



**HAL**  
open science

# Squelettisation d'images en niveaux de gris et applications

Rabaa Douss

► **To cite this version:**

Rabaa Douss. Squelettisation d'images en niveaux de gris et applications. Logiciel mathématique [cs.MS]. Université Sorbonne Paris Cité; Université de Carthage (Tunisie), 2015. Français. NNT : 2015USPCB138 . tel-01578084

**HAL Id: tel-01578084**

**<https://theses.hal.science/tel-01578084v1>**

Submitted on 28 Aug 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ PARIS DESCARTES  
École doctorale ED386 de Sciences  
Mathématiques de Paris Centre  
Laboratoire Mathématiques Appliquées  
(MAP5)

UNIVERSITÉ DE CARTHAGE  
École doctorale de Technologies  
de l'Information et de la Communication  
Laboratoire Communication, Signaux et Images  
(COSIM)

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris Descartes  
en Mathématiques Appliquées

Docteur de l'Université de Carthage  
en Technologies de l'Information  
et de la Communication

Présentée par **Rabaa Youssef ep. Douss**

# Squelettisation d'images en niveaux de gris et applications

Dirigée par

M. Frédéric Richard, Professeur à l'Université Aix-Marseille  
Mme Amel Benazza Benyahya, Professeure à Sup'COM

Soutenue le : 26 novembre 2015

Devant un jury composé de :

Mme Agnès Desolneux ,	Directrice de recherche CNRS,	Présidente
M. Slim Mhiri,	Maître de conférence HDR à l'ENSI,	Examinateur
M. Hugues Talbot,	Professeur à l'ESIEE,	Rapporteur
M. Slim Kanoun,	Maître de conférence HDR à l'ENIS,	Rapporteur
Mme. Christine Chappard,	Chargée de recherche HDR Inserm,	Invitée
M. Anis Youssef,	Ph.D et directeur Telnet Innovation Labs.,	Invité
M. Frédéric Richard,	Professeur à l'Université Aix-Marseille,	Co-directeur de thèse
Mme Amel Benazza,	Professeure à SUP'COM,	Co-directrice de thèse
Mme. Anne Ricordeau,	Maître de conférence à Paris 8,	Co-encadrante
Mme. Sylvie Sevestre-Ghalila,	Maître de conférence détachée CEA-DRT,	Co-encadrante
	Responsable CEA-Linklab	

Thèse financée et accueillie par le laboratoire CEA-Linklab



## Résumé

L'opération morphologique de squelettisation transforme chaque objet d'une image en une forme linéique qui préserve la topologie de ce dernier (propriété d'homotopie). Elle est largement utilisée en biométrie mais aussi dans la reconnaissance des caractères ainsi que pour l'extraction de la microarchitecture osseuse. L'objectif de cette thèse est de développer une méthode de squelettisation appliquée directement sur les niveaux de gris de l'image, ce qui a pour large avantage de s'affranchir de prétraitement comme la binarisation, nécessaire à une squelettisation binaire. Une revue des méthodes de squelettisation en niveaux de gris permet de constater que l'amincissement est l'une des approches les plus usitées de par sa propriété d'homotopie. Cependant, cette approche est sensible au bruit de l'image et produit des squelettes sur-connectés. Un premier paramétrage de l'amincissement a été proposé dans la littérature afin d'abaisser des configurations de pixels liées au bruit. La première contribution de ce travail est de proposer un ajustement de ce paramètre basé sur une décision statistique. Il s'agit d'identifier les tests d'hypothèses correspondants aux différentes configurations d'abaissement en vue de fixer ce paramètre de façon locale. Ceci conduit à la mise en place d'une squelettisation par amincissement appelée Self Contrast Controlled Thinning (SCCT) puisque robuste au bruit tout en s'adaptant automatiquement au contraste de l'image. La squelettisation SCCT est rendue accessible aux domaines d'application grâce à son implantation optimisée basée sur les files d'attente hiérarchiques. Ayant noté le peu d'efforts consacrés à l'évaluation de la squelettisation en niveaux de gris, la deuxième contribution de ce travail est de proposer un protocole visant à évaluer l'opération de squelettisation sur la base de l'ensemble des propriétés requises à savoir la préservation de la topologie et de la géométrie. Ce protocole est déroulé sur une base d'images synthétiques et nous permet de comparer notre approche à celles de la littérature. La troisième contribution est de proposer une structuration du squelette en graphe donnant accès aux descripteurs structurels et morphométriques des objets étudiés, à la base de l'exploitation du squelette par les experts des domaines d'applications. Dans le cadre du projet Voxelo coordonné par le laboratoire B2OA de l'Université Paris Diderot, cette structuration est exploitée pour extraire d'images RX haute résolution les descripteurs de la qualité de la microarchitecture osseuse.

## *Dédicace*

---

*Je dédie ce travail à mes chers parents et à mes beaux-parents,  
à mon tendre mari qui m'a soutenue sans relâche,  
à mes frères et sœur, mes modèles de réussite professionnelle et personnelle,  
à mes belles sœurs et mon beau frère,  
à mes neveux et nièces, mon rayon de soleil,  
à tous ceux qui ont veillé à ce que ce travail soit à la hauteur.*

## Remerciements

---

*A l'issue de ces années de thèse, je suis convaincue que le travail qui m'a été confié est loin d'être uniquement scientifique. C'est un apprentissage qui finit par nous inculquer la patience, la persévérance, l'échange, le don de soi et le respect de tout effort qui ait pu contribuer, de près ou de loin, à atteindre la ligne d'arrivée.*

*Mes remerciements vont particulièrement à Madame Sylvie Sevestre-Ghalila, Maître de Conférences détachée au CEA-DRT et responsable de la plateforme de recherche CEA-Linklab, pour l'aide et le temps qu'elle m'a consacré, autant pour améliorer la qualité de mon travail que pour me soutenir dans les moments difficiles. Chaque discussion avec elle est une vraie motivation et un vrai encouragement vers l'avant.*

*Je remercie mes directeurs de thèse, Madame Amel Benazza, Professeure à Sup'COM et Monsieur Frédéric Richard, Professeur à l'Université Aix-Marseille qui malgré les longues années de thèse, ont continué à croire en moi et m'ont soutenue jusqu'à la fin.*

*Je remercie Mme Ricordeau, Maître de Conférences à l'Université Paris 8 et co-encadrante de cette thèse qui par sa rigueur et sa patience, m'a amenée à comprendre en profondeur tout ce que j'entreprenais.*

*Ce travail a été financé pendant ces trois dernières années par le projet ANR-Voxelo et réalisé en partie au CEA-LinkLab, plateforme commune de recherche entre le CEA-LIST et Telnet Innovation Labs. De ce fait, je tiens aussi à remercier Mme Christine Chappard, Chargée de recherche à l'Inserm et coordinatrice du projet Voxelo et M. Anis Youssef, directeur de Telnet Innovation Labs pour m'avoir donné la possibilité d'appliquer ma contribution aux domaines respectifs d'imagerie médicale et de biométrie.*

*Je remercie les rapporteurs M. Hugues Talbot, Professeur à l'ESIEE et M. Slim Kannon, Maître de conférence HDR à l'ENIS, qui ont bien voulu rapporter mon travail.*

*J'exprime ma gratitude aux membres de mon jury de thèse : Mme Agnès Desolneux, HDR et Directrice de Recherche CNRS à ENS-Cachan, et M. Slim M'hiri, Maître de Conférences HDR à l'ENSI, d'avoir accepté d'évaluer ce modeste travail.*

*Je tiens également à remercier ici l'ensemble de l'équipe du CEA-LinkLab, Mme Meriem Jaidane Professeure à l'ENIT, Neska, Amira, Nader, Yosra et Khawla. Nos nombreux échanges ont contribué à créer une synergie qui fait que l'équipe est plus que la somme individuelle de ses membres.*

# Table des matières

Introduction générale	11
<b>1 Contexte général de la squelettisation par amincissement</b>	<b>17</b>
1.1 La squelettisation : définition et propriétés	19
1.1.1 Propriétés d'un squelette	19
i L'homotopie	19
ii La préservation de la géométrie	19
iii L'épaisseur unitaire	20
iv La restructibilité	20
v L'invariance au bruit	20
1.2 Méthodes de squelettisation des images en niveaux de gris	20
1.2.1 Approches analytiques	20
1.2.2 Approches morphologiques	21
1.3 Amincissement binaire	22
1.4 L'amincissement : du contexte binaire au gris	26
1.4.1 Défis de l'amincissement gris classique	29
1.5 Amincissement paramétré	31
1.5.1 Notions topologiques de l'amincissement paramétré	31
1.5.2 Algorithmique de l'amincissement paramétré	32
1.5.3 Analyse du comportement de l'amincissement paramétré au cours des itérations	34
1.6 Pink et son implantation de l'amincissement paramétré	37
1.6.1 Options du $\lambda$ -Skeleton	37
1.6.2 Réglage du paramètre de l'amincissement	40
<b>2 Contribution à la squelettisation par amincissement</b>	<b>42</b>
2.1 Révision des conditions d'abaissement des pics et des extrémités	43
2.2 Tests statistiques relatifs aux conditions d'abaissement	46
2.2.1 Première évaluation empirique du paramètre $\lambda$	46
2.2.2 Première approche statistique pour l'ajustement de $\lambda$ par la loi de l'étendue	47
2.2.3 Tests statistiques pour la décision d'abaisser pic et extrémité	50
2.2.4 Fusion de tests d'hypothèses pour l'abaissement des $\lambda$ - <i>crêtes</i>	52
2.2.5 Estimation des paramètres de notre proposition	55
2.3 Optimisation algorithmique de notre méthode SCCT	56
2.3.1 Défis algorithmiques du $\lambda$ -amincissement	57

i	Dépendance au parcours . . . . .	57
ii	Procédure séquentielle . . . . .	57
iii	Tri . . . . .	57
iv	Complexité des notions topologiques . . . . .	57
2.3.2	Fonctionnement FAH et applications aux outils de la morphologie mathématique . . . . .	57
2.3.3	Contributions pour l'optimisation de l'implantation de SCCT . . .	59
i	Notre implantation des FAHs . . . . .	59
ii	Comparaison des implantations SCCT et $\lambda$ -Skeleton . . .	62
iii	Autres améliorations de l'implantation du SSCT . . . . .	63
2.4	Discussion sur l'impact du bruit et du contraste sur notre méthode SCCT .	64
<b>3</b>	<b>Proposition d'un protocole d'évaluation des méthodes de squelettisation sur des images synthétiques</b>	<b>69</b>
3.1	Revue des protocoles d'évaluation de la squelettisation existants . . . . .	70
3.1.1	Propriétés évaluées du squelette . . . . .	71
3.1.2	Données idéales et leurs perturbations . . . . .	72
3.1.3	Mesures d'évaluation binaire . . . . .	75
i	Opérateur Area . . . . .	77
ii	Méthode du <i>buffer</i> . . . . .	78
iii	Distance de Hausdorff et sa variante . . . . .	80
iv	Connectivité du squelette . . . . .	82
v	Score de performance . . . . .	83
3.2	Proposition d'un protocole d'évaluation . . . . .	84
3.2.1	Génération des images synthétiques . . . . .	85
3.2.2	Critères d'évaluation et mesures . . . . .	87
3.2.3	Réglage des paramètres des 3 méthodes de squelettisation à évaluer	89
3.2.4	Résultats de l'évaluation . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Structuration du squelette en graphe pour une exploitation haut niveau par ses attributs</b>	<b>96</b>
4.1	Caractérisation des structures curvilignes par les attributs d'un squelette et son graphe . . . . .	98
4.1.1	Attributs utilisés pour l'étude d'un squelette . . . . .	98
4.1.2	Utilité du graphe d'un squelette . . . . .	101
4.2	Notre contribution : Extraction d'attributs par construction de graphe et ébarbulage en niveaux de gris . . . . .	102
4.2.1	Phase de binarisation . . . . .	102
4.2.2	Identification des configurations topologiques des pixels du squelette	103
4.2.3	Construction du graphe à partir du squelette . . . . .	104
4.2.4	L'extraction d'attributs . . . . .	109
4.2.5	Procédure d'ébarbulage suivant la longueur et le niveau de gris moyen des segments . . . . .	110

## TABLE DES MATIÈRES

---

<b>5 Applications</b>	<b>114</b>
5.1 Analyse de la microarchitecture de l'os sous-chondral du tibia dans le cadre du projet Voxelo . . . . .	115
5.1.1 Protocole semi-automatique d'extraction de ROIs de l'os sous-chondral sur images HR-pQCT . . . . .	116
i Segmentation semi-automatique de l'os . . . . .	117
ii Construction automatique de l'enveloppe convexe et découpage en ROIs . . . . .	120
iii Evaluation de la méthode d'extraction : résultats et discussion . . . . .	122
5.1.2 Application de la squelettisation SCCT et de l'extraction d'attributs aux images du projet Voxelo . . . . .	126
i Comparaison qualitative des méthodes de squelettisation . . . . .	127
ii Résultats de l'extraction de paramètres morphométriques sur un genou . . . . .	132
5.2 La squelettisation appliquée à des lettres manuscrites et image biométrique	133
5.2.1 Applications d'intérêts . . . . .	133
5.2.2 Réglage des paramètres des méthodes de squelettisation . . . . .	134
5.2.3 Résultats et Discussion . . . . .	135
<b>Conclusion générale</b>	<b>138</b>
<b>Publications scientifiques</b>	<b>141</b>
<b>Annexe 1 : Détection de structures curvilignes par la géométrie différentielle</b>	<b>143</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>148</b>

# Table des figures

1.1	Voisinage du pixel central $x$ (en rouge). A gauche : les voisins 4-connexes sont en blanc. A droite : les voisins 8-connexes sont en blanc. . . . .	22
1.2	Exemple de composantes connexes du fond et de l'objet. $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ : composantes 4-connexes du fond . En blanc : la composante 8-connexe de l'objet. . . . .	23
1.3	Configuration topologique du pixel central $x$ . (a) : <i>simple</i> , (b) : <i>pic</i> , (c) : <i>extrémité</i> . . . . .	24
1.4	Cas d'amincissement binaire sur images synthétiques : (a) : Image d'anneaux $81 \times 81$ . (b) : Image d'intersection $100 \times 100$ . (c) : Image d'un réseau $151 \times 121$ . (d),(e),(f) : Résultat de l'amincissement de (a),(b) et (c) après inversion des couleurs. . . . .	25
1.5	Dépendance au parcours : $S_1$ et $S_2$ squelettes obtenus par différents parcours aléatoires de la liste $\mathcal{L}$ pour les images binaires de la figure 1.4. $S_{moy}$ : Moyenne des squelettes de 10 parcours aléatoires de $\mathcal{L}$ obtenus pour chaque image. . . . .	26
1.6	(a) : <i>simple</i> . (b) : <i>pic</i> . (c) : <i>extrémité</i> . . . . .	27
1.7	Dépendance au parcours : $S_1$ et $S_2$ squelettes obtenus par différents parcours aléatoires de la liste $\mathcal{L}$ pour l'image en niveaux de gris $I$ . $S_{moy}$ : Moyenne des squelettes de 10 parcours aléatoires de $\mathcal{L}$ obtenus pour $I$ . $S_{app}$ : squelette obtenu en suivant l'ordre d'apparition. $S_{\nearrow}$ : squelette obtenu en triant la liste $L$ à chaque itération selon les niveaux de gris ascendants. . . . .	28
1.8	Exemple sur un profil de ligne de la progression des abaissements des niveaux de gris lors d'un amincissement suivant un tri ascendant des niveaux de gris des pixels de la liste $\mathcal{L}$ . . . . .	29
1.9	Amincissement basique appliqué sur une image synthétique $153 \times 121$ dont les niveaux de gris varient dans $[0..1]$ . (a) : Squelette en rouge superposé au relief idéal. (b) : Ajout d'un bruit gaussien $\sigma = 0.03$ à l'image (a). (c) : Squelette gris de (b) en utilisant un fond clair pour distinguer les crêtes faiblement contrastées. (d) : Profil de l'image idéale (a) et son squelette en pointillé. Profil de l'image (b) et son squelette (c) en gras. . . . .	30
1.10	Trois exemples de configuration de pixel $\lambda$ - <i>crête</i> . (a) : $x$ est $\lambda$ - <i>crête</i> pour $\mathcal{K} = 2$ , (b) : $\mathcal{K} = 3$ et (c) : $\mathcal{K} = 4$ . $\mathcal{C}_1$ , $\mathcal{C}_2$ , $\mathcal{C}_3$ et $\mathcal{C}_4$ sont les composantes du fond 4-connexes et 4-adjacentes au pixel $x$ . En blanc : les pixels du voisinage de $x$ qui séparent le fond en $\mathcal{K}$ composantes. . . . .	32
1.11	Traitement ne respectant pas l'ordre ascendant au cours des itérations de l'amincissement paramétré . . . . .	34

TABLE DES FIGURES

---

1.12	Traitement respectant l'ordre ascendant au cours des itérations de l'amincissement paramétré. Les deux crêtes finales $b$ et $g$ sont préservées. . . . .	34
1.13	Abaissements au cours de la 1 <sup>ère</sup> et la 3 <sup>ème</sup> itération de l'amincissement paramétré sur une image synthétique bruitée ( $\sigma = 5$ ) avec $\lambda = 12$ . . . . .	35
1.14	Nombre de pixels <i>simple</i> , $\lambda$ - <i>crête</i> , $\lambda$ - <i>pic</i> and $\lambda$ - <i>extrémité</i> abaissés au cours des 15 premières itérations de l'amincissement paramétré appliqué à l'image de la figure 1.9. . . . .	36
1.15	Description d'un pixel $\lambda$ -abaissable. . . . .	37
1.16	Squelettisation par $\lambda$ -Skeleton de l'image synthétique de la figure 1.9 avec $\lambda = 25$ . (a) : ajout d'un bruit gaussien d'écart-type $\sigma = 5$ . (b) : Squelette sans <i>pic</i> avec <i>extrémité</i> . (c) : Squelette sans <i>pic</i> et sans <i>extrémité</i> . (d) : Squelette avec <i>pic</i> et avec <i>extrémité</i> . (e) : Squelette avec <i>pic</i> et sans <i>extrémité</i> . . . . .	39
1.17	Résultats du $\lambda$ -Skeleton sur d'autres images synthétiques : Anneaux ( $300 \times 300$ ) avec bruit gaussien additif d'écart-type $\sigma = 5.1$ et Intersection ( $100 \times 100$ ) avec $\sigma = 12.49$ . . . . .	40
1.18	Résultats du $\lambda$ -Skeleton pour différentes valeurs de $\lambda$ sur l'image synthétique de la figure 1.9 après avoir fait varier le contraste entre les branches verticales et horizontales. $\sigma_{bruit} = 5$ . . . . .	41
2.1	Ordre de traitement des configurations $\lambda$ -dépendantes au cours des instructions d'abaissement du $\lambda$ -Skeleton. $\lambda$ -Skeleton appliqué sur l'image synthétique de test de la figure 1.16.(a) pour obtenir le squelette de la figure 1.16.(d). . . . .	44
2.2	Evolution linéaire du paramètre $\lambda$ en fonction de $\sigma$ avec une pente $u = 2.6$ . . . . .	47
2.3	Histogrammes de données simulées pour $n = 2$ et $n = 6$ . Taille de l'échantillon utilisé : 10000 et tableau $\tau_n$ au niveau de confiance $\alpha = 0.05$ . . . . .	49
2.4	Histogramme des simulations de $Y_{(n)} - Y_{(n-1)}$ : Taille de l'échantillon utilisé : 10000. . . . .	50
2.5	Graphe de $\alpha = f(\alpha_0)$ . En bleu $\mathcal{K} = 2$ . En vert, $\mathcal{K} = 3$ . En rouge, $\mathcal{K} = 4$ . . . . .	54
2.6	Courbe $\tau_n$ en fonction de $\alpha$ pour $n = 2, 3, 4, 5, 6$ et dans le cas où $\mathcal{K} = 2$ . . . . .	55
2.7	Fonctionnent de la FAH : premier empilement se fait à un niveau de gris bas. . . . .	58
2.8	Organigramme de l'implantation du $\lambda$ -amincissement. . . . .	60
2.9	Evolution des niveaux de gris des pixels abaissés lors des dépilement de la FAH pour la méthode $\lambda$ -Skeleton (en vert) et notre méthode SCCT (en rouge). . . . .	62
2.10	Construction de l'image des lignes horizontales. $D_{inf}$ et $D_{sup}$ indiquent respectivement la distance minimale et maximale entre le fond et l'objet dans une même image. . . . .	65
2.11	Résultats de la squelettisation SCCT pour différents bruits et niveau de test $\alpha$ . L'image admet un contraste $D_{inf} = 50$ , $D_{sup} = 95$ par rapport au fond. . . . .	65
2.12	Résultats de la squelettisation SCCT pour différents bruits et niveau de test $\alpha$ . L'image admet un contraste $D_{inf} = 110$ , $D_{sup} = 140$ par rapport au fond. . . . .	66
2.13	Résultats de la squelettisation SCCT pour différents bruits et niveau de test $\alpha$ . L'image admet un contraste $D_{inf} = 140$ , $D_{sup} = 200$ par rapport au fond. . . . .	67
3.1	Exemples d'images de la base MPEG7 : perturbations par rotation, distorsion de contours. . . . .	73

TABLE DES FIGURES

3.2	Exemples de formes de la base de Kimia. . . . .	73
3.3	Exemples de lettres arabes de la base IFN/ENIT . . . . .	74
3.4	Illustration de la différence entre squelette réel $S$ et squelette idéal $S^*$ . . . . .	75
3.5	Configurations $Q^k$ : le pixel entouré est toujours <i>simple</i> . . . . .	78
3.6	Appariement de la référence et de l'extraction par la méthode du buffer sur une ligne droite représentant le squelette. . . . .	79
3.7	Exemple 1 : Segments de deux squelettes $S^*$ et $S$ . . . . .	80
3.8	Exemple 2 : $S^*$ et $S$ où un pixel lié au bruit est ajouté à $S_2$ . . . . .	81
3.9	Distance de Hausdorff entre deux courbes ne reflétant pas la préservation de la géométrie. En noir les pixels du premier objet $S$ . En gris les pixels du second objet $T$ . . . . .	82
3.10	Première ligne : Les squelettes de référence binaires $S_R^*$ , $S_N^*$ and $S_I^*$ . Deuxième ligne : images en niveaux de gris lisses avec une différence moyenne de contraste $D$ entre le fond et l'objet. Troisième ligne : Images de la deuxième ligne bruitées par un bruit gaussien additif. $I_R$ : $326 \times 326$ , $I_N$ : $150 \times 121$ , $I_I$ : $100 \times 100$ . . . . .	86
3.11	Application du <i>buffer width</i> pour le calcul de $Cp$ et $Cr$ avec une tolérance $r = 3$ . Ligne 1 : $\sigma = 2.5$ et $\alpha = 10^{-2}$ . Ligne 2 : $\sigma = 5.1$ , $\alpha = 10^{-3}$ . Ligne 3 : $\sigma = 2.5$ , $\alpha = 10^{-4}$ . . . . .	88
3.12	Graphe d'évaluation sur les 3 images synthétiques utilisant 5 mesures quantitatives. Bruit gaussien additif variant de $\sigma_{noise} = 2$ à 12 avec un pas de 0.5. Mesures : $Cp$ Complétude, $Cr$ , $BCC$ , $OCC$ et $E$ . Méthodes évaluées : (Pink1) : ni extrémités ni pics maintenus. (Pink2) : pics supprimés et extrémités maintenues. (DLD) : méthode différentielle. (SCCT) : notre méthode. . . . .	92
3.13	Résultats sur les images d'intersection et des anneaux. Un bruit gaussien additif d'écart-type $\sigma = 12.49$ est appliqué. Pink1 : suppression de tous les pics et extrémités. Pink2 : maintien des extrémités et suppression des pics. . . . .	93
3.14	Résultats sur l'image du réseau synthétique. Un bruit gaussien additif d'écart-type $\sigma = 2.55$ puis $\sigma = 12.49$ est appliqué. . . . .	93
4.1	Composition d'un système biométrique . . . . .	99
4.2	Étapes de traitement et d'extraction de minuties du réseau veineux de la main . . . . .	100
4.3	Étapes de traitement et d'extraction de minuties de l'empreinte digitale . . . . .	101
4.4	Étapes d'extraction des paramètres morphométriques. . . . .	102
4.5	Configuration d'un voisinage où le squelette gris est fin et son équivalent binaire non fin. . . . .	103
4.6	Configurations topologiques possibles des pixels du squelette. . . . .	104
4.7	Décomposition possible d'amas de nœuds. . . . .	105
4.8	Squelette labellisé contenant plusieurs configurations de structure <i>point</i> . . . . .	105
4.9	Exemple des différents types de segments avec leurs labels respectifs. . . . .	106
4.10	Segment à tête multiple . . . . .	106
4.11	Deux segments entre deux points. . . . .	107
4.12	Un exemple de configuration des segments et le graphe associé. . . . .	108
4.13	Résultat de la squelettisation par SCCT et $\lambda$ -Skeleton. Intensité de bleu reflétant la longueur des segments. . . . .	111

TABLE DES FIGURES

---

5.1	Anatomie du genou et définition des compartiments sur une coupe transversale du tibia. Image DICOM 16 bits $1400 \times 1400$ . . . . .	117
5.2	Exemple d'histogramme d'une image DICOM de coupe au niveau du tibia. . . . .	118
5.3	Gauche : image DICOM. Droite : masque binaire. . . . .	119
5.4	Volume de l'os après séparation du tissu mou environnant. En rouge le parallépipède circonscrit hypothétique. . . . .	120
5.5	(a) et (b) : Première et dernière coupe du volume d'intérêt au niveau du tibia avec leurs enveloppes convexes respectives. (c) : Union des enveloppes convexes superpose à la première coupe du volume. (d) : En jaune, le rectangle circonscrit base du parallépipède et en bleu, les sommets du rectangle. . . . .	121
5.6	Coupe partitionnée en ROIs avec leurs labels respectifs. . . . .	122
5.7	Protocole semi-automatique de l'extraction des compartiments de l'os sous-chondral du tibia. . . . .	122
5.8	Variation du seuil facilement supervisé par l'utilisateur. Gauche : $q = 0.89$ (présence de tissu mou). Centre : $q = 0.87$ (le bon seuil). Right : $q = 0.85$ (défaut dans l'os). . . . .	125
5.9	Résultats du BV/TV en % pour chaque compartiment divisé en 3 segments à partir de la surface articulaire. . . . .	125
5.10	image HR-pQCT du projet Voxelo ( $1400 \times 1400$ ) avec une sélection du compartiment latéral postérieur à traiter ( $249 \times 241$ ). Le profil 1D est tracé selon la ligne en noir dans l'image. . . . .	127
5.11	Squelettes superposés à l'image initiale. (DLD) : Résultat pour $s = 2.5$ et les seuils hystérésis $l = 0.2$ et $u = 0.8$ . (SCCT) : Notre résultat pour $\hat{\sigma}_{bruit} = 4$ et $\alpha = 5.10^{-2}$ . (Pink) : Résultat du $\lambda$ -Skeleton pour $\hat{\lambda} = \overline{\tau}_n \cdot \hat{\sigma}_{bruit} = 16$ . . . . .	128
5.12	Segmentation et squelettisation de deux coupes du volume d'intérêt. . . . .	130
5.13	Exemple d'extraction de régions d'intérêt sur une coupe segmentée avec leurs squelettes respectifs. . . . .	131
5.14	Variation du nombre de nœuds et du nombre de segments par ROIs pour l'ensemble du volume d'intérêt. L1 : Compartiment médial postérieur. L2 : latéral postérieur. L3 : médial antérieur. L4 : latéral antérieur. . . . .	132
5.15	Image d'empreinte digitale de la base FVC2000 ( $215 \times 189$ ). . . . .	133
5.16	Exemple de lettres manuscrites persanes. Carré noir délimite la région où on estime le bruit. $\hat{\sigma}_{bruit} = 7.93$ . . . . .	134
5.17	Résultats de la squelettisation sur l'image d'empreinte. (DLD) : Résultat pour $s = 1.8$ , $l = 3$ et $u = 6$ . (SCCT) : Notre résultat $\hat{\sigma}_{bruit} = 16$ and $\gamma = 10^{-5}$ . (Pink) : Résultat du $\lambda$ -Skeleton $\hat{\lambda} = \overline{\tau}_n \cdot \hat{\sigma}_{bruit} = 80$ . . . . .	135
5.18	Résultats de la squelettisation sur l'image des lettres persanes. (DLD) : Résultat de DLD pour $s = 1.5$ , $l = 7$ et $u = 21$ . (SCCT) : Notre résultat $\hat{\sigma}_{bruit} = 7.93$ et $\gamma = 10^{-3}$ . (Pink) : Résultat du $\lambda$ -Skeleton $\hat{\lambda} = 30$ . . . . .	136
5.19	Une image synthétique $153 \times 121$ et son profil surfacique dans la zone délimitée par le rectangle. . . . .	144
5.20	Localisation d'un point crête sur une image. . . . .	145
5.21	Exemple de suivi de segment entre deux pixels crêtes $P_1$ et $P_2$ . . . . .	146
5.22	(a) : fonction parabolique $f(x) = 1 - (x/w)^2$ convolué à un noyau gaussien de paramètre d'échelle $\sigma$ variable. . . . .	147

# Liste des tableaux

2.1	Calcul de $\alpha_0$ en fonction de $\alpha$ et du nombre de composantes connexes $\mathcal{K}$ . . .	54
2.2	Temps d'exécution des notions topologiques sur une machine 64bits/16G RAM Quadcore. Image de test de la Figure 1.9. . . . .	57
2.3	Méthode de génération des labels pour toutes les configurations d'un voisinage	63
2.4	Temps d'exécution des tests d'abaissement pour les différentes configurations sur 3 images différentes. Machine 64bits 16G RAM Quadcore. Mode d'exécution "Debug". . . . .	64
2.5	Temps d'exécution de l'amincissement par ajustement local du contraste SCCT sur une Machine 64bits 16G RAM Quadcore. Mode d'exécution "Release". . . . .	64
3.1	Tableau comparatif des protocoles existants selon le type de données. . . .	76
3.2	Evaluation de la squelettisation : de la propriété à la mesure. . . . .	84
3.3	Réglage des paramètres des méthodes concernées par le protocole d'évaluation.	90
3.4	Indicateurs moyens pour chaque méthode. . . . .	94
4.1	Structure de données : <i>Point</i> . . . . .	105
4.2	Structure <i>segment</i> . . . . .	107
4.3	Tableau des structures <i>segments</i> de la Figure 4.12. . . . .	108
5.1	Tests de Reproductibilité de l'extraction de ROIs. . . . .	123
5.2	Erreur de déviation pour un quantile variant de $\pm 0.02$ . . . . .	124

# Introduction générale

La squelettisation d'une image vise à fournir une représentation filaire des objets qu'elle contient. Son objectif est de préserver l'essentiel de l'information portée par chacun des objets sous une forme simple. C'est aussi une manière de les représenter indépendamment de leurs épaisseurs initiales. Dans l'espace continu, le squelette a été défini par Blum [1] comme le lieu des centres de boules maximales. Il n'existe cependant pas de définition unique du squelette dans l'espace discret. C'est pourquoi, on se limite à garantir un nombre de propriétés telles que l'unicité d'épaisseur du squelette, la préservation de la géométrie et de la topologie de l'objet, l'invariance du squelette face au bruit, sa robustesse aux transformations affines et pour certaines applications sa réversibilité permettant de reconstruire l'objet initial.

L'intérêt porté aux méthodes de squelettisation a débuté par la reconnaissance de caractères dans les années 90 [2]-[3]-[4] et continue à ce jour [5]-[6]-[7]. Ensuite, d'autres domaines d'application se sont intéressés à la squelettisation tels que la biométrie [8]-[9]-[10]-[11]-[12], l'extraction de routes [13]-[14]-[15]-[16]-[17], l'imagerie médicale pour l'analyse de la vascularisation tumorale [18], la détection de vaisseaux sanguins pour l'angiographie à résonance magnétique [19] ou la caractérisation de la microarchitecture de l'os [20]-[21]-[22].

De multiples méthodes de squelettisation sur images binaires ont été proposées dans la littérature. Toutefois, l'application de ces méthodes aux images réelles et donc, en niveaux de gris, nécessite des techniques de prétraitement permettant la binarisation des données en entrée. Outre le fait qu'elles représentent des étapes à ajouter en amont à la chaîne d'analyse d'images (reconnaissance, caractérisation d'objets etc), ces étapes de prétraitement et de binarisation génèrent une perte d'information et dans la plupart des cas, une dégradation de la qualité et de la pertinence des squelettes obtenus. Le succès de cette opération de traitement d'images dans les différents domaines d'application a donc conduit à l'évolution des méthodes de squelettisation vers le traitement direct des images en niveaux de gris pour s'affranchir de cette étape de binarisation.

Dans ce nouveau contexte, les défis majeurs de la squelettisation résident toujours dans la préservation de la connexité (l'homotopie) et de la géométrie des objets à traiter ainsi que dans la robustesse au bruit. Ces propriétés du squelette représentent une priorité dans notre contribution à la squelettisation compte tenu des applications visées, à savoir l'imagerie médicale pour l'extraction de la micro-architecture osseuse, l'identification biométrique et la reconnaissance de caractères qui se basent sur les caractéristiques topologiques des objets.

On choisit de classer les méthodes de squelettisation en niveaux de gris en trois grandes catégories d'approches, tout en suivant un ordre chronologique d'apparition des méthodes de chaque classe.

La première catégorie de méthodes se base sur la géométrie différentielle pour localiser les pixels « crêtes » d'un squelette. Ces approches considèrent l'image comme une fonction et en extraient les lignes centrales des objets en utilisant les propriétés de la géométrie différentielle. Les auteurs de [23] utilisent une transformée en distance appliquée sur l'image du gradient afin de calculer un score qui permet de localiser les crêtes du squelette. Cette technique repose sur l'hypothèse de profils symétriques pour les objets à traiter et n'est donc pas adaptée à des objets quelconques. Dans [24], les auteurs modélisent l'évolution des courbes de niveaux de l'objet à l'aide des équations différentielles partielles classiquement utilisées par les méthodes de contours actifs. Les points de plus forte courbure de ces courbes d'évolution représentent des points du squelette que les auteurs lient entre eux pour construire le squelette final. Quant à la proposition détaillée dans [25], elle consiste en une modélisation de l'opération morphologique d'érosion par des équations différentielles partielles afin d'appliquer itérativement cette opération à l'image jusqu'à obtenir le squelette de l'objet. Une autre méthode de la géométrie différentielle [26] consiste à modéliser un objet en niveaux de gris comme une surface et à utiliser la direction maximisant la courbure concave de surface pour localiser les points de crêtes. Une fois ces points de crêtes détectés, un suivi est opéré afin de reconnecter le squelette final. D'autres auteurs combinent la géométrie différentielle à l'analyse sémantique des régions de l'image [27] ou aux contours actifs encore une fois [28]. Ces méthodes différentielles peuvent opérer sur différentes échelles et ont l'avantage de produire des squelettes robustes au bruit. Néanmoins, ces techniques ne mettent aucune condition sur la préservation de la topologie des objets, ce qui limite leur utilisation dans des applications qui requièrent l'extraction de caractéristiques topologiques telles que les jonctions.

Une autre catégorie de méthodes de squelettisation en niveaux de gris est basée sur les transformées en distance ou l'extraction de carte de distances afin d'identifier l'axe médian. Ces méthodes sont répandues dans le contexte d'images binaires. Quelques auteurs ont proposé d'étendre leur utilisation aux images en niveaux de gris [29, 30, 31]. Certaines de ces méthodes requièrent une segmentation implicite [29, 30] afin d'identifier les pixels "objets" voisins du fond. C'est à partir de ces pixels qu'une carte de distance est calculée, partant de ces pixels de bord et allant vers les hauteurs du relief topographique que représente un objet en niveaux de gris. Outre la nécessité de prétraitement tel que la segmentation du fond, ces méthodes ne mettent aucune contrainte sur la connexité du squelette et ne sont donc pas adaptées aux applications visées par cette thèse.

La troisième catégorie est celle de l'amincissement basée sur la topologie discrète qui a pu évoluer du cadre binaire au gris. En effet, l'amincissement séquentiel ou parallèle d'images binaires a été largement étudié dans le cadre des applications de reconnaissance de caractères, soulignant ainsi leur rôle dans l'extraction de descripteurs structurels à la base de l'appariement d'objets. Ces méthodes appliquées aux images binaires procèdent par l'élimination de pixels qui ne changent pas la connexité jusqu'à atteindre l'axe médian de l'objet. Elles maintiennent les branches libres en bloquant la suppression de pixels *extrémités* comme proposé par [32]. Le défi de l'application de cette catégorie de méthodes

aux images en niveaux de gris, qu'elles soient parallèles ou séquentielles, réside soit dans la définition de la connexité en niveaux de gris, soit dans la définition de nouveaux critères d'amincissement ou dans la segmentation implicite de l'image.

Dans la famille des amincissements parallèles, les auteurs de [33] proposent de binariser le fond et de traiter les niveaux de gris de l'objet dans un ordre croissant. Les auteurs suppriment des pixels en partant du bord de manière à ne pas changer la topologie de l'objet. Quant aux méthodes proposées dans [34, 35], aucune segmentation n'est requise et le squelette est fidèle à la connexité de l'objet initial grâce à l'utilisation de critères d'amincissement indépendants de l'ordre de passage. Par ailleurs, les auteurs de [36] définissent les critères d'amincissement séquentiel dans l'espace topologique connexe ordonné et parviennent ainsi à paralléliser l'opération d'amincissement. Dans un autre travail, le cadre des noyaux critiques est utilisé afin de proposer un amincissement parallèle [37]. Les méthodes d'amincissement parallèle citées ci-dessus sont homotopiques sans garantir une robustesse au bruit.

Dans la famille des amincissements séquentiels, les auteurs de [38] utilisent une formule de pondération exprimant la connexité en niveaux de gris. En effet, ils binarisent le voisinage d'un pixel en fonction d'un seuil calculé sur la base du max et du min des niveaux de gris des voisins et décident si le pixel est « supprimable » ou non. Une autre méthode proposée par [39] et qui a inspiré la version différentielle de [25] citée plus haut, utilise une combinaison d'érosion et de dilatation afin d'atteindre les crêtes centrales d'un objet. L'inconvénient des deux méthodes sus-citées est la non préservation de la connexité de l'objet, étant donnée que la définition de la connexité en gris telle que choisie ne permet pas de mettre en place un amincissement homotopique. En 1990, les auteurs de [40] proposent un amincissement basé sur une première étape de classification des pixels selon la probabilité d'appartenir au squelette ou non. Cette technique implique une binarisation implicite du fond afin d'opérer les amincissements itératifs à partir de pixels du contour. D'autres méthodes d'amincissement séquentiel telles que proposées par [41, 42, 43] requièrent une binarisation du fond ou un prétraitement par lissage de l'image et ne garantissent pas, par conséquent, l'homotopie du squelette. Une méthode d'amincissement qui ne requiert aucun prétraitement a été proposée dans [44]. Cette méthode binarise localement le voisinage d'un pixel à l'aide de son niveau de gris (prémisse de la topologie en coupes) et combine des critères qui permettent une suppression de pixels de l'objet sans modifier la topologie de l'image initiale. Dans [45], l'extension de l'amincissement au cadre gris consiste à traiter l'image couche par couche en partant des niveaux de gris les plus faibles afin de garantir la connexité du squelette. Par ailleurs, la méthode présentée dans [46] améliore la connexité du squelette de [39] en ajoutant une étape de vérification de la connexité qui est rétablie par dilatation si nécessaire. Ces méthodes [44, 45, 46] sont certes homotopiques mais leur difficulté à gérer le bruit persiste.

Grâce à la topologie en coupes introduites par J. Serra [47], formalisée par [48] et utilisée plus tard dans [35, 49, 50], les notions topologiques classiquement utilisées dans l'amincissement séquentiel binaire telles que les pixels *simple* et *extrémité*, ont pu s'étendre aux images en niveaux de gris. En effet, la topologie en coupes permet d'énoncer qu'un pixel est *simple* dans une image en niveaux de gris s'il est *simple* pour la coupe transversale binaire composée des pixels ayant un niveau de gris plus élevé que celui du pixel étudié. Similairement, d'autres configurations topologiques binaires utilisées par l'amincissement

ont pu s'étendre au traitement d'images en niveaux de gris. La nouvelle équivalence topologique entre l'amincissement binaire et gris, s'appuyant sur la transformation homotopique des niveaux de gris d'un voisinage en coupe binaire, garantit l'homotopie de la méthode en remplaçant la suppression par un abaissement du niveau de gris du pixel étudié à celui de son voisin sombre le plus proche. L'image résultante après abaissements successifs du relief topographique est composée de pixels tendant à se positionner sur les lignes de crêtes centrales pour former le squelette gris final.

La squelettisation d'images en niveaux de gris telle que l'on souhaite l'appliquer dans les domaines d'intérêt de cette thèse (imagerie médicale et biométrie) requiert la préservation de la topologie avec une certaine robustesse au bruit. Sur la base de la bibliographie présentée ci-dessus, les méthodes proposées dans la littérature sont soit non homotopiques, soit sensibles à la présence de bruit dans une image. En effet, lorsqu'elles sont appliquées à des images bruitées, les squelettes obtenus par squelettisation homotopique peuvent contenir des crêtes, extrémités et pics non significatifs et ainsi, conduire à un squelette sur-connecté et inexploitable. Pour atteindre notre objectif, on s'intéresse ci-après aux méthodes acceptant de relâcher la contrainte de préservation de la topologie pour améliorer la gestion du bruit.

Dans ce contexte, on trouve la proposition des auteurs de [48]. Ces derniers ajoutent au critère d'abaissement de pixels *simples* de nouvelles notions topologiques afin d'abaisser les pics, extrémités et crêtes dès que leur hauteur, par rapport au fond, passe sous un seuil  $\lambda$ . Afin de limiter les risques de déconnexion induit par l'utilisation de ces nouveaux critères, les auteurs imposent eux aussi d'examiner les pixels par ordre croissant des niveaux de gris. Cet algorithme permet donc une avancée notable de l'amincissement en niveaux de gris qui, en relâchant la forte contrainte d'homotopie permet le filtrage de l'information insignifiante suivant le paramètre  $\lambda$ . Cependant, ce paramètre est choisi de manière globale et uniforme pour toutes les notions topologiques introduites par les auteurs. De plus, la gestion des barbules et des pixels isolés reste encore insuffisante. Une première explication vient du constat que les pics et les extrémités sont en majorité traités au cours des dernières itérations de l'amincissement paramétré à cause de leurs niveaux de gris élevés. Ceci augmente l'écart en niveaux de gris entre ces pixels et le fond et limite par conséquent, la possibilité de les abaisser avec un paramètre global ajusté sur l'image initiale. Une seconde explication est le choix manuel de ce paramètre qui nécessite par conséquent une connaissance préalable de l'image à traiter.

Le présent travail vise dans une première contribution à résoudre les deux points précédemment soulevés en ce qui concerne l'amincissement paramétré. Dans l'objectif de pallier tout d'abord à la contrainte de traitement tardif, on propose une révision des critères d'abaissement relatifs aux notions topologiques de pic et extrémité insignifiants. Le contexte des tests statistiques s'impose naturellement pour prendre en charge le second point puisque la décision d'abaissement, régie par un seuil, peut être vue comme celle d'un test statistique permettant de sélectionner l'information significative du squelette. Le paramètre d'amincissement devenant seuil du test est alors déduit du niveau de test bien connu dans le domaine statistique. De plus, ce dernier correspond au taux d'erreur d'abaissement et devient ainsi interprétable par un utilisateur non spécialiste.

La révision des critères d'abaissement et l'ajustement local de l'amincissement paramétré nous amènent à une deuxième contribution qui est algorithmique. En effet, notre contribution à la squelettisation en niveaux de gris vise des applications biomédicales qui requièrent le traitement de quantités de données importantes en des temps d'exécution quasi temps réels et a pour objectif l'extraction des descripteurs structurels et morphométriques à partir des données à analyser. Cette contribution algorithmique s'articule donc autour de deux axes, à savoir l'optimisation algorithmique et l'extraction d'attributs. En ce qui concerne le premier axe, nous trouvons dans la littérature des propositions d'optimisation de l'amincissement binaire par le biais de traitements parallèles. Les méthodes proposées dans ce contexte ne reposent plus sur la définition de pixel *simple* mais sur de nouveaux critères comme expliqué dans [51, 52] pour maintenir la connexité dans le traitement parallèle des pixels. Cette solution n'est pas applicable dans notre cas, puisque les critères que nous utilisons dans notre contribution à la squelettisation ne sont pas adaptés au traitement parallèle. Dans leur implantation de l'amincissement paramétré, les auteurs de [48] suggèrent l'utilisation des Files d'Attente Hiérarchiques (FAHs) pour garantir le traitement ascendant. L'amincissement parallèle de [50] utilise aussi les files d'attente dans un objectif d'optimisation des temps d'exécution. On retrouve initialement cette approche dans l'algorithmique de la ligne de partage des eaux topologique (LPE) [53] qui requiert aussi un traitement ascendant des niveaux de gris afin de simuler l'immersion du relief topographique et d'atteindre les limites des bassins versants segmentant l'image. Comme pour la LPE [53], l'implantation de l'amincissement paramétré de la bibliothèque Pink<sup>1</sup> part des minima de l'image et propage les abaissements successifs à travers les voisins des pixels traités qui sont ajoutés au fur et à mesure. On peut ainsi conclure que cette technique telle qu'elle est appliquée dans Pink, n'est pas fidèle à l'algorithmique de l'amincissement. Par ailleurs, elle augmente la difficulté à éliminer les barbules. Par conséquent, on se propose pour ce premier axe algorithmique d'intégrer l'algorithmique de l'amincissement au niveau de l'initialisation de la FAH.

En ce qui concerne le deuxième axe, la construction de graphe à partir du squelette a été proposée. Étant donné qu'un squelette se compose de segments, de jonctions et d'extrémités, il est judicieux et intuitif de le considérer comme un graphe dont les nœuds sont les jonctions et les extrémités du squelette et les arêtes sont ses segments [54]-[55]-[56]-[57]. Dans la littérature, le graphe d'un squelette est construit à partir de la matrice d'adjacence qui établit les liens entre les différents nœuds et extrémités du graphe. Cette représentation ne permet pas de stocker des descripteurs de l'objet tels que les longueurs d'arêtes, leurs demi-largeurs ou encore leurs niveaux de gris moyens. Elle ne permet pas non plus d'accepter un squelette cyclique où plusieurs branches entre deux nœuds peuvent apparaître. C'est pourquoi, nous proposons de structurer le squelette dans un format hiérarchisé et ré-exploitable de manière à y intégrer les descripteurs utiles aux applications.

Suite aux contributions à la squelettisation en niveaux de gris et à l'extraction d'attributs, une évaluation de la qualité des squelettes obtenus par notre méthode s'impose. Plusieurs protocoles d'évaluation de la squelettisation binaire sont proposés dans la littérature [58] [2]-[51]-[4]-[59]-[60]. Cependant, très peu de travaux se sont intéressés à l'évaluation objective de la squelettisation en niveaux de gris [14]-[61]. Notre premier objectif est

---

1. <http://www.esiee.fr/~coupriem/Pink/doc/html/>

donc de concevoir un protocole qui modélise les perturbations dans une image en niveaux de gris et mesure la qualité du squelette selon des critères liés aux propriétés fondamentales de la squelettisation, tel que l'homotopie, l'invariance au bruit et la préservation de la géométrie.

L'ensemble de nos contributions sont ici appliquées à la quantification de la micro-architecture osseuse pour l'aide au diagnostic de l'arthrose du genou, objectif du projet ANR Tecsan Voxelo à l'origine du financement de cette thèse. Des images issues des domaines de reconnaissance de caractères et de la biométrie sont aussi analysées afin de mesurer la flexibilité de la squelettisation élaborée dans cette thèse.

Nous organisons ce travail autour de 5 chapitres. Le premier consiste à présenter un état de l'art des méthodes de squelettisation en niveaux de gris et de décrire particulièrement l'amincissement paramétré. Le second chapitre est consacré à notre contribution méthodologique principale pour la révision des critères de l'amincissement, l'ajustement statistique du paramètre d'amincissement et son implantation algorithmique. Le troisième chapitre est dédié à notre contribution pour l'évaluation quantitative de la squelettisation en niveaux de gris. Pour une meilleure compréhension de l'exploitation de la structure en graphe du squelette, on choisit de placer cette contribution dans un quatrième chapitre, afin d'enchaîner avec le cinquième et dernier chapitre dédié à l'application médicale et aux applications biométrie et reconnaissance de caractères.

# Chapitre 1

## Contexte général de la squelettisation par amincissement

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>La squelettisation : définition et propriétés . . . . .</b>	<b>19</b>
1.1.1	Propriétés d'un squelette . . . . .	19
<b>1.2</b>	<b>Méthodes de squelettisation des images en niveaux de gris .</b>	<b>20</b>
1.2.1	Approches analytiques . . . . .	20
1.2.2	Approches morphologiques . . . . .	21
<b>1.3</b>	<b>Amincissement binaire . . . . .</b>	<b>22</b>
<b>1.4</b>	<b>L'amincissement : du contexte binaire au gris . . . . .</b>	<b>26</b>
1.4.1	Défis de l'amincissement gris classique . . . . .	29
<b>1.5</b>	<b>Amincissement paramétré . . . . .</b>	<b>31</b>
1.5.1	Notions topologiques de l'amincissement paramétré . . . . .	31
1.5.2	Algorithmique de l'amincissement paramétré . . . . .	32
1.5.3	Analyse du comportement de l'amincissement paramétré au cours des itérations . . . . .	34
<b>1.6</b>	<b>Pink et son implantation de l'amincissement paramétré . . .</b>	<b>37</b>
1.6.1	Options du $\lambda$ -Skeleton . . . . .	37
1.6.2	Réglage du paramètre de l'amincissement . . . . .	40

---

### Introduction

Intuitivement, le squelette aussi appelé "axe médian" est une représentation filaire des objets dans une image. Il doit garantir les propriétés de préservation de la topologie (homotopie) ainsi que la géométrie de l'objet à traiter. D'autres propriétés du squelette telles que la reconstructibilité et l'épaisseur unitaire sont requises dans certains cas d'utilisation. Les définitions formelles d'un squelette varient selon l'espace de travail dans lequel on se place, à savoir l'espace continu ou discret. Dans l'espace continu, le squelette d'un objet binaire est le lieu d'extinction d'un feu de prairie qui part des points de contour de l'objet tel que défini par Blum [1]. Cette analogie a donné lieu à une deuxième définition où le

squelette est considéré comme le lieu des centres des boules maximales d'un objet binaire. Dans un espace de travail discret tel que celui des images numériques, l'application des définitions énoncées dans le cas continu n'est plus directe et requiert par conséquent, une transposition dans le cadre de la géométrie discrète.

De multiples approches de squelettisation appliquées à des images binaires dans le cadre de la géométrie discrète ont été proposées dans les années 90. Une revue de ces approches est donnée par [3, 62] et même récemment par [63]. Toutefois, l'application de ces méthodes aux images réelles 2D en niveaux de gris n'est possible que grâce à des techniques de prétraitement pour la binarisation des images. Ces étapes de prétraitement peuvent générer une perte d'information qui dégrade la qualité et la pertinence des squelettes obtenus. Ceci a donc conduit à l'évolution des méthodes de squelettisation afin de proposer une analyse adaptée.

Dans ce travail, on s'intéresse particulièrement à la squelettisation d'images en niveaux de gris. Néanmoins, pour comprendre l'objectif de la squelettisation, nous devons d'abord revenir sur sa définition initiale dans le cadre binaire et à ses propriétés fondamentales. C'est pourquoi, nous présentons dans un premier temps la définition et les propriétés d'un squelette pour nous focaliser par la suite sur une étude bibliographique des méthodes de squelettisation en niveaux de gris. Ces méthodes sont classées en 2 grandes familles : celles analytiques et celles issues de la morphologie mathématique. Par conséquent, nous présentons en premier lieu une méthode issue de la géométrie différentielle proposée par [26] qui a inspiré des méthodes plus récentes [27, 28, 64]. Ces méthodes analytiques ont l'avantage de proposer un squelette précis mais ne garantissent pas la connexité des objets dans une image. En second lieu, nous nous intéressons aux méthodes morphologiques et présentons un bref aperçu des plus usitées [47, 65, 66, 67, 68, 50, 69, 37].

De par sa qualité d'homotopie, l'amincissement est l'approche la plus répandue de la famille des méthodes de squelettisation basées sur la morphologie mathématique. Nous proposons donc, de présenter dans un deuxième temps cette approche, en suivant son évolution du cadre binaire vers le gris. La propriété d'homotopie de cette méthode l'habilite à caractériser les objets par leurs descripteurs structurels utiles à l'appariement d'objets (reconnaissance de caractères [2, 70, 71, 72, 73] et la biométrie [8, 11, 12]). Afin de comprendre l'amincissement en niveaux de gris, il est nécessaire d'introduire l'amincissement binaire, de définir les notions topologiques de base de cette méthode et de décrire son algorithmique. Cette introduction nous permet d'expliquer la topologie en coupes et de redéfinir les notions d'amincissement pour les images en niveaux de gris.

La forte contrainte de connexité imposée par la squelettisation d'images en niveaux de gris basée sur l'amincissement induit une surconnexion des squelettes dans un cadre réel où l'image est exposée au bruit. Une amélioration de cette approche a été proposée dans la littérature par [48] où de nouvelles configurations topologiques ont été introduites afin d'éliminer l'information insignifiante du squelette. Par conséquent, nous nous intéressons dans un troisième temps à cette variante de l'amincissement appelée amincissement paramétré et détaillons sa capacité à filtrer le bruit.

Ce chapitre se compose de 3 sections. La section 1.1 a pour objectif de définir un squelette, de présenter ses propriétés et de donner un aperçu des méthodes appliquées aux images en niveaux de gris. La section 1.3 expose le principe de l'amincissement séquentiel binaire ainsi que les notions topologiques utiles à cette méthode. Nous présentons dans la section 1.4 l'équivalence topologique entre l'amincissement binaire et gris et identifions les manquements de cette extension. La section 1.5 est consacrée à l'amincissement paramétré qui propose des mécanismes pouvant gérer le bruit des images afin d'acquérir des squelettes pertinents. Enfin, une dernière section 1.6 détaille l'implantation de l'amincissement paramétré et les défis auxquels elle fait face.

### 1.1 La squelettisation : définition et propriétés

Il n'existe pas de définition unique du squelette. En effet, les définitions d'un squelette varient selon l'espace de travail (continu ou discret, image binaire ou en niveaux de gris) ainsi que les besoins requis par l'application. La première définition du squelette a été émise par Blum [1] par l'analogie du feu de prairie comme énoncé par la définition 1.

**Définition 1** *Soit une prairie couverte de manière homogène par de l'herbe sèche. Au départ, tous les points du contour de la prairie sont enflammés simultanément. Le feu se propage de manière homogène et s'étend à travers la prairie à une vitesse constante. Le squelette est défini comme le lieu des points où les fronts enflammés se sont rencontrés.*

#### 1.1.1 Propriétés d'un squelette

Un squelette doit vérifier un certain nombre de propriétés dont l'importance varie selon le domaine d'application. Ces propriétés sont indépendantes de la qualité et du type d'images en entrée. En effet, que l'image soit binaire ou en niveau de gris, 2D ou 3D, l'objectif derrière sa squelettisation est toujours le même. Par conséquent, les propriétés de cette opération restent inchangées. Nous les listons par ordre de priorité et expliquons l'importance de chacune pour les domaines d'application.

##### i L'homotopie

C'est la propriété du squelette la plus importante. Elle consiste à conserver la topologie de l'image. En d'autres termes, le squelette doit conserver les relations de connexité : préserver le nombre de composantes connexes de l'objet ainsi que celles du fond (les trous) et par conséquent, préserver les caractéristiques structurelles telles que le nombre de nœuds, de segments et d'extrémités de l'objet initial. Cette propriété est utile à l'appariement d'objet dans des domaines comme la reconnaissance de caractères [72, 7], la reconnaissance de symboles [74] et la biométrie [11, 12, 9]. Elle est aussi utile à des applications médicales dont nous citons l'aide au diagnostic de l'ostéoporose [22], de l'arthrose [21] ou la détection de sténose de l'artère coronaire [75].

##### ii La préservation de la géométrie

Le squelette doit rendre compte de la forme globale de l'objet initial et de sa géométrie. La qualité de son positionnement sur les lignes médianes de structures curvilignes telles

que les routes [27, 26, 28, 16, 76] facilite le suivi et est utile aux systèmes d'information géographique [77]. D'ailleurs, la préservation de la géométrie est un critère d'évaluation de la squelettisation répandu dans ce cadre applicatif, ce qui explique l'importance de cette propriété.

### iii L'épaisseur unitaire

Cette propriété est utile aux applications qui exploitent le squelette pour extraire des paramètres structurels dans un processus d'appariement comme c'est le cas en biométrie et en reconnaissance de caractères, ou dans l'analyse d'objet comme la micro-architecture de l'os. En effet, la détection des points particuliers tels que les terminaisons et bifurcations d'empreinte ou les nœuds, branches et extrémités de la microarchitecture de l'os est plus intuitive et facile à opérer sur un squelette que sur un objet épais.

### iv La restructibilité

Certaines applications requièrent l'utilisation d'une squelettisation réversible pour la reconstruction de l'objet initial. Cette propriété n'est pas toujours respectée par les méthodes de squelettisation parce qu'elle ne présente pas d'intérêt dans les domaines d'application visés par ces méthodes.

### v L'invariance au bruit

L'objectif ultime de la squelettisation est d'être appliqué sur des images réelles, dans des contextes applicatifs variés. Cependant, les images réelles sont dans la majorité des cas bruitées. C'est pourquoi, un des défis de la squelettisation est de produire un squelette qui reste inchangé face à l'apparition de bruit sur les images à traiter.

## 1.2 Méthodes de squelettisation des images en niveaux de gris

Cette section est dédiée à une revue bibliographique des méthodes de squelettisation. On se propose de différencier ces méthodes en les classant en méthode analytique et méthode morphologique.

### 1.2.1 Approches analytiques

Les méthodes analytiques exploitent les propriétés de lignes dans l'espace continu et permettent de définir des formes de courbures élémentaires d'une surface (crête, ravin, pic, fosse etc. . .) afin de déduire de manière analytique les positions des crêtes centrales. Il est possible d'utiliser la courbure maximale d'une surface (points où le gradient s'annule) pour détecter les points de crêtes et en déduire le squelette. Néanmoins, utiliser le gradient de l'image est insuffisant dans le cas de crêtes avec large plateaux aux niveaux de gris claires (différent du profil idéal parabolique).

Une approche différentielle qui utilise les dérivées premières et secondes d'une fonction image peut remédier aux limitations de la première sus-citée tout en gardant l'avantage

d'une précision sous-pixellique. Dans le cas continu, il est possible d'utiliser directement les dérivées ce qui n'est pas le cas du domaine discret, où une approximation de l'équation surfacique et des dérivées doivent être faites.

La méthode différentielle de Steger [26] que nous notons DLD (*Differential Line Detector*) exploite les dérivées premières et secondes dans le domaine discret afin de détecter les structures curvilignes. L'auteur place sa proposition parmi celles qui visent la détection de routes en imagerie satellitaire basse résolution. Dans son article, l'auteur utilise un modèle explicite de représentation de lignes et de surfaces et adapte les solutions du domaine continu au domaine discret. La première étape de la méthode DLD consiste à calculer les positions sous-pixelliques des pixels de crêtes qui constituent les points où la concavité d'une surface est maximale. Ces points n'étant pas connectés à ce stade, l'auteur propose dans une deuxième phase une procédure de liaison conditionnée par la distance entre points crêtes et une tolérance à la différence d'angles entre les tangentes respectives à deux points voisins. (Voir Annexe 5.2.3 pour plus de détails)

D'autres méthodes combinent la géométrie différentielle avec l'analyse sémantique [27], les contours actifs [28] ou l'extraction d'une pseudo carte de distance à partir de l'image en niveaux de gris [76] afin d'extraire le squelette.

Malgré la précision de ces approches multi-résolution, l'ajustement de leurs différents paramètres demeure complexe pour un utilisateur non expérimenté. De plus, cette famille de méthode de squelettisation ne garantit pas la préservation de la topologie de l'objet traité puisqu'elles ne mettent aucune condition sur la connexité du squelette. Ceci oriente leur applicabilité aux images présentant des structures filaires avec peu de jonctions comme c'est le cas des routes dans les images satellitaires.

### 1.2.2 Approches morphologiques

Les approches issues de la morphologie mathématique permettent d'extraire un squelette pixellique qui garantit la connexité de l'image initiale. L'amincissement séquentiel [66, 32, 35] et parallèle [62, 51, 52] appliquées aux images binaires sont des approches populaires de la morphologie mathématique pour leur propriété d'homotopie. Ces méthodes s'appuient sur le principe de suppression (parallèle ou séquentielle) de pixels du contour de l'objet jusqu'à atteindre l'axe médian. Les définitions de pixels "supprimables" changent d'une méthode à une autre suivant l'algorithmique proposée. En raison de la popularité de ces approches binaires, certains auteurs ont proposé leur extension au cadre gris. Cette extension est possible grâce à la topologie en coupes proposée par Serra [47] pour l'amincissement séquentiel et utilisée plus tard par [50, 35] où les auteurs définissent des pixels "supprimables" (*simple* et *non-ancre*) dont le traitement est indépendant de l'ordre de passage. Une autre technique permettant l'application de l'amincissement binaire dans le cadre gris a été introduite par Arcelli [67]. Elle repose sur une première étape de prétraitement pour homogénéiser les régions du fond, une deuxième étape qui labellise ces régions et les ordonne selon un niveau de gris ascendant et sur une troisième étape qui abaisse les niveaux de gris de ces régions selon un critère de suppression (*simple*) en respectant la priorité donnée aux niveaux de gris faibles. Une autre méthode d'amincissement parallèle appliquée aux images en niveaux de gris [37] repose sur les "noyaux critiques" (critical kernels) déjà introduits par les mêmes auteurs dans [69].

Même si les approches sus-citées vérifient la propriété d'homotopie, elles produisent des squelettes inexploitable quand elles sont appliquées sans prétraitement sur des images réelles bruitées. D'autres méthodes de la littérature ont proposé de régler ce problème de sensibilité au bruit en introduisant un paramètre qui contrôle à la fois l'élimination de pixels initialement jugés "non-supprimables" et la préservation de l'information importante du squelette [48, 68].

En conclusion à cette section, nous remarquons que la squelettisation a suscité un grand intérêt dans le cadre de l'analyse d'images binaires ou en niveaux de gris. Les méthodes proposées dans la littérature tentent de produire un squelette homotopique à l'image de départ et se trouvent face au défi de réduire la sensibilité au bruit du squelette. La solution trouvée par les approches analytiques ou encore morphologiques est le paramétrage de la squelettisation afin de filtrer l'information liée au bruit. Par conséquent, le nouveau défi de la squelettisation consiste en l'ajustement automatique des paramètres de ces méthodes afin de faciliter leur exploitation par des utilisateurs non qualifiés. C'est dans ce contexte que nous nous intéressons à l'amincissement paramétré. Nous choisissons d'expliquer plus en profondeur l'amincissement séquentiel binaire puis gris afin de trouver le moyen d'ajuster le paramètre de contrôle de l'amincissement proposé par les auteurs de [48].

### 1.3 Amincissement binaire

Nous commençons d'abord par énoncer les pré-requis nécessaires aux définitions topologiques des pixels concernées par l'amincissement.

Une image binaire est composée de pixels du fond et de pixels de l'objet. Nous notons  $I(x) \in \{0, 1\}$  la valeur prise par un pixel  $x$  où  $\{x, I(x) = 1\}$  désigne l'ensemble des pixels de l'objet et  $\{x, I(x) = 0\}$  ceux du fond.

Un pixel  $x$  admet quatre voisins 4-connexes et huit voisins 8-connexes comme illustré par la figure 1.1. Nous notons  $\mathcal{N}_4(x)$  l'ensemble des 4 voisins 4-connexes à un pixel  $x$  et par  $\mathcal{N}_8(x)$  l'ensemble des huit proches voisins 8-connexes à  $x$ .

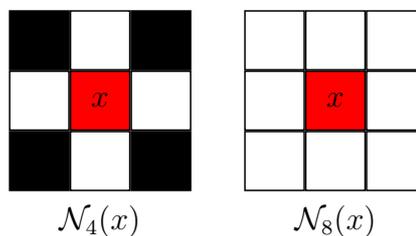


FIGURE 1.1 – Voisinage du pixel central  $x$  (en rouge). À gauche : les voisins 4-connexes sont en blanc. À droite : les voisins 8-connexes sont en blanc.

Une composante connexe  $\mathcal{C}$  est composée de pixels connexes entre eux appartenant à un même ensemble (fond ou objet). Puisque la connectivité complémentaire entre le fond et l'objet doit être choisie afin de respecter le théorème de Jordan, la 4-connexité est classiquement utilisée pour les composantes connexes du fond et la 8-connexité pour

les composantes connexes de l'objet. L'exemple de la figure 1.2 montre deux composantes 4-connexes du fond séparées par une composante 8-connexe de l'objet.

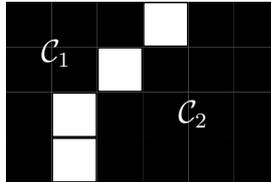


FIGURE 1.2 – Exemple de composantes connexes du fond et de l'objet.  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  : composantes 4-connexes du fond . En blanc : la composante 8-connexe de l'objet.

Un pixel  $x$  est 4-adjacent à un autre pixel s'ils sont voisins 4-connexes. Une composante  $\mathcal{C}$  est 4-adjacente à un pixel  $x$  si au moins un des pixels de  $\mathcal{C}$  est 4-adjacent à  $x$ .

Lorsqu'il est appliqué à une image binaire, l'amincissement homotopique procède par suppression séquentielle des pixels de l'objet sans changer la connectivité à la fois du fond et de l'objet, afin d'atteindre au final les lignes centrales appelées aussi axe median de Blum [1].

Les pixels "supprimables" lors d'une itération d'amincissement sont appelés pixels *simples* dans [32] [78] et sont définis comme suit :

**Définition 2** *Un pixel  $x$  de l'objet est simple s'il vérifie à la fois, les deux conditions suivantes :*

- (i)  $\mathcal{N}_4^0(x) = \{y \in \mathcal{N}_4(x), I(y) = 0\} \neq \emptyset$ ,
- (ii) *Il existe une unique composante 8-connexe dans  $\mathcal{N}_8^1(x)$  où*  
 $\mathcal{N}_8^1(x) = \{y \in \mathcal{N}_8(x), I(y) = 1\}$ .

La première condition (i) stipule simplement que  $x$  est un pixel du bord de l'objet, tandis que la condition (ii) signifie que la suppression de  $x$  ne change pas la connectivité de l'objet.

L'amincissement binaire procède premièrement par une détection des pixels *simples* et supprime par la suite successivement ces pixels. Les pixels *simples* trouvés lors de la phase de détection sont naturellement positionnés sur le contour de l'objet puisque c'est seulement au niveau du contour que la suppression d'un pixel objet peut ne pas induire un changement de connectivité. Néanmoins, leur suppression dans une deuxième phase ne doit pas se faire simultanément pour éviter toute déconnexion de l'objet. En effet, le statut d'un pixel *simple* change si l'un de ses voisins a été touché par les suppressions précédentes.

La procédure d'amincissement séquentiel binaire est donnée par l'algorithme 1.

---

**Algorithme 1** Amincissement séquentiel binaire

---

**Entrées:**  $I(x)$  valeur binaire du pixel  $x$  de l'image  $I$

- 1: **Répéter**
  - 2:   Composer la liste des pixels  $\mathcal{L}$  de *simple* et non *extrémité* dans  $I$
  - 3:   **Pour** Pixel  $x$  dans  $\mathcal{L}$  **faire**
  - 4:     **Si**  $x$  est toujours *simple* et non *extrémité* à ce stade **alors**
  - 5:        $I(x) \leftarrow 0$
  - 6:     **fin Si**
  - 7:   **fin Pour**
  - 8: **jusqu'à**  $\mathcal{L}$  est vide
- 

Chaque itération de l'algorithme 1 est constituée d'une phase de construction de la liste  $\mathcal{L}$  des pixels "supprimables" suivie d'une phase de suppression. L'amincissement s'achève quand plus aucun pixel de l'image "amincie" ne peut être ajouté à la liste  $\mathcal{L}$ . Si la phase de construction de la liste de suppression  $\mathcal{L}$  est basée sur l'unique critère de pixels *simples*, le résultat de l'amincissement est un squelette dit "ultime" où aucune branche libre n'est maintenue puisque les extrémités d'un segment répondent au critère de suppression (sont *simples*). Ce déroulement de l'amincissement peut être utile pour détecter des objets fermés sans extrémités comme c'est le cas des anneaux de la figure 1.4.(a) et son squelette (d).

L'amincissement conditionné par "*simple* et non *extrémité*" comme c'est le cas de l'algorithme 1 conduit à des squelettes préservant la géométrie en plus de la topologie. Cette condition est utilisée pour des objets présentant des extrémités libres comme illustré par la figure 1.4.(b) et (c). Les pics isolés peuvent aussi être détectés et supprimés de l'image squelettisée si l'on ajoute à la condition des lignes 2 et 4 de l'algorithme 1 un critère qui inclue les pics à la liste de traitement.

Concernant les *pics* et les *extrémités*, leurs définitions sont intuitives et énoncées dans la Définition 3.

**Définition 3** Un pixel objet  $x$  est *extrémité* s'il a un unique voisin 8-connexe appartenant à l'objet :  $|\mathcal{N}_8^1(x)| = 1$ .

Un pixel objet  $x$  est *pic* s'il n'a aucun voisin 8-connexe appartenant à l'objet :  $|\mathcal{N}_8^1(x)| = 0$ .

Pour résumer, la figure 1.3 montre des exemples des trois configurations topologiques *simple*, *pic* et *extrémité* utilisées dans l'amincissement binaire.

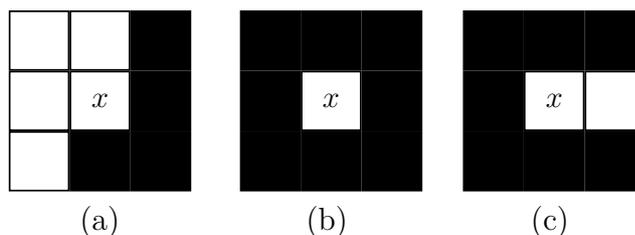


FIGURE 1.3 – Configuration topologique du pixel central  $x$ . (a) : *simple*, (b) : *pic*, (c) : *extrémité*.

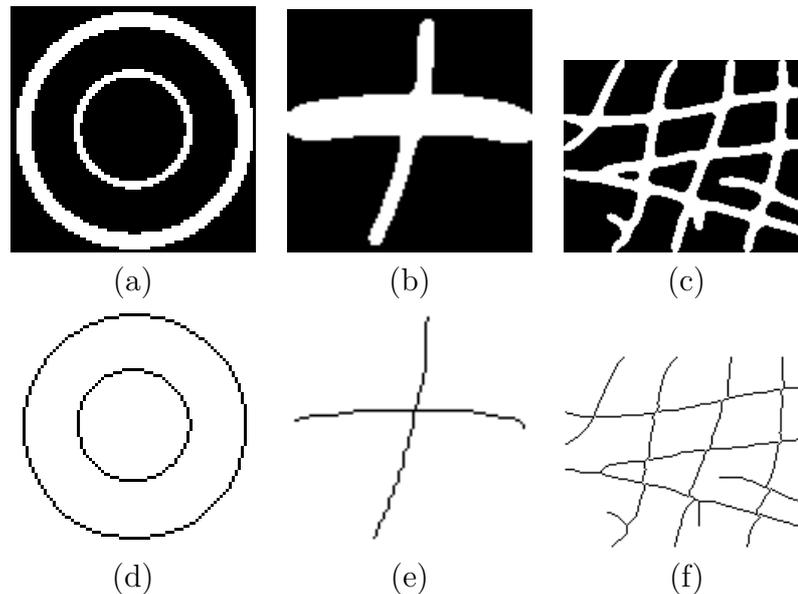


FIGURE 1.4 – Cas d’amincissement binaire sur images synthétiques : (a) : Image d’anneaux  $81 \times 81$ . (b) : Image d’intersection  $100 \times 100$ . (c) : Image d’un réseau  $151 \times 121$ . (d),(e),(f) : Résultat de l’amincissement de (a),(b) et (c) après inversion des couleurs.

Il est à noter que pour cette méthode de squelettisation, les amincissements successifs se font tout en préservant la connexité du fond et de l’objet. Il en résulte un squelette homotopique placé sur l’axe médian dans le cas d’objet présentant un contour non bruité (sans distorsion de contour).

Néanmoins, la squelettisation par amincissement binaire dépend du parcours de l’image. En effet, la construction de la liste  $\mathcal{L}$  requiert un parcours de l’image à chaque itération. Par conséquent, l’ordre de suppression des pixels *simples* de la liste  $\mathcal{L}$  dépend de l’ordre de stockage et donc du parcours. Ceci crée une petite variation du positionnement du squelette, essentiellement au niveau des segments dont la largeur en nombre de pixels est paire. Nous illustrons cette dépendance au parcours par la figure 1.5. Nous implantons l’amincissement séquentiel binaire à l’image (a) en ajoutant à chaque itération une permutation aléatoire des pixels de la liste  $\mathcal{L}$  avant de démarrer la phase de suppression. Nous remarquons ainsi sur l’image de la figure 1.5(d) que la moyenne des squelettes obtenus pour dix exécutions différentes est un squelette gris au niveau de certains pixels, ce qui reflète la variabilité du résultat de l’amincissement.

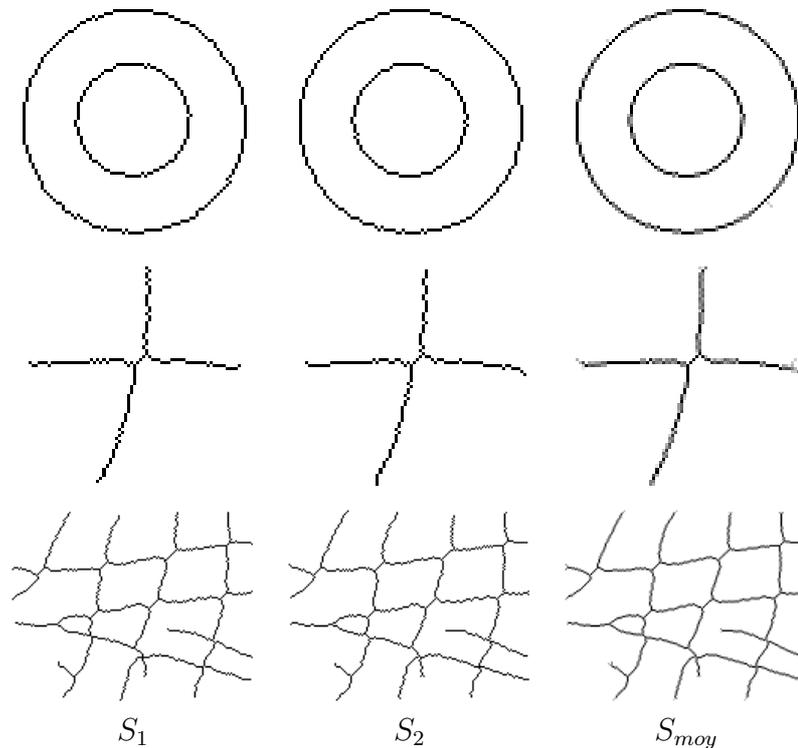


FIGURE 1.5 – Dépendance au parcours :  $S_1$  et  $S_2$  squelettes obtenus par différents parcours aléatoires de la liste  $\mathcal{L}$  pour les images binaires de la figure 1.4.  $S_{moy}$  : Moyenne des squelettes de 10 parcours aléatoires de  $\mathcal{L}$  obtenus pour chaque image.

Dans la section 1.4, nous présentons l’amincissement classique en niveaux de gris et par la suite en section 1.5, nous exposons l’amincissement paramétré introduit dans [48] pour gérer l’élimination du bruit dans l’image.

## 1.4 L’amincissement : du contexte binaire au gris

Lorsque l’on considère le cas d’images en niveaux de gris, la notion de contours et d’objets n’est plus évidente, à moins que nous procédions par binarisation de l’image, ce qui peut conduire à la perte d’information. Une image en niveaux de gris peut-être vue comme un relief topographique où les valeurs de niveaux de gris correspondent à la hauteur d’un pixel sur ce relief. Nous notons la valeur du niveau de gris d’un pixel  $x$  par  $I(x) \in \{0, 1, \dots, I_{max}\}$ .

L’extension de l’algorithme d’amincissement au domaine gris repose sur la définition de la topologie en coupes introduite par J. Serra dans [47]. La coupe transversale d’une image  $I$  à un niveau de gris  $l$  est une image binaire  $I_l = \{y, \mathbb{1}_{[l, I_{max}]}(I(y))\}$ . Pour une image en niveaux de gris, Serra [47] transpose la définition d’un pixel *simple* pour l’image binaire  $I$  aux images en niveaux de gris si l’on considère que  $x$  est *simple* pour la coupe binaire  $I_l(x)$  où  $l = I(x)$ .

Une extension aux niveaux de gris des définitions de *pic* et d’*extrémité* a aussi été rendue

possible grâce à la topologie en coupes. Les notions topologiques utiles à l'amincissement des images en niveaux de gris sont données par la définition 4 et sont illustrées par la figure 1.6. On y montre des configurations où le pixel central  $x$  est respectivement identifié comme *simple*, *pic* et *extrémité* suivant la coupe binaire  $I_l(x)$  composée d'un objet formé par  $x$  et ses voisins plus clairs  $\mathcal{N}_8^>(x) = \{y \in \mathcal{N}_8(x), I(y) \geq I(x)\}$  et d'un fond composé par  $\mathcal{N}_8^<(x)$ .

**Définition 4** Soit  $x$  un pixel de l'image en niveaux de gris  $I$ ,  $l = I(x)$  le niveau de gris du pixel et  $I_l(x) = \{y, \mathbb{1}_{[l, I_{\max}]}(I(y))\}$  la coupe binaire composé des voisins plus clairs de  $x$ .

$x$  est *simple* s'il est simple pour  $I_l(x)$ ,

$x$  est *pic* s'il est pic pour  $I_l(x)$ ,

$x$  est *extrémité* s'il est extrémité pour  $I_l(x)$

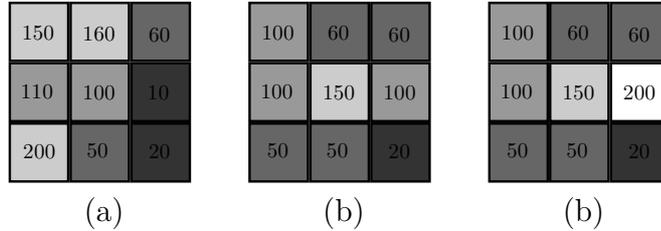


FIGURE 1.6 – (a) : *simple*. (b) : *pic*. (c) : *extrémité*.

Cette extension basique de l'amincissement au cadre gris a la même structure algorithmique que la version binaire. La phase de détection des pixels à traiter est maintenue en utilisant les notions de la définition 4. Quant à la phase de suppression, elle est remplacée par une phase d'abaissement des niveaux de gris. En effet, la meilleure analogie de la suppression binaire transposée au contexte gris est donnée par [32]. Elle consiste à remplacer l'élimination des pixels objets par un abaissement du niveau de gris du pixel en cours de traitement au niveau de gris de son voisin sombre le plus proche. Cette analogie permet d'implanter l'amincissement sans risque de déconnecter l'objet gris. A l'issue de l'abaissement, la nouvelle valeur du niveau de gris du pixel  $x$  traité est définie comme suit :

$$I(x) = \max\{I(y), y \in \mathcal{N}_8^<(x)\}, \text{ où } \mathcal{N}_8^<(x) = \{y \in \mathcal{N}_8(x), I(y) < I(x)\}.$$

L'algorithme 2 décrit les étapes d'un amincissement séquentiel appliquée aux images en niveaux de gris.

**Algorithme 2** Algorithme d'amincissement séquentiel basique appliqué aux images en niveaux de gris

**Entrées:**  $I(x)$  niveau de gris de  $x$  dans l'image  $I$

- 1: **Répéter**
- 2: Composer la liste  $\mathcal{L}$  de pixels *simple* **Et** non *extrémité* (*extrémité*)
- 3: Ordonner la liste  $\mathcal{L}$  selon les niveaux de gris ascendants
- 4: **Pour** Pixel  $x$  dans  $\mathcal{L}$  **faire**
- 5:     **Si**  $x$  est toujours *simple* **Et** *extrémité* à ce stade **alors**
- 6:          $I(x) \leftarrow \max \{I(y), y \in \mathcal{N}_8^<(x)\}$
- 7:     **fin Si**
- 8: **fin Pour**
- 9: **jusqu'à**  $\mathcal{L}$  est vide

Par analogie avec l'amincissement d'images binaires, nous ajoutons un parcours aléatoire de la liste  $\mathcal{L}$  pendant la phase d'abaissement afin de vérifier si l'amincissement d'images en niveaux de gris est homotopique et s'il est dépendant au parcours. La figure 1.7 montre le déroulement de l'amincissement sur une image synthétique en niveaux de gris en utilisant différents types de parcours : l'ordre d'apparition dans l'image, le tri ascendant des niveaux de gris des pixels retenus dans la liste  $\mathcal{L}$  et parcours aléatoire de  $\mathcal{L}$ .

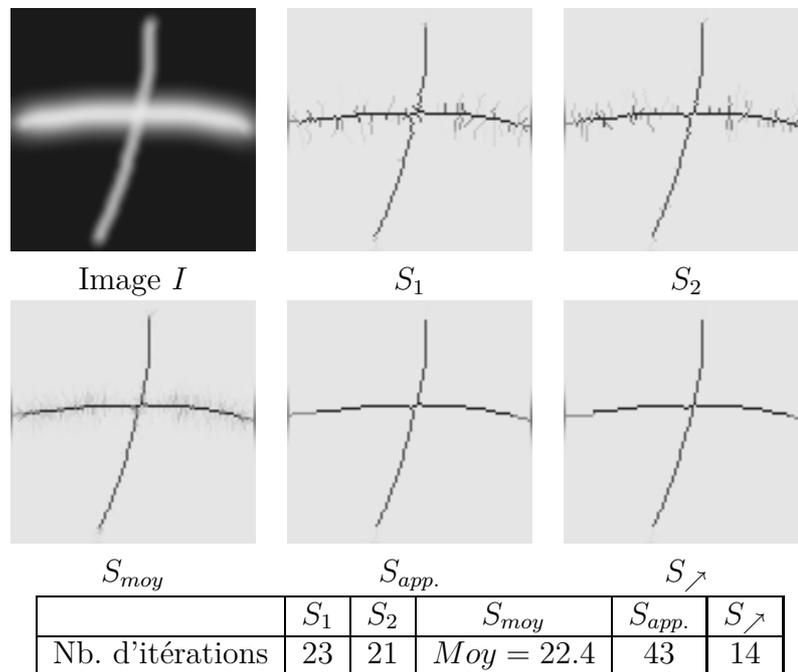


FIGURE 1.7 – Dépendance au parcours :  $S_1$  et  $S_2$  squelettes obtenus par différents parcours aléatoires de la liste  $\mathcal{L}$  pour l'image en niveaux de gris  $I$ .  $S_{moy}$  : Moyenne des squelettes de 10 parcours aléatoires de  $\mathcal{L}$  obtenus pour  $I$ .  $S_{app.}$  : squelette obtenu en suivant l'ordre d'apparition.  $S_{\nearrow}$  : squelette obtenu en triant la liste  $L$  à chaque itération selon les niveaux de gris ascendants.

La figure 1.7 montre bien que quelque soit le parcours choisi, l'amincissement d'images

en niveaux de gris est homotopique. Néanmoins, nous notons une dégradation des résultats de l'amincissement suivant un parcours aléatoire de la liste d'abaissement, face à l'amincissement suivant l'ordre d'apparition ou le tri ascendant de  $\mathcal{L}$ . En effet, plusieurs pixels sur la pente du relief topographique que représente l'image en niveaux de gris sont retenus pour la phase d'abaissement. Ces pixels sont donc abaissés au niveau de gris d'un de leur voisin sombre le plus proche. Si l'opération se fait aléatoirement, nous créons une variation des niveaux de gris assimilable à un bruit, rendant ainsi le relief moins lisse et son amincissement impossible à certains endroits où les conditions d'abaissement ne sont plus valides (*simple* et *extrémité*).

Très peu de variation est perceptible entre le squelette obtenu par amincissement suivant l'ordre d'apparition ou le tri ascendant de  $\mathcal{L}$ . Cependant, concernant le nombre d'itérations nécessaires à l'obtention d'un squelette, nous notons que le tri de  $\mathcal{L}$  par ordre croissant des niveaux de gris réduit considérablement le nombre d'itération. C'est pourquoi, l'ajout de l'action de tri à la ligne 3 de l'algorithme 2 permet d'optimiser l'algorithme d'amincissement en traitant d'abord les pixels les plus sombres pour abaisser les *simples* aux niveaux de gris les plus bas, et de progresser au fil des itérations vers les pixels de niveaux de gris élevés qui seront à leur tour abaissés systématiquement au niveau de gris du fond. La figure 1.8 illustre un exemple simple du changement d'un profil de ligne jusqu'à obtention d'un squelette centré sur la crête centrale.

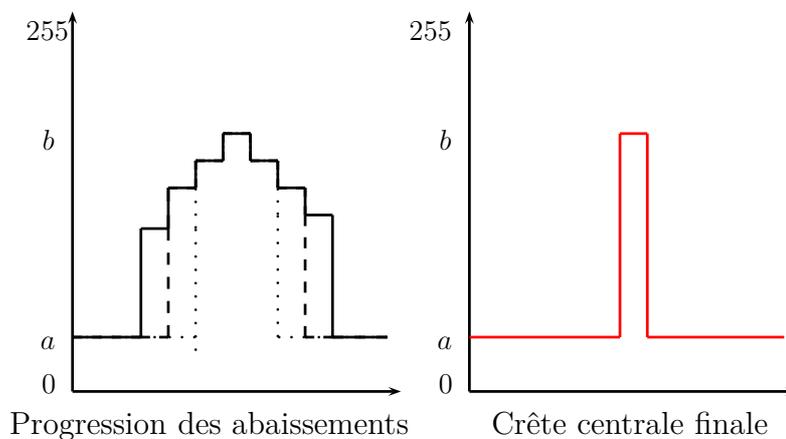


FIGURE 1.8 – Exemple sur un profil de ligne de la progression des abaissements des niveaux de gris lors d'un amincissement suivant un tri ascendant des niveaux de gris des pixels de la liste  $\mathcal{L}$ .

Par conséquent, nous utilisons dans ce qui suit l'algorithme 2 qui ajoute un tri de la liste  $\mathcal{L}$  des pixels abaissables afin de minimiser le nombre d'itérations d'abaissement.

### 1.4.1 Défis de l'amincissement gris classique

Cette extension basique de l'amincissement au cadre gris opère correctement sur des images idéales où le relief topographique est lisse. Les crêtes centrales du squelette sont positionnées sur les plus hautes lignes du relief topographique suite à des abaissements successifs des niveaux de gris partant des pixels les plus sombres vers les hauteurs du

reliefs. Ce résultat est illustré par la figure 1.9.(a) où le squelette est superposé en rouge à l'image initiale. Cependant, pour une image bruitée, l'amincissement basique conduit à un squelette sur-connecté où l'on note la présence de crêtes et extrémités insignifiantes liées à la présence de bruit dans l'image. Par exemple, en appliquant un bruit gaussien additif à l'image synthétique de la figure 1.9.(b), le résultat de l'amincissement gris basique de la figure 1.9.(c) montre l'apparition de branches non significatives du squelette aussi bien dans le fond que sur l'objet. Ces nouveaux éléments ne peuvent pas être abaissés lors des amincissements successifs car ils ne répondent pas aux critères de la méthode puisque leur élimination implique une déconnexion de l'objet. En effet, le principe d'homotopie sur lequel repose l'amincissement ne permet pas de déconnecter l'objet et ne différencie pas l'information pertinente de celle liée au bruit. L'image du profil (d) de la figure 1.9 montre le déplacement du profil du squelette réel (gras et rouge) par rapport au squelette idéal (en rouge et en pointillés), en plus de l'apparition de pics de faible hauteur correspondant à des crêtes 2D faiblement contrastées.

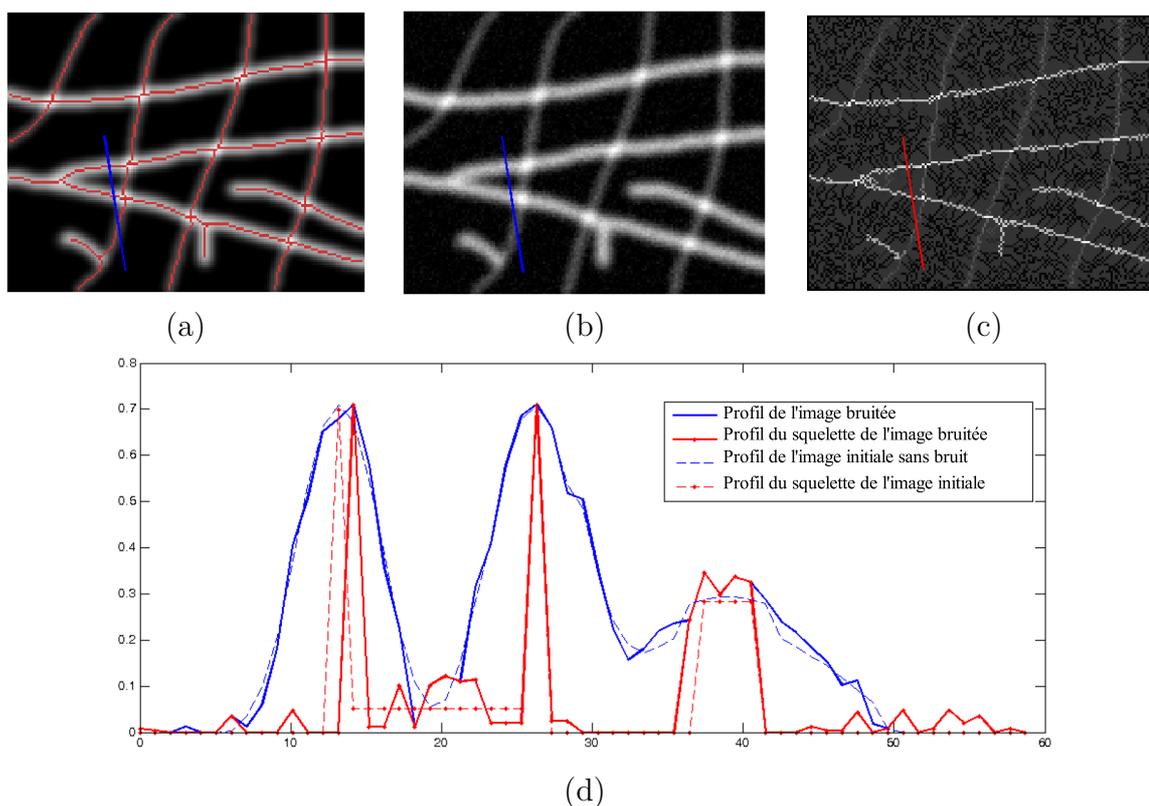


FIGURE 1.9 – Amincissement basique appliqué sur une image synthétique  $153 \times 121$  dont les niveaux de gris varient dans  $[0..1]$ . (a) : Squelette en rouge superposé au relief idéal. (b) : Ajout d'un bruit gaussien  $\sigma = 0.03$  à l'image (a). (c) : Squelette gris de (b) en utilisant un fond clair pour distinguer les crêtes faiblement contrastées. (d) : Profil de l'image idéale (a) et son squelette en pointillé. Profil de l'image (b) et son squelette (c) en gras.

L'extension du binaire au gris a permis à l'amincissement d'opérer directement sur les niveaux de gris d'une image, sans recourir au pré-traitement de binarisation. Toutefois, cette extension a des difficultés à filtrer l'information relative à la présence du bruit comme

illustré par la figure 1.9. Dans la sous-section 1.5, nous décrivons une nouvelle version plus flexible de l'amincissement qui relâche la forte contrainte d'homotopie afin d'éliminer le bruit.

## 1.5 Amincissement paramétré

L'idée générale de cette méthode est de relâcher la forte contrainte d'homotopie de l'amincissement classique imposée par l'utilisation du seul critère de pixel *simple*. Les auteurs de [48] identifient de nouvelles configurations d'abaissement conditionnées par un paramètre  $\lambda$  et permettent ainsi d'éliminer les pixels à faible contraste. Nous détaillons dans cette section les définitions de pixels  $\lambda$ -*crête*,  $\lambda$ -*extrémité* and  $\lambda$ -*pic* permettant d'abaisser les fausses crêtes, faux pics et fausses extrémités du squelette. Ensuite, nous détaillons le principe de l'amincissement paramétré et présentons l'implantation faite de cet algorithme dans la bibliothèque Pink.

### 1.5.1 Notions topologiques de l'amincissement paramétré

Nous définissons d'abord les notions topologiques de pixels  $\lambda$ -*crête*,  $\lambda$ -*extrémité* and  $\lambda$ -*pic* permettant d'abaisser les fausses crêtes, faux pics et fausses extrémités du squelette. Ces définitions sont basées sur les notions de connexité et d'adjacence introduite à la section 1.3.

**Définition 5** *Le pixel  $x$  est  $\lambda$ -crête s'il remplit les conditions suivantes :*

- (i) *Au moins 2 composantes connexes ( $\mathcal{K} \geq 2$ ) dans le voisinage  $\mathcal{N}_8^<(x)$  sont 4-connexes et 4-adjacentes à  $x$  ;*
- (ii) *Pour ces  $\mathcal{K}$  composantes connexes, notées  $\mathcal{C}_k$  ( $k = 1, \dots, \mathcal{K}$ ), au moins  $(\mathcal{K} - 1)$  ont une faible différence de niveaux de gris par rapport à  $I(x)$  :*

$$d_1(x, \mathcal{C}_k) = (I(x) - \min\{I(\mathcal{C}_k)\}) \leq \lambda.$$

La condition (i) de la définition 5 de  $\lambda$ -*crête* indique que le pixel  $x$  se situe sur une crête entourée localement par  $\mathcal{K}$  composantes connexes plus sombres. La condition (ii) stipule qu'au plus une de ces composantes sombres est à une distance supérieure à  $\lambda$ , ce qui signifie que le pixel "crête" peut être assimilé localement au fond représenté par les  $(\mathcal{K} - 1)$  autres composantes sombres quand il est classé  $\lambda$ -*crête* par l'algorithme. Ce pixel correspond donc à une fausse crête et peut être considéré pour abaissement. Il est à noter que les conditions de 4-connexité et 4-adjacence limitent le nombre de composantes à  $2 \leq \mathcal{K} \leq 4$  comme illustré dans la figure 1.10.

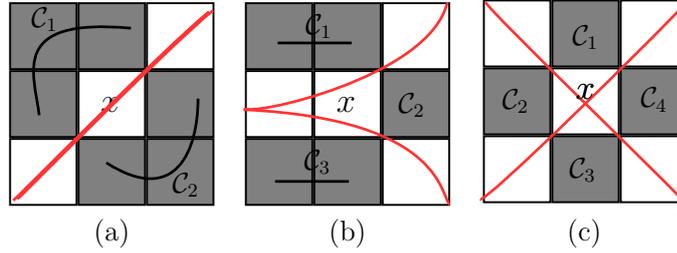


FIGURE 1.10 – Trois exemples de configuration de pixel  $\lambda$ -côte. (a) :  $x$  est  $\lambda$ -côte pour  $\mathcal{K} = 2$ , (b) :  $\mathcal{K} = 3$  et (c) :  $\mathcal{K} = 4$ .  $\mathcal{C}_1$ ,  $\mathcal{C}_2$ ,  $\mathcal{C}_3$  et  $\mathcal{C}_4$  sont les composantes du fond 4-connexes et 4-adjacentes au pixel  $x$ . En blanc : les pixels du voisinage de  $x$  qui séparent le fond en  $\mathcal{K}$  composantes.

**Définition 6** *Le pixel  $x$  est  $\lambda$ -extrémité (resp.  $\lambda$ -pic) s'il est extrémité (resp. pic) pour la coupe binaire  $I_l(x)$  (tel qu'énoncé par la définition 4) et que :*

$$d_2(x, \mathcal{C}) = (I(x) - \max\{I(\mathcal{C})\}) \leq \lambda$$

où  $\mathcal{C}$  est l'unique composante 8-connexe du 8-voisinage plus sombre du pixel  $x$  ( $\mathcal{N}_8^<(x)$ ).

Les configurations de pixels telles qu'énoncées par les définitions 5 et 6 constituent l'ensemble des pixels  $\lambda$ -dépendants sujets aux abaissements de l'amincissement paramétré. Ils sont fusionnés dans la notion  $\lambda$ -abaissable de la définition 7.

**Définition 7** *Le pixel  $x$  est  $\lambda$ -abaissable s'il satisfait une des conditions suivantes :*

- (i)  $x$  est  $\lambda$ -côte    (ii)  $x$  est  $\lambda$ -extrémité    (iii)  $x$  est  $\lambda$ -pic.

## 1.5.2 Algorithmique de l'amincissement paramétré

L'amincissement paramétré est une variante de l'amincissement séquentiel basique. Le principe général de détection de pixels vérifiant la condition d'amincissement suivie d'abaissements successifs jusqu'à obtention du squelette est maintenu. L'algorithme 3 détaille le mode opératoire de l'amincissement paramétré. Néanmoins, deux principaux changements sont notés entre l'amincissement gris classique et l'amincissement paramétré. Le premier est l'utilisation de configurations non-homotopiques dans le processus d'abaissement de sorte que l'effet des pixels bruités soit filtré. Le second est le traitement ascendant des niveaux de gris de l'image imposé par la procédure afin de limiter les déconnexions de l'objets induites par le traitement des configurations  $\lambda$ -abaissables.

---

**Algorithme 3** Algorithme du  $\lambda$ -amincissement pour des images en niveaux de gris

---

**Entrées:**  $I(x)$  niveau de gris de  $x$  dans l'image  $I$

- 1: **Répéter**
  - 2:   Composer la liste  $\mathcal{L}$  de pixels ( $\lambda$ -abaissables **Ou** (abaissables **Et**  $\overline{\text{extrémités}}$ ))
  - 3:   Ordonner la liste  $\mathcal{L}$  selon les niveaux de gris ascendants
  - 4:   Extraire de  $\mathcal{L}$  les pixels de niveaux de gris les plus bas pour constituer la nouvelle liste  $\mathcal{L}'$
  - 5:   **Pour** Pixel  $x$  dans  $\mathcal{L}'$  **faire**
  - 6:     **Si**  $x$  est toujours ( $\lambda$ -abaissable **Ou** (abaissable **Et**  $\overline{\text{extrémité}}$ )) à ce stade **alors**
  - 7:        $I(x) \leftarrow \max \{I(y), y \in \mathcal{N}_8^<(x)\}$
  - 8:     **fin Si**
  - 9:   **fin Pour**
  - 10: **jusqu'à**  $\mathcal{L}$  est vide
- 

Pour une itération de l'algorithme 3, la phase de détection des pixels à abaisser consiste à construire une liste  $\mathcal{L}$  de pixels *simples* et  $\lambda$ -abaissables. A partir de cette liste  $\mathcal{L}$ , seuls les pixels de niveaux de gris les plus bas sont traités pendant la phase d'abaissement. En effet, le traitement des configurations de crêtes, pics et extrémités bruités altère la propriété d'homotopie de l'amincissement classique. Afin de limiter l'impact de ces abaissements non homotopiques sur la connexité du squelette, les pixels  $\lambda$ -abaissables sont éliminés dans un ordre de priorité suivant les niveaux de gris ascendants comme mentionné à la ligne 4 de l'Algorithme 3. Un traitement qui ne respecte pas la condition d'abaissement suivant cet ordre ascendant peut empiéter sur les crêtes significatives du squelette et provoquer ainsi des déconnexions de ce dernier. Les crêtes non significatives à faible distance par rapport à leurs voisins plus sombres se trouvent non seulement dans le fond mais aussi sur l'objet. Leurs abaissements dans les premières itérations de l'amincissement paramétré peut réduire le contraste local de l'objet et faire assimiler des crêtes du squelette à du bruit. Un exemple de traitement sans priorité donnée aux pixels les plus sombres est illustré par la figure 1.11. Le premier profil de cette figure est celui du relief topographique à amincie. On y voit que  $b$  et  $g$  devraient porter le squelette final. On remarque que pour ce premier profil,  $b$  a un niveau de gris proche de ses voisins plus sombres  $a$  et  $c$  et peut donc être considérés comme  $\lambda$ -abaissable. Son abaissement dans le deuxième profil le ramène au niveau de gris de ses voisins  $a$  et  $c$ . Pour ce même profil,  $f$  et  $h$  sont abaissés car *simples*. Au bout de quatre itérations successives, les pixels  $a$  et  $e$ , suivi de  $b$  et  $d$  sont abaissés à leur tour car *simples*. Ce résultat est montré par le troisième profil. A ce stade du traitement, la crête  $c$  est  $\lambda$ -abaissable étant donné sa faible hauteur par rapport au fond ( $\leq \lambda$ ). Finalement, le quatrième profil montre le résultat de la squelettisation où seulement la crête  $g$  a été maintenue.

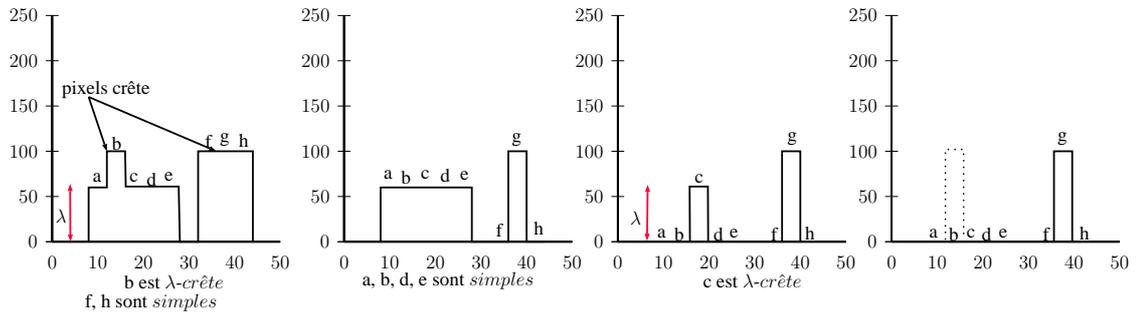


FIGURE 1.11 – Traitement ne respectant pas l’ordre ascendant au cours des itérations de l’amincissement paramétré. L’image du profil est utilisé comme fait dans [48].

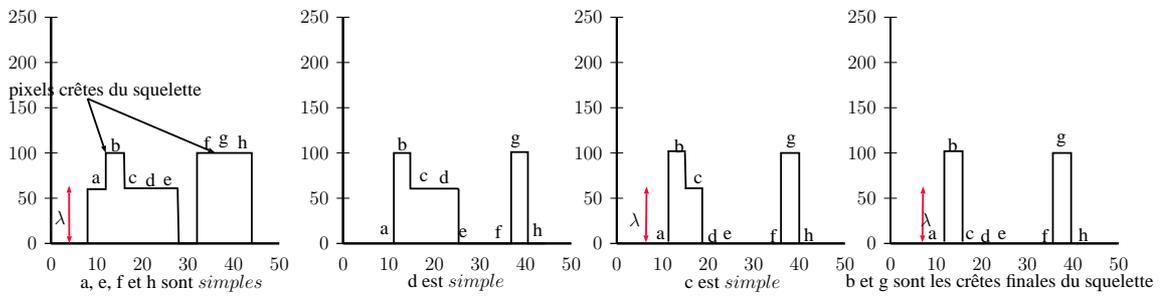


FIGURE 1.12 – Traitement respectant l’ordre ascendant au cours des itérations de l’amincissement paramétré. Les deux crêtes finales  $b$  et  $g$  sont préservées.

En ayant démarré les traitements à partir des pixels les plus sombres, l’ordre de traitement aurait été différent. D’après la figure 1.12 qui illustre un traitement par ordre ascendant, la première itération consiste à abaisser  $a$ ,  $e$ ,  $f$  et  $h$  puisqu’ils sont *simples* et de niveaux de gris les plus bas. La deuxième itération traite le pixel *simple*  $d$ , et la troisième le pixel *simple*  $c$ . Enfin, les deux crêtes  $b$  et  $g$  se trouvent à la dernière itération de l’amincissement à une distance supérieure à  $\lambda$  par rapport au fond, ce qui les préserve d’un dernier abaissement et forment ainsi les deux crêtes  $b$  et  $g$  du squelette.

Par conséquent, dans le cadre de l’amincissement paramétré, l’ordre de traitement n’est pas uniquement un moyen d’optimiser le nombre d’itérations nécessaire à l’obtention du squelette. L’ordre ascendant de traitement est nécessaire afin de minimiser les risques de connexion du squelette pour un choix adéquat du paramètre  $\lambda$ .

### 1.5.3 Analyse du comportement de l’amincissement paramétré au cours des itérations

Afin de montrer plus en détail l’intérêt d’éliminer les pixels  $\lambda$ -abaissables par l’amincissement paramétré, nous proposons un déroulement de cette méthode sur l’image synthétique bruitée de la figure 1.9. La figure 1.13 illustre les premières itérations d’amincissement en labellisant les pixels *simples*,  $\lambda$ -*crête* et  $\lambda$ -*pic* abaissés au cours des premières itérations.

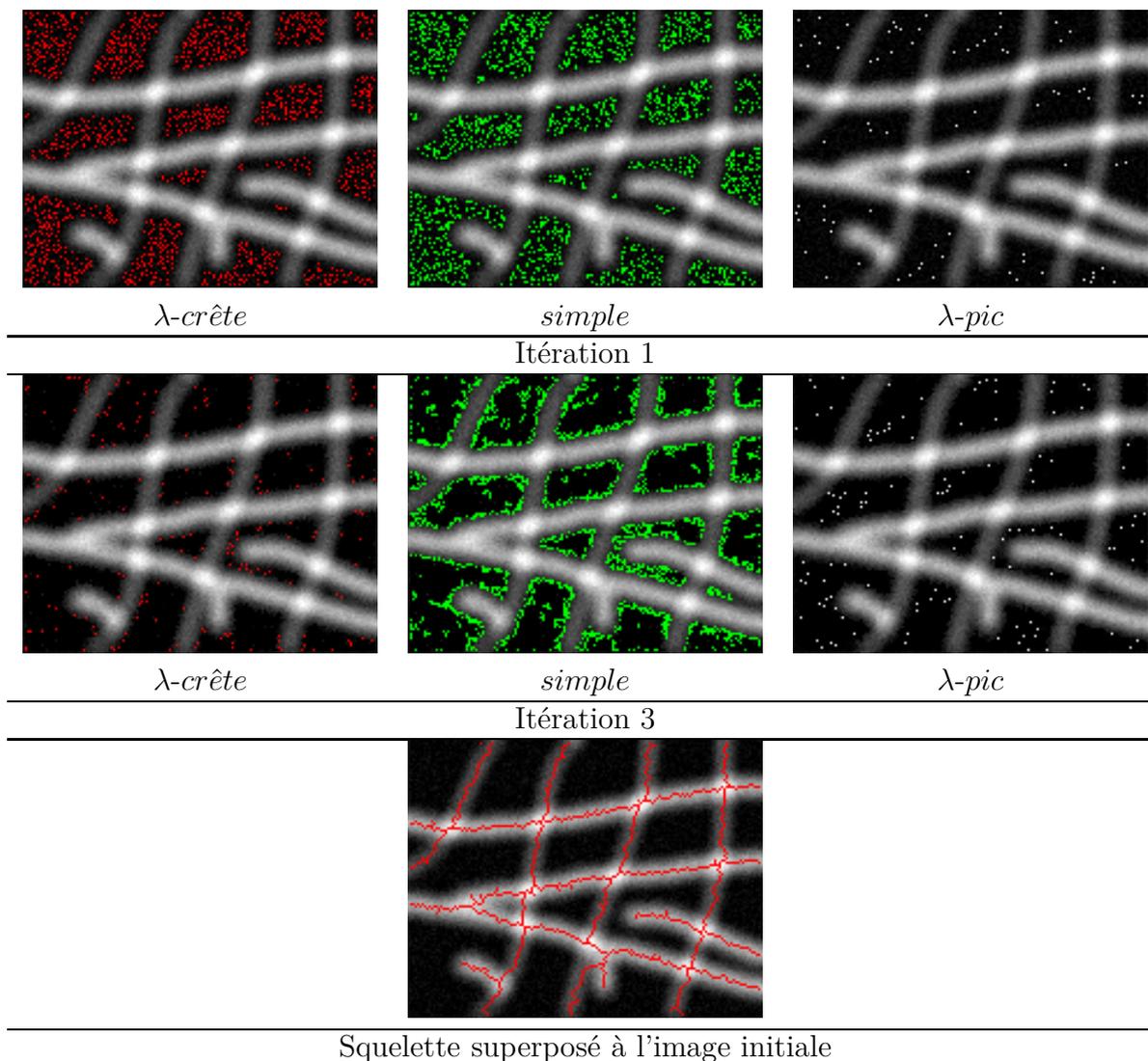


FIGURE 1.13 – Abaissements au cours de la 1<sup>ère</sup> et la 3<sup>ème</sup> itération de l’amincissement paramétré sur une image synthétique bruitée ( $\sigma = 5$ ) avec  $\lambda = 12$ . En rouge les  $\lambda$ -crêtes, en vert les pixels *simples* et en blanc les  $\lambda$ -pics. Première implantation de l’algorithme de [48].

Grâce à la priorité donnée aux niveaux de gris les plus bas, les pixels abaissables se trouvent dans le fond. Au bout de la 3<sup>ème</sup> itération, tout le bruit du fond est supprimé, permettant ainsi d’augmenter le contraste entre le fond et l’objet et de passer à l’amincissement de l’objet sans risque de déconnexion. Une fois ces pixels abaissés, les nouveaux pixels *simples* et  $\lambda$ -abaissables se rapprochent des bords de l’objet pour l’amincir et atteindre au final les crêtes centrales.

La figure 1.14 montre sur l’image synthétique de la figure 1.9 l’impact de chaque critère d’abaissement sur l’implantation de l’amincissement paramétré. L’objectif est de détailler l’évolution du nombre de pixels *simples*,  $\lambda$ -crêtes,  $\lambda$ -pics et  $\lambda$ -extrémité traités au cours des itérations afin d’évaluer l’importance de ces critères d’abaissement et leur ordre d’apparition.

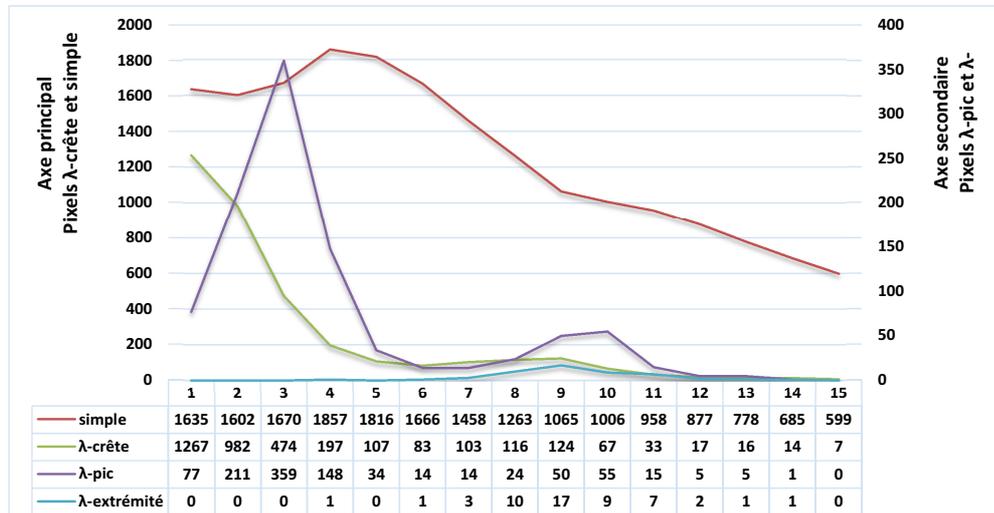


FIGURE 1.14 – Nombre de pixels *simple*,  $\lambda$ -*crête*,  $\lambda$ -*pic* and  $\lambda$ -*extrémité* abaissés au cours des 15 premières itérations de l’amincissement paramétré appliqué à l’image de la figure 1.9.

Les figures 1.13 et 1.14 montrent l’importance de l’ordre de traitement non seulement pour l’homotopie de l’objet, mais aussi pour un filtrage plus efficace du bruit de fond. En effet, la figure 1.14 illustre la prépondérance de la notion de  $\lambda$ -*crête* dans les premières itérations par rapport au  $\lambda$ -*pic* et  $\lambda$ -*extrémité* qui sont traités quant à eux dans un deuxième temps. Nous expliquerons l’impact du traitement des pixels  $\lambda$ -abaissables suivant les niveaux de gris croissants sur l’efficacité des notions de  $\lambda$ -*pic* et  $\lambda$ -*extrémité* dans la section 2.

La comparaison du résultat de l’amincissement classique sur l’image bruitée de la figure 1.9 et de celui du squelette issu du  $\lambda$ -amincissement de la figure 1.13 illustre l’apport des notions introduites par Couprie et son équipe dans [48] pour la neutralisation du bruit de fond sans procéder par un pré-traitement ou post-traitement.

En conclusion, le graphe de la figure 1.15 résume les cas d’abaissement de l’amincissement paramétré. On y différencie les configurations  $\lambda$ -abaissables de celles préservant l’homotopie de l’objet, à savoir les pixels *simples* ou abaissables. Par ailleurs, nous classons les pixels selon leur fréquence d’utilisation au cours des abaissements. En effet, nous avons noté que les configurations les plus usitées sont celles de pixel *simple* et de pixel  $\lambda$ -*crête* comme illustré par la figure 1.14 où on décompte le nombre et le type de pixels traités au cours des itérations.

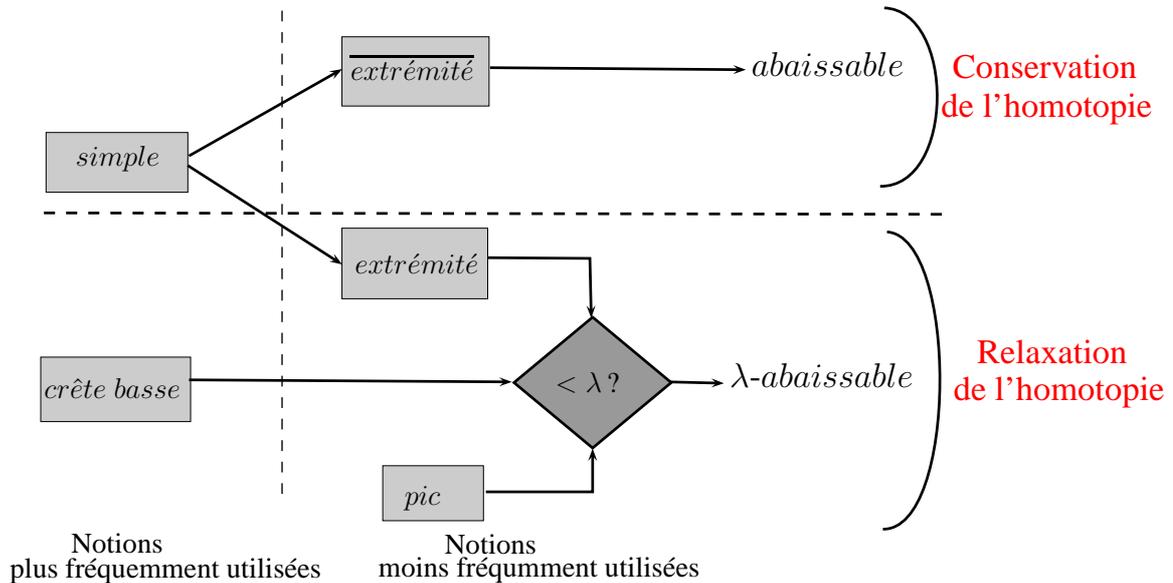


FIGURE 1.15 – Description d'un pixel  $\lambda$ -abaissable.

## 1.6 Pink et son implantation de l'amincissement paramétré

L'implantation de l'algorithme 3 est disponible dans la librairie Pink<sup>1</sup> et est appelée " $\lambda$ -Skeleton". Pink est une boîte à outils de traitement d'image qui propose un ensemble d'opérateurs de la morphologie mathématique et d'autres opérations de traitement d'image. L'amincissement paramétré y est implanté en utilisant les files d'attente hiérarchiques (FAHs) afin d'optimiser les temps d'exécution tout en maintenant la contrainte des traitements suivant les niveaux de gris ascendants. Nous décrivons plus en détail les FAHs ultérieurement au chapitre 2, à la section 2.3.2.

### 1.6.1 Options du $\lambda$ -Skeleton

La bibliothèque Pink propose des options codées en tant que directives de condition permettant d'exécuter ou non du code en fonction de la validité d'une condition prédéfinie. Ces options nous donnent le choix d'impliquer ou non l'abaissement des pics et des extrémités dans le processus d'abaissement. D'un côté, nous notons d'après les sources, que la notion de  $\lambda$ -pic n'est pas proposée par cette implantation, ce qui veut dire que si l'option activant la suppression des pics est choisie, tous les pixels isolés de l'image sont supprimés sans tenir compte de leur distance par rapport au fond. D'un autre côté, la notion de  $\lambda$ -extrémité est implantée et l'activation de la primitive qui supprime les extrémités permet de cibler celles qui se trouvent à une faible distance du fond tout en préservant celles jugées importantes. La désactivation de la directive liée aux extrémités supprime tous les pixels sans tenir compte de leur importance.

1. <http://www.esiee.fr/coupriem/Pink/doc/html/>

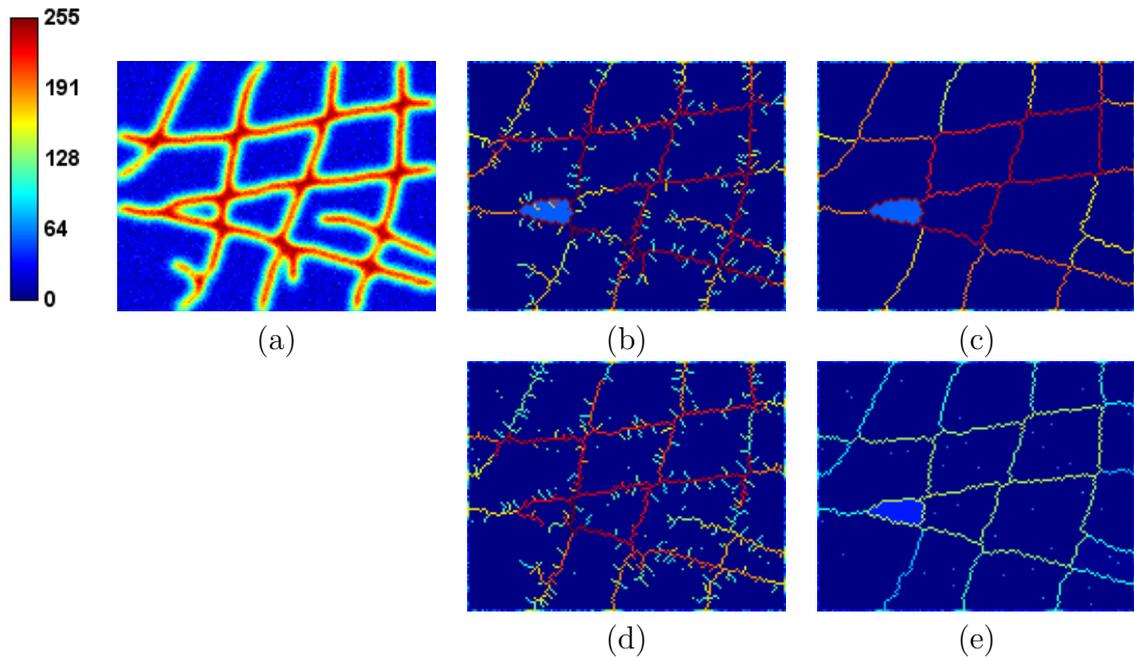
Ces directives de condition permettent d'adapter la méthode au domaine d'application, selon la nécessité de préserver les extrémités et les pics. Il est donc possible de choisir le mode d'exécution en compilant le code à chaque changement de directive, et par conséquent, de tester l'efficacité de l'implantation de l'amincissement paramétré dans différentes situations.

La figure 1.16 donne un exemple de ces différentes options. Afin d'obtenir le squelette (b) issu de l'image synthétique (a), nous activons l'élimination des *pics* et désactivons l'élimination de toutes les extrémités, ce qui revient à éliminer uniquement les  $\lambda$ -*extrémités*. Nous notons sur ce premier squelette que plus aucun pic isolé n'est détecté. L'élimination des extrémités à faible contraste dans le fond est réussie, tandis que des barbules au niveau des branches du squelette apparaissent en plus des vraies extrémités de l'objet. Cette première observation nous amène à conclure que la gestion des abaissements des fausses extrémités par cette implantation n'est pas suffisamment efficace.

Le squelette (c) est obtenu en éliminant tous les pics et extrémités, sans envisager de maintenir les branches libres du squelette. Ce résultat est net, sauf qu'il résulte en un squelette "ultime" qui ne préserve pas les extrémités d'un objet.

Le squelette (d) est le plus bruité, on l'obtient en interdisant l'élimination des pics et des extrémités à fort contraste (élimination des  $\lambda$ -*extrémités*). Quant au squelette (e), il maintient les pics uniquement, qui ne sont pas utiles à l'extraction du squelette.

Pour tous les squelettes (b), (c), (d) et (e), les crêtes insignifiantes du fond sont correctement éliminées pour un choix adéquat du paramètre  $\lambda$ . Les pics doivent être systématiquement éliminés pour un meilleur rendu du squelette. Quant aux extrémités, on remarque que le  $\lambda$ -Skeleton n'arrive pas à différencier les barbules des extrémités significatives de l'objet. Ce résultat montre l'efficacité limitée de la notion de  $\lambda$ -*extrémité* tel que défini dans [48] en ce qui concerne l'élimination des barbules. Nous expliquons ceci dans la Section 2.1 et proposons une modification du critère d'abaissement des  $\lambda$ -*extrémité* et  $\lambda$ -*pic*.



Critères d'abaissement	<i>simple</i>	$\lambda$ - <i>crête</i>	<i>pic</i>	$\lambda$ - <i>extrémité</i>
(b)	X	X	X	X
(c)	X	X	X	
(d)	X	X		
(e)	X	X		X

FIGURE 1.16 – Squelettisation par  $\lambda$ -Skeleton de l'image synthétique de la figure 1.9 avec  $\lambda = 25$ . (a) : ajout d'un bruit gaussien d'écart-type  $\sigma = 5$ . (b) : Squelette sans *pic* avec *extrémité*. (c) : Squelette sans *pic* et sans *extrémité*. (d) : Squelette avec *pic* et avec *extrémité*. (e) : Squelette avec *pic* et sans *extrémité*.

Dans l'illustration de la figure 3.13, nous nous contentons des options suivantes : éliminer les pics et les extrémités de tout genre, ou éliminer les pics et maintenir les extrémités fortement distantes du fond (équivalent des critères choisies pour obtenir les squelettes (b) et (c) de la figure 3.13). Nous observons le même phénomène de barbules sur les squelettes des deux images synthétiques de la figure, ce qui signifie que l'efficacité des abaissements des pixels  $\lambda$ -*extrémités* est limité, pour une large gamme d'images en niveaux de gris présentant un bruit gaussien additif.

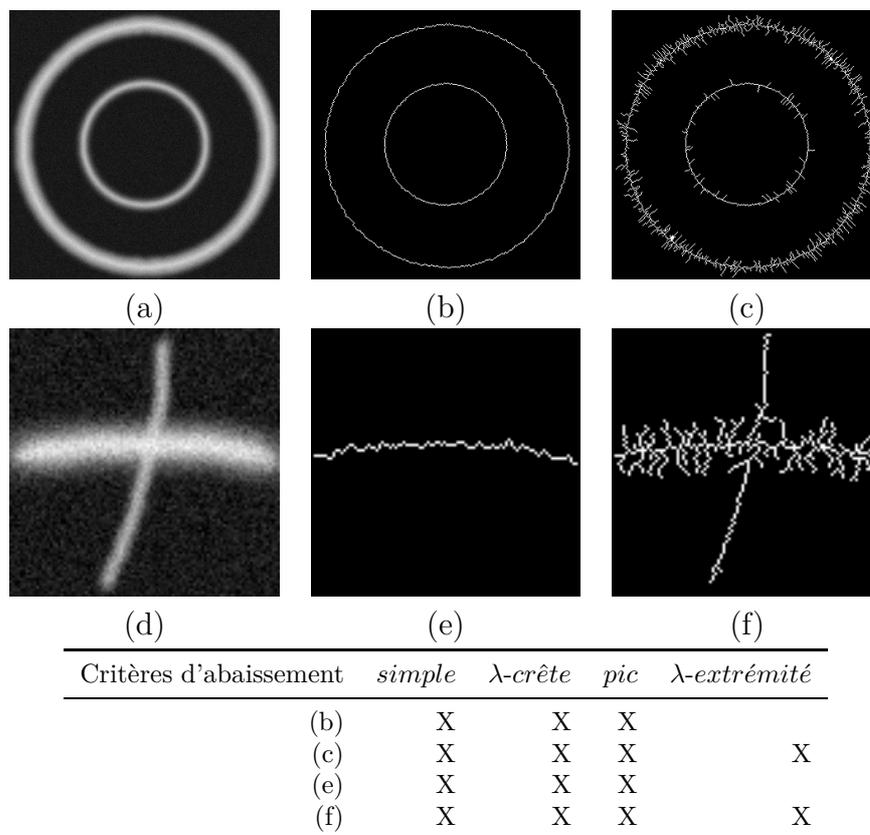


FIGURE 1.17 – Résultats du  $\lambda$ -Skeleton sur d'autres images synthétiques : Anneaux ( $300 \times 300$ ) avec bruit gaussien additif d'écart-type  $\sigma = 5.1$  et Intersection ( $100 \times 100$ ) avec  $\sigma = 12.49$ .

### 1.6.2 Réglage du paramètre de l'amincissement

Si nous supposons que le paramètre  $\lambda$  est réglé à la valeur adéquate, l'amincissement paramétré devrait résulter en un squelette fin en concordance avec les attentes d'un utilisateur expert. Néanmoins, l'ajustement de  $\lambda$  se fait manuellement, ce qui rend la méthode sensible à l'expertise de l'utilisateur et à ses choix de paramétrage. En effet, un paramètre trop petit fait rapprocher le résultat de cette méthode à celui de l'amincissement classique, ce qui veut dire que peu de bruit est éliminé. Par contre, un choix élevé de ce paramètre donne un squelette déconnecté. La figure 1.18 montre un exemple de l'effet du choix de  $\lambda$  sur le squelette. Il permet d'abaisser les configurations de pixels liées à la présence du bruit et à un certain seuil du paramètre, des déconnexions au niveau des crêtes de l'objet faiblement contrastées commencent à apparaître, avant d'atteindre celles plus élevées. On en déduit que le réglage de  $\lambda$  dépend non seulement de l'intensité du bruit mais aussi du contraste de l'objet.

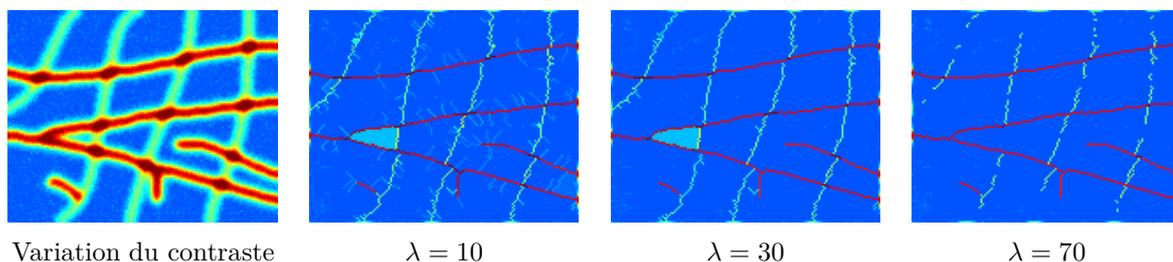


FIGURE 1.18 – Résultats du  $\lambda$ -Skeleton pour différentes valeurs de  $\lambda$  sur l'image synthétique de la figure 1.9 après avoir fait varier le contraste entre les branches verticales et horizontales.  $\sigma_{bruit} = 5$ .

## Conclusion

Ce chapitre permet de poser les notions topologiques fondamentales à l'amincissement en partant du contexte d'images binaires vers celui des images en niveaux de gris. Grâce à la topologie en coupes, l'amincissement séquentiel des objets binaires qui consiste en une suppression itérative de pixels *simples* peut s'appliquer directement sur des images en niveaux de gris et procède par abaissement successifs des niveaux de gris pour atteindre les crêtes centrales d'un objet. Néanmoins, la forte contrainte d'homotopie qui n'autorise que l'élimination de pixels *simples* ne permet pas de distinguer l'information significative de celle liée au bruit. C'est pourquoi, nous considérons dans notre étude des méthodes basées sur le principe d'amincissement la solution qui abaisse en plus des pixels *simples* d'autres configurations insignifiantes. La significativité d'une crête, d'une extrémité ou d'un pic pour cette méthode est modulée par le paramètre  $\lambda$  que les auteurs nomment "paramètre de contraste". Cette méthode soumet le processus d'amincissement à de nouveaux défis : trouver le compromis entre la relaxation des fortes contraintes d'homotopie afin d'éliminer le bruit et la préservation de la connexité du fond/objet. Cela implique un ajustement du paramètre  $\lambda$  par un utilisateur expérimenté pour mettre en œuvre la méthode avec le meilleur réglage. Par ailleurs, même avec un paramètre adéquat, la gestion des barbules et des pics n'est toujours pas au point selon nos tests, à cause du traitement tardif de ces pixels au cours des itérations. Dans le chapitre 2, nous proposons la révision des définitions de pixels  $\lambda$ -pic et  $\lambda$ -extrémité associées à une standardisation du paramétrage de la méthode de manière à garantir une meilleure efficacité dans la suppression des barbules, des pixels isolés et des crêtes basses.

# Chapitre 2

## Contribution à la squelettisation par amincissement

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Révision des conditions d'abaissement des pics et des extrémités . . . . .</b>	<b>43</b>
<b>2.2</b>	<b>Tests statistiques relatifs aux conditions d'abaissement . . . . .</b>	<b>46</b>
2.2.1	Première évaluation empirique du paramètre $\lambda$ . . . . .	46
2.2.2	Première approche statistique pour l'ajustement de $\lambda$ par la loi de l'étendue . . . . .	47
2.2.3	Tests statistiques pour la décision d'abaisser pic et extrémité . . . . .	50
2.2.4	Fusion de tests d'hypothèses pour l'abaissement des $\lambda$ -crêtes . . . . .	52
2.2.5	Estimation des paramètres de notre proposition . . . . .	55
<b>2.3</b>	<b>Optimisation algorithmique de notre méthode SCCT . . . . .</b>	<b>56</b>
2.3.1	Défis algorithmiques du $\lambda$ -amincissement . . . . .	57
2.3.2	Fonctionnement FAH et applications aux outils de la morphologie mathématique . . . . .	57
2.3.3	Contributions pour l'optimisation de l'implantation de SCCT . . . . .	59
<b>2.4</b>	<b>Discussion sur l'impact du bruit et du contraste sur notre méthode SCCT . . . . .</b>	<b>64</b>

---

### Introduction

L'amincissement classique appliqué aux images en niveaux de gris a pour objectif de détecter uniquement les lignes significatives de l'objet. L'algorithme basique présenté à la section 1.4 préserve la connexité de l'objet en abaissant uniquement les pixels *simples* mais rend impossible l'élimination de l'information liée au bruit de l'image. En effet, ce critère ne différencie pas les pixels liés au bruit de ceux caractéristiques du squelette. L'amincissement paramétré proposé dans [48] et rappelé en section 1.5 permet d'abaisser non seulement les pixels *simples*, mais aussi les pics, crêtes et extrémités à faible distance du fond. Malgré cette relaxation de la contrainte d'homotopie contrôlée par un paramètre

global  $\lambda$ , l'effet du bruit persiste faisant apparaître des barbules sur le squelette résultant. Pour amenuiser cet effet, on propose d'agir sur deux niveaux de l'algorithme.

D'abord, nous proposons une mise à jour du critère faisant intervenir le paramètre  $\lambda$  dans les définitions de pixels  $\lambda$ -*extrémité* et  $\lambda$ -*pic* afin de favoriser l'élimination des barbules et pics liés au bruit. Ensuite, et dans le cadre de la statistique d'ordre, nous construisons un test d'hypothèse pour ajuster localement le paramètre  $\lambda$  et prouvons sa dépendance au bruit et au contraste de l'image. Ce contrôle statistique nous permet de standardiser l'ajustement du paramètre  $\lambda$  en fonction du contraste et d'identifier l'impact du bruit dans son estimation. Finalement, nous proposons une implantation de notre approche en se basant sur les files d'attente hiérarchiques afin d'optimiser les temps d'exécution en vue d'une utilisation dans des applications quasi temps réel.

Dans ce chapitre, on conserve l'ensemble des notations introduites dans le chapitre 1.

Dans la section 2.1, nous proposons une mise à jour des définitions de pixel  $\lambda$ -*pic* et  $\lambda$ -*extrémité* dans l'objectif d'éliminer un plus grand nombre de barbules et de pics insignifiants du squelette gris final. La section 2.2 est consacrée à notre contribution au réglage de l'amincissement paramétré par l'utilisation de tests d'hypothèse statistique relatifs aux différentes conditions d'abaissement. La section 2.3 présente l'optimisation algorithmique proposée. Enfin, les résultats de notre ajustement statistique sont discutés dans la section 2.4 dans le but d'expliquer l'impact du contraste et du bruit dans le réglage du paramètre  $\lambda$ .

## 2.1 Révision des conditions d'abaissement des pics et des extrémités

La condition mesurant la distance en termes de niveaux de gris, entre le pixel central  $x$  et son voisinage sombre est le critère qui fait intervenir le paramètre  $\lambda$  et offre la possibilité à l'amincissement de lisser l'effet du bruit sur le squelette résultant. Selon les définitions 5 et 6 (voir section 1.5), nous notons une différence dans le choix de la distance à calculer entre  $I(x)$  et les niveaux de gris des composantes sombres de son voisinage. La définition 5 (pixel  $\lambda$ -*crête*) est basée sur la distance  $d_1$  qui mesure l'écart entre  $I(x)$  et le niveau de gris le plus bas d'une composante  $C_{i,i \in \mathcal{K}}$  de son voisinage sombre, tandis que pour la définition 6 de pixel  $\lambda$ -*extrémité* ou  $\lambda$ -*pic*, le niveau de gris le plus haut est choisi pour le calcul de la distance  $d_2$  entre  $x$  et son voisinage sombre.

Différencier ces distances vise à adapter la décision d'abaissement au traitement ordonné imposé par l'amincissement paramétré. En effet, le traitement itératif et ordonné des niveaux de gris de l'image implique un traitement tardif des pics et des extrémités (valeurs de gris élevées). La figure 1.14 illustre ce phénomène sur l'implantation de l'algorithme 2 qui respecte l'aspect itératif de l'amincissement. On remarque sur cette figure qu'une grande majorité des pixels  $\lambda$ -*extrémités* et  $\lambda$ -*pics* sont traités au cours des dernières itérations. Ce constat est le même en ce qui concerne le résultat de l'amincissement paramétré utilisant la fonction  $\lambda$ -Skeleton de la bibliothèque Pink comme illustré par la figure 2.1. Le graphe de la figure 2.1 indique la nature des pixels traités par instruction et montre que les pics et les extrémités sont traités à partir de la 10000<sup>ème</sup> instruction, lorsque la majorité des  $\lambda$ -*crêtes* et pixels *simples* sont éliminés. Par conséquent, si l'aspect itératif lié au parcours de l'image a été éliminé grâce à l'utilisation des files d'attente hiérarchique (FAHs) (voir

la sous-section 2.3.2), la priorité de traitement est toujours donnée aux pixels sombres lors des instructions successives. Ce qui nous amène à relativiser l'efficacité des notions de  $\lambda$ -*extrémité* et  $\lambda$ -*pic* dans l'élimination des barbules et pixels isolés insignifiants et donc, du choix de la distance  $d_2$  dédiée aux pics et aux extrémités. En choisissant le maximum des niveaux de gris des voisins sombres formant la composante connexe  $C$  à la place du minimum pour les deux critères d'abaissement, les auteurs de [48] tentent d'éviter autant que possible de se comparer à un fond qui change au fur et à mesure que les itérations avancent. Prenons pour exemple le cas de pic. A un stade avancé de l'amincissement, la

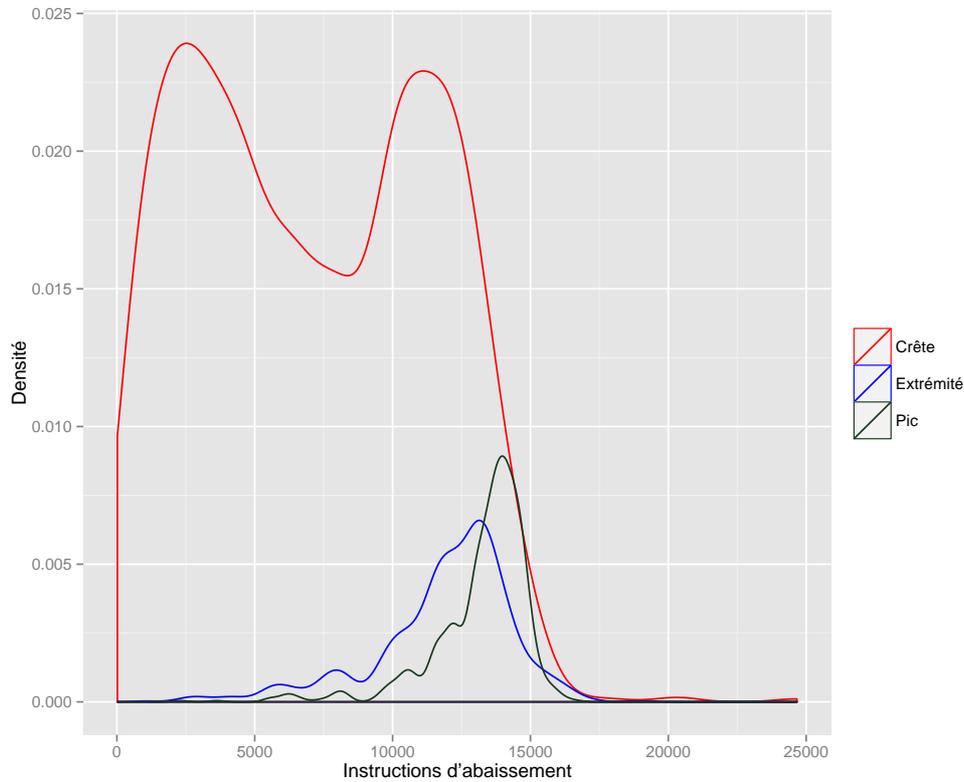


FIGURE 2.1 – Ordre de traitement des configurations  $\lambda$ -dépendantes au cours des instructions d'abaissement du  $\lambda$ -Skeleton.  $\lambda$ -Skeleton appliqué sur l'image synthétique de test de la figure 1.16.(a) pour obtenir le squelette de la figure 1.16.(d).

distribution des niveaux de gris de l'image a changé et le voisinage des pics a très probablement été touché par des abaissements antérieurs. Les pics se trouvent encore plus isolés du fond et par conséquent, si l'on applique la distance  $d_1$  on a :

$$[d_1(x, C)]_{10000} = [I(x) - \min(I(C))]_{10000} \geq [I(x) - \min(I(C))]_1$$

où  $[\cdot]_1$  correspond à l'état de l'image lors d'un premier abaissement ou instruction et  $[\cdot]_{10000}$  l'état de l'image à la 10000<sup>ème</sup> instruction.

Ainsi, la distance  $d_1$  utilisée pour les  $\lambda$ -*crêtes* n'est pas plus adaptée aux pixels  $\lambda$ -*pic*, puisque les voisins les plus sombres utilisés pour cette distance ont inévitablement été traités. Les auteurs choisissent donc d'utiliser le plus haut des voisins plus sombres, se

rapprochant en terme de niveau de gris du pixel d'intérêt afin de limiter l'impact du changement de la dynamique de l'image sur la mesure identifiant un pic "insignifiant" ou faiblement contrasté. Toutefois, il est souvent possible à un stade avancé de l'examen de l'image, de se trouver dans la situation où tout le voisinage a été progressivement abaissé, amenant ainsi à déduire que :

$$[\max(I(C))]_{10000} \approx [\min(I(C))]_{10000} \text{ et donc, } [d_1(x, C)]_{10000} \approx [d_2(x, C)]_{10000}$$

Une explication analogue peut se faire pour les configurations  $\lambda$ -extrémité.

En conclusion, les 2 distances  $d_1$  et  $d_2$  augmentent au cours des itérations, alors que  $\lambda$  reste fixe puisqu'ajusté sur l'image initiale. Il faut donc trouver la mesure qui permet d'éviter les accroissements de la distance liés aux changements de l'image et d'exprimer si un pixel est significatif ou non.

**Nouveau critère d'abaissement des pics et extrémités** Nous proposons une modification de la distance  $d_2$  qui assure la priorité ascendante du traitement des niveaux de gris et le changement de la dynamique de l'image. Notre proposition consiste à mesurer l'écart entre le fond et le pixel traité en utilisant l'image initiale  $I_0$ . En effet, quand un pic ou une extrémité est détecté sur l'image en cours, nous tenons compte des niveaux de gris de l'image initiale pour décider si son niveau par rapport au fond est significatif ou pas. En adoptant cette nouvelle distance, nous pallions le problème lié à l'ordre de traitement et au changement de dynamique. Finalement, il n'est plus nécessaire de considérer le niveau de gris le plus élevé du voisinage sombre. Cette contrainte est éliminée puisqu'on calcule la distance  $d$  en se basant sur les niveaux de gris initiaux de l'image. Nous pouvons ainsi uniformiser les distances  $d_1$  et  $d_2$  pour les configurations  $\lambda$ -dependantes et énoncer pour les  $\lambda$ -extrémité et  $\lambda$ -pic la définition suivante.

**Définition 8** *Un pixel  $x$  est  $\lambda$ -peak (resp.  $\lambda$ -extrémité) si  $x$  est pic (resp. extrémité) pour  $I_l(x)$  et*

$$d(x, \mathcal{C}) = I_0(x) - \min(I_0(\mathcal{C})) \leq \lambda \tag{2.1}$$

où  $\mathcal{C}$  est l'unique composante 8-connexe de  $\mathcal{N}_8^{\leq}(x)$  obtenu de l'image courante  $I$  et  $I_0(\mathcal{C})$  est composé des niveaux de gris initiaux de  $\mathcal{C}$ .

**Utiliser ce critère pour les  $\lambda$ -crêtes** Cette mise à jour n'est pas applicable aux pixels  $\lambda$ -crêtes. D'un côté, ces configurations sont examinées aux premières itérations alors que les niveaux de gris environnants ont été très peu abaissés. D'un autre côté, cette notion est non-homotopique. Prendre les niveaux de gris initiaux conduit à de forte déconnexions. En effet, un grand nombre de  $\lambda$ -crêtes se trouvent sur l'objet initial, là où l'écart entre le pixel crête et ses voisins sombres est très faible. Ceci amène comme dans le cas des abaissements aléatoires à valider le test d'abaissement dans un grand nombre de situations.

En conclusion, la succession d'abaissements de l'amincissement paramétré peut être vue comme un lissage couplé avec le principe de squelettisation en niveaux de gris pour obtenir un squelette significatif. Le bon déroulement de ce processus est conditionné par le choix

du paramètre  $\lambda$ . Ce paramètre représente le seuil permettant de distinguer l'information significative du bruit. Il est réglé de façon globale dans l'implantation des auteurs de [48] malgré son application locale pour différentes configurations topologiques. Un lien entre  $\lambda$ , le bruit et le contraste de l'image existait mais n'a pas été défini par les auteurs. Notre contribution pour la section 2.2 consiste à montrer empiriquement ce lien et à utiliser le contexte de la statistique d'ordre pour contrôler localement  $\lambda$ . Le contexte statistique permet par conséquent d'identifier la composante du bruit de l'image initiale dans l'expression du seuil d'abaissement ajusté statistiquement.

## 2.2 Tests statistiques relatifs aux conditions d'abaissement

Nous proposons dans cette section un formalisme de test statistique pour le critère d'abaissement lié au paramètre  $\lambda$ . L'idée est de pouvoir identifier l'information non-significative dans une image afin de l'abaisser sans risquer de déconnecter l'objet initial. Le formalisme statistique nous permet de s'affranchir du réglage manuel du paramètre  $\lambda$  suivant le bruit de l'image. La décision d'abaissement reposant sur un niveau de confiance  $\alpha$  qui dépend de la composition du voisinage sombre permet de contrôler au niveau local la valeur du seuil du test, à savoir  $\lambda$ . Cette proposition est moins dépendante de l'expertise de l'utilisateur et ramène le paramétrage global au niveau local puisqu'il dépend uniquement de la composition du voisinage sombre du pixel traité. A cet effet, nous identifions deux contextes différents de l'abaissement couvrant l'ensemble des configurations topologiques de l'algorithme données dans les définitions 6 et 5. Le premier implique les pics et les extrémités pour lesquels le voisinage sombre forme une unique composante connexe  $C$ . Le deuxième considère les pixels crêtes qui séparent en  $\mathcal{K}$  composantes 4-connexes et 4-adjacentes ce voisinage ( $2 \leq \mathcal{K} \leq 4$ ). Nous construisons un test statistique basée sur une hypothèse unique dans le premier contexte, alors que nous procédons à la fusion de tests d'hypothèses pour le second cas, afin de tenir compte de la variabilité de la taille et du nombre de composantes connexes.

Dans cette section, nous commençons par présenter une première preuve empirique de la dépendance du paramètre  $\lambda$  au bruit. Ensuite, nous détaillons une approche statistique basée sur la loi de l'étendue pour contrôler localement  $\lambda$ . Cette sous-section est suivi d'une nouvelle proposition qui tient compte des nouvelles définitions de pixels  $\lambda$ -pic et  $\lambda$ -extrémité et d'une autre proposition qui suggère l'utilisation d'une fusion de tests statistiques pour décider d'abaisser les pixels  $\lambda$ -crêtes.

### 2.2.1 Première évaluation empirique du paramètre $\lambda$

Dans une première communication [79], une relation linéaire entre le paramètre  $\lambda$  et l'écart-type  $\sigma$  du bruit a été établie empiriquement. Nous rappelons brièvement ici la démarche. Pour cette évaluation empirique, nous ajoutons un bruit gaussien d'écart-type  $\sigma$  variant dans l'intervalle  $[2.5, 25]$  sur une image synthétique à 256 niveaux de gris. On applique la squelettisation avec différentes valeurs de  $\lambda$  pour chacune des images bruitées. En observant les squelettes obtenus pour un niveau de bruit, nous choisissons celui qui nous semble le plus proche visuellement du squelette recherché. Cette procédure est répétée

pour  $N = 30$  valeurs de l'écart-type  $\sigma$ . A l'issue de ces expérimentations, nous traçons  $\lambda$  en fonction de  $\sigma$  comme illustré par la Figure 2.2.

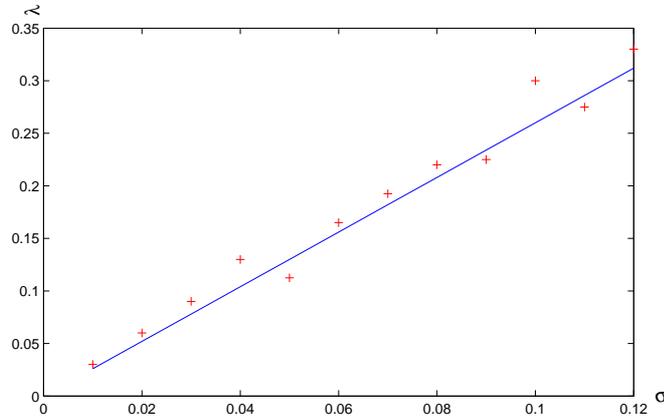


FIGURE 2.2 – Evolution linéaire du paramètre  $\lambda$  en fonction de  $\sigma$  avec une pente  $u = 2.6$ .

On remarque l'apparition d'une pente qui permet une modélisation linéaire de cette relation :

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \mathbf{u} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_n \end{pmatrix} = \mathbf{u}\boldsymbol{\Sigma} \quad (2.2)$$

où  $\mathbf{u}$  est la pente de la droite de la figure 2.2,  $(\lambda_1 \dots \lambda_n)^T$  les valeurs choisies pour  $\lambda$  lors des squelettisations appliquées et  $(\sigma_1 \dots \sigma_n)^T = \boldsymbol{\Sigma}^T$  les valeurs de l'écart-type du bruit gaussien ajouté à l'image.

Par conséquent, la pente de la droite de la figure 2.2 n'est autre qu'une estimation par moindres carrés du coefficient  $u$  :

$$\hat{u} = (\boldsymbol{\Sigma}^T \boldsymbol{\Sigma})^{-1} \boldsymbol{\Sigma}^T \lambda \quad (2.3)$$

On démontre par cette première estimation empirique du paramètre  $\lambda$  que l'on peut utiliser une même valeur de  $u$  ( $\hat{u} = 2.6$  dans notre cas) dans une expérimentation qui s'opère sur des images à contraste constant.

## 2.2.2 Première approche statistique pour l'ajustement de $\lambda$ par la loi de l'étendue

Dans un premier travail publié en 2011 [80], nous avons eu recours à la statistique d'ordre pour ajuster le paramètre  $\lambda$  à travers un premier test d'hypothèse et ce dans les deux cas précédemment cités :  $\lambda$ -*crête* d'une part et  $\lambda$ -*pic* et  $\lambda$ -*extrémité* d'autre part. Pour le cas des pixels  $\lambda$ -*crêtes*, décider qu'un pixel  $x$  est de ce type revient à examiner  $I(x) - \min_{k=2..4} \{I(C_k)\}$  où  $C_k$  représente la  $k^{\text{ème}}$  composante 4-connexe 4-adjacente du

voisinage sombre de  $x$  et  $2 \leq k \leq 4$  (voir définition 5). Notons  $X_1, \dots, X_n$  les niveaux de gris des pixels de l'ensemble  $\{x\} \cup C_k$ . La condition  $(I(x) - \min_{k=2..4}\{I(C_k)\} \leq \lambda)$  peut être interprétée comme étant la possibilité d'assimiler le niveau de gris  $F(x)$  de  $x$ , à l'ensemble des valeurs de niveaux de gris de la composante connexe  $C_k$ .

D'un point de vue statistique, ce vecteur  $(X_1, \dots, X_n)$  peut être vu comme un  $n$ -échantillon de variables aléatoires identiquement distribuées. Par conséquent, et en supposant que  $(\{x\} \cup C_k)$  est composé de  $n$  pixels, on peut écrire :

$$I(x) - \min_k\{I(C_k)\} = \max(X_1, \dots, X_n) - \min(X_1, \dots, X_n) = W_n = X_{(n)} - X_{(1)} \quad (2.4)$$

où  $W_n$  est l'étendue de l'échantillon  $(X_1, \dots, X_n)$

L'évaluation du paramètre  $\lambda$  peut être faite dans le cadre d'un test d'hypothèse pour la détection des valeurs aberrantes basé sur la loi de l'étendue. L'écart-type  $\sigma$  étant considéré connu, l'hypothèse  $H_0$  revient à considérer  $(X_1, \dots, X_n)$  comme échantillon identiquement distribué de variance  $\sigma^2$ . Le paramètre  $\lambda$  est par conséquent :

$$P_{H_0}(\text{décider } H_1) = P_{H_0}(W_n > \lambda) = \alpha. \quad (2.5)$$

L'étendue peut s'écrire comme suit :

$$W_n = X_{(n)} - X_{(1)} = \sigma (Y_{(n)} - Y_{(1)}) = \sigma W_n^{cr}. \quad (2.6)$$

avec  $(Y_i)_{i=1..n}$  variables centrées réduites issues des  $(X_i)_{i=1..n}$ .

Par conséquent, le paramètre  $\lambda$  qui est fonction de  $n = |C_k| + 1$  correspond à :

$$P_{H_0}(W_n > \lambda_n) = P_{H_0}(W_n^{cr} > \tau_n) \quad \text{et} \quad \lambda_n = \sigma \tau_n.$$

où  $\sigma$  est connu, si on suppose la stationnarité du bruit dans l'image.

On tabule ici  $\tau_n$  par l'unique simulation de l'étendue à l'aide de celle de l'échantillon  $(Y_1, \dots, Y_n)$  supposée de distribution gaussienne centrée réduite. Le tableau de la Figure 2.3 donne les résultats de simulations permettant le calcul de  $\tau_n$  conformément aux valeurs possibles pour  $n$  et comme présenté dans le livre [81]. Pour ces simulations de  $W_n^{cr}$ , la valeur minimale de  $n = |C_k| + 1$  à considérer est de 2 et celle de son maximum est de 6 étant donné que  $2 \leq k \leq 4$  et que par conséquent, la taille d'une composante 4-connexe et 4-adjacente au pixel central est  $2 \leq n \leq 6$ . Sous l'hypothèse  $H_0$ , avec un bruit supposé gaussien, les  $Y_i$  sont identiquement distribués et sont simulés par la loi  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Le résultat des simulations de  $W_n^{cr}$  sous l'hypothèse  $H_0$  est représenté par la figure 2.3 où le tableau (A) correspond aux calculs des valeurs  $\tau_n$  au niveau de confiance  $\alpha = 5\%$ .

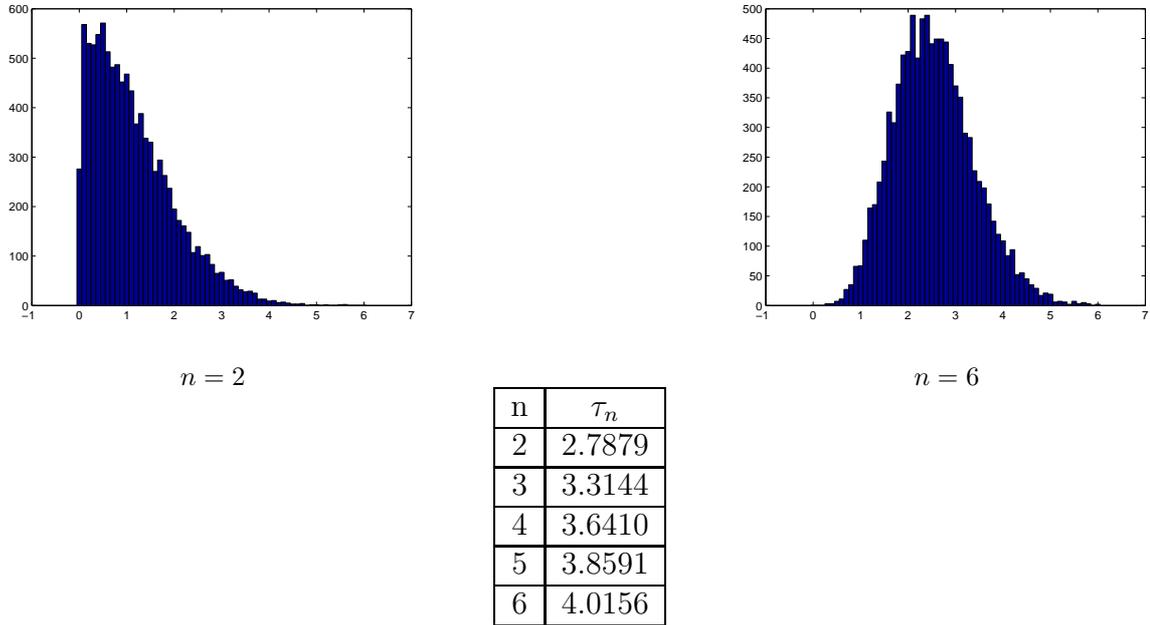


FIGURE 2.3 – Histogrammes de données simulées pour  $n = 2$  et  $n = 6$ . Taille de l'échantillon utilisé : 10000 et tableau  $\tau_n$  au niveau de confiance  $\alpha = 0.05$

D'un autre côté, on procède de la même manière qu'au précédent paragraphe pour la construction de la décision d'abaissement de pixel  $\lambda$ -pic et  $\lambda$ -extrémité en se basant sur la définition initiale 6 de ces deux critères d'abaissement. En effet, il suffit de simuler la loi  $V_n = X_{(n)} - X_{(n-1)}$  à la place de la loi de l'étendue pour calculer les quantiles aux différents niveaux de confiance.

Si l'on se ramène comme précédemment à l'échantillon de  $(Y_1, \dots, Y_n)$ , on cherche à tabuler  $\tau_n$ , quantile de la distribution de  $V_n^{cr}$  tel que :  $V_n = X_{(n)} - X_{(n-1)} = \sigma (Y_{(n)} - Y_{(n-1)}) = \sigma V_n^{cr}$  où une fois encore on suppose connaître  $\sigma$  puisque calculé sur toute l'image. Si l'on souhaite abaisser le pixel central  $x$  correspondant à un  $\lambda$ -pic ou une  $\lambda$ -extrémité, on le considère comme faisant partie de la composante connexe formée par les voisins plus sombres. La taille de l'échantillon étant  $n = |c| + 1$ , comme le montre la figure 1.3, la taille de  $c$  pour le cas  $\lambda$ -extrémité est  $|c| = 7$  d'où  $n = 8$  alors que dans le cas de  $\lambda$ -pic,  $|c| = 8$  et ainsi  $n = 9$ .

Nous effectuons nos propres simulations de l'inter-quantile  $X_{(n)} - X_{(n-1)}$  pour  $n = 8$  dans le cas du  $\lambda$ -extrémité et  $n = 9$  dans le cas du  $\lambda$ -pic.

Comme pour le critère  $\lambda$ -crête, l'évaluation du paramètre  $\lambda$  est faite sous l'hypothèse gaussienne. Les valeurs de  $\tau_n$  sont calculées pour les niveaux de confiance  $\alpha = 0.05$  et  $\alpha = 0.01$  à partir de 10000 simulations d'échantillon de taille  $n = 8$  et  $n = 9$ .

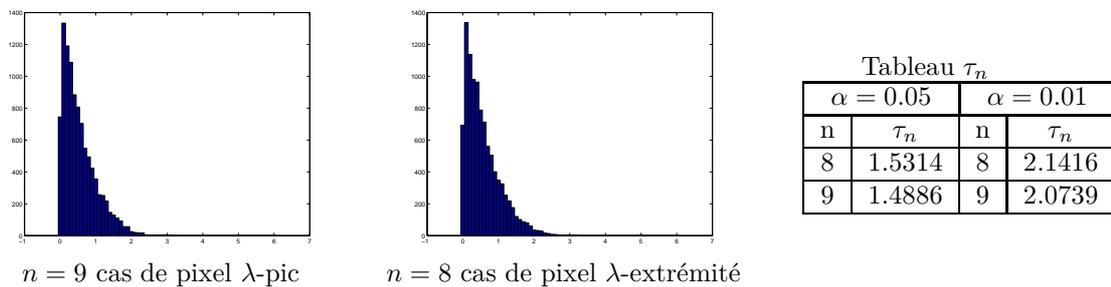


FIGURE 2.4 – Histogramme des simulations de  $Y_{(n)} - Y_{(n-1)}$  : Taille de l'échantillon utilisé : 10000.

**Manquements de ce premier test statistique** Outre le changement du critère d'abaissement des pixels  $\lambda$ -*extrémité* et  $\lambda$ -*pic* qui implique un changement des tabulations du quantile  $\tau_n$ , le test statistique établi dans [80] omet 2 choses :

1. Pour être  $\lambda$ -*extrémité*,  $\lambda$ -*pic* ou  $\lambda$ -*crête*, il faut d'abord vérifier si le pixel est respectivement *extrémité*, *pic* ou *crête*. En effet, avant même de vérifier la distance du pixel central au fond, il faut tout d'abord identifier sa nature. Le classer comme *pic*, *extrémité*, *crête* ou même simple passe par la topologie en coupes qui identifie la nature du pixel selon la connaissance de son niveau de gris. C'est pourquoi il faut utiliser la loi conditionnelle pour la statistique de test à considérer.
2. Pour les pixels  $\lambda$ -*crête*, valider la condition d'abaissement liée au paramètre  $\lambda$  revient à vérifier cette condition simultanément pour  $(\mathcal{K} - 1)$  composantes connexes du fond. C'est pourquoi, il est utile de considérer une fusion des tests statistiques afin d'établir un niveau de confiance global adéquat.

Ce constat nous amène à revoir les tests utilisés pour mieux ajuster le paramètre  $\lambda$  en considérant le conditionnement par la connaissance du niveau de gris du pixel central et la fusion des tests statistiques dans le cas des  $\lambda$ -*crêtes*.

### 2.2.3 Tests statistiques pour la décision d'abaisser pic et extrémité

D'après l'équation 2.1 de la définition 8, décider qu'un pixel  $x$  est  $\lambda$ -*pic* (resp.  $\lambda$ -*extrémité*) revient à dire que  $x$  appartient à la composante  $C$  formée par les voisins sombres  $\mathcal{N}_8^<(x)$ . De ce fait,  $I_0(x)$  est considéré comme une observation supplémentaire de l'échantillon composé des niveaux de gris initiaux de  $C$ , avec  $n = |\{x\} \cup C|$  la taille de l'échantillon  $X_C = (X_1, \dots, X_n)$  et avec  $I_0(x)$  sa valeur maximale.

Ce critère peut être utilisé comme règle de décision d'un test statistique où l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) identifie  $x$  à un pic  $\lambda$ -abaissable (resp. *extrémité*). L'hypothèse alternative dans ce cas est ( $H_1$ ) signifiant que  $x$  est un pic significatif (resp. *extrémité*) et doit être préservé. Comme le comportement le plus fréquent correspond classiquement à l'hypothèse nulle, ce test nous permet de favoriser l'abaissement des pics et des *extrémités* insignifiants et donc, répond aux exigences d'une conception de test statistique.

$$(H_0) : x \text{ est un pic abaissable} \quad (H_1) : x \text{ n'est pas un pic abaissable.}$$

Donc, ceci se fait en conditionnant par la connaissance du niveau du pixel central qui définit la coupe permettant d'identifier la composante connexe sombre  $C$ . Par conséquent, pour un test de niveau  $\alpha$ , nous avons :

$$P_{H_0}(\text{décider } H_1) = P_{H_0}(I_0(x) - X_{(1)} > \lambda | X_{(n)} = I_0(x)) = \alpha, \quad (2.7)$$

$$\text{avec } X_{(1)} = \min_{i=1\dots n} X_i \text{ et } X_{(n)} = \max_{i=1\dots n} X_i \quad (2.8)$$

En outre, nous supposons que les niveaux de gris de l'image suivent une distribution gaussienne. Cette supposition s'applique aussi à l'échantillon  $X_C$  sous l'hypothèse nulle ( $H_0$ ) ce qui implique :

$$X_i \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma), \forall i = 1 \dots n.$$

Dans ce contexte, nous proposons de déterminer le seuil  $\lambda$  permettant de distinguer les vrais pics et extrémités de l'information non significative et peut être calculé pour un niveau de confiance  $\alpha$  connu et une taille  $n$  connue de l'échantillon. Cette taille est constante pour la configuration pic  $n = 9$  et pour la configuration d'extrémité  $n = 8$  présentée dans la Figure 1.3.(b) and (c)). Notons :

$$X_i = \mu + \sigma \cdot Y_i, \text{ avec } Y_i \sim \mathcal{N}(0, 1), Y_{(1)} = \min_{i \in C} Y_i \text{ et } Y_{(n)} = \max_{i \in C} Y_i \quad (2.9)$$

L'égalité de l'équation (2.8) devient :

$$\begin{aligned} P_{H_0}(\text{décider } H_1) &= P_{H_0}(X_{(1)} < I_0(x) - \lambda | X_{(n)} = I_0(x)) \\ &= P_{H_0}(Y_{(1)} < 1/\sigma \cdot [I_0(x) - \mu - \lambda] | Y_{(n)} = 1/\sigma \cdot [I_0(x) - \mu]) \\ &= \alpha \end{aligned} \quad (2.10)$$

Par conséquent, le test utilisé pour les pics et les extrémités correspond à la statistique du minimum pour l'échantillon  $X_C$  connaissant le niveau de gris de  $x$  ( $I_0(x)$ ). D'après [82], il est possible de calculer la loi conditionnelle du minimum sachant le maximum. Considérons pour cela  $X_1, \dots, X_n$  des variables aléatoires indépendantes de même densité  $f(x)$ . Si on pose  $X = \max(X_1, \dots, X_n)$  et  $Y = \min(X_1, \dots, X_n)$ , alors :

$$P(Y < y | X = x) = 1 - \left[ 1 - \frac{F(y)}{F(x)} \right]^{n-1}. \quad (2.11)$$

Si on revient à l'équation (2.10), nous pouvons donc écrire  $y = 1/\sigma \cdot [I_0(x) - \mu - \lambda]$  et  $x = 1/\sigma \cdot [I_0(x) - \mu]$  dans l'équation (2.11).

Par conséquent,

$$P_{H_0}(\text{décider } H_1) = 1 - \left( 1 - \frac{F(1/\sigma[I_0(x) - \mu - \lambda])}{F(1/\sigma[I_0(x) - \mu])} \right)^{n-1} = \alpha \Leftrightarrow \quad (2.12)$$

$$(1 - {}^{n-1}\sqrt{1 - \alpha})F(1/\sigma \cdot [I_0(x) - \mu]) = F(1/\sigma[I_0(x) - \mu - \lambda]) \Leftrightarrow \quad (2.13)$$

$$1/\sigma[I_0(x) - \mu - \lambda] = F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1} \left( (1 - {}^{n-1}\sqrt{1 - \alpha})F_{\mathcal{N}(0,1)}(1/\sigma[I_0(x) - \mu]) \right). \quad (2.14)$$

avec  $F$  la fonction de répartition de l'échantillon  $\mathcal{N}(0, 1)$ .

Si on note  $\tau_n(\alpha) = \frac{1}{\sigma} \cdot [I_0(x) - \mu - \lambda]$ , alors,  $\tau_n(\alpha)$  est le quantile de  $\mathcal{N}(0, 1)$  et est exprimé comme suit.

$$\tau_n(\alpha) = F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1} \left( (1 - {}^{n-1}\sqrt{1 - \alpha}) \cdot F_{\mathcal{N}(0,1)}(1/\sigma[I_0(x) - \mu]) \right).$$

Ceci nous permet de calculer la valeur de  $\lambda$  :

$$\lambda = I_0(x) - \mu - \sigma\tau_n(\alpha). \quad (2.15)$$

Finalement, d'après l'expression de  $\lambda$  dans l'équation (2.15), le critère de l'équation (2.1) permettant d'abaisser les pics et extrémités non significatifs sachant que  $X_{(n)} = I_0(x)$  devient :

$$X_{(1)} \geq \mu + \sigma \cdot \tau_n(\alpha). \quad (2.16)$$

Si la décision concernant les pics et les extrémités insignifiants repose sur un test unitaire puisque le fond forme une unique composante connexe, ceci ne peut pas être le cas des  $\lambda$ -*crêtes* dont le fond est composé de multiples composantes connexes  $(C_i)_{i=2,\dots,\mathcal{K}}$  qui conditionnent le traitement. Ceci nous amène à considérer la fusion de tests d'hypothèses décrit dans la sous-section suivante et ce dans le cas particulier où le nombre de tests est petit.

## 2.2.4 Fusion de tests d'hypothèses pour l'abaissement des $\lambda$ -*crêtes*

Suivant la définition 5 de pixel  $\lambda$ -*crête*, le critère permettant d'abaisser un pixel  $x$  est que parmi les  $\mathcal{K}$  composantes du fond, qu'on note  $C_k$  pour  $k = 1 \dots \mathcal{K}$ , il existe au moins  $(\mathcal{K} - 1)$  qui vérifient :

$$I(x) - \min\{I(C_k)\} \leq \lambda.$$

Dans ce cas,  $\mathcal{K}$  tests unitaires peuvent être conçus de la même manière que le test pour les  $\lambda$ -*pic* et  $\lambda$ -*extrémité*, à savoir en conditionnant par la valeur du niveau de gris du pixel central afin de définir son voisinage sombre. Pour chaque test unitaire sur une composante  $C_k$ , l'hypothèse nulle  $H_{0k}$  revient à dire que le niveau de gris  $I(x)$  est assimilable aux niveaux de gris de la composante  $(C_k)_{k=1\dots\mathcal{K}}$  alors que sous l'hypothèse alternative  $H_{1k}$ ,  $I(x)$  n'est pas assimilable à  $I(C_k)$ .

$$(H_{0k}) : x \text{ appartient au fond } C_k. \quad (H_{1k}) : x \text{ n'appartient au fond } C_k \text{ pour } k = 1 \dots \mathcal{K}.$$

De plus, comme pour le test d'hypothèse dans le cas des pics et extrémités, chaque test unitaire est basé sur un seuil  $\lambda_k$  qui dépend de la cardinalité  $n_k$  de  $C_k \cup \{x\}$  et du choix du niveau de confiance  $\alpha_k$ . Par conséquent, la règle de décision pour chaque test unitaire est :

$$P_{H_{0k}}(\text{décider } H_{1k}) = P_{H_{0k}}(I(x) - X_{(1)}^k > \lambda_k \mid X_{(n_k)}^k = I(x)) = \alpha_k$$

où  $X_{(1)}^k = \min_{i \in C_k} X_i$  sachant que  $X_{(n_k)}^k = I(x)$  sont des variables indépendantes, puisque  $C_k \cap C_{k'} = \emptyset$ ,  $\forall k, k' = 1, \dots, \mathcal{K}$ .

Afin de construire un test global pour l'abaissement des  $\lambda$ -*crêtes*, nous nous concentrons sur la fusion de ces tests unitaires en respectant la règle "au moins  $(\mathcal{K} - 1)$  composantes vérifient..". L'hypothèse globale  $(H_0)$  fait référence au fait que pas plus d'une composante  $C_k, k = 1 \dots \mathcal{K}$  se trouve à une distance de  $I(x)$  supérieure au seuil  $\lambda_k$  correspondant.

$$(H_0) : x \text{ est une crête basse. } (H_1) : x \text{ est une crête haute.}$$

Ainsi,

$$H_0 = \bigcup_{i=1}^K \bigcap_{k \in K, k \neq i} H_{0k}.$$

Cette décomposition nous permet d'affirmer que la fusion de plusieurs hypothèses doit remplacer l'hypothèse nulle globale  $H_0$ , et dans ce cas, le niveau de confiance global  $\alpha$  ne peut pas être assimilé directement aux niveaux de confiance unitaires  $\alpha_k$  permettant de calculer les  $\tau_{n_k}$  relatifs à chaque  $H_{0k}$ . Nous devons définir, à partir du niveau de confiance global le niveau de confiance de chaque test unitaire pour pouvoir calculer les seuils relatifs à chaque  $C_k$ .

De par l'algorithmique de l'abaissement dans le contexte de crête, l'hypothèse alternative ( $H_1$ ) implique que 2 composantes ou plus sont au-dessus de leurs seuils respectifs  $\lambda_k$ . Le niveau de confiance  $\alpha$  peut alors être défini selon la règle de décision suivante :

$$P_{H_0}(\text{décider } H_1) = 1 - P_{H_0}(S_{\mathcal{K}} \leq 1) = P_{H_0}(S_{\mathcal{K}} \geq 2) = \alpha$$

avec

$$S_{\mathcal{K}} = \sum_{k=1}^{\mathcal{K}} \delta_k \text{ et } \delta_k = \mathbb{1}_{\{I(x) - X_{(1)}^k > \lambda_k \mid X_{(n_k)}^k = I(x)\}}.$$

La statistique de test  $S_{\mathcal{K}}$  est la somme d'indicatrices définies sur  $I(x) - X_{(1)}^k > \lambda_k$  de variables binaires indépendantes  $\delta_k$  basées sur les variables indépendantes  $X_{(1)}^k$  sachant  $X_{(n_k)}^k = I(x)$ .

Nous supposons que l'hypothèse globale  $H_0$  et les hypothèses unitaires  $H_{0k}$  ont le même effet sur la statistique  $S_k$ , ce qui peut être formulé pour tout  $k = 1 \dots \mathcal{K}$ , comme suit :

$$\begin{aligned} P_{H_{0k}}(I(x) - X_{(1)}^k > \lambda_k \mid X_{(n)}^k = I(x)) &= P_{H_0}(I(x) - X_{(1)}^k > \lambda_k \mid X_{(n)}^k = I(x)) \\ &= P_{H_0}(\delta_k = 1) = \alpha_0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Nous pouvons ainsi conclure que  $S_{\mathcal{K}}$  suit une loi binomiale

$$S_{\mathcal{K}} \sim \mathcal{B}(\mathcal{K}, \alpha_0) \quad \text{et} \quad P_{H_0}(\text{décider } H_1) = 1 - (1 - \alpha_0)^{\mathcal{K}} - \mathcal{K} \cdot \alpha_0 \cdot (1 - \alpha_0)^{\mathcal{K}-1} = \alpha. \quad (2.18)$$

Conformément à l'équation (2.18), et pour chaque niveau de test global fixé  $\alpha$ , nous pouvons calculer les niveaux unitaires  $\alpha_0$  en fonction du nombre de composantes  $\mathcal{K}$ . Si on développe l'équation (2.18) pour chaque nombre  $\mathcal{K}$  de composantes, on aura :

$$\begin{aligned} \mathcal{K} = 2 : f(\alpha_0) &= \alpha_0^2, \\ \mathcal{K} = 3 : f(\alpha_0) &= 3\alpha_0^2 - 2\alpha_0^3, \\ \mathcal{K} = 4 : f(\alpha_0) &= 3\alpha_0^4 - 8\alpha_0^3 + 6\alpha_0^2 \end{aligned}$$

La figure 2.5 représente  $\alpha$  en fonction de  $\alpha_0$  pour toutes les valeurs possibles de  $\mathcal{K} = 2, 3, 4$ .

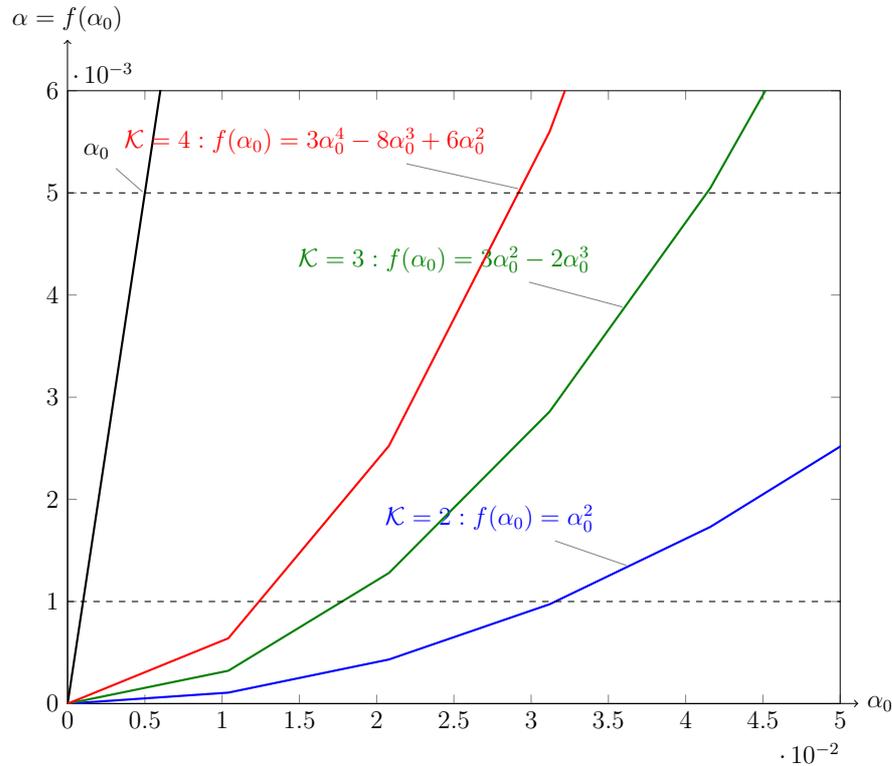


FIGURE 2.5 – Graphe de  $\alpha = f(\alpha_0)$ . En bleu  $\mathcal{K} = 2$ . En vert,  $\mathcal{K} = 3$ . En rouge,  $\mathcal{K} = 4$ .

On remarque sur la Figure 2.5 que nous pénalisons les configurations où  $\mathcal{K}$  est grand, ce qui signifie que notre ajustement est plus sélectif quand il s’agit de maintenir des pixels jonctions ( $\mathcal{K} = 3, 4$ ). En effet, quand  $\alpha = 0.001$ , le niveau de test unitaire adéquat est  $\alpha_0 = 0.032$  pour  $\mathcal{K} = 2$  alors qu’il correspond à  $\alpha = 0.012$  pour  $\mathcal{K} = 4$ . Plus le test unitaire  $\alpha_0$  est petit, plus le quantile  $\tau_n$  est grand et donc, plus de décisions d’abaissement sont prises.

Par conséquent, pour un niveau de test global  $\alpha$  donné, nous pouvons précalculer les tests unitaires  $\alpha_0 = f(\alpha, \mathcal{K})$  comme présenté dans le Tableau 2.1. Ce tableau donne une indication sur les valeurs classiquement utilisées en statistique et les niveaux de tests  $\alpha_0$  correspondants.

TABLE 2.1 – Calcul de  $\alpha_0$  en fonction de  $\alpha$  et du nombre de composantes connexes  $\mathcal{K}$ .

$\mathcal{K} \backslash \alpha$	$5 \cdot 10^{-2}$	$10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-3}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$
2	0.2236	0.1000	0.0700	0.0316	0.0100	0.0032	0.0010
3	0.1354	0.0589	0.0414	0.0184	0.0058	0.0019	0.0007
4	0.0976	0.0419	0.0294	0.0130	0.0040	0.0010	0.0004

Comme défini, le seuil  $\lambda_{n_k}$  correspond finalement à :

$$\lambda_k = I(x) - \mu - \sigma \cdot \tau_{n_k}(\alpha_0) \tag{2.19}$$

où  $n_k = |C_k|$  et  $\tau_{n_k}$  est le quantile calculé comme suit :

$$\tau_{n_k}(\alpha_0) = F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}((1 - {}^{n_k}\sqrt{1 - \alpha_0}) \cdot F(1/\sigma \cdot [I(x) - \mu])). \quad (2.20)$$

Par ailleurs, on peut analyser la variation de  $\lambda_n$  en fonction de  $n$ . Si nous prenons par exemple le cas  $\mathcal{K} = 2$ , nous remarquons que plus  $n$  augmente plus  $\tau_n$  diminue (valeurs négatives) ce qui signifie que  $\lambda_n$  augmente. Par conséquent, on favorise l'abaissement des pixels  $\lambda$ -*crêtes* voisins de composantes de grandes tailles. La Figure 2.6 montre  $F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(1 - {}^{n_k}\sqrt{1 - \sqrt{\alpha}})$  en fonction de  $\alpha$  dans le cas où  $\mathcal{K} = 2$  ( $\alpha_0 = \sqrt{\alpha}$ ). On peut généraliser dans un premier temps et dire que plus le niveau de test global  $\alpha$  est petit, plus  $\lambda_n$  augmente. Néanmoins, la variation des valeurs de  $F_{\mathcal{N}(0,1)}^{-1}(1 - {}^{n_k}\sqrt{1 - \sqrt{\alpha}})$  en fonction de  $n$  et de  $\mathcal{K}$  peut inverser la tendance des courbes de la Figure 2.5.

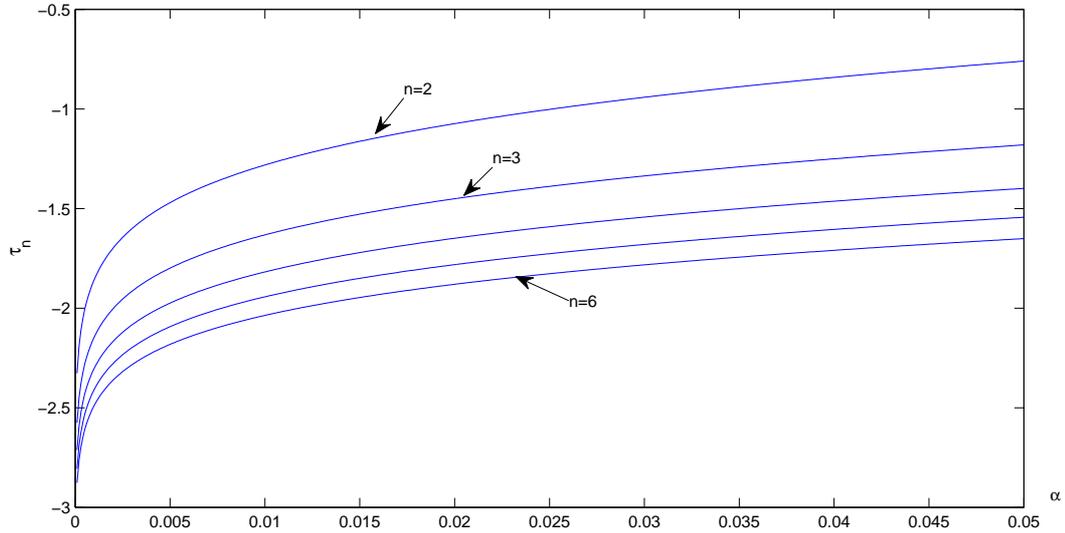


FIGURE 2.6 – Courbe  $\tau_n$  en fonction de  $\alpha$  pour  $n = 2, 3, 4, 5, 6$  et dans le cas où  $\mathcal{K} = 2$ .

### 2.2.5 Estimation des paramètres de notre proposition

Afin de calculer  $\lambda$  pour chaque pixel  $x$ , nous devons estimer la moyenne  $\mu$  et l'écart-type  $\sigma$  de l'échantillon composé des niveaux de gris de  $C$  et  $x$ . Tout d'abord, l'écart-type  $\sigma$  de l'échantillon peut être assimilé à l'écart-type du bruit de l'image puisqu'on s'intéresse à favoriser la décision d'abaissement dans les zones bruitées. Sous l'hypothèse d'un bruit additif gaussien stationnaire, nous considérons que l'écart-type  $\sigma$  est constant sur toute l'image. Ensuite,  $\mu$  qui est la moyenne de l'échantillon  $X_C$  est estimée empiriquement sur  $X_C$  par  $\bar{X}_C = 1/n \cdot \sum_{i=1}^n X_i$ .

Nous calculons cette moyenne pour tous les pixels visités en utilisant les niveaux de gris de l'image initiale dans le cas des  $\lambda$ -*pic* et  $\lambda$ -*extrémité* et les niveaux de gris courants dans le cas des pixels  $\lambda$ -*crêtes*.

Dans l'équation (2.9), où  $(Y_i), i = 1 \dots n$  correspond à l'échantillon centré réduit, nous

pouvons écrire que :

$$\begin{aligned}
 Y_j = \frac{X_j - \mu}{\sigma} &= 1/\sigma \cdot (X_j - \overline{X_C}) & (2.21) \\
 &= 1/\sigma \cdot (X_j - 1/n \cdot \sum_{i=1}^n X_i) \\
 &= 1/\sigma \cdot \left( \frac{n \cdot X_j - \sum_{i=1}^n X_i}{n} \right) \\
 &= 1/\sigma \cdot \left( \frac{n-1}{n} \cdot X_j + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1, i \neq j}^n X_i \right)
 \end{aligned}$$

D'où, la variance de  $Y$  s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 \text{var}(Y_j) &= \text{var}\left(\frac{n-1}{n} \cdot X_j + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1, i \neq j}^n X_i\right) & (2.22) \\
 &= \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 \cdot \text{var}(X_j) + \frac{1^2}{n} \cdot (n-1) \cdot \text{var}(X_j) \\
 &= \frac{n-1}{n} \cdot \text{var}(X_j) \cdot \left[\frac{n-1}{n} + \frac{1}{n}\right] \\
 &= \frac{n-1}{n} \cdot \text{var}(X_j) \\
 &= \frac{n-1}{n} \cdot \sigma^2
 \end{aligned}$$

Par conséquent, l'écart-type utilisé dans l'équation (2.15) et l'équation (2.19) pour calculer  $F(1/\sigma \cdot [I(x) - \mu])$  est égal à  $\sqrt{\frac{n-1}{n}} \cdot \sigma$ .

Le formalisme statistique nous permet donc de calculer le seuil  $\lambda_{n_k}$  pour chaque pixel  $x$ . Ce seuil dépend de la moyenne des échantillons considérés, de l'écart-type du bruit, de la taille de la composante  $C$  et des niveaux de gris initiaux de l'image. Le niveau de confiance du test  $\alpha$  est un moyen standard de contrôler l'erreur de décision et par conséquent la "permissivité" des abaissements. L'amincissement paramétré par ajustement statistique est noté dans ce qui suit Self Contrast Controlled Thinning (SCCT).

## 2.3 Optimisation algorithmique de notre méthode SCCT

L'algorithme 3 de l'amincissement paramétré ou celui de notre méthode SCCT peuvent être vus comme un emboîtement de blocs d'instructions où chaque bloc admet une complexité algorithmique particulière. Les principaux blocs sont la construction de la liste de pixels abaissables à l'aide d'un parcours de l'image et la phase d'abaissement par ordre croissant en parcourant la liste triée. La complexité de ces deux méthodes est liée principalement au parcours, à l'aspect itératif et au tri. Nous abordons un à un les défis algorithmiques des deux approches, décrivons la solution basée sur les files d'attente hiérarchiques et expliquons les différences entre notre implantation et celle du  $\lambda$ -Skeleton de la bibliothèque Pink. Cette section détaille la complexité et les problématiques relatives à chaque bloc de traitement.

### 2.3.1 Défis algorithmiques du $\lambda$ -amincissement

#### i Dépendance au parcours

Il s'agit de parcourir l'image pour identifier les pixels abaissables. Ce balayage de l'image, nécessaire pour identifier les pixels à supprimer/abaisser, crée une dépendance du résultat au parcours de l'image. Ce problème a été soulevé dans la version binaire et en niveaux de gris de l'amincissement comme expliqué dans [35]-[83]. Ce parcours a une complexité en  $O(n^2)$ .

#### ii Procédure séquentielle

L'amincissement se fait de façon itérative, de sorte que l'image passe par différents états d'amincissement afin de garantir la connexité du squelette final. L'arrêt des itérations est lié à la stabilité de l'image où plus aucun changement ne peut être effectué (liste L vide). Le nombre d'itérations d'un amincissement dépend de la taille et de la complexité de l'image, deux paramètres qui définissent le nombre de pixels à abaisser.

#### iii Tri

Chaque liste  $\mathcal{L}$  construite à une itération de l'amincissement doit être triée avant de démarrer son traitement. Comme expliqué dans la section 1.5 et illustré par la Figure 1.11, une priorité suivant les niveaux de gris croissants est essentielle pour cette méthode. Les procédures de tri sont connues pour leur complexité algorithmique et posent ainsi un autre défi pour l'optimisation algorithmique de l'amincissement paramétré.

#### iv Complexité des notions topologiques

En plus de la complexité des blocs de l'amincissement, identifier la complexité les configurations de pixels à examiner est aussi considéré dans cette section. Une première implantation des différentes notions topologiques donnent des temps d'exécution tels que fournis par le tableau 2.2. On y voit que dans le cas de pixel  $\lambda$ -*crête* ou *simple*, les tests requis sur les composantes connexes sont coûteux.

TABLE 2.2 – Temps d'exécution des notions topologiques sur une machine 64bits/16G RAM Quadcore. Image de test de la Figure 1.9.

	Temps d'exécution total	test <i>pic</i>	test $\lambda$ - <i>crête</i>	test <i>simple</i>	test <i>extrémité</i>
Image synthétique (153 × 121)	7mn57s	$[5, 7] \cdot 10^{-6}s$	$[2, 4] \cdot 10^{-3}s$	$[1, 2] \cdot 10^{-3}s$	$[5, 7] \cdot 10^{-6}s$

### 2.3.2 Fonctionnement FAH et applications aux outils de la morphologie mathématique

Afin de pallier le problème de dépendance au parcours et de complexité algorithmique due aux balayages séquentiels de l'image, plusieurs travaux se sont orientés vers l'implan-

tation de l'amincissement binaire parallèle [52]-[51] ou l'utilisation des files d'attente [83]. Nous nous orientons dans ce travail vers l'utilisation des files d'attente, et particulièrement vers les files d'attente hiérarchiques puisque notre contribution à la squelettisation SCCT s'applique sur des images en niveaux de gris et dépend d'un parcours ascendant des niveaux de gris difficilement parallélisable.

Les files d'attentes hiérarchiques ont été introduites pour résoudre des problèmes de tri. Une FAH est un ensemble de files FIFO ordonnées (*First In First Out*). Cet outil a été initialement exploité pour les lignes de partage des eaux [84]-[85] (implanté dans la bibliothèque Mamba de Beucher) et pour l'amincissement paramétré (Bibliothèque Pink) afin de réduire la complexité algorithmique. Les FAHs sont dotées de 3 mécanismes importants : empilement, dépilement, files d'urgence.

- L'empilement est la phase qui permet de stocker les pixels selon un ordre de priorité (élimine la phase de tri). Le premier empilement détermine le plus haut niveau de priorité. La priorité ne peut que décroître par le dépilement (scénario décrit par la Figure 2.7). Si un pixel de niveau de gris plus bas que celui inséré au premier empilement (la plus haute priorité) doit être ajouté à la FAH, il est systématiquement mis dans la file d'urgence
- Dépilement : On dépile la FAH à partir du pointeur indiquant le niveau courant. Seul un dépilement se fait à la fois. Le dépilement correspond à la phase d'abaissement. Dès qu'un pixel est prêt à être abaissé, il est dépilé de la FAH. Un test sur ses voisins supprimables est fait pour les empiler ou non. Si on dépile une file entière de priorité  $P_i$ , celle-ci est supprimée.
- Files d'urgence : Au cas où on souhaite empiler un pixel ayant la priorité d'une file supprimée ou encore inexistante, il est mis dans une file d'urgence pour être traité en premier. Cette file peut contenir des pixels de niveaux de gris différents. La priorité est donnée au premier ajout (FIFO).

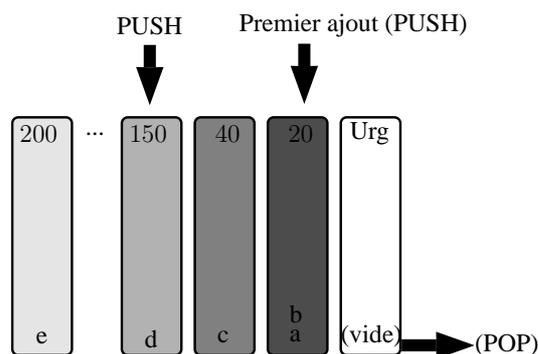


FIGURE 2.7 – Fonctionnement de la FAH : premier empilement se fait à un niveau de gris bas.

Selon la Figure 2.7, si le pixel de niveau de gris 150 est ajouté en premier, les niveaux plus bas sont alors tous mis dans la file d'urgence. La priorité la plus haute est donnée ainsi à la file d'urgence où les pixels sont stockés selon un ordre de parcours, sans tri.

**FAH pour la ligne de partage des eaux** Les FAHs ont été initialement implantées pour les algorithmes de watershed par inondation. En effet, cette méthode a été introduite dans les années 90 par [53] et [85]. Elle procède par une immersion du relief topographique à partir des minima (trous d'immersion par l'eau) pour atteindre les limites des bassins versants et placer les "digues" segmentant l'image. Cette procédure nécessite un ordre de traitement partant des niveaux de gris les plus sombres vers les plus clairs. Par conséquent, les FAH répondent bien aux exigences de cette méthode.

**FAH pour l'implantation du  $\lambda$ -amincissement** Dans l'implantation sous Pink de l'amincissement paramétré, les premiers empilements concernent les minima de l'image comme c'est le cas de la ligne de partage des eaux. L'organigramme de la Figure 2.8 présente le fonctionnement du  $\lambda$ -amincissement sous cette bibliothèque. Les minima représentent les points de démarrage de la procédure d'amincissement. Ils ne sont pas abaissés puisqu'ils ne peuvent pas être abaissables, mais leurs voisins sont empilés sans condition sur leurs états (abaissables ou non). C'est à partir de ces voisins que l'amincissement démarre effectivement. L'initialisation choisie du  $\lambda$ -Skeleton dans Pink garantit un usage optimal des FAHs (limitant l'usage de la file d'urgence). Cependant, l'empilement des voisins de minima ne garantit pas la détection des pixels "abaissables" les plus prioritaires (les plus sombres de l'image). Ce constat peut amener à une utilisation importante de la file d'urgence à un stade avancé des exécutions, aussi bien qu'à la persistance de pixels insignifiants sur l'image du squelette résultant, comme cela est montré par la Figure 1.18. En effet, la propagation des empilements à partir des minima fait que pour certaines zones, si l'abaissement ne se fait pas à une itération précise (au moment du traitement du voisinage), il n'est pas garanti d'y revenir pour plus de nettoyage de résidu dans le fond. On s'aperçoit dans la Figure 1.18 que le squelette obtenu pour  $\lambda = 70$  est déconnecté (ce qui implique qu'on atteint des crêtes haute de l'objet), alors qu'un bruit de fond persiste malgré son faible contraste par rapport au fond. Ce bruit de fond n'est traité que si on relance la squelettisation sur l'image squelette (même  $\lambda$ ), prouvant ainsi que cette initialisation ne permet pas d'abaisser la totalité du bruit.

### 2.3.3 Contributions pour l'optimisation de l'implantation de SCCT

Cette sous-section est une réponse aux défis calculatoires étagés dans la sous-section 2.3.1. Nous présentons les solutions adoptées et leurs différents impacts sur les défis suscités. Il s'agit de l'utilisation des FAH, du codage en dur des configurations et de l'élimination de toute procédure de tri/recherche dans un tableau (par l'utilisation des flags).

#### i Notre implantation des FAHs

Tout d'abord, nous présentons notre implantation des FAHs qui permet à la fois de garantir l'ordre de traitement en vue de préserver la topologie et de minimiser le nombre d'instructions d'abaissement afin d'optimiser le temps de convergence vers le squelette. L'algorithme 4 explique le mode opératoire de la FAH dans notre implantation. Pour assurer un traitement ordonné des pixels abaissables, nous ajoutons un premier examen de l'image qui initialise les piles avec les pixels  $\lambda$ -abaissables actuels. En effet, les pixels  $\lambda$ -abaissables se trouvent à tous les niveaux de gris. Le premier empilement dans la file

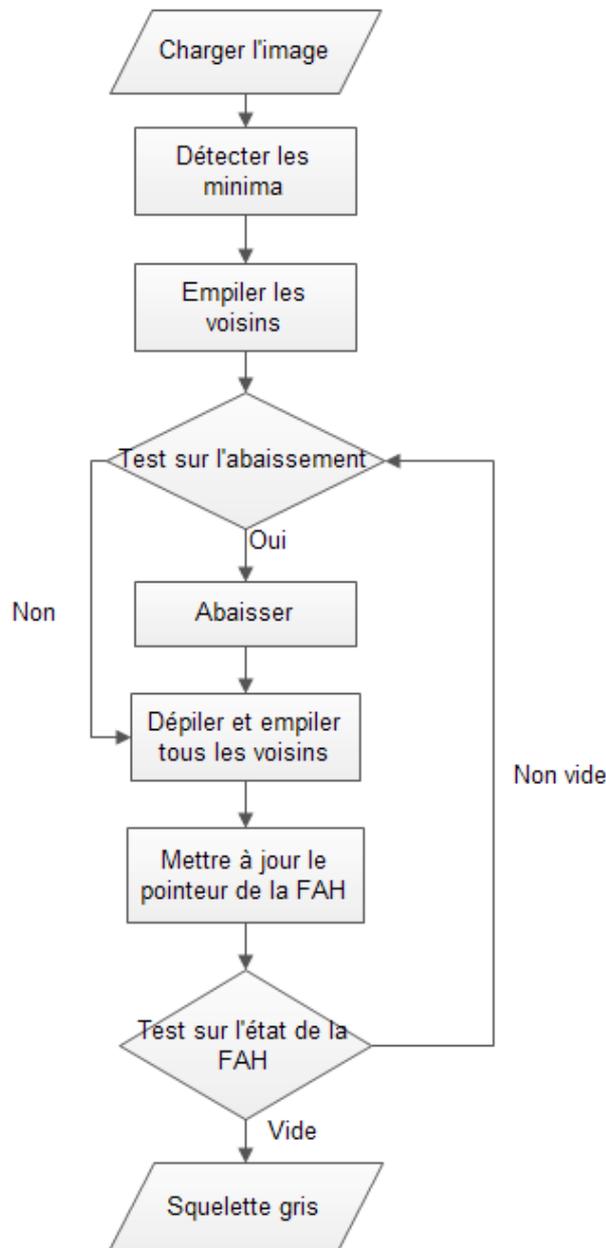


FIGURE 2.8 – Organigramme de l'implantation du  $\lambda$ -amincissement.

peut concerner un pixel de niveau de gris haut, et donc de priorité faible ce qui induit une mauvaise initialisation de la FAH puisque la file d'urgence peut-être utilisée excessivement. L'implantation du  $\lambda$ -Skeleton remédie à ce problème en démarrant sa procédure au niveau des minima et en initialisant ainsi le pointeur de démarrage du dépilement en un de ces pixels. Cela suppose que les voisins de ces minima sont considérés comme les plus sombres de l'image.

Nous choisissons, pour notre part, d'opter pour un premier parcours de l'image afin de garantir sans équivoque un empilement prioritaire des abaissables sombres. Lors du premier

---

**Algorithme 4** Algorithme SCCT utilisant les FAHs

---

**Entrées:**  $I(x)$  niveau de gris de  $x$  dans l'image  $I$

```

1: Pour  $x$  dans  $I$  faire
2:   Si  $x$  est ( $\lambda$ -abaissable Ou (abaissable Et extrémité)) alors
3:     Empiler  $x$  dans la FAH à la pile de priorité  $1 - I(x)$ 
4:   fin Si
5: fin Pour
6: Tantque Fah n'est pas vide faire
7:   Dépiler  $x$  de priorité maximale de la Fah
8:   Si  $x$  est toujours ( $\lambda$ -abaissable Ou (abaissable Et extrémité)) à ce stade alors
9:      $I(x) \leftarrow \max \{I(y), y \in \mathcal{N}_8^<(x)\}$ 
10:  fin Si
11:  Détecter les voisins  $y_i, i = 1 \dots 8$  de  $x$ 
12:  Si  $y_i$  est ( $\lambda$ -abaissable Ou (abaissable Et extrémité)) alors
13:    Empiler  $y_i$  dans la pile de priorité  $1 - I(y_i)$ 
14:  fin Si
15: fin Tantque

```

---

et unique parcours de l'image, on empile sans fixer le pointeur de démarrage du dépilement. Ce pointeur sera positionné à la fin de cette étape au niveau de la file de plus haute priorité. Ce premier parcours détecte les pixels abaissables de bas niveau de gris, et fixe ainsi le dépilement à un niveau de priorité haute. Lors du dépilement d'un pixel (afin de le traiter s'il est toujours abaissables), la file d'attente est mise à jour en empilant ses voisins  $\lambda$ -abaissable. Ceci permet non seulement d'examiner systématiquement les pixels de plus haute priorité (les plus sombres) mais aussi de propager l'amincissement au reste de l'image à travers les voisins et ce, sans recourir une deuxième fois au parcours de l'image. En terme de complexité, cette solution permet de résoudre :

1. La dépendance au parcours : Seul un parcours initial est requis pour stocker dans la FAH les premiers pixels abaissables détectés dans l'image. Ce parcours permet de détecter tous les pixels abaissables de l'image initiale, étape qui garantit l'examen systématique des pixels abaissables les plus sombres. Le traitement n'est plus biaisé par l'ordre d'apparition des pixels abaissables. Il reste néanmoins un biais relatif à l'ajout dans une même pile de différents pixels abaissables puisque le dépilement dans une même pile se fait selon l'ordre d'empilement (et donc d'apparition). Pour le reste des abaissements, le parcours n'intervient plus dans la sélection des nouveaux abaissables, puisque les voisins d'anciens abaissables sont les nouveaux candidats pour l'insertion dans la FAH. En effet, pour chaque abaissement, une étape de dépilement + empilement des voisins abaissables est effectuée. Ceci nous amène à résoudre un second défi qui est le traitement itératif de l'image.
2. Le traitement itératif de l'image : Selon l'algorithme 4, seul un premier parcours est exécuté suite au choix fait pour l'empilement des nouveaux pixels abaissables. Il ne s'agit plus de tester tous les pixels de l'image à chaque itération, mais seulement les pixels voisins d'anciens abaissables. Cette méthode d'empilement est suffisante pour parcourir tous les nouveaux abaissables. En effet, la naissance d'un nouveau pixel abaissable en dehors de ceux déjà empilés lors de l'initialisation ne peut être qu'une conséquence d'un changement dans son voisinage. C'est donc l'abaissement des pixels de la FAH qui crée ces nouveaux candidats à l'amincissement. Cette solution permet

un gain en nombre de tests et d'instruction d'abaissement effectués.

3. Procédure de tri : Plus aucune opération de tri n'est requise. Le tri se fait naturellement par le mécanisme d'empilement dans la FAH, selon la priorité/niveau de gris d'un pixel. En effet, la mise à jour de la FAH par les nouveaux abaissables se fait en les insérant (empilant) dans la pile correspondante au niveaux de gris respectifs.

## ii Comparaison des implantations SCCT et $\lambda$ -Skeleton

Pour les 2 implantations concernées, il est à noter qu'il n'a plus de tri ni d'aspect itératif lors de la mise en oeuvre de l'amincissement. La Figure 2.9 illustre l'évolution des abaissements suivant le niveau de gris du pixel traité à chaque instruction. Cette évolution concerne le  $\lambda$ -Skeleton et la méthode SCCT déroulés sur l'image synthétique de la Figure 1.9.

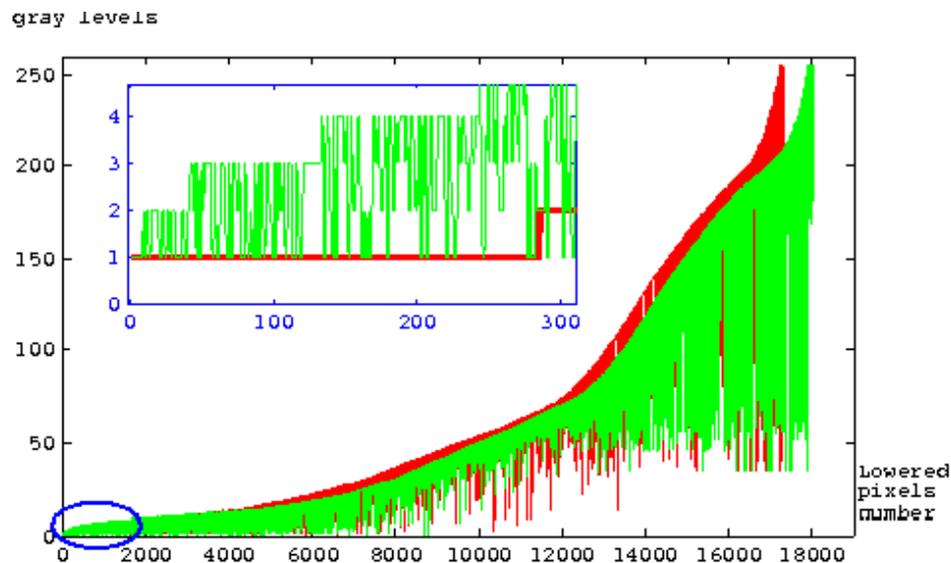


FIGURE 2.9 – Evolution des niveaux de gris des pixels abaissés lors des dépilement de la FAH pour la méthode  $\lambda$ -Skeleton (en vert) et notre méthode SCCT (en rouge).

Notre objectif ici est de montrer à quel point les deux solutions respectent la contrainte du traitement ascendant des niveaux de gris. Nous notons d'abord les oscillations des niveaux de gris pour les deux solutions, et que ces oscillations sont plus nombreuses et intenses pour le  $\lambda$ -Skeleton. En fait, dans notre cas, nous revenons à quelques niveaux de gris sombres qui correspondent uniquement aux pixels abaissables émergents (dont l'apparition est induite par le changement de leurs voisins). Pour le  $\lambda$ -Skeleton, ces nouveaux pixels sombres correspondent à une plus grande classe de pixels déjà *abaissables* non encore visités. Cette amélioration est induite par le premier examen de l'image que nous assurons afin de mieux classer la priorité des pixels pendant les premières itérations. Le mode de fonctionnement que nous avons adopté a également réduit le nombre d'instructions d'abaissement de 1000 sur cette image synthétique. Ce gain en nombre d'instructions dépend essentiellement de la complexité de l'image et du bruit auquel elle est exposée. En effet, la complexité du traitement par squelettisation de l'image est lié aux formes qui s'y

trouvent. Par exemple, des objets filaires favorisent l'utilisation du critère *simple* (temps d'exécution rapide) au dépens du critère que  $\lambda$ -*crête* (plus gourmand en temps d'exécution à cause des tests sur les composantes connexes), tandis qu'une image de lignes interconnectées correspond à une image de complexité "topologique" élevée.

Nous pouvons ainsi conclure que notre mode opératoire réduit les risques de déconnexions, permet de parcourir toute l'image et diminue le nombre d'instructions comparé à l'implantation du  $\lambda$ -Skeleton sous Pink comme décrit dans notre publication [86].

### iii Autres améliorations de l'implantation du SSCT

Notre implantation est faite en langage C et utilise la bibliothèque ITK qui facilite le chargement des images au format DICOM. Elle gère tout type d'image (différentes extensions, 8bits, 16 bits et 32 bits). Notre construction de la FAH s'adapte bien évidemment à ces différents formats en allouant des piles aux différents niveaux de gris trouvés dans l'image.

Dans le tableau 2.2, nous remarquons que les temps de tests requis pour les différentes configurations de voisinage et particulièrement celles des notions *simple* et  $\lambda$ -*crest* sont élevés. Ceci est lié à la complexité du voisinage de tels pixels et à la gourmandise des vérifications du nombre de composantes connexes. En effet, pour pouvoir décider si un point est  $\lambda$ -*crest*, on doit calculer le nombre de composantes 4-connexes et 4-adjacentes au pixel central dans son voisinage sombre et pour un pixel *simple*, c'est le changement du nombre de composantes 8-connexes du voisinage de  $x$  qui est testé.

Afin de remédier à ce problème, nous choisissons de coder en dur la labellisation des composantes connexes (lister dans un tableau les configurations possibles). Il s'agit de chercher toutes les configurations possibles du voisinage et de stocker leurs labellisations correspondantes dans une matrice  $256 \times 2$ . En effet, en fonction de la configuration obtenue après binarisation, une labellisation du voisinage est effectuée dont le nombre de composantes connexes est déduit. Nous utilisons pour cela un programme qui, à partir d'un noyau de configurations (70 configurations) génère les labellisations relatives à 3 rotations des configurations "noyau". Le tableau 2.3 montre un exemple d'identification des labels de composantes connexes dans un voisinage particulier d'un pixel  $x$ .

TABLE 2.3 – Méthode de génération des labels pour toutes les configurations d'un voisinage pixel d'indice 147 suivant sa configuration de voisinage

	init	Rot1	Rot2	Rot3
configuration	1 1 0	0 0 1	1 0 0	0 1 1
	1 x 0	1 x 0	0 x 1	0 x 1
	0 0 1	1 1 0	0 1 1	1 0 0
	init	lab1	lab2	lab3
label	1 1 0	0 0 2	2 0 0	0 1 1
	1 x 0	1 x 0	0 x 1	0 x 1
	0 0 2	1 1 0	0 1 1	2 0 0

Suite à ce codage en dur, le tableau 2.4 donne les résultats montrant le gain en temps d'exécution.

TABLE 2.4 – Temps d'exécution des tests d'abaissement pour les différentes configurations sur 3 images différentes. Machine 64bits 16G RAM Quadcore. Mode d'exécution "Debug".

	Temps d'exécution (en $10^{-6}$ s)			
	test <i>pic</i>	test $\lambda$ - <i>crête</i>	test <i>simple</i>	test <i>extrémité</i>
Image Synth (153*121) 8 bits	0 – 0,003	16 – 28	15 – 30	0 – 0,001
Image DICOM (1460*1420) 16 bits	0 – 0,003	16 – 28	15 – 30	0 – 0,001
Empreinte (301*201) 8bits	0 – 0,003	16 – 28	15 – 30	0 – 0,001

Dans le tableau 2.4, nous précisons que les temps d'exécution présentés sont issus d'une compilation en mode "Debug", car en mode "Release", tous les temps d'exécution sont  $\ll 10^{-9}$ . Le tableau 2.5 donne un aperçu des temps d'exécution pour la série d'images synthétiques utilisées dans ce chapitre.

TABLE 2.5 – Temps d'exécution de l'amincissement par ajustement local du contraste SCCT sur une Machine 64bits 16G RAM Quadcore. Mode d'exécution "Release".

	Réseau (153 × 121) 8 bits	Anneaux (326 × 328) 8 bits	Intersection (100 × 100) 8bits	Empreinte (301 × 201) 8bits
Temps d'exécution (en s)	0.22	3	0.26	0.8

## 2.4 Discussion sur l'impact du bruit et du contraste sur notre méthode SCCT

Nous souhaitons valider à travers cette première expérimentation notre implantation du SCCT. Notre objectif est donc d'identifier encore une fois l'effet du bruit sur l'ajustement proposé et de vérifier si le niveau de confiance global du test d'hypothèses exprime le niveau de contraste de l'image. Si ce lien entre le contraste et le niveau de test est vérifié, il devient plus facile à un utilisateur non expérimenté de prendre en main cette implantation et de l'adapter aux images à traiter.

Nous avons choisi de tester notre implantation sur une image synthétique de lignes horizontales que nous avons construite comme expliqué par la figure 2.10. Sur l'image binaire initiale de la figure, on note que l'espacement des lignes est croissant (de haut en bas). Une première dilatation morphologique de ces lignes est appliquée avec un élément structurant de type disque binaire et de rayon  $r = 3$ . Ensuite, nous appliquons un filtre moyenneur à l'image en utilisant un noyau de convolution de taille 5. Ce filtre nous permet de transformer les lignes binaires en relief topographique en 256 niveaux de gris. Suite à cette opération, on constate que le contraste entre les lignes peu espacées est faible par rapport aux autres lignes. Ceci nous permet de créer un contraste différent dans une même image. Nous notons  $D_{inf}$  (respectivement  $D_{sup}$ ) la distance moyenne entre le fond et les

lignes peu (resp. suffisamment) espacées afin d'exprimer le contraste variable dans l'image. Par la suite, nous faisons varier le contraste global de l'image en multipliant les niveaux de gris par un coefficient entre  $[0, 1]$ . Ainsi, 3 images synthétiques sont utilisées pour cette série de tests et sont représentées par la figure 2.10.

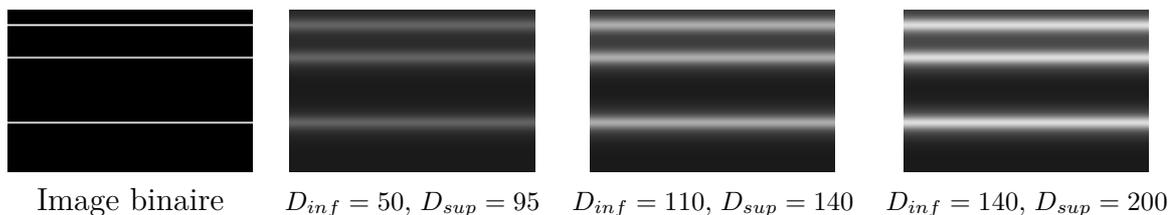


FIGURE 2.10 – Construction de l'image des lignes horizontales.  $D_{inf}$  et  $D_{sup}$  indiquent respectivement la distance minimale et maximale entre le fond et l'objet dans une même image.

Pour chaque image obtenue, on applique un bruit gaussien additif et on exprime le rapport signal sur bruit  $SNR$  correspondant (en dB). Dans chacune des figures 2.11, 2.12 et 2.13, les lignes correspondent à la variation du bruit alors que les colonnes indiquent la variation du niveau de test utilisé pour extraire le squelette des lignes.

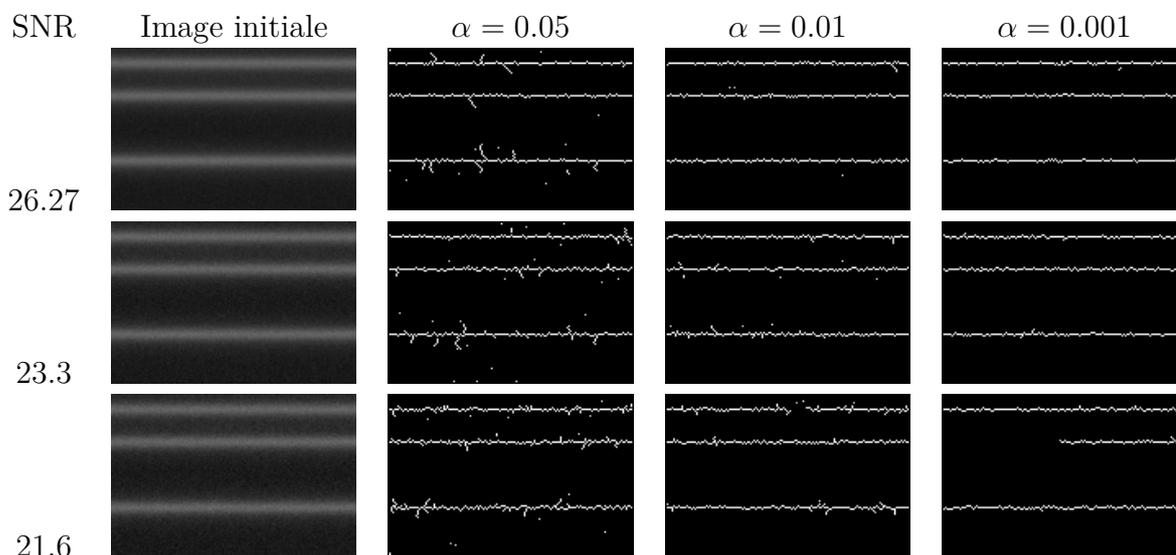


FIGURE 2.11 – Résultats de la squelettisation SCCT pour différents bruits et niveau de test  $\alpha$ . L'image admet un contraste  $D_{inf} = 50, D_{sup} = 95$  par rapport au fond.

Prenons l'exemple de la figure 2.11 où l'image initiale est très peu contrastée. On remarque que la squelettisation SCCT parvient à produire un squelette connexe avec très peu de fausses branches et de pixels isolés lorsqu'on utilise un niveau de test  $\alpha = 0.01$  et pour un  $SNR = 26\text{dB}$  et un  $SNR = 23\text{dB}$ . Le niveau de test choisi n'est pas très sélectif afin de maintenir les lignes significatives situées à une faible distance du fond. Néanmoins,

lorsque le rapport signal sur bruit est de l'ordre de 20dB, la méthode SCCT échoue à produire un squelette connexe non bruité même pour un niveau de test de l'ordre de  $\alpha = 0.01$ . L'observation importante sur ce squelette déconnecté est que la perte d'information se fait d'abord au niveau des lignes peu contrastées.

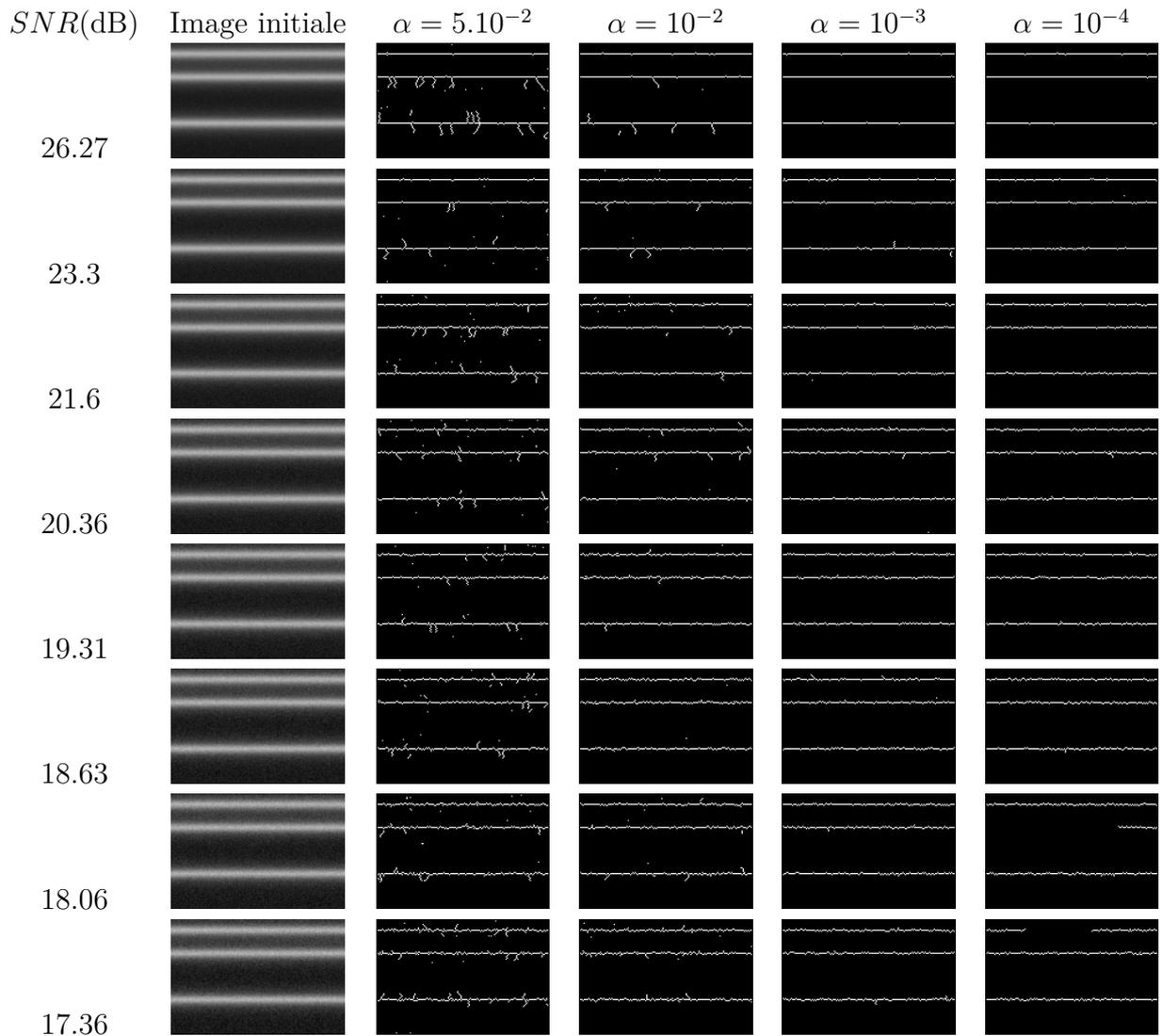


FIGURE 2.12 – Résultats de la squelettisation SCCT pour différents bruits et niveau de test  $\alpha$ . L'image admet un contraste  $D_{inf} = 110$ ,  $D_{sup} = 140$  par rapport au fond.

Dans cette deuxième figure 2.12, on met en œuvre la squelettisation SCCT sur une image mieux contrastée. On remarque que quelque soit l'intensité du bruit ajouté, le niveau de test  $\alpha = 10^{-3}$  est à choisir pour obtenir le meilleur squelette. Il est intéressant de constater que le paramétrage de la méthode SCCT est indépendant de l'écart-type du bruit même si la méthode exploite l'information sur le bruit pour calculer  $\lambda_{nr}$ . Par conséquent, un paramètre de contraste fixe pour une même image produit un squelette presque identique pour différents niveaux de  $SNR$ . Cette observation est aussi valable pour la figure 2.13 où le niveau de test adéquat correspond cette fois à  $\alpha = 10^{-4}$  ou  $\alpha = 10^{-5}$

lorsque les lignes de crêtes sont encore plus hautes.

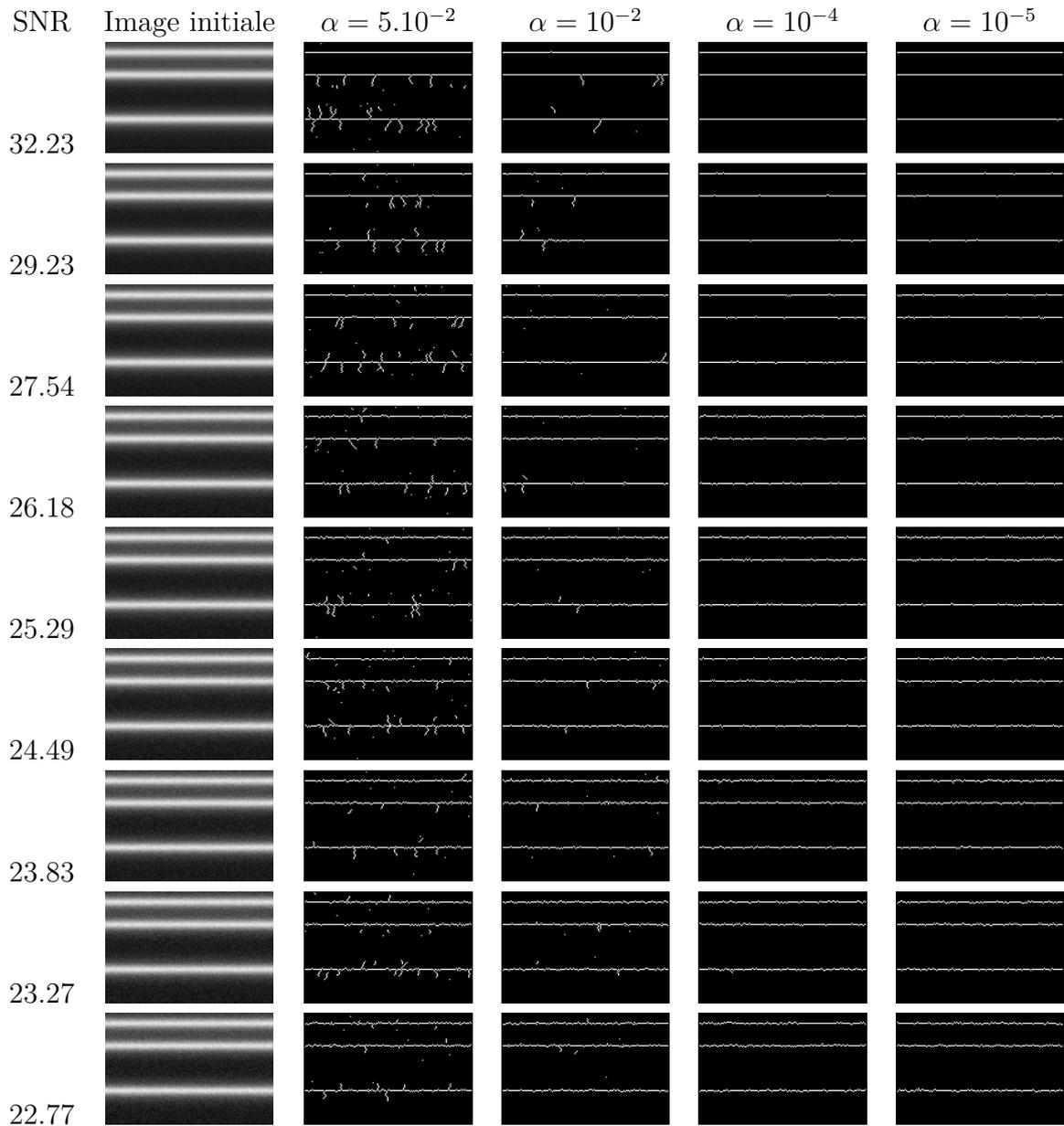


FIGURE 2.13 – Résultats de la squelettisation SCCT pour différents bruits et niveau de test  $\alpha$ . L'image admet un contraste  $D_{inf} = 140$ ,  $D_{sup} = 200$  par rapport au fond.

Par définition, un niveau de test optimal permet d'éliminer crêtes, barbules et pics bruités et faiblement contrastés sans toucher à la connexité de l'objet. Ce qu'on observe encore une fois sur la figure 2.13, c'est que pour un même niveau de confiance, les résultats de la squelettisation sont similaires quelque soit le bruit. Néanmoins, quand le SNR est inférieur à 20dB et particulièrement pour les images peu contrastées comme c'est le cas de la figure 2.11, le niveau de confiance  $\alpha$  optimal déconnecte l'objet. Ce qu'on remarque aussi, c'est que plus le contraste de l'image initiale augmente, plus le

niveau de test  $\alpha$  optimal pour l'obtention d'un squelette connexe et non bruité diminue. Ce qui s'accorde avec notre hypothèse quant au lien entre le paramètre  $\alpha$  et le contraste de l'image. Pour la dernière série d'exécution de la figure 2.13, aucune déconnexion n'a lieu puisque le  $SNR$  reste supérieur à 20dB pour toutes les valeurs d'écart-type de bruit utilisés pour générer ces images bruitées.

### Conclusion

En conclusion, l'amincissement paramétré ne nécessite plus de choix d'un paramètre global  $\lambda$  mais d'un niveau de test  $\alpha$ . En effet, la paramétrisation de l'algorithme passe d'un paramètre global à fixer en fonction du bruit et du contraste de l'image à un paramètre calculé localement, s'affranchissant ainsi du bruit.

L'écart-type du bruit  $\sigma$  et sa moyenne locale sont malgré tout pris en compte par la procédure de squelettisation SCCT. La moyenne locale de l'échantillon étudié est estimée automatiquement, tandis que l'écart-type du bruit est pré-calculé sur l'image initiale. Le niveau du test global exprime le choix fait par l'utilisateur de maintenir une des configurations ayant un contraste jugé significatif. Dans le cas de  $\lambda$ -pic et  $\lambda$ -extrémité, un test unitaire simple suffit à déterminer le seuil d'abaissement  $\lambda_n$  qui dépend du niveau de test choisi par l'utilisateur, de la taille de la composante connexe du fond, de sa moyenne et de l'écart-type du bruit. Par contre, pour un pixel  $\lambda$ -crête, le niveau de test unitaire est fonction du nombre de composantes connexes dans le voisinage sombre du pixel en cours de test. Le quantile au niveau de confiance spécifié par l'utilisateur est finalement calculé sur la base du niveau du test unitaire, du nombre de pixels dans la composante étudiée, de sa moyenne et de l'écart-type du bruit.

Finalement, en plus d'un ajustement statistique, nous proposons dans le cadre de ce chapitre à contribution une implantation de notre méthode de squelettisation qui optimise les temps d'exécution. La tabulation des quantiles en fonction du voisinage d'un pixel est intégrée au code source afin d'ajuster localement la décision d'abaissement. Notre méthode s'exécute en moins d'une seconde pour des images de taille  $200 \times 200$ , ce qui facilite son utilisation dans des applications quasi temps réels.

Les contributions de ce chapitre de thèse ont donné lieu à des communications dans [79, 80, 86] ainsi qu'une acceptation pour une communication à la conférence *International Conference on Digital Image Computing : Techniques and Applications (DICTA)*.

# Chapitre 3

## Proposition d'un protocole d'évaluation des méthodes de squelettisation sur des images synthétiques

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Revue des protocoles d'évaluation de la squelettisation existants</b>	<b>70</b>
3.1.1	Propriétés évaluées du squelette	71
3.1.2	Données idéales et leurs perturbations	72
3.1.3	Mesures d'évaluation binaire	75
<b>3.2</b>	<b>Proposition d'un protocole d'évaluation</b>	<b>84</b>
3.2.1	Génération des images synthétiques	85
3.2.2	Critères d'évaluation et mesures	87
3.2.3	Réglage des paramètres des 3 méthodes de squelettisation à évaluer	89
3.2.4	Résultats de l'évaluation	91

---

### Introduction

La squelettisation binaire étant en grande expansion dans les années 90, de nombreux protocoles ont vu le jour afin d'apporter une brique à l'édifice de la squelettisation binaire. Ces protocoles binaires se répartissent en deux grandes familles : celle qui s'intéresse essentiellement aux exigences du domaine d'application et celle qui évalue la brique de squelettisation indépendamment de l'application. Nous nous focalisons particulièrement sur le second type de protocole car notre contribution à la squelettisation en niveaux de gris est à appliquer à des domaines différents, qui sont la biométrie, l'imagerie médicale et la reconnaissance de caractères. Par conséquent, elle doit tenir compte des exigences de ces différentes applications.

Haralick [58] a été le premier à s'être intéressé à l'évaluation quantitative de la squelettisation et a détaillé les étapes d'un protocole dans le cadre binaire. Il a mis l'accent sur

la modélisation des images, des perturbations et sur le choix des critères d'évaluation, qui selon lui, doivent rendre compte des propriétés principales du squelette binaire.

Les propriétés telles que l'homotopie, la préservation de la géométrie, l'invariance aux transformations affines et l'unicité de l'épaisseur ont été étendues au cadre gris puisque l'objectif de la squelettisation reste le même bien que le support de données a évolué. Néanmoins, peu d'efforts ont été consacrés à l'évaluation des performances de la squelettisation en niveaux de gris.

Notant la quasi absence de protocole évaluant les squelettes gris, il est naturel dans un premier temps, de se pencher sur les protocoles binaires. En effet, comprendre le déroulement de ceux-ci, vérifier si des extensions aux niveaux de gris sont possibles et enfin introduire si nécessaire de nouveaux critères est l'objectif de ce chapitre. Notre objectif dans ce chapitre est d'identifier les perturbations qui touchent les images en niveaux de gris ainsi que les critères qui permettent d'évaluer objectivement la squelettisation en niveaux de gris afin de comparer notre contribution SCCT à des méthodes existantes.

Nous l'organisons donc autour de 2 sections. La première recense les protocoles d'évaluation de squelette binaire et gris en identifiant les étapes principales de la conception d'un protocole. La deuxième section porte sur notre choix de protocole d'évaluation de la qualité d'un squelette selon les propriétés de préservation de la géométrie, d'homotopie et d'invariance au bruit. Ce protocole servira principalement à évaluer les méthodes étudiées dans le cadre de cette thèse, à savoir notre contribution SCCT, la méthode différentielle (DLD) de Steger [26] et l'amincissement paramétré de M. Couprie [48].

### 3.1 Revue des protocoles d'évaluation de la squelettisation existants

Dans le cadre d'une évaluation des méthodes de squelettisation indépendamment du domaine d'application, Haralick a publié en 1992 [58] une ébauche de protocole où il s'intéresse principalement aux méthodes d'amincissement. Selon lui, l'amincissement vise à localiser des objets filaires et des structures curvilignes. Il considère qu'une méthode appliquée dans un cadre idéal (sans perturbation), doit nécessairement donner un résultat conforme aux attentes. Suite à ces réflexions, il évalue le comportement de la méthode sur des données perturbées afin de mesurer sa déviation par rapport au squelette de référence et propose donc, de dérouler un protocole d'évaluation des amincissements en 3 grandes étapes :

1. Spécifier le modèle de données d'entrée dans un cadre idéal. Ces données sont générées de façon aléatoire, indépendamment de la méthode testée mais en concordance avec les objectifs de la problématique étudiée, à savoir la localisation des objets filaires. Pour cela, il choisit des objets en forme de rubans construits à partir d'arcs simples correspondant aux "spines" (squelettes).
2. Modéliser les perturbations à introduire sur les données idéales. Il propose d'ajouter à ces données idéales un bruit de bord aléatoire.

3. Choisir un critère quantitatif. Il s'agit de proposer une fonction mesurant la déviation entre les résultats sur des données idéales et ceux obtenus sur des données bruitées.

Ce schéma d'évaluation vise la propriété de préservation de la géométrie (déviation par rapport à l'axe médian) et peut-être généralisé pour la validation de la qualité du squelette selon d'autres propriétés telles que l'homotopie, l'invariance aux transformations affines etc. . .

Par conséquent, nous présentons d'abord une première sous-section identifiant les propriétés couramment considérées dans les protocoles d'évaluation binaire. La deuxième sous-section s'intéresse aux choix de données idéales et aux perturbations introduites. La troisième présente les mesures couramment utilisées dans ce contexte d'évaluation.

### 3.1.1 Propriétés évaluées du squelette

Comme précisé en introduction, nous nous intéressons ici aux protocoles évaluant la brique de squelettisation indépendamment du domaine d'application. De façon naturelle, ces protocoles se basent sur des critères liés aux propriétés du squelette. Par ailleurs, et d'après nos lectures, un critère peut évaluer différentes propriétés inhérentes au squelette, en fonction de la perturbation apportée. En exemple à cela, nous citons le critère de similarité à l'axe médian tel que défini par Chaussard et Couprie [87]. Ce critère se base sur une même mesure de distance, mais la propriété qu'il vise à tester est soit l'invariance au bruit si une perturbation du contour est introduite, soit la robustesse à la rotation si les images de la base de référence subissent des rotations.

Les protocoles d'évaluation s'intéressent à au moins une des propriétés de la squelettisation comme c'est le cas de Haralick [58], de Jaisimha [60], de Bai [88] et de Grigori-shin [89]. Certains auteurs évaluent la qualité d'un squelette suivant plusieurs propriétés comme Jang [3]-[51], Lee [4] et Al-Shatnawi [73].

L'invariance au bruit est la propriété la plus testée par les protocoles d'évaluation de la squelettisation binaire [58]-[51]-[88]-[89]-[87] et est intimement liée à la propriété de préservation de la géométrie. En effet, le critère de "similarité à l'axe médian" dans [60]-[51]- [89]- [88] ainsi que les métriques associées à ce critère (distance de Hausdorff et opérateur *Area*) se retrouvent dans la validation des deux propriétés.

En plus de l'invariance au bruit et de la préservation de la géométrie, l'homotopie d'un squelette est évaluée par Lee [4] et Shatnawi [73]. La robustesse à la rotation est considérée dans le travail de Jang [3], l'unicité de l'épaisseur dans [3]- [73] et la reconstructibilité dans [4]. Par ailleurs, le problème d'apparition de barbules, souvent observé sur les squelettes, est testé seulement dans [73].

Nous avons aussi remarqué l'intérêt porté par certains auteurs tels que Jang [51] et Lee [4] au temps de calcul. En effet, les temps de calcul peuvent être une contrainte de poids dans les systèmes embarqués ou quand la squelettisation est une brique d'une chaîne d'analyse "lourde" en terme de temps de traitement et de mémoire utilisée.

### 3.1.2 Données idéales et leurs perturbations

Jaisimha et Dori [60] rejoignent les choix de Haralick [58] quant au modèle d'objets (des rubans) à envisager pour la mise en route du protocole d'évaluation de la squelettisation. Ils détaillent les étapes de génération d'une base d'images de rubans et obtiennent 300 images de spines et de rubans. Les spines sont simulés à l'aide d'un polynôme de degré 3 avec un ensemble de contraintes sur ces coefficients. Ce procédé permet d'obtenir un arc par image sans forte courbure. Les rubans sont obtenus à partir des arcs sur lesquels des dilatations morphologiques sont appliquées. Les éléments structurants des dilatations sont des disques de rayons choisis aléatoirement. Les images de rubans sont donc de largeurs variables et de directions variables.

En 1992, Jang et Chin publient un travail [51] où ils détaillent une évaluation de performance des méthodes d'amincissement parallèles citées dans [3] et ajoutent à cette évaluation quantitative d'autres méthodes de la littérature. Dans leur proposition, la perturbation des données a été effectuée sous 3 formes. La première consiste à dilater les formes d'une base de référence de 52 lettres manuscrites de "A" à "Z" et de chiffres de 0 à 9. Les images dilatées forment une nouvelle base d'images sur lesquelles les auteurs évaluent les propriétés d'unicité d'épaisseur, de proximité à l'axe médian et du temps de calcul. Les auteurs ne donnent pas de détails sur le type de dilatation faite. La deuxième perturbation introduit un bruit de bord sur les images de la base de référence pour tester la sensibilité au bruit : ajouter/supprimer aléatoirement des pixels au niveau du contour des objets. Cette perturbation sert à évaluer la robustesse des méthodes au bruit de contours. La troisième consiste en des rotations de  $45^\circ$  et de  $90^\circ$  appliquées sur un nombre d'images de référence. Celle-ci a pour objectif de vérifier l'invariance aux transformations affines des méthodes de squelettisation. Les auteurs supposent donc que les squelettes des lettres de la base de référence sont idéaux. Pourtant, une comparaison simple entre les résultats de la squelettisation sur une même lettre par différentes méthodes peut montrer la différence entre ces squelettes. Ce point a été relevé par Jaisimha et Dori [60], les amenant à évaluer les méthodes sans ajouter de perturbation aux données.

Par ailleurs, Griogorishin [89] qui s'intéresse à évaluer l'invariance de la squelettisation au bruit, publie en 1998 un travail où il compare la méthode de squelettisation qu'il propose à 2 autres en se basant sur le critère de similarité à l'axe médian. L'auteur illustre ses résultats sur un rectangle et une feuille d'érable, des formes communément utilisées pour tester la squelettisation binaire. L'auteur s'intéresse à la robustesse de sa méthode face à la présence de bruit et considère donc une évaluation en 3 étapes comme décrites par Haralick. Il choisit les deux formes et modélise la perturbation qu'il applique dessus. Il décrit la procédure qui altère les contours des objets dans les deux directions horizontale et verticale par un bruit gaussien centré et finit par proposer une mesure de déviation entre le squelette des objets de référence et les squelettes des objets ayant subi un bruit de bord.

Dans les travaux sus-cités, les auteurs travaillent sur des données de référence (rubans de Blum et lettres) dont les squelettes, dans le cadre idéal, sont connus. Lee, Lam et Suen s'appuient eux sur des données réelles et publient en 1991 un travail [4] qui présente l'évaluation de 19 algorithmes de squelettisation binaire de la littérature. L'étude comparative

a été faite sur la base de critères liés aux caractéristiques d'un squelette. Les données de référence sont dans ce travail des données réelles. En effet, les auteurs choisissent 40 images binaires de caractères Hangûl en entrée au processus d'évaluation. Le squelette de référence à l'aide duquel l'évaluation du squelette réel peut être faite, est obtenu grâce à un groupe de 10 experts. Chaque membre du groupe accoutumé au principe de la squelettisation déduit les squelettes de référence. Les 10 résultats servent ainsi à choisir le squelette de référence le plus pertinent.

Outre les données synthétiques et réelles, certains auteurs n'élaborent pas par eux-même les données de référence mais se servent de bases d'images utiles au test de différents outils d'analyse d'images. Bai, Latecki et Liu [88] présentent en 2007 une méthode d'ébarbulage de squelette binaire et utilisent la base d'images MPEG7 pour l'évaluer. L'ébarbulage que les auteurs proposent est basé sur la géométrie différentielle et opère sur les contours pour mieux définir les branches du squelette à conserver. On trouve dans la phase d'évaluation des critères liés aux propriétés d'un squelette comme l'invariance au bruit et aux transformations affines mais n'utilisent pas de mesure quantitative pour valider ces propriétés. Pour leurs tests, les auteurs choisissent la base de données MPEG7 qui comprend des formes autres que les rubans de Blum [1] utilisés dans les évaluations de Haralick [58] et de Jamsimha [60]. Cette base présente des objets de la même classe ayant subis différents types de déformations (rotation, variation de contours comme illustré dans la figure 3.1). Cette évaluation est qualitative car elle vérifie visuellement les similarités des squelettes d'objets d'une même famille.

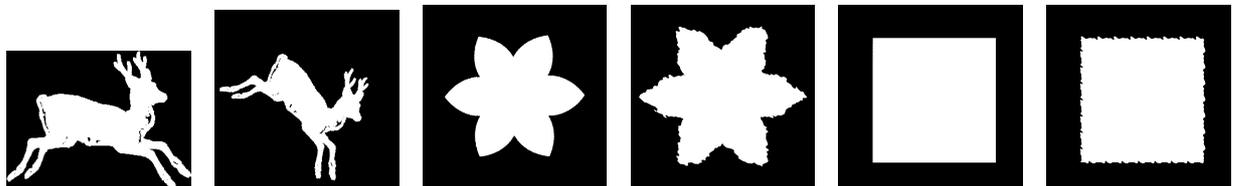


FIGURE 3.1 – Exemples d'images de la base MPEG7 : perturbations par rotation, distorsion de contours.

A l'instar de Bai, Latecki et Liu [88], Chaussard et Couprie [61] s'appuient sur une base d'images pour mettre en oeuvre leur protocole d'évaluation de la squelettisation. Les auteurs proposent en 2011 une version modifiée de la méthode d'extraction de l'axe médian de Blum [1] s'appliquant sur des images binaires 2D et 3D. Ils utilisent les formes de la base de données de KIMIA du laboratoire LEMS<sup>1</sup> [90]. Quelques exemples de formes de cette base sont illustrés par la Figure 3.2.



FIGURE 3.2 – Exemples de formes de la base de Kimia.

---

1. <http://www.brown.edu/Departments/Engineering/Labs/LEMS/>

Deux sortes de perturbation sont introduites sur les images de la base KIMIA. La première consiste à appliquer un ensemble de rotations différentes de  $3^\circ$  afin de tester l'invariance à la rotation. La seconde consiste à appliquer un bruit de contour inspiré du travail d'Eden [91].

La différence majeure entre le travail de Bai [88] et de Chaussard et Couprie [87] est que ces derniers modélisent eux-mêmes les perturbations des données de la base.

Plus récemment, les auteurs de [73] utilisent une base d'images dédiée à la reconnaissance de lettres manuscrites arabes. Cette base a l'avantage de montrer l'intérêt de la squelettisation dans un domaine d'application particulier, qui est la reconnaissance de lettre manuscrite. Elle comprend des images d'objets filiformes, comportant des nœuds, des extrémités libres et présentant des perturbations au niveau des contours des lettres (dues à un bruit d'acquisition). Cependant, ces images sont elles aussi binaires et servent à évaluer des méthodes de squelettisation binaire. De plus, la base IFN/ENIT (dont des exemples sont fournis dans la Figure 3.3) ne comporte pas de squelettes de référence et ne permet donc pas de mesurer quantitativement la similarité du squelette réel à un squelette idéal.



FIGURE 3.3 – Exemples de lettres arabes de la base IFN/ENIT [73].

Par ailleurs, nous trouvons dans la littérature des méthodes d'évaluation de la détection de structures curvilignes appliquées à des images satellitaires. En effet, les protocoles d'évaluation des approches visant la détection de routes reposent sur des critères de bonne localisation et de précision de l'extraction de structures filiformes, ce qui s'apparente à la préservation de la géométrie, qualité requise par la squelettisation.

Nous citons, parmi ces protocoles celui de Heipke [14] qui compare les résultats de 3 méthodes différentielles sur des images satellitaires en haute résolution [13]. Les auteurs classent la difficulté d'extraction sur chaque image de facile à difficile selon le contenu de la scène (zone plate/avec collines, urbaine /agricole). Des extractions de routes sont faites avec l'aide d'experts pour constituer la base d'images de référence du protocole d'évaluation. D'un autre côté, Xufeng [17] utilise la base d'images du projet *OpenStreetMap project*<sup>2</sup> qui comporte des extractions de routes considérées comme étant celles de référence.

Dans le tableau 3.1, nous résumons notre étude bibliographique des protocoles d'évaluation de la squelettisation en ce qui concerne la modélisation des données de référence et les perturbations. Nous remarquons que les données en entrée à ces évaluations sont de deux types : des images de structures curvilignes simples construites par les auteurs et des bases d'images existantes comprenant différentes formes d'objets qui ne sont pas forcément

---

2. <http://www.openstreetmap.org/>

dédiées à la squelettisation. Nous en concluons que l'intérêt d'utiliser des images synthétiques réside dans la modélisation des perturbations de données afin d'axer l'évaluation sur une propriété particulière du squelette. Haralick [58], Jaisimha et Dori [60] ainsi que Griogorishin [89] l'expliquent dans leurs travaux respectifs. Néanmoins, le choix d'utiliser des bases d'images présente aussi l'avantage de proposer des formes d'objets diversifiées comme celles de la base MPEG7 choisie par Xiang Bai [88]. Chaussard et Couprie [87] ont joint la modélisation de perturbation des données au choix d'une large base d'images et offrent ainsi la possibilité de dérouler le protocole sur une plus grande variété de formes, couplée à une distorsion de contour et une rotation des images, ce qui permet de valider respectivement l'invariance au bruit et la robustesse à la rotation de la méthode proposée. Nous avons aussi remarqué que dans les protocoles existants, seules les méthodes de détection de route s'appliquent directement sur des images en niveaux de gris, même si l'évaluation se fait concrètement sur les graphes binaires de squelettes.

Par ailleurs, 3 types de perturbations sont recensées : la dilatation des objets, la déformation des contours et la rotation. Ces perturbations évaluent respectivement les propriétés de préservation de la géométrie, d'invariance au bruit et de robustesse à la rotation.

### 3.1.3 Mesures d'évaluation binaire

La troisième étape du protocole d'évaluation proposée par Haralick consiste à choisir une mesure pour calculer la déviation entre les pixels de squelette faussement estimés et ceux du squelette idéal telle que montrer par la figure 3.4. Cette déviation vise à valider la propriété d'invariance au bruit suite aux perturbations introduites artificiellement. Dans cette section, nous notons  $S$  le squelette issu de l'opération de squelettisation sur images (réelles ou synthétiques) et  $S^*$  le squelette idéal.

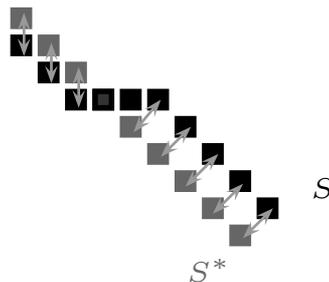


FIGURE 3.4 – Illustration de la différence entre squelette réel  $S$  et squelette idéal  $S^*$

Nous avons indiqué précédemment que les critères utilisées dans l'évaluation de la squelettisation ne s'appliquent pas à une propriété en particulier. De façon similaire, il est possible d'utiliser les mêmes mesures pour évaluer différentes propriétés. En effet, on retrouve l'opérateur *Area* pour valider l'unicité de l'épaisseur [51] et la reconstructibilité [4] en plus de la préservation de la géométrie [3] et de l'invariance au bruit [51]. Quant aux distances de Hausdorff et Dubuisson, elles servent aussi bien à valider la robustesse à la rotation que l'invariance au bruit et la préservation de la géométrie [61]. L'ordre chronologique d'apparition des protocoles d'évaluation de la squelettisation et le choix de mesure fait par chacun des auteurs nous permet de déduire que ces mesures, vérifiant différentes propriétés, ont évolué d'un simple comptage de pixels (*Area* par Jang et Chin en 1992 [51]

## CHAPITRE 3. PROPOSITION D'UN PROTOCOLE D'ÉVALUATION DES MÉTHODES DE SQUELETTISATION SUR DES IMAGES SYNTHÉTIQUES

TABLE 3.1 – Tableau comparatif des protocoles existants selon le type de données.

Ref	Modélisation de données synthétiques				Commentaires
	Type de données	Perturbations	Type binaire/gris	Squelette idéal	
Haralick 1992 [58]	Objets filaires	Pas d'information	Binaire	Connu	Ébauche de protocole : pas de détails techniques sur la modélisation des objets et des perturbations
Jaisimha 1993 [60]	Même type d'images que Haralick : obtenues par dilatation morphologique de spines simulés à l'aide de polynôme de degré 3	Pas de perturbation	Binaire	Connu	Modélisation d'objets filaires simples. Pas d'intersection ou de réseaux de structures curvilignes pour évaluer la préservation de la connexité.
Griogorishin 1998 [89]	Modélise des objets (rectangle et feuilles d'érable)	Altération des contours dans 2 directions par un bruit gaussien centré	Binaire	Connu	Formes choisies ne sont pas variées. Elles représentent essentiellement des formes utiles aux applications de type reconnaissance d'objets.
Ref	Utilisation de bases d'images				Commentaires
	Base et types de données	Perturbations	Type binaire/gris	Squelette idéal	
Jang 1992 [51]	Base de référence de 52 lettres Hangul et chiffres	Dilatation des images initiales, ajout de bruit de bord, rotation des images	Binaire	L'auteur suppose que les squelettes des images de référence (avant perturbation) sont idéaux	La base d'images est spécifique à l'application de reconnaissance de lettres manuscrites
SW Lee 1991 [4]	Données réelles : Caractères Hangul	Pas de perturbation	Binaire	Obtenu à l'aide de 10 experts	Évaluation appliquée à la reconnaissance des lettres. Pas de perturbation pour évaluer la robustesse aux transformations
Bai 2007 [88]	Base d'images MPEG7	Pas de perturbation introduite. Des répliques de forme avec rotation et variation de contours sont incluses dans la base	Binaire	Les images sont classés par type de forme. Les squelettes d'une même famille sont comparés entre eux	Évalue des formes ne présentant pas de structures curvilignes particulières. Évaluation appliquée à la reconnaissance. La comparaison est qualitative : vérifier visuellement les similarités des squelettes d'une même classe de formes.
Chaussard & Couprie 2001 [87]	Base KIMIA (216 objets différents)	Rotation d'images + Distorsion de contours	Binaire	Les squelettes de référence sont les squelettes avant perturbation	Évalue des formes ne présentant pas de structures curvilignes particulières. Évaluation appliquée à la reconnaissance. Le squelette initial est supposé être idéal.
Al-Shatnawi 2014 [73]	Base IFN/ENIT de lettres arabes manuscrites : objets filiformes	Pas de perturbation	Binaire	Pas de squelette de référence	L'évaluation se fait visuellement. L'auteur ne se base pas sur un squelette de référence.
Heipke 1997 [14] Xufeng 2011 [17]	Base d'images satellitaires : réseaux de routes	Pas de perturbation	Gris	Squelette idéal obtenus par des experts	Les tracées de route sont introduits manuellement. Pas de perturbation précise pour évaluer la robustesse de la méthode selon un critère particulier

et S.W.Lee en 1991 [4]) vers des distances entre objets (Jaisimha en 1993 [60], Griogorishin en 1998 [89] et Chaussard et Couprie en 2001 [87]).

On étudie donc dans cette section 4 mesures qu'on peut classer en 2 catégories : La première à base de comptage de pixel via l'opérateur *Area* et la méthode du *buffer width*, la deuxième se servant de la distance de Hausdorff et des versions dérivées de cette distances.

### i Opérateur Area

Cet opérateur a été utilisé par Lam [4] pour calculer la "similarité à l'axe médian" ou encore par Jang [51] pour évaluer l'unicité de l'épaisseur, la préservation de la géométrie et l'invariance au bruit du squelette.

Nous nous intéressons aux formules développées sur la base de le l'opérateur *Area* afin d'évaluer chacune des propriétés sus-citées. Il est à noter que dans cette section et dans le cadre des références citées, l'objet dont il est question est un objet binaire. Par conséquent, l'opérateur *Area* est appliqué sur des objets binaires qu'on note  $O$  et sur leurs squelettes binaires respectifs notés  $S$ . Un objet idéal sans perturbation de contours est noté  $O^*$  comme son squelette idéal  $S^*$ .

**Similarité à l'axe médian** L'opérateur *Area* permet de calculer d'après Jang et Chin par exemple [51] ainsi que Lam [4] le taux de convergence du squelette  $S$  vers le squelette idéal  $S^*$  qui est l'axe médian de Blum [1].

Pour un objet binaire  $O$ , sa reconstruction à partir du squelette réel  $S$  est notée  $\hat{O}$ . La reconstruction se fait à l'aide d'une dilatation géodésique de  $S$  (conditionnée par  $O$ ), dont l'élément structurant est un disque centré sur le squelette et de taille ne dépassant pas les bords de l'objet  $O$ .

$$\hat{O} = \bigcup_{p \in S} D(p, r_p)$$

où  $p$  est un pixel du squelette  $S$ ,  $r_p$  la taille maximale du disque inclus dans  $O$ ,  $D(p, r_p)$  l'opération de dilatation géodésique au point  $p$  par le disque de rayon  $r_p$ . Le ratio entre le nombre de pixels de l'objet  $\hat{O}$  reconstruit à partir du squelette réel  $S$  et le nombre de pixel de l'objet de référence  $O^*$  s'écrit :

$$\rho(S) = \frac{Area(\hat{O})}{Area(O^*)} \quad (3.1)$$

Ce ratio est compris entre 0 et 1. Pour un squelette idéal,  $\rho(S) = 1$  tandis que pour un squelette de moindre qualité  $\rho(S)$  est proche de 0.

**Unicité d'épaisseur** Ce critère découle d'une des propriétés fondamentales d'un squelette binaire. Cette propriété est démontré rigoureusement par exemple dans le cadre de l'amincissement. En effet, la stabilité de la méthode ou l'arrêt de la procédure d'amincissement ne se fait que si plus aucun pixel *simple* n'est détecté, l'unicité est par conséquent atteinte [32]. Une tentative de mettre en place un critère validant l'unicité de l'épaisseur d'un squelette a été initiée par Jang et Chin [51] en utilisant l'opérateur *Area*. Les auteurs

établissent les configurations du voisinage d'un pixel  $x$  du squelette qui ne vérifie pas la propriété d'unicité de l'épaisseur. Il note ces 4 configurations par  $Q^k$  tel que présenté dans la figure 3.5 :

$$\mu = 1 - \frac{Area[\cup_{1 \leq k \leq 4} SQ^k]}{Area(S)} \quad (3.2)$$

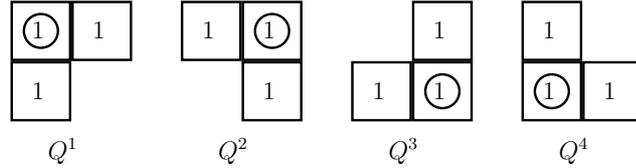


FIGURE 3.5 – Configurations  $Q^k$  : le pixel entouré est toujours *simple*.

**Mesure de sensibilité au bruit** Un ratio Signal sur Bruit issu de l'opérateur *Area* est proposé par Jang et Chin [51] :

$$SBNR(S) = \min \left\{ 1, \frac{Area[S^*/S] + Area[S/S^*]}{G \cdot Area[S^*]} \right\} \quad (3.3)$$

La mesure est normalisée. Le facteur  $G$  est choisi en fonction du voisinage : 1 pour un 4-voisinage et 2 pour un 8-voisinage afin de compenser cette différence.

**Coût computationnel** Cette mesure n'est pas liée aux propriétés inhérentes au squelette mais peut être d'une grande utilité pour des domaines d'applications embarquées ou celles nécessitant traitant de grande base d'images.

$$\mathcal{C} = \min \left\{ 1, \frac{Area[S^*] - Area[S]}{n \cdot Area[S^*]} \right\} \quad (3.4)$$

$n$  étant le nombre d'opérations parallèles effectuées par l'implantation algorithmique. En effet, la mesure du coût computaionnel par l'opérateur *Area* utilisé dans [51] a été calculé pour des méthodes d'amincissement parallèle, où une seule itération est requise pour traiter toute l'image.

En conclusion, la comparaison pixel par pixel basée sur l'opérateur *Area* est la plus immédiate des comparaisons possibles, elle ne tient pas compte de la "forme" globale, des déconnexions, des déplacements de jonctions etc.. C'est pourquoi, cette mesure sous toutes ses variantes ne peut pas à elle seule vérifier toutes les propriétés fondamentales d'un squelette, et particulièrement celle de l'homotopie.

## ii Méthode du *buffer*

Cette méthode consiste à vérifier la bonne localisation d'un squelette réel par rapport à un squelette de référence avec une certaine tolérance à la déviation. Les mesures utilisées se basent principalement sur un test statistique de bonne/mauvaise détection. Cette méthode

### CHAPITRE 3. PROPOSITION D'UN PROTOCOLE D'ÉVALUATION DES MÉTHODES DE SQUELETTISATION SUR DES IMAGES SYNTHÉTIQUES

est similaire à l'opérateur *Area* utilisé dans [3]-[51]-[60]-[73] et est particulièrement répandue dans le contexte d'applications satellitaires pour la détection de routes [13]-[17]-[14]. Tout d'abord, une dilatation est opérée sur le squelette de référence ou le squelette réel pour calculer respectivement le taux de bon appariement de la référence ou de l'extraction réelle. L'élément structurant est un disque de rayon  $r$  qui correspond à la demi-largeur de l'objet, ce qui permet d'ajuster la tolérance de la méthode à la déviation du squelette. Une fois les dilatations faites, 3 indicateurs sont calculés. Le "Vrai Positif"  $TP$  reflète le nombre de pixels du squelette réel appariés avec succès avec la référence. Le "Faux Positif"  $FP$  est le nombre de pixels extraits à tort, alors que le "Faux Négatif"  $FN$  définit la référence manquante dans la détection. Ces indicateurs sont illustrés par la Figure 3.6 pour une ligne droite. Enfin, la complétude, l'exactitude et la qualité du squelette sont les mesures calculées à partir des 3 indicateurs afin d'évaluer la précision géométrique du squelette réel par rapport à la référence.

La complétude est le pourcentage de référence correctement expliqué (détekté) par l'extraction réelle par rapport à la totalité de l'extraction (réelle).

$$Cp = \frac{TP}{TP + FN}.$$

L'exactitude est le pourcentage de l'extraction correctement identifié sur la référence par rapport à la totalité de l'extraction (réelle).

$$Cr = \frac{TP}{TP + FP}.$$

La qualité mesure la contribution du squelette réel à la bonne localisation du squelette de référence.

$$Q = \frac{TP}{TP + FP + FN}.$$

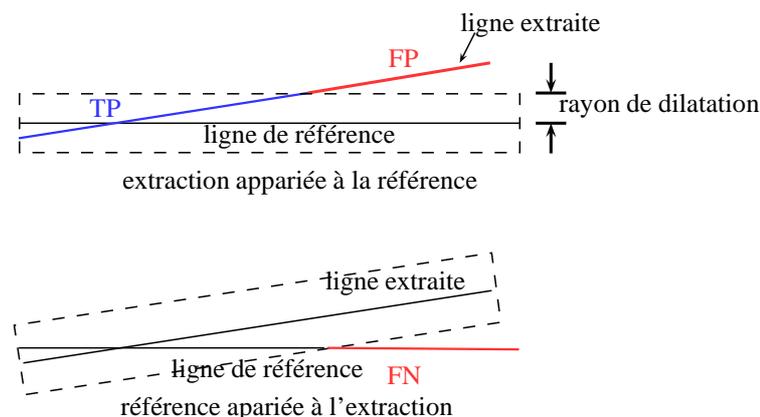


FIGURE 3.6 – Appariement de la référence et de l'extraction par la méthode du buffer sur une ligne droite représentant le squelette.

### iii Distance de Hausdorff et sa variante

Soit un espace métrique  $(\mathcal{E}, d)$ . Soient  $S$  et  $S^*$  deux images de graphes de squelettes respectivement existant et idéal. Notons  $d_{\mathcal{H}}$  la distance de Hausdorff entre  $S^*$  et  $S$ .

$$d_h(S^*|S) = \left\{ \max_{i \in S^*} \min_{e \in S} \|i - e\| \right\} \quad (3.5)$$

avec  $\|\cdot\|$  représente la norme définie dans l'espace  $\mathcal{E}$ , où la norme euclidienne est habituellement choisie.

La distance  $d_h$  de l'équation 3.5 est appelée distance de Hausdorff relative. Une version symétrique est :

$$d_{\mathcal{H}}(S^*, S) = \max \{d_h(S^*|S), d_h(S|S^*)\} \quad (3.6)$$

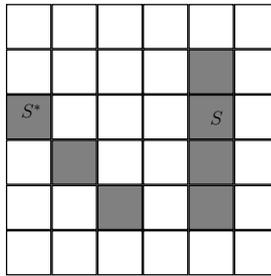


FIGURE 3.7 – Exemple 1 : Segments de deux squelettes  $S^*$  et  $S$

La distance de Hausdorff est la plus employée en analyse d'images pour la mise en correspondance d'objets ou ensembles de points, comme indiqué par Dong-Gyu Sim [92] en 1999. D'après Rucklidge [93], elle est considérée comme une mesure de similarité naturelle entre les formes et correspond à la distance maximale d'un ensemble aux points les plus proches d'un autre ensemble. Elle n'impose pas de contrainte sur la cardinalité des deux ensembles de points à comparer. C'est pourquoi, dans le cadre d'une évaluation des méthodes de squelettisation, cette distance convient particulièrement car elle n'impose pas de connaissance a priori sur le nombre de pixels du squelette réel. Elle a été utilisée dans les travaux de Jaisimha [58], de Grigorishin [89], ainsi que celui de Chaussard et Couprie [61] [87].

**Particularités et inconvénients de la distance Hausdorff** La distance de Hausdorff a l'inconvénient d'être sensible au bruit [94]. En effet, en considérant deux images constituées de la même forme, et un point unique ajouté à la deuxième image loin de la forme, la distance de Hausdorff sera égale à la distance sous-jacente entre la forme et ce point éloigné, donc grande.

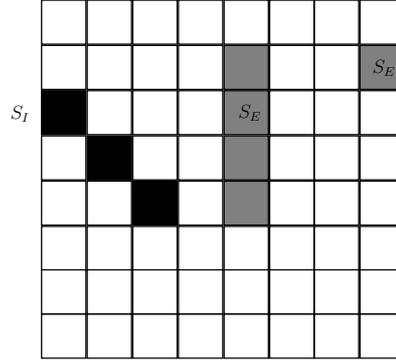


FIGURE 3.8 – Exemple 2 :  $S^*$  et  $S$  où un pixel lié au bruit est ajouté à  $S_2$

Pour l'exemple de la figure 3.8, on a  $d_h(S^*, S) = 4$  tandis que  $d_h(S, S^*) = 5.8310$ . La distance de Hausdorff finale est :  $d_{\mathcal{H}}(S, S^*) = 5.8310$ . Cette nouvelle valeur de distance est un exemple simple de la sensibilité de cette mesure au bruit.

En somme, la distance de Hausdorff décrit la différence entre les éléments les plus éloignés des deux ensembles, mais pas la différence globale entre eux. Ramenée à l'analyse des squelettes, la distance de Hausdorff permet de décrire la plus importante variation visuelle mais pas nécessairement la variation globale. Une alternative est d'utiliser une version modifiée de cette distance.

**Distance de Hausdorff modifiée** Soient deux ensembles finis non vides de points  $S^*$  et  $S$ . La distance de Hausdorff modifiée  $d_{\mathcal{MH}}$  entre  $S^*$  et  $S$  est définie par :

$$d_{\mathcal{MH}}(S^*, S) = \max\{d_{mh}(S^*|S), d_{mh}(S|S^*)\} \quad (3.7)$$

où la distance de Hausdorff relative modifiée est donnée par :

$$d_{mh}(S^*|S) = \frac{1}{|S^*|} \sum_{i \in S^*} \min_{e \in S} \|i - e\|. \quad (3.8)$$

où  $\|\cdot\|$  désigne la norme euclidienne. La distance de Hausdorff modifiée a été utilisée par Chaussard et Couprie [87] dans le cadre de l'évaluation du  $\lambda$ -medial axis. Dubuisson et Jain [95] affirment que cette distance a un comportement intéressant pour la comparaison de formes : (i) la valeur de la distance de Hausdorff modifiée augmente de manière monotone lorsque la différence entre deux formes augmente (par ajout de bruit de types différents et d'intensité croissante), (ii) la distance est robuste face à des points isolés produits par des perturbations.

La distance de Hausdorff modifiée entre les squelettes  $S^*$  et  $S$  de la figure 3.7 est égale à  $d_{\mathcal{MH}}(S^*, S) = 0.667$ . En ajoutant un pixel "bruit" au squelette  $S$  dans la figure 3.8 cette distance devient  $d_{\mathcal{MH}}(S^*, S) = 0.7357$ . On note ainsi une légère différence entre les deux valeurs avant/après ajout de bruit, ce qui renforce la propriété de robustesse au bruit de cette mesure de distance.

Toutefois, la distance de Hausdorff et sa variante ne sont pas adaptées à la mesure de similarité entre deux courbes telles que présentées par la figure 3.9. La distance entre

$S$  et  $T$  semble être minimale alors que la géométrie de ces deux courbes est différente. Ce contre-exemple s'applique aussi à l'opérateur *Area* qui, à cause de la dilatation utilisée pour mesurer le chevauchement des deux squelettes réel et idéal, ne rend plus compte de la variation de la géométrie des deux squelettes.

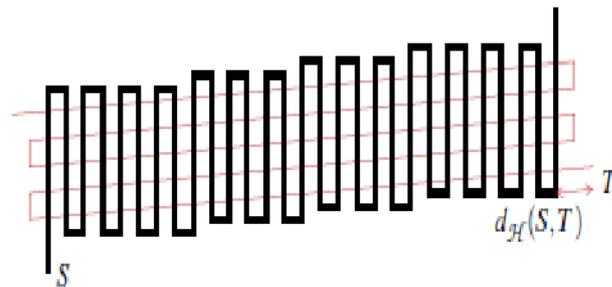


FIGURE 3.9 – Distance de Hausdorff entre deux courbes ne reflétant pas la préservation de la géométrie. En noir les pixels du premier objet  $S$ . En gris les pixels du second objet  $T$ .

En conclusion, la distance de Hausdorff modifiée est plus robuste aux variations liées au bruit. Elle est par conséquent un meilleur estimateur de la déviation (ou de la similarité) entre deux objets. Cependant, comme pour l'opérateur *Area*, elle ne reflète pas le type de dissemblance entre le squelette obtenu et le squelette de référence et ne s'applique pas efficacement à la comparaison de courbes entrelacées, scénario qui peut être fréquent dans le cas de comparaison de squelettes.

#### iv Connectivité du squelette

**Nombre de Betti** Outre les mesures de similarité, des critères basées sur la propriété d'homotopie ont été très peu considérés dans la littérature. Il s'agit de la connexité du squelette calculée à l'aide du nombre de Betti d'ordre 0 et d'ordre 1 proposé par [96]. Les nombres de Betti ( $b_0, b_1, b_2, \dots$ ) sont des invariants topologiques utilisés pour la caractérisation d'objet/surfaces et particulièrement pour la caractérisation des milieux poreux [97]. Concernant les images 2D, le squelette est un graphe pour lequel les nombres de Betti d'ordre 0 et 1 sont à retenir. L'ordre 0 ( $b_0$ ) correspond au nombre de composantes connexes et l'ordre 1 ( $b_1$ ) correspond au nombre de "boucles" du squelette (on parle de trous circulaires ou fermés). Le nombre de Betti d'ordre 1  $b_1$  peut être calculé selon la formule :

$$b_1 = m - n + k.$$

où  $m$  est le nombre de segments,  $n$  le nombre de noeuds et  $k$  le nombre de composantes connexes.

**Composantes connexes et nombres d'extrémités** Dans leur travail, Lee et Lam [4] n'utilisent pas les nombres de de Betti  $b_0$  et  $b_1$  pour mesurer la connexité du squelette.

Tous les éléments d'aide au calcul aux nombres de Betti (nombre de noeuds, trous et extrémités) sont pris un à un comme mesures de la connexité. Les variations des nombres de composantes connexes, des nœuds et des branches sont chacune prises à part pour évaluer la performance des méthodes de squelettisation dans le cadre d'analyse de documents manuscrits.

### v Score de performance

Al-Shatnawi [73] présente un critère de performance qui évalue une méthode de squelettisation selon la préservation de la géométrie, l'homotopie, l'épaisseur unitaire et la production de barbules. Il est intéressant, en effet, de considérer un score unique qui donne une idée globale de la performance d'une méthode selon les différents axes d'intérêt (propriétés du squelette). L'auteur affecte une performance à chaque méthode et pour chaque propriété évaluée. Une simple moyenne a été utilisée pour calculer le score global. Le détail de l'évaluation de chacune des propriétés suscitées est donné dans le tableau 3.2. L'inconvénient de cette mesure est l'exclusion de certaines propriétés du calcul du score. par exemple, l'auteur cite la propriété de préservation de la géométrie parmi les propriétés évaluées mais ne lui attribue pas de mesure quantitative et ne l'implique donc pas dans le score de performance. Il est aussi important de rappeler que ce score est relatif à une base d'images particulières, et qu'il ne peut être généralisé à d'autres images présentant d'autres perturbations.

En conclusion à cette section, nous résumons dans le tableau 3.2 l'ensemble des propriétés structurelles (Préservation de la géométrie et de la topologie), des critères et mesures proposés dans les protocoles d'évaluation binaires existants. Nous notons que la communauté ne s'est pas mise d'accord sur le choix des images de test pour évaluer les méthodes de squelettisation. Les données utilisées sont formées d'images synthétiques construites par les auteurs ou de bases d'images dédiées à des applications particulières. Ces données sont binaires et ne permettent d'évaluer que des méthodes binaires. Les perturbations apportées aux images binaires ne sont pas suffisantes pour rendre compte des perturbations que subissent les images en niveaux de gris dans un contexte réel.

Les propriétés fondamentales de la squelettisation qui sont : la préservation de la géométrie, l'invariance au bruit, la robustesse à la rotation, l'homotopie et la reconstructibilité, sont l'assise de ces protocoles et sont à la base des critères d'évaluation. Les critères proposés par les protocoles de la littérature sont rarement utilisés simultanément dans un même travail. La validation de ces propriétés au moyen d'un protocole d'évaluation est principalement dépendante des perturbations introduites sur les objets à squelettiser, tandis que la pertinence du critère quantitatif est liée au choix de la mesure. Les mesures utilisées par les auteurs sont variées et s'inspirent ou bien des domaines d'applications (outils de la mise en correspondance) ou de l'analogie entre le domaine continu et discret (distance entre courbes vs. objets discrets).

Nous proposons dans ce qui suit de s'inspirer des protocoles existants pour mettre en route un protocole d'évaluation de l'amincissement paramétré SCCT appliqué à des images en niveaux de gris. Nous y construisons les images nécessaires à l'évaluation avec les perturbations adéquates et proposons un score qui lie les 3 propriétés fondamentales de la squelettisation, à savoir : la préservation de la géométrie, de la connectivité et des

TABLE 3.2 – Evaluation de la squelettisation : de la propriété à la mesure.

	Propriétés	Qualité du squelette à vérifier	Mesures associées
Propriétés structurelles	Préservation de la géométrie	Qualité de localisation ou Similarité à l'axe médian	Comptage de pixels (Opérateur <i>Area</i> ) : [3]
			Pas de formule explicite : [58]
			Comptage de pixels ( <i>Area</i> ) : [51]
			Ratio basé sur la distance euclidienne entre les pixels du squelette réel et celui de référence : [4]
			Distance de Hausdorff : [60, 89]
			Distance de Hausdorff & Dubuisson : [87]
			Qualitative (observation) [88]
	Préservation de la topologie et des extrémités	Qualité morphologique	Nombre de branches et de nœuds : [4]
			Nombre de composantes connexes : [73]
			Persistence de barbules basée l'orientation des branches + comptage de branches de longueur $<$ à la demi largeur de l'objet [73]
Reconstruction		Comptage de pixels ( <i>Area</i> ) : [4]	
Épaisseur unitaire		Comptage de pixels ( <i>Area</i> ) : [51]	
Temps d'exécution	Coût computationnel	MMoyenne des temps de calcul sur tous les caractères pour chaque méthode : [4]	

extrémités.

### 3.2 Proposition d'un protocole d'évaluation

Dans cette section, nous comparons le comportement de l'amincissement par ajustement statistique SCCT à la méthode différentielle de C. Steger [26] et l'implantation de l'amincissement paramétré [48] de la bibliothèque Pink. Pour cette évaluation quantitative, nous nous focalisons sur les qualités du squelette suivantes : la préservation de la géométrie, l'homotopie et l'absence de barbules.

Nous suivons un schéma de conception de protocole d'évaluation de la squelettisation en niveaux de gris peu différent de celui proposé par Haralick [58] dans le contexte binaire. Tout d'abord, et sur la base des propriétés à évaluer, nous nous intéressons au choix des images et des squelettes de référence. Ne trouvant pas de bases d'images en niveaux de gris disponibles pour procéder à l'évaluation des 3 méthodes, nous proposons la modélisation d'images synthétiques à partir de squelettes de référence et ajoutons par la suite un bruit pour simuler un contexte réel. Ces images reproduisent des situations particulières qui dé-

fient la squelettisation en niveaux de gris. Ces situations peuvent-être liées à la variation du contraste de l'image et de la largeur de ses lignes, à la présence de fortes courbures, d'intersections et d'extrémités libres. Ensuite, nous présentons les mesures permettant d'évaluer la qualité d'un squelette selon les propriétés d'invariance au bruit, d'homotopie, de préservation de la géométrie et aboutissons à un score qui englobe ces mesures. Finalement, nous détaillons le réglage nécessaire à chaque méthode testé et discutons les résultats de l'évaluation.

La sous-section 3.2.1 est consacrée à la génération de la base d'images. La sous-section 3.2.2 présentent les mesures choisies. Enfin, la sous-section 3.2.3 est dédiée au réglage des paramètres des méthodes de squelettisation et à la mise en œuvre de l'évaluation.

### 3.2.1 Génération des images synthétiques

Puisque nous avons l'intention de valider les propriétés structurelles du squelette gris à savoir : la préservation de la géométrie, de la topologie et des extrémités, nous devons nous concentrer sur les spécificités que présentent les objets en niveaux de gris qui peuvent défier la squelettisation. L'interconnexion des lignes, la variation de largeur, les fortes courbures, la présence de branches libres, de contraste variable et de bruit sont les principales distorsions qui peuvent affecter les structures curvilignes en niveaux de gris. Nous proposons une procédure automatique pour la construction d'une base de données comprenant des images qui reflètent ces distorsions. A cette fin, une procédure en deux étapes est envisagée. Plus précisément, nous générons d'abord une variété de trois squelettes de référence binaires présentant des spécificités structurelles : lignes à haute courbure, les intersections et les branches libres. Deuxièmement, en utilisant des opérateurs de la morphologie mathématique des filtres, nous générons des versions en niveaux de gris de ces images présentant les distorsions citées plus haut.

Le premier objectif est de concevoir des images pour valider la détection de lignes fermées à forte courbure. À cet égard, nous choisissons une image binaire initial contenant un squelette de référence  $S_R^*$  représentant un anneau (sans extrémité) qui contient deux squelettes circulaires concentriques  $S_{R_1}^*$  et  $S_{R_2}^*$  ayant respectivement les rayons  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ). A  $S_{R_1}^*$  (resp.  $S_{R_2}^*$ ), on implante une dilatation  $\delta_{\rho_1}$  (resp.  $\delta_{\rho_2}$ ) avec un élément structurant de type disque de rayon  $\rho_1$  (resp.  $\rho_2$ ). Ensuite, on applique un filtre moyenneur  $f_{r_f}$  en convoluant l'image à un noyau circulaire de rayon  $r_f$ . Sur l'image lisse résultante, la différence moyenne  $D$  entre le niveau de gris de l'objet et le fond est utilisée pour quantifier la variation de contraste. Nous pouvons ajuster ce contraste à volonté en multipliant les niveaux de gris par un facteur  $C \in [0, 1]$ . Enfin, un bruit gaussien  $N_\sigma$  de variance  $\sigma^2$  est ajouté pour obtenir l'image synthétique bruitée  $I_R$  :

$$I_R = C \left( \left[ \delta_{\rho_1}(S_{R_1}^*) + \delta_{\rho_2}(S_{R_2}^*) \right] * f_{r_f} \right) + n_\sigma. \quad (3.9)$$

La colonne la plus à gauche sur la figure 3.10 illustre la génération de l'image de l'anneau avec  $R_1 = 74$  and  $R_2 = 145$ . Les dilatations employées correspondent à disques binaires de rayons respectifs  $\rho_1 = 5$  et  $\rho_2 = 9$  et avec une taille du noyau de convolution  $r_f = 9$ . Un contraste élevé en  $I_R$  est atteint grâce à un facteur multiplicatif  $C = 0.8$ , ce qui nous permet d'avoir  $D = 81$  (niveaux de gris varient dans  $[0, 255]$ ).

De même, nous générons l'image du réseau  $I_N$  de la figure 3.10 à partir du squelette de

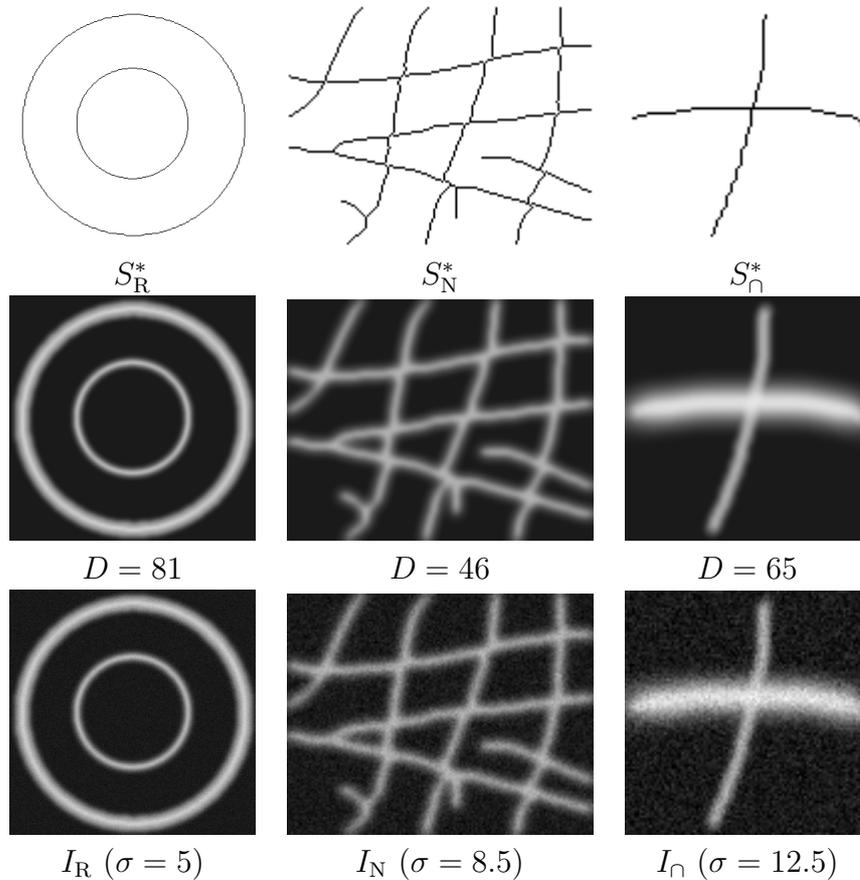


FIGURE 3.10 – Première ligne : Les squelettes de référence binaires  $S_R^*$ ,  $S_N^*$  and  $S_I^*$ . Deuxième ligne : images en niveaux de gris lisses avec une différence moyenne de contraste  $D$  entre le fond et l'objet. Troisième ligne : Images de la deuxième ligne bruitées par un bruit gaussien additif.  $I_R$  :  $326 \times 326$ ,  $I_N$  :  $150 \times 121$ ,  $I_I$  :  $100 \times 100$ .

référence  $S_N^*$ . Nous utilisons cette image pour tester la capacité des méthodes de squelettisation à préserver la connexité et les extrémités libres ainsi que pour détecter les lignes à faible contraste ( $D = 46$ ). L'image  $I_N$  en niveaux de gris est obtenue après une dilatation binaire par un disque de rayon  $\rho = 1$  suivie d'un filtre moyenneur dont le noyau est de rayon  $r_f = 7$ . Le contraste de l'image est réduit en multipliant les niveaux de gris par 0.6, ce qui ramène le contraste de l'image à  $D = 46$ .

Pour étudier la capacité de la squelettisation à détecter les lignes interconnectées, même si leurs largeurs varient, nous construisons une image  $I_I$  présenté dans la à la figure 3.10 qui est une simple intersection de lignes de différentes largeurs. L'image du squelette est composée d'une ligne horizontale et une autre verticale. La dilatation binaire est appliquée uniquement à la ligne horizontale. Des filtres moyennes sont appliquées sur les deux lignes séparément et en utilisant des noyaux de convolutions successifs de taille  $r_f = 3, 2$  pour la ligne verticale alors que pour la ligne horizontale, nous choisissons les disques de rayons  $r_f = 9, 5$ .

Pour toutes les images générées, nous utilisons un niveau de gris de fond uniforme (fixé

à 25 dans la figure 3.10) afin d'éviter toute troncature des valeurs de bruit ajouté sur les images originales lors de la simulation des distorsions.

Une fois les images générées, nous appliquons un bruit gaussien additif à différentes intensités sur les objets gris lisses. Ce bruit apportera une perturbation du relief topographique. La troisième ligne de la figure 3.10 illustre un exemple d'ajout de bruit sur les images construites pour le protocole d'évaluation.

### 3.2.2 Critères d'évaluation et mesures

Nous considérons dans notre évaluation les propriétés classiques d'un squelette binaire telles que l'homotopie, la préservation de la géométrie et l'invariance au bruit. Ainsi, nous pouvons vérifier d'une part le bon positionnement des squelettes obtenus par les différentes méthodes à évaluer et d'autre part, l'aptitude de chaque squelette à rendre compte des caractéristiques structurelles de l'objet à traiter.

Notre choix se porte sur la méthode du *buffer* pour le critère de qualité de localisation. En effet, cette mesure est fondée sur des indicateurs statistiques de bonne/fausse détection qui permettent d'interpréter les possibles dissemblances entre  $S$  et  $S^*$  ainsi que de fixer un seuil de tolérance à la déviation représentée par la zone tampon. En ce qui concerne la qualité morphologique ou structurelle du squelette, nous optons pour un comptage des extrémités, des composantes connexes du fond et de l'objet afin de vérifier l'homotopie du squelette.

Ces mesures s'appliquent donc aux graphes binaires des squelettes gris puisque l'information sur les niveaux de gris du squelette n'est pas utile à la validation des propriétés sus-citées.

**Application de la méthode du *buffer width*** Comme expliqué dans la section ii, cette méthode permet de mesurer la déviation du squelette réel par rapport au squelette idéal avec un degré de tolérance fixé par l'utilisateur. La déviation tolérée ne doit pas dépasser la demi-largeur des objets pour que l'évaluation soit pertinente. Nous choisissons donc comme tolérance à la déviation les rayons de disques de la dilatation binaire ayant servi à la construction des images respectives. Pour l'image du réseau  $I_N$ , le choix du rayon est  $r = 1$  puisqu'on applique une dilatation unique, tandis que pour les images d'anneaux  $I_R$  et de l'intersection  $I_\cap$ , la dilatation des deux anneaux ou des 2 lignes horizontales et verticales n'est pas similaire puisqu'elle utilisent des éléments structurants de tailles différentes. Dans ce cas, nous choisissons le rayon  $r = 5$  (demi-largeur du petit anneau binaire) pour l'image  $I_R$  et  $r = 3$  pour l'image  $I_\cap$  (demi-largeur de la ligne horizontale binaire).

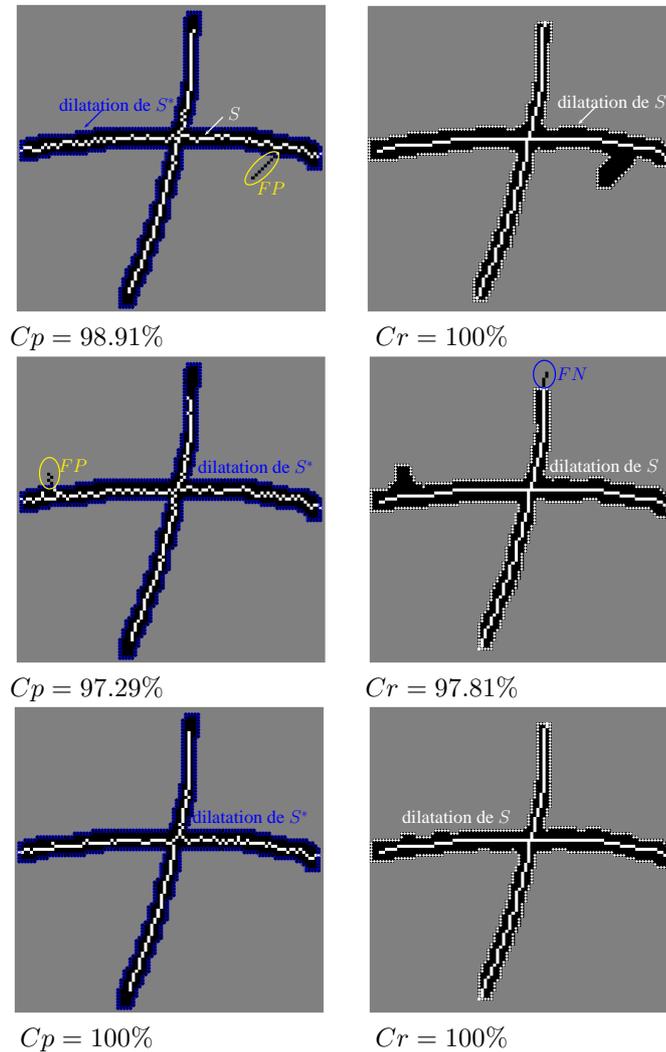


FIGURE 3.11 – Application du *buffer width* pour le calcul de  $C_p$  et  $C_r$  avec une tolérance  $r = 3$ . Ligne 1 :  $\sigma = 2.5$  et  $\alpha = 10^{-2}$ . Ligne 2 :  $\sigma = 5.1$ ,  $\alpha = 10^{-3}$ . Ligne 3 :  $\sigma = 2.5$ ,  $\alpha = 10^{-4}$ .

La figure 3.11 illustre un exemple de calcul des mesures  $C_p$  et  $C_r$  pour une squelettisation par SCCT. Pour les deux premiers exemples, le réglage de la SCCT n'est pas optimal afin d'identifier les vrais positifs  $TP$ , faux négatifs  $FN$  et les faux positifs  $FP$ . La troisième ligne montre un résultat optimal avec  $C_p = 100\%$  et  $C_r = 100\%$  pour un paramétrage adapté. On remarque que lorsque le squelette est raccourci, c'est l'indicateur  $C_p$  qui est affecté, alors que l'apparition de barbules ou de fausses crêtes induit une baisse de l'indicateur  $C_r$ .

**Nombre d'extrémité, de composantes connexes du fond et de l'objet pour évaluer l'homotopie** L'homotopie est une propriété fondamentale du squelette qui n'a pas été suffisamment considérée par les protocoles d'évaluation existants. Nous rappelons que par définition, l'homotopie conserve les relations de connexité du fond et de l'objet. C'est pourquoi, compter le nombre de composantes connexes est une mesure directe de cette

propriété. Nous ajoutons à cette mesure le nombre d'extrémités du squelette pour identifier les barbules non encore prises en compte. Finalement, nous choisissons la 8-connexité pour les composantes de l'objet et la 4-connexité pour celles du fond comme déjà fait pour les opérations d'amincissement de la section 1.3.

Au premier abord, l'émergence de branches parasites pourrait être traduite par  $Cr$ . Toutefois, ces fausses extrémités sont généralement courtes, et peuvent donc être ignorées en dilatant le squelette de référence pour calculer  $FP$ , puis  $Cr$ . L'homotopie est objectivement mesuré par les différences normalisées suivantes  $BCC$ ,  $OCC$  et  $E$  :

$$BCC = \frac{\text{Nb BCC}(S^*) - \text{Nb BCC}(S)}{\text{Nb BCC}(S^*)},$$

$$OCC = \frac{\text{Nb OCC}(S^*) - \text{Nb OCC}(S)}{\text{Nb OCC}(S^*)},$$

$$E = \frac{\text{Nb E}(S^*) - \text{Nb E}(S)}{\text{Nb E}(S^*)}$$

où  $\text{Nb BCC}$  est le nombre de composantes 4-connexes du fond,  $\text{Nb OCC}$  est les nombre de composantes 8-connexes de l'objet et  $\text{Nb E}$  le nombre d'extrémité du squelette.

Les valeurs idéales pour  $BCC$ ,  $OCC$  et  $E$  sont autour de zéro, les ratios négatifs correspondent à l'émergence d'information supplémentaire et insignifiante tandis que les valeurs positives correspondent à des informations manquantes dans le squelette  $S$ . Ces mesures peuvent diverger, comme dans le cas où le nombre d'extrémités de  $S$  est beaucoup plus grand que celui de  $S^*$ . C'est pourquoi, nous imposons un seuil de 5 (respectivement -5) pour les grandes valeurs.

**Score de performance** Ces mesures peuvent être combinés en un seul score de performance intégrant les différentes mesures de la qualité du squelette tel que proposé par [73]. Par exemple, le score global de la performance pourrait être une moyenne pondérée de  $BCC$ ,  $OCC$  et  $E$ , les poids étant ajustés en fonction d'importance de chaque mesure pour l'application cible. Le score de performance globale de la squelettisation est le suivant :

$$P = 1 - [((1 - Cp) + (1 - Cr) + (OCC^*) + (BCC^*) + E^*)/5]$$

Où  $BCC^*$ ,  $OCC^*$  et  $E^*$  sont les versions normalisées des indicateurs respectifs  $BCC$ ,  $OCC$  et  $E$  (dans  $[0, 1]$ ). Ce score est une moyenne des valeurs de  $Cp$ ,  $Cr$ ,  $OCC$ ,  $BCC$  et  $E$  trouvées pour chacune des méthodes. Pour chaque méthode, on choisit donc de calculer chaque indicateur en utilisant sa moyenne suite au traitement de la série des 3 images et sous l'effet des bruit appliqués.

### 3.2.3 Réglage des paramètres des 3 méthodes de squelettisation à évaluer

Nous déterminons dans ce qui suit les réglages nécessaires aux différentes méthodes testées.

### Méthode différentielle DLD

Trois paramètres sont identifiés pour cette méthode. Le paramètre d'échelle  $\sigma$  lié à la demi-largeur  $w$  de l'objet et les deux paramètres *low* et *high* du seuillage hystérésis. Nous utilisons dans ce travail le réglage proposé par l'auteur dans [26] et résumé dans le Tableau 3.3. Il est important de rappeler que la méthode DLD n'impose aucune contrainte sur la préservation de la connexité du squelette.

### $\lambda$ -Skeleton de la bibliothèque Pink

La méthode  $\lambda$ -Skeleton utilise un paramètre global  $\lambda$  tel qu'expliqué dans la section 1.5. Ce paramètre permet d'inclure dans les phases d'abaissement les pixels assimilables au bruit tels que les pics, extrémités et crêtes de faibles hauteurs. Nous proposons d'ajuster ce paramètre en utilisant la valeur moyenne du seuil  $\tau_n$  de notre méthode SCCT et l'écart-type du bruit  $\sigma$  selon la formule :  $\lambda = \overline{\tau_n(\alpha)} \cdot \sigma_{\text{bruit}}$ . En effet, nous avons montré au début de la section 2.2 qu'il existe une relation linéaire entre le bruit et  $\lambda$ . Ayant identifié la part du bruit dans ce réglage, le coefficient  $u$  correspond finalement au seuil  $\tau_n$  ajusté selon le contraste de l'image. Ces valeurs sont bien adaptées à la méthode, puisqu'une plus grande valeur de  $\lambda$  induit de fortes déconnexions, tandis qu'une valeur plus petite maintient le bruit.

Le tableau 3.3 résume le réglage de chaque méthode du protocole d'évaluation et indique la dépendance de ce réglage à l'expertise de l'utilisateur. On peut noter à partir du ta-

TABLE 3.3 – Réglage des paramètres des méthodes concernées par le protocole d'évaluation.

Méthode	Les paramètres définis par l'utilisateur	Description	Réglage
DLD	$\sigma$	écart-type du noyau gaussien en fonction de la largeur de l'objet	$\sigma_{\text{DLD}} \sim \sqrt{3}$
	<i>low</i>	Seuil hystérésis bas	$[0.2high, 0.5high]$
	<i>high</i>	Seuil hystérésis haut	$high = h \cdot  g'_w - g'_{-w} $ avec $h$ contraste de l'image
Pink	$\lambda$	seuil de la hauteur significative des crêtes	$\lambda = \tau_n(\gamma) \cdot \sigma_{\text{bruit}}$
SCCT	$\alpha$	niveau du test (reflète le contraste)	$\alpha \in \{0.05, 0.01, \dots, 10^{-6}\}$
	$\sigma$	Ecart-type du bruit	$\sigma_{\text{bruit}}$

bleau 3.3 que la méthode DLD est la plus compliquée en terme de paramétrage. En effet, 3 paramètres sont à régler, le premier est lié à la demi-largeur  $w$  des lignes et impose donc le choix d'une détection de lignes d'une certaine épaisseur au dépens d'autres. Les deux autres paramètres sont aussi dépendants de  $w$  et nécessitent un utilisateur expérimenté pour les ajuster de façon efficace. Notre implantation admet deux paramètres. Le premier est déduit du bruit dans l'image. Le second est déduit du contraste. Ces deux paramètres sont compréhensibles pour un simple utilisateur. La méthode  $\lambda$ -Skeleton admet un unique paramètre globale qui n'arrive pas à filtrer toute l'information insignifiantes de l'objet.

### 3.2.4 Résultats de l'évaluation

Nous pouvons désormais procéder à l'évaluation des 3 approches de squelettisation en faisant varier le bruit sur les images synthétiques. Les résultats sont présentés par la figure 3.12 pour l'image du réseau, des anneaux et de l'intersection.

Nous discutons d'abord les résultats relatifs à la propriété de préservation de la géométrie. Les mesures  $Cp$ ,  $Cr$  de la figure 3.12 sont maximales pour la méthode DLD. En effet, comme illustré par les Figures 3.13- 3.14, le squelette issu de cette méthode est lisse pour les 3 images de tests. Sa qualité n'est affectée ni par la variation de contraste entre les images, ni par l'ajout de bruit ou par les fortes courbures des lignes de l'objet. Les lignes du squelette sont correctement positionnées sur les crêtes centrales des objets grâce à l'étape de lissage gaussien effectuée avant le calcul des positions sous-pixelles des points crêtes.

Concernant le  $\lambda$ -Skeleton de la bibliothèque Pink, nous notons une faible performance pour les deux options disponibles, relativement à notre méthode SCCT. En effet, la première option (suppression de tous les pics et extrémités) affecte la complétude de l'objet, ce qui se répercute sur la valeur de  $Cp$ . La deuxième option (maintien des extrémités et suppression des pics) affecte la mesure d'exactitude  $Cr$  à cause des barbules visibles sur le squelette. Outre les mesures relatives à la préservation de la géométrie, les phénomènes d'apparition de barbules/disparition d'extrémités se lisent aussi sur les valeurs de la mesure  $E$  calculant le nombre d'extrémités d'un squelette. L'impact de l'activation/désactivation des options du  $\lambda$ -Skeleton est notable sur le graphe de la figure 3.13 concernant les 3 images, et particulièrement celle des anneaux. En effet, on remarque visuellement sur la figure 3.13 que les barbules sont plus nombreuses sur cette image qui a la plus grande différence de niveaux de gris entre le fond et l'objet ( $D = 81$ ). Ce fort contraste entre l'objet et le fond affecte la progression des abaissements itératifs partant du fond vers l'objet, même pour les plus fortes valeurs de  $\lambda$ . Ceci est dû au fait que les distances entre objet et fond augmentent au cours des itérations, ne permettant plus au seuil initial  $\lambda$  d'atteindre les barbules fortement contrastées de l'image courante.

### CHAPITRE 3. PROPOSITION D'UN PROTOCOLE D'ÉVALUATION DES MÉTHODES DE SQUELETTISATION SUR DES IMAGES SYNTHÉTIQUES

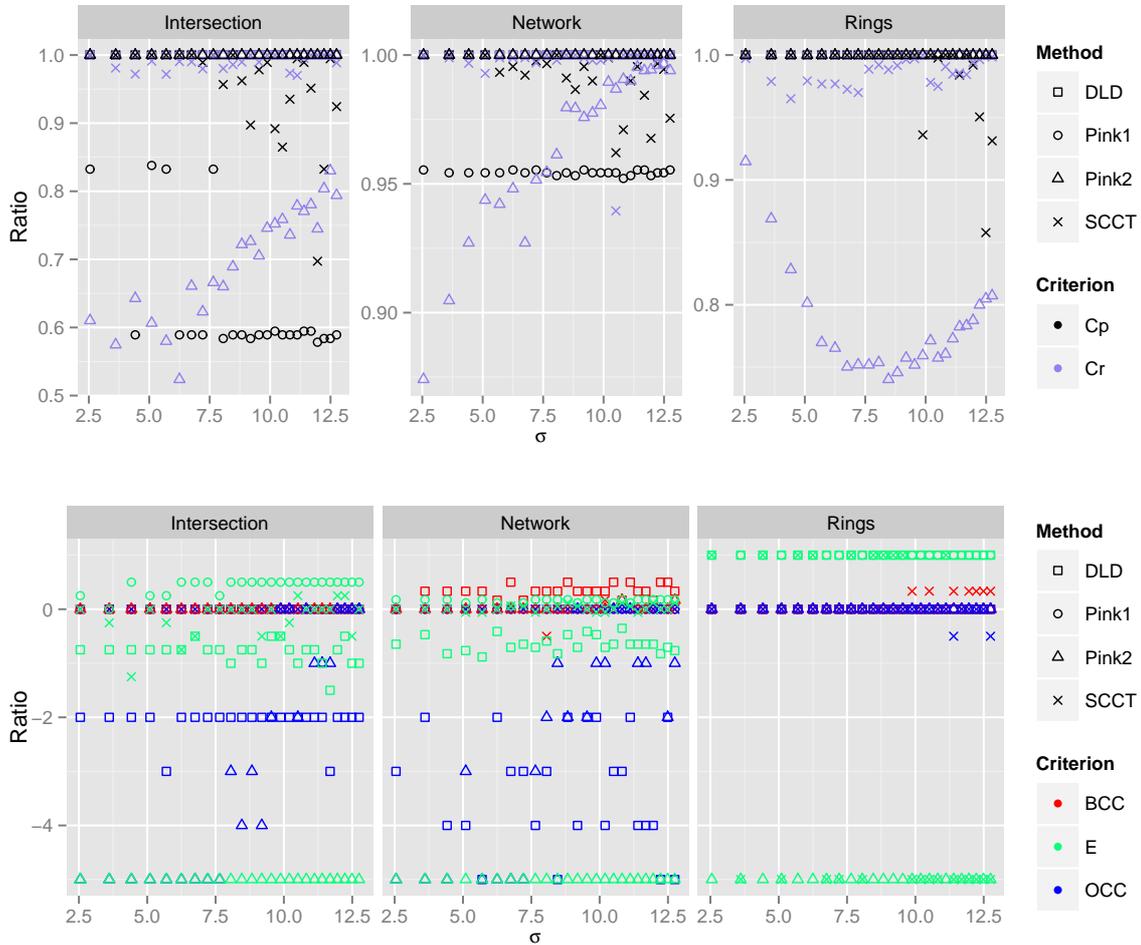


FIGURE 3.12 – Graphe d'évaluation sur les 3 images synthétiques utilisant 5 mesures quantitatives. Bruit gaussien additif variant de  $\sigma_{noise} = 2$  à 12 avec un pas de 0.5. Mesures :  $C_p$  Complétude,  $C_r$ ,  $BCC$ ,  $OCC$  et  $E$ . Méthodes évaluées : (Pink1) : ni extrémités ni pics maintenus. (Pink2) : pics supprimés et extrémités maintenus. (DLD) : méthode différentielle. (SCCT) : notre méthode.

A ce stade, nous nous focalisons sur les mesures liées à la préservation de l'homotopie de l'objet, à savoir  $OCC$ ,  $BCC$  et  $E$ . Selon ces indicateurs, notre méthode SCCT présente un compromis entre une détection correcte des composantes connexes du fond/objet et de préserver les extrémités importantes. D'une part, les indicateurs de la méthode DLD concernant la connexité ( $OCC$ ,  $BCC$ ) sont les moins pertinents comparés à ceux du  $\lambda$ -Skeleton et de notre méthode SCCT. Ceci s'explique par le fait que les méthode différentielles n'imposent aucune contrainte d'homotopie. D'autre part, et comme indiqué plus haut, les indicateurs du  $\lambda$ -Skeleton divergent concernant la préservation des extrémités ( $E$ ).

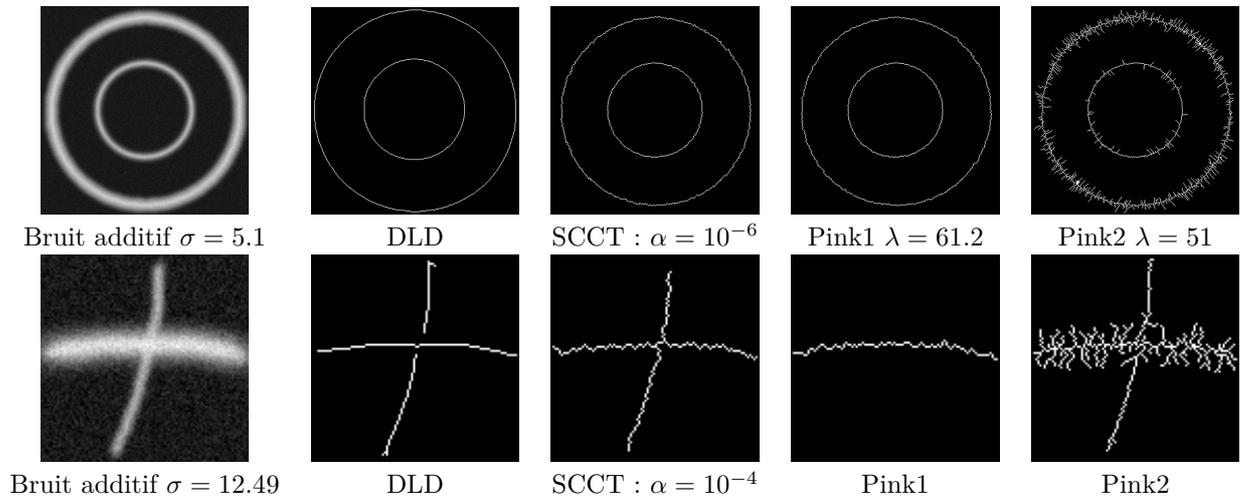


FIGURE 3.13 – Résultats sur les images d’intersection et des anneaux. Un bruit gaussien additif d’écart-type  $\sigma = 12.49$  est appliqué. Pink1 : suppression de tous les pics et extrémités. Pink2 : maintien des extrémités et suppression des pics.

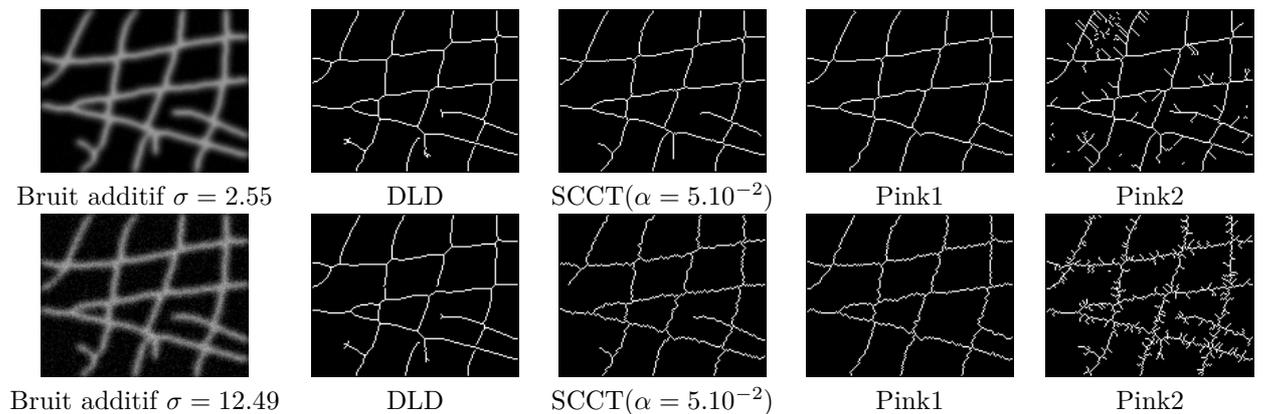


FIGURE 3.14 – Résultats sur l’image du réseau synthétique. Un bruit gaussien additif d’écart-type  $\sigma = 2.55$  puis  $\sigma = 12.49$  est appliqué.

Après avoir discuté séparément les résultats de l’évaluation concernant la préservation de la géométrie et de la topologie, nous nous proposons d’évaluer globalement les performances des 3 méthodes. Nous remarquons que notre méthode *SCCT* est la plus stable suivant les 5 indicateurs. En effet, le tableau 3.4 montre que le positionnement spatial moyen du squelette résultant de la *SCCT* est correct, que les indicateurs d’homotopie de notre méthode sont proches de zéro (idéal) et que ses résultats sont les moins impactés par les perturbations dues au bruit, à la variation de contraste et de largeurs, aux fortes courbures ou encore à la présence d’extrémités libres. Ce qui explique que notre score global d’évaluation  $P$  est le plus élevé des 3 (proche de l’idéal  $P = 1$ ). En observant les résultats de la squelettisation par *SCCT* sur les différentes images, nous notons que les niveaux de confiance  $\alpha$  utilisés varient suivant la différence moyenne de niveaux de gris  $D$  entre fond et objet et par conséquent, suivant le contraste des images. En effet, nous

TABLE 3.4 – Indicateurs moyens pour chaque méthode.

Methods	$C_p$	$C_r$	$OCC$	$BCC$	$E$	$P$
DLD	1.00	1.00	-1.81	0.11	-0.15	0.92
SCCT	0.97	0.98	0.01	0.03	0.17	0.98
Pink1	0.86	1.00	0	0	0.19	0.96
Pink2	1.00	0.81	-3.89	0.003	-5.00	0.61

remarquons d'un côté que l'image des anneaux qui indique une distance  $D = 81$  requiert un niveau de confiance très faible ( $\alpha = 10^{-6}$ ) pour une squelettisation efficace. D'un autre côté, l'image la moins contrasté (réseau  $D = 45$ ) requiert le plus haut niveau de confiance ( $\alpha = 5.10^{-2}$ ) pour mieux préserver les crêtes de l'objet faiblement contrastées. Ceci signifie que la méthode SCCT contrôle la préservation du contraste par le biais du niveau de confiance du test statistique.

## Conclusion

Dans ce chapitre, une revue des protocoles d'évaluation de la squelettisation nous a amenés à conclure que l'évaluation de la squelettisation en niveaux de gris a été très peu abordée dans les travaux existants. Dans le cadre binaire, les données utilisées pour l'évaluation sont construites par les auteurs (images synthétiques) ou font partie de base d'images existantes communément utilisées dans les procédures de mise en correspondance d'objets. Les critères d'évaluation se rapportent aux propriétés fondamentales d'un squelette et les mesures utilisées dans la validation de ces critères sont diverses. Toutefois, peu de travaux se sont penchés sur l'évaluation de plusieurs critères à la fois ou ont proposé un score d'évaluation.

Nous nous inspirons des protocoles binaires existants pour mettre en route un protocole d'évaluation de la squelettisation en niveaux de gris et comparons notre proposition d'amincissement (SCCT) à une méthode issue de la géométrie différentielle (DLD) et une autre de la même famille d'amincissement ( $\lambda$ -Skeleton). Nous y construisons les images nécessaires à l'évaluation avec les perturbations adéquates et proposons un score qui lie les 3 propriétés fondamentales de la squelettisation, à savoir : la préservation de la géométrie, de la connexité et des extrémités. Selon les résultats de l'évaluation, nous pouvons conclure sur la qualité des mesures choisies pour valider les propriétés structurelles du squelette. Il est à noter que le schéma de protocole d'évaluation adopté dans ce travail est applicable aux images binaires sous la contrainte d'unicité de l'examen des images binaires et les distorsions correspondant.

La pertinence des mesures utilisées dans le protocole d'évaluation proposé permet de conclure quant à l'applicabilité des méthodes de squelettisation étudiées aux domaines d'application. En effet, l'importance des propriétés à préserver en priorité peut être discuté en fonction du domaine d'applications. D'une part, si pour une application donnée, un squelette lisse (uniforme) est nécessaire sans réelle besoin de préserver la connexité (images sans intersections), les méthodes différentielles sont bien adaptés à cette application. Ceci explique l'intérêt accordé à cette catégorie de méthodes dans le domaine de la détection de route. D'autre part, pour des applications utilisant le squelette dans un

### CHAPITRE 3. PROPOSITION D'UN PROTOCOLE D'ÉVALUATION DES MÉTHODES DE SQUELETTISATION SUR DES IMAGES SYNTHÉTIQUES

---

processus d'appariement ou pour la caractérisation structurels des objets, la connexité du squelette est une première priorité. Par conséquent, les méthodes d'amincissement sont bien adaptées à ce contexte.

Les résultats de cette évaluation quantitative montrent les bonnes performances de notre méthode comparée à celles existantes. La stabilité des indicateurs face aux différentes perturbations suggère que notre réglage statistique permet de préserver les caractéristiques d'un squelette. En effet, l'ajustement local du paramètre  $\lambda_n$  tient compte du contraste et du bruit de l'image et est adapté aux différentes notions topologiques impliquées dans le processus d'abaissement.

La contribution de ce chapitre de thèse a été acceptée pour une communication à la conférence *International Conference on Digital Image Computing : Techniques and Applications (DICTA)*.

# Chapitre 4

## Structuration du squelette en graphe pour une exploitation haut niveau par ses attributs

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Caractérisation des structures curvilignes par les attributs d'un squelette et son graphe . . . . .</b>	<b>98</b>
4.1.1	Attributs utilisés pour l'étude d'un squelette . . . . .	98
4.1.2	Utilité du graphe d'un squelette . . . . .	101
<b>4.2</b>	<b>Notre contribution : Extraction d'attributs par construction de graphe et ébarbulage en niveaux de gris . . . . .</b>	<b>102</b>
4.2.1	Phase de binarisation . . . . .	102
4.2.2	Identification des configurations topologiques des pixels du squelette . . . . .	103
4.2.3	Construction du graphe à partir du squelette . . . . .	104
4.2.4	L'extraction d'attributs . . . . .	109
4.2.5	Procédure d'ébarbulage suivant la longueur et le niveau de gris moyen des segments . . . . .	110

---

### Introduction

La squelettisation est utilisée dans différents domaines d'application tels que la biométrie [8] [11] [12] comme étape cruciale du processus d'appariement, ainsi que l'imagerie médicale pour la quantification de la microarchitecture de l'os [20] [21] [22]. Dans le contexte d'appariement ou de quantification, il est possible d'exploiter les attributs d'un squelette pour extraire un ensemble de descripteurs structurels d'objets et d'accéder à une analyse haut niveau de l'image. On appelle attribut toute information extraite du squelette pouvant le décrire et refléter une caractéristique relative à sa structure et par conséquent, celle de l'objet.

En effet, l'identification d'une personne grâce à son empreinte digitale ou le réseau veineux

de sa main se fait grâce à l'appariement de minuties du squelette, composées de terminaisons de lignes et de bifurcations de crêtes [98] [9]. D'un autre côté, des études en imagerie biomédicale ont montré que les caractéristiques morphométriques de la micro-architecture osseuse constituent un indicateur de la qualité de l'os [99]. La quantification de la micro-architecture de l'os rentre dans le champ d'application du projet ANR Voxelo (détail dans le Chapitre 5) qui a pour objectif de développer de nouvelles méthodes non invasives pour le diagnostic précoce de l'arthrose du genou. À cet effet, l'extraction du réseau trabéculaire par squelettisation est d'une grande importance pour analyser les paramètres structurels et morphométriques significatifs tels que la surface du squelette, le nombre de nœuds, d'extrémités, la longueur et la demi largeur de segments, etc. . .

Notre contribution dans ce chapitre vise à développer une solution pour l'extraction d'attributs d'un squelette binaire ou en niveaux de gris et de les sauvegarder sous un format hiérarchique ré-exploitable. Nous proposons de construire un graphe qui stocke les différents attributs structurels tels qu'utilisés en biométrie ainsi que les paramètres morphométriques utiles à l'étude de l'os. Étant donné qu'un squelette se compose de segments, de nœuds et d'extrémités, il est judicieux d'utiliser un graphe pour représenter cet objet. La correspondance des segments avec les arêtes, des nœuds et extrémités avec les sommets d'un graphe est naturelle et intuitive. Dans ce travail, la structure de graphe se compose de structures *point* et *segment*. La structure *point* détermine la configuration topologique d'un pixel à partir de l'image du squelette binaire, l'identifie comme pixel crête, nœud ou extrémité et pointe sur ses voisins "objet" afin d'établir le lien entre les différentes composantes du graphe. Quant à la structure *segment*, elle est composée de *points* stockés dans une pile, d'une tête et d'une queue pointant sur le nœud ou l'extrémité qui suit, ainsi que d'autres attributs tels que la longueur pixellique et euclidienne et le niveau de gris moyen. La construction du graphe est possible en identifiant en premier lieu la nature de chaque *point* et en procédant à un suivi de *segment* pour établir les liens entre les arêtes et les sommets.

Cette solution qui s'applique à des squelettes binaires et en niveaux de gris nous permet d'analyser les résultats de la squelettisation en niveaux de gris qu'on propose dans le cas de l'application médicale visée par cette thèse (voir chapitre 5) et d'implanter une procédure d'ébarbulage du squelette suivant le niveau de gris moyen et la longueur des barbules. En effet, d'après nos expérimentations, nous avons noté que la squelettisation en niveaux de gris est souvent sujette à l'apparition de barbules (fausses terminaisons) de faible contraste local. Une analyse des attributs extraits du squelette nous permet de déduire la longueur moyenne et le niveau de gris moyen de ces fausses terminaisons. On procède ainsi à un ébarbulage qui cible directement les segments concernés, les supprime et met à jour le fichier d'attributs.

Nous présentons dans ce chapitre en section 4.1 les attributs utilisés dans les applications biométriques et médicales, ainsi que l'exploitation des graphes pour structurer un squelette. Dans la section 4.2, nous détaillons notre solution qui permet de structurer le squelette en graphe où toutes les informations extraites à partir du squelette sont stockées dans des structures de données puis sauvegardées dans un fichier excel afin de faciliter l'analyse des résultats. Cette structuration en graphe nous permet de proposer une procédure d'ébarbulage qui tient compte de la longueur et du niveau de gris moyen des barbules et dont les résultats sont présentés dans ce chapitre. Elle nous permet par

ailleurs de quantifier la micro-architecture de l'os comme expliqué dans le chapitre 5.

## 4.1 Caractérisation des structures curvilignes par les attributs d'un squelette et son graphe

Deux volets de la caractérisation des structures curvilignes sont abordés dans cette section. Le premier consiste à identifier les attributs à extraire, le second à chercher sous quelle forme on peut stocker ces attributs pour une possible exploitation ultérieure. C'est pourquoi, une description des attributs extraits d'un squelette pour une exploitation dans la biométrie ou la caractérisation de l'os est détaillée en premier, suivie d'une présentation des graphes utilisés dans la caractérisation des objets à travers leurs squelettes.

### 4.1.1 Attributs utilisés pour l'étude d'un squelette

L'intérêt porté à certains attributs du squelette aux dépens d'autres est lié au domaine d'application et à la nature des objets décrits par l'image. Toutefois, nous notons l'existence d'attributs communs aux applications. Notre objectif dans cette section est de dresser une liste des caractéristiques du squelette pouvant être utiles à la fois aux applications médicale de l'os et à la biométrie.

#### Les attributs en imagerie médicale : cas de l'os

L'os se compose d'une enveloppe corticale et de l'os trabéculaire qui est une partie interne spongieuse constituant la microarchitecture de l'os. De récentes recherches montrent que la micro-architecture osseuse change d'une personne saine à une personne atteinte d'ostéoporose [100] ou d'arthrose [21]. En plus de la densitométrie, des paramètres morphométriques permettent de quantifier l'os trabéculaire. Ces paramètres sont principalement :

- Dtrab : DMO volumétrique de l'os trabéculaire, en mg hydroxyapatite/cm<sup>3</sup>),
- BV/TV : le volume trabéculaire osseux. Ce paramètre est le rapport du volume total de l'os sur le volume de l'os trabéculaire (%),
- Tb.Th : L'épaisseur trabéculaire se calcule en fonction du volume et de la surface de l'os,  $Tb.Th = 2/(BS/BV)$ ,
- Tb.N : Le nombre trabéculaire estime le nombre des trabécules,  $Tb.N = (BV/TV)/Tb.Th$ ,
- Tb.Sp : l'espace inter-trabéculaire se calcule en fonction du nombre trabéculaire et de l'épaisseur trabéculaire,  $Tb.Sp = 1000/Tb.N - Tb.Th$ ,
- TSL : la longueur totale du squelette s'obtient en sommant toutes les longueurs des trabécules,
- NN/TS : le nombre de nœuds par volume trabéculaire,
- N/T : le rapport du nombre de nœud sur le nombre des terminaisons.

Certains de ces paramètres sont calculés à partir d'informations fournies par le constructeur à savoir le BV/TV et le Dtrab. Des paramètres du squelette tels que le nombre de pixels du squelette, la demi-largeur et la longueur de travées, le nombre de travées, le nombre de nœuds et d'extrémités peuvent traduire les paramètres cités dessus. Par conséquent, l'extraction du réseau trabéculaire par squelettisation est une première étape pour calculer

les paramètres morphométriques de la microarchitecture. On remarque que dans le cas d'étude de l'os, la littérature n'exploite pas les informations sur les niveaux de gris du squelette et de ses segments.

### Les attributs en biométrie

Il existe plusieurs approches d'identification biométrique. Certaines utilisent l'empreinte digitale, d'autres le réseau veineux du dos ou de la paume de la main ou encore l'iris de l'oeil. Une revue de ces méthodes a été faite dans [12]. Un nombre de ses approches biométriques utilise l'information structurale d'un squelette afin de reconnaître une personne. Une empreinte digitale est un identifiant unique étant donné son invariance au cours du temps et son unicité. Un système d'identification par empreinte digitale utilise un appariement d'empreintes basé sur la correspondance de minuties entre l'image en cours et une référence (base d'images stockée hors ligne) comme illustré par la Figure 4.1. Les minuties sont composées de jonctions et d'extrémités de lignes d'empreinte comme présenté par la figure 4.3. Le nombre et la position de ces minuties permettent de différencier une empreinte d'une autre et peuvent être directement extraites du squelette. La reconnaissance par réseau veineux a émergé depuis que l'utilisation de l'empreinte digitale a été interdite par la CNIL<sup>1</sup> favorisant ainsi des approches d'identification "sans-contact" et limitant le risque de fraude. Les techniques d'extraction des réseaux veineux de la main, tout comme celles de l'extraction des empreintes utilisent les minuties repérées sur le squelette [11]. Un exemple d'extraction de minuties du dos de la main est présenté par la figure 4.2.

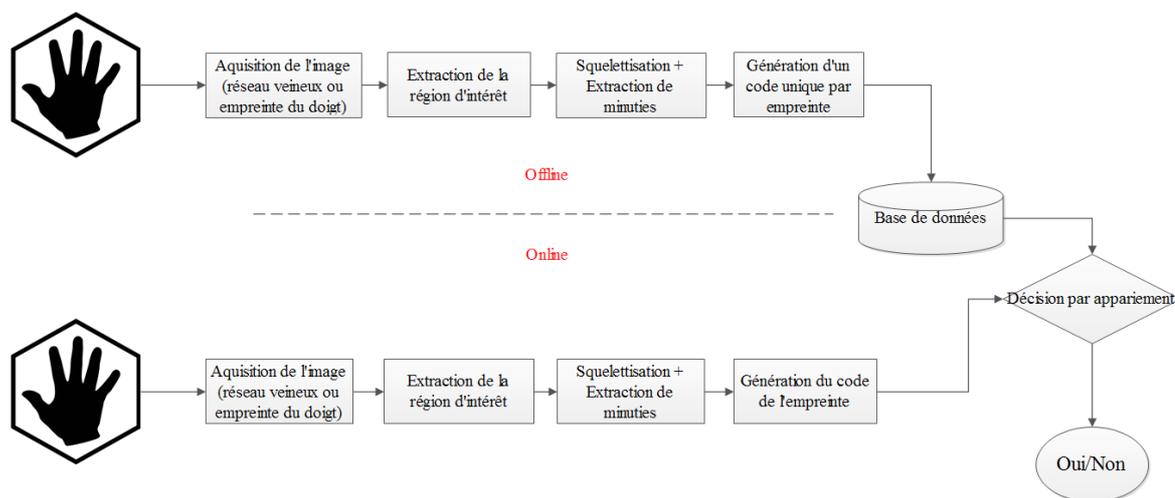


FIGURE 4.1 – Composition d'un système biométrique

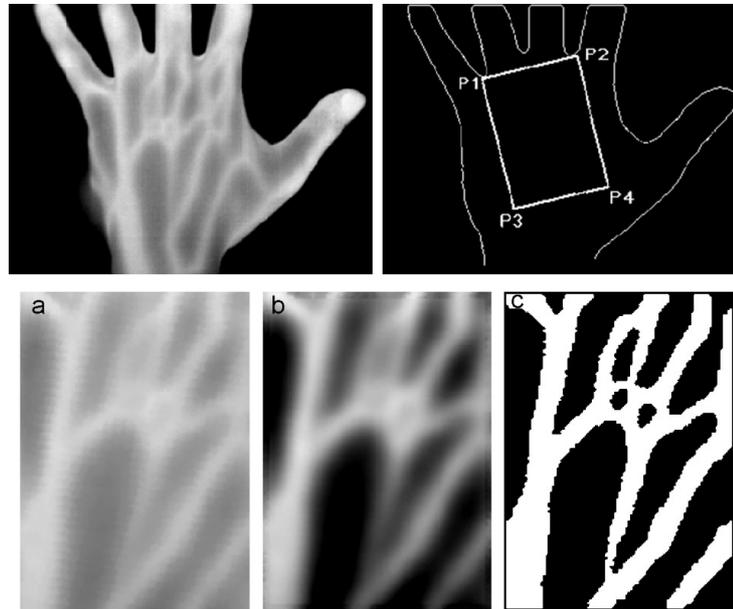
Ainsi, pour les systèmes d'identification biométrique basés sur l'analyse structurale de l'empreinte, il suffit de connaître l'emplacement des minuties sur un squelette pour pouvoir faire l'appariement entre une empreinte en entrée et la référence préalablement stockée (la distance de Hausdorff est utilisée dans cette phase d'appariement [92]). On

1. Commission Nationale de l'Informatique et des Libertés.

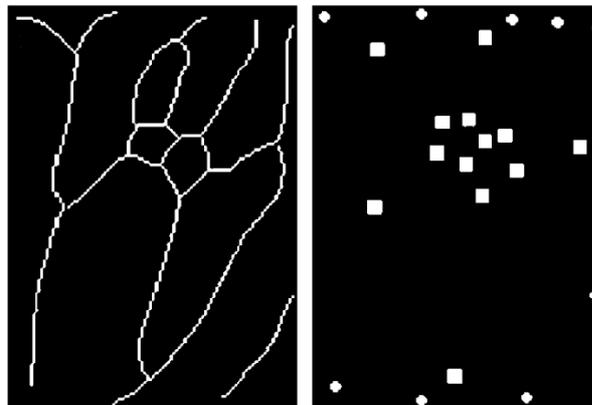
## CHAPITRE 4. STRUCTURATION DU SQUELETTE EN GRAPHE POUR UNE EXPLOITATION HAUT NIVEAU PAR SES ATTRIBUTS

---

note que les applications biométriques tout comme l'application médicale n'exploitent pas les descripteurs liés aux niveaux de gris d'un squelette.



(a) : Extraction de la ROI après recalage (b) : Amélioration de contraste  
(c) : Binarisation



Squelette et minuties correspondantes

FIGURE 4.2 – Etapes de traitement et d'extraction de minuties du réseau veineux de la main (infra-rouge lointain) à partir de [11].



FIGURE 4.3 – Étapes de traitement et d'extraction de minuties de l'empreinte digitale à partir de [101]. Empreinte en niveaux de gris, empreinte après binarisation, squelette et minuties extraites.

En conclusion, nous retenons que le nombre de nœuds et d'extrémités d'un squelette ainsi que leurs positions sont des paramètres structurels communs pour ces deux applications médicale et biométrique. A ces 2 paramètres viennent s'ajouter d'autres caractéristiques morphométriques utilisées spécifiquement dans la quantification de la micro-architecture osseuse. Nous proposons en section 4.2 d'implanter une méthode d'extraction de tous ces attributs. Nous choisissons ainsi d'extraire à partir des images squelettisées toute information pouvant être utile aux applications basées sur la squelettisation, que ce soit dans le cadre d'une analyse haut niveau ou dans une étape d'appariement.

### 4.1.2 Utilité du graphe d'un squelette

La théorie des graphes trouve son utilité en traitement d'images et particulièrement dans l'analyse et la reconnaissance d'objets. Dans son article, Delandre [102] crée un graphe pour identifier les boucles et les composantes connexes d'un objets afin de différencier des images de formes géométriques. Un autre exemple d'utilisation du graphe est la détection de piétons par stéréo-vision [103] où, représenter un piéton par le graphe construit à partir du squelette permet de suivre le piéton dans ses différents mouvements. La caractérisation des squelettes demeure une des utilisations des graphes qui sont exploités dans différents travaux [56] [55] [104] [54]. Dans certains cas, l'appariement d'objets se transforme en un appariement de graphes [57] [55].

En conclusion, et d'après nos lectures, le principe de structuration du squelette en graphe est classiquement utilisé pour faciliter et optimiser la phase de reconnaissance d'objets. Les attributs du squelette utilisés pour la construction de ces graphes sont les nœuds et les extrémités du squelette. La matrice d'adjacence est classiquement utilisée pour la construction du graphe dans ce contexte. Par conséquent, ces graphes n'extraient pas toutes les informations portées par le squelette, telles que la longueur, la demi-largeur et le niveau de gris moyen des segments. Par ailleurs, la matrice d'adjacence n'accepte pas toutes les possibilités d'interconnexion de branches d'un squelette quelconque. Nous citons comme exemple à cela l'identification de deux segments entre deux nœuds ou l'apparition d'un amas de nœuds correspondant à une unique jonction. Finalement, les graphes tels qu'exploités en analyse d'images ne permettent pas d'extraire directement les attributs morphométriques d'un objet mais se focalisent principalement sur son analyse structurelle.

Ceci nous amène à notre contribution dans ce chapitre qui consiste à stocker le squelette gris sous forme de structures de données formant le graphe. Ces structures permettent non seulement d'établir le lien entre les différentes composantes du squelette, mais aussi de calculer les attributs structurels et morphométriques.

## 4.2 Notre contribution : Extraction d'attributs par construction de graphe et ébarbulage en niveaux de gris

Notre contribution consiste à créer un graphe qui permet d'extraire les descripteurs classiques d'un squelette, à savoir les noeuds et les extrémités ainsi que des paramètres morphométriques utiles à l'étude de la microarchitecture de l'os. Notre objectif est aussi de sauvegarder le squelette sous une forme hiérarchisée ré-exploitable où toute information utile à une analyse haut niveau est accessible.

Afin d'acquérir les attributs du squelette, nous avons besoin de passer par un ensemble d'étapes apparaissant dans le diagramme de la Figure 4.4.

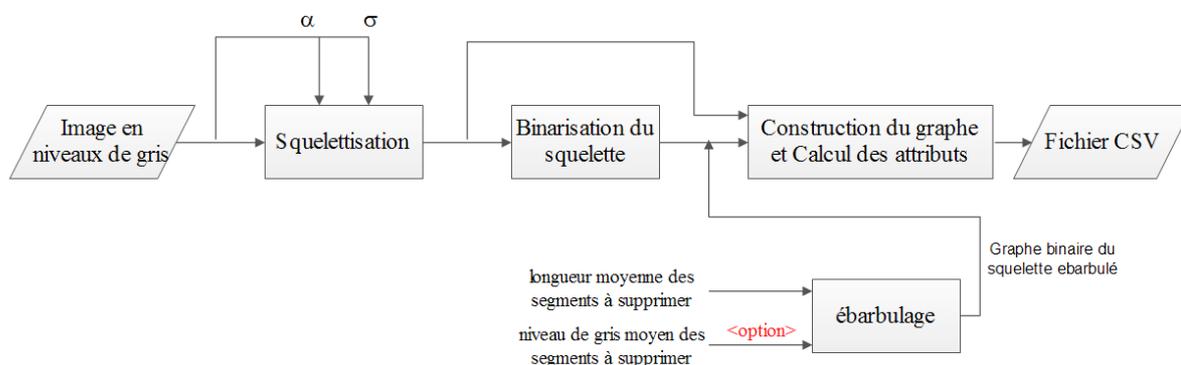


FIGURE 4.4 – Étapes d'extraction des paramètres morphométriques.

Ces étapes sont implantées en tant que modules dont l'objectif final est de créer un fichier .CSV qui liste les attributs du squelette.

### 4.2.1 Phase de binarisation

Comme l'identification des configurations topologiques des pixels du squelette se fait facilement à partir du squelette binaire, la première étape consiste à binariser le squelette gris. L'information sur les niveaux de gris du squelette sera exploitée ultérieurement lors de la construction du graphe. Une binarisation par seuillage n'est pas adaptée à l'extraction du graphe d'un squelette gris car elle requiert un réglage de seuil qui doit s'adapter aux images squelettisées (cas où le fond n'est pas nul). Nous choisissons une binarisation par détection de minima régionaux qui identifient les bassins du fond et par conséquent, nous permettent de déduire le squelette binaire. Un minimum régional est l'ensemble de pixels

formant une composante connexe depuis laquelle on ne peut atteindre un point d'altitude ou de niveau de gris inférieure par un chemin (4-connexe) sans avoir à remonter (en terme de niveaux de gris). Les minima régionaux sont utilisées dans la segmentation par la ligne de partage des eaux LPE [53] dont l'algorithme consiste à remplir progressivement les bassins versants (à partir des minima régionaux) afin de déterminer les limites d'un bassin et de placer les digues segmentant les objets d'une image.

Il est à rappeler que le squelette en niveaux de gris en entrée à l'opération de binarisation est toujours fin de par la propriété d'épaisseur unitaire de la squelettisation. Néanmoins, son équivalent binaire ne l'est pas nécessairement. La Figure 4.5 en est un exemple. Dans le cas de cette figure, il s'agit de supprimer le pixel  $S$  qui est identifié comme *simple*. Par conséquent, on effectue une dernière squelettisation du résultat pour affiner le graphe binaire du squelette. Il s'agit donc, d'opérer une dernière itération d'amincissement pour éliminer les pixels *simples* et *extrémités*.

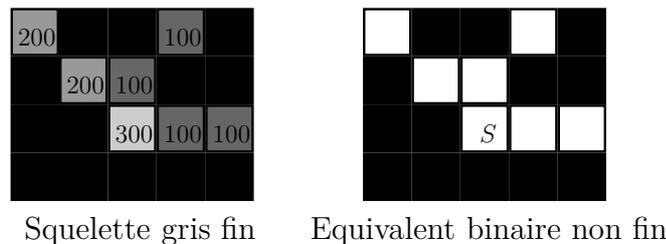


FIGURE 4.5 – Configuration d'un voisinage où le squelette gris est fin et son équivalent binaire non fin.

### 4.2.2 Identification des configurations topologiques des pixels du squelette

Tout d'abord, nous avons besoin d'identifier la nature topologique de chaque pixel du squelette afin de le positionner correctement dans le graphe. Nous utilisons ici les notations introduites dans la section 1.3 pour définir le voisinage 8-connexe  $\mathcal{N}_8^1$  d'un pixel du squelette. Un squelette est formé de *crête*, *jonction* et d'*extrémité*. Une *crête* est un pixel du squelette qui sépare son voisinage local sombre  $\mathcal{N}_8^0$  en 2 composantes 4-connexes et 4-adjacentes. Une *jonction* divise le fond local en 3 ou 4 4-connexes et 4-adjacentes. Enfin, un pixel est une *extrémité* du squelette s'il a un voisin unique sur le squelette. La figure 4.6 montre des exemples de configurations qui doivent être prise en compte par notre graphe.

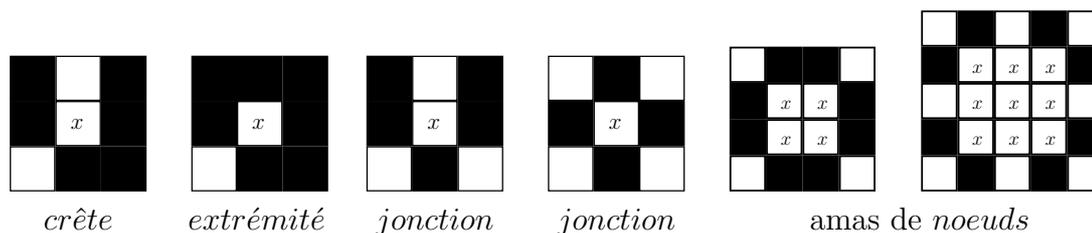


FIGURE 4.6 – Configurations topologiques possibles des pixels du squelette.

Notre proposition de graphe est conçue de manière à accepter en entrée tout type de squelette. Pour ce faire, il est important d'identifier les situations critiques qu'un graphe conventionnelle ne peut gérer. En effet, un squelette pourrait présenter une masse de jonctions qui ne peut être amincie. Dans la figure 4.6, les pixels notés  $x$  et identifiés comme amas de *noeuds* divisent le fond en deux composantes 4-connexes et 4-adjacentes. Ces pixels appartiennent à un amas de *noeuds* et non à une *crête* et doivent par conséquent, être traités comme une *jonction* unique. Dans la littérature, une érosion au niveau de noeuds est effectuée avant la construction de la matrice d'adjacence, afin d'éliminer de telles configurations. Une décomposition des configurations relatives à ces amas de *noeuds* dans une fenêtre  $3 \times 3$  (avec les rotations respectives) est faite pour notre proposition afin d'identifier ces pixels lors du traitement du squelette pour la construction du graphe. Une fois les configurations ambiguës identifiées, nous pouvons procéder à la construction des structures de données.

### 4.2.3 Construction du graphe à partir du squelette

Afin de gérer des squelettes quelconques, nous choisissons d'identifier le squelette à un multi-graphe où la présence de plusieurs arêtes entre les noeuds et l'émergence d'amas de noeuds sont autorisées. Nous stockons les caractéristiques structurales et morphométriques du squelette dans des structures de données qui lient les sommets du graphe à leurs arêtes adjacents.

On introduit ici les structures de données *point* et *segment*, implantées pour la construction du graphe à partir d'un squelette. C'est grâce à ces deux structures que nous pouvons non seulement hiérarchiser le squelette, parcourir le graphe mais aussi stocker dans des structures de données les caractéristiques de chacune.

#### Structure *point*

La structure *point* sert à identifier la nature des points à partir du squelette binaire et à stocker les informations relatives à tous les points de l'image squelette en entrée. Un squelette est formé par trois types de points : crête, jonction et extrémité. Ainsi, chaque point peut être caractérisé par son index, sa nature et l'index de ses voisins, comme indiqué dans le tableau 4.1.

TABLE 4.1 – Structure de données : *Point*

Structure <i>Point</i>	Description		
identifier	Index du pixel dans l'image (unique)		
Nature (flag)	(1) : <i>extrémité</i>	(2) : <i>crête</i>	(3) : <i>jonction</i>
Index des voisins	un voisin unique 8-connexe $ \mathcal{N}_8^1  = 1$	Tableau d'index $2 \leq  \mathcal{N}_8^1  \leq 4$	Tableau d'index $3 \leq  \mathcal{N}_8^1  \leq 8$

**Gestion des configurations ambiguës** Notre proposition vise à accepter en entrée tout type de squelette. Si on souhaite gérer toutes les situations présentant un amas de nœuds, on se retrouve avec les configurations représentées par la figure 4.7 et leurs rotations.

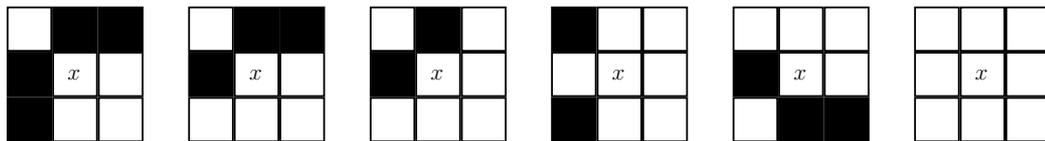


FIGURE 4.7 – Décomposition possible d'amas de nœuds.

Après avoir cerné les configurations ambiguës des pixels présents dans des amas de nœuds (Figure 4.7), nous pouvons procéder à la labellisation du squelette pour ensuite construire les structures *segments*. Dans la Figure 4.8, on peut visualiser plusieurs configurations telles que les crêtes (en jaune), les jonctions (en rose) et les extrémités (en bleu) pour valider la labellisation faite aux pixels d'un squelette quelconque.

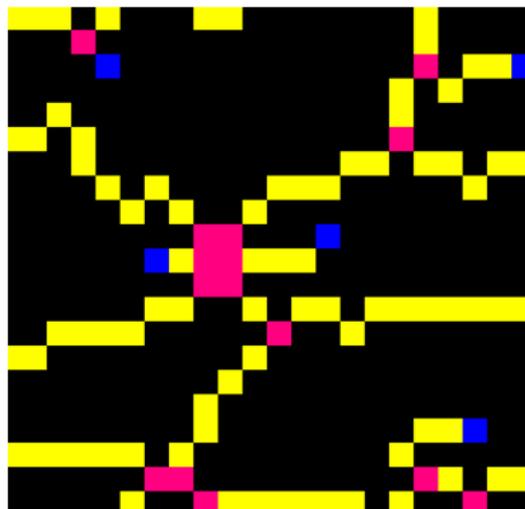


FIGURE 4.8 – Squelette labellisé contenant plusieurs configurations de structure *point*.

### Structure *segment*

Ayant défini la structure *point*, on peut définir la structure *segment*, qui est intuitivement une structure composée de Points. En partant du fait qu'un segment possède

deux bords, on définit les deux premiers attributs qui sont la tête et la queue du segment. Dans notre implantation, les notions de tête et queue n'impliquent pas une orientation du graphe. Cependant, ceci peut bien être exploité dans le cas des squelettes représentés par des graphes orientés (représentation des routes, réseau ferroviaire...).

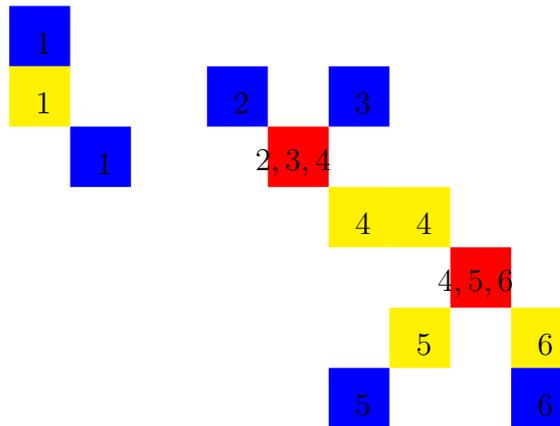


FIGURE 4.9 – Exemple des différents types de segments avec leurs labels respectifs.

Comme illustré dans la Figure 4.9, on peut avoir trois types de segments :

- segment entre deux extrémités (segment de label 1)
- segment entre deux jonctions (segment de label 4)
- segment entre extrémité et jonction (segment de label 2,3,5 et 6).

Intuitivement, une tête (resp. queue) de segment est identifiée par un pixel unique. Néanmoins, la Figure 4.10 montre un cas particulier où le pixel crête  $C$  (tête du segment bleu) est voisin de trois jonctions qui sont  $J1$ ,  $J2$  et  $J3$ .

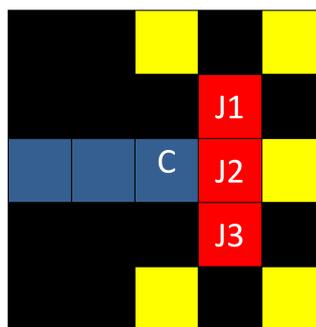


FIGURE 4.10 – Segment à tête multiple

Dans la solution proposée, on tient compte de la possibilité d'avoir des *segments* à têtes et queues multiples, c'est pourquoi on choisit pour l'attribut tête (respectivement queue) un tableau de *point* de taille 3. Contrairement aux méthodes de construction de graphe basée sur la matrice d'adjacence qui supposent qu'entre deux nœuds on ne peut avoir qu'un seul segment, on arrive dans notre solution à considérer un cas plus général qui permet de définir plus qu'un seul segment entre deux nœuds. Comme illustré dans la Figure 4.11, on

trouve entre les points A et B deux segments différents l'un en bleu et l'autre en vert. Il est par conséquent nécessaire d'inclure d'autres identifiants que les sommets afin de pouvoir différencier les segments entre eux, d'où l'intégration des identifiants : le **suivant de la tête** et le **suivant de la queue**. Dans le cas du segment bleu, il est identifié par sa tête « A » et son suivant qui est un *point* d'index « 2 », sa queue « B » et son suivant d'index « 4 ».

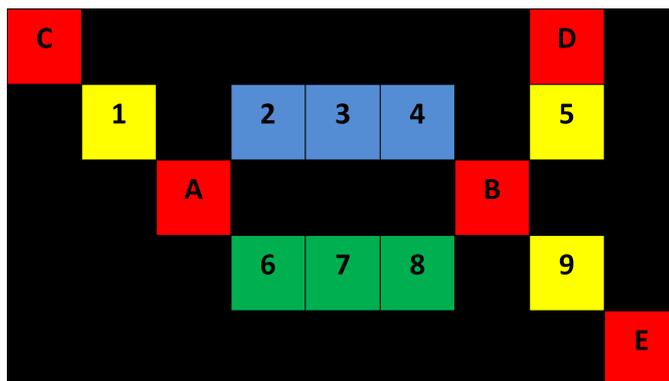


FIGURE 4.11 – Deux segments entre deux points.

Afin de reconstruire le squelette à partir de la structure *segment*, on stocke les pixels de type *crête* formant le segment en question dans une pile qui permet de maintenir l'enchaînement des pixels. Par ailleurs, les descripteurs relatifs aux segments peuvent aussi être calculés et stockés dans cette structure, par exemple le nombre de pixels du segment, son niveau de gris moyen et sa longueur euclidienne. Par conséquent, la structure finale *segment* est formée par les attributs du tableau 4.2. Il est important à noter qu'ici les segments sont numérotés afin de leur associer un identifiant unique. Cet identifiant est différent de celui de la structure *point* où il signifie l'index du pixel dans l'image.

TABLE 4.2 – Structure *segment*.

Attributs de la structure Segment	Description
Label du segment	Identifiant du segment : son numéro
Tête	Tableau contenant les Points "tête de segment" (taille maximale égale à 3).
Suivant de la tête	Index du suivant de la tête du segment
Queue	Tableau contenant les Points "queue de segment" (taille maximale égale à 3)
Suivant de la queue	Index du suivant de la queue dans le segment
Pile	Pile contenant tous les pixels du segment (points crêtes)
Nombre de pixels	Valeur
Longueur euclidienne	Valeur
Niveau de gris moyen	Valeur

La figure 4.12 montre un exemple de segments labellisés pour un squelette binaire. Le tableau 4.3 résume les attributs stockés pour chaque arête du graphe de la Figure 4.12.

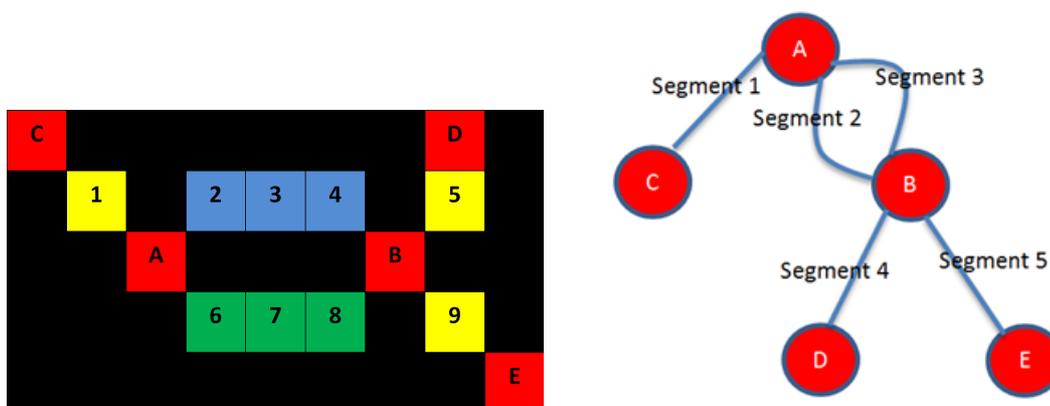


FIGURE 4.12 – Un exemple de configuration des segments et le graphe associé.

TABLE 4.3 – Tableau des structures *segments* de la Figure 4.12.

Attribut	Segment 1	Segment 2	Segment 3	Segment 4	Segment 5
Label	1	2	3	4	5
Tête	C	A	A	B	B
Suivant de la tête	1	2	6	5	9
Queue	A	B	B	D	E
Suivant de la queue	1	4	8	5	9
Pile des pixels	1	2, 3, 4	6, 7, 8	5	9
Nombre de pixels	3	5	5	3	3
Longueur euclidienne	$2 \cdot \sqrt{2}$	$2 + 2 \cdot \sqrt{2}$	$2 + 2 \cdot \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$	$2 \cdot \sqrt{2}$
Niveau de gris moyen	255	255	255	255	255

### Module de suivi de segments

Ce module est le coeur de notre proposition. Il permet de mettre en application la labellisation et la création des structures pour détecter les segments du squelette. Son principe de fonctionnement consiste à chercher en premier lieu les nœuds du graphe (*jonctions* ou *extrémités*). En effet, à partir de ces *points*, on démarre le suivi des points *crêtes* d'une même structure segment. A l'aide de l'attribut "voisin" stocké dans la structure *point*, il est possible de suivre un segment. La condition d'arrêt de suivi d'un même segment est la détection d'une *extrémités* ou d'une autre *jonction*.

D'autre part, et afin d'optimiser le temps de calcul, tout au long du suivi, on calcule les attributs relatifs au segment tels que le nombre de pixels, sa longueur euclidienne, et son niveau de gris moyen. L'information sur les niveaux de gris des *segments* du graphe est prise à partir de l'image initiale du squelette en niveaux de gris. Dans le cas où le squelette

en entrée est binaire, cette information est calculée même si elle n'a pas de signification particulière.

#### 4.2.4 L'extraction d'attributs

Ce module représente la phase finale de notre solution et est détaillé par l'algorithme 5. Il combine les informations stockés dans le graphe et les informations de l'image du squelette en niveaux de gris. Une fois les segments du squelette extraits par le module "suivi de segment", les informations relatives à ces *segments* sont stockées dans leurs structures associées. Ainsi, dans ce module on exploite la structure graphe pour calculer :

- le nombre des points du squelette.
- le nombre de nœuds.
- le nombre d'extrémités
- le nombre de segments.
- la longueur moyenne et tronquée des segments.
- la largeur moyenne et tronquée des segments.
- le niveau de gris moyen et tronqué des segments.

Ces attributs sont par la suite sauvegardés dans un fichier .CSV. Ce fichier CSV permet de stocker des données tabulaires sous forme de valeurs séparées par des virgules ou points-virgules. Il est reconnu par le logiciel tableur Excel, et facilite l'exploitation des données résultantes pour une analyse ultérieure.

Deux modes opératoires sont valables pour cet outil. Le premier est un mode "check" qui permet de vérifier si on retrouve le squelette à partir des données stockées dans le graphe et de vérifier les attributs calculés segment par segment. Le mode "normal" affiche uniquement les valeurs moyennes des attributs relatifs aux segments (longueur, niveau de gris etc...).

Si le mode "check" est activé, on enregistre tous les attributs relatifs aux segments stockés dans le tableau des segments dans un fichier CSV (Algorithme 5. ligne 9), puis on reconstruit le squelette binaire à partir des structures stockées dans le tableau des segments (Algorithme 5. ligne 10). Si le mode "check" n'est pas choisi, on n'enregistre que les attributs finaux dans le fichier CSV (ligne 12).

---

**Algorithme 5** Extraction d'attributs

---

**Entrées:** Im : Image initiale

Bin : Graphe binaire

**Sorties:** -Fichier.CSV : Fichier dans lequel on sauvegarde nos résultats

-Fichiercheck.CSV  $\langle option - c \rangle$  : Fichier dans lequel on sauvegarde les structures *segments* si le mode check est activé

-Image reconstruite à partir du tableau des segments  $\langle option - c \rangle$ .

- 1: Squelettisation du graphe binaire
  - 2: TPSkel  $\leftarrow$  Labellisation
  - 3: Compter le nombre des pixels du squelette (tout label confondu)
  - 4: Compter le nombre d'extrémités
  - 5: Compter le nombre de jonctions en comptabilisant tout groupement de jonctions comme étant un seul nœud.
  - 6: Tableau des segments  $\leftarrow$  Suivi des segments et création des structures contenant les attributs (Bin, Im, TPSkel)
  - 7: Calculer les attributs du squelette à partir du tableau des segments : surface du ROI, nombre de segments, moyenne du nombre de pixels par segment, moyenne tronquée du nombre de pixels par segment, longueur moyenne des segments, niveau de gris moyen des segments.
  - 8: **Si** le mode « Check » est activé **alors**
  - 9: Ecrire dans Fichiercheck.CSV tous les attributs relatifs aux segments stockés dans le tableau de segments
  - 10: Reconstruire le squelette binaire à partir du tableau des segments (pour validation de l'extraction).
  - 11: **sinon**
  - 12: Ecrire dans Fichier.CSV les attributs relatifs à l'image entière : moyenne des longueurs, moyenne du nombre de pixel, moyenne tronquée du nombre de pixels, niveau de gris moyen des segments
  - 13: **fin Si**
- 

#### 4.2.5 Procédure d'ébarbulage suivant la longueur et le niveau de gris moyen des segments

Les méthodes de squelettisation, et en particulier l'amincissement homotopique sont souvent sujettes à l'émergence de branches parasites appelées aussi "barbules". Pour une meilleure fiabilité des résultats et une pertinence de l'analyse du squelette, une étape d'ébarbulage (ou élagage) est effectuée afin d'éliminer ces branches. La technique la plus basique d'ébarbulage se fait par érosion successive du squelette binaire jusqu'à l'élimination des barbules [78]. Toutefois, cette technique ne protège pas les branches significatives du squelette qui sont écourtées à la fin sortie de cette opération.

Dans la littérature, d'autres techniques d'ébarbulage sont proposées [88, 105] et appliquées aux squelettes obtenus à partir d'images binaires. Ces techniques suppriment les barbules en se basant sur une combinaison de seuils qui identifient les segments insignifiants par la longueur, l'orientation etc. ... Dans [88], ces seuils sont calculés à l'aide d'information sur le contour de l'objet binaire. Dans [105], l'auteur exploite la redondance d'information significative dans un groupe d'images représentant des objets similaires [105].

Finalement, la majorité des techniques d'ébarbulage s'appliquent aux squelettes binaires et exploitent l'information portée par les objets initiaux eux aussi binaires.

On propose ici une méthode d'ébarbulage qui permet d'exploiter l'information sur les niveaux de gris du squelette. En effet, d'après nos observations, nous remarquons que le niveau de gris moyen des branches parasites est informatif puisqu'il est généralement inférieur aux niveaux de gris des branches significatives du squelette. Ceci est dû au principe d'abaissement des niveaux de gris lors des itérations successives d'amincissement. La méthode proposée exploite la construction du graphe ainsi que les attributs d'un squelette et prend en compte non seulement la longueur mais aussi les niveaux de gris moyens des segments pour supprimer les barbules. En effet, selon les squelettes résultants de la figure 4.13 et leurs caractéristiques respectives, nous pouvons établir un seuil des longueurs de segments et des niveaux de gris de segments à un percentile fixe (50% dans ce cas). Ces seuils ajustés adéquatement pour chaque résultat de squelettisation permettent de détecter les branches parasites et de les supprimer dans les deux cas de squelettisation. Pour ce qui est du choix des paramètres, nous avons choisi pour la méthode SCCT un niveau de test grand comparé au contraste important de l'image afin de voir apparaître des barbules.

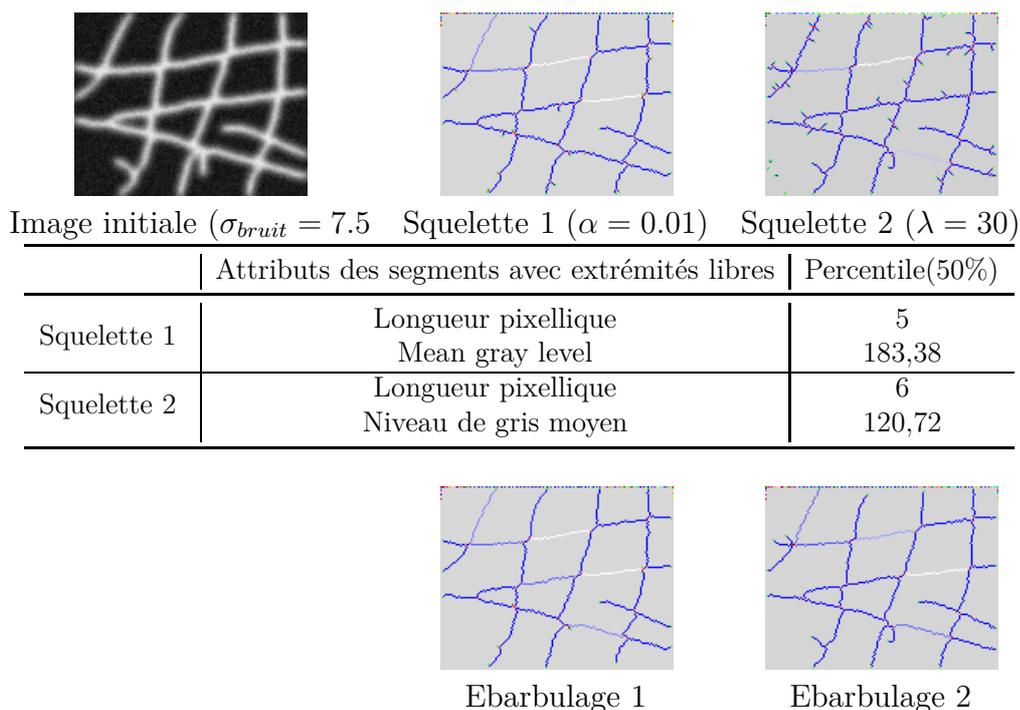


FIGURE 4.13 – Résultat de la squelettisation par SCCT et  $\lambda$ -Skeleton. Intensité de bleu reflétant la longueur des segments.

La première étape de la procédure d'ébarbulage consiste à vérifier la finesse du squelette binaire en entrée. En effet, même si le module de binarisation implanté garantit la finesse de notre squelette, nous avons pensé à la possibilité de réutiliser ce module d'ébarbulage pour d'autres squelettes, qu'ils soient fins ou pas. Selon l'algorithme 6, on démarre la procédure d'ébarbulage par la labellisation des points formant le squelette (ligne 2), puis on crée les structures *segments* associées aux différentes branches du squelette (ligne 3). Ayant toutes les informations relatives à ces segments stockées dans un tableau, on parcourt ce dernier

et on identifie les segments ayant des terminaisons libres (*extrémités* au sens topologique), un nombre de pixel et un niveau de gris inférieurs aux seuils fixés en entrée (ligne 5 et 6). Tous les pixels formant ce segment sont mis à zéro sauf si une des terminaisons du segment est identifiée comme *jonction* (ligne 7). En effet, si un segment est connecté à d'autres via une *jonction*, supprimer celle-ci déconnectera le graphe. Après suppression des segments non significatifs, le squelette résultat peut ne pas être fin (maintenir les jonctions peut créer des amas de pixels). Par conséquent, on effectue une dernière itération d'amincissement de l'image ébarbulée (ligne 11).

---

### Algorithme 6 *Fonction Ebarbulage*

---

**Entrées:** Im : Image initiale

Bin : Graphe binaire

Seuil d'ébarbulage en nombre de pixels du segment

Seuil d'ébarbulage en niveau de gris du segment

**Sorties:** Graphe binaire ébarbulé

1: Squelettisation du graphe binaire

2: TPSkel ← labellisation (Bin)

3: Tableau de segments ← Suivi des segments et création de structure segment contenant les attributs relatifs aux segments (Bin, Im, TPSkel)

4: **Pour tout** segment Seg du squelette **faire**

5:     **Pour tout** segment Seg ayant une extrémité (au sens topologique) **faire**

6:         **Si** le nombre de pixels de Seg < seuil en nombre de pixels

          et le niveau de gris moyen de Seg < seuil en niveau de gris **alors**

7:             Mettre à zéro les pixels de Seg sauf le bout correspondant à une jonction

8:         **fin Si**

9:     **fin Pour**

10: **fin Pour**

11: **Return Bin**

---

## Conclusion

Nous avons défini dans ce chapitre les modules utilisés pour extraire le graphe d'un squelette et sauvegarder les attributs structurels et morphométriques utiles aux applications médicale et biométrique. Le graphe proposé est composé de deux structures fondamentales, la structure *point* qui différencie les jonctions, crêtes et extrémités et la structure *segment* qui permet de stocker des descripteurs tels que la longueur pixellique et euclidienne ou le niveau de gris moyen d'une branche du squelette. Notre contribution dans ce contexte est applicable non seulement pour la squelettisation qu'on propose mais aussi pour d'autres méthodes de squelettisation, à condition qu'elles opèrent en résolution pixellique. La structuration proposée accepte des squelettes binaires ou gris, cycliques ou acycliques puisqu'elle gère toutes les configurations ambiguës. En plus de permettre la caractérisation structurelle d'objet à partir d'un squelette pour une analyse haut niveau, elle donne la possibilité d'implanter une procédure d'ébarbulage qui exploite les statistiques sur les segments telles que la longueur, le niveau de gris moyen ou encore la direction du segment (comme perspective) afin de cibler les branches insignifiantes et de les supprimer. Dans une première implantation, nous choisissons de différencier une extrémité significa-

## CHAPITRE 4. STRUCTURATION DU SQUELETTE EN GRAPHE POUR UNE EXPLOITATION HAUT NIVEAU PAR SES ATTRIBUTS

---

tive d'une barbule suivant la longueur et le niveau de gris moyen. Les modules implantés dans ce chapitre seront utilisés dans l'application médicale faisant l'objet du chapitre 5.

La contribution de ce chapitre de thèse a donné lieu à une communication dans [106].

# Chapitre 5

## Applications

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Analyse de la microarchitecture de l'os sous-chondral du tibia dans le cadre du projet Voxelo . . . . .</b>	<b>115</b>
5.1.1	Protocole semi-automatique d'extraction de ROIs de l'os sous-chondral sur images HR-pQCT . . . . .	116
5.1.2	Application de la squelettisation SCCT et de l'extraction d'attributs aux images du projet Voxelo . . . . .	126
<b>5.2</b>	<b>La squelettisation appliquée à des lettres manuscrites et image biométrique . . . . .</b>	<b>133</b>
5.2.1	Applications d'intérêts . . . . .	133
5.2.2	Réglage des paramètres des méthodes de squelettisation . . . . .	134
5.2.3	Résultats et Discussion . . . . .	135

---

### Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux applications de la squelettisation afin de valider qualitativement notre contribution. La première et principale application qu'on vise dans ce travail de thèse est l'imagerie médicale et s'inscrit dans le cadre du projet Voxelo<sup>1</sup>. L'objectif du projet VOXELO est le développement de nouvelles méthodes de reconstruction 3D basées sur des images par rayons X à faisceaux coniques avec peu de vues pour le diagnostic précoce de l'arthrose du genou. Cela permet de réduire l'irradiation du patient en vue d'une utilisation en routine clinique pour suivre l'évolution de la maladie de l'arthrose dans le temps. Ces méthodes de reconstruction doivent être à la fois non invasives, faiblement irradiantes, simples d'utilisation et capables de quantifier des modifications de l'interligne articulaire. Notre tâche dans le cadre de ce projet consiste à extraire les paramètres morphométriques de la micro-architecture de l'os sous-chondral du tibia à partir d'acquisitions de genoux fournies par le projet. Cette quantification a pour but de valider la qualité de la reconstruction et sa capacité à quantifier les changements de la micro-architecture de l'os.

---

1. <http://www.agence-nationale-recherche.fr/?Projet=ANR-12-TECS-0018>

Les deux autres applications visées par ce travail sont la reconnaissance de lettres manuscrites et la biométrie. Comme expliqué dans le chapitre 4, ces deux applications sont historiquement connues pour l'utilisation de la squelettisation comme étape cruciale du processus d'appariement [7, 107, 9]. Dans ce contexte, nous évaluons qualitativement notre contribution à la squelettisation d'images en niveaux de gris en comparant nos résultats à ceux des méthodes DLD et  $\lambda$ -Skeleton utilisées dans le chapitre 3 pour la mise en route du protocole d'évaluation quantitative.

Par conséquent, ce chapitre est constitué d'une première section dédiée à la squelettisation pour la quantification de la micro-architecture de l'os sous-chondral du tibia et d'une deuxième section consacrée à la squelettisation appliquée à la détection de lettres manuscrites et d'empreintes digitales.

## 5.1 Analyse de la microarchitecture de l'os sous-chondral du tibia dans le cadre du projet Voxelo

L'arthrose est une maladie commune qui cause la douleur, la raideur et la diminution de la mobilité. Son principal traitement consiste à contrôler la douleur, à réduire la raideur et en cas de nécessité, à procéder à l'arthroplastie. L'arthrose du genou OA (Osteoarthritis) présente la plus grande morbidité et affecte généralement le compartiment médial [108]. L'arthrose est caractérisée par une perte de cartilage, un os sous-chondral anormal avec une augmentation de la densité minérale osseuse (DMO) en raison d'ostéosclérose. Habituellement, l'ostéosclérose est évaluée sur les radiographies basée sur le score de Kellgren-Lawrence [109]. Quelques auteurs ont proposé d'évaluer la variation de la DMO par double absorptiométrie à rayons X [110]. Il a été montré sur des images de micro-tomographie que la proportion d'os ou du BV/TV augmente pour l'arthrose avancée comparée à un os normal [21]. Les changements sous-régionaux de la DMO volumétrique dans les compartiments latéraux et médians ont déjà été étudiés en tomodensitométrie et les différences ont été notées entre les genoux normaux et légèrement arthrosiques [111]. La tomodensitométrie périphérique haute résolution (HR-pQCT) est généralement utilisée au niveau du tibia pour évaluer séparément la DMO de l'os cortical et trabéculaire, ainsi que la microarchitecture trabéculaire. Elle permet particulièrement d'estimer le BV/TV qui est diminué dans le cas de l'ostéoporose [112].

Notre tâche dans le cadre du projet Voxelo consiste à extraire les paramètres morphologiques à partir d'images HR-pQCT de genoux fournis par le projet. Des genoux ont été collectés à l'institut d'anatomie de Paris Descartes. La collection de ces échantillons de genoux humains a été menée selon des protocoles pertinents établis par le Comité d'éthique humaine à l'Inserm. Suite aux régulations en vigueur, aucune information concernant la cause du décès, les maladies antérieures, ou les traitements médicaux de ces personnes n'est disponible. Les tissus mous ont été retirés des tibias et les spécimens ont été stockés à  $-20^{\circ}\text{C}$ .

Notre méthode de squelettisation est appliquée sur les coupes transversales de l'os sous-chondrale du tibia et est suivie des calculs du nombre de nœuds, de longueur de segments et d'un calcul de largeur de travées. Ces calculs doivent être faits à la fois sur les images HR-pQCT (images de référence) et les images reconstruites par les méthodes proposées dans le projet. Cette quantification de la micro-architecture sur les différentes acquisitions

a pour objectif de valider les nouvelles méthodes de reconstruction 3D basées sur des images par rayon X à faisceau conique avec peu de vues. Cela permet de réduire l'irradiation du patient en vue d'une utilisation en routine clinique pour suivre l'évolution de la maladie dans le temps.

A cet effet, nous procédons d'abord par une segmentation de la série de coupes transversales de l'os sous-chondral du tibia permettant de séparer l'os du tissu mou. Ensuite, nous découpons le volume d'intérêt en compartiments cliniquement significatifs (ROIs) de manière automatique et standardiser. Suite à ce découpage, une squelettisation suivie d'une extraction d'attributs morphométriques sont réalisées sur l'ensemble des coupes.

Cette section se compose d'une première sous-section où on décrit le protocole d'extraction des régions d'intérêt de l'os sous-chondral et d'une deuxième section qui illustre les résultats de la squelettisation et de l'analyse de la micro-architecture sur des exemples d'acquisition de genoux fournis par le projet.

### **5.1.1 Protocole semi-automatique d'extraction de ROIs de l'os sous-chondral sur images HR-pQCT**

Notre objectif ici est de développer une méthode semi-automatique de segmentation de l'os sous-chondral du tibia en régions d'intérêt afin d'évaluer ultérieurement les variations de la microarchitecture trabéculaire. Cette méthode doit s'appliquer sur des images HR-pQCT acquises par Xtrem CTScanco<sup>®</sup> à la plateforme IMOSAR de l'Université Paris Diderot. Nous standardisons l'extraction des régions d'intérêt de l'os en construisant l'union des enveloppes convexes des différentes coupes et en partitionnant le volume en compartiments médial/latéral et postérieur/antérieur. Une visualisation de ces compartiments est faite dans la Figure 5.1. La méthode basée sur la construction de l'enveloppe convexe est utilisée pour l'estimation du bord de l'anneau neuro-rétinien afin de calculer le ratio "cup/disc" utile au diagnostic du glaucome [113]. Elle a également été utilisée pour automatiser la normalisation spatiale globale de cerveau humain [114]. Dans cette sous-section, nous proposons une segmentation de l'os suivie d'une détermination du parallélépipède le plus proche au volume d'intérêt du tibia à l'aide de l'union des enveloppes convexes relatives aux coupes transversales de l'os sous-chondral. Enfin, un découpage du parallélépipède est effectué pour séparer les compartiments médial/latéral et postérieur/antérieur de l'os. Nous détaillons en premier les étapes de notre protocole d'extraction. Ensuite, une évaluation de la reproductibilité de la procédure est effectuée et des résultats préliminaires du BV/TV par compartiments sont présentés.

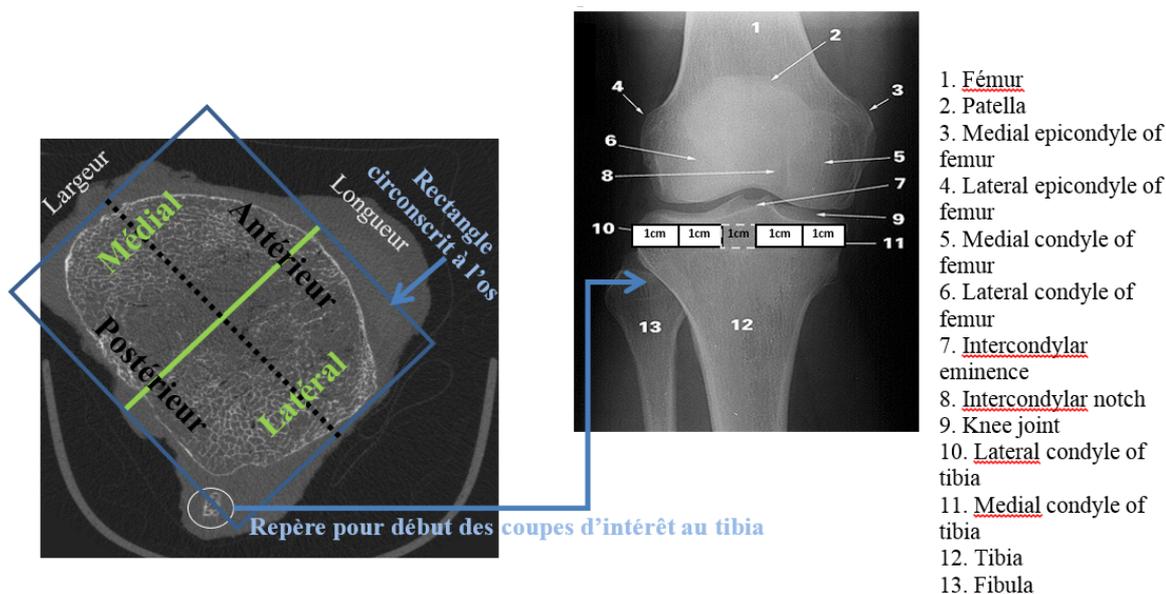


FIGURE 5.1 – Anatomie du genou et définition des compartiments sur une coupe transversale du tibia. Image DICOM 16 bits 1400 × 1400.

### i Segmentation semi-automatique de l'os

Cette procédure doit être capable de gérer la variation de la taille, de la géométrie et du positionnement de l'os tibial dans la séquence d'images en vue d'obtenir le parallélépipède le plus proche de l'os dans tout le volume sélectionné par l'opérateur. En effet, une fois que la segmentation est effectuée, nous calculons l'union des enveloppes convexes de la surface de l'os à travers les coupes. A partir de cette union d'enveloppes, nous déduisons la base du parallélépipède circonscrit (sa hauteur est liée au nombre de coupes traitées). Par conséquent, nous construisons de manière standard les régions d'intérêt du volume osseux à analyser. Afin d'estimer avec précision la position de l'enveloppe convexe à chaque coupe, nous avons besoin de procéder à une segmentation qui sépare l'os du tissu mou.

Premièrement, nous montrons dans la Figure 5.2 l'histogramme des niveaux de gris d'une image DICOM prise d'un spécimen du projet. Nous indiquons sur la figure l'intervalle des niveaux de gris du fond, du tissu mou et de l'os. Nous notons que l'os n'a pas de mode spécifique sur l'histogramme par rapport au tissu mou et au fond. On en déduit que pour ces images, les méthodes de seuillage classiques échouent.

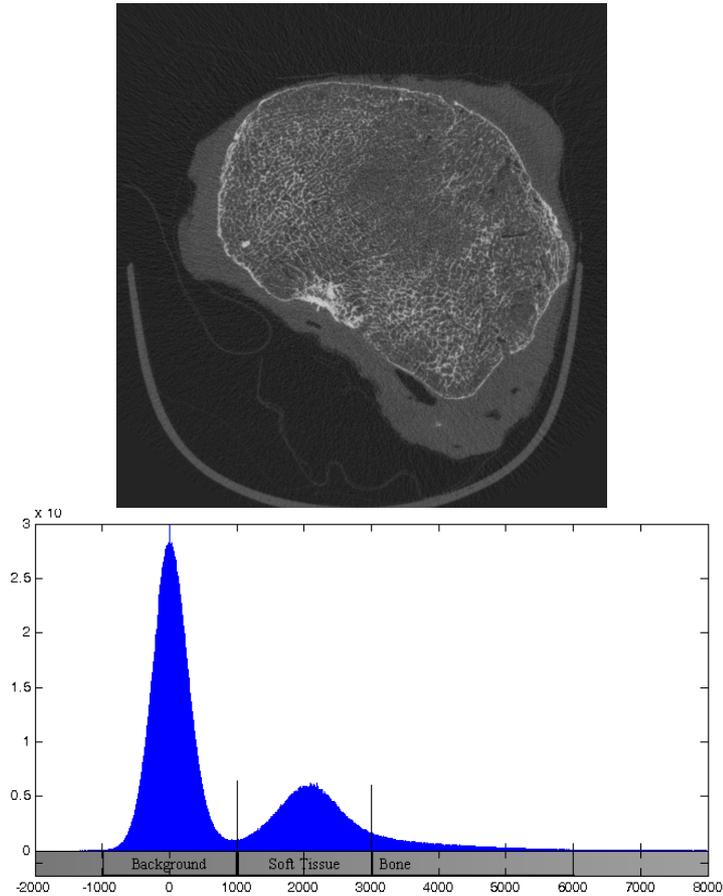


FIGURE 5.2 – Exemple d’histogramme d’une image DICOM de coupe au niveau du tibia.

Notre objectif à travers cette segmentation est de détecter l’os cortical entier pour construire correctement l’enveloppe convexe. Un seuillage direct échoue quand on perçoit des trous au niveau de l’os cortical, lorsque le genou est déformé par l’arthrose ou lorsque les niveaux de gris de l’os sont du même ordre de grandeur que ceux du tissu mou comme indiqué par l’histogramme de la Figure 5.2. C’est pourquoi, nous effectuons un prétraitement sur les coupes d’intérêt en appliquant un filtre moyenneur (convolution par un disque de rayon  $r = 9$ ) afin de lisser le tissu mou et l’os.

$$I' = I * H$$

Où  $I$  est l’image originale DICOM,  $H$  est l’élément structurant et  $I'$  l’image moyennée. Ce lissage permet de trouver un quantile ( $q$ ) des niveaux de gris séparant l’os du reste du tissu mou. Même si la valeur de ce quantile est stable à travers les coupes d’un même genou, sa valeur ne peut pas être réglé de façon similaire pour tous les genoux traités dans le projet. En effet, ce quantile varie en fonction de la taille du genou, de la qualité et quantité d’os trabéculaire et cortical. De par nos observations sur la série de specimen de genoux à disposition, nous avons établi un intervalle pour le choix de ce quantile qui est  $[0.75, 0.9]$  puisque les niveaux de gris de l’os se trouvent à la limite supérieure de l’histogramme du volume d’intérêt. (voir Figure 5.2).

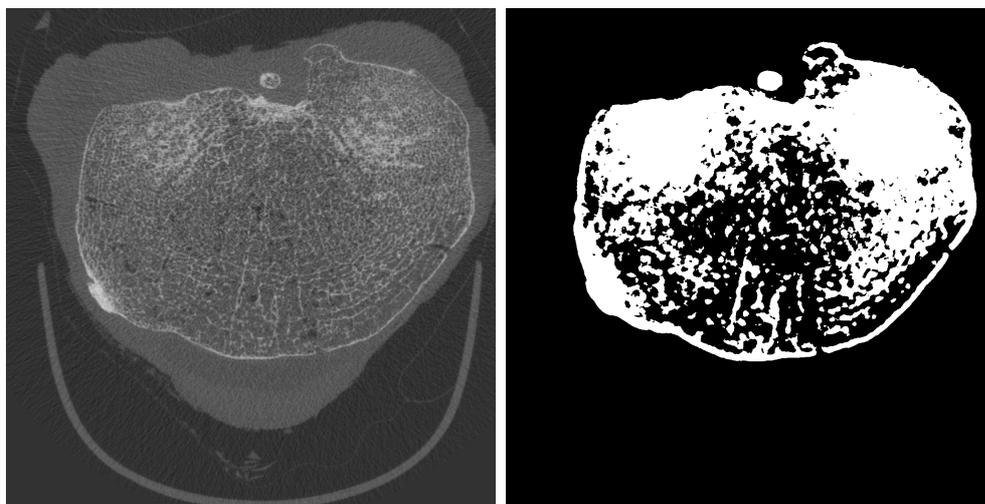


FIGURE 5.3 – Gauche : image DICOM. Droite : masque binaire.

Comme on peut le voir sur la Figure 5.3, le lissage élimine les résidus dans le tissu mou et améliore le contour de l'os cortical. Suite à l'obtention du masque de l'os, nous effectuons des opérations de fermeture et d'ouverture morphologiques afin de combler les trous qui persistent au niveau de l'os corticale et d'éliminer les ostéophytes si on en trouve. Le masque final est donc obtenu comme suit :

$$\text{Masque de l'os} = (\text{Masque binaire} \bullet D_r) \circ D_r$$

où  $\bullet$  désigne l'opération de fermeture morphologique et  $\circ$  l'ouverture. Les deux opérations utilisent un disque  $D$  de rayon  $r = 15$ . Une fois les masques des différentes coupes sont obtenus, nous les appliquons aux images originales afin d'obtenir un volume d'os comme illustré par la Figure 5.4.

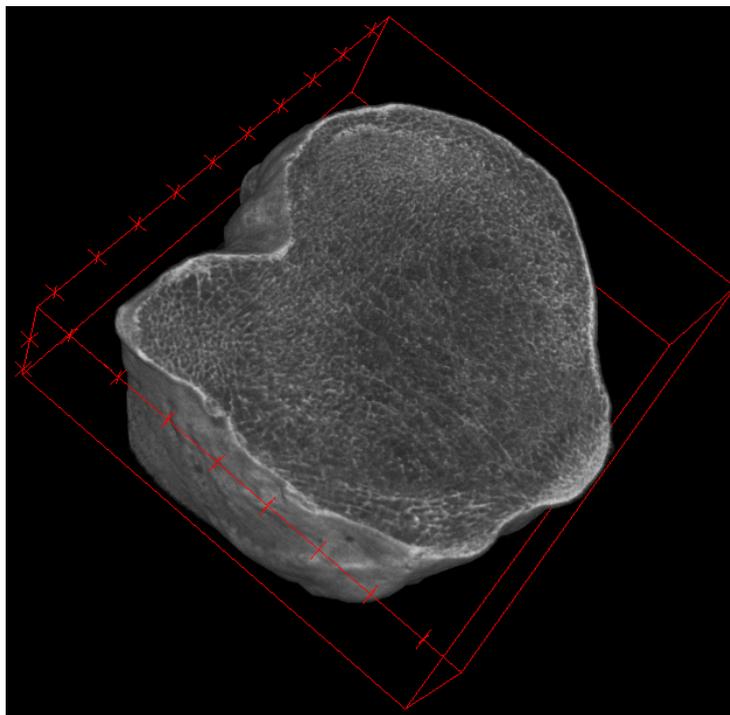


FIGURE 5.4 – Volume de l’os après séparation du tissu mou environnant. En rouge le parallélépipède circonscrit hypothétique.

## ii Construction automatique de l’enveloppe convexe et découpage en ROIs

Suite à la segmentation du volume, nous utilisons les enveloppes convexes des différentes coupes afin de calculer leur union. A partir de cette union d’enveloppes qui est aussi convexe au volume, nous déterminons la direction de l’axe principal de l’ellipse ayant les mêmes moments de second ordre que l’enveloppe, puis cherchons les sommets du rectangle. La Figure 5.5 décrit les étapes de cette construction d’enveloppe. Ce qu’on peut observer sur la Figure 5.5.(c) c’est que la taille du tibia varie au fil des coupes puisque l’union des enveloppes convexes n’entoure pas de près toutes les coupes. Ceci explique expérimentalement notre choix d’utiliser cette union pour avoir le parallélépipède droit circonscrit à tout le volume.

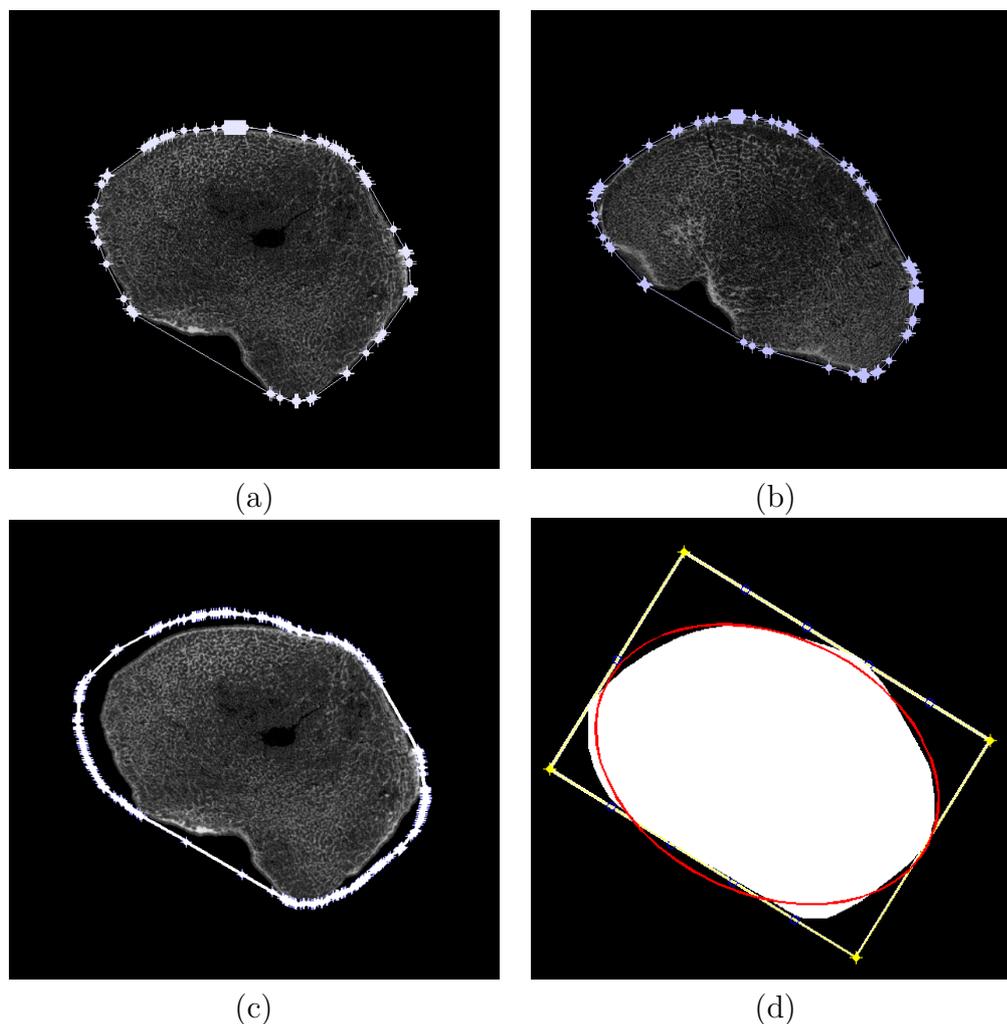


FIGURE 5.5 – (a) et (b) : Première et dernière coupe du volume d’intérêt au niveau du tibia avec leurs enveloppes convexes respectives. (c) : Union des enveloppes convexes superposée à la première coupe du volume. (d) : En jaune, le rectangle circonscrit base du parallélogramme et en bleu, les sommets du rectangle.

Une fois l’enveloppe convexe détectée et le rectangle circonscrit obtenu, nous définissons le partitionnement des coupes en régions d’intérêt. Sur la base de ce découpage, nous mesurons la densité minérale osseuse DMO, la proportion d’os dans chaque ROI et analysons les variations possibles.

Sur chaque coupe du tibia, nous proposons de considérer 4 régions différentes cliniquement pertinentes. En effet, nous séparons le compartiment latéral du médial et le compartiment postérieur et antérieur dans l’objectif de comparer les mesures DMO inter-région. Un exemple des 4 ROIs est présenté par la Figure 5.1.

La zone centrale de l’os qui correspond à la zone de l’épine tibiale entre le compartiment médial et latéral est éliminée de l’analyse et donc des ROIs puisqu’elle ne porte aucune information pertinente selon les médecins. Cette zone correspond à 20% de la longueur du rectangle circonscrit. Le résultat du partitionnement final est illustré par la Figure 5.6 avec les labels correspondants à chaque ROI d’une des coupes d’intérêt d’un genou.

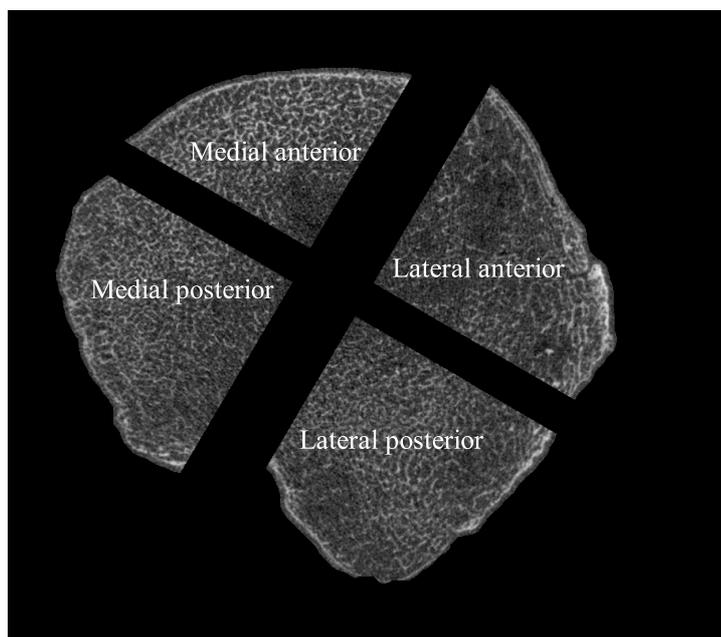


FIGURE 5.6 – Coupe partitionnée en ROIs avec leurs labels respectifs.

Finalement, nous résumons les étapes du protocole d'extraction des ROIs par le diagramme en bloc de la Figure 5.7. La phase de segmentation est semi-automatique puisqu'elle dépend de la valeur du quantile  $q_{level}$  choisi par l'utilisateur en fonction de la quantité d'os du genou traité. L'union des enveloppes convexes suivie de la construction du rectangle circonscrit et du partitionnement en ROIs sont des phases automatiques et ne nécessite donc pas d'intervention de l'opérateur. L'automatisation de ces étapes a permis de standardiser l'extraction des ROIs et d'effectuer des analyses de la microarchitecture osseuse par région.

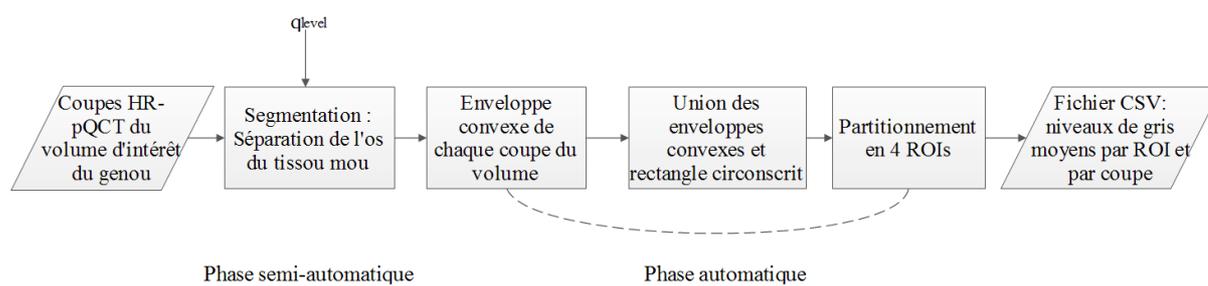


FIGURE 5.7 – Protocole semi-automatique de l'extraction des compartiments de l'os sous-chondral du tibia.

### iii Evaluation de la méthode d'extraction : résultats et discussion

Pour l'évaluation de notre protocole d'extraction des ROIs, 10 genoux du projet ont été utilisés (5 femmes, 5 hommes, âge moyen  $79 \pm 13$  ans). Les scans HR-pQCT fournissent des images haute résolution avec des voxels isotropes de tailles 82 microns. Ils ont permis d'obtenir la DMO volumétrique de l'os trabéculaire ( $D_{trab}$  en mg hydroxyapatite/cm<sup>3</sup>) et

le paramètre relatif à la proportion d'os BV/TV qui en découle, calculé selon la procédure du fabricant Scanco<sup>®</sup> Medical, à savoir :

$$Dtrab = 0.183 * nvq - 372.9 \quad (5.1)$$

$$BV/TV(\%) = 100 * (Dtrab(\text{mgHA}/\text{cm}^3)/1200\text{mgHA}/\text{cm}^3) \quad (5.2)$$

Pour obtenir les images de genoux, 660-880 coupes sont nécessaires à chaque scan. Seule la partie tibiale est analysée dans notre étude. Par conséquent, le volume d'intérêt de l'os sous-chondral étudié est sélectionné dans le plateau tibial sous la plaque corticale. La première tranche correspond au haut du fibula. Le volume d'intérêt doit être spécifié pour chaque genou, en raison de leur taille variable. Le nombre de coupes analysés par genou est compris entre 103 à 180 (moyenne de 146 coupes). Dans cette sous-section, nous présentons les résultats de la procédure d'extraction des ROIs. Tout d'abord, nous évaluons la dépendance de cette procédure aux choix de l'utilisateur en utilisant un test de reproductibilité inter-opérateur. Nous testons aussi l'effet de la variation du quantile  $q$  sur les résultats. Enfin, nous calculons le paramètre BV/TV en utilisant les niveaux de gris moyens par ROI et concluons sur les résultats.

**Tests de reproductibilité et de déviation** Pour le premier test, nous utilisons le coefficient de variation de la moyenne quadratique RMSCV utilisé dans [115]. Deux utilisateurs déroulent la procédure d'extraction sur les dix genoux de test en vérifiant visuellement le résultat intermédiaire de la segmentation pour le quantile  $q$  choisi. La mesure du RMSCV est calculée sur les niveaux de gris moyens trouvés par chaque utilisateur sur les coupes (par compartiment). La formule de la mesure RMSCV est comme suit :

$$RMSCV(\%) = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^n d_i^2 / 2 \cdot n}}{(m_1 + m_2) / 2} * 100 \quad (5.3)$$

Où  $n$  est la taille de l'échantillon (10 genoux),  $d_i$  est la déviation entre la valeur de niveaux de gris moyen par genou obtenu par chaque utilisateur,  $m_1$  est le niveau de gris moyen de l'ensemble des genoux obtenu par l'utilisateur 1 (expert) et  $m_2$  est le niveau de gris moyen de l'ensemble des genoux obtenu par l'utilisateur 2 (non expérimenté). Le RMSCV est calculé par ROI. Le Tableau 5.1 résume les résultats du test.

TABLE 5.1 – Tests de Reproductibilité de l'extraction de ROIs.

Compartiments du genou	Médial antérieur	Latéral antérieur	Médial postérieur	Latéral postérieur
RMSCV%	0.64	0.41	2.03	2.78

Nous observons que la valeur du RMSCV pour un test de reproductibilité inter-utilisateur (qualifié vs. non qualifiée) est faible puisqu'elle est globalement en dessous de 3%. Ceci nous permet de conclure que la prise en main de cette procédure d'extraction de ROIs est possible même pour un utilisateur non expérimenté. Le deuxième test mesure la déviation par rapport aux résultats de référence et est calculé

pour une variation du quantile  $q$  de  $\pm 0.02$ . Nous utilisons l'erreur quadratique moyenne standard (RMSSE, %) selon la formule suivante :

$$RMSSE(\%) = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^n d_i^2/n}}{1/n \cdot \sum_{k=1}^n V_{ref}} * 100 \quad (5.4)$$

Où  $V_{ref}$  désigne les valeurs moyennes de niveaux de gris des genoux de référence,  $n$  le nombre de genoux (10) et  $d_i$  la déviation (en terme de niveau de gris moyen) entre la référence et la nouvelle exécution après une variation du quantile. Le Tableau 5.2 résume les résultats.

TABLE 5.2 – Erreur de déviation pour un quantile variant de  $\pm 0.02$ .

Compartiments	Médial antérieur	Latéral antérieur	Médial postérieur	Latéral postérieur
RMSSE% +0.02	12.87	11.38	18.40	8.35
RMSSE% -0.02	6.52	12.34	9.09	5.56

Le test de déviation par rapport à la référence montre l'importance du choix du quantile pour obtenir un partitionnement pertinent. En effet la mesure du RMSSE montre une déviation qui atteint 18% quand on choisit un seuil de +0.02. Cette déviation est liée à une sur-segmentation des coupes qui induit un positionnement non conforme du rectangle circonscrit et qui par conséquent, provoque une variation importante du niveau de gris moyen du compartiment latéral-antérieur dans les 2 exécutions. La sur-segmentation ou la sous-segmentation de l'os est contrôlée visuellement par la procédure, ce qui rend les taux élevés de la RMSSE non-réalistes.

Par conséquent, la précision de l'étape de seuillage peut être facilement vérifiée par l'utilisateur. En effet, la reproductibilité entre un utilisateur qualifié et non qualifié est faible (moins de 3%). Par ailleurs, en changeant le seuil de  $\pm 0.02$ , nous observons soient des tissus mous apparaître ou des structures osseuses disparaître d'une manière non-réaliste comme illustré par la Figure 5.8.

**Mesure de la proportion d'os BV/TV par compartiment** Pour chaque genou, 103 à 180 coupes sont analysées selon la taille du genou. Le volume d'intérêt est divisé en 3 segments verticaux correspondants respectivement à 0 à 4mm, 4mm à 8mm et 8mm à 12mm partant de la surface tibial vers la métaphyse tibiale. Les mesures du paramètre BV/TV sont présentées par la Figure 5.9. On observe une tendance vers l'augmentation du BV/TV dans le compartiment médial postérieur par rapport aux autres. Dans tous les compartiments, la moyenne du BV/TV augmente au delà de 8mm de profondeur.

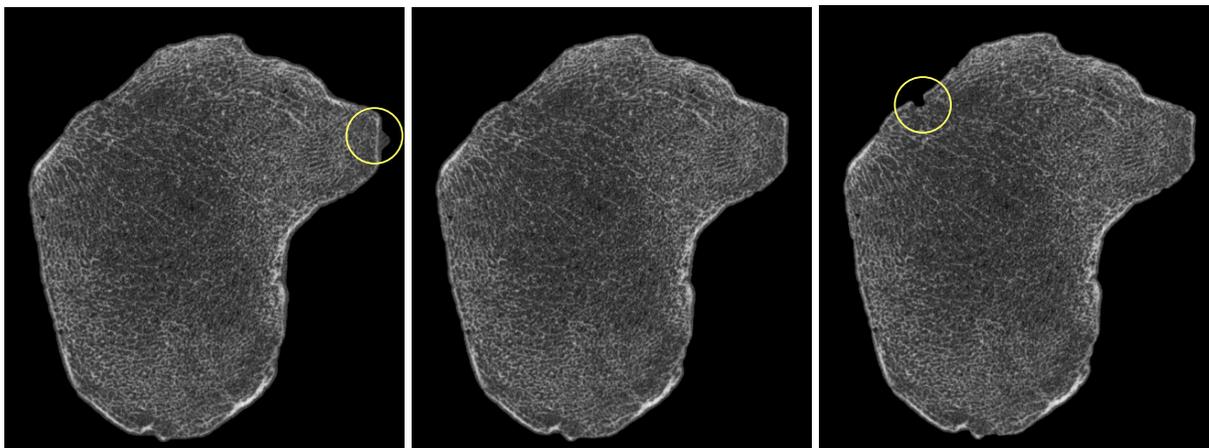


FIGURE 5.8 – Variation du seuil facilement supervisé par l'utilisateur. Gauche :  $q = 0.89$  (présence de tissu mou). Centre :  $q = 0.87$  (le bon seuil). Right :  $q = 0.85$  (défaut dans l'os).

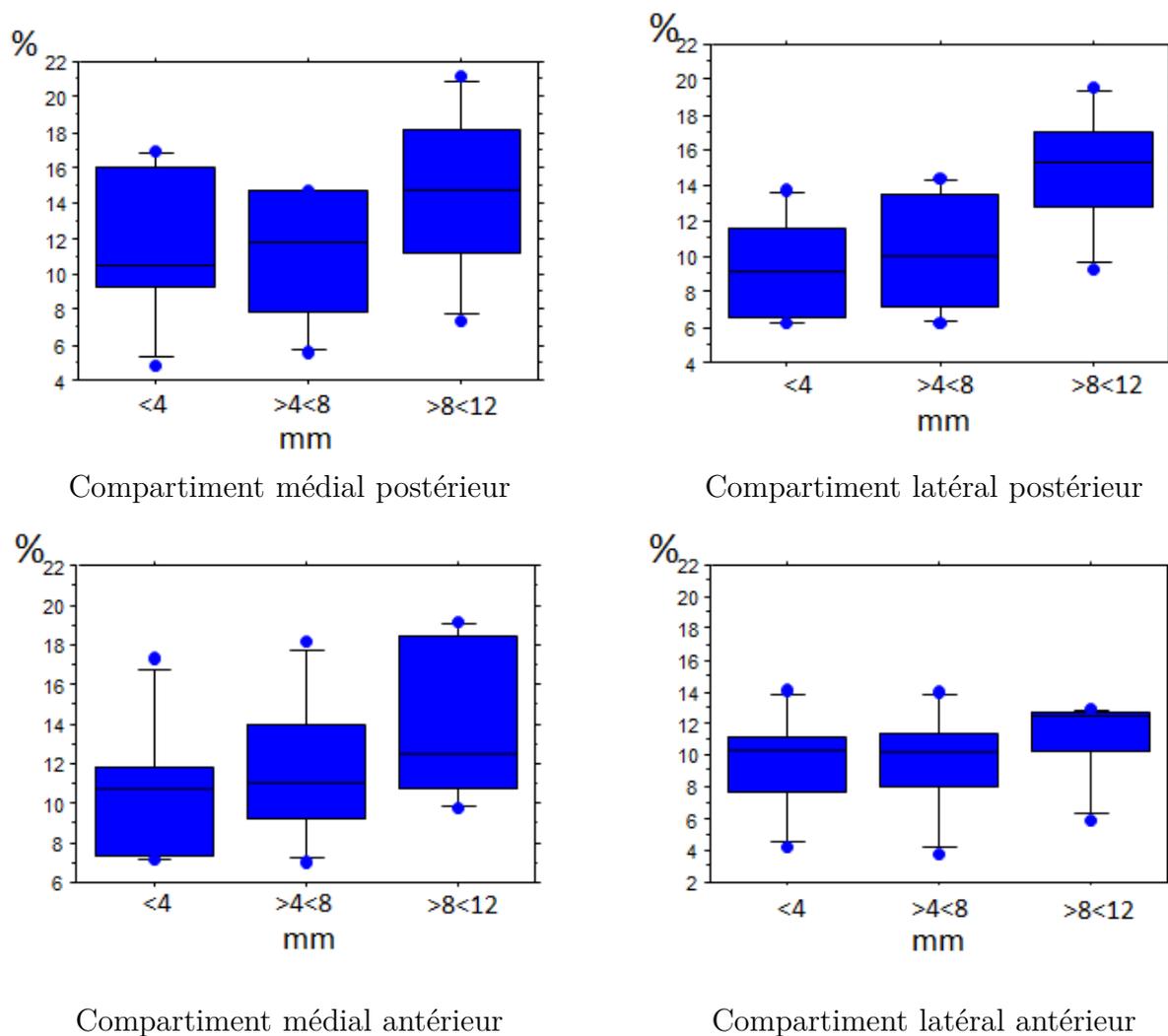


FIGURE 5.9 – Résultats du BV/TV en % pour chaque compartiment divisé en 3 segments à partir de la surface articulaire.

Par ailleurs, et selon le schéma de la Figure 5.7, on peut déduire que la pertinence de l'extraction dépend du quantile choisi pour le volume avant la construction du masque. Ce quantile est fixé en fonction de la quantité d'os par genou. Nous notons ainsi le lien entre la mesure du BV/TV et le quantile à choisir. En effet, pour un genou où la mesure du BV/TV est faible, le quantile est à environ  $q_{level} = 0.87$  tandis que pour un genou où la mesure du BV/TV est élevée, le quantile à choisir est de  $q_{level} = 0.8$ . Par conséquent, plus il y a de microarchitecture, plus le BV/TV est élevé et plus le quantile à fixer est faible.

Cette contribution à la segmentation semi-automatique de l'os sous-chondral a été présentée dans [116]. Il serait intéressant de comparer d'autres paramètres morphométriques entre les différents compartiments pour appuyer cette première observation et analyser les résultats sur genoux arthrosiques. C'est pourquoi, nous détaillons dans ce qui suit l'étape de squelettisation et d'extraction d'attributs afin d'accéder à ces paramètres.

### 5.1.2 Application de la squelettisation SCCT et de l'extraction d'attributs aux images du projet Voxelo

Le protocole d'extraction permettant de partitionner les coupes en compartiments cliniquement pertinents a été implanté afin d'extraire les paramètres morphométriques par région et d'analyser les résultats obtenus. Dans ce contexte, nous appliquons la squelettisation SCCT du Chapitre 2 et le module d'extraction d'attributs du Chapitre 4. Le défi de la squelettisation dans le cadre du traitement des images du projet Voxelo réside dans l'extraction de structures trabéculaires faiblement contrastées en filtrant un fond texturé et en maintenant la connexité des travées osseuses. En effet, le profil 1D tracé de la figure 5.10 indique que les niveaux de gris des travées osseuses varient de 110 à 150 (sur une échelle de 255 niveaux de gris), alors que les niveaux de gris du fond et du tissu mou varient de 0 à 120, ce qui montre le faible contraste entre les structures trabéculaires et le fond texturé des images du projet.

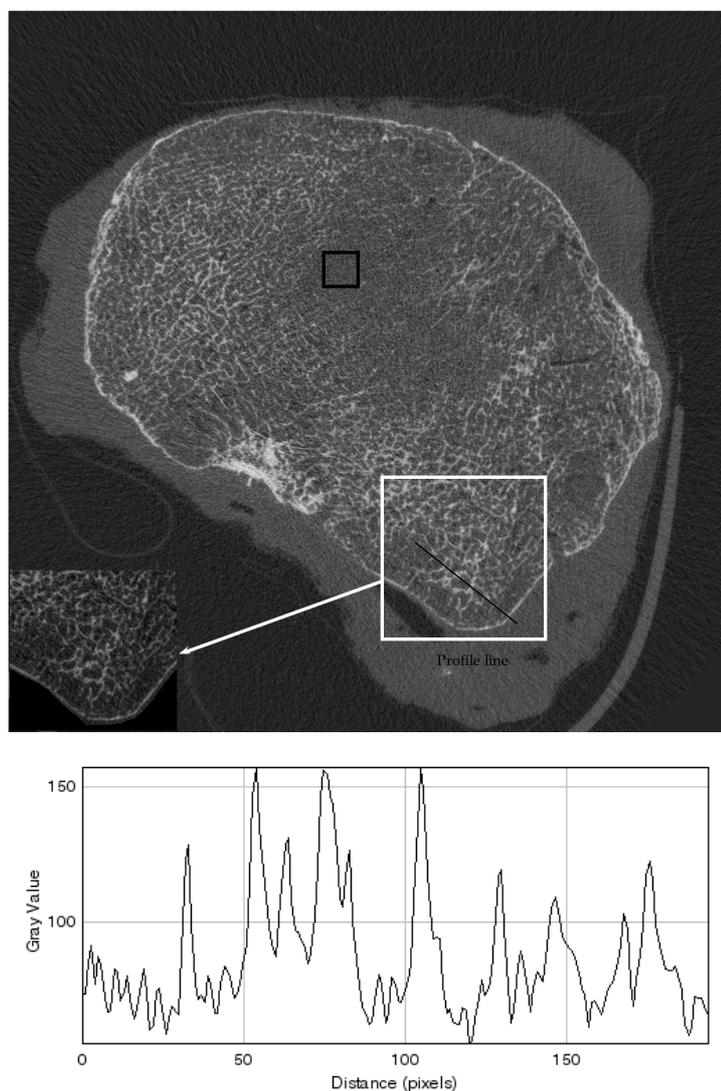


FIGURE 5.10 – image HR-pQCT du projet Voxelo ( $1400 \times 1400$ ) avec une sélection du compartiment latéral postérieur à traiter ( $249 \times 241$ ). Le profil 1D est tracé selon la ligne en noir dans l’image.

### i Comparaison qualitative des méthodes de squelettisation

Une évaluation qualitative sur les images réelles du projet Voxelo nous permet de justifier le choix porté sur la méthode SCCT pour extraire les travées osseuses de la microarchitecture de l’os sous-chondral. Par conséquent, nous nous comparons aux méthodes DLD et  $\lambda$ -Skeleton déjà utilisées dans le chapitre 3. La figure 5.11 illustre le résultat de la squelettisation par les 3 méthodes d’intérêt sur un échantillon de l’os de la figure 5.10.

Pour la méthode SCCT, l’écart-type du bruit est estimé empiriquement sur le fond texturé du carré noir de la figure 5.10 et le niveau de test choisi est  $\alpha = 5.10^{-2}$  puisque les travées sont peu contrastées par rapport au fond texturé .

Concernant la méthode DLD, la largeur moyenne des lignes est  $2w = 3$  et par conséquent, le paramètre d’échelle choisie est  $s = 2.5$ . Enfin, le paramètre du  $\lambda$ -Skeleton est calculé

suivant la formule  $\hat{\lambda} = \overline{\tau}_n \cdot \hat{\sigma}_{bruit} = 16$ .

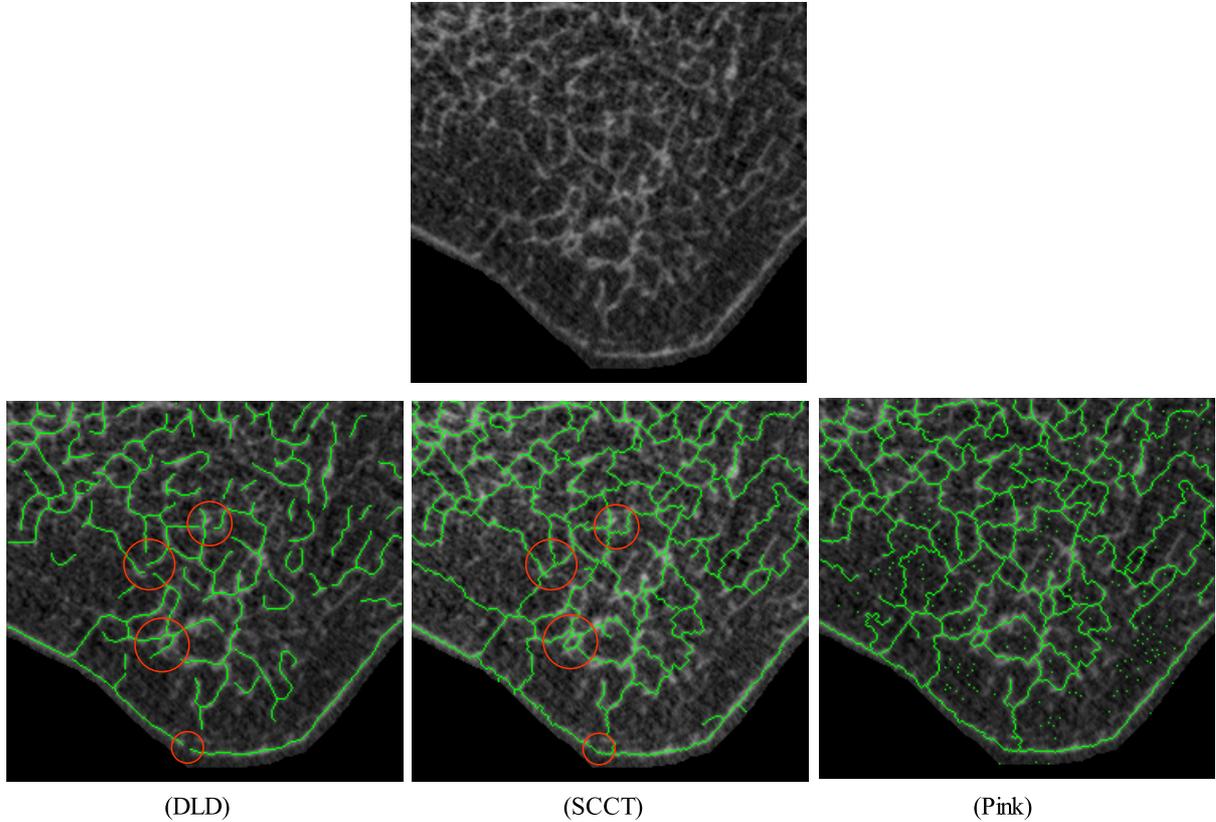


FIGURE 5.11 – Squelettes superposés à l’image initiale. (DLD) : Résultat pour  $s = 2.5$  et les seuils hystérésis  $l = 0.2$  et  $u = 0.8$ . (SCCT) : Notre résultat pour  $\hat{\sigma}_{bruit} = 4$  et  $\alpha = 5 \cdot 10^{-2}$ . (Pink) : Résultat du  $\lambda$ -Skeleton pour  $\hat{\lambda} = \overline{\tau}_n \cdot \hat{\sigma}_{bruit} = 16$ .

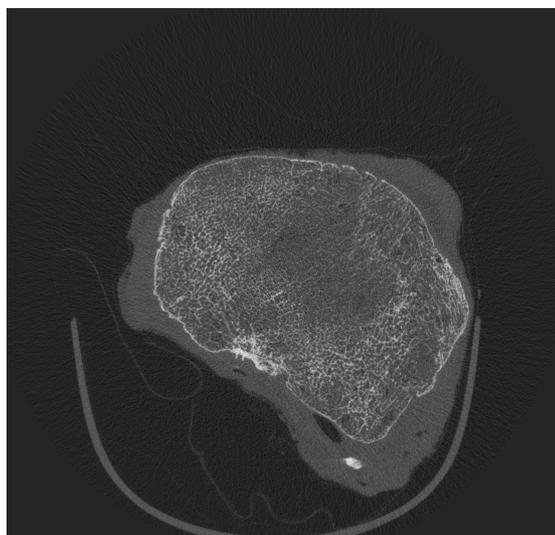
Ce qui ressort de ces résultats affirme notre évaluation quantitative sur images synthétiques du chapitre 3. En effet, on note que le squelette obtenu par la méthode DLD est lisse mais ne parvient pas à maintenir les jonctions entre les travées comme indiqué en rouge dans la figure 5.11. Ceci peut induire en erreur la procédure d’extraction de paramètres morphométriques en créant plus d’extrémités et moins de nœuds qu’il ne faut. Les caractéristiques structurelles des travées étant importantes pour la caractérisation de l’os, nous concluons que la méthode différentielle DLD n’est pas adaptée à l’application médicale visée par le projet Voxelo. D’un autre côté, le  $\lambda$ -Skeleton de la bibliothèque Pink produit un squelette où certaines branches insignifiantes et pics isolés persistent alors que certaines crêtes importantes disparaissent. Le squelette donné par notre méthode SCCT constitue ainsi un compromis entre l’élimination du bruit et la préservation de la connexité de la micro-architecture. En effet, le squelette paraît plus perturbé sur l’échantillon de coupe du tibia de la Figure 5.11 puisque les lignes de travées présentent un contraste irrégulier et un fond texturé (tissu mou). Néanmoins, notre proposition garantit la connexité des travées et préserve leurs extrémités.

**Estimation du bruit sur les images HR-PQCT** L'image de la figure 5.10 montre un exemple de coupe transversale de l'os où une estimation empirique du bruit est possible. En effet, la micro-architecture au niveau de cette coupe n'est pas dense, ce qui nous permet d'utiliser une région de l'intérieur de l'os texturé et sans travées afin d'estimer l'écart-type du bruit. Néanmoins, cette configuration n'est pas toujours vraie puisqu'en parcourant les coupes d'un même genou, nous notons la naissance de travées osseuses dans les zones initialement choisies pour calculer  $\sigma_{bruit}$ . Ceci rend l'estimation empirique inappropriée dans le cas où on souhaite automatiser le traitement d'un volume entier de d'os. Par conséquent, nous choisissons d'estimer le bruit sur des zones où la présence d'"objets" ne biaise pas nos calculs. Nous utilisons pour cela une estimation du bruit basée sur l'étendue des niveaux de gris des pixels sombres (bruit) inspirée de [81].

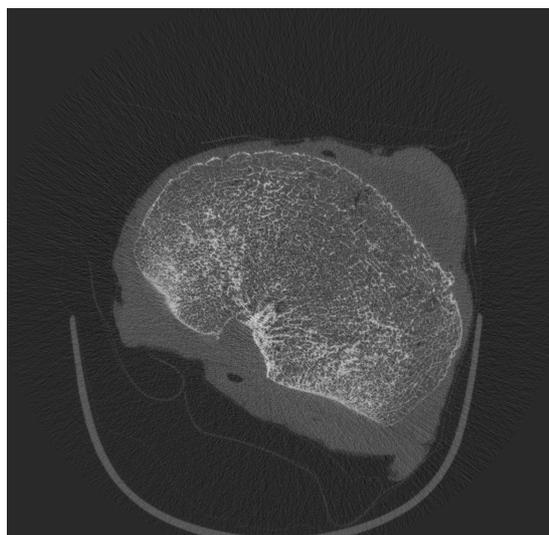
Les auteurs de [81] tabulent les coefficients  $d_n = E(Y(n) - Y(1))$  pour calculer l'estimateur  $R = \frac{W}{d_n}$ , avec  $(Y_1, \dots, Y_n)$  un échantillon qui suit une loi normale  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$  et  $W$  l'étendue de l'échantillon. Dans le cas d'un échantillon de taille  $n \leq 10$ , l'efficacité de cet estimateur est proche de 85%.

Par conséquent, nous calculons  $R$  sur le voisinage  $\mathcal{N}_g^<(x)$  de tous les pixels de l'intérieur de l'os. La moyenne des valeurs est au final l'estimateur de l'écart-type que nous utilisons dans ce contexte applicatif. Cet estimateur nous affranchit du choix manuelle de la zone bruitée requise pour l'estimation empirique de  $\sigma_{noise}$ .

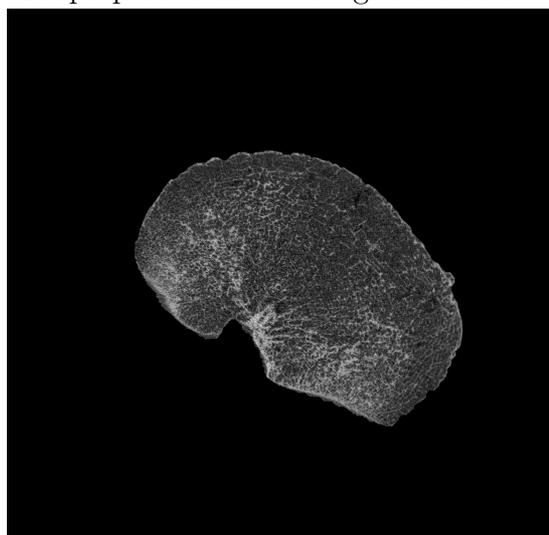
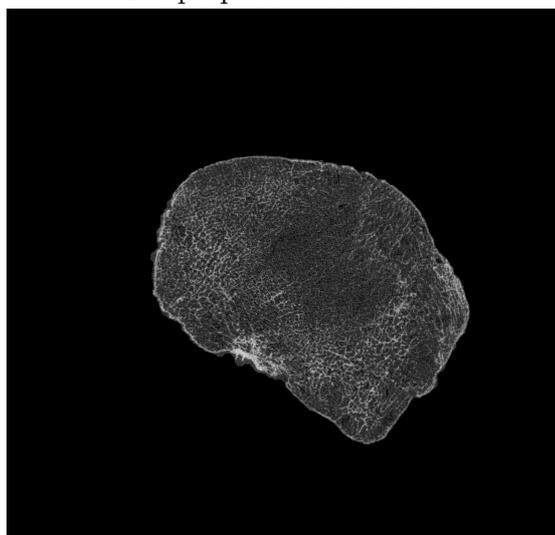
Pour conclure, nous présentons dans la figure 5.12 les résultats de la squelettisation SCCT sur deux coupes d'un même genou. En effet, la première étape de la chaîne de traitement des images du projet consiste à segmenter puis à squelettiser. Les deux images HR-pQCT initiales montrent visuellement le changement de la géométrie de l'os ainsi que sa micro-architecture en parcourant le genou du fibula vers l'interligne articulaire.



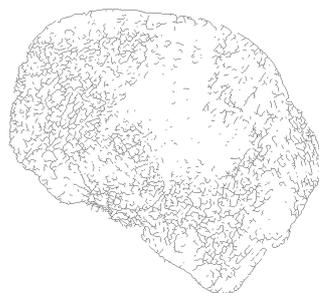
Coupe proche du fibula



Coupe proche de l'interligne articulaire



Segmentation des deux coupes



Squelette des deux coupes

Une fois les images segmentées et les squelettes extraits, nous appliquons la procédure de découpage de la sous-section 5.1.1 et présentons son résultat dans la figure 5.14.

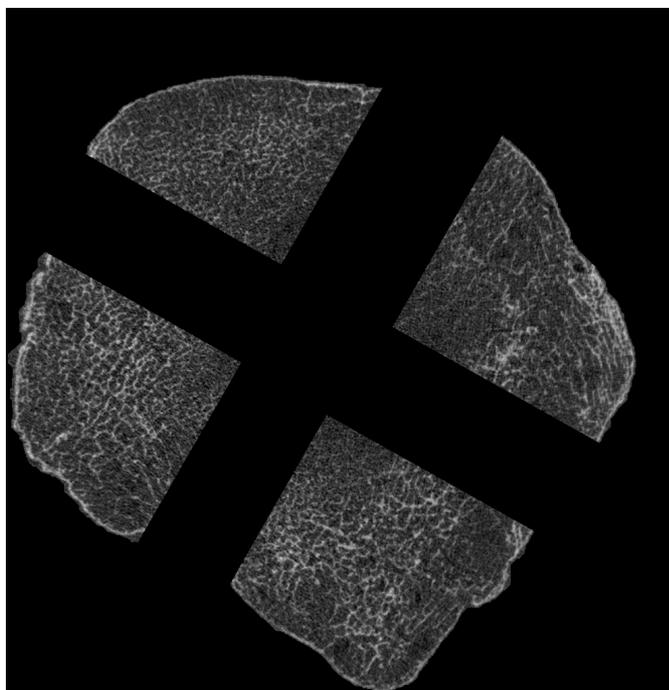


FIGURE 5.13 – Exemple d'extraction de régions d'intérêt sur une coupe segmentée avec leurs squelettes respectifs.

## ii Résultats de l'extraction de paramètres morphométriques sur un genou

La dernière étape concerne l'extraction d'attributs de chaque compartiment (ROI) à travers toutes les coupes du volume d'intérêt. À l'aide de la structuration en graphe détaillée dans le chapitre 4, nous calculons les paramètres morphométriques de chaque compartiment cliniquement pertinent (voir la figure 5.6) et analysons les résultats du fichier .CSV généré.

Une première analyse des résultats relatifs au nombre de nœuds et au nombre de segments est donné par la figure 5.14.

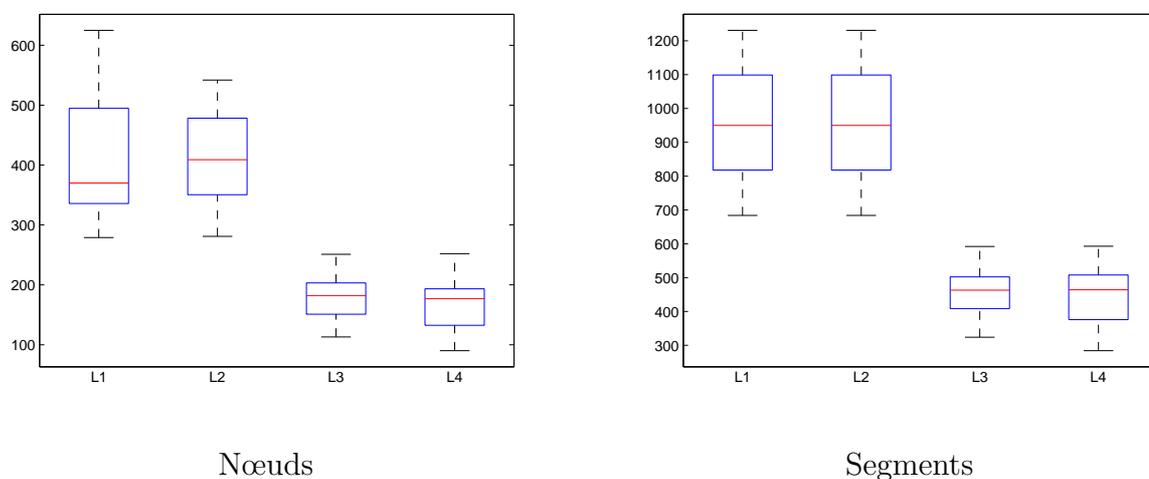


FIGURE 5.14 – Variation du nombre de nœuds et du nombre de segments par ROIs pour l'ensemble du volume d'intérêt. L1 : Compartiment médial postérieur. L2 : latéral postérieur. L3 : médial antérieur. L4 : latéral antérieur.

À travers ce box plot, nous pouvons conclure que le nombre de nœuds et de segments est plus important dans le compartiment postérieur (L1 médial et L2 latéral) par rapport au compartiment antérieur (L3 et L4). Par conséquent, la micro-architecture de l'os est plus dense dans la région postérieure comparée à la région antérieure.

En conclusion, les premiers résultats de l'analyse des attributs structurels de la microarchitecture de l'os illustrés par la figure 5.14 sont en concordance avec le résultat du BV/TV de la figure 5.9 où on remarque une tendance vers l'augmentation du BV/TV dans le compartiment médial postérieur. Ce résultat devrait par la suite être appuyé par l'analyse d'autres genoux et d'autres attributs du fichier .CSV pour conclure sur la pertinence des paramètres morphométriques et mieux caractériser la microarchitecture de l'os.

## 5.2 La squelettisation appliquée à des lettres manuscrites et image biométrique

Dans cette section, nous évaluons qualitativement les performances de la méthode de squelettisation SCCT, du  $\lambda$ -Skeleton et DLD appliquées sur des images réelles issues des domaines d'application biométrique et de reconnaissance de lettres manuscrites. Nous expliquons d'abord le réglage des paramètres pour les différentes méthodes et discutons ensuite les résultats de la squelettisation.

### 5.2.1 Applications d'intérêts

La première application d'intérêt est la biométrie basée sur la reconnaissance d'empreintes digitales. Comme expliqué dans la sous-section 4.1.1 du Chapitre 4, la squelettisation est une étape cruciale du processus d'appariement d'empreinte, car il permet de détecter les minuties composées de bifurcations et de points extrémités. Le nombre et la position de ces minuties sont considérés comme des caractéristiques principales guidant l'appariement. Pour illustrer la performance de notre méthode, nous sélectionnons des images d'empreintes digitales de la base de données FVC2000<sup>2</sup> accessible au public, publié dans [117]. La Figure 5.15 montre un exemple de ces images acquises avec un capteur à faible coût.



FIGURE 5.15 – Image d'empreinte digitale de la base FVC2000 ( $215 \times 189$ ).

Le deuxième domaine d'intérêt est la reconnaissance de caractères. En effet, le traitement et l'analyse automatique de grandes quantités de documents anciens et manuscrits ainsi que la reconnaissance des lettres arabes sont des domaines de recherche actifs. Certaines méthodes de reconnaissance de caractères utilisent des descripteurs statistiques et dynamiques calculés directement sur les lettres [118, 119]. D'autres utilisent la squelettisation comme une tâche préalable à la reconnaissance de caractères [71, 72, 120]. Nous choisissons de tester les résultats de la squelettisation sur une image de lettres persanes extraite de la bases de données pour la binarisation de l'héritage persan<sup>3</sup> qui com-

2. <http://bias.csr.unibo.it/fvc2000/databases.asp>

3. <http://goo.gl/Y7FCEi>

prend des documents ayant subis une forte dégradation. L'exemple qu'on choisit de tester est illustré par la Figure 5.16. Le traitement de cette image vise à séparer les lettres persanes d'un fond bruité contenant des traces de lettres faiblement contrastées (trace du verso) et exposées à un éclairage non uniforme.

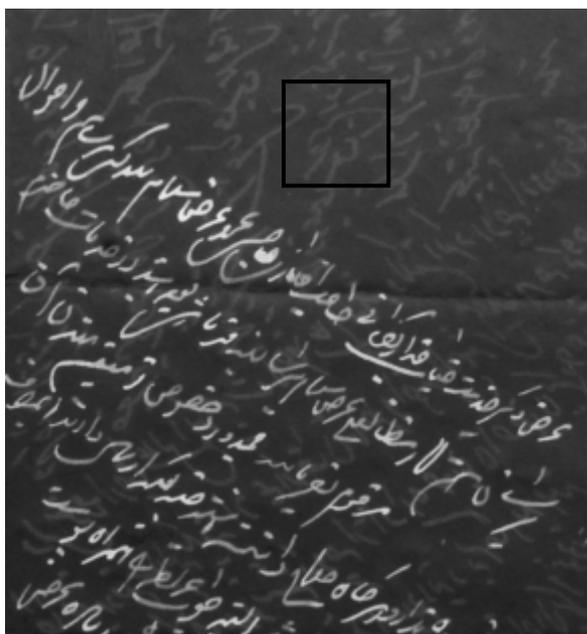


FIGURE 5.16 – Exemple de lettres manuscrites persanes. Carré noir délimite la région où on estime le bruit.  $\hat{\sigma}_{bruit} = 7.93$ .

Pour chaque image des applications d'intérêt, nous identifions une perturbation intéressante à surmonter. L'image biométrique de la Figure 5.15 présente des lignes régulières très contrastées et spatialement très rapprochées. L'exemple pour la reconnaissance de caractères montre des lettres persanes exposées à un éclairage non uniforme et superposées à un fond contenant des caractères identiques. Nous évaluons la robustesse des méthodes de squelettisation suivant les propriétés fondamentales de la squelettisation telles que la préservation de la connexité, des extrémités et de la géométrie.

## 5.2.2 Réglage des paramètres des méthodes de squelettisation

Afin d'appliquer les méthodes de squelettisation décrites dans ce travail sur les images 5.15 et 5.16, nous procédons d'abord par un réglage des paramètres relatifs à chacune. Nous choisissons pour la méthode DLD et  $\lambda$ -Skeleton le même réglage utilisé dans la sous-section 3.2.3. Premièrement, nous définissons les paramètres de la méthode DLD. Pour l'image biométrique de la Figure 5.15, la largeur maximale des lignes est de  $2w = 4$  et par conséquent, le paramètre d'échelle est  $s = \sqrt{3}.w = 1.8$ . De façon similaire, pour l'image des lettres persanes de la Figure 5.15 nous utilisons  $s = 1.5$ . Deuxièmement, pour la méthode SCCT, le paramètre  $\sigma$  est calculé empiriquement sur le fond bruité et le niveau de confiance est choisi selon le contraste de l'image. Dans le cas de l'empreinte, le bruit de

fond est situé entre les minuties. Ces minuties sont fortement contrastées, nous choisissons donc un niveau de test très bas ( $\alpha = 10^{-5}$ ) pour cibler uniquement les lignes très hautes. En outre, le bruit des lettres persanes est estimé empiriquement sur une région représentée par la boîte noire placée sur l'image de la Figure 5.16. En effet, les caractères dans le fond sont des résidus provenant d'autres pages du manuscrit et sont identifiés comme pixels liés au bruit. Pour la méthode SCCT, nous estimons  $\hat{\sigma} = 7.93$  et choisissons  $\alpha = 10^{-3}$ . Finalement, nous nous intéressons au réglage de la méthode  $\lambda$ -Skeleton. Le paramètre  $\lambda$  gère simultanément le contraste et le bruit de l'image. Il est estimé en utilisant une valeur moyenne du quantile  $\tau_n(\gamma)$  et l'écart-type du bruit selon la formule :  $\hat{\lambda} = \overline{\tau_n(\gamma)} \cdot \hat{\sigma}_{bruit}$ . Ainsi, nous choisissons  $\hat{\lambda} = 80,30$  respectivement pour l'image biométrique et les lettres persanes.

### 5.2.3 Résultats et Discussion

Après avoir réglé les paramètres de chaque méthode de squelettisation aux valeurs adéquates, nous présentons leurs résultats respectifs sur les images réelles.

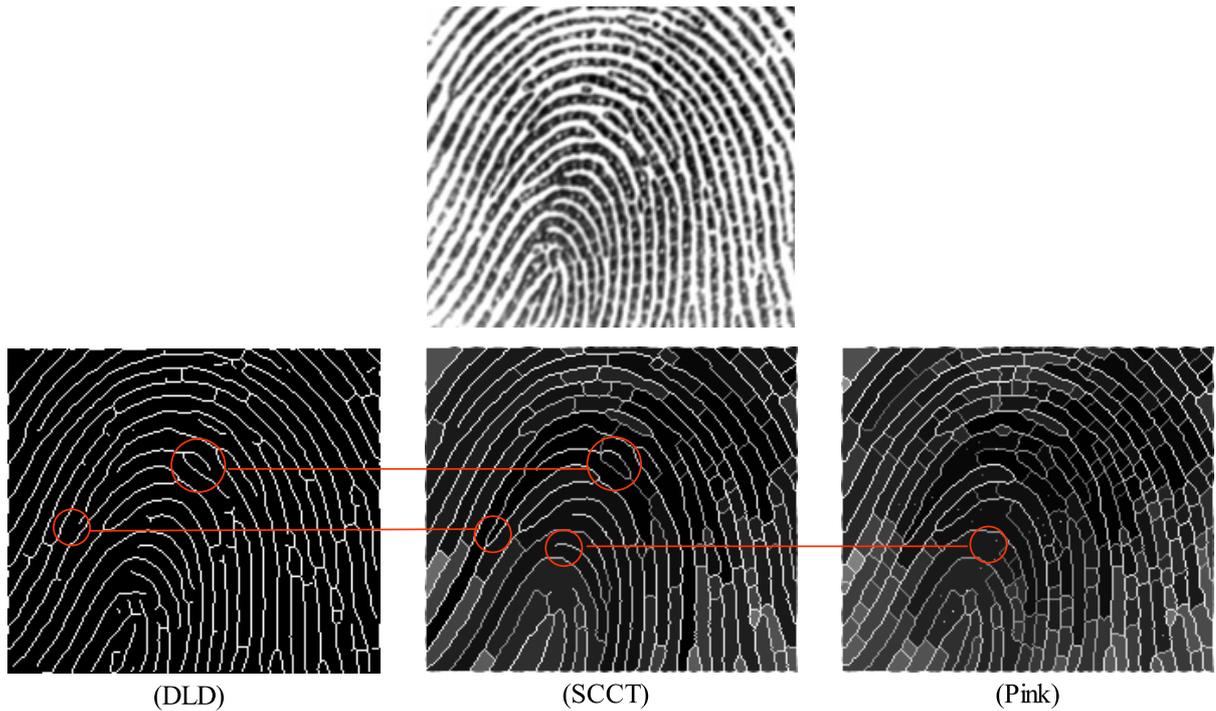


FIGURE 5.17 – Résultats de la squelettisation sur l'image d'empreinte. (DLD) : Résultat pour  $s = 1.8$ ,  $l = 3$  et  $u = 6$ . (SCCT) : Notre résultat  $\hat{\sigma}_{bruit} = 16$  and  $\gamma = 10^{-5}$ . (Pink) : Résultat du  $\lambda$ -Skeleton  $\hat{\lambda} = \overline{\tau_n} \cdot \hat{\sigma}_{bruit} = 80$ .

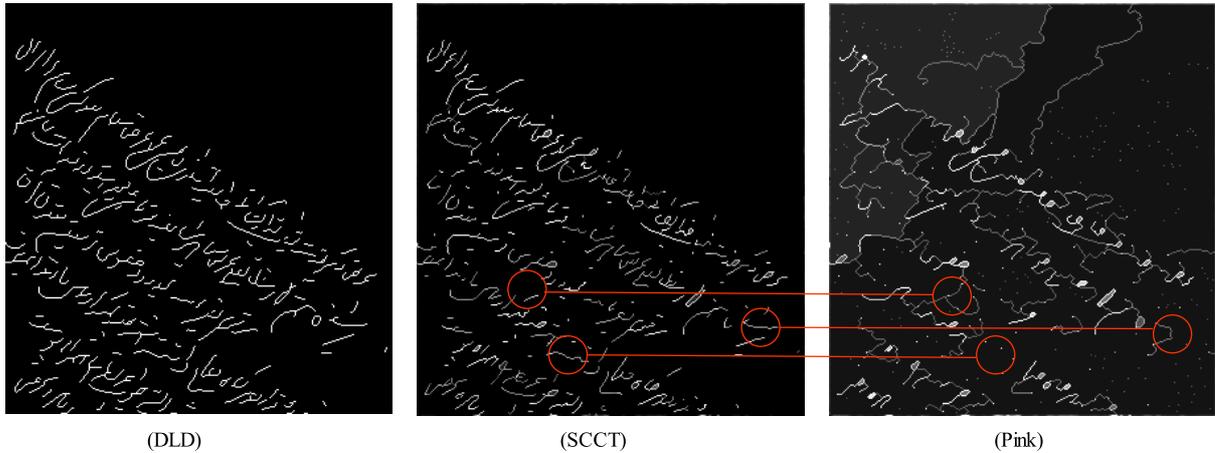


FIGURE 5.18 – Résultats de la squelettisation sur l’image des lettres persanes. (DLD) : Résultat de DLD pour  $s = 1.5$ ,  $l = 7$  et  $u = 21$ . (SCCT) : Notre résultat  $\hat{\sigma}_{bruit} = 7.93$  et  $\gamma = 10^{-3}$ . (Pink) : Résultat du  $\lambda$ -Skeleton  $\hat{\lambda} = 30$ .

Les résultats sur images réelles sont en concordance avec ceux trouvés par le protocole d’évaluation qu’on propose dans le chapitre 3 (résultats en sous-section 3.2.4). En effet, les résultats de la méthode différentielle (DLD) sont les plus lisses comparés aux résultats (SCCT) et (Pink) des Figures 5.17 5.18. Ce constat est lié d’un côté au positionnement sous-pixelique du squelette qui le rend visuellement moins tortueux, et d’un autre côté à l’opération de lissage qui convolue l’image initiale à un noyau gaussien afin de calculer les dérivées directionnelles pour localiser les points de crêtes. Cependant, et malgré sa finesse, le squelette du détecteur de Steger est non homotopique pour les 2 applications. Cette méthode admet des difficultés à relier les lignes du squelette entre elles et à créer des jonctions et particulièrement quand les largeurs de ces lignes sont irrégulières.

Quant aux résultats de notre méthode SCCT, ils sont similaires à ceux de DLD (en résolution pixelique) tout en maintenant les jonctions des différents objets.

Le  $\lambda$ -Skeleton de Pink montre le même positionnement des lignes de crêtes élevées que notre résultat. Cependant, en plus de ces lignes de crêtes significatives, le  $\lambda$ -Skeleton maintient d’autres crêtes non significatives, comme indiqué par le résultat sur empreinte digitale de la Figure 5.17 et particulièrement sur l’image des lettres persanes de la Figure 5.18. Ce résultat suggère que le paramètre  $\lambda$  est sous-estimée. Paradoxalement, nous constatons sur les mêmes exemples, que des branches importantes des objets traités sont parfois supprimés, ce qui suggère cette fois-ci que  $\lambda$  est surestimé. Cette incohérence des résultats est liée à l’ajustement global du paramètre qui gère à la fois l’abaissement de  $\lambda$ -pic,  $\lambda$ -extrémité et  $\lambda$ -crêtes sans tenir compte de la variation du paramètre en fonction de la aille du voisinage sombre d’un pixel. Ces notions sont par définition des configurations différentes pour lesquelles le voisinage locale intervient dans la décision d’abaissement.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous intéressons en premier lieu à l’application médicale visée par cette thèse afin de tester l’efficacité de notre contribution à la squelettisation en niveaux

de gris. Pour cette mise en application, un protocole de segmentation semi-automatique de régions d'intérêt, suivi d'une squelettisation et d'une extraction de paramètres morphométriques sont implantés. En second lieu, une évaluation qualitative de la squelettisation sur d'autres images réelles nous permet de valoriser la méthode proposée dans les domaines classiques d'intérêt tels que la reconnaissance de caractères et la biométrie. Dans cette étude, nous remarquons que l'amincissement paramétré a des difficultés à gérer correctement l'élimination des pics et des barbules. La méthode différentielle garantit un bon positionnement du squelette sur les crêtes centrales mais a l'inconvénient de ne pas garantir l'homotopie des objets. Les résultats de notre contribution filtrent le bruit de fond et maintiennent la connexité même s'ils ne sont pas aussi lisses que ceux de la méthode différentielle. La méthode proposée diffère de l'amincissement paramétré par un réglage séparé des paramètres de contraste et du bruit. Grâce au cadre statistique de tests d'hypothèse, nous pouvons ajuster localement le paramètre  $\lambda$  en tabulant un seuil pour la décision d'abaissement selon un niveau de confiance (contraste). Redéfinir les notions de  $\lambda$ -extrémité et  $\lambda$ -pic nous a aussi permis de mieux éliminer les pixels isolés et préserver les extrémités importantes. Étant donnée que la préservation des jonctions et des extrémités sont des qualités requises par les domaines d'applications abordés dans ce travail, nous pouvons conclure que notre contribution à la squelettisation en niveaux de gris a pu garantir les propriétés structurelles du squelette. Par ailleurs, les premiers résultats de l'extraction d'attributs sur les images biomédicales du projet Voxelo sont prometteurs. En effet, ils sont en concordance avec les mesures du BV/TV fournies par le constructeur et peuvent ainsi être exploités pour l'analyse de la microarchitecture des genoux arthrosiques et normaux à disposition du projet.

# Conclusion générale

Ce travail de thèse propose un ensemble de contributions pour la squelettisation paramétré [48] des images en niveaux de gris et ses domaines d'applications majeurs. Cette méthode de la morphologie mathématique appelée amincissement paramétré s'applique sur les images en niveaux de gris grâce à une extension par la topologie en coupes des notions binaires qu'elle utilise. Son implantation appelé  $\lambda$ -Skelon a pu relâcher la forte contrainte d'homotopie de l'amincissement classique en éliminant des crêtes, des extrémités et des pics en fonction de leur hauteur par rapport au fond. Le critère d'abaissement de ces notions utilise un paramètre de seuil  $\lambda$  choisi globalement et manuellement. Cette méthode soumet le processus d'amincissement à de nouveaux défis : trouver le compromis entre la relaxation des fortes contraintes d'homotopie afin d'éliminer le bruit et la préservation de la connexité du fond/objet. L'objectif principal de cette thèse est de proposer une formulation dans le cadre des tests statistiques de la méthode  $\lambda$ -Skeleton permettant de réduire la part de connaissance de l'utilisateur dans la paramétrisation de l'algorithme tout en optimisant au sens large l'exécution de l'algorithme.

Pour ce faire, nous avons d'abord proposé de réviser les critères d'abaissement concernant les pics et les extrémités en impliquant les niveaux de gris de l'image initiale dans la condition d'abaissement faisant intervenir le paramètre  $\lambda$ . Ce choix nous a permis d'éliminer encore plus de barbules et de pixels isolés et d'uniformiser la mesure selon laquelle on décide si un pic, une extrémité ou une crête est significatif/ve ou non. Puis, étant donnée la proximité de la démarche de décision d'abaissement avec celle d'un test statistique, nous avons construit un test d'hypothèse basé sur la statistique d'ordre pour ajuster localement le paramètre  $\lambda$ . Grâce à un ensemble d'images simulées bruitées, nous avons exhibé l'aptitude de cette nouvelle formulation de l'abaissement à s'affranchir du bruit tout en permettant la prise en compte du contraste objet-fond.

En construisant ce test d'abaissement, nous avons montré que le paramètre d'amincissement n'est plus choisi globalement et manuellement par l'opérateur mais automatiquement et localement en fonction de la taille et du nombre de composants connexes du voisinage sombre de chaque pixel suivant l'information du contraste objet-fond transcrite par le niveau de test. Les valeurs  $\lambda_{n_k}$  peuvent ainsi être pré-calculées au niveau de confiance choisi par l'opérateur et pour un écart-type du bruit supposé connu. Un test unitaire est utilisé pour la décision relative à l'abaissement des pics et extrémités insignifiants puisque leur voisinage sombre est composé d'une unique composante, tandis qu'une fusion de tests multiples est requise pour la décision relative à l'abaissement des pixels crêtes qui séparent leur voisinage sombre en plusieurs composants connexes. Le niveau de confiance global pour la notion de  $\lambda$ -crête est alors une fonction du niveau de confiance unitaire, du nombre

## CONCLUSION GÉNÉRALE

---

de composantes connexes et de leurs tailles respectives. La nouvelle méthode d'amincissement appelée *Self Contrast Controlled Thinning SCCT* nécessite une connaissance de l'écart-type du bruit de l'image et ajuste automatiquement la décision d'abaissement en fonction du niveau de test choisie par l'utilisateur qui reflète le niveau du contraste dans l'image.

Dans le cadre de nos contributions algorithmiques, nous nous sommes intéressés à l'implantation de la SCCT ainsi qu'à la structuration du squelette en graphe pour l'extraction de descripteurs structurels et morphométriques. L'implantation faite de la squelettisation permet d'ajuster au fur et à mesure le paramètre d'amincissement et de relever le défi de maintenir l'homotopie des objets squelettisés tout en filtrant le bruit. Grâce à notre implantation des FAHs, notre méthode SCCT opère à des temps d'exécution intéressants pour une possible utilisation dans des applications temps réel comme la biométrie ou le traitement de grand volume de données comme pour l'application médicale du projet Voxelo qui a permis le financement de cette thèse. Pour l'exploitation du squelette, nous avons conçu et implanté des modules qui permettent d'extraire le graphe d'un squelette et de sauvegarder ses attributs sous une forme hiérarchisée et facile à analyser. Le graphe proposé est utilisable pour des squelettes quelconques (binaire ou gris, cyclique acyclique etc...) et stocke des attributs classiques tels que le nombre de noeuds et d'extrémités aussi bien que des attributs morphométriques tels que la longueur, la demi-largeur ou le niveau de gris moyen des segments du squelette. Par ailleurs, cette structuration donne la possibilité d'implanter une procédure d'ébarbulage qui exploite les statistiques sur les segments tels que la longueur, le niveau de gris moyen ou encore la direction du segment (comme perspective) afin de cibler les branches insignifiantes et de les supprimer.

Notre troisième contribution a consisté en une mise en route d'un protocole d'évaluation quantitative de la squelettisation appliquées à des images synthétiques et en une évaluation qualitative dans le domaine de reconnaissance de caractères, la biométrie et principalement l'extraction de la microarchitecture de l'os sur des images scanner haute résolution. Nous nous sommes inspirés des protocoles binaires existants pour mettre en œuvre notre évaluation objective. Nous avons proposé de vérifier la qualité suivant les trois propriétés fondamentales de la squelettisation, à savoir : la préservation de la géométrie, de la connexité et des extrémités et de proposer au final un score qui lie les mesures utilisées. Dans le cadre de la mise en route du protocole d'évaluation, nous nous sommes intéressés à comparer la méthode SCCT à deux autres méthodes, l'une issue de la famille des méthodes différentielles (DLD), l'autre basée sur la morphologie mathématique ( $\lambda$ -Skeleton). A l'issue de cette évaluation, nous avons pu conclure sur la stabilité des indicateurs de la qualité du squelette issue de la SCCT comparés aux méthodes concurrentes. En effet, nous avons remarqué que le  $\lambda$ -Skeleton a des difficultés à gérer correctement l'élimination des pics et des barbules. La méthode DLD garantit quant à elle, un bon positionnement du squelette sur les crêtes centrales mais a l'inconvénient de ne pas garantir l'homotopie des objets. En ce qui concerne la méthode SCCT, elle filtre le bruit de fond tout en maintenant la connexité et les extrémités des objets traités. Sa robustesse face au bruit et aux différentes perturbations appliquées aux images de tests suggèrent que notre réglage statistique permet de préserver les caractéristiques fondamentales des objets initiaux. Étant donnée que la préservation des jonctions et des extrémités sont des qualités requises par les domaines

## CONCLUSION GÉNÉRALE

---

d'applications abordés dans ce travail, nous avons pu conclure que notre contribution à la squelettisation en niveaux de gris par SCCT représente un compromis entre l'élimination du bruit et la préservation de la topologie et est par conséquent, adaptée aux applications visées.

Enfin, une évaluation qualitative de la squelettisation sur des images réelles nous a permis de vérifier le comportement sur images synthétiques et de valoriser la méthode SCCT dans les domaines classiques d'intérêt tels que la reconnaissance de caractères, la biométrie, et l'imagerie médicale. En effet, on retrouve dans cette étude des résultats en concordance avec ceux de l'évaluation objective. En observant les squelettes issus des méthodes DLD et  $\lambda$ -Skeleton, nous pouvons encore une fois conclure que l'inconvénient de la première est la perte de jonctions alors que le manquement de la seconde est lié à la persistance des barbules et la gestion globale du paramètre  $\lambda$ . Les résultats de la méthode SCCT sur les images réelles montrent l'intérêt de l'ajustement du paramètre  $\lambda$  en fonction du bruit et du contraste de l'image pour gérer à la fois un fond texturé et des objets faiblement contrastés.

Pour l'application médicale visée par ce travail et qui s'inscrit dans le cadre du projet ANR Tecsan Voxelo, nous avons pu mettre en œuvre un protocole semi-automatique d'extraction de compartiments cliniquement pertinents pour l'analyse de la micro-architecture osseuse. Les tests de reproductibilité ont montré la stabilité de ce découpage et ont permis d'analyser dans un premier temps la variation de la proportion d'os dans la région sous-chondrale du tibia. Suite à cette séparation de l'os en compartiments, nous avons pu squelettiser et extraire les attributs morphométriques sur une série de genoux témoins fournis par le projet. Les résultats préliminaires montrent que les attributs extraits par notre méthode sont en concordance avec les mesures du BV/TV fournies par le constructeur et peuvent ainsi être exploités pour l'analyse de la microarchitecture des genoux arthrosiques et normaux à disposition du projet.

En première perspective à ce travail de thèse, nous nous proposons de viser une extension de la méthode de squelettisation SCCT pour le traitement de volume 3D. Étant donné que les méthodes de squelettisation 3D proposées dans la littérature s'appliquent en majorité sur des volumes binaires, il serait par conséquent intéressant d'explorer une possible extension des notions topologiques de la SCCT ainsi que son paramétrage afin de traiter les niveaux de gris d'images 3D.

La deuxième perspective de ce travail est applicative et concerne à la fois l'imagerie médicale et la biométrie. En effet, la quantification de la micro-architecture de tous les spécimens de genoux à disposition par nos contributions à la squelettisation et aux calculs d'attributs morphométriques est prévue dans le cadre du projet Voxelo. Cette quantification pourrait nous mener à une caractérisation de la micro-architecture par le choix de descripteurs classant les genoux malades (arthrosiques) et normaux. Par ailleurs, l'application de nos contributions pour la conception d'un système d'authentification biométrique par le réseau veineux du dos de la main est planifiée dans le cadre d'une collaboration avec la société Telnet Innovation Labs en Tunisie.

# Publications scientifiques

## Conférences avec comité de lectures

1. **Rabaa Youssef**, Sylvie Sevestre-Ghalila et Anne Ricordeau. Contribution à la squelettisation en niveaux de gris. In *42èmes Journées de Statistique*, 2010.
2. **Rabaa Youssef**, Sylvie Sevestre-Ghalila et Anne Ricordeau. Régulation statistique de la squelettisation d'une image en niveaux de gris par amincissement paramétré. In *43èmes Journées de Statistique*, 2011.
3. **Rabaa Youssef**, Sylvie Sevestre-Ghalila, Anne Ricordeau. Statistical control of thinning algorithm with implementation based on hierarchical queues. In *6th International Conference on Soft Computing and Pattern Recognition*. pages 365-370, 11-14 Aug. 2014. (**prix du meilleur papier**)
4. **Rabaa Youssef**, Hamid Bouhadoun, Jean Denis Laredo, Christine Chappard. Semi-automatic compartment extraction to assess 3D bone mineral density and morphometric parameters of the subchondral bone in the tibial knee. In *19th International Conference on Information Visualisation (iV)*, pages 518-523, July 2015.
5. **Rabaa Youssef**, Anis Kacem, Sylvie Sevestre-Ghalila, Christine Chappard. Graph structuring of skeleton object for its high-level exploitation. In *11th International Conference on Image analysis and Recognition ICIAR*, Vol 9164 of LNCS, pages. 419-426, Niagara Falls, July 2015.
6. **Rabaa Youssef**, Sylvie Sevestre-Ghalila, Anne Ricordeau et Amel Benazza Benyahya. Evaluation protocol of skeletonization applied to grayscale curvilinear structures. In *International Conference on Digital Image Computing : Techniques and Applications DICTA*, Adelaide, November 2015. (**Accepté**)
7. **Rabaa Youssef**, Sylvie Sevestre-Ghalila. Unified lowering decision of parametric thinning in the hypothesis test framework. In *International Conference on Digital Image Computing : Techniques and Applications DICTA*, Adelaide, November 2015. (**Accepté**)
8. Houda Mezlini, **Rabaa Youssef**, Hamid Bouhadoun, Elisa Budyn, Jean Denis Laredo, Sylvie Sevestre Ghalila, Christine Chappard. High resolution volume quantification of the knee joint space based on a semi-automatic segmentation of computed tomography image. In *22nd International Conference on Systems, Signals and Image Processing IWSSIP*, London, September 2015.

## Articles en cours de révision

1. Rabaa Youssef, Sylvie Sevestre-Ghalila, Anne Ricordeau, Amel Benazza. Self Contrast Controlled Thinning of gray image. *Pattern Recognition*. Elsevier.
2. Rabaa Youssef, Anne Ricordeau, Sylvie Sevestre-Ghalila, Amel Benazza-Benyahia. Evaluation protocol of skeletonization applied to grayscale curvilinear structures. *IET Image processing*.

## Poster

1. **Rabaa Youssef**, Sylvie Sevestre-Ghalila, Christine Chappard. Structuration du squelette en graphe pour une exploitation haut niveau par ses attributs. Journées du Groupe de Travail Géométrie Discrète GT GéoDis 2014.

# Annexe 1 : Détection de structures curvilignes par la géométrie différentielle

Dans cet annexe, nous décrivons les étapes de détection de structures curvilignes par la méthode de Steger [26]. D'abord on détaille l'approche analytique pour la localisation sous-pixellique des points crêtes. Ensuite, on s'intéresse à la procédure de liaison. Enfin, on explique le réglage des paramètres de la méthode DLD tel que proposé par l'auteur pour une performance optimale.

**Détection des points de crêtes sous-pixelliques** L'algorithme modélise l'image comme une surface dont la fonction est approchée par un polynôme de Taylor d'ordre 3. En effet, en analyse mathématique, le théorème de Taylor montre qu'une fonction plusieurs fois dérivable au voisinage d'un point peut être approximée par un polynôme dont les coefficients dépendent uniquement des dérivées de la fonction en ce point. Sous ce modèle, les segments du squelette sont vus comme les plus hautes lignes de crête de l'image en niveaux de gris ou encore comme les lieux où la concavité de la surface est maximale (illustrée par la figure 5.19).

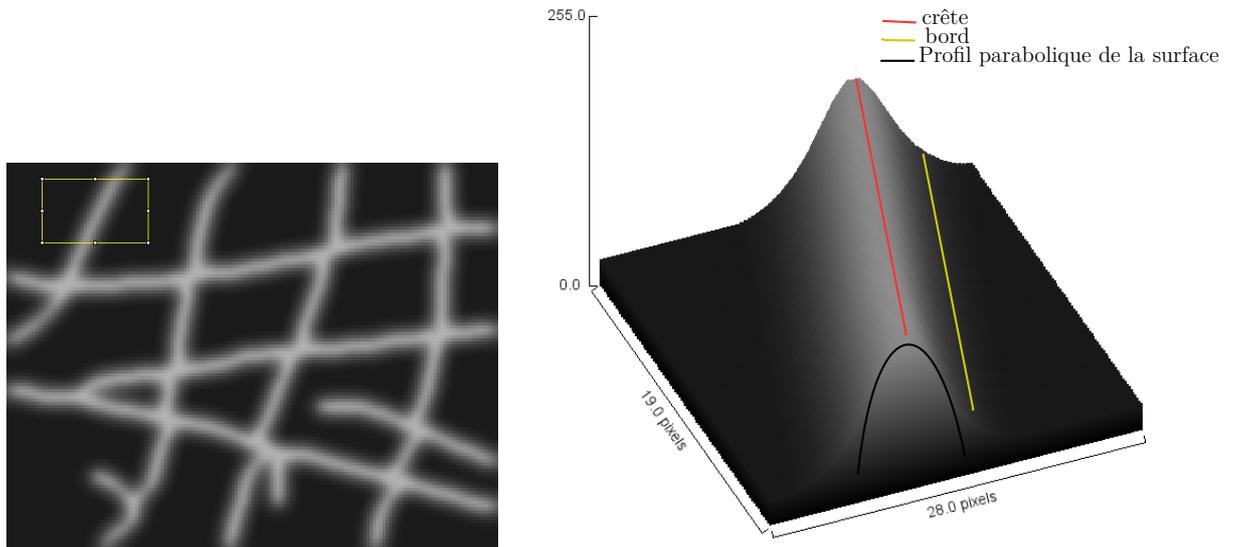


FIGURE 5.19 – Une image synthétique  $153 \times 121$  et son profil surfacique dans la zone délimitée par le rectangle.

Une telle localisation (avec une précision sous-pixelle) repose sur un modèle continu de la surface  $S$  et un développement en série de Taylor pour approcher le voisinage de chaque pixel  $X(x, y)$  :

$$S(x, y) = S(0, 0) + (x \ y) \cdot \nabla S + \frac{1}{2} (x \ y) H_S \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

où  $\nabla S$  est le vecteur gradient de la surface et  $H_S$  la matrice hessienne associée à  $S$  et calculé au centre du pixel en cours ( $x = 0, y = 0$ ).

Les dérivées secondes partielles représentent les éléments de la matrice hessienne. Bien entendu, la première et seconde dérivées composant le vecteur gradient et la matrice hessienne doivent être évaluées aussi précisément que possible. Il est à noter que la matrice hessienne permet plus généralement de définir la forme de la courbe au point étudié et donc le type de point en question (point de selle, pic, point de crête etc. . .).

A partir de ce modèle de surface, l'auteur trouve les points de crêtes en utilisant la direction qui maximise la courbure concave de l'image du gradient. Cette direction correspond au vecteur propre associé à la valeur propre minimale négative de la matrice hessienne. Pour calculer les dérivées de la fonction  $S$  de l'image, celle-ci est convoluée à des noyaux gaussiens de paramètre d'échelle  $\sigma$  qui correspondent aux dérivées premières et secondes. En effet, dans le cas discret, les filtres gaussiens convolués à l'image permettent d'obtenir les dérivées partielles, de lisser l'image pour éliminer le bruit, et d'avoir une solution multi-échelles en détectant des lignes du même ordre de grandeur que  $\sigma$ . C'est pourquoi, le paramètre d'échelle  $\sigma$  est lié à la largeur  $w$  des lignes à détecter.

Comme illustré par la figure 5.20, la direction maximisant la courbure concave de l'image du gradient peut être utilisée simultanément pour détecter les pixels du squelette et de chercher les pixels du contour de l'objet. Le vecteur  $\vec{n}$  étant la version normalisée de

cette direction, la précision en sous-pixel pour un point de crête est ensuite assurée en cherchant le point où la dérivée directionnelle s'annule. Par conséquent, un tel pixel a pour coordonnées  $P_{crête} = (x_c, y_c)^T = t \cdot \vec{n}$ , où  $t$  est obtenu comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t} S(t\vec{n}) = t\vec{n}^T \nabla S + \frac{1}{2} t^2 \vec{n}^T H_S \vec{n} = 0.$$

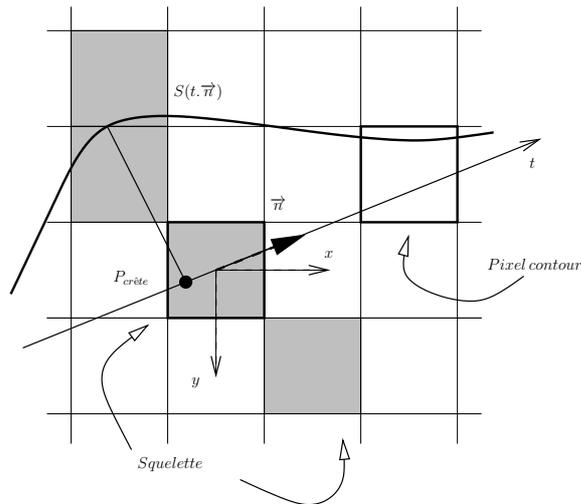


FIGURE 5.20 – Localisation d'un point crête sur une image.

**Procédure de liaison des points de crêtes** Une étape de liaison est effectuée après le calcul des points crêtes, guidée par la direction de la tangente à  $P_{crête}$ . L'algorithme de liaison démarre en partant des points qui ont une seconde dérivée directionnelle (la direction de la tangente) plus grande que la valeur d'un premier paramètre *high*. Ensuite, il suit les lignes jusqu'à ce que la seconde dérivée directionnelle soit inférieure à un deuxième paramètre *low* ou jusqu'à ce qu'il trouve un point de jonction. Les deux paramètres *high* et *low* sont les seuils hystérésis. En résumé, voici les étapes de la procédure de liaison :

1. Initialiser la liste des points  $P_{crête}$  et les normales associées  $\vec{n} = (n_x, n_y)^T$ ,
2. Démarrer la procédure au niveau des points qui ont les dérivées secondes plus grandes que le paramètre *high*.
3. Valider un voisinage : Les lignes sont tracées en ajoutant le voisinage approprié à chaque point de démarrage. Ceci implique de regarder dans les directions perpendiculaires à la normale, c'est-à-dire la direction de la tangente (dans les deux sens). Le voisin adéquat à un point de crête est celui qui minimise la distance entre ces deux points ainsi que l'angle (en valeur absolue) formé par les tangentes respectives en ces deux points. En effet, il s'agit de minimiser :  $d + \beta \cdot c$  où  $d$  est la distance euclidienne entre les 2 points et  $\beta$  la différence d'angle en valeur absolue entre les 2 tangentes comme illustré par la figure 5.21. Néanmoins, au niveau des points de jonction, on peut trouver deux voisins qui vérifient la condition citée plus haut (bifurcation). Le traçage se fait donc vers chacun de ses voisins et le pixel en cours de traitement sera considéré dans une étape ultérieure comme un point de jonction. Dans ce suivi, de nouveaux points sont ajoutés à une ligne en cours tant que leurs dérivées secondes

sont au dessus de *low*. De nouvelles lignes sont elles aussi créées tant que la dérivée seconde se trouve au-dessus du paramètre *high*.

4. Condition d'arrêt : S'il n'y a plus de  $P_{crête}$  dans la liste ou jusqu'à ce que le meilleur candidat de l'étape 3 soit déjà un point ajouté à une autre ligne : C'est ici que le point est marqué comme jonction.

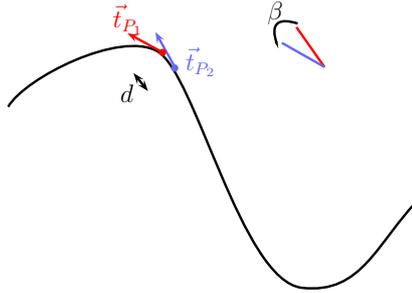


FIGURE 5.21 – Exemple de suivi de segment entre deux pixels crêtes  $P_1$  et  $P_2$ .

**Réglage des paramètres de la méthode différentielle** Dans cette sous-section, nous nous intéressons au réglage des paramètres de la méthode DLD. L'auteur explique dans [26] que le paramètre  $\sigma$  est lié à la largeur de ligne et est calculé selon la formule :  $\sigma = w/\sqrt{3}$ . Les 2 paramètres restants sont *high* and *low* qui sont les seuils d'hystérésis. Les valeurs recommandées par l'auteur sont respectivement  $high = h|g'_w - g'_{-w}|$  et  $low \in [0.2high, 0.5high]$ , où  $h$  correspond au contraste de l'image entre l'objet et le fond et  $g'_w$  la dérivée première d'un noyau gaussien de paramètre d'échelle  $w$ . La méthode DLD suppose que les lignes d'objets sont de largeurs comparables et détecte les lignes de même échelle pour un paramètre  $\sigma$  donné. Pour simplifier les explications, nous nous basons sur le cas 1D.

En effet, comme expliqué plus haut, la convolution par noyau gaussien permet de lisser l'objet avant de calculer les points crêtes  $P_{crête}$ . Si le paramètre d'échelle de ce noyau est trop grand, il est possible de ne plus pouvoir détecter des objets filaires de largeurs faibles car ils sont aplatis par la convolution. Sachant qu'un profil parabolique est le cas idéal d'un profil de ligne d'objet (comme celui de la figure 5.19), la figure 5.22 montre l'aplatissement de ce dernier en fonction de l'augmentation des valeurs du paramètre d'échelle du noyau gaussien utilisé.

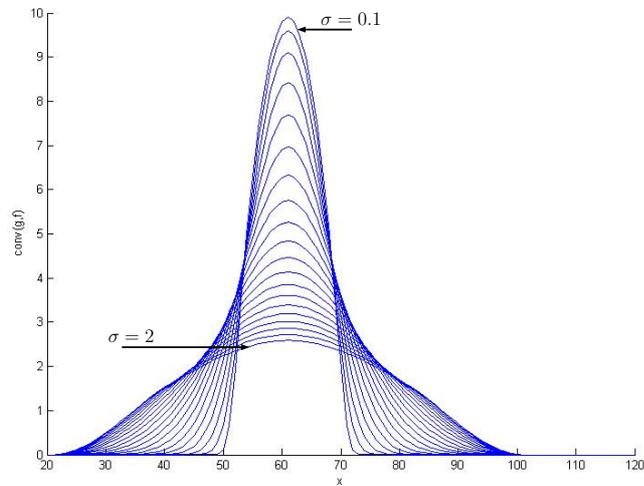


FIGURE 5.22 – (a) : fonction parabolique  $f(x) = 1 - (x/w)^2$  convolué à un noyau gaussien de paramètre d'échelle  $\sigma$  variable.

En conclusion, la méthode DLD est une méthode qui donne des squelettes lisses, invariants au bruit et en précision sous-pixellique. Elle permet aussi de détecter les contours et par conséquent les demi-largeurs des structures curvilignes. Néanmoins, cette méthode DLD n'impose aucune contrainte pour préserver la connexité de l'objet. La procédure de liaison échoue dans le cas de structures curvilignes de demi largeurs différentes. Nous pouvons constater dans le chapitre d'évaluation 3 que cette absence de contrainte sur l'homotopie implique dans certains cas une perte de jonctions d'où la non-préservation de la connexité de l'objet.

# Bibliographie

- [1] H. Blum. A transformation for extracting new descriptors of shape. In Weiant Wathen-Dunn, editor, *Proc. Models for the Perception of Speech and Visual Form*, pages 362–380, Cambridge, MA, November 1967. MIT Press.
- [2] L.P. Cordella and A. Marcelli. An alternative approach to the performance evaluation of thinning algorithms for document processing applications. In R. Kasturi and K. Tombre, editors, *Graphics Recognition Methods and Applications.*, volume 1072 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 13–22. Springer Berlin Heidelberg, 1996.
- [3] B.K. Jang and R.T. Chin. Analysis of thinning algorithms using mathematical morphology. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.*, 12(6) :541–551, 1990.
- [4] S.W. Lee, L. Lam, and C.Y. Suen. Performance evaluation of skeletonization algorithms for document analysis processing. In *Proceedings of the Second International Conference on Document Analysis and Recognition.*, pages 260–271, 1991.
- [5] A. Cheung, M. Bennamoun, and N.W. Bergmann. An arabic optical character recognition system using recognition-based segmentation. *Pattern Recognition*, 34(2) :215 – 233, 2001.
- [6] C. Dalitz, M. Droettboom, B. Pranzas, and I. Fujinaga. A comparative study of staff removal algorithms. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(5) :753–766, 2008.
- [7] S. Wshah, Z. Shi, and V. Govindaraju. Segmentation of arabic handwriting based on both contour and skeleton segmentation. In *International Conference on Document Analysis and Recognition*, pages 793–797. IEEE Computer Society, 2009.
- [8] L. Wang and G. Leedham. A thermal hand vein pattern verification system. In Sameer Singh, Maneesha Singh, Chid Apte, and Petra Perner, editors, *Pattern Recognition and Image Analysis*, volume 3687 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 58–65. Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [9] F. Zhao and X. Tang. Preprocessing and postprocessing for skeleton-based fingerprint minutiae extraction. *Pattern Recognition*, 40(4) :1270 – 1281, 2007.
- [10] Jianjiang F. Combining minutiae descriptors for fingerprint matching. *Pattern Recognition*, 41(1) :342 – 352, 2008.
- [11] L. Wang, G. Leedham, and D. Siu-Yeung Cho. Minutiae feature analysis for infrared hand vein pattern biometrics. *Pattern Recognition*, 41(3) :920 – 929, 2008. Part Special issue : Feature Generation and Machine Learning for Robust Multimodal Biometrics.

- [12] J.A. Unar, W.C. Seng, and A. Abbasi. A review of biometric technology along with trends and prospects. *Pattern Recognition*, 47(8) :2673 – 2688, 2014.
- [13] H. Mayer and C. Steger. A new approach for line extraction and its integration in a multi-scale, multi-abstraction-level road extraction system. In *IAPR TC-7 Workshop : Mapping Buildings, Roads and other Man-Made Structures from Images*, Oldenbourg Verlag, pages 331–348, 1996.
- [14] C. Heipke, H. Mayer, C. Wiedemann, and O. Jamet. Evaluation of automatic road extraction. In *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, pages 47–56, 1997.
- [15] J.B. Mena and J.A. Malpica. An automatic method for road extraction in rural and semi-urban areas starting from high resolution satellite imagery. *Pattern Recognition Letters*, 26(9) :1201 – 1220, 2005.
- [16] G. Lisini, C. Tison, F. Tupin, and P. Gamba. Feature fusion to improve road network extraction in high-resolution sar images. *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, 3(2) :217–221, 2006.
- [17] G. Xufeng, D. Dean, S. Denman, C. Fookes, and S. Sridharan. Evaluating automatic road detection across a large aerial imagery collection. In *Digital Image Computing Techniques and Applications (DICTA), 2011 International Conference on*, pages 140–145, Dec 2011.
- [18] S.-F. Huang, R.-F. Chang, W. Kyung Moon, Y.-H. Lee, D.-R. Chen, and J.S. Suri. Analysis of tumor vascularity using three-dimensional power doppler ultrasound images. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 27(3) :320–330, March 2008.
- [19] P.J. Yim, P.L. Choyke, and R.M. Summers. Gray-scale skeletonization of small vessels in magnetic resonance angiography. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, 19(6) :568–576, 2000.
- [20] A. Laib and P. Rügsegger. Calibration of trabecular bone structure measurements of in vivo three-dimensional peripheral quantitative computed tomography with 28- $\mu$ m-resolution microcomputed tomography. *Bone*, 24(1) :35 – 39, 1999.
- [21] C. Chappard, F. Peyrin, A. Bonnassie, G. Lemineur, B. Brunet-Imbault, E. Lespessailles, and C.L. Benhamou. Subchondral bone micro-architectural alterations in osteoarthritis : a synchrotron micro-computed tomography study. *Osteoarthritis and Cartilage*, 14(3) :215 – 223, 2006.
- [22] S. Sevestre-Ghalila, A. Benazza Benyahia, A. Ricordeau, N. Mellouli, and C. Chappard. Texture image analysis for osteoporosis detection with morphological tools. *Springer Berlin / Heidelberg*, 3216 :87–94, September 2004.
- [23] S. Wang, A. Rosenfeld, and A.Y. Wu. A medial axis transformation for grayscale pictures. Technical Report TR-843, Comput. Sci. Cent., Univ. Maryland, 1979.
- [24] Z. Sibel Göktepe Tari, J. Shah, and H. Pien. Extraction of shape skeletons from grayscale images. *Computer Vision and Image Understanding*, 66(2) :133 – 146, 1997.
- [25] Do Hyun Chung and G. Sapiro. Segmentation-free skeletonization of gray-scale images via pdes. In *Image Processing, 2000. Proceedings. 2000 International Conference on*, volume 2, pages 927 –930, 2000.

- [26] C. Steger. An unbiased detector of curvilinear structures. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.*, 20(2) :113–125, 1998.
- [27] A. Baumgartner, C. Steger, H. Mayer, and W. Eckstein. Multi-resolution, semantic objects, and context for road extraction. In *In Semantic Modeling for the Acquisition of Topographic Information from Images and Maps*, pages 140–156. Birkhauser Verlag, 1997.
- [28] I. Laptev, H. Mayer, T. Lindeberg, W. Eckstein, C. Steger, and A. Baumgartner. Automatic extraction of roads from aerial images based on scale space and snakes. *Machine Vision and Applications*, 12(1) :23–31, 2000.
- [29] G. Levi and U. Montanari. A grey-weighted skeleton. *Inform. Contr.*, 17 :62–91, 1970.
- [30] K. Qian, S. Cao, and P. Bhattacharya. Skeletonization of gray-scale images by gray weighted distance transform. In S. K. Park and R. D. Juday, editors, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 3074 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 224–228, 1997.
- [31] A. Nedzved, S. Uchida, and S. Ablameyko. Gray-scale thinning by using a pseudo-distance map. In *Pattern Recognition, 2006. ICPR 2006. 18th International Conference on*, volume 2, pages 239 –242, 2006.
- [32] A. Rosenfeld. Connectivity in digital pictures. *Journal of the ACM*, 1970.
- [33] C. Arcelli and G. Ramella. Finding grey-skeletons by iterated pixel removal. *Image and Vision Computing*, 13(3) :159–167, 1995.
- [34] K. Abe, F. Mizutani, and C. Wang. Thinning of gray-scale images with combined sequential and parallel conditions for pixel removal. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, 24(2) :294 –299, 1994.
- [35] V. Ranwez and P. Soille. Order independent homotopic thinning for binary and grey tone anchored skeletons. *Pattern Recognition Letters*, 23(6) :687–702, April 2002.
- [36] C. Lohou and G. Bertrand. New parallel thinning algorithms for 2d grayscale images. In L. J. Latecki, D. M. Mount, and A. Y. Wu, editors, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, volume 4117 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, pages 58–69, 2000.
- [37] M. Couprie, N. Bezerra, and G. Bertrand. A parallel thinning algorithm for grayscale images. In Rocio Gonzalez-Diaz, Maria-Jose Jimenez, and Belen Medrano, editors, *Discrete Geometry for Computer Imagery*, volume 7749 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 71–82. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [38] C. Dyer and A. Rosenfeld. Thinning algorithms for gray-scale pictures. *IEEE Trans. on Pattern An. and Machine Int.*, 1(1) :88–89, 1979.
- [39] S. Peleg and A. Rosenfeld. A min-max medial axis transformation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 3 :208–210, 1981.
- [40] S.S. Yu and W.H. Tsai. A new thinning algorithm for gray-scale images by the relaxation technique. *Pattern Recognition*, 23(10) :1067 – 1076, 1990.

- [41] E. Salari and P. Siy. The ridge-seeking method for obtaining the skeleton of digital images. In *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, volume 14, pages 524–528, 1994.
- [42] K.W. Kang, J.W. Suh, and J.H. Kim. Skeletonization of grayscale character images using pixel superiority index. In *IAPR Workshop on Document Analysis Systems*, 1998.
- [43] S.S. Mersa and A.M. Darwish. A new parallel thinning algorithm for gray scale images. In *IEEE Nonlinear Signal and Image Proc. Conf*, pages 409–413, 1999.
- [44] C. Wang and K. Abe. A method for gray-scale image thinning : the case without region specification for thinning. In *Pattern Recognition, 1992. Vol.III. Conference C : Image, Speech and Signal Analysis, Proceedings., 11th IAPR International Conference on*, pages 404 –407, 1992.
- [45] A. Nedzved and S. Ablameyko. Thinning of the gray-scale and color images by a sequential analysis of binary layers. *Pattern Recognition and Image Analysis. (Advances in Mathematical Theory and Applications)*, 10(2) :226–235, 2000.
- [46] K. Kim, B. Lee, N. Choi, G. Kang, J. Park, and C. Suen. Gray-scale thinning algorithm using local min/max operations. In Horst Bunke and A. Spitz, editors, *Document Analysis Systems VII*, volume 3872 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 62–70. Springer Berlin / Heidelberg, 2006.
- [47] J. Serra. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. Academic Press, London, 1982.
- [48] M. Couprie, F. N. Bezerra, and G. Bertrand. Grayscale image processing using topological operators. In *Proc. of SPIE Vision Geometry VIII.*, volume 3811, pages 261–272, September 1999.
- [49] Jocelyn Marchadier, Didier Arquès, and Sylvain Michelin. Thinning grayscale well-composed images. *Pattern Recognition Letters*, 25(5) :581 – 590, 2004.
- [50] Marcin Iwanowski and Pierre Soille. A queue based algorithm for order independent anchored skeletonisation. In A. Gagalowicz and W. Philips, editors, *Computer Analysis of Images and Patterns*, volume 3691 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 530–537. Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [51] B.K. Jang and R.T. Chin. One-pass parallel thinning : analysis, properties, and quantitative evaluation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.*, 14(11) :1129–1140, 1992.
- [52] M. Couprie. Note on fifteen 2d parallel thinning algorithms. Technical report, Institut Gaspard-Monge, Unité Mixte de Recherche CNRS-UMLV-ESIEE, 2006.
- [53] L. Vincent and P. Soille. Watersheds in digital spaces : An efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.*, 13(6) :583–598, June 1991.
- [54] K. Palagyi, J. Tschirren, E.A. Hoffman, and M. Sonka. Quantitative analysis of pulmonary airway tree structures. *Computers in Biology and Medicine*, 36(9) :974 – 996, 2006.
- [55] B. Xiang and L.J. Latecki. Path similarity skeleton graph matching. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 30(7) :1282–1292, July 2008.

- [56] A.R. Backes and O.M. Bruno. A graph-based approach for shape skeleton analysis. In P. Foggia, C. Sansone, and M. Vento, editors, *Image Analysis and Processing – ICIAP 2009*, volume 5716 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 731–738. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [57] C. Di Ruberto. Recognition of shapes by attributed skeletal graphs. *Pattern Recognition*, 37(1) :21 – 31, 2004.
- [58] R. M. Haralick. Performance characterization in image analysis : thinning, a case in point. *Pattern Recognition Letters*, 13(1) :5 – 12, 1992.
- [59] L. Lam and C.Y. Suen. Automatic comparison of skeletons by shape matching methods. *International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence IJPRAI.*, 7(5) :1271–1286, 1993.
- [60] M.Y. Jaisimha, R.M. Haralick, and D. Dori. A methodology for the characterization of the performance of thinning algorithms. In *Proceedings of the Second International Conference on Document Analysis and Recognition.*, pages 282–286, October 1993.
- [61] J. Chaussard, M. Couprie, and H. Talbot. A discrete  $\lambda$ -medial axis. In Srecko Brlek, Christophe Reutenauer, and Xavier Provençal, editors, *Discrete Geometry for Computer Imagery*, volume 5810 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 421–433. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [62] L. Lam, S.W Lee, and C.Y. Suen. Thinning methodologies - a comprehensive survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(9) :869–885, 1992.
- [63] P. Peter and M. Breuß. Refined homotopic thinning algorithms and quality measures for skeletonisation methods. In Michael Breuß, Alfred Bruckstein, and Petros Maragos, editors, *Innovations for Shape Analysis, Mathematics and Visualization*, pages 77–92. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [64] Q. Li, Z. Yixin, Z. Xuping, W. Shun, and X. Fei. Statistical behavior analysis and precision optimization for the laser stripe center detector based on steger’s algorithm. *Opt. Express*, 21(11) :13442–13449, Jun 2013.
- [65] S. Beucher and J. Serra. Shapes and patterns of microstructures considered as grey-tone functions. In *3rd European Symposium on Stereology, Ljubljana*, 1981.
- [66] C. Ronse. A topological characterization of thinning. *Theoretical Computer Science*, 43(0) :31 – 41, 1986.
- [67] C. Arcelli and L. Serino. Skeletonization of labeled gray-tone images. *Image and Vision Computing*, 23(2) :159 – 166, 2005. Discrete Geometry for Computer Imagery.
- [68] S. Rami-Shojaei and C. Vachier. H-thinning for gray-scale images. In *Image Processing, 2004. ICIP '04. 2004 International Conference on*, volume 1, pages 287–290 Vol. 1, Oct 2004.
- [69] G. Bertrand and M. Couprie. Two-dimensional parallel thinning algorithms based on critical kernels. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 31(1) :35–56, 2008.
- [70] L. Lam and C.Y. Suen. Evaluation of thinning algorithms from an ocr viewpoint. In *Proceedings of the Second International Conference on Document Analysis and Recognition, ICDAR.*, pages 287–290, 1993.

- [71] S. Mozaffari, K. Faez, and M. Ziaratban. Structural decomposition and statistical description of farsi/arabic handwritten numeric characters. In *Document Analysis and Recognition, 2005. Proceedings. Eighth International Conference on*, pages 237–241 Vol. 1, Aug 2005.
- [72] L.M. Lorigo and V. Govindaraju. Offline arabic handwriting recognition : a survey. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(5) :712–724, May 2006.
- [73] A.M. Al-Shatnawi, K. Omar, B.M. AlFawwaz, and A.M. Zeki. Skeleton extraction : Comparison of five methods on the arabic ifn/enit database. In *Computer Science and Information Technology (CSIT), 2014 6th International Conference on*, pages 50–59, March 2014.
- [74] K. Siddiqi, A. Shokoufandeh, S. J. Dickenson, and S. W. Zucker. Shock graphs and shape matching. In *Proc. 6th Int. Conf. on Computer Vision*, pages 222–229, Jan 1998.
- [75] Y. Yang, L. Zhu, S. Haker, A.R. Tannenbaum, and D.P. Giddens. Harmonic skeleton guided evaluation of stenoses in human coronary arteries. In J. S. Duncan and G. Gerig, editors, *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention – MICCAI 2005*, volume 3749 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 490–497. Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [76] J. Jeong-Hun and H. Ki-Sang. A pseudo-distance map for the segmentation-free skeletonization of gray-scale images. In *Computer Vision, 2001. ICCV 2001. Proceedings. Eighth IEEE International Conference on*, volume 2, pages 18–23 vol.2, 2001.
- [77] J.B. Mena. State of the art on automatic road extraction for {GIS} update : a novel classification. *Pattern Recognition Letters*, 24(16) :3037 – 3058, 2003.
- [78] P. Soille. *Morphological Image Analysis*. Springer-Verlag, 1999.
- [79] R. Youssef, S. Sevestre-Ghalila, and A. Ricordeau. Contribution à la squelettisation en niveaux de gris. In *42èmes Journées de Statistique*, 2010.
- [80] R. Youssef, S. Sevestre-Ghalila, and A. Ricordeau. Régulation statistique de la squelettisation d’une image en niveaux de gris par amincissement paramétré. In *43èmes Journées de Statistique*, 2011.
- [81] J.P. Lecoutre and P. Tassi. *Statistique non paramétrique et robustesse*. Economica, 1987.
- [82] M. Cottrel, V. Genon-Catalot, and G. Ruget. *Exercices de probabilités avec rappel de cours*. Dia. Belin, Paris, 1980. Maîtrises de mathématiques pures et appliquées. Ecole d’ingénieurs.
- [83] M. Iwanowski and P. Soille. Fast algorithm for order independent binary homotopic thinning. In Bartłomiej Beliczynski, Andrzej Dzielinski, Marcin Iwanowski, and Bernardete Ribeiro, editors, *Adaptive and Natural Computing Algorithms*, volume 4432 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 606–615. Springer Berlin Heidelberg, 2007.
- [84] F. Meyer. Procédé de traitement d’images par files d’attente hiérarchisées, 1992. WO Patent App. PCT/FR1992/000,247.

- [85] S. Beucher. Watershed, hierarchical segmentation and waterfall algorithm. In J. Serra and P. Soille, editors, *Mathematical Morphology and Its Applications to Image Processing*, volume 2 of *Computational Imaging and Vision*, pages 69–76. Springer Netherlands, 1994.
- [86] R. Youssef, S. Sevestre-Ghalila, and A. Ricordeau. Statitical control of thinning algorithm with implementation based on hierarchical queues. In *Soft Computing and Pattern Recognition (SoCPaR), 2014 6th International Conference of*, pages 365–370, Aug 2014.
- [87] J. Chaussard, M. Couprie, and H. Talbot. Robust skeletonization using the discrete  $\lambda$ -medial axis. *Pattern Recognition Letters*, 32(9) :1384–1394, 2011.
- [88] X. Bai, L. J. Latecki, and W.Y. Liu. Skeleton pruning by contour partitioning with discrete curve evolution. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence.*, 29(3) :449–462, March 2007.
- [89] T. Grigorishin, G.H. Abdel-Hamid, and Y.H. Yang. Skeletonisation : An electrostatic field-based approach. *Pattern Analysis and Applications.*, 1(3) :163–177, 1998.
- [90] D. Sharvit, J. Chan, H. Tek, and B.B. Kimia. Symmetry-based indexing of image databases. *Journal of Visual Communication and Image Representation.*, 9 :366–380, 1998.
- [91] M. Eden. A Two-dimensional Growth Process. *Proc. Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 4, 1961.
- [92] D.G. Sim, O.K. Kwon, and R.H. Park. Object matching algorithms using robust hausdorff distance measures. *IEEE Transactions on Image Processing.*, 8(3) :425–429, 1999.
- [93] W. Rucklidge. *Efficient Visual Recognition Using the Hausdorff Distance*, volume 1173 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 1996.
- [94] J. Paumard. Robust comparison of binary images. *Pattern Recognition Letters.*, 18(10) :1057–1063, 1997.
- [95] M.P. Dubuisson and A.K. Jain. A modified hausdorff distance for object matching. In *12th IAPR International Conference on Pattern Recognition.*, volume 1, pages 566–568, 1994.
- [96] W. Gittoes, T. Botterill, and R. Green. Quantitative analysis of skeletonisation algorithms for modelling of branches. In *In Proceedings of Image and Vision Computing New Zealand*, 2011.
- [97] P.M. Adler. *Porous media : geometry and transports*. Butterworth-Heinemann series in chemical engineering. Butterworth-Heinemann, Boston, 1992.
- [98] P.M. Patil, S.R. Suralkar, and F.B. Sheikh. Rotation invariant thinning algorithm to detect ridge bifurcations for fingerprint identification. In *ICTAI IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence*, pages 634–641. IEEE Computer Society, 2006.
- [99] W. Ayadi, A. Benazza-Benyahia, and S. Sevestre-Ghalila. Quantification of microarchitecture bone junctions based on a dual tree m-band wavelet decomposition. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2007. EMBS 2007. 29th Annual International Conference of the IEEE*, pages 5634–5637, Aug 2007.

- [100] E. Legrand, D. Chappard, C. Pascaretti, M. Duquenne, S. Krebs, V. Rohmer, M.F. Basle, and M. Audran. Trabecular bone microarchitecture, bone mineral density, and vertebral fractures in male osteoporosis. *Journal of Bone and Mineral Research*, 15(1) :13–19, 2000.
- [101] J. Ravi, K.B. Raja, and K.R. Venugopal. Fingerprint recognition using minutia score matching. *CoRR*, abs/1001.4186, 2010.
- [102] M. Delalandre, E. Trupin, and J.M. Ogier. Symbols recognition system for graphic documents combining global structural approaches and using a xml representation of data. In A. Fred, T.M. Caelli, R.P.W. Duin, A.C. Campilho, and D. de Ridder, editors, *Structural, Syntactic, and Statistical Pattern Recognition*, volume 3138 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 425–433. Springer Berlin Heidelberg, 2004.
- [103] F. Suard, A. Rakotomamonjy, and A. Benschraï. Détection de piétons par stéréovision et noyaux de graphes. In *GRETSI05, Louvain-la-Neuve, Belgique*, pages 686–686, 2005.
- [104] B. Xiang, W. Xinggang, L.J. Latecki, L. Wenyu, and T. Zhuowen. Active skeleton for non-rigid object detection. In *IEEE 12th International Conference on Computer Vision*, pages 575–582, Sept 2009.
- [105] A.D. Ward and G. Hamarneh. The groupwise medial axis transform for fuzzy skeletonization and pruning. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 32(6) :1084–1096, June 2010.
- [106] R. Youssef, A. Kacem, S. Sevestre-Ghalila, and C. Chappard. Graph structuring of skeleton object for its high-level exploitation. In Mohamed Kamel and Aurélio Campilho, editors, *Image Analysis and Recognition*, volume 9164 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 419–426. Springer International Publishing, 2015.
- [107] Xiangrong Zhu and Di Huang. Hand dorsal vein recognition based on hierarchically structured texture and geometry features. In W.-S. Zheng, Z. Sun, Y. Wang, X. Chen, P.C. Yuen, and J. Lai, editors, *Biometric Recognition*, volume 7701 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 157–164. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [108] T. Neogi and Y. Zhang. Epidemiology of osteoarthritis. In *Journal of Rheumatic Disease Clinics of North America*, 39 :1 – 19, 2013.
- [109] J.H. Kellgren and J.S. Lawrence. Radiological assessment of osteo-arthrosis. *Annals of the Rheumatic Diseases*, 16(4) :494–502, 1957.
- [110] O. Bruyere, C. Dardenne, E. Lejeune, B. Zegels, A. Pahaut, F. Richy, L. Seidel, O. Ethgen, Y. Henrotin, and JY. Reginster. Subchondral tibial bone mineral density predicts future joint space narrowing at the medial femoro-tibial compartment in patients with knee osteoarthritis. *Bone*, 32(5) :541–545, 2003.
- [111] K.L. Bennell, M.W. Creaby, T.V. Wrigley, and D.J. Hunter. Tibial subchondral trabecular volumetric bone density in medial knee joint osteoarthritis using peripheral quantitative computed tomography technology. *Arthritis & Rheumatism*, 58(9) :2776–2785, 2008.
- [112] S. Boutroy, M.L. Bouxsein, F. Munoz, and P.D. Delmas. In vivo assessment of trabecular bone microarchitecture by high-resolution peripheral quantitative computed tomography. *The Journal of Clinical Endocrinology & Metabolism*, 90(12) :6508–6515, 2005.

- [113] Z. Zhang, J. Liu, N.S. Cherian, S. Ying, J.L Lim, W.K. Wong, N.M. Tan, S. Lu, H. Li, and T.Y. Wong. Convex hull based neuro-retinal optic cup ellipse optimization in glaucoma diagnosis. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2009. EMBC 2009. Annual International Conference of the IEEE*, pages 1441–1444, Sept 2009.
- [114] J.L. Lancaster, P.T. Fox, H. Downs, D.S. Nickerson, T.A. Hander, M. El Mallah, P.V. Kochunov, and F. Zamarripa. Global spatial normalization of human brain using convex hulls. *Journal of Nuclear Medicine*, 40(6) :942–955, 1999.
- [115] C.C. Glüer, G. Blake, Y. Lu, B.A. Blunt, M. Jergas, and H.K. Genant. Accurate assessment of precision errors : How to measure the reproducibility of bone densitometry techniques. *Osteoporosis International*, 5(4) :262–270, 1995.
- [116] R. Youssef, H. Bouhadoun, J.D. Laredo, and C. Chappard. Semi-automatic compartment extraction to assess 3d bone mineral density and morphometric parameters of the subchondral bone in the tibial knee. In *Information Visualisation (iV), 2015 19th International Conference on*, pages 518–523, July 2015.
- [117] D. Maltoni, D. and Maio, A.K. Jain, and S. Prabhakar. *Handbook of Fingerprint Recognition*. Springer Publishing Company, Incorporated, 2nd edition, 2009.
- [118] F. Slimane, S. Kanoun, J. Hennebert, A. M. Alimi, and R. Ingold. A study on font-family and font-size recognition applied to arabic word images at ultra-low resolution. *Pattern Recognition Letters*, 34(2) :209 – 218, 2013.
- [119] M. Gargouri, S. Kanoun, and J.-M. Ogier. Text-independent writer identification on online arabic handwriting. In *Document Analysis and Recognition (ICDAR), 2013 12th International Conference on*, pages 428–432, Aug 2013.
- [120] S. Wshah, S. Zhixin, and V. Govindaraju. Segmentation of arabic handwriting based on both contour and skeleton segmentation. In *Document Analysis and Recognition, 2009. ICDAR '09. 10th International Conference on*, pages 793–797, July 2009.