



**HAL**  
open science

# Modélisation de la réponse vibro-acoustique d'une structure excitée par une couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression statique

Marion Berton

► **To cite this version:**

Marion Berton. Modélisation de la réponse vibro-acoustique d'une structure excitée par une couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression statique. Mécanique [physics]. Ecole Centrale de Lyon, 2014. Français. NNT: . tel-01570243

**HAL Id: tel-01570243**

**<https://theses.hal.science/tel-01570243>**

Submitted on 28 Jul 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

Présentée devant  
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir  
le grade de DOCTEUR  
SPÉCIALITÉS MÉCANIQUE ET ACOUSTIQUE

par  
Marion BERTON

## **MODÉLISATION DE LA RÉPONSE VIBRO-ACOUSTIQUE D'UNE STRUCTURE EXCITÉE PAR UNE COUCHE LIMITE TURBULENTE EN PRÉSENCE D'UN GRADIENT DE PRESSION STATIQUE**

Soutenue le 2 décembre 2014 devant la Commission d'Examen

### **JURY**

Président :	Alain	BERRY	(Rapporteur)
Examineurs :	Christian	AUDOLY	
	Frédérique	CHEVALIER	
	François	GAUTIER	(Rapporteur)
	Daniel	JUVÉ	(Directeur)
	Laurent	MAXIT	(co-Directeur)

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, UMR CNRS 5509

Ecole Centrale de Lyon

Laboratoire Vibrations Acoustique, INSA de Lyon



# Remerciements

Ce travail de thèse, débuté en octobre 2011, a été financé par DCNS et s'est déroulé au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA) de l'Ecole Centrale de Lyon, et au Laboratoire de Vibrations et d'Acoustique (LVA) de l'INSA de Lyon.

Je remercie tout d'abord chaleureusement mes directeurs de thèse pour leur encadrement durant ces trois années. Daniel Juvé m'a accueillie au Centre Acoustique du LMFA et m'a permis d'améliorer mes connaissances en mécanique des fluides et en acoustique, ce dont je lui suis très reconnaissante. Laurent Maxit, avec qui j'ai beaucoup apprécié travailler durant les deux années passées au LVA, m'a initiée à la vibro-acoustique et a patiemment répondu à mes flots de questions en sacrifiant même parfois le goûter de 16h. Il mérite pour cela mes plus sincères remerciements.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Alain Berry et François Gautier qui m'ont fait l'honneur de corriger mon travail. Un grand merci pour vos remarques et critiques sur le manuscrit et lors des deux tours de questions (!) à la soutenance, qui ont apporté un regard extérieur pertinent sur mon travail et m'ont permis de finaliser la thèse.

Merci également à DCNS pour son soutien financier, et à Christian Audoly pour m'avoir permis d'effectuer ce travail et pour son encadrement. Je tiens également à remercier Frédérique Chevalier d'avoir accepté de faire partie du jury et pour son implication tout au long de la thèse, ainsi qu'Edouard Honoré et Thomas Leissing avec qui j'ai apprécié échanger au cours des nombreux déplacements entre Lyon, Toulon et New-Delhi ...

Mes remerciements vont également à Gilles Robert qui m'a épaulée à mes débuts, tant pour comprendre ce qu'est un interspectre que pour organiser mes travaux, et Philippe Eyraud qui m'a bien souvent aidée à trouver les documents clés pour ma bibliographie.

Deux laboratoires signifient deux fois plus de copains de labo ... Et en effet j'ai bien eu droit à la double ration de ces personnes qui m'ont soutenue, m'ont donné confiance en moi tout au long de la thèse et avec qui j'ai découvert de nouvelles sphères d'humour insoupçonnées. Tout d'abord du côté du LMFA, dans le désordre je remercie les acousticiens du KCA, notamment Edouard, Arthur, Korcan, Adrien et Didier, qui m'ont accueillie dans leur groupe et m'ont montré la voie de la recherche et du babyfoot... François qui a su être le pont entre les couches limites et les turbomachines et dont la prose m'aura inspirée jusqu'au bout, Pierre pour ses remarques délicieusement désobligeantes, Guillaume et sa zen attitude communicative, Bouba et son rire tout aussi contagieux, Antoine grâce à qui j'ai pu retrouver confiance et doubles de clés dans les moments critiques, Aurélien et ses passions révolutionnaires régulièrement stimulées au Trokson, Nico B., mon maître en maîtrise de soi, Marie-Lys, soutien officiel de thésards par ses dessins et son entrain, et Annabelle et sa fraîcheur que rien n'arrête. Je n'oublie pas la génération suivante avec Emmanuel, Gherardo, Johannes et tous les arrivants suivants avec qui j'ai pu passer des soirées mémorables.

Du côté du LVA, je tiens à remercier tous les membres du labo pour leur accueil chaleureux, les rires partagés durant les deux années passées là-bas et pour l'indispensable soutien de certains pendant la dernière ligne droite. Un grand merci à Loïc pour toutes ces discussions sans fin sur les milliers de sujets de débats (nous n'en avons couvert qu'1%), pour son ouverture d'esprit, sa

curiosité et sa ténacité qui peuvent en épuiser certains mais qui m'ont beaucoup apporté. Merci à la fine équipe du deuxième étage, devenu the place to be en dépit des 40°C l'été, avec Valentin le russophile plutôt deux fois qu'une, Youssef et ses bons conseils, Remy et son optimisme inébranlable, Corentin et ses blagues tout droit sorties du dark net, Min qui aura subi ces blagues au quotidien en rédigeant sa thèse en deux langues, et Laurent et Marjorie le couple incontournable de PhDs fans des années 80... Merci également à l'équipe du premier étage, en particulier Yu pour ses poèmes incompris et son soutien, les deux Thibau(l)t, Jeremy, Mika et tous les autres doctorants qui ont participé à cette ambiance joyeuse.

Bien sûr je remercie ma famille et mes amis « non-thésards » pour leurs encouragements qui me furent très précieux tout au long de la thèse. Enfin je remercie Nicolas du fond du cœur pour l'énergie et la soif de vivre qu'il me communique tous les jours, et pour avoir bravé mes doutes et cru en moi du début à la fin de la thèse.

# Résumé

L'objectif de la thèse est de développer une méthode de calcul pour prédire le rayonnement acoustique, en fluide léger ou en fluide lourd, d'une structure excitée par une Couche Limite Turbulente (CLT) en présence d'un gradient de pression statique. La méthodologie proposée comporte trois étapes : la caractérisation de l'écoulement moyen par un calcul RANS stationnaire, la modélisation des fluctuations de pression pariétale à l'aide de modèles semi-empiriques et le calcul vibro-acoustique en réponse aux pressions fluctuantes.

Nous portons dans ce travail une attention particulière aux effets d'un gradient de pression statique dans l'écoulement, présent dans la plupart des cas industriels. Pour mettre en lumière ces effets nous proposons l'analyse d'un cas d'écoulement avec gradient de pression négatif puis positif correspondant à des mesures réalisées en tunnel aérodynamique. Cette étape de validation souligne l'importance de la prise en compte du gradient de pression dans la modélisation globale.

Une des difficultés pour estimer la réponse vibro-acoustique de la structure excitée par la CLT dans les basses et moyennes fréquences repose sur le couplage entre le modèle déterministe vibro-acoustique et les modèles statistiques de pression pariétale. Plusieurs approches sont étudiées pour introduire l'excitation hydrodynamique dans le modèle vibro-acoustique : a) en modélisant l'excitation par une distribution de forces ponctuelles ; b) en modélisant l'excitation par un champ d'ondes planes ; c) en utilisant un principe de réciprocité ; d) en utilisant des échantillons d'ondes planes auxquelles sont associées des phases aléatoires. L'application de ces différentes approches sur un cas test en fluide lourd permet d'étudier l'influence des paramètres de calcul et d'établir les avantages et inconvénients propres à chacune des méthodes. Les calculs vibro-acoustiques sont alors réalisés par l'approche PTF (Patch Transfer Functions) qui permet de traduire le couplage structure-fluide lourd sans trop augmenter le coût des calculs. Par ailleurs, pour traiter les hautes fréquences en utilisant la méthode SEA (Statistical Energy Analysis), des développements théoriques sont proposés avec les hypothèses simplificatrices associées qui permettent d'estimer la puissance injectée par la CLT à partir de fluctuations de pression exprimées dans le domaine des nombres d'onde.

La dernière partie est consacrée à l'adaptation des méthodes pour prendre en compte l'évolution spatiale de la CLT en présence d'un gradient de pression. Le formalisme repose sur une décomposition de la structure en différentes zones auxquelles on associe des interspectres de fluctuations de pression différents. Cette approche est appliquée sur un cas industriel d'écoulement sur un massif de sous-marin. La décomposition suppose que l'on néglige l'effet des corrélations des pressions entre les zones. L'influence de cette hypothèse est tout d'abord étudiée avec un cas d'excitation homogène. Enfin l'intérêt de prendre en compte l'évolution spatiale de la CLT dans les calculs de la pression rayonnée est mis en évidence sur ce cas.

Mots clés : Couche limite turbulente, fluctuations de pression pariétale, réponse vibro-acoustique de structure, bruit rayonné, gradient de pression statique dans l'écoulement, modélisations vibro-acoustiques large bande.



# Abstract

The aim of this thesis is to develop a numerical method to predict the acoustic radiation, either in a light or in a heavy fluid, from a structure excited by a Turbulent Boundary Layer (TBL), in the presence of a pressure gradient. The proposed methodology consists in three steps: the characterization of the mean flow from a steady-state RANS calculation, the modeling of the wall-pressure fluctuations from semi-empirical models, and the vibro-acoustic calculation in response to fluctuating pressure.

In this study, a particular attention is given to the effects of a pressure gradient in the mean flow, which occurs in most of the industrial applications. To analyze those effects, we first propose a study of a flow case with negative and positive pressure gradient, which corresponds to previous measurements in a wind tunnel. This validation step highlights the significance of taking into account the pressure gradient in the global modeling.

To estimate the vibro-acoustic response of the TBL-excited structure in the low and mid frequency band, a difficulty lies in the coupling between the deterministic vibro-acoustic model and the statistical wall-pressure model. Several approaches are studied to inject the hydrodynamic excitation in the vibro-acoustic model: a) by considering a spatially allocated excitation; b) by modeling the excitation with a plane wave field; c) by using a reciprocity principle; d) by using samples of uncorrelated plane waves. These approaches are tested on a heavy fluid test case which permits to study the influence of calculations parameters and to discuss the advantages and disadvantages of each method. The vibro-acoustic calculations are performed with the PTF approach (Patch Transfer Functions), which allows taking into account the heavy fluid-structure coupling without increasing time computation. Moreover in order to treat the high frequency range using SEA method (Statistical Energy Analysis), theoretical developments are proposed with simplifying assumptions to estimate the injected power to the structure from the expression of the wall-pressure fluctuations in the wavenumber domain.

A last part is dedicated to the extension of these vibro-acoustic methods in order to take into account the spatial evolution of the TBL in the presence of a pressure gradient. The formalism relies on a decomposition of the structure into zones on which different wall-pressure cross-spectra are applied. This approach is applied on an industrial test case of a turbulent flow on a submarine sail profile. The influence of the hypothesis necessary to the decomposition is first studied with a homogeneous excitation. The interest to take into account the spatial evolution of the TBL in the radiated pressure can then be highlighted in this case.

Keywords: Turbulent boundary layer, wall-pressure fluctuations, vibro-acoustic response of the structure, radiated noise, pressure gradient in the mean flow, broadband vibro-acoustic modeling.





# TABLE DES MATIERES

<b>REMERCIEMENTS</b>	<b>3</b>
<b>RESUME</b>	<b>5</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>7</b>
<b>TABLE DES MATIERES</b>	<b>9</b>
<b>NOMENCLATURE</b>	<b>13</b>
<b>INTRODUCTION</b>	<b>15</b>
<b>CHAPITRE 1. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	<b>19</b>
<b>1.1. Excitation hydrodynamique par la couche limite turbulente</b>	<b>19</b>
1.1.1. Caractérisation de l'écoulement turbulent pariétal	19
1.1.1.1. Equations générales de la mécanique des fluides	20
1.1.1.2. Description de la couche limite turbulente	20
1.1.1.3. Loi de paroi	22
1.1.2. Méthodes de calcul pour l'écoulement	23
1.1.2.1. Méthodes instationnaires	23
1.1.2.2. Modèles statistiques de turbulence	23
1.1.3. Représentation de l'excitation pariétale	25
1.1.4. Autospectre de fluctuations de pression	26
1.1.4.1. Modèles d'autospectres de fluctuations de pression pariétale	27
1.1.4.2. Cas d'écoulement en présence d'un gradient de pression statique	30
1.1.5. Interspectre de fluctuations de pression	35
1.1.5.1. Modèles d'interspectres de fluctuations de pression pariétale	36
1.1.5.2. Vitesse de convection	41
<b>1.2. Méthodes prédictives en vibro-acoustique</b>	<b>42</b>
1.2.1. Méthodes prédictives en basses fréquences	42
1.2.2. Méthodes prédictives en hautes fréquences	44
1.2.2.1. Méthodes énergétiques	44
1.2.2.2. Méthode SEA (Statistical Energy Analysis)	44
1.2.2.3. Extensions de la méthode SEA	46
1.2.3. Méthodes prédictives en moyennes fréquences	46
1.2.3.1. Différentes approches	46
1.2.3.2. Méthode PTF (Patch Transfer Functions)	47

<b>1.3. Méthodes d'introduction de l'excitation par la CLT dans le modèle vibro-acoustique</b>	<b>48</b>
1.3.1. Méthodes classiques pour la réponse d'une structure excitée par CLT	48
1.3.2. Calculs de puissance injectée à la structure par la CLT pour la méthode SEA	51
<b>1.4. Conclusion – Positionnement de notre étude</b>	<b>52</b>
<b>CHAPITRE 2. CARACTERISATION DE L'EXCITATION HYDRODYNAMIQUE INDUITE PAR UNE CLT : ETUDE DE CAS AVEC GRADIENT DE PRESSION STATIQUE</b>	<b>55</b>
<b>2.1. Description du cas d'étude : configuration du projet européen ENABLE</b>	<b>55</b>
<b>2.2. Caractérisation de l'excitation hydrodynamique – Validation des calculs d'écoulement et des modèles de spectres de pression pariétale</b>	<b>56</b>
2.2.1. Ecoulement moyen	57
2.2.1.1. Configuration des calculs RANS	57
2.2.1.2. Résultats	57
2.2.2. Autospectres de fluctuations de pression pariétale	60
<b>2.3. Etude de l'influence du gradient de pression statique sur l'interspectre de fluctuations de pression pariétale</b>	<b>64</b>
2.3.1. Vitesse de convection	64
2.3.2. Fonctions de cohérence	69
2.3.3. Interspectres en fréquence-nombre d'onde	74
<b>2.4. Conclusion</b>	<b>79</b>
<b>CHAPITRE 3. METHODES POUR LA MODELISATION DE LA REPONSE VIBRO-ACOUSTIQUE D'UNE STRUCTURE EXCITEE PAR UNE CLT HOMOGENE</b>	<b>81</b>
<b>3.1. Définition du problème</b>	<b>81</b>
<b>3.2. Modèle vibro-acoustique déterministe</b>	<b>83</b>
3.2.1. Présentation de la méthode PTF	83
3.2.1.1. Définition des fonctions de transfert par pavés	84
3.2.1.2. Couplage entre les sous-systèmes	85
3.2.2. Prise en compte de l'effet de masse ajoutée par le fluide lourd	86
3.2.3. Etude de convergence pour la discrétisation de l'interface par pavés	87
<b>3.3. Méthodes d'introduction de l'excitation par une CLT homogène dans un modèle vibro-acoustique déterministe</b>	<b>89</b>
3.3.1. Méthode spatiale	89
3.3.1.1. Mise en équations	89
3.3.1.2. Application – Etude de convergence pour la résolution spatiale de l'excitation	90
3.3.2. Méthode des Ondes Planes Généralisées	92
3.3.2.1. Mise en équations	93

3.3.2.2.	Calcul des fonctions de transfert par PTF pour une excitation par ondes planes généralisées	94
3.3.2.3.	Application – Etudes de convergence dans l’espace des nombres d’onde	94
3.3.3.	Méthode de Réciprocité	106
3.3.3.1.	Mise en équations	106
3.3.3.2.	Application – Calcul et comparaison de la réponse vibratoire de la plaque	106
3.3.4.	Méthode des Réalisations d’Ondes Planes Décorrélées	108
3.3.4.1.	Mise en équations	108
3.3.4.2.	Application – Etude de convergence pour le nombre de réalisations d’ondes planes	109
<b>3.4.</b>	<b>Calculs de la puissance injectée dans la structure par la CLT en hautes fréquences</b>	<b>112</b>
3.4.2.	Calcul de la réponse vibratoire moyenne sur une plaque finie	115
3.4.2.1.	Mise en équations	115
3.4.2.2.	Simplification par hypothèse sur l’excitation	116
3.4.2.3.	Application – Etude de sensibilité de l’hypothèse simplificatrice sur l’excitation	117
3.4.3.	Calcul de la réponse vibratoire sur une plaque infinie	120
3.4.3.1.	Mise en équations	120
3.4.3.2.	Application – Comparaison des méthodes	121
<b>3.5.</b>	<b>Conclusion</b>	<b>123</b>
<b>CHAPITRE 4. PRISE EN COMPTE DE L’EVOLUTION SPATIALE DE L’EXCITATION HYDRODYNAMIQUE DANS LE CALCUL VIBRO-ACOUSTIQUE</b>		<b>125</b>
<b>4.1.</b>	<b>Etude d’un écoulement sur le profil d’un massif de sous-marin : Modélisation de l’excitation hydrodynamique</b>	<b>125</b>
4.1.1.	Ecoulement moyen	126
4.1.2.	Autospectres de fluctuations de pression pariétale	127
4.1.3.	Interspectres de fluctuations de pression pariétale	129
<b>4.2.</b>	<b>Calcul vibro-acoustique déterministe avec variation de l’excitation par CLT</b>	<b>130</b>
4.2.1.	Définition du système vibro-acoustique	131
4.2.2.	Validation des méthodes d’introduction de l’excitation CLT dans le modèle vibro-acoustique dans le cas d’une excitation homogène	131
4.2.3.	Mise en forme des méthodes par zones d’excitation	133
4.2.3.1.	Méthode spatiale par zones	133
4.2.3.2.	Méthode des ondes planes généralisées par zones	135
4.2.3.3.	Méthode des réalisations d’ondes planes décorréliées par zones	135
4.2.4.	Etude de l’influence de la troncature de l’excitation par zones	136

4.2.5. Application – Mise en évidence de l’influence de l’évolution spatiale de la CLT sur la réponse vibro-acoustique	139
<b>4.3. Développement par zones du calcul de la puissance injectée pour un modèle SEA</b>	<b>143</b>
4.3.1. Développement par zones du calcul sur la plaque finie	143
4.3.2. Développement par zones du calcul sur plaque infinie	145
<b>4.4. Conclusion</b>	<b>147</b>
<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES</b>	<b>149</b>
Conclusion générale	149
Perspectives	151
<b>ANNEXE A. Mesures ENABLE : Interspectres de fluctuations de pression pariétale dans l’espace physique</b>	<b>155</b>
<b>ANNEXE B. Calcul des PTF</b>	<b>159</b>
<b>ANNEXE C. Calcul des résonances avec prise en compte de l’effet de masse ajoutée par le fluide lourd</b>	<b>161</b>
<b>ANNEXE D. Calcul de la réponse vibratoire moyenne d’une plaque plane infinie</b>	<b>167</b>
<b>REFERENCES</b>	<b>169</b>

# Nomenclature

## Caractères grecs :

$\alpha_x, \alpha_z$	Coefficients de Corcos
$\beta_\theta$	Paramètre de Clauser $\beta_\theta = (\theta/\tau_w) (dp/dx)$ ; $\beta_{\delta^*} = (\delta^*/\tau_w) (dp/dx)$
$\Gamma(\xi, \omega)$	Densité interspectrale des fluctuations de pression pariétale
$\delta$	Epaisseur de couche limite
$\delta^*$	Epaisseur de déplacement de la couche limite
$\bar{\epsilon}$	Dissipation turbulente
$\zeta$	Indice de zone d'excitation pariétale
$\eta_i$	Facteur de perte par dissipation interne d'un sous-système structure
$\eta_{ij}$	Facteur de perte par couplage entre les sous-systèmes $i$ et $j$
$\theta$	Epaisseur de quantité de mouvement de la couche limite
$\lambda_c$	Longueur d'onde associée à la convection des structures turbulentes $\lambda_c = U_c/f$
$\lambda_f$	Longueur d'onde de flexion naturelle de la structure
$\lambda_{fc}$	Longueur d'onde de flexion modale de la structure sous chargement lourd
$\mu$	Viscosité dynamique du fluide
$\nu$	Viscosité cinématique du fluide
$\nu_p$	Coefficient de Poisson de la structure
$\nu_t$	Viscosité cinématique turbulente
$\xi$	Séparation spatiale entre signaux de pression pariétale
$\rho$	Masse volumique du fluide
$\rho_p$	Masse volumique de la structure
$\tau_{ij}$	Tenseur des contraintes visqueuses
$\tau_w$	Tension de contrainte pariétale
$\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$	Interspectre en fréquence-nombre d'onde des fluctuations de pression pariétale
$\bar{\omega}$	Pulsation turbulente
$\omega$	Pulsation $\omega = 2\pi f$
$\langle \rangle$	Moyenne par bande de fréquence $\langle X \rangle = \frac{1}{2\Delta} \int_{\Omega-\Delta}^{\Omega+\Delta} X d\omega$

## Caractères latins :

$a, b$	Dimensions de structure
$c_0$	Célérité du son
$C_f$	Coefficient de frottement
$D$	Rigidité de flexion $D = E h_p^3 / 12(1 - \nu_p^2)$

$E$	Module d'Young
$\bar{E}_i$	Energie interne moyennée spatialement du sous-système $i$
$h_p$	Epaisseur de structure
$h_v$	Réponses impulsionnelles de la structure en vitesse vibratoire
$\bar{k}$	Energie cinétique turbulente
$k$	Nombre d'onde
$k_0$	Nombre d'onde acoustique
$k_f$	Nombre d'onde de flexion naturelle de la structure
$L_x, L_z$	Longueurs de corrélation
$\bar{P}_i$	Puissance injectée moyennée spatialement au sous-système structure $i$
$Re_x$	Nombre de Reynolds basé sur la variable $x$ ; $Re_x = U_\infty x / \nu$
$R_{pp}(\xi, \tau)$	Fonction d'intercorrélation de fluctuations de pression pariétale pour une séparation spatiale $\xi$ et temporelle $\tau$
$R_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t)$	Fonction d'intercorrélation de vitesse vibratoire de la structure entre les points $\mathbf{x}$ et $\mathbf{x}'$
$S_{pp}(\omega)$	Autospectre des fluctuations de pression pariétale
$U_\infty$	Vitesse moyenne de l'écoulement
$U_c$	Vitesse de convection
$U_e$	Vitesse externe de la couche limite ; $U_e = U(y = \delta)$
$u_\tau$	Vitesse de frottement
$v$	Vitesse vibratoire normale de la structure
$X^+$	Variable $X$ normalisée par l'échelle interne de couche limite

**Conventions pour la transformée de Fourier temporelle**

$$TF\{f\} = \int f(x)e^{-j\omega t} dt$$

$$TF\{f\}^{-1} = \frac{1}{2\pi} \int f(x)e^{j\omega t} d\omega$$

**Conventions pour la transformée de Fourier spatiale**

$$TF\{f\} = \int f(x)e^{-jkx} dx$$

$$TF\{f\}^{-1} = \frac{1}{2\pi} \int f(x)e^{jkx} dk$$

# Introduction

La maîtrise de la discrétion acoustique représente un enjeu majeur dans la conception des engins sous-marins. Au sein d'un sous-marin, plusieurs sources sont susceptibles de générer un rayonnement acoustique en champ lointain, et doivent être analysées et minimisées. Ces bruits peuvent avoir pour origine (voir Figure 1.1) :

- le propulseur de l'engin, où l'écoulement peut interagir avec l'hélice et les appendices à l'arrière du sous-marin, et où le phénomène de cavitation peut apparaître ;
- les vibrations des machines et les bruits au sein des installations internes de l'appareil, prédominants lorsque la vitesse du sous-marin est faible, qui se transmettent à la coque et provoquent un rayonnement acoustique dans l'eau ;
- l'écoulement du fluide sur la carène et sur les singularités de la coque de l'appareil. A partir d'une certaine vitesse du sous-marin, l'écoulement devient turbulent et les fluctuations dans la couche limite turbulente (CLT) qui se forme sur la structure sont à l'origine d'une part d'un rayonnement acoustique direct, et d'autre part d'un rayonnement vibro-acoustique de la structure.

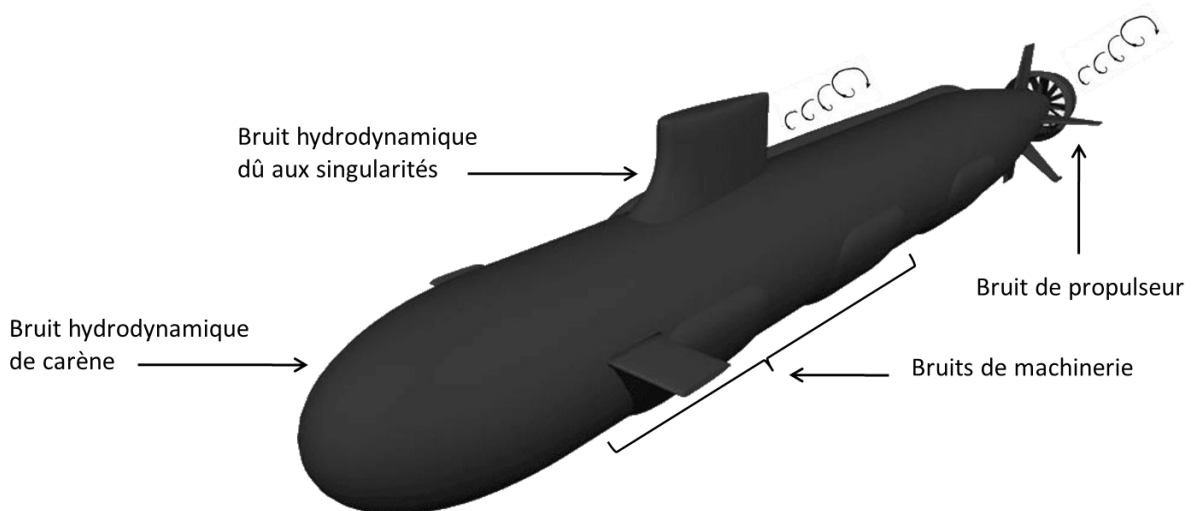


Figure 1.1 : Sources de bruit rayonné par un engin sous-marin.



Le bruit rayonné par les vibrations de la structure excitée par la CLT, auquel nous nous intéressons dans le cadre de la thèse, est un bruit large bande qui peut être minimisé en optimisant les profils des engins et en réduisant les perturbations de l'écoulement dues aux discontinuités de la structure. Dans les étapes de conception d'un sous-marin, il est donc essentiel de quantifier ce rayonnement en fonction de la configuration d'écoulement sur la carène. Pour cela, des mesures expérimentales peuvent être mises en place comme par exemple des essais en tunnel hydrodynamique ou en conditions réelles sur maquette tractée, mais ces processus sont rendus complexes par la taille des installations, le coût des maquettes et les difficultés de mise en œuvre en fluide lourd. Les outils numériques pour la modélisation des écoulements et des réponses vibro-acoustiques des structures sont donc d'un grand intérêt pour l'analyse et la prédiction du bruit d'origine hydrodynamique.

Dans ce contexte, l'objectif de la thèse financée par DCNS avec le soutien de la DGA est de développer une méthodologie permettant de modéliser le rayonnement acoustique large bande d'une structure excitée par une CLT en fluide lourd (voir Figure 1.2). La première étape consiste à caractériser l'écoulement turbulent et les fluctuations de pression à la paroi qui excitent mécaniquement la structure. Pour cela, la méthode s'oriente vers d'une part un calcul stationnaire de l'écoulement turbulent pour caractériser la couche limite, et d'autre part la modélisation des fluctuations de pression pariétale par des modèles semi-empiriques. L'étape suivante de la méthode consiste alors à introduire les spectres de pression pariétale ainsi définis dans un modèle vibro-acoustique. Différentes approches vibro-acoustiques peuvent être abordées selon la gamme de fréquence d'intérêt et les structures considérées. Un des objectifs de la thèse est de pouvoir adapter la méthode à la gamme de fréquence, en considérant aussi bien des modèles vibro-acoustiques déterministes en basses et moyennes fréquences, que des modèles statistiques pour les fréquences plus élevées.

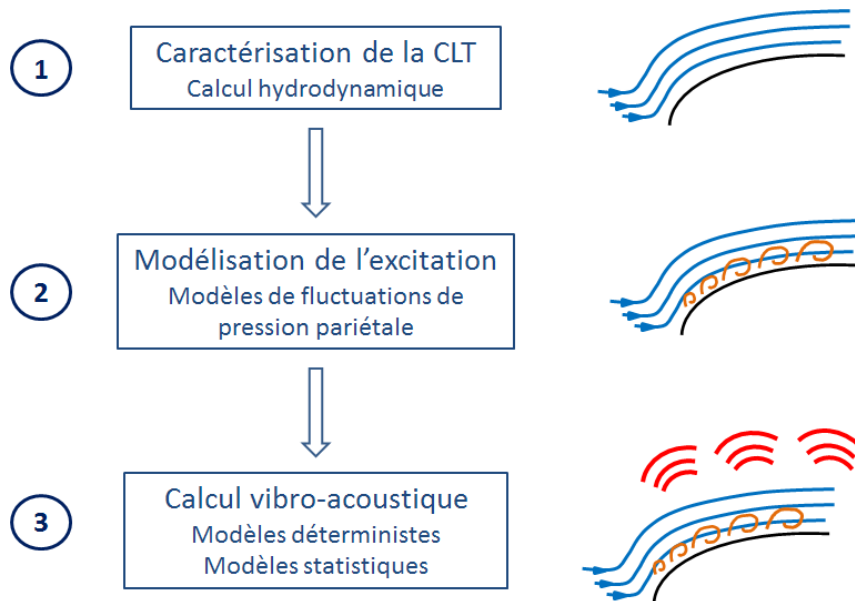


Figure 1.2 : Etapes de calcul pour la réponse vibro-acoustique d'une structure excitée par une CLT

Le manuscrit s'articule en quatre parties. Dans le premier chapitre, une étude bibliographique est présentée, portant sur les différents aspects de la méthode résumés en Figure 1.2. Nous abordons dans un premier temps les méthodes numériques permettant de décrire la couche limite turbulente et les différents modèles semi-empiriques de fluctuations de pression. Nous décrivons ensuite les principales méthodes de modélisation vibro-acoustique, avant de nous intéresser aux approches permettant d'introduire l'excitation par la CLT dans le calcul vibro-acoustique.

Le deuxième chapitre est consacré à la caractérisation de l'excitation de la structure par la CLT. Nous portons une attention particulière aux effets d'un gradient de pression statique dans l'écoulement, présent dans la plupart des cas industriels (comme par exemple les écoulements sur paroi courbe ou sur des singularités). Pour mettre en lumière ces effets nous proposons l'analyse d'un cas d'écoulement avec gradient de pression négatif puis positif correspondant à des mesures antérieures à la thèse réalisées en tunnel aérodynamique.

Dans la troisième partie, plusieurs approches sont proposées pour introduire l'excitation hydrodynamique dans le modèle vibro-acoustique. On s'intéresse dans un premier temps aux méthodes permettant de coupler les spectres de pression pariétale et un modèle vibro-acoustique déterministe, adapté aux basses et aux moyennes fréquences. Les approches développées introduisent l'excitation de différentes manières : la première met en jeu une distribution spatiale de forces ponctuelles ; la seconde modélise l'excitation par un champ d'ondes planes généralisées ; la troisième approche utilise le principe de réciprocité « point-onde » ; et enfin la quatrième approche utilise des échantillons d'ondes planes auxquelles sont associées des phases aléatoires. Les calculs vibro-acoustiques sont alors effectués par l'approche PTF (Patch Transfer Functions) qui permet de traduire le couplage structure-fluide lourd sans trop augmenter les coûts numériques. Dans un second temps, en vue d'étendre le domaine de fréquence d'intérêt aux hautes fréquences, on s'intéresse à la méthode SEA (Statistical Energy Analysis) et deux approches sont proposées pour calculer la puissance injectée par la CLT à la structure à partir des spectres de pression pariétale.

Enfin le Chapitre 4 porte sur une technique développée pour prendre en compte l'évolution spatiale de la CLT dans le calcul vibro-acoustique. On cherche ainsi à introduire dans le calcul vibro-acoustique les modifications du champ de pression fluctuante liées à l'évolution spatiale de l'écoulement sur un profil courbe et au gradient de pression statique. Les méthodes adaptées pour prendre en compte ces variations sont alors testées sur un cas simplifié d'écoulement en eau sur un profil de massif de sous-marin, de manière à travailler sur un cas proche des applications industrielles dans le domaine naval.



# Chapitre 1

## Etude bibliographique

Dans ce chapitre les problématiques décrites en introduction font chacune l'objet d'une étude bibliographique spécifique. La première partie propose tout d'abord un état de l'art sur la modélisation de l'excitation hydrodynamique par une Couche Limite Turbulente, avec notamment les principales méthodes numériques utilisées pour le calcul de l'écoulement et les principaux modèles de spectres de fluctuations de pression. Dans la seconde partie nous abordons les méthodes numériques courantes en vibro-acoustique selon la gamme de fréquence d'application. Enfin nous posons dans la dernière partie le problème vibro-acoustique de la structure soumise à une CLT, avant de positionner notre approche globale dans le projet de thèse.

### 1.1. Excitation hydrodynamique par la couche limite turbulente

#### 1.1.1. Caractérisation de l'écoulement turbulent pariétal

La turbulence est caractérisée par des structures tourbillonnaires en tout point et à tout instant, et par la présence de nombreuses échelles spatiales et temporelles. La description d'un écoulement turbulent peut être effectuée par différentes méthodes donnant plus ou moins d'informations. Pour mieux comprendre l'approche de mécanique des fluides numérique adoptée dans le cadre de la thèse, les équations générales régissant le comportement d'un fluide en mouvement et les caractéristiques de couche limite sont brièvement rappelées dans cette partie. Le lecteur est invité à consulter les ouvrages de Bailly & Comte-Bellot [9] et de Chassaing [26] pour plus de détails sur la turbulence.

### 1.1.1.1. Equations générales de la mécanique des fluides

Un écoulement ayant une vitesse  $U_i(x_j, t)$  obéit aux équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Si  $p(x_i, t)$  est la pression statique,  $\rho$  la masse volumique du fluide et  $\tau_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses, ces équations s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j}{\partial x_j} = 0 \\ \rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{cases} \quad (1.1)$$

où  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker.

Les écoulements à faible nombre de Mach faible peuvent être considérés comme incompressibles, et les équations se réécrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \\ \rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{cases} \quad (1.2)$$

avec

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.3)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide.

Lorsqu'un corps est immergé dans un écoulement, l'interaction entre le fluide et la paroi entraîne un changement de comportement au voisinage du corps. Les couches de fluide voisines interagissent et subissent un cisaillement sous l'effet de la viscosité du fluide et du frottement à la paroi. La zone où l'écoulement voit ses propriétés ainsi modifiées est appelée la couche limite.

### 1.1.1.2. Description de la couche limite turbulente

La couche limite est caractérisée par son épaisseur  $\delta$  qui correspond à la distance entre la paroi et la hauteur à laquelle la vitesse atteint 95% (ou 99% selon la convention) de la vitesse moyenne de l'écoulement  $U_\infty$  à l'extérieur de la zone visqueuse (Figure 1.1).

$$U(\delta) = 0.95U_\infty \quad (1.4)$$

Bien qu'il soit difficile à estimer expérimentalement avec précision, ce paramètre est classiquement utilisé pour décrire la couche limite et le nombre de Reynolds est usuellement basé sur  $\delta$  :  $Re_\delta = U_\infty \delta / \nu$  avec  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide.

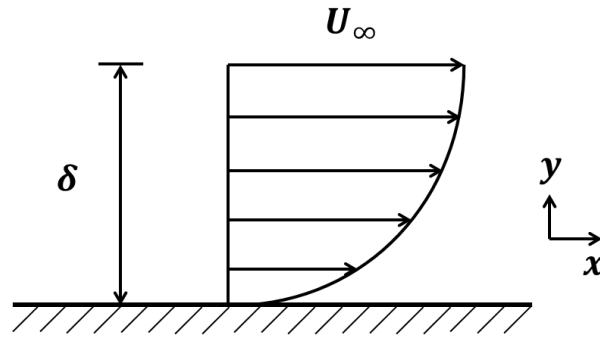


Figure 1.1 - Profil de vitesse et épaisseur de couche limite

L'épaisseur de déplacement  $\delta^*$ , est également introduite pour décrire la couche limite et correspond à la quantité dont il faudrait déplacer la paroi pour qu'un écoulement uniforme ait le même débit-masse que l'écoulement réel.

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{U}{U_{\infty}}\right) dy \quad (1.5)$$

L'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$ , correspond de la même manière à la quantité dont il faut déplacer la paroi pour qu'un écoulement uniforme ait la même quantité de mouvement que l'écoulement réel.

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{U}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{U}{U_{\infty}}\right) dy \quad (1.6)$$

La force de frottement exercée par l'écoulement sur la paroi est caractérisée par la tension pariétale  $\tau_w$  et permet de définir la vitesse de frottement  $u_{\tau} = \sqrt{\tau_w/\rho}$ . Son adimensionnement permet également d'obtenir le coefficient de frottement pariétal  $C_f = \tau_w / (\frac{1}{2} \rho u_{\tau}^2)$ .

Pour un écoulement sur une plaque plane, les relations approchées suivantes peuvent être utilisées pour décrire la couche limite [36][117] :

$$\frac{U}{U_{\infty}} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \frac{\delta^*}{\delta} = \frac{1}{n+1} \quad \frac{\theta}{\delta} = \frac{n}{(n+1)(n+2)} \quad (1.7)$$

Avec  $n$  une constante dont la valeur peut aller de 7 à 8 selon les plages de nombre de Reynolds [117], et dans le cas général d'une couche limite sans gradient de pression statique. Pour plus de détails sur ces représentations, on pourra se reporter aux ouvrages de Cousteix [36] et Schlichting [117].

Enfin en présence d'une paroi courbe ou d'un obstacle, le fluide subit des changements de vitesse et un gradient de pression statique apparaît le long de l'écoulement. Pour quantifier celui-ci en prenant en compte les paramètres de CLT, Clauser [31] introduit le paramètre adimensionnel  $\beta_{\theta} = (\theta/\tau_w)(dp/dx)$ , auquel on préfère parfois  $\beta_{\delta^*} = (\delta^*/\tau_w)(dp/dx)$  basé sur l'épaisseur de déplacement.

### 1.1.1.3. Loi de paroi

Une analyse plus fine de la couche limite turbulente permet de distinguer une zone interne, où les effets visqueux dominent, et une zone externe influencée par les effets inertiels. On utilise classiquement des échelles dites internes et externes pour caractériser chacune de ces zones. Les paramètres relatifs aux effets visqueux comme la tension pariétale  $\tau_w$  ou la vitesse de frottement  $u_\tau$  sont utilisés pour définir les échelles internes. Les variables adimensionnelles de paroi couramment utilisées  $U^+$  et  $y^+$  sont ainsi définies par :

$$U^+ = \frac{U}{u_\tau} \qquad y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu} \qquad (1.8)$$

Les échelles externes sont généralement basées sur l'épaisseur de couche limite  $\delta$  et sur la vitesse externe à la couche limite  $U_e$ .

A une faible distance de la paroi, les contraintes visqueuses jouent un rôle majoritaire par rapport aux contraintes dues à l'agitation turbulente, et l'écoulement peut être considéré comme quasi-laminaire. On parle alors de sous-couche visqueuse, et les profils de vitesse moyenne suivent une évolution linéaire ( $U^+ = y^+$ ). En s'éloignant de la paroi l'influence de la turbulence devient prédominante sur les effets de la viscosité et le profil prend la forme d'une loi logarithmique :

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \log(y^+) + B \qquad (1.9)$$

avec  $\kappa = 0.41$  la constante de Karman et  $B$  un coefficient empirique dépendant de la géométrie. On trouve généralement la valeur  $B = 5.2$  pour un cas classique de paroi plane et lisse. Entre ces deux régions, illustrées Figure 1.2, se trouve une zone tampon reliant les deux lois de comportement. Le profil de vitesse dans la couche limite apparaît donc comme une combinaison de lois de comportement, qui pourront, nous le verrons par la suite, être utilisées dans la modélisation de l'écoulement proche de la paroi.

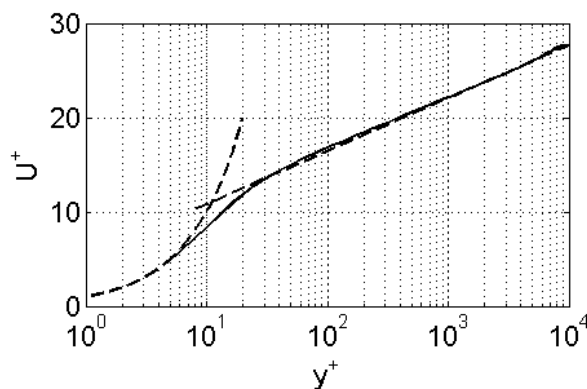


Figure 1.2 – Vitesse moyenne  $U^+$  en fonction de  $y^+$ . Les lignes en pointillés représentent les lois de similitude linéaire  $U^+ = y^+$ , et logarithmique  $U = \frac{1}{\kappa} \log(y^+) + B$ .

## 1.1.2. Méthodes de calcul pour l'écoulement

La résolution des équations de Navier-Stokes discrétisées en temps et en espace permet la simulation numérique des écoulements. Les nombreuses échelles caractérisant la turbulence représentent une contrainte pour la résolution, et un compromis est nécessaire entre le coût numérique du calcul et sa précision. Les méthodes de calcul instationnaires correspondent aux méthodes de calcul les plus fines mais aussi les plus coûteuses numériquement.

### 1.1.2.1. Méthodes instationnaires

On distingue parmi elles deux approches principales : la simulation numérique directe (DNS) et la simulation des grandes échelles (LES). La DNS consiste à résoudre toutes les échelles de la turbulence, le maillage spatial des équations de Navier-Stokes étant défini de manière à décrire le comportement des plus petites structures de l'écoulement. Cette méthode est principalement utilisée en recherche fondamentale, car rapidement coûteuse en ressources de calcul lorsque le nombre de Reynolds augmente.

Le principe de la LES [79] est de calculer directement les grandes échelles et de modéliser les plus petites, permettant des simulations d'écoulements à Reynolds plus élevés qu'avec la DNS. La fermeture nécessitée pour la modélisation des petites échelles repose en général sur la définition d'une viscosité turbulente.

De nombreux auteurs se sont intéressés à ces méthodes, en particulier la DNS, pour la caractérisation de la couche limite turbulente et des fluctuations de pression pariétale. On peut citer parmi eux Hansen *et al.* [60], Spalart [125], ou plus récemment Hu *et al.* [64] et Schlatter & Örlü [116]. L'évolution entre ces études montre que des progrès ont été faits en termes de nombre de Reynolds pouvant être abordés par des calculs instationnaires, mais les coûts numériques limitent encore largement l'application de ces méthodes à des cas d'intérêt industriel.

### 1.1.2.2. Modèles statistiques de turbulence

Par opposition à ces méthodes, les modèles statistiques de turbulence reposent sur une opération de moyenne des équations de Navier-Stokes. Ces modèles sont plus répandus dans les applications industrielles en raison de leur temps de calcul avantageux pour une précision raisonnable sur les quantités moyennes de l'écoulement, y compris sur des géométries complexes.

Pour comprendre le principe des modèles de turbulence, il faut partir de la décomposition de Reynolds de chaque quantité en une partie moyenne et une partie fluctuante :  $Q = \bar{Q} + q'$ . Les équations sont alors moyennées pour obtenir le système appelé équations de Reynolds (en anglais Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations, ou RANS equations) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = 0 \\ \frac{\partial \rho \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{U}_i \bar{U}_j}{\partial x_i} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [\tau_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j}] \end{array} \right. \quad (1.10)$$



Le tenseur de Reynolds  $-\overline{\rho u'_i u'_j}$  caractérise les contraintes induites par la turbulence sur l'écoulement moyen. Les contraintes totales sont donc les contraintes visqueuses  $\tau_{ij}$ , agissant majoritairement dans la zone proche paroi, et les contraintes de Reynolds, prépondérantes dans le reste de l'écoulement.

La modélisation du tenseur de Reynolds permet alors la fermeture du système pour la résolution des équations (1.10). Pour cela le modèle de Boussinesq, fréquemment utilisé, consiste à définir une viscosité turbulente à partir d'une analogie entre les contraintes visqueuses et les contraintes turbulentes. On définit  $\mu_t$  la viscosité dynamique turbulente qui est une fonction locale de l'écoulement et définie par :

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{3}{2} \rho \overline{k} \delta_{ij} \quad (1.11)$$

où  $\overline{k}$  est l'énergie cinétique turbulente. La formulation du tenseur de Reynolds en fonction de  $\mu_t$  permet ainsi de ramener le champ turbulent que l'on ne connaît pas au champ de vitesse moyenne.

La viscosité cinématique turbulente  $\nu_t = \mu_t/\rho$  peut se construire à partir d'une échelle de vitesse  $v$  et d'une échelle de longueur  $l$  représentatives de l'agitation turbulente :  $\nu_t \propto v \times l$ . Pour définir ces échelles représentatives, une méthode consiste à ajouter des équations de transport aux équations (1.10). Les modèles RANS sont classiquement ordonnés par le nombre d'équations ajoutées, y compris les modèles à zéro équation qui proposent une formulation directe de  $\nu_t$ . Le modèle de Prandtl définit notamment une longueur de mélange qui permet de relier  $\nu_t$  aux gradients de vitesse moyenne (i.e. modèle de longueur de mélange). Nous utilisons dans notre étude les modèles à deux équations de transport  $\overline{k} - \overline{\epsilon}$  et  $\overline{k} - \overline{\omega}$  [77][139][2], qui font partie des plus couramment utilisés. Dans ces modèles,  $\overline{k}$ ,  $\overline{\epsilon}$  et  $\overline{\omega}$  représentent les quantités dont les équations de transport sont ajoutées.  $\overline{k} = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$  correspond à la densité d'énergie cinétique turbulente moyenne,  $\overline{\epsilon}$  au taux de dissipation par l'agitation turbulente, et  $\overline{\omega} = \overline{k}/\overline{\epsilon}$  la pulsation turbulente traduit la fréquence des structures tourbillonnaires dans l'écoulement. Le système d'équations ainsi défini peut alors être résolu, par la méthode des volumes finis dans la grande majorité des codes de calcul CFD, puis les échelles de vitesse turbulente  $v$  et de longueur turbulente  $l$  peuvent être calculées à partir de ces quantités [2].

Dans le cas d'un écoulement le long d'une paroi, plusieurs approches sont possibles pour la modélisation de l'écoulement au voisinage de celle-ci. Lorsque le maillage est grossier, une loi de paroi (voir 1.1.1.3) peut être utilisée dans la zone proche de la paroi où l'écoulement n'est pas résolu. La loi linéaire  $U^+ = y^+$  est appliquée très proche de la paroi, puis la loi logarithmique dans la zone externe de la couche limite. Lorsque le maillage est plus fin, typiquement pour une épaisseur de première maille  $\Delta y^+ < 5$ , la résolution peut se faire directement jusqu'à la paroi. Le modèle de turbulence peut dans ce cas être modifié pour la résolution de l'écoulement aux premières mailles pour prendre en compte les effets dus à la paroi. La couche limite peut par exemple être divisée en une sous-couche purement turbulente dans la région externe de la CLT, et une sous-couche visqueuse dans la région interne. Des modifications peuvent alors être apportées aux équations de

transport selon la distance à la paroi pour traduire les propriétés physiques de chaque région (comme dans la résolution proposée dans le code ANSYS Fluent [2] par exemple).

Les modèles statistiques de turbulence présentent le meilleur compromis entre la précision du calcul et son coût numérique lorsqu'il s'agit d'estimer les quantités moyennes de l'écoulement. Les temps de calcul sont incomparables aux coûts des méthodes instationnaires et l'efficacité des modèles de turbulence a été prouvée à maintes reprises en recherche fondamentale et dans les applications industrielles. Ces modèles ne donnant d'information que sur l'écoulement moyen, une seconde étape dans notre approche consiste en une analyse statistique des quantités instationnaires à la paroi, afin de caractériser l'excitation de la structure par la CLT.

### 1.1.3. Représentation de l'excitation pariétale

La pression dans la couche limite peut être décomposée en une partie moyenne  $P$  et une partie fluctuante  $p'$ . L'excitation pariétale générée par la partie fluctuante est un phénomène intrinsèquement aléatoire, et ce fait implique la nécessité d'une approche statistique pour sa description. En faisant les hypothèses de stationnarité et d'homogénéité du champ de pression dans le plan de la paroi  $(x, z)$ , on définit la fonction de corrélation spatio-temporelle  $R_{pp}$  entre deux signaux de pression séparés spatialement et temporellement par  $\xi = (\xi_x, \xi_z)$  et  $\tau$  respectivement :

$$R_{pp}(\xi, \tau) = \overline{p'(x, t)p'(x + \xi, t + \tau)} \quad (1.12)$$

avec  $\mathbf{x} = (x, z)$  les coordonnées spatiales dans le plan de la paroi, et la barre indique une moyenne d'ensemble sur un certain nombre d'évènements. L'hypothèse d'ergodicité nous permet également de remplacer les moyennes d'ensemble par des moyennes temporelles, et la fonction d'intercorrélation peut se réécrire :

$$R_{pp}(\xi, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} p'(x, t)p'(x + \xi, t + \tau) dt \quad (1.13)$$

L'excitation induite par le champ de pression sur la paroi peut être vue comme une répartition d'énergie dans les domaines spectraux de  $\xi$  et  $\tau$ . Elle se décrit donc par une densité interspectrale, exprimée soit dans l'espace physique en appliquant une transformée de Fourier (TF) temporelle, soit dans l'espace des nombre d'onde  $\mathbf{k} = (k_x, k_z)$  en appliquant une double TF spatio-temporelle. La première forme qui correspond à l'interspectre spatial sera notée  $\Gamma(\xi, \omega)$ , et la seconde, correspondant à l'interspectre en fréquence-nombre d'onde, s'écrira  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  :

$$\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) = \iint \int_{-\infty}^{+\infty} R_{pp}(\xi, \tau) e^{-j(\omega\tau + \mathbf{k}\xi)} d\tau d\xi \quad (1.14)$$

La difficulté de mesurer précisément l'interspectre de fluctuations de pression a conduit à considérer l'autospectre  $S_{pp}(\omega)$  comme une quantité intermédiaire correspondant à la répartition des fluctuations en un point en fonction de la fréquence.

$$S_{pp}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{pp}(0, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \quad (1.15)$$

Ces différentes formes de densités spectrales de fluctuations de pression pariétale, auxquelles nous consacrons les paragraphes suivants, ont été le sujet de nombreuses études expérimentales et théoriques depuis les années 1950. Les multiples modèles semi-empiriques d'interspectre et d'autospectre développés à partir de ces études constituent une solution accessible pour caractériser le champ de pression, malgré la difficulté d'étendre leur application à toutes les configurations d'écoulement.

D'autres pistes de modélisation se développent par ailleurs, telles que les méthodes statistiques proposés par Remmler *et al.* [126] et Glegg [53], qui permettent d'estimer les spectres de pression pariétale à partir des quantités de turbulence, ce qui vise à minimiser le caractère empirique des modèles. Un modèle statistique développé par ailleurs par Peltier & Hambric [108] permet d'obtenir les fonctions de corrélation spatiale à partir de données issues de calculs RANS, en tenant compte des effets d'un gradient de pression. Cette méthode a permis de retrouver les niveaux d'autospectre pour différents cas de gradient, mais les applications pour évaluer les interspectres en fréquence-nombre d'onde sont encore au stade de projet.

Nous nous intéressons ici aux modèles semi-empiriques qui présentent l'avantage d'être facile à mettre en œuvre. Il est important de garder à l'esprit dans ce qui suit que ces modèles sont pour la plupart construits selon les hypothèses de structure rigide, lisse et plane ou à grand rayon de courbure. Cela implique pour le fluide que la couche limite n'est pas impactée par les vibrations de la structure ni par les défauts de surface. Notons cependant que certains auteurs comme Devenport *et al.* [1][40][8] se sont intéressés aux effets de la rugosité ou de défauts de surface sur les fluctuations de pression pariétale et le bruit rayonné.

#### 1.1.4. Autospectre de fluctuations de pression

Les fluctuations de pression à la paroi proviennent du jeu complexe des contributions de chaque échelle de turbulence dans la couche limite. La prise en compte de ces contributions rend délicate la modélisation du champ de pression, et explique le besoin de plusieurs échelles pour la construction des autospectres. En basses fréquences les grosses structures turbulentes correspondant aux échelles externes de la couche limite influencent majoritairement les fluctuations de pression. En hautes fréquences ce sont les petites structures présentes dans la partie interne de la couche limite qui dominent le comportement du champ de pression, et on préférera les échelles visqueuses pour normaliser les spectres. Une région centrale dite zone universelle a également été identifiée entre les moyennes et hautes fréquences, où le spectre ne dépend plus des échelles et est proportionnel à  $\omega^{-1}$ . Ces considérations sur les échelles de dépendance des autospectres, tout d'abord mises en évidence expérimentalement avec par exemple les résultats de Bakewell *et al.* [10] ou Farabee & Casarella [47], ont été amplement discutées entre autres par Blake [15], Keith *et al.* [70], Bull [21] ou plus récemment Goody [54]. Les différentes échelles que l'on utilisera pour adimensionner les spectres sont résumées dans le tableau suivant.

Echelle	Adimensionnement du spectre	Adimensionnement en fréquence
Externe (Basses fréquences)	$S_{pp}(\omega)U_\infty/\tau_w^2\delta^*$	$\omega\delta^*/U_\infty$
Interne (Hautes fréquences)	$S_{pp}(\omega)u_\tau^2/\tau_w^2\nu$	$\omega\nu/u_\tau^2$

Tableau 1.1 : Variables d'adimensionnement des autospectres.

Les tendances des spectres par gamme de fréquences sont usuellement approchées par des pentes caractéristiques. Pour un écoulement sans gradient de pression statique, le spectre varie en  $\omega^2$  en basses fréquences, et en  $\omega^{-1}$  dans la zone de recouvrement. Dans cette dernière zone, certains résultats expérimentaux montrent cependant une évolution en  $\omega^{-0.7}$  (McGrath & Simpson [100]) ou en  $\omega^{-0.8}$  (Goody & Simpson [55]).

En hautes fréquences la pente est approchée à  $\omega^{-5}$ , mais peut également varier. McGrath & Simpson [100] ont par exemple mesuré une évolution en  $\omega^{-5.5}$ . Il faut noter que dans cette gamme de fréquences, une difficulté expérimentale à déterminer la pente des spectres apparaît en raison de la résolution spatiale des capteurs : les niveaux sont atténués selon la taille du transducteur par rapport à celles des plus petites échelles de turbulence. Pour pallier ce problème, Corcos [33] propose un modèle théorique de facteur de correction dépendant du rayon du capteur et de la fréquence. Des études expérimentales, notamment par Gilchrist & Strawderman [52], Geib [50] et Schewe [115], mettent en évidence la variation de sensibilité sur la surface des capteurs, et la difficulté à établir un modèle de sensibilité pour tous les capteurs. On retiendra qu'il est prudent de définir un rayon équivalent du capteur en fonction de sa courbe de sensibilité sur sa surface, avant d'appliquer la correction de Corcos.

#### 1.1.4.1. Modèles d'autospectres de fluctuations de pression pariétale

##### *Modèle d'Efimtsov (1984)*

Le modèle empirique proposé par Efimtsov [43] est construit à partir de mesures de pression pariétale pour une couche limite sans gradient de pression dans un tunnel aérodynamique. Sa formulation dépend de  $Re_{u_\tau} = \delta u_\tau/\nu$  :

$$S_{pp}(\omega) = \frac{\rho^2 u_\tau^3 \delta \alpha \beta}{\left(1 + 8\alpha^3 \left(\frac{\omega\delta}{u_\tau}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}} + \alpha\beta Re \left(\frac{\left(\frac{\omega\delta}{u_\tau}\right)}{Re}\right)^{\frac{10}{3}}} \quad (1.16)$$

où  $\alpha = 0.01$ ,  $\beta = \left[1 + \left(\frac{Re_0}{Re_{u_\tau}}\right)^3\right]^{\frac{1}{3}}$ , et,  $Re_0 = 3000$ . On remarque qu'en hautes fréquences le spectre varie selon  $\omega^{-10/3}$ , et que la première pente en  $\omega^2$  en basses fréquences n'est pas incluse.

### **Modèle de Chase (1987)**

Le modèle d'interspectre en fréquence-nombre d'onde de Chase développé en 1980 [24] et dont une version améliorée est publiée en 1987 [25], permet de déduire un autospectre de fluctuations de pression par intégration sur les nombres d'onde. Cet interspectre, que nous décrivons plus en détail dans la partie 1.1.5, est construit à partir des contributions relatives aux interactions entre le cisaillement moyen et la turbulence (indices  $M$ ) et entre les structures turbulentes elles-mêmes (indices  $T$ ). L'autospectre déduit du modèle le plus récent [25] s'écrit

$$S_{pp}(\omega) = 2\rho^2 u_\tau^4 \omega^{-1} h \left[ \frac{2\pi}{3} C_M \alpha_M^{-3} (1 + \mu_M^2 \alpha_M^2) + \pi C_T \alpha_T^{-1} (1 + \alpha_T^{-2}) \right] \quad (1.17)$$

où  $\alpha_M = \alpha_T = \sqrt{1 + \left(\frac{U_c}{b\omega\delta}\right)^2}$ .  $hC_M = 0.466$ ,  $hC_T = 0.014$ ,  $h = \mu U_c / u_\tau = 3$ , et  $b = 0.75$  sont des constantes ajustées empiriquement à partir de mesures en air.

### **Modèle d'Astolfi (1993)**

Le modèle d'Astolfi [5] a ensuite été développé à partir de mesures sur une structure soumise à une CLT en eau. Il introduit une formulation simple par segments de droites qui s'écrit :

$$\frac{S_{pp}(\omega)}{\rho^2 u_\tau^3 \delta} = \begin{cases} 9.1 \times 10^{-4} \omega^{+0.8} & \text{Si } \omega^+ < 20 \\ 3 \times 10^{-3} \omega^{+0.4} & \text{Si } 20 \leq \omega^+ < 60 \\ 1.5 \times 10^{-2} & \text{Si } 60 \leq \omega^+ < 120 \\ 1.8 \omega^{+-1} & \text{Si } 120 \leq \omega^+ < 0.5R_t \\ 0.714 R_t^{\frac{4}{3}} \omega^{+-\frac{7}{3}} & \text{Si } 0.5R_t \leq \omega^+ < R_t \\ 0.714 R_t^4 \omega^{+-5} & \text{Si } R_t \leq \omega^+ \end{cases} \quad (1.18)$$

où  $\omega^+ = \omega\delta/u_\tau$  et  $R_t = u_\tau\delta/\nu$ . Ce modèle empirique permet ainsi de traduire les pentes caractéristiques en moyennes et hautes fréquences mais le spectre varie selon  $\omega^{0.8}$  en basses fréquences.

### **Modèle de Smol'yakov (2000)**

Smol'yakov [121] se base sur des mesures de spectres publiées et sur une méthode théorique pour proposer une modélisation dépendant du Reynolds  $Re_\theta = U_e\theta/\nu$ . Son modèle est construit par régions distinctes de fréquences, définies par rapport à  $\bar{\omega} = \omega\nu/u_\tau^2$ .

$$S_{pp}(\omega) = \begin{cases} 1.49 \times 10^{-5} Re_\theta^{2.74} \bar{\omega}^{-2} \left(1 - 0.117 \bar{\omega}^{-1/2} Re_\theta^{0.44}\right) \frac{\tau_w^2 \nu}{u_\tau^2} & \text{si } \bar{\omega} < \bar{\omega}_0 \\ 2.75 \bar{\omega}^{-1.11} \left(1 - 0.82 e^{-0.51 \left(\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_0} - 1\right)}\right) \frac{\tau_w^2 \nu}{u_\tau^2} & \text{si } \bar{\omega} \in [\bar{\omega}_0; 0.2] \\ (38.9 e^{-8.35 \bar{\omega}} + 18.6 e^{-3.58 \bar{\omega}} + 0.31 e^{-2.1 \bar{\omega}}) \times \left(1 - 0.82 e^{-0.51 \left(\frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_0} - 1\right)}\right) \frac{\tau_w^2 \nu}{u_\tau^2} & \text{si } \bar{\omega} > 0.2 \end{cases} \quad (1.19)$$

avec  $\bar{\omega}_0 = 49.35 R e_\theta^{-0.88}$ . Le premier terme correspond aux lois générales propres à chaque gamme de fréquence, et le terme entre parenthèse permet une transition entre ces régions.

### **Modèle de Goody (2004)**

Dans le développement de son modèle, Goody [54] s'intéresse aux effets du nombre de Reynolds qui est à l'origine de la décroissance des niveaux de l'autospectre en hautes fréquences. Le modèle est basé sur plusieurs groupes de données expérimentales de spectre pour des écoulements sans gradient de pression et principalement en air (entre autres Blake [14], Farabee & Casarella [47], McGrath & Simpson [100]), mais aussi en eau avec les mesures de Olivero-Bally *et al.* [103]. L'expression analytique de ce modèle s'écrit :

$$\frac{S_{pp}(\omega)U_e}{\tau_w^2 \delta} = \frac{3 \left(\frac{\omega\delta}{U_e}\right)^2}{\left[\left(\frac{\omega\delta}{U_e}\right)^{0.75} + 0.5\right]^{3.7} + \left[(1.1 R_T^{-0.57}) \left(\frac{\omega\delta}{U_e}\right)\right]^7} \quad (1.20)$$

où  $R_T = \frac{\delta/U_e}{\nu/u_\tau^2} = \frac{u_\tau\delta}{\nu} \sqrt{\frac{c_f}{2}}$  est introduit pour prendre en compte les effets du nombre de Reynolds sur le spectre. Ce rapport des variables inertielles et visqueuses permet plus précisément de modifier la taille de la zone universelle de pente  $\omega^{-0.7}$  dans ce modèle.

### **Comparaison des modèles d'autospectre**

Les modèles présentés ne sont applicables que pour des cas d'écoulement sans gradient de pression statique. On considère pour les comparer un cas d'écoulement en eau sur une plaque plane, et dont les propriétés sont indiquées dans le Tableau 1.2.

Paramètre	Valeur
$U_\infty$	10 m/s
$\delta$	4.45 cm
$\delta^*$	5.6 mm
$u_\tau$	0.318 m/s
$\rho$	1000 kg/m <sup>3</sup>

Tableau 1.2 : Paramètres d'écoulement

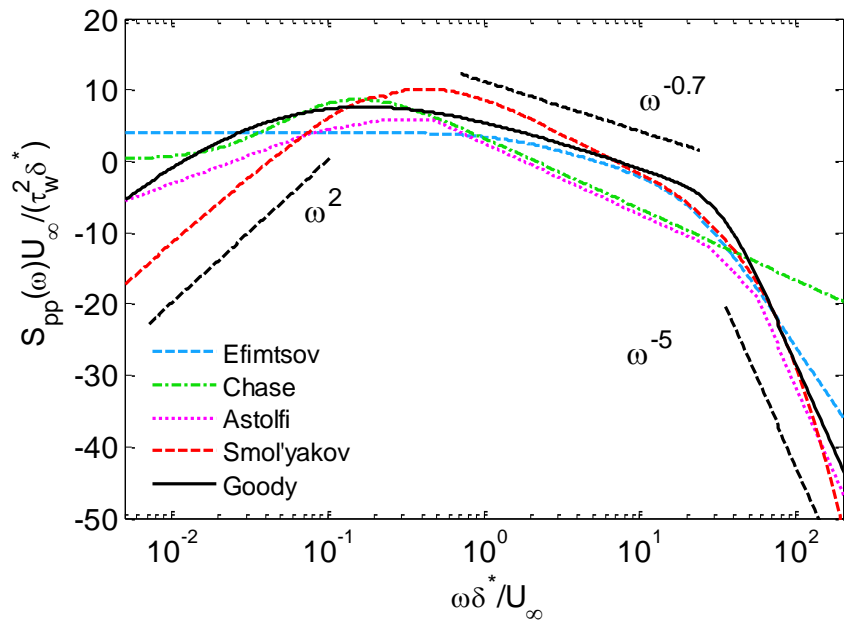


Figure 1.3 : Comparaison des modèles d'autospectres de fluctuations de pression pariétale (dB).

Les spectres adimensionnés selon les variables externes sont représentés Figure 1.3, ainsi que les pentes caractéristiques pour chaque gamme de fréquence. Ces tendances sont plus ou moins bien suivies selon les modèles, mais les spectres modélisés montrent un bon accord entre eux dans l'ensemble. Le modèle de Goody étant le plus récent et basé sur un grand nombre de données expérimentales, il est généralement admis comme étant le plus précis par rapport aux mesures pour les cas d'écoulement sans gradient de pression, comme le montrent Hwang *et al.* [66]. En le prenant comme référence, on peut faire les remarques suivantes :

- Le modèle d'Efimtsov ne permet pas d'observer la pente positive en basses fréquences ni le maximum, mais prédit relativement bien les niveaux en hautes fréquences ;
- Le modèle de Chase (1987) présente bien un maximum autour de  $\omega \delta^* / U_\infty = 0.2$ , mais a tendance à sous-estimer les niveaux en moyennes fréquences et n'inclut pas la pente observée en hautes fréquences ;
- Le modèle d'Astolfi donne une allure proche du spectre du modèle de Chase, en particulier dans la zone de recouvrement, et inclut la décroissance en  $\omega^{-5}$  dans les hautes fréquences. Cependant ce modèle a un fort caractère empirique ce qui peut être contraignant pour étendre son applicabilité ;
- Le modèle de Smol'yakov donne un meilleur accord par rapport au modèle de Goody et présente bien les trois zones caractéristiques, mais le maximum est décalé vers les hautes fréquences et les niveaux sont sous-estimés en basses fréquences.

#### 1.1.4.2. Cas d'écoulement en présence d'un gradient de pression statique

Les variations engendrées par un gradient de pression statique sur les niveaux de fluctuations de pression peuvent être significatives et sa prise en compte devient nécessaire dans de nombreux cas. Toutefois les mesures disponibles dans la littérature étant moins nombreuses et les lois de

similitude plus difficile à établir, on ne trouve pour le moment que peu de données et de méthodes de modélisation des autospectres prenant en compte le gradient de pression.

L'influence du gradient de pression dépend avant tout de son signe : lorsque le fluide est en accélération, le gradient est négatif et est appelé favorable (noté FPG pour Favorable-Pressure-Gradient en anglais) ; lorsque le fluide décélère, le gradient est positif ou dit adverse (APG pour Adverse-Pressure-Gradient) ; enfin lorsque l'écoulement ne présente pas de gradient, la configuration est dite ZPG pour Zero-Pressure-Gradient.

En gradient favorable la couche limite est caractérisée par une épaisseur plus fine, et les structures turbulentes sont de taille plus petite. A l'inverse dans le cas APG, la couche limite s'épaissit et la taille des structures turbulentes augmente. Il existe un certain nombre d'études de la pression pariétale en gradient adverse, configuration que l'on retrouve dans le cas courant d'un écoulement sur un profil d'aile dans la région critique du bord de fuite. Les résultats en gradient favorable sont en revanche très limités.

Les premières mesures avec gradient de pression ont été réalisées par Schloemer [118] sur un écoulement en air dans une conduite dont la paroi supérieure profilée permet d'avoir les deux types de gradient. Les comparaisons Figure 1.4 des cas de gradient issus de Schloemer et de Burton [22] montrent des écarts considérables par rapport au cas sans gradient. Dans le cas FPG, les niveaux des spectres sont globalement plus faibles en adimensionnant avec les variables externes. Dans le cas APG les niveaux sont plus élevés en basses et moyennes fréquences, ce qui peut être mis en relation avec la taille plus grande des structures turbulentes, et présentent des écarts allant jusqu'à 15 dB. L'observation de ces écarts lorsque les spectres sont adimensionnés sur les variables externes suggère qu'ils ne sont pas dus qu'à la réduction de l'épaisseur de la CLT (cas FPG) et à son augmentation (cas APG).

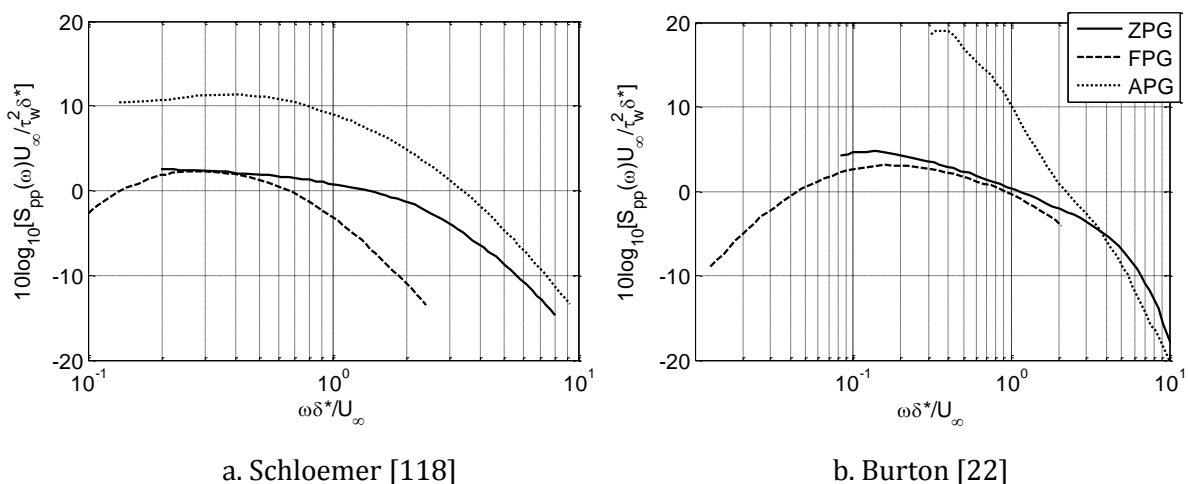
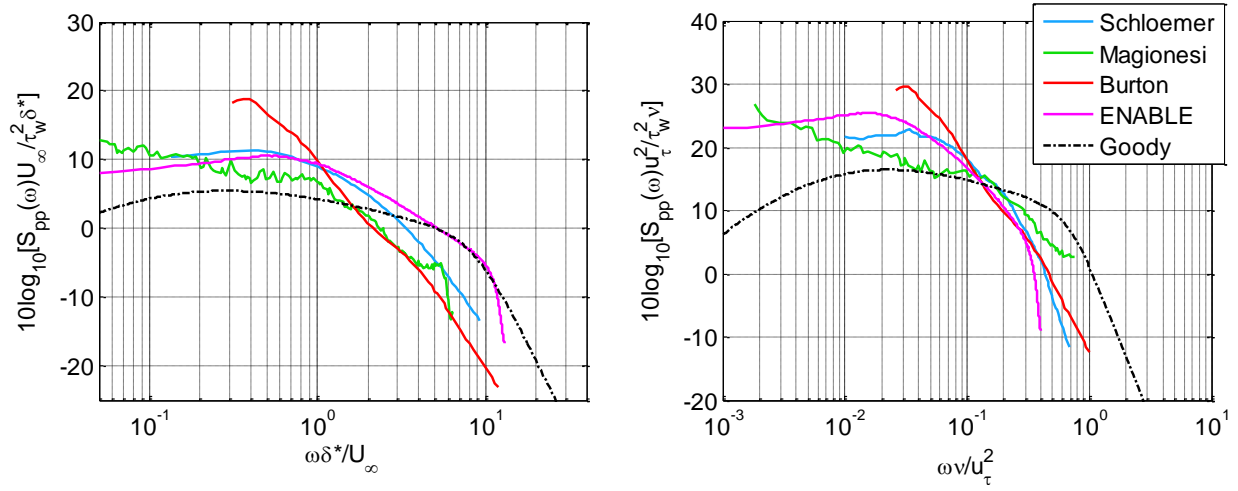


Figure 1.4 : Mesures d'autospectres de fluctuations de pression adimensionnés par les variables externes. Effets du gradient de pression.

Nous nous intéressons ici au cas plus documenté de gradient adverse. Une comparaison entre des spectres expérimentaux en configuration APG et le modèle de Goody (appliqué aux paramètres APG de Schloemer) est présentée en Figure 1.5 pour les deux types



d'adimensionnement. Nous avons ajouté aux spectres de Schloemer et de Burton des données du projet européen ENABLE [111] (Environmental Noise Associated with Turbulent Boundary Layer Excitation), et de Magionesi *et al.* [86],[85]. Le projet ENABLE, dont nous proposons l'étude au Chapitre 2, met en jeu un écoulement en air en conduite dont la paroi supérieure est profilée, et les mesures de Magionesi portent sur un écoulement en eau sur une maquette de profil de proue.



a. Adimensionnement par variables externes

b. Adimensionnement par variables internes

Figure 1.5 : Autospectres adimensionnés de fluctuations de pression pariétale dans des cas de gradient adverse. Comparaison entre le modèle de Goody et les spectres expérimentaux.

	Schloemer [118]	Magionesi [86],[85]	Burton [22]	ENABLE [111]
Fluide	Air	Eau	Air	Air
$U_\infty$ (m/s)	43.6	5.45	30.5	69.9
$\delta^*$ (mm)	5.26	0.85	21.6	8.87
$\tau_w$ (Pa)	1.998	57.12	0.57	4.88
$\beta_{\delta^*}$	3.27	0.047	18.5	3.83
$\beta_\theta$	2.07	0.034	8.7	2.9
$Re_\theta$	9180	2841	17500	30132

Tableau 1.3 : Paramètres d'écoulement des données expérimentales en gradient adverse.

Les paramètres d'écoulement des mesures indiqués dans le Tableau 1.3 montrent que les configurations d'écoulement sont très différentes. L'écoulement des mesures de Burton présente par exemple une couche limite très épaisse. On note que pour les mesures de Burton, ces paramètres ont été déduits de leurs courbes expérimentales dans [22], ajoutant une incertitude aux valeurs.

D'autre part les écarts entre les nombres de Reynolds rend délicate la comparaison entre les valeurs de  $\beta_{\delta^*}$  ou  $\beta_\theta$  entre des écoulements en eau et en air. Dans le cas de Magionesi, s'ajoute à cela le fait que les données proviennent de mesures sur la partie avant de la proue où le gradient adverse est assez élevé, mais où la couche limite est encore fine et le Reynolds faible. Le  $\beta_{\delta^*}$  assez

faible de Magionesi peut en effet s'expliquer par les valeurs de  $\delta^*$  et  $\tau_w$ , malgré le gradient adverse bien présent [85].

En Figure 1.5 a. l'adimensionnement par rapport aux variables externes nous permet d'observer que les spectres expérimentaux convergent globalement en basses fréquences, à l'exception des mesures de Burton. Dans cette zone fréquentielle le modèle de Goody sous-estime les niveaux des spectres. En Figure 1.5 b. les spectres adimensionnés par les variables internes ont la même allure en hautes fréquences : la pente est beaucoup plus élevée et les niveaux plus bas. Le modèle de Goody ne permet pas de prédire cette décroissance plus rapide dans cette gamme de fréquence.

### **Modèle de Rozenberg (2012)**

Contrairement aux cas de gradient favorable pour lesquels il n'existe pas de modèle à notre connaissance, un modèle récent a été développé dans le but de prendre en compte les effets d'un gradient adverse. Il s'agit du modèle de Rozenberg [112] construit à partir du modèle de Goody et basé sur plusieurs groupes de données expérimentales et numériques d'écoulement en air avec gradient adverse. Les configurations de ces données correspondent ou visent à reproduire les conditions d'écoulement sur un profil d'aile (gradient adverse en aval d'une accélération). Ces cas de validation comprennent entre autres les mesures de Schloemer [118], les simulations DNS de Na & Moin [101] et les mesures du projet ENABLE [111]. Les corrections apportées par Rozenberg rehaussent le niveau des spectres en basses fréquences et modifient les pentes en moyennes et hautes fréquences où la décroissance est plus rapide que dans le cas ZPG. Le modèle de Rozenberg doit également rejoindre les résultats du modèle de Goody en l'absence de gradient.

L'autospectre du modèle de Rozenberg s'écrit :

$$\frac{S_{pp}(\omega)U_e}{\tau_{max}^2\delta^*} = \frac{[2.82\Delta^2(6.13\Delta^{-0.75} + F_1)^{A_1}] \left[4.2\left(\frac{\Pi}{\Delta}\right) + 1\right] (\omega\delta^*/U_e)^2}{[4.76(\omega\delta^*/U_e)^{0.75} + F_1]^{A_1} + [C'_3(\omega\delta^*/U_e)]^{A_2}} \quad (1.21)$$

avec

$$\Delta = \delta/\delta^* \quad C'_3 = 8.8 R_T^{-0.57}$$

$$A_1 = 3.7 + 1.5 \beta_\theta \quad A_2 = \min\left(3, \frac{19}{\sqrt{R_T}}\right) + 7$$

$$R_T = \frac{u_\tau \delta}{\nu} \sqrt{\left(\frac{C_f}{2}\right)} \quad F_1 = 4.76 \left(\frac{1.4}{\Delta}\right)^{0.75} (0.375A_1 - 1)$$

Pour adimensionner le spectre, la tension pariétale  $\tau_w$  est remplacée par  $\tau_{max} = \max[\mu(dU/dy)]$ . Le paramètre  $\Pi$  décrivant la force de sillage est défini par l'équation de Coles :

$$2\Pi - \ln(1 + \Pi) = \frac{\kappa U_e}{u_\tau} - \ln\left(\frac{\delta^* U_e}{\nu}\right) - \kappa C^+ - \ln(\kappa) \quad (1.22)$$

où  $\kappa$  est la constante de von Karman et  $C^+ = 5.1$ .

Le paramètre  $\beta_\theta$  introduit la dépendance au gradient de pression dans le modèle. Dans l'étude paramétrique représentée Figure 1.6, le maximum du spectre en moyennes fréquences et la pente dans les hautes fréquences augmentent lorsque  $\beta_\theta$  augmente.

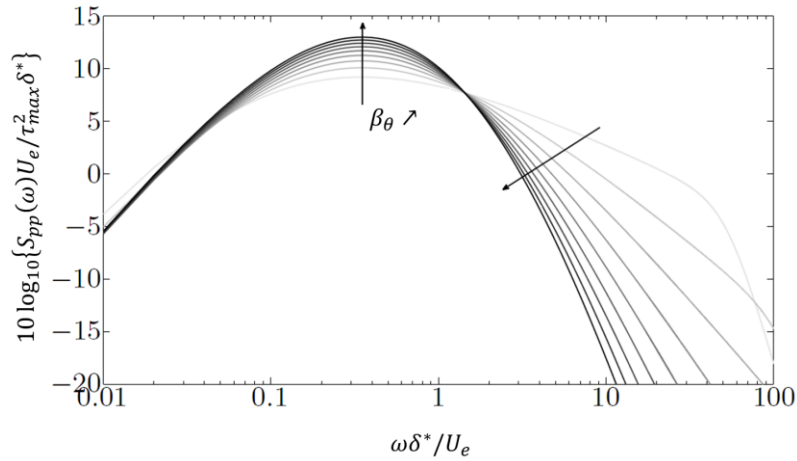


Figure 1.6 : Etude paramétrique de  $\beta_\theta$  ( $0 \leq \beta_\theta \leq 4$ ). D'après Rozenberg [112].

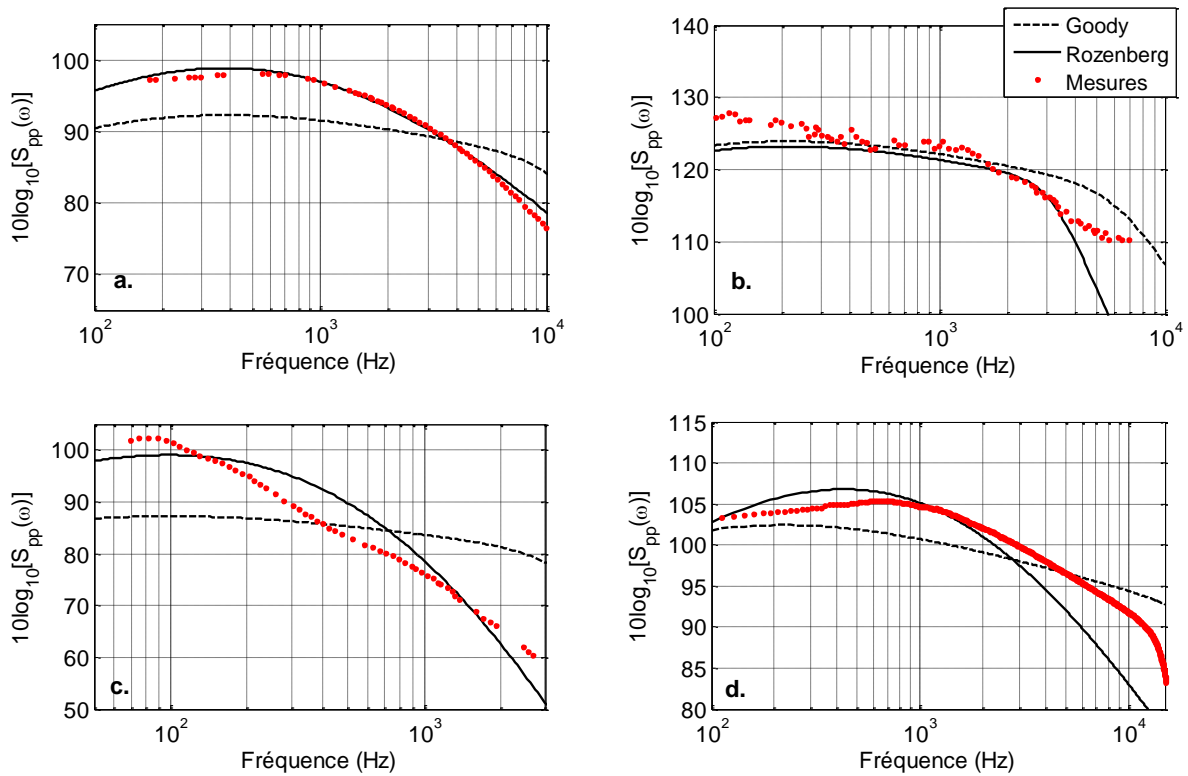


Figure 1.7 : Autospectres de fluctuations de pression en configuration APG (dB, ref.  $1\mu Pa^2/Hz$ ). Comparaison entre les modèles de Goody et de Rozenberg et les spectres mesurés : a. Schloemer [118] ; b. Magionesi [86] ; c. Burton [22] ; d. ENABLE [111].

Les spectres présentés en Figure 1.7 sont obtenus en appliquant les modèles de Goody et de Rozenberg à chacune des configurations expérimentales du Tableau 1.3. On observe que globalement le modèle de Rozenberg améliore l'allure des spectres par rapport au modèle de Goody malgré quelques écarts. Les maxima sont rehaussés et les pentes sont plus fortes en hautes fréquences. Pour le cas d'écoulement en eau, le spectre obtenu par le modèle de Rozenberg est très similaire à celui de Goody en basses fréquences, ce qui est lié à la faible valeur de  $\beta_\theta$ , puis décroît plus rapidement en hautes fréquences. Le modèle de Rozenberg sous-estime légèrement le spectre expérimental en basses fréquences et en hautes fréquences mais permet de mieux prédire les niveaux par rapport au modèle de Goody jusqu'à la dernière pente.

Notons qu'une étude récente réalisée par Catlett *et al.* [23] propose un nouveau modèle empirique d'autospectre de pression pariétale sous un écoulement à gradient adverse. Le modèle est développé à partir de mesures d'écoulement à haut Reynolds sur un profil d'aile, puis comparé aux résultats expérimentaux de la littérature pour des écoulements en configuration APG. Malgré son fort caractère empirique, les comparaisons de ce modèle aux mesures semblent être concluantes par rapport aux modèles de Goody et de Rozenberg, et son utilisation pourrait être intéressante pour d'autres applications.

### 1.1.5. Interspectre de fluctuations de pression

L'interspectre, qui caractérise les corrélations spatiales des fluctuations de pression pariétale, donne une information plus complète sur le champ aléatoire mais aussi plus difficile à mesurer. Les premières observations qui ont permis de modéliser cet interspectre ont porté sur la notion de convection des structures turbulentes. Il est établi par les mesures de Willmarth & Wooldridge [140] et par l'analyse de Corcos [33] que la densité interspectrale  $\Gamma(\xi_x, \xi_z, \omega)$  peut être définie comme une fonction de  $\omega\xi_x/U_c$  et  $\omega\xi_z/U_c$  avec  $U_c$  la vitesse à laquelle les structures turbulentes sont convectées. Ce mouvement des structures turbulentes par l'écoulement est à l'origine d'une contribution spectrale très énergétique.

Cependant lorsqu'on se place d'un point de vue vibro-acoustique, ce n'est pas toujours cette contribution qui est la plus importante. Les éléments ayant une vitesse plus élevée, proche de la vitesse de vibration de la structure vont davantage jouer sur l'excitation de la structure, et le rayonnement acoustique direct de la CLT résultera des composants ayant une vitesse de phase proche de la vitesse du son  $c_0$ .

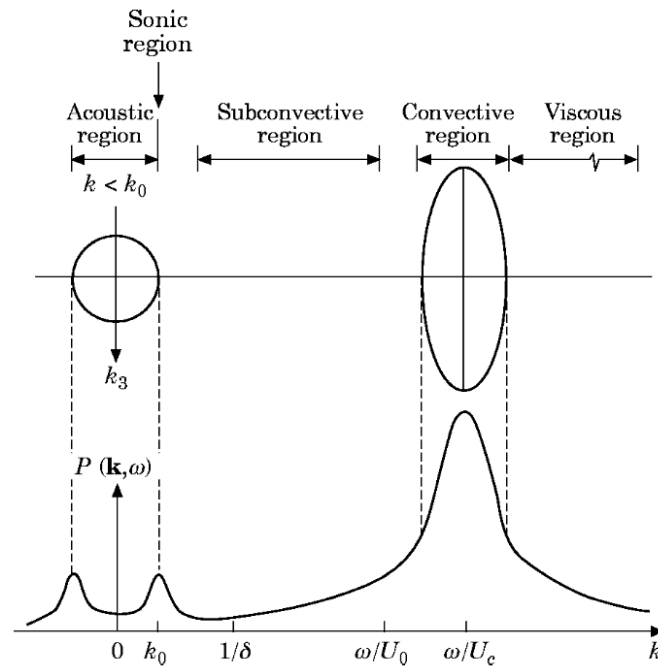


Figure 1.8 : Représentation schématique du spectre en fréquence-nombre d'onde à une fréquence donnée. D'après Howe [61].

La représentation de l'interspectre dans l'espace des nombres d'onde permet de bien distinguer ces différentes contributions, comme illustré en Figure 1.8. La contribution hydrodynamique se trouve dans les hauts nombres d'onde autour du nombre d'onde de convection  $k_c = \omega/U_c$ , et concentre une grande partie de l'énergie du spectre. Lorsque le nombre d'onde diminue, une zone dite subconvective est identifiée à  $1/\delta < k \ll k_c$ . A partir de l'hypothèse d'incompressibilité du fluide dans cette zone, le théorème de Kraichnan-Phillips[72][109] énonce que l'interspectre tend vers zéro en  $k^2$  lorsque  $|\mathbf{k}| \rightarrow 0$ , représentant une contrainte forte sur son allure. Enfin la contribution acoustique, énergétiquement plus faible que la partie hydrodynamique, se trouve dans la région des petits nombres d'onde où les effets de compressibilité du fluide dominent. Des études sur la prise en compte de la compressibilité du fluide dans la zone supersonique par Chase [25] entre autres, montrent qu'une singularité apparaît au nombre d'onde acoustique  $k_0 = \omega/c_0$ , qui se traduit par un pic autour de  $k_0$ .

### 1.1.5.1. Modèles d'interspectres de fluctuations de pression pariétale

#### **Modèle de Corcos (1963)**

En se basant sur les mesures de Willmarth & Wooldridge [140], Corcos [33] propose une formulation de la densité interspectrale  $\Gamma(\xi_x, \xi_z, \omega)$  qui suppose que les décroissances de corrélation sont indépendantes selon les deux directions longitudinale et transversale, et que le déphasage entre les signaux ne varie que dans la direction de l'écoulement, en liaison avec la convection des structures turbulentes.

La densité interspectrale peut ainsi s'écrire :

$$\Gamma(\xi_x, \xi_z, \omega) = S_{pp}(\omega) A \left( \frac{\omega \xi_x}{U_c} \right) B \left( \frac{\omega \xi_z}{U_c} \right) e^{j\omega \xi_x / U_c} \quad (1.23)$$

$A$  et  $B$  sont approchées empiriquement par des fonctions exponentielles :

$$\begin{aligned} A &= e^{-\alpha_x \left| \frac{\omega \xi_x}{U_c} \right|} \\ B &= e^{-\alpha_z \left| \frac{\omega \xi_z}{U_c} \right|} \end{aligned} \quad (1.24)$$

où  $\alpha_x = 0.11$  et  $\alpha_z = 0.77$  traduisent le taux de décroissance de cohérence selon les directions  $x$  et  $z$  respectivement. Des valeurs différentes sont parfois proposées selon les études : par exemple Blake [15] suggère  $\alpha_x = 0.32$  et  $\alpha_z = 0.7$  pour une couche limite sur un profil d'aile. Les longueurs de corrélation sont également définies pour caractériser la décroissance de cohérence :  $L_x = U_c / (\alpha_x \omega)$  et  $L_z = U_c / (\alpha_z \omega)$ .

Dans l'espace des nombres d'onde l'interspectre s'exprime par :

$$\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) = S_{pp}(\omega) \left( \frac{U_c}{\omega} \right)^2 \frac{4\alpha_x \alpha_z}{\left[ \alpha_x^2 + \left( 1 - \frac{k_x U_c}{\omega} \right)^2 \right] \left[ \alpha_z^2 + \left( \frac{k_z U_c}{\omega} \right)^2 \right]} \quad (1.25)$$

Le modèle de Corcos a l'avantage de donner une bonne estimation de l'interspectre dans la région convective, mais de nombreuses études expérimentales [88][15][65][18] ont prouvé qu'il surestime les niveaux dans la région des petits nombres d'onde. Il n'inclut par ailleurs pas de dépendance aux paramètres de couche limite tels que  $\delta$ , qui peuvent influencer le spectre.

### **Modèle d'Efimtsov (1982)**

Le modèle d'Efimtsov [42] reprend la formulation de Corcos (1.25) et introduit une dépendance par rapport aux paramètres d'écoulement  $\delta$ ,  $u_\tau$  et au nombre de Mach  $M$ . Il inclut ces modifications en redéfinissant les longueurs de corrélation :

$$\begin{aligned} \frac{L_x}{\delta} &= \left[ \left( \frac{a_1 \tilde{\omega}}{U_c} \right)^2 + \frac{a_2^2}{\tilde{\omega}^2 + \left( \frac{a_3}{a_3} \right)^2} \right]^{-1/2} \\ \frac{L_z}{\delta} &= \begin{cases} \left[ \left( \frac{a_4 \tilde{\omega}}{U_c} \right)^2 + a_7^2 \right]^{-1/2} & \text{si } M \geq 0.9 \\ \left[ \left( \frac{a_4 \tilde{\omega}}{U_c} \right)^2 + \frac{a_5^2}{\tilde{\omega}^2 + \left( \frac{a_6}{a_6} \right)^2} \right]^{-1/2} & \text{si } M \leq 0.75 \end{cases} \end{aligned} \quad (1.26)$$

avec  $\tilde{\omega} = \omega \delta / u_\tau$ .

Efimov suggère les valeurs suivantes pour les coefficients empiriques :  $a_1 = 0.1$  ;  $a_2 = 72.8$  ;  $a_3 = 1.54$  ;  $a_4 = 0.77$  ;  $a_5 = 548$  ;  $a_6 = 13.5$  ;  $a_7 = 5.66$ . La dépendance aux paramètres de CLT constitue une amélioration du modèle de Corcos mais la diminution des niveaux dans la région des bas nombres d'onde n'est pas introduite.

### **Modèle de Smol'yakov et Tkachenko (1991)**

Smol'yakov & Tkachenko [123] réalisent des mesures de corrélations spatiales dans une couche limite en air en fonction de la séparation spatiale entre les capteurs et de l'épaisseur de CLT. Ces mesures ont la particularité d'aller jusqu'à de grandes séparations, correspondant aux régions subconvective et acoustique dans l'espace des nombres d'onde. Un modèle basé sur la formulation de Corcos est alors développé à partir de ces mesures et permet ainsi d'améliorer l'allure du spectre dans ces régions.

$$\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) = S_{pp}(\omega) \frac{2\pi A(\omega)}{m_0} \left(\frac{U_c}{\omega}\right)^2 h(\omega) [F(k_x, k_z, \omega) - \Delta F(k_x, k_z, \omega)] \quad (1.27)$$

avec

$$A(\omega) = \alpha_x \sqrt{1 - \frac{U_c}{4\omega\delta^*} + \left(\frac{U_c}{4\omega\delta^*}\right)^2}, \quad m_0 = \frac{\alpha_z}{\alpha_x}, \quad m_1 = \frac{1+A(\omega)}{5n+4+A^2(\omega)}$$

$$h(\omega) = \left[1 - \frac{m_1 A(\omega)}{m_0 n^2 \sqrt{\gamma}}\right]^{-1}, \quad n = 1.005, \quad \gamma = 1 + A^2(\omega) - n m_1$$

$$F(k_x, k_z, \omega) = \left[ A^2(\omega) + \left(1 - \frac{k_x}{k_c}\right)^2 + \left(\frac{k_z}{m_0 k_c}\right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}}$$

$$\Delta F(k_x, k_z, \omega) = \frac{1}{n} \left[ 1 + A^2(\omega) + \frac{n}{m_1} \left( \left(m_1 - \frac{k_x}{k_c}\right)^2 + \left(\frac{k_z}{k_c}\right)^2 - m_1^2 \right) \right]^{-\frac{3}{2}}$$

$\alpha_x$  et  $\alpha_z$  correspondent aux coefficients de la formulation de Corcos, mais Smol'yakov & Tkachenko proposent les valeurs  $\alpha_x = 0.124$  et  $\alpha_z = 0.8$ .  $n$  est une constante empirique.

### **Modèles de Chase (1980 et 1987)**

En 1980 Chase [24] propose un premier modèle construit à partir d'une approche analytique qui introduit les interactions cisaillement moyen – turbulence et turbulence – turbulence comme sources des fluctuations de pression. La première influencera le spectre dans la partie convective, tandis que la seconde jouera sur la région acoustique. Ce premier modèle s'écrit :

$$\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) = (2\pi)^3 \rho^2 u_\tau^3 \left[ \frac{C_M k_x^2}{(K_+^2 + (b_M \delta)^{-2})^{5/2}} + \frac{C_T |k|^2}{(K_+^2 + (b_T \delta)^{-2})^{5/2}} \right] \quad (1.28)$$

avec

$$K_+^2 = \frac{(\omega - U_c k_x)^2}{h^2 u_\tau^2} + |k|^2 \quad |k|^2 = k_x^2 + k_z^2$$

$$\alpha_{M;T} = 1 + \left( \frac{U_c}{b_{M;T}\omega\delta} \right)^2 \quad \mu = \frac{hu_\tau}{U_c}$$

$b_M = 0.756$ ,  $b_T = 0.378$ ,  $C_M = 0.0745$ ,  $C_T = 0.0475$  et  $h = 3$  sont des constantes ajustées empiriquement.  $h$  a d'abord été défini par Chase comme pouvant varier en fonction de  $U_c$  et  $u_\tau$  mais des études ultérieures [15] suggèrent de garder  $h$  constant.

Chase s'intéresse dans un second temps aux effets de la compressibilité du fluide sur le spectre, et propose une version améliorée de son modèle en 1987 [25] qui permet d'en tenir compte. L'interspectre de ce dernier modèle s'exprime par :

$$\begin{aligned} \Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) = & \frac{(2\pi)^3 \rho^2 u_\tau^3}{(K_+^2 + (b\delta)^{-2})^{\frac{5}{2}}} \left[ C_M k_x^2 \left( \frac{k}{|K_c|} \right)^2 \right. \\ & \left. + C_T |k|^2 \left[ \frac{K_+^2 + (b\delta)^{-2}}{|k|^2 + (b\delta)^{-2}} \right] \left[ c_2 \left( \frac{|K_c|}{k} \right)^2 + c_3 \left( \frac{k}{|K_c|} \right)^2 + 1 - c_2 - c_3 \right] \right] \end{aligned} \quad (1.29)$$

avec

$$K_c = \begin{cases} -i \left( \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 - k^2 \right)^{\frac{1}{2}} & \text{si } k < \frac{\omega}{c} \\ \left( k^2 - \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} & \text{si } k > \frac{\omega}{c} \end{cases}$$

$$h = 3, \quad C_T h = 0.014, \quad C_M h = 0.466, \quad b = 0.75, \quad c_2 = c_3 = \frac{1}{6}$$

### Comparaison des modèles d'interspectre

Les modèles d'interspectres de fluctuations de pression ont été étudiés comparativement à de nombreuses reprises dans la littérature. On peut citer les publications de Hwang *et al.* [65], Graham [56], ou encore Bonness *et al.* [18] et Aucejo [6] dont les études sont orientées vers la vibro-acoustique. Une récapitulation des modèles considérés ici est présentée en Figure 1.9 pour un cas d'écoulement en air sans gradient de pression dont les paramètres sont résumés dans le Tableau 1.4, et à  $f = 1\text{kHz}$ . Chacun des interspectres est « normalisé » de manière à ce que leur autospectre soit celui obtenu par le modèle de Goody.

Les modèles de Corcos et Efimtsov sont équivalents dans les régions des petits nombres d'onde et subconvective, et surestiment le niveau du spectre. Le modèle de Smol'yakov permet d'abaisser le niveau dans les bas nombres d'onde mais donne un niveau constant dans les bas nombres d'onde. Les modèles de Chase respectent le théorème de Kraichnan-Phillips et les niveaux diminuent lorsque  $k_x$  décroît. Nous avons vu que le premier modèle de Chase ne prend pas en compte les effets de la compressibilité du fluide, contrairement au modèle de 1987. On observe bien en effet que la discontinuité du spectre en  $k_0 = \omega/c_0$  liée à la compressibilité est présente avec ce dernier modèle. Enfin les modèles de Chase donnent un niveau plus élevé au pic convectif, mais également une décroissance plus rapide du spectre dans l'axe  $k_z$  comme illustré en Figure 1.10.



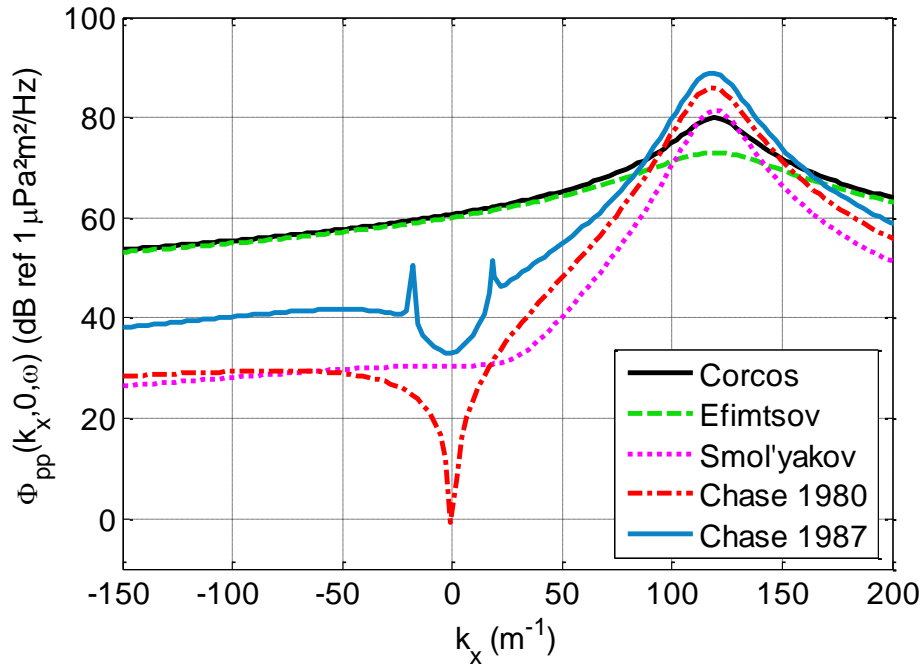


Figure 1.9 : Interspectres de fluctuations de pression pariétale dans le plan  $(k_x, 0)$ . Comparaison des modèles à  $f = 1\text{kHz}$ .

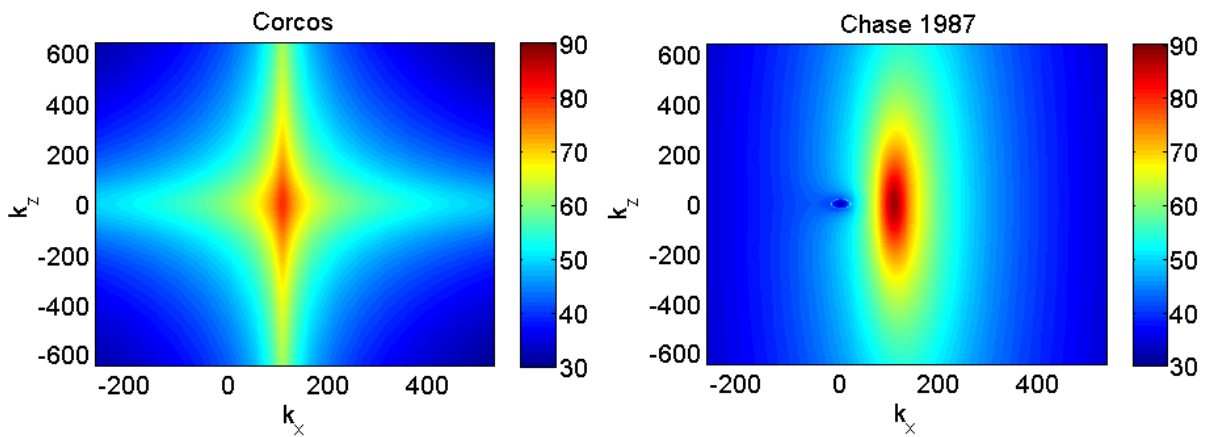


Figure 1.10 : Interspectres  $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$  pour  $f = 1\text{kHz}$  (dB, ref  $1\mu\text{Pa}^2\text{m}^2/\text{Hz}$ ). Comparaison des modèles de Corcos et de Chase.

Paramètre	Valeur
$U_\infty$	85.5 m/s
$\delta^*$	5.3 mm
$\tau_w$	9.66 Pa

Tableau 1.4 : Paramètres d'écoulement pris en compte pour la comparaison des modèles en Figure 1.9 et Figure 1.10.

Certaines études dont Hwang *et al.* [65] ou Bonness *et al.* [18] permettent de situer la validité des modèles par rapport à des données expérimentales. La comparaison de Bonness présentée Figure 1.11 s'intéresse à des mesures dans les régions de nombre d'onde acoustique en air et en eau. Ce type de donnée est d'intérêt pour une étude vibroacoustique, la structure pouvant jouer le rôle de filtre dans les bas nombres d'onde. Les données en eau de Bonness proviennent d'une analyse de mesures de réponse vibratoire d'un cylindre dans un écoulement. Les modèles comparés sont ceux de Corcos, Chase 1987 et une extension [122] du modèle de Smol'yakov & Tkachenko, non présentée ici. On notera que les spectres sont tracés pour  $k_z$  non-nul, ce qui explique l'absence du pic caractéristique de la contribution acoustique pour le modèle de Chase 1987. Les données expérimentales obtenues en air présentent des niveaux plus proches du modèle de Chase 1987 et confirment la surestimation du spectre par le modèle de Corcos. En eau cependant, les niveaux mesurés se trouvent entre les modèles de Smol'yakov et de Chase 1987.

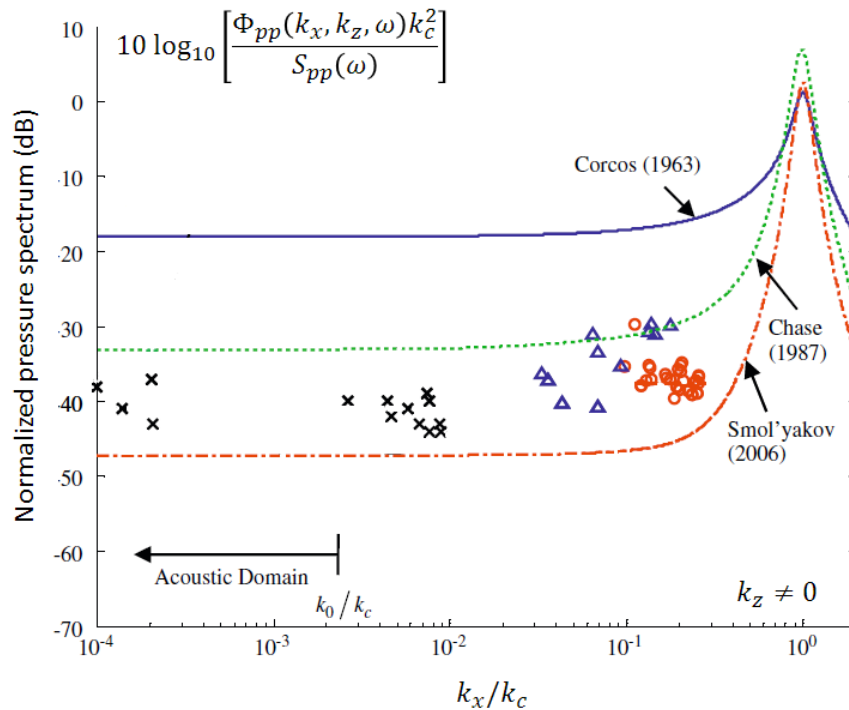


Figure 1.11 : Comparaison des interspectres modélisés à des données expérimentales en fonction de  $k_x/k_c$ . Données en air :  $\bullet$ , Martin & Leehey [88] ;  $\Delta$ , Farabee & Geib [48]. Données en eau :  $\times$ , Bonness *et al.* [18]. D'après Bonness *et al.* [18].

### 1.1.5.2. Vitesse de convection

La formulation de l'interspectre spatial de type Corcos (Eq. (1.23)) permet de définir la vitesse de convection  $U_c$  à partir de la phase de l'interspectre. Celle-ci varie linéairement en fonction de la fréquence et de la séparation spatiale longitudinale  $\xi_x$ , et est inversement proportionnelle à cette vitesse de convection ou vitesse de phase :

$$\psi(\xi_x, \omega) = \omega \xi_x / U_c(\xi_x, \omega) \quad (1.30)$$

La vitesse de convection est une fonction de la fréquence et de la séparation spatiale entre les capteurs comme l'ont montré de nombreuses études [118][47][4][131]. D'une part pour la dépendance en fonction de la fréquence,  $U_c$  est plus faible en hautes fréquences associées aux petites structures (qui sont situées dans la région proche paroi et ont donc une faible vitesse), et plus élevée en basses fréquences, associées aux grandes structures (qui sont convectées à une vitesse plus grandes). D'autre part pour la dépendance en fonction de la séparation spatiale, pour de petites séparations, qui décrivent le comportement des petites structures, la vitesse de convection est plus faible que pour de grandes séparations.

Quelques modèles empiriques sont proposés dans la littérature pour décrire l'évolution de  $U_c$  en fonction de la fréquence. On peut citer par exemple le modèle de Smol'yakov [122] :

$$\frac{U_c}{U_\infty} = \frac{1.6 \frac{\omega \delta^*}{U_\infty}}{1 + 16 \left( \frac{\omega \delta^*}{U_\infty} \right)^2} + 0.6 \quad (1.31)$$

Enfin certains auteurs [118][22][101][100] mettent en évidence l'influence d'un gradient de pression statique sur la vitesse de convection, mais aussi sur la cohérence spatiale. Les déformations des profils de vitesse moyenne dues à ce gradient induisent en effet de fortes variations de  $U_c$ . Il est observé que le rapport  $U_c/U_\infty$  augmente en gradient favorable et diminue en gradient adverse, en comparaison au cas ZPG. Nous proposons dans le Chapitre 2 une analyse plus détaillée de l'influence du gradient de pression dans le cadre de l'étude sur la géométrie du projet ENABLE.

## 1.2. Méthodes prédictives en vibro-acoustique

L'application des méthodes prédictives en vibro-acoustique est de manière générale largement conditionnée par la gamme de fréquence considérée. Nous proposons dans cette partie une description des principales méthodes existantes (sans en être exhaustif), en fonction du domaine de fréquence d'intérêt. Nous présentons tout d'abord brièvement les méthodes adaptées aux basses fréquences, pour ensuite porter notre attention sur les méthodes moyennes et hautes fréquences.

### 1.2.1. Méthodes prédictives en basses fréquences

Les méthodes prédictives en basses fréquences sont basées sur le principe de discrétisation du système en petits éléments sur lesquels les équations différentielles sont approximées. Cette technique présente l'avantage d'être applicable à des géométries complexes dont font partie la plupart des installations industrielles.

La méthode des éléments finis (FEM pour Finite Element Method) [68] est basée sur une approximation du champ des variables par élément de structure. Elle s'applique aux structures mécaniques ou aux domaines acoustiques bornés. Après définition d'un maillage adapté du domaine, les valeurs des variables sont approchées aux nœuds des mailles par des fonctions d'interpolation appelées fonctions de forme ou fonctions de base. Cette approximation nodale permet de définir les matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème pour obtenir un système linéaire. La solution est ensuite obtenue par la résolution de ce système associé aux conditions aux

limites du domaine. Les matrices obtenues sont réelles, symétriques et creuses. Des algorithmes spécifiques très performants peuvent être utilisés pour résoudre les équations matricielles, et des modèles de « grande taille » peuvent donc être traités avec les moyens informatiques disponibles de nos jours.

La méthode des éléments finis est très présente dans le monde industriel et dans la recherche mais son application est restreinte au domaine des basses fréquences. La nécessité d'avoir un certain nombre d'éléments par longueur d'onde considérée entraîne des maillages de taille prohibitive lorsque la fréquence d'intérêt est élevée. La FEM est plus intéressante pour les systèmes excités ayant un comportement modal, autrement dit dans les basses fréquences.

En ce qui concerne la modélisation du rayonnement extérieur d'une structure dans un domaine non borné, la FEM doit être couplée avec d'autres approches. Il est nécessaire dans ce type de cas de modéliser une couche de fluide entourant la structure et de limiter le domaine modélisé en écrivant des conditions de non-réflexion des ondes acoustiques sur la frontière externe. Ceci peut se faire à l'aide d'éléments infinis [51] (avec le code ACTRAN par exemple), ou d'une couche de PML [11][12] (Perfectly Matched Layer avec le code COMSOL par exemple). Le maillage du fluide implique en général une grande taille de domaine et peut alourdir les calculs.

La méthode des éléments de frontière [71] (BEM pour Boundary Element Method, dans les codes LMS Virtual.Lab Acoustics et RAYON notamment) se construit sur le même principe de discrétisation que la méthode des éléments finis. La BEM étant basée sur la théorie des équations intégrales, elle se différencie par le fait qu'elle ramène le problème aux frontières du domaine acoustique. Cette méthode est plus adaptée aux problèmes impliquant une propagation dans un milieu infini dans la mesure où le maillage ne se fait que sur la surface de la structure en contact avec le fluide. Pour modéliser un problème de couplage fluide-structure, il faut généralement associer un modèle FEM pour la structure et BEM pour le fluide extérieur. Les dimensions du problème sont ainsi réduites de un et la condition de Sommerfeld du rayonnement à l'infini est respectée avec la formulation intégrale. Néanmoins tout comme la FEM, les maillages atteignent rapidement des tailles importantes en hautes fréquences et la BEM n'est réellement applicable que dans les basses fréquences. Les matrices sont de taille nettement plus petites par rapport à la FEM, mais elles sont pleines et à coefficients complexes ce qui rend la résolution numérique coûteuse en temps de calcul.

Par ailleurs les modèles à grandes dimensions ou les structures complexes peuvent être traités par des méthodes de sous-structuration [62][38][37] qui visent à réduire le coût numérique des calculs. L'idée est de décomposer la structure en sous-systèmes, de tronquer une partie des modes de chaque composant de manière à ne considérer que des modèles d'ordre réduit, puis de résoudre le modèle global d'ordre réduit en couplant les sous-systèmes. Différentes études [138][63] ont été menées sur la problématique de la troncature des modes qui affecte la validité de la méthode. Ces méthodes de synthèse modale représentent un complément intéressant aux calculs directs avec les méthodes FEM et BEM lorsque le coût numérique est trop élevé, et de nombreux travaux les ont utilisées avec succès. On peut citer notamment une application de la méthode de Craig-Bampton [38] sur un problème d'interactions fluide-structure par Wandinger [137].

## 1.2.2. Méthodes prédictives en hautes fréquences

En hautes fréquences lorsque la densité modale de la structure considérée devient trop élevée, il est généralement préférable d'utiliser des méthodes énergétiques par rapport aux méthodes FEM et BEM. La méthode Statistical Energy Analysis (SEA), qui est très utilisée dans le contexte industriel et à laquelle nous nous intéressons pour les calculs hautes fréquences en fait partie. Avant de la présenter plus en détail, nous décrivons brièvement quelques méthodes énergétiques alternatives dans la partie suivante.

### 1.2.2.1. Méthodes énergétiques

Ces méthodes reposent sur l'établissement d'une relation linéaire entre l'énergie d'un système et la puissance qui lui est injectée. Un certain nombre de méthodes basées sur ce principe ont été développées à partir des années 1980 et se développent encore. Nous citons certaines de ces méthodes à titre d'exemple.

La méthode Power Flow [102][20] parfois appelée Power Flow Finite Element Analysis, vise à évaluer la distribution spatiale de l'énergie d'un système, contrairement à la méthode SEA qui ne permet que le calcul des quantités moyennes globales. Les bilans de puissances sont formulés localement en se basant sur une analogie avec l'équation de la chaleur, ce qui permet l'utilisation de codes à éléments finis pour sa résolution. Cependant à ce stade cette méthode semble être limitée aux systèmes à une dimension de type poutre.

En considérant une structure composée de plusieurs sous-systèmes couplés, la méthode des coefficients d'influence énergétique proposée par Guyader *et al.* [58][17] permet de prendre plus finement en compte le couplage mécanique entre les sous-systèmes que la méthode SEA. La relation linéaire entre l'énergie et la densité spectrale de puissance des excitations d'un sous-système est établie via des coefficients déterminés à partir des modes globaux de la structure. Cette méthode combine donc les approches modale et énergétique, mais elle peut impliquer un coût numérique assez élevé du fait du calcul des modes globaux de la structure.

Nous pouvons également citer l'approche des mobilités énergétiques développée par Orefice *et al.* [104][105], aussi appelée Energetic Mean Mobility Approach. Orefice introduit la mobilité énergétique pour qualifier un échange d'énergie par bande de fréquence dans un sous-système. Cette mobilité se définit à partir des mobilités classiques des sous-systèmes, et la définition de facteurs de connexion entre sous-systèmes permet de traiter des cas de couplage fort. La méthode était tout d'abord limitée aux couplages ponctuels entre les sous-systèmes, mais les travaux de Ryu [113] ont permis d'étendre les applications à des cas de couplage surfacique.

### 1.2.2.2. Méthode SEA (Statistical Energy Analysis)

Les documents à l'origine de cette méthode publiés dans les années 1960 par Lyon & Maidanik [84] et Smith [120] ne parlent pas encore de méthode SEA. Ecrit plus tard à partir de ces bases, l'ouvrage de Lyon & DeJong [83] en propose une description plus complète. La SEA permet de décrire le comportement vibro-acoustique de structures complexes en décomposant le système en

sous-structures et en traduisant les échanges d'énergie entre ceux-ci. Les équations de base de la SEA mettent en relation les énergies internes de chaque sous-système et les puissances qui leur sont injectées. La résolution de ce système d'équations permet alors de calculer les moyennes de la réponse vibro-acoustique de la structure à partir des énergies internes des sous-systèmes.

Si l'on considère  $N$  sous-systèmes, la relation de proportionnalité pour le sous-système  $i$  entre son énergie interne  $\bar{E}_i$  et la puissance qui lui est injectée  $\bar{P}_i$  peut s'écrire sous la forme [83] :

$$\bar{P}_i = \omega \left[ \left( \eta_i + \sum_{j \neq i}^N \eta_{ij} \right) \bar{E}_i - \sum_{j \neq i}^N \eta_{ji} \bar{E}_j \right] \quad (1.32)$$

où  $\eta_i$  est le facteur de perte interne du sous-système  $i$  et  $\eta_{ij}$  est le facteur de perte par couplage entre les sous-systèmes  $i$  et  $j$ . Les données d'entrée de ce bilan énergétique sont donc la puissance injectée à chaque sous-système, les facteurs de pertes internes et les facteurs de pertes par couplages. Outre le fait qu'il peut être difficile d'estimer ces paramètres, la méthode repose sur un certain nombre d'hypothèses qui restreignent sa validité. Les principales hypothèses sont les suivantes :

- Les sous-systèmes doivent être faiblement couplés entre eux ;
- La densité modale doit être assez grande dans la bande de fréquence considérée ;
- Les fréquences de résonances sont réparties statistiquement dans les bandes de fréquence et pour chaque sous-système. L'énergie est donc supposée uniformément répartie sur tous les modes d'un même sous-système ;
- La bande de fréquence considérée doit être relativement étroite, de manière à pouvoir considérer que les paramètres physiques des sous-systèmes sont constants sur la bande de fréquence d'intérêt. On considère en général des bandes de tiers d'octave ;
- Les excitations appliquées aux sous-systèmes sont large bande et incohérentes entre elles (type 'Rain on the roof') ;
- Les modes au sein d'une bande de fréquence n'interagissent pas entre eux.

La difficulté à respecter ces hypothèses dans les cas réels implique des limitations et suscite des critiques de cette méthode. L'analyse de Fahy [45] propose par exemple une vue d'ensemble des avantages et inconvénients de la méthode sous plusieurs aspects.

Une des principales limitations concerne le couplage faible entre les sous-systèmes. Cette hypothèse est nécessaire pour pouvoir considérer que le comportement des sous-systèmes n'est pas perturbé par le couplage, mais cette considération reste floue et très théorique. La quantification du couplage passe par l'estimation souvent difficile des facteurs de pertes par couplage (CLF pour Coupling Loss Factor en anglais). Un critère sur les CLF peut ensuite être utilisé pour vérifier si le couplage est faible, mais la définition de couplage faible varie d'une approche à l'autre et un certain nombre de critères a été proposé. Le plus simple de ces critères consiste par exemple à vérifier que le CLF entre deux sous-systèmes est faible devant leurs facteurs de perte par dissipation interne.

La SEA présente toutefois les avantages de n'utiliser qu'un faible nombre de degrés de liberté par sous-système et d'être peu coûteux en temps de calcul. La nature statistique de la méthode, qui implique que seules des quantités moyennes sont définies par SEA, représente également un avantage en ce que le modèle n'est pas sensible aux défauts que pourrait présenter la structure. L'information donnée par un calcul SEA est en effet valable pour une population représentative de systèmes du même type.

### 1.2.2.3. Extensions de la méthode SEA

La difficulté à respecter les hypothèses de la SEA dans certains cas d'application a conduit au développement d'extensions du modèle basées sur les mêmes principes. On peut citer par exemple la méthode Wave Intensity Analysis (WIA) développée par Langley *et al.* [73][74], et qui reprend la SEA en relaxant l'hypothèse de champ diffus. Cette méthode est adaptée aux systèmes dont certains composants sont éloignés de l'excitation : un effet de filtrage aux jonctions peut conduire à des champs vibratoires non-diffus.

La méthode SmEdA (Statistical modal Energy distribution Analysis) développée par Maxit *et al.* [91][97][98] reformule également la SEA en prenant en compte la répartition non-uniforme des énergies modales par bandes de fréquences. Cette extension vise ainsi à améliorer les résultats en moyennes fréquences lorsque le recouvrement modal est plus faible, et pour les cas où l'excitation est localisée ce qui entraîne une répartition inéquitable des puissances injectées.

## 1.2.3. Méthodes prédictives en moyennes fréquences

### 1.2.3.1. Différentes approches

La problématique des applications en moyennes fréquences est due au fait que d'une part les longueurs d'onde considérées sont trop petites pour utiliser des méthodes à éléments finis sans engendrer des domaines de calcul contenant trop d'éléments, et d'autre part les densités modales sont trop faibles pour utiliser un modèle de type SEA. La méthode SmEdA vue précédemment constitue déjà une approche visant à étendre les applications de la SEA aux moyennes fréquences, puisqu'elle permet de décrire une répartition fine de l'énergie modale.

Parmi les nombreux autres travaux consacrés aux méthodes en moyennes fréquences, on peut citer l'approche du flou structural [124], applicable à des structures complexes. Celle-ci doit être définie par une structure maîtresse déterministe à laquelle sont attachées des structures secondaires complexes dont le comportement vibratoire n'est pas modélisable conventionnellement. Une approche probabiliste permet alors d'évaluer l'influence de ce flou structural sur la structure maîtresse. Cette méthode a entre autres été étudiée sur un cas de rayonnement acoustique d'une structure immergée en fluide lourd [124].

Une autre approche consiste à combiner un modèle déterministe à un modèle statistique, comme le proposent Shorter, Langley, Cotoni et Cordioli [119][35][75]. La méthode a pour principe d'utiliser l'un ou l'autre de ces modèles pour la résolution de chaque sous-système selon leurs longueurs d'onde caractéristiques. Le fait d'utiliser un modèle statistique pour une partie des sous-

systèmes permet de réduire le nombre de degrés de liberté et de rendre possibles les applications en moyennes fréquences et pour des structures complexes. Cette méthode hybride, auparavant limitée aux couplages linéiques, a plus récemment été étendue aux couplages à travers une surface, par l'exemple d'une structure couplée avec un volume acoustique [75].

La réduction du nombre de degrés de liberté est aussi l'objectif de la méthode dite de condensation des méthodes vibro-acoustiques en moyennes et hautes fréquences, ou appelée Modal Sampling Method [57][134]. Le groupement des modes du système par échantillons de modes permet de construire des niveaux d'énergie par bande de fréquence, ce qui représente une alternative plus précise à la densité modale utilisée dans la SEA.

### 1.2.3.2. Méthode PTF (Patch Transfer Functions)

La méthode PTF est une méthode développée par Maxit *et al.* [95] pour les problèmes acoustiques en basses et moyennes fréquences, et repose sur le principe de sous-structuration. Elle consiste à partitionner le problème en sous-systèmes qui peuvent être traités séparément pour ensuite être couplés. L'interface entre les sous-systèmes est discrétisée en surfaces élémentaires appelés pavés, auxquels les fonctions de transfert moyennes (i.e. patch transfer functions) sont calculées pour chaque sous-système isolé, c'est-à-dire *in vacuo* (Figure 1.12). L'application des relations de continuité et de linéarité à l'interface permet alors de coupler les sous-systèmes pour résoudre le problème global.

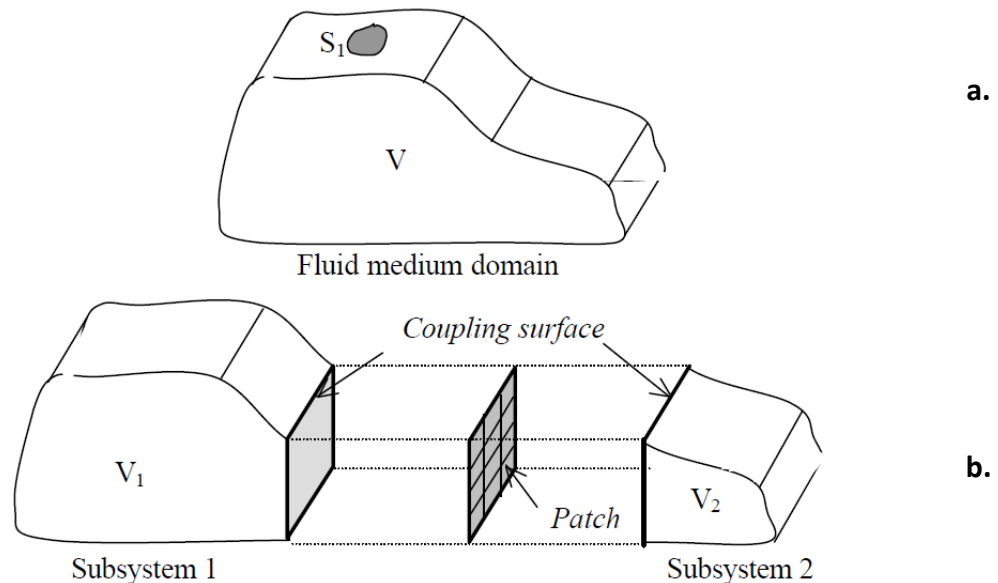


Figure 1.12 : Exemple de sous-structuration d'un système fluide par la méthode PTF.  
a. Système global ; b. Définition de deux sous-systèmes et de l'interface discrétisée.  
D'après Ouisse et al. [95].

La PTF est intéressante pour des applications dans les basses et moyennes fréquences. La sous-structuration du système permet en effet de réduire le coût numérique des calculs par rapport à une méthode FEM ou BEM appliquée sur la structure globale. Un autre avantage réside dans le fait



que les PTF d'un sous-système peuvent être calculées par la méthode la plus adaptée indépendamment des autres sous-systèmes. Elles peuvent être obtenues numériquement par exemple par méthode FEM ou BEM, analytiquement ou encore par la mesure [95][106].

Le but premier de la PTF est la résolution de problèmes acoustiques et les premières PTF sont définies en termes d'impédances acoustiques par pavés (i.e. Patch Acoustic Impedance). Dans ce contexte la méthode a été utilisée pour étudier le rayonnement d'un haut-parleur à travers l'ouverture d'une cavité [95], puis la transmission acoustique à travers une double paroi [27] et le couplage entre des cavités acoustiques pour des applications automobiles [106][132].

La PTF n'est pas soumise à l'hypothèse de couplage faible. Les applications peuvent donc s'étendre à des problèmes de couplage avec un fluide lourd comme dans les travaux d'Aucejo *et al.* [7][92] qui mettent en jeu un couplage structure-cavité. Le cas d'un couplage entre la structure et un milieu fluide infini est également investigué par Aucejo [6] dans le cas d'une structure excitée par une CLT. Son étude propose une nouvelle approche pour intégrer l'excitation par CLT dans le modèle PTF, comme nous le verrons dans la partie 1.3.

### **1.3. Méthodes d'introduction de l'excitation par la CLT dans le modèle vibro-acoustique**

Une fois choisi le modèle vibro-acoustique adapté au problème, il faut définir un moyen d'intégrer l'excitation par la CLT dans le calcul. Nous distinguons deux types d'approches selon les méthodes vibro-acoustiques : les méthodes dites classiques adaptées aux modèles vibratoires déterministes, et les méthodes de calcul de puissance injectée à la structure, qui visent à une application des modèles énergétiques de type SEA. Nous décrivons brièvement ces différentes approches dans cette partie.

#### **1.3.1. Méthodes classiques pour la réponse d'une structure excitée par CLT**

Une des premières formulations pour introduire l'excitation dans un modèle vibro-acoustique est sans doute l'approche décrite par Strawderman & Brand [128][127]. L'idée de base est de considérer les fonctions d'intercorrélation des quantités vibro-acoustiques pour faire le lien entre le modèle vibro-acoustique déterministe et les quantités statistiques relatives aux pressions fluctuantes.

Pour mieux comprendre cette approche, que nous détaillons dans le Chapitre 3, considérons un cas de plaque plane de surface  $\Sigma_p$  dans le plan  $(x, z)$ , bafflée, simplement appuyée et excitée par un écoulement turbulent. Nous admettons les hypothèses suivantes :

- La couche limite excitatrice est pleinement développée, stationnaire et homogène ;
- Le fluide et la structure sont faiblement couplés. En d'autres termes les vibrations de la plaque n'influent pas sur le comportement du fluide, ce qui autorise l'utilisation des modèles de spectres de pression pariétale ;
- La propagation acoustique dans le fluide n'est pas affectée par l'écoulement.

Si  $p(\tilde{\mathbf{x}}, t)$  représente la pression exercée par l'écoulement turbulent au point  $\tilde{\mathbf{x}}$ , on exprime la réponse en vitesse de la plaque au point  $\mathbf{x} = (x, 0, z)$  et en fonction du temps comme le produit de convolution suivant :

$$v(\mathbf{x}, t) = \int_{\Sigma_p} \int_{-\infty}^{+\infty} h_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t - \tilde{t}) p(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{t}) d\tilde{t} d\tilde{\mathbf{x}} \quad (1.33)$$

où  $h_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t)$  est la réponse impulsionnelle en vitesse au point  $\mathbf{x}$  de la plaque pour une force unitaire normale à la paroi au point  $\tilde{\mathbf{x}}$ . En introduisant l'équation précédente dans la fonction d'intercorrélation de vitesse (voir Eq. (1.13)) entre les points  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$  de la plaque, on obtient :

$$R_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) = \int_{\Sigma_p} \int_{\Sigma_p} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, t - \tilde{t}) R_{pp}(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \tilde{t} - \tilde{\tilde{t}}) h_v(\mathbf{x}', \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, t - \tilde{\tilde{t}}) d\tilde{t} d\tilde{\tilde{t}} d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (1.34)$$

L'écart  $\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}$  représente ainsi la séparation spatiale entre les points d'excitation (que l'on désigne également par  $\tilde{\boldsymbol{\xi}} = (\tilde{\xi}_x, \tilde{\xi}_z)$ ).

La forme spectrale est obtenue par transformée de Fourier temporelle en fonction de l'interspectre de pression pariétale  $\Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega)$  [94] :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \int_{\Sigma_p} \int_{\Sigma_p} H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_v(\mathbf{x}', \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (1.35)$$

où  $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  est la fonction de transfert en vitesse au point  $\mathbf{x}$  de la plaque en réponse à une excitation ponctuelle en  $\tilde{\mathbf{x}}$ .  $H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  désigne le conjugué de  $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ .

De même, l'interspectre de la pression rayonnée par la structure aux points  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  et  $\mathbf{x}' = (x', y', z')$  du fluide s'écrit :

$$S_{pp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \int_{\Sigma_p} \int_{\Sigma_p} H_p^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_p(\mathbf{x}', \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (1.36)$$

où  $H_p(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  est la fonction de transfert en pression rayonnée au point  $\mathbf{x}$  du fluide en réponse à une excitation ponctuelle en  $\tilde{\mathbf{x}}$  sur la plaque.

Ces formulations sont classiques et ont été utilisées à de nombreuses reprises pour évaluer la réponse d'une structure excitée par une CLT. Citons par exemple les travaux de Davies [39] pour l'étude de la réponse vibro-acoustique d'une plaque fine en fluide léger. Robert [110] compare plus tard un modèle de prédiction vibratoire basé sur cette approche avec des mesures sur une plaque sous écoulement en air. Thomas & Nelson [130] utilisent également ces expressions pour étudier le contrôle actif acoustique pour le bruit généré par la structure sous écoulement. On peut également citer Durant *et al.* [41] qui s'intéressent au cas d'une coque cylindrique excitée par une CLT interne en air, et comparent des mesures avec une modélisation de la réponse vibro-acoustique du cas test par cette méthode.

Une approche introduite en parallèle par Martin & Leehey [88] est également basée sur les fonctions d'intercorrélation de vitesse et de pression rayonnée, calculées cette fois à partir des quantités exprimées dans l'espace des nombres d'onde. Les interspectres  $S_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$  et  $S_{pp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$  de la réponse de la plaque sont obtenues par transformées de Fourier spatiales des expressions (1.35) et (1.36) :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{H}_v^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) \tilde{H}_v(\mathbf{x}', \mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \quad (1.37)$$

$$S_{pp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{H}_p^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) \tilde{H}_p(\mathbf{x}', \mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \quad (1.38)$$

où  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  et  $\tilde{H}_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  sont les transformées de Fourier de  $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  et  $H_p(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  respectivement, avec  $\mathbf{k} = (k_x, k_z)$ .

D'un point de vue pratique, le fait de se placer dans l'espace des nombres d'onde évite les calculs lourds engendrés par des intégrations spatiales sur la surface de la structure. C'est pourquoi cette idée a été reprise dans de nombreux travaux et déclinée dans différentes méthodes. Hwang & Maidanik [67] par exemple étudient par cette méthode les contributions de l'excitation par CLT au couplage fluide-structure selon la gamme de nombres d'onde. Plus tard une méthode basée sur l'intégration sur les nombres d'onde est étudiée par Mazzoni & Kristiansen [99] pour un cas de plaque couplée d'un côté à une cavité et de l'autre à un fluide semi-infini, et excitée par une CLT.

Un modèle plus général de prédiction vibro-acoustique s'appuyant sur les équations (1.37) et (1.38) est proposé par Maury *et al.* [89], et appliqué à un cas de plaque fine sous un écoulement en air [90]. On notera que dans ce développement est introduit l'interspectre « double-nombre d'onde » de vitesse  $S_{vv}(\mathbf{k}_v, \mathbf{k}_v', \omega)$  à partir des fonctions de sensibilité  $\tilde{H}_v(\mathbf{k}_v, \mathbf{k}, \omega)$  et  $\tilde{H}_v(\mathbf{k}_v', \mathbf{k}, \omega)$ ,  $\mathbf{k}_v$  et  $\mathbf{k}_v'$  désignant les nombres d'onde associés à la réponse de la structure. Les différentes quantités sont résumées dans la Figure 1.13.

Des études ont par la suite été menées pour comparer plusieurs modèles d'interspectres de fluctuations de pression à partir de mesures vibratoires, avec notamment Borisyuk & Grinchenko [19], Graham [56] et Finnveden *et al.* [49]. Plus récemment Maxit & Denis [96] reprennent les expressions (1.37) et (1.38) pour introduire une méthode dite de réciprocité pour des applications à des structures raidies périodiquement. Aucejo [6] propose par ailleurs une méthode d'intégration de la pression pariétale dans le modèle vibro-acoustique en interprétant l'excitation comme un cumul d'ondes planes décorréliées. Dans l'étude d'Aucejo où cette approche est couplée à la méthode PTF, les ondes planes considérées sont limitées aux nombres d'onde autour du nombre d'onde de flexion naturelle de la structure qui agit comme un filtre, ce qui permet de minimiser le temps de calcul. Cette approche a été validée dans un cas de structure immergée dans un fluide lourd et sous écoulement turbulent.

Ces approches dans le domaine physique d'une part, et dans le domaine des nombres d'onde d'autre part, sont à l'origine de certaines méthodes développées dans notre étude. On trouvera donc une description plus détaillée des calculs dans le Chapitre 3.

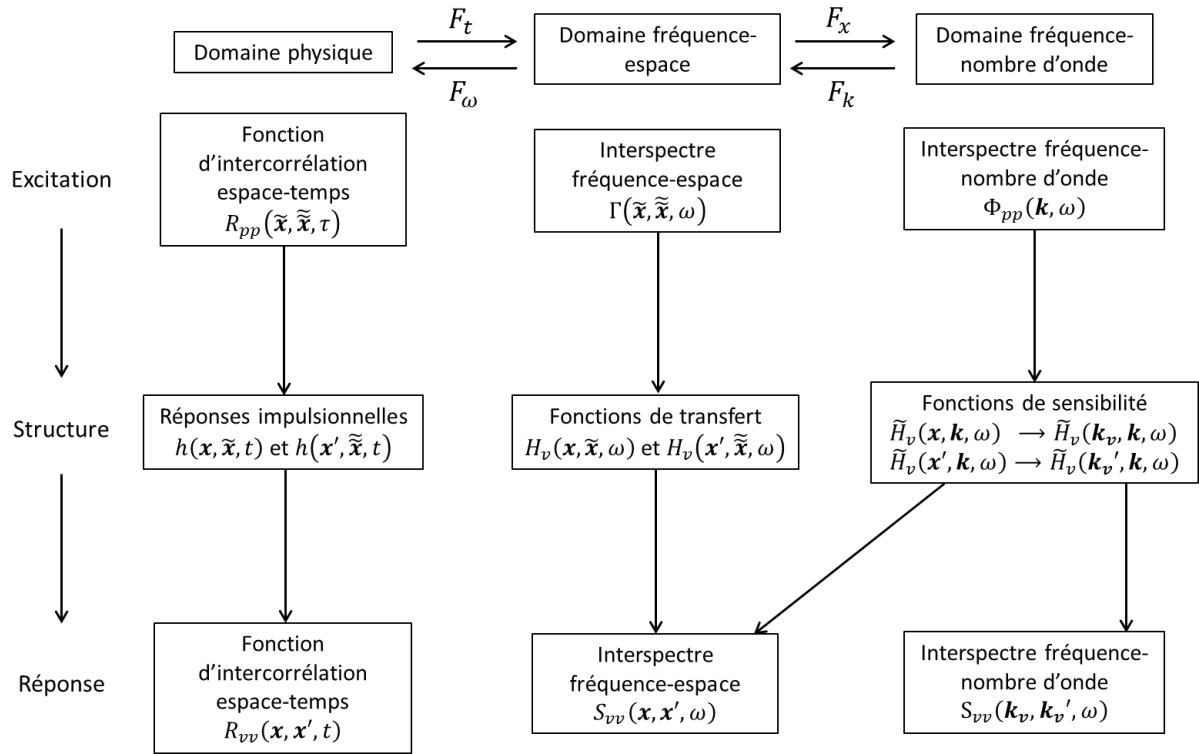


Figure 1.13 : Quantités relatives à l'excitation CLT, la structure et la réponse vibro-acoustique, dans les domaines de Fourier ou physique.  $F_t$  désigne la transformée de Fourier (TF) temporelle,  $F_\omega$  la TF fréquentielle,  $F_x$  la TF spatiale,  $F_k$  la TF en nombre d'onde. Schéma d'après Maury et al. [89] (avec une notation adaptée au présent document).

### 1.3.2. Calculs de puissance injectée à la structure par la CLT pour la méthode SEA

Les méthodes d'intégration de l'excitation décrites précédemment sont applicables aux modèles vibro-acoustiques déterministes. Dans le cas de la méthode SEA (voir 1.2.2.2), l'excitation est intégrée en termes de puissance injectée à la structure par la CLT. En effet si on considère un sous-système excité par une CLT, la puissance moyenne (i.e. moyennée spatialement) injectée dans le sous-système est égal à la somme de la puissance moyenne dissipée dans la structure et de la puissance moyenne rayonnée dans le fluide :

$$\langle \bar{P}_{inj} \rangle = \langle \bar{P}_{diss} \rangle + \langle \bar{P}_{ray} \rangle \quad (1.39)$$

avec  $\langle X \rangle = \frac{1}{2\Delta} \int_{\Omega-\Delta}^{\Omega+\Delta} X d\omega$  la moyenne dans la bande de fréquence centrée sur  $\Omega$  et de largeur  $2\Delta$ . Il s'agit donc de déterminer  $\langle \bar{P}_{inj} \rangle$  pour pouvoir appliquer le modèle SEA classique.

Un des premiers modèles est décrit par Lyon & DeJong [83]. Facile à mettre en œuvre, il donne toutefois des approximations de cette puissance qui peuvent être éloignées de la réalité.

Un modèle de puissance injectée moyennée par bandes de fréquence (modèle FAIP pour Frequency-Averaged Injected Power) est par la suite proposé par Totaro *et al.* [133][131] pour un cas de plaque simplement appuyée. A partir d'une analyse modale de la structure et des interspectres de pression fluctuantes exprimés dans l'espace physique, une expression simple de la puissance injectée peut être déduite lorsque l'excitation est modélisée avec le modèle de Corcos ou d'Efimov.

La méthode proposée par ailleurs par Maxit & Audoly [93] est basée sur l'interspectre de pression pariétale en fréquence-nombre d'onde. Une expression simple de  $\langle \bar{P}_{inj} \rangle$  est obtenue par des hypothèses sur les nombres d'onde impactant la réponse de la structure. Les résultats de cette méthode ont été comparés à des mesures expérimentales sur un système plaque-cavité sous écoulement turbulent, puis sur un cas de dôme sonar excité par un écoulement. Ces confrontations ont été encourageantes même s'il subsiste des interrogations sur la validité du modèle en fluide lourd.

### 1.4. Conclusion – Positionnement de notre étude

L'objectif de notre étude est de développer une méthode prédictive du bruit d'origine hydrodynamique d'une structure soumise à une excitation par CLT et immergée dans un fluide lourd. D'un point de vue industriel, l'application visée est l'estimation du bruit large bande rayonné en champ lointain par des véhicules sous-marins en mouvement. Les principaux objectifs de la méthode sont donc de pouvoir traiter des cas de structures complexes et de grande taille, de prendre en compte le couplage structure-fluide lourd, et d'avoir un domaine fréquentiel d'applicabilité étendu.

L'étude bibliographique de ce chapitre nous a permis de dégager les différentes méthodes numériques dans les domaines de la mécanique des fluides et de la vibro-acoustique. De manière générale, nous cherchons d'une part à évaluer l'excitation de la structure par l'écoulement turbulent, c'est-à-dire les fluctuations de pression pariétale dans le fluide, et d'autre part à introduire cette excitation dans un modèle vibro-acoustique existant.

Pour déterminer l'excitation par la CLT de la structure, nous avons choisi d'utiliser des solutions numériques peu coûteuses en temps de calcul dans la perspective d'avoir une vision globale de la méthodologie et de pouvoir traiter facilement différents cas de géométrie. Notre choix s'est porté sur un calcul d'écoulement moyen par une méthode RANS, couplé avec l'application de modèles semi-empiriques de spectres de fluctuations de pression. Le calcul RANS présente l'avantage d'être applicable à des structures complexes et de grande taille pour un rapport précision/coût numérique intéressant dans les applications que nous visons. D'autre part les modèles semi-empiriques de spectres de pression pariétale, qui fournissent l'information sur l'excitation de la structure par une approche statistique, permettent d'estimer le champ exciteur de la structure à moindre coût.

Dans le Chapitre 2, nous évaluons la validité de ces approches dans le cas d'un écoulement présentant un gradient de pression statique. Ce type d'écoulement, extrêmement courant dans les applications industrielles, engendre des fluctuations de pression pariétale qui diffèrent largement du cas d'écoulement homogène à vitesse constante. La configuration que nous considérons dans cette partie fait référence à un projet expérimental – le projet ENABLE [111] – sur un écoulement en air en

conduite présentant une accélération suivie d'une décélération. Parallèlement à l'étude de validité des approches de calcul d'écoulement par comparaison aux mesures, nous proposons un travail approfondi sur l'influence du gradient de pression sous différents aspects. Cette partie nous permettra ainsi de souligner l'importance de la prise en compte du gradient de pression dans la méthodologie globale.

Dans un second temps, certaines méthodes numériques vibro-acoustiques ont été choisies en fonction de leurs gammes de fréquence d'application et de leurs caractéristiques. Nous nous intéressons d'une part à la méthode PTF, qui permet de traiter les basses et moyennes fréquences et de prendre en compte un couplage fort entre la structure et le fluide. Plusieurs méthodes sont proposées dans le Chapitre 3 pour introduire l'excitation par la CLT dans ce modèle. a) Une méthode dite spatiale où l'excitation est modélisée par une distribution de forces ponctuelles ; b) Une approche par modélisation de l'excitation par un champ d'ondes planes généralisées (i.e. dont les nombres d'onde couvrent les contributions acoustique et dynamique du spectre de fluctuations de pression) ; c) Une méthode utilisant une technique de réciprocité ; d) Une approche par modélisation de l'excitation par des réalisations d'ondes planes décorrélées.

La méthode SEA est considérée d'autre part, de manière à étendre les applications de la méthode aux hautes fréquences. Deux calculs de puissance injectée à la structure par la CLT, adaptés à l'application d'un modèle SEA, sont introduits. Nous verrons pour ces approches certaines hypothèses, notamment sur les nombres d'onde de l'excitation filtrés par la structure. Les différentes approches seront testées dans ce Chapitre 3 sur un cas de CLT homogène en fluide lourd sur une plaque plane, ce qui permettra d'étudier l'influence de certains paramètres et d'établir les avantages et inconvénients propres à chaque méthode.

Ces méthodes d'introduction de l'excitation dans le modèle vibro-acoustique seront ensuite approfondies dans la dernière partie de manière à prendre en compte une évolution spatiale de l'excitation. Le développement consiste à décomposer la structure considérée en zones d'excitation auxquels sont associés des interspectres de fluctuations de pression différents selon la zone. Nous verrons que cette décomposition suppose que la corrélation des pressions fluctuantes entre deux zones est négligée. L'influence de cette hypothèse sur les résultats vibro-acoustiques sera d'abord étudiée puis la méthodologie globale sera appliquée à un cas d'écoulement en eau sur un profil de massif de sous-marin. Nous verrons que l'influence du gradient de pression sur l'excitation hydrodynamique se répercute sur la réponse vibro-acoustique, notamment dans les moyennes et hautes fréquences.



# Chapitre 2

## Caractérisation de l'excitation hydrodynamique induite par une CLT : Etude de cas avec gradient de pression statique

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la modélisation des fluctuations de pression pariétale sous une CLT, dans un cas d'écoulement en conduite présentant un gradient de pression statique négatif puis positif. L'objectif de cette étude est double : d'une part elle doit permettre d'examiner la validité des modèles de turbulence et des spectres de fluctuations de pression pariétale que nous avons choisi d'utiliser ; d'autre part nous mettons en évidence l'influence du gradient de pression sur l'excitation sous plusieurs aspects, le but étant d'introduire cette influence dans l'analyse vibroacoustique globale.

### 2.1. Description du cas d'étude : configuration du projet européen ENABLE

Le cas d'étude auquel nous nous intéressons fait référence au projet européen ENABLE [111], dont les mesures ont été réalisées au Centre Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon en 2002. La configuration met en jeu un écoulement en air dans une conduite dont la paroi supérieure est profilée (voir Figure 2.1). Une zone en gradient favorable où l'écoulement est en accélération précède une zone en gradient adverse, où l'écoulement ralentit. La conduite a une section carrée de 50 cm de côté en début de géométrie. Sa hauteur diminue dans la première partie de la zone de test jusqu'à  $h = 30 \text{ cm}$ , puis augmente dans la seconde partie pour revenir à la hauteur initiale. La zone de test s'étend sur 2 m dans la partie en accélération et 2 m dans la partie en décélération. L'installation est conçue de manière à minimiser la contamination acoustique due au bruit de fond et au compresseur centrifuge en amont. Le lecteur pourra se reporter au rapport du projet [111] pour avoir de plus amples informations sur l'installation et les techniques expérimentales.



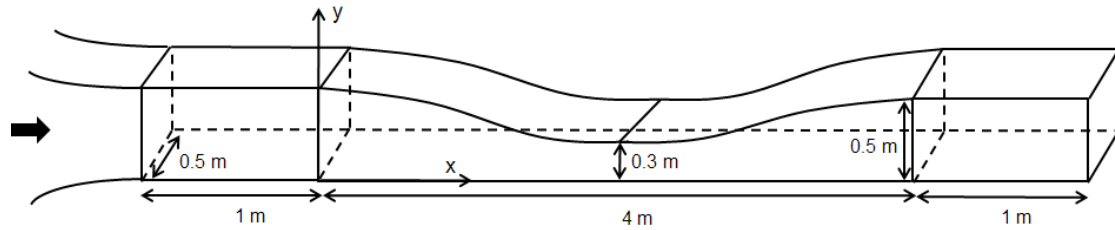


Figure 2.1 : Conduite ENABLE.

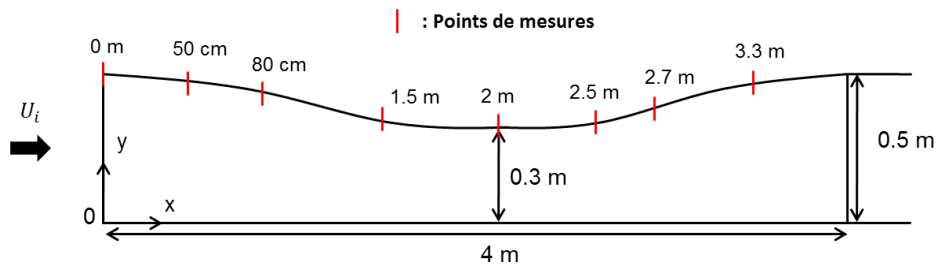


Figure 2.2 : Position des points de mesures le long de la conduite.

Les mesures du projet ENABLE portent d'une part sur l'écoulement moyen, avec en particulier la vitesse moyenne, la tension pariétale et la pression statique, d'autre part sur les fluctuations de pression pariétale avec des mesures d'autospectre, d'intercorrélation, de cohérence et de phase. Plusieurs valeurs de  $U_i$  comprises entre 25 et 50  $m/s$  ont été considérées lors des mesures, où  $U_i$  est la vitesse en  $x = 0$  au début de la zone en gradient (Figure 2.2). Dans notre étude cependant, nous nous intéressons uniquement au cas  $U_i = 50 m/s$ . Enfin nous verrons que les mesures ont principalement porté sur les positions représentées en Figure 2.2 réparties le long de la conduite.

## 2.2. Caractérisation de l'excitation hydrodynamique – Validation des calculs d'écoulement et des modèles de spectres de pression pariétale

La modélisation de l'excitation hydrodynamique s'effectue en deux temps. L'écoulement moyen est d'abord calculé par méthode RANS, puis les spectres de fluctuations de pression pariétale sont calculés avec les modèles adaptés parmi ceux que nous avons décrits en 1.1.4 et 1.1.5. Dans cette partie nous validons dans un premier temps les calculs RANS sur la configuration ENABLE, avant de comparer les spectres de fluctuations de pression modélisés et expérimentaux.

## 2.2.1. Écoulement moyen

### 2.2.1.1. Configuration des calculs RANS

Les calculs sont réalisés à l'aide du solveur numérique par volumes finis Fluent v.12.0 de la suite ANSYS Workbench. Deux types de modèles statistiques de turbulence  $\bar{k} - \bar{\epsilon}$  et  $\bar{k} - \bar{\omega}$  sont testés en deux dimensions (c'est-à-dire en supposant l'écoulement homogène dans la troisième direction). On notera que des comparaisons entre des calculs en deux dimensions et en trois dimensions réalisées sur une autre géométrie ont pu vérifier le faible impact des effets de bords.

L'écoulement est résolu jusqu'à la paroi. Les maillages sont raffinés dans la zone proche de la paroi, avec un resserrement des mailles obéissant à une loi exponentielle selon l'axe  $y$  normal à la paroi (voir Figure 2.3 a.). Pour avoir une précision satisfaisante, les modèles de turbulence préconisent une taille de première maille  $\Delta y^+$  à la paroi égale à environ 1 ou légèrement supérieure. Dans notre cas, les différents tests de configuration ont été effectués avec  $\Delta y^+ \sim 2$ , qui donne une bonne précision comme le montre la comparaison avec un maillage plus fin représentée en Figure 2.3 b.

Le domaine de calcul considéré présente une zone à section droite constante sur 5 m en amont de la zone de test. De cette manière la couche limite se développe suffisamment, à partir d'une vitesse constante imposée en entrée du domaine de calcul, pour retrouver l'épaisseur de couche limite mesurée. Le maillage compte 142000 nœuds et des conditions de non-glissement sont imposées aux parois inférieure et supérieure.

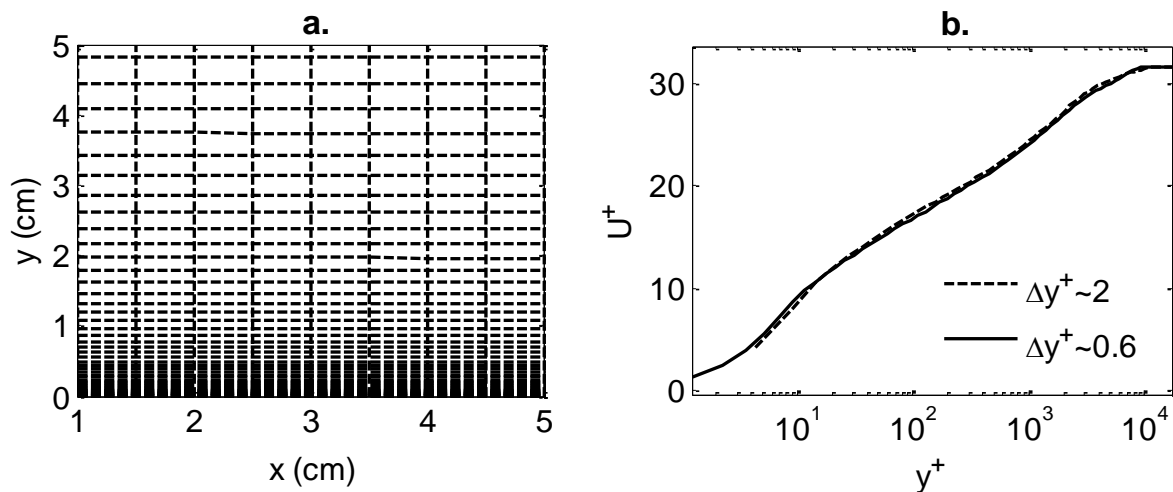


Figure 2.3 : a. Représentation du maillage en zone proche paroi ; b. Convergence en maillage.

### 2.2.1.2. Résultats

Les données calculées sont les quantités moyennes de l'écoulement comme le champ de pression statique  $p$ , la tension pariétale  $\tau_w$ , les profils de vitesse moyenne  $U_e(y)$  dont on peut déduire l'épaisseur de couche limite  $\delta$ , ainsi que les épaisseurs  $\delta^*$  et  $\theta$ . Les profils de vitesse moyenne selon l'axe normal à la paroi sont comparés en Figure 2.4 entre les modèles de turbulence

et les mesures. On observe tout d'abord que l'évolution de la couche limite présente bien une compression des profils dans la zone à gradient favorable, puis un épaissement dans la zone en décélération. D'autre part la comparaison entre les données montre que les profils issus des modèles sont très semblables entre eux, et sont en bon accord avec les mesures. On observe cependant une légère irrégularité en début de conduite dans les profils expérimentaux.

Les paramètres d'écoulement moyen expérimentaux et issus des calculs sont tracés en fonction de  $x$  en Figure 2.5, nous rappelons leurs valeurs dans le Tableau 2.1. Les deux zones de gradient négatif et positif sont bien visibles, avec une forte accélération jusqu'au col en  $x = 2\text{ m}$ , puis une décélération jusqu'à la sortie de conduite. Les résultats numériques sont en bon accord avec les données expérimentales. Les paramètres calculés ne dépendent que très peu du modèle de turbulence. Seule la vitesse de frottement est impactée par le modèle, avec une variation de l'ordre de 5% entre les calculs  $\bar{k} - \bar{\epsilon}$  et  $\bar{k} - \bar{\omega}$ . Cet écart peut venir des différents modes de résolution proche paroi de ces modèles. Le modèle  $\bar{k} - \bar{\omega}$ , que nous utiliserons dans la suite de ce chapitre, contient notamment une correction pour prendre en compte les effets d'un faible nombre de Reynolds en proche paroi. Le gradient de pression statique est calculé par différences finies à partir du champ de pression. Des irrégularités apparaissent sur les données expérimentales mais les calculs et les données expérimentales sont en bon accord dans l'ensemble.

Les épaisseurs de déplacement sont déduites des profils de vitesse pour les calculs et les mesures, puis comparées Figure 2.6. Ces épaisseurs sont légèrement sous-estimées par les calculs en particulier dans la zone en gradient favorable, où les profils de vitesse montrent de petits écarts. Ce paramètre est plus robuste que l'épaisseur de CLT  $\delta$  mais reste très sensible aux écarts sur les profils de vitesse. On retrouve toutefois le même ordre de grandeur. Les valeurs de  $\beta_{\delta^*}$  ont été déduites à partir des  $\delta^*$  et  $\tau_w$  expérimentaux et du gradient de pression issu des calculs.  $\beta_{\delta^*}$  augmente avec  $x$  en gradient adverse. La valeur élevée en fin de conduite est donc davantage liée à la grande épaisseur de CLT et à  $\tau_w$  qu'au gradient. Dans la zone FPG  $\beta_{\delta^*}$  est plus faible en valeur absolue, les paramètres de CLT compensant le gradient.

Nous observons donc dans l'ensemble une bonne concordance entre les données expérimentales et les calculs RANS, ce qui nous permet de valider le calcul  $\bar{k} - \bar{\omega}$  que nous utiliserons dans la suite de ce chapitre.

$x$ (m)	0	0.5	0.8	1.5	2	2.5	2.7	3.3
$U_e$ (m/s)	52.9	57.9	64.6	83.9	85.5	82.2	69.9	64
$\delta^*$ (mm)	13	8.7	7.7	4.3	5.3	7.1	8.9	16.6
$\tau_w$ (Pa)	3.96	4.88	5.86	9.09	9.66	6.96	4.89	2.90
$\beta_{\delta^*}$	-0.55	-1.45	-1.74	-1.1	-0.02	2.63	3.81	4.80

Tableau 2.1 : Paramètres de CLT expérimentaux en chaque position le long de la conduite.

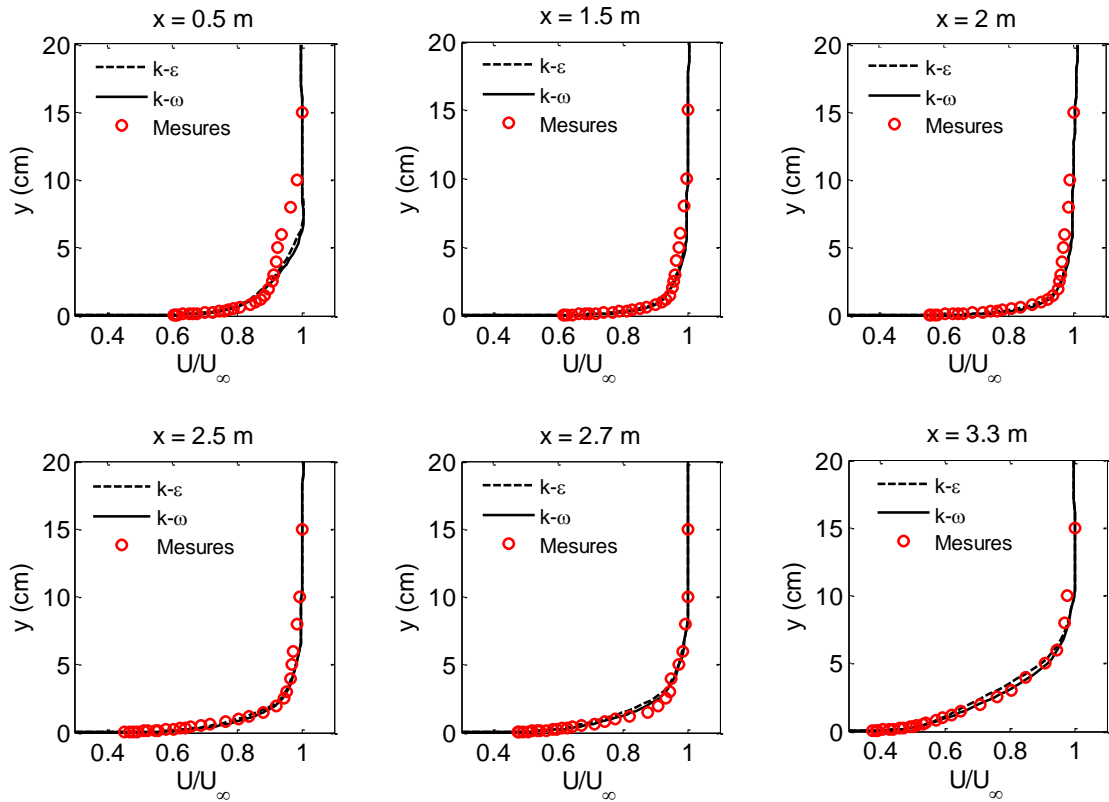


Figure 2.4 : Profils de vitesse moyenne.

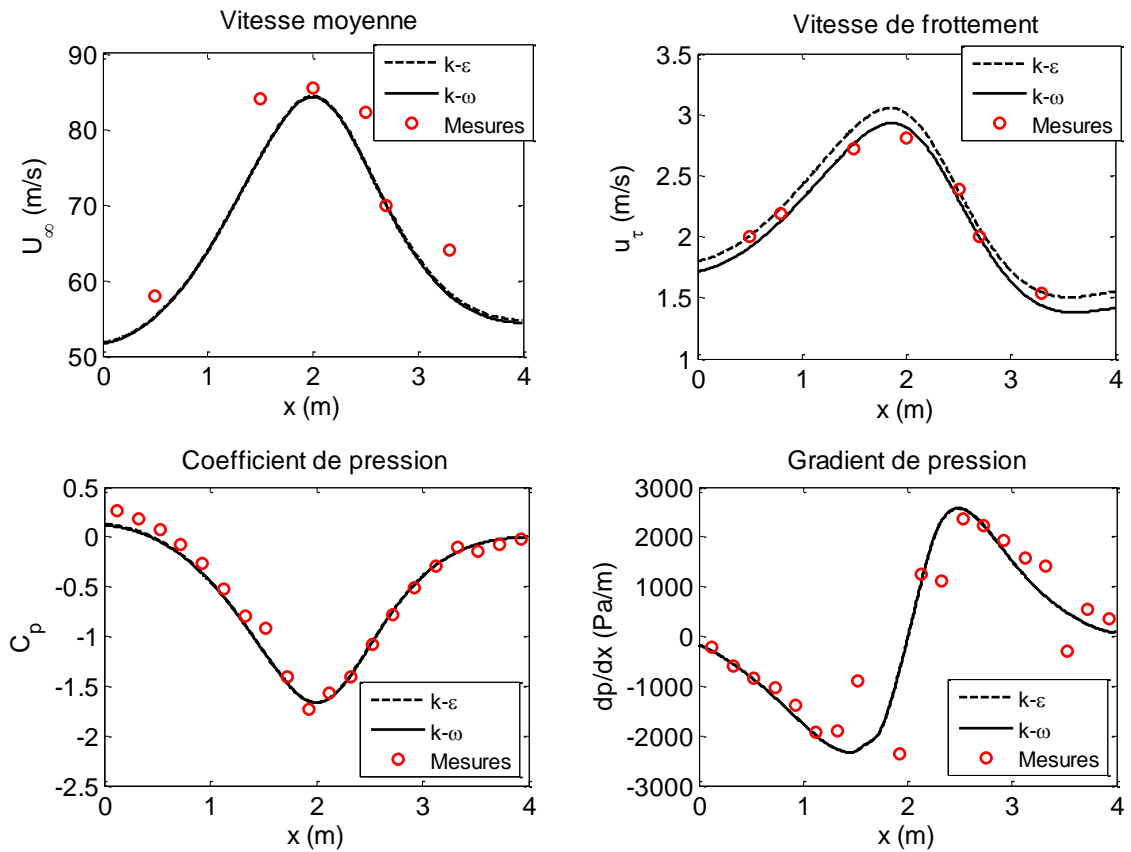


Figure 2.5 : Paramètres d'écoulement moyen le long de la conduite.

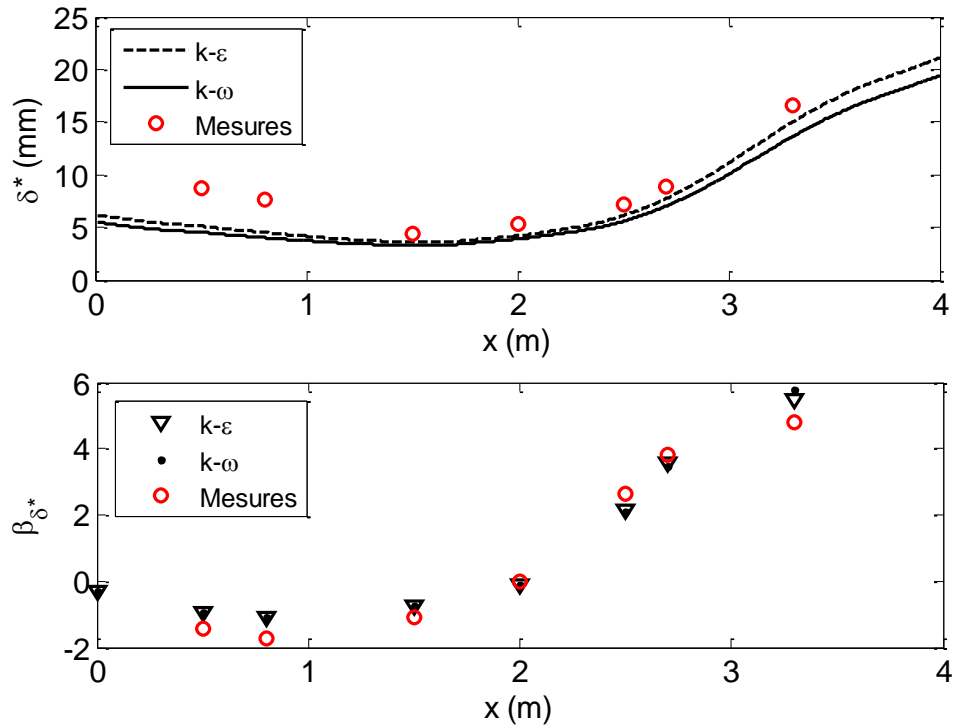


Figure 2.6 : Epaisseur de déplacement  $\delta^*$  et paramètre  $\beta_{\delta^*} = \frac{\delta^*}{\tau_w} \frac{dp}{dx}$  le long de la conduite.

### 2.2.2. Autospectres de fluctuations de pression pariétale

Les mesures des spectres de fluctuations de pression pariétales ont été effectuées à l'aide de microphones de diamètre 1/8". La correction de Corcos [33] est appliquée aux mesures en prenant un rayon équivalent  $r_{eq} = 0.575r$ , que nous avons estimé à partir d'une courbe de sensibilité d'un microphone issue de Blake *et al.* [16]. Les écarts induits peuvent aller jusqu'à 5 dB, comme sur l'exemple représenté en Figure 2.7. Les spectres ont également été corrigés par décontamination acoustique en basses fréquences (voir [111]).

Les spectres en fréquence sont comparés en Figure 2.8, Figure 2.9 et Figure 2.10 pour chaque configuration de gradient de pression, ZPG, FPG et APG respectivement. Les spectres modélisés sont calculés à partir des paramètres d'écoulement issus du calcul RANS  $\overline{k} - \overline{\omega}$ . Le modèle de Rozenberg n'est représenté que pour les cas de gradient faible et adverse pour lesquels il est adapté.

En gradient faible Figure 2.8 les modèles donnent la même tendance, en particulier en  $x = 2m$  où le gradient est proche de zéro (Tableau 2.1). Le modèle de Goody prédit assez bien les niveaux du spectre en  $x = 0 m$ . En  $x = 2 m$  le spectre modélisé surestime le spectre expérimental. Cela est probablement dû à la configuration particulière de l'écoulement, qui sort d'une zone d'accélération et subit un saut de gradient de pression au niveau du col. Cette diminution du niveau se trouve en effet dans la continuité des tendances dans la région en gradient favorable.

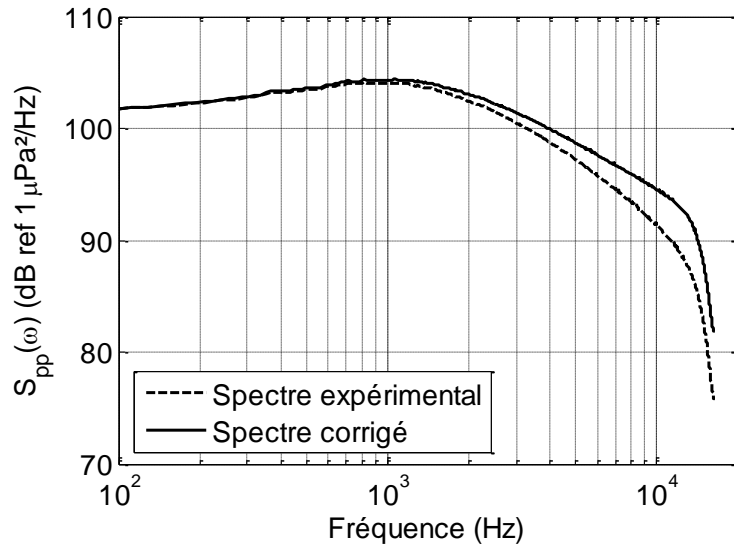


Figure 2.7 : Autospectre de fluctuations de pression en  $x = 2.5 m$ . Influence de la correction de Corcos.

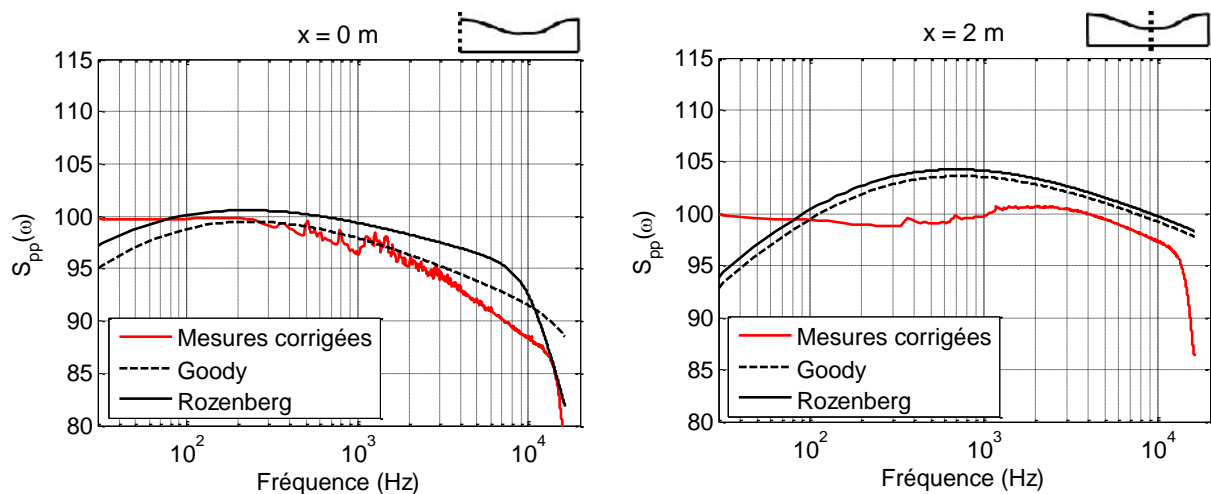


Figure 2.8 : Autospectres de fluctuations de pression ( $\text{dB ref } 1\mu\text{Pa}^2/\text{Hz}$ ) ; Zones ZPG.

En gradient favorable Figure 2.9, les spectres expérimentaux montrent une légère diminution des niveaux, conformément aux observations de Schloemer [118]. Cette diminution due au gradient de pression n'est pas prise en compte par le modèle de Goody, et les écarts grandissent à mesure que le gradient de pression augmente.

Enfin les mesures présentées Figure 2.10 pour le cas APG montrent que le niveau augmente en moyennes fréquences et diminue fortement en hautes fréquences. Ces tendances sont bien reproduites par le modèle de Rozenberg, qui prend en compte les effets du gradient de pression adverse. Il est donc plus adapté que le modèle de Goody pour ce type de gradient. Cependant les maxima des spectres de Rozenberg sont décalés vers les basses fréquences et les pentes en hautes fréquences sont différentes, ce qui creuse des écarts entre les mesures et les spectres calculés.

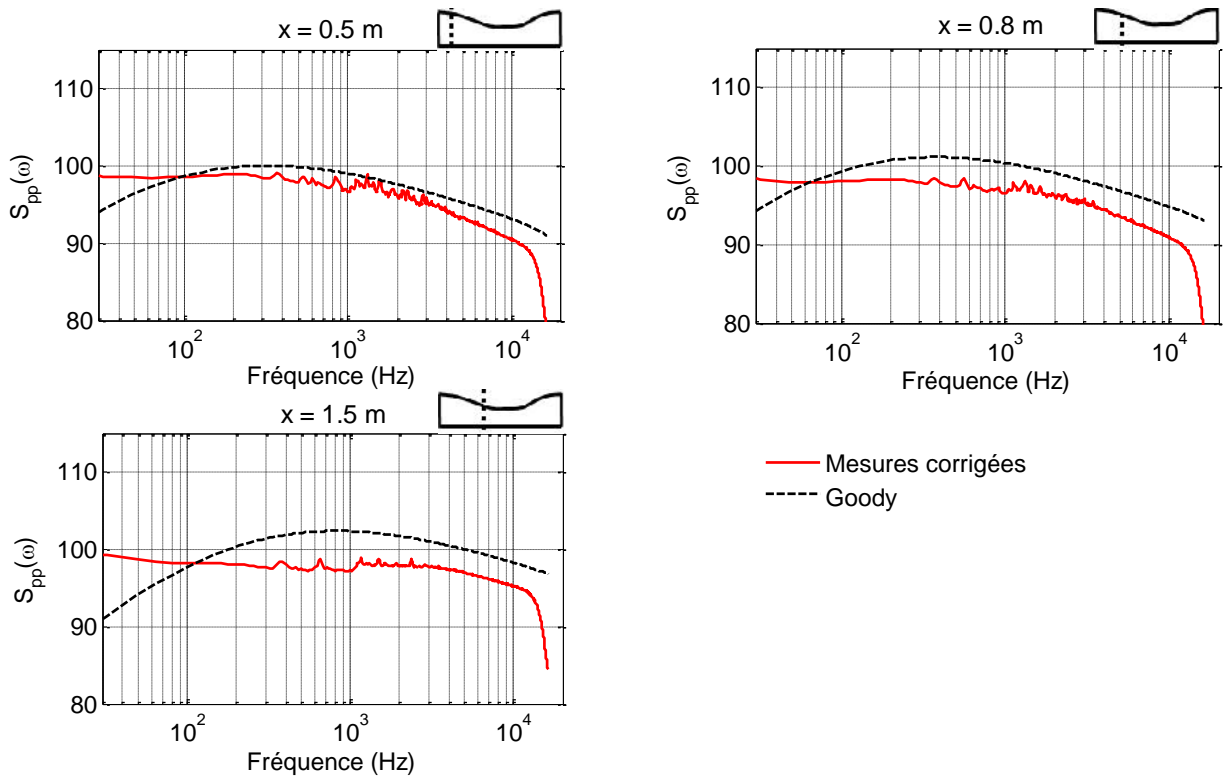


Figure 2.9 : Autospectres de fluctuations de pression (dB ref  $1\mu Pa^2/Hz$ ) ; Zone FPG.

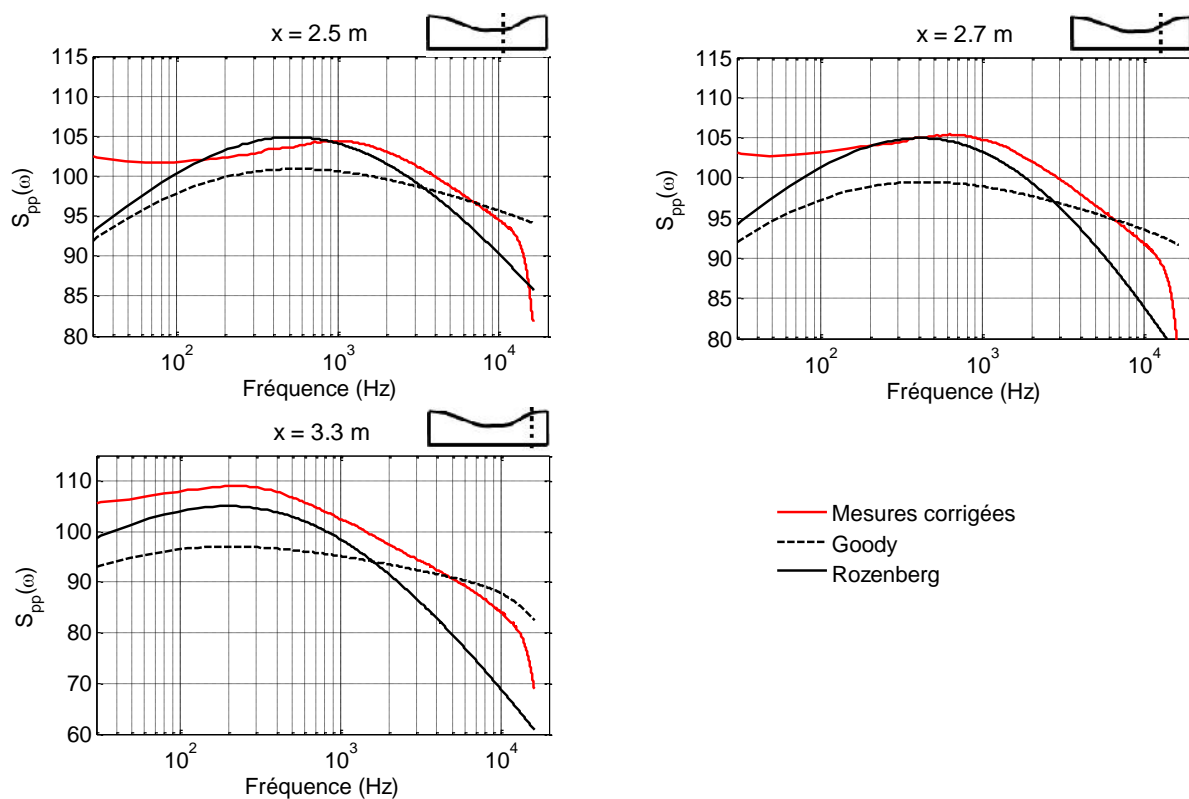


Figure 2.10 : Autospectres de fluctuations de pression (dB ref  $1\mu Pa^2/Hz$ ) ; Zone APG.



## 2.3. Etude de l'influence du gradient de pression statique sur l'interspectre de fluctuations de pression pariétale

Nous nous intéressons dans cette partie aux interspectres mesurés dans le cadre du projet ENABLE et aux influences du gradient de pression statique. Les interspectres ont été mesurés en chaque position le long de la conduite (Figure 2.2) à l'aide de deux microphones 1/8" montés sur deux disques non-concentriques, ce qui permet une séparation  $\xi = (\xi_x, \xi_z)$  variable entre les deux capteurs. Cet écart peut varier de 7.5 à 95 mm dans chacune des directions longitudinale et transversale (Figure 2.11).

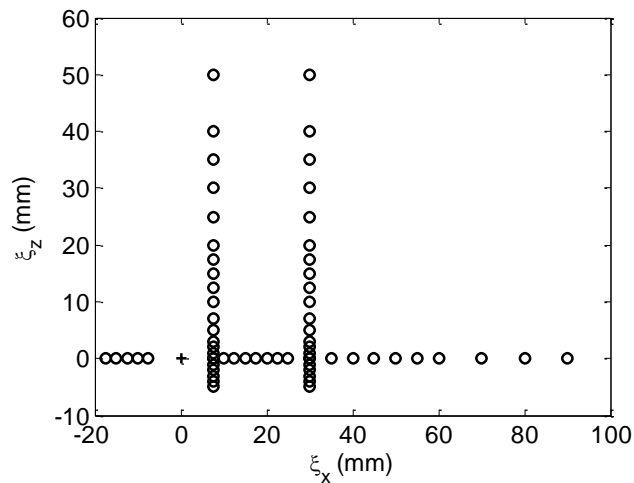


Figure 2.11 : Positions des microphones. + : Microphone fixe ; o : Microphones mobiles.

Comme nous l'avons vu dans le Chapitre 1, la formulation de type Corcos de  $\Gamma(\xi, \omega)$  définit sa phase  $\psi(\xi_x, \omega)$  en fonction de la vitesse de convection  $U_c$ , et son module en fonction des longueurs de corrélation  $L_x$  et  $L_z$  ou des coefficients de Corcos  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$  (Eq. (1.23), (1.24), et (1.30)). Ainsi nous pouvons déduire des valeurs de  $U_c$  d'une part et de  $L_x$  et  $L_z$  d'autre part (ou de  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$ ) à partir de la phase et du module de  $\Gamma(\xi, \omega)$  respectivement.

### 2.3.1. Vitesse de convection

$U_c$  peut être déduit directement de la phase pour chaque valeur de séparation longitudinale à partir de la relation  $\psi(\xi_x, \omega) = \omega \xi_x / U_c$ . Sur l'exemple tracé en Figure 2.12 en  $x = 2.5 m$ , on observe bien l'évolution linéaire de la phase en fonction de la fréquence (Figure 2.12 a.). D'autre part les mesures sont de plus en plus bruitées à mesure que la séparation augmente, ce qui est lié à la perte de cohérence entre les signaux. L'évolution légèrement décroissante de  $U_c$  en fonction de la fréquence à partir de  $1 kHz$  est bien conforme aux observations de la littérature [47][4][118].

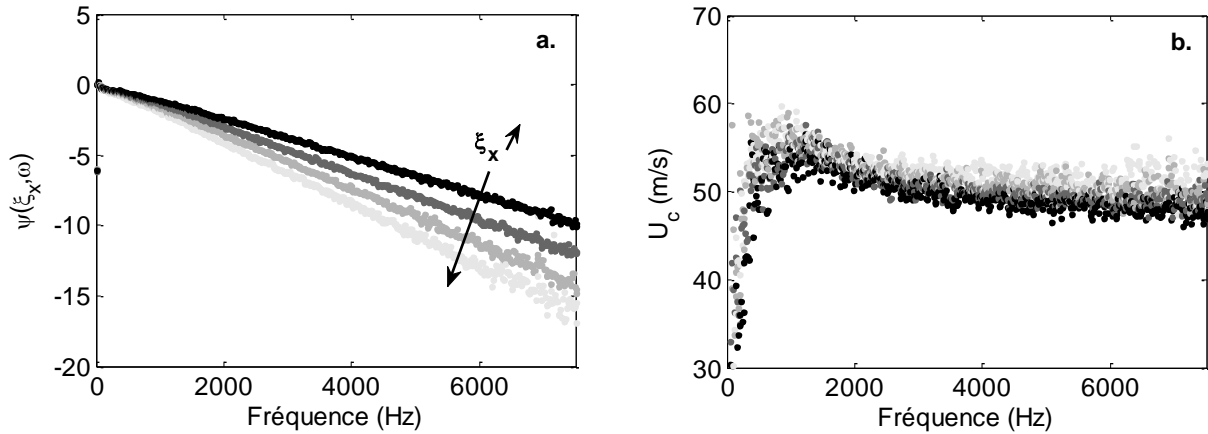


Figure 2.12 : Phase de l'interspectre (a.) et vitesse de convection (b.) en fonction de la fréquence et en  $x = 2.5 m$ , pour les séparations longitudinales  $\xi_x = 7.5 mm ; 20 mm ; 40 mm ; 70 mm$ .

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution de  $\psi(\xi_x, \omega)$  en fonction de la séparation  $\xi_x$  en chaque position le long de la conduite. Conformément à sa définition, la phase croît linéairement en fonction de  $\xi_x$  comme on peut l'observer en Figure 2.13 pour  $1kHz$ . On note qu'un exemple complémentaire à  $f = 3 kHz$  est présenté dans l'Annexe A. Cette évolution n'est cependant observable que pour un certain intervalle spatial  $\xi_x$  autour du capteur de référence. Lorsque  $\xi_x$  est trop élevé – la limite dépendant du Strouhal –  $\psi(\xi_x, \omega)$  n'évolue plus linéairement. De plus, comme le décrit le document [111], les mesures effectuées dans la première partie de la conduite montrent plus d'instabilités que dans la seconde partie, ce qui est lié à la vitesse du fluide.

Pour ne prendre en compte que les mesures fiables, nous avons estimé par une technique de moindres carrés l'intervalle de  $\psi(\xi_x, \omega)$  en fonction de  $\xi_x$  sur lequel une régression linéaire est possible pour déterminer une valeur de  $U_c$ . La phase nulle est imposée lorsque  $\xi_x = 0$  pour effectuer la régression linéaire. A  $f = 1 kHz$  Figure 2.13, la phase évolue linéairement pour toutes les positions le long de la conduite. Lorsque la fréquence augmente l'intervalle linéaire de la phase est plus réduit dans la partie proche du capteur de référence en  $(0,0)$ .

Une valeur de  $U_c$  peut être déduite en appliquant ce processus à chaque fréquence et en chaque position. Les résultats sont présentés en Figure 2.14. Les valeurs issues de la régression linéaire sont comparées aux valeurs calculées directement à partir de  $\psi(\xi_x, \omega)$  pour plusieurs  $\xi_x$  (Eq. (1.30)). On observe tout d'abord une nette amélioration des données dans la zone en gradient adverse par rapport au début de la conduite. Cela est lié aux instabilités de l'écoulement associées à l'accélération du fluide et au comportement non-linéaire de la phase dans la zone en gradient favorable.

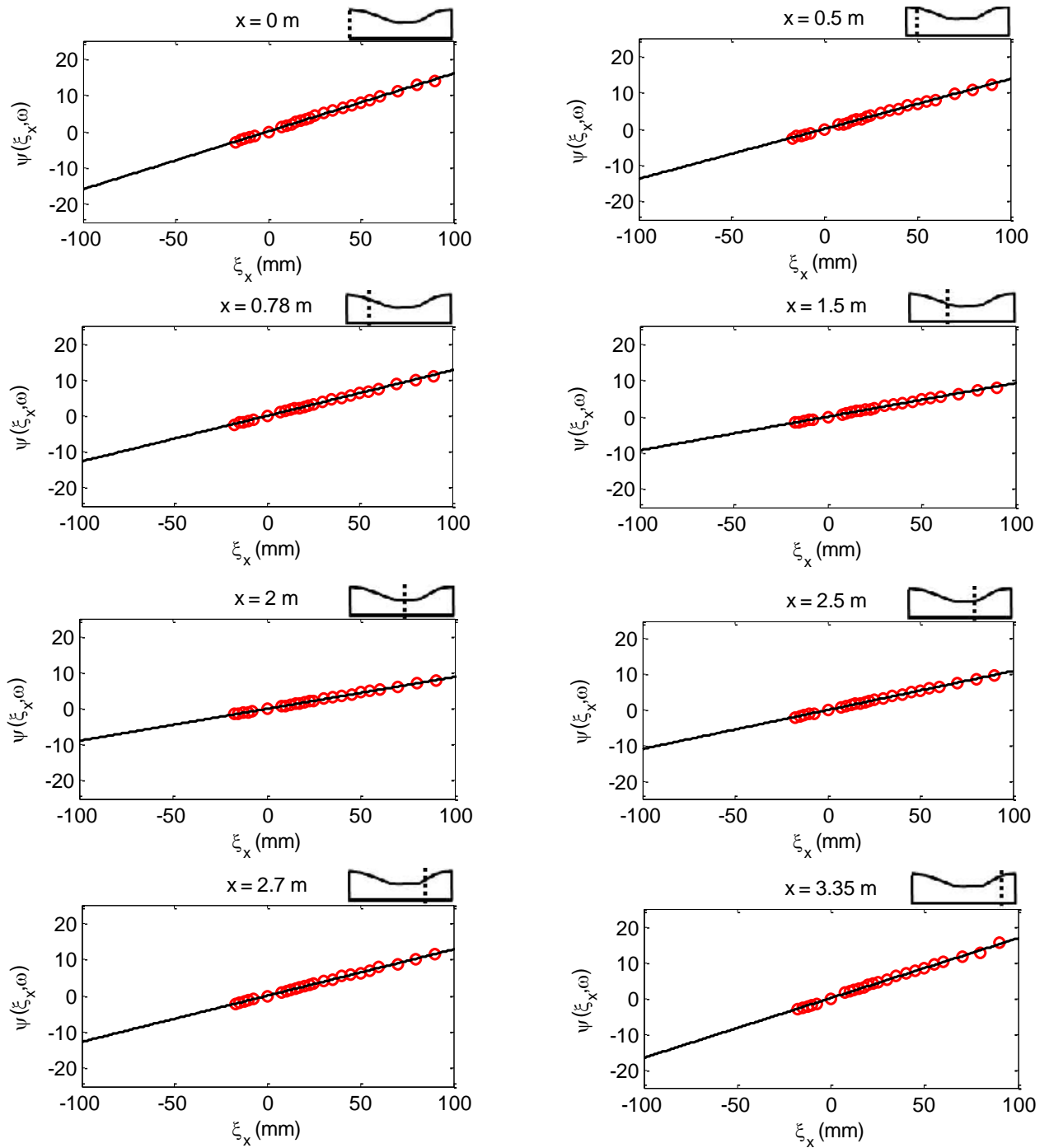


Figure 2.13 : Phases (rad) des interspectres le long de la conduite.  $f = 1\text{kHz}$ .  
Trait plein : Régression linéaire ;  $\bullet$  : Mesures.

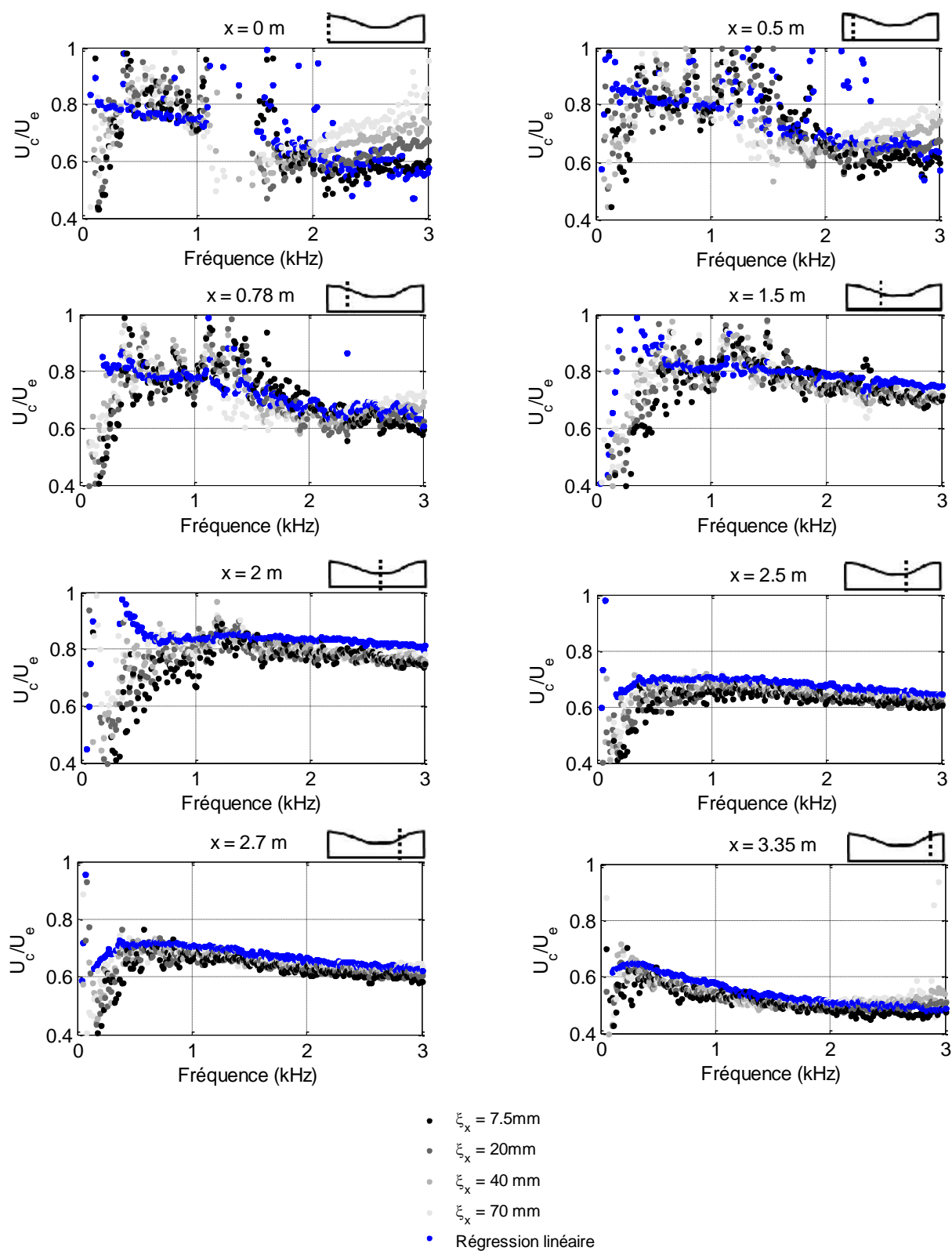


Figure 2.14 : Vitesse de convection normalisée pour différentes séparations longitudinales  $\xi_x$  en fonction de la fréquence. Comparaison avec  $U_c$  obtenue par régression linéaire de  $\psi(\xi_x, \omega)$  (points bleus).

Dans la partie en décélération de la conduite, la vitesse de convection obtenue par régression linéaire est stable à partir de  $x = 2 m$ . Le rapport  $U_c/U_e$ , où  $U_e$  est la vitesse extérieure à la CLT localement, diminue à mesure que la CLT s'épaissit et que  $U_e$  décroît. Comme l'explique Schloemer [118], cette diminution est liée à la taille des structures turbulentes convectées. La couche limite étant plus épaisse dans le cas adverse, les structures situées à une même distance de la paroi seront plus petites, et donc convectées plus lentement, que dans le cas sans gradient.

Dans la région en gradient favorable en revanche,  $U_c$  atteint  $0.8U_\infty$  lorsque le gradient est fort en  $x = 1.5 m$ . Ces tendances en fonction du gradient se retrouvent globalement dans la littérature, notamment par les travaux de Burton [22], Na et Moin [101], Magionesi [86] et McGrath et Simpson [100].

On peut également les observer en Figure 2.15 en comparant les vitesses de convection normalisées obtenues en trois positions dans la conduite ENABLE et celle calculée avec le modèle empirique proposé par Smol'yakov (Eq. (1.31)). Le modèle de Smol'yakov permet de retrouver l'augmentation en basses fréquences puis la diminution progressive lorsque la fréquence augmente. La prédiction reste cependant limitée aux configurations sans gradient de pression, et on retrouve l'augmentation de  $U_c/U_e$  en FPG et sa diminution en APG.

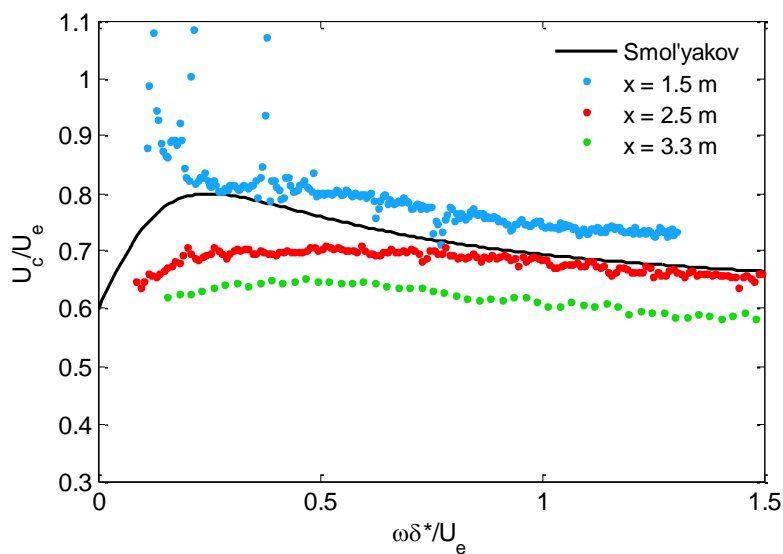


Figure 2.15 : Vitesse de convection normalisée  $U_c/U_e$  en fonction de la fréquence adimensionnée  $\omega\delta^*/U_e$  ; Comparaison entre le modèle de Smol'yakov (Eq. (1.31)) et les valeurs obtenues par régressions linéaires de la phase en  $x = 1.5 m, 2.5 m$  et  $3.3 m$ .

Il est important de noter que l'exploitation des mesures de la phase est limitée à une certaine gamme de fréquences. La Figure 2.14 montre qu'aux positions en gradient adverse et pour des fréquences inférieures à  $f = 500 Hz$ , l'interpolation linéaire est dispersée (voire inexploitable pour  $x = 2 m$ ). D'autre part lorsque la fréquence augmente, le nombre de points utilisés pour la régression linéaire est de plus en plus restreint ce qui peut engendrer des erreurs d'interpolation (lorsque  $f > 4 kHz$  en gradient adverse).

A partir des observations de la Figure 2.14, la variation de la vitesse de convection peut être mise en relation avec le gradient de pression en traçant le rapport  $U_c/U_e$  en fonction du paramètre  $\beta_{\delta^*} = (\delta^*/\tau_w)(dp/dx)$ . La Figure 2.16 présente les valeurs obtenues aux positions  $x = 1.5 m ; 2 m ; 2.5 m ; 2.7 m ; 3.3 m$ , où les résultats de la régression linéaire des mesures est exploitable. Les résultats montrent une nette dispersion de  $U_c/U_e$ , de 0.5 à 0.82 en moyenne sur les fréquences considérées. La diminution de la vitesse de convection est bien visible dans la partie en gradient adverse, où  $\beta_{\delta^*}$  est positif. On notera que la valeur assez élevée de  $U_c/U_e$  lorsque  $\beta_{\delta^*} \sim 0$  (qui correspond à la position  $x = 2 m$ ) est liée à l'accélération du fluide en amont de cette position. Il serait risqué de l'interpréter en tant que résultat pour une configuration sans gradient de pression classique, compte tenu de « l'histoire de l'écoulement » en amont. Toutefois cette configuration d'accélération suivie d'une décélération se retrouve dans de nombreux cas tels que les écoulements sur les profils d'aile ou sur les dômes d'engins sous-marins. Nous retiendrons de cette étude que le gradient de pression dans l'écoulement entraîne une dispersion significative de  $U_c/U_e$  par rapport à la valeur standard de 0.7.

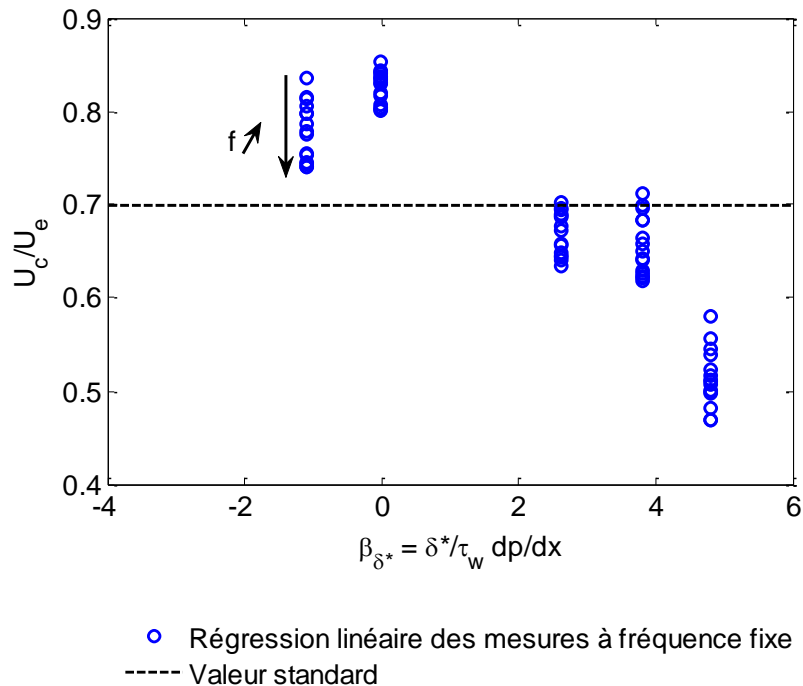


Figure 2.16 : Vitesse de convection normalisée en fonction de  $\beta_{\delta^*}$  pour des fréquences fixes.  $1kHz \leq f \leq 4kHz$ .

### 2.3.2. Fonctions de cohérence

La fonction de cohérence  $\gamma(\xi_x, \xi_z, \omega)$  est définie à partir du module de l'interspectre spatial :

$$\gamma(\xi_x, \xi_z, \omega)^2 = \frac{|\Gamma(\xi_x, \xi_z, \omega)|^2}{S_{pp}(\omega)^2} \quad (2.1)$$

où  $S_{pp}(\omega)$  est l'autospectre à la position de l'antenne.

En pratique  $S_{pp}(\omega)$  est moyenné sur les autospectres des microphones de l'antenne, mais la variation entre ces spectres est très faible voire négligeable. La formulation séparée du modèle de Corcos permet de définir une cohérence longitudinale  $\gamma_L$  en fonction de  $\xi_x$  et une cohérence transversale  $\gamma_T$  en fonction de  $\xi_z$ . La configuration de l'antenne de capteurs ENABLE (Figure 2.11) nous donne la fonction de cohérence longitudinale pour  $\xi_z = 0$ , et les cohérences transversales pour  $\xi_x = 7.5 \text{ mm}$  et  $\xi_x = 30 \text{ mm}$ . Nous ne considérons dans cette étude que les cohérences transversales à  $\xi_x = 7.5 \text{ mm}$  qui présentent une meilleure stabilité.

Les cohérences expérimentales  $\gamma_L$  et  $\gamma_T$  sont tracées à  $1 \text{ kHz}$  en Figure 2.17 et en Figure 2.18 respectivement, et à chaque position le long de la conduite. Des figures complémentaires sont présentées dans l'Annexe A à la fréquence  $3 \text{ kHz}$ . On constate tout d'abord que, du fait de la convection des structures turbulentes, la décroissance de corrélation est globalement plus lente dans la direction longitudinale que dans la direction transversale.

Tout comme pour la phase et comme décrit dans [111], les fonctions de cohérence longitudinales et transversales n'ont pas un comportement classique dans la première partie de la conduite ( $x \leq 1.5 \text{ m}$ ). Les points de mesure sont plus dispersés pour toutes les valeurs de  $\xi_x$  et  $\xi_z$ , et en particulier lorsque la fréquence augmente (voir Annexe A). La décroissance est plus stable dans la partie en gradient adverse. Cependant même dans cette zone, plus la corrélation décroît rapidement, plus les informations sur la décroissance sont difficiles à obtenir (notamment en hautes fréquences et pour les cohérences transversales).

Pour chacun des cas, une régression non-linéaire est effectuée en imposant  $\gamma_L(\xi_x = 0) = \gamma_T(\xi_z = 0) = 1$  et à partir des formulations exponentielles du modèle de Corcos :

$$\gamma_L(\xi_x, \omega) = e^{-\alpha_x \frac{\omega}{U_c} |\xi_x|} \quad \gamma_T(\xi_z, \omega) = e^{-\alpha_z \frac{\omega}{U_c} |\xi_z|} \quad (2.2)$$

Nous utilisons pour cela la fonction *lsqcurvefit* de Matlab qui permet d'approcher les valeurs expérimentales au sens des moindres carrés avec une fonction non-linéaire. Les fonctions de cohérence ainsi obtenues par le calcul sont tracées en superposition aux mesures. Les résultats sont globalement corrects dans la seconde partie de la conduite pour  $x \geq 2 \text{ m}$ , où les cohérences expérimentales sont plus régulières. En revanche dans la partie en gradient favorable, les régressions exponentielles sont difficilement exploitables compte tenu de la disparité des mesures.

Les longueurs de corrélation  $L_x = U_c / \alpha_x \omega$  et  $L_z = U_c / \alpha_z \omega$ , que l'on peut déduire par identification, permettent de quantifier ces décroissances de cohérence. Nous comparons Figure 2.19 les valeurs obtenues aux modèles semi-empiriques de Corcos et d'Efimtsov pour les positions dans la partie en gradient adverse, où les régressions exponentielles sont plus fiables. Les longueurs de corrélation de Corcos correspondent à  $U_c / \alpha_x \omega$  et  $U_c / \alpha_z \omega$  avec les valeurs standards  $\alpha_x = 0.11$ ,  $\alpha_z = 0.77$  et  $U_c = 0.7 U_e$ . Celles d'Efimtsov sont données par son modèle d'interspectre (Eq. (1.26)) et sont fonctions de coefficients empiriques et des paramètres de CLT.

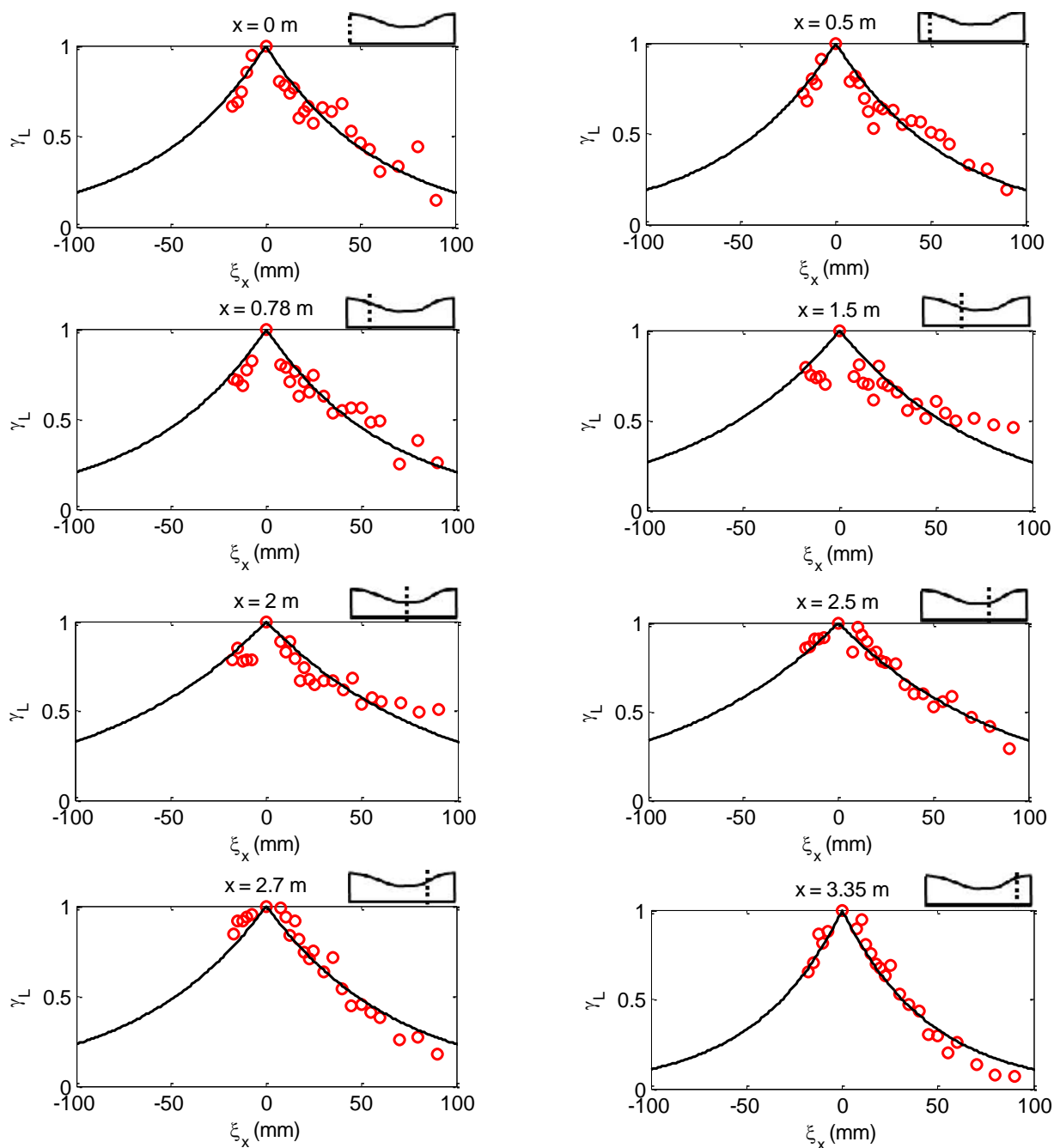


Figure 2.17 : Cohérences longitudinales  $\gamma_L$  le long de la conduite.  $f = 1\text{kHz}$ .  
Trait plein : Régression exponentielle ;  $\bullet$  : Mesures.



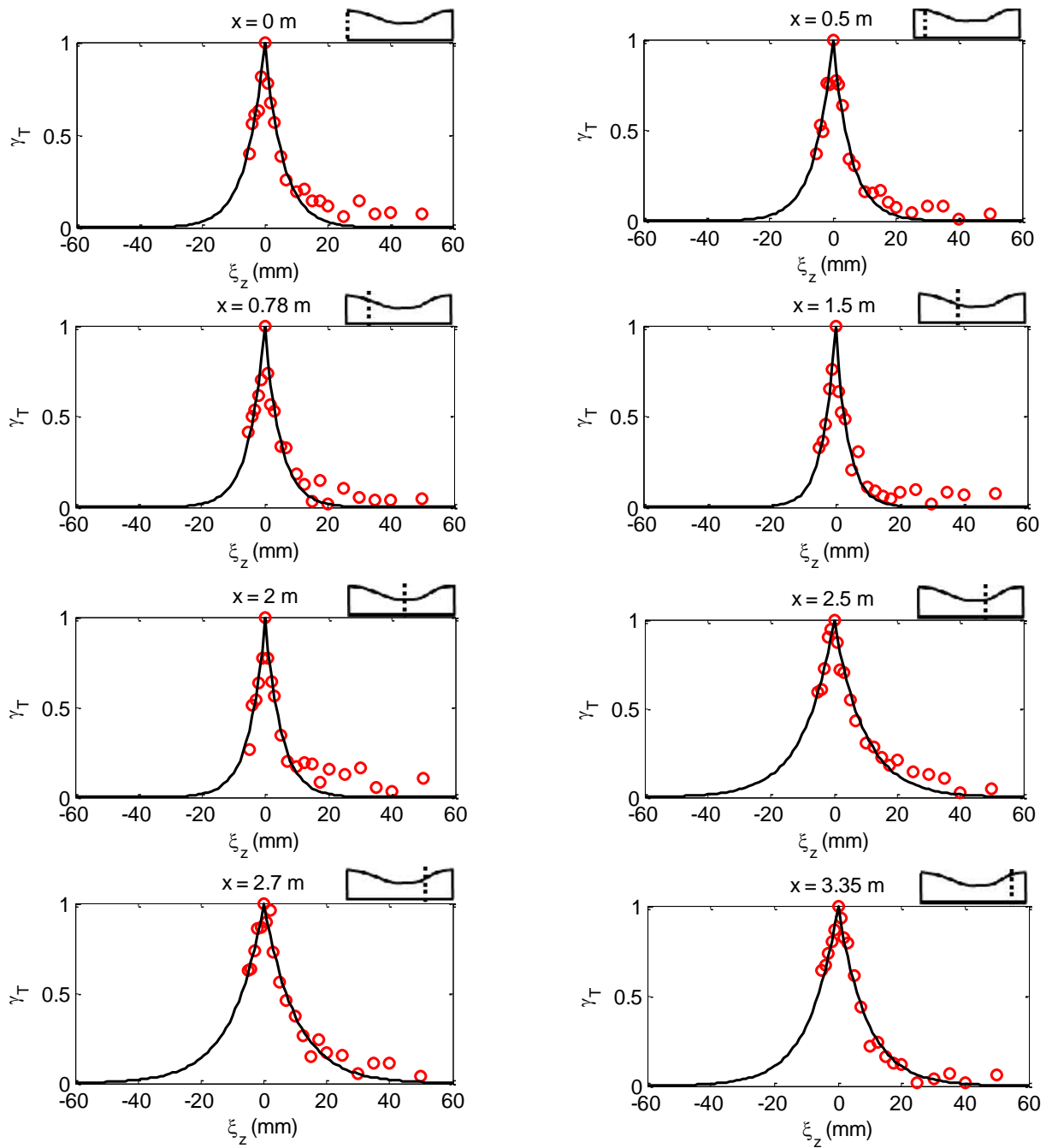


Figure 2.18 : Cohérences transversales  $\gamma_T$  le long de la conduite.  $f = 1kHz$ .  
Trait plein : Régression exponentielle ;  $\bullet$  : Mesures.

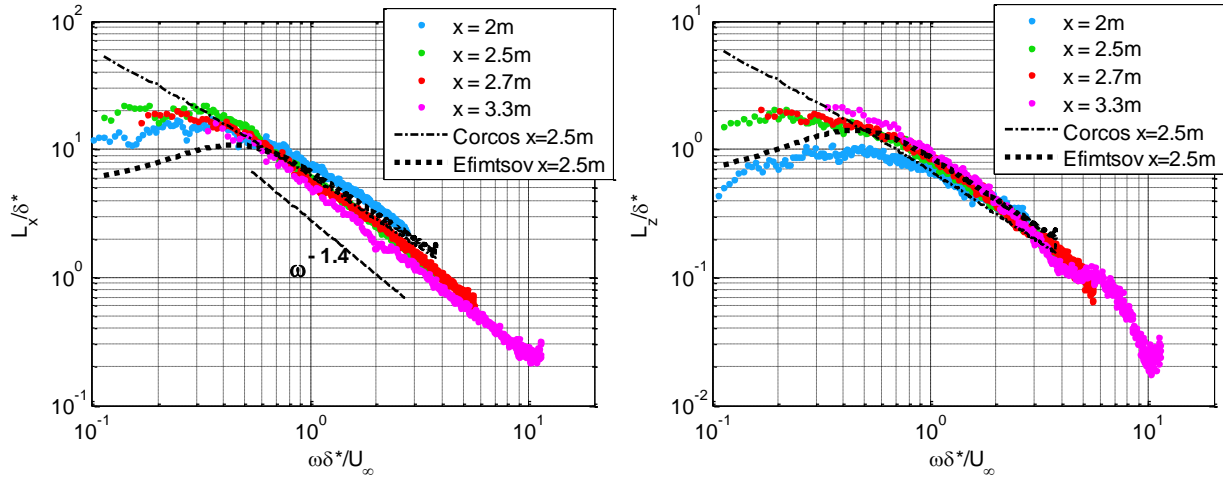


Figure 2.19 : Longueurs de corrélation adimensionnées longitudinales et transversales pour les positions dans la zone en gradient adverse. Comparaison aux modèles de Corcos [34] et d'Efimtsov [42].

Les modèles donnent une assez bonne estimation des longueurs de corrélation en hautes fréquences. En basses fréquences en revanche, le modèle de Corcos ne prend pas en compte la diminution des échelles de cohérence, et le modèle d'Efimtsov sous-estime les valeurs. On notera que certains auteurs [49][107] proposent de modifier les valeurs des coefficients empiriques du modèle d'Efimtsov pour pallier cette sous-estimation.

Conformément aux résultats de la littérature [131][107], les longueurs de corrélation croissent légèrement en basses fréquences et passent par un maximum à environ  $\omega\delta^*/U_\infty = 0.3$ . Ce maximum est lié à la taille des structures cohérentes, limitée par l'épaisseur de couche limite. Les longueurs de corrélation décroissent ensuite proportionnellement à la fréquence. Les hypothèses de Corcos font évoluer  $L_x$  et  $L_z$  suivant  $\omega^{-1}$ , mais il apparaît que les pentes ont tendance à varier selon la position le long de la conduite. Dans la direction longitudinale,  $L_x$  décroît plus rapidement à mesure que la vitesse diminue, conformément aux observations sur les fonctions de cohérence (Figure 2.17). La pente de  $L_x$  pour  $x = 3.3\text{ m}$  est plus proche d'une loi en  $\omega^{-1.4}$ , valeur que suggère Arguillat [4] dans une étude sur un écoulement sans gradient de pression mais avec une épaisseur de couche limite élevée. Dans la direction transversale cependant, les pentes ne varient que légèrement à partir de  $x = 2.5\text{ m}$ .

Les coefficients  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$  associés aux longueurs de corrélation sont tracés en Figure 2.20, et comparés à des données de la littérature et aux modèles. Les  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$  dans la conduite sont calculés à partir de la vitesse de convection issue des mesures. La forte diminution des valeurs en basses fréquences correspond à l'augmentation des échelles de cohérence, et s'observe également dans les données de Finnveden [49], Arguillat [3] et Totaro [131]. Les coefficients se stabilisent ensuite autour des valeurs standards 0.11 et 0.77 respectivement. Dans la direction longitudinale  $\alpha_x$  augmente légèrement en hautes fréquences jusqu'à atteindre 0.17.

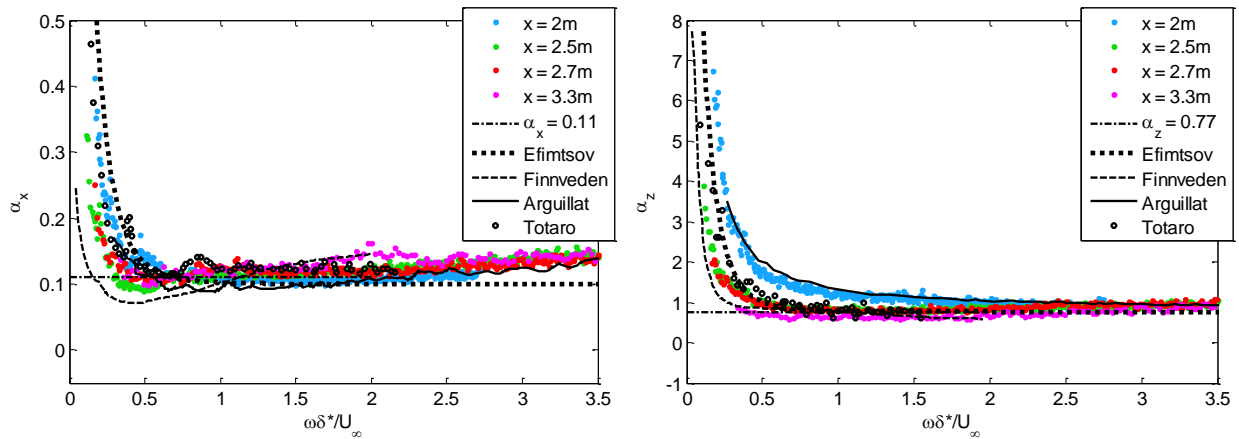


Figure 2.20 : Coefficients  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$  en fonction de la fréquence adimensionnée. Comparaison entre les résultats en gradient adverse et les données publiées de Finnveden [49], Arguillat [3] et Totaro [131].

Quelques écarts apparaissent en outre selon la position le long de la conduite. Dans la direction longitudinale par exemple, les valeurs issues des mesures ENABLE sont comprises entre 0.10 et 0.17 lorsque  $\omega\delta^*U_\infty > 1$ . Comme on pouvait l'observer avec les longueurs de corrélation,  $\alpha_x$  est plus élevé en  $x = 2\text{ m}$  en basses fréquences, mais cette tendance s'inverse lorsque la fréquence augmente. De même dans la direction transversale  $\alpha_z$  est plus grand en basses fréquences lorsque la vitesse de l'écoulement est élevée, jusqu'à ce que les valeurs des différentes positions convergent en hautes fréquences.

Ces écarts sont liés à la vitesse de l'écoulement et au gradient de pression. Toutefois les variations n'étant pas uniformes selon la position et la fréquence, il est délicat dans le cas de notre étude d'établir une relation entre les coefficients et le gradient de pression. Nous proposons cependant dans la partie suivante d'étudier l'impact de ces variations sur les interspectres en fréquence-nombre d'onde.

### 2.3.3. Interspectres en fréquence-nombre d'onde

Les interspectres peuvent être estimés en appliquant certains modèles semi-empiriques (voir partie 1.1.5) à partir des paramètres issus des calculs. On peut tout d'abord comparer les niveaux obtenus par ces modèles à ceux déterminés par transformée de Fourier spatiale sur les mesures. Cette transformée de Fourier spatiale est effectuée sur les mesures des interspectres approchées par la formulation de Corcos, de manière à avoir un pas spatial constant. Les spectres obtenus par cette opération sont comparés en Figure 2.21 aux résultats du modèle de Corcos en nombre d'onde, qui est alimenté par l'autospectre de Rozenberg, par la vitesse de convection calculée à l'aide du modèle de Smol'yakov (Eq. (3.31)) et par les valeurs usuelles de  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$  (0.11 et 0.77 respectivement). Les différences observées peuvent ainsi être associées aux différences entre mesures et calcul sur les multiples étapes de modélisation.

On observe que les niveaux des deux spectres sont en bonne cohérence dans la zone en gradient adverse (comparaison effectuée à 1kHz). Cependant en certaines positions, notamment en 3.35 m, des écarts apparaissent pouvant atteindre 10 dB. Ces écarts peuvent être attribués aux

effets combinés des paramètres d'écoulement et des autospectres, qui entraînent des différences de niveaux aussi bien dans la région convective que dans la région des bas nombres d'onde. On peut en particulier se reporter à la Figure 2.10, où les autospectres montrent des différences entre les calculs et les mesures correspondant aux écarts observés ici.

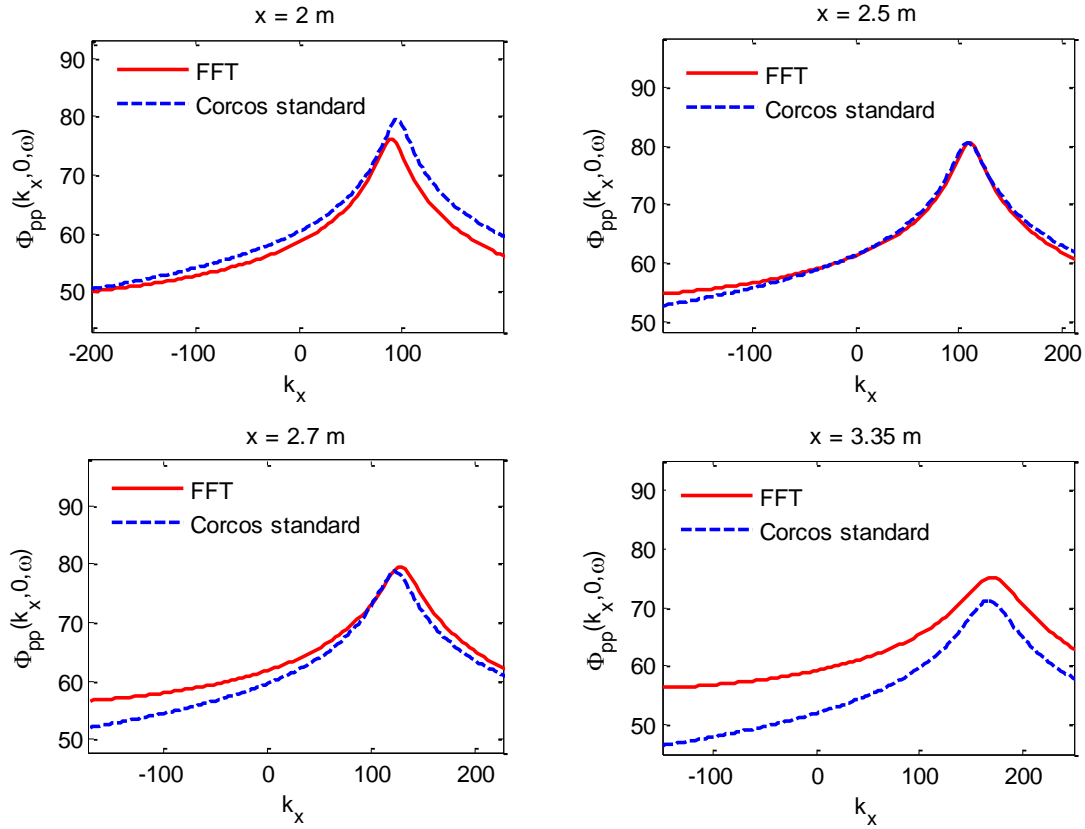


Figure 2.21 : Interspectres en nombre d'onde (dB ref  $1\mu Pa^2 m^2 / Hz$ ) pour les positions en gradient adverse à  $f = 1kHz$ . Comparaison entre les spectres issus de la TF spatiale des mesures approchées, et les spectres calculés par le modèle de Corcos en nombre d'onde à partir des paramètres standards (modèle de Smol'yakov pour  $U_c$ , et  $\alpha_x = 0.11$ ,  $\alpha_z = 0.77$ ).

Pour décomposer les influences des paramètres sur les interspectres, on s'intéresse aux spectres calculés à partir des paramètres  $U_c$ ,  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$  issus des mesures approchées. Nous comparons les spectres obtenus avec le modèle de Corcos auquel on peut appliquer ces paramètres dits expérimentaux, ou les coefficients constants standards ( $U_c$  issu du modèle de Smol'yakov et  $\alpha_x = 0.11$  et  $\alpha_z = 0.77$ ). Dans les deux cas, on considère l'autospectre expérimental de manière à n'observer que l'influence de  $U_c$ ,  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$ .

Cette comparaison, présentée Figure 2.22 nous permet d'observer l'influence du gradient de pression sur les spectres via ces trois paramètres. Comme précédemment, nous ne considérons ici que les positions en gradient adverse. La variation de la vitesse de convection par rapport à la valeur modélisée de  $U_c$  décale le pic de convection, et les variations de  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$  agissent sur le niveau du spectre et les largeurs du pic dans les directions  $k_x$  et  $k_z$  respectivement. Les écarts sont surtout visibles en  $x = 2m$  et en  $x = 3.35m$ , aux positions où les coefficients sont effectivement plus

éloignés des valeurs standards. Les influences sont décomposées pour ces deux positions en Figure 2.23.

Le modèle de Chase 1987, que nous emploierons dans la suite de notre étude pour sa plus grande précision dans les bas nombres d'onde, n'est pas construit à partir des expressions explicites des longueurs de corrélation. Nous pouvons observer l'influence du gradient de pression à travers la vitesse de convection seule. En Figure 2.24 cette influence décale bien le pic de convection et fait légèrement varier les niveaux en  $k_c$ , comme on pouvait l'observer avec le modèle de Corcos Figure 2.23. Ces variations se répercutent dans les régions subconvective et acoustique qui vont jouer un rôle plus important sur la réponse vibro-acoustique de la structure, même si les écarts restent assez faibles dans cet exemple.

Enfin nous comparons les spectres modélisés à partir des mesures aux spectres entièrement issus du calcul. Autrement dit, les spectres obtenus avec les paramètres de CLT, autospectres et vitesse de convection expérimentaux sont comparés aux spectres numériques (paramètres de CLT issus des calcul RANS, spectres modélisés et  $U_c$  calculé à l'aide du modèle de Smol'yakov). Les résultats sont tracés pour  $f = 1kHz$  en Figure 2.25, et pour  $f = 3kHz$  en Figure 2.26.

On observe tout d'abord que les pics de convection sont légèrement décalés entre les spectres expérimentaux et les spectres numériques. Ces décalages sont dus d'une part aux écarts entre les vitesses moyennes calculées et mesurées (Figure 2.5), d'autre part aux écarts entre la vitesse de convection modélisée et interpolée (Figure 2.15).

Par ailleurs les effets combinés des paramètres d'écoulements et des autospectres entraînent des différences de niveaux aussi bien dans la région convective que dans la région des bas nombres d'onde. Les autospectres tracés Figure 2.8 et Figure 2.10 expliquent en bonne partie les résultats. A  $1kHz$  le modèle de Rozenberg permet de rehausser le niveau global et d'approcher le spectre expérimental. A  $3kHz$ , le modèle de Rozenberg donne des niveaux trop bas en particulier à la fin de la conduite, les écarts avec les spectres expérimentaux allant jusqu'à  $10 dB$  dans la région acoustique.

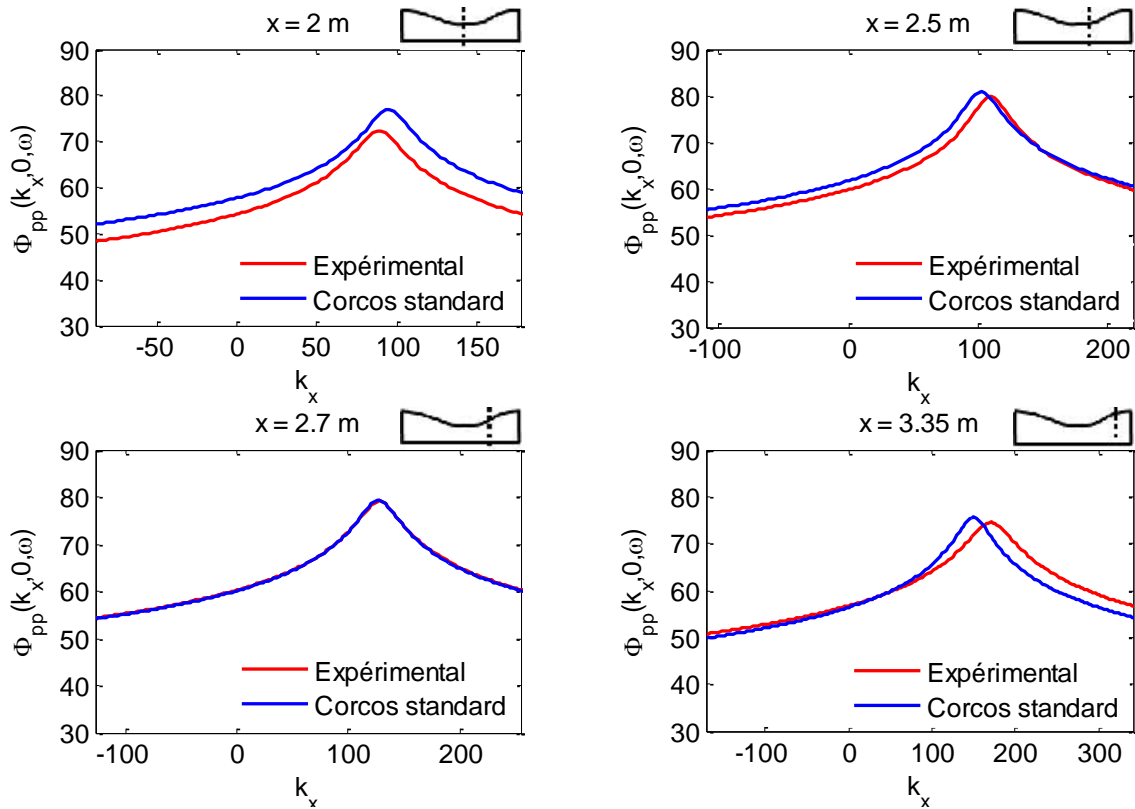


Figure 2.22 : Interspectres en nombre d'onde (dB ref  $1\mu Pa^2 m^2 / Hz$ ) pour les positions en gradient adverse à  $f = 1 kHz$ . Modèle de Corcos appliqué avec les valeurs de  $U_c$  et  $(\alpha_x, \alpha_z)$  tirées des mesures, ou avec les valeurs standards ( $U_c$  : modèle de Smol'yakov,  $\alpha_x = 0.11$  et  $\alpha_z = 0.77$ ).

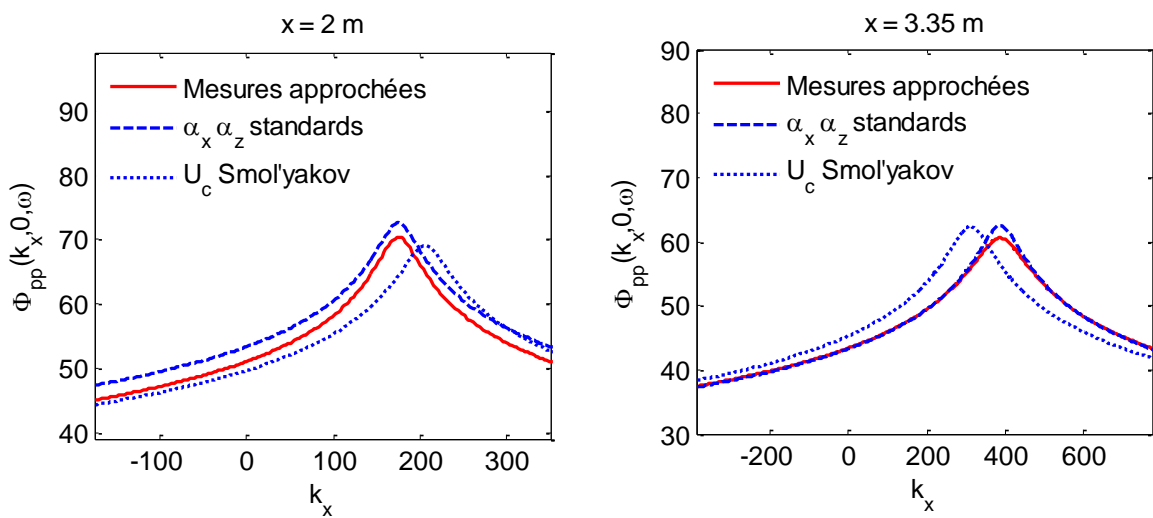


Figure 2.23 : Interspectres en nombres d'onde (dB ref  $1\mu Pa^2 m^2 / Hz$ ), modèle de Corcos,  $f = 2 kHz$ . Comparaison des influences de  $U_c$  et  $(\alpha_x, \alpha_z)$ .

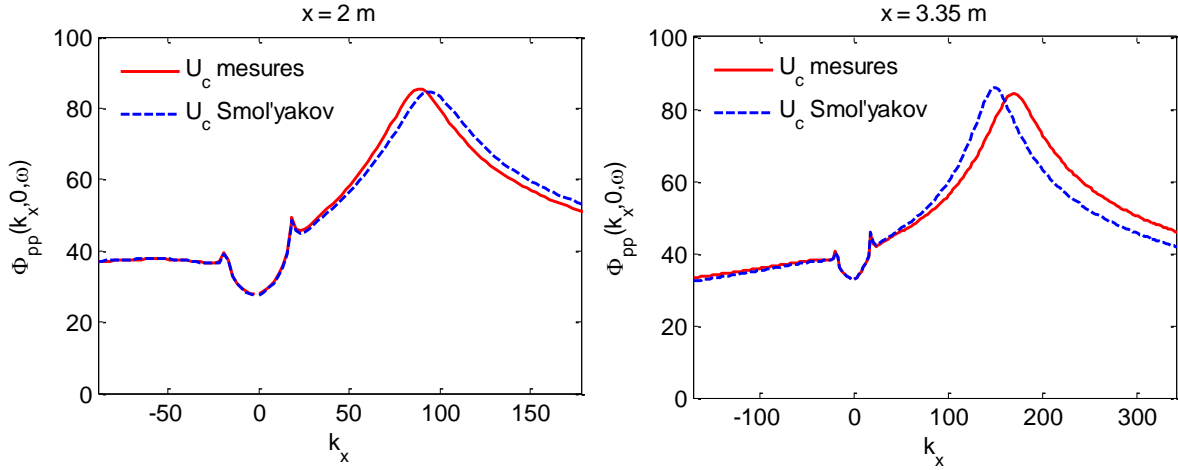


Figure 2.24 : Interspectre en nombre d'onde (dB ref  $1\mu Pa^2 m^2 / Hz$ ), modèle de Chase 1987 [25],  $f = 1kHz$ . Influence de la vitesse de convection.

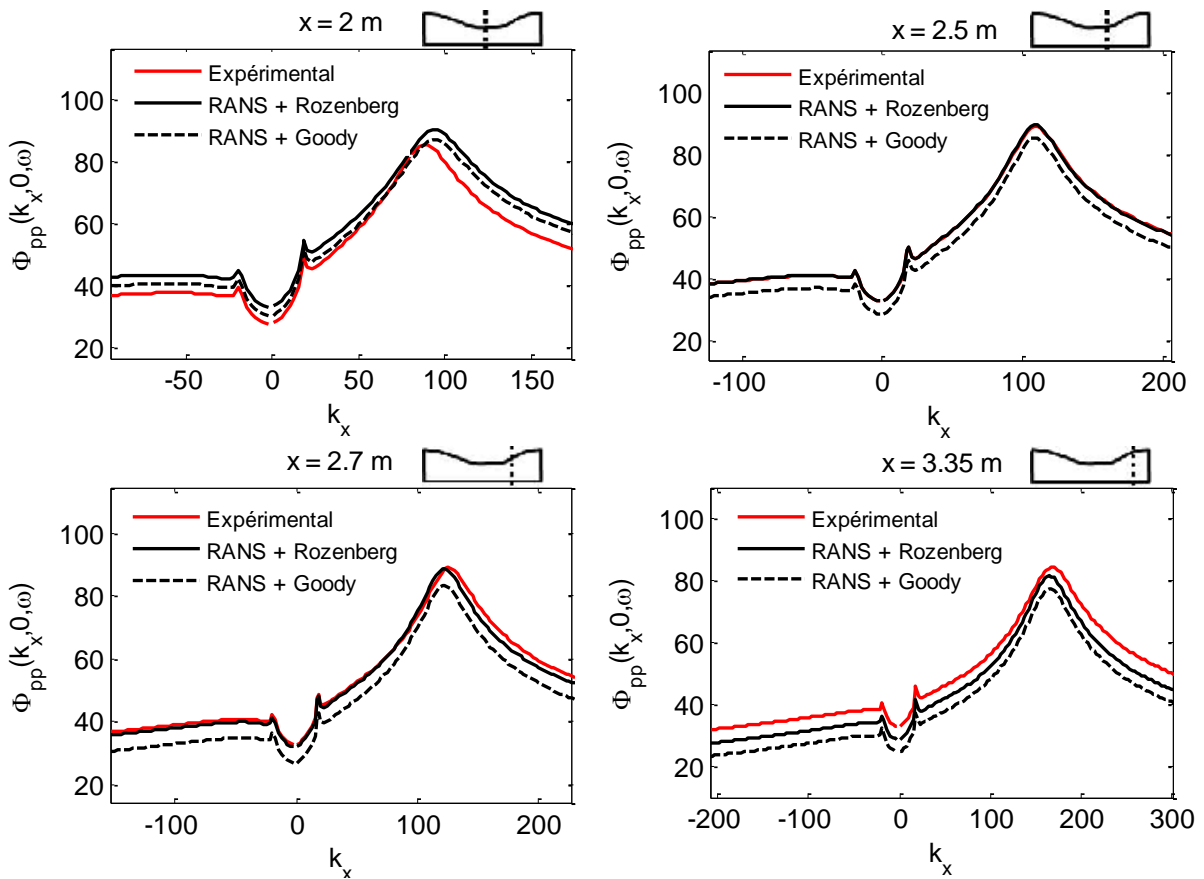


Figure 2.25 : Interspectres en nombre d'onde (dB ref  $1\mu Pa^2 m^2 / Hz$ ), modèle de Chase 1987 [25],  $f = 1kHz$ . Comparaison entre les spectres obtenus à partir des mesures et les spectres obtenus à partir des calculs RANS et des modèles d'autospectres.

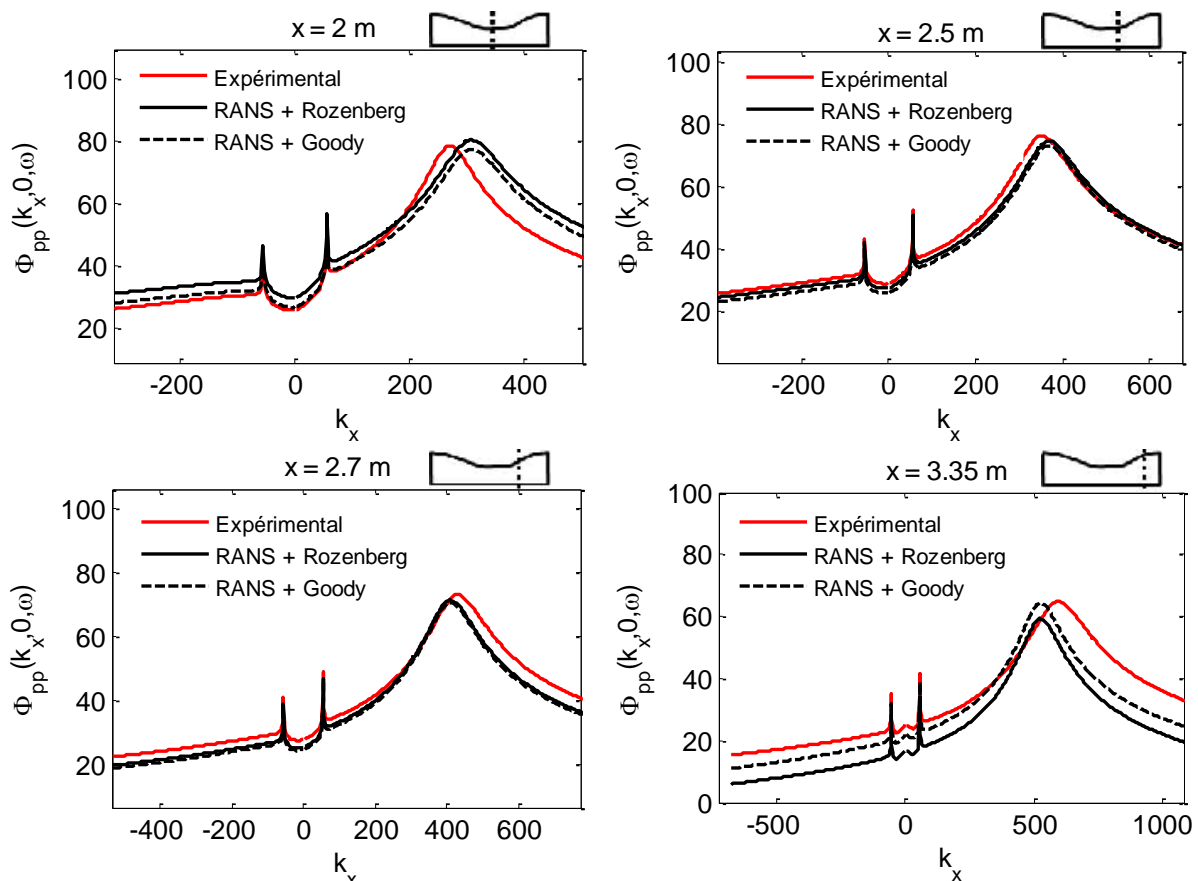


Figure 2.26 : Interspectres en nombre d'onde (dB ref  $1\mu Pa^2 m^2 / Hz$ ), modèle de Chase 1987 [25],  $f = 3kHz$ . Comparaison entre les spectres obtenus à partir des mesures et les spectres obtenus à partir des calculs RANS et modèles d'autospectres.

## 2.4. Conclusion

Pour l'étude de l'excitation hydrodynamique d'une structure par une CLT, nous avons considéré dans ce chapitre un cas d'écoulement présentant un gradient de pression statique, cas très répandu en pratique. La configuration étudiée, tirée du projet européen ENABLE [111], met en jeu un écoulement en air subissant une accélération puis une décélération.

Les différentes étapes de caractérisation de l'excitation hydrodynamique ont été abordées. Les données expérimentales du projet ENABLE nous ont tout d'abord permis de valider les calculs RANS  $\bar{k} - \bar{\epsilon}$  et  $\bar{k} - \bar{\omega}$  de l'écoulement moyen le long de la conduite. Les paramètres d'écoulement moyen calculés sont assez proches des mesures et les modèles sont sensiblement équivalents.

Ces caractéristiques moyennes peuvent ensuite être injectées dans des modèles empiriques d'autospectres de fluctuations de pression. Nous avons vu que les effets du gradient de pression sont importants sur ces spectres. L'énergie semble se déplacer vers les hautes fréquences en gradient favorable, et largement vers les basses fréquences en gradient adverse. Pour modéliser les autospectres, nous avons considéré différents modèles selon le signe du gradient. Le modèle de Goody est adapté aux configurations sans gradient où la prédiction des spectres est correcte. Il est également utilisé par défaut dans la zone en accélération où il surestime globalement les niveaux. Le modèle de Rozenberg est appliqué aux cas de gradient adverse pour lesquels il a été développé : les



résultats sont meilleurs que le modèle de Goody, mais des écarts plus ou moins importants selon la configuration d'écoulement restent observables par rapport aux mesures. Ce modèle présente par ailleurs un caractère empirique plus prononcé ce qui limite sa validité lorsque les paramètres varient.

Il est évident que ces difficultés se reportent sur la modélisation des interspectres en fréquence-nombre d'onde. Outre cette erreur induite par l'autospectre, il faudrait pour modéliser efficacement les interspectres prendre en compte les effets du gradient de pression sur les quantités relatives à la convection et à la cohérence des structures turbulentes.

L'étude de la vitesse de convection et des fonctions de cohérence spatiale à partir des mesures le long de la conduite ENABLE nous a permis de mettre en évidence ces effets. Une grande disparité du rapport  $U_c/U_e$  a pu être observée selon le paramètre de Clauser  $\beta_{\delta^*}$  proportionnel au gradient de pression et à  $\delta^*$ . Les longueurs de corrélation longitudinales et transversales sont plus faiblement impactées mais des variations ont également été mises en évidence selon la position le long de la conduite.

La dernière étape pour modéliser l'excitation hydrodynamique consiste à introduire ces paramètres dans les modèles d'interspectres. En comparant les modèles standards, c'est-à-dire avec les paramètres constants empiriques, aux spectres obtenus par les mesures approchées, nous avons pu montrer l'impact que peuvent avoir les variations de  $U_c$ ,  $\alpha_x$  et  $\alpha_z$  sur l'excitation. En allant plus loin, nous avons comparé les résultats entièrement numériques (calcul RANS et application de modèles de spectres) aux interspectres obtenus par l'application des paramètres expérimentaux. Nous avons vu qu'une prédiction raisonnable est possible mais que les écarts peuvent être significatifs selon la gamme de fréquence considérée et en fonction du gradient.

Lorsque toutes les étapes de caractérisation de l'excitation sont réalisées par le calcul, le nombre des variables multiplie les incertitudes et les écarts par rapport à la réalité. S'ajoute à l'aspect empirique des modèles le fait qu'il n'existe pas à l'heure à actuelle de modèle d'interspectre permettant de prendre en compte les effets du gradient de pression. A ce stade le nombre limité de données dans la littérature pour une large gamme de  $\beta_{\delta^*}$ , et la difficulté d'interpréter les évolutions selon la configuration d'écoulement rendent délicat l'établissement de relations directes entre les spectres et le gradient de pression. L'influence du gradient sur les interspectres en fréquence-nombre d'onde en particulier est encore peu investigué. On peut citer les travaux de Cipolla et Keith [30] qui étudient l'influence de la vitesse de convection sur le pic convectif à partir des mesures de Schloemer [118]. Plus récemment, les résultats expérimentaux de Salze *et al.* [114][69] portent sur les interspectres en fréquence-nombre d'onde dans les configurations ZPG, FPG et APG.

L'importance des effets du gradient de pression que nous avons mis en évidence représente finalement une motivation pour améliorer l'introduction de l'excitation hydrodynamique dans le modèle vibro-acoustique. Nous verrons dans les chapitres suivants que les méthodes vibro-acoustique que nous proposons visent à prendre en compte ces effets au mieux.

## Chapitre 3

# Méthodes pour la modélisation de la réponse vibro-acoustique d'une structure excitée par une CLT homogène

Dans ce chapitre nous abordons différentes approches pour introduire l'excitation par une couche limite homogène dans des modèles vibro-acoustiques. Après avoir caractérisé les fluctuations de pression pariétale dues à l'écoulement, il s'agit maintenant de les intégrer dans le calcul vibro-acoustique en optimisant le rapport précision/coût numérique. L'excitation est ici supposée homogène : nous nous focalisons ainsi sur les différentes manières d'introduire l'interspectre des fluctuations de pression dans le calcul sans considérer d'évolution spatiale de la couche limite.

Nous présentons cette étude sur un système académique composé d'une plaque plane bafflée, simplement appuyée, chargée sur un côté par un fluide lourd et excitée par une couche limite. Après une description de ce cas test dans la première partie, nous abordons les méthodes pour introduire l'excitation dans le calcul adaptées à un modèle vibro-acoustique déterministe, choisi comme étant la méthode PTF dans cette étude. Nous détaillons les principes de cette méthode dans la deuxième partie, avant de décrire et comparer les différentes méthodes d'introduction de l'excitation dans la troisième partie. L'application sur un cas académique tel que la plaque plane appuyée permet d'aborder facilement les méthodes, et nous décrivons dans les perspectives la manière dont elles peuvent être appliquées à des cas de structures plus complexes.

Nous nous intéresserons enfin dans une quatrième partie aux méthodes vibro-acoustiques adaptées aux hautes fréquences. Deux méthodes de calcul de la puissance injectée à la structure par la CLT, qui est une donnée d'entrée d'un modèle SEA, seront présentées. Les intérêts et inconvénients des différentes méthodes seront enfin discutés.

### 3.1. Définition du problème

Nous considérons une plaque plane mince située dans le plan  $y = 0$  dans le repère cartésien  $(0, x, y, z)$  comme représenté en Figure 3.1, et dont les dimensions correspondent au cas test étudié par Berry [13]. La plaque est en acier et supposée homogène et isotrope. Ses dimensions et les caractéristiques du matériau sont indiquées dans le Tableau 3.1.

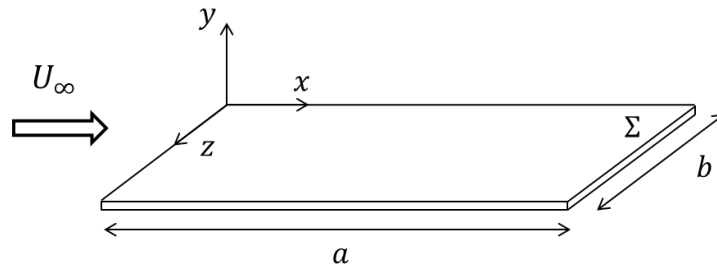


Figure 3.1 : Configuration de la plaque et système de coordonnées.

Symbole	Paramètre	Valeur
$a$	Longueur de la plaque	45.5 cm
$b$	Largeur de la plaque	37.5 cm
$h_p$	Epaisseur	1 mm
$\rho_p$	Masse volumique	7800 kg/m <sup>3</sup>
$\nu_p$	Coefficient de Poisson	0.3
$E$	Module d'Young	$2.1 \times 10^{11}$ Pa
$\eta_p$	Facteur de perte par amortissement interne	0.01

Tableau 3.1 : Paramètres de la plaque.

La plaque est chargée par un fluide lourd sur sa face supérieure et excitée par les fluctuations de pression pariétale de la couche limite. Elle est considérée simplement appuyée sur ses quatre bords, et entourée d'un baffle rigide. La pression acoustique obéit à l'équation de Helmholtz dans le milieu fluide et satisfait l'équation d'Euler à la surface de couplage entre la structure et le fluide. La condition de Sommerfeld est imposée à l'infini.

L'écoulement turbulent que nous considérons dans ce chapitre correspond à l'étude de Ciappi *et al.* [29] d'un écoulement en eau sur une maquette de catamaran. Notre choix s'est porté sur ces données de manière à avoir un jeu de paramètres en fluide lourd et sans gradient de pression statique. Le travail de Ciappi *et al.* est une étude expérimentale portant sur les fluctuations de pression induites par la couche limite sur les parois du véhicule, et sur la réponse vibratoire de la structure. Les données utilisées pour l'écoulement moyen proviennent de calculs RANS sur le modèle entier réalisés par la même équipe [28][29]. L'incertitude sur les paramètres dérivés des profils de vitesse est estimée à 4% dans [29]. Les valeurs des différents paramètres que nous prendrons en compte dans ce chapitre sont résumées dans le Tableau 3.2.

Symbole	Paramètre	Valeur
$\rho$	Masse volumique	1000 $kg/m^3$
$c_0$	Célérité du son	1500 $m/s$
$U_\infty$	Vitesse moyenne de l'écoulement	5.31 $m/s$
$\delta$	Epaisseur de CLT	11.3 $cm$
$\delta^*$	Epaisseur de déplacement	13.7 $mm$
$u_\tau$	Vitesse de frottement	0.1626 $m/s$

Tableau 3.2 : Paramètres de l'écoulement.

## 3.2. Modèle vibro-acoustique déterministe

Parmi les différents modèles vibro-acoustiques déterministes étudiés dans le Chapitre 1, la méthode PTF présente pour nous un intérêt particulier de par sa capacité à traduire un couplage fort entre le fluide et la structure et de par son domaine d'application en fréquence. Celui-ci peut en effet s'étendre des basses aux moyennes fréquences, et le processus de sous-structuration de la méthode permet des applications sur des structures complexes. Dans cette partie nous présentons la méthode PTF de manière générale, sans considérer d'excitation par une CLT.

### 3.2.1. Présentation de la méthode PTF

Comme nous avons pu le voir dans la partie 1.2.3.2, la méthode PTF est une méthode de calcul vibro-acoustique basée sur le principe de sous-structuration. Le domaine d'étude est tout d'abord divisé en sous-systèmes couplés au niveau de leur interface commune. Celle-ci est discrétisée en surfaces élémentaires appelées pavés, auxquelles les fonctions de transfert moyennées spatialement (i.e. « patch transfer functions ») sont calculées séparément pour chaque sous-système (i.e. structure *in vacuo*, fluide avec parois bloquées). Les relations de continuité et de linéarité à l'interface permettent alors de traduire le couplage entre les sous-systèmes à partir de ces PTF, et de résoudre ainsi le problème global.

Dans notre cas, le système plaque – milieu fluide infini est décomposé en un sous-système structure et un sous-système fluide (Figure 3.2). Les quantités relatives au sous-système structure seront désignées par l'exposant  $s$ , et celles relatives au sous-système fluide par l'exposant  $f$ . Contrairement à ce qui a été proposé dans la thèse de M. Aucejo [6] où la sous-structuration PTF est effectuée en dehors de la zone de champ proche de la structure, nous avons privilégié un découpage au niveau de l'interface fluide-structure, ce qui nous permettra d'introduire plus aisément l'excitation par CLT. Pour contourner les problèmes de convergence de l'approche PTF évoqués en [6] lorsque la fréquence est en dessous de la fréquence critique et que l'on décompose le problème dans le champ proche de la structure, on propose d'intégrer l'effet réactif du fluide dans le calcul des fréquences propres de la structure. Nous verrons que la description de l'effet résistif du fluide par PTF ne pose alors pas de problème de convergence. Nous présentons la méthode dans deux cas

d'excitation : la première consiste en une force mécanique ponctuelle normale à la plaque. Ce cas sera notamment utilisé pour valider les calculs PTF en fluide lourd ; la seconde consiste en une excitation acoustique dans le milieu fluide que l'on décrira par la pression induite en paroi lorsque celle-ci est bloquée. Ces deux cas seront utilisés pour les calculs liés à la CLT suivant la technique utilisée pour introduire l'excitation dans le modèle vibro-acoustique.

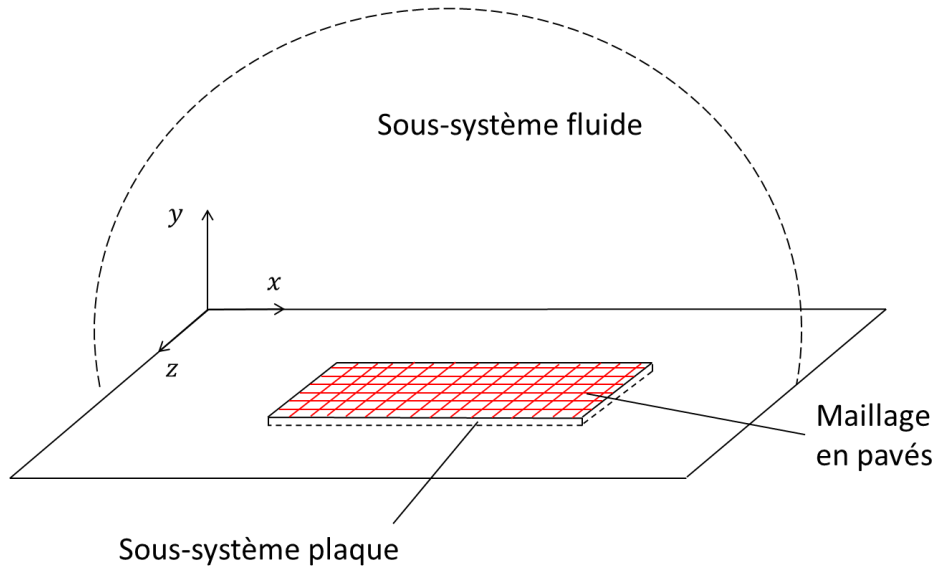


Figure 3.2 : Sous-structuration du système plaque-fluide infini.

### 3.2.1.1. Définition des fonctions de transfert par pavés

Les fonctions de transfert du sous-système structure correspondent aux mobilités définies comme le rapport entre la vitesse de la plaque sur un pavé ou en un point récepteur et la pression excitatrice sur un autre pavé. La mobilité de pavé à pavé est définie par :

$$Y_{ij}^s = \frac{\bar{v}_j^s}{\bar{p}_i^s} \quad (3.1)$$

où  $\bar{v}_j^s$  et  $\bar{p}_i^s$  sont respectivement la vitesse de la plaque moyennée sur le pavé récepteur  $j$ , et la pression excitatrice moyennée sur le pavé  $i$ .

De la même manière, la mobilité de pavé à point récepteur s'écrit :

$$Y_{iM}^s = \frac{v_M^s}{\bar{p}_i^s} \quad (3.2)$$

où  $v_M^s$  est la vitesse au point récepteur  $M$ .

Pour le sous-système fluide les fonctions de transfert de pavé à pavé sont les impédances  $Z_{ij}^f$  :

$$Z_{ij}^f = \frac{\bar{p}_j^f}{\bar{v}_i^f} \quad (3.3)$$

où  $\bar{p}_j^f$  est la pression moyenne au pavé  $j$  résultant de la vitesse moyenne  $\bar{v}_i^f$  au pavé  $i$ .

De même, l'impédance entre le pavé excité  $i$  et le point récepteur  $M'$  dans le fluide s'écrit :

$$Z_{iM'}^f = \frac{p_{M'}^f}{\bar{v}_i^f} \quad (3.4)$$

### 3.2.1.2. Couplage entre les sous-systèmes

Nous adopterons dans ce qui suit la notation indicielle. En particulier, un indice répété dans une multiplication indique une sommation : par exemple  $\sum_i Y_{ij}^s \bar{p}_i^s = Y_{ij}^s \bar{p}_i^s$ .

Le couplage des sous-systèmes est effectué avec les propriétés de linéarité du système et les relations de continuité à l'interface. On se situe d'abord dans le cas où la structure est excitée par une force ponctuelle et où le fluide ne contient pas de source acoustique. Dans le sous-système structure, la vitesse au pavé  $j$  peut s'écrire comme la superposition de la vitesse  $\tilde{v}_j^s$  correspondant à la réponse forcée de la plaque *in vacuo* (que l'on appelle généralement la vitesse libre), et des vitesses  $Y_{ij}^s \bar{p}_i^s$  résultant des pressions exercées par le fluide aux pavés  $i$ . La vitesse  $\tilde{v}_j^s$  s'exprime alors par :

$$\bar{v}_j^s = \tilde{v}_j^s + Y_{ij}^s \bar{p}_i^s \quad (3.5)$$

Dans le sous-système fluide, la pression au pavé  $j$  résultant des vitesses normales  $\bar{v}_i^f$  aux pavés de l'interface s'écrit :

$$\bar{p}_j^f = Z_{ij}^f \bar{v}_i^f \quad (3.6)$$

En considérant la normale à la paroi orientée vers le fluide, la continuité des quantités à l'interface s'exprime par :

$$\begin{cases} \bar{v}_i^s = -\bar{v}_i^f \\ \bar{p}_i^s = \bar{p}_i^f \end{cases} \quad (3.7)$$

L'introduction de (3.7) dans (3.5) et (3.6) nous donne alors la vitesse et la pression au pavé  $j$  après couplage, et  $\bar{v}_j^s$  se reformule enfin par :

$$\bar{v}_j^s = (\mathbb{I} + Y_{ij}^s Z_{ki}^f)^{-1} \tilde{v}_j^s \quad (3.8)$$

où  $\mathbb{I}$  est la matrice identité.

La vitesse au point  $M$  de la plaque et la pression au point  $M'$  dans le fluide sont ensuite calculées en fonction de  $\bar{v}_j$  :

$$\begin{aligned} v_M^s &= \tilde{v}_M^s - Y_{iM}^s Z_{ki}^s \bar{v}_k^s \\ p_{M'}^f &= Z_{iM'}^f \bar{v}_i^f \end{aligned} \quad (3.9)$$

Nous nous situons maintenant dans le cas où le fluide est excité par une source acoustique et où la structure n'est pas excitée. Le terme  $\tilde{p}_j^f$ , que l'on désignera par la « pression bloquée », est défini comme la pression au pavé  $j$  dans le sous-système fluide résultant de la source acoustique et sans considérer de couplage avec la structure. La propriété de linéarité donne :

$$\begin{aligned} \bar{v}_j^s &= Y_{ij}^s \bar{p}_i^s \\ \bar{p}_j^f &= \tilde{p}_j^f + Z_{ij}^f \bar{v}_i^f \end{aligned} \quad (3.10)$$

En introduisant les relations de continuité (3.7) dans (3.10), on obtient :

$$\bar{p}_j^f = (\mathbb{I} + Z_{ij}^f Y_{ki}^s)^{-1} \tilde{p}_j^f \quad (3.11)$$

De même aux points  $M$  de la plaque et  $M'$  du fluide la vitesse et la pression s'expriment par :

$$\begin{aligned} v_M^s &= Y_{iM}^s \bar{p}_i^s \\ p_{M'}^f &= \tilde{p}_{M'}^f + Z_{iM'}^f \bar{v}_i^f \end{aligned} \quad (3.12)$$

$\bar{v}_j^s$ ,  $\bar{p}_j^f$ ,  $v_M^s$  et  $p_{M'}^f$  correspondent aux réponses des sous-systèmes après couplage, en termes de vitesse vibratoire pour le sous-système structure, et de pression rayonnée pour le sous-système fluide. Le calcul de ces quantités passe par la définition des mobilités de la structure et des impédances de rayonnement dans le fluide, qui correspondent aux fonctions de transfert par pavés. Nous utilisons pour cela une décomposition modale pour le calcul des mobilités, et l'intégrale de Rayleigh pour le calcul des impédances de rayonnement. Ces calculs sont détaillés dans l'Annexe B.

### 3.2.2. Prise en compte de l'effet de masse ajoutée par le fluide lourd

En dessous de la fréquence critique de la plaque, le fluide lourd [82][76][135] a un rôle de masse ajoutée sur la plaque, ce qui induit un décalage des fréquences de résonances vers les basses fréquences. Cet effet du chargement par le fluide peut être pris en compte par l'impédance par pavés  $Z_{ij}$ , dont la partie imaginaire (i.e. la partie réactive) est associée à cette masse ajoutée. Cependant il apparaît dans ce cas que la convergence est lente en fonction de la taille des pavés [6]. Pour éviter de raffiner la discrétisation en pavés dans le calcul PTF et d'augmenter le temps de calcul, nous avons choisi de prendre en compte l'effet de masse ajoutée directement dans le calcul des fréquences propres de la plaque.

Nous détaillons et validons ce calcul sur un cas test dans l'Annexe C. En supposant le fluide incompressible, le terme de masse ajoutée est évalué à partir d'impédances par pavé appropriées et

d'une discrétisation suffisamment fine pour décrire l'interaction entre les modes propres de la plaque et le fluide dans la gamme de fréquence considérée.

Les calculs PTF effectués dans ce chapitre et dans le Chapitre 4 seront donc précédés de ce processus qui détermine les pulsations de résonances de la plaque chargée par un fluide lourd. La méthode PTF telle qu'elle est décrite en 3.2.1 sera ainsi appliquée dans ce qui suit à partir de ces résonances et en considérant uniquement la partie réelle des impédances  $Z_{ij}^f$ , qui est associée au rayonnement acoustique dans le fluide. Les avantages de cette technique résident dans le fait que le calcul pour prendre en compte l'effet de masse ajoutée du fluide n'est fait qu'une seule fois et non pour chaque fréquence de calcul, et comme nous allons le voir au paragraphe suivant, la discrétisation en pavés sur un critère en  $\lambda_f/4$  est suffisant pour traduire le rayonnement acoustique, en considérant une « longueur d'onde de flexion modale » prenant en compte l'effet de masse ajoutée.

### 3.2.3. Etude de convergence pour la discrétisation de l'interface par pavés

Le calcul PTF nécessite une discrétisation en pavés de l'interface de couplage qui doit être suffisamment fine pour décrire les modes des sous-systèmes. Dans un cas de couplage entre deux cavités acoustiques en fluide léger, Ouisse *et al.* [106] ont pu montrer qu'un critère basé sur la demi-longueur d'onde acoustique  $\lambda_0/2$  à la fréquence maximale considérée était suffisant pour que les réponses convergent. Chazot et Guyader [27] ont par ailleurs étudié la convergence de maillage dans le cas de couplage structure-fluide léger, et proposent de prendre la demi-longueur d'onde du sous-système structure  $\lambda_f/2$  comme critère, où  $\lambda_f$  est la longueur d'onde de flexion naturelle de la structure.

Une étude approfondie par Aucejo [6] a montré plus tard que dans un cas de couplage structure-fluide lourd, ce critère n'est pas suffisant pour avoir des résultats corrects si la sous-structuration du problème est faite dans le champ proche de la structure. Ceci nous a conduits à intégrer l'effet de masse ajoutée par le fluide directement dans le calcul des fréquences propres de la structure. Par ailleurs, pour les fréquences inférieures à la fréquence critique de la structure (i.e. la fréquence de coïncidence acoustique), les longueurs d'onde de flexion naturelle de la structure couplée au fluide sont plus faibles que les longueurs d'onde de flexion de la structure *in vacuo*. Le nombre de pavés doit en conséquence être plus élevé lorsque la structure est chargée par un fluide lourd.

Nous étudions ici le critère de maillage de l'interface par pavés pour notre cas test de la plaque plane chargée par un fluide lourd et excitée en son centre par une force ponctuelle. Les fréquences considérées sont bien inférieures à la fréquence critique de la plaque ( $f_c > 200 \text{ kHz}$  notamment du fait de son épaisseur).



Le calcul de la masse ajoutée par le fluide lourd effectué au préalable nous permet d'estimer une longueur d'onde de flexion modale de la plaque couplée notée  $\lambda_{fc}(m, n)$  et calculée par :

$$\lambda_{fc}(m, n) = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_{mn} \sqrt{\frac{\rho_{mn} h_p}{D}}}} \quad (3.13)$$

où  $\rho_{mn} = \rho_p(M_{mn} + \tilde{M}_{mn;mn})/M_{mn}$  est une masse volumique efficace fonction de l'auto-masse ajoutée  $\tilde{M}_{mn;mn}$  (voir Annexe C). L'écart engendré par le chargement lourd s'observe classiquement par les nombres d'onde de flexion, que nous avons représentés en Figure 3.3. Le nombre d'onde de flexion de la plaque à vide  $k_f = \sqrt{\omega^2 \rho_s h_s / D}$  est ainsi comparé au nombre d'onde de flexion modal de la plaque  $k_{fc}(m, n)$  :

$$k_{fc}(m, n) = \sqrt{\omega_{mn} \sqrt{\frac{\rho_{mn} h_p}{D}}} \quad (3.14)$$

Pour prendre en compte la différence que nous observons Figure 3.3 entre le cas *in vacuo* et le cas sous chargement, nous basons le critère de longueurs de pavés de l'interface de couplage sur  $\lambda_{fc}(m, n)$  du mode dont la fréquence est la plus proche de la fréquence considérée. Le calcul PTF de la réponse de la plaque est ainsi appliqué pour des critères de maillage allant de  $\lambda_{fc}$  à  $\lambda_{fc}/6$ , et les niveaux vibratoires moyens obtenus sont comparés en Figure 3.4 pour une excitation ponctuelle au centre de la plaque. Nous constatons dans notre exemple qu'une discrétisation selon le critère  $\lambda_{fc}/4$  est nécessaire pour que la vitesse de la plaque en flexion ait convergé. Ce critère sera généralement utilisé dans la suite de notre étude. Nous verrons cependant que celui-ci doit être adapté dans certains cas d'excitation.

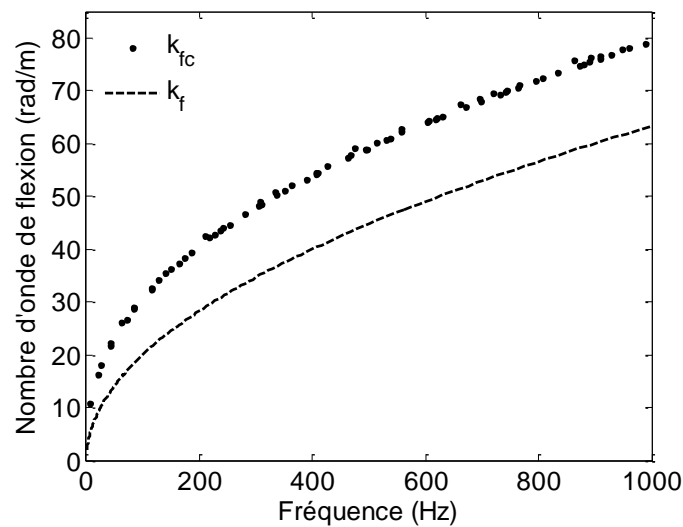


Figure 3.3 : Nombres d'onde de flexion naturelle de la plaque à vide noté  $k_f$  et sous chargement lourd noté  $k_{fc}$ .

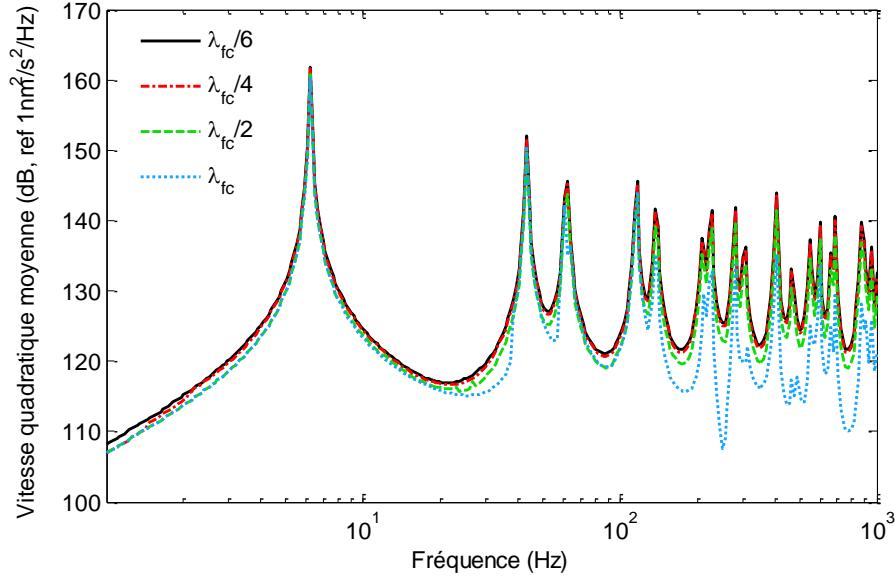


Figure 3.4 : Étude de convergence pour la discrétisation de l'interface de couplage par pavés. Critère de longueurs de pavé basé sur  $\lambda_{fc}$  la longueur d'onde de flexion modale de la plaque couplée.

### 3.3. Méthodes d'introduction de l'excitation par une CLT homogène dans un modèle vibro-acoustique déterministe

#### 3.3.1. Méthode spatiale

La première méthode d'introduction de l'excitation dans le modèle vibro-acoustique est basée sur les relations (1.35) et (1.36), correspondant au calcul dit classique de la réponse d'une structure excitée par CLT. Dans cette approche, la réponse vibro-acoustique de la structure est calculée par une double intégration spatiale. En discrétisant ces relations l'excitation peut être introduite par une distribution de forces ponctuelles réparties sur la paroi et dont l'amplitude est pondérée par l'interspectre de fluctuations de pression pariétale, d'où le nom de méthode spatiale.

##### 3.3.1.1. Mise en équations

Les équations (1.35) et (1.36), qui définissent les interspectres de vitesse de la plaque  $S_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$  et de pression rayonnée dans le fluide  $S_{pp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega)$ , se mettent sous forme discrète de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 S_{vv}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) &= \sum_{\tilde{\mathbf{x}} \in \chi} \sum_{\tilde{\mathbf{x}}' \in \chi} H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}', \omega) H_v(\mathbf{x}', \tilde{\mathbf{x}}', \omega) \delta \tilde{\mathbf{x}} \delta \tilde{\mathbf{x}}' \\
 S_{pp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) &= \sum_{\tilde{\mathbf{x}} \in \chi} \sum_{\tilde{\mathbf{x}}' \in \chi} H_p^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{x}}', \omega) H_p(\mathbf{x}', \tilde{\mathbf{x}}', \omega) \delta \tilde{\mathbf{x}} \delta \tilde{\mathbf{x}}'
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

$\chi$  est la discrétisation de la surface de la plaque  $\Sigma_p$ , et  $\delta\tilde{x}$  et  $\delta\tilde{z}$  sont les pas de discrétisation spatiale entre les points d'excitation.  $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  et  $H_p(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  sont respectivement les fonctions de transfert de la structure en vitesse et en pression rayonnée, calculées par PTF dans notre étude. Comme nous l'avons vu dans la partie 1.3.1,  $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  correspond à la vitesse au point  $\mathbf{x} = (x, z)$  de la plaque lorsqu'une force ponctuelle unitaire est appliquée au point  $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}, \tilde{z})$ . De la même manière  $H_p(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  correspond à la pression au point  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  du fluide pour une excitation en  $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}, \tilde{z})$ .

Si l'on cherche à déterminer la vitesse en un seul point  $\mathbf{x}$  de la plaque et la pression rayonnée en un seul point  $\mathbf{x}$  du fluide, les expressions (3.15) se simplifient pour donner les autospectres  $S_{vv}(\mathbf{x}, \omega)$  et  $S_{pp}(\mathbf{x}, \omega)$  :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{\tilde{\mathbf{x}} \in \chi} \sum_{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \in \chi} H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_v(\mathbf{x}, \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) \delta\tilde{x} \delta\tilde{z} \quad (3.16)$$

$$S_{pp}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{\tilde{\mathbf{x}} \in \chi} \sum_{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \in \chi} H_p^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_p(\mathbf{x}, \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) \delta\tilde{x} \delta\tilde{z}$$

On définit également les spectres de vitesse et de pression moyennés sur un pavé  $i$  de l'interface de couplage, de manière à pouvoir calculer la réponse moyenne de la plaque :

$$S_{vv_i}(\omega) = \sum_{\tilde{\mathbf{x}} \in \chi} \sum_{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \in \chi} H_{v_i}^*(\tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_{v_i}(\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) \delta\tilde{x} \delta\tilde{z} \quad (3.17)$$

$$S_{pp_i}(\omega) = \sum_{\tilde{\mathbf{x}} \in \chi} \sum_{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \in \chi} H_{p_i}^*(\tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_{p_i}(\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) \delta\tilde{x} \delta\tilde{z}$$

où  $H_{v_i}(\tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  et  $H_{p_i}(\tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  sont les fonctions de transfert relatives au pavé  $i$  exprimée en vitesse et en pression respectivement, pour une excitation en  $\tilde{\mathbf{x}}$  à la pulsation  $\omega$ .

### 3.3.1.2. Application – Etude de convergence pour la résolution spatiale de l'excitation

Le critère de discrétisation spatiale selon  $x$  et  $z$  doit dépendre des caractéristiques de l'interspectre de fluctuations de pression. Pour plus de simplicité, nous considérons le modèle de Corcos qui permet de séparer les contributions spectrales de l'excitation selon les directions longitudinale et transversale. Les études de convergence peuvent ainsi se faire séparément selon chacune des directions.

$$\Gamma(\xi_x, \xi_z, \omega) = S_{pp}(\omega) e^{-\alpha_x |\frac{\omega \xi_x}{U_c}|} e^{-\alpha_z |\frac{\omega \xi_z}{U_c}|} e^{j\omega \xi_x / U_c} \quad (3.18)$$

La discrétisation spatiale dans la direction  $z$  peut donc se baser sur la longueur de corrélation transversale définie par  $L_z = U_c / (\alpha_z \omega)$ , où  $\alpha_z = 0.77$  est une constante empirique. Pour effectuer l'étude de convergence dans cette direction, on a fixé  $\delta x = \lambda_c / 2$  et les spectres de vitesse moyenne  $\bar{S}_{vv_i}(\omega)$  sont calculés pour plusieurs pas de discrétisation  $\delta z$ . Les résultats obtenus tracés en Figure 3.5 montrent qu'un pas spatial  $\delta z = 2L_z$  permet aux spectres de converger.

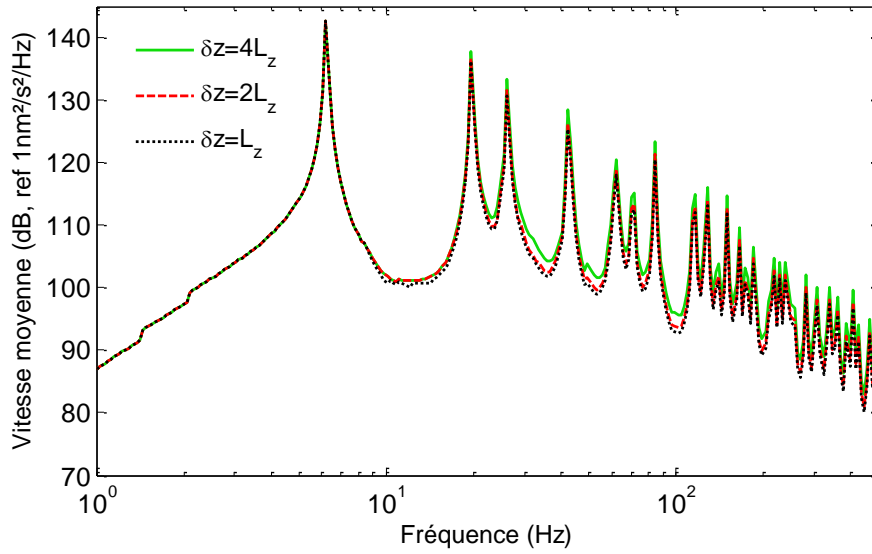


Figure 3.5 : Moyenne quadratique des spectres de vitesse par pavés  $\overline{S}_{vv_i}(\omega)$ . Etude de convergence pour la résolution spatiale dans la direction transversale. Critère de discrétisation basé sur la longueur de corrélation transversale du modèle de Corcos  $L_z = U_c/\alpha_z\omega$ .

Cette première étude de convergence pourrait suggérer qu'un critère  $\delta x = 2L_x$  est également suffisant pour décrire la décroissance de corrélation dans la direction longitudinale. La discrétisation doit en réalité être affinée selon  $x$  pour tenir compte de la convection des structures turbulentes. Pour cela nous basons le critère de maillage sur la longueur d'onde caractéristique  $\lambda_c = U_c/f$  associée à la phase de  $\Gamma(\xi_x, \xi_z, \omega)$ . Par rapport à la longueur de corrélation du modèle de Corcos, prise en général comme référence,  $\lambda_c$  est plus faible d'environ 30%. L'étude de convergence présentée en Figure 3.6 porte sur les autospectres de vitesse  $\overline{S}_{vv_i}(\omega)$  moyennés sur les pavés pour plusieurs valeurs de  $\delta x$  et avec  $\delta z = 2L_z$ . Les résultats montrent qu'une discrétisation plus fine est effectivement nécessaire dans cette direction, avec un pas spatial minimum de  $\delta x = \lambda_c/3$  pour permettre aux spectres de converger.

Comme l'indique la Figure 3.7, le coût numérique des calculs croît avec la fréquence. Cela est dû d'une part à l'augmentation du nombre de pavés associée à la diminution de la longueur d'onde de flexion modale  $\lambda_{fc}$ , et d'autre part à l'augmentation du nombre de points d'excitation avec la fréquence (liée à la décroissance de plus en plus rapide des cohérences spatiales). Les matrices engendrées par ces facteurs atteignent des tailles considérables pour les fréquences élevées, ce qui induit des coûts importants en termes de temps de calcul et d'espace mémoire.

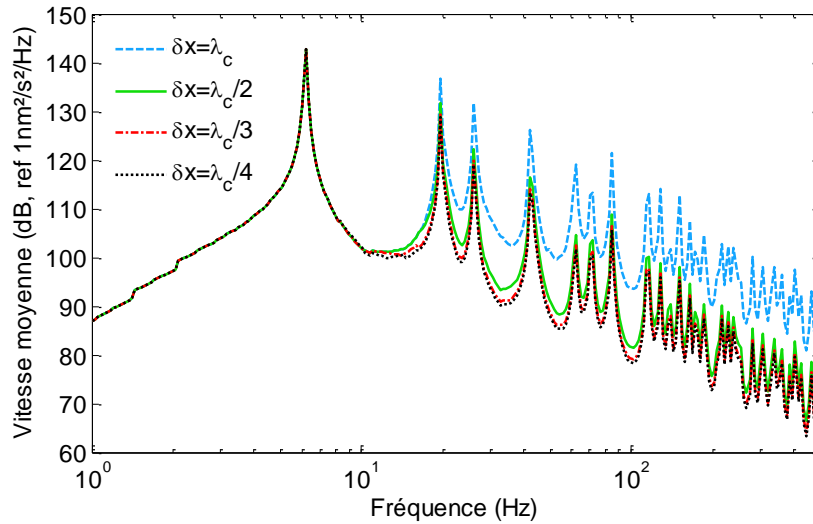


Figure 3.6 : Moyenne quadratique des spectres de vitesse par pavés  $\bar{S}_{vv_i}(\omega)$ . Etude de convergence pour la résolution spatiale dans la direction longitudinale. Critère de discrétisation basé sur  $\lambda_c = U_c/f$ .

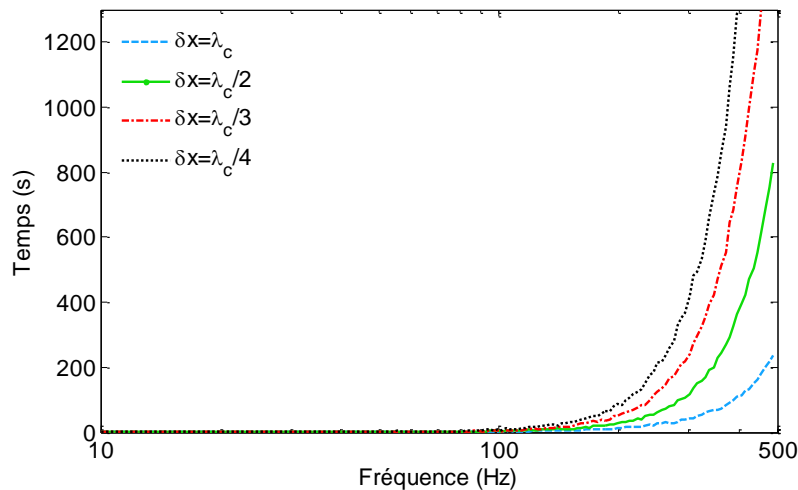


Figure 3.7 : Temps CPU par fréquence des calculs PTF par la méthode spatiale dans chaque cas de discrétisation longitudinale des points d'excitation.

### 3.3.2. Méthode des Ondes Planes Généralisées

La deuxième approche que nous proposons pour introduire l'excitation dans le modèle vibro-acoustique est basée sur les expressions des interspectres de réponse vibro-acoustique dans l'espace des nombres d'onde (Eq. (1.37) et (1.38)). L'interprétation de l'excitation comme un champ d'ondes planes permet d'introduire l'interspectre de l'excitation dans l'espace des nombres d'onde  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$ . Les nombres d'onde des ondes planes couvrent les contributions acoustique, subconvective et convective de l'excitation, c'est pourquoi nous appelons cette approche la méthode par ondes planes généralisées.

### 3.3.2.1. Mise en équations

Partons à nouveau des expressions des autospectres de vitesse de la structure et de pression rayonnée obtenus par intégrations spatiales sur la paroi (Eq. (1.35) et (1.36)). L'interspectre de fluctuations de pression  $\Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega)$  s'écrit en fonction de l'interspectre en fréquence-nombre d'onde  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  par sa transformée de Fourier en nombre d'onde :

$$\Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) e^{-j\mathbf{k}(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}})} d\mathbf{k} \quad (3.19)$$

La substitution de (3.19) dans l'expression (1.35) donne pour la vitesse :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) \int_{\Sigma_p} H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) e^{j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}} \int_{\Sigma_p} H_v(\mathbf{x}, \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} d\mathbf{k} \quad (3.20)$$

Dans cette expression sont alors identifiées les transformées de Fourier spatiales de  $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega)$  et de  $H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  :

$$\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \int_{\Sigma_p} H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}. \quad (3.21)$$

$\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  est appelée fonction de sensibilité et est interprétée comme la vitesse vibratoire au point  $\mathbf{x}$  de la plaque en réponse à une onde plane de nombre d'onde  $\mathbf{k}$ .

L'autospectre de vitesse se réécrit finalement :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \quad (3.22)$$

De manière analogue à la méthode spatiale, la mise sous forme discrète de l'expression (3.22) permet le calcul de  $S_{vv}(\mathbf{x}, \omega)$  en définissant un intervalle fini de nombre d'onde.

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in K} |\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) \delta\mathbf{k} \quad (3.23)$$

où  $K$  est la discrétisation en ondes planes. On exprime par le même processus l'autospectre de pression en un point  $\mathbf{x}$  du fluide :

$$S_{pp}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\mathbf{k} \in K} |\tilde{H}_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) \delta\mathbf{k} \quad (3.24)$$

où  $\tilde{H}_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \int_{\Sigma_p} H_p(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}$  représente la réponse en pression rayonnée au point  $\mathbf{x}$  du fluide lorsque la plaque est excitée par une onde plane de nombre d'onde  $\mathbf{k}$ .

### 3.3.2.2. Calcul des fonctions de transfert par PTF pour une excitation par ondes planes généralisées

L'interprétation de l'excitation par un champ d'ondes planes permet d'utiliser les équations (3.10) de la PTF qui définissent les réponses en vitesse et en pression en un pavé dans le cas où le fluide est excité. Pour calculer la réponse vibro-acoustique à une onde plane généralisée, il faut que la pression bloquée  $\tilde{p}_j^f$  sur le pavé  $j$  qui intervient dans ces équations soit égale à la pression associée à cette onde plane généralisée moyennée sur le pavé  $j$ .

$$\begin{aligned}\bar{v}_j^s &= (\mathbb{I} + Y_{ij}^s Z_{ki}^s)^{-1} Y_{ij}^s \tilde{p}_i^s \\ \bar{p}_j^f &= \tilde{p}_j^f + Z_{ij}^f \bar{v}_i^f\end{aligned}\quad (3.25)$$

Par souci de simplicité, nous faisons l'hypothèse dans notre étude que la pression bloquée  $\tilde{p}_j^f$  est la même sur tout le pavé  $j$  excité et qu'elle est égale à la pression au point central du pavé :

$$\tilde{p}_j^f = e^{jk_x x_{c_j} + jk_z z_{c_j}} \quad (3.26)$$

où  $(x_{c_j}, z_{c_j})$  sont les coordonnées du centre du pavé  $j$ . Notons que des comparaisons avec le cas où la pression est intégrée sur plusieurs points par pavés ont pu montrer que la sensibilité à l'approximation de la pression au centre du pavé est faible.

D'autre part aux points  $M$  de la plaque et  $M'$  du fluide, les réponses en vitesse et en pression sont obtenues par l'équation (3.12) en omettant toutefois la pression bloquée au point  $M'$ . La pression résultante qui est ainsi calculée correspond uniquement à la pression rayonnée par la plaque, sans tenir compte de la pression directe induite par l'onde plane généralisée.

Avant d'étudier la sensibilité de la réponse de la structure aux contributions de l'excitation, le critère de maillage de l'interface en pavés doit être adapté à l'approche par ondes planes. Contrairement à la méthode spatiale, le critère de maillage doit être basé sur la plus petite des longueurs d'onde associées aux ondes planes excitatrices afin de bien décrire celles-ci. Cette plus petite longueur d'onde est notée  $\lambda_{min}$  et elle pourra en effet être plus petite ou égale à  $\lambda_{fc}$  selon la gamme de nombres d'onde considérée. Conformément à l'étude de convergence sur la taille des pavés effectuée précédemment, le critère de  $\lambda_{min}/4$  sera utilisé pour les comparaisons entre les différentes méthodes.

### 3.3.2.3. Application – Etudes de convergence dans l'espace des nombres d'onde

Nous appliquons ici la méthode des ondes planes généralisées dans notre cas de plaque plane excitée par une CLT en eau. Les études de convergence portent ici sur la définition du champ d'ondes planes exciteuse, qui peut se révéler décisive pour l'optimisation du coût numérique de la méthode. Comme nous l'avons évoqué dans le Chapitre 1, la structure agit comme un filtre sur les nombres d'onde de l'excitation. La relation (3.22) montre en effet que les ondes planes de nombres d'onde proches des maxima des fonctions de transfert  $\tilde{H}_v$  et  $\tilde{H}_p$  auront une contribution plus forte

que les ondes planes dont les nombres d'onde en sont éloignés. Certains auteurs ce sont intéressés à ce phénomène de filtrage, comme Hwang & Maidanik [67] qui étudient les contributions des différentes régions en nombres d'onde de l'excitation sur le couplage avec la structure. On peut également citer Hambric *et al.* [59] qui observent les effets des conditions aux limites de la structure sur ce filtrage, pour des plaques encastées, libres ou appuyées.

Nous nous intéressons donc dans cette partie à la sensibilité de la réponse vibratoire aux différentes contributions de l'interspectre de pressions pariétale. Afin de situer la contribution hydrodynamique de l'excitation par rapport aux caractéristiques de la plaque chargée, la Figure 3.8 compare le nombre d'onde de flexion modal de la plaque couplée  $k_{fc}(m, n)$  et le nombre d'onde de convection  $k_c = \omega/U_c$ . Comme c'est généralement le cas dans les applications en fluide lourd, la faible vitesse du fluide induit un nombre d'onde de convection rapidement élevé à mesure que la fréquence augmente. La fréquence de coïncidence hydrodynamique est donc très faible et le pic de convection est rapidement éloigné de la région des bas nombres d'onde. La coïncidence hydrodynamique se situe à environ 7 Hz dans notre cas c'est-à-dire proche de la première résonance de la plaque. L'étude de sensibilité de la réponse vibratoire porte ainsi essentiellement sur l'influence de la région du pic de convection, dont la prise en compte implique des tailles de matrices importantes et des temps de calcul élevés.

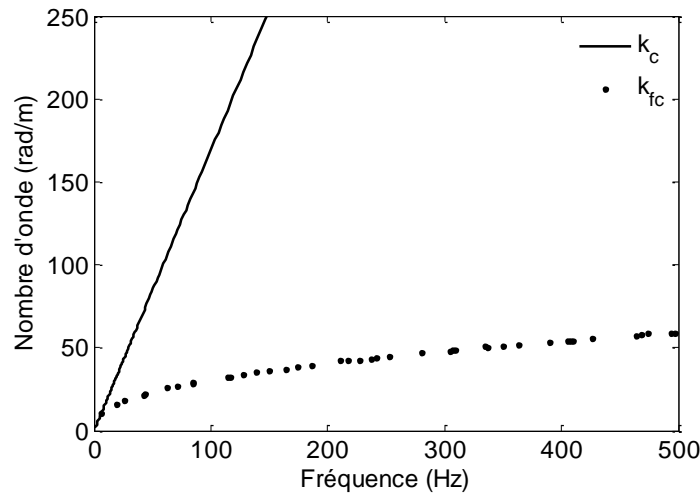


Figure 3.8 : Nombre d'onde de flexion modal de la plaque avec masse ajoutée  $k_{fc}$  et nombre d'onde au pic de convection  $k_c = \omega/U_c$ .

### Définition des discrétisations en nombres d'onde

Nous étudions deux cas de discrétisation en nombres d'onde pour observer la sensibilité de la réponse vibratoire de la plaque à la contribution hydrodynamique de l'excitation. Dans le premier cas, le nombre d'onde maximum considéré  $k_{max}$  est défini en fonction du nombre d'onde de flexion modal  $k_{fc}$ . La région du pic de convection de  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  n'est donc pas prise en compte lorsque la fréquence augmente. Nous fixons  $k_{max} = 3k_{fc}$  de manière à prendre en compte les modes résonants et les modes non-résonants susceptibles de contribuer à la réponse. Dans le second cas  $k_{max}$  est basé sur le nombre d'onde de convection  $k_c$ . Il est plus précisément égal à  $k_c + L_{pic}/2$  où



$L_{pic}$  est la largeur du pic de convection, définie à  $\Phi_{pp}(k_c, 0, \omega) - 10dB$ . Le pic de convection de  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  est donc inclus dans ce calcul. Dans la direction  $z$ , nous prenons un seuil de nombre d'onde à  $3k_{fc}$  dans les deux cas de discrétisation. Ces critères de nombres d'onde maxima sont rappelés dans le Tableau 3.3 et leurs valeurs représentées en fonction de la fréquence en Figure 3.9. Notons que les valeurs minimales  $k_{min}$  sont prises à  $-3k_{fc}$  dans chaque direction et pour chaque cas.

Les résolutions en nombres d'onde  $\delta k_x$  et  $\delta k_z$  sont fixés à  $15 m^{-1}$  à partir de l'étude de convergence présentée en Figure 3.10. Quelques écarts à certaines résonances apparaissent à ces fréquences pour  $\delta k = 20m^{-1}$ , et une bonne convergence est observée pour  $\delta k = 15m^{-1}$ . On note que pour les fréquences en dessous de la fréquence de coïncidence hydrodynamique, le maillage est raffiné selon  $x$  pour décrire correctement le pic de convection. Nous prenons  $\delta k_x = k_c/5$  pour ces fréquences.

Notons que dans la Figure 3.10 b. certains modes apparaissent nettement atténués pour la pression rayonnée en champ lointain, phénomène que nous retrouverons par la suite à chaque tracé de la pression rayonnée. Nous attribuons cela au rayonnement moins fort observé pour certains modes selon les valeurs de leurs indices. En effet comme cela a été observé par certains auteurs [44][80][136], on constate qu'en basses fréquences les modes d'indices impair-impair sont plus rayonnants que les modes dont les indices sont impair-pair ou pair-pair. Cela peut être interprété en assimilant les parties vibrantes de la plaque à des monopoles. Les parties en opposition de phase tendent ainsi à s'annuler et les zones « non-compensées » en bords de plaque ont une contribution au rayonnement plus importante que les zones « compensées », comme illustré en Figure 3.11 a. Dans notre exemple, on constate en effet que le premier mode d'indices (1,1) est fortement rayonnant, puis les modes suivants d'indices (2,1) et (1,2) aux fréquences respectives 19 Hz et 26 Hz sont peu rayonnants. Le mode rayonnant à environ 43 Hz correspond au mode d'indices (3,1), puis (3,3) à 62 Hz. Ces tendances se retrouvent également dans les valeurs du facteur de rayonnement  $\sigma$  obtenues par le modèle proposé par Wallace [136] et représentées en Figure 3.11 b.

	Cas 1	Cas 2
$k_{max}$ selon $x$	$3k_{fc}$	$\max(k_c + L_{pic}/2, 3k_{fc})$
$k_{max}$ selon $z$	$3k_{fc}$	$3k_{fc}$

Tableau 3.3 : Paramètres de discrétisation pour les deux cas de calculs. Cas 1 : discrétisation dans les bas nombres d'onde ; Cas 2 : prise en compte de la région des hauts nombres d'onde. (Paramètres valables pour les fréquences au-dessus de la fréquence de coïncidence hydrodynamique).

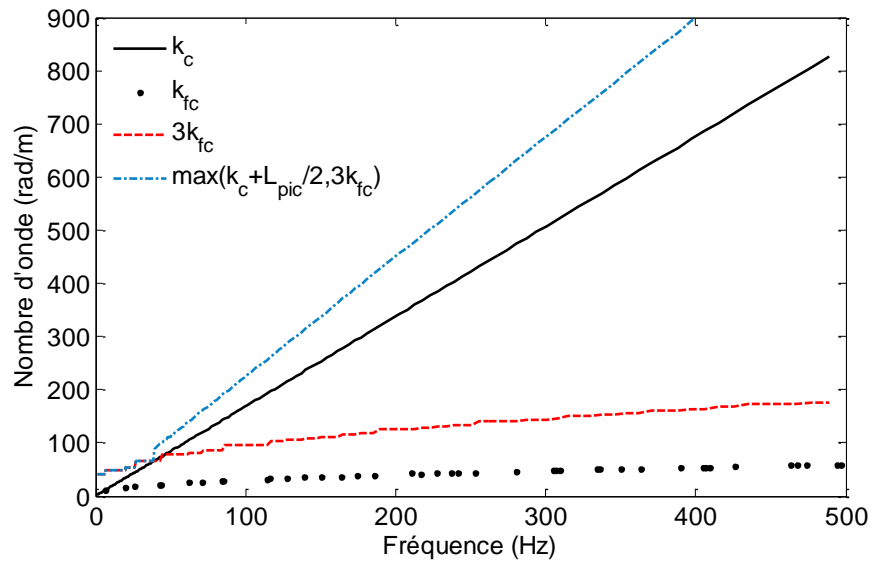


Figure 3.9 : Nombres d'onde pour les discrétisations en ondes planes.

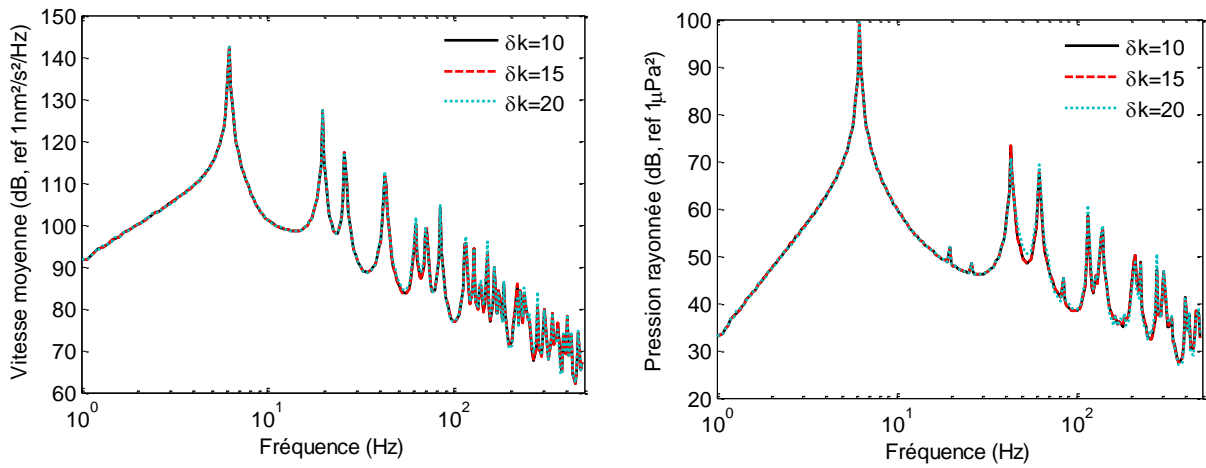


Figure 3.10 : Réponses en vitesse moyennée sur les pavés et en pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100m$  pour différentes résolutions en nombres d'onde.

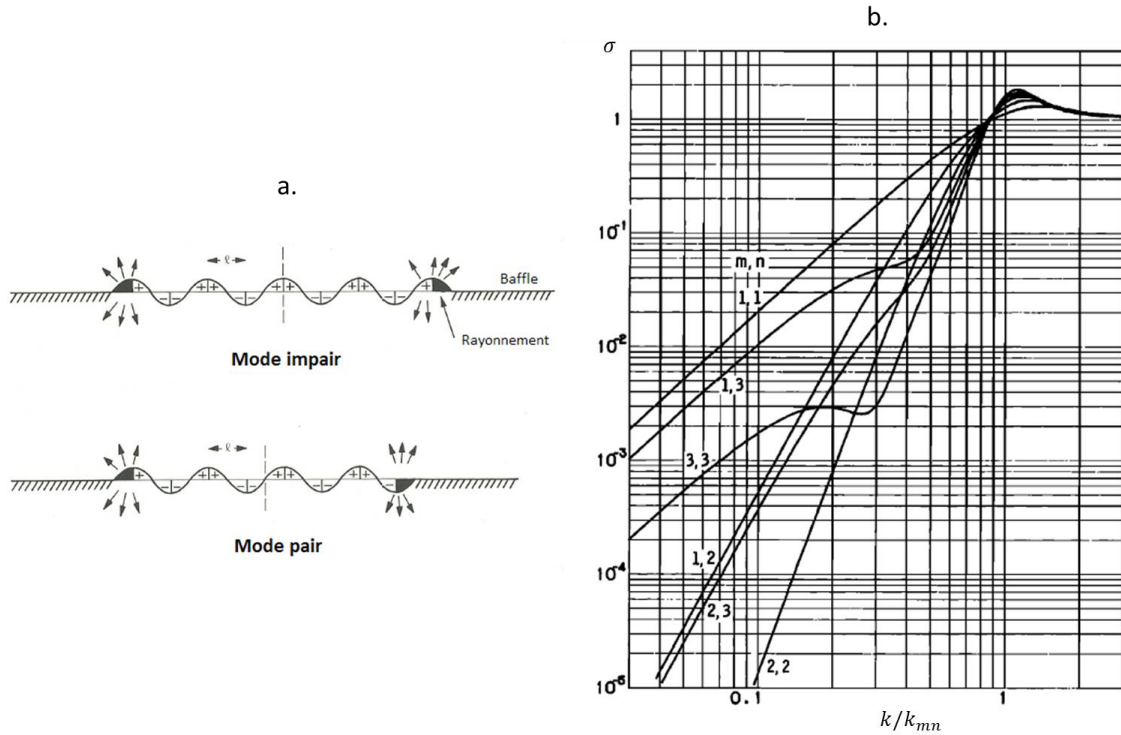


Figure 3.11 : a. : Illustration en une dimension de la compensation entre les zones en vibration sur une plaque (d'après Fahy [44]) ; b. : Facteur de rayonnement  $\sigma$  en fonction de  $k/k_{mn}$  avec  $k_{mn} = \sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$ , pour les premiers modes d'une plaque rectangulaire (d'après Wallace [136]).

### Résultats de niveaux vibratoires de la plaque

La méthode par ondes planes est tout d'abord appliquée dans le cas où l'excitation est calculée avec le modèle de Corcos. Nous observons en Figure 3.12 les différentes quantités pour le calcul du spectre de vitesse (équation (3.23)) dans le plan  $(k_x, k_z)$  et à la fréquence  $f = 307\text{Hz}$ . A cette fréquence  $k_{fc}(m, n) = 48 \text{ rad/m}$  (au mode le plus proche de  $307 \text{ Hz}$ ), et  $k_c = 519 \text{ rad/m}$ .

La fonction de transfert de vitesse par pavé  $\tilde{H}_{v_i}(\mathbf{k}, \omega)$  en Figure 3.12 a. permet d'observer tout d'abord les modes résonants dans la région des bas nombres d'onde. Cette zone peut ensuite être située par rapport à la région convective de  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  en Figure 3.12 b. Le produit de ces deux quantités, qui correspond à la réponse en vitesse  $S_{vv_i}(\omega)$  avant intégration sur les nombres d'onde, est enfin représenté Figure 3.12 c. L'influence du pic de convection est bien visible autour de  $k_c$  mais les niveaux restent beaucoup moins élevés que dans la zone des bas nombres d'onde. Sur cette figure sont également indiqués les nombres d'onde maxima selon  $x$  utilisés dans les deux calculs avec ou sans pic de convection.

Le spectre moyen des vitesses par pavés  $\bar{S}_{vv_i}(\omega)$  alors obtenu par intégration du produit  $|H_{v_i}(\mathbf{k}, \omega)|^2 \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  dans l'espace des nombres d'onde, est tracé en Figure 3.13. La concordance des résultats entre les deux cas de discrétisations en nombres d'onde nous permet de conclure que lorsque l'excitation est calculée avec le modèle de Corcos, la prise en compte de la région des bas nombres d'onde seule suffit à calculer la réponse vibratoire de la plaque.

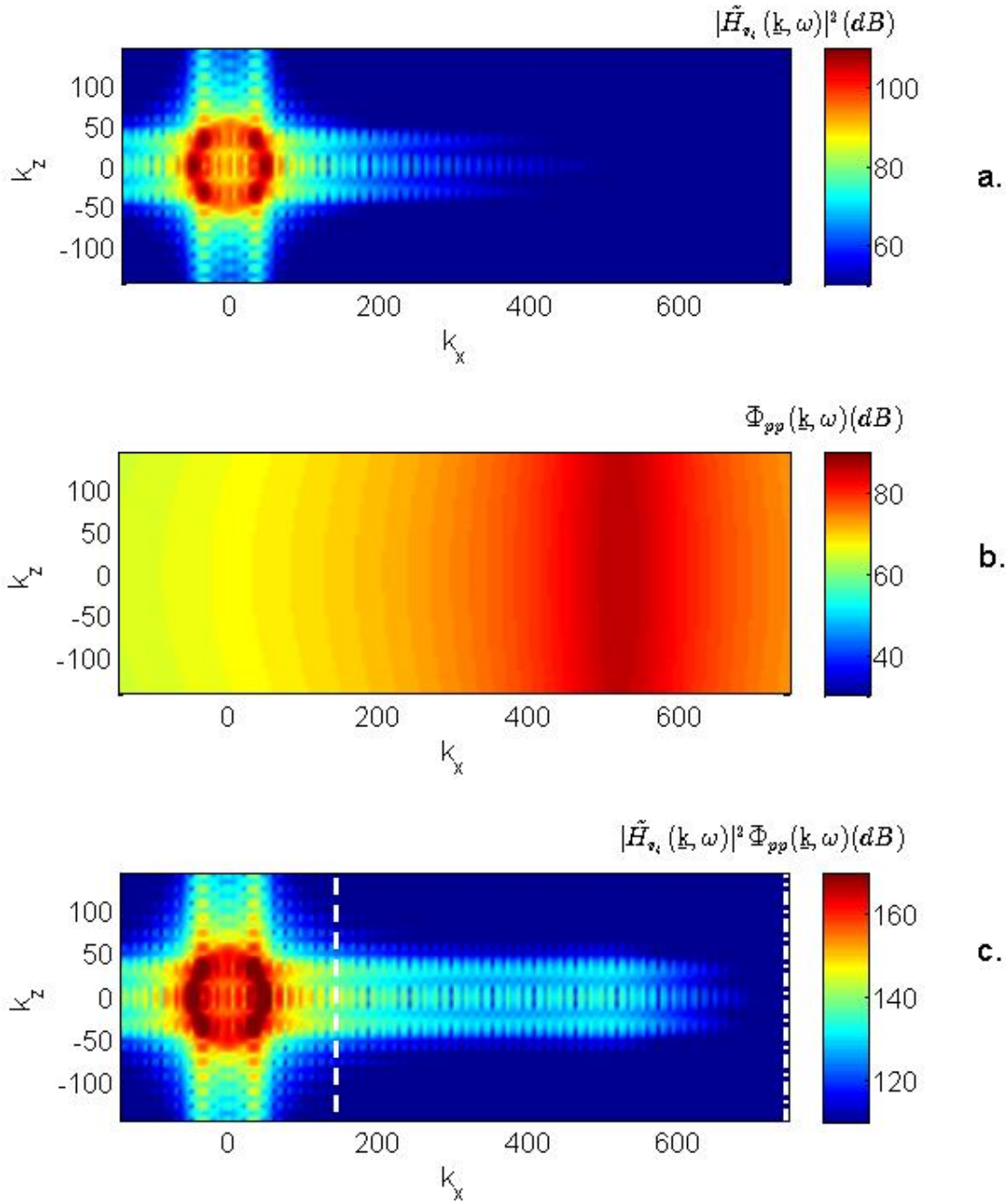


Figure 3.12 : Eléments de l'équation (3.23) dans le plan  $(k_x, k_z)$  à  $f = 307$  Hz.

Excitation calculée par le modèle de Corcos.

- a. : Module au carré de la fonction de sensibilité en vitesse  $H_{v_i}(\mathbf{k}, \omega)$  moyennée sur les pavés de l'interface (dB ref  $1 \text{ nm}^2/\text{s}^2$ ) ; b. : Interspectre de fluctuations de pression  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  (dB ref  $1 \mu\text{Pa}^2\text{m}^2$ ) ; c. : Produit des deux quantités. Ligne en pointillés :  $k_{max} = 3k_{fc}$  ; Ligne en points-pointillés :  $k_{max} = \max(k_c + L_{pic}/2, 3k_{fc})$ .

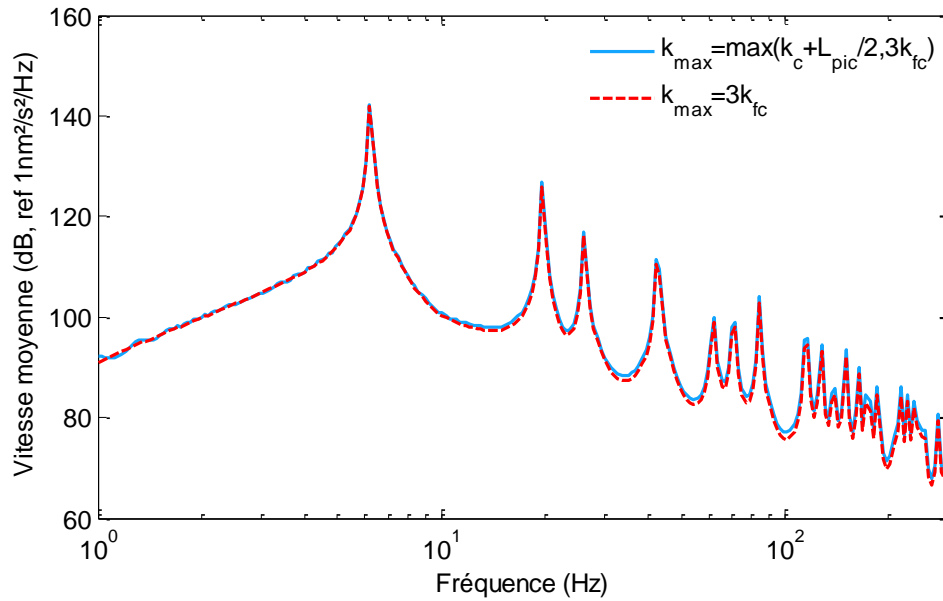


Figure 3.13 : Moyenne quadratique des spectres de vitesse par pavés  $\overline{S}_{vv_i}(\omega)$ , excitation calculée par le modèle de Corcos. Comparaison entre les cas de discrétisations en nombres d'onde.

L'impact que peut avoir la contribution hydrodynamique sur la réponse vibratoire de la plaque peut cependant être lié au modèle de fluctuations de pression. Nous avons donc effectué les calculs avec la même configuration mais en appliquant le modèle de Chase 1987 pour calculer l'excitation. Comme nous l'avons vu précédemment, ce modèle donne des niveaux plus faibles dans la région des petits nombres d'onde. La contribution hydrodynamique de l'excitation est donc susceptible d'avoir une influence plus grande sur la réponse vibro-acoustique. Les mêmes quantités que dans la Figure 3.12 sont représentées en Figure 3.14 avec le modèle de Chase. On observe bien qu'en comparant ces deux figures, le niveau du produit  $|H_{v_i}(\mathbf{k}, \omega)|^2 \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  est plus faible dans la région des petits nombres d'onde et la contribution des hauts nombres d'onde a donc une plus grande proportion avec le modèle de Chase.

Les spectres de vitesse moyenne obtenus avec le modèle de Chase 1987 pour les deux cas de discrétisations sont comparés en Figure 3.15. En basses fréquences les spectres concordent, toutes les contributions de l'excitation étant incluses dans la discrétisation en ondes planes. On observe ensuite un écart allant jusqu'à 6 dB à  $f \sim 40$  Hz ce qui correspond à l'ordre de fréquence où le pic de convection sort du champ d'ondes planes pris en compte dans le premier calcul ( $k_c > k_{max}$ ). L'écart diminue ensuite progressivement sous l'effet du filtrage du pic de convection par la réponse de la structure. L'influence de cette contribution porte donc essentiellement sur les fréquences où le pic de convection est proche des bas nombres d'onde mais non pris en compte.

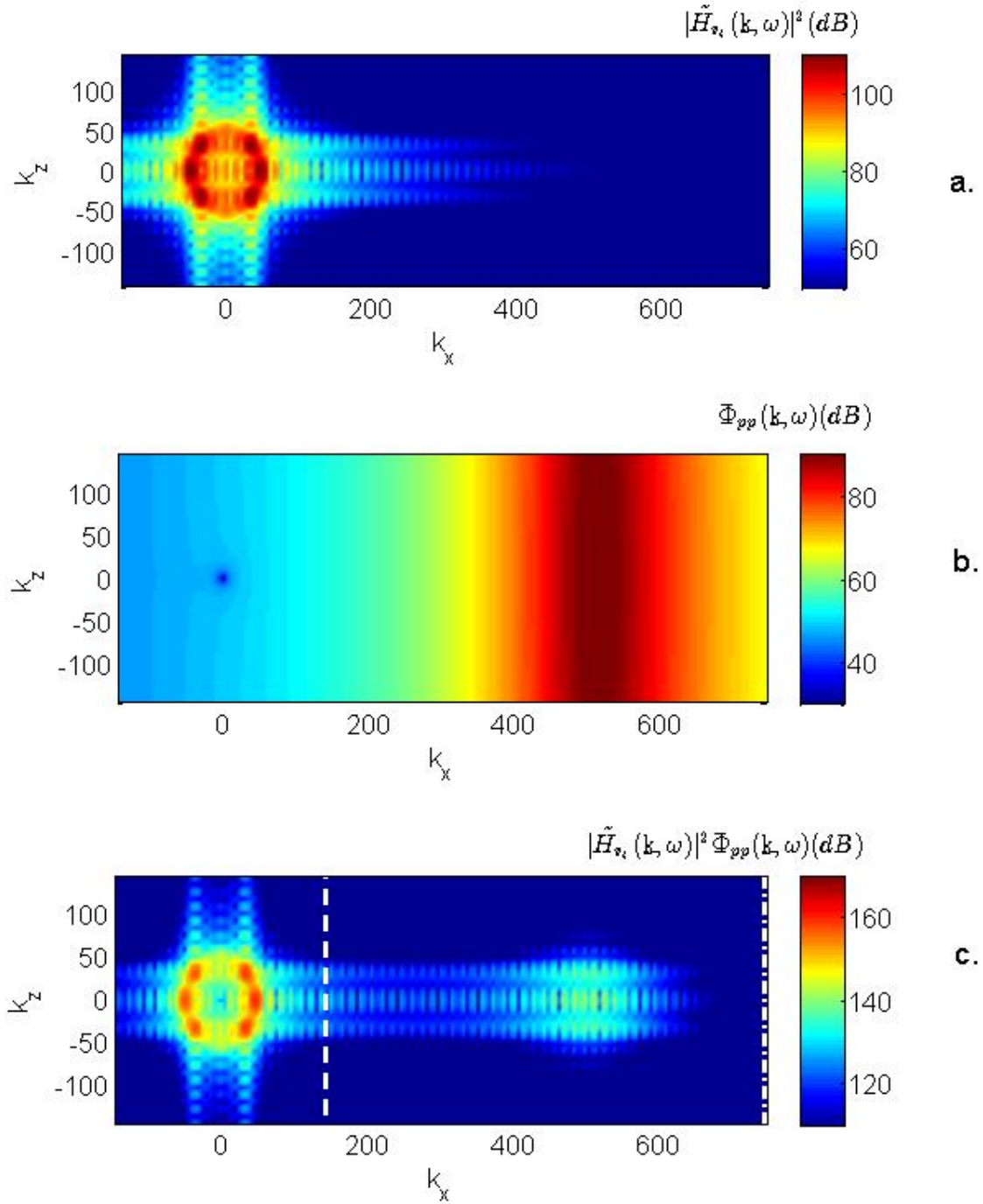


Figure 3.14 : Eléments de l'équation (3.23) dans le plan  $(k_x, k_z)$  à  $f = 307Hz$ .  
Excitation calculée par le modèle de Chase 1987.

- a. : Module au carré de la fonction de sensibilité en vitesse  $\tilde{H}_{v_i}(\mathbf{k}, \omega)$  moyennée sur les pavés de l'interface (dB ref  $1nm^2/s^2$ ) ; b. : Interspectre de fluctuations de pression  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$  (dB ref  $1\mu Pa^2 m^2$ ) ; c. : Produit des deux quantités. Ligne en pointillés :  $k_{max} = 3k_{fc}$  ; Ligne en points-pointillés :  $k_{max} = \max(k_c + L_{pic}/2, 3k_{fc})$ .

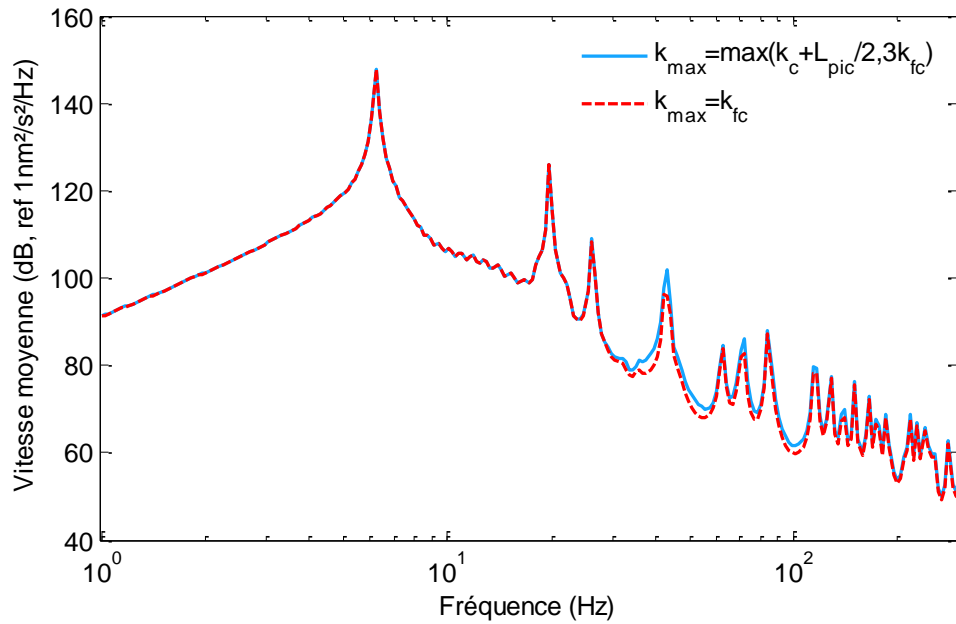


Figure 3.15 : Moyenne quadratique des spectres de vitesse par pavés  $\overline{S_{vv_i}}(\omega)$ , excitation calculée par le modèle de Chase 1987. Comparaison entre les cas de discrétisations en nombres d'onde.

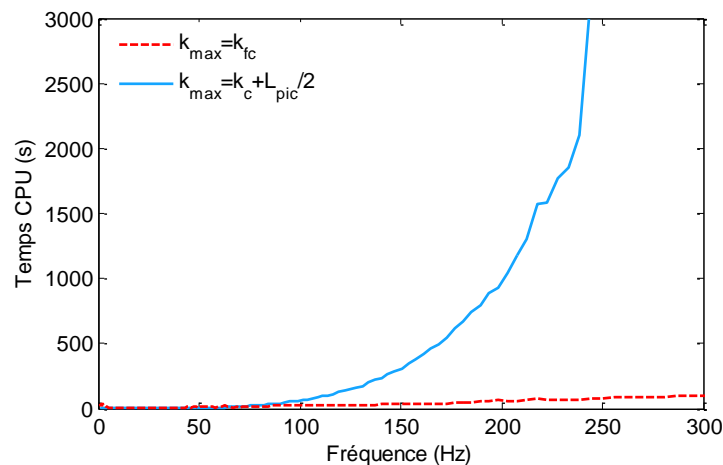


Figure 3.16 : Temps CPU par fréquence ; Comparaison entre le cas avec pic de convection et le cas sans pic de convection.

Les fréquences où les niveaux vibro-acoustique sont impactés peuvent donc dépendre de la gamme d'ondes planes considérée et du modèle d'interspectre utilisé. De manière plus générale cet intervalle de fréquence dépendra également de la configuration de l'écoulement, en particulier sa vitesse moyenne : lorsque la vitesse est plus élevée, le pic de convection s'éloigne en effet plus rapidement avec la fréquence, et l'écart entre les spectres s'annule donc plus rapidement.

En termes de temps de calcul, la troncature des hauts nombres d'onde permet de diminuer significativement le temps CPU par fréquence comme le montre la Figure 3.16. Le nombre de cas de chargements pour le calcul avec pic de convection entraîne des tailles de matrice très grandes et des

temps de calcul prohibitifs du fait du nombre de pavés. Leur taille est en effet basée sur  $k_{max}$  qui augmente rapidement lorsque le pic de convection est inclus.

#### **Comparaison des méthodes**

Le cas où l'excitation est calculée à l'aide du modèle de Corcos nous permet de comparer la méthode des ondes planes généralisées et la méthode spatiale. Les spectres de vitesse moyenne et les spectres de pression rayonnée en champ lointain (moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100m$ ) sont calculés par chaque méthode et comparés en Figure 3.17 et Figure 3.18 respectivement jusqu'à  $f = 500Hz$ . Nous observons un très bon accord entre les deux méthodes pour ces deux quantités. Les écarts entre les spectres de vitesse n'excèdent pas  $2 dB$ , et sont liés aux effets combinés des résolutions de l'excitation spatiale, et de la discrétisation en nombres d'onde. De même les spectres de pression rayonnée en champ lointain montrent une bonne concordance. Les écarts augmentent légèrement par rapport aux spectres de vitesse, ce qui est probablement dû aux défauts de précision cumulés sur les différentes quantités. Comme nous l'avons vu dans la partie 3.3.2.2, la pression rayonnée est calculée à partir de la vitesse par pavés et cette étape supplémentaire pourrait augmenter la perte de précision. Les spectres de puissance acoustique rayonnée sont également calculés à partir de l'intensité rayonnée, et tracés en Figure 3.19, où l'on observe les mêmes écarts.

On notera que la méthode spatiale a tendance à surestimer les niveaux lorsque la distribution de points n'est pas assez fine, l'excitation étant surestimée par l'approximation de la décroissance de cohérence. A l'inverse la méthode des ondes planes sous-estime les niveaux lorsque les ondes planes sont trop peu nombreuses ou lorsque les pavés sont trop grands pour les décrire, auxquels cas une partie de l'excitation est tronquée et les niveaux sont plus bas.

La méthode par ondes planes généralisées permet enfin de diminuer significativement le temps de calcul CPU par fréquence, comme indiqué en Figure 3.20 b. Cette diminution peut être mise en relation avec les cas de chargement, également représentés en Figure 3.20 a. Le nombre de chargements correspond à la quantité d'ondes planes excitatrices pour la méthode par ondes planes, et au nombre de points d'excitation pour la méthode spatiale. Le calcul par ondes planes nécessite moins d'espace mémoire par rapport à la méthode spatiale, où la distribution de points d'excitation entraîne des matrices de grande taille lorsque la fréquence augmente. On notera le taux élevé de chargements en très basses fréquences pour le calcul par ondes planes, qui est dû au raffinement de la résolution en nombres d'onde aux fréquences en-dessous de la fréquence de coïncidence hydrodynamique. Cette augmentation n'affecte cependant que peu le temps de calcul, le nombre de pavés considéré restant faible à ces fréquences.



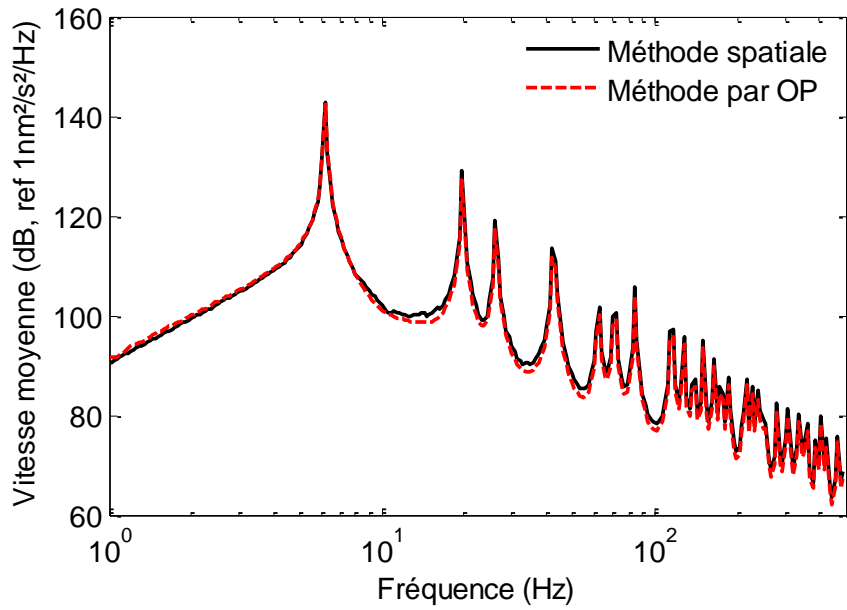


Figure 3.17 : Spectres de vitesse moyenne  $\bar{S}_{vvi}(\omega)$ . Comparaison entre la méthode spatiale et la méthode des ondes planes (OP). Excitation calculée par le modèle de Corcos.

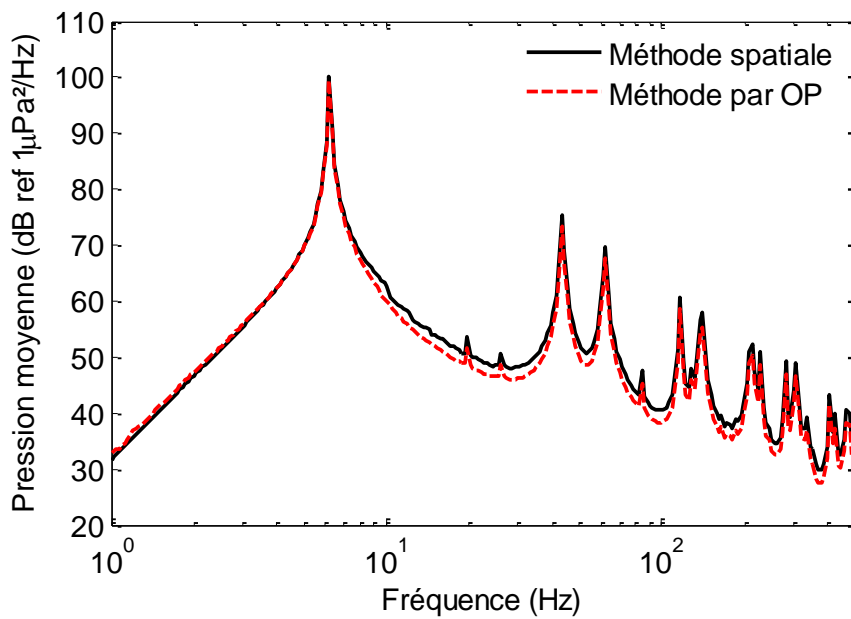


Figure 3.18 : Spectres de pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100m$ . Comparaison entre la méthode spatiale et la méthode des ondes planes (OP). Excitation calculée par le modèle de Corcos.

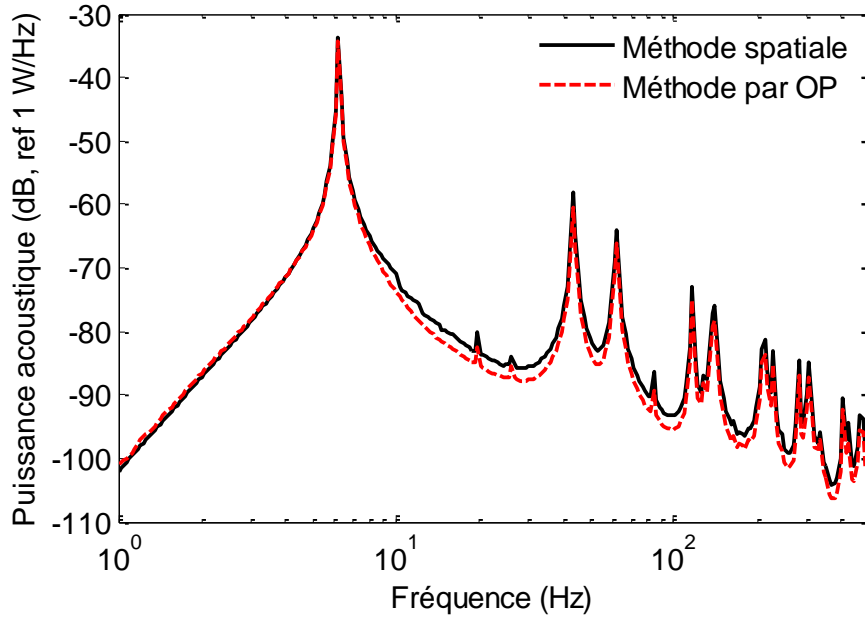


Figure 3.19 : Spectres de puissance acoustique rayonnée. Comparaison entre la méthode spatiale et la méthode des ondes planes (OP). Excitation calculée par le modèle de Corcos.

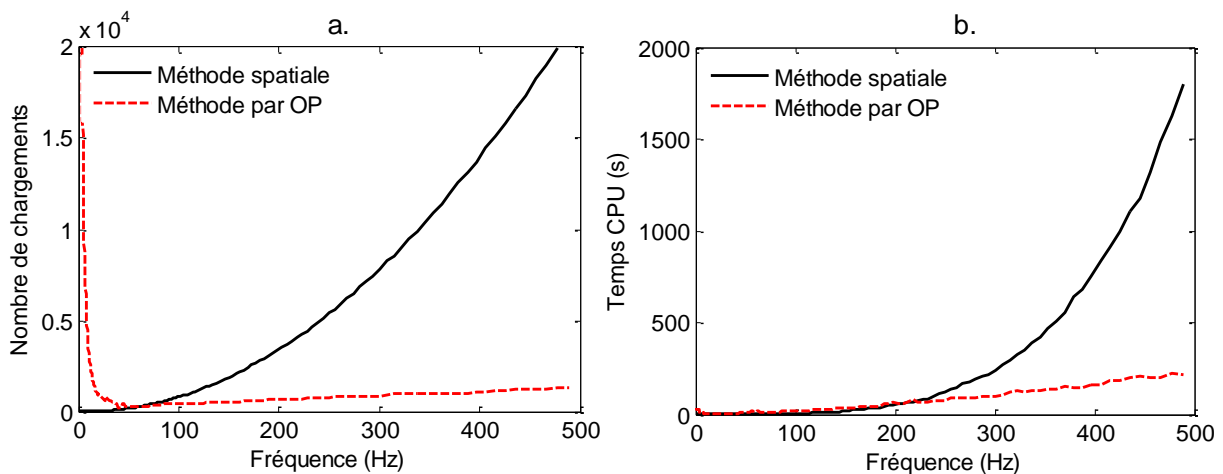


Figure 3.20 : Comparaison des cas de chargements et des temps de calcul par fréquence entre la méthode des ondes planes (OP) et la méthode spatiale.

Nous pouvons ainsi conclure d'une part que les deux méthodes donnent des résultats en vitesse et en pression et puissance rayonnée en champ lointain en très bon accord, et d'autre part que la méthode des ondes planes généralisées présente un grand intérêt compte tenu du temps de calcul, moyennant la troncature des nombres d'onde dans la zone de convection du spectre de pression pariétale. L'influence de cette troncature dépend des paramètres d'écoulement et du modèle de spectre de fluctuations de pression utilisé, mais nous avons vu qu'elle reste très faible et réduite à quelques fréquences où la zone de convection n'est pas entièrement filtrée par la réponse de la structure.

### 3.3.3. Méthode de Réciprocité

#### 3.3.3.1. Mise en équations

La méthode de réciprocité est développée à partir de la méthode des ondes planes généralisées et du principe de réciprocité décrit par Maxit & Denis [96]. Pour pallier au problème du nombre d'ondes planes considérées qui peut être trop élevé, la méthode propose de limiter le nombre de cas de chargement par une réinterprétation des fonctions de sensibilité.

Selon le principe de réciprocité [46][129] appliqué aux fonctions de transfert de vitesse, le rapport entre la vitesse au point  $\mathbf{x}$  et la force au point  $\tilde{\mathbf{x}}$  est le même qu'entre la vitesse au point  $\tilde{\mathbf{x}}$  et la force au point  $\mathbf{x}$ . Ainsi :

$$H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) = H_v(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) \quad (3.27)$$

L'introduction de (3.27) dans la transformée de Fourier spatiale de  $H_v(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$  donne :

$$\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \int_{\Sigma_p} H_v(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}} \quad (3.28)$$

La fonction de sensibilité  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  est alors interprétée comme la transformée de Fourier spatiale de vitesse lorsque la plaque est excitée au point  $\mathbf{x}$ . Cette forme de réciprocité est appelée la « réciprocité onde-point  $(\mathbf{k}, \mathbf{x})$  ». La réponse de la structure en un point  $\mathbf{x}$  peut donc être calculée en appliquant l'équation de la méthode des ondes planes (3.22) et à partir de la réponse de la plaque excitée en ce même point  $\mathbf{x}$ .

Le principe de réciprocité s'applique de la même manière à la pression rayonnée en un point  $\mathbf{x}$  du fluide. Le rapport entre la pression acoustique au point  $\mathbf{x}$  et la force normale au point  $\tilde{\mathbf{x}}$  de la plaque est égal au rapport entre la vitesse au point  $\tilde{\mathbf{x}}$  et le déplacement du volume de la source acoustique au point  $\mathbf{x}$  dans le fluide.  $\tilde{H}_p(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  est alors interprété comme la transformée de Fourier spatiale de la vitesse de la plaque lorsqu'elle est excitée par une source acoustique située au point  $\mathbf{x}$ .

Par cette méthode, le nombre de chargement est ainsi réduit à un, qui correspond à la force normale agissant en un point de la plaque.

#### 3.3.3.2. Application – Calcul et comparaison de la réponse vibratoire de la plaque

Pour appliquer la méthode par réciprocité au cas test considéré, nous définissons un point d'excitation  $\mathbf{x}$  sur la plaque et une distribution de points  $\tilde{\mathbf{x}}$  auxquels seront calculées les fonctions de transfert. Cette distribution doit être suffisamment fine pour que sa transformée de Fourier spatiale décrive correctement l'excitation dans l'espace des nombres d'onde.

Pour cela sont définis les nombres d'onde maximaux  $k_{x_{max}}$  et  $k_{z_{max}}$  et les résolutions  $\delta k_x$  et  $\delta k_z$ . On en déduit la distribution de points  $\tilde{\mathbf{x}}$  où la vitesse vibratoire doit être déterminée par la méthode PTF. Pour atteindre les résolutions  $\delta k_x$  et  $\delta k_z$ , il peut ensuite être nécessaire d'utiliser la

méthode du *zero-padding*. Les fonctions de sensibilité  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  sont obtenues par transformées de Fourier discrète des fonctions  $H_v(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \omega)$ . L'application de l'équation (3.23) par somme sur les nombres d'onde donne le spectre de vitesse au point  $\mathbf{x}$  de la plaque.

Par ce processus, les fonctions de transfert sont donc calculées par PTF à partir d'une seule force ponctuelle en  $\mathbf{x}$ , et l'excitation est exprimée dans l'espace des nombres d'onde. En termes de temps de calcul, cette méthode évite donc d'une part de baser le critère de taille de pavés sur les nombres d'onde ce qui peut être coûteux en temps lorsque la quantité d'ondes planes est grande, et d'autre part de passer par une distribution de points d'excitation pour l'excitation, ce qui est trop coûteux en espace mémoire comme nous l'avons vu pour la méthode spatiale.

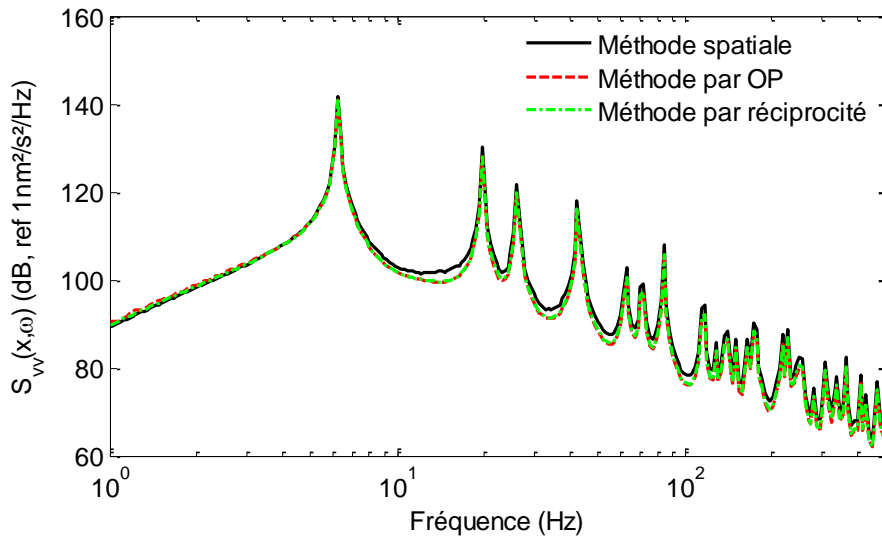


Figure 3.21 : Spectre de vitesse au point à  $x = 10 \text{ cm}$  et  $z = 10 \text{ cm}$  du centre de la plaque ; Comparaison entre les méthodes. Excitation calculée par le modèle de Corcos.

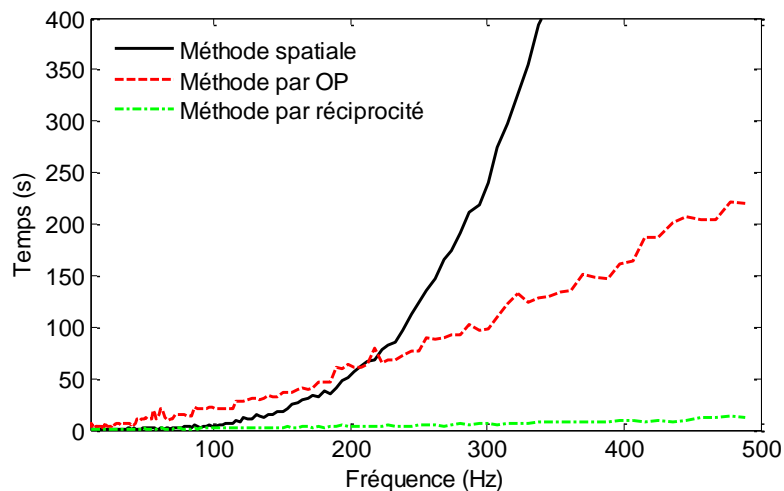


Figure 3.22 : Temps CPU par fréquence ; Comparaison entre les méthodes.

Les spectres de vitesse  $S_{vv}(\mathbf{x}, \omega)$  obtenus au point récepteur  $\mathbf{x}$  situé à  $x = 10 \text{ cm}$  et  $z = 10 \text{ cm}$  du centre de la plaque lorsque l'excitation est calculée par le modèle de Corcos sont

comparés en Figure 3.21. Les résultats montrent un très bon accord entre les méthodes. Les temps de calculs indiqués en Figure 3.22 montrent l'intérêt de cette méthode par la réduction du coût numérique, de par le nombre réduit de pavés par rapport à la méthode des ondes planes, et le nombre de cas de chargement égal au nombre de points récepteurs considéré.

Pour obtenir les spectres de pression acoustique dans le fluide, il est nécessaire par cette méthode de réciprocité d'effectuer des calculs PTF en introduisant un monopole acoustique au point où l'on souhaite déterminer le spectre de la pression induite par la CLT. Pour calculer la vitesse moyenne de la plaque, cette méthode nécessite d'imposer des excitations (i.e. des forces ponctuelles) successivement sur toute la plaque. Dans ce cas, les temps de calcul peuvent devenir plus importants. Ces calculs ne posent pas de problème particulier, ils ne sont néanmoins pas présentés dans ce document pour des raisons de temps imparti pour notre étude, et nous portons notre attention aux méthodes pouvant donner directement toutes les informations sur les réponses vibro-acoustiques (i.e. puissance rayonnée, vitesse quadratique moyenne, etc.). La méthode par réciprocité est la plus adaptée pour avoir les réponses vibro-acoustiques locales en un temps court, et on notera également qu'elle peut être intéressante dans les cas où une solution analytique des fonctions de sensibilité est connue. C'est le cas par exemple des structures raidies périodiquement, étudiées par Maxit & Denis [96].

### 3.3.4. Méthode des Réalisations d'Ondes Planes Décorrélées

#### 3.3.4.1. Mise en équations

La quatrième méthode que nous proposons a pour principe de modéliser l'excitation par des échantillons d'ondes planes, que nous appelons réalisations d'ondes planes. Pour définir ces échantillons, l'approche est basée sur la définition de l'autospectre de vitesse Eq. (3.23) ou de pression Eq. (3.24) par la méthode des ondes planes généralisées. Comme l'introduit Aucejo [6], dans ces équations peut être identifié l'autospectre  $A(\mathbf{k}, \omega)$  de l'amplitude de l'onde plane de nombre d'onde  $\mathbf{k}$  par :

$$A(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) \delta \mathbf{k}}{4\pi^2} \quad (3.29)$$

Le spectre de vitesse  $S_{vv}(\mathbf{x}, \omega)$  se réécrit alors :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{\mathbf{k} \in K} |\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 A(\mathbf{k}, \omega) \quad (3.30)$$

Il s'interprète comme la réponse de la plaque à un champ d'ondes planes décorréelées d'amplitudes  $A(\mathbf{k}, \omega)$ . Une réalisation de ce champ d'ondes décorréelées peut être obtenue en associant une phase aléatoire à chaque onde.

Le calcul se fait ensuite selon trois étapes :

- La pression bloquée pour une réalisation appliquée au point  $\mathbf{x}$  de la plaque est définie par :

$$\tilde{p}_r(\mathbf{x}, \omega) = \sum_k \sqrt{A(\mathbf{k}, \omega)} e^{-j\mathbf{k}\mathbf{x}} e^{j\psi_{\mathbf{k},r}} \quad (3.31)$$

où l'indice  $r$  désigne la réalisation considérée, et  $\psi_{\mathbf{k},r}$  est la phase associée à l'onde plane de nombre d'onde  $\mathbf{k}$  et de la réalisation  $r$  ;

- Les réponses en vitesse  $v_r$  et en pression rayonnée  $p_r$  sont calculées pour chaque réalisation  $r$  à partir de la pression bloquée  $\tilde{p}_r$  et des PTF aux pavés (voir partie 3.3.2.2) ;
- Les spectres de vitesse et de pression rayonnée sont calculés en moyennant les réponses sur les réalisations d'ondes planes décorréliées :

$$S_{vv}(\omega) \approx E[v_r \bar{v}_r] \quad (3.32)$$

L'intérêt de cette approche est donc d'éviter l'intégration sur les nombres d'onde pour le calcul des réponses vibratoire et en pression rayonnée, et de définir un champ de pression bloquée contenant directement l'information sur l'excitation par pavés et par réalisation. Le nombre de chargement est ainsi réduit au nombre de réalisations, pour lequel nous effectuons une étude de convergence dans la partie suivante.

### 3.3.4.2. Application – Etude de convergence pour le nombre de réalisations d'ondes planes

Pour l'application de la méthode au cas de la plaque plane excitée par une CLT considéré ici, nous utilisons les mêmes paramètres de discrétisation en ondes planes que précédemment. Le nombre d'onde maximum est donc  $k_{max} = 3k_{fc}$  et le pas en nombres d'onde dans chaque direction  $x$  et  $z$  est  $\delta k = 15 \text{ m}^{-1}$ . Pour l'étude de convergence sur le nombre de réalisations d'ondes planes, nous effectuons les calculs de la vitesse moyenne de la plaque et de la pression rayonnée en champ lointain dans le fluide (moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100 \text{ m}$ ) pour 10, 20 puis 30 réalisations. Les spectres obtenus sont présentés en Figure 3.23 et montrent que la convergence est satisfaisante pour un petit nombre de réalisations : les spectres à 10 réalisations sont en très bon accord avec les autres résultats. Cependant afin d'éviter le bruit que l'on peut observer en basses fréquences qui peut influencer les niveaux à certaines résonances du fait de la moyenne sur un nombre trop faible de réalisations, un nombre de 20 réalisations sera considéré pour les calculs qui suivent.

Nous pouvons observer en Figure 3.24 a. les spectres de vitesse de chaque échantillon d'ondes planes pour le cas à 20 réalisations, ainsi que le spectre moyen en noir. Les temps CPU par fréquence comparés avec la méthode par ondes planes en Figure 3.24 b. nous indiquent que l'approche par réalisations d'ondes permet un léger gain en temps de calcul pour des résultats en très bon accord avec les méthodes précédentes, comme le montrent la Figure 3.25 et la Figure 3.26.

Le fait d'introduire l'excitation directement dans la définition de la pression bloquée permet en effet une diminution du temps CPU par rapport à la méthode des ondes planes. Ce gain en temps de calcul croît donc lorsque la fréquence augmente et le nombre d'ondes planes augmente.

Les comparaisons des méthodes en Figure 3.25 et en Figure 3.26 des réponses en vitesse et en pression rayonnée montrent finalement un bon accord entre les méthodes, les spectres obtenus par la méthode des réalisations d'ondes planes décorrélées étant superposée à ceux obtenus par la méthode des ondes planes généralisées.

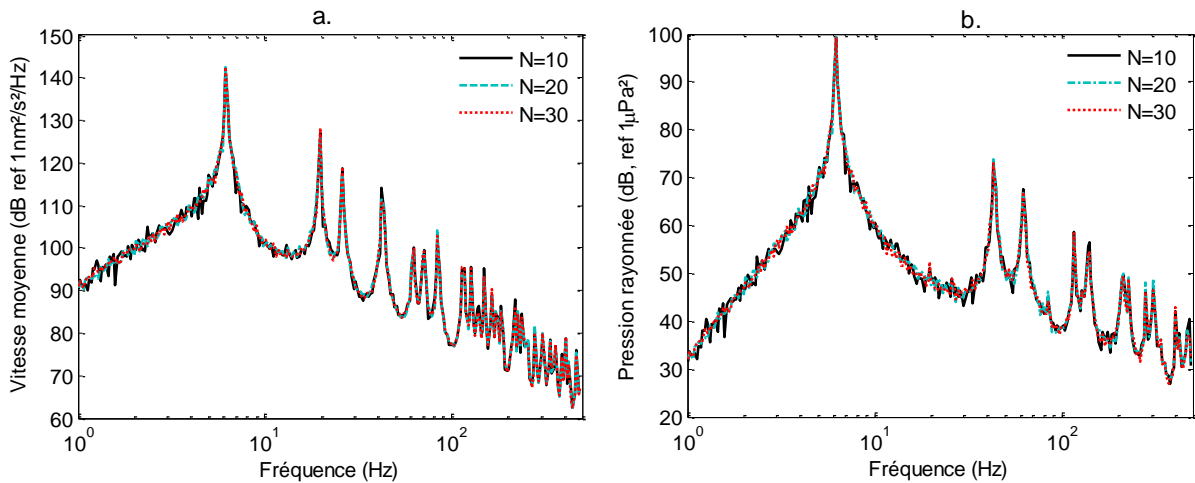


Figure 3.23 : Etude de convergence pour le nombre de réalisations d'ondes planes. a. : Spectre de vitesse moyenne de la plaque ; b. : Spectre de pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100 \text{ m}$ . Excitation calculée par le modèle de Corcos.

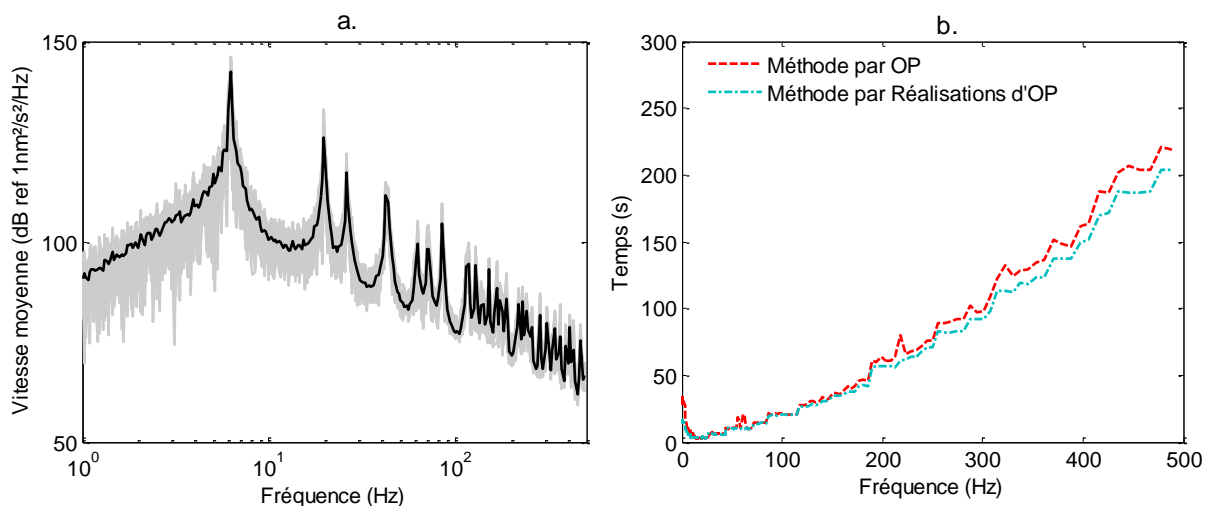


Figure 3.24 : a. : Spectres de vitesse moyenne de la plaque. Trait gris : Spectres par réalisations ; Trait noir : Moyenne sur les réalisations. b. : Comparaison des temps CPU par fréquence entre la méthode par ondes planes et la méthode par réalisations d'ondes planes.

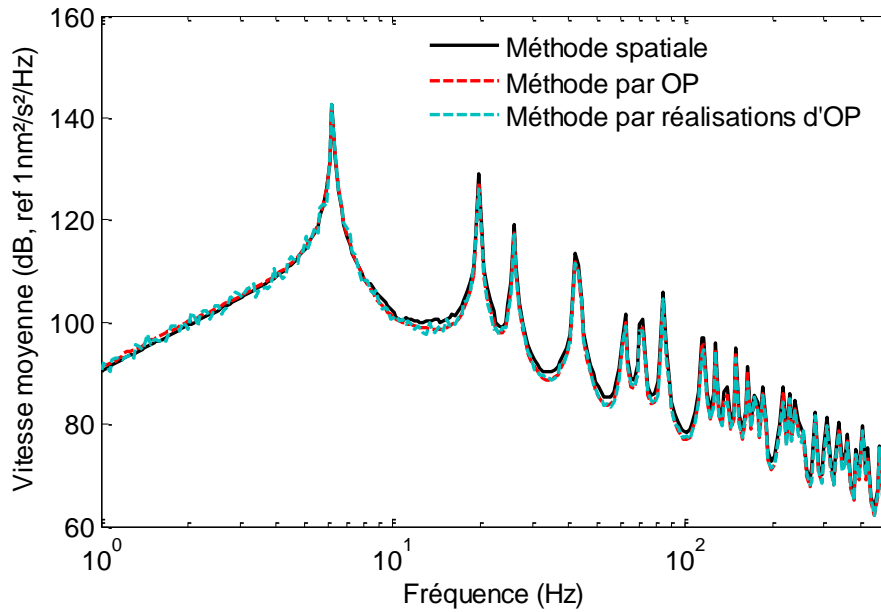


Figure 3.25 : Spectres de vitesse moyenne de la plaque ; Comparaison entre les méthodes spatiale, par ondes planes et par réalisations d'ondes planes. Excitation calculée par le modèle de Corcos.

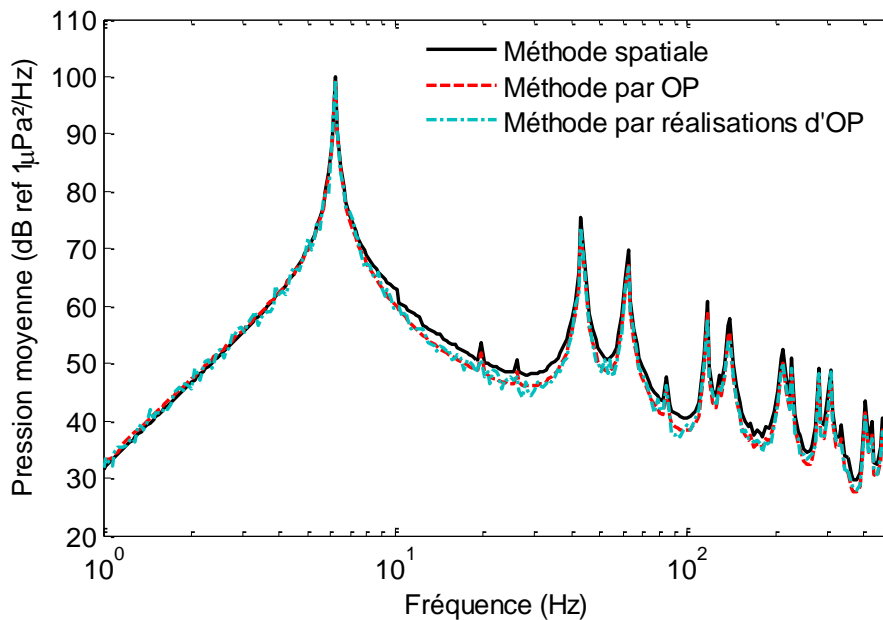


Figure 3.26 : Spectres de pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100 \text{ m}$ . Comparaison entre les méthodes spatiale, par ondes planes et par réalisations d'ondes planes. Excitation calculée par le modèle de Corcos.



### 3.4. Calculs de la puissance injectée dans la structure par la CLT en hautes fréquences

Les méthodes d'introduction de l'excitation décrites précédemment font appel à un modèle vibro-acoustique déterministe, qui est de fait limité aux basses et aux moyennes fréquences. Nous nous intéressons dans cette partie aux moyens d'intégrer l'excitation dans un modèle capable de prédire la réponse vibro-acoustique en hautes fréquences, et plus précisément dans le modèle énergétique SEA (Statistical Energy Analysis).

Comme nous avons pu le voir dans le Chapitre 1, l'excitation de la structure par la couche limite est introduite dans le modèle SEA en termes de puissance injectée au sous-système structure  $\langle \bar{P}_{inj} \rangle$ . Dans le cas d'une structure complexe décomposée en plusieurs sous-systèmes structure, il s'agit donc d'estimer la puissance injectée par l'écoulement turbulent à chaque sous-système en contact avec le fluide pour chaque bande de fréquence (trois sous-systèmes dans l'exemple illustré en Figure 3.27).

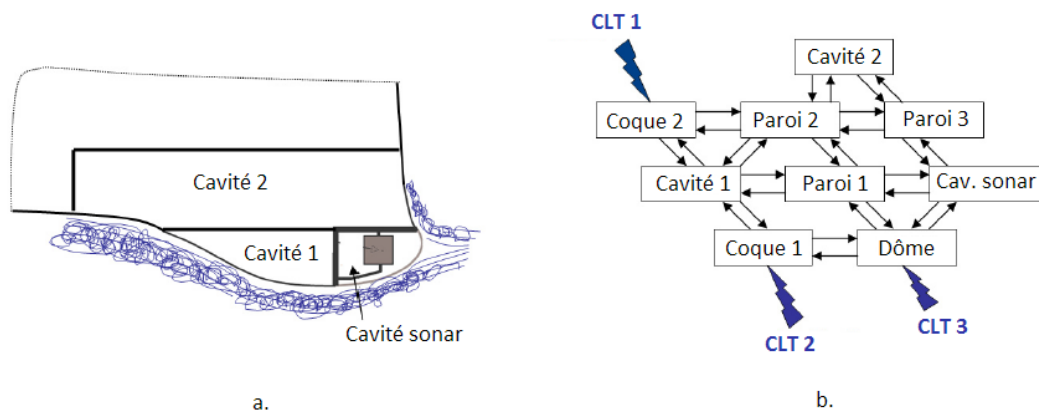


Figure 3.27 : a. Schéma de la proue d'un navire de surface avec dôme sonar ; b. Modèle SEA décrivant les échanges d'énergie entre les sous-systèmes.

Nous rappelons ici certaines conditions à l'application de la SEA : d'une part la puissance injectée dépend de l'excitation, mais aussi de la structure réceptrice. Par exemple si la structure était infiniment rigide, la puissance injectée serait nulle. D'autre part le calcul de celle-ci doit respecter les hypothèses suivantes : la gamme de fréquence d'intérêt doit être assez haute, la densité modale élevée et les quantités considérées dans le calcul SEA sont moyennées sur une bande de fréquence. Sous ces conditions, il peut être envisagé d'évaluer la puissance injectée dans une structure complexe à partir de celle injectée à une structure académique équivalente [83] comme une plaque mince rectangulaire. En effet on sait que dans les hautes fréquences, les effets de courbure de la structure et les conditions aux limites ont peu d'impact sur sa réponse vibro-acoustique. Si la structure est d'épaisseur constante et le matériau isotrope, on peut considérer une structure plus simple pour évaluer les paramètres de la SEA comme la densité modale ou la puissance injectée [83]. Cependant pour les structures plus complexes, comme par exemple les coques raidies, le

comportement vibro-acoustique en hautes fréquences ne peut pas être décrit en simplifiant la structure par une plaque mince (par exemple les ondes de Bloch-Floquet ne seront pas prises en compte dans le cas de la structure raidie périodiquement). Cette approximation, que nous faisons dans notre étude, n'est donc valable que pour certaines applications simples.

Une autre hypothèse de la SEA consiste à considérer que les sous-systèmes sont faiblement couplés. Sous cette condition, on peut supposer que la puissance injectée à un sous-système donné peut être estimée en négligeant les couplages avec les autres sous-systèmes.

Pour nos calculs de puissance injectée par la CLT, nous considérons un système simple composé d'un sous-système structure  $S_1$  couplé avec un « sous-système fluide infini »  $S_\infty$ . Dans cette configuration la puissance injectée à  $S_1$  par la CLT est calculée à partir de la puissance dissipée dans la structure  $\bar{P}_{diss}$  et de la puissance rayonnée dans le sous-système fluide  $\bar{P}_{ray}$  (i.e. la puissance transmise par la structure au fluide  $\bar{P}_{1\infty}$ ) :

$$\langle \bar{P}_{inj} \rangle = \langle \bar{P}_{diss} \rangle + \langle \bar{P}_{ray} \rangle \quad (3.33)$$

avec  $\langle X \rangle = \frac{1}{2\Delta} \int_{\Omega-\Delta}^{\Omega+\Delta} X d\omega$  la moyenne dans la bande de fréquence centrée sur  $\Omega$  et de largeur  $2\Delta$ .

La puissance dissipée est définie à partir du facteur de perte par dissipation interne  $\eta_p$  et de l'énergie interne moyenne du sous-système structure  $\bar{E}_1$  :

$$\langle \bar{P}_{diss} \rangle = \Omega \eta_p \langle \bar{E}_1 \rangle \quad (3.34)$$

De la même manière la puissance rayonnée dans le fluide s'exprime en fonction d'un facteur de perte par rayonnement  $\eta_{ray}$  :

$$\langle \bar{P}_{ray} \rangle = \Omega \eta_{ray} \langle \bar{E}_1 \rangle \quad (3.35)$$

L'égalité de l'énergie cinétique moyenne de la plaque avec l'énergie potentielle étant admise [83], son énergie  $\langle \bar{E}_1 \rangle$  peut s'écrire :

$$\langle \bar{E}_1 \rangle = abM \langle \bar{S}_{vv} \rangle \quad (3.36)$$

où  $M = \rho_p h_p$  est la masse surfacique de la plaque,  $a$  et  $b$  ses dimensions et  $\langle \bar{S}_{vv} \rangle$  est la densité spectrale de sa vitesse vibratoire moyennée spatialement et calculée par bande de fréquence.

Le sous-système fluide  $S_\infty$  n'a de fait pas de comportement modal mais l'échange d'énergie avec la structure peut être décrit à l'aide du facteur de rayonnement  $\sigma$  [87][44][136] (également appelé efficacité de rayonnement ou indice de rayonnement). La puissance rayonnée par la plaque dans le fluide s'exprime alors par :

$$\langle \bar{P}_{ray} \rangle = \Omega \eta_{ray} \langle \bar{E}_1 \rangle = \sigma \rho c_0 ab \langle \bar{S}_{vv} \rangle \quad (3.37)$$

où  $\rho$  et  $c_0$  sont la masse volumique et la célérité acoustique dans le fluide respectivement. Le facteur d'amortissement par rayonnement se définit donc par  $\eta_{ray} = \sigma \rho c_0 / (\rho_p h_p)$ .

La puissance injectée à  $S_1$  par le fluide s'écrit finalement :

$$\langle \bar{P}_{inj} \rangle = \Omega \eta ab M \langle \bar{S}_{vv} \rangle \quad (3.38)$$

où  $\eta = \eta_p + \eta_{ray}$ . L'évaluation de la puissance injectée à la plaque par la CLT passe donc par le calcul de la densité spectrale moyenne de vitesse de la plaque découplée des autres sous-systèmes structure.

Nous proposons dans ce qui suit deux approches pour ce calcul, toutes deux basées sur l'interprétation de l'excitation par un champ d'ondes planes (comme au paragraphe 3.3.2), et sur des hypothèses simplificatrices adaptées aux hautes fréquences. Dans ces deux approches, nous considérons une plaque plane seule et l'effet du fluide sur la plaque est pris en compte par une masse volumique équivalente  $\rho_{eq}$  et un facteur de perte équivalent  $\eta_{eq}$ . Ces paramètres sont obtenus pour des fréquences en dessous de la fréquence de coïncidence acoustique et en considérant une plaque chargée par un fluide lourd infini [142].

$$\rho_{eq} = \rho_p \left( 1 + \frac{\rho}{\rho_p h_p \sqrt{k_f^2 - k_0^2}} \right) \quad (3.39)$$

$$\eta_{eq} = \eta_p + \frac{\rho c_0}{\omega \rho_{eq} h_p} \sigma$$

où  $k_0$  est le nombre d'onde acoustique, et  $k_f$  est le nombre d'onde de flexion naturelle de la plaque à vide. Ces paramètres  $\rho_{eq}$  et  $\eta_{eq}$  sont définis par bandes de fréquence, et seront calculés dans notre cas aux fréquences centrales des bandes de tiers d'octave.

Le facteur de rayonnement  $\sigma$  peut être calculé à partir de différents modèles, notamment ceux de Maidanik [87], Davies [39] puis Leppington *et al.* [78]. Nous nous basons ici sur les travaux de Zhang *et al.* [142] qui privilégient le modèle de Leppington dans le cas d'une plaque chargée par un fluide lourd :

$$\sigma = \frac{a + b}{\pi k_{f;eq} ab \sqrt{\mu^2 - 1}} \left( \ln \left( \frac{\mu + 1}{\mu - 1} \right) + \frac{2\mu}{\mu^2 - 1} \right) \quad (3.40)$$

où  $\mu = k_{f;eq}/k_0$ , et  $k_{f;eq} = \sqrt{\omega \sqrt{\rho_{eq} h_p / D}}$ .

La puissance injectée avec la prise en compte de l'effet du fluide sur la plaque se réécrit donc finalement :

$$\langle \bar{P}_{inj} \rangle = \Omega \eta_{eq} ab \rho_{eq} h_s \langle \bar{S}_{vv} \rangle \quad (3.41)$$

### 3.4.2. Calcul de la réponse vibratoire moyenne sur une plaque finie

#### 3.4.2.1. Mise en équations

Dans ce premier calcul, on se base sur l'expression du spectre de vitesse en considérant l'excitation comme étant un champ d'ondes planes généralisées.

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) \tilde{H}_v^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \quad (3.42)$$

La fonction de sensibilité  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  correspond à la fonction de transfert en vitesse au point  $\mathbf{x}$  de la structure pour une excitation par une onde plane de nombre d'onde  $\mathbf{k}$ , et  $\tilde{H}_v^*(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  est son conjugué.

Pour calculer  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ , nous partons de la décomposition modale de la vitesse de la plaque  $v(\mathbf{x}, \omega)$  en  $\mathbf{x} = (x, z)$  et à la pulsation  $\omega$  :

$$v(\mathbf{x}, \omega) = \sum_m \sum_n w_{mn}(\mathbf{x}) a_{mn}(\omega) \quad (3.43)$$

où  $a_{mn}(\omega)$  est l'amplitude de la vitesse modale et  $w_{mn}(\mathbf{x})$  est la déformée propre du mode d'indices  $(m, n)$ .

Notons que dans ce cas, la base modale est calculée en fonction des paramètres équivalents de la plaque  $\rho_{eq}$  et  $\eta_{eq}$ , définis par bandes de tiers d'octave pour prendre en compte l'effet du fluide sur la plaque. Dans le cas d'une plaque simplement supportée sur ses quatre bords, la déformée propre du mode d'indices  $(m, n)$  s'exprime par :

$$w_{mn}(x, z) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{b}\right) \quad (3.44)$$

L'amplitude de la vitesse modale se calcule en introduisant l'expression (3.43) dans l'équation du mouvement de Love-Kirchhoff et avec la propriété d'orthogonalité des modes propres. En considérant une dépendance temporelle en  $e^{j\omega t}$ ,  $a_{mn}(\omega)$  s'écrit :

$$a_{mn}(\omega) = \frac{j\omega F_{mn}}{M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_{eq}\omega\omega_{mn})} \quad (3.45)$$

avec  $\omega_{mn}$  les pulsations propres et  $M_{mn}$  la masse modale donnée par :

$$M_{mn} = \rho_{eq} h_p \int_{\Sigma_p} w_{mn}(\mathbf{x})^2 dS = \rho_{eq} h_p \frac{ab}{4} \quad (3.46)$$

$F_{mn}$  désigne la force modale imposée à la paroi. Lorsque l'excitation est associée à une onde plane de nombres d'onde  $\mathbf{k}$ ,  $F_{mn}$  est donnée par

$$F_{mn} = \int_{\Sigma_p} e^{j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} w_{mn}(\tilde{\mathbf{x}}) d\tilde{\mathbf{x}} \quad (3.47)$$

On peut relier cette force modale à la transformée de Fourier spatiale de la déformée modale (supposée nulle en dehors de la plaque) et on définit la fonction  $\tilde{w}_{mn}(\mathbf{k}) = F_{mn}$ . La fonction de sensibilité  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  en réponse à une excitation par une onde plane de nombre d'onde  $\mathbf{k}$  s'exprime donc par :

$$\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \sum_m \sum_n w_{mn}(\mathbf{x}) \tilde{w}_{mn}(\mathbf{k}) \frac{j\omega}{M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_{eq}\omega\omega_{mn})} \quad (3.48)$$

Lorsque cette expression est intégrée dans (3.42), le spectre de vitesse en  $\mathbf{x}$  se reformule par :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_m \sum_n \sum_p \sum_q \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) H_{mn}(\omega) H_{pq}^*(\omega) \cdot w_{mn}(\mathbf{x}) w_{pq}^*(\mathbf{x}) \cdot \tilde{w}_{mn}(\mathbf{k}) \tilde{w}_{pq}^*(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (3.49)$$

avec  $H_{mn}(\omega) = j\omega / [M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_{eq}\omega\omega_{mn})]$ . Cette expression se simplifie enfin en faisant la moyenne spatiale et en reprenant la propriété d'orthogonalité des modes :

$$\bar{S}_{vv}(\omega) = \frac{1}{16\pi^2} \sum_m \sum_n |H_{mn}(\omega)|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) |\tilde{w}_{mn}(\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k} \quad (3.50)$$

$\bar{S}_{vv}(\omega)$  peut être calculé par cette formulation en considérant que les fonctions  $\tilde{w}_{mn}(\mathbf{k})$  peuvent être calculées à partir des expressions analytiques des déformées propres pour le cas de la plaque plane appuyée (Eq. (3.44)). On a alors :

$$|\tilde{w}_{mn}(k_x, k_z)|^2 = |A_m(k_x)|^2 |A_n(k_z)|^2 \quad (3.51)$$

avec :

$$\begin{aligned} |A_m(k_x)| &= -\frac{k_m}{k_m^2 - k_x^2} [e^{jk_x a} \cos(k_m a) - 1] \\ |A_n(k_z)| &= -\frac{k_n}{k_n^2 - k_z^2} [e^{jk_z b} \cos(k_n b) - 1] \end{aligned} \quad (3.52)$$

### 3.4.2.2. Simplification par hypothèse sur l'excitation

Nous avons pu voir précédemment que la sensibilité de la réponse vibro-acoustique à la région des hauts nombres d'onde diminue lorsque la fréquence augmente et reste globalement très

faible en raison du filtrage par la structure. On reprend ici l'hypothèse selon laquelle seule la zone des bas nombres d'onde contribue à la réponse vibro-acoustique en hautes fréquences. En allant plus loin, cette contribution peut être limitée aux nombres d'onde modaux  $k_m = m\pi/a$  et  $k_n = n\pi/b$ , et l'interspectre de fluctuations de pression  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega) = \Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega)$  peut être approché par  $\Phi_{pp}(k_m, k_n, \omega)$  :

$$\bar{S}_{vv}(\omega) \approx \frac{1}{16\pi^2} \sum_m \sum_n |H_{mn}(\omega)|^2 \Phi_{pp}(k_m, k_n, \omega) \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{w}_{mn}(\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k} \quad (3.53)$$

Par ailleurs, les modes résonants de la plaque, qui ont une forte contribution à la réponse vibro-acoustique, ont des nombres d'onde modaux  $\sqrt{k_m^2 + k_n^2}$  proches du nombre d'onde de flexion équivalent de la plaque  $k_{f;eq}$ . On fait alors l'hypothèse que :

$$\Phi_{pp}(k_m, k_n, \omega) \approx \Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega) \quad \forall(m, n) \quad (3.54)$$

Par ces hypothèses et en utilisant l'égalité de Parseval  $\left(\frac{1}{4\pi^2}\right) \int_{\infty} |\tilde{w}_{mn}(\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k} = \int_{\Sigma_p} |w_{mn}(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x}$ , le spectre de vitesse moyenné spatialement peut se réécrire :

$$\bar{S}_{vv}(\omega) \approx \frac{ab}{16} \Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega) \sum_m \sum_n |H_{mn}(\omega)|^2 \quad (3.55)$$

Le spectre de vitesse  $\langle \bar{S}_{vv} \rangle$  moyenné spatialement et par bande de fréquence de pulsation centrale  $\Omega$  et de largeur  $2\Delta$  s'écrit enfin :

$$\langle \bar{S}_{vv} \rangle \approx \frac{ab}{16} \frac{1}{2\Delta} \int_{\Omega-\Delta}^{\Omega+\Delta} \Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega) \cdot \sum_m \sum_n |H_{mn}(\omega)|^2 d\omega \quad (3.56)$$

Par cette simplification, l'intégration sur l'espace des nombres d'onde est évitée ce qui doit permettre de diminuer significativement le temps de calcul. Cette hypothèse peut cependant avoir une influence sur la réponse vibro-acoustique, et nous nous proposons dans ce qui suit d'étudier la sensibilité de la réponse à ce raisonnement.

### 3.4.2.3. Application – Etude de sensibilité de l'hypothèse simplificatrice sur l'excitation

Les deux calculs correspondant aux expressions (3.50) et (3.55) sont appliqués à notre cas de la plaque plane bafflée excitée par une CLT en eau. L'effet de filtrage par la structure est tout d'abord illustré en Figure 3.28. La fonction  $A_m(k_x)$  (Eq. (3.51)) pour le mode d'indice  $m = 6$  est tracé, ainsi que les interspectres de fluctuations de pression correspondant à chacun des calculs et à  $f = 500 \text{ Hz}$ . Notre choix s'est porté sur le modèle de Chase pour calculer l'excitation dans cette partie car les niveaux donnés par ce modèle diminuent lorsque  $k_x$  est proche de zéro, ce qui est susceptible d'augmenter l'influence de l'hypothèse faite Eq. (3.54) (i.e.  $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) \approx \Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$ ) par rapport au modèle de Corcos. Les deux interspectres avec et sans cette hypothèse sont représentés en Figure 3.28 b. dans le plan  $k_z = 0$  et l'on observe bien la sous-estimation du spectre dans les

hauts nombres d'onde, et la légère surestimation dans les bas nombres d'onde lorsqu'on considère  $\Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$ .

Le produit de  $|A_m(k_x)|^2$  et de  $\Phi_{pp}(k_x, 0, \omega)$  en Figure 3.28 c. montre l'effet de la région du pic de convection dans les hauts nombres d'onde, qui est diminué par rapport aux bas nombres d'onde du fait du filtrage par la structure à cette fréquence. En comparaison, le cas où l'on prend  $\Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$  sous-estime le spectre dans cette région, et le surestime légèrement dans les bas nombres d'onde.

La Figure 3.29. a. compare les spectres de vitesse moyennés spatialement  $\bar{S}_{vv}(\omega)$  obtenus par les deux approches, avec ou sans l'hypothèse de l'équation (3.54) au résultat obtenu par la méthode des réalisations d'ondes planes décorréliées. Notons que pour le cas sans hypothèse, on considère  $k_{max} = 3k_{fc}$  et  $\delta k = 15 m^{-1}$  dans chaque direction  $x$  et  $z$ . On observe tout d'abord que les résonances ne sont pas en accord avec le calcul par réalisations d'ondes planes, ce qui s'explique par le fait que les résonances ne sont plus calculées par PTF comme précédemment, mais à partir des paramètres équivalents  $\rho_{eq}$  et  $\eta_{eq}$  par bandes de fréquence. Ce calcul décale les résonances vers les basses fréquences mais ne permet pas de retrouver précisément les résonances de la plaque sous chargement calculées auparavant.

Nous indiquons dans le Tableau 3.4 le nombre de modes par bandes de tiers d'octave, calculés à partir des paramètres  $\rho_{eq}$  et  $\eta_{eq}$  par bande de fréquence (i.e. les valeurs aux fréquences centrales des bandes de tiers d'octave). Ces valeurs sont indicatives à  $\pm 1$  mode, les fréquences de résonances variant légèrement en fonction des valeurs de  $\rho_{eq}$  et de  $\eta_{eq}$ , mais permettent de savoir si le nombre de modes est suffisant pour appliquer la SEA. D'après le Tableau 3.4, on peut dire que la densité modale est suffisamment élevée à partir de 500 Hz. On constate en effet qu'à partir de cette fréquence en Figure 3.29 a., les résonances ne sont plus discernables.

Nous observons par ailleurs toujours en Figure 3.29 que les niveaux sont en très bon accord entre les calculs avec et sans hypothèse et la méthode par réalisations d'ondes planes décorréliées. Les petits écarts entre les calculs de  $\bar{S}_{vv}(\omega)$  avec et sans l'hypothèse de l'équation (3.54) sont dus aux différences entre les interspectres de pression pariétale pris en compte. Ces écarts restent très faibles, ce qui nous permet de dire que l'hypothèse du niveau constant de l'interspectre de pression pariétale à  $\Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$  peut être appliquée lorsque  $f \gg f_{hyd}$  où  $f_{hyd}$  est la fréquence de coïncidence hydrodynamique.

En outre les temps CPU représentés en fonction de la fréquence en Figure 3.29 b. montrent que les calculs sur la plaque finie avec et sans l'hypothèse  $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) \approx \Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$  permettent une diminution significative du temps de calcul. Le calcul avec l'hypothèse est en particulier quasi-instantané, l'intégration sur les nombres d'onde étant évitée.

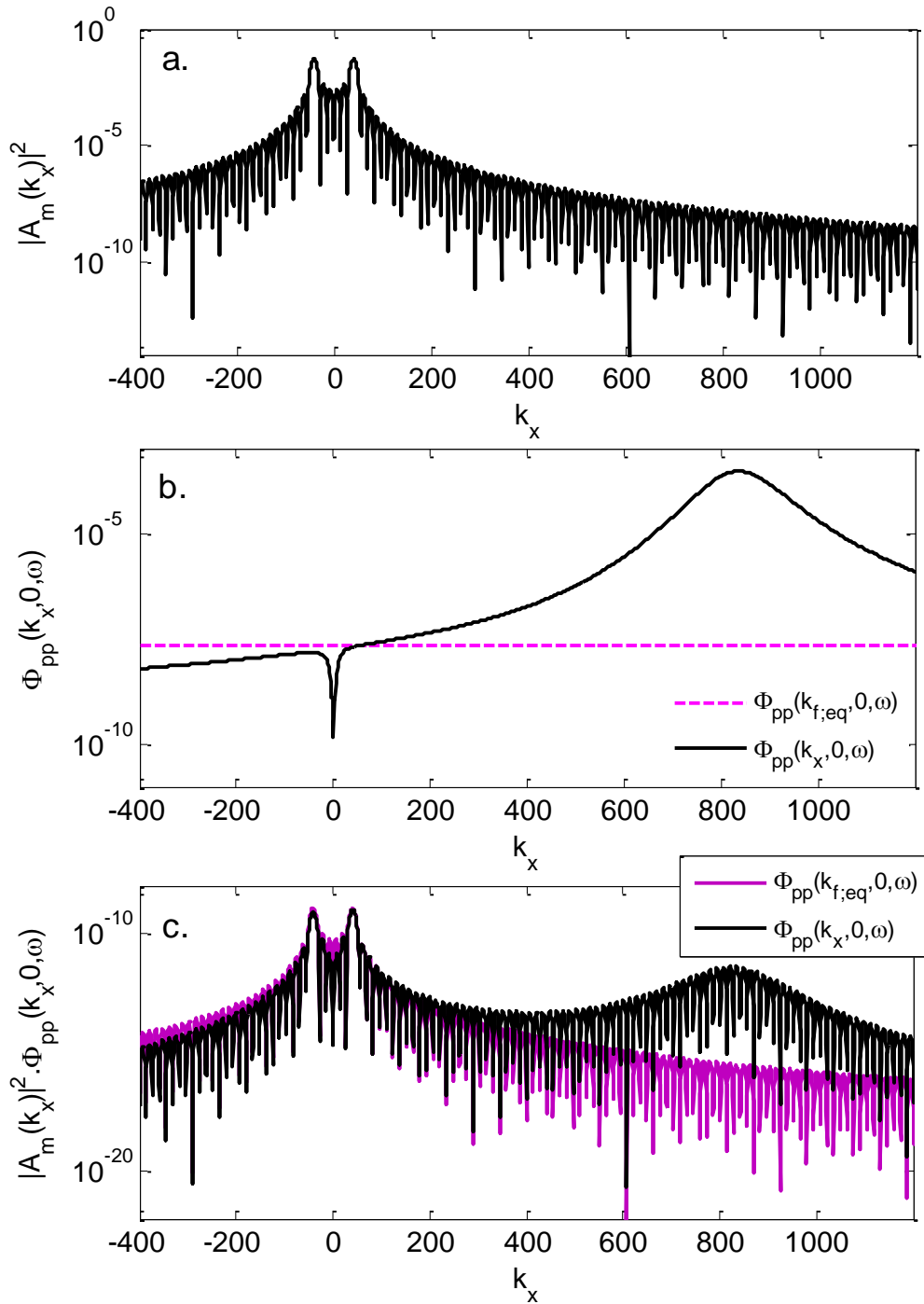


Figure 3.28 : a. : Fonction  $|A_m(k_x)|^2$  pour le mode  $m = 6$ ,  $k_m \cong 41m^{-1}$ . b. : Interspectre de fluctuations de pression (modèle de Chase 1987), comparaison entre  $\Phi_{pp}(k_x, 0, \omega)$  et  $\Phi_{pp}(k_f, eq, 0, \omega)$  à  $f = 500$  Hz. c. :  $|A_m(k_x)|^2 \Phi_{pp}(k_x, 0, \omega)$ .



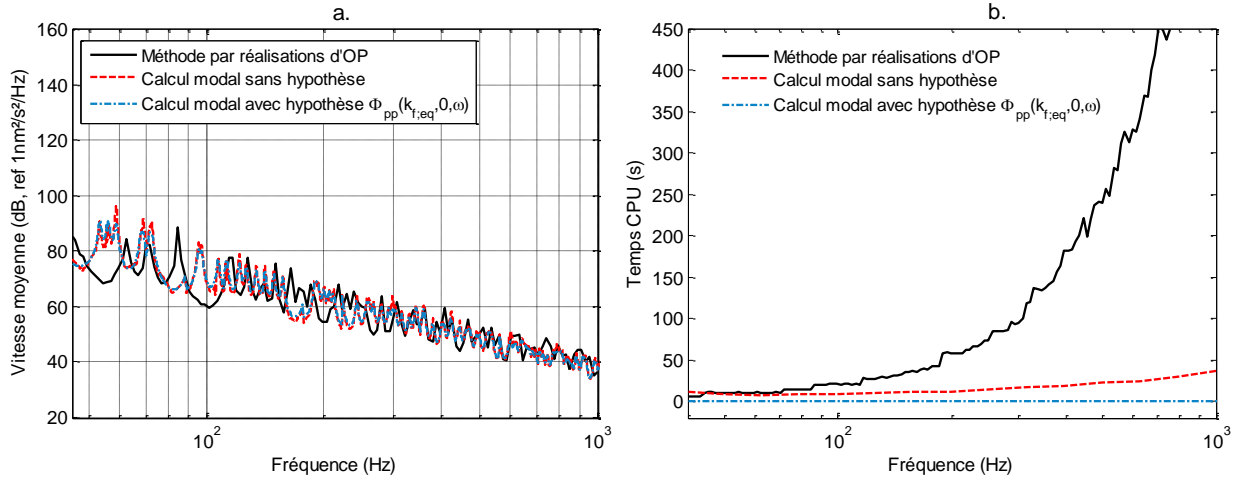


Figure 3.29 : Comparaison entre les calculs simplifiés avec et sans l'hypothèse  $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) \approx \Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$ , et le calcul PTF par méthode des réalisations d'ondes planes décorréelées. Excitation calculée avec le modèle de Chase. a. :Vitesse moyenne de la plaque ; b. : Temps CPU par fréquence.

Fréquence centrale (Hz)	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000
Nombre de modes	3	2	6	5	7	7	9	12	15	17

Tableau 3.4 : Nombre de modes par bandes de tiers d'octave.

### 3.4.3. Calcul de la réponse vibratoire sur une plaque infinie

#### 3.4.3.1. Mise en équations

Une seconde approche est présentée dans cette partie pour le calcul de la réponse vibratoire moyenne, qui se base sur l'hypothèse de la plaque infinie. En reprenant l'hypothèse selon laquelle l'interspectre est égal à  $\Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$ , on peut écrire :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \frac{1}{4\pi^2} \Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega) \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 d\mathbf{k} \quad (3.57)$$

Nous cherchons ici à calculer l'intégrale des fonctions de sensibilité  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  dans l'espace des nombres d'onde. Pour cela nous reprenons le formalisme de la méthode par réciprocity (partie 3.3.3), ce qui permet d'interpréter  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  comme la réponse de la structure dans l'espace des nombres d'onde lorsqu'elle est excitée par une force ponctuelle en  $\mathbf{x}$ .

Pour déterminer cette fonction de transfert, nous écrivons l'équation du mouvement de Love-Kirchhoff dans l'espace des nombres d'onde en y introduisant l'hypothèse de la plaque infinie :

$$(D^*[k_x^4 + 2k_x^2k_z^2 + k_z^4] - \rho_{eq}h_p\omega^2)w(k_x, k_z, \omega) = F_0\delta(x, z) \quad (3.58)$$

où  $D^* = D(1 + j\eta_p)$  est la rigidité de flexion comprenant l'amortissement interne de la structure. La force  $F_0\delta(x, z)$ , qui peut être appliquée en n'importe quel point, est imposée en  $(x, z) = (0, 0)$ , et son amplitude  $F_0$  est prise à l'unité. La réponse en vitesse dans l'espace des nombres d'onde s'écrit alors :

$$\tilde{H}_v(0, k_x, k_z, \omega) = \frac{j\omega}{D^*(k_x^2 + k_z^2)^2 - \omega^2\rho_{eq}h_p} \quad (3.59)$$

Le calcul, que nous détaillons dans l'Annexe D, permet ensuite d'obtenir une formulation simple de la vitesse moyenne  $\bar{S}_{vv}(\omega)$  en intégrant l'expression (3.59) sur les nombres d'onde et en supposant que l'énergie de la réponse de la structure est majoritairement située au nombre d'onde  $k_{f,eq}$ .

On obtient l'expression suivante en considérant les paramètres équivalents par bandes de fréquence  $\rho_{eq}$ ,  $\eta_{eq}$  et  $k_{f,eq}$  pour prendre en compte l'effet du fluide sur la plaque :

$$\langle \bar{S}_{vv} \rangle \approx \frac{\Phi_{pp}(k_{f,eq}, 0, \Omega)}{8M_{eq}\sqrt{M_{eq}D}\eta_{eq}\Omega} \quad (3.60)$$

où  $M = \rho_{eq}h_p$ . Cette méthode combine ainsi plusieurs hypothèses simplificatrices pour aboutir à une formulation simple de la vitesse moyenne de la plaque par bandes de fréquence. Cette expression peut ensuite être substituée dans l'équation (3.41) qui donne les niveaux de puissance injectée à la structure par la CLT par bandes de fréquence.

### 3.4.3.2. Application – Comparaison des méthodes

Nous comparons ici les puissances injectées calculées à partir de la vitesse moyenne  $\bar{S}_{vv}(\omega)$  obtenue soit par l'approche sur la plaque finie, soit par l'approche sur la plaque infinie. Nous rappelons l'expression de la puissance injectée en fonction des paramètres équivalents :

$$\langle \bar{P}_{inj} \rangle = \Omega\eta_{eq}ab\rho_{eq}h_p\langle \bar{S}_{vv} \rangle \quad (3.61)$$

Les niveaux de puissance injectée donnés par ces calculs sont comparés en Figure 3.30, et sont globalement en bon accord.

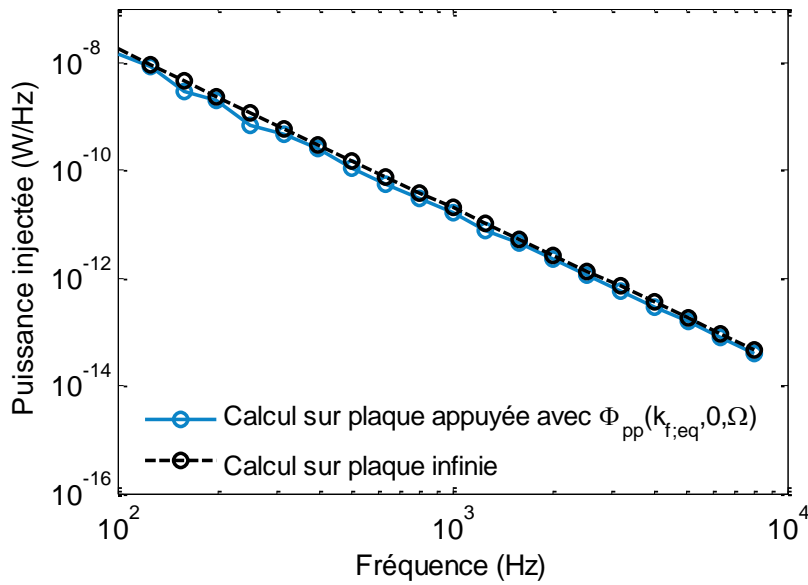


Figure 3.30 : Puissance injectée au sous-système  $S_1$  par la CLT. Comparaison entre les méthodes de calcul.

On compare enfin les niveaux de pression rayonnée obtenus par la méthode PTF et ceux obtenus par les calculs simplifiés de  $\langle \bar{S}_{vv} \rangle$  et l'approximation en ondes planes en champ lointain. Par cette approximation on peut écrire :

$$\langle P_{ray} \rangle = \frac{\langle \bar{S}_{pp} \rangle}{\rho c_0} \Sigma_{\frac{1}{2}sphère} \quad (3.62)$$

où  $\langle \bar{S}_{pp} \rangle$  est le spectre de pression rayonnée moyenne et  $\Sigma_{\frac{1}{2}sphère}$  est la surface de la demi-sphère. On en déduit ainsi les spectres de pression rayonnée à partir des expressions (3.35) et (3.36).

Les résultats représentés en Figure 3.31 montrent que les calculs permettent bien de retrouver les tendances principales de la pression rayonnée sur une demi-sphère de rayon 100m. Les écarts sont globalement inférieurs à 3 dB par rapport au calcul PTF et aux fréquences supérieures à 500 Hz, dans la gamme d'applicabilité du modèle SEA. Aux fréquences plus basses, les différences peuvent a priori être attribuées à la densité modale trop faible d'une part, et à l'influence des hypothèses sur l'interspectre de fluctuations de pression et les nombres d'onde prépondérants.

En conclusion deux calculs ont été proposés pour estimer la puissance injectée SEA dans une structure par une couche limite turbulente. Ces deux calculs, avec l'hypothèse simplificatrice selon laquelle l'excitation peut être ramenée à  $\Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$ , donnent des résultats très satisfaisants en « hautes fréquences » (et pour des fréquences en dessous de la fréquence de coïncidence acoustique) tout en ayant des temps de calcul très courts (à partir des expressions analytiques (3.56) et (3.60)). La deuxième méthode sur plaque infinie est notamment plus rapide et facile à mettre en œuvre du fait qu'il n'y a pas de base modale à calculer. Ces calculs peuvent aisément être utilisés dans le développement de modèles SEA de structures navales, en gardant à l'esprit que les approximations sont valables pour des structures simples (sans raidisseurs par exemple).

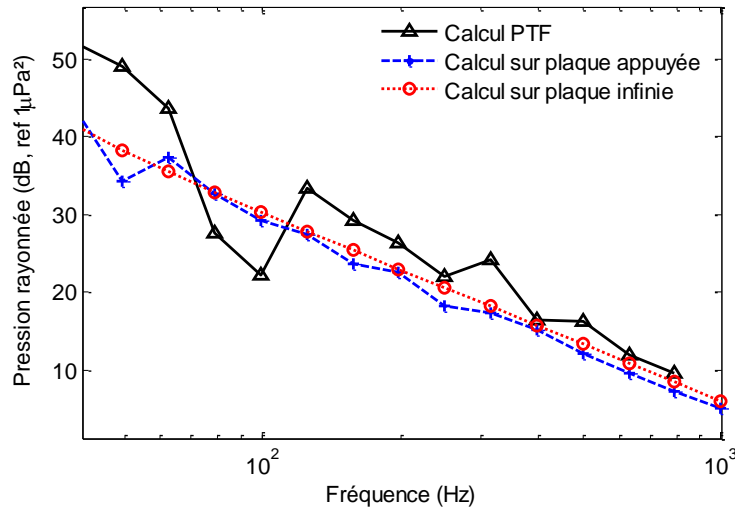


Figure 3.31 : Niveaux de pression rayonnée par bandes de fréquence, moyennés sur une sphère de rayon  $R = 100m$  ; Comparaison entre le calcul PTF et les calculs sur plaque appuyée et sur plaque infinie.

### 3.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons pu étudier différentes méthodes pour introduire l'excitation par une couche limite dans des modèles vibro-acoustique. Ces méthodes ont été comparées sur un cas test composé d'une plaque plane bafflée appuyée sur ses quatre bords et excitée par une CLT en eau, supposée homogène sur toute la structure. Elles sont développées à partir des formulations classiques des réponses vibro-acoustiques de la structure excitée par une CLT vues dans le Chapitre 1.

Quatre de ces méthodes sont adaptées à un modèle vibro-acoustique comme par exemple celui obtenu avec la méthode PTF appliquée au cas test. La plus évidente est la méthode spatiale, qui consiste à introduire l'excitation par une distribution de forces ponctuelles suffisamment fine pour décrire les décroissances de corrélations spatiales des pressions fluctuantes. L'étude de cette méthode nous a montré qu'un critère de résolution spatiale  $\delta x = U_c/3f$  basé sur la vitesse de convection  $U_c$  permet la convergence des réponses vibro-acoustiques. Cette méthode se révèle cependant coûteuse en espace mémoire et en temps de calcul lorsque la fréquence augmente, du fait du grand nombre de points d'excitation à considérer.

La deuxième approche est basée sur les expressions des réponses vibro-acoustiques par intégration sur les nombres d'onde. Les fonctions de sensibilité  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$ , correspondant aux fonctions de transfert dans l'espace des nombres d'onde, sont calculées en interprétant l'excitation comme un champ d'ondes planes généralisées. Dans un souci d'optimisation du coût numérique de la méthode, nous avons réalisé une étude de sensibilité de la réponse vibro-acoustique à la contribution hydrodynamique de l'excitation. L'effet de filtrage de l'excitation par la structure a ainsi pu être observé, et nous avons pu établir que l'influence du pic de convection sur les niveaux vibratoire reste faible et diminue rapidement à mesure que la fréquence augmente et que le pic de convection s'éloigne des bas nombres d'onde. Cette méthode présente donc un grand intérêt par la réduction significative du temps de calcul et de l'espace mémoire nécessaire. Toutefois une

limitation de cette approche appliquée à la méthode PTF porte sur le nombre de pavés considérés dont la taille est conditionnée par les nombres d'onde des ondes planes excitatrices, ce qui augmente le temps nécessaire au calcul des PTF.

La troisième méthode dite par réciprocité onde-point, consiste à interpréter les fonctions de sensibilité  $\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)$  comme la réponse de la plaque dans l'espace des nombres d'onde lorsqu'elle est excitée par une force au point  $\mathbf{x}$ . Cette méthode évite ainsi d'une part l'augmentation du nombre de pavés liée à la quantité d'ondes planes, et d'autre part le nombre de cas de chargement trop élevé de la méthode spatiale. Le temps de calcul se trouve ainsi largement diminué par rapport à la méthode par ondes planes. Cependant un calcul ne permet d'avoir les niveaux vibratoires ou en pression rayonnée que localement, et la répétition du processus est nécessaire pour obtenir les niveaux moyens.

La dernière approche consiste à représenter l'excitation par des réalisations d'ondes planes décorréelées, c'est-à-dire auxquelles sont associées des phases aléatoires et donc les amplitudes correspondent à l'interspectre  $\Phi_{pp}(\mathbf{k}, \omega)$ . Cette méthode permet de limiter le nombre de chargements au nombre de réalisations d'ondes planes, qui se révèle être peu élevé pour une convergence satisfaisante. Le nombre de cas de chargement, égal au nombre de réalisations d'ondes planes, est donc réduit ce qui permet de diminuer légèrement le temps CPU, et ce qui en fait une méthode d'intérêt pour nos applications.

Par ailleurs pour les modélisations hautes fréquences par la méthode SEA, nous avons évalué la puissance injectée dans la structure par une CLT homogène. Deux calculs, l'un sur une plaque finie, l'autre sur une plaque infinie, ont été proposés et ont donné des résultats très proches. On a pu valider sur le cas test les hypothèses qui ont permis d'aboutir à une expression analytique de la puissance injectée en fonction de l'interspectre en fréquence-nombres d'onde des fluctuations de pression, pour lequel de nombreux modèles existent dans la littérature. Les hypothèses de ces calculs limitent les applications à des cas de structure simple (par exemple le comportement vibratoire d'une structure raidie ne pourra pas être décrit correctement), mais leurs avantages résident dans le fait que les temps de calcul sont très courts et les calculs peuvent se mettre facilement en œuvre.

## Chapitre 4

# Prise en compte de l'évolution spatiale de l'excitation hydrodynamique dans le calcul vibro-acoustique

Nous avons pu voir dans le Chapitre 2 que l'évolution spatiale de la CLT peut engendrer des variations significatives des niveaux des spectres de fluctuations de pression à la paroi. Malgré cela le champ de pression pariétale considéré dans les modèles vibro-acoustiques est généralement supposé homogène spatialement. Nous nous intéressons dans ce chapitre aux moyens de prendre en compte les variations de l'excitation hydrodynamique dans le calcul de la réponse vibro-acoustique de la structure, à partir des méthodes d'introduction de l'excitation développées dans le Chapitre 3. En décomposant la surface de la structure en zones d'excitation, les paramètres peuvent être modifiés le long la paroi aussi bien dans les méthodes adaptées aux modèles vibro-acoustiques déterministes que dans les méthodes adaptées à la SEA.

Ces solutions sont étudiées dans le cas d'un écoulement turbulent en eau sur un profil de massif de sous-marin. Nous présentons dans un premier temps la configuration de l'écoulement et la modélisation de l'excitation hydrodynamique. Les méthodes pour introduire l'excitation dans le modèle vibro-acoustique sont ensuite testées sur ce cas en considérant d'abord une excitation homogène qui servira de référence et permettra de comparer les différentes approches entre elles. Les méthodes vibro-acoustiques par zones d'excitation seront ensuite mises œuvre et l'influence des hypothèses nécessaires à la décomposition en zones d'excitation sera étudiée, ainsi que l'influence de la variation spatiale de la CLT sur la réponse vibro-acoustique.

### 4.1. Etude d'un écoulement sur le profil d'un massif de sous-marin : Modélisation de l'excitation hydrodynamique

Le cas d'étude est un écoulement en eau sur un profil de massif de sous-marin, représenté en Figure 4.1, et de longueur  $9.22\text{ m}$ . L'écoulement a une vitesse  $U_i = 5\text{ m/s}$  en entrée et se développe sur la structure, donnant lieu à un gradient de pression défavorable sur la majeure partie du profil, comme illustré en Figure 4.1 avec le coefficient de pression  $C_p$ .

Le choix de cette configuration a été fait de manière à traiter un cas proche des applications navales auxquelles on s'intéresse. De manière plus générale, la géométrie du cas d'étude choisi entraîne une évolution spatiale de la couche limite suffisamment marquée pour pouvoir étudier son influence sur la réponse vibro-acoustique de la structure. Le gradient de pression statique majoritairement adverse présent dans l'écoulement rejoint en outre la configuration de CLT que l'on retrouve fréquemment dans d'autres applications industrielles.

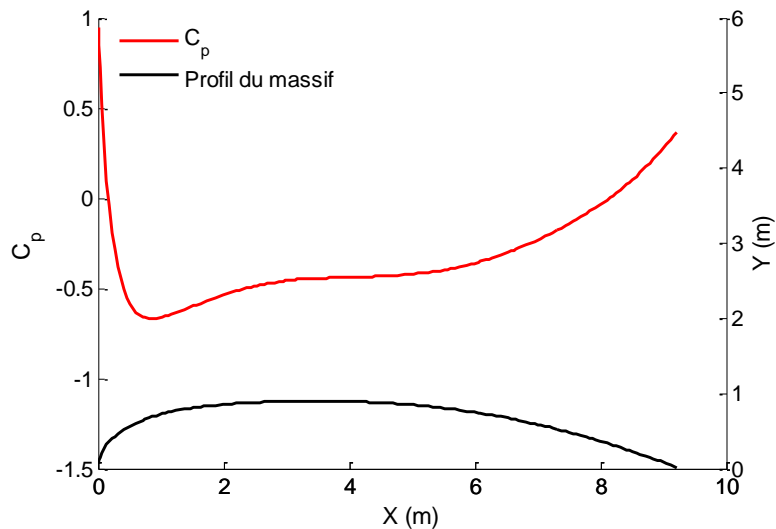


Figure 4.1 : Coefficient de pression le long du profil de massif de sous-marin.

#### 4.1.1. Ecoulement moyen

Les paramètres de CLT sont calculés sur un modèle en deux dimensions en deux étapes : un calcul d'écoulement non visqueux est d'abord effectué avec le code Fluent donnant la pression statique et la vitesse moyenne, qui sont ensuite injectées dans un calcul RANS utilisant le modèle de turbulence à longueur de mélange, effectué avec le code de couches limites 3C3D. Un taux de turbulence est imposé à 0.5% avec une transition forcée au point d'arrêt.

Certains paramètres obtenus par ce calcul sont tracés en Figure 4.2 en fonction de  $x$  la coordonnée longitudinale : vitesse extérieure à la couche limite  $U_e$ , épaisseur de couche limite  $\delta$ , gradient de pression statique et paramètre de Clauser  $\beta_{\delta^*}$ . L'écoulement présente une zone de forte accélération associée à une augmentation du gradient de pression du point d'arrêt jusqu'à environ  $x = 1 m$ . Dans cette zone l'écoulement subit l'impact du fluide sur la paroi et la couche limite n'est pas encore développée. La vitesse diminue ensuite progressivement le long du massif à partir de  $x = 1 m$ . La décélération est d'abord légère jusqu'à  $x = 6 m$ , et  $\beta_{\delta^*}$  reste inférieur à 0.3. La couche limite s'épaissit ensuite plus fortement en fin de profil par les effets de courbure de la paroi et du gradient de pression statique. Les valeurs de  $\beta_{\delta^*}$  augmentent également de manière significative dans cette zone en conséquence de l'augmentation de  $\delta$  et du gradient de pression, et de la diminution du frottement du fluide sur la paroi.

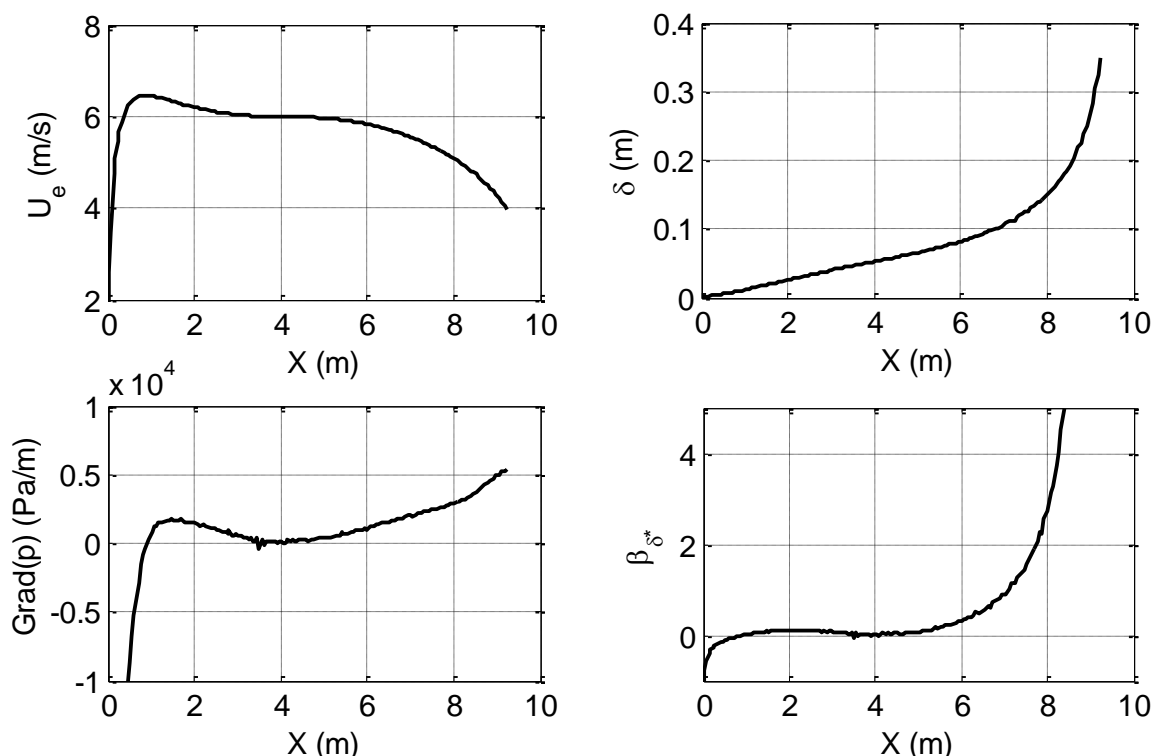


Figure 4.2 : Paramètres d'écoulement le long du profil de massif : Vitesse extérieure à la CLT  $U_e$ , épaisseur de CLT  $\delta$ , gradient de pression statique et paramètre de Clauser  $\beta_{\delta^*} = (\delta^*/\tau_w) (dp/dx)$ .

#### 4.1.2. Autospectres de fluctuations de pression pariétale

L'autospectre des fluctuations de pression pariétale est calculé avec le modèle de Rozenberg, plus adapté aux cas de gradients de pression adverses (voir Chapitre 2). On observe tout d'abord en Figure 4.3 l'évolution des niveaux des spectres le long du profil pour trois fréquences :  $f = 10 \text{ Hz}$ ,  $100 \text{ Hz}$  et  $1 \text{ kHz}$ . Dans la zone d'accélération, les niveaux augmentent rapidement avec  $x$  de la même manière que la vitesse de l'écoulement. Ils se stabilisent ensuite sur la zone à faible courbure de la paroi, pour diminuer rapidement en fin de profil à partir de  $x = 7 \text{ m}$ , où le gradient de pression est plus élevé. On distingue également différentes évolutions selon la fréquence : en basses fréquences les niveaux ont tendance à augmenter le long du massif dans la zone à faible courbure, tandis qu'ils diminuent à  $1 \text{ kHz}$ .

Le modèle de Rozenberg n'est théoriquement pas adapté aux cas de gradient de pression favorable. En pratique dans notre cas, on observe en Figure 4.4 qu'il est assez proche du modèle de Goody dans la zone d'accélération et jusqu'à  $x \sim 6 \text{ m}$ . Dans le cas du profil de massif, cette équivalence peut s'expliquer par le comportement particulier du fluide en début de profil où le nombre de Reynolds est encore faible et la couche limite très fine. Les écarts entre les spectres de Goody et Rozenberg ne sont significatifs que lorsque le gradient de pression est élevé en fin de profil, et en particulier pour les hautes fréquences. Le modèle de Rozenberg donne alors des niveaux beaucoup plus faibles, la pente de la décroissance en hautes fréquences étant plus importante que dans le modèle de Goody.



Les tendances des autospectres le long du profil se retrouvent en Figure 4.5 où sont tracés les spectres en fonction de la fréquence et en deux positions dans la zone en gradient adverse :  $x = 2 m$  et  $x = 7 m$ . Nous indiquons également les paramètres de couche limite en ces positions dans le Tableau 4.1. On retrouve le fait que le niveau augmente en fonction de  $x$  en basses fréquences, puis diminue en hautes fréquences.

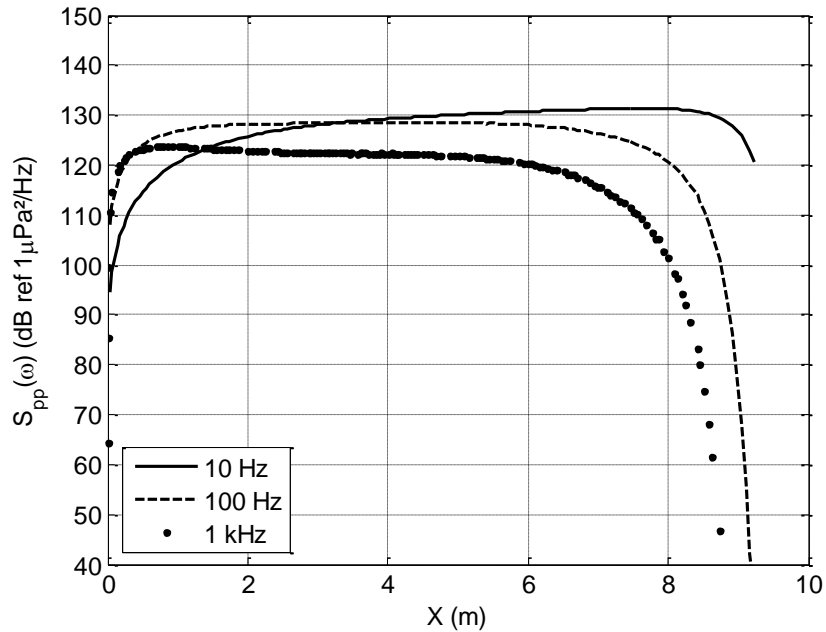


Figure 4.3 : Autospectres de fluctuations de pression le long du profil pour  $f = 10, 100$  et  $1 kHz$ .  
Modèle de Rozenberg.

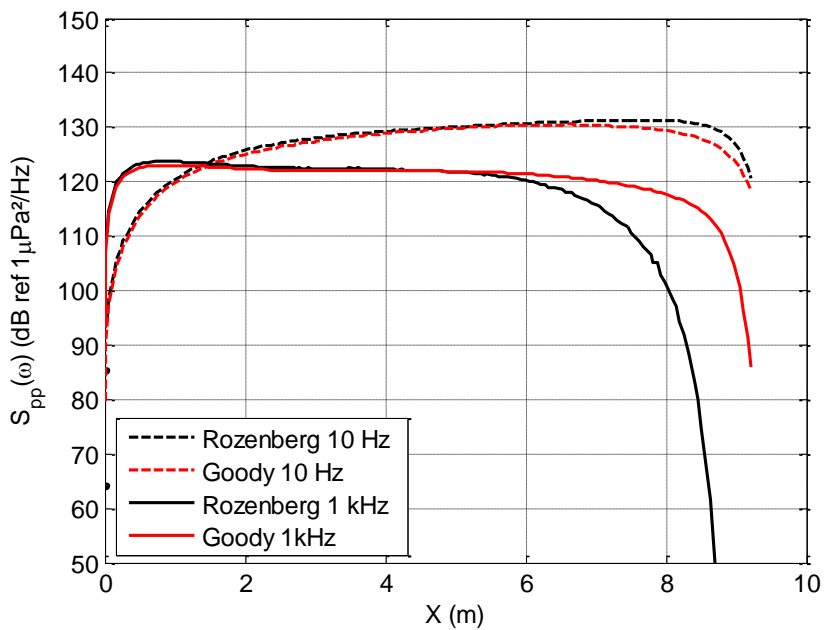


Figure 4.4 : Autospectres de fluctuations de pression le long du profil pour  $f = 10 Hz$  et  $f = 1 kHz$  ; Comparaison entre le modèle de Rozenberg et le modèle de Goody.

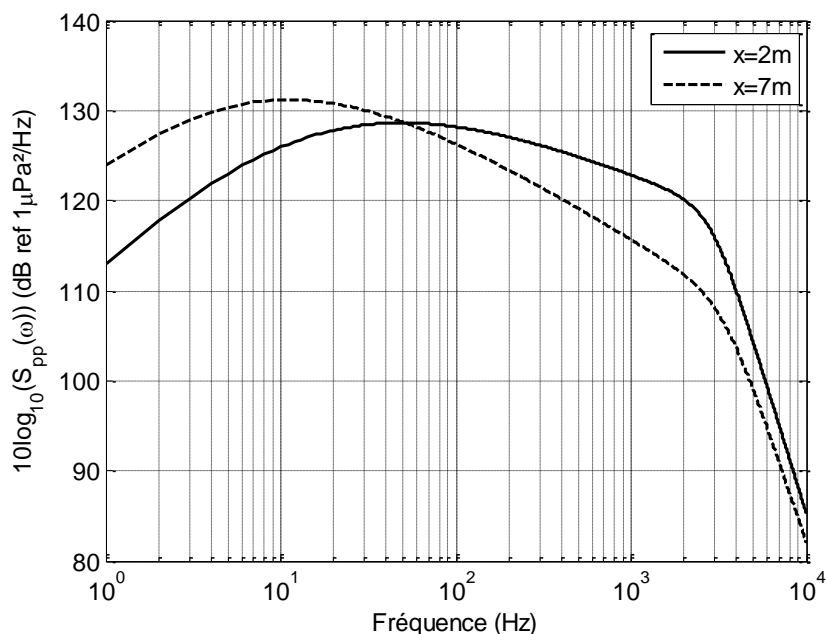


Figure 4.5 : Autospectres de fluctuations de pression en fonction de la fréquence en  $x = 2 m$  et  $x = 7 m$ . Modèle de Rozenberg.

$x$ (m)	$U_e$ (m/s)	$\delta$ (cm)	$\delta_1$ (mm)	$\tau_w$ (Pa)	$Re_\delta$	$\beta_{\delta^*}$
2	6.18	2.7	3.4	44.31	$1.64 \times 10^5$	0.10
7	5.55	10.7	12.7	28.16	$5.92 \times 10^5$	0.91

Tableau 4.1 : Paramètres d'écoulement en  $x = 2 m$  et  $x = 7 m$ .

### 4.1.3. Interspectres de fluctuations de pression pariétale

Les interspectres de fluctuations de pression sont évalués à partir de deux modèles : d'une part le modèle de Corcos [33] qui permet d'exprimer facilement l'interspectre dans l'espace physique et dans l'espace des nombres d'onde ; d'autre part le modèle de Chase 1987 [25] qui donne des niveaux plus proches des données expérimentales dans la région des bas nombres d'onde. Le modèle de Corcos sera ainsi utilisé pour comparer les méthodes d'introduction de l'excitation dans les modèles vibro-acoustiques, puis nous privilégierons le modèle de Chase pour étudier plus précisément l'influence de l'évolution de la CLT sur la réponse de la structure. Un autre intérêt de considérer ces deux modèles est de pouvoir comparer les influences de la décomposition en zones d'excitation.

Dans ce chapitre, les interspectres de fluctuations de pression sont normalisés à chaque application et leur amplitude est fixée à l'aide du modèle de Rozenberg pour l'autospectre. Les modèles sont illustrés pour  $f = 1 kHz$  en Figure 4.6 où l'on observe le décalage du pic de convection

et les écarts de niveaux dus à l'évolution de la CLT. Ces écarts vont jusqu'à 9 dB pour cet exemple entre les positions  $x = 2 m$  et  $x = 7 m$ , et sont présents en particulier dans la région des bas nombres d'onde qui jouent un rôle prépondérant lorsqu'il s'agit d'évaluer la réponse vibro-acoustique de la structure soumise à la CLT (voir partie 3.3.2.3).

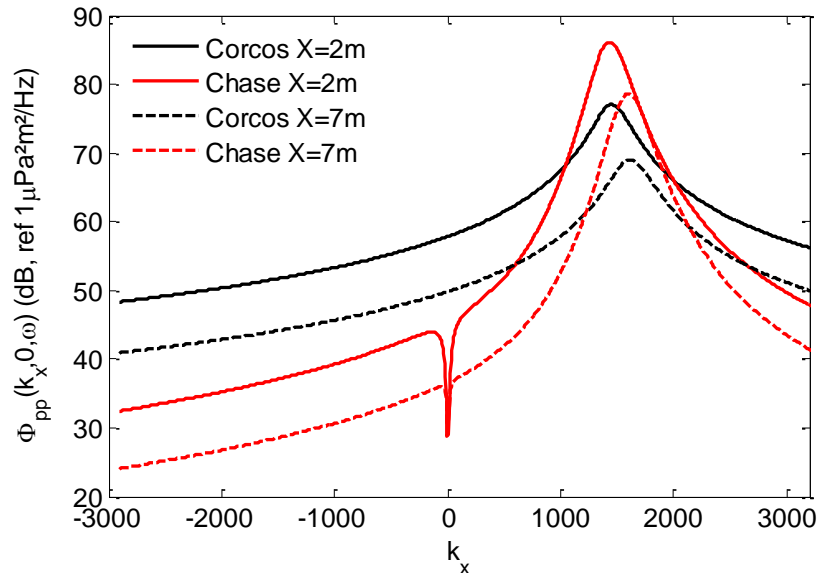


Figure 4.6 : Interspectres de fluctuations de pression pariétale calculés avec les modèles de Corcos et de Chase 1987 en  $x = 2 m$  et  $x = 7 m$  et à la fréquence  $f = 1 kHz$ .

## 4.2. Calcul vibro-acoustique déterministe avec variation de l'excitation par CLT

Dans cette partie nous reprenons les méthodes décrites dans le Chapitre 3 pour introduire l'excitation CLT dans un modèle vibro-acoustique déterministe en y intégrant la prise en compte de l'évolution spatiale de la CLT. L'objectif est de distribuer l'excitation par zones le long du profil dans le modèle vibro-acoustique, de manière à prendre en compte les variations des paramètres de CLT et les spectres de pression pariétale qui en découlent.

Les méthodes considérées dans cette étude sont la méthode spatiale, la méthode des ondes planes généralisées et la méthode des réalisations d'ondes planes décorréliées. Elles sont dans un premier temps testées sur le cas test du profil de massif de sous-marin en considérant une excitation homogène. L'adaptation de chacune de ces méthodes par décomposition du champ de fluctuations de pression en zones est ensuite détaillée. Nous verrons que cette décomposition suppose que l'on néglige l'effet des corrélations de pression entre les zones, et l'influence de cette hypothèse sera étudiée avant de faire varier l'excitation spatialement.

### 4.2.1. Définition du système vibro-acoustique

Pour simplifier les calculs vibro-acoustiques dans cette étude, nous ne considérons pas une structure réelle de massif de sous-marin, mais simplement un cas test composé d'une plaque plane en acier appuyée sur ses quatre bords et couplée à un milieu semi-infini. Les pressions fluctuantes calculées sur le profil du massif sont appliquées à cette plaque. Pour cela, la coordonnée  $y$  du profil est donc ramenée à zéro pour toute valeur de  $x$ .

La plaque a pour dimensions  $a = 9.22 \text{ m}$  et  $b = 1 \text{ m}$  selon  $x$  et  $z$  respectivement et une épaisseur  $h_p = 5 \text{ mm}$ . Les caractéristiques de la plaque sont résumées dans le Tableau 4.2. Dans les calculs effectués dans cette partie, l'effet de masse ajoutée est pris en compte par le calcul des résonances de la structure chargée par le fluide lourd (voir Annexe C), et le rayonnement acoustique est décrit par l'approche PTF via la partie réelle de l'impédance de rayonnement.

Symbole	Paramètre	Valeur
$a$	Longueur de la plaque	9.22 m
$b$	Largeur de la plaque	1 m
$h_p$	Epaisseur	5 mm
$\rho_p$	Masse volumique	7800 kg/m <sup>3</sup>
$\nu_p$	Coefficient de Poisson	0.3
$E$	Module d'Young	$2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$
$\eta_p$	Facteur de perte par amortissement interne	0.01

Tableau 4.2 : Paramètres de la structure.

### 4.2.2. Validation des méthodes d'introduction de l'excitation CLT dans le modèle vibro-acoustique dans le cas d'une excitation homogène

Dans cette partie, l'excitation correspond aux spectres de fluctuations de pression issus des paramètres de CLT moyennés sur tout le profil. Ceux-ci sont indiqués dans le Tableau 4.3. Ce jeu de paramètres sera par la suite pris comme référence dans l'étude de la décomposition de l'excitation : il est en effet représentatif du cas général des calculs vibro-acoustiques où la couche limite est supposée homogène sur toute la plaque.

Nous comparons les trois méthodes en utilisant les critères de discrétisation suivants pour la méthode spatiale : les pas  $\delta z = 2L_z$  et  $\delta x = \lambda_c/6$  sont appliqués, et les pavés sont de dimension  $\lambda_{fc}/4$ , avec  $\lambda_{fc}$  la longueur d'onde de flexion modale (voir Chapitre 3) au mode dont la fréquence est la plus proche de la fréquence de calcul. On note que la résolution des points d'excitation dans la direction longitudinale à l'écoulement a été affinée pour améliorer la convergence dans ce cas test par rapport à l'étude du Chapitre 3. Des écarts légèrement plus grands (jusqu'à 3 dB pour la pression

notamment) ont en effet été observés si la discrétisation selon  $\delta x = \lambda_c/3$  est considérée. Ce raffinement a ainsi permis d'incriminer la convergence lente de la méthode spatiale pour les écarts observés par rapport aux autres méthodes.

Symbole	Paramètre	Valeur
$U_e$	Vitesse moyenne extérieure à la CLT	5.67 m/s
$\delta$	Epaisseur de CLT	7.53 cm
$\delta^*$	Epaisseur de déplacement	1 cm
$\tau_w$	Tension pariétale	35.6 Pa
$\beta_{\delta^*}$	Paramètre de Clauser	-0.86

Tableau 4.3 : Paramètres de CLT pour le cas à une zone (paramètres moyennés sur toute la surface du profil).

Pour les méthodes où l'excitation est modélisée par des ondes planes, les pavés sont de la taille du quart de longueur d'onde minimale associée aux ondes planes excitatrices  $\lambda_{min}$ , et le nombre d'onde maximal considéré est  $k_{max} = 3k_{fc}$ , conformément à l'hypothèse de troncature des hauts nombres d'onde (voir partie 3.3.2.3). La résolution en nombres d'onde est majorée à  $\delta k = 15 m^{-1}$ , en minorant à  $k_{max}/20$  pour ne pas perdre en précision en basses fréquences.

Les résultats pour le calcul de la vitesse quadratique moyenne et de la pression rayonnée en champ lointain sont représentés en Figure 4.7. Nous observons un très bon accord entre les méthodes. De légers écarts sont présents pour la pression rayonnée en champ lointain, ce qui peut être mis en relation avec les résolutions respectives de chaque méthode et l'hypothèse de troncature des hauts nombres d'onde, comme nous l'avions observé dans le Chapitre 3.

Dans ce cas d'étude, les grandes dimensions de la structure entraînent des coûts numériques importants lorsque la fréquence augmente. Aussi nous avons choisi de réaliser les tests suivants en réduisant le nombre de pavés considérés de manière à réduire les coûts numériques et focaliser l'étude sur l'influence de l'évolution spatiale de la CLT. Nous modifions le critère de maillage en pavés qui est fixé à  $\lambda_{min}/2$ . On peut voir dans l'étude de sensibilité représentée en Figure 4.8 que l'impact de cette réduction reste faible sur la réponse vibratoire de la plaque. En effet la réduction du nombre de pavés n'aura d'influence que sur les ondes planes aux plus petites longueurs d'onde, et la majeure partie de l'excitation sera donc bien décrite.

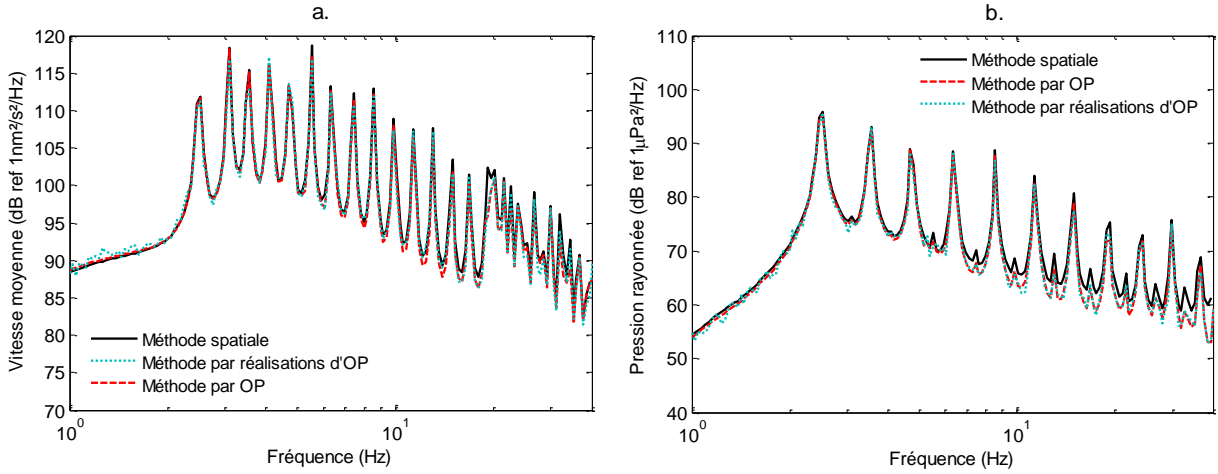


Figure 4.7 : Comparaison des méthodes optimisées ; a. : Vitesse moyenne de la plaque ; b. : Pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100 \text{ m}$ .

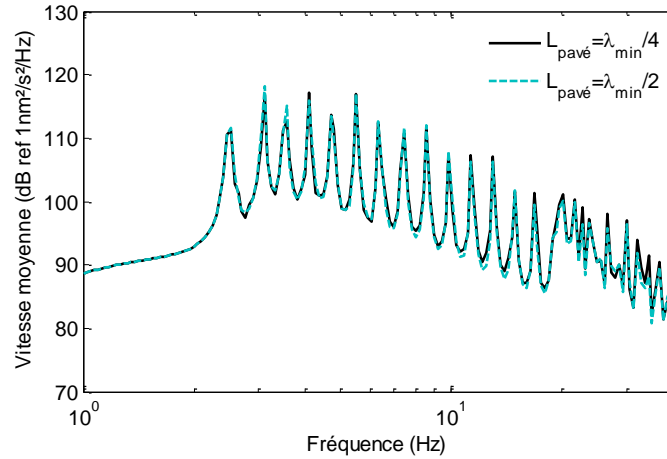


Figure 4.8 : Spectre de vitesse moyenne calculé par méthode des ondes planes généralisées ; Comparaison entre les critères de longueur de pavés  $\lambda_{min}/2$  et  $\lambda_{min}/4$ .

### 4.2.3. Mise en forme des méthodes par zones d'excitation

#### 4.2.3.1. Méthode spatiale par zones

Nous reprenons ici l'expression (1.35) pour le calcul de l'autospectre de vitesse par la méthode spatiale. En considérant que la surface de la structure  $\Sigma_p$  peut se décomposer en deux surfaces  $\Sigma_1, \Sigma_2$  (i.e.  $\Sigma_p = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ ), et que l'interspectre entre les points  $\tilde{\mathbf{x}}$  et  $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}$  est donné par  $\Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega)$  pour modéliser une excitation par CLT homogène, on peut écrire par la relation de Chasles :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{\Sigma_1} \int_{\Sigma_1} Id\tilde{\mathbf{x}}d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} + \int_{\Sigma_1} \int_{\Sigma_2} Id\tilde{\mathbf{x}}d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} + \int_{\Sigma_2} \int_{\Sigma_1} Id\tilde{\mathbf{x}}d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} + \int_{\Sigma_2} \int_{\Sigma_2} Id\tilde{\mathbf{x}}d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (4.1)$$

$I = H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ , et  $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  est la fonction de transfert de vitesse au point  $\mathbf{x}$  de la plaque en réponse à une excitation au point  $\tilde{\mathbf{x}}$  de la plaque.

Nous faisons l'hypothèse selon laquelle l'interspectre de fluctuations de pression à la paroi est négligeable lorsque les deux points  $\tilde{\mathbf{x}}$  et  $\tilde{\tilde{\mathbf{x}}}$  n'appartiennent pas à la même zone.  $S_{vv}(\mathbf{x}, \omega)$  peut donc être approché par la somme des contributions de chaque zone d'excitation prise séparément :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) \approx \int_{\tilde{\Sigma}_1} \int_{\tilde{\Sigma}_1} I d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} + \int_{\tilde{\Sigma}_2} \int_{\tilde{\Sigma}_2} I d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (4.2)$$

Cette relation a été obtenue en considérant une CLT homogène. On suppose que le même type de relation est valable lorsque la CLT est homogène sur chacune des zones :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) \approx \int_{\tilde{\Sigma}_1} \int_{\tilde{\Sigma}_1} I_1 d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} + \int_{\tilde{\Sigma}_2} \int_{\tilde{\Sigma}_2} I_2 d\tilde{\mathbf{x}} d\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (4.3)$$

avec  $I_1 = H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma_1(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ , et où  $\Gamma_1(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega)$  et  $\Gamma_2(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega)$  sont respectivement les interspectres de pression pariétale associés à la couche limite sur les zones 1 et 2.

Lorsque  $Z$  zones sont considérées et que l'on discrétise les intégrales, l'autospectre de vitesse s'écrit :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) \approx \sum_{\zeta}^Z \sum_{\tilde{\mathbf{x}} \in \chi_{\zeta}} \sum_{\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \in \chi_{\zeta}} H_v^*(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \Gamma_{\zeta}(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega) H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) \delta\tilde{\mathbf{x}} \delta\tilde{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (4.4)$$

où  $\Gamma_{\zeta}(\tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\tilde{\mathbf{x}}}, \omega)$  est l'interspectre de pression pariétale associé à la couche limite sur la zone  $\zeta$ .

En pratique les paramètres de CLT sont moyennés sur la zone pour ensuite pouvoir appliquer les modèles d'interspectre. La distribution de points d'excitation  $\chi_{\zeta}$  peut alors être définie par zone et obéit aux critères de discrétisation propres à la zone, tels que nous les avons définis précédemment. Dans la direction transversale le pas spatial  $\delta z_{\zeta}$  sera donc basé sur la longueur de cohérence  $L_{z\zeta}$ , et dans la direction longitudinale,  $\delta x_{\zeta}$  sera basé sur  $\lambda_{c\zeta}$ .

La méthode PTF est ensuite appliquée pour calculer les fonctions de transfert  $H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$  à partir des distributions de points sur la structure entière. Les sommations sur les nombres d'onde et sur les zones de l'équation (4.4) permettent alors d'obtenir la réponse en vitesse. Cette méthode est appelée la « méthode spatiale par zones ». Notons que le même processus peut être appliqué pour calculer le spectre de pression rayonnée  $S_{pp}(\mathbf{x}, \omega)$ , en utilisant les fonctions de transfert de pression  $H_p(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega)$ .

#### 4.2.3.2. Méthode des ondes planes généralisées par zones

En reprenant l'équation (4.3) et en appliquant le même calcul que dans la partie 3.3.2.1, l'autospectre de vitesse vibratoire peut s'exprimer en fonction des interspectres en fréquence-nombre d'onde  $\Phi_{pp_\zeta}(\mathbf{k}, \omega)$  associés à chaque zone  $\zeta$  :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) \approx \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{H}_{v_1}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 \Phi_{pp_1}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} + \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{H}_{v_2}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 \Phi_{pp_2}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} \quad (4.5)$$

$\tilde{H}_{v_\zeta}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega) = \int_{\Sigma_\zeta} H_v(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{x}}, \omega) e^{-j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} d\tilde{\mathbf{x}}$  désigne alors la fonction de sensibilité de la structure pour le champ d'ondes planes généralisées excitant uniquement la zone  $\zeta$ .

Lorsque  $Z$  zones sont considérées et que l'on discrétise les intégrales, l'autospectre de vitesse s'écrit :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) \approx \frac{1}{4\pi^2} \sum_{\zeta}^Z \sum_{\mathbf{k} \in K} |\tilde{H}_{v_\zeta}(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 \Phi_{pp_\zeta}(\mathbf{k}, \omega) \delta\mathbf{k} \quad (4.6)$$

Le spectre de vitesse peut donc être approché à partir de la somme des contributions par zones d'excitation par la méthode des ondes planes généralisées. Cette méthode pourra être appelée « méthode des ondes planes généralisées par zones ». L'hypothèse de troncature de la structure en zones d'excitation faite dans la méthode spatiale par zones est reportée dans ce calcul, et les termes négligés dus à l'hypothèse d'interspectre nul entre deux zones auront donc la même influence que dans la méthode spatiale.

Les fonctions de sensibilité peuvent être calculées par PTF en considérant un jeu d'ondes planes sur chacune des différentes zones. En appliquant l'hypothèse de troncature des hauts nombres d'onde, le nombre d'onde maximum  $k_{max}$  de la gamme d'ondes planes est fixé selon le nombre d'onde de flexion modal de la plaque  $k_{fc}$  et est donc indépendant des propriétés des excitations par zones. On peut ainsi définir un ensemble d'ondes planes généralisées identique pour chaque zone. Cette méthode permettra ainsi une réduction du temps de calcul et du coût en espace mémoire par rapport à la méthode spatiale comme observé dans le Chapitre 3.

#### 4.2.3.3. Méthode des réalisations d'ondes planes décorréliées par zones

A partir de l'approche par ondes planes par zones, le processus de calcul pour la méthode des réalisations d'ondes planes peut être appliqué par zone. En pratique la pression bloquée  $\tilde{p}_{r,\zeta}(\mathbf{x}, \omega)$  excitant la plaque en  $\mathbf{x}$  est définie par réalisation et par zone en fonction de l'interspectre de fluctuations de pression associé à la zone.



En reprenant le raisonnement détaillé dans la partie 3.3.4,  $\tilde{p}_{r;\zeta}(\mathbf{x}, \omega)$  la pression bloquée en un point  $\mathbf{x}$  de la zone  $\zeta$  pour la réalisation  $r$  s'exprime par :

$$p_{r;\zeta}(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{\mathbf{k} \in K} e^{-j\mathbf{k}\mathbf{x}} e^{j\psi_{\mathbf{k};r}^{\zeta}} \frac{\sqrt{\Phi_{pp_{\zeta}}(\mathbf{k}, \omega)}}{2\pi} \delta\mathbf{k} \quad \forall \mathbf{x} \in \Sigma_{\zeta} \quad (4.7)$$

avec  $\psi_{\mathbf{k};r}^{\zeta}$  la phase aléatoire associée à l'onde plane de nombre d'onde  $\mathbf{k}$  et de la réalisation  $r$  excitant la zone  $\zeta$ .

Pour chaque réalisation  $r$ , la pression bloquée est ainsi définie sur toute la plaque. La méthode PTF est alors utilisée pour calculer la réponse vibro-acoustique à ce champ de pression exciteur. Dans un second temps, la réponse de la structure induit par la CLT peut être déduite en moyennant les réponses sur les réalisations. Cette méthode de calcul sera ainsi appelée « méthode par réalisations d'ondes planes décorréélées par zones ».

#### 4.2.4. Etude de l'influence de la troncature de l'excitation par zones

Pour étudier l'influence de la décomposition en zones, l'excitation est considérée homogène sur toute la plaque et les résultats des méthodes proposées obtenus en découpant la surface excitée en différentes zones sont comparés à ceux d'un calcul avec une seule zone. Cette comparaison permet ainsi d'étudier l'influence des corrélations des pressions fluctuantes entre les différentes zones que l'on a négligées. Les interspectres  $\Phi_{pp_{\zeta}}(\mathbf{k}, \omega)$  sont donc égaux pour toute valeur de  $\zeta$ , et sont calculés à partir des paramètres de CLT indiqués dans le Tableau 4.3.

Pour comparer les calculs au cas à 1 zone, on considère les cas à 4 zones identiques puis 8 zones identiques. Les tailles de zones dans la direction longitudinale sont égales à  $a_{\zeta} = 2.3 \text{ m}$  dans le cas à 4 zones, et  $a_{\zeta} = 1.15 \text{ m}$  dans le cas à 8 zones. Les calculs sont effectués avec la méthode des ondes planes généralisées, et en appliquant le modèle de Corcos dans un premier temps, puis le modèle de Chase 1987. Pour le cas où l'excitation est calculée par le modèle de Corcos, les spectres de vitesse et de pression rayonnée obtenus sont représentés en Figure 4.9. Les résultats montrent que la troncature des interspectres influence les niveaux en basses fréquences. Les écarts diminuent rapidement avec la fréquence et les spectres sont très proches à partir de  $10 \text{ Hz}$ .

Nous pouvons mettre ces écarts en relation avec les longueurs de corrélation du modèle dans la direction longitudinale  $L_x = U_c/\alpha\omega$ , tracées en Figure 4.11 en fonction de la fréquence. On peut établir une règle empirique selon laquelle les zones doivent être supérieures ou égales au double de la longueur de corrélation du modèle, ici à partir de  $10 \text{ Hz}$ .

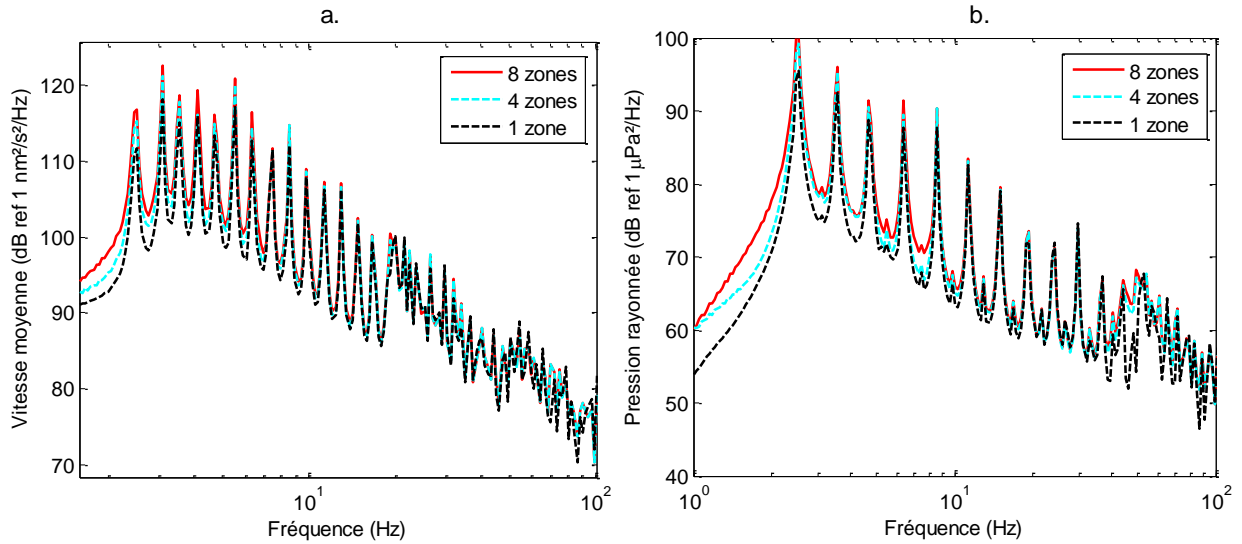


Figure 4.9 : Influence de la décomposition de la structure en zones d'excitation avec le modèle de Corcos ; Comparaison entre le cas à 1 zone, et les cas à 4 et 8 zones identiques avec excitation homogène. a. : Vitesse moyenne de la plaque ; b. : Pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100 \text{ m}$ .

Les calculs sont maintenant effectués en utilisant le modèle de Chase 1987. On observe en Figure 4.10 que des écarts significatifs, allant jusqu'à  $15 \text{ dB}$ , apparaissent aux fréquences inférieures à  $20 \text{ Hz}$  pour la réponse vibratoire de la plaque et la pression rayonnée en champ lointain.

Pour tenter d'expliquer ces écarts, nous avons calculé les fonctions de cohérence  $\Gamma(\xi_x, \xi_z, \omega)$  du modèle de Chase pour en tirer les longueurs de corrélation correspondant à une décroissance de  $e^{-1}$ . Les fonctions de cohérence sont calculées par transformées de Fourier spatiale inverse de l'interspectre dans l'espace des nombres d'onde, sans considérer de troncature des hauts nombres d'onde. Les longueurs de corrélation longitudinales  $L_x$  sont calculées pour une décroissance de  $1/e$  des fonctions de cohérence  $|\Gamma(\xi_x, 0, \omega)/\Gamma(0, 0, \omega)|$  en fonction de la séparation  $\xi_x$ . On observe en Figure 4.11 que la valeur de  $L_x$  issues du modèle de Chase est supérieure à celle du modèle de Corcos à partir de  $7 \text{ Hz}$  mais reste bien inférieure en très basses fréquences.

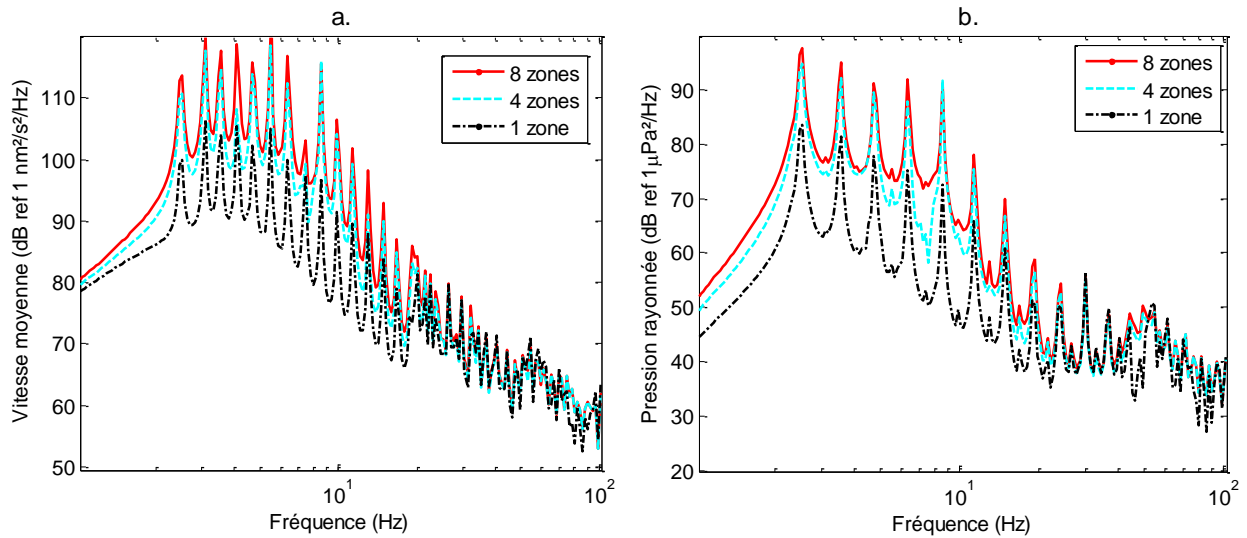


Figure 4.10 : Influence de la décomposition de la structure en zones d'excitation avec le modèle de Chase 1987 ; Comparaison entre le cas à 1 zone, et les cas à 4 et 8 zones identiques avec excitation homogène. a. : Vitesse moyenne de la plaque ; b. : Pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100 \text{ m}$ .

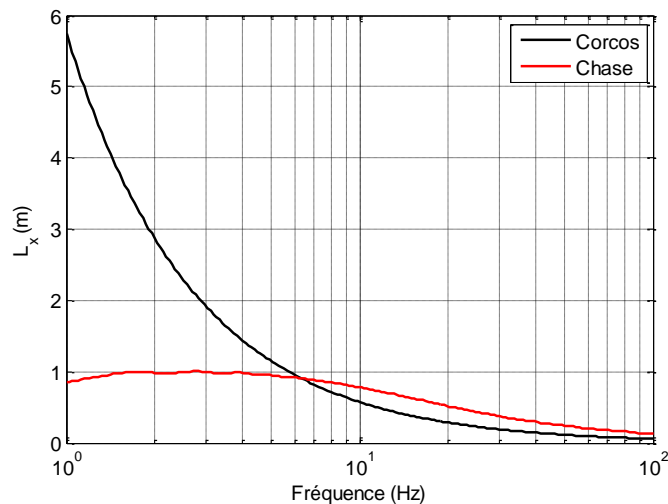


Figure 4.11 : Longueurs de corrélation du modèle de Corcos dans la direction longitudinale à l'écoulement.

Les écarts aux fréquences inférieures à  $7 \text{ Hz}$  sont à ce stade difficiles à interpréter du fait du nombre de paramètres entrant en jeu. Une des raisons pourrait être liée aux irrégularités des interspectres de fluctuations de pression. En effet la validité des modèles d'interspectre est de manière générale remise en question lorsque les longueurs de corrélation sont beaucoup plus élevées que l'épaisseur de couche limite (i.e.  $\omega\delta/U_e \ll 1$ ). Dans le modèle de Chase [25] en particulier, l'allure du spectre est modifiée dans la zone subconvective, définie par les nombres d'onde  $\mathbf{k} \gtrsim (b\delta)^{-1}$  où  $b$  est une constante, du fait du théorème de Kraichnan-Phillips. En basses fréquences, le pic de convection est confondu avec cette zone identifiée par  $\mathbf{k} \gtrsim (b\delta)^{-1}$  et son allure se trouve modifiée. Ces hypothèses faussent les fonctions de cohérence du modèle de Chase

obtenues par transformée de Fourier spatiale inverse. La Figure 4.12 montre un exemple de fonctions de cohérence à 5 Hz et on peut observer des niveaux plus élevés aux grandes séparations spatiales  $\xi_x$  pour le modèle de Chase, ce qui peut en partie expliquer les écarts sur la réponse vibro-acoustique. Pour ce modèle il faut donc garder à l'esprit qu'un critère de validité  $\omega b \delta / U_e \gg 1$  doit être respecté, ce qui correspond à  $f \gg 10$  Hz dans ce cas.

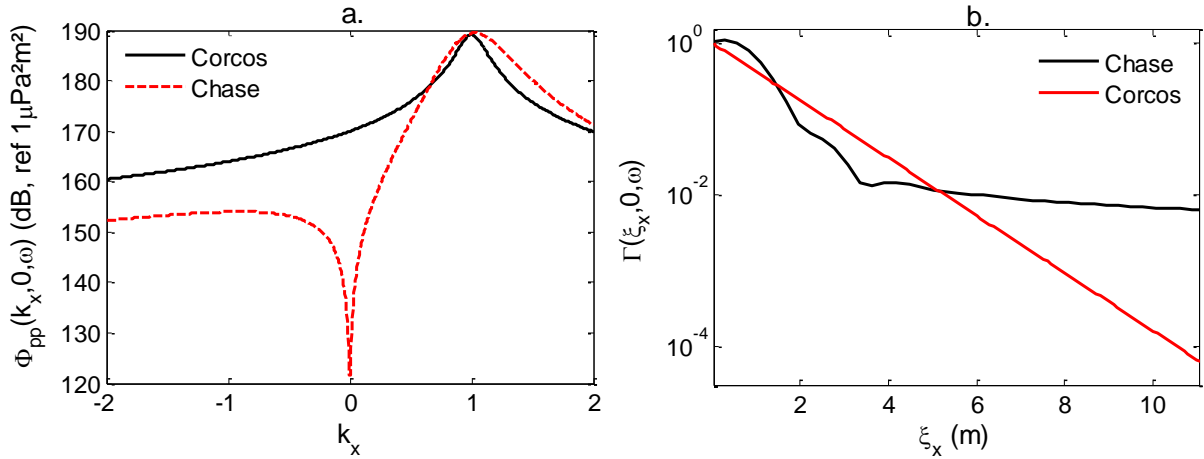


Figure 4.12 : Comparaison entre les modèles de Corcos et de Chase à 5 Hz ; a. : Interspectres en nombres d'onde pour  $k_z = 0$  ; b. : Fonctions de cohérence obtenue par transformée de Fourier spatiale inverse.

Aux fréquences supérieures à 10 Hz dans le domaine de validité du modèle de Chase, l'écart entre la longueur de corrélation du modèle de Chase et celle du modèle de Corcos peut expliquer les écarts sur la réponse vibro-acoustique. Les spectres en Figure 4.10 sont en effet très proches à partir de 20 Hz, et nous pouvons dans ce cas aussi utiliser la règle selon laquelle la taille des zones doit être plus grande que  $2L_x$  (en restant dans le domaine de validité du modèle de Chase).

#### 4.2.5. Application – Mise en évidence de l'influence de l'évolution spatiale de la CLT sur la réponse vibro-acoustique

Pour étudier l'influence de l'évolution spatiale de la CLT, les deux méthodes par ondes planes généralisées et par réalisations d'ondes planes décorréliées sont considérées. La méthode des ondes planes généralisées par zones présente l'avantage de pouvoir séparer les contributions de chaque zone d'excitation, contrairement à la méthode par réalisations d'ondes planes. En effet lorsque les PTF sont calculées, la contribution de l'excitation sur une zone peut être calculée en appliquant l'équation (4.6) avec un interspectre nul sauf sur la zone d'intérêt. Ainsi nous verrons que cette décomposition des contributions par zones peut être intéressante pour la compréhension des résultats vibro-acoustique. La méthode par réalisations d'ondes planes présente l'avantage de réduire le nombre de cas de chargements.

L'ensemble de zones défini pour cette étude est basé sur la variation de l'autospectre calculé par le modèle de Rozenberg le long du profil, en minorant la taille des zones par 1 m. En se reportant à la Figure 4.3, les régions où les variations des spectres sont les plus fortes se trouvent en début et

en fin de profil. Les tailles des zones sont donc réduites dans ces régions, et plus larges au niveau du centre du profil où le rayon de courbure de la structure est plus élevé.

Nous indiquons dans le Tableau 4.4 les dimensions de chacune des zones dans la direction de l'écoulement, qui sont également représentées le long du profil de massif en Figure 4.13. Les autospectres obtenus avec le modèle de Rozenberg sont tracés pour le cas à 6 zones en Figure 4.13. Les tendances observées rejoignent bien celles observées sur les spectres continus de la Figure 4.3. Les longueurs de corrélation longitudinales  $L_x$  issues des fonctions de cohérence de chaque zone sont tracées en Figure 4.14 et permettent de s'assurer que le critère sur la taille des zones est respecté pour tous les interspectres à partir d'environ 30 Hz.

Zone	1	2	3	4	5	6
Longueur (m)	1	2	2	2	1.11	1.11

Tableau 4.4 : Longueur des zones dans la direction longitudinale à l'écoulement, cas à 6 zones.

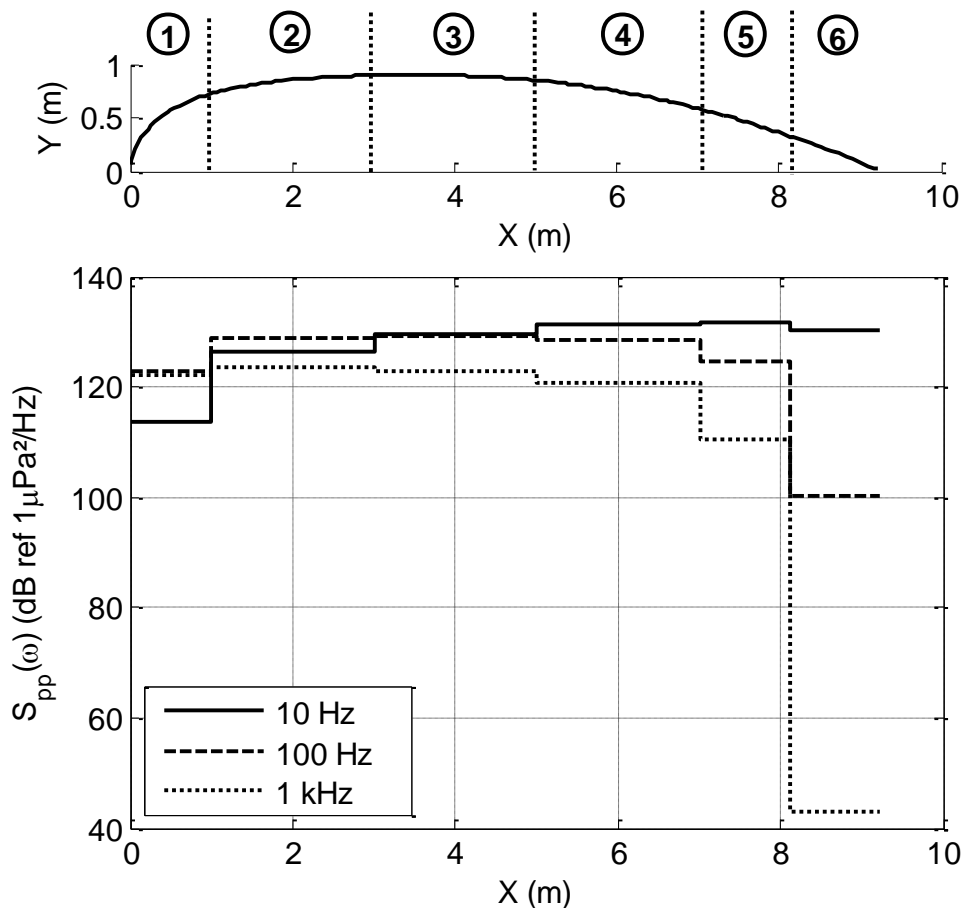


Figure 4.13 : Répartition des zones le long du profil de massif et autospectres de fluctuations de pression pariétale calculés avec le modèle de Rozenberg par zones.

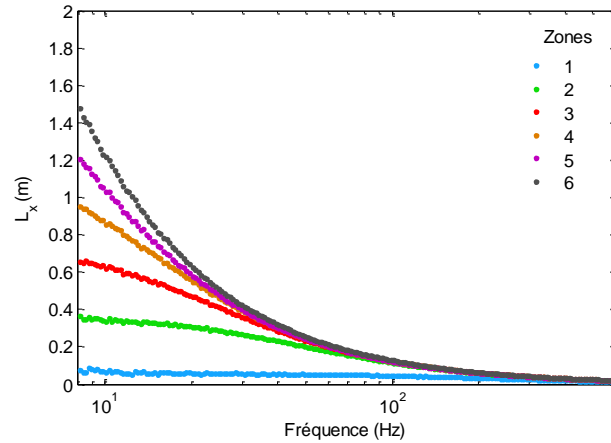


Figure 4.14 : Longueurs de corrélation du modèle de Chase pour chaque interspectre par zones.

Les spectres de vitesse moyenne et de pression rayonnée en champ lointain obtenus par la méthode des ondes planes généralisées pour les cas à 1 zone et à 6 zones sont comparés en Figure 4.15 : l'influence de l'évolution spatiale de la CLT est observable à partir d'environ 100 Hz, où le calcul à 6 zones donne des niveaux plus faible que le cas à 1 zone, avec des écarts allant jusqu'à environ 8 dB à 500 Hz. Ces mêmes écarts se retrouvent sur les spectres de puissance rayonnée, tracés en Figure 4.16.

Ces écarts sont expliqués par les spectres résultant des contributions de chaque zone d'excitation, tracés en Figure 4.17 a. Le lien peut être fait avec les autospectres représentés en Figure 4.17 b correspondant aux excitations de chaque zone. Par exemple à partir de 100 Hz, l'autospectre de la zone 6 diminue nettement, et l'on retrouve cette tendance sur la contribution de la réponse en vitesse lorsque seule la zone 6 est excitée. Les niveaux de vitesse dépendent également de la position de l'excitation le long du profil, et la réponse n'est pas proportionnelle aux autospectres de chaque zone mais les principales tendances sont retrouvées ce qui permet de faire le lien entre l'excitation et la réponse de la plaque.

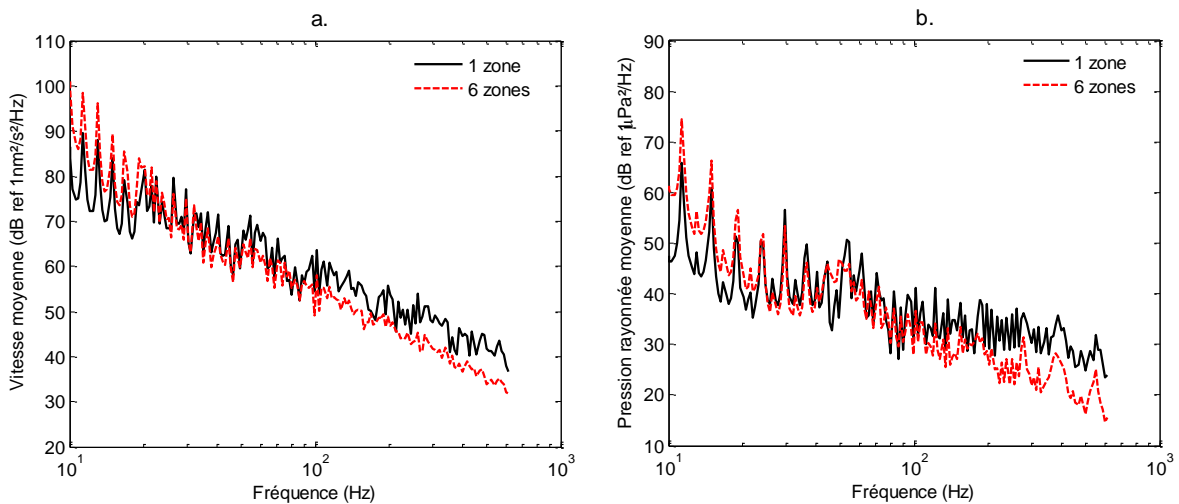


Figure 4.15 : Réponses vibro-acoustique de la plaque calculées par la méthode par ondes planes ; Comparaison entre les cas 1 zone et 6 zones. Excitation calculée avec le modèle de Chase. a. : Vitesse moyenne ; b. : Pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100m$ .

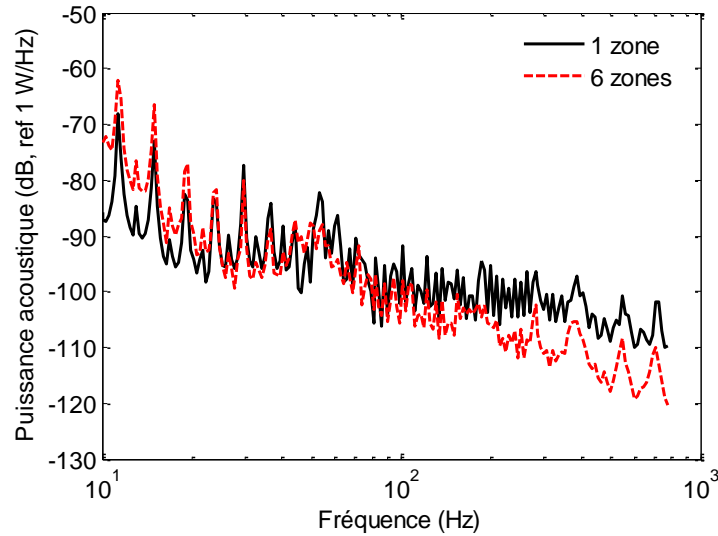


Figure 4.16 : Spectres de puissance rayonnée calculée par la méthode des ondes planes généralisées par zones ; Comparaison entre le cas à 1 zone et le cas à 6 zones avec variation des paramètres de CLT.

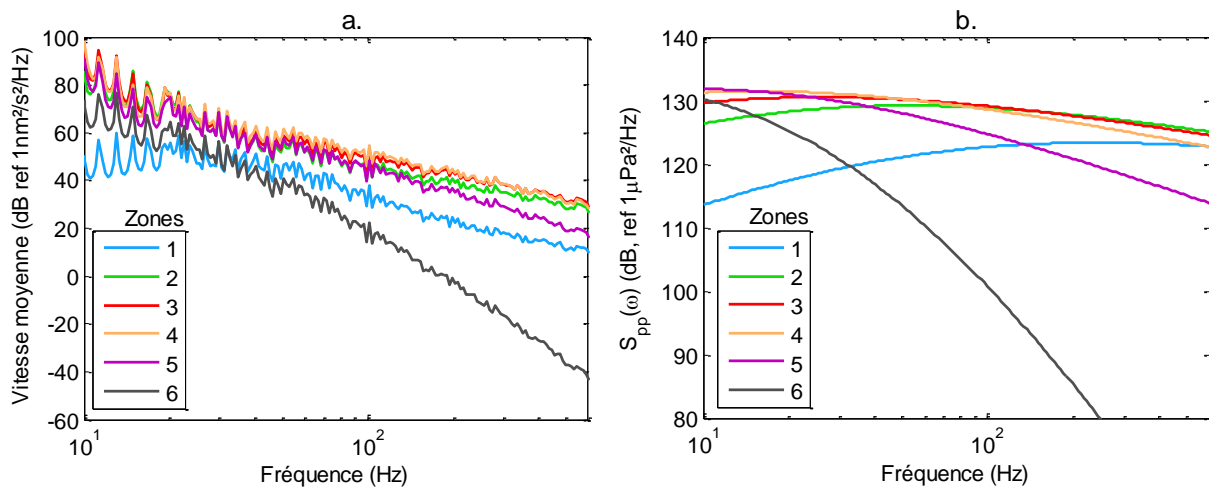


Figure 4.17 : a. : Contributions par zones au spectre de vitesse avec la méthode des ondes planes généralisées pour le cas à 6 zones d'excitation. Excitation calculée avec le modèle de Chase. b. : Autospectres de fluctuations de pression pariétale calculés à partir des paramètres de CLT moyennés par zones, avec le modèle de Rozenberg.

Les mêmes calculs sont effectués avec la méthode par réalisations d'ondes planes. On observe Figure 4.18 que les résultats sont bien similaires par rapport à la méthode par ondes planes pour les cas à 1 zone et à 6 zones d'excitation. Les temps de calcul sont sensiblement équivalents entre les deux méthodes, avec un léger gain par la méthode des réalisations d'ondes planes décorréélées par zones. Ce gain est diminué par rapport au cas étudié dans le Chapitre 3, ce qui peut notamment être dû aux tailles des matrices de pression bloquées lorsque plusieurs zones sont considérées. Le nombre de cas de chargement reste néanmoins faible avec cette méthode (i.e. nombre de réalisation). Dans le cas où les calculs vibro-acoustiques sont réalisés à partir d'un code

« externe », ce nombre de cas de chargement peut devenir un élément important sur les performances du processus de calcul.

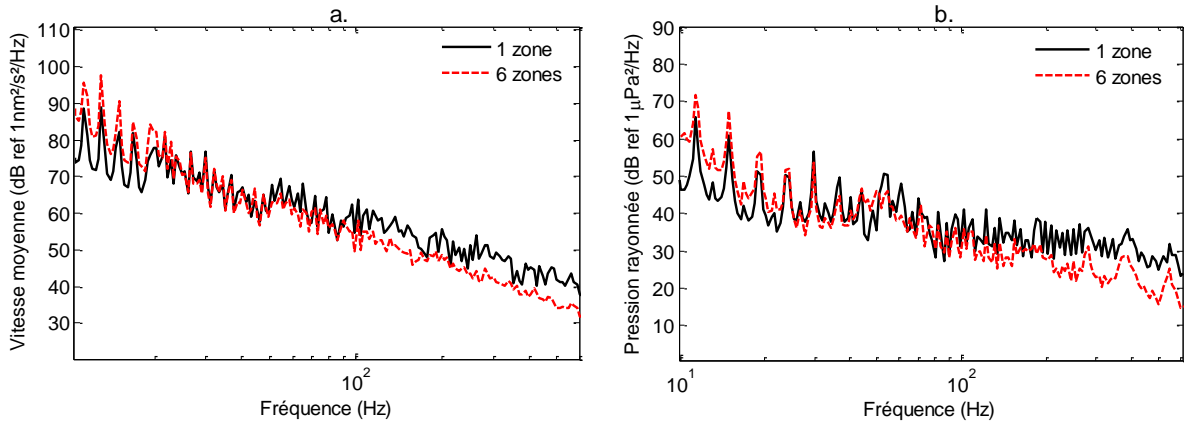


Figure 4.18 : Réponses vibro-acoustique de la plaque calculées par la méthode par réalisations d'ondes planes ; Comparaison entre les cas 1 zone et 6 zones. Excitation calculée avec le modèle de Chase a. : Vitesse moyenne ; b. : Pression rayonnée moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100m$ .

Pour conclure, les deux méthodes par ondes planes généralisées par zones et par réalisations d'ondes planes décorréliées par zones ont pu être testées sur le cas test avec évolution spatiale de la CLT. Les critères à respecter pour les tailles de zones représentent une limitation en basses fréquences, où la décomposition en zones peut avoir une influence. Aux fréquences plus élevées nous avons néanmoins pu observer l'impact de l'évolution spatiale de la CLT sur la réponse vibro-acoustique de la structure.

### 4.3. Développement par zones du calcul de la puissance injectée pour un modèle SEA

Nous reprenons dans cette partie les différentes approches de calcul développées dans le Chapitre 3 pour estimer la puissance injectée à la structure par la CLT en prenant en compte l'évolution de celle-ci. Le même cas du profil de massif est considéré, et le calcul sur plaque finie d'une part et sur plaque infinie d'autre part sont développées par zones d'excitation.

#### 4.3.1. Développement par zones du calcul sur la plaque finie

On reprend ici la démarche de calcul du paragraphe 3.4.2 du chapitre précédent en l'adaptant à la méthode des ondes planes par zones. Les calculs font alors apparaître les fonctions modales définies pour chaque zone :

$$\tilde{w}_{mn;\zeta}(\mathbf{k}) = \int_{\Sigma_p} e^{j\mathbf{k}\tilde{\mathbf{x}}} w_{mn}(\tilde{\mathbf{x}}) d\tilde{\mathbf{x}} \quad (4.8)$$



Ces fonctions  $\tilde{w}_{mn\zeta}(\mathbf{k})$  sont obtenues analytiquement pour le cas de la plaque plane simplement supportée sur ses quatre bords. Après discrétisation des intégrales et tout calcul fait, le spectre de vitesse moyenné spatialement s'écrit :

$$\bar{S}_{vv}(\omega) = \frac{1}{16\pi^2} \sum_m \sum_n |H_{mn}(\omega)|^2 \sum_{\zeta} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{pp\zeta}(\mathbf{k}, \omega) |\tilde{w}_{mn\zeta}(\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k} \quad (4.9)$$

avec  $H_{mn}(\omega) = j\omega/[M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_s\omega\omega_{mn})]$ .

Avec l'hypothèse selon laquelle les nombres d'onde à forte contribution pour la réponse vibro-acoustique sont proches du nombre d'onde de flexion équivalente de la plaque  $k_{f,eq}$  (voir partie 3.4.2.2), on peut écrire :

$$\bar{S}_{vv}(\omega) = \frac{1}{16\pi^2} \sum_m \sum_n |H_{mn}(\omega)|^2 \sum_{\zeta} \Phi_{pp\zeta}(k_{f,eq}, 0, \omega) \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{w}_{mn\zeta}(\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k} \quad (4.10)$$

Le terme intégral de  $\tilde{w}_{mn\zeta}(\mathbf{k})$  est calculé à partir de l'égalité de Parseval par zones (en considérant une déformée nulle lorsque  $\tilde{\mathbf{x}}$  n'appartient pas à la zone  $\zeta$ ) :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{w}_{mn\zeta}(\mathbf{k})|^2 d\mathbf{k} = 4\pi^2 \int_{\Sigma_{\zeta}} |w_{mn}(\tilde{\mathbf{x}})|^2 d\tilde{\mathbf{x}} \quad (4.11)$$

Dans le cas de la plaque simplement appuyée sur ses quatre bords, l'expression (4.11) se calcule à partir de la déformée modale analytique. Le calcul du spectre de vitesse par l'expression (4.10) est alors appliqué pour le cas à 1 zone et le cas à 6 zones dont les dimensions sont indiquées dans le Tableau 4.4.

Les spectres obtenus sont présentés en Figure 4.19 et comparés aux résultats des calculs PTF avec la méthode des ondes planes généralisées par zones. Les spectres sont tracés à partir de 50 Hz de manière à avoir assez de modes pour être dans le domaine d'application de la méthode SEA sur ce cas. Le Tableau 4.5 montre en effet que le nombre de mode est supérieur à 10 à partir de la bande de fréquence centrée à 50 Hz. Les méthodes sont en bon accord pour le cas à 1 zone ainsi que pour le cas à 6 zones avec évolution spatiale de la CLT. Cela nous permet donc de valider les méthodes entre elles, que ce soit avec une excitation homogène ou avec une excitation variant spatialement.

Fréquence centrale (Hz)	20	25	31.5	40	50	63	80	100
Nombre de modes	8	6	6	6	14	14	14	24

Tableau 4.5 : Nombre de modes par bandes de tiers d'octave.

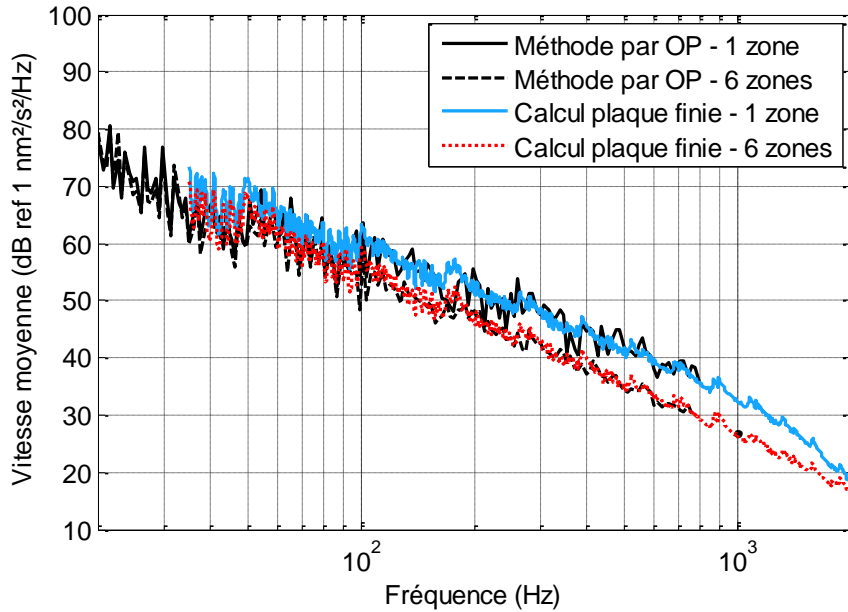


Figure 4.19 : Spectres de vitesse moyenne de la plaque, comparaison entre les calculs par méthode des ondes planes et les calculs sur plaque finie pour les cas à 1 zone et à 6 zones.

#### 4.3.2. Développement par zones du calcul sur plaque infinie

Le calcul de la réponse vibratoire effectué à partir de l'hypothèse de plaque infinie (partie 3.4.3) peut être adapté simplement au cas avec zones à partir de l'expression (3.69). La réponse vibratoire totale est calculée avec :

$$\langle \bar{S}_{vv} \rangle = \sum_{\zeta} \langle \bar{S}_{vv}(\omega)_{\zeta} \rangle \frac{\Sigma_{\zeta}}{\Sigma_p} \quad (4.12)$$

Les puissances injectées à la structure par la CLT sont calculées par chacune de ces deux approches en utilisant  $\langle \bar{S}_{vv} \rangle$  et l'expression (3.41) du chapitre précédent. Les résultats sont comparés en Figure 4.20 dans la bande de fréquences  $[50 \text{ Hz} ; 8 \text{ kHz}]$ , et montrent une bonne concordance entre le calcul sur plaque infinie et le calcul sur plaque finie avec l'hypothèse  $\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) \approx \Phi_{pp}(k_{f;eq}, 0, \omega)$ , pour les deux cas d'excitation. On retrouve les écarts générés par la prise en compte de l'évolution de la CLT, qui sont reportés sur les niveaux de puissance injectée.

On constate en outre que les tendances s'inversent à partir d'environ  $2.5 \text{ kHz}$  entre le cas à 1 zone et le cas à 6 zones. Cette inversion peut s'expliquer avec les autospectres de pression pariétale tracés par zones en Figure 4.21 : la majorité des contributions du cas à 6 zones ont des niveaux supérieurs à l'autospectre du cas à 1 zone à partir de  $2.5 \text{ kHz}$ . La pente plus forte en hautes fréquences est en effet présente dès  $2 \text{ kHz}$  pour le cas 1 zone. Les niveaux de vitesse moyenne résultants se trouvent donc inversés avec des écarts allant jusqu'à  $5 \text{ dB}$  sur la gamme de fréquence considérée.

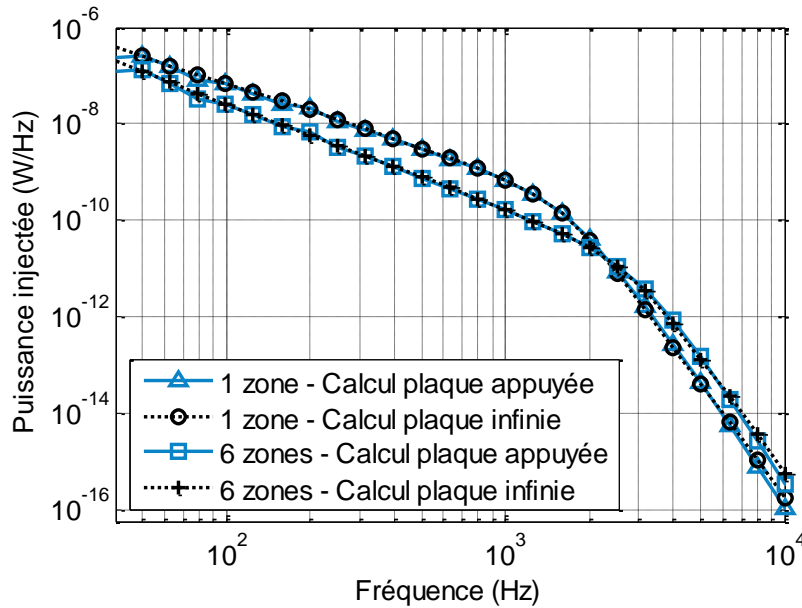


Figure 4.20 : Puissance injectée à la structure par la CLT ; Comparaison entre le calcul modal avec réduction de l'excitation et le calcul par hypothèse de la plaque infinie, pour les cas à 1 zone et à 6 zones d'excitation.

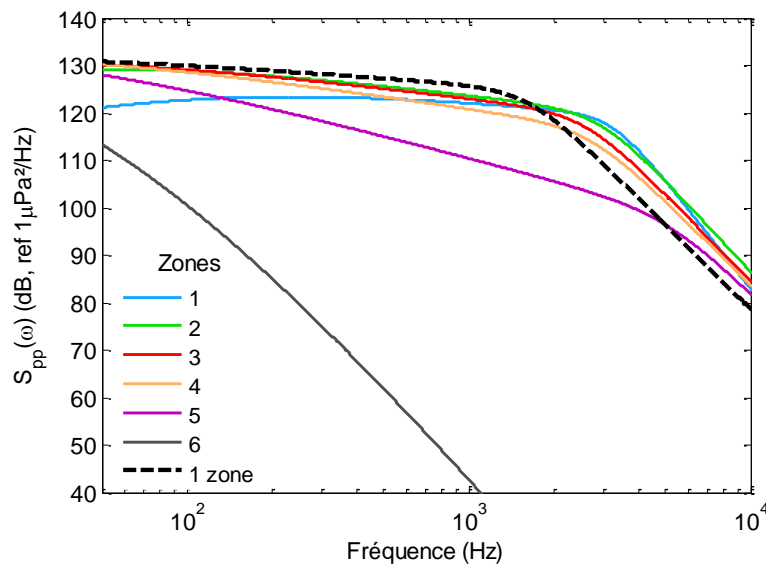


Figure 4.21 : Autospectres calculés par le modèle de Rozenberg pour chaque zone d'excitation. Comparaison à l'autospectre du cas 1 zone.

Enfin dans le but de valider les approches entre elles, on compare les niveaux de pression rayonnée en champ lointain (sur une demi-sphère de rayon 100m) obtenus pour le cas à 1 zone par la méthode par réalisations d'ondes planes avec ceux obtenus à partir des calculs simplifiés de  $\langle \bar{S}_{vv} \rangle$  et de l'expression de la puissance rayonnée dans le fluide (approximation des ondes planes et Eq. (3.35) et (3.36)). Les niveaux de  $\langle \bar{S}_{pp} \rangle$  sont tracés en Figure 4.22. Nous constatons un bon accord à partir d'environ 200 Hz entre les deux calculs, avec des écarts inférieurs à 2dB ou moins. Aux fréquences inférieures, les écarts peuvent atteindre environ 4dB mais les tendances principales sont bien retrouvées par le calcul simplifié du spectre de vitesse moyenne et l'approche SEA. Ces écarts

pourraient être dus d'une part aux tailles de pavés qui ont été augmentées pour le calcul PTF, et d'autre part aux hypothèses des calculs simplifiés pour la SEA sur le terme excitateur et les nombres d'onde prépondérants.

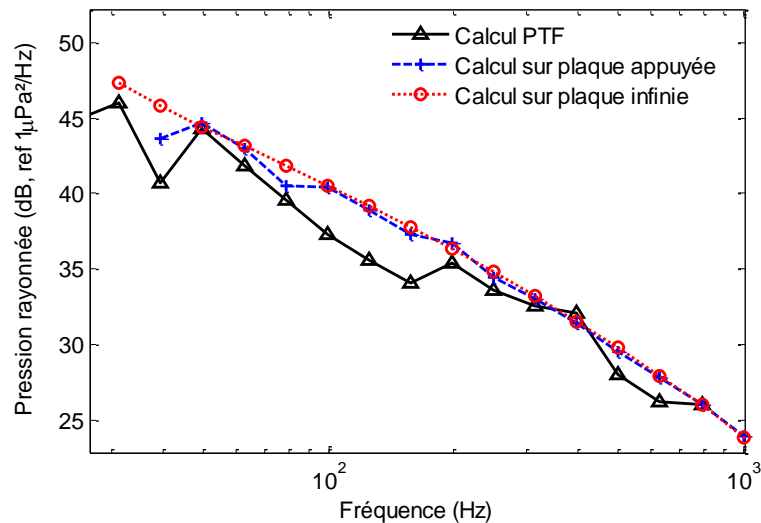


Figure 4.22 : Niveaux de pression rayonnée par bandes de fréquence, moyennée sur une demi-sphère de rayon  $R = 100m$  pour le cas à 1 zone ; Comparaison entre les calculs PTF et les calculs simplifiés.

Ces deux méthodes de calcul permettent toutefois de retrouver une estimation des niveaux de pression rayonnée lorsque la densité modale de la structure est assez élevée. Dans le cas plus général, ces approches peuvent être intégrées dans un calcul SEA plus complexe, en calculant la puissance injectée pour chaque sous-système en contact avec l'écoulement. De plus, l'avantage de ces méthodes réside dans le fait que les calculs sont très rapides, notamment le calcul sur plaque infinie, tout en permettant de prendre en compte l'évolution spatiale de la CLT sur la structure.

## 4.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons étudié une technique pour prendre en compte l'influence de l'évolution spatiale de la CLT sur la réponse vibro-acoustique de la structure. Le cas d'un écoulement en eau sur un profil de massif de sous-marin est représentatif des applications industrielles navales, et nous avons pu voir que la prise en compte des variations spatiales des spectres de fluctuations de pression est importante pour bien décrire le comportement vibratoire résultant.

Les méthodes d'introduction de l'excitation dans des modèles vibro-acoustiques présentées dans le Chapitre 3 ont été adaptées afin de décomposer l'excitation par zones réparties le long de la structure. Les méthodes par ondes planes et par réalisations d'ondes planes ont été testées dans un cas représentatif du cas classique, où les paramètres de CLT sont moyennés sur toute la structure, puis dans un cas à plusieurs zones avec une évolution des paramètres de CLT et des spectres de pression pariétale associés.

Nous avons mis en évidence une limitation de la décomposition en zones d'excitation en basses fréquences. La taille des zones ne doit en effet pas être trop petite par rapport aux longueurs de corrélation. Dans le cas contraire, les corrélations des pressions fluctuantes que l'on néglige par la décomposition en zones sont grandes ce qui conduit à des résultats erronés. Cette limitation dépend du modèle d'interspectre considéré (i.e. des fonctions de cohérence spatiale) mais nous avons pu voir que les écarts résultants ne sont présents qu'en très basses fréquences, où les longueurs de corrélation sont relativement grandes. On note également qu'aux basses fréquences, la validité des modèles d'interspectres doit être vérifiée pour appliquer les méthodes par zones.

L'influence de l'évolution de la CLT a été étudiée pour les fréquences qui ne sont pas impactées par la décomposition en zones d'excitation. Pour cela, les calculs entre les cas à zones multiples et à une seule zone ont été comparés et nous avons pu observer que l'évolution de la CLT induit des écarts en hautes fréquences, que l'on peut mettre en relation avec les autospectres de pression pariétale associés à chaque zone.

Les méthodes de calcul de puissance injectée à la structure par la CLT ont également été adaptées de manière à introduire l'excitation par zones. Les calculs ont pu être validés par rapport aux calculs PTF, et les puissances injectées obtenus par les deux approches ont permis de retrouver les tendances dues à l'évolution spatiale de la CLT. Ces approches permettent ainsi d'avoir les niveaux moyens de puissance injectée, qui peuvent ensuite être introduits dans un modèle SEA plus complexe. Elles permettent en outre d'avoir le niveau vibratoire moyen de la plaque pour un temps de calcul très court.

Globalement nous pouvons retenir que la prise en compte de l'évolution spatiale de la CLT dans le calcul vibro-acoustique est rendue possible par ces différentes méthodes, et que les écarts avec le cas d'excitation homogène peuvent être relativement importants. Néanmoins on retiendra également que les incertitudes sur la modélisation de l'excitation restent un inconvénient pour la méthodologie globale, que ce soit sur l'estimation des autospectres ou des interspectres de fluctuations de pression pariétale. De plus dans certaines configurations d'écoulement, comme notamment les écoulements à gradient favorable ou les cas particuliers de couche limite comme la zone en début de profil dans l'exemple du massif de sous-marin, les modèles d'excitation ne sont pas adaptés et la réponse vibro-acoustique pourrait en être impactée. Une des principales perspectives à notre étude porterait donc sur les moyens de modéliser l'excitation de façon plus précise pour ces cas particuliers.

# Conclusion et perspectives

## Conclusion générale

Ce travail de recherche a porté sur la modélisation de la réponse vibro-acoustique d'une structure soumise à une couche limite turbulente. Dans le cadre de la conception d'engins sous-marins, la prédiction numérique du bruit d'origine hydrodynamique représente un enjeu important, en particulier face aux difficultés de mesures expérimentales dans des conditions réelles. Dans ce contexte, une méthodologie numérique de prédiction du rayonnement acoustique d'une structure excitée par une CLT a été proposée, avec d'une part la caractérisation de l'écoulement turbulent et des fluctuations de pression pariétale, et d'autre part l'introduction de l'excitation par la CLT dans des modèles vibro-acoustiques.

La première problématique de la caractérisation de l'excitation de la structure par la CLT a été abordée dans un cas d'écoulement présentant un gradient de pression statique. Les variations significatives des paramètres d'écoulement et des fluctuations de pression pariétale dues au gradient de pression ont pu être mises en évidence dans la configuration d'écoulement tirée du projet expérimental ENABLE. D'une part les niveaux des autospectres sont nettement influencés par le gradient de pression, avec une baisse en gradient favorable et un déplacement de l'énergie vers les basses fréquences en gradient adverse. D'autre part nous avons pu observer que la vitesse de convection et les longueurs de corrélation spatiale des fluctuations de pression, tirées des mesures d'interspectre spatial, sont également impactées par le gradient de pression. Une généralisation des tendances en fonction des valeurs de gradient de pression est cependant délicate du fait des difficultés de mesures et de la non-linéarité des variations par rapport aux valeurs du gradient de pression. Le second objectif de cette étude a été de tester les modèles semi-empiriques d'autospectres et d'interspectres de pression fluctuante. Ainsi après validation des calculs d'écoulement moyen par méthode RANS, nous avons pu voir que les modèles de Goody et de Rozenberg peuvent être utilisés selon la configuration d'écoulement, malgré les écarts dus aux difficultés de prise en compte du gradient de pression. Pour modéliser l'interspectre en fréquence-nombre d'onde, les modèles de Corcos et de Chase 1987 ont été considérés. Nous avons ainsi pu mettre en évidence les variations des niveaux entraînées par le gradient de pression, en particulier dans les bas nombres qui jouent un rôle prépondérant lorsqu'on calcule la réponse vibro-acoustique de la structure.

La deuxième problématique que nous avons étudiée a porté sur les différentes méthodes possibles pour introduire l'excitation de la structure par la CLT, en considérant celle-ci homogène. En

partant des formulations classiques de couplage entre les spectres de pression pariétale et les fonctions de transfert vibro-acoustiques de la structure, nous avons pu tester les méthodes suivantes sur un cas de plaque plane, et en considérant un fluide lourd en vue d'adapter les calculs à des applications dans le domaine naval :

- la méthode spatiale qui a montré une convergence assez lente en fonction de la résolution spatiale de l'excitation, et des coûts numériques rapidement élevés ;
- la méthode des ondes planes généralisées qui permet d'utiliser l'interspectre en fréquence-nombre d'onde pour l'excitation et de réduire le nombre de cas de chargement et le temps CPU des calculs par rapport à la méthode spatiale ;
- la méthode par réciprocité onde-point, qui est la plus adaptée lorsqu'on cherche à calculer la réponse vibro-acoustique localement en un temps court, le nombre de cas de chargement étant réduit au nombre de points récepteurs considéré. Cependant le calcul de la réponse vibro-acoustique moyenne nécessite la répétition du processus avec cette méthode ;
- la méthode par réalisations d'ondes planes décorrélées, qui permet de réduire le nombre de cas de chargement au nombre de réalisations, qui se révèle être peu élevé pour obtenir une convergence. Cette méthode permet ainsi de diminuer le temps CPU des calculs de la réponse vibro-acoustique moyenne de la structure, par rapport à la méthode des ondes planes généralisées.

Dans un second temps à partir de la formulation de la méthode des ondes planes généralisées, deux approches pour calculer la puissance injectée à la structure par la CLT ont été proposées en vue d'appliquer ensuite un modèle SEA sur des structures plus complexes. Les hypothèses simplificatrices permettent d'obtenir des formulations analytiques de la puissance injectée par bandes de fréquence très simples à mettre en œuvre, et de réduire considérablement les coûts numériques. Ces approches sont adaptées au cas d'une plaque plane simplement appuyée sur ses quatre bords, mais d'autres configurations de structure simple peuvent à priori être traitées, la sensibilité de la réponse vibro-acoustique aux conditions aux limites et à la courbure de la plaque étant faible en hautes fréquences.

Ces différentes méthodes ont en dernier lieu pu être adaptées de manière à prendre en compte une évolution spatiale de la CLT dans le calcul vibro-acoustique. Une décomposition de l'excitation en zones permet de faire varier l'interspectre de fluctuations de pression pariétale en fonction des paramètres de couche limite sur chaque zone. Cette approche nécessite de négliger les corrélations entre les zones. L'influence de cette hypothèse a été observée en basses fréquences et nous avons pu établir que la taille des zones doit être supérieure au double de la longueur de corrélation (basée sur le modèle de Corcos). En respectant ce critère et en se plaçant dans le domaine de validité du modèle de Chase 1987, privilégié pour estimer les niveaux des interspectres dans la région des bas nombres d'onde, nous avons ensuite pu montrer l'intérêt de la méthode dans la prise en compte de l'évolution spatiale de la CLT. Cette approche de décomposition de l'excitation a pu montrer son intérêt dans un cas test proche des applications industrielles dans le domaine naval, par une comparaison entre le cas classiquement considéré d'excitation homogène et le cas où la couche limite évolue le long de la structure.

## Perspectives

Des perspectives peuvent être envisagées à la fois sur les méthodes de modélisation des fluctuations de pression pariétale et sur les calculs vibro-acoustiques.

D'une part nous avons pu voir que l'analyse et la prédiction de la pression fluctuante pariétale restent très difficiles dans des configurations d'écoulement avec gradient de pression statique du fait de la non-linéarité des tendances en fonction du gradient. Pour progresser sur ce point, des études empiriques de l'influence du gradient de pression peuvent être menées à l'aide par exemple des résultats du projet ANR SONOBL [114], et notamment sur les cas de gradient favorable encore peu documentés pour la modélisation des autospectres. En outre, d'autres approches pourraient être approfondies pour la modélisation des niveaux des autospectres et des interspectres. On pense notamment aux approches statistiques [53][126][108] qui permettent d'avoir les spectres de pression pariétale à partir des données de turbulence et des paramètres d'écoulement obtenus par calcul RANS.

Concernant les calculs vibro-acoustique en tenant compte des variations spatiales de la CLT, des études complémentaires devraient être menées pour étudier la sensibilité de la réponse vibro-acoustique de la structure en fonction de la variation spatiale des spectres de fluctuations de pression pariétale. Un critère de nombre de zones pourrait être établi en fonction des variations des autospectres et des fonctions de cohérence spatiale.

Le processus de calcul basé sur l'approche PTF devra être étendu au rayonnement de structures courbes non bafflées. La prise en compte de l'effet de masse ajoutée par le fluide directement dans le calcul des fréquences propres a permis, d'une part de contourner l'obstacle sur la taille des pavés rencontré dans la thèse de Mathieu Aucejo et d'autre part, d'accélérer significativement les calculs. Les impédances par pavés traduisant le rayonnement dans l'eau n'ont cependant été calculées que pour une surface rayonnante plane et bafflée. Les calculs de ces impédances pour une surface rayonnante courbe sont à mener à partir d'une formulation intégrale du problème. Le processus de calcul permettrait alors d'estimer la pression rayonnée d'une structure telle que le massif de sous-marin à partir de ses modes propres. Il pourrait alors être utilisé pour étudier l'impact de différentes conceptions de la structure sur la pression rayonnée quand la structure est sollicitée par un écoulement turbulent.

Un moyen de valider les méthodes que nous avons proposées pour introduire l'excitation CLT dans le modèle vibro-acoustique serait de comparer leurs résultats à des données expérimentales, comprenant idéalement des mesures d'écoulement et de fluctuations de pression à la paroi, ainsi que des mesures vibratoires de la structure. Malgré les difficultés de mise en œuvre, du fait de la perte de précision entre les multiples étapes de mesures et les moyens de mesure qui peuvent entraîner des incertitudes, il serait intéressant de confronter les résultats numériques sur une configuration adaptée au cas réel à des mesures expérimentales pour tenter de retrouver les mêmes tendances.





# **ANNEXES**



# Annexe A.

## Mesures ENABLE : Interspectres de fluctuations de pression pariétale dans l'espace physique

Dans l'étude du Chapitre 2 sur la géométrie ENABLE, les mesures d'interspectres de pression pariétale sont utilisées pour extraire la vitesse de convection par la phase de l'interspectre puis les longueurs de cohérence par son module. Des figures complémentaires sont présentées dans cette annexe pour les mesures de phase et de module et les régressions respectives à la fréquence  $f = 3 \text{ kHz}$ .

La Figure A-1 illustre le fait que la partie linéaire de la phase est restreinte au centre de l'antenne de capteurs lorsque la fréquence augmente, ce qui peut limiter la régression linéaire qui permet d'avoir la vitesse de convection. On note également que l'intervalle linéaire est plus large au centre de la conduite, où le Strouhal est plus faible et l'écoulement plus stable.

En Figure A-2 et Figure A-3 sont représentés les modules de l'interspectre dans les directions longitudinale et transversale respectivement. On constate tout d'abord qu'en comparaison à la Figure 2.17 et à la Figure 2.18 à  $1 \text{ kHz}$  dans le Chapitre 2, la cohérence diminue plus rapidement à mesure que la fréquence augmente, ce qui s'explique par la taille plus petite des structures turbulentes associées aux hautes fréquences.

On observe également sur ces figures qu'à  $3 \text{ kHz}$ , les régressions pour extraire les longueurs de corrélation sont difficilement exploitables en début de conduite, en particulier dans la direction transversale où la décroissance est rapide en fonction de la séparation spatiale entre les capteurs. Cependant les mesures dans la zone de gradient de pression adverse sont plus stables et permettent des régressions exponentielles correctes.

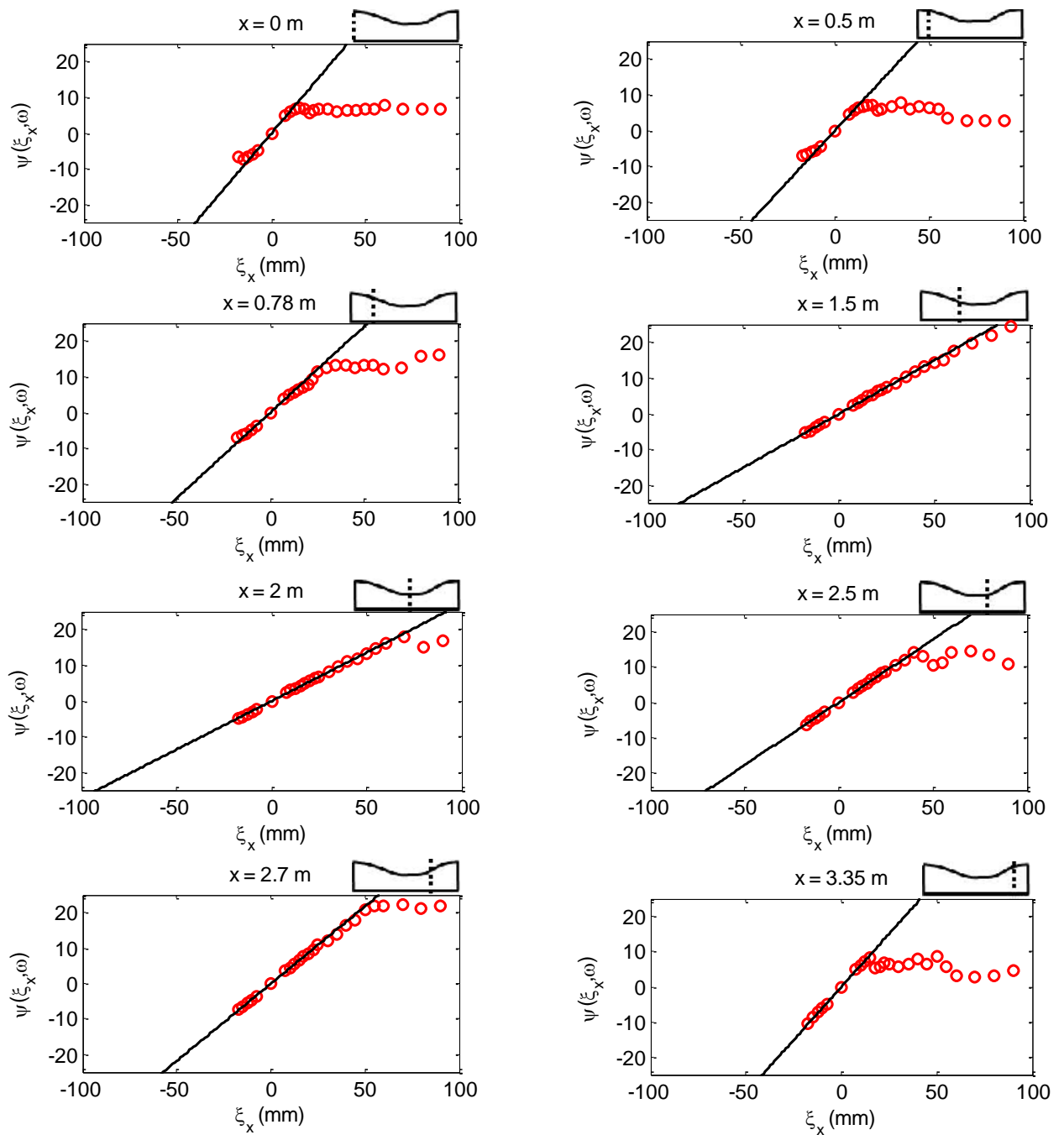


Figure A-1 : Phases (rad) des interspectres le long de la conduite,  $f = 3 \text{ kHz}$ .  
 Trait plein : Régression linéaire ;  $\bullet$  : Mesures.

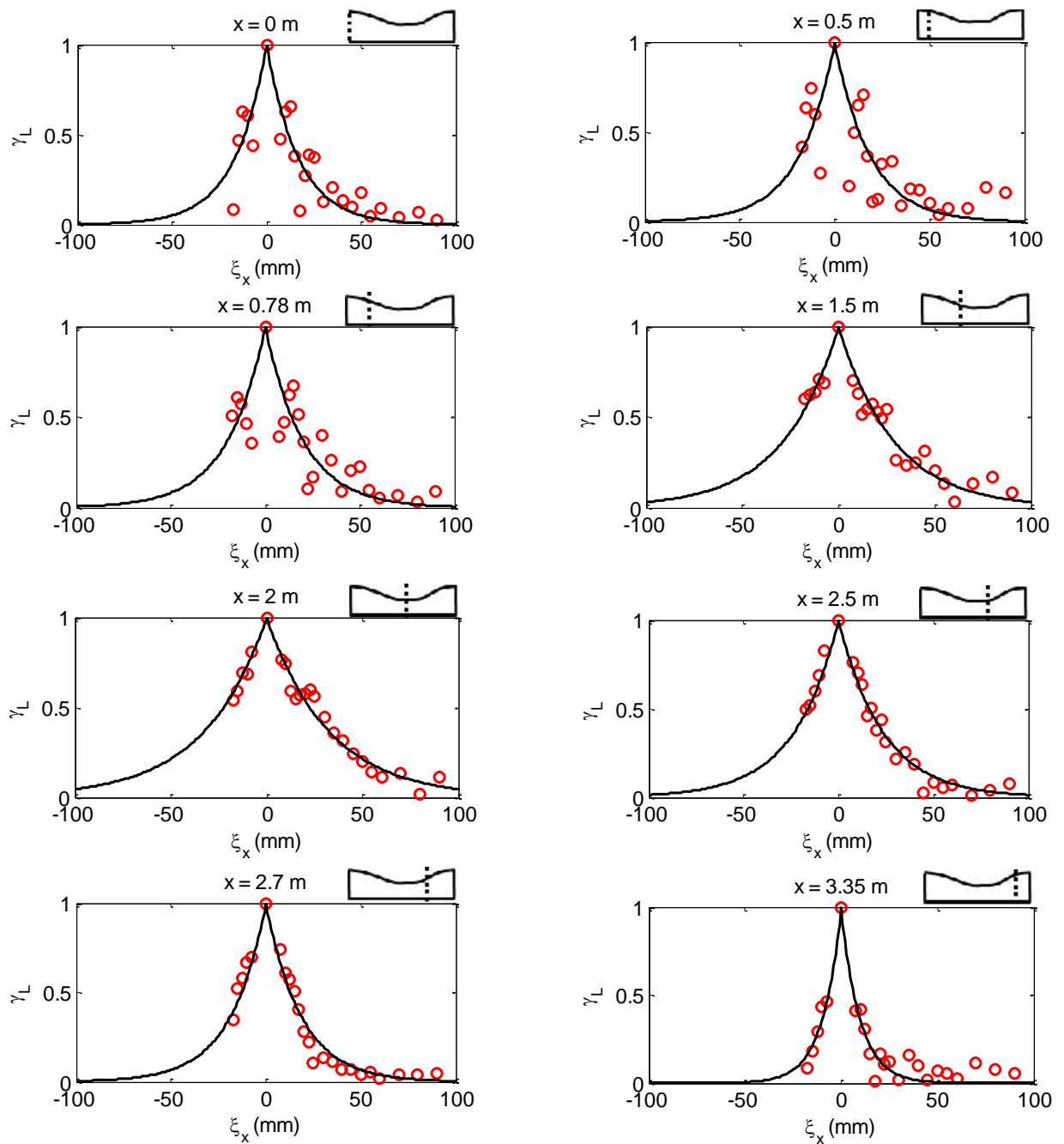


Figure A-2 : Cohérences longitudinales  $\gamma_L$  le long de la conduite.  $f = 3kHz$ .  
Trait plein : Régression exponentielle ;  $\bullet$  : Mesures.

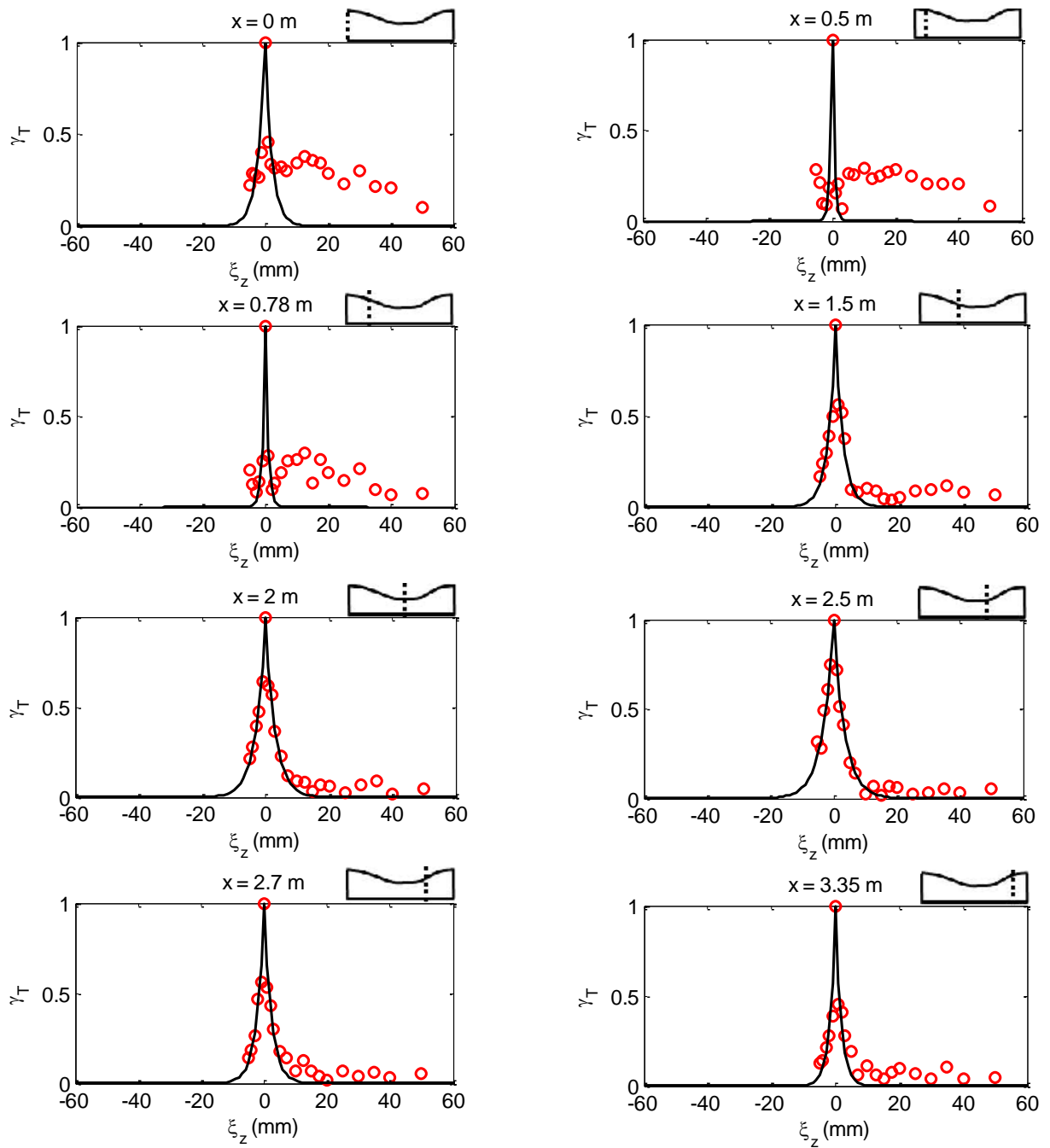


Figure A-3 : Cohérences transversales  $\gamma_T$  le long de la conduite.  $f = 3kHz$ .  
Trait plein : Régression exponentielle ;  $\bullet$  : Mesures.

# Annexe B.

## Calcul des PTF

Nous détaillons dans cette annexe le calcul des PTF dans le cas d'étude du Chapitre 3, correspondant à la plaque plane simplement appuyée sur ses quatre bords et chargée sur un côté par un fluide.

Le calcul des mobilités du sous-système plaque découplé nécessite le calcul de la vitesse normale lorsque la plaque est excitée par une pression unitaire  $\bar{p}_i^s$  au pavé  $i$ . On cherche ainsi à résoudre l'équation du mouvement de Love-Kirchhoff en considérant l'excitation :

$$p(x, z) = \begin{cases} \bar{p}_i^s & \text{sur le pavé } i \\ 0 & \text{sur les pavés } k \neq i \end{cases} \quad (\text{B.1.})$$

La vitesse est obtenue par une décomposition modale de l'équation de mouvement de Love-Kirchhoff pour les plaques minces en flexion. On en déduit la mobilité  $Y_{iM}^s$  en un point  $M = (x_M, z_M)$  et la mobilité  $Y_{ik}^s$  au pavé  $k$ , en réponse à l'excitation au pavé  $i$  :

$$Y_{iM}^s = \sum_m \sum_n j\omega \frac{F_{mn} w_{mn}(x_M, z_M)}{M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_{mn}\omega_{mn}\omega)} \quad (\text{B.2.})$$

$$Y_{ik}^s = \sum_m \sum_n j\omega \frac{F_{mn} \int_{\Sigma_i} w_{mn} dS}{M_{mn}(\omega_{mn}^2 - \omega^2 + j\eta_{mn}\omega_{mn}\omega)}$$

$\Sigma_i$  est l'aire du pavé  $i$ ,  $\omega_{mn}$  est la pulsation propre,  $w_{mn}$  la déformée modale et  $\eta_{mn}$  le facteur d'amortissement modal.  $F_{mn}$  et  $M_{mn}$  désignent respectivement la force généralisée et la masse modale, et sont ici calculés analytiquement dans le cas de la plaque appuyée, avec :

$$w_{mn}(x, z) = \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{b}\right) \quad (\text{B.3.})$$

On a pour une pression excitatrice unitaire :

$$M_{mn} = \rho_s h_s \int_{\Sigma_p} w_{mn}(x, z)^2 dS = \rho_s h_s \frac{ab}{4} \quad (\text{B.4.})$$

$$F_{mn} = \int_{\Sigma_i} w_{mn}(x, z) dS$$



Pour le sous-système fluide, le calcul de l'impédance passe par le calcul de la pression rayonnée dans le sous-système fluide résultant du déplacement d'un pavé. La pression  $p_M$  en un point  $M$  du fluide en réponse aux vitesses  $v_Q$  aux points  $Q$  de la plaque est donnée par l'intégrale de Rayleigh :

$$p_M = \frac{j\rho\omega}{2\pi} \int_{\Sigma_p} v_Q \frac{e^{-jk_0\|QM\|}}{\|QM\|} dQ \quad (\text{B.5.})$$

En discrétisant les pavés  $i$  et  $k$  en éléments d'indice  $l$  et  $l'$  respectivement, l'impédance entre une vitesse unitaire au pavé  $i$  et la pression au pavé  $k$  s'écrit :

$$Z_{ik}^f \approx \frac{j\rho\omega}{2\pi} \sum_i \sum_{l'} \frac{e^{-jk_0\|Q_l M_{l'}\|}}{\|Q_l M_{l'}\|} \quad (\text{B.6.})$$

La singularité rencontrée lorsque  $i = k$  est contournée en approximant le pavé par un piston circulaire de rayon  $r = \sqrt{a_i b_i / \pi}$  avec  $a_i$  et  $b_i$  les dimensions du pavé :

$$Z_{ii}^f \sim \rho c_0 (1 - e^{-jk_0 r}) dS_i \quad (\text{B.7.})$$

L'impédance entre le pavé excité  $i$  et le point  $M'$  du fluide s'écrit enfin :

$$Z_{iM'}^f \approx \frac{j\rho\omega}{2\pi} \sum_l \frac{e^{-jk_0\|Q_l M'\|}}{\|Q_l M'\|} \quad (\text{B.8.})$$

# Annexe C.

## Calcul des résonances avec prise en compte de l'effet de masse ajoutée par le fluide lourd

L'effet du couplage entre un fluide lourd et une structure a été l'objet de nombreuses études depuis les années 1960, et la notion de masse ajoutée par le fluide a d'abord été introduite de manière à déterminer les fréquences de résonance de la structure en prenant en compte ce couplage. Une approche souvent reprise pour déterminer ces fréquences de résonance est la méthodologie de Lindholm [82] qui permet d'évaluer la masse ajoutée à partir d'une correction empirique. Parmi les travaux qui utilisent les résultats de Lindholm comme référence, on peut citer l'étude de Liang *et al.* [81] qui propose une formulation empirique de la masse ajoutée, et celle de Wu *et al.* [141] qui présente une solution analytique des fréquences de résonance et des déformées d'une structure sous chargement lourd. L'approche à laquelle nous nous intéressons ici consiste à calculer la masse ajoutée par le fluide sur la base modale de la plaque à vide, ce qui rejoint la méthode décrite dans le Code Aster [32], ou encore par Vu *et al.* [135].

Le calcul des résonances d'une plaque plane de surface  $\Sigma_p$  chargée par un fluide lourd part de l'équation du mouvement forcé de Love-Kirchhoff pour une plaque mince en flexion excitée par la pression  $p(x, 0, z, t)$  exercée par le fluide :

$$D \left[ \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right] w(x, z, t) + \rho_p h_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, z, t) = -p(x, 0, z, t) \quad (\text{C.1.})$$

En dessous de la fréquence critique, l'effet réactif du fluide correspond à celui de la masse ajoutée par le fluide sur la structure [13][76]. Pour déterminer celle-ci, nous considérons que le fluide est incompressible, ce qui revient à réduire l'équation d'Helmholtz à l'équation de Laplace :

$$\Delta p(x, y, z) = 0 \quad \forall (x, y, z) \in \Omega \quad (\text{C.2.})$$

où  $\Omega$  correspond au milieu fluide. On rappelle également l'équation d'Euler à la paroi :

$$\frac{\partial p}{\partial y}(x, 0, z) = -\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, z) \quad \forall (x, z) \in \Sigma_p \quad (\text{C.3.})$$

La décomposition modale du déplacement normal à la paroi  $w(x, z, t)$  sur les modes *in vacuo* de la plaque s'écrit :

$$w(x, z, t) = \sum_m \sum_n w_{mn}(x, z) a_{mn}(t) \quad (\text{C.4.})$$

où  $a_{mn}(t)$  est l'amplitude du déplacement modal, et  $w_{mn}(x, z)$  est la déformée propre.

En reportant cette expression dans l'équation d'Euler, on est amené à rechercher le champ de pression exercé par le fluide sur la plaque sous la forme [32] :

$$p(x, 0, z, t) = \sum_m \sum_n \frac{\partial a_{mn}^2}{\partial t^2}(t) p_{mn}(x, 0, z) \quad (\text{C.5.})$$

où  $p_{mn}$  est une fonction dépendante de  $w_{mn}$  qui respecte le problème décrit plus bas (voir Eq. (C.11.)).

Cette décomposition modale permet d'effectuer deux calculs :

- D'une part l'équation (C.1.) se reformule en substituant les formes (C.4.) et (C.5.) :

$$\begin{aligned} \sum_m \sum_n D \left[ \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^4}{\partial z^4} \right] a_{mn}(t) w_{mn}(x, z) + \rho_p h_p \frac{\partial a_{mn}^2}{\partial t^2}(t) w_{mn}(x, z) \\ = - \sum_m \sum_n \frac{\partial a_{mn}^2}{\partial t^2}(t) p_{mn}(x, 0, z) \end{aligned} \quad (\text{C.6.})$$

En projetant cette équation sur la déformée du mode  $(p, q)$  et en utilisant ensuite la propriété d'orthogonalité des modes, on obtient l'équation suivante :

$$K_{pq} a_{pq}(t) + M_{pq} \frac{\partial a_{pq}^2}{\partial t^2}(t) = - \sum_m \sum_n \frac{\partial a_{mn}^2}{\partial t^2}(t) \int_{\Sigma_p} p_{mn}(x, 0, z) w_{pq}(x, z) dS \quad (\text{C.7.})$$

$K_{pq}$  est la raideur généralisée et  $M_{pq}$  la masse généralisée du mode  $(p, q)$ . L'effort généralisé de pression exercé par le fluide est ainsi traduit par le second membre de cette équation. La masse ajoutée intermodale s'écrit :

$$\tilde{M}_{mn;pq} = \int_{\Sigma_p} p_{mn}(x, 0, z) w_{pq}(x, z) dS \quad (\text{C.8.})$$

$\tilde{M}_{mn;pq}$  est définie à partir du champ de pression  $p_{mn}(x, z)$  associé au mode  $(m, n)$  et de la déformée  $w_{pq}(x, z)$  du mode  $(p, q)$ . Lorsque  $(m, n) \neq (p, q)$ ,  $\tilde{M}_{mn;pq}$  correspond à l'effet de masse ajoutée par couplage entre ces deux modes. L'écriture sous forme matricielle de (C.7.) en régime harmonique fait apparaître un problème aux valeurs propres avec une matrice de masse symétrique non diagonale [32]. La résolution de ce problème donne alors les valeurs propres et par conséquent les fréquences propres de la structure en tenant compte de l'effet de masse ajoutée par le fluide. Il a été noté dans la littérature [13] que cet effet de couplage intermodal est moins important sur l'effet réactif que sur l'effet résistif du fluide. On peut donc évaluer une approximation de ces fréquences propres en ne tenant compte que des termes diagonaux, c'est-à-dire en ne prenant que le terme d'auto-masse ajoutée (i.e.  $(m, n) = (p, q)$ ).

Les fréquences propres  $\tilde{f}_{mn}$  sont alors données par :

$$\tilde{f}_{mn} \sim \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{mn}}{M_{mn} + \tilde{M}_{mn,mn}}} \quad (\text{C.9.})$$

Cette technique réduit le coût des calculs car elle évite de calculer les termes extradiagonaux de la masse ajoutée (i.e. lorsque  $(m, n) \neq (p, q)$ ), mais il faut garder à l'esprit qu'elle ne donne qu'une approximation des fréquences propres.

- D'autre part les équations de Laplace et d'Euler se réécrivent également :

$$\begin{aligned} \sum_m \sum_n \frac{\partial a_{mn}^2}{\partial t^2}(t) \Delta p_{mn}(x, y, z) &= 0 \\ \sum_m \sum_n \frac{\partial a_{mn}^2}{\partial t^2}(t) \frac{\partial p_{mn}}{\partial y}(x, 0, z) &= -\rho_p \sum_m \sum_n \frac{\partial a_{mn}^2}{\partial t^2}(t) w_{mn}(x, z) \end{aligned} \quad (\text{C.10.})$$

Ce qui revient à résoudre pour tout  $(m, n) \in \mathbb{N}^2$  :

$$\begin{aligned} \Delta p_{mn}(x, y, z) &= 0 \\ \frac{\partial p_{mn}}{\partial y}(x, 0, z) &= -\rho w_{mn}(x, z) \end{aligned} \quad (\text{C.11.})$$

Ce problème est équivalent à l'équation d'Helmholtz pour un fluide incompressible (c'est-à-dire avec une célérité acoustique infinie) en imposant un déplacement harmonique normal égal à  $w_{mn}(x, z)$  sur la surface  $\Sigma_p$  à la fréquence angulaire de 1 rad/s.

On résout ce problème en utilisant cette analogie et l'approche PTF. La surface  $\Sigma_p$  est découpée en pavés que l'on suppose suffisamment petits pour décrire l'interaction fluide-structure. Les impédances par pavés  $\tilde{Z}_{ik}$  sont estimées en utilisant l'intégrale de Rayleigh pour une fréquence angulaire de 1 rad/s et une célérité qui tend vers l'infini. Elles s'expriment ainsi par :

$$\tilde{Z}_{ik} \approx \frac{j\rho}{2\pi} \sum_l \sum_{l'} \frac{1}{\|Q_l M_{l'}\|} \quad (\text{C.12.})$$

Lorsque les pavés  $i$  et  $k$  sont confondus,  $\tilde{Z}_{ii}$  est calculé avec l'approximation du pavé par un piston circulaire de rayon  $r = \sqrt{a_i b_i / \pi}$  et le développement limité de la fonction exponentielle :

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n) \quad (\text{C.13.})$$

On a alors :

$$\tilde{Z}_{ii} \approx j\rho d S_i \quad (\text{C.14.})$$

On vérifie que cette impédance est bien imaginaire pure, et donc relative à l'effet réactif du fluide sur la structure. Sachant que la vitesse normale sur  $\Sigma_p$  correspond alors à  $j \times w_{mn}$ , la pression  $p_{mn}$  au pavé  $k$  s'exprimera alors par :

$$\bar{p}_{mnk} = \tilde{Z}_{ik}(-j\bar{w}_{mn;i}) \quad (\text{C.15.})$$

où  $\bar{w}_{mn;i}$  est égal à la moyenne de  $w_{mn}$  sur le pavé  $i$ .

En discrétisant l'intégrale (C.8.) sur les pavés, on peut finalement estimer l'auto-masse ajoutée par :

$$\tilde{M}_{mn,mn} \approx \sum_k [\tilde{Z}_{ik}(-j\bar{w}_{mn;i})] \bar{w}_{mn;k} \quad (\text{C.16.})$$

La sommation qui apparaît dans cette expression est effectuée sur les pavés. En appliquant classiquement la méthode PTF pour décrire l'interaction fluide-structure, Aucejo [6] avait noté que le critère en  $\lambda_f/2$  pour définir la taille des pavés n'était pas suffisant pour converger. On étudie ce critère sur un cas traité dans la littérature [13]. Pour cela nous basons la discrétisation sur les longueurs d'ondes  $\lambda_m$  et  $\lambda_n$  associées aux indices modaux  $m$  et  $n$  :

$$\begin{aligned} \lambda_m &= \frac{2a}{m} \\ \lambda_n &= \frac{2b}{n} \end{aligned} \quad (\text{C.17.})$$

Les tailles des pavés sont ainsi basées  $\lambda_m$  et  $\lambda_n$  :

$$\begin{aligned} \delta x &= \lambda_m/N \\ \delta z &= \lambda_n/N \end{aligned} \quad (\text{C.18.})$$

où  $N$  est un entier. Nous étudions la convergence des calculs de résonances selon la valeur de  $N$  pour l'exemple de la plaque plane simplement supportée sur ses quatre bords étudiée dans le Chapitre 3. Les résonances pour un mode, calculées à partir de la masse totale  $M_{mn} + \tilde{M}_{mn,mn}$ , sont comparées pour plusieurs discrétisations en Figure.C-1. Dans la figure de gauche, on observe la convergence du rapport  $\tilde{f}_{mn}/f_{mn}$  en fonction du facteur  $N$ . On constate que lorsque  $N$  est inférieur à 10 la convergence n'est pas tout à fait atteinte mais l'écart avec la valeur à  $N = 25$  n'est que de 3 %. On peut estimer que la convergence n'est réellement atteinte qu'à partir de  $N \sim 15$ .

Pour simplifier le calcul lorsque tous les modes sont considérés, nous avons basé la discrétisation sur les valeurs minimales de  $\lambda_m$  et  $\lambda_n$ , c'est-à-dire correspondant aux indices modaux de la dernière fréquence considérée dans le calcul. La Figure.C-1 b. présente les fréquences de résonance obtenues pour différentes valeurs de  $N$ . Le calcul est effectué en prenant les  $\lambda_m$  et  $\lambda_n$  les plus petits à la fréquences  $10f_{max}$  où  $f_{max}$  est la fréquence maximale de la gamme considérée, de manière à prendre en compte tous les modes et pour garantir une convergence suffisante pour les modes compris dans la bande de fréquence d'intérêt ( $f_{max} = 500 \text{ Hz}$  ici). Nous constatons que la convergence est satisfaisante pour  $N = 4$  pour cet exemple. Ce calcul permet donc d'estimer les

fréquences de résonances de manière satisfaisante à partir d'une seule discrétisation PTF. D'une manière générale nous avons considéré une discrétisation selon  $N = 4$  en prenant  $10f_{max}$  pour la limite dans le calcul des résonances, et en basant la discrétisation sur les plus petites valeurs de  $\lambda_m$  et  $\lambda_n$ .

A partir des résonances ainsi calculées en prenant en compte l'effet de masse ajoutée, nous appliquons la méthode PTF au cas de plaque plane décrit dans la partie 3.1. La plaque est considérée excitée par une force ponctuelle en son centre. Les niveaux vibratoires moyens obtenus avec et sans prise en compte de l'effet de masse ajoutée sont comparés en Figure C-2 aux résultats de Berry [13]. Cette comparaison permet de valider sur ce cas le calcul des résonances en fluide lourd : les fréquences correspondent relativement bien aux résonances obtenues numériquement par Berry, et la comparaison avec le calcul en fluide léger permet d'observer le décalage significatif des résonances vers les basses fréquences induit par le fluide lourd. Les légers écarts fréquentiels qui subsistent peuvent certainement être attribués au fait que l'on n'a pas tenu compte des termes de couplage intermodaux dans le calcul de la masse ajoutée.

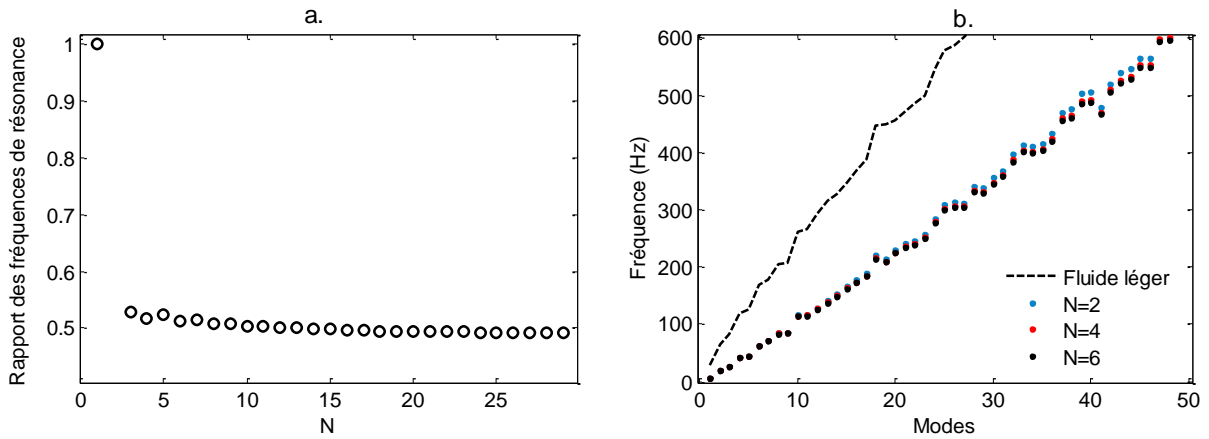


Figure.C-1 : Fréquences de résonances de la plaque. a. : Rapport entre la fréquence propre avec masse ajoutée  $\hat{f}_{mn}$  et la fréquence propre sans masse ajoutée  $f_{mn}$  en fonction du facteur  $N$ . b. : Etude de convergence pour le calcul en fluide lourd, et comparaison aux résonances en fluide léger.

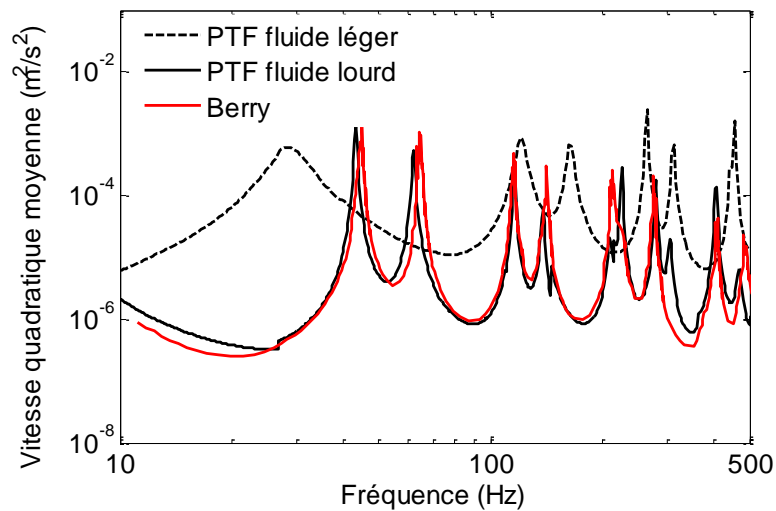


Figure C-2 : Vitesses quadratique moyenne de la plaque excitée par une force ponctuelle au centre. Résultats obtenus par PTF en fluide léger et en fluide lourd ( $\lambda_{m_{min}}/4, \lambda_{n_{min}}/4$ ), comparaison aux résultats de Berry [13].

# Annexe D.

## Calcul de la réponse vibratoire moyenne d'une plaque plane infinie

Nous détaillons ici la méthode de calcul de puissance injectée présentée dans la partie 3.4.3. On fait ici l'hypothèse simplificatrice sur le spectre des fluctuations dans les nombres d'onde (paragraphe 3.4.2.2) :

$$\Phi_{pp}(k_x, k_z, \omega) \approx \Phi_{pp}(k_f, 0, \omega) \quad \forall (k_x, k_z) \quad (\text{D.1.})$$

En reprenant la formulation de l'autospectre de vitesse au point  $x = (x, z)$  de la plaque issue de la méthode par ondes planes généralisées, on peut donc écrire :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) \approx \frac{1}{4\pi^2} \Phi_{pp}(k_f, 0, \omega) \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 d\mathbf{k} \quad (\text{D.2.})$$

Comme indiqué dans la partie 3.4.3, nous cherchons à calculer le terme  $\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{H}_v(\mathbf{x}, \mathbf{k}, \omega)|^2 d\mathbf{k}$ . L'hypothèse de la plaque infinie permet de reformuler l'équation du mouvement en passant dans l'espace des nombres d'onde et en imposant la force extérieure en  $\mathbf{x} = (0,0)$ . Ainsi la fonction de sensibilité  $\tilde{H}_v(0, \mathbf{k}, \omega)$  s'écrit :

$$\tilde{H}_v(0, k_x, k_z, \omega) = \frac{j\omega}{D^* k^4 - \omega^2 \rho_p h_p} \quad (\text{D.3.})$$

où  $\rho_p$  est la masse volumique de la structure et  $D^* = D(1 + j\eta_p)$ , avec  $D$  la rigidité de flexion et  $\eta_p$  le facteur de perte interne de la plaque. En passant en coordonnées cylindriques, le spectre de vitesse donne :

$$S_{vv}(\mathbf{x}, \omega) \approx \frac{1}{4\pi^2} \Phi_{pp}(k_f, 0, \omega) \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\omega}{D^* k^4 - \omega^2 \rho_p h_p} \right|^2 k dk d\theta \quad (\text{D.4.})$$

Appelons  $I$  l'intégrale sur les nombres d'onde :

$$I = \frac{\omega^2}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k}{|k^4(1 + j\eta_p) - k_f^4|^2} dk \quad (\text{D.5.})$$

avec  $k_f^4 = \omega^2 \rho_p h_p / D$ .



Cette intégrale peut être reformulée par :

$$I = \frac{\omega^2}{D^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\eta_p^2 k^8} \left[ \frac{k}{\left( \frac{k^4 - k_f^4}{\eta_s k^4} \right)^2 + 1} \right] dk \quad (D.6.)$$

En faisant l'hypothèse que l'énergie se situe principalement au nombre d'onde de flexion naturelle  $k_f$ , l'expression (D.6.) se simplifie :

$$I \approx \frac{\omega^2 k_f}{D^2 \eta_p^2 k_f^8} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{\left( \frac{4(k - k_f)}{\eta_p k_f} \right)^2 + 1} \right] dk \quad (D.7.)$$

Le changement de variable  $\epsilon = 4(k - k_f)/\eta_p k_f$  est appliqué :

$$I \approx \frac{\omega^2}{D^2 \eta_p^2 k_f^7} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{1}{\epsilon^2 + 1} \right) \frac{\eta_s k_f}{4} d\epsilon \quad (D.8.)$$

Or

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{1}{\epsilon^2 + 1} \right) d\epsilon = [\arctan \epsilon]_{-\infty}^{+\infty} = \pi \quad (D.9.)$$

D'où :

$$I \approx \frac{\pi}{4} \frac{\omega^2}{D^2 \eta_p k_f^6} \quad (D.10.)$$

L'autospectre de vitesse de la plaque est donc approché par :

$$S_{vv}(x, \omega) \approx \frac{1}{8} \cdot \Phi_{pp}(k_f, 0, \omega) \frac{\omega^2}{D^2 \eta_p k_f^6} \quad (D.11.)$$

ou avec la définition de  $k_f$  :

$$S_{vv}(x, \omega) \approx \frac{\Phi_{pp}(k_f, 0, \omega)}{8M\sqrt{MD}\eta_p\omega} \quad (D.12.)$$

où  $M = \rho_p h_p$  est la masse surfacique de la plaque.

# Références

- [1] W. ALEXANDER, W. DEVENPORT, ET S. GLEGG, Aerodynamic noise from sparse surface roughness, *AIAA paper 2011-2740*, Portland, USA, 2011.
- [2] ANSYS FLUENT 12.0, User's Guide. 2009.
- [3] B. ARGUILLAT, Etude expérimentale et numérique de champs de pression pariétale dans l'espace des nombres d'onde, avec application aux vitrages automobiles, *Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon*, 2006.
- [4] B. ARGUILLAT, D. RICOT, C. BAILLY, ET G. ROBERT, Measured wavenumber-frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall-pressure fluctuations, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 128, n° 4, p. 1647-1655, 2010.
- [5] J. A. ASTOLFI, P. BALLY, P. OLIVERO, ET B. E. FORESTIER, Rapport du Bassin d'Essais des Carènes ; Mesures et modélisations des fluctuations de pression sous une couche limite turbulente aéro et hydrodynamique, avec et sans manipulateur de couche limite, *Rapport final au titre de la convention C.91.77*, 1993.
- [6] M. AUCEJO, Vibro-acoustique des structures immergées sous écoulement turbulent, *Thèse de Doctorat, INSA Lyon*, 2010.
- [7] M. AUCEJO, L. MAXIT, N. TOTARO, ET J.-L. GUYADER, Convergence acceleration using the residual shape technique when solving structure-acoustic coupling with the Patch Transfer Functions method, *Comput. Struct.*, vol. 88, p. 728-736, 2010.
- [8] M. AWASTHI, J. FOREST, M. MORTON, W. DEVENPORT, ET S. GLEGG, The Disturbance of a high Reynolds number turbulent boundary layer by small forward steps, *AIAA paper 2011-2777*, Portland, USA, 2011.
- [9] C. BAILLY ET G. COMTE-BELLOT, *Turbulence*. CNRS Editions, 2003.
- [10] J. BAKEWELL, G. F. CAREY, J. J. LIBUHA, H. H. SCHLOEMER, ET W. A. VON WINKLE, Wall-pressure correlations in turbulent pipe flow, *New London, Connecticut, Navy Underwater Sound Laboratory*, 1962.
- [11] J.-P. BÉRENGER, A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves, *J. Comput. Phys.*, vol. 114, n° 2, p. 185-200, 1994.
- [12] A. BERMÚDEZ, L. HERVELLA-NIETO, A. PRIETO, ET R. RODRÍGUEZ, An optimal perfectly matched layer with unbounded absorbing function for time-harmonic acoustic scattering problems, *J. Comput. Phys.*, vol. 223, n° 2, p. 469-488, 2007.
- [13] A. BERRY, A new formulation for the vibrations and sound radiation of fluid-loaded plates with elastic boundary conditions, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 96, n° 2, p. 889-901, 1994.
- [14] W. K. BLAKE, Turbulent boundary layer wall-pressure fluctuations on smooth and rough walls, *J. Fluid Mech.*, vol. 44, n° 04, p. 637-660, 1970.

- [15] W. K. BLAKE, *Mechanics of flow-induced sound and vibration, Vol I-II*. Academic Press, 1986.
- [16] W. K. BLAKE ET D. M. CHASE, Wavenumber-frequency spectra of turbulent boundary layer pressure measured by microphone arrays, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 49, n° 3B, p. 862-877, 1971.
- [17] C. BOISSON, J. L. GUYADER, P. MILLOT, ET C. LESUEUR, Energy transmission in finite coupled plates, part II: Application to an L shaped structure, *J. Sound Vib.*, vol. 81, n° 1, p. 93-105, 1982.
- [18] W. K. BONNESS, D. E. CAPONE, ET S. A. HAMBRIC, Low-wavenumber turbulent boundary layer wall-pressure measurements from vibration data on a cylinder in pipe flow, *J. Sound Vib.*, vol. 329, n° 20, p. 4166-4180, 2010.
- [19] A. O. BORISYUK ET V. T. GRINCHENKO, Vibration and noise generation by elastic elements excited by a turbulent flow, *J. Sound Vib.*, vol. 204, n° 2, p. 213-237, 1997.
- [20] A. LE BOT, Geometric diffusion of vibrational energy and comparison with the vibrational conductivity approach, *J. Sound Vib.*, vol. 212, n° 4, p. 637-647, 1998.
- [21] M. K. BULL, Wall-pressure fluctuations beneath turbulente boundary layers: Some reflections on forty years of research, *J. Sound Vib.*, vol. 190, n° 3, p. 299-315, 1996.
- [22] T. E. BURTON, Wall-pressure fluctuations at smooth and rough surfaces under turbulent boundary layers with favorable and adverse pressure gradients, *Office of Naval Research*, 1973.
- [23] M. R. CATLETT, J. M. ANDERSON, D. STEWART, ET J. FOREST, Empirical spectral model of surface pressure fluctuations beneath adverse pressure gradients, *AIAA paper 2014-2910*, Atlanta,USA, 2014.
- [24] D. M. CHASE, Modeling the wavevector-frequency spectrum of turbulent boundary layer wall pressure, *J. Sound Vib.*, vol. 70, n° 1, p. 29-67, 1980.
- [25] D. M. CHASE, The character of the turbulent wall pressure spectrum at subconvective wavenumbers and a suggested comprehensive model, *J. Sound Vib.*, vol. 112, n° 1, p. 125-147, 1987.
- [26] P. CHASSAING, *Turbulence en mécanique des fluides : analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur*. Editions Cépaduès, 2000.
- [27] J.-D. CHAZOT ET J.-L. GUYADER, Prediction of transmission loss of double panels with a patch-mobility method, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 121, n° 1, p. 267-278, 2007.
- [28] E. CIAPPI ET F. MAGIONESI, Characteristics of the turbulent boundary layer pressure spectra for high-speed vessels, *J. Fluids Struct.*, vol. 21, n° 3, p. 321-333, 2005.
- [29] E. CIAPPI, F. MAGIONESI, S. DE ROSA, ET F. FRANCO, Hydrodynamic and hydroelastic analyses of a plate excited by the turbulent boundary layer, *J. Fluids Struct.*, vol. 25, n° 2, p. 321-342, 2009.
- [30] K. CIPOLLA ET W. KEITH, Effects of pressure gradients on turbulent boundary layer wave number frequency spectra, *AIAA J.*, vol. 38, n° 10, p. 1832-1836, 2000.
- [31] F. H. CLAUSER, Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients, *J. Aeronaut. Sci.*, vol. 21, n° 2, p. 91-108, 1954.
- [32] CODE\_ASTER, Calcul de matrice de masse ajoutée sur base modale, *Manuel de référence*, 2013.
- [33] G. M. CORCOS, Resolution of pressure in turbulence, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 35, n° 2, 1963.
- [34] G. M. CORCOS, The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows, *J. Fluid Mech.*, vol. 18, n° 03, p. 353-378, 1964.
- [35] V. COTONI, P. SHORTER, ET R. LANGLEY, Numerical and experimental validation of a hybrid finite element-statistical energy analysis method, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 122, n° 1, p. 259-270, 2007.

- 
- [36] J. COUSTEIX, *Aérodynamique - Turbulence et couche limite*. Editions Cépaduès, 1989.
- [37] J. CRAIG, Coupling of substructures for dynamic analyses: An overview, in *41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [38] R. R. CRAIG JR. ET BAMPTON, Coupling of substructures for dynamic analyses., *AIAA J.*, vol. 6, n° 7, p. 1313-1319, 1968.
- [39] H. G. DAVIES, Sound from turbulent boundary layer-excited panels, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 49, n° 3B, p. 878-889, 1971.
- [40] W. J. DEVENPORT, D. L. GRISSOM, W. NATHAN ALEXANDER, B. S. SMITH, ET S. A. L. GLEGG, Measurements of roughness noise, *J. Sound Vib.*, vol. 330, n° 17, p. 4250-4273, 2011.
- [41] C. DURANT, G. ROBERT, P. J. T. FILIPPI, ET P.-O. MATTEI, Vibroacoustic response of a thin cylindrical shell excited by a turbulent internal flow: Comparison between numerical prediction and experimentation, *J. Sound Vib.*, n° 5, p. 1115-1155, 2000.
- [42] B. M. EFIMTSOV, Characteristics of the field of turbulent wall pressure fluctuations at large Reynolds numbers, *Sov Phys Acoust*, vol. 28, n° 4, p. 289-292, 1982.
- [43] B. M. EFIMTSOV, Similarity criteria for the spectra of wall pressure fluctuations in a turbulent boundary layer, *Sov Phys Acoust*, vol. 30, n° 1, 1984.
- [44] F. J. FAHY, *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*, Academic Press. Academic Press, 1985.
- [45] F. J. FAHY, Statistical energy analysis: A critical overview, *Philos. Trans. R. Soc. Lond.*, vol. 346, n° 1681, p. 431-447, 1994.
- [46] F. J. FAHY, The vibro-acoustic reciprocity principle and applications to noise control, *Acta Acust. United Acust.*, vol. 81, n° 6, p. 544-558, 1995.
- [47] T. M. FARABEE ET M. J. CASARELLA, Spectral features of wall pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers, *Phys. Fluids*, vol. 3, n° 10, p. 2410-2420, 1991.
- [48] T. M. FARABEE ET F. E. GEIB, Measurement of boundary layer pressure fields with an array of pressure transducers in a subsonic flow, *ICIASF '75 Record*, 1975.
- [49] S. FINNVEDEN, F. BIRGERSSON, U. ROSS, ET T. KREMER, A model of wall-pressure correlation for prediction of turbulence-induced vibration, *J. Fluids Struct.*, vol. 20, n° 8, p. 1127-1143, 2005.
- [50] F. E. GEIB, Measurements on the effect of transducer size on the resolution of boundary layer pressure fluctuations, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 46, p. 253-261, 1969.
- [51] K. GERDES, A review of Infinite Element Methods for exterior Helmholtz problems, *J. Comput. Acoust.*, vol. 08, n° 01, p. 43-62, 2000.
- [52] R. B. GILCHRIST ET W. STRAWDERMAN, Experimental hydrophone-size correction factor for boundary-layer pressure fluctuations, U.S. Navy Underwater Sound Laboratory, 1965.
- [53] S. GLEGG, Using RANS calculations of turbulent kinetic energy to provide two point flow velocity correlations and surface pressure spectra, *Office of Naval Research, Arlington, Dpt. of Ocean and Mechanical Engineering, Florida Atlantic University*, 2012.
- [54] M. GOODY, Empirical spectral model of surface pressure fluctuations, *AIAA J.*, vol. 42, p. 1788-1794, 2004.
- [55] M. C. GOODY ET R. L. SIMPSON, Surface pressure fluctuations beneath two- and three-dimensional turbulent boundary layers, *AIAA J.*, vol. 38, n° 10, p. 1822-1831, 2000.
-

- [56] W. R. GRAHAM, A comparison of models for the wavenumber-frequency spectrum of turbulent boundary layer pressures, *J. Sound Vib.*, vol. 206, n° 4, p. 541-565, 1997.
- [57] J. L. GUYADER, Modal sampling method for the vibration study of systems of high modal density, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 88, n° 5, p. 2269-2276, 1990.
- [58] J. L. GUYADER, C. BOISSON, ET C. LESUEUR, Energy transmission in finite coupled plates, part I: Theory, *J. Sound Vib.*, vol. 81, n° 1, p. 81-92, 1982.
- [59] S. A. HAMBRIC, Y. F. HWANG, ET W. K. BONNESS, Vibrations of plates with clamped and free edges excited by low-speed turbulent boundary layer flow, *J. Fluids Struct.*, vol. 19, n° 1, p. 93-110, 2004.
- [60] R. J. HANSEN, R. A. HANDLER, ET R. I. LEIGHTON, Prediction of turbulence-induced forces on structures from full numerical solutions of the Navier-Stokes equations, *J. Fluids Struct.*, vol. 1, p. 431-443, 1987.
- [61] M. S. HOWE, Surface pressures and sound produced by turbulent flow over smooth and rough walls, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 90, n° 2, p. 1041-1047, 1991.
- [62] W. C. HURTY, Dynamic analysis of structural systems using component modes, *AIAA J.*, vol. 3, n° 4, p. 678-685, 1965.
- [63] W. C. HURTY, Truncation errors in natural frequencies as computed by the method of component mode synthesis, *Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, USA, Technical Report*, 1966.
- [64] Z. HU, C. L. MORFEY, ET N. D. SANDHAM, Wall-pressure and shear stress spectra from Direct Numerical Simulations of Channel Flow up to  $Re\theta = 1440$ , *AIAA J.*, vol. 44, n° 7, p. 1541-1549, 2006.
- [65] Y. F. HWANG, W. K. BONNESS, ET S. A. HAMBRIC, On modeling structural excitations by low speed turbulent boundary layer flows, *The Pennsylvania State University, Applied Research Laboratory, Technical Report*, 2003.
- [66] Y. F. HWANG, W. K. BONNESS, ET S. A. HAMBRIC, Comparison of semi-empirical models for turbulent boundary layer wall pressure spectra, *J. Sound Vib.*, vol. 319, n° 1-2, p. 199-217, 2009.
- [67] Y. F. HWANG ET G. MAIDANIK, A wavenumber analysis of the coupling of a structural mode and flow turbulence, *J. Sound Vib.*, vol. 142, n° 1, p. 135-152, 1990.
- [68] J. F. IMBERT, *Analyse des structures par éléments finis*. Editions Cépaduès, 1991.
- [69] D. JUVÉ, M. BERTON, ET E. SALZE, *Spectral properties of wall-pressure fluctuations and their estimation from computational fluid dynamics - in Flinovia - Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects*, Springer p.27-46, 2015.
- [70] W. L. KEITH, D. A. HURDIS, ET B. M. ABRAHAM, A comparison of turbulent boundary layer wall-pressure spectra, *J. Fluids Eng.*, vol. 114, n° 3, p. 338-347, 1992.
- [71] S. M. KIRKUP, *The Boundary Element Method (BEM) in Acoustics*, Integrated Sound Software. 1998.
- [72] R. H. KRAICHNAN, Pressure fluctuations in turbulent flow over a flat plate, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 28, n° 3, p. 378-390, 1956.
- [73] R. S. LANGLEY, A wave intensity technique for the analysis of high frequency vibrations, *J. Sound Vib.*, vol. 159, n° 3, p. 483-502, 1992.
- [74] R. S. LANGLEY ET A. N. BERCIN, Wave intensity analysis of high frequency vibrations, *Philos. Trans. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 346, n° 1681, p. 489-499, 1994.

- 
- [75] R. S. LANGLEY ET J. A. CORDIOLI, Hybrid deterministic-statistical analysis of vibro-acoustic systems with domain couplings on statistical components, *J. Sound Vib.*, vol. 321, n° 3-5, p. 893-912, 2009.
- [76] B. LAULAGNET ET J. L. GUYADER, Modal analysis of a shell's acoustic radiation in light and heavy fluids, *J. Sound Vib.*, vol. 131, n° 3, p. 397-415, 1989.
- [77] B. E. LAUNDER ET D. B. SPALDING, *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*, Londres, Academic Press, 1972.
- [78] F. G. LEPPINGTON, E. G. BROADBENT, ET K. H. HERON, The acoustic radiation efficiency of rectangular panels, *Proc. R. Soc. Lond. Math. Phys. Sci.*, vol. 382, n° 1783, p. 245-271, 1982.
- [79] M. LESIEUR, O. MÉTAIS, ET P. COMTE, *Large-Eddy Simulations of Turbulence*. Cambridge University Press, 2005.
- [80] C. LESUEUR, M. HECKL, ET J. DELCAMBRE, *Rayonnement acoustique des structures*. Eyrolles, 1988.
- [81] C.-C. LIANG, C.-C. LIAO, Y.-S. TAI, ET W.-H. LAI, The free vibration analysis of submerged cantilever plates, *Ocean Eng.*, vol. 28, n° 9, p. 1225-1245, 2001.
- [82] U. S. LINDHOLM, D. D. KANA, W.-H. CHU, ET H. N. ABRAMSON, Elastic vibration characteristics of cantilever plates in water, *J. Ship Res.*, vol. 9, p. 11-22, 1965.
- [83] R. H. LYON ET R. G. DEJONG, *Theory and application of statistical energy analysis*, 2nd Revised edition. Butterworth-Heinemann Ltd, 1995.
- [84] R. H. LYON ET G. MAIDANIK, Power flow between linearly coupled oscillators, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 34, n° 5, p. 623-639, 1962.
- [85] F. MAGIONESI ET E. CIAPPI, Experimental investigation of turbulent boundary layer excitation acting on the sonar dome, *présenté à Inter-Noise, Lisbonne*, 2010.
- [86] F. MAGIONESI, E. CIAPPI, R. CAMUSSI, T. PAGLIAROLI, A. DI MASCIO, B. IMPERATORE, ET A. MARINO, Measurement and modeling of turbulent boundary layer excitation for naval and aeronautical applications, *présenté à NOVEM, Sorrento*, 2012.
- [87] G. MAIDANIK, Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 34, n° 6, p. 809-826, 1962.
- [88] N. C. MARTIN ET P. LEEHEY, Low wavenumber wall pressure measurements using a rectangular membrane as a spatial filter, *J. Sound Vib.*, vol. 52, n° 1, p. 95-120, 1977.
- [89] C. MAURY, P. GARDONIO, ET S. J. ELLIOTT, A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel - Part I: General Theory, *J. Sound Vib.*, vol. 252, n° 1, p. 83-113, 2002.
- [90] C. MAURY, P. GARDONIO, ET S. J. ELLIOTT, A wavenumber approach to modelling the response of a randomly excited panel - Part II: Application to aircraft panels excited by a turbulent boundary layer, *J. Sound Vib.*, vol. 252, n° 1, p. 115-139, 2002.
- [91] L. MAXIT, Extension et reformulation du modèle SEA par la prise en compte de la répartition des énergies modales, *Thèse de Doctorat, INSA de Lyon*, 2000.
- [92] L. MAXIT, M. AUCEO, ET J.-L. GUYADER, Improving the Patch Transfer Function approach for fluid-structure modeling in heavy fluid, *J. Sound Vib.*, vol. 134, 2012.
- [93] L. MAXIT ET C. AUDOLY, Hydrodynamic noise prediction in a Sonar cavity: injected power estimation from the wavevector - frequency spectrum of turbulent wall pressure, *in Proceedings of Novem 2005, Saint Raphael, France*, 2005.
-

- [94] L. MAXIT, M. BERTON, C. AUDOLY, ET D. JUVÉ, *Different vibro-acoustic models for predicting the flow-induced structural vibration en re-radiated noise - in Flinovia - Flow Induced Noise and Vibration Issues and Aspects*, Springer p.249-278, 2015.
- [95] L. MAXIT, C. CACCIOLATI, ET J.-L. GUYADER, Airborne noise prediction using patch acoustic impedance, *présenté à 9th International Congress on Sound and Vibration, Orlando, USA*, 2002.
- [96] L. MAXIT ET V. DENIS, Prediction of flow induced sound and vibration of periodically stiffened plates, *J Acoust Soc Am*, vol. 133, n° 1, p. 146-160, 2013.
- [97] L. MAXIT ET J.-L. GUYADER, Estimation of SEA coupling loss factors using dual formulation and FEM modal information - Part I: Theory, *J. Sound Vib.*, vol. 239, n° 5, p. 907-930, 2001.
- [98] L. MAXIT ET J.-L. GUYADER, Estimation of SEA coupling loss factors using dual formulation and FEM modal information - Part II: Numerical applications, *J. Sound Vib.*, vol. 239, n° 5, p. 931-948, 2001.
- [99] D. MAZZONI ET U. KRISTIANSEN, Finite difference method for the acoustic radiation of an elastic plate excited by a turbulent boundary layer: A spectral domain solution, *Flow Turbul. Combust.*, vol. 61, n° 1-4, p. 133-159, 1998.
- [100] B. E. MCGRATH ET R. L. SIMPSON, Some features of surface pressure fluctuations in turbulent boundary layers with zero and favorable pressure gradients, *Virginia Polytechnic Institute and State University Blacksburg, Virginia, NASA Report 4051*, 1987.
- [101] Y. NA ET P. MOIN, The structure of wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers with adverse pressure gradient and separation, *J. Fluid Mech.*, vol. 377, p. 347-373, 1998.
- [102] D. J. NEFSKE ET S. H. SUNG, Power flow finite element analysis of dynamics systems: basic theory and application to beams, *présenté à ASME Winter Annual Meeting, Boston, USA*, 1987.
- [103] P. OLIVERO, P. OLIVERO-BALLY, B. FORESTIER, ET E. FOCQUENOY, Wall-pressure fluctuations in natural and manipulated turbulent boundary layers in air and water, *Flow Noise Model. Meas. Control ASME*, vol. 15 (NCA) ; vol. 168 (FED), 1993.
- [104] G. OREFICE, Description par mobilités énergétiques des échanges vibratoires dans les systèmes couplés, *Thèse de Doctorat, INSA de Lyon*, 1997.
- [105] G. OREFICE, C. CACCIOLATI, ET J. L. GUYADER, The energy mobility, *J. Sound Vib.*, vol. 254, n° 2, p. 269-295, 2002.
- [106] M. OUISSE, L. MAXIT, C. CACCIOLATI, ET J.-L. GUYADER, Patch Transfer Functions as a tool to couple linear acoustic problems, *Trans. ASME*, vol. 127, n° 458-466, 2005.
- [107] D. PALUMBO, Determining correlation and coherence lengths in turbulent boundary layer flight data, *J. Sound Vib.*, vol. 331, n° 16, p. 3721-3737, 2012.
- [108] L. J. PELTIER ET S. A. HAMBRIC, Estimating turbulent boundary layer wall-pressure spectra from CFD RANS solutions, *J. Fluids Struct.*, vol. 23, n° 6, p. 920-937, 2007.
- [109] O. M. PHILLIPS, On the aerodynamic surface sound from a plane turbulent boundary layer, *Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 234, n° 1198, p. 327-335, 1956.
- [110] G. ROBERT, Modélisation et simulation du champ exciteur induit sur une structure par une couche limite turbulence, *Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon*, 1984.
- [111] G. ROBERT, Environmental Noise Associated with turbulent Boundary Layer Excitation (ENABLE) - Experimental data base for the pressure gradient effect, *UE Research Programme, Centre Acoustique, LMFA, Ecole Centrale de Lyon*, 2002.

- [112] Y. ROZENBERG, G. ROBERT, ET S. MOREAU, Wall-pressure spectral model including the adverse pressure gradient effects, *AIAA J.*, vol. 50, n° 10, p. 2168-2179, 2012.
- [113] M. S. RYU, Application des mobilités énergétiques au couplage fluide - structure, *Thèse de Doctorat, INSA de Lyon*, 2002.
- [114] E. SALZE, C. BAILLY, O. MARSDEN, E. JONDEAU, ET D. JUVE, An experimental characterisation of wall-pressure wavevector-frequency spectra in the presence of pressure gradients, *AIAA paper 2014-2909*, Atlanta, USA, 2014.
- [115] G. SCHEWE, On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary-layer flow, *J. Fluid Mech.*, vol. 134, p. 311-328, 1983.
- [116] P. SCHLATTER ET R. ÖRLÜ, Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers, *J. Fluid Mech.*, vol. 659, p. 116-126, 2010.
- [117] H. SCHLICHTING ET K. GERSTEN, *Boundary-Layer Theory*, 8th edition. Springer, 2000.
- [118] H. H. SCHLOEMER, Effects of pressure gradients on turbulent boundary layer wall-pressure fluctuations, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 42, n° 1, p. 93-113, 1967.
- [119] P. J. SHORTER ET R. S. LANGLEY, Vibro-acoustic analysis of complex systems, *J. Sound Vib.*, vol. 288, n° 3, p. 669-699, 2005.
- [120] P. W. SMITH, Response and radiation of structural modes excited by sound, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 34, n° 5, p. 640-647, 1962.
- [121] A. V. SMOL'YAKOV, Calculation of the spectra of pseudosound wall-pressure fluctuations in turbulent boundary layers, *Acoust. Phys.*, vol. 46, n° 3, p. 342-347, 2000.
- [122] A. V. SMOL'YAKOV, A new model for the cross spectrum and wavenumber-frequency spectrum of turbulent pressure fluctuations in a boundary layer, *Acoust. Phys.*, vol. 52, n° 3, p. 331-337, 2006.
- [123] A. V. SMOL'YAKOV ET V. M. TKACHENKO, Model of a field of pseudosonic turbulent wall pressures and experimental data, *Sov Phys Acoust.*, vol. 37, n° 6, 1991.
- [124] C. SOIZE, A model and numerical method in the medium frequency range for vibroacoustic predictions using the theory of structural fuzzy, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 94, n° 2, p. 849-866, 1993.
- [125] P. R. SPALART, Direct simulation of a turbulent boundary layer up to  $Re_\theta = 1410$ , *J. Fluid Mech.*, vol. 187, p. 61-98, 1988.
- [126] S. REMMLER, J. CHRISTOPHE, J. ANTHOINE, ET S. MOREAU, Computation of wall-pressure spectra from steady flow data for noise prediction, *AIAA J.*, vol. 48, n° 9, p. 1997-2007, 2010.
- [127] W. A. STRAWDERMAN, Wavevector-Frequency Analysis with Applications to Acoustics, *Naval Undersea Warfare Center Div. Newport RI, Technical Report*, 1994.
- [128] W. A. STRAWDERMAN ET R. S. BRAND, Turbulent-Flow-Excited Vibration of a Simply Supported, Rectangular Flat Plate, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 45, n° 1, p. 177-192, 1969.
- [129] T. TEN WOLDE, Reciprocity measurements in acoustical and mechano-acoustical systems. Review of theory and applications, *Acta Acust. United Acust.*, vol. 96, n° 1, p. 1-13, 2010.
- [130] D. R. THOMAS ET P. A. NELSON, Feedback control of sound radiation from a plate excited by a turbulent boundary layer, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 98, n° 5, p. 2651-2662, 1995.
- [131] N. TOTARO, Caractérisation de sources aérodynamiques et sous-structuration pour la méthode SEA, *Thèse de Doctorat, INSA de Lyon*, 2004.



- [132] N. TOTARO, B. ANDRO, C. PETEUL, ET J.-L. GUYADER, Extension of the Patch Transfer Functions method (PTF method) to high frequency domain (sub-cavities decomposition), *in Proceedings of Inter-Noise 2007*, Turquie, 2007.
- [133] N. TOTARO ET J.-L. GUYADER, Model of frequency averaged injected power into a plate excited by a turbulent boundary layer, *Acta Acust. United Acust.*, vol. 89, n° 4, p. 647-657, 2003.
- [134] D. TRENTIN, Construction de modèles analytiques condensés en vibroacoustique dans le domaine des moyennes et hautes fréquences pour des structures simples, *Thèse de Doctorat, INSA Lyon*, 1995.
- [135] V. H. VU, M. THOMAS, A. A. LAKIS, ET L. MARCOUILLER, Effect of added mass on submerged vibrated plates, *in Proceedings of the 25th Seminar on Machinery Vibration*, Saint-Jean, Nouveau-Brunswick, 2007, p. 40.1-40.15.
- [136] C. E. WALLACE, Radiation resistance of a rectangular panel, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 51, n° 3B, p. 946-952, 1972.
- [137] J. WANDINGER, A symmetric Craig-Bampton method of coupled fluid-structure systems, *Eng. Comput.*, vol. 15, n° 4, p. 450-461, 1998.
- [138] T. W. WIDRICK, Determining the Effect of Modal Truncation and Modal Errors in Component Mode Synthesis Methods, *Thèse de Doctorat, George Washington University*, 1992.
- [139] D. C. WILCOX, *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., 2006.
- [140] W. W. WILLMARTH ET C. E. WOOLDRIDGE, Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, vol. 14, n° 02, p. 187-210, 1962.
- [141] Z. WU, X. MA, P. N. BRETT, ET J. XU, Vibration analysis of submerged rectangular microplates with distributed mass loading, *Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci.*, p. rspa.2008.0447, 2009.
- [142] W. ZHANG, A. WANG, N. VLAHOPOULOS, ET K. WU, High-frequency vibration analysis of thin elastic plates under heavy fluid loading by an energy finite element formulation, *J. Sound Vib.*, vol. 263, n° 1, p. 21-46, 2003.

## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur D. JUVE

et les rapports de

Monsieur A. BERRY

Professeur - Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS) - 2500 bd de l'Université - Sherbrooke (Québec) - CANADA J1K 2R1

Et de

Monsieur F. GAUTIER

Professeur - Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) - Avenue Oliver Messiaen - 72085 LE MANS cedex 09

**Mademoiselle BERTON Marion**

est autorisée à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

**Ecole doctorale MECANIQUE , ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE**

Fait à Ecully, le 24 novembre 2014

P/Le directeur de l'E.C.L.  
La directrice des Etudes

