HAL
open science

Mesure de l'effet de recul de l'atome de rubidium par interférométrie atomique : nouvelle détermination de la constante de structure fine pour tester l'électrodynamique quantique

Rym Bouchendira

To cite this version:

Rym Bouchendira. Mesure de l'effet de recul de l'atome de rubidium par interférométrie atomique : nouvelle détermination de la constante de structure fine pour tester l'électrodynamique quantique. Physique [physics]. Université Pierre & Marie Curie - Paris 6, 2012. Français. NNT : . tel-01571752

HAL Id: tel-01571752

https://theses.hal.science/tel-01571752

Submitted on 3 Aug 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat

présentée par

Rym BOUCHENDIRA

pour obtenir le titre de docteur de
l'Université Pierre et Marie Curie.

Sujet de la thèse :

Mesure de l'effet de recul de l'atome de rubidium par interférométrie atomique : nouvelle détermination de la constante de structure fine pour tester l'électrodynamique quantique

Soutenue publiquement le 17 Juillet 2012 devant le jury composé de :

M. Antoine BROWAEYS	Rapporteur
Mme Laurence PRUVOST	Rapporteur
M. Mourad TELMINI	Examinateur
M. Jérôme TIGNON	Président du jury
Mme Saïda GUELLATI-KHÉLIFA	Directrice de thèse
Mme Michèle LEDUC	Membre invité
M. Pierre CLADÉ	Membre invité

Remerciements

A l'issue de ces trois années consacrées à ce travail de thèse, je tiens à remercier toutes les personnes dont la présence ou l'intervention à un moment de la thèse était bénéfique.

Tout d'abord je tiens à remercier Paul Indelicato, directeur du Laboratoire Kastler Brossel, de m'avoir accueillie dans cette prestigieuse institution et m'avoir donnée l'opportunité de travailler dans d'excellentes conditions.

Je voudrais exprimer ma gratitude envers les membres du jury qui ont accepté d'examiner cette thèse malgré leurs agendas surchargés en cette période de l'année. Je remercie particulièrement Laurence Pruvost et Antoine Browaeys qui ont accepté de remplir la tâche de rapporteurs et qui m'ont fait des commentaires constructifs ayant permis l'amélioration de ce manuscrit. Michèle Leduc, Jérôme Tignon et Mourad Telmini ont accepté sans hésiter de faire partie de ce jury et je les en remercie sincèrement.

Mes remerciements vont également aux membres de l'équipe "Métrologie des sytèmes simples et tests fondamentaux" qui est devenue pour moi au fur de ces trois années une véritable famille. Ces membres sont de compétences si différentes mais d'une grande harmonie et efficacité de travail qui font de l'équipe qu'ils forment une équipe exceptionnelle. J'ai beaucoup appris à leurs côtés sur les plans scientifique que relationnel.

Mes vifs remerciements vont à Saïda Guellati-Khélifa. D'abord pour avoir pris la direction de ma thèse, ensuite pour toute l'énergie qu'elle a pu dépenser pour m'aider à mener au bien ce travail. J'ai beacoup appris à ses côtés. Je salue la qualité de son encadrement, sa disponibilité pour répondre à mes questions ainsi que sa patience. Merci Saïda d'avoir supporté mon entêtement et d'avoir su m'orienter à faire les bons choix pour la réalisation de ce travail.

Un grand merci également à Pierre Cladé d'avoir co-encadré cette thèse. Sa passion pour la recherche, son enthousiasme et son esprit critique m'ont beaucoup appris et ont largement contribué au dénouement de ce travail. Je souhaiterai également le remercier pour ses qualités humaines et sa diponibilté.

Mes remerciements vont également à François Biraben qui m'a accueillie dans son équipe et a veillé au bon déroulement de ma thèse. J'ai eu l'occasion de travailler avec François sur ceratins aspects techniques de ce travail.

J'ai beaucoup apprécié ses qualités de métrologue. Je le remercie pour ses conseils et son encouragement surtout lors des périodes les plus tendues de la rédaction.

Je remercie François Nez de m'avoir fait profiter des ses compétences d'expert en Ti-Sa et des asservissements. Je tiens à le remercier pour avoir su, avec son humour et sa bonne humeur, me motiver quand il le fallait (merci François pour les chocolats !). Je remercie également Lucile Julien d'avoir relu ce manuscrit à plusieurs reprises pour "traquer" toutes les coquilles et rendre sa lecture plus agréable. Merci Lucile pour tous ces nombreux et judicieux conseils.

Je tiens à remercier globalement l'ensemble des membres du Laboratoire Kastler Brossel en particuliers mes camarades du troisième étage qui détiennent une riche et agréable ambiance. J'adresse un merci tout particulier à Sandrine, Godefroy, Anthony et Manuel pour leurs consolations pendant les moments de détresse et pour les divers services qu'ils m'avaient rendus surtout lors de la préparation de mon pot de thèse (sans oublier Sinda bien sûr !). Merci et bon courage à tous !

Je souhaite également témoigner l'ensemble des efforts collectifs qui ont été nécessaires au bon déroulement de cette expérience. Je remercie pour cela tout le personnel technique et admistratif du laboratoire : Jean-Michel Issac, Pascal Travers, Gaël Coupin et Arnaud Leclercq de l'atelier de mécanique ; Brigitte Delamour, Jean-Pierre Okpisz et Mohamed Boujrad de l'atelier d'électronique ; Florence Thibout de l'atelier de verrerie ; Leatitiea Morel, Monique Granon, Pascale René-Kerber et Thierry Tardieu pour la gestion administrative et enfin Annick Lamarck et Bintou Maiga qui veillent à la propreté de nos lieux de travail.

Cette thèse a été financée par l'Institut Francilien de Recherche sur les Atomes Froids (IFRAF). Je remercie énormément sa directrice Michèle Leduc et tout le personnel de cet organisme, notamment Françoise Tarquis et Viviane Tia qui m'ont facilité toutes les démarches administratives depuis mon arrivée en France.

Je souhaite exprimer ma profonde amitié aux collègues et amis de la Faculté des Sciences de Tunis. Merci pour tous ce moments agréables que nous avons partagés. Je me dois aussi de remercier amplement Mourad Telmini qui a cru en moi. J'espère que je serai à la hauteur de sa confiance.

Le soutien qu'ont pu m'apporter mes proches durant ces trois années fut aussi indispensable à la réussite de cette thèse. Je souhaite remercier à cet effet toute ma famille et plus particulièrement "Tata" et "Tonton" dont l'intarissable attention m'était d'un grand réconfort.

Enfin, ce sont ceux qui occupent la plus importante partie de ma vie que je remercie en dernier. Je n'aurai jamais pu aboutir cette étape sans le support quotidien de mes plus chers. Je voudrai remercier du fond de mon coeur mes parents et mes deux soeurs pour leurs encouragements. Qu'ils trouvent dans ce travail le fruit de leurs sacrifices, l'expression de mon amour et ma gratitude.

Merci aux harmoniques sphériques $Y_{l,m}(\theta, \phi)$*...*

Rym BOUCHENDIRA

Table des matières

1 Présentation **1**

1.1 État de l'art sur la détermination de la constante de structure fine α . . . 1

1.1.1 Mesures historiques de α . . . 2

1.1.2 Anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron . . . 5

1.1.3 Détermination de la constante de structure à partir du rapport h/m . . . 7

1.2 Senseur inertiel basé sur l'interférométrie atomique . . . 10

1.2.1 L'outil de base : Les transitions Raman sélectives en vitesse . . . 10

1.2.2 Interféromètre de Ramsey-Bordé pour mesurer le recul des atomes . . . 15

1.3 Accélération cohérente : Les oscillations de Bloch . . . 20

1.3.1 Accélération cohérente . . . 20

1.3.2 Atome dans un réseau optique . . . 21

1.3.3 Analogie avec la physique des solides et théorème de Bloch . . . 22

1.3.4 Réseau accéléré : application d'une force constante et oscillations de Bloch . . . 24

1.3.5 Application à notre expérience . . . 26

1.4 Protocole expérimental . . . 27

1.5 Contenu du manuscrit . . . 28

2 Dispositif expérimental **29**

2.1 Introduction . . . 29

2.2 La source d'atomes froids . . . 29

2.2.1 Les sources lasers . . . 31

2.2.2 Le piège magnéto-optique à 2 dimensions . . . 36

2.2.3 Le piège magnéto-optique à 3D . . . 37

2.2.4 Autres fonctionnalités du banc optique . . . 39

2.2.5 Caractérisation de l'échantillon d'atomes froids . . . 39

2.3 Les lasers Raman . . . 43

2.3.1 Description . . . 43

2.3.2 Asservissement en fréquence . . . 44

2.3.3 Boucle d'asservissement de phase . . . 45

2.4 Le laser Bloch . . . 46

2.4.1 Préparation des faisceaux . . . 48

2.4.2 Contrôle des fréquences . . . 49

2.5 La détection . . . 50

2.5.1 Faisceau sonde . . . 50

2.5.2 Caractérisation de la sonde . . . 51

2.6 Description d'ensemble . . . 53

3 Caractérisation du dispositif **55**
3.1 Introduction 55
3.2 Bruit de détection 55
3.2.1 Bruit de projection quantique 55
3.2.2 Bruit électronique de détection 59
3.3 Analyse des signaux de temps de vol 62
3.4 Bruit de phase des lasers Raman 64
3.4.1 Boucle d'asservissement 65
3.4.2 Performances de l'asservissement de phase 65
3.4.3 Bruit de phase dans la fibre optique 65
3.5 Compensation du bruit de phase des fibres optiques 67

4 Résultats expérimentaux **73**
4.1 Préparation de l'état quantique interne 73
4.1.1 Les transitions micro-ondes 73
4.1.2 Le repompeur Zeeman 74
4.2 Caractérisation des impulsions Raman 76
4.2.1 Cas d'une simple impulsion Raman 76
4.2.2 L'interféromètre de Ramsey-Bordé 78
4.3 Mesure du rapport h/m_{Rb} 81
4.3.1 Protocole de mesure 81
4.3.2 Contrôle des fréquences 86
4.3.3 Séquence temporelle 91
4.3.4 Résultats des mesures 94

5 Étude des effets systématiques **99**
5.1 Introduction 99
5.2 Courbure de front d'onde et phase de Gouy 100
5.3 Alignement des faisceaux 105
5.4 Effet Zeeman quadratique 106
5.5 Force quadratique magnétique 109
5.6 Gradient de la gravité 110
5.7 Les déplacements lumineux 111
5.7.1 Déplacement lumineux à un photon 111
5.7.2 Déplacement lumineux à deux photons 113
5.7.3 Les déplacements lumineux pendant les oscillations de Bloch 115
5.8 Fréquence des lasers 116
5.9 Les effets de l'indice de réfraction et de l'interaction entre atomes 116
5.10 Bilan des incertitudes 120
5.11 Test de l'électrodynamique quantique 122

6 Conclusions et perspectives **127**

A Annexes **131**
A.1 Comment analyser numériquement un bruit 131
A.2 Calcul de la fonction de sensibilité dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé 133

1 Présentation

Ce manuscrit présente le travail de thèse que j'ai réalisé au laboratoire Kastler Brossel dans l'équipe *Métrologie des systèmes simples et tests fondamentaux* depuis Octobre 2009 et qui porte sur une nouvelle détermination de la constante de structure fine α à partir de la mesure du rapport h/m entre la constante de Planck et la masse d'un atome de rubidium.

La constante de structure fine est une constante physique fondamentale sans dimension qui représente la force de couplage de l'interaction électromagnétique. Elle apparaît comme paramètre libre dans de nombreux modèles physiques et plus particulièrement dans les modèles de l'électrodynamique quantique. Sa détermination avec une très grande précision est un enjeu très important pour tester la validité de ces modèles.

Ce chapitre de présentation générale comporte deux parties. Dans la première partie, je présenterai brièvement l'état de l'art sur la mesure de la constante de structure fine en me focalisant particulièrement sur la détermination de α à partir de la mesure de l'anomalie du moment magnétique de l'électron (a_e) et celle déduite de la mesure du rapport entre la constante de Planck et la masse d'une particule m_X $\left(\frac{h}{m_\mathrm{X}}\right)$. J'introduirai dans cette partie le principe de l'expérience sur laquelle j'ai travaillé. La seconde partie est consacrée à l'introduction des notions physiques de base utilisées dans mon travail de thèse : transitions Raman, interférométrie atomique et technique d'oscillations de Bloch. Je terminerai ce chapitre par une description du protocole expérimental et une présentation du plan du manuscrit.

1.1 État de l'art sur la détermination de la constante de structure fine α

La constante de structure fine α a été introduite pour la première fois en 1916 par Arnold Sommerfeld pour décrire la structure fine des raies atomiques de l'hydrogène. Elle s'écrit :

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \tag{1.1}$$

où e représente la charge élémentaire, ϵ_0 la permittivité du vide, $\hbar$ la constante de Planck réduite et c la vitesse de la lumière dans le vide. Il est utile de remarquer que α est une constante sans dimension. Dans son modèle, A. Sommerfeld a tenté d'inclure des corrections relativistes au modèle de Bohr, c'est pourquoi α apparaît naturellement comme le rapport entre la vitesse de l'électron sur la première orbite de Bohr et la vitesse de la lumière. Aujourd'hui, on sait que α a une position particulière en physique vu qu'elle représente la constante de couplage de l'interaction électromagnétique. Dès lors, elle apparaît dans la description de nombreux autres systèmes physiques (physique du solide, structure atomique, électrodynamique quantique, etc.). Sur la figure (1.1) sont regroupées l'ensemble des déterminations de α retenues en 2010 par l'organisme en charge de l'ajustement des constantes fondamentales (CODATA *), pour déterminer la valeur recommandée.

Le graphique du haut montre toutes les méthodes utilisées pour la détermination de α. On y distingue les valeurs obtenues avec une barre d'incertitude supérieure à 10^{-8} en valeur relative. Dans ce manuscrit je ne détaillerai pas ces méthodes. Je me limiterai à une description succincte du principe de mesure. En outre, il est possible de trouver l'évolution des ces expériences depuis une vingtaine d'années dans les rapports du CODATA (2002, 2008, 2010) [1–3].

L'ajustement des constantes fondamentales effectué par le CODATA repose sur la méthode des moindres carrés où chaque valeur de α est pondérée par l'inverse du carré de son incertitude. Il en ressort que les valeurs qui sont réellement impliquées dans la détermination de la valeur recommandée α_{2010} sont celles dont l'incertitude relative est inférieure à 10^{-8} en valeur relative et qui sont regroupées sur le graphique du bas de la figure (1.1). Il s'agit des valeurs de la structure fine déduites de la mesure de l'anomalie du moment magnétique de l'électron et de la mesure du rapport h/m entre la constante de Planck et la masse d'un atome. La mesure décrite dans cette thèse est représentée par le point "$\mathrm{h/m_{Rb}}$ LKB − 11" de cette figure.

Notons que la valeur de α^{-1} recommandée aujourd'hui est :

$$\alpha_{2010}^{-1} = 137,035\ 999\ 074(44) \qquad [3,2 \times 10^{-10}] \tag{1.2}$$

1.1.1 Mesures historiques de α

– Mesure de la structure fine du muonium

Les mesures des fréquences de transitions entre sous-niveaux Zeeman d'un muon permettent de déduire la constante de structure de fine et le rapport de masses $\frac{m_e}{m_\mu}$. Les mesures les plus précises sont réalisées à Los Alamos (LAMPF, USA) [4]. L'expression théorique de sa structure fine donnée dans

*. Committee on Data for Science and Technology

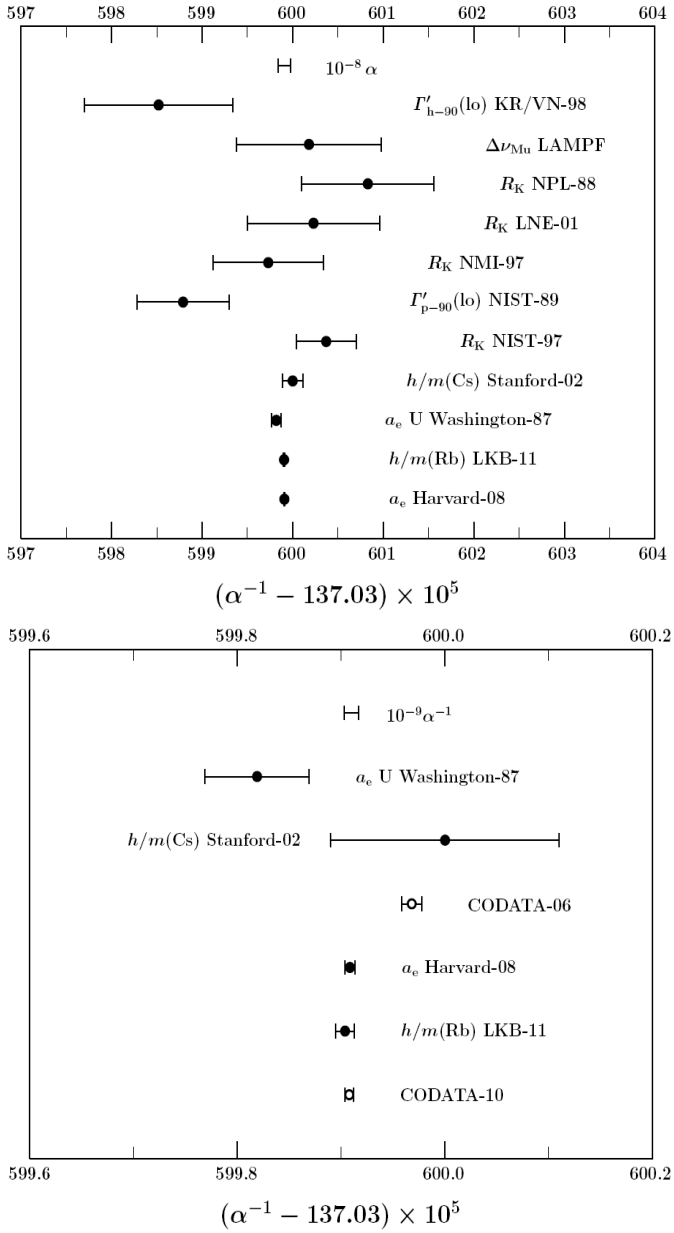


FIGURE 1.1 – *En haut : l'ensemble des déterminations de la constante de structure fine α retenues par le CODATA pour l'ajustement de la valeur recommandée α_{2010}. En bas : l'ensemble des déterminations de α obtenues avec une incertitude relatives inférieures à 10^{-8}, et qui sont réellement impliquées dans la valeur recommandée α_{2010}. (Graphe extrait du CODATA 2010 en ligne sur le site du NIST).*

le rapport du CODATA de 2010 en fonction du rapport $\frac{m_e}{m_\mu}$, de α et R_∞ s'écrit :

$$\Delta_\mu(\text{Theo}) = \frac{16}{3} c R_\infty \alpha^2 \frac{m_e}{m_\mu} \left(1 + \frac{m_e}{m_\mu}\right)^{-3} \mathcal{F}(\alpha, m_e, m_\mu) \tag{1.3}$$

où $\mathcal{F}$ est une fonction qui tient compte des corrections dues à l'électrodynamique quantique. La valeur déduite de α^{-1} (notée $\Delta\nu_{\text{Mu}}$LAMPF) est :

$$\alpha^{-1}_{\Delta_\mu} = 137.036\ 0018(80) \quad [5.8 \times 10^{-8}] \tag{1.4}$$

où le terme entre crochets désigne l'incertitude relative et le terme entre parenthèses désigne l'incertitude absolue sur les deux derniers chiffres.

– **Mesure de la constante Von Klitzing et effet Hall quantique**
L'effet Hall quantique est observé dans un semi-conducteur 2D à très basse température et soumis à un fort champ magnétique perpendiculaire au plan de conduction. La mesure de la résistance de Hall (R_H) en fonction du champ magnétique fait apparaître des plateaux de résistance constante, signe de quantification de la résistance de Hall :

$$R_H = \frac{R_k}{n} \tag{1.5}$$

où n est entier et $R_k = h/e^2$ est la constante de Von Klitzing qui peut être reliée à la constante de structure fine par :

$$R_k = \frac{\mu_0 c}{2\alpha} \tag{1.6}$$

Aujourd'hui, l'effet Hall quantique est utilisé dans de nombreux instituts nationaux de métrologie comme étalon primaire pour les mesures de résistance électrique. Des mesures réalisées au NIST aux USA (R_kNIST $-$ 89) [5], NMI en Australie (R_kNMI $-$ 97) [6], LNE en France (R_kLNE $-$ 01) [7] et NPL au Royaume Uni (R_kNPL $-$ 88) [8] ont donné des valeurs de la constante de structure fine dont l'incertitude relative varie entre $5,4 \times 10^{-8}$ au NPL et $2,4 \times 10^{-8}$ au NIST.

– **Mesure du rapport gyromagnétique du proton et effet Josephson**
Le rapport gyromagnétique γ d'une particule peut être déduit à partir de le mesure de la vitesse angulaire ω_{spin} de précession du spin dans un champ magnétique B :

$$\gamma = \frac{\omega_{\text{spin}}}{B} = \frac{2\mu}{\hbar} \tag{1.7}$$

où μ représente le moment magnétique de la particule et $\hbar$ la constante de Planck réduite. La mesure du courant électrique qui permet de produire B est réalisée en utilisant un étalon de tension et un étalon de résistance.

l'étalon de résistance est fondé sur l'effet Hall quantique où la résistance est mesurée en terme de R_k :

$$R_k = \frac{h}{e^2} = \frac{\mu_0 c}{2\alpha} \tag{1.8}$$

R_k est appelée constante de Von Klitzing.
L'étalon de tension quant à lui est fondé sur l'effet Josephson où la tension est déduite d'une mesure de fréquence via la constante de Josephson K_j :

$$K_j = \frac{2e}{h} \tag{1.9}$$

Les mesures du rapport gyromagnétique du proton (noté en littérature Γ_p) ont été réalisées en champ faible au NIST ($\Gamma'_{\mathrm{p-90}}\mathrm{NIST} - 89$) [9] et au KRISS en Corée en collaboration avec l'institut de métrologie VNIIM en Russie ($\Gamma'_{\mathrm{p-90}}\mathrm{KR/VN} - 89$) [10,11]. Ces mesures sont reliées à la constante de structure fine par la relation [1, 2] :

$$\Gamma_{\mathrm{p-90}} = \frac{K_{\mathrm{J-90}} R_{\mathrm{K-90}} g_\mathrm{e}}{4\mu_0 R_\infty} \frac{\mu_\mathrm{p}}{\mu_{\mathrm{e}^-}} \alpha^3 \tag{1.10}$$

où $K_{\mathrm{J-90}}$ et $R_{\mathrm{K-90}}$ sont les valeurs conventionnelles de K_j et R_k fixées par le CODATA de 1990, μ_p et μ_{e^-} représentent respectivement le moment magnétique du proton et de l'électron. Les valeurs obtenues de α^{-1} sont [2] :

$$\alpha^{-1}(\mathrm{NIST}) = 137,035\ 9879(51) \quad [3,7 \times 10^{-8}] \tag{1.11}$$

$$\alpha^{-1}(\mathrm{KR/VN}) = 137,035\ 9852(82) \quad [6,0 \times 10^{-8}] \tag{1.12}$$

1.1.2 Anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron

On associe au spin $\overrightarrow{S}$ de l'électron un moment magnétique $\overrightarrow{\mu}$ défini par :

$$\overrightarrow{\mu} = -\gamma_e \overrightarrow{S} \tag{1.13}$$

où γ_e est le rapport gyromagnétique de l'électron, qui s'exprime en fonction du facteur de Landé g_e par la relation :

$$\gamma_\mathrm{e} = g_\mathrm{e} \frac{e}{2m_\mathrm{e}} \tag{1.14}$$

où m_e est la masse de l'électron et e la charge élémentaire.

En présence d'un champ magnétique $\overrightarrow{B}$, le spin a un mouvement de précession à la vitesse angulaire ω_spin :

$$\omega_\mathrm{spin} = |\gamma_\mathrm{e}| B \tag{1.15}$$

Il est alors possible de mesurer le facteur de Landé g_e en comparant la vitesse de précession du spin à celle de la vitesse angulaire cyclotron de l'électron en présence du même champ magnétique $\overrightarrow{B}$.

$$\omega_c = \frac{eB}{m_\mathrm{e}} \tag{1.16}$$

Le facteur de Landé vaut alors :

$$g_\mathrm{e} = 2 \times \frac{\omega_\mathrm{spin}}{\omega_c} \tag{1.17}$$

L'équation de Dirac prédit une valeur de g_e égale à 2. En revanche la mesure de g_e réalisée en 1947 par Kusch et Foley à partir de la structure Zeeman du Galium a montré un écart de 0.1% par rapport aux prédictions de Dirac. On parle désormais d'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron a_e :

$$a_\mathrm{e} = \frac{\omega_\mathrm{spin}}{\omega_c} - 1 = \frac{g_\mathrm{e} - 2}{2} \tag{1.18}$$

Cet écart a été attribué par la suite à l'interaction de l'électron avec le champ électromagnétique du vide. En 1949, J. Schwinger proposa une correction en α/π [12], qui était en très bon accord avec les résultats expérimentaux de l'époque. Les développements spectaculaires des modèles de l'électrodynamique quantique depuis 60 ans ont permis aujourd'hui de rendre compte de l'anomalie du rapport gyromagnétique par l'expression :

$$a_\mathrm{e} = A_1 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + A_2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + A_3 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + A_4 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + ... + a_\mathrm{e}(\mathrm{had}) + a_\mathrm{e}(\mathrm{weak}) \tag{1.19}$$

Les coefficients A_i, sans dimension, sont calculés en utilisant les digrammes de Feynman très complexes [13, 14]. La contribution à l'anomalie du rapport gyromagnétique due aux hadrons et à l'interaction faible est également calculée et comptabilisée dans les termes $a_\mathrm{e}(\mathrm{had})$ [15–22] et $a_\mathrm{e}(\mathrm{weak})$ [23–25].

Vue la complexité des calculs, un seul groupe au monde, celui de T. Kinoshita, travaille depuis plus de 30 ans sur le calcul des différents coefficients.

Par ailleurs le rapport gyromagnétique de l'électron est mesuré expérimentalement par le groupe de G. Gabrielse à Harvard [26] avec une incertitude relative de $0{,}28\times10^{-12}$. Cette mesure est réalisée en regardant sur un électron unique les sauts quantiques associés aux transitions cyclotrons avec et sans retournement de spin. L'électron est placé dans un piège de Penning à très basse température.

L'ajustement de la valeur expérimentale de a_e par l'expression (1.19), permet d'extraire une valeur de la constante de structure fine. En utilisant

les coefficients calculés par Kinoshita en 2007 [14] et les calculs de $a_{\mathrm{e}}(\mathrm{had})$ et $a_{\mathrm{e}}(\mathrm{weak})$, on obtient :

$$\alpha^{-1}[\mathrm{Harv}-08+\mathrm{QED}-07] = 137,035\ 999\ 084(51) \quad [3,7\times10^{-10}] \quad (1.20)$$

où les termes entre parenthèses et crochets désignent respectivement les incertitudes absolue et relative.

Il y a quelques mois, le groupe de Kinoshita a publié un nouvel article où il présente un calcul complet du terme à l'ordre 10 [27], ce qui a permis de réviser la valeur de α et améliorer légèrement l'incertitude à :

$$\alpha^{-1}[\mathrm{Harv}-08+\mathrm{QED}-12] = 137,035\ 999\ 166(34) \quad [2,5\times10^{-10}] \quad (1.21)$$

Cette valeur est réalisée avec une très bonne incertitude certes, mais la complexité des calculs de l'électrodynamique quantique, conjuguée avec le rôle central de la constante de structure fine en physique souligne l'intérêt de développer d'autres méthodes indépendantes de l'électrodynamique quantique pour déterminer α. C'est l'objectif de notre expérience dont l'approche sera décrite dans le paragraphe qui suit.

1.1.3 Détermination de la constante de structure à partir du rapport h/m

Dans le modèle de Bohr, l'énergie cinétique de l'électron d'un atome d'hydrogène dans son état fondamental est égale à son énergie d'ionisation :

$$\frac{1}{2}m_{\mathrm{e}}c^2\alpha^2 = hR_\infty c \quad (1.22)$$

où R_∞ est la constante de Rydberg connue avec une incertitude relative de 5×10^{-12} [2]. A partir de cette expression il est possible de déterminer α à partir du rapport h/m_{e}

$$\alpha^2 = \frac{2R_\infty}{c}\frac{h}{m_e} \quad (1.23)$$

En pratique il n'est pas possible de mesurer le rapport h/m_{e} avec une précision suffisante pour fournir une valeur de α concurrentielle. En revanche la masse relative de l'électron est connue avec une faible incertitude relative de $4,4\times10^{-10}$ [28], ainsi que la masse relative d'un atome X (2×10^{-10} pour l'atome du rubidium auquel on va s'intéresser [29]). On peut écrire l'équation 1.23 en terme de masses relatives :

$$\alpha^2 = \frac{2R_\infty}{c}\frac{m_{\mathrm{X}}}{m_{\mathrm{e}}}\frac{h}{m_{\mathrm{X}}} \quad (1.24)$$

Dans cette équation l'incertitude sur la constante de structure fine α est limitée à ce jour par la connaissance du rapport h/m_{X} entre la constante de Planck et la masse d'une particule X.

1.1.3.1 Mesures avec des neutrons

L'objectif de l'expérience, réalisée à Fribourg, est de mesurer le rapport h/m_n entre la constante de Planck et la masse du neutron. Son principe repose sur la relation de De Broglie :

$$\frac{h}{m_n} = \lambda v \tag{1.25}$$

où λ est la longueur d'onde de De Broglie et v la vitesse du neutron.

Dans cette expérience, un faisceau de neutrons est réfléchi à incidence normale par un cristal de silicium. A incidence normale, la longueur d'onde est déterminée à partir de la condition de Bragg, la distance entre les plans inter-réticulaires du cristal étant mesurée par des techniques interférométriques [30, 31]. Le rapport h/m_n est alors déterminé à partir de la mesure de la vitesse des neutrons par temps de vol. La valeur de α^{-1} déduite de la mesure du rapport h/m_n est :

$$\alpha^{-1}[h/m_n] = 137,036\ 007\ 7(28) \quad [2,1 \times 10^{-8}] \tag{1.26}$$

L'incertitude de mesure est limitée par l'incertitude sur la distance entre les plans inter-réticulaires du cristal de silicium.

1.1.3.2 Mesures avec des atomes de césium

Cette expérience a démarré dans le groupe de Steven Chu à l'université de Stanford en 1991. C'est la première expérience destinée à la mesure du rapport entre la constante de Planck et la masse d'un alcalin, dans ce cas il s'agit d'un atome de césium de masse m_{Cs}. Cette expérience est fondée sur la mesure de l'énergie de recul d'un atome qui absorbe un photon d'impulsion $\hbar k$ (k étant le vecteur d'onde) :

$$E_r = \frac{h^2 k^2}{2m_{Cs}} \tag{1.27}$$

Pour réaliser cette expérience, le groupe utilise un interféromètre atomique type Ramsey-Bordé, réalisé par deux paires d'impulsion $\pi/2$ séparées par un intervalle de temps T. Il mesure alors le déphasage $\Delta\phi$ accumulé par la fonction d'onde à la sortie de l'interféromètre :

$$\Delta\phi = \frac{E_r}{\hbar} T \tag{1.28}$$

La mesure de ce déphasage permet de déterminer la fréquence de recul $E_r/\hbar$. Comme la longueur d'onde du laser peut être déterminée avec une grande précision par ailleurs, cette mesure permet de déduire le rapport h/m_{Cs}.

La valeur de α qui en résulte est [32] :

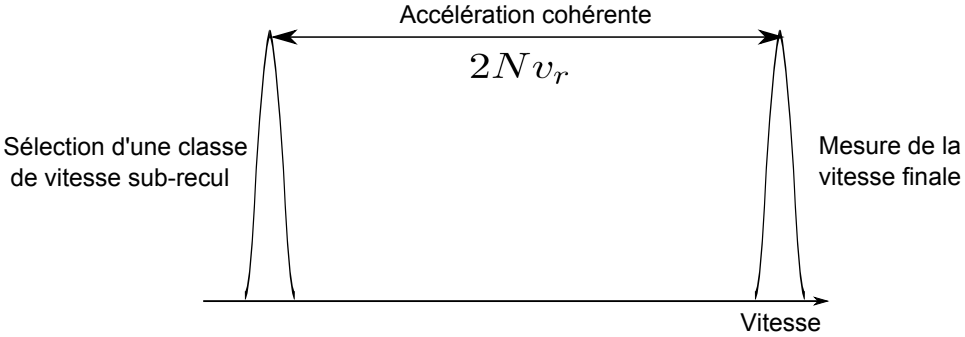


FIGURE 1.2 – *Principe de mesure de v_r : à partir d'un nuage d'atomes froids on sélectionne une classe de vitesse sub-recul à l'aide d'une transition Raman sélective en vitesse. On l'accélère ensuite en lui transférant $2Nv_r$. La distribution de vitesse finale est mesurée en utilisant la même transition Raman.*

$$\alpha^{-1}[h/m_{Cs}] = 137,036\ 000\ 1(11) \quad [7,7 \times 10^{-9}] \tag{1.29}$$

Depuis la publication de ce résultat en 2002, ce groupe a publié de nombreux articles relatant des améliorations du dispositif expérimental [33–35], en particulier le développement d'un nouvel interféromètre atomique fondé sur des séparatrices de Bragg à large transfert d'impulsion [34]. Grâce à ce type de séparatrice, la surface enlacée par les deux trajectoires atomiques est plus importante, ce qui lui confère une bien meilleure sensibilité. En revanche, aucune nouvelle mesure de α n'a été publiée depuis 2002.

1.1.3.3 Mesures avec des atomes de rubidium : expérience du Laboratoire Kastler Brossel

Dans notre expérience le rapport h/m_{Rb} est déduit de la mesure de la vitesse de recul v_r d'un atome de rubidium qui absorbe un photon d'impulsion $\hbar k$:

$$v_r = \frac{\hbar k}{m_{\mathrm{Rb}}} \tag{1.30}$$

Pour un atome de rubidium cette vitesse vaut 6 mm/s.

Pour réaliser une mesure de la vitesse de recul avec une très grande précision, il faut d'une part transférer à l'atome, de manière cohérente, un nombre très grand d'impulsions, et d'autre part, mesurer précisément la variation de vitesse induite. Le principe de l'expérience est décrit sur la figure (1.2). L'incertitude sur la vitesse de recul σ_{v_r} est égale à l'incertitude sur le centre de la distribution de vitesse finale σ_v divisée par le nombre de reculs ($2N$) transférés aux atomes :

$$\sigma_{v_r} = \frac{\sigma_v}{2N} \tag{1.31}$$

L'accélération cohérente des atomes est réalisée à l'aide de la technique des oscillations de Bloch dans un réseau optique accéléré. Le travail de thèse de Rémy Battesti a permis de montrer la grande efficacité de ce processus d'accélération [36]. En 2005, pendant la thèse de Pierre Cladé, la mesure de vitesse a été réalisée en utilisant une paire d'impulsions π [37], la première impulsion servant à sélectionner une classe de vitesse initiale et la seconde impulsion servant à la mesure de la classe de vitesse finale. Le travail de thèse de Malo Cadoret a montré l'intérêt d'utiliser un interféromètre atomique pour la mesure de vitesse. Celui-ci a été réalisé en remplaçant chaque impulsion π par une paire d'impulsions $\pi/2$; dans ce cas le profil de vitesse sélectionné correspond à un système de franges de Ramsey ce qui offre une meilleure résolution [38]. Durant ma thèse, nous avons utilisé le même protocole expérimental que celui utilisé pendant la thèse de Malo Cadoret. En revanche, nous avons rénové presque la totalité du dispositif expérimental. La description de ce nouveau dispositif et sa caractérisation fera l'objet des chapitres 2 et 3.

Dans ce qui suit, nous présenterons brièvement les notions de bases sur lesquelles est fondée notre approche expérimentale : transitions Raman sélectives en vitesse, interférométrie atomique et oscillations de Bloch.

1.2 Senseur inertiel basé sur l'interférométrie atomique

Depuis 1991 et la mise en évidence des franges interférométriques [39–42], le champ de l'interférométrie atomique a connu une grande révolution. Ce domaine fondé sur la manipulation de paquets d'onde atomiques possède plusieurs applications. On trouve d'une part les applications fondamentales qui visent à tester des lois physiques (telles que la limite de validité du modèle standard, la relativité générale, ou encore le principe d'équivalence, etc.), et d'autre part, des applications technologiques diverses parmi lesquelles on peut citer les horloges atomiques ou les capteurs inertiels pour la navigation, la gravimétrie, etc. [43–47].

Les principes de base de l'interférométrie atomique sont aujourd'hui très bien connus. Dans ce chapitre, nous ne reviendrons pas sur tous ses aspects théoriques, mais nous présenterons les points importants et nous montrerons ensuite comment, à partir des transitions à deux photons, il est possible de manipuler des atomes pour créer des interférences entre états atomiques internes.Nous montrerons également dans la dernière partie comment nous utilisons cette technique pour mesurer la vitesse des atomes.

1.2.1 L'outil de base : Les transitions Raman sélectives en vitesse

Une transition Raman stimulée est un processus à deux photons où le changement de l'état interne de l'atome est combiné à un changement de

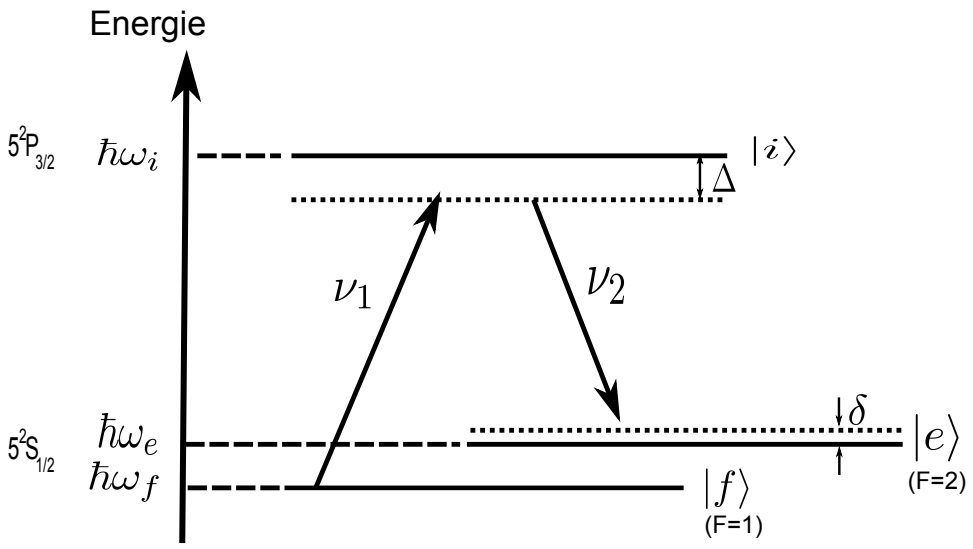


FIGURE 1.3 – *Transition Raman stimulée à deux photons entre les deux niveaux hypefins de l'isotope 87 du rubidium : l'atome absorbe un premier photon de la première onde ν_1, et le re-émet de façon stimulée dans la deuxième onde ν_2. Δ représente le désaccord à résonance par rapport à la transition à 1 photon, δ représente le désaccord par rapport à la transition à 2 photons.*

l'état externe. On verra par la suite que cette combinaison est le point clef pour la réalisation des séparatrices atomiques. Notons à ce niveau que les atomes alcalins représentent de bons candidats pour de telles transitions vu que la structure hyperfine de l'état fondamental présente une bonne approximation de l'atome à deux niveaux. Dans notre expérience, nous utilisons l'isotope 87 du rubidium où les transitions Raman s'effectuent entre les deux états hyperfins ($F = 1$) et ($F = 2$) de l'état fondamental $5^2S_{1/2}$ séparés de $6,834$ GHz comme le montre la figure (1.3).

En présence de deux faisceaux lasers de vecteurs d'onde $\overrightarrow{k_1}$, $\overrightarrow{k_2}$, de pulsations respectives ω_1 et ω_2 et désaccordés de Δ de la transition à un photon, l'atome initialement dans l'état $|f\rangle$ absorbe un photon du premier faisceau d'impulsion $\hbar\overrightarrow{k_1}$ et émet de façon stimulée un autre photon dans le second faisceau. A cause de la conservation de l'impulsion, l'atome reçoit alors la différence d'impulsion $\hbar\left(\overrightarrow{k_1} - \overrightarrow{k_2}\right)$ [48].

La condition de résonance d'une telle transition est déduite à partir de la conservation de l'énergie et de l'impulsion au cours du processus :

$$\hbar\omega_f + \frac{1}{2}mv_i^2 + \hbar\omega_1 = \hbar\omega_e + \frac{1}{2}mv_f^2 + \hbar\omega_2 \tag{1.32}$$

$$\overrightarrow{v_i} + \frac{\hbar\overrightarrow{k_1}}{m} = \overrightarrow{v_f} + \frac{\hbar\overrightarrow{k_2}}{m} \tag{1.33}$$

où m désigne la masse de l'atome et $\overrightarrow{v_i}$ et $\overrightarrow{v_f}$ sa vitesse avant et après la transition.

On peut écrire cette équation en fonction de la différence des pulsations :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} \tag{1.34}$$

$$= \left(\overrightarrow{k_1} - \overrightarrow{k_2}\right) \cdot \left(\overrightarrow{v_i} + \frac{\hbar}{2m}\left(\overrightarrow{k_1} - \overrightarrow{k_2}\right)\right) \tag{1.35}$$

où l'on a introduit la quantité δ qui définit le désaccord par rapport à la résonance et qu'on appellera dans la suite de ce manuscrit "désaccord Raman". Dans cette expression, le premier terme en $\left(\overrightarrow{k_1} - \overrightarrow{k_2}\right)$ représente l'effet Doppler et le second l'effet du recul.

Lorsque la fréquence des deux lasers Raman est très grande comparée à la structure hyperfine du niveau fondamental ($\omega_1, \omega_2 \gg \omega_{SHF}$), on peut considérer que $\|\overrightarrow{k_1}\| \backsimeq \|\overrightarrow{k_2}\| \backsimeq \|\overrightarrow{k}\|$.

Suivant l'orientation des faisceaux, cette transition va être sensible ou non à la vitesse des atomes : si les faisceaux se propagent dans le même sens, l'effet Doppler est le même et la condition de résonance (1.35) devient :

$$\omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} = 0 \tag{1.36}$$

Ceci traduit que la transition Raman n'est pas sélective en vitesse.

Dans le cas où les faisceaux sont contra-propageants $\overrightarrow{k_1} = -\overrightarrow{k_2} = \overrightarrow{k}$, la condition de résonance s'écrit :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} = 2k(v + v_r) \tag{1.37}$$

où v est la projection de la vitesse sur l'axe de propagation des faisceaux Raman et v_r est la vitesse de recul de l'atome ($v_r = \hbar k/m$).

1.2.1.1 Calcul du Hamiltonien

On montre que dans le cas où Δ est grand devant les pulsations de Rabi, il est possible d'éliminer les couplages avec les niveaux intermédiaires et ramener le système à un système à deux niveaux $|f\rangle$ et $|e\rangle$, qui sont dans notre cas les états hyperfins ($F = 1$) et ($F = 2$,) couplés par un hamiltonien effectif [49].

L'évolution temporelle de ce système est donnée par le hamiltonien H qui s'écrit dans le cadre de l'approximation de l'onde tournante et dans la base $|e\rangle$, $|f\rangle$:

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \Delta_e^{1\gamma} & \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} e^{-i\left(\delta t - \phi_{eff}\right)} \\ \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} e^{i\left(\delta t - \phi_{eff}\right)} & \Delta_f^{1\gamma} \end{pmatrix} \tag{1.38}$$

où l'on a introduit les quantités suivantes :

La pulsation de Rabi effective :

$$\Omega_{\text{eff}} = -i\frac{\Omega_{1f}\Omega_{2e}^*}{2\Delta} \quad , \quad \Omega_{kl} = -i\frac{2}{\hbar}\langle i|dE_k|l\rangle \tag{1.39}$$

Le déplacement lumineux à un photon de l'état $|l\rangle$ en présence des deux lasers Raman :

$$\Delta_l^{1\gamma} = \frac{|\Omega_{1l}|^2}{4\Delta_{1l}} + \frac{|\Omega_{2l}|^2}{4\Delta_{2l}} \tag{1.40}$$

où Δ_{1l} et Δ_{2l} sont les désaccords correspondants aux faisceaux 1 et 2 et aux niveaux $|e\rangle$ et $|f\rangle$.

La phase effective vue par les atomes lors de la transition Raman : $\phi_{eff} = \phi_1 - \phi_2$ (ϕ_1 et ϕ_2 désignent la phase de chacun des deux faisceaux Raman).

Le hamiltonien donné dans (1.38) est analogue à celui d'un système à deux niveaux mais avec des termes diagonaux supplémentaires dus aux déplacements lumineux.

1.2.1.2 Évolution temporelle du système

On peut toujours écrire le vecteur décrivant l'état du système à un instant t en fonction des amplitudes de probabilités dans chaque état propre $C_f(t)$ et $C_e(t)$:

$$|\psi(t)\rangle = C_f(t)|f\rangle + C_e(t)|e\rangle \tag{1.41}$$

La description de l'évolution du paquet atomique est donnée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\psi(t) = H|\psi(t)\rangle \tag{1.42}$$

Ce qui nous amène à un système d'équations différentielles couplées pour $C_f(t)$ et $C_e(t)$:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}C_f(t)}{\mathrm{d}t} = -i\left(\Delta_f^{1\gamma}C_f(t) + \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2}e^{i(\delta t-\phi_{eff})}C_e(t)\right) \\ \frac{\mathrm{d}C_e(t)}{\mathrm{d}t} = -i\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}}{2}e^{-i(\delta t-\phi_{eff})}C_f(t) + \Delta_e^{1\gamma}C_e(t)\right) \end{cases} \tag{1.43}$$

La solution de ce système est bien connue et s'écrit sous la forme :

$$\begin{pmatrix} C_f(t_0+\tau) \\ C_e(t_0+\tau) \end{pmatrix} = S\begin{pmatrix} C_f(t_0) \\ C_e(t_0) \end{pmatrix} \tag{1.44}$$

où l'on a définit la matrice S dite matrice de transfert :

$$S = e^{-i\left(\Delta_f^{1\gamma} - \Delta_e^{1\gamma}\right)\frac{\tau}{2}} \tag{1.45}$$

$$\begin{pmatrix} e^{i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_f\tau}[\cos\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) + i\cos\theta\sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right)] & e^{i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_f\tau}[-ie^{i(\omega_1-\omega_2)t_0+\phi_{eff}}\sin\theta\sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right)] \\ e^{-i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_e\tau}[-ie^{i(\omega_1-\omega_2)t_0+\phi_{eff}}\sin\theta\sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right)] & e^{-i\delta\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_e\tau}[\cos\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right) - i\cos\theta\sin\left(\frac{\Omega'\tau}{2}\right)] \end{pmatrix} \tag{1.46}$$

Les quantités Ω' et θ sont définies par :

$$\begin{cases} \Omega' = \sqrt{\Omega_{eff}^2 + \delta^2} & : \quad \text{la pulsation de Rabi généralisée} \\ \cos\theta = \frac{-\delta}{\Omega'} \\ \sin\theta = \frac{\Omega_e ff}{\Omega'} \end{cases}$$

1.2.1.3 Les impulsions π et $\frac{\pi}{2}$

Pour réaliser un interféromètre équivalent à un interféromètre de Mach-Zender en optique lumineuse, il faut créer une superposition cohérente entre les états atomiques et les recombiner ensuite, ce qui nécessite la création de lames séparatrices de paquets d'ondes atomiques.

La superposition (et la recombinaison) est réalisée en utilisant une transition Raman stimulée contra-propageante, où la quantité de mouvement échangée entre les atomes et les deux lasers se propageant en sens inverse correspond à la différence des impulsions des deux photons mis en jeu $\left(\hbar\left(\overrightarrow{k_1} - \overrightarrow{k_2}\right)\right)$.

Si on se place à résonance où le désaccord Raman est nul ($\delta = 0$), ceci qui implique $\Omega' = \Omega_{\text{eff}}$, $\cos\theta = 0$ et $\sin\theta = 1$. En choisissant un rapport des intensités des deux lasers Raman qui permet de négliger le déplacement lumineux différentiel à un photon des deux états $|e\rangle$ et $|f\rangle$, la matrice S se simplifie alors en :

$$S = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_f\tau}\cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) & e^{-i\omega_f\tau}[-ie^{i(\omega_1-\omega_2)t_0+\phi_{eff}}\sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right)] \\ e^{-i\omega_e\tau}[-ie^{i(\omega_1-\omega_2)t_0+\phi_{eff}}\sin\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right)] & e^{-i\omega_e\tau}\cos\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \end{pmatrix} \tag{1.47}$$

Si on part d'un état $\begin{pmatrix} C_f(t=0) \\ C_e(t=0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, et en appliquant une impulsion lumineuse de durée τ vérifiant $|\Omega_{\text{eff}}|\tau = \pi$, l'état atomique devient :

$$\begin{pmatrix} C_f(\tau) \\ C_e(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -ie^{-i\omega_e\tau}\, e^{i(\omega_1-\omega_2)t_0+\phi_{eff}} \end{pmatrix} \tag{1.48}$$

Nous avons donc transféré la population de l'état $|f\rangle$ vers l'état $|e\rangle$ ce qui veut dire que cette impulsion est équivalente à un miroir en optique classique.

De la même manière, en appliquant une impulsion vérifiant $|\Omega_{\text{eff}}|\tau = \frac{\pi}{2}$, l'état atomique obtenu

$$\begin{pmatrix} C_f(\tau) \\ C_e(\tau) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{-i\omega_f \tau} \\ -ie^{-i\omega_e \tau} e^{i(\omega_1 - \omega_2)t_0 + \phi_{eff}} \end{pmatrix} \tag{1.49}$$

représente une superposition cohérente équi-probable entre les états $|e\rangle$ et $|f\rangle$: on parle d'une impulsion séparatrice atomique 50/50.

Remarquons que dans les deux cas la phase relative entre les deux lasers ϕ_{eff} est "imprimée" sur la fonction d'onde du nouvel état vers lequel s'effectue le transfert (dans notre cas il s'agit de l'état $|e\rangle$ vu que l'on part de $|f\rangle$).

Conclusion : Ces impulsions π et $\pi/2$ permettent de reproduire l'équivalent des miroirs et des séparatrices pour les ondes lumineuses. Donc en les combinant à des intervalles de temps libre, il est possible de créer des interféromètres à ondes de matière du type Mach-Zender bien connus en optique classique.

Il existe aujourd'hui différents types d'interféromètres basés sur la diffraction d'atomes par la lumière. Les applications de ces dispositifs sont nombreuses et plus particulièrement dans le domaine des mesures de précision dont on peut citer les mesures de temps (grâce aux horloges atomiques), les mesures des effets inertiels dus au champ gravitationnel, rotationnel (effet Sagnac).

Nous rappelons qu'un interféromètre atomqiue est obtenu en laissant évoluer une superposition cohérente de deux états ensuite en les recombiant probabilité ensuite de trouver l'atome dans un état ou l'autre dépend de la phase accumulée le long des deux chemins formant les deux bras de l'interféromètre.

Dans ce qui suit, nous allons présenter l'interféromètre que nous employons pour mesurer la vitesse de recul des atomes.

1.2.2 Interféromètre de Ramsey-Bordé pour mesurer le recul des atomes

Nous disposons d'un interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique, analogue à celui utilisé en gravimétrie, formé par 2 paires d'impulsions carrées $\pi/2$ séparées par un délai T comme le montre la figure (1.4). Chaque paire est formée par deux impulsions de durée τ et séparées par un temps T_R. La fréquence δ_{sel} représente le désaccord Raman pendant la première paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$. Cette première étape est appelée "sélection". De même δ_{mes} représente le désaccord Raman pendant la deuxième paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$: "mesure".

Cette technique de deux impulsions successives a été mise en oeuvre la première fois par N. F. Ramsey en 1949 pour améliorer la mesure des fréquences atomiques dans les expériences où l'on interroge un jet atomique

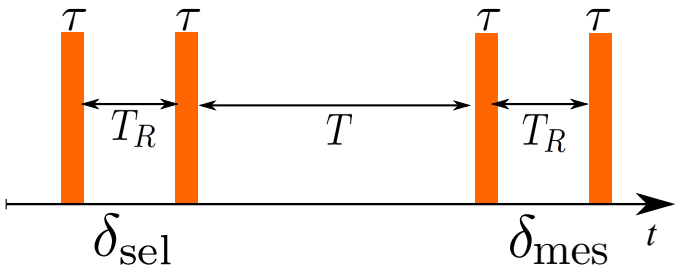


FIGURE 1.4 – *Séquence temporelle utilisée pour réaliser un interféromètre de Ramsey-Bordé pour la mesure du rapport* $\frac{h}{m_{\text{Rb}}}$ *(intensité laser en fonction du temps). La durée* τ *de chaque impulsion laser vérifie* $\Omega\tau = \frac{\pi}{2}$.

avec des micro-ondes ou des hyper-fréquences, ce qui lui a valu le prix Nobel en 1989 [50, 51].

Si on part initialement d'atomes dans l'état $|f\rangle$, alors chaque impulsion $\pi/2$ va créer une superposition cohérente entre $|f\rangle$ et $|e\rangle$ et induire un recul correspondant à deux fois l'impulsion d'un photon ($2\hbar k$). L'état du système après cette double interrogation est donné par :

$$S_{Ramsey}(0 \to 2\tau+T_R) = S_{\pi/2}(\tau+T_R \to 2\tau+T_R)\times S_{libre}(\tau \to \tau+T_R)\times S_{\pi/2}(0 \to \tau) \tag{1.50}$$

où S_{libre} désigne la matrice de transfert pendant le temps de propagation libre en l'absence de champ laser ($\Omega_{\text{eff}} = 0$).

Nous pouvons donc déduire la probabilité de trouver l'atome dans l'état $|e\rangle$:

$$P^{\text{Ramsey}}(\delta(v)) = |C_e(t)|^2 \tag{1.51}$$

$$= 4\left(\frac{\Omega}{\Omega'}\right)^2 \sin^2\left(\Omega'\frac{\tau}{2}\right) \tag{1.52}$$

$$\times\left[\cos\left(\Omega'\frac{\tau}{2}\right)\cos\left(\delta\frac{T_R}{2}\right) - \left(\frac{\delta}{\Omega'}\right)\sin\left(\Omega'\frac{\tau}{2}\right)\sin\left(\delta\frac{T_R}{2}\right)\right]^2 \tag{1.53}$$

Cette double interrogation est valable dans les deux cas où les faisceaux Raman sont co ou contra-propageants. Nous rappelons la condition de résonance en configuration contra-propageante

$$\delta = 2k(v + v_r) \tag{1.54}$$

Nous présentons sur la figure (1.5) une simulation numérique de la probabilité de Ramsey donnée par (1.53) en fonction du désaccord Doppler δ : cette probabilité est représentée par un système de franges analogue aux franges

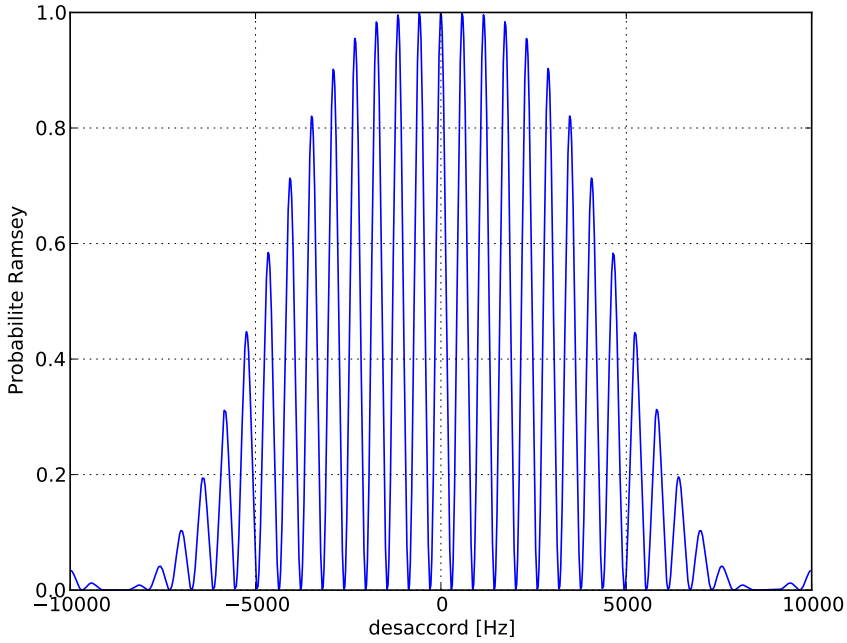


FIGURE 1.5 – *Une simulation numérique de la probabilité de transition pour une double interrogation "Ramsey" en fonction du désaccord δ pour $T_R = 10$ ms et $\tau = 700$ μs.*

d'interférences que l'on voit dans les fentes d'Young. Il s'agit de franges périodiques avec une période en $1/T_R$ contenues dans une enveloppe dont la largeur est définie par la durée des impulsions τ. Ces franges sont centrées autour d'une vitesse moyenne nulle ($\delta = 0$). Dans notre cas, τ est de 700μs ce qui correspond à une largeur en vitesse de $1,4$kHz, c'est-à-dire environ $v_r/10$.

Depuis la première mise en place de l'expérience en 1996 et jusqu'à 2006, notre groupe a utilisé des impulsions π pour la sélection et la mesure. L'avantage de cette technique qui consiste à remplacer ces impulsions par deux impulsions $\frac{\pi}{2}$, ce qui revient à remplacer un pic étroit de Rabi par plusieurs pics étroits de Ramsey, est le gain en résolution tout en gardant le même nombre d'atomes. En effet, étant donné que la résolution du système de franges est proportionnelle à $1/T_R$, il devient donc possible d'augmenter cette résolution tout en gardant le même d'atomes, qui lui est inversement proportionnel à la durée de l'impulsion τ. Cette situation n'existe pas dans le cas Rabi vu que si l'on désire diminuer la largeur de la sélection en vitesse nous devons faire des impulsions courtes, ce qui implique une réduction du nombre d'atomes sélectionnés.

Nous allons maintenant nous intéresser à la proportion d'atomes transférés après la seconde paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$. Pour cela nous allons calculer la probabilité de transition à la fin de tout le processus. Si on appelle $\eta_0(v)$ la distribution de vitesse initiale, alors la distribution de vitesse après la sélection est :

$$\eta_{sel}(v+2v_r) = \eta_0(v-2v_r)P_{sel}\left(\delta_{sel}(v)\right) \tag{1.55}$$

Dans cette expression P_{sel} représente la probabilité Ramsey donnée par l'équation (1.53) pour la sélection $\left(P^{\text{Ramsey}}\left(\delta_{sel}(v)\right)\right)$.

Après l'accélération, la distribution de vitesse devient $\eta_{sel}(v-\Delta v)$. Après la seconde paire d'impulsions, la distribution de vitesse des atomes qui ont été transférés vaut :

$$\eta_{fin}(v+2v_r) = \eta_0(v-2v_r)P_{sel}\left(\delta_{sel}(v)\right)P_{mes}\left(\delta_{mes}(v-\Delta v+2v_r)\right) \tag{1.56}$$

Nous pouvons donc déduire la fraction d'atomes transférés après la seconde paire d'impulsions :

$$\frac{N_2}{N_1+N_2} = \frac{\int \eta_{fin}(v)dv}{\int \eta_{sel}(v)dv} \tag{1.57}$$

$$= \frac{\int \eta_0(v-2v_r)P_{sel}\left(\delta_{sel}(v)\right)P_{mes}\left(\Delta_{mes}(v-\Delta v+2v_r)\right)dv}{\int \eta_0(v-2v_r)P_{sel}\left(\delta_{sel}(v)\right)dv} \tag{1.58}$$

Pour simplifier les calculs, nous supposons que la distribution de vitesse initiale est constante sur la largeur de la sélection en vitesse. Nous verrons par la suite qu'en pratique nous avons une distribution de vitesse après la mélasse optique de largeur typique de $3v_r$ environ, alors que la sélection se fait sur une largeur typique de $v_r/10$. Ainsi, nous pouvons remplacer $\eta(v)$ par η_0, ce qui nous ramène à une simplification de l'équation (1.58) :

$$\frac{N_2}{N_1+N_2} = \frac{\int P_{sel}\left(\delta_{sel}(v)\right)P_{mes}\left(\delta_{mes}(v-\Delta v+2v_r)\right)dv}{P_{sel}\left(\delta_{sel}(v)\right)dv} \tag{1.59}$$

Cette écriture traduit une probabilité de transition qui est représentée par la convolution de deux distributions de vitesse correspondant chacune à un profil de Ramsey. En balayant la différence de fréquence entre la sélection et la mesure, nous obtenons un nouveau système de franges que nous présentons sur la figure (1.6). La position de la frange centrale nous renseigne alors sur la variation de vitesse entre la sélection et la mesure Δv. Et plus on arrive à pointer avec précision la position de cette frange, plus sera précise notre mesure de Δv. En pratique, nous verrons par la suite que nous avons un contraste plus faible que celui prévu numériquement. Ceci est expliqué par le fait que les atomes ne voient pas tous une la même impulsion $\pi/2$ car nous ne sommes pas en présence d'un jet monocinétique.

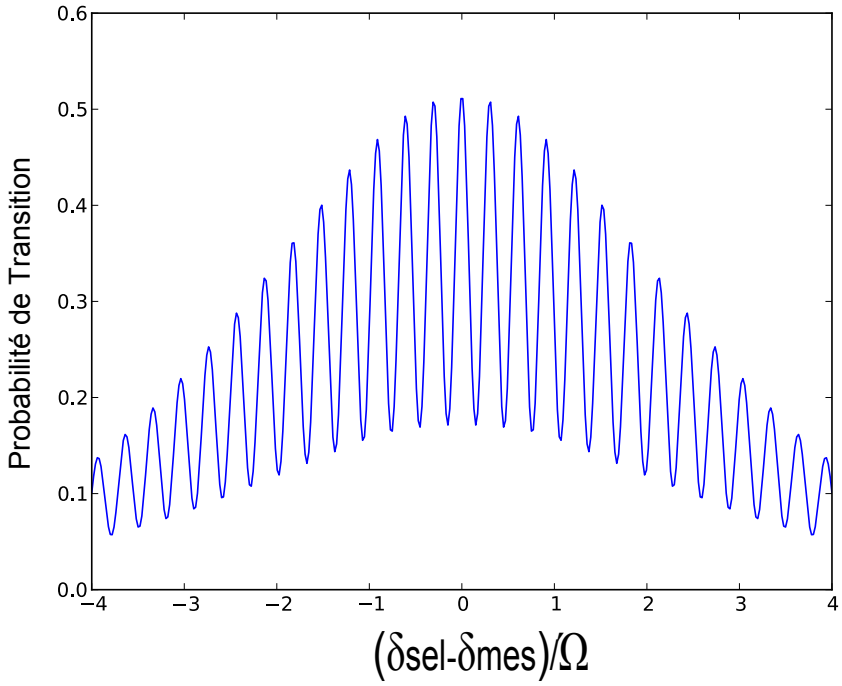


FIGURE 1.6 – *Une simulation numérique de la proportion d'atomes transférés après la deuxième paire d'impulsions* $\frac{\pi}{2}$ *en fonction du désaccord à la mesure* δ_{mes}. *Simulation réalisée en utilisant la formule (1.59).*

1.3 Accélération cohérente : Les oscillations de Bloch

Nous allons présenter dans cette partie le deuxième outil de notre expérience, que nous utilisons pour transférer de l'impulsion aux atomes. Pour cela, nous commencerons par rappeler un phénomène très bien connu en physique des solides qui est les oscillations de Bloch. Ce phénomène a été décrit pour la première fois par Bloch et Zener qui ont prédit qu'un électron dans un cristal parfait et soumis à un champ électrique constant va avoir un mouvement oscillatoire. Ces oscillations ont été observées pour la première fois avec des atomes dans le groupe de C. Salomon à Paris [52, 53] et M.G. Raizen à Austin [54]. L'avantage de cette technique des oscillations de Bloch réside d'une part dans la possibilité qu'elle nous offre de transférer plusieurs impulsions pendant un temps très court, et d'autre part dans son efficacité (plus de 99.97% de transfert par oscillation). Nous rappelons que dans notre expérience, plus on augmente le nombre de reculs transférés aux atomes entre la sélection et la mesure, plus l'incertitude sur notre mesure du recul sera réduite. Nous verrons dans la suite que nous sommes capables de communiquer aux atomes plus de 200 reculs en 1 ms.

Cette méthode a été amplement décrite dans les thèses précédentes réalisées dans le groupe par R. Battesti [55], P. Cladé [56] et M. Cadoret [57]. Vous ne reviendrons donc pas sur tous les détails. Nous présenterons les concepts de base nécessaires à sa compréhension et ferons l'analogie avec les oscillations de Bloch de la physique des solides.

1.3.1 Accélération cohérente

La technique des oscillations de Bloch consiste à soumettre les atomes à deux faisceaux lasers contra-propageants de même fréquence et fortement désaccordés de Δ par rapport à la transition à un photon pour minimiser l'émission spontanée. Comme nous l'avons vu précédemment, les atomes vont effectuer une transition Raman à 2 photons mais en restant dans le même état interne. Leur impulsion va augmenter de $2\hbar k$ après chaque transition.

L'idée pour transférer un grand nombre d'impulsions aux atomes est donc d'effectuer une succession de N transitions Raman stimulées dans le même état interne. Ceci est illustré sur la figure (1.7). (Nous rappelons, qu'après la sélection, les atomes se trouvent dans le sous-niveau hyperfin ($F = 1$) avec une vitesse très bien connue (une fraction de v_r). La condition de résonance (1.37) s'écrit dans ce cas :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 = 2k_B(v + v_r) \tag{1.60}$$

En revanche, pour rester en résonance avec les atomes, nous devons compenser l'effet Doppler dû au changement de vitesse induit. Ceci est possible

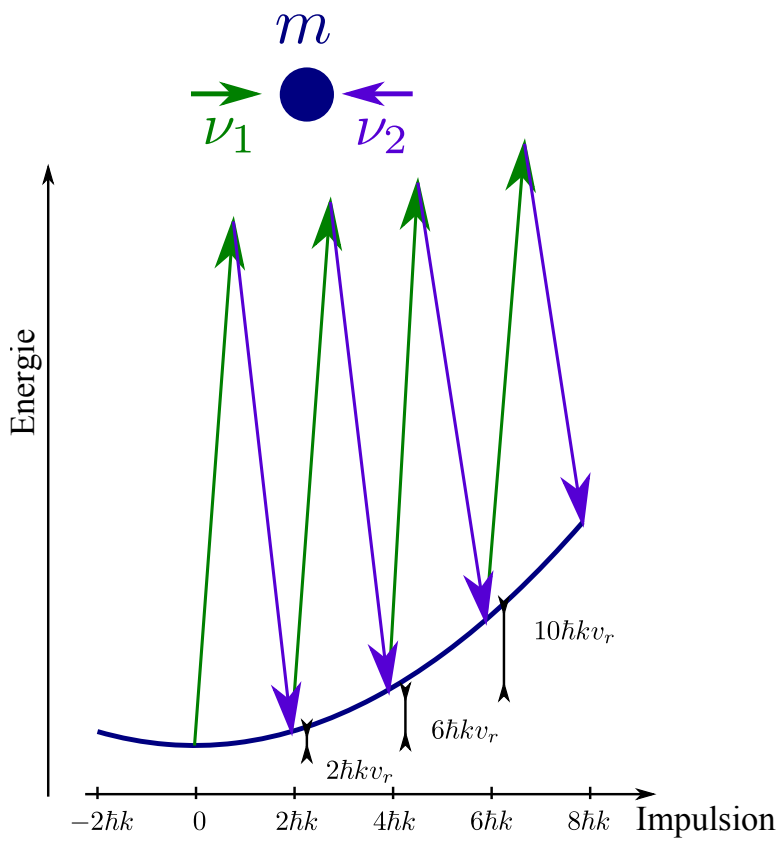


FIGURE 1.7 – *Énergie de l'atome en fonction de l'impulsion. La parabole décrit l'évolution de l'énergie cinétique d'une particule libre. Après chaque transition Raman l'atome acquiert $2v_r$. Pour compenser ce décalage Doppler, la différence de fréquence entre les deux lasers est balayée linéairement en fonction du temps. L'atome évolue le long de la parabole et il est accéléré.*

grâce à un balayage linéaire de la différence de fréquence entre les deux lasers.

En contrôlant la différence de fréquence entre les deux lasers en fonction du temps, il est possible de contrôler le nombre de reculs qu'on va transférer aux atomes.

Après N transitions, nous avons :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 = 2k_B(v + Nv_r) \tag{1.61}$$

1.3.2 Atome dans un réseau optique

Pour faire l'analogie avec le phénomène des oscillations de Bloch, nous allons décrire cette situation dans le cadre de la physique des solides. Dans cette approche l'atome est soumis à un réseau optique formé par l'interférence

des deux faisceaux lasers contra-propageants d'amplitude E_0 chacun et de fréquence ω.

Le champ résultant :

$$E(x) = 2E_0 \cos(kx) \tag{1.62}$$

($k = \frac{\omega}{c}$ le vecteur d'onde) est modulé spatialement avec la période :

$$d = \frac{\pi}{k} = \frac{\lambda}{2} \tag{1.63}$$

Dans la limite $\Delta \gg \Gamma$, l'atome voit un potentiel périodique $U(x)$ de période $\frac{\lambda}{2}$ et donné par :

$$U(x) = U_0 \cos^2(kx) \tag{1.64}$$

$$= \frac{\hbar\Gamma^2}{2\Delta}\frac{I}{I_s}\cos^2(kx) \tag{1.65}$$

où I représente l'intensité de chaque onde et I_s l'intensité de saturation.

Remarquons que ce potentiel est proportionnel à l'intensité vue par les atomes et inversement proportionnel au désaccord. Dans le cas d'un désaccord dans le rouge ($\Delta < 0$, $U_0 < 0$), les atomes se trouvent piégés au minimum de potentiel, là où l'intensité est maximale. Dans le cas d'un désaccord dans le bleu, qui sera le cas dans notre expérience, ($\Delta > 0$, $U_0 > 0$), les atomes se trouveront aux noeuds de l'onde stationnaire là où l'intensité est minimale, ce qui minimisera l'émission spontanée.

1.3.3 Analogie avec la physique des solides et théorème de Bloch

Le hamiltonien de l'atome en présence de l'onde stationnaire se présente sous la forme :

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{U_0}{2}\cos(2k\mathbf{x}) \tag{1.66}$$

Cet hamiltonien †, analogue à celui décrivant un électron dans un potentiel cristallin étudié par F. Bloch en 1929 [58], est périodique et invariant par une translation dans l'espace des x de la quantité égale au pas du réseau ($d = \frac{\lambda}{2}$).

Les états propres de H sont donnés par le théorème de Bloch sous la forme :

$$\psi_q(x) = u_q(x)e^{iqx} \tag{1.67}$$

où $u_q(x)$ est une fonction périodique de même périodicité que le réseau ($ie, u(x+d) = u(x)$) et q un nombre quantique qui représente l'impulsion de l'atome dans le réseau : c'est la quasi-impulsion.

†. Notons que nous avons supprimé le terme constant. Ce qui revient à translater l'origine des énergies de la quantité $-\frac{U_0}{2}$.

Cette écriture (1.67) décrit les états propres de Bloch comme le produit d'une onde plane par une fonction périodique de même périodicité que le réseau.

En remplaçant (1.67) dans (1.66), on obtient une équation aux valeurs propres pour $u_q(x)$:

$$H_q u_q(x) = E(q) u_q(x) \text{ avec } H_q = \frac{(p+\hbar q)^2}{2m} + U(x) \tag{1.68}$$

Ce problème admet un ensemble discret de solutions $u_{n,q}(x)$ que l'on repère par un nombre quantique supplémentaire n appelé indice de bande.

Finalement, un état de Bloch $|n, q\rangle$ est donc décrit par deux nombres qui sont l'indice de bande n et la quasi-impulsion q. $\psi_{n,q}(t)$ sont les fonctions d'onde associées et $E_n(q)$ les énergies. Ces états et énergies propres sont des fonctions périodiques de la quasi-impulsion q de période $\frac{2\pi}{d} = 2k$. Les énergies présentent une structure de bande analogue à celle connue en physique de la matière condensée (un exemple est présenté sur la figure (1.8)). Chaque bande, repérée par un indice n, forme une bande continue séparée des autres bandes. Du fait de cette périodicité, on peut se limiter à la première zone de Brillouin qui s'étend dans l'espace réciproque sur l'intervalle $]-\frac{\pi}{d}, \frac{\pi}{d}[$ de largeur $2k$.

Suivant la profondeur du potentiel U_0, on distingue deux régimes différents :

– Le régime des liaisons faibles défini quand la profondeur du potentiel est petite devant l'énergie cinétique de la particule ($U_0 \ll 16E_{rec}$). Dans ce cas, le réseau est considéré comme une perturbation aux ondes planes décrivant la particule libre. Un calcul perturbatif pour l'onde $|p = 0\rangle$ en présence d'un faible couplage avec $|q - 2k\rangle$ et $|q + 2k\rangle$ permet de diagonaliser H et de déduire la structure de bande représentée à droite de la figure (1.8). L'effet du potentiel n'est autre qu'une levée de dégénérescence sur les bords de la première zone de Brillouin et l'apparition d'une bande d'énergie interdite de largeur $\frac{U_0}{2}$.

– Dans la limite des liaisons fortes ($U_0 \gg 16E_rec$), la particule est piégée au fond d'un puits de potentiel, et par effet tunnel, elle va être délocalisée sur tous les sites du réseau. On montre que son état propre est décrit par une combinaison linéaire des fonctions de Wannier Φ [59, 60] avec un terme de phase associée à chaque site :

$$\psi_{n,q}(x) = \sum_{N=-\infty}^{N=+\infty} e^{iqN\frac{\lambda}{2}} \Phi_n\left(x - N\frac{\lambda}{2}\right) \tag{1.69}$$

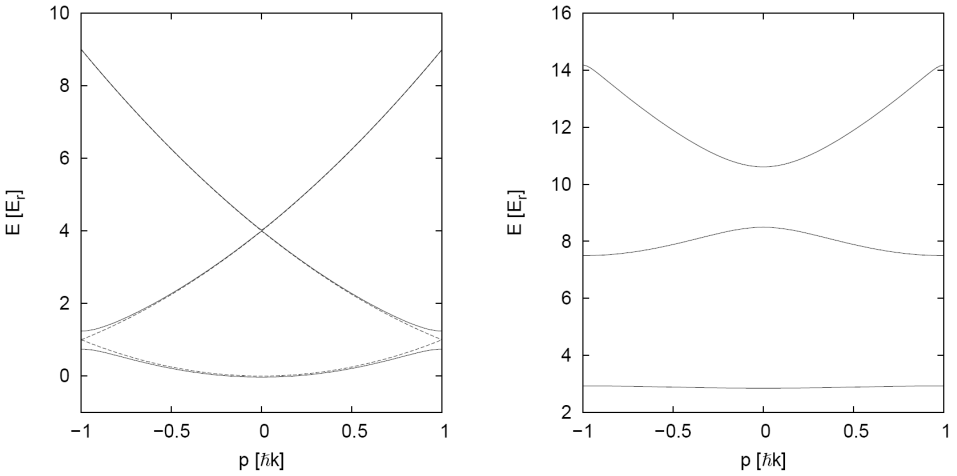


FIGURE 1.8 – *Structure de bandes des niveaux d'énergie calculée dans la limite des liaisons faibles (courbe de droite) et fortes (courbe de gauche). Cette structure représente les niveaux d'énergie (en unité d'énergie de recul) en fonction de la quasi-impulsion dans la première zone de Brillouin (Courbe extraite de [56]).*

où la somme porte sur tous les sites du réseau. L'énergie propre de cet état est donnée par :

$$E_n(q) \backsimeq E_n + \delta E_n \cos(qd) \tag{1.70}$$

avec

$$E_n = \langle \Phi_n(x)|H|\Phi_n(x)\rangle \text{ et } \delta E_n = \langle \Phi_n(x)|H|\Phi_n(x-\lambda/2)\rangle \tag{1.71}$$

Dans le cas d'un potentiel profond, on peut faire l'approximation harmonique : l'atome oscille au fond du puits et les fonctions de Wannier sont proches des fonctions propres de l'oscillateur harmonique d'énergie

$$E_n = \frac{U_0}{2} + (n + \frac{1}{2}\hbar\omega) \tag{1.72}$$

où $\omega = 2\sqrt{|U_0|E_{rec}\hbar}$ est la fréquence d'oscillation de l'atome dans le puits.

1.3.4 Réseau accéléré : application d'une force constante et oscillations de Bloch

Nous avons vu au début de cette partie que pour rester en résonance, nous devons balayer la différence de fréquence entre les deux lasers. Le champ électromagnétique créé par l'interférence des deux lasers dans le cas où la

fréquence de l'un d'entre eux est balayée linéairement de $\delta\omega(t)$ est donné par :

$$\overrightarrow{E(x,t)} = \overrightarrow{E}_0 e^{i(kx-\omega t)} + \overrightarrow{E}_0 e^{i(-kx-(\omega+\delta\omega(t))t)} \tag{1.73}$$

$$= 2\overrightarrow{E}_0 e^{-i(\omega+\frac{\delta\omega(t)}{2})} \cos\left(kx + \frac{\delta\omega}{2}t\right) \tag{1.74}$$

Cette écriture montre que ce champ n'est pas stationnaire dans le référentiel fixe lié au laboratoire, mais il l'est dans le référentiel se déplaçant à la vitesse $v(t) = -\frac{\delta\omega(t)}{2k}$.

Dans le cas où la vitesse de l'onde n'est pas constante, ce référentiel en mouvement ne sera pas galiléen. Il faut donc ajouter une force d'entraînement :

$$F = -ma = -\frac{m}{2k}\frac{\mathrm{d}\delta\omega(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.75}$$

Quand $\delta\omega(t)$ est balayée linéairement, cette force sera constante : cette situation nous rappelle le phénomène des oscillations de Bloch de la physique des solides vu que nous sommes en présence d'atomes piégés dans un potentiel périodique et soumis à une force constante F.

Le hamiltonien du système s'écrit dans ce cas :

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + \frac{U_0}{2}\cos(2k\mathbf{x}) - F\mathbf{x} \tag{1.76}$$

On montre que les états restent toujours sous la forme Bloch donnée dans (1.67) c'est-à-dire :

$$\psi(x,t) = u(x,t)e^{iq(t)x} \tag{1.77}$$

mais avec une quasi-impulsion qui dépend du temps :

$$q(t) = q_0 + \frac{Ft}{\hbar} \tag{1.78}$$

Lorsque la force F est suffisamment faible pour ne pas induire de transitions inter-bandes, si on part d'un état propre de H d'indice de bande n, le système restera alors sur la même bande mais avec une quasi-impulsion $q(t)$ qui évolue au cours du temps. L'équation (1.78) signifie que la quasi-impulsion parcourt le réseau réciproque avec une vitesse constante. Ce qui implique que la fonction d'onde $\psi(x,t)$ est périodique avec une période

$$\tau_B = \frac{2\hbar k}{F} = \frac{2mv_r}{F} \tag{1.79}$$

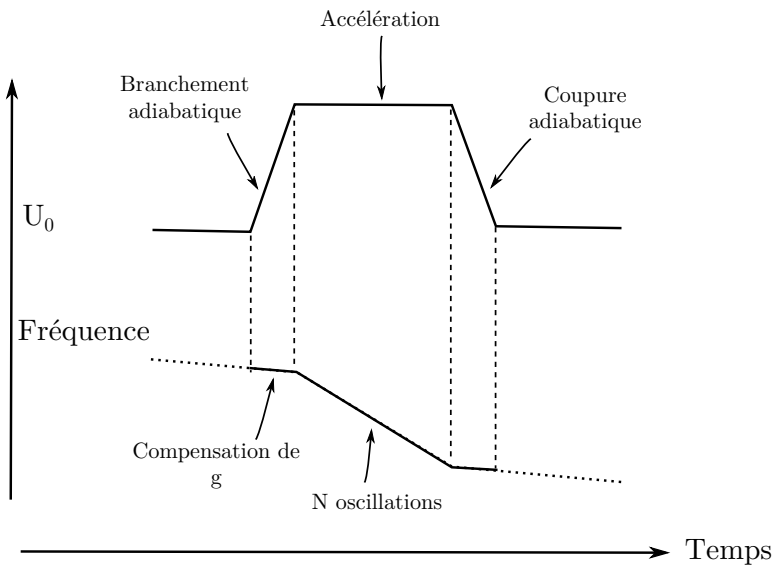


FIGURE 1.9 – *Séquence temporelle employée pour l'accélération : en fonction du temps est représentée sur la figure du haut la profondeur du réseau et sur celle du bas la fréquence programmée et appliquée aux modulateurs acousto-optiques.*

1.3.5 Application à notre expérience

Nous utilisons les oscillations de Bloch pour accélérer les atomes entre la sélection et la mesure. Ce processus se déroule en 3 étapes comme le montre la figure (1.9).

La première étape consiste à charger les atomes dans la bande fondamentale d'un état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$. Pour cela, nous avons besoin de brancher adiabatiquement le réseau en augmentant lentement son intensité afin qu'un état de Bloch $|n = 0, q = 0\rangle$ reste état propre à tout instant. En pratique, nous utilisons un générateur de fonctions arbitraires qui nous permet d'appliquer une rampe en fréquence et en intensité qu'on envoie sur les modulateurs acousto-optiques. Nos lasers sont désaccordés de 32 GHz dans le bleu de la transition $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}$ et la profondeur du réseau est de 65 E_r. Nous appliquons une rampe linéaire en intensité en U_0t/T pendant un temps T de 500 μs. Cette durée est largement suffisante pour vérifier le critère de branchement adiabatique donné par le théorème adiabatique [57] :

$$T \gg \frac{\hbar}{16\sqrt{2E_{rec}U_0}} \tag{1.80}$$

En plus du chargement adiabatique, nous avons besoin de charger les atomes dans la première bande fondamentale $|n = 0, q = 0\rangle$ ce qui nécessite un contrôle de la vitesse du réseau par rapport à celle des atomes. C'est-à-dire

un contrôle de la différence de fréquence entre les deux lasers.

Pour réaliser ce chargement dans la bande fondamentale, il faut que dans le référentiel de l'onde stationnaire, la vitesse des atomes soit nulle. Ceci est réalisé en appliquant sur les deux AOM une rampe de fréquence qui tient compte de la vitesse des atomes à chaque instant. Cette vitesse tient compte de l'accélération due à la gravité, aux oscillations de Bloch et à l'effet de recul.

Une fois que les atomes sont dans l'état $|n = 0, q = 0\rangle$, nous procédons à la phase d'accélération pendant laquelle la différence de fréquence entre les lasers est balayée linéairement en fonction du temps. Cette phase d'accélération est réalisée en 5 ms pendant lesquelles les atomes effectuent typiquement 500 oscillations.

Enfin, le réseau est coupé adiabatiquement en appliquant le processus identique au branchement mais en sens inverse ce qui permet de récupérer les atomes avec une vitesse égale à $2Nv_r$.

1.4 Protocole expérimental

Nous allons dans ce paragraphe décrire le protocole expérimental que nous utilisons pour réaliser la mesure de v_r. Nous utilisons une source d'atomes froids de rubidium 87. Nous déduisons la vitesse à partir d'une mesure de fréquence grâce à l'effet Doppler. Cette fréquence correspond à la différence de fréquence des deux lasers qui assurent la transition Raman entre les niveaux hyperfins $F = 1$ et $F = 2$ de l'atome de rubidium.

Le protocole expérimental est :

– Nous produisons un échantillon d'atomes froids dans une mélasse optique. A la fin de la mélasse les atomes sont dans le niveau hyperfin ($F = 2$).

– Nous appliquons une paire d'impulsion $\pi/2$ pour sélectionner une classe de vitesse sub-recul. Le profil de vitesse sélectionné est similaire à un système de franges de Ramsey.

– Nous appliquons un laser accordé sur la transition à un photon ($F = 2 \rightarrow F' = 3$) pour nettoyer le niveau ($F = 2$).

– Nous allumons les faisceaux Bloch pour accélérer les atomes dans le niveau hyperfin $F = 1$

– Nous éteignons les faisceaux Bloch et allumons les faisceaux Raman en appliquant une paire d'impulsion $\pi/2$ pour la mesure. Les atomes résonants sont alors transférés vers le niveau hyperfin $F = 2$.

– Nous mesurons par la suite les populations N_2 et N_1 respectivement dans les niveaux $F = 2$ et $F = 1$.

– Nous répétons ce cycle en balayant la différence de fréquence entre les deux lasers pendant la seconde paire d'impulsions $\pi/2$.
Nous obtenons la distribution de vitesse finale en traçant le nombre d'atomes normalisé $N_2/(N_2 + N_1)$ en fonction de la fréquence.

1.5 Contenu du manuscrit

Nous avons décrit dans ce chapitre de présentation générale la constante de structure fine et les outils théoriques nécessaires pour comprendre le fonctionnement de notre expérience. La suite de ce manuscrit sera organisée comme suit :

– Le chapitre 2 décrit le dispositif expérimental que j'ai mis en place durant ma thèse : je présenterai les différents éléments de ce dipositif dont les sources lasers, la source d'atomes froids et le système de détection.

– Le chapitre 3 est consacré à une caractérisation du dispositif. Je présenterai les différentes sources de bruit qui affectent les différents composés. Je détaillerai en particulier l'étude du système de détection.

– Le chapitre 4 sera dédié à la description de la séquence expérimentale. Je présenterai les techniques utilisées pour s'affranchir de la mesure de l'accélération de la pesanteur et des déplacement de niveaux. Je présenterai à la fin de ce chapitre les spectres et je commenterai l'analyse de ces spectres qui a permis d'extraire la valeur expérimentale du rapport h/m.

– Le chapitre 5 représente une étude détaillée de tous les effets systématiques qui entachent la mesure du rapport h/m_{Rb} et les différentes corrections et incertitudes relatives associées à chaque effet. Je présenterai à la fin de ce chapitre la nouvelle valeur de α que nous avons obtenue dans le groupe et qui a permis de réaliser le premier test de la contribution hadronique et muonique aux calculs de l'électrodynamique quantique de l'anomalie du moment magnétique de l'électron.

– Le chapitre 6 fera l'objet d'une conclusion sur l'ensemble des travaux réalisés pendant ma thèse. Je fermerai ce manuscrit en donnant quelques perspectives sur les projets futurs de l'équipe.

2
Dispositif expérimental

2.1 Introduction

Nous allons présenter dans ce chapitre les différents éléments qui constituent notre dispositif expérimental.

Nous décrirons les principales modifications qui ont été apportées à ce dispositif dans le cadre de mon travail de thèse. Ces modifications ont porté principalement sur la mise en place d'une nouvelle cellule ultra-vide pour fabriquer un piège magnéto-optique à trois dimensions à partir d'un piège à deux dimensions, la mise en place de nouveaux bancs optiques pour les lasers de refroidissement et les lasers Raman, et également une amélioration du système de détection. Nous décrirons les différents systèmes d'asservissement qui nous permettent de contrôler les fréquences des différents lasers.

2.2 La source d'atomes froids

Les mesures de α réalisées en 2006 et en 2008 ont été faites sur un échantillon d'atomes produit par un piège-magnéto-optique à 3 dimensions (**3D-MOT**) qui était chargé à partir d'une vapeur thermique de rubidium. Mais il s'est avéré que cette configuration impose une longue durée de chargement du piège d'une part. Et d'autre part, elle entraîne un effet systématique dû aux collisions entre atomes chauds et froids. Ces collisions impliquent des pertes et donc une baisse du contraste des franges d'interférence. Elles induisent également une modification de l'indice de réfraction du milieu pour les faisceaux laser Raman et Bloch. A l'échelle de précision qu'on souhaite atteindre sur notre mesure de v_r (qui est de quelques 10^{-10} d'incertitude), l'effet systématique associé devient non négligeable.

Pour remédier à cela, nous avons décidé de modifier le mode de chargement de notre 3D-MOT. Désormais, le chargement est réalisé à partir d'un jet d'atomes ralentis produit par un piège magnéto-optique à 2 dimensions (**2D-MOT**). L'avantage de cette méthode est la simplicité de sa mise en oeuvre et sa compacité comparée à d'autres méthodes de ralentissement (tel que le ralentisseur Zeeman). Elle permet également de produire

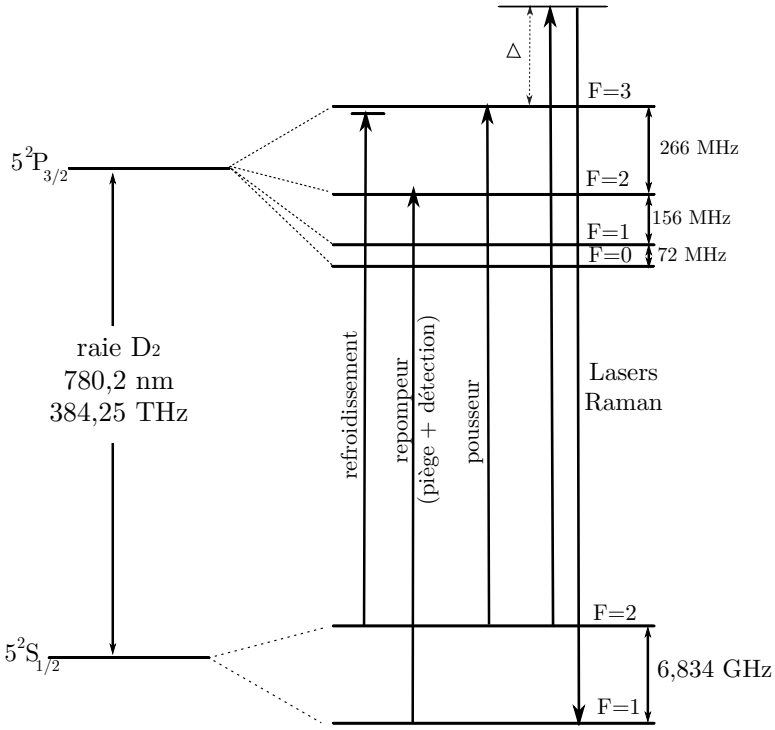


FIGURE 2.1 – *Niveaux d'énergie de l'isotope 87 de l'atome de rubidium et les transitions atomiques utilisés dans l'expérience.*

un jet atomique de faible divergence et dont le flux peut atteindre les 10^{11} atomes/s [61] permettant une meilleure efficacité de chargement du 3D-MOT. Ce qui se reflétera par une réduction de la durée totale d'un cycle de mesure et donc une amélioration de l'incertitude statistique. En effet, cette durée est de 500 ms environ ce qui représente une réduction d'un facteur 3 par rapport à l'ancienne expérience décrite dans la thèse de Malo Cadoret [57].

Nous présentons sur la figure (2.1) les niveaux d'énergie de la structure hyperfine de la raie D_2 du ^{87}Rb et les différentes transitions utilisées pendant l'expérience.

Le refroidissement d'atomes est réalisé en utilisant un laser "piège" désaccordé vers le rouge de la transition cyclante $5^2S_{1/2}(F=2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F'=3)$ de la raie D_2 du ^{87}Rb. A ce faisceau il faut rajouter un "repompeur" résonnant sur la transition $5^2S_{1/2}(F=1) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F'=2)$ pour recycler les atomes vers $5^2S_{1/2}(F=2)$.

2.2.1 Les sources lasers

Nous utilisons deux diodes lasers Sanyo (DL7140 - 201) montées en cavité étendue de longueur 15 cm avec un filtre interférentiel suivant le modèle développé au SYRTE et aujourd'hui commercialisé par la société Radiant Dyes [62].

La lumière issue de la diode est collimatée par une lentille de focale $f_1 = 4,5$ mm et traverse ensuite un filtre interférentiel. La cavité est refermée en utilisant un "oeil de chat" formé par deux lentilles $f_2 = f_3 = 18,5$ mm et d'un miroir semi-réfléchissant (MPZ) caractérisé par un coefficient de réflexion de 30%. Ce miroir est monté sur une cale piézoélectrique ce qui permet de corriger les dérives de la longueur de la cavité.

L'avantage de cette configuration où l'on utilise un filtre interférentiel au lieu d'un réseau de diffraction est qu'elle offre une très bonne stabilité mécanique d'une part, et d'autre part une meilleure accordabilité assurée par le découplage entre les deux fonctions "sélection spectrale" et "réflexion intra cavité". Nous plaçons à la sortie de chaque cavité un isolateur optique ayant un facteur d'isolation de 60 dB de la marque ≪Gsänger≫ pour les protéger des retours parasites de lumière susceptibles de perturber le spectre de la diode.

En revanche, pour produire la puissance laser nécessaire au refroidissement, nous devons amplifier la puissance en sortie des deux cavités (cette puissance est de 30 mW pour le faisceau piège et 18 mW pour le repompeur). Nous utilisons pour cela un amplificateur semi-conducteur évasé type MOPA (Master Oscillator Power Amplificator) [63]. Pour le protéger également, nous avons placé à l'entrée ainsi qu'à la sortie un isolateur optique.

Nous injectons dans le MOPA les deux faisceaux "piège" et "repompeur" en même temps comme le montre la figure (2.2). Nous obtenons alors à la sortie des puissances respectives de 700 mW et 300 mW pour un courant de pompe du MOPA de $1,9$ A. Nous corrigeons la divergence du faisceau par une lentille cylindrique. Ensuite un télescope formé par deux lentilles de focales 100 mm et 30 mm assure la collimation du faisceau à un diamètre de 1 mm environ.

2.2.1.1 Stabilisation des fréquences

La figure (2.3) présente le dispositif expérimental utilisé pour contrôler les fréquences des lasers du piège magnéto-optique.

Asservissement du repompeur : La fréquence du laser repompeur est asservie sur la raie de croisement $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 1)$ et $5^2P_{3/2}(F' = 2)$ en utilisant une méthode qui combine la technique d'absorption saturée et la technique de Pound Driver Hall. L'avantage de cette méthode par rapport à une détection synchrone réside dans le fait que la

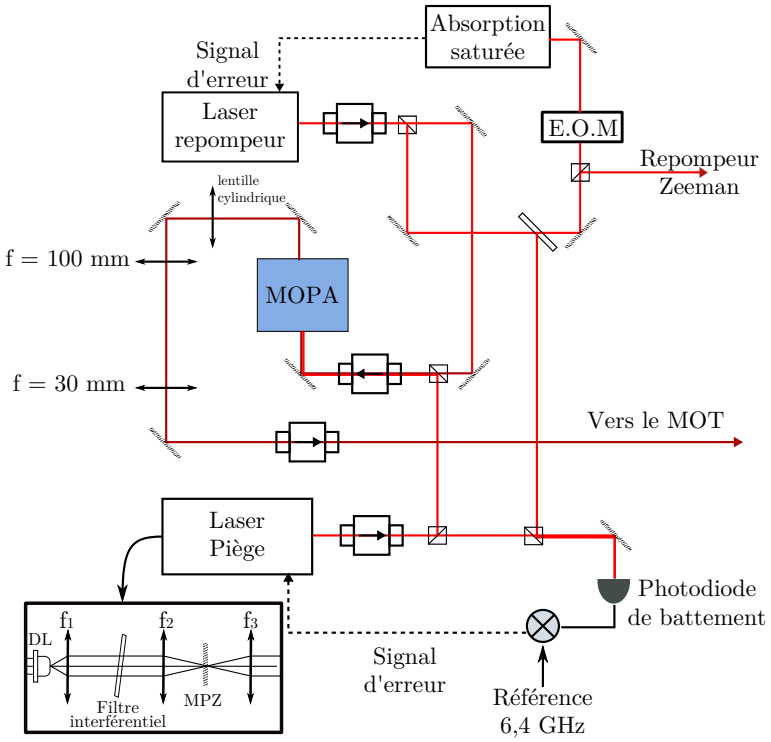


FIGURE 2.2 – *Montage optique des sources laser utilisées pour refroidir les atomes. Nous utilisons deux diodes lasers montées en cavité étendue avec un filtre interférentiel. Le laser "repompeur" est asservi en fréquence sur une raie d'absorption saturée. La fréquence du laser "piège" est contrôlée à travers le battement de fréquence avec le laser "repompeur". Les deux faisceaux sont amplifiés dans un même MOPA. Nous obtenons environ 13 dB d'amplification sur la puissance totale.*

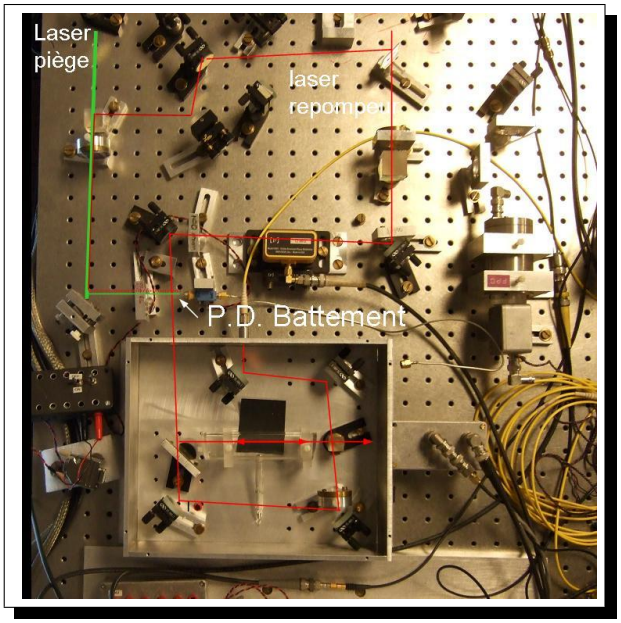


FIGURE 2.3 – *Photographie du dispositif expérimental utilisé pour contrôler la fréquence des lasers de refroidissement. En trait rouge est représenté le trajet du faisceau repompeur. Celui-ci traverse successivement le modulateur électro-optique et la cellule de rubidium. On prélève une partie de ce faisceau qu'on superpose avec le faisceau piège (trait vert) pour obtenir le signal de battement (PD-battement) qui servira pour contrôler la fréquence de ce dernier.*

fréquence, en l'occurrence le courant de la diode laser, ne sont pas modulés. Pour produire le signal d'erreur on prélève une partie du faisceau du laser "repompeur" dont on module la fréquence à $\Omega_m = 12$ MHz grâce à un modulateur électro-optique. Ce faisceau laser est ensuite envoyé dans une cellule contenant une vapeur de rubidium 87 pour réaliser l'absorption saturée. Le faisceau sonde de l'absorption saturée éclaire un détecteur et on récupère en sortie de ce détecteur deux composantes : une composante basse fréquence qui nous sert à repérer la raie d'absorption et une composante haute fréquence qui permet de fabriquer le signal d'erreur.

En effet, dans le cas d'un faible taux de modulation, le signal haute fréquence fait apparaître deux composantes en quadrature correspondant à l'absorption et la dispersion induites par la vapeur atomique :

$$i(t) = i_0 \sum_{p=0,\pm 1} [A(\alpha_p L)\cos\Omega_m t + D(\varphi_p)\sin(\Omega_m t)] \tag{2.1}$$

où l'indice p vaut 0, ± 1 respectivement pour la porteuse et les deux bandes latérales $\pm\Omega_m$ et L la longueur de la cellule de rubidium. Le coefficient α_p représente l'atténuation de l'onde p dans la cellule et φ_p la phase acquise par la composante p et qui s'écrit en fonction de l'indice de réfraction de la vapeur de Rb ($\varphi_\mathrm{p} = \mathrm{n}(\omega + \mathrm{p}\Omega_\mathrm{m}) \times \mathrm{L}$). Au final pour obtenir le signal d'erreur, le signal $i(t)$ est démodulé en le multipliant par un signal en $\sin(\Omega_m t)$ à l'aide d'un mixeur RF.

Asservissement du piège : Le contrôle de la fréquence du laser "piège" sur la transition $5^2S_{1/2}(F=2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F'=3)$ est réalisé en contrôlant la différence entre la fréquence de ce laser et celle du laser "repompeur" qui est asservi sur une raie de croisement. Cette différence de fréquence est obtenue en regardant le signal de battement.

La fréquence du battement est asservie à une valeur ajustable qui comporte une composante stable et fixe à 6,4 GHz et une partie complémentaire, ajustable, qui permet d'assurer les différentes étapes du processus de refroidissement (piège et mélasse optique).

La figure (2.4) décrit le schéma électronique qui permet de synthétiser la fréquence de référence et aussi la boucle d'asservissement pour assurer les différentes étapes du refroidissement (capture dans le piège, chargement de la mélasse et thermalisation) : le battement est comparé à une référence de fréquence fixe à $6,4$ GHz générée par un VCO * stabilisé grâce à un module de phase lock commercial (Analog Devices, Eval-ADF-4007EB1). Un autre VCO (350 MHz) que nous pilotons par TTL nous permet de changer le désaccord du laser pendant les différentes phases de refroidissement.

Le signal d'erreur est obtenu en comparant la puissance transmise par l'atténuateur de puissance à celle filtrée par le filtre passe haut (BHP-200).

*. *Voltage Controlled Oscillator*, oscillateur contrôlé en tension

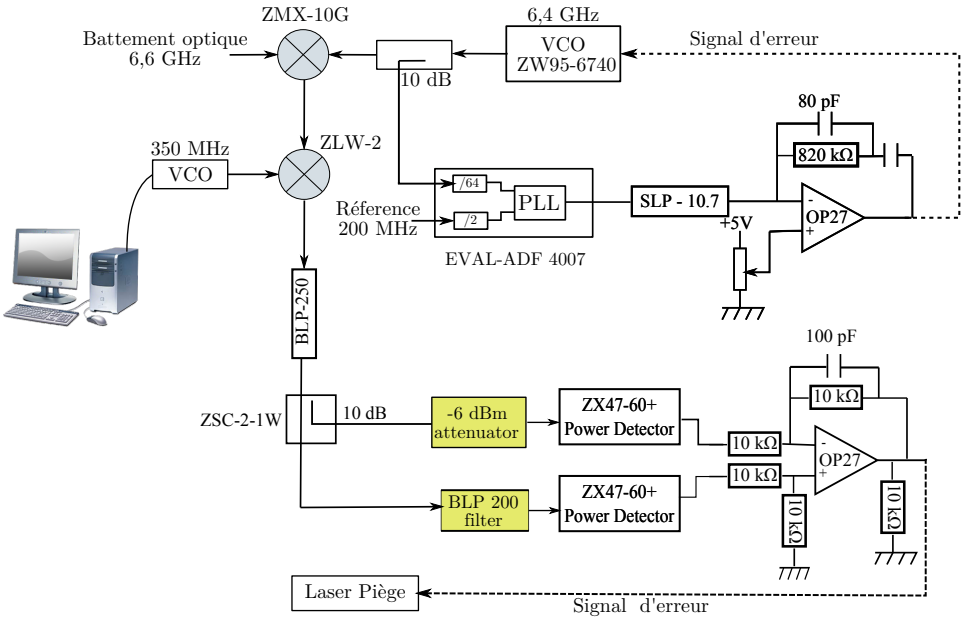


FIGURE 2.4 – *Schéma de la chaîne de fréquence et du système d'asservissement utilisés pour contrôler la fréquence du laser "piège" : la fréquence de battement (piège+repompeur) est asservie sur une référence de fréquence stable et ajustable. Elle peut être balayée en utilisant un VCO dont nous contrôlons la fréquence via un ordinateur.*

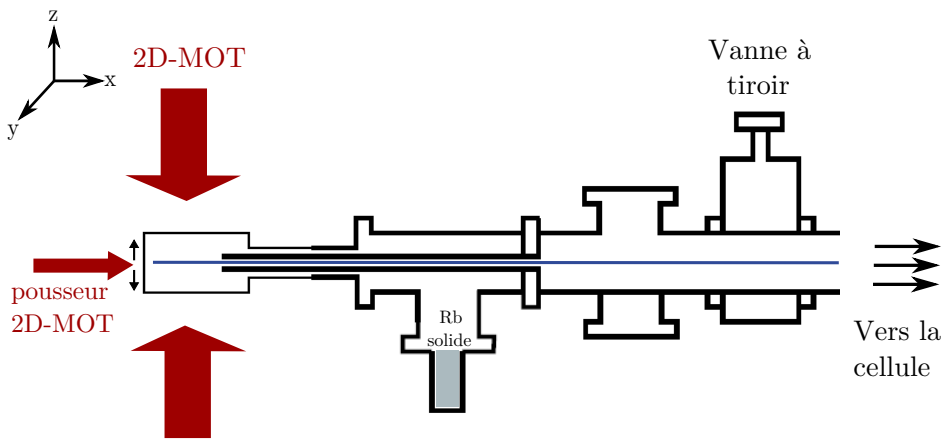


FIGURE 2.5 – *Schéma du dispositif expérimental utilisé pour le piège magnéto-otique à deux dimensions. Le jet atomique est guidé par le faisceau "pousseur" vers la cellule ultra-vide pour charger le piège à 3 dimensions.*

Ces deux signaux sont collectés sur deux détecteurs de puissance du type ZX47-60+ de *Mini-Circuits* présentant un faible bruit à basses fréquences.

Ce schéma offre une grande souplesse pour le contrôle et l'asservissement de la fréquence du laser "piège" vu qu'il nous permet de balayer la fréquence sur une plage de plus de 100 MHz. Ceci, encore une fois, sans avoir recours à la modulation du courant de la diode laser.

2.2.2 Le piège magnéto-optique à 2 dimensions

Les lasers "piège" et "repompeur" déjà superposés grâce à l'amplification dans un seul MOPA, arrivent par une fibre optique. Les deux paires de faisceaux du 2D-MOT sont suivant les directions y et z comme le montre la figure (2.5). Il s'agit pour chacune de deux faisceaux contra-propageants de polarisations circulaires σ^+/σ^-. Nous avons typiquement 45 mW par faisceau pour un diamètre de 20 mm.

Nous présentons sur la figure (2.5) une vue d'ensemble du dispositif utilisé : la cellule du 2D-MOT est une cellule parallélépipédique en verre de longueur 10 cm réalisée par la société HELMA. La source d'atomes est une vapeur obtenue en chauffant un queusot contenant du Rb solide situé à une distance d'environ 20 cm du centre de la cellule en verre. Actuellement nous ne chauffons plus le queusot vu que la pression de vapeur saturante à température ambiante suffit pour obtenir la vapeur de Rb.

Pour réduire les collisions entre la vapeur et le jet refroidi, nous appliquons un vide différentiel entre les deux zones : nous mesurons entre 10^{-7} et 10^{-8} mbar dans la zone 2D-MOT et 10^{-10} mbar dans la cellule ultra-vide.

Nous avons également placé une vanne à tiroir à l'entrée de la cellule

ultra-vide qui nous laisse la possibilité de déconnecter les deux cellules en cas de problème ; mais tout en conservant au mieux la qualité du vide à l'intérieur de la cellule principale.

Pour charger le 3D-MOT, le jet d'atomes refroidis dans le 2D-MOT passe dans deux tubes coaxiaux de sections 1 et 20 mm (voir la figure 2.5).

Pour augmenter le nombre d'atomes dans le 3D-MOT, nous avons placé suivant la direction du jet atomique un faisceau "pousseur 2D-MOT". Ce faisceau, critique à régler, est polarisé linéairement. Il nous permet de gagner environ un facteur 7 sur le nombre d'atomes capturés dans le piège 3D pour une puissance de 1 mW et un diamètre de 3 mm.

Pour caractériser la distribution de vitesse du jet atomique ainsi produit, nous avons mesuré par temps de vol la fluorescence des atomes en utilisant un des faisceaux laser du 3D-MOT.

En coupant le jet atomique, et en regardant sur une photodiode la fluorescence des atomes en fonction de leur temps d'arrivée au niveau de la cellule ultra-vide, nous pouvons reconstruire la distribution de vitesse longitudinale $\Phi_{jet}(v_x)$ en dérivant le signal de fluorescence S [61] :

$$\Phi(v_x) = \frac{\eta}{w}\frac{d}{v_x}\left|\frac{dS}{dt}\right| \tag{2.2}$$

où η est un facteur qui tient compte des paramètres de calibration du système de détection, w étant le diamètre du faisceau sonde (qui est de 1 cm) et d la distance parcourue par les atomes.

Nous montrons sur la figure (2.6-a) un signal de temps de vol typique obtenu avec une intensité typique du 2D-MOT de 100 mW. La figure du bas (2.6-b) représente la distribution de vitesse reconstituée en utilisant l'équation (2.2). Nous obtenons une distribution de vitesse centrée sur 20 m.s^{-1} et un maximum de flux d'environ $2,5 \times 10^7$ (at/s)/(m.s^{-1}) ce qui correspond à un flux total de $1,2 \times 10^8$ at.s^{-1}.

En pratique, nous avons un flux plus important (environ 10^9 at/s). Cette amélioration a été obtenue grâce à une amélioration de la géométrie du tube de connexion qui assure le vide différentiel d'une part, et d'autre part en optimisant les paramètres du faisceau pousseur (puissance, orientation).

2.2.3 Le piège magnéto-optique à 3D

Pour produire les six faisceaux du 3D-MOT, nous utilisons un séparateur à fibres commercial Schäfter + Kirchhoff (1×6). Chacun de ces faisceaux est collimaté à un diamètre de 1 cm et polarisé circulairement. La puissance laser est d'environ 17 mW par faisceau.

Le champ magnétique de piégeage est créé par deux bobines circulaires de diamètre 30 cm montées en configuration anti-Helmholtz et parcourues

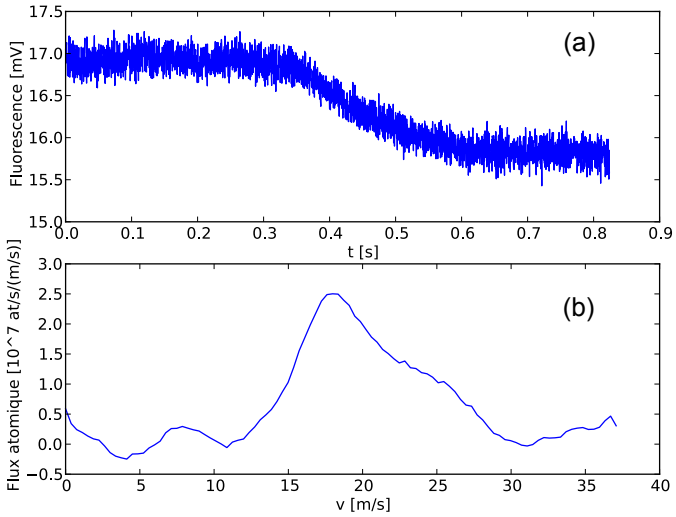


FIGURE 2.6 – *a) Signal de temps de vol du jet atomique obtenu après coupure des faisceaux du 2D-MOT. Ce signal est détecté par fluorescence sur une photodiode placée à environ 1 m du 2D-MOT. Au bout de 50 ms le signal disparaît, ce qui correspond à une vitesse moyenne de 20 m/s. b) Distribution de vitesse du jet atomique extraite du signal a) en utilisant l'équation (2.2)*

.

par un courant de 3 A produisant un gradient de champ magnétique de 15 Gauss/cm.

2.2.3.1 Séquence de refroidissement

Après la capture des atomes dans le 3D-MOT, nous appliquons une phase de mélasse optique pendant laquelle on éteint le champ magnétique et on augmente le désaccord des lasers tout en baissant leurs intensités afin de pousser le processus de refroidissement au delà de la limite Doppler. Nous résumons sur la figure (2.7) la séquence de refroidissement total : à l'instant t=0 on coupe le 2D-MOT. Les lasers sont désaccordés vers le rouge de $1,6\ \Gamma$ † et l'intensité est réglée à son maximum. Le piège continue à se charger pendant 40 ms. Le désaccord est ensuite augmenté à $3,8\ \Gamma$ au moment où on coupe le champ magnétique. On a trouvé qu'une coupure brutale entraîne une minuscule vibration des bobines mais qui est suffisante pour créer un effet systématique. Pour remédier à cela, nous appliquons alors sur le courant des bobines une rampe de coupure qui dure 50 ms.

La phase mélasse optique est réalisée en deux étapes de durée totale de 110 ms pendant lesquelles on baisse l'intensité des lasers d'un facteur 5 environ et on augmente le désaccord qui atteint une valeur de 15 Γ environ à la fin de la mélasse. Cette durée relativement longue est due au temps d'action du blindage magnétique. C'est-à-dire qu'on doit attendre jusqu'à la disparition totale des champs magnétiques induits.

Enfin, 0,5 ms avant l'extinction totale de l'intensité des lasers du 3D-MOT qui définit la fin de la mélasse, nous appliquons une rampe sur l'intensité ce qui nous permet de libérer les atomes de façon adiabatique avant qu'ils n'entament la phase de chute libre.

2.2.4 Autres fonctionnalités du banc optique

Pour compacter notre système, nous utilisons la puissance disponible sur le banc de refroidissement pour produire d'autres faisceaux nécessaires à la mesure de v_r tels que le faisceau sonde ou le faisceau pousseur qui nous permet d'éliminer les atomes indésirables. Nous présentons sur la figure (2.8) un schéma du banc laser qu'on a mis en place.

2.2.5 Caractérisation de l'échantillon d'atomes froids

Nous avons utilisé deux méthodes pour déterminer le nombre d'atomes piégés, la température du piège et sa taille : la première par temps de vol en regardant la fluorescence émise par les atomes éclairés par un faisceau sonde ; et la deuxième par absorption en observant sur une caméra CCD l'image d'un faisceau laser résonnant absorbé par les atomes.

†. Γ représente la largeur naturelle de la raie D_2 du rubidium 87, elle est de 6,06 MHz

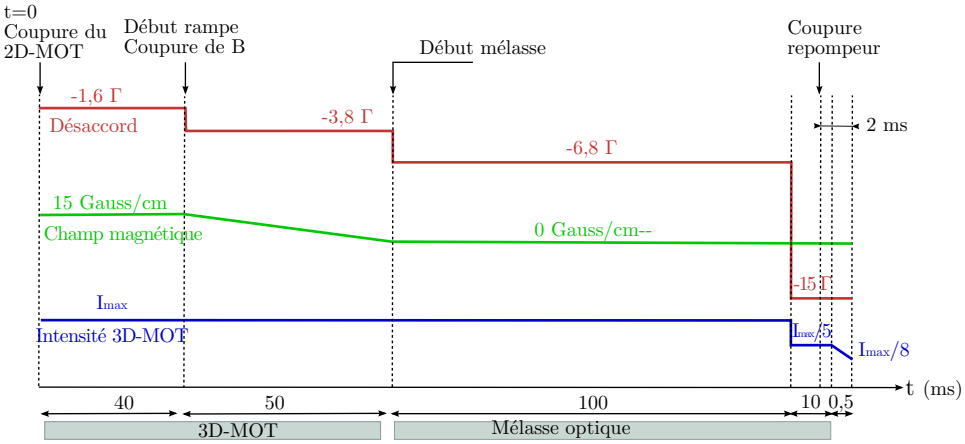


FIGURE 2.7 – *Séquence temporelle de refroidissement. Courbe rouge : désaccord de la fréquence du laser piège par rapport à la transition (F=2)→(F'=3) ; courbe verte : gradient du champ magnétique ; courbe bleue : intensité laser totale (piège et repompeur). A la fin de la mélasse, l'intensité laser décroît à zéro en 0,5 ms.*

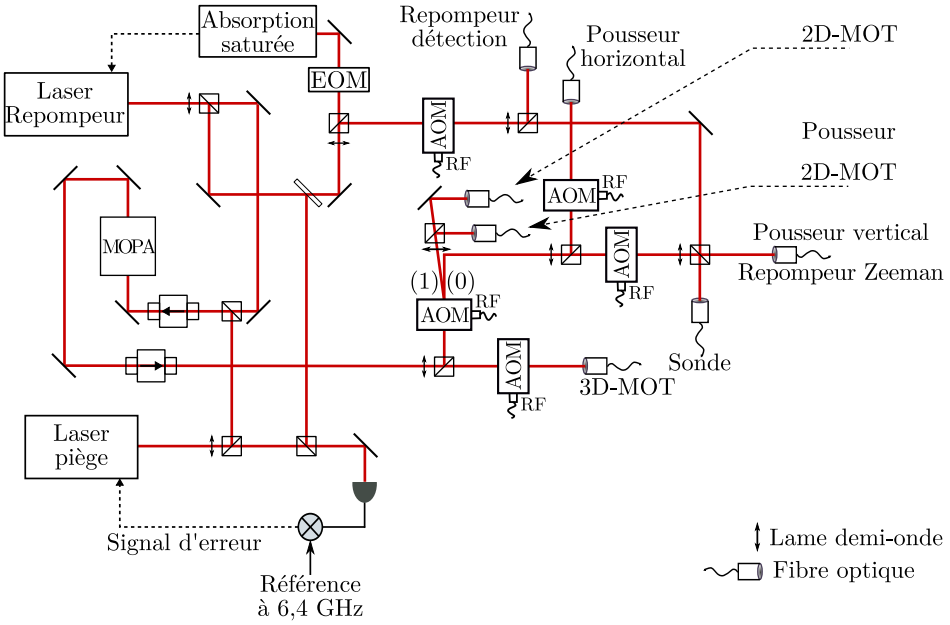


FIGURE 2.8 – *Schéma du banc optique de refroidissement. Nous utilisons plusieurs modulateurs acousto-optiques pour contrôler la fréquence des lasers et pour réaliser la séquence temporelle décrite précédemment. Les faisceaux sont acheminés vers l'enceinte à vide à l'aide de fibres optiques. Nous utilisons les mêmes sources lasers pour la détection et la préparation des états quantiques.*

2.2.5.1 Mesures par temps de vol

Après la mélasse optique, on coupe les faisceaux laser et on laisse tomber les atomes. La distribution de vitesse est donnée dans ce cas par la loi de Mawxell Boltzmann :

$$P(v_z) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} \exp(-\frac{m v_z^2}{2k_B T}) \tag{2.3}$$

k_B est la constante de Boltzmann, m la masse atomique, T la température du nuage et v_z la vitesse suivant la direction de chute.

Nous mesurons la fluorescence émise en fonction de leur temps d'arrivée dans le faisceau de détection qui est situé 30 cm en dessous du centre la cellule. Or, pendant sa chute, le nuage est en expansion. Donc si on fait l'hypothèse d'une vitesse initiale moyenne nulle, et que la distance de chute des atomes est très grande devant la taille finale du nuage ce qui permet de négliger les effets dus à l'étalement spatial du nuage, alors l'ajustement du signal de temps de vol par une fonction du type (2.3) nous renseigne sur la dispersion en vitesse de l'échantillon d'atomes froids produit suivant la direction verticale :

$$\frac{1}{2}m(g\sigma_t)^2 = \frac{1}{2}k_B T \tag{2.4}$$

où g représente l'accélération de la gravité. Nous mesurons une dispersion temporelle σ_t de $1,2$ ms environ ; ce qui correspond à une température de $1,4$ μK et donc une dispersion en vitesse d'environ $3,8 v_r$.

Nous pouvons aussi effectuer une calibration de cette mesure pour déterminer le nombre d'atomes dans le piège.

En effet, la puissance lumineuse P collectée par la photodiode suivant un angle solide $\frac{d\Omega}{4\pi}$ (qui vaut environ $1,2 \times 10^{-2}$) est directement liée au nombre d'atomes par :

$$P = N_{at} \times \hbar\omega \times \Gamma_{fluo} \times \frac{d\Omega}{4\pi} \tag{2.5}$$

où $\hbar\omega$ est la fréquence des photons détectés et Γ_{fluo} est le taux de fluorescence qui vaut $2,02 \times 10^6$ ph.at^{-1}.s^{-1}. Cette puissance s'exprime en fonction de la tension de sortie de la photodiode U_{pd} comme :

$$U_{pd} = P \times \eta \times R_c \tag{2.6}$$

η est l'efficacité quantique de la photodiode et R_c la résistance de charge qui est de 1 GΩ. Avec notre dispositif, nous mesurons un nombre total d'atomes piégés :

$$N_{at/V} = 3,2 \times 10^5 \text{at/V}$$

En pratique, nous avons un signa sur la photodiodes qui correspond à un nombre d'atomes dans le piège typiquement de $3,2 \times 10^8$ at.

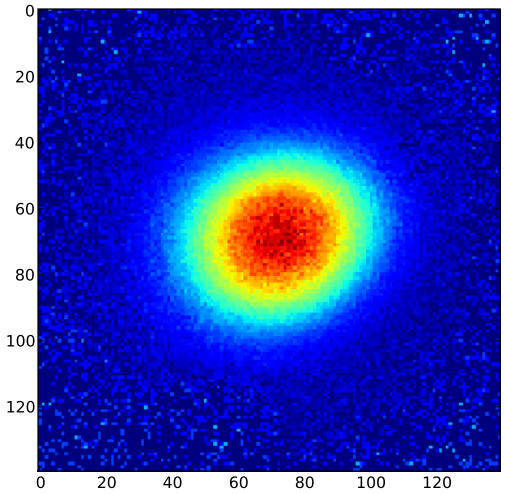


FIGURE 2.9 – *Image par absorption du nuage d'atomes froids. Un pixel correspond à 64 μm. La maximum est situé à 60 dB.*

2.2.5.2 Mesures par absorption

Nous utilisons pour cela un faisceau laser résonnant avec la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$ et dirigé suivant l'axe horizontal. Sa puissance est de l'ordre de quelques microwatts et on l'allume 20 ms après la fin de la mélasse pendant 100 μs. On enregistre sur une caméra CCD équipée d'un objectif l'intensité de la trace de l'absorption du faisceau par les atomes, qu'on normalise ensuite par rapport à une autre image de référence réalisée, à un instant ultérieur, sans les atomes. La figure (2.9) montre une image ainsi obtenue.

L'intensité I sur la caméra dans le plan $(x,\, y)$ est donnée par :

$$I(x, y) = I_0(x, y)\mathrm{e}^{-\sigma \int n(x,y,z)dz} \tag{2.7}$$

où σ est la section efficace d'absorption. A faibles saturations, et pour un atome à deux niveaux, elle vaut $\frac{3\lambda^2}{4\pi}$. (I_0 est l'amplitude).

En prenant le logarithme du rapport entre les deux images successives, on peut alors déduire le nombre total d'atomes :

$$N_{at} = \int n(\overrightarrow{r})d^3r = \frac{1}{\sigma}\int \ln\left(\frac{I_{ss.at}(x, y)}{I(x, y)}\right) dxdy \tag{2.8}$$

où $I_{ss.at}$ est l'intensité mesurée en l'absence des atomes. On obtient ainsi $N_{at} = 3,06 \times 10^8$ at. Nous retrouvons le même ordre de grandeur que celui du nombre d'atomes obtenus par temps de vol.

Si on suppose en plus que la distribution de vitesse suivant la direction x est une gaussienne, on peut alors déduire la taille L du nuage atomique :

$$n(x, y, z) = n_0(x, y, z)\mathrm{e}^{\frac{x^2+y^2+z^2}{2L}} \tag{2.9}$$

qui est de l'ordre de 1,35 mm.

2.3 Les lasers Raman

Nous avons vu dans le chapitre (1) que, pour réaliser des transitions Raman stimulées sélectives en vitesse, nous devons disposer de deux faisceaux lasers contra-propageants de polarisations linéaires orthogonales et dont la différence de fréquence est égale à l'écart hyperfin du niveau fondamental $5^2S_{1/2}$. La différence de phase entre ces faisceaux étant un paramètre crucial dans la mesure de la phase interférométrique, il est donc important de contrôler très précisément par un système d'asservissement la phase relative des deux lasers.

Dans cette partie, nous allons présenter le banc optique qui nous permet de générer les faisceaux Raman. Ensuite nous décrirons dans la section (2.3.3) le système que nous utilisons pour asservir et contrôler la différence de fréquence entre les deux lasers.

2.3.1 Description

Le banc optique présenté sur la figure (2.10) est composé de deux diodes lasers Axcel 150 mW montées en cavité étendue et identiques à celles utilisées pour le refroidissement d'atomes (L1 et L2). Elles sont accordées sur les transitions $5^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5^2P_{3/2}$ et $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}$ et désaccordées vers le bleu de la transition à un photon de la quantité Δ qui vaut environ 125 GHz, ce qui permet de réduire fortement le taux d'émission spontanée [56]. Ces diodes délivrent en sortie de la cavité étendue une puissance typique de 30 mW chacune pour un courant de pompe de 140 mA.

Nous superposons les deux faisceaux sur un cube polariseur pour combiner les deux polarisations orthogonales.

– Une sortie du cube, qui constitue les faisceaux utiles pour effectuer les transitions Raman, passe dans l'ordre (+1) d'un modulateur acousto-optique (AOM ‡) et est ensuite couplée dans une fibre optique à maintien de polarisation (*Thorlabs*). Ainsi, nous envoyons sur les atomes une puissance totale Raman pour les deux lasers de 34 mW.

– Sur un système cube polariseur-$\lambda/2$, on sépare l'autre sortie en deux : une partie est envoyée dans un photodétecteur rapide (*New Focus* 1437) de

‡. *Acousto-Optic Modulator*

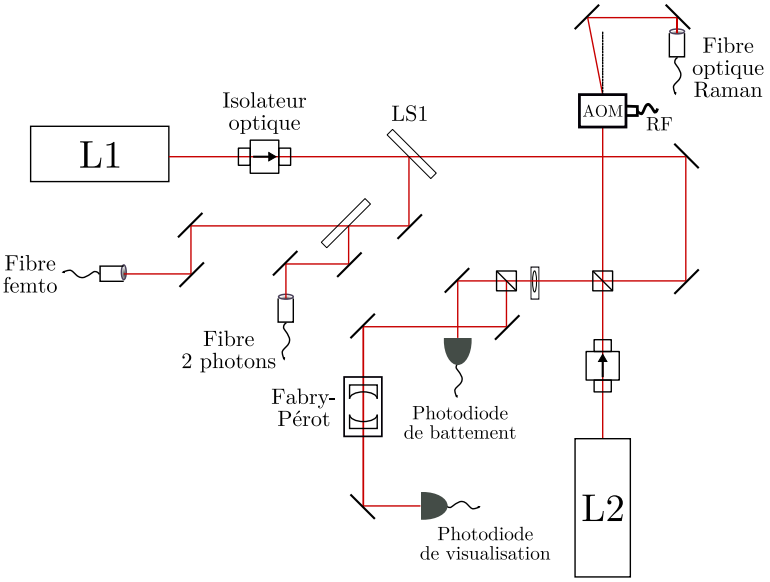


FIGURE 2.10 – *Schéma du banc optique pour les lasers Raman. Les faisceaux issus des deux diodes (L1 et L2) ont des polarisations orthogonales. Ils sont superposés sur un cube polariseur puis injectés dans une même fibre optique. Une partie de la puissance est prélevée et sert à l'asservissement et aux mesures de fréquences.*

diamètre 25 μm et caractérisé par un faible bruit (NEP [§] $= 220$ pW/$\sqrt{\text{Hz}}$) qui permet d'enregistrer le battement des deux lasers à $6,834$ GHz. L'autre partie est envoyée dans une cavité Fabry-Perot (FP) confocal d'intervalle spectral libre de 750 MHz qui nous permet de contrôler le caractère monomode des lasers.

D'autre part, on prélève sur une lame semi-réfléchissante (LS1) une partie de la puissance de la diode (L1) qu'on injecte dans deux fibres optiques : l'une est utilisée pour asservir la fréquence du laser sur une cavité FP ultra stable. L'autre fibre nous permet de mesurer grossièrement la fréquence du laser sur un lambdamètre. Pendant la campagne de mesures ce faisceau est aussi envoyé vers un laser femtoseconde de l'équipe situé dans une autre salle voisine pour réaliser des mesures plus précises.

2.3.2 Asservissement en fréquence

Le principe de l'asservissement en fréquence du laser L1 sur une cavité Fabry-Perot est décrit sur la figure (2.11) : la fréquence du laser (L1) est asservie sur un pic d'une cavité Fabry-Perot ultra-stable de finesse ($\mathcal{F} =$

§. *Noise Equivalent Power* ou puissance de bruit équivalente

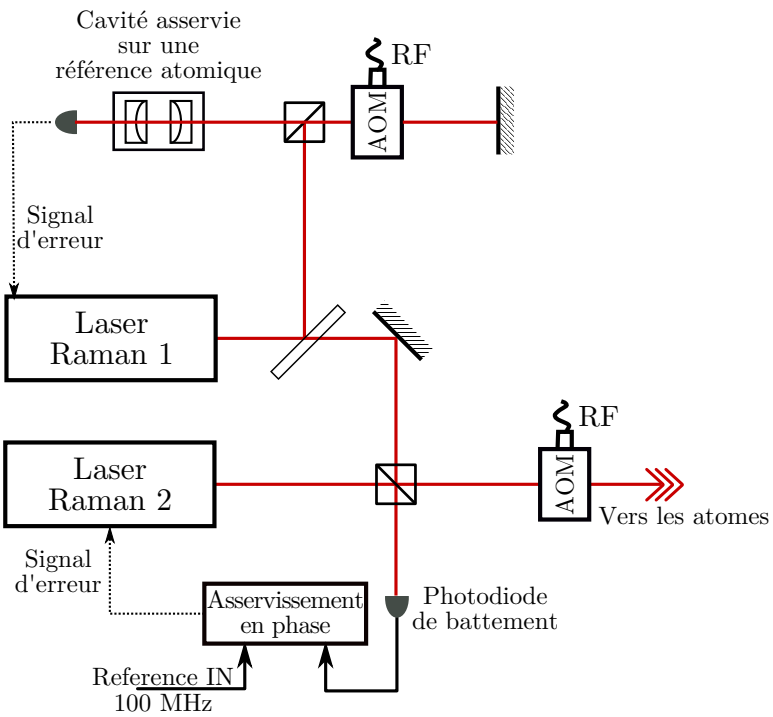


FIGURE 2.11 – *Montage optique pour le contrôle des fréquences des lasers Raman. Le laser Raman1 est asservi en fréquence sur une cavité de référence ultra-stable. Pour éviter de moduler directement le courant de la diode, on utilise un modulateur acousto-optique en double passage. Les deux lasers sont aussi asservis en phase en contrôlant la fréquence de battement.*

260) en utilisant une détection synchrone. Le faisceau issu de la diode L1 est envoyé dans un modulateur acousto-optique en double passage avant d'entrer dans la cavité FP ultra-stable. La fréquence de l'onde RF qui pilote l'AOM est légèrement modulée et utilisée pour produire le signal d'erreur. Cette méthode nous permet d'éviter de moduler la fréquence du laser que perçoivent les atomes.

D'autre part, cette cavité est à son tour asservie sur un étalon de fréquence à 778 nm qui est une transition à deux photons $5S_{1/2} \rightarrow 5D_{5/2}$ du ^{85}Rb.

Ensuite, le laser (L2) est asservi en phase sur (L1) en comparant la différence de fréquence à une référence de fréquence locale à 6,4 GHz référencée elle même sur le quartz à 100 MHz raccordé à l'horloge à césium du SYRTE via un lien fibré.

2.3.3 Boucle d'asservissement de phase

Les deux diodes lasers (L1) et (L2) sont asservies en phase en comparant la fréquence de battement $\nu_2 - \nu_1$ à une référence de fréquence ultra-

stable générée par la chaîne hyperfréquence décrite sur la figure (2.12). la synthèse de la fréquence est conçue pour satisfaire à toutes les contraintes de l'expérience : sélection, mesure et compensation de l'effet Doppler dû à la chute libre.

Pour asservir la différence de phase entre les faisceaux Raman, le signal de battement à $6,834\,682\,611$ GHz est tout d'abord mélangé dans un mixeur hyperfréquence (type *Mini-circuits*, ZMX-10G-9915) à une fréquence de $5,932$ GHz générée de façon à ce qu'on puisse la balayer entre la sélection et la mesure d'une quinzaine de MHz (ce qui correspond à effectuer 500 oscillations de Bloch environ).

Cette fréquence est la résultante du mélange d'un oscillateur local YIG à $5,5$ GHz avec deux synthétiseurs IFR $2023A$ opérant à $432,184\,711$ MHz : l'un est à fréquence fixe et utilisé pour la sélection (δ_{sel}), et l'autre à fréquence variable pour la mesure (δ_{mes}). Nous commutons entre les deux par un switch (*Mini-Circuits*, ZASW-A-2-50 DR+) que nous pilotons par TTL.

Le signal résultant à 902 MHz est mélangé une seconde fois avec un signal à 502 MHz provenant d'un générateur de fonctions (*SRS*, DS345) à 25 MHz (qui nous permet de générer la rampe de compensation de la variation de vitesse due à la chute des atomes dans le champ de pesanteur) et d'un synthétiseur Marconi à 477 MHz.

Nous filtrons la résultante et nous ne gardons que la composante à 400 MHz qu'on divise par 4 et qu'on compare ensuite dans un comparateur phase/fréquence à un signal de référence à 100 MHz afin d'obtenir le signal d'erreur.

Ce signal d'erreur est ensuite intégré puis envoyé sur le courant d'alimentation de la diode (L2) pour des corrections rapides ou sur la tension de contrôle de la cale piézoélectrique pour des corrections lentes.

Nous présentons sur la figure (2.12) un schéma de la chaîne hyperfréquence décrite ci-dessus, et sur la figure (2.13) un schéma de synthèse des références de fréquences à 100 MHz et $5,5$ GHz.

La figure (2.14) montre un spectre de battement obtenu après asservissement. Les bandes latérales nous renseignent sur le spectre de bruit.

Il est possible de caractériser le bruit de phase obtenu dans cette configuration en effectuant le battement entre la sortie de la fibre Raman et un signal radio-fréquence à la même fréquence, ce qui nous renseigne sur le bruit de phase résiduel affectant notre interféromètre. Ceci sera détaillé dans la partie (3.4) du chapitre 3.

2.4 Le laser Bloch

Pour réaliser les oscillations de Bloch dans un réseau en mouvement par rapport au référentiel du laboratoire, nous avons besoin de deux faisceaux lasers contra-propageants de même polarisation linéaire et dont la différence

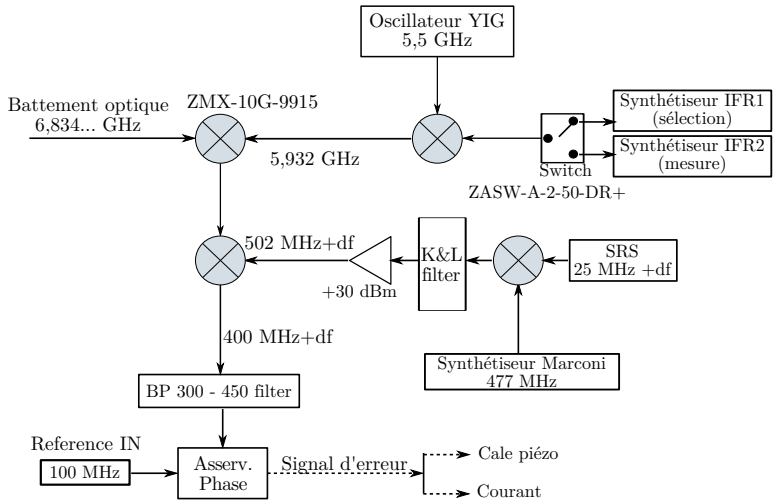


FIGURE 2.12 – *Chaîne de fréquence pour l'asservissemnt de phase des lasers Raman. Le battement des deux lasers est comparé à un signal de référence à 5,932 GHz généré de manière à pouvoir le balayer entre la sélection et la mesure. Le signal résultant est à son tour comparé à une référence à 500 MHz qui tient compte de l'effet Doppler dû à la gravité. La résultante à 400 MHz est comparée dans le phase-lock à une référence ultra-stable à 100 MHz pour obtenir le signal d'erreur utilisé pour appliquer des corrections sur le courant et la tension de la cale piézo-électrique de L2.*

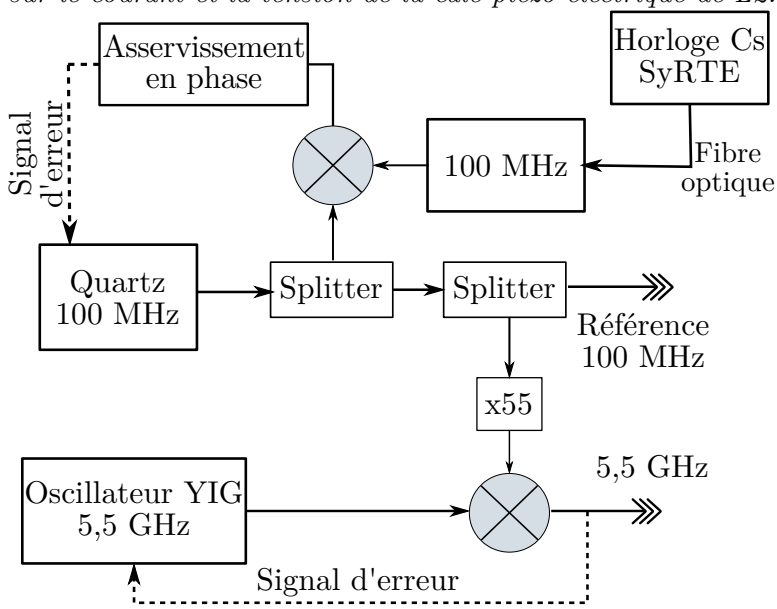


FIGURE 2.13 – *Génération des signaux à 5,5 GHz et 100 MHz. Un quartz à 100 MHz est asservi en phase sur le signal d'horloge et sert à stabiliser le fréquence du YIG à 5,5 GHz.*

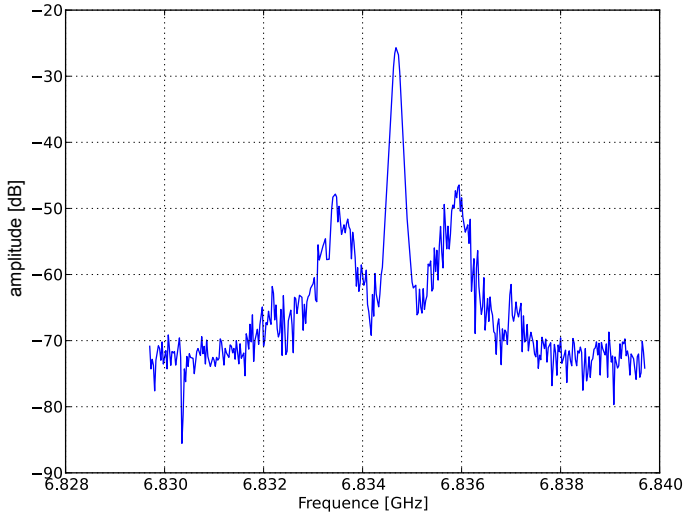


FIGURE 2.14 – *Signal typique du battement de fréquences entre les deux lasers Raman asservis en phase. RBW = VDW = 10 kHz (Resolution/Video BandWidth). La largeur du pic central est limitée par la bande passante de l'analyseur de spectres. Les bandes latérales nous renseignent sur la qualité de l'asservissement en phase.*

de fréquence peut être balayée sur une dizaine de MHz.

Le laser que nous avons utilisé est le même que celui qui a été décrit dans les thèses précédentes [56, 57] : il s'agit d'un laser titane-saphir "artisanal" conçu par François Biraben et pompé par un laser 15 W à 532 nm (*Millenia* de *Spectra Physics*). Nous obtenons à la sortie 2, 5 W de puissance laser à 780 nm accordable sur une dizaine de nanomètres.

Étant donné que la préparation des faisceaux se fait sur une table commune aux lasers Raman, nous utilisons une fibre optique précédée d'un isolateur optique pour acheminer le faisceau de sortie du Ti :Sa vers cette table. Ceci va entraîner des pertes sur la puissance : nous arrivons sur la table Raman avec une puissance de l'ordre de 1, 2 W.

2.4.1 Préparation des faisceaux

Les deux faisceaux formant le réseau optique sont obtenus à l'aide d'un système lame demi-onde/cube polariseur. Chaque faisceau est envoyé dans un modulateur acousto-optique indépendant en double passage et ensuite injecté dans deux fibres optiques dont l'une est commune aux faisceaux Raman.

D'autre part, nous avons besoin de contrôler la vitesse d'allumage du réseau pour minimiser les pertes d'atomes lors du chargement dans la première bande fondamentale. Ceci nécessite un contrôle de la rampe de fréquence appliquée aux AOMs.

2.4.2 Contrôle des fréquences

Le laser Ti :Sa est désaccordé d'environ 32 GHz vers le bleu de la transition $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ ($\lambda = 780,26$ nm). Sa fréquence est asservie suivant le même principe que celui utilisé pour les lasers Raman, c'est-à-dire sur la même cavité FP ultra stable.

2.4.2.1 Chaîne de fréquence Bloch

Pour piloter les deux AOMs, nous avons besoin de générer une rampe de fréquence centrée sur 79 MHz.

Pour cela, nous utilisons un générateur de fonctions arbitraires de *National Instrument* : il s'agit d'une carte *NI 5411* que nous programmons afin de générer une rampe $\delta\nu(t)$ centrée autour de 10 MHz.

$$\nu(t) = 10\text{MHz} + \delta\nu(t)$$

Pour ramener ce signal à 79 MHz, nous le mélangeons d'abord avec un autre signal provenant d'un synthétiseur *IFR* à 189 MHz. La fréquence somme est d'abord filtrée par un filtre passe bande accordable sur une plage de 10 MHz (*K&L Microwave*), ensuite doublée en utilisant un doubleur de fréquence type *FD25c* et filtrée une autre fois par un passe bande ($300 - 400$ MHz).

Pour obtenir les deux faisceaux qui forment le réseau optique, nous divisons ce signal en deux : l'un sera mélangé avec un signal à 477 MHz et l'autre avec un signal à 319 MHz. Nous obtenons ainsi deux rampes de fréquences opposées centrées sur 79 MHz :

$$\nu^{\pm}_{\text{AOM}} = 79MHz \pm 2\delta\nu(t)$$

Ces deux signaux sont envoyés vers deux commutateurs pilotés par TTL pour arriver enfin sur les AOMs. Ces deux commutateurs nous serviront par la suite à inverser le sens d'accélération des atomes.

Durant ma dernière année de thèse, nous avons essayé d'apporter quelques améliorations à notre dispositif d'accélération d'atomes. D'une part, nous avons remplacé le laser pompe par un nouveau Verdi 18 W de *Coherent* ce qui nous a permis d'augmenter la puissance du Ti :Sa à 3 W. Nous verrons dans la suite que le premier facteur qui limite notre mesure de α est la taille finie des faisceaux et que pour réduire cet effet, nous devons augmenter leur taille. Ce qui implique que nous avons besoin de plus de puissance pour ne

pas perdre sur l'efficacité et le nombre d'oscillations de Bloch qu'on effectue entre la sélection et la mesure.

D'autre part, nous avons installé un système de compensation des fluctuations de phases dues à la propagation dans les fibres optiques. Ceci sera détaillé dans la partie 3.5 (page 67) de ce manuscrit.

2.5 La détection

Nous avons montré que la mesure du déphasage à la sortie de l'interféromètre revient à mesurer le nombre d'atomes dans chacun des sous niveaux hyperfins (F=1) et (F=2) de l'état fondamental. Pour cela, nous utilisons la même technique que celle utilisée dans les horloges atomiques et qui consiste à mesurer, au moyen d'une photodiode, la fluorescence des atomes en chute lorsqu'ils traversent un faisceau sonde. Dans notre cas, la zone de détection est située 30 cm environ en dessous du centre de la cellule ultra-vide.

2.5.1 Faisceau sonde

Notre système est formé par deux nappes de lumière comme le montre la figure (2.15) :

– Un laser "sonde" formant la première nappe permet de détecter les atomes dans $(F = 2)$. Ce laser est obtenu en prélevant une partie du laser piège dont on décale la fréquence de $0,5\ \Gamma$ environ dans le rouge de la transition $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 3)$.

– Une partie du faisceau sonde est prélevée grâce à un cube polariseur et ensuite superposée à un faisceau repompeur qu'on ramène à l'aide d'une deuxième fibre. Ainsi, les atomes dans $(F = 1)$ seront repompés dans $(F = 2)$ puis détectés par la sonde ; ce qui nous permet d'accéder, de façon indépendante, au nombre d'atomes dans chacun des sous niveaux $(F = 1)$ et $(F = 2)$.

Les deux nappes ainsi formées passent ensuite par une lame quart d'onde pour former deux polarisations circulaires. Pour éviter que les atomes ne soient poussés par pression de radiation, les deux nappes sont rétro-réfléchies pour former une mélasse à une dimension. Nous utilisons pour cela deux miroirs indépendants qui nous permettent de régler de manière indépendante, la position de chaque nappe avec précision. Un cache noir, placé sur la partie inférieure de la nappe supérieure, permet de pousser hors de la zone de détection les atomes qui ont été déjà détectés.

Les puissances lasers typiques sont de 15 mW pour la sonde et 5 μW pour le repompeur.

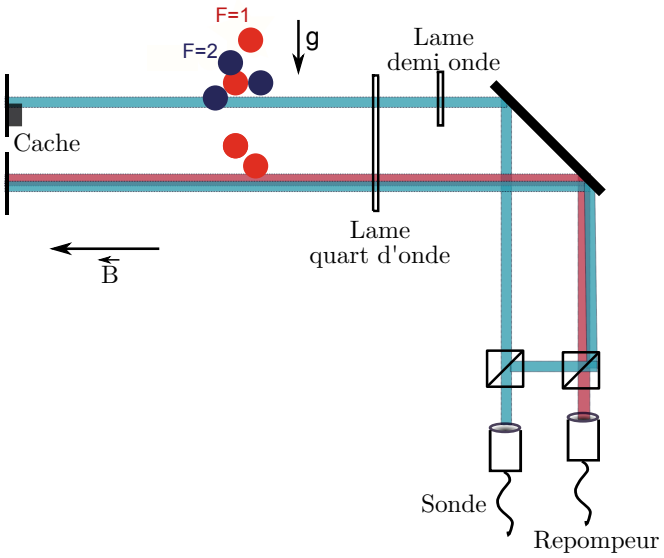


FIGURE 2.15 – *Schéma de la détection par temps de vol. Les atomes tombent sous l'effet de la gravité et sont détectés par deux nappes de lumière issues de deux fibres optiques "sonde" et "repompeur". Les deux nappes sont rétroréfléchies pour former une mélasse optique à 1 dimension.*

Enfin, nous appliquons un champ magnétique de quantification pour lever la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman. Ainsi, et en présence d'une polarisation circulaire, les atomes sont pompés dans $(F = 2, m_F = 2)$ de façon à rendre interdites toutes les transitions susceptibles de les dépomper dans l'état $(F = 1)$. Ce champ est crée par deux bobines en configuration Helmholtz.

Nous avons remarqué lors des premières mesures que la diffusion parasite de lumière pourrait être une source de bruit de fond sur les photodiodes. Elle peut potentiellement dépomper les atomes vers d'autres sous niveaux. Donc, pour minimiser ce bruit, nous avons placé des caches noirs autour de notre zone de détection pour réduire leur surface d'exposition.

2.5.2 Caractérisation de la sonde

Pour récolter la fluorescence émise par les atomes, nous utilisons deux photodiodes Hamamatsu *S1337-1010Br* de taille $10 \times 10\ mm^2$ chacune. Ces photodiodes sont caractérisées par une efficacité de $0,5\text{A.W}^{-1}$ à 780 nm.

Le taux de fluorescence est défini comme étant le nombre de photons émis par atome par unité de temps. Il est donné par :

$$\Gamma_{\text{fluo}} = \frac{\Gamma}{2}\frac{s}{1+s} \tag{2.10}$$

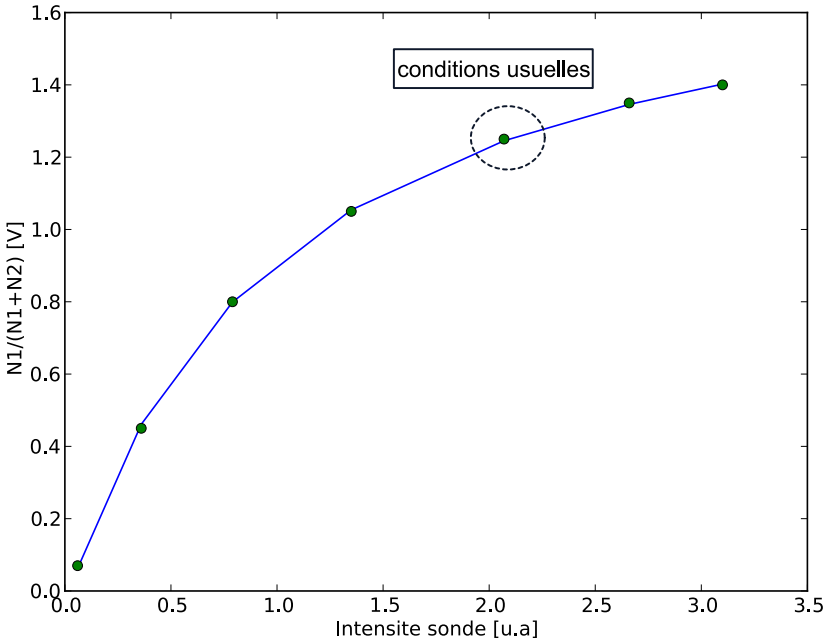


FIGURE 2.16 – *Mesure du paramètre de saturation : fraction d'atomes dans le niveau F=1 en fonction de l'intensité du laser sonde. N_1 (respectivement N_2) est le nombre d'atomes dans le niveau F=1 (respectivement F=2) déduit du signal de temps de vol.*

où Γ est l'inverse de la durée de vie de l'état excité et s est le paramètre de saturation de la transition. Il est proportionnel à l'intensité du laser et dépend de δ comme une lorentzienne :

$$s = \frac{I}{I_s}\frac{1}{1+(\frac{2\delta}{\Gamma})^2} \tag{2.11}$$

I_s désigne l'intensité de saturation à résonance qui vaut $1,6\,\mathrm{mW/cm^2}$ pour le Rb.

Nous avons mesuré s en regardant le nombre d'atomes détectés en fonction de l'intensité de la sonde (2.16). Nous avons obtenu avec nos paramètres expérimentaux une valeur de $s \approx 2$ à laquelle correspond un taux de fluorescence :

$$\Gamma_{\mathrm{fluo}} = 2,02 \times 10^6\,\mathrm{ph.at^{-1}.s^{-1}}$$

Ceci a permis de déterminer les conditions optimales pour la sonde. Une étude détaillée des performances de notre système de détection sera détaillée dans la partie (3.2.2) du chapitre 3.

2.6 Description d'ensemble

Nous présentons sur la figure (2.17) un schéma de l'ensemble du dispositif expérimental : nous avons désormais une nouvelle cellule ultra vide de plus grandes dimensions comparées à celles de l'ancienne cellule utilisée lors des mesures de 2006 et 2008 (elle possède un diamètre de 30 cm). Cette cellule a aussi l'avantage de posséder plusieurs accès optiques.

Comme nous travaillons en configuration verticale, nous avons installé sur le haut de la cellule une plate-forme sur laquelle arrive la fibre commune Raman/Bloch. Le collimateur est placé sur une platine de translation qui nous permet de centrer le faisceau sur les atomes et d'optimiser le contraste des franges d'interférence. La taille des faisceaux est d'environ $3,5$ mm.

Les lasers Raman étant de polarisations orthogonales, l'un d'entre eux est rétro-réfléchi par un système cube polariseur/miroir situé en bas de la cellule comme le montre la figure (2.17). Nous utilisons pour cela un miroir piézoélectrique qui nous permet de régler avec une grande précision la contra-propagation des deux faisceaux.

Le faisceau Bloch ascendant arrive par une fibre indépendante en bas avec la même polarisation horizontale que celle du faisceau Bloch descendant.

Enfin, nous avons vu que pour s'affranchir de l'effet Zeeman du premier ordre, nous appliquons pendant l'interféromètre un champ magnétique de quantification homogène permettant de lever la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman et d'imposer un axe de quantification. En utilisant les transitions micro-ondes, nous avons mesuré une valeur de ce champ magnétique qui est de l'ordre de 120 mG.

En revanche, pour s'affranchir de l'effet Zeeman quadratique, nous devons assurer l'homogénéité du champ magnétique à l'intérieur de la cellule (au moins le long de la trajectoire des atomes). Pour cela, nous l'avons placée dans un blindage magnétique formé de deux boîtes en mu-métal concentriques qui permettent de réduire le champ magnétique résiduel dû au champ terrestre ou aux différents appareils présents dans la salle.

L'ensemble est placé sur un bloc de marbre et posé sur une plateforme anti-vibrations à isolation active.

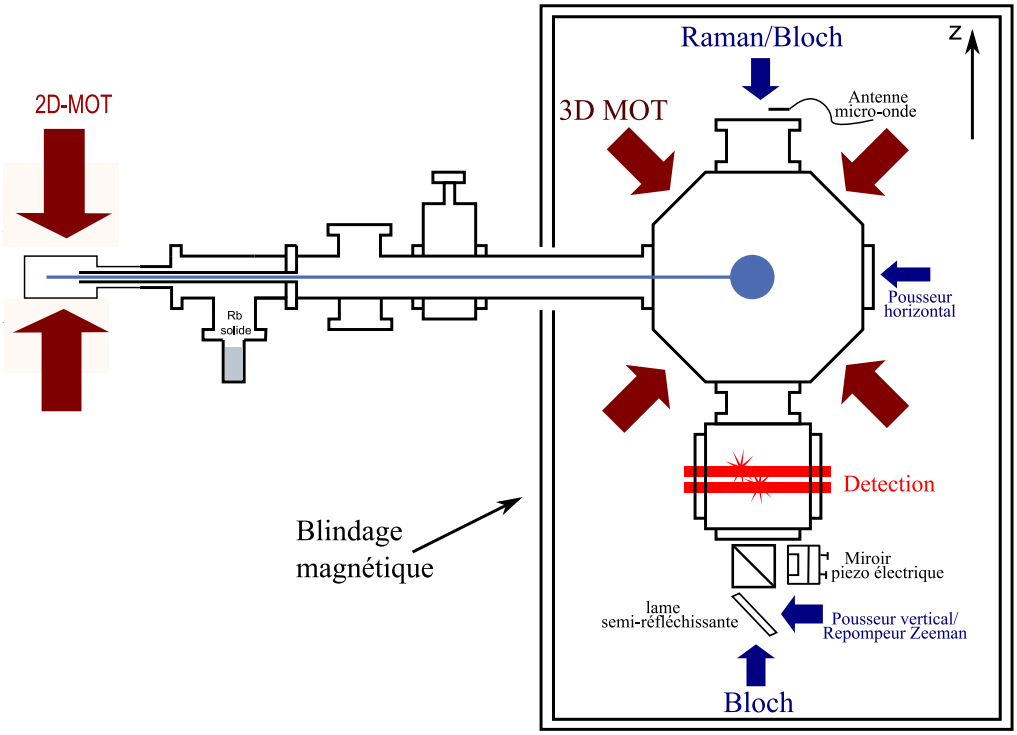


FIGURE 2.17 – *Schéma de l'ensemble du dispositif expérimental. Nous présentons en rouge les faisceau du MOT. Les faisceaux Raman de polarisations orthogonales sont guidés dans la même fibre optique puis collimatés en haut de la cellule. Un des deux faisceaux est rétro-réfléchi sur un miroir piézo-électrique situé en bas. Les faisceaux Bloch sont de polarisations parallèles : celui qui descend est guidé dans la même fibre que les Raman alors que le faisceau remontant est amené par une fibre indépendante. Nous utilisons deux faisceaux pousseurs dirigés suivant la verticale et l'horizontale pour éliminer les atomes non sélectionnés. L'ensemble est placé dans une double couche de blindage magnétique.*

3

Caractérisation du dispositif

3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude des bruits de phase et d'amplitude du signal en sortie de l'interféromètre atomique. Cette étude sera appuyée par un calcul de l'écart-type sur le nombre d'atomes détectés à partir des fluctuations de la probabilité de transition.

Nous étudierons dans un premier temps le bruit de détection qui est principalement dû au bruit électronique et au bruit de projection quantique. Nous présenterons à la fin une mesure expérimentale du bruit de détection réalisée dans le cas Rabi où l'on utilise deux impulsions π pour la sélection et la mesure. Cette étude montre que la limite de notre système de détection pour les grands nombres d'atomes est la limite ultime du bruit quantique.

Nous verrons par la suite quelle sera la sensibilité de notre interféromètre atomique au bruit de la phase des lasers Raman qui résulte d'une part de la phase accumulée lors de la propagation dans la fibre optique qu'on utilise pour acheminer les faisceaux vers les atomes, et d'autre part de la phase résiduelle en sortie de la boucle d'asservissement.

3.2 Bruit de détection

3.2.1 Bruit de projection quantique

Après une impulsion laser, le système s'écrit comme une superposition cohérente des deux états $|a\rangle \equiv |F=1\rangle$ et $|b\rangle \equiv |F=2\rangle$ dans notre cas, avec des probabilités respectives $(1-p)$ et p (p étant la probabilité de transférer un atome de $|a\rangle$ vers $|b\rangle$).

Lors du processus de détection, et si on part d'un nombre d'atomes initial N_0, la probabilité p de détecter N_a atomes dans l'état $|a\rangle$ suit alors une loi binomiale à laquelle on associe un écart type σ qui caractérise les fluctuations quantiques. Il est donné par :

$$\sigma_{N_a}^2 = N_0 \times p(1-p) \tag{3.1}$$

Cependant, dans notre cas, p est une fonction de la vitesse des atomes dont il faut en tenir compte.

Nous allons commencer dans un premier temps par détailler le cas simple de deux impulsions π ensuite nous présenterons le cas Ramsey à 4 impulsions $\frac{\pi}{2}$.

Cas "Rabi" de deux impulsions π : Supposons que l'on parte d'un nombre d'atomes $\rho(v)dv$ dans une classe de vitesse dv. Après la première impulsion π, nous sélectionnons dans cette classe de vitesse un nombre :

$$N_{sel}(v)dv = P_{sel}(v)\rho(v)dv \tag{3.2}$$

avec une probabilité $P_{sel}(v)$ donnée par la formule de Rabi :

$$P(\delta = kv) = \frac{\Omega^2}{\Omega^2 + \delta^2} \sin^2\left(\sqrt{\Omega^2 + \delta^2}\frac{\tau}{2}\right) \tag{3.3}$$

τ étant la durée de l'impulsion.

Les fluctuations quantiques sur le nombre d'atomes sélectionnés sont données par :

$$\sigma^2_{N_{sel}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma^2_{N_{sel}}(v)dv \tag{3.4}$$

où

$$\sigma^2_{N_{sel}}(v)dv = \rho(v)dv \times P_{sel}(v) \times (1 - P_{sel}(v)) \tag{3.5}$$

Après la deuxième impulsion de mesure, nous mesurons avec une probabilité $P_{mes}(v)$ un nombre d'atomes dans une classe de vitesse dv :

$$N_{mes}(v)dv = P_{mes}(v) \times N_{sel}(v)dv \tag{3.6}$$

En divisant par le nombre total d'atomes ($N_{tot} = \int_{-\infty}^{+\infty} N_{sel}(v)dv$), nous pouvons alors déduire la fraction d'atomes mesurés dans l'état $|b\rangle$ ayant une vitesse dv :

$$a_{mes}(v)dv = \frac{N_{mes}(v)dv}{N_{tot}} \tag{3.7}$$

Les fluctuations quantiques de ce nombre ont deux origines : la première provient de la projection de l'état quantique lors de la mesure donnée par :

$$\sigma_1^2(v)dv = \frac{N_{sel}(v)dv \times P_{mes}(v) \times (1 - P_{mes}(v))}{N_{tot}^2} \tag{3.8}$$

Et la deuxième contribution tient compte des fluctuations du nombre d'atomes sélectionnés et qui s'exprime en fonction de la dérivée fonctionnelle de a_{mes} rapportée aux variations de $N_{sel}(v)$ au point v_0 :

$$\sigma_2^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dv_0 \left[\frac{\delta a_{mes}}{\delta N_{sel}}\right]^2_{|v_0} \times \sigma^2_{N_{sel}}(v_0) \tag{3.9}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} dv_0 \left[P_{mes}(v_0)\int N_{sel}(v)dv - \int N_{sel}(v)P_{mes}(v)dv\right]^2 \times \frac{\sigma^2_{N_{sel}}(v_0)}{N^4_{tot}} \tag{3.10}$$

En supposant que $\rho(v)$ est constante sur la largeur de sélection, on obtient alors que pour deux impulsions π, $\sigma_{a_{mes}}$ ne dépend que de la différence de vitesse entre la sélection et la mesure $\frac{\delta_{sel}-\delta_{mes}}{k}$. Nous pouvons donc écrire le bruit de projection quantique en fonction de la quantité

$$I_{\alpha,\beta}(v_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} dv \left(P_{sel}(v+v_0)\right)^\alpha \times \left(P_{mes}(v)\right)^\beta$$

pour α et β valant 0, 1 ou 2 comme :

$$\sigma^2_{a_{mes}}(v) = \sigma_1^2(v) + \sigma_2^2(v) \tag{3.11}$$

$$= \frac{1}{N_{tot}} \times \frac{1}{I_{1,0}(v)} \times \tag{3.12}$$

$$\left(I_{1,1}(v) - \frac{I^2_{1,1}(v)}{I_{1,0}(v)} - I_{2,2}(v) + 2\frac{I_{1,1}(v)I_{2,1}(v)}{I_{1,0}(v)} - \frac{I^2_{1,1}(v)I_{2,0}(v)}{I^2_{1,0}(v)}\right) \tag{3.13}$$

On rappelle que N_{tot} représente le nombre total d'atomes sélectionnés.

Nous présentons sur la figure (3.1) un calcul numérique du bruit quantique sur la fraction d'atomes mesurés après deux impulsions π calculé pour un désaccord entre la sélection et la mesure $-4\Omega \leq \delta_{sel} - \delta_{mes} \leq 4\Omega$.

On remarque que le bruit est différent suivant la vitesse des atomes, mais il varie très peu sur la zone $-\Omega \lesssim \delta_{sel} - \delta_{mes} \lesssim \Omega$ alors qu'il varie de 20% en dehors de celle ci. Nous pouvons alors l'estimer comme :

$$\sigma_{\text{Quant}} \approx \frac{0,42}{\sqrt{N_{sel}}} \tag{3.14}$$

Cas "Ramsey" de 4 impulsions $\pi/2$: Nous rappelons que notre senseur inertiel pour la mesure de v_r est constitué d'un interféromètre de Ramsey-Bordé à 2 paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ séparées par un temps T_{delai} comme le montre la figure (1.4) page (16). La première paire est formée de deux impulsions séparées par un temps T_R et réalisée à une fréquence δ_{sel} donnée.

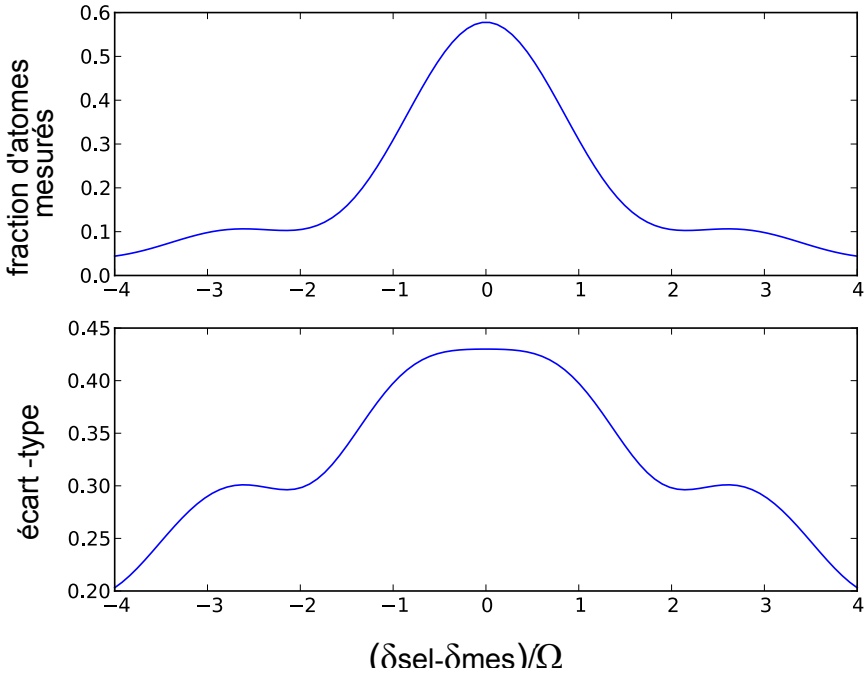


FIGURE 3.1 – *En haut une simulation numérique de la fraction d'atomes mesurés dans le niveau F=2 après une séquence de deux impulsions π (cas Rabi) en fonction du désaccord Raman entre la sélection et la mesure. En bas, le bruit de projection quantique sur le nombre d'atomes mesurés en fonction du même paramètre. Ce bruit est estimé en calculant l'écart-type sur le nombre d'atomes.*

Ensuite on pousse les atomes non sélectionnés et on applique une deuxième paire d'impulsions identique à la première mais à une fréquence δ_{mes}.

Le nombre d'atomes détectés à la fin dans l'état $|b\rangle$ s'écrit alors de la même façon que dans le cas Rabi :

$$N_{mes}(v)dv = P(\delta_{mes} + 2kv) \times \rho(v)dv \times P(\delta_{sel} - 2kv) \tag{3.15}$$

Nous rappelons que P est la probabilité Ramsey de trouver l'atome dans l'état $|\mathrm{b}\rangle$ après une paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ séparées par un temps T_R :

$$\begin{aligned} P^{Ramsey}(\delta) = 4 \left(\frac{\Omega}{\Omega'}\right)^2 \sin^2\left(\Omega' \frac{\tau}{2}\right) \\ \times \left[\cos\left(\Omega' \frac{\tau}{2}\right) \cos\left(\delta \frac{T_R}{2}\right) - \left(\frac{\delta}{\Omega'}\right) \sin\left(\Omega' \frac{\tau}{2}\right) \sin\left(\delta \frac{T_R}{2}\right)\right]^2 \end{aligned} \tag{3.16}$$

avec $\Omega' = \sqrt{\Omega^2 + \delta^2}$

En utilisant la même démarche que dans le cas Rabi, nous pourrons alors déduire le bruit de projection quantique après une séquence de 4 impulsions $\frac{\pi}{2}$.

Nous présentons en haut sur la figure (3.2) les franges d'interférence calculées pour $-\Omega \leq \delta_{sel} - \delta_{mes} \leq \Omega$. Ces franges représentent la fraction d'atomes mesurée en sortie de l'interféromètre ($a_{mes}(v)$). Nous montrons sur la courbe en dessous le bruit de projection quantique associé. On voit sur cette courbe que dans la zone $-0,5\Omega \leq \delta_{sel} - \delta_{mes} \leq 0,5\Omega$ le bruit quantique varie entre 0,44 sur le maximum d'une frange et 0,36 sur le minimum. Nous pouvons estimer une valeur supérieure maximale de ce bruit :

$$\sigma_{\mathrm{Quant}} \approx \frac{0,44}{\sqrt{N_{sel}}} \tag{3.17}$$

On remarque que le bruit de projection quantique ne varie quasiment pas selon la méthode d'interrogation qu'elle soit effectuée par deux impulsions Rabi π ou par deux paires d'impulsions Ramsey $\frac{\pi}{2}$. En revanche, dans cette dernière configuration interférométrique de Ramsey le bruit de projection quantique n'est pas le bruit qui limite notre mesure de v_r puisque dans cette configuration nous sommes plus sensibles au bruit de la phase relative entre les deux lasers Raman.

3.2.2 Bruit électronique de détection

La deuxième source du bruit de détection est associée à l'électronique. En effet, pour récolter la fluorescence émise par les atomes, nous utilisons deux photodiodes suivant un schéma que nous avons décrit dans le chapitre (2). Le bruit caractéristique de notre système de détection est principalement dû à trois contributions :

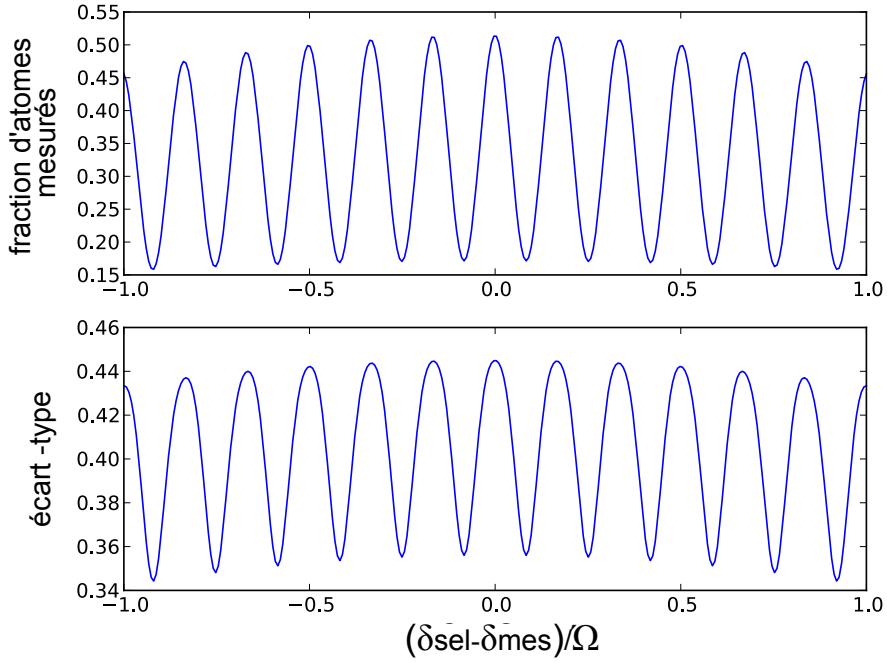


FIGURE 3.2 – *En haut une simulation numérique de la fraction d'atomes mesurés dans le niveau F=2 après une séquence de deux paires d'impulsions* $\frac{\pi}{2}$ *(interféromètre de Ramsey-Bordé) en fonction du désaccord Raman entre la sélection et la mesure. En bas, l'écart-type sur le nombre d'atomes détectés en fonction du même paramètre.*

– Le bruit intrinsèque de la photodiode, souvent introduit comme une puissance de bruit équivalente (ou NEP : Noise Equivalent Power). Elle est fournie par le constructeur et correspond à la limite de détection du photo-détecteur. Une limite définie comme étant la puissance lumineuse minimale pour produire, sur 1 s, un signal tel que le rapport signal à bruit soit égal à 1. Pour les photo-détecteurs Hamamatsu que nous utilisons (*S1337*), le NEP vaut $1,4 \times 10^{-14}$ W/$\sqrt{\text{Hz}}$.

– Pour convertir le signal de fluorescence en une tension, nous utilisons un montage amplificateur avec une résistance de charge $\mathrm{R_c} = 1\,\mathrm{G\Omega}$. À cette résistance est associé un bruit de Johnson dû à l'agitation thermique des porteurs de charges donné par :

$$\zeta = \sqrt{\frac{4k_BT}{R_c}} \tag{3.18}$$

où k_B désigne la constante de Boltzmann. Ce bruit est de l'ordre de 4×10^{-15}A/$\sqrt{\text{Hz}}$.

– Bruit de grenaille de la diffusion des lasers.

– **Effet du bruit sur le nombre d'atomes**

Pour mesurer le nombre d'atomes dans chacun des sous-niveaux $F = 1$ et $F = 2$, nous détectons sur deux photodiodes les signaux de fluorescence. Le bruit sur ces photodiodes se repercute sur le nombre d'atomes mesurés sous forme de bruit ΔN que nous allons essayer d'estimer. Pour cela, nous rappelons que la probabilité P de mesurer une fraction d'atomes dans l'état $F = 2$ est donnée par :

$$P = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \tag{3.19}$$

En supposant que le bruit est le même pour les deux photodiodes, on peut déduire que :

$$\sigma_P = \left(\frac{\partial P}{\partial N_1}\right)^2 \Delta N_1^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial N_2}\right)^2 \Delta N_2^2 = \left(P^2 + (1-P)^2\right)\left(\frac{\Delta N}{N_{tot}}\right)^2 \tag{3.20}$$

où N_{tot} représente le nombre total d'atomes sélectionnés.

Dans le cas Rabi où la sélection et la mesure se font avec deux impulsions π, d'après la figure (3.1), sur la partie du spectre qui nous intéresse et qui vérifie la condition $\Omega\tau = \pi$ ($-\Omega \leq \delta_{sel} - \delta_{mes} \leq \Omega$), P est constante et elle vaut 0,57.

Nous obtenons dans ce cas

$$\sigma_P = 0,71\left(\frac{\Delta N}{N_{tot}}\right) \tag{3.21}$$

Nous présenterons dans la suite une mesure directe du bruit de détection réalisée en configuration Rabi.

3.3 Analyse des signaux de temps de vol

Nous présentons sur la figure 3.3 (a) un signal de temps de vol typique obtenu après une séquence de deux impulsions π co-propageantes.

Pour estimer le nombre d'atomes dans chacun des 2 sous-niveaux $(F = 1)$ et $(F = 2)$, nous considérons l'amplitude du fit par une gaussienne du type :

$$\text{Offset+A} \times \exp\left(-\frac{\mathrm{t} - \mathrm{t}_0}{\sigma_\mathrm{t}}\right)^2$$

Nous avons trouvé qu'il est plus avantageux de considérer la différence entre les deux signaux des deux photodiodes au lieu de chacun séparément. Ceci nous permet de supprimer le bruit en commun (figure 3.3 (b)).

Nous avons calculé la densité spectrale de puissance de bruit * $S_\Phi(f)$ des signaux de temps de vol définie comme :

$$S_\Phi(f) = \frac{1}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \phi(t+\tau)\phi(t) \rangle \, \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\pi \mathrm{f}\tau} \mathrm{d}\tau \tag{3.22}$$

où ϕ représente le signal temporel de temps de vol.

Les deux courbes de la figure (3.4) représentent une comparaison entre les deux densités spectrales de bruit calculés dans les deux cas (a) et (b). La mesure différentielle permet de réduire la bruit d'au moins un ordre de grandeur sur la gamme de fréquence allant de 10 à 50 kHz.

– **Mesure directe du bruit de détection**

Pour déterminer la limite du bruit dû à la détection, nous avons mesuré le bruit sur la probabilité de transition en mesurant l'écart type sur le nombre d'atomes détectés après une séquence de deux impulsions π (c'est-à-dire dans le cas Rabi) pour différents nombres d'atomes initiaux. Ces mesures ont été réalisées en utilisant des transitions micro-ondes et des transitions Raman optiques co-propageantes. Nous rappelons que nous avons choisi d'effectuer les mesures du bruit de détection dans une configuration co-propageante vu qu'en contra-propageant c'est le bruit de la phase des lasers Raman qui sera le bruit limitant.

Nous montrons sur la figure (3.5) les points expérimentaux obtenus. On remarque que le bruit est plus grand dans le cas d'une excitation laser Raman ce qui n'est pas surprenant, car les impulsions laser induisent des effets parasites dus aux fluctuations d'intensité.

Nous avons tracé également sur ces courbes le bruit dû à l'électronique de détection et au bruit de projection quantique comme nous l'avons calculé dans la partie précédente.

*. qu'on appellera souvent PSD comme Power Spectral Density

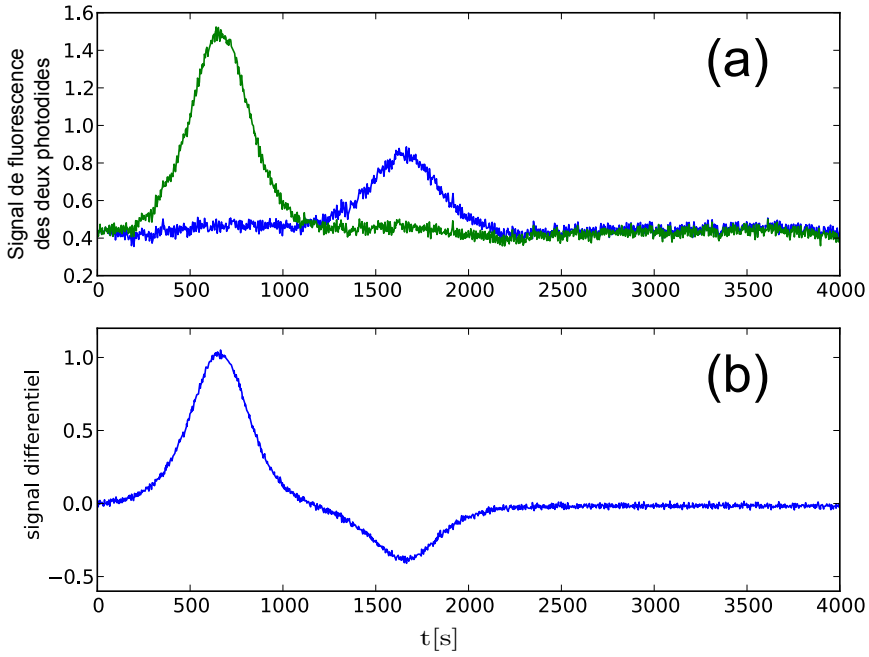


FIGURE 3.3 – *Signaux typiques de temps de vol en configuration co-propageante : le signal (a) représente la fluorescence des atomes dans F=2 (signal vert) et F=1 (signal bleu) collectée par les deux photodides de détection. (b) représente le signal de différence qui permet de supprimer les bruits communs.*

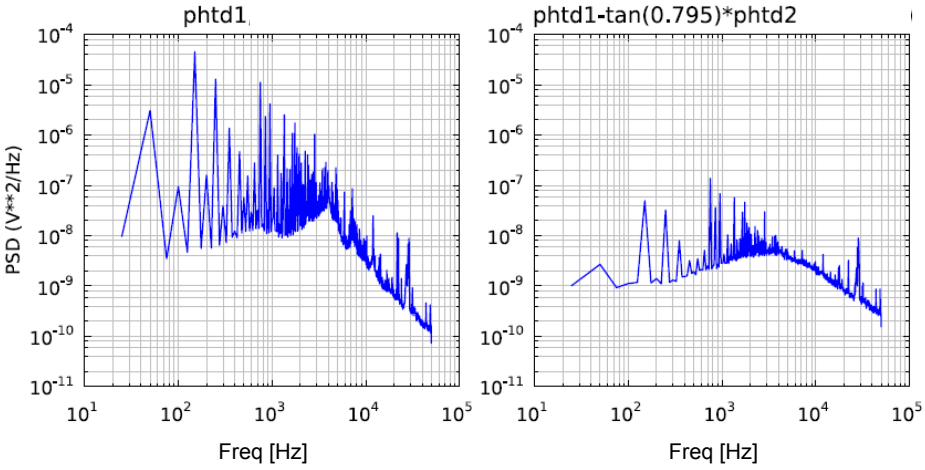


FIGURE 3.4 – *Densités spectrales de bruit sur le signal de fluorescence : la courbe de gauche correspond au signal brut (a) et celle de droite correspond au signal différentiel (b). On voit nettement l'effet escompté.*

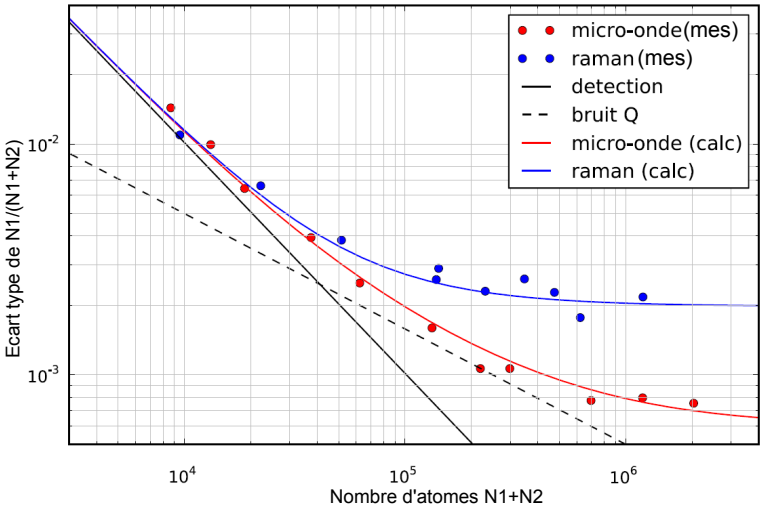


FIGURE 3.5 – *Cette courbe représente l'écart type sur la fraction d'atomes dans le niveau F=1 en fonction du nombre d'atomes total. Ce nombre a été mesuré par deux méthodes : en utilisant des transitions micro-ondes (points rouges) ou des transitions optiques Raman co-propageantes (points bleus). La courbe en trait noir continu représente le bruit de détection en 1/(N1+N2), celle en trait pointillé représente le bruit de projection quantique en* $1/\sqrt{N1+N2}$. *La somme de ces deux bruits moyennant un bruit constant rend compte de l'allure des points expérimentaux.*

Pour ajuster la distribution des points expérimentaux, nous avons été amenés à introduire un bruit constant qui correspond à un bruit proportionnel au nombre d'atomes dans chaque sous niveau. Ce bruit est dû probablement soit aux fluctuations de l'intensité de la micro-onde et des Raman, soit à la mesure (fluctuations de l'intensité du laser de détection).

On voit bien sur ces courbes que, pour un nombre d'atomes supérieur à 10^5, le bruit de détection devient négligeable par rapport au bruit de projection quantique.

3.4 Bruit de phase des lasers Raman

On montre que le déphasage de l'interféromètre dépend de la vitesse initiale des atomes, de la vitesse de recul et de la différence de phase entre les deux lasers Raman.

$$\Delta\Phi = 2kT_R\left(v_0 + v_r\right) + \phi_0 \tag{3.23}$$

où ϕ_0 est la différence de phase des lasers Raman asservie sur le banc optique comme nous l'avons décrit dans le chapitre précédent et $\mathrm{T_R}$ le temps qui sépare les deux premières impulsions $\frac{\pi}{2}$.

Il est clair donc que la mesure de $\Delta\Phi$ est limitée par la stabilité de l'asservissement de la différence de phase ϕ_0.

Nous allons étudier dans cette partie le bruit résiduel en sortie de la boucle d'asservissement. Il est possible d'évaluer les effets dus à une variation temporelle aléatoire de la phase relative des lasers Raman en utilisant le formalisme de fonction de sensibilité [64]. Nous présenterons en annexe le calcul de cette fonction dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé.

3.4.1 Boucle d'asservissement

Nous avons présenté sur la figure (2.12) un schéma de la chaîne de fréquence que nous utilisons pour stabiliser la différence de fréquence entre les lasers Raman à $6,8347$ GHz.

Un comparateur phase/fréquence effectue une comparaison de phase entre le signal à 400 MHz divisé par 4, et qui porte le bruit de la phase relative entre les deux lasers, avec la fréquence de référence à 100 MHz délivrée par le quartz.

Les sorties du comparateur sont ensuite envoyées sur les entrées d'un amplificateur opérationnel en configuration amplificateur différentiel. Le signal d'erreur délivré par ce circuit est ensuite filtré par un filtre passe-bas 100 MHz (Minicircuits BLP 100).

La boucle d'asservissement est fermée par un intégrateur dont la fréquence de coupure vaut 40 kHz. Il s'agit d'une boucle à contre réaction du second ordre [65].

3.4.2 Performances de l'asservissement de phase

Pour vérifier la qualité de l'asservissement, nous avons comparé la différence de phase entre les deux lasers asservis sur une référence de fréquence à $6,833$ GHz délivrée par un générateur de fréquences (Rhode et Schwartz SMF 100A 1-22GHz) synchronisé sur notre référence locale (rappelons qu'il s'agit d'un quartz à 10 MHz asservi sur le signal d'horloge).

Nous présentons sur la figure (3.6) la densité spectrale de bruit $S_\phi(f)$: pour les fréquences inférieures à 10 kHz, cette densité spectrale de bruit est calculée à partir d'un signal de battement à 1 MHz (en utilisant un générateur de fréquences). Pour les fréquence supérieures, nous avons mesuré directement le battement optique sur un analyseur de spectre.

Nous obtenons un niveau de bruit résiduel de -40 dB.rad^2.Hz^{-1} aux alentours de 100 Hz.

3.4.3 Bruit de phase dans la fibre optique

Pour acheminer les deux faisceaux Raman vers la cellule, nous utilisons une fibre optique commune à maintien de polarisation. Les deux faisceaux

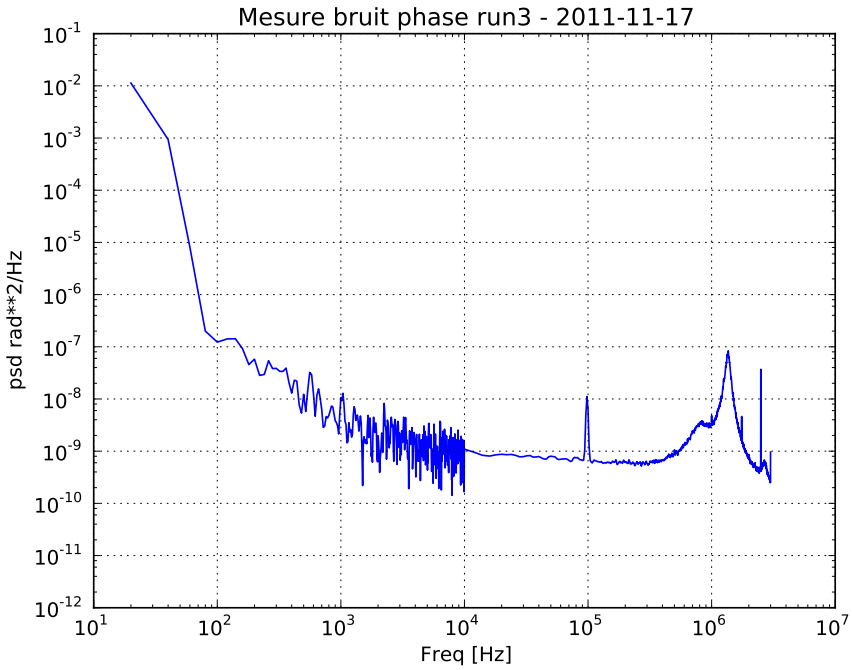


FIGURE 3.6 – *Densité spectrale de puissance qui permet de renseigner sur les fluctuations à basses fréquences de la phase relative entre les deux lasers Raman asservis en phase.*

se propagent alors suivant ses deux axes propres avec deux polarisations orthogonales.

Mais vue sa sensibilité aux perturbations de l'environnement extérieur (variation de température, de pression, etc.) ce qui rend son réglage critique à réaliser, et bien qu'il s'agisse d'une fibre monomode à maintien de polarisation, elle peut entraîner en sortie une modulation aléatoire de la phase relative entre les deux lasers.

Pour estimer cet effet, nous avons comparé la phase relative des lasers Raman asservis en sortie de fibre à une référence de fréquence issue d'un générateur de fréquence. Pendant cette mesure, et pour accentuer la sensibilité de la fibre aux perturbations thermiques et acoustiques dues à l'environnement extérieur, nous avons appliqué un léger suchauffage accompagné d'un son à une fréquence de 120 Hz.

Nous présentons sur la figure (3.7) une comparaison entre deux mesures que nous avons réalisé avec deux types de fibres à maintien de polarisation : en bleu une fibre de *Thorlabs* et en vert une fibre de *Schäfter+Kirshhoff* caractérisée par un saut d'indice plus élevé et qui devrait donc présenter un meilleur maintien de polarisation (ce qui s'est avéré faux en pratique).

On voit sur les courbes que les deux fibres présentent relativement un faible bruit à hautes fréquences mais à basses fréquences la fibre *Schäfter* introduit moins de bruit aux alentours de 100 Hz. Nous avons tout de même décidé de continuer à travailler avec la fibre *Thorlabs* qui assure un meilleur compromis entre le bruit de phase ajouté et le maintien de polarisation. Notons à ce niveau que la polarisation des lasers Raman est un paramètre crucial dans le processus de mesure de vitesse vu qu'ils doivent avoir des polarisatiosn linéaires perpendiculaires pour n'induire que des transitions entre sous-niveaux Zeeman de $m_F = 0$ insensibles au champ magnétique au premier ordre, ce qui réduit considérablement le déplacement de niveaux Zeeman. Finalement, le niveau de bruit est de l'ordre de -54 dB.rad^2.Hz^{-1}.

3.5 Compensation du bruit de phase des fibres optiques

Dans notre configuration, les faisceaux Raman sont acheminés dans une seule fibre commune à maintien de polarisation. Ensuite une des deux polarisations est rétro-réfléchie par un miroir situé juste après le cube polariseur en bas de la cellule comme le montre la figure (2.17), pour former les deux faisceaux contra-propageants nécessaires à la réalisation des transitions Raman.

Cette configuration a l'avantage de nous permettre d'éliminer en partie les bruits communs induits par la fibre. En revanche, les deux faisceaux copropageants en sortie de fibre impliquent des déplacements lumineux dont on doit tenir compte sous forme de correction à notre mesure de $(\frac{h}{m})$. Actuel-

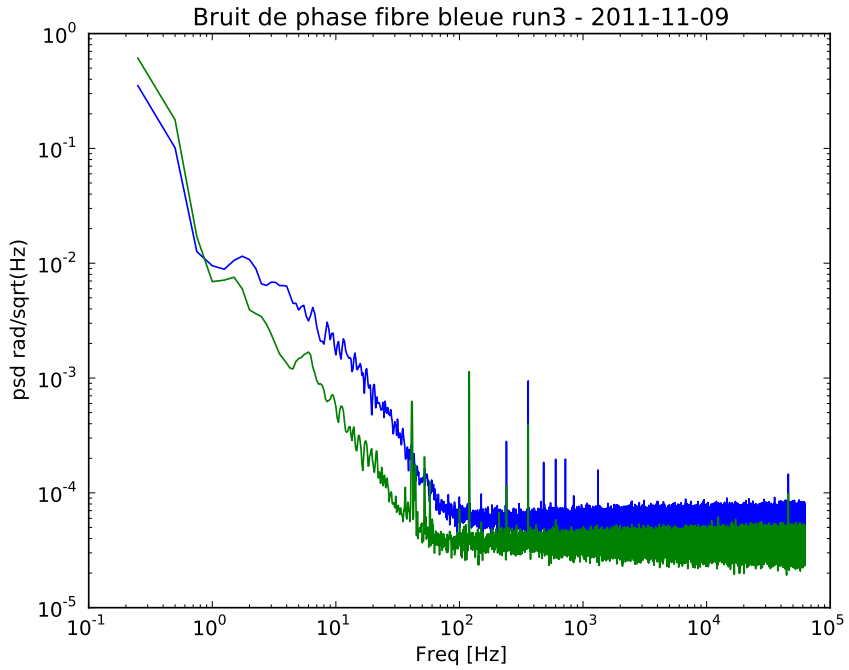


FIGURE 3.7 – *Comparaison entre les densités spectrales de puissance de bruit de la phase relative entre les lasers Raman en sortie de deux fibres différentes : en bleu une fibre de Thorlabs et en vert une autre de Shäfter+Kirshoff*

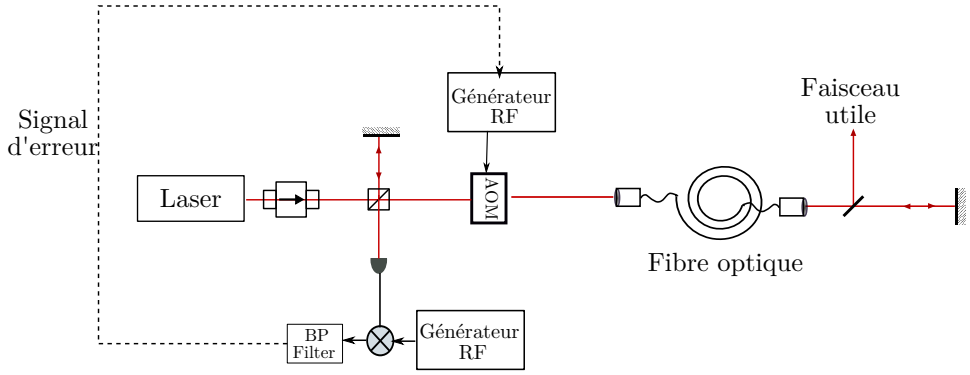


FIGURE 3.8 – *Schéma optique test pour la suppression du bruit de phase en sortie d'une fibre optique.*

lement, cet effet n'est pas le facteur majeur, mais si on désire améliorer notre incertitude systématique finale, nous serons amenés à modifier le schéma actuel et utiliser deux fibres indépendantes placées en vis-à-vis. Ceci implique forcément une augmentation du bruit de la phase relative entre les deux faisceaux Raman.

Ce schéma sera également intéressant dans la continuité du projet du groupe qui consiste à développer des méthodes interférométriques basées sur ce qu'on appelle des séparatrices à large transfert d'impulsion ou "Large Momentum Beam Splitter". Cette technique repose sur une combinaison des transitions Raman contra-propageantes aux oscillations de Bloch afin d'augmenter la séparation spatiale entre les deux paquets atomiques formant les bras de l'interféromètre [66, 67].

Nous allons donc décrire dans cette partie un montage test qui nous permet de corriger le bruit de la phase relative en sortie de fibre.

Le principe consiste à corriger les fluctuations de la phase relative des lasers introduites après passage dans la fibre en la comparant à une référence de phase [68, 69].

Nous présentons sur la figure (3.8) un schéma du montage : le faisceau qu'on souhaite corriger est divisé en deux sur un cube polariseur :

- La première partie transmise qui constitue le faisceau utile passe dans un modulateur acousto-optique et est ensuite injectée dans une fibre optique monomode (de longueur 1 m) en double passage. Sa fréquence est décalée de $\Delta\nu_{\mathrm{AOM}}$ et sa phase de $e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$.

- La deuxième partie réfléchie constitue le faisceau "référence".

Nous récupérons sur un cube polariseur le battement entre les deux lasers qu'on compare à une référence de fréquence délivrée par un générateur de signaux. Le signal basse fréquence obtenu est filtré et utilisé comme signal

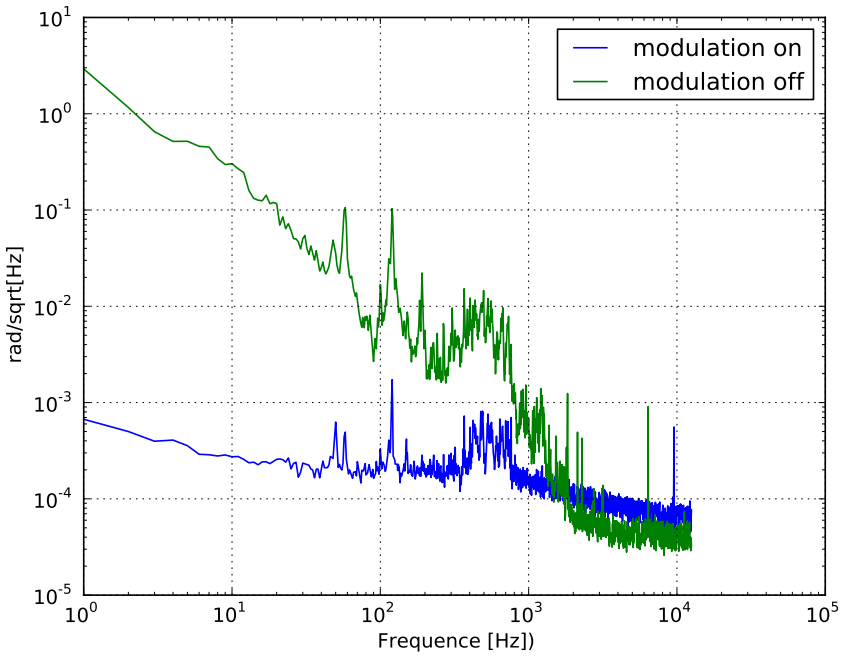


FIGURE 3.9 – *Densité spectrale de puissance de bruit de la phase du faisceau laser introduit par le transport dans une fibre optique en présence (courbe bleue) et en l'absence de la correction de phase (courbe verte). Nous obtenons le signal d'erreur en mélangeant le battement optique entre le laser en sortie de fibre à corriger et un laser de référence avec une fréquence RF. La modulation de cette fréquence permet de compenser le bruit de phase introduit par la propagation dans le fibre optique.*

d'erreur qu'on envoie vers l'entrée de la modulation de fréquence du premier générateur de fréquence qui alimente l'AOM.

Pour tester l'efficacité du montage, nous avons réalisé une comparaison entre les deux mesures du battement réalisées en présence et en l'absence de la correction de phase. La figure (3.9) représente les densités spectrales de puissance de bruit mesurées dans les deux cas.

On voit bien qu'aux alentours de 100 Hz qui est la fréquence correspondant à une sensibilité maximale de notre interféromètre (en $1/T_R$), ce montage permet de réduire le niveau de bruit d'un facteur 20 au moins.

Nous avons donc décidé d'adapter ce montage à notre expérience afin de corriger les fluctuations de phase des deux faisceaux Bloch (on rappelle qu'ils sont acheminés dans deux fibres distinctes). Nous avons pour cela apporté quelques modifications sur le montage optique afin d'introduire une

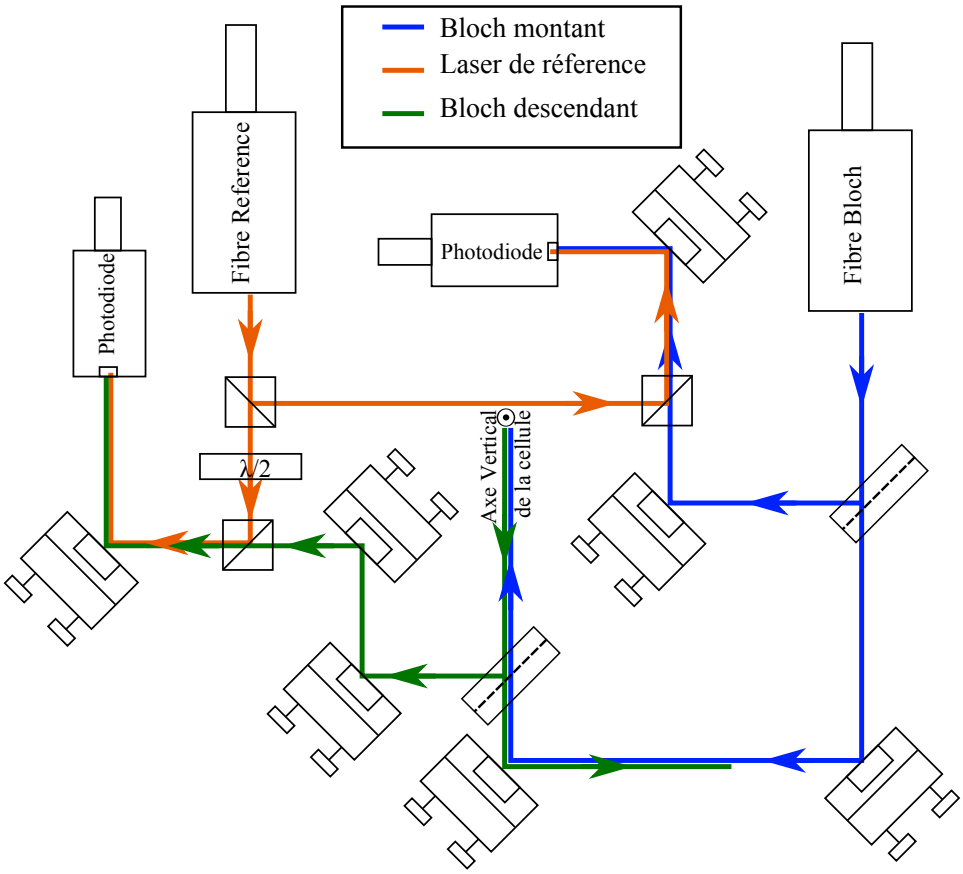


FIGURE 3.10 – *Le nouveau montage optique de l'expérience.*

troisième fibre "référence". Le montage optique est présenté sur la figure (3.10). Nous prélevons sur chacun des faisceaux Bloch quelques centaines de microwatts qui seront suffisants pour monter les deux battements optiques, mais qui représenteront des pertes raisonnables pour le bon déroulement du reste de l'expérience dans le réseau optique.

La chaîne de fréquence décrite dans le chapitre précédent a été à son tour adaptée. Les modulations de phases sont envoyées vers les deux synthétiseurs de fréquence à 319 MHz et 477 MHz pilotant les deux AOM's. Un schéma proposé de la chaîne est présenté sur la figure (3.11).

Faute de temps, nous n'avons pas pu travailler avec ce nouveau schéma de l'expérience afin de voir ses limites et sa contribution à l'amélioration des mesures.

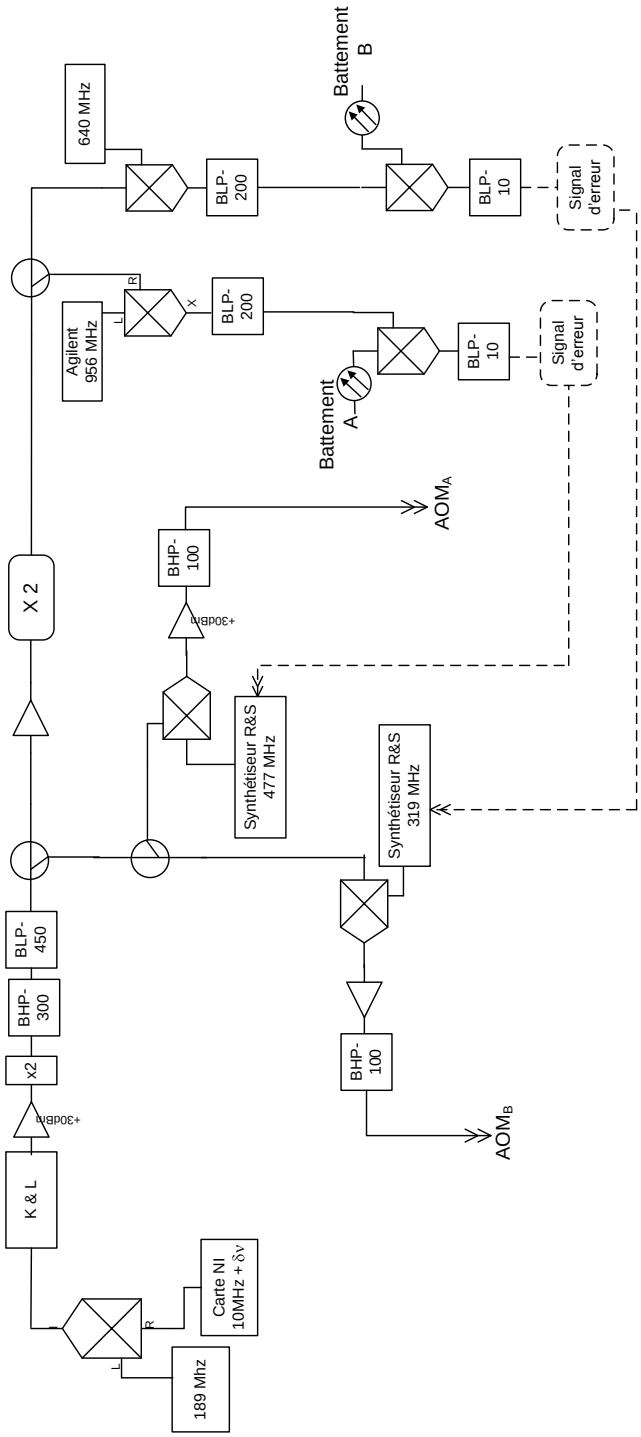


FIGURE 3.11 – *Schéma de la nouvelle chaîne Bloch permettant de corriger le bruit de phase introduit par les fibres optiques : les modulations de phases sont envoyées vers les deux synthétiseurs qui pilotent les deux AOMs.*

4

Résultats expérimentaux

4.1 Préparation de l'état quantique interne

A la fin de la phase mélasse, les atomes se trouvent dans le niveau hyperfin ($F = 2$) de l'état fondamental mais équi-répartis sur les cinq sous-niveaux Zeeman ($m_F = 0, \pm 1, \pm 2$). En raison de la présence du champ magnétique directeur qui permet de définir l'axe de quantification, et si l'on veut réaliser les impulsions Raman sans être sensible à l'effet Zeeman au premier ordre, nous devons alors effectuer les transitions Raman entre deux états $m_F = 0$ (c'est-à-dire insensibles au champ magnétique). Si l'on ne fait rien, seuls 20% du nombre d'atomes initial contribueront alors au cycle de mesure. L'expérience fonctionne bien. Cependant, lorsqu'on pousse les atomes après la sélection, une faible fraction va dans l'état $F = 1$ et perturbe donc cet état. Par conséquent, si l'on ne part que d'atomes dans le sous-niveau $m_F = 0$, on réduit cet effet d'un facteur 5.

La partie suivante sera donc dédiée à la description de la préparation de l'état quantique ($5^2S_{1/2}$, $F = 2$, $m_F = 0$) pour la mesure de $\frac{h}{m_{\mathrm{Rb}}}$.

4.1.1 Les transitions micro-ondes

Avant d'appliquer la séquence interférométrique, nous réalisons une phase de pré-sélection des atomes dans l'état ($F = 2, m_F = 0$) en utilisant deux impulsions π micro-ondes séparées d'un temps T. Ces impulsions sont générées par un synthétiseur de fréquences (Rhode et Schwartz, SMF 100A 1-22 GHz) synchronisé sur notre signal de référence local à 100 MHz. Un signal TTL envoyé par l'ordinateur permet de scanner temporellement la fréquence.

Le signal micro-onde à $6,834682611$ GHz, correspondant à l'écart hyperfin du niveau fondamental, rayonne sur la cellule ultra-vide en utilisant une antenne placée sur le hublot.

La condition π est obtenue pour des impulsions de durées $1,3$ ms et d'amplitude de signal de 20 dBm. Le processus de pré-sélection est réalisé comme suit : d'abord, une première impulsion π permet de transférer les atomes de l'état ($F = 2, m_F = 0$) vers l'état ($F = 1, m_F = 0$). Ensuite les atomes non transférés sont éliminés grâce à une impulsion du faisceau

pousseur et enfin nous re-transférons les atomes sélectionnés dans le sous niveau Zeeman ($F = 2, m_F = 0$) en utilisant une seconde impulsion π. L'efficacité totale du processus de sélection micro-onde est de 80%.

Mesure du champ magnétique En utilisant les transitions micro-ondes il est possible d'effectuer une mesure exacte du champ magnétique directeur présent dans l'enceinte à vide. L'avantage de ce type de transitions est qu'elles permettent de s'affranchir des déplacements lumineux et de leurs fluctuations qu'impliquent les transitions optiques.

Pour réaliser cette mesure, nous sondons les fréquences de transition entre les différents sous niveaux Zeeman m_F des deux états hyperfins ($F = 1$) et ($F = 2$).

Étant donné que le déplacement Zeeman induit est faible par rapport à la structure hyperfine de l'état fondamental, le déplacement d'énergie d'un niveau F s'écrit alors en fonction du champ $\overrightarrow{B}$ comme :

$$\Delta E = \mu_B \, g_F \, F_z \, B_z \tag{4.1}$$

où μ_B représente le magnéton de Bohr, g_F le facteur de Landé et F_z la projection du moment cinétique total sur l'axe de quantification.

Nous présentons sur la figure (4.1) les différentes résonances entre les niveaux Zeeman ($5^2S_{1/2}$, $F = 1$, m_F) $\rightarrow$ ($5^2S_{1/2}$, $F' = 2$, $m_{F'}$) obtenues en balayant la fréquence de la deuxième impulsion de 400 kHz environ de part et d'autre de la transition ($m_F = 0$) $\rightarrow$ ($m_{F'} = 0$) insensible au champ B.

Nous déduisons alors une valeur du champ magnétique directeur moyen :

$$B = 127\,\mathrm{mG}$$

4.1.2 Le repompeur Zeeman

Pour réaliser la sélection de l'état de $m_F = 0$, il est aussi possible d'utiliser la technique de pompage optique. Cette technique consiste à appliquer, en présence du champ magnétique directeur, une impulsion "repompeur Zeeman" résonnante avec la transition $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F' = 2)$. Un faisceau laser résonant sur cette transition et polarisé linéairement par rapport à l'axe de quantification permet de pomper les atomes dans l'état $m_F = 0$.

En revanche, ce faisceau repompeur Zeeman est critique à régler vu que sa polarisation doit être linéaire et parallèle au champ magnétique directeur d'une part. Et d'autre part, une intensité ou une durée importante peut détruire le nuage.

Nous avons donc opté pour la méthode de sélection de l'état quantique interne par la méthode des micro-ondes. Cette méthode implique que nous

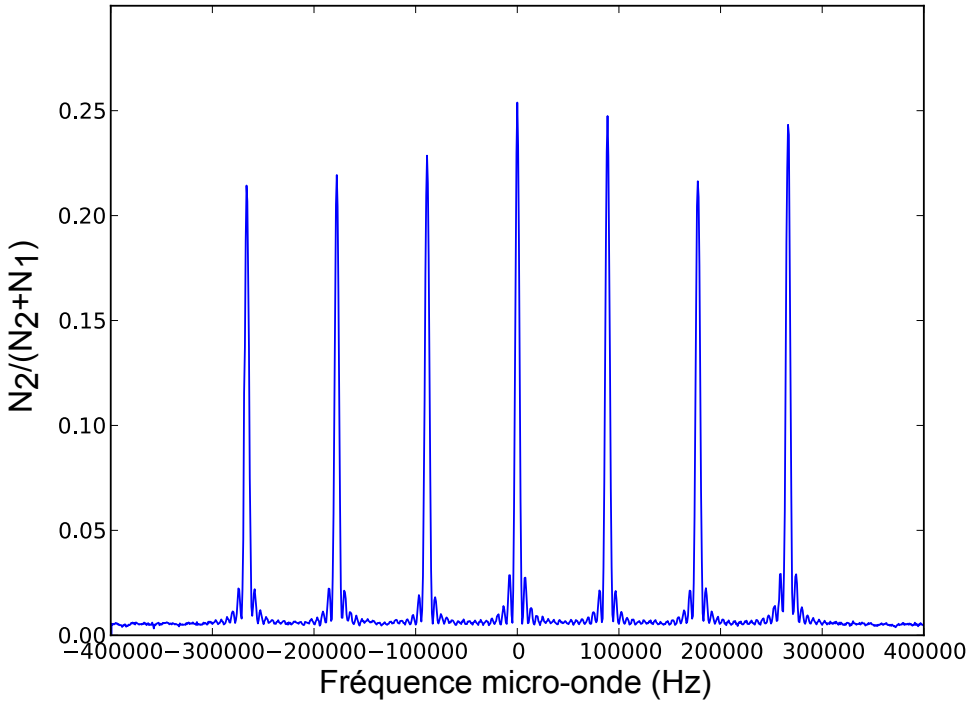


FIGURE 4.1 – *Transitions micro-onde entre les différents sous-niveaux Zeeman m_F des états hyperfins $5S_{1/2}(F=1)$ et $5S_{1/2}(F=2)$ obtenue à l'aide d'une excitation micro-onde.*

rejetons le 4/5 des atomes disponibles, mais en pratique ceci n'influe pas le contraste sur les franges d'interférences. De plus, son efficacité, la facilité de sa mise en place et de son réglage par rapport à la méthode de pompage optique justifient notre choix.

4.2 Caractérisation des impulsions Raman

Nous allons décrire dans cette partie les impulsions Raman permettant de réaliser les différentes séparatrices atomiques de notre interféromètre.

4.2.1 Cas d'une simple impulsion Raman

4.2.1.1 Configuration co-propageante

Nous avons profité de notre dispositif expérimental décrit sur la figure (2.17) qui nous permet de réaliser ce type de transitions grâce à l'utilisation d'une seule fibre commune pour les faisceaux Raman.

Dans cette configuration co-propageante, la condition de résonance (1.37) est insensible à l'effet Doppler et donc tous les atomes effectueront la transition. Nous pourrons donc alors optimiser les impulsions Raman afin d'augmenter le nombre d'atomes transférés ce qui se traduira par une augmentation du contraste à la sortie de l'interféromètre.

Les oscillations de Rabi

Après la phase de pré-sélection micro-onde, les atomes se trouvent dans l'état $(F = 2, m_F = 0)$. A l'aide d'une impulsion Raman, nous les transférons dans l'état $(F = 1)$. Pour maximiser ce transfert, nous enregistrons, à désaccord δ fixe, les oscillations de Rabi des atomes entre les deux sous-niveaux hyperfins. La figure (4.2) représente la fraction d'atomes transférés en fonction de la durée de l'impulsion τ après optimisation du centrage des faisceaux par rapport au nuage atomique. L'amortissement des franges est dû à l'inhomogénéité de l'intensité laser que voient les atomes dans le nuage en expansion au cours du temps.

Ainsi, avec des faisceaux de 3,5 mm de diamètre et une puissance de 17 mW, la condition $\Omega \times \tau = \pi$ est réalisée pour une durée τ=1,4 ms à laquelle correspond un taux de transfert de 80% environ.

Cette mesure nous permet de déterminer expérimentalement la durée de l'impulsion qui permet de satisfaire la condition $\Omega\tau = \pi$.

4.2.1.2 Configuration contra-propageante

Dans cette configuration, il est possible d'utiliser les transitions Raman sélectives en vitesse pour obtenir une mesure directe de la distribution de

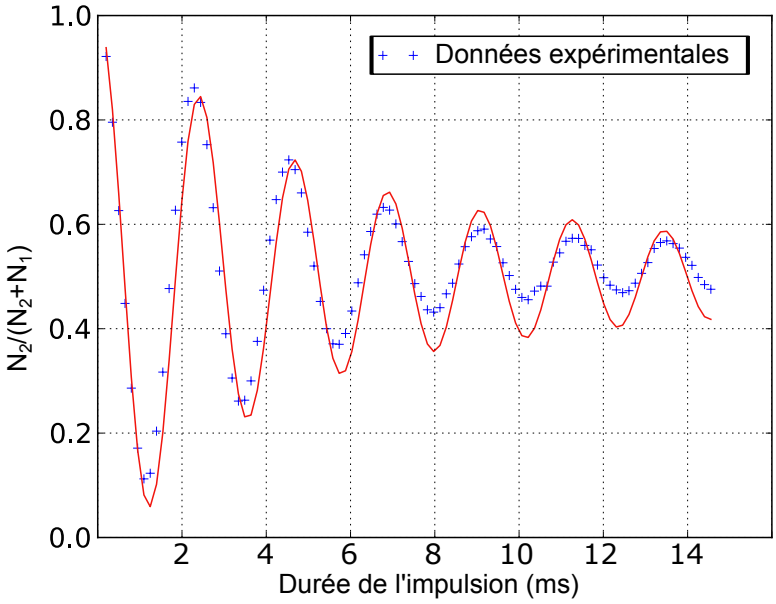


FIGURE 4.2 – *Oscillations de Rabi entre les deux états hyperfins ($F = 1$) et ($F = 2$) obtenues en balayant la durée de l'impulsion.*

vitesse du nuage atomique à la fin de la mélasse. Cette mesure est réalisée en regardant le nombre d'atomes transférés dans l'état ($F = 1$) en fonction de la différence de fréquence δ entre les lasers Raman (figure 4.3).

En ajustant la distributions des points expérimentaux en utilisant la méthode des moindres carrés par une gaussienne de la forme

$$\text{offset} \times N_0 \; e^{-\frac{(\nu-\nu_0)^2}{2\sigma_v^2}}$$

nous mesurons une largeur en vitesse $\sigma_v = 40$ kHz c'est-à-dire une largeur de 2,6 v_r à laquelle correspond une température de 1 μK environ. Ce résultat est en accord avec les mesures réalisées par temps de vol dans la partie (2.2.5.1) de ce manuscrit.

Nous pouvons également déduire de cette courbe une mesure de la densité d'atomes dans l'espace des vitesses : si on part d'un nombre d'atomes $\mathrm{N_{tot}}$, et que l'ont fait l'hypothèse d'une distribution de vitesse Gaussienne

$$\eta(v) = N_{tot}\sqrt{\frac{1}{2\pi\sigma_v^2}}e^{-\frac{v^2}{2\sigma_v^2}} \tag{4.2}$$

la densité maximale d'atomes sélectionnés par classe de vitesse sera donnée par :

$$\eta_0 = N_{tot} \times \sqrt{\frac{1}{2\pi\sigma_v^2}} \tag{4.3}$$

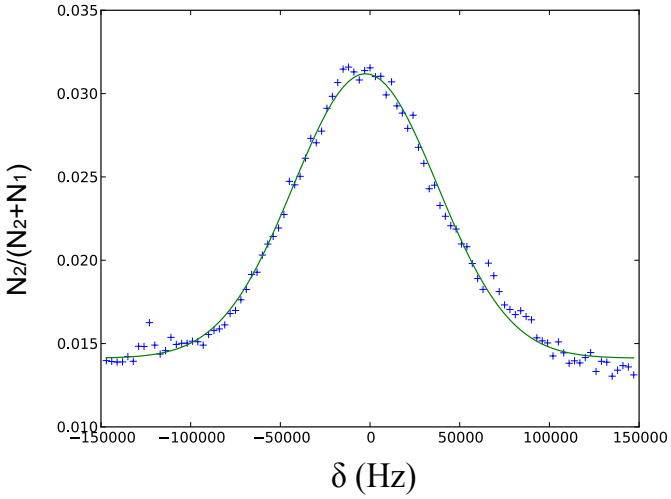


FIGURE 4.3 – *Mesure de la distribution de vitesse du nuage atomique à l'aide des transitions Raman contra-propageantes.*

Si on part après la phase de pré-sélection micro-onde d'un nombre d'atomes N_{tot} de $3,3 \times 10^7$ atomes, nous obtenons alors une densité

$$\eta_0 = 5 \times 10^6 \, at/(m.s^{-1})$$

4.2.2 L'interféromètre de Ramsey-Bordé

L'interféromètre de Ramsey-Bordé est formé de 2 paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ séparées par un temps T comme le montre la figure (4.4). Les deux premières impulsions réalisées à une fréquence δ_{sel} sont séparées par un temps T_R.

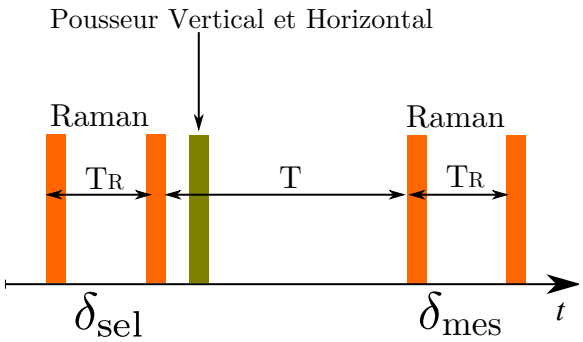


FIGURE 4.4 – *Séquence temporelle utilisée pour réaliser un interféromètre de Ramsey-Bordé pour la mesure du rapport* $\frac{h}{m_{\mathrm{Rb}}}$ *(intensité laser en fonction du temps).*

Faisceau pousseur Après ces deux premières impulsions, il reste toujours une proportion d'atomes dans $(F = 2)$ qui n'ont pas été transférés. Ceci va entraîner l'apparition d'interféromètres parasites et donc une dégradation du contraste de l'interféromètre principal.

Pour éviter cela, nous appliquons une impulsion "pousseur" pour chasser ces atomes. En effet, ces atomes vont acquérir une certaine vitesse en effectuant des cycles d'absorption/émission spontanée et donc ils sortent du nuage d'atomes froids. Nous utilisons pour cela un laser décalé de $0,5\,\Gamma$ dans le bleu de la transition $(F = 2) \rightarrow (F' = 3)$ et polarisé linéairement pour ne pas dépomper les atomes dans $(F = 1)$. La durée de l'impulsion est de 1 ms.

Au début, nous avons utilisé un seul faisceau pousseur collimaté à 3 mm environ et placé suivant la verticale. Malgré une efficacité de 90%, nous avons remarqué que la proportion minime d'atomes qui restaient suffisait à perturber l'interféromètre. Nous avons alors décidé de placer un deuxième pousseur horizontal injecté dans une fibre indépendante.

L'interféromètre est ensuite fermé avec une seconde paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ dont on balaye la fréquence δ_{mes}.

La proportion d'atomes transférée par cette deuxième paire représente une figure de Ramsey donnée par la convolution de la distribution de vitesse sélectionnée par un deuxième spectre Ramsey de mesure :

$$P\left(\delta_{sel} - \delta_{mes} - 2k\Delta v\right) = \frac{\int P(x+\delta)P(x)dx}{\int P(x)dx} \tag{4.4}$$

où P représente la probabilité de transition Ramsey donnée par :

$$P^{Ramsey}(\delta) = 4\left(\frac{\Omega}{\Omega'}\right)^2 \sin^2\left(\Omega'\frac{\tau}{2}\right) \tag{4.5}$$

$$\times\left[\cos\left(\Omega'\frac{\tau}{2}\right)\cos\left(\delta\frac{T_R}{2}\right) - \left(\frac{\delta}{\Omega'}\right)\sin\left(\Omega'\frac{\tau}{2}\right)\sin\left(\delta\frac{T_R}{2}\right)\right]^2 \tag{4.6}$$

Dans l'équation (4.4), la connaissance de la position de la frange centrale δ_0 nous permet alors de déduire la variation de vitesse induite :

$$\Delta v = \frac{\delta_0}{2k} \tag{4.7}$$

Approximation de la frange centrale

Si on s'intéresse à la frange centrale $\left(\frac{\delta}{\Omega}\right) \ll 1$, l'expression (4.6) devient :

$$P^{Ramsey}(\delta) = \left(\frac{\Omega}{\Omega'}\right)^2 sin^2\left(\Omega'\tau\right)\, cos^2\left(\frac{\delta T_R}{2}\right) \tag{4.8}$$

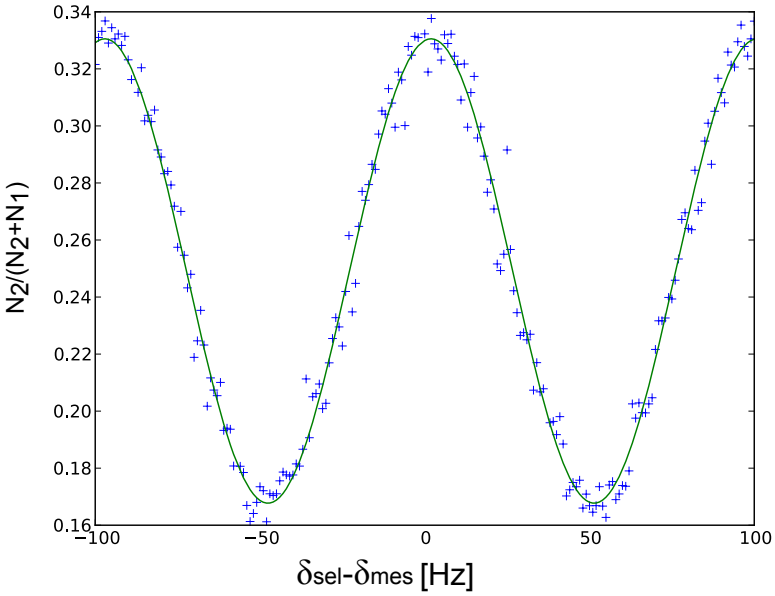


FIGURE 4.5 – *Ajustement de la frange centrale par une fonction cosinus. L'incertitude sur la fréquence est d'environ 0,1 Hz.*

Dans cette équation, si on néglige la variation de l'amplitude du sinus sur la largeur de la frange ($\tau \ll T_R$), nous obtenons alors :

$$P(\delta) \approx \frac{1}{4}\left(1 + \cos(\delta T_R)\right) \tag{4.9}$$

Nous présentons sur la figure (4.5) une courbe typique obtenue après une séquence de sélection-mesure pendant laquelle les atomes sont soumis uniquement à la gravité. Ces franges représentent la convolution de deux figures de Ramsey pour la sélection et la mesure qu'on obtient en enregistrant la fraction d'atomes dans l'état F=2 en fonction du désaccord à la mesure δ_{mes}.

Pour pointer avec précision la position de la frange centrale, nous ajustons les points expérimentaux par une fonction de la forme :

$$\text{offset} + a \times \cos\left(2\pi(\delta - \delta_0)T_R\right) \tag{4.10}$$

Nous utilisons pour cela la méthode des moindres carrées où les paramètres à ajuster sont l'offset, l'amplitude a, la largeur T_R et le centre δ_0.

Nous présentons sur la même figure (4.5) le résultat de cet ajustement. Nous arrivons à déterminer la position de la frange centrale avec une incertitude de 0,1 Hz.

Nous avons vu que la distance entre les franges qui définit la résolution du système est inversement proportionnelle à T_R alors que le nombre d'atomes

sélectionnés est proportionnel à $1/\tau$. Donc en augmentant T_R il est possible d'augmenter la résolution tout en gardant le même nombre d'atomes, c'est-à-dire le même bruit de détection. De plus, lors de l'ajustement de la frange centrale, l'incertitude sur la détermination de la fréquence du centre de la sinusoïde est proportionnelle à la largeur divisée par le rapport signal à bruit.

En revanche, la durée T_R ne peut pas être augmentée indéfiniment car nous serions limités par le bruit de phase dû aux vibrations d'une part, et d'autre part, par la chute du contraste des franges qui est due aux variations de l'intensité des impulsions lasers que verrons les atomes en expansion.

Nous devons également contrôler la trajectoire des atomes pour éviter qu'ils ne heurtent les hublots de la cellule après avoir été accélérés. Nous verrons dans la suite qu'une solution consiste à réaliser un schéma de double accélération, ce qui implique que la sélection sera faite sur des atomes ayant une grande vitesse (environ 1000 v_r). Ceci impose de ne pas attendre longtemps pour effectuer ces deux impulsions.

4.3 Mesure du rapport h/m_{Rb}

Jusque là, nous avons décrit et caractérisé tous les éléments nécessaires pour réaliser une mesure du rapport h/m_{Rb}. Nous allons maintenant dans cette partie présenter l'ensemble du protocole expérimental que nous employons à cet effet. Nous décrirons la séquence temporelle de notre interféromètre de Ramsey-Bordé combiné aux oscillations de Bloch et les différentes techniques utilisées pour se libérer des différentes contraintes mécaniques et physiques susceptibles de limiter la performance de la mesure finale.

4.3.1 Protocole de mesure

4.3.1.1 Double accélération

Après l'accélération, la vitesse des atomes est augmentée de la quantité $2Nv_r$ où N est le nombre d'oscillations de Bloch effectuées.

Les atomes voyageront avec cette vitesse pendant un temps T qui est de l'ordre de la dizaine de millisecondes avant de percevoir la seconde paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ de mesure, ce qui implique un déplacement spatial du nuage de la quantité $2Nv_r \times T$. Donc si on effectue 500 oscillations, ce déplacement sera de 12 cm et les atomes risquent alors de heurter les hublots de la cellules à vide. Pour limiter ce déplacement, nous utilisons un schéma de double accélération, comme le montre figure (4.6), qui va nous permettre de limiter la vitesse des atomes avant la dernière étape de mesure. Le principe consiste à réaliser une première accélération "Aller" avant de commencer la séquence interférométrique : la sélection de vitesse se fait alors sur des atomes ayant

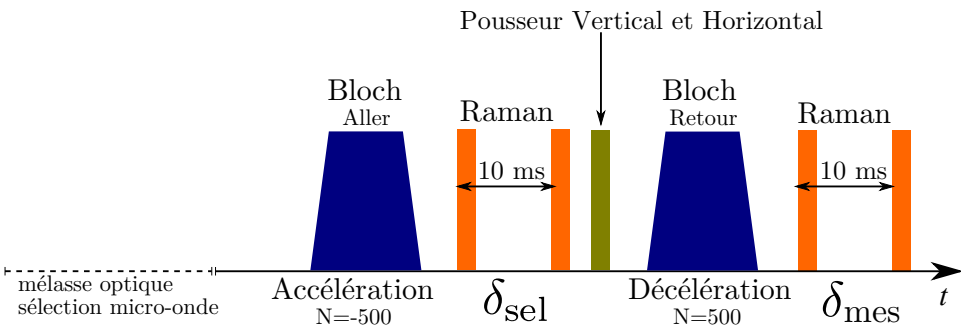


FIGURE 4.6 – *Séquence temporelle comportant le schéma de double accélération.*

comme vitesse $2N_A v_r$. Ensuite, après la sélection, nous appliquons une impulsion pousseur suivie d'une deuxième phase d'accélération "Retour" qui constitue la phase utile pour l'expérience. En réalité c'est une phase de décélération vu que les atomes effectueront N_R oscillations de Bloch dans le sens opposé et que leur vitesse sera donc modifiée de $-2N_R v_r$.

Ainsi, si on effectue le même nombre d'oscillations entre l'aller et le retour, la mesure sera réalisée sur des atomes ayant une vitesse quasi nulle ce qui réduit considérablement leur déplacement spatial.

4.3.1.2 Ascenseur à atomes

Nous avons montré que pour diminuer l'incertitude sur notre mesure de h/m, nous devons transférer le plus grand nombre de reculs possible aux atomes. En revanche, celui-ci est limité par le déplacement des atomes lors des oscillations de Bloch qui persiste malgré la double accélération. Donc il est intéressant d'exploiter tout le volume disponible dans la cellule ultravide.

Pour cela, une technique appelée "ascenseur atomique" a été mise en place pendant la thèse de M. Cadoret [57]. Elle consiste à utiliser les oscillations de Bloch pour déplacer les atomes vers une des extrémités (haute ou basse) de la cellule avant de commencer le cycle de mesure.

Ainsi, il est possible d'augmenter le nombre d'impulsions transférées pendant la phase d'accélération "retour". Il faut noter qu'il n'est plus nécessaire de contrôler le champ magnétique sur une très grande distance vu que la phase "utile" de l'expérience se déroule toujours sur une faible distance.

Nous présentons en haut de la figure (4.7) la séquence temporelle utilisée pour réaliser l'ascenseur : après la fin de la mélasse et la phase de préparation micro-onde, nous allumons adiabatiquement le réseau optique pendant 300 μs durant lesquelles les atomes sont chargés dans la première

zone de Brillouin. Ceux dans ($F = 2$) effectuent N_{asc}=300 oscillations pendant 4 ms.

Cette étape est suivie d'un temps de propagation libre TL_1 de 10 ms pendant lequel les atomes voyagent à une vitesse de $2N_{asc}v_r$ vers le bas (ou le haut) de la cellule. Nous appliquons enfin une phase de décélération qui consiste à refaire le même nombre d'oscillations mais dans le sens opposé.

On attend cette fois pendant un temps TL_2 de 400 μs avant d'entamer le cycle de mesure décrit plus haut.

Nous présentons en bas de la figure (4.7) une courbe présentant la trajectoire des atomes dans la cellule à vide. Cette trajectoire a été calculée à différents instants à partir de la connaissance de la vitesse. Cette vitesse est reliée à la fréquence à travers la condition de résonance en configuration faisceaux Raman contra-propageant $\left(\overrightarrow{k_1} = -\overrightarrow{k_2} = \overrightarrow{k}\right)$:

$$\delta = (k_1 + k_2)\left(v + \frac{\hbar}{2m}(k_1 + k_2)\right) \tag{4.11}$$

4.3.1.3 Mesure différentielle

Nous rappelons que toute l'expérience se déroule en configuration verticale. Donc, en toute rigueur, la variation de vitesse qu'on désire mesurer n'est pas due uniquement aux impulsions transférées pendant les oscillations de Bloch qu'on applique entre les deux paires d'impulsions Ramsey, mais elle comprend également l'accélération due à la gravité.

En effet, la conservation de l'impulsion s'écrit comme :

$$\Delta v = gT + 2Nv_r \tag{4.12}$$

où N représente le nombre d'oscillations de Bloch effectuées entre la sélection et la mesure, et T est le temps qui sépare les deux paires d'impulsions.

Donc on voit bien que si l'on désire déduire le recul à partir de la mesure de Δv, nous devons connaître très précisément la valeur de g. Et l'incertitude sur cette connaissance doit être égale à au moins 3% de celle avec laquelle on arrive à mesurer Δv (c'est-à-dire quelques 10^{-8} près).

Pour s'affranchir de cette limite due à la gravité, nous réalisons deux fois l'expérience avec deux accélérations en sens opposés : une fois vers le haut et une fois vers le bas. Dans le premier cas la trajectoire des atomes est celle représentée sur la figure (4.7), et dans le cas d'une accélération vers le bas elle est quasi-symétrique par rapport au plan horizontal passant par le centre la cellule.

Dans ce cas, la conservation de l'impulsion (4.12) devient :

$$\Delta v^{H/B} = gT \pm 2\,N^{H/B}\,v_r \tag{4.13}$$

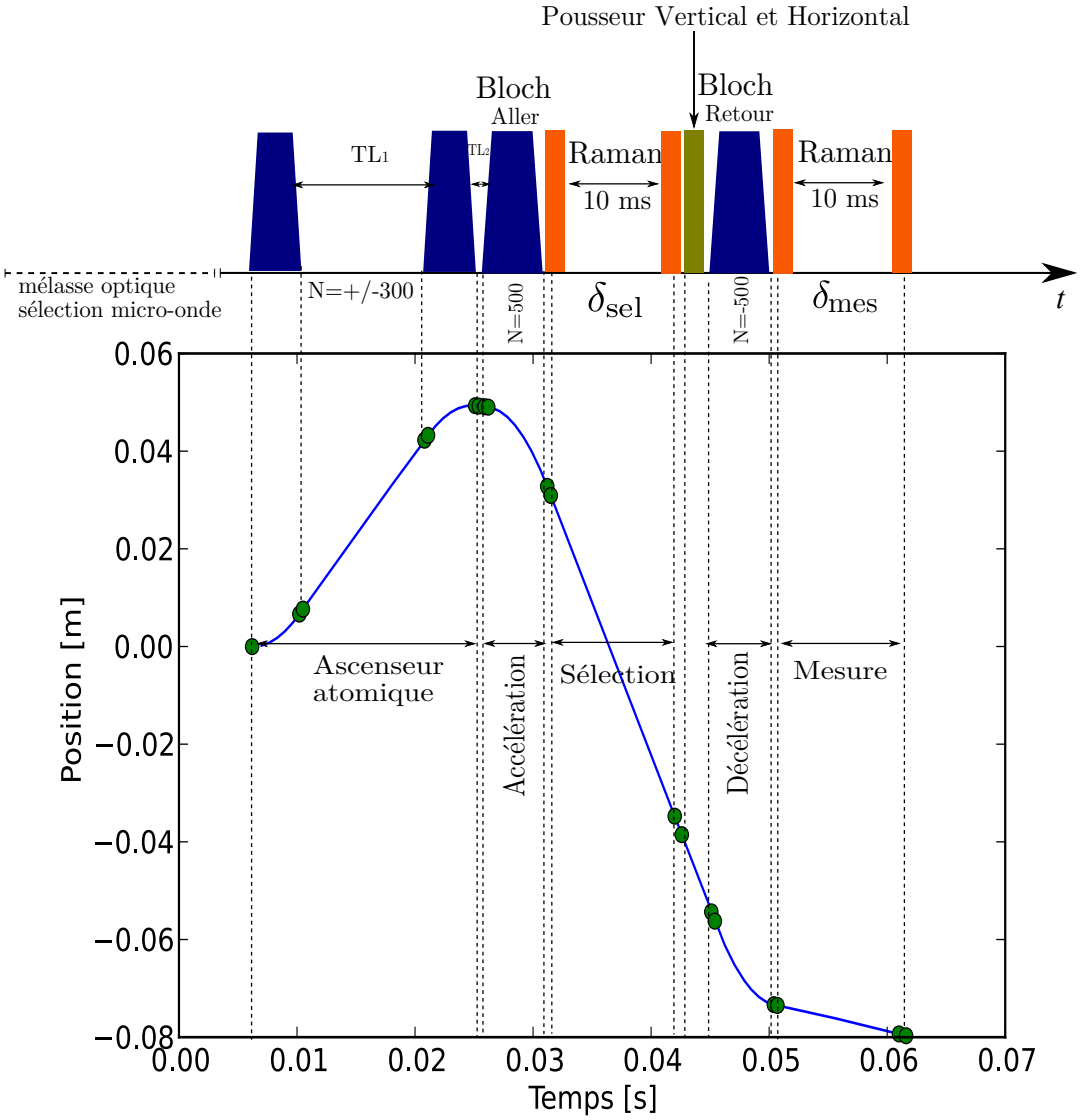


FIGURE 4.7 – *En bas la trajectoire des atomes dans la cellule. Le zéro de la position atomique correspond au centre de la mélasse. En haut la séquence temporelle comportant l'ascenseur atomique : les temps de propagation libre TL_1 et TL_2 sont de 10 ms et 400 µs.*

où N^H et N^B désignent le nombre d'oscillations effectuées vers le haut et vers le bas respectivement.

Si on garde le même temps d'interaction T entre la sélection et la mesure, la valeur de la vitesse de recul dans le cas d'une mesure différentielle devient alors :

$$v_r = \frac{\Delta v^H - \Delta v^B}{2\left(N^B + N^H\right)} \tag{4.14}$$

Ainsi, la mesure différentielle nous permet de nous affranchir de la méconnaissance de g.

4.3.1.4 Compensation des déplacements lumineux

Pour éliminer les déplacements de niveaux dus à l'effet Stark dynamique (light shift) ou à l'effet Zeeman quadratique, nous utilisons une technique astucieuse qui consiste à réaliser deux fois la même expérience mais en inversant le sens des faisceaux Raman. L'idée consiste ensuite à considérer la moyenne des deux valeurs de (h/m) obtenues.

En effet, en présence d'un déplacement lumineux Δ, la différence de fréquence entre les faisceaux Raman s'écrit :

$$\nu_1 - \nu_2 = \omega_{SHF} + \Delta(z,t) \tag{4.15}$$

où Δ peut être fonction de la position des atomes et du temps.

En tenant compte de l'inversion des faisceaux Raman, la condition de résonance présentée dans (1.37) devient :

$$\delta^{\pm} = \mp\left(k_1 + k_2\right)\left(v \pm v_r\right) + \Delta(z,t) \tag{4.16}$$

où $\delta^{\pm}$ est le désaccord à la sélection ou à la mesure dépendant du signe de l'effet Doppler qui change lors de l'inversion des faisceaux Raman.

Si δ^{I} et δ^{II} sont les variations de fréquence entre la sélection et la mesure dans les deux sens Raman, on peut alors déduire la moyenne entre ces deux quantités :

$$\frac{\delta^{\mathrm{II}} - \delta^{\mathrm{I}}}{2} = \frac{\Delta(z^{\mathrm{II}}, t^{\mathrm{II}}) - \Delta(z^{\mathrm{I}}, t^{\mathrm{I}})}{2} + \left(k_1 + k_2\right)\Delta v \tag{4.17}$$

On suppose de plus que l'on ne change pas la trajectoire des atomes en changeant le sens des faisceaux Raman, et que le champ magnétique varie peu en fonction du temps et de z ; on peut déduire une mesure de la variation de vitesse corrigée des déplacements lumineux :

$$\Delta v = \frac{\delta^{\mathrm{II}} - \delta^{\mathrm{I}}}{2\left(k_1 + k_2\right)} \tag{4.18}$$

Il faut noter que cette inversion du sens des faisceaux Raman ne suffit pas à compenser totalement les effets des déplacements lumineux. Ceci reste limité par l'étalement spatial du nuage atomique et par le profil gaussien des faisceaux lasers.

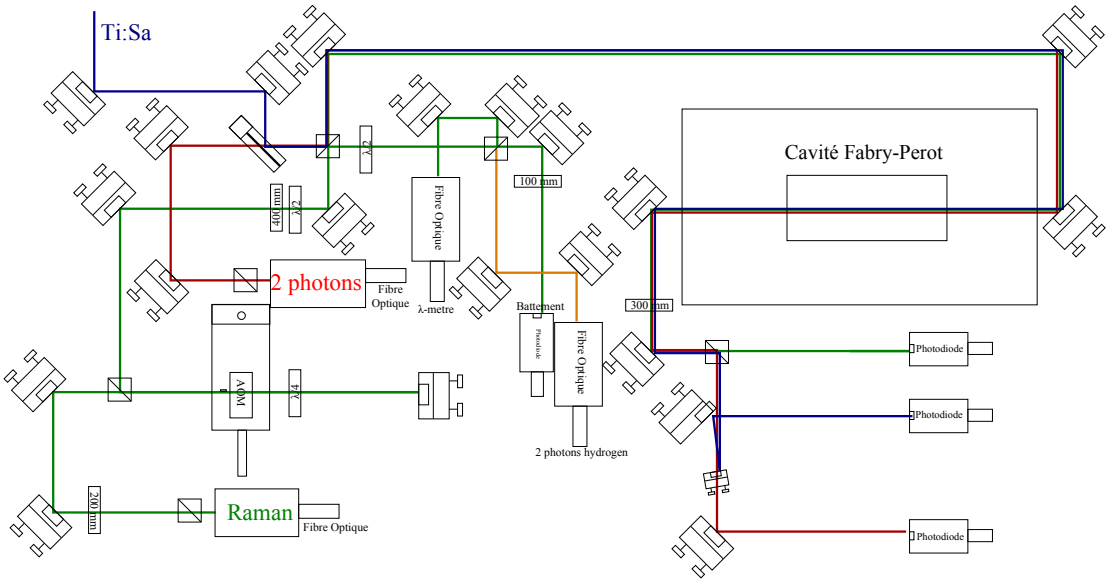


FIGURE 4.8 – *Schéma du montage optique qui permet de mesurer les fréquences des lasers Raman1 et Bloch en utilisant l'asservissement sur une cavité Fabry-Perot.*

4.3.2 Contrôle des fréquences

Pour déduire le rapport h/m_{Rb} à partir de la mesure du recul des atomes $\left(\frac{\hbar k}{m}\right)$, nous devons connaître exactement l'impulsion des photons transférés, c'est-à-dire les fréquences des lasers Bloch et Raman1 (celle de Raman2 sera déduite directement à partir de cette dernière).

Pour cela, nous avons utilisé deux méthodes différentes : la première consiste à asservir ces deux lasers sur une cavité Fabry-Perot ultra-stable et utiliser les pics de transmission pour mesurer leurs fréquences. La seconde méthode est une méthode de mesure directe en utilisant un peigne de fréquences (les lasers étant toujours asservis sur le Fabry-Perot).

4.3.2.1 Asservissement des lasers

Dans cette configuration, les lasers Ti-Sa et Raman1 sont asservis sur deux pics TEM_{00} distincts d'une cavité Fabry-Perot ultra-stable en utilisant deux détections synchrones différentes. Un schéma du montage optique utilisé est représenté sur la figure (4.8).

Nous utilisons une cavité formée de 2 miroirs diélectriques plans de coefficients de réflexion respectifs (r_1, r_2)= (0,99, 0,998) à 780 nm. Elle possède une finesse $\mathcal{F}$ de 260 et un intervalle spectral libre (ISL=$\frac{c}{2L}$) de 3 GHz. Le miroir de sortie de la cavité est placé sur une cale piézo-électrique qui nous permet de corriger les dérives de longueur. La cavité est également placée

dans une enceinte à vide (10^{-7} mbar) pour éviter les effets de l'indice de l'air lors de la mesure des fréquences.

En revanche, pour éviter les dérives thermiques à long terme de cette cavité, elle est asservie sur une référence optique à 778 nm dont nous disposons dans la même salle. Il s'agit de la transition à deux photons $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ du ^{85}Rb [70]. La fréquence associée est :

$$\nu_{2ph} = 385\,285\,142\,378\,\mathrm{THz} \pm 2\,\mathrm{kHz}$$

Chacun des deux lasers (Raman1 et Bloch) est asservi sur un pic numéro $\mathcal{N}$ de la cavité par rapport au pic du "2-photons". Nous mesurons sur deux photodiodes placées en transmission leurs battements avec le laser "2-photons" :

$$\nu_{\mathrm{battement}} = \mathcal{N} \times \mathrm{ISL} \ \ [\mathrm{Hz}] \tag{4.19}$$

Connaissant $\mathcal{N}$, on arrive à connaître la valeur de l'ISL qui est de l'ordre de 2,99 GHz, et donc à déduire directement les fréquences de chacun des deux lasers qui seront données par :

$$\nu_{\mathrm{Raman1}} = \nu_{2.\mathrm{ph}} + \mathcal{N}_{\mathrm{Raman1}} \times \mathrm{ISL} + \mathrm{AOM}_{\mathrm{Raman}} - 2 \times \mathrm{AOM}_{\mathrm{ass.Raman}} \tag{4.20}$$

$$\nu_{\mathrm{Bloch}} = \nu_{2.\mathrm{ph}} + \mathcal{N}_{\mathrm{Bloch}} \times ISL + 2 \times \mathrm{AOM}_{\mathrm{Bloch}} \tag{4.21}$$

où $\mathrm{AOM}_{\mathrm{ass.Raman}}$ désigne la fréquence de l'AOM utilisé en double passage dans la boucle d'asservissement du laser Raman sur la cavité.

Pour tester les asservissements, nous avons essayé d'asservir le Ti-Sa sur un pic voisin de celui du Raman et de mesurer la fréquence de battement. Nous avons remarqué que la fréquence à $+1$ est différente de celle à -1. Nous avons également remarqué que cette fréquence de battement mesurée dépend fortement de la polarisation de la lumière injectée dans la cavité. La courbe (4.9) illustre l'allure sinusoïdale de cette variation observée en tournant la polarisation de la lumière incidente. Les points expérimentaux sont ajustés en utilisant la méthode des moindres carrés par une fonction sinusoïdale de la forme :

$$\nu_0 + a \times \sin(2(\theta - \theta_0)) \tag{4.22}$$

On a pu expliquer ceci comme une biréfringence au sein de la cavité due à une biréfringence intrinsèque d'au moins l'un des deux miroirs ce qui va entraîner une levée de dégénérescence des modes propres de la cavité.

Par conséquent, la lumière en sortie de la cavité possédera deux composantes se propageant à deux vitesses de phase différentes et dont la différence définit le déphasage intrinsèque de la cavité (Φ) que nous allons essayer d'estimer dans la suite.

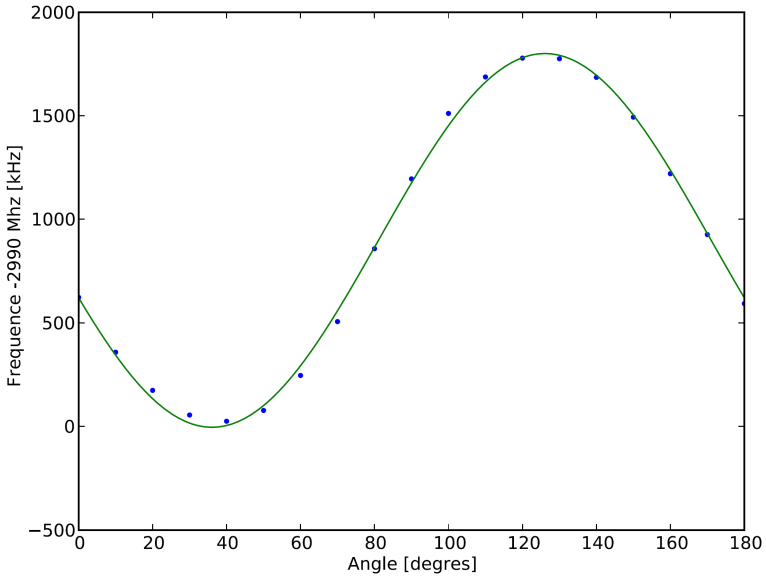
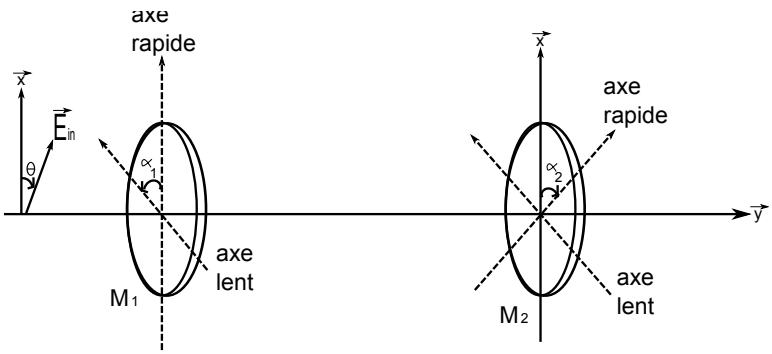


FIGURE 4.9 – *Variation de la fréquence de résonance de la cavité FP en fonction de la polarisation de la lumière incidente.*

Nous présentons sur la figure ci dessous un schéma illustrant les différents axes utiles pour cette étude : on suppose que chacun des deux miroirs présente une biréfringence et donc qu'il possède deux axes propres (notés axe rapide et axe lent) formant deux angles α_i par rapport à $\overrightarrow{x}$. Nous choisirons l'axe $\overrightarrow{x}$ tel que $\alpha_1 = -\alpha_2 = \alpha$.



Dans son référentiel propre, chacun des deux miroirs introduit dans l'onde incidente un déphasage ϕ_i. Le champ transmis par la cavité s'écrit alors en fonction de ces déphasages et de la finesse F comme :

$$\overrightarrow{E}^{out} = \frac{t_1}{1 + \left(\frac{2F}{\pi}\right)^2 e^{2ikL} M} \overrightarrow{E}^{in} \tag{4.23}$$

où M représente la matrice de transfert du système formé par les deux

miroirs.

Dans le cas où ϕ_1, $\phi_2 \ll 1$ elle est donnée dans le référentiel $(\overrightarrow{\mathrm{x}}, \overrightarrow{\mathrm{y}})$ par :

$$M = \begin{pmatrix} 1 + i\sin(\alpha)^2\left(\phi_1 + \phi_2\right) & 1 + i\sin(\alpha)\cos(\alpha)\left(\phi_2 - \phi_1\right) \\ 1 + i\sin(\alpha)\cos(\alpha)\left(\phi_2 - \phi_1\right) & 1 + i\cos(\alpha)^2\left(\phi_1 + \phi_2\right) \end{pmatrix}$$

Les vecteurs propres de cette matrice possèdent une polarisation linéaire et la différence entre ses valeurs propres représente le déphasage intrinsèque :

$$\Phi = \Phi_+ - \Phi_- \tag{4.24}$$

$$= \sqrt{\left(\phi_1 + \phi_2\right)^2 - 4\sin^2(2\alpha)\phi_1\phi_2} \tag{4.25}$$

Le champ $\overrightarrow{E}^{out}$ possède alors deux composantes. Si on était en présence d'une grande finesse, on aurait observé deux pics de transmission distincts. Mais dans notre cas, la finesse est de 260, et ces deux pics vont se recouvrir. En faisant varier l'angle θ définissant la polarisation initiale, le déphasage intrinsèque de la cavité est alors donné par :

$$\Phi^2 = \left(\left(\phi_1 + \phi_2\right)^2 - 4\sin^2(2\alpha)\phi_1\phi_2\right)\sin(2\theta) \tag{4.26}$$

Nous avons calculé numériquement la fréquence de résonance de la cavité pour différentes valeurs de l'angle θ. Cette fréquence correspond au maximum de l'intensité transmise par al cavité et que l'on déduit à partir de l'ellipticité de l'onde transmise. Nous avons pu estimer une valeur du déphasage intrinsèque de notre cavité à incidence normale de l'ordre de 4×10^{-3}.

Nous avons comparé cette valeur à d'autres valeurs que l'on peut trouver dans la littérature. En effet, des travaux menés par F. Bielsa et al. [71] portant sur l'étude de la biréfringence dans les miroirs à incidence normale montre une synthèse de toutes les données existantes concernant les déphasages dus à la biréfringence des miroirs en fonction de leurs réflectivités (figure 4.10). Nous avons pu malheureusement situer notre cavité parmi celles présentant une forte biréfringence pour une réflectivité R de 99.3% ($\Phi \approx 10^{-3}$).

4.3.2.2 Mesure des fréquences à l'aide d'un laser femtoseconde

C'est la méthode que nous utiliserons principalement lors de notre mesure du rapport $\left(\frac{h}{m}\right)$.

Nous utilisons pour cela un synthétiseur de fréquences optiques de *MenloSystems* basé sur un amplificateur à fibre dopée à l'erbium et dont la sortie est amplifiée, doublée en fréquence et élargie dans une fibre photonique pour couvrir une plage de 530 à 900 nm.

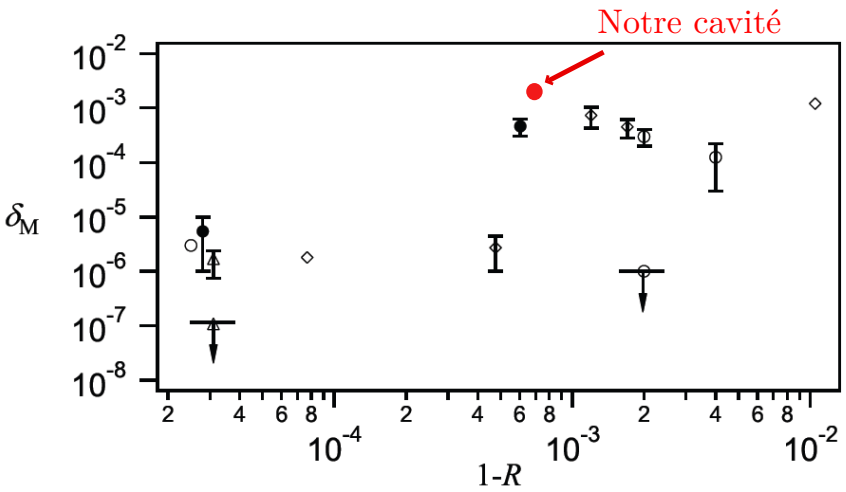
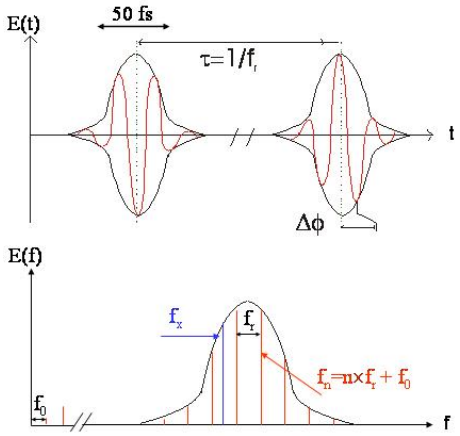


FIGURE 4.10 – *Courbe extraite de [71] : résumé de plusieurs travaux de mesure du déphasage intrinsèque introduit par un miroir en fonction de sa réflectivité. Notre cavité, représentée par un point rouge, représente un déphasage de* 4×10^{-3} *ce qui la situe parmi celles présentant une forte biréfringence.*

Ce type de lasers est décrit comme un train d'impulsions de durée 50 fs séparées par un temps τ (qui vaut 4 ns dans notre cas). L'analyse spectrale de ce signal fait apparaître un peigne de fréquence dont les dents sont espacées de la fréquence de répétition f_r (qui est de 250 MHz dans notre cas) comme le montre la figure ci dessus [72, 73].



La fréquence d'une raie du peigne d'ordre n est ainsi donnée par la relation :

$$f_n = f_0 + n \times f_r \tag{4.27}$$

Dans cette expression f_0 représente le décalage à l'origine du peigne dû à l'écart entre la vitesse de groupe moyenne des impulsions dans la cavité laser et la vitesse de phase de la porteuse ; n un nombre entier dont l'ordre de grandeur est de 10^6. Ce peigne de fréquence peut donc être vu comme une règle de mesure dans l'espace des fréquences, qui peut être utilisée pour mesurer avec précision la fréquence inconnue d'un laser f_x. Nous utilisons pour cela le battement entre le laser à mesurer et le peigne :

$$f_x = f_n + f_{\mathrm{batt}} \tag{4.28}$$

f_{batt} étant la fréquence de battement de f_x avec la fréquence f_n du mode n du peigne.

La détermination de f_0 se fait à partir de la technique d'auto-référence. Pour cela, le spectre du laser est élargi spectralement dans une fibre photonique, et la partie infra-rouge est doublée en fréquence dans un cristal non linéaire. Ensuite, en réalisant le battement de la n^{ème} dent du peigne doublée ($2f_n = 2[f_0 + n \times f_r]$) et de la dent correspondante dans le spectre élargi ($f_{2n} = f_0 + 2n \times f_r$), on peut déduire la fréquence f_0.

La détermination du numéro n de la dent est réalisé comme suit : le laser à mesurer (Ti-Sa ou Raman1) est asservi sur un pic de la cavité FP d'intervalle spectral libre 3 GHz. A l'aide du lambdamètre dont nous disposons, on peut déterminer la longueur d'onde, et donc la fréquence, à un peu mieux que 1 GHz. On peut donc déterminer sans ambiguïté le numéro du pic sur lequel est asservi le laser à mesurer.

Ainsi, par la stabilisation du laser sur le pic du FP, la fréquence du laser est déjà connue au MHz près car l'ISL est connu puisque la cavité est asservie sur le laser étalon à 778 nm.

Alors on peut à partir de la fréquence du battement entre le laser femtoseconde et le laser à mesurer donner une valeur approximative du numéro de la dent du peigne. La valeur ainsi obtenue est un nombre réel qui diffère très peu d'un entier (typiquement quelques 10^{-2}), ce qui permet de déterminer la valeur entière de n sans ambiguïté.

La valeur "vraie" de f_x est alors obtenue en mesurant pendant quelques minutes la fréquence du battement qui est implémentée dans l'équation (4.28).

4.3.3 Séquence temporelle

Nous avons montré que notre mesure du rapport $\frac{h}{m}$ est une mesure différentielle moyennée, c'est-à-dire que pour obtenir une valeur de ce rapport, nous réalisons les 4 interféromètres présentés sur la figure (4.11) : les

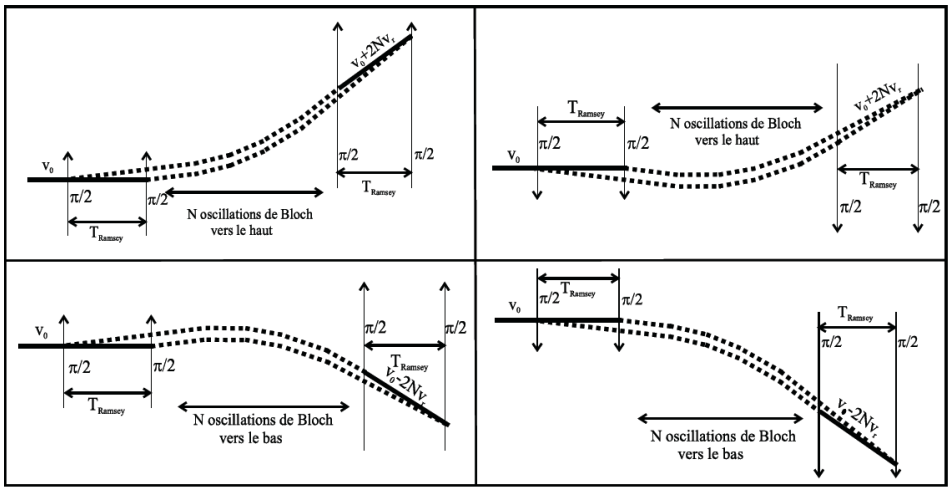


FIGURE 4.11 – *Schéma simplifié des quatre interféromètres utilisés pour la mesure de v_r : les deux interféromètres du haut (respectivement du bas) représentent l'accélération vers le haut (respectivement le bas) dans les deux sens Raman. (Figure extraite de [57])*

spectres du haut représentent l'accélération vers le haut dans les deux sens Raman, et les spectres du bas représentent l'accélération vers le bas pour les deux sens Raman également. Nous obtenons finalement une valeur de $\left(\frac{h}{m}\right)$:

$$\frac{\hbar}{m_{\mathrm{Rb}}} = \frac{1}{4} \sum_{4spectres} \frac{|\delta_{sel} - \delta_{mes}|}{2Nk_B(k_1 + k_2)} \tag{4.29}$$

où le décalage Doppler $\delta_{sel} - \delta_{mes}$ est homogène à une pulsation.

La séquence temporelle employée pour réaliser cette mesure est présentée sur la figure (4.12) : elle comporte la phase de production de l'échantillon d'atomes froids (200 ms environ), une phase de préparation micro-onde de l'état quantique $5^2S_{1/2}(F = 2, m_F = 0)$ formée par deux impulsions π séparées par un temps T=10 ms et qui durent chacune 1,3 ms.

Nous entamons ensuite la phase de l'ascenseur atomique formée par deux impulsions Bloch" séparées par un temps TL_1 de 10 ms.

Après un temps TL_2 qui est de 500 μs, on réalise la phase d'accélération préalable (aller) qui constite à réaliser 500 oscillations de Bloch pendant 5 ms avant d'entamer la phase interférométrie.

Nous sélectionnons une classe de vitesse subrecul grâce à deux impulsions Ramsey de durées 700 μs et séparées par un temps T_R=10 ms ce qui correspond à une largeur globale en fréquence de 1,4 kHz ($\backsim v_r/10$). Les atomes non sélectionnés sont éliminés par pression de radiation grâce à deux faisceaux "pousseurs" dirigés suivant la verticale et l'horizontale. Cette classe de vitesse sélectionnée est ensuite décélérée dans un second réseau optique

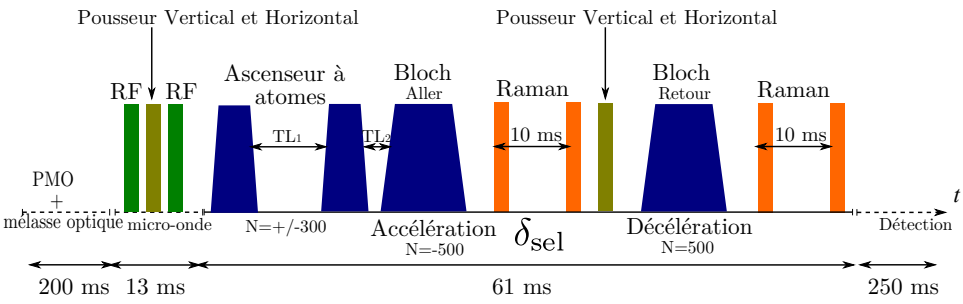


FIGURE 4.12 – *Séquence temporelle complète : un cycle de mesure comporte la préparation du nuage d'atomes froids, la sélection micro-onde, un ascenseur à atomes basé sur les oscillations de Bloch et qui permet d'exploiter tout l'espace vertical de la cellule.*

en effectuant N_R oscillations de Bloch dans le sens opposé ce qui permet de ralentir les atomes avant la mesure. Une seconde paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ permet alors de mesurer la variation de vitesse induite. A la fin du processus, nous mesurons par temps de vol les populations dans chacun des deux sous-niveaux $5^2S_{1/2}(F=1)$ et $5^2S_{1/2}(F=2)$.

Ce cycle est itéré M fois en faisant varier la fréquence de l'impulsion de mesure afin de construire la distribution de vitesse finale.

Quelques paramètres expérimentaux :

Laser Raman	**Bloch**
Puissance : 17 mW	Puissance : 300 mW
Intensité : 60 mW/cm^2($\backsimeq$ 23 $\mathrm{I_s}$)	Intensité : 1060 mW/cm^2($\backsimeq$ 407 $\mathrm{I_s}$)
Désaccord (dans le bleu) : 125 GHz	Désaccord (dans le bleu) : 32 GHz
	Profondeur du potentiel $\backsimeq$ 63 $\mathrm{E_r}$

Pour éviter des effets indésirables (de type corrélations entre mesures ou des effets systématiques dont on ignore la cause,etc.), nous enregistrons en même temps et de façon aléatoire les quatre spectres, c'est à dire en tirant au hasard un point sur un spectre qui correspond à une fréquence δ_{mes}, un sens Raman et un sens d'accélération.

Nous résumons dans le tableau suivant les valeurs des différents paramètres utilisés pour chacun des spectres : le signe de N est considéré positif quand l'accélération (respectivement la décélération) se fait dans le même sens que la gravité.

	1	2	3	4
N_{asc}	- 300	- 300	+ 300	+ 300
N_{asc}	+ 300	+ 300	- 300	- 300
N_A	+ 500	+ 500	- 500	- 500
N_R	- 500	- 500	+ 500	+ 500
sens Raman	+ 1	+ 1	- 1	- 1
$\delta_{sel} - \delta_{mes}$ [Hz]	15567818	- 15567819	- 14612070	14612070

4.3.4 Résultats des mesures

Nous allons tout d'abord commencer par expliquer comment nous déduisons une valeur du rapport $\frac{h}{m_{\mathrm{Rb}}}$ à partir des mesures des différentes fréquences.

Nous rappelons que la condition de résonance entre deux états hyperfins $|F=1\rangle$ et $|F=2\rangle$ s'écrit dans la configuration où les deux lasers Raman (ω_1, k_1) et (ω_2, k_2) sont contra-propageant comme :

$$\begin{aligned} \delta &= \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} \\ &= (k_1 + k_2)\left(v + \frac{\hbar}{2m}(k_1 + k_2)\right) \end{aligned} \tag{4.30}$$

A la sélection, la vitesse des atomes est :

$$v_{sel} = \frac{\delta_{sel}}{k_1 + k_2} - \frac{\hbar(k_1 + k_2)}{2m} \tag{4.31}$$

Cette vitesse est principalement donnée par l'accélération préalable. Elle est de l'ordre de 1000 fois v_r. Quand on fait la mesure, la vitesse des atomes dépend du nombre d'oscillations de Bloch qu'on effectue entre la sélection et la mesure (*ie.* N_R). Pour suivre ce changement de vitesse, les vecteurs d'onde Raman sont changés et deviennent k_1' et k_2'. La fréquence vérifie alors :

$$\frac{\delta_{mes}}{k_1' + k_2'} - \frac{\hbar(k_1' + k_2')}{2m} = v_{sel} - 2N_R\frac{\hbar k_B}{m} - gT \tag{4.32}$$

où T représente le délai entre la sélection et la mesure et k_B le vecteur d'onde Bloch.

En combinant (4.31) et (4.32), nous obtenons :

$$\frac{\delta_{mes}}{k_1' + k_2'} - \frac{\delta_{sel}}{k_1 + k_2} = \frac{\hbar}{2m}\left(k_1' + k_2' - k_1 - k_2\right) - 2N_R\frac{\hbar k_B}{m} - gT \tag{4.33}$$

Pour s'affranchir d'une mesure de g, nous rappelons que nous réalisons deux mesures en inversant le sens de l'accélération. En ajoutant un exposant

H (respectivement B) relatif à la trajectoire du haut (resp. celle du bas), nous pouvons alors déduire une expression pour notre mesure différentielle :

$$\frac{\delta_{mes}^{H}}{(k_1'+k_2')^{H}} - \frac{\delta_{sel}^{H}}{(k_1+k_2)^{H}} - \frac{\delta_{mes}^{B}}{(k_1'+k_2')^{B}} + \frac{\delta_{sel}^{B}}{(k_1+k_2)^{B}} \tag{4.34}$$

$$= \frac{\hbar}{2m}\left({k'}_1^{H} + {k'}_2^{H} - {k_1}^{H} - {k_2}^{H} - {k'}_1^{B} - {k'}_2^{B} + {k_1}^{B} + {k_2}^{B}\right) - 2\left(N_R^H - N_R^B\right)\frac{\hbar k_B}{m} \tag{4.35}$$

Cette expression peut être simplifiée de façon considérable si l'on tient compte des variations des vecteurs d'onde entre les différentes étapes. En effet, la fréquence Raman est changée entre le sélection et la mesure de 15 MHz environ ce qui correspond à un changement du vecteur d'onde Raman relatif de 15 MHz/385 THz $\backsimeq 4 \times 10^{-8}$.

Or, dans notre configuration décrite dans le tableau (4.3.3) où l'on effectue le même nombre d'oscillations pour les deux sens d'accélérations ($N_R = \pm 500$), ce terme devient négligeable comparé à $2\left(N_R^H - N_R^B\right) v_r$ qui est de l'ordre de 1000×15 kHz.

D'autre part, comme nous décélérons les atomes avant la mesure ($N_A = N_R$), les fréquences δ_{mes}^{H} et δ_{mes}^{B} sont alors proches de zéro.

En supposant que le vecteur à la mesure est le même pour les deux trajectoires (${k_1'}^{H} \backsimeq {k_1'}^{B} \backsimeq k_1'$ et ${k_2'}^{H} \backsimeq {k_2'}^{B} \backsimeq k_2'$), et en tenant compte de la différence négligeable des vecteurs d'ondes Raman entre la sélection et la mesure, nous pouvons alors faire l'hypothèse qu'ils sont tous égaux pour obtenir une formule simplifiée :

$$\frac{\hbar}{m_{\mathrm{Rb}}} = \frac{\delta_{mes}^{H} - \delta_{sel}^{H} - \delta_{mes}^{B} + \delta_{sel}^{B}}{2k_B\left(k_1+k_2\right)\left(N_R^H - N_R^B\right)} \tag{4.36}$$

Une valeur finale est donc déduite en prenant la moyenne entre les deux sens Raman I et II :

$$\frac{\hbar}{m_{\mathrm{Rb}}} = \frac{1}{2}\left(\frac{\hbar}{m_{\mathrm{Rb}}}(\mathrm{I}) + \frac{\hbar}{m_{\mathrm{Rb}}}(\mathrm{II})\right) \tag{4.37}$$

4.3.4.1 Résultats des mesures :

Nous présentons sur la figure (4.13) quatre spectres obtenus dans chaque configuration décrite plus haut. Nous effectuons 500 oscillations de Bloch dans les deux sens (aller et retour) avec une efficacité totale d'environ 50% (ce qui correspond à une efficacité de 99,9% par oscillation). Nous enregistrons 100 points par spectre ce qui revient à un temps d'acquisition de 5 minutes environ. En ordonnée est présentée la proportion d'atomes dans ($F = 2$) transférée par la deuxième impulsion Ramsey et en abscisse la différence de fréquence entre la sélection et la mesure. La détermination du centre de chacun des spectres est résolue à 0,14 Hz près en moyenne,

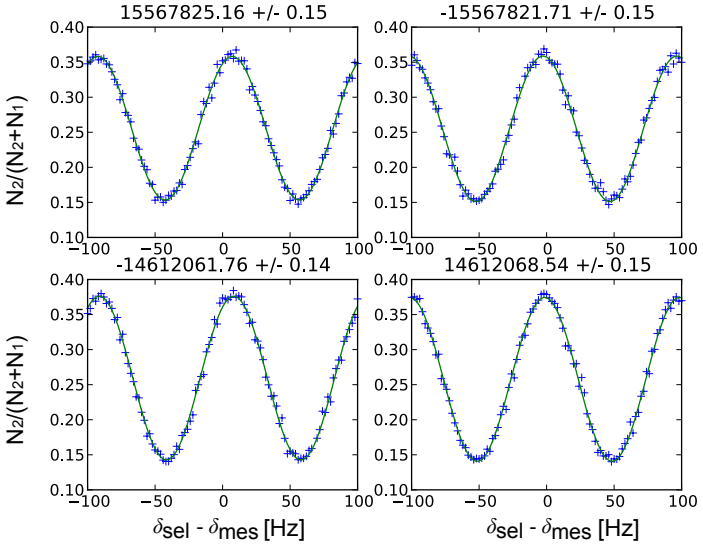


FIGURE 4.13 – *Les franges d'interférences obtenues pour les quatre schémas interférométriques présentés sur la figure (4.11).*

c'est-à-dire à $10^{-3}v_r$. Ceci se traduit par une incertitude relative sur la détermination de $(\mathrm{h}/m_{\mathrm{Rb}})$ de 5×10^{-9} et donc une valeur de α à $2,5 \times 10^{-9}$ près.

Pour faire une étude statistique, nous avons enregistré pendant 15 jours (jour et nuit), et de manière discontinue, plus de 1370 spectres analogues à ceux présentés sur la figure (4.13) dans différentes configurations du nombre d'atomes initial, alignement des faisceaux, etc. Ceci nous permettra d'estimer les différents effets systématiques et corrections dont on doit tenir compte. Notons que notre système laser est suffisamment robuste pour assurer le maintien des asservissement sur des durées variant d'au moins une journée pour les lasers Raman jusqu'à 3 jours pour les lasers de refroidissement. Le pilotage de l'expérience et l'analyse des données sont effectués par des programmes informatiques développés en langage Python.

Nous présentons sur la figure (4.14) le résultat d'une série de 170 mesures obtenue pendant une nuit. Ces 170 points présentent un χ^2/n de 1,05. Avec ces mesures, l'incertitude statistique relative sur la détermination du rapport (h/m_{Rb}) est de $4,4 \times 10^{-10}$. Nous obtenons finalement une valeur de ce rapport égale à :

$$\left(\frac{h}{m(^{87}\mathrm{Rb})}\right)_{mesuré} = 4,591\,359\,2767(14)\,\mathrm{m^2s^{-1}} \tag{4.38}$$

En utilisant les valeurs de R_∞, m_e et m_{Rb} présentées sur la page 122 de

ce manuscrit, nous déduisons une valeur de l'inverse de α :

$$\left(\alpha^{-1}\right)_{mesuré} = 137,035\,999\,399\,(27)\,[2 \times 10^{-10}] \tag{4.39}$$

où le terme entre crochets désigne l'incertitude statistique.

Notons que ces valeurs ne tiennent pas compte des différents effets systématiques et des corrections qui en découlent. L'estimation de ces corrections fera l'objet du chapitre suivant.

4.3.4.2 Test de l'auto-corrélation :

Considérons une série de n mesures $\{x_i\} = \{x_1, x_2, ..., x_n,\}$ enregistrées avec un intervalle τ constant entre deux mesures successives. Ces mesures peuvent être corrélées entre elles de façons déterministe (à causes de phénomènes de dérives ou d'effets périodiques parasites, etc.), mais aussi de façon stochastique non-déterministe.

L'outil qui nous permet de tester une éventuelle existence de ce dernier effet est décrit par la fonction d'auto-corrélation $\rho(k)$ donnée par [74] :

$$\rho(k) = \frac{\displaystyle\sum_{j=1}^{n-k} (x_{j+k} - \overline{x})\,(x_j - \overline{x})}{\displaystyle\sum_{j=1}^{n} (x_j - \overline{x})^2}\ ;\ k = 0, 1, 2, ..., n-1 \tag{4.40}$$

où $\overline{x}$ représente la valeur moyenne de x.

Cette fonction prend des valeurs comprises dans l'intervalle [-1, 1] : la valeur 1 traduit une parfaite corrélation entre les différentes variables alors que la valeur -1 indique une parfaite anti-corrélation. Dans le cas où $\rho(k)$ est nulle, cela signifie qu'il n'y a pas de corrélations.

Nous avons réalisé ce test pour notre mesure de $(\frac{h}{m})$. Nous présentons sur la figure (4.15) la fonction d'auto-corrélation calculée pour 40 points de la série de mesures de la figure (4.14). On voit bien que $\rho(k)$ s'annule très rapidement à partir des deux premiers points, signature de non-corrélation entre les différentes mesures.

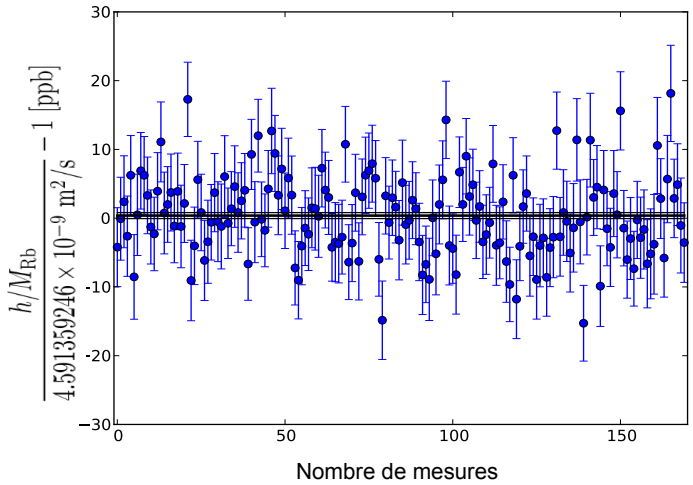


FIGURE 4.14 – *170 points de mesures obtenus pendant 15 heures. Le nombre d'oscillations de Bloch est de 500 dans les deux sens d'accélération.*

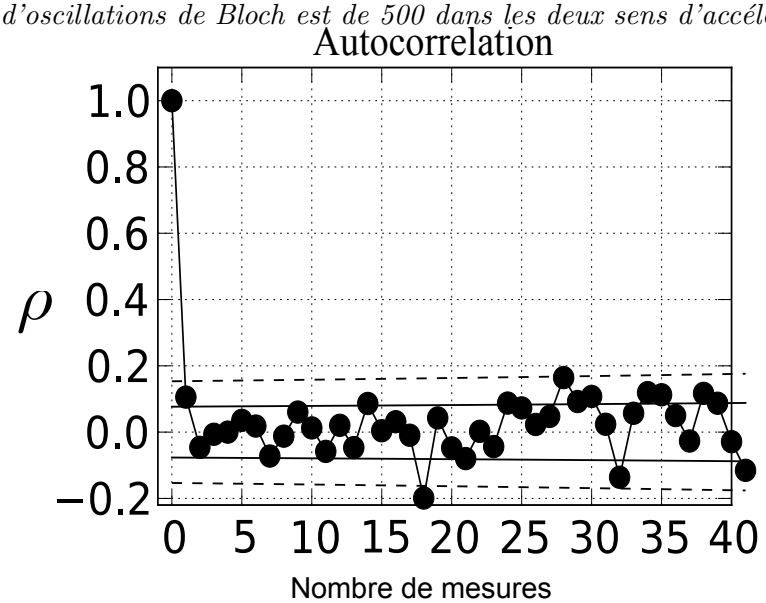


FIGURE 4.15 – *Fonction d'auto-corrélation des points de la figure ci-dessus*

5

Étude des effets systématiques

5.1 Introduction

En général, la mesure d'une grandeur physique nécessite une étude rigoureuse des effets systématiques qui entachent le dispositif expérimental. Cette étude est indispensable pour évaluer la correction qu'il faut apporter à la valeur mesurée et l'incertitude associée.

Ce chapitre décrit donc les principaux effets systématiques associés à notre mesure du rapport $\frac{h}{m}$, qui ont été décrit en détails dans [75], les incertitudes qui en résultent et les corrections $\Delta\left(\frac{h}{m}\right)$ qu'elles vont apporter à notre détermination finale de ce rapport, qu'on écrira sous la forme :

$$\left(\frac{h}{m}\right)_{final} = \left(\frac{h}{m}\right)_{mesuré} + \sum_{\substack{\text{tous les effets}\\ \text{systématiques}}} \Delta\left(\frac{h}{m}\right) \tag{5.1}$$

Dans notre cas, l'incertitude sur la contribution totale de ces effets à la valeur finale de α est de $0,59 \times 10^{-9}$ en valeur relative (sans tenir compte de l'incertitude statistique et de celle liée à la constante de Rydberg et aux rapports de masses).

On rappelle que cette valeur de la constante de structure fine est déduite d'une mesure du rapport $\frac{h}{m}$ qui est une mesure de vitesse par effet Doppler obtenue à partir de quatre spectres. C'est une mesure différentielle entre les deux trajectoires du haut et du bas (pour s'affranchir de g), moyennée sur deux sens de recul opposés (pour éliminer les déplacements lumineux).

On obtient alors que :

$$\frac{\hbar}{m_{Rb}} = \frac{\left(\delta^H_{mes} - \delta^H_{sel} - \delta^B_{mes} + \delta^B_{sel}\right)^{\mathrm{I}} + \left(\delta^H_{mes} - \delta^H_{sel} - \delta^B_{mes} + \delta^B_{sel}\right)^{\mathrm{II}}}{4k_B\left(k_1 + k_2\right)\left(N^H - N^B\right)} \tag{5.2}$$

où k_1, k_2 et k_B sont respectivement les vecteurs d'onde Raman et Bloch, et N^H et N^B sont les nombres d'oscillations de Bloch qu'on effectue entre la sélection et la mesure pour les deux trajectoires du haut et du bas.

5.2 Courbure de front d'onde et phase de Gouy

Nous allons commencer cette étude par l'effet dominant dans notre expérience qui est l'effet lié au profil gaussien des faisceaux laser utilisés.

Lorsqu'on considère le transfert d'impulsion suite à l'absorption (ou l'émission) d'un photon de l'onde k par un atome de masse m, alors le recul de ce dernier est donné par la conservation de l'impulsion $v_r = \frac{\hbar k}{m}$. En revanche, ceci n'est valable que si on est en présence d'une onde plane ($k = \frac{\omega}{c}$). Ce qui n'est pas notre cas vu que nous utilisons des faisceaux lasers gaussiens de taille finie.

Ce type de faisceaux est décrit comme une superposition d'ondes planes dont la relation de dispersion dans le vide s'écrit en fonction de la composante axiale parallèle à la direction de propagation (k_z) et des composantes transverses (k_x, k_y) comme :

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

Cette écriture traduit une réduction du vecteur d'onde transmis aux atomes k_z qui est due à l'apparition des composantes transverses liée à la taille finie du faisceau.

Un autre effet dont il faut tenir compte aussi et lié à la taille finie des faisceaux est la courbure du front d'onde. Ce qui veut dire que tous les vecteurs d'onde ne se propagent pas suivant la même direction de propagation de la lumière. On montre que dans le cas d'un faisceau gaussien, la phase de l'onde s'écrit en fonction du vecteur d'onde k comme [76] :

$$\phi = kz - \Phi_G + k\frac{r^2}{2R(z)} \tag{5.3}$$

où r représente la distance par rapport à l'axe, R le rayon de courbure et Φ_G la phase de Gouy donnés par :

$$R(z) = z\left(1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right) \tag{5.4}$$

$$\Phi_G = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) \tag{5.5}$$

Cette phase de Gouy est expliquée comme une anomalie de la phase du faisceau après passage par le point de focalisation (souvent appelé "waist") où l'intensité est maximale. Dans l'équation (5.5), z_R représente la longueur de Rayleigh du faisceau gaussien $\left(z_R = \pi w_0^2/\lambda\right)$ et w_0 sa taille au point de focalisation.

Le vecteur d'onde effectif transmis aux atomes s'écrit alors en fonction de la taille du faisceau w et de la position r par rapport à l'axe comme :

$$k_z^{eff} = \frac{d\phi}{dz} \tag{5.6}$$

$$= k - \frac{2}{k}\left(\frac{1}{w^2} - \frac{r^2}{w^4} + \frac{k^2 r^2}{4R^2}\right) \tag{5.7}$$

Dans cette expression, la contribution de la phase de Gouy apparaît dans le terme en $1/kw^2(z)$ alors que celle de la courbure du front d'onde est contenue dans le second terme en $1/R^2$.

Comme le montre l'équation (5.2), notre mesure de (h/m) est liée directement à la connaissance des vecteurs d'onde Raman et Bloch. Il est donc très important de bien connaître les corrections données par l'équation (5.7).

Pour cela, nous avons réalisé plusieurs mesures avec différentes méthodes pour obtenir le rayon w et le rayon de courbure R. En outre, nous avons remarqué que la section de nos faisceaux lasers n'étaient pas parfaitement circulaire. Ceci nous a poussés à tenir compte de cette ellipticité et à effectuer les mesures suivant deux directions qu'on notera x et y.

Première méthode : analyseur de front d'onde

Nous avons utilisé un analyseur de front d'onde du type Shack-Hartmann (de *Imagine Optics*) dont le fonctionnement a été décrit en détail dans [57].

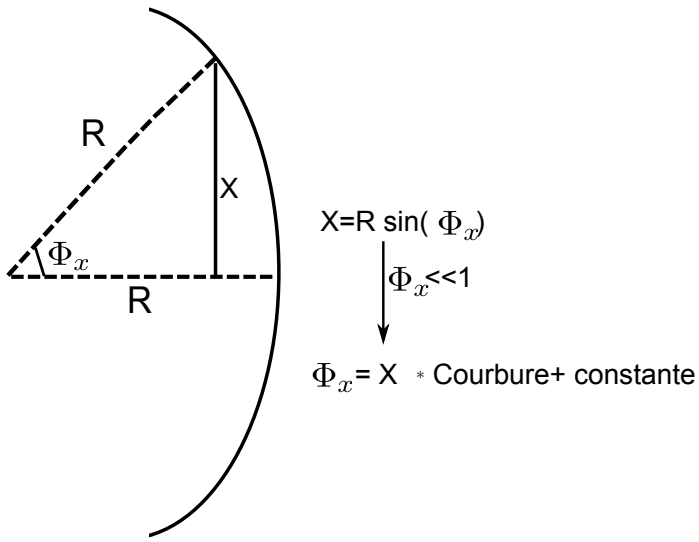
Ce dispositif mesure les déformations du front d'onde en décomposant le faisceau dans un plan (x,y) sur une matrice de micro-lentilles (128×128) de taille 15×15 mm^2. Une matrice de caméras CCD placée parallèlement après les lentilles permet de mesurer les déviations locales du point focal du front d'onde par rapport à une position de référence (qui correspond à un front plan non déformé).

En pratique, nous avons relevé les valeurs de la courbure des faisceaux que nous fournit le HASO. Mais comme nous n'avons pas accès à l'algorithme qui lui permet de déduire ces deux paramètres, nous avons alors traité les données brutes qu'il nous fournit (qui sont l'intensité lumineuse et les angles correspondant aux pentes locales) dans un programme développé par Pierre Cladé.

Le rayon w du faisceau est déduit à partir d'un ajustement de l'intensité lumineuse par une gaussienne (en utilisant la méthode des moindres carrés). Lors de cet ajustement, nous ne tenons compte que d'un ensemble de sous-pupilles qui sont comprises dans un rayon r autour du centre du faisceau ce qui correspond à la taille du nuage atomique ($r \approx 3,5$ mm).

Le rayon de courbure quant à lui est déduit à partir des mesures des angles ϕ_x et ϕ_y comme le montre le schéma ci-dessous.

Nous présentons sur les deux tableaux 5.1 et 5.2 les mesures de la taille et du rayon de courbure du front d'onde pour les deux faisceaux (montant



et descendant) déduites à partir du HASO directement et du traitement personnalisé. Notons que ces mesures ont été réalisées en plaçant le HASO à une distance de la fibre qui correspond approximativement à la position des atomes.

En utilisant l'équation (5.7), nous pouvons déduire la correction relative Δk à notre vecteur d'onde :

$$\Delta k = \frac{k^{eff} - k}{k} \tag{5.8}$$

En tenant compte des corrections des deux faisceaux Raman et Bloch descendants et du second faisceau Bloch remontant, nous obtenons des corrections relatives de $24,94 \times 10^{-10}$ pour les mesures fournies par le HASO. Notons que pour calculer cette correction nous avons pris les valeurs de w du second tableau. Pour la méthode basée sur la traitement personnalisé nous avons obtenu une correction de $26,48 \times 10^{-10}$.

Remarquons que les deux méthodes de traitement ne donnent que très approximativement les mêmes rayons de courbures. De plus la détermination de w est peu précise car le zéro de l'intensité mesurée par le HASO est mal défini.

Deuxième méthode : la méthode du rasoir

Dans le but d'améliorer notre mesure de w, nous avons décidé d'exploiter une autre piste. L'idée consiste à occulter une partie du faisceau laser avec une lame de rasoir placée sur une platine de micro-translation. En mesurant la puissance transmise en fonction de la position de la lame, on peut alors déduire le rayon w. Un exemple de mesure est présenté sur la figure (5.1).

Haso	w_x[mm]	w_y[mm]	R_x[m]	R_y[m]	correction sur α^{-1}
faisceau montant	-	-	-131,84	24,87	$-26,41 \times 10^{-10}$
faisceau descendant	-	-	61,08	55,86	$-24,45 \times 10^{-10}$

TABLE 5.1 –

Traitement personnalisé	w_x[mm]	w_y[mm]	R_x[m]	R_y[m]	correction sur α^{-1}
faisceau montant	3,81	3,81	-288,93	23,6	$-27,05 \times 10^{-10}$
faisceau descendant	3,46	3,46	45,4	45,13	$-26,29 \times 10^{-10}$

TABLE 5.2 –

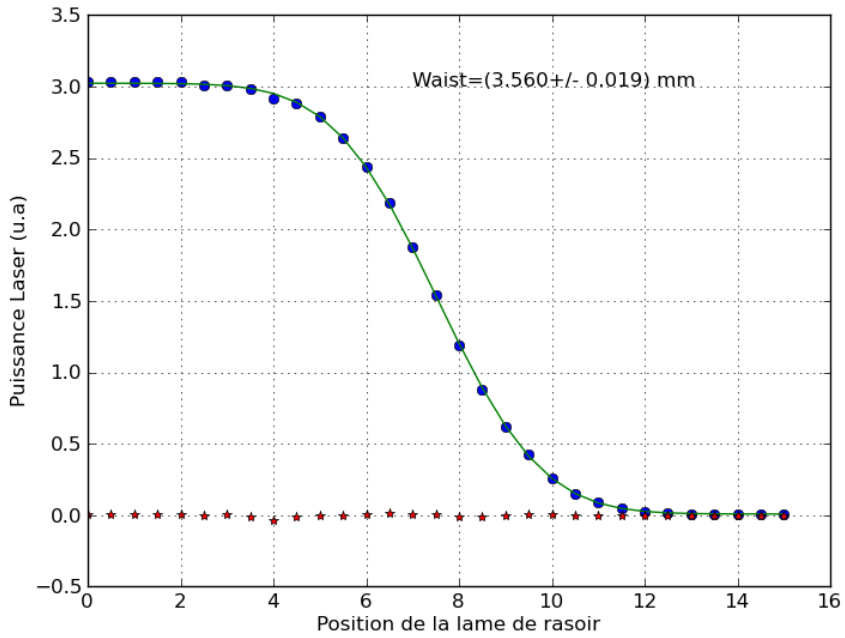


FIGURE 5.1 – *Exemple de mesure du rayon w du faisceau par la méthode du "rasoir" : intensité transmise en fonction de la position de la platine de translation (en mm). En rouge est représenté le résidu du fit de l'intensité transmise par une gaussienne.*

Rasoir	w_x[mm]	w_y[mm]	R_x[m]	R_y[m]	correction sur α^{-1}
faisceau montant	3,765	3,59	75,3	-17,95	$-35,21 \times 10^{-10}$
faisceau descendant	3,64	3,635	109,2	43,62	$-22,84 \times 10^{-10}$

TABLE 5.3 –

Cette mesure en fonction de la position nous permet également de déduire une valeur du rayon de courbure R à partir de la relation :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{w}\frac{dw}{dz} \tag{5.9}$$

Pour avoir une bonne estimation sur w, nous avons réalisé des mesures à différentes positions le long de la trajectoire des faisceaux. Les valeurs que nous présentons dans le tableau 5.3 représentent une moyenne entre deux mesures réalisées avant et après passage par la cellule. Ceci nous a permis aussi de vérifier que les hublots ne modifient pas les rayons des faisceaux.

Avec cette méthode, la correction relative est alors de $-25,93 \times 10^{-10}$.

Conclusion

Il est clair que mesurer la taille et la courbure des faisceaux avec grande précision n'est pas facile à réaliser.

Finalement, nous avons décidé d'utiliser les mesures de w obtenues par la méthode du rasoir et de faire la moyenne des corrections en utilisant les trois méthodes de détermination du rayon de courbure.

Nous arrivons à une valeur finale de la correction sur l'inverse de la constante de structure fine de :

$$\Delta(\alpha^{-1}) = (-25,1 \pm 3) \times 10^{-10} \tag{5.10}$$

Cet effet systématique est désormais l'effet dominant dans notre expérience. D'après l'équation (5.7), il est inversement proportionnel à l'inverse du carré du rayon des faisceaux utilisés. Donc pour le réduire, il est clair que nous devons augmenter la taille des faisceaux. En revanche, le nombre d'oscillations de Bloch dépend de l'intensité lumineuse que perçoivent les atomes. Donc pour éviter de diminuer ce nombre d'oscillations de Bloch et donc de dégrader l'incertitude statistique, nous devons maintenir la même intensité laser tout en augmentant la taille des lasers. La solution envisagée est en cours de mise en place sur l'expérience grâce à de nouveaux lasers plus puissants.

5.3 Alignement des faisceaux

L'effet de l'alignement apparaît dans le produit scalaire entre les vecteurs Raman et Bloch comme le montre la figure (5.2) :

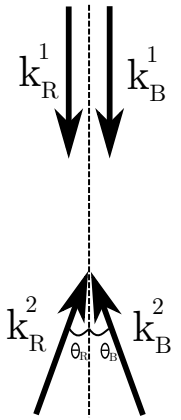


FIGURE 5.2 –

$$\frac{(h/m)_{ideal}}{h/m} = \frac{\left(\overrightarrow{k_R^1} - \overrightarrow{k_R^2}\right) \cdot \left(\overrightarrow{k_B^1} - \overrightarrow{k_B^2}\right)}{4k_R k_B} \tag{5.11}$$

$$= \frac{1 + \cos(\theta_R) + \cos(\theta_B) + \cos(\theta_R - \theta_B)}{4} \tag{5.12}$$

$$\simeq 1 - \frac{\theta_R^2 + \theta_B^2 - \theta_R\theta_B}{4} \tag{5.13}$$

Pour estimer cet effet, nous utilisons la méthode de ré-injection des faisceaux d'une fibre à l'autre. Nous utilisons un miroir piézo-électrique situé en bas de la cellule comme le montre le schéma (2.17) page (54) qui nous permet d'aligner les faisceaux Raman avec grande précision. Le faisceau Bloch qui remonte est injecté dans la fibre Raman grâce à deux miroirs situés en bas de la cellule.

Dans le pire des cas, les deux angles θ_R et θ_B sont de signes opposés. Si on suppose que $\theta_R = -\theta_B = \theta$, la correction relative à h/m est alors égale à la moitié de l'effet au maximum :

$$\left(\frac{m}{h}\right) \Delta \left(\frac{h}{m}\right) = -\frac{1}{2}\frac{3\theta^2}{4} \tag{5.14}$$

Nous présentons sur la figure (5.3) une mesure de la transmission de la ré-injection des deux fibres en fonction de l'angle θ. En supposant que nous sommes à 80% du maximum de transmission, ceci correspond à un angle $\theta = -\ 40\mu$ rad.

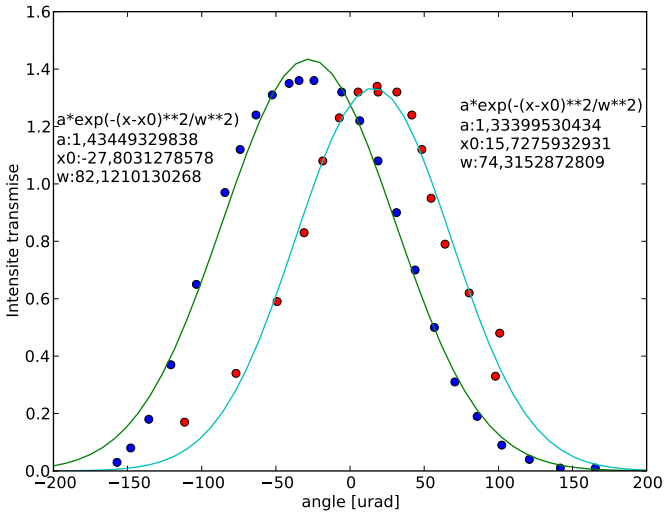


FIGURE 5.3 – *Mesure de la rétro-injection de la fibre Raman/Bloch (points rouges) et Raman (points bleus) en fonction de θ.*

Nous avons également réalisé 4 mesures du rapport h/m correspondant à différentes inclinaisons du miroir de rétro-réflexion. La parabole caractéristique est présentée sur la figure (5.4). Chaque point est obtenu à partir d'une série de mesures qui comporte 25 points.

Pour $\theta = -40\mu$ rad, et d'après (5.14), nous obtenons une correction relative à h/m de :

$$\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = -0,6 \times 10^{-9}\left(\frac{h}{m}\right) \tag{5.15}$$

et sur l'inverse de α :

$$\frac{\Delta(\alpha^{-1})}{\alpha^{-1}} = -0,3 \times 10^{-9} \tag{5.16}$$

L'incertitude relative associée à cet effet est $\sigma_{\alpha^{-1}} = 0,3 \times 10^{-9}$.

5.4 Effet Zeeman quadratique

Dans cette partie, on va s'intéresser à l'effet du gradient de champ magnétique utilisé pour lever la dégénérescence des niveaux d'énergie. Ce gradient entraîne un déplacement quadratique en B des niveaux d'énergie donné par :

$$\Delta_{Zeem} = \pm\frac{1}{2}KB^2 \tag{5.17}$$

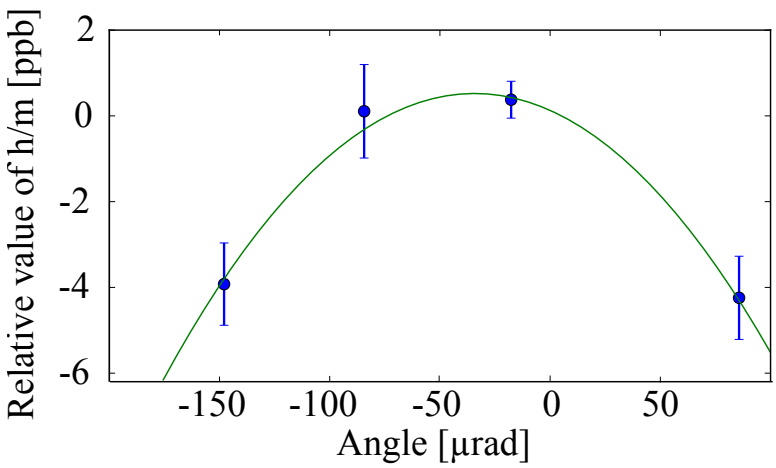


FIGURE 5.4 – *La variation relative du rapport h/m mesuré en fonction de l'angle θ entre les deux faisceaux laser Raman. Les points expérimentaux sont ajustés par une parabole en utilisant la méthode des moindres carrés.*

où K représente le décalage de la transition horloge dans le ^{87}Rb et qui vaut $K = 575,15$ Hz/G^2. Ce déplacement devrait s'éliminer lors de l'inversion des faisceaux Raman. En revanche ceci n'est possible qu'à condition que les trajectoires soient exactement identiques pour que la sélection et la mesure se fassent exactement au même endroit dans les deux cas.

Nous rappelons que l'inversion des faisceaux Raman implique un changement du sens du recul transmis aux atomes et donc un écart en vitesse entre les deux trajectoires (représentées sur la figure (5.6) par deux traits continu et pointillé) de $4v_r$. Ce qui veut dire que pour un temps entre les deux paires Ramsey de 19 ms, elles seront écartées lors de la mesure de Δz=450 μm environ.

Pour évaluer l'effet de cette séparation spatiale entre les trajectoires, nous avons réalisé une cartographie du champ magnétique présent dans la cellule. Cette "carte", présentée sur la figure (5.5), est obtenue en mesurant à l'aide d'une transition micro-onde le décalage de la fréquence horloge ($5^2S_{1/2}(F=1) \rightarrow 5^2S_{2/2}(F'=2)$) pour différentes positions du nuage atomique. Cette méthode permet de mesurer avec une grande précision le champ B en fonction de la position exacte des atomes. Une telle mesure n'est pas possible avec un Gauss-mètre commercial.

Rappelons que nous connaissons la position des atomes dans la cellule, qui se calcule à partir de leur vitesse à différents instants de le séquence temporelle (cf. figure (4.7) page 84).

Pour la trajectoire du haut (représentée en rouge sur la figure 5.6), les atomes sont situés lors de la mesure au point B à une distance d'environ 50 mm du centre de la cellule. A cette position correspond un gradient de

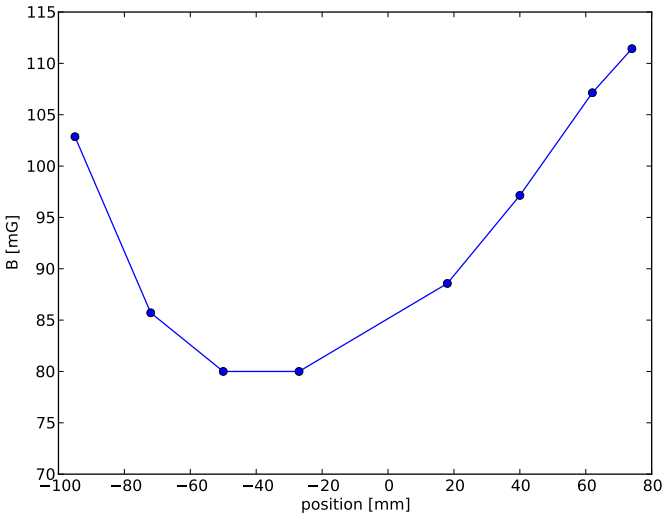


FIGURE 5.5 – *Champ magnétique à l'intérieur de la cellule ultra-vide en fonction de la position des atomes. Ces mesures ont été réalisées à l'aide des transitions micro-ondes.*

champ magnétique de $0,41$ mG/mm ce qui implique donc un déplacement Zeeman quadratique de la fréquence entre les deux sens Raman :

$$\Delta\nu = \pm\left[(\delta_{mes})^{sens\mathrm{I}} - (\delta_{mes})^{sens\mathrm{II}}\right] \tag{5.18}$$

$$= \pm 2KB\frac{dB}{dz}\Delta z \tag{5.19}$$

qui vaut $21,7$ mHz pour la trajectoire du haut.

Si on refait le même calcul pour la trajectoire du bas (représentée en bleu sur la même figure 5.6) où le gradient de champ magnétique au point D est de $-0,6$ mG/mm, nous obtenons un déplacement de $-28,2$ mHz.

Correction à h/m En utilisant l'équation (5.2) nous pouvons déduire la correction relative à notre mesure de h/m qui sera donnée par :

$$\Delta\left(\frac{\hbar}{m}\right) = \frac{\delta\nu^{Haut}(B) - \delta\nu^{Bas}(D)}{8k_R k_B\left(N^H - N^B\right)} \tag{5.20}$$

$$= -8,3\times 10^{-10}\left(\frac{\hbar}{m}\right) \tag{5.21}$$

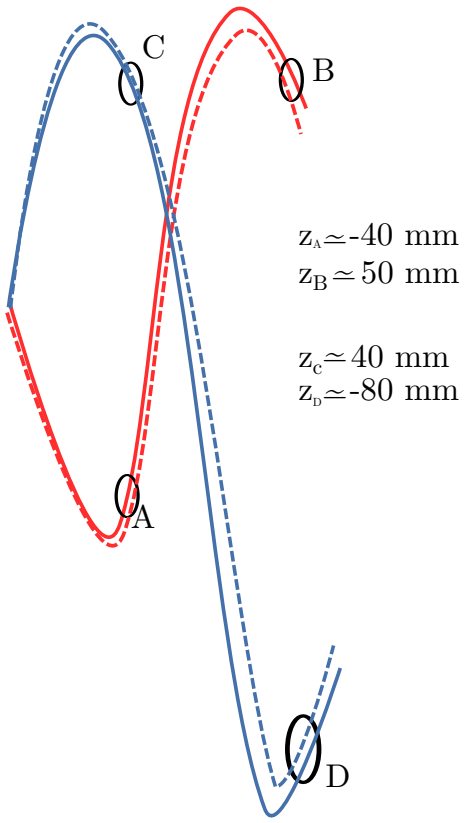


FIGURE 5.6 – *Position schématique des atomes lors de la sélection (A, C) et la mesure (B, D) pour les deux trajectoires. On appellera trajectoire du haut (représentée en rouge) celle où l'ascenseur atomique dirige le nuage d'atomes vers le bas de la cellule.*

5.5 Force quadratique magnétique

En plus des déplacements de niveaux, le champ magnétique entraîne un second effet qui est d'induire une force sur les atomes. Cette force est proportionnelle au gradient d'énergie et donc elle implique un changement de leur vitesse qui vient s'ajouter à la variation de vitesse due à l'accélération.

L'effet de cette force s'exprime en fonction de la variation de fréquence (ou d'énergie) Δ_{Zee} d'un niveau F comme :

$$\Delta v = -\hbar \frac{\Delta_{Zee}(F)}{mv} \tag{5.22}$$

où

$$\Delta_{Zee}(F=1) = -\frac{1}{2} K B^2$$

représente le décalage Zeeman du second ordre de l'état F.

Rappelons qu'entre la sélection et la mesure les atomes se trouvent dans l'état $F = 1$. La correction à (h/m) est donc proportionnelle au déplacement différentiel entre les deux trajectoires du haut et du bas donné par :

$$\frac{\hbar}{2}\left(\frac{\Delta^H_{Zee}(F=1)}{mv^H_{sel}} - \frac{\Delta^B_{Zee}(F=1)}{mv^B_{sel}}\right) \tag{5.23}$$

où $\Delta^H_{Zee}(F = 1)$ (respectivement $\Delta^B_{Zee}(F = 1)$) représente le déplacement Zeeman quadratique de l'état $F = 1$ entre la sélection et la mesure pour la trajectoire du haut (respectivement du bas).

En remplaçant les vitesses à la sélection par la résultante de la phase d'accélération préalable ($2N^H v_r$ et $2N^B v_r$ respectivement pour les deux trajectoires du haut et du bas), nous obtenons alors d'après 5.2 :

$$\left(\frac{m}{h}\right)\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = \frac{\hbar}{v_r\left(N^H - N^B\right)} \times \frac{\hbar}{4mv_r}\left(\frac{\Delta^H_{Zee}(F=1)}{N^H} - \frac{\Delta^B_{Zee}(F=1)}{N^B}\right) \tag{5.24}$$

$$= \frac{1}{8\left(N^H - N^B\right)E_r}\left(\frac{\Delta^H_{Zee}(F=1)}{N^H} - \frac{\Delta^B_{Zee}(F=1)}{N^B}\right) \tag{5.25}$$

Dans le cas où le nombre d'oscillations effectuées entre la sélection et la mesure pour les deux trajectoires est $N^B = -N^H = 500$, on obtient :

$$\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = 6,3 \times 10^{-11}\left(\frac{h}{m}\right) \tag{5.26}$$

Au final, la correction totale à la valeur de (h/m) due au champ magnétique est de $-7,7 \times 10^{-10}$.

Cette estimation de la correction due à l'effet Zeeman quadratique est très dépendante de la mesure des gradients de champ magnétique. Pour tenir compte de ces incertitudes, nous avons adopté au final la correction sur l'inverse de α :

$$\Delta(\alpha^{-1}) = (4 \pm 3) \times 10^{-10}$$

5.6 Gradient de la gravité

On va s'intéresser dans cette partie à l'effet de la gravité. En toute rigueur, notre technique de mesure différentielle entre les deux trajectoires du haut et du bas ne nous permet d'annuler g qu'au premier ordre. Les ordres supérieurs ne seront pas éliminés à cause du gradient de g le long de la trajectoire des atomes suivant la direction z et dont il faut tenir compte.

En effet, la variation de vitesse induite par la gravité est donné par :

$$\int g\left(z(t)\right)\mathrm{d}t = gT + \partial_z g_z \left\langle z\right\rangle T \tag{5.27}$$

où T représente le temps qui sépare les deux paires d'impulsions Ramsey, $\partial_z g_z$ le gradient de g suivant z et $\langle z\rangle$ la valeur moyenne de la position du paquet atomique entre la sélection et la mesure.

La correction à $\left(\frac{h}{m}\right)$ s'écrit :

$$\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = \frac{\partial_z g_z\, T\left(\langle z\rangle^H - \langle z\rangle^B\right)}{2v_r\left(N^H - N^B\right)}\frac{h}{m} \tag{5.28}$$

Dans cette expression, le gradient de g suivant z est donné par :

$$\partial_z g_z = \partial z\left(\frac{GM_T}{(R_T+z)^2}\right) = -\frac{2g}{R_T} \backsimeq -3,1\times 10^{-7}\mathrm{g.m}^{-1} \tag{5.29}$$

où M_T et R_T désignent respectivement la masse et le rayon moyen de la Terre et G la constante gravitationnelle.

Compte tenu de la décélération des atomes le long des trajectoires AB et CD, $\langle z\rangle^H$ et $\langle z\rangle^B$ correspondent approximativement aux tiers supérieurs et inférieurs de ces deux trajectoires. Avec nos paramètres expérimentaux (T= 19 ms et $\langle z\rangle^H - \langle z\rangle^B \approx$78 mm), nous obtenons une correction relative à (h/m) :

$$\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = 4\times 10^{-10}\left(\frac{h}{m}\right) \tag{5.30}$$

Nous avons évalué l'incertitude associée à 10%. Finalement la correction sur l'inverse de α est :

$$(-2\pm 0,2)\times 10^{-10}$$

5.7 Les déplacements lumineux

Dans cette partie on s'intéresse aux différents déplacements lumineux des niveaux d'énergie qu'induisent les lasers Raman et Bloch.

5.7.1 Déplacement lumineux à un photon

En présence d'un laser d'intensité I, le déplacement lumineux d'un état f couplé à un autre état e par la fréquence de Rabi Ω est donné par :

$$\delta_{d.l}^{1.ph} = \frac{I}{I_s}\frac{\Gamma^2}{8\Delta} \tag{5.31}$$

où I_s est l'intensité de saturation de la transition, Δ le désaccord du laser par rapport à la transition à un photon et Γ la largeur naturelle du niveau excité.

Si on s'intéresse à l'effet d'un seul laser Raman, ce dernier va induire un déplacement à un photon à la fois de l'état $F = 1$ et $F = 2$. En pratique, ce qui compte lors d'une transition Raman c'est le déplacement différentiel entre ces deux états qu'on peut écrire dans le cas où le désaccord Δ est très grand par rapport à la fréquence de structure hyperfine ω_{SHF} :

$$\delta_{d.l}^{Raman} = \frac{I}{I_s}\frac{\Gamma^2}{8\Delta}\frac{\omega_{SHF}}{\Delta} \tag{5.32}$$

$$= 2\,\Omega\frac{\omega_{SHF}}{\Delta} \tag{5.33}$$

où Ω est la fréquence de Rabi de la transition Raman.

Dans le cas d'une impulsion Ramsey, il faut tenir compte des deux impulsions Raman et de l'effet de la propagation des atomes dans le noir pendant le temps T_R qui les sépare. Dans le cas de la frange centrale ($\delta \ll \Omega$), on a [57] :

$$\delta_{d.l}^{Ramsey} = \frac{2}{T_R}\frac{\delta_{d.l}^{Raman}}{\Omega} = \frac{4}{T_R}\frac{\omega_{SHF}}{\Delta} \tag{5.34}$$

On voit bien que l'augmentation de T_R permet de réduire le déplacement lumineux.

Pour déterminer ce décalage, nous devons tenir compte des trois faisceaux Raman auxquels sont soumis les atomes (deux co-propageants et un rétro-réfléchi). Sachant que les lasers sont décalés de 125 GHz dans le bleu de la transition $5S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5P_{3/2}$, et en supposant que les trois faisceaux ont la même intensité, nous obtenons un déplacement total à un photon de $10,5$ Hz.

5.7.1.1 Compensation des déplacements lumineux

En théorie, si les déplacements lumineux étaient identiques, ils devraient se compenser entre la sélection et la mesure. Or ceci n'est pas le cas à cause du profil gaussien de l'intensité laser et de l'étalement transverse du nuage atomique qui font que l'intensité vue par les atomes n'est pas la même.

Cependant, ce dernier effet devrait se compenser entre les trajectoires du haut et du bas à condition que les faisceaux soient bien collimatés.

On notera ϵ un facteur tel que le déplacement à un photon à la sélection $\delta_{d.l}$ devient $\delta_{d.l}(1 + \epsilon)$ à la mesure.

De même, l'inversion des faisceaux Raman devrait elle aussi compenser tous les effets dus aux variations d'intensité. Mais ceci n'est pas le cas à cause de la lame demi-onde utilisée pour cette inversion et qui introduit un facteur d'atténuation β entre les deux sens.

5.7.1.2 Correction à h/m

Finalement, en tenant compte de ces diverses compensations, la correction à $\left(\frac{h}{m}\right)$ est [75] :

$$\Delta(\frac{\hbar}{m}) = \frac{\delta_{d.l}\,\beta\,\left[\frac{2(\delta z)_{sel}}{R} - \frac{2(\delta z)_{mes}}{R}\right](1-\epsilon)}{8k_R k_B\,(N^H - N^B)} \tag{5.35}$$

où $(\delta z)_{sel}$ et $(\delta z)_{mes}$ sont respectivement l'écart en position des paquets atomiques à la sélection et à la mesure, c'est-à-dire les deux longueurs $L(A,C)$ et $L(B,D)$ de la figure (5.6) et qui sont de 80 et 130 mm ; R représente le rayon de courbure des faisceaux.

Dans notre expérience, c'est-à-dire pour $N^B = -N^H = 500$ oscillations, et en prenant une valeur moyenne du rayon de courbure R égale à 29 m, ϵ=20% et $\beta = 10\%$, nous obtenons une correction à $\frac{h}{m}$ qui vaut :

$$\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = 2,41 \times 10^{-12}\left(\frac{h}{m}\right) \tag{5.36}$$

Cette correction est négligeable. Donc nous n'en avons pas tenu compte et nous avons adopté une incertitude supérieure sur α^{-1} de 1×10^{-11}.

5.7.2 Déplacement lumineux à deux photons

Un second effet dont nous devons tenir compte est dû aux transitions coproageantes qu'induisent les deux faisceaux Raman en sortie de fibre avant que l'un d'entre eux ne soit rétro-réfléchi. En effet, bien que ces transitions ne soient pas résonantes, elles entraînent un couplage effectif entre les deux états hyperfins $F = 1$ et $F = 2$ et donc un déplacement de niveau à deux photons.

Pour déterminer ce déplacement, nous écrivons le hamiltonien du système à deux niveaux :

$$H = \hbar\begin{pmatrix} \frac{\delta}{2} & \frac{\Omega_{eff}}{2} \\ -\frac{\Omega_{eff}}{2} & -\frac{\delta}{2} \end{pmatrix} \tag{5.37}$$

où Ω_{eff} désigne le couplage Rabi effectif à deux photons :

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_1^* \Omega_2}{2\Delta} \tag{5.38}$$

et δ le désaccord Raman qui dépend de la vitesse des atomes :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{shf} \tag{5.39}$$

Le déplacement lumineux à deux photons lors d'une impulsion Raman est obtenu en diagonalisant H. Dans le cas où $\delta \gg \Omega_{\text{eff}}$, il est donné par :

$$\delta_{d.l}^{2ph} = -\frac{|\Omega_{eff}|^2}{4\delta} \tag{5.40}$$

Il est clair que cet effet est plus important lors de la mesure qu'à la sélection car la vitesse des atomes est plus faible et la transition Raman co-propageante est alors presque résonnante.

Avec nos paramètres expérimentaux, la condition $\Omega\tau = \pi$ est vérifiée pour une durée $\tau = 1,4$ ms. La mesure se fait environ 50 ms après le début de la sélection, ce qui correspond à un désaccord Raman δ dû à l'effet Doppler de $1,28$ MHz. En tenant compte des deux lasers Raman, nous obtenons un déplacement lumineux à deux photons de $-0,049$ Hz.

5.7.2.1 Correction à h/m

En négligeant l'effet à la sélection, et en tenant compte de la compensation entre les deux trajectoires du haut et du bas, la correction à (h/m) est donnée par :

$$\Delta\left(\frac{\hbar}{m}\right) = \Delta_{(\frac{\hbar}{m})}(B,\, sens\,\mathrm{I}) - \Delta_{(\frac{\hbar}{m})}(D,\, sens\,\mathrm{I}) \tag{5.41}$$

$$= -\frac{\delta_{d.l}^{2ph}\,\frac{2(\langle z\rangle_B - \langle z\rangle_D)}{R}}{8k_R k_B\,(N^H - N^B)} \tag{5.42}$$

On obtient une correction de $7,3 \times 10^{-12}\ \frac{h}{m}$.

Dans la configuration interférométrique Ramsey, c'est-à-dire deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ séparées par un temps T_R , et d'après l'équation (5.34), on obtient :

$$\delta_{2ph}^{Ramsey} = \frac{2}{\pi}\frac{\tau}{T_R} \times \delta_{d.l}^{2ph} \tag{5.43}$$

qui vaut $-0,0043$ Hz. Ce qui nous amène à une correction de :

$$\Delta\left(\frac{h}{m}\right) = 0,65 \times 10^{-12}\left(\frac{h}{m}\right) \tag{5.44}$$

Cet effet est donc totalement négligeable.

5.7.3 Les déplacements lumineux pendant les oscillations de Bloch

Outre les déplacements lumineux dus aux lasers Raman, les lasers Bloch utilisés pendant la phase de l'accélération peuvent induire également des déplacements des niveaux atomiques.

Rappelons que les atomes sont accélérés dans une onde stationnaire formée par l'interférence de deux faisceaux lasers contra-propageants qui parviennent aux atomes à travers deux fibres indépendantes. Ces deux lasers sont désaccordés de 32 GHz vers le bleu de la transition à un photon $5^2S_{1/2}(F=1) \rightarrow 5^2P_{3/2}$. Avec un tel désaccord, les atomes sont piégés aux noeuds de l'onde stationnaire où l'intensité lumineuse est minimale.

En revanche, à cause des rayons de courbure des faisceaux lasers, les atomes ne percevront pas la même intensité le long de leurs trajectoires, ce qui va induire un gradient du potentiel lumineux et donc une force sur les atomes qui vient s'ajouter à la vitesse qu'ils acquièrent pendant la phase d'accélération.

Soient ϵ_1 et ϵ_2 les amplitudes des deux champ lasers. Dans la limite des liaisons fortes ($U_0 \gg 16E_{rec}$), on peut supposer que l'atome est piégé au fond d'un puits de potentiel harmonique. On montre que son énergie s'écrit en fonction de sa position comme [75] :

$$U(x) = \frac{U_0}{4}\frac{(\epsilon_1-\epsilon_2)^2}{\epsilon_1\epsilon_2} + \sqrt{U_0 E_{rec}} \tag{5.45}$$

Dans cette expression, le premier terme représente l'énergie des minima d'intensité alors que le second représente l'énergie du premier niveau de l'oscillateur harmonique.

Lors de la phase d'accélération réalisée entre la sélection et la mesure, les atomes sont soumis pendant une durée τ_{acc} à une force F. Leur vitesse sera donc modifiée de la quantité :

$$\Delta v = \frac{F\tau_{\text{acc}}}{m} \tag{5.46}$$

L'effet constant de cette force va s'éliminer entre les deux trajectoires du haut et du bas, mais nous devons donc tenir compte de l'effet résiduel qu'on peut écrire sous la forme [75] :

$$\frac{\partial F(z)}{\partial z} = 2\frac{U_0}{\kappa}\left[(\kappa-1)\left(\frac{\gamma_1}{R_U^2} - \kappa\frac{\gamma_2}{R_2^2}\right) - \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)^2\right] \tag{5.47}$$

où $\kappa = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$, $R_{1/2}$ sont les rayons de courbure des faisceaux montant et descendant et $\gamma_{1/2}$ deux facteurs sans dimension donnés par :

$$\gamma_{1/2} = 2 - \left(\frac{\lambda R_{1/2}}{\pi w_{1/2}^2}\right)^2 \tag{5.48}$$

où $w_{1/2}$ sont les rayons des deux faisceaux montant et descendant.

En utilisant les paramètres du tableau (5.3) pour déterminer w, nous obtenons une correction négligeable à $\left(\frac{h}{m}\right)$. Nous avons adopté une incertitude de $0,5 \times 10^{-10}$ sur la valeur de l'inverse de α, une valeur qui provient principalement de l'incertitude sur les mesures des rayons des faisceaux w.

5.8 Fréquence des lasers

Pour déduire une valeur du rapport h/m à partir de la mesure du recul nous devons connaître avec une grande précision les longueurs d'onde des lasers Raman et Bloch.

Ces deux lasers sont asservis sur une cavité FP ultra-stable asservie à son tour sur une référence de fréquence à deux photons dont nous contrôlons les dérives thermiques. Nous mesurons ensuite les fréquences en utilisant un peigne de fréquences femtoseconde.

Nous avons estimé l'incertitude sur la détermination des fréquences à 50 kHz, ce qui correspond à une incertitude relative sur h/m :

$$\sigma = 2,6 \times 10^{-10} \tag{5.49}$$

et $1,3 \times 10^{-10}$ sur $1/\alpha$.

5.9 Les effets de l'indice de réfraction et de l'interaction entre atomes

Calcul de l'indice de réfraction

Considérons le nuage atomique comme un milieu dilué soumis à un rayonnement de fréquence ω et désaccordé de Δ par rapport à la transition à un photon. La susceptibilité électrique est donnée par :

$$\chi(\omega) = \rho \frac{d^2}{\hbar\epsilon_0} \frac{-\Delta + i\Gamma}{\Delta^2 + \Gamma^2} \tag{5.50}$$

$$= \chi' + i\chi'' \tag{5.51}$$

où ρ est la densité volumique du milieu et d le dipôle électrique.

Dans la limite des faibles intensités et grands désaccords ($\Gamma \ll \Delta$), l'indice de réfraction n peut être relié à la susceptibilité par :

$$n = \sqrt{1 + \mathscr{R}(\chi)} \tag{5.52}$$

$$\backsimeq 1 + \frac{\chi'}{2} \tag{5.53}$$

Sa variation δn par rapport à l'indice du vide :

$$\delta n = n - 1 \tag{5.54}$$

	Δ[GHz]	ρ[at.cm^{-3}]	δn
Sélection	125	4,4 $\times 10^8$	$-1,3 \times 10^{-10}$
Bloch	32	2,2 $\times 10^7$	$-2,4 \times 10^{-11}$
Mesure	125	1,14 $\times 10^7$	$-0,32 \times 10^{-11}$

TABLE 5.4 –

peut être exprimée en fonction de la force d'oscillateur f * et en utilisant la relation :

$$\Gamma = \frac{d^2\omega^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \tag{5.55}$$

comme :

$$\delta n = -f\frac{3\pi}{2}\rho\frac{\Gamma}{\Delta}\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^3 \tag{5.56}$$

où Δ est le désaccord par rapport à la résonance à un photon, δn est négatif pour les désaccords vers le bleu.

Désormais, avec notre nouvelle expérience, vu que nous ne chargeons plus notre piège magnéto-optique à partir d'une vapeur atomique, la densité de vapeur résiduelle est très faible. Nous devons alors tenir compte uniquement de l'effet d'indice du nuage d'atomes froids sur les vecteurs d'onde des lasers.

Le tableau (5.4) résume les différentes valeurs de δn calculées à partir de l'équation (5.56) en fonction de la densité atomique et des paramètres de l'expérience.

Mesure de l'effet de l'indice de réfraction

Pour essayer d'observer cet effet, nous avons fait varier le nombre d'atomes en alternant des mesures à forte densité et faible densité. Expérimentalement, pour obtenir 2 densités atomiques différentes, nous varions la durée de la deuxième impulsion micro-onde utilisée dans la sélection de l'état Zeeman ce qui nous permet de changer le nombre d'atomes sans changer la taille du nuage.

Un exemple est présenté sur la figure (5.7). Cette figure montre en bleu deux valeurs du rapport (h/m) et les incertitudes statistiques associées. Les deux mesures on rappelle ont été réalisées à deux densités atomiques différentes. Le point rouge représente l'extrapolation à densité nulle.

Il est difficile à partir de ce type de mesures d'évaluer précisément la correction correspondante.

Finalement le tableau (5.4) montre que l'effet de l'indice de réfraction est négligeable. Nous n'avons pas fait de correction et nous avons estimé l'incertitude correspondante à 2×10^{-10} sur l'inverse de α. Les valeurs données

*. Dans le cas de la raie D_2, $f = \frac{2}{3}$

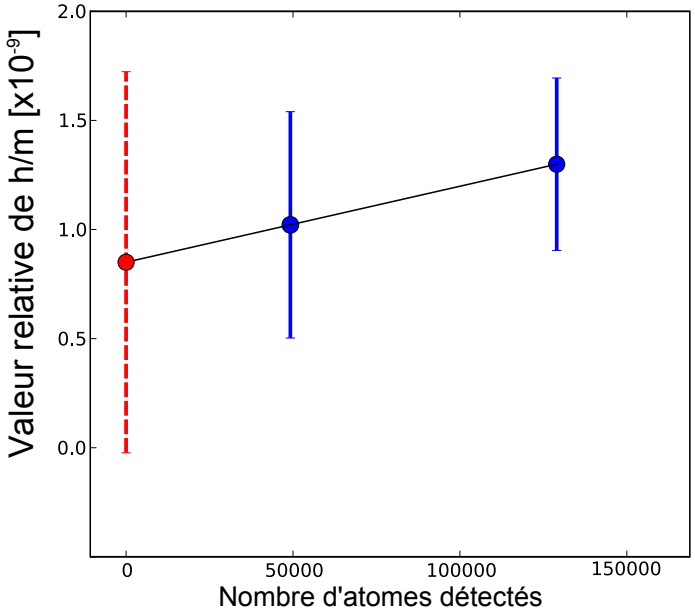


FIGURE 5.7 – *Variation, en valeur relative, du rapport (h/m) pour deux densités du nuage d'atomes froids. Le point rouge représente une extrapolation à un nombre d'atomes nul.*

dans le tableau (5.4) ont été calculées à partir de l'équation (5.56). Cependant, plusieurs arguments laissent penser que l'effet d'indice est beaucoup plus petit, ce que nous essayerons d'expliquer dans la suite.

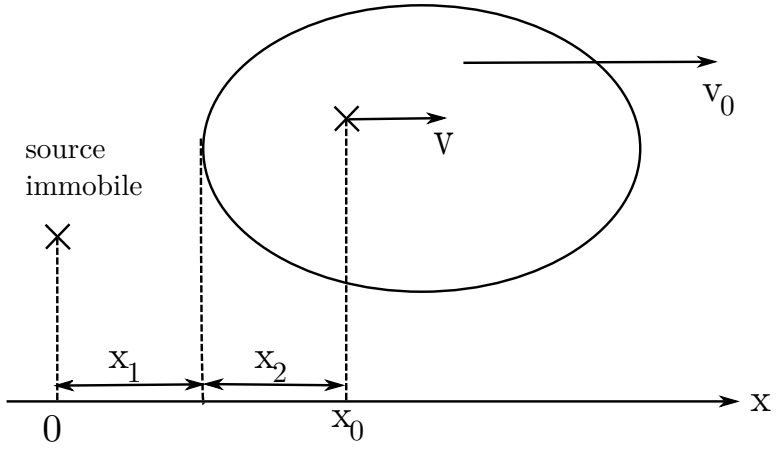
Recul dans un milieu dispersif

Dans allons dans cette partie voir quel sera l'effet de l'indice du nuage d'atomes froids sur notre détermination du recul des atomes.

Dans un milieu d'indice n, la phase du champ électrique varie en nkx [77, 78] alors que sa fréquence reste inchangée. Quand les atomes vont interagir avec ce champ, cette phase va s'ajouter à celle de la fonction d'onde atomique, ce qui veut dire que le changement de l'impulsion atomique après une transition à un photon est de $n\hbar k$.

Lors d'une transition à deux photons, la phase qui compte est la différence de phase entre les deux lasers contra-propageants auxquels est soumis l'atome. Cette phase dépend de la position de l'atome ; donc pour la déterminer nous devons tenir compte du mouvement du nuage atomique.

Pour cela, considérons une source fixe émettant un rayonnement de fréquence ω et un atome fixe à une position x_0. Cet atome appartient à un nuage en mouvement à une vitesse v_0 comme le montre le schéma suivant. Au point x_1, la phase s'écrit comme :



$$\phi(x_1, t) = \omega t - kx_1 \tag{5.57}$$

Si maintenant le nuage bouge à une vitesse v_0, la phase du champ vue par les atomes est :

$$\phi(x_0, t) = \omega t - kx_0 - k\delta n x_2(t) \tag{5.58}$$

où $x_2(t) = -v_0 t$ est la longueur optique parcourue par la lumière dans le milieu d'indice n.

Si l'atome est maintenant en mouvement par rapport au nuage avec une vitesse v, il faut tenir de l'effet Doppler en $\omega - nkv$. La phase perçue par l'atome s'écrit dans ce cas :

$$\phi(x_0(t), t) = \omega t - kvt + k\delta n\,(v_0 - v)\,t \tag{5.59}$$

ce qui correspond à une fréquence :

$$\omega' = \omega - kv + k\delta n\,(v_0 - v) \tag{5.60}$$

On voit bien que l'effet d'indice dépende de la différence des vitesses de l'atome par rapport à celle du nuage. Dans le cas où $v = v_0$ l'effet s'annule. Dans notre expérience, la vitesse moyenne du nuage atomique à la sélection est donnée par $2Nv_r$ où N est le nombre d'oscillations effectuées pendant la phase de pré-accélération. Nous sélectionnons une proportion d'atomes qui possèdent une vitesse pratiquement la même que celle du nuage. L'effet relatif de l'indice de réfraction sera donc de l'ordre de $\frac{\delta n}{2N}$. Dans le cas où $N = 500$ et δn donné sur le tableau (5.4), il est négligeable.

On va s'intéresser maintenant à voir se qui se passe pendant les oscillations de Bloch qui ne sont autres qu'une succession de transitions à deux photons. On considère un milieu d'indice n contenant N atomes et on s'intéresse à l'impulsion que va acquérir un atome de ce milieu après une oscillation de Bloch. Si après chaque transition on transfère avec une efficacité η un nombre ηN d'atomes, l'impulsion de chaque atome transféré s'écrit [75] :

$$2\,(n - \eta\delta n)\,\hbar k$$

où le premier terme désigne l'impulsion transférée à un atome dans un milieu n et le second terme celle reçue en échange par le milieu lors de l'oscillation de Bloch de ηN atomes. L'impulsion des atomes non transférés est de $2\eta(1-n)\hbar k$.

Si on suppose que l'efficacité est de 100%, l'effet de l'indice s'annule. Dans le cas où $\eta = 1 - \epsilon$, il est proportionnel à $\epsilon\delta n$.

Pour $\epsilon < 2 \times 10^{-4}$ et $\delta n \approx 1 \times 10^{-9}$, l'effet est complètement négligeable.

5.10 Bilan des incertitudes

Nous rappelons que la constante de structure fine est reliée au rapport $\frac{h}{m}$ en fonction de R_∞, c, m_{Rb} et m_{e} par :

$$\alpha^2 = \frac{2R_\infty}{c}\frac{m_{\mathrm{Rb}}}{m_{\mathrm{e}}}\frac{h}{m_{\mathrm{Rb}}} \tag{5.61}$$

Nous résumons sur le tableau (5.10) tous les effets systématiques, les corrections et les incertitudes associées à notre détermination de la constante de structure fine.

Effet systématique	**Correction relative** α^{-1} ($\times 10^{-10}$)	**Incertitude relative** α^{-1} ($\times 10^{-10}$)
Fréquence des lasers		1,3
Alignement des faisceaux	-3,3	3,3
Courbure des fronts d'onde et phase de Gouy	-25,1	3
Effet Zeeman quadratique	4	3
Gradient de la gravité	-2	0,2
Déplacement lumineux 1 photon		0,1
Déplacement lumineux 2 photons		0,01
Déplacement lumineux Bloch		0,5
Indice de réfraction		2
Total	-26,4	5,9

TABLE 5.5 – Bilan des effets systématiques et des incertitudes associées

Constante	valeur	Incertitude relative ($\times 10^{-10}$)
Constante de Rydberg [2]	10 973 731,568 527 (m^{-1})	0,066
Masse du rubidium [29]	86,909 180 535 (10) u	0,066
Masse de l'électron [28]	5,485 799 094 3 $\times 10^{-4}$ u	4,2

TABLE 5.6 – Constantes utilisées pour déterminer α à partir du rapport h/m

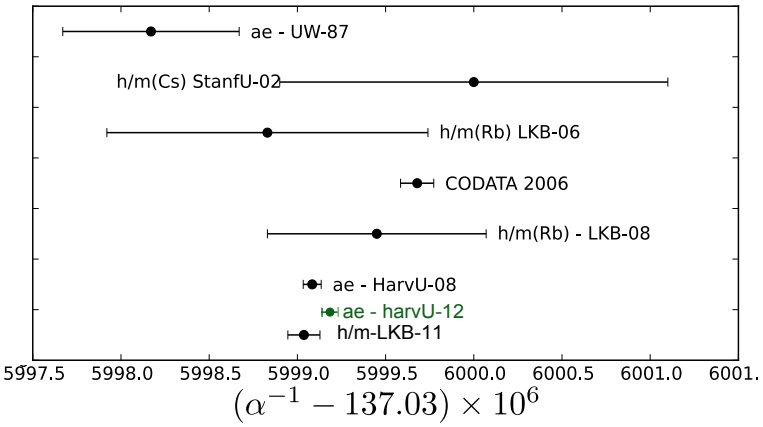


FIGURE 5.8 – *Comparaison de notre mesure de la constante de structure fine avec l'ensemble des mesures du CODATA.*

u = 1,6605380730(13)$\times 10^{27}$ kg désigne l'unité de masse atomique.

Rappelons la valeur de α^{-1} mesurée en tenant de compte uniquement de l'incertitude statistique :

$$\left(\alpha^{-1}\right)_{\text{mesurée}} = 137,035\ 999\ 399\ (27)\ \ [2 \times 10^{-10}] \tag{5.62}$$

En tenant compte de la correction due aux effets systématiques et des incertitudes statistiques et systématiques, notre valeur finale de l'inverse de α est [79] :

$$\left(\alpha^{-1}\right)_{\text{corrigée}} = 137,035\ 999\ 037\ (91)\ \ [6.6 \times 10^{-10}] \tag{5.63}$$

La figure (5.8) montre notre valeur parmi les différentes autres valeurs présentées dans le rapport du CODATA de 2006. Cette valeur (notée $h/m-$ LKB $-$ 11) est en accord avec la meilleure valeur déduite à partir de la mesure de l'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron (notée sur la figure ae-HarvU-08). L'incertitude relative a été améliorée d'un facteur 7 par rapport à l'ancienne mesure du groupe en 2008 [38].

La valeur représentée en vert sur cette figure et notée ae-HarvU-12 représente une nouvelle valeur publiée en mai 2012 et que nous avons déjà présentée dans l'équation (1.21) du premier chapitre. Cette valeur a été obtenue après une révision des calculs de la QED. Nous reviendrons plus en détails sur cette nouvelle valeur dans le paragraphe suivant.

5.11 Test de l'électrodynamique quantique

Une autre façon de comparer les résultats consisterait, au lieu de comparer les valeurs de α, à comparer les valeurs des anomalies du moment

	QED2007	**QED2012**
A_1	0,5	0,5
A_2	-0,328 478 444 00	-0,328 478 444 00
A_3	1,181 234 017	1,181 234 017
A_4	-1,9144(35)	-1,9097(20)
A_5	0,0(3,7)	9,16(58)
$a_{\mathrm{e}}(\mathrm{weak}+\mathrm{hardron})$	$1,7117(21)\times 10^{-12}$	$1,7117(20)\times 10^{-12}$

TABLE 5.7 – Les valeurs des coefficients A_i calculés en 2007 et 2012

magnétique de l'électron a_{e}. Pour cela, nous rappelons que α est reliée à a_{e} par la relation :

$$a_{\mathrm{e}} = a_{\mathrm{e}}(\mathrm{QED}) + a(\mathrm{weak}) + a(\mathrm{hadron}) \tag{5.64}$$

où les coefficients A_i sont déterminés à partir des calculs QED en sommant des diagrammes de Feymann de plus en plus complexes [13, 14] :

$$a_{\mathrm{e}}(\mathrm{QED}) = A_1\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + A_2\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + A_3\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + A_4\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + A_5\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 \tag{5.65}$$

Ces coefficients ont été ré-évalués cette année une utilisant une méthode de générations des diagrammes de Feymann qui sont automatiques et les calculs sont réalisés de façon indépendante par deux personnes. En mai 2012, un nouvel article de Kinoshita a été publié dans lequel le groupe présente une amélioration de la valeur du coefficient d'ordre 4 et une nouvelle valeur pour celui d'ordre 5 (qui n'était qu'une estimation en 2007) [27].

Nous présentons dans le tableau 5.11 les valeurs de tous les coefficients A_i connus depuis 2007 et une mise à jour de 2012.

En injectant notre valeur de α présentée dans l'équation (5.63), et en utilisant les deux équations (5.64) et (5.65) nous déduisons une valeur de a_{e} qui vaut :

$$a_{\mathrm{e}}(\mathrm{QED07}+\mathrm{LKB11}) = 0,001\ 159\ 652\ 181\ 13\ (84) \quad [0,72\times 10^{-9}] \tag{5.66}$$

où le terme entre parenthèses désigne l'incertitude absolue dont 78×10^{-14} provient de le mesure de α et 33×10^{-14} de la théorie. Celui entre crochets désigne l'incertitude relative.

En utilisant les nouvelles données de 2012, nous pouvons actualiser cette valeur :

$$a_{\mathrm{e}}(\mathrm{QED12}+\mathrm{LKB11}) = 0,001\ 159\ 652\ 181\ 82(78) \quad [0,67\times 10^{-9}] \tag{5.67}$$

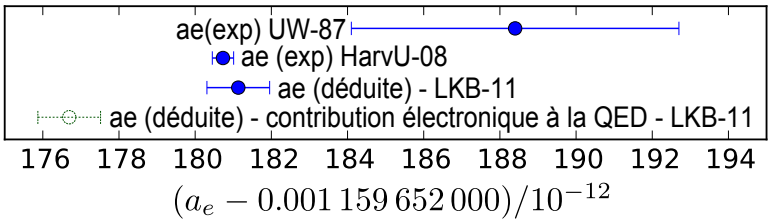


FIGURE 5.9 – *Comparaison de notre valeur de l'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron déduite à partir des calculs de la QED avec les deux uniques valeurs expérimentales connues à ce jour. En pointillés verts une valeur que nous avons déduite sans tenir compte de la contribution des hadrons et muons au calcul. Le désaccord avec les deux valeurs expérimentales constitue le premier test de cette contribution.*

La figure (5.9) montre une comparaison entre la valeur $a_{\mathrm{e}}(\mathrm{QED07} + \mathrm{LKB11})$ et les deux valeurs de a_{e} mesurées expérimentalement en 1987 à l'Université de Washington [80] et en 2008 à Harvard [26]. Les incertitudes relatives respectives sur ces deux valeurs sont de $3,7 \times 10^{-9}$ et $3,7 \times 10^{-10}$. Notons qu'aujourd'hui, ce sont les deux uniques valeurs directes de a_{e} que nous connaissons, et que durant au moins les dix dernières années, ce sont ces deux mesures qui ont joué le rôle le plus important dans la détermination de la valeur finale de α par le CODATA.

En effet, dans le CODATA de 1998, la mesure de a_{e} de Washington a permis de déduire α avec une incertitude de $3,7 \times 10^{-9}$. Les autres valeurs déduites à partir de $\Delta\nu_{\mathrm{muon}}$, R_k et Γ_{p} avaient des barres d'erreurs 5 fois plus grandes, et elles ont donc contribué à uniquement 4% à la valeur finale de α. Cette situation est restée quasi-inchangée dans le CODATA de 2002 même si on a vu apparaître une nouvelle valeur de α réalisée à Standford à partir de la mesure de h/m_{Cs} [32]. En revanche, l'incertitude sur cette valeur était 2 fois plus grande que celle de Washington (elle est de $7,7 \times 10^{-9}$) et a donc a faiblement contribué à la valeur finale.

Entre temps, une nouvelle version améliorée de l'expérience de mesure de a_{e} était en cours de réalisation dans le groupe de Gabrielse à Harvard. En 2006, la situation a changé grâce a une nouvelle valeur qui a été mesurée pour la première fois mais avec une incertitude relative 6 fois plus petite que celle de Washington. L'incertitude relative sur la valeur de α associée est de 7×10^{-10}. Depuis, cette valeur a été améliorée en 2008 et dernièrement en 2012 grâce à des développements dans les calculs des coefficients A_i, $a(\mathrm{weak})$ et $a(\mathrm{hadron})$ des équations (5.64) et (5.65) pour atteindre $2,5 \times 10^{-10}$ d'incertitude relative. Aujourd'hui, dans le CODATA de 2010, la valeur de α finale est définie principalement à partir de notre valeur de α et de celle de Harvard.

D'après la figure (5.9), la comparaison entre notre valeur déduite de a_{e}

moyennant les calculs de 2007 et la valeur expérimentale mesurée Harvard montre une différence de $(40 \pm 89) \times 10^{-14}$.

Nous présentons également sur la même figure (5.9) une valeur de a_{e} que nous avons calculée en tenant compte uniquement de la contribution des termes électroniques à l'équation (5.64). L'incertitude sur la constante de structure fine étant suffisamment faible, nous avons trouvé une valeur qui est en désaccord avec l'expérience (notée contribution électronique à la QED-LKB-11). Ceci constitue une première vérification de la contribution due aux hadrons et aux muons au calcul de a_{e}.

État actuel de la constante de structure fine Pour conclure ce manuscrit, nous finissons par un récapitulatif de l'état actuel de la constante de structure fine. Une comparaison entre les différentes valeurs publiées jusqu'à maintenant est représentée sur la figure (5.10). En noir sont représentées :

- la valeur recommandée par le CODATA de 2006
- la valeur déduite à partir de la mesure de l'anomalie du moment magnétique de l'électron en utilisant les calculs de la QED de 2008
- la valeur déduite à partir de notre mesure du rapport h/m_{Rb} et en utilisant les valeurs recommandées par le CODATA-2006 des constantes de l'équation (5.61).

Notons que dans l'ajustement de la valeur dans le CODATA de 2006, la correction due à la QED de 2008 n'a pas été prise ne compte. Ce qui explique le décalage de cette valeur.

Sur le même graphique nous avons représenté en vert la nouvelle valeur obtenue après la révision des calculs de l'électrodynamique quantique (notée ae-HarvU-12) telle que nous l'avons décrit auparavant. Nous avons également représenté en rouge la nouvelle valeur recommandée par le CODATA de 2010 et qu'on trouve dans [3] (notée CODATA-2010). Cette valeur est déduite principalement de la mesure de a_{e} (ae-HarvU-08) et de notre mesure de h/m_{Rb} (h/m(Rb)-LKB-11). Par ailleurs, dans le rapport de 2010, on trouve une nouvelle valeur de α déduite à partir de notre mesure du rapport h/m_{Rb} mais qui est calculée en utilisant les nouvelles valeurs de R_∞, m_{e} et m_{Rb} de 2010. Nous l'avons notée h/m(Rb)-LKB-11+CODATA2010. On voit que la valeur est décalée de $0{,}13\sigma$ et qu'elle se recouvre avec celle déduite de la mesure de a_{e} et les calculs de la QED de 2012.

Conclusion

L'anomalie du moment magnétique de l'électron joue un rôle central aussi bien dans le test de la validité de la théorie de l'électrodynamique quantique, que dans le modèle standard des particules élémentaires. Du coté des mesures expérimentales, aujourd'hui, un seul groupe au monde est capable de mesurer a_{e}. Par ailleurs, pour tester la validité de la QED, une simple comparaison entre la valeur expérimentale et la valeur théorique prédite par les calculs nécessite forcément la connaissance d'une valeur de la constante de

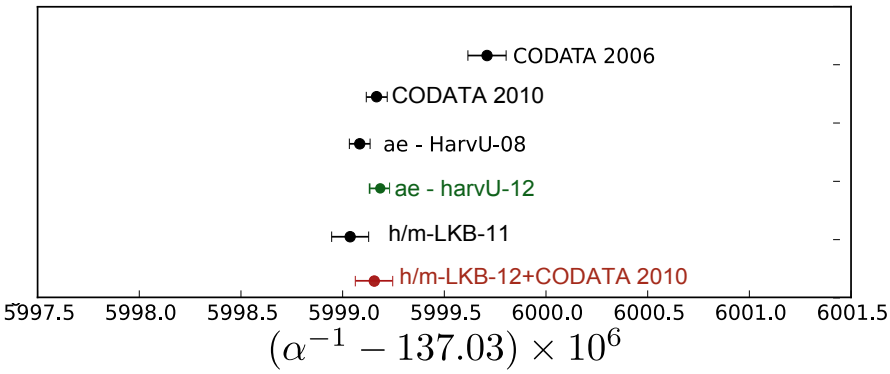


FIGURE 5.10 – *Comparaison entre les différentes valeurs de la constante de structure fine connues en 2012.*

structure fine avec une bonne précision. Notre expérience est à ce jour la première qui permet de déduire α avec une incertitude suffisamment faible pour tester la contribution des hadrons et muons au calcul de la QED.

6

Conclusions et perspectives

Cette thèse a porté sur la mesure du rapport h/m_{Rb} qui nous permis de déduire une valeur de la constante de structure fine α.

Dans ce manuscrit nous avons décrit le dispositif expérimental employé pour réaliser cette mesure. Pour cela, nous avons mis en place un système laser compact qui nous offre la stabilité, l'agilité en fréquence et la puissance nécessaires pour le refroidissement d'atomes, la réalisation d'un interféromètre atomique et le transfert d'impulsion aux atomes par les oscillations de Bloch. Nous avons également conçu une nouvelle source d'atomes froids basée sur un refroidissement bi-dimensionnel préalable qui assure le chargement de notre piège magnéto-optique à 3 dimensions. Cette nouvelle configuration nous a permis de réduire l'effet systématique dû à l'interaction entre atomes et à l'effet de l'indice de vapeur résiduelle d'une part, et d'autre part de diminuer le temps d'intégration et donc de gagner sur l'incertitude statistique. Par ailleurs, une nouvelle enceinte à vide de plus grande dimensions nous a permis d'augmenter le nombre de reculs transférés aux atomes et donc de réduire l'incertitude sur la mesure de v_r. Grâce à un nouveau blindage magnétique, nous avons réussi à réduire l'effet systématique dû au déplacement Zeeman.

La valeur de α obtenue $(137,035\ 999\ 037\ (91))$ est en accord avec les précédentes valeurs réalisées dans le groupe en 2006 et 2008, mais aussi avec la valeur la plus précise au monde qui est déduite à partir de la mesure de l'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron à Harvard. L'incertitude relative sur notre mesure a été réduite d'un facteur 7 par rapport à la mesure précédente de 2008, et est désormais de $6,6 \times 10^{-10}$. Cette incertitude est suffisamment faible pour nous permettre de tester, pour la première fois, la contribution des corrections dues aux hadrons et à l'interaction faible au calcul de l'anomalie du moment magnétique de l'électron.

Par ailleurs, l'incertitude sur la mesure que nous avons réalisé dans le cadre de mon travail de thèse est imitée par : *i)* l'effet Zeeman du second ordre (3×10^{-10}) qui pourrait être mieux contrôlé en cartographiant mieux le champ magnétique dans la zone d'interaction à l'aide d'une transition atomique sensible au champ magnétique, *ii)* l'alignement et la phase de

Gouy ($4,5\times10^{-10}$) qui dépendent des paramètres géométriques des faisceaux lasers, *iii)* l'incertitude statistique ($2,2\times10^{-10}$) qui est limitée à son tour par la sensibilité de l'interféromètre atomique utilisé pour mesurer la vitesse de recul.

L'objectif de l'équipe est de réaliser une détermination de la constante de structure fine avec une incertitude relative inférieure à 10^{-10}. Pour cela, il faudra réduire les effets systématiques dus aux paramètres géométriques des faisceaux lasers, c'est-à-dire la phase de Gouy et la courbure des fronts d'ondes. Nous avons vu que l'effet systématique dominant varie comme l'inverse de la taille du faisceau laser élevé au carré. En revanche, le nombre d'oscillations de Bloch dépend de l'intensité laser perçue par les atomes. Ainsi pour éviter de dégrader l'incertitude statistique, il faudra augmenter la taille des faisceaux tout en maintenant l'intensité du laser constante. A court terme, il est envisageable de construire une nouvelle source laser pour réaliser les oscillations de Bloch. Cette source laser sera conçue à partir d'un laser à fibre à 1560 nm émettant une puissance 40 mW. Ce laser sera amplifié et doublé en fréquence par deux cristaux PPLN en cascade. La puissance à 780 nm attendue en sortie est de 8 W [81], ce qui correspond à un gain d'un facteur 3 par rapport à la situation actuelle où nous utilisons un laser titane-saphire de 2,5 W. Le rayon des faisceaux laser «Bloch» sera augmenté d'un facteur $\sqrt{3}$ ce qui permettra de réduire les effets de la phase de Gouy par un facteur 3.

A plus long terme, l'équipe souhaite utiliser des séparatrices à large transfert d'impulsions pour réaliser un interféromètre atomique de très grande sensibilité.

Les interféromètres atomiques "classiques" utilisent une impulsion Raman $\pi/2$ pour diviser un paquet d'onde atomique et une impulsion Raman π pour le dévier. Une impulsion Raman $\pi/2$ va mettre l'atome d'impulsion initiale p dans une superposition cohérente de deux états $|g,p\rangle$ et $|e,p+2\hbar k\rangle$ ($k=2\pi/\lambda$, λ représente la longueur d'onde supposée la même des deux lasers qui induisent la transition Raman). L'interféromètre atomique Ramsey-Bordé est réalisé à l'aide de 4 impulsions Raman $\pi/2$. Sa sensibilité est proportionnelle à la séparation spatiale des deux bras de l'interféromètre. L'objectif de ce projet est d'utiliser des séparatrices atomiques à grand transfert d'impulsions (Large Momentum Transfert ou encore LMT) pour augmenter cette distance. Le LMT est réalisé en utilisant, soit une diffraction de Bragg, soit une impulsion Raman $\pi/2$ suivie de M oscillations de Bloch. Les deux configurations sont en cours d'investigation au sein de l'équipe. Dans les deux cas, la séparation entre les deux paquets d'onde atomique est égale à $2(M+1)\hbar k$ au lieu de $2\hbar k$ pour la séparatrice atomique "Raman $\pi/2$".

Notre groupe [66] et celui de S. Chu à l'université de Stanford [34] ont démontré en 2009 la faisabilité de tels interféromètres atomiques. Dans notre expérience, nous avons utilisé une séquence identique à celle de la configuration Ramsey-Bordé classique où chaque impulsion $\pi/2$ est remplacée par

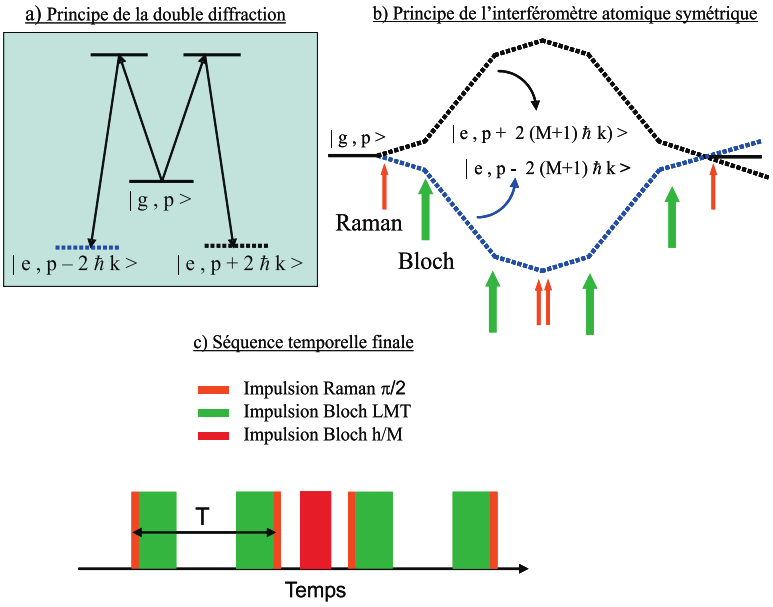


FIGURE 6.1 – *a)Principe de la méthode de double diffraction. b) Principe de l'interféromètre atomique symétrique utilisant des séparatrices atomiques à large transfert d'impulsions. c)-Séquence temporelle utilisée pour mesurer la vitesse de recul.*

un LMT de M égal à 5. La conclusion était que les déplacements lumineux pendant les oscillations de Bloch créent des déphasages parasites importants qui détériorent fortement le contraste des franges.

La solution envisagée consiste à réaliser un interféromètre avec des trajectoires parfaitement symétriques. Dans cette configuration, les atomes dans les deux bras de l'interféromètre subissent, en première approximation, les mêmes effets systématiques qui devraient se compenser.

La séparation initiale du paquet d'onde sera réalisée à l'aide de la méthode de double diffraction atomique développée par l'équipe du SYRTE [82]. Le principe de la double diffraction consiste à faire simultanément deux transitions Raman pour coupler l'état $|g,p\rangle$ aux états ($|e,p+2\hbar k\rangle$ et $|e,p-2\hbar k\rangle$)(figure.6.1.a). L'atome se trouve alors dans l'état : $1\sqrt{2}[|e,p+\hbar 2k\rangle + |e,p-2\hbar k\rangle]$. On applique ensuite M oscillations de Bloch à l'aide de deux ondes stationnaires simultanées, notées onde "$\Uparrow$" et onde "$\Downarrow$". L'onde "$\Uparrow$" va transformer l'état $|e,p+2\hbar k\rangle$ en l'état $|e,p+2(M+1)\hbar(k)\rangle$ et l'onde "$\Downarrow$" va transformer l'état $|e,p-2\hbar k\rangle$ en l'état $|e,p-2(M+1)\hbar k\rangle$.

Le principe de l'interféromètre atomique symétrique est décrit sur la figure (6.1.b). La sensibilité de l'interféromètre varie comme $4(M+1)\hbar k/m\times T$ où T représente le temps Ramsey entre deux impulsions Raman consécutives et m la masse de l'atome. Pour la mesure de la vitesse de recul, la séquence

temporelle utilisée est décrite sur la figure (6.1.c). L'impulsion du milieu (en rouge) correspond à l'accélération cohérente qui induit une variation de vitesse égale à $2N\hbar k/m$. La sensibilité varie comme $1/8(M+1)N\hbar k \times T$. Pour la mesure réalisée dans le cadre de ma thèse, nous avons utilisé N=500 et $M = 1$, avec un interféromètre Ramsey-Bordé "classique". Avec un interféromètre à LMT, pour M=30 et N=30, nous obtiendrons une sensibilité meilleure avec un nombre de reculs transférés aux atomes plus faible.

L'équipe de G. Gabrielse à Harvard est en train de construire un nouveau dispositif expérimental pour améliorer l'incertitude sur la mesure de l'anomalie du rapport gyromagnétique de l'électron, ce projet est aujourd'hui bien avancé. Parallèlement, l'équipe théorique de T. Kinoshita, a récemment amélioré les calculs QED ; désormais l'incertitude sur α associée aux calculs théoriques est de $6,6 \times 10^{-11}$ [27]. Dans ce contexte, il est clair qu'une mesure de α avec une incertitude relative inférieure à 10^{-10} aura un impact considérable pour tester l'électrodynamique quantique.

A
Annexes

A.1 Comment analyser numériquement un bruit

Soit $\phi(t)$ un signal bruité dont on désire déterminer la densité spectrale de puissance de bruit qui est définie comme étant le carré du module de la transformée de Fourier divisée par le temps d'intégration T.

En toute rigueur, si on veut calculer la transformée de Fourier de $\phi(t)$, ce signal doit avoir une extension temporelle non finie. Or, en pratique, tout signal réel a une durée finie. Et donc en choisissant une durée d'acquisition et un temps d'échantillonnage, nous calculons la transformée de Fourier discrète sur un nombre de points N donné. Ceci veut dire qu'on réalise une troncature temporelle sur notre signal qui aura pour conséquence la déformation de la densité spectrale de bruit.

Une solution possible à ce problème consiste à utiliser la technique de "fenêtrage" pour la troncature temporelle.

Le principe de cette technique consiste à multiplier le signal temporel par une fonction d'apodisation dont le choix s'appuie sur un compromis entre l'amplitude du signal tronqué par rapport au signal initial $\phi(t)$ et la résolution de l'analyse. Le tableau A.1 résume les fenêtres d'apodisation les plus courantes en fonction des différents types de signaux.

Pour calculer la densité spectrale de bruit, nous utilisons ensuite la méthode de Welch : cette méthode consiste à décomposer le signal temporel en segments qui peuvent se recouvrir sur une longueur variable. Ensuite, sur chaque segment, le signal est multiplié par la fenêtre d'apodisation et la densité spectrale de bruit totale est la moyenne de toutes ces densités spectrales.

Nous avons décidé de prendre la fenêtre de Hanning qui semblerait être la mieux adaptée à l'étude des signaux aléatoires ce qui est le cas pour le bruit de phase que nous désirons étudier dans la suite.

Cette fonction est définie comme suit :

$$h(t) = \begin{cases} 0,54 - 0,46\cos(\frac{2\pi \mathrm{t}}{\mathrm{T}}) & \text{si } t \in [0, T] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Type de signal	**Fenêtre**
Transitoires dont la durée est inférieure à la longueur de la fenêtre	Rectangulaire
Transitoires dont la durée est supérieure à la longueur de la fenêtre	Exponentielle, Hanning
Applications standards	Hanning
Analyse spectrale	Hanning , rectangulaire
Séparation de deux tons dont les fréquences sont très proches mais dont les amplitudes sont très différentes	Kaiser-Bessel
Séparation de deux tons dont les fréquences sont très proches mais dont les amplitudes sont presque identiques	Rectangulaire
Mesures précises de l'amplitude d'un ton unique	À profil plat
Signal sinusoïdal ou combinaison de signaux sinusoïdaux	Hanning
Signal sinusoïdal avec nécessité de précision de l'amplitude	À profil plat
Signal aléatoire à bande étroite (données de vibration)	Hanning
Signal sinusoïdal avec courbes rapprochées	Uniforme, Hanning
Signaux d'excitation (coup de marteau)	Force
Signaux de réponse	Exponentielle
Signaux dont le contenu est inconnu	Hanning

Table A.1 –

Donc si on a un signal $\phi(t)$ qu'on découpe en K segments de longueur L et qui se recouvrent sur un pourcentage C de leur longueur, sur chacun de ces segments L, le signal tronqué $\phi_h(t)$ donné par :

$$\phi_h(t) \;=\; \phi(t)\, h(t)$$

est numérisé pendant un temps T avec un taux d'échantillonnage $\frac{1}{\Delta T}$ (c'est-à-dire il contient $N = \frac{T}{\Delta T}$ points).

Nous pouvons alors déterminer sa densité spectrale de puissance de bruit qui est donnée par :

$$S^l_{\phi_h}(f) = 2\frac{\Delta T}{N}\;(FFT(\phi_h(t_L)))^2 \tag{A.1}$$

En moyennant sur tous les segments, nous obtenons alors :

$$PSD(\phi(t)) = \frac{1}{K}\sum_{l=0}^{L} S^l_{\phi_h}(f) \tag{A.2}$$

A.2 Calcul de la fonction de sensibilité dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé

Il existe un formalisme qui permet de rendre compte de l'influence de la fluctuation de phase sur la phase interférométrique. L'origine des fluctuations de phase peut être due aux fluctuations de la phase relative des lasers Raman ou aux vibrations. Ce formalisme a été développé initialement pour les horloges atomiques [83,84] et aujourd'hui, il s'est avéré que c'est un outil extrêmement pratique pour l'étude de la sensibilité aux bruits de phase dans les gravimètres et gyromètres [85,86].

On va s'intéresser dans ce qui suit à l'effet des fluctuations de la phase relative des lasers Raman. L'idée consiste à calculer la réponse impulsionnelle de l'interféromètre à une variation infinitésimale $\delta\phi$ de la phase des lasers imprimée sur la phase atomique, en fonction de l'instant t de cette variation. Le saut de phase va entraîner une variation δP de la probabilité de transition P mesurée en sortie de l'interféromètre. La réponse impulsionnelle à ce saut est appelée fonction de sensibilité $g(t)$. Elle est définie comme la limite quand $\delta\phi$ tend vers zéro du rapport entre le saut de la probabilité et le saut de la phase [64] :

$$g(t) = 2\lim_{\delta\phi\to 0}\frac{\delta P(\delta\phi, t)}{\delta\phi} \tag{A.3}$$

La probabilité de transition est reliée à la phase interférométrique Φ par :

$$P = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\cos(\Phi)\right) \tag{A.4}$$

où

$$\Phi = \phi_2 - \phi_1 + \phi_3 - \phi_4 \tag{A.5}$$

Les ϕ_i représentent la phase de chacune des impulsions formant l'interféromètre de Ramsey-Bordé.

Il est plus intéressant de se placer à mi-frange pour augmenter la sensibilité, c'est-à-dire à une phase interférométrique moyenne $\Phi = \frac{\pi}{2}$. Dans ce cas, la phase interférométrique se calcule à partir de la fonction de sensibilité à l'aide de la relation :

$$g_s(t) = \lim_{\delta\phi \to 0} \frac{\delta\Phi(\delta\phi, t)}{\delta\phi} \tag{A.6}$$

Lorsque le saut de phase a lieu entre deux impulsions, il est facile de calculer la fonction de sensibilité en utilisant l'équation (A.5) en prenant comme phase $\phi_i + \delta\phi$ si le saut de phase a lieu entre les deux impulsions $i-1$ et i.

Pour calculer la fonction de sensibilité lorsque la variation de phase a lieu pendant une impulsion, nous séparons la matrice de transfert de cette impulsion, présentée dans l'équation (1.47) de la page 14, en un produit de deux matrices : la première matrice décrit l'évolution du système jusqu'à l'instant t avec la phase ϕ, et la seconde décrit l'évolution jusqu'à la fin de l'impulsion de durée τ avec la phase $\phi + \delta\phi$.

Si on prend comme exemple un saut de phase qui à lieu à un instant t pendant la première impulsion, la matrice de transfert de l'impulsion s'écrit alors :

$$S_{0\to\tau}(\Omega, \phi) = S_{t\to\tau}\left(\Omega_{eff}, \phi + \delta\phi\right) S_{0\to t}\left(\Omega_{eff}, \phi\right) \tag{A.7}$$

Le calcul de la fonction de sensibilité pendant chacune des impulsions a été réalisé au SYRTE sur un gravimètre à atomes froids [64]. L'interféromètre étudié est du type Mach-Zender formé par trois impulsions $\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}$. Ce calcul a été réalisé en faisant l'hypothèse $\Omega_{\text{eff}}\tau = \frac{\pi}{2}$. Les résultats obtenus ont été également appuyés par des mesures expérimentales de la fonction de sensibilité et que l'on peut trouver dans [64].

Nous pouvons adapter la fonction de sensibilité à notre interféromètre de Ramsey-Bordé à 4 impulsions $\pi/2$ en divisant la deuxième impulsion π du Mach-Zender en deux impulsions $\pi/2$ séparées par un temps T. Dans le cas où les intensités des faisceaux lasers sont identiques lors des quatre impulsions (de durées τ), et en prenant comme origine des temps le milieu de l'interféromètre $(2\tau + T_R + T/2)$, nous obtenons pour $g_s(t)$ une fonction impaire représentée sur la figure (A.1) et dont l'expression est donnée pour les temps positifs $0 \lesssim t \lesssim T_R + 2\tau + T/2$ par :

$$g_s(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \in [0, T/2] \\ \sin\left(\Omega_{\text{eff}} t\right) & \text{pour } t \in [T/2, T/2 + \tau] \\ 1 & \text{pour } t \in [T/2 + \tau, T/2 + \tau + T_R] \\ \sin\left(\Omega_{\text{eff}}(t - T_R)\right) & \text{pour } t \in [T/2 + \tau + T_R, T/2 + 2\tau + T_R] \end{cases} \tag{A.8}$$

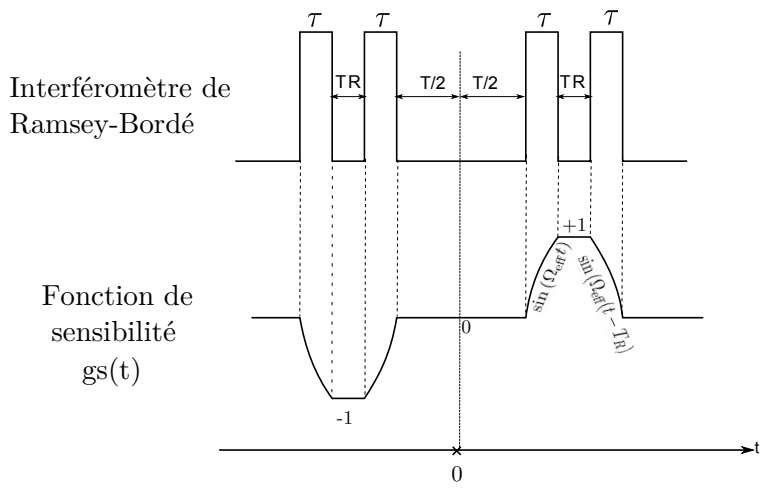


FIGURE A.1 – *Fonction de sensibilité en fonction de l'instant du saut de phase calculée dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé à 4 impulsions* $\frac{\pi}{2}$.

Pour estimer l'impact d'une variation temporelle aléatoire de la phase des lasers Raman sur la phase interférométrique, nous utilisons la densité spectrale de bruit dans la gamme de fréquence qui nous intéresse pour l'interféromètre.

Nous pouvons également estimer l'effet du bruit de phase des lasers sur le bruit de la mesure interférométrique sans connaître a priori l'évolution temporelle de la phase considérée. Ceci est possible grâce à la mesure du spectre de bruit de phase dans l'espace de Fourier. L'approche consiste à effectuer une analyse pour un bruit de pulsation ω et de phase ψ données, puis en déduire la fonction de transfert $H(\omega)$. Cette fonction, appliquée ensuite à la densité spectrale de puissance de bruit, permet de déduire l'écart type du bruit interférométrique.

Soit un bruit de phase $\phi(t) = A_0 \cos(\omega t + \psi)$. La phase interférométrique vaut :

$$\delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t \tag{A.9}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} g_s(t) A_0 \omega \sin(\omega t + \psi) \mathrm{d}t \tag{A.10}$$

Pour calculer cette phase, il est commode de considérer la transformée de Fourier de $g_s(t)$:

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} g_s(t) \mathrm{d}t \tag{A.11}$$

Nous obtenons :

$$G(\omega) = -\frac{2i\Omega_{\text{eff}}}{\omega^2 - \Omega_{\text{eff}}^2} \sin\left(\omega \frac{2\tau + T_R + T}{2}\right) \times \left[\cos\left(\omega \frac{T_R + 2\tau}{2}\right) + \frac{\Omega_{\text{eff}}}{\omega} \sin\left(\omega \frac{T_R}{2}\right)\right] \tag{A.12}$$

En présence d'une densité spectrale de puissance de bruit $S_\phi(\omega)$ comme nous l'avons définie dans l'équation (3.22), les fluctuations de la phase interférométrique sont caractérisées par un écart type σ_N sur le nombre d'atomes détectés donné par [87] :

$$\sigma_N^2 = \int_0^\infty H^2(\omega) S_\phi(\omega) \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} \tag{A.13}$$

où l'on a défini la quantité $H(\omega) = |\omega G(\omega)|$ qui désigne la fonction de transfert de l'intérféromètre. D'après (A.12), la fonction de transfert calculée dans le cas d'un inetrféromètre de Ramsey-Bordé est donnée par :

$$H(\omega) = \frac{2\omega\Omega_{\text{eff}}}{\omega^2 - \Omega_{\text{eff}}^2} \sin\left(\omega \frac{2\tau + T_R + T}{2}\right) \times \left[\cos\left(\omega \frac{T_R + 2\tau}{2}\right) + \frac{\Omega_{\text{eff}}}{\omega} \sin\left(\omega \frac{T_R}{2}\right)\right] \tag{A.14}$$

Nous avons présenté sur la figure (A.2) la fonction de transfert en fonction de ω. Cette fonction représente des pics périodiques qui s'annulent pour les fréquences multiples de $\frac{1}{2\tau + T_R + T}$. Pour les faibles fréquences ($\omega \to 0$) et dans le cas où $\tau \ll T_R, T$, c'est le bruit de vibrations qui devient plus important. On peut dans ce cas déduire une expression approchée à la fonction de transfert qui est proportionnelle à $\omega^2 (T + T_R) T_R$. On retrouve dans ce cas un comportement analogue à celui d'un gravimètre.

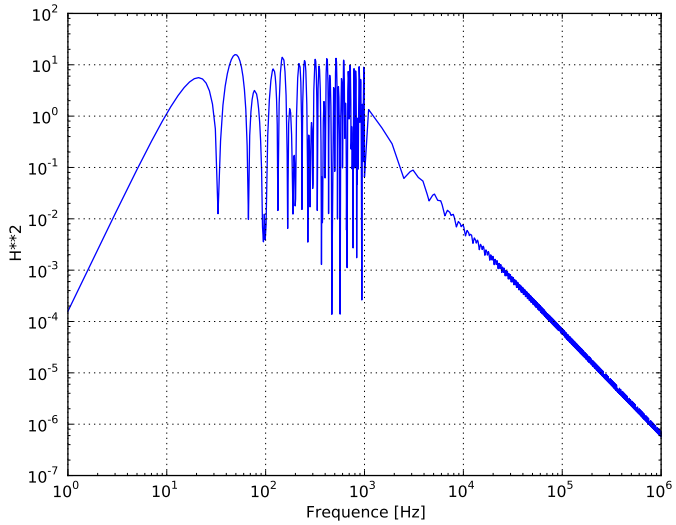


FIGURE A.2 – *Le carré de la fonction de transfert $H(\omega)$ calculée dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé. La durée de chaque impulsion est de 700 μs ; le temps T_R qui sépare deux impulsions est de 10 ms. Le délai entre les deux paires d'impulsions est T=19 ms. Pour les pulsations au delà de $2\pi\times 1$ kHz, nous avons considéré la valeur moyenne de la fonction de transfert.*

Bibliographie

[1] Peter J. Mohr and Barry N. Taylor. Codata recommended values of the fundamental physical constants : 2002. *Rev. Mod. Phys.*, 77 :1–107, Mar 2005.

[2] Peter J. Mohr, Barry N. Taylor, and David B. Newell. Codata recommended values of the fundamental physical constants : 2006. *Rev. Mod. Phys.*, 80 :633–730, Jun 2008.

[3] Barry N. Taylor Peter J. Mohr and David B. Newell. Codata recommended values of the fundamental physical constants : 2010. *arXiv. :1203.5425v1*, 2010.

[4] W. Liu, M. G. Boshier, S. Dhawan, O. van Dyck, P. Egan, X. Fei, M. Grosse Perdekamp, V. W. Hughes, M. Janousch, K. Jungmann, D. Kawall, F. G. Mariam, C. Pillai, R. Prigl, G. zu Putlitz, I. Reinhard, W. Schwarz, P. A. Thompson, and K. A. Woodle. High precision measurements of the ground state hyperfine structure interval of muonium and of the muon magnetic moment. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :711–714, Jan 1999.

[5] A.-M. Jeffery, R. E. Elmquist, L. H. Lee, J. Q. Shields, and R. F. Dziuba. *IEEE Trans. Instrum. Meas*, 46(2) :264, 1997.

[6] G. W. Small, B. W. Ricketts, P. C. Coogan, B. J. Pritchard, and M. M. R. Sovierzoski. *Metrologia*, 34(3) :241, 1997.

[7] G. Trapon, O. Thevenot, J. C. Lacueille, and W. Poirier. *Metrologia*, 40(4) :159, 2003.

[8] A. Hartland, R. G. Jones, and D. J. Legg. *Document CCE/88-9 submitted to the 18th meeting of the Consultative Committee for Electricity of the CIPM.*, 1988.

[9] E. R. Williams, Jr. G. R. Jones, S. Ye, R. Liu, H. Sasaki, P. T. Olsen, W. D. Phillips, and H. P. Layer. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 38(2) :233, 1989.

[10] P. G. Park, C. H. Choi, C. S. Kim, V. Y. Shifrin, and V. N. Khorev. *J. Korean Phys. Soc.*, 34(4) :327, 1999.

[11] V. Y. Shifrin, P. G. Park, V. N. Khorev, C. H. Choi, and S. Lee. *IEEE Trans. Instrum. Meas*, 48(2) :196, 1999.

[12] Julian Schwinger. Quantum electrodynamics. iii. the electromagnetic properties of the electron¯radiative corrections to scattering. *Phys. Rev.*, 76 :790–817, Sep 1949.

[13] Toichiro Kinoshita and Makiko Nio. Improved α^4 term of the electron anomalous magnetic moment. *Phys. Rev. D*, 73 :013003, Jan 2006.

[14] T. Aoyama, M. Hayakawa, T. Kinoshita, and M. Nio. Revised value of the eighth-order contribution to the electron $g-2$. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :110406, Sep 2007.

[15] A. D. Martin D. Nomura K. Hagiwara, R. Liao and T. Teubner. *J. Phys. G*, G38.

[16] F. Jegerlehner and R. Szafron. *Eur. Phys. J.*, C71 :1632, 2011.

[17] B. Malaescu M. Davier, A. Hoecker and Z. Zhang. *Eur. Phys. J*, C71.

[18] B. Krause. *Phys. Lett.*, B390.

[19] Kirill Melnikov and Arkady Vainshtein. Hadronic light-by-light scattering contribution to the muon anomalous magnetic moment reexamined. *Phys. Rev. D*, 70 :113006, Dec 2004.

[20] J. Bijnens and J. Prades. *Mod. Phys. Lett.*, A22.

[21] E. de Rafael J. Prades and A. Vainshtein. *Lepton Dipole Moments, edited by B. L. Roberts and W. J. Mar- ciano (World Scientific, Singapore)*, pages 303–319, 2009.

[22] Andreas Nyffeler. Hadronic light-by-light scattering in the muon $g-2$: A new short-distance constraint on pion exchange. *Phys. Rev. D*, 79 :073012, Apr 2009.

[23] Andrzej Czarnecki, Bernd Krause, and William J. Marciano. Electroweak corrections to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :3267–3270, Apr 1996.

[24] M. Prrottet M. Knecht, S. Peris and E. De Rafael. *J. High Energy Phys*, 11.

[25] Andrzej Czarnecki, William J. Marciano, and Arkady Vainshtein. Refinements in electroweak contributions to the muon anomalous magnetic moment. *Phys. Rev. D*, 67 :073006, Apr 2003.

[26] D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse. New measurement of the electron magnetic moment and the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :120801, Mar 2008.

[27] T. Kinoshita T. Aoyama, M. Hayakawa and M. Nio. *Arxiv*, 1205.5368.

[28] Brianna J. Mount, Matthew Redshaw, and Edmund G. Myers. Atomic masses of ^{6}Li, ^{23}Na, ^{39,41}K, ^{85,87}Rb, and ^{133}Cs. *Phys. Rev. A*, 82 :042513, Oct 2010.

[29] Michael P. Bradley, James V. Porto, Simon Rainville, James K. Thompson, and David E. Pritchard. Penning trap measurements of the masses of ^{133}cs, $^{87,85}rb$, and ^{23}na with uncertainties ≤ 0.2 ppb. *Phys. Rev. Lett.*, 83 :4510–4513, Nov 1999.

[30] W. Nistler E. Krüger and Weirauch. *Metrolgie*, 32, 1995.

[31] W. Nistler E. Krüger and Weirauch. *Metrolgie*, 36, 1999.

[32] A. Wicht, J.M. Hensley, E. Sarajlic, and S. Chu. A preliminary measurement of the fine structure constant based on atom interferometry. *Physica Scripta*, 2002 :82, 2002.

[33] Holger Müller, Sheng-wey Chiow, Sven Herrmann, and Steven Chu. Atom interferometers with scalable enclosed area. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :240403, Jun 2009.

[34] Holger Müller, Sheng-wey Chiow, Quan Long, Sven Herrmann, and Steven Chu. Atom interferometry with up to 24-photon-momentum-transfer beam splitters. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :180405, May 2008.

[35] Sheng-wey Chiow, Sven Herrmann, Steven Chu, and Holger Müller. Noise-immune conjugate large-area atom interferometers. *Phys. Rev. Lett.*, 103 :050402, Jul 2009.

[36] Rémy Battesti, Pierre Cladé, Saida Guéllati-Khelifa, Catherine Schwob, Benoît Grémaud, Fran çois Nez, Lucile Julien, and Fran çois Biraben. Bloch oscillations of ultracold atoms : A tool for a metrological determination of h/m_{rb}. *Phys. Rev. Lett.*, 92 :253001, Jun 2004.

[37] Pierre Cladé, Estefania de Mirandes, Malo Cadoret, Saida Guellati-Khélifa, Catherine Schwob, Fran çois Nez, Lucile Julien, and Fran çois Biraben. Determination of the fine structure constant based on bloch oscillations of ultracold atoms in a vertical optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 96 :033001, Jan 2006.

[38] Malo Cadoret, Estefania de Mirandes, Pierre Cladé, Saida Guellati-Khélifa, Catherine Schwob, Fran çois Nez, Lucile Julien, and Fran çois Biraben. Combination of bloch oscillations with a ramsey-bordé interferometer : New determination of the fine structure constant. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :230801, Dec 2008.

[39] O. Carnal and J. Mlynek. Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2689–2692, May 1991.

[40] David W. Keith, Christopher R. Ekstrom, Quentin A. Turchette, and David E. Pritchard. An interferometer for atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2693–2696, May 1991.

[41] F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. J. Bordé. Optical ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :177–180, Jul 1991.

[42] Mark Kasevich and Steven Chu. Atomic interferometry using stimulated raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :181–184, Jul 1991.

[43] Sheng-wey Chiow, Tim Kovachy, Hui-Chun Chien, and Mark A. Kasevich. $102\hbar k$ large area atom interferometers. *Phys. Rev. Lett.*, 107 :130403, Sep 2011.

[44] G. Lamporesi, A. Bertoldi, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino. Determination of the newtonian gravitational constant using atom interferometry. *Phys. Rev. Lett.*, 100 :050801, Feb 2008.

[45] T. van Zoest, N. Gaaloul, Y. Singh, H. Ahlers, W. Herr, ST Seidel, W. Ertmer, E. Rasel, M. Eckart, E. Kajari, et al. Bose-einstein condensation in microgravity. *Science*, 328(5985) :1540–1543, 2010.

[46] R. Geiger, V. Ménoret, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, et al. Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry. *Nature communications*, 2 :474, 2011.

[47] M. Kasevich and S. Chu. Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 54(5) :321–332, 1992.

[48] Mark Kasevich, David S. Weiss, Erling Riis, Kathryn Moler, Steven Kasapi, and Steven Chu. Atomic velocity selection using stimulated raman transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2297–2300, May 1991.

[49] Kathryn Moler, David S. Weiss, Mark Kasevich, and Steven Chu. Theoretical analysis of velocity-selective raman transitions. *Phys. Rev. A*, 45 :342–348, Jan 1992.

[50] Norman F. Ramsey. A new molecular beam resonance method. *Phys. Rev.*, 76 :996–996, Oct 1949.

[51] Norman F. Ramsey. Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers. *Rev. Mod. Phys.*, 62 :541–552, Jul 1990.

[52] Maxime Ben Dahan, Ekkehard Peik, Jakob Reichel, Yvan Castin, and Christophe Salomon. Bloch oscillations of atoms in an optical potential. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :4508–4511, Jun 1996.

[53] Ekkehard Peik, Maxime Ben Dahan, Isabelle Bouchoule, Yvan Castin, and Christophe Salomon. Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams. *Phys. Rev. A*, 55 :2989–3001, Apr 1997.

[54] S. R. Wilkinson, C. F. Bharucha, K. W. Madison, Qian Niu, and M. G. Raizen. Observation of atomic wannier-stark ladders in an accelerating optical potential. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :4512–4515, Jun 1996.

[55] Rémy Battesti. *Accélération d'atomes ultrafroids ; mesure de h/m*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2003.

[56] Pierre Cladé. *Oscillations de Bloch d'atomes ultrafroids et mesure de la constante de structure fine*. PhD thesis, 2005.

[57] Malo Cadoret. *Application des oscillations de Bloch d'atomes ultrafroids et de l'interférométrie atomique à la mesure de h/m et la détermination de la constante de structure fine*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008.

[58] Z Bloch. *Phys.*, 52, 1929.

[59] G.H Wannier. *Phys. Rev.*, 117, 1960.

[60] G Nenciu. *Rev. Mod. Phys*, 63, 1991.

[61] J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Yu. B. Ovchinnikov, and T. Pfau. Intense source of cold rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 66 :023410, Aug 2002.

[62] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonade, Ph. Laurent, A. Clairon, and P. Rosenbusch. Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers. *Optics Communications*, 266(2) :609–613, 2008.

[63] R.A. Nyman, G. Varoquaux, B. Villier, D. Sacchet, F. Moron, Y.L. Coq, A. Aspect, and P. Bouyer. Tapered-amplified ar-coated laser diodes for potassium and rubidium atomic-physics experiments. *Arxiv preprint cond-mat/0511737*, 2005.

[64] F. Pereira Dos Santos A. Gauguet F. Leduc A. Landragin P. Cheinet, B. Canuel. Measurement of the sensitivity function in time-domain atomic interferometer. *IEEE Trans. on Instr. and Meas.*, 57 :1141, 2008.

[65] G. Santarelli, A. Clairon, SN Lea, and GM Tino. Heterodyne optical phase-locking of extended-cavity semiconductor lasers at 9 ghz. *Optics communications*, 104(4-6) :339–344, 1994.

[66] Pierre Cladé, Saïda Guellati-Khélifa, François Nez, and François Biraben. Large momentum beam splitter using bloch oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 102 :240402, Jun 2009.

[67] S. Guellati-Khélifa F. Nez P. Cladé, T. Plisson and F. Biraben. Theoretical analysis of a large momentum beamsplitter using bloch oscillations. *Eur. Phys. J. D*, 59 :349–360, 2010.

[68] Jun Ye Long-Sheng Ma, Peter Jungner and John L. Hall. Delivering the same optical frequency at two places : accurate cancellation of phase noise introduced by an optical fiber or other time-varying path. *Optics Letters*, 1994.

[69] Z. Bi X. Xu Y. Jiang, S. Fang and L. Ma. Nd :yag lasers at 1064 nm with 1-hz linewidth. *Applied Physics B*, 2010.

[70] Béatrice De Beauvoir. *Réalisation d'un étalon de fréquence à 778 nm : mesure absolue des fréquences 2S-8S/D des atomes d'hydrogène et de deutérium et détermination de la constante de Rydberg.* PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1996.

[71] M. Fouché R. Battesti C. Robilliard F. Bielsa, A. Dupays and C. Rizzo. Birefringence of interferential mirrors at normal incidence. *Applied Physics B.*

[72] R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth, and P. St. J. Russell. Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :2264–2267, Sep 2000.

[73] S. A. Ranka J. K. Stentz A. Windeler R. S. Hall J. L. Jones, D. J. Diddams and S. T. Cundiff. Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthetis. *Science*, page 288 :635, 2000.

[74] Thomas J Witt. Using the autocorrelation function to characterize time serie of voltage measurements. *Metrologia*, 44(3) :201, 2007.

[75] Pierre Cladé, Estefania de Mirandes, Malo Cadoret, Saïda Guellati-Khélifa, Catherine Schwob, François Nez, Lucile Julien, and François Biraben. Precise measurement of h/m_{rb} using bloch oscillations in a vertical optical lattice : Determination of the fine-structure constant. *Phys. Rev. A*, 74 :052109, Nov 2006.

[76] H. KOGELNIK and T. LI. Laser beams and resonators. *Applied Optics*, 1966.

[77] Nachr. Ges. Wiss. GÄottingen H. Minkowski.

[78] Gretchen K. Campbell, Aaron E. Leanhardt, Jongchul Mun, Micah Boyd, Erik W. Streed, Wolfgang Ketterle, and David E. Pritchard. Photon recoil momentum in dispersive media. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :170403, May 2005.

[79] Rym Bouchendira, Pierre Cladé, Saida Guellati-Khélifa, Fran çois Nez, and Fran çois Biraben. New determination of the fine structure constant and test of the quantum electrodynamics. *Phys. Rev. Lett.*, 106 :080801, Feb 2011.

[80] Robert S. Van Dyck, Paul B. Schwinberg, and Hans G. Dehmelt. New high-precision comparison of electron and positron g factors. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :26–29, Jul 1987.

[81] S. Vasilyev, A. Nevsky, I. Ernsting, M. Hansen, J. Shen, and S. Schiller. Compact all-solid-state continuous-wave single-frequency uv source with frequency stabilization for laser cooling of Be^+ ions. *Appl Phys B.*, 103, Aug 2011.

[82] T. Lévèque, A. Gauguet, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin. Enhancing the area of a raman atom interferometer using a versatile double-diffraction technique. *Phys. Rev. Lett.*, 103 :080405, Aug 2009.

[83] G.J. Dick. Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards. Technical report, DTIC Document, 1987.

[84] G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, G.J. Dick, and A. Clairon. Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator. *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, 45(4) :887–894, 1998.

[85] Patrick Cheinet. *Conception et Réalisation d'un Gravimètre à Atomes Froids.* PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2006.

[86] Benjamin Canuel. *Étude d'un gyromètre à atomes froids.* PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2007.

[87] A. Papoulis. *Probability, random variables and stochastic processes, Third edition.* Ed. Mcgraw-Hill international, 1991.

Mesure de l'effet de recul de l'atome de rubidium par interférométrie atomique : nouvelle détermination de la constante de structure fine pour tester l'électrodynamique quantique

Résumé La constante de structure fine α est une constante sans dimension qui décrit la force de l'interaction électromagnétique. Aujourd'hui, la valeur la plus précise de α est obtenue à partir de la mesure de l'anomalie du moment magnétique de l'électron et des calculs complexes de la QED. Dans ce manuscrit, nous montrons qu'il est possible à partir de la mesure de la vitesse de recul d'un atome de rubidium lorsqu'il absorbe un photon de déduire une valeur du rapport h/m_{Rb} et de α. La vitesse de recul est déduite à partir de la mesure, par effet Doppler, de la variation de vitesse induite par un phénomène d'accélération cohérente. Nous utilisons pour cela la technique des oscillations de Bloch et un interféromètre atomique de Ramsey-Bordé. Nous présentons une nouvelle détermination de la constante de structure fine présentant une incertitude relative de $6,6 \times 10^{-10}$. L'incertitude est suffisamment faible pour permettre de tester, pour la première fois, la contribution des corrections dues aux hadrons et à l'interaction faible dans le calcul de l'anomalie du moment magnétique de l'électron.

Mots-clés atomes froids, métrologie, interférométrie atomique, oscillations de Bloch, constante de structure fine, anomalie du moment magnétique de l'électron.

Mesurement of the recoil velocity on rubidium atoms: a new determination of the fine structure constant to test quantum electrodynamics

Abstract The fine structure constant α is a dimensionless constant that describes the strength of the electromagnetic interaction. Today, its more accurate value is obtained from the combination of the electron magnetic moment anomaly measurement and complex QED calculations. In this work, we show that it is possible, from the recoil velocity measurement on a rubidium atom when it absorbs a photon, to deduce a value of the ratio h/m_{Rb} and of α. For such a measurement, we measure a Doppler shift due to an iduced coherent accelation. The main tools used for that are Bloch oscillations and an atomic Ramsey-Bordé interferometer. We report a new value of the fine structure constant with a relative uncertainty of $6,6 \times 10^{-10}$. The precision is large enough to verify, for the first time, the munonic and weak interaction contributions to the electron anomaly calculations.

Key words cold atoms, metrology, atomic interferometry, Bloch oscillations, fine structure constant, electron magnetic moment anomaly.