

Vendredi 14 Juillet 2017  
Soutenance de l'Habilitation Universitaire

**MODÈLES D'INVESTIGATION DES  
PRATIQUES INSTITUTIONNELLES EN  
MATHÉMATIQUES**

Dispositifs méthodologiques en didactique des mathématiques,  
dans une perspective de conception d'ingénieries pour l'action



Imène GHEDAMSI  
Université de Tunis

- Une perspective fonctionnelle : Outil pour répondre à la question des observables  
→Spéculer sur une réalité liée à l'éducation mathématique
- Une perspective structurelle : Objet i.e. système cohérent et organisé de concepts  
→Modèle ponctuel  
→Modèle local  
→Modèle global
- Ma recherche : A la charnière des deux perspectives  
→Modélisation locale : les organisations mathématiques et la classe de mathématiques  
→Mise en œuvre/Outils : Mémoires de master et de doctorat...

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une double perspective pour définir un modèle en DM  
**Falsifiabilité et Prédiction**  
Trois principes fondateurs d'un modèle en DM  
La question du Networking

- Falsifiabilité du modèle
  - Existence potentielle d'observables invalidants
  - Fonction critique de l'empirie
  - Ma pratique de chercheur : Aucune intention d'"immunisation" des modèles
- Une modélisation prédictive
  - Existence de variables explicatives
  - "Probabiliser" des phénomènes didactiques
  - Qu'est ce qui est expliqué et qu'est ce qui reste à expliquer ?
  - Ma pratique de chercheur : Focaliser sur ce qui reste à expliquer, ne pas hésiter à coordonner et combiner des modèles

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une double perspective pour définir un modèle en DM  
Falsifiabilité et Prédiction  
**Trois principes fondateurs d'un modèle en DM**  
La question du Networking

- ❑ Principe ontologique : Mode d'être des objets mathématiques
  - Les objets mathématiques sont hypothétiques, conservés si viables
- ❑ Principe épistémologique : Mode de production des objets mathématiques
  - Résultats d'adaptation du sujet cognitif
  - Insuffisance de l'adaptation pour la production des OM
- ❑ Principe cognitif : Cognition mathématique
  - Une forme d'adaptation cognitive
  - Une forme de réflexion et d'action culturelle et historique

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une double perspective pour définir un modèle en DM  
Falsifiabilité et Prédiction  
Trois principes fondateurs d'un modèle en DM  
**La question du Networking**

- Connexion de modèles
  - Diversité des problématiques spécifiques aux OM en jeu
  - Quatre formes de connexion : comparer, contraster, coordonner et combiner
  
- Le contexte de ma recherche
  - Conception d'alternatives pour des OM spécifiques
  - Ingénieries didactiques comme méthodologie de la TSD
  - Connexion de modèles pour une meilleure prise en compte de l'impact des choix institutionnels
  - Expérience d'enseignement : Module "Ingénieries Didactiques" en master de recherche et émergence de la question de l'action

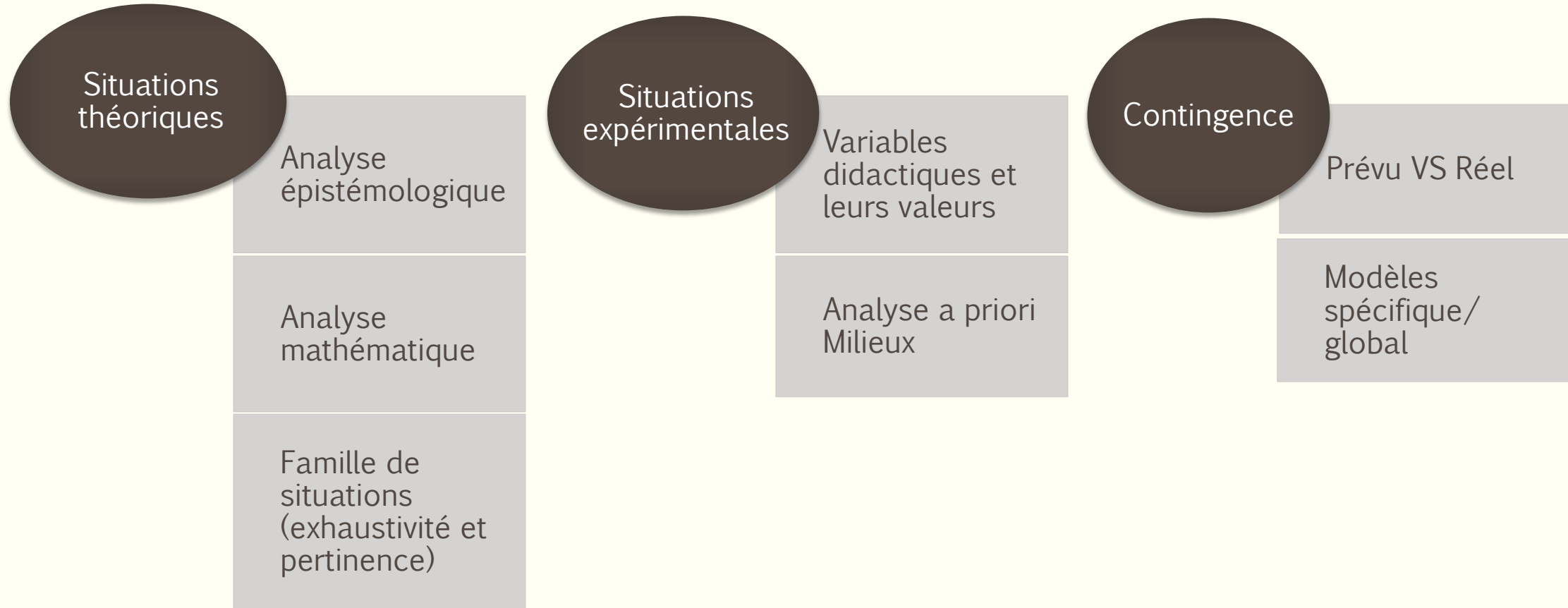
1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

## Une méthodologie de recherche structurée en trois étapes

L'aspect phénoménotechnique des ingénieries

L'ingénierie de l'analyse réelle dans la transition lycée/université

Enjeux de la réalité institutionnelle



1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. **Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD**
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une méthodologie de recherche structurée en trois étapes  
**L'aspect phénoménotechnique des ingénieries**  
L'ingénierie de l'analyse réelle dans la transition lycée/université  
Enjeux de la réalité institutionnelle

- Progression des modèles de la didactique des mathématiques
- Faire apparaître des phénomènes didactiques et les étudier → viser une avancée des résultats de recherche
- Pas de souci immédiat de diffusion
- Ma recherche actuelle et en cours :
  - L'usage, la pratique, la nécessité d'action au niveau du système éducatif
  - Production de ressources pour l'enseignement et pour la formation des enseignants
  - Projet de modélisation méthodologique des ingénieries pour le développement

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle des variables macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une méthodologie de recherche structurée en trois étapes  
L'aspect phénoménotechnique des ingénieries  
**L'ingénierie de l'analyse réelle dans la transition lycée/université**  
Enjeux de la réalité institutionnelle

- Littérature : Existence formellement établie et difficultés du travail des étudiants  
→ une borne supérieure, une limite (convergence d'une suite), une suite (densité de  $\mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$  ou théorème de Bolzano-Weierstrass par exemple), une valeur intermédiaire, un point fixe, un nombre dérivé (théorème des accroissements finis, théorème de Rolle ou formule de Taylor par exemple), un infinitésimal (reste intégral ou un équivalent d'une fonction par exemple)...
- Situations théoriques : Lien entre nombre réel et limite cristallise cette existence  
→ 1<sup>er</sup> principe : Existence/accessibilité  
→ 2<sup>ème</sup> principe : Entrée dans un processus des preuve mixtes –pragmatiques vs formelles  
→ Choix finalement retenu : Méthodes numériques d'approximation successive des fractions continues et de Newton  
→ Réseau des savoirs visés : Convergence de suite, densité de  $\mathbb{Q}$  dans  $\mathbb{R}$ , segments emboîtés, borne supérieure, valeur intermédiaire, accroissements finis/Rolle, point fixe, formule de Taylor
- Situations expérimentales et contingence  
→ L'antiphérèse de  $\sqrt{2}$  et le point fixe de cosinus  
→ Contrat didactique pour la validation & Usage implicite des segments emboîtés (complétude intuitive de l'ensemble des réels ?)



1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. **Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD**
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une méthodologie de recherche structurée en trois étapes  
L'aspect phénoménotechnique des ingénieries  
L'ingénierie de l'analyse réelle dans la transition lycée/université  
**Enjeux de la réalité institutionnelle**

- Autres questions
  - Qu'est ce qui est entrepris par l'institution ?
  - Que peut-on en déduire du point de vue de l'apprentissage, du point de vue de l'enseignement ?
- Une double considération des choix institutionnels
  - Organisations mathématiques (Modèle VMD)
  - Réalité de classe de mathématiques (Modèle GMAT)
- Question ultime
  - Qu'est ce qu'on pourrait espérer (reste à) investir à travers ces ingénieries ?
  - La préoccupation de recherche (avancées théoriques de modélisation) demeure....

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

## Etude des organisations mathématiques institutionnelles

Définition de la variabilité et Networking

Modèle réduit des variables dans le cas des nombres complexes

Validité et adaptation du modèle

- Méthodes consistantes d'exploration des organisations mathématiques de l'institution
- Vision synthétique : Exigences du travail attendu
- Porter une dimension de variabilité → généricité
- Quels sont les modèles, mis en valeur à travers les divers travaux didactiques, susceptibles de nous renseigner sur les variations didactiques dans les organisations mathématiques institutionnelles ?

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Etude des organisations mathématiques institutionnelles  
**Définition de la variabilité et Networking**  
 Modèle réduit des variables dans le cas des nombres complexes  
 Validité et adaptation du modèle

- Une première modélisation praxéologique en 4T (Type de tâche, Technique, Technologie, Théorie)
- Les exigences de flexibilité cognitive : Les registres sémiotiques et les conversions, Statut de l'objet (Processus/objet), La mise en fonctionnement des connaissances (Technique, Mobilisable, Disponible)
- Le formalisme et la généralisation des énoncés



Praxéologies mathématiques	Flexibilité cognitive	Formalisme et généralisation
VD5 : Type de tâches	VD7 : Niveau de mise en fonctionnement des connaissances	VD1 : Formalisme
VD6 : Techniques et routinisation	VD8 : Statut de l'objet	VD3 : Généralisation
VD2 : Mode de validation	VD9 : Conversions entre registres sémiotiques	VD4, VD10

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
- 3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques**
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Etude des organisations mathématiques institutionnelles  
Définition de la variabilité et Networking  
**Modèle réduit des variables dans le cas des nombres complexes**  
Validité et adaptation du modèle

- Identification des variables potentielles de l'étude  
→ VD3, VD8 et VD9  
→ Mais d'abord une modélisation praxéologique VD5 et VD6
- Mise à l'épreuve empirique : Haut niveau de flexibilité cognitive/Transition  
→ distinguer entre propriétés nombres réels/nombres complexes ; transiter entre diverses représentations mathématiques pour résoudre des problèmes ; faire des conversions sémiotiques ;etc.
- Aménager et alimenter VD3 (Généralisation) et VD9 (Représentation)

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Etude des organisations mathématiques institutionnelles  
Définition de la variabilité et Networking  
Modèle réduit des variables dans le cas des nombres complexes  
**Validité et adaptation du modèle**

- Elaboration d'un modèle comportant dix variables macro-didactiques → spécificités du travail attendu de la part des étudiants dans la transition lycée/université
- Deux adaptations majeures dans le cas des nombres complexes :
  - VD3 (Généralisation) : Détecter le niveau de généralité exigé dans les tâches requises / Repérer les abus de généralisation des propriétés des réels aux complexes
  - VD9 (Représentations et conversions) : Ne se limitent plus aux représentations sémiotiques / Représentations mathématiques - les nombres complexes accèdent progressivement à leur statut objet par la conceptualisation progressive de ses différents rôles Chaque rôle est matérialisé par la catégorie auquel il réfère
- Une dimension de généricité et des adaptations qui maintiennent la cohérence globale du modèle

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. **Le modèle GMAT d'étude micro-didactique**
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

**Le problème d'analyse des situations de classe de mathématiques**  
Conformité au développement de l'activité mathématique  
Cas des images de la convergence de suite  
Problématiques spécifiques et flexibilité du modèle

- Travail des étudiants conditionné par
  - Organisation mathématique et les énoncés en jeu
  - Compléments apportés par la gestion du professeur
- En classe de mathématiques
  - Partage des responsabilités entre professeur et étudiants
  - Tous les niveaux de l'activité mathématique
- Etablir un modèle dans le cadre de la TSD qui soit suffisamment flexible pour supporter l'étude de diverses problématiques en fonction des objets mathématiques visés
  - Contrat didactique en vigueur matérialisé par la gestion du professeur

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. **Le modèle GMAT d'étude micro-didactique**
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Le problème d'analyse des situations de classe de mathématiques  
**Conformité au développement de l'activité mathématique**  
Cas des images de la convergence de suite  
Problématiques spécifiques et flexibilité du modèle

- Situation : Système idéale des interactions entre étudiants, professeur et milieu mathématique
  - Modélisation en réseau du travail des étudiants et des interventions du professeur sur plusieurs niveaux
  - Nature du travail des étudiants conditionnée par les spécificités épistémologiques et cognitives des objets mathématiques en jeu

### **Gestion Professeur**

- Gestion des interactions (engager un débat en posant des questions sur les savoirs, les connaissances ; laisser un choix pour poser et se poser des questions (les déséquilibrer); etc.).
- Gestion de la recherche et de la formulation (faire traiter exemples/ contre-exemples, favoriser une formulation; etc.).
- Gestion de la validation (déclaration, instanciation, argumentation par formulation ; etc.).

### **Travail Étudiants**

- Travail de recherche et de formulation (questions sur savoirs, connaissances, expression, opinions ; etc.).
- Travail de validation (procédures/techniques, validation formel/non formel, discussion de méthodes ; etc.).

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Le problème d'analyse des situations de classe de mathématiques  
Conformité au développement de l'activité mathématique  
**Cas des images de la convergence de suite**  
Problématiques spécifiques et flexibilité du modèle

- GMAT en classe de mathématiques sur la convergence de suite sous l'angle de la problématiques des images
  - Ajustement de GMAT : Développement et évolution des images en regard de la gestion du professeur
  - Etude préalable des images potentielles

### Gestion Professeur

- Gestion des interactions (engager un débat en posant des questions sur les savoirs, les connaissances ; **laisser un choix pour organiser les éléments du concept images** ; etc.).
- Gestion de la recherche et de la formulation (faire traiter exemples/ contre-exemples, **verbalisation d'images conflictuelles**; etc.).
- Gestion de la validation (déclaration, instanciation, argumentation par formulation ; etc.).

### Travail Étudiants

- Travail de recherche et de formulation (questions sur savoirs, connaissances, **expression d'éléments du concept image**, opinions ; etc.).
- Travail de validation (procédures/techniques, validation formel/non formel, discussion de méthodes ; etc.).



1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. **Le modèle GMAT d'étude micro-didactique**
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Le problème d'analyse des situations de classe de mathématiques  
Conformité au développement de l'activité mathématique  
Cas des images de la convergence de suite  
**Problématiques spécifiques et flexibilité du modèle**

- Mise en œuvre de GMAT
  - Point de vue global : invariants dans la gestion du professeur et impact sur l'apprentissage
  - Point de vue local : choix de gestion spécifiques aux objets en jeu et implication sur le travail de conceptualisation
  
- La dimension locale : Adaptation des critères à la problématique visée
  - Convergence de suite : problématiques des images
  - Preuve et figure en géométrie : complexité du processus de validation à travers le support utilisé – diverses appréhensions du rôle de la figure pour justifier
  
- Préservation de la cohérence globale et une flexibilité à s'adapter aux problématiques visées

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

## La question de l'action didactique à travers les ingénieries

Principe fondamental des ingénieries pour l'action  
Dispositif méthodologique et premiers résultats

- Insuffisance d'une étude des conditions ordinaires de l'enseignement par rapport aux objets mathématiques visés
- Attention motivée par le besoin de visibilité dans l'action didactique
- Absence de bases théoriques d'une méthodologie qui commande une ingénierie dont on veut faire une ressource pour l'institution (TSD)
- Deux éléments essentiels pour penser une telle méthodologie
  - Garder le contrôle de la version recherche – Aspect phénoménotechnique
  - Négocier l'adaptabilité – Dévolution aux enseignants, Etude des transformations, fonctionnement institutionnel

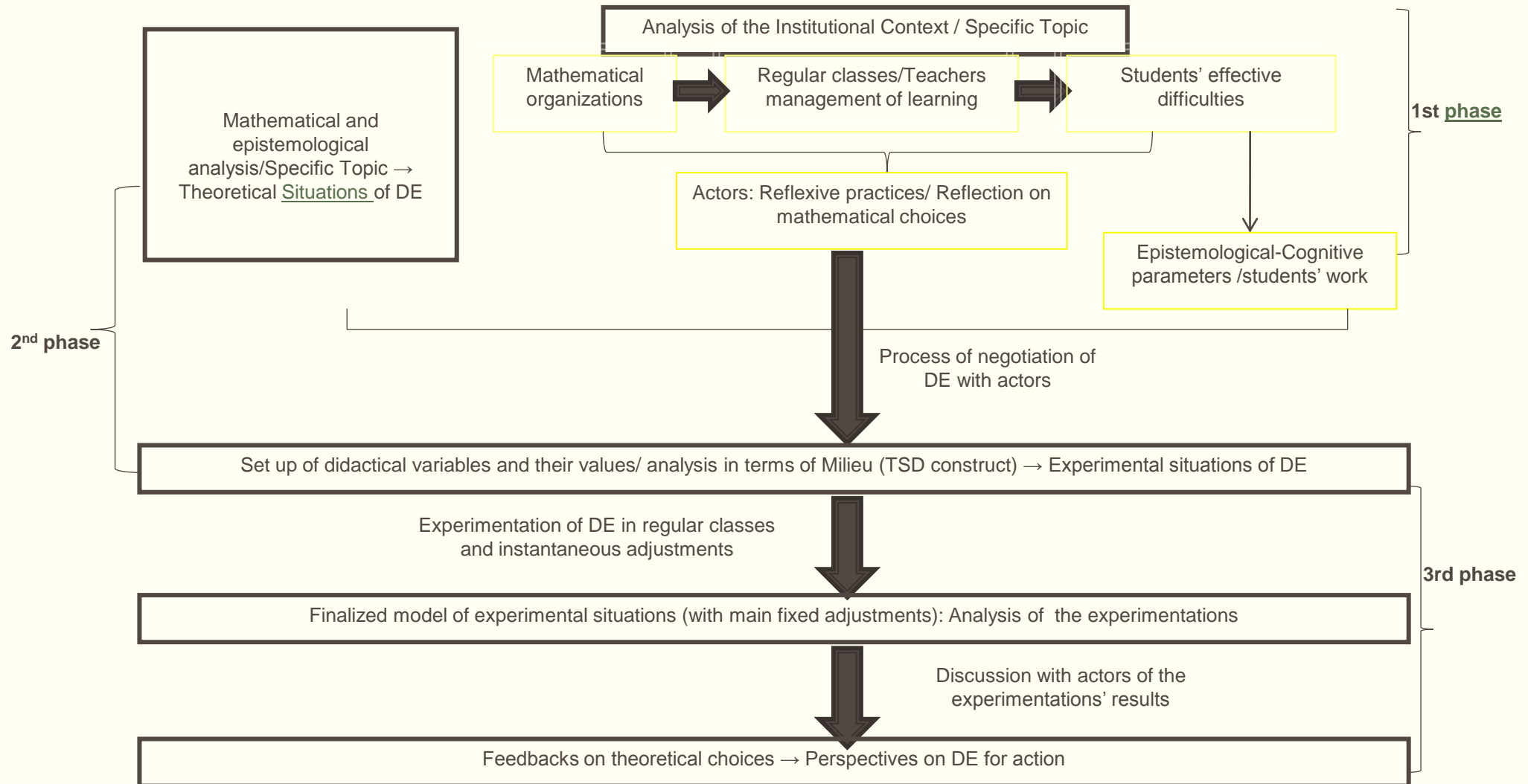
1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

La question de l'action didactique à travers les ingénieries  
**Principe fondamental des ingénieries pour l'action**  
Dispositif méthodologique et premiers résultats

- Un principe articulé sur trois idées fondamentales : Négociation/Dévolution
  - Les convaincre du besoin de mettre en place d'une telle ingénierie –
  - Visibilité des difficultés des étudiants (Modèles VMD et GMAT)
  - Les impliquer dans la conception de l'ingénierie – autoréflexion sur leurs pratiques et leurs impacts
  - Attribuer une marge de manœuvre lors des expérimentations tout en gardant le contrôle des éléments d'analyse prévus
- Une méthodologie en trois phases en conformité avec ce principe

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

La question de l'action didactique à travers les ingénieries  
 Principe fondamental des ingénieries pour l'action  
**Dispositif méthodologique et premiers résultats**



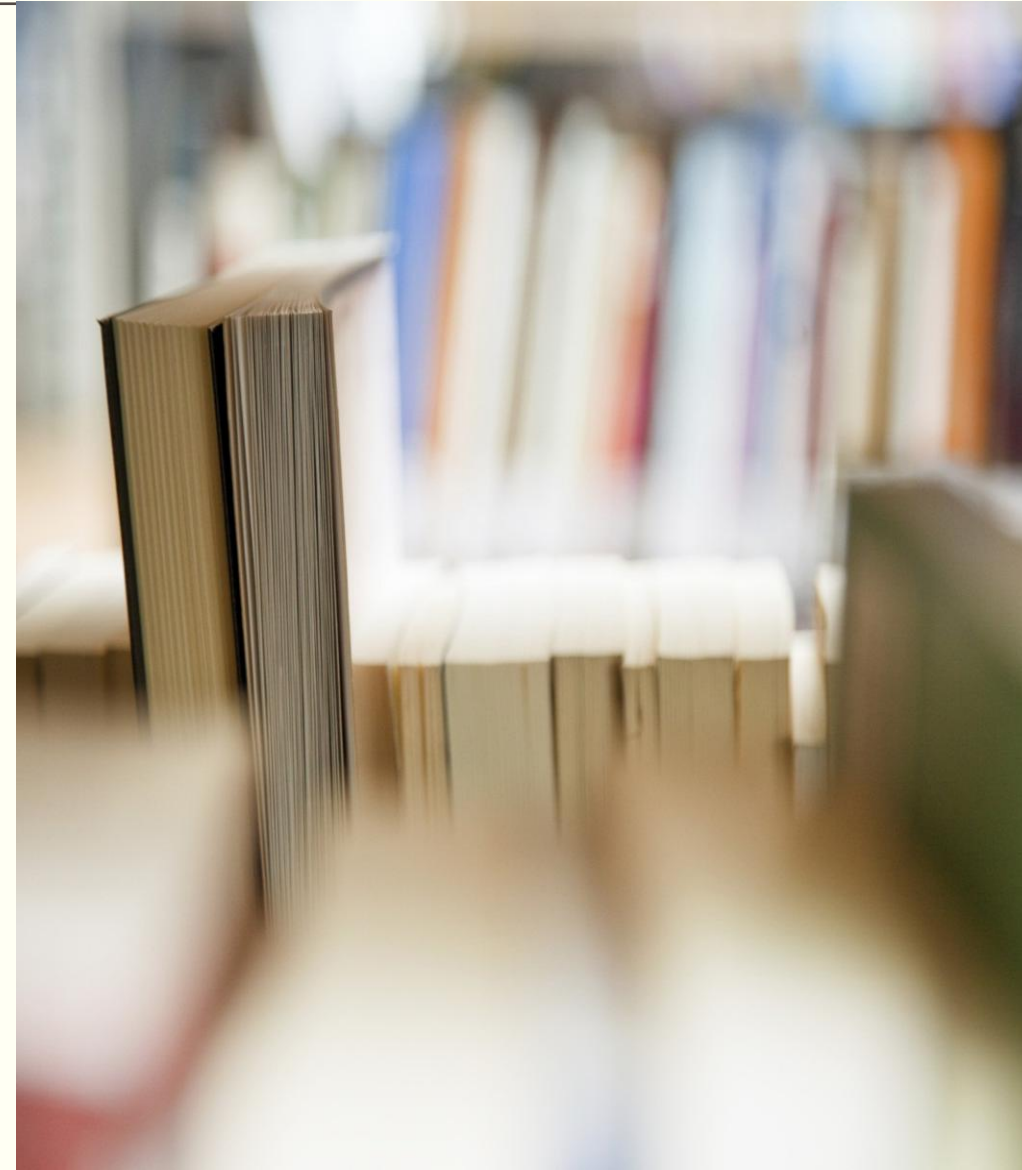
1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

## Autoréflexion et dimension épistémologique

Les catégories comme modèle didactique

Le problème du continu et le raisonnement à  $\varepsilon$  près

- Posture autoréflexive : Une composante essentielle à la dévolution
- Quelles sont les similitudes entre ce que les travaux de recherche concernant les pratiques réflexives ont mis en évidence et ce que nos premiers résultats, fortement reliés à la dimension épistémologique, ont apporté comme éclairage ?
- Comment ces travaux pourraient-ils nous renseigner par rapport à la façon de cadrer théoriquement le processus d'autoréflexion dans le projet global d'implémentation des ingénieries dans l'institution ?



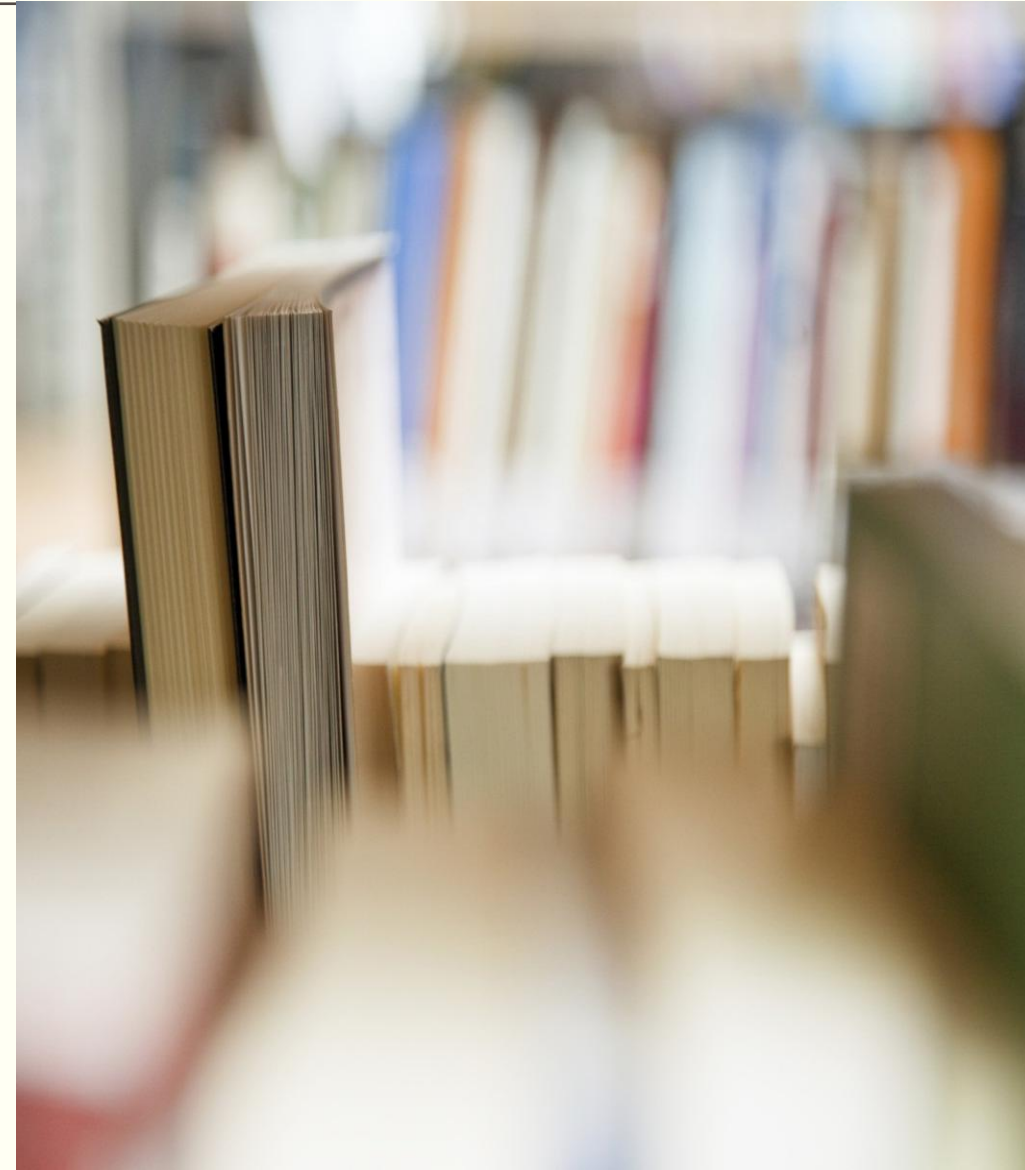
1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Autoréflexion et dimension épistémologique

Les catégories comme modèle didactique

Le problème du continu et le raisonnement à  $\varepsilon$  près

- La variable : Changement de représentation mathématique
  - Dans quelle mesure la théorie des catégories, en tant qu'approche conceptuelle des mathématiques, permet-elle de penser les exigences de flexibilité cognitive ?
- Le continu et le raisonnement à  $\varepsilon$  près
  - Comment organiser la jonction des questions encore vives en mathématiques concernant les liens entre le continu archimédien et non archimédien et celles spécifiques aux questions de construction des situations théoriques de l'analyse réelle dans la transition lycée/université ?





---

---

MERCI !

*Comprenons-nous bien ce que veut dire comprendre ?*  
André Revuz, Mathématicien, Paris 7

---

---

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. **Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD**
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une méthodologie de recherche structurée en trois étapes  
L'aspect phénoménotechnique des ingénieries  
**L'ingénierie de l'analyse réelle dans la transition lycée/université**  
Enjeux de la réalité institutionnelle

- Existence / Accessibilité
- Existence (établie) des objets de l'analyse réelle ne permet pas de les localiser, les approcher
- Nécessité de susciter une réflexion sur la nature de ces objets
  
- Pragmatique vs Formelle
- Maîtrise du formalisme ne peut s'appuyer exclusivement sur la manipulation des signes mathématiques
- Exercer un contrôle sémantique – par le sens sur des objets spécifiques



1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. **Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD**
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une méthodologie de recherche structurée en trois étapes  
L'aspect phénoménotechnique des ingénieries  
**L'ingénierie de l'analyse réelle dans la transition lycée/université**  
Enjeux de la réalité institutionnelle

## ■ Situations Théoriques

- 1) Concevoir la nature des nombres (distinguer entre rationnel, irrationnel algébrique, irrationnel transcendant)
- 2) Faire une hypothèse et la valider sur la possibilité de construire une suite approchant un nombre
- 3) Calculer des valeurs approchées d'irrationnels (par exemple solution d'une équation non résoluble par l'usage des techniques algébriques à disposition) avec une approximation arbitrairement fixée
- 4) Construire une suite convergeant vers un réel et contrôler la rapidité de la convergence (exhiber une approximation d'un réel, contrôler l'erreur dans les termes de la suite)
- 5) Contrôler la validité des résultats numériques (les relier aux définitions et théorèmes déjà introduits)

## ■ Variables didactiques

- VD1 Nature du nombre (rationnel, irrationnel/algébrique, irrationnel/transcendant)
- VD2 Nature de la suite (rationnelle, irrationnelle, ...)
- VD3 Type de suite (explicite, récurrente, ...)
- VD4 Comportement de la suite (monotone/croissante, décroissante, non monotone, ...)
- VD5 Types d'approximation et d'erreur sollicitées
- VD6 Type de l'équation
- VD7 Méthode d'approximation

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une méthodologie de recherche structurée en trois étapes  
L'aspect phénoménotechnique des ingénieries  
**L'ingénierie de l'analyse réelle dans la transition lycée/université**  
Enjeux de la réalité institutionnelle



Imène GHEDAMSI

Lorsque l'on passe du lycée à l'université, les valeurs de variables macro-didactiques relatives aux niveaux de formalisation et de familiarité des savoirs mathématiques sont dichotomiques et témoignent d'une profonde mutation dans le travail mathématique demandé. La question se pose des moyens que peut se donner l'université pour gérer des variations aussi importantes et permettre aux étudiants d'accéder aux objets mathématiques. Une ingénierie construite et expérimentée dans le cadre de la théorie des situations didactiques a ciblé le travail des étudiants sur les méthodes d'approximation, afin de favoriser des allers/retours entre les preuves pragmatiques et l'utilisation des théorèmes d'analyse. Les situations de l'ingénierie prennent en compte la dialectique sémantique/syntaxique dans un processus de preuve et permettent un retour efficace sur les savoirs visés. L'entrée dans un processus de preuves mixtes – pragmatiques vs formelles – a ainsi été rendu obligatoire dans le travail des étudiants, à travers l'émergence du problème général de l'existence et de l'accessibilité des nombres, des limites et des suites.

Imène GHEDAMSI

Enseignante universitaire à l'université de Tunis, titulaire d'un doctorat en didactique des mathématiques de l'université de Tunis et de l'université Victor Segalen de Bordeaux 2. Elle a travaillé au sein de comité de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, avec une expérience de dix neuf ans dans l'enseignement.



9 786131 561931

978-613-1-56193-1

Contrôles pragmatique/formel en analyse



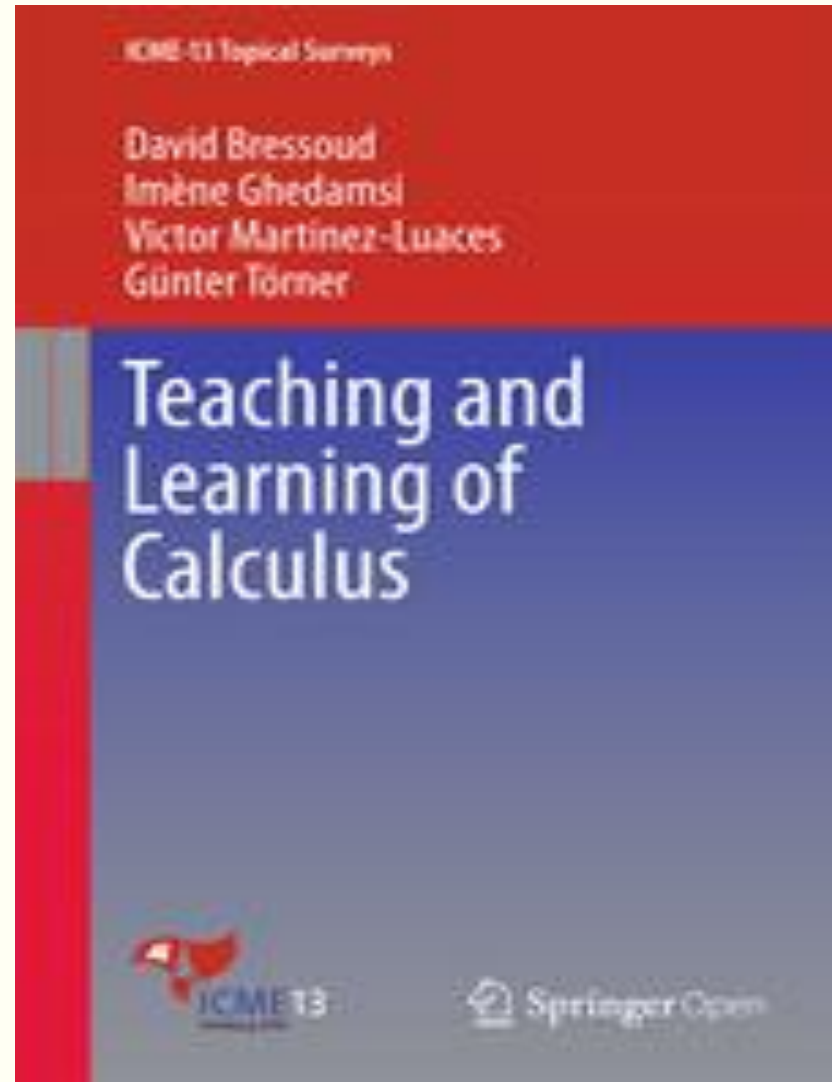
Imène GHEDAMSI

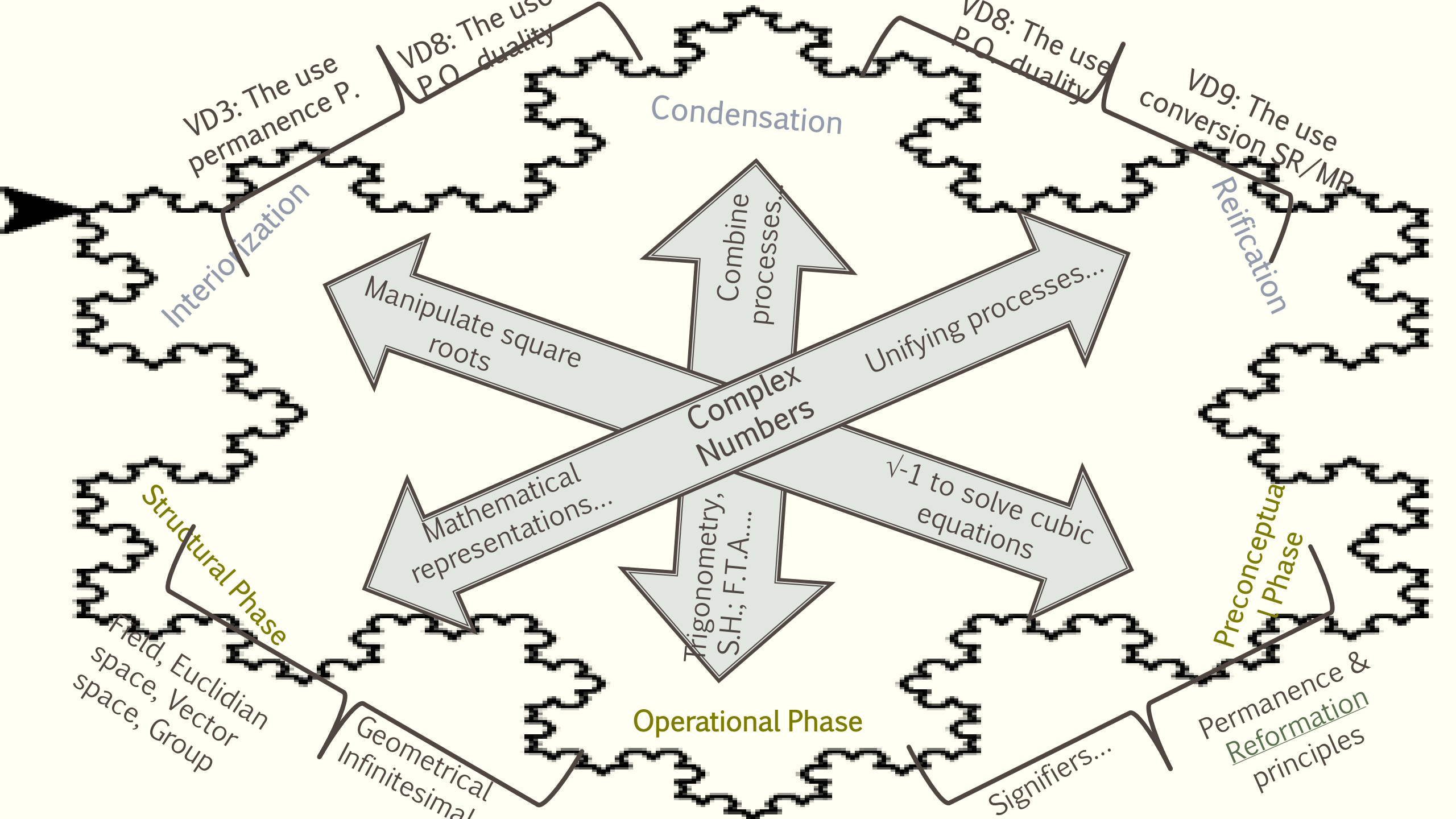
## Enseignement du début de l'analyse réelle à l'entrée à l'université

Articuler contrôles pragmatique et formel dans  
des situations à dimension a-didactique

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. **Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD**
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Une méthodologie de recherche structurée en trois étapes  
L'aspect phénoménotechnique des ingénieries  
**L'ingénierie de l'analyse réelle dans la transition lycée/université**  
Enjeux de la réalité institutionnelle





1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle des variables macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

Le problème d'analyse des situations de classe de mathématiques  
**Conformité au développement de l'activité mathématique**  
Cas des images de la convergence de suite  
Problématiques spécifiques et flexibilité du modèle

$P_{12} : u_n = a^n. \quad a \notin [-1, 1] \Leftrightarrow |a| > 1.$

$P_{13}$ : There is many methods to prove divergence.      **Interaction/Abbreviate**

$E_4$ : We can use the subsequences.

$P_{14}$ : Perhaps, we also can use a reductio ad absurdum.      **Interaction/Abbreviate**

$P_{15}$ : What's the main property of a convergent sequence seen in the lecture?

$E_5$ : A convergent sequence is a Cauchy one.

$P_{16}$ : Otherwise it's bounded, and then we suppose the sequence bounded and we conclude that it is absurd.      **Interaction/Abbreviate**

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle VMG d'étude macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

La question de l'action didactique à travers les ingénieries

### **Impact des choix institutionnels sur le DAM**

Principe fondamental des ingénieries pour l'action

Dispositif méthodologique et premiers résultats

- Exploiter les résultats de l'exploration institutionnelle pour étudier son impact sur le travail autonome des étudiants
  - Confrontation des acteurs aux impacts des choix institutionnels
  - Fonder les négociations sur un discours qui leur porte sens
- Deux études de cas
  - Ingénierie de la convergence de suite - Vision dynamique de la limite : limite de fonction/asymptote, expressions informelles, algorithmisation, implicites
  - divergence
  - Ingénierie des nombres complexes – Abus de généralisation, gérer les représentations y compris mathématiques et leurs conversions

1. Les modèles en didactique des mathématiques
2. Ingénierie didactique - Une méthodologie de la TSD
3. Le modèle des variables macro-didactiques
4. Le modèle GMAT d'étude micro-didactique
5. Vers des ingénieries dans l'action
6. Planification future de la recherche

La question de l'action didactique à travers les ingénieries  
Impact des choix institutionnels sur le DAM  
Principe fondamental des ingénieries pour l'action  
Dispositif méthodologique et premiers résultats

## L'exemple de la convergence de suites

1. Structurer les connaissances sur les nombres réels, notamment à travers leur développement décimal illimité dans son lien avec l'égalité en analyse réelle.
2. Expliciter les conditions nécessaires, les plus usuelles, de convergence de suites. Notre hypothèse est qu'il est difficile de donner le sens requis au formalisme de la convergence si la non convergence n'en est pas complètement déduite.

## L'exemple des nombres complexes

1. Introduire les nombres complexes en se basant sur leur aspect pré conceptuel, soit en les abordant comme étant des objets pré construits utilisés pour résoudre les questions relatifs aux nombres connus jusque là.
2. Valider l'usage d'un repère orthonormé direct du plan complexe. Cette condition est fondamentale pour au moins deux raisons : approcher la distinction entre la structure de corps et celle d'espace affine euclidien de  $\mathbb{R}^2$  ; et penser les aspects unificateur et simplificateur des nombres complexes en terme de changements de structures