = \vec{\mathcal{E}}_0 \cdot e^{2i\pi\nu_L t + \phi_0}$ et alors les phases se découpent en $\phi_{ab}^{(F)}(t) = 2\pi\nu_L t$ et $\phi_{ab}^{(S)} = \phi_0 + \arg(\vec{\mu}_{ab} \cdot \vec{\mathcal{E}}_0)$ et le module s'écrit $\Omega_{ab}^{(M)}(t) = \left| \frac{\vec{\mu}_{ab} \cdot \vec{\mathcal{E}}_0}{\hbar} \right|$. À partir de cette décomposition de la pulsation de Rabi, considérons une des transitions possibles de la structure \mathcal{S}_A . Une application directe de l'équation de Schrödinger conduit au système suivant :

$$\begin{cases} \partial_t \rho_{aa} = \frac{i}{2} \sum_{p \in \mathcal{V}(a)} (\Omega_{ap} + \Omega_{ap}^*) (\rho_{ap} - \rho_{pa}), \\ \partial_t \rho_{ab} = -2i\pi\nu_{ab} \rho_{ab} + \frac{i}{2} (\Omega_{ab} + \Omega_{ab}^*) (\rho_{aa} - \rho_{bb}), \end{cases} \quad \text{IV.18}$$

où $\mathcal{V}(a)$ désigne l'ensemble des niveaux atomiques voisins du niveau $|a\rangle$, c'est-à-dire liés par une transition optique, elle-même caractérisée par la pulsation de Rabi Ω_{ap} . On effectue alors le changement de variables :

$$\begin{cases} \sigma_{aa} = \rho_{aa}, \\ \sigma_{bb} = \rho_{bb}, \\ \sigma_{ab} = \rho_{ab} \cdot e^{i\phi_{ab}^{(F)}}, \\ \sigma_{ba} = \rho_{ba} \cdot e^{-i\phi_{ab}^{(F)}}. \end{cases} \quad \text{IV.19}$$

Observons alors la transformation de la première équation qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \partial_t \sigma_{aa} &= \frac{i}{2} \sum_{p \in \mathcal{V}(a)} (\Omega_{ap}^{(C)} e^{i\phi_{ap}^{(F)}} + \Omega_{ap}^{(C)*} e^{-i\phi_{ap}^{(F)}}) (\sigma_{ap} e^{-i\phi_{ap}^{(F)}} - \sigma_{pa} e^{i\phi_{ap}^{(F)}}) \\ &= \frac{i}{2} \sum_{p \in \mathcal{V}(a)} (\Omega_{ap}^{(C)} \sigma_{ap} - \Omega_{ap}^{(C)*} \sigma_{pa} - \Omega_{ap}^{(C)} \sigma_{pa} e^{2i\phi_{ap}^{(F)}} + \Omega_{ap}^{(C)*} \sigma_{ap} e^{-2i\phi_{ap}^{(F)}}). \end{aligned} \quad \text{IV.20}$$

En utilisant l'approximation des ondes tournantes, cette équation se simplifie en :

$$\partial_t \sigma_{aa} = \frac{i}{2} \sum_{p \in \mathcal{V}(a)} (\Omega_{ap}^{(C)} \sigma_{ap} - \Omega_{ap}^{(C)*} \sigma_{pa}). \quad \text{IV.21}$$

Quant à la seconde équation, les changements de variables de l'équation IV.19 permettent d'écrire :

$$\partial_t \sigma_{ab} = i(\partial_t \phi_{ab}^{(F)} - 2\pi\nu_{ab}) \sigma_{ab} + \frac{i}{2} (\Omega_{ab}^{(C)} e^{2i\phi_{ab}^{(F)}} + \Omega_{ab}^{(C)*}) (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}). \quad \text{IV.22}$$

De même, l'approximation des ondes tournantes permet de simplifier cette équation en :

$$\partial_t \sigma_{ab} = i(\partial_t \phi_{ab}^{(F)} - 2\pi\nu_{ab}) \sigma_{ab} + \frac{i}{2} \Omega_{ab}^{(C)*} (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}). \quad \text{IV.23}$$

En notant $\Delta_{ab} = (\partial_t \phi_{ab}^{(W)} - 2\pi\nu_{ab})$, ce système s'écrit finalement :

$$\begin{cases} \partial_t \sigma_{aa} = \frac{i}{2} \sum_{p \in \mathcal{V}(a)} (\Omega_{ap}^{(C)} \sigma_{ap} - \Omega_{ap}^{(C)*} \sigma_{pa}), \\ \partial_t \sigma_{ab} = i\Delta_{ab} \sigma_{ab} + \frac{i}{2} \Omega_{ab}^{(C)*} (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}). \end{cases} \quad \text{IV.24}$$

En utilisant un changement de variable analogue à celui défini par l'équation IV.12, il vient :

$$\begin{aligned} \partial_t \begin{pmatrix} U_{ab} \\ V_{ab} \\ W_{ab} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \Re(\Omega_{ab}^{(C)}) \\ \Im(\Omega_{ab}^{(C)}) \\ -\Delta_{ab} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} U_{ab} \\ V_{ab} \\ W_{ab} \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{p \in \mathcal{V}(a) \\ p \neq b}} \begin{pmatrix} \Re(\Omega_{ap}^{(C)}) \\ \Im(\Omega_{ap}^{(C)}) \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} U_{ap} \\ V_{ap} \\ 0 \end{pmatrix} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{\substack{q \in \mathcal{V}(b) \\ q \neq a}} \begin{pmatrix} \Re(\Omega_{bq}^{(C)}) \\ \Im(\Omega_{bq}^{(C)}) \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} U_{bq} \\ V_{bq} \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad \text{IV.25}$$

En notant $\vec{B}_{ab} = (U_{ab}; V_{ab}; W_{ab})$, $\vec{\beta}_{ab} = (\Re(\Omega_{ab}^{(C)}); \Im(\Omega_{ab}^{(C)}); -\Delta_{ab})$, cette équation peut se réduire en :

$$\partial_t \vec{B}_{ab} = \vec{\beta}_{ab} \wedge \vec{B}_{ab} + \frac{1}{2} \left(\sum_{\substack{p \in \mathcal{V}(a) \\ p \neq b}} \begin{pmatrix} \vec{\beta}_{ap}^{(1)} \\ \vec{\beta}_{ap}^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} U_{ap} \\ V_{ap} \\ 0 \end{pmatrix} - \sum_{\substack{q \in \mathcal{V}(b) \\ q \neq a}} \begin{pmatrix} \vec{\beta}_{bq}^{(1)} \\ \vec{\beta}_{bq}^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} U_{bq} \\ V_{bq} \\ 0 \end{pmatrix} \right), \quad \text{IV.26}$$

où les exposants ⁽ⁱ⁾ désignent les composantes des vecteurs $\vec{\beta}$. À cette équation, il faut ajouter un terme de relaxation \vec{R}_{ab} dont l'écriture est fastidieuse. Aussi, nous ne l'explicitons pas ici. Finalement, l'équation différentielle portant sur l'évolution des populations et cohérences associées aux niveaux atomiques $|a\rangle$ et $|b\rangle$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \partial_t \vec{B}_{ab} &= \vec{\beta}_{ab} \wedge \vec{B}_{ab} + \frac{1}{2} \left(\sum_{\substack{p \in \mathcal{V}(a) \\ p \neq b}} \begin{pmatrix} \vec{\beta}_{ap}^{(1)} \\ \vec{\beta}_{ap}^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} U_{ap} \\ V_{ap} \\ 0 \end{pmatrix} - \sum_{\substack{q \in \mathcal{V}(b) \\ q \neq a}} \begin{pmatrix} \vec{\beta}_{bq}^{(1)} \\ \vec{\beta}_{bq}^{(2)} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} U_{bq} \\ V_{bq} \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\ &\quad + \vec{R}_{ab}. \end{aligned} \quad \text{IV.27}$$

Avec cette expression, on retrouve l'équation IV.14 dans le cas où l'on dispose d'une seule transition optique. Par ailleurs, cette équation mêlant *a priori* plusieurs transitions optiques, l'évolution complète du système nécessite une multitude d'équations de cette forme.

IV.2.2. Choix des variables du système complet

L'équation IV.27 établit un lien entre l'évolution des différentes transitions optiques. Pour résoudre le système complet, une simple juxtaposition de cette équation pour différents indices a et b serait insuffisante. En effet, tandis que certains niveaux peuvent être isolés, à savoir atteignables que via relaxation, des transitions optiques peuvent être cycliques comme c'est le cas par exemple dans la Figure III-4, une variable de type W étant alors redondante. Afin de pallier ces problèmes, il nous faut judicieusement choisir les variables de notre système. Nous considérons alors la structure \mathcal{S}_A sous la forme d'un graphe non orienté, les sommets étant les niveaux atomiques et les arêtes les transitions optiques excitables. Nous définissons alors la notion de connexité de niveaux par l'existence de transitions optiques (compte tenu de la forme du champ exciteur) liant des niveaux entre eux. *A contrario*, nous considérons des niveaux disjoints si un atome ne peut passer d'un niveau à un autre que via une relaxation. À titre d'exemple, prenons les cas du $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ avec des

champs électriques et magnétiques orientés tous deux selon l'axe cristallin [001] ou selon [111]. Dans le premier cas, le graphe de la structure \mathcal{S}_A est constitué de deux sous-graphes connexes comportant d'une part les niveaux $\{|g_1\rangle, |e_1\rangle, |g_2\rangle, |e_2\rangle\}$ et d'autre part le niveau $|m\rangle$. Dans le second cas, les transitions optiques croisées sont interdites, et on dispose de trois sous-graphes connexes comportant respectivement les niveaux $\{|g_1\rangle, |e_1\rangle\}$, $\{|g_2\rangle, |e_2\rangle\}$ et $|m\rangle$. On note que dans le cas où les sous-graphes connexes sont au plus de taille 2, les transitions sont alors séparées et l'équation IV.27 se simplifie grandement pour devenir :

$$\partial_t \vec{B}_{ab} = \vec{\beta}_{ab} \wedge \vec{B}_{ab} + \vec{R}_{ab}. \quad \text{IV.28}$$

En effet, les ensembles des $\mathcal{V}(a) \setminus b = \mathcal{V}(b) \setminus a = \emptyset$, ce qui annule les deux sommes.

À partir de cette transposition de la structure \mathcal{S}_A sous forme de graphe, nous pouvons plus aisément définir les variables utiles à la résolution du système complet. Dans un premier temps, il s'agit de rassembler tous les triplets $(U_{ab}; V_{ab}; W_{ab})$ de variables. Disposant de N_O transitions optiques, on peut alors définir autant de triplets de cette forme. Cependant, si un W_{ab} , variable désignant une arête, fait partie d'un cycle, il peut être éliminé des variables utiles puisque se déduisant des autres W_{ij} du cycle. En notant N_{cycle} le nombre de W_{ab} alors éliminés, on dispose donc d'un vecteur que l'on note \vec{B}_O rassemblant les N_O triplets $(U_{ab}; V_{ab}; W_{ab})$ et auquel on a retiré N_{cycle} variables. Le vecteur \vec{B}_O est alors de taille $3N_O - N_{cycle}$. Il est important de noter que N_{cycle} n'est pas le nombre de cycles du graphe mais le nombre d'arêtes « coupées » les unes après les autres par la suppression de variables de type W . En effet, la suppression d'une arête pouvant entraîner la rupture de plusieurs cycles simultanément, on comprend que N_{cycle} n'est pas nécessairement égal au nombre de cycles du graphe.

Pour chaque sous-graphe connexe (y compris de taille 1), on peut définir une variable $X_i = n_i = \sigma_{ii} = \rho_{ii}$ désignant la population d'un des niveaux choisi arbitrairement. On la note Y_i s'il s'agit d'un niveau isolé. Pour plus de simplicité, il est préférable de choisir si possible la variable X_i correspondant à un état n'ayant qu'une seule transition optique (donc un sommet de degré 1). Au sein de chaque sous-graphe connexe, on peut alors écrire la population de chaque niveau à l'aide de la variable X_i et de l'ensemble des W_{jk} . On dispose donc pour cette structure d'autant d'équations de populations que de niveaux. La population totale étant unitaire, on peut donc enfin éliminer au choix une des variables X_i ou Y_i ajoutées. Pour simplifier l'écriture, nous préférons éliminer une variable correspondant à un niveau isolé donc de type Y_i . On définit alors un vecteur de Bloch généralisé sous la forme $\vec{B} = (\vec{B}_O; \vec{B}_{P_1}; \vec{B}_{P_2})$ où :

- \vec{B}_O est de taille $3N_O - N_{cycle}$ et comporte des triplets $(U_{ij}; V_{ij}; W_{ij})$ ou des doublets si l'on a retiré un W_{ij} .
- \vec{B}_{P_1} est composé des populations X_i provenant de sous-graphes connexes de taille au moins 2.
- \vec{B}_{P_2} est composé des populations Y_i provenant des niveaux isolés.

On associe alors à chaque sous-vecteur \vec{B}_0 , \vec{B}_{P_1} et \vec{B}_{P_2} un vecteur \vec{P}_0 , \vec{P}_{P_1} et \vec{P}_{P_2} rendant compte de l'évolution des populations et cohérences, hors relaxation. À l'exception des doublets de \vec{B}_0 qui amènent à une écriture moins compacte, le vecteur \vec{P}_0 s'écrit comme une juxtaposition de triplets de composantes correspondant au second membre de l'équation IV.26. Les composantes du vecteur \vec{P}_{P_1} s'obtiennent simplement en utilisant la première équation du système IV.24. Plus précisément, on peut écrire :

$$\vec{P}_{P_1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \sum_{p \in \mathcal{V}(1)} (\vec{\beta}_{1p}^{(1)} V_{1p} - \vec{\beta}_{1p}^{(2)} U_{1p}) \\ \vdots \\ \frac{1}{2} \sum_{p \in \mathcal{V}(N_{P_1})} (\vec{\beta}_{N_{P_1},p}^{(1)} V_{N_{P_1},p} - \vec{\beta}_{N_{P_1},p}^{(2)} U_{N_{P_1},p}) \end{pmatrix}, \quad \text{IV.29}$$

où N_{P_1} désigne le nombre d'éléments des vecteurs \vec{B}_{P_1} et \vec{P}_{P_1} . Enfin,

$$\vec{P}_{P_2} = \vec{0}. \quad \text{IV.30}$$

En ajoutant le vecteur de relaxation, le système d'équations de Bloch généralisé s'écrit :

$$\partial_t \vec{B} = \partial_t \begin{pmatrix} \vec{B}_0 \\ \vec{B}_{P_1} \\ \vec{B}_{P_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{P}_0 \\ \vec{P}_{P_1} \\ \vec{P}_{P_2} \end{pmatrix} + \vec{R} = \vec{P} + \vec{R}. \quad \text{IV.31}$$

Cette écriture, par rapport à une écriture directe de l'équation de Schrödinger pour un tel système, a l'avantage de permettre une certaine intuition. En effet, tout comme le système à deux niveaux, on force l'écriture sous forme de produit vectoriel. De cette manière, pour un champ électrique donné, on peut s'intéresser isolément à une transition optique particulière. Des considérations cinématiques et géométriques peuvent alors permettre d'estimer l'impact d'une excitation lumineuse sur les populations atomiques, chose qui serait impossible sans cette mise en forme.

IV.3. Application dans le cas d'une excitation à deux rampes de fréquence, dans le $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$

Dans cette partie, après avoir développé la manière d'obtenir les équations de Bloch généralisées en ayant pris soin de définir les variables utiles pour résoudre un tel système différentiel, nous appliquons ce procédé dans un cas particulier. Nous nous intéressons au $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ sous champ magnétique orienté selon l'axe [111] de même que la polarisation du champ électrique incident, exactement comme dans le cas analytiquement calculable en première partie. Nous considérons alors une excitation sous la forme de deux rampes de fréquences séparées dans le temps. Ce choix de forme d'excitation est fait à dessein. En effet, l'analyseur arc-en-ciel présenté dans le chapitre I requiert la programmation de réseaux spectro-spatiaux. Ainsi, en étudiant en détail la programmation de réseaux purement spectraux, nous serons à même de proposer des améliorations à cet analyseur spectral.

IV.3.1. Comparaison entre le modèle analytique et la simulation numérique issue des équations de Bloch généralisées

Afin de comparer le modèle analytique présenté en partie IV.1 au modèle issu des équations de Bloch généralisées de la partie IV.2, commençons par écrire le champ électrique exciteur. Celui-ci étant polarisé linéairement, on peut omettre le caractère vectoriel et ne s'intéresser qu'au champ scalaire. De plus, nous ne nous intéressons ici qu'à la dimension temporelle. La phase issue de la propagation spatiale de la forme $\vec{k} \cdot \vec{r}$ peut donc être résumée en une phase constante. En somme, après prise en compte du dipôle de transition optique, on peut directement écrire la pulsation de Rabi sous la forme :

$$\Omega(t) = (\Omega_0 \mathbb{1}_{[0; \Delta_t]}(t) \cdot e^{2i\pi\nu_0 t + i\pi r t^2 + i\phi}) \otimes (\delta(t) + \delta(t - \tau)) + c. c., \quad \text{IV.32}$$

où ν_0 est la fréquence initiale, $r = \Delta_\nu / \Delta_t$ est le taux de *chirp*, celui-ci s'étalant sur une plage fréquentielle $\Delta_\nu = 20$ GHz pendant une durée Δ_t . La fonction $\mathbb{1}_{[0; \Delta_t]}$ est la fonction indicatrice valant 1 dans l'intervalle $[0; \Delta_t]$ et 0 ailleurs. Enfin, la phase ϕ est une phase « initiale » prenant en compte le champ électrique à l'instant $t = 0$, l'argument de la valeur complexe du dipôle de transition optique, la position \vec{r} . Celle-ci n'a *a priori* donc pas de valeur particulière et peut être considérée comme arbitraire. Nous la conservons néanmoins dans nos équations car elle peut être considérée comme phase aléatoire pouvant rendre compte du bruit de phase du laser. L'équation IV.32 peut aussi s'écrire :

$$\Omega(t) = \Omega_0 (\mathbb{1}_{[0; \Delta_t]} \cdot e^{2i\pi\nu_0 t + i\pi r t^2 + i\phi} + \mathbb{1}_{[\tau; \Delta_t + \tau]} \cdot e^{2i\pi\nu_0(t-\tau) + i\pi r(t-\tau)^2 + i\phi}) + c. c. \quad \text{IV.33}$$

On définit les variables ψ_0 et ψ_1 comme la demie-somme et la demie-différence des deux phases décalées de τ (typiquement de l'ordre de la centaine de nanosecondes). Ainsi, on a :

$$\begin{cases} \psi_0 = 2\pi\nu_0 t + \pi r t^2 - \pi(\nu_0 + r t)\tau + \frac{\pi r \tau^2}{2}, \\ \psi_1 = \pi(\nu_0 + r t)\tau - \frac{\pi r \tau^2}{2}. \end{cases} \quad \text{IV.34}$$

En suivant les notations utilisées dans la partie IV.2, on peut écrire :

$$\begin{cases} \phi_{ab}^{(F)} = \psi_0, \\ \Omega_{ab}^{(C)} = \Omega_0 (\mathbb{1}_{[0; \Delta_t]} \cdot e^{i(\psi_1 + \phi)} + \mathbb{1}_{[\tau; \Delta_t + \tau]} e^{i(-\psi_1 + \phi)}) + c. c., \\ \Delta_{ab} = 2\pi \left(\nu_0 + r t - \frac{r \tau}{2} - \nu_{ab} \right). \end{cases} \quad \text{IV.35}$$

En effet, en ayant pris cette définition pour $\phi_{ab}^{(F)}$, la phase du nombre complexe $\Omega_{ab}^{(C)}$ varie plusieurs ordres de grandeur plus lentement que ψ_0 . On peut ainsi définir le vecteur de contrôle $\vec{\beta}_{ab}$ de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{\beta}_{ab}(t \in [0; \tau]) = \begin{pmatrix} \Omega_0 \cos(\psi_1 + \phi) \\ \Omega_0 \sin(\psi_1 + \phi) \\ -2\pi \left(\nu_0 + rt - \frac{r\tau}{2} - \nu_{ab} \right) \end{pmatrix}, \\ \vec{\beta}_{ab}(t \in [\tau; \Delta_t]) = \begin{pmatrix} 2\Omega_0 \cos \psi_1 \cos \phi \\ 2\Omega_0 \cos \psi_1 \sin \phi \\ -2\pi \left(\nu_0 + rt - \frac{r\tau}{2} - \nu_{ab} \right) \end{pmatrix}, \\ \vec{\beta}_{ab}(t \in [\Delta_t; \Delta_t + \tau]) = \begin{pmatrix} \Omega_0 \cos(-\psi_1 + \phi) \\ \Omega_0 \sin(-\psi_1 + \phi) \\ -2\pi \left(\nu_0 + rt - \frac{r\tau}{2} - \nu_{ab} \right) \end{pmatrix}. \end{array} \right. \quad \text{IV.36}$$

Comme on ne s'intéresse pas aux bords de la rampe de fréquence dédoublée, ce qui ne correspondrait qu'aux ions thulium dont la fréquence de résonance est située sur les bords de la raie d'absorption, on ne retiendra alors que la deuxième équation. On peut d'ailleurs noter qu'à une rotation près autour de la troisième composante, le résultat est inchangé. On retrouve alors le caractère arbitraire de la phase ϕ , phase que nous serons amenés à utiliser si l'on souhaite prendre en compte le bruit de phase du laser.

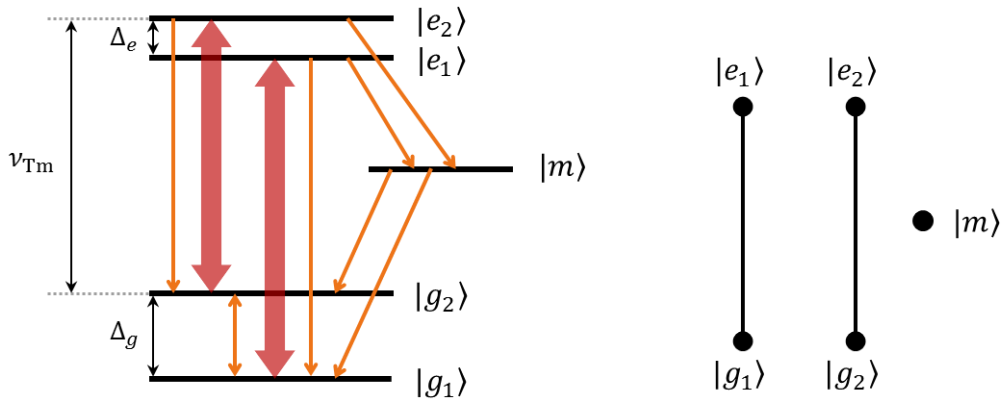


Figure IV-1. Structure atomique du thulium sous champ magnétique orienté selon l'axe $[111]$ (à gauche). Seules deux transitions optiques symbolisées par les doubles-flèches rouges sont autorisées. Les relaxations sont illustrées par des flèches orange. La traduction sous forme de graphe est représentée à droite.

Pour le choix des variables, rappelons que dans les conditions d'orientations des champs électrique et magnétique, la structure atomique du thulium est celle illustrée sur la Figure IV-1. Sur cette figure, la structure \mathcal{S}_A peut plus aisément être vue sous forme de graphe. Cette figure ne permet cependant pas de rendre compte du mélange de spins via le niveau métastable. En effet, la préférence à 2/3 pour la conservation du spin nucléaire requiert un schéma utilisant deux niveaux métastables, que l'on note alors respectivement $|m_1\rangle$ et $|m_2\rangle$. Le schéma que nous utiliserons est alors le suivant :

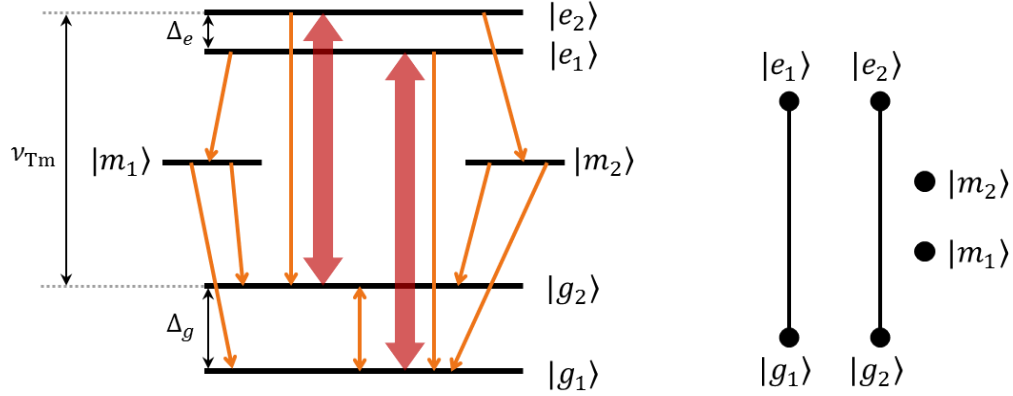


Figure IV-2. Structure atomique du thulium où l'on a ajouté un second niveau métastable permettant de prendre en compte la préférence de relaxation depuis le niveau métastable (à gauche). Les voies de relaxation, illustrées par des flèches orange, montrent l'utilisation de deux niveaux métastables au lieu d'un seul. La traduction sous forme de graphe est représentée à droite.

Partant du graphe de la Figure IV-2, on peut, en appliquant la méthode décrite dans la partie précédente, déterminer les variables à utiliser. Le vecteur \vec{B} peut alors s'écrire $\vec{B} = (U_{e_1,g_1}; V_{e_1,g_1}; W_{e_1,g_1}; U_{e_2,g_2}; V_{e_2,g_2}; W_{e_2,g_2}; X_{g_1}; X_{g_2}; Y_{m_1})$. En effet, on dispose de quatre sous-graphes connexes, dont deux de taille 2 et deux de taille 1. On constitue alors deux triplets de type $(U; V; W)$, auxquels on ajoute quatre variables de population, deux de type X et deux de type Y (correspondant respectivement aux populations de niveaux faisant intervenir une transition optique et à celles de niveaux atteignables que par relaxation). L'unité de la population nous permet enfin de retirer une variable de type Y .

En redéfinissant l'origine des temps de manière à ce que $\vec{\beta}_{e_2,g_2}^{(3)}(t=0) = 0$, le système d'équation complet régissant l'évolution de l'ion thulium s'écrit alors :

$$\partial_t \begin{pmatrix} U_{e_1,g_1} \\ V_{e_1,g_1} \\ W_{e_1,g_1} \\ U_{e_2,g_2} \\ V_{e_2,g_2} \\ W_{e_2,g_2} \\ X_{g_1} \\ X_{g_2} \\ Y_{m_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\beta}_{e_1,g_1} \wedge \begin{pmatrix} U_{e_1,g_1} \\ V_{e_1,g_1} \\ W_{e_1,g_1} \end{pmatrix} \\ \vec{\beta}_{e_2,g_2} \wedge \begin{pmatrix} U_{e_2,g_2} \\ V_{e_2,g_2} \\ W_{e_2,g_2} \end{pmatrix} \\ \frac{1}{2} (\vec{\beta}_{e_1,g_1}^{(1)} V_{e_1,g_1} - \vec{\beta}_{e_1,g_1}^{(2)} U_{e_1,g_1}) \\ \frac{1}{2} (\vec{\beta}_{e_2,g_2}^{(1)} V_{e_2,g_2} - \vec{\beta}_{e_2,g_2}^{(2)} U_{e_2,g_2}) \\ 0 \end{pmatrix} + \vec{R}, \quad \text{IV.37}$$

où $\Delta_{ge} = \Delta_g - \Delta_e$, et où :

$$\begin{cases} \vec{\beta}_{e_1, g_1} = \mathcal{R}_3(\phi) \cdot \begin{pmatrix} 2\Omega_0 \cos(\pi r \tau t + \pi v_{\text{Tm}} \tau) \\ 0 \\ -2\pi r t + 2\pi \Delta_{ge} \end{pmatrix}, \\ \vec{\beta}_{e_2, g_2} = \mathcal{R}_3(\phi) \cdot \begin{pmatrix} 2\Omega_0 \cos(\pi r \tau t + \pi v_{\text{Tm}} \tau) \\ 0 \\ -2\pi r t \end{pmatrix}. \end{cases} \quad \text{IV.38}$$

Ici, $\mathcal{R}_3(\phi)$ est la matrice de rotation de taille 3, d'angle ϕ , autour de la troisième composante. Plus précisément :

$$\mathcal{R}_3(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad \text{IV.39}$$

Comme pour la comparaison que nous souhaitons faire, on suppose un laser spectralement fin, la phase ϕ est alors constante et peut être arbitrairement fixée à 0, de sorte que $\mathcal{R}_3(\phi = 0) = I_3$. De plus, comme on a fixé l'origine des temps de manière à annuler la troisième composante de $\vec{\beta}_{e_2, g_2}$ pour $t = 0$, la comparaison avec le calcul analytique se fait en regardant le taux de transfert de population $\Pi_{e_2, g_2}(v)$.

En premier lieu, observons l'effet obtenu si $v_{\text{Tm}} \tau = k + \frac{1}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. Dans ce cas, on peut écrire :

$$\vec{\beta}_{e_2, g_2} = \begin{pmatrix} \pm 2\Omega_0 \sin(\pi r \tau t) \\ 0 \\ -2\pi r t \end{pmatrix}. \quad \text{IV.40}$$

Cette expression est antisymétrique de la variable t . Par conséquent, relaxation mise à part, donc en supposant une interaction très courte devant les durées de vie des cohérences et des populations, on constate que le produit vectoriel amène le vecteur $(U_{e_2, g_2}; V_{e_2, g_2}; W_{e_2, g_2})$ à tourner autour du vecteur $\vec{\beta}_{e_2, g_2}$ depuis un instant $t = -T$ à $t = 0$ puis à reproduire exactement le même parcours dans le sens contraire entre $t = 0$ et $t = T$. Ainsi, à la fin de l'excitation, ce sous-vecteur de Bloch sera revenu à sa position initiale. L'excitation n'a alors finalement aucun effet. Ce résultat est valable périodiquement avec une période $1/\tau$ et correspond aux annulations du taux de transfert prévues à partir de la transformée de Fourier de la pulsation de Rabi, ou du champ électrique (voir équation IV.9).

Observons à présent la valeur du taux de transfert Π_{e_2, g_2} dans le cas le plus favorable, c'est-à-dire pour une fréquence de transition entre les niveaux $|g_2\rangle$ et $|e_2\rangle$ v_{Tm} telle que $v_{\text{Tm}} \tau \in \mathbb{Z}$, donc une fréquence correspondant à un maximum de la fonction de transfert sinusoïdale engendrée par le délai entre les deux rampes de fréquences. Le vecteur de contrôle s'écrit alors :

$$\vec{\beta}_{e_2, g_2} = \begin{pmatrix} \pm 2\Omega_0 \cos(\pi r \tau t) \\ 0 \\ -2\pi r t \end{pmatrix}. \quad \text{IV.41}$$

Selon la valeur de v_{Tm} , le signe \pm de la première composante peut être positif ou négatif. Cependant, le résultat en termes de modification de population atomique ne change pas. En effet, le parcours du vecteur $(U_{e_2, g_2}; V_{e_2, g_2}; W_{e_2, g_2})$ en supposant un signe négatif se déduit du parcours dans le cas d'un signe positif par une simple symétrie de plan normal à la première composante et passant par l'origine. Cette symétrie n'affecte donc pas la composante W_{e_2, g_2} qui rend compte des populations.

Afin de comparer le modèle analytique valide pour de faibles excitations seulement (voir IV.1 et équation IV.9) à celui à base d'équations de Bloch généralisées, il nous faut donc résoudre le système différentiel IV.37. Ce système est linéaire à coefficients non constants et ne peut se diagonaliser. Par conséquent, seule une méthode numérique permet d'obtenir l'évolution des populations au cours du temps et donc d'en déduire le taux de transfert de populations. À titre de comparaison, nous avons tracé le taux de transfert obtenu en fonction de la pulsation de Rabi pour différents taux de *chirp*. Ceux-ci sont représentés sur la Figure IV-3.

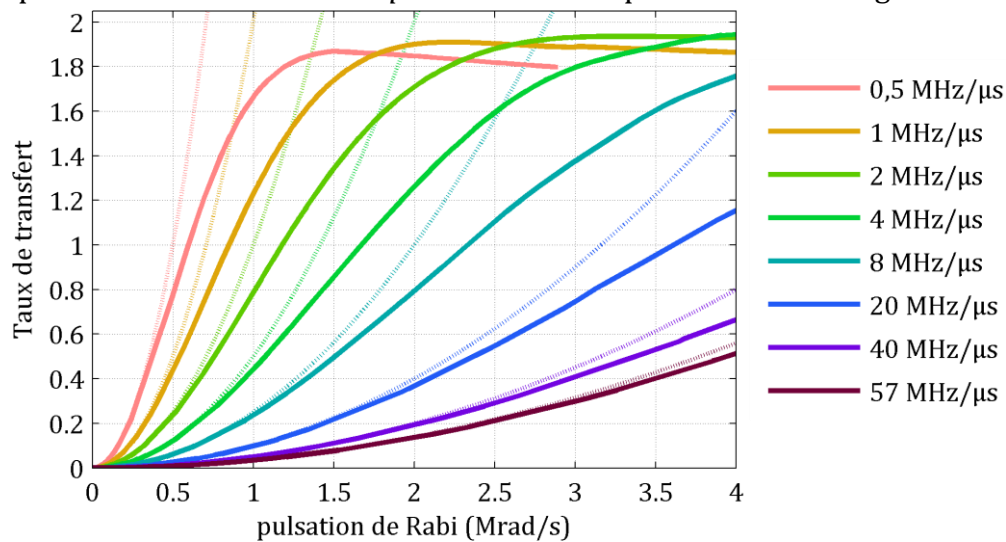


Figure IV-3. Taux de transfert de populations en fonction de la pulsation de Rabi pour différents taux de *chirp*. Les courbes en traits pleins représentent les résultats de résolutions numériques tandis que les pointillés représentent les valeurs obtenues analytiquement à l'aide de l'équation IV.9.

On peut constater sur cette figure que le modèle analytique est proche des simulations numériques puis s'en détache quand la pulsation de Rabi augmente. La limite de validité couramment utilisée, limitant le taux de transfert à 0,5 se vérifie. Si l'on s'intéresse à des fortes valeurs de pulsation de Rabi, l'écart augmente indéfiniment puisque comme nous l'avons constaté en première partie de ce chapitre, l'expression analytique n'est pas bornée. Or, par définition, le taux de transfert ne peut dépasser 2.

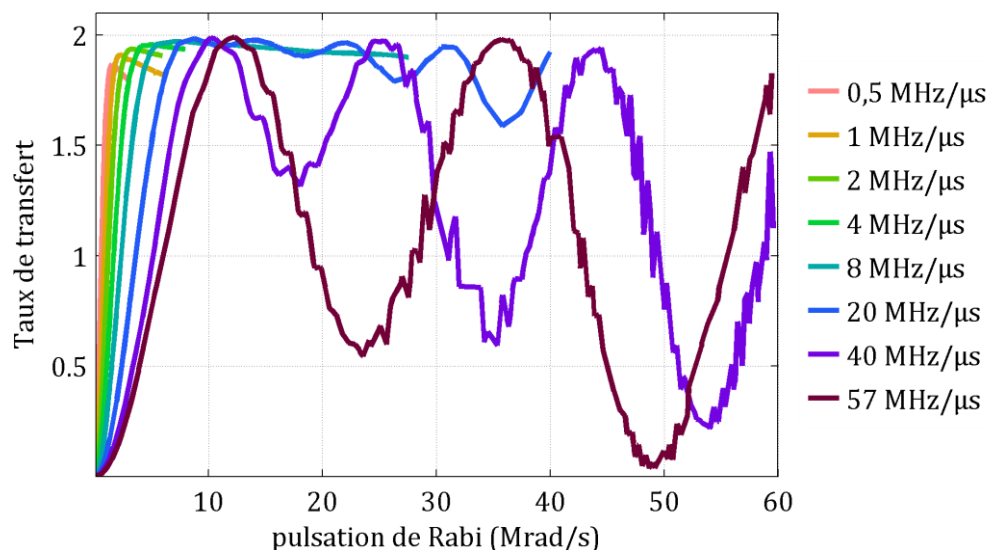


Figure IV-4. Taux de transfert de populations en fonction de la pulsation de Rabi pour différents taux de chirp. Nous avons ici poussé l'exploration pour de plus grandes pulsations de Rabi que pour la Figure IV-3. Le temps de calcul devenant prohibitif, nous avons restreint les simulations à quelques Mrad/s seulement pour des plus faibles taux de chirp.

Le calcul numérique donne l'évolution du taux de transfert pour ces mêmes taux de *chirp* mais en poussant la pulsation de Rabi jusqu'à plusieurs dizaines de Mrad/s. Le résultat est illustré sur la Figure IV-4. Mis à part les parasites qui apparaissent suite à un compromis entre temps et précision du calcul numérique, nous pouvons observer des oscillations. Par la suite, nous nous intéresserons à l'origine de ces oscillations.

IV.3.2. Interprétation des oscillations du taux de transfert avec la pulsation de Rabi

Dans toute cette partie, nous nous intéressons au taux de transfert obtenu pour des transitions optiques se situant sur une frange brillante de l'interféromètre.

À première vue, les maxima et minima sont régulièrement espacés. Cette constatation nous amène à considérer un cas de pseudo oscillations de Rabi que nous regardons évoluer non pas selon un axe temporel mais un axe gradué en pulsation de Rabi. En effet, considérant une durée fixe d'impulsion monochromatique, en faisant varier la pulsation de Rabi, on fait alors varier les aires d'impulsions, ce qui donne lieu à des oscillations. Le premier maximum pourrait alors être considéré comme une sorte « d'impulsion π chirpée ». L'analogie n'est pas parfaite puisque comme nous le constatons sur la Figure IV-4, les minima ne descendent pas jusqu'à zéro, ce qui serait le cas pour de parfaites impulsions 2π , 4π , 6π , etc.

Afin de mieux comprendre l'origine de cette forme, nous explorons deux types de raisonnements, tous deux fondés sur des considérations géométriques dans la sphère de Bloch. Le premier consiste à établir les conditions de passage adiabatique rapide (abrégé en RAP pour *Rapid Adiabatic Passage*) tandis que le second porte sur la géométrie du parcours du vecteur de Bloch dans la sphère pour aboutir à une

inversion de population. Dans ces deux raisonnements, nous utilisons l'expression du vecteur de contrôle de l'équation IV.41.

Les conditions permettant d'effectuer un RAP sont connues dans le cas de la simple rampe de fréquence et s'écrivent, en reprenant les mêmes notations que celles présentées au début du paragraphe IV.3.1, $\Omega_0^2 \gg r$ et $r\Delta_t^2 \gg 1$ [Mal2001, All1975]. De même pour le cas de la double rampe de fréquence, il s'agit de vérifier la condition d'adiabaticité, à savoir que la norme $\|\vec{\beta}_{e_2, g_2}\| \gg \left| \dot{\theta}_{\vec{\beta}_{e_2, g_2}} \right|$, où $\dot{\theta}_{\vec{\beta}_{e_2, g_2}}$ désigne la vitesse angulaire du vecteur de contrôle au cours du temps, $\theta_{\vec{\beta}_{e_2, g_2}} = \text{atan}\left(\vec{\beta}_{e_2, g_2}^{(3)} / \vec{\beta}_{e_2, g_2}^{(1)}\right)$ étant alors l'angle que fait le vecteur de contrôle avec le vecteur de base (1; 0; 0). Il faut également vérifier la condition de cohérence, nécessitant que l'interaction entre le champ électrique et un ion soit courte devant la durée de vie des cohérences optiques T_2 . L'étude analytique des conditions d'adiabaticité et de cohérence est laissée en annexe A. En effet, afin d'éviter les erreurs d'approximation du type $a \ll b \Leftrightarrow a^2 \ll b^2$ ou encore $a \ll b \Leftrightarrow \ln a \ll \ln b$, nous définissons des variables $0 < \varepsilon \ll 1$ afin de traduire $a \ll b$ en $a < \varepsilon b$. Aussi, les conditions requises pour un RAP sont également données en annexe.

Le raisonnement sur la géométrie du parcours nous amène à considérer pour simplifier un cas sans relaxation (cohérences et populations). Dans ce cas, nous cherchons à estimer les paramètres (taux de *chirp*, pulsation de Rabi, retard entre les rampes) nécessaires pour que le parcours du vecteur de Bloch soit symétrique par rapport au plan équatorial de la sphère de Bloch. Ceci implique alors que certaines composantes des vecteurs de contrôle et de Bloch soient symétriques ou antisymétriques. Pour une large gamme de valeurs accessibles expérimentalement, on montre (voir annexe B) que la symétrie par rapport au plan équatorial de la sphère de Bloch, donc une inversion parfaite que nous qualifions de pseudo « impulsion π chirpée », est atteinte si l'on vérifie la relation :

$$\Omega_0 = \sqrt{\pi r}. \quad \text{IV.42}$$

Les multiples de π supérieurs ne pouvant pas se traduire par une symétrie ou antisymétrie, d'autres formes de raisonnements seraient nécessaires pour prédire l'allure de la Figure IV-4. Nous avons alors répertorié sur la Figure IV-5 les points obtenus par calcul numérique pour une « impulsion π chirpée », ainsi que les conditions de RAP et la courbe issue de l'équation IV.42.

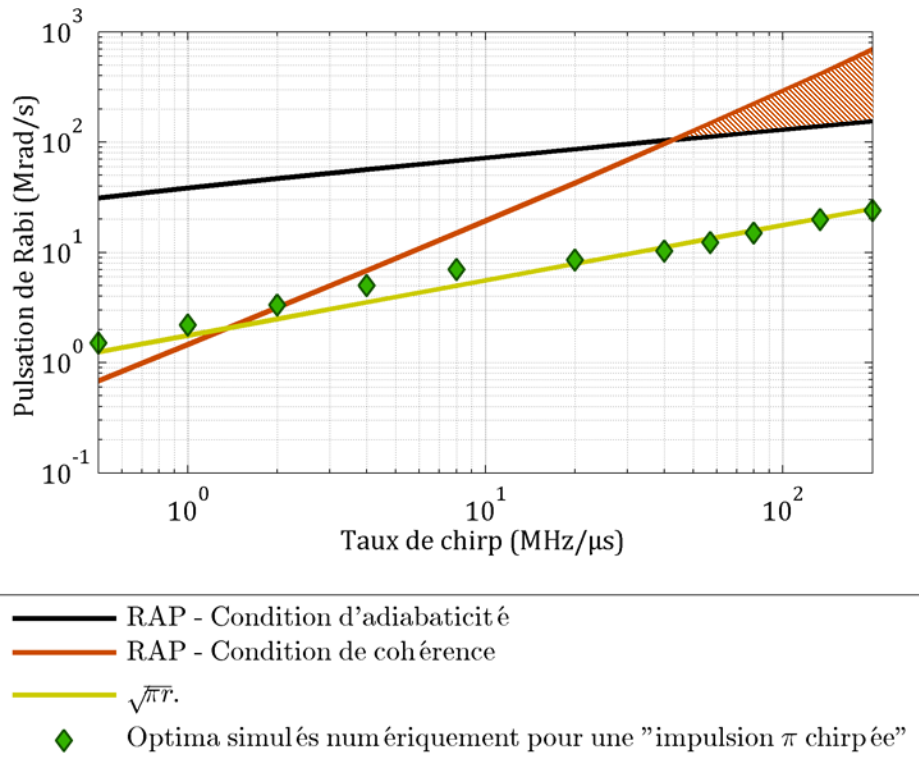


Figure IV-5. Conditions de réalisation d'un passage adiabatique rapide dans le cas de la double rampe de fréquence (voir Annexe A). Les deux conditions (lignes marron et noire) sont réunies dans la zone hachurée en marron. Conjointement sont représentés les points où sont réalisés ce que nous qualifions « d'impulsion π chirpée », obtenus par simulation numérique. Ceux-ci correspondent aux premiers maxima de la Figure IV-4. L'estimation de ces valeurs à l'aide de l'équation IV.42 est représentée par la droite jaune.

On peut noter que l'équation IV.42 s'apparente à la condition d'adiabaticité connue dans le cas d'une simple rampe de fréquence qui s'écrit [Mal2001] :

$$\Omega_0 \gg \sqrt{r}. \quad \text{IV.43}$$

IV.3.3. Comparaison entre simple et double rampe de fréquence

Cette constatation nous amène à comparer « l'impulsion π chirpée » obtenue par double rampe au RAP obtenu par simple rampe. Afin de parfaire la comparaison, nous considérons différentes gradations de déséquilibre entre les deux rampes de fréquence, passant ainsi d'une double rampe parfaitement équilibrée à une rampe unique. Pour que cette gradation ait du sens, nous considérons l'ensemble à puissance constante. Le raisonnement à puissance constante se traduit par une constance du carré de la pulsation de Rabi. Dans le cas parfaitement équilibré, chaque rampe a une amplitude de champ électrique E_0 , ce qui conduit à une pulsation de Rabi Ω_0 . La puissance de chaque rampe est alors proportionnelle à Ω_0^2 , ce qui donne une puissance totale proportionnelle à $2\Omega_0^2$. Considérons à présent un déséquilibre caractérisé par la valeur ε de telle sorte que la pulsation de l'amplitude de la pulsation de Rabi de chaque rampe de fréquence soit de la forme $\Omega_0(1 + \varepsilon)$ et $\Omega_0(1 - \varepsilon)$. Afin

de satisfaire à la conservation de la puissance totale, ces valeurs sont à normaliser et deviennent ainsi :

$$\begin{cases} \frac{\Omega_0(1+\varepsilon)}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}, \\ \frac{\Omega_0(1-\varepsilon)}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}. \end{cases} \quad \text{IV.44}$$

Avec ces notations, la sinusoïde spectrale correspondant au retard entre les deux rampes est affectée d'un contraste variable. En effet, en définissant le contraste :

$$C = \frac{P_{max} - P_{min}}{P_{max} + P_{min}}, \quad \text{IV.45}$$

celui-ci vaut alors :

$$C = \frac{1 - \varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2}. \quad \text{IV.46}$$

On retrouve que dans les cas extrêmes où $\varepsilon = 0$ ou $\varepsilon = 1$, le contraste vaut respectivement 1 ou 0. Par ailleurs, l'équation IV.41, qui donne le vecteur de contrôle pour un atome dont la fréquence de résonance se situe sur un maximum de la sinusoïde spectrale devient :

$$\vec{\beta}_{e_2, g_2} = \begin{pmatrix} \frac{2\Omega_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \cos(\pi r t t) \\ \frac{2\varepsilon\Omega_0}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \sin(\pi r t t) \\ -2\pi r t \end{pmatrix}. \quad \text{IV.47}$$

Ce résultat s'obtient aisément en repartant de l'équation IV.32 et en pondérant les distributions de Dirac par $\frac{(1+\varepsilon)}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$ et $\frac{(1-\varepsilon)}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}$. Le résultat est intéressant d'un point de vue géométrique. En effet, mise à part la composante verticale qui est linéaire de la variable temporelle, les deux premières composantes du vecteur de contrôle décrivent une ellipse. Celle-ci est aplatie et se résume à un segment si $\varepsilon = 0$. Dans le cas extrême inverse, où $\varepsilon = 1$, il s'agit d'un cercle. À titre indicatif, on peut noter que l'excentricité de l'ellipse vaut :

$$e = \sqrt{1 - \varepsilon^2} = \sqrt{\frac{2C}{1+C}} \quad \text{IV.48}$$

et que les ellipses obtenues en faisant varier ε ont toutes le même cercle orthoptique.

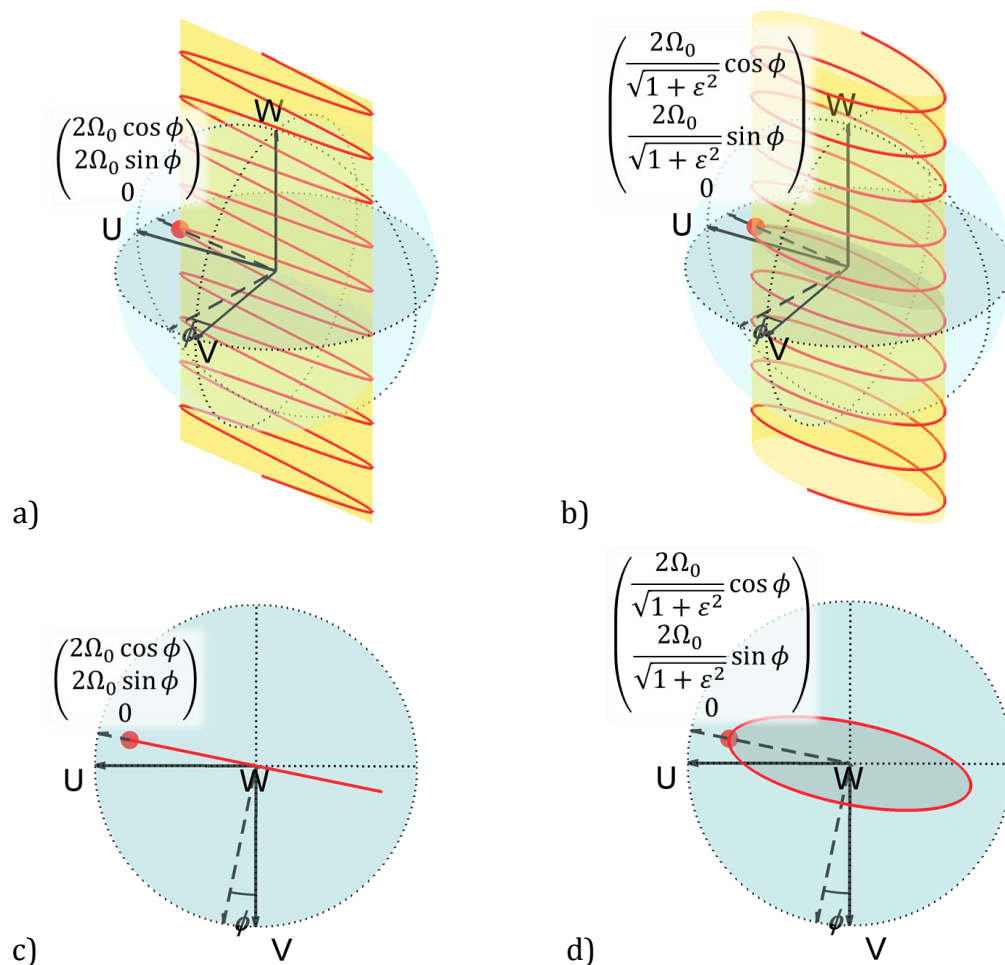


Figure IV-6. Trajectoires du vecteur de contrôle $\vec{\beta}_{e_2, g_2}$ dans la sphère de Bloch et sa projection dans le plan (U, V) dans le cas où les deux rampes sont équilibrées, donc $C = 1$ (figures a) et c)), et dans le cas où les rampes sont déséquilibrées avec $C = 0,8$ (figures b) et d)). Le cylindre elliptique (ou aplati) jaune sert de support à la trajectoire dessinée en rouge. Le point rouge, dont les coordonnées sont affichées, symbolise l'intersection entre la trajectoire et le plan équatorial. Ici, ϕ désigne la phase arbitraire que nous avons choisie d'éliminer pour des raisons de clarté à partir des équations IV.40 et IV.41.

Géométriquement, la trajectoire du vecteur de contrôle dans la sphère de Bloch correspondant à la transition $|g_2\rangle \leftrightarrow |e_2\rangle$ s'appuie donc sur un cylindre elliptique, comme illustré sur la Figure IV-6. Sur cette figure, nous faisons réapparaître la phase ϕ que nous avons supprimée à partir de l'équation IV.40 en raison de l'invariance du problème en fonction de ϕ . Nous la faisons réapparaître ici car elle permet d'illustrer géométriquement l'effet du bruit de phase du laser. En effet, suivant le modèle de Schawlow et Townes [Sch1958], le bruit de phase du laser peut être représenté par une marche aléatoire de phase se traduisant par un mouvement brownien de l'angle ϕ et donc une agitation du cylindre sur lequel s'appuie la trajectoire du vecteur de contrôle.

Par ailleurs, à partir de ces figures, on peut obtenir aisément les trajectoires de $\vec{\beta}_{e_2, g_2}$ dans le cas où l'on s'intéresse à un atome dont la fréquence de résonance se situe sur un minimum de la fonction de transfert sinusoidale issue du retard temporel. Il suffit de décaler la trajectoire d'une demi-période verticale. En

conséquence, dans le cas parfaitement équilibré, on retrouve le critère de symétrie (voir équation IV.40) qui nous avait amené à conclure que l'effet global de l'excitation était alors nul. On constate en revanche que ce raisonnement n'est plus valable dans le cas où les deux rampes de fréquence sont déséquilibrées.

Enfin, à l'aide de l'équation IV.47, il nous est possible par simulation numérique de calculer le taux de transfert en fonction de la pulsation de Rabi pour différentes valeurs de ε . Nous choisissons, pour limiter le nombre de simulations, de nous fixer à une seule valeur de taux de *chirp* $r = 40$ MHz/ μ s. Le cas $\varepsilon = 0$ correspond alors à la courbe violette de la Figure IV-4. Nous choisissons alors d'effectuer des simulations pour différentes valeurs de $\varepsilon \in [0; 1]$. Les résultats sont illustrés sur la Figure IV-7.

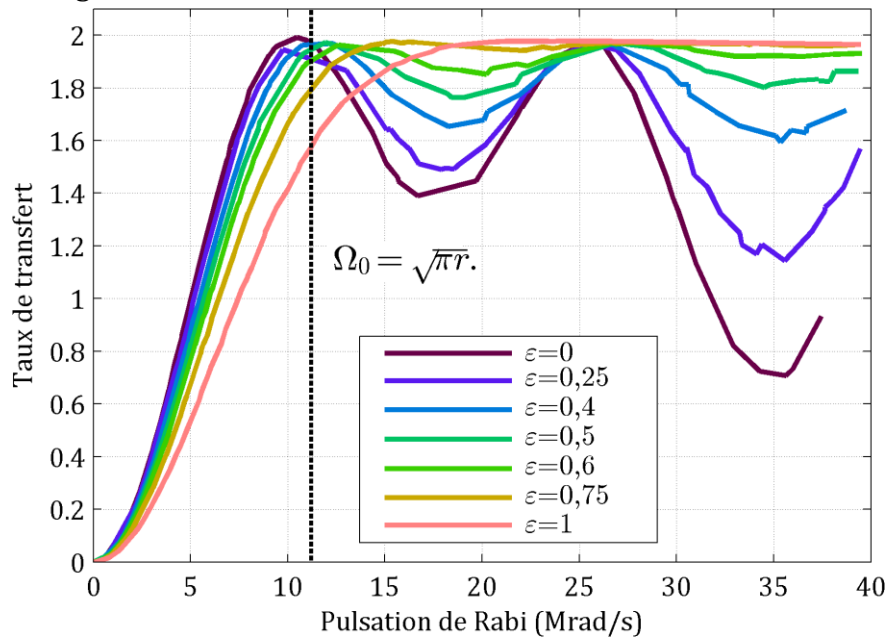


Figure IV-7. Taux de transfert en fonction de la pulsation de Rabi pour un taux de *chirp* fixé à 40 MHz/ μ s, et pour différents contrastes de l'interféromètre représentés par différentes valeurs de ε . La droite en pointillés correspond à l'estimation analytique du point défini pour $\varepsilon = 0$ comme une « impulsion π chirpée ».

Sur cette figure, comme la condition « d'impulsion π chirpée » obtenue pour le cas de deux rampes parfaitement équilibrées et la condition de RAP pour une simple rampe sont relativement similaires, on observe que la pulsation de Rabi permettant d'atteindre un taux de transfert proche de 2 reste du même ordre de grandeur quand on fait varier ε . En revanche, la caractérisation de ce maximum évolue pour passer d'une « impulsion π chirpée » pour $\varepsilon = 0$ à un RAP pour $\varepsilon = 1$. Ce point de fonctionnement particulier obtenu pour une double rampe de fréquence est intéressant car il montre qu'une parfaite inversion de populations est réalisable sans recourir à un passage adiabatique rapide, dont la réalisation est bien plus exigeante en termes de pulsation de Rabi, comme nous l'indique la Figure IV-5 et dont les détails de calculs sont donnés en Annexe A.

IV.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une écriture originale des équations régissant l'évolution des éléments de la matrice densité d'un élément ayant une structure atomique quelconque en obtenant une écriture très similaire aux équations de Bloch optiques. Ce faisant, il est possible dans certains cas de proposer des raisonnements géométriques pour décrire l'effet d'une excitation lumineuse sur un atome comme dans le cas d'une structure à deux niveaux. Nous avons alors pu estimer la position d'un maximum de taux de transfert dans le cas du $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ sous champ magnétique et soumis à une excitation sous la forme d'une double rampe de fréquence. Cette estimation concorde parfaitement avec la simulation numérique. On note que celle-ci fait apparaître des oscillations que nous qualifions de pseudo oscillations de Rabi. Par ailleurs, en évaluant les critères de RAP dans le cas de la double rampe de fréquence, nous pouvons constater qu'il nécessite un taux de *chirp* et une pulsation de Rabi (donc une puissance optique) très élevés. En revanche, un autre point amenant le taux de transfert à 2 sur le sommet des franges brillantes de l'interféromètre et qualifié « d'impulsion π chirpée » a été trouvé. Celui-ci est aussi exigeant qu'un RAP conventionnel utilisant une simple rampe de fréquence mais moins contraignant que la condition d'adiabaticité pour une double rampe. Nous avons alors comparé graduellement ces deux cas en partant de deux rampes progressivement déséquilibrées, le tout à puissance constante.

À partir de la généralisation des équations de Bloch à une structure atomique quelconque, nous pouvons alors obtenir les valeurs de taux de transfert nécessaires à l'application du modèle décrit dans la partie II.3, que nous pourrions insérer dans les matrices M_{Π} et C_{Π} . Une application pratique et une vérification expérimentale feront alors l'objet du chapitre suivant.

V. Application à la programmation de réseaux spectraux

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à une application concrète du modèle du chapitre II, enrichi d'une part de mesures physiques relatives au cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ détaillées dans le chapitre III, et d'autre part de la généralisation des équations de Bloch optiques du chapitre IV offrant des moyens géométriques pour estimer l'effet d'une excitation sur des ions thulium. Des simulations numériques pourront aussi être utilisées. L'objectif de ce chapitre est d'utiliser les résultats des deux chapitres précédents et de confronter le modèle théorique à une vérification expérimentale. Pour ce faire, nous considérons un cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ sous champ magnétique. En utilisant une double rampe de fréquence, le but est d'enregistrer des réseaux spectraux. La vérification expérimentale se fera donc d'une part en utilisant une sonde balayée en fréquence pour voir la forme et le contraste du réseau mais également en envoyant une courte impulsion afin de recueillir un écho comme résultat d'une diffraction temporelle.

V.1. Montage expérimental

Dans cette partie, nous commençons par décrire précisément l'expérience à réaliser. Nous utilisons un cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ soumis à un champ magnétique et une excitation lumineuse polarisés tous deux selon l'axe cristallin [111]. Ainsi, comme vu au paragraphe III.1.2, l'interaction ne se fait qu'avec les ions dont le dipôle de transition est un de ceux numérotés 1, 3 ou 5 (voir Figure III-2). Les ions excités sont alors magnétiquement et électriquement équivalents. De plus, seules deux transitions optiques sont autorisées, celles-ci étant notées $|g_1\rangle \leftrightarrow |e_1\rangle$ et $|g_2\rangle \leftrightarrow |e_2\rangle$. Ces transitions sont disjointes, si bien que la structure atomique et son graphe associé sont ceux de la Figure IV-2. Afin d'enregistrer et de rafraichir des réseaux spectraux jusqu'à atteindre le régime stationnaire, on utilise un laser en cavité externe dont on agit sur l'élément piézoélectrique (ou ECDL⁴ pour *External Cavity Diode Laser*) pour faire varier la fréquence optique. On peut ainsi générer une rampe de fréquence. En passant à travers un interféromètre de Mach-Zehnder fibré, une copie retardée de la rampe est générée afin de nous retrouver dans le cas étudié dans la partie IV.3. Le schéma expérimental est illustré sur la Figure V-1.

⁴ Ce sigle sera utilisé par la suite dans différents schéma expérimentaux.

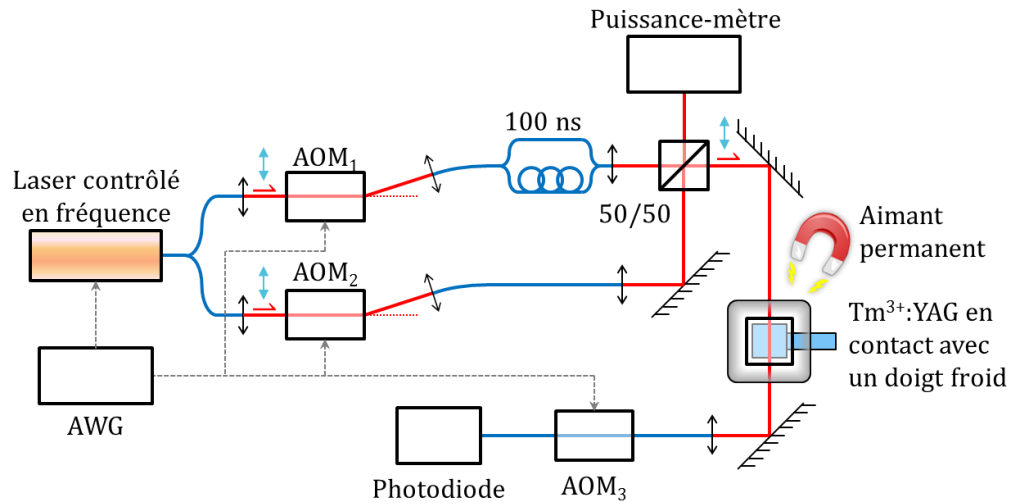


Figure V-1. Schéma expérimental permettant d'enregistrer et de rafraîchir des réseaux spectraux, puis de les sonder. Les parties en espace libre et fibrées sont respectivement représentées par des traits rouges et bleus. Les double-flèches noires désignent les lentilles de collimation. À la différence des mesures effectuées dans le chapitre III, notre cristal est dans un cryostat à hélium en circuit fermé et refroidi par contact avec un doigt froid. L'utilisation d'un tel cryostat permet, entre autres, de disposer d'une grande stabilité en température (<20 mK). En outre, le champ magnétique est assuré par l'utilisation d'un aimant permanent. Le chronogramme de fonctionnement associé à ce montage est illustré sur la Figure V-2.

Dans ce montage, l'AWG est utilisé pour piloter les différents modulateurs acousto-optiques (AOM) ainsi que la fréquence du laser. Le chronogramme associé à ce montage est représenté sur la Figure V-2.

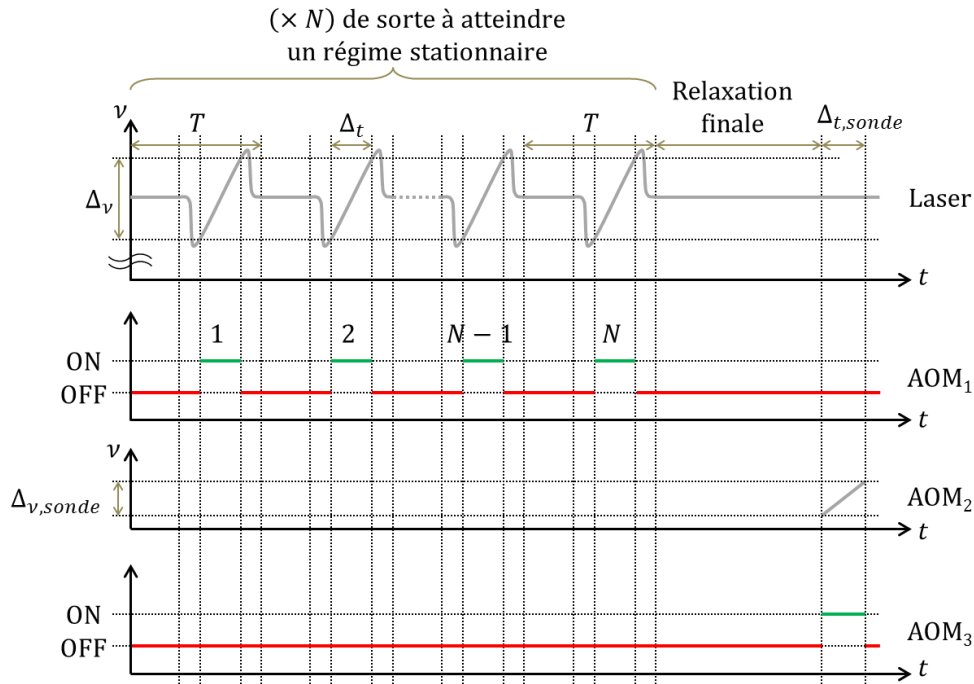


Figure V-2. Chronogramme associé au montage expérimental de gravure et réseaux spectraux de la Figure V-1. Sur cette figure, les chronogrammes des AOM₁ et AOM₃, sont représentés sous la forme ON/OFF par souci de simplicité car ils ne servent qu'à générer des portes. En réalité, il y a un décalage de +110 MHz de la fréquence optique, qui n'a pas d'incidence sur l'expérience.

À l'aide de ce schéma expérimental et de ce chronogramme, on réalise N gravures successives de réseaux spectraux, N étant choisi de manière à atteindre le régime stationnaire. On rappelle que la vitesse de convergence vers le régime stationnaire peut se calculer à partir des matrices A_R et M_{Π} (voir II.3.2). En pratique, nous avons choisi de fixer $N = 250$. Ce faisant, le chronogramme des impulsions traversant le cristal est celui illustré sur la Figure V-3.

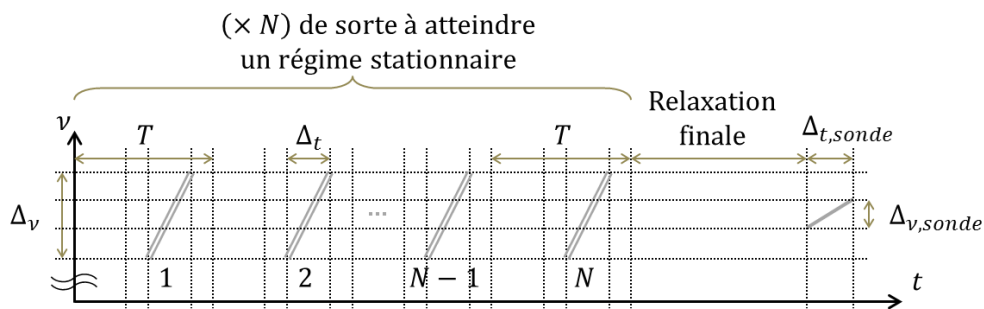


Figure V-3. Chronogramme des impulsions traversant le cristal correspondant au schéma expérimental de la Figure V-1 et au chronogramme de pilotage de la Figure V-2. Le retard entre les deux rampes d'une même paire provient du délai de l'interféromètre qui est fixé à 100 ns.

Par ailleurs, en pratique, nous sommes limités en puissance optique en raison de différentes pertes dans les AOM et dans les couplages optiques. Afin de maximiser la pulsation de Rabi qui suit la relation $\Omega_0 \propto \sqrt{\frac{P_{opt}}{W_x^g W_y^g}}$, W_x^g et W_y^g étant les waists du faisceau de gravure dans les directions x et y (voir Figure V-4), nous avons choisi de

travailler avec des waists $W_x^g = W_y^g = 108 \mu\text{m}$. Dans ce manuscrit, nous définissons le waist d'un faisceau comme le rayon du faisceau au-delà duquel l'intensité est diminuée d'un facteur $1/e^2$ par rapport au centre du faisceau. De plus, afin de satisfaire au critère géométrique énoncé partie II.3.1, nous choisissons de ne sonder que les ions thulium ayant été excités par le centre du faisceau de gravure. Nous avons alors choisi des waists dits de lecture $W_x^l = W_y^l = 55 \mu\text{m}$.

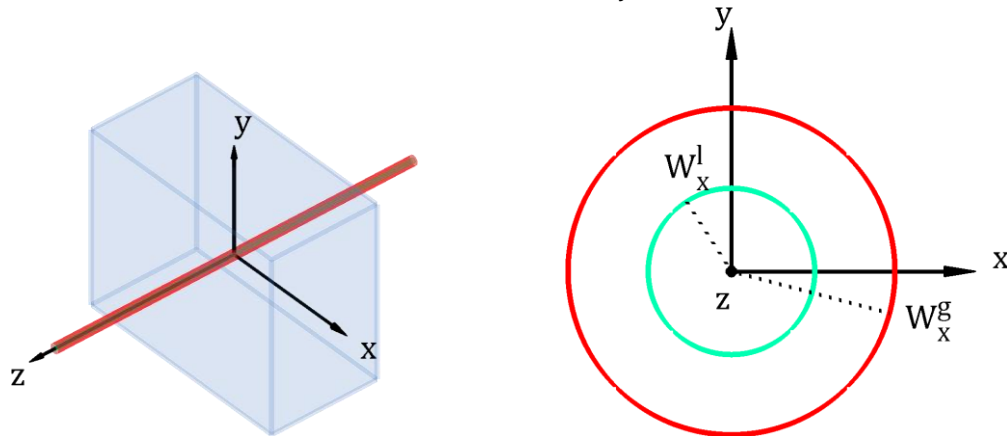


Figure V-4. Géométrie des faisceaux dans le cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$, en 3D (à gauche) et en projection transverse (à droite). Les faisceaux représentés en rouge et vert désignent respectivement le faisceau de gravure et le faisceau de lecture.

Nous avons alors mesuré la pulsation de Rabi engendrée par le faisceau de gravure par nutation optique et ainsi créé une courbe de correspondance (voir Figure V-5) entre l'intensité optique dans le cristal et la pulsation de Rabi.

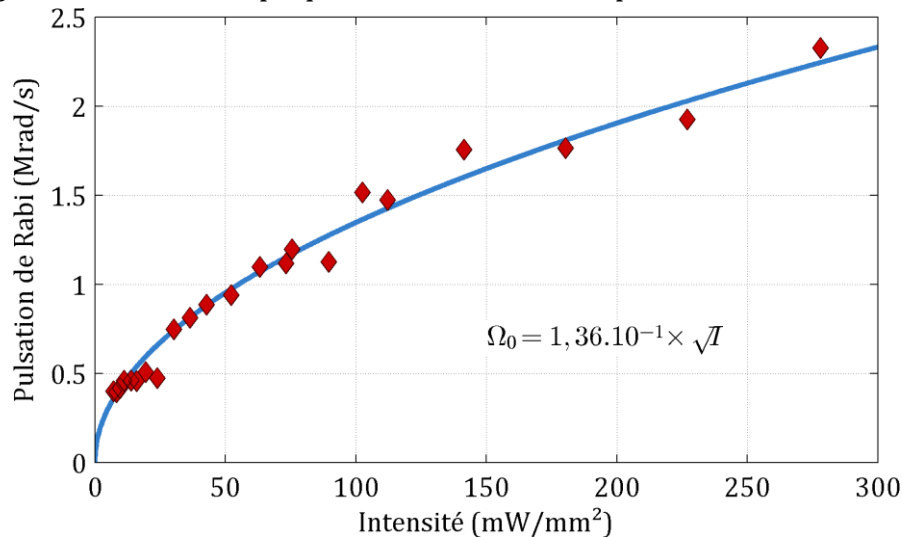


Figure V-5. Mesure de la pulsation de Rabi par nutation optique en fonction de l'intensité optique (losanges rouges) et ajustement (en bleu).

Il s'avère que nous sommes limités dans cette expérience à environ 2 Mrad/s au maximum.

Étant limité en pulsation de Rabi, nous avons opté pour un faible taux de *chirp* (0,5 MHz/ μs) pour espérer atteindre le régime qualifié « d'impulsion π chirpée » (voir Figure IV-3). Pour des raisons pratiques, nous avons limité l'excursion en fréquence du laser à 400 MHz en 800 μs , et ce répété toutes les $T = 80 \text{ ms}$. En effet, les résonances mécaniques de l'élément piézoélectrique contraignent les formes d'onde

que nous pouvons envoyer depuis l'AWG. Nous utilisons ensuite l'AOM₂ pour sonder une bande de 80 MHz au centre des 400 MHz. Notons ν_0 le centre commun des bandes de 80 et 400 MHz. Considérant un ion thulium sondé dont la fréquence de résonance $\nu_s \in [\nu_0 - 40 \text{ MHz}; \nu_0 + 40 \text{ MHz}]$, il a donc été excité avec une double rampe de fréquence au mieux symétrique de -200 MHz à +200 MHz autour de sa fréquence de résonance (si $\nu_s = \nu_0$) ou au pire asymétrique de -160 MHz à +240 MHz (ou de -240 MHz à +160 MHz) autour de sa fréquence de résonance (si $\nu_s = \nu_0 \pm 40 \text{ MHz}$). Par conséquent, comme nous sommes en pratique limités à des pulsations de Rabi n'excédant pas quelques Mrad/s (amplification du laser, pertes au niveau des couplages optiques et dans les AOM), même un désaccord de 160 MHz est suffisant pour qu'un ion reste insensible à une excitation. En effet, dans la sphère de Bloch, une pulsation de Rabi de 1 Mrad/s et un désaccord de 160 MHz conduisent à avoir un vecteur de contrôle quasiment vertical, ce qui ne permet pas de modifier les populations atomiques. En conclusion, ce protocole est alors tout à fait représentatif de ce que l'on pourrait avoir en utilisant des rampes de fréquences sur un intervalle beaucoup plus large, à condition de maintenir le même taux de *chirp*. Concernant le Tm³⁺:YAG qui dispose d'une raie d'absorption de 20 GHz, notre protocole mettant en œuvre des rampes de fréquence de 400 MHz en 800 μs est alors équivalent à 20 GHz en 40 ms.

Par ailleurs, afin de respecter la condition $\Delta_{ge} = \Delta_g - \Delta_e = \frac{1}{2\tau}$, nous avons effectué des mesures préliminaires en mesurant la position des trous et anti-trous (voir III.2.1) afin de disposer l'aimant permanent à une distance adéquate.

V.2. Mesures des phénomènes techniques limitants

Afin de prédire avec justesse le rendu en termes de forme de réseau et d'efficacité de diffraction, il convient de nous intéresser aux imperfections pratiques existant sur le montage expérimental décrit au paragraphe précédent. En effet, on relève deux défauts, à savoir le fait que l'on a présupposé une température parfaitement stable du cristal ainsi qu'un interféromètre parfait doté d'un délai de 100 ns. En pratique, la création des réseaux spectraux peut occasionner un échauffement du cristal puisque celui-ci est refroidi cette fois-ci par contact avec un doigt froid, fournissant une moins grande puissance de froid qu'un cryostat à bain d'hélium si le contact thermique n'est pas parfait. Il nous faut alors mesurer l'échauffement induit par la programmation des réseaux et évaluer les conséquences sur la durée de vie des cohérences optiques T_2 et surtout la durée de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du fondamental T_g .

En outre, l'interféromètre de Mach-Zehnder fibré est stabilisé passivement par immersion dans du sable et mis dans un réceptacle *a priori* calorifugé, à savoir une glacière, le tout enrobé dans une couche de mousse (isolation acoustique). Cette

stabilisation passive rustique est à quantifier. Il nous faudra alors mesurer les dérives de l'interféromètre ainsi que son contraste. On rappelle que les problèmes de contrastes peuvent être modélisés comme nous l'avons expliqué à la fin du chapitre IV.

V.2.1. Échauffement du cristal

Afin de mesurer l'échauffement du cristal induit par la programmation des réseaux spectraux, nous utilisons le même montage expérimental que décrit précédemment. Seul le chronogramme diffère. En effet, il nous suffit de mesurer la durée de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman T_g pour en déduire la température *in situ* et remonter à la durée de vie des cohérences atomiques. L'objectif est alors de mettre en marche la programmation et le rafraîchissement des réseaux spectraux en continu. Une fois le régime stationnaire atteint, on continue d'entretenir les réseaux tout en inscrivant à l'aide d'un second laser un motif spectral dont on cherchera à mesurer la durée de relaxation. L'échauffement dû à l'entretien des réseaux sera évalué par l'intermédiaire de la durée de vie du trou.

Le montage utilisé, similaire au précédent fait cette fois intervenir deux lasers (voir Figure V-6). À partir de ce montage, on définit également un chronogramme explicité sur la Figure V-7.

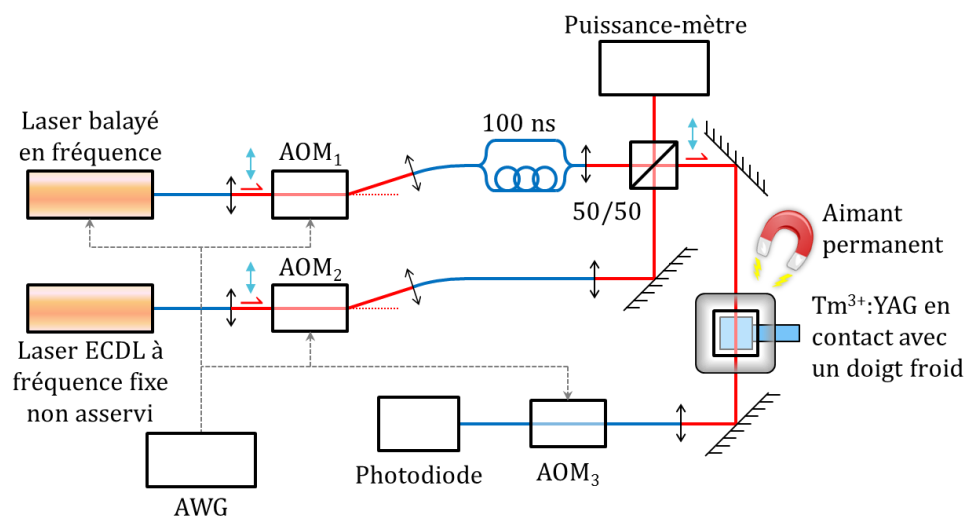


Figure V-6. Montage expérimental permettant de mesurer l'échauffement du cristal provoqué par l'entretien de réseaux spectraux et donc la diminution de la durée de relaxation entre sous-niveaux Zeeman du fondamental T_g .

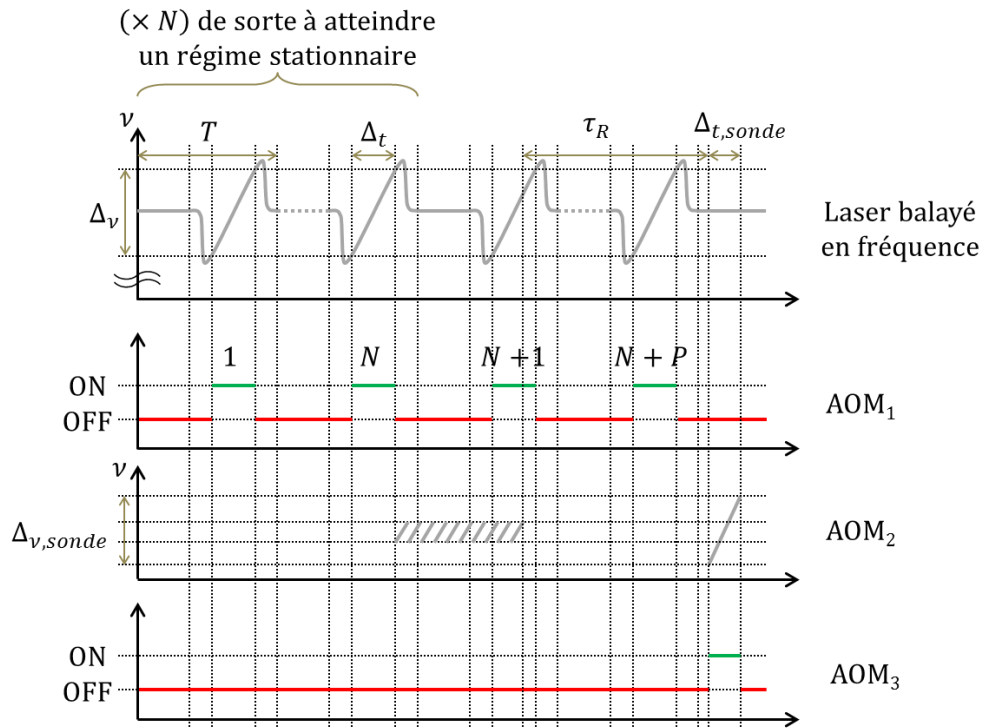


Figure V-7. Chronogramme lié à la mesure d'échauffement du cristal dont le schéma expérimental est donné sur la Figure V-6. On note que la gravure d'un trou spectral peut se faire en cours de rafraîchissement des réseaux. La seule contrainte est de séparer temporellement la lecture du motif spectral d'une gravure afin de ne pas aveugler la photodiode. De plus, le laser ECDL non asservi disposant d'une grande largeur spectrale (~ 1 MHz), il est plus simple de réaliser de petites rampes de fréquence avec l'AOM₂ plutôt que de l'utiliser à fréquence fixe. On dessine alors un motif spectral suffisamment stable pour pouvoir ensuite évaluer son effacement au cours du temps.

L'utilisation de petites rampes de fréquence permet de stabiliser le motif dont on mesure la relaxation au cours du temps. En effet, l'accumulation d'une gravure monochromatique effectuée par un laser large en fréquence reviendrait à inscrire différents trous dans le spectre d'absorption en raison du bruit de fréquence, ce qui rendrait instable le motif lu après des durées de relaxations τ_R variables. L'utilisation de rampes de fréquence plus grandes que la largeur du laser permet alors de pallier ce problème en conservant un motif stable pour mesurer sa décroissance au cours du temps.

À l'aide de ce schéma et de ce chronogramme, le chronogramme des impulsions traversant le cristal est celui décrit sur la Figure V-8.

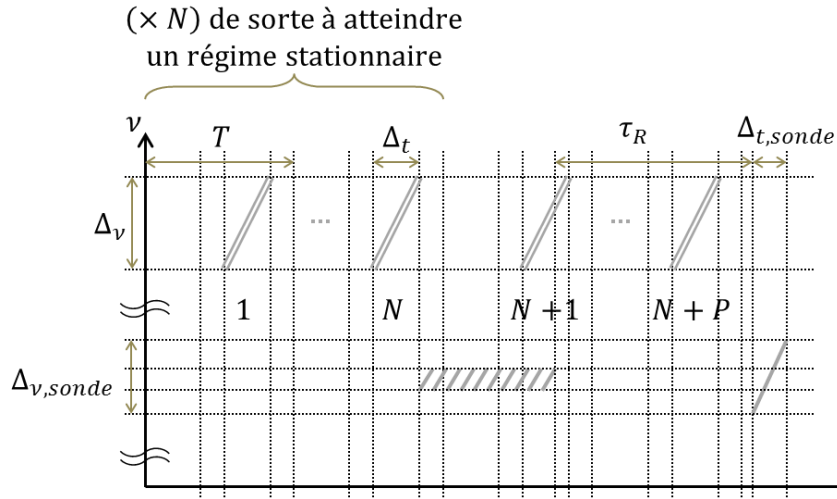


Figure V-8. Chronogramme des impulsions traversant le cristal correspondant au schéma expérimental de la Figure V-6 et au chronogramme de pilotage de la Figure V-7. On note que le motif spectral servant à mesurer T_g est spectralement éloigné de la bande utilisée pour les réseaux spectraux.

À l'aide de ces résultats, pour mesurer T_g , il nous suffit de mesurer l'évolution de la quantité $\int_{\nu_{i,s}}^{\nu_{f,s}} |\alpha(\nu, \tau_R)L - \alpha_0L| d\nu$, où $\nu_{i,s}$ et $\nu_{f,s}$ désignent les bornes de la bande utilisée pour sonder le motif inscrit (donc $\nu_{f,s} - \nu_{i,s} = \Delta_{\nu,sonde}$). Démontrons cela. Commençons par remarquer que comme dans notre expérience, $\tau_R \gg T_m$, seule subsiste la relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du fondamental. D'où :

$$\forall \nu, \frac{dn_{g_1}(\nu, t)}{dt} = -\frac{n_{g_1}(\nu, t)}{2T_g} + \frac{n_{g_2}(\nu, t)}{2T_g} = \frac{1}{2T_g} - \frac{n_{g_1}(\nu, t)}{T_g}. \quad V.1$$

Cette équation différentielle se résout aisément pour donner :

$$n_{g_1}(\nu, t) = n_{g_1}(\nu, 0)e^{-\frac{t}{T_g}} + \frac{1}{2}. \quad V.2$$

Or, comme $\alpha(\nu, \tau_R)L = \alpha_0L (n_{g_1}(\nu, \tau_R) + n_{g_2}(\nu + \Delta_{ge}, \tau_R))$, on a :

$$\int_{\nu_{i,s}}^{\nu_{f,s}} |\alpha(\nu, \tau_R)L - \alpha_0L| d\nu = \alpha_0Le^{-\frac{\tau_R}{T_g}} \int_{\nu_{i,s}}^{\nu_{f,s}} |(n_{g_1}(\nu, 0) - n_{g_1}(\nu + \Delta_{ge}, 0))| d\nu. \quad V.3$$

On voit ici l'intérêt de la valeur absolue. En effet, en intégrant sur un intervalle suffisamment large $\Delta_{\nu,sonde}$, on aurait :

$$\begin{aligned} & \int_{\nu_{i,s}}^{\nu_{f,s}} (\alpha(\nu, \tau_R)L - \alpha_0L) d\nu \\ &= \alpha_0Le^{-\frac{\tau_R}{T_g}} \left(\int_{\nu_{i,s}}^{\nu_{f,s}} n_{g_1}(\nu, 0) d\nu - \int_{\nu_{i,s} + \Delta_{ge}}^{\nu_{f,s} + \Delta_{ge}} n_{g_1}(\nu, 0) d\nu \right) \\ &= \alpha_0Le^{-\frac{\tau_R}{T_g}} \left(\int_{\nu_{i,s}}^{\nu_{f,i} + \Delta_{ge}} n_{g_1}(\nu, 0) d\nu - \int_{\nu_{f,s}}^{\nu_{f,s} + \Delta_{ge}} n_{g_1}(\nu, 0) d\nu \right). \end{aligned} \quad V.4$$

Étant suffisamment éloigné spectralement du motif inscrit, ces deux intégrales valent :

$$\int_{\nu_{i,s}}^{\nu_{f,i}+\Delta_{ge}} n_{g_1}(\nu, 0) d\nu = \int_{\nu_{f,s}}^{\nu_{f,s}+\Delta_{ge}} n_{g_1}(\nu, 0) d\nu = \frac{1}{2} \Delta_{ge}, \quad \text{V.5}$$

ce qui conduit à un résultat nul. La valeur absolue permet d'éviter que les aires positives et négatives des trous et anti-trous ne se compensent. On obtient donc une valeur non nulle multipliée par le coefficient $e^{-\frac{\tau_R}{T_g}}$, qui peut alors nous permettre d'obtenir la valeur T_g si l'on dispose de suffisamment de points de mesure pour des τ_R variés. Cette technique de mesure a l'avantage de pouvoir être utilisée même avec un laser de grande largeur spectrale (typiquement plusieurs MHz). L'inconvénient est de disposer d'un plancher de bruit de mesure. En effet, tandis qu'une intégrale simple élimine le bruit, une intégrale en valeur absolue l'additionne. À titre d'exemple, la Figure V-9 montre la forme de l'épaisseur optique mesurée.

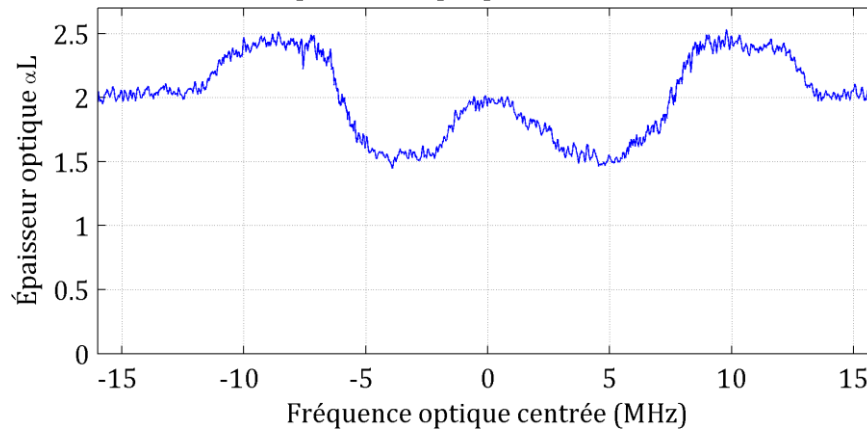


Figure V-9. Motif spectral enregistré dans l'absorption et servant à la mesure de la durée de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du fondamental T_g .

Nous avons alors réitéré l'expérience en faisant varier la durée de relaxation τ_R ainsi que la puissance optique de gravure. De cette manière, pour chaque puissance de gravure, nous avons pu mesurer $T_g(P_{opt})$. Nous avons réalisé cette expérience pour deux températures de consigne fixées pour le cryostat en circuit fermé, à savoir 3 K et 3,5 K. La mesure de l'évolution de la structure gravée au cours de la relaxation est illustrée Figure V-10, qui est alors une concaténation de courbes similaires à la Figure V-9.

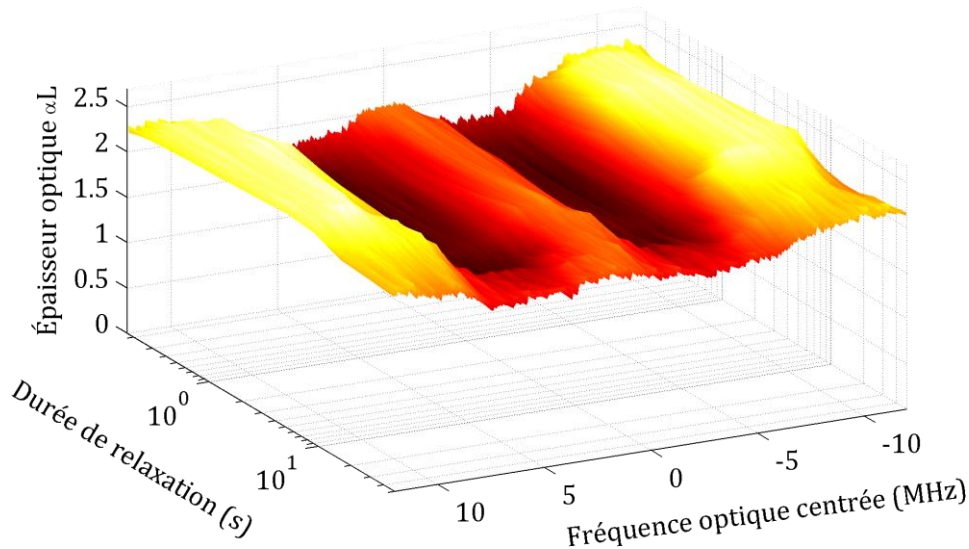


Figure V-10. Concaténation d'une série de mesures obtenues en faisant varier la durée de relaxation τ_R . Pour des durées τ_R plus grandes que la durée de relaxation du niveau métastable, les ions thulium sont tous dans un des deux sous-niveaux Zeeman du fondamental. Seul persiste un déséquilibre entre les populations de ces deux sous-niveaux. Ainsi, l'épaisseur optique moyennée sur la largeur spectrale consacrée à l'inscription d'un motif à l'aide de petites rampes de fréquences est égale à l'épaisseur optique au repos, qui vaut $\alpha_0 L = 2$ dans notre cas. Cet ensemble de courbes a été obtenu pour une température de consigne du cryostat de 3 K et pour une puissance optique de gravure de réseaux spectraux nulle.

Nous avons alors pu obtenir les courbes donnant $T_g(P_{opt})$ pour les températures de consigne 3 K et 3,5 K (voir Figure V-11).

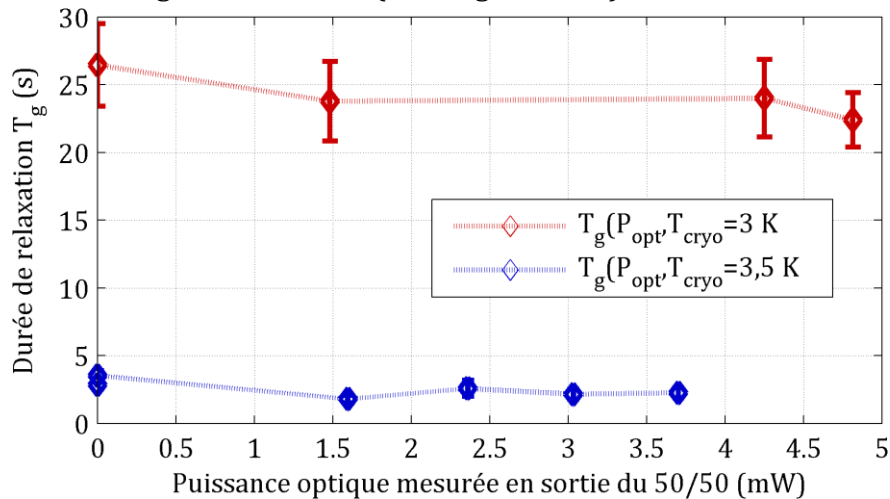


Figure V-11. Résultats expérimentaux donnant les courbes $T_g(P_{opt}, T_{cryo} = 3 K)$ et $T_g(P_{opt}, T_{cryo} = 3,5 K)$. Ici, le réseau spectral responsable de l'élévation de la température est d'une largeur de 400 MHz.

Nous pouvons constater une légère diminution de la durée de relaxation T_g (environ 10 % à 3 K pour 4,8 mW). On peut noter que des expériences plus poussées devront être menées afin d'explorer des cas de plus forte puissance optique et sur une plus large bande. En effet, on peut s'attendre à une baisse plus importante de T_g si l'on imagine une programmation de réseaux spectraux sur 20 GHz au lieu des 400 MHz de

cette expérience. La mise en place de ce protocole de mesure et cette méthode d'analyse de données nous permet d'envisager de le réutiliser au besoin pour d'autres expériences où l'on souhaiterait évaluer l'influence d'un paramètre sur la durée de relaxation T_g . On peut noter que cette mesure de durée de relaxation permet de nous affranchir d'une mesure de température locale au niveau du doigt froid du cryostat, à laquelle il faudrait simuler un gradient de température jusqu'à l'endroit précis où le faisceau traverse le cristal. Cette méthode de mesure peut d'ailleurs être utilisée pour comparer les performances de différents types de contacts thermiques entre le doigt froid du cryostat et le cristal. Un meilleur contact thermique allongerait la durée de relaxation T_g .

V.2.2. Contraste et stabilité de l'interféromètre

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'interféromètre (voir Figure V-1) et notamment à son contraste et à sa stabilité. Suivant les mêmes notations que précédemment (voir paragraphe IV.3.3), en notant δ_ν et δ_τ les variables aléatoires décrivant le bruit de fréquence du laser et les variations du délai de l'interféromètre, on peut écrire le champ en sortie de l'interféromètre sous la forme :

$$\frac{E_0}{2} e^{2i\pi(\nu+\delta_\nu)t} \otimes \left(\frac{1+\varepsilon}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \delta(t) + \frac{1-\varepsilon}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \delta(t - (\tau + \delta_\tau)) \right) + c. c.. \quad V.6$$

En développant cette expression, on obtient :

$$\frac{E_0 e^{2i\pi(\nu+\delta_\nu)\left(t+\frac{\tau+\delta_\tau}{2}\right)}}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \left(\cos(\pi(\nu + \delta_\nu)(\tau + \delta_\tau)) + i\varepsilon \sin(\pi(\nu + \delta_\nu)(\tau + \delta_\tau)) \right) + c. c.. \quad V.7$$

La puissance optique en sortie s'écrit alors :

$$P_{MZI} \propto 1 + \frac{1-\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} \cos(2\pi(\nu + \delta_\nu)(\tau + \delta_\tau)). \quad V.8$$

Afin de mesurer efficacement les valeurs ε et δ_τ qui sont des caractéristiques de l'interféromètre, nous avons eu exceptionnellement l'occasion d'utiliser un laser stabilisé sur une raie atomique du ^{87}Rb à 780,21 nm, disponible dans un laboratoire adjacent. De cette manière, on peut négliger le terme δ_ν . L'équation V.8 devient alors :

$$P_{MZI} \propto 1 + \frac{1-\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} \cos(2\pi\nu(\tau + \delta_\tau)). \quad V.9$$

La valeur ε peut simplement s'obtenir en calculant le rapport $\varepsilon = \sqrt{\frac{P_{MZI,min}}{P_{MZI,max}}}$. Le montage expérimental permettant cette mesure ainsi que la mesure de la dérive en fréquence due aux fluctuations de δ_τ est représenté sur la Figure V-12.

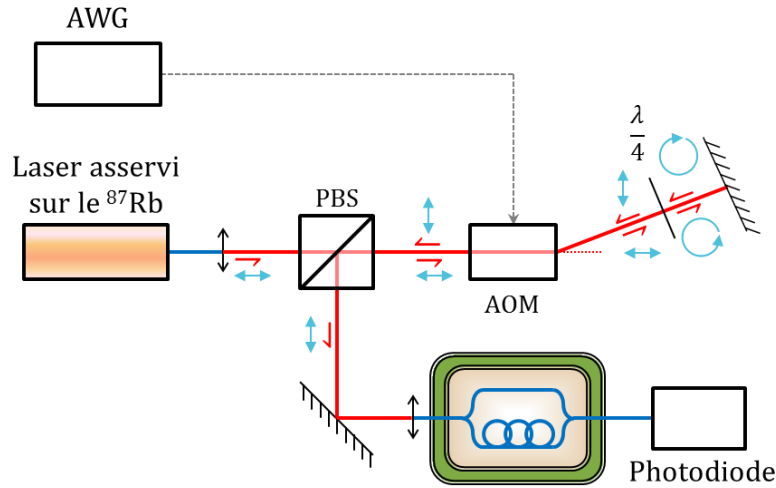


Figure V-12. Montage expérimental permettant de mesurer le contraste et les dérives de l'interféromètre fibré. Comme sur d'autres expériences, nous utilisons un AOM monté en double-passage afin de doubler artificiellement sa bande passante. Le pourtour vert et la zone beige représentent la stabilisation passive de l'interféromètre (mousse enrobant la glacière où l'interféromètre est immergé dans du sable).

À l'aide de ce montage expérimental, nous pouvons réaliser des rampes de fréquence très précises pour mesurer les dérives de l'interféromètre. Nous réalisons alors une série de rampes de fréquence exploitant le maximum de bande passante possible grâce à l'AOM. Nous effectuons des acquisitions de données sur plusieurs heures afin d'évaluer les dérives lentes diurnes et nocturnes. En effet, en journée, l'activité au laboratoire pourrait être à même de perturber l'interféromètre (équipements, êtres humains,...). Pour quantifier les dérives, nous utilisons le Hz/s et ses dérivés. Il s'agit de quantifier la vitesse de déplacement des franges de l'interféromètre. Notons $\varphi(t)$ l'argument du cosinus de l'équation V.9 à un instant t . Si à un instant ultérieur t' on souhaite user de l'AOM pour que la phase reste inchangée, donc que $\varphi(t') = \varphi(t)$, alors la fréquence optique envoyée dans l'interféromètre passe de $\nu_{Rb} + f_{AOM}(t)$ à $\nu_{Rb} + f_{AOM}(t')$ et on a l'égalité :

$$2\pi(\nu_{Rb} + f_{AOM}(t))(\tau + \delta_\tau(t)) = 2\pi(\nu_{Rb} + f_{AOM}(t'))(\tau + \delta_\tau(t')). \quad V.10$$

On a alors :

$$(\nu_{Rb} + f_{AOM}(t')) = (\nu_{Rb} + f_{AOM}(t)) \left(\frac{1 + \frac{\delta_\tau(t)}{\tau}}{1 + \frac{\delta_\tau(t')}{\tau}} \right). \quad V.11$$

D'où, en considérant que les variations du délai de l'interféromètre sont minimales, cela s'écrit mathématiquement pour tout t tel que $\delta_\tau(t) \ll \tau$:

$$(\nu_{Rb} + f_{AOM}(t')) \approx (\nu_{Rb} + f_{AOM}(t)) \left(1 + \frac{\delta_\tau(t) - \delta_\tau(t')}{\tau} \right). \quad V.12$$

Ce qui s'écrit encore :

$$f_{AOM}(t') - f_{AOM}(t) = \nu_{Rb} \left(1 + \frac{f_{AOM}(t)}{\nu_{Rb}} \right) \left(\frac{\delta_\tau(t) - \delta_\tau(t')}{\tau} \right). \quad V.13$$

De plus, comme la fréquence de l'AOM est de l'ordre de la centaine de MHz contre plusieurs centaines de THz pour la fréquence du ^{87}Rb , cette équation peut alors s'écrire :

$$D_{MZI} = \frac{f_{AOM}(t') - f_{AOM}(t)}{t' - t} = -\frac{\nu_{Rb}}{\tau} \left(\frac{\delta_\tau(t') - \delta_\tau(t)}{t' - t} \right), \quad V.14$$

où D_{MZI} est la vitesse moyenne de dérive de l'interféromètre, qui correspond au taux de *chirp* qu'il faudrait appliquer à l'AOM pour conserver la phase. En effet, c'est cette valeur que l'on définit comme la dérive en fréquence de l'interféromètre. Notée comme cela, il s'agit de la dérive moyenne entre les instants t et t' . Si l'on s'intéresse à la vitesse de dérive instantanée, on notera alors :

$$D_{MZI} = -\frac{\nu_{Rb}}{\tau} \frac{d\delta_\tau(t)}{dt}. \quad V.15$$

Sur le plan numérique, $\tau = 100$ ns et $\nu_{Rb} = 384245,85$ GHz. La période spectrale de l'interféromètre est alors de 10 MHz. En prenant l'équation V.14, une dérive d'une période spectrale correspond donc à une variation du délai de $\frac{1}{\nu_{Rb}} = 2,60$ fs. En général, on préfère caractériser un interféromètre sous forme de vitesse de dérive plutôt qu'en variation du retard entre les deux bras. En effet, comme l'interféromètre nous est utile pour modéliser la forme spectrale d'une impulsion, on préfère retenir les variations des spectres d'impulsions successifs.

À partir du montage de la Figure V-12, on obtient alors des sinusoïdes déphasées les unes par rapport aux autres. En mesurant ce déphasage, on obtient des variations que nous exprimons en fréquence ou en nombre de périodes de l'interféromètre (10 MHz) sur la Figure V-13.

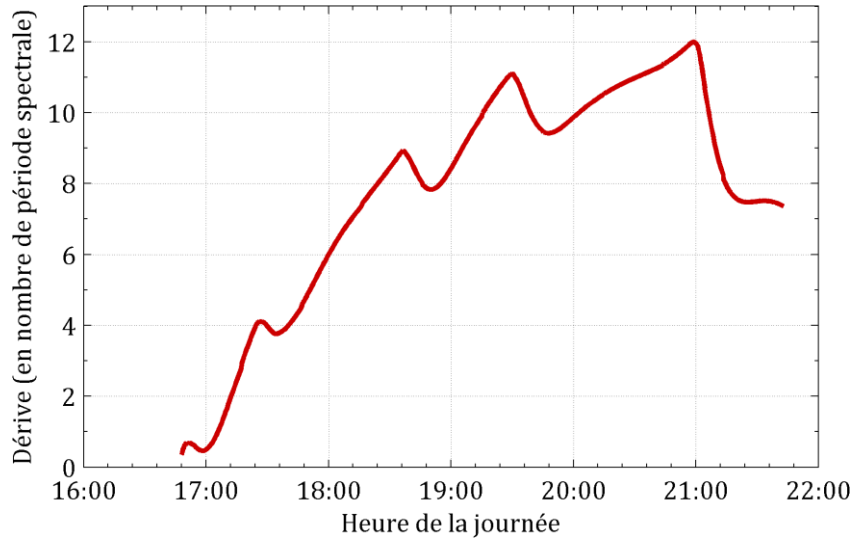


Figure V-13. Dérive de l'interféromètre au cours du temps donnée en nombre de périodes spectrales, sachant qu'une période vaut $1/\tau = 10$ MHz. À titre indicatif, il n'y avait, le jour de la mesure, plus personne dans le laboratoire à partir d'environ 19h30.

Sur cette figure, il est difficile de distinguer nettement plusieurs types de dérives selon l'activité du laboratoire (jour/nuit). À partir de ces mesures, on peut évaluer une vitesse moyenne de dérive que nous estimons être de l'ordre de 20 kHz/s. Comme nous le rappellent les équations V.14 et V.15, cette valeur dépend de la fréquence optique utilisée, en l'occurrence un laser asservi sur le ^{87}Rb à la fréquence ν_{Rb} . En toute rigueur, la dérive attendue lorsque l'on travaille à la fréquence $\nu_{\text{Tm}} = 377868 \text{ GHz}$, qui est le centre de la raie d'absorption du $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$, s'obtient en multipliant ce résultat expérimental par $\nu_{\text{Tm}}/\nu_{\text{Rb}}$. On note que ces quelques heures n'ont pas suffi à obtenir des informations plus précises sur la statistique de la dérive. On peut toutefois noter que la dérive est suffisamment lente pour pouvoir être assimilée, à l'échelle de la minute au moins, à une dérive linéaire dans le temps. Compte tenu des applications visées dans cette thèse, il ne nous est pas nécessaire de disposer de résultats statistiques sur des plus grands intervalles de temps. En effet, il s'agit principalement d'évaluer le pire cas, donc la dérive la plus rapide.

Enfin, nous avons également des mesures du contraste au cours du temps, que nous avons représentées sur la Figure V-14.

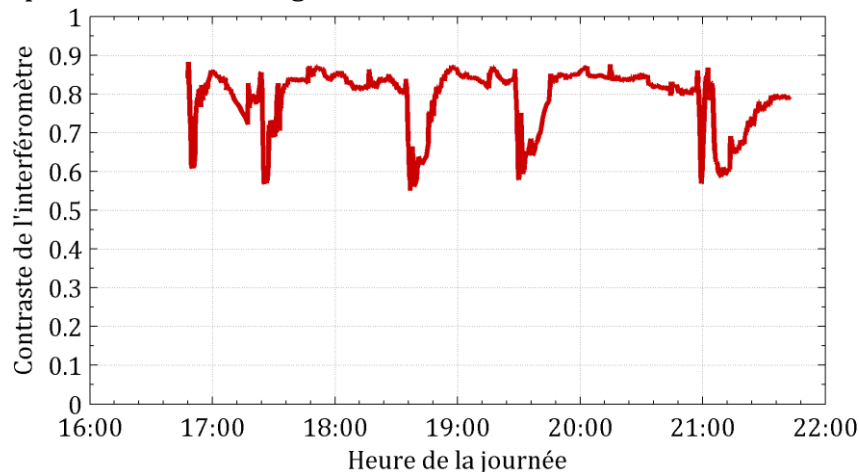


Figure V-14. Contraste de l'interféromètre au cours du temps.

Sur cette figure, on mesure un contraste moyen de 0,80. De plus, on peut observer que le contraste chute autour de 0,6 chaque fois que la dérive recule. Tandis que les dérives semblent relativement lentes et aisément modélisables par un comportement linéaire, une chute de 0,80 à 0,6 se produisant de manière très imprévisible peut être dommageable pour l'utilisation de cet interféromètre stabilisé passivement. Il serait intéressant pour des futures expériences de disposer d'un interféromètre stabilisé activement. Le principe de la stabilisation active nécessite un signal d'erreur d'une part et un moyen de correction d'autre part. Le signal d'erreur pourra être obtenu par des lectures successives de la sinusoïde spectrale enregistrée et rafraîchie, qui se décale lentement en raison de la dérive de l'interféromètre. Les réseaux gravés dans le cristal joueraient alors le rôle de référence pour l'asservissement. La correction peut se faire en utilisant un cylindre piézoélectrique autour duquel la fibre optique longue de 20 m servant à engendrer un retard de 100 ns est enroulée.

Ayant mesuré les phénomènes techniques limitants que sont l'élévation en température due à la puissance optique absorbée par le cristal et les imperfections de l'interféromètre en termes de contraste et de dérive, nous disposons donc des mesures nécessaires pour effectuer des simulations de réseaux spectraux à l'aide du modèle développé au chapitre II.3.2, et des résultats des chapitres III et IV. Il faudra ensuite vérifier expérimentalement les résultats.

V.3. Simulation des réseaux spectraux et vérification expérimentale

Dans cette partie, nous nous intéressons à la simulation de l'expérience présentée dans la partie V.1, à savoir la création et l'entretien de réseaux spectraux dans un cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$. Nous présenterons dans un premier temps les résultats de simulation dans un cas idéal ne souffrant pas des limitations techniques évoquées dans la partie V.2. Il s'agira ensuite d'inclure ces limitations afin d'observer leur impact de manière quantitative.

V.3.1. Cas idéal sans limitations techniques

Dans le cas idéal, on suppose que le cristal est maintenu à la température de consigne du cryostat. Il faut noter que même dans ce cas idéal, il nous faut prendre en compte l'ISD qui est un phénomène physique intrinsèque au cristal et qui ne peut être éliminé par des moyens techniques. Revenons alors au modèle décrit dans la partie II.3.2. Dans ce modèle, on considère le cristal comme une succession de tranches, chacune atteignant progressivement son état stationnaire. Pour une tranche donnée, une fois le calcul des états stationnaires $\Psi_{\infty}^{(-)}$ et $\Psi_{\infty}^{(+)}$ effectué, nous connaissons alors les proportions d'ions thulium dans chaque niveau avant et après chaque nouvelle étape de rafraîchissement des réseaux spectraux. On rappelle qu'un mouvement $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ effectué par un ion n'est pas compensé (en termes d'ISD) par un mouvement $|j\rangle \rightarrow |i\rangle$ effectué par un autre ion. De plus, au fil des rafraîchissements successifs, on suppose que le caractère aléatoire de l'excitation et de la relaxation fait qu'il n'est pas possible de retracer le parcours de chaque ion en particulier en termes de niveaux atomiques. On en déduit alors que la statistique de répartition des ions sur différents niveaux atomiques ne permet pas de quantifier l'ISD. En effet, partant d'une certaine statistique, des déplacements individuels d'ions d'un niveau à un autre peuvent conduire à une répartition statistique inchangée. En conséquence, pour quantifier l'ISD, nous nous appuyons dans un premier temps sur les répartitions statistiques $\Psi_{\infty}^{(-)}$ et $\Psi_{\infty}^{(+)}$. Nous considérons alors l'état initial $\Psi_{\infty}^{(-)}$ dans lequel on décide de trier tous les ions en fonction de leur niveau atomique et de les numéroter de 1 à N . En définissant le même ordre de tri, on définit alors des cases dans lesquelles on rangera ensuite tous les ions (à partir de la répartition donnée par

$\Psi_{\infty}^{(+)}$), leur numéro étant désordonné. L'opération de mélange est illustrée sur la Figure V-15.

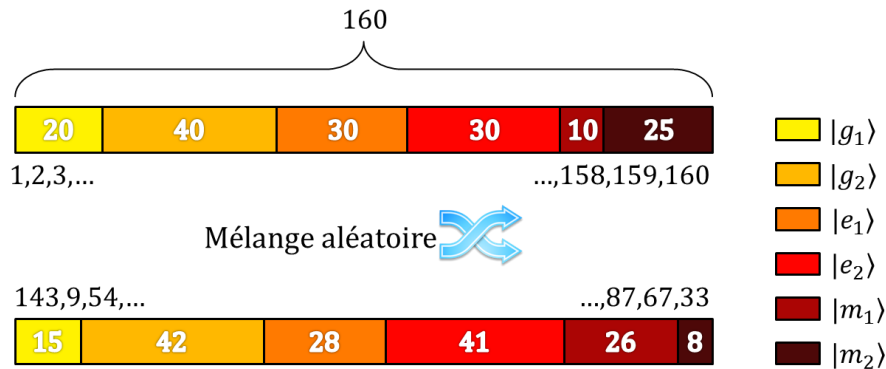


Figure V-15. Principe du mélange aléatoire permettant de quantifier l'ISD. Sur ce schéma, on considère 160 ions ordonnés de 1 à 160 et rangés dans des cases correspondant aux proportions d'ions dans les différents niveaux atomiques. La séquence numérotée est mélangée et les proportions redéfinies (pour passer de $\Psi_{\infty}^{(-)}$ à $\Psi_{\infty}^{(+)}$). On peut ainsi obtenir le nombre moyen de déplacements d'un niveau vers un autre.

Cette méthode nous permet alors de quantifier le nombre de déplacements moyen une fois le régime stationnaire établi. À l'aide des mesures des coefficients d'ISD (voir III.3), on peut en déduire la largeur de la lorentzienne de diffusion par laquelle il nous faut convoluer le motif spectral enregistré sur la tranche du cristal concernée. Le résultat de convolution nous permet ainsi, comme précisé dans la partie II.3, de passer à la tranche suivante le long de l'axe z de propagation.

Nous avons alors effectué des simulations dans le cas idéal, en supposant une température de consigne de 3,0 K et donc une durée de relaxation entre sous-niveaux Zeeman $T_g = 26$ s et une durée de vie des cohérences optiques $T_2 = 35$ μ s. Nous obtenons donc la forme du réseau spectral dans la profondeur du cristal, qui est illustrée sur la Figure V-16.

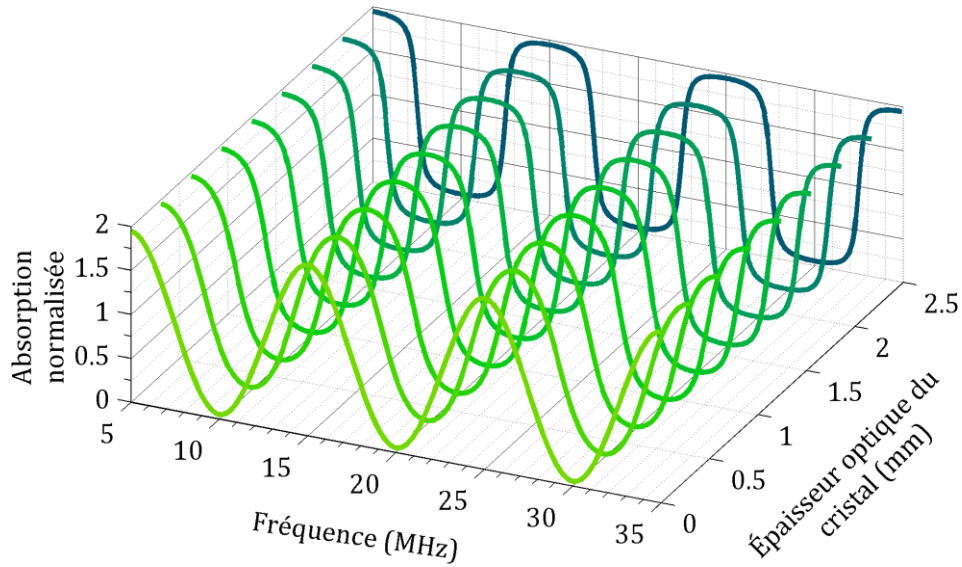


Figure V-16. Réseau spectral obtenu dans l'épaisseur du cristal par simulation pour une pulsation de Rabi $\Omega_0 = 1$ Mrad/s (voir définition au chapitre IV). La valeur de la fréquence affichée est une valeur centrée autour du centre de la raie d'absorption du thulium $\nu_{Tm} = 377868$ GHz. L'absorption est normalisée par l'absorption au repos $\alpha_0 L$. On peut constater que le réseau est sinusoïdal conformément au spectre de l'excitation en entrée du cristal. En revanche, le réseau est distordu dans la profondeur pour approcher une forme carrée au niveau de la face arrière du cristal. Cette forme carrée souligne que la propagation est non linéaire et occasionne alors la création d'harmoniques supérieures. Cet effet avait déjà été observé dans [Lin2015].

En moyennant le réseau dans la profondeur et en effectuant des simulations pour différentes valeurs de Ω_0 , on obtient alors le faisceau de courbes représenté sur la Figure V-17.

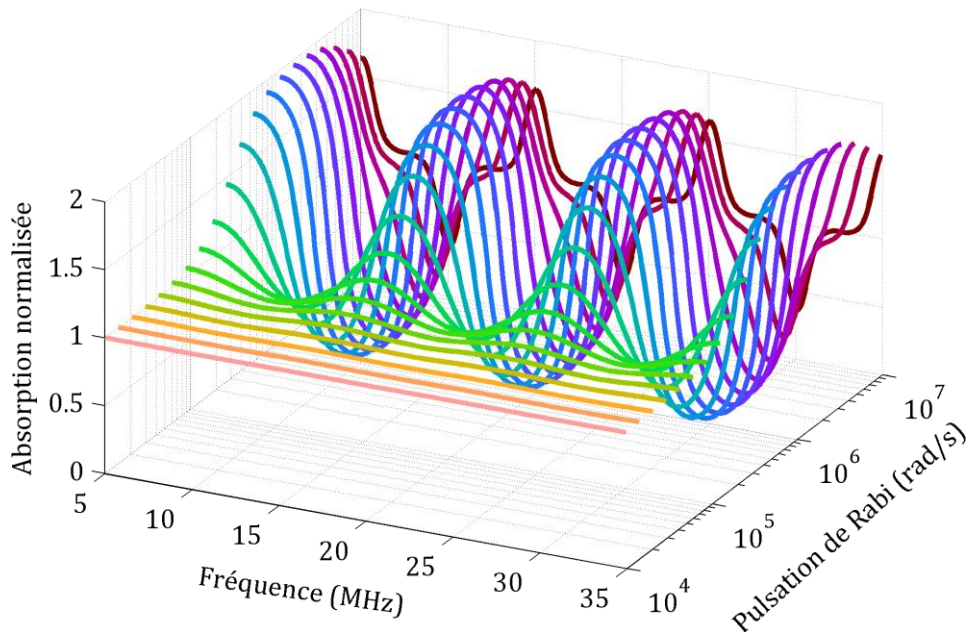


Figure V-17. Réseaux spectraux moyennés dans la profondeur du cristal pour des pulsations de Rabi allant de 10 krad/s à 10 Mrad/s. La pulsation de Rabi considérée ici correspond à Ω_0 tel que défini au chapitre IV.

Sur cette figure on constate que le réseau (moyenné sur l'épaisseur) gagne en contraste en restant à peu près sinusoïdal jusqu'à environ 1 Mrad/s. Au-delà, le contraste diminue et la forme semble tendre vers une forme plate (autour de la valeur 1) à laquelle s'ajoutent des pointes correspondant aux résidus des extrema de la sinusoïde. À partir de ce faisceau de courbes, on peut alors en déduire l'efficacité de diffraction des réseaux pour chaque pulsation de Rabi testée. Les résultats avec et sans prise en compte de la diffusion spectrale instantanée sont représentés sur la Figure V-18.

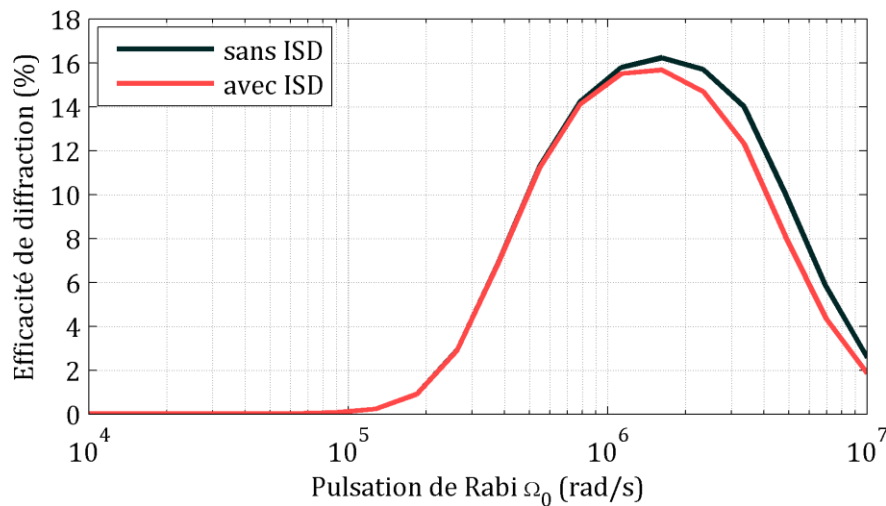


Figure V-18. Efficacité de diffraction avec et sans prise en compte de l'ISD. Le cas incluant l'ISD correspond donc aux courbes de la Figure V-17.

On note que les résultats sont très proches l'un de l'autre. L'écart n'apparaît qu'au-delà de 1 Mrad/s, où à l'élargissement moyen dû à l'ISD dépasse 100 kHz, ce qui conduit progressivement à un affaissement du réseau. Le maximum dans les deux cas est voisin de 15 %. On se situe donc dans une zone intermédiaire entre le réseau purement sinusoïdal et le réseau carré (voir paragraphe II.2.2 et Figure II-5).

V.3.2. Prise en compte des limitations techniques et vérification expérimentale

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux conséquences des limitations techniques sur le réseau et donc son efficacité de diffraction.

La prise en compte de l'échauffement avec la puissance optique se fait simplement en considérant la durée de relaxation entre sous-niveaux Zeeman répertoriée sur la Figure V-11.

Par ailleurs, concernant l'interféromètre, la modélisation de son contraste se fait en utilisant le système d'équations IV.47 et en attribuant la valeur adéquate à ε . Il nous reste à modéliser la dérive de l'interféromètre. L'objectif est d'évaluer l'impact de cette dérive sur l'état stationnaire. Afin de conserver la simplicité du formalisme matriciel défini dans la partie II.3, nous cherchons à garder une même valeur du taux de transfert au cours du temps bien qu'en réalité celui-ci varie à cause de l'interféromètre. En effet, en faisant l'approximation d'une dérive linéaire dans le

temps, le taux de transfert pour la transition $i \in \llbracket 1; 2 \rrbracket$ (pour $|g_1\rangle \leftrightarrow |e_1\rangle$ et $|g_2\rangle \leftrightarrow |e_2\rangle$) à une fréquence donnée s'écrit alors $\Pi_i(\nu - D_{MZI}t)$. On rappelle que celui-ci est $1/\tau$ -périodique et est calculable analytiquement pour de faibles excitations ou numériquement en utilisant les équations de Bloch optiques généralisées. Afin de rendre compte de cette dérive et de la « mémoire » du cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ via la durée de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du fondamental, on considère un taux de pompage obtenu par moyenne pondérée dans le temps selon l'expression :

$$\langle \Pi_i(\nu) \rangle_t = \int_{\mathbb{R}^+} \Pi_i(\nu - D_{MZI}t) \frac{e^{-\frac{t}{T_g}}}{T_g} dt. \quad \text{V.16}$$

Dans cette expression, quitte à changer $\Pi_i(\nu - D_{MZI}t)$ en $\Pi_i(\nu + D_{MZI}t)$, on peut supposer que $D_{MZI} > 0$. Un rapide calcul donne alors :

$$\langle \Pi_i(\nu) \rangle_t = \Pi_i(\nu) \otimes \left(\frac{e^{-\frac{\nu}{D_{MZI}T_g}}}{D_{MZI}T_g} \mathbb{1}_{\mathbb{R}^+}(\nu) \right). \quad \text{V.17}$$

Ainsi, en ayant calculé le taux de transfert sur une seule période, par périodicité et par un produit de convolution, on peut obtenir le taux de transfert moyenné que l'on peut enfin insérer dans la matrice M_{Π} et le vecteur C_{Π} définis dans la partie II.3.2.

En conséquence, en effectuant d'une part des séries de mesures de réseaux conformément au schéma expérimental de la Figure V-1 et aux chronogrammes associés (Figure V-2 et Figure V-3) pour des températures de consigne de 3 K et 3,5 K, et en effectuant d'autre part des simulations numériques prenant en compte aussi bien l'ISD que les phénomènes techniques limitants que sont les variations de température et les imperfections de l'interféromètre, on obtient les résultats illustrés sur la Figure V-19 et la Figure V-20.

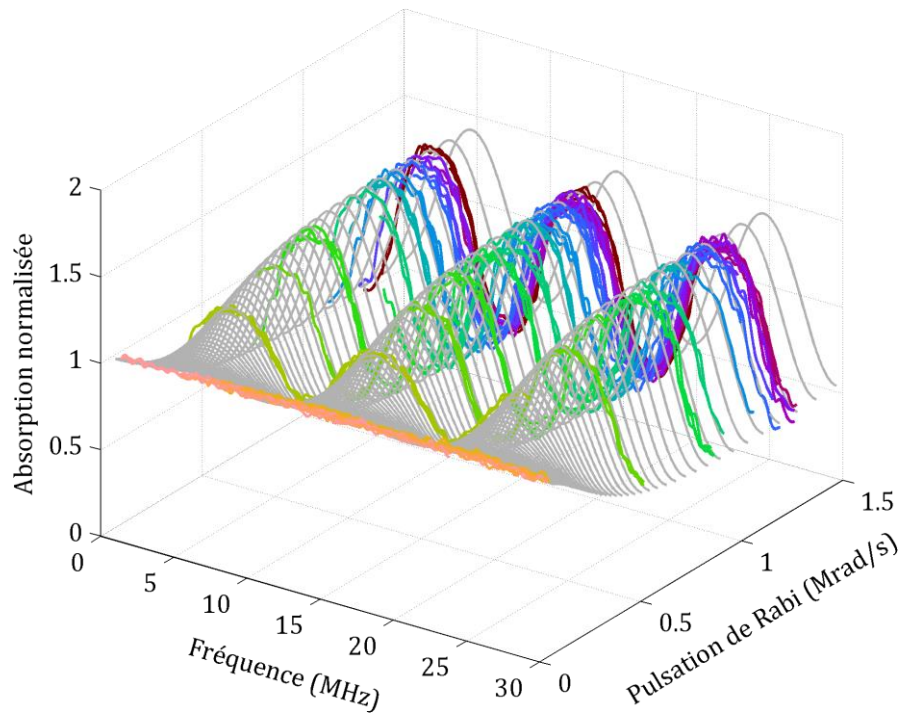


Figure V-19. Réseaux spectraux simulés (en gris) et expérimentaux (en couleur) pour différentes valeurs de la pulsation de Rabi Ω_0 , la température de consigne du cryostat étant fixée à 3 K. La fréquence est centrée autour de $\nu_{Tm} = 377868$ GHz. La pulsation de Rabi maximale testée est de 1,27 Mrad/s, ce qui correspond à une densité de puissance optique de 360 mW/mm².

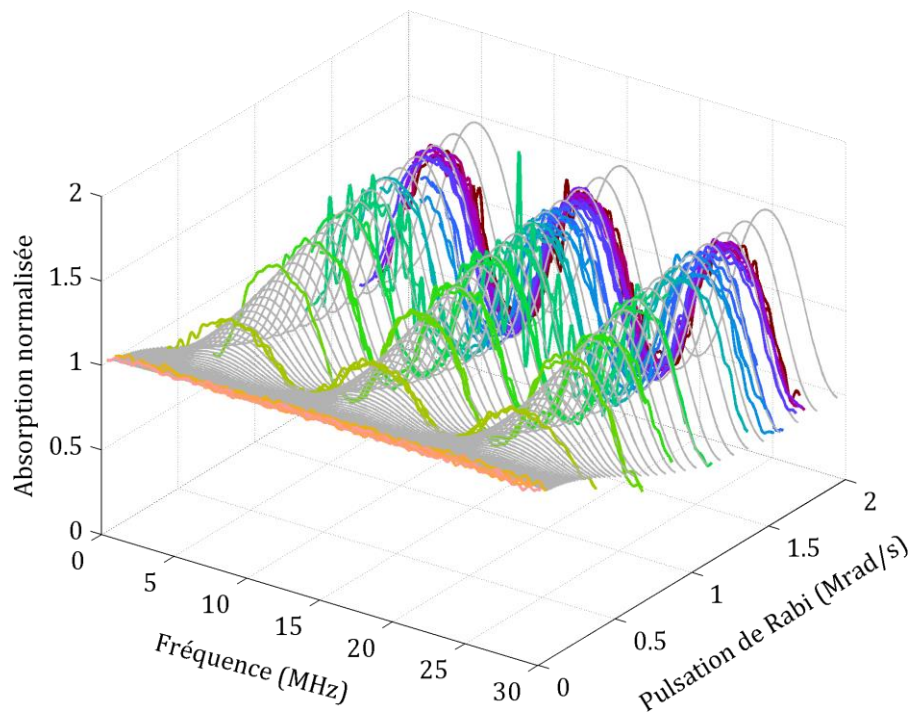


Figure V-20. Réseaux spectraux simulés (en gris) et expérimentaux (en couleur) pour différentes valeurs de la pulsation de Rabi Ω_0 , la température de consigne du cryostat étant fixée à 3,5 K. La pulsation de Rabi maximale testée est de 1,75 Mrad/s, ce qui correspond à une densité de puissance optique de 682 mW/mm².

Sur ces figures, on constate un excellent accord entre les simulations et les mesures expérimentales. On rappelle que pour ces simulations, tous les paramètres d'entrée du modèle ont été préalablement mesurés. Les courbes affichées en gris ne sont alors pas des courbes d'ajustement mais proviennent directement d'une simulation numérique. Par ailleurs, pour permettre une conversion simple des grandeurs, on a représenté sur la Figure V-21 la pulsation de Rabi Ω_0 en fonction de la densité de puissance optique I incidente sur le cristal, au sommet d'une frange brillante de l'interféromètre.

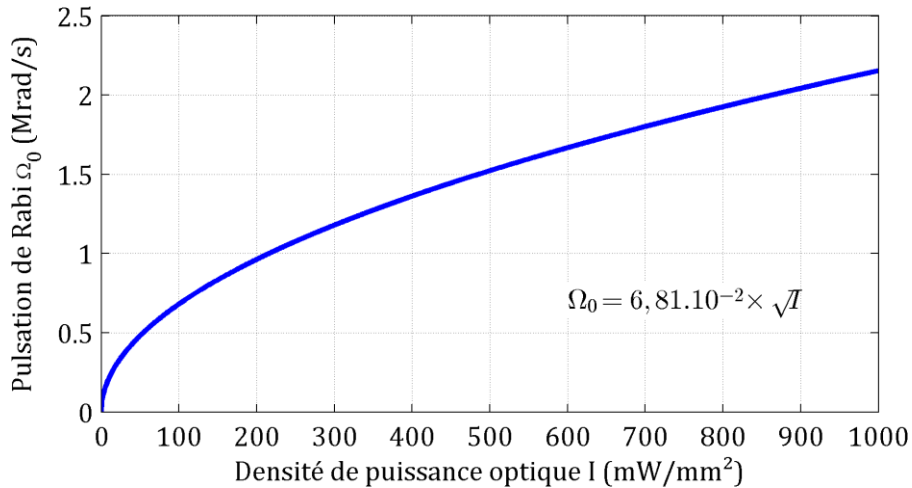


Figure V-21. Courbe de conversion entre la pulsation de Rabi Ω_0 et la densité de puissance optique I issue de la Figure V-5. Le coefficient $6,81.10^{-2}$ (Mrad/s)/ $\sqrt{\text{mW}/\text{mm}^2}$ mesuré est deux fois plus petit que le coefficient affiché sur la Figure V-5 car la puissance optique indiquée ici est la puissance mesurée au sommet d'une frange brillante de l'interféromètre. Cette puissance correspond alors à un champ électrique valant $2E_0$, où E_0 et Ω_0 sont les champ électrique et pulsation de Rabi apportés par un seul faisceau. Nous faisons le choix de définir la puissance comme le sommet d'une frange brillante en raison de la plus grande simplicité de mesure puisque les deux faisceaux sont colinéaires. On note également que ce coefficient de conversion dépend notamment de la direction de polarisation du champ électrique par rapport aux dipôles de transitions optiques.

À partir des réseaux simulés, on peut aisément calculer leur efficacité de diffraction (voir équation II.9). Par ailleurs, sur le plan expérimental, nous réadaptions le montage présenté en début de chapitre sur la Figure V-1 de manière non pas à utiliser une sonde balayée en fréquence pour mesurer les réseaux mais à envoyer une impulsion afin d'obtenir son diffracté temporel, ou écho. Le montage permettant d'obtenir l'efficacité de diffraction est alors identique. Seul le chronogramme est modifié pour devenir celui représenté sur la Figure V-22.

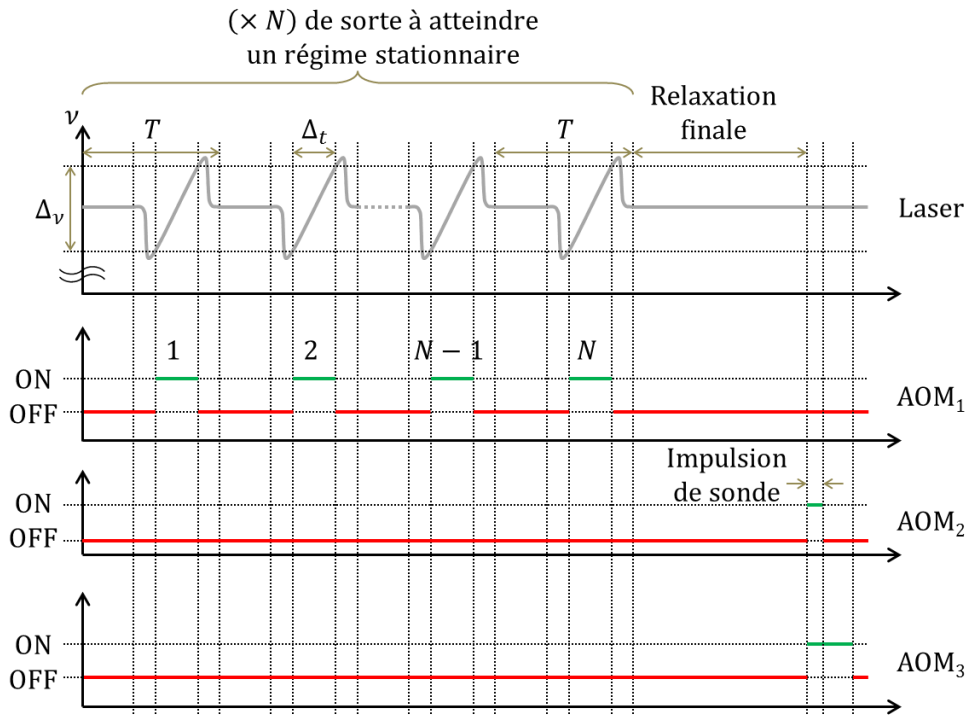


Figure V-22. Chronogramme permettant de programmer des réseaux spectraux et de mesurer leur efficacité de diffraction en produisant un écho. Le retard étant de 100 ns, l'impulsion sonde doit avoir une durée de quelques dizaines de nanosecondes au maximum afin de pouvoir résoudre l'impulsion et son écho.

La forme de l'impulsion sonde est presque sans importance. Elle doit simplement durer plus longtemps que l'inverse de la bande passante du réseau qui est de 400 MHz, c'est-à-dire 2,5 ns. Pour mesurer l'efficacité de diffraction, nous divisons alors l'aire de l'écho par celle de l'impulsion originelle. En pratique, celle-ci n'est pas carrée comme schématisé sur la Figure V-22 par la désignation ON/OFF. Un exemple d'écho est présenté sur la Figure V-23.

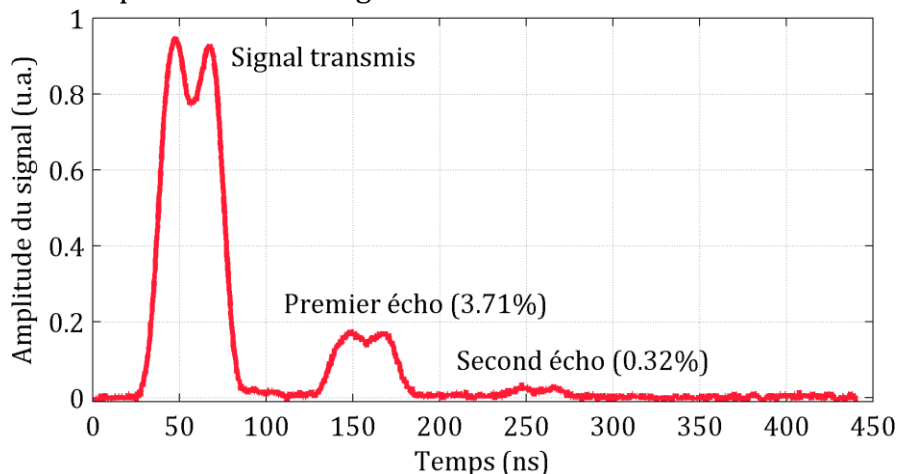


Figure V-23. Séquence d'écho obtenue pour une température de consigne de 3 K et une pulsation de Rabi de 1,13 Mrad/s (soit une densité de puissance optique de 277 mW/mm²).

Sur cette figure, on note qu'un second écho est présent. Celui-ci provient de la non-linéarité de la propagation des faisceaux dans l'épaisseur du cristal qui conduit à des réseaux non parfaitement sinusoïdaux, et en particulier à l'émergence d'une

seconde harmonique. Il convient de noter que la présence de cette seconde harmonique n'est possible que parce que les faisceaux sont colinéaires, donc en situation de petit angle [Lin2015]. En utilisant l'ensemble de mesures d'échos de ce type, on obtient alors les efficacités de diffraction des réseaux spectraux programmés à 3 et 3,5 K, pour différentes valeurs de la pulsation de Rabi. Les résultats sont illustrés sur la Figure V-24 et la Figure V-25.

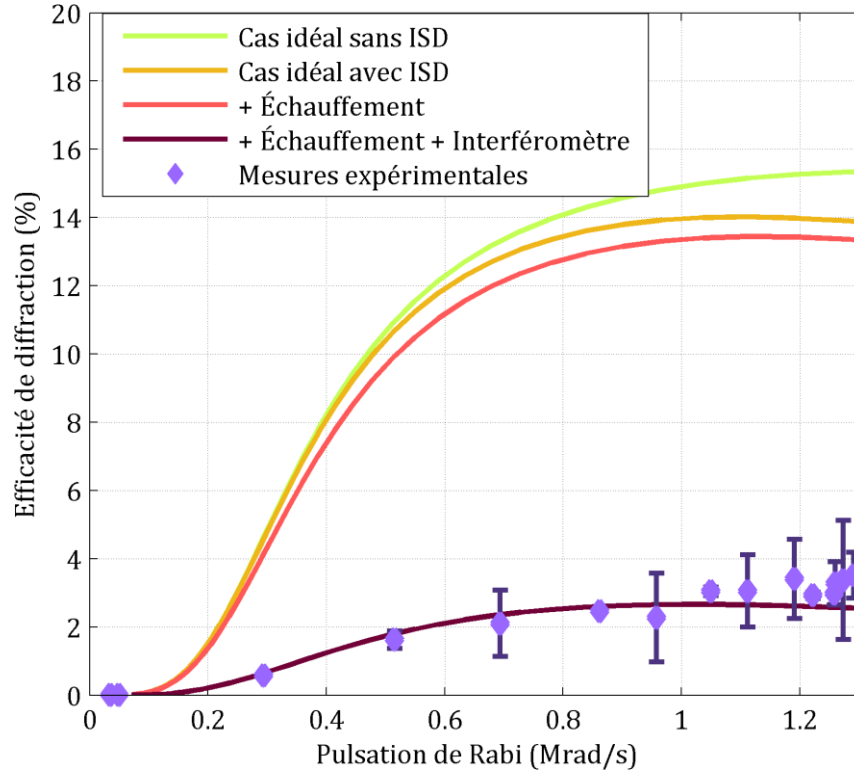


Figure V-24. Efficacités de diffraction simulées et expérimentales pour une température de consigne de 3 K. Plusieurs simulations sont affichées avec l'ajout successif des différents facteurs néfastes que sont l'ISD, l'échauffement dû à la puissance optique, ainsi que le contraste et la dérive de l'interféromètre.

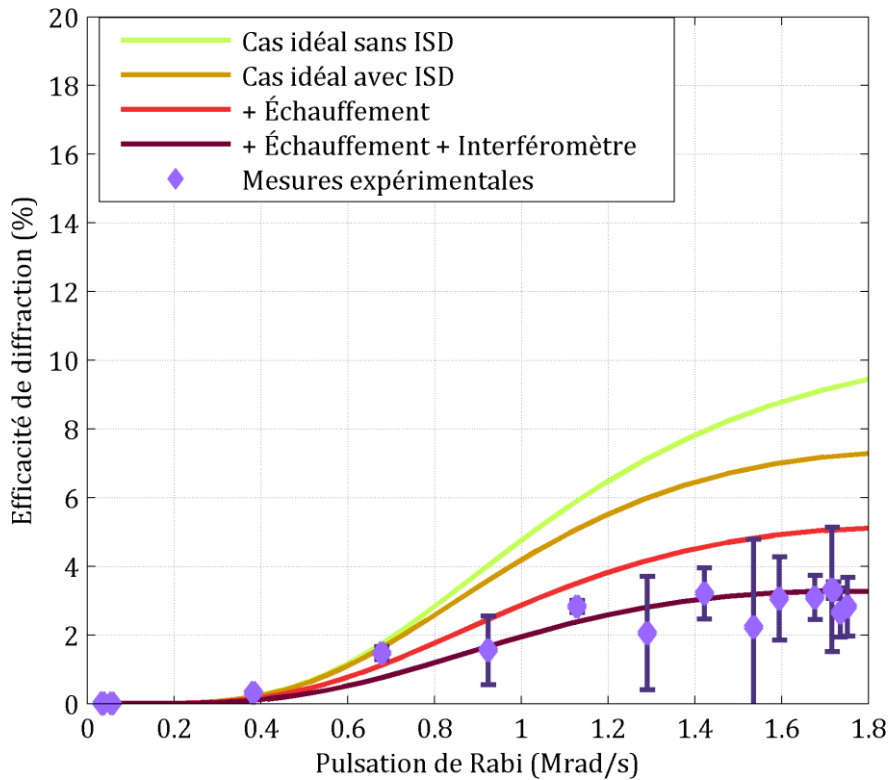


Figure V-25. Efficacités de diffraction simulées et expérimentales pour une température de consigne de 3,5 K. Plusieurs simulations sont affichées avec l'ajout successif des différents facteurs néfastes que sont l'ISD, l'échauffement dû à la puissance optique, ainsi que le contraste et la dérive de l'interféromètre.

On peut constater comme pour la mesure des réseaux par sonde balayée en fréquence qu'il y a un excellent accord entre les simulations et les résultats expérimentaux. On peut noter que les imperfections de l'interféromètre sont très dommageables et limitent grandement l'efficacité de diffraction, surtout à plus basse température. En analysant plus en détail l'effet de l'interféromètre, on observe que la limitation de l'efficacité de diffraction est principalement due à la dérive tandis que le contraste imparfait a un impact plus modéré. Cette observation se vérifie en comparant l'effet de l'interféromètre à 3 et 3,5 K. En effet, à 3 K, la durée de relaxation T_g est nettement plus longue qu'à 3,5 K (voir Figure V-11), ce qui a pour conséquence de conférer aux ions thulium une plus longue « mémoire » et donc une plus grande sensibilité à la dérive de l'interféromètre comme le montre l'équation V.17.

V.4. Conclusion

Dans ce chapitre, l'objectif étant de vérifier la validité du modèle décrit dans la partie II.3, nous avons choisi comme cas d'application la programmation de réseaux spectraux. Ce motif de programmation a été choisi à dessein. En effet, dans ces travaux de thèse, il s'agit, sur le plan applicatif, de chercher à optimiser l'analyseur arc-en-ciel (voir chapitre I), qui nécessite une programmation continue de réseaux spectro-spatiaux. C'est pourquoi nous avons choisi un cas d'emploi plus simple à

mettre en œuvre en écartant la dimension spatiale pour vérifier la validité de ce modèle. Nous avons donc conçu une expérience dans ce but.

Afin de pouvoir comparer les résultats expérimentaux aux simulations, nous avons utilisé les résultats des chapitres III et IV, et avons intégré au modèle le phénomène de diffusion spectrale instantanée, phénomène qui avait fait l'objet de la partie III.3. En outre, la mesure des paramètres expérimentaux tels que les variations de la durée de relaxation T_g entre les sous-niveaux Zeeman avec la puissance optique de programmation et les imperfections de l'interféromètre de Mach-Zehnder nous ont conduits à apporter d'autres aménagements au modèle afin qu'il soit à même de décrire au mieux la réalité de l'expérience.

Nous avons alors pu effectuer des simulations ne nécessitant aucun paramètre d'ajustement mais uniquement des paramètres d'entrée mesurés un à un au travers de manipulations expérimentales indépendantes. Nous observons une excellente concordance entre les résultats expérimentaux et les simulations de réseaux spectraux. Ces résultats viennent donc confirmer la validité du modèle théorique, qui pourra alors être utilisé pour d'autres protocoles satisfaisant aux critères énoncés dans le paragraphe II.3.1 afin d'évaluer de manière quantitative l'effet de chacun des paramètres d'un protocole donné.

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'application du modèle défini au chapitre II et validé au chapitre V en vue d'améliorer les performances d'un analyseur arc-en-ciel selon le principe défini au chapitre I. Pour ce faire, après avoir rappelé l'ensemble des paramètres de dimensionnement d'un analyseur arc-en-ciel, il s'agira d'adapter le cas de réseaux spectraux étudié au chapitre V au cas de réseaux spectrospatiaux. Cette adaptation est d'ordre géométrique et il faudra alors vérifier que la condition géométrique énoncée dans la partie II.3.1 est respectée. Par la suite, nous explorerons les différentes voies d'amélioration et d'optimisation de l'analyseur arc-en-ciel en passant en revue l'ensemble des paramètres ajustables, et évaluer leur criticité. Enfin, en utilisant un jeu de paramètres réalistes, nous ferons usage de l'implémentation sur ordinateur de notre modèle pour simuler le fonctionnement de l'analyseur afin d'estimer les performances atteignables.

Il faut noter que dans ce qui suit, nous avons choisi de définir certains paramètres pratiques de fonctionnement à partir des expériences réalisées dans la thèse. Il s'agit en particulier de l'évolution de la température du cristal avec la puissance des faisceaux. Il faut cependant noter que cette dernière dépend fortement du choix du système de cryogénie, et de l'installation du cristal dans celui-ci, qui pourrait être différente dans un analyseur réel. De son côté, l'estimation de la stabilité de l'interféromètre de programmation est à la fois issue des expériences décrites dans les chapitres précédents, mais également d'hypothèses d'une stabilisation active. L'objectif de ce chapitre est de montrer que notre modèle permet non seulement d'estimer les performances d'un analyseur spectral dans des conditions proches des expériences menées dans la thèse ou des réalisations précédentes, mais qu'il est également capable d'être nourri de paramètres qui seraient issus d'une réalisation particulière, comme par exemple un système de cryogénie adapté aux contraintes d'une utilisation pratique, ou un nombre de canaux et une résolution en fréquence différents.

VI.1. Paramètres de dimensionnement de l'analyseur arc-en-ciel

Ce chapitre ayant pour objet le dimensionnement de l'analyseur arc-en-ciel en vue d'obtenir des performances optimales, nous commençons dans cette partie par nous intéresser aux paramètres de sortie escomptés. Considérons donc un objectif en termes de bande passante et de résolution spectrale d'analyse. Tandis qu'il n'est pas exclu de travailler sur des résolutions variables selon la fréquence, nous nous

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

limitons au cas d'une résolution uniforme δ_ν sur une bande de largeur Δ_ν . En effet, quitte à discrétiser plusieurs sous-bandes d'analyse de largeur Δ_ν^i et de résolution δ_ν^i , on peut raisonner sur une seule bande d'analyse de résolution uniforme. Le démonstrateur qui fait l'objet de l'article de P. Berger *et al.* [Ber2014] fonctionne sur une seule dimension spatiale. C'est-à-dire que la diffraction du faisceau porteur d'un signal radiofréquence ne se fait que selon un axe. Cependant, il est envisageable de programmer le cristal de manière à ce que la diffraction soit étalée sur deux dimensions [MenPhD2000, Lor2002]. Ainsi, la largeur spectrale Δ_ν à analyser peut être représentée sur plusieurs lignes comme illustré sur la Figure VI-1.

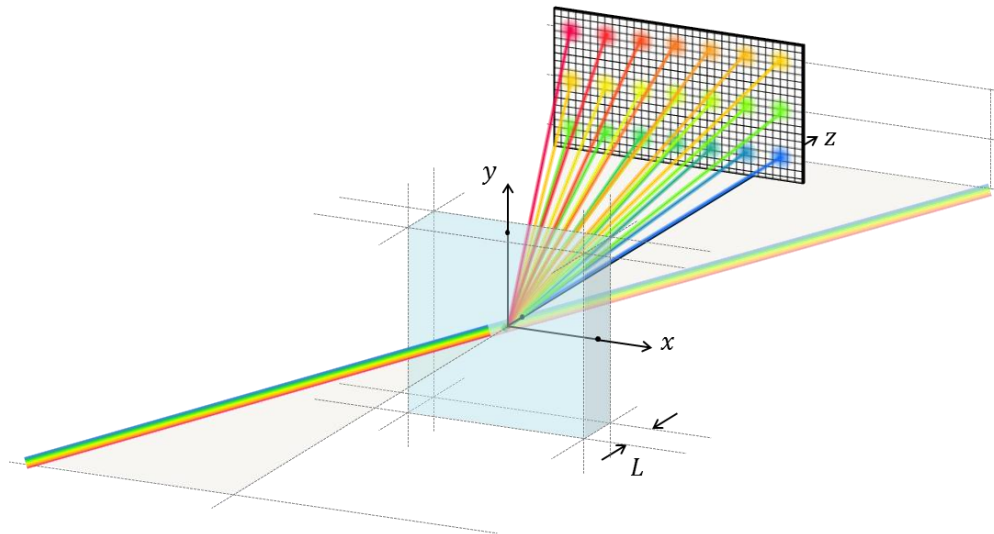


Figure VI-1. Géométrie du faisceau de lecture traversant le cristal lorsque les réseaux de diffraction sont programmés de manière à diffracter le signal selon plusieurs lignes. Les faisceaux diffractés atteignent une caméra composée d'une matrice de pixels carrés.

À partir de cette figure, on peut soulever plusieurs interrogations. En effet, sur ce schéma, les faisceaux diffractés sont clairement distincts. En pratique, la résolution angulaire est la limite à partir de laquelle on considère que deux faisceaux gaussiens sont distinguables. La résolution fréquentielle s'obtient à partir de la résolution angulaire par $\delta_\nu = \delta_\theta \cdot \Delta_\nu / \Delta_\theta$, où Δ_θ est l'écart angulaire entre des faisceaux diffractés distants en fréquence de Δ_ν . La résolution fréquentielle est alors limitée par la diffraction. De plus, il convient de disposer de pixels suffisamment petits pour n'être limités en résolution que par la diffraction, qui dépend non seulement de la qualité de la programmation des réseaux mais également des waists et des angles de gisement et d'élévation des faisceaux. Pour une résolution fréquentielle donnée, on peut alors définir le nombre de canaux résolubles $N = \Delta_\nu / \delta_\nu$.

Partant de ces paramètres de dimensionnement, nous nous intéresserons au cours des trois parties suivantes à l'adaptation de notre modèle de simulation au cas de l'analyseur arc-en-ciel, à l'évaluation de l'impact de chacun des paramètres de l'analyseur, en entrant dans les détails de la programmation, pour enfin proposer un jeu de paramètres permettant d'optimiser l'efficacité de diffraction et la résolution spectrale.

VI.2. Adaptation du modèle dans le cas de l'analyseur arc-en-ciel

Afin d'adapter notre modèle au cas de l'analyseur arc-en-ciel, nous nous intéressons à l'aspect géométrique. Concernant la dimension fréquentielle, la programmation des réseaux de l'analyseur se fait au moyen des mêmes chronogrammes que ceux du chapitre V. La différence réside dans la dimension spatiale. Considérant les doubles rampes de fréquence dont il est question dans le chapitre V comme deux faisceaux distincts, ceux-ci sont colinéaires. *A contrario*, dans le cas de l'analyseur arc-en-ciel, les deux faisceaux de programmation forment un angle qui évolue dans le temps de manière synchrone avec les rampes de fréquence. On dispose alors d'un faisceau fixe et d'un faisceau dont l'angle d'incidence varie périodiquement, tous deux pointant constamment au même endroit dans le cristal. Le délai entre les deux est mis sur le faisceau fixe. La Figure VI-2 illustre la géométrie des faisceaux de programmation de l'analyseur arc-en-ciel restreint à une seule dimension spatiale.

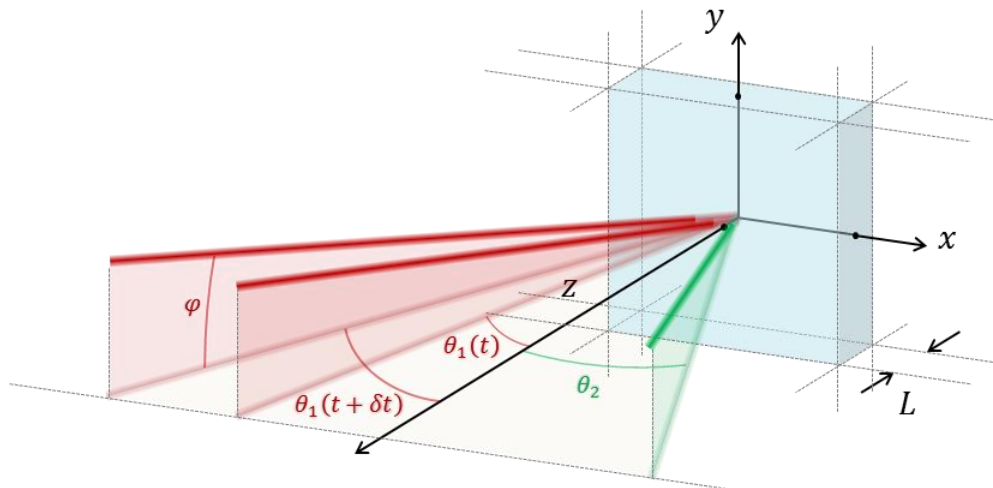


Figure VI-2. Géométrie 3D des faisceaux de programmation de l'analyseur arc-en-ciel restreint à une seule dimension spatiale. Le faisceau 1 (en rouge) est mobile au cours du temps tandis que le faisceau 2 (en vert) est fixe. Les angles de gisement θ_1 et θ_2 sont définis par les projections des deux faisceaux dans le plan horizontal (x, z). L'élévation, qui est la même pour chaque faisceau, est notée φ .

Une vue en projection sur le plan horizontal est illustrée sur la Figure VI-3.

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

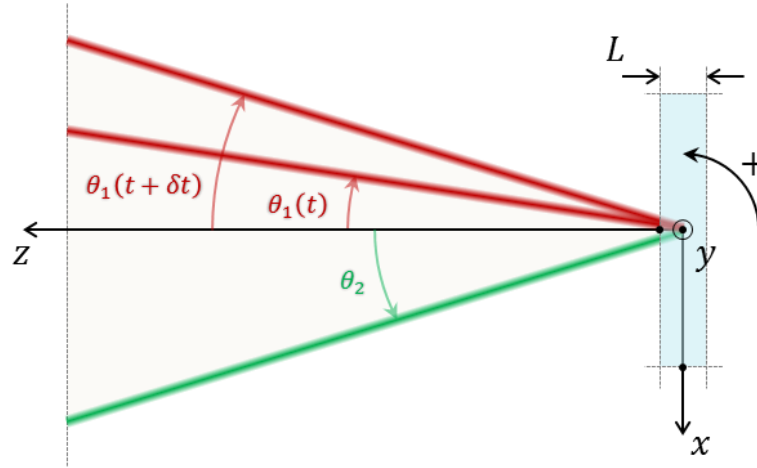


Figure VI-3. Projection dans le plan horizontal de la géométrie des faisceaux de programmation décrits sur la Figure VI-2. L'orientation du plan (x, z) permet de définir des valeurs algébriques aux angles θ_1 et θ_2 . Alors $\theta_1 < 0$ et $\theta_2 > 0$.

Partant de ces schémas, si l'on souhaite pouvoir utiliser notre modèle afin d'obtenir l'efficacité de diffraction des réseaux pour un jeu de paramètres donné, il nous faut dans un premier temps nous intéresser à la vérification ou non du critère géométrique énoncé au paragraphe II.3.1. À première vue, le caractère non colinéaire n'a pas de raison particulière de déroger au critère géométrique. En effet, si les faisceaux sont suffisamment larges ou l'angle suffisamment petit, le champ électrique peut être considéré comme uniforme dans l'épaisseur du cristal. Il nous faut alors quantifier l'uniformité du champ électrique dans l'épaisseur du cristal. Pour cela, nous nous intéressons au champ électrique total incident. Les champs correspondant aux faisceaux 1 et 2 s'écrivent :

$$E_1(x, y, z) = \frac{E_0 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \frac{(x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1)^2}{W_x^2} - \frac{(x \sin \theta_1 + y \cos \theta_1 - z \sin \theta_1 \cos \theta_1)^2}{W_y^2}}}{\pi W_x W_y} + c. c. \quad \text{VI.1}$$

et

$$E_2(x, y, z) = \frac{E_0 e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + i\psi - \frac{(x \cos \theta_2 + z \sin \theta_2)^2}{W_x^2} - \frac{(x \sin \theta_2 + y \cos \theta_2 - z \sin \theta_2 \cos \theta_2)^2}{W_y^2}}}{\pi W_x W_y} + c. c. \quad \text{VI.2}$$

où :

$$\begin{cases} \vec{k}_1 = k \begin{pmatrix} \cos \varphi \sin \theta_1 \\ \sin \varphi \\ \cos \varphi \cos \theta_1 \end{pmatrix}, \\ \vec{k}_2 = k \begin{pmatrix} \cos \varphi \sin \theta_2 \\ \sin \varphi \\ \cos \varphi \cos \theta_2 \end{pmatrix}. \end{cases} \quad \text{VI.3}$$

Dans l'équation VI.3, nous avons représenté la partie temporelle via la variable ψ . En effet, comme on s'intéresse à des positions θ_1 et θ_2 données, cela revient à figer le temps et donc à avoir un déphasage fixe entre les deux faisceaux.

Par ailleurs, si $\theta_1 + \theta_2 \neq 0$, on peut tourner le repère d'un angle $-(\theta_1 + \theta_2)$ de manière à symétriser le problème. Dans ce cas, l'épaisseur effective du cristal passe

de L à $L' = L / \cos(\theta_1 + \theta_2)$. Dans ce nouveau repère, $\theta'_1 + \theta'_2 = 0$ et on note alors $\theta = \theta'_2 = -\theta'_1$.

De plus, nous considérons que les faisceaux ont même puissance optique et même taille, ce qui nous permet dans ces expressions de disposer d'une même valeur E_0 et de mêmes waists W_x et W_y . Ainsi les champs électriques se réécrivent :

$$\begin{cases} E_1(x, y, z) = \frac{E_0 e^{i\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \frac{(x \cos \theta - z \sin \theta)^2}{W_x^2} - \frac{(-x \sin \theta \sin \theta + y \cos \theta - z \sin \theta \cos \theta)^2}{W_y^2}}}{\pi W_x W_y} + c. c., \\ E_2(x, y, z) = \frac{E_0 e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{r} + i\psi - \frac{(x \cos \theta + z \sin \theta)^2}{W_x^2} - \frac{(x \sin \theta \sin \theta + y \cos \theta - z \sin \theta \cos \theta)^2}{W_y^2}}}{\pi W_x W_y} + c. c.. \end{cases} \quad \text{VI.4}$$

En termes de puissance optique totale, on peut alors écrire :

$$\begin{aligned} P(x, y, z) \propto e^{\frac{2(x^2 \cos^2 \theta + z^2 \sin^2 \theta)}{W_x^2} - \frac{2((x \sin \theta \sin \theta)^2 + (y \cos \theta - z \sin \theta \cos \theta)^2)}{W_y^2}} \\ \cdot \left(\cosh \left(\frac{2xz \sin 2\theta}{W_x^2} - \frac{4x \sin \theta \sin \theta (y \cos \theta - z \sin \theta \cos \theta)}{W_y^2} \right) \right. \\ \left. + \cos(2kx \cos \theta \sin \theta + \psi) \right). \end{aligned} \quad \text{VI.5}$$

Pour quantifier l'uniformité de la puissance optique, idéalement nulle pour une uniformité parfaite, on définit l'écart-type de puissance normalisé :

$$\mathcal{U}_p(x, y) = \frac{\sigma_p(x, y)}{\mu_p(x, y)}, \quad \text{VI.6}$$

où $\sigma_p(x, y)$ et $\mu_p(x, y)$ désignent respectivement l'écart-type et la moyenne de la puissance optique, calculés dans la profondeur du cristal en tout point de coordonnées (x, y) . σ_p et μ_p s'explicitent alors sous la forme :

$$\begin{cases} \mu_p = \frac{1}{L'} \int_{-\frac{L'}{2}}^{\frac{L'}{2}} P(x, y, z) dz, \\ \sigma_p = \sqrt{\frac{1}{L'} \int_{-\frac{L'}{2}}^{\frac{L'}{2}} P^2(x, y, z) dz - \mu_p^2}. \end{cases} \quad \text{VI.7}$$

On obtient alors :

$$\mathcal{U}_p(x, y) = \frac{\sqrt{\frac{1}{L'} \int_{-\frac{L'}{2}}^{\frac{L'}{2}} P^2(x, y, z) dz}}{\left(\frac{1}{L'} \int_{-\frac{L'}{2}}^{\frac{L'}{2}} P(x, y, z) dz \right)^2} - 1. \quad \text{VI.8}$$

L'expression de $\mathcal{U}_p(x, y)$ se calcule analytiquement en faisant intervenir la fonction erreur erf définie par :

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad \text{VI.9}$$

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

Afin de rester concis, nous n'explicitons pas ici l'expression de $\mathcal{U}_p(x, y)$, qui permet de quantifier l'uniformité en fonction des waists et des directions d'arrivée des faisceaux. Nous l'avons néanmoins tracée pour un jeu de paramètres typiques, à savoir des waists $W_x = W_y = 387 \mu\text{m}$, et une épaisseur de cristal de $L = 1 \text{ mm}$ (voir Figure VI-4). Sur ces figures, nous avons fait varier les angles d'attaque θ et φ . Notons qu'une trop imparfaite uniformité entraîne une perte de précision de notre modèle lors de la simulation des réseaux spectro-spatiaux.

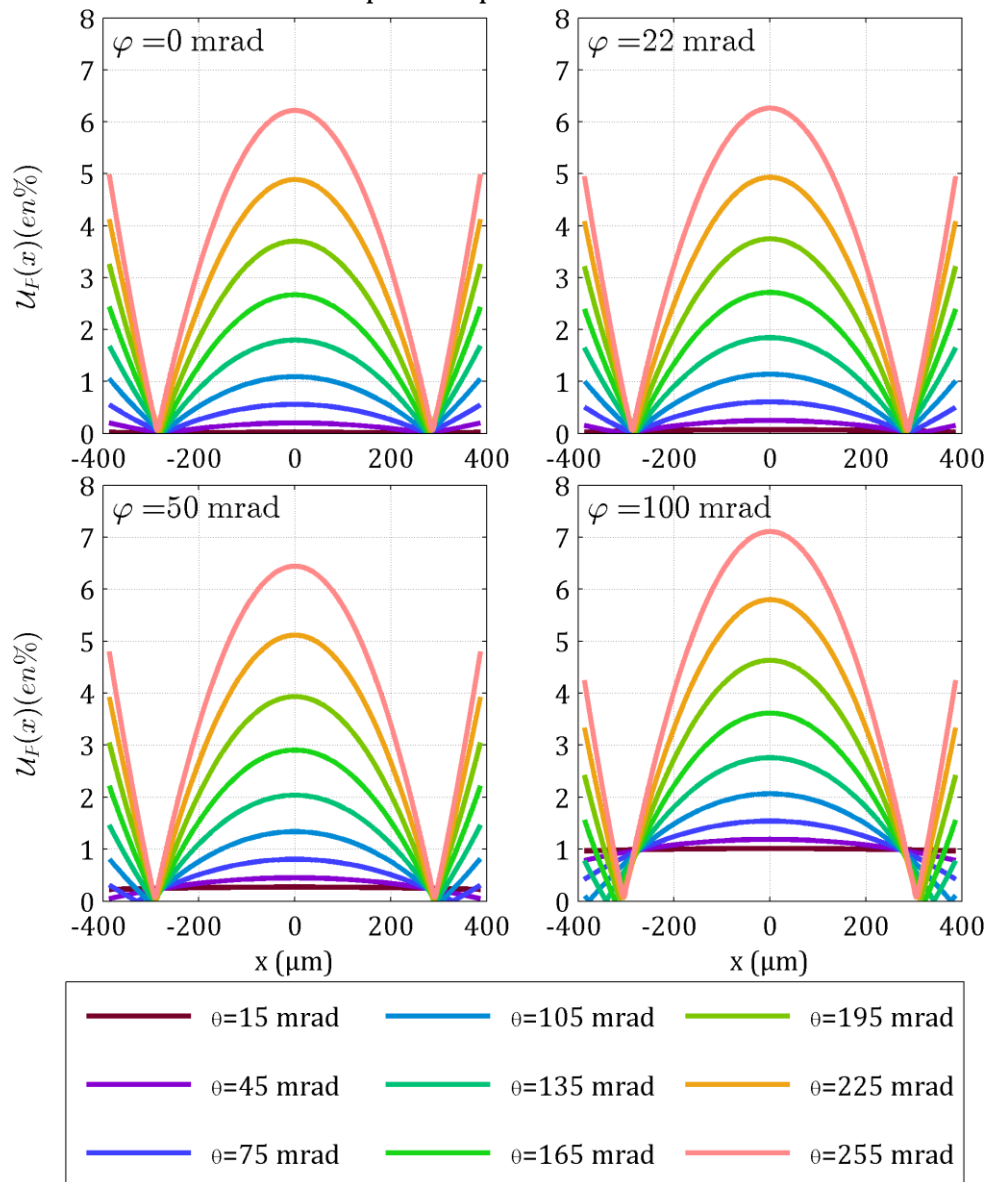


Figure VI-4. Écart-type de puissance normalisé des faisceaux dans l'épaisseur du cristal. Ici, l'angle d'élévation φ varie de 0 à 100 mrad. Chaque courbe correspond à un angle θ différent. On note que compte tenu des notations, l'angle entre les deux faisceaux vaut 2θ . La fenêtre choisie pour l'observation le long de l'axe x s'étend de $-W_x$ à $+W_x$.

Bien que le lien quantitatif entre l'uniformité et la validité de notre modèle soit encore difficile à établir, ces courbes nous permettent néanmoins de définir certaines limites pour le choix des valeurs des paramètres géométriques de l'analyseur arc-en-ciel. Compte tenu de la précision de notre modèle vis-à-vis des expériences, on

suppose qu'il devrait rester valide si l'on dispose d'un écart-type de puissance normalisé inférieur à 5 %.

Enfin, moyennant une relative bonne uniformité, il faut noter que l'équation de propagation des faisceaux se réécrit sous deux formes différentes selon la valeur de l'angle entre les deux faisceaux de programmation (voir annexe [Lin2015]). En particulier, pour des angles dits « grands » (si l'angle entre les deux faisceaux de programmation est grand devant $\sqrt{\frac{\lambda}{2L}}$), seul le premier ordre de diffraction peut exister.

VI.3. Évaluation de l'impact des paramètres de dimensionnement de l'analyseur arc-en-ciel

Afin d'optimiser l'analyseur spectral arc-en-ciel, il nous faut en premier lieu évaluer l'impact des différents paramètres de dimensionnement et notamment faire la part entre les paramètres critiques pour son fonctionnement et ceux qui sont à ajuster au mieux en vue d'une optimisation des performances.

VI.3.1. Paramètres critiques et conditions de programmation

Dans ce paragraphe, nous passons en revue l'ensemble des paramètres critiques pour le fonctionnement de l'analyseur arc-en-ciel selon la bande passante et la résolution recherchées.

La température est le paramètre le plus critique. En effet, l'analyseur ne peut fonctionner si le cristal n'est pas maintenu à une température autour de 3 K car alors on ne bénéficierait pas des propriétés de *Hole Burning* du cristal de Tm^{3+} :YAG, comme expliqué dans la partie II.1.

En outre, comme l'analyseur repose sur la programmation et le rafraîchissement de réseaux spectro-spatiaux, il faut assurer une parfaite synchronisation entre la variation des faisceaux de programmation en angle et en fréquence, et ce sans altération au cours des rafraîchissements successifs. En effet, le cas échéant, on perdrait la correspondance bijective entre l'angle et la fréquence. Ainsi, un faisceau porteur d'un signal RF à une fréquence f pourrait se diffracter dans différentes directions, ce qui donnerait lieu à une grande perte de résolution de la densité spectrale de puissance récupérée par le photodétecteur.

De plus, le premier démonstrateur arc-en-ciel utilise un retard entre les deux faisceaux de programmation [Ber2014]. Ce retard permet, lors de la diffraction d'un faisceau à travers le cristal programmé, de passer d'une réponse de forme lorentzienne (liée à l'aspect fréquentiel de la fonction programmée) à une réponse de forme gaussienne (liée à l'utilisation de faisceaux gaussiens). C'est-à-dire que la

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

fonction de filtre fréquentiel, ou fonction d'appareil du cristal, est gaussienne ou lorentzienne selon la durée du retard. Cette forme de réponse permet alors de mieux séparer les composantes fréquentielles d'un faisceau de lecture (voir Figure VI-5).

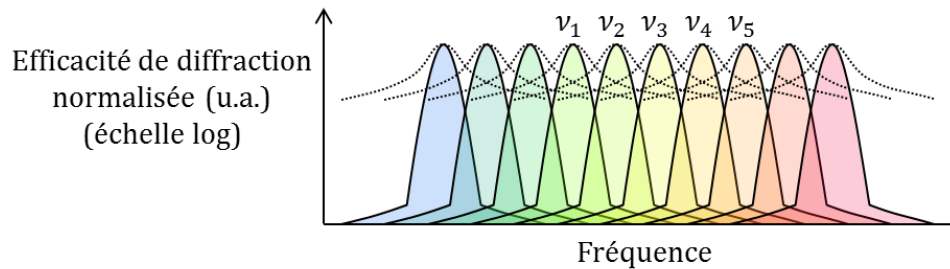


Figure VI-5. Réponse du cristal programmé avec (traits pleins) et sans (pointillés) retard en échelle logarithmique. Chaque couleur représente la réponse pour une fréquence donnée, qui donne lieu à une diffraction dans une direction donnée. On note alors qu'en l'absence de retard entre les deux faisceaux de programmation, un faisceau de lecture à une fréquence ν_3 est partiellement diffracté dans les directions normalement prévues pour les fréquences ν_1, ν_2, ν_4 et ν_5 à cause du recouvrement entre les réponses de chaque couleur. La séparation des réponses est meilleure en présence d'un retard, puisque les réponses gaussiennes se recouvrent moins que les réponses lorentziennes.

Cette figure, très qualitative donne un aperçu du rôle du retard entre les faisceaux de programmation. De manière plus quantitative, l'effacement de la réponse lorentzienne laissant place à la gaussienne se fait progressivement à mesure que l'on augmente le retard (voir Figure VI-6). La fonction d'appareil en présence ou non d'un retard est décrite dans [Lor2002].

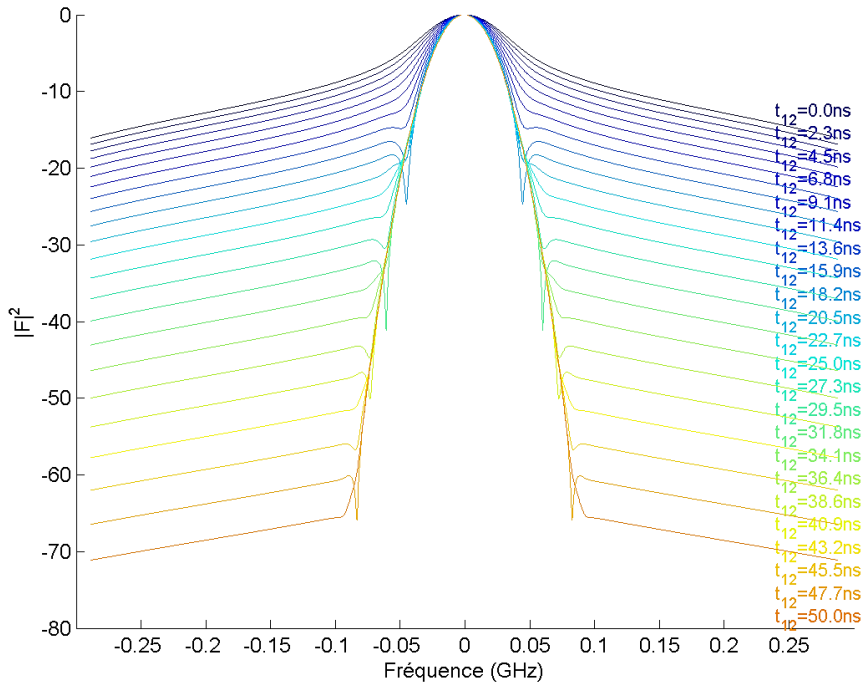


Figure VI-6. Fonction d'appareil normalisée pour différents retards entre les faisceaux de programmation. On note qu'un retard de 50 ns est suffisant pour que la forme lorentzienne soit diminuée de 65 dB par rapport à la forme gaussienne.

Partant de ce résultat, nous considérons le retard comme paramètre critique devant rester supérieur à 50 ns, faute de quoi la résolution spectrale de l'analyseur se retrouve grandement diminuée.

Enfin, la bande passante et la résolution recherchées imposent des contraintes géométriques sur l'analyseur, notamment les waists des faisceaux et leur angle d'attaque. Évaluons alors la résolution angulaire puis fréquentielle de l'analyseur spectral. Comme nous avons pu le vérifier sur la Figure IV-3, le taux de transfert évolue approximativement en $\Omega_0^2 \propto P_{opt}$, *a minima* pour des puissances optiques relativement faibles. Le contraste du réseau suit également cette évolution. En conséquence, à une fréquence optique donnée, l'enveloppe spatiale du réseau est du type :

$$\Omega_0^2(x, y) \propto \left(e^{-\left(\frac{x}{w_x^g}\right)^2 - \left(\frac{y}{w_y^g}\right)^2} \right)^2. \quad \text{VI.10}$$

Par conséquent, la forme spatiale de la réponse (en termes d'intensité) du réseau à un faisceau de lecture est du type :

$$I_d(x, y) \propto \left(\left(e^{-\left(\frac{x}{w_x^g}\right)^2 - \left(\frac{y}{w_y^g}\right)^2} \right)^2 e^{-\left(\frac{x}{w_x^l}\right)^2 - \left(\frac{y}{w_y^l}\right)^2} \right)^2. \quad \text{VI.11}$$

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

D'après l'approximation de Fraunhofer, le champ électrique diffracté en coordonnées angulaires se déduit alors par transformée de Fourier sous la forme :

$$\tilde{I}_d(\theta, \varphi) \propto \iint_{\mathbb{R}^2} I_d(x, y) e^{-2i\pi\left(\frac{\theta}{\lambda}x + \frac{\varphi}{\lambda}y\right)} dy dx, \quad \text{VI.12}$$

où θ et φ sont respectivement les angles de gisement et d'élévation. Après calcul, il vient :

$$\tilde{I}_d(\theta, \varphi) \propto e^{-2\left(\frac{\theta^2}{W_\theta^2} + \frac{\varphi^2}{W_\varphi^2}\right)}, \quad \text{VI.13}$$

où :

$$\begin{cases} W_\theta = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(W_x^g)^2} + \frac{1}{(W_x^l)^2}}, \\ W_\varphi = \frac{\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{2}{(W_y^g)^2} + \frac{1}{(W_y^l)^2}}. \end{cases} \quad \text{VI.14}$$

Comme nous envisageons de nous placer en situation de grand angle, seul le premier ordre de diffraction existe. Aussi, pour définir la résolution angulaire, nous proposons deux critères de résolution.

Le premier critère proposé est celui de Sparrow. On considère que deux taches de même intensité sont séparables si la dérivée seconde s'annule entre les sommets des deux taches. De manière générale, en raisonnant sur deux taches gaussiennes sur une dimension, on peut écrire l'intensité :

$$I(x) \propto \left(e^{-2\frac{(x-x_0)^2}{W_x^2}} + e^{-2\frac{(x+x_0)^2}{W_x^2}} \right), \quad \text{VI.15}$$

celles-ci ayant leur centre aux points $\pm x_0$. Après calcul, on en déduit que d'après le critère de Sparrow, on considère les deux taches séparables si $x_0 > W_x/2$. Suivant l'équation VI.13, deux taches sont alors séparables angulairement suivant θ si elles sont distantes d'au moins W_θ .

Le second critère est plus strict puisque nous considérons deux taches séparables si au point médian entre les centres, l'intensité est moitié moins grande que celle en chacun des centres. En réutilisant les notations de l'équation VI.15, deux taches sont donc séparables si $x_0 > W_x\sqrt{\ln 2}$. La résolution angulaire vaut dans ce cas $2W_\theta\sqrt{\ln 2}$.

En conclusion, selon le critère retenu, la résolution spectrale se calcule alors suivant :

$$\begin{cases} \delta_{v,Sparrow} = \frac{\lambda\Delta_v}{\pi\Delta_\theta} \sqrt{\frac{2}{(W_x^g)^2} + \frac{1}{(W_x^l)^2}}, \\ \delta_{v,3dB} = \frac{2\lambda\Delta_v\sqrt{\ln 2}}{\pi\Delta_\theta} \sqrt{\frac{2}{(W_x^g)^2} + \frac{1}{(W_x^l)^2}}, \end{cases} \quad \text{VI.16}$$

où $\delta_{v,Sparrow}$ et $\delta_{v,3dB}$ sont respectivement les résolutions spectrales calculées suivant le critère de Sparrow et suivant le critère du point médian à 3 dB du sommet.

Le nombre de canaux résolubles s'obtient alors selon la formule $N = \Delta_\nu / \delta_\nu$. Ainsi, la résolution spectrale et le nombre de canaux souhaités pour l'analyseur contraignent la géométrie des faisceaux en termes de waists.

VI.3.2. Influence des différents paramètres

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'influence des différents paramètres sur les performances de l'analyseur spectral arc-en-ciel.

VI.3.2.a. Puissance optique

Partant des résultats expérimentaux et simulés dans la partie V.3, une première constatation est l'augmentation de l'efficacité de diffraction, donc de la dynamique d'analyse (voir paragraphe II.2.3), avec la densité de puissance optique des faisceaux de programmation. Néanmoins, deux limitations interviennent. En effet, dans la partie IV.3, on observe que le taux de transfert augmente avec la puissance puis diminue après avoir atteint une valeur maximale proche de 2. En conséquence, l'efficacité de diffraction n'augmente pas continuellement avec la puissance optique. Il existe une puissance optimale permettant d'obtenir un taux de transfert proche de 2, et ainsi de maximiser le contraste des réseaux de diffraction (voir Figure V-17 et Figure V-18). La seconde limitation est la température. En effet, il est important de disposer d'une longue durée de relaxation entre sous-niveaux Zeeman pour entretenir des réseaux de diffraction très contrastés, menant à une bonne efficacité de diffraction (voir II.2.2). Or, cette durée de relaxation diminue avec la température (voir Figure III-16). La puissance optique doit donc rester suffisamment faible pour ne pas risquer de faire chuter la durée de relaxation T_g . En pratique, avec le cryostat à circuit fermé d'hélium et avec le contact thermique entre le cristal et le doigt froid dont je disposais au cours de mes travaux de thèse, la limitation thermique intervient avant d'atteindre la puissance optique optimale pour réaliser un taux de transfert de 2. C'est pourquoi nous choisissons d'augmenter la puissance optique jusqu'à ce que la limitation thermique apparaisse. De plus, d'un point de vue technique et applicatif, la puissance optique de programmation doit être minimisée (limitation de la consommation, choix technique moins contraignant).

Il faut noter que les efforts pour maintenir une basse température et donc une longue durée de relaxation T_g n'ont de sens que si le retard (réalisé par plusieurs mètres de fibre optique, et qui se combine avec une propagation en espace libre) entre les deux faisceaux de programmation est suffisamment stable. En effet, comme nous le montrent la Figure V-24 et la Figure V-25, les dérives du retard limitent grandement l'efficacité de diffraction en particulier lorsque la température est basse.

VI.3.2.b. Retard entre les faisceaux de programmation

Comme nous l'observons dans la partie VI.3.1, il nous faut maintenir un retard entre les deux faisceaux de programmation d'au moins 50 ns. En principe, le retard ne

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

change en rien la correspondance angle-fréquence que l'on souhaite réaliser. Sa valeur τ doit simplement vérifier la condition $\tau = \frac{1}{2\Delta_{ge}}$, où $\Delta_{ge} = \Delta_g - \Delta_e$ est ajustable via le champ magnétique. En ajustant τ et Δ_{ge} , on ne fait alors que modifier la période spectrale du réseau. Le choix de la valeur du retard, mise à part la limitation à 50 ns se fait au regard de deux aspects. Le premier concerne la durée de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman du fondamental T_g . Comme observé sur la Figure III-17, il faut éviter les valeurs de champ magnétique en-deçà de 10 mT pour lesquelles une résonance entre les ions Tm et Al de la matrice se produit. Au-delà, la durée T_g décroît faiblement avec le champ magnétique. Il est donc préférable de disposer de la plus grande valeur Δ_g possible, et donc Δ_{ge} . Cette observation constitue un premier argument en faveur d'un faible retard.

En outre, un second aspect motive l'utilisation d'un faible retard. En raison de la diffusion spectrale instantanée, qui peut, d'après nos simulations, atteindre 1 à 2 MHz lors d'une programmation du cristal sur 20 GHz, il est préférable d'avoir la période spectrale la plus grande possible, soit un retard τ entre les deux faisceaux de programmation le plus petit possible. En effet, un réseau de grande période spectrale diminuera moins en amplitude sous l'effet de l'ISD, qui se traduit par une convolution entre le réseau et une lorentzienne de diffusion. Or la condition de résolution spectrale déterminée dans le paragraphe VI.3.1 nous impose $\tau \geq 50$ ns. Le retard doit donc idéalement être fixé à 50 ns, afin d'une part de réaliser une fonction d'appareil principalement gaussienne (voir paragraphe VI.3.1) et d'autre part d'être le moins sensible possible à l'ISD.

VI.3.2.c. Taux de *chirp*

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'influence du taux de *chirp* lors de la programmation des réseaux. Comme nous le constatons sur la Figure IV-3, un taux de *chirp* plus faible nécessite une moins grande puissance optique pour obtenir une même valeur de taux de transfert. Cependant, diminuer le taux de *chirp* revient à augmenter la période entre chaque rafraîchissement des réseaux de diffraction. Or, si cette période devient non négligeable devant la durée de relaxation T_g , les réseaux ont le temps de s'effacer partiellement entre deux rafraîchissements successifs. Ainsi, leur efficacité de diffraction varie au cours du temps, ce qui pose problème pour l'analyse continue de signaux radiofréquence. On peut alors par exemple fixer une durée maximale entre deux rafraîchissements de $T_g/1000$. En conséquence, si compte tenu de la puissance optique de programmation, on observe une durée de relaxation $T_g = 10$ s, on peut décider de fixer la période de rafraîchissement à 10 ms. Si l'on choisit, comme pour le précédent démonstrateur, d'effectuer des balayages sinusoidaux en angle et en fréquence en ne conservant pour la programmation que les rampes ascendantes (ou descendantes), la programmation se fait avec un rapport cyclique de 50 % [Ber2014]. Dans ce cas, il faut alors effectuer une rampe de fréquence de fréquence de 20 GHz en 5 ms.

VI.3.2.d. Épaisseur optique

Comme précisé au paragraphe II.2.2 et dans les travaux de H. Linget *et al.* [Lin2015], en supposant un réseau uniforme dans l'épaisseur du cristal, l'efficacité de diffraction est maximale pour une épaisseur optique égale à 2. Or, l'absorption, donc l'épaisseur optique du cristal varie selon la fréquence optique. Dans le cas du Tm^{3+} :YAG utilisé pour l'analyseur arc-en-ciel, la raie inhomogène d'absorption s'étend sur une largeur de 20 GHz, cette largeur étant définie comme la largeur à mi-hauteur. L'épaisseur optique n'est donc pas constante sur cette largeur. Si elle vaut 2 au centre de la raie inhomogène, elle ne vaut plus que 1 sur les bords (à ± 10 GHz du centre). Il convient donc de trouver un optimum permettant d'avoir la meilleure efficacité de diffraction possible et ce, sur l'ensemble de la bande à couvrir de 20 GHz. Pour cela, en supposant un réseau d'absorption moyenne α_0 , et en notant $\alpha_N^{(1)} = \alpha^{(1)}/\alpha_0$ le coefficient de la première harmonique d'absorption normalisé, l'efficacité de diffraction s'écrit :

$$\eta_1 = \left(\alpha_N^{(1)}\right)^2 (\alpha_0 L)^2 e^{-\alpha_0 L}. \quad \text{VI.17}$$

En conséquence, au coefficient $\alpha_N^{(1)}$ près qui dépend de la qualité de la programmation, les variations de l'efficacité de diffraction en fonction de l'épaisseur optique correspondent aux variations de la fonction :

$$f: x \mapsto x^2 e^{-x}. \quad \text{VI.18}$$

On retrouve à l'aide de cette expression que le maximum est obtenu pour $x = 2$ (donc $\alpha_0 L = 2$). En fixant $\alpha_0 L = 2$ au centre de la raie d'absorption, à ± 10 GHz, l'efficacité passe en relatif de $2^2 e^{-2}$ à $1^2 e^{-1}$. L'efficacité sur les bords vaut donc $e/4 = 68,0\%$ de la valeur au centre. L'objectif étant de maximiser l'efficacité de diffraction sur la totalité des 20 GHz, nous cherchons donc à maximiser le minimum d'efficacité. La raie d'absorption inhomogène étant de forme lorentzienne, l'épaisseur optique peut s'écrire :

$$\alpha(\nu)L = \frac{\alpha_0 L}{1 + \left(\frac{2\nu}{\Gamma_{inh}}\right)^2}, \quad \text{VI.19}$$

où $\Gamma_{inh} = 20$ GHz est la largeur inhomogène. Suivant cette expression, l'épaisseur optique vaut $\alpha_0 L$ au centre. En conséquence, l'efficacité de diffraction en fonction de la fréquence optique s'écrit, au facteur $\left(\alpha_N^{(1)}\right)^2$ près :

$$\eta_{1,N}(\alpha_0 L, \nu) = \frac{\eta_1(\alpha_0 L, \nu)}{\left(\alpha_N^{(1)}\right)^2} = \left(\frac{\alpha_0 L}{1 + \left(\frac{2\nu}{\Gamma_{inh}}\right)^2}\right)^2 e^{-\frac{\alpha_0 L}{1 + \left(\frac{2\nu}{\Gamma_{inh}}\right)^2}}. \quad \text{VI.20}$$

Étudions alors les variations de $\eta_{1,N}$ avec la fréquence optique sur l'intervalle $\left[-\frac{\Gamma_{inh}}{2}; \frac{\Gamma_{inh}}{2}\right]$. Pour simplifier les calculs, on effectue le changement de variable $x = 2\nu/\Gamma_{inh}$. Alors $x \in [-1; 1]$ et on peut écrire :

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

$$\frac{\partial \eta_{1,N}}{\partial x} = \frac{2(\alpha_0 L)^2 x}{(1+x^2)^3} e^{-\frac{\alpha_0 L}{1+x^2}} \left(\frac{\alpha_0 L}{1+x^2} - 2 \right). \quad \text{VI.21}$$

Si $\alpha_0 L \leq 2$, alors η_1 est maximale pour $x = 0$ et est minimale pour $x = \pm 1$. On obtient :

$$\min_{x \in [-1;1]} \eta_{1,N} = \eta_{1,N}(\alpha_0 L, \pm 1) = \left(\frac{\alpha_0 L}{2} \right)^2 e^{-\frac{\alpha_0 L}{2}}. \quad \text{VI.22}$$

Dans ce cas, la valeur de ce minimum est croissante en fonction de $\alpha_0 L$ jusqu'à $\alpha_0 L = 4$, ce qui contredit l'hypothèse $\alpha_0 L \leq 2$ et nous invite à nous intéresser plutôt au cas $\alpha_0 L \geq 2$. Dans ce cas, $\eta_{1,N}$ est maximale pour $x = \pm \sqrt{\frac{\alpha_0 L}{2} - 1}$ et vaut donc $2^2 e^{-2}$. De plus, $\eta_{1,N}$ présente trois minima pour $x = -1$, $x = 0$, et $x = 1$. Ces minima valent respectivement $\left(\frac{\alpha_0 L}{2} \right)^2 e^{-\frac{\alpha_0 L}{2}}$, $(\alpha_0 L)^2 e^{-\alpha_0 L}$ et $\left(\frac{\alpha_0 L}{2} \right)^2 e^{-\frac{\alpha_0 L}{2}}$. La meilleure option est d'égaliser ces minima, celui à $x = 0$ étant décroissant et ceux à $x = \pm 1$ étant croissant de la variable $\alpha_0 L$ sur l'intervalle $[2; 4]$. La solution permettant de maximiser le minimum de $\eta_{1,N}$ est donc donnée par l'équation :

$$\left(\frac{\alpha_0 L}{2} \right)^2 e^{-\frac{\alpha_0 L}{2}} = (\alpha_0 L)^2 e^{-\alpha_0 L}. \quad \text{VI.23}$$

Cette équation se résout aisément faisant apparaître l'optimum $\alpha_0 L = 4 \ln 2$, et ce indépendamment de la largeur inhomogène Γ_{inh} . La comparaison entre le cas initial consistant à maximiser l'efficacité de diffraction au centre de la raie inhomogène est illustrée sur la Figure VI-7.

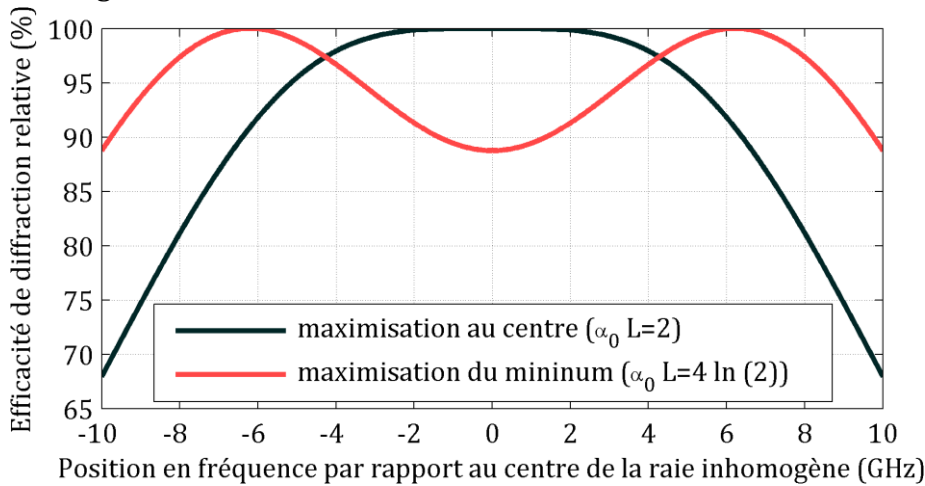


Figure VI-7. Efficacité de diffraction relative selon la valeur de l'épaisseur optique au centre de la raie d'absorption $\alpha_0 L$. Dans le cas $\alpha_0 L = 2$, on note que l'efficacité de diffraction passe en relatif de 100 % au centre à 68,0 % à ± 10 GHz. Dans le cas où l'on maximise le minimum ($\alpha_0 L = 4 \ln 2$), l'efficacité de diffraction reste confinée entre 88,7 % et 100 %.

En conclusion, afin de maximiser l'efficacité de diffraction sur l'ensemble de la bande de fréquence utile, il convient de fixer l'épaisseur optique au centre de la raie inhomogène à $\alpha_0 L = 4 \ln 2 \simeq 2,77$. Pour ce faire, on peut jouer sur le dopage et sur les dimensions physiques du cristal, sachant que l'augmentation du dopage en Tm^{3+} augmente l'ISD et qu'une augmentation de l'épaisseur du cristal peut poser des

problèmes de superpositions des faisceaux de programmation et occasionner une baisse de l'uniformité en puissance comme expliqué dans la partie VI.2.

VI.4. Optimisation et estimation des performances de l'analyseur arc-en-ciel

Dans cette partie, nous nous attachons à estimer les performances de l'analyseur arc-en-ciel à l'aide de notre modèle et de simulations numériques.

VI.4.1. Choix d'un jeu de paramètres

Dans ce paragraphe, nous proposons un jeu de paramètres pour le fonctionnement de l'analyseur arc-en-ciel.

VI.4.1.a. Géométrie

Rappelons en préambule que la géométrie est celle illustrée sur la Figure VI-8. Nous considérons un cristal d'épaisseur $L = 1$ mm.

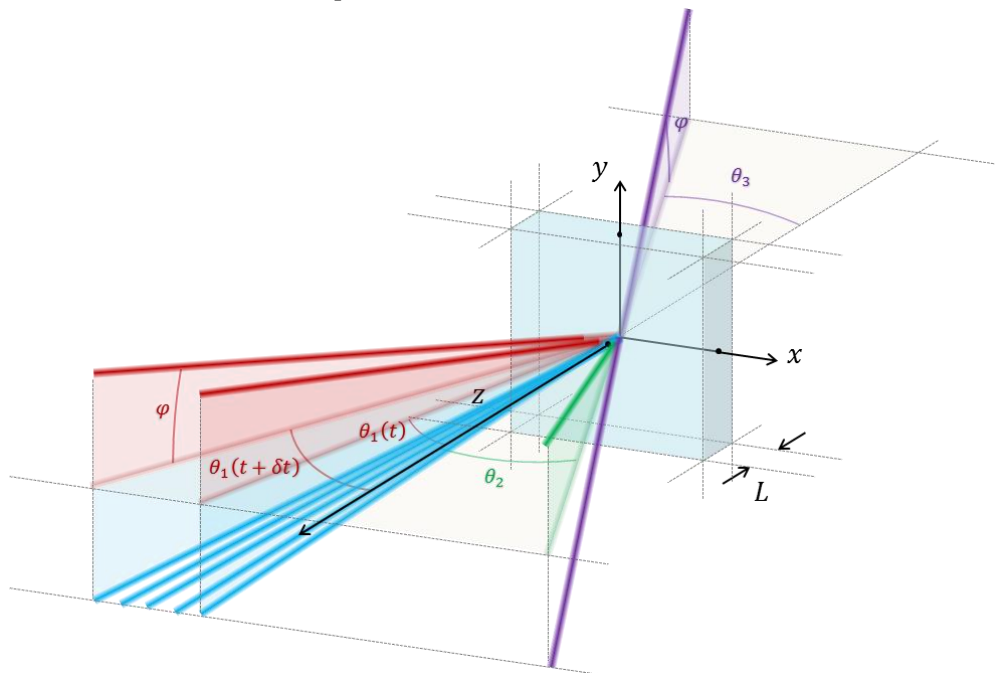


Figure VI-8. Géométrie des faisceaux incluant les faisceaux 1 et 2 de programmation (en rouge et vert), le faisceau 3 de lecture (en violet) et les différents diffractés (en bleu).

Cette figure illustre la géométrie des faisceaux dans le cas où l'on travaille selon une dimension. Cependant, il peut s'avérer plus intéressant de travailler selon deux dimensions, donc en faisant varier l'angle θ_1 mais également l'angle φ . Pour fixer les paramètres géométriques, rappelons les compromis à faire.

D'une part, nous cherchons à utiliser des faisceaux de petits waists afin de maximiser l'intensité, donc la pulsation de Rabi, sans avoir recours à une grande

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

puissance optique. En effet, une grande puissance optique risquerait d'échauffer le cristal conduisant à une diminution des durées de relaxations T_g et T_2 . D'autre part, comme nous l'avons observé au paragraphe VI.3.1, une bonne résolution spectrale nécessite de disposer de grands waists. Ces arguments allant en sens contraire, il nous faut donc faire un compromis.

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la résolution. Pour ce faire, nous considérons le critère à 3 dB plutôt que le critère de Sparrow que nous considérons trop peu discriminant. Au regard de la Figure VI-4, nous choisissons de fixer comme objectif raisonnable de densité angulaire de canaux, de disposer d'un canal par milliradian dans les directions d'élévation et de gisement. Nous considérons alors des waists de programmation et de lecture $W_x^g = W_y^g = W_x^l = W_y^l = 387 \mu\text{m}$. Ces waists donnent plus précisément la conversion $1 \text{ canal} \equiv 1,034 \text{ mrad}$. De plus, nous nous fixons comme limite de ne pas dépasser 5 % d'écart-type de puissance normalisé \mathcal{U}_p . Nous choisissons donc d'adopter une géométrie à deux dimensions permettant de maximiser le nombre de canaux. La géométrie retenue est celle illustrée sur la Figure VI-9.

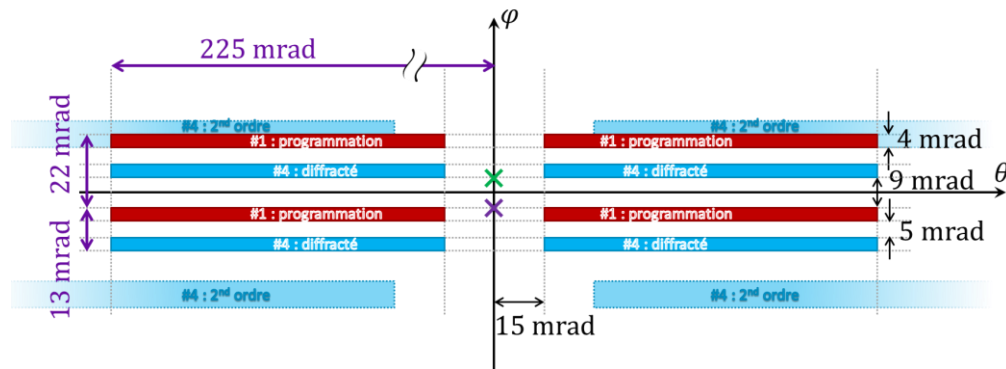


Figure VI-9. Schéma géométrique de l'accord de phase entre les faisceaux de programmation (rouge, mobile et vert, fixe), de lecture (violet), et diffractés (bleus). Cette disposition permet de disposer d'un grand nombre de canaux sur un éventail angulaire suffisamment restreint pour rester sous le seuil de 5 % en écart-type de puissance normalisé (4,93 % plus exactement). Avec la correspondance $1 \text{ canal} \Leftrightarrow 1,034 \text{ mrad}$, chacun des quatre rectangles contient alors 4 lignes de 203 canaux, soit 812 canaux. Disposant de quatre rectangles, on totalise ainsi 3248 canaux. Par ailleurs, cette disposition géométrique assure le non recouvrement entre le premier ordre de diffraction et les ordres supérieurs. En effet, avec une épaisseur du cristal de 1 mm, la condition de petit angle apparaît si l'angle entre les deux faisceaux de programmation est très petit devant $\sqrt{\frac{\lambda}{2L}} = 20 \text{ mrad}$ (voir explication dans l'annexe de l'article [Lin2015]). Si le second ordre de diffraction n'est alors pas complètement éliminé, cette géométrie empêche mathématiquement le recouvrement des ordres de diffraction.

Partant de cette géométrie, la résolution spectrale en fonction de la bande passante d'analyse correspond à la Figure VI-11, obtenue à l'aide de l'équation VI.16. Il convient de préciser que la réalisation pratique de la Figure VI-9 est plus complexe qu'une programmation et diffraction selon une seule dimension comme illustré sur la

Figure VI-8. À titre de comparaison, une géométrie 2D plus simple d'un seul bloc pour le même nombre de canaux pourrait être celle illustrée sur la Figure VI-10.

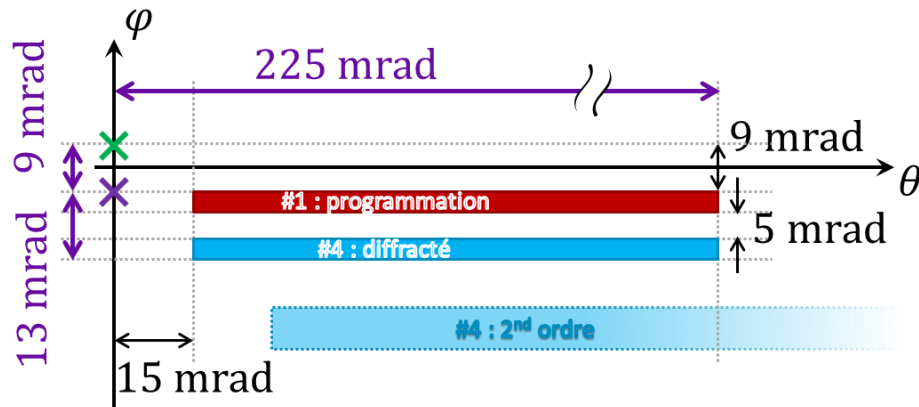


Figure VI-10. Schéma géométrique de l'accord de phase entre les faisceaux de programmation, de lecture, et diffractés dans le cas d'une géométrie 2D plus simple à mettre en œuvre que la Figure VI-9. On utilise le même code couleur que précédemment. On ne conserve que le rectangle inférieur droit. Pour disposer du même nombre de canaux, la longueur du rectangle est multipliée par 4. On dispose donc de de 4 lignes de 812 canaux.

Cette figure permet également de disposer de 3248 canaux fréquentiels. En revanche, on note un écart-type de puissance normalisé allant jusqu'à 46,5 %. Dans ce cas, l'application de notre modèle risque d'être peu fidèle à la réalité.

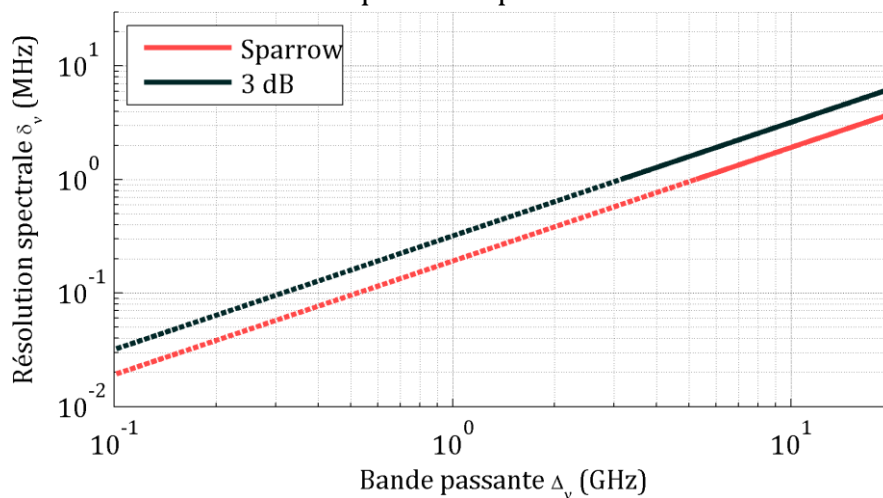


Figure VI-11. Résolution spectrale obtenue selon le critère de définition (critère de Sparrow ou critère du point médian à 3 dB du sommet) pour des waists $W_x^g = W_x^l = W_y^g = W_y^l = 387 \mu\text{m}$ et des plages de variation en gisement et en élévation telles que schématisées sur la Figure VI-9. Les dégradations dues à la physique du cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ telles que la largeur homogène et la diffusion spectrale instantanée devraient alors faire office de valeur plancher de résolution. Pour cette raison, les courbes sont en pointillés en-deçà de 1 MHz de résolution.

Sur cette figure, on peut noter qu'une analyse sur 20 GHz conduit alors à une résolution de 6,4 MHz selon le critère à 3 dB.

VI.4.1.b. Forme de l'excitation

Concernant la forme de l'excitation pour la programmation des réseaux spectro-spatiaux, nous préférons le chronogramme représenté sur la Figure VI-12.

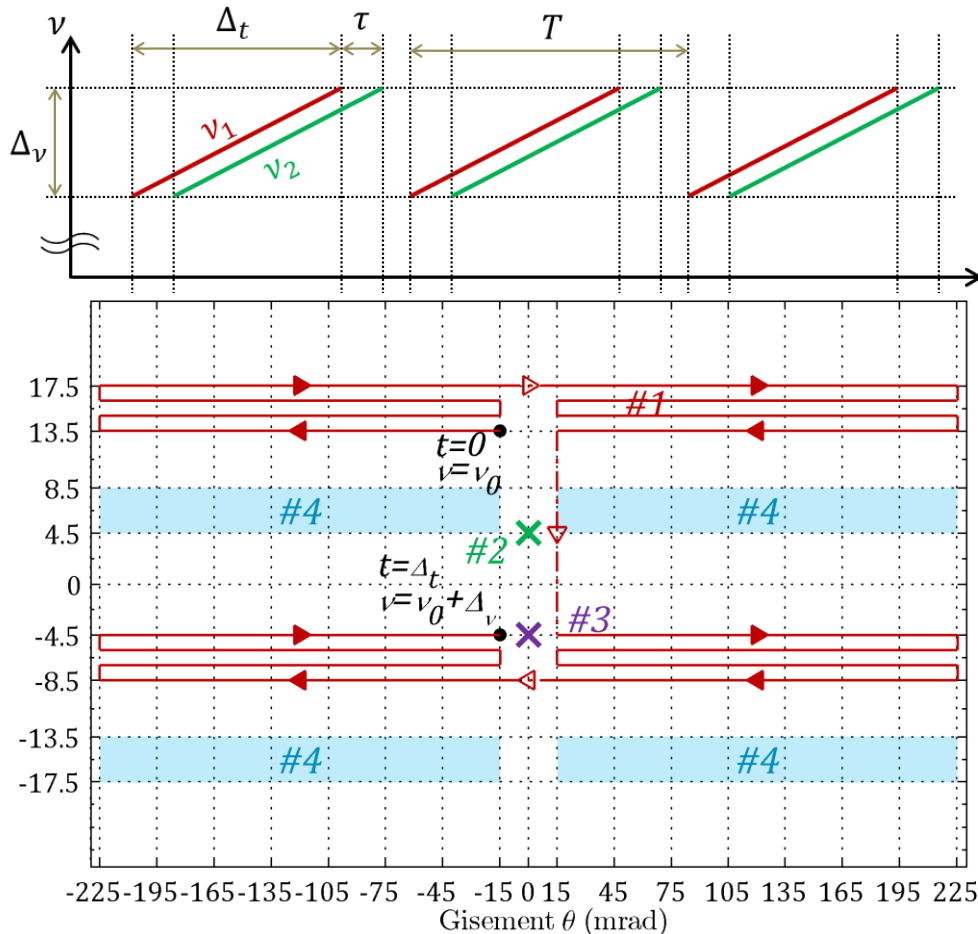


Figure VI-12. Chronogramme de programmation en fréquence (en haut) et en angle (en bas). Une rampe de fréquence d'amplitude $\Delta\nu$ pendant une durée Δt et dédoublée dans le temps est réalisée pour donner les faisceaux de programmation #1 et #2, le retard affectant le faisceau #2. Par ailleurs, le faisceau #2 reste fixe tandis que le faisceau #1 est mobile au cours du temps de manière synchrone avec la fréquence en dessinant le motif de la figure du bas afin de correspondre au schéma de la Figure VI-9. Sur la figure du bas, les points noirs signalent les extrémités du chemin et les portions du chemin en pointillés correspondent à des sauts pendant lesquels les faisceaux de programmation doivent être coupés. Les positions en gisement et en élévation du faisceau #3 de lecture et des diffractés (#4) sont également représentés. Cette forme d'excitation est répétée indéfiniment avec une période T .

Bien que dans les dernières réalisations de l'analyseur arc-en-ciel, on avait $T = 2\Delta t$, soit un rapport cyclique de 50 %, cette caractéristique n'est pas essentielle. En effet, ce choix de rapport cyclique avait été retenu pour sa plus grande simplicité de mise en œuvre. En effet, il est plus simple d'effectuer des allers-retours en coupant les faisceaux sur le retour aussi bien pour la modulation du laser que pour la

mécanique du mouvement angulaire. Cependant, l'objectif de ce chapitre étant de s'intéresser à toutes les voies d'amélioration, nous choisissons de laisser un degré de liberté au niveau du rapport cyclique.

En conséquence, et en supposant une durée de relaxation entre les sous-niveaux Zeeman $T_g = 25$ s, on choisit une période de rafraîchissement valant $T = T_g/1000 = 25$ ms afin de conserver une bonne stabilité de l'efficacité de diffraction (voir paragraphe VI.3.2.c). De plus, on peut choisir de manière réaliste une durée de 5 ms pour le « trajet retour » en fréquence et en angle. La rampe de fréquence à effectuer est alors de 20 GHz en 20 ms, soit un rapport cyclique de 80 %. Le taux de *chirp* vaut ainsi $r = 1$ MHz/ μ s. Les résultats de la Figure IV-3 suggèrent d'interagir avec les ions Tm^{3+} avec une pulsation de Rabi $\Omega_0 = 2$ Mrad/s. Si l'on se réfère au coefficient mesuré liant la densité de puissance optique à la pulsation de Rabi (voir Figure V-21), et disposant de waists de programmation $W_x^g = W_y^g = 387$ μ m, on en déduit alors que si l'on souhaite avoir une telle pulsation de Rabi il nous faut avoir une densité de puissance optique de 862,5 mW/mm², soit une puissance optique par faisceau de $P_{opt} = 406$ mW. En dehors du fait qu'une telle puissance nécessite d'utiliser un amplificateur laser, elle pourrait sensiblement élever la température du cristal, si bien que la durée de relaxation T_g diminuerait de façon dramatique (voir Figure III-16). Cela dépendant du système de cryogénie qui serait mis en œuvre dans un système réaliste, nous effectuerons néanmoins différentes simulations allant au maximum jusqu'à cette valeur.

VI.4.1.c. Retard et stabilité

Comme expliqué au paragraphe VI.3.2.b, pour disposer d'une fonction d'appareil de forme la plus gaussienne possible tout en limitant l'impact de l'ISD (voir paragraphe VI.3.2.b), il est préférable de choisir un retard de 50 ns. Quant à la stabilité du retard, dans le cadre de nos expériences qui font l'objet du chapitre V, les instabilités du retard fibré engendraient des dérives en fréquence de la programmation d'environ 20 kHz/s. Dans l'hypothèse d'un retard stabilisé activement, nous testerons par simulation des dérives allant de 0 Hz/s à 100 kHz/s. De cette manière, nous pourrions au vu des résultats, fixer un objectif chiffré pour la stabilisation active du retard.

Quant au champ magnétique, nous considérons qu'il est ajusté de manière à vérifier la condition $\tau = \frac{1}{2\Delta_{ge}}$.

VI.4.1.d. Thermique du cristal

Ayant changé de cryostat et donc modifié le contact thermique entre le cristal et le doigt froid, nous avons récemment effectué une nouvelle mesure de température sans puissance de charge. Pour nos simulations, nous supposons que la température varie de la même manière que nos mesures illustrées sur la Figure V-11. Nous avons alors simplement mesuré la durée de relaxation T_g pour une puissance de

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

programmation nulle. Les résultats des simulations que nous présenterons au paragraphe suivant sont donc à prendre avec précaution. En effet, pour une meilleure précision, il nous faudra effectuer de nouvelles mesures de températures suivant le même protocole que celui décrit au paragraphe V.2.1.

Ayant défini l'ensemble des paramètres, nous pouvons alors utiliser notre modèle pour simuler l'efficacité de diffraction de l'analyseur arc-en-ciel.

VI.4.2. Efficacité de diffraction et dynamique de l'analyseur arc-en-ciel

Dans ce paragraphe, nous utilisons les paramètres réalistes fixés précédemment afin d'évaluer l'efficacité de diffraction atteignable pour l'analyseur arc-en-ciel. En prenant en compte l'ensemble de la chaîne RF (voir paragraphe II.2.3), nous pourrions alors obtenir une estimation de la dynamique d'analyse atteignable avec ce jeu de paramètre. Nous comparerons enfin l'écart de performances avec les derniers résultats obtenus, qui font l'objet de l'article [Ber2014].

En utilisant le jeu de paramètres défini précédemment, nous obtenons les efficacités de diffractions affichées sur la Figure VI-13.

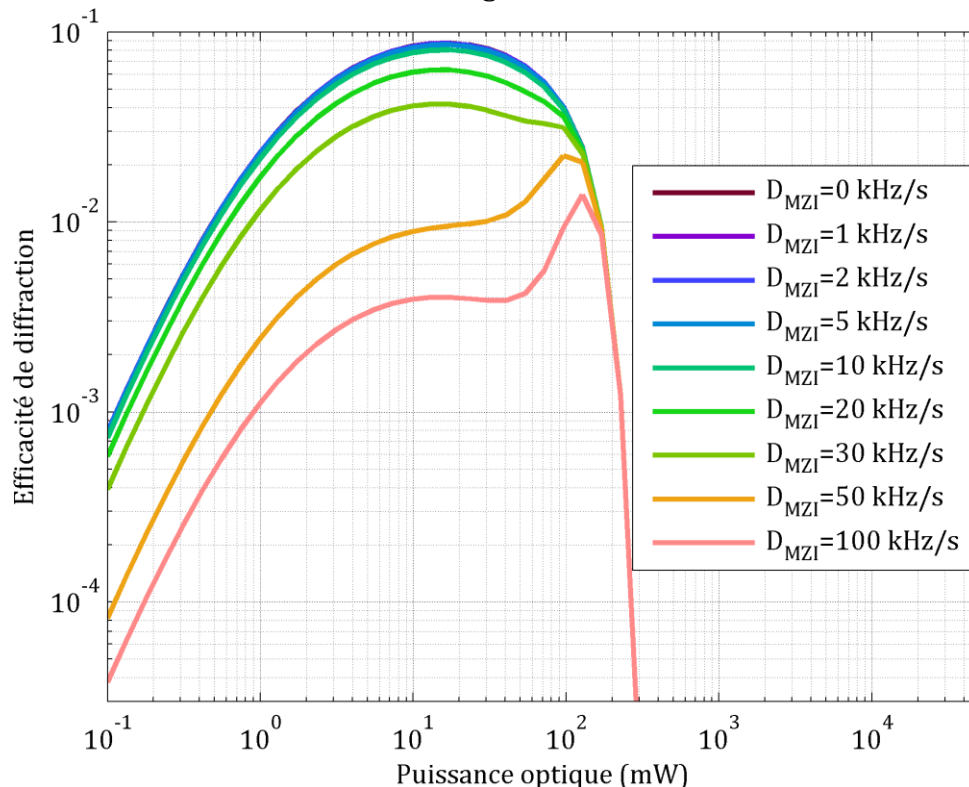


Figure VI-13. Efficacités de diffraction en fonction de la puissance optique pour différentes valeurs de dérive de l'interféromètre. Ici, les waists sont ceux définis précédemment, à savoir $W_x^g = W_y^g = 387 \mu\text{m}$. On peut observer sur cette figure l'impact de la dérive de l'interféromètre sur l'efficacité de diffraction.

Pour pouvoir plus précisément fixer un objectif en termes de dérives, nous pouvons observer cette même figure en échelle linéaire (voir Figure VI-14).

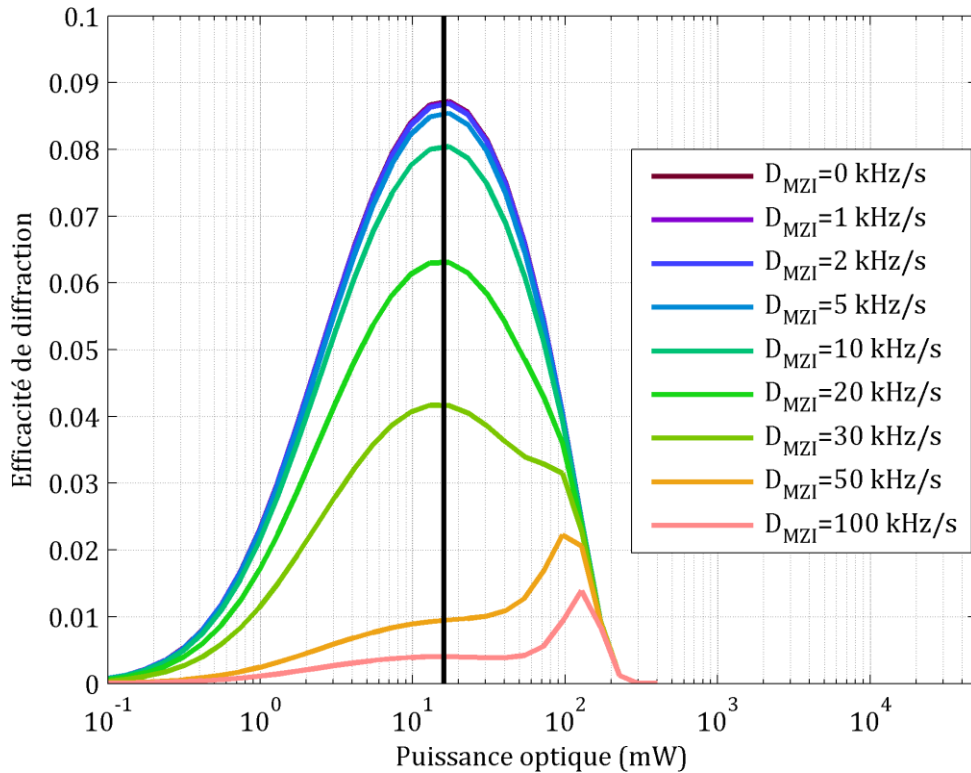


Figure VI-14. Efficacité de diffraction en fonction de la puissance optique. Cette figure n'est autre que la Figure VI-13 avec une efficacité de diffraction graduée en échelle linéaire. La droite noire marque la position des maxima pour les dérivées inférieures à 30 kHz. En effet, ceux-ci sont approximativement obtenus pour une même puissance optique de 16 mW.

À l'aide de cette figure, nous choisissons de nous fixer pour objectif de stabiliser l'interféromètre de telle sorte à ce que la dérive soit inférieure à 10 kHz/s, ce qui conduit à une efficacité de diffraction seulement 10 % plus basse que dans le cas de l'interféromètre idéal sans dérive. Par ailleurs, cette figure nous montre que l'efficacité de diffraction maximale est atteinte pour une puissance optique de 16 mW, ce qui est loin des 406 mW nécessaires pour réaliser une inversion parfaite et se placer en régime de pseudo impulsion π chirpée (voir paragraphe IV.3.2). En effet, une puissance optique de 406 mW chauffe le cristal de manière déraisonnable, ce qui occasionne une diminution drastique de la durée de relaxation T_g . L'extrapolation de certaines de nos mesures donnent une augmentation de la température du cristal de 3,65 K, ce qui amène à des durées $T_g = 3$ ms et $T_2 = 2$ μ s. En principe, il nous faudrait effectuer des mesures plus précises de ces durées de relaxation. En effet, nos dernières mesures ne vont pas au-delà de 10 mW de puissance optique de programmation, d'où une extrapolation sujette à caution. Néanmoins, on peut raisonnablement considérer que le maximum obtenu pour 16 mW à l'aide de notre modèle est plausible. Cela montre en tous cas qu'il est possible d'évaluer avec notre modèle l'impact de l'échauffement dû à une forte puissance optique, à partir de mesures semblables à celles décrites dans le paragraphe V.2.1, effectuées dans son système de cryogénie final. Afin de mieux évaluer l'impact de la dérive, nous choisissons de représenter, à partir de la Figure VI-14, l'efficacité de diffraction en

VI. Utilisation du modèle pour dimensionner et estimer les dynamiques de l'analyseur arc-en-ciel

fonction de la vitesse de dérive pour une puissance de programmation de 16 mW (voir Figure VI-15).

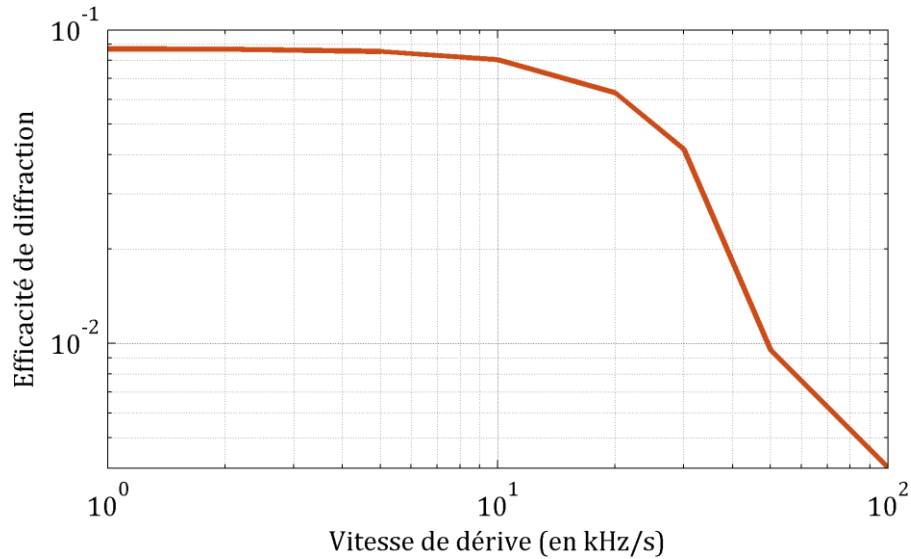


Figure VI-15. Efficacité de diffraction en fonction de la vitesse de dérive pour une puissance optique de 16 mW et des waists $W_x^g = W_y^g = 387 \mu\text{m}$.

En utilisant les mêmes valeurs du bilan de liaison RF que celles données dans le paragraphe II.2.3, si dans ces conditions, on parvient à stabiliser l'interféromètre afin que sa vitesse de dérive reste en-deçà de 10 kHz/s, il est alors théoriquement possible d'atteindre un seuil de détection avant le modulateur de Mach-Zehnder $P_{RF,seuil,1} = -64 \text{ dBm}$, une $SFDR = 58 \text{ dB}$, et une dynamique avant saturation $DR_{Sat} = 78 \text{ dB}$ (voir définitions dans le paragraphe II.2.3). Par rapport aux valeurs issues du dernier démonstrateur arc-en-ciel, les gains sont illustrés sur la Figure VI-16. Nos simulations nous ont ainsi permis non seulement de quantifier les gains possibles mais également comment les atteindre, et notamment de faire la part entre les limitations physiques et techniques. En l'occurrence, nous pouvons observer que les dérives de l'interféromètre constituent la principale limitation à l'efficacité de diffraction et donc à la sensibilité et à la dynamique. Nous avons d'ailleurs pu chiffrer les améliorations en stabilité à atteindre.

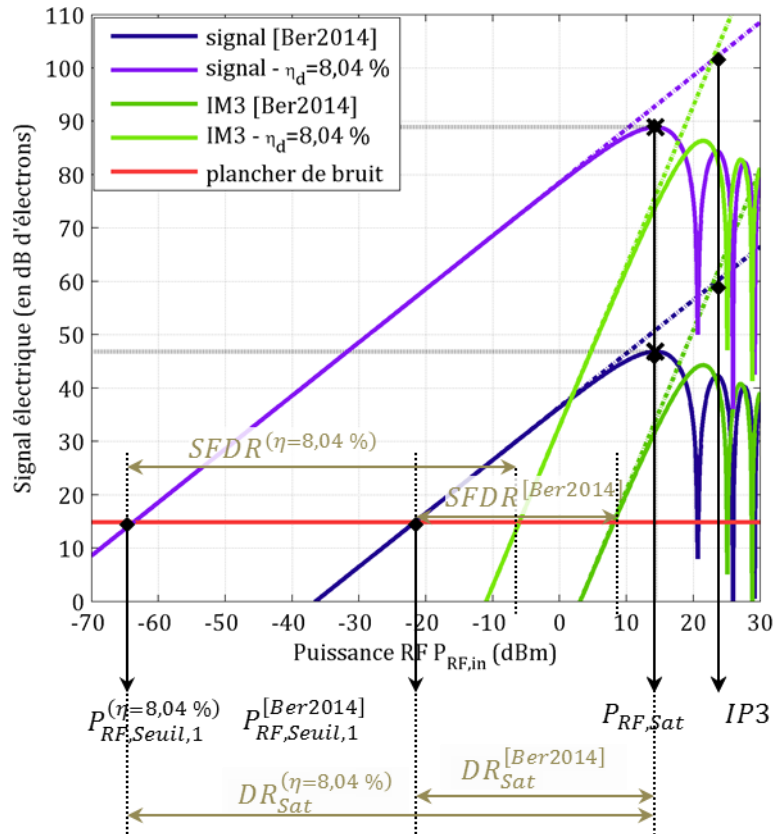


Figure VI-16. Bilan de liaison RF de l'analyseur arc-en-ciel dans le cas de la dernière réalisation [Ber2014] et dans le cas hypothétique avec le jeu de paramètres défini dans ce chapitre. On observe que le seuil de détection serait abaissé de plus de 40 dB, ce qui se répercute directement sur la dynamique avant saturation.

Cette figure atteste des gains possibles en termes de bilan de liaison RF. Par ailleurs, la configuration géométrique proposée et illustrée sur la Figure VI-9 devrait permettre de disposer de 1792 canaux fréquentiels, ce qui donnerait une résolution de 11,2 MHz avec une bande d'analyse instantanée de 20 GHz, et ce avec une cadence de rafraîchissement de 10 kHz. Afin de satisfaire différents cas d'utilisation d'un tel analyseur spectral, nous nous intéressons enfin au taux de rafraîchissement des spectres. Nous choisissons alors de faire varier ce paramètre pour voir les variations de sensibilité, de dynamique avant saturation et de SFDR (voir Figure VI-17).

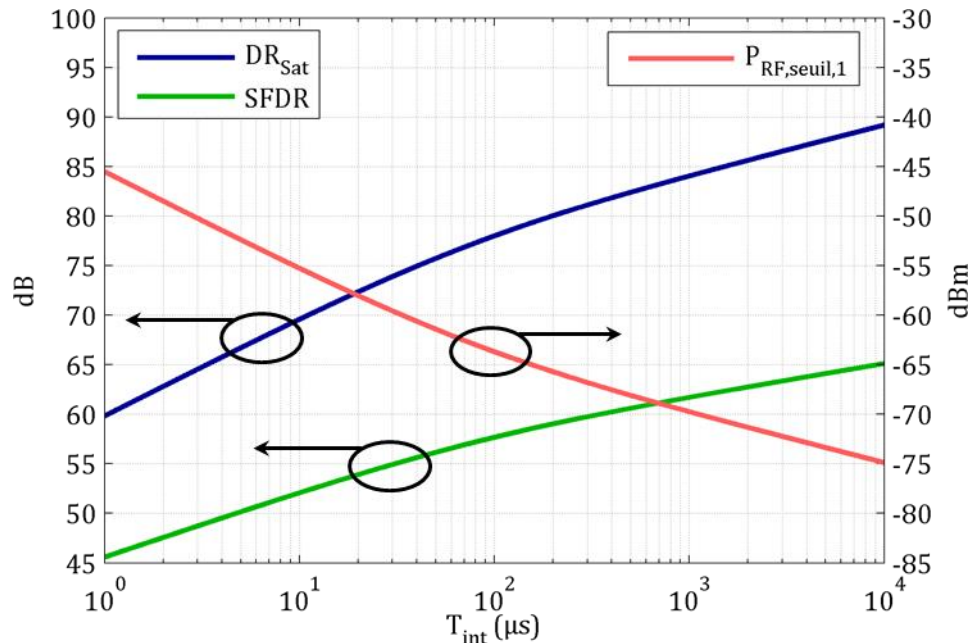


Figure VI-17. Caractéristiques du bilan de liaison RF. Les valeurs de la dynamique avant saturation (DR_{Sat}) et de la SFDR se lisent sur l'axe de gauche tandis que celle du seuil de détection $P_{RF,seuil,1}$ se lit sur l'axe de droite.

D'après cette figure, dont les tendances sont prévisibles, on peut chiffrer la DR_{Sat} , la SFDR et le seuil de détection $P_{RF,seuil,1}$, ce qui permet de choisir le compromis selon les besoins, qui dépendent de l'application visée.

Rappelons que l'ensemble de ces valeurs de dynamique et sensibilité sont calculées avec un ensemble de valeurs pour le MZM et la détection typiquement utilisées dans [Ber2014]. D'autres choix technologiques peuvent et pourront être utilisés selon les applications, ce qui permettrait d'améliorer encore les performances de l'analyseur arc-en-ciel.

VI.5. Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous nous sommes intéressés à un cas concret d'application de notre modèle, à savoir l'optimisation de l'analyseur arc-en-ciel. En effet, après avoir adapté le cas de réseaux purement spectraux du chapitre V au cas de réseaux spectro-spatiaux, nous avons, à la lumière des chapitres III et IV, pu évaluer l'influence des différents paramètres de l'analyseur arc-en-ciel. Par conséquent, nous avons proposé un jeu de paramètres optimaux dans l'optique de disposer de la meilleure dynamique d'analyse possible sur une bande de 20 GHz, ce qui passe par une optimisation de l'efficacité de diffraction. Les dérives de l'interféromètre constituant le paramètre dont la valeur est la plus incertaine, nous avons alors utilisé notre modèle pour tester différentes valeurs de dérives afin de nous fixer un objectif chiffré de la stabilité à atteindre. Nous avons alors estimé qu'il était réaliste d'espérer un seuil de détection de -60 dBm en entrée du modulateur moyennant le respect de

plusieurs critères techniques. Ceci représente un gain de 40 dB, et ce dans des conditions de fonctionnement similaires.

Ce chapitre montre également qu'il est possible d'utiliser notre modèle dans d'autres conditions de fonctionnement, à la fois en termes d'application (nombre de canaux, résolution, etc.) et de mise en œuvre pratique (stabilité, température du cristal).

Conclusion générale

Au cours de ces travaux de thèse, nous nous sommes intéressés à la programmation de fonctions de traitement de signaux dans des matériaux SHB. Sur le plan applicatif, l'objectif était de déterminer les performances optimales de l'analyseur spectral arc-en-ciel et d'identifier les paramètres physiques ou les axes d'améliorations techniques à mettre en œuvre pour s'en approcher. Cet objectif nécessitant se pencher de manière approfondie sur la physique de l'interaction laser-matière, nous avons alors cherché à étendre la portée de cette étude afin qu'elle soit utile non seulement à l'optimisation de cet analyseur mais également à d'autres architectures et protocoles de traitement de signaux utilisant des matériaux SHB.

En premier lieu, après avoir situé le contexte dans lequel s'inscrit cette thèse et expliqué la propriété de *Spectral Hole Burning* que l'on retrouve notamment dans certains cristaux dopés aux ions de terres rares, nous nous sommes attachés à décrire de manière générale le fonctionnement d'un réseau d'absorption, qui est un cas typique d'utilisation des matériaux SHB. Cette description générale ne présuppose pas de dimension (espace, temps, ou mixte) dans laquelle s'effectue la diffraction à travers le réseau, ce qui évite de restreindre sa portée. Gardant en ligne de mire une application pratique, nous nous sommes alors intéressés à un schéma relativement général de traitement de signaux analogique par voie optique en établissant un bilan de liaison radiofréquence. Dans ce schéma de liaison, la partie optique est vue comme une boîte noire dont le résultat de traitement est obtenu avec une certaine efficacité de diffraction par rapport à un signal d'entrée.

Nous avons ensuite proposé un modèle original utilisable pour divers protocoles de traitement de signaux, de mémoires quantiques, etc. dans des matériaux SHB. Pour être fonctionnel, ce modèle nécessite de définir le matériau SHB d'intérêt ainsi que la forme de l'onde lumineuse le traversant. Utilisant un formalisme matriciel, ce modèle permet de simuler la propagation de faisceaux lasers à travers un tel matériau, sans demander un temps de calcul numérique excessif. En effet, celui-ci repose sur un découplage de la propagation dans le temps puis dans l'espace, la propagation dans le temps ne nécessitant qu'une simple exponentiation de matrice. De cette manière, l'essentiel du calcul numérique tient dans la résolution de l'équation différentielle de propagation dans l'espace, donc selon une seule dimension. C'est ce qui permet d'effectuer des simulations numériques moyennant un simple ordinateur portable.

Dans un second temps, comme le modèle proposé nécessite notamment des mesures précises des caractéristiques intrinsèques au matériau SHB d'intérêt, nous nous sommes intéressés à un matériau en particulier, à savoir un cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$. Après avoir expliqué le choix du cristal et de l'ion dopant qu'est le thulium en vue d'une application à l'analyse de signaux radiofréquence large bande instantanée, nous avons procédé à plusieurs séries de mesures de ses différentes caractéristiques physiques. Nous avons notamment mesuré les durées de relaxations entre les

différents niveaux constituant la structure atomique du thulium. Celles-ci s'avéraient en effet nécessaires en raison tantôt de l'absence de certaines mesures dans la littérature, tantôt de la disparité des mesures pour un même paramètre.

En outre, nous nous sommes intéressés au phénomène de diffusion spectrale instantanée dans le $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ qui apparaît lors d'une excitation massive d'ions thulium. Ce phénomène est responsable de la dégradation de la résolution d'un motif spectral que l'on peut inscrire dans le spectre d'absorption du matériau. Ainsi, toute fonction de traitement de signal programmée dans le spectre d'absorption perd en résolution fréquentielle, ce qui peut être dommageable notamment pour des fonctions de filtrage. En nous appuyant sur les travaux de C. W. Thiel *et al.*, nous avons proposé un modèle empirique liant de manière quantitative les changements de niveaux atomiques induits par une excitation lumineuse à la dégradation de la résolution spectrale provoquée en conséquence. Nous n'avons à ce jour pas pu déterminer le mécanisme physique à l'origine. Cependant, nos mesures sont suffisantes pour prévoir la perte, ou le plancher de résolution pour un protocole de traitement de signal donné, et notamment dans le cas de l'analyseur arc-en-ciel dont l'objectif est d'améliorer ses performances.

Dans un troisième temps, et afin de rendre notre modèle matriciel fonctionnel, après avoir mesuré les paramètres de relaxation atomique, nous nous sommes intéressés à la réponse des ions thulium à une excitation lumineuse. Nous avons alors proposé une écriture généralisée des équations de Bloch optique multi-niveaux. Cette écriture permet de garder le caractère géométrique à trois dimensions qui existe dans le cas d'une structure atomique à deux niveaux et simplifie alors les raisonnements et intuitions que l'on peut avoir sur la réponse des ions thulium à une excitation lumineuse, chose qui serait impossible si l'on s'en tient à l'équation de Schrödinger.

Utilisant cette généralisation des équations de Bloch optiques, nous l'avons alors appliquée à une forme d'onde proche de celle utilisée pour la programmation du cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ pour l'analyseur arc-en-ciel. Concrètement, nous nous sommes intéressés à une rampe de fréquence dédoublée dans le temps, ce qui revient à éliminer la dimension spatiale par rapport à la programmation dans le cas de l'analyseur arc-en-ciel. Nous nous sommes alors intéressés de près à cette forme d'onde et à la réponse des ions thulium à celle-ci. Nous avons en conséquence pu dégager théoriquement différents types de réponse selon les paramètres que sont la pulsation de Rabi (proportionnelle au champ électrique de l'onde lumineuse) et le taux de *chirp*, c'est-à-dire la pente des rampes de fréquence.

Par la suite, nous avons alors cherché à comparer les simulations issues de notre modèle avec des expériences au cours desquelles il s'agissait de réaliser des paires de rampe de fréquence, inscrivant alors des réseaux spectraux dans le spectre d'absorption d'un cristal de $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$. Pour ce faire, nous avons dans un premier temps mesuré l'ensemble des imperfections expérimentales, notamment les dérives du retard entre les deux rampes et l'élévation de la température du cristal due à la puissance optique de programmation des réseaux. Disposant de ces mesures, nous avons pu effectuer des simulations numériques ne nécessitant alors aucun paramètre

d'ajustement, tous les paramètres d'entrée ayant été mesurés au préalable. Nous avons ensuite effectué l'expérience réelle correspondante. Nous avons obtenu des mesures des réseaux spectraux de deux manières, la première étant à l'aide d'une sonde balayée en fréquence et la seconde à l'aide d'une impulsion courte afin de mesurer l'efficacité de diffraction dans le temps (donc un écho). Ces deux méthodes de mesures ont donné les mêmes résultats. Ceux-ci se sont avérés être en parfait accord avec les simulations numériques, ce qui tend à valider le modèle que nous avons développé. Dans une certaine mesure, nous pouvons supposer que sa validité perdure pour d'autres protocoles vérifiant les conditions d'applications fixées.

Ayant pu valider notre modèle, nous nous sommes finalement intéressés à notre objectif d'optimisation de l'analyseur arc-en-ciel. Pour ce faire, nous avons d'abord rappelé les paramètres de dimensionnement de cet analyseur. Nous avons ensuite passé en revue l'ensemble des facteurs impactant les performances en précisant la criticité de chacun, ce qui nous a alors permis d'identifier les contraintes techniques à respecter, en particulier concernant la stabilité de l'interféromètre. En conséquence, nous avons proposé un jeu de paramètres permettant d'optimiser les performances de l'analyseur arc-en-ciel, en notant au passage que selon l'application souhaitée, les compromis entre dynamique d'analyse et résolution fréquentielle peuvent faire varier les paramètres optimaux.

Ces travaux de thèse, axés dans une large partie sur la modélisation et la simulation permettent, à partir d'un protocole donné basé sur la diffraction à travers des réseaux spectraux, spatiaux, ou mixtes. Tandis que la partie applicative de ces travaux porte sur une architecture en particulier, à savoir l'analyseur arc-en-ciel, il convient de rappeler qu'un des points forts de notre modèle est son caractère relativement général. Mise à part la condition sur la géométrie des faisceaux, qui est respectée dans la plupart des protocoles utilisant des matériaux SHB, la seule contrainte pour l'application de notre modèle réside dans l'accumulation périodique d'un motif dans l'absorption. En effet, notre modèle ne présuppose pas de forme particulière de motif inscrit dans l'absorption du matériau SHB utilisé. Ce motif peut d'ailleurs tout aussi bien avoir certaines régularités dans la dimension spatiale que spectrale. Notre modèle a ainsi vocation à être utilisé pour une grande diversité de protocoles utilisant des matériaux SHB.

Dans l'optique de poursuivre ces travaux, nous travaillons à la mise au point d'une analyse spectrale utilisant l'ensemble des paramètres proposés dans la partie VI.4. Il faudrait alors travailler à la stabilisation active de l'interféromètre ainsi qu'à la réalisation de la géométrie proposée, qui s'annonce prometteuse mais dont la mise en œuvre ne semble pas si simple. Parallèlement à cela, nous poursuivons nos recherches sur l'origine physique de l'ISD. En effet, bien que nous ayons effectué des mesures permettant de la quantifier, son mécanisme reste méconnu. Enfin, sur le plan théorique, il faudrait améliorer notre modèle afin notamment de pouvoir quantifier

les effets d'une imparfaite superposition de faisceaux dans le cas d'une géométrie non colinéaire.

Publications et communications

Publications dans des revues internationales à comité de lecture

P. Berger, Y. Attal, M. Schwarz, S. Molin, A. Louchet-Chauvet, J.-L. Le Gouët, D. Dolfi, L. Morvan, *RF Spectrum analyzer for pulsed signals : ultra-wide instantaneous bandwidth, high sensitivity, and high time-resolution*, J. Lightwave Technol., Vol. 34, Issue 20, pp. 4658-4663 (2016)

Communications effectuées par le doctorant

Y. Attal, P. Berger, D. Dolfi, L. Morvan, A. Louchet-Chauvet, T. Chanelière, *Estimation of the dynamic range of the "rainbow" RF spectrum analyzer*, 2016 IEEE International Topical Meeting on Microwave Photonics (MWP), Long Beach, CA, pp. 110-113 (2016)

Y. Attal, P. Berger, D. Dolfi, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, A. Louchet-Chauvet, L. Morvan, *Rainbow spectrum analyzer based on Spectral Hole Burning : theoretical model*, Quantum Light-Matter Interactions in Solid State Systems, Barcelona, EU Initial Training Network CIPRIS (Coherent Information Processing in Rare-Earth Ion doped Solids) (2015)

Y. Attal, P. Berger, T. Chanelière, A. Louchet-Chauvet, *Simulation model of accumulated programming in an optically thick spectral hole burning material*, Accepté à la conférence CLEO-EQEC 2017, Munich (2017)

Références bibliographiques

- [Afz2009] M. Afzelius, C. Simon, H. de Riedmatten, N. Gisin, *Multimode quantum memory based on atomic frequency combs*, Phys. Rev. A, Vol. 79, Issue 5, p. 052329 (2009)
- [Afz2010] M. Afzelius, I. Usmani, A. Amari, B. Lauritzen, A. Walther, C. Simon, N. Sangouard, J. Minar, H. de Riedmatten, N. Gisin, S. Kröll, *Demonstration of atomic frequency comb memory for light with spin-wave storage*, Phys. Rev. Lett., Vol. 104, Issue 9, p. 040503 (2010)
- [Ahl2015] R. L. Ahlefeldt, M. F. Pascual-Winter, A. Louchet-Chauvet, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, *Optical measurement of heteronuclear cross-relaxation interactions in Tm:YAG*, Phys. Rev. B, Vol. 92, Issue 5, p. 094305 (2015)
- [All1975] L. Allen, J. H. Eberly, *Optical Resonance and Two-level atoms*, Dover, New-York (1975)
- [Arm1992] G. Armagan, A. M. Buoncristiani, B. Bartolo, *Excited state dynamics of thulium ions in Yttrium Aluminum Garnets*, Optical Materials, Vol. 1, Issue 1, pp. 11-20 (1992)
- [Bab2014] W. R. Babbitt, Z. W. Barber, S. H. Bekker, M. D. Chase, C. Harrington, K. D. Merkel, R. K. Mohan, T. Sharpe, C. R. Stiffler, A. S. Traxinger, *From spectral holeburning memory to spatial-spectral microwave signal processing*, Laser Phys., Vol. 24, Issue 9, p. 094002 (2014)
- [Bas1996] T. T. Basiev, Y. V. Orlovskii, K. K. Pukhov, V. B. Sigachev, M. E. Doroshenko, I. N. Vorob'ev, *Multiphonon relaxation rates measurements and theoretical calculations in the frame of non-linear and non-Coulomb model of a rare-earth ion-ligand interaction*, J. Lumin, Vol. 68, Issue 5, p. 241 (1996)
- [Ber2014] P. Berger, M. Schwarz, S. Molin, D. Dolfi, L. Morvan, *20 GHz Instantaneous bandwidth RF spectrum analyzer with high time-resolution*, MicroWave Photonics Conference Pacific (2014)
- [Ber2016] P. Berger, Y. Attal, M. Schwarz, S. Molin, A. Louchet-Chauvet, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, D. Dolfi, L. Morvan, *RF Spectrum analyzer for pulsed signals: ultra-wide instantaneous bandwidth, high sensitivity, and high time-resolution*, J. Lightwave Technol., Vol. 34, Issue 20, pp. 4658-4663 (2016)
- [Bon2010] M. Bonarota, J. Ruggiero, J.-L. Le Gouët, T. Chanelière, *Efficiency optimization for atomic frequency comb storage*, Phys. Rev. A, Vol. 81, Issue 3, p. 033803 (2010)
- [Bon2011] M. Bonarota, J.-L. Le Gouët, T. Chanelière, *Highly multimode storage in crystal*, New J. of Phys., Vol. 13, Issue 1, p. 013013 (2011)
- [Böt2003] T. Böttger, Y. Sun, C. W. Thiel, R. L. Cone, *Material optimization of Er³⁺:Y₂SiO₅ at 1.5 μm for optical processing, memory, and laser frequency stabilization applications*, Proc. SPIE, Vol. 4988, pp. 51-61 (2003)
- [Bra2010] B. Braker, K. H. Wagner, *Wideband range-doppler processing and beamforming using electro-optic arrays and spectral hole burning materials*, Applied Optics, Vol. 49, Issue 19, pp. E121-E139 (2010)

- [Cam2006] R. M. Camacho, M. V. Pack, J. C. Howell, *Slow light with large fractional delays by spectral hole-burning in rubidium vapor*, Phys. Rev. A, Vol. 74, Issue 3, p. 033801 (2006)
- [Cha2004(1)] T. Chang, M. Tian, W. R. Babbitt, *Numerical modeling of optical coherent transient processes with complex configurations-I. Angled beam geometry*, J. Lumin., Vol. 107, Issue 1-4, pp. 129-137 (2004)
- [Cha2004(2)] T. Chang, M. Tian, Z. W. Barber, W. R. Babbitt, *Numerical modeling of optical coherent transient processes with complex configurations-II. Angled beams with arbitrary phase modulations*, J. Lumin., Vol. 107, Issue 1-4, pp. 138-145
- [Chanelière2012] T. Chanelière, W. Tittel, communication privée
- [Chi2015] M. Chipaux, L. Toraille, C. Larat, L. Morvan, S. Pezzagna, J. Meijer, T. Debuisschert, *Wide bandwidth instantaneous radio frequency spectrum analyzer based on nitrogen vacancy centers in diamond*, Applied Physics Letters, Vol. 107, Issue 23 (2015)
- [Cole1977] T. W. Cole, D. K. Milne, *An acousto-optical radio spectrograph for spectral integration*, Proc. Of Astronomical Society of Australia, Vol. 3, pp. 108-111, (1977)
- [Colice2004] M. Colice, F. Schlottau, K. H. Wagner, R. K. Mohan, W. R. Babbitt, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, *RF spectrum analysis in spectral hole burning media*, Proc. SPIE, Vol. 5557, pp. 132-139 (2004)
- [Cro2004(1)] V. Crozatier, F. de Seze, L. Haals, F. Bretenaker, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, *Laser diode stabilisation for coherent driving of rare-earth ions*, Optics Communications, Vol. 241, Issue 1-3, pp. 203-213 (2004)
- [Cro2004(2)] V. Crozatier, V. Lavielle, F. Bretenaker, J.-L. Le Gouët, I. Lorgeré, *High-resolution radio frequency spectral analysis with photon echo chirp transform in an Er:YSO crystal*, IEEE J. of Quant. Elec., Vol. 40, Issue 10, pp. 1450-1457 (2004)
- [Dam2011] V. Damon, M. Bonarota, A. Louchet-Chauvet, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, *Revival of silenced echo and quantum memory for light*, New J. of Phys. Vol. 13, Issue 9, p. 093031 (2011)
- [Equ1994] R. W. Equall, Y. Sun, R. L. Cone, R. M. Macfarlane, *Ultraslow optical dephasing in $\text{Eu}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$* , Phys. Rev. Lett., Vol. 72, p. 2179 (1994)
- [Equ1995] R. W. Equall, R. L. Cone, R. M. Macfarlane, *Homogeneous broadening and hyperfine structure of optical transitions in $\text{Pr}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$* , Phys. Rev. B, Vol. 52, Issue 6, p. 3963 (1995)
- [Fri2004] F. Schlottau, K. H. Wagner, *Demonstration of a continuous scanner and time-integrating correlator using spatial-spectral holography*, J. Lum, Vol. 107, Issue 1-4, pp. 90-102 (2004)
- [Gal1998] J.-P. Galaup, F. Grelet, J.-L. Le Gouët, D. Dolfi, J.-P. Huignard, *Analyseur de spectre de fréquence*, Brevet FR9802626
- [Gor2005] G. Gorju, V. Crozatier, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, F. Bretenaker, *10-GHz Bandwidth RF Spectral Analyzer With MHz Resolution Based on Spectral Hole*

- Burning in Tm³⁺:YAG*, *Photonics Technology Letters*, Vol. 17, Issue 11, pp. 2385-2387 (2005)
- [Gre1999] C. Greiner, B. Boggs, T. Loftus, T. Wang, T. W. Mossberg, *Polarization-dependent Rabi frequency beats in the coherent response of Tm³⁺:YAG*, *Phys. Rev. A*, Vol. 60, Issue 4, pp. 2657-2660 (1999)
- [Gru1989] J. B. Gruber, M. E. Hills, R. M. Macfarlane, C. A. Morrison, G. A. Turner, G. J. Quarles, G. J. Kintz, L. Esterowitz, *Spectra and energy levels of Tm³⁺:Y₃Al₅O₁₂*, *Phys. Rev. B*, Vol. 40, Issue 14, pp. 9464-9478 (1989)
- [Gui2005] O. Guillot-Noël, Ph. Goldner, E. Antic-Fidancev, *Analysis of magnetic interactions in rare-earth-doped crystals for quantum manipulation*, *Phys. Rev. B*, Vol. 71, Issue 17, p. 174409 (2005)
- [Gui2007] O. Guillot-Noël, H. Vezin, Ph. Goldner, F. Beaudoux, J. Vincent, J. Lejay, I. Lorgeré, *Direct observation of rare-earth-host interactions in Er:Y₂SiO₅*, *Phys. Rev. B*, Vol. 76, Issue 18, p. 180408 (2007)
- [Gup2009] S. Gupta, S. Abielmona, C. Caloz, *Microwave analog real-time spectrum analyzer (RTSA) based on the spectral-spatial decomposition property of leaky-wave structures*, *IEEE Transaction of microwave theory and techniques*, Vol. 57, Issue 12, pp. 2989-2999 (2009)
- [Hor1999] J. Horn, O. Sieberz, F. Schmülling, C. Kunz, R. Schieder, G. Winnewisser, *A 4x1GHz array acousto-optical spectrometer*, *Exp. Astron.*, Vol. 9, pp. 17-38 (1999)
- [Hua1989] J. Huang, J. M. Zhang, A. Lezama, T. W. Mossberg, *Excess dephasing in photon-echo experiments arising from excitation-induced electronic level shifts*, *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 63, Issue 1, pp. 78-81 (1989)
- [Hua1990] J. Huang, J. M. Zhang, T. W. Mossberg, *Excitation-induced frequency shifts and frequency-dependent dephasing in Eu³⁺:Y₂O₃*, *Optics Communications*, Vol. 75, Issue 1, pp. 29-32 (1990)
- [Jes1980] P. E. Jessop, T. Muramoto, A. Szabo, *Optical hole burning in ruby*, *Phys. Rev. B*, Vol. 21, Issue 3, pp. 926-936 (1980)
- [Jon2012] B. E. Jonsson, *ADC performance evolution: Sampling rate and resolution*, *Converter Passion*, pp. 08-16 (2012)
- [Kai1977] N. Kaifu, N. Ukita, Y. Chikada, T. Miyaji, *A high-resolution acousto-optical radiospectrometer for millimeter-wave astronomy*, *Astron. Japan*, Vol. 29, pp. 429-435 (1977)
- [Kos2015] S. Kostic, Z. Ž. Lazarevi, V. Radojevic, A. Milutinovic, M. Romcevic, N. Ž. Romcevic, A. Valcic, *Study of structural and optical properties of YAG and Nd:YAG single crystals*, *J. Lumin.*, Vol. 63, pp. 80-87 (2015)
- [Krö1991] S. Kröll, E. Y. Xu, R. Kachru, *Influence of excited-state Pr³⁺ on the relaxation of the Pr³⁺:YAlO₃ ³H₄-¹D₂ transition*, *Phys. Rev. B*, Vol. 44, Issue 1, pp. 30-34 (1991)
- [Lau2009] R. Lauro, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, *Slow light using spectral hole burning in a Tm³⁺-doped yttrium-aluminum-garnet crystal*, *Phys. Rev. A*, Vol. 79, Issue 6, p. 063844 (2009)

- [Lav2003(1)] V. Lavielle, F. De Seze, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, *Wideband radio frequency spectrum analyzer: improved design and experimental results*, J. Lumin., Vol. 107, Issue 1-4 (2003)
- [Lav2003(2)] V. Lavielle, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, S. Tonda, D. Dolfi, *Wideband versatile radio-frequency spectrum analyzer*, Opt. Lett., Vol. 28, Issue 6, pp. 384-386 (2003)
- [LavPhD2004] V. Lavielle, *Processus atomiques cohérents appliqués à l'analyse spectrale très large bande de signaux radio fréquence*, Thèse n°7680 de l'Université Paris-Sud (2004)
- [LeG2006] J.-L. Le Gouët, F. Bretenaker, I. Lorgeré, *Atomic processing of optically carried RF signals*, *Advances in atomic, molecular and optical physics*, Vol. 54 (2006)
- [Lin2013(1)] H. Linget, L. Morvan, J.-L. Le Gouët, A. Louchet-Chauvet, *Time reversal of optically carried radiofrequency signals in the microsecond range*, Optics Letters, Vol. 38, Issue 5, pp. 643-645 (2013)
- [Lin2013(2)] H. Linget, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, A. Louchet-Chauvet, *Time reversal of light by linear dispersive filtering near atomic resonance*, New J. of Phys., Vol. 15, Issue 6, p. 063037 (2013)
- [Lin2015] H. Linget, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, P. Berger, L. Morvan, A. Louchet-Chauvet, *Interlaced spin grating for optical wave filtering*, Phys. Rev. A, Vol. 91, Issue 2, p. 023804 (2015)
- [Liu1987] G. K. Liu, M. F. Joubert, R. L. Cone, B. Jacquier, *Photon echo relaxation and hole burning in $Tb^{3+}:LiYF_4$ and $LiTbF_4$* , J. Lumin., Vol. 38, Issue 1, pp. 34-36 (1987)
- [Liu1990(1)] G. K. Liu, R. L. Cone, *Laser-induced instantaneous spectral diffusion in Tb^{3+} compounds as observed in photon-echo experiments*, Phys. Rev. B, Vol. 41, Issue 10, pp. 6193-6200 (1990)
- [Liu1990(2)] G. K. Liu, R. L. Cone, M. F. Joubert, *Energy transfer and instantaneous spectral diffusion processes in Tb^{3+} compounds as probed in photon echo experiments*, J. Lumin., Vol. 45, Issue 1-6, pp. 387-391 (1990)
- [Liu2005] G. K. Liu, B. Jacquier, *Spectroscopic properties of rare earths in optical materials*, Springer Verlag (2005)
- [Lor2002] I. Lorgeré, L. Ménager, V. Lavielle, J.-L. Le Gouët, D. Dolfi, S. Tonda, J.-P. Huignard, *Demonstration of a radio-frequency spectrum analyser based on spectral hole burning*, J. Mod. Opt., Vol. 49, Issue 14/15, pp. 2459-2475 (2002)
- [Lou2007] A. Louchet, J. S. Habib, V. Crozatier, I. Lorgeré, F. Goldfarb, F. Bretenaker, J.-L. Le Gouët, *Branching ratio measurement of a Lambda system in $Tm^{3+}:YAG$ under a magnetic field*, Phys. Rev. B, Vol. 75, Issue 3, p. 035131 (2007)
- [LouPhD2008] A. Louchet-Chauvet, *Manipulation optique d'une cohérence de spin nucléaire dans l'ion thulium en matrice cristalline*, Thèse n°9161 de l'Université Paris-Sud (2008)
- [Mac1993] R. M. Macfarlane, *Photon-echo measurements on the trivalent thulium ion*, Optics Letter, Vol. 18, Issue 22, pp. 1958-1960 (1993)

- [Mac1997] R. M. Macfarlane, T. L. Harris, Y. Sun, R. L. Cone, R. W. Equall, *Measurement of photon echoes in Er:Y₂SiO₅ at 1.5 μm with a diode laser and an amplifier*, Optics Letters, Vol. 22, Issue 12, pp. 871-873 (1997)
- [Mac2000] R. M. Macfarlane, *Direct process thermal line broadening in Tm:YAG*, J. Lumin., Vol. 85, Issue 4, pp. 181-186 (2000)
- [Mac2002] R. M. Macfarlane, *High-resolution laser spectroscopy of rare-earth doped insulator : a personal perspective*, J. Lumin., Vol. 100, Issue 1-4, pp. 1-20 (2002)
- [Mal2001] V. S. Malinovsky, J. L. Krause, *General theory of population transfer by adiabatic rapid passage with intense, chirped laser pulses*, Eur. Phys. J. D., Vol. 14, Issue 2, pp. 147-155 (2001)
- [Mén2001] L. Ménager, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, *Demonstration of a radio frequency spectrum analyzer based on spectral hole burning*, Opt. Lett., Vol. 26, Issue 16, pp. 1245-1247 (2001)
- [MénPhD2000] L. Ménager, *Traitement optique de signaux radio-fréquence par holographie spatio-temporelle*, Thèse n°6401 de l'Université Paris-Sud (2000)
- [Men2017] S. Menshawy, A. S. Jenkins, K. J. Merazzo, L. Vila, R. Ferreira, M.-C. Cyrille, U. Ebels, P. Bortolotti, J. Kermorvant, V. Cros, *Resonant expulsion of a magnetic vortex by spin transfer: towards a new type of RF detector*, AIP Advances, Vol. 7, Issue 5, p. 056608 (2017)
- [Mer2013] K. D. Merkel, W. R. Babbitt, Z. W. Barber, S. H. Bekker, *Extreme Wideband Photonic Cueing Receiver for Electronic Support: CSWaP and Fidelity Comparisons to an All-Digital Alternative*, GOMACTech Conference (2013)
- [Mer2014] K. D. Merkel, S. H. Bekker, A. S. Traxinger, C. R. Stiffler, A. J. Woidtke, M. D. Chase, W. R. Babbitt, Z. W. Barber, C. H. Harrington, *20 GHz Instantaneous Bandwidth RF Spectrum Analyzer Measurements with High Sensitivity and Spur Free Dynamic Range*, GOMACTech Conference (2014)
- [Mon2005] R. Moncorgé, M. Velazquez, Ph. Goldner, O. Guillot-Noël, H. L. Xu, M. Nilson, S. Kröll, E. Cavalli, M. Bettinelli, *Linear and non-linear spectroscopy of Ho³⁺-doped YVO₄ and LuVO₄*, J. Phys. : Condens. Matter, Vol. 17, pp. 6751 (2005)
- [Ohl2003] N. Ohlsson, M. Nilsson, S. Kröll, *Long-time-storage mechanism for Tm:YAG in a magnetic field*, Optics Letters, Vol. 28, Issue 6, pp. 450-452 (2003)
- [Orb1961] R. Orbach, *Spin-Lattice Relaxation in Rare-Earth Salts*, Proc. R. Soc. London Ser. A, Vol. 264, Issue 1319, pp. 458-484 (1961)
- [Pat1988] J. P. Fitch, *Optical Processing of SAR Data*, chapitre du livre *Synthetic Aperture Radar*, Springer Book, pp. 85-108 (1988)
- [Sag2014] E. Saglamyurek, N. Sinclair, J. A. Slater, K. Heshami, D. Oblak, W. Tittel, *An integrated processor for photonic quantum states using a broadband light-matter interface*, New J. of Phys., Vol. 16, Issue 6, p. 065019 (2014)
- [Sch1958] A. L. Schawlow, C. H. Townes, *Infrared and optical masers*, Phys. Rev., Vol. 112, Issue 6, pp. 1940-1949 (1958)
- [Shi2003] Y. Shi, L. Yan, A. E. Willner, *High-Speed Electrooptic Modulator Characterization Using Optical Spectrum Analysis*, J. Lightwave Technol., Vol. 21, Issue 10, pp. 2358-2367 (2003)

- [Sin2014] N. Sinclair, E. Saglamyurek, H. Mallahzadeh, J. A. Slater, M. George, R. Ricken, M. P. Hedges, D. Oblak, C. Simon, W. Sohler, W. Tittel, *Spectral Multiplexing for Scalable Quantum Photonics using an Atomic Frequency Comb Quantum Memory and Feed-Forward Control*, Phys. Rev. Lett, Vol. 113, Issue 5, p. 053603 (2014)
- [Sun2002] Y. Sun, C. W. Thiel, R. L. Cone, R. W. Equall, R. L. Hutcheson, *Recent progress in developing new rare earth materials for hole burning and coherent transient applications*, J. Lumin., Vol. 98, Issue 1-4, pp. 281-287 (2002)
- [Tay1974] D. R. Taylor, J. P. Hessler, *Photon-echo decay in ruby: Electric dipole interactions and instantaneous diffusion*, Phys. Rev. A, Vol. 50, Issue 3, pp. 205-207 (1974)
- [Thi2014(1)] C. W. Thiel, N. Sinclair, W. Tittel, R. L. Cone, *Tm³⁺:Y₃GaO₁₂ Materials for Spectrally Multiplexed Quantum Memories*, Phys. Rev. Lett., Vol. 111, Issue 16, p. 160501 (2014)
- [Thi2014(2)] C. W. Thiel, R. M. Macfarlane, Y. Sun, T. Böttger, N. Sinclair, W. Tittel, R. L. Cone, *Measuring and analyzing excitation-induced decoherence in rare-earth-doped optical materials*, Laser Phys., Vol. 24, Issue 10, p. 106002 (2014)
- [Thi2014(3)] C. W. Thiel, N. Sinclair, W. Tittel, R. L. Cone, *Optical decoherence studies of Tm³⁺:Y₃Ga₅O₁₂*, Phys. Rev. B, Vol. 90, Issue 21, p. 214301 (2014)
- [Vei2016] L. Veissier, C. W. Thiel, T. Lutz, P. E. Barclay, W. Tittel, R. L. Cone, *Quadratic Zeeman effect and spin-lattice relaxation of Tm³⁺:YAG at high magnetic fields*, Phys. Rev. B, Vol. 94, Issue 20, p. 205133 (2016)
- [Vol1979] S. Volker, R. M. Macfarlane, *Photochemical hole burning in free-base porphyrin and chlorin in n-alkane matrices*, IBM J. of R&D, Vol. 23, Issue 5, pp. 547-555 (1979)
- [Xio2008] J. Xiong, M. Colice, F. Schlottau, K. H. Wagner, B. Fornberg, *Numerical solutions to 2D Maxwell-Bloch equations*, Opt. Quant. Electron., Vol. 40, pp. 447-453 (2008)

Annexes

A. Raisonnement sur la sphère de Bloch pour définir les conditions de passage adiabatique rapide pour une double rampe de fréquence

Dans cette annexe, l'objectif est d'obtenir les conditions de passage adiabatique rapide pour le cas de la double rampe de fréquence. Ce dédoubleage dans le temps correspond dans le domaine fréquentiel à une sinusoïde. Nous nous plaçons alors dans le cas d'un atome dont la fréquence de résonance se situe sur une frange brillante de la sinusoïde spectrale. Nous partons alors de l'équation IV.41 que l'on rappelle :

$$\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2\Omega_0 \cos(\pi r t) \\ 0 \\ -2\pi r t \end{pmatrix}. \quad \text{A.1}$$

Le vecteur de contrôle peut suivre une trajectoire du type représenté sur la Figure A.1.

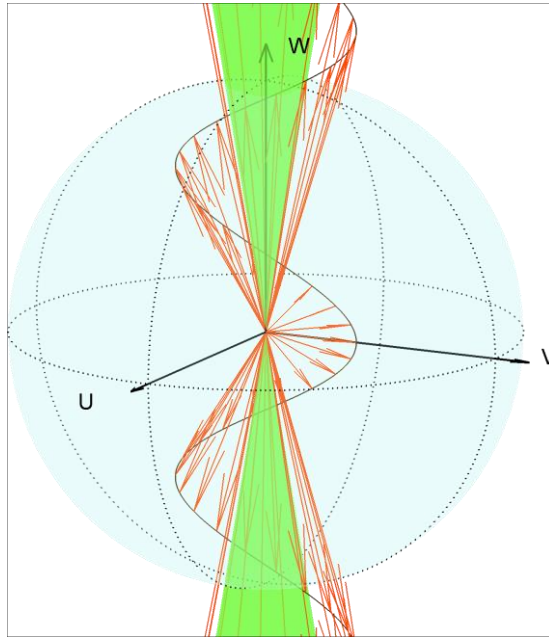


Figure A.1. Exemple de parcours du vecteur de contrôle. Ici, on reste dans le plan (\hat{V}, \hat{W}) .

A.1. Définition des grandeurs temporelles caractéristiques T_{flip} et T_{eff}

On définit deux grandeurs temporelles caractéristiques :

T_{flip} , la durée de passage du vecteur de contrôle d'un pôle à l'autre. Cette durée correspond également à l'intervalle de temps entre deux zéros consécutifs de la composante $\beta^{(1)}$. Cette durée se calcule analytiquement sous la forme :

$$T_{flip} = \frac{1}{r\tau} = \frac{\Delta_t}{\tau\Delta_\nu}. \quad \text{A.2}$$

T_{eff} , la durée effective d'action du vecteur de contrôle sur le vecteur de Bloch. On définit cette durée à l'aide d'un cône d'axe \widehat{W} et de demi-ouverture α_{eff} . L'idée est de considérer que le vecteur de contrôle n'a plus d'effet sur le vecteur de Bloch tant que ce premier est à l'intérieur du cône. On quantifie l'effet du vecteur de contrôle par la valeur $\varepsilon_{eff} = 1 - \cos(\widehat{\vec{\beta}}, \widehat{W})$. En définissant un seuil arbitraire ε_{eff} , on définit l'angle d'ouverture du cône. On peut ainsi définir la durée effective T_{eff} à partir de ce seuil. On a alors :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{eff} < 1 - \cos(\widehat{\vec{\beta}}, \widehat{W}) &\Leftrightarrow \varepsilon_{eff} < 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\vec{\beta}^{(1)}}{\vec{\beta}^{(2)}}\right)^2}} \\ &\Leftrightarrow \varepsilon_{eff} < 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\Omega_0 \cos(\pi r \tau t)}{2\pi r t}\right)^2}} \\ &\Rightarrow (1 - \varepsilon_{eff}) \sqrt{1 + \left(\frac{\Omega_0 \Delta_t}{\pi t \Delta_\nu}\right)^2} < 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{\Omega_0 \Delta_t}{\pi t \Delta_\nu} < \sqrt{\frac{1}{(1 - \varepsilon_{eff})^2} - 1} \\ &\Leftrightarrow \frac{\Omega_0 \Delta_t}{\pi t \Delta_\nu} < \frac{1}{1 - \varepsilon_1} \sqrt{2\varepsilon_{eff} - \varepsilon_{eff}^2} \simeq \sqrt{2\varepsilon_{eff}} \left(1 + \frac{3\varepsilon_{eff}}{4}\right). \end{aligned} \quad \text{A.3}$$

On en déduit alors que :

$$T_{eff} = 2 \cdot \frac{\Omega_0 \Delta_t}{\pi \Delta_\nu} \cdot \frac{1 - \frac{3\varepsilon_{eff}}{4}}{\sqrt{2\varepsilon_{eff}}}. \quad \text{A.4}$$

A.2. Conditions pour un passage adiabatique rapide par double *chirp*

Pour se placer en condition de passage adiabatique rapide, il s'agit de vérifier deux conditions :

- La précession du vecteur de Bloch doit être rapide devant la rotation du vecteur de contrôle. Ce qui se traduit par : $\forall t \in \left[-\frac{T_{eff}}{2}; \frac{T_{eff}}{2}\right], |\dot{\theta}| \ll \|\vec{\beta}\|$ où θ désigne l'angle entre le vecteur $\vec{\beta}$ et le vecteur unitaire \widehat{V} , et où $\dot{\theta} = \partial_t \theta$, ce qui permet au vecteur de Bloch de suivre le vecteur de contrôle,
- L'écartement du vecteur de Bloch par rapport à l'axe vertical doit être de courte durée devant le temps de cohérence atomique. Si la première condition est vérifiée, alors on peut confondre (en terme de direction et de sens uniquement) le vecteur de contrôle et le vecteur de Bloch. Ce qui se traduit mathématiquement comme nous le verrons dans la suite.

A.2.1. Condition d'adiabaticité

Étudions dans un premier temps la condition d'adiabaticité. Pour cela, commençons par déterminer les expressions de θ et de $\|\vec{\beta}\|$.

$$\theta = -\arctan\left(\frac{\pi r t}{\Omega_0 \cos(\pi r t t)}\right), t \in \left[-\frac{\Delta_t}{2}; \frac{\Delta_t}{2}\right], \quad \text{A.5}$$

$$\|\vec{\beta}\| = \sqrt{4\Omega_0^2 \cos^2(\pi r t t) + 4\pi^2 r^2 t^2}.$$

À partir de ces expressions, on peut évaluer la grandeur d'intérêt qu'est $|\dot{\theta}|$.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= -\frac{\pi r}{\Omega_0} \cdot \left(\frac{\cos(\pi r t t) + \pi r t t \sin(\pi r t t)}{\cos^2(\pi r t t)}\right) \cdot \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi r t}{\Omega_0 \cos(\pi r t t)}\right)^2} \\ &= -\frac{4\pi r \Omega_0}{\|\vec{\beta}\|^2} \cdot (\cos(\pi r t t) + \pi r t t \sin(\pi r t t)). \end{aligned} \quad \text{A.1}$$

Étudions à présent les variations de $\dot{\theta}$ dans l'intervalle $\left[-\frac{T_{eff}}{2}; \frac{T_{eff}}{2}\right]$. En utilisant la variable $x = \pi r t t$, il s'agit de s'intéresser aux variations de $f: x \mapsto \cos x + x \sin x$.

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = x \cos x. \quad \text{A.6}$$

Ce qui donne le tableau de variations suivant :

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$...	$2k\pi$	$2k\pi + \frac{\pi}{2}$	$2k\pi + \pi$	$2k\pi + \frac{3\pi}{2}$...
$f'(x)$	+	-	+	-	+	...	+	-	+	-	...
f	↗	↘	↗	↘	↗	...	↗	↘	↗	↘	...

Tableau A.1. Tableau de variations de la fonction f .

On en déduit alors une bonne majoration :

$$\forall t \in \left[-\frac{T_{eff}}{2}; \frac{T_{eff}}{2}\right], |\dot{\theta}| \leq \frac{4\pi r \Omega_0}{\|\vec{\beta}\|^2} \cdot \max\left(\frac{\pi}{2}, |\pi r t t|\right). \quad \text{A.7}$$

Intéressons-nous désormais à $\|\vec{\beta}\|$ ou pour une étude plus simple à $\|\vec{\beta}\|^2 = 4\Omega_0^2 \cos^2(\pi r t t) + 4\pi^2 r^2 t^2$. On peut utiliser le même changement de variable que précédemment. Ce qui nous amène à l'étude de la fonction $g \mapsto 4\Omega_0^2 \cos^2 x + \frac{4x^2}{\tau^2}$. La parité de cette fonction nous permet de réduire l'étude aux valeurs positives. On a ainsi :

$$\begin{aligned} g'(x) \geq 0 &\Leftrightarrow -4\Omega_0^2 \sin(2x) + \frac{8x}{\tau^2} \geq 0 \\ &\Leftrightarrow \Omega_0^2 \tau^2 \operatorname{sinc}(2x) \leq 1. \end{aligned} \quad \text{A.8}$$

Si $\Omega_0 \leq \frac{1}{\tau}$, alors la fonction g étant croissante sur \mathbb{R}^+ ,

$$\min_{t \in \mathbb{R}} \|\vec{\beta}\| = \|\vec{\beta}\|_{t=0} = 2\Omega_0. \quad \text{A.9}$$

En revanche, si $\Omega_0 > \frac{1}{\tau}$, alors g admet N minima locaux notés $x_{i \in \llbracket 0, N-1 \rrbracket}$ et vérifiant $\Omega_0^2 \tau^2 \operatorname{sinc}(2x_i) = 1, \forall i \in \llbracket 0, N-1 \rrbracket$. Les minima de $\|\vec{\beta}\|$ s'expriment alors sous la forme :

$$\|\vec{\beta}\|_{\min,i} = \sqrt{4\Omega_0^2 \cos^2(x_i) + \frac{4x_i^2}{\tau^2}} = 2\Omega_0 |\cos x_i| \sqrt{1 + \Omega_0^2 \tau^2 \sin^2 x_i} \quad \text{A.10}$$

La valeur minimale est atteinte pour $i = 0$, donc pour une valeur $x_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

$$\min_t \|\vec{\beta}\| = \sqrt{4\Omega_0^2 \cos^2(x_0) + \frac{4x_0^2}{\tau^2}} = 2\Omega_0 |\cos x_0| \sqrt{1 + \Omega_0^2 \tau^2 \sin^2 x_0} \quad \text{A.11}$$

En résumé, on a :

$$\begin{cases} \min_t \|\vec{\beta}\| = 2\Omega_0, & \text{si } \Omega_0 \leq \frac{1}{\tau}, \\ \min_t \|\vec{\beta}\| = 2\Omega_0 |\cos x_0| \sqrt{1 + \Omega_0^2 \tau^2 \sin^2 x_0}, & \text{si } \Omega_0 > \frac{1}{\tau}, \end{cases} \quad \text{A.12}$$

où $\Omega_0^2 \tau^2 \text{sinc}(2x_0) = 1$, $x_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

Par conséquent, il convient de vérifier :

$$\begin{cases} \frac{\pi\Delta_v}{\Delta_t} \cdot \max\left(\frac{\pi}{2}, |\pi r \tau t|\right) < 2\Omega_0^2 \varepsilon_{\text{suivi}}, & \text{si } \Omega_0 \leq \frac{1}{\tau}, \\ \frac{\pi\Delta_v}{\Delta_t} \cdot \max\left(\frac{\pi}{2}, |\pi r \tau t|\right) < 2\Omega_0^2 |\cos x_0|^3 (1 + \Omega_0^2 \tau^2 \sin^2 x_0)^{\frac{3}{2}} \varepsilon_{\text{suivi}}, & \text{si } \Omega_0 > \frac{1}{\tau}. \end{cases} \quad \text{A.13}$$

Ici, la valeur $\varepsilon_{\text{suivi}}$ quantifie l'écart nécessaire entre deux grandeurs, ce qui est plus précis qu'utiliser les signes « ou ».

Récapitulons les deux cas.

Si $\Omega_0 \leq \frac{1}{\tau}$, on doit satisfaire

$$\Delta_t > \frac{\pi^2 \Delta_v}{4\Omega_0^2} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{\text{suivi}}} \cdot \max\left(1, \frac{4\Omega_0 \tau}{\pi} \cdot \frac{1 - \frac{3\varepsilon_{\text{eff}}}{4}}{\sqrt{2\varepsilon_{\text{eff}}}}\right). \quad \text{A.14}$$

Si $\Omega_0 > \frac{1}{\tau}$, on doit satisfaire

$$\Delta_t > \frac{\pi^2 \Delta_v}{4\Omega_0^2} \cdot \frac{1}{|\cos x_0|^3 (1 + \Omega_0^2 \tau^2 \sin^2 x_0)^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{\text{suivi}}} \cdot \max\left(1, \frac{4\Omega_0 \tau}{\pi} \cdot \frac{1 - \frac{3\varepsilon_{\text{eff}}}{4}}{\sqrt{2\varepsilon_{\text{eff}}}}\right), \quad \text{A.15}$$

où $x_0 \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ est l'unique solution de $\Omega_0^2 \tau^2 \text{sinc}(2x_0) = 1$. Étudions à présent la condition de cohérence.

A.2.2. Condition de cohérence

Dans ce paragraphe, l'objectif est de donner une valeur limite de durée du *chirp* au-delà de laquelle l'excitation d'une classe d'atomes est trop lente et devient incohérente. Observons dans un premier temps les cas de figure qui peuvent se présenter selon les valeurs de T_{eff} et T_{flip} .

Si $T_{eff} \gg T_{flip}$, alors il y aura de nombreuses oscillations du vecteur de contrôle d'amplitude non négligeable autour de chaque pôle avant que celles-ci soient toutes confinées dans le cône caractérisant T_{eff} (voir Figure A.2 (a)).

Si $T_{eff} \ll T_{flip}$, alors le vecteur de contrôle décrira un simple arc joignant les deux pôles (voir Figure A.2 (d)), ce qui s'apparente alors à un *chirp* usuel où n'intervient pas le fait que l'on dispose d'une paire de *chirps*. En effet, dans ce cas le vecteur de contrôle reste confiné dans le cône bien avant qu'il n'effectue sa première oscillation, que l'on considère ici négligeable.

Entre ces cas extrêmes, on peut y trouver des cas où ces deux valeurs sont voisines (voir Figure A.2 (b) et (c)).

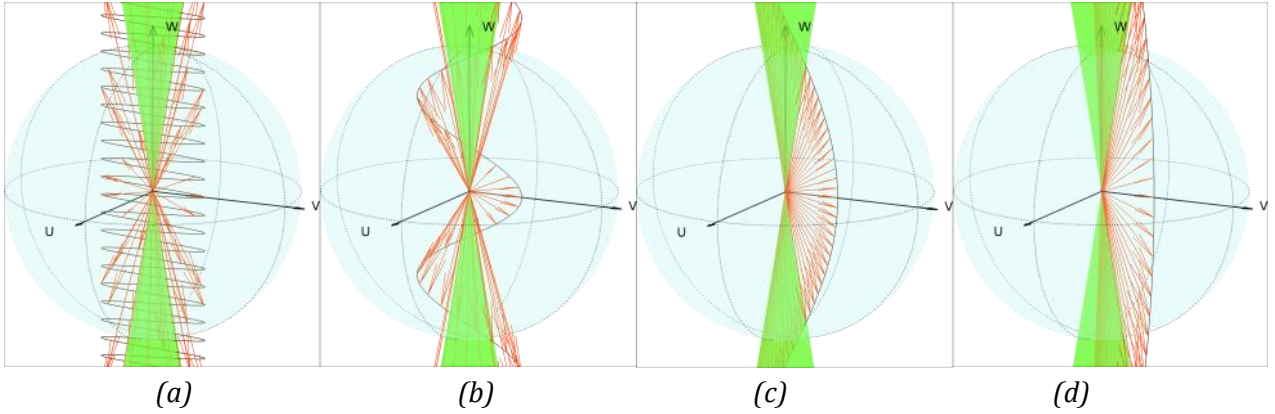


Figure A.2. Différents cas de figure selon les valeurs de T_{eff} et T_{flip} . Ici, seul T_{flip} varie d'une figure à l'autre. (a) Nombreuses oscillations : $T_{eff} \gg T_{flip}$. (b) Quelques oscillations : $T_{eff} > T_{flip}$. (c) Cas limite d'amortissement : $T_{eff} \approx T_{flip}$. (d) Amortissement bien avant la première oscillation : $T_{eff} \ll T_{flip}$.

La comparaison entre les deux revient à comparer $\frac{\Delta_t}{\tau \Delta_v}$ et $\frac{2\Omega_0 \Delta_t}{\pi \Delta_v} \cdot \frac{1 - \frac{3\epsilon_{eff}}{4}}{\sqrt{2\epsilon_{eff}}}$. Cette comparaison peut aussi se traduire comme la comparaison entre Ω_0 et $\frac{\pi}{2\tau} \cdot \sqrt{2\epsilon_{eff}} \left(1 - \frac{3\epsilon_{eff}}{4}\right)$. On comprend que si le retard $\tau \rightarrow 0$, la paire de *chirps* devient alors un *chirp* unique, ce qui correspond bien au second cas extrême sus-évoqué. Dans notre cas, on fixe $\tau = 1,5 \cdot 10^{-7}$ s. Si l'on fixe $\epsilon_{eff} = 10^{-1}$, il reste à comparer Ω_0 à $5,0 \cdot 10^6$ rad/s. Si on fixe $\epsilon_{eff} = 10^{-2}$, il s'agit de comparer Ω_0 à $1,5 \cdot 10^6$ rad/s. On peut légitimement considérer qu'il n'est pas nécessaire de fixer un seuil plus bas encore que 10^{-2} . Comme on envisage une pulsation de Rabi de l'ordre du Mrad/s, on se place dans un cas intermédiaire avec quelques oscillations seulement avant l'amortissement voire aucune si l'on atteint le cas limite.

Pour éviter le problème de cohérence, il convient de passer le moins de temps possible hors du cône. La valeur de T_{eff} est déterminée en considérant le pire cas, à savoir que $|\cos(\pi r \tau t)| = 1$, ce qui correspond à un cas plus extrême encore que celui de la Figure A.2 (d). Cependant, on constate que dans l'idéal, il serait préférable de se placer dans le cas de l'amortissement limite illustré sur la Figure A.2 (c).

Quantifions analytiquement la condition de cohérence. La perte de cohérence se fait avec une vitesse $\frac{1}{T_2} \left| \sin \left(\widehat{\vec{B}}, \widehat{\vec{W}} \right) \right|$. Si l'on suppose la condition de suivi réalisée, alors on peut approximer $\widehat{\vec{B}}, \widehat{\vec{W}} \simeq \vec{\beta}, \vec{W}$. Par ailleurs, cette perte de cohérence a lieu pendant toute la durée

du *chirp*, c'est-à-dire de T_i à $T_f = T_i + \Delta_t$. La décohérence diminue la norme du vecteur de Bloch \vec{B} suivant l'équation :

$$\frac{d\|\vec{B}\|}{dt} = -\frac{1}{T_2} \cdot \left| \sin(\widehat{\vec{B}, \vec{W}}) \right| \cdot \|\vec{B}\| \simeq -\frac{1}{T_2} \cdot \left| \sin(\widehat{\vec{\beta}, \vec{W}}) \right| \cdot \|\vec{B}\|. \quad \text{A.16}$$

Nous utiliserons la seconde forme, utilisant le vecteur de contrôle pour le calcul de projection. Cette équation se résout simplement sous la forme :

$$\|\vec{B}\| = \|\vec{B}\|_{t=0} \cdot e^{-\int_{T_i}^{T_f} \frac{1}{T_2} \left| \sin(\widehat{\vec{\beta}, \vec{W}}) \right| dt} = 1 \cdot e^{-P_{coh}} \quad \text{A.17}$$

où P_{coh} désigne la décohérence accumulée. Celle-ci s'exprime alors de la manière suivante :

$$\begin{aligned} P_{coh} &= \int_{T_i}^{T_f} \frac{1}{T_2} \left| \sin(\widehat{\vec{\beta}, \vec{W}}) \right| dt \\ &= \int_{T_i}^{T_f} \frac{1}{T_2} \left| \cos(\widehat{\vec{\beta}, \vec{V}}) \right| dt \\ &= \int_{T_i}^{T_f} \frac{1}{T_2} \left| \cos\left(\arctan\left(\frac{\pi r t}{\Omega_0 \cos(\pi r t t)}\right)\right) \right| dt \\ &= \int_{T_i}^{T_f} \frac{1}{T_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi r t}{\Omega_0 \cos(\pi r t t)}\right)^2}} dt \\ &\leq \int_{T_i}^{T_f} \frac{1}{T_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi \Delta_v t}{\Delta_t \Omega_0}\right)^2}} dt \\ &= \frac{\Delta_t \Omega_0}{\pi \Delta_v} \int_{\frac{\pi \Delta_v T_i}{\Delta_t \Omega_0}}^{\frac{\pi \Delta_v T_f}{\Delta_t \Omega_0}} \frac{1}{T_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + u^2}} du \\ &= \frac{\Delta_t \Omega_0}{T_2 \pi \Delta_v} \left(\operatorname{argsh} \frac{\pi \Delta_v (T_i + \Delta_t)}{\Delta_t \Omega_0} - \operatorname{argsh} \frac{\pi \Delta_v T_i}{\Delta_t \Omega_0} \right). \end{aligned} \quad \text{A.18}$$

Rappelons que la variable temporelle t est telle qu'à $t = 0$, le champ électrique soit à résonance avec l'atome considéré. On cherche ici à majorer la valeur de la perte de cohérence P_{coh} , et ce pour chaque atome. Nous allons donc chercher le maximum de P_{coh} en fonction de l'instant initial T_i . Il convient alors de calculer $\frac{dP_{coh}}{dT_i}$.

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{coh}}{dT_i} &= \frac{\pi\Delta_v}{\Delta_t\Omega_0} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi\Delta_v(T_i + \Delta_t)}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi\Delta_v T_i}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2}} \right) \\
&= \frac{\pi\Delta_v}{\Delta_t\Omega_0} \cdot \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi\Delta_v T_i}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{\pi\Delta_v(T_i + \Delta_t)}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi\Delta_v(T_i + \Delta_t)}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi\Delta_v T_i}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2}}.
\end{aligned} \tag{A.19}$$

On obtient ainsi :

$$\begin{aligned}
\frac{dP_{coh}}{dT_i} \geq 0 &\Leftrightarrow \sqrt{1 + \left(\frac{\pi\Delta_v T_i}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2} \geq \sqrt{1 + \left(\frac{\pi\Delta_v(T_i + \Delta_t)}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2} \\
&\Rightarrow 1 + \left(\frac{\pi\Delta_v T_i}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2 \geq 1 + \left(\frac{\pi\Delta_v(T_i + \Delta_t)}{\Delta_t\Omega_0}\right)^2 \\
&\Rightarrow T_i \leq -\frac{\Delta_t}{2}.
\end{aligned} \tag{A.20}$$

On en déduit alors un maximum pour P_{coh} qui donne lieu la majoration :

$$\begin{aligned}
P_{coh} &\leq \frac{\Delta_t\Omega_0}{T_2\pi\Delta_v} \left(\operatorname{argsh} \frac{\pi\Delta_v \left(-\frac{\Delta_t}{2} + \Delta_t\right)}{\Delta_t\Omega_0} - \operatorname{argsh} \frac{\pi\Delta_v \left(-\frac{\Delta_t}{2}\right)}{\Delta_t\Omega_0} \right) \\
&= \frac{2\Delta_t\Omega_0}{T_2\pi\Delta_v} \operatorname{argsh} \frac{\pi\Delta_v}{2\Omega_0}.
\end{aligned} \tag{A.21}$$

Enfin, on obtient ainsi :

$$\|\vec{B}\| \geq e^{-\frac{2\Delta_t\Omega_0}{T_2\pi\Delta_v} \operatorname{argsh} \frac{\pi\Delta_v}{2\Omega_0}}. \tag{A.22}$$

L'objectif est d'avoir une valeur aussi proche de un que possible, c'est-à-dire qu'il faut minimiser $\frac{2\Delta_t\Omega_0}{T_2\pi\Delta_v} \operatorname{argsh} \frac{\pi\Delta_v}{2\Omega_0}$.

On peut définir un seuil $0 < \varepsilon_{coh} \ll 1$ caractérisant ce problème. On cherche alors à avoir :

$$\frac{2\Delta_t\Omega_0}{T_2\pi\Delta_v} \operatorname{argsh} \frac{\pi\Delta_v}{2\Omega_0} < \varepsilon_{coh} \Leftrightarrow \Delta_t < \frac{T_2\pi\Delta_v}{2\Omega_0} \cdot \frac{\varepsilon_{coh}}{\operatorname{argsh} \frac{\pi\Delta_v}{2\Omega_0}}. \tag{A.23}$$

Cette condition est suffisante pour s'assurer de ne pas pâtir d'un problème de décohérence. En revanche, l'inégalité présente lors de la majoration de P_{coh} (voir équation A.19) étant assez brutale, la limite de durée de *chirp* peut sans doute aller au-delà de cette valeur.

B. Estimation des conditions permettant de réaliser une pseudo impulsion π à l'aide d'une double rampe de fréquence

Dans cette annexe, nous nous intéressons à la réalisation de ce que nous qualifions de pseudo impulsion π dans la partie IV.3. Rappelons alors l'expression du vecteur de contrôle issu de l'équation IV.41 :

$$\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2\Omega_0 \cos(\pi r t) \\ 0 \\ -2\pi r t \end{pmatrix}. \quad \text{B.1}$$

À partir de cette équation, l'objectif est d'utiliser un raisonnement géométrique pour pouvoir trouver les conditions permettant une pseudo impulsion π , sachant que le vecteur de Bloch, à la relaxation près, suit l'équation différentielle :

$$\partial_t \vec{B} = \vec{\beta} \wedge \vec{B}. \quad \text{B.2}$$

Une telle réponse atomique peut se traduire géométriquement par une symétrie du chemin du vecteur de Bloch par rapport au plan équatorial de la sphère de Bloch. En notant $B^{(i)}$ la composante i du vecteur, cherche alors à vérifier :

$$\begin{cases} B^{(1)}(t) = B^{(1)}(-t), \\ B^{(2)}(t) = B^{(2)}(-t), \\ B^{(3)}(t) = -B^{(3)}(-t). \end{cases} \quad \text{B.3}$$

B.1. Étude du système différentiel

Commençons alors par détailler l'expression de l'équation B.2. On peut écrire :

$$\partial_t \begin{pmatrix} B^{(1)}(t) \\ B^{(2)}(t) \\ B^{(3)}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta^{(1)}(t) \\ 0 \\ \beta^{(3)}(t) \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B^{(1)}(t) \\ B^{(2)}(t) \\ B^{(3)}(t) \end{pmatrix}. \quad \text{B.4}$$

Ceci peut se traduire par le système différentiel :

$$\begin{cases} \partial_t B^{(1)}(t) = -\beta^{(3)}(t)B^{(2)}(t), \\ \partial_t B^{(2)}(t) = -\beta^{(1)}(t)B^{(3)}(t) + \beta^{(3)}(t)B^{(1)}(t), \\ \partial_t B^{(3)}(t) = \beta^{(1)}(t)B^{(2)}(t). \end{cases} \quad \text{B.5}$$

En notant pour simplifier $a = \beta^{(1)}$ et $b = \beta^{(3)}$, on peut alors écrire :

$$\partial_t \vec{B} = M \vec{B}, \quad \text{B.6}$$

où :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -b & 0 \\ b & 0 & -a \\ 0 & a & 0 \end{pmatrix}. \quad \text{B.7}$$

Pour simplifier l'étude, cherchons à diagonaliser la matrice M . Un rapide calcul montre que les valeurs propres sont : $0, i\sqrt{a^2 + b^2}, -i\sqrt{a^2 + b^2}$. Des vecteurs propres correspondant sont :

$$\vec{u}_0 = \begin{pmatrix} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ 0 \\ \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix}, \vec{u}_{i\sqrt{a^2 + b^2}} = \begin{pmatrix} \frac{ib}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ 1 \\ -ia \\ \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix}, \vec{u}_{-i\sqrt{a^2 + b^2}} = \begin{pmatrix} \frac{-ib}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ 1 \\ ia \\ \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix}. \quad \text{B.8}$$

On peut alors écrire :

$$M = PDP^{-1}, \quad \text{B.9}$$

où :

$$P = \begin{pmatrix} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} & \frac{ib}{\sqrt{a^2 + b^2}} & \frac{-ib}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ 0 & 1 & 1 \\ \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} & -ia & ia \\ \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} & \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} & \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix}, \quad \text{B.10}$$

et :

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} & 0 & \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \frac{b}{2i\sqrt{a^2 + b^2}} & \frac{1}{2} & \frac{-a}{2i\sqrt{a^2 + b^2}} \\ -\frac{b}{2i\sqrt{a^2 + b^2}} & \frac{1}{2} & \frac{a}{2i\sqrt{a^2 + b^2}} \end{pmatrix}. \quad \text{B.11}$$

En notant $X = P^{-1}\vec{B}$, l'équation B.6 s'écrit alors :

$$\partial_t X = (\partial_t(P^{-1})P + D)X. \quad \text{B.12}$$

On retrouve alors que dans le cas où les coefficients du système différentiel sont constants, $\partial_t(P^{-1}) = 0$ et donc le système se résume à $\partial_t X = DX$, D étant diagonale et le système se résout sous la forme $X(t) = \exp((t - t_0)D) \cdot X(t_0)$.

Calculons alors $\partial_t(P^{-1})P$ afin de déterminer des cas où cette matrice serait négligeable.

Le calcul donne :

$$\begin{aligned} \partial_t(P^{-1})P &= \frac{\dot{a}b - a\dot{b}}{(a^2 + b^2)^2} \begin{pmatrix} b & 0 & -a \\ -\frac{a}{2i} & 0 & -\frac{b}{2i} \\ \frac{a}{2i} & 0 & \frac{b}{2i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & \frac{ib}{\sqrt{a^2 + b^2}} & \frac{-ib}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ 0 & \sqrt{a^2 + b^2} & \sqrt{a^2 + b^2} \\ b & -ia & ia \end{pmatrix} \\ &= \frac{\dot{a}b - a\dot{b}}{a^2 + b^2} \begin{pmatrix} 0 & i & -i \\ -\frac{1}{2i} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2i} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad \text{B.13}$$

On note alors $c = \frac{\dot{a}b - a\dot{b}}{a^2 + b^2}$. Par conséquent, l'équation B.12 se réécrit :

$$\partial_t X = \left(\begin{pmatrix} 0 & ic & -ic \\ -\frac{c}{2i} & 0 & 0 \\ \frac{c}{2i} & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & i\sqrt{a^2 + b^2} & 0 \\ 0 & 0 & -i\sqrt{a^2 + b^2} \end{pmatrix} \right) X = NX. \quad \text{B.14}$$

Faisons alors l'hypothèse que $c \ll \sqrt{a^2 + b^2}$. Alors on a :

$$\partial_t X \simeq DX. \quad \text{B.15}$$

Dans ce cas, on peut résoudre le système différentiel sous la forme :

$$X(t) = \exp\left(\int_{-t}^t D dt'\right)X(-t), \forall t \in \mathbb{R}. \quad \text{B.16}$$

En notant :

$$\varphi(t) = \exp\left(\int_{-t}^t \sqrt{a^2 + b^2} dt'\right), \quad \text{B.17}$$

il vient alors :

$$X(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi(t)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\varphi(t)} \end{pmatrix} X(-t), \forall t \in \mathbb{R}. \quad \text{B.18}$$

Par ailleurs, comme $X(t) = P^{-1}(t)\vec{B}(t)$ et que $X(-t) = P^{-1}(-t)\vec{B}(-t)$, on peut écrire :

$$\vec{B}(t) = P(t) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi(t)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\varphi(t)} \end{pmatrix} P^{-1}(-t)\vec{B}(-t). \quad \text{B.19}$$

Pour compacter les notations, on note $a_{\pm} = a(\pm t)$ et $b_{\pm} = b(\pm t)$. Avec ces notations, on peut réécrire l'équation B.19 :

$$\vec{B}(t) = \frac{1}{\sqrt{a_+^2 + b_+^2}\sqrt{a_-^2 + b_-^2}} \begin{pmatrix} a_+ & ib_+ & -ib_+ \\ 0 & \sqrt{a_+^2 + b_+^2} & \sqrt{a_+^2 + b_+^2} \\ b_+ & -ia_+ & ia_+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi(t)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\varphi(t)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_- & 0 & b_- \\ b_- & \frac{\sqrt{a_-^2 + b_-^2}}{2} & -a_- \\ \frac{2i}{2i} & \frac{\sqrt{a_-^2 + b_-^2}}{2} & \frac{a_-}{2i} \end{pmatrix} \vec{B}(-t). \quad \text{B.20}$$

Après calcul, il vient enfin :

$$\vec{B}(t) = N\vec{B}(-t), \quad \text{B.21}$$

où :

$$N = \begin{pmatrix} \frac{a_+a_- + b_+b_- \cos \varphi}{\sqrt{a_+^2 + b_+^2}\sqrt{a_-^2 + b_-^2}} & \frac{-b_+}{\sqrt{a_+^2 + b_+^2}} \sin \varphi & \frac{a_+b_- - a_-b_+ \cos \varphi}{\sqrt{a_+^2 + b_+^2}\sqrt{a_-^2 + b_-^2}} \\ \frac{b_-}{\sqrt{a_-^2 + b_-^2}} \sin \varphi & \cos \varphi & \frac{-a_-}{\sqrt{a_-^2 + b_-^2}} \sin \varphi \\ \frac{a_-b_+ - a_+b_- \cos \varphi}{\sqrt{a_+^2 + b_+^2}\sqrt{a_-^2 + b_-^2}} & \frac{a_+}{\sqrt{a_+^2 + b_+^2}} \sin \varphi & \frac{b_+b_- + a_+a_- \cos \varphi}{\sqrt{a_+^2 + b_+^2}\sqrt{a_-^2 + b_-^2}} \end{pmatrix}. \quad \text{B.22}$$

Compte-tenu de la forme de l'excitation, a est paire et b est impaire. Par conséquent $a_+ = a_- = a$ et $b_+ = -b_- = b$. N se simplifie alors en :

$$N = \begin{pmatrix} \frac{a^2 - b^2 \cos \varphi}{a^2 + b^2} & \frac{-b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \varphi & \frac{-ab(1 + \cos \varphi)}{a^2 + b^2} \\ \frac{-b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \varphi & \cos \varphi & \frac{-a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \varphi \\ \frac{ab(1 + \cos \varphi)}{a^2 + b^2} & \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \varphi & \frac{-b^2 + a^2 \cos \varphi}{a^2 + b^2} \end{pmatrix}. \quad \text{B.23}$$

L'objectif ici est d'obtenir cette symétrie par rapport au plan équatorial pour une excitation complète, c'est-à-dire quand tend t vers l'infini. Comme a est bornée et que $b \propto t^2$, cette expression se simplifie pour des grandes valeurs de t , pour devenir :

$$\vec{B}(t) = \begin{pmatrix} -\cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \vec{B}(-t). \quad \text{B.24}$$

Cette dernière expression montre qu'on obtient bien l'inversion de la troisième composante du vecteur de Bloch. Les deux autres composantes montrent que de surcroît, le vecteur de Bloch tourne autour de la composante verticale, ce qui n'est bien sûr pas un problème puisque l'essentiel, à savoir les populations atomiques contenues dans la troisième composante sont bien inversées.

On retient alors que la condition suffisante pour obtenir ce résultat d'inversion est le fait que l'on a supposé $c \ll \sqrt{a^2 + b^2}$.

B.2. Recherche de réalisation de la condition suffisante pour réaliser une inversion parfaite de populations

Revenons alors en détail sur cette hypothèse. Précisons l'expression de c :

$$\begin{aligned} c &= \frac{ab - a'b'}{a^2 + b^2} \\ &= \frac{-2\Omega_0 \pi r \tau \sin(\pi r \tau t) (-2\pi r t) - 2\Omega_0 \cos(\pi r \tau t) (-2\pi r)}{(2\Omega_0 \cos(\pi r \tau t))^2 + (-2\pi r t)^2} \\ &= \frac{\pi r}{\Omega_0} \cdot \frac{\pi r \tau t \sin(\pi r \tau t) + \cos(\pi r \tau t)}{\cos^2(\pi r \tau t) + \left(\frac{\pi r \tau t}{\Omega_0 \tau}\right)^2}. \end{aligned} \quad \text{B.25}$$

Pour simplifier, on utilise le changement de variable $x = \pi r \tau t$. Ce qui donne alors :

$$c = \frac{\pi r}{\Omega_0} \cdot \frac{x \sin x + \cos x}{\cos^2 x + \left(\frac{x}{\Omega_0 \tau}\right)^2}. \quad \text{B.26}$$

La comparaison par rapport à l'unité est alors $\varepsilon = c/\sqrt{a^2 + b^2}$.

$$\varepsilon = \left| \frac{\pi r}{2\Omega_0^2} \cdot \frac{x \sin x + \cos x}{\left(\cos^2 x + \left(\frac{x}{\Omega_0 \tau}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right|. \quad \text{B.27}$$

La condition suffisante pour une inversion parfaite revient alors à obtenir $\varepsilon \ll 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Nous nous intéressons au maximum de ε . Notons dans un premier temps que $\varepsilon(x) = \varepsilon(-x)$. Il nous suffit donc de nous intéresser au maximum sur \mathbb{R}^+ .

On remarque que si $\Omega_0 \tau \ll 1$, alors ε est maximal pour $x = 0$. Alors $\varepsilon(0) = \frac{\pi r}{2\Omega_0^2}$. Dans ce cas, on a :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \varepsilon(x) < \varepsilon_{inversion} \Leftrightarrow \Omega_0 > \sqrt{\frac{\pi r}{2\varepsilon_{inversion}}}, \quad \text{B.28}$$

où $\varepsilon_{inversion}$ caractérise plus précisément la notion de $\varepsilon(x) \ll 1$.

Dans le cas contraire, si $\Omega_0 \tau \gg 1$, alors ε est maximal pour $x = x_{max} \simeq \pi/2$. Comme $\varepsilon\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2\Omega_0 \tau^3 r}{\pi}$, on a :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \varepsilon(x) < \varepsilon_{inversion} \Leftrightarrow \Omega_0 < \frac{\pi \varepsilon_{inversion}}{2r\tau^3}. \quad \text{B.29}$$

Pour qu'il existe une valeur de Ω_0 qui réponde à l'un de ces deux critères, on doit avoir :

$$\sqrt{\frac{\pi r}{2}} \ll \frac{1}{\tau} \text{ ou } \frac{1}{\tau} \ll \frac{\pi}{2r\tau^3}, \quad \text{B.30}$$

ce qui revient à avoir :

$$r \ll \frac{2}{\pi\tau^2} \text{ ou } r \ll \frac{\pi}{2\tau^2}. \quad \text{B.31}$$

Ces conditions étant très similaires, nous retiendrons simplement :

$$r \ll \frac{1}{\tau^2}. \quad \text{B.32}$$

À titre d'exemple, si l'on se réfère à l'expérience du chapitre V, on fixe $\tau = 100$ ns. Ce qui impose d'avoir un taux de *chirp* $r \ll 100$ MHz/ μ s.

En conclusion, sous réserve de disposer d'un taux de *chirp* $r \ll 1/\tau^2$, alors l'inversion totale de population est atteinte pour une pulsation de Rabi s'étalant sur un intervalle $I_{inversion}$ défini par :

$$I_{inversion} = \left[\sqrt{\frac{\pi r}{2\varepsilon_{inversion}}}; \frac{\pi \varepsilon_{inversion}}{2r\tau^3} \right]. \quad \text{B.33}$$

C'est alors en choisissant arbitrairement $\varepsilon_{inversion} = 1/2$ que l'on a pu obtenir l'équation IV.42. À titre indicatif, pour tous les taux de *chirp* testés dans la partie IV.3, on résume dans le Tableau B.1 les bornes de l'intervalle $I_{inversion}$ obtenues.

Taux de <i>chirp</i> (MHz/ μ s)	Borne inférieure de $I_{inversion}$ (Mrad/s)	Borne supérieure de $I_{inversion}$ (Mrad/s)
0,5	1,25	1570
1	1,77	785
2	2,51	393
4	3,55	196
8	5,01	98,2
20	7,93	39,3
40	11,21	19,6
57	13,38	13,77

Tableau B.1. Bornes inférieures et supérieures de $I_{inversion}$ ayant fixé une valeur $\varepsilon_{inversion} = 0,5$.

Nous avons préféré prendre comme estimation de la valeur optimale de la pulsation de Rabi pour inverser les populations atomique la borne inférieure. En principe, d'après le raisonnement développé dans cette annexe, n'importe quelle valeur dans cet intervalle devrait convenir. En revanche, il faut noter que ce raisonnement ne tient pas compte de la relaxation des cohérences optiques. Or, on note que plus la pulsation de Rabi est grande, plus le désaccord « limite » au-delà duquel un atome n'est plus excité par un champ électrique augmente. Par conséquent, pour un taux de *chirp* donné, une plus grande pulsation de Rabi entraîne une plus longue interaction entre l'atome et le champ électrique, qui peut donner lieu à une plus grande décohérence. C'est pour cela que l'on préfère ne retenir que la borne

inférieure de $I_{inversion}$. On peut d'ailleurs remarquer que cette perte de cohérence occasionnée par de grandes pulsations de Rabi peut s'observer pour les plus petits taux de *chirp* sur la Figure IV-3 et la Figure IV-4.

On peut noter que si l'on fait tendre τ vers 0, ce qui correspond à une simple rampe de fréquence, la condition B.32 devient $r \ll \infty$, ce qui est toujours vrai. De plus, l'intervalle $I_{inversion}$ où une inversion parfaite des populations est réalisée se transforme en :

$$I_{inversion} = \left[\sqrt{\frac{\pi r}{2\mathcal{E}_{inversion}}}; +\infty \right]. \quad \text{B.34}$$

On retrouve la condition d'adiabaticité du RAP standard à une seule rampe de fréquence qui s'écrit : $\Omega_0 \gg \sqrt{r}$.

Titre : Processeurs atomiques utilisant la propriété de creusement spectral : modélisation et application à l'analyse spectrale radiofréquence large bande sur porteuse optique

Mots clés : Interaction laser-matière, Creusement spectral, Ions de terres rares, Analyse spectrale, Signaux radiofréquence

Résumé : La propriété de creusement spectral, que l'on retrouve dans certains cristaux dopés aux ions de terres rares refroidis à basse température offre des possibilités prometteuses pour le traitement analogique de signaux radiofréquence. En effet, celle-ci permet de programmer des fonctions de traitement dans le spectre d'absorption du cristal.

Partant des premières démonstrations de principe d'un analyseur spectral radiofréquence large bande instantanée, l'objectif est d'en améliorer les performances, ce qui requiert une modélisation précise de l'interaction laser-matière et de l'ensemble des perturbations inhérentes à la montée en maturité technologique du dispositif. Nous avons par conséquent développé un modèle et cherché à étendre son domaine de validité pour qu'il s'applique à un maximum de protocoles.

Nous l'avons ensuite appliqué à un matériau en particulier, à savoir un cristal de Tm^{3+} :YAG. Après avoir effectué une série de mesures des différentes caractéristiques intrinsèques à ce cristal, nous avons choisi un protocole d'application relativement proche de celui de l'analyseur spectral que nous cherchons à optimiser, à savoir la création de réseaux spectraux large bande. La comparaison des résultats expérimentaux à ceux de notre modèle nous a permis de démontrer sa validité.

Nous avons finalement appliqué notre modèle au cas précis de l'analyseur spectral radiofréquence. Les simulations nous ont permis de déterminer théoriquement comment optimiser ses performances, en particulier la dynamique, avec des paramètres réalistes, atteignables expérimentalement.

Title : Atomic processors based on Spectral Hole Burning : modelling and application to wideband radiofrequency spectrum analysis on an optical carrier

Keywords : Light-matter interaction, Spectral Hole Burning, Rare-earth ions, Spectrum analysis, Radiofrequency signals

Abstract : The Spectral Hole Burning property, found in some rare-earth ion-doped crystals at low temperature is particularly relevant for analogic processing of radiofrequency signals. Indeed, it enables processing functions to be programmed in the crystal's absorption spectrum.

Starting with the first demonstrations of a wideband radiofrequency spectrum analyser, we aim at improving its performances, which requires an accurate modelling of the light-matter interaction and all the perturbations arising from the upgrade in TRL (Technology Readiness Level). Therefore, we have developed a model and extended its validity domain to a broad variety of SHB-based protocols.

We applied this model on a particular material, namely a Tm^{3+} :YAG crystal. After measuring experimentally the relevant intrinsic parameters of this crystal, we applied our model to a protocol which is quite similar to the one of the spectrum analyser we aim at optimizing, namely the engraving of wideband spectral gratings. The comparison of our experimental results to the simulations from our model proved its validity.

Finally we applied it to the exact case of the radiofrequency spectrum analyser. With the simulations, we determined how to improve its performances, and particularly increase the dynamic range with realistic experimental parameters.

