



**HAL**  
open science

# Etude de liaisons SISO, SIMO, MISO et MIMO à base de formes d'ondes FBMC-OQAM et de récepteurs Widely Linear

Rémi Chauvat

► **To cite this version:**

Rémi Chauvat. Etude de liaisons SISO, SIMO, MISO et MIMO à base de formes d'ondes FBMC-OQAM et de récepteurs Widely Linear. Réseaux et télécommunications [cs.NI]. Conservatoire national des arts et métiers - CNAM, 2017. Français. NNT : 2017CNAM1093 . tel-01567131

**HAL Id: tel-01567131**

**<https://theses.hal.science/tel-01567131v1>**

Submitted on 21 Jul 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Doctorale Informatique, Télécommunications et Électronique

Centre d'Études et de Recherche en Informatique et Communications

## THÈSE DE DOCTORAT

*présentée par* : Rémi CHAUVAT

*soutenue le* : 31 mars 2017

*pour obtenir le grade de* :

**Docteur du Conservatoire National des Arts et Métiers**

*Discipline* : Génie électrique, électronique, photonique et systèmes

*Spécialité* : Radiocommunications

**Étude de liaisons SISO, SIMO, MISO et MIMO à  
base de formes d'ondes FBMC-OQAM et de  
récepteurs *Widely Linear***

### THÈSE dirigée par

M. CHEVALIER Pascal

*Professeur, CNAM (Paris)*

M. DELMAS Jean-Pierre

*Professeur, Télécom SudParis (Evry)*

### RAPPORTEURS

M. NAPOLITANO Antonio

*Professeur, Università degli Studi di Napoli "Parthenope"*

M. WANG Yide

*Professeur, Polytech Nantes*

### PRESIDENT

Mme. MARCOS Sylvie

*Professeur, Centrale-Supélec (Palaiseau)*

### EXAMINATEURS

M. LARZABAL Pascal

*Professeur, ENS Cachan*

M. LE RUYET Didier

*Professeur, CNAM (Paris)*



On ne peut dire, en toute rigueur, que l'homme qui est déterminé à agir par des idées inadéquates agisse par vertu, mais il agit par vertu en tant seulement qu'il est déterminé par le fait qu'il comprend.

---

*Éthique, Livre IV, Proposition 23*

BARUCH SPINOZA



# Abstract

During the last two decades, the increase of wireless communications throughput has necessitated more and more complex equalization techniques. To solve this issue, multicarrier modulations have been massively adopted in high data rates wireless communications standards. A typical example of the wide use of these waveforms is the adoption of OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) for the downlink of 4G mobile networks. However, for next-generation 5G networks, the expected increase of M2M (Machine-to-Machine) communications prevents the use of OFDM because of the tight time and frequency synchronization constraints imposed by this waveform. Additionally, efficient spectrum occupation through cognitive radio strategies are incompatible with the poor spectral localization of OFDM.

In this context, FBMC-OQAM (Filter Bank Multi-Carrier - Offset Quadrature Amplitude Modulation) waveforms appeared as a potential solution to these issues. However, equalization of FBMC-OQAM in frequency selective channels and/or MIMO (Multiple Input Multiple Output) channels is not straightforward because of residual intrinsic interferences between FBMC-OQAM subcarriers.

Thus, this thesis considers equalization techniques for these links. In particular, the study of WL (Widely Linear) receivers allowing the mitigation of interferences, with only a single antenna, among networks using second-order noncircular waveforms (e.g. ASK, GMSK, OQAM signals) is privileged. This work studied this technique, named SAIC (Single Antenna Interference Cancellation) and applied for the suppression of co-channel interferences in GSM networks in order to adapt it for the cancellation of FBMC-OQAM intercarrier interferences. SAIC, which was further extended to multiple receive antennas (MAIC - Multiple Antenna Interference Cancellation) benefits of its low complexity and does not generate error propagation at low SNR contrary to successive interference cancellation based solutions.

A progressive approach is adopted, from SAIC/MAIC for the suppression of co-channel interferences where we emphasize the importance of considering the cyclostationary nature of OQAM communication signals. Based on this, the proposal of a new WL-FRESH (FREquency-SHift) filter based receiver for OQAM-like signals is made and its performance is characterized analytically and by numerical simulations asserting its superior performance with respect to the standard WL receiver. The extension of SAIC/MAIC for the mitigation of a frequency-shifted

interference is then considered and reception structures are proposed and analyzed in detail. The capacity of WL-FRESH filter based SAIC receivers to perform the suppression of multiple frequency-shifted interferences is assessed. In the context of FBMC-OQAM signals which frequently utilize the PHYDYAS pulse-shaping prototype filter, each subcarrier is polluted only by its adjacent subcarriers. However, to evaluate SAIC processing without having to consider neighboring subcarriers of the adjacent ones, a filtering operation prior to the SAIC processing is needed. For this reason, the impact of a reception filter on the performance gain provided by the SAIC processing was analysed.

In a last step, an alternative equalization approach for FBMC-OQAM is investigated. This proposed technique consists in the per-subcarrier joint demodulation of the subcarrier of interest and its interfering adjacent ones after a filtering step. This proposal is considered in the context of MIMO Alamouti FBMC-OQAM links.

**Keywords :** FBMC, OQAM, Interference Cancellation, Noncircularity, Widely Linear, Cyclostationarity, FRESH filtering, SISO, MIMO

# Résumé

Au cours des vingt dernières années, l'augmentation du débit des communications radio-fréquences a imposé la mise en œuvre de techniques d'égalisation de plus en plus complexes. Pour résoudre ce problème, les modulations multi-porteuses ont été massivement employées dans les standards de communications à très haut débit. Un exemple caractéristique de la démocratisation de ces formes d'ondes est l'utilisation de l'OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) sur le lien descendant des réseaux 4G. Toutefois, pour les futurs réseaux 5G, l'émergence prévue des communications M2M (Machine-to-Machine) impose aux formes d'ondes une grande tolérance aux asynchronismes au sein de ces réseaux et ne permet pas l'emploi de l'OFDM qui nécessite une synchronisation stricte en temps et en fréquence. Egalement, l'utilisation efficace du spectre par les techniques de la radio cognitive est incompatible avec l'emploi de l'OFDM en raison de la mauvaise localisation en fréquence de cette forme d'onde.

Dans ce contexte, la forme d'onde FBMC-OQAM (Filter Bank Multi-Carrier - Offset Quadrature Amplitude Modulation) est apparue comme une solution potentielle à ces problèmes. Toutefois, l'égalisation des signaux FBMC-OQAM en canal sélectif en fréquence et/ou canal MIMO (Multiple Input Multiple Output) est rendue difficile par la subsistance d'interférences entre les différentes sous-porteuses du schéma FBMC-OQAM.

Cette thèse vise donc l'étude de techniques d'égalisation de ces liaisons. L'étude de récepteurs WL (Widely Linear) qui permettent la suppression d'interférences, sans diversité d'antenne en réception, au sein des réseaux utilisant des signaux noncirculaires au second ordre (e.g. signaux ASK, GMSK, OQAM) est privilégiée. Le travail effectué a visé l'étude de cette technique nommée SAIC (Single Antenna Interference Cancellation) et utilisée dans les réseaux GSM pour la suppression d'interférences co-canal afin de l'étendre à la suppression des interférences entre porteuses des formes d'ondes FBMC-OQAM. La technologie SAIC, qui a été étendue pour plusieurs antennes en réception (MAIC - Multiple Antenna Interference Cancellation) a l'avantage de sa faible complexité de mise en œuvre et ne génère pas de propagation d'erreur à faible SNR contrairement aux solutions de suppression successive d'interférences.

Une approche progressive est adoptée, depuis l'élaboration du SAIC pour la suppression d'interférences co-canal où nous démontrons l'importance de considérer le caractère cyclostationnaire des signaux de communications OQAM. Basée sur cette constatation, la proposition

d'une nouvelle structure de réception utilisant un filtre WL-FRESH (FREquency-SHift) est proposée et ses meilleures performances comparé au récepteur WL standard sont présentées analytiquement et par simulations numériques. L'extension du SAIC pour la suppression d'une interférence décalée en fréquence est ensuite menée et différentes structures de réception sont proposées et analysées en détail. L'aptitude des traitements SAIC utilisant des filtres WL-FRESH à supprimer 2 interférences décalées en fréquence est présentée. Dans le contexte des signaux FBMC-OQAM qui utilisent généralement la filtre de mise en forme PHYDYAS, chaque sous-porteuse est polluée par ses deux sous-porteuses adjacentes. Cependant, pour évaluer les traitements SAIC sans devoir prendre en compte la contribution des sous-porteuses voisines à ces sous-porteuses adjacentes, il est nécessaire de précéder le traitement de réception par un filtre. Pour cette raison, l'analyse de l'impact d'un filtre de réception sur les performances des traitements SAIC proposés est effectuée.

Dans un dernier temps, une approche alternative d'égalisation des signaux FBMC-OQAM est présentée. Elle consiste à démoduler conjointement les sous-porteuses interférentes après filtrage. Cette technique est abordée dans le contexte de liaisons MIMO Alamouti FBMC-OQAM.

**Mots clés :** FBMC, OQAM, Annulation d'interférences, Noncircularité, Widely Linear, Cyclostationarité, Filtrage FRESH, SISO, MIMO

# Remerciements

Cette thèse de doctorat s'inscrit dans le cadre d'un contrat CIFRE entre Thales Communications & Security et le CNAM de Paris. Je souhaite remercier le service TCP à Thales ainsi que le laboratoire CEDRIC au CNAM pour leur accueil.

Au cours de cette thèse, j'ai eu la chance de pouvoir bénéficier de l'expertise et du soutien de mes encadrants. Je souhaite en particulier remercier Prof. Pascal Chevalier pour m'avoir témoigné sa confiance en me proposant ce sujet de doctorat et m'avoir guidé avec enthousiasme tout au long de ce travail. Merci également à Prof. Jean-Pierre Delmas, dont l'aide précieuse et le soutien amical ont été autant d'atouts pour mener à bien ce projet.

J'adresse également mes remerciements à Prof. Antonio Napolitano et à Prof. Yide Wang pour avoir accepté de rapporter ce travail ainsi qu'à Prof. Sylvie Marcos, Prof. Pascal Larzabal et Prof. Didier le Ruyet pour leur participation au jury de cette thèse.

Également, je dois remercier chaleureusement Ali, Wosen, Marwa, Hanen, Juwendo, Krishna, Yannick, Rostom, Yahia, Salma ainsi que les doctorants nouvellement arrivés au CNAM de Paris et également Sonja, Agathe, Cyrile ainsi que les autres doctorants à Thales Communications & Security. Par leur présence amicale et leur bonne humeur, ils ont également contribué à la réalisation de ce travail.

En dernier lieu, je souhaite remercier mes amis ainsi que ma famille pour leur soutien sans faille.

# Table des matières

|   |             |
|---|-------------|
| <b>Acronymes</b>  | <b>xiii</b> |
| <b>Notations</b>  | <b>xvii</b> |
| Symboles . . . . .  | xvii        |
| Opérateurs . . . . .  | xvii        |
| Conventions d'écriture utilisées . . . . .  | xviii       |
| <b>I Introduction</b>   | <b>1</b>    |
| I.1 Contexte . . . . .  | 1           |
| I.2 Historique des formes d'ondes multiporteuses et intérêt pour la forme d'onde<br>FBMC-OQAM . . . . . | 3           |
| I.2.a Historique des formes d'ondes multiporteuses . . . . .  | 3           |
| I.2.b Comparaison des formes d'ondes multiporteuses contemporaines . . . . .                            | 5           |
| I.2.c Choix de la forme d'onde FBMC-OQAM . . . . .  | 6           |
| I.3 Problématique associée à la forme d'onde FBMC-OQAM . . . . .  | 7           |
| I.4 Etat de l'art des égaliseurs FBMC-OQAM . . . . .  | 8           |
| I.4.a Egalisation SISO/SIMO FBMC-OQAM . . . . .   | 8           |
| I.4.b Egalisation MISO/MIMO FBMC-OQAM . . . . .   | 9           |
| I.5 Objectifs et démarche de la thèse . . . . .   | 10          |
| I.5.a Objectifs . . . . .   | 10          |
| I.5.b Démarche . . . . .  | 10          |
| I.6 Plan du manuscrit . . . . .   | 11          |
| I.7 Contributions . . . . .   | 13          |
| I.8 Publications . . . . .  | 14          |
| I.8.a Revues internationales avec comité de lecture . . . . .   | 14          |
| I.8.b Conférences internationales avec actes et comité de lecture . . . . .                             | 14          |
| <b>II Forme d'onde FBMC-OQAM</b>  | <b>17</b>   |
| II.1 Principe . . . . .   | 17          |
| II.2 Signal FBMC-OQAM en émission . . . . .   | 18          |

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| II.3       | Signal FBMC-OQAM en réception . . . . .   | 22        |
| II.3.a     | Modèle . . . . .  | 22        |
| II.3.b     | Récepteur optimal en canal plat . . . . .   | 23        |
| II.4       | Filtrage prototype . . . . .  | 24        |
| II.4.a     | Enjeux et état de l'art . . . . .   | 24        |
| II.4.b     | Filtre PHYDYAS . . . . .  | 26        |
| II.5       | Egalisation SISO/SIMO en canal sélectif en fréquence . . . . .                          | 29        |
| II.5.a     | Modèle - symboles détectés . . . . .  | 29        |
| II.5.b     | Etat de l'art des égaliseurs SISO/SIMO FBMC-OQAM . . . . .                              | 30        |
| II.5.c     | Approche proposée . . . . .   | 31        |
| <b>III</b> | <b>Modèles et statistiques</b>  | <b>33</b> |
| III.1      | Modèle de réception alternatif . . . . .  | 33        |
| III.2      | Statistiques d'ordre 2 . . . . .  | 34        |
| III.2.a    | Noncircularité à l'ordre 2 des signaux . . . . .  | 35        |
| III.2.b    | Cyclostationarité à l'ordre 2 des signaux . . . . .                                     | 37        |
| III.2.c    | Filtrage linéaire de signaux cyclostationnaires d'ordre 2 . . . . .                     | 39        |
| III.3      | Filtrage L- et WL-FRESH . . . . .   | 40        |
| III.3.a    | Filtrage WL standard pour les signaux R . . . . .                                       | 43        |
| III.3.b    | Filtrage WL standard pour les signaux QR . . . . .                                      | 44        |
| III.4      | Formulation du problème . . . . .   | 45        |
| III.5      | Approche statistique choisie : Pseudo-MLSE . . . . .                                    | 46        |
| III.6      | Démarche proposée . . . . .   | 47        |
| III.6.a    | SAIC/MAIC d'une ICC . . . . .   | 47        |
| III.6.b    | Sensibilité du SAIC/MAIC aux décalages de fréquence . . . . .                           | 49        |
| III.6.c    | SAIC/MAIC d'une ICC décalée en fréquence . . . . .                                      | 49        |
| III.6.d    | SAIC/MAIC de deux ICC décalées en fréquence . . . . .                                   | 50        |
| III.6.e    | Cas des sous-porteuses FBMC-OQAM . . . . .  | 51        |
| III.6.f    | Impact d'un filtre de réception sur le SAIC d'une ICC décalée en fréquence . . . . .    | 52        |
| III.6.g    | Impact d'un filtre de réception sur le SAIC de deux ICC décalées en fréquence . . . . . | 53        |
| III.6.h    | Proposition d'un traitement de réception conjoint . . . . .                             | 54        |
| <b>IV</b>  | <b>SAIC/MAIC d'une ICC</b>  | <b>55</b> |
| IV.1       | Préambule . . . . .   | 55        |
| IV.2       | Exploitation des statistiques . . . . .   | 55        |
| IV.3       | Structure de réception pseudo-MLSE . . . . .  | 58        |

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| IV.3.a    | Récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .   | 58        |
| IV.3.b    | Interprétation du récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                               | 58        |
| IV.3.c    | Mise en œuvre du récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                                | 59        |
| IV.3.d    | SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                               | 59        |
| IV.4      | Analyse du SINR . . . . .   | 61        |
| IV.4.a    | Modèle du bruit total . . . . .   | 61        |
| IV.4.b    | Calcul et analyse du SINR pour un <i>roll-off</i> nul . . . . .                           | 62        |
| IV.4.c    | Calcul et analyse du SINR pour des <i>roll-off</i> arbitraires . . . . .                  | 66        |
| IV.5      | SAIC/MAIC étendu pour signaux QR . . . . .  | 67        |
| IV.5.a    | La moindre efficacité des signaux QR pour le filtrage WL . . . . .                        | 67        |
| IV.5.b    | Modèle augmenté à trois entrées . . . . .   | 68        |
| IV.5.c    | Récepteur pseudo-MLSE à trois entrées . . . . .   | 68        |
| IV.5.d    | SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE à trois entrées . . . . .                         | 69        |
| IV.6      | Etude de la complexité de l'estimateur de séquence des récepteurs de signaux QR . . . . . | 72        |
| IV.7      | Analyse du TES des récepteurs de signaux QR . . . . .                                     | 78        |
| IV.7.a    | Evaluation du TES en canal mono-trajet déterministe . . . . .                             | 78        |
| IV.7.b    | Evaluation du TES en canal de Rayleigh mono-trajet . . . . .                              | 80        |
| IV.8      | Applications . . . . .  | 80        |
| <b>V</b>  | <b>Analyse de la sensibilité du SAIC/MAIC aux décalages résiduels de fréquence</b>        | <b>83</b> |
| V.1       | Introduction . . . . .  | 83        |
| V.2       | Modèle de signaux . . . . .   | 84        |
| V.3       | Récepteur SAIC/MAIC . . . . .   | 85        |
| V.4       | Analyse de performance . . . . .  | 86        |
| <b>VI</b> | <b>SAIC/MAIC d'une ICC décalée en fréquence</b>   | <b>91</b> |
| VI.1      | Objectif . . . . .  | 91        |
| VI.2      | Modèles . . . . .   | 92        |
| VI.2.a    | Inadéquation des modèles augmentés standards . . . . .                                    | 92        |
| VI.2.b    | Modèles augmentés à deux entrées pour une ICC décalée en fréquence . . . . .              | 92        |
| VI.3      | Récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .   | 93        |
| VI.3.a    | Récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .   | 93        |
| VI.3.b    | Interprétation du récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                               | 93        |
| VI.3.c    | Mise en œuvre du récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                                | 93        |
| VI.3.d    | SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                               | 94        |
| VI.4      | Calcul et analyse du SINR . . . . .   | 94        |

|             |  |            |
|-------------|--|------------|
| VI.4.a      | Hypothèses . . . . .   | 94         |
| VI.4.b      | Calcul et analyse du SINR pour un <i>roll-off</i> nul . . . . .          | 95         |
| VI.4.c      | Calcul et analyse du SINR pour un <i>roll-off</i> quelconque . . . . .   | 97         |
| VI.5        | Récepteur Pseudo-MLSE étendu à trois entrées . . . . .                   | 98         |
| VI.5.a      | Modèle augmenté à 3 entrées pour une ICC décalée en fréquence . . . . .  | 99         |
| VI.5.b      | Analyse du SINR pour le récepteur WL-FRESH à 3 entrées . . . . .         | 101        |
| VI.6        | Etude du TES des récepteurs pseudo-MLSE de signaux QR . . . . .          | 103        |
| VI.6.a      | Evaluation du TES en canal mono-trajet déterministe . . . . .            | 105        |
| VI.6.b      | Evaluation du TES en canal de Rayleigh mono-trajet . . . . .             | 107        |
| VI.7        | Applications . . . . .   | 107        |
| <b>VII</b>  | <b>SAIC/MAIC de deux ICC décalées en fréquence</b>                       | <b>109</b> |
| VII.1       | Objectif . . . . .   | 109        |
| VII.2       | Modèles et statistiques . . . . .  | 110        |
| VII.2.a     | Modèle d'observation linéaire . . . . .                                  | 110        |
| VII.2.b     | Modèles d'observation augmentés . . . . .                                | 110        |
| VII.3       | Récepteur pseudo-MLSE . . . . .  | 111        |
| VII.3.a     | Récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                                | 111        |
| VII.3.b     | SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE générique de signaux R . . . . . | 111        |
| VII.4       | Analyse du SINR pour des signaux R . . . . .                             | 112        |
| VII.5       | Applications . . . . .   | 113        |
| <b>VIII</b> | <b>Impact du filtrage sur les traitements SAIC/MAIC</b>                  | <b>117</b> |
| VIII.1      | Objectif . . . . .   | 117        |
| VIII.2      | Impact du filtrage sur le SAIC/MAIC d'une ICC . . . . .                  | 118        |
| VIII.2.a    | Modèles et statistiques . . . . .  | 118        |
| VIII.2.b    | Récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                                | 118        |
| VIII.2.c    | Analyse du SINR . . . . .  | 121        |
| VIII.3      | Impact du filtrage sur le SAIC/MAIC de deux ICC . . . . .                | 122        |
| VIII.3.a    | Modèles de réception . . . . .   | 123        |
| VIII.3.b    | Analyse des performances en réception . . . . .                          | 123        |
| VIII.3.c    | Perspectives applicatives . . . . .                                      | 127        |
| <b>IX</b>   | <b>Traitement ML conjoint pour signaux FBMC-OQAM</b>                     | <b>129</b> |
| IX.1        | Objectif . . . . .   | 129        |
| IX.2        | Etat de l'art des liaisons MISO/MIMO FBMC-OQAM . . . . .                 | 130        |
| IX.2.a      | Schémas en boucle fermée . . . . .                                       | 130        |
| IX.2.b      | Schémas en boucle ouverte - Multiplexage spatial . . . . .               | 130        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| IX.2.c   | Schémas en boucle ouverte - Codes spatio-temporels . . . . .  | 131        |
| IX.3     | Description de l'approche . . . . .   | 132        |
| IX.4     | Modèle de réception . . . . .   | 133        |
| IX.4.a   | Signaux Alamouti FBMC-OQAM transmis . . . . .   | 133        |
| IX.4.b   | Signaux Alamouti FBMC-OQAM reçus . . . . .  | 134        |
| IX.4.c   | Modèle d'observation après filtrage passe-bas . . . . .   | 134        |
| IX.5     | Récepteur ML . . . . .  | 135        |
| IX.5.a   | Présentation de l'approche ML conjointe . . . . .   | 135        |
| IX.5.b   | Expression alternative de $\mathcal{C}(\mathbf{b})$ . . . . .   | 136        |
| IX.5.c   | Interprétation . . . . .  | 139        |
| IX.5.d   | Difficultés d'implémentation et perspectives . . . . .  | 140        |
| <b>X</b> | <b>Conclusion</b> . . . . .   | <b>143</b> |
| X.1      | Résumé . . . . .  | 143        |
| X.2      | Perspectives . . . . .  | 145        |
|          | <b>Appendices</b> . . . . .   | <b>147</b> |
| <b>A</b> | <b>Densité spectrale de puissance des signaux FBMC-OQAM</b> . . . . .   | <b>149</b> |
| <b>B</b> | <b>Caractère réel des sorties échantillonnées des filtres des récepteurs pseudo-ML à 2 entrées pour signaux R et QR</b> . . . . .                                       | <b>151</b> |
| <b>C</b> | <b>Expressions des spectres cycliques du bruit total</b> . . . . .  | <b>153</b> |
| C.1      | Récepteur WL-FRESH à 2 entrées de signaux QR . . . . .  | 153        |
| C.2      | Récepteur WL-FRESH à 3 entrées de signaux QR . . . . .  | 155        |
| C.3      | Extension à un nombre d'entrées quelconque et à un nombre quelconque d'interférences . . . . .  | 156        |
| <b>D</b> | <b>Calcul des expressions analytiques interprétables du SINR en sortie des récepteurs Pseudo-ML pour une ICC de forte puissance et un <i>roll-off</i> nul</b> . . . . . | <b>159</b> |
| <b>E</b> | <b>Calcul des coefficients <math>r_{k,k'}</math></b> . . . . .  | <b>165</b> |
| <b>F</b> | <b>Génération des signaux équivalents en bande de base</b> . . . . .  | <b>167</b> |



# Table des figures

|       |   |    |
|-------|---|----|
| I.1   | Densité spectrale de puissance de signaux FBMC et OFDM (64 sous-porteuses allumées ou éteintes) . . . . .   | 2  |
| II.1  | Lattice temps-fréquence des symboles OFDM et FBMC-OQAM . . . . .  | 18 |
| II.2  | Diagramme en bloc temps-continu des déphaseurs de conversion de signaux QAM vers OQAM pour les sous-porteuses FBMC . . . . .                                  | 19 |
| II.3  | Représentation spectrale d'une sous-porteuse FBMC-OQAM (rouge) et OFDM (bleue) . . . . .  | 20 |
| II.4  | Diagramme en bloc temps-continu du traitement d'émission en bande de base des sous-porteuses . . . . .  | 21 |
| II.5  | Densité spectrale de puissance d'un signal FBMC-OQAM à 16 sous-porteuses  | 22 |
| II.6  | Diagramme en bloc temps-continu du traitement de réception en bande de base des sous-porteuses optimal pour un canal plat . . . . .                           | 25 |
| II.7  | Magnitudes superposées de 16 sous-porteuses FBMC-OQAM mises en forme par le filtre PHYDYAS . . . . .  | 27 |
| II.8  | Surface d'ambiguïté (à un côté en $\nu$ ) du filtre PHYDYAS . . . . .   | 28 |
| II.9  | Surface d'ambiguïté (à un côté en $\nu$ ) d'un filtre rectangulaire en temps . . . . .  | 28 |
| II.10 | Réponse impulsionnelle des filtres rectangulaire et PHYDYAS . . . . .   | 29 |
| III.1 | Traitement de remise en bande de base de la sous-porteuse $l_0$ d'un signal FBMC-OQAM . . . . .   | 34 |
| III.2 | Schéma alternatif du traitement de remise en bande de base de la sous-porteuse $l_0$ d'un signal FBMC-OQAM . . . . .  | 34 |
| III.3 | $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$ et $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$ pour un signal rectiligne mis en forme par un filtre de demi-Nyquist de <i>roll-off</i> 0.5 . . . . .       | 39 |
| III.4 | $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$ et $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$ pour un signal quasi-rectiligne mis en forme par un filtre de demi-Nyquist de <i>roll-off</i> 0.5 . . . . . | 40 |
| III.5 | Filtre L-FRESH à $\mathcal{A}$ entrées . . . . .  | 42 |
| III.6 | Filtre WL-FRESH à $\mathcal{M}$ entrées . . . . .   | 43 |
| III.7 | Traitement WL standard . . . . .  | 43 |

|        |  |    |
|--------|--|----|
| III.8  | Constellations instantanées R SOI (rouge) et ICC (bleu) au récepteur . . . . .   | 44 |
| III.9  | Traitement WL standard d'un signal QR . . . . .  | 45 |
| III.10 | Exploitation par un réception WL standard de $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$ et $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$ pour un signal quasi-rectiligne mis en forme par filtre de demi-Nyquist de <i>roll-off</i> 0.5 . . . . .  | 45 |
| III.11 | Exploitation souhaitée de $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$ et $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$ pour un signal quasi-rectiligne mis en forme par filtre de demi-Nyquist de <i>roll-off</i> 0.5 . . . . .   | 46 |
| III.12 | Représentation spectrale d'un signal utile en présence d'une interférence à la même fréquence . . . . .  | 47 |
| III.13 | Schématique du système étudié : signal utile pollué par une interférence co-canal à la même fréquence . . . . .  | 48 |
| III.14 | Représentation spectrale du signal utile et de l'ICC décalée en fréquence de $\Delta f$ . . . . .  | 49 |
| III.15 | Schématique du système étudié : signal utile pollué une interférence co-canal décalée en fréquence . . . . .   | 50 |
| III.16 | Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de $\Delta f_1$ et $\Delta f_2$ . . . . .  | 50 |
| III.17 | Schématique du système étudié : signal utile pollué par deux interférences décalées en fréquence . . . . .   | 51 |
| III.18 | Représentation spectrale d'une portion de signal FBMC-OQAM . . . . .   | 52 |
| III.19 | Support (en blanc) des statistiques d'ordre 2 après filtrage passe-bas idéal de bande $B' = \frac{2}{T}$ . . . . .   | 53 |
| III.20 | Représentation spectrale du signal utile et de l'ICC décalée en fréquence de $\Delta f$ après filtrage . . . . .   | 53 |
| III.21 | Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de $\Delta f_1$ et $\Delta f_2$ après filtrage . . . . .   | 54 |
| III.22 | Représentation spectrale d'une portion de signal FBMC-OQAM après filtrage de sélection de la bande d'une sous-porteuse . . . . .   | 54 |
| IV.1   | $r_{s_{vd}}^{\alpha_{d_i}}(f)$ et $c_{s_{vd}}^{\beta_{d_i}}(f)$ pour un signal quasi-rectiligne déroté mis en forme par filtre de demi-Nyquist de <i>roll-off</i> 0.5 . . . . .  | 57 |
| IV.2   | Structure du récepteur pseudo-MLSE à $\mathcal{M}$ entrées ( $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ ) . . . . .  | 59 |
| IV.3   | $\text{SINR}_{R_1}$ en fonction de $\phi_{sj}$ et $\tau_j$ ( $\gamma = 0$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 63 |
| IV.4   | $\text{SINR}_{QR_1}$ en fonction de $\phi_{sj}$ et $\tau_j$ ( $\gamma = 0$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .   | 64 |
| IV.5   | $\text{SINR}_{R_2}$ en fonction de $\phi_{sj}$ et $\tau_j$ ( $\gamma = 0$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 65 |
| IV.6   | $\text{SINR}_{QR_2}$ en fonction de $\phi_{sj}$ et $\tau_j$ ( $\gamma = 0$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .   | 66 |
| IV.7   | $\mathcal{P}_{F_{\mathcal{M}}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . . | 67 |
| IV.8   | Structure du récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées pour signaux QR . . . . .   | 69 |
| IV.9   | $\text{SINR}_{QR_3}$ en fonction de $\phi_{sj}$ et $\tau_j$ ( $\gamma = 0$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .   | 70 |

|       |   |     |
|-------|---|-----|
| IV.10 | $\mathcal{P}_{\text{QR},\mathcal{M}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 72  |
| IV.11 | $\mathcal{P}_{\text{F},\mathcal{M}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .   | 73  |
| IV.12 | $\text{Pr}\{\text{SINR} > x\}$ en fonction de $x$ (signaux QR, canaux de Rayleigh, $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 74  |
| IV.13 | $r_k^{(\text{QR}_2)}$ normalisé en fonction de $k$ pour $\psi_{sj} = \pi/2$ ( $\gamma = 0$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 76  |
| IV.14 | $r_k^{(\text{QR}_2)}$ normalisé en fonction de $k$ pour $\psi_{sj} = \pi/2$ ( $\gamma = 0.5$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 77  |
| IV.15 | $r_k^{(\text{QR}_3)}$ en fonction de $k$ pour $\tau_j = T/2$ et $\phi_{sj} = \pi/4$ ( $\gamma = 0$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 78  |
| IV.16 | $r_k^{(\text{QR}_3)}$ en fonction de $k$ pour $\tau_j = T/2$ et $\phi_{sj} = \pi/4$ ( $\gamma = 0.5$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 79  |
| IV.17 | TES en fonction de $\varepsilon_s$ (signaux QR, $\gamma = 0.5$ , $\phi_j = \pi/4$ , $\tau_j = T$ , $\pi_j/\pi_s = 10$ dB, $V = 8$ ) . . . . .   | 80  |
| IV.18 | TES en fonction de $\varepsilon_s$ (signaux QR, $\gamma = 0.5$ , $\pi_j/\pi_s = 10$ dB, $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $V = 8$ ) . . . . .  | 81  |
| IV.19 | TES en fonction de $\varepsilon_s$ (signaux QR, $\gamma = 0.5$ , $\pi_j/\pi_s = 10$ dB, $N = 1$ , $( h ,  h_j  \sim \mathcal{R}(1))$ , $(\text{Arg}(h), \text{Arg}(h_j) \sim \mathcal{U}([0, 2\pi]))$ , $V = 8$ ) . . . . .   | 82  |
| V.1   | TES moyen d'un récepteur WL MMSE de signaux R ( $N = 1$ , $v(t)$ : filtre de demi-Nyquist avec $\gamma = 0.22$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 87  |
| V.2   | TES moyen d'un récepteur WL MMSE de signaux R en fonction de $\Delta f_{s/j}$ ( $v(t)$ : filtre rectangulaire, $\tau_j = 0$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .   | 88  |
| VI.1  | Récepteur pseudo-MLSE à $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ entrées pour l'annulation d'une ICC décalée en fréquence de $\Delta f$ . . . . .   | 93  |
| VI.2  | $\mathcal{P}_{\text{R},\mathcal{M}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/ \Delta f T \rfloor\})$ , $\gamma = 0$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .   | 98  |
| VI.3  | $\mathcal{P}_{\text{R},\mathcal{M}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/ \Delta f T \rfloor\})$ , $\gamma = 0.5$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . . | 99  |
| VI.4  | $\mathcal{P}_{\text{QR},\mathcal{M}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/ \Delta f T \rfloor\})$ , $\gamma = 0$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 100 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| VI.5   | $\mathcal{P}_{\text{QR},\mathcal{M}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/ \Delta f T \rfloor\})$ , $\gamma = 0.5$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . . | 101 |
| VI.6   | Récepteur pseudo-MLSE étendu à 3 entrées pour les signaux QR . . . . .   | 101 |
| VI.7   | $\mathcal{P}_{\text{QR},\mathcal{M}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/ \Delta f T \rfloor\})$ , $\gamma = 0$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .   | 103 |
| VI.8   | $\mathcal{P}_{\text{QR},\mathcal{M}}(x)$ en fonction de $x$ (canaux déterministes avec $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/ \Delta f T \rfloor\})$ , $\gamma = 0.5$ , $N = 1$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . . | 104 |
| VI.9   | TES en fonction de $\varepsilon_s$ pour $ \Delta f T = 0.5$ (signaux QR, canaux déterministes avec $\phi_s = 0$ , $\tau_s = 0$ , $\phi_j = \pi/4$ et $\tau_j = T$ , $\gamma = 0.5$ , $N = 1$ , $\pi_s/\pi_j = -10$ dB, $V = 8$ ) . . . . .   | 105 |
| VI.10  | TES en fonction de $\varepsilon_s$ pour $ \Delta f T \in \{0, 0.5, 1\}$ (signaux QR, canaux déterministes avec $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ et $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , $\gamma = 0.5$ , $N = 1$ , $\pi_j/\pi_s = 10$ dB, $V = 8$ ) . . . . .   | 106 |
| VI.11  | TES en fonction de $\varepsilon_s$ pour $ \Delta f T \in \{0, 0.5, 1\}$ (signaux QR, canaux de Rayleigh ( $ h ,  h_j  \sim \mathcal{R}(1)$ , $\text{Arg}(h), \text{Arg}(h_j) \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ), $\gamma = 0.5$ , $N = 1$ , $\pi_j/\pi_s = 10$ dB, $V = 8$ ) . . . . .   | 107 |
| VII.1  | SINR en fonction de $\phi_{sj,1} = \phi_{sj,2}$ (signaux R, 2 interférences, canaux déterministes, $\Delta f_1 = -\Delta f_2$ , $N = 1$ , $\gamma = 0$ , $\pi_s = 10$ dB, $\pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 20$ dB, $N_0 = 0$ dB) . . . . .   | 114 |
| VII.2  | SINR en fonction de $\phi_{sj,1} = \phi_{sj,2}$ (signaux R, 2 interférences, canaux déterministes, $\Delta f_1 = -\Delta f_2$ , $N = 1$ , $\gamma = 0.5$ , $\pi_s = 10$ dB, $\pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 20$ dB, $N_0 = 0$ dB) . . . . .   | 115 |
| VIII.1 | $\text{SINR}_{\text{F}_2,n}$ en fonction de $B'$ ( $\phi_{sj} = \pi/4$ , $\tau_j = 0$ , $\varepsilon_s = 10$ dB, $\varepsilon_j = 20$ dB) . . . . .  | 122 |
| VIII.2 | $\text{SINR}_{\text{R}_3,n}$ en fonction de $B'$ ( $N = 1$ , $\phi_{sj,1} = \phi_{sj,2} = -\pi/4$ , $\tau_{j,1} = \tau_{j,2} = 0$ , $\gamma = 0$ , $\pi_s = 10$ dB, $\pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 20$ dB, $N_0 = 0$ dB) . . . . .   | 125 |
| VIII.3 | Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de $\Delta f_1$ et $\Delta f_2 = -\Delta f_1$ après filtrage de bande $B' = 2\Delta f_1 + 1/T$ . . . . .   | 125 |
| VIII.4 | Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de $\Delta f_1$ et $\Delta f_2 = -\Delta f_1$ après filtrage de bande $B' = 2 \Delta f_1 $ . . . . .   | 126 |
| VIII.5 | Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de $\Delta f_1$ et $\Delta f_2 = -\Delta f_1$ après filtrage de bande $B' = B$ . . . . .   | 126 |
| VIII.6 | $\text{SINR}_{\text{R}_3,n}$ en fonction de $B'$ ( $N = 1$ , $\phi_{sj,1} = \phi_{sj,2} = -\pi/4$ , $\tau_{j,1} = \tau_{j,2} = 0$ , $v(t)$ : filtre PHYDYAS, $\pi_s = \pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 10$ dB, $N_0 = 0$ dB) . . . . .  | 127 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| VIII.7 | Représentation spectrale d'une portion de signal OFMT . . . . .  | 128 |
| IX.1   | Système MIMO $M \times N$ à multiplexage spatial . . . . .       | 131 |
| IX.2   | Système MIMO $2 \times N$ utilisant le code d'Alamouti . . . . . | 132 |
| IX.3   | $\Im[I_1(kT)]$ en fonction de $k$ . . . . .                      | 137 |
| IX.4   | Structure du récepteur ML pour $l_0$ . . . . .                   | 142 |
| IX.5   | Structure alternative du récepteur ML pour $l_0$ . . . . .       | 142 |



# Acronymes

|        |   |
|--------|---|
| ASK    | Amplitude Shift Keying                      |
| CB-FMT | Cyclic-Bloc Filtered MultiTone              |
| CDMA   | Code Division Multiple Access               |
| CP     | Cyclic Prefix                               |
| CPM    | Continuous-Phase Modulation                 |
| FBMC   | Filter Bank Multi-Carrier                   |
| FDMA   | Frequency Division Multiple Access          |
| FMT    | Filtered MultiTone                          |
| FRESH  | FREquency-SHift                             |
| FTN    | Faster Than Nyquist                         |
| GFDM   | Generalized Frequency Division Multiplexing |
| GMSK   | Gaussian Minimum Shift Keying               |
| GSM    | Global System for Mobile communications     |
| ICC    | Interférence Co-Canal                       |
| IEP    | Interférence Entre Porteuses                |
| IES    | Interférence Entre Symboles                 |
| INR    | Interference to Noise Ratio                 |
| IOTA   | Isotropic Orthogonal Transform Algorithm    |
| ISINR  | InterSymbol Interference to Noise Ratio     |
| LPTV   | Linear Periodically Time-Variant            |
| LTE    | Long-Term Evolution                         |

|         |  |
|---------|--|
| M2M     | Machine-to-Machine   |
| MAIC    | Multiple Antenna Interference Cancellation                     |
| MIMO    | Multiple-Input Multiple-Output                                 |
| MISO    | Multiple-Input Single-Output                                   |
| MLSE    | Maximum Likelihood Sequence Estimation                         |
| MMSE    | Minimum Mean Square Error                                      |
| MSK     | Minimum Shift Keying   |
| OFDM    | Orthogonal Frequency Division Multiplexing                     |
| OFMT    | Overlapping Filtered MultiTone                                 |
| OQAM    | Offset Quadrature Amplitude Modulation                         |
| PAM     | Pulse Amplitude Modulation                                     |
| PHYDYAS | PHYSical layer for DYnamic spectrum AcceSs and cognitive radio |
| PMR     | Private Mobile Communications                                  |
| QAM     | Quadrature Amplitude Modulation                                |
| QR      | Quasi-Rectiligne   |
| R       | Rectiligne   |
| SAIC    | Single Antenna Interference Cancellation                       |
| SIMO    | Single-Input Multiple-Output                                   |
| SINR    | Signal to Interference plus Noise Ratio                        |
| SIR     | Signal to Interference Ratio                                   |
| SISO    | Single-Input Single-Output                                     |
| SNR     | Signal-to-Noise Ratio  |
| SOI     | Signal Of Interest   |
| SQAM    | Staggered Quadrature Amplitude Modulation                      |
| STBC    | Space-Time Block Code  |
| TES     | Taux d'Erreur Symbole  |

|           |  |
|-----------|--|
| UFMC      | Universal Filtered Multi-Carrier                             |
| VAMOS     | Voice services over Adaptive Multi-user channels on One Slot |
| VDSL      | Very-high-bit-rate Digital Subscriber Line                   |
| WCP-COQAM | Windowed Cyclic Prefixed - Circular OQAM                     |
| WL        | Widely Linear  |



# Notations

## Symboles

|  |   |
|--|---|
| $\mathbb{N}$   | Ensemble des nombres entiers naturels   |
| $\mathbb{N}^*$   | Ensemble des nombres entiers naturels non-nuls  |
| $\mathbb{Z}$   | Ensemble des nombres entiers relatifs   |
| $\mathbb{R}$   | Ensemble des nombres réels  |
| $\mathbb{C}$   | Ensemble des nombres complexes  |
| $\mathbf{0}_N$   | Matrice zero (de dimension $N$ )  |
| $\mathbf{I}_N$   | Matrice identité (de dimension $N$ )  |
| $\text{Diag}(\cdot)$   | Matrice diagonale   |
| $\delta_{a,b}$   | Symbole de Kronecker  |
| $x$  | scalaire  |
| $\mathbf{x}$   | vecteur (colonne)   |
| $\delta(t)$  | Distribution de Dirac   |
| $\mathcal{N}(a, b)$  | Distribution Gaussienne réelle de moyenne $a$ , de variance $b$   |
| $\mathcal{R}(a)$   | Distribution de Rayleigh de paramètre $a$   |
| $\mathcal{U}([a, b])$  | Distribution uniforme sur l'intervalle $[a, b]$   |
| $x(\cdot) \xrightleftharpoons[\mathcal{F}^{-1}]{\mathcal{F}} x(f)$ | Transformation de Fourier   |
| $\Pi_{B'}(f)$  | Fonction rectangulaire de largeur $B'$ ( $\Pi_{B'}(f) = 1$ si $-B'/2 \leq f \leq B'/2$ , $\Pi_{B'}(f) = 0$ sinon) |
| $\text{sinc}(x) \triangleq \frac{\sin(x)}{x}$                      | Sinus cardinal  |

## Opérateurs

|                     |                               |
|---------------------|-------------------------------|
| $\text{Arg}(\cdot)$ | Argument d'un nombre complexe |
| $[\cdot]^*$         | Conjugaison complexe          |
| $[\cdot]^H$         | Transposition Hermitienne     |

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| $\Im[.]$                    | Partie imaginaire   |
| $\lfloor . \rfloor$         | Partie entière  |
| $a \bmod b$                 | Reste de la division par $b$ de $a$   |
| $\Re[.]$                    | Partie réelle   |
| $[.]^T$                     | Transposition   |
| $[.] * [.]$                 | Convolution linéaire  |
| $ . $                       | Valeur absolue  |
| $\otimes$                   | Produit de Kronecker  |
| $\ .\ $                     | Norme euclidienne   |
| $\langle ., . \rangle$      | Produit scalaire complexe   |
| $\langle . \rangle$         | Moyenne temporelle en $t$ sur une durée d'observation infinie               |
| $E[.]$                      | Espérance   |
| $\mathbf{C}_{[.]}(t, \tau)$ | Fonction de corrélation complémentaire de la fonction de $t$ entre crochets |
| $\mathbf{R}_{[.]}(t, \tau)$ | Fonction de corrélation de la fonction de $t$ entre crochets                |
| $\Pr[.]$                    | Probabilité   |
| $[.] \cup [.]$              | Union de deux ensembles   |

## Conventions d'écriture utilisées

|               |   |
|---------------|---|
| $B$           | Bande passante d'un signal  |
| $B'$          | Bande passante d'un filtre  |
| $F_s$         | Fréquence des symboles complexes QAM ou OQAM  |
| $L$           | Nombre (pair) de sous-porteuses   |
| $\mathcal{M}$ | Nombre d'entrées d'un vecteur WL-FRESH  |
| $N$           | Nombre de capteurs en réception   |
| $R$           | Facteur de recouvrement d'un filtre de mise en forme  |
| $T$           | Demi-période d'un symbole OQAM, période d'un symbole réel PAM   |
| $T_s$         | Période d'un symbole complexe QAM ou OQAM   |
| $V$           | Longueur de contrainte d'un algorithme de Viterbi   |
| $\alpha_i$    | Fréquence cyclique d'un signal (fréquence de périodicité de sa fonction de corrélation)                               |
| $\alpha_{sj}$ | Coefficient de corrélation spatiale   |
| $b_k$         | Symbole PAM   |
| $\beta_i$     | Fréquence cyclique complémentaire d'un signal (fréquence de périodicité de sa fonction de corrélation complémentaire) |

|                      |   |
|----------------------|---|
| $c_k$                | Symbole QAM   |
| $\Delta f$           | Décalage en fréquence   |
| $\gamma$             | Facteur de <i>roll-off</i> d'un filtre de Nyquist                                 |
| $l_0$                | Sous-porteuse d'intérêt   |
| $\varrho_k$          | Coefficients d'échantillonnage en fréquence du filtre PHY-DYAS                    |
| $\phi_{sj}$          | Déphasage entre signal utile et interférence                                      |
| $\pi_b$              | Energie des symboles $b_k$  |
| $\tau$               | Retard d'une interférence vis-à-vis du signal utile                               |
| $v(t)$               | Réponse impulsionnelle d'un filtre de mise en forme                               |
| $\tilde{\mathbf{x}}$ | Vecteur (colonne) augmenté WL-FRESH   |
| $\Phi_{l,k}(t)$      | Famille de démodulation des signaux FBMC  |
| $\Psi_{l,k}(t)$      | Famille de modulation des signaux FBMC  |
| $A(\tau, \nu)$       | Fonction d'ambiguïté  |
| $\mathbf{h}(t)$      | Réponse impulsionnelle d'un canal SIMO  |
| $\mathbf{j}(t)$      | Interférence  |
| $\mathbf{n}(t)$      | Bruit total (i.e. bruit de fond $\mathbf{u}(t)$ + interférences $\mathbf{j}(t)$ ) |
| $r_m(kT)$            | Interférence temps-fréquence (IES/IEP) d'un système multi-porteuses               |
| $s_{Fv}(t)$          | Signal en sortie du banc de filtre de synthèse                                    |
| $\mathbf{s}(t)$      | Signal d'intérêt  |
| $s_l^Q(t)$           | Signal QAM sur une sous-porteuse $l$  |
| $s_l(t)$             | Signal OQAM sur une sous-porteuse $l$   |
| $\mathbf{u}(t)$      | Bruit AWGN circulaire stationnaire spatialement blanc                             |
| $x(t)$               | Signal en sortie d'un canal SISO  |
| $\mathbf{x}(t)$      | Signal en sortie d'un canal SIMO  |
| $z_l(kT)$            | Symboles PAM détectés sur la sous-porteuse $l$                                    |

# Chapitre I

## Introduction

### Sommaire

---

|     |  |    |
|-----|--|----|
| I.1 | Contexte . . . . .   | 1  |
| I.2 | Historique des formes d'ondes multiporteuses et intérêt pour la forme d'onde FBMC-OQAM . . . . . | 3  |
| I.3 | Problématique associée à la forme d'onde FBMC-OQAM . . . . .                                     | 7  |
| I.4 | Etat de l'art des égaliseurs FBMC-OQAM . . . . .   | 8  |
| I.5 | Objectifs et démarche de la thèse . . . . .  | 10 |
| I.6 | Plan du manuscrit . . . . .  | 11 |
| I.7 | Contributions . . . . .  | 13 |
| I.8 | Publications . . . . .   | 14 |

---

### I.1 Contexte

Les besoins des systèmes de communications mobiles ne cessent d'évoluer engendrant la nécessité de nouvelles couches physiques permettant de répondre à ces nouveaux enjeux. En particulier, la densification des réseaux et les besoins de débit croissants nécessitent une utilisation toujours plus efficace de la ressource spectrale très limitée. C'est dans ce contexte que les formes d'ondes multiporteuses ont fait leur apparition dans le cadre de la 4<sup>ème</sup> génération de communications mobiles. En effet, la standardisation de la forme d'onde OFDM<sup>1</sup> sur le lien descendant des réseaux 4G permet la mise en place de transmissions à très haut débit et traduit l'intérêt de la recherche ainsi que des acteurs industriels vers les modulations multiporteuses, qui sont vues comme des solutions pour limiter la complexité de l'égalisation de ces liaisons à haut débit.

---

1. Orthogonal Frequency Division Multiplexing

Toutefois, la dernière décennie de recherche sur les systèmes de radiocommunications modernes a abouti à l'élaboration de nouveaux concepts. En particulier, les communications entre objets sont désormais considérées comme un enjeu majeur des prochaines années [1] et leur démocratisation n'est pas sans poser d'importants problèmes pour les réseaux actuels. En effet, ces communications dites M2M<sup>2</sup> nécessitent un trafic de signalisation très important pour les réseaux actuels inadaptés à ces communications asynchrones par nature. De même, le concept plus ancien de "radio cognitive" [2] est toujours un enjeu majeur et l'utilisation opportuniste du spectre possède un intérêt évident pour répondre à la congestion de celui-ci.

C'est dans ce contexte qu'une partie de la recherche actuelle des radiocommunications s'intéresse à de nouvelles formes d'ondes permettant de répondre à ces problématiques. Il s'agit de proposer une alternative à l'OFDM qui souffre d'une mauvaise localisation en fréquence causée par la mise en forme temporelle rectangulaire de ses sous-porteuses (cf. figure I.1). De même,

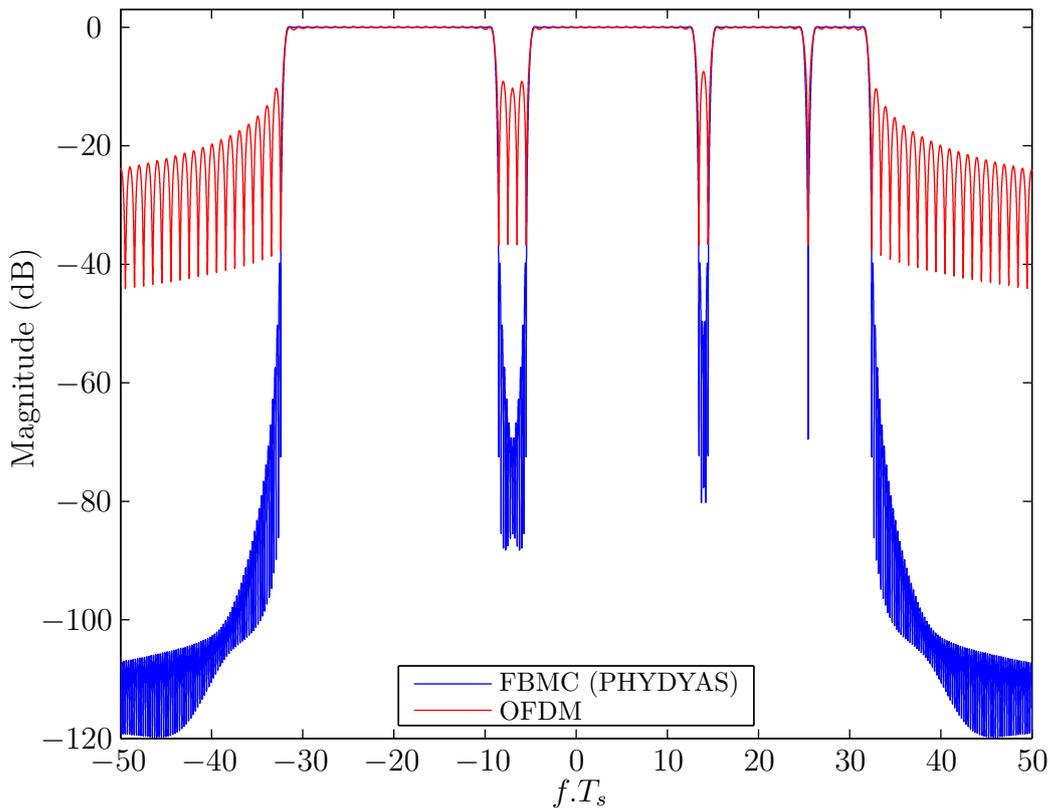


FIGURE I.1 – Densité spectrale de puissance de signaux FBMC et OFDM (64 sous-porteuses allumées ou éteintes)

l'OFDM ne permet pas la mise en œuvre de communications tolérantes aux asynchronismes au sein du réseau et au contraire impose des contraintes strictes de synchronisation en temps

---

2. Machine-to-Machine

et en fréquence. Pour résoudre ces problèmes, la littérature scientifique considère l'emploi de modulations multiporteuses filtrées.

Les nouvelles formes d'ondes qui font l'objet de nombreux travaux de recherche actuels visent particulièrement les applications de radiocommunications cellulaires de 5<sup>ème</sup> génération ainsi que l'évolution des réseaux PMR<sup>3</sup>.

C'est dans le cadre de ces applications que se positionne ce travail de thèse qui vise à étudier certains aspects encore problématiques de la forme d'onde FBMC<sup>4</sup>-OQAM<sup>5</sup> qui répond cependant aux enjeux sus-mentionnées pour ces nouveaux réseaux.

## I.2 Historique des formes d'ondes multiporteuses et intérêt pour la forme d'onde FBMC-OQAM

### I.2.a Historique des formes d'ondes multiporteuses

La transmission d'information sur des portions contiguës du spectre radiofréquence est l'essence des systèmes de communications sans-fil traditionnels. C'est dans l'optique d'utiliser efficacement ce spectre que la littérature scientifique a cherché à déterminer les conditions d'orthogonalité sous lesquelles la transmission de signaux sur des canaux à bande étroite est possible sans interférences entre ces canaux [3]. Basé sur ces travaux, un système de transmission sur de multiples canaux a été proposé et analysé [4] où la modulation SQAM<sup>6,7</sup> est utilisée sur les différents canaux. Cette modulation est désormais plus souvent nommée OQAM dans la littérature et c'est cette dernière dénomination que nous utiliserons dans la suite de ce document.

Par la suite, une réduction de complexité majeure fut proposée par la substitution des bancs d'oscillateurs employés jusque là au profit de l'emploi de transformées de Fourier discrètes pour permettre le multiplexage fréquentiel des signaux [5]. Il convient de noter que plusieurs algorithmes efficaces avaient été proposés quelques années auparavant pour le calcul de ces transformées [6], notamment le célèbre algorithme de Cooley-Tukey [7]. On notera que la modulation QAM<sup>8</sup> est cette fois utilisée dans [5].

De même, la combinaison d'une transformée de Fourier discrète avec un réseau polyphasé, donnant naissance à une structure nommée transmultiplexeur, est proposée dans [8] et permet une implémentation efficace des modulations multiporteuses filtrées. Cette technique permet en

---

3. Private Mobile Communications

4. Filter Bank Multi-Carrier

5. Offset Quadrature Amplitude Modulation

6. Staggered Quadrature Amplitude Modulation

7. Il s'agit d'une modulation QAM où les composantes en-phase et quadrature sont déphasées d'un demi temps symbole.

8. Quadrature Amplitude Modulation

particulier la limitation de la complexité des émetteurs/récepteurs de signaux FBMC-OQAM qui font l'objet de cette thèse.

En 1981, un système massivement numérique est proposé [9] qui réalise le schéma décrit dans [4]. Une importante littérature apparaît progressivement décrivant des systèmes de communications multiporteuses [10] et permettant la démocratisation de ces formes d'ondes.

Parmi ces techniques de modulation multiporteuses, l'OFDM fut sans conteste l'objet du plus grand nombre de recherches conduisant à son adoption dans bon nombre de standards de communications à très haut débit (IEEE 802.11a/g/n/ac (Wi-Fi), IEEE 802.16 (WiMAX), 3GPP *release* 8 et postérieures (LTE<sup>9</sup>, LTE Advanced)...). L'OFDM a été au cours des 20 dernières années plébiscitée pour sa capacité à permettre des liaisons à très haut débit tout en conservant une implémentation à complexité réduite. Pendant ces années, en dépit d'une littérature qui s'est étoffée petit à petit, les modulations multiporteuses filtrées n'ont pas connu le même succès, leurs bénéfices étant jugés trop faibles eût égard au coût matériel lié à une complexité accrue.

Cependant, les progrès croissants de la microélectronique rendent désormais acceptable le surcoût matériel lié au filtrage des formes d'ondes multiporteuses. De manière plus importante encore, les bénéfices des modulations multiporteuses filtrées suscitent une attention croissante de nombreux chercheurs en radiocommunications. L'évolution des réseaux cellulaires et PMR dans les années à venir, la démocratisation évoquée de liaisons M2M, la rareté du spectre inutilisé mettent en évidence les défauts intrinsèques de la forme d'onde OFDM. A l'inverse, ces phénomènes ont conduit les chercheurs à proposer des formes d'ondes alternatives dont la plus largement documentée à l'heure actuelle est probablement la forme d'onde FBMC-OQAM [11].

Il convient de noter l'émergence au cours des dernières années d'un certain nombre de formes d'ondes multiporteuses filtrées alternatives aux formes d'ondes FBMC-OQAM et généralement proposées pour la 5G. Parmi celles-ci, on compte les modulations GFDM<sup>10</sup> [12] et UFMC<sup>11</sup> [13] ainsi qu'un certain nombre d'autres propositions (CB-FMT<sup>12</sup> [14], Multicarrier FTN<sup>13</sup> [15], WCP-COQAM<sup>14</sup> [16]...).

---

9. Long-Term Evolution

10. Generalized Frequency Division Multiplexing

11. Universal Filtered Multi-Carrier

12. Cyclic-Bloc Filtered MultiTone

13. Faster Than Nyquist

14. Windowed Cyclic Prefixed - Circular OQAM

### I.2.b Comparaison des formes d'ondes multiporteuses contemporaines

Une classification de ces formes d'ondes peut-être établie à l'aide du théorème de Balian-Low [17], [18] qui statue qu'une modulation multiporteuse ne peut vérifier en même temps les trois critères suivant : orthogonalité dans  $\mathbb{C}$  du schéma, bonne localisation temps-fréquence des symboles et transmission des symboles à la fréquence de Nyquist. Ainsi, la forme d'onde FBMC-OQAM [11] sacrifie l'orthogonalité dans  $\mathbb{C}$  au profit d'une orthogonalité des symboles dans  $\mathbb{R}$  avec l'utilisation de la modulation OQAM. C'est à ce prix que la forme d'onde FBMC-OQAM conserve une bonne localisation temps-fréquence et une efficacité spectrale maximale. Récemment, l'apparition de formes d'ondes similaires basées sur les transformées à recouvrement (i.e. *lapped transform*) réelles (pour moduler des symboles QAM) [19] ou complexes (pour moduler des symboles PAM<sup>15</sup>) [20] ont été proposées permettant notamment un traitement au rythme symbole là où la modulation OQAM impliquait un traitement suréchantillonné. De son côté, la forme d'onde FMT<sup>16</sup> [21] conserve une orthogonalité dans  $\mathbb{C}$  en canal plat en espaçant les sous-porteuses de sorte à rendre négligeable les IEP<sup>17</sup>, réduisant ici la contrainte d'orthogonalité au critère de Nyquist sur les différents canaux aux dépens d'une baisse d'efficacité spectrale.

A coté de ces modulations multiporteuses filtrées, qui mettent en forme individuellement leurs sous-porteuses, la forme d'onde UFMC [13] applique un filtrage par blocs des sous-porteuses afin de réduire la longueur de la réponse impulsionnelle des filtres, permettant la transmission efficace de messages courts typiques des applications M2M. Cependant, la localisation en fréquence de cette forme d'onde est inférieure au cas FBMC-OQAM et nécessite en pratique la mise en place d'importantes bandes de garde entre les blocs de sous-porteuses filtrées pour limiter l'interférence entre ces blocs. Au lieu d'utiliser un filtrage linéaire, la forme d'onde GFDM [12] a instauré un filtrage circulaire appliqué à des blocs de symboles temps-fréquence avec l'adossement d'un préfixe cyclique, visant à permettre une égalisation à faible complexité des canaux à trajets multiples. Ici, le prix payé est celui d'une non-orthogonalité de la forme d'onde GFDM, même en absence de canal, ainsi qu'une (légère en pratique) réduction de l'efficacité spectrale due à l'ajout des préfixes cycliques entre les blocs. L'application d'un filtrage circulaire par blocs de sous-porteuses et l'ajout d'un préfixe cyclique à la forme d'onde FMT a donné naissance à la forme d'onde CB-FMT [14], conduisant également à une réduction accrue de l'efficacité spectrale de ces modulations. Il convient de mentionner également que, récemment, une variante de la forme d'onde FBMC-OQAM basée sur une modification similaire et l'ajout d'un fenêtrage a conduit à l'élaboration de la forme d'onde WCP-COQAM

---

15. Pulse Amplitude Modulation

16. Filtered MultiTone

17. Interférence Entre Porteuses

[16].

Alternativement, la modulation MC FTN [15] transmet les symboles à une période inférieure à la période de Nyquist interdisant ainsi toute possibilité d'orthogonalité entre les symboles. Dans ce cas de figure, le gain en efficacité spectrale est échangé contre une complexité accrue des récepteurs qui doivent utiliser des techniques d'annulation d'interférences.

Une synthèse des caractéristiques de ces formes d'ondes en lien avec le théorème de Balian-Low est faite dans la table I.1 et la comparaison plus en détail d'une partie de ces formes d'ondes est disponible dans l'article [16].

|           | Localisation temps-fréquence | Orthogonalité    |                  | Efficacité spectrale        |
|-----------|------------------------------|------------------|------------------|-----------------------------|
|           |                              | Canal plat       | Canal Sélectif   |                             |
| OFDM      | mauvaise                     | oui              | oui <sup>a</sup> | diminuée (CP <sup>b</sup> ) |
| FBMC-OQAM | bonne                        | oui <sup>c</sup> | non              | maximale                    |
| UFMC      | assez bonne                  | non              | non              | diminuée <sup>d</sup>       |
| GFDM      | assez bonne                  | non              | non              | diminuée <sup>e</sup>       |
| FMT       | bonne                        | oui              | non              | diminuée <sup>f</sup>       |
| CB-FMT    | assez bonne                  | oui              | oui <sup>a</sup> | diminuée <sup>g</sup>       |
| WCP-COQAM | bonne                        | oui              | oui <sup>a</sup> | diminuée (CP)               |
| MC-FTN    | bonne                        | non              | non              | augmentée <sup>h</sup>      |

*a.* si le CP est de taille suffisante

*b.* Cyclic Prefix

*c.* dans  $\mathbb{R}$

*d.* bande de garde nécessaires entre les blocs

*e.* CP entre les blocs temps-fréquence

*f.* bande de garde entre les sous-porteuses

*g.* CP entre les blocs et bande de garde entre les sous-porteuses

*h.* par le non-respect du critère de Nyquist

TABLE I.1 – Classification succincte des formes d'ondes multiporteuses

### I.2.c Choix de la forme d'onde FBMC-OQAM

L'attention de cette thèse se portera principalement sur la forme d'onde FBMC-OQAM pour laquelle nous examinerons les techniques mentionnées au cours de ce manuscrit, en dépit du fait que ces techniques soient potentiellement applicables à d'autres cas de figure. Cela est justifié principalement par deux aspects. D'une part, la considération du fait que la forme d'onde FBMC-OQAM a nettement gagné en maturité par une littérature scientifique désormais abondante mais pose encore quelques questions importantes pour envisager son adoption. D'autre part, par le fait que cette forme d'onde garantisse une efficacité spectrale théorique optimale en ne nécessitant la mise en œuvre d'aucune bande de garde (entre les sous-porteuses)

ou intervalle de garde (entre les symboles)<sup>18</sup>, contrairement à toutes les autres propositions désignées dans le paragraphe précédent<sup>19</sup>. De plus, cette efficacité spectrale maximale est accessible à peu de conditions, puisqu'une orthogonalité est toujours possible en canal plat et que les formes d'ondes FBMC-OQAM permettent une excellente localisation en fréquence (cf. figure I.1).

## I.3 Problématique associée à la forme d'onde FBMC-OQAM

Toutefois, en dépit des propriétés intéressantes de la forme d'onde FBMC-OQAM et malgré le fait que celle-ci ait fait l'objet d'un traitement relativement approfondi par la littérature scientifique, il subsiste des enjeux majeurs pour en faire une solution pleinement effective pour les futurs réseaux sans-fils à haut débit.

En particulier, cette forme d'onde impose un recouvrement des symboles en temps et en fréquence, générant une IES<sup>20</sup> et une IEP intrinsèque dont l'impact est annulé, en canal plat, par l'orthogonalité dans  $\mathbb{R}$  du système<sup>21</sup> (cf. tableau I.1). Il convient de noter que le canal plat n'est dans le cas FBMC qu'une approximation valide en pratique pour un nombre de sous-porteuses suffisamment grand.

De fait, dès lors que le canal devient sélectif en fréquence, la perte d'orthogonalité des sous-porteuses adjacentes génère une IEP qui vient s'ajouter à l'IES. Cela nécessite la mise en œuvre de stratégies d'égalisation plus complexes que l'égalisation par préfixe cyclique et un seul coefficient complexe par sous-porteuse qui est employée généralement pour les signaux CP-OFDM. Il faut par ailleurs noter que l'égalisation par préfixe cyclique est rendue impossible dans le cas des signaux FBMC-OQAM à cause du recouvrement temporel entre les symboles adjacents<sup>22</sup>.

De même, l'adaptation de la technologie MIMO<sup>23</sup> [23], [24] aux formes d'ondes FBMC-OQAM n'est pas directement réalisable comme c'était le cas pour les liaisons utilisant l'OFDM car elle engendre une perte d'orthogonalité du schéma FBMC-OQAM. En particulier, l'ap-

---

18. Ceci est valable en transmission mono-utilisateur. En transmission multi-utilisateurs, une porteuse de garde est suffisante en général compte tenu de la localisation en fréquence de la forme d'onde (avec l'utilisation d'un filtre nommé PHYDYAS [22]).

19. A l'exception de la forme d'onde MC-FTN mais celle-ci nécessite des récepteurs à très grande complexité

20. Interférence Entre Symboles

21. En pratique, on privilégie souvent la synthèse et l'analyse des signaux par des bancs de filtres à reconstruction quasi-parfaite, ce qui implique seulement une quasi-orthogonalité dans  $\mathbb{R}$  du schéma.

22. Comme présenté dans le tableau I.1 (WCP-COQAM [16]), il est possible, par une modification du schéma FBMC-OQAM de restaurer une égalisation par préfixe cyclique, mais cela se fait aux dépens de l'efficacité spectrale. Nous faisons ici le choix de considérer le schéma originel qui opère à efficacité spectrale maximale.

23. Multiple-Input Multiple-Output

plication des schémas STBC<sup>24</sup> traditionnellement employés avec l'OFDM et construits pour garantir leur orthogonalité dans  $\mathbb{C}$  ne permet pas de conserver l'orthogonalité dans  $\mathbb{R}$  du schéma FBMC-OQAM [25]. En conséquence, la présence d'IES et d'IEP résiduelles nuit aux performances de telles liaisons. Le même phénomène est rencontré avec l'application du multiplexage spatial [26] où les interférences résiduelles polluent les différents flux de données transmis sur les multiples antennes d'émission.

Or, les systèmes MIMO sont cruciaux pour tirer pleinement avantage de la ressource spatiale [23] et ont permis une amélioration significative de la performance des systèmes de transmissions sans-fil au cours de la dernière décennie. La technologie MIMO a permis notamment une augmentation importante des débits et est au cœur des derniers standards de communications sans fils à haut débit (e.g. 4G).

Un certain nombre de travaux ont étudié l'application de liaisons MIMO FBMC-OQAM avec une information de canal à l'émetteur en introduisant un précodage des données [27], [28]. Ici, nous étudierons le cas des liaisons en boucle ouverte où l'information de canal n'est pas disponible à l'émetteur (codage spatio-temporel ou multiplexage spatial). En dépit d'un certain nombre de travaux disponibles dans la littérature scientifique, les solutions proposées pour ce dernier cas de figure ne permettent pas d'atteindre un compromis entre performances et complexité satisfaisant. On s'intéressera tout particulièrement aux liaisons MIMO Alamouti FBMC-OQAM dont la mise en œuvre est un enjeu majeur de la littérature scientifique actuelle.

## I.4 Etat de l'art des égaliseurs FBMC-OQAM

### I.4.a Egalisation SISO/SIMO FBMC-OQAM

Un certain nombre de travaux a traité préalablement la thématique de l'égalisation de liaisons SISO<sup>25</sup>/SIMO<sup>26</sup> FBMC-OQAM. Les approches de la littérature sont sous-optimales mais maintiennent généralement de bonnes performances en pratique tout en gardant une complexité raisonnable. Deux stratégies d'égalisation principales existent. Celles qui, comme dans l'article [29], présentent des structures d'égalisation suréchantillonnées afin de limiter les IEP, dans la lignée de l'article [30]. La seconde approche, à l'instar de l'article [31] considère, quant à elle, une égalisation de chaque sous-porteuse prenant en compte explicitement les signaux des canaux adjacents. Cette forme d'égalisation croisée basée sur la combinaison des sous-porteuses dans la bande du filtre (i.e. sous-porteuse souhaitée et ses 2 sous-porteuses adjacentes en général) conserve une complexité raisonnable. Tandis que l'article [31] considère

---

24. Space-Time Block Code

25. Single-Input Single-Output

26. Single-Input Multiple-Output

une approche basée sur le critère MMSE<sup>27</sup>, des variantes non-linéaires considérant l'ajout d'un retour de décision [32] ou une décision basée sur le critère MLSE<sup>28</sup> [33] ont également été étudiées par la suite. Un aperçu plus détaillé de la littérature scientifique actuelle est donné dans la section II.5.b. Il faut noter, qu'en dépit des bonnes performances pratiques des égaliseurs présentés dans la littérature, l'optimalité des traitements n'a pas été recherchée pour des raisons présumées de complexité de mise en œuvre.

### I.4.b Egalisation MISO/MIMO FBMC-OQAM

Si la littérature scientifique présente des schémas de transmission MIMO en boucle fermée aux performances satisfaisantes et à la complexité de mise en œuvre acceptable, les travaux antérieurs traitant du cas des liaisons MIMO boucle ouverte (multiplexage spatial, codes spatio-temporels) pour les formes d'ondes FBMC-OQAM sont en nombre plus restreint. De plus, ces travaux ne répondent pas pleinement à la problématique puisque leur compromis entre performances et complexité est nettement inférieur au cas MIMO OFDM qui sert généralement de référence. La difficulté de mettre en œuvre des schémas MIMO FBMC-OQAM en boucle ouverte performants et à faible complexité est liée à la perte d'orthogonalité du schéma FBMC-OQAM en canal MIMO, y compris lorsque ce dernier est plat. Cette perte d'orthogonalité implique la persistance d'interférences qui dégradent fortement les performances de réception.

Dans les liaisons utilisant le multiplexage spatial, des stratégies combinées d'égalisation et d'annulation d'interférences sont requises et permettent des performances proches de celles des liaisons MIMO OFDM, mais seulement au prix d'une augmentation importante de la complexité des récepteurs [34].

Pour les liaisons à base de codes spatio-temporels, la situation est également délicate puisque l'orthogonalité ou la quasi-orthogonalité des codes dans  $\mathbb{C}$  anéantit l'orthogonalité dans  $\mathbb{R}$  du schéma FBMC-OQAM à cause de la subsistance des interférences intrinsèques à cette forme d'onde. Dès lors, la littérature scientifique considère 2 approches. La première consiste à restaurer une orthogonalité stricte entre les sous-porteuses ou entre blocs de sous-porteuses. C'est le cas notamment dans [35] par l'emploi du CDMA<sup>29</sup> ou dans l'article [36] par une modification du schéma FBMC-OQAM. La deuxième solution consiste à mettre en œuvre des stratégies de suppression des interférences [25]. Toutefois, la première famille de solutions nécessite de faire des compromis soit sur la technique d'accès au médium, soit sur la modification du schéma ou bien encore par l'ajout de bandes de garde [37] ou de préfixe cyclique [38] permettant l'isolement de blocs de symboles. La deuxième famille de solution, quant à elle, nécessite la mise en place de techniques d'annulations successives d'interférences mais ces solutions présentent

---

27. Minimum Mean Square Error

28. Maximum Likelihood Sequence Estimation

29. Code Division Multiple Access

l'inconvénient de leur importante complexité et de leur faible performance à faible SNR<sup>30</sup>. La littérature scientifique est étudiée plus en détail dans la section IX.2.

## I.5 Objectifs et démarche de la thèse

### I.5.a Objectifs

Cette thèse aborde les liaisons SISO/SIMO et MISO<sup>31</sup>/MIMO FBMC-OQAM et propose de nouvelles approches ayant pour objectif l'affranchissement vis-à-vis des limitations inhérentes aux solutions actuelles. En particulier, pour les liaisons SISO/SIMO, on cherchera à ne considérer ni recourt à un préfixe cyclique, ni utilisation de solutions engendrant un risque de propagation d'erreurs. L'enjeu majeur est la conservation d'une faible complexité de mise en œuvre des égaliseurs. Pour les liaisons MISO/MIMO, on cherchera également à n'effectuer aucune modification des schémas d'émission et à éviter l'utilisation d'intervalles de garde ou de bandes de garde qui conduiraient à une dégradation de l'efficacité spectrale.

### I.5.b Démarche

Pour les liaisons SISO/SIMO, l'approche proposée visera à exploiter de façon optimale les statistiques à l'ordre 2 des signaux OQAM transmis sur les sous-porteuses. Nous entendons ici prendre avantage des propriétés de non-circularité (à l'ordre 2) et de cyclostationarité (à l'ordre 2)<sup>32</sup> de ces signaux qui sont connues de la littérature scientifique [39], [40] et qui permettent d'envisager la mise en œuvre de techniques particulières pour améliorer la réception de tels signaux. En particulier, l'utilisation de filtres WL<sup>33</sup> [41] permettant l'estimation optimale de signaux non-circulaires a connu une utilisation importante et permet la suppression d'interférences co-canal sans diversité d'antennes en réception réalisant ainsi le concept nommé SAIC<sup>34</sup> [42]. Cette technique, mise en œuvre dans les terminaux GSM<sup>35</sup> [43] a permis une importante augmentation de la capacité de ces réseaux [44] souvent limités par les ICC<sup>36</sup>. Il convient de noter que le concept SAIC a par la suite été étendu pour un nombre quelconque d'antennes  $N$  en réception. Cette extension est dénotée MAIC<sup>37</sup> et permet de séparer potentiellement jusqu'à  $2N$  signaux.

---

30. Signal-to-Noise Ratio

31. Multiple-Input Single-Output

32. La considération des statistiques d'ordres supérieurs ne fait pas l'objet de ce travail. En conséquence, les notions de noncircularité et de cyclostationarité dans la suite de ce manuscrit sont à comprendre exclusivement à l'ordre 2.

33. Widely Linear

34. Single Antenna Interference Cancellation

35. Global System for Mobile communications

36. Interférence Co-Canal

37. Multiple Antenna Interference Cancellation

On souhaite ainsi travailler à l'extension du concept SAIC/MAIC pour la suppression de l'IEP qui affecte les signaux FBMC-OQAM. Pour cela, la prise en compte de la nature cyclostationnaire des signaux est également cruciale et conduira à la nécessité de mettre en œuvre des récepteurs WL variables dans le temps, appelés récepteurs WL-FRESH<sup>38</sup> [45]. Dans ce document, le travail sera établi progressivement à partir de l'élaboration du SAIC tel qu'employé dans les réseaux GSM. Plusieurs récepteurs seront développés dans les différents chapitres pour différentes hypothèses sur les signaux d'entrée, jusqu'à aboutir au cas des formes d'ondes FBMC-OQAM. Chaque récepteur développé est potentiellement utile pour un certain nombre d'autres applications, qui seront précisées.

Des analyses de performances théoriques, inédites à ce jour, mettant en évidence l'impact des différents paramètres sur les performances, sont menées tout au long de la thèse. A notre connaissance c'est la première fois que de telles analyses sont menées en filtrage FRESH.

Après analyse progressive, nous concluons sur l'intérêt vraisemblablement limité des récepteurs WL-FRESH pour les formes d'ondes FBMC-OQAM en raison du recouvrement spectral très important entre les sous-porteuses de cette forme d'onde<sup>39</sup>. Toutefois, les concepts et récepteurs présentés restent applicables pour de nombreux autres cas de figure (recouvrement moindre entre les sous-porteuses, réseaux FDMA<sup>40</sup> avec recouvrement spectral, réjection d'ICC dans les réseaux cellulaires (e.g. GSM et son extension VAMOS<sup>41</sup> récemment standardisée)...) dans la mesure où des signaux non-circulaires sont employés.

Pour les liaisons MISO/MIMO FBMC-OQAM, notre intérêt s'est porté sur les schémas à codes spatio-temporels et plus précisément ceux utilisant le code d'Alamouti. En raison de son intérêt limité, l'approche WL-FRESH n'est pas adoptée pour ces liaisons. A la place, on considérera la démodulation conjointe par blocs des sous-porteuses consécutives après filtrage. La structure optimale ML est présentée et les difficultés de sa mise en œuvre sont soulignées. Des propositions sont faites pour résoudre ces problèmes.

## I.6 Plan du manuscrit

Le chapitre II de ce rapport est dédié à une description des formes d'ondes FBMC-OQAM ainsi qu'à une présentation des difficultés relatives à la réception de ces signaux.

Ensuite, dans le chapitre III, on considère une approche de démodulation sous-porteuse par sous-porteuse. On présente le modèle de réception et les statistiques d'ordre 2 des signaux caractérisés par leur non-circularité et leur cyclostationnarité. L'approche de réception y est explicitée tandis que la démarche poursuivie au cours de ce travail y est détaillée.

---

38. FREquency-SHift

39. Chaque sous-porteuse recouvre 50% du spectre occupé par ses sous-porteuses adjacentes (cf. figure II.7).

40. Frequency Division Multiple Access

41. Voice services over Adaptive Multi-user channels on One Slot

Dans le chapitre IV, un modèle à 2 sources (1 SOI<sup>42</sup> et 1 ICC) est considéré et l'application du traitement SAIC/MAIC par filtrage WL standard est effectué. Il est établi la moindre efficacité du SAIC/MAIC par filtrage WL standard pour une famille de signaux non-circulaires nommée QR<sup>43</sup> à laquelle appartiennent les signaux OQAM. Un traitement SAIC/MAIC avec filtrage WL étendu est proposé qui restaure une capacité d'annulation de l'interférence optimale. Un tel récepteur permet la suppression efficace d'ICC au sein des réseaux utilisant les modulations MSK<sup>44</sup>, GMSK<sup>45</sup> et OQAM notamment.

Le chapitre V examine l'impact sur les performances d'un décalage de fréquence non pris en compte par des structures de réception WL. Un tel décalage pourrait être causé en situation de mobilité importante (e.g. liaisons aéronautiques...) ou en présence d'un décalage de fréquence entre oscillateurs locaux. L'analyse effectuée met en évidence la forte sensibilité des récepteurs SAIC/MAIC à un décalage résiduel de fréquence au niveau du SOI et plus encore au niveau de l'ICC.

Pour faire face à ces situations ou au cas d'interférences naturellement décalées en fréquence (e.g. IEP FBMC-OQAM), dans le chapitre VI, on considère également un modèle à 2 sources mais en présence d'un décalage différentiel de fréquence entre les sources. L'extension des récepteurs SAIC/MAIC du chapitre IV est effectuée et une analyse théorique des performances est conduite.

La considération d'un modèle à trois sources (1 SOI et 2 ICC) en présence de décalages différentiels de fréquence entre sources est faite dans le chapitre VII. On y étend les récepteurs du chapitre VI et l'analyse des performances est effectuée par simulation numérique.

Dans le chapitre VIII, l'impact d'un filtre en amont de la mise en œuvre des récepteurs précédemment étudiés est examiné pour les modèles à 2 et 3 sources en présence de décalages différentiels de fréquence entre les sources. Les récepteurs des chapitres VI et VII sont étendus et analysés par simulations numériques. L'analyse des performances théoriques est également effectuée pour le modèle à 2 sources en fonction de la bande passante du filtre et du décalage en fréquence. Cette analyse permet de conclure sur les conditions de recouvrement spectral entre les signaux pour lesquels les traitements WL-FRESH présentent un intérêt. Cela permet notamment d'imaginer des techniques d'accès au spectre permettant d'optimiser l'efficacité spectrale dans les réseaux utilisant des signaux non-circulaires. Cette étude permet également de conclure à la faible efficacité des récepteurs WL-FRESH pour la suppression des IEP des formes d'ondes FBMC-OQAM.

La proposition d'un traitement de réception visant à démoduler conjointement les sous-porteuses présentant un recouvrement spectral est évoqué dans le chapitre IX. On aborde cette

---

42. Signal Of Interest

43. Quasi-Rectiligne

44. Minimum Shift Keying

45. Gaussian Minimum Shift Keying

proposition pour une application aux liaisons MISO/MIMO Alamouti.

Une conclusion rappelant les travaux réalisés et présentant les perspectives futures clôture ce document au chapitre X.

## I.7 Contributions

Cette thèse a donné lieu à un certain nombre de contributions, listées ci-dessous :

- La démonstration analytique de la sous-optimalité des récepteurs WL standard pour le SAIC/MAIC d'une ICC QR (i.e. MSK, GMSK, OQAM...) par rapport à une ICC R<sup>46</sup> (i.e. ASK<sup>47</sup>) a été effectuée.
- Un nouveau récepteur WL-FRESH à 3 entrées permettant d'obtenir, pour une ICC QR, les performances obtenues pour le SAIC/MAIC d'une ICC R a été proposé et ses performances ont été analysées théoriquement et par simulations numériques.
- L'analyse de l'impact d'un décalage de fréquence résiduel entre SOI et ICC sur les performances de récepteurs WL standards a été effectuée.
- L'extension des récepteurs WL standards et WL-FRESH à une ICC R ou QR avec un décalage de fréquence a été conduite avec une analyse théorique de leurs performances et par simulations numériques.
- L'extension des récepteurs WL standards et WL-FRESH à deux ICC R ou QR avec un décalage de fréquence a été conduite avec une analyse de leurs performances par simulation numérique.
- L'extension des récepteurs WL standards et WL-FRESH à une, puis deux ICC, R ou QR avec un décalage de fréquence en aval d'un filtrage passe-bas a été effectuée. Une analyse théorique de performances pour une ICC a été conduite.
- Tout au long du travail, de nombreuses expressions analytiques ont été dérivées pour caractériser aisément le comportement des récepteurs.
- Le faible intérêt des récepteurs WL-FRESH pour la suppression des IEP des formes d'ondes FBMC-OQAM a été présenté.
- Le calcul d'un récepteur ML conjoint par bloc pour les liaisons MIMO Alamouti FBMC-OQAM a été réalisé. Les difficultés de sa mise en œuvre ont été analysées et des pistes ont été suggérées pour résoudre ces difficultés.

---

46. Rectiligne

47. Amplitude Shift Keying

## I.8 Publications

### I.8.a Revues internationales avec comité de lecture

- 1 - P. CHEVALIER, R. CHAUVAT et J.-P. DELMAS, « Enhanced widely linear filtering to make quasi-rectilinear signals almost equivalent to rectilinear ones for SAIC/MAIC », Soumis à *IEEE Transactions on Signal Processing*,
- 2 - J.-P. DELMAS, P. CHEVALIER, S. SALLEM et R. CHAUVAT, « Sensitivity of SAIC/MAIC receiver to asynchronism and residual offsets for rectilinear and quasi-rectilinear modulations », *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, En cours de rédaction
- 3 - P. CHEVALIER, R. CHAUVAT et J.-P. DELMAS, « Widely linear FRESH receiver for SAIC/MAIC with frequency offsets », *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, En cours de rédaction

### I.8.b Conférences internationales avec actes et comité de lecture

- 4 - R. CHAUVAT, P. CHEVALIER et J. P. DELMAS, « How to make quasi-rectilinear signals (MSK, GMSK, OQAM) almost equivalent to rectilinear ones (BPSK, ASK) for widely linear filtering in the presence of CCI », in *Proceedings of the 19th International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*, mar. 2015, p. 1–6
- 5 - P. CHEVALIER, R. CHAUVAT et J. P. DELMAS, « Quasi-rectilinear (MSK, GMSK, OQAM) co-channel interference mitigation by three inputs widely linear fresh filtering », in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, avr. 2015, p. 2434–2438. DOI : [10.1109/ICASSP.2015.7178408](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2015.7178408)
- 6 - R. CHAUVAT, P. CHEVALIER et J. P. DELMAS, « Widely linear FRESH receiver for SAIC/MAIC with frequency offsets », in *Proceedings of the International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, août 2015, p. 536–540. DOI : [10.1109/ISWCS.2015.7454402](https://doi.org/10.1109/ISWCS.2015.7454402)
- 7 - P. CHEVALIER, D. L. RUYET et R. CHAUVAT, « Maximum likelihood Alamouti receiver for filter bank based multicarrier transmissions », in *Proceedings of the 20th International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*, mar. 2016, p. 1–7
- 8 - P. CHEVALIER, J. P. DELMAS et R. CHAUVAT, « Reception filter impact on widely linear fresh receiver performance for SAIC/MAIC with frequency offsets », in *Proceedings of the IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, juil. 2016, p. 1–5. DOI : [10.1109/SAM.2016.7569723](https://doi.org/10.1109/SAM.2016.7569723)
- 9 - R. CHAUVAT, J. P. DELMAS et P. CHEVALIER, « Two and three inputs widely linear FRESH receivers for cancellation of a quasi-rectilinear interference with frequency off-

## I.8. PUBLICATIONS

---

set », in *Proceedings of the 24th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, août 2016, p. 1398–1402. DOI : [10.1109/EUSIPCO.2016.7760478](https://doi.org/10.1109/EUSIPCO.2016.7760478)



# Chapitre II

## Forme d'onde FBMC-OQAM

### Sommaire

---

|      |  |    |
|------|--|----|
| II.1 | Principe . . . . .   | 17 |
| II.2 | Signal FBMC-OQAM en émission . . . . .                         | 18 |
| II.3 | Signal FBMC-OQAM en réception . . . . .                        | 22 |
| II.4 | Filtrage prototype . . . . .                                   | 24 |
| II.5 | Egalisation SISO/SIMO en canal sélectif en fréquence . . . . . | 29 |

---

### II.1 Principe

La forme d'onde FBMC-OQAM est une modulation multiporteuse qui réalise la mise en forme de chacune des sous-porteuses par un filtre prototype. Ainsi, la localisation fréquentielle des sous-porteuses se trouve améliorée vis-à-vis notamment de celle des sous-porteuses OFDM qui souffrent de leur mise en forme rectangulaire dans le domaine temporel (cf. figure I.1).

Cependant, à cause du filtrage, les symboles transmis sur les sous-porteuses ont un support temporel étendu d'un facteur spécifié par la longueur de la réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme utilisé. Ainsi, pour conserver une efficacité spectrale maximale, les symboles sont superposés et une IES intrinsèque apparaît<sup>1</sup>. L'emploi de la modulation OQAM<sup>2</sup> permet cependant de conserver, en canal plat, une orthogonalité du système dans  $\mathbb{R}$  puisque parties réelles et imaginaires de symboles complexes QAM sont entrelacées dans le domaine temporel. En fréquence également, le schéma FBMC-OQAM prévoit l'entrelacement de parties réelles et imaginaires des symboles pour limiter la contribution des symboles définis sur la même dimension aux seules porteuses adjacentes conjointement avec l'action du filtre prototype. Cet

---

1. Dans le cas de l'emploi du filtre PHYDYAS, le facteur de recouvrement temporel des symboles est choisi égal à 4 [55].

2. ainsi que l'utilisation d'un filtre prototype respectant le critère de Nyquist de période symbole QAM

entrelacement est présenté sur la figure II.1b.

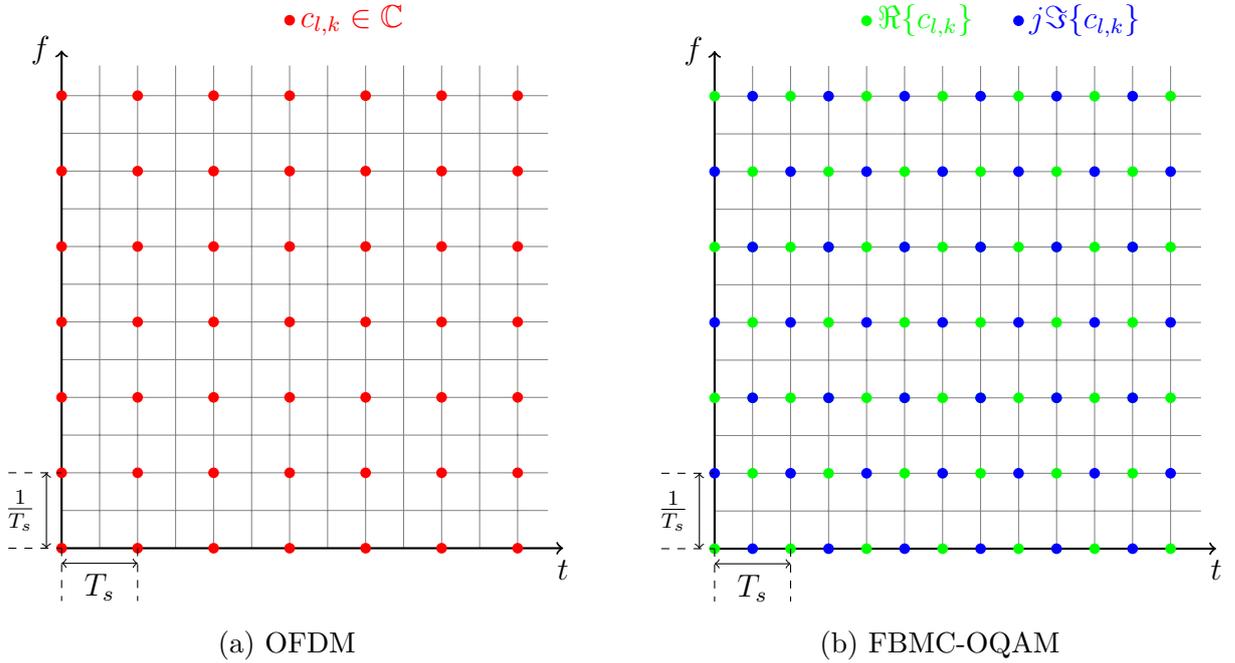


FIGURE II.1 – Lattice temps-fréquence des symboles OFDM et FBMC-OQAM

## II.2 Signal FBMC-OQAM en émission

Les signaux complexes QAM à transmettre sur chaque sous-porteuse  $l$  s'écrivent sous la forme

$$s_l^Q(t) \triangleq \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{l,k} \delta(t - kT_s) \quad (\text{II.1})$$

où  $c_{l,k} \in \mathbb{C}$  correspond au symbole QAM aux indices temporel  $k$  et fréquentiel  $l$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ,  $\{l \in \mathbb{N} \mid 0 \leq l \leq L - 1\}$ ) avec  $L$  désignant le nombre total de sous-porteuses qui sera supposé pair par la suite),  $T_s$  désignant la période des symboles QAM et  $\delta(t)$  correspondant à la distribution de Dirac.

Les signaux OQAM sont formés à partir de  $s_l^Q(t)$  où les parties réelles et imaginaires sont retardées d'un demi-temps symbole QAM. Le retard affecte alternativement les parties réelles et imaginaires sur les sous-porteuses (cf. figure II.1b). Ainsi, pour les sous-porteuses  $l$  paires, les signaux OQAM s'écrivent

$$\begin{aligned} s_l(t) \Big|_{l=2i} &\triangleq \Re \{s_l^Q(t)\} + j\Im \{s_l^Q(t - T)\} \\ s_l(t) \Big|_{l=2i} &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{l,k}^{\Re} \delta(t - kT_s) + j c_{l,k}^{\Im} \delta(t - kT_s - T) \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

## II.2. SIGNAL FBMC-OQAM EN ÉMISSION

avec  $T \triangleq T_s/2$ ,  $\{i \in \mathbb{N} \mid 0 \leq i \leq \lfloor (L-1)/2 \rfloor\}$ ,  $c_{l,k}^{\Re} \triangleq \Re\{c_{l,k}\}$  et  $c_{l,k}^{\Im} \triangleq \Im\{c_{l,k}\}$ . De la même façon, pour les sous-porteuses impaires, on a

$$\begin{aligned} s_l(t) \Big|_{l=2i+1} &\triangleq j\Im\{s_l^Q(t)\} + \Re\{s_l^Q(t-T)\} \\ s_l(t) \Big|_{l=2i+1} &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} jc_{l,k}^{\Im}\delta(t-kT_s) + c_{l,k}^{\Re}\delta(t-kT_s-T). \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Les diagrammes en bloc des convertisseurs de signaux QAM vers OQAM sont présentés aux figures II.2a et II.2b pour les sous-porteuses paires et impaires respectivement.

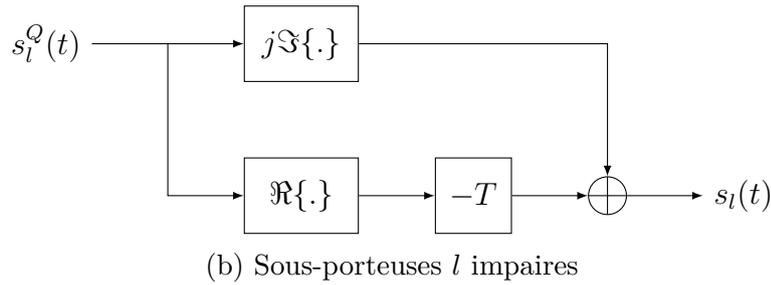
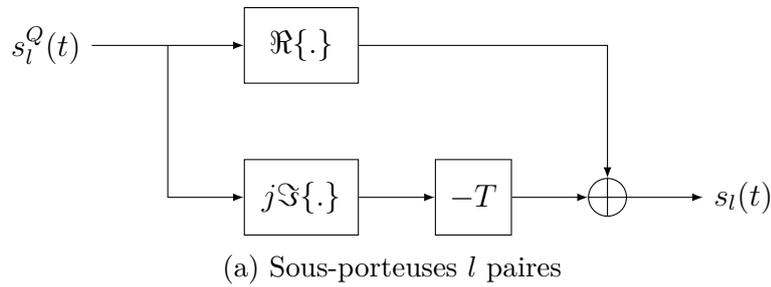


FIGURE II.2 – Diagramme en bloc temps-continu des déphaseurs de conversion de signaux QAM vers OQAM pour les sous-porteuses FBMC

Un autre modèle de signal équivalent permet de considérer les signaux OQAM en bande de base comme la rotation dans le plan complexe de symboles PAM  $b_{l,k} \in \mathbb{R}$  de période  $T$ . On peut réécrire  $s_l(t)$  en fonction de ces symboles

$$s_l(t) \Big|_{l=2i} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^{[k \bmod 2]} b_{l,k} \delta(t-kT) \quad (\text{II.4})$$

$$s_l(t) \Big|_{l=2i+1} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^{[(k+1) \bmod 2]} b_{l,k} \delta(t-kT) \quad (\text{II.5})$$

où  $b_{l,k} = c_{l,k}^{\Re}$  pour  $k$  pair et  $b_{l,k} = c_{l,k}^{\Im}$  pour  $k$  impair. Il en découle quelque soit  $l$

$$s_l(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^{[(k+l) \bmod 2]} b_{l,k} \delta(t-kT). \quad (\text{II.6})$$

Pour la simplicité de la notation, au modèle (II.6), qui considère ici la rotation modulo  $\pi$  des symboles, on substituera dans la suite du document le modèle

$$s_l(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^{k+l} b_{l,k} \delta(t - kT) \quad (\text{II.7})$$

où le signe des symboles est alterné sans que cela nuise aux propriétés souhaitées du signal.

En pratique, les signaux OQAM sont mis en forme sur les différentes sous-porteuses par un banc de filtres de synthèse [56] qui assure la bonne localisation en fréquence des sous-porteuses en accord avec les spécifications du filtre prototype employé. Dans ce travail, on utilisera le filtre prototype PHYDYAS<sup>3</sup> [22] qui sera présenté plus en détail dans la section II.4 et dont la réponse en fréquence est illustrée sur la figure II.3. Le signal en sortie du banc de filtres de

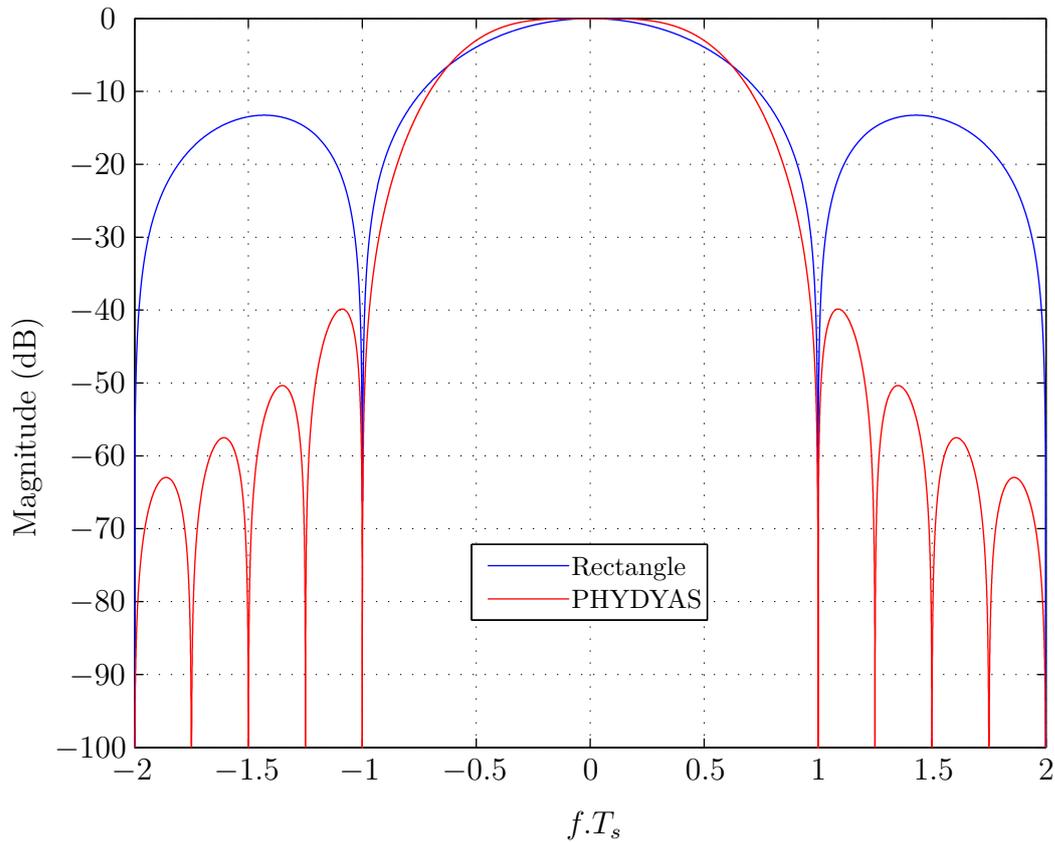


FIGURE II.3 – Représentation spectrale d’une sous-porteuse FBMC-OQAM (rouge) et OFDM (bleue)

---

3. PHYsical layer for DYnamic spectrum AcceSs and cognitive radio

## II.2. SIGNAL FBMC-OQAM EN ÉMISSION

synthèse sur la sous-porteuse  $l$  est noté

$$\begin{aligned} s_{l,Fv}(t) &\triangleq [s_l(t) * v(t)] e^{j2\pi l F_s t} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^{k+l} b_{l,k} v(t - kT) e^{j2\pi l F_s t} \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

avec  $F_s = 1/T_s = 1/2T$ ,  $v(t) \in \mathbb{R}$  désignant la réponse impulsionnelle du filtre prototype symétrique utilisé et où  $*$  désigne l'opérateur de convolution linéaire. Le signal en sortie du banc de filtres de synthèse s'écrit donc

$$\begin{aligned} s_{Fv}(t) &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^{k+l} b_{l,k} v(t - kT) e^{j\frac{2\pi l}{T_s} t} \\ s_{Fv}(t) &\triangleq \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_{l,k} \Psi_{l,k}(t) \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

où  $\Psi_{l,k}(t)$  est la famille de modulation des symboles réels  $b_{l,k}$ . La synthèse des sous-porteuses FBMC-OQAM à l'émission est présentée sur la figure II.4. Les signaux en sortie du banc de

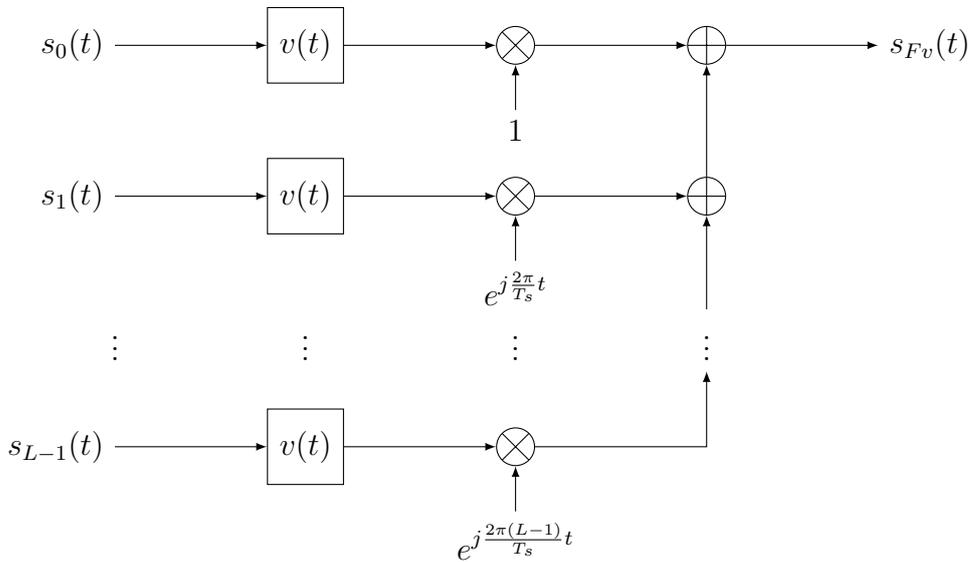


FIGURE II.4 – Diagramme en bloc temps-continu du traitement d'émission en bande de base des sous-porteuses

filtres de synthèse correspondent aux signaux équivalents en bande de base transmis.

La densité spectrale de puissance de tels signaux est illustrée sur la figure II.5 pour  $L = 16$ . Le calcul de celle-ci est décrit dans l'annexe A.

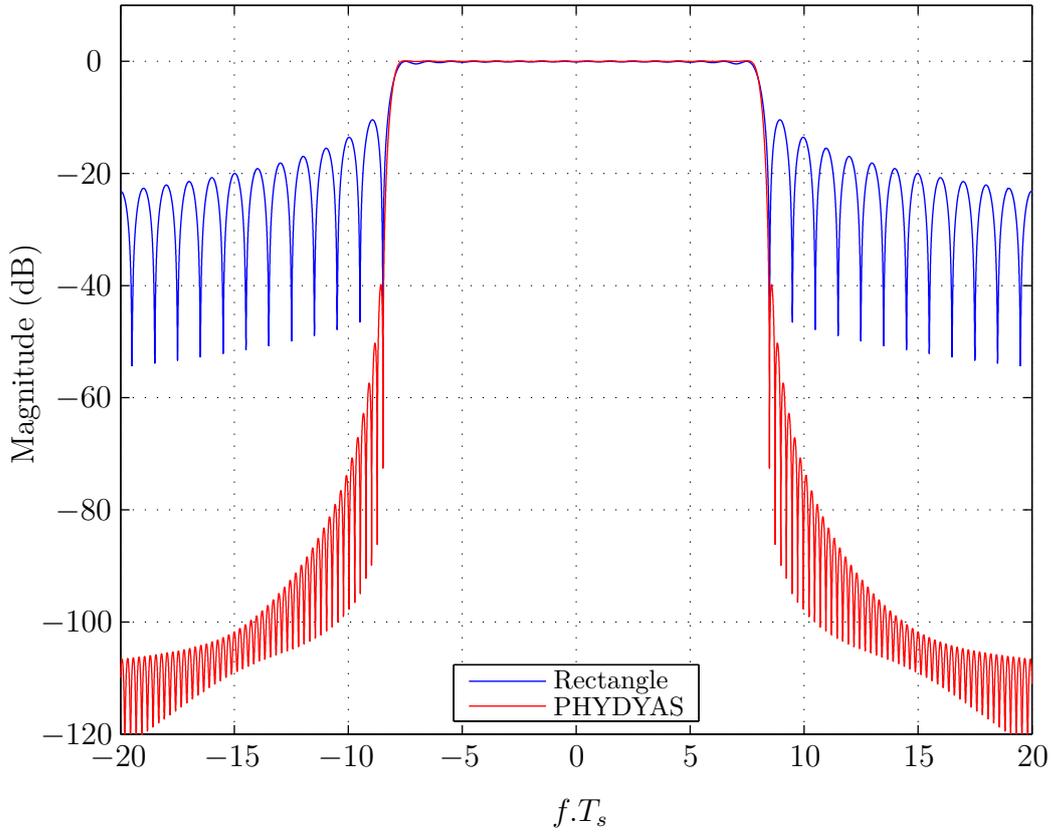


FIGURE II.5 – Densité spectrale de puissance d'un signal FBMC-OQAM à 16 sous-porteuses

## II.3 Signal FBMC-OQAM en réception

### II.3.a Modèle

Le signal en sortie du canal se modélise comme la convolution du signal émis avec la réponse impulsionnelle du canal (ici le canal est SIMO avec  $N$  antennes de réception) notée  $\mathbf{h}(t)$ . Une perturbation additive notée  $\mathbf{u}(t)$  modélise le bruit de fond impactant la transmission. Ce bruit est supposé circulaire, stationnaire, Gaussien, blanc temporellement et spatialement. Le signal FBMC-OQAM en sortie d'un canal SIMO s'écrit donc

$$\mathbf{x}(t) \triangleq s_{Fv}(t) * \mathbf{h}(t) + \mathbf{u}(t) \quad \begin{matrix} \mathcal{F} \\ \longleftrightarrow \\ \mathcal{F}^{-1} \end{matrix} \quad \mathbf{x}(f) \triangleq s_{Fv}(f)\mathbf{h}(f) + \mathbf{u}(f) \quad (\text{II.10})$$

Après le canal de communication, ces signaux sont reçus et traités par un banc de filtres d'analyse. Le signal en sortie, après filtrage adapté au canal global, sur chaque sous-porteuse  $\bar{l}$

s'écrit

$$\begin{aligned} y_{\bar{l}}(f) &= \mathbf{h}^H \left( f + \frac{\bar{l}}{T_s} \right) \mathbf{x} \left( f + \frac{\bar{l}}{T_s} \right) \bar{v}^*(f) \\ &= \left\| \mathbf{h} \left( f + \frac{\bar{l}}{T_s} \right) \right\|^2 \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_{l,k} \Psi_{l,k} \left( f + \frac{\bar{l}}{T_s} \right) \bar{v}^*(f) + u_{\bar{v},\bar{l},h}(f) \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

où  $u_{\bar{v},\bar{l},h}(f) \triangleq \mathbf{h}^H(f + \bar{l}/T_s)\mathbf{u}(f + \bar{l}/T_s)\bar{v}^*(f)$ ,  $\bar{v}(t)$  correspond au filtre prototype du banc de filtres d'analyse en réception des signaux et  $\bar{l}$  désigne l'indice de la sous-porteuse traitée en réception. Après échantillonnage de  $y_{\bar{l}}(t) = \mathcal{F}^{-1}\{y_{\bar{l}}(f)\}$  au rythme des symboles PAM, on obtient

$$y_{\bar{l}}(\bar{k}T) = \int_{\mathbb{R}} y_{\bar{l}}(f) e^{j2\pi f\bar{k}T} df \quad (\text{II.12})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_{l,k} \int_{\mathbb{R}} \left\| \mathbf{h} \left( f + \frac{\bar{l}}{T_s} \right) \right\|^2 \Psi_{l,k} \left( f + \frac{\bar{l}}{T_s} \right) \bar{v}^*(f) e^{j2\pi f\bar{k}T} df + u_{\bar{v},\bar{l},h}(\bar{k}) \quad (\text{II.13}) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k(\bar{l}-l)} j^{k+l} b_{l,k} \int_{\mathbb{R}} \left\| \mathbf{h} \left( f + \frac{\bar{l}}{T_s} \right) \right\|^2 v \left( f + \frac{\bar{l}-l}{T_s} \right) \bar{v}^*(f) e^{j2\pi f(\bar{k}-k)T} df \\ &\quad + u_{\bar{v},\bar{l},h}(\bar{k}) \end{aligned}$$

où l'expression (II.13) se réduit à

$$y_{\bar{l}}(\bar{k}T) = \|\mathbf{h}\|^2 \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_{l,k} \int_{\mathbb{R}} \Psi_{l,k} \left( f + \frac{\bar{l}}{T_s} \right) \bar{v}^*(f) e^{j2\pi f\bar{k}T} df + u_{\bar{v},\bar{l},h}(\bar{k}) \quad (\text{II.14})$$

en canal plat.

### II.3.b Récepteur optimal en canal plat

En canal plat, le traitement optimal de réception réalise une opération de dérotation pour les différentes sous-porteuses et, avec une prise de partie réelle, les symboles équivalents PAM  $z_{\bar{l}}(\bar{k}T)$  sont détectés.

$$\begin{aligned} z_{\bar{l}}(\bar{k}T) &= \Re \left\{ j^{-(\bar{k}+\bar{l})} y_{\bar{l}}(\bar{k}T) \right\} \quad (\text{II.15}) \\ &= \|\mathbf{h}\|^2 \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} b_{l,k} \Re \left\{ \langle \Psi_{l,k}, \Phi_{\bar{l},\bar{k}} \rangle(t) \right\} + \Re \left\{ u_{\Phi,\bar{l},h}(\bar{k}) \right\} \\ &= \Re \left\{ \langle \mathbf{h}^H \mathbf{x}, \Phi_{\bar{l},\bar{k}} \rangle(t) \right\} \end{aligned}$$

où  $\Phi_{\bar{l},\bar{k}}(t) \triangleq j^{\bar{k}+\bar{l}} \bar{v}(t - \bar{k}T) e^{j2\pi \bar{l}t/T_s}$  constitue la famille de réception des signaux et  $u_{\Phi,\bar{l},h}(\bar{k}) \triangleq \mathbf{h}^H \int_{\mathbb{R}} \mathbf{u}(f) \Phi_{\bar{l},\bar{k}}(f) df$  désigne le bruit après le traitement de réception. La structure d'un tel

récepteur est présentée sur la figure II.6. A partir de l'équation (II.15), on peut constater que la détection des symboles se fait sans interférences (i.e. sans IES ni IEP) dès lors que

$$\Re \left\{ \langle \Psi_{l,k}, \Phi_{\bar{l},\bar{k}} \rangle (t) \right\} = \delta_{l,\bar{l}} \delta_{k,\bar{k}}, \quad (\text{II.16})$$

c'est à dire, dès lors que les familles  $\Psi_{l,k}(t)$  et  $\Phi_{\bar{l},\bar{k}}(t)$  sont biorthogonales [18], [57]. Pour  $\|\mathbf{h}\|^2 = 1$  et en l'absence de bruit ( $\forall \bar{k} : u_{\Phi,\bar{l},h}(\bar{k}) = 0$ ), il est ainsi possible d'écrire

$$\begin{aligned} z_{\bar{l}}(\bar{k}T) &= b_{\bar{l},\bar{k}} + \sum_{(l,k) \neq (\bar{l},\bar{k})} b_{l,k} \Re \left\{ \langle \Psi_{l,k}, \Phi_{\bar{l},\bar{k}} \rangle (t) \right\} \\ &= b_{\bar{l},\bar{k}}. \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

en raison du caractère purement imaginaire de  $\sum_{(l,k) \neq (\bar{l},\bar{k})} \langle \Psi_{l,k}, \Phi_{\bar{l},\bar{k}} \rangle (t)$  du à (II.16).

Pour la simplicité de l'analyse (et probablement d'une implémentation qui en découlerait), nous nous restreindrons dans le cadre de ce travail à la considération de familles de modulation et de démodulation identiques (i.e.  $\Psi_{l,k}(t) = \Phi_{l,k}(t)$ ), supposition fréquemment faite par la littérature. Dès lors, la condition requise pour la restauration sans interférences des symboles transmis se ramène à la condition d'orthogonalité dans  $\mathbb{R}$

$$\Re \left\{ \langle \Psi_{l,k}, \Psi_{\bar{l},\bar{k}} \rangle (t) \right\} = \delta_{l,\bar{l}} \delta_{k,\bar{k}}. \quad (\text{II.18})$$

Il découle de cette condition que le banc de filtre de réception est adapté au banc de filtre d'émission (i.e.  $v(t) = \bar{v}(t)$ ) et que ceux-ci seront conçus pour garantir l'orthogonalité ou la quasi-orthogonalité du système<sup>4</sup> (en canal idéal).

Si la reconstruction (quasi-)parfaite des signaux en canal plat est possible, en présence d'un canal réel où l'effet Doppler provoque une dispersion des symboles en fréquence et où les multi-trajets de propagation conduisent à une dispersion temporelle des symboles, l'orthogonalité du système FBMC-OQAM n'est pas préservée. Afin de limiter les IES et IEP intrinsèques, une attention particulière doit donc être portée sur la localisation temps-fréquence des symboles.

## II.4 Filtrage prototype

### II.4.a Enjeux et état de l'art

Le choix du filtre prototype permettant la mise en forme des sous-porteuses revêt une importance capitale puisque c'est ce filtre qui déterminera le support et la magnitude des interférences potentielles dans le plan temps-fréquence. Ainsi, de nombreux articles ont étudié

---

4. En d'autres termes, les bancs de filtres de synthèse et d'analyse sont dit "à reconstruction parfaite" ou "quasi-parfaite", respectivement.

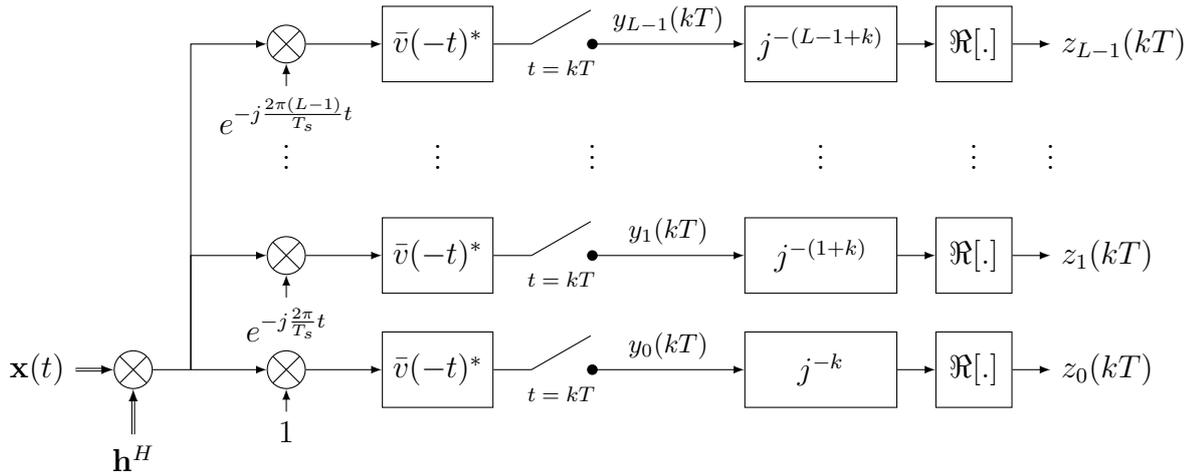


FIGURE II.6 – Diagramme en bloc temps-continu du traitement de réception en bande de base des sous-porteuses optimal pour un canal plat

le filtrage de mise en forme de signaux multi-porteuses, en se concentrant particulièrement sur l'amélioration de la localisation temps-fréquence des symboles. Parmi ces travaux, on citera notamment [58]–[63].

En vertu du principe d'incertitude d'Heisenberg, il est connu qu'il est impossible de garantir la bonne localisation d'une fonction à la fois en temps et en fréquence [57, Chap. 2]. Le corollaire qui en découle est que tout filtre à bonne sélectivité en fréquence verra sa réponse impulsionnelle s'étaler temporellement, nécessitant un grand nombre de coefficients lors d'une mise en œuvre temps-discret et étant donc susceptible de causer une interférence entre symboles importante. Généralement, la localisation temps-fréquence des filtres est examinée à partir de leur fonction d'ambiguïté, c'est à dire de leur corrélation temps-fréquence définie par

$$A(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} v\left(t + \frac{\tau}{2}\right) v^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi\nu t} dt. \quad (\text{II.19})$$

Les surfaces d'ambiguïté<sup>5</sup> pour la majorité des filtres prototypes proposés pour les formes d'ondes FBMC-OQAM sont présentés dans l'article [64]<sup>6</sup>.

La fonction permettant de garantir une localisation temps-fréquence optimale s'évanouit de façon isotrope dans le plan temps-fréquence, il s'agit d'une fonction Gaussienne à 2 dimensions. Cependant, cette fonction a un support temps-fréquence infini et ne respecte évidemment pas le critère de Nyquist qui garantit une absence d'interférence entre symboles en canal plat. Un filtre prototype a donc été proposé par l'application d'une transformation permettant d'ortho-

5. La fonction d'ambiguïté a valeur réelle ( $\forall\{\tau, \nu\}$ ) dès lors que  $v(t)$  est paire.

6. On pourra également trouver dans cet article de plus amples détails sur les propositions actuelles de la littérature concernant la construction de formes d'ondes multiporteuses filtrées.

gonaliser la fonction Gaussienne 2D. La fonction après transformation est nommée IOTA<sup>7, 8</sup> [58]. Cette méthodologie a, par la suite, été étendue pour la construction de filtres prototypes à localisation temps-fréquence non-isotrope [62]. De nombreuses autres propositions de filtres prototypes ont été publiées dans la littérature scientifique [64].

Cependant, en dépit de ces nombreuses propositions, une partie importante de la littérature FBMC-OQAM se concentre sur l'utilisation d'un filtre particulier nommé PHYDYAS, décrit dans l'article [22] et se basant notamment sur les travaux de l'article [65].

### II.4.b Filtre PHYDYAS

Le filtre PHYDYAS, déterminé par échantillonnage en fréquence, est un filtre de demi-Nyquist<sup>9</sup> qui permet, dans le contexte FBMC-OQAM, de garantir une négligeabilité de l'interférence venant des sous-porteuses non-adjacentes à une sous-porteuse particulière (cf. figure II.7 où la sous-porteuse 9 est polluée de manière significative uniquement par les sous-porteuses 8 et 10). Ainsi, en canal plat, les interférences sur un symbole  $b_{l,k}$  ne proviennent que des symboles définis sur la dimension orthogonale à la dimension de définition du symbole  $b_{l,k}$  (cf. figure II.1). Par ailleurs, le facteur de *roll-off* du filtre est choisi égal à 1 pour diminuer la longueur de sa réponse impulsionnelle, et donc minimiser la latence induite par ce filtre ainsi que la complexité de sa mise en œuvre.

La surface d'ambiguïté (à un côté en  $\nu$ ) du filtre PHYDYAS est présentée sur la figure II.8. A titre de comparaison, la surface d'ambiguïté d'un filtre rectangulaire (en temps) est présentée sur la figure II.9. Le filtre PHYDYAS est caractérisé par la réponse en fréquence illustrée sur la figure II.3 et définie par

$$v(f) = \sum_k \varrho_k \frac{\sin(\pi(RfT_s - k))}{\pi(RfT_s - k)} \quad (\text{II.20})$$

où  $R = 4$  désigne le facteur de recouvrement choisi spécifique au filtre PHYDYAS [55] et  $\varrho_k$  ( $\{k \in \mathbb{Z} \mid 0 \leq |k| \leq R - 1\}$ ) correspond aux coefficients déterminant l'amplitude du filtre pour les  $k$  points échantillonnés en fréquence. Ainsi, par transformation de Fourier inverse, on obtient la réponse impulsionnelle temps-continue

$$v(t) = \sum_k \varrho_k e^{j\frac{2\pi k}{RT_s}t}. \quad (\text{II.21})$$

En pratique, les coefficients  $\varrho_k$  sont symétriques (i.e.  $\varrho_k = \varrho_{-k}$ ) pour garantir un filtre à valeurs réelles et choisis tels que  $\varrho_0 = 1$ ,  $\varrho_1 = 0.97195983$ ,  $\varrho_2 = 1/\sqrt{2}$ ,  $\varrho_3 = \sqrt{1 - \varrho_1^2}$ ,  $\forall k \geq R : \varrho_k = 0$  [22]. Etant donnée la propriété de symétrie présentée par les coefficients,  $v(t)$  est la fonction

---

7. Isotropic Orthogonal Transform Algorithm

8. du nom de l'algorithme d'orthogonalisation employé

9. de période  $T_s$

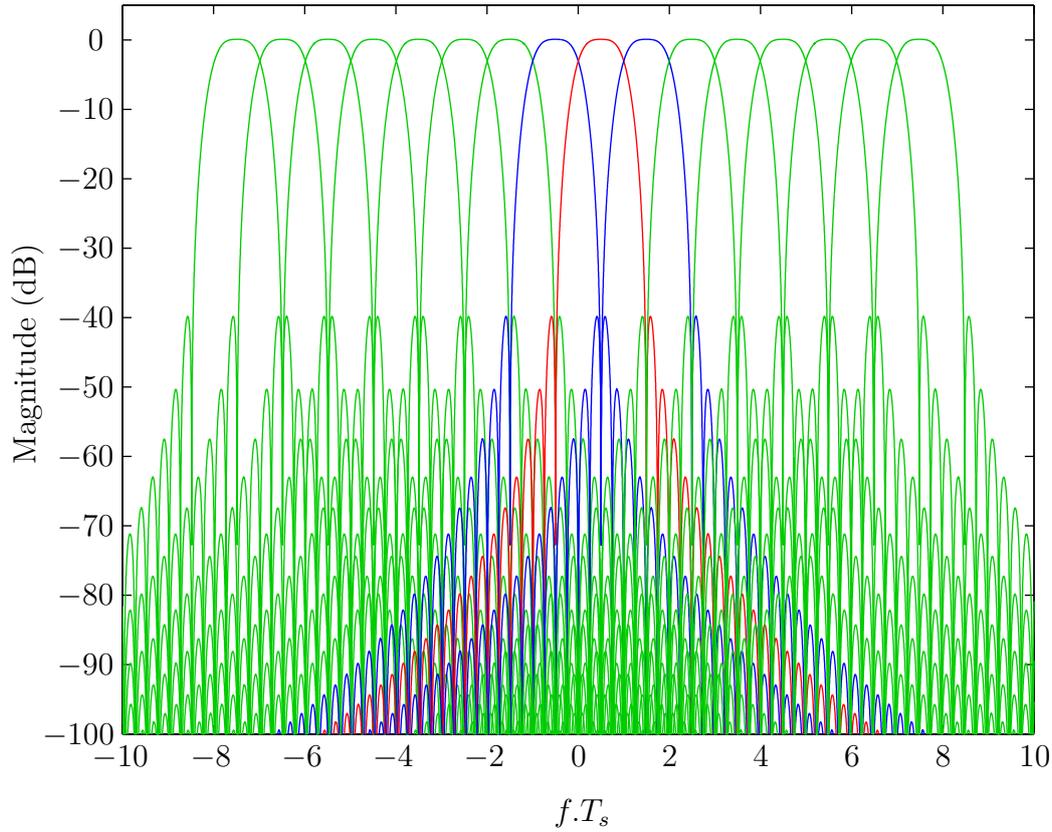


FIGURE II.7 – Magnitudes superposées de 16 sous-porteuses FBMC-OQAM mises en forme par le filtre PHYDYAS

paire

$$v(t) = 1 + \sum_{k=1}^{R-1} \varrho_k \cos\left(\frac{2\pi k}{RT_s} t\right) \quad \forall |t| \leq 4T_s. \quad (\text{II.22})$$

illustrée sur la figure II.10. On peut en pratique caractériser les interférences générées par le filtre prototype sur les symboles et porteuses adjacentes par l'examen des corrélations entre les réponses temps-fréquence des filtres pour les points correspondant à ceux de la lattice temps-fréquence des signaux (cf. figure II.1b). Ces interférences sont données par  $r_m(kT)$  tel que

$$r_m(kT) = \int v^*(f)v\left(f - \frac{m}{2T}\right) e^{j2\pi f k T} df \quad (\text{II.23})$$

où  $m \in \{-1, 0, 1\}$  désigne l'indice relatif de la sous-porteuse décalée de  $m/2T$  par rapport au filtre adapté à une sous-porteuse. Les valeurs de  $r_m(kT)$  pour le filtre PHYDYAS sont données par la table II.1 [66]. Leurs magnitudes correspondent à celles des points de la surface d'ambiguïté échantillonnée pour les instants  $kT$  et les fréquences  $m/2T$ .

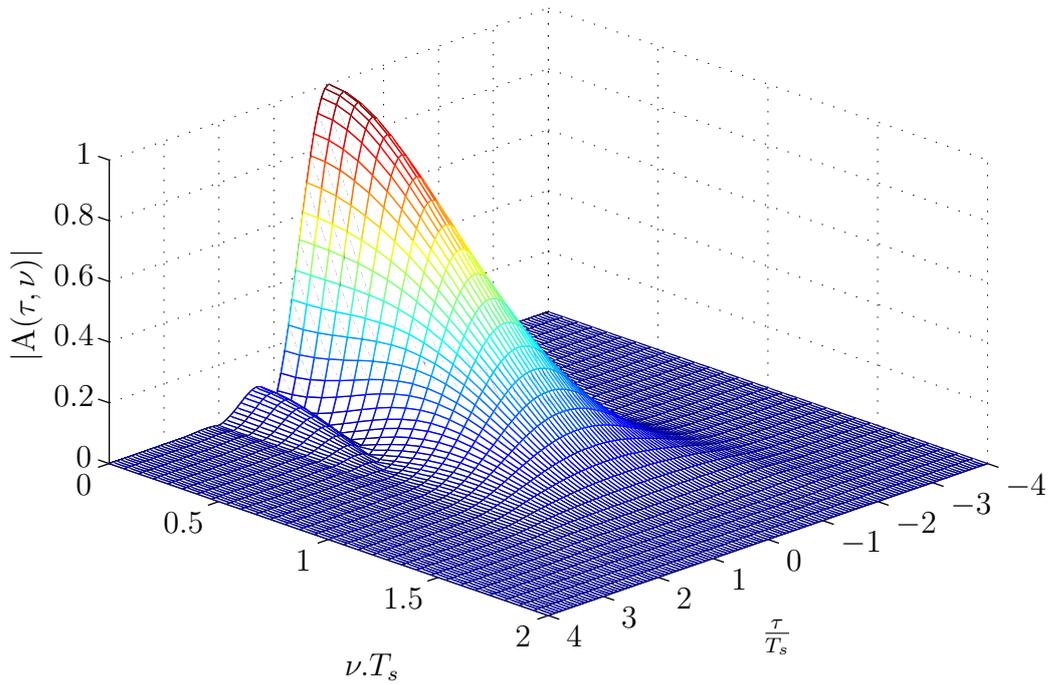


FIGURE II.8 – Surface d’ambiguïté (à un côté en  $\nu$ ) du filtre PHYDYAS

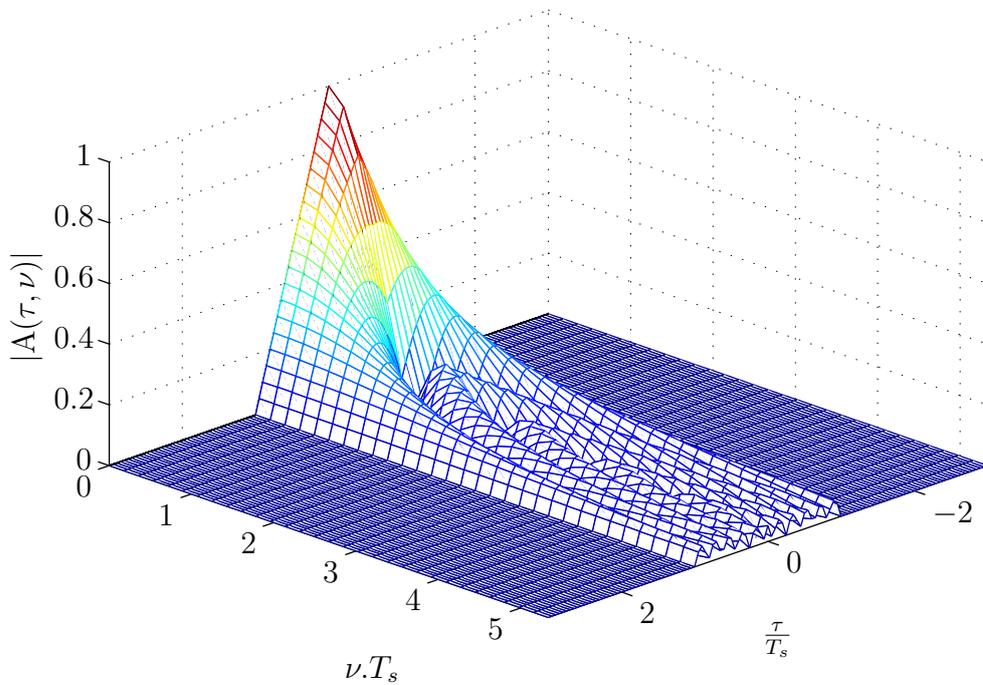


FIGURE II.9 – Surface d’ambiguïté (à un côté en  $\nu$ ) d’un filtre rectangulaire en temps

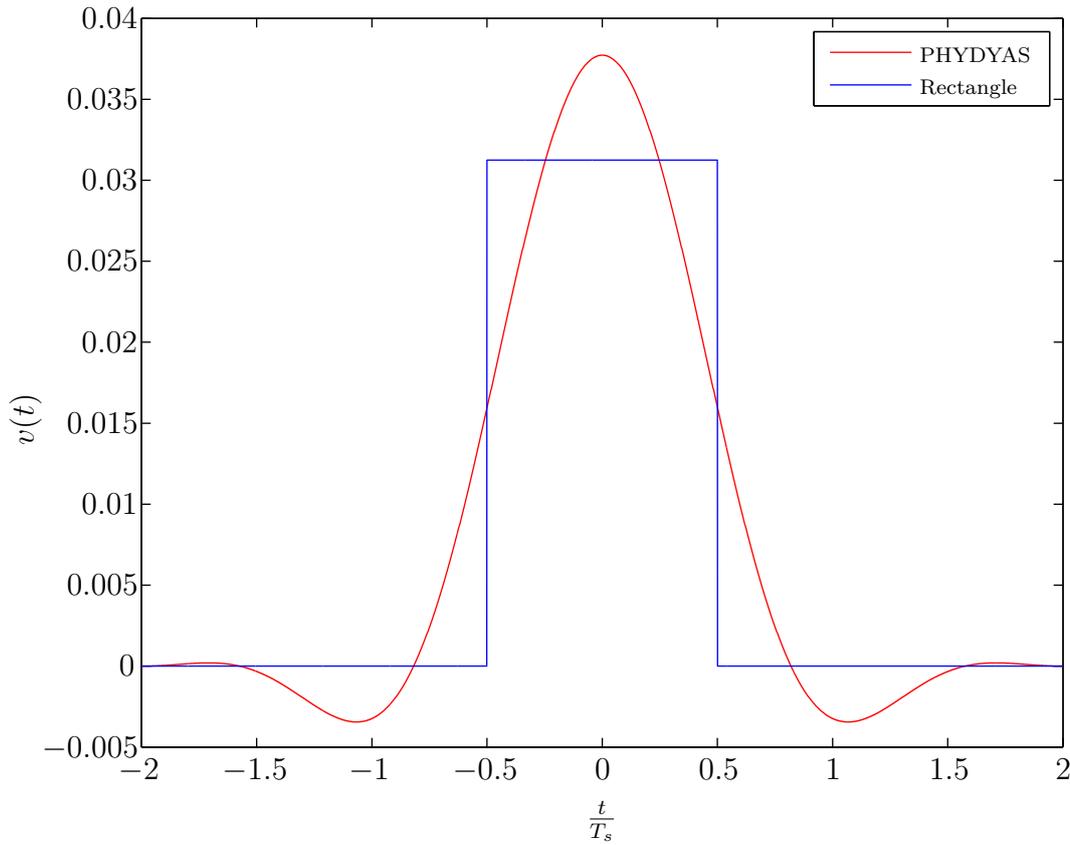


FIGURE II.10 – Réponse impulsionnelle des filtres rectangulaire et PHYDYAS

|                          |    | Symbole relatif $k$ |          |         |          |        |          |         |          |        |
|--------------------------|----|---------------------|----------|---------|----------|--------|----------|---------|----------|--------|
|                          |    | -4                  | -3       | -2      | -1       | 0      | 1        | 2       | 3        | 4      |
| Porteuse relative<br>$m$ | -1 | 0.0054              | j0.0429  | -0.1250 | -j0.2058 | 0.2393 | j0.2058  | -0.1250 | -j0.0429 | 0.0054 |
|                          | 0  | 0                   | -0.0668  | 0       | 0.5644   | 1      | 0.5644   | 0       | -0.0668  | 0      |
|                          | 1  | 0.0054              | -j0.0429 | -0.1250 | j0.2058  | 0.2393 | -j0.2058 | -0.1250 | j0.0429  | 0.0054 |

 TABLE II.1 – Table d'interférences (IES/IEP) du filtre prototype PHYDYAS ( $r_m(kT)$ )

## II.5 Egalisation SISO/SIMO en canal sélectif en fréquence

### II.5.a Modèle - symboles détectés

En présence de canaux de communication perturbés par la présence de nombreux obstacles, la réception de multiples trajets de propagation du signal conduit à un canal dit “sélectif en fréquence”. Dans un tel cas,  $\mathbf{h}(t)$  affecte non-uniformément différentes bandes de fréquence à une échelle dépendante du degré de sélectivité. Cette échelle est définie par le ratio entre la durée des symboles et l'étalement temporel du canal. Sous l'hypothèse d'un canal sélectif en

fréquence à l'échelle d'une sous-porteuse, les symboles PAM détectés deviennent

$$z_{\bar{l}}(\bar{k}T) = \Re \left\{ \left\langle \mathbf{h}_{\bar{l},\bar{k}}^H \mathbf{x}, \Psi_{\bar{l},\bar{k}} \right\rangle (t) \right\} \quad (\text{II.24})$$

$$\begin{aligned} &= b_{\bar{l},\bar{k}} + \sum_{(l,k) \neq (\bar{l},\bar{k})} b_{l,k} \Re \left\{ \mathbf{h}_{\bar{l},\bar{k}}^H \mathbf{h}_{l,k} \left\langle \Psi_{l,k}, \Psi_{\bar{l},\bar{k}} \right\rangle (t) \right\} + \Re \left\{ \mathbf{h}_{\bar{l},\bar{k}}^H \left\langle \mathbf{u}_{\bar{l},\bar{k}}, \Psi_{\bar{l},\bar{k}} \right\rangle (t) \right\} \\ &= b_{\bar{l},\bar{k}} + \underbrace{\sum_{k \neq \bar{k}} b_{\bar{l},k} \Re \left\{ \mathbf{h}_{\bar{l},\bar{k}}^H \mathbf{h}_{\bar{l},k} \left\langle \Psi_{\bar{l},k}, \Psi_{\bar{l},\bar{k}} \right\rangle (t) \right\}}_{\text{IES}} \\ &\quad + \underbrace{\sum_{l \neq \bar{l}} \sum_{k \neq \bar{k}} b_{l,k} \Re \left\{ \mathbf{h}_{\bar{l},\bar{k}}^H \mathbf{h}_{l,k} \left\langle \Psi_{l,k}, \Psi_{\bar{l},\bar{k}} \right\rangle (t) \right\}}_{\text{IEP}} + \Re \left\{ \mathbf{h}_{\bar{l},\bar{k}}^H \left\langle \mathbf{u}_{\bar{l},\bar{k}}, \Psi_{\bar{l},\bar{k}} \right\rangle (t) \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.25})$$

où  $\mathbf{h}_{l,k}$  désigne le vecteur canal à valeurs dans  $\mathbb{C}^N$  pour la sous-porteuse  $l$  et le symbole  $k$ . A cause de la sélectivité en fréquence du canal, il faut noter ici que  $\mathbf{h}_{\bar{l},\bar{k}} \neq \mathbf{h}_{l,k} \forall (\bar{l} \neq l, \bar{k} \neq k)$ . En conséquence, le terme d'interférence intrinsèque ne peut plus être considéré purement imaginaire et l'orthogonalité du système FBMC-OQAM est détruite. Il en résulte, en plus de l'interférence entre les symboles, une interférence résiduelle entre les sous-porteuses adjacentes. Celle-ci nécessite en général la mise en œuvre d'égaliseurs ayant capacité à traiter conjointement IES et IEP. De tels égaliseurs présentent cependant une complexité importante.

### II.5.b Etat de l'art des égaliseurs SISO/SIMO FBMC-OQAM

Il convient de noter que la solution générale d'un problème d'égalisation linéaire en présence de canaux adjacents nonorthogonaux consiste à mettre en œuvre un égaliseur 2D tel que présenté dans [67], [68]. Une telle solution implique déjà une augmentation importante de la complexité des égaliseurs, spécialement comparé à l'égalisation des liaisons CP-OFDM pour lesquelles, une suppression totale des IES est possible par l'utilisation du préfixe cyclique dans la mesure où la taille de celui-ci est supérieure à l'étalement temporel du canal, ce qui est prévu en pratique. On rappellera également qu'en présence d'une synchronisation parfaite en fréquence, les liaisons OFDM sont exemptes d'interférences entre porteuses.

La littérature scientifique des égaliseurs FBMC-OQAM s'est donc, depuis les années 1980 [30] concentrée sur la recherche de structures d'égaliseurs sous-optimales, mais à faible complexité, permettant des performances satisfaisantes même sur des canaux à forte sélectivité fréquentielle. En particulier, on pourra distinguer en pratique 2 familles de travaux. Tandis que la première se concentre sur une égalisation croisée à échantillonnage critique des sous-porteuses adjacentes, la deuxième famille, dans la lignée de [30] propose une égalisation surséchantillonnée des signaux FBMC-OQAM afin de disposer d'une bande plus large que la bande de Nyquist pour annuler l'impact des IEP.

Parmi la première famille de solutions, on notera le travail [69] qui propose différentes

topologies d'égalisation croisée et examine leurs performances eût égard à leur complexité et à leur erreur quadratique moyenne résiduelle en sortie. L'article [70] a également présenté des égaliseurs linéaires et DFE utilisant le critère MMSE dans le contexte de récepteurs pour une forme d'onde similaire proposée pour des réseaux VDSL<sup>10</sup>. Récemment, l'article [31] a présenté un égaliseur croisé où le critère MMSE tient compte de la structure particulière des signaux OQAM [71]. Cette forme d'égalisation croisée basée sur la combinaison des sous-porteuses dans la bande du filtre (i.e. sous-porteuse souhaitée et ses 2 sous-porteuses adjacentes en général) conserve une complexité raisonnable. Des variantes non-linéaires considérant l'ajout d'un retour de décision [32] ou une décision basée sur le critère MLSE [33] font suite à ces travaux.

Concernant les stratégies d'égalisation fractionnées, on notera le travail [29] qui présente un égaliseur linéaire par sous-porteuse qui travaille sur un signal surséchantillonné afin de limiter les IEP. Ce travail est dans la lignée de [30] et utilise une structure d'égalisation préalablement présentée dans [72].

Il convient aussi de signaler le travail [73] qui développe une approche asymptotique qui permet l'adaptation de la complexité de l'égalisation en fonction de la sélectivité en fréquence du canal rencontré.

### II.5.c Approche proposée

L'égalisation efficace des liaisons FBMC-OQAM pose la question du traitement statistique optimal des signaux OQAM sur les différentes sous-porteuses. En effet, les signaux OQAM présentent la particularité d'être non-circulaires et cyclostationnaires à l'ordre 2, propriétés qui seront détaillées dans le chapitre III et qui permettent d'envisager l'utilisation de traitements WL-FRESH pour la suppression des interférences entre porteuses des liaisons FBMC-OQAM. L'analyse de telles approches sera présentée dans la suite de ce manuscrit.

---

10. Very-high-bit-rate Digital Subscriber Line



# Chapitre III

## Modèles et statistiques

### Sommaire

---

|       |  |    |
|-------|--|----|
| III.1 | Modèle de réception alternatif . . . . .             | 33 |
| III.2 | Statistiques d'ordre 2 . . . . .                     | 34 |
| III.3 | Filtrage L- et WL-FRESH . . . . .                    | 40 |
| III.4 | Formulation du problème . . . . .                    | 45 |
| III.5 | Approche statistique choisie : Pseudo-MLSE . . . . . | 46 |
| III.6 | Démarche proposée . . . . .                          | 47 |

---

### III.1 Modèle de réception alternatif

Le signal en réception sur la sous-porteuse  $l_0$  ramenée en bande de base correspond à

$$\mathbf{x}_{l_0}(t) \triangleq \mathbf{x}(t)e^{-j\frac{2\pi l_0}{T_s}t} \quad (\text{III.1})$$

et est illustré sur la figure III.1. Alternativement, on peut l'écrire

$$\mathbf{x}_{l_0}(t) \triangleq \sum_{l=0}^{L-1} s_{l,v}(t)e^{j\frac{2\pi(l-l_0)}{T_s}t} * \mathbf{h}_l(t) + \mathbf{u}_{l_0}(t) \quad (\text{III.2})$$

$$= \underbrace{s_{l_0,v}(t) * \mathbf{h}_{l_0}(t)}_{\text{SOI : Signal sur la sous porteuse } l_0} + \underbrace{\sum_{\substack{l=0 \\ l \neq l_0}}^{L-1} s_{l,v}(t)e^{j2\pi\Delta f_l t} * \mathbf{h}_l(t)}_{\text{IEP : Signal sur les } L-1 \text{ autres sous-porteuses}} + \mathbf{u}_{l_0}(t) \quad (\text{III.3})$$

avec  $\Delta f_l \triangleq (l-l_0)/T_s$  et où  $\mathbf{h}_l(t)$  correspond à la réponse impulsionnelle du canal de transmission sur la sous-porteuse  $l$  et  $\mathbf{u}_{l_0}(t) \triangleq \mathbf{u}(t)e^{-j2\pi l_0 t/T_s}$ . On constate donc ici que la sous-porteuse utile  $l_0$  est polluée par la contribution des  $L-1$  autres sous-porteuses et du bruit de fond  $\mathbf{u}_{l_0}(t)$ . Ce modèle correspond à l'illustration de la figure III.2. Considérant les signaux OQAM sur le

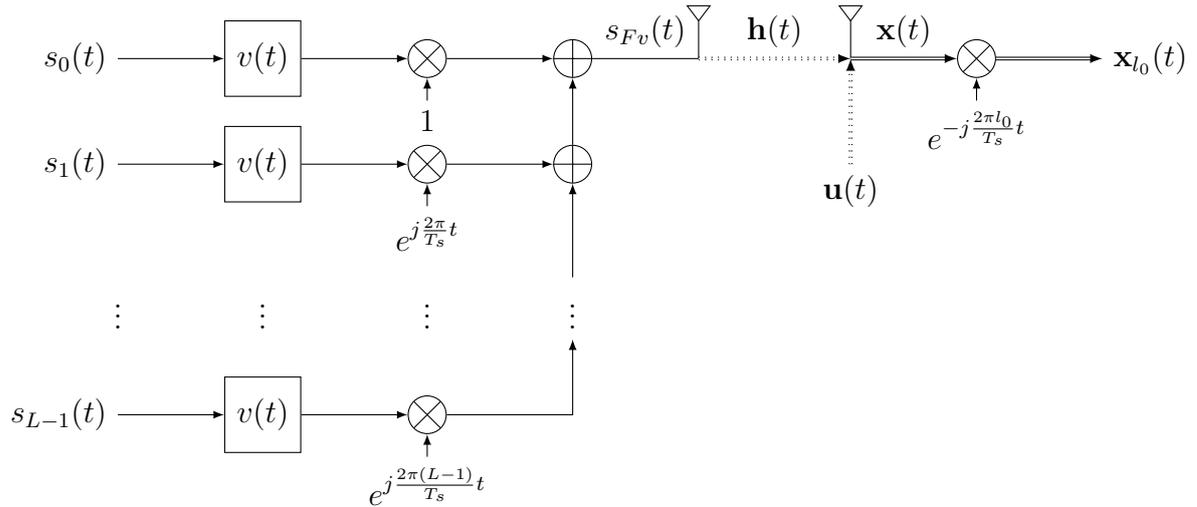


FIGURE III.1 – Traitement de remise en bande de base de la sous-porteuse  $l_0$  d'un signal FBMC-OQAM

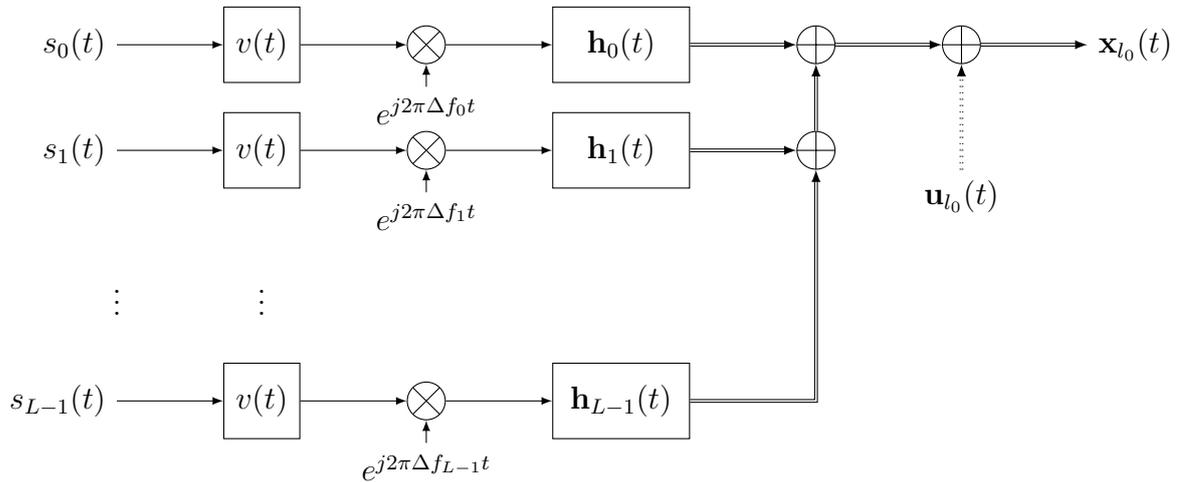


FIGURE III.2 – Schéma alternatif du traitement de remise en bande de base de la sous-porteuse  $l_0$  d'un signal FBMC-OQAM

modèle  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  (III.3), on distingue la contribution sur la porteuse utile,  $\mathbf{s}_{l_0}(t)$ , et les contributions sur les  $L - 1$  autres canaux,  $\mathbf{j}_l(t)$  ( $l \in \mathbb{N} - \{l_0\} \mid l \leq L - 1$ ).

$$\mathbf{x}_{l_0}(t) \triangleq \mathbf{s}_{l_0}(t) + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq l_0}}^{L-1} \mathbf{j}_l(t) + \mathbf{u}_{l_0}(t) \quad (\text{III.4})$$

## III.2 Statistiques d'ordre 2

Etant donné que les symboles transmis sur chacune des sous-porteuses sont statistiquement indépendants, les statistiques d'ordre 2 de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  correspondent à la somme des statistiques d'ordre 2 des signaux sur les  $L$  sous-porteuses (sous-porteuse utile  $l_0$  et  $L - 1$  sous-porteuses

interférentes) et du bruit de fond  $\mathbf{u}_{l_0}(t)$ .

Le bruit de fond après décalage conserve ses propriétés de circularité et de stationnarité. En revanche, aussi bien le SOI (composante de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  transmise sur la sous-porteuse utile  $l_0$ ) que les interférences (autres sous-porteuses) sont caractérisées par leur non-circularité et leur cyclostationnarité.

### III.2.a Noncircularité à l'ordre 2 des signaux

La notion de circularité<sup>1</sup> fait référence à l'invariance par rotation de densités de probabilités de variables aléatoires complexes. Cette supposition souvent faite pour le traitement statistique de variables aléatoires complexes peut conduire à la sous-optimalité de nombreux traitements pour peu que les signaux observés soient inexactement modélisés comme des suites de variables aléatoires complexes circulaires [74].

En particulier, de nombreux signaux de communications présentent la propriété d'être non-circulaires. C'est le cas notamment des signaux de communications à constellations mono-dimensionnelles (e.g. ASK) que l'on nommera par la suite signaux R. C'est également le cas des signaux dont la constellation devient mono-dimensionnelle après une opération de dérotation [75] comme c'est le cas pour les signaux MSK et OQAM, que l'on appellera quant à eux signaux QR. De même, les signaux GMSK, bien qu'appartenant à la famille des modulations CPM<sup>2</sup> à réponse partielle, peuvent malgré tout être considérés de manière approximative (mais avec une bonne précision) comme des signaux QR [76].

Les signaux non-circulaires présentent la propriété d'être corrélés avec leurs conjugués complexes. En conséquence, la caractérisation statistique optimale à l'ordre 2 de ces signaux doit exploiter l'information statistique contenue dans 2 moments au second ordre : la matrice de covariance et la matrice de covariance complémentaire<sup>3</sup> de ces signaux<sup>4</sup>. Ainsi, puisque  $\mathbf{x}(t)$  est composé de sous-porteuses OQAM, les statistiques d'ordre 2 de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  sont définies par les moments

$$\mathbf{R}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \mathbb{E} \left\{ \mathbf{x}_{l_0} \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \mathbf{x}_{l_0}^H \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \right\} \quad (\text{III.5})$$

$$\mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \mathbb{E} \left\{ \mathbf{x}_{l_0} \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \mathbf{x}_{l_0}^T \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \right\} \quad (\text{III.6})$$

où  $\exists(t, \tau) : \mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau) \neq \mathbf{0}_N$ . L'expression (III.5) désigne la matrice de corrélation de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  qui

---

1. La notion de (non-)circularité dans le cadre de ce manuscrit est à comprendre à l'ordre 2 exclusivement. Il est à noter que de nombreux signaux sont circulaires à l'ordre 2 mais non-circulaires aux ordres supérieurs.

2. Continuous-Phase Modulation

3. également appelée matrice de pseudo-covariance, voire matrice de relation dans certains travaux

4. Tout au long de ce document, les signaux aléatoires dont on considérera les statistiques d'ordre 2 seront d'espérance nulle, par conséquent, on emploiera indistinctement les termes "covariance" et "corrélacion".

peut être exprimée

$$\mathbf{R}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \mathbf{R}_{s_{l_0}}(t, \tau) + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq l_0}}^{L-1} \mathbf{R}_{j_l}(t, \tau) + \mathbf{R}_{u_{l_0}}(t, \tau) \quad (\text{III.7})$$

où  $\mathbf{R}_{s_{l_0}}(t, \tau)$ ,  $\mathbf{R}_{j_l}(t, \tau)$  et  $\mathbf{R}_{u_{l_0}}(t, \tau)$  sont définies comme  $\mathbf{R}_{x_{l_0}}(t, \tau)$  avec  $\mathbf{s}_{l_0}(t)$ ,  $\mathbf{j}_l(t)$  et  $\mathbf{u}_{l_0}(t)$  à la place de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$ , respectivement. Étant donné que le bruit de fond  $\mathbf{u}_{l_0}(t)$  est blanc et stationnaire, on a

$$\mathbf{R}_{u_{l_0}}(t, \tau) = \mathbf{R}_{u_{l_0}}(\tau) = N_0 \mathbf{I}_N \delta(\tau) \quad (\text{III.8})$$

où  $N_0$  désigne la densité spectrale de puissance du bruit. Par ailleurs, on a

$$\mathbf{R}_{s_{l_0}}(t, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{k'=-\infty}^{\infty} j^{k-k'} \mathbb{E}\{b_{l_0,k} b_{l_0,k'}^*\} \mathbf{g}_{l_0} \left( t - kT + \frac{\tau}{2} \right) \mathbf{g}_{l_0}^H \left( t - kT - \frac{\tau}{2} \right) \quad (\text{III.9})$$

avec  $\mathbf{g}_l(t) \triangleq v_{\Delta f_l}(t - kT) * \mathbf{h}_l(t)$  où  $v_{\Delta f_l}(t) \triangleq v(t) e^{j2\pi \Delta f_l t}$ . L'indépendance entre les symboles  $b_{l,k}$  (i.e.  $\mathbb{E}\{b_{l,k} b_{l',k'}^*\} = \pi_b \delta_{l,l'} \delta_{k,k'}$ ) avec  $\pi_b \triangleq \mathbb{E}\{b_{l,k}^2\}$  conduit à

$$\mathbf{R}_{s_{l_0}}(t, \tau) = \pi_b \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_{l_0} \left( t - kT + \frac{\tau}{2} \right) \mathbf{g}_{l_0}^H \left( t - kT - \frac{\tau}{2} \right). \quad (\text{III.10})$$

De la même façon, on peut exprimer  $\mathbf{R}_{j_l}(t, \tau) = \mathbf{R}_{s_{l_0}}(t, \tau)$  avec  $l$  à la place de  $l_0$ , et donc on obtient

$$\mathbf{R}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \pi_b \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{g}_l \left( t - kT + \frac{\tau}{2} \right) \mathbf{g}_l^H \left( t - kT - \frac{\tau}{2} \right) + N_0 \mathbf{I}_N \delta(\tau). \quad (\text{III.11})$$

L'expression (III.6) désigne la matrice de corrélation complémentaire de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$

$$\mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \mathbf{C}_{s_{l_0}}(t, \tau) + \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq l_0}}^{L-1} \mathbf{C}_{j_l}(t, \tau) + \mathbf{C}_{u_{l_0}}(t, \tau) \quad (\text{III.12})$$

où  $\mathbf{C}_{s_{l_0}}(t, \tau)$ ,  $\mathbf{C}_{j_l}(t, \tau)$  et  $\mathbf{C}_{u_{l_0}}(t, \tau)$  sont définies comme  $\mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau)$  avec  $\mathbf{s}_{l_0}(t)$ ,  $\mathbf{j}_l(t)$  et  $\mathbf{u}_{l_0}(t)$  à la place de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$ , respectivement. En raison de la circularité de  $\mathbf{u}_{l_0}(t)$ , on a  $\forall(t, \tau) : \mathbf{C}_{u_{l_0}}(t, \tau) = \mathbf{0}_N$ . D'une manière générale, on peut écrire

$$\mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \pi_b \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^{k+l} \mathbf{g}_l \left( t - kT + \frac{\tau}{2} \right) \mathbf{g}_l^T \left( t - kT - \frac{\tau}{2} \right) e^{j4\pi \Delta f_l kT} \quad (\text{III.13})$$

où, en définissant  $\check{\mathbf{g}}_l(t) = \mathbf{g}_l(t)e^{-j2\pi(\Delta f_l + 1/4T)t}$ , on obtient

$$\mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \pi_b \sum_{l=0}^{L-1} (-1)^l \sum_{k=-\infty}^{\infty} \check{\mathbf{g}}_l \left( t - kT + \frac{\tau}{2} \right) \check{\mathbf{g}}_l^T \left( t - kT - \frac{\tau}{2} \right) e^{j2\pi(2\Delta f_l + \frac{1}{2T})t}. \quad (\text{III.14})$$

En plus de cette propriété de non-circularité, les signaux OQAM sont également caractérisés par leur cyclostationnarité.

### III.2.b Cyclostationnarité à l'ordre 2 des signaux

L'analyse des signaux cyclostationnaires a, depuis les années 60, donné naissance à une importante littérature scientifique dans différents domaines des sciences et de l'ingénierie [77]. Tandis que les bases théoriques de l'analyse de ces signaux ont été posées à partir des années 60 [78], [79], de nombreux travaux plus récents ont consisté à l'application de techniques permettant d'exploiter cette spécificité.

Un processus cyclostationnaire<sup>5</sup> (potentiellement non-circulaire) voit ses statistiques varier périodiquement dans le temps. En conséquence, l'espérance mathématique  $\mathbf{E}\{\mathbf{x}_{l_0}(t)\}$  tout comme les moments d'ordre 2  $\mathbf{R}_{x_{l_0}}(t, \tau)$  et  $\mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau)$  de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  sont périodiques en  $t$ . Considérant, à titre d'exemple, la périodicité de période  $T$  due au rythme des symboles PAM qui composent  $\mathbf{x}(t)$ , on peut écrire

$$\mathbf{E}\{\mathbf{x}_{l_0}(t)\} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_{l_0}(t + T)\} \quad (\text{III.15})$$

ainsi que

$$\mathbf{R}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \mathbf{R}_{x_{l_0}}(t + T, \tau) \quad (\text{III.16})$$

$$\mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \mathbf{C}_{x_{l_0}}(t + T, \tau). \quad (\text{III.17})$$

Il s'en suit une décomposition possible de ces moments d'ordre 2 en séries de Fourier.

$$\mathbf{R}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \sum_{\alpha_i} \mathbf{R}_{x_{l_0}}^{\alpha_i}(\tau) e^{j2\pi\alpha_i t} \quad (\text{III.18})$$

$$\mathbf{C}_{x_{l_0}}(t, \tau) = \sum_{\beta_i} \mathbf{C}_{x_{l_0}}^{\beta_i}(\tau) e^{j2\pi\beta_i t}. \quad (\text{III.19})$$

où  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  désignent les fréquences des périodicités cachées<sup>6</sup> de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$ , nommées fréquences cycliques.  $\mathbf{R}_{x_{l_0}}^{\alpha_i}(\tau)$  est la fonction d'autocorrélation cyclique à la fréquence cyclique  $\alpha_i$  et  $\mathbf{C}_{x_{l_0}}^{\beta_i}(\tau)$  désigne la fonction d'autocorrélation cyclique complémentaire à la fréquence cyclique  $\beta_i$ . En

---

5. le terme cyclostationnaire dans ce manuscrit est à comprendre au sens large et à l'ordre 2 exclusivement

6. i.e. fréquences de périodicité des statistiques

d'autres termes, et contrairement aux processus stationnaires qui manifestent une absence totale de corrélation entre leurs différentes composantes spectrales, les processus cyclostationnaires ont la particularité que leurs composantes spectrales régulièrement décalées en fréquence sont corrélées. Le décalage correspond à la valeur des fréquences cycliques qui caractérisent la périodicité de leurs statistiques.

Il est intéressant de noter que les fréquences cycliques diffèrent selon la considération de 2 familles de signaux non-circulaires. Les signaux dits rectilignes ont pour fréquences cycliques  $\alpha_i = i/T, \beta_i = i/T$  ( $i \in \mathbb{Z}$ ). Les signaux quasi-rectilignes quant à eux ont les fréquences cycliques  $\alpha_i = i/T$  et  $\beta_i = (2i + 1)/2T$  [39], [40], [80].

Pour le cas des signaux FBMC-OQAM où les signaux OQAM des sous-porteuses sont décalés en fréquence de  $\Delta f_l$ , on peut déduire de (III.11) et (III.14) que les fréquences de périodicité des statistiques correspondent à  $\alpha_i = i/T$  ( $i \in \mathbb{Z}$ ) et  $\beta_i = \bigcup_{l=0}^{L-1} \beta_{l,i}$  avec  $\beta_{l,i} = 2\Delta f_l + (2i + 1)/2T$ .

Les fonctions d'autocorrélation cycliques  $\mathbf{R}_{x_{i_0}}^{\alpha_i}(\tau)$  et  $\mathbf{C}_{x_{i_0}}^{\beta_{l,i}}(\tau)$  sont déterminées par

$$\mathbf{R}_{x_{i_0}}^{\alpha_i}(\tau) \triangleq \left\langle \mathbf{R}_{x_{i_0}}(t, \tau) e^{-j2\pi\alpha_i t} \right\rangle \quad (\text{III.20})$$

$$\mathbf{C}_{x_{i_0}}^{\beta_{l,i}}(\tau) \triangleq \left\langle \mathbf{C}_{x_{i_0}}(t, \tau) e^{-j2\pi\beta_{l,i} t} \right\rangle. \quad (\text{III.21})$$

Une représentation graphique de l'information statistique à l'ordre 2 est possible en visualisant les corrélations spectrales aux différentes fréquences de périodicité des moments d'ordre 2. Celles-ci sont déterminées par les transformées de Fourier  $\mathbf{R}_{x_{i_0}}^{\alpha_i}(f)$  et  $\mathbf{C}_{x_{i_0}}^{\beta_{l,i}}(f)$  des fonctions de corrélations cycliques et seront dénotés "spectres cycliques". Pour le premier moment d'ordre 2, à la fréquence cyclique  $\alpha = 0$ , on retrouve la densité spectrale de puissance  $\mathbf{R}_{x_{i_0}}^0(f)$  qui caractériserait exhaustivement les statistiques d'ordre 2 de signaux circulaires stationnaires.

A titre d'exemple, sont présentés sur les figures III.3 et III.4, les spectres cycliques pour les premiers et seconds moments d'ordre 2,  $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$  et  $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$ , respectivement, d'un signal R ou QR  $s_v(t)$  défini par

$$s_v(t) \triangleq \sum_k a_k v(t - kT). \quad (\text{III.22})$$

où  $s_v(t)$  est R si  $a_k = b_k$  et QR si  $a_k = j^k b_k$  et où  $v(t)$  est un filtre de demi-Nyquist de *roll-off*  $\gamma = 0.5$ . Ses spectres cycliques  $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$  et  $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$  sont définis par

$$r_{s_v}^{\alpha_i}(f) = \frac{\pi_b}{T} v\left(f + \frac{\alpha_i}{2}\right) v^*\left(f - \frac{\alpha_i}{2}\right) \quad (\text{III.23})$$

$$c_{s_v}^{\beta_i}(f) = \frac{\pi_b}{T} v\left(f + \frac{\beta_i}{2}\right) v\left(\frac{\beta_i}{2} - f\right), \quad (\text{III.24})$$

pour  $\alpha_i = i/T$  et  $\beta_i = i/T$ , ou  $\alpha_i = i/T$  et  $\beta_i = (2i + 1)/2T$  selon que  $s_v(t)$  soit R ou QR, respectivement.

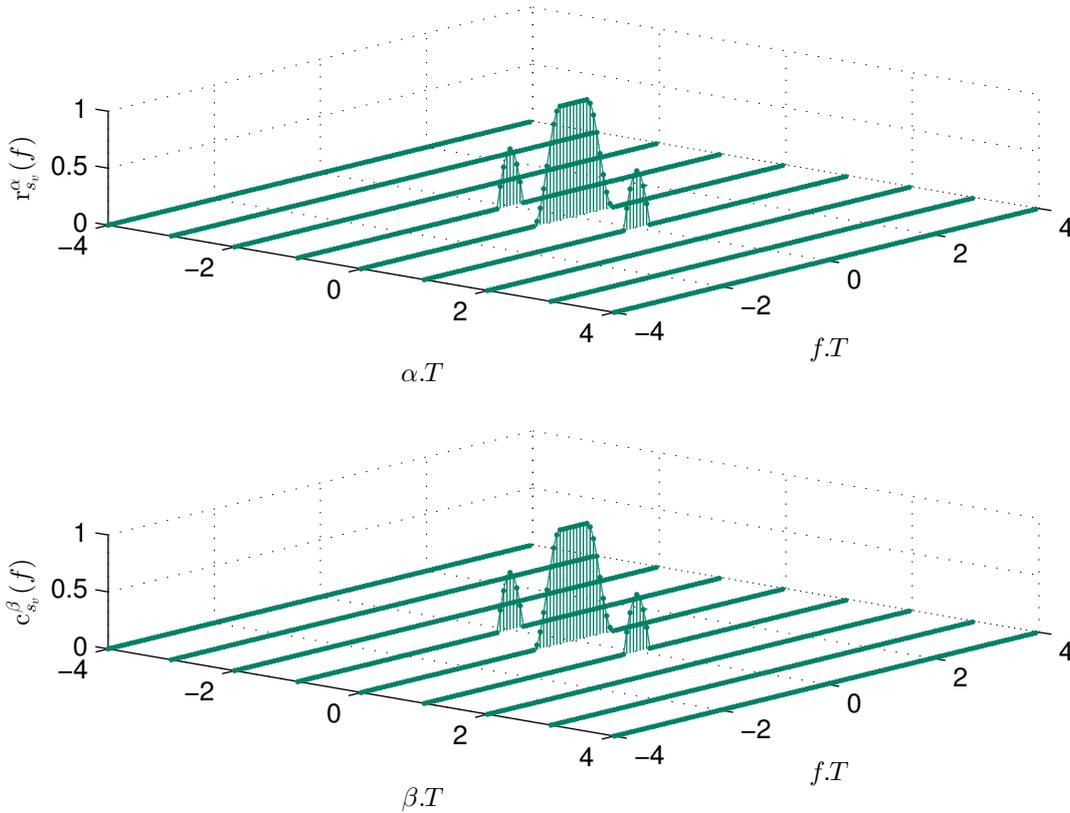


FIGURE III.3 –  $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$  et  $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$  pour un signal rectiligne mis en forme par un filtre de demi-Nyquist de *roll-off* 0.5

### III.2.c Filtrage linéaire de signaux cyclostationnaires d'ordre 2

Le filtrage linéaire de tout signal  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{C}^N$  cyclostationnaire d'ordre deux de fréquences cycliques  $\alpha_i$  et  $\beta_i$ ,  $i \in \mathbb{Z}$  par un filtre de fonction de transfert  $P \times N$ ,  $\mathbf{H}(f)$  donne un signal  $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{C}^P$  cyclostationnaire d'ordre deux de mêmes fréquences cycliques et de spectres cycliques associés reliés par la formule des interférences [81, Sec. 6.4.2] suivante

$$\mathbf{R}_y^{\alpha_i}(f) = \mathbf{H} \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \mathbf{R}_x^{\alpha_i}(f) \mathbf{H}^H \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) \quad (\text{III.25})$$

$$\mathbf{C}_y^{\beta_i}(f) = \mathbf{H} \left( f + \frac{\beta_i}{2} \right) \mathbf{C}_x^{\beta_i}(f) \mathbf{H}^T \left( \frac{\beta_i}{2} - f \right). \quad (\text{III.26})$$

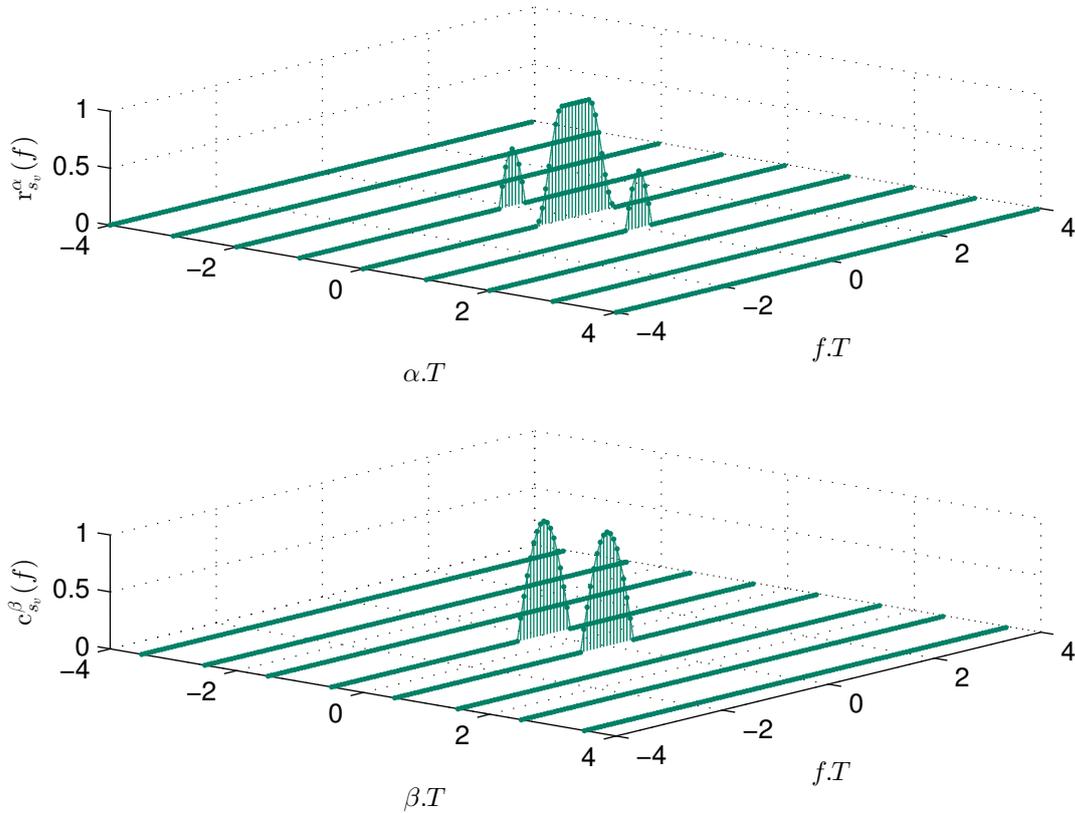


FIGURE III.4 –  $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$  et  $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$  pour un signal quasi-rectiligne mis en forme par un filtre de demi-Nyquist de *roll-off* 0.5

En particulier, en sortie de tout filtre SIMO de fonction de transfert  $\mathbf{w}^H(f)$ , nous avons

$$\mathbb{E} \left[ |y(nT)|^2 \right] = \sum_{\alpha_i} e^{j2\pi\alpha_i nT} \int r_y^{\alpha_i}(f) df = \sum_{\alpha_i} e^{j2\pi\alpha_i nT} \int \mathbf{w}^H \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \mathbf{R}_x^{\alpha_i}(f) \mathbf{w} \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) df \quad (\text{III.27})$$

$$\mathbb{E} \left[ y^2(nT) \right] = \sum_{\beta_i} e^{j2\pi\beta_i nT} \int c_y^{\beta_i}(f) df = \sum_{\beta_i} e^{j2\pi\beta_i nT} \int \mathbf{w}^H \left( f + \frac{\beta_i}{2} \right) \mathbf{C}_x^{\beta_i}(f) \mathbf{w}^* \left( \frac{\beta_i}{2} - f \right) df. \quad (\text{III.28})$$

### III.3 Filtrage L- et WL-FRESH

Il découle de la variation périodique des statistiques d'ordre 2 de signaux cyclostationnaires que le filtre optimal de tels signaux varie périodiquement dans le temps également. Il est dit LPTV<sup>7</sup> et sa réponse impulsionnelle  $w(t, v)$  peut donc être décomposée en séries de Fourier,

7. Linear Periodically Time-Variant

de sorte que

$$w(t, v) = \sum_{i=1}^{\mathcal{A}} w_i(t - v) e^{j2\pi\kappa_i v} \quad (\text{III.29})$$

avec  $\kappa_i$  ( $i \in \mathbb{N}^* \mid i \leq \mathcal{A}$ ) désignant les fréquences de périodicité de la fonction de corrélation du signal d'entrée,  $\mathcal{A} \in \mathbb{N}^*$  désignant leur nombre (généralement infini) et où  $w_i(\tau) = \langle w(t + \tau, t) e^{-j2\pi\kappa_i t} \rangle$  avec  $\tau = t - v$ .

Désignant  $y(t)$  la sortie du filtre  $w(t, v)$  appliqué à l'entrée scalaire  $x(t)$ , on obtient

$$y(t) = \int w(t, v) x(v) dv \quad (\text{III.30})$$

$$= \sum_{i=1}^{\mathcal{A}} \int w_i(t - v) x(v) e^{j2\pi\kappa_i v} dv \quad (\text{III.31})$$

$$= \sum_{i=1}^{\mathcal{A}} w_i(t) * [x(t) e^{j2\pi\kappa_i t}] \quad (\text{III.32})$$

Considérant la transformée de Fourier de  $y(t)$ , on obtient donc

$$y(f) = \sum_{i=1}^{\mathcal{A}} w_i(f) x(f - \kappa_i) \quad (\text{III.33})$$

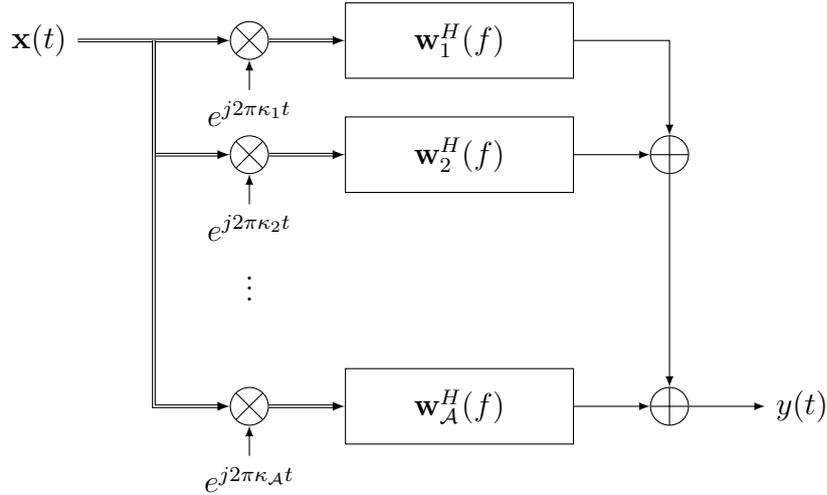
Le filtrage d'un signal en entrée par le filtre  $w(t, v)$  revient donc au filtrage par  $w_i(t)$  de multiples versions du signal d'entrée décalées en fréquence de  $\kappa_i$ . Plus généralement, si l'on considère un signal  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{C}^N$ , le filtre optimal est composé de  $\mathcal{A}$  filtres  $\mathbf{w}_i(t)$ , chacun de dimension  $N$ , appliqués à  $\mathcal{A}$  versions de  $\mathbf{x}(t)$  décalées en fréquence de  $\kappa_i$ <sup>8</sup>. Un tel filtre, que nous désignerons L-FRESH (à  $\mathcal{A}$  entrées) est illustré sur la figure III.5.

Toutefois, si  $w(t, v)$  est optimal pour le filtrage de signaux cyclostationnaires circulaires, pour des signaux qui présentent la propriété d'être noncirculaires, le filtre exploitant optimalement les statistiques d'ordre 2 doit considérer le filtrage de versions décalées en fréquence du conjugué du signal reçu puisque la corrélation des signaux avec leur conjugué complexe n'est pas identiquement nulle ( $\forall(t, \tau)$ ). On obtient dans ce cas, considérant le signal d'entrée  $\mathbf{x}(t)$ , la sortie

$$y(f) = \sum_{i=1}^{\mathcal{A}} \mathbf{w}_i^H(f) \mathbf{x}(f - \kappa_i) + \sum_{i'=1}^{\mathcal{B}} \mathbf{w}_{i'}^H(f) \mathbf{x}^*(\rho_{i'} - f) \quad (\text{III.34})$$

où  $\rho_{i'}$  ( $i' \in \mathbb{N}^* \mid i' \leq \mathcal{B}$ ) correspond aux fréquences de périodicité de la fonction de corrélation complémentaire du signal  $\mathbf{x}(t)$  et où  $\mathcal{B} \in \mathbb{N}^*$  désigne leur nombre (généralement infini). Avec  $\mathcal{M} = \mathcal{A} + \mathcal{B}$ , en définissant  $\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H(f) = [\mathbf{w}_1^H(f), \mathbf{w}_2^H(f), \dots, \mathbf{w}_{\mathcal{A}}^H(f), \mathbf{w}_{\mathcal{A}+1}^H(f), \mathbf{w}_{\mathcal{A}+2}^H(f), \dots, \mathbf{w}_{\mathcal{M}}^H(f)]$  et  $\tilde{\mathbf{x}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H(f) = [\mathbf{x}^H(f - \kappa_1), \mathbf{x}^H(f - \kappa_2), \dots, \mathbf{x}^H(f - \kappa_{\mathcal{A}}), \mathbf{x}^T(\rho_1 - f), \mathbf{x}^T(\rho_2 - f), \dots, \mathbf{x}^T(\rho_{\mathcal{B}} - f)]$ ,

8. On pourra retrouver ici pour le cas particulier où  $\mathcal{A} = 1$ , le cas d'un signal  $\mathbf{x}(t)$  stationnaire où la seule fréquence de périodicité correspond à  $\kappa_1 = 0$ . En d'autres termes, il n'y a évidemment ici aucune corrélation entre les composantes spectrales distinctes.


 FIGURE III.5 – Filtre L-FRESH à  $\mathcal{A}$  entrées

on peut écrire la sortie  $y(t)$  du filtre que nous dénoterons WL-FRESH<sup>9</sup> à  $\mathcal{M}$  entrées [45]

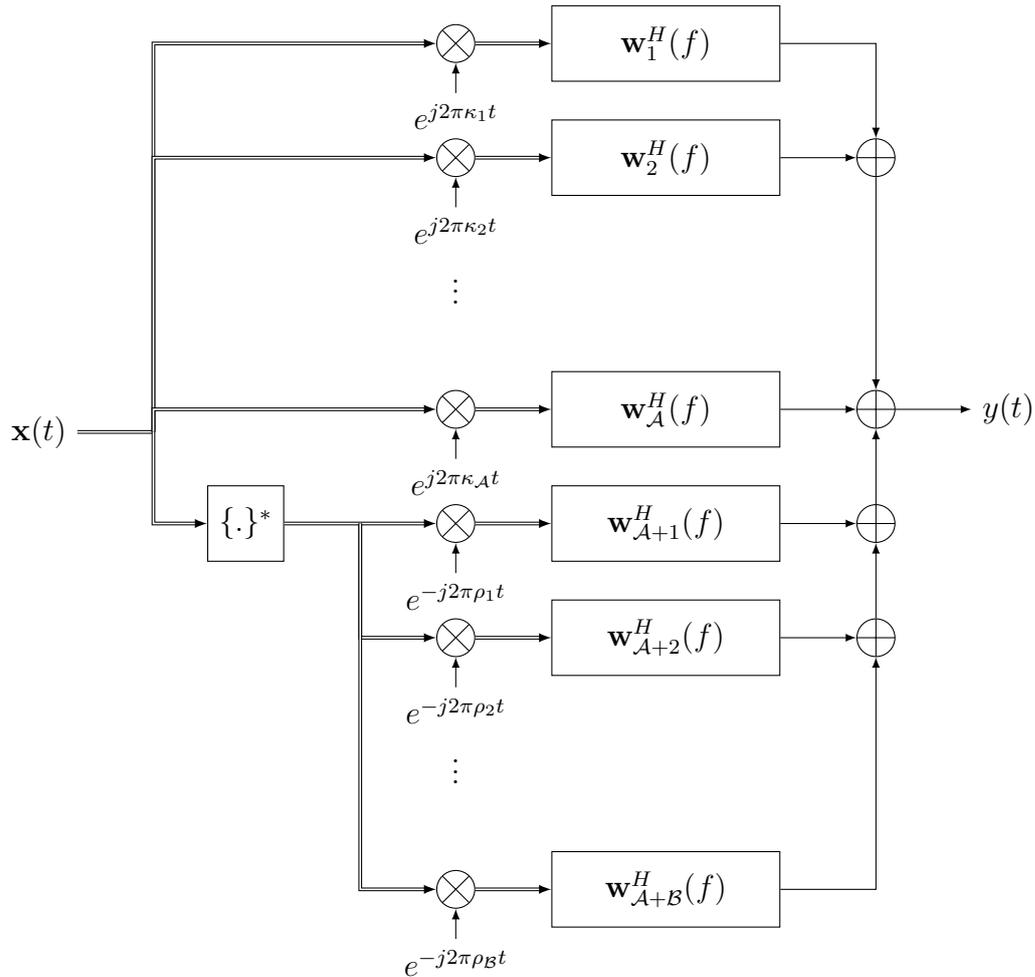
$$y(f) = \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H(f) \tilde{\mathbf{x}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f). \quad (\text{III.35})$$

La structure générique d'un filtre WL-FRESH est présentée sur la figure III.6.

Il est à noter que depuis son introduction dans l'article [45], Le filtrage WL-FRESH a trouvé une large application, particulièrement dans le domaine des télécommunications, principalement pour l'estimation de signaux et la suppression d'interférences [83]–[86]. Du fait de sa structure, ce filtre permet de combiner optimalement (pour les statistiques d'ordre 2) des versions potentiellement décalées en fréquence du signal. Ce filtre permet notamment de pouvoir remplacer une portion de spectre dégradée par d'autres qui sont corrélées du fait des périodicités cachées du signal. En ce sens, ce traitement permet l'exploitation d'une diversité fréquentielle cachée liée à la corrélation de composantes spectrales et a un intérêt évident notamment pour la suppression d'interférences [84], [87], [88]. C'est cette propriété qui sera exploitée dans la suite de ce manuscrit.

Il convient de noter, qu'en pratique, puisque l'ensemble des fréquences de périodicité des moments d'ordre 2 est théoriquement infini, la mise en œuvre de filtres WL-FRESH optimaux est inenvisageable. Toutefois, en pratique, il est suffisant de considérer un ensemble très restreint de ces fréquences de périodicités, de telle sorte que la complexité de l'implémentation d'un tel filtre devienne tout à fait abordable. On peut voir notamment, sur les figures III.3 et III.4 que le support de l'information statistique d'ordre 2 de signaux R et QR, respectivement, mis en forme par un filtre de demi-Nyquist de facteur de *roll-off*  $\gamma = 0.5$  est constitué de  $\mathcal{M} = 6$  et  $\mathcal{M} = 5$  fréquences cycliques, respectivement.

9. également appelé LCL [82] (Linear-Conjugate Linear) FRESH dans certains travaux


 FIGURE III.6 – Filtre WL-FRESH à  $\mathcal{M}$  entrées

### III.3.a Filtrage WL standard pour les signaux $\mathbf{R}$

A partir du filtre WL-FRESH optimal, il suit que les signaux non-circulaires stationnaires (pour lesquels  $\mathcal{A} = \mathcal{B} = 1$  et  $\kappa_1 = \rho_1 = 0$ ) sont optimalement traités par la structure de la figure III.7 qui correspond au filtre WL standard [41] ( $\mathcal{M} = 2$ ). Ce traitement a connu une utilisation

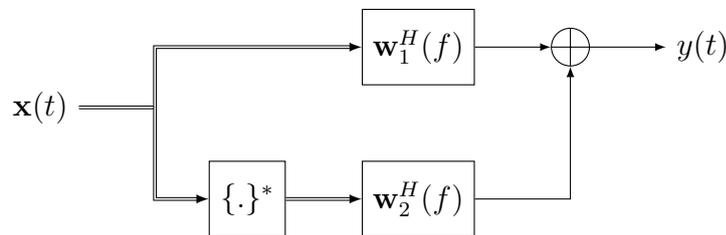


FIGURE III.7 – Traitement WL standard

croissante dans de nombreuses applications, notamment liées aux télécommunications. En particulier, de nombreux travaux ont été publiés sur l'égalisation de signaux non-circulaires [89]–[91] ainsi que sur la suppression d'interférences co-canal [42], [92], [93]. En effet, ces traitement

ont capacité à permettre la réjection d'interférences en séparant les signaux utiles des signaux interférents par discrimination de phase. Ceci est présenté visuellement sur la figure III.8. Il convient de rappeler que l'intérêt de cette technique tient à la détection monodimensionnelle des signaux non-circulaires.

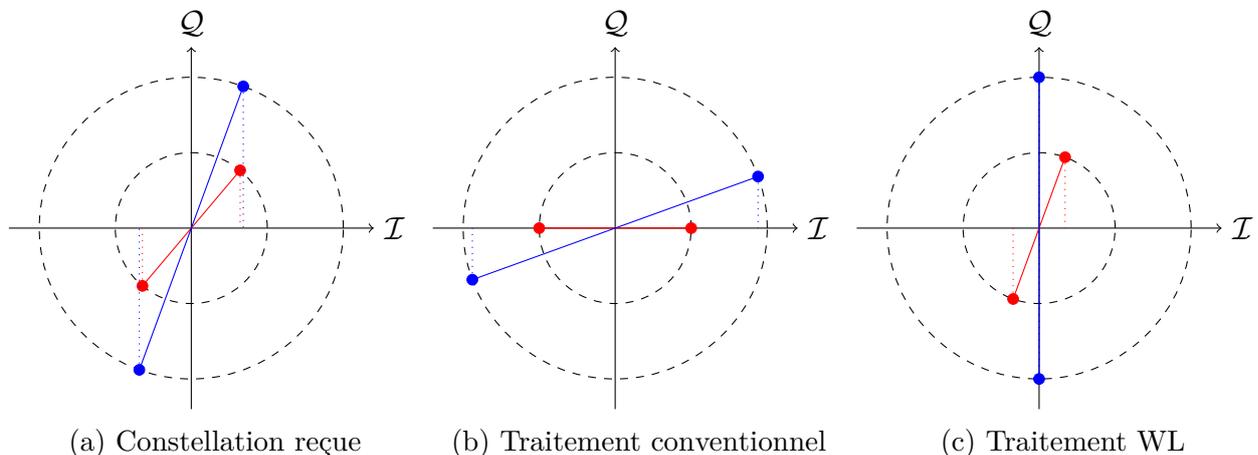


FIGURE III.8 – Constellations instantanées R SOI (rouge) et ICC (bleu) au récepteur

Dans la suite de ce document, on désignera par le modèle augmenté  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ , la concaténation du vecteur d'observation linéaire et de son conjugué complexe (cf. figure III.7)

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) \triangleq [\mathbf{x}^T(t), \mathbf{x}^H(t)]^T \quad (\text{III.36})$$

### III.3.b Filtrage WL standard pour les signaux QR

Pour les signaux QR, il faut noter que, dû aux propriétés de cyclostationarité spécifiques à ces signaux (cf. figure III.4), le modèle de signaux augmenté (III.36) n'apporte aucune information statistique supplémentaire pour le traitement WL et il convient d'utiliser un modèle de signaux déroté [75]. Cela sera justifié plus en détail dans le chapitre IV. L'explication de ceci réside dans les différentes périodicités cachées de ces signaux, et donc dans leur différente nature cyclostationnaire. Afin de restaurer une partie de l'information statistique à l'ordre 2 exploitable par traitement WL, il devient nécessaire de considérer le modèle  $\tilde{\mathbf{x}}_d(t)$  défini par

$$\tilde{\mathbf{x}}_d(t) \triangleq [\mathbf{x}_d^T(t), \mathbf{x}_d^H(t)]^T \quad (\text{III.37})$$

où  $\mathbf{x}_d(t) \triangleq j^{-\frac{t}{T}} \mathbf{x}(t)$  (cf. figure III.9).

Cependant, le traitement de la figure III.9 n'exploite qu'une partie de l'information statistique à l'ordre 2 des signaux QR présentée en rouge sur la figure III.10. En conséquence, un des objectifs de ce travail qui sera détaillé dans le chapitre IV est la considération de la totalité de cette information statistique (cf. figure III.11).

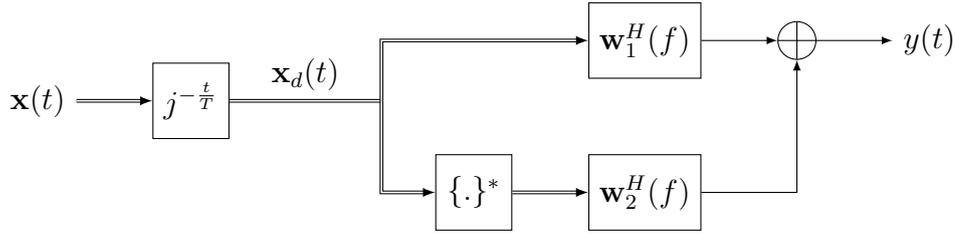
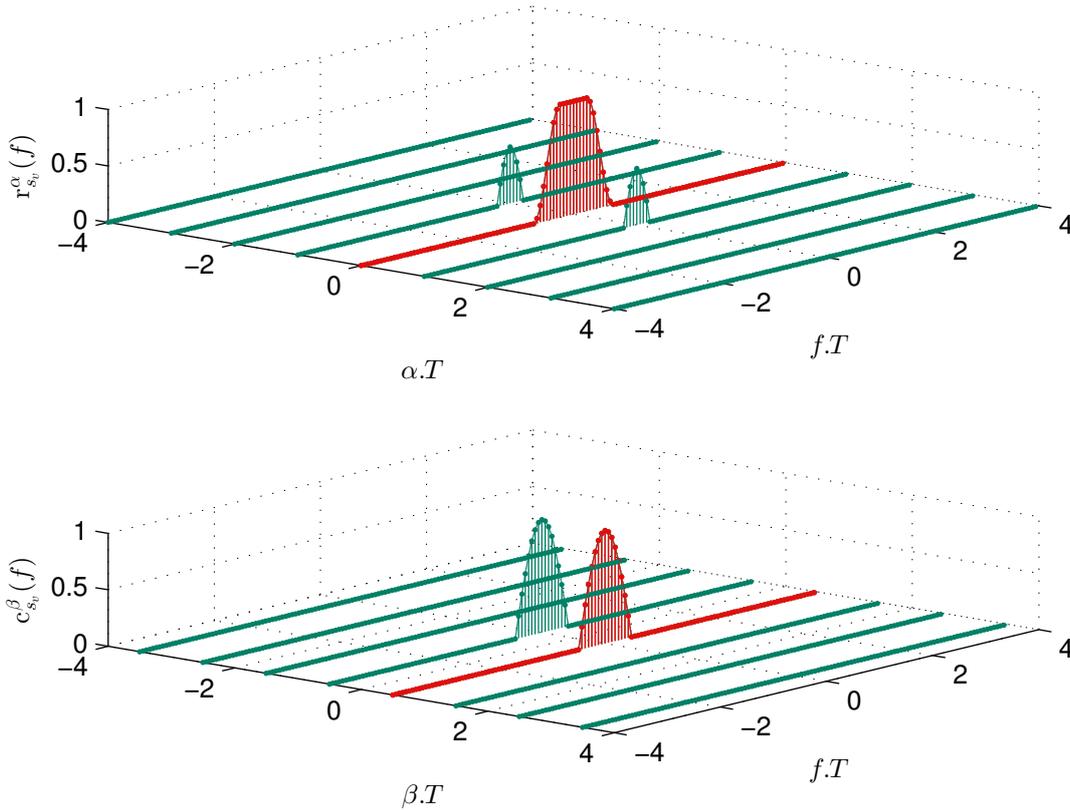


FIGURE III.9 – Traitement WL standard d'un signal QR


 FIGURE III.10 – Exploitation par un réception WL standard de  $r_{s_v}^{\alpha_i}(f)$  et  $c_{s_v}^{\beta_i}(f)$  pour un signal quasi-rectiligne mis en forme par filtre de demi-Nyquist de *roll-off* 0.5

### III.4 Formulation du problème

La construction de récepteurs SAIC/MAIC considérant pleinement les statistiques d'ordre 2 des signaux non-circulaires cyclostationnaires par l'emploi d'un filtre WL-FRESH est un problème complexe. Ceci réside en partie dans le fait de la dispersion de l'information statistique sur les différentes fréquences cycliques  $\kappa_i$  et  $\rho_i$ . Il est donc nécessaire de définir soigneusement le nombre d'entrées  $\mathcal{M}$  (i.e. le nombre de versions décalées en fréquence du signal  $\mathbf{x}(t)$  à traiter) et la nature de ces entrées (leur (non-)conjugaison ainsi que leur décalage en fréquence associé). Ce problème, difficile à caractériser mathématiquement, conditionne fortement la capacité d'un

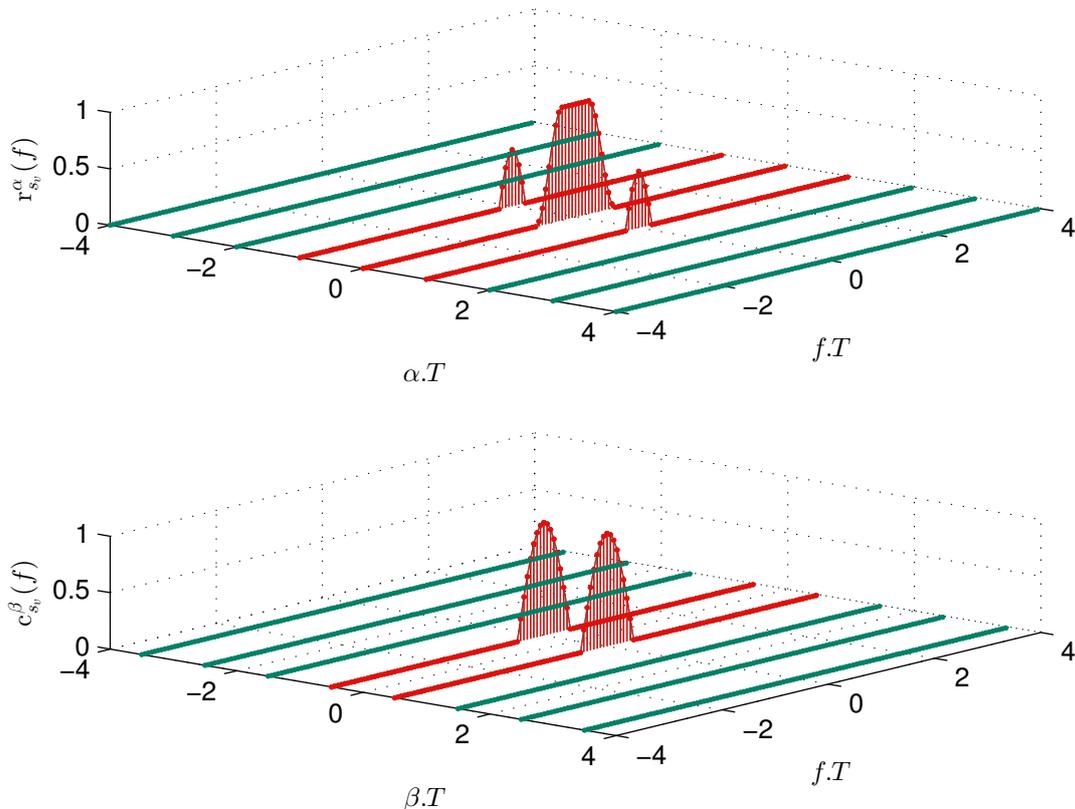


FIGURE III.11 – Exploitation souhaitée de  $r_{s_v}^{\alpha}(f)$  et  $c_{s_v}^{\beta}(f)$  pour un signal quasi-rectiligne mis en forme par filtre de demi-Nyquist de *roll-off* 0.5

récepteur SAIC/MAIC à supprimer effectivement les interférences.

De même, l'approche de calcul et le critère statistique permettant le calcul du filtre WL-FRESH est un facteur important. Dans ce travail, une dérivation temps-continue du récepteur a été privilégiée. Celle-ci permet notamment le calcul de performances théoriques permettant ainsi une analyse aisée du comportement des structures de réception. Cette analyse constitue un apport important de ce travail. En outre, l'approche temps-continue permet de s'affranchir des contraintes paramétriques liées à l'échantillonnage des signaux (fréquence d'échantillonnage) et au dimensionnement des structures (nombre de coefficients des filtres).

### III.5 Approche statistique choisie : Pseudo-MLSE

Afin d'évaluer les performances maximales atteignables par les traitements de réception qui seront proposés, le choix d'une approche MLSE a été privilégiée. Cependant, de manière à exploiter l'information statistique à l'ordre 2 des signaux, pour des signaux aussi bien R que QR, le récepteur MLSE temps-continu permettant la détection des symboles utiles devrait

supposer un bruit total Gaussien, bien qu'en pratique celui-ci soit constitué d'interférences R ou QR. Il faut noter, cependant, qu'en pratique, la Gaussianité supposée du bruit total serait vérifiée en présence d'un grand nombre d'interférences indépendantes et identiquement distribuées. De plus, de façon à exploiter la cyclostationnarité et la non-circularité des interférences, le bruit total devrait être supposé également cyclostationnaire et non-circulaire. Cependant, sous ces suppositions, la dérivation mathématique du récepteur pseudo-MLSE temps-continu qui exploiterait optimalement les propriétés statistiques au second ordre des interférences serait extrêmement ardue. De même, l'implémentation d'un tel récepteur serait bien trop complexe, voire impossible. Un tel récepteur devrait en fait exploiter optimalement l'information statistique contenue pour toutes les fréquences cycliques via l'implémentation d'un nombre  $\mathcal{M}$  infini de filtres invariant dans le temps appliqués respectivement à un nombre  $\mathcal{M}$  infini de versions décalées en fréquence de  $\mathbf{x}(t)$  et de  $\mathbf{x}^*(t)$  (cf. figure III.6).

Dans ce contexte, pour éviter la complexité d'un tel récepteur MLSE temps-continu, une approche WL standard consisterait à exploiter seulement la non-circularité des données en supposant un bruit total Gaussien et non-circulaire mais stationnaire. Il a été présenté dans [94] qu'une telle approche équivaut à calculer le récepteur MLSE temps-continu à partir de  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  (III.36) (signaux R) ou  $\tilde{\mathbf{x}}_d(t)$  (III.37) (signaux QR) en présence d'un bruit total augmenté désigné  $\tilde{\mathbf{n}}(t)$  ou  $\tilde{\mathbf{n}}_d(t)$  circulaire et stationnaire. De façon à approximer le récepteur MLSE temps-continu en présence d'un bruit total Gaussien cyclostationnaire et non-circulaire, l'approche sous-optimale qui vient d'être mentionnée sera adoptée. Elle sera ici appelée "approche pseudo-MLSE temps-continu à  $\mathcal{M}$  entrées" où  $\mathcal{M} = 2$  pour le cas de récepteurs WL standard.

## III.6 Démarche proposée

### III.6.a SAIC/MAIC d'une ICC

Dans un premier temps, l'efficacité des traitements SAIC pour les signaux aussi bien R que QR sera présentée dans le contexte de la suppression d'une interférence à la même fréquence que le signal d'intérêt. Ce cas de figure correspond à l'utilisation qui est faite du SAIC pour la suppression des ICC dans les réseaux GSM (cf. figure III.12). Il convient de préciser que

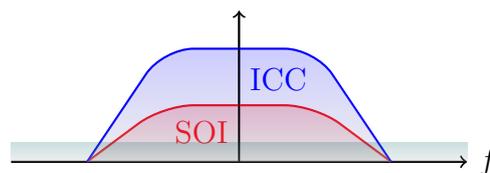


FIGURE III.12 – Représentation spectrale d'un signal utile en présence d'une interférence à la même fréquence

pour ce chapitre, le signal reçu sur les  $N$  capteurs de réception, n'est composé que d'une seule interférence, et que celle-ci utilise la même mise en forme que le SOI, la même modulation R ou QR et possède la même durée symbole. En d'autres termes, on considère le modèle (III.3) avec  $l_0 = 0$ ,  $L = 1$  interférence,  $\Delta f \triangleq \Delta f_1 = 0$ , soit

$$\mathbf{x}_0(t) = s_{0,v}(t) * \mathbf{h}_0(t) + s_{1,v}(t) * \mathbf{h}_1(t) + \mathbf{u}_0(t) \quad (\text{III.38})$$

où, par simplicité, on supprimera l'indice 0 du signal utile et on remplacera l'indice 1 de l'ICC par l'indice  $j$ . De même, on considérera des signaux R ou QR en remplaçant  $s_{j,v}(t)$  par  $\sum_k e_k v(t - kT)$ , soit

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &\triangleq s_v(t) * \mathbf{h}(t) + s_{j,v}(t) * \mathbf{h}_j(t) + \mathbf{u}(t) \\ &\triangleq \sum_k a_k \mathbf{g}(t - kT) + \sum_k e_k \mathbf{g}_j(t - kT) + \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

avec  $e_k \triangleq f_k$  pour une ICC R et  $e_k \triangleq j^k f_k$  pour une ICC QR avec  $f_k \in \mathbb{R}$ . Ce modèle est représenté sur la figure III.13.

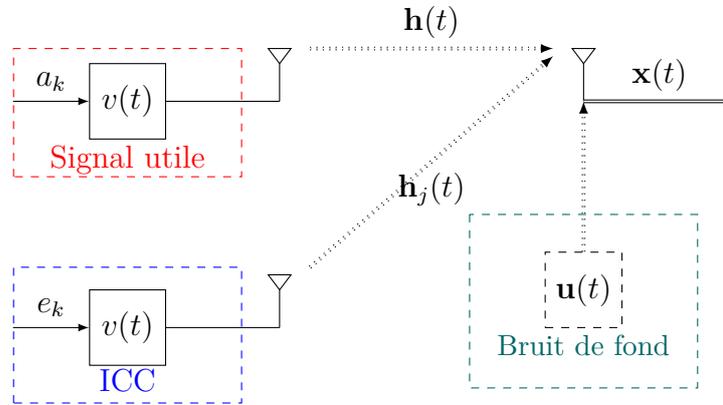


FIGURE III.13 – Schématisation du système étudié : signal utile pollué par une interférence co-canal à la même fréquence

La moindre efficacité du traitement WL standard (qui correspond à un filtre WL-FRESH à 2 entrées) pour la famille des signaux QR sera exposée et justifiée dans le chapitre IV. Puisque les signaux OQAM, qui appartiennent à cette famille sont particulièrement d'intérêt dans ce travail, la proposition d'un traitement recouvrant l'optimalité des performances du SAIC pour les signaux QR est également d'une grande importance et sera présentée dans ce même chapitre à travers la mise en œuvre d'un récepteur WL-FRESH à 3 entrées.

### III.6.b Sensibilité du SAIC/MAIC aux décalages de fréquence

En pratique, il peut subsister un décalage résiduel de fréquence entre le SOI et l'ICC. Cela peut être causé par les décalages Doppler différentiels inhérents aux situations de forte mobilité relative entre les terminaux. Les imperfections des oscillateurs locaux (biais et bruit de phase) peuvent également en être la cause. La présence d'un décalage de fréquence est naturelle pour les IEP rencontrées sur les sous-porteuses FBMC-OQAM.

Le chapitre V vise à évaluer les conséquences de ces décalages de fréquence résiduels sur les performances de détection de récepteurs WL. Ce chapitre met en évidence le manque de robustesse des traitements SAIC en présence de tels décalages.

### III.6.c SAIC/MAIC d'une ICC décalée en fréquence

Puisqu'un décalage résiduel de fréquence entre SOI et l'ICC peut apparaître et puisque les IEP des réseaux FBMC-OQAM sont décalées en fréquence par rapport aux différentes sous-porteuses, l'extension du traitement SAIC par filtrage WL à des interférences décalées en fréquence était cruciale. L'extension des récepteurs à ce cas de figure et l'analyse de leurs performances a donc nécessairement fait l'objet de ce travail. Dans un premier temps, il a été analysé la capacité de réjection d'une unique interférence décalée en fréquence (cf. figure III.14) des nouveaux récepteurs conçus et présentés dans le chapitre VI. Dans ce cadre, on considère

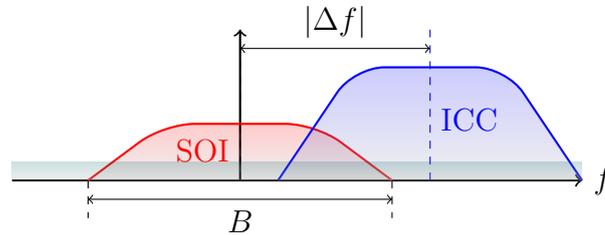


FIGURE III.14 – Représentation spectrale du signal utile et de l'ICC décalée en fréquence de  $\Delta f$

cette fois-ci le modèle (III.3) avec  $l_0 = 0$ ,  $L = 1$  interférence,  $\Delta f \neq 0$  en réutilisant les mêmes règles d'écriture que dans III.6.a. On obtient donc

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(t) &= \sum_k \left[ a_k \mathbf{g}(t - kT) + e_k \left( v(t - kT) e^{j2\pi\Delta f t} \right) * \mathbf{h}_j(t) \right] + \mathbf{u}(t) \\
 &= \sum_k a_k \mathbf{g}(t - kT) + \sum_k e_k e^{j2\pi\Delta f kT} \mathbf{g}_{j_o}(t - kT) + \mathbf{u}(t) \\
 &\triangleq \sum_k a_k \mathbf{g}(t - kT) + \mathbf{n}(t)
 \end{aligned} \tag{III.40}$$

où  $\mathbf{g}_{j_o}(t) = v_o(t) * \mathbf{h}_j(t)$  avec  $v_o(t) \triangleq v_{\Delta f}(t) = v(t) e^{j2\pi\Delta f t}$ . Ce modèle est illustré sur la figure III.15. On évaluera la performance pour les signaux R de récepteurs WL-FRESH à 2 entrées

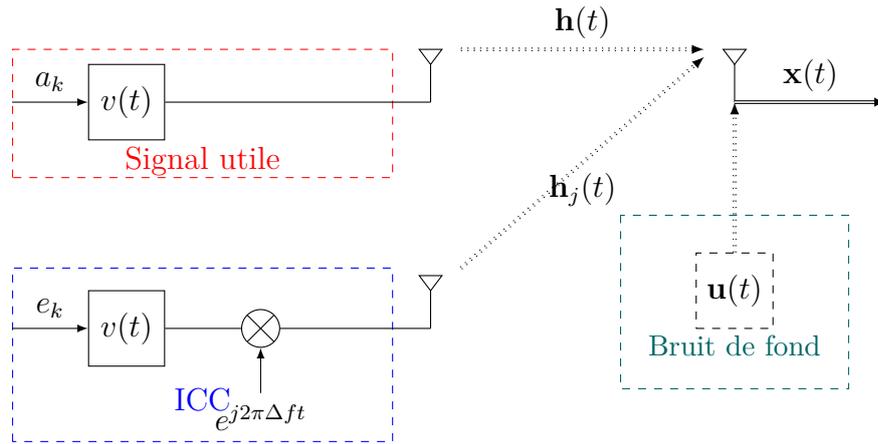


FIGURE III.15 – Schématisation du système étudié : signal utile pollué par une interférence co-canal décalée en fréquence

et pour les signaux QR de récepteurs WL-FRESH à 2 et 3 entrées.

### III.6.d SAIC/MAIC de deux ICC décalées en fréquence

Puisqu'en pratique, supposant l'emploi du filtre prototype PHYDYAS, les sous-porteuses FBMC-OQAM<sup>10</sup> sont polluées par leurs deux sous-porteuses adjacentes, l'analyse du SAIC pour la suppression de 2 ICC décalées en fréquence (cf. figure III.16), qui constitue l'étape suivante du travail est détaillée dans le chapitre VII. On y met en évidence la capacité de

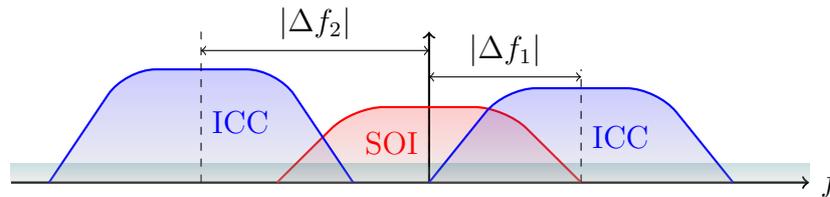


FIGURE III.16 – Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de  $\Delta f_1$  et  $\Delta f_2$

traitements SAIC à réaliser l'annulation de plusieurs interférences par l'utilisation de filtres WL-FRESH.

On considère ici le modèle (III.3) avec  $l_0 = 0$ ,  $L = 2$  interférences. En supprimant l'indice 0 du SOI, en remplaçant  $s_{l,v}(t)$  ( $l \in \{1, 2\}$ ) par  $\sum_k e_{l,k}v(t - kT)$  et  $\mathbf{h}_l(t)$  ( $l \in \{1, 2\}$ ) par  $\mathbf{h}_{j,l}(t)$ ,

10. à l'exception des porteuses 0 et  $L - 1$

on obtient donc

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(t) &= \sum_k \left[ a_k \mathbf{g}(t - kT) + \sum_{l=1}^2 e_{l,k} \left( v(t - kT) e^{j2\pi\Delta f_l t} \right) * \mathbf{h}_{j,l}(t) \right] + \mathbf{u}(t) \\
 &= \sum_k a_k \mathbf{g}(t - kT) + \sum_k \sum_{l=1}^2 e_{l,k} e^{j2\pi\Delta f_l kT} \mathbf{g}_{j_o,l}(t - kT) + \mathbf{u}(t) \\
 &\triangleq \sum_k a_k \mathbf{g}(t - kT) + \mathbf{n}(t)
 \end{aligned} \tag{III.41}$$

où  $\mathbf{g}_{j_o,l}(t) = v_{\Delta f_l}(t) * \mathbf{h}_{j,l}(t)$  et  $e_{l,k}$  désigne le symbole de l'interférence  $l$  à l'indice temporel  $k$ . Par convention, on considérera  $\Delta f_1 \geq 0$  et  $\Delta f_2 \leq 0$  (cf. figure III.16). Ce modèle est illustré sur la figure III.17.

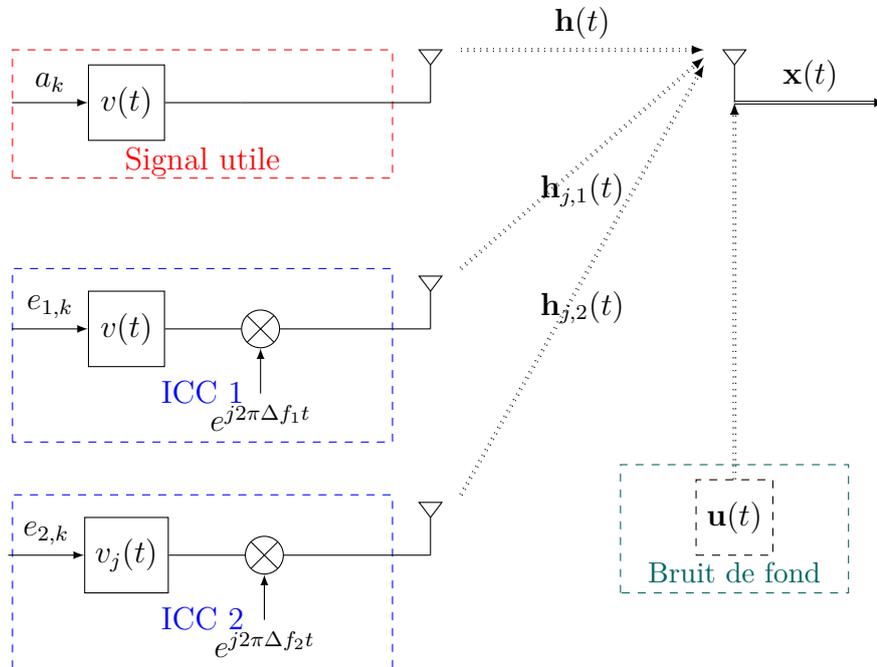


FIGURE III.17 – Schématisation du système étudié : signal utile pollué par deux interférences décalées en fréquence

### III.6.e Cas des sous-porteuses FBMC-OQAM

Le modèle de réception des signaux FBMC-OQAM a été présenté (III.3) pour une sous-porteuse  $l_0$  d'intérêt. La spécificité du cas d'étude des signaux FBMC-OQAM consiste dans le fait que les sous-porteuses adjacentes qui polluent une sous-porteuse d'intérêt sont elles-mêmes victimes de la contribution de leurs propres sous-porteuses adjacentes (cf. figures III.18 et II.7). Dès lors, l'application du SAIC se trouve diminuée par ces interférences résiduelles et en pratique, il est souhaitable de restreindre la bande au support fréquentiel de la sous-porteuse

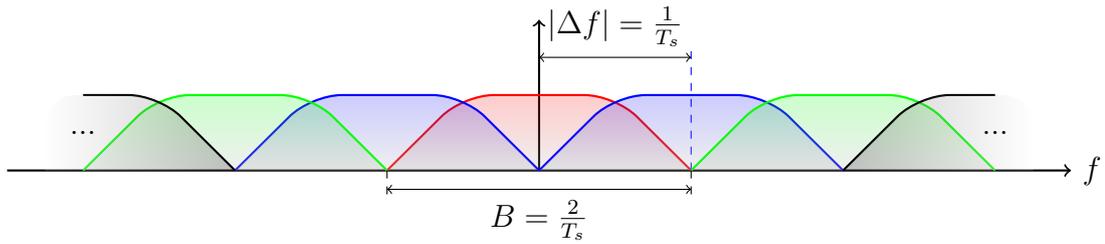


FIGURE III.18 – Représentation spectrale d'une portion de signal FBMC-OQAM

d'intérêt afin de supprimer ces interférences de rang 2. Cette restriction de bande est assurée par filtrage. En pratique, le banc de filtre d'analyse au récepteur réalise cette opération.

Toutefois, l'application d'un filtre n'est pas sans effet sur les propriétés statistiques des signaux reçus. Ainsi, la caractérisation statistique à l'ordre 2 des signaux après filtrage est affectée par la bande du filtre (cf. figure III.19) selon les expressions (III.25) et (III.26). En pratique, le support et la magnitude de l'information statistique à l'ordre 2 disponible après filtrage se trouvent diminuées, baissant la marge de manœuvre dont tirent avantage les traitements permettant la réjection des interférences par prise en compte de la noncircularité et de la cyclostationnarité des signaux.

De fait, l'étude de la diminution d'efficacité des traitements SAIC par filtrage WL due au filtrage est cruciale pour déterminer l'intérêt de ces traitements pour la réjection des IEP FBMC-OQAM.

### III.6.f Impact d'un filtre de réception sur le SAIC d'une ICC décalée en fréquence

Dans un premier temps, dans la section VIII.2, l'impact d'un filtre est analysé en contexte de suppression d'une ICC décalée en fréquence comme présenté sur la figure III.20. Le modèle d'observation considéré ici correspond à (III.40). On considère également le filtrage des observations par un filtre passe-bas idéal de bande passante  $B'$  et de réponse impulsionnelle  $\Pi_{B'}(t)$  et dont la réponse en fréquence  $\Pi_{B'}(f)$  a été schématisée sur la figure III.20. En désignant par  $B$  la bande passante du SOI, la réponse  $\Pi_{B'}(f)$  est égale à 1 pour  $-B'/2 \leq f \leq B'/2$  et à 0 ailleurs, où  $B' \geq B$ . A partir du modèle (III.40), le vecteur d'observations après filtrage passe-bas correspond à

$$\mathbf{x}_\Pi(t) \triangleq \mathbf{x}(t) * \Pi_{B'}(t) = \sum_k b_k \mathbf{g}(t - kT) + \mathbf{n}_\Pi(t) \quad (\text{III.42})$$

où  $\mathbf{n}_\Pi(t) \triangleq \mathbf{n}(t) * \Pi_{B'}(t)$ .

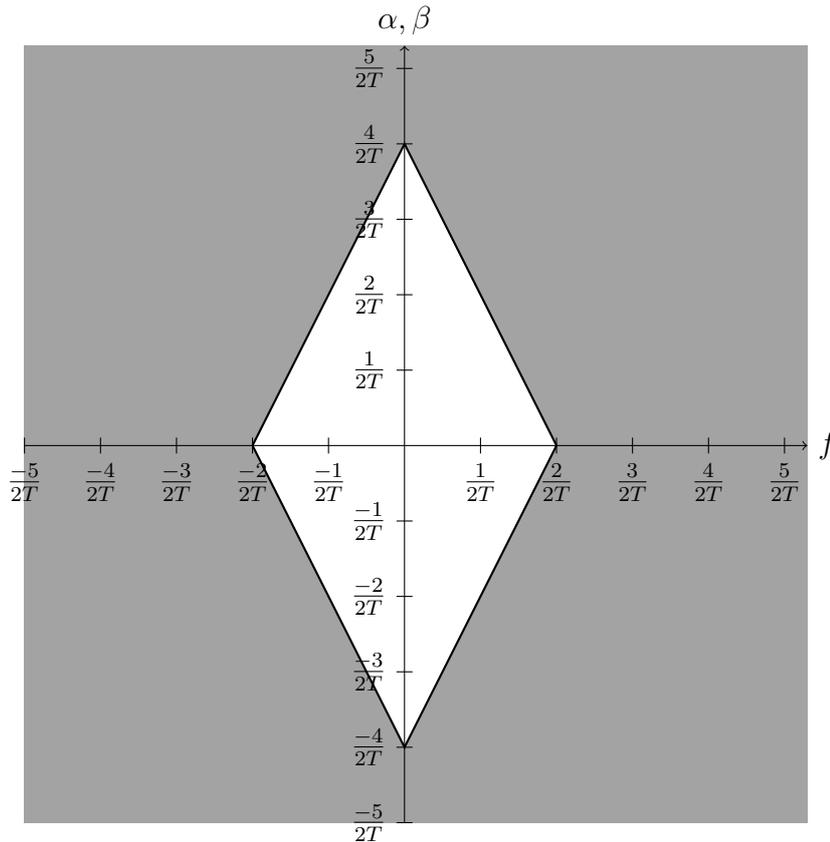


FIGURE III.19 – Support (en blanc) des statistiques d'ordre 2 après filtrage passe-bas idéal de bande  $B' = \frac{2}{T}$

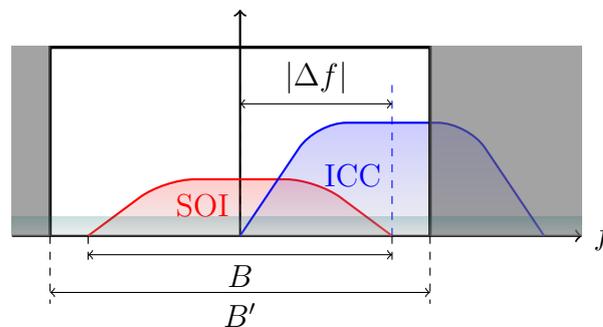


FIGURE III.20 – Représentation spectrale du signal utile et de l'ICC décalée en fréquence de  $\Delta f$  après filtrage

### III.6.g Impact d'un filtre de réception sur le SAIC de deux ICC décalées en fréquence

L'extension au cas de 2 ICC (cf. figure III.21) est ensuite réalisée dans la section VIII.3. On considère ici le modèle (III.42) avec la définition de  $\mathbf{x}(t)$  donnée par (III.41).

A partir de l'analyse effectuée, la possibilité d'utilisation du SAIC par filtrage WL pour la suppression des IEP des formes d'ondes FBMC-OQAM est ensuite évaluée (cf. figure III.22).

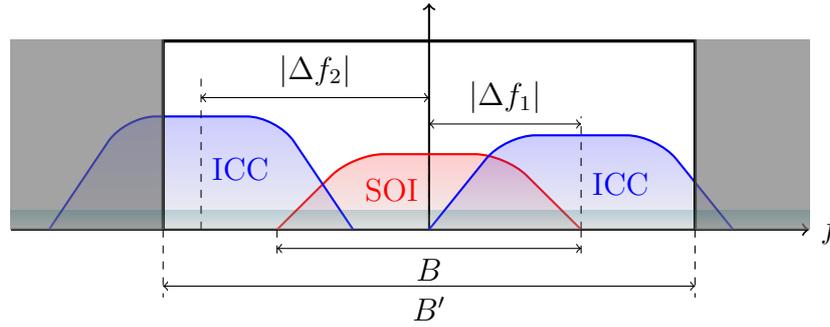


FIGURE III.21 – Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de  $\Delta f_1$  et  $\Delta f_2$  après filtrage

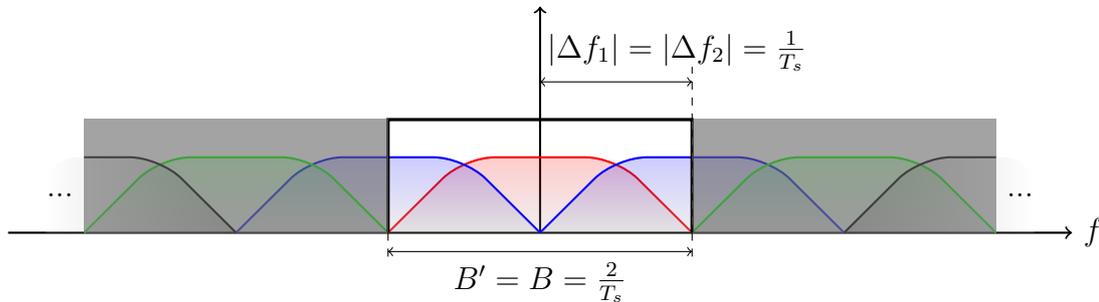


FIGURE III.22 – Représentation spectrale d’une portion de signal FBMC-OQAM après filtrage de sélection de la bande d’une sous-porteuse

### III.6.h Proposition d’un traitement de réception conjoint

La dernière partie de ce manuscrit évoque une autre proposition de traitement pour la suppression des IEP. Une démodulation ML conjointe par blocs des sous-porteuses est proposée dans la mesure où cette stratégie semble constituer le traitement optimal de réception sur la base d’une égalisation porteuse-par-porteuse. Le traitement conjoint de la totalité des sous-porteuses ayant une complexité bien trop conséquente, l’approche considéré ici consiste à traiter conjointement les sous-porteuses interférentes à chaque sous-porteuse. Ce traitement de réception est analysé dans le contexte d’une liaison MIMO Alamouti FBMC-OQAM.

# Chapitre IV

## SAIC/MAIC d'une ICC

### Sommaire

---

|      |   |    |
|------|---|----|
| IV.1 | Préambule . . . . .   | 55 |
| IV.2 | Exploitation des statistiques . . . . .   | 55 |
| IV.3 | Structure de réception pseudo-MLSE . . . . .  | 58 |
| IV.4 | Analyse du SINR . . . . .   | 61 |
| IV.5 | SAIC/MAIC étendu pour signaux QR . . . . .  | 67 |
| IV.6 | Etude de la complexité de l'estimateur de séquence des récepteurs de signaux QR . . . . . | 72 |
| IV.7 | Analyse du TES des récepteurs de signaux QR . . . . .                                     | 78 |
| IV.8 | Applications . . . . .  | 80 |

---

### IV.1 Préambule

Suivant la première étape III.6.a de la démarche exposée dans la section III.6, l'efficacité des traitements SAIC pour les signaux R et QR est étudiée dans le contexte de la suppression d'une interférence à la même fréquence que le signal d'intérêt (cf. figure III.12). On considère pour cela le modèle d'observation  $\mathbf{x}(t)$  défini par (III.39) et composé du signal utile  $\mathbf{s}(t) \triangleq \sum_k a_k \mathbf{g}(t - kT)$  et d'une composante de bruit  $\mathbf{n}(t) \triangleq \sum_k e_k \mathbf{g}_j(t - kT) + \mathbf{u}(t)$  qui regroupe une ICC ainsi que le bruit de fond. Il convient de noter que l'analyse est conduite pour des canaux  $\mathbf{h}(t)$  et  $\mathbf{h}_j(t)$  potentiellement sélectifs en fréquence.

### IV.2 Exploitation des statistiques

Comme discuté dans la section III.3, l'exploitation optimale des statistiques d'ordre 2 de signaux non-circulaires passe par la considération d'une observation augmentée. Ainsi, nous

avons défini dans la section III.6.a, l'observation conventionnelle (III.39) ainsi que les observations augmentées standards adaptées à la nature rectiligne (III.36) ou quasi-rectiligne (III.37) des signaux qui composent le vecteur  $\mathbf{x}(t)$ .

En effet, que ce soit dans le cas de signaux rectilignes ou quasi-rectilignes, le traitement de réception conventionnel (filtrage linéaire invariant dans le temps) exploite l'information statistique à l'ordre 2 de  $\mathbf{x}(t)$  uniquement pour la fréquence cyclique  $\alpha = 0$ . En d'autres termes, aucune information statistique liée à la non-circularité et à la cyclostationnarité des signaux n'est utilisée.

Pour les signaux rectilignes, le traitement WL standard utilise l'information statistique à l'ordre 2 de  $\mathbf{x}(t)$  aux fréquences cycliques  $(\alpha, \beta) = (0, 0)$  à partir de la moyenne temporelle de la matrice de corrélation du modèle augmenté. En reprenant la définition du modèle augmenté WL standard (III.36), on peut écrire

$$\tilde{\mathbf{x}}(t) \triangleq [\mathbf{x}^T(t), \mathbf{x}^H(t)]^T = \sum_k b_k \tilde{\mathbf{g}}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}(t) \quad (\text{IV.1})$$

où  $\tilde{\mathbf{g}}(t) \triangleq [\mathbf{g}^T(t), \mathbf{g}^H(t)]^T$  et  $\tilde{\mathbf{n}}(t) \triangleq [\mathbf{n}^T(t), \mathbf{n}^H(t)]^T$ .

Pour les signaux quasi-rectilignes, en revanche, la fonction d'autocorrélation cyclique complémentaire  $\mathbf{C}_x^0(\tau)$  est nulle quelque soit  $\tau$ . C'est à dire qu'aucune information statistique à l'ordre 2 n'est présente pour  $\beta = 0$  (cf. figure III.4). En conséquence, une opération de dérotation est requise avant le filtrage WL. A l'aide de (III.39) et du modèle d'observation déroté (III.37), le vecteur d'observation déroté s'écrit

$$\mathbf{x}_d(t) \triangleq j^{-\frac{t}{T}} \mathbf{x}(t) = \sum_k b_k \mathbf{g}_d(t - kT) + \mathbf{n}_d(t) \quad (\text{IV.2})$$

avec  $\mathbf{g}_d(t) \triangleq j^{-t/T} \mathbf{g}(t)$  et  $\mathbf{n}_d(t) \triangleq j^{-t/T} \mathbf{n}(t)$ . L'expression (IV.2) met en évidence la ressemblance du signal quasi-rectiligne déroté avec un signal rectiligne. Il en résulte une information statistique non-nulle à la fréquence cyclique  $\beta = 0$ . On peut également montrer que les matrices de corrélation et de corrélation complémentaire  $\mathbf{R}_{x_d}(t, \tau)$  et  $\mathbf{C}_{x_d}(t, \tau)$  de  $\mathbf{x}_d(t)$  peuvent être écrites

$$\mathbf{R}_{x_d}(t, \tau) = j^{-\frac{\tau}{T}} \mathbf{R}_x(t, \tau) \quad (\text{IV.3})$$

$$\mathbf{C}_{x_d}(t, \tau) = j^{-\frac{2t}{T}} \mathbf{C}_x(t, \tau) \triangleq e^{-j\frac{2\pi t}{2T}} \mathbf{C}_x(t, \tau). \quad (\text{IV.4})$$

Ces expressions montrent que les fréquences cycliques du signal reçu déroté  $\alpha_{d_i}$  et  $\beta_{d_i}$  sont telles que  $\alpha_{d_i} = \alpha_i$  et  $\beta_{d_i} = \beta_i - 1/2T = i/T$ , ce qui prouve la présence d'information statistique à  $\beta_{d_0} = 0$  comme présenté sur le second spectre cyclique d'un signal  $s_{v_d}(t) \triangleq j^{-\frac{t}{T}} s_v(t)$  sur la figure IV.1. En conséquence, le traitement WL standard exploite l'information statistique d'ordre 2

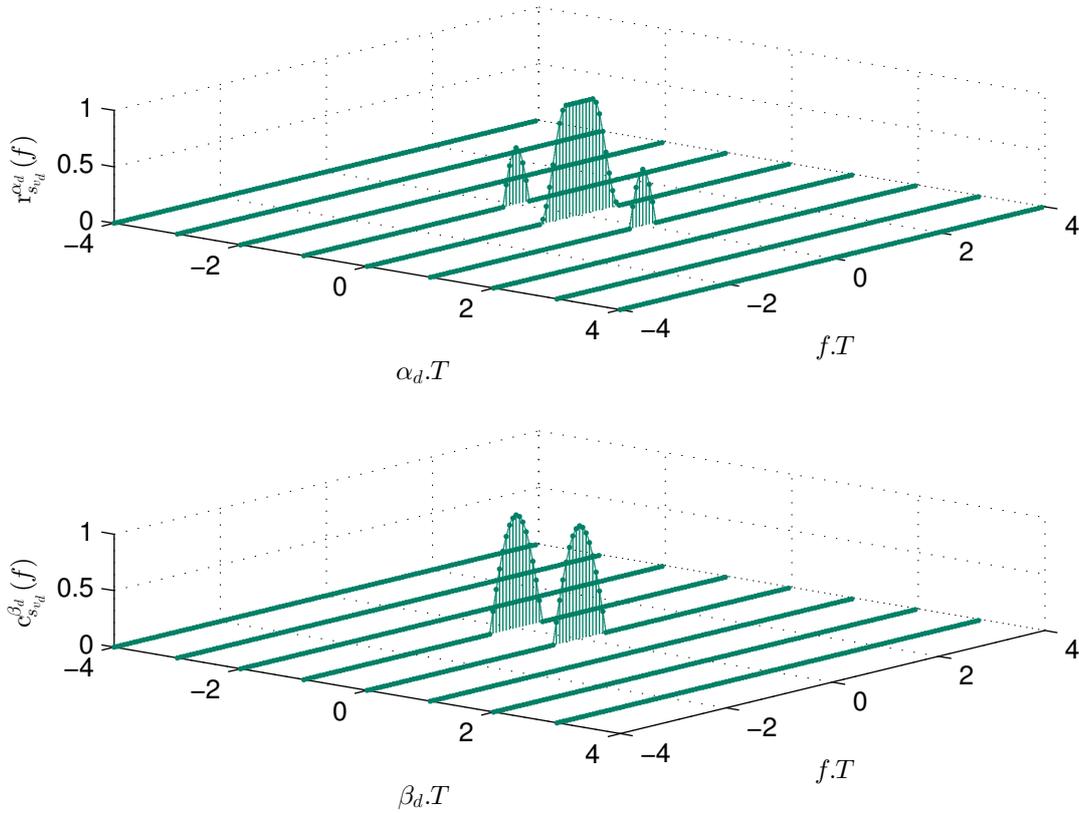


FIGURE IV.1 –  $r_{s_{vd}}^{\alpha_{d_i}}(f)$  et  $c_{s_{vd}}^{\beta_{d_i}}(f)$  pour un signal quasi-rectiligne déroté mis en forme par filtre de demi-Nyquist de *roll-off* 0.5

aux fréquences cycliques  $(\alpha_{d_0}, \beta_{d_0}) = (0, 0)$  via l'exploitation de la moyenne temporelle de la matrice de corrélation du modèle augmenté déroté  $\tilde{\mathbf{x}}_d(t)$  défini par

$$\tilde{\mathbf{x}}_d(t) \triangleq [\mathbf{x}_d^T(t), \mathbf{x}_d^H(t)]^T = \sum_k b_k \tilde{\mathbf{g}}_d(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}_d(t) \quad (\text{IV.5})$$

où  $\tilde{\mathbf{g}}_d(t) \triangleq [\mathbf{g}_d^T(t), \mathbf{g}_d^H(t)]^T$  et  $\tilde{\mathbf{n}}_d(t) \triangleq [\mathbf{n}_d^T(t), \mathbf{n}_d^H(t)]^T$ . En comparant (IV.1) et (IV.5), on peut constater la forme similaire de  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{x}}_d(t)$ . De ce fait, le même traitement WL peut être utilisé que ce soit pour des signaux rectilignes ou quasi-rectilignes, à partir du moment où le vecteur  $\mathbf{x}(t)$ , utilisé pour les signaux rectilignes, est remplacé par  $\mathbf{x}_d(t)$  dans le cas de signaux quasi-rectilignes.

## IV.3 Structure de réception pseudo-MLSE

### IV.3.a Récepteur pseudo-MLSE générique

En suivant l'approche de réception présentée dans la section III.5, nous désignons par  $\tilde{\mathbf{x}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  l'observation augmentée générique à  $\mathcal{M}$  entrées et son vecteur de bruit total associé, respectivement. Pour  $\mathcal{M} = 2$ , ces vecteurs correspondent respectivement à  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{n}}(t)$ , définis par (IV.1) pour des signaux R, et à  $\tilde{\mathbf{x}}_d(t)$  et  $\tilde{\mathbf{n}}_d(t)$ , définis par (IV.5), pour des signaux QR. Il convient de noter que, dans le cas de récepteurs conventionnels linéaires ( $\mathcal{M} = 1$ ),  $\tilde{\mathbf{x}}_1(t)$  et  $\tilde{\mathbf{n}}_1(t)$  se réduisent respectivement à  $\mathbf{x}(t)$  et  $\mathbf{n}(t)$ , pour des signaux R, et à  $\mathbf{x}_d(t)$  et  $\mathbf{n}_d(t)$ , pour des signaux QR, et le récepteur pseudo-MLSE générique se réduit à un récepteur pseudo-MLSE à une entrée. Supposant un bruit total augmenté générique Gaussien, circulaire et stationnaire  $\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$ , il est montré dans [94], [95] que la séquence de symboles  $\hat{\mathbf{b}} \triangleq (\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_K)$  qui maximise la vraisemblance de  $\tilde{\mathbf{s}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t) \triangleq \sum_{k=1}^K b_k \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t - kT)$  avec  $\tilde{\mathbf{x}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  est celle qui minimise le critère

$$\mathcal{C}(\mathbf{b}) = \int [\tilde{\mathbf{x}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f) - \tilde{\mathbf{s}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f)]^H [\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^0(f)]^{-1} [\tilde{\mathbf{x}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f) - \tilde{\mathbf{s}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f)] df. \quad (\text{IV.6})$$

où  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^0(f)$  désigne la transformée de Fourier de (III.20) où  $\alpha_i$  et  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  sont remplacés par 0 et  $\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  respectivement, tandis que  $\tilde{\mathbf{s}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f) \triangleq \mathcal{F}\{\tilde{\mathbf{s}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)\} = \sum_{k=1}^K b_k \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f) e^{-j2\pi f k T}$ .

En ne considérant que les termes qui dépendent des symboles  $b_k$ , la minimisation de (IV.6) est équivalente à celle de la métrique

$$\Lambda(\mathbf{b}) = \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K b_k b_{k'} r_{k,k'}^{(\mathcal{F}\mathcal{M})} - 2 \sum_{k=1}^K b_k z_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(k) \quad (\text{IV.7})$$

où  $z_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(k) \triangleq \Re[y_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(k)]$  et où  $y_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(k)$  et  $r_{k,k'}^{(\mathcal{F}\mathcal{M})}$ <sup>1</sup> sont définis par

$$y_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(k) = \int \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f) e^{j2\pi f k T} df \quad (\text{IV.8})$$

$$r_{k,k'}^{(\mathcal{F}\mathcal{M})} = \int \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f) e^{j2\pi f(k-k')T} df. \quad (\text{IV.9})$$

### IV.3.b Interprétation du récepteur pseudo-MLSE générique

Ainsi, on peut déduire de (IV.8) que  $y_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(k)$  est la version échantillonnée, à  $t = kT$ , de la sortie du filtre invariant dans le temps dont la réponse en fréquence est donnée par

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H(f) \triangleq \left( [\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f) \right)^H \quad (\text{IV.10})$$

---

1. Sans perte de généralité, on pourra écrire  $r_{k,k'}$  au lieu de  $r_{k,k'}^{(\mathcal{F}\mathcal{M})}$  en l'absence de confusion possible.

et prenant pour entrée  $\tilde{\mathbf{x}}_{F,\mathcal{M}}(t)$ . La structure du récepteur pseudo-MLSE générique à  $\mathcal{M}$  entrées ( $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ ) est présentée sur la figure IV.2. Elle est composée du filtre WL invariant dans le temps (IV.10), qui se réduit à un filtre linéaire pour les récepteurs conventionnels, suivi d'un échantillonneur au rythme symbole, d'une capture de partie réelle ainsi que d'un organe de décision implémentant l'algorithme de Viterbi puisque  $r_{k,k'}^* = r_{k',k}$ .

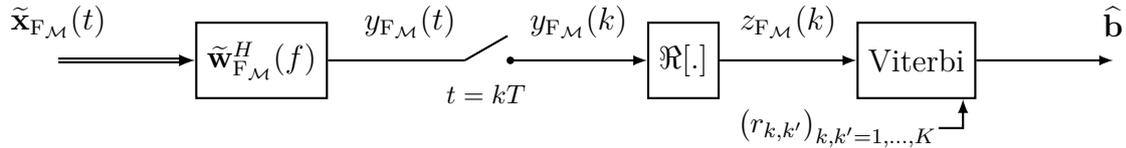


FIGURE IV.2 – Structure du récepteur pseudo-MLSE à  $\mathcal{M}$  entrées ( $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ )

### IV.3.c Mise en œuvre du récepteur pseudo-MLSE générique

L'implémentation du récepteur pseudo-MLSE générique requiert la connaissance ou l'estimation de  $\tilde{\mathbf{g}}_{F,\mathcal{M}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F,\mathcal{M}}}^0(f)$  quelque soit  $f$ . En pratique, cela passe par la transmission préalable ou l'estimation des canaux  $\mathbf{h}(t)$  et  $\mathbf{h}_j(t)$  et de  $N_0$ , la densité spectrale de puissance des  $N$  composantes du bruit de fond  $\mathbf{u}(t)$ . En outre, la connaissance des fréquences cycliques qui est ici supposée est également nécessaire.

### IV.3.d SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE générique

Pour des symboles à valeurs réelles  $b_k$ , le TES<sup>2</sup> en sortie du récepteur pseudo-MLSE générique à  $\mathcal{M}$  entrées ( $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ ) est directement lié au SINR<sup>3</sup> sur le symbole courant avant décision, c'est-à-dire à la sortie  $z_{F,\mathcal{M}}(n)$  [96, Sec 10.1.4], tandis que l'interférence entre les symboles est traitée par l'organe de décision. Pour cette raison, l'expression générale du SINR en sortie du traitement de réception a été déterminée ci-après et sa variation aussi bien pour des signaux R que QR a été analysée dans des situations présentées dans la section IV.4. Comme  $\tilde{\mathbf{n}}_{F,\mathcal{M}}(t)$  est cyclostationnaire et non-circulaire, le filtre (IV.10) ne garantit pas la maximisation du SINR à sa sortie et peut seulement être considéré comme un filtre "pseudo-adapté" générique à  $\mathcal{M}$  entrées. Il est aisé de vérifier à partir de (III.39), (IV.1), (IV.2), (IV.5), (IV.8) et (IV.9) que  $z_{F,\mathcal{M}}(n)$  peut s'écrire

$$z_{F,\mathcal{M}}(n) = b_n r_{n,n} + \sum_{k \neq n} b_k \Re \left[ r_{n,k}^{(F,\mathcal{M})} \right] + z_{\tilde{n},F,\mathcal{M}}(n) \quad (\text{IV.11})$$

2. Taux d'Erreur Symbole

3. Signal to Interference plus Noise Ratio

où les échantillons à valeurs réelles  $z_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}(n)$  sont définis par la partie réelle de (IV.8) pour  $k = n$  avec  $\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f)$  à la place de  $\tilde{\mathbf{x}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f)$ . Le SINR sur le symbole courant est ensuite défini par

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(n) \triangleq \frac{\pi_b r_{n,n}^2}{\mathbb{E} \left[ z_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}^2(n) \right]} = \frac{2\pi_b r_{n,n}^2}{\mathbb{E} \left[ |y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}(n)|^2 \right] + \Re \left( \mathbb{E} \left[ y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}^2(n) \right] \right)}. \quad (\text{IV.12})$$

Puisqu'en présence d'ICC R ou QR, le bruit total  $y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  à la sortie du filtre pseudo-adapté (IV.10) est cyclostationnaire, les termes  $\mathbb{E}[|y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}(n)|^2]$  et  $\mathbb{E}[y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}^2(n)]$  admettent tous deux une décomposition en séries de Fourier d'après (III.27) et (III.28).

$$\mathbb{E} \left[ |y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}(n)|^2 \right] = \sum_{\kappa_i} e^{j2\pi\kappa_i n T} \int r_{y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\kappa_i}(f) df \quad (\text{IV.13})$$

$$\mathbb{E} \left[ y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}^2(n) \right] = \sum_{\rho_i} e^{j2\pi\rho_i n T} \int c_{y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\rho_i}(f) df \quad (\text{IV.14})$$

Les termes  $\kappa_i$  et  $\rho_i$  désignent les fréquences cycliques et cycliques complémentaires de  $y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  respectivement, tandis que  $r_{y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\kappa_i}(f)$  et  $c_{y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\rho_i}(f)$  correspondent aux transformées de Fourier de la première,  $r_{y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\kappa_i}(\tau)$ , et de la seconde,  $c_{y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\rho_i}(\tau)$ , fonction de corrélation cyclique de  $y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  pour le délai  $\tau$  et la fréquence cyclique  $\kappa_i$  et  $\rho_i$  respectivement. De plus, comme  $y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  correspond à la sortie du filtre invariant dans le temps (IV.10) ayant pour entrée  $\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$ , on a, d'après (III.25) et (III.26)

$$r_{y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\kappa_i}(f) = \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H \left( f + \frac{\kappa_i}{2} \right) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\kappa_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}} \left( f - \frac{\kappa_i}{2} \right) \quad (\text{IV.15})$$

$$c_{y_{\tilde{n},\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\rho_i}(f) = \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H \left( f + \frac{\rho_i}{2} \right) \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\rho_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^* \left( \frac{\rho_i}{2} - f \right) \quad (\text{IV.16})$$

où  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\kappa_i}(f)$  et  $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\rho_i}(f)$  sont les transformées de Fourier de la première,  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\kappa_i}(\tau)$ , et de la seconde,  $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\rho_i}(\tau)$  matrice de corrélation cyclique de  $\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(t)$  pour le délai  $\tau$  et les fréquences cycliques  $\kappa_i$  et  $\rho_i$  respectivement. En utilisant (IV.9) et les expressions (IV.13) à (IV.16) dans (IV.12), on obtient ainsi une expression alternative de (IV.12) donnée par (IV.17). En présence d'ICC de même nature (R ou QR), de même période symbole et de même fréquence porteuse que le SOI, il est possible de vérifier, pour  $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$  et aussi bien pour des signaux R que QR, que  $\kappa_i = \rho_i = \alpha_i = i/T$ ,  $i \in \mathbb{Z}$ . Cela implique que  $\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(n)$  donné par

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(n) = \frac{2\pi_b \left[ \int \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H(f) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^0(f)^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f) df \right]^2}{\sum_{\kappa_i} e^{j2\pi\kappa_i n T} \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H \left( f + \frac{\kappa_i}{2} \right) \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\kappa_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}} \left( f - \frac{\kappa_i}{2} \right) df + \Re \left( \sum_{\rho_i} e^{j2\pi\rho_i n T} \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^H \left( f + \frac{\rho_i}{2} \right) \mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{n}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^{\rho_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}^* \left( \frac{\rho_i}{2} - f \right) df \right)} \quad (\text{IV.17})$$

ne dépend pas de  $n$  et peut-être simplement noté  $\text{SINR}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}$ , dont l'expression est donnée par

$$\text{SINR}_{\mathcal{F},\mathcal{M}} = \frac{2\pi_b \left[ \int \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}^H(f) \mathbf{R}_{\tilde{n}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^0(f)^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}(f) df \right]^2}{\sum_{\alpha_i} \int \left[ \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}^H \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \mathbf{R}_{\tilde{n}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^{\alpha_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F},\mathcal{M}} \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) + \Re \left( \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}^H \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \mathbf{C}_{\tilde{n}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^{\alpha_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}^* \left( \frac{\alpha_i}{2} - f \right) \right) \right] df}. \quad (\text{IV.18})$$

Dans l'annexe B, il est démontré que  $y_{\tilde{n},\mathcal{F},\mathcal{M}}(n)$  est à valeurs réelles pour les modèles augmentés (IV.1) et (IV.5), ainsi  $\text{SINR}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}$  se réduit, pour  $\mathcal{M} = 2$ , à

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}_2} = \frac{\pi_b \left[ \int \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}_2}^H(f) \mathbf{R}_{\tilde{n}_{\mathcal{F}_2}}^0(f)^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}_2}(f) df \right]^2}{\sum_{\alpha_i} \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_2}^H \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \mathbf{R}_{\tilde{n}_{\mathcal{F}_2}}^{\alpha_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_2} \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) df}. \quad (\text{IV.19})$$

## IV.4 Analyse du SINR

### IV.4.a Modèle du bruit total

De manière à comparer les modèles augmentés (IV.1) et (IV.5) pour des signaux R et QR respectivement, il sera supposé que le bruit total est composé d'une ICC, de même nature (R ou QR) que le SOI, et d'un bruit de fond. Sous ces suppositions, en reprenant la définition de (III.39), le bruit total  $\mathbf{n}(t)$  peut-être écrit

$$\mathbf{n}(t) = \sum_k e_k \mathbf{g}_j(t - kT) + \mathbf{u}(t) \quad (\text{IV.20})$$

où pour rappel,  $e_k \triangleq f_k$  pour une ICC R et  $e_k \triangleq j^k f_k$  pour une ICC QR avec  $f_k \in \mathbb{R}$ . A partir de l'expression (IV.20), nous avons démontré en annexe C que pour une ICC et considérant  $\mathcal{M} = 1, 2$ , les matrices  $\mathbf{R}_{\tilde{n}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^{\alpha_i}(f)$  et  $\mathbf{C}_{\tilde{n}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^{\beta_i}(f)$  peuvent s'écrire

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^{\alpha_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F},\mathcal{M}}} \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^H \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) + N_0 \delta_{\alpha_i,0} \mathbf{I}_{\mathcal{M}N} \quad (\text{IV.21})$$

pour une ICC R ou QR et

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^{\beta_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F},\mathcal{M}}} \left( f + \frac{\beta_i}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^T \left( \frac{\beta_i}{2} - f \right) + N_0 \delta_{\beta_i,0} \delta_{\mathcal{M},2} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} \quad (\text{IV.22})$$

pour une ICC R et

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^{\beta_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F},\mathcal{M}}} \left( f + \frac{\beta_i}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F},\mathcal{M}}}^T \left( \frac{\beta_i}{2} - f \right) + N_0 \delta_{\beta_i, \frac{1}{2T}} \delta_{\mathcal{M},2} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} \quad (\text{IV.23})$$

pour une ICC QR, avec  $\pi_f \triangleq E[f_k^2]$ ,  $\tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}(f)$  étant défini comme  $\tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}(f)$  mais avec  $\mathbf{g}_j(f)$  à la place de  $\mathbf{g}(f)$ .

Pour simplifier l'analyse qui suit, il sera supposé un filtre de mise en forme en racine de cosinus surélevé  $v(t)$  de *roll-off*  $\gamma$  et, dans un premier temps, des canaux de propagation déterministes sans étalement temporel tels que

$$\begin{aligned}\mathbf{h}(t) &= \mu\delta(t)\mathbf{h} \\ \mathbf{h}_j(t) &= \mu_j\delta(t - \tau_j)\mathbf{h}_j\end{aligned}\tag{IV.24}$$

Ici,  $\mu$  et  $\mu_j$  contrôlent l'amplitude du SOI et de l'ICC,  $\tau_j$  représente le délai entre l'ICC et le SOI tandis que  $\mathbf{h}$  et  $\mathbf{h}_j$ , tels que  $\mathbf{h}^H\mathbf{h} = \mathbf{h}_j^H\mathbf{h}_j = N$ , correspondent aux vecteurs canaux du SOI et de l'ICC.

#### IV.4.b Calcul et analyse du SINR pour un *roll-off* nul

Sous les hypothèses précédentes, des expressions analytiques interprétables des SINR (IV.12) peuvent être déterminées spécifiquement pour un facteur de *roll-off* nul. Dans ce cas, nous appelons  $\pi_s \triangleq \mu^2\pi_b$ ,  $\pi_j \triangleq \mu_j^2\pi_f$  et  $N_0$  la puissance du SOI, de l'ICC et du bruit de fond par antenne en sortie du filtre adapté au filtre de mise en forme,  $\pi_f \triangleq E[f_n^2]$ ,  $\varepsilon_s \triangleq \pi_s \|\mathbf{h}\|^2 / N_0$  et  $\varepsilon_j \triangleq \pi_j \|\mathbf{h}_j\|^2 / N_0$ . De plus, supposant  $N = 1$ <sup>4</sup> et une ICC de forte puissance ( $\varepsilon_j \gg 1$ ) pour les modèles (IV.1) et (IV.5) et dénotant par  $\text{SINR}_{\mathcal{R}\mathcal{M}}$  et  $\text{SINR}_{\text{QR}\mathcal{M}}$  les SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE à  $\mathcal{M}$  entrées pour des signaux R et QR respectivement, nous obtenons après calculs dont la méthodologie est présentée dans l'annexe D

$$\text{SINR}_{\mathcal{R}\mathcal{M}} = \frac{2\varepsilon_s}{1 + 2\varepsilon_j \cos^2(\phi_{js})}\tag{IV.25}$$

$$\text{SINR}_{\text{QR}\mathcal{M}} = \frac{2\varepsilon_s}{1 + \varepsilon_j \left[ 1 + \cos(2\phi_{js}) \cos\left(\frac{\pi\tau_j}{T}\right) \right]}\tag{IV.26}$$

$$\text{SINR}_{\mathcal{R}\mathcal{M}} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \cos^2(\phi_{js}) \right] \quad \phi_{js} \neq k\pi\tag{IV.27}$$

$$\text{SINR}_{\mathcal{R}\mathcal{M}} \approx \frac{2\varepsilon_s}{1 + 2\varepsilon_j} \quad \phi_{js} = k\pi\tag{IV.28}$$

---

4. C'est à dire une réception mono-capteur, donc une absence de discrimination spatiale.

$$\text{SINR}_{\text{QR}_2} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \frac{1 + \cos^2(\psi_{js})}{2} \right] \quad \psi_{js} \neq k\pi \quad (\text{IV.29})$$

$$\text{SINR}_{\text{QR}_2} \approx \frac{9\varepsilon_s}{2\varepsilon_j} \frac{1}{[3 + 2\cos(4\phi_{js})]} \quad \psi_{js} = k\pi \quad (\text{IV.30})$$

où  $\phi_{js} \triangleq \text{Arg}(\mathbf{h}_j^H \mathbf{h})$  représente le déphasage entre le SOI et l'ICC et  $\psi_{js} \triangleq \phi_{js} + \pi\tau_j/2T$ . Ces résultats sont illustrés graphiquement sur les figures IV.3 et IV.4, respectivement, pour les SINR des récepteurs pseudo-MLSE à 1 entrée de signaux R et QR, ainsi que sur les figures IV.5 et IV.6 pour les récepteurs pseudo-MLSE à 2 entrées de signaux R et QR. Un récepteur

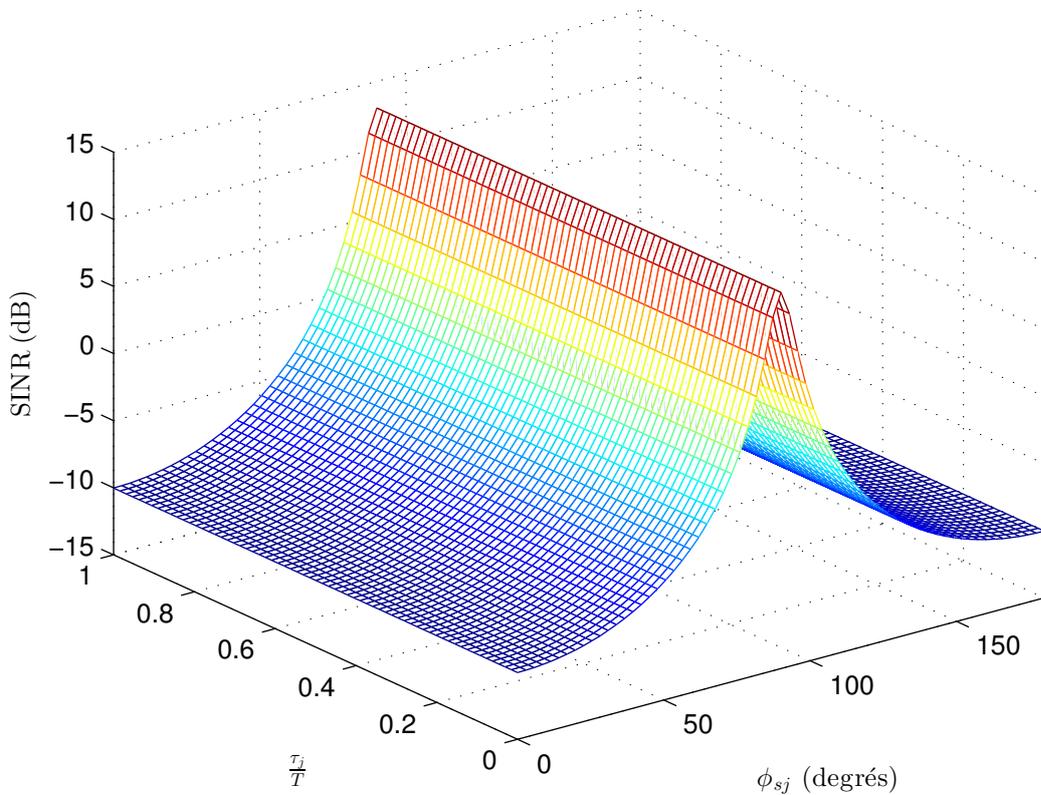
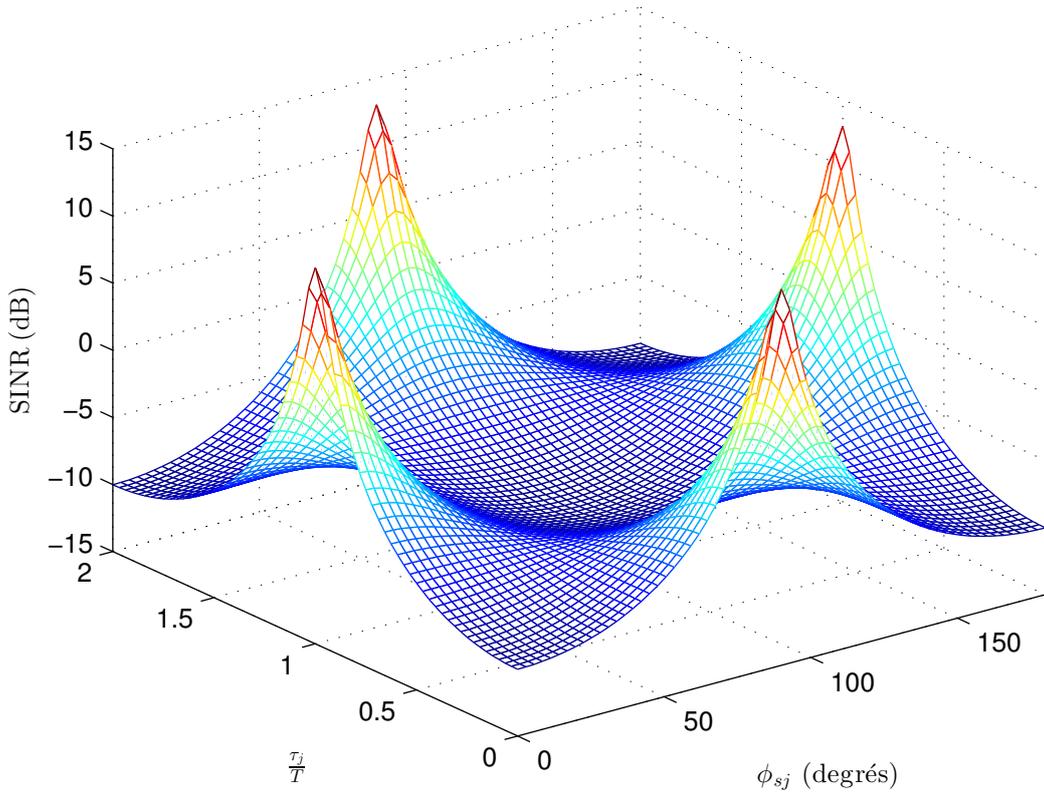


FIGURE IV.3 –  $\text{SINR}_{\text{R}_1}$  en fonction de  $\phi_{sj}$  et  $\tau_j$  ( $\gamma = 0$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

effectue le SAIC dès lors que

$$\lim_{\varepsilon_j \rightarrow +\infty} \text{SINR} \neq 0 \quad (\text{IV.31})$$

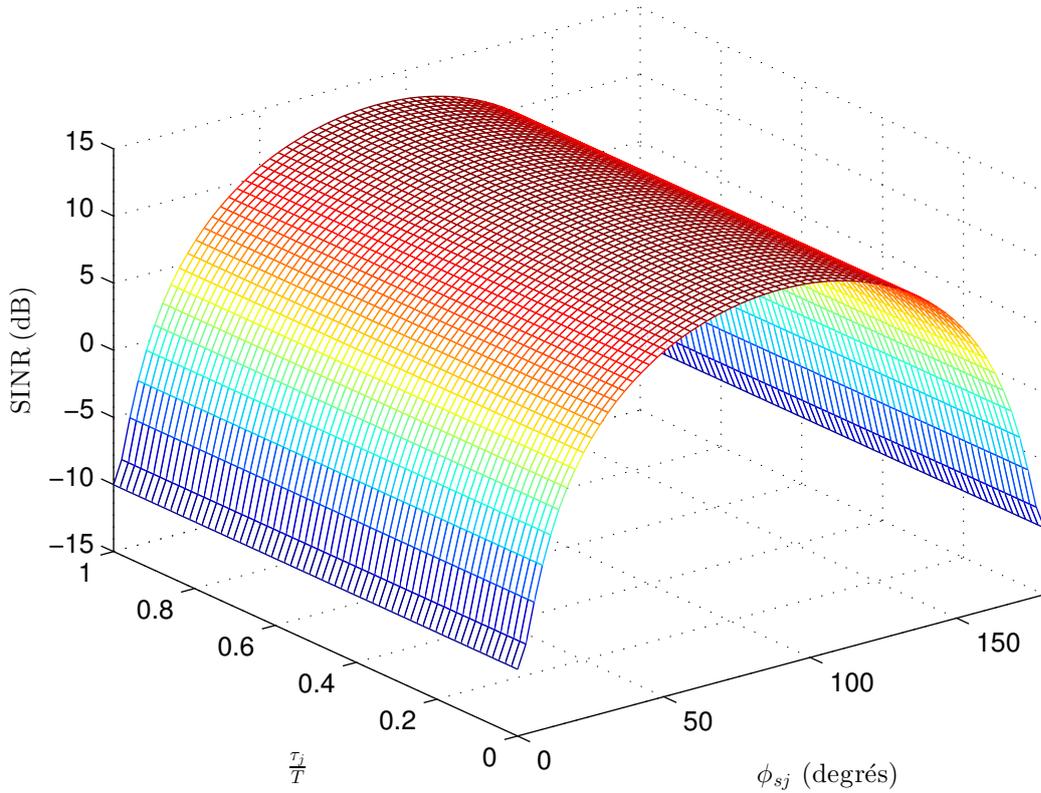
Ainsi, il est possible de déduire à partir de (IV.25) et de (IV.26) que les récepteurs conventionnels n'effectuent le concept SAIC que très épisodiquement, lorsque  $\phi_{js} = (2k + 1)\pi/2$ , pour les signaux R, et quand  $(\tau_j/T, \phi_{js}) = (2k_1, (2k_2 - 1)\pi/2)$  ou  $(2k_1 + 1, k_2\pi)$  pour les signaux QR, où  $k, k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$ . Cependant, (IV.27) et (IV.29) montrent que les récepteurs pseudo-MLSE à 2 entrées effectuent le SAIC tant que  $\phi_{js} \neq k\pi$ , pour des signaux R, et  $\psi_{js} \neq k\pi$ , pour des


 FIGURE IV.4 –  $\text{SINR}_{\text{QR}_1}$  en fonction de  $\phi_{sj}$  et  $\tau_j$  ( $\gamma = 0$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

signaux QR. Ceci montre tout l'intérêt du filtrage WL (IV.10) dans les deux cas de figure. Cependant, il faut noter que, tandis que le même traitement (IV.10) a été appliqué et des modèles similaires, (IV.1) et (IV.5), considérés pour des signaux R et QR, les SINR de sortie (IV.27) et (IV.29) n'ont pas les mêmes expressions. Ceci prouve la non-équivalence des signaux R et QR déroté pour le filtrage WL en présence d'ICC. Ce résultat était, à notre connaissance, inconnu de la littérature scientifique. En particulier, pour  $\gamma = 0$ , tandis que (IV.27) dépend seulement de  $2\varepsilon_s$ , le SINR maximal (sans interférences) de sortie, et  $\phi_{js}$ , (IV.29) dépend de  $2\varepsilon_s$ ,  $\phi_{js}$  et  $\tau_j/T$ .

De façon à comparer ces résultats pour  $\gamma = 0$  et  $\varepsilon_j \gg 1$  avec une perspective statistique, nous supposons que  $\varepsilon_j \rightarrow \infty$  et que  $\phi_{js}$  et  $\pi\tau_j/2T$  sont des variables aléatoires indépendantes et uniformément distribuées sur  $[0, 2\pi]$ . Sous ces hypothèses, il est aisé de déduire à partir de (IV.27) et (IV.29), l'espérance des SINR de sortie donnés par

$$E[\text{SINR}_{\text{R}_2}] \approx \varepsilon_s \quad (\text{IV.32})$$


 FIGURE IV.5 –  $\text{SINR}_{R_2}$  en fonction de  $\phi_{sj}$  et  $\tau_j$  ( $\gamma = 0$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

$$\mathbb{E}[\text{SINR}_{\text{QR}_2}] \approx \frac{\varepsilon_s}{2}. \quad (\text{IV.33})$$

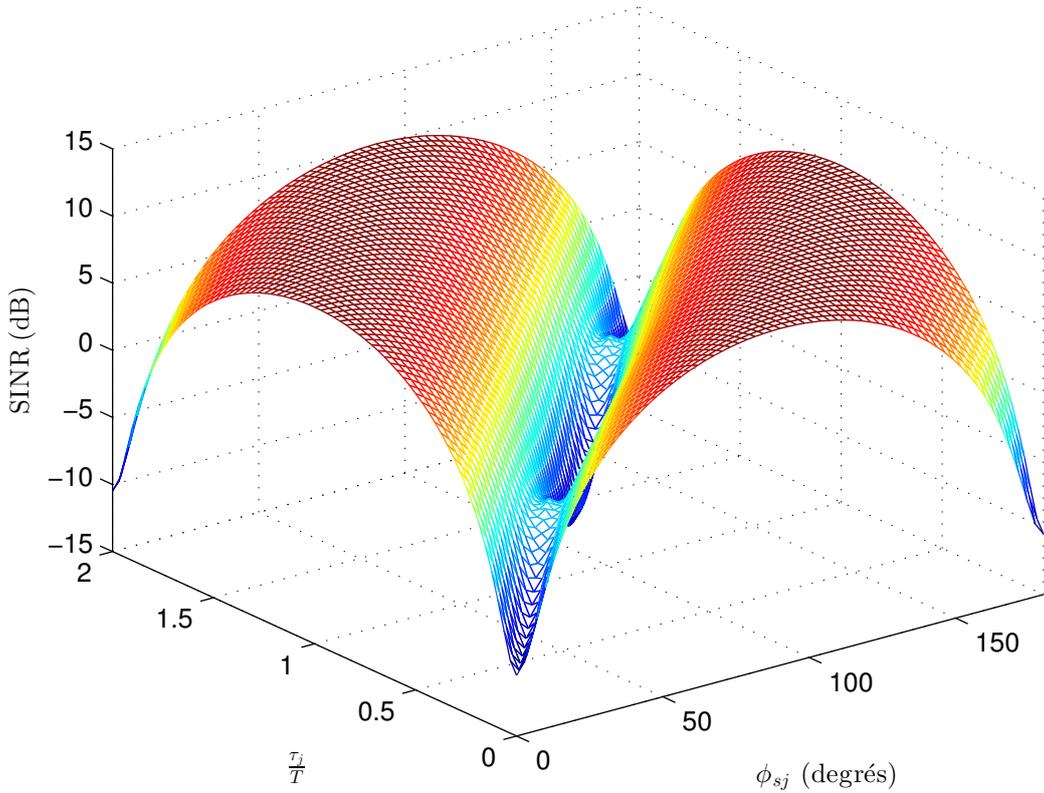
Il est donc possible d'observer que  $\mathbb{E}[\text{SINR}_{\text{QR}_2}] \approx \mathbb{E}[\text{SINR}_{R_2}]/2$ , ce qui prouve l'efficacité moyenne moindre du traitement WL (IV.10) pour des signaux QR par rapport aux signaux R en présence d'ICC de même nature.

En présence d'un réseau d'antennes ( $N \neq 1$ ) en réception, une capacité de discrimination spatiale apparaît. Considérons  $\alpha_{sj}$  le coefficient de corrélation spatiale entre le SOI et l'ICC, tel que ( $0 \leq |\alpha_{sj}| \leq 1$ ) est défini par

$$\alpha_{sj} \triangleq \frac{\mathbf{h}^H \mathbf{h}_j}{\|\mathbf{h}\| \|\mathbf{h}_j\|} \triangleq |\alpha_{sj}| e^{j\phi_{sj}}. \quad (\text{IV.34})$$

Lorsque  $|\alpha_{sj}| \neq 1$ , due à la capacité de discrimination spatiale entre le SOI et l'ICC, et toujours en supposant  $\varepsilon_j \gg 1$ , on obtient après calculs

$$\text{SINR}_{R_1} \approx \text{SINR}_{\text{QR}_1} \approx 2\varepsilon_s [1 - |\alpha_{sj}|^2] \quad (\text{IV.35})$$


 FIGURE IV.6 –  $\text{SINR}_{\text{QR}_2}$  en fonction de  $\phi_{sj}$  et  $\tau_j$  ( $\gamma = 0$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

$$\text{SINR}_{\text{R}_2} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - |\alpha_{sj}|^2 \cos^2(\phi_{sj}) \right] \quad \phi_{sj} \neq k\pi \quad (\text{IV.36})$$

$$\text{SINR}_{\text{QR}_2} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \frac{|\alpha_{sj}|^2}{2} \left\{ 1 + \cos^2(\psi_{js}) \right\} \right] \quad (\text{IV.37})$$

#### IV.4.c Calcul et analyse du SINR pour des *roll-off* arbitraires

Pour compléter l'analyse précédemment effectuée avec cette fois des valeurs de  $\gamma$  quelconques, il sera là encore supposé que  $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ . Sous ces hypothèses, en choisissant  $\varepsilon_s = 10$  dB et  $\varepsilon_j = 20$  dB, la figure IV.7 montre, pour des signaux R ou QR, pour  $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$  et  $\gamma \in \{0, 0.5\}$ ,  $\Pr[(\text{SINR}_{\text{F}_\mathcal{M}}/2\varepsilon_s) \geq x] \triangleq \mathcal{P}_{\text{F}_\mathcal{M}}(x)$  en fonction de  $x$  (en dB). Il faut noter, aussi bien pour des signaux R que pour des signaux QR, la faible performance quelque soit  $\gamma$  pour  $\mathcal{M} = 1$ , c'est-à-dire pour le traitement conventionnel. Pour  $\mathcal{M} = 2$  (traitement SAIC), on observe une performance augmentée et constante avec  $\gamma$  pour des signaux QR et R respectivement. Il faut noter la meilleure performance de (IV.1) comparée à (IV.5) quelque soit  $\gamma$ . Cela confirme la moindre efficacité des signaux QR comparés aux

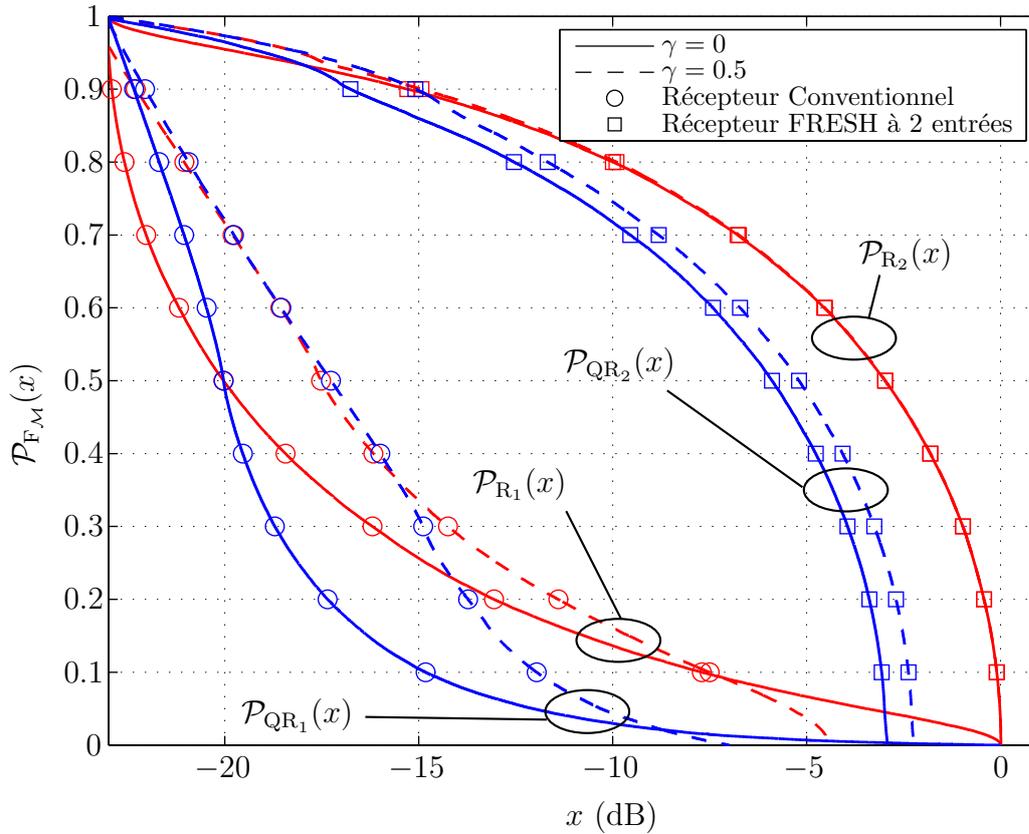


FIGURE IV.7 –  $\mathcal{P}_{F_M}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{j_s} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

signaux R pour le SAIC pour des valeurs arbitraires de  $\gamma$ . On peut observer, en particulier, pour  $\gamma = 0.5$  et  $x = -3$  dB, que  $\mathcal{P}_{QR_1}(x) = \mathcal{P}_{R_1}(x) = 0\%$ ,  $\mathcal{P}_{QR_2}(x) = 26\%$  et  $\mathcal{P}_{R_2}(x) = 50\%$ , ce qui démontre la bien meilleure performance de (IV.1) comparé à (IV.5).

## IV.5 SAIC/MAIC étendu pour signaux QR

Dans cette section, les raisons de l'efficacité moindre des traitements WL pour des signaux QR au lieu de signaux R seront présentées et nous proposerons pour ces signaux QR un nouveau filtrage WL étendu permettant de rendre ces signaux quasiment équivalents aux signaux R pour le traitement WL.

### IV.5.a La moindre efficacité des signaux QR pour le filtrage WL

La moindre efficacité des signaux QR comparés aux signaux R pour le SAIC/MAIC à l'aide du récepteur pseudo-MLSE à deux entrées est directement liée aux différentes propriétés de non-circularité et de cyclostationnarité des signaux QR et R. Tandis, que pour les signaux

R, l'information principale de non-circularité est contenue pour la fréquence cyclique  $\beta = 0$  quelque soit le filtre  $v(t)$ , pour les signaux QR, celle-ci est contenue symétriquement sur  $(\beta_0, \beta_{-1}) = (1/2T, -1/2T)$ , tel qu'illustré dans [40], [80] ou sur la figure III.4, ou de façon équivalente sur  $(\beta_{d_0}, \beta_{d_{-1}}) = (0, -1/T)$  (cf. figure IV.1) en considérant des signaux QR dérotés. En conséquence, comme le filtre pseudo-adapté (IV.10) appliqué au modèle (IV.5) exploite seulement l'information contenue sur  $(\alpha_{d_0}, \beta_{d_0}) = (0, 0)$ , ou sur  $(\alpha_0, \beta_0) = (0, 1/2T)$ , seule une partie de l'information principale de non-circularité des signaux QR se trouve exploitée par un tel récepteur. Ce n'est pas le cas cependant pour les signaux R pour lesquels le récepteur pseudo-MLSE appliqué au modèle (IV.1) exploite la totalité de l'information de non-circularité principale des signaux R pour  $\gamma = 0$ .

### IV.5.b Modèle augmenté à trois entrées

De manière à annuler la limitation précédemment exposée pour le cas des signaux QR, il est nécessaire de procéder à l'implémentation d'un filtre WL capable de traiter toute l'information de non-circularité principale des signaux QR. Un tel résultat peut être obtenu par l'implémentation du récepteur pseudo-MLSE pour le modèle d'observation augmentée à 3 entrées défini par

$$\tilde{\mathbf{x}}_{F_3}(t) \triangleq \left[ \mathbf{x}^T(t), e^{j\frac{2\pi t}{2T}} \mathbf{x}^H(t), e^{-j\frac{2\pi t}{2T}} \mathbf{x}^H(t) \right]^T \quad (\text{IV.38})$$

$$= j^{\frac{t}{T}} \left[ \tilde{\mathbf{x}}_d^T(t), e^{-j\frac{4\pi t}{2T}} \mathbf{x}_d^H(t) \right]^T \triangleq j^{\frac{t}{T}} \tilde{\mathbf{x}}_{d_{F_3}}(t) \quad (\text{IV.39})$$

$$= \sum_k j^k b_k \tilde{\mathbf{g}}_{F_3}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}_{F_3}(t) \quad (\text{IV.40})$$

où  $\tilde{\mathbf{n}}_{F_3}(t)$  correspond à  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_3}(t)$  avec  $\mathbf{n}(t)$  à la place de  $\mathbf{x}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{g}}_{F_3}(t) \triangleq [\mathbf{g}^T(t), e^{j2\pi t/2T} \mathbf{g}^H(t), e^{-j2\pi t/2T} \mathbf{g}^H(t)]^T$ . On peut vérifier que la moyenne temporelle des matrices de corrélation cycliques de  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_3}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{x}}_{d_{F_3}}(t)$  exploite l'information contenue pour  $(\alpha_0, \alpha_{-1}, \alpha_1, \beta_0, \beta_{-1}) = (0, -1/T, 1/T, 1/2T, -1/2T)$ , ce qui permet d'exploiter de manière quasiment exhaustive à la fois la cyclostationnarité et la non-circularité des signaux QR (cf. figure III.11). Il convient de noter que le traitement invariant dans le temps de  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_3}(t)$  ou  $\tilde{\mathbf{x}}_{d_{F_3}}(t)$  devient désormais un filtrage WL variant dans le temps de  $\mathbf{x}(t)$  et  $\mathbf{x}_d(t)$ , appelé ici filtrage WL-FRESH à 3 entrées de  $\mathbf{x}(t)$  ou  $\mathbf{x}_d(t)$ .

### IV.5.c Récepteur pseudo-MLSE à trois entrées

En suivant les développements effectués dans la section IV.3.a, le récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées doit toujours détecter la séquence  $\hat{\mathbf{b}} \triangleq (\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_K)$  qui minimise (IV.7) mais où  $z_{F_3}(k)$ ,

est défini par  $z_{F_3}(k) \triangleq \Re[j^{-k}y_{F_3}(k)]$ , avec (IV.8) et  $r_{k,k'}^{(F_3)}$  défini par

$$r_{k,k'}^{(F_3)} = j^{k'-k} \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_3}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_3}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{F_3}(f) e^{j2\pi f(k-k')T} df \quad (\text{IV.41})$$

On peut noter que  $y_{F_3}(k)$  est la version échantillonnée, à  $t = kT$ , de la sortie du filtre invariant dans le temps dont la réponse en fréquence est donnée par  $\tilde{\mathbf{w}}_{F_3}^H(f)$  défini par (IV.10) et qui prend pour entrée  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_3}(t)$ . La structure du récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées est présentée sur la figure IV.8. Ce récepteur est composé du filtre WL invariant dans le temps (IV.10), suivi d'un échantillonnage au rythme symbole, d'une dérotation, d'une capture de partie réelle ainsi que d'un organe de décision implémentant l'algorithme de Viterbi.

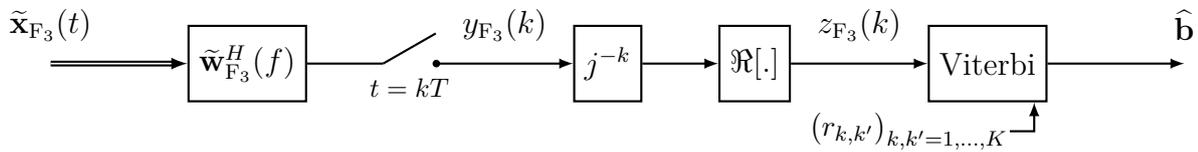


FIGURE IV.8 – Structure du récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées pour signaux QR

#### IV.5.d SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE à trois entrées

On peut montrer que le SINR à la sortie  $z_{F_3}(n)$  est donné par

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \triangleq \frac{\pi_b r_{n,n}^2}{\text{E} \left[ (\Re [j^{-n} y_{\tilde{n}, F_3}(n)])^2 \right]} \quad (\text{IV.42})$$

où  $y_{\tilde{n}, F_3}(n)$  est défini comme  $y_{F_3}(n)$  (IV.8) avec  $\tilde{\mathbf{n}}_{F_3}(f)$  à la place de  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_3}(f)$ .

Par suite, le SINR peut s'écrire par l'expression (IV.17) avec  $\kappa_i = \alpha_i$  et  $\rho_i = \beta_i$ . A partir de  $\tilde{\mathbf{n}}_{F_3}(f)$ , nous avons démontré avec la méthodologie présentée en annexe C que les spectres cycliques  $\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_3}}^{\alpha_i}(f)$  et  $\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_3}}^{\beta_i}(f)$  peuvent s'écrire

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_3}}^{\alpha_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}} \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}^H \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) + N_0 \delta_{\alpha_i, 0} \mathbf{I}_{3N} + N_0 \delta_{\alpha_i, \frac{1}{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} + N_0 \delta_{\alpha_i, -\frac{1}{T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} \quad (\text{IV.43})$$

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_3}}^{\beta_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}} \left( f + \frac{\beta_i}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}^T \left( \frac{\beta_i}{2} - f \right) + N_0 \delta_{\beta_i, \frac{1}{2T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} + N_0 \delta_{\beta_i, -\frac{1}{2T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix}. \quad (\text{IV.44})$$

Pour illustrer le comportement de (IV.42) et, plus généralement, le comportement du récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées, le modèle du bruit total (IV.20) sera considéré avec les canaux (IV.24). Il est possible pour  $\gamma = 0$  et  $\varepsilon_j \gg 1$  d'obtenir les expressions analytiques interprétables du SINR suivantes pour  $N = 1$

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx 2\varepsilon_s \left\{ 1 - \frac{[\cos^2(\psi_{js}) + \cos^2(\zeta_{js})]}{2} \right\} \quad (\psi_{js}, \zeta_{js}) \neq (k\pi, k\pi) \quad (\text{IV.45})$$

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_j} \quad (\psi_{js}, \zeta_{js}) = (k\pi, k\pi) \quad (\text{IV.46})$$

où  $\zeta_{js} \triangleq \phi_{js} - \pi\tau_j/2T$ . L'équation (IV.45) montre la capacité du récepteur WL-FRESH à

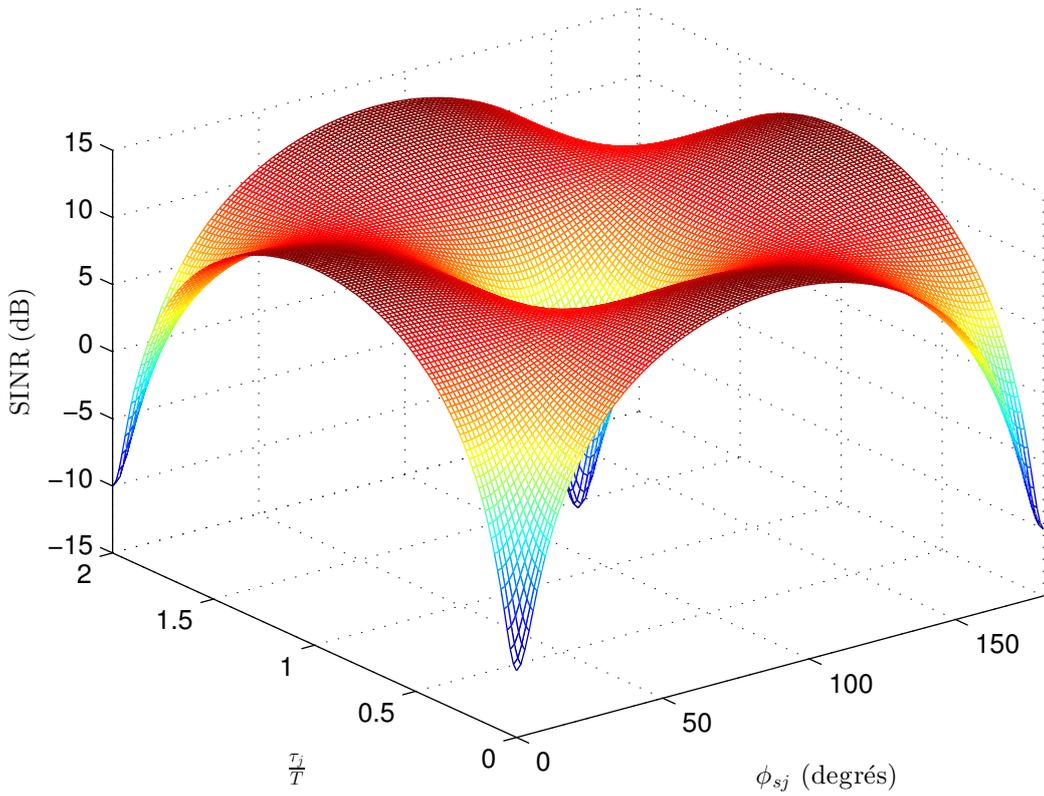


FIGURE IV.9 –  $\text{SINR}_{\text{QR}_3}$  en fonction de  $\phi_{sj}$  et  $\tau_j$  ( $\gamma = 0$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

3 entrées à effectuer le concept SAIC dès lors que  $(\psi_{js}, \zeta_{js}) \neq (k\pi, k\pi)$  et on peut remarquer que  $\text{SINR}_{\text{QR}_3} \geq \text{SINR}_{\text{QR}_2}$ , ce qui démontre l'intérêt de (IV.40). Pour  $N > 1$ , après les calculs

détaillés dans l'annexe D, on obtient

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - |\alpha_{sj}|^2 \left( \frac{(1 - |\alpha_{sj}|^2)(1 + \Gamma_{\phi,\tau})^2 + (2 - \Gamma_{\phi,\tau})\Gamma_{\phi,\tau}}{(1 - |\alpha_{sj}|^2)(5 + 2\Gamma_{\phi,\tau}) + 2(2 - \Gamma_{\phi,\tau})} \right) \right] \quad (|\alpha_{sj}|, \psi_{sj}, \zeta_{sj}) \neq (1, k\pi, k\pi) \quad (\text{IV.47})$$

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_j} \quad (|\alpha_{sj}|, \psi_{sj}, \zeta_{sj}) = (1, k\pi, k\pi) \quad (\text{IV.48})$$

avec  $\Gamma_{\phi,\tau} \triangleq \cos^2(\psi_{js}) + \cos^2(\zeta_{js})$ . Il convient de noter que la construction d'un récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées pour les signaux R serait également possible à partir, par exemple, d'un vecteur augmenté  $\tilde{\mathbf{x}}_{\text{F}_3}(t) \triangleq [\mathbf{x}^T(t), \mathbf{x}^H(t), e^{j2\pi t/T} \mathbf{x}^T(t)]$ . Toutefois, après calculs, nous avons pu démontrer pour  $\gamma = 0$  que le SINR en sortie d'un tel récepteur est égal à

$$\text{SINR}_{\text{R}_3} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - |\alpha_{sj}|^2 \left( \frac{(1 - |\alpha_{sj}|^2)(2 + \cos(2\phi_{sj}))^2 + 2(1 - \cos(2\phi_{sj})) \cos^2(\phi_{sj})}{(1 - |\alpha_{sj}|^2)(7 + 2\cos(2\phi_{sj})) + 2(1 - \cos(2\phi_{sj}))} \right) \right] \quad (|\alpha_{sj}|, \phi_{sj}) \neq (1, k\pi) \quad (\text{IV.49})$$

$$\approx \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_j} \quad (|\alpha_{sj}|, \phi_{sj}) = (1, k\pi) \quad (\text{IV.50})$$

d'où l'on peut noter que pour  $|\alpha_{sj}| = 1$

$$\text{SINR}_{\text{R}_3} \approx 2\varepsilon_s (1 - \cos^2(\phi_{sj})) = \text{SINR}_{\text{R}_2}. \quad (\text{IV.51})$$

Puisque pour un tel cas de figure, aucun bénéfice n'est apporté par un tel récepteur, nous ne considérerons par la suite que le cas du récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées de signaux QR.

Comme précédemment dans IV.4.c, pour évaluer statistiquement les performances de ce dernier, nous ferons l'hypothèse que  $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ . Sous ces hypothèses, en choisissant  $\varepsilon_s = 10$  dB et  $\varepsilon_j = 20$  dB, une perspective statistique des performances des récepteurs de signaux QR pour  $\gamma \in \{0, 0.5, 1\}$  est donnée sur la figure IV.10. On peut y noter une augmentation de la performance avec  $\gamma$ , ainsi que la performance accrue de (IV.40) vis-à-vis de (IV.5) quelque soit  $\gamma$ . La figure IV.11 montre, quant à elle, aussi bien pour les signaux R (pour  $\mathcal{M} = 2$ ), que QR (pour  $\mathcal{M} \in \{2, 3\}$ ), pour  $\gamma \in \{0, 0.5, 1\}$ ,  $\mathcal{P}_{\text{F}_\mathcal{M}}(x)$  en fonction de  $x$  (dB), où F est remplacé par R ou QR pour les signaux rectilignes ou quasi-rectilignes, respectivement. On peut noter, en particulier, pour  $\gamma = 0.5$  et  $x = -3$  dB, que  $\mathcal{P}_{\text{QR}_2}(x) = 26\%$ ,  $\mathcal{P}_{\text{R}_2}(x) = 50\%$  et  $\mathcal{P}_{\text{QR}_3}(x) = 63\%$ , ce qui prouve la meilleure performance de (IV.40) comparé à (IV.5) et la performance également supérieure de (IV.40) comparée à (IV.1) pour  $x = -3$  dB. On note finalement la performance généralement comparable des récepteurs pseudo-MLSE à 2 et 3 entrées pour les signaux R et QR respectivement.

L'analyse de la distribution statistique du SINR en sortie des récepteurs de signaux QR a été également conduite en canal de Rayleigh plat en considérant que l'amplitude des canaux

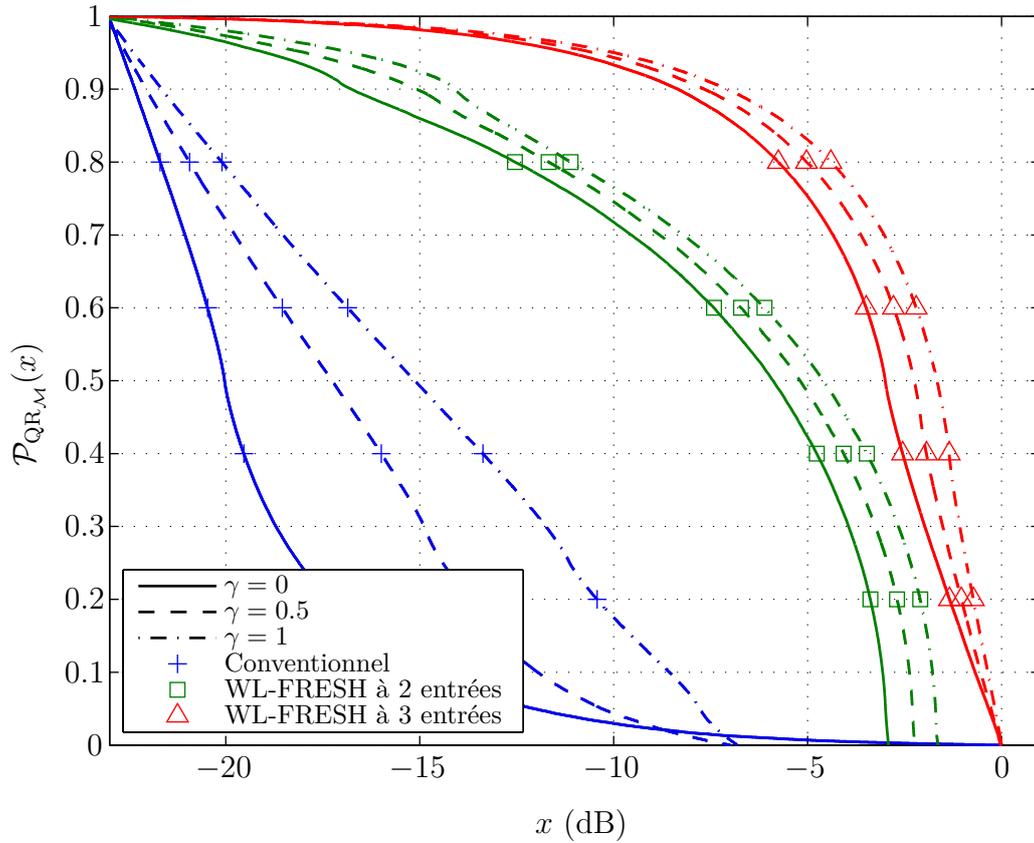


FIGURE IV.10 –  $\mathcal{P}_{\text{QR}_M}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{j_s} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

$\mathbf{h}(t)$  et  $\mathbf{h}_j(t)$  (pour  $N = 1$ ) suivait une loi de Rayleigh et la phase une loi uniforme. Par ce biais, après simulations numériques en considérant  $\varepsilon_s = 10$  dB et  $\varepsilon_j = 20$  dB et  $\gamma \in \{0, 0.5, 1\}$ , on obtient les résultats de la figure IV.12. On note, pour  $0.1 \leq \Pr\{\text{SINR} > x\} \leq 0.9$ , que les performances des récepteurs FRESH à 2 et 3 entrées de signaux QR sont séparées d'environ 3 dB. Le récepteur conventionnel, quant à lui, présente des performances inférieures de plus de 10 dB au récepteur WL-FRESH à 3 entrées, ce qui confirme les tendances de performances discutées précédemment.

## IV.6 Etude de la complexité de l'estimateur de séquence des récepteurs de signaux QR

La complexité des récepteurs pseudo-MLSE, de par l'utilisation d'un organe de décision faisant appel à l'algorithme de Viterbi, est très dépendante du support temporel des coefficients réels  $r_{k,k'}$  (fonction de  $k - k'$ ). Ainsi, l'étude analytique de ces coefficients a été conduite en canal mono-trajet afin d'évaluer la contribution des traitements à l'étalement temporel de  $r_k \triangleq r_{l,l+k}$

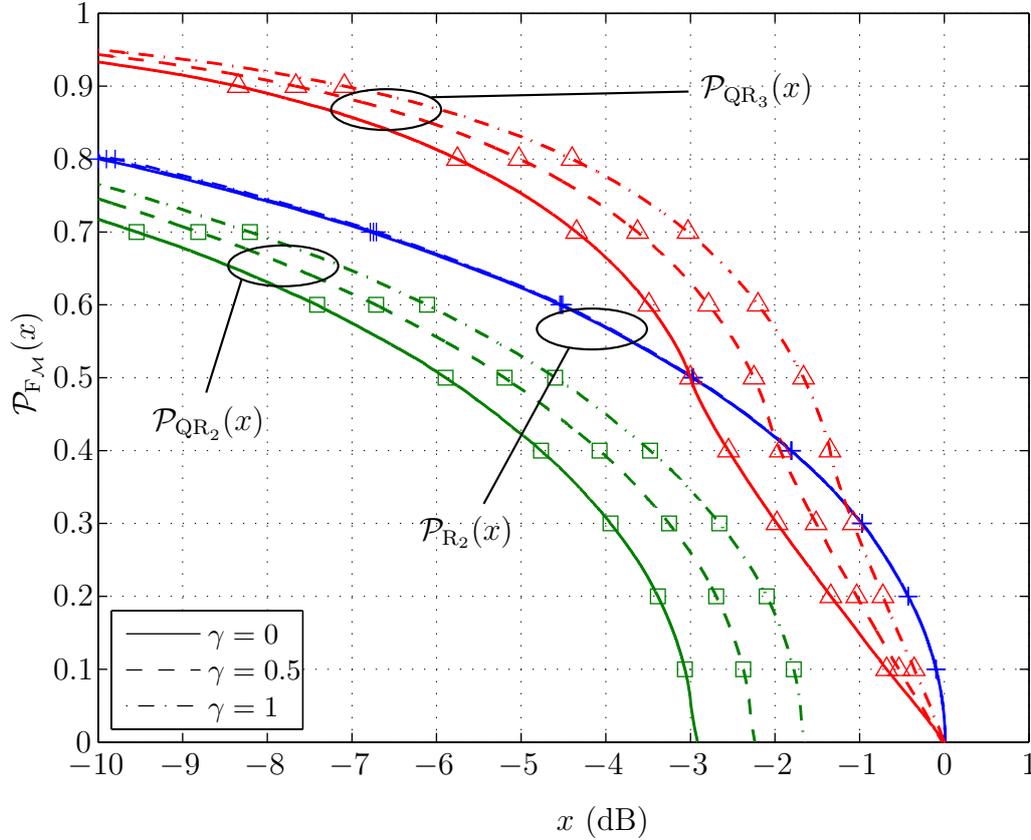


FIGURE IV.11 –  $\mathcal{P}_{F_M}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

(IV.9) (IV.41). Du à la mise en forme des signaux par l'usage de filtres de demi-Nyquist, on obtient après calcul pour  $\gamma = 0$ , selon la méthodologie détaillée dans l'annexe E, pour des signaux R ou QR et l'emploi d'un récepteur pseudo-MLSE conventionnel ( $\mathcal{M} = 1$ )

$$r_k^{(R_1)} = r_k^{(QR_1)} = \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left( 1 - \frac{|\alpha_{sj}|^2}{1 + \varepsilon_j^{-1}} \right) \delta_{0,k}. \quad (\text{IV.52})$$

Il découle de cette expression, une absence totale d'IES dû à l'emploi de filtres de demi-Nyquist. C'est également le cas considérant le récepteur pseudo-MLSE de signaux R à 2 entrées pour lequel on obtient

$$r_k^{(R_2)} = \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left( 1 - \frac{|\alpha_{sj}|^2 (1 + \cos(2\phi_{sj}))}{2 + \varepsilon_j^{-1}} \right) \delta_{0,k}. \quad (\text{IV.53})$$

En revanche, pour le récepteur pseudo-MLSE de signaux QR à 2 entrées, on obtient

$$r_k^{(QR_2)} = \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left[ 2\delta_{0,k} - |\alpha_{sj}|^2 \text{sinc} \left( \frac{k\pi}{2} \right) \left( \frac{(-1)^k}{1 + \varepsilon_j^{-1}} + \frac{1 + \cos(2\psi_{sj})}{2 + \varepsilon_j^{-1}} \right) \right] \quad (\text{IV.54})$$

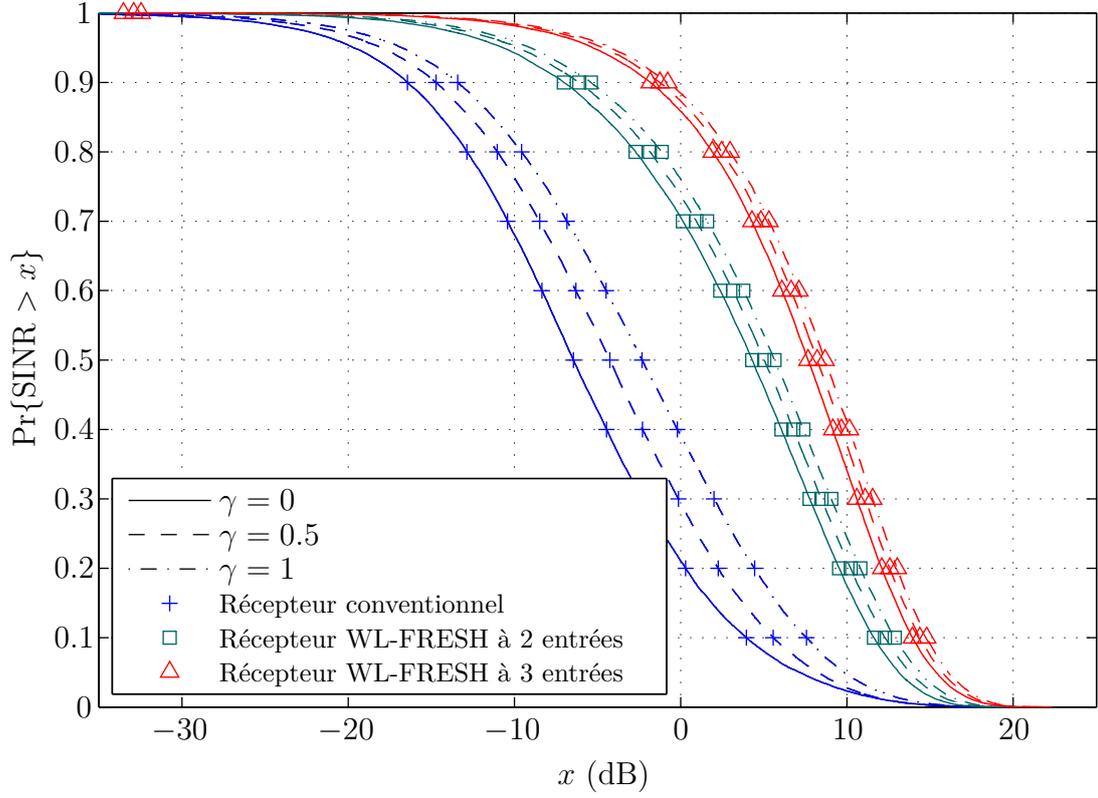


FIGURE IV.12 –  $\Pr\{\text{SINR} > x\}$  en fonction de  $x$  (signaux QR, canaux de Rayleigh,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

ou, en séparant indices pairs et impairs

$$r_{2k}^{(\text{QR}_2)} = \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left[ 2 - |\alpha_{sj}|^2 \left( \frac{1}{1 + \varepsilon_j^{-1}} + \frac{1 + \cos(2\psi_{sj})}{2 + \varepsilon_j^{-1}} \right) \right] \delta_{k,0} \quad (\text{IV.55})$$

$$r_{2k+1}^{(\text{QR}_2)} = -\frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left[ |\alpha_{sj}|^2 \text{sinc} \left( \frac{(2k+1)\pi}{2} \right) \left( \frac{-1}{1 + \varepsilon_j^{-1}} + \frac{1 + \cos(2\psi_{sj})}{2 + \varepsilon_j^{-1}} \right) \right] \quad (\text{IV.56})$$

On peut ainsi remarquer, qu'en présence d'une ICC de forte puissance et pour  $N = 1$

$$r_0^{(\text{QR}_2)} \approx \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \sin^2(\psi_{sj}) \quad (\text{IV.57})$$

$$r_{2k}^{(\text{QR}_2)} = 0, \text{ pour } k \neq 0 \quad (\text{IV.58})$$

$$r_{2k+1}^{(\text{QR}_2)} \approx r_0 \text{sinc} \left( \frac{\pi(2k+1)}{2} \right) \text{ pour } \psi_{sj} \neq k\pi. \quad (\text{IV.59})$$

## IV.6. ETUDE DE LA COMPLEXITÉ DE L'ESTIMATEUR DE SÉQUENCE DES RÉCEPTEURS DE SIGNAUX QR

---

Pour le récepteur pseudo-MLSE de signaux QR à 3 entrées, on obtient

$$r_k^{(\text{QR}_3)} = \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left[ 3\delta_{0,k} - \frac{|\alpha_{sj}|^2}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{k\pi}{2}\right) \left( \frac{1+(-1)^k}{1+\varepsilon_j^{-1}} + \frac{(1+\cos(2\psi_{sj})) + (-1)^k(1+\cos(2\zeta_{sj}))}{1+\varepsilon_j^{-1}/2} \right) \right] \quad (\text{IV.60})$$

ou, pour  $k$  pair et impair

$$r_{2k}^{(\text{QR}_3)} = \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left[ 3 - \frac{|\alpha_{sj}|^2}{2} \left( \frac{2}{1+\varepsilon_j^{-1}} + \frac{2+\cos(2\psi_{sj})+\cos(2\zeta_{sj})}{1+\varepsilon_j^{-1}/2} \right) \right] \delta_{k,0} \quad (\text{IV.61})$$

$$r_{2k+1}^{(\text{QR}_3)} = -\frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left[ \frac{|\alpha_{sj}|^2}{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{(2k+1)\pi}{2}\right) \left( \frac{\cos(2\psi_{sj})-\cos(2\zeta_{sj})}{1+\varepsilon_j^{-1}/2} \right) \right] \quad (\text{IV.62})$$

et en particulier, pour une ICC de forte puissance et  $N = 1$

$$r_0^{(\text{QR}_3)} \approx \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} (\sin^2(\psi_{sj}) + \sin^2(\zeta_{sj})) \quad (\text{IV.63})$$

$$r_{2k}^{(\text{QR}_3)} = 0, \text{ pour } k \neq 0 \quad (\text{IV.64})$$

$$r_{2k+1}^{(\text{QR}_3)} \approx r_0 \left( \frac{\sin^2(\psi_{sj}) - \sin^2(\zeta_{sj})}{\sin^2(\psi_{sj}) + \sin^2(\zeta_{sj})} \right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi(2k+1)}{2}\right). \quad (\text{IV.65})$$

Les expressions (IV.54) et (IV.60) démontrent la présence d'IES résiduelle, même en l'absence de multi-trajets de propagation et en utilisant des filtres de demi-Nyquist pour la mise en forme des signaux pour les récepteurs pseudo-MLSE à 2 et 3 entrées, respectivement. De plus, en comparant (IV.54) et (IV.60) pour  $N = 1$ , une ICC de forte puissance et  $\psi_{sj} \neq k\pi$ , on peut montrer que

$$\frac{\left(\frac{r_{2k+1}}{r_0}\right)^{(\text{QR}_3)}}{\left(\frac{r_{2k+1}}{r_0}\right)^{(\text{QR}_2)}} \approx \frac{1 - \frac{\sin^2 \zeta_{sj}}{\sin^2 \psi_{sj}}}{1 + \frac{\sin^2 \zeta_{sj}}{\sin^2 \psi_{sj}}} \Rightarrow \left| \frac{\left(\frac{r_{2k+1}}{r_0}\right)^{(\text{QR}_3)}}{\left(\frac{r_{2k+1}}{r_0}\right)^{(\text{QR}_2)}} \right| \leq 1 \quad (\text{IV.66})$$

avec  $\frac{(r_{2k+1}/r_0)^{(\text{QR}_3)}}{(r_{2k+1}/r_0)^{(\text{QR}_2)}} \approx +1$  pour  $\zeta_{sj} = 0$  et  $\psi_{sj} \neq k\pi$  et  $\frac{(r_{2k+1}/r_0)^{(\text{QR}_3)}}{(r_{2k+1}/r_0)^{(\text{QR}_2)}} \approx 0$  pour  $\psi_{sj} = \zeta_{sj} \neq k\pi \Leftrightarrow \tau_j = 0$  et  $\phi_{sj} \neq k\pi$ . Ainsi, on observe en général une plus faible dispersion de l'IES pour le récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées de signaux QR comparé au récepteur à 2 entrées, ce qui tend à renforcer l'intérêt du premier. Bien que l'IES pour  $\gamma = 0$  apparaisse ici infinie pour ces 2 récepteurs, en pratique, on constatera que l'IES est bornée et de support étroit pour  $\gamma$  suffisamment élevé. En particulier, on peut noter, à partir de (IV.54) que pour une situation

très défavorable<sup>5</sup>, c'est à dire celle où

$$\hat{\psi}_{sj} \triangleq \arg \max_{\psi_{sj}} |r_1^{(\text{QR}_2)}| \quad (\text{IV.67})$$

$$= \frac{\pi}{2} + l\pi \quad (l \in \mathbb{Z}) \quad (\text{IV.68})$$

on obtient, pour  $\gamma = 0$ , la corrélation des symboles affichée sur la figure IV.13 et considérant  $\gamma =$

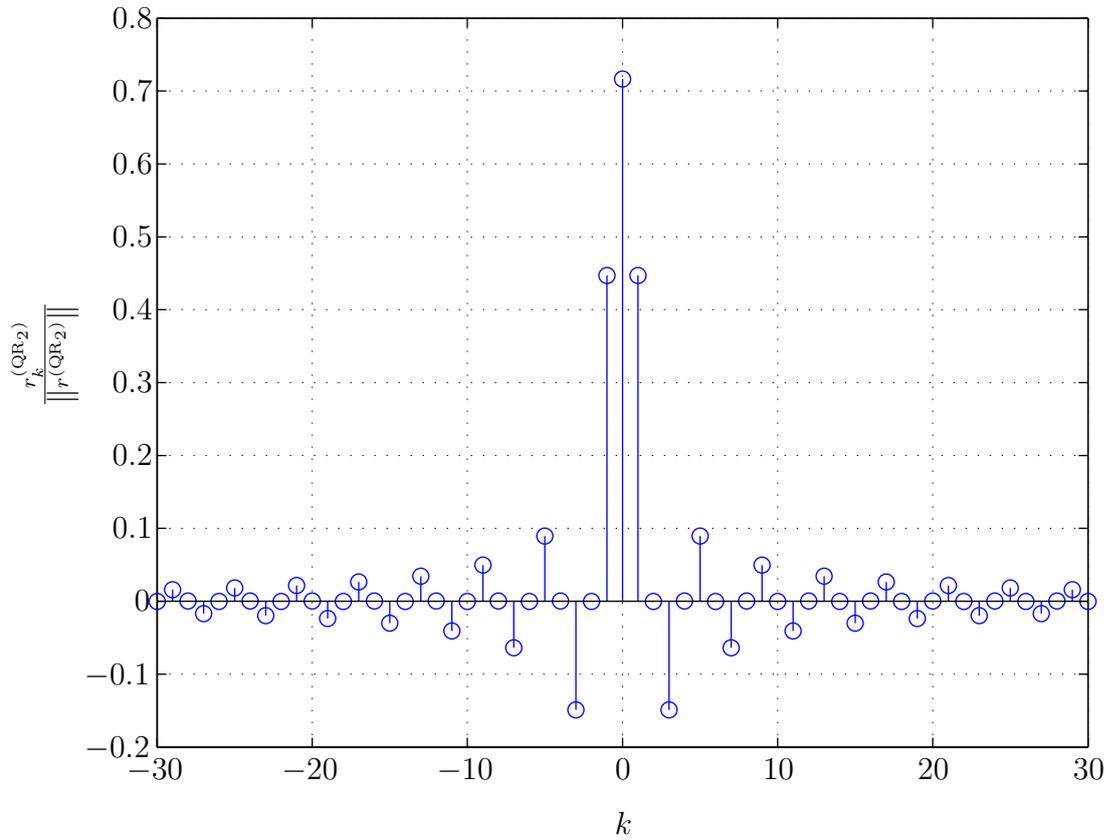


FIGURE IV.13 –  $r_k^{(\text{QR}_2)}$  normalisé en fonction de  $k$  pour  $\psi_{sj} = \pi/2$  ( $\gamma = 0$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

0.5 pour éviter la mauvaise localisation temporelle des  $r_k$  due à la mise en forme rectangulaire en fréquence des filtres pour  $\gamma = 0$ , on obtient cette fois la figure IV.14.

A titre de comparaison, un des pires cas pour les récepteurs WL-FRESH de signaux QR

5. Empiriquement, il s'agit de la situation la plus défavorable trouvée, même si aucune preuve analytique de cet état de fait n'a été déterminée ici.

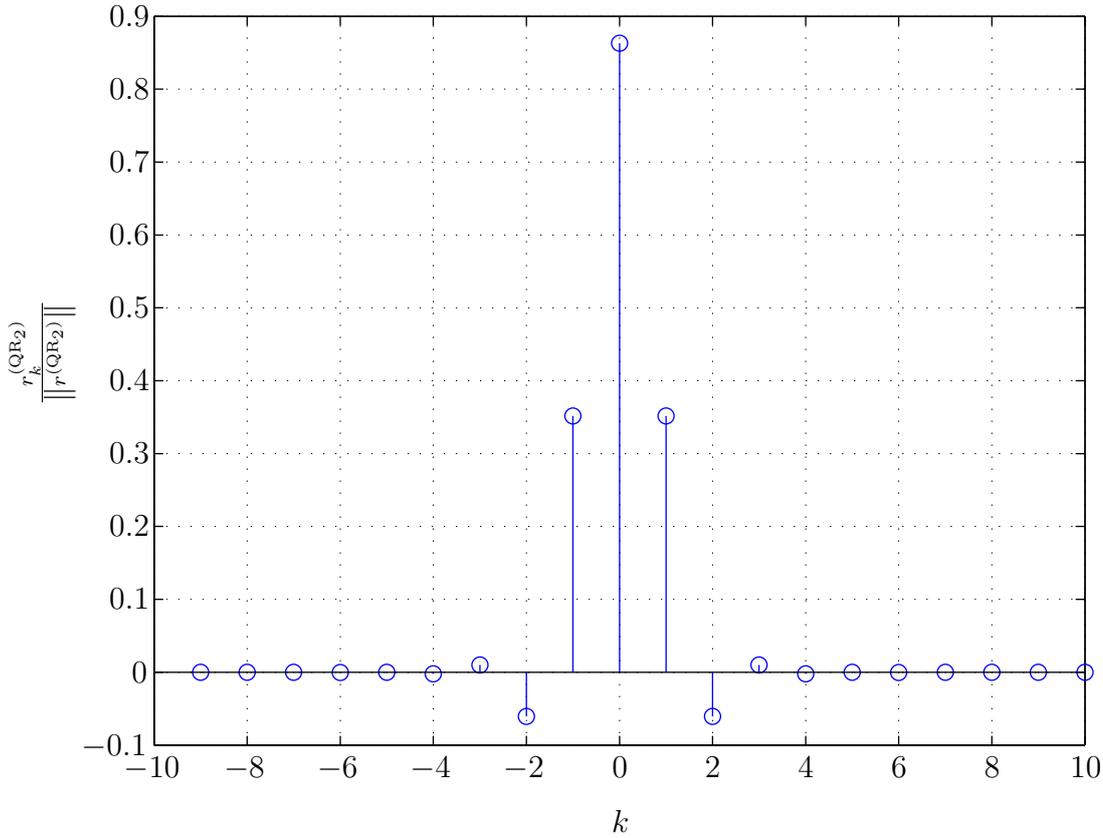


FIGURE IV.14 –  $r_k^{(QR_2)}$  normalisé en fonction de  $k$  pour  $\psi_{sj} = \pi/2$  ( $\gamma = 0.5$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

à 3 entrées est obtenu pour

$$(\hat{\psi}_{sj}, \hat{\zeta}_{sj}) \triangleq \arg \max_{\psi_{sj}, \zeta_{sj}} |r_1^{(QR_3)}| \quad (IV.69)$$

$$= \left( l\pi, \frac{\pi}{2} + l'\pi \right) \quad (l \in \mathbb{Z}, l' \in \mathbb{Z}) \quad (IV.70)$$

c'est à dire, par exemple, pour  $\tau_j = T/2$  et  $\phi_{sj} = \pi/4$  pour lesquels on obtient la figure IV.15. Considérant  $\gamma = 0.5$ , on obtient la figure IV.16.

En conséquence, il apparaît clairement que l'algorithme de Viterbi permettant la détection de la séquence de symboles transmise doit, pour les récepteurs WL-FRESH de signaux QR considérer une mémoire (longueur de treillis) de taille suffisante, et ce, même en canal mono-trajet. En pratique, pour  $\gamma = 0.5$ , la considération d'une "longueur de contrainte"  $V = 8$  prend en compte l'essentiel de la corrélation entre les symboles (de  $r_{-8}$  à  $r_8$ ). C'est cette "longueur de contrainte" qui sera employée pour l'estimation de la séquence émise dans la section suivante. En pratique, une troncation plus importante en vue de réduire la complexité du treillis permettant la détection de la séquence est possible sans grande conséquence sur les

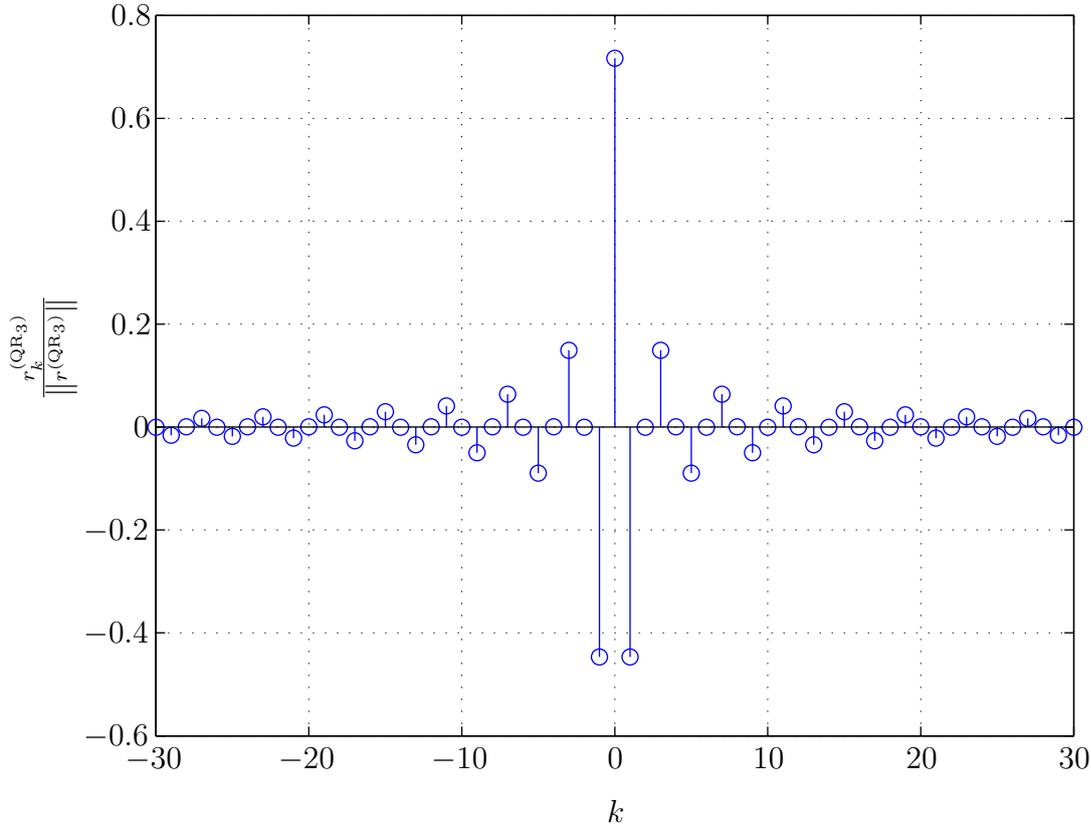


FIGURE IV.15  $r_k^{(QR_3)}$  en fonction de  $k$  pour  $\tau_j = T/2$  et  $\phi_{sj} = \pi/4$  ( $\gamma = 0$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

performances de réception.

## IV.7 Analyse du TES des récepteurs de signaux QR

### IV.7.a Evaluation du TES en canal mono-trajet déterministe

Afin d'évaluer analytiquement le comportement des récepteurs pseudo-MLSE, nous avons fait la conjecture, basée sur [96, Sec 10.1.4] que l'évaluation du SINR en sortie du traitement de réception donnerait un aperçu des performances comparable à celui donné par l'évaluation du taux d'erreur sur les symboles transmis en sortie de l'organe de détection de la séquence  $\hat{\mathbf{b}}$ . Cependant, puisqu'il a été présenté dans la section IV.6 que l'IES était non-nulle pour les récepteurs pseudo-MLSE de signaux QR à 2 et 3 entrées, même en l'absence d'un canal multi-trajet, il convenait d'étudier le TES en sortie de ceux-ci.

Pour cela, des signaux équivalents en bande de base ont été générés. Les détails concernant la synthèse de ces signaux sont présentés dans l'annexe F.

Dans un premier temps, un scénario est considéré où une discrimination de phase existe

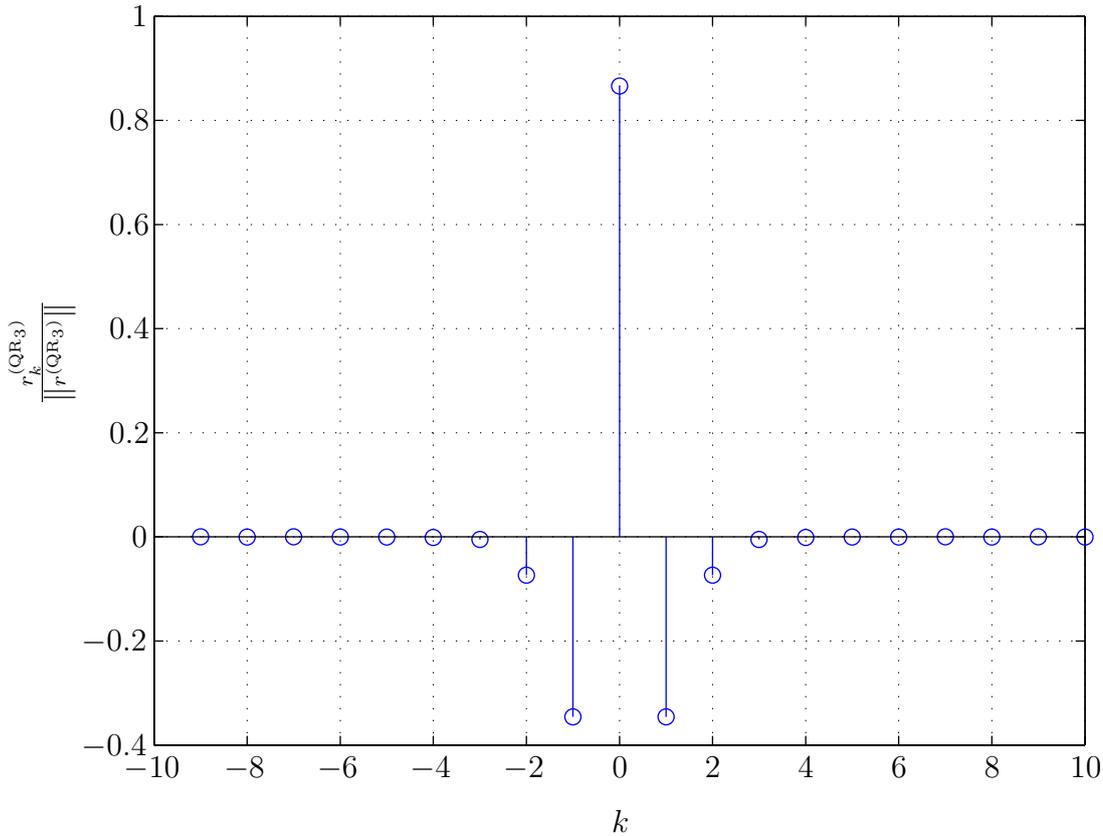


FIGURE IV.16 –  $r_k^{(QR_3)}$  en fonction de  $k$  pour  $\tau_j = T/2$  et  $\phi_{sj} = \pi/4$  ( $\gamma = 0.5$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

entre le SOI et l'ICC afin de pouvoir vérifier la supériorité des récepteurs effectuant le concept SAIC, et particulièrement du récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées qui exploite exhaustivement la noncircularité et la cyclostationarité à l'ordre deux des signaux QR pour  $\gamma = 0.5$ . En choisissant pour scénario le cas où  $\phi_s = 0$  (la phase du SOI),  $\phi_j = \pi/4$  et  $\tau_j = T$  et en considérant  $N = 1$ ,  $\gamma = 0.5$  et un rapport signal sur interférence ( $\pi_s/\pi_j$ ) égal à  $-10$  dB, on obtient par simulation numérique<sup>6</sup> les résultats présentés sur la figure IV.17.

On constate le bénéfice à utiliser des récepteurs WL-FRESH pour ce scénario et la supériorité du récepteur à 3 entrées. Pour une analyse plus générale des performances de ces récepteurs, on considérera cette fois la transmission de 1000 trames de 184 symboles, où pour chaque trame,  $\phi_{js} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ . Les performances obtenues sont présentées sur la figure IV.18 et confirment l'analyse statistique du SINR en sortie des traitements de réception décrite dans les sections IV.4.c et IV.5.d. On y observe en effet l'incapacité du récepteur conventionnel à détecter efficacement les symboles en raison du faible rapport signal sur interférence. A contrario, les récepteurs SAIC qui ont capacité à rejeter l'ICC par discrimination de phase

6. On considère 500 erreurs minimum pour le calcul des points par méthode de Monte Carlo.

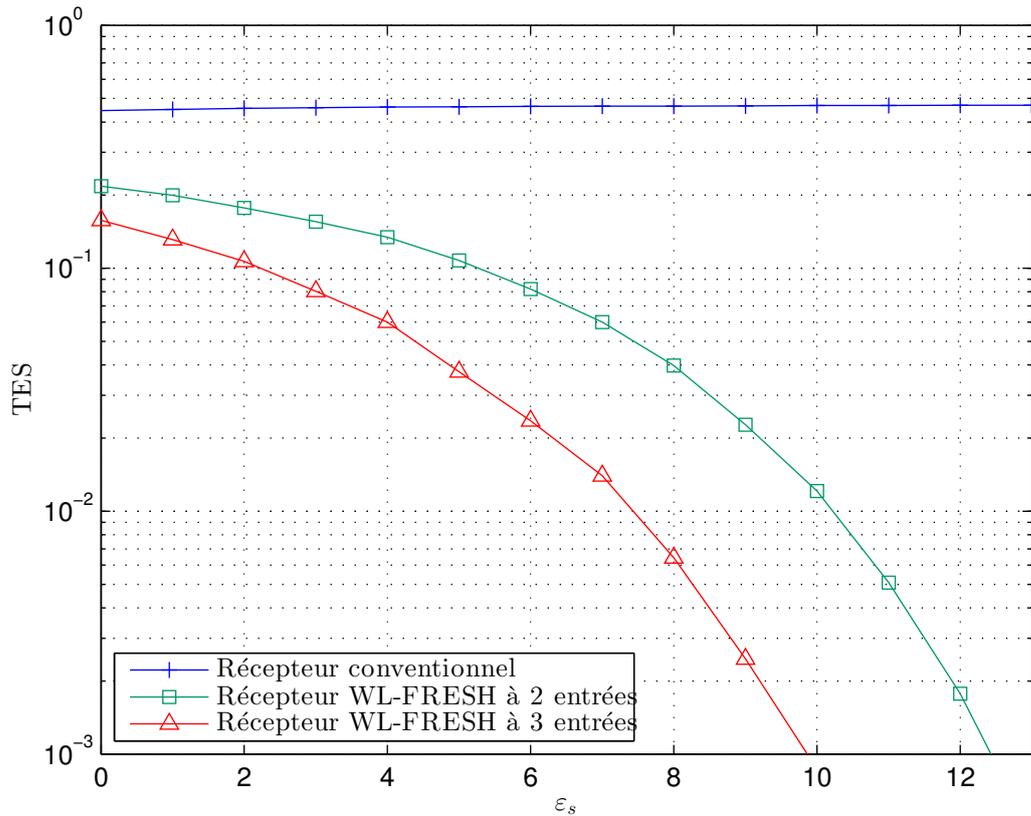


FIGURE IV.17 – TES en fonction de  $\varepsilon_s$  (signaux QR,  $\gamma = 0.5$ ,  $\phi_j = \pi/4$ ,  $\tau_j = T$ ,  $\pi_j/\pi_s = 10$  dB,  $V = 8$ )

conservent des taux d'erreurs symboles plus faibles. Il convient particulièrement de noter le gain important de performance apporté par le récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées vis-à-vis du récepteur à 2 entrées.

#### IV.7.b Evaluation du TES en canal de Rayleigh mono-trajet

Dans un second temps, on considère  $\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 4T])$  et un canal de Rayleigh pour le SOI et l'ICC, c'est à dire que les parties réelles et imaginaires de  $h$  et  $h_j$  ( $N = 1$ ) sont indépendantes et suivent chacune une loi normale de moyenne nulle et de variance identique. On obtient ainsi les résultats de la figure IV.19. On constate ici également la meilleure performance des récepteurs SAIC et la supériorité du récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées.

## IV.8 Applications

Les techniques présentées au cours de ce chapitre permettent d'envisager la suppression d'une interférence co-canal dans les réseaux sans fils utilisant des signaux non-circulaires, et ce,

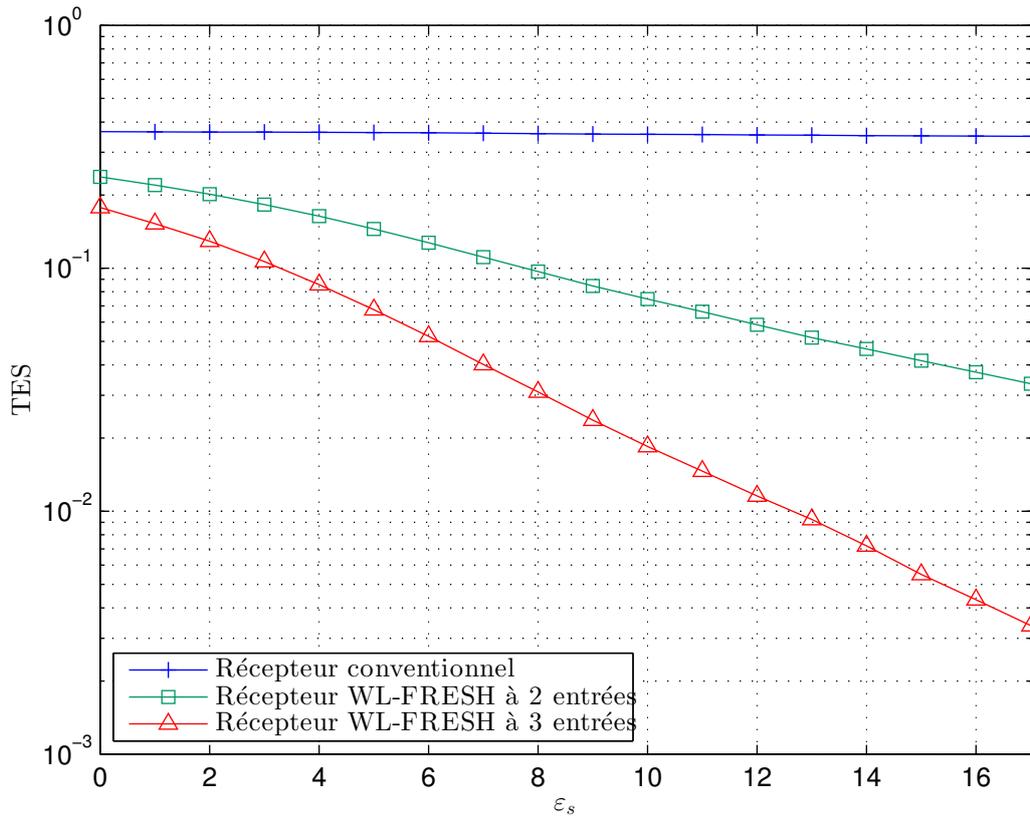


FIGURE IV.18 – TES en fonction de  $\varepsilon_s$  (signaux QR,  $\gamma = 0.5$ ,  $\pi_j/\pi_s = 10$  dB,  $\phi_{j_s} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $V = 8$ )

sans nécessairement bénéficier de diversité d'antenne en réception (SAIC). En particulier, dans les réseaux GSM où les ICC constituent souvent le facteur limitant principal, des récepteurs WL standards sont déjà couramment employés pour cet usage [43]. Nous avons ici, à partir de l'approche de réception pseudo-MLSE à temps-continu, présenté la nature sous-optimale de tels récepteurs et proposé un récepteur permettant une meilleure exploitation des propriétés statistiques à l'ordre 2 de tels signaux, permettant ainsi de meilleures performances de réception des symboles utiles.

Dans le cadre de l'accroissement de capacité nécessaire pour les réseaux GSM qui sont toujours largement utilisés et présentent des problèmes de congestion, la technologie VAMOS a été récemment proposée et standardisée [97]. Grâce à cette technique, le multiplexage de deux signaux GMSK orthogonaux sur un même canal est rendu possible et permet virtuellement de doubler la capacité dans ces réseaux. Pour de tels signaux également, des techniques d'annulations d'interférences sont toujours applicables et l'extension du SAIC par filtrage WL standard a été proposée notamment dans l'article [98]. L'extension du SAIC/MAIC présentée au cours de ce chapitre serait également applicable dans ce cas de figure.

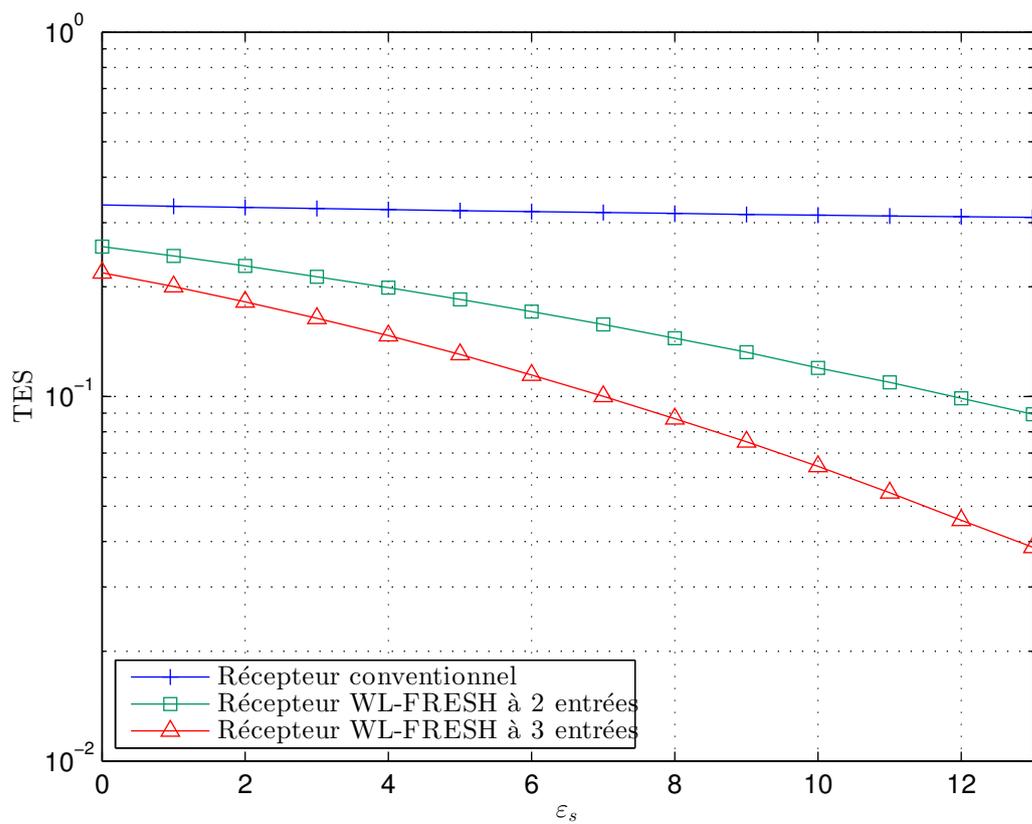


FIGURE IV.19 – TES en fonction de  $\varepsilon_s$  (signaux QR,  $\gamma = 0.5$ ,  $\pi_j/\pi_s = 10$  dB,  $N = 1$ ,  $(|h|, |h_j| \sim \mathcal{R}(1))$ ,  $(\text{Arg}(h), \text{Arg}(h_j) \sim \mathcal{U}([0, 2\pi]))$ ,  $V = 8$ )

# Chapitre V

## Analyse de la sensibilité du SAIC/MAIC aux décalages résiduels de fréquence

### Sommaire

---

|     |                                  |    |
|-----|----------------------------------|----|
| V.1 | Introduction . . . . .           | 83 |
| V.2 | Modèle de signaux . . . . .      | 84 |
| V.3 | Récepteur SAIC/MAIC . . . . .    | 85 |
| V.4 | Analyse de performance . . . . . | 86 |

---

### V.1 Introduction

Les récepteurs WL MLSE et MMSE de signaux R et QR présentent de bonnes propriétés d'annulation (SAIC/MAIC) d'ICC de même nature dans le cadre d'interférences ne présentant pas de décalages de fréquence. Or, les décalages de fréquence causés notamment par le biais et le bruit de phase des oscillateurs locaux aux émetteurs et récepteurs ou par l'effet Doppler dû aux mobilités de ces émetteurs et récepteurs sont omniprésents dans de nombreux contextes applicatifs. Il est donc essentiel d'analyser, en terme de perte de performance, la sensibilité de ces récepteurs à ces décalages de fréquence. Le but de ce chapitre est de résumer les principaux résultats de la publication en cours de soumission [47].

## V.2 Modèle de signaux

Pour simplifier l'analyse, nous considérons le cas d'un récepteur de  $N$  antennes qui reçoit un signal utile  $s_v(t)$  (III.22) en présence d'une seule interférence  $j_v(t)$  définie par

$$j_v(t) = \sum_k e_k v(t - kT - \tau_j), \quad (\text{V.1})$$

avec  $e_k \triangleq f_k$  pour une ICC R et  $e_k \triangleq j^k f_k$  pour une ICC QR où  $f_k \in \mathbb{R}$ . Les signaux  $s_v(t)$  et  $j_v(t)$  présentent chacun un décalage en fréquence  $\Delta f_s$  et  $\Delta f_j$  et sont reçus à travers un canal non dispersif avec un bruit de fond spatialement et temporellement blanc Gaussien  $\mathbf{u}(t)$  (dont les  $N$  composantes ont pour densité spectrale de puissance  $N_0$ ). L'enveloppe complexe du signal reçu est alors :

$$\mathbf{x}(t) = \mu s_v(t) e^{j2\pi\Delta f_s t} \mathbf{h} + \mu_j j_v(t) e^{j2\pi\Delta f_j t} \mathbf{h}_j + \mathbf{u}(t) \quad (\text{V.2})$$

$$\triangleq \mu s_v(t) e^{j2\pi\Delta f_s t} \mathbf{h} + \mathbf{n}(t). \quad (\text{V.3})$$

En sortie d'un filtre adapté, la sortie échantillonnée  $\mathbf{x}_v(nT) \triangleq \mathbf{x}(t) * v(-t)|_{t=nT}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_v(nT) &= \mu a_n e^{j2\pi\Delta f_s nT} I_0(\Delta f_s) \mathbf{h} + \mu \sum_{k \neq 0} a_{n-k} e^{j2\pi\Delta f_s nT} I_k(\Delta f_s) \mathbf{h} \\ &\quad + \mu_j \sum_k e_{n-k} e^{j2\pi\Delta f_j nT} J_k(\Delta f_j, \tau_j) \mathbf{h}_j + \mathbf{u}_v(nT), \end{aligned} \quad (\text{V.4})$$

avec  $\mathbf{u}_v(t) \triangleq \mathbf{u}(t) * v(-t)$  et où  $I_k(\Delta f_s)$  et  $J_k(\Delta f_j, \tau_j)$  sont définis par

$$I_k(\Delta f_s) \triangleq \int v(-\tau) v(kT - \tau) e^{-j2\pi\Delta f_s \tau} d\tau \quad (\text{V.5})$$

$$J_k(\Delta f_j, \tau_j) \triangleq \int v(-\tau) v(kT - \tau - \tau_j) e^{-j2\pi\Delta f_j \tau} d\tau. \quad (\text{V.6})$$

Ensuite, à partir de (III.36), le vecteur augmenté  $\tilde{\mathbf{x}}_v(nT) = [\mathbf{x}_v^T(nT), \mathbf{x}_v^H(nT)]^T$  est donné par

$$\tilde{\mathbf{x}}_v(nT) = \mu a_n \tilde{\mathbf{h}}(n, 0, \Delta f_s) + \mu \sum_{k \neq 0} a_{n-k} \tilde{\mathbf{h}}(n, k, \Delta f_s) + \mu_j \sum_k e_{n-k} \tilde{\mathbf{h}}_j(n, k, \Delta f_j, \tau_j) + \tilde{\mathbf{u}}_v(nT), \quad (\text{V.7})$$

avec  $\tilde{\mathbf{u}}_v(nT) \triangleq [\mathbf{u}_v^T(nT), \mathbf{u}_v^H(nT)]^T$  et où

$$\tilde{\mathbf{h}}(n, k, \Delta f_s) \triangleq \left[ e^{j2\pi\Delta f_s nT} I_k(\Delta f_s) \mathbf{h}^T, e^{-j2\pi\Delta f_s nT} I_k^*(\Delta f_s) \mathbf{h}^H \right]^T, \quad (\text{V.8})$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_j(n, k, \Delta f_j, \tau_j) \triangleq \left[ e^{j2\pi\Delta f_j nT} J_k(\Delta f_j, \tau_j) \mathbf{h}_j^T, e^{-j2\pi\Delta f_j nT} J_k^*(\Delta f_j, \tau_j) \mathbf{h}_j^H \right]^T. \quad (\text{V.9})$$

Dans le cas de signaux QR, la construction d'une observation augmentée est précédée d'une

dérotation [99]  $\mathbf{x}_{d,v}(nT) = j^{-n}\mathbf{x}_v(nT)$  et l'expression (V.4) est alors remplacée par

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{d,v}(nT) &= \mu a_n e^{j2\pi\Delta f_s nT} I_0(\Delta f_s) \mathbf{h} + \mu \sum_{k \neq 0} a_{n-k} j^{-k} e^{j2\pi\Delta f_s nT} I_k(\Delta f_s) \mathbf{h} \\ &\quad + \mu_j \sum_k e_{n-k} j^{-k} e^{j2\pi\Delta f_j nT} J_k(\Delta f_j, \tau_j) \mathbf{h}_j + \mathbf{u}_{d,v}(nT). \end{aligned} \quad (\text{V.10})$$

A partir de (III.37), le modèle augmenté  $\tilde{\mathbf{x}}_{d,v}(nT) = [\mathbf{x}_{d,v}(nT)^T, \mathbf{x}_{d,v}(nT)^H]^T$  est donné par (V.7) avec maintenant :

$$\tilde{\mathbf{h}}(n, k, \Delta f_s) \triangleq \left[ j^{-k} e^{j2\pi\Delta f_s nT} I_k(\Delta f_s) \mathbf{h}^T, j^k e^{-j2\pi\Delta f_s nT} I_k^*(\Delta f_s) \mathbf{h}^H \right]^T, \quad (\text{V.11})$$

$$\tilde{\mathbf{h}}_j(n, k, \Delta f_j, \tau_j) \triangleq \left[ j^{-k} e^{j2\pi\Delta f_j nT} J_k(\Delta f_j, \tau_j) \mathbf{h}_j^T, j^k e^{-j2\pi\Delta f_j nT} J_k^*(\Delta f_j, \tau_j) \mathbf{h}_j^H \right]^T. \quad (\text{V.12})$$

### V.3 Récepteur SAIC/MAIC

Dans le cas de signaux R, nous considérerons le récepteur MMSE de filtre instantané

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\text{MMSE}} \triangleq \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_v}^{-1} \mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{x}}_v, a}$$

où  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{x}}_v} \triangleq E[\tilde{\mathbf{x}}_v(nT)\tilde{\mathbf{x}}_v^H(nT)]$  et  $\mathbf{r}_{\tilde{\mathbf{x}}_v, a} \triangleq E[\tilde{\mathbf{x}}_v(nT)a_n]$ . Ce filtre sera construit à l'aide d'une séquence d'apprentissage de  $\mathcal{T}$  symboles  $a_n$ ,  $\mathcal{D} + 1 \leq n \leq \mathcal{D} + \mathcal{T}$  pour détecter les symboles aux instants  $n = 1, \dots, \mathcal{D}$  et  $\mathcal{D} + \mathcal{T} + 1, \dots, 2\mathcal{D} + \mathcal{T}$  de part et d'autre de cette séquence d'apprentissage. Le filtre  $\tilde{\mathbf{w}}_{\text{MMSE}}$  sera estimé par :

$$\widehat{\tilde{\mathbf{w}}}_{\text{MMSE}}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \widehat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}_v}^{-1}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \widehat{\mathbf{r}}_{\tilde{\mathbf{x}}_v, a}(\mathcal{T}, \mathcal{D}), \quad (\text{V.13})$$

où  $\widehat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}_v}(\mathcal{T}, \mathcal{D})$  et  $\widehat{\mathbf{r}}_{\tilde{\mathbf{x}}_v, a}(\mathcal{T}, \mathcal{D})$  sont donnés par :

$$\widehat{\mathbf{R}}_{\tilde{\mathbf{x}}_v}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \frac{1}{\mathcal{T}} \sum_{n=\mathcal{D}+1}^{\mathcal{D}+\mathcal{T}} \tilde{\mathbf{x}}_v(nT)\tilde{\mathbf{x}}_v^H(nT) \quad \text{et} \quad \widehat{\mathbf{r}}_{\tilde{\mathbf{x}}_v, a}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \frac{1}{\mathcal{T}} \sum_{n=\mathcal{D}+1}^{\mathcal{D}+\mathcal{T}} \tilde{\mathbf{x}}_v(nT)a_n.$$

La sortie de ce filtre aux instants  $n = 1, \dots, \mathcal{D}$  et  $n = \mathcal{D} + \mathcal{T} + 1, \dots, 2\mathcal{D} + \mathcal{T}$  sera alors :

$$\begin{aligned} y(nT) &= \widehat{\tilde{\mathbf{w}}}_{\text{MMSE}}^H(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \tilde{\mathbf{x}}_v(nT), \\ &= \mu a_n \widehat{\tilde{\mathbf{w}}}_{\text{MMSE}}^H(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \tilde{\mathbf{h}}(n, 0, \Delta f_s) + \mu \sum_{k \neq 0} a_{n-k} \widehat{\tilde{\mathbf{w}}}_{\text{MMSE}}^H(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \tilde{\mathbf{h}}(n, k, \Delta f_s) \\ &\quad + \mu_j \sum_k b_{n-k} \widehat{\tilde{\mathbf{w}}}_{\text{MMSE}}^H(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \tilde{\mathbf{h}}_j(n, k, \Delta f_j, \tau_j) + \widehat{\tilde{\mathbf{w}}}_{\text{MMSE}}^H(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \tilde{\mathbf{u}}_v(nT). \end{aligned} \quad (\text{V.14})$$

Dans le cas de signaux QR, il a été démontré dans [42], qu'en absence de décalage, contrairement aux signaux R,  $\tilde{\mathbf{x}}_{d,v}(nT)$  génère deux composantes à symboles réels décorréelées pour le SOI et

l'ICC. Il s'en suit que la capacité de SAIC n'est possible que par un filtrage spatio-temporel à  $\mathcal{L}$  coefficients dont le nombre minimal de coefficients est fixé par la longueur de la réponse impulsionnelle globale  $v(t) * v(-t)$ .

$$y(nT) = \widehat{\mathbf{w}}_{st}^H(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \widetilde{\mathbf{x}}_{df,st}(nT), \quad n = 1, \dots, \mathcal{D} \text{ et } n = \mathcal{D} + \mathcal{T} + 1, \dots, 2\mathcal{D} + \mathcal{T} \quad (\text{V.15})$$

où les  $2\mathcal{L}N \times 1$  vecteurs  $\widehat{\mathbf{w}}_{st}(\mathcal{T}, \mathcal{D})$  et  $\widetilde{\mathbf{x}}_{df,st}(nT)$  sont définis par exemple pour  $\mathcal{L}$  impair par  $\widehat{\mathbf{w}}_{st}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) = [\widehat{\mathbf{w}}_{-(\mathcal{L}-1)/2}^T, \dots, \widehat{\mathbf{w}}_{(\mathcal{L}-1)/2}^T]^T$  et  $\widetilde{\mathbf{x}}_{df,st}(nT) = [\widetilde{\mathbf{x}}_{df}^T((n + (\mathcal{L} - 1)/2)T), \dots, \widetilde{\mathbf{x}}_{df}^T((n - (\mathcal{L} - 1)/2)T)]^T$ .

$$\widehat{\mathbf{w}}_{st}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \widehat{\mathbf{R}}_{\widetilde{\mathbf{x}}_{df,st}}^{-1}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \widehat{\mathbf{r}}_{\widetilde{\mathbf{x}}_{df,st},a}(\mathcal{T}, \mathcal{D}), \quad (\text{V.16})$$

où

$$\widehat{\mathbf{R}}_{\widetilde{\mathbf{x}}_{df,st}}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \frac{1}{\mathcal{T}} \sum_{n=\mathcal{D}+1}^{\mathcal{D}+\mathcal{T}} \widetilde{\mathbf{x}}_{df,st}(nT) \widetilde{\mathbf{x}}_{df,st}^H(nT) \text{ et } \widehat{\mathbf{r}}_{\widetilde{\mathbf{x}}_{df,st},a}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \frac{1}{\mathcal{T}} \sum_{n=\mathcal{D}+1}^{\mathcal{D}+\mathcal{T}} \widetilde{\mathbf{x}}_{df,st}(nT) a_n$$

où  $\widetilde{\mathbf{x}}_{df}(nT) = \mathbf{0}$  for  $n \notin \{\mathcal{D} + 1, \dots, \mathcal{D} + \mathcal{T}\}$ .

## V.4 Analyse de performance

Mener une analyse théorique de performance est délicat car par exemple dans le cas  $\mathbf{R}$ ,  $y(nT)$  est une variable aléatoire qui dépend elle même des variables aléatoires  $(a_n, e_n, \mathbf{u}_v(nT))$ ,  $\mathcal{D} + 1 \leq n \leq \mathcal{D} + \mathcal{T}$ , de la période d'apprentissage à travers l'estimée  $\widehat{\mathbf{w}}_{\text{MMSE}}(\mathcal{T}, \mathcal{D})$  et des variables aléatoires  $(a_n, e_n, \mathbf{u}_v(nT))$ ,  $1 \leq n \leq \mathcal{D}$  et  $\mathcal{D} + \mathcal{T} + 1 \leq n \leq 2\mathcal{D} + \mathcal{T}$ , de la période de transmission. Pour simplifier l'analyse, nous supposons que pour  $\mathcal{T}$  suffisamment grand, les performances à la sortie du filtre  $\widehat{\mathbf{w}}_{\text{MMSE}}(\mathcal{T}, \mathcal{D})$  seront voisines de celles obtenues à travers le filtre  $\widetilde{\mathbf{w}}(\mathcal{T})$  défini par :

$$\widetilde{\mathbf{w}}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{x}}_v}^{-1}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \mathbf{r}_{\widetilde{\mathbf{x}}_v,a}(\mathcal{T}, \mathcal{D}), \quad (\text{V.17})$$

où

$$\mathbf{R}_{\widetilde{\mathbf{x}}_v}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \frac{1}{\mathcal{T}} \sum_{n=\mathcal{D}+1}^{\mathcal{D}+\mathcal{T}} \mathbb{E}[\widetilde{\mathbf{x}}_v(nT) \widetilde{\mathbf{x}}_v^H(nT)] \text{ et } \mathbf{r}_{\widetilde{\mathbf{x}}_v,a}(\mathcal{T}, \mathcal{D}) \triangleq \frac{1}{\mathcal{T}} \sum_{n=\mathcal{D}+1}^{\mathcal{D}+\mathcal{T}} \mathbb{E}[\widetilde{\mathbf{x}}_v(nT) a_n].$$

Après avoir donné, sous ces hypothèses simplificatrices, des expressions analytiques générales du SNR, ISINR<sup>1</sup>, INR<sup>2</sup>, SINR et du TES en sortie de récepteur, nous avons cherché à obtenir des formules interprétables. Nous nous sommes placés pour cela dans le cadre d'une réception mono-capteur  $N = 1$  avec une impulsion  $v(t)$  rectangulaire.

Nous avons montré que dans ce cas,  $y(t)$  ne contient qu'un seul symbole SOI et deux

---

1. InterSymbol Interference to Noise Ratio  
2. Interference to Noise Ratio

symboles ICC dont la puissance de cette dernière est minimale pour une désynchronisation maximale ( $\tau_j = T/2$ ) pour toute valeur de  $\Delta f_s$  et  $\Delta f_j$ . Ce résultat s'étend à des impulsions  $v(t)$  en racine de cosinus surélevés ci-dessous où  $\varepsilon_s \triangleq \mu^2 \pi_a / N_0$ ,  $\varepsilon_j \triangleq \mu_j^2 \pi_e / N_0$ ,  $\mathcal{T} = 26$  et  $\mathcal{D} = 58$ . En considérant une impulsion en racine de cosinus surélevé de *roll-off*  $\gamma = 0.22$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB et  $\varepsilon_j = 20$  dB et en calculant le TES par simulation de Monte Carlo sur les  $2\mathcal{D}$  symboles utiles de 40000 trames pour lesquelles  $\text{Arg}(h)$  et  $\text{Arg}(h_j)$  sont uniformément distribués entre 0 et  $2\pi$ , on obtient les résultats de la figure V.1.

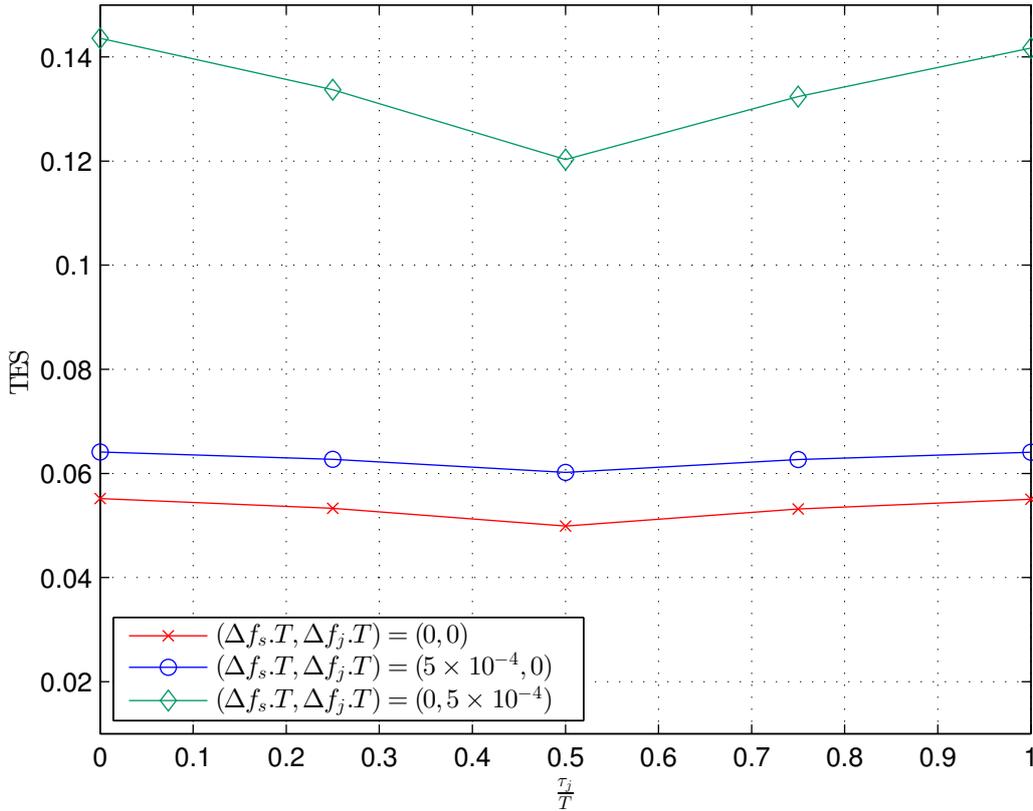


FIGURE V.1 – TES moyen d'un récepteur WL MMSE de signaux R ( $N = 1$ ,  $v(t)$ ) : filtre de demi-Nyquist avec  $\gamma = 0.22$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

A partir de l'étude de cette désynchronisation, nous nous sommes concentrés sur le seul cas de décalages de fréquence (i.e.  $\tau_j = 0$ ). Nous avons en particulier démontré sous les hypothèses  $\varepsilon_j \gg 1$ ,  $|\Delta f_s|T \ll 1$  et  $|\Delta f_j|T \ll 1$ , que le SINR sur les symboles  $a_n$  utiles, situés à la distance  $d_n$  du symbole le plus proche de la séquence d'apprentissage (i.e.  $d_n = \mathcal{D} + 1 - n$  pour  $1 \leq n \leq \mathcal{D}$  et  $d_n = n - (\mathcal{D} + \mathcal{T})$  pour  $\mathcal{T} + \mathcal{D} + 1 \leq n \leq 2\mathcal{D} + \mathcal{T}$ ) et pour un décalage de fréquence sur l'ICC seule est

$$\text{SINR}(nT) \approx \frac{\text{SINR}}{1 + 2\varepsilon_j[\pi\{\mathcal{T} - 1 + 2d_n\}\Delta f_j T]^2}, \quad (\text{V.18})$$

où  $\text{SINR} = 2\varepsilon_s(1 - \cos^2(\vartheta))$  représente le SINR sans décalage de fréquence (avec  $|\mathbf{h}^H \mathbf{h}_j| =$

$\|\mathbf{h}\| \|\mathbf{h}_j\| \cos \vartheta$ ). Nous voyons que la dégradation de SINR sur le symbole  $a_n$  augmente avec  $|\Delta f_j|$ ,  $\varepsilon_j$ , la longueur  $\mathcal{T}$  de la séquence d'apprentissage et de la distance  $d_n$  mais ne dépend pas de la phase  $\vartheta = \text{Arg}(\mathbf{h}^H \mathbf{h}_j)$ .

La figure V.2 illustre la variation du TES en fonction d'un décalage de fréquence affectant le SOI ou l'ICC à partir du scénario décrit pour la figure V.1 (avec  $\tau_j = 0$ ) où l'on considère cette fois des filtres rectangulaires. Ces résultats s'étendent toutefois pour des impulsions  $v(t)$  en racine de cosinus surélevés. On observe sur la figure V.2 qu'une perte de TES supérieure à 10% apparaît dès lors que le SOI est décalé en fréquence de  $\Delta f_s > 4/T \times 10^{-4}$  ou que l'ICC est décalée de  $\Delta f_j > 1.1/T \times 10^{-4}$ , soit donc pour un décalage de fréquence équivalent à une très faible fraction de l'inverse de la période symbole. Ces résultats mettent en évidence le manque de robustesse des traitements SAIC en présence d'un décalage résiduel de fréquence entre les sources. Par ailleurs, la figure V.2 met également en évidence le fait que le récepteur SAIC est moins sensible à un décalage de fréquence du SOI que de l'ICC. Ceci est à rapprocher des erreurs de pointage en *beamforming* pour lequel la perte de SINR est plus importante pour des erreurs de pointage sur l'interférence que sur celle du SOI.

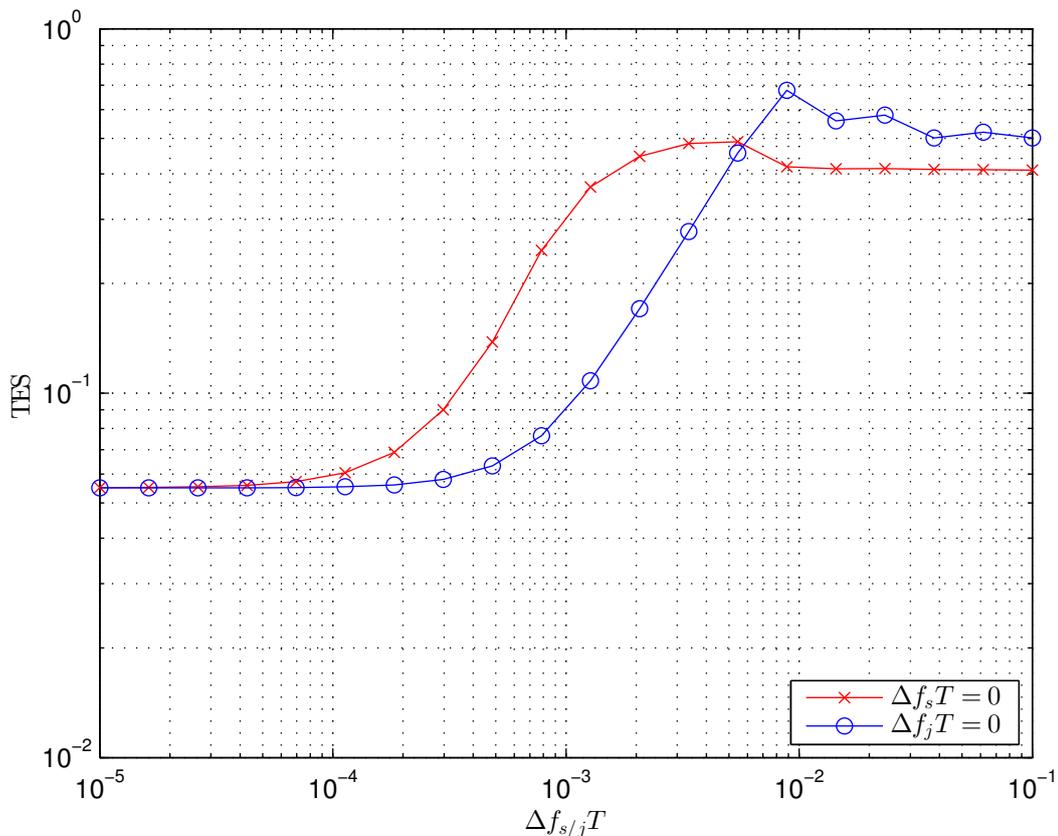


FIGURE V.2 – TES moyen d'un récepteur WL MMSE de signaux R en fonction de  $\Delta f_{s/j}$  ( $v(t)$ ) : filtre rectangulaire,  $\tau_j = 0$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

Nous avons montré par des simulations numériques que ces résultats de sensibilités à la désynchronisation et aux décalages de fréquences au niveau du SOI et de l'ICC s'étendent pour des signaux R pour  $N > 1$ . Pour des signaux QR où des formules interprétables de SINR ne sont pas accessibles, nous avons montré par des simulations numériques des propriétés comparables avec des impulsions  $v(t)$  de type GMSK et racine de cosinus surélevés (OQAM) où nous avons de plus analysé le rôle du nombre de coefficients  $\mathcal{L}$  du filtre spatio-temporel.



# Chapitre VI

## SAIC/MAIC d'une ICC décalée en fréquence

### Sommaire

---

|      |   |     |
|------|---|-----|
| VI.1 | Objectif . . . . .  | 91  |
| VI.2 | Modèles . . . . .   | 92  |
| VI.3 | Récepteur pseudo-MLSE générique . . . . .                       | 93  |
| VI.4 | Calcul et analyse du SINR . . . . .                             | 94  |
| VI.5 | Récepteur Pseudo-MLSE étendu à trois entrées . . . . .          | 98  |
| VI.6 | Etude du TES des récepteurs pseudo-MLSE de signaux QR . . . . . | 103 |
| VI.7 | Applications . . . . .  | 107 |

---

### VI.1 Objectif

Dans le chapitre précédent, la baisse importante des performances de récepteurs SAIC/MAIC en présence d'un décalage de fréquence non pris en compte par les structures de réception utilisant des filtres WL standards a été présentée. De même, dans le cas des IEP FBMC-OQAM, celles-ci sont décalées en fréquence vis-à-vis des sous-porteuses qu'elles polluent. En conséquence, le chapitre présent vise à étendre les concepts développés dans le chapitre IV pour la considération d'une interférence décalée en fréquence de  $\Delta f$  (cf. figure III.14). On considérera donc désormais le modèle de signaux (III.40).

Il faut noter que, du au décalage en fréquence  $\Delta f$ , les moments d'ordre 2 de  $\mathbf{n}(t)$  sont cette fois caractérisés par les fréquences cycliques  $\alpha_i = i/T$  ( $i \in \mathbb{Z}$ ) aussi bien pour des signaux R que QR, mais également cette fois par  $\beta_i = i/T + 2\Delta f$  ou  $\beta_i = (2i + 1)/2T + 2\Delta f$  ( $i \in \mathbb{Z}$ ) pour des signaux R ou QR, respectivement [40].

## VI.2 Modèles

### VI.2.a Inadéquation des modèles augmentés standards

Dans le cas d'un décalage de  $\Delta f$  entre le SOI et l'ICC, la fréquence cyclique du second moment d'ordre 2 la plus énergétique est désormais  $\beta = 2\Delta f$ , non-nulle dès lors que  $\Delta f \neq 0$ . Pour cette raison, le traitement WL standard de  $\mathbf{x}(t)$ , et donc les récepteurs SAIC/MAIC standards [42], [43], [99], présentent de faibles performances pour  $\Delta f \neq 0$ . Leurs performances correspondent même à celles des récepteurs conventionnels dès lors qu'aucune énergie n'est présente pour  $\beta = 0$ , c'est à dire si  $\Delta f \neq i/2T$  ( $i \in \mathbb{Z}$ ).

De la même manière, les fréquences cycliques complémentaires les plus énergétiques d'une ICC QR dérotée sont  $\beta_d = 2\Delta f$  et  $\beta_d = 2\Delta f - 1/T$  [50], qui sont non-nulles si  $\Delta f \neq 0$  et  $\Delta f \neq 1/2T$  respectivement. Dans ce cas de figure également, pour les signaux QR, le traitement WL standard de  $\mathbf{x}_d(t)$ , et donc les récepteurs SAIC/MAIC standards présentent de faibles performances. Celles-ci correspondent également aux performances des récepteurs conventionnels si aucune énergie n'est présente pour  $\beta_d = 0$ , c'est à dire si  $\Delta f \neq i/2T$  ( $i \in \mathbb{Z}$ ).

### VI.2.b Modèles augmentés à deux entrées pour une ICC décalée en fréquence

Il a été présenté dans le chapitre IV que, aussi bien pour les signaux R que pour les signaux QR, des récepteurs SAIC/MAIC efficaces doivent exploiter l'information statistique aux fréquences cycliques complémentaires les plus énergétiques. Il est ici proposé d'exploiter l'information contenue pour  $\beta = 2\Delta f$  et pour  $\beta_d = 2\Delta f$  pour une ICC R et une ICC QR respectivement. Prenant appui sur la démarche introduite dans la section III.3 et sur les résultats publiés dans [45], on peut déduire la possibilité d'exploiter l'information statistique à travers l'exploitation d'un vecteur d'observation augmenté à deux entrées, que ce soit  $\tilde{\mathbf{x}}'_{F_2}(t) \triangleq [\mathbf{x}^T(t), e^{j4\pi\Delta f t} \mathbf{x}^H(t)]^T$ , pour une ICC R, ou  $\tilde{\mathbf{x}}'_{F_2}(t) \triangleq [\mathbf{x}_d^T(t), e^{j4\pi\Delta f t} \mathbf{x}_d^H(t)]^T$ , pour une ICC QR. Ce modèle est ici défini par

$$\tilde{\mathbf{x}}'_{F_2}(t) = \sum_k b_k \tilde{\mathbf{g}}'_{F_2,k}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}'_{F_2}(t). \quad (\text{VI.1})$$

Ici,  $\tilde{\mathbf{n}}'_{F_2}(t)$  est défini comme  $\tilde{\mathbf{x}}'_{F_2}(t)$  en remplaçant  $\mathbf{x}(t)$  par  $\mathbf{n}(t)$ , et  $\tilde{\mathbf{g}}'_{F_2,k}(t) \triangleq [\mathbf{g}^T(t), e^{j4\pi\Delta f(t+kT)} \mathbf{g}^H(t)]^T$ , pour une ICC R, et  $\tilde{\mathbf{g}}'_{F_2,k}(t) \triangleq [\mathbf{g}_d^T(t), e^{j4\pi\Delta f(t+kT)} \mathbf{g}_d^H(t)]^T$  pour une ICC QR.

## VI.3 Récepteur pseudo-MLSE générique

### VI.3.a Récepteur pseudo-MLSE générique

À l'instar de la section IV.3.a, les modèles génériques à  $\mathcal{M}$  ( $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ ) entrées pour l'observation et le bruit total associé, respectivement, sont notés  $\tilde{\mathbf{x}}'_{F_{\mathcal{M}}}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{n}}'_{F_{\mathcal{M}}}(t)$ . En pratique ( $\tilde{\mathbf{x}}'_{F_1}(t)$ ,  $\tilde{\mathbf{n}}'_{F_1}(t)$ ) correspond à  $(\mathbf{x}(t), \mathbf{n}(t))$  et  $(\mathbf{x}_d(t), \mathbf{n}_d(t))$  pour les signaux R et QR respectivement. La séquence de symboles détectée  $\hat{\mathbf{b}}$  correspond à celle qui minimise (IV.6) avec  $\tilde{\mathbf{x}}'_{F_{\mathcal{M}}}(f)$ ,  $\tilde{\mathbf{s}}'_{F_{\mathcal{M}}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{n}'_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  à la place de  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_{\mathcal{M}}}(f)$ ,  $\tilde{\mathbf{s}}_{F_{\mathcal{M}}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$ , respectivement où  $\tilde{\mathbf{s}}'_{F_{\mathcal{M}}}(f) \triangleq \mathcal{F}\{\tilde{\mathbf{s}}'_{F_{\mathcal{M}}}(t)\}$  avec  $\tilde{\mathbf{s}}'_{F_{\mathcal{M}}}(t) \triangleq \sum_{k=1}^K b_k \tilde{\mathbf{g}}'_{F_{\mathcal{M}},k}(t - kT)$ . La minimisation du critère (IV.6) revient à minimiser (IV.7) avec  $z_{F_{\mathcal{M}}}(k) \triangleq \Re[y_{F_{\mathcal{M}}}(k)]$ ,  $y_{F_{\mathcal{M}}}(k)$  et  $r_{k,k'}^{(F_{\mathcal{M}})}$  étant définis par (IV.8) et (IV.9) avec  $\tilde{\mathbf{x}}'_{F_{\mathcal{M}}}(f)$ ,  $\tilde{\mathbf{g}}'_{F_{\mathcal{M}},k}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{n}'_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  à la place de  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_{\mathcal{M}}}(f)$ ,  $\tilde{\mathbf{g}}_{F_{\mathcal{M}}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$ , respectivement.

### VI.3.b Interprétation du récepteur pseudo-MLSE générique

De fait, on peut déduire de (IV.8) avec les modifications du précédent paragraphe que  $y_{F_{\mathcal{M}}}(k)$  correspond à la sortie échantillonnée à  $t = kT$  du filtre

$$\tilde{\mathbf{w}}_{F_{\mathcal{M}},k}^H(f) \triangleq \left( [\mathbf{R}_{\tilde{n}'_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}'_{F_{\mathcal{M}},k}(f) \right)^H \quad (\text{VI.2})$$

dont l'entrée est  $\tilde{\mathbf{x}}'_{F_{\mathcal{M}}}(t)$ . La structure du récepteur pseudo-MLSE à  $\mathcal{M}$  entrées ( $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ ) est présentée sur la figure VI.1.

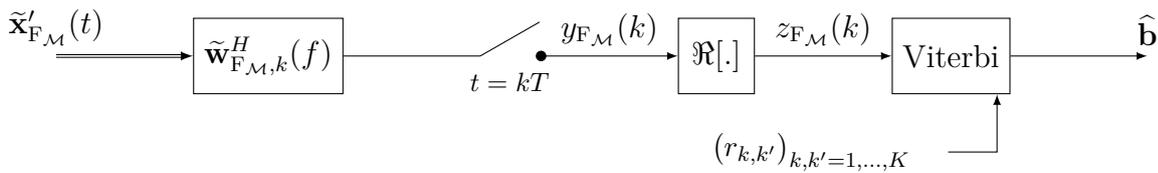


FIGURE VI.1 – Récepteur pseudo-MLSE à  $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$  entrées pour l'annulation d'une ICC décalée en fréquence de  $\Delta f$

### VI.3.c Mise en œuvre du récepteur pseudo-MLSE générique

L'implémentation du récepteur pseudo-MLSE générique requiert la connaissance ou l'estimation de  $\tilde{\mathbf{g}}'_{F_{\mathcal{M}},k}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{n}'_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  quelque soit  $f$ . En pratique, cela passe par la transmission préalable ou l'estimation de  $(\mathbf{h}(t), \mathbf{h}_j(t), N_0, \Delta f)$ .

### VI.3.d SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE générique

A partir de (IV.11) avec le bruit total en sortie du traitement  $z_{\tilde{n}', \mathcal{F}_M}(n)$  à la place de  $z_{\tilde{n}, \mathcal{F}_M}(n)$ , le SINR sur le symbole courant  $n$  est donné par

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}_M, n} \triangleq \frac{\pi_b r_{n,n}^2}{\text{E} [z_{\tilde{n}', \mathcal{F}_M}^2(n)]}. \quad (\text{VI.3})$$

Pour analyser  $\text{SINR}_{\mathcal{F}_M, n}$  pour des scénarios particuliers, il est nécessaire de calculer  $r_{n,n}$  à partir de (IV.9) (avec les modifications de VI.3.a) et  $\text{E}[z_{\tilde{n}', \mathcal{F}_M}^2(n)]$  à partir des statistiques cycliques du second ordre de  $z_{\tilde{n}', \mathcal{F}_M}(n)$ . Ces statistiques peuvent être calculées à partir de (VI.2) et des statistiques cycliques du second ordre de  $\tilde{\mathbf{n}}'_{\mathcal{F}_M}(t)$ , elles-mêmes fonctions de (III.20) et (III.21) avec  $\mathbf{n}'_{\mathcal{F}_M}(t)$  au lieu de  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$ . Selon la démarche adoptée dans la section IV.3.d, on peut exprimer (VI.3) par

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}_M, n} = \frac{2\pi_b \left[ \int \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}_M, n}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}'_{\mathcal{F}_M}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}'_{\mathcal{F}_M, n}(f) df \right]^2}{\sum_{\alpha_i} \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_M, n}^H \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \mathbf{R}_{\tilde{n}'_{\mathcal{F}_M}}^{\alpha_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_M, n} \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) df + \Re \left( \sum_{\beta_i} e^{j4\pi\Delta f n T} \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_M, n}^H \left( f + \frac{\beta_i}{2} \right) \mathbf{C}_{\tilde{n}'_{\mathcal{F}_M}}^{\beta_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_M, n}^* \left( \frac{\beta_i}{2} - f \right) df \right)} \quad (\text{VI.4})$$

où les matrices  $\mathbf{R}_{\tilde{n}'_{\mathcal{F}_M}}^{\alpha_i}(f)$  et  $\mathbf{C}_{\tilde{n}'_{\mathcal{F}_M}}^{\beta_i}(f)$  peuvent être dérivées à partir de la méthodologie de l'annexe C en tenant compte de la modification des fréquences cycliques due au décalage de fréquence entre le SOI et l'ICC.

## VI.4 Calcul et analyse du SINR

### VI.4.a Hypothèses

Dans cette section, l'analyse de différents paramètres, dont le décalage en fréquence résiduel de l'ICC, sur le SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE à  $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$  entrées est conduite par le biais de résultats analytiques ainsi que de simulations numériques. Ainsi, nous considérerons le modèle de signaux reçus (III.40) et, comme dans la section IV.4 nous supposerons l'emploi d'un filtre en racine de cosinus surélevé  $v(t)$  ayant un facteur de *roll-off*  $\gamma$ . Le SOI ainsi que l'ICC ont la même bande passante  $B = (1 + \gamma)/T$ , et se recouvrent spectralement dès lors que  $0 \leq |\Delta f| \leq B$ , (c'est-à-dire si  $0 \leq |\Delta f|T \leq 1 + \gamma$ ) comme illustré sur la figure III.14, ce que nous supposerons par la suite.

L'extension SAIC/MAIC développée dans ce chapitre est valide quelque soit la sélectivité en fréquence du canal. Mais, de manière à présenter avec clarté le comportement et pour prévoir analytiquement les performances du récepteur pseudo-MLSE à  $\mathcal{M}$  entrées, les mêmes canaux de propagation considérés dans la section IV.4 seront utilisés. Ceux-ci sont déterministes, sans

étalement temporel et définis par (IV.24).

### VI.4.b Calcul et analyse du SINR pour un *roll-off* nul

La dérivation d'expressions analytiques interprétables de  $\text{SINR}_{\mathcal{F},\mathcal{M},n}$  (VI.4) est conduite pour  $\gamma = 0$  en supposant une interférence de forte puissance ( $\varepsilon_I \gg 1$ ). A partir de la démarche décrite dans l'annexe D, on obtient

$$\text{SINR}_{\text{R}_1} = \text{SINR}_{\text{QR}_1} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - (1 - |\Delta f|T) |\alpha_{sj}|^2 \right] \quad (|\alpha_{sj}|, \Delta f) \neq (1, 0) \quad (\text{VI.5})$$

$$\text{SINR}_{\text{R}_2} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - (1 - |\Delta f|T) \frac{|\alpha_{sj}|^2}{2} \right] \quad 0.5 \leq |\Delta f|T \leq 1 \quad (\text{VI.6})$$

$$\begin{aligned} \text{SINR}_{\text{R}_{2,n}} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - |\alpha_{sj}|^2 \left\{ \frac{|\Delta f|T}{2} + (1 - 2|\Delta f|T) \cos^2(\varphi_{sj,n}) \right\} \right] \\ 0 \leq |\Delta f|T \leq 0.5; \quad (|\alpha_{sj}|, \Delta f, \varphi_{sj,n}) \neq (1, 0, k\pi) \end{aligned} \quad (\text{VI.7})$$

où  $\varphi_{sj,n} \triangleq 2\pi\Delta f(nT - \tau_j) - \phi_{js}$  et

$$\text{SINR}_{\text{QR}_2} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - (1 - |\Delta f|T) |\alpha_{sj}|^2 \right] \quad 0.5 \leq |\Delta f|T \leq 1 \quad (\text{VI.8})$$

$$\text{SINR}_{\text{QR}_2} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \left( 1 + \frac{1 - 2|\Delta f|T}{2} \right) \frac{|\alpha_{sj}|^2}{2} \right] \quad 0.25 \leq |\Delta f|T \leq 0.5 \quad (\text{VI.9})$$

$$\begin{aligned} \text{SINR}_{\text{QR}_{2,n}} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \frac{|\alpha_{sj}|^2}{2} \left\{ 1 + |\Delta f|T + (1 - 4|\Delta f|T) \cos^2(\psi_{sj,n}) \right\} \right] \\ 0 \leq |\Delta f|T \leq 0.25; \quad (|\alpha_{sj}|, \Delta f, \psi_{sj,n}) \neq (1, 0, k\pi) \end{aligned} \quad (\text{VI.10})$$

avec  $\psi_{sj,n} \triangleq 2\pi\Delta f(nT - \tau_j) - \psi_{js} = 2\pi\Delta f(nT - \tau_j) - \pi\tau_j/2T - \phi_{js}$ .

De l'expression (VI.5), il peut être déduit que les récepteurs conventionnels annulent l'ICC dès lors qu'une discrimination spatiale ( $|\alpha_{sj}| \neq 1$ ) ou spectrale ( $\Delta f \neq 0$ ) est disponible entre les sources. Dans ce cas, les performances du récepteur sont insensibles à la phase des signaux et le SINR ne dépend pas de  $n$ . Le SINR est maximal ( $\text{SINR} = 2\varepsilon_s$ ), celui obtenu en l'absence d'ICC, si les sources sont orthogonales spatialement ( $|\alpha_{sj}| = 0$ ) ou en l'absence de recouvrement spectral entre les signaux ( $|\Delta f|T = 1$ ). Considérant une seule antenne de réception ( $N = 1 \Rightarrow |\alpha_{sj}| = 1$ ), les récepteurs conventionnels n'effectuent de SAIC que lorsque  $\Delta f \neq 0$  et avec une efficacité fortement décroissante à mesure que le recouvrement entre les sources augmente fortement. En présence d'un recouvrement spectral total ( $\Delta f = 0$ ), le SAIC n'est qu'épisodiquement possible, comme présenté préalablement par les expressions (IV.25) et

(IV.26) et les figures IV.3 et IV.4 dans le chapitre IV.

Il est possible de déduire des expressions (VI.6) et (VI.8) que pour un recouvrement spectral inférieur à 50%, les récepteurs WL-FRESH discriminent les sources seulement spatialement et spectralement. Il ne sont de fait pas sensible à la phase des signaux et le SINR à leur sortie ne dépend pas de  $n$ . En revanche, pour  $N = 1$ , on peut remarquer que le récepteur WL-FRESH de signaux R effectue le SAIC avec de meilleures performances (VI.6) que le récepteur conventionnel (VI.5) ou le récepteur WL-FRESH de signaux QR (VI.8). Pour un recouvrement spectral supérieur à 50%, l'équation (VI.7) montre que le récepteur WL-FRESH de signaux R discrimine les sources spatialement, spectralement et également par leur phase et ainsi, le SINR de sortie dépend de la phase différentielle entre les sources et donc de  $n$ . Ce récepteur annule complètement l'ICC dès lors qu'il subsiste au moins une des trois précédentes discriminations disponible entre les sources. Pour  $N = 1$ , le récepteur WL-FRESH effectue le SAIC dès lors qu'il existe une discrimination spectrale ( $\Delta f \neq 0$ ) ou de phase ( $\varphi_{s_j,n} \neq k\pi$ ) entre les sources. De plus, dès lors que la discrimination spatiale entre les sources n'est pas totale ( $|\alpha_{s_j}|^2 \neq 0$ ), (VI.7) montre que le poids relatif de la discrimination de phase augmente comparé à celui de la discrimination spectrale dès lors que le recouvrement spectral entre les sources est important. En d'autres termes, la capacité de discrimination de phase de ce récepteur prend le pas sur la capacité de discrimination spectrale dès lors que celle-ci devient trop faible, ce qui permet la conservation d'une performance supérieure à celle du récepteur conventionnel, que cela soit pour le cas de figure SAIC ou pour le cas MAIC. On peut en particulier noter qu'en cas de recouvrement intégral entre les spectres ( $\Delta f = 0$ ), l'expression (VI.7) se réduit à l'expression (IV.27) ou (IV.28).

De plus, il est possible de déduire de (VI.8) et de (VI.9) que pour un recouvrement spectral inférieur à 75% et pour une ICC de forte puissance, le récepteur WL-FRESH à deux entrées de signaux QR continue d'effectuer le SAIC à l'aide seulement de la discrimination spectrale disponible entre les sources. Toutefois, tandis que ses performances correspondent à celles du récepteur conventionnel dès lors que le recouvrement spectral est inférieur à 50%, celles-ci sont meilleures que celles du récepteur conventionnel pour un recouvrement spectral entre 50% et 75%. Pour un recouvrement spectral supérieur à 75% et pour une ICC de forte puissance, (VI.10) montre que ce récepteur discrimine les sources spectralement mais également par la phase et de fait le SINR de sortie dépend de la phase différentielle des sources et de  $n$ . L'ICC se trouve complètement supprimée dès lors qu'il existe au moins une des deux discriminations (spectrale ou de phase) entre les sources ( $\Delta f, \psi_{s_j,n} \neq (0, k\pi)$ ). Comme pour le récepteur WL-FRESH de signaux R, l'expression (VI.10) montre l'impact progressif de la discrimination de phase à mesure que le recouvrement spectral entre les sources s'amplifie, permettant ainsi de conserver de bonnes performances globales.

Pour montrer avec une perspective statistique l'intérêt d'un traitement WL-FRESH, on

considère ici l'évaluation de l'espérance des SINR pour les récepteurs conventionnels et les récepteurs WL-FRESH. Avec  $\gamma = 0$ ,  $\varepsilon_j \gg 1$ ,  $N = 1$  et en supposant que  $\varepsilon_j \rightarrow \infty$  et que  $\psi_{s_j,n} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ , il est possible de déduire de (VI.5), (VI.6), (VI.7), (VI.8), (VI.9) et (VI.10) l'espérance des SINR en sortie des traitements de réception donnée par

$$\mathbb{E}[\text{SINR}_{R_1,n}] = \mathbb{E}[\text{SINR}_{QR_1,n}] \approx 2\varepsilon_s |\Delta f|T \quad (\text{VI.11})$$

$$\mathbb{E}[\text{SINR}_{R_2,n}] \approx \varepsilon_s (1 + |\Delta f|T) \quad (\text{VI.12})$$

$$\mathbb{E}[\text{SINR}_{QR_2,n}] \approx 2\varepsilon_s |\Delta f|T \quad 0.5 \leq |\Delta f|T \leq 1 \quad (\text{VI.13})$$

$$\mathbb{E}[\text{SINR}_{QR_2,n}] \approx \varepsilon_s (0.5 + |\Delta f|T) \quad 0 \leq |\Delta f|T \leq 0.5. \quad (\text{VI.14})$$

En absence de recouvrement spectral ( $|\Delta f|T = 1$ ),  $\mathbb{E}[\text{SINR}_{R_1,n}] = \mathbb{E}[\text{SINR}_{QR_1,n}] = \mathbb{E}[\text{SINR}_{R_2,n}] = \mathbb{E}[\text{SINR}_{QR_2,n}] = 2\varepsilon_s$ , le SINR en l'absence d'ICC. Dans les autres cas de figure ( $|\Delta f|T < 1$ ), pour des signaux R, on peut observer que  $\mathbb{E}[\text{SINR}_{R_1,n}] < \mathbb{E}[\text{SINR}_{R_2,n}]$ , ce qui prouve la performance moyenne supérieure du récepteur WL-FRESH. De même, dès lors que le recouvrement augmente jusqu'à atteindre 100%,  $\mathbb{E}[\text{SINR}_{R_1,n}]$  et  $\mathbb{E}[\text{SINR}_{R_2,n}]$  décroissent jusqu'à zero et  $\varepsilon_s$  respectivement. Cela montre la performance moyenne relativement stable du récepteur WL-FRESH de signaux R quelque soit le recouvrement, contrairement à celle du récepteur conventionnel. Pour le récepteur WL-FRESH de signaux QR, le SINR n'est amélioré vis-à-vis de celui en sortie du récepteur conventionnel que lorsque  $|\Delta f|T < 0.5$ . Egalement, on peut observer, en comparant (VI.14) et (VI.12), les performances inférieures du récepteur WL-FRESH de signaux QR comparé au récepteur WL-FRESH de signaux R.

### VI.4.c Calcul et analyse du SINR pour un *roll-off* quelconque

Afin de compléter les précédents résultats pour des valeurs quelconques de  $\gamma$ , comme dans la section IV.4.c, l'hypothèse est faite que  $\phi_{s_j} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ . De même,  $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  (pour  $\Delta f \neq 0$ ) et  $n$  est aléatoire et uniformément distribué de telle sorte que  $0 \leq n|\Delta f|T \leq 1$ . En choisissant  $\varepsilon_s = 10$  dB et  $\varepsilon_j = 20$  dB, les figures VI.2 et VI.3 présentent  $\mathcal{P}_{R,\mathcal{M}}(x)$ , pour  $\gamma = 0$  et  $\gamma = 0.5$  respectivement, pour des signaux R avec  $N = 1$ ,  $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$  et  $|\Delta f|T \in \{0, 0.125, 0.25, 0.5\}$ . Les figures VI.4 et VI.5 présentent les résultats pour des signaux QR ( $\mathcal{P}_{QR,\mathcal{M}}(x)$ ), avec les mêmes paramètres.

Il convient de noter quelque soit  $\gamma$  et tant que  $|\Delta f|T$  décroît, les performances nettement supérieures des récepteurs WL-FRESH proposés eût égard aux récepteurs conventionnels. Les performances des récepteurs WL-FRESH sont également relativement stables quelque soit  $|\Delta f|T$ . A titre d'exemple, pour  $\gamma = 0.5$  et  $x = -3$  dB, on peut noter que  $\mathcal{P}_{R_2}(x) = 50\%, 50\%, 54\%, 100\%$  pour  $|\Delta f|T \in \{0, 0.125, 0.25, 0.5\}$  respectivement, ce qui prouve la performance stable du récepteur WL-FRESH pour  $|\Delta f|T < 0.5$ . En outre, pour une valeur quelconque de  $|\Delta f|T$ , on note la performance qui décroît en augmentant  $\gamma$  pour le récepteur

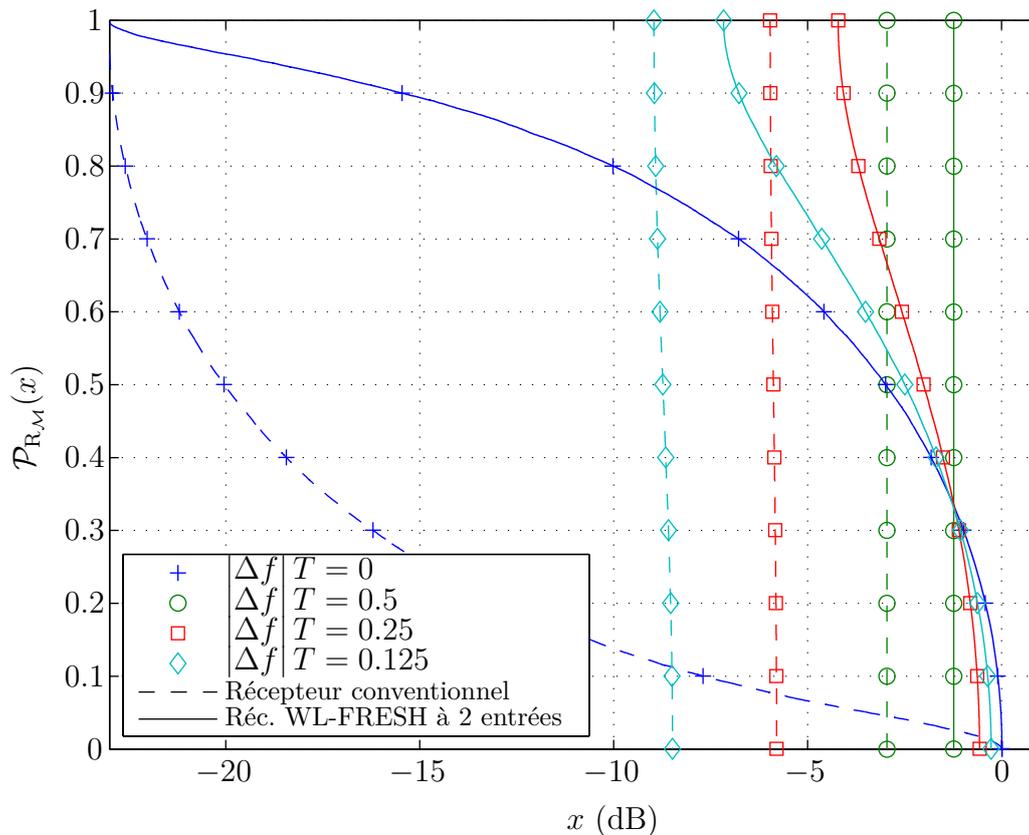


FIGURE VI.2 –  $\mathcal{P}_{R_M}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/|\Delta f|T \rfloor\})$ ,  $\gamma = 0$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

conventionnel, du à l'augmentation du recouvrement, et cependant la performance relativement stable du récepteur WL-FRESH.

## VI.5 Récepteur Pseudo-MLSE étendu à trois entrées

Comme il a été présenté dans IV.5.a ainsi qu'en comparant les expressions de  $\text{SINR}_{R_2,n}$  (VI.6), (VI.7) et  $\text{SINR}_{QR_2,n}$  (VI.8), (VI.9), (VI.10), en particulier via leurs espérances (VI.12), (VI.13) et (VI.14), l'application du traitement WL standard (ou de celui utilisant le modèle augmenté adéquat pour une ICC décalée en fréquence présenté dans VI.2.b) pour le SAIC de signaux QR est moins efficace que lorsque l'on considère les signaux R. La manière de remédier à cette sous-optimalité passe par l'exploitation d'un modèle d'observation augmenté à trois entrées.

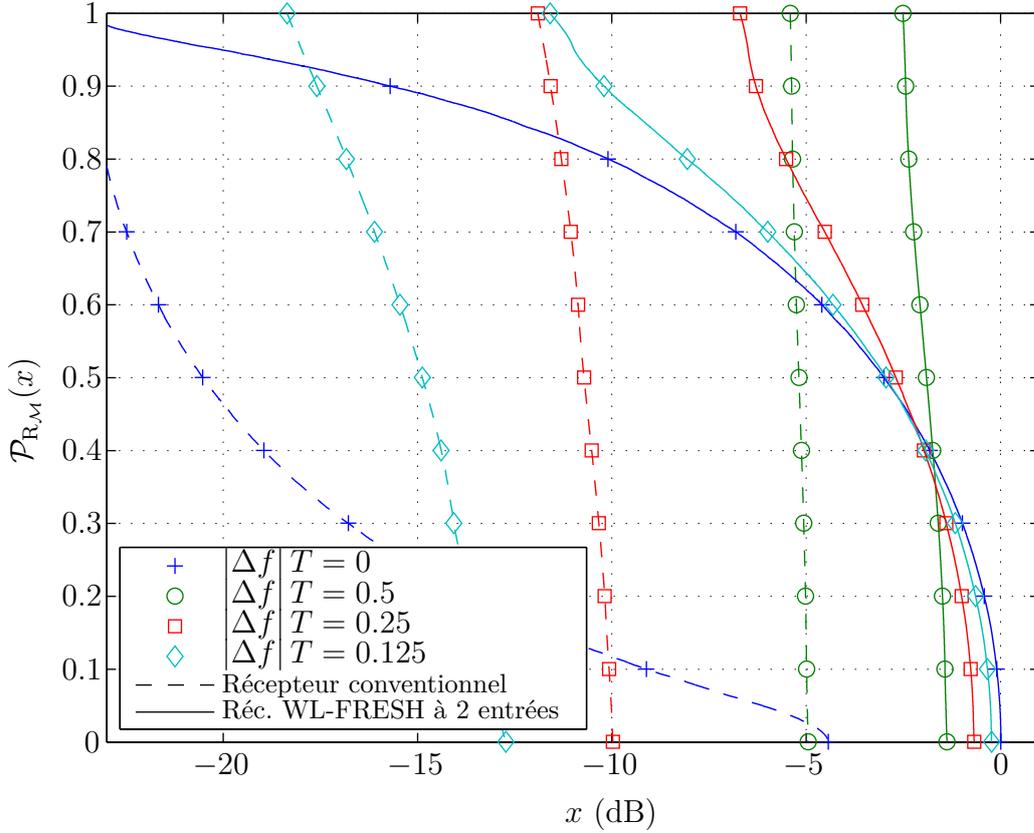


FIGURE VI.3 –  $\mathcal{P}_{R_M}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{s_j} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/|\Delta f|T \rfloor\})$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

### VI.5.a Modèle augmenté à 3 entrées pour une ICC décalée en fréquence

Le modèle augmenté à trois entrées pour les signaux QR doit exploiter l'information contenue pour  $\beta_d = 2\Delta f$  et  $\beta_d = 2\Delta f - 1/2T$  (ou  $\beta = 2\Delta f \pm 1/2T$ ) au lieu de  $\beta_d = 0$  et  $\beta_d = -1/2T$  (ou  $\beta = \pm 1/2T$ ). Pour ce faire, on considère l'utilisation du modèle augmenté défini par

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{x}}'_{F_3}(t) &\triangleq \left[ \mathbf{x}^T(t), e^{j2\pi(2\Delta f + \frac{1}{2T})t} \mathbf{x}^H(t), e^{j2\pi(2\Delta f - \frac{1}{2T})t} \mathbf{x}^H(t) \right]^T \\
 &= j^{\frac{t}{T}} \left[ \mathbf{x}_d^T(t), e^{j4\pi\Delta f t} \mathbf{x}_d^H(t), e^{j4\pi(\Delta f - 1/2T)t} \mathbf{x}_d^H(t) \right]^T \\
 &\triangleq j^{\frac{t}{T}} \tilde{\mathbf{x}}'_{dF_3}(t) = \sum_k j^k b_k \tilde{\mathbf{g}}'_{F_3,k}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}'_{F_3}(t)
 \end{aligned} \tag{VI.15}$$

où  $\tilde{\mathbf{n}}'_{F_3}(t) \triangleq [\mathbf{n}^T(t), e^{j2\pi(2\Delta f + 1/2T)t} \mathbf{n}^H(t), e^{j2\pi(2\Delta f - 1/2T)t} \mathbf{n}^H(t)]^T$  et  $\tilde{\mathbf{g}}'_{F_3,k}(t) \triangleq [\mathbf{g}^T(t), e^{j4\pi\Delta f kT} e^{j2\pi(2\Delta f + 1/2T)t} \mathbf{g}^H(t), e^{j4\pi\Delta f kT} e^{j2\pi(2\Delta f - 1/2T)t} \mathbf{g}^H(t)]^T$ .

La séquence de symboles détectée est ensuite donnée par la minimisation de la métrique

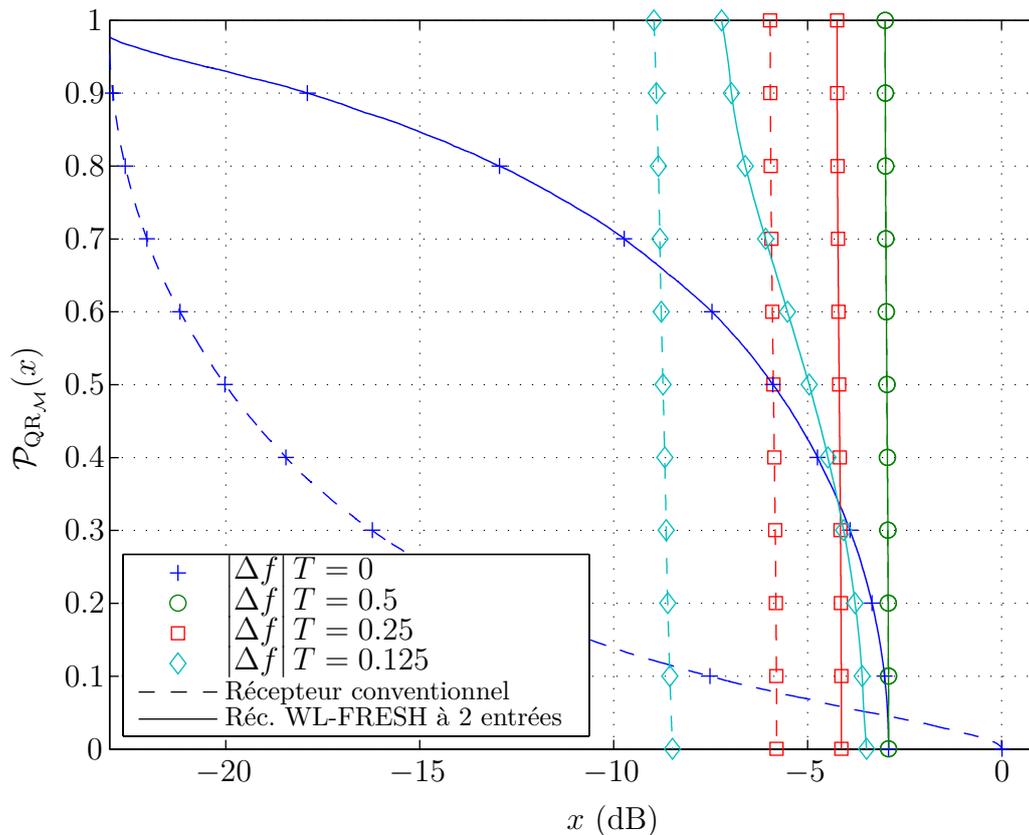


FIGURE VI.4 –  $\mathcal{P}_{\text{QR}_{\mathcal{M}}}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/|\Delta f|T \rfloor\})$ ,  $\gamma = 0$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

(IV.7) avec  $z_{F_3}(k) \triangleq \Re[j^{-k}y_{F_3}(k)]$  où  $y_{F_3}(k)$  et  $r_{k,k'}^{(F_3)}$  sont définis par

$$y_{F_3}(k) = \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_3,k}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}'F_3}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_{F_3}'(f) e^{j2\pi f k T} df \quad (\text{VI.16})$$

$$r_{k,k'}^{(F_3)} = j^{k'-k} \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_3,k}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}'F_3}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{F_3,k'}'(f) e^{j2\pi f(k-k')T} df. \quad (\text{VI.17})$$

La structure du récepteur pseudo-MLSE à 3 entrées est présentée sur la figure VI.6.

Le signal avant la détection des symboles est défini par (IV.11) avec  $z_{\tilde{n}',F_3}(n) \triangleq \Re[j^{-n}y_{\tilde{n}',F_3}(n)]$ . Le SINR sur le symbole courant est donc défini par

$$\text{SINR}_{F_3,n} \triangleq \frac{\pi_b \tau_{n,n}^2}{\text{E} \left[ \Re [j^{-n}y_{\tilde{n}',F_3}(n)]^2 \right]}. \quad (\text{VI.18})$$

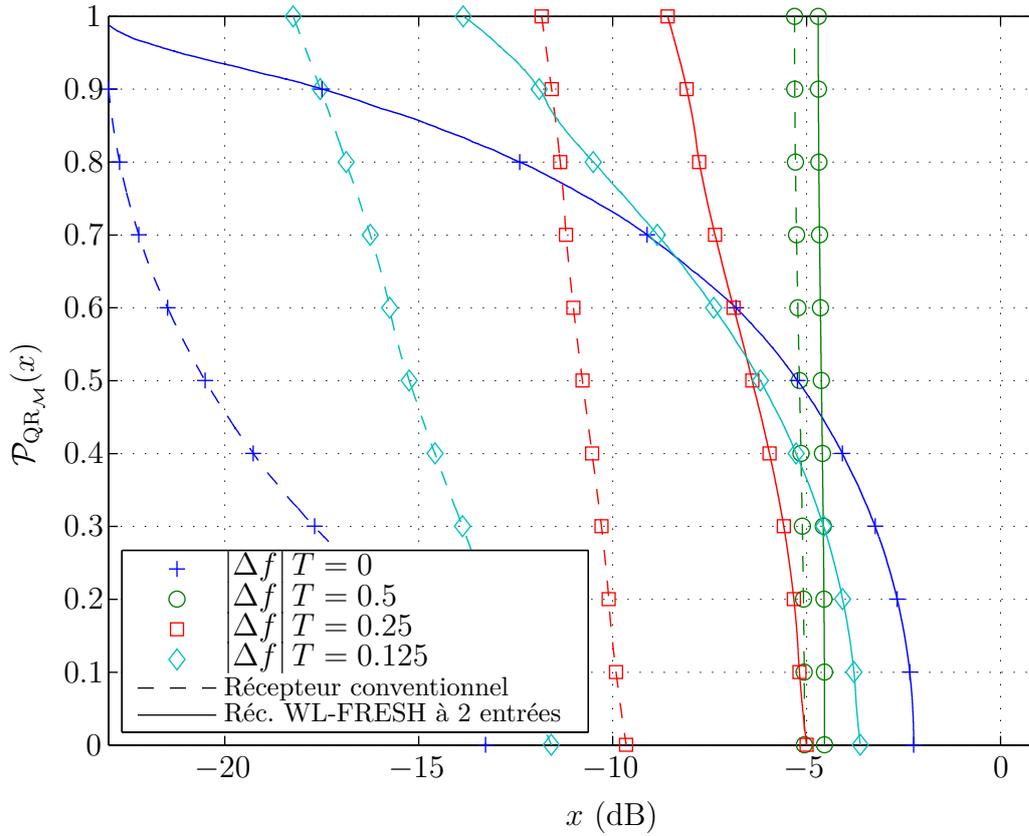


FIGURE VI.5 –  $\mathcal{P}_{\text{QR}_M}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{sj} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/|\Delta f|T \rfloor\})$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

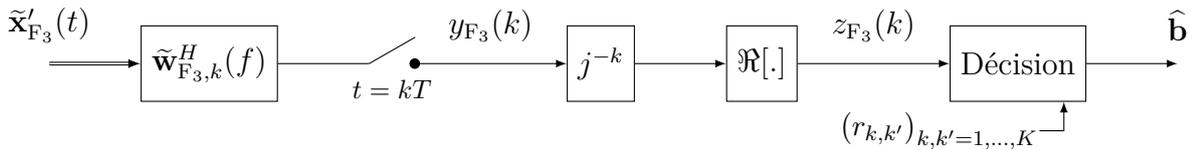


FIGURE VI.6 – Récepteur pseudo-MLSE étendu à 3 entrées pour les signaux QR

### VI.5.b Analyse du SINR pour le récepteur WL-FRESH à 3 entrées

Sous les mêmes hypothèses que dans la section VI.4.a, on obtient pour un *roll-off* nul les expressions analytiques interprétables du SINR suivantes en supposant une ICC de forte puissance ( $\varepsilon_j \gg 1$ ) pour le modèle (VI.15)

$$\text{SINR}_{\text{QR}_{3,n}} \approx 2\varepsilon_s \left( 1 - |\alpha_{sj}|^2 \frac{[(\dot{a}_\ell + \dot{b}_\ell|\Delta f|T) - |\alpha_{sj}|^2(\ddot{a}_\ell + \ddot{b}_\ell|\Delta f|T)^2]}{9 - |\alpha_{sj}|^2(\ddot{a}_\ell + \ddot{b}_\ell|\Delta f|T)} \right) \quad (\text{VI.19})$$

pour  $(|\alpha_{sj}|, \Delta f, \psi_{sj,n}, \zeta_{sj,n}) \neq (1, 0, k\pi, k\pi)$ ,

où  $\text{SINR}_{\text{QR}_3, n}$  est une fonction continue de  $|\Delta f|T \in [0, 1]$  où,

$$\text{pour } \frac{3}{4} \leq |\Delta f|T \leq 1, \quad \begin{cases} \dot{a}_\ell + \dot{b}_\ell |\Delta f|T = 5(1 - |\Delta f|T) \\ \ddot{a}_\ell + \ddot{b}_\ell |\Delta f|T = 2(1 - |\Delta f|T), \\ \dddot{a}_\ell + \dddot{b}_\ell |\Delta f|T = 7(1 - |\Delta f|T) \end{cases}$$

$$\text{pour } \frac{1}{2} \leq |\Delta f|T \leq \frac{3}{4}, \quad \begin{cases} \dot{a}_\ell + \dot{b}_\ell |\Delta f|T = -1 + 12 \cos^2(\zeta_{sj, n}) + (3 - 16 \cos^2(\zeta_{sj, n}))|\Delta f|T \\ \ddot{a}_\ell + \ddot{b}_\ell |\Delta f|T = 1/2 + 3 \cos^2(\zeta_{sj, n}) - 4 \cos^2(\zeta_{sj, n})|\Delta f|T, \\ \dddot{a}_\ell + \dddot{b}_\ell |\Delta f|T = 4 + 6 \cos^2(\zeta_{sj, n}) - (3 + 8 \cos^2(\zeta_{sj, n}))|\Delta f|T \end{cases}$$

$$\text{pour } \frac{1}{4} \leq |\Delta f|T \leq \frac{1}{2}, \quad \begin{cases} \dot{a}_\ell + \dot{b}_\ell |\Delta f|T = 3 + 4 \cos^2(\zeta_{sj, n}) - 5|\Delta f|T \\ \ddot{a}_\ell + \ddot{b}_\ell |\Delta f|T = 3/2 + \cos^2(\zeta_{sj, n}) - 2|\Delta f|T, \\ \dddot{a}_\ell + \dddot{b}_\ell |\Delta f|T = 6 + 2 \cos^2(\zeta_{sj, n}) - 7|\Delta f|T \end{cases}$$

et pour  $|\Delta f|T \leq \frac{1}{4}$

$$\begin{cases} \dot{a}_\ell + \dot{b}_\ell |\Delta f|T = 1 + 4 \cos^2(\psi_{sj, n}) + 4 \cos^2(\zeta_{sj, n}) + (3 - 16 \cos^2(\psi_{sj, n}))|\Delta f|T \\ \ddot{a}_\ell + \ddot{b}_\ell |\Delta f|T = 1 + \cos^2(\psi_{sj, n}) + \cos^2(\zeta_{sj, n}) - 4 \cos^2(\psi_{sj, n})|\Delta f|T. \\ \dddot{a}_\ell + \dddot{b}_\ell |\Delta f|T = 5 + 2 \cos^2(\psi_{sj, n}) + 2 \cos^2(\zeta_{sj, n}) - (3 + 8 \cos^2(\psi_{sj, n}))|\Delta f|T \end{cases}$$

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_j} \quad (|\alpha_{sj}|, \Delta f, \psi_{sj, n}, \zeta_{sj, n}) = (1, 0, k\pi, k\pi). \quad (\text{VI.20})$$

L'expression (VI.19) obtenue permet de montrer que pour une ICC de forte puissance, le récepteur WL-FRESH étendu à 3 entrées effectue le SAIC grâce à une discrimination spectrale seulement quand le recouvrement spectral est inférieur à 25%, avec  $\text{SINR}_{\text{QR}_3} \geq \text{SINR}_{\text{QR}_2}$ . Pour un recouvrement spectral supérieur à 25%, le récepteur WL-FRESH étendu à 3 entrées effectue le SAIC grâce aux deux discriminations (spectrale et de phase) entre les sources avec un poids accrue de cette dernière lorsque le recouvrement augmente. Dans tous les cas, on montre que  $\text{SINR}_{\text{QR}_3} \geq \text{SINR}_{\text{QR}_2}$ , et cela justifie donc l'intérêt du récepteur à trois entrées comparé à celui à deux entrées.

Pour offrir une perspective statistique de ces résultats pour des valeurs de  $\gamma$  quelconques, nous supposons que  $\phi_{js}$ ,  $\pi\tau_j/2T$  et  $n$  sont des variables aléatoires indépendantes et uniformément distribuées sur  $[0, 2\pi]$ ,  $[0, 2\pi]$  et  $[0, \lfloor 1/|\Delta f|T \rfloor]$  pour  $\Delta f \neq 0$  respectivement. Sous ces hypothèses, en choisissant  $\varepsilon_s = 10$  dB et  $\varepsilon_j = 20$  dB, les figures VI.7 et VI.8 montrent, pour  $\gamma = 0$  et  $\gamma = 0.5$  respectivement,  $\mathcal{M} \in \{1, 2, 3\}$ , et  $|\Delta f|T \in \{0, 0.25, 0.5\}$ ,  $\mathcal{P}_{\text{QR}_\mathcal{M}}(x)$  en fonction de  $x$  (en dB). Il faut noter quelque soit  $\gamma$  et  $|\Delta f|T$ , les bonnes performances des récepteurs

WL-FRESH à 2 et 3 entrées et la performance accrue avec  $\mathcal{M}$  des récepteurs, ce qui prouve l'intérêt de (VI.15) eût égard à (VI.1). Il convient de noter également, quelque soit  $\mathcal{M}$ , la performance accrue avec  $|\Delta f|T$  du récepteur WL-FRESH à  $\mathcal{M}$  entrées. Par exemple, pour  $\gamma = 0.5$  et  $x = -3$  dB, on note que  $\mathcal{P}_{\text{QR}_3}(x) = 50\%$ ,  $62\%$ ,  $85\%$  pour  $|\Delta f|T = 0, 0.25$  et  $0.5$  respectivement, montrant les très bonnes performances du récepteur WL-FRESH étendu à 3 entrées quelque soit  $|\Delta f|T$ .

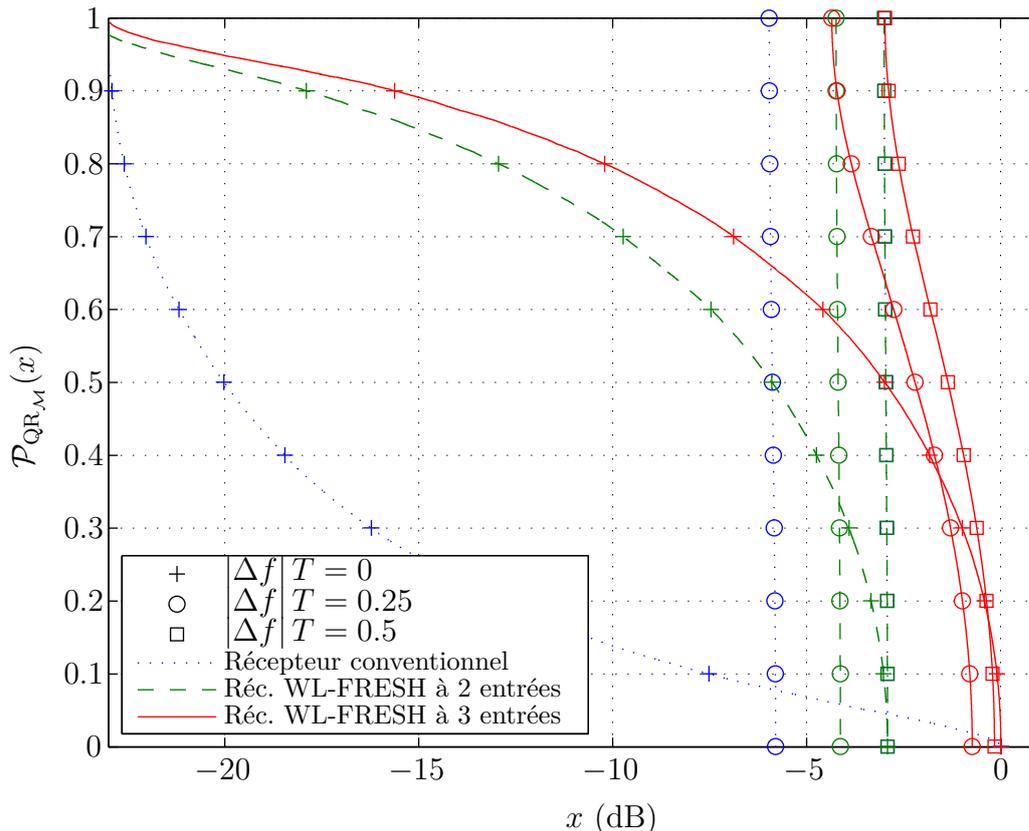


FIGURE VI.7 –  $\mathcal{P}_{\text{QR}_M}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{s_j} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/|\Delta f|T \rfloor\})$ ,  $\gamma = 0$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

## VI.6 Etude du TES des récepteurs pseudo-MLSE de signaux QR

Comme dans le chapitre IV, pour asserter les conclusions tenues à partir de l'analyse du SINR en sortie du traitement de réception des signaux, les performances de détection en sortie du décodeur de Viterbi vont être analysées. La génération des signaux équivalents en bande de base suit la même démarche que celle présentée dans l'annexe F. Comme dans le chapitre IV,

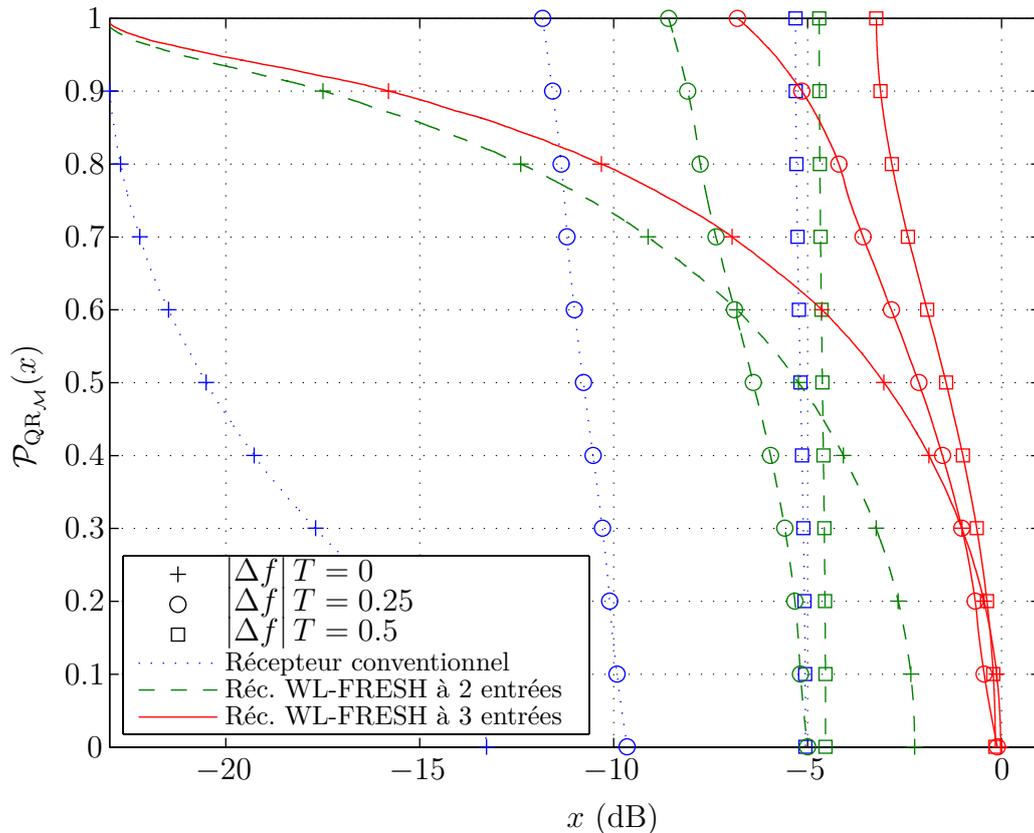


FIGURE VI.8 –  $\mathcal{P}_{\text{QR}_{\mathcal{M}}}(x)$  en fonction de  $x$  (canaux déterministes avec  $\phi_{s_j} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $2\pi\Delta f\tau_j \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $n \sim \mathcal{U}(\{0, 1, \dots, \lfloor 1/|\Delta f|T \rfloor\})$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $N = 1$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

on emploiera un décodeur de Viterbi ayant une longueur de contrainte  $V = 8$  qui permet une prise en compte de la majorité de l'IES.

Il a été présenté dans les sections VI.4.b et VI.5.b que, pour  $\gamma = 0$ ,  $N = 1$  et à  $\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_j$  et  $|\Delta f|$  donnés, les valeurs analytiques du SINR de sortie sur le symbole courant dépendent du déphasage  $\phi_{s_j}$  entre les signaux, du retard  $\tau_j$  entre ceux-ci ainsi que de l'indice du symbole courant  $n$ . En pratique, à cause de la stratégie de modélisation comportementale qui a été adoptée pour simuler numériquement les performances des récepteurs, la variation de la structure de réception à chaque  $n$  interdit la détermination numérique de TES, à cause d'une trop grande complexité calculatoire. Toutefois, on peut noter que comme  $n$  n'affecte pas l'espérance du SINR (i.e.  $\forall n' \neq n : \mathbb{E}[\text{SINR}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M}}, n'}] = \mathbb{E}[\text{SINR}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M}}, n}]$ ), on peut faire la conjecture que l'impact de la variation de  $n$  est, sinon inexistant, mineur. C'est ce postulat qui est fait pour la détermination des TES en sortie des récepteurs de signaux QR proposés précédemment.

### VI.6.a Evaluation du TES en canal mono-trajet déterministe

Dans un premier temps, on suppose l'emploi d'un canal de propagation mono-trajet déterministe où nous considérerons le même scénario que dans la section IV.7.a (i.e.  $\phi_s = 0$ ,  $\phi_j = \pi/4$  et  $\tau_j = T$ ). On considère également, comme précédemment, que  $\gamma = 0.5$ ,  $N = 1$  ainsi qu'un SIR<sup>1</sup> de  $-10$  dB. Considérant cette fois un décalage en fréquence  $\Delta f = 1/2T$ , on obtient pour les différents récepteurs les résultats de la figure VI.9. On observe à partir de la figure VI.9 la

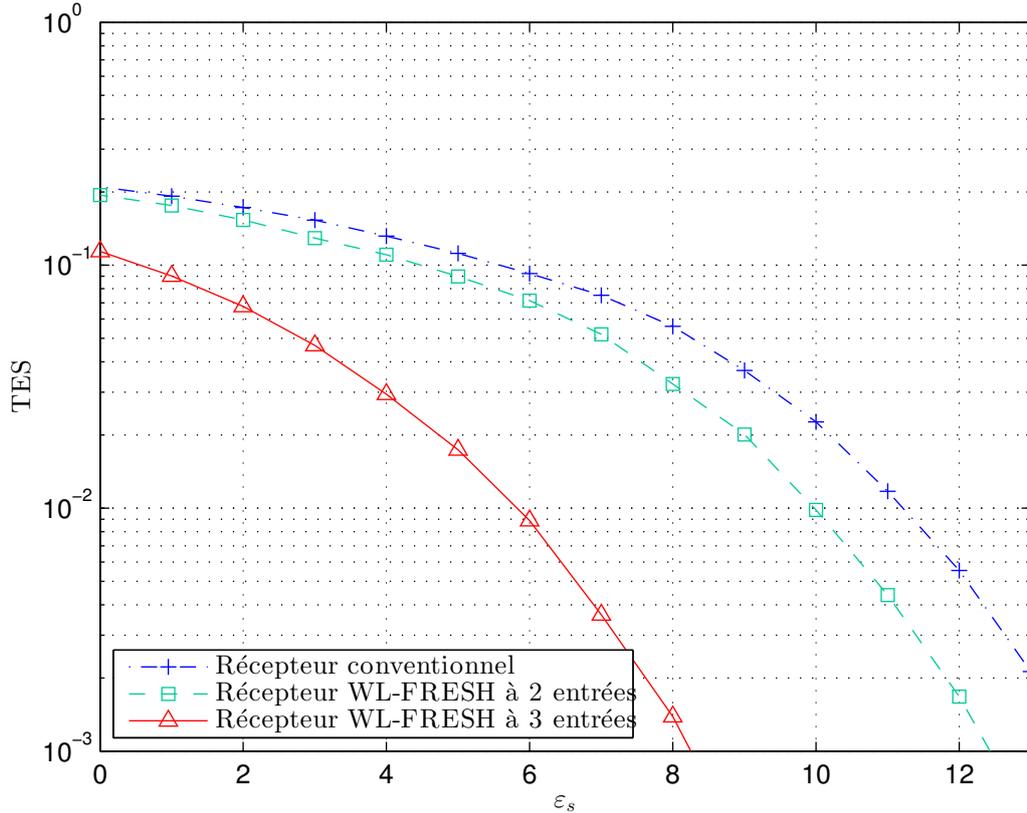


FIGURE VI.9 – TES en fonction de  $\varepsilon_s$  pour  $|\Delta f|T = 0.5$  (signaux QR, canaux déterministes avec  $\phi_s = 0$ ,  $\tau_s = 0$ ,  $\phi_j = \pi/4$  et  $\tau_j = T$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $N = 1$ ,  $\pi_s/\pi_j = -10$  dB,  $V = 8$ )

légère différence de performance entre le récepteur conventionnel et le récepteur WL-FRESH à 2 entrées, justifiant l'intérêt de ce dernier et due au choix de  $\gamma = 0.5$  (et non  $\gamma = 0$  comme pour les calculs analytiques, cf. figures VI.7 et VI.8). Cependant, conformément aux formules analytiques de SINR obtenues pour  $\gamma = 0$  et aux résultats de distribution de ce SINR présenté dans la section VI.5.b pour  $\gamma \in \{0, 0.5\}$ , on constate la performance nettement supérieure du récepteur WL-FRESH à 3 entrées et donc son intérêt pratique.

Considérant cette fois que  $\phi_{s_j}$  et  $\tau_j$  sont aléatoires, indépendantes et uniformément réparties sur  $[0, 2\pi]$  et  $[0, 4T]$ , respectivement, et que  $|\Delta f|T \in \{0, 0.5, 1\}$ , on obtient après simulation de

1. Signal to Interference Ratio

la réception de 1000 trames de 184 symboles les résultats de la figure VI.10 pour les 3 récepteurs de signaux QR.

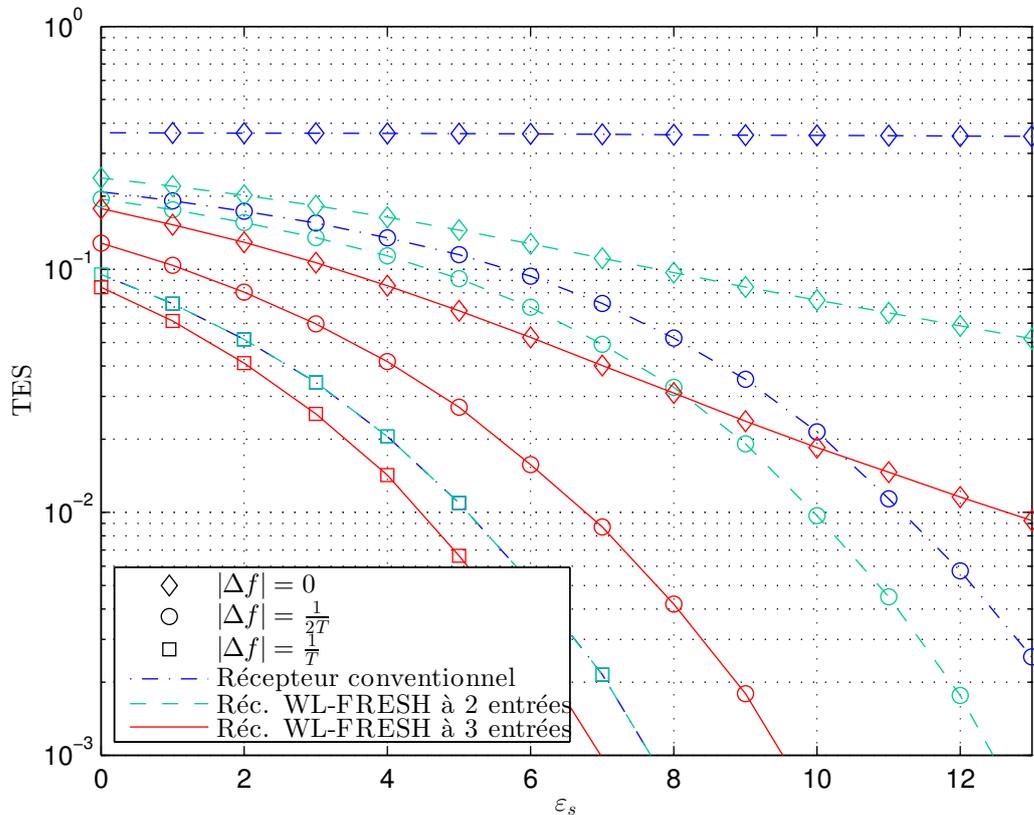


FIGURE VI.10 – TES en fonction de  $\varepsilon_s$  pour  $|\Delta f|T \in \{0, 0.5, 1\}$  (signaux QR, canaux déterministes avec  $\phi_{j_s} \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$  et  $\pi\tau_j/2T \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $N = 1$ ,  $\pi_j/\pi_s = 10$  dB,  $V = 8$ )

On constate sur la figure VI.10 que pour  $|\Delta f|T = 0.5$ , le récepteur WL-FRESH à 2 entrées apporte toujours un léger gain de performance eût égard au récepteur conventionnel. Pour  $|\Delta f|T = 0.5$ , les performances de ces récepteurs semblent à celles de la figure VI.9 s'expliquent par la très faible variation du SINR présentée sur la figure VI.8 ainsi qu'une faible variation moyenne de la corrélation entre les symboles, prise en charge par l'algorithme de Viterbi. Lorsque  $|\Delta f|T = 1$ , on remarque cette fois la performance similaire de ces récepteurs qui témoigne ici qu'au delà d'une certaine valeur de  $|\Delta f|T$  ( $|\Delta f|T = 0.5$  pour  $\gamma = 0$ ), les SINR sur le symbole courant des récepteurs conventionnels et WL-FRESH à 2 entrées deviennent identiques. Toutefois, on peut constater que le récepteur WL-FRESH à 3 entrées conserve encore des performances légèrement supérieures pour  $|\Delta f|T = 1$ . D'une manière générale, celui-ci conserve un TES toujours inférieur à celui des autres récepteurs.

### VI.6.b Evaluation du TES en canal de Rayleigh mono-trajet

Considérant des canaux de Rayleigh plats pour le SOI et l'ICC en reprenant les paramètres de la section IV.7.b, les performances des récepteurs sont présentées sur la figure VI.11. Ces

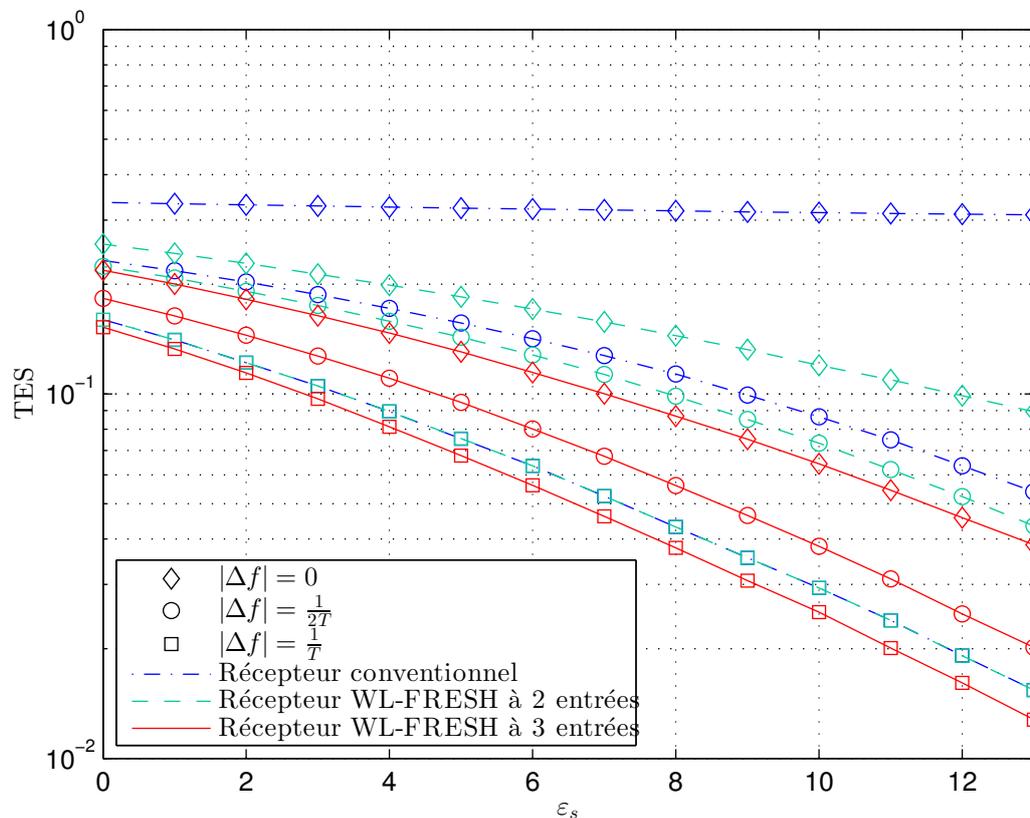


FIGURE VI.11 – TES en fonction de  $\varepsilon_s$  pour  $|\Delta f|T \in \{0, 0.5, 1\}$  (signaux QR, canaux de Rayleigh ( $|h|, |h_j| \sim \mathcal{R}(1)$ ,  $\text{Arg}(h), \text{Arg}(h_j) \sim \mathcal{U}([0, 2\pi])$ ),  $\gamma = 0.5$ ,  $N = 1$ ,  $\pi_j/\pi_s = 10$  dB,  $V = 8$ )

résultats confirment que le récepteur WL-FRESH à 2 entrées n'améliore les performances du récepteur conventionnel que dans la mesure où le décalage en fréquence est suffisamment faible pour faire jouer la capacité de discrimination spectrale augmentée puis celle de phase du récepteur WL-FRESH à 2 entrées. En revanche, le récepteur WL-FRESH à 3 entrées permet un gain de performance substantiel même lorsque le recouvrement spectral entre le SOI et l'ICC est assez faible.

## VI.7 Applications

Au cours de ce chapitre, nous avons étendu les récepteurs SAIC/MAIC pour la suppression d'interférences décalées en fréquence. De telles techniques présentent un intérêt par exemple

en présence d'un décalage de fréquence résiduel lié à l'imperfection des oscillateurs locaux des différents émetteurs. Dans le cas d'émetteurs en situation de forte mobilité relative (e.g. liaisons aéronautiques...), les décalages Doppler différentiels peuvent aussi être à l'origine d'un décalage résiduel de fréquence entre les sources. De même, dans le cas où la puissance de signaux émis sur un canal adjacent est très importante, en dépit de la mise en forme des signaux, un signal utile peut se trouver considérablement pollué par celui-ci. Certains types de communications qui nécessitent une émission de signaux à très forte puissance rencontrent ce problème. Dans un tel cas de figure des solutions utilisant des filtres WL-FRESH ont déjà pu être proposées [100] mais, à notre connaissance, aucune analyse théorique de performance n'avait été effectuée pour caractériser le comportement de tels récepteurs.

# Chapitre VII

## SAIC/MAIC de deux ICC décalées en fréquence

### Sommaire

---

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| VII.1 | Objectif . . . . .                           | 109 |
| VII.2 | Modèles et statistiques . . . . .            | 110 |
| VII.3 | Récepteur pseudo-MLSE . . . . .              | 111 |
| VII.4 | Analyse du SINR pour des signaux R . . . . . | 112 |
| VII.5 | Applications . . . . .                       | 113 |

---

### VII.1 Objectif

Dans le chapitre précédent, nous avons démontré la capacité de traitements SAIC/MAIC à permettre la suppression d'interférences décalées en fréquence par rapport au signal utile. Puisqu'en contexte FBMC-OQAM, chaque sous-porteuse est polluée par ses deux sous-porteuses adjacentes (cf. figure II.7), le chapitre présent vise à étendre le SAIC/MAIC pour la suppression de deux interférences décalées en fréquence. La description du SAIC/MAIC pour l'annulation de deux interférences est conduite pour des signaux R ou QR mais analysée uniquement pour le premier cas de figure dans la mesure où la démonstration de la validité du concept pour des signaux R est directement extensible aux signaux QR sous réserve que le modèle d'observation augmenté WL-FRESH soit adapté.

## VII.2 Modèles et statistiques

### VII.2.a Modèle d'observation linéaire

Le modèle d'observation linéaire ici considéré est défini par (III.41).

Les moments d'ordre 2 de  $\mathbf{n}(t)$  sont désormais caractérisés par les fréquences cycliques  $\alpha_i = i/T$  ( $i \in \mathbb{Z}$ ) aussi bien pour des signaux R que QR, mais également cette fois par  $\beta_i \in \{\beta_{1,i} \cup \beta_{2,i}\}$  avec  $\beta_{1,i} = [i/T + 2\Delta f_1]$  et  $\beta_{2,i} = [i/T + 2\Delta f_2]$  ou  $\beta_{1,i} = [(2i + 1)/2T + 2\Delta f_1]$  et  $\beta_{2,i} = [(2i + 1)/2T + 2\Delta f_2]$  pour des signaux R ou QR, respectivement.

### VII.2.b Modèles d'observation augmentés

De manière à considérer l'information statistique à l'ordre 2 du bruit total  $\mathbf{n}(t)$  désormais constitué de deux ICC, le modèle de signaux augmenté doit désormais exploiter l'information statistique à l'ordre 2 aux fréquences cycliques  $\alpha = 0, \beta \in \{2\Delta f_1, 2\Delta f_2\}$  pour des signaux R et  $\alpha = 0, \beta \in \{2\Delta f_1 \pm 1/2T, 2\Delta f_2 \pm 1/2T\}$  pour les signaux QR. Cela passe en pratique par la considération des observations augmentées

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}''_{F_3}(t) &\triangleq \left[ \mathbf{x}^T(t), e^{j4\pi\Delta f_1 t} \mathbf{x}^H(t), e^{j4\pi\Delta f_2 t} \mathbf{x}^H(t) \right]^T \\ &\triangleq \sum_k b_k \tilde{\mathbf{g}}''_{F_3,k}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}''_{F_3}(t) \end{aligned} \quad (\text{VII.1})$$

où  $\tilde{\mathbf{n}}''_{F_3}(t)$  est défini comme  $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_3}(t)$  en remplaçant  $\mathbf{x}(t)$  par  $\mathbf{n}(t)$ , et  $\tilde{\mathbf{g}}''_{F_3,k}(t) \triangleq [\mathbf{g}^T(t), e^{j4\pi\Delta f_1(t+kT)} \mathbf{g}^H(t), e^{j4\pi\Delta f_2(t+kT)} \mathbf{g}^H(t)]^T$ , pour les signaux R, et

$$\tilde{\mathbf{x}}''_{F_5}(t) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ e^{j2\pi(2\Delta f_1 + \frac{1}{2T})t} \mathbf{x}^*(t) \\ e^{j2\pi(2\Delta f_1 - \frac{1}{2T})t} \mathbf{x}^*(t) \\ e^{j2\pi(2\Delta f_2 + \frac{1}{2T})t} \mathbf{x}^*(t) \\ e^{j2\pi(2\Delta f_2 - \frac{1}{2T})t} \mathbf{x}^*(t) \end{bmatrix} \triangleq \sum_k j^k b_k \tilde{\mathbf{g}}''_{F_5,k}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}''_{F_5}(t) \quad (\text{VII.2})$$

où  $\tilde{\mathbf{n}}''_{F_5}(t)$  est défini comme  $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_5}(t)$  en remplaçant  $\mathbf{x}(t)$  par  $\mathbf{n}(t)$ , et  $\tilde{\mathbf{g}}''_{F_5,k}(t) \triangleq [\mathbf{g}^T(t), e^{j4\pi\Delta f_1 kT} e^{j2\pi(2\Delta f_1 + 1/2T)t} \mathbf{g}^H(t), e^{j4\pi\Delta f_1 kT} e^{j2\pi(2\Delta f_1 - 1/2T)t} \mathbf{g}^H(t), e^{j4\pi\Delta f_2 kT} e^{j2\pi(2\Delta f_2 + 1/2T)t} \mathbf{g}^H(t), e^{j4\pi\Delta f_2 kT} e^{j2\pi(2\Delta f_2 - 1/2T)t} \mathbf{g}^H(t)]^T$  pour les signaux QR.

## VII.3 Récepteur pseudo-MLSE

L'approche de réception pseudo-MLSE temps-continue précédemment décrite dans III.5 est ici aussi employée. Ce récepteur sera ici calculé à partir de  $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_3}(t)$  ou  $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_5}(t)$ , supposant le bruit total FRESH à 3 ou 5 entrées associé  $\tilde{\mathbf{n}}''_{F_3}(t)$  ou  $\tilde{\mathbf{n}}''_{F_5}(t)$  Gaussien, circulaire et stationnaire.

### VII.3.a Récepteur pseudo-MLSE générique

Les modèles génériques augmentés à  $\mathcal{M}$  entrées ( $\mathcal{M} \in \{1, 3\}$  pour des signaux R et  $\mathcal{M} \in \{1, 5\}$  entrées pour des signaux QR) pour l'observation et le bruit total associé, respectivement, sont notés  $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_{\mathcal{M}}}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{n}}''_{F_{\mathcal{M}}}(t)$ . En pratique ( $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_1}(t)$ ,  $\tilde{\mathbf{n}}''_{F_1}(t)$ ) correspond à  $(\mathbf{x}(t), \mathbf{n}(t))$  et  $(\mathbf{x}_d(t), \mathbf{n}_d(t))$  pour les signaux R et QR respectivement. Ainsi, pour  $\mathcal{M} = 1$ , les récepteurs conventionnels linéaires sont supposés tandis que pour  $\mathcal{M} = 3$  (pour les signaux R) et  $\mathcal{M} = 5$  (pour les signaux QR) les récepteurs WL-FRESH à trois et cinq entrées sont considérés. Similairement à (IV.6), La séquence  $\hat{\mathbf{b}} \triangleq (\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_K)$  détectée correspond à celle qui minimise (IV.6) avec  $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_{\mathcal{M}}}(f)$ ,  $\tilde{\mathbf{s}}''_{F_{\mathcal{M}}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}''_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  à la place de  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_{\mathcal{M}}}(f)$ ,  $\tilde{\mathbf{s}}_{F_{\mathcal{M}}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$ , respectivement où  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}''_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  désigne la transformée de Fourier de (III.20) où  $\alpha_i$  et  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  sont remplacés par 0 et  $\tilde{\mathbf{n}}''_{F_{\mathcal{M}}}(t)$  respectivement, tandis que  $\tilde{\mathbf{s}}''_{F_{\mathcal{M}}}(f) \triangleq \mathcal{F}\{\tilde{\mathbf{s}}''_{F_{\mathcal{M}}}(t)\}$  avec  $\tilde{\mathbf{s}}''_{F_{\mathcal{M}}}(t) \triangleq \sum_{k=1}^K b_k \tilde{\mathbf{g}}''_{F_{\mathcal{M},k}}(t - kT)$ . La minimisation de (IV.6) revient à minimiser (IV.7) avec  $z_{F_{\mathcal{M}}}(k) \triangleq \Re[y_{F_{\mathcal{M}}}(k)]$ ,  $y_{F_{\mathcal{M}}}(k)$  et  $r_{k,k'}^{(F_{\mathcal{M}})}$  étant définis par (IV.8) et (IV.9) avec  $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_{\mathcal{M}}}(f)$ ,  $\tilde{\mathbf{g}}''_{F_{\mathcal{M},k}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}''_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  à la place de  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_{\mathcal{M}}}(f)$ ,  $\tilde{\mathbf{g}}_{F_{\mathcal{M}}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$ , respectivement.

A l'instar de la section VI.3.b,  $y_{F_{\mathcal{M}}}(k)$  correspond à la sortie échantillonnée à  $t = kT$  du filtre (VI.2)  $\tilde{\mathbf{w}}_{F_{\mathcal{M},k}}^H(f)$  avec  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}''_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  et  $\tilde{\mathbf{g}}''_{F_{\mathcal{M},k}}(f)$  à la place de  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  et  $\tilde{\mathbf{g}}'_{F_{\mathcal{M},k}}(f)$  qui prend pour entrée  $\tilde{\mathbf{x}}''_{F_{\mathcal{M}}}(t)$ .

### VII.3.b SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE générique de signaux R

A partir de (III.41), (VII.1) et (IV.8), (IV.9) incorporant les permutations du précédent paragraphe,  $z_{F_{\mathcal{M}}}(n)$  peut s'écrire

$$z_{F_{\mathcal{M}}}(n) = b_n r_{n,n} + \sum_{k \neq n} b_k \Re[r_{n,k}] + z_{\tilde{\mathbf{n}}''_{F_{\mathcal{M}}}}(n) \quad (\text{VII.3})$$

Le SINR sur le symbole courant  $n$  est ensuite donné par

$$\text{SINR}_{F_{\mathcal{M}},n} \triangleq \frac{\pi b_n^2 r_{n,n}^2}{\text{E} \left[ z_{\tilde{\mathbf{n}}''_{F_{\mathcal{M}}}}^2(n) \right]} \quad (\text{VII.4})$$

que l'on peut, après calculs, écrire pour des signaux rectilignes et en supposant que  $2(\Delta f_1 - \Delta f_2) = i'/T$  ( $i' \in \mathbb{Z}$ ) et  $\Delta f_1 = -\Delta f_2 \neq 0$

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M},n}} = \frac{2\pi_b \left[ \int \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M},n}}''^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}''\mathcal{F}_{\mathcal{M}}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M},n}}''(f) df \right]^2}{\sum_{\alpha_i} \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M},n}}^H \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \mathbf{R}_{\tilde{n}''\mathcal{F}_{\mathcal{M}}}^{\alpha_i}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M},n}} \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) df + \sum_{\lambda=1}^2 \Re \left\{ \sum_{\beta_{\lambda,i}} e^{j4\pi\Delta f_{\lambda} n T} \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M},n}}^H \left( f + \frac{\beta_{\lambda,i}}{2} \right) \mathbf{C}_{\tilde{n}''\mathcal{F}_{\mathcal{M},\lambda}}^{\beta_{\lambda,i}}(f) \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_{\mathcal{M},n}}^* \left( \frac{\beta_{\lambda,i}}{2} - f \right) df \right\}}$$
(VII.5)

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\tilde{n}''\mathcal{F}_{\mathcal{M}}}^{\alpha_i}(f) &= \frac{\pi f}{T} \sum_{\lambda=1}^2 \tilde{\mathbf{g}}_{j_o\mathcal{F}_{\mathcal{M},\lambda}} \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_o\mathcal{F}_{\mathcal{M},\lambda}}^H \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) + N_0 \mathbf{I}_{\mathcal{M}N} \delta_{\alpha_i,0} \\ &+ N_0 \delta_{\mathcal{M},3} \delta_{\alpha_i,2(\Delta f_1 - \Delta f_2)} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} + N_0 \delta_{\mathcal{M},3} \delta_{\alpha_i,2(\Delta f_2 - \Delta f_1)} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{VII.6})$$

et

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\tilde{n}''\mathcal{F}_{\mathcal{M},\lambda}}^{\beta_{\lambda,i}}(f) &= \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_o\mathcal{F}_{\mathcal{M},\lambda}} \left( f + \frac{\beta_{\lambda,i}}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_o\mathcal{F}_{\mathcal{M},\lambda}}^T \left( \frac{\beta_{\lambda,i}}{2} - f \right) \\ &+ N_0 \delta_{\lambda,1} \delta_{\mathcal{M},3} \delta_{\beta_{\lambda,i},2\Delta f_1} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} + N_0 \delta_{\lambda,2} \delta_{\mathcal{M},3} \delta_{\beta_{\lambda,i},2\Delta f_2} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{VII.7})$$

où  $\tilde{\mathbf{g}}_{j_o\mathcal{F}_{\mathcal{M},\lambda}}(t) \triangleq [\mathbf{g}_{j_o,\lambda}^T(t), e^{j4\pi\Delta f_1(t+kT)} \mathbf{g}_{j_o,\lambda}^H(t), e^{j4\pi\Delta f_2(t+kT)} \mathbf{g}_{j_o,\lambda}^H(t)]^T$ .

## VII.4 Analyse du SINR pour des signaux R

La dérivation analytique du SINR jusqu'à des formules analytiques interprétables étant trop fastidieuse pour pouvoir être menée y compris pour  $\gamma = 0$ , le SINR sera analysé exclusivement par le biais de simulations numériques.

En particulier, pour des signaux R, en considérant une réception mono-antenne ( $N = 1$ ), avec un filtre de demi-Nyquist avec  $\gamma = 0$  où à l'instar du cas des IEP FBMC-OQAM  $\Delta f_1 = -\Delta f_2$ , en choisissant  $\phi_s = \frac{\pi}{4}$ ,  $\phi_{j,1} = 0$  et  $\phi_{j,2} = 0$  désignant les phases du signal utile et des interférences 1 et 2 respectivement,  $\pi_s = 10$  dB,  $\pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 20$  dB,  $N_0 = 0$  dB désignant la puissance du SOI, des interférences 1 et 2 et du bruit de fond respectivement, et considérant une synchronisation du SOI avec les ICC ( $\tau_{j,1} = \tau_{j,2} = 0$ ), on peut obtenir les SINR du tableau VII.1 pour le récepteur conventionnel et pour le récepteur WL-FRESH à 3 entrées. On remarque notamment qu'à mesure où  $\Delta f_1$  diminue, c'est-à-dire à mesure que le recouvrement

| $\Delta f_1 = -\Delta f_2$   | $\frac{1}{4T}$ | $\frac{1}{2T}$ | $\frac{3}{4T}$ | $\frac{1}{T}$ |
|------------------------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| $\text{SINR}_{R_{1,n}}$ (dB) | -8.28          | -7.03          | 10             | 13            |
| $\text{SINR}_{R_{3,n}}$ (dB) | 7.93           | 10             | 11.64          | 13            |

TABLE VII.1 –  $\text{SINR}_{R_{\mathcal{M},n}}$  ( $\mathcal{M} \in \{1, 3\}$ ) en fonction de  $\Delta f_1 = -\Delta f_2$ 

spectral augmente entre le SOI et les deux ICC, tandis que les performances du récepteur conventionnel chutent drastiquement, celles du récepteur WL-FRESH à 3 entrées diminuent plus faiblement. Cela atteste la capacité du récepteur WL-FRESH à annuler efficacement les ICC, et ce, même en présence d'un recouvrement total du SOI. A contrario, les performances du récepteur conventionnel sont médiocres dès lors qu'aucune diversité spectrale n'est disponible (dès lors que  $\Delta f_1 \leq (1 + \gamma)/2T$ ). Dans ces cas de figure, Le récepteur WL-FRESH à 3 entrées conserve de bonnes performances en moyenne en prenant appui sur sa capacité accrue de discrimination spectrale puis de discrimination des signaux par leur phase.

Reprenant la configuration précédente, en faisant cette fois varier  $\phi_s$  de 0 à  $\pi$ , on obtient pour le récepteur conventionnel et le récepteur WL-FRESH à 3 entrées les courbes de la figure VII.1 qui mettent bien en évidence, pour une faible valeur de  $\Delta f_1$  (i.e.  $\Delta f_1 = 1/4T$ ) la capacité de discrimination de phase du récepteur WL-FRESH à 3 entrées. On y observe bien la faible performance des récepteurs conventionnels dès lors que  $\Delta f_1 = -\Delta f_2 \leq 1/2T$ , c'est à dire dès lors que le spectre du signal utile est entièrement recouvert par les interférences. En considérant  $\gamma = 0.5$ , on obtient les résultats de la figure VII.2.

Ces résultats permettent de conclure positivement quant à la possibilité d'effectuer le SAIC/MAIC de deux interférences en utilisant des modèles d'observation augmentés prenant en compte les propriétés de cyclostationnarité et de non-circularité propres aux différentes interférences.

## VII.5 Applications

Dans ce chapitre, nous avons présenté la possible réjection de deux ICC décalées en fréquence à partir de récepteurs WL-FRESH configurés adéquatement. Dans le cadre de liaison multi-porteuses utilisant des signaux non-circulaires sur chaque sous-porteuse, ou pour des réseaux FDMA présentant un recouvrement spectral entre les différents canaux, de telles techniques pourraient avoir un intérêt. Toutefois, nous allons voir dans le chapitre suivant dans quelles limites.

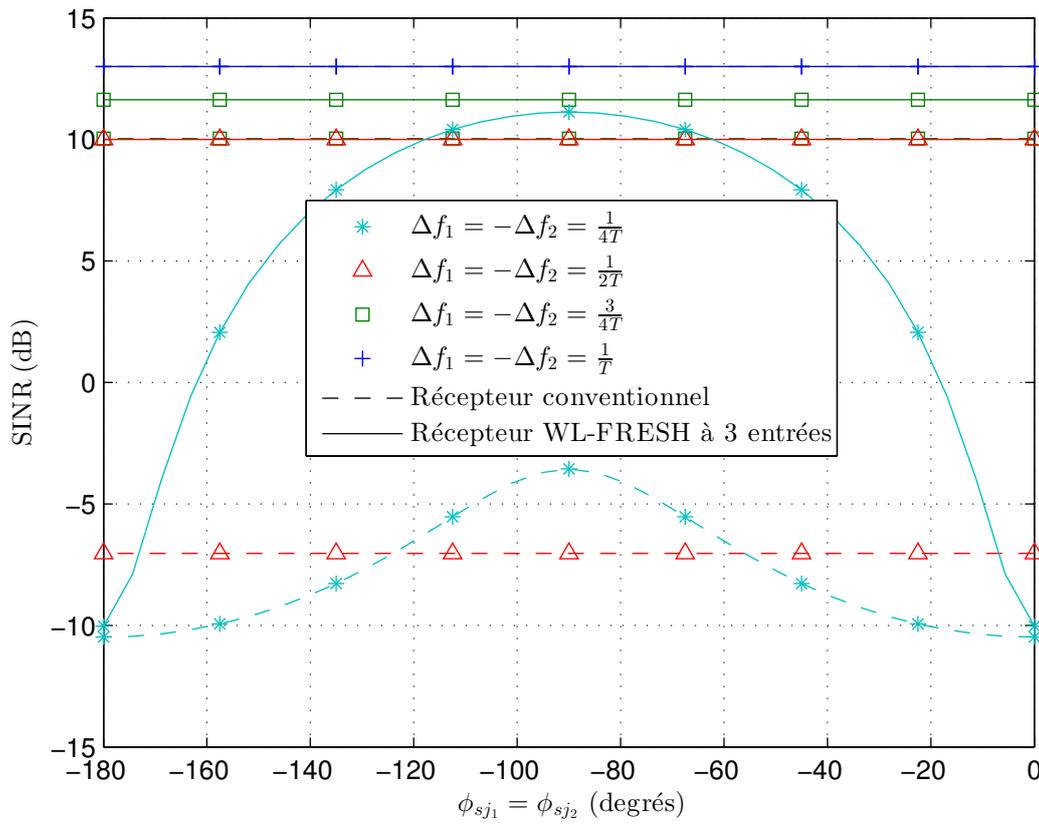


FIGURE VII.1 – SINR en fonction de  $\phi_{s_{j1}} = \phi_{s_{j2}}$  (signaux R, 2 interférences, canaux déterministes,  $\Delta f_1 = -\Delta f_2$ ,  $N = 1$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\pi_s = 10$  dB,  $\pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 20$  dB,  $N_0 = 0$  dB)

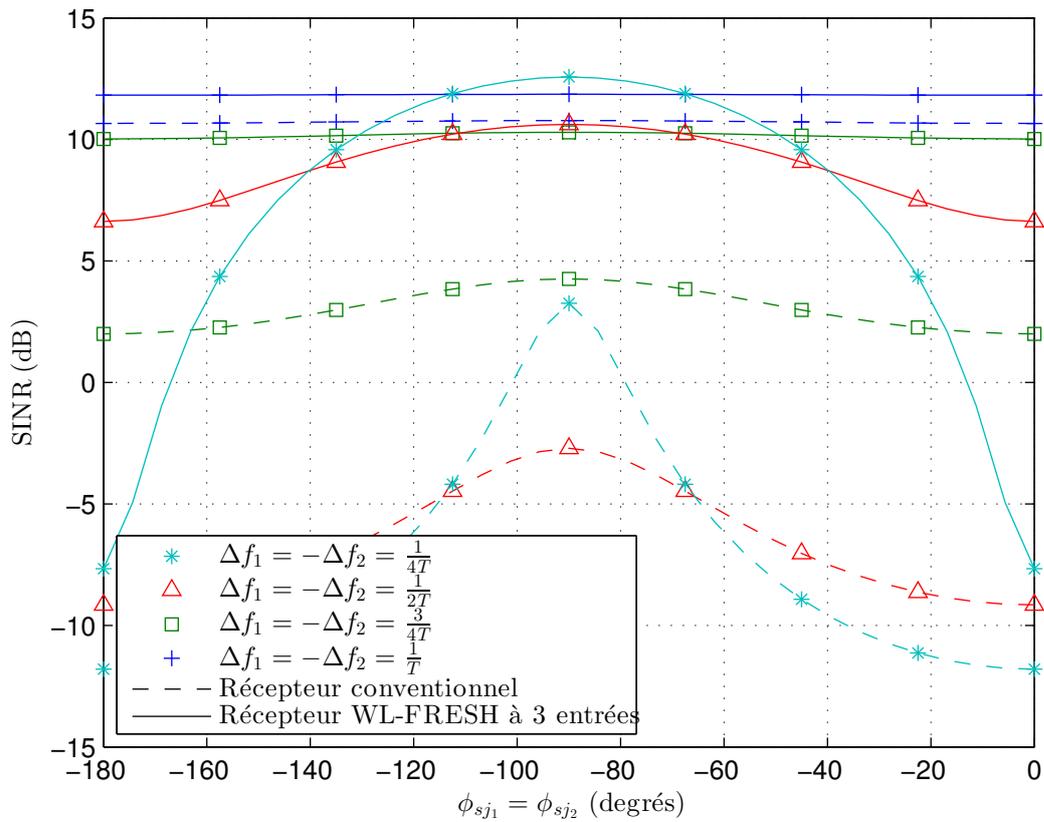


FIGURE VII.2 – SINR en fonction de  $\phi_{s_{j,1}} = \phi_{s_{j,2}}$  (signaux R, 2 interférences, canaux déterministes,  $\Delta f_1 = -\Delta f_2$ ,  $N = 1$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $\pi_s = 10$  dB,  $\pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 20$  dB,  $N_0 = 0$  dB)



# Chapitre VIII

## Impact du filtrage sur les traitements SAIC/MAIC

### Sommaire

---

|        |   |     |
|--------|---|-----|
| VIII.1 | Objectif  | 117 |
| VIII.2 | Impact du filtrage sur le SAIC/MAIC d'une ICC   | 118 |
| VIII.3 | Impact du filtrage sur le SAIC/MAIC de deux ICC | 122 |

---

### VIII.1 Objectif

Dans le chapitre VII, la capacité des traitements WL-FRESH à effectuer le SAIC/MAIC de deux interférences décalées en fréquence a été démontrée rendant ce type de structures potentiellement attrayantes pour l'annulation des IEP des formes d'ondes FBMC-OQAM. Cependant, comme présenté dans III.6.e, la structure du schéma FBMC-OQAM implique un recouvrement des interférences qui polluent une sous-porteuse par leurs sous-porteuses adjacentes respectives. De fait, préalablement à l'application d'un traitement SAIC, il convient d'isoler la bande de la sous-porteuse d'intérêt par filtrage. Cela permet de n'avoir à traiter par SAIC que les seules sous-porteuses adjacentes (cf. figure III.22).

Toutefois, l'étude de l'impact du filtre préalable à un traitement SAIC tel que proposé préalablement dans les chapitres VI et VII est nécessaire pour juger de l'efficacité de tels traitements.

Il convient de rappeler que l'application d'un filtre invariant dans le temps sur un signal cyclostationnaire atténue le degré de cyclostationnarité du signal filtré en restreignant le support de l'information statistique (à l'ordre 2 notamment) comme présenté sur la figure III.19.

Dans un premier temps, l'impact du filtre passe-bas préalable à l'application d'un traitement SAIC/MAIC pour l'annulation d'une ICC sera analysé dans la section VIII.2 pour des signaux

R. Ensuite, l'impact du filtre préalable à un traitement SAIC/MAIC pour la suppression de deux ICC sera analysé dans la section VIII.3, également pour des signaux R.

## VIII.2 Impact du filtrage sur le SAIC/MAIC d'une ICC

Dans un premier temps, nous avons étendu, pour des sources R, et étant donné un décalage  $\Delta f$  arbitraire entre le SOI et une ICC, la structure de réception WL-FRESH basée sur le modèle d'observation (III.40) avec un filtrage passe-bas préalable au traitement SAIC. L'analyse paramétrique de cette structure a ensuite été réalisée de manière à pouvoir déterminer analytiquement et par simulations numériques l'impact du filtre sur les performances des récepteurs.

### VIII.2.a Modèles et statistiques

#### VIII.2.a.i Modèle d'observation linéaire

Le modèle d'observation considéré ici correspond à (III.40) pour des signaux rectilignes (i.e.  $a_k = b_k$ ,  $e_k = f_k$ ) filtrés par un filtre passe-bas idéal de bande passante  $B'$  et de réponse impulsionnelle  $\Pi_{B'}(t)$  donnant le modèle de signal filtré (III.42).

En vertu du caractère non-circulaire et cyclostationnaire des ICC, les statistiques au second ordre de  $\mathbf{n}_\Pi(t)$  sont définies par (III.18) et (III.19) où  $\mathbf{x}(t)$  est remplacé par  $\mathbf{n}_\Pi(t)$  et où les matrices de corrélation cycliques  $\mathbf{R}_{n_\Pi}^{\alpha_i}(\tau)$  et  $\mathbf{C}_{n_\Pi}^{\beta_i}(\tau)$  correspondent à (III.20) et (III.21) où  $\mathbf{R}_{x_{i_0}}(t, \tau)$  et  $\mathbf{C}_{x_{i_0}}(t, \tau)$  sont remplacés par  $\mathbf{R}_{n_\Pi}(t, \tau)$  et  $\mathbf{C}_{n_\Pi}(t, \tau)$  respectivement.

#### VIII.2.a.ii Modèle augmenté à 2 entrées

A partir de (III.42) et (VI.1), le modèle d'observation augmenté à deux entrées pour les signaux R après filtrage en réception est défini par

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F_2}(t) &\triangleq \left[ \mathbf{x}'_{\Pi}(t), e^{j4\pi\Delta f t} \mathbf{x}'_{\Pi}(t) \right]^T \\ &= \sum_k b_k \tilde{\mathbf{g}}'_{F_2, k}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_2}(t) \end{aligned} \quad (\text{VIII.1})$$

avec  $\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_2}(t) \triangleq [\mathbf{n}'_{\Pi}(t), e^{j4\pi\Delta f t} \mathbf{n}'_{\Pi}(t)]^T$ ,  $\tilde{\mathbf{g}}'_{F_2, k}(t) \triangleq [\mathbf{g}'(t), e^{j4\pi\Delta f(t+kT)} \mathbf{g}'(t)]^T$ .

### VIII.2.b Récepteur pseudo-MLSE générique

#### VIII.2.b.i Calcul du récepteur pseudo-MLSE générique

Les observations augmentées à  $\mathcal{M}$  ( $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ ) entrées génériques et les vecteurs augmentés de bruit total associés sont notés par  $\tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F, \mathcal{M}}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F, \mathcal{M}}(t)$  respectivement. Similairement à la

section VI.3.a, on supposera que  $\tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F_1}(t)$  et  $\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_1}(t)$  correspondent à  $\mathbf{x}_{\Pi}(t)$  et  $\mathbf{n}_{\Pi}(t)$  respectivement. On note  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  la transformée de Fourier de (III.20), où  $\alpha_i$  et  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  sont remplacées par 0 et  $\tilde{\mathbf{n}}_{\Pi, F_{\mathcal{M}}}(t)$  respectivement.

Toutefois, dans le cas de figure rencontré ici, du à la présence du filtre passe-bas, l'application du critère pseudo-MLSE préalablement présenté dans la section VI.3.a n'est pas immédiate. En fait, en fonction des valeurs de  $\Delta f$  et de  $B'$ , la matrice  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_2}}^0(f)$  n'est pas nécessairement inversible pour  $-B/2 \leq f \leq B/2$  et  $2\Delta f - B/2 \leq f \leq 2\Delta f + B/2$ . Cela empêche le calcul direct du récepteur WL-FRESH pseudo-MLSE à deux entrées à partir de (VIII.1). De manière à résoudre ce problème, on considérera ici l'introduction du vecteur d'observation artificiel à deux entrées suivant

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}(t) &\triangleq \tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}}(t) + \tilde{\mathbf{n}}_{F_{\mathcal{M}}, \delta}(t) \\ &= \sum_k b_k \tilde{\mathbf{g}}'_{F_{\mathcal{M}}, k}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}(t) \end{aligned} \quad (\text{VIII.2})$$

où, pour  $\mathcal{M} \in \{1, 2\}$ ,  $\mathbf{n}_{F_{\mathcal{M}}, \delta}(t)$  est un vecteur de bruit artificiel ( $\mathcal{M}N \times 1$ ), supposé Gaussien, circulaire, stationnaire, blanc spatialement et temporellement et ayant une densité spectrale de puissance égale à  $N_{\delta}$ , tandis que  $\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}(t) = \tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}}(t) + \mathbf{n}_{F_{\mathcal{M}}, \delta}(t)$ . Le vecteur  $\tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}}(t)$  devient donc la limite de  $\tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}(t)$  lorsque  $N_{\delta} \rightarrow 0$ . En supposant un bruit total augmenté générique Gaussien, circulaire et stationnaire  $\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}}(t)$ , le vecteur  $\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}(t)$  possède les mêmes propriétés. La détection de la séquence de symboles passe par le minimisation de

$$\mathcal{C}_{\delta}(\mathbf{b}) = \int \left[ \tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}(f) - \tilde{\mathbf{s}}'_{F_{\mathcal{M}}}(f) \right]^H \left[ \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}}^0(f) \right]^{-1} \left[ \tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}(f) - \tilde{\mathbf{s}}'_{F_{\mathcal{M}}}(f) \right] df. \quad (\text{VIII.3})$$

avec  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}}^0(f)$  correspondant à la transformée de Fourier de (III.20), où  $\alpha_i$  et  $\mathbf{x}_{l_0}(t)$  sont remplacées par 0 et  $\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}(t)$  respectivement tandis que  $\tilde{\mathbf{s}}'_{F_{\mathcal{M}}}(f) \triangleq \sum_{k=1}^K b_k \tilde{\mathbf{g}}'_{F_{\mathcal{M}}, k}(f) e^{-j2\pi f k T}$ , où  $\tilde{\mathbf{g}}'_{F_{\mathcal{M}}, k}(f)$  correspond à  $\mathbf{g}(f)$  pour  $\mathcal{M} = 1$ . La matrice  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}, \delta}}^0(f)$  est toujours inversible pour  $N_{\delta} \neq 0$  quelque soit  $f$ , Une statistique suffisante de (VIII.3) est obtenue en intégrant (VIII.3) sur  $[-B/2, B/2]$  et  $[2\Delta f - B/2, 2\Delta f + B/2]$  seulement. Pour les sous-bandes pour lesquelles  $\Pi_{B'}(f)$  et  $\Pi_{B'}(2\Delta f - f)$  se recouvrent spectralement pour  $[-B/2, B/2]$  ou  $[2\Delta f - B/2, 2\Delta f + B/2]$ ,  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_{\mathcal{M}}}}^0(f)$  est toujours inversible quelque soit  $\mathcal{M}$  et la limite de  $\mathcal{C}_{\delta}(\mathbf{b})$  lorsque  $N_{\delta} \rightarrow 0$  peut être prise directement pour ces sous-bandes. Cependant, pour celles où  $\Pi_{B'}(f)$  et  $\Pi_{B'}(2\Delta f - f)$  n'ont pas de recouvrement spectral dans  $[-B/2, B/2]$  ou  $[2\Delta f - B/2, 2\Delta f + B/2]$ ,  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}'_{\Pi, F_2}}^0(f)$  n'est pas inversible. Pour ces sous-bandes, il est donc nécessaire de prendre une statistique suffisante de (VIII.3) conservant seulement les termes dépendant des symboles  $b_k$ , avant de prendre la limite des statistiques suffisantes obtenues lorsque  $N_{\delta} \rightarrow 0$ . En considérant, pour chaque sous-bande, uniquement les termes qui dépendent des symboles  $b_k$ , on peut montrer, après manipulations, que la minimisation des statistiques suffisantes de (VIII.3) lorsque  $N_{\delta} \rightarrow 0$  est équivalente à

celle de

$$\Lambda(\mathbf{b}) = \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K b_k b_{k'} r_{k,k'} - 2 \sum_{k=1}^K b_k z_{\Pi, \mathcal{F}_M}(k) \quad (\text{VIII.4})$$

où  $z_{\Pi, \mathcal{F}_M}(k) \triangleq \Re[y_{\Pi, \mathcal{F}_M}(k)]$  et où la sortie échantillonnée  $y_{\Pi, \mathcal{F}_M}(k)$  et  $r_{k,k'}^{(\mathcal{F}_M)}$  sont définis par

$$y_{\Pi, \mathcal{F}_M}(k) = \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_M, k}^H(f) \tilde{\mathbf{x}}'_{\Pi, \mathcal{F}_M}(f) e^{j2\pi f k T} df \quad (\text{VIII.5})$$

$$r_{k,k'}^{(\mathcal{F}_M)} = \int \tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_M, k}^H(f) \tilde{\mathbf{g}}'_{\mathcal{F}_M, k'}(f) e^{j2\pi f (k-k') T} df. \quad (\text{VIII.6})$$

Les vecteurs  $\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_M, k}(f)$ ,  $1 \leq \mathcal{M} \leq 2$ , sont définis par

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_1, k}(f) \triangleq \mathbf{R}_{\tilde{n}'_{\Pi \mathcal{F}_1}}^0(f)^{-1} \mathbf{g}(f) \triangleq \mathbf{w}_{\mathcal{F}_1}(f) \quad (\text{VIII.7})$$

et, si  $B' \leq 4\Delta f - B$ ,

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_2, k}(f) \triangleq [\mathbf{w}_{\mathcal{F}_1}^T(f), \mathbf{0}^T]^T \quad -\frac{B}{2} \leq f \leq \frac{B}{2} \quad (\text{VIII.8})$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_2, k}(f) \triangleq [\mathbf{0}^T, \mathbf{w}_{\mathcal{F}_1}^H(2\Delta f - f) e^{j4\pi \Delta f k T}]^T \quad 2\Delta f - \frac{B}{2} \leq f \leq 2\Delta f + \frac{B}{2}, \quad (\text{VIII.9})$$

si  $4\Delta f - B \leq B' \leq 4\Delta f + B$ ,

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_2, k}(f) \triangleq [\mathbf{w}_{\mathcal{F}_1}^T(f), \mathbf{0}^T]^T \quad -\frac{B}{2} \leq f \leq 2\Delta f - \frac{B'}{2} \quad (\text{VIII.10})$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_2, k}(f) \triangleq [\mathbf{0}^T, \mathbf{w}_{\mathcal{F}_1}^H(2\Delta f - f) e^{j4\pi \Delta f k T}]^T \quad \frac{B'}{2} \leq f \leq 2\Delta f + \frac{B}{2} \quad (\text{VIII.11})$$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_2, k}(f) \triangleq \mathbf{R}_{\tilde{n}'_{\Pi \mathcal{F}_2}}^0(f)^{-1} \tilde{\mathbf{g}}'_{\mathcal{F}_2, k}(f) \quad \left[ 2\Delta f - \frac{B'}{2} \leq f \leq \frac{B}{2} \right] \cup \left[ 2\Delta f - \frac{B}{2} \leq f \leq \frac{B'}{2} \right], \quad (\text{VIII.12})$$

et si  $4\Delta f + B \leq B'$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{\mathcal{F}_2, k}(f) \triangleq \mathbf{R}_{\tilde{n}'_{\Pi \mathcal{F}_2}}^0(f)^{-1} \tilde{\mathbf{g}}'_{\mathcal{F}_2, k}(f) \quad \left[ -\frac{B}{2} \leq f \leq \frac{B}{2} \right] \cup \left[ 2\Delta f - \frac{B}{2} \leq f \leq 2\Delta f + \frac{B}{2} \right]. \quad (\text{VIII.13})$$

### VIII.2.b.ii SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE générique

Il est aisément vérifiable à partir de (III.42), (VIII.1), (VIII.5) et (VIII.6) que  $z_{\Pi, \mathcal{F}_M}(n)$  peut être écrit

$$z_{\Pi, \mathcal{F}_M}(n) = b_n r_{n,n} + \sum_{k \neq n} b_k \Re[r_{n,k}] + z_{n'_{\Pi, \mathcal{F}_M}}(n) \quad (\text{VIII.14})$$

où les échantillons à valeurs réelles  $z_{n_{\Pi}, \mathcal{F}\mathcal{M}}(n)$  sont définies par la partie réelle de (VIII.5) pour  $k = n$  avec  $\mathbf{n}'_{\Pi, \mathcal{F}\mathcal{M}}(f)$  au lieu de  $\mathbf{x}'_{\Pi, \mathcal{F}\mathcal{M}}(f)$ . En définissant  $\pi_b \triangleq E[b_n^2]$ , le SINR sur le symbole courant  $n$  est donné par

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n} \triangleq \frac{\pi_b r_{n,n}^2}{E[z_{n_{\Pi}, \mathcal{F}\mathcal{M}}^2(n)]}. \quad (\text{VIII.15})$$

## VIII.2.c Analyse du SINR

### VIII.2.c.i Hypothèses

Dans cette section, nous allons analyser l'impact de la bande passante  $B'$  du filtre de réception sur le SINR en sortie du récepteur pseudo-MLSE à deux entrées. Pour cela, le modèle (VIII.1) sera considéré et on supposera toujours une mise en forme des signaux par un filtre en racine de cosinus surélevé  $v(t)$  de *roll-off*  $\gamma$ . L'analyse conduite se limite ici aux canaux de propagation déterministes précédemment employés (IV.24).

### VIII.2.c.ii Calcul et analyse du SINR pour $\gamma = 0$

Sous les hypothèses précédentes, pour un *roll-off* nul, il est possible d'obtenir des expressions analytiques interprétables de  $\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n}$  (VIII.15). Les analyses ici considèrent  $N = 1$  antenne en réception. En supposant toujours une ICC de forte puissance ( $\varepsilon_j \gg 1$ ), on obtient

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n} \approx 2\varepsilon_s \Delta f T \quad \Delta f \neq 0 \quad (\text{VIII.16})$$

Si  $\Delta f \leq B/2$

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \frac{\frac{3-TB'}{2} + (1-2\Delta f T) \cos(2\varphi_{sj, n})}{2} \right] \quad B \leq B' \leq 2\Delta f + B \quad (\text{VIII.17})$$

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \frac{1 - \Delta f T + (1-2\Delta f T) \cos(2\varphi_{sj, n})}{2} \right] \quad 2\Delta f + B \leq B' \quad (\text{VIII.18})$$

Si  $B/2 \leq \Delta f \leq B$

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n} \approx 2\varepsilon_s \Delta f T \quad \Delta f \neq 0, B \leq B' \leq 4\Delta f - B \quad (\text{VIII.19})$$

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \frac{3-TB'}{4} \right] \quad 4\Delta f - B \leq B' \leq 2\Delta f + B \quad (\text{VIII.20})$$

$$\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - \frac{1-\Delta f T}{2} \right] \quad 2\Delta f + B \leq B' \quad (\text{VIII.21})$$

Les expressions précédentes montrent que  $\text{SINR}_{\mathcal{F}\mathcal{M}, n}$  est une fonction généralement croissante de  $B'$  correspondant au SINR en absence de filtrage dès lors que  $B' \geq 2\Delta f + B$ , c'est-à-dire dès lors que l'ICC n'est pas dans la bande atténuée du filtre passe-bas. Dans un tel cas, les

corrélations spectrales de l'ICC ne sont pas altérées par le filtre passe-bas. Cependant, pour  $B' < 2\Delta f + B$ , le filtre passe-bas atténue le spectre de l'ICC, ce qui modifie la corrélation spectrale de l'ICC et détériore le SINR de sortie du récepteur WL-FRESH. Dans ce cas, la détérioration des performances augmente à mesure que  $B'$  décroît jusqu'à  $B$ . De plus, l'expression (VIII.19) montre que pour  $B/2 \leq \Delta f \leq B$ ,  $\text{SINR}_{F_{2,n}}$  correspond au SINR en sortie du récepteur conventionnel dès lors que  $B' \leq 4\Delta f - B$ . Dans ce cas, l'opération de filtrage passe-bas a complètement supprimé les corrélations spectrales de l'ICC à l'intérieur de la bande passante du SOI et de ce fait l'intérêt du récepteur WL-FRESH disparaît. La figure VIII.1 illustre ces résultats en présentant les variations de  $\text{SINR}_{F_{2,n}}$  en fonction de  $B'$  pour  $\phi_{sj} = \pi/4$ ,  $\tau_j = 0$  et pour  $\Delta f \in \{B/16, B/8, B/4, B/2\}$ . Il convient de noter que le SINR de sortie diminue à mesure que  $B'$  décroît sous  $2\Delta f + B$ . Ces résultats montrent l'importance d'un choix attentif du filtre passe-bas qui doit conserver au maximum l'ICC à rejeter de manière à maintenir la capacité de SAIC du récepteur WL-FRESH.

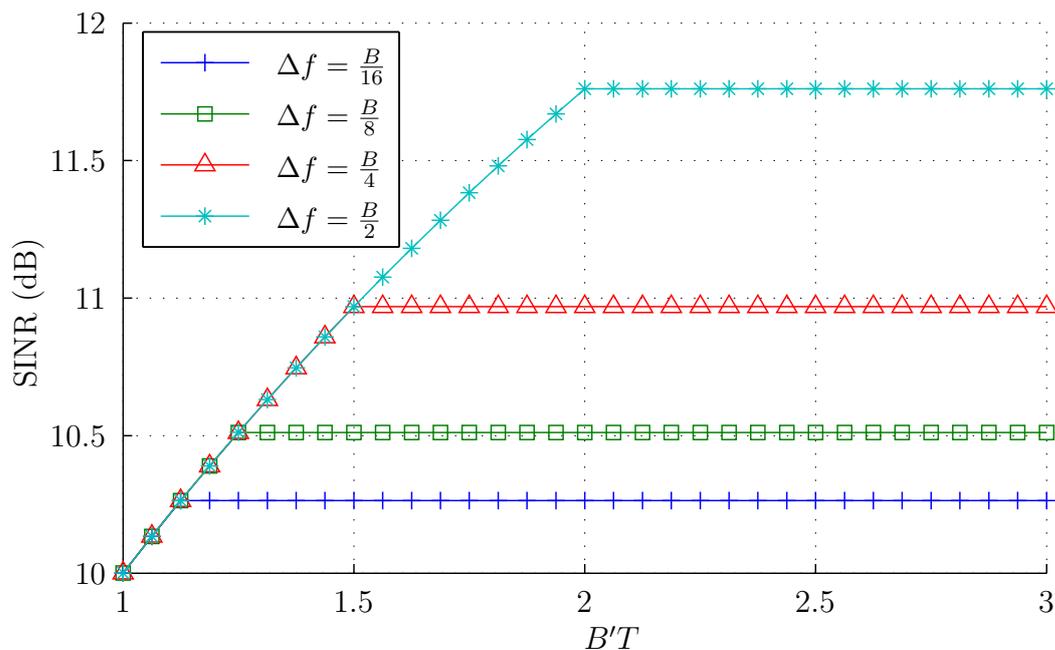


FIGURE VIII.1 –  $\text{SINR}_{F_{2,n}}$  en fonction de  $B'$  ( $\phi_{sj} = \pi/4$ ,  $\tau_j = 0$ ,  $\varepsilon_s = 10$  dB,  $\varepsilon_j = 20$  dB)

### VIII.3 Impact du filtrage sur le SAIC/MAIC de deux ICC

L'impact du filtrage sur les performances du SAIC de deux interférences décalées en fréquence est discuté ici.

### VIII.3.a Modèles de réception

#### VIII.3.a.i Modèle conventionnel après filtrage

Nous considérons à nouveau le modèle de signal filtré (III.42) avec cette fois le modèle de signal reçu (III.41) pour des signaux rectilignes ( $a_k = b_k, e_{\lambda,k} = f_{\lambda,k}$  ( $\lambda \in \{1, 2\}$ )). Nous désignerons ce modèle de signaux  $\tilde{\mathbf{x}}''_{\Pi, F_1}(t)$ .

#### VIII.3.a.ii Modèle de signaux augmenté à 3 entrées après filtrage

Le récepteur WL-FRESH traite quant à lui l'observation reçue filtrée (III.42) à partir d'un vecteur augmenté construit similairement à (VII.1) et tel quel

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}''_{\Pi, F_3}(t) &\triangleq \left[ \mathbf{x}_{\Pi}^T(t), e^{j4\pi\Delta f_1 t} \mathbf{x}_{\Pi}^H(t), e^{j4\pi\Delta f_2 t} \mathbf{x}_{\Pi}^H(t) \right]^T \\ &= \sum_k b_k \tilde{\mathbf{g}}''_{F_3, k}(t - kT) + \tilde{\mathbf{n}}''_{\Pi, F_3}(t) \end{aligned} \quad (\text{VIII.22})$$

### VIII.3.b Analyse des performances en réception

La construction des récepteurs pseudo-MLSE suit la démarche présentée dans la section VIII.2.b où le filtre pseudo-adapté pour le récepteur conventionnel est défini par

$$\tilde{\mathbf{w}}_{F_1, k}(f) = \mathbf{w}_{F_1}(f) \triangleq [\mathbf{R}_{n_{\Pi}}^0(f)]^{-1} \mathbf{g}(f) \quad (\text{VIII.23})$$

Pour le récepteur WL-FRESH à 3 entrées, les filtres de réceptions sont construits par blocs tel que si  $f, f - 2\Delta f_1, f - 2\Delta f_2 \in [-B'/2, B'/2]$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{F_3, k}(f) \triangleq [\mathbf{R}_{\tilde{n}''_{\Pi, F_3}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}''_{F_3, k}(f), \quad (\text{VIII.24})$$

si  $f, f - 2\Delta f_2 \in [-B'/2, B'/2]$  et  $f - 2\Delta f_1 \notin [-B'/2, B'/2]$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{F_3, k}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} [\mathbf{R}_{\tilde{n}''_{\Pi, F_3}}^0(f)]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{g}(f) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{g}^*(-f + 2\Delta f_2) e^{j4\pi\Delta f_2 kT} \end{bmatrix}, \quad (\text{VIII.25})$$

si  $f, f - 2\Delta f_1 \in [-B'/2, B'/2]$  et  $f - 2\Delta f_2 \notin [-B'/2, B'/2]$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{F_3, k}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} [\mathbf{R}_{\tilde{n}''_{\Pi, F_3}}^0(f)]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{g}(f) \\ \mathbf{g}^*(-f + 2\Delta f_1) e^{j4\pi\Delta f_1 kT} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (\text{VIII.26})$$

si  $f \in [-B'/2, B'/2]$  et  $f - 2\Delta f_1, f - 2\Delta f_2 \notin [-B'/2, B'/2]$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{F_3,k}(f) \triangleq \begin{bmatrix} [\mathbf{R}_{n_{\Pi}}^0(f)]^{-1} \mathbf{g}(f) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (\text{VIII.27})$$

si  $f - 2\Delta f_1 \in [-B'/2, B'/2]$  et  $f, f - 2\Delta f_2 \notin [-B'/2, B'/2]$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{F_3,k}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} [\mathbf{R}_{\tilde{n}''_{\Pi}, F_3}^0(f)]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{g}^*(-f + 2\Delta f_1) e^{j4\pi\Delta f_1 kT} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (\text{VIII.28})$$

et si  $f - 2\Delta f_2 \in [-B'/2, B'/2]$  et  $f, f - 2\Delta f_1 \notin [-B'/2, B'/2]$

$$\tilde{\mathbf{w}}_{F_3,k}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} [\mathbf{R}_{\tilde{n}''_{\Pi}, F_3}^0(f)]^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{g}^*(-f + 2\Delta f_2) e^{j4\pi\Delta f_2 kT} \end{bmatrix}. \quad (\text{VIII.29})$$

Les performances des récepteurs pseudo-MLSE de signaux R à 1 et 3 entrées sont ici comparées par le biais de simulations numériques.

### VIII.3.b.i Scénario

Considérant le scénario où le facteur de *roll-off* des filtres de mise en forme est nul, où  $N = 1$ ,  $\phi_{s_j, \lambda} \triangleq \text{Arg}(\mathbf{h}^H \mathbf{h}_{j, \lambda}) = -\pi/4 \forall \lambda \in \{1, 2\}$ ,  $\tau_{j,1} = \tau_{j,2} = 0$  et en choisissant  $\pi_s = 10$  dB,  $\pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 20$  dB et  $N_0 = 0$  dB, pour  $\Delta f_1 = -\Delta f_2 \in \{B/4, B/2, 3B/4, B\}$ , en faisant varier la bande-passante  $B'$  du filtre  $\Pi_{B'}(f)$ , on obtient les résultats de la figure VIII.2.

On observe que les performances du récepteur WL-FRESH à 3 entrées dépendent bien de la bande-passante  $B'$  du filtre placé en amont. Spécifiquement, l'on peut distinguer 3 cas de figure pour l'analyse des résultats. Lorsque  $B' > 2\Delta f_1 + B$ , les performances en sortie du traitement de réception sont en tout point similaires à la troisième ligne du tableau VII.1 pour les valeurs capturées, dû au fait qu'ici la totalité de l'ICC est contenue dans la bande passante du filtre et en conséquence l'information statistique à l'ordre 2 exploitable par le traitement WL-FRESH à 3 entrées est optimale (cf. figure VIII.3).

Lorsque le filtre  $\Pi_{B'}(f)$  autorise un excès de bande mais coupe une partie des ICC, c'est à dire lorsque  $B \leq B' \leq 2\Delta f_1 + B$  (cf. figure VIII.4), l'atténuation des corrélations spectrales résultantes engendre une baisse d'efficacité du traitement WL-FRESH. Malgré tout, celui-ci garde un intérêt d'autant plus important que l'ICC est préservée par le filtre. Dans le dernier cas de figure, où  $B' = B$  (cf. figure VIII.5), le traitement WL-FRESH perd tout intérêt dès lors que  $\Delta f_1 \geq B/2$ .

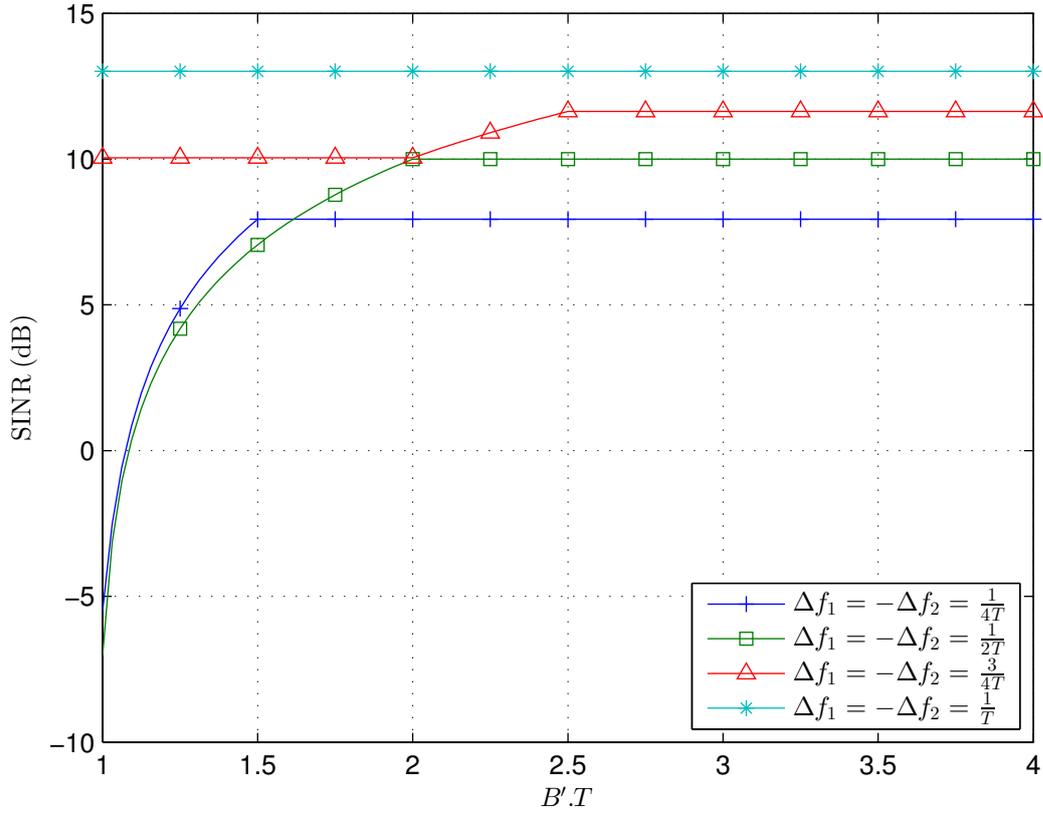


FIGURE VIII.2 –  $SINR_{R_{3,n}}$  en fonction de  $B'$  ( $N = 1$ ,  $\phi_{sj,1} = \phi_{sj,2} = -\pi/4$ ,  $\tau_{j,1} = \tau_{j,2} = 0$ ,  $\gamma = 0$ ,  $\pi_s = 10$  dB,  $\pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 20$  dB,  $N_0 = 0$  dB)

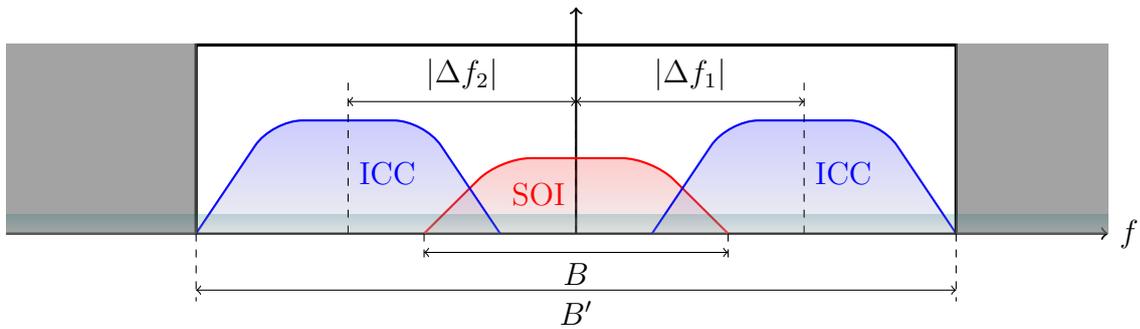


FIGURE VIII.3 – Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de  $\Delta f_1$  et  $\Delta f_2 = -\Delta f_1$  après filtrage de bande  $B' = 2\Delta f_1 + 1/T$

VIII.3.b.ii Cas de sous-porteuses FBMC

Dans le contexte des formes d'ondes multi-porteuses filtrées que nous considérons, chaque sous-porteuse est mise en forme par le filtre prototype employé. Ici, nous considérerons le cas de signaux FBMC utilisant des signaux rectilignes sur chaque sous-porteuse et dont l'espacement entre les sous-porteuses varie suivant les valeurs choisies de  $\Delta f_1 = -\Delta f_2$ . La mise en forme

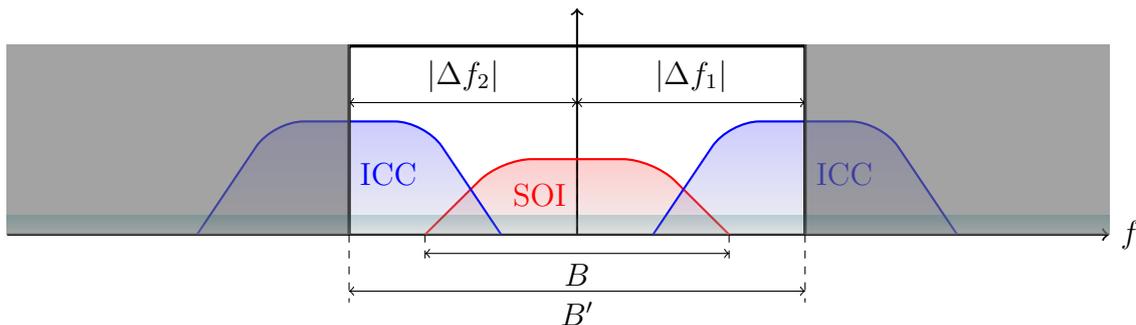


FIGURE VIII.4 – Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de  $\Delta f_1$  et  $\Delta f_2 = -\Delta f_1$  après filtrage de bande  $B' = 2|\Delta f_1|$

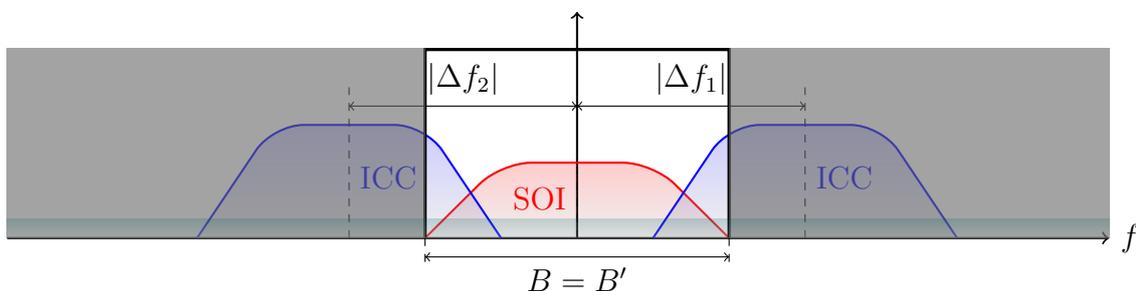


FIGURE VIII.5 – Représentation spectrale du signal utile et des ICC décalées en fréquence de  $\Delta f_1$  et  $\Delta f_2 = -\Delta f_1$  après filtrage de bande  $B' = B$

des sous-porteuses est effectuée par le filtre PHYDYAS (de roll-off  $\gamma = 1$ , cf. figure II.3), qui garantit le critère de Nyquist sur  $T_s$ . Les sous-porteuses possèdent donc également une bande passante  $B = (1 + \gamma)/T_s = 1/T$  et ont la même puissance  $\pi_s = \pi_{j,1} = \pi_{j,2}$ . Si nous considérons donc la réception de tels signaux en reprenant le scénario de la section précédente, on obtient le SINR en sortie du traitement WL-FRESH à 3 entrées présenté sur la figure VIII.6.

Considérant  $\Delta f_1 = B/2 = 1/T_s = 1/2T = -\Delta f_2$ , on retrouve l'espacement en fréquence utilisé pour les formes d'ondes FBMC-OQAM (cf. figure II.7). Par ailleurs, l'élimination de la contribution des sous-porteuses autres qu'adjacentes après filtrage nécessite le choix d'une bande passante du filtre  $B' = B = 1/T$  (cf. figure III.18). En conséquence, comme justifié dans la section précédente, la figure VIII.6 montre que, pour une telle configuration, les performances du récepteur WL-FRESH à 3 entrées sont les mêmes que celles du récepteur conventionnel. La figure VIII.6 montre qu'un gain de performance serait possible jusqu'à l'obtention des performances optimales pour  $B' = 2/T$  (lorsque les IEP sont entièrement dans la bande passante du filtre) mais cela supposerait d'isoler les trois sous-porteuses par des bandes de garde de chaque côté, ce qui n'est pas souhaitable en pratique.

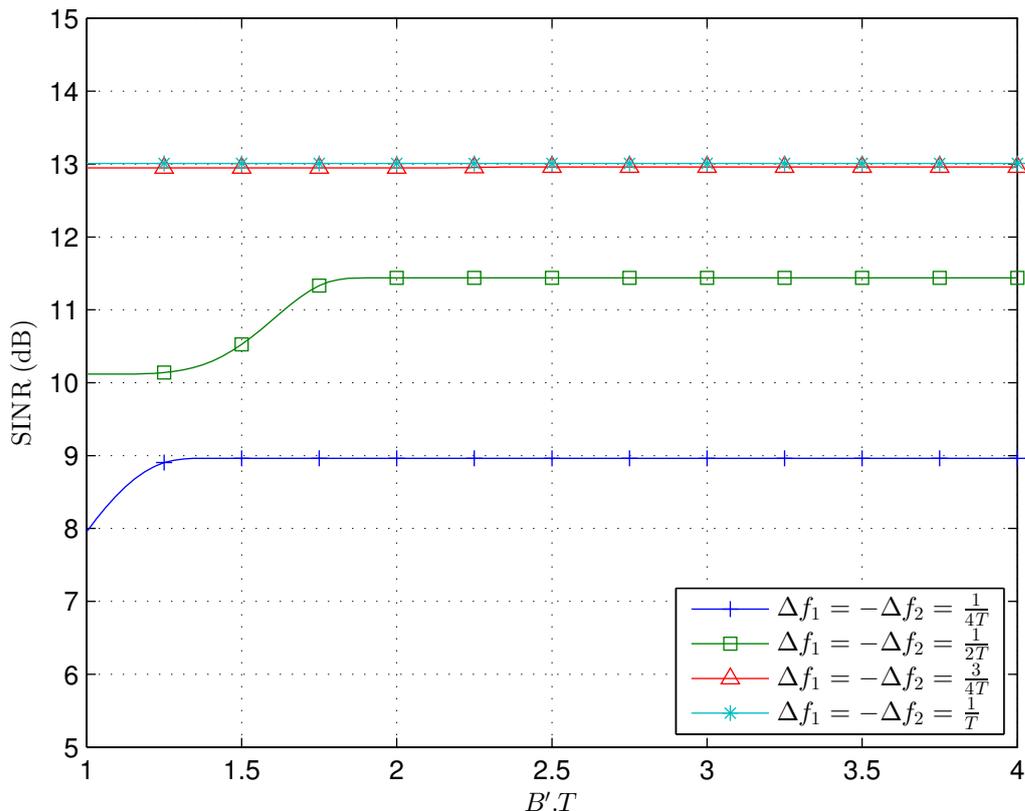


FIGURE VIII.6 –  $\text{SINR}_{R_{3,n}}$  en fonction de  $B'$  ( $N = 1$ ,  $\phi_{sj,1} = \phi_{sj,2} = -\pi/4$ ,  $\tau_{j,1} = \tau_{j,2} = 0$ ,  $v(t)$  : filtre PHYDYAS,  $\pi_s = \pi_{j,1} = \pi_{j,2} = 10$  dB,  $N_0 = 0$  dB)

### VIII.3.c Perspectives applicatives

Nous avons ici montré que, pour les liaisons FBMC utilisant des signaux R sur les sous-porteuses, compte tenu du placement en fréquence des sous-porteuses de la figure II.1b et du recouvrement des sous-porteuses adjacentes inhérent au filtre PHYDYAS (cf. figure II.7) l'utilisation de récepteurs WL-FRESH pour la suppression des IEP qui apparaîtraient dans ce cas perd tout intérêt après filtrage. Dans la mesure où nous avons établi dans les chapitres IV et VI que les récepteurs WL-FRESH de signaux QR ne pouvaient, au mieux, qu'égaliser en moyenne (à plus grand nombre d'entrées) la performance de SAIC/MAIC des récepteurs WL-FRESH de signaux R, il serait possible de déduire que l'application de récepteurs WL-FRESH pour la suppression des IEP FBMC-OQAM est impossible. En pratique, il convient cependant de noter que dû aux différentes fréquences cycliques complémentaires des signaux QR, un résidu d'information statistique à l'ordre deux additionnel serait toujours exploitable après filtrage de bande  $B' = 1/T$  mais malgré cela l'application d'un traitement WL-FRESH posséderait vraisemblablement un intérêt très limité.

Toutefois, il est notable qu'un espacement plus important en fréquence des sous-porteuses

raviverait l'intérêt de l'emploi de récepteurs WL-FRESH. Ainsi, ces récepteurs présenteraient probablement un intérêt dans le cadre de modulations multiporteuses non-orthogonales (e.g. FMT avec recouvrement spectral comme présenté schématiquement sur la figure VIII.7) et utilisant des signaux non-circulaires sur les sous-porteuses. L'association d'une telle forme d'onde que nous désignerons OFMT<sup>1</sup> avec l'emploi de récepteurs WL-FRESH permettrait de pallier la perte d'efficacité spectrale préjudiciable aux formes d'ondes FMT (cf. tableau I.1)<sup>2</sup> et constituerait une nouvelle proposition pour les futurs réseaux sans-fils à très haut débits (e.g. 5G). Également, pour les applications visant à la suppression d'interférences ayant un recouvrement

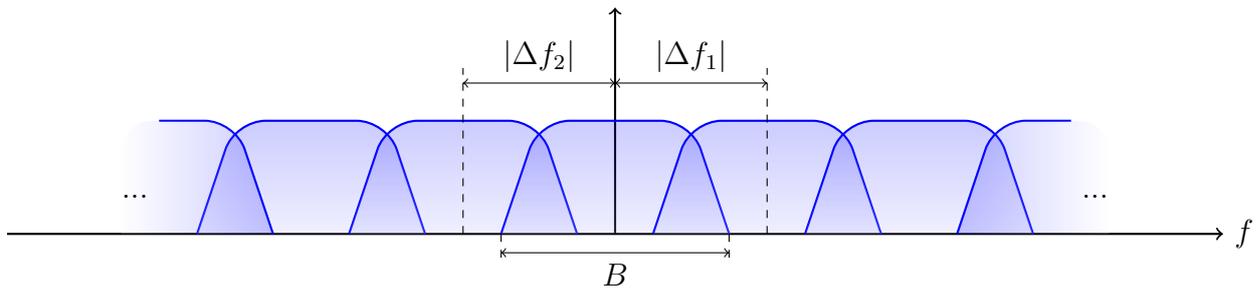


FIGURE VIII.7 – Représentation spectrale d'une portion de signal OFMT

spectral limité, comme par exemple, pour des réseaux FDMA à canaux non-orthogonaux, ces techniques conservent un intérêt.

1. Overlapping Filtered MultiTone

2. ou de diminuer la longueur de la réponse impulsionnelle des filtres prototypes employés

# Chapitre IX

## Traitement ML conjoint pour signaux FBMC-OQAM

### Sommaire

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| IX.1 | Objectif . . . . .                                       | 129 |
| IX.2 | Etat de l'art des liaisons MISO/MIMO FBMC-OQAM . . . . . | 130 |
| IX.3 | Description de l'approche . . . . .                      | 132 |
| IX.4 | Modèle de réception . . . . .                            | 133 |
| IX.5 | Récepteur ML . . . . .                                   | 135 |

---

### IX.1 Objectif

Comme l'extension du SAIC pour la suppression des IEP FBMC-OQAM n'est pas envisageable comme montré dans la section [VIII.3](#), il était nécessaire de considérer une autre approche de réception.

Comme expliqué dans la section [I.4](#), la plupart des travaux actuels de la littérature concernant l'égalisation SIMO des liaisons FBMC-OQAM a considéré généralement des approches sous-optimales afin de limiter la complexité des récepteurs. Dans ce chapitre, nous proposerons une approche de réception par sous-porteuse, mais qui considère la démodulation ML conjointe des porteuses interférentes. Cette approche, que nous considérons comme l'approche optimale de traitement par sous-porteuse s'applique potentiellement à tout type de liaisons (SISO à MIMO). Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur l'application de ce récepteur aux liaisons MIMO Alamouti, dont la mise en œuvre constitue un enjeu important pour les formes d'ondes FBMC-OQAM.

Après une revue de l'état de l'art des récepteurs MIMO FBMC-OQAM, la démarche choisie est détaillée, le calcul du récepteur est décrit et les problématiques liés à sa mise en

œuvre sont expliquées. Des solutions sont avancées pour résoudre ces problèmes.

## IX.2 Etat de l'art des liaisons MISO/MIMO FBMC-OQAM

Parmi l'état de l'art des techniques MIMO pour les formes d'ondes FBMC-OQAM, on distingue les schémas disposant d'une information de canal à l'émetteur et ceux qui ne peuvent pas en bénéficier. Ces schémas seront désignés respectivement, comme liaisons MIMO en boucle fermée et en boucle ouverte. Un état de l'art récent et exhaustif de l'état actuel des techniques de la littérature est disponible dans [101].

Dans le cadre de ce travail, on s'intéressera particulièrement au cas des liaisons en boucle ouverte, privilégiées dans le cas de liaisons à SNR faible à modéré. Il faut noter que, tandis que le cas des liaisons en boucle fermée a été assez étudié aussi bien en cas mono- que multi-utilisateur, celui des liaisons en boucle ouverte dispose d'une littérature actuelle plus restreinte. Par ailleurs, tandis que des solutions viables à complexité raisonnable semblent disponible pour le premier cas de figure, les liaisons MIMO en boucle ouverte posent toujours d'importants problèmes quant à la complexité des techniques à mettre en œuvre pour conserver des performances satisfaisantes.

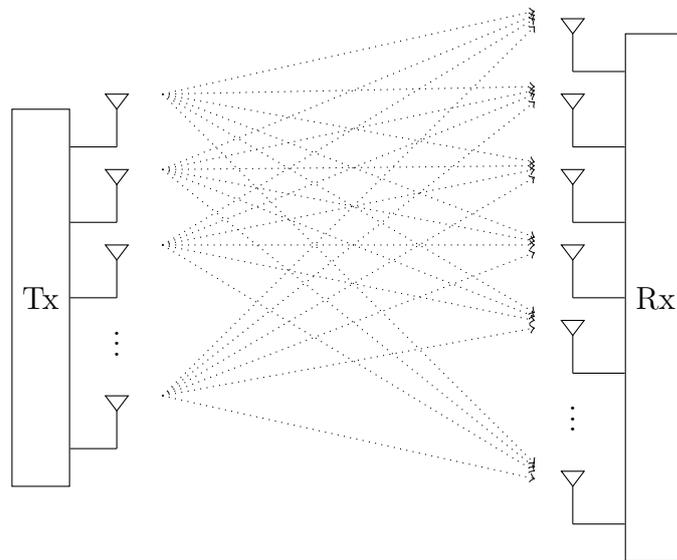
### IX.2.a Schémas en boucle fermée

Ces schémas qui mettent en œuvre des techniques de précodage ont récemment été très discutés dans la littérature scientifique, que ce soit en contexte mono- ou multi-utilisateurs. Dans le premier cas, on pourra citer [27], [28] qui considèrent l'emploi de précodeurs et décodeurs ayant capacité à compenser un canal potentiellement sélectif en fréquence à l'échelle d'une sous-porteuse. Le contexte multi-utilisateurs a, quant à lui, été traité dans [102]–[105].

### IX.2.b Schémas en boucle ouverte - Multiplexage spatial

Lorsqu'aucune information de canal ne peut être envisagée à l'émetteur, notamment dans le cas de canaux à variation temporelle rapide, il est possible, dans l'optique d'améliorer significativement la capacité des systèmes, d'utiliser des schémas MIMO à multiplexage spatial où les flux de données transmis sont différents sur chaque antenne à l'émission (cf. figure IX.1). De tels schémas ont été présentés pour les signaux FBMC-OQAM mais ces liaisons sont polluées par les IEP provenant des porteuses adjacentes. Dès lors, l'annulation de ces interférences résiduelles est critique pour assurer de bonnes performances de détection. Une stratégie d'annulation successive d'interférence est évoquée dans l'article [106] et comparée vis-à-vis d'une réception non-itérative basé sur le critère MMSE. Ce travail est suivi de [107] qui

présente à son tour une stratégie de suppression successive des interférences. Une autre stratégie d'estimation et d'annulation de ces interférences est présentée dans l'article [108] dans le contexte d'une détection ML. Il faut noter que ces approches, en dépit des bonnes performances qu'elle permettent, sont complexes et efficaces principalement à fort SNR, à cause du risque de propagation d'erreurs inhérent à l'utilisation de soustracteurs successifs d'interférences. A contrario, dans l'article [109], les auteurs présentent des égaliseurs à coefficients multiples par sous-porteuses sans étape préalable d'annulation d'interférences mais il faut noter que cela induit un plancher d'erreurs due aux interférences non-traitées. D'une manière générale, une égalisation par sous-porteuse linéaire pour les liaisons MIMO avec multiplexage spatial n'est possible qu'en présence d'un canal faiblement sélectif en fréquence. Plus récemment, l'article [34] a proposé différentes approches intermédiaires visant une annulation partielle des interférences de façon à diminuer la complexité d'une détection ML postérieure prenant en compte les interférences résiduelles.

FIGURE IX.1 – Système MIMO  $M \times N$  à multiplexage spatial

### IX.2.c Schémas en boucle ouverte - Codes spatio-temporels

En l'absence d'information de canal à l'émission et pour exploiter au mieux la diversité des canaux à évanouissement, l'utilisation de codes spatio-temporels est possible (cf. figure IX.2). Cependant, pour les signaux FBMC-OQAM, les IEP résiduelles sont ici extrêmement problématiques puisque les codes spatio-temporels usuellement utilisés conjointement avec l'OFDM sont conçus pour être orthogonaux ou quasi-orthogonaux dans  $\mathbb{C}$ . En conséquence, les interférences inhérentes au schéma FBMC-OQAM viennent perturber le décodage de ces codes et nécessitent de procéder à d'importantes adaptations des codes ou des structures de réception. La littérature scientifique s'est concentrée principalement sur le cas du code d'Alamouti [110],

massivement utilisé dans les réseaux sans-fils actuels. Dans l'article [38], les problèmes inhérents aux interférences intrinsèques des formes d'ondes FBMC-OQAM sont présentées. Par la suite, l'article [35] propose de restaurer l'orthogonalité du code par l'emploi du CDMA. Les articles [38] et [37] ont discuté l'emploi de codes d'Alamouti par bloc avec insertion de préfixe cyclique ou bien l'isolation des blocs par l'emploi d'intervalles/de bandes de garde. La modification du schéma Alamouti pour réduire l'impact des interférences résiduelles est discutée dans [25] où le récepteur utilise par ailleurs des techniques d'annulation d'interférences pour permettre des performances de détection intéressantes. Malgré tout, ces propositions ne sont pas pleinement satisfaisantes dans la mesure où elles nécessitent des modifications majeures des formes d'ondes, ou bien une complexité fortement augmentée des récepteurs pour atteindre des performances peu éloignées de celles des liaisons MIMO Alamouti OFDM.

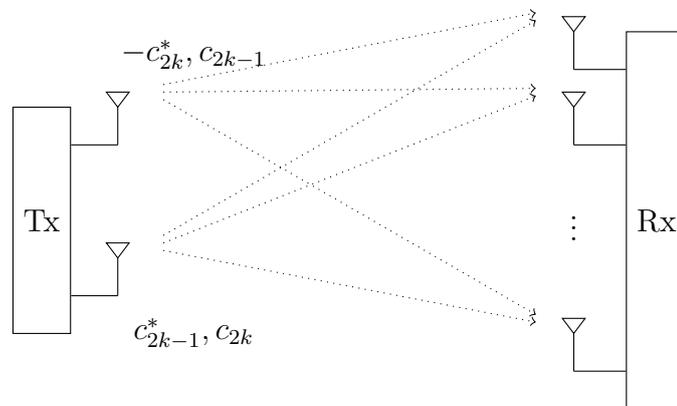


FIGURE IX.2 – Système MIMO  $2 \times N$  utilisant le code d'Alamouti

### IX.3 Description de l'approche

L'approche abordée dans ce chapitre consiste en la mise en œuvre d'une approche de réception basée sur la démodulation conjointe ML des sous-porteuses FBMC-OQAM par blocs. L'objectif d'une telle approche, est de traiter optimalement les IEP tout en gardant une complexité évoluant linéairement avec le nombre de sous-porteuses. Cette approche de réception, bien que conservant une complexité élevée, permet à notre sens de proposer la solution optimale considérant un traitement de réception par sous-porteuses.

Cette approche de réception, applicable pour toutes les topologies de diversités d'antennes en émission ou en réception, est ici proposée dans le cas particulier de la réception de signaux MIMO Alamouti FBMC-OQAM, cas de figure particulièrement problématique (cf. section I.4) mais crucial pour l'éventuelle adoption des formes d'ondes FBMC-OQAM pour les futurs réseaux sans-fils à très hauts débits.

Le fonctionnement de la structure proposée est détaillé dans ce chapitre. Pour chaque sous-

porteuse, le récepteur est basé sur la détection conjointe ML des symboles transmis par la sous-porteuse d'intérêt et ses sous-porteuses adjacentes. La supposition de l'emploi du filtre PHYDYAS pour la mise en forme des sous-porteuses FBMC-OQAM permet de négliger l'impact des sous-porteuses non-adjacentes sur la sous-porteuse courante.

## IX.4 Modèle de réception

### IX.4.a Signaux Alamouti FBMC-OQAM transmis

Les signaux OQAM en bande de base ont été présentés dans la section II.2. En considérant le modèle de signaux PAM (II.7), puis la composante sur la sous-porteuse  $l$  de la sortie du banc de filtre de modulation (II.8), on peut écrire

$$\begin{aligned} s_{l,Fv}(t) &= j^l e^{j2\pi l F_s t} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} j^k b_{l,k} v(t - kT) \\ &= j^l e^{j2\pi \frac{l}{T_s} t} \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{l,2k-1} v(t - (2k-1)T) + a_{l,2k} v(t - 2kT) \right] \end{aligned} \quad (\text{IX.1})$$

avec  $a_{l,k} = j^k b_{l,k}$  où, pour rappel,  $b_{l,k}$  correspond au symbole réel transmis à l'instant  $kT$  sur la sous-porteuse  $l$ .

On considère ici un système de communication radio qui utilise le schéma d'Alamouti, avec deux antennes d'émission [110], sur chaque sous-porteuse d'une forme d'onde FBMC-OQAM, comme présenté sur la figure IX.2. Par cette hypothèse et en utilisant (IX.1), les signaux en bande de base,  $s_{Fv,1}(t)$  et  $s_{Fv,2}(t)$ , transmis sur les antennes 1 et 2 respectivement, peuvent être écrits

$$s_{Fv,1}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_k \left[ a_{l,2k-1} v(t - (2k-1)T) - a_{l,2k}^* v(t - 2kT) \right] j^l e^{j\pi \frac{lt}{T}} \quad (\text{IX.2})$$

$$s_{Fv,2}(t) = \sum_{l=0}^{L-1} \sum_k \left[ a_{l,2k} v(t - (2k-1)T) + a_{l,2k-1}^* v(t - 2kT) \right] j^l e^{j\pi \frac{lt}{T}}. \quad (\text{IX.3})$$

Il convient de noter ici que le schéma d'Alamouti est appliqué ici sur les symboles réels  $a_{l,k}$  de durée  $T = T_s/2$ , et non sur les symboles QAM associés,  $c_{l,k} \triangleq (-1)^k [b_{l,2k} + j b_{l,2k+1}]$  de durée  $T_s$ , avant déphasage. Cela permet de considérer des mots de code Alamouti de durée  $T_s$  au lieu de  $2T_s$  et donc de n'imposer la constance du canal de propagation que sur  $T_s$  et non pas sur  $2T_s$ . L'application du code d'Alamouti sur des symboles à valeurs réelles a déjà été réalisé avec succès dans [111].

### IX.4.b Signaux Alamouti FBMC-OQAM reçus

Supposant une réception avec  $N$  antennes, à partir de (II.10) et reprenant la notation  $\mathbf{h}_i(t)$  ( $i \in \{1, 2\}$ ) pour désigner le vecteur de réponse impulsionnelle du canal de propagation entre l'antenne de transmission  $i$  et le réseau d'antennes en réception, le vecteur d'observation à l'instant  $t$  à la sortie des antennes de réception est exprimé par

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^2 s_{Fv,i}(t) * \mathbf{h}_i(t) + \mathbf{u}(t) \quad (\text{IX.4})$$

### IX.4.c Modèle d'observation après filtrage passe-bas

En considérant que  $l_0$  correspond à une sous-porteuse d'intérêt pour le traitement que l'on va considérer, le vecteur  $\mathbf{x}(t)$  est tout d'abord décalé en fréquence par  $e^{-j\pi l_0 t/T}$  de manière à placer la sous-porteuse  $l_0$  en bande de base pour obtenir le modèle (III.1). Par la suite, un filtre passe-bas quelconque,  $p(t)$ , est appliqué au vecteur d'observation décalé en fréquence de manière à isoler la contribution en bande de base de la sous-porteuse  $l_0$  et à éliminer à la fois le bruit hors de la bande passante du filtre ainsi que les sous-porteuses n'ayant pas de recouvrement spectral<sup>1</sup> avec  $l_0$ . La bande passante  $B'$  du filtre  $p(t)$  doit correspondre à celle d'une sous-porteuse, c'est-à-dire de  $B = 2/T_s = 1/T$ . Un exemple de filtre  $p(t)$  peut-être  $v^*(-t)$ , le filtre adapté associé avec  $v(t)$ , mais pas nécessairement. Sous ces hypothèses, nous pouvons déduire de (IX.4) que le vecteur d'observation après décalage en fréquence et filtrage passe-bas prend la forme

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_p^{(l_0)}(t) &\triangleq p(t) * \mathbf{x}_{l_0}(t) \\ &= \sum_{i=1}^2 p(t) * \left[ e^{-j\pi \frac{l_0 t}{T}} (s_{Fv,i}(t) * \mathbf{h}_i(t)) \right] + \mathbf{u}_p^{(l_0)}(t) \\ &\triangleq \sum_{i=1}^2 \mathbf{s}_{ph,i}^{(l_0)}(t) + \mathbf{u}_p^{(l_0)}(t) \end{aligned} \quad (\text{IX.5})$$

avec  $\mathbf{u}_p^{(l_0)}(t) \triangleq p(t) * \mathbf{u}_{l_0}(t)$  et où les indices de la porteuse courante  $l_0$  seront omis par la suite pour la simplicité des expressions lorsque cela ne nuit pas à la compréhension.

---

1. Dépendamment du filtre de mise en forme utilisé pour les sous-porteuses, la négligeabilité supposée de l'impact des sous-porteuses sur  $l_0$  est variable.

## IX.5 Récepteur ML

### IX.5.a Présentation de l'approche ML conjointe

Le récepteur proposé ici consiste en la démodulation conjointe, avec une approche ML, de la sous-porteuse d'intérêt,  $l_0$ , ainsi que des sous-porteuses ayant un recouvrement non négligeable avec cette dernière après l'opération de filtrage passe-bas. L'idée de ce récepteur est ensuite de ne conserver que les symboles démodulés qui correspondent à ceux détectés pour la sous-porteuse d'intérêt  $l_0$ . L'opération de démodulation conjointe des sous-porteuses présentant un recouvrement spectral avec la sous-porteuse courante cherche à traiter les IEP pour la sous-porteuse  $l_0$  en lieu et place de la considération de l'IEP comme d'un bruit additionnel pour  $l_0$ . Les sous-porteuses correspondantes à l'IEP pour la sous-porteuse  $l_0$  sont défaussées puisque celles-ci seront mieux démodulées lorsqu'elles correspondront elles-mêmes à la sous-porteuse d'intérêt.

De façon à prendre aisément en compte la potentielle coloration temporelle du bruit filtré  $\mathbf{u}_p(t)$  et pour supprimer l'influence de la fréquence d'échantillonnage, nous adoptons ici une approche ML à temps-continu pour développer le récepteur proposé. Dans un tel contexte, sous l'hypothèse de la section IX.4.b, nous pouvons déduire de (IX.5) que la détection conjointe ML des symboles appartenant à la sous-porteuse d'intérêt  $l_0$  et aux  $2M$  sous-porteuses ayant recouvrement avec celle-ci, consiste à détecter l'ensemble de symboles  $\hat{\mathbf{b}} = \{\hat{b}_{l,k}, l_0 - M \leq l \leq l_0 + M, k \in \mathbb{Z}\}$  qui minimise le critère suivant [94], [95]

$$\mathcal{C}(\mathbf{b}) = \int_B \left[ \mathbf{x}_p(f) - \sum_{i=1}^2 \mathbf{s}_{ph,i}(f) \right]^H \mathbf{R}_{u,p}^{-1}(f) \left[ \mathbf{x}_p(f) - \sum_{i=1}^2 \mathbf{s}_{ph,i}(f) \right] df \quad (\text{IX.6})$$

où  $\mathbf{R}_{u,p}(f)$  correspond à la matrice de densité spectrale de puissance de  $\mathbf{u}_p(t)$ , définie par

$$\mathbf{R}_{u,p}(f) = N_0 |p(f)|^2 \mathbf{I}_N \quad (\text{IX.7})$$

Nous supposons par la suite que les canaux de propagation sont connus a priori et approximativement plats sur  $B$ . Cette supposition est vraisemblable en pratique dans la mesure où l'étalement temporel des canaux est très inférieur à  $T$ , ce qui est toujours le cas pour un nombre suffisamment important de sous-porteuses. Sous cette hypothèse, on peut déduire de (IX.5) que  $\mathbf{s}_{ph,i}(f)$  peut s'écrire

$$\mathbf{s}_{ph,i}(f) = p(f) s_{Fv,i} \left( f + \frac{l_0}{2T} \right) \mathbf{h}_i = p(f) s_{\Pi,i} \left( f + \frac{l_0}{2T} \right) \mathbf{h}_i \quad (\text{IX.8})$$

où  $\mathbf{h}_i \triangleq \mathbf{h}_i(f + l_0/2T) = \mathbf{h}_i(l_0/2T)$  et  $s_{\Pi,i}(f + l_0/2T) \triangleq s_{Fv,i}(f + l_0/2T)\Pi_B(f)$ , ( $i \in \{1, 2\}$ ). De plus, nous supposons que  $M = 1$ , c'est-à-dire que seules les deux sous-porteuses adjacentes,

$l_0 - 1$  et  $l_0 + 1$ , ont un recouvrement spectral avec  $l_0$ . Il convient de rappeler que cette supposition est appropriée lors de l'utilisation du filtre prototype PHYDYAS ce que l'on considérera ici. De plus, pour simplifier les notations, nous nommerons  $b_{m,k}$  le symbole à valeur réelles  $b_{l_0+m,k}$  ( $-1 \leq m \leq 1$ ) et il sera considéré que  $a_{m,k} \triangleq j^k b_{m,k}$ . Sous ces hypothèses, il est possible de déduire de (IX.2) et (IX.3) que

$$s_{\Pi,1} \left( f + \frac{l_0}{2T} \right) = \Pi_B(f) \sum_{m=-1}^1 \sum_k \left[ a_{m,2k-1} e^{j2\pi T f} (-1)^m - a_{m,2k}^* \right] e^{-j4\pi k T f} v \left( f - \frac{m}{2T} \right) j^{l_0+m} \quad (\text{IX.9})$$

$$s_{\Pi,2} \left( f + \frac{l_0}{2T} \right) = \Pi_B(f) \sum_{m=-1}^1 \sum_k \left[ a_{m,2k} e^{j2\pi T f} (-1)^m + a_{m,2k-1}^* \right] e^{-j4\pi k T f} v \left( f - \frac{m}{2T} \right) j^{l_0+m} \quad (\text{IX.10})$$

En utilisant (IX.7) ainsi que (IX.8) avec (IX.6), nous obtenons une expression alternative de (IX.6) définie par

$$\mathcal{C}(\mathbf{b}) = \frac{1}{N_0} \int \left\| \mathbf{x}_{\Pi}^{(l_0)}(f) - \sum_{i=1}^2 s_{\Pi,i} \left( f + \frac{l_0}{2T} \right) \mathbf{h}_i \right\|^2 df \quad (\text{IX.11})$$

où  $\mathbf{x}_{\Pi}^{(l_0)}(f) \triangleq \Pi_B(f) \mathbf{x}(f + l_0/2T)$ . Le critère (IX.11) montre que le récepteur ML conjoint dépend du filtre prototype  $v(t)$  mais ne dépend pas du filtre passe-bas  $p(t)$ , dans la mesure où  $p(f) \neq 0$  pour  $-B/2 \leq f \leq B/2$ . En insérant (IX.9) et (IX.10) dans (IX.11), on obtient, après quelques manipulations

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(\mathbf{b}) &= \frac{1}{N_0} \int \left\| \mathbf{x}_{\Pi}(f) - \Pi_B(f) \sum_{m=-1}^1 \sum_k e^{-j4\pi k T f} v \left( f - \frac{m}{2T} \right) j^{l_0+m} (-1)^k \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ j b_{m,2k-1} \left[ e^{j2\pi T f} (-1)^{m+1} \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2 \right] + b_{m,2k} \left[ e^{j2\pi T f} (-1)^m \mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_1 \right] \right\} \right\|^2 df \end{aligned} \quad (\text{IX.12})$$

### IX.5.b Expression alternative de $\mathcal{C}(\mathbf{b})$

De manière à exprimer le critère  $\mathcal{C}(\mathbf{b})$  en fonction seulement de signaux à temps-discret, il est nécessaire d'introduire un ensemble de fonctions définies ci-après :  $v_m(t) \triangleq v(t) e^{j\pi m t/T}$ ,  $\mathbf{x}_{\Pi v,m}(t) \triangleq e^{-j\pi l_0 t/T} \mathbf{x}(t) * \Pi_B(t) * v_m^*(-t)$ ,  $r_m(t) \triangleq v^*(-t) * v_m(t)$  et  $r_{\Pi,m,n}(t) \triangleq v_n^*(-t) * \Pi_B(t) * v_m(t)$ , pour ( $-1 \leq m, n \leq 1$ ).  $\mathbf{x}_{\Pi v,m}(t)$  et  $r_{\Pi,m,n}(t)$  sont les transformées de Fourier inverse de leurs transformées de Fourier et ainsi, l'on obtient

$$\mathbf{x}_{\Pi v,m}(t) = \int e^{j2\pi f t} \mathbf{x}_{\Pi}(f) v^* \left( f - \frac{m}{2T} \right) df \quad (\text{IX.13})$$

$$r_{\Pi,m,n}(t) = \int e^{j2\pi ft} \Pi_B(f) v^* \left( f - \frac{n}{2T} \right) v \left( f - \frac{m}{2T} \right) df \quad (\text{IX.14})$$

Il faut noter que  $r_m(kT)$  pour  $(-1 \leq m \leq 1, -4 \leq k \leq 4)$  qui définit la table d'IES/IEP du filtre prototype PHYDYAS a été présentée sur la table II.1. Les composantes de cette table sont nulles pour  $|k| > 4$ . Les échantillons  $r_{\Pi,m,n}(kT)$  définissent quant à eux d'autres tables d'IES/IEP qui sont liées à la table II.1 par les relations suivantes :  $r_{\Pi,m,0}(kT) = r_m(kT)$  et  $r_{\Pi,0,n}(kT) = (-1)^{kn} r_{-n}(kT)$  pour  $(-1 \leq m, n \leq 1)$ ,  $r_{\Pi,1,-1}(kT) = r_{\Pi,-1,1}(kT) = 0$ ,  $r_{\Pi,1,1}(kT) = (-1)^k I_1(kT)$  et  $r_{\Pi,-1,-1}(kT) = (-1)^k I_{-1}(kT)$  où  $I_1(kT)$  et  $I_{-1}(kT)$  sont définies par

$$I_1(kT) = \int_{-\frac{1}{2T}}^0 e^{j2\pi kTf} |v(f)|^2 df \quad (\text{IX.15})$$

$$I_{-1}(kT) = \int_0^{\frac{1}{2T}} e^{j2\pi kTf} |v(f)|^2 df \quad (\text{IX.16})$$

On peut aisément vérifier que  $\Re[I_1(kT)] = \Re[I_{-1}(kT)] = r_0(kT)/2$  tandis que  $\Im[I_1(kT)] = -\Im[I_{-1}(kT)]$  possède un support infini dont les premières valeurs sont illustrées par la figure IX.3. On définit les vecteurs  $(3 \times 1)$  et  $(6 \times 1)$ ,  $\mathbf{b}_k$  et  $\check{\mathbf{b}}_k$  par  $\mathbf{b}_k \triangleq [b_{-1,k}, b_{0,k}, b_{1,k}]^T$

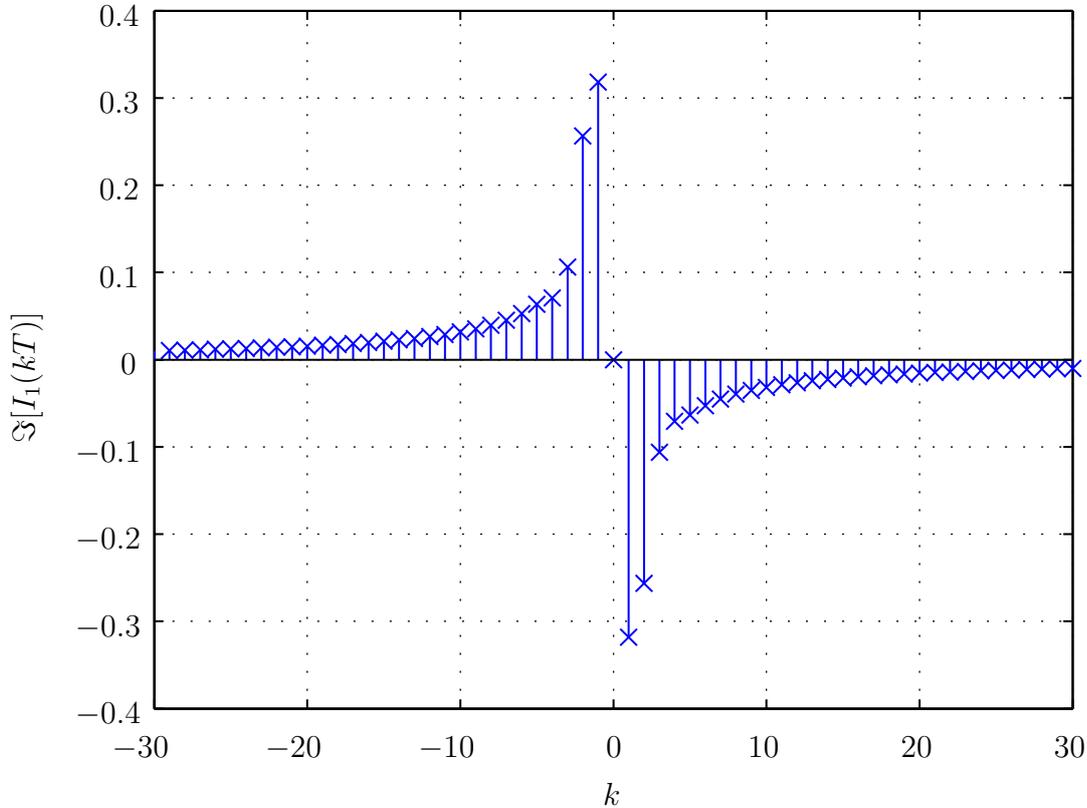


FIGURE IX.3 –  $\Im[I_1(kT)]$  en fonction de  $k$

et  $\check{\mathbf{b}}_k \triangleq [\mathbf{b}_{2k-1}^T, \mathbf{b}_{2k}^T]^T$  et les vecteurs  $(3N \times 1)$  et  $(6N \times 1)$ ,  $\check{\mathbf{x}}_{\Pi v}(kT)$  et  $\check{\mathbf{x}}(kT)$  par  $\check{\mathbf{x}}_{\Pi v}(kT) \triangleq [\mathbf{x}_{\Pi v, -1}^T(kT), \mathbf{x}_{\Pi v, 0}^T(kT), \mathbf{x}_{\Pi v, 1}^T(kT)]^T$  et  $\check{\mathbf{x}}(kT) \triangleq [\check{\mathbf{x}}_{\Pi v}^T((2k-1)T), \check{\mathbf{x}}_{\Pi v}^T(2kT)]^T$ . On définit également la matrice de canal  $\mathbf{H}$  de dimension  $(6 \times 6N)$  par

$$\mathbf{H} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{IX.17})$$

où les matrices  $(3 \times 3N)$   $\mathbf{H}_{ij}$  ( $i, j \in \{1, 2\}$ ) sont définies par  $\mathbf{H}_{11} \triangleq \mathbf{\Lambda}_{11} \mathbf{K}_1^H$ ,  $\mathbf{H}_{12} \triangleq \mathbf{\Lambda}_{11}^* \mathbf{K}_2^H$ ,  $\mathbf{H}_{21} \triangleq -j \mathbf{\Lambda}_{11} \mathbf{K}_2^H$ ,  $\mathbf{H}_{22} \triangleq -j \mathbf{\Lambda}_{11}^* \mathbf{K}_1^H$ , où la matrice  $(3 \times 3)$   $\mathbf{\Lambda}_{11}$  est définie par  $\mathbf{\Lambda}_{11} \triangleq \text{Diag}(1, j, -1)$  tandis que la matrice  $(3 \times 3N)$   $\mathbf{K}_i^H$  ( $i \in \{1, 2\}$ ) est définie par

$$\mathbf{K}_i^H \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{h}_i^H & & \\ & \mathbf{h}_i^H & \\ & & \mathbf{h}_i^H \end{bmatrix} \quad (\text{IX.18})$$

Pour finir, on définit la matrice  $\mathbf{F}(k)$  de dimension  $(6 \times 6)$  par

$$\mathbf{F}(k) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}(k) & \mathbf{F}_{12}(k) \\ \mathbf{F}_{21}(k) & \mathbf{F}_{22}(k) \end{bmatrix} \quad (\text{IX.19})$$

où  $\mathbf{F}_{ij}(k)$  ( $1 \leq i, j \leq 2$ ) sont les matrices  $(3 \times 3)$  ayant pour coefficients  $\mathbf{F}_{ij}(k)[2+m, 2+n]$  pour  $(-1 \leq m, n \leq 1)$  tels que

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{11}(k)[2+m, 2+n] &\triangleq j^{n-m} \left\{ \left[ (-1)^{m+n} \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_2 \right] r_{\Pi, n, m}(2kT) \right. \\ &\quad \left. + (-1)^{m+1} \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_2 r_{\Pi, n, m}((2k-1)T) + (-1)^{n+1} \mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_1 r_{\Pi, n, m}((2k+1)T) \right\} \quad (\text{IX.20}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{12}(k)[2+m, 2+n] &\triangleq -j^{n-m+1} \left\{ \left[ (-1)^{m+n+1} \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_1 \right] r_{\Pi, n, m}(2kT) \right. \\ &\quad \left. + (-1)^m \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_1 r_{\Pi, n, m}((2k-1)T) + (-1)^n \mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_2 r_{\Pi, n, m}((2k+1)T) \right\} \quad (\text{IX.21}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{21}(k)[2+m, 2+n] &\triangleq j^{n-m+1} \left\{ \left[ (-1)^{m+n+1} \mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_2 \right] r_{\Pi, n, m}(2kT) \right. \\ &\quad \left. + (-1)^m \mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_2 r_{\Pi, n, m}((2k-1)T) + (-1)^n \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_1 r_{\Pi, n, m}((2k+1)T) \right\} \quad (\text{IX.22}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{22}(k)[2+m, 2+n] \triangleq j^{n-m} \left\{ \left[ (-1)^{m+n} \mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_2 + \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_1 \right] r_{\Pi, n, m}(2kT) \right. \\ \left. + (-1)^{m+1} \mathbf{h}_2^H \mathbf{h}_1 r_{\Pi, n, m}((2k-1)T) + (-1)^{n+1} \mathbf{h}_1^H \mathbf{h}_2 r_{\Pi, n, m}((2k+1)T) \right\} \quad (\text{IX.23}) \end{aligned}$$

En utilisant ces notations et en insérant (IX.13) et (IX.14) dans (IX.12), on obtient une expression alternative de  $\mathcal{C}(\mathbf{b})$ , donnée par

$$\mathcal{C}(\mathbf{b}) = \frac{1}{N_0} \left\{ -2 \sum_k (-1)^k \check{\mathbf{b}}_k^T \Re \left[ j^{-l_0} \mathbf{H} \check{\mathbf{x}}(kT) \right] + \sum_k \sum_i (-1)^{k+i} \check{\mathbf{b}}_k^T \mathbf{F}(k-i) \check{\mathbf{b}}_i \right\} \quad (\text{IX.24})$$

En utilisant (IX.19) et la définition de  $\check{\mathbf{b}}_k$ , l'expression (IX.24) peut également s'écrire

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(\mathbf{b}) = \frac{1}{N_0} \left\{ -2 \sum_k (-1)^k \check{\mathbf{b}}_k^T \Re \left[ j^{-l_0} \mathbf{H} \check{\mathbf{x}}(kT) \right] \right. \\ \left. + \sum_k \sum_i (-1)^{k+i} \left\{ \mathbf{b}_{2k-1}^T \mathbf{F}_{11}(k-i) \mathbf{b}_{2i-1} + \mathbf{b}_{2k}^T \mathbf{F}_{22}(k-i) \mathbf{b}_{2i} \right. \right. \\ \left. \left. + \mathbf{b}_{2k-1}^T \left[ \mathbf{F}_{12}(k-i) + \mathbf{F}_{21}^T(i-k) \right] \mathbf{b}_{2i} \right\} \right\} \quad (\text{IX.25}) \end{aligned}$$

En utilisant (IX.15), (IX.16), la table II.1 ainsi que (IX.20) à (IX.23), il est vérifiable que la matrice de couplage ( $3 \times 3$ ),  $\mathbf{K}_{12}[k] \triangleq \mathbf{F}_{12}(k) + \mathbf{F}_{21}^T(-k)$ , entre les vecteurs symboles aux instants d'échantillonnages d'indices impairs et pairs est non-nulle. De manière plus exacte, on peut établir que  $\mathbf{K}_{12}(k)$  possède seulement deux éléments non-nuls correspondants à  $\mathbf{K}_{12}(k)[1, 1]$  et  $\mathbf{K}_{12}(k)[3, 3]$ , qui sont associés aux couples  $(m, n) = (-1, -1)$  et  $(m, n) = (1, 1)$  respectivement. On peut déduire de ce résultat que les deux ensembles de vecteurs symboles  $\{\mathbf{b}_{2k-1}\}$  et  $\{\mathbf{b}_{2k}\}$  ne peuvent être démodulés séparément et à la place doivent être démodulés conjointement. De ce fait, la problème à résoudre consiste en la détermination de l'ensemble des vecteurs symboles  $\check{\mathbf{b}}_k$ , minimisant (IX.24).

### IX.5.c Interprétation

Le vecteur  $\check{\mathbf{x}}(kT)$  qui apparaît dans (IX.24) contient les échantillons, aux instants d'échantillonnages d'indices impairs et pairs,  $(2k-1)T$  et  $2kT$ , des vecteurs  $\mathbf{x}_{\Pi v, m}(t)$  pour  $(m \in \{-1, 0, 1\})$ . De plus, l'expression (IX.13) montre que  $\mathbf{x}_{\Pi v, m}(kT)$  correspond à l'échantillon, à l'instant  $kT$ , de la sortie du filtre adapté,  $v_m^*(-t)$ , ayant pour entrée  $\mathbf{x}_{\Pi}^{(l_0)}(t) \triangleq \Pi_B(t) * (e^{-j\pi l_0 t/T} \mathbf{x}(t))$ . La structure du récepteur ML pour la sous-porteuse d'intérêt  $l_0$  est présentée sur la figure IV.2. Ce récepteur est constitué d'une opération de décalage en fréquence qui place la sous-porteuse  $l_0$  en bande de base, un filtrage passe-bas par le filtre idéal  $\Pi_B(t)$ , qui conserve la sous-porteuse  $l_0$ , retire les sous-porteuses n'ayant pas de recouvrement spectral avec  $l_0$  et conserve un bruit blanc temporellement dans sa bande passante, un ensemble de

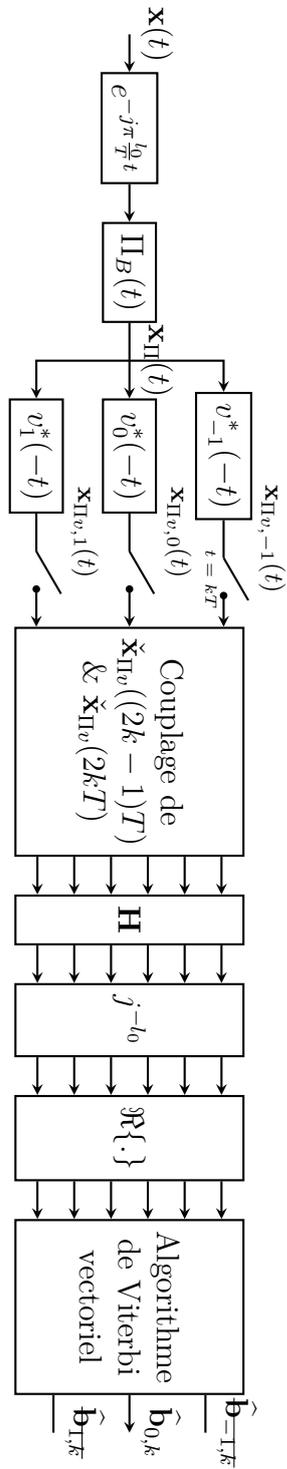
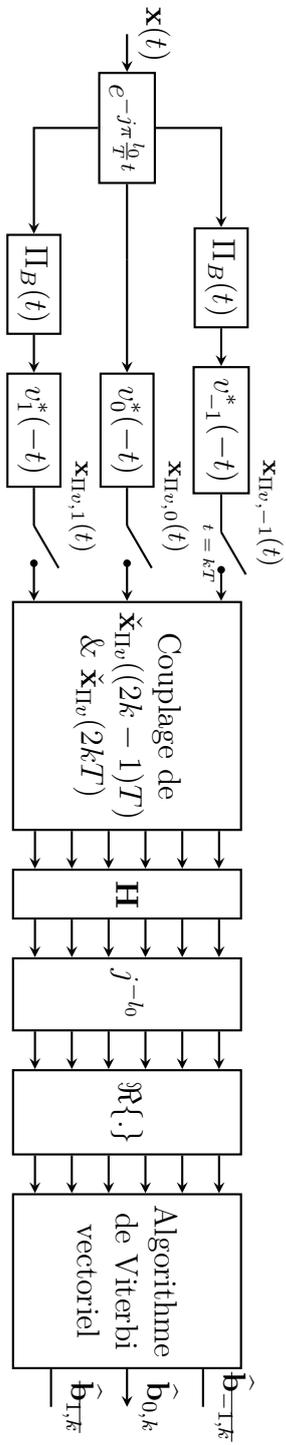
trois filtres,  $v_m^*(-t)$  ( $m \in \{-1, 0, 1\}$ ), adaptés aux filtres de mise en forme de chacune des trois sous-porteuses que l'on démodule conjointement, une opération d'échantillonnage au rythme symbole  $T$ , un couplage des échantillons en sortie des filtres adaptés pour les instants impairs et pairs, une opération de filtrage adaptés aux canaux de propagation, une opération de dérotation de la sous-porteuse  $l_0$ , une prise de partie réelle, un organe de décision qui implémente un algorithme de Viterbi vectoriel et une conservation uniquement des symboles détectés pour la sous-porteuse d'intérêt. En utilisant le fait que  $\Pi_B(t) * v_0^*(-t) = \Pi_B(t) * v^*(-t) = v^*(-t)$ , une structure équivalente du récepteur ML est présentée sur la figure IX.5, où le filtre  $\Pi_B(t)$  a été retiré de la branche associée à la sous-porteuse  $m = 0$ .

### IX.5.d Difficultés d'implémentation et perspectives

Une fois que les vecteurs des canaux de propagation,  $\mathbf{h}_i$  ( $i \in \{1, 2\}$ ), ont été estimés, la première difficulté rencontrée pour l'implémentation du récepteur ML précédent est dûe au fait que  $\Pi_B(t)$  est un filtre non-causal à réponse impulsionnelle infinie, impossible à implémenter. La deuxième difficulté, qui est une conséquence de la première, concerne la longueur de l'IES avant la décision, qui contraint la complexité de l'algorithme de Viterbi vectoriel et qui est infinie, comme présenté sur la figure IX.3, due à la présence du filtre passe-bas idéal  $\Pi_B(t)$ .

En pratique la première difficulté peut être résolue en remplaçant sur la figure IX.4 ou sur la figure IX.5, le filtre  $\Pi_B(t)$  par un filtre passe-bas quelconque  $p(t)$ , ayant une bande passante  $B$ , et un support temporel aussi limité que possible de manière à minimiser la longueur de l'IES avant la décision. Une solution pourrait consister à choisir  $p(t) = v^*(-t)$ , le filtre adapté au filtre prototype PHYDYAS. Une fois ce choix effectué, les structures de la figure IV.2 ou de la figure IX.5 peuvent être modifiées en conséquence, en remplaçant dans toutes les parts des structures, les paramètres bâtis à partir du filtre  $\Pi_B(t)$  par les paramètres de  $p(t)$ . Il convient de noter que tandis que les structures de la figure IX.4 et de la figure IX.5 sont équivalentes pour  $p(t) = \Pi_B(t)$ , elles perdent leur équivalence dès lors que  $p(t) \neq \Pi_B(t)$ . Une autre approche, alternative aux deux précédentes, est d'implémenter, après l'opération de filtrage passe-bas par  $p(t)$ , le récepteur ML conjoint des trois sous-porteuses  $m \in \{-1, 0, 1\}$  sous une hypothèse fautive de bruit blanc temporellement. Cela est équivalent à la considération du critère d'optimisation (IX.6), supposant que  $\mathbf{R}_{u,p}(f) = N_0\mathbf{I}$ . Cette approche est justifiée par le fait que la présence du filtre  $\Pi_B(t)$  dans la structure ML est directement liée à l'opération de blanchiment contenue dans le critère ML (IX.6). Pour chacun des trois récepteurs sous-optimaux précédemment décrit, la longueur de l'IES peut-être fortement réduite eût égard à celle du récepteur ML. Au delà de ce fait, il est toujours possible de contraindre la longueur de l'IES dans l'algorithme de Viterbi, ou de manière équivalente le nombre d'états, à avoir une taille donnée. Cela résoudra la seconde difficulté et un compromis entre performance et complexité peut être trouvé. Une autre option pour résoudre la deuxième difficulté est basée sur le fait que seulement deux éléments de la

matrice  $\mathbf{K}_{12}[k]$  sont non-nuls. Cette option consiste à forcer le découplage de la métrique et à implémenter deux récepteurs séparés pour la démodulation des vecteurs symboles associés aux instants d'échantillonnage impairs et pairs. Toutes ces options peuvent être combinées de manière à trouver le meilleur compromis entre performance et complexité et feront l'objet de travaux futurs.


 FIGURE IX.4 – Structure du récepteur ML pour  $l_0$ 

 FIGURE IX.5 – Structure alternative du récepteur ML pour  $l_0$

# Chapitre X

## Conclusion

### Sommaire

---

|     |                        |     |
|-----|------------------------|-----|
| X.1 | Résumé . . . . .       | 143 |
| X.2 | Perspectives . . . . . | 145 |

---

### X.1 Résumé

La mise en œuvre de liaisons FBMC-OQAM constitue un enjeu important pour répondre aux besoins des futurs réseaux de radiocommunication (5G, évolution des réseaux PMR). En dépit de l'intérêt pratique de cette forme d'onde, la difficulté d'égaliser les liaisons FBMC-OQAM en canal sélectif en fréquence et en canal MIMO constitue un frein à l'adoption de ces signaux. Ces difficultés sont directement liées à l'orthogonalité du schéma garantie uniquement dans le domaine réel, qui conduit à la subsistance d'interférences (IES et IEP) excepté en canal plat.

Au cours de ce manuscrit, nous avons analysé la possibilité de l'adaptation du concept SAIC pour la suppression des IEP des formes d'ondes FBMC-OQAM. Cette technique, qui permet la suppression d'interférences au sein de réseaux utilisant des signaux non-circulaires (comme les signaux OQAM) bénéficie de sa faible complexité de mise en œuvre et donc aurait pu constituer une stratégie efficace pour la réception des signaux FBMC-OQAM.

Nous avons opté pour une démarche d'analyse progressive et générale, en partant du contexte de la suppression d'une interférence co-canal par SAIC, comme cette technique est employée dans les réseaux GSM. Nous avons montré que les traitements WL standards employés indifféremment pour les signaux R et QR n'ont pas les mêmes performances dans ces deux cas de figure. Afin d'améliorer les performances de SAIC pour des signaux QR, nous avons proposé une nouvelle structure de réception basé sur un filtre WL-FRESH à 3 entrées, qui prend en compte de façon quasi-exhaustive la non-circularité et la cyclostationarité présentée par ces

signaux. Après l'analyse détaillée des performances de ce récepteur, nous avons mis en évidence sa supériorité vis-à-vis du récepteur WL standard de signaux QR.

Ensuite, une étude de la robustesse de récepteurs SAIC utilisant des filtres WL a été conduite pour mesurer l'impact sur les performances d'un décalage résiduel de fréquence au niveau du SOI et de l'ICC. Ainsi, nous avons constaté l'importante diminution de performance en présence d'un décalage de fréquence égal à une faible fraction de l'inverse de la période symbole au niveau du SOI et plus encore, au niveau de l'ICC.

Cette constatation, ainsi que le fait que l'on souhaite appliquer le SAIC/MAIC à la suppression des IEP FBMC-OQAM a motivé l'adaptation des traitements SAIC pour un décalage de fréquence résiduel entre les sources. La modification des récepteurs et l'analyse détaillée de leurs performances a été menée, permettant de conclure sur leur efficacité. Des résultats analytiques obtenus éclairent notamment sur le rôle des discriminations de phase, de fréquence et d'espace sur les performances des récepteurs.

La capacité potentielle du SAIC basé sur l'emploi de filtres WL-FRESH à permettre la suppression de deux interférences a été également présentée et ses performances ont été analysées par simulations numériques pour des signaux R.

Cependant, pour examiner le SAIC/MAIC des IEP FBMC-OQAM, où les sous-porteuses adjacentes présentent un recouvrement de 50% de leur spectre, il était nécessaire de précéder le traitement SAIC d'un filtre afin de supprimer l'impact des sous-porteuses non-adjacentes. L'analyse de l'impact d'un filtre passe-bas préalable au traitement SAIC a été menée pour une, puis deux interférences. Nous avons ainsi pu démontrer que, du au fort recouvrement spectral entre les sous-porteuses FBMC, le filtre passe-bas devait avoir une bande passante égale à celle d'une sous-porteuse. Considérant la transmission de signaux R sur les sous-porteuses, un tel filtre supprime l'information statistique à l'ordre 2 additionnelle qu'aurait pu exploiter un traitement WL-FRESH. Pour des signaux QR (e.g. OQAM), même si l'information statistique résiduelle ne serait pas entièrement supprimée par un tel filtre, le gain de performance espéré par l'utilisation d'un filtre WL-FRESH serait vraisemblablement faible.

Toutefois, si le SAIC par filtrage WL-FRESH des IEP FBMC-OQAM est vraisemblablement peu efficace, ces techniques peuvent s'appliquer à de nombreux autres cas de figure moins contraignants. En particulier, en considérant un recouvrement moins important entre les sous-porteuses, il serait possible d'imaginer leur mise en œuvre. Cela serait notamment le cas pour des liaisons OFMT (cf. figure VIII.7) utilisant des signaux non-circulaires sur les sous-porteuses qui permettraient une meilleure préservation des statistiques cycliques. De telles liaisons feront l'objet de travaux futurs. En outre, pour les réseaux FDMA, on pourrait imaginer un recouvrement entre canaux permettant un gain en efficacité spectrale et dont l'impact sur les performances serait limité par l'utilisation de tels récepteurs WL-FRESH. Pour finir, dans certaines situations, l'ICC constitue le facteur principal limitant la capacité des réseaux

et les techniques SAIC/MAIC peuvent être appliquées. C'est le cas dans les réseaux GSM et pour l'extension VAMOS de ces réseaux.

Dans un dernier temps, nous avons proposé une autre approche pour l'égalisation des signaux FBMC-OQAM. Celle-ci considère la démodulation conjointe ML par blocs des sous-porteuses FBMC-OQAM. Pour cette approche, que nous avons cherché à appliquer aux liaisons MIMO Alamouti, nous avons pu mettre en relief les difficultés à résoudre et proposer des solutions pour y remédier.

## X.2 Perspectives

A la suite de ce travail, un certain nombre de pistes pourrait être poursuivies. Nous avons analysé le SAIC/MAIC d'ICC décalées ou non en fréquence à partir de récepteurs pseudo-MLSE. Toutefois, ces récepteurs, conçus pour leur optimalité supposée, nécessitent un certain nombre d'information pour leur mise en œuvre. Ces informations, que nous avons supposées connues dans ce travail seraient en pratique à estimer. En particulier, une estimation précise des canaux de propagations SOI et ICC est importante pour le décodage des symboles. L'impact d'une estimation imparfaite de ces canaux serait à quantifier. En outre, en raison de la complexité des récepteurs MLSE, la construction d'un récepteur MMSE serait probablement privilégiée en pratique. Il serait ainsi intéressant de construire les récepteurs MMSE WL-FRESH à 3 entrées pour comparer leur performance à celle que nous avons observé à partir des récepteurs pseudo-MLSE. L'introduction de structures de réception temps-discret nécessiterait une analyse de l'impact de différents paramètres (fréquence d'échantillonnage, nombre de coefficients des filtres) sur les performances de réception. Par ailleurs, l'étude de la complexité de mise en œuvre de tels récepteurs serait à mener.

La proposition de liaisons OFMT utilisant des signaux non-circulaires sur les sous-porteuses ainsi que des récepteurs WL-FRESH a été faite. La détermination des performances de telles liaisons en fonction du recouvrement imposé entre les sous-porteuses serait intéressante, en particulier pour comparer une telle proposition aux formes d'ondes à l'étude pour les futurs réseaux sans fils à très haut débit.

Nous avons proposé un traitement MIMO Alamouti FBMC-OQAM dont nous avons analysé les difficultés et proposé des pistes pour les résoudre. L'étude des performances d'un tel récepteur pourrait être conduite, soit en forçant la troncation de la prise en compte de IES par limitation de la longueur de contrainte de l'algorithme de Viterbi vectoriel, soit plus vraisemblablement en privilégiant la mise en œuvre d'un filtre de réception mieux localisé temporellement. Les pistes proposées concernant le découplage forcé du critère ML ou la construction d'un récepteur à partir du critère ML en bruit blanc serait également à évaluer. De même, l'analyse de la complexité de ces structures pourrait être menée afin de définir des solutions à bons compromis

entre performances et complexité.

# Appendices



# Annexe A

## Densité spectrale de puissance des signaux FBMC-OQAM

La fonction de corrélation des signaux FBMC-OQAM  $\mathbf{R}_{s_{Fv}}(t, \tau)$  se définit

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{s_{Fv}}(t, \tau) &\triangleq \mathbb{E} \left\{ s_{Fv} \left( t + \frac{\tau}{2} \right) s_{Fv}^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) \right\} \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{l'=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{k'=-\infty}^{+\infty} \mathbb{E} \{ b_{l,k} b_{l',k'}^* \} \Psi_{l,k} \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \Psi_{l',k'}^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

où  $\mathbb{E} \{ b_{l,k} b_{l',k'}^* \} = \pi_b \delta_{l,l'} \delta_{k,k'}$  puisque les symboles sont statistiquement indépendants, avec  $\pi_b \triangleq \mathbb{E} \{ b_{l,k}^2 \}$  puisque  $b_{l,k} \in \mathbb{R}$ , il s'ensuit

$$\mathbf{R}_{s_{Fv}}(t, \tau) = \pi_b \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Psi_{l,k} \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \Psi_{l,k}^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right). \quad (\text{A.2})$$

Il faut noter qu'en raison de la cyclostationarité des signaux de communications FBMC-OQAM, la fonction de corrélation conserve une dépendance vis-à-vis de  $t$ . Toutefois, par l'introduction de décalages temporels aléatoires, il est possible de stationnariser  $\mathbf{R}_{s_{Fv}}(t, \tau)$ . La densité spectrale de puissance ne sera pas affectée par cette opération puisqu'elle ne conserve pas d'information de phase. Ainsi, considérant  $t \sim \mathcal{U}([-T/2, T/2])$ , on obtient

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{s_{Fv}}(\tau) &= \frac{\pi_b}{T} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Psi_{l,k} \left( t + \frac{\tau}{2} \right) \Psi_{l,k}^* \left( t - \frac{\tau}{2} \right) dt \\ &= \frac{\pi_b}{T} \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} v \left( t - kT + \frac{\tau}{2} \right) v^* \left( t - kT - \frac{\tau}{2} \right) e^{j2\pi l F_s \tau} dt, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

---

soit, en substituant  $t' \triangleq t + kT$  à  $t$ , on obtient

$$\mathbf{R}_{s_{Fv}}(\tau) = \frac{\pi_b}{T} \sum_{l=0}^{L-1} \int_{-\infty}^{+\infty} v\left(t' + \frac{\tau}{2}\right) v^*\left(t' - \frac{\tau}{2}\right) e^{j2\pi l F_s \tau} dt'. \quad (\text{A.4})$$

La densité spectrale de puissance  $\mathbf{R}_{s_{Fv}}(f)$  est donnée par

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{s_{Fv}}(f) &\triangleq \int_{\mathbb{R}} \mathbf{R}_{s_{Fv}}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \\ &= \frac{\pi_b}{T} \sum_{l=0}^{L-1} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} v(f) v^*(-f) e^{j2\pi f \tau} df \right] e^{-j2\pi(f-lF_s)\tau} d\tau \\ &= \frac{\pi_b}{T} \sum_{l=0}^{L-1} |v(f-lF_s)|^2. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

## Annexe B

# Caractère réel des sorties échantillonnées des filtres des récepteurs pseudo-ML à 2 entrées pour signaux R et QR

Les sorties échantillonnées  $y_{F_2}(k)$  des filtres des récepteurs pseudo-ML à 2 entrées sont données par

$$y_{F_2}(k) = \begin{cases} \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}(f) e^{j2\pi k T f} df, & \text{pour les signaux R} \\ j^{-k} \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}(f) e^{j2\pi k T f} df, & \text{pour les signaux QR} \end{cases}. \quad (\text{B.1})$$

Pour les signaux QR,  $\tilde{\mathbf{g}}_{F_2}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}(f) \\ \mathbf{g}^* \left( \frac{1}{2T} - f \right) \end{bmatrix}$  et  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_2}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(f) \\ \mathbf{x}^* \left( \frac{1}{2T} - f \right) \end{bmatrix}$  satisfont les relations

$$\tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^*(-f) = \mathbf{J} \tilde{\mathbf{g}}_{F_2} \left( f + \frac{1}{2T} \right) \quad \text{et} \quad \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}^*(-f) = \mathbf{J} \tilde{\mathbf{x}}_{F_2} \left( f + \frac{1}{2T} \right), \quad (\text{B.2})$$

avec  $\mathbf{J} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix}$ . De plus, d'après (C.9), la matrice  $\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f)$  qui est structurée sous la forme

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n^0(f) & \mathbf{C}_n^{1/2T} \left( f - \frac{1}{4T} \right) \\ \left[ \mathbf{C}_n^{1/2T} \left( \frac{1}{4T} - f \right) \right]^* & \left[ \mathbf{R}_n^0 \left( \frac{1}{2T} - f \right) \right]^* \end{bmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

satisfait la relation

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f) = \mathbf{J} \left[ \mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0 \left( \frac{1}{2T} - f \right) \right]^* \mathbf{J}. \quad (\text{B.4})$$

Par suite, par application de (B.2) et (B.4) :

$$\begin{aligned}
y_{F_2}^*(k) &= j^k \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^T(f) \left\{ [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f)]^{-1} \right\}^* \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}^*(f) e^{-j2\pi k T f} df \\
&= j^k \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^H \left( \frac{1}{2T} - f \right) \mathbf{J} \mathbf{J} \left[ \mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0 \left( \frac{1}{2T} - f \right) \right]^{-1} \mathbf{J} \mathbf{J} \tilde{\mathbf{x}}_{F_2} \left( \frac{1}{2T} - f \right) e^{-j2\pi k T f} df \\
&= j^{-k} \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^H(\xi) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(\xi)]^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}(f) e^{j2\pi k T \xi} d\xi = y_{F_2}(k).
\end{aligned} \tag{B.5}$$

De même pour les signaux  $\mathbf{R}$ ,  $\tilde{\mathbf{g}}_{F_2}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}(f) \\ \mathbf{g}^*(-f) \end{bmatrix}$  et  $\tilde{\mathbf{x}}_{F_2}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(f) \\ \mathbf{x}^*(-f) \end{bmatrix}$  satisfont les relations

$$\tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^*(-f) = \mathbf{J} \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}(f) \quad \text{et} \quad \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}^*(-f) = \mathbf{J} \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}(f), \tag{B.6}$$

et on démontre que la matrice spectrale cyclique  $\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f)$  qui est structurée sous la forme

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n^0(f) & \mathbf{C}_n^0(f) \\ [\mathbf{C}_n^0(-f)]^* & [\mathbf{R}_n^0(-f)]^* \end{bmatrix} \tag{B.7}$$

satisfait la relation

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f) = \mathbf{J} \left[ \mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(-f) \right]^* \mathbf{J}. \tag{B.8}$$

Par suite, par application de (B.6) et (B.8) :

$$\begin{aligned}
y_{F_2}^*(k) &= \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^T(f) \left\{ [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(f)]^{-1} \right\}^* \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}^*(f) e^{-j2\pi k T f} df \\
&= \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^H(-f) \mathbf{J} \mathbf{J} \left[ \mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(-f) \right]^{-1} \mathbf{J} \mathbf{J} \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}(-f) e^{-j2\pi k T f} df \\
&= \int \tilde{\mathbf{g}}_{F_2}^T(\xi) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^0(\xi)]^{-1} \tilde{\mathbf{x}}_{F_2}^*(f) e^{j2\pi k T \xi} d\xi = y_{F_2}(k).
\end{aligned} \tag{B.9}$$

# Annexe C

## Expressions des spectres cycliques du bruit total

Nous allons dériver dans cette annexe, les expressions analytiques des spectres cycliques  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F,\mathcal{M}}}^{\alpha_i}(f)$  et  $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F,\mathcal{M}}}^{\beta_i}(f)$  du bruit total augmenté  $\tilde{\mathbf{n}}_{F,\mathcal{M}}(t)$  pour les modèles de signaux augmentés à 2 et 3 entrées et pour des signaux R et QR. Nous détaillerons ces calculs pour le modèle à 2 entrées pour des signaux QR. Le cas des modèles à 2 entrées pour des signaux R et ceux des modèles à 3 entrées pour signaux R et QR s'en déduiraient par la même approche.

### C.1 Récepteur WL-FRESH à 2 entrées de signaux QR

Considérons donc la composante de bruit total du modèle à 2 entrées pour signaux QR

$$\tilde{\mathbf{n}}_{F_2}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}(t) \\ \mathbf{n}^*(t)e^{j\frac{2\pi}{T}t} \end{bmatrix},$$

où  $\mathbf{n}(t)$  est cyclostationnaire d'ordre 2 de fréquences cycliques  $\alpha_i = i/T$  et  $\beta_i = (2i + 1)/2T$ ,  $i \in \mathbb{Z}$ . Par définition de la matrice de covariance  $\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F_2}}(t, \tau)$  et de la matrice de covariance complémentaire  $\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F_2}}(t, \tau)$ , on obtient

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F_2}}(t, \tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n(t, \tau) & \mathbf{C}_n(t, \tau)e^{-j\frac{\pi}{T}(t-\frac{\tau}{2})} \\ \mathbf{C}_n^*(t, \tau)e^{j\frac{\pi}{T}(t+\frac{\tau}{2})} & \mathbf{R}_n^*(t, \tau)e^{j\frac{\pi}{T}\tau} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{n}}_{F_2}}(t, \tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_n(t, \tau) & \mathbf{R}_n(t, \tau)e^{j\frac{\pi}{T}(t-\frac{\tau}{2})} \\ \mathbf{R}_n^*(t, \tau)e^{j\frac{\pi}{T}(t+\frac{\tau}{2})} & \mathbf{C}_n^*(t, \tau)e^{j\frac{2\pi}{T}t} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.2})$$

avec, pour rappel

$$\mathbf{R}_n(t, \tau) = \sum_{\alpha_i} \mathbf{R}_n^{\alpha_i}(\tau) e^{j2\pi\alpha_i t} \quad \text{et} \quad \mathbf{C}_n(t, \tau) = \sum_{\beta_i} \mathbf{C}_n^{\beta_i}(\tau) e^{j2\pi\beta_i t}. \quad (\text{C.3})$$

En intégrant les expressions (C.3) dans (C.1) et (C.2), on obtient

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}(t, \tau) = \begin{bmatrix} \sum_{\alpha} \mathbf{R}_n^{\alpha_i}(\tau) e^{j2\pi\alpha_i t} & \sum_{\beta_i} \mathbf{C}_n^{\beta_i}(\tau) e^{j2\pi(\beta_i - \frac{1}{2T})t} e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} \\ \sum_{\beta_i} [\mathbf{C}_n^{\beta_i}(\tau)]^* e^{-j2\pi(\beta_i - \frac{1}{2T})t} e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} & \sum_{\alpha_i} [\mathbf{R}_n^{\alpha_i}(\tau)]^* e^{-j2\pi\alpha_i t} e^{j\frac{2\pi}{2T}\tau} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.4})$$

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_2}}(t, \tau) = \begin{bmatrix} \sum_{\beta_i} \mathbf{C}_n^{\beta_i}(\tau) e^{j2\pi\beta_i t} & \sum_{\alpha_i} \mathbf{R}_n^{\alpha_i}(\tau) e^{j2\pi(\alpha_i + \frac{1}{2T})t} e^{-j\frac{2\pi}{4T}\tau} \\ \sum_{\alpha_i} [\mathbf{R}_n^{\alpha_i}(\tau)]^* e^{-j2\pi(\alpha_i - \frac{1}{2T})t} e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} & \sum_{\beta_i} [\mathbf{C}_n^{\beta_i}(\tau)]^* e^{-j2\pi(\beta_i - \frac{1}{T})t} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.5})$$

Avec  $\beta_{d_i} \triangleq \beta_i - 1/2T = (2i + 1)/2T - 1/2T = i/T = \alpha_i$ ,  $\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}(t, \tau)$  s'exprime en fonction des seules fréquences cycliques  $\alpha_i$  sous la forme

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}(t, \tau) = \begin{bmatrix} \sum_{\alpha_i} \mathbf{R}_n^{\alpha_i}(\tau) e^{j2\pi\alpha_i t} & \sum_{\alpha_i} \mathbf{C}_n^{\alpha_i + \frac{1}{2T}}(\tau) e^{j2\pi\alpha_i t} e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} \\ \sum_{\alpha_i} [\mathbf{C}_n^{\alpha_i + \frac{1}{2T}}(\tau)]^* e^{-j2\pi\alpha_i t} e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} & \sum_{\alpha_i} [\mathbf{R}_n^{\alpha_i}(\tau)]^* e^{-j2\pi\alpha_i t} e^{j\frac{2\pi}{2T}\tau} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.6})$$

Il s'en suit que

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}(t, \tau) = \sum_{\alpha_i} \mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^{\alpha_i}(\tau) e^{j2\pi\alpha_i t} \quad (\text{C.7})$$

avec

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^{\alpha_i}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n^{\alpha_i}(\tau) & \mathbf{C}_n^{\alpha_i + \frac{1}{2T}}(\tau) e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} \\ [\mathbf{C}_n^{-\alpha_i + \frac{1}{2T}}(\tau)]^* e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} & [\mathbf{R}_n^{-\alpha_i}(\tau)]^* e^{j\frac{2\pi}{2T}\tau} \end{bmatrix} \quad (\text{C.8})$$

ayant pour transformée de Fourier

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^{\alpha_i}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n^{\alpha_i}(f) & \mathbf{C}_n^{\alpha_i + \frac{1}{2T}}(f - \frac{1}{4T}) \\ [\mathbf{C}_n^{-\alpha_i + \frac{1}{2T}}(\frac{1}{4T} - f)]^* & [\mathbf{R}_n^{-\alpha_i}(\frac{1}{2T} - f)]^* \end{bmatrix}. \quad (\text{C.9})$$

La même approche s'applique à (C.5) où  $\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_2}}(t, \tau)$  s'exprime en fonction des seules fréquences cycliques  $\beta_i$  sous la forme

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_2}}(t, \tau) = \begin{bmatrix} \sum_{\beta_i} \mathbf{C}_n^{\beta_i}(\tau) e^{j2\pi\beta_i t} & \sum_{\beta_i} \mathbf{R}_n^{\beta_i - \frac{1}{2T}}(\tau) e^{j2\pi\beta_i t} e^{-j\frac{2\pi}{4T}\tau} \\ \sum_{\beta_i} [\mathbf{R}_n^{-\beta_i + \frac{1}{2T}}(\tau)]^* e^{j2\pi\beta_i t} e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} & \sum_{\beta_i} [\mathbf{C}_n^{-\beta_i + \frac{1}{2T}}(\tau)]^* e^{j2\pi\beta_i t} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.10})$$

Par suite, on a

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_2}}(t, \tau) = \sum_{\beta_i} \mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_2}}^{\beta_i}(\tau) e^{j2\pi\beta_i t} \quad (\text{C.11})$$

avec

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_2}}^{\beta_i}(\tau) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_n^{\beta_i}(\tau) & \mathbf{R}_n^{\beta_i - \frac{1}{2T}}(\tau) e^{-j\frac{2\pi}{4T}\tau} \\ \left[ \mathbf{R}_n^{-\beta_i + \frac{1}{2T}}(\tau) \right]^* e^{j\frac{2\pi}{4T}\tau} & \left[ \mathbf{C}_n^{-\beta_i + \frac{1}{2T}}(\tau) \right]^* \end{bmatrix} \quad (\text{C.12})$$

ayant pour transformée de Fourier

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_2}}^{\beta_i}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_n^{\beta_i}(f) & \mathbf{R}_n^{\beta_i - \frac{1}{2T}}\left(f + \frac{1}{4T}\right) \\ \left[ \mathbf{R}_n^{-\beta_i + \frac{1}{2T}}\left(\frac{1}{4T} - f\right) \right]^* & \left[ \mathbf{C}_n^{-\beta_i + \frac{1}{2T}}(-f) \right]^* \end{bmatrix}. \quad (\text{C.13})$$

Dans le cas particulier d'un bruit total constitué de la somme d'une seule interférence QR et d'un bruit temporellement et spatialement blanc

$$\mathbf{R}_n^{\alpha_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \mathbf{g}_j\left(f + \frac{\alpha_i}{2}\right) \mathbf{g}_j^H\left(f - \frac{\alpha_i}{2}\right) + N_0 \delta_{\alpha_i, 0} \mathbf{I}_N \quad (\text{C.14})$$

$$\mathbf{C}_n^{\beta_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \mathbf{g}_j\left(f + \frac{\beta_i}{2}\right) \mathbf{g}_j^T\left(\frac{\beta_i}{2} - f\right). \quad (\text{C.15})$$

En intégrant (C.14) et (C.15) dans les expressions (C.9) et (C.13), on obtient finalement

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_2}}^{\alpha_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_2}}\left(f + \frac{\alpha_i}{2}\right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_2}}^H\left(f - \frac{\alpha_i}{2}\right) + N_0 \delta_{\alpha_i, 0} \mathbf{I}_{2N} \quad (\text{C.16})$$

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_2}}^{\beta_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_2}}\left(f + \frac{\beta_i}{2}\right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_2}}^T\left(\frac{\beta_i}{2} - f\right) + N_0 \delta_{\beta_i, \frac{1}{2T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix}. \quad (\text{C.17})$$

avec

$$\tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_2}}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{g}_j(f) \\ \mathbf{g}_j^*\left(\frac{1}{2T} - f\right) \end{bmatrix}.$$

## C.2 Récepteur WL-FRESH à 3 entrées de signaux QR

On démontrerait de la même façon dans le cas de la composante de bruit total d'un vecteur augmenté à 3 entrées pour signaux QR

$$\tilde{\mathbf{n}}_{F_3}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}(t) \\ \mathbf{n}^*(t) e^{j\frac{2\pi}{2T}t} \\ \mathbf{n}^*(t) e^{-j\frac{2\pi}{2T}t} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_3}}^{\alpha_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}} \left( f + \frac{\alpha_i}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}^H \left( f - \frac{\alpha_i}{2} \right) + N_0 \delta_{\alpha_i, 0} \mathbf{I}_{3N} + N_0 \delta_{\alpha_i, \frac{1}{2T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} + N_0 \delta_{\alpha_i, -\frac{1}{2T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} \quad (\text{C.18})$$

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{F_3}}^{\beta_i}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}} \left( f + \frac{\beta_i}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}^T \left( \frac{\beta_i}{2} - f \right) + N_0 \delta_{\beta_i, \frac{1}{2T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} + N_0 \delta_{\beta_i, -\frac{1}{2T}} \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix} \quad (\text{C.19})$$

avec

$$\tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{g}_j(f) \\ \mathbf{g}_j^* \left( \frac{1}{2T} - f \right) \\ \mathbf{g}_j^* \left( -\frac{1}{2T} - f \right) \end{bmatrix}.$$

### C.3 Extension à un nombre d'entrées quelconque et à un nombre quelconque d'interférences

Ces résultats s'étendent au cas de signaux R/QR et pour un nombre d'entrées quelconque. Avec la même approche, nous avons démontré que dans le cas R et QR ayant pour composante de bruit total

$$\tilde{\mathbf{n}}_{F_{\mathcal{M}}}(t) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{n}(t) \\ \mathbf{n}(t)e^{i2\pi\alpha_1 t} \\ \vdots \\ \mathbf{n}(t)e^{i2\pi\alpha_{A-1} t} \\ \mathbf{n}^*(t)e^{i2\pi\beta_1 t} \\ \vdots \\ \mathbf{n}^*(t)e^{i2\pi\beta_B t} \end{bmatrix}$$

où  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont respectivement des fréquences cycliques et des fréquences cycliques complémentaires de  $\mathbf{n}(t)$  telles que  $\alpha_i \in \left\{ \frac{i}{T}; i \in \mathbb{Z} \right\}$  et  $\beta_i \in \left\{ \frac{i}{T}; i \in \mathbb{Z} \right\}$  pour les signaux R ou  $\beta_i \in \left\{ \frac{2i+1}{2T}; i \in \mathbb{Z} \right\}$  pour les signaux QR. On obtient

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_{\mathcal{M}}}}^{\alpha}(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_{\mathcal{M}}}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_{\mathcal{M}}}}^H \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) + N_0 \left[ \begin{array}{c|c} \boldsymbol{\delta}_1(\alpha, \alpha_i) & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \boldsymbol{\delta}_2(\alpha, \beta_i) \end{array} \right] \otimes \mathbf{I}_N \quad (\text{C.20})$$

avec

$$\tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{g}_j(f) \\ \mathbf{g}_j(f - \alpha_1) \\ \vdots \\ \mathbf{g}_j(f - \alpha_{\mathcal{A}-1}) \\ \mathbf{g}_j^*(\beta_1 - f) \\ \vdots \\ \mathbf{g}_j^*(\beta_{\mathcal{B}} - f) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\delta}_1(\alpha, \alpha_i) \triangleq \begin{bmatrix} \delta(\alpha) & \delta(\alpha + \alpha_1) & \dots & \delta(\alpha + \alpha_{\mathcal{A}-1}) \\ \delta(\alpha - \alpha_1) & \delta(\alpha) & \dots & \delta(\alpha + \alpha_{\mathcal{A}-1} - \alpha_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta(\alpha - \alpha_{\mathcal{A}-1}) & \delta(\alpha + \alpha_1 - \alpha_{\mathcal{A}-1}) & \dots & \delta(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\delta}_2(\alpha, \beta_i) \triangleq \begin{bmatrix} \delta(\alpha) & \delta(\alpha + \beta_2 - \beta_1) & \dots & \delta(\alpha + \beta_{\mathcal{B}} - \beta_1) \\ \delta(\alpha + \beta_1 - \beta_2) & \delta(\alpha) & \dots & \delta(\alpha + \beta_{\mathcal{B}} - \beta_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta(\alpha + \beta_1 - \beta_{\mathcal{B}}) & \delta(\alpha + \beta_2 - \beta_{\mathcal{B}}) & \dots & \delta(\alpha) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^\beta(f) = \frac{\pi_f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F}\mathcal{M}}} \left( f + \frac{\beta}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^T \left( \frac{\beta}{2} - f \right) + N_0 \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \boldsymbol{\delta}_1(\beta, \alpha_i, \beta_i) \\ \hline \boldsymbol{\delta}_2(\beta, \alpha_i, \beta_i) & \mathbf{0} \end{array} \right] \otimes \mathbf{I}_N \quad (\text{C.21})$$

avec

$$\boldsymbol{\delta}_1(\beta, \alpha_i, \beta_i) \triangleq \begin{bmatrix} \delta(\beta - \beta_1) & \dots & \delta(\beta - \beta_{\mathcal{B}}) \\ \delta(\beta - \beta_1 - \alpha_1) & \dots & \delta(\beta - \beta_{\mathcal{B}} - \alpha_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta(\beta - \beta_1 - \alpha_{\mathcal{A}-1}) & \dots & \delta(\beta - \beta_{\mathcal{B}} - \alpha_{\mathcal{A}-1}) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\delta}_2(\beta, \alpha_i, \beta_i) \triangleq \begin{bmatrix} \delta(\beta - \beta_1) & \delta(\beta - \beta_1 - \alpha_1) & \dots & \delta(\beta - \beta_1 - \alpha_{\mathcal{A}-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta(\beta - \beta_{\mathcal{B}}) & \delta(\beta - \beta_{\mathcal{B}} - \alpha_1) & \dots & \delta(\beta - \beta_{\mathcal{B}} - \alpha_{\mathcal{A}-1}) \end{bmatrix}$$

D'autre part, ces relations s'étendent pour le modèle de bruit contenant  $L$  interférences

$$\mathbf{n}(t) = \sum_{l=1}^L j_l(t) * \mathbf{h}_{j_l}(t) + \mathbf{u}(t)$$

### C.3. EXTENSION À UN NOMBRE D'ENTRÉES QUELCONQUE ET À UN NOMBRE QUELCONQUE D'INTERFÉRENCES

---

où les signaux  $(j_l(t))_{l=1,\dots,L}$  non corrélés, sont soit tous R, soit tous QR avec

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^\alpha(f) = \sum_{l=1}^L \frac{\pi f_l}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_l, \mathcal{F}\mathcal{M}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_l, \mathcal{F}\mathcal{M}}^H \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) + N_0 \left[ \begin{array}{c|c} \boldsymbol{\delta}_1(\alpha, \alpha_i) & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \boldsymbol{\delta}_2(\alpha, \beta_i) \end{array} \right] \otimes \mathbf{I}_N \quad (\text{C.22})$$

$$\mathbf{C}_{\tilde{n}_{\mathcal{F}\mathcal{M}}}^\beta(f) = \sum_{l=1}^L \frac{\pi f_l}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_l, \mathcal{F}\mathcal{M}} \left( f + \frac{\beta}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_l, \mathcal{F}\mathcal{M}}^T \left( \frac{\beta}{2} - f \right) + N_0 \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{0} & \boldsymbol{\delta}_1(\beta, \alpha_i, \beta_i) \\ \hline \boldsymbol{\delta}_2(\beta, \alpha_i, \beta_i) & \mathbf{0} \end{array} \right] \otimes \mathbf{I}_N \quad (\text{C.23})$$

où  $\alpha \in \left\{ \frac{i}{T}; i \in \mathbb{Z} \right\}$  et  $\beta \in \left\{ \frac{i}{T}; i \in \mathbb{Z} \right\}$  si tous les signaux  $j_l(t)$  sont R et  $\beta \in \left\{ \frac{2i+1}{2T}; i \in \mathbb{Z} \right\}$  si tous les signaux  $j_l(t)$  sont QR.

## Annexe D

# Calcul des expressions analytiques interprétables du SINR en sortie des récepteurs Pseudo-ML pour une ICC de forte puissance et un *roll-off* nul

Nous allons dériver dans cette annexe, l'expression analytique du SINR sur symbole courant en sortie du récepteur WL-FRESH à 3 entrées pour les signaux QR dans le cas d'un SOI et d'une seule ICC monotrajét et de mise en forme  $v(t)$  de *roll-off*  $\gamma$  nul. Pour rendre cette expression interprétable, nous ferons l'hypothèse supplémentaire d'une ICC de forte puissance (i.e.,  $\pi_j \|\mathbf{h}_j\|^2 \gg N_0$ ). Les diverses expressions analytiques de ce SINR sous ces mêmes hypothèses dans le cadre des récepteurs conventionnels, WL-FRESH à 2 ou 3 entrées avec ou sans offset de fréquence pour signaux R et QR, s'en déduiraient par la même approche.

En appliquant les formules de filtrage (III.27) et (III.27) dans l'expression (IV.42) du SINR du récepteur WL-FRESH à 3 entrées pour les signaux QR et en remarquant que les seules fréquences cycliques sont, pour un filtre  $v(t)$  de *roll-off* nul :  $\alpha \in \{0, -1/T, +1/T\}$  et  $\beta \in \{-1/2T, +1/2T\}$ , nous obtenons

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} = \frac{2\pi_b \left[ \int \tilde{\mathbf{g}}_{\text{F}_3}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{\text{F}_3}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\text{F}_3}(f) df \right]^2}{\sum_{\alpha \in \{0, \pm 1/T\}} \int \tilde{\mathbf{g}}_{\text{F}_3}^H(f + \frac{\alpha}{2}) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{\text{F}_3}}^0(f + \frac{\alpha}{2})]^{-1} \mathbf{R}_{\tilde{n}_{\text{F}_3}}^\alpha(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{\text{F}_3}}^0(f - \frac{\alpha}{2})]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\text{F}_3}(f - \frac{\alpha}{2}) df} + \sum_{\beta \in \{\pm 1/2T\}} \Re \left[ \int \tilde{\mathbf{g}}_{\text{F}_3}^H(f + \frac{\beta}{2}) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{\text{F}_3}}^0(f + \frac{\beta}{2})]^{-1} \mathbf{C}_{\tilde{n}_{\text{F}_3}}^\beta(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{\text{F}_3}}^0(\frac{\beta}{2} - f)]^{*-1} \tilde{\mathbf{g}}_{\text{F}_3}^*(\frac{\beta}{2} - f) df \right]} \quad (\text{D.1})$$

$$\triangleq \frac{2\pi_b [\int A_0(f) df]^2}{\int A_0(f) df + \int A_{-\frac{1}{T}}(f) df + \int A_{\frac{1}{T}}(f) df + \Re[\int B_{-\frac{1}{2T}}(f) df + \int B_{\frac{1}{2T}}(f) df]} \quad (\text{D.2})$$

L'application du lemme d'inversion matriciel à la matrice spectrale cyclique

$$\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_3}}^0(f) = \frac{\pi f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}(f) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}^H(f) + N_0 \mathbf{I}_N,$$

donne

$$[\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_3}}^0(f)]^{-1} = \frac{1}{N_0} \left[ \mathbf{I}_N - \frac{\tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}(f) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}^H(f)}{\|\tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}^H(f)\|^2 + \frac{TN_0}{\pi f}} \right]. \quad (\text{D.3})$$

Cela permet de calculer le terme  $A_0$  du  $\text{SINR}_{\text{QR}_3}$  (D.2) où

$$\tilde{\mathbf{g}}_{F_3}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}(f) \\ \mathbf{g}^*\left(\frac{1}{2T} - f\right) \\ \mathbf{g}^*\left(-\frac{1}{2T} - f\right) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}(f) = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_j(f) \\ \mathbf{g}_j^*\left(\frac{1}{2T} - f\right) \\ \mathbf{g}_j^*\left(-\frac{1}{2T} - f\right) \end{bmatrix},$$

avec dans le cas d'un canal monotrajet

$$\mathbf{g}(f) = \mu v(f) \mathbf{h} \quad \text{et} \quad \mathbf{g}_j(f) = \mu_j v(f) e^{-j2\pi f \tau_j} \mathbf{h}_j.$$

Nous obtenons

$$\tilde{\mathbf{g}}_{F_3}^H(f) [\mathbf{R}_{\tilde{n}_{F_3}}^0(f)]^{-1} \tilde{\mathbf{g}}_{F_3}(f) = \frac{1}{N_0} \left[ \|\tilde{\mathbf{g}}_{F_3}(f)\|^2 - \Upsilon(f) \left| \tilde{\mathbf{g}}_{F_3}^H(f) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}(f) \right|^2 \right], \quad (\text{D.4})$$

où

$$\Upsilon(f) \triangleq \frac{1}{\|\tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}^H(f)\|^2 + \frac{TN_0}{\pi f}} \quad (\text{D.5})$$

et

$$\left| \tilde{\mathbf{g}}_{F_3}^H(f) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}(f) \right|^2 = \mu^2 \mu_j^2 \left| \mathbf{h}^H \mathbf{h}_j \right|^2 \left| v^2(f) + \left[ v^2\left(f - \frac{1}{2T}\right) e^{j2\pi \frac{\tau_j}{2T}} + v^2\left(f + \frac{1}{2T}\right) e^{-j2\pi \frac{\tau_j}{2T}} \right] e^{-j2\pi \phi_{sj}} \right|^2. \quad (\text{D.6})$$

Pour un filtre de mise en forme  $v(f)$  de roll off nul :  $v(f) = \sqrt{T} \Pi_{\frac{1}{T}}(f)$ , nous obtenons alors

$$\int \|\tilde{\mathbf{g}}_{F_3}(f)\|^2 df = 3\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2 \quad (\text{D.7})$$

et

$$\int \Upsilon(f) \left| \tilde{\mathbf{g}}_{F_3}^H(f) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{F_3}}(f) \right|^2 df = \frac{\mu^2 \left| \mathbf{h}^H \mathbf{h}_j \right|^2}{\|\mathbf{h}_j\|^2} \int \frac{\left| v^2(f) + \left[ v^2\left(f - \frac{1}{2T}\right) e^{j2\pi \frac{\tau_j}{2T}} + v^2\left(f + \frac{1}{2T}\right) e^{-j2\pi \frac{\tau_j}{2T}} \right] e^{-j2\pi \phi_{sj}} \right|^2}{\left[ v^2(f) + v^2\left(f - \frac{1}{2T}\right) + v^2\left(f + \frac{1}{2T}\right) \right] + \frac{TN_0}{\mu_j^2 \pi f \|\mathbf{h}_j\|^2}} df. \quad (\text{D.8})$$

En notant que  $\frac{\mu^2 \left| \mathbf{h}^H \mathbf{h}_j \right|^2}{\|\mathbf{h}_j\|^2} = \mu^2 \|\mathbf{h}\|^2 |\alpha_{sj}|^2$  et par décomposition de cette dernière intégrale en 4 sous domaines  $[-\frac{1}{T}, -\frac{1}{2T}]$ ,  $[-\frac{1}{2T}, 0]$ ,  $[0, \frac{1}{2T}]$  et  $[\frac{1}{2T}, \frac{1}{T}]$  pour lesquels  $\int_{1/2T}^{1/T} v^2(f) df = 1/2$ , nous

obtenons

$$\int \Upsilon(f) \left| \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbf{F}_3}^H(f) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}}(f) \right|^2 df = \mu^2 \|\mathbf{h}\|^2 |\alpha_{sj}|^2 \left( \frac{1}{1 + \frac{N_0}{\mu_j^2 \pi_f \|\mathbf{h}_j\|^2}} + 2 \left( \frac{\cos^2(\phi_{sj} + \frac{\pi \tau_j}{2T}) + \cos^2(\phi_{sj} - \frac{\pi \tau_j}{2T})}{2 + \frac{N_0}{\mu_j^2 \pi_f \|\mathbf{h}_j\|^2}} \right) \right). \quad (\text{D.9})$$

Par suite, on a

$$\int A_0(f) df = \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} \left[ 3 - |\alpha_{sj}|^2 \left( \frac{1}{1 + \frac{N_0}{\mu_j^2 \pi_f \|\mathbf{h}_j\|^2}} + 2 \left( \frac{\cos^2(\phi_{sj} + \frac{\pi \tau_j}{2T}) + \cos^2(\phi_{sj} - \frac{\pi \tau_j}{2T})}{2 + \frac{N_0}{\mu_j^2 \pi_f \|\mathbf{h}_j\|^2}} \right) \right) \right]. \quad (\text{D.10})$$

Cette expression se simplifie pour une interférence forte (i.e. pour  $\mu_j^2 \pi_f \|\mathbf{h}_j\|^2 \gg N_0$ ), où elle est donnée par la valeur approchée suivante :

$$\int A_0(f) df \approx \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} (3 - |\alpha_{sj}|^2 (1 + \Gamma_{\phi, \tau})), \quad (\text{D.11})$$

avec  $\Gamma_{\phi, \tau} \triangleq \cos^2(\phi_{sj} + \frac{\pi \tau_j}{2T}) + \cos^2(\phi_{sj} - \frac{\pi \tau_j}{2T})$ .

Les calculs des termes  $\int A_{-\frac{1}{T}}(f) df$ ,  $\int A_{\frac{1}{T}}(f) df$ ,  $\int B_{-\frac{1}{2T}}(f) df$  et  $\int B_{\frac{1}{2T}}(f) df$  sont beaucoup plus complexes. Nous allons donner les grandes étapes permettant l'obtention d'une approximation du terme  $\int A_\alpha(f) df$  pour  $\alpha = -\frac{1}{T}$  et  $\alpha = \frac{1}{T}$ . Les termes  $\int B_\beta(f) df$  pour  $\beta = -\frac{1}{2T}$  et  $\beta = \frac{1}{2T}$  se traiteraient par la même approche.

En utilisant l'expression (C.18) de la matrice spectrale  $\mathbf{R}_{n_{\mathbf{F}_3}}^\alpha(f)$ , le terme  $A_\alpha$  s'écrit sous la forme suivante

$$\begin{aligned} A_\alpha(f) &= \frac{1}{N_0^2} \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbf{F}_3}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \left[ \mathbf{I}_N - \Upsilon \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \right] \\ &\quad \times \left[ \frac{\pi_f}{T} \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}}^H \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) + N_0 \mathbf{I}(\alpha) \right] \\ &\quad \times \left[ \mathbf{I}_N - \Upsilon \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}}^H \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbf{F}_3} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{D.12})$$

avec  $\mathbf{I}(\frac{1}{T}) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix}$  et  $\mathbf{I}(-\frac{1}{T}) \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \end{bmatrix}$ . Le terme  $A_\alpha(f)$  de (D.12) se décompose en la somme des termes  $A_{1,\alpha}(f)$  et  $A_{2,\alpha}(f)$  avec

$$\begin{aligned} A_{1,\alpha}(f) &= \frac{1}{N_0^2} \frac{\pi_f}{T} \left[ \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbf{F}_3}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}}^H \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbf{F}_3} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \\ &\quad \times \left[ 1 - \Upsilon \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \left\| \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \right\|^2 \right] \left[ 1 - \Upsilon \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \left\| \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbf{F}_3}} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right\|^2 \right] \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
A_{2,\alpha}(f) &= \frac{1}{N_0} \left[ \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbb{F}_3}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \mathbf{I}(\alpha) \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbb{F}_3} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right. \\
&\quad - \Upsilon \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \left( \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbb{F}_3}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \right) \left( \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \mathbf{I}(\alpha) \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbb{F}_3} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right) \\
&\quad - \Upsilon \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \left( \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbb{F}_3}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \mathbf{I}(\alpha) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right) \left( \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}}^H \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbb{F}_3} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right) \\
&\quad + \Upsilon \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \Upsilon \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \left( \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbb{F}_3}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \right) \\
&\quad \left. \times \left( \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \mathbf{I}(\alpha) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right) \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}}^H \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \tilde{\mathbf{g}}_{\mathbb{F}_3} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right]. \quad (\text{D.13})
\end{aligned}$$

En remarquant que

$$\begin{aligned}
&\left[ 1 - \Upsilon \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \left\| \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}} \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \right\|^2 \right] \left[ 1 - \Upsilon \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \left\| \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}} \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right\|^2 \right] \\
&= \frac{T^2 N_0^2}{\mu_f^2} \left( \frac{1}{\left\| \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}}^H \left( f + \frac{\alpha}{2} \right) \right\|^2 + \frac{TN_0}{\pi_f}} \right) \left( \frac{1}{\left\| \tilde{\mathbf{g}}_{j_{\mathbb{F}_3}}^H \left( f - \frac{\alpha}{2} \right) \right\|^2 + \frac{TN_0}{\pi_f}} \right), \quad (\text{D.14})
\end{aligned}$$

nous avons

$$\begin{aligned}
\int A_{1,\frac{1}{T}}(f)df &= \frac{T\mu^2\mu_j^2 \|\mathbf{h}^H \mathbf{h}_j\|^2}{\pi_f} e^{-j2\pi\frac{\tau_j}{T}} \quad (\text{D.15}) \\
&\times \int \frac{v^2(f)e^{j2\pi\frac{\tau_j}{T}} \left[ v^2 \left( f + \frac{1}{2T} \right) e^{2j\phi_{sj}} + v^2 \left( f - \frac{1}{2T} \right) e^{-2j\phi_{sj}} + v^2(f)e^{j2\pi\frac{\tau_j}{T}} \right] df}{\mu_j^4 \|\mathbf{h}_j\|^4 \left[ v^2 \left( f + \frac{1}{2T} \right) v^2(f) + v^2 \left( f - \frac{1}{2T} \right) v^2(f) + v^4(f) \right] + \frac{T^2 N_0^2}{\pi_f^2}} \\
&\quad + \frac{\mu_j^2 \|\mathbf{h}_j\|^2 TN_0}{\pi_f} \left[ v^2 \left( f + \frac{1}{2T} \right) + v^2 \left( f - \frac{1}{2T} \right) + v^2 \left( f + \frac{1}{T} \right) + v^2 \left( f - \frac{1}{T} \right) + 2v^2(f) \right]
\end{aligned}$$

A nouveau en décomposant cette intégrale en 4 sous domaines  $[-\frac{1}{T}, -\frac{1}{2T}]$ ,  $[-\frac{1}{2T}, 0]$ ,  $[-0, \frac{1}{2T}]$  et  $[\frac{1}{2T}, \frac{1}{T}]$ , nous pouvons montrer que chacune d'elle est structurée de la forme

$$\frac{1}{T} \frac{1}{\left( a_1 \mu_j^4 \|\mathbf{h}_j\|^4 + a_2 \frac{\mu_j^2 \|\mathbf{h}_j\|^2 N_0}{\mu_f} + a_3 \frac{N_0^2}{\mu_f^2} \right)} \approx \frac{1}{T a_1 \mu_j^4 \|\mathbf{h}_j\|^4} \quad \text{pour } \mu_j^2 \pi_f \|\mathbf{h}_j\|^2 \gg N_0. \quad (\text{D.16})$$

Par suite  $\int A_{1,\frac{1}{T}}(f)df$  est la somme de quatre termes chacun approché par  $\frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2 |\alpha_{sj}|^2}{a_1 \pi_f \|\mathbf{h}_j\|^2}$ . On en déduit que pour une interférence forte et sauf pour la condition singulière  $|\alpha_{sj}| = 1$  et  $\phi_{sj} + \frac{\pi\tau_j}{2T} = 0 \pmod{\pi}$  et  $\phi_{sj} - \frac{\pi\tau_j}{2T} = 0 \pmod{\pi}$

$$\left| \int A_{1,\frac{1}{T}}(f)df \right| \ll \int A_0(f)df. \quad (\text{D.17})$$

Par suite  $\int A_{1,\frac{1}{T}}(f)df \approx \int A_{2,\frac{1}{T}}(f)df$ . Le calcul de  $\int A_{2,\frac{1}{T}}(f)df$  se mène à partir

de l'intégration des quatre termes de l'expression (D.13) qui valent respectivement  $\frac{1}{N_0}\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2$ ,  $-\frac{1}{4N_0}\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2 |\alpha_{sj}|^2 \left(3 + e^{2j\phi_{sj}} e^{-\frac{2j\pi\tau_j}{2T}}\right)$ ,  $-\frac{1}{4N_0}\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2 |\alpha_{sj}|^2 \left(3 + e^{-2j\phi_{sj}} e^{-\frac{2j\pi\tau_j}{2T}}\right)$  et  $\frac{1}{4N_0}\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2 |\alpha_{sj}|^2 \left(2 + e^{2j\phi_{sj}} e^{-\frac{2j\pi\tau_j}{2T}} + e^{-2j\phi_{sj}} e^{-\frac{2j\pi\tau_j}{2T}}\right)$  dont la somme donne finalement

$$\int A_{2, \frac{1}{T}}(f)df \approx \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} (1 - |\alpha_{sj}|^2). \quad (\text{D.18})$$

Le calcul de l'approximation du terme  $\int A_{2, -\frac{1}{T}}(f)df$  se mènerait de la même façon et l'on obtient donc

$$\int A_{\frac{1}{T}}(f)df + \int A_{-\frac{1}{T}}(f)df \approx \frac{2\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} (1 - |\alpha_{sj}|^2). \quad (\text{D.19})$$

Le calcul des termes  $\int B_{\frac{1}{2T}}(f)df$  et  $\int B_{-\frac{1}{2T}}(f)df$  suit les mêmes étapes. Sous les mêmes conditions d'interférence forte, nous avons démontré que

$$\int B_{\frac{1}{2T}}(f)df + \int B_{-\frac{1}{2T}}(f)df \approx \frac{\mu^2 \|\mathbf{h}\|^2}{N_0} (4 - |\alpha_{sj}|^2 (2 + \Gamma_{\phi, \tau})). \quad (\text{D.20})$$

Nous obtenons finalement à partir de (D.2)

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} = 2\varepsilon_s \left[ \frac{3 - |\alpha_{sj}|^2 (1 + \Gamma_{\phi, \tau})}{1 + \frac{2(1 - |\alpha_{sj}|^2) + 4 - |\alpha_{sj}|^2 (2 + \Gamma_{\phi, \tau})}{3 - |\alpha_{sj}|^2 (1 + \Gamma_{\phi, \tau})}} \right], \quad (\text{D.21})$$

ou sous la forme plus interprétable

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - |\alpha_{sj}|^2 \left( \frac{(1 - |\alpha_{sj}|^2)(1 + \Gamma_{\phi, \tau})^2 + (2 - \Gamma_{\phi, \tau})\Gamma_{\phi, \tau}}{(1 - |\alpha_{sj}|^2)(5 + 2\Gamma_{\phi, \tau}) + 2(2 - \Gamma_{\phi, \tau})} \right) \right] \quad (\text{D.22})$$

pour  $(|\alpha_{sj}|, \psi_{sj}, \psi'_{sj}) \neq (1, k\pi, k\pi)$  avec  $\psi_{sj} \triangleq \phi_{sj} + \frac{\pi\tau_j}{2T}$  et  $\psi'_{sj} \triangleq \phi_{sj} - \frac{\pi\tau_j}{2T}$ . Par ailleurs, nous avons observé numériquement que

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_j} \quad (\text{D.23})$$

pour  $(|\alpha_{sj}|, \psi_{sj}, \psi'_{sj}) = (1, k\pi, k\pi)$ .

Notons que pour  $|\alpha_{sj}| = 1$ , en particulier pour  $N = 1$ , l'expression (D.22) se ramène à

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx 2\varepsilon_s \left( 1 - \frac{\Gamma_{\phi, \tau}}{2} \right) = 2\varepsilon_s \left( 1 - \frac{\left[ \cos^2\left(\phi_{sj} + \frac{\pi\tau_j}{2T}\right) + \cos^2\left(\phi_{sj} - \frac{\pi\tau_j}{2T}\right) \right]}{2} \right) \quad (\text{D.24})$$

et pour  $\alpha_{sj} = 0$  :

$$\text{SINR}_{\text{QR}_3} \approx 2\varepsilon_s \quad (\text{SINR sans interférence}). \quad (\text{D.25})$$

Dans le cas du récepteur WL-FRESH à 3 entrées pour signaux R, nous avons démontré

---

par la même approche sous les conditions d'une ICC de forte puissance le résultat suivant

$$\text{SINR}_{\text{R}_3} \approx 2\varepsilon_s \left[ 1 - |\alpha_{sj}|^2 \left( \frac{(1 - |\alpha_{sj}|^2)(2 + \cos 2\phi_{sj})^2 + 2(1 - \cos 2\phi_{sj}) \cos^2 \phi_{sj}}{(1 - |\alpha_{sj}|^2)(7 + 2 \cos 2\phi_{sj}) + 2(1 - \cos 2\phi_{sj})} \right) \right] \quad (\text{D.26})$$

pour  $(|\alpha_{sj}|, \phi_{sj}) \neq (1, k\pi)$ . De plus, nous avons observé numériquement que :

$$\text{SINR}_{\text{R}_3} \approx \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_j} \quad (\text{D.27})$$

pour  $(|\alpha_{sj}|, \phi_{sj}) = (1, k\pi)$ .

Notons que pour  $|\alpha_{sj}| = 1$ , en particulier pour  $N = 1$ , l'expression (D.26) se ramène à :

$$\text{SINR}_{\text{R}_3} \approx 2\varepsilon_s (1 - \cos^2(\phi_{sj})) \quad (\text{SINR identique au récepteur WL-FRESH à 2 entrées}) \quad (\text{D.28})$$

et pour  $\alpha_{sj} = 0$

$$\text{SINR}_{\text{R}_3} \approx 2\varepsilon_s \quad (\text{SINR sans interférence}). \quad (\text{D.29})$$

# Annexe E

## Calcul des coefficients $r_{k,k'}$

Nous allons dériver dans cette annexe, les expressions des coefficients  $r_{k,k'}$  dans le cas du récepteur conventionnel pour signaux R ou QR pour un filtre de mise en forme de *roll-off* nul. Le cas des récepteurs FRESH à 2 et 3 entrées pour des signaux R et QR s'en déduirait par la même approche.

A partir de

$$r_{k,k'} = \int \mathbf{g}^H(f) [\mathbf{R}_n^0(f)]^{-1} \mathbf{g}(f) e^{j2\pi f(k-k')} df, \quad (\text{E.1})$$

avec  $\mathbf{R}_n^0(f) = \frac{\pi_j}{T} \mathbf{g}_j(f) \mathbf{g}_j^H(f) + N_0 \mathbf{I}_N$ , dont le lemme d'inversion matricielle donne

$$[\mathbf{R}_n^0(f)]^{-1} = \frac{1}{N_0} \left[ \mathbf{I}_N - \frac{\mathbf{g}_j(f) \mathbf{g}_j^H(f)}{\|\mathbf{g}_j(f)\|^2 + \frac{TN_0}{\pi_j}} \right], \quad (\text{E.2})$$

nous obtenons

$$\mathbf{g}^H(f) [\mathbf{R}_n^0(f)]^{-1} \mathbf{g}(f) = \frac{1}{N_0} \left[ \mu^2 v^2(f) \|\mathbf{h}\|^2 - \frac{\mu^2 \mu_j^2 v^4(f) |\mathbf{h}_j^H \mathbf{h}|^2}{\mu_j^2 v^2(f) \|\mathbf{h}_j\|^2 + \frac{TN_0}{\pi_j}} \right]. \quad (\text{E.3})$$

Pour un filtre de mise en forme  $v(f)$  de roll off nul :  $v(f) = \sqrt{T} \Pi_{\frac{1}{T}}(f)$ , l'intégrale (E.1) est à calculer dans  $[-1/2T, +1/2T]$  et nous obtenons en appelant  $r_k \triangleq r_{l,l+k}$

$$r_k = \varepsilon_s \left( 1 - \frac{|\alpha_{sj}|^2}{1 + \varepsilon_j^{-1}} \right) \delta_{k,0} \quad (\text{E.4})$$

Il n'y a donc pas d'interférence intersymbole en sortie du filtre d'un récepteur conventionnel.



## Annexe F

# Génération des signaux équivalents en bande de base

Afin de réaliser des simulations de Monte-Carlo pour déterminer le TES en sortie des récepteurs, nous devons générer les différents signaux à temps discret  $z_{F\mathcal{M}}(k)$  en sortie de nos récepteurs pseudo-ML pour signaux R et QR. Ces signaux comportent trois composantes : le SOI, l'ICC et le bruit de fond Gaussien. Nous avons par exemple pour les signaux QR et pour les récepteurs conventionnels ( $\mathcal{M} = 1$ ), WL-FRESH à 2 entrées ( $\mathcal{M} = 2$ ) et WL-FRESH à 3 entrées ( $\mathcal{M} = 3$ )

$$z_{F\mathcal{M}}(k) = b_k r_{k,k} + \sum_{n \neq k} b_n \Re(r_{k,n}) + \sum_n f_n \Re(r'_{k,n}) + u_G(k). \quad (\text{F.1})$$

où  $r_{k,n}$  est défini par (IV.9) et où

$$r'_{k,n} = j^{n-k} \int \tilde{\mathbf{w}}_{F\mathcal{M}}^H(f) \tilde{\mathbf{g}}_{jF\mathcal{M}}(f) e^{j2\pi f(k-n)T} df. \quad (\text{F.2})$$

La génération des composantes SOI et ICC s'obtient directement à l'aide des suites de symboles i.i.d.  $b_k$  et  $f_k$  indépendantes entre elles. Par contre, la génération de la composante de bruit de fond Gaussien

$$u_G(k) = \Re \left( j^{-k} \int \tilde{\mathbf{w}}_{F\mathcal{M}}^H(f) \tilde{\mathbf{u}}_{F\mathcal{M}}(f) e^{j2\pi f k T} df \right) \quad (\text{F.3})$$

nécessite la génération d'une suite (F.3)  $u_G(k)$  de variables aléatoires corrélées Gaussiennes centrées réelles qui semble ne pas être stationnaire. Nous allons démontrer dans ce qui suit que cette suite est stationnaire pour les trois récepteurs conventionnels, FRESH à 2 et 3 entrées. Pour cela nous allons démontrer que  $u_G(k)$  (F.3) s'écrit sous la forme commune :

$$u_G(k) = \Re \left( j^{-k} \int \tilde{\mathbf{w}}_{F\mathcal{M}}^H(f) \mathbf{u}_G(f) e^{j2\pi f k T} df \right). \quad (\text{F.4})$$

Pour le récepteur conventionnel, le filtre  $\check{\mathbf{w}}_1$  de (F.4) désigne le filtre conventionnel  $\mathbf{w}$ . Pour le récepteur WL-FRESH à 2 entrées :  $\check{\mathbf{w}}_{F_2}^H(f)$  peut se décomposer sous la forme  $\check{\mathbf{w}}_{F_2}^H(f) = [\check{\mathbf{w}}_{2,a}^H(f), \check{\mathbf{w}}_{2,b}^H(f)]$  et  $u_G(k)$  s'écrit alors sous la forme suivante

$$u_G(k) = \Re \left( j^{-k} \int \left[ \check{\mathbf{w}}_{2,a}^H(f) \mathbf{u}_G(f) + \check{\mathbf{w}}_{2,b}^H(f) \mathbf{u}_G^* \left( -f + \frac{1}{2T} \right) \right] e^{j2\pi f k T} df \right), \quad (\text{F.5})$$

qui s'écrit après quelques manipulations algébriques sous la forme

$$u_G(k) = \Re \left( j^{-k} \int \underbrace{\left[ \check{\mathbf{w}}_{2,a}^H(f) + \check{\mathbf{w}}_{2,b}^T \left( \frac{1}{2T} - f \right) \right]}_{\check{\mathbf{w}}_2^H(f)} \mathbf{u}_G(f) e^{j2\pi f k T} df \right). \quad (\text{F.6})$$

Pour le récepteur WL-FRESH à 3 entrées,  $\check{\mathbf{w}}_{F_3}^H(f)$  peut se décomposer sous la forme  $\check{\mathbf{w}}_{F_3}^H(f) = [\check{\mathbf{w}}_{3,a}^H(f), \check{\mathbf{w}}_{3,b}^H(f), \check{\mathbf{w}}_{3,c}^H(f)]$  et  $u_G(k)$  s'écrit alors sous la forme suivante

$$u_G(k) = \Re \left( j^{-k} \int \left[ \check{\mathbf{w}}_{3,a}^H(f) \mathbf{u}_G(f) + \check{\mathbf{w}}_{3,b}^H(f) \mathbf{u}_G^* \left( -f + \frac{1}{2T} \right) + \check{\mathbf{w}}_{3,c}^H(f) \mathbf{u}_G^* \left( -f - \frac{1}{2T} \right) \right] e^{j2\pi f k T} df \right), \quad (\text{F.7})$$

qui s'écrit aussi après quelques manipulations algébriques sous la forme

$$u_G(k) = \Re \left( j^{-k} \int \underbrace{\left[ \check{\mathbf{w}}_{3,a}^H(f) + \check{\mathbf{w}}_{3,b}^T \left( \frac{1}{2T} - f \right) + \check{\mathbf{w}}_{3,c}^T \left( -\frac{1}{2T} - f \right) \right]}_{\check{\mathbf{w}}_3^H(f)} \mathbf{u}_G(f) e^{j2\pi f k T} df \right). \quad (\text{F.8})$$

Par suite pour les trois récepteurs conventionnels, WL-FRESH à 2 et à 3 entrées, (F.4) permet d'écrire que  $u_G(k) = \Re \left( j^{-k} u'_G(k) \right)$  avec  $u'_G(k) \triangleq \int \check{\mathbf{w}}_{\mathcal{M}}^H(f) \mathbf{u}_G(f) e^{j2\pi f k T} df$  où  $u'_G(k)$  est une suite stationnaire de variables aléatoires complexes Gaussiennes circulaires et colorées temporellement. Ses statistiques d'ordre deux sont caractérisées par  $r_{u'_G}(\ell) = \mathbb{E}[u'_G(k) u'^*_G(k - \ell)]$  qui par la formule des interférences est donnée par

$$r_{u'_G}(\ell) = N_0 \int \|\check{\mathbf{w}}_{\mathcal{M}}(f)\|^2 e^{j2\pi \ell f T} df. \quad (\text{F.9})$$

En conséquence, la suite réelle  $u_G(k)$  sera caractérisée par  $\mathbb{E}[u_G(k) u_G(k - \ell)]$  qui après quelques développements algébriques sera donné par

$$\mathbb{E}[u_G(k) u_G(k - \ell)] = \frac{1}{2} \Re \left[ j^{-\ell} r_{u'_G}(\ell) \right] \triangleq r_{u_G}(\ell). \quad (\text{F.10})$$

La génération de la composante de bruit Gaussien (F.3) se ramène donc pour les trois récepteurs conventionnels, WL-FRESH à 2 et 3 entrées, à la génération d'une suite  $u_G(k)$  stationnaire

---

de variables aléatoires gaussiennes réelles centrées colorées de corrélation  $r_{u_G}(\ell)$ .

Enfin, pour les canaux étudiés, nous avons  $|r_{u_G}(\ell)| \ll r_{u_G}(0)$  pour  $|\ell| > \mathcal{L}$ . La densité spectrale de puissance de la suite  $u_G(k)$  pourra donc être approchée par la fonction

$$\sum_{\ell=-\mathcal{L}}^{\ell=\mathcal{L}} r_{u_G}(\ell) z^{-\ell} \Big|_{z=e^{j2\pi fT}}. \quad (\text{F.11})$$

En utilisant la routine de factorisation spectrale décrite dans [112], on obtient la décomposition suivante de cette densité spectrale de puissance en  $z$

$$\sum_{\ell=-\mathcal{L}}^{\mathcal{L}} r_{u_G}(\ell) z^{-\ell} = \left( \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}} a_{\ell} z^{-\ell} \right) \left( \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}} a_{\ell} z^{\ell} \right). \quad (\text{F.12})$$

Par suite la génération de la suite  $u_G(k)$  se ramène à la génération d'une suite  $u(k)$  i.i.d. de variables aléatoires Gaussiennes ( $\mathcal{N}(0, 1)$ )

$$u_G(k) = \sum_{\ell=0}^{\mathcal{L}} a_{\ell} u(k - \ell). \quad (\text{F.13})$$



# Bibliographie

- [1] G. WU, S. TALWAR, K. JOHNSON, N. HIMAYAT et K. D. JOHNSON, « M2M: from mobile to embedded internet », *IEEE Communications Magazine*, t. 49, n° 4, p. 36–43, avr. 2011. DOI : [10.1109/MCOM.2011.5741144](https://doi.org/10.1109/MCOM.2011.5741144).
- [2] S. HAYKIN, « Cognitive radio: brain-empowered wireless communications », *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, t. 23, n° 2, p. 201–220, fév. 2005. DOI : [10.1109/JSAC.2004.839380](https://doi.org/10.1109/JSAC.2004.839380).
- [3] R. W. CHANG, « Synthesis of band-limited orthogonal signals for multichannel data transmission », *Bell System Technical Journal*, t. 45, n° 10, p. 1775–1796, 1<sup>er</sup> déc. 1966. DOI : [10.1002/j.1538-7305.1966.tb02435.x](https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1966.tb02435.x).
- [4] B. SALTZBERG, « Performance of an efficient parallel data transmission system », *IEEE Transactions on Communication Technology*, t. 15, n° 6, p. 805–811, déc. 1967. DOI : [10.1109/TCOM.1967.1089674](https://doi.org/10.1109/TCOM.1967.1089674).
- [5] S. WEINSTEIN et P. EBERT, « Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform », *IEEE Transactions on Communication Technology*, t. 19, n° 5, p. 628–634, oct. 1971. DOI : [10.1109/TCOM.1971.1090705](https://doi.org/10.1109/TCOM.1971.1090705).
- [6] J. W. COOLEY, P. A. W. LEWIS et P. D. WELCH, « Historical notes on the fast Fourier transform », *Proceedings of the IEEE*, t. 55, n° 10, p. 1675–1677, oct. 1967. DOI : [10.1109/PROC.1967.5959](https://doi.org/10.1109/PROC.1967.5959).
- [7] J. W. COOLEY et J. W. TUKEY, « An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series », *Mathematics of Computation*, t. 19, n° 90, p. 297–301, 1965. DOI : [10.2307/2003354](https://doi.org/10.2307/2003354).
- [8] M. BELLANGER et J. DAGUET, « TDM-FDM transmultiplexer: digital polyphase and FFT », *IEEE Transactions on Communications*, t. 22, n° 9, p. 1199–1205, sept. 1974. DOI : [10.1109/TCOM.1974.1092391](https://doi.org/10.1109/TCOM.1974.1092391).
- [9] B. HIROSAKI, « An orthogonally multiplexed QAM system using the discrete Fourier transform », *IEEE Transactions on Communications*, t. 29, n° 7, p. 982–989, juil. 1981. DOI : [10.1109/TCOM.1981.1095093](https://doi.org/10.1109/TCOM.1981.1095093).

- [10] J. A. C. BINGHAM, « Multicarrier modulation for data transmission: an idea whose time has come », *IEEE Communications Magazine*, t. 28, n° 5, p. 5–14, mai 1990. DOI : [10.1109/35.54342](https://doi.org/10.1109/35.54342).
- [11] P. SIOHAN, C. SICLET et N. LACAÏLLE, « Analysis and design of OFDM/OQAM systems based on filterbank theory », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 50, n° 5, p. 1170–1183, mai 2002. DOI : [10.1109/78.995073](https://doi.org/10.1109/78.995073).
- [12] N. MICHAILOW, M. MATTHÉ, I. S. GASPAR, A. N. CALDEVILLA, L. L. MENDES, A. FESTAG et G. FETTWEIS, « Generalized frequency division multiplexing for 5th generation cellular networks », *IEEE Transactions on Communications*, t. 62, n° 9, p. 3045–3061, sept. 2014. DOI : [10.1109/TCOMM.2014.2345566](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2014.2345566).
- [13] V. VAKILIAN, T. WILD, F. SCHAICH, S. t. BRINK et J. F. FRIGON, « Universal-filtered multi-carrier technique for wireless systems beyond LTE », in *Proceedings of the IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*, déc. 2013, p. 223–228. DOI : [10.1109/GLOCOMW.2013.6824990](https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2013.6824990).
- [14] A. M. TONELLO et M. GIROTTO, « Cyclic block filtered multitone modulation », *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, t. 2014, n° 1, p. 109, 11 juil. 2014. DOI : [10.1186/1687-6180-2014-109](https://doi.org/10.1186/1687-6180-2014-109).
- [15] D. DASALUKUNTE, F. RUSEK et V. OWALL, « Multicarrier Faster-Than-Nyquist transceivers: hardware architecture and performance analysis », *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, t. 58, n° 4, p. 827–838, avr. 2011. DOI : [10.1109/TCSI.2010.2089549](https://doi.org/10.1109/TCSI.2010.2089549).
- [16] H. LIN et P. SIOHAN, « Multi-carrier modulation analysis and WCP-COQAM proposal », *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, t. 2014, n° 1, p. 79, 30 mai 2014. DOI : [10.1186/1687-6180-2014-79](https://doi.org/10.1186/1687-6180-2014-79).
- [17] R. BALIAN, « Un principe d'incertitude fort en théorie du signal ou en mécanique quantique », *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences (Paris)*, t. 292, p. 1357–1361, 1981.
- [18] H. G. FEICHTINGER et T. STROHMER, éd., *Gabor Analysis and Algorithms: Theory and Applications*, Boston : Birkhäuser, 1997, 496 p.
- [19] M. BELLANGER, D. MATTERA et M. TANDA, « Lapped-OFDM as an alternative to CP-OFDM for 5G asynchronous access and cognitive radio », in *Proceedings of the 81st IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, mai 2015, p. 1–5. DOI : [10.1109/VTCSpring.2015.7145908](https://doi.org/10.1109/VTCSpring.2015.7145908).
- [20] D. MATTERA, M. TANDA et M. BELLANGER, « Filter bank multicarrier with PAM modulation for future wireless systems », *Signal Processing*, t. 120, p. 594–606, mar. 2016. DOI : [10.1016/j.sigpro.2015.09.035](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.09.035).

- [21] G. CHERUBINI, E. ELEFTHERIOU et S. OLCER, « Filtered multitone modulation for very high-speed digital subscriber lines », *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, t. 20, n° 5, p. 1016–1028, juin 2002. DOI : [10.1109/JSAC.2002.1007382](https://doi.org/10.1109/JSAC.2002.1007382).
- [22] M. G. BELLANGER, « Specification and design of a prototype filter for filter bank based multicarrier transmission », in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, t. 4, 2001, 2417–2420 vol.4. DOI : [10.1109/ICASSP.2001.940488](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2001.940488).
- [23] D. TSE et P. VISWANATH, *Fundamentals of Wireless Communication*. Cambridge, UK ; New York : Cambridge University Press, 2005, 564 p.
- [24] T. M. DUMAN et A. GHAYEB, *Coding for MIMO Communication Systems*. Chichester, England ; Hoboken, NJ : Wiley, 10 déc. 2007, 366 p.
- [25] R. ZAKARIA et D. LE RUYET, « On interference cancellation in Alamouti coding scheme for filter bank based multicarrier systems », in *Proceedings of the Tenth International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, août 2013, p. 1–5.
- [26] —, « A novel FBMC scheme for spatial multiplexing with maximum likelihood detection », in *Proceedings of the 7th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, sept. 2010, p. 461–465. DOI : [10.1109/ISWCS.2010.5624495](https://doi.org/10.1109/ISWCS.2010.5624495).
- [27] M. CAUS et A. I. PÉREZ-NEIRA, « Transmitter-receiver designs for highly frequency selective channels in MIMO FBMC systems », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 60, n° 12, p. 6519–6532, déc. 2012. DOI : [10.1109/TSP.2012.2217133](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2217133).
- [28] —, « Multi-stream transmission for highly frequency selective channels in MIMO-FBMC/OQAM systems », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 62, n° 4, p. 786–796, fév. 2014. DOI : [10.1109/TSP.2013.2293973](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2293973).
- [29] T. IHALAINEN, T. HIDALGO STITZ, M. RINNE et M. RENFORS, « Channel equalization in filter bank based multicarrier modulation for wireless communications », *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, t. 2007, n° 1, p. 049 389, 2007. DOI : [10.1155/2007/49389](https://doi.org/10.1155/2007/49389).
- [30] B. HIROSAKI, « An analysis of automatic equalizers for orthogonally multiplexed QAM systems », *IEEE Transactions on Communications*, t. 28, n° 1, p. 73–83, jan. 1980. DOI : [10.1109/TCOM.1980.1094576](https://doi.org/10.1109/TCOM.1980.1094576).
- [31] D. S. WALDHAUSER, L. G. BALTAR et J. A. NOSSEK, « MMSE subcarrier equalization for filter bank based multicarrier systems », in *Proceedings of the 9th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, juil. 2008, p. 525–529. DOI : [10.1109/SPAWC.2008.4641663](https://doi.org/10.1109/SPAWC.2008.4641663).

- [32] L. G. BALTAR, D. S. WALDHAUSER et J. A. NOSSEK, « MMSE subchannel decision feedback equalization for filter bank based multicarrier systems », in *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, mai 2009, p. 2802–2805. DOI : [10.1109/ISCAS.2009.5118384](https://doi.org/10.1109/ISCAS.2009.5118384).
- [33] L. G. BALTAR, A. MEZGHANI et J. A. NOSSEK, « MLSE and MMSE subchannel equalization for filter bank based multicarrier systems: coded and uncoded results », in *Proceedings of the 18th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, août 2010, p. 2186–2190.
- [34] R. ZAKARIA et D. LE RUYET, « Partial interference cancellation with maximum likelihood sequence detection in FBMC spatial multiplexing system », *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, t. 2016, n° 1, p. 47, 18 avr. 2016. DOI : [10.1186/s13634-016-0339-x](https://doi.org/10.1186/s13634-016-0339-x).
- [35] C. LÉLÉ, P. SIOHAN et R. LEGOUABLE, « The Alamouti scheme with CDMA-OFDM/OQAM », *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, t. 2010, n° 1, p. 703–713, 18 jan. 2010. DOI : [10.1155/2010/703513](https://doi.org/10.1155/2010/703513).
- [36] R. ZAKARIA et D. LE RUYET, « A novel filter-bank multicarrier scheme to mitigate the intrinsic interference: application to MIMO systems », *IEEE Transactions on Wireless Communications*, t. 11, n° 3, p. 1112–1123, mar. 2012. DOI : [10.1109/TWC.2012.012412.110607](https://doi.org/10.1109/TWC.2012.012412.110607).
- [37] M. RENFORS, T. IHALAINEN et T. H. STITZ, « A block-Alamouti scheme for filter bank based multicarrier transmission », in *Proceedings of the European Wireless Conference (EWC)*, avr. 2010, p. 1031–1037. DOI : [10.1109/EW.2010.5483517](https://doi.org/10.1109/EW.2010.5483517).
- [38] H. LIN, C. LÉLÉ et P. SIOHAN, « A pseudo Alamouti transceiver design for OFDM/OQAM modulation with cyclic prefix », in *Proceedings of the 10th IEEE Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*, juin 2009, p. 300–304. DOI : [10.1109/SPAWC.2009.5161795](https://doi.org/10.1109/SPAWC.2009.5161795).
- [39] W. GARDNER, W. BROWN et C.-K. CHEN, « Spectral correlation of modulated signals: part II - digital modulation », *IEEE Transactions on Communications*, t. 35, n° 6, p. 595–601, juin 1987. DOI : [10.1109/TCOM.1987.1096816](https://doi.org/10.1109/TCOM.1987.1096816).
- [40] D. VUČIĆ et M. OBRADOVIĆ, « Spectral correlation evaluation of MSK and offset QPSK modulation », *Signal Processing*, t. 78, n° 3, p. 363–367, nov. 1999. DOI : [10.1016/S0165-1684\(99\)00075-4](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(99)00075-4).
- [41] B. PICINBONO et P. CHEVALIER, « Widely linear estimation with complex data », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 43, n° 8, p. 2030–2033, août 1995. DOI : [10.1109/78.403373](https://doi.org/10.1109/78.403373).

- [42] P. CHEVALIER et F. PIPON, « New insights into optimal widely linear array receivers for the demodulation of BPSK, MSK, and GMSK signals corrupted by noncircular interferences-application to SAIC », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 54, n° 3, p. 870–883, mar. 2006. DOI : [10.1109/TSP.2005.862946](https://doi.org/10.1109/TSP.2005.862946).
- [43] R. MEYER, W. H. GERSTACKER, R. SCHOBBER et J. B. HUBER, « A single antenna interference cancellation algorithm for increased GSM capacity », *IEEE Transactions on Wireless Communications*, t. 5, n° 7, p. 1616–1621, juil. 2006. DOI : [10.1109/TWC.2006.1673070](https://doi.org/10.1109/TWC.2006.1673070).
- [44] A. A. MOSTAFA, « Single antenna interference cancellation (SAIC) method in GSM network », in *Proceedings of the 60th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall)*, t. 5, sept. 2004, 3748–3752 Vol. 5. DOI : [10.1109/VETEFC.2004.1404765](https://doi.org/10.1109/VETEFC.2004.1404765).
- [45] W. A. GARDNER, « Cyclic wiener filtering: theory and method », *IEEE Transactions on Communications*, t. 41, n° 1, p. 151–163, jan. 1993. DOI : [10.1109/26.212375](https://doi.org/10.1109/26.212375).
- [46] P. CHEVALIER, R. CHAUVAT et J.-P. DELMAS, « Enhanced widely linear filtering to make quasi-rectilinear signals almost equivalent to rectilinear ones for SAIC/MAIC », Soumis à *IEEE Transactions on Signal Processing*,
- [47] J.-P. DELMAS, P. CHEVALIER, S. SALLEM et R. CHAUVAT, « Sensitivity of SAIC/MAIC receiver to asynchronism and residual offsets for rectilinear and quasi-rectilinear modulations », *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, En cours de rédaction.
- [48] P. CHEVALIER, R. CHAUVAT et J.-P. DELMAS, « Widely linear FRESH receiver for SAIC/MAIC with frequency offsets », *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, En cours de rédaction.
- [49] R. CHAUVAT, P. CHEVALIER et J. P. DELMAS, « How to make quasi-rectilinear signals (MSK, GMSK, OQAM) almost equivalent to rectilinear ones (BPSK, ASK) for widely linear filtering in the presence of CCI », in *Proceedings of the 19th International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*, mar. 2015, p. 1–6.
- [50] P. CHEVALIER, R. CHAUVAT et J. P. DELMAS, « Quasi-rectilinear (MSK, GMSK, OQAM) co-channel interference mitigation by three inputs widely linear fresh filtering », in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, avr. 2015, p. 2434–2438. DOI : [10.1109/ICASSP.2015.7178408](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2015.7178408).
- [51] R. CHAUVAT, P. CHEVALIER et J. P. DELMAS, « Widely linear FRESH receiver for SAIC/MAIC with frequency offsets », in *Proceedings of the International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, août 2015, p. 536–540. DOI : [10.1109/ISWCS.2015.7454402](https://doi.org/10.1109/ISWCS.2015.7454402).

- [52] P. CHEVALIER, D. L. RUYET et R. CHAUVAT, « Maximum likelihood Alamouti receiver for filter bank based multicarrier transmissions », in *Proceedings of the 20th International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*, mar. 2016, p. 1–7.
- [53] P. CHEVALIER, J. P. DELMAS et R. CHAUVAT, « Reception filter impact on widely linear fresh receiver performance for SAIC/MAIC with frequency offsets », in *Proceedings of the IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM)*, juil. 2016, p. 1–5. DOI : [10.1109/SAM.2016.7569723](https://doi.org/10.1109/SAM.2016.7569723).
- [54] R. CHAUVAT, J. P. DELMAS et P. CHEVALIER, « Two and three inputs widely linear FRESH receivers for cancellation of a quasi-rectilinear interference with frequency offset », in *Proceedings of the 24th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, août 2016, p. 1398–1402. DOI : [10.1109/EUSIPCO.2016.7760478](https://doi.org/10.1109/EUSIPCO.2016.7760478).
- [55] S. MIRABBASI et K. MARTIN, « Overlapped complex-modulated transmultiplexer filters with simplified design and superior stopbands », *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, t. 50, n° 8, p. 456–469, août 2003. DOI : [10.1109/TCSII.2003.813592](https://doi.org/10.1109/TCSII.2003.813592).
- [56] P. P. VAIDYANATHAN, *Multirate Systems And Filter Banks*. Englewood Cliffs, N.J : Prentice Hall, 1992, 911 p.
- [57] H. G. FEICHTINGER et T. STROHMER, éd., *Advances in Gabor Analysis*, Boston : Birkhäuser, 2002, 368 p.
- [58] B. LE FLOCH, M. ALARD et C. BERROU, « Coded orthogonal frequency division multiplex », *Proceedings of the IEEE*, t. 83, n° 6, p. 982–996, juin 1995. DOI : [10.1109/5.387096](https://doi.org/10.1109/5.387096).
- [59] A. VAHLIN et N. HOLTE, « Optimal finite duration pulses for OFDM », *IEEE Transactions on Communications*, t. 44, n° 1, p. 10–14, jan. 1996. DOI : [10.1109/26.476088](https://doi.org/10.1109/26.476088).
- [60] R. HAAS et J.-C. BELFIORE, « A time-frequency well-localized pulse for multiple carrier transmission », *Wireless Personal Communications*, t. 5, n° 1, p. 1–18, 1997. DOI : [10.1023/A:1008859809455](https://doi.org/10.1023/A:1008859809455).
- [61] W. KOZEK et A. F. MOLISCH, « Nonorthogonal pulseshapes for multicarrier communications in doubly dispersive channels », *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, t. 16, n° 8, p. 1579–1589, oct. 1998. DOI : [10.1109/49.730463](https://doi.org/10.1109/49.730463).
- [62] P. SIOHAN et C. ROCHE, « Cosine-modulated filterbanks based on extended gaussian functions », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 48, n° 11, p. 3052–3061, nov. 2000. DOI : [10.1109/78.875463](https://doi.org/10.1109/78.875463).

- [63] T. STROHMER et S. BEAVER, « Optimal OFDM design for time-frequency dispersive channels », *IEEE Transactions on Communications*, t. 51, n° 7, p. 1111–1122, juil. 2003. DOI : [10.1109/TCOMM.2003.814200](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2003.814200).
- [64] A. SAHIN, I. GUVENC et H. ARSLAN, « A survey on multicarrier communications: prototype filters, lattice structures, and implementation aspects », *IEEE Communications Surveys Tutorials*, t. 16, n° 3, p. 1312–1338, 2014. DOI : [10.1109/SURV.2013.121213.00263](https://doi.org/10.1109/SURV.2013.121213.00263).
- [65] K. W. MARTIN, « Small side-lobe filter design for multitone data-communication applications », *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, t. 45, n° 8, p. 1155–1161, août 1998. DOI : [10.1109/82.718830](https://doi.org/10.1109/82.718830).
- [66] R. ZAKARIA, *Transmitter and receiver design for inherent interference cancellation in MIMO filter-bank based multicarrier systems*. Paris, CNAM, 7 nov. 2012.
- [67] A. KAYE et D. GEORGE, « Transmission of multiplexed PAM signals over multiple channel and diversity systems », *IEEE Transactions on Communication Technology*, t. 18, n° 5, p. 520–526, oct. 1970. DOI : [10.1109/TCOM.1970.1090417](https://doi.org/10.1109/TCOM.1970.1090417).
- [68] W. VAN ETTEN, « An optimum linear receiver for multiple channel digital transmission systems », *IEEE Transactions on Communications*, t. 23, n° 8, p. 828–834, août 1975. DOI : [10.1109/TCOM.1975.1092893](https://doi.org/10.1109/TCOM.1975.1092893).
- [69] T. WIEGAND et N. J. FLIEGE, « Equalizers for transmultiplexers in orthogonal multiple carrier data transmission », *Annales Des Télécommunications*, t. 52, n° 1, p. 39–45, jan. 1997. DOI : [10.1007/BF03001048](https://doi.org/10.1007/BF03001048).
- [70] L. VANDENDORPE, L. CUVELIER, F. DERYCK, J. LOUVEAUX et O. van de WIEL, « Fractionally spaced linear and decision-feedback detectors for transmultiplexers », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 46, n° 4, p. 996–1011, avr. 1998. DOI : [10.1109/78.668552](https://doi.org/10.1109/78.668552).
- [71] J. C. TU, « Optimum MMSE equalization for staggered modulation », in *Proceedings of The Twenty-Seventh Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, nov. 1993, 1401–1406 vol.2. DOI : [10.1109/ACSSC.1993.342310](https://doi.org/10.1109/ACSSC.1993.342310).
- [72] J. ALHAVA et M. RENFORS, « Adaptive sine-modulated/cosine-modulated filter bank equalizer for transmultiplexers », *Proceedings of the European Conference on Circuit Theory and Design (ECCTD)*, t. 3, p. 337–340, 2001.
- [73] X. MESTRE, M. MAJORAL et S. PFLETSCHINGER, « An asymptotic approach to parallel equalization of filter bank based multicarrier signals », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 61, n° 14, p. 3592–3606, juil. 2013. DOI : [10.1109/TSP.2013.2261297](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2261297).

- [74] B. PICINBONO, « On circularity », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 42, n° 12, p. 3473–3482, déc. 1994. DOI : [10.1109/78.340781](https://doi.org/10.1109/78.340781).
- [75] Z. DING et G. LI, « Single-channel blind equalization for GSM cellular systems », *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, t. 16, n° 8, p. 1493–1505, oct. 1998. DOI : [10.1109/49.730456](https://doi.org/10.1109/49.730456).
- [76] P. LAURENT, « Exact and approximate construction of digital phase modulations by superposition of amplitude modulated pulses (AMP) », *IEEE Transactions on Communications*, t. 34, n° 2, p. 150–160, fév. 1986. DOI : [10.1109/TCOM.1986.1096504](https://doi.org/10.1109/TCOM.1986.1096504).
- [77] E. SERPEDIN, F. PANDURU, I. SARI et G. B. GIANNAKIS, « Bibliography on cyclostationarity », *Signal Processing*, t. 85, n° 12, p. 2233–2303, déc. 2005. DOI : [10.1016/j.sigpro.2005.05.002](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2005.05.002).
- [78] E. GLADYSHEV, « Periodically and almost-periodically correlated random processes with a continuous time parameter », *Theory of Probability & Its Applications*, t. 8, n° 2, p. 173–177, 1<sup>er</sup> jan. 1963. DOI : [10.1137/1108016](https://doi.org/10.1137/1108016).
- [79] W. GARDNER et L. FRANKS, « Characterization of cyclostationary random signal processes », *IEEE Transactions on Information Theory*, t. 21, n° 1, p. 4–14, jan. 1975. DOI : [10.1109/TIT.1975.1055338](https://doi.org/10.1109/TIT.1975.1055338).
- [80] P. GOURNAY et P. VIRAVAU, « Corrélation spectrale théorique des modulations CPM partie i : résultat analytique pour les modulations CPFSK à 2 états (1-rec) », *Annales Des Télécommunications*, t. 53, n° 7, p. 267–278, 1998. DOI : [10.1007/BF02997683](https://doi.org/10.1007/BF02997683).
- [81] B. PICINBONO, *Random Signals and Systems*. Englewood Cliffs, N.J : Prentice Hall, 1993, 512 p.
- [82] W. BROWN et R. CRANE, « Conjugate linear filtering », *IEEE Transactions on Information Theory*, t. 15, n° 4, p. 462–465, juil. 1969. DOI : [10.1109/TIT.1969.1054330](https://doi.org/10.1109/TIT.1969.1054330).
- [83] W. A. GARDNER et W. A. BROWN, « Frequency-shift filtering theory for adaptive co-channel interference removal », in *Proceedings of the Twenty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, t. 2, oct. 1989, p. 562–567. DOI : [10.1109/ACSSC.1989.1200960](https://doi.org/10.1109/ACSSC.1989.1200960).
- [84] G. GELLI, L. PAURA et A. M. TULINO, « Cyclostationarity-based filtering for narrow-band interference suppression in direct-sequence spread-spectrum systems », *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, t. 16, n° 9, p. 1747–1755, déc. 1998. DOI : [10.1109/49.737643](https://doi.org/10.1109/49.737643).
- [85] G. GELLI et F. VERDE, « Blind FSR-LPTV equalization and interference rejection », *IEEE Transactions on Communications*, t. 51, n° 2, p. 145–150, fév. 2003. DOI : [10.1109/TCOMM.2003.809215](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2003.809215).

- [86] A. U. H. SHEIKH et F. HENDESSI, « FRESH-DFE: a new structure for interference cancellation », *Wireless Personal Communications*, t. 44, n° 2, p. 101–118, 3 sept. 2007. DOI : [10.1007/s11277-007-9347-3](https://doi.org/10.1007/s11277-007-9347-3).
- [87] W. A. GARDNER, « Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals », *IEEE Signal Processing Magazine*, t. 8, n° 2, p. 14–36, avr. 1991. DOI : [10.1109/79.81007](https://doi.org/10.1109/79.81007).
- [88] J. H. REED et T. C. HSIA, « The performance of time-dependent adaptive filters for interference rejection », *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, t. 38, n° 8, p. 1373–1385, août 1990. DOI : [10.1109/29.57572](https://doi.org/10.1109/29.57572).
- [89] H. GERSTACKER, R. SCHÖBER et A. LAMPE, « Receivers with widely linear processing for frequency-selective channels », *IEEE Transactions on Communications*, t. 51, n° 9, p. 1512–1523, sept. 2003. DOI : [10.1109/TCOMM.2003.816992](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2003.816992).
- [90] D. MATTERA, L. PAURA et F. STERLE, « MMSE WL equalizer in presence of receiver IQ imbalance », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 56, n° 4, p. 1735–1740, avr. 2008. DOI : [10.1109/TSP.2007.909380](https://doi.org/10.1109/TSP.2007.909380).
- [91] D. RAPHAELI, « A reduced complexity equalizer for OQPSK », *IEEE Transactions on Communications*, t. 58, n° 1, p. 46–51, jan. 2010. DOI : [10.1109/TCOMM.2010.01.0801922](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2010.01.0801922).
- [92] D. DARSENA, G. GELLI, L. PAURA et F. VERDE, « Widely linear equalization and blind channel identification for interference-contaminated multicarrier systems », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 53, n° 3, p. 1163–1177, mar. 2005. DOI : [10.1109/TSP.2004.842198](https://doi.org/10.1109/TSP.2004.842198).
- [93] K. KUCHI et V. K. PRABHU, « Performance evaluation for widely linear demodulation of PAM/QAM signals in the presence of rayleigh fading and co-channel interference », *IEEE Transactions on Communications*, t. 57, n° 1, p. 183–193, jan. 2009. DOI : [10.1109/TCOMM.2009.0901.060565](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2009.0901.060565).
- [94] S. SALLEM, J.-P. DELMAS et P. CHEVALIER, « Optimal SIMO MLSE receivers for the detection of linear modulation corrupted by noncircular interference », in *Proceedings of the IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, août 2012, p. 840–843. DOI : [10.1109/SSP.2012.6319837](https://doi.org/10.1109/SSP.2012.6319837).
- [95] G. UNGERBOECK, « Adaptive maximum-likelihood receiver for carrier-modulated data-transmission systems », *IEEE Transactions on Communications*, t. 22, n° 5, p. 624–636, mai 1974. DOI : [10.1109/TCOM.1974.1092267](https://doi.org/10.1109/TCOM.1974.1092267).
- [96] J. G. PROAKIS, *Digital Communications*, 4th edition. McGrawHill, 2000.

- [97] W. GERSTACKER, R. SCHÖBER, R. MEYER, F. OBERNOSTERER, M. RUDER et H. KALVERAM, « GSM/EDGE: a mobile communications system determined to stay », *AEU - International Journal of Electronics and Communications*, t. 65, n° 8, p. 694–700, août 2011. DOI : [10.1016/j.aeue.2011.01.010](https://doi.org/10.1016/j.aeue.2011.01.010).
- [98] M. A. RUDER, R. MEYER, F. OBERNOSTERER, H. KALVERAM, R. SCHÖBER et W. H. GERSTACKER, « Receiver concepts and resource allocation for OSC downlink transmission », *IEEE Transactions on Wireless Communications*, t. 13, n° 3, p. 1568–1581, mar. 2014. DOI : [10.1109/TWC.2014.012814.131015](https://doi.org/10.1109/TWC.2014.012814.131015).
- [99] H. TRIGUI et D. T. M. SLOCK, « Performance bounds for cochannel interference cancellation within the current GSM standard », *Signal Processing*, t. 80, n° 7, p. 1335–1346, juil. 2000. DOI : [10.1016/S0165-1684\(00\)00040-2](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(00)00040-2).
- [100] J. F. ADLARD, T. C. TOZER et A. G. BURR, « Application of frequency-shift filtering to the removal of adjacent channel interference in VLF communications », in *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, t. 6, 1998, 3515–3520 vol.6. DOI : [10.1109/GLOCOM.1998.775853](https://doi.org/10.1109/GLOCOM.1998.775853).
- [101] A. I. PÉREZ-NEIRA, M. CAUS, R. ZAKARIA, D. LE RUYET, E. KOFIDIS, M. HAARDT, X. MESTRE et Y. CHENG, « MIMO signal processing in offset-QAM based filter bank multicarrier systems », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 64, n° 21, p. 5733–5762, nov. 2016. DOI : [10.1109/TSP.2016.2580535](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2580535).
- [102] F. HÖRLIN, J. FICKERS, T. DELEU et J. LOUVEAUX, « Interference-free SDMA for FBMC-OQAM », *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, t. 2013, n° 1, p. 46, 2013. DOI : [10.1186/1687-6180-2013-46](https://doi.org/10.1186/1687-6180-2013-46).
- [103] M. NEWINGER, L. G. BALTAR, A. L. SWINDLEHURST et J. A. NOSSEK, « MISO broadcasting FBMC system for highly frequency selective channels », in *Proceedings of the 18th International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*, mar. 2014, p. 1–7.
- [104] Y. CHENG, P. LI et M. HAARDT, « Intrinsic interference mitigating coordinated beamforming for the FBMC/OQAM based downlink », *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, t. 2014, n° 1, p. 86, 2014. DOI : [10.1186/1687-6180-2014-86](https://doi.org/10.1186/1687-6180-2014-86).
- [105] Y. CHENG, L. G. BALTAR, M. HAARDT et J. A. NOSSEK, « Precoder and equalizer design for multi-user MIMO FBMC/OQAM with highly frequency selective channels », in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, avr. 2015, p. 2429–2433. DOI : [10.1109/ICASSP.2015.7178407](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2015.7178407).
- [106] M. EL TABACH, J. P. JAVAUDIN et M. HELARD, « Spatial data multiplexing over OFDM/OQAM modulations », in *Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC)*, juin 2007, p. 4201–4206. DOI : [10.1109/ICC.2007.693](https://doi.org/10.1109/ICC.2007.693).

- [107] A. IKHLEF et J. LOUVEAUX, « Per subchannel equalization for MIMO FBMC/OQAM systems », in *Proceedings of the IEEE Conference on Communications, Computers and Signal Processing*, août 2009, p. 559–564. DOI : [10.1109/PACRIM.2009.5291308](https://doi.org/10.1109/PACRIM.2009.5291308).
- [108] R. ZAKARIA, D. LE RUYET et M. BELLANGER, « Maximum likelihood detection in spatial multiplexing with FBMC », in *Proceedings of the European Wireless Conference (EWC)*, avr. 2010, p. 1038–1041. DOI : [10.1109/EW.2010.5483520](https://doi.org/10.1109/EW.2010.5483520).
- [109] T. IHALAINEN, A. IKHLEF, J. LOUVEAUX et M. RENFORS, « Channel equalization for multi-antenna FBMC/OQAM receivers », *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, t. 60, n° 5, p. 2070–2085, juin 2011. DOI : [10.1109/TVT.2011.2145424](https://doi.org/10.1109/TVT.2011.2145424).
- [110] S. M. ALAMOUTI, « A simple transmit diversity technique for wireless communications », *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, t. 16, n° 8, p. 1451–1458, oct. 1998. DOI : [10.1109/49.730453](https://doi.org/10.1109/49.730453).
- [111] P. CHEVALIER et F. DUPUY, « Widely linear Alamouti receiver for the reception of real-valued constellations corrupted by interferences - the Alamouti-SAIC/MAIC concept », *IEEE Transactions on Signal Processing*, t. 59, n° 7, p. 3339–3354, juil. 2011. DOI : [10.1109/TSP.2011.2125959](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2125959).
- [112] I SELESNICK et M. LANG, *Lecture notes on spectral factorization*, <http://eeweb.poly.edu/iselesni/EL713/sfact/sfact.pdf>, [Online; accessed 13-January-2017].

le cnam

THALES

Rémi CHAUVAT

Étude de liaisons SISO, SIMO,  
MISO et MIMO à base de  
formes d'ondes FBMC-OQAM et  
de récepteurs *Widely Linear*

le cnam

THALES

### Abstract :

Multicarrier modulations have been massively adopted in high data rates wireless communications standards (eg. OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) for the downlink of 4G mobile networks). However, for 5G networks, the expected increase of M2M (Machine-to-Machine) communications and the need for a more efficient spectrum occupation prevent the use of OFDM. FBMC-OQAM (Filter Bank Multi-Carrier - Offset Quadrature Amplitude Modulation) waveforms have appeared as a potential solution to these issues. However, equalization of FBMC-OQAM in frequency selective channels and/or MIMO (Multiple Input Multiple Output) channels is not straightforward because of residual intrinsic interferences between FBMC-OQAM subcarriers.

This thesis considers equalization techniques for these links. The study of WL (Widely Linear) receivers, capable of mitigating second-order noncircular signals (e.g. ASK, GMSK, OQAM) without any antenna diversity is privileged. This technique, named SAIC (Single Antenna Interference Cancellation) and applied for the suppression of co-channel interferences in GSM networks is considered, here, for the cancellation of FBMC-OQAM intercarrier interferences.

A progressive approach is adopted, from the suppression of co-channel interferences to the context of FBMC-OQAM signals where subcarriers are polluted by their own neighbouring subcarriers.

Finally, an alternative equalization approach for FBMC-OQAM is investigated and proposed in the context of MIMO Alamouti FBMC-OQAM links.

### Keywords :

FBMC, OQAM, Interference Cancellation, Widely Linear, Cyclostationarity, SISO, MIMO

### Résumé :

Les modulations multi-porteuses ont été massivement employées dans les standards de communications à très haut débit (eg. OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) sur le lien descendant des réseaux 4G). Toutefois, pour les futurs réseaux 5G, l'émergence prévue des communications M2M (Machine-to-Machine) et le besoin d'une meilleure occupation du spectre radio sont incompatibles avec l'emploi de l'OFDM.

La forme d'onde FBMC-OQAM (Filter Bank Multi-Carrier - Offset Quadrature Amplitude Modulation) représente une solution potentielle à ces problèmes. Toutefois, l'égalisation des signaux FBMC-OQAM en canal sélectif en fréquence et/ou MIMO (Multiple Input Multiple Output) est difficile à cause d'interférences intrinsèques entre les sous-porteuses du schéma FBMC-OQAM.

Cette thèse vise donc l'étude de techniques d'égalisation de ces liaisons. L'étude de récepteurs WL (Widely Linear) qui permettent la suppression d'interférences noncirculaires au second ordre (e.g. signaux ASK, GMSK, OQAM), sans diversité d'antenne en réception est privilégiée. Le travail effectué a visé l'étude de cette technique nommée SAIC (Single Antenna Interference Cancellation) et utilisée dans les réseaux GSM pour la suppression d'interférences co-canal afin de l'étendre à la suppression des interférences entre porteuses des formes d'ondes FBMC-OQAM.

Une approche progressive est adoptée, depuis l'élaboration du SAIC pour la suppression d'interférences co-canal au contexte des signaux FBMC-OQAM où chaque sous-porteuse est polluée par ses propres sous-porteuses adjacentes.

Dans un dernier temps, une approche alternative d'égalisation des signaux FBMC-OQAM est présentée et abordée dans le contexte de liaisons MIMO Alamouti FBMC-OQAM.

### Mots clés :

FBMC, OQAM, Annulation d'interférences, Widely Linear, Cyclostationarité, SISO, MIMO