



HAL
open science

Développement de méthodes de pénalisation pour la simulation de l'écoulement turbulent autour d'obstacles

Wided Bizid

► **To cite this version:**

Wided Bizid. Développement de méthodes de pénalisation pour la simulation de l'écoulement turbulent autour d'obstacles. Mécanique [physics]. Université de Bordeaux, 2017. Français. NNT : 2017BORD0631 . tel-01578424

HAL Id: tel-01578424

<https://theses.hal.science/tel-01578424>

Submitted on 29 Aug 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR
SPÉCIALITÉ : MÉCANIQUE

par Wided BIZID

Développement de méthodes de pénalisation pour la simulation de l'écoulement turbulent autour d'obstacles

Sous la direction de : Mejdi AZAÏEZ et Maatoug HASSINE
(co-directeur : Stéphane VINCENT)

Soutenue le 30 Juin 2017

Membre du Jury :

M. Philippe ANGOT	Professeur, Université Aix-Marseille	Président
M. Jean-Luc ESTIVALEZES	Professeur associé, INP Toulouse	Rapporteur
M. Pascal FEDE	Maître de conférence, INP Toulouse	Rapporteur
M. Jean-Paul CALTAGIRONE	Professeur émérite, INP Bordeaux	Examineur
M. Mejdi AZAÏEZ	Professeur, Bordeaux INP	Directeur
M. Stéphane VINCENT	Professeur, Université Paris-Est Marne-La-Vallée	Co-Directeur
M. Maatoug HASSINE	Professeur, Université Monastir	Directeur

Développement de méthodes de pénalisation pour la simulation de l'écoulement turbulent autour d'obstacles

Résumé :

En vue d'applications aux turbines éoliennes, cette thèse vise à étendre l'utilisation des méthodes de type domaines fictifs et en particulier la méthode de pénalisation pour la simulation de l'écoulement turbulent instationnaire autour d'obstacles de géométrie complexe. La modélisation de la turbulence instationnaire à nombres de Reynolds élevés a été abordée par des approches hybrides RANS/LES telles que la (DES) et la (DDES). Afin d'améliorer la prédiction, un modèle de paroi de type TBLE a été introduit.

Après une brève présentation des méthodes et des outils mis en oeuvre, des simulations 2D/3D sur la configuration de cylindre et du canal sont ensuite présentées, analysées et comparées aux résultats numériques et expérimentaux.

Les résultats de simulation montrent la faisabilité et l'efficacité des modèles et de la méthode de couplage (DDES/TBLE).

La dernière étude se concentre sur la simulation de l'écoulement d'air autour d'un profil de pale. Les réussites et les échecs des simulations numériques sont soulignés et étudiés. En conclusion, l'étude établit les fondements pour une future application dans le cas de l'écoulement autour d'un rotor éolien en mouvement.

Mots-clés :

Méthode de pénalisation ; Modèle de turbulence ; Cylindre ; Canal ; Profil de pale S809.

Development of penalty methods for the simulation of turbulent flow around obstacles

Abstract :

In the perspective of application to wind turbine design, this thesis aims to extend the use of fictitious domain methods and in particular the method of penalization for the simulation of unsteady turbulent flows around obstacles of complex geometry. The unsteady turbulence modeling at high Reynolds numbers was studied by hybrid approaches (RANS / LES) such as (DES) and (DDES). In order to improve the prediction, a wall model based on simplified Thin Boundary Layer Equations (TBLE) was introduced.

After a brief presentation of the tools and methods implemented, full 2D / 3D computations on cylinder and channel configuration are then presented, analyzed and compared to numerical and experimental results.

The simulation results show the feasibility and effectiveness of the proposed models and the coupling method (DDES / TBLE).

The latest investigation focuses on the simulation of the flow around the airfoil of a wind turbine. The success and fails of the computations are highlighted and explained.

Keywords :

Penalty method ; Turbulence model ; Cylinder ; Channel ; S809 profile.

Unité de recherche

[Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M) - UMR 5295,
Département TREFLE - 16 avenue Pey-Berland, 33607 PESSAC Cedex]

Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier tous les petits curieux qui liront ces quelques mots, car beaucoup d'entre eux ont contribué à ce présent travail d'une façon ou d'une autre.

Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance à tout les membres de jury qui ont accepté de de juger mon travail. Mes remerciements s'adressent aussi aux personnes qui ont accepté de relire cette thèse et d'en être rapporteurs.

Les travaux menés au cours de cette thèse ont été enrichis par des collaborations passionnantes de diverses origines. Ces collaborations ont donné lieu à des échanges très riches. En fait, le déroulement de ce mémoire a été l'occasion de rencontrer une multitude de personnes qui ont contribués à mon épanouissement professionnel et personnel.

Je suis reconnaissante au professeur Stéphane VINCENT pour sa gentillesse et ses conseils sans failles. Je lui remercie pour avoir encadré mon travail.

Ma profonde gratitude s'adresse à Monsieur Maatoug HASSINE, professeur à l'université de Monastir, pour avoir encadré mon travail. Tes qualités humaines et scientifiques font de vous un excellent encadrant. Merci pour avoir été toujours là pour m'écouter et discuter de ma thèse.

Je voudrais également exprimer ma sincère reconnaissance à Monsieur Nabil GMATTI pour m'avoir ouvert les portes du laboratoire et de la recherche. Je lui remercie aussi pour son soutien, la confiance qu'il m'a témoignée et l'ensemble des moyens qu'il a mis à ma disposition.

Je remercie toute l'équipe du laboratoire TREFLE à l'ENSCP à Bordeaux pour m'avoir intégré.

Je voudrais remercier les personnes qui m'ont accueilli au sein du laboratoire. Tout d'abord, je commence par Monsieur Mejdi AZAIEZ, professeur à l'INP. Le mot remerciement trop faible pour dire combien je suis reconnaissante envers Monsieur Mejdi AZAIEZ qui a choisi de me faire confiance pour réfléchir sur ce sujet et qui m'a ensuite largement conseillé jusqu'au jour de la soutenance. Aussi, je tiens à lui exprimer ma profonde reconnaissance pour m'avoir tendu la main dans les moments difficiles et avoir toujours pris de mes nouvelles.

Je tiens à remercier sincèrement et chaleureusement Valérie THOUARD pour son accueil et sa disponibilité.

Merci infiniment à Ludovic OSMAR, Pierre LUBIN, Antoine LEMOINE, Arthur SARTHOU, Adrien ETCHEVERLEPO,..., sans leurs aide ce travail n'aurait pu être aussi abouti.

Je remercie tous les membres du laboratoire TREFLE, d'avoir fait de cette période une expérience enrichissante tant sur le plan scientifique qu'humain.

Un énorme merci à mon mari, ma mère, ma belle-mère et mes amis qui ont toujours été présents dans les bons moments comme dans les plus difficiles.

Je finirai par ma famille. Un éternel merci à ma fille Maram, mon fils Ahmed et toutes la famille de m'avoir donné le goût des études et pour le soutien chaleureux qu'ils m'ont apporté.

Table des matières

Introduction	1
1 Domaines fictifs et méthode de pénalisation	5
1.1 Méthodes à maillage fixe	6
1.1.1 Méthodes avec terme de forçage	7
1.1.2 Méthodes sans terme de forçage	10
1.1.3 Autres approches	11
1.2 Méthode de pénalisation	13
1.2.1 Pénalisation de Darcy (DPM)	13
1.2.2 Pénalisation volumique (VPM)	14
1.2.3 Pénalisation d'ordre élevé	16
1.2.3.1 Principe de la méthode de pénalisation de sous maille	16
1.2.3.2 Traitement des conditions aux limites de type Dirichlet	17
1.2.3.3 Traitement des conditions aux limites de type Neumann	19
1.3 Localisation des interfaces immergées	19
1.4 Domaines fictifs et simulation des grandes échelles	24
2 Présentation de l'outil numérique THÉTIS	27
2.1 Discrétisation temporelle des équations	28
2.2 Méthode des volumes finis	30
2.3 Méthode de lagrangien augmenté	31
2.4 Résolution du système linéaire	34

2.5	Écoulements incompressibles turbulents	35
2.5.1	Simulation Numérique Directe (DNS)	36
2.5.2	La simulation des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS)	36
2.5.3	La simulation des grandes échelles (LES)	37
2.5.3.1	Principe de la simulation des grandes échelles	38
3	Modélisation des écoulements turbulents	42
3.1	Approches de modélisation	43
3.2	Approches hybrides	45
3.2.1	Le modèle de Spalart-Allmaras	47
3.2.2	Detached Eddy Simulation (DES)	50
3.2.3	Delayed Detached Eddy Simulation (DDES)	52
3.3	Discrétisation de l'équation de transport	54
3.4	Contraintes numériques pour la simulation d'écoulements pariétaux	57
3.5	Modèle de paroi	59
3.5.1	Méthode de pénalisation et modèle de paroi	65
3.6	Description des méthodes de calcul de la traînée totale	69
4	Mise en oeuvre des calculs et études numériques	74
4.1	Validation de l'outil numérique de calcul d'efforts	75
4.2	Écoulement Laminaire autour d'un cylindre	83
4.3	Écoulement turbulent dans un canal	90
4.3.1	Caractérisation de l'écoulement sur une paroi lisse	90
4.3.2	Écoulement bidimensionnel turbulent dans un canal plan à $Re_\tau = 180$	91
4.3.3	Écoulement bidimensionnel turbulent dans un canal plan à $Re_\tau = 395$	96
4.3.4	Simulation numérique de l'écoulement tridimensionnel turbulent dans un canal à $Re_\tau = 180$	102
4.3.4.1	Calcul des statistiques de l'écoulement	104

4.3.4.2	Résultat	105
4.3.5	Cas de validation pour le modèle de paroi	110
4.4	Écoulement bidimensionnel turbulent autour d'un cylindre	113
4.4.1	Description du cas et détails des calculs	116
4.4.2	Résultats	118
4.4.3	Simulation numérique de l'écoulement tridimensionnel turbulent autour d'un cylindre à $Re = 3900$	126
5	Revue des théories aérodynamiques appliquées aux rotors éo- liens	131
5.1	Les variables aérodynamiques	132
5.1.1	La corde	132
5.1.2	La vitesse relative	132
5.1.3	L'angle d'attaque	132
5.1.4	Le Nombre de Reynolds	133
5.1.5	La force de portance	133
5.1.6	La force de traînée	133
5.1.7	La force normale	134
5.1.8	La force tangentielle	134
5.1.9	Le coefficient de pression	134
5.1.10	Coefficients de forces aérodynamique	135
5.2	Régulation mécanique de la puissance d'une éolienne	135
5.3	Méthodes numériques pour l'étude de l'aérody- namic des éoliennes à axe horizontal	136
5.4	Théorie de l'élément de pale-quantité de mouvement (Blade ele- ment momentum theory)	137
5.5	Méthodes tourbillonnaires	138
5.5.1	Méthodes basé sur la résolution des équations de Navier- Stokes	139
5.6	Méthodes hybrides	140

5.7 Simulation numérique complète 2D de l'écoulement autour d'un profil S809	142
Annexe	151
Bibliographie	158

Introduction Générale

La simulation numérique d'écoulements en interaction avec une éolienne mobile constitue actuellement un enjeu majeur en aérodynamique. Les retombées visées sont d'ordre économique (diminution des coûts des expériences, amélioration des performances, ...) et également d'ordre environnemental (réduction du niveau de pollution, réduction des nuisances sonores, ...). Cependant, dans la pratique, une première difficulté provient de la prise en compte de la complexité de la dynamique des écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds.

La simulation d'un tel écoulement constitue un challenge ambitieux et difficile. En effet, en dépit des moyens de calcul actuels, une simulation numérique directe (DNS) des écoulements turbulents à fort nombre de Reynolds s'avère être non envisageable et la LES des écoulements pariétaux est très gourmande en temps de calcul.

De ce fait, un intérêt majeur s'est orienté vers la l'utilisation des méthodes hybrides de type RANS/LES permettant ainsi d'accéder avec précision aux grandeurs turbulentes pour des temps de calcul relativement modérés. Les méthodes les plus répondues, fiables, robustes et capables de représenter de manière satisfaisante des écoulements à moindre coût sont la DES et ses variantes.

De plus, dans le cas de présence des configurations géométriques complexes, les méthodes de domaines fictifs, constituent une voie encourageante et très intéressante pour surmonter les difficultés liées à l'utilisation des maillages adaptatifs. Notre objectif général est de proposer et de valider des méthodes numériques et des modèles de turbulence capables de contribuer à la meilleure compréhension de l'écoulement autour d'un rotor éolien à axe horizontal. Nous espérons faire avancer de nouvelles idées, et proposer des éléments de résolution par des technologies alternatives.

Afin d'améliorer la simulation des écoulements complexes à hauts nombres de Reynolds, des lois de paroi peuvent être utilisés.

Nous présentons dans ce travail les modèles et les méthodes numériques de do-

maines fictifs que nous avons utilisés et développés afin de résoudre et simuler l'écoulement turbulent autour d'objets de forme complexe comme des pales d'éoliennes.

Le premier chapitre présente une revue bibliographique sur les méthodes de type domaine fictif et en particulier la méthode de pénalisation utilisé dans le code de calcul Thétis qui a été mis a profit dans ce travail.

Le deuxième chapitre est consacré à la description du code de mécanique des fluides numériques Thétis utilisés. Ce code, basé sur une méthode de discrétisation de type volumes finis, utilise une approche eulerienne et résout les équations de la mécanique des fluides sur un maillage cartésien indépendant de la géométrie du problème étudié. La méthodologie numérique employé pour le traitement temporels, couplage et linéarisation des équations est décrite dans ce chapitre.

Le troisième chapitre expose les différentes approches de modélisation de la turbulence. Les deux grandes classes de méthodes, RANS et LES, qui permettent de modéliser la turbulence sont décrites. Suite à cela, le compromis que constituent les méthodes hybrides RANS/LES et plus particulièrement la DES (Detached Eddy Simulation) et la DDES (Delayed Detached Eddy Simulation) ainsi que le modèle original sur lequel elles sont construites (modèle de Spalart-Allmaras) sont exposées.

Les contraintes de temps engendré par l'étude de l'écoulement turbulent pariétal à haut nombre de Reynolds et l'utilisation d'un maillage cartésien qui nécessite l'utilisation d'un nombre excessif de mailles pour bien approcher la configuration d'étude imposent l'implémentation d'un modèle de paroi dans le code de calcul Thétis.

Ainsi, Différentes méthodes de traitement de la paroi sont exposées en mettant l'accent sur le modèle TBLE utilisé dans ce travail.

Finalement, une description détaillée de la méthode de calcul d'efforts est présentée dans ce chapitre.

Le chapitre quatre est consacré à la mise en oeuvre des calculs et études numé-

riques. Ainsi, les résultats des modèles numériques, les résultats expérimentaux et numériques issus de la littérature pour différents cas test dans différentes configurations ont été confrontés pour valider les modèles numériques implémentés dans le code de calcul Thétis et la routine de calcul d'efforts.

L'étude numérique concerne l'écoulement laminaire et turbulent autour d'un cylindre, l'écoulement(2D/3D) dans un canal.

Le dernier chapitre expose les méthodes aérodynamiques utilisées pour la modélisation des rotors éoliens. Ces méthodes varient en précision et complexité, allant des méthodes basées sur l'aérodynamique du profil qui simplifient l'écoulement autour du profil de pale, à des méthodes de la simulation complète prennent en compte la géométrie réelle de la pale.

Étant donné que la pale de l'éolienne à axe horizontal NREL Phase VI, qui constitue un cas test pour la validation des modèles de turbulence, est formée uniquement par des profil S809, on se propose une simulation bidimensionnelle à $Re = 210^6$ par les méthodes DDES et DDES couplé au modèle de paroi TBLE, de la géométrie complète du profil S809. Afin de voir la qualité des simulations, les résultats obtenus sont confrontés aux études numériques et expérimentaux issues de la littérature. Une étude complète autour d'une pale de l'éolienne NREL Phase VI (fixe ou tournante) peut être menée par la suite.

Chapitre 1

Domaines fictifs et méthode de pénalisation

Ce présent chapitre est dédié à la présentation de quelques méthodes de type domaine fictif et plus particulièrement, la méthode de pénalisation utilisé dans le code de calcul Thétis qui a été mis a profit dans ce travail.

1.1 Méthodes à maillage fixe

La simulation numérique de l'écoulement autour d'un obstacle ou d'un profil nécessite généralement la création d'un maillage curviligne ou non-structuré qui s'appuie sur la surface du corps. On se ramène ainsi à réécrire les équations gouvernant l'écoulement en coordonnées curvilignes ou sur des domaines discrets non-structurés, ce qui peut conduire à une dégradation de la précision des approximations et à un temps de simulation considérablement accru. En effet, cette étape est bien souvent délicate et très coûteuse surtout en 3D.

De plus, dans le cas de déformation ou de déplacement du domaine physique d'étude (ce qui est le cas dans la plupart des écoulements industriels), cela nécessite un remaillage du domaine, ce qui constitue de surcroît une opération très lourde à réaliser.

Il est donc envisagé de travailler en maillage cartésien fixe non conforme à la géométrie du domaine de calcul. En fait, c'est l'idée fondatrice des approches de type domaines fictifs introduites initialement par Saul'ev en 1963 [58] pour la résolution de problèmes elliptiques.

Le principe des méthodes de type domaines fictifs consiste à découpler la géométrie du domaine physique d'étude de celle du domaine de calcul et à utiliser un maillage cartésien simple dans tout le domaine de calcul. Dans ce cas, la surface extérieure des corps n'est plus alignée avec le maillage et il faut imposer des conditions sur des points appropriés du maillage pour modéliser la présence du corps dans l'écoulement. La méthodologie à suivre pour que l'obstacle soit "vu" par l'écoulement et la manière de traiter les conditions aux limites immergées est ce qui caractérise et différencie une méthode d'une autre.

Le grand nombre d'article présent dans la littérature n'est qu'une preuve de

l'importance de ces méthodes. D'ailleurs, elles sont très attractives du fait qu'elles permettent d'utiliser un maillage cartésien et qu'elles peuvent ainsi bénéficier d'une résolution simple, précise et rapide du problème étudiée.

Dans la littérature, les méthodes de types domaine fictif se différencient selon la manière d'approcher la frontière immergée (approche de type interface fine ou interface diffuse) et de traiter les conditions aux limites immergées (avec terme source de forçage ou sans terme de forçage) afin de recouvrer une solution approchée satisfaisante.

Une bibliographie complète des méthodes et de leurs applications peut être trouvée dans [42].

1.1.1 Méthodes avec terme de forçage

Une méthode très connue appartenant à cette classe est la méthode de frontière immergée (IBM) développé par Peskin [43]. Cette méthode a été introduite initialement pour modéliser les écoulements sanguins dans le coeur humain [44]. Elle a été appliquée à de nombreux problèmes d'interaction fluide-structure comportant des frontières élastiques [45, 46], notamment en biophysique.

La méthode de Peskin utilise une description eulerienne de la vitesse et de l'incompressibilité du système, et une description lagrangienne de la configuration (position, étirement) de la structure. L'approche IBM consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes sur un domaine cartésien non conforme à la géométrie de la structure et à rajouter un terme de forçage faisant intervenir une fonction δ de Dirac pour localiser les cellules coupées par l'interface fluide/structure. Ce terme de forçage se présente comme un terme source permettant de transmettre les effets de la présence de la frontière dans le domaine de calcul.

Ainsi, pour un écoulement incompressible, les équations de Navier-Stokes s'écrivent

sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

où \mathbf{f} est la fonction de forçage.

Numériquement, une masse de Dirac discrète singulière permet de transmettre les termes sources singuliers (de type Dirac) portés par l'interface immergée aux points voisins de la grille volumique de calcul. Cette approximation de la masse de Dirac est un point important de la méthode de frontière immergée car cette fonction est l'outil mathématique permettant d'appliquer la force de la structure sur le fluide. Le terme source est ainsi non nul uniquement sur une bande de petite largeur, qui définit la frontière immergée approchée, autour de la frontière immergée. De ce fait, cette approche est dite de type interface diffuse.

Transmettre l'effet de la présence de la frontière immergée à l'équation de conservation de la quantité de mouvement par l'intermédiaire d'un terme source faisant intervenir une masse δ de Dirac a été largement utilisé surtout en biologie [51, 60], mais aussi pour simuler des écoulements multiphasiques [56, 59] et des problèmes de solidification [57].

La technique IBM a été ensuite étendue à la simulation des écoulements avec des frontières rigides, cependant ce modèle a été accompagné de diverses contraintes de stabilités et il n'a pas connu le même succès qu'avec les frontières élastiques [49, 47, 48].

En effet, la régularisation numérique de la masse de Dirac singulière, afin d'obtenir une force volumique dont le support se situe dans un voisinage de celle-ci (ce qui revient à régulariser l'interface fluide-structure), tend à masquer les éventuels sauts des variables du système à cet endroit, ce qui limite en général la précision de la méthode [61] et qui peut aussi conduire à une estimation incorrecte du développement de la couche limite.

Dans le cadre de frontières rigides et dans le but d'imposer les conditions aux

limites immergées, Goldstein *et al.*[50] ont imposés la forme suivante du terme de forçage, traduit sous le nom "feedback forcing" :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_k, t) = \alpha \int_0^t (\mathbf{u}(\mathbf{x}_k, t') - \mathbf{V}(\mathbf{x}_k, t')) dt' + \beta (\mathbf{u}(\mathbf{x}_k, t) - \mathbf{V}(\mathbf{x}_k, t))$$

où α et β sont des constantes qui doivent être ajustées afin d'obtenir le comportement physique attendu à la frontière.

Cette formulation est simple à implémenter et elle a été appliqué pour l'étude de l'écoulement autour d'un cylindre pour des nombres de Reynolds faibles et modérés [50]. Cependant les termes α et β sont arbitrairement imposés et peuvent poser pour certain cas d'études des problèmes numériques. En effet, pour le cas d'un écoulement instationnaire, l'imposition des valeurs appropriées pour α et β engendre l'utilisation des pas de temps très petits afin de maintenir la stabilité. Ce qui réduit significativement l'efficacité de la méthode.

Afin de surmonter à cette contrainte de stabilité, Mohd-Yusof [53] et Fadlun *et al.* [54] ont utilisé la "direct forcing formulation". Cette formulation est directe dans le sens où elle impose, par interpolation directe, la vitesse souhaitée \mathbf{V}_D à la frontière immergée.

Soit une discrétisation temporelle de l'équation de Navier-stokes :

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} = RHS^{n+\frac{1}{2}} + \mathbf{f}^{n+\frac{1}{2}}$$

avec Δt qui est le pas de temps et RHS qui représente la forme discrétisée associée aux termes de pression, convectifs et diffusifs.

Ainsi, imposer une vitesse $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{V}_D$ revient à appliquer le terme de forçage f suivant :

$$\mathbf{f}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\mathbf{V}_D - \mathbf{u}^n}{\Delta t} - RHS^{n+\frac{1}{2}}$$

Une autre méthode appartenant à la famille des domaines fictifs est la méthode de pénalisation. Cette méthode constitue une approche largement répandue en mécanique des fluides. La prise en compte des conditions aux limites immergées se fait implicitement par l'ajout d'un terme qui agit directement sur la variable résolue (terme de forçage) $\mathbf{f} = B_i(\mathbf{u} - \mathbf{V}_D)$ dans les équations de Navier-Stokes.

Cette approche semble être un cas particulier de la méthode de Goldstein *et al.* [50], cependant le terme B_i dans cette formulation a une signification physique. En effet, $B_i = \frac{\mu}{D_a K}$ où D_a est le nombre de Darcy ($D_a = \frac{K_0}{L^2}$ avec K_0 qui est une perméabilité de référence et L une longueur de référence) et K est la perméabilité du milieu (cette partie sera détaillée au paragraphe 1.2).

En comparaison à des méthodes faisant intervenir une masse de Dirac, faire une reconstruction locale de la solution dans un voisinage de la frontière immergée semble être un moyen plus sophistiqué pour obtenir des degrés de précision plus élevés. De ce fait, plusieurs auteurs ont retenus l'idée de l'utilisation d'un terme source dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement tout en s'éloignant de l'utilisation de la masse de Dirac pour transmettre l'effet de la présence de la frontière immergée dans l'écoulement. Ainsi, en se plaçant sur des noeud dans le solide (ghost-cell) [62] ou dans le fluide [54], différents schémas sont appliqués afin de satisfaire la vitesse souhaitée sur la surface du solide [63, 64, 65]. Cette approche est très attractive du fait qu'elle favorise une approximation fine de l'interface du solide et elle a été utilisée par plusieurs auteurs surtout dans le cadre des approches de type "direct forcing" [66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 83].

1.1.2 Méthodes sans terme de forçage

Dans cette classe de méthodes, aucun terme source n'est rajouté et les équations de Navier-Stokes demeurent inchangées :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{u}$$

Ainsi, un unique maillage cartésien du domaine fictif est conservé sans l'introduction des inconnus locales supplémentaires. Durant la procédure de discrétisation, il y aura un traitement particulier aux points pour lesquels le stencil du schéma coupe l'interface immergée. Parmi les méthodes appartenant à cette classe on peut citer : la méthode d'interface immergée (immersed interface method (IIM)) [73, 74], les méthodes immergées avec grille cartésienne (cartesian

grid embedded method (CGEM)) [75, 76], les méthodes de type "ghost fluid" (GFM) [77, 78], les méthodes de type cellule coupée (cut-cell method) [81], la méthode CIIM (Conservative immersed interface Method) [84] et la méthode LS-STAG [80].

Ces méthodes présentent l'avantage d'approcher d'une manière fine l'interface immergée réelle.

Deux cas sont possibles, le premier cas consiste à modifier localement le stencil de discrétisation afin de respecter la conservativité des flux sur le domaine physique. Ces méthodes nécessitent une reconstruction locale de la frontière immergée. Ainsi la frontière immergée est approchée linéairement par morceaux dans chaque maille traversée par la frontière réelle et seule la partie des mailles incluse dans le domaine physique est conservée. Un rendu fidèle de la forme des interfaces est assuré permettant l'imposition rigoureuse des conditions aux limites à l'interface et des méthodes de volumes finis sont utilisés afin de garder une discrétisation conservative des flux.

Le deuxième cas consiste à conserver un même stencil de discrétisation pour tous les noeuds du maillage et à changer les coefficients de discrétisation. Ainsi, les schémas d'intégration aux points de calcul voisins des interfaces sont modifié localement. Cette modification tire avantage de la géométrie locale de l'interface (position dans le maillage, courbure) et des conditions physiques aux interfaces.

1.1.3 Autres approches

Une approche de domaines fictifs parmi les plus connues dont Glowinski *et al.* [112, 114, 113] sont les instigateurs, est l'approche avec multiplicateurs de Lagrange. L'idée principale de la méthode est d'imposer les conditions aux limites immergées à l'aide des multiplicateurs de Lagrange et de ramener la formulation de l'approche domaines fictifs à un problème de point-selle.

Les deux approches les plus utilisées dans ce cadre sont l'approche avec multiplicateurs de lagrange de surface (les multiplicateurs de Lagrange sont intro-

duit dans un espace défini sur la frontière immergée de l'obstacle) et l'approche avec multiplicateurs de Lagrange distribués (les multiplicateurs de Lagrange sont définis dans le volume qui représente l'obstacle). Ainsi, des inconnues supplémentaires, représentant les traces des quantités sur lesquelles portent les conditions aux limites sont introduite dans la formulation variationnelle. Les conditions aux limites de Dirichlet sont ainsi modélisées numériquement, cependant ces méthodes ne permettent pas de discrétiser des conditions de saut modélisant le glissement sans frottement ou les contacts imparfaits et donc de modéliser des interfaces matérielles. De plus, cette approche conduit à résoudre un système avec des inconnues supplémentaires (les multiplicateurs de Lagrange) et à construire un maillage auxiliaire qui peut s'avérer aussi coûteux (cas de déformation de la frontière) que l'utilisation d'un maillage adapté. Toujours dans le but de ramener la résolution d'un problème initialement posé dans un domaine de géométrie complexe en un problème posé dans un domaine plus grand et de forme géométrique plus simple (généralement rectangulaire en 2D), d'autres méthodes présentant la particularité de décomposer la résolution du problème initial en un problème intérieur (global) et un problème extérieur (local) se sont développées.

Parmi ces méthodes on peut citer le couplage FEM-BEM introduit par Celorrio *et al.* [115] pour la résolution de l'équation de Laplace dans un domaine perforé. La stratégie de résolution consiste à décomposer la solution en la somme de deux solutions (solution qualifiée intérieure et une solution qualifiée extérieure) et la résolution de ces problèmes se fait par un processus itératif de type Schwarz pour lequel, à chaque itération, la résolution du problème intérieur se fait par éléments finis et celle du problème extérieur se base sur la résolution par la méthode d'éléments frontières (BEM).

Ayant le même principe, une autre méthode basée sur un couplage différences finis-BEM est introduite par Russel *et al.* [116] pour la modélisation des objets bidimensionnels mobiles dans un fluide visqueux. Cette méthode utilise la formulation tourbillon des équations de Navier Stokes et un couplage différence

finies-éléments frontières (BEM).

Restant dans le volet des méthodes numériques basées sur des maillages cartésiens, la méthode de frontière élargie (The fat boundary method) a été introduite par Maury [117] dans le but de résoudre le problème de Poisson. L'originalité de la méthode est de remplacer le problème initialement posé dans un domaine complexe par deux sous-problèmes : l'un est global de forme simple permettant la construction d'un maillage cartésien sur le domaine fictif et l'utilisation des solveurs rapides et l'autre est locale permettant d'approcher la solution avec précision dans un voisinage de la frontière immergée en se basant sur un maillage adapté fin. Les deux sous problèmes sont reliés par une interpolation d'un champ global du maillage cartésien sur le maillage adapté et par la prescription d'un saut de la dérivée normale de la solution du maillage adapté à travers la frontière immergée dans le problème fictif. Ainsi un processus itératif de point fixe permet de résoudre les deux sous problèmes. Le principal défaut de ces méthodes est qu'elles sont résolues avec des algorithmes itératifs ce qui peut être coûteux en temps de calcul.

1.2 Méthode de pénalisation

Parmi les méthodes de domaines fictifs qui ont été développées ces dernières années, nous utilisons dans cette thèse, la méthode de pénalisation.

1.2.1 Pénalisation de Darcy (DPM)

La méthode DPM a été initialement introduite par Arquis et Caltagirone [85, 86] pour traiter l'écoulement autour d'un obstacle fixe immergé dans un fluide. Elle consiste à introduire le terme de traînée volumique de type Darcy " $\frac{\mathbf{u}}{ReDaK}$ " dans l'équation de Navier-Stokes, il s'agit donc du modèle de Brinkman-Navier-Stokes généralisée, ce qui permet de rendre compte des écoulements dans des systèmes mixtes fluides-poreux.

Le système d'équations devient donc :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 & \text{dans } \Omega \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p + \frac{\mathbf{u}}{Re Da K} = \mathbf{f} & \text{dans } \Omega \end{cases} \quad (1.1)$$

avec $Da = K_0/L^2$ qui est le nombre de Darcy. Celui-ci représente le rapport de la perméabilité de référence par le carré de la longueur caractéristique, Ω est le domaine global fluide et solide et K est un paramètre de pénalisation qui peut être assimilé à la perméabilité du milieu.

La différenciation de chaque milieu est réalisée par l'intermédiaire de la perméabilité K :

Lorsque K tend vers zéro, le milieu, étant imperméable, s'apparente à un solide. Le terme $\frac{\mathbf{u}}{Re Da K}$ devient prépondérant et apparaît comme un terme de pénalisation, ce qui impose à la vitesse de tendre vers zéro dans la zone considérée (solide). Ainsi, les termes $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$ et $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ deviennent négligeables et on résout l'équation classique de Brinkman.

Si on fait tendre K vers l'infini, le milieu a un comportement fluide. Le terme $\frac{\mathbf{u}}{Re Da K}$ tend vers zéro et devient négligeable devant les autres termes. On se ramène donc à la résolution des équations de Navier-Stokes.

Pour des valeurs intermédiaires de K , le milieu est poreux.

En pratique K est pris très grand dans le fluide (10^{40}) et petit dans le solide (10^{-40}).

La convergence des solutions des équations de Navier-Stokes pénalisées vers les équations non-pénalisées pour un système fluide-solide, à été prouvé grâce à une analyse asymptotique, par Angot [87] pour le cas stationnaire linéaire, et par Angot, Bruneau et Fabrie [88] pour le cas instationnaire non-linéaire.

1.2.2 Pénalisation volumique (VPM)

La technique de pénalisation (VPM) a été développée initialement par Angot [89] pour traiter des problèmes thermiques dans des géométries complexes. Elle s'inspire de la condition aux limites de type Fourier rencontrée en ther-

mique et exprimée de la façon suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial n} + B_i(T - T_\infty) = 0$$

où T est la température, T_∞ la température sur une paroi, et B_i est le nombre de Biot.

On peut alors imposer une condition de Dirichlet ($B_i = \infty$) ou une condition de Neumann ($B_i = 0$), ou encore une condition de type Fourier si B_i a une valeur intermédiaire.

Ainsi, en s'inspirant de cette technique, les équations de Navier-Stokes incompressible couplées avec la méthode de pénalisation volumique donnent :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) + \mathbf{B}_u (\mathbf{u} - \mathbf{U}_D) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \Delta \mathbf{u} \quad (1.2)$$

avec $\mathbf{B}_u = \frac{\chi_{\Omega_s}}{\epsilon}$ est une matrice diagonale dont la valeur des termes diagonaux est $\frac{\chi_{\Omega_s}}{\epsilon}$ et les termes extra-diagonaux sont 0, ϵ est un paramètre de pénalisation qui tend vers 0 ($0 < \epsilon \ll 1$) et χ_{Ω_s} est la fonction Heaviside indicatrice du milieu Ω_s solide.

Nous disposons ainsi d'une équation unique qui permet, grâce au terme de pénalisation $\mathbf{B}_u (\mathbf{u} - \mathbf{U}_D)$ d'imposer une vitesse sur un bord ou à l'intérieur du domaine de calcul.

Le terme de pénalisation $\mathbf{B}_u (\mathbf{u} - \mathbf{U}_D)$ permet de prendre en compte des obstacles fixes ou mobiles de vitesses connues sans la nécessité de remailler le domaine de calcul.

Remarquons que dans le cas d'un obstacle fixe, on tombe exactement sur la méthode de pénalisation de type Brinkman. Ainsi la VPM est une généralisation de la pénalisation de type Brinkman.

Le défaut majeur des méthodes DPM et VPM est que le terme de pénalisation limite l'ordre de convergence spatial de la méthode à 1 car toute cellule coupée par l'interface est entièrement pénalisée, sans considérer le taux de présence d'un milieu par rapport à l'autre.

1.2.3 Pénalisation d'ordre élevé

1.2.3.1 Principe de la méthode de pénalisation de sous maille

On a déjà signalé auparavant, que la VPM permet, via l'insertion du terme de pénalisation volumique $\mathbf{B}_u(\mathbf{u} - \mathbf{U}_D)$ dans l'équation du mouvement, d'imposer des flux ou des zones sans écoulement dans le domaine de calcul et de traiter par la suite l'écoulement autour d'un obstacle. Cependant, l'imposition d'une vitesse uniquement sur la position des inconnues conduit à une mauvaise prise en compte de la géométrie de l'obstacle et réduit l'ordre de la méthode à l'ordre 1.

Récemment, une technique de pénalisation d'ordre 2 en espace a été développée par Sarthou [135], c'est la méthode de pénalisation de sous-maille (SMP, sub-mesh penalty method). Cette dernière se distingue de la méthode de pénalisation volumique (qui est d'ordre 1) par la façon de discrétiser le terme de pénalisation $\mathbf{B}_u(\mathbf{u} - \mathbf{U}_D)$.

La méthode de pénalisation de sous-maille consiste à imposer la vitesse souhaitée exactement sur la frontière immergée. En effet, la discrétisation plus précise du terme de pénalisation permet d'atteindre l'ordre deux en convergence spatiale.

Ainsi, une interpolation de la solution faisant intervenir les noeuds voisins de la frontière immergée (généralement un noeud dans le solide et un ou plus dans le fluide) est introduite dans le terme volumique.

Le nouveau terme de pénalisation discrétisé s'écrit comme suit :

$$\{\mathbf{B}_u(\mathbf{u} - \mathbf{U}_D)\}_I = \frac{\chi_{\Omega_s}(x_I)}{\epsilon} ((\mathbb{P}_I \mathbf{u})(x_{IB}) - \mathbf{U}_D)$$

où I qui est l'indice de la cellule eulerienne la plus proche de la frontière immergée (IB), dont le centre x_I appartient à Ω_s (milieu solide), et $(\mathbb{P}_I \mathbf{u})(x_{IB})$ qui est l'interpolation de \mathbf{u} en x_{IB} par un polynôme de lagrange à partir du point x_I et des points fluides voisins.

Dans ce qui suit, on détaille plus précisément la discrétisation de ce terme de pénalisation développée par Sarthou [135].

1.2.3.2 Traitement des conditions aux limites de type Dirichlet

On s'intéresse dans cette partie à établir la méthode de pénalisation de sous maille dans le cas 1D et le cas 2D.

Cas 1D : Pour fixer les idées, supposons que le domaine de calcul $\Omega = [0, 1]$ est décomposé avec un pas Δx en N volumes de contrôles. L'interface immergée Γ se situe au point d'abscisse x_{IB} séparant ainsi le domaine de calcul en deux sous domaine Ω_s et Ω_f .

Soit $x_I \in \Omega_s$ et $x_{I+1} \in \Omega_f$ de telle sorte que $x_I < x_{IB} < x_{I+1}$ et soit respectivement u_I et u_{I+1} les inconnues aux noeuds x_I et x_{I+1} .

La solution en Ω_s est constante et elle est égale à U_D .

Généralement, pour la pénalisation d'ordre 1 (VPM) la solution est imposée en Ω_s simplement via $u_I = U_D$.

Pour la pénalisation SMP, une interpolation linéaire faisant intervenir les inconnues u_I et u_{I+1} peut être utilisée pour approximer la valeur à l'interface u_{IB} et la solution est imposée via :

$$\frac{|x_{I+1} - x_{IB}|u_I + |x_I - x_{IB}|u_{I+1}}{\Delta x} = U_D$$

Par conséquent le terme de pénalisation s'écrit comme suit :

$$\{\mathbf{B}_u(\mathbf{u} - \mathbf{U}_D)\}_I = \frac{\chi_{\Omega_s}(x_I)}{\epsilon} \left(\frac{|x_{I+1} - x_{IB}|u_I + |x_I - x_{IB}|u_{I+1}}{\Delta x} - U_D \right)$$

Cas 2D : Dans cette partie, on décrit la méthode de pénalisation de sous maille dans le cas bi-dimensionnel. Considérons un point $x_I \in \Omega_s$ (ex : solide) ayant au moins un voisin dans Ω_f (ex : fluide).

Si x_I a un unique voisin x_J dans Ω_f , alors le point lagrangien x_{IB} est l'intersection entre le segment $[x_I; x_J]$ et l'interface immergée Γ . De la même manière que dans le cas unidimensionnel, une interpolation linéaire peut être utilisée afin d'approcher la solution $u_{IB} = U_D(x_{IB})$ à l'interface et on obtient ainsi :

$$u_{IB} = \alpha_I u_I + \alpha_J u_J$$

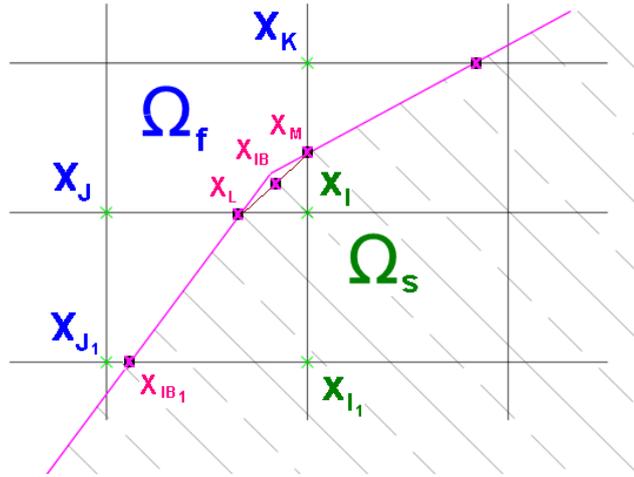


FIGURE 1.1 Exemple de sélection de points pour la méthode de pénalisation de sous maille (SMP)

avec $0 < \alpha_I, \alpha_J < 1$ et $\alpha_I + \alpha_J = 1$.

Supposons maintenant que x_I présente un deuxième voisin x_K dans Ω_f . On désigne par x_L l'intersection entre Γ et $[x_I; x_J]$, et par x_M l'intersection entre Γ et $[x_I; x_K]$ (voir figure 1.1). Une approximation de la solution en un point x_{IB} centre de $[x_L; x_M]$ est menée en utilisant une interpolation \mathbb{P}_1^2 des valeurs u_I, u_J et u_K .

Soit $\mathbb{P}_1^2 = a_0 + a_1x + a_2y$.

La résolution du système $a = B^{-1}U$ nous permet d'obtenir les coefficients a_0, a_1 et a_2 en fonction des valeurs u_I, u_J et u_K .

$$B = \begin{pmatrix} 1 & x_I & y_I \\ 1 & x_J & y_J \\ 1 & x_K & y_K \end{pmatrix}$$

Ainsi $u_{IB} = \alpha_I u_I + \alpha_J u_J + \alpha_K u_K$, $0 < \alpha_I, \alpha_J, \alpha_K < 1$ et $\alpha_I + \alpha_J + \alpha_K = 1$.

Remarquons que des interpolations différentes, d'ordre plus élevé, peuvent être utilisées, faisant intervenir d'autres noeuds du maillage [135].

1.2.3.3 Traitement des conditions aux limites de type Neumann

On s'intéresse dans cette partie à la technique de l'imposition des conditions aux limites de type Neumann $((a \cdot \nabla u) \cdot \mathbf{n} = g_D)$ sur la frontière immergée. Comme pour le cas des conditions de Dirichlet, le principe fondamental est conservé et des interpolations similaires ont été utilisées. Cela revient en fait à écrire :

$$(a \cdot \nabla u_{IB}) \cdot \mathbf{n} \simeq (a \cdot \nabla p(x_{IB})) \cdot \mathbf{n}$$

où $p(x_{IB})$ est une interpolation de l'inconnue à la frontière.

Ainsi, si $p \in \mathbb{P}_1^2$, i.e $p(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y$

$$\nabla p(x, y) \cdot \mathbf{n} = a_1n_x + a_2n_y$$

et si $p \in \mathbb{Q}_1^2$, i.e $p(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3xy$

$$\nabla p(x, y) \cdot \mathbf{n} = (a_1 + a_3y)n_x + (a_2 + a_3x)n_y$$

Par exemple, si on traite le cas où $p \in \mathbb{P}_1^2$, on obtient :

$$\nabla p(x, y) \cdot \mathbf{n} = \frac{u_I - u_J}{h_x}n_x + \frac{u_K - u_I}{h_y}n_y$$

Signalons que dans le cas où $X_i \in \Omega_1$ présente un seul voisin x_J dans Ω_f , un deuxième point x_K vérifiant $[x_I, x_J] \perp [x_J, x_K]$ est pris en compte (l'angle $(\mathbf{n}, x_K - x_J) \in [-\frac{\Pi}{2}, \frac{\Pi}{2}]$).

1.3 Localisation des interfaces immergées

L'intérêt principal des méthodes de type domaines fictifs est l'utilisation d'un maillage cartésien fixe sur le domaine de calcul permettant la résolution simple et rapide du problème fictif. Cependant, ces approches posent des problèmes pour la localisation des frontières immergées.

Les méthodes de simulation en présence d'une frontière mobile peuvent être classées en deux grandes catégories : les méthodes dites lagrangienne [90, 91] et les méthodes dites eulerienne [92, 93].

D'un point de vue numérique, la simulation est effectuée en utilisant un maillage adaptatif [94] ou des particules (les méthodes SPH [95]) permettant de suivre le mouvement du solide pour la formulation lagrangienne, alors que pour la formulation eulerienne le milieu est discrétisé grâce à un maillage fixe. Pour la première catégorie, des marqueurs lagrangiens sont répartis sur la surface de la structure permettant de suivre son déplacement. En terme de conservation de la masse, cette méthode donne des bons résultats. Cependant, dans le cas des grandes déformations, la dispersion des marqueurs peut devenir contraignante sur le temps de calcul car elle induit des redistributions de ceux-ci dans le temps. Pour la seconde catégorie, on distingue deux familles de localisation d'interface. La structure peut être résolue soit par suivi (*front tracking*) ou par capture (*front capturing*) d'interface.

Les méthodes implicites de capture d'interface (*front capturing*) nécessitent l'introduction d'une variable supplémentaire (la densité ou la fraction de fluide par exemple) et d'une équation pour suivre son évolution. Parmi ces méthodes on peut citer la méthode VOF (Volume of fluid) [136] et ces variantes tels que VOF-PLIC (PLIC pour Piecewise Linear interface Calculation), VOF-TVD (TVD pour Total Variation Diminishing) ([137], [138]) qui utilisent la fraction de volume de chaque maille comme fonction auxiliaire. De bons résultats pour la conservation de la masse sont obtenus par la méthode VOF mais la discontinuité de la fonction auxiliaire peut poser des problèmes numériques lors de l'évaluation des grandeurs géométriques liées à l'interface fluide-structure.

Une autre méthode de capture d'interface, notamment utilisé pour l'étude de modèle multi-fluides [101, 102], se basant sur une fonction caractéristique continue, est la méthode de champ de phase. Dans cette méthode la fonction caractéristique (champ de phase) possède un sens physique (concentration, température...) et ne peut pas être choisie de manière arbitraire. Elle est généralement définie à partir d'un modèle d'énergie et varie de manière continue et rapide au niveau de l'interface. Son défaut est son caractère diffus au voisinage de l'interface.

Une troisième approche proposée par Osher et Setian [103] est la méthode Level-set ou méthode de suivi de lignes de niveaux, qui utilise le niveau zéro de la fonction caractéristique (par exemple la fonction distance) pour localiser l'interface fluide-structure.

D'autres méthodes hybrides tels que la méthode VOF/Level-set profitant des qualités des deux méthodes existent et sont utilisées sur des maillages fixes [104] ou sur des maillages adaptatifs [105].

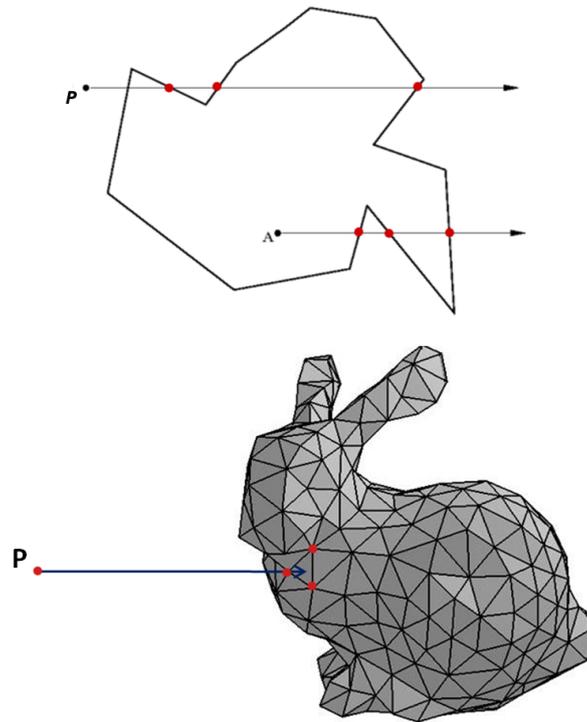
Signalons que les limites des méthodes eulériennes sont atteintes dès lorsque les échelles caractéristiques de l'interface sont inférieures à la taille de la maille. En effet, des phénomènes de fusion ou de rupture d'interface non physiques peuvent apparaître lorsque l'écoulement est sous résolu.

Contrairement aux méthodes de capture d'interface, les méthodes de suivi d'interface (*front tracking*) présentent l'avantage de fournir une description explicite de la position d'interface.

Dans notre cas d'étude, on utilise l'algorithme de '*front tracking*' pour la modélisation de l'interface immergée. Ainsi, les interfaces entre les corps immergés et le fluide sont discrétisées avec une grille lagrangienne qui est suivie d'une manière explicite par l'approche '*front tracking*' [177].

Un algorithme de *ray-casting* est développé pour identifier rapidement les mailles du domaine de calcul vis à vis de la frontière immergée représentée sous le format STL (STereoLithography). Cette dernière méthode est basée sur le théorème de Jordan curve [168] et peut être résumé comme suit : à partir d'un point considéré P , on lance un rayon de direction \mathbf{D} et on compte le nombre d'intersection entre le rayon et le maillage surfacique approchant la frontière immergée (formé par des segments en $2D$ et par des triangles en $3D$). Si le nombre d'intersections est impair, alors le point est situé à l'intérieur du maillage surfacique approchant la frontière immergée, sinon il est situé à l'extérieur (figure 1.2).

Afin d'optimiser la détermination des intersections en $3D$ et d'améliorer l'algorithme de recherche, des méthodes hiérarchiques basées sur des structures

FIGURE 1.2 Principe de la méthode *ray-casting* en 2D et en 3D

de données de type arbre ou encore octree ont été utilisées permettant ainsi de réduire considérablement la quantité de calcul nécessaire. La version de l'octree en 2D se nomme quadtree (voir figure 1.3 et figure 1.4).

Pour construire l'octree, on divise l'espace en 8 octants, généralement 8 boîtes. Chaque triangle du maillage surfacique de la frontière immergée est classé en fonction de son appartenance à un octant ou plus. Pour chaque octant le même processus se répète de manière recursive jusqu'à atteindre une condition d'arrêt.

L'algorithme de construction se présente comme suit : Soit un ensemble de triangles dans l'espace, on réalise alors les opérations suivantes :

1. Recherche de la boîte englobante de l'ensemble des triangles.
2. Subdivision de l'espace en 8 sous-espaces de mêmes dimensions.
3. Si un triangle appartient à un fils, on l'enregistre dans ce fils.
4. L'opération est répétée pour tous les fils jusqu'à atteindre le nombre

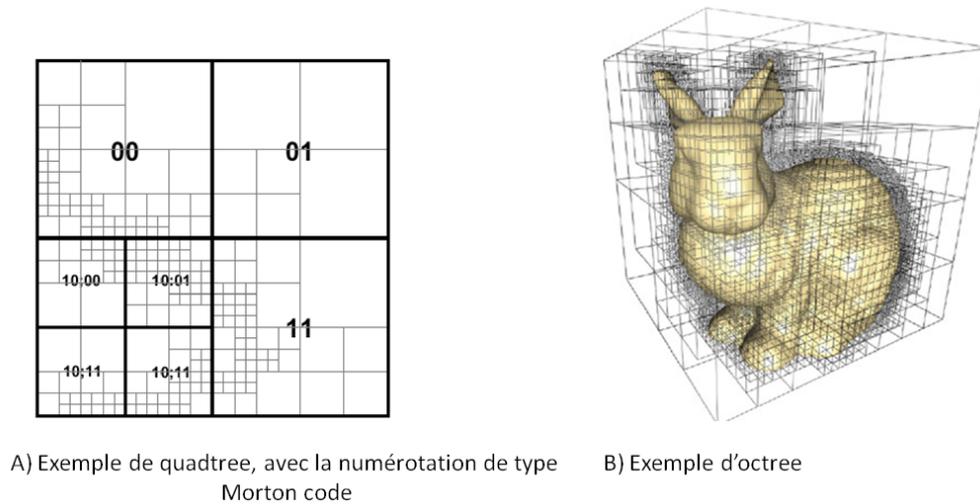


FIGURE 1.3 Exemple d'octree et de quadtree

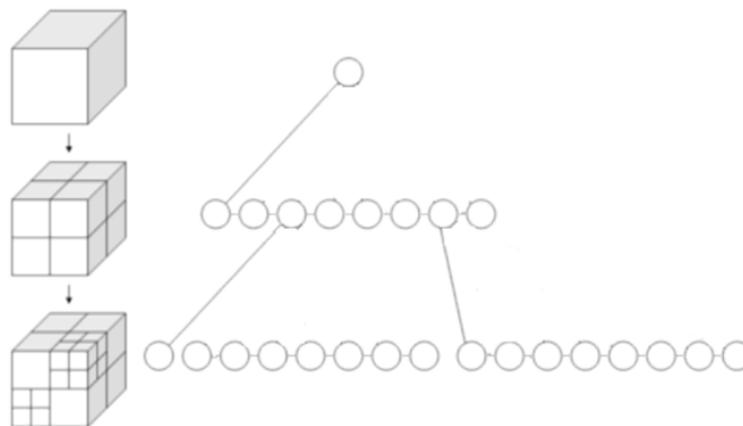


FIGURE 1.4 Un octree et sa représentation sous forme d'arbre

de triangles minimum par fils, ou la profondeur maximale prescrite par l'utilisateur ou un critère de précision.

Ainsi, pour un rayon de direction \mathbf{A} donné et un octree contenant des triangles, on cherche à trouver une liste, la plus petite possible et sans doublons, de triangles susceptibles d'être intersectés par le rayon lancé.. L'algorithme de recherche est le suivant :

On part de la racine de l'octree. Pour chaque fils du noeud, on regarde si le

rayon l'intersecte. Si c'est le cas, on entre dans le fils et on reproduit la même opération, jusqu'à tomber sur une feuille. De là, on enregistre tous les triangles se trouvant dans celle-ci.

Pour éliminer les doublons, on crée un tableau de booléens dont chaque indice correspond à un triangle. Un triangle est candidat si sa valeur dans le tableau est vrai. Enfin, on crée un tableau de triangles à partir de ce tableau de booléens.

Pour plus de détails sur les méthodes numériques, le lecteur intéressé pourra trouver une classification plus complète dans [135].

1.4 Domaines fictifs et simulation des grandes échelles

Afin d'investiguer numériquement des écoulements turbulents en présence d'interfaces immergées, plusieurs approches telles que la DNS, la LES et la méthode RANS existent. Ces approches sont plus ou moins appropriées selon la puissance de calcul requise et la capacité predictive attendue. On présente succinctement, ci dessous, ces modèles de turbulence. Ils seront abordés avec plus de détails dans le chapitre suivant.

En dépit de l'augmentation linéaire de la puissance des moyens de calcul, la simulation numérique directe (DNS) d'un écoulement turbulent reste toujours hors de portée des ressources informatiques disponibles, sauf pour des nombres de Reynolds modérés. En effet, le coût prohibitif de la DNS nécessite de recourir à des méthodes de modélisation de la turbulence.

Il est d'usage de résoudre les équations de Reynolds obtenues par une moyenne temporelle des équations de Navier-Stokes (modèle RANS). Cependant, l'approche RANS montre rapidement ses limites et donne des résultats peu satisfaisants, principalement lorsqu'on cherche à prédire des écoulements turbulents avec des grandes structures de taille équivalente à la taille d'un obstacle. Bien évidemment, le modèle RANS n'est pas bien adaptée autour d'obstacles lorsque

des phénomènes de recirculations complexes sont présents.

En revanche, la LES (large eddy simulation), qui consiste à simuler uniquement les grandes échelles de la turbulence, permet de bien simuler ce genre de cas mais elle est coûteuse en terme de temps de calcul et en terme de maillage. En effet, la qualité de maillage est très importante afin de ne pas détruire la représentativité de la méthode (la taille des mailles doit être choisie afin de couper le spectre de l'énergie cinétique turbulente dans la zone inertielle) et les propriétés de convergence.

Grâce à l'accroissement des performances des calculateurs et des algorithmes de résolution, la simulation des grandes échelles (LES) est désormais envisageable pour certaines applications industrielles (à nombres de Reynolds modérés et où les contraintes pariétales ne sont pas trop importantes).

Les écoulements turbulents pariétaux à très haut nombre de Reynolds restent mal connus au voisinage de la paroi et l'utilisation de la LES pour simuler les écoulement pariétaux (QDNS pour Quasi-DNS) est aussi hors de portée pour la puissance de calcul actuelle.

Les expérimentations peinent à fournir des quantités physique très proches de la paroi. Grâce à une plus grande capacité de prédire des phénomènes physiques variés propres aux écoulements turbulents (décollement, recirculation, ...) et une grande aptitude à rendre compte des phénomènes instationnaires, certaines simulations des grandes échelles sont réalisées dans le cadre industriel dans un contexte de maillages relativement grossiers avec des lois de paroi standards afin de surmonter les contraintes de temps imposées aux études industrielles. Cependant, il faut faire attention à la taille des mailles à proximité de la paroi qui peut affecter non seulement l'estimation du cisaillement pariétal mais aussi l'évolution de la viscosité sous-maille du fait que la plupart des modèles sous-maille procèdent à l'évaluation de la viscosité sous-maille par l'intermédiaire du gradient de vitesse (Smagorinsky, WALE, ...). Afin d'obtenir de meilleurs résultats, des lois de parois plus sophistiquées que les lois de paroi standard peuvent être utilisées [110, 99].

Dans cette même optique et dans le cadre des méthodes de domaines fictifs, les approches RANS et LES ont été utilisés avec succès pour différentes configurations avec des nombres de Reynolds modérés [63]. Cependant pour le cas de la simulation des grandes échelles avec des nombres de Reynolds élevés, la littérature est beaucoup moins riche. En effet, afin de réduire le coût numérique de la simulation, on a généralement recours à des modèles de paroi qui permettent de modéliser la physique de l'écoulement turbulent dans la zone proche paroi et de fournir par la suite le cisaillement pariétal.

Bien évidemment, dans le cadre des méthodes de type domaines fictifs, la difficulté tient à modéliser la zone proche paroi pour des nombres de Reynolds élevés et avec un maillage non conforme (et donc non adapté aux couches limites) à la configuration géométrique complexe étudiée.

En effet, dans la littérature, plusieurs variantes de type domaines fictifs sont basées sur une reconstruction de la vitesse (en se plaçant soit sur la première maille au voisinage de la frontière immergée, soit sur une "ghost cell") en utilisant généralement des interpolations linéaires afin que les conditions aux limites sur la frontière des obstacles soient vérifiées. Cependant, cette stratégie peut ramener dans le cas des nombres de Reynolds élevés à des erreurs de l'estimation de la vitesse, si le maillage n'est pas suffisamment fin, et par la suite à des erreurs dans la modélisation de la viscosité turbulente.

Ainsi, l'objectif de notre travail est de reproduire les différents processus mis en jeu dans la région interne de la couche limite turbulente et de modéliser avec précision le cisaillement pariétal au lieu de le calculer directement par l'utilisation d'un maillage adapté.

Chapitre 2

Présentation de l'outil numérique

THÉTIS

L'ensemble des simulations présentées dans ce mémoire a été réalisé avec le code numérique Thetis développé au sein du laboratoire I2M (Bordeaux). Ce code utilise une approche eulérienne et résout les équations de la mécanique des fluides sur un maillage cartésien indépendant de la géométrie du problème étudié. La méthodologie numérique employé pour le traitement temporels, couplage et linéarisation des équations est décrite, dans les sections suivantes, avant d'introduire la résolution numérique du système. Pour tout complément nécessaire, le lecteur peut se rapporter aux documentations Thetis disponibles sur internet [160].

2.1 Discrétisation temporelle des équations

L'écoulement laminaire et incompressible d'un fluide visqueux dans un domaine Ω est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 & \text{dans } \Omega \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) + \mathbf{B}_u(\mathbf{u} - \mathbf{U}_D) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \Delta \mathbf{u} & \text{dans } \Omega \end{cases} \quad (2.1)$$

Ce système d'équation est tout d'abord discrétisé en temps avant d'en effectuer une approximation spatiale.

L'intervalle de temps est discrétisé en un nombre fini d'intervalles $[t_n, t_{n+1}]$

Les équations sont résolues implicitement. Une approche implicite permet de s'affranchir de la condition de stabilité de type "CFL" qui impose une contrainte sur le pas du temps nécessitant, dans le cas critique, de diminuer celui-ci afin que la résolution reste stable.

En s'affranchissant de cette condition qui lie le pas de temps au pas d'espace, et qui est nécessaire en résolution explicite, on autorise l'emploi de grand pas du temps pour la recherche de solutions stationnaires.

*) Terme temporel

Chaque dérivée continue et temporelle sera estimée au temps $(n + 1)$, grâce à une formule aux différences finies, obtenue par un développement en série de Taylor tronquée à l'ordre 1 ou 2.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\right)^{n+1} &= \frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^n}{\Delta t} && \text{schéma d'Euler d'ordre 1} \\ \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}\right)^{n+1} &= \frac{3\mathbf{u}^{n+1} - 4\mathbf{u}^n + \mathbf{u}^{n-1}}{2\Delta t} && \text{schéma de Gear d'ordre 2} \end{aligned}$$

***) Terme convectif non linéaire**

Le traitement implicite du système continu (2.1) fait apparaître un terme en $(\mathbf{u}^{n+1} \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1}$ qui est linéarisé, à l'aide d'un schéma d'ordre deux, sous la forme $((2\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1}) \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1}$ afin d'obtenir une formulation linéaire du problème. Ainsi, en supposant que les quantités \mathbf{u}^n , \mathbf{u}^{n-1} et p^n sont connues, la vitesse \mathbf{u}^{n+1} peut être obtenue en résolvant le système (2.2) :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0 \\ \rho \left(\frac{\mathbf{u}^{n+1}}{\Delta t} + ((2\mathbf{u}^n - \mathbf{u}^{n-1}) \cdot \nabla) \mathbf{u}^{n+1} \right) + \mathbf{B}_u \mathbf{u}^{n+1} + \nabla p^{n+1} + \mu \Delta \mathbf{u}^{n+1} - \frac{\mu}{K} \mathbf{u}^{n+1} = \rho \mathbf{g} + \\ \rho \frac{\mathbf{u}^n}{\Delta t} + \mathbf{B}_u^{n+1} \mathbf{U}_D^{n+1} \end{cases} \quad (2.2)$$

La résolution du système (2.2) sous la contrainte d'incompressibilité de l'écoulement nécessite l'obtention, à chaque instant, d'un champ de pression et d'un champ de vitesse cohérents, satisfaisant aux équations du mouvement et à l'équation de conservation de la masse.

Ce couplage vitesse-pression est délicat à traiter en incompressible.

En effet, en regardant les équations, il apparaît clairement qu'il n'existe aucune équation explicite permettant le calcul de la pression. Toute la difficulté réside dans sa détermination sous la contrainte de continuité exprimée par la relation $\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = 0$.

En incompressible, ce problème, qui est une conséquence de l'absence d'une équation indépendante pour la pression, a été traité suivant plusieurs approches : les méthodes directes, les méthodes de pénalisation ou de compressibilité artificielle, les méthodes de type "prédiction-corrrection", les méthodes de projection et la méthode (relativement récente) dite du "lagrangien augmenté" implémenté dans le code Thétis.

2.2 Méthode des volumes finis

Traditionnellement, les équations de la physique, basées sur des principes de conservation, sont établies en utilisant des volumes élémentaires "infiniment petits". De ce fait, il est plus simple et plus élégant d'utiliser des volumes finis pour discrétiser notre système d'équations.

La méthode des volumes finis consiste à construire autour de chaque point du maillage un domaine fini (volume de contrôle noté V_c , de surface Γ_c) sur lequel les équations seront intégrées [141]. Afin d'optimiser la résolution des équations à l'aide de la méthode des volumes finis, toutes les équations du problème sont exprimées sous une forme conservative.

Les équations intégrales résultantes sont discrétisées, sur une grille cartésienne décalée en vitesse-pression initialement proposée dans l'approche MAC (Marker and Cells) [142], en faisant des hypothèses sur l'évolution des solutions entre les noeuds du maillage.

Les variables scalaires (pression, température, concentration...) sont calculées sur la grille principale appelée grille de pression. A partir de cette grille est construite une grille pour le champ de vitesse, décalée dans chacune des directions de l'espace. Nous l'appellerons grille de vitesse (voir figure 2.1).

Dans le contexte de Thétis, une autre grille est introduite, pour les composantes de cisaillement et de rotation de la viscosité [182].

Le choix d'une grille décalée permet de restreindre le nombre d'interpolations des variables aux points où elles ne sont pas définies et de traiter naturellement les conditions aux limites en vitesse ainsi que le calcul discret des divergences. Ce décalage vitesse-pression engendre le calcul d'une composante de vitesse en dehors du domaine de calcul.

Un bilan de flux est effectué sur les faces du volume de contrôle, ce qui permet d'assurer la conservation des flux sur le volume de contrôle, et par extension, sur tout le domaine de calcul.

Afin de transformer les intégrales volumiques en intégrales surfaciques, le théo-

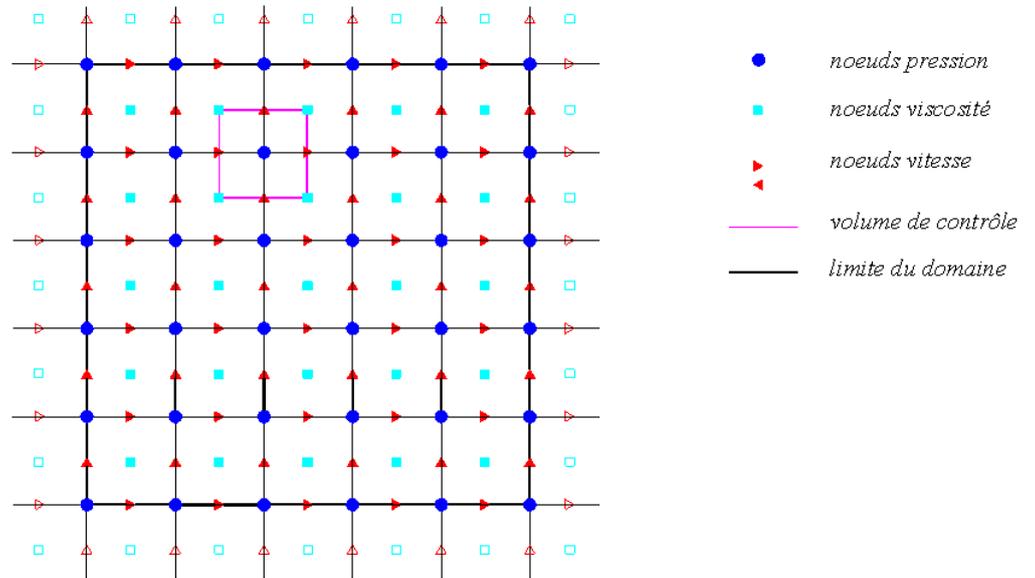


FIGURE 2.1 Le maillage décalé (maillage MAC) en deux dimensions

ème de Green-Ostrogradski est utilisé :

$$\int_{V_c} \nabla \cdot \psi dv = \int_{\Gamma_c} \psi \cdot \vec{n} d\sigma \quad \text{avec } \vec{n} \text{ la normale associée à } \Gamma_c$$

On utilise l'hypothèse suivante :

$p^k, p^{k+1}, u^k, u^{k+1}$ sont constants sur chacun des volumes de contrôle qui leurs sont associés. Les quantités sur les faces des volumes de contrôle sont généralement estimés par des schémas centrés.

2.3 Méthode de lagrangien augmenté

La méthode du lagrangien Augmenté a été élaborée dans le but de résoudre le couplage vitesse-pression pour des problèmes de Stokes [150]. Il s'agit d'une méthode de minimisation sous la contrainte de l'équation de continuité, où la pression, découplée par rapport à la vitesse, apparaît comme un multiplicateur de Lagrange. Ce problème d'optimisation, exprimé sous une formulation faible, est transformé en un problème de recherche de point-selle écrit sous une formulation forte, sans contrainte.

Plus précisément, on considère les équations (2.1) que l'on écrit sous une formulation faible afin de faire apparaître les multiplicateurs de Lagrange.

Notons :

$$\begin{aligned} L^2(\Omega) &= \{f \text{ tel que } \int_{\Omega} |f|^2 d\Omega < \infty\} \\ H_0^1(\Omega) &= \{f \in L^2(\Omega), \nabla f \in (L^2(\Omega))^3, f|_{\partial\Omega} = 0\} \end{aligned}$$

On définit la fonctionnelle $J(\mathbf{v})$ telle que :

$$\begin{aligned} J(\mathbf{v}) &= \int_{\Omega} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right) \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} ((\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} (\mathbf{B}_u(\mathbf{v} - \mathbf{U}_D)) \mathbf{v} d\Omega - \\ &\quad \int_{\Omega} (\rho \mathbf{g}) \mathbf{v} d\Omega - \int_{\Omega} (\mu \Delta \mathbf{v}) \mathbf{v} d\Omega \quad (2.3) \end{aligned}$$

avec $\int_{\Omega} \mathbf{u} \mathbf{v} d\Omega$ est le produit scalaire défini sur $L^2(\Omega)$ pour tout $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in (L^2(\Omega))^3$.

Il s'agit de minimiser $J(\mathbf{v})$ sous la contrainte linéaire $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, ce qui correspond à :

$$\begin{cases} J(\mathbf{u}) \leq J(\mathbf{v}) \quad \forall \mathbf{v} \in M = \{\mathbf{v} \in H_0^1(\Omega), \nabla \cdot \mathbf{v} = 0\} \\ \mathbf{u} \in M \end{cases} \quad (2.4)$$

Il est donc naturel de chercher à imposer cette contrainte au moyen d'un multiplicateur de Lagrange. Ainsi, (2.4) est transformé en un problème de minimisation sans contrainte en introduisant le lagrangien \mathcal{L} défini comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} : M \times L^2(\Omega) &\longrightarrow \mathbb{R} \\ (\mathbf{v}, q) &\longmapsto J(\mathbf{v}) - \int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{v} d\Omega \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ainsi, le problème de minimisation consiste à trouver le couple (\mathbf{u}, p) point-selle de \mathcal{L} sur $M \times L^2(\Omega)$.

On rappelle que (\mathbf{u}, p) est un point-selle de \mathcal{L} si :

$$\sup_{q \in L^2(\Omega)} \mathcal{L}(\mathbf{u}, q) = \mathcal{L}(\mathbf{u}, p) = \inf_{\mathbf{v} \in M} \mathcal{L}(\mathbf{v}, p)$$

i.e solution du problème :

$$\begin{cases} \mathcal{L}(\mathbf{u}, q) \leq \mathcal{L}(\mathbf{u}, p) \leq \mathcal{L}(\mathbf{v}, p) \quad \forall \mathbf{v} \in M, \forall q \in L^2(\Omega) \\ \mathbf{u} \in M, p \in L^2(\Omega) \end{cases}$$

La recherche d'un minimum pour \mathbf{v} et d'un maximum pour q conduit à écrire :

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{v}, p)}{\partial \mathbf{v}} = 0 \text{ et } \frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{u}, q)}{\partial q} = 0$$

A ce stade on introduit le lagrangien augmenté \mathcal{L}_r défini pour $dr > 0$ par :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_r(\mathbf{v}, q) &= \mathcal{L}(\mathbf{v}, q) + \int_{\Omega} \frac{dr}{2} |\nabla \cdot \mathbf{v}|^2 d\Omega \\ &= J(\mathbf{v}) - \int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{v} d\Omega + \int_{\Omega} \frac{dr}{2} |\nabla \cdot \mathbf{v}|^2 d\Omega \end{aligned} \quad (2.6)$$

Le terme de pénalisation, soit $\frac{dr}{2} |\nabla \cdot \mathbf{v}|^2$, $\mathbf{v} \in H_0^1(\Omega)$, faisant apparaître la contrainte, a été introduit dans (2.6) afin d'améliorer les propriétés de convergence [150]. On montre mathématiquement que tout point-selle de \mathcal{L}_r est un point-selle de \mathcal{L} et réciproquement (ceci tient au fait que $\frac{dr}{2} |\nabla \cdot \mathbf{v}|^2$ s'annule quand $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ est satisfaite).

Il convient de remarquer que si $q = 0$ on a :

$$\mathcal{L}_r(v, 0) = J(v) + \int_{\Omega} \frac{dr}{2} |\nabla \cdot \mathbf{v}|^2 d\Omega$$

C'est la fonction pénalisée relative à la contrainte $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$. L'avantage du lagrangien augmenté est de permettre par l'introduction du terme $\int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{v} d\Omega$ de déterminer la solution du problème sans faire tendre dr vers l'infini, ce qui pourrait conduire à une détérioration du conditionnement du système à résoudre. De plus, l'introduction du terme quadratique dans le lagrangien conduit à une amélioration des propriétés de convergence de l'algorithme utilisé dans la résolution.

En revenant à la formulation forte du problème, on admet que le point selle de la fonctionnelle $\mathcal{L}_r(\mathbf{v}, q)$ est aussi solution du problème(2.1). En effet, ceci a été montré pour les équations de Stokes et est admis pour les équations de Navier-Stokes :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) + \mathbf{B}_u(\mathbf{u} - \mathbf{U}_D) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \Delta \mathbf{u} - dr \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) \end{cases} \quad (2.7)$$

Un tel point-selle peut être calculé en utilisant l'algorithme itératif d'Uzawa. Les itérations de lagrangien augmenté (notées k) sont répétées jusqu'à ce que la valeur moyenne de la divergence de la vitesse, dans l'ensemble du domaine,

soit suffisamment petite. Notons k_{max} le nombre d'itérations en lagrangien augmenté qu'il faut effectuer pour atteindre cette valeur, l'algorithme de lagrangien augmenté s'écrit :

1. Initialisation : $\mathbf{u}^{k=0} = \mathbf{u}^n$, $p^{k=0} = p^n$

2. Itérations : pour k allant de 0 à $k_{max} - 1$

$$\star \rho \left(\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right)^{k+1} + (\mathbf{u}^k \cdot \nabla) \mathbf{u}^{k+1} \right) + \mathbf{B}_u(\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{U}_D) = -\nabla p^k + \rho \mathbf{g} + \mu \Delta \mathbf{u}^{k+1} - dr \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}^{k+1})$$

$$\star p^{k+1} = p^k - dp \nabla \cdot \mathbf{u}^{k+1}$$

3. Solution : $\mathbf{u}^{n+1} = \mathbf{u}^{k=k_{max}}$, $p^{n+1} = p^{k=k_{max}}$

Ainsi, la pression est déterminée de façon explicite à chaque itération et dp est un paramètre ajustable généralement choisi égal à dr .

On n'a donc nullement besoin de conditions aux limites pour la pression.

Remarquons que lorsque $dr = 0$, on se trouve face à un algorithme d'Uzawa qui converge très lentement et il se peut qu'il ne converge jamais.

La méthode de lagrangien augmenté permet de calculer la solution exacte, mais s'avère être très coûteuse. Cependant, une solution relativement précise peut être obtenue avec un nombre restreint d'itérations k . Ce qui permet de bénéficier d'un gain en temps de calcul en contrepartie d'une incompressibilité non satisfaite exactement. Une étape de projection scalaire ou vectorielle [161], peut être ensuite utilisé, afin de satisfaire la contrainte.

2.4 Résolution du système linéaire

La simulation numérique d'un problème de mécanique des fluides passe par le choix entre différents schémas de discrétisation, d'ordre plus ou moins élevé, et entre divers modèles (dans le cas de modélisation des écoulements turbulents) qui sont présents dans le code de calcul Thétis. En mettant à profil la discrétisation des opérateurs différentiels en espace, il sera donc possible de la

réécrire sous la forme d'un système linéaire.

Le système linéaire provenant de la discrétisation des équations est extrêmement creux et la matrice est non symétrique et mal conditionnée, sa résolution est réalisée grâce à l'algorithme BiCGStabII introduit par Vandervorst [16] préconditionné par une factorisation MILU [17]. Ce dernier permet d'accélérer la convergence des calculs et est très utile pour les écoulements complexes autour d'obstacles ou un simple préconditionnement de type Jacobi peut s'avérer insuffisant ou bien beaucoup plus long à converger. La résolution du système est insérée dans une boucle en itérations de lagrangien augmenté k , qui permet de faire diminuer la valeur moyenne de la divergence.

2.5 Écoulements incompressibles turbulents

La turbulence peut être définie comme un système dynamique imprévisible, désordonné, possédant de fortes propriétés de mélange, un caractère dissipatif et faisant intervenir une très grande gamme d'échelles spatiales et temporelles. La turbulence est un phénomène qui met en jeu de multiples échelles de longueur, qui vont jusqu'à l'échelle microscopique. L'énergie contenue dans les grosses structures de la turbulence (fournie par l'écoulement moyen) est transférée aux petites échelles (échelle de Kolmogorov) qui sont responsables de la dissipation visqueuse. Les écoulements turbulents sont fortement instationnaires et désordonnés. L'origine de ce désordre repose sur le terme non-linéaire des équations de Navier-Stokes qui régissent les écoulements de fluide.

Malgré une recherche intensive depuis plus d'un siècle appliquée aux écoulements en régime turbulent, leur modélisation reste un grand défi à relever encore aujourd'hui. Trois types de simulation des écoulements en régime turbulent sont utilisés : la simulation numérique directe (DNS), la modélisation purement statistique (RANS) et la simulation des grandes échelles (LES).

2.5.1 Simulation Numérique Directe (DNS)

Elle consiste à résoudre toutes les échelles spatio-temporelles de la turbulence en résolvant numériquement les équations de Navier-Stokes. Dans ce contexte, le fluide reste considéré comme un milieu continu et le cadre des équations de Navier-Stokes reste valable. Le principe consiste à effectuer un (ou des) calcul direct instationnaire tridimensionnel du mouvement turbulent avant de réaliser un traitement statistique sur les solutions obtenues.

Cette approche demande un temps de calcul et une place mémoire très importants (elle nécessite des maillages très fin). L'ordre de grandeur du nombre de mailles pour une DNS d'un écoulement tridimensionnel turbulent est estimé à $Re_L^{9/4}$ où L est l'échelle intégrale représentative de la taille des plus grandes structures tourbillonnaires.

Étant très coûteuse, la DNS reste pour l'instant et sûrement pour longtemps réservée à des écoulements à faible nombre de Reynolds et aux configurations géométriques simples.

2.5.2 La simulation des équations de Navier-Stokes moyennées (RANS)

La simulation des équations de Navier-Stokes moyennées intervient dans le cadre de recherche de méthodes numériques beaucoup moins coûteuses et plus faciles à mettre en place qu'une DNS. En effet, dans les applications industrielles, on s'intéresse généralement aux valeurs moyennes et globales. Dans la simulation RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes simulation), toutes les échelles de la turbulence sont modélisées. Les grandeurs instantanées (vitesse, pression, température, ...) sont décomposées en une partie moyenne et une partie fluctuante de moyenne nulle ($u = \bar{u} + u'$ avec $\overline{u'} = 0$), suivant la décomposition proposées par Reynolds à la fin du *XIX* ème siècle. Cette approche consiste à ne simuler que l'écoulement moyen en temps. Toutes les fluctuations sont filtrées et on modélise leurs effets par une viscosité turbulente.

L'approche RANS est la plus économe en ressources et est de fait très majoritairement utilisée pour les applications industrielles. Cette méthode doit être couplée à un modèle de turbulence adapté à l'échelle à approximer. Dans le code de calcul Thétis différents modèles sont implémentés : le modèle $k - \epsilon$ [162], le modèle RNG [163] et le modèle V2F [164]. Les approches RANS présentent un fort degré d'empirisme (la turbulence est entièrement modélisée), les rendant peu fiables dans certains types d'écoulements.

Dans le but de donner une représentation déterministe et instationnaire des écoulements, la modélisation RANS ne sera pas utilisée pour la prédiction de l'écoulement dans notre cas d'étude.

Une autre méthodologie, qui donne une solution plus réaliste que la solution RANS, est l'approche statistique instationnaire URANS (Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Cette méthodologie consiste à résoudre les équations du modèle RANS en prenant en compte le terme instationnaire $\frac{\partial}{\partial t}$ dans toutes les équations.

L'approche URANS s'est bien répandue dans le monde industriel pour sa capacité de donner des informations instationnaires concernant l'écoulement à moindre coût. Cependant, plusieurs études ([165, 166, 167]) ont contribué à démontrer les diverses défaillances des approches statistiques instationnaires URANS dans différentes configurations complexes par rapport aux calculs LES (même en maillage grossier).

En effet, des résultats peu satisfaisants et des mauvaises prédictions sont données au niveau de point d'impact en amont de l'obstacle et dans la zone de recirculation derrière les obstacles. Aussi, l'approche URANS trouve des difficultés à prédire le rattachement de la couche limite après un obstacle. Dans ce document, l'approche URANS ne sera l'objet d'aucun développement.

2.5.3 La simulation des grandes échelles (LES)

Elle consiste à résoudre les équations filtrées de Navier-Stokes. Le champ obtenu est également tridimensionnel et instationnaire, mais il caractérise uni-

quement les structures tourbillonnaires aux grandes échelles. Les petites échelles, qui ont un comportement plus universel, sont modélisées. La méthode LES résout ainsi explicitement une partie des échelles turbulentes (les grandes échelles) alors qu'une autre partie (les petites échelles) est modélisée par un modèle dit de "sous-maille". Grossièrement, la modélisation de la turbulence consiste à représenter soit l'influence de la turbulence sur l'écoulement moyen (RANS), soit l'influence des échelles non résolues sur les échelles résolues (LES).

La méthode LES semble donc être une solution intermédiaire, permettant à coût modéré d'accéder à des informations instationnaires.

2.5.3.1 Principe de la simulation des grandes échelles

La séparation entre grandes et petites échelles qui est la base de la modélisation de simulation des grandes échelles implique la définition d'une longueur de référence, dite longueur de coupure [182].

Le principe de la simulation des grandes échelles est d'isoler volontairement les grandes échelles (celles qui sont d'une taille caractéristique plus grande que la longueur de coupure) du reste de l'écoulement grâce à une technique de filtrage spatial.

Ainsi, les grandes structures porteuses de l'énergie sont calculées complètement. Les termes supplémentaires, dits de sous-maille, apparus après filtrage des équations, sont modélisés en introduisant des hypothèses de fermeture pour le système d'équations filtrées.

Notion de filtrage

Le filtrage spatio-temporel d'une variable $f(x, t)$ est obtenu dans l'espace physique par un produit de convolution entre la fonction f à filtrer et la fonction filtre $G(x, t)$ prédéfinie.

$$\overline{f(x, t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y, t') G(x - y, t - t') dy dt'$$

La partie non-résolue de $f(x, t)$, relative aux échelles de sous-maille, et notée $f'(x, t)$, est alors définie dans le domaine physique par :

$$f'(x, t) = f(x, t) - \overline{f(x, t)}$$

Le choix du filtre spatial est intrinsèquement lié à la méthode de simulation utilisée.

Equation de conservation filtrées dans l'espace physique

Les équations utilisées de la simulation des grandes échelles sont donc obtenues en appliquant un filtre spatial aux équations du mouvement :

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\mathbf{u}_i \mathbf{u}_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \rho \mathbf{g} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu (\frac{\partial \overline{\mathbf{u}_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}_j}}{\partial x_i})) - \mathbf{B}_u(\overline{\mathbf{u}_i} - \mathbf{U}_D) \quad (2.9)$$

Le terme non linéaire $\overline{u_i u_j}$ apparu après filtrage est alors à exprimer en fonction des variables filtrées. Pour ce faire, on définit le tenseur des contraintes de sous-maille τ_{ij} de la façon suivante :

$$\tau_{ij} = \overline{\mathbf{u}_i \mathbf{u}_j} - \overline{\mathbf{u}_i} \overline{\mathbf{u}_j} \quad (2.10)$$

On a donc :

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\mathbf{u}_i} \overline{\mathbf{u}_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \rho \mathbf{g} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\nu (\frac{\partial \overline{\mathbf{u}_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}_j}}{\partial x_i})) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \mathbf{B}_u(\overline{\mathbf{u}_i} - \mathbf{U}_D) \quad (2.11)$$

Les informations liées aux petites échelles étant perdues, tous les termes traduisant l'effet des quantités sont regroupés dans le terme τ_{ij} . Ce terme représente les interactions entre échelles résolues et échelles de sous-maille.

Modélisation de sous-maille

La quasi-totalité des modèles existants fait appel au concept de viscosité de sous maille, les modèles se différencient en fait essentiellement par la manière de formuler cette viscosité , ou par la manière de compléter cette viscosité par un terme de nature différente. Lorsque la viscosité de sous-maille ν_{sm} est introduite, on a alors :

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\mathbf{u}_i} \overline{\mathbf{u}_j}) = -\frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} + \rho \mathbf{g} + \frac{\partial}{\partial x_j} ((\nu + \nu_{sm}) (\frac{\partial \overline{\mathbf{u}_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}_j}}{\partial x_i})) - \mathbf{B}_u(\overline{\mathbf{u}_i} - \mathbf{U}_D) \quad (2.12)$$

Le terme inconnu τ_{ij} a été remplacé par :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3}\tau_{ij}\delta_{ij} = -\nu_{sm}\left(\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_j}{\partial x_i}\right)$$

On se débarrasse alors de la trace de τ_{ij} en l'introduisant dans le terme de pression qui se trouve modifié, noté $p^* = \bar{p} + \frac{1}{3}\tau_{ij}\delta_{ij}$. Il ne reste plus qu'à modéliser la viscosité ν_{sm} . Dans les modèles présentés par la suite, la longueur $\bar{\Delta}$ est choisie comme :

$$\bar{\Delta} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}}$$

où Δx , Δy et Δz sont les tailles des mailles dans les directions x , y et z . Elle représente en fait la longueur de coupure caractéristique du filtre.

Le modèle de Smagorinsky

La viscosité de sous-maille est évaluée par :

$$\nu_{sm} = (C_s \bar{\Delta})^2 (\overline{S_{ij} S_{ij}})^{\frac{1}{2}}$$

où $\overline{S_{ij}} = \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}_j}{\partial x_i}\right)$, C_s est la constante du modèle de Smagorinsky, prise égale à 0,18 dans le cadre de la turbulence homogène isotrope. Elle est ramenée à 0,1 dans le cas d'un écoulement en canal plan. Le problème majeur de ce modèle est qu'il va agir sur l'écoulement dès que le champ de vitesse résolue possède des variations spatiales. Ce modèle est incapable de décrire la transition d'un état laminaire vers un état turbulent. Pire encore, l'écoulement turbulent peut se relaminariser sous l'effet du modèle.

Le modèle TKE (Turbulent Kinetic Energy)

On cherche à exprimer la viscosité ν_{sm} en fonction de la longueur de coupure $\bar{\Delta}$, de l'énergie cinétique des échelles de sous-maille q_{sm}^2 . L'énergie cinétique de sous-maille est supposée être égale à l'énergie cinétique à la coupure q_c^2 :

$$q_{sm}^2 \equiv q_c^2 = \frac{1}{2}(\overline{\mathbf{u}'_i})(\overline{\mathbf{u}'_i})$$

où la vitesse à la coupure $(\overline{\mathbf{u}'_i})$ peut être évaluée grâce à un double filtrage des échelles résolues, (\cdot) étant un filtre test :

$$(\overline{\mathbf{u}'_i}) = \bar{\mathbf{u}}_i - \tilde{\mathbf{u}}_i$$

Le filtre test est associé à une longueur de coupure $\widetilde{\Delta} > \overline{\Delta}$.

Ainsi :

$$\nu_{sm} = C_{TKE} \overline{\Delta} (q_{sm}^2)^{\frac{1}{2}}$$

La constante C_{TKE} est généralement prise égale à 0,2. Ce modèle s'annule par construction dans les zones où la vitesse est évaluée correctement à partir des équations discrètes. Cependant, les échanges d'énergie inter-échelles sont les plus souvent sous-évalués.

Le modèle d'échelles mixtes

Le modèle d'échelles mixtes est basé sur l'énergie cinétique des plus petites échelles résolues de l'écoulement. La viscosité de sous-maille est évaluée par :

$$\nu_{sm} = C_m \overline{\Delta}^{1+\alpha} (\overline{S_{ij}S_{ij}})^{\frac{\alpha}{2}} (q_{sm}^2)^{\frac{1-\alpha}{2}}$$

avec :

- C_m une constante évalué à partir des valeurs des constantes des modèles de Smagorinsky et TKE, telle que : $C_m = (C_s)^{2\alpha} (C_{TKE})^{1-\alpha}$
- α est un paramètre que l'on fait varier de 0 à 1. En général, $\alpha = 0.5$. Si $\alpha = 0$, on retombe sur le modèle TKE, et si $\alpha = 1$, on a le modèle Smagorinsky.

Chapitre 3

Modélisation des écoulements turbulents

Dans ce chapitre, les différentes approches de modélisation de la turbulence sont brièvement présentées. Dans un premier temps, les deux grandes classes de méthodes, RANS et LES, qui permettent de modéliser la turbulence sont décrites. Suite à cela, le compromis que constituent les méthodes hybrides RANS/LES et plus particulièrement la DES (Detached Eddy Simulation) et la DDES (Delayed Detached Eddy Simulation) ainsi que le modèle original sur lequel elles sont construites (modèle de Spalart-Allmaras) sont exposées.

3.1 Approches de modélisation

Préalablement discuté, parmi l'éventail des méthodes de résolution existantes, les trois grandes familles qui émergent sont la DNS, la LES et l'approche RANS (voir figure 3.1). Ces méthodes permettent d'obtenir un compromis entre coût et degré de modélisation, en accord avec le type d'étude effectué.

La simulation numérique directe (DNS) est précise et seules les erreurs de précision des schémas numériques utilisés restreignent la description de la physique de l'écoulement. Cependant, elle requiert des maillages suffisamment fins pour discrétiser les plus petites structures dissipatives dont la taille est de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov. Ainsi le nombre de points nécessaires à la discrétisation spatiale et le nombre de pas de temps à simuler évoluent proportionnellement à $Re_L^{\frac{9}{4}}$. Bien évidemment, cette méthode est réservée à des écoulements à faible nombre de Reynolds du fait que l'étude d'un écoulement turbulent à très haut nombre de Reynolds nécessite une puissance de calcul largement hors de notre portée aujourd'hui.

L'approche RANS cherche à déterminer un écoulement moyen. Une viscosité turbulente dont le but est de modéliser l'action des fluctuations sur l'écoulement moyen est introduite. Ainsi, la turbulence est entièrement modélisée et le maillage n'a pas besoin d'être très fin à l'exception de la couche limite. Cette approche est couramment employée dans l'industrie et surtout en combinaison

avec le modèle $k - \epsilon$. Mais malgré sa popularité dans le monde industriel, sa capacité à prédire des décollements est limitée. En effet, dans le cas d'écoulement turbulent avec des grandes structures (de taille équivalente à la taille de l'obstacle), l'approche RANS donne des résultats peu satisfaisants et des mauvaises prédictions sont données au niveau du point d'impact en amont de l'obstacle et dans la zone de recirculation en aval.

Entre ces deux dernières méthodes se situe la simulation des grandes échelles ou Large Eddy Simulation (LES). Cette approche calcule le comportement des grandes échelles en modélisant l'action des petites échelles. Signalons que l'on appelle petites échelles, les fluctuations se produisant sur un volume de dimension inférieur à une maille. La LES nécessite une grille intermédiaire dont le niveau de raffinement est à déterminer suivant la précision souhaitée. La simulation des grandes échelles est désormais envisageable pour certaines applications industrielles à nombres de Reynolds modérés.

Contrairement à la modélisation RANS qui montre ses limites en présence des

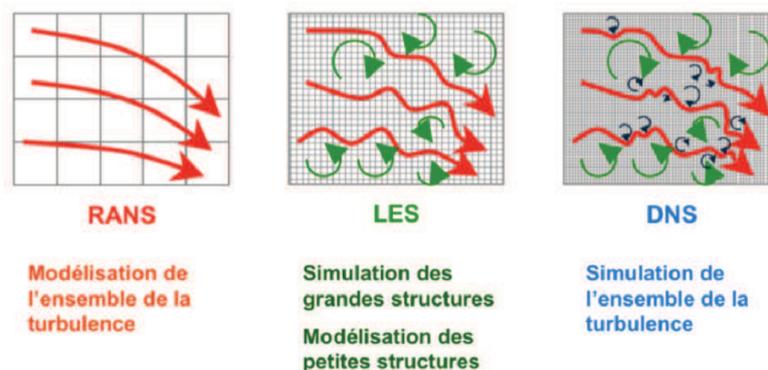


FIGURE 3.1 Schéma montrant l'effet des trois niveaux de description sur un signal de vitesse [143]

phénomènes de recirculations complexes, la LES est bien adaptée aux écoulements turbulents autour d'obstacles. Elle permet de produire des résultats de grande qualité dans les zones décollées de l'écoulement mais à un prix prohibitif imposé par le raffinement excessif du maillage en proche paroi. En effet, pour un calcul LES il faut capter l'échelle intégrale. Le problème est rendu

plus aigu par le fait que près des parois les échelles diminuent et il devient nécessaire d'avoir un maillage assez fin pour bien estimer le gradient de vitesse dans la région proche paroi et pour capter les fluctuations qui engendrent des vortex.

Cependant, de nombreuses études permettent de détecter certaines tendances relatives à l'augmentation du nombre de Reynolds et il existe d'ailleurs plusieurs approches hybrides qui ont pour but de réduire le coût numérique de la simulation tout en préservant la capture (au moins partielle) de l'instationnarité de l'écoulement. Ce sont les méthodes RANS instationnaire (ou URANS), les méthodes LES avec des modèles de parois et le couplage des méthodes RANS et les techniques LES.

Le choix de la méthode RANS instationnaire n'est pas forcément judicieux lorsque la prédiction attendue ne se limite pas aux basses fréquences et d'ailleurs de nombreux travaux ont contribué à démontrer les diverses défaillances des approches URANS dans différentes configurations complexes par rapport aux calculs LES [96, 166].

L'idée et l'objectif dans cette partie consiste à mettre au point une méthode utilisant conjointement l'approche RANS et LES. Effectivement, on peut remarquer une complémentarité entre l'approche RANS qui est rapide et peu coûteuse et la modélisation LES qui est quand à elle plus coûteuse mais plus précise. Ainsi, nous présentons ici deux approches hybrides, qui ont été mises en place dans cette étude, la DES (Detached Eddy Simulation) et la Delayed-DES (DDES).

La figure 3.2 représente la classification des approches turbulentes selon leur niveau de modélisation.

3.2 Approches hybrides

Même si les calculs de type LES semblent fournir de meilleures prédictions que les simulations RANS, grâce à leurs aptitude à rendre compte des phéno-

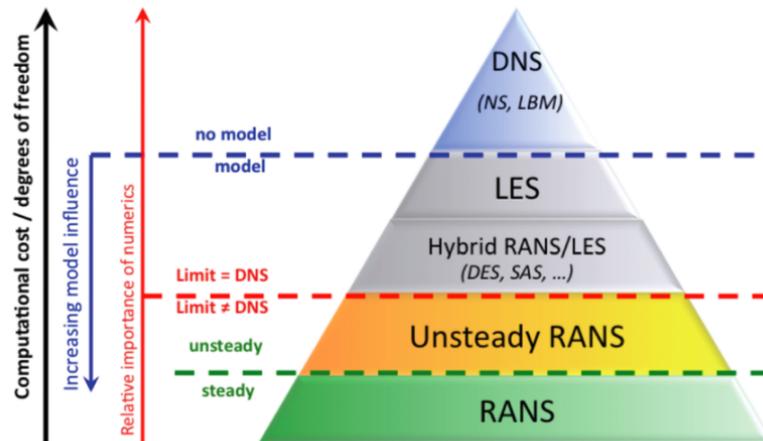


FIGURE 3.2 Classification des approches turbulentes selon leur niveau de modélisation[144]

mènes instationnaires, les approches RANS restent indiscutablement les plus abordables du point de vue du coût numérique. Ainsi, l'idée de couplage intervient afin d'obtenir la meilleure prédiction possible pour un coût numérique raisonnable.

Selon Sagaut et Labourasse [7] les méthodes RANS/LES peuvent être classées selon trois catégories :

Décomposition fréquentielle : Les deux approches partagent fréquemment la prédiction du résultats. RANS déterminent la partie basse fréquence du résultat et la LES évalue les hautes fréquences.

Modélisation universelle : Elle propose des modèles de fermeture qui unifient les deux approches et tendent asymptotiquement vers chacune d'entre elles.

Décomposition zonale dans le domaine spatial : Cette classe des méthodes consiste à séparer les approches RANS et LES dans l'espace physique.

La première s'engage souvent par le traitement de la zone proche paroi, où la LES nécessiterait un maillage très fin, alors que la seconde est appliquée au reste du domaine de calcul.

On s'intéresse plus particulièrement à cette dernière catégorie de méthodes de couplage (décomposition zonale dans le domaine spatial) qui peut se diviser généralement en trois parties :

Transition interfaciale : dans laquelle la transition se fait à travers une interface. Les conditions limites imposées à l'interface constitueront donc un facteur décisif du succès de la modélisation.

Modèle de paroi de type RANS/LES : qui présente comme objectif de calculer le cisaillement pariétal qui sera ensuite fourni au calcul LES. Citons comme exemple le modèle de paroi TBLE pour *Thin Boundary Layer Equations wall model* [106, 9].

Transition progressive : qui consiste à créer une zone de transition à travers plusieurs mailles. C'est à cette catégorie qu'appartiennent les approches DES et DDES.

La version de la DES présentée dans ce chapitre est basée sur le modèle de Spalart-Allmaras présenté ci-dessous.

3.2.1 Le modèle de Spalart-Allmaras

Le modèle de Spalart-Allmaras (SA) [1] est un modèle à une équation (les modèles à une équation proposent généralement d'utiliser soit une équation de transport liée à la viscosité turbulente μ_t , soit une autre grandeur de la turbulence liée à la viscosité turbulente). Ce modèle a notamment été développé pour traiter les écoulements de couches minces attachées en RANS. En terme de qualité de résultats et de robustesse, le modèle SA offre un compromis qui fait de ce modèle une alternative fréquemment employée dans l'industrie.

Ce modèle ne demande pas un raffinement excessif de la grille de calcul et se présente sous la forme d'une équation de transport de la pseudo viscosité cinématique turbulente $\tilde{\nu}$.

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = \text{Production} + \text{Diffusion} - \text{Destruction} \quad \text{avec :} \quad (3.1)$$

$\tilde{\nu}$ est la pseudo viscosité cinématique turbulente.

$$\begin{aligned} \text{Production} &= C_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu} \\ \text{Diffusion} &= \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + C_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] \\ \text{Destruction} &= -C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \\ \frac{D\tilde{\nu}}{Dt} &= \tilde{\nu} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \end{aligned}$$

La quantité $\tilde{\nu}$ est confondue avec la viscosité turbulente excepté dans la zone tampon et la sous couche visqueuse. En effet, afin d'assurer $\tilde{\nu} = \kappa y u_\tau$ dans la zone logarithmique, une fonction de correction f_{v1} est définie dans la couche tampon et dans la sous couche visqueuse et la reconstruction de la viscosité turbulente se fait à partir de l'expression $\nu_t = f_{v1}\tilde{\nu}$.

Dans le terme de **diffusion**, ν représente la viscosité moléculaire du fluide. Le terme \tilde{S} est aussi égal à S ($S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$) excepté dans la zone tampon et la sous couche visqueuse de manière à garder un comportement correct dans la partie logarithmique de la couche limite ($\tilde{S} = \frac{u_\tau}{\kappa y}$), ainsi

$$\tilde{S} = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} + f_{v2} \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2}$$

Où $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right)$ désigne la vorticité moyenne, κ est la constante de Von Karman et d est la distance   la paroi la plus proche.

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 - \chi f_{v1}}$$

avec

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$$

Remarquons que d'autres formes de vorticité moyenne peuvent être utilisées. Les termes de production et de diffusion ont été calibrés afin de reproduire le

comportement des écoulements cisailés libres.

Le modèle de Spalart-Allmaras contient un terme de destruction pour la viscosité qui se comporte comme $1/d^2$ (où d est la distance à la paroi). Ce terme a été ajouté pour tenir compte de l'amortissement de la viscosité dans la région interne de la couche limite. Ce terme représente l'effet de blocage de la paroi et son action augmente avec la diminution de la distance à la paroi. Le comportement de ce terme est aussi contrôlé par la fonction de correction f_w qui permet d'accélérer la décroissance dans la zone externe de la couche limite.

$$f_w(g) = g \left(\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right)$$

$$g = r + C_{w2}(r^6 - r)$$

$$r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2}$$

Le paramètre r est un paramètre classiquement utilisé par les modèles RANS (notamment les modèles algébriques) pour se repérer dans la couche limite.

La fonction d'amortissement f_{v1} s'écrit :

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3}$$

Les fonctions de correction f_{v1} et f_{v2} permettent aux grandeurs $\tilde{\nu}$ et \tilde{S} de conserver leur comportement de la couche limite à la paroi et ne dépendent que du rapport $\frac{\tilde{\nu}}{\nu} = \chi$.

L'équilibre total entre les termes de production, diffusion et destruction engendre que C_{w1} est défini en fonction des autres variables.

Les différents coefficients du modèle de SA sont les suivants :

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa} + \frac{(1+C_{b2})}{\sigma} \text{ où } C_{b1} = 0.1355, C_{b2} = 0.622, \sigma = 2/3, \kappa = 0.41, C_{w2} = 0.3, C_{w3} = 2 \text{ et } C_{v1} = 7.1$$

Il est à noter que les termes de transition présents dans le modèle original de Spalart-Allmaras (SA) [1] sont omis et ils ne sont pas utilisés dans ce travail. En fait, tous les cas seront simulés en supposant des régimes pleinement turbulents sans qu'aucun effort ne soit fait pour modéliser la transition laminaire-turbulent ou forcer cette transition à une localisation spécifiée (abscisse de

transition ou trip). Il est aussi à signaler que le modèle de (SA) n'est pas universel et il existe déjà plusieurs versions avec différentes corrections permettant d'améliorer ses prévisions dans certaines conditions particulières.

3.2.2 Detached Eddy Simulation (DES)

A ce jour, la méthode de couplage RANS/LES la plus utilisée est sans doute la DES. La version originale de la DES (DES97) est basée sur le modèle de Spalart-Allmaras [1] décrit ci-dessus et elle est destinée à calculer les écoulements comportant à la fois des couches-limites attachées et des zones décollées.

Le point fort de la DES est qu'elle permet de résoudre la turbulence par un seul ensemble d'équations dans tout le domaine de calcul en proposant un passage continu entre RANS et LES.

En effet, ce modèle de turbulence fonctionne comme :

Un modèle de sous maille dans la région où la densité du maillage est suffisante pour une simulation LES.

Un modèle statistique dans les régions où la densité est insuffisante.

Cette approche permet de déterminer la viscosité turbulente ou la viscosité de sous maille ν_t et de fermer les équations de conservation de la quantité de mouvement.

Son implementation est évidemment simplifiée par la similitude des équations filtrées suivant les deux approches RANS/LES.

La DES97 est basée sur le modèle de Spalart-Allmaras [1]. Ce dernier contient un terme de destruction pour la viscosité turbulente qui est fonction de la distance d à la plus proche paroi. Ce terme, équilibré par le terme de production, ajuste la viscosité turbulente pour être à l'échelle du taux de déformation local \tilde{S} . Autrement dit, en régime établi la viscosité turbulente devient :

$$\nu_t = \frac{C_{b1}}{C_{w1}} S d^2$$

L'idée suggérée par Spalart *et al.* [3] est de modifier le terme de destruction de manière à réduire le modèle RANS à un modèle LES sous-maille dans les zones décollées de l'écoulement. Ainsi, ces auteurs ont proposé de remplacer la distance d du modèle (SA) par \tilde{d} défini comme suit :

$$\tilde{d} = \min(d, C_{DES}\Delta)$$

Par construction, les auteurs ont choisi de définir Δ comme la plus grande des largeurs de maille dans les trois directions.

$$\Delta = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$$

Ce modèle est sensible à la densité du maillage et il s'ajuste automatiquement à l'écoulement en diminuant la dissipation introduite par le modèle RANS de manière à autoriser la cascade énergétique à s'étendre à des longueurs caractéristiques proches de la finesse du maillage.

Loin de la paroi ($d \gg C_{DES}\Delta$), si le terme de destruction est égal au terme de production, la viscosité turbulente prend la forme d'une viscosité sous-maille de type Smagorinsky,

$$\nu_t = \frac{C_{b1}}{C_{w1}} C_{DES}^2 \Delta^2 \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$$

En mode LES, le modèle de sous maille de la DES, comme le modèle Smagorinsky, révèle certaines inconsistances physiques. En particulier, dans une couche de cisaillement plane laminaire ou dans un écoulement stationnaire en rotation uniforme, la formule basée sur le rotationnel donne une viscosité turbulente non nulle.

Le succès et la popularité de la DES peut s'expliquer par la simplicité de la modélisation impliquée par cette méthode et par le fait qu'elle peut se baser sur une modélisation préexistante dans le code de calcul. En effet, il suffit de remplacer l'échelle de longueur de la turbulence d_{RANS} dans le modèle RANS par :

$$d_{DES} = \min(d_{RANS}, C_{DES}\Delta)$$

où Δ est la taille caractéristique de maille locale et C_{DES} est une constante qui a été calibrée par Shur *et al.* [2] dans une turbulence homogène isotrope à 0.65.

Ainsi, dans le cas d'un modèle $k - \omega$, le terme de destruction D_{RANS}^k sur k est modifié en

$$D_{DES}^k = \rho \frac{k^{3/2}}{\min(\frac{\sqrt{k}}{\omega\beta}, C_{DES}\Delta)}$$

au lieu de $D_{RANS}^k = \rho k \omega \beta$ (étant donné que l'échelle de longueur RANS est $d_{RANS} = \frac{k^{3/2}}{\epsilon}$ et $\omega = \frac{\epsilon}{\beta k}$).

Dans notre étude, nous nous intéressons plus particulièrement à la DES97 basée sur le modèle de Spalart-Allmaras.

3.2.3 Delayed Detached Eddy Simulation (DDES)

La DES est une réponse à différentes considérations dans le traitement de la turbulence instationnaire à haut nombre de Reynolds, telles que le coût d'une LES dans la totalité de couche limite et le manque de précision des modèles RANS pour des écoulements instationnaires. Cependant, bien que prometteuse la DES n'est pas complètement exempte de défauts. Le plus important défaut de la DES est que la transition entre les zone RANS et LES est basée uniquement sur des considérations géométriques, qui sont la taille de maille et la distance à la paroi la plus proche, et non sur des considérations physiques. En fait, la DES utilise des méthodes complexes de génération de turbulence aux interfaces RANS/LES et peut être très dépendante des instructions utilisateurs tel que le maillage du domaine de calcul. Ce qui peut conduire, lors d'utilisation de certains types de maillages, à des phénomènes non physiques, tels que la sous estimation du frottement pariétal [4].

Du fait que le modèle commute lorsque $d_{SA} = C_{DES}\Delta$, le maillage le plus adapté à la DES est celui de type RANS ($\max(\Delta x, \Delta y, \Delta z) \gg \delta$), qui permet de modéliser les zones proche paroi en utilisant l'échelle de longueur RANS et les zones plus éloignées ainsi que les zones décollées en utilisant l'échelle de

longueur LES.

Pour certains types de maillages, le modèle ne fonctionne pas correctement. Le maillage qui cause le plus de problèmes est celui intermédiaire entre les maillages de type RANS et le maillage de type LES (très fin en proche paroi) dans lequel la transition apparaît dans la zone supérieure de la couche limite [6]. Dans ce cas, le modèle passe du mode RANS au mode LES, ainsi la partie modélisée du tenseur de Reynolds est alors réduite et le modèle LES n'est pas *a priori* suffisamment développé pour contrebalancer cette réduction efficacement. De ce fait, une attention particulière est portée relativement au comportement de la "zone grise" dans laquelle le modèle commute.

Pour éviter ces problèmes, Spalart a publié dans un premier temps un article didactique [5] sur la génération du maillage à employer dans le cas de DES97 puis dans un second temps Spalart *et al.* [6] ont proposé un modèle dérivé, nommé Delayed-DES ou DDES, qui dépend non seulement des caractéristiques géométriques du maillage mais aussi de l'écoulement.

La formulation DDES consiste en une évolution de la DES97, introduisant une modification du paramètre r du modèle SA et dans laquelle la longueur \tilde{d} dépend non seulement du maillage et de la distance à la plus proche paroi mais aussi de l'écoulement. En effet, la formulation DDES s'inspire des travaux de Menter et Kuntz [10] (cité dans [135]) qui utilisent des fonctions de mélange pour retarder la transition du mode RANS vers le mode LES et protéger la couche limite d'une transition précoce. Cela se fait par le biais d'une fonction de correction f_d définie comme suit :

$$f_d(r_d) = 1 - \tanh([8r_d]^3)$$

La quantité r_d utilisée dans la fonction f_d est construite de façon à valoir 1 dans la zone logarithmique, $r_d \ll 1$ en dehors et $r_d > 1$ en proche paroi, et elle est définie comme suit :

$$r_d = \frac{\nu_t + \nu}{\sqrt{U_{ij}U_{ij}}\kappa^2 d^2}$$

où U_{ij} désigne le gradient de vitesse.

Ainsi, l'échelle de longueur du modèle de Spalart-Allmaras est redéfinie telle que :

$$\tilde{d} = d - f_d \max(0, d - C_{DES} \Delta)$$

Autrement dit, la DDES repousse la hauteur de communication RANS/LES en dehors de la couche limite et permet de garantir que quelque soit le maillage utilisé, cette transition se fera à l'extérieur de la couche limite. En effet, en dehors de la couche limite $f_d = 1$ et le modèle DDES est en mode DES97 et ailleurs $f_d = 0$ et le modèle est en mode RANS.

3.3 Discrétisation de l'équation de transport

On s'intéresse dans cette partie à la résolution numérique de l'équation de transport de la viscosité $\tilde{\nu}$.

On rappelle, tout d'abord, l'équation que l'on désire discrétiser temporellement et spatialement :

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \nabla \tilde{\nu} + L_{TR} \tilde{\nu} = \nabla \cdot [D \nabla \tilde{\nu}] + S_{TR}$$

avec $\tilde{\mathbf{u}}$, L_{TR} , D et S_{TR} sont respectivement la vitesse modifiée, le terme linéaire, le coefficient de diffusion et le terme source de l'équation de transport de la variable $\tilde{\nu}$ qui se présentent comme suit :

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u} - C_{b2} \nabla \tilde{\nu}$$

$$L_{TR} = C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{d}} \right)^2 - C_{b1} \tilde{S}$$

$$D = \frac{(\nu + \tilde{\nu})}{\sigma}$$

Ici le terme source S_{TR} est nul.

Bien évidemment, les paramètres de l'équation de transport dépendent de l'approche de modélisation de la turbulence (SA,DES,DDES) et ils sont définis de la même façon que préalablement.

Cette équation est tout d'abord discrétisée semi-implicitement en temps en utilisant un schéma de différences finies avant d'en effectuer une résolution spatiale.

L'intervalle de temps est discrétisé en un nombre fini d'intervalles $[t_n, t_{n+1}]$.

$$\frac{\tilde{\nu}^{n+1} - \tilde{\nu}^n}{\Delta t} + (\mathbf{u}^n - C_{b2} \nabla \tilde{\nu}^n) \cdot \nabla \tilde{\nu}^{n+1} + (C_{w1} f_w^n (\frac{\tilde{\nu}^n}{d^n})^2 - C_{b1} \tilde{S}^n) \tilde{\nu}^{n+1} = \nabla \cdot [\frac{(\nu + \tilde{\nu}^n)}{\sigma} \nabla \tilde{\nu}^{n+1}]$$

Pour la mise en place des conditions aux limites, une technique de pénalisation est utilisée. Le traitement des limites par la méthode de pénalisation pour la variable $\tilde{\nu}$ se traduit numériquement par l'insertion du terme $B_{\tilde{\nu}}(\tilde{\nu} - \nu_\infty)$ dans l'équation de transport de la variable $\tilde{\nu}$.

Le terme $B_{\tilde{\nu}}(\tilde{\nu} - \nu_\infty)$ joue un double rôle, en plus d'imposer les conditions limites souhaitées, il est possible grâce au coefficient de pénalisation $B_{\tilde{\nu}}$, sans nécessité de modifier la géométrie du domaine de calcul ou la discrétisation, d'imposer la viscosité adéquate sur la surface de l'obstacle.

En effet, $B_{\tilde{\nu}}$ est un réel indiquant l'appartenance d'un point à l'intérieur du domaine d'étude ou aux limites et le type de condition imposée. Ainsi, $B_{\tilde{\nu}} = 10^{-40}$ pour un point appartenant à l'intérieur du domaine et ce coefficient est égal à 10^{40} si l'on est sur le bord ou à l'intérieur de l'obstacle.

Finalement, l'équation discrétisée se présente comme suit :

$$\frac{\tilde{\nu}^{n+1} - \tilde{\nu}^n}{\Delta t} + (\mathbf{u}^n - C_{b2} \nabla \tilde{\nu}^n) \cdot \nabla \tilde{\nu}^{n+1} + (C_{w1} f_w^n (\frac{\tilde{\nu}^n}{d^n})^2 - C_{b1} \tilde{S}^n) \tilde{\nu}^{n+1} = \nabla \cdot [\frac{(\nu + \tilde{\nu}^n)}{\sigma} \nabla \tilde{\nu}^{n+1}] + B_{\tilde{\nu}}(\tilde{\nu}^{n+1} - \nu_\infty^{n+1})$$

Il est à noter que, depuis son apparition, le modèle de Spalart-Allmaras a subi plusieurs modifications. Les changements rapportés varient par rapport à ceux concernant simplement l'annulation du terme de transition (trip term) présent dans la version originale du modèle [1] à d'autres changements qui sont plus sophistiqués. La formulation du modèle RANS de SA telle que présentée à l'équation (3.1) satisfait la positivité du terme $\tilde{\nu}$. Cependant, après discrétisation de l'équation, cette caractéristique doit être forcée. En effet le schéma numérique doit assurer que $\tilde{\nu}$ reste positive en espace et au cours du temps. Signalons qu'une valeur $\tilde{\nu} < 0$ représente non seulement une solution non physique, mais peut aussi engendrer des problèmes de stabilité du schéma numérique, plus précisément pour le solveur Navier-Stokes.

Une des raisons de ces situations se présentent sur des grilles grossières et des états transitoires où la viscosité turbulente peut devenir négative. Ceci est souvent rencontré au bord des couches limites et dans le sillage.

Afin d'améliorer ce comportement, le changement le plus évident qui peut être apporté au modèle pour les valeurs négatives de $\tilde{\nu}$ est la définition de la viscosité turbulente comme suit :

$$\nu_t = \begin{cases} \tilde{\nu} f_{v1} & \text{si } \tilde{\nu} > 0; \\ 0 & \text{si } \tilde{\nu} \leq 0. \end{cases}$$

Une continuation du modèle de SA pour des valeurs négatives de $\tilde{\nu}$ est proposé par spalart *et al.* [145]. Les modifications sont formulées pour être conformes au modèle original dans les régions bien résolues. Elles apportent des différences négligeables dans la plupart des cas.

Aussi, dans le modèle original de SA, le terme de production donné par $\tilde{S} = S + \bar{S}$ avec $\bar{S} = f_{v2} \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2}$ doit être toujours positif avec $\tilde{S} < 0.3S$ (S est la vorticité magnitude) [145]. Cependant, ce n'est pas toujours le cas. Pour des valeurs positives de $\tilde{\nu}$, il est possible de tomber sur des valeurs négatives de termes de productions. Ce cas se manifeste lorsque la fonction de correction $f_{v2} < 0$ ou plus précisément pour $1 \leq \chi \leq 18.40$ [146].

Afin d'éviter ce problème néfaste ($\tilde{S} < 0$), un nouveau terme de production a été développé par Johnson et Allmaras (cité dans [146]) et la nouvelle forme de \tilde{S} est définie comme suit :

$$\tilde{S} = \begin{cases} S + \bar{S} & \text{si } \bar{S} \geq -C_{v2}S \\ S + \frac{S(C_{v2}^2 S + C_{v3} \bar{S})}{(C_{v3} - 2C_{v2})S - \bar{S}} & \text{si } \bar{S} < -C_{v2}S \end{cases}$$

S est l'amplitude de la vorticité magnitude et

$$\bar{S} = f_{v2} \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2}; \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 - \chi f_{v1}}; \quad C_{v2} = 0.7; \quad C_{v3} = 0.9$$

3.4 Contraintes numériques pour la simulation d'écoulements pariétaux

Dans le cas d'un écoulement sur une paroi lisse, la description de la région interne (très proche de la paroi où les effets visqueux sont prédominants) de la couche limite dynamique fait intervenir une longueur adimensionnée y^+ . Cette dernière est définie comme étant la distance à la paroi divisée par l'échelle de longueur visqueuse ν/u_τ .

$$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu}$$

En effet, y est normalisée sous la forme d'un nombre de Reynolds faisant intervenir la vitesse de frottement. Généralement, y est dit normalisé en terme de coordonnée adimensionnelle interne.

La vitesse de frottement u_τ est définie à partir du cisaillement pariétal τ_w comme suit :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad \text{avec} \quad \tau_w = \sqrt{\tau_{w12}^2 + \tau_{w23}^2}$$

L'indice 2 étant la direction (x_2 ou y) normale à la paroi, ainsi en $2D$ $\tau_{w12} = \mu \frac{\partial u_1}{\partial y}$.

La nature de l'écoulement pariétal dépend de toutes les structures tourbillonnaires de la paroi jusqu'à la zone externe. Dans les zones très proches des parois, les effets de viscosité réduisent les fluctuations des vitesses tangentielles, ce qui entraîne un blocage cinématique réduisant ainsi les fluctuations normales à la paroi. Loin de la paroi, la turbulence s'intensifie rapidement par la production de l'énergie cinétique turbulente due aux gradients de vitesse moyenne importants.

Afin d'être correctement représentée, la résolution de la couche limite nécessite une attention particulière. En effet, le calcul des flux en proche paroi nécessite l'utilisation de maillages extrêmement fins permettant d'estimer les gradients de vitesse présents dans la sous-couche visqueuse du profil turbulent. Le raffinement nécessaire à capturer toutes les structures turbulentes est proportionnel à

$Re^{0.4}$ dans la zone externe et à $Re^{1.8}$ dans la sous couche visqueuse [9]. Ainsi le nombre de points du maillage nécessaire pour simuler correctement une couche limite pariétale, même à des Reynolds modérés, apparaît comme prohibitif par rapport aux capacités actuelles de calcul informatique.

Étant donnée les contraintes de temps imposées aux études industrielles de l'écoulement turbulent pariétal, la simulation des grandes échelles est effectuée dans un contexte de maillage grossier avec un modèle de paroi standard (il provient directement des équations régissant la zone logarithmique de la couche limite). Ce choix s'est imposé par le nombre de Reynolds trop élevé et les contraintes de maillage précédemment décrites (la recommandation est de disposer de quelques points dans la sous-couche visqueuse avec une première maille située autour de $y^+ = 1$). De ce fait, il apparaît nécessaire de mettre en oeuvre d'autres méthodes permettant de réduire le coût total de calcul. Ainsi, une partie ou la totalité de la dynamique pariétale peut être modélisée, généralement à partir de quantités calculées loin de la paroi, plutôt que calculées explicitement à la paroi.

Pour la simulation des grandes échelles (LES), l'utilisation d'une grille grossière sans modèle de paroi peut provoquer des erreurs provenant de la discrétisation numérique et du modèle de sous-maille. D'une part, le gradient de vitesse est grand dans la région proche paroi et il est sous-prédict par un schéma de discrétisation utilisant la condition d'adhérence à la paroi sur des grilles grossières, ce qui conduit à une sous estimation des contraintes de frottement et de la production de l'énergie cinétique turbulente. D'autre part, le modèle de sous-maille ne rend pas compte de l'anisotropie de la turbulence proche de la paroi et ne modélise pas correctement le dissipation de l'énergie cinétique turbulente.

3.5 Modèle de paroi

Pour des nombres de Reynolds trop élevé, étant donné les contraintes de maillage et le coût de calcul, la simulation de l'écoulement turbulent pariétal nécessite de mettre en oeuvre un modèle de paroi afin de représenter au mieux les grandeurs caractéristiques au voisinage de la paroi. En effet, le problème est rendu plus aigu par le fait que près des parois les échelles diminuent, et il sera nécessaire d'utiliser des mailles plus petites, ce qui, en géométrie complexe, alourdira le calcul. Ainsi, au lieu de résoudre la couche limite et l'ensemble des structures de la turbulence favorisant le transport de la quantité de mouvement, l'alternative d'utiliser un modèle de paroi permet de représenter l'effet de la couche limite sur l'écoulement extérieur. Généralement, la contrainte de frottement pariétal τ_w est utilisée comme une condition limite à la paroi pour les composantes tangentielles de vitesse et une condition limite de non-pénétration pour la composante de vitesse normale à la paroi (composante normale de la vitesse est nulle) [147].

Autre que la modélisation en respectant les échelles caractéristiques appropriées des structures pariétales, le transport de la quantité de mouvement peut être modélisé soit d'une manière implicite en reliant les grandeurs connues par le calcul dans la zone extérieure à la première maille au frottement pariétal (local à chaque instant) dans la première maille, soit explicitement par un modèle moyennée.

Le concept de modèle de paroi se fonde sur l'hypothèse que la première maille est trop grande pour y résoudre les structures qui contribuent au transport de la quantité de mouvement. Dans ce cadre, le nombre de structures turbulentes dans la première maille est supposé suffisamment important pour considérer leurs effets sur l'écoulement extérieur de façon moyennée à chaque pas de temps.

Selon Piomelli [148], il existe trois classes de traitement à la paroi :

simulation de la région de proche paroi dans son ensemble par un modèle

moyenné.

résolution d'équations simplifiées à la paroi (TBLE), souvent stationnaires.

une modélisation complète de la région de paroi par une loi de paroi.

Différentes méthodes de traitement de la paroi, plus ou moins simples, existent dans la littérature. Pour la partie dynamique de l'écoulement, la détermination précise du frottement pariétal est le point clé de la modélisation. Cela revient, en fait, à une détermination plus 'correcte' du gradient de vitesse, par comparaison à celui calculé directement entre le point de calcul et la paroi (généralement utilisé pour le flux laminaire). Le flux de quantité de mouvement obtenu en sortie du modèle de paroi sert à corriger le flux calculé en premier lieu par le solveur Navier-Stokes. Ainsi, indépendamment de la localisation du premier point du maillage le plus proche de la surface de l'obstacle, le modèle de paroi doit reproduire le profil de la vitesse et imposer le frottement pariétal τ_w adéquat à la surface de l'obstacle. Ce qui permet par la suite de calculer le coefficient de frottement C_f . Cela permet de réduire de façon drastique le coût de calcul (pas nécessaire de résoudre finement les sous-couches visqueuse et tampon).

Différentes méthodes de calcul de la contrainte de frottement pariétal existent dans la littérature. La plus part des lois de paroi se basent sur l'hypothèse d'équilibre entre production et dissipation pour calculer les grandeurs turbulentes. L'existence d'un état d'équilibre local où la production d'énergie due aux fluctuations équilibre exactement sa dissipation implique que la vitesse au premier noeud le plus proche de la paroi suit un profil logarithmique :

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \log \frac{y u_\tau}{\nu} + B \quad (3.2)$$

avec $\kappa = 0.415$ est la constante de Von Karman et $B \simeq 5.0 - 5.5$

et on en déduit par la suite, le cisaillement à la paroi τ_w et les variables de turbulence. Les lois de parois standards, provenant directement des équations régissant la zone logarithmique de la couche limite, ont été largement employées dans l'industrie avec une modélisation RANS. Bien que simples d'emploi, elles

nécessitent certaines précautions ($y^+ > 30$) sinon elles peuvent conduire à des résultats qualitativement incorrects. Afin d'éliminer cette contrainte, Kalitzin *et al.* [152] ont montré qu'il est possible de développer une loi de paroi consistante donnant des résultats qui convergent vers la solution exacte du modèle, sans nécessiter de s'assurer que le premier noeud est à $y^+ > 30$ ou $y^+ < 1$, favorisant ainsi une grande souplesse d'utilisation. Leurs lois sont développées grâce à des tabulations des profils de vitesse et des variables de turbulence. Ces tabulations sont parcourues et utilisées de façon à optimiser la résolution. Pour modéliser la dynamique de la zone comprise entre le premier point de maillage et la paroi, Deardorff [149] propose une première loi de paroi pour la simulation des grandes échelles (LES) dans laquelle il a utilisé la loi à l'équilibre pour calculer la contrainte de frottement.

Toujours pour une simulation des grandes échelles LES, Werner et Wengle [151] suggèrent de formuler le profil de vitesse comme une loi en puissance.

$$\begin{cases} U^+ = y^+ & \text{si } y^+ \leq y_0 \\ U^+ = A(y^+)^B & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.3)$$

avec $A = 8.3$, $B = \frac{1}{7}$ et $y_0 = 11.81$

Cependant, l'hypothèse d'une couche limite à l'équilibre est moins applicable dans le cas de géométries complexes en présence d'un gradient de pression adverse.

Balaras *et al.* [106] proposent le modèle à deux couches (two layer model) ou modèle de couche limite mince (TBLE pour Thin Boundary layer Equations wall model, c'est-à-dire équation de couche limite fine) qui consiste à résoudre les équations simplifiées de la couche limite turbulente pour le calcul de la contrainte de frottement. Cette approche fait l'hypothèse que la zone interne est forcée par l'écoulement extérieur. Wang et Moin [107] ont utilisé avec succès ce modèle pour la simulation d'un écoulement au bord de fuite. Ce modèle de paroi implique l'introduction d'un maillage fin à une dimension entre la paroi et la première maille de calcul LES. Ce maillage est une grille de peau de la

paroi dissociée *a priori* de la grille de calcul LES.

Dans le maillage fin, des équations de couche limite turbulente simplifiées sont résolues.

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i} \overline{u_j} - \frac{\partial P_e}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}] & \text{pour } i = 1, 3 \\ \overline{u_2} = -\int_0^y (\frac{\partial \overline{u_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{u_3}}{\partial x_3}) dy \end{cases} \quad (3.4)$$

La viscosité turbulent intervenant dans l'équation de la couche limite turbulente (3.4) diffère de la viscosité sous mailles utilisé dans le calcul LES. Son rôle est de modéliser l'action de toutes les échelles du mouvement et non pas uniquement celles des échelles sous-mailles sur les échelles résolues. Pour le gradient de pression, il provient du domaine grossier.

Dans la littérature, différentes études ont été menées sur les modèles de paroi en conjonction avec un maillage adapté à la surface de l'obstacle. Pour être prédictif au voisinage des parois, la plupart des auteurs qui se sont intéressés à l'étude de l'écoulement turbulent autour des corps solides se sont dirigés vers l'utilisation des modèles de parois en conjonction avec la méthodologie, relativement âgée, RANS ainsi qu'avec la LES (pour la LES Piomelli [148] constitue une bonne revue pour l'ensemble des méthodologies souvent appelées WMLES pour "wall modeled LES). D'ailleurs, il existe une grande variété de modèle de paroi. Cependant, peu de travaux ont introduit les modèles de parois dans le cadre des méthodes de domaines fictifs.

Bien que simple d'emploi avec les méthodes à maillage conforme à la géométrie de l'obstacle, les modèles de parois deviennent rapidement problématiques avec les approches à maillage non conformes à la géométrie du solide.

Pour l'utilisation des modèles de paroi en conjonction avec les méthodes de domaines fictifs, les développements rapportés concernent notamment la modification de la vitesse dans la cellule de paroi. Ce point constitue l'une des originalités de cette thèse.

A ce titre et dans le cadre des simulations des grandes échelles, on peut nommer les travaux de Choi *et al.* [153] qui ont utilisé la loi de puissance pour la

reconstruction de la vitesse en proche paroi, Roman *et al.* [154] proposent de formuler le schéma d'interpolation pour la vitesse au noeud le plus proche de la paroi en se basant sur la loi logarithmique suivante :

$$U_{IB} = U_V - \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \log \frac{d_V}{d_{IB}} \quad (3.5)$$

avec IB (IB pour Immersed Boundary) désigne le premier noeud le plus proche de la paroi de l'obstacle, V est un noeud fictif choisi sur la normale à la paroi passant par IB et d_V est la distance entre le point V et la paroi.

Autre que la reconstruction de la vitesse, et afin de modéliser les plus petites échelles le plus fidèlement possible, Roman *et al.* [154] suggèrent d'adapter une autre formulation pour la viscosité turbulente en proche paroi.

$$\nu_{t,IB} = c\kappa u_\tau d_{IB} \quad (3.6)$$

où c est une constante.

À la lumière des travaux de Balaras *et al.* [106] et Wang et Moin [107], Tessicini *et al.* [108] ont proposés de tirer profit de ces résultats et d'étendre l'utilisation des méthodes de domaines fictifs (en particulier la "direct forcing") aux nombres de Reynolds élevés. En effet, la plupart des méthodes de type domaines fictifs sont basées sur une reconstruction de la vitesse. Généralement des interpolations linéaires pour imposer les conditions aux limites souhaitées sur la frontière de l'obstacle. Cependant, pour obtenir une bonne estimation de vitesse, on doit se placer très proche de la paroi où le régime est laminaire. Pour surmonter cette limitation, au lieu d'utiliser une interpolation linéaire pour la détermination de vitesse, un modèle de paroi (TBLE) est introduit dans les deux premières mailles voisines à l'obstacle.

En effet, Tessicini *et al.* [108] proposent de résoudre les équations de Navier-Stokes filtrées jusqu'au second noeud du maillage voisin à la peau de l'obstacle (point F dans la figure 3.3). L'application du modèle de paroi (TBLE) implique l'introduction d'un maillage fin à une dimension dans les deux premières mailles voisines de l'obstacle (entre la paroi et le point P). Dans le maillage fin, des

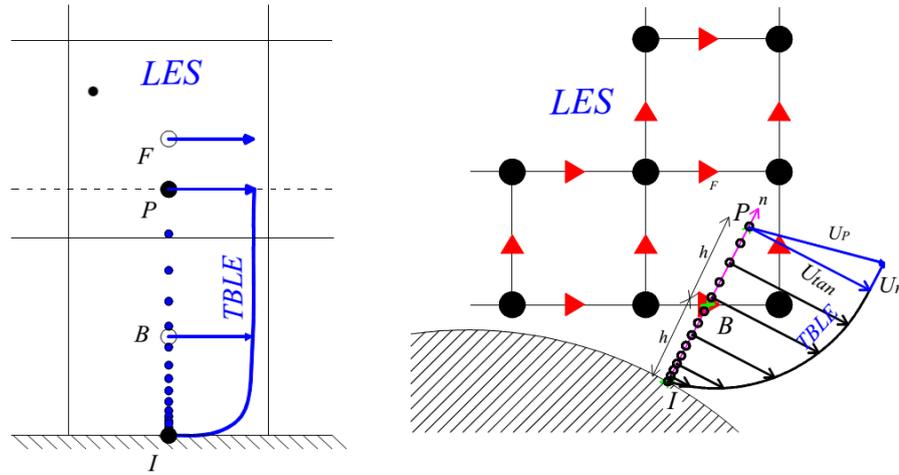


FIGURE 3.3 Principe de la méthode TBLE avec visualisation du maillage secondaire.

équations de couche limite turbulente simplifiées sont discrétisées et résolues comme cela est illustré sur la figure 3.3.

$$\frac{\partial}{\partial x_n} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_n}] = F_i \quad (3.7)$$

$$\text{avec } F_i = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j}$$

Dans ces équations n désigne la direction normale à la paroi et l'indice i concerne les directions tangentielles au plan pariétal ($i = 1, 3$).

Afin de satisfaire une condition d'équilibre local entre la production d'énergie cinétique turbulente et la dissipation, Tessicini *et al.* [108] ont imposé $F_i = 0$. Une viscosité turbulente ν_t de type RANS longueur de mélange est introduite. En ce qui concerne les conditions aux limites, une adhérence à la paroi est imposée sur la surface de l'obstacle et la zone LES impose sa vitesse de première maille comme condition à la limite supérieure du maillage de peau de paroi.

Dans le but d'assurer la continuité de la viscosité turbulente à l'interface entre le maillage fin RANS de peau en paroi et le maillage LES ($\nu_t = \nu_{sgs}$), Cabot *et al.* [110] puis Wang *et al.* [109] proposent de modifier le modèle longueur de mélange et d'utiliser un paramètre k dynamique, ainsi ν_t s'écrit comme suit :

$$\frac{\nu_t}{\nu} = ky_w^+ (1 - e^{-\frac{y^+}{A}})^2$$

où y^+ est la distance à la paroi en unités de paroi, $k = 0.4$, $A = 19$.

Pour tenter de mettre en évidence l'intérêt de coupler les méthodes de domaine fictif avec les modèles de paroi, Yang *et al.* [155] ont utilisé l'approche DES pour la modélisation de la turbulence en conjonction avec la loi de paroi de Bhushan *et al.* [156].

$$\frac{U}{u_\tau} = \begin{cases} y^+ & \text{si } y^+ \leq 5; \\ \sum_{i=0}^4 a_i (y^+)^i & \text{si } 5 < y^+ \leq 30; \\ \kappa^{-1} \ln(y^+) + 5.1 & \text{si } y^+ > 30. \end{cases} \quad (3.8)$$

avec

$$a_0 = -1.875736;$$

$$a_1 = 1.8158144;$$

$$a_2 = -0.102066044;$$

$$a_3 = 0.00295224178;$$

$$a_4 = -0.000033144178$$

3.5.1 Méthode de pénalisation et modèle de paroi

Dans le cadre de la méthode de pénalisation, afin de tirer profit des modèles de paroi, une méthode basée sur le modèle TBLE est mise en place permettant à la fois la correction de la vitesse en proche paroi et la capture des effets de la couche limite visqueuse. Ainsi, les équations de Navier-Stokes filtrées sont résolues partout dans le domaine de calcul. Un maillage mono-dimensionnel fin dit "de peau" est généré dans la couche proche de la paroi passant par le premier noeud de vitesse fluide sur une distance égale à $2h$ où h est la distance entre le point vitesse le plus proche de l'obstacle et la paroi, sur lequel les équations simplifiées de la couche limite turbulente sont résolues.

L'algorithme suivant illustre les différentes étapes d'implémentation

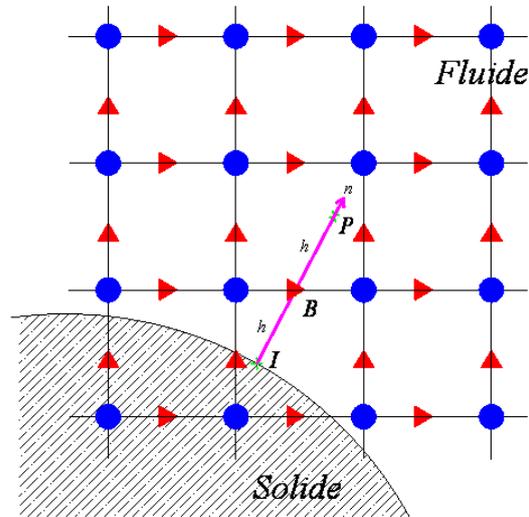


FIGURE 3.4 Procédure d'interpolation : B noeud fluide, I et P sont définis sur la normale à la paroi du solide passant par B.

Etape1 Le noeud de vitesse au point B le plus proche de la paroi de l'obstacle (coté fluide) est détecté. La distance à la paroi h et la normale extérieure \mathbf{n} sont déterminées.

Dans le but d'optimiser le temps de calcul et d'améliorer l'algorithme de recherche, des structures de données de type arbre ou encore octree (nommée quadtree en 2D) sont utilisées, permettant ainsi de réduire considérablement la quantité de calcul nécessaire (voir 1.3).

Le maillage de peau auxiliaire sera généré de la paroi jusqu'à un point P défini à une distance $2h$ de la paroi. Un maillage unidimensionnel à pas constant ou variable (raffiné en proche paroi) peut être utilisé.

Etape2 La vitesse au point P est interpolée en utilisant les noeuds de vitesse voisins issus de la résolution globale LES.

Etape3 Par une rotation de système de coordonnées, on calcule les vitesses tangentielles et normales au point P . Les vitesses tangentielles servent comme condition limite supérieure pour la résolution au maillage de peau secondaire

(maillage fin unidimensionnel de la zone de couche limite).

Étape 4 L'équation simplifiée de la couche limite est résolue sur le maillage de peau. La méthode de résolution présentée dans la thèse de Benarafa [183] est utilisée. Elle se présente comme suit : Étant donnée que dans la région très proche de la paroi, on peut supposer que les phénomènes de convection sont négligeables devant les phénomènes de diffusion moléculaire, l'équation 3.4 est simplifiée en négligeant les termes convectifs.

Soit y_{ci} les points définissant le maillage fin dans la zone interne et $y_i = \frac{1}{2}(y_{ci} + y_{ci-1})$.

L'équation discrétisée devient alors :

$$\frac{1}{y_{ci} - y_{ci-1}} \left(a_{i+1/2}^p \frac{u_{i+1}^{p+1} - u_i^{p+1}}{y_{i+1} - y_i} - a_{i-1/2}^p \frac{u_i^{p+1} - u_{i-1}^{p+1}}{y_i - y_{i-1}} \right) + F = \frac{u_i^{p+1} - u_i^n}{\Delta t_{LES}} \quad (3.9)$$

où u désigne la vitesse tangente à la paroi, F représente le gradient de pression au premier point de calcul dans la zone externe imposée sur le maillage secondaire et a est une viscosité turbulente définie spécifiquement pour cette equation. Dans son cas Benarafa [183] a choisi, par souci de simplicité d'implémentation, un modèle de type longueur de mélange pour l'expression de a .

$$a = \nu + \nu_t = \nu + (\kappa y)^2 |S| D(y) \quad (3.10)$$

avec $|S| = ((\frac{\partial U}{\partial y})^2 + \frac{\partial W}{\partial y})^{1/2}$ et $D(y) = 1 - \exp[-(y^+/25)^3]$.

La vitesse est définie aux noeuds y_i et la viscosité $a = \nu + \nu_t$ aux noeuds y_{ci} .

Soit :

$$d_i = \frac{1}{y_{ci} - y_{ci-1}} \quad (3.11)$$

$$b_i^p = \frac{a_{i+1/2}^p}{y_{i+1} - y_i} \quad (3.12)$$

L'équation (3.9) devient :

$$d_i (b_i^p + b_{i-1}^p) + \frac{1}{\Delta t_{LES}} u_i^{p+1} = d_i b_i^p u_{i+1}^{p+1} + d_i b_{i-1}^p u_{i-1}^{p+1} + F + \frac{u_i^n}{\Delta t_{LES}} \quad (3.13)$$

Introduisant les paramètres C_i et A_i , on peut écrire pour $2 \leq i \leq N - 2$ l'équation précédente comme suit :

$$C_i^p u_i^{p+1} = d_i b_{i-1}^p u_{i-1}^{p+1} + A_i^p \quad (3.14)$$

En remplaçant u_{i+1}^{p+1} par sa valeur dans 3.13 on obtient :

$$C_i^p = d_i b_i^p + d_i b_{i-1}^p - \frac{d_i d_{i+1} b_i^p b_i^p}{C_{i+1}^p} + \frac{1}{\Delta t_{LES}} \quad (3.15)$$

$$A_i^p = F + d_i b_i^p \frac{A_{i+1}^p}{C_{i+1}^p} + \frac{u_i^n}{\Delta t_{LES}} \quad (3.16)$$

Pour $i = N - 1$ on a :

$$d_{N-1} (b_{N-1}^p + b_{N-2}^p) + \frac{1}{\Delta t_{LES}} u_{N-1}^{p+1} = d_{N-1} (b_{N-1}^p u_N^{p+1} + d_i b_{N-2}^p u_{N-2}^{p+1}) + F + \frac{u_{N-1}^n}{\Delta t_{LES}} \quad (3.17)$$

Ainsi :

$$C_{N-1}^p = d_{N-1} b_{N-1}^p + d_i b_{N-2}^p + \frac{1}{\Delta t_{LES}} \quad (3.18)$$

$$A_{N-1}^p = F + d_{N-1} b_{N-1}^p u_N + \frac{u_{N-1}^n}{\Delta t_{LES}} \quad (3.19)$$

Pour $i = 1$ on peut écrire :

$$C_1^p u_1^{p+1} = d_1 b_0^{p+1} u_{-1}^{p+1} + A_1^p \quad (3.20)$$

$$C_1^p u_1^{p+1} = -d_1 b_0^{p+1} u_1^{p+1} + A_1^p \quad (3.21)$$

d'ou

$$u_1 = A_1 C_1 + d_1 b_0$$

avec $b_0 = \frac{\nu}{y_{c1} - y_{c1-1}}$ et $d_1 = \frac{1}{y_{c1} - y_{c10}}$

Ainsi, l'algorithme de résolution est le suivant :

$$u_N^n(TBLE) = u_N^n(LES) \text{ et } u_0^n(TBLE) = u_0^n(LES)$$

b_i^p est calculé à partir de u_i^p

Détermination de A_{N-1}^p et C_{N-1}^p puis calcul de A_i^p et C_i^p

Calcul de u_1^{p+1}

Calcul de u_i^{p+1}

Calcul du taux de frottement τ^{p+1} et détermination de la vitesse de frottement u_τ^{p+1}

Test de convergence ($\frac{\|u_\tau^p - u_\tau^{p+1}\|}{u_\tau^{p+1}} < \epsilon$)

Signalons que dans notre cas $u_N^n(LES)$ est la vitesse extrapolée au point P . Dans une première approche, on néglige le terme temporel et le gradient de pression F .

Etape5 Une interpolation sur le maillage secondaire fin nous permet de déterminer la vitesse tangentielle au point B .

Afin de déterminer la vitesse normale en ce point, on utilise la formule présentée par Roman *et al.* [154]

$$u_{n,B} = u_{n,P}(d_B^2/d_P^2) \quad (3.22)$$

Une seconde rotation de système de coordonnées nous permet de déterminer la vitesse au point B .

Etape6 La vitesse spécifique résolue sur le maillage de peau est maintenant imposée par pénalisation sur le maillage LES au point B , i.e. la vitesse u_x est imposée si la vitesse en B est suivant X et u_y est imposée si la vitesse en B est suivant Y .

3.6 Description des méthodes de calcul de la traînée totale

Généralement, la connaissance des champs de vitesse et de pression autour d'un obstacle solide permet de calculer la force exercée par l'écoulement du fluide visqueux sur celui-ci. Cependant, la détermination numérique de cette force reste toutefois peu précise puisqu'elle fait intervenir la répartition de la pression et les gradients de vitesse à la surface de l'obstacle. D'ailleurs, la plupart des auteurs qui se sont intéressés à l'étude de l'écoulement autour des géométries complexes se sont dirigés vers l'utilisation des approches de type

domaines fictifs et le grand nombre d'articles est une preuve de l'importance de ces méthodes, cependant la littérature est beaucoup moins riche concernant les articles qui expliquent la manière de déterminer la force d'interaction entre fluide et solide et ainsi la traînée totale.

Cette force est obtenue en déterminant l'intégrale du vecteur contrainte \mathbf{T} donnée par :

$$\mathbf{T} = \boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{n} = [-p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}] \cdot \mathbf{n}$$

où \mathbf{n} est la normale extérieure à la surface de l'obstacle, $\boldsymbol{\Sigma}$ est le tenseur des contraintes du fluide, p la pression, μ la viscosité dynamique et \mathbf{D} le tenseur des taux de déformation défini comme suit :

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + \nabla^t\mathbf{u})$$

En effet, le calcul de l'intégrale surfacique de cette force est un peu délicate.

$$\mathbf{F}_t = \int_{\partial\Omega_s} \mathbf{T} ds = \int_{\partial\Omega_s} ([-p\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{D}] \cdot \mathbf{n}) ds$$

avec \mathbf{F}_t qui représente la force totale qui s'exerce sur la paroi de l'obstacle.

Bien évidemment, la traînée est la composante parallèle à la direction de l'écoulement (suivant x) de \mathbf{F}_t et la portance est celle perpendiculaire à la direction de l'écoulement (suivant y).

Dans le cas d'un écoulement symétrique, si l'on néglige le terme de gravité, les portances sont nulles.

Étant donné que pour les méthodes de domaines fictifs, on utilise un maillage cartésien non conforme à la géométrie de l'obstacle, on se trouve obligé d'extrapoler les valeurs de pression et des gradients de vitesse du milieu fluide à la surface de l'obstacle. Pour ce faire, on définit, pour chaque élément σ_i du maillage Γ définissant la géométrie de l'obstacle (maillage de segments en 2D et de triangles en 3D), le barycentre \mathbf{X}_i et la normale \mathbf{n}_i dirigée vers l'extérieur. A partir du barycentre \mathbf{X}_i , trois points suivant la normale seront définis

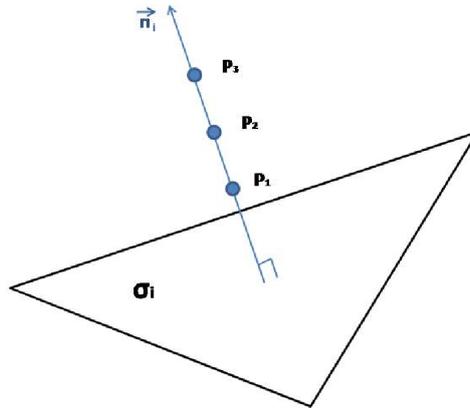


FIGURE 3.5 Représentation des points d'extrapolation pour le calcul d'efforts à partir d'un élément du maillage surfacique de la paroi de l'obstacle

comme suit (voir figure 3.5) :

$$\mathbf{P}_{ik} = \mathbf{X}_i + k\alpha\mathbf{n}_i ; \text{ où } k=1,\dots,3$$

\mathbf{P}_{i1} est placé à une distance $\alpha = (2 * \frac{\Delta x + \Delta y + \Delta z}{3})$ du barycentre \mathbf{X}_i suivant la normale \mathbf{n}_i (voir figure 3.5 et figure 3.6). Remarquons que d'autres longueurs α peuvent être utilisées. Nous avons choisi le paramètre α pour que l'extrapolation surfacique des composantes de l'écoulement (pression, vitesse) restent les plus locales possibles.

La multiplication par le facteur 2 permet de 'garantir' (pour une forme convexe telle qu'une sphère ou cercle ...) de rester à une distance raisonnable de l'obstacle afin de ne pas utiliser des valeurs non physique dans l'extrapolation. Dans le cas des formes géométriques complexes avec concavité, des tests supplémentaires sur la localisation des points (ainsi que les points d'interpolations) sont faits afin de prévenir les troubles induits par courbure de l'interface et de ne pas tomber accidentellement sur des points appartenant au solide.

Les points $\mathbf{P}_{ik}(X, Y, Z)$ ne collent pas avec les noeuds du domaine de calcul. Pour calculer les efforts, on a besoin d'interpoler la pression et les gradients de vitesse au point auxiliaires \mathbf{P}_{ik} . Pour ce faire, on a choisi d'utiliser une méthode basée sur un développement de Taylor [14]. Ainsi, la valeur souhaitée

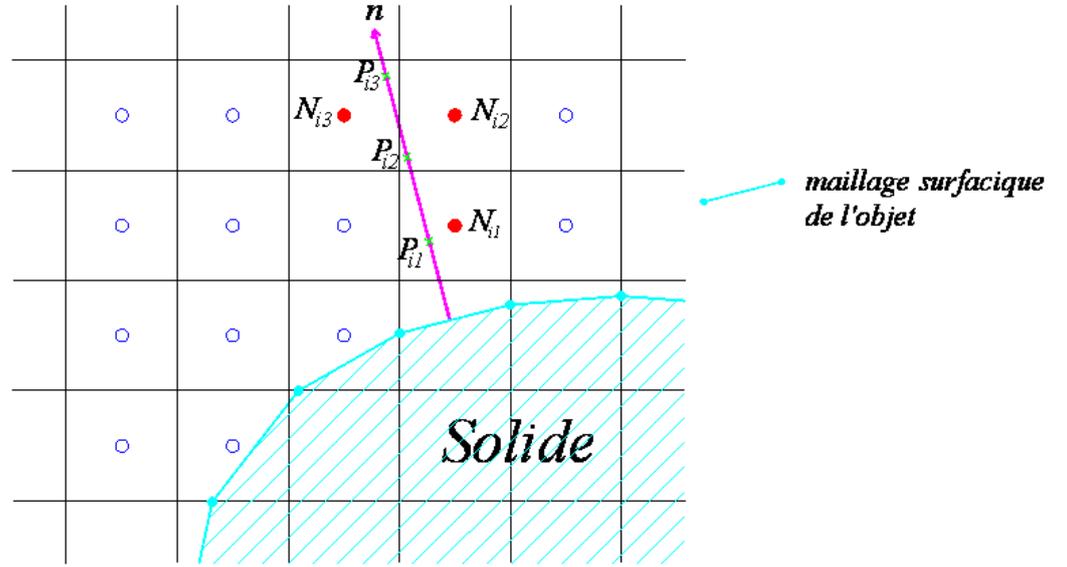


FIGURE 3.6 Représentation des points de l'extrapolation en 2D.

est calculée en se basant sur le noeud du maillage ($\mathbf{N}_{ik}(x, y, z)$, voir figure 3.6) le plus proche de \mathbf{P}_{ik} ($k = 1, \dots, 3$) :

$$U|_{P_{ik}} = U|_{N_{ik}} + \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)|_{N_{ik}}(X-x) + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)|_{N_{ik}}(Y-y) + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)|_{N_{ik}}(Z-z), \quad k = 1, \dots, 3 \quad (3.23)$$

Ici U désigne la variable que l'on souhaite interpoler (pression, gradient de vitesse).

La pression est disponible directement sur la grille principale et il suffit de déterminer l'indice du noeud le plus proche de \mathbf{P}_{ik} .

Les composantes du tenseur de déformation en 2D sont données par :

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}.$$

Du fait que l'on utilise un maillage décalé vitesse-pression, une attention particulière doit être portée à l'interpolation des gradients de vitesse. Les termes diagonaux sont calculés directement sur les noeuds du maillage (plus précisément sur le noeud de pression) à partir des vitesses voisines. Cependant, l'emplacement des termes extra-diagonaux est différent de celui de pression

et de vitesse (voir figure 3.7). Ces derniers sont déterminés sur les noeuds de viscosités.

Une simple routine permet de parcourir les termes extra-diagonaux et déter-

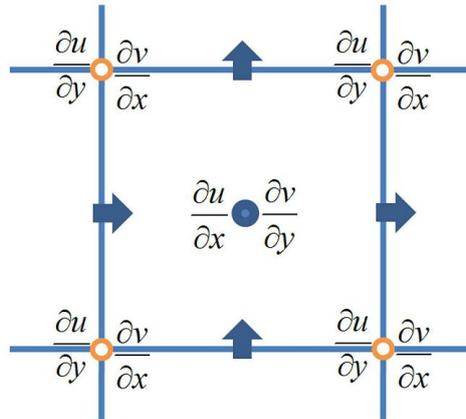


FIGURE 3.7 Localisation des gradients de vitesse dans un maillage décalé vitesse-pression

miner le terme le plus proche de \mathbf{P}_{ik} . Ensuite, on applique l'équation (3.23). Finalement, la valeur à la surface de l'obstacle sera obtenue à partir des valeurs interpolés aux points P_k en utilisant l'extrapolation quadratique suivante :

$$P_i = 3P_{i1} - 3P_{i2} + P_{i3}$$

Chapitre 4

Mise en oeuvre des calculs et études numériques

Dans ce chapitre, les résultats des modèles numériques, les résultats expérimentaux et numériques issus de la littérature pour différents cas test dans différentes configurations ont été confrontés pour valider les modèles numériques implémentés dans le code de calcul Thétis et la routine de calcul d'efforts.

4.1 Validation de l'outil numérique de calcul d'efforts

L'objet de cette section est d'évaluer la précision de la méthode de calcul d'effort. Pour ce faire, nous allons comparer, pour un cas de référence dont on connaît les solutions exactes, les forces de pression et de cisaillement obtenues analytiquement aux forces calculées numériquement. Le cas test retenu correspond à la solution analytique d'écoulement, à faible nombre de Reynolds ($Re \leq 1$), autour d'un cylindre pour le cas bidimensionnel (voir annexe A) et autour d'une sphère pour le cas tridimensionnel.

Étant donnée que le maillage de l'objet (maillage lagrangien) ne coïncide pas avec le maillage du domaine de calcul (maillage eulérien), un deuxième test qui consiste à trouver une relation de la forme $\Delta L = N\Delta X$ entre le pas de ces deux derniers maillages est effectué.

Si l'on désigne par $nb1$ le nombre d'éléments formant la surface de l'obstacle et par $nb2$ le nombre de mailles eulériennes par diamètre de cylindre (2D) ou sphère (3D) on peut écrire :

$$nb1 = \frac{\Pi nb2}{N} \text{ en } 2D \text{ (en effet, } \Delta L = \frac{2\Pi R}{nb1} \text{ et } \Delta X = \frac{2R}{nb2}, \text{ ici } \Delta L \text{ est la longueur d'un élément du maillage lagrangien de la surface de l'obstacle)}$$

$$nb1 = \Pi\sqrt{3}\left(\frac{nb2}{N}\right)^2 \text{ en } 3D \text{ (en effet, } \Delta L = R\sqrt{\frac{4\Pi\sqrt{3}}{nb1}} \text{ et } \Delta X = \frac{2R}{nb2}, \text{ ici } \Delta L \text{ est la hauteur du triangle)}$$

La solution analytique bidimensionnelle de l'écoulement autour d'un cylindre due à Arquis [85] conduit à un coefficient de traînée C_x tel que :

$$C_x = \frac{8\Pi}{Re_D(\gamma - \text{Log}2 + \text{Log}(\frac{Re_D}{8}))}$$

γ désigne ici la constante d'Euler $\gamma = 0,577216\dots$. Cette expression, valable pour des faibles nombres de Reynolds, est établie en résolvant l'équation de Brinkman suivante :

$$-\nabla p + \mu\Delta\mathbf{u} - \frac{\mu}{K}\mathbf{u} = 0$$

Signalons que lorsque le fluide de Brinkman tend vers un fluide newtonien, on se retrouve dans le cas classique d'écoulement de Stokes.

Pour la validation de la routine de calcul d'effort en $2D$, on impose les champs de vitesses et de pression obtenus analytiquement [85] autour d'un cylindre (cerle en $2D$) pour un nombre de Reynolds égal à $Re = 1$ et on procède comme suit pour la validation de la routine de calcul d'efforts : on fixe dans un premier temps le maillage Σ de l'obstacle (nb1 segments) et on modifie le maillage du domaine de calcul en multipliant à chaque fois par 2 le nombre de points de calcul dans chaque direction. Le cas étudié est celui d'un cylindre (cercle en $2D$) formé par 100 segments. Pour chaque maillage du domaine de calcul, on détermine le nombre de maille par diamètre (nb2). Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau (Tab. 4.1).

On peut voir d'après le tableau (Tab. 4.1), que la méthode de calcul d'effort

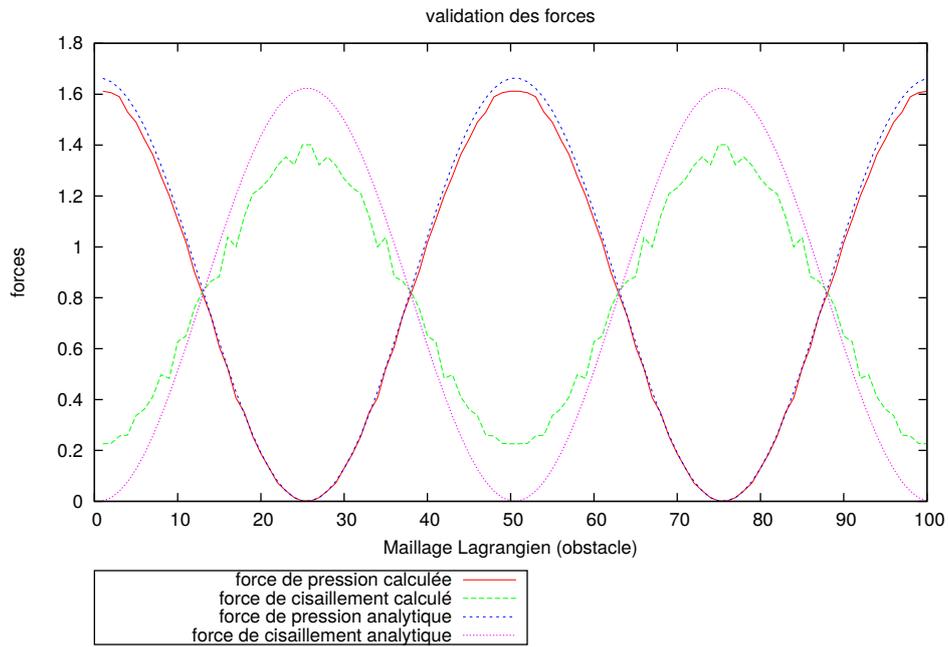
TABLE 4.1 Cas de maillage Σ fixe (100 segments)

Coefficient de traînée analytique	Coefficient de traînée numérique			
	(16m/D)	(32m/D)	(64m/D)	(128m/D)
10.3294	10.0972	10.2549	10.3315	10.3308
	$\Delta L = \Delta X/2$	$\Delta L = \Delta X$	$\Delta L = 2\Delta X$	$\Delta L = 4\Delta X$

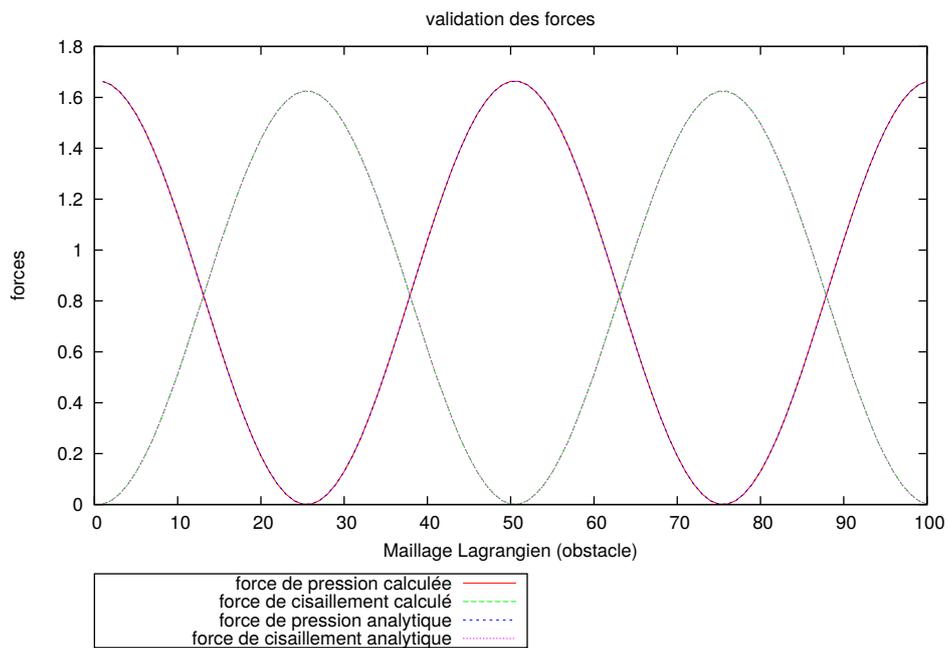
fournit des résultats adéquats. En effet, pour le cas de 16 mailles par diamètre de cylindre (16m/D), on est à une erreur de 2%. Cette erreur est engendrée par la force de cisaillement qui présente une disparité par rapport à la valeur analytique (voir figure 4.1).

En raffinant un peu le maillage le résultat s'améliore. Pour le cas de 128 mailles par diamètre de cylindre la valeur obtenue excède légèrement la valeur analy-

tique du coefficient de traînée. Cela n'est pas surprenant étant donné que les éléments formant l'obstacle pour le maillage lagrangien sont quatre fois plus grands que le pas du maillage cartésien du domaine de calcul.



(a) 16m/D



(b) 128 m/D

FIGURE 4.1 Comparaison entre les forces obtenues numériquement et analytiquement (a) Cas de maillage grossier 16m/D (b) Cas de maillage 128m/D (Cercle formé par 100 segments)

Dans un deuxième temps, on se propose de faire varier le nombre d'éléments formant l'obstacle et garder un maillage fixe pour le domaine d'étude. On a choisi d'étudier le cas de cylindre $2D$ formé par 250, 500, 1000 et 2000 segments. Ce choix impose un maillage assez fin ($318m/D$) du domaine de calcul afin de satisfaire la condition $\Delta L = \Delta X/2$.

D'après le tableau (Tab.) on peut déjà remarquer que pour des maillages

TABLE 4.2 Cas de maillage du domaine de calcul fixe

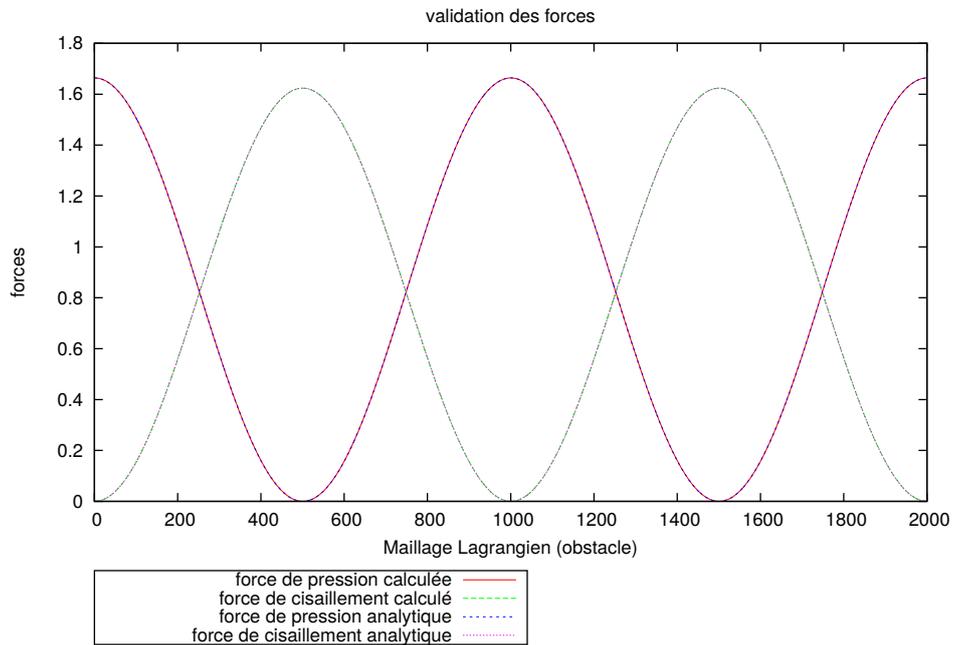
Coefficient de traînée analytique	Coefficient de traînée numérique			
	$\Sigma = 250$	$\Sigma = 500$	$\Sigma = 1000$	$\Sigma = 2000$
10.3294	10.3296	10.3296	10.3293	10.3293
	$\Delta L = 4\Delta X$	$\Delta L = 2\Delta X$	$\Delta L = \Delta X$	$\Delta L = \Delta X/2$

assez fins , les erreurs dues à l'interpolation sont réduites et les résultats sont grandement améliorés (voir figure 4.2) . Des valeurs de coefficient de traînée qui excède légèrement la valeur analytique sont observées pour $\Delta L > 2\Delta X$. Les courbes de comparaison entre les forces obtenues numériquement et analytiquement appuient ces constatations.

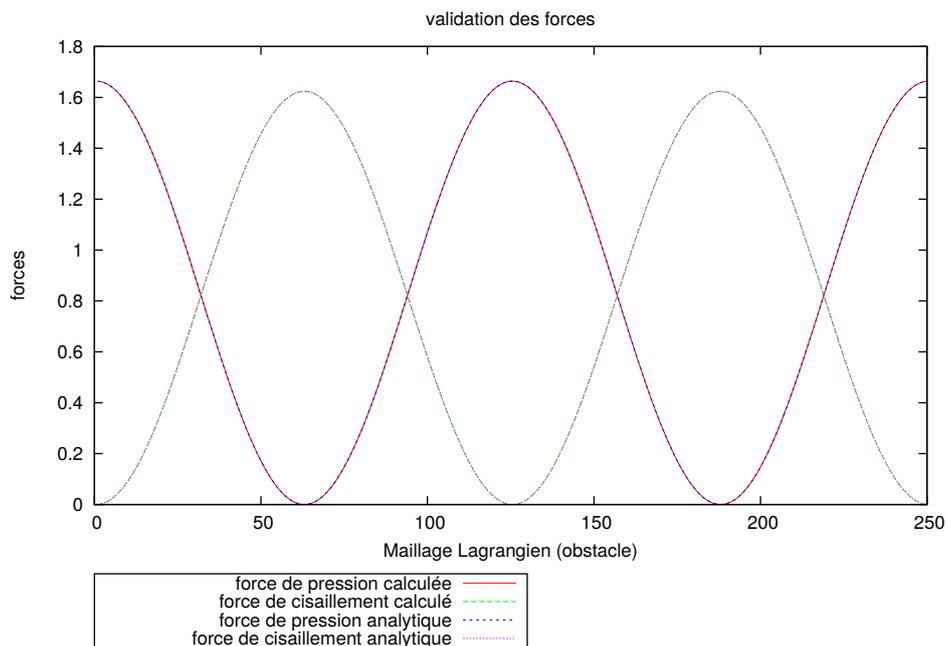
En conclusion, l'obtention des bons résultats nécessite d'utiliser un maillage suffisamment fin autour de l'obstacle permettant d'accéder avec précision aux gradients de vitesse et de la pression à partir du domaine de calcul. Cela impose un maillage lagrangien convenable pour la peau de l'obstacle permettant de représenter le plus fidèlement possible la géométrie de l'obstacle. Toute la subtilité est de réduire l'erreur due à l'interpolation et à l'intégration des forces sur la surface de l'obstacle pour calculer le coefficient de traînée total.

Ainsi, pour un maillage eulérien suffisamment fin, ΔL doit vérifier la relation suivante : $\Delta X/2 \leq \Delta L < 2\Delta X$. Ce qui permet de se rapprocher le plus de la solution analytique.

Afin d'étudier la convergence de la méthode de calcul d'effort, on a tracé l'évolution de l'erreur relative du coefficient de traînée en fonction du nombre de mailles en utilisant une échelle logarithmique.



(a) $\Sigma = 2000$



(b) $\Sigma = 250$

FIGURE 4.2 Comparaison entre les forces obtenues numériquement et analytiquement

La figure 4.3 montre que la convergence du coefficient de traînée atteint l'ordre 2 en espace pour le cas d'écoulement bidimensionnel.

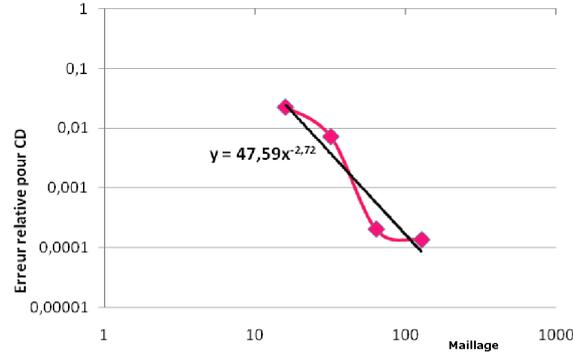


FIGURE 4.3 Erreur relative du coefficient de traînée en fonction du nombre de mailles pour le cas cylindre 2D

Pour valider la méthode de calcul des efforts en 3D, on a recours à la solution analytique de l'écoulement de Stokes autour d'une sphère de rayon R placée dans un écoulement de fluide ayant une vitesse U_0 qui se présente comme suit :

Le champ de vitesse s'écrit :

$$V_r = U_0 \left[1 + \frac{R^3}{2r^3 - \frac{3R}{2r}} \right]$$

$$V_\theta = -U_0 \left[1 - \frac{R^3}{4r^3 - \frac{3R}{4r}} \right]$$

La pression $p = p_{ref} - \frac{3}{2} \frac{\mu U_0 R}{r^3} \cos\theta$

Ainsi, la solution analytique en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$u = U_0 \left[\frac{3}{4} \frac{Rx^2}{r^3} \left(\frac{R^2}{x^2} - 1 \right) - \frac{1}{4} \frac{R}{r} \left(3 + \frac{R^2}{x^2} \right) + 1 \right]$$

$$v = U_0 \left[\frac{3}{4} \frac{Rxy}{r^3} \left(\frac{R^2}{x^2} - 1 \right) \right]$$

$$w = U_0 \left[\frac{3}{4} \frac{Rxz}{r^3} \left(\frac{R^2}{x^2} - 1 \right) \right]$$

$$p = p_{ref} - \frac{3}{2} \mu U_0 \frac{Rx}{r^3}$$

avec $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Pour un nombre de Reynolds égal à $Re = 0.1$, trois cas de figures seront étudiés : sphère formée par 320 éléments lagrangien (Sph320), sphère formée par 4500 éléments lagrangien (Sph4500) et finalement sphère formée par 18000 éléments lagrangien (Sph18000). Ces trois formes sont disponibles directement dans le code de calcul Thétis. On cherche toujours à trouver une relation de la forme $\Delta L = N \Delta X$ reliant le maillage lagrangien de l'objet au maillage euclidien du domaine de calcul. Étant donnée les constatations tirées pour le cas

de cylindre en 2D, différents cas sont menés vérifiant $1/2 \leq N \leq 11/8$, ce qui impose pour chaque cas un nombre adéquat de maille par diamètre de sphère (m/D).

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau ci-dessous (Tab. 4.3).

TABLE 4.3 Coefficient de traînée pour l'écoulement de Stokes autour d'une sphère à $Re=0.1$

$C_D = \frac{24}{Re}=240$	N							
	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{11}{8}$
C_D Sph320	-	134.580	153.643	167.775	179.529	188.087	196.723	200.797
(m/D)	-	5	6	7	8	9	10	11
C_D Sph4500	216.515	223.604	229.113	232.525	233.714	235.621	236.541	237.258
(m/D)	15	18	22	26	29	33	36	40
C_D Sph18000	233.932	236.328	237.750	238.365	238.885	-	-	-
(m/D)	29	36	44	51	58	-	-	-

Aussi en 3D, on peut remarquer que l'obtention des bons résultats nécessite dans un premier lieu un nombre suffisant de maille sur le maillage eulérien, en conjonction avec une bonne représentation de la peau de l'obstacle afin de réduire l'erreur due à l'interpolation et à l'intégration des forces sur la surface de l'obstacle pour calculer le coefficient de traînée total.

Globalement, dès que m/D est supérieur à 32, on trouve une erreur inférieure à 2% sur le coefficient de traînée pour la sphère à $Re = 0.1$, ce qui est très satisfaisant et valide la méthode de calcul des efforts. Pour étudier la convergence de la méthode de calcul d'effort, on a tracé l'évolution de l'erreur relative du coefficient de traînée en fonction du nombre de mailles en utilisant une échelle logarithmique pour le cas de sphère formée par 4500 éléments lagrangiens (triangles).

La figure 4.4 montre que la convergence du coefficient de traînée atteint l'ordre 2 en espace pour le cas d'écoulement tridimensionnel.

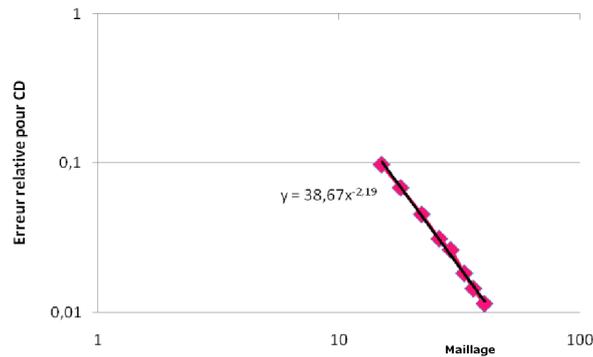


FIGURE 4.4 Erreur relative du coefficient de traînée en fonction du nombre de mailles pour le cas sphère 3D (cas Sph4500)

4.2 Écoulement Laminaire autour d'un cylindre

On s'intéresse dans cette partie à la validation des méthodes de calcul d'efforts pour un écoulement stationnaire décollé autour d'un cylindre pour un nombre de Reynolds, basé sur le diamètre du cylindre et la vitesse amont de l'écoulement, $Re = 20$ et l'écoulement laminaire instationnaire pour un nombre de Reynolds $Re = 100$. Les cas de cylindre $2D$ formé par 100 et 500 segments sont étudiés. Le dernier cas permet de mieux reproduire la géométrie exacte du corps étudié.

Pour l'étude d'un cylindre en milieu infini, la résolution numérique impose la présence d'une limite fictive placée suffisamment loin de l'obstacle (approximation du milieu infini) de telle sorte que les différents paramètres de l'écoulement ne soient pas affectés par l'existence de cette limite (effet de confinement). Les simulations sont réalisées dans un domaine rectangulaire $100D \times 40D$. L'obstacle cylindrique est placé à une distance $20D$ des limites inférieure et supérieure du domaine de calcul et à une distance $15D$ de l'entrée du domaine, ce qui est suffisamment élevé pour ce genre de configuration, de telle sorte que l'écoulement à l'entrée ne soit pas perturbé par la présence de l'obstacle. Un maillage cartésien 2D est utilisé pour chaque cas d'étude.

Le premier maillage cartésien utilisé est 572×296 (on le note M1), ce qui cor-

respond à (128 mailles/Diamètre) et le deuxième est 286×148 (on le note M2), ce qui correspond à (64 mailles/Diamètre). Il est à noter que les deux maillages sont raffinés autour du cylindre avec un pas d'espace égal à $\Delta x_{min} = 0.7810^{-2}D$ (respectivement $\Delta x_{min} = 1.5610^{-2}D$) pour le maillage M1 (respectivement M2). Toute la subtilité est d'avoir un maillage assez fin autour du cylindre.

Pour $Re = 20$, on se réfère aux résultats expérimentaux de Dennis et Chang [19] et aux résultats numériques ([20], [22], [21]) existants dans la littérature. Il est à noter que les valeurs expérimentales sont déduites des courbes données par les auteurs.

Les résultats obtenus sont dressés dans le tableau ci-dessous (Tab.4.4). Les deux simulations réalisées sur les maillages cartésiens M1 et M2 avec une modélisation de l'obstacle par 500 éléments vérifient bien la relation $\Delta L \in [\frac{\Delta X}{2}, 2\Delta X[$.

Les résultats provenant de ces simulations numériques sont bien en accord avec le résultat expérimental de Dennis et Chang [19] et le résultat numérique de Le *et al.* [20]. Cependant, les simulations réalisées avec une modélisation de l'obstacle par 100 éléments présentent certaines disparités avec les résultats numériques et expérimentaux (voir Tab. 4.4). Cela est due au fait que $\Delta L \geq 2\Delta X$. En effet avoir un maillage suffisamment fin avec un nombre adéquat d'éléments sur la surface de l'obstacle a un objectif double : de bien simuler l'écoulement autour du cylindre par la méthode de pénalisation ainsi que de bien déterminer le coefficient de traînée en minimisant les erreurs d'interpolation sur laquelle est basée la méthode de calcul des efforts. Signalons que le raffinement du maillage cartésien autour de l'obstacle permet d'améliorer la simulation de l'écoulement Navier Stokes et assure par la suite une détermination plus précise des efforts autour de l'objet.

Pour $Re = 20$, l'écoulement est parfaitement symétrique. Comme attendu, deux zones de recirculation contrarotatives se forment derrière le cylindre (voir figure 4.5).

$Re = 20$	C_D
Dennis et Chang [19]	2.05
Le <i>et al.</i> [20]	2.05
Patil <i>et al.</i> [22]	1.949
Taira <i>et al.</i> [21]	2.06
Cas présent (100 segments / cercle) M1	2.04
Cas présent (500 segments / cercle) M1	2.05
Cas présent (100 segments / cercle) M2	2.01
Cas présent (500 segments / cercle) M2	2.05

TABLE 4.4 Comparaison des résultats pour l'écoulement autour d'un cylindre à $Re = 20$

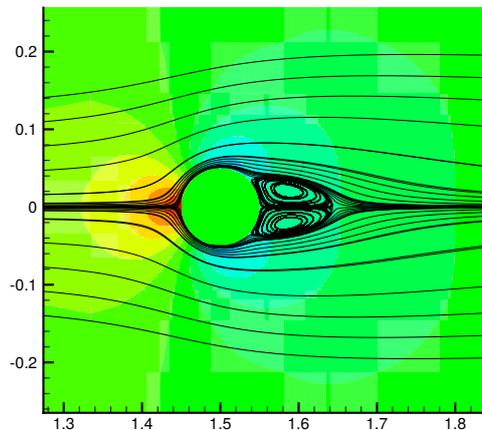


FIGURE 4.5 Lignes de courant autour d'un cylindre pour $Re = 20$ (Maillage M1)

Pour le cas laminaire instationnaire à $Re = 100$, une comparaison des résultats obtenus avec ceux de la littérature est aussi effectuée, afin de voir le comportement du code de calcul lorsque l'écoulement est instationnaire. D'après le tableau ci-dessous (Tab. 4.5)), on peut remarquer que tous les résultats obtenus sont en bon accord avec la littérature, même pour un nombre

de segments réduits. En effet, l'utilisation d'un maillage fin pour la simulation des équations de Navier-Stokes vient en première considération pour les écoulements instationnaires permettant une résolution plus précise et réduit par la suite les erreurs dues à l'interpolation lors de calcul des forces de traînée et de portance autour des obstacles (voir Tab. 4.5).

En effet, la simulation de l'écoulement autour d'un cylindre à $Re = 100$ en utilisant le maillage fin M1 donne des résultats en accord avec Braza *et al.* [118] pour le cas d'un cylindre formé par 100 éléments et en accord avec Kim *et al.* [120] dans le cas d'un cylindre formé de 500 éléments.

Le nombre de Strouhal déterminé sur la grille fine M1 est en bon accord avec la littérature, cependant celui calculé sur la grille grossière M2 est un peu moins bon comme attendu.

		C_D	C_L	S_t
$Re = 100$	Braza <i>et al.</i> [118]	1.36 ± 0.015	± 0.25	
	Kim <i>et al.</i> [120]	1.33	± 0.32	0.165
	Liu <i>et al.</i> [119]	1.35 ± 0.012	± 0.339	0.164
	Le <i>et al.</i> [20]	1.37 ± 0.009	± 0.323	0.16
	Cas présent (100 segments / cercle) M1	1.36 ± 0.01	± 0.324	0.163
	Cas présent (500 segments / cercle) M1	1.32 ± 0.009	± 0.322	0.163
	Cas présent (100 segments / cercle) M2	1.276 ± 0.01	± 0.3	0.156
	Cas présent (500 segments / cercle) M2	1.29 ± 0.01	± 0.3	0.155

TABLE 4.5 Comparaison des résultats pour l'écoulement autour d'un cylindre à $Re = 100$

La figure (4.6) représente l'évolution des coefficients de traînée et de portance pour $Re = 100$ en fonction du temps.

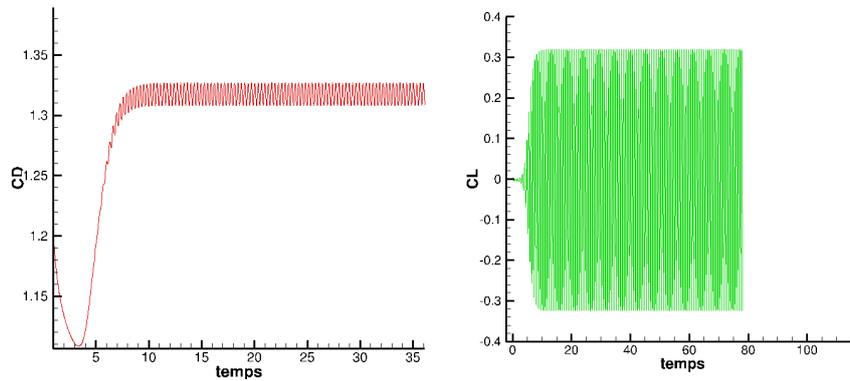


FIGURE 4.6 Evolution du coefficient de traînée et de portance autour de cylindre à $Re = 100$

Pour la validation de la routine de calcul des forces en 3D, l'écoulement autour d'une sphère est étudié. Le cas d'une sphère est particulièrement intéressant car il met en évidence la relation entre le nombre de Reynolds et la traînée (voir figure 4.7).

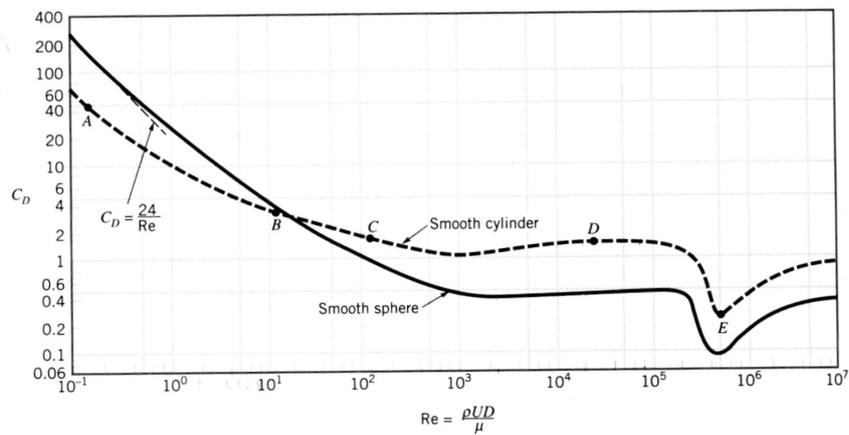


FIGURE 4.7 Coefficient de traînée en fonction du Reynolds pour l'écoulement autour des cylindres et des sphères

Le coefficient de traînée permet de caractériser les forces longitudinales (suivant Ox) exercées sur la sphère. Le comportement de l'écoulement est étudié à un nombre de Reynolds $Re = \frac{DU}{\nu} = 100$ où D est le diamètre de la sphère,

U est la vitesse uniforme en entrée et ν est la viscosité cinématique du fluide. Dans ce cas, on se trouve en présence d'un écoulement laminaire mais non symétrique entre l'amont et l'arrière (généralement pour $30 < Re < 1000$). Deux tourbillons de recirculation apparaissent en arrière de la sphère dans lesquels la vitesse varie statistiquement autour d'une valeur nulle.

L'écoulement autour d'une sphère à $Re = 100$ a été étudié numériquement et expérimentalement par divers auteurs. Il est considéré ici comme un cas test de référence pour évaluer la performance des méthodes numériques de calcul d'efforts.

Le domaine de calcul a pour dimensions $30D \times 25D \times 25D$ unités de longueur adimensionnelle. La longueur en amont de la sphère est fixé à $10D$, ce qui est suffisamment élevé pour ce genre de configuration.

Un écoulement uniforme est imposé à l'entrée du domaine. À la sortie, une condition de Neumann est imposée. Pour les frontières supérieure, inférieure, avant et arrière, on impose une condition de Neumann sur la composante tangentielle et une composante normale nulle, ce qui correspond à une symétrie du champ de vitesse ($\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0, \nabla u \cdot \boldsymbol{\tau} = 0$). Le maillage été construit en tenant compte de la solution du problème. Il est suffisamment raffiné autour de la sphère afin d'avoir un champ de vitesse et une pression correcte et de capturer la formation des tourbillons.

Le premier maillage cartésien utilisé est $150 \times 100 \times 100$, ce qui correspond à (30 mailles/Diamètre) avec un pas d'espace égal à $\Delta x_{min} = 3.3310^{-2}D$ dans la zone raffinée et le deuxième est $120 \times 70 \times 70$ avec un pas d'espace égal à $\Delta x_{min} = 0.133D$ dans la zone raffinée, ce qui correspond à (15 mailles/Diamètre).

Les résultats obtenus sont dressés dans le tableau ci-dessous (Tab. 4.6).

On remarque ici que, plus on raffine le maillage, plus on améliore le résultat. Le nombre d'éléments formant la sphère a moins d'importance qu'une bonne résolution de l'écoulement Navier Stokes. En effet, le même coefficient de traînée est obtenu par un nombre d'éléments de 320 et de 4500 pour la peau de la

$Re = 100$	C_D
Kim <i>et al.</i> [66]	1.087
Fadlun <i>et al.</i> [54]	1.079
Fornberg [121]	1.0852
Cas présent SPH320 (30 mailles / D)(150x100x100)	1.03
Cas présent SPH320 (15 mailles / D)(120x70x70)	0.88
Cas présent SPH4500 (30 mailles / D)(150x100x100)	1.03

TABLE 4.6 Coefficient de traînée pour l'écoulement 3D autour d'une sphère à $Re = 100$

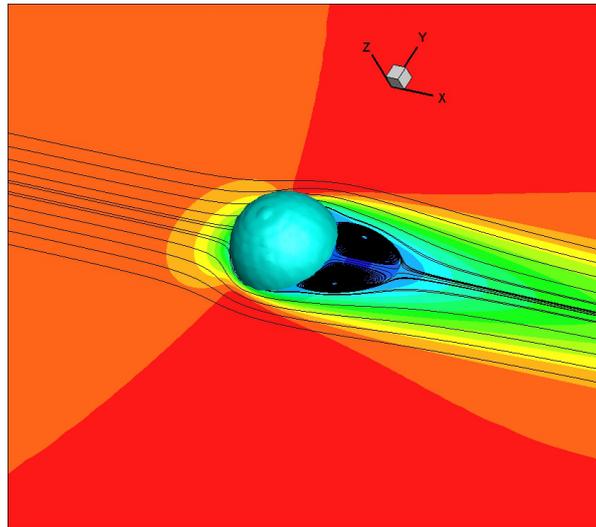


FIGURE 4.8 Lignes de courant autour d'une sphère pour $Re = 100$

sphère en utilisant un maillage de 30 mailles par diamètre.

La figure 4.8 présente l'écoulement laminaire autour d'une sphère pour $Re = 100$. Deux tourbillons de recirculation apparaissent en arrière de la sphère dans lesquels la vitesse varie statistiquement autour d'une valeur nulle.

4.3 Écoulement turbulent dans un canal

Afin de valider les outils de modélisation de la turbulence implémentés dans le code de calcul Thétis tels que le modèle de Spalart-Allmaras (SA) ainsi que ses dérivés (DES, DDES), on s'intéresse dans un premier temps à la simulation numérique d'un écoulement bidimensionnel (même si l'écoulement réel est tridimensionnel) dans un canal plan dont les parois sont situées sur les limites du domaine de calcul, puis on pénalise une couche solide d'épaisseur non nulle à la surface du canal pour matérialiser les parois comme des obstacles (domaines fictifs) et on refait les validations.

Ce dernier test sert à vérifier si la pénalisation est bien mise en place pour la pénalisation des conditions de couche limite turbulente sur des frontières immergées.

L'objectif de cette étude est la prédiction numérique de l'écoulement turbulent des fluides newtoniens incompressibles en présence d'obstacles immergés dans le domaine de simulation.

4.3.1 Caractérisation de l'écoulement sur une paroi lisse

La région interne de la couche limite est caractérisée par la présence de trois zones :

La sous couche visqueuse ($y^+ \leq 5$) ou sous couche laminaire dans laquelle la vitesse a un profil laminaire et où les effets de dissipation et de diffusion visqueuse sont en équilibre. Le profil de vitesse est défini comme suit :

$$u^+ = y^+$$

La vitesse adimensionnée u^+ est obtenue en divisant la vitesse de la région interne de l'écoulement par la vitesse de frottement u_τ .

La sous couche tampon ($5 < y^+ \leq 30$) qui peut être décrite comme une zone de raccordement entre la sous couche visqueuse et la sous couche logarithmique. Un maximum de production d'énergie cinétique turbulente est signalé pour une distance $y^+ = 15$. Au delà de cette distance et jusqu'à la sous couche logarithmique, la diffusion turbulente devient prépondérante par rapport à la diffusion moléculaire.

La sous couche logarithmique $y^+ > 30$ qui est caractérisée par un profil logarithmique de vitesse et qui se présente comme la zone de jonction entre la région interne de la couche limite dynamique et la zone externe siège d'un équilibre entre la production et la dissipation d'énergie cinétique turbulente.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C$$

où κ est la constante de Von Karman et $C \simeq 5.5$

4.3.2 Écoulement bidimensionnel turbulent dans un canal plan à $Re_\tau = 180$

Le canal périodique développé représente le cas test le plus utilisé pour la validation des différents modèles de turbulence. En revanche, malgré sa popularité et le grand nombre de publications, ce cas d'étude est très difficile à traiter vu que la turbulence est uniquement générée par la paroi et que les données numériques accessibles se révèlent parfois insuffisantes. En effet, la plupart des auteurs ne mettent à disposition que les profils des statistiques de l'écoulement et au mieux un champs instantané.

Il s'agit ici d'utiliser le modèle de Spalart-Allmaras (SA) implémenté dans le code de calcul Thétis comme fermeture pour les quantités turbulentes et de comparer les solutions obtenues à des résultats issus de la simulation directe (DNS) de Kim *et al.* [23] établis pour une turbulence pleinement développée (n'évoluant plus en moyenne longitudinale et temporelle).

Ce travail est une étude préliminaire en vue d'un prochain calcul DES et DDES

basé sur ce modèle original de Spalart-Allmaras.

Le cas académique consiste à étudier l'écoulement turbulent isotherme entre deux plans parallèles semi-infinis dans la direction transversale. Dans notre premier cas d'étude, les parois sont situées sur les limites du domaine de calcul. Les valeurs de référence sont le nombre de Reynolds moyen (5600), le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne au centre du canal ($Re_c = 3300$), le nombre de Reynolds basé sur la vitesse moyenne de frottement ($Re_\tau = 180$), la vitesse moyenne de frottement ($u_\tau = 6.39810^{-2}m.s^{-1}$) et le coefficient moyen de frottement ($C_f = 8.1810^{-3}$). Le coefficient de frottement a été estimé à 8.4410^{-3} par Dean *et al.* [24].

Le nombre de Reynolds de frottement Re_τ , basé sur la vitesse de frottement u_τ et la demi hauteur δ du canal comme longueur caractéristique vaut :

$$Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu}$$

Le nombre de Reynolds Re_c , basé sur la vitesse au centre du canal U_c et la demi hauteur δ du canal :

$$Re_c = \frac{U_c \delta}{\nu}$$

Le nombre de Reynolds Re_m , basé sur la vitesse moyenne U_m et la hauteur 2δ du canal :

$$Re_m = \frac{U_m 2\delta}{\nu}$$

Dans un premier temps, une simulation bidimensionnelle a été effectuée afin de valider le modèle RANS de Spalart-Allmaras. Un canal très long est utilisé afin d'obtenir en sortie une turbulence pleinement développée. Le couplage vitesse/pression est résolu par la méthode du lagrangien augmenté et le solveur direct MUMPS [168] est utilisé. Le maillage est à pas constant. Selon la hauteur, le nombre de mailles varie de 16 à 128 avec 30 mailles selon la longueur. On note SA16, SA32, SA64 et SA128 pour se référer au nombre de mailles utilisé selon la hauteur pour chaque simulation.

Dans le tableau (TAB. 4.7), les valeurs issues du modèle de Spalart-Allmaras

obtenues avec le code de calcul Thétis pour les différents paramètres de l'écoulement ($u_\tau, \frac{U_m}{u_\tau}, \frac{U_c}{U_m}, C_f$) sont comparés à ceux de la DNS de Kim *et al.* [23]. y^+ est la valeur de la première maille fluide.

	Kim <i>et al.</i> [23]	Spalart-Allmaras
y^+		16 : 11.63820 32 : 5.96893 64 : 2.86764 128 : 1.42542
u_τ	6.39810^{-2}	16 : 6.5173910^{-2} 32 : 6.6852010^{-2} 64 : 6.4235110^{-2} 128 : 6.3859110^{-2}
$\frac{U_m}{u_\tau}$	15.63	16 : 15.34356 32 : 14.95481 64 : 15.56781 128 : 15.65947
$\frac{U_c}{U_m}$	1.16	16 : 1.14023 32 : 1.14657 64 : 1.15365 128 : 1.15753
C_f	8.1810^{-3}	16 : 8.4952810^{-3} 32 : 8.9383910^{-3} 64 : 8.2523110^{-3} 128 : 8.1559910^{-3}

TABLE 4.7 Différents paramètres de l'écoulement en fonction des maillages

On peut remarquer, d'après le tableau (Tab. 4.7), que le modèle RANS de Spalart-Allmaras fournit des résultats satisfaisants aussi bien dans la zone proche paroi que dans le coeur de l'écoulement.

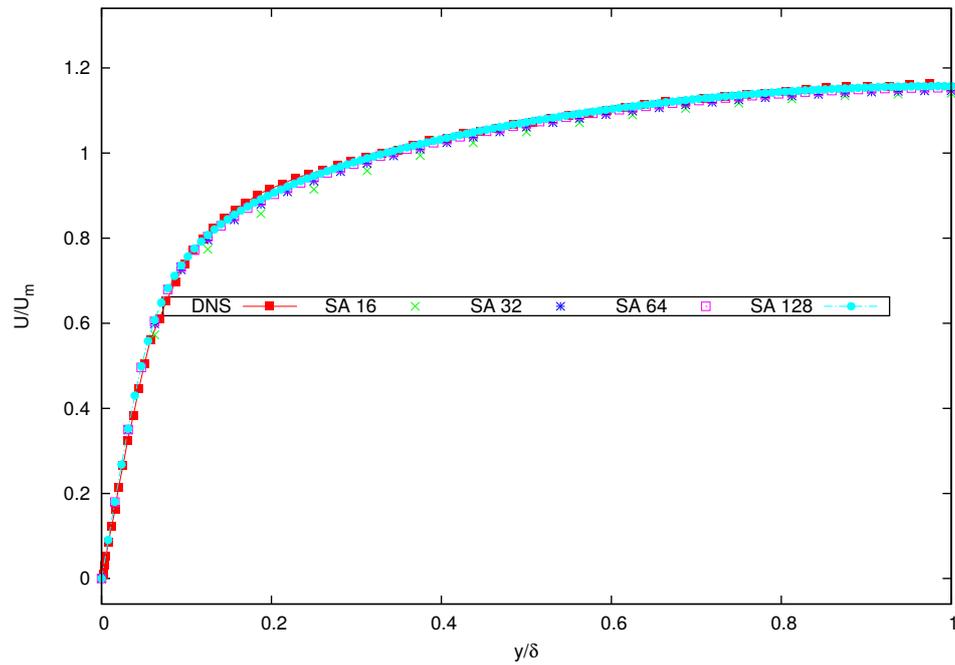


FIGURE 4.9 Profil de la composante horizontale de la vitesse moyenne obtenue avec le modèle (SA) pour différents maillages

Les courbes présentées sur la figure 4.9 correspondent aux profils de la composante horizontale de la vitesse moyenne avec un maillage de plus en plus fin (SA16, SA32, SA64 et SA128). On peut observer la convergence en maillage et l'excellent comportement du modèle de Spalart-Allmaras. Ceci est d'autant plus flagrant sur la courbe présentée par la figure 4.10. En effet, on peut observer le bon accord du modèle de Spalart-Allmaras dans la sous couche visqueuse ainsi que dans la zone logarithmique pour le maillage suffisamment raffiné SA128.

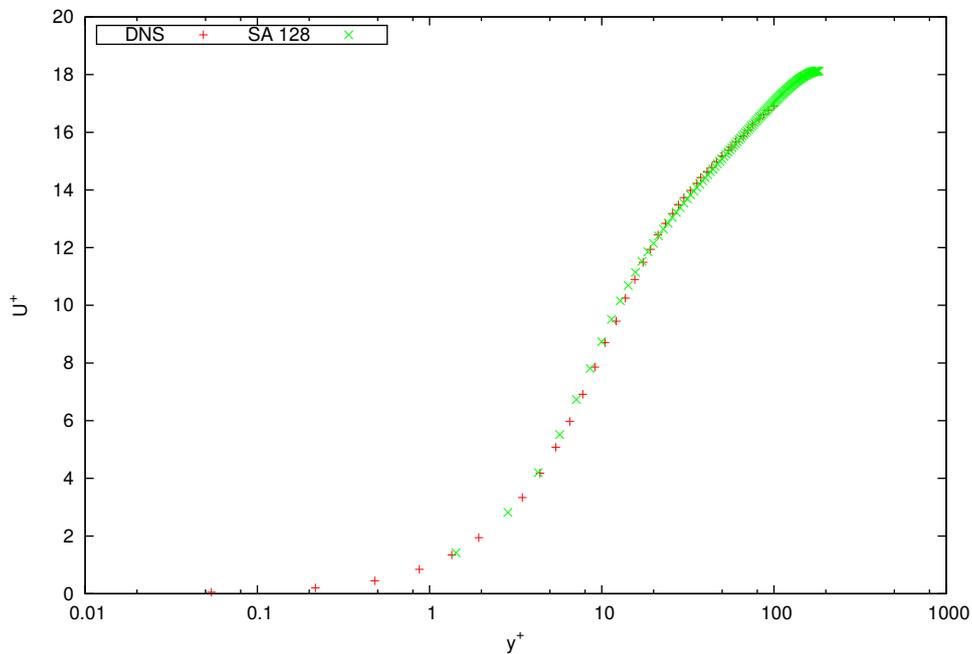


FIGURE 4.10 Profil de la composante horizontale de la vitesse u^+ en fonction de y^+ pour le maillage 30×128

4.3.3 Écoulement bidimensionnel turbulent dans un canal plan à $Re_\tau = 395$

Le même type d'écoulement que ci-dessus est considéré pour un canal plan à $Re_\tau = 395$. Ainsi, on se propose dans cette partie d'étudier numériquement l'écoulement dans un canal plan en $2D$ à $Re_\tau = 395$, ce qui correspond à un nombre de Reynolds moyen ($Re_m = 13800$).

Le modèle de Spalart-Allmaras a été conçu pour résoudre les écoulements aérodynamiques externes jusqu'à la paroi sans faire intervenir de loi de paroi.

Afin de bien approcher la zone de couche limite, le maillage est raffiné suivant la direction normale à la paroi (voir figure 4.11). Ainsi, 30 points sont répartis dans la sous couche visqueuse avec le premier noeud de maillage qui est placé à $y^+ \approx 1$. Le maillage est étiré dans la direction parallèle à l'écoulement favorisant ainsi l'utilisation des mailles plus grandes, ce qui permet de réduire le coût de calcul.

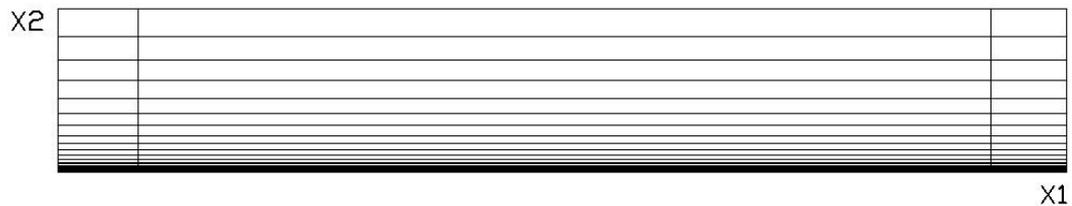


FIGURE 4.11 Maillage exponentiel utilisé pour simuler l'écoulement dans un canal plan à $Re = 395$

Dans le cadre de la méthode de Spalart-Allmaras, différents tests ont été menés avec la méthode directe et la méthode itérative afin de déterminer les valeurs des paramètres dr et dp adéquats permettant d'avoir les meilleures valeurs de divergence et de résidus. Signalons que dans notre cas, la pseudo viscosité cinématique turbulente $\tilde{\nu}$ est déterminée en utilisant une méthode de pénalisation afin d'imposer $\tilde{\nu} = 0$ dans l'obstacle.

Dans un premier temps, aucune couche solide n'est pénalisée à la surface du canal et les parois sont situées simplement sur les limites du domaine de calcul. La figure 4.12 illustre l'évolution de la viscosité turbulente pour un canal plan dans le cas du modèle (SA). Ainsi, on vérifie que la viscosité turbulente est très faible en proche paroi puis elle croit en s'éloignant de la paroi.

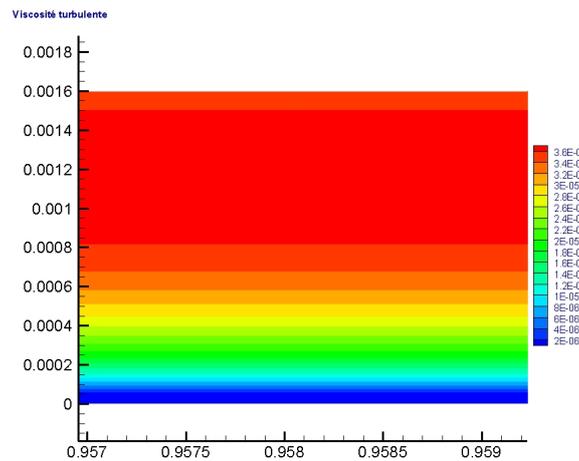


FIGURE 4.12 Evolution de la viscosité turbulente (m^2/s) pour un canal plan (SA)

En guise d'illustration supplémentaire, une comparaison de quelques paramètres globaux pour le modèle de Spalart-Allmaras, tels que $\nu^+ = \frac{\bar{\nu}}{\nu}$ et u^+ , issus de la simulation numérique dans le code de calcul thétis et celle présentée par Medic *et al.* [12] (voir figure 4.13) est donné respectivement sur les figures 4.14 et 4.15. Les résultats obtenus sont bien en accord avec ceux de Medic *et al.* [12].

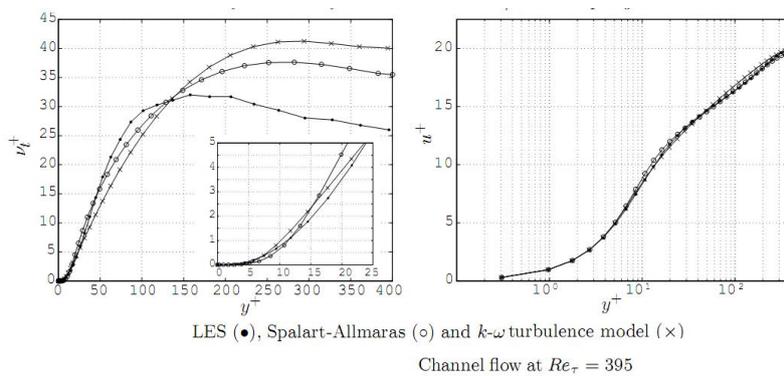


FIGURE 4.13 Écoulement dans un canal pour $Re_\tau = 395$ [12]

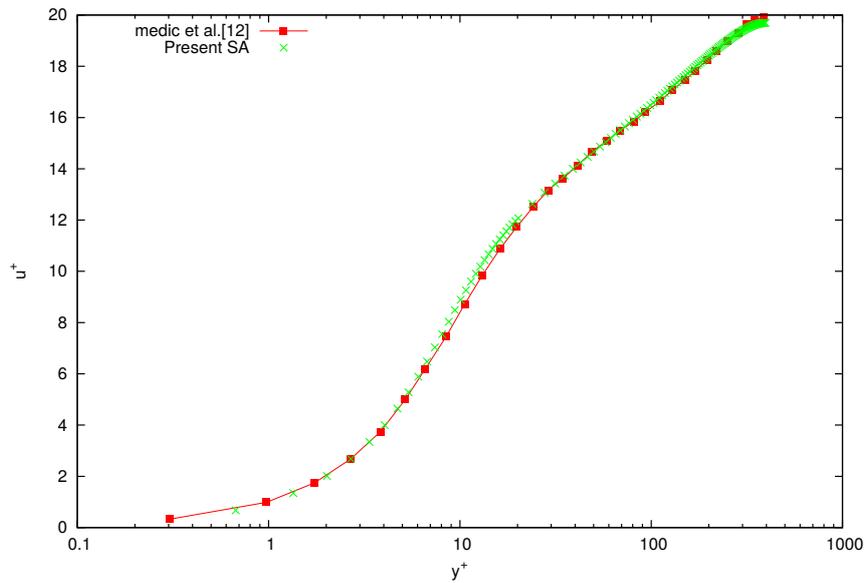


FIGURE 4.14 Variation de u^+ en fonction de y^+ pour le modèle de (SA) dans un canal pour $Re_\tau = 395$

On remarque que les résultats obtenus par la présente étude pour la viscosité turbulente adimensionnée ($\nu^+ = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$) sont bien en accord avec ceux de Medic *et al.* [12] dans la sous couche visqueuse ainsi que dans la zone logarithmique (voir figure 4.15).

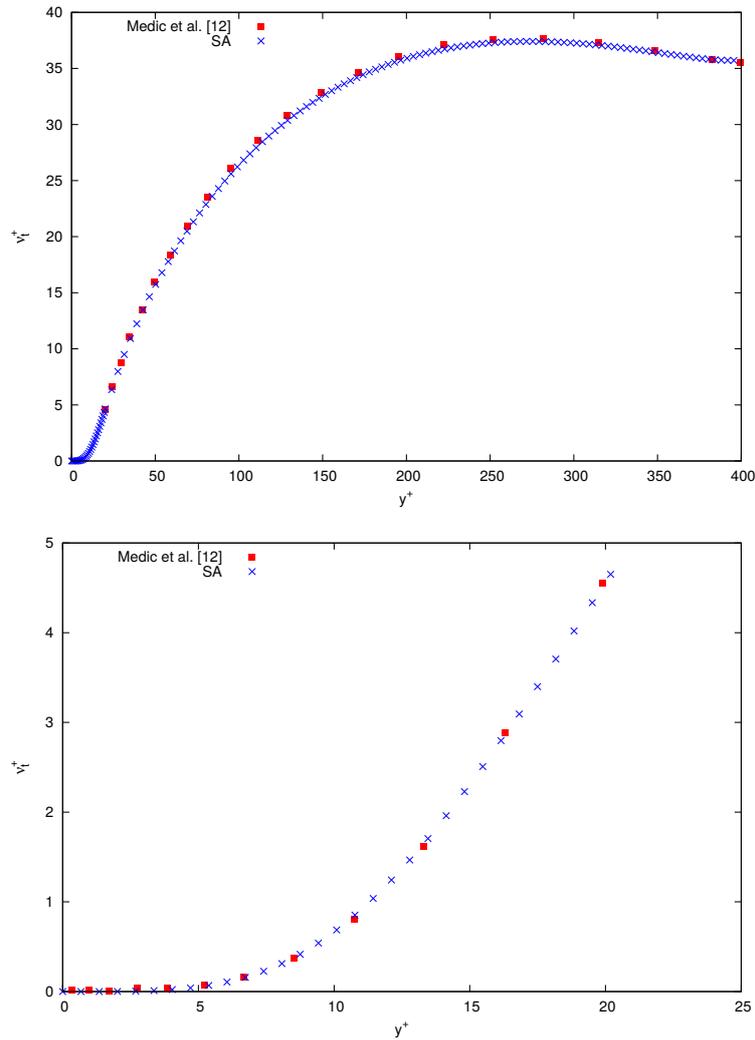


FIGURE 4.15 Viscosité turbulente pour le modèle de (SA) dans un canal pour $Re_\tau = 395$

Afin de mettre en évidence l'intérêt de l'utilisation de la méthode de pénalisation pour la détermination de la pseudo viscosité turbulente dans le cas d'un écoulement avec obstacle solide, la simulation numérique de l'écoulement dans un canal est menée en pénalisant une couche solide d'épaisseur non nulle sur les surfaces inférieure et supérieure du canal. Cela permet de modéliser les parois comme des obstacles. Signalons qu'aucune modification n'est apportée aux paramètres numériques et au maillage. En effet, on garde la même configuration que précédemment en utilisant un maillage raffiné suivant la direction

normale à la paroi.

Une comparaison du profil de vitesse adimensionnée u^+ en fonction de la longueur adimensionnée y^+ est menée entre le cas d'un canal avec une couche pénalisé et les résultats de Medic *et al.* [12] dans la figure 4.16. Comme pour le cas d'un canal dont les parois sont situées sur les limites, les résultats obtenus sont bien en accords avec ceux de Medic *et al.* [12]. Cela montre que la méthode est bien adaptée pour la simulation de l'écoulement turbulent autour des objets solides.

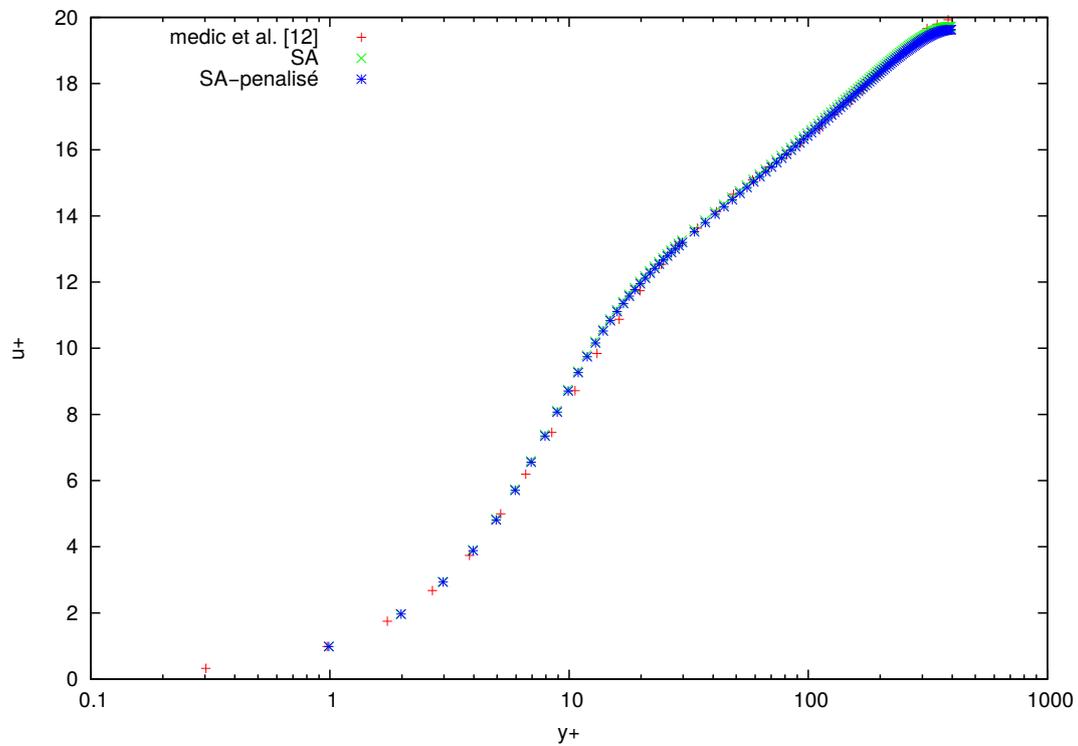


FIGURE 4.16 Profil de la composante horizontale de vitesse adimensionnée u^+ en fonction de y^+ pour le modèle de Spalart-Allmaras avec pénalisation (SA-pénalisé) dans un canal pour $Re_\tau = 395$

Les mêmes tests ont été refait avec les approches DES et DDES, les résultats obtenus sont bien équivalents à ceux trouvés avec la méthode de Spalart-Allmaras (voir figure 4.17). Après avoir validé l'écoulement bidimensionnel

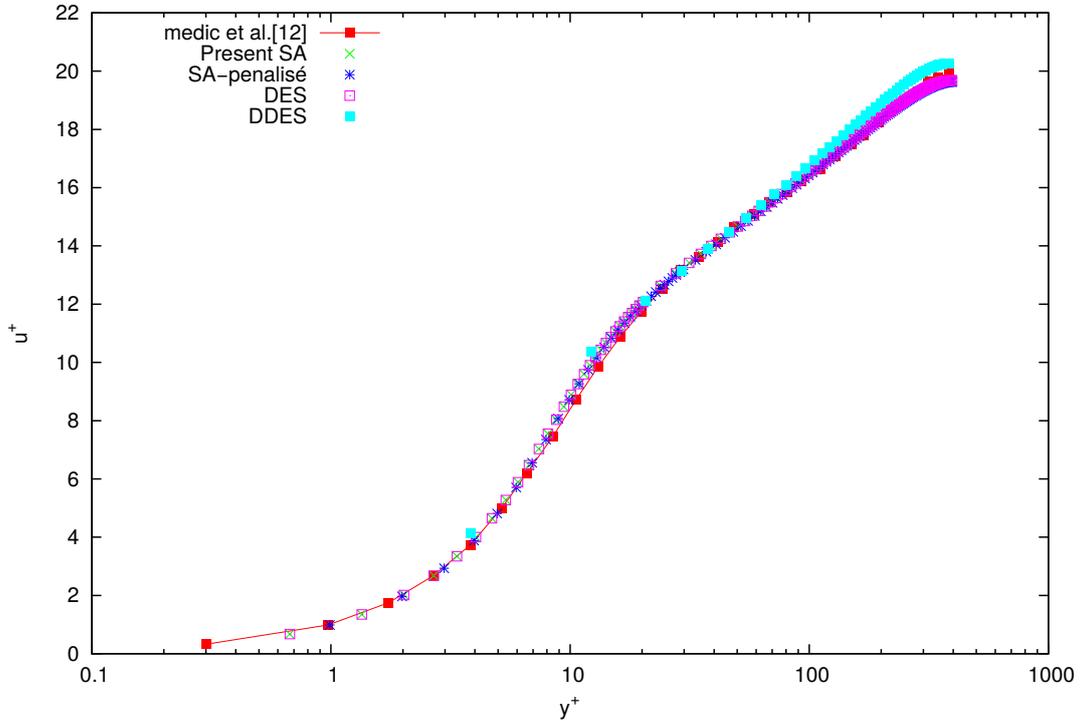


FIGURE 4.17 Profil de la composante horizontale de vitesse adimensionnée u^+ en fonction de y^+ pour les différents modèles à $Re_\tau = 395$

dans un canal plan, une simulation tridimensionnelle est effectuée afin de valider les différents modèles implémentés dans le code de calcul Thétis.

4.3.4 Simulation numérique de l'écoulement tridimensionnel turbulent dans un canal à $Re_\tau = 180$

Les approches de turbulence mises en oeuvre pour le calcul de ce cas test sont les modèles DES et DDES basés sur le modèle original de Spalart-Allmaras.

Ainsi, pour la validation de la DES et la DDES en 3D, on se contente d'uti-

liser les données numériques pour le canal turbulent présentées dans la thèse de Lubin [34]. Le domaine d'étude doit être suffisamment grand pour contenir les différents types de structures engendrées par l'écoulement.

Toutefois, en raison de l'écoulement attaché dans le canal, la turbulence est dominée en proche paroi par l'existence des jets longitudinaux pariétaux très allongés ($l_x^+ \sim 10^3 - 10^4$) et sinueux et de largeur $l_z^+ \sim 100$, dans lesquels la vitesse longitudinale instantanée est plus rapide/lente que la vitesse moyenne au même endroit appelés "streaks".

Ainsi, un domaine de longueur $4\Pi\delta$, de largeur $\Pi\delta$ et de hauteur 2δ s'avère être adéquat [35].

Afin de prédire l'écoulement d'une manière fidèle et ne pas perdre trop d'information sur l'écoulement dans la couche limite, un intérêt particulier est porté sur le choix du maillage. En effet, le maillage dans la direction normale à l'écoulement respecte les contraintes de discrétisation spatiale généralement prescrites par le calcul LES de Lubin [34] (les détails sont donnés dans ce qui suit).

Signalons que la sous couche visqueuse se situe très près de la paroi ($0 \leq y^+ < 5$). Ainsi, un maillage non uniforme dans la direction y (normale à la paroi) est choisi, favorisant que la cellule adjacente à la paroi soit située à $y^+ = 1$.

Pour ce faire la transformation (4.1) est utilisée pour déterminer la position des points dans la direction normale [34, 36].

$$\begin{cases} y_j = \frac{1}{a} \tanh[\zeta_j \operatorname{arctanh}(a)] \\ \text{avec } \zeta_j = -1 + 2(j+1)/(N_y - 1) \text{ et } j = 1, \dots, N_y \end{cases} \quad (4.1)$$

Ici a est un paramètre ajustable compris entre 0 et 1 permettant le contrôle des points de maillage dans la direction normale à l'écoulement. Ce paramètre est choisi $a = 0.98346$ permettant d'avoir 5 mailles dans la sous couche visqueuse [34].

Pour la validation de la DES et la DDES un maillage $32 \times 68 \times 32$ à pas variable est réalisé. Signalons que le maillage est conçu avec des mailles plus allongées dans les directions parallèles à l'écoulement (x et z) que celles utilisées pour la

LES de Lubin [34] ($64 \times 68 \times 64$). Ainsi, on a $\Delta x^+ = 71$, $\Delta z^+ = 18$ et $\Delta y^+ = 1$ pour la première maille adjacente à la paroi.

Numériquement, la simulation des plaques infinies nécessite l'imposition des conditions de périodicité dans les directions longitudinale et transversale. Ainsi, tout fluide sortant de l'une des faces orthogonales aux plaques est réinséré à travers la face opposée.

Afin de compenser la perte de charge due aux frottements visqueux en paroi et de régénérer l'écoulement, une remise à jour du gradient de pression est effectué à chaque itération en temps en suivant la formule (4.2) présenté par [37]. Ce qui permet de maintenir l'écoulement turbulent et d'éviter sa "re-laminarisation".

$$F_1^{n+1} = F_1^n + \alpha(Q^{n+1} - Q^0) + \beta(Q^n - Q^0) \quad (4.2)$$

Où $F = (F_1, 0, 0)$ est le gradient moyen de pression et Q^n est le débit moyen de l'écoulement calculé à l'instant n et Q^0 est le débit initial.

Les conditions initiales doivent être choisies de telle sorte que le champ de vitesse imposé initialement soit à divergence nulle. Selon [37, 38], le champ de vitesse initial est un écoulement de Poiseuille, auquel est imposée une perturbation du gradient de pression

$$U_0(x, t = 0) = U_{Poiseuille}(y) + Re(0.1U_{2D}(y)e^{i\alpha x} + 0.01U_{3D}(y)e^{i(\alpha x + \beta z)}) \quad (4.3)$$

avec U_{2D} et U_{3D} qui sont choisies afin de vérifier que le champ de vitesse U_0 est à divergence nulle.

Selon [36], les coefficients ont été choisis tels que $\alpha = \frac{1}{L_x}$ et $\beta = \frac{1}{L_z}$

4.3.4.1 Calcul des statistiques de l'écoulement

Un certain nombre de statistiques doivent être calculées durant la simulation afin d'étudier les propriétés des mouvements moyen et fluctuant de l'écoulement turbulent dans un canal et de comparer les résultats numériques aux données existantes dans la littérature. Dans ce but, on définit la moyenne spa-

tiale par :

$$\langle f \rangle (y, t) = \frac{1}{L_x L_z} \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_z}{2}}^{\frac{L_z}{2}} f(x, y, z, t) dx dz \quad (4.4)$$

Ainsi, $\langle \bar{u} \rangle$ désigne la moyenne spatiale du champ vitesse et \bar{U} sa moyenne temporelle.

Le débit moyen est donné par :

$$Q = \frac{1}{L_y} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \langle \bar{u} \rangle dy \quad (4.5)$$

La vitesse débitante moyenne par :

$$U_m = \frac{1}{L_y} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \langle \bar{U} \rangle dy \quad (4.6)$$

Le coefficient de frottement satisfait :

$$C_f = \frac{2u_\tau^2}{U_m^2} = \frac{\tau_\omega}{\frac{\rho}{2} U_m^2} \quad (4.7)$$

4.3.4.2 Résultat

Après l'obtention d'une turbulence pleinement développée, le calcul des statistiques est effectué au cours de la simulation numérique de l'écoulement. Les caractéristiques principales de notre simulation, et pour comparaison, de la simulation de Kim *et al.* [23], sont présentées dans le tableau ci-dessous (Tab. 4.8).

On dispose ainsi d'une grande quantité des données pour évaluer la qualité des modèles DES et DDES implémentées dans le code de calcul Thétis.

Malgré les développements apportés au modèle DDES par rapport à la DES, notamment, la modification du terme r_d et de l'échelle de longueur \tilde{d} , on peut remarquer que les résultats obtenus par la DES ainsi que la DDES par le code de calcul Thétis sont équivalents. Cependant, en comparant notre résultats à ceux de [157], il est à signaler que la simulation effectuée avec la DDES dans notre cas est beaucoup plus précise.

Le maillage utilisé dans ce cas est un maillage qui est bien adapté pour une résolution DES. On peut voir, d'après le Tab. 4.8, que nous somme dans des

	DNS Kim <i>et al.</i> [23]	LES(mixte) Lubin [34]	DDES	DES
$Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu}$	$\simeq 180$	$\simeq 170$	$\simeq 179$	$\simeq 179$
$Re_c = \frac{U_c \delta}{\nu}$	$\simeq 3300$	$\simeq 3164$	$\simeq 3172$	$\simeq 3172$
$Re_m = \frac{U_m 2\delta}{\nu}$	$\simeq 5600$	$\simeq 5589$	$\simeq 5581$	$\simeq 5581$
C_f	$\simeq 8.18 \cdot 10^{-3}$	$\simeq 7.515 \cdot 10^{-3}$	$\simeq 8.27 \cdot 10^{-3}$	$\simeq 8.27 \cdot 10^{-3}$
$\frac{U_m}{u_\tau}$	$\simeq 15.63$	$\simeq 16.31$	$\simeq 15.55$	$\simeq 15.55$
$\frac{U_c}{u_\tau}$	$\simeq 18.20$	$\simeq 18.47$	$\simeq 17.75$	$\simeq 17.75$
$\frac{U_c}{U_m}$	$\simeq 1.16$	$\simeq 1.13$	$\simeq 1.14$	$\simeq 1.14$

TABLE 4.8 Caractéristiques de la simulation numérique de l'écoulement 3D dans un canal turbulent à $Re = 180$

condition similaires à celles utilisées dans les calculs de Kim *et al.* [23].

En effet, les résultats montrent une légère sous-estimation du nombre de Reynolds de frottement Re_τ (0.56%) ainsi que Re_m (0.34%). Le nombre de Reynolds Re_c basé sur la vitesse centrale moyenne est un peu plus largement sous-estimé (3.88%).

Les résultats numériques obtenus par la DES et la DDES sont aussi comparés aux corrélations proposé par Dean *et al.* [24] :

$$C_f = 0.073 Re_m^{-0.25} \text{ et } \frac{U_c}{U_m} = 1.28 Re_m^{-0.0116}$$

La valeur $\frac{U_c}{U_m}$ est sous-prédite de 1.72% par rapport à la simulation directe de Kim *et al.* [23]. Cela indique que le profil de vitesse moyenne simulé est légèrement plus plat dans le centre du canal par rapport au profil de vitesse moyenne. Ceci est bien clair dans la figure 4.18 qui présente le profil de la vitesse moyenne calculée normalisée par la vitesse débitante en fonction de la distance à la paroi normalisé par la demi-hauteur du canal.

Les résultats obtenus par la DES et la DDES sont comparés aux données de Kim *et al.* [23]. Les profils de la vitesse moyenne du fluide obtenus numérique-

ment par Lubin [34] en régime turbulent en utilisant la LES mixte implémentée dans le code de calcul Thétis y est également présentée. Il est clair d'après la figure 4.18 que certaines caractéristiques demeurent identiques pour la gamme de simulation DES et DDES. Le profil de vitesse moyenne obtenu par les approches DES et DDES présente un petit décalage par rapport à la simulation LES et à la DNS.

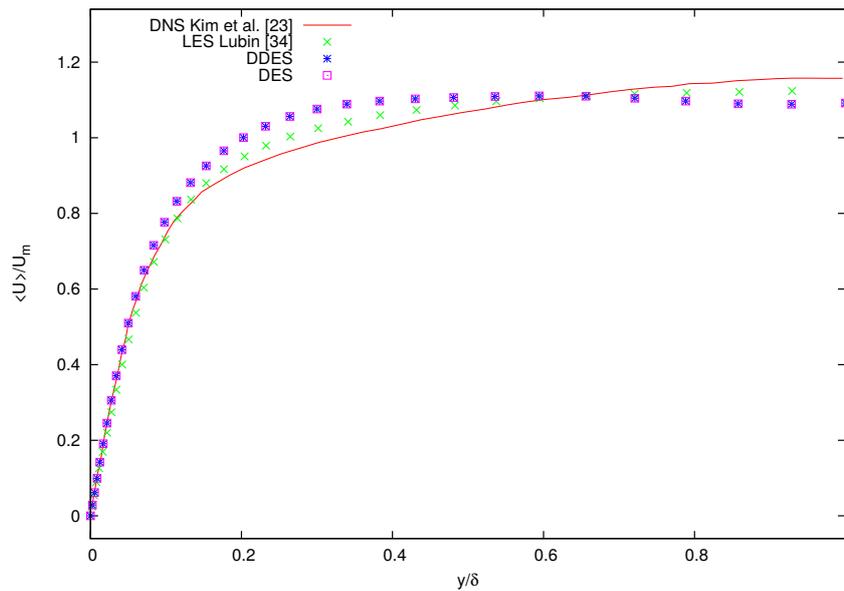


FIGURE 4.18 Profil de la vitesse moyenne longitudinale adimensionnée par la vitesse débitante moyenne en fonction de y/δ

Afin de permettre une meilleure comparaison avec les lois de paroi usuelles, la vitesse moyenne est présentée en unités de paroi et en utilisant une échelle logarithmique pour l'axe des abscisses.

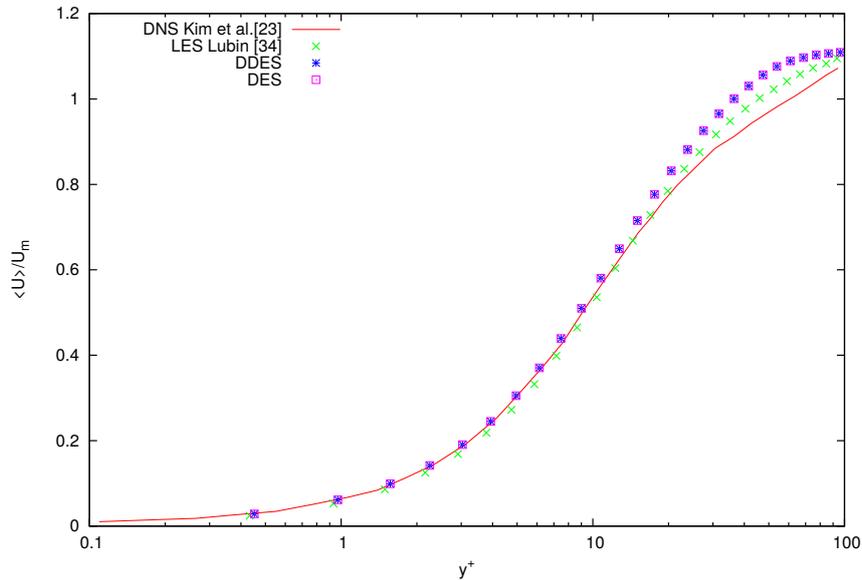


FIGURE 4.19 Profil logarithmique de la vitesse moyenne longitudinale adimensionnée par la vitesse débitante moyenne en fonction de y^+

D'après la figure 4.19 et la figure 4.20, on peut observer que notre résultat est en bon accord avec la DNS de Kim *et al.* [23] et avec la LES de Lubin [34]. Le petit décalage peut être attribué à une résolution insuffisante dans la partie centrale du canal, étant donné que nous avons concentré nos efforts de raffinement de maillage à la paroi. On peut aussi observer que le comportement de l'écoulement en proche paroi est bien prédit pour tous les cas de profil obtenu par la DES ainsi que la DDES. Cependant, le profil est légèrement en dessus de celui obtenu par la DNS et la LES dans la zone logarithmique.

Malgré les écarts observés, on trouve des résultats beaucoup plus précis que ceux de [157]. En effet, dans notre cas, on a utilisé $\Delta x^+ = 71$, $\Delta z^+ = 18$ et $\Delta y^+ = 1$ pour la première maille adjacente à la paroi.

Pour des conditions similaires d'écoulement, [157] ont traité le même cas d'écoulement par la DES et la DDES et ils ont obtenu un taux d'erreur plus élevé.

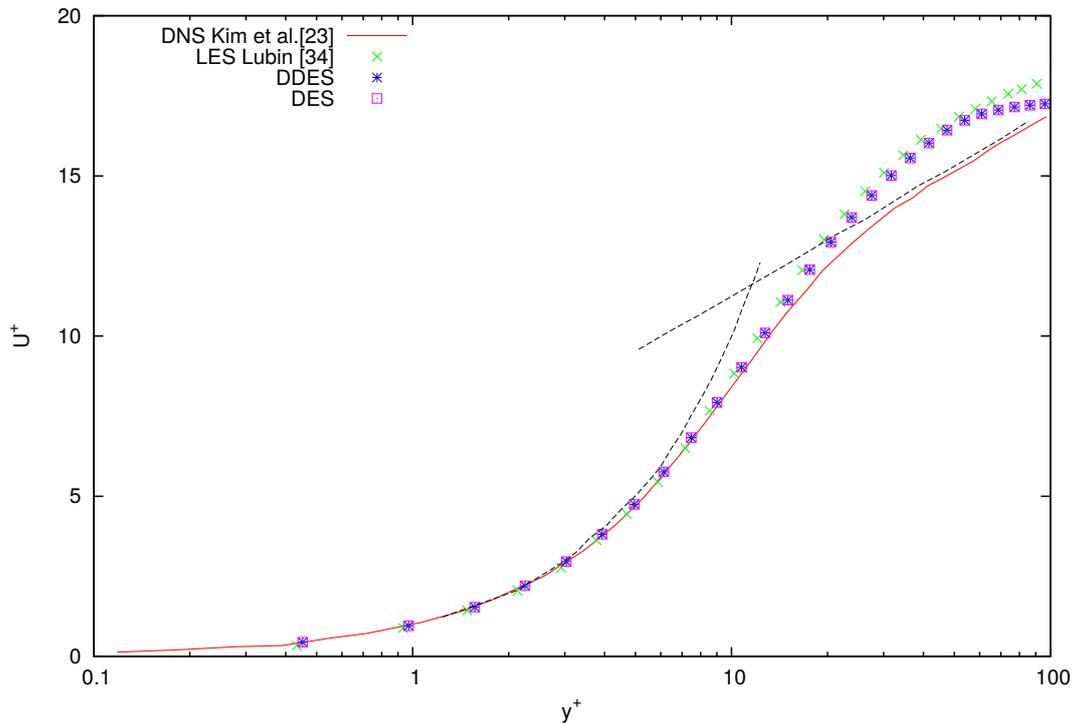


FIGURE 4.20 Profil logarithmique de la vitesse moyenne longitudinale adimensionnée par la vitesse de frottement en fonction de y^+

[157] ont observé que cet écart résulte d'une résolution de grille grossière dans le sens de l'écoulement (Δx et Δz). Ainsi, le nombre de maille doit être plus important dans les directions de l'écoulement pour capter toute les subtilités de fluctuation de vitesse. Cette constatation a été aussi signalée par [34] qui explique que l'erreur est généralement engendrée par le maillage grossier et les mailles étalées dans la direction de l'écoulement.

On peut déjà retenir que nous sommes passés d'un maillage $64 \times 68 \times 64$ initialement conçu pour le calcul LES [34] à un maillage plus grossier dans les directions parallèle à l'écoulement ($32 \times 68 \times 32$) en obtenant toutefois des résultats satisfaisants.

Cela peut représenter un gain en temps considérable pour des cas plus complexes.

Ce cas test nous conduit à conclure que les modèles DES et DDES permettent

de simuler avec une précision favorable l'écoulement dans un canal turbulent incompressible en 3D.

4.3.5 Cas de validation pour le modèle de paroi

Pour tester l'efficacité du modèle de paroi développé au chapitre précédent, nous allons retenir la même configuration test du canal plan et simuler l'écoulement turbulent bidimensionnel à $Re = 395$ et l'écoulement tridimensionnel à $Re = 180$.

En raison de l'écoulement attaché dans le canal à $Re = 180$, la turbulence est dominé par le "streak cycle" en proche paroi. Les méthodes hybrides RANS-LES tels que la DES et la DDES qui traitent la région proche paroi d'une manière RANS, passent inévitablement par des difficultés pour ce régime d'écoulement. Bien évidemment, cela peut expliquer le décalage par rapport aux résultats obtenus par les approches DNS et LES déjà observés dans le paragraphe précédent. Ce décalage n'est pas surprenant étant donné que les détails de la région grise entre la région de la contrainte modélisé et celle résolue ne peut pas être prédit à l'avance. Ce décalage peut être aussi une conséquence du maillage grossier utilisé pour les simulations précédentes [34]. On va évaluer dans cette partie si l'on est capable de réduire ce décalage en utilisant le modèle de paroi implémenté dans le code de calcul Thétis.

Des tests numériques utilisant la DES en conjonction au modèle TBLE sont mis en oeuvre ici afin de donner une idée plus claire du comportement des écarts observés sur les quantités moyennes et de nous assurer de la capacité de la pénalisation, couplée à la DES et à la TBLE, de bien retranscrire les écoulements turbulents jusqu'à la paroi. La figure 4.21 présente le profil de la vitesse moyenne longitudinale adimensionnée par la vitesse débitante moyenne en fonction de y/δ . Il est clair que l'utilisation du modèle de paroi améliore le calcul obtenu par la DES.

Les figures 4.22 et 4.23 présentent les profils logarithmiques adimensionnés pour $Re_\tau = 180$. On peut déjà remarquer que des résultats plus fiables pour le com-

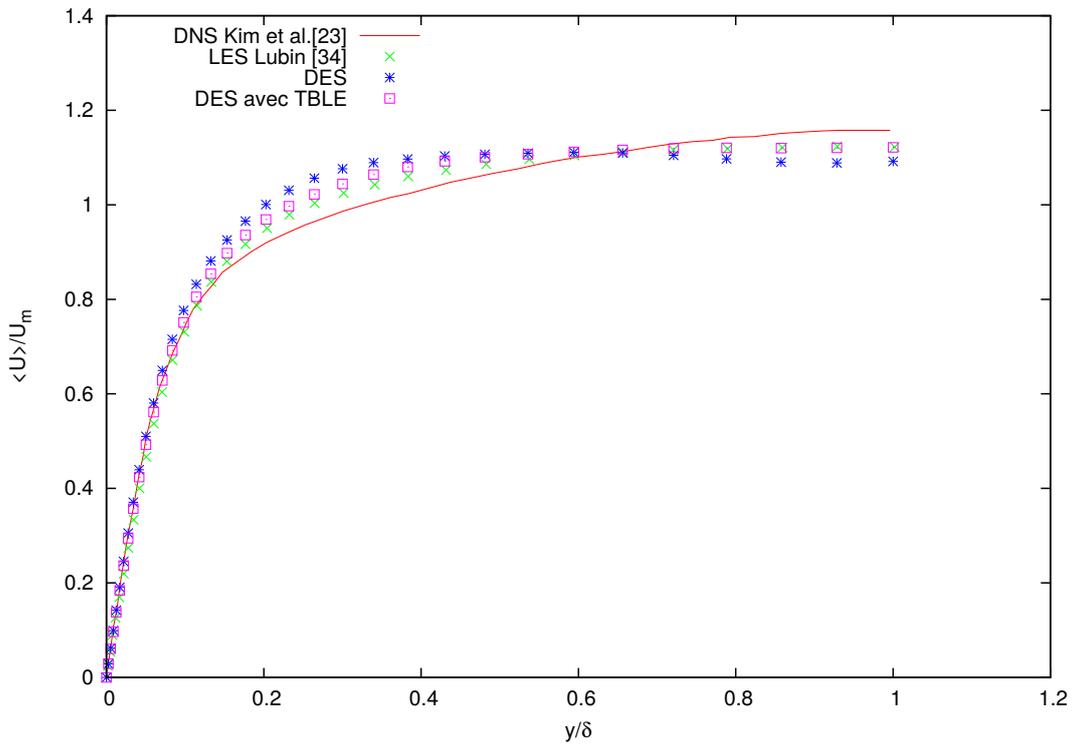


FIGURE 4.21 Profil de la vitesse moyenne longitudinale adimensionnée par la vitesse débitante moyenne en fonction de y/δ pour $Re_\tau = 180$

portement de l'écoulement ont été obtenus grâce au couplage DES/TBLE. Ainsi l'approche TBLE a montré un grand intérêt pour améliorer les résultats de simulation DES tridimensionnels dans un canal.

Pour la simulation bidimensionnelle, on reprend le cas de canal à $Re_\tau = 395$ avec un maillage à pas constant grossier afin de tester l'efficacité du modèle de paroi.

Deux cas de configurations se présentent sur un maillage grossier : le premier sans modèle de paroi et le deuxième avec TBLE.

La figure 4.24 présente la variation de u^+ en fonction de y^+ dans un canal pour $Re_\tau = 395$. On peut ainsi observer l'amélioration apportée à la simulation en utilisant le modèle de paroi.

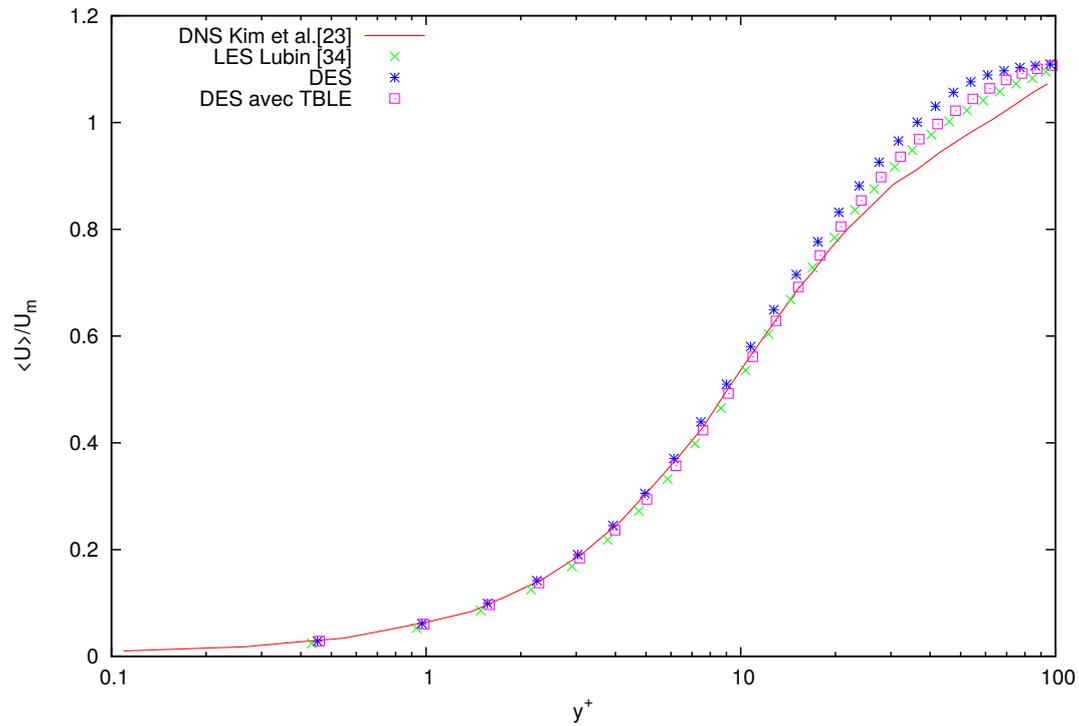


FIGURE 4.22 Profil logarithmique de la vitesse moyenne longitudinale adimensionnée par la vitesse débitante moyenne en fonction de y^+ pour $Re_\tau = 180$

Pour ce même cas d'étude, la viscosité turbulente modifié dans un canal pour $Re_\tau = 395$ est présentée dans la figure 4.25. Elle se compare favorablement aux résultats de Medic *et al.* [12] si on couple TBLE à DES.

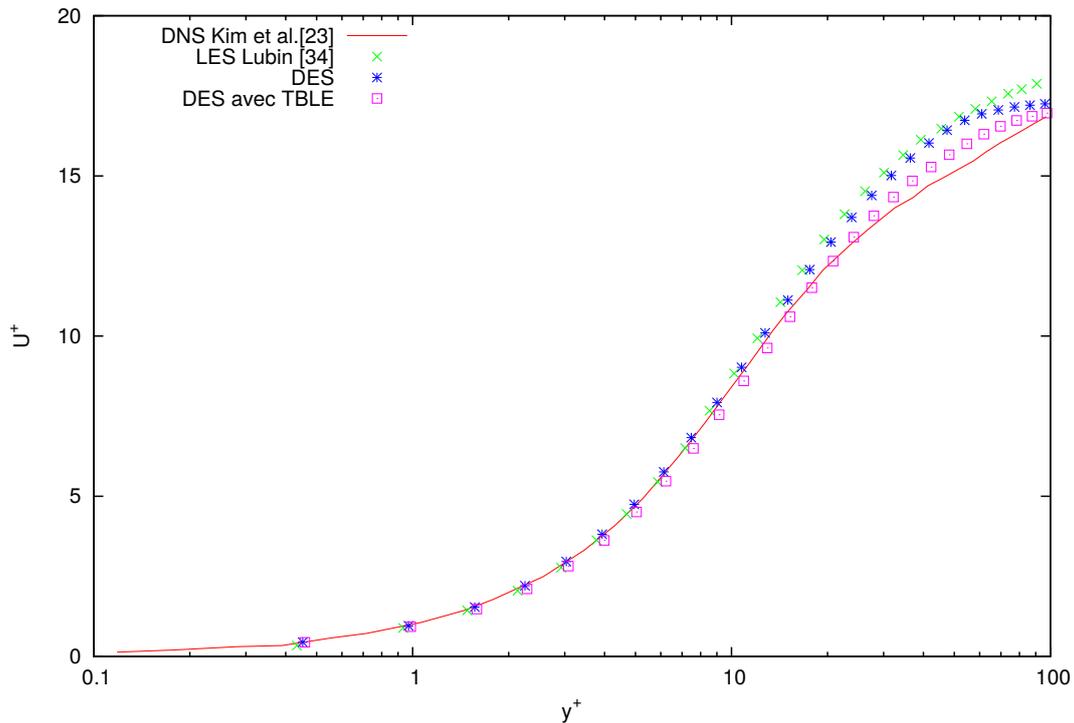


FIGURE 4.23 Profil logarithmique de la vitesse moyenne longitudinale adimensionnée par la vitesse de frottement en fonction de y^+ pour $Re_\tau = 180$

4.4 Écoulement bidimensionnel turbulent autour d'un cylindre

Afin de pouvoir traiter numériquement les écoulements associés à des nombres de Reynolds élevés et à des géométries complexes que l'on rencontre dans l'industrie et plus largement dans les écoulements réels tels que les écoulements autour d'un profil éolien, on désire dans cette partie simuler l'écoulement autour d'un cylindre à haut nombre de Reynolds. Ce cas académique a le double attrait d'être relativement bien documenté et qu'il regroupe toute la complexité topologique liée aux parois.

Dans un premier temps, on a vérifié (voir 4.2) que notre code de calcul représente correctement le régime stationnaire et le régime instationnaire laminaire stable de l'écoulement autour d'un cylindre. Dans cette partie, on examine sa

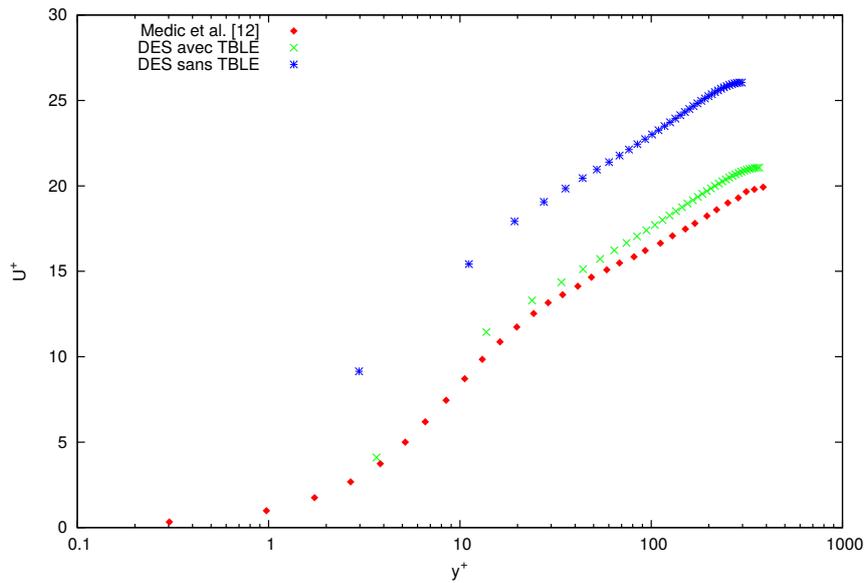


FIGURE 4.24 Variation de u^+ en fonction de y^+ dans un canal pour $Re_\tau = 395$

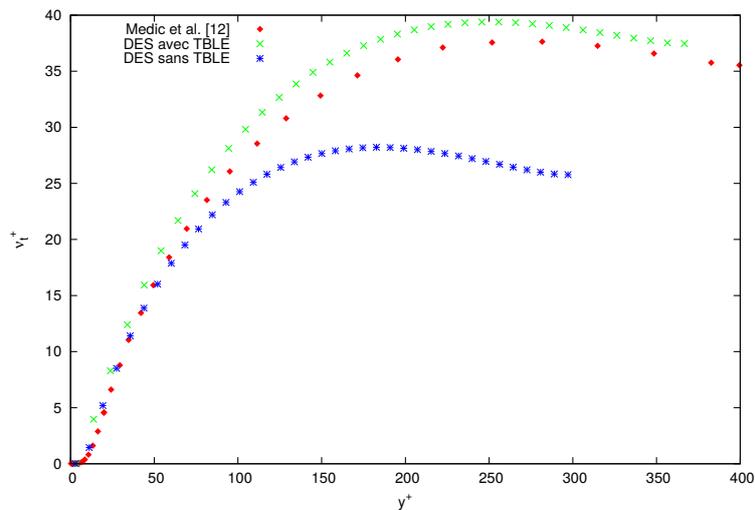


FIGURE 4.25 Viscosité turbulente modifié dans un canal pour $Re_\tau = 395$

performance dans le cas d'un nombre de Reynolds élevé. La force agissant sur le cylindre et la fréquence de Strouhal seront étudiées pour une large gamme de nombre de Reynolds variant de 1000 à 10^6 . Avant d'exposer et de discuter les résultats de nos simulations, nous décrivons la physique des écoulements autour de cylindres aux nombres de Reynolds voisins de ceux retenus pour

l'étude.

Pour $300 \lesssim Re \lesssim 10^5 - 2 \cdot 10^5$, le régime est appelé sous-critique : la couche limite est encore laminaire, mais le sillage après le décollement devient turbulent. A partir de $Re = 1000$, de petits tourbillons secondaires se développent de part et d'autre de l'allée tourbillonnaire suite à l'amplification de l'instabilité locale de Kelvin-Helmholtz dans les zones de cisaillement autour du cylindre [118]. Quand le Reynolds atteint environ 2500, les tourbillons cessent de se distinguer et un large sillage s'établit avec un décollement qui débute à un angle de 80 degrés du point d'arrêt.

La valeur du nombre de Reynolds critique varie de façon importante selon les différentes études expérimentales (entre 10^5 et 10^6) du fait de la grande sensibilité de l'écoulement aux conditions aux limites de l'écoulement. Le régime critique est caractérisé par un sillage plus étroit et par une transition turbulente de la couche limite avant le décollement. Les tourbillons de Von Karman se dégradent et disparaissent à la fin du régime critique. En conséquence, la dépression en aval du cylindre est moins importante et le coefficient de traînée subit une décroissance brutale.

Pour des nombres de Reynolds supérieurs à $2 \cdot 10^6$ le régime est nommé supercritique. La couche limite est entièrement turbulente. On observe la réapparition de l'allée tourbillonnaire à une fréquence de Strouhal élevée.

Les approches de turbulence mises en oeuvre pour le calcul de ce cas test sont le modèle DDES classique et celui de DDES avec le modèle de paroi TBLE.

Ce cas classique d'écoulement d'un cylindre isolé a été choisi vu qu'il est le siège de mécanismes physiques complexes : point de stagnation, couche limite, couches cisillées, décollements non dus à des singularités géométriques, transition laminaire/turbulent, et lâcher tourbillonnaire.

De plus, la présence d'un décollement massif sur cette configuration pour un fort nombre de Reynolds, a fait de cette configuration un cas bien adapté aux approches telles que la DDES. D'autre part, de nombreuses données expérimentales et numériques pour différents régime d'écoulement (sous-critique,

critique et super-critique) sont disponibles dans la littérature.

Pour des nombres de Reynolds supérieurs à 200, des phénomènes tridimensionnels apparaissent et doivent être pris en compte dans la modélisation. Afin de s'affranchir de la complexité et du temps calcul élevé engendré par cet aspect tridimensionnel, et vu l'existence de plusieurs études bidimensionnelles faisant intervenir le cas du cylindre pour de forts nombres de Reynolds ([39], [40], [41]), les simulations resteront $2D$.

Nous avons donc fait le choix de ne pas faire d'efforts particuliers pour la modélisation $3D$, et nous avons conscience que ceci est une forte hypothèse, discutable d'un point de vue théorique et physique, mais qu'elle apporte un très grand bénéfice en terme de coût de calcul.

L'enjeu de cette partie est double, d'un côté, valider l'approche DES, DDES et DDES-TBLE de modélisation de la turbulence pour des configurations plus complexes que celle du canal plan, de l'autre, s'assurer que le code est capable de traiter des écoulements autour d'un obstacle de forme non alignée avec les lignes de maillage Navier-Stokes pour des nombres de Reynolds élevés. Ces configurations d'écoulements sont proches du problème que l'on souhaite traiter au final, un écoulement autour d'un profil 2D éolien et d'une éolienne pour des nombres de Reynolds similaires. Enfin, ce problème permet d'évaluer la pertinence de la routine de calcul des efforts sur les surfaces solides dans des régimes d'écoulement turbulents.

Dans ce qui suit, les résultats de nos simulations seront exposés et discutés.

4.4.1 Description du cas et détails des calculs

Dans toutes les simulations numériques réalisées dans ce mémoire concernant l'écoulement autour d'un cylindre en régime turbulent, les dimensions du domaine de calcul sont $40D \times 20D$. Ce domaine de calcul est suffisamment grand pour minimiser les perturbations dues aux conditions aux limites. La longueur en amont du cylindre est fixée à $15D$. A l'entrée, une vitesse uniforme est imposée. Sur les bords supérieur et inférieur du domaine de cal-

cul, on impose une condition aux limites de symétrie pour la vitesse, alors qu'une condition de Neumann homogène est imposée pour la limite droite du domaine. Un maillage structuré orthogonal raffiné autour de l'obstacle est utilisé, le nombre total de cellules est de 740×400 avec $\Delta x_{min} = 6.25 \cdot 10^{-3} D$. Le pas de temps numérique adimensionnel ($\Delta t^+ = \Delta t U_0 / D$) est fixé à 10^{-2} . Le nombre de Reynolds de l'écoulement est basé sur le diamètre du cylindre et la vitesse suivant la direction moyenne de l'écoulement ($Re = \frac{UD}{\nu}$).

Dans cette étude, différents nombres de Reynolds correspondant à des régimes sous-critique, critique et super-critique seront étudiés.

Afin de prédire correctement l'écoulement dans la couche limite, il faut y réaliser un maillage avec un nombre suffisant de points. Ainsi, la taille de la plus petite maille y est calculée comme suit :

$$Re = \frac{UD}{\nu}, C_F = 0.026(Re)^{-1/7}, \tau_w = \frac{C_F \rho U^2}{2}, U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \text{ et } y = \frac{y^+ \mu}{U_\tau \rho}$$

D'où :

$$y = \frac{y^+ D}{\sqrt{0.013(Re)^{13/7}}}$$

La structure de l'écoulement autour du cylindre varie avec le nombre de Reynolds. Toutefois, sur une gamme de nombres de Reynolds (régime sous-critique) la couche limite demeure laminaire. Cependant, la DDES ne peut pas produire automatiquement un écoulement laminaire vu que ce modèle est conçu pour des décollements massifs imposés par une rupture de géométrie. Ainsi, l'utilisation du terme de transition "trip term" supprime toute ambiguïté liée à la mise en défaut de la sélection automatique des régions par la DDES. Mais cela nécessite une connaissance, relativement précise, de l'écoulement traité.

Une autre stratégie consiste à utiliser une description zonale de la condition initiale et des conditions aux limites pour la viscosité turbulente afin de reproduire un écoulement laminaire ou turbulent de la couche limite au voisinage du cylindre [39]. On utilise cette dernière technique pour notre cas d'étude. L'idée de base sur laquelle est construite cette stratégie repose sur le fait que le terme de production est proportionnel à la viscosité turbulente et au taux de

déformation local. Pour une séparation laminaire, Travin [39] propose d'utiliser une viscosité turbulente nulle ou très inférieure à la viscosité moléculaire. Cette viscosité turbulente modifiée est imposée à l'entrée et dans la partie avant de la couche limite. Une valeur non nulle de la viscosité turbulente est imposée dans la zone de recirculation. Pour un cas de séparation turbulente, le modèle peut fournir des résultats pleinement turbulents par réglage de la valeur d'entrée de la viscosité turbulente à une valeur d'environ 5 fois la viscosité moléculaire.

4.4.2 Résultats

Sur une plage de nombre de Reynolds, l'écoulement conserve quasiment les mêmes propriétés définissant un tel régime. On choisit dans ce qui suit de traiter l'écoulement autour d'un cylindre circulaire avec des nombres de Reynolds $10^3, 10^4, 5 \cdot 10^4, 1.4 \cdot 10^5$ et 10^6 . Ces valeurs sont choisies en accord avec les résultats existants de la littérature.

A l'aide des approches de simulation DES et DDES, les champs instantanés de l'écoulement et les forces exercées sur les cylindres sont calculés.

Le tableau 4.9 synthétise les principales évolutions du champ moyen avec le nombre de Reynolds. Certains résultats sans dimension tels que les nombres de Strouhal, coefficients de traîné et la RMS des coefficients de portance ont été calculés avec chacun des modèles de turbulence et comparés avec des résultats issus de la littérature.

Pour l'ensemble des nombres de Reynolds étudiés, les profils du coefficient moyen de pression pariétal $C_p = 2(P - P_0)/\rho U_0^2$ sur le cylindre en fonction de l'angle θ , mesuré à partir du point d'arrêt amont, sont représentés. A noter que P_0 est la valeur de la pression à l'entrée du domaine de calcul.

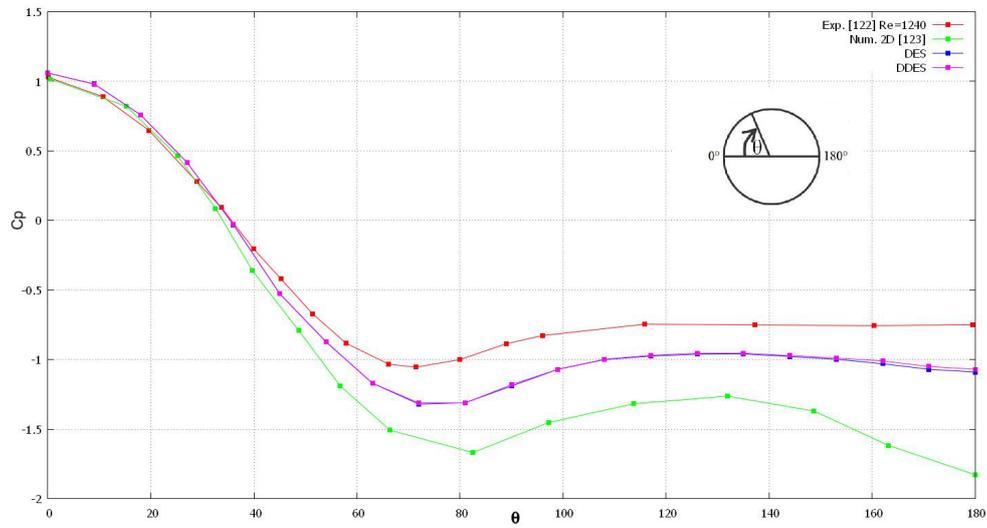
TABLE 4.9 Comparaison des quantités globales de notre simulation avec les données numériques et expérimentales publiées.

	cas	C_D	C_{LRMS}	St
$Re = 1000$	Exp. [122](1997) $Re = 1240$	0.98 ± 0.005	–	0.21
	2D IBM [123](2007)	1.40	–	0.243
	2D RANS (SA) [40](2011)	1.373	0.819	0.216
	Présent DES	1.31	0.759	0.219
	Présent DDES	1.289	0.716	0.214
$Re = 10000$	Exp. [129](2003)	–	0.394	0.202
	Exp. [130] (1993)	1.186	0.384	0.193
	DNS [125] (2005)	1.11/1.208	0.448/0.574	0.195/0.209
	Présent DES	1.365	1.098	0.222
	Présent DDES	1.198	0.877	0.226
$Re = 50000$	Exp. [124] (1993)	1.193		0.188
	3D DES [39]	1.05/1.32	0.21/0.66	0.19/0.22
	2D DES [39]	1.77	1.39	0.14/0.20
	Présent DES	1.171	0.797	0.205
	Présent DDES	1.109	0.712	0.209
$Re = 140000$	Exp. [126](1983)	1.237	–	0.179
	Exp. [132](1961)	0.62/0.74		0.27
	DES [39]	0.57/0.65	0.06/0.1	0.28/0.31
	2D RANS [39]	0.56		
	LES [133]	1.05	–	0.19
	Présent DES	0.890	0.348	0.199
	Présent DDES	0.815	0.215	0.197
$Re = 10^6$	Données Exp. publiées	0.21 0.63	0.03 0.15	0.18 0.5
	2D URANS [131]	0.5174	0.0901	0.2823
	2D LES [128]	0.591	–	–
	Présent DES	0.7605	0.140	0.202
	Présent DDES	0.743	0.177	0.210

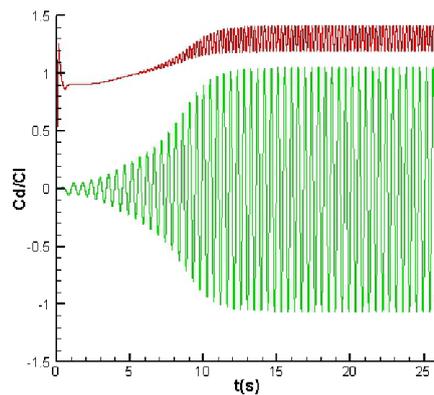
Pour un nombre de Reynolds $Re = 1000$, l'écoulement est faiblement turbulent. Les évolutions temporelles des coefficients de pression moyenne, de portance et de traînée sont représentées sur les figures 4.26. Les valeurs du nombre de Strouhal et du coefficient de traînée moyen sont déterminées à l'aide de ces figures. On constate que le nombre de Strouhal, associé à l'allée de Von Karman, est en très bon accord avec les résultats issus des études antérieures. Le coefficient de traînée obtenu dans cette étude (DES et DDES) est également en excellent accord avec les études numériques existantes en configuration 2D comme le montre le tableau 4.9, mais présentent certaines disparités avec le résultat expérimental de Zdravkovich [122] obtenu pour $Re = 1240$.

Sur la figure 4.27, une comparaison du coefficient de pression moyenne est réalisée à $Re = 10^4$ entre nos études (DES et DDES) et les résultats expérimentaux de Norberg [124] obtenu pour $Re = 8000$. D'après le Tab.4.9 on peut remarquer que le coefficient de traînée obtenu par la DDES est en bon accord avec la DNS [125], cependant le nombre de Strouhal excède légèrement les valeurs des études antérieures. Les coefficients de pression que nous avons obtenu sont légèrement plus faibles que ceux des expériences et de la DNS, $\theta > 60$.

L'évolution du coefficient de pression pour $Re = 50000$ en fonction de l'angle θ , mesuré à partir du point d'arrêt amont, est représenté sur la figure 4.28 tandis que la figure 4.29 présente la distribution du coefficient de pression moyenne en fonction de l'angle θ pour $Re = 1.4 \cdot 10^5$. En effet, Pour les différents cas présentés ci dessus, l'écoulement est entièrement laminaire tout au long de la surface amont du cylindre (la où les résultats DES/DDES sont confondus avec les expériences et les DNS) mais des phénomènes 3D apparaissent en aval du cylindre et doivent être pris en compte dans la modélisation pour approcher finement les résultats expérimentaux. Pour un nombre de Reynolds $Re = 10^6$, un modèle 3D serait nécessaire pour approcher la réalité des phénomènes expérimentaux. Il est néanmoins inutile d'étudier des écoulements plus fortement turbulents en 2D pour estimer la limite de la modélisation



(a)



(b)

FIGURE 4.26 a) C_p moyen ; b) C_D, C_L autour d'un cylindre pour $Re = 1000$

actuelle lorsque la turbulence est pleinement 3D et que ces phénomènes 3D deviennent beaucoup trop importants. La figure 4.30 illustre la distribution du coefficient de pression moyenne en fonction de l'angle θ à $Re = 10^6$.

Afin de tester la performance de modèle de paroi, on traite ce dernier cas en associant à la DDES le modèle TBLE.

Nous tenons à rappeler que la simulation bidimensionnelle faisant intervenir la DDES en conjonction avec le modèle de paroi simplifié (TBLE) ne peut

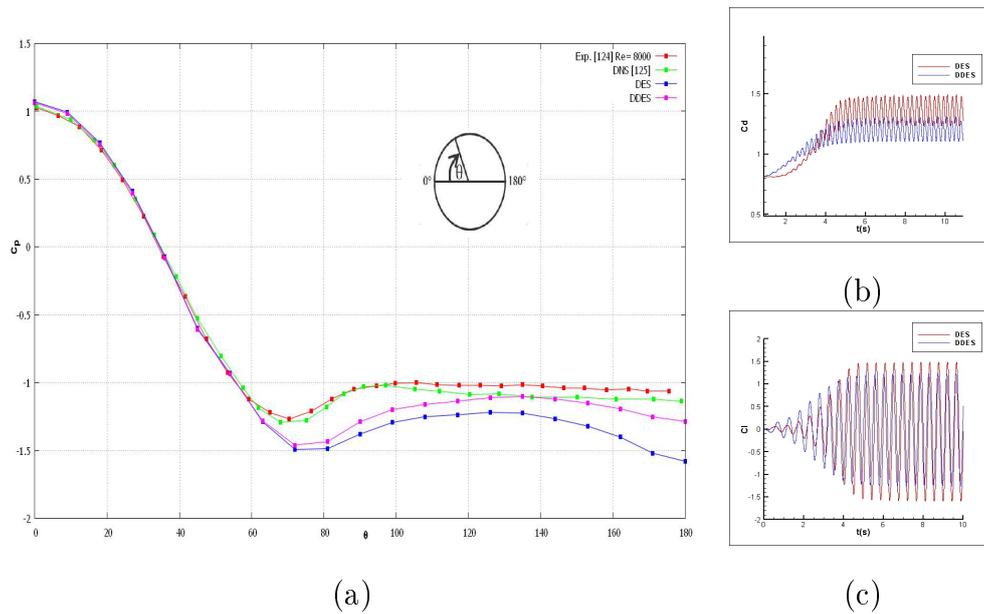


FIGURE 4.27 a) C_p moyen ; b) C_D ; c) C_L autour d'un cylindre pour $Re = 10^4$

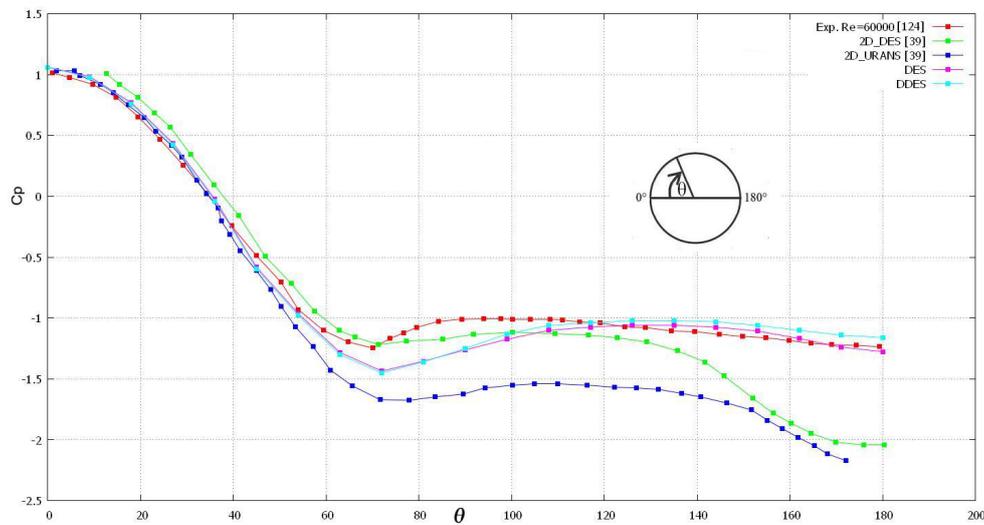


FIGURE 4.28 Coefficient de pression moyenne autour d'un cylindre pour $Re = 5 \cdot 10^4$

nullement capturer tous les détails de l'écoulement, intrinsèquement tridimensionnel. La tentative est d'étudier la possibilité d'un lien entre la modélisation de la couche de cisaillement, connue d'être à deux dimensions, et la "crise de traîné". Pour le modèle de paroi, utiliser un maillage unidimensionnel formé

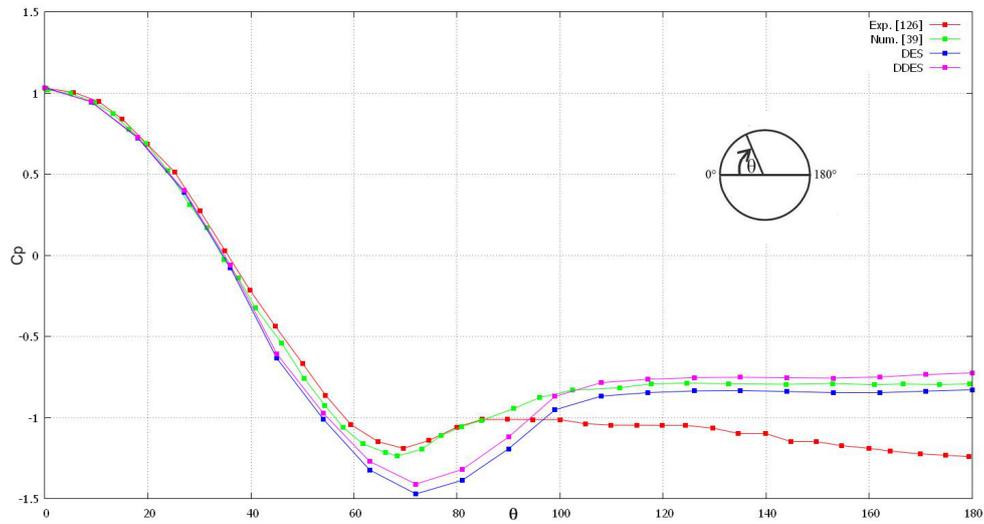


FIGURE 4.29 Coefficient de pression moyenne autour d'un cylindre pour $Re = 14 \cdot 10^4$

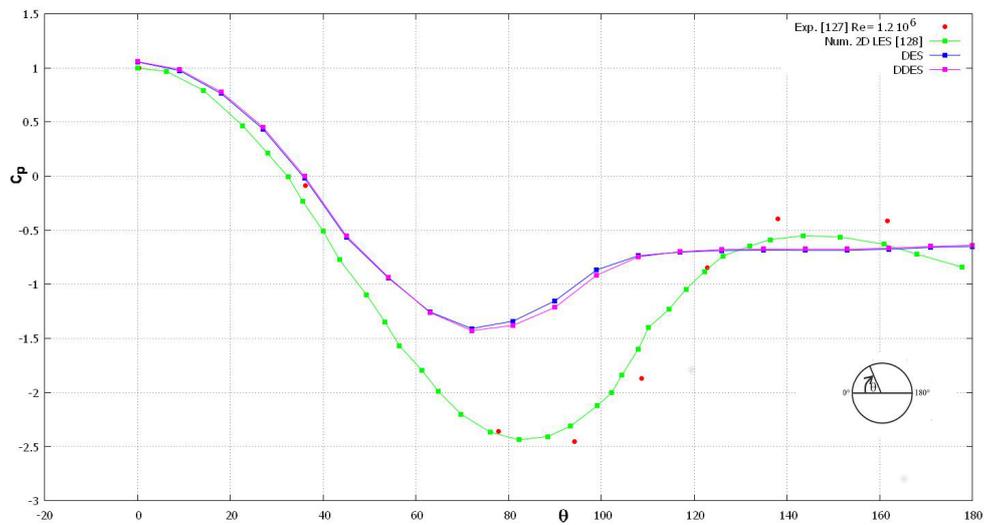


FIGURE 4.30 Coefficient de pression moyenne autour d'un cylindre pour $Re = 10^6$

de 20 points entre la première maille fluide et la peau du cylindre semble être suffisant pour obtenir un résultat de meilleure qualité tout en minimisant les coûts de calcul engendré par un calcul 2D avec un maillage plus dense ou un calcul 3D. Les résultats obtenu par la DDES-TBLE sont examinés et dressés

dans le tableau 4.10 : La figure 4.31 illustre une comparaison entre profil de

TABLE 4.10

	cas	C_D	$C_{L_{RMS}}$	St
$Re = 10^6$	Données Exp. publiées	0.21-0.63	0.03-0.15	0.18-0.5
	2D URANS [131]	0.5174	0.0901	0.2823
	2D LES [128]	0.591		
	Présent DDES	0.743	0.177	0.210
	Présent DDES-TBLE	0.349	0.011	0.248

coefficient de pression moyenne obtenu avec DDES, DDES-TBLE et le résultat expérimental de Warschauer *et al.* [127]. On montre ainsi l'apport de TBLE sur l'amélioration de la description du profil de pression moyenne, par comparaison aux expériences. La figure 4.32 présente une comparaison de coefficient

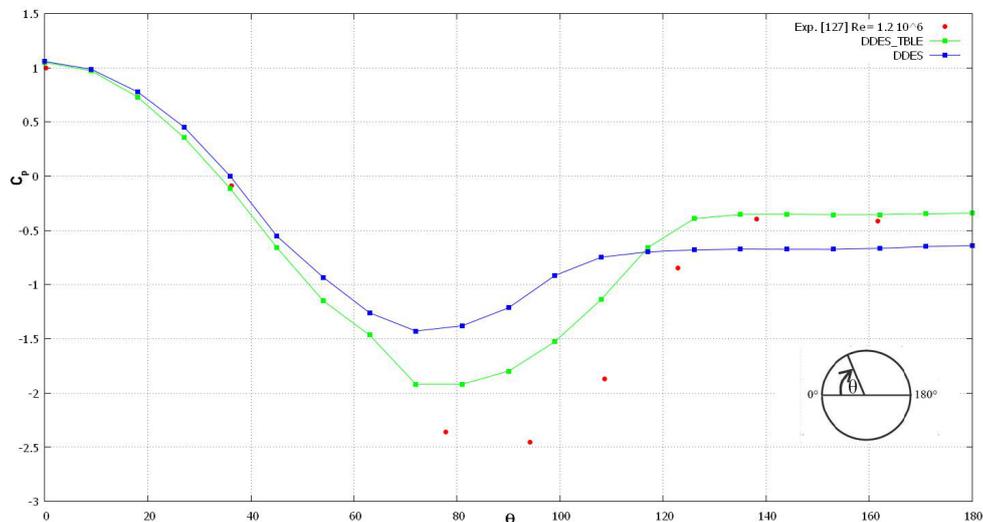


FIGURE 4.31 Coefficient de pression moyenne autour d'un cylindre pour $Re = 10^6$

de pression moyen sur le cylindre obtenu par la simulation DDES pour différents nombres de Reynolds. L'évolution de ces profils montre que la dépression à l'aval du cylindre diminue quand le nombre de Reynolds augmente. Selon

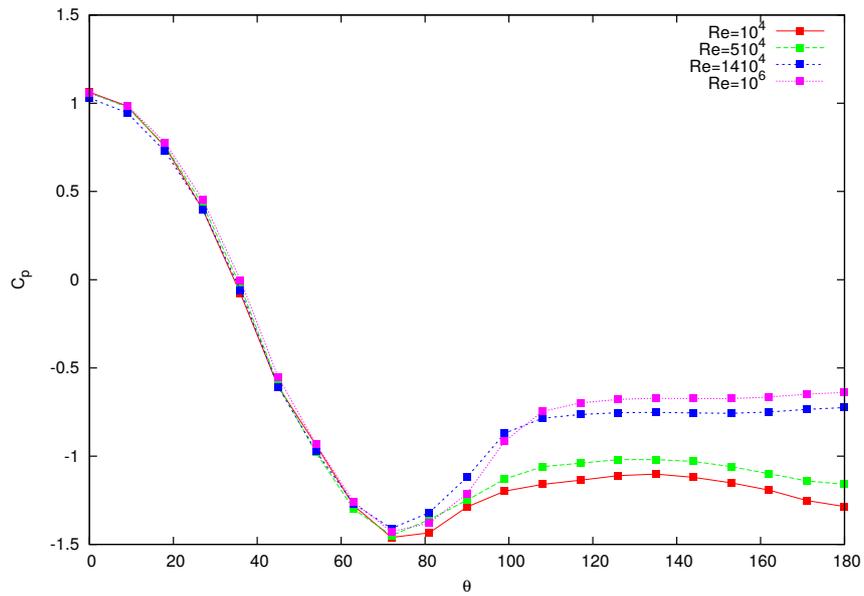


FIGURE 4.32 Coefficient de pression moyenne sur le cylindre pour différents nombres de Reynolds

([158],[159]), cette augmentation se traduit par une diminution du coefficient de traînée et indique que l'écoulement considéré se situe à l'entrée du régime critique. Signalons aussi que le nombre de Reynolds critique diminue avec l'intensité turbulente en amont.

4.4.3 Simulation numérique de l'écoulement tridimensionnel turbulent autour d'un cylindre à $Re = 3900$

Dans cette partie l'écoulement turbulent 3D autour d'un cylindre circulaire à $Re = 3900$ est étudié. En effet, la présence d'un décollement massif sur cette configuration a fait de lui, un cas test bien adapté aux approches telles que la DES. Dans notre cas, les approches mises en oeuvre pour ce cas test est le modèle DDES et DDES avec un modèle de paroi (DDES-TBLE).

Les dimensions du domaine de calcul sont $20D \times 20D \times \pi D$ (voir figure 4.33). La longueur en amont du cylindre est fixé à $5D$, en effet la dimension du domaine de calcul est en accordance avec la LES de Parnaudeau *et al* [173] et la LES de [185].

Une vitesse uniforme sans turbulence artificielle est imposée à l'entrée du do-

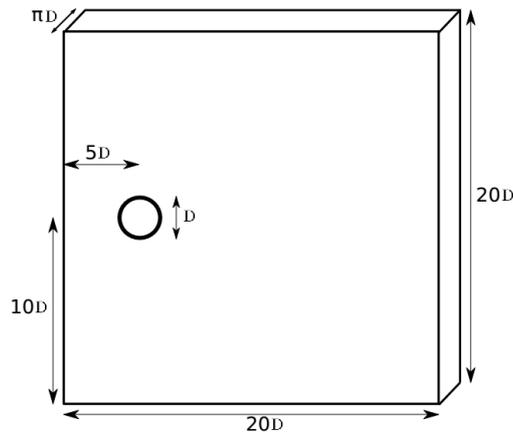


FIGURE 4.33 Domaine de calcul de l'écoulement turbulent autour d'un cylindre à $Re = 3900$

main. En haut et en bas, les conditions de surface sont considérées comme symétriques. Dans la direction de l'envergure, la périodicité est utilisée.

La simulation est réalisée sur un maillage cartésien $310 \times 200 \times 32$ raffiné dans un voisinage cylindre et dans son sillage avec un pas d'espace minimal $\Delta x_{min} = 210^{-2}D$. La modélisation de l'obstacle est effectuée par la méthode de pénalisation en utilisant 256 éléments triangulaires pour la représentation

du cylindre circulaire.

Le pas de temps numérique adimensionnel ($\Delta t^+ = \Delta t \frac{U}{D}$) est fixé à 10^{-2} . La modélisation DDES impose la résolution d'une équation de transport de la pseudo-viscosité turbulente $\tilde{\nu}$, le schéma upwind est imposé. Le pas de temps utilisé pour cette dernière est égal à celui utilisé pour la résolution des équations de Navier-Stokes.

Pour ce régime d'écoulement, la couche limite est laminaire sur le cylindre, ainsi on a choisi d'imposer $\tilde{\nu} = 0.1\nu$ comme condition initiale, avec ν la viscosité cinématique du fluide.

Le modèle de paroi impose l'utilisation d'un maillage $1D$ au niveau de la cellule adjacente à la paroi, ainsi un pas d'espace $\Delta x = 10^{-4}D$ est utilisé pour le maillage de la couche limite.

A l'aide de la technique de calcul d'efforts, les forces exercées sur le cylindre sont calculées.

Les simulations ont été moyennées sur une période de $T = 60 \frac{U}{D}$, ce qui correspond à environ 12 périodes de lâchés tourbillonnaires.

Des études numériques et expérimentales relativement récentes ont été choisies de la littérature pour la validation de notre cas d'étude. Les résultats obtenus par les simulations numériques DDES et DDES-TBLE sont dressés dans le tableau (Tab. 4.11).

Il est clair d'après le tableau (Tab. 4.11) que le résultat obtenu est proche de la DNS de Ma *et al.* [184] et de la LES de Etcheverlepo [185]. La figure 4.34 montre les lignes de courant de l'écoulement moyen pour la DDES et la DDES avec modèle de paroi TBLE. Deux zones de recirculation attachées au cylindre, contrarotatives et symétriques par rapport à l'axe $Y/D = 0$, se forment derrière l'obstacle. Ces deux recirculations résultent des tourbillons alternés de Von Karman. On peut déjà remarquer que la longueur de recirculation de la DDES en conjonction au modèle TBLE est plus précise que celle obtenue par la DDES.

La figure 4.35 représente une comparaison de la vitesse moyenne longitudi-

TABLE 4.11 Comparaison des quantités globales de notre DDES et DDES-TBLE avec les données numériques et expérimentales publiées.

	\bar{C}_D	L/D	St
Exp. Lourenco et Shih [175]	0.98 ± 0.05	1.33 ± 0.2	0.215 ± 0.005
Exp. Parnaudeau et al. [173]	-	1.51	0.208 ± 0.002
Kahil(LES)[176]	1.02	1.49	0.207
Ma <i>et al.</i> (DNS) Case II [184]	0.84	1.59	0.22
Etcheverlepo(LES)[185]	-	0.88	0.191
Présent DDES	0.82	0.6	0.21
Présent DDES-TBLE	0.87	1.01	0.226

nale le long de la ligne médiane du sillage ($Y/D = 0$) avec différents résultats expérimentaux. Le profil de vitesse obtenu par la DDES avec modèle de paroi correspond le mieux au profil de vitesse issu des expérimentations de Lourenco et Shih [175].

On peut aussi noter que le déficit de la vitesse maximale dans la région de sillage est aussi en accord avec la valeur de Lourenco et Shih [175].

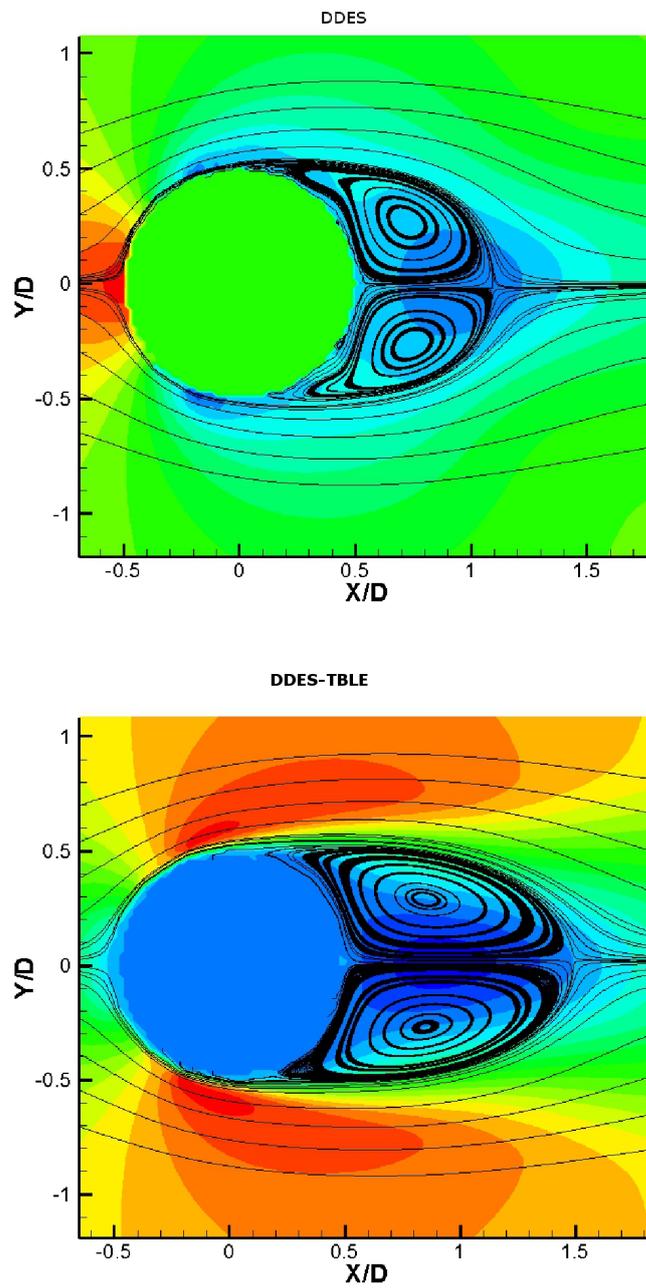


FIGURE 4.34 Lignes de courant du champ de vitesse moyen

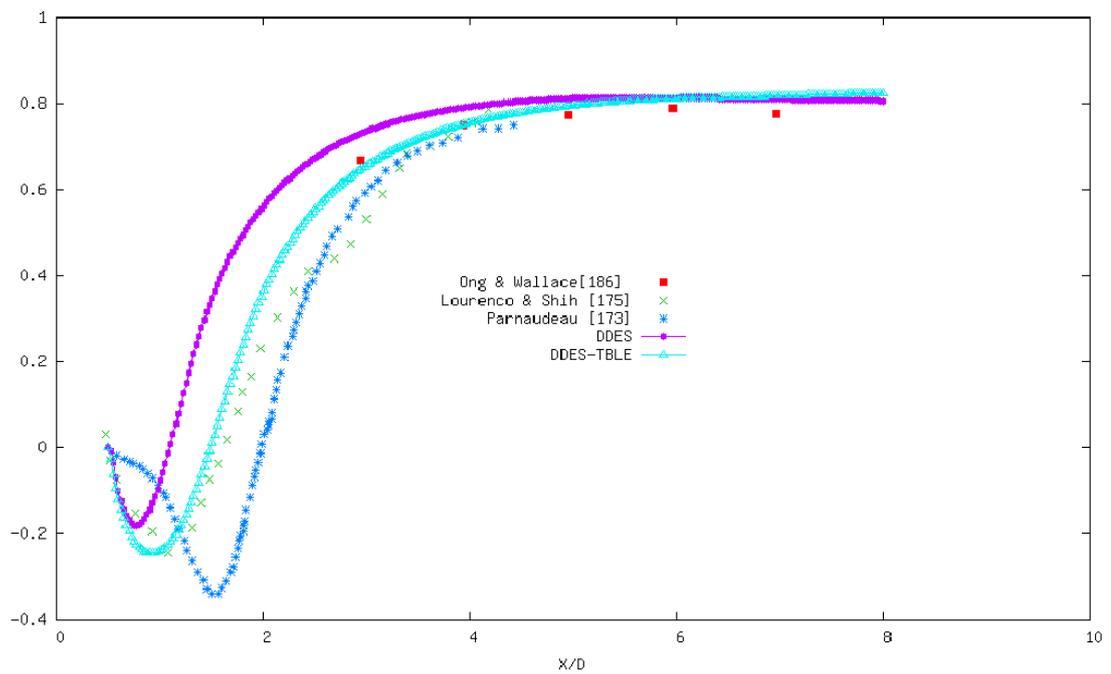


FIGURE 4.35 Comparaison de la vitesse moyenne longitudinale le long de la ligne médiane du sillage ($Y/D = 0$)

Chapitre 5

Revue des théories

aérodynamiques appliquées aux rotors éoliens

Dans ce chapitre, on présente dans un premier temps les méthodes aérodynamiques utilisées pour la modélisation des rotors éoliens. Ces méthodes varient en précision et complexité, allant des méthodes basées sur l'aérodynamique du profil qui simplifient l'écoulement autour du profil de pale, à des méthodes de la simulation complète prenant en compte la géométrie réelle de la pale.

Ensuite, on présente la simulation bidimensionnelle de la géométrie complète d'un profil S809. Notons que le profil S809 est spécifiquement conçu par le NREL pour les éoliennes à axe horizontal.

5.1 Les variables aérodynamiques

5.1.1 La corde

La corde c d'un profil aérodynamique joint le bord d'attaque (partie arrondie du profil) et le bord de fuite.

Les essais expérimentaux et numériques montrent que la force de portance des profils se crée sur le premier quart de la corde. Généralement, le point $c/4$ du bord d'attaque est le point d'application des forces aérodynamiques.

5.1.2 La vitesse relative

La vitesse relative V_r est la composition vectorielle du vent extérieur V_∞ et la vitesse $r\Omega$ du déplacement du profil aérodynamique avec Ω la vitesse de rotation de l'éolienne. Si le profil est immobile alors la vitesse relative n'est autre que la vitesse du vent non perturbé V_∞ .

5.1.3 L'angle d'attaque

L'angle d'attaque α est l'angle formée par la corde c du profil aérodynamique par rapport à la direction de la vitesse relative du vent.

5.1.4 Le Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds Re est le rapport entre la force d'inertie et la force de viscosité et il est donné par la formule suivante :

$$Re = \frac{\rho V_r c}{\mu}$$

avec V_r est la vitesse de vent relative sur la pale, ρ la densité, c la corde, et μ la viscosité.

5.1.5 La force de portance

La portance L est la force perpendiculaire à la direction relative de vent, dirigée de l'intrados vers l'extrados. Cette force est engendrée par la différence de pression due à une dépression sur l'extrados et une surpression sur l'intrados. Le coefficient de portance peut être défini comme suit :

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}$$

Dans le cas d'étude d'une section $2D$ de pale, S est égale la corde c du profil de pale. S représente la surface balayée par le rotor dans le cas d'étude $3D$ d'une éolienne.

5.1.6 La force de traînée

La force de traînée D est de même sens et de même direction que la vitesse relative de l'écoulement. Deux types de forces de traînées sont présentes : la traînée de frottement qui dépend de la rugosité de la paroi et de la viscosité du fluide et la traînée de pression qui dépend de l'importance de la dépression dans le sillage. Pour des faibles angles d'attaque, lorsque l'écoulement reste attaché au profil, la traînée est essentiellement due au frottement et son ampleur est limitée, alors que la portance est dominante. Par contre, quand un profil est fortement incliné par rapport au vent, l'écoulement se détache, une dépression apparaît dans le sillage, et la traînée de pression devient dominante, c'est le

décrochage aérodynamique.

Le coefficient de traînée peut être défini comme suit :

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}$$

Dans le cas d'étude d'une section $2D$ de pale, S est égale à la corde c du profil de pale. S représente la surface balayée par le rotor dans le cas d'étude $3D$ d'une éolienne.

5.1.7 La force normale

La force normale N est la force perpendiculaire à la corde. Elle peut être exprimée en fonction des forces de portance, traînée et de l'angle d'attaque :

$$N = L \cos \alpha + D \sin \alpha$$

Le coefficient de la force normale peut être défini comme suit :

$$C_N = \frac{N}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}$$

5.1.8 La force tangentielle

La force tangentielle T est la force alignée avec la corde. Elle peut être exprimée en fonction des forces de portance, traînée et de l'angle d'attaque :

$$N = L \sin \alpha - D \cos \alpha$$

Le coefficient de la force tangentielle peut être défini comme suit :

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2 S}$$

5.1.9 Le coefficient de pression

Le coefficient de pression C_p est donnée par :

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho(V_\infty^2 + (\Omega r)^2)}$$

où Ω est la vitesse de rotation et r est la distance entre le moyeu et la section de pale.

5.1.10 Coefficients de forces aérodynamique

Il est très utile pour les études aérodynamiques d'exprimer les forces de manière adimensionnelles, pour ce faire on se réfère à la figure 5.1 :

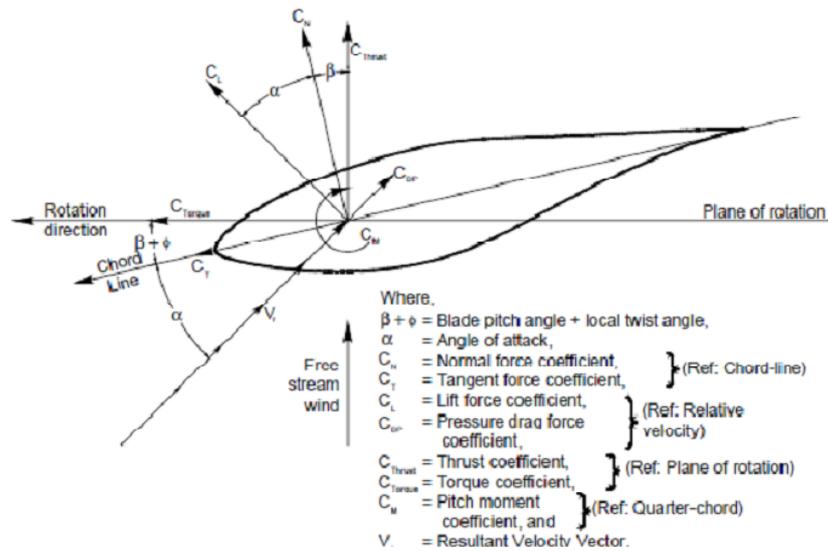


FIGURE 5.1 Coefficients de forces aérodynamique [170]

5.2 Régulation mécanique de la puissance d'une éolienne

Une turbine éolienne est dimensionnée pour développer sur son arbre une puissance dénommée puissance nominale P_n . La puissance P_n est obtenue à partir d'une vitesse du vent v_n , dénommée vitesse nominale. Lorsque la vitesse du vent est supérieure à v_n , la puissance de sortie peut dépasser les limites fixées par la résistance de la structure du rotor. En plus, la puissance du rotor est limitée par la puissance maximale autorisée du générateur et s'il dépasse cette limite, cela peut entraîner de graves problèmes dans le générateur. Ainsi,

la turbine éolienne doit modifier ses paramètres afin d'éviter l'augmentation continue de la puissance à des vitesses de vent élevées et la destruction mécanique qui en résulterait, de sorte que sa vitesse de rotation reste pratiquement constante. L'idée qui se présente alors est de réduire les forces aérodynamiques soit en modifiant l'angle d'attaque, ce qui réduit le projeté de la surface balayée par le rotor (modification du lacet "yawing") ou en modifiant la vitesse relative au niveau des pales de rotor, ce qui revient à modifier la vitesse de rotor vu que la vitesse de vent est incontrôlable. L'angle d'attaque peut être contrôlé en modifiant l'orientation des pales ("pitch angle") de sorte que l'angle d'attaque diminue, ainsi moins d'énergie est extraite du vent. Il est aussi possible de changer l'orientation des pales ("pitch angle") à un angle d'attaque plus grand que l'angle d'attaque critique (séparation de l'écoulement d'air au niveau de la surface de pale), ce qui limite dans ce cas l'augmentation de la puissance extraite.

Une autre méthode de régulation de la puissance est la régulation de décrochage. Signalons qu'à des vitesses de vent élevées, le décrochage aérodynamique peut se produire même sans la régularisation du pas de la pale "pitch regulating". Ainsi, la régulation du décrochage est basée sur la conception aérodynamique du rotor. La pale est conçue ("blade twist") de telle sorte que le décrochage se produit à certaines vitesses de vent. Cependant, il est intéressant de noter qu'il est difficile de concevoir une pale réglementée qui maintient le même niveau de puissance pour certaines vitesses de vent fort et que les pales à pas régulé produisent des puissances plus stables à des vitesses de vent élevées.

5.3 Méthodes numériques pour l'étude de l'aérodynamique des éoliennes à axe horizontal

Dans le but de réduire le coût associé à l'extraction de l'énergie éolienne, il est important de maximiser l'efficacité de la conversion de l'énergie éolienne en énergie mécanique. L'aérodynamique du rotor est un facteur clé pour atteindre

cet objectif. En outre, la capacité de prédire le sillage en aval d'une éolienne est un facteur important pour déterminer les interactions entre les turbines lorsque des champs d'éoliennes sont conçus..

Les travaux de recherche menés dans ce domaine ont permis une amélioration substantielle dans la conception et la simulation du rotor éolien. En effet, l'écoulement autour et en aval d'une turbine éolienne est analysé grâce à des procédés qui varient en précision et complexité, allant de simples modèles analytiques et semi-empiriques, qui adoptent des hypothèses simplificatrices et ne sont donc pas universels mais sont fiables, à des approches issues de la CFD "Computational Fluid Dynamics" du rotor éolien, qui offrent une meilleure alternative à des mesures directes compliquées et coûteuses.

5.4 Théorie de l'élément de pale-quantité de mouvement (Blade element momentum theory)

Le concept du disque actuateur (actuator disk) est probablement le plus ancien outil analytique pour évaluer les performances du rotor éolien. Dans ce modèle, le rotor est représenté par un disque semi-perméable d'épaisseur nulle et de diamètre défini par l'aire balayée par les pales du rotor tout en considérant l'influence des forces de surface. Le modèle de disque actuateur classique est basé sur les bilans de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie appliqués à un écoulement unidimensionnel et un fluide parfait et incompressible. Combinée à la méthode d'élément de pale, qui repose sur l'étude de l'écoulement de chaque tranche indépendamment et sur la détermination des forces aérodynamiques en se basant sur les coefficients de portance et de traînée du profil dépendants de l'angle d'incidence, on tombe sur la méthode classique élément de pale-quantité de mouvement (Blade element momentum theory (BEM)) [171]. Pour la méthode (BEM), le rotor est découpé en plusieurs parties radiales à partir desquelles le coefficient de couple (torque coefficient) est calculée. Étant efficaces et peu coûteuses en

temps de calcul, les méthodes (BEM) ont été très populaires pour la conception technique, à condition que de bonnes données aérodynamiques soient disponibles pour les coefficients de traînée et de portance en fonction de l'angle d'attaque. Cependant, ces méthodes basées sur l'hypothèse d'un écoulement pseudo-stationnaire, sont incapables de modéliser avec précision les effets tri-dimensionnels. En effet, les modèles (BEM) sont fortement influencés par le choix des données aérodynamiques et dépendent de corrections empiriques au profil (2D) pour tenir compte des effets (3D), tels que la perte de pointe (tip loss), le débit de rotation (rotational flow) et le décrochage dynamique (dynamic stall).

Vu leur simplicité et en dépit de leurs inconvénients, les méthodes (BEM) sont les plus utilisées pour la conception et l'analyse des éoliennes à axe horizontal. D'ailleurs, les chercheurs tentent d'augmenter la précision des méthodes (BEM) dans la phase de décrochage et le post-décrochage aérodynamique. Ces études ont été réalisées par l'utilisation des méthodes CFD en 2D combinées avec des expériences pour produire les tables de consultation de profils aérodynamiques nécessaires à (BEM).

5.5 Méthodes tourbillonnaires

Les méthodes tourbillonnaires [172] sont des méthodes potentielles basées sur le remplacement de l'écoulement réel au travers du rotor par un écoulement non-visqueux et irrotationnel (en dehors de la couche limite de la pale) au travers d'un système tourbillonnaire équivalent. La solution de l'écoulement est fournie par l'assemblage des contributions d'un ensemble de tourbillons (singularités) distribués le long de la ligne ou de la surface représentant la pale et aussi dans le sillage. Ainsi, des tourbillons attachés ayant des caractéristiques rotatives et exerçant des forces de portance équivalentes (théorème de Kutta-Joukowski) sur le fluide remplaçant les pales et des nappes de tourbillons libres détachées des pales (théorème de Helmholtz) émanant du bord de fuite sont

présents dans le système tourbillonnaire équivalent.

L'approche de la ligne portante a pour avantage l'utilisation des caractéristiques des profils (prenant en compte les effets visqueux et l'effet de compressibilité). Cependant, l'approche de surface portante est plus précise. En effet, la géométrie des pales est représentée exactement par des surfaces de singularités de type tourbillon ou dipôle. Ainsi, la simulation complète de l'écoulement potentiel permet un calcul relativement rapide (par comparaison aux méthodes basées sur la simulation des équations de Navier-Stokes) et de précision satisfaisante en l'absence de décollement.

La représentation de la structure tourbillonnaire du sillage éolien est réalisée soit par une méthode de sillage fixe en fixant la géométrie du sillage, soit par une méthode de sillage libre en résolvant le problème de détermination du sillage. Pour chaque lâcher tourbillonnaire, la loi de Biot-Savart est utilisée et des résultats plus réalistes sont obtenus en contre partie d'un coût de calcul plus onéreux en comparaison avec les méthodes (BEM). Cependant, dans le cas d'un décrochage massif, l'hypothèse d'un écoulement non-visqueux devient clairement invalide et une méthode de représentation de la couche limite doit alors être couplée à la représentation tourbillonnaire.

5.5.1 Méthodes basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes

La compréhension du comportement dynamique des éoliennes modernes nécessite le recours à la simulation aérodynamique basée sur la simulation complète des pales avec leur géométrie réelle. La résolution des équations de Navier-Stokes est la méthode la plus précise et complète permettant l'étude des géométries très complexes combinées à un décollement et même en cas d'éoliennes en dérapage.

Les éoliennes sont soumises à des écoulements ayant un faible nombre de Mach (qui dépasse rarement 0,25), qui sont turbulent, avec un nombre de Reynolds

qui dépasse généralement 10^6 . Ce fait justifie l'utilisation de solveurs fluides incompressibles pour la plupart des études des écoulements autour d'éoliennes. Il est à noter qu'un maillage très fin est nécessaire afin d'assurer la bonne modélisation de la couche limite et la résolution précise de l'écoulement autour des pales aussi bien que la modélisation du sillage, ce qui exige une puissance et un temps de calcul importants.

Différents solveurs commerciaux basés sur la résolution des équations de Navier-Stokes ont été utilisés pour l'étude de l'éolienne.

Généralement, dans le cas de rotation de la turbine, le rotor est découplé du reste des composantes qui sont fixes. Souvent, référentiels mobiles, maillages glissants ou des flux de mailles sont utilisés.

Les équations de Navier-Stokes couplées avec certains modèles de turbulence tels que les approches (RANS) et (DES) sont résolues. Étant donné que la (DES) combine la précision de la simulation des grandes échelles (LES) dans la zone de séparation des structures tourbillonnaires et l'efficacité de l'approche (RANS) à l'intérieur de la couche limite. Cela donne à la (DES) la possibilité de mieux résoudre la séparation du fluide et le décrochage du profil.

5.6 Méthodes hybrides

La simulation de la géométrie complète des pales nécessite la présence d'un nombre énorme de mailles dans le domaine de calcul afin de reproduire les effets de la couche limite, ce qui conduit à un temps de calcul prohibitif et à la nécessité de génération automatique de maillages non-structurés 3D difficile à réaliser.

Afin d'accélérer le calcul d'une résolution complète des équations de Navier-Stokes et de tirer profit des méthodes (BEM), des méthodes (BEM) intégrés dans des calculs CFD ont vu le jour. Ces modèles hybrides constituent une solution pratique pour la simulation des éoliennes et des parcs. Ainsi, l'écoulement

ment d'un fluide visqueux incompressible à travers un rotor éolien est simulé en utilisant les équations de Navier-Stokes dans lesquelles un terme source f permettant de modéliser les efforts des pales est introduit. La surface réelle des pales est remplacée par les efforts qui s'exercent sur l'écoulement. Deux modules constituant le modèle hybride se présentent : le premier est un solveur de Navier-Stokes permettant le calcul de l'écoulement à travers le rotor et la détermination du champ de vitesse et le second est un logiciel qui permet de calculer les efforts aérodynamiques appliqués sur les pales en utilisant la théorie de l'élément de pale.

Dans la littérature, différents modèles hybrides existent. On peut citer par exemple les modèles de disque actif, de ligne active, de surface active, de cylindre actif ...

Ces modèles diffèrent dans leur façon de représenter le rotor et d'appliquer les efforts.

Parmi les méthodes hybrides on peut encore citer la méthode de Sankar *et al.* [178, 179, 180] qui proposent un couplage Navier-Stokes/écoulement potentiel/sillage libre développé initialement pour prédire l'écoulement visqueux 3D sur des rotors d'hélicoptères, puis étendu au traitement de l'écoulement autour des éoliennes à axe horizontal. Le domaine de calcul est divisé en différentes régions, chacune résolue par la méthode appropriée : solution Navier-Stokes près des pales, la représentation de l'écoulement potentiel sur la zone externe et une collection de méthodes vortex pour la modélisation du champ de tourbillon.

En conclusion, pour la simulation d'un parc éolien, la plus part des méthodes consistent à modéliser une partie ou la totalité du domaine de calcul. En effet, les outils de simulation actuels ne permettent pas la simulation d'un parc éolien dans son ensemble. Des hypothèses simplificatrices sont toujours envisagés. Il est à noter que même la simulation d'une éolienne isolée exige une puissance et un temps de calcul importants. En effet, un maillage très fin est nécessaire afin d'assurer la bonne modélisation de la couche limite et la résolution précise

de l'écoulement autour de l'éolienne.

Dans notre cas d'étude, on utilise un maillage non conforme à la géométrie de l'obstacle, ce qui exige un maillage beaucoup plus fin pour reproduire la géométrie complexe et délicate de la pale afin d'assurer une résolution fiable et précise autour de la pale et dans son sillage. Cette tâche s'avère être très coûteuse en temps de calcul surtout si l'on utilise une simulation LES. L'utilisation de la méthode DDES avec modèle de paroi semble être un choix judicieux. Afin d'étudier la réponse de cette méthode, on considère dans ce qui suit une simulation numérique complète 2D de l'écoulement autour d'un profil S809.

5.7 Simulation numérique complète 2D de l'écoulement autour d'un profil S809

Une simulation de la géométrie réelle du profil S809 (figure 5.2) pour un nombre de Reynolds égal à 210^6 est réalisée en utilisant la méthode DDES et la DDES en conjonction avec le modèle de paroi TBLE.

On choisit le profil S809 grâce à la disponibilité de bases de données expérimentales et numériques diverses. Pour la simulation, on a gardé la même configuration que celle utilisée dans le chapitre précédent pour traiter l'écoulement bidimensionnel autour d'un cylindre à haut nombre de Reynolds en plaçant le profil S809 au lieu du cylindre et on a divisé le nombre de mailles par 2. Ainsi, un maillage 420×240 est utilisé.

Les calculs sont menés pour différents angles d'attaque ($\alpha = 0^\circ, 1.02^\circ, 5.13^\circ, 9.22^\circ, 14.24^\circ$). Les itérations ont été poursuivies jusqu'à la stabilisation des forces de portance et de traînée. Les coefficients de traînée et de portance sont calculés et la repartition du coefficient de pression est extraite le long de la corde.

Afin de valider nos simulations, les résultats obtenus pour les coefficients de portance et de traînée seront comparés aux résultats d'essais dans la soufflerie de l'Université de Delft [134] pour un nombre de Reynolds $Re = 210^6$. On

rappelle que le coefficient de pression C_p est défini comme :

$$C_{p,i} = \frac{P - P_i}{1/2\rho_\infty U_\infty^2} \quad (5.1)$$

avec P est la pression statique.

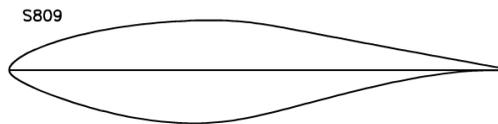


FIGURE 5.2 Profil NREL S809

Les forces aérodynamiques du profil issues de la simulation DDES sont présentées dans le tableau (Tab. 5.1).

On peut remarquer que le modèle DDES semble avoir de difficultés pour la prédiction des coefficients de traînée et de portance surtout pour le cas $\alpha = 5.13^\circ$. Par ailleurs, le calcul pour un angle d'incidence supérieur à 5.13° est aberrant.

Les figures 5.3 et 5.4 présentent la répartition du coefficient de pression le

TABLE 5.1 Comparaison des quantités globales de notre simulation DDES avec les données expérimentales publiées.

α deg.	C_L		C_D	
	Exp.	calc. DDES	Exp.	calc. DDES
0	0.1469	0.1558	0.007	0.0389
5.13	0.7609	0.0885	0.007	0.0328

long de profil pour un angle d'incidence $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 5.13^\circ$ extraite à partir du calcul DDES. On remarque que les distributions de pression issues du calcul DDES est trop faible tant sur l'extrados (partie supérieure de la courbe)

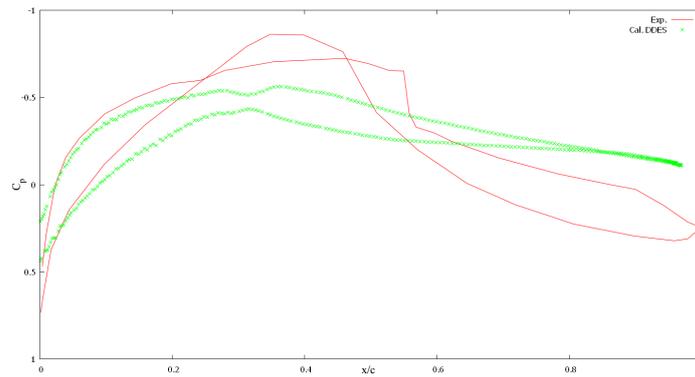


FIGURE 5.3 Répartition du coefficient de pression 0° pour la DDES

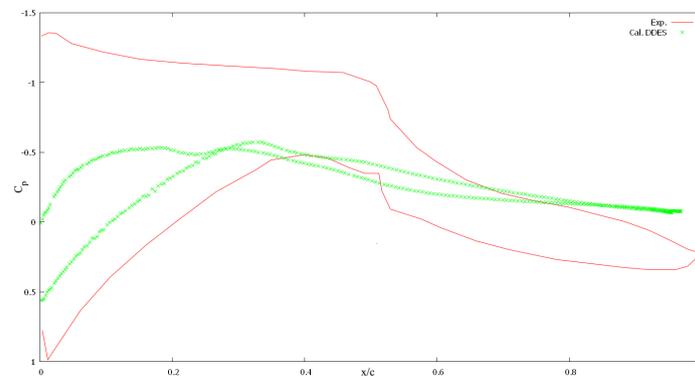


FIGURE 5.4 Répartition du coefficient de pression 5.13° pour la DDES

que sur l'intrados (partie inférieure de la courbe). En effet, l'échelle très réduite de la zone couche limite pour l'écoulement rend nécessaire un raffinement de maillage afin de pouvoir représenter avec suffisamment de précision ce qui se passe dans la zone couche limite. Le tableau (Tab.5.2) présente une comparaison entre les coefficients aérodynamiques expérimentaux et les valeurs calculées à l'aide du modèle DDES-TBLE.

La comparaison, montre un bon accord avec l'expérimental pour les différents angles d'incidence excepté les cas de $\alpha = 5.13^\circ$ et $\alpha = 9.22^\circ$ qui surestiment fortement les coefficients de traînée. On compare en particulier la distribution de la pression sur le profil issu des essais avec nos simulations présents. Les Figures 5.5, 5.6, 5.7, 5.8 et 5.9 présentent la distribution du coefficient de pres-

TABLE 5.2 Comparaison des quantités globales de notre simulation DDES-TBLE avec les données expérimentales publiées.

α deg.	C_L		C_D	
	Exp.	calc. DDES-TBLE	Exp.	calc. DDES-TBLE
0	0.1469	0.104	0.007	0.0095
1.02	0.2716	0.126	0.0072	0.0086
5.13	0.7609	0.702	0.007	0.0284
9.22	1.0385	1.201	0.0214	0.0576
14.24	1.1104	1.402	0.0900	0.122

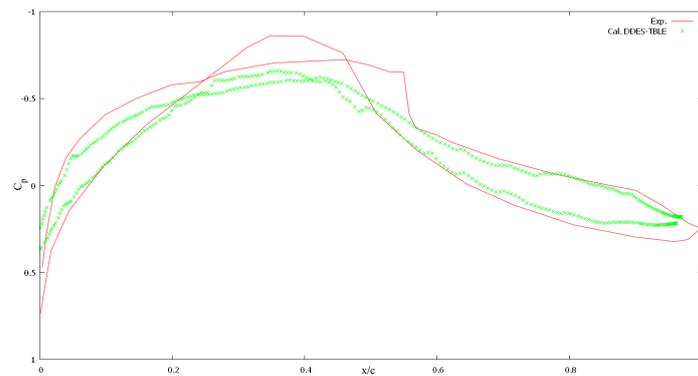


FIGURE 5.5 Répartition du coefficient de pression 0° pour la DDES-TBLE

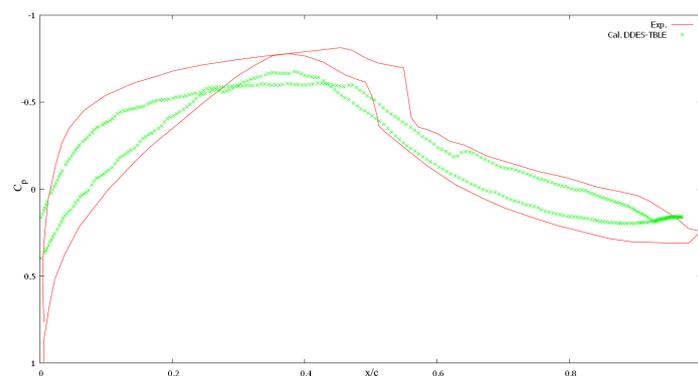


FIGURE 5.6 Répartition du coefficient de pression 1.02° pour la DDES-TBLE

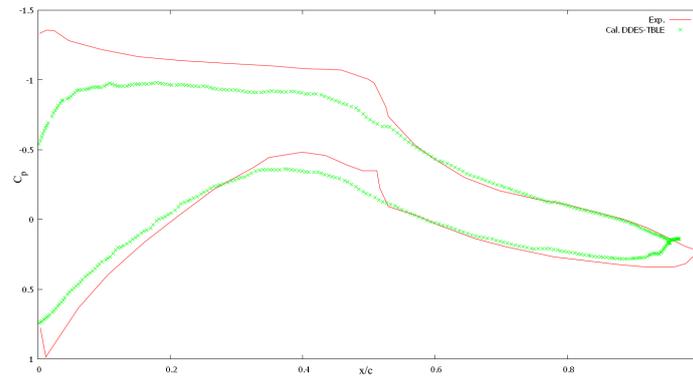


FIGURE 5.7 Répartition du coefficient de pression 5.13° pour la DDES-TBLE

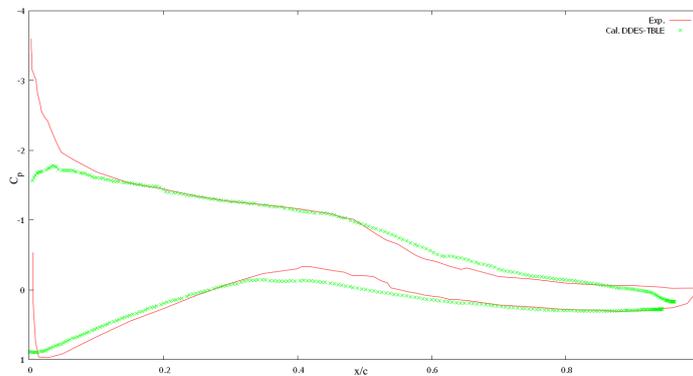


FIGURE 5.8 Répartition du coefficient de pression 9.22° pour la DDES-TBLE

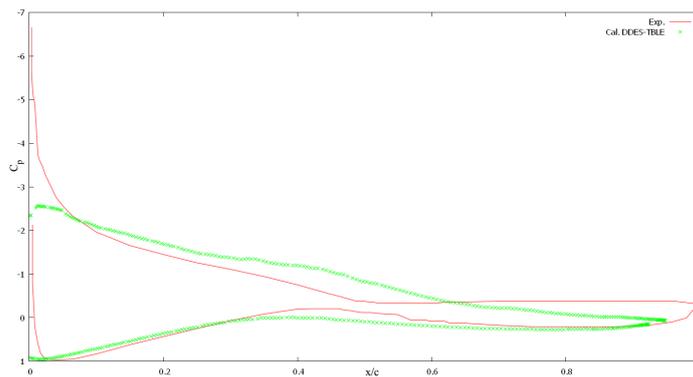


FIGURE 5.9 Répartition du coefficient de pression 14.24° pour la DDES

sion le long du profil pour la modélisation DDES-TBLE. Tout d'abord, on peut bien constater l'amélioration engendré par l'utilisation du modèle de paroi avec

la modélisation DDES. Cependant, on peut remarque pour les figures 5.5 et 5.6 que la modélisation DDES-TBLE sous-estime légèrement la répartition du coefficient de pression.

Pour tous les cas, la pression au bord de fuite du profil présente certaine erreur due à une simulation insuffisante pour capter les effet de la couche limite au bord de fuite.

Les distributions de pression proposées pour un angle d'incidence 9.22° sont presque superposées aux valeurs expérimentales (figure 5.8). Cependant, l'écoulement simulé n'atteint pas une telle sous pression au bord d'attaque.

Pour un angle d'attaque de 14.24° (figure 5.9), le coefficient de pression issu de l'expérimental produit une séparation de l'écoulement au bord de fuite, cette séparation n'est pas prédite par le modèle. En effet, le profil S809 a un bord de fuite relativement pointu qui est difficile à mettre en oeuvre avec un maillage cartésien.

L'amélioration des résultats obtenus exige de mailler encore plus la zone du bord de fuite afin de capter au mieux les séparations de l'écoulement. Aussi, continuer à développer le modèle de paroi TBLE en introduisant le terme temporelle et les gradient de pression peut s'avérer une solution adéquate.

En effet, le modèle de paroi TBLE implique l'introduction d'une maillage unidimensionnel fin dans les deux premières mailles adjacentes à la paroi. sur ce dernier maillage, on résout les équations de couche limite turbulente :

$$\frac{\partial}{\partial x_n} [(\nu + \nu_t) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_n}] = F_i \quad (5.2)$$

avec $F_i = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j}$

Dans ces équations n désigne la direction normale à la paroi et l'indice i concerne les directions tangentielles au plan pariétal ($i = 1, 3$).

Dans un premier temps, inspiré des travaux de Tessicini *et al.* [108] et pour des raison de simplicité de calcul, on a imposé $F_i = 0$.

Améliorer le modèle de paroi en introduisant le terme temporelle et le gradient de pression constitue une voie intéressante permettant plus de précision dans la prédiction des écoulements en présence d'obstacles et un gain en temps de

calcul, étant donné qu'un maillage excessif n'est plus demandé.

Conclusions et perspectives

L'étude menée dans le cadre de ce mémoire de thèse avait pour but d'étendre l'utilisation des méthodes de type domaines fictifs et en particulier la méthode de pénalisation pour la simulation de l'écoulement turbulent à haut nombre de Reynolds autour d'obstacles (fixe/mobile) de géométrie complexe.

La DES est une réponse à différentes considérations dans le traitement de la turbulence instationnaire à haut nombre de Reynolds, telles que le coût d'une LES dans la totalité de couche limite et le manque de précision des modèles RANS pour des écoulements instationnaires. La version originale de la DES basée sur le modèle de Spalart-Allmars ainsi que sa dérivé DDES (Delayed-DES) sont implémentés dans le code de calcul. Les trois nouveaux modèles sont validés pour différents cas de configurations. Des résultats qui sont bien en accord avec les résultats issus de la littérature sont obtenus.

Le modèle DES est connu d'être très dépendant des instructions utilisateurs tel que le maillage du domaine de calcul. Cela a permis de sélectionner la DDES pour l'étude de l'écoulement turbulent dans un canal et autour d'un cylindre à $Re = 3900$. Cependant, le modèle proposé ne donne pas entièrement satisfaction, dans la mesure où l'on constate certain décalage dans les résultats. Ainsi, le couplage de la DDES au modèle de paroi TBLE a permis de représenter au mieux l'écoulement et de se rapprocher de plus des résultats de issus de la littérature.

Le dernier cas d'étude est celui de l'écoulement bidimensionnel autour d'un profil S809 à $Re = 210^6$. En utilisant un maillage cartésien relativement grossier (étant donné que nous sommes limité par la capacité de calcul et notre but final est de simuler l'écoulement tridimensionnel autour de la géométrie complète d'un rotor éolien) la DDES a montré ses limites. En effet, le profil S809 a un bord de fuite relativement pointu qui est difficile à mettre en oeuvre avec un maillage cartésien

Le couplage de la DDES au modèle de paroi TBLE a contribué à l'amélioration des résultats numériques pour des faibles angles d'incidences. Cependant, en augmentant l'angle d'incidence, on remarque que cette amélioration n'est pas

suffisante pour la bonne prédiction de l'écoulement autour d'un profil S809 à haut nombre de Reynolds. Ainsi, il est nécessaire de raffiner en plus le maillage surtout au voisinage du bord de fuite et de zone de décrochage aérodynamique ou de procéder par une amélioration du modèle de paroi en introduisant le terme temporelle et le gradient de pression et de voir par la suite la réponse du modèle aux modifications attribuées. Il serait aussi intéressant de compléter nos connaissances et voir l'impact du modèle de paroi TBLE sur les simulations des grandes échelles.

Annexe A

Solution exacte de l'écoulement autour d'un cylindre en milieu infini à faible nombre de Reynolds

La résolution de l'équation de Stokes fut un succès pour l'écoulement tridimensionnel autour d'une sphère de rayon R et a aboutit à la célèbre formule de Stokes pour la traînée $F = 6\Pi\mu RU_\infty$. Cependant, l'utilisation de l'équation de Stokes pour obtenir la solution correspondant à l'écoulement bidimensionnel autour d'un cylindre, tout en vérifiant les conditions aux limites, fut un échec. C'est ce qu'on appelle le paradoxe de Stokes. Son étude s'est révélée être un défi pour plusieurs chercheurs comme en témoigne la richesse de la littérature scientifique qui lui est consacré ([25],[140],[27],[28],[29]...).

Oseen [25] en 1910 a expliqué la raison d'existence de ce paradoxe en affirmant que l'équation de Stokes n'est pas une bonne approximation de l'équation de mouvement dans la région éloignée de l'obstacle (en effet, lorsqu'on s'éloigne de l'objet, les termes d'inertie, négligés dans l'équation de Stokes, deviennent plus grands que les termes de viscosité). L'idée d'Oseen pour la résolution de ce problème était de linéariser les termes d'inertie $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$ dans l'équation de Navier-Stokes autour de la vitesse à l'infini $((U_\infty \cdot \nabla)\mathbf{u})$. En utilisant cette méthode, Oseen a résolu le problème de l'écoulement autour d'une sphère et Lamb [140] en 1911 était le premier à avoir résolu l'écoulement $2D$ autour d'un cylindre.

Ce paradoxe a été aussi levé moyennant l'utilisation de méthodes théoriques as-

sez complexes (méthode de développements asymptotiques raccordés [31],[30],[32],[33]) mais cela n'a pas donné de solutions meilleures que celle de Lamb obtenue en utilisant les équations d'Oseen.

Dans ce qui suit, on se propose de rétablir la solution exacte de l'écoulement à faible nombre de Reynolds ($Re \rightarrow 0$) autour d'un cylindre solide placé dans un fluide de Brinkman telle qu'elle a été donnée par Arquís [85].

Signalons que lorsque le fluide de Brinkman tend vers un fluide newtonien, on se retrouve dans le cas classique d'écoulement de Stokes.

Il s'agit de calculer la forme d'un écoulement autour d'un cylindre de section circulaire de Rayon $R = 1$ afin d'obtenir le champ de pression et de vitesses permettant de déterminer la force de traînée et de valider par la suite la méthode utilisée pour le calcul des efforts.

On suppose que l'écoulement en amont du cylindre est uniforme de vitesse $U_\infty = 1$. En se plaçant dans l'approximation d'un écoulement stationnaire de type Stokes ($Re \rightarrow 0$), l'équation définissant le problème est celle de Brinkman :

$$-\nabla p + \mu \Delta \mathbf{u} - \frac{\mu}{K} \mathbf{u} = 0 \quad (5.3)$$

Dans ce qui suit, on choisit de travailler en variables adimensionnelles. Étant donné la géométrie de révolution, il est naturel de travailler en coordonnées polaires (r, θ) .

La fonction de courant ψ est définie à partir des vitesses radiales u_r et tangentielles u_θ de manière à satisfaire l'équation de continuité $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$.

$$u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, u_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$$

Le rotationnel des vitesses ω est défini par :

$$\omega = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial r u_\theta}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right]$$

En relation avec ces transformations le rotationnel de vitesse peut être écrit :

$$\omega = \nabla^2 \psi$$

Reprenons l'équation (5.3) en variables adimensionnelles et prenons le rotationnel afin d'éliminer le paramètre pression, il vient finalement :

$$\nabla^4 \psi - \lambda^2 \nabla^4 \psi = 0$$

Le paramètre λ quantifie la perméabilité du milieu poreux au sens de Brinkman ($\lambda^2 = \frac{R^2}{K}$).

La solution générale de l'équation précédente est de la forme :

$$\psi = \left[\frac{A}{2\lambda^2} \frac{1}{r} - \frac{B}{\lambda^2} r + CK_1(\lambda r) \right] \sin\theta$$

Où K_1 est la fonction de Bessel modifiée de rang 1. Les constantes A , B et C sont déterminées par les conditions aux limites traduisant l'imperméabilité et l'adhérence sur le cylindre solide et le raccordement avec la solution d'Oseen, soit :

$$\begin{aligned} r = 1, \forall \theta, u_r &= 0 \\ r = 1, \forall \theta, u_\theta &= 0 \\ r \rightarrow \infty, \forall \theta, \psi &\rightarrow r \sin\theta \end{aligned}$$

La condition limite à l'infini est obtenue en transformant les conditions limites sur les vitesses cartésiennes ($u = U_\infty, v = 0$)

En effet

$$\begin{cases} u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = U_\infty \cos\theta \\ u_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} = U_\infty \sin\theta \end{cases}$$

L'intégration de chacune de ces équations selon θ et r donne :

$$\begin{cases} \psi(r, \theta) = U_\infty r \sin\theta + f(r) \\ \psi(r, \theta) = U_\infty r \sin\theta + g(\theta) \end{cases}$$

Soit $f = g = cste$, cette constante étant choisie égale à 0 sur l'axe $y = 0$, d'où la condition à l'infini pour $U_\infty = 1$.

$$\psi(\infty, \theta) = r \sin\theta$$

Détermination des constantes

Les conditions aux limites fournissent les relations suivantes :

$$\frac{1}{r} \left[\frac{A}{2\lambda^2} \frac{1}{r} - \frac{B}{\lambda^2} r + CK_1(\lambda r) \right] \Big|_{r=1} \cos\theta = 0$$

$$\left[-\frac{A}{2\lambda^2} \frac{1}{r^2} - \frac{B}{\lambda^2} + C(-\lambda K_0(\lambda r) - \frac{K_1(\lambda r)}{r})\right]_{r=1} \sin\theta = 0$$

$$-\frac{B}{\lambda^2} = 1$$

D'où l'expression complète de la fonction de courant

$$\psi = \left[-\left(1 + \frac{2K_1(\lambda)}{\lambda K_0(\lambda)}\right) \frac{1}{r} + r + \frac{2}{\lambda K_0(\lambda)} K_1(\lambda r)\right] \sin\theta$$

A partir de l'équation de la fonction de courant on peut établir celles de la vitesse radiale et de la vitesse tangentielle :

$$u_r = \frac{1}{r} \left[-\left(1 + \frac{2K_1(\lambda)}{\lambda K_0(\lambda)}\right) \frac{1}{r} + r + \frac{2}{\lambda K_0(\lambda)} K_1(\lambda r)\right] \cos\theta$$

$$u_\theta = -\left[1 + \left(1 + \frac{2K_1(\lambda)}{\lambda K_0(\lambda)}\right) \frac{1}{r^2} - \frac{2}{\lambda K_0(\lambda)} \left(K_0(\lambda r) + \frac{K_1(\lambda r)}{\lambda r}\right)\right] \sin\theta$$

La détermination de la pression s'effectue par exemple en écrivant la composante radiale de l'équation de la quantité de mouvement adimensionnelle.

$$\nabla p = (\Delta \mathbf{u} - \lambda^2 \mathbf{u})$$

Étant donnée que :

$$\Delta \mathbf{u} = \left[\Delta u_r - \frac{1}{r^2} (u_r + 2 \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta})\right] \mathbf{e}_r + \left[\Delta u_\theta - \frac{1}{r^2} (u_\theta - 2 \frac{\partial u_r}{\partial \theta})\right] \mathbf{e}_\theta$$

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}$$

On peut écrire :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \left[\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{u_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \lambda^2 u_r\right]$$

A partir des expressions de u_r et u_θ on aboutit à l'expression suivante de la pression :

$$p = \lambda^2 \left[-\left(1 + \frac{2K_1(\lambda)}{\lambda K_0(\lambda)}\right) \frac{1}{r} - r\right] \cos\theta$$

La connaissance de la distribution de la pression et de la vitesse tangentielle permet d'estimer la traînée du cylindre solide placé dans un fluide de Brinkman.

$$T_x = \left[\int_S (-p \mathbf{e}_r + \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \mathbf{e}_\theta) dS\right] \cdot \mathbf{e}_x \quad (5.4)$$

où $dS = R d\theta$.

Sous sa forme dimensionnelle l'équation (5.4) s'écrit :

$$T_x = \mu U_\infty \int_0^{2\Pi} (-p \cos\theta - \mu \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \sin\theta) dS$$

Le coefficient de traînée adimensionnel est donnée par :

$$C_x = \frac{T_x}{\rho U_\infty^2 R} = \frac{2\Pi}{Re_D} (2.\lambda^2 + 4 \frac{K_1(\lambda)\lambda}{K_0(\lambda)})$$

Lorsque le paramètre λ tend vers zéro, le comportement du fluide de Brinkman se rapproche du fluide pur, l'expression de C_x se ramène à :

$$C_x \sim \frac{8\Pi}{Re_D K_0(\lambda)} \sim \frac{8\Pi}{Re_D (\gamma - \text{Log}2 + \text{Log}\lambda)} \quad (5.5)$$

On rappelle que pour x petit :

$$K_0(x) = -(\text{Log}(x/2) + \gamma) I_0(x) + O(x^2)$$

$$I_0(x) = 1 + x^2/4 + O(x^4)$$

γ désigne ici la constante d'Euler $\gamma = 0,577216\dots$. Pour $\lambda = \frac{Re_D}{8}$, l'expression (5.5) est comparable à la solution analytique due à Lamb [140] qui conduit à un coefficient de traînée C_x^{Lamb} tel que :

$$C_x^{Lamb} = \frac{8\Pi/Re_D}{0.5 - \gamma - \text{Log}(Re_D/8)}$$

Une comparaison de l'évolution de la traînée adimensionnelle C_x en fonction du nombre de Reynolds est donnée pour la formule de Lamb [140] et la formule ci-dessus (5.5) dans la figure (voir Fig.5.10). A l'inverse de la loi de Lamb, qui n'est valable que pour des nombres de Reynolds inférieurs ou voisins de l'unité, la traînée obtenue par l'expression (5.5) est assez conforme à celle obtenue expérimentalement. Certes, pour des nombres de Reynolds supérieurs à $Re_D = 10$ la comparaison avec l'expérience montre que cette loi de traînée n'est plus valable. En effet, à ce nombre de Reynolds apparaissent des recirculations ainsi qu'une perte de symétrie de l'écoulement.

Le changement de système de coordonnées Cartésien-Polaire s'écrit :

$$\begin{bmatrix} V_r \\ V_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix}.$$

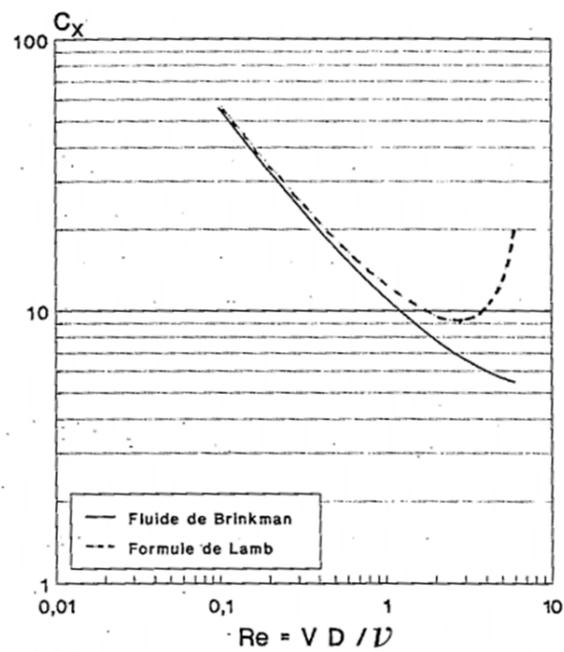


FIGURE 5.10 Evolution de la traînée adimensionnelle en fonction du nombre de Reynolds

Bibliographie

- [1] P.R. Spalart et S.R. Allmaras, A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. LA recherche aérospatiale, n°1, 5-21, 1994.
- [2] M.L. Shur, P.R. Spalart, M.K. Strelets et A. Travin, Detached-eddy simulation of an airfoil at high angle of attack. 4th Int. Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Experiments, W. Rodi and D. Laurence Eds, Elsevier, May 24-26 1999, Corsica.
- [3] P.R. Spalart, W.H. Jou, M. Strelets et S.R. Allmaras, Comments on the feasibility of les for wings and on a hybrid RANS/LES approach. Proceedings of the 1st AFSOR Int. Conf. on DNS/LES, pp. 137-147, Greyden Press, 1997, Columbus
- [4] N. Nikitin, F. Nicoud, B. Wasistho, K. Squires et P. Spalart, An approach to wall modeling in large eddy simulation. Physics of Fluids, vol. 12, pp. 1629-1631, 2000.
- [5] P.R. Spalart. Young-person's guide to detached-eddy simulation grids. NASA/CR-2001-211032, July 2001.
- [6] P.R. Spalart, S. Deck, M.L. Shur, K.D. Squires, M.K. Strelets et A. Travin. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. Theor. Comput. Fluid Dyn., Vol. 20, pp. 181-195, 2006.
- [7] E. Labourasse et P. Sagaut. Advances in RANS/LES coupling, a review and an insight on the NLDE approach. Archives of Computational Method in Engineering, vol. 11, pp. 199-256, 2004

-
- [8] E. Balaras, C. Benocci et U. Piomelli, Two-layer approximate boundary conditions for Large-Eddy Simulations. *AIAA Journal*, vol 34, pp. 1111-1119, 1996
- [9] U. Piomelli et E. Balaras, Wall-layer models for large-eddy simulation. *Annu. Rev. fluid Mech.*, vol. 34, pp. 349-374, 2002
- [10] F.R. Menter et M. Kuntz, Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles. In : R.F.B. McCallen and J. Ross, Editors, *Lectures Notes in Applied and Computational Mechanics-The Aerodynamics of Heavy Vehicles : Trucks, Buses and Trains* vol. 19, pp. 339-352, Springer-Verlag 2004.
- [11] P.R. Spalart, Detached-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 41, pp. 181-202, 2009.
- [12] G. Medic, G. Daeninsky, J.A. Templeton et G. Kalitzin, A framework for near-wall RANS/LES coupling. Center for Turbulence Research, *Annual Research Briefs* 2005.
- [13] S. Vincent, A. Sarthou, J.P Caltagirone, F. Sonilhac et P. Février, Augmented lagrangien and penalty methods for the simulation of two-phase flows interacting with moving solids. Application to hydroplaning flows interacting with real tire tread patterns. *J. Comput. Phys.*, vol. 230, pp. 956-983, 2011.
- [14] C. Marchioli, V. Armanio et A. Soldati, Simple and accurate schema for fluid velocity interpolation for Eulerian-Lagrangian computation of dispersed flows in 3D curvilinear grids. *Computers and Fluids*, vol. 36, pp. 1187-1198, 2007.
- [15] T.D. Aslam, A partial differential equation approach to multidimensional extrapolation. *J. Comput. Phys.*, vol. 193, pp. 349-355, 2003.
- [16] H. A. Vandervorst. A fast and smoothly converging variant of the BI-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *SIAM J. Sci. Stat. Comp.*, vol. 13, pp. 631-644, 1992.

-
- [17] L. Gustafsson. On first and second order symmetric factorisation methods for the solution of elliptic difference equations. Chalmers University of Technology, 1978.
- [18] B. Ataie-Ashhtiani et L. Farhadi, A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows. *Fluid Dynamics Research*, vol. 38, pp. 241-256, 2006.
- [19] S. C. R. Dennis et G. Z. Chang, Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100, *J. Fluid Mech.*, vol. 42, pp. 471-489, 1970.
- [20] D.V. Le, B.C. Khoo et J. Peraire, An immersed interface method for viscous incompressible flows involving rigid and flexible boundaries, *J. Comput. Phys.*, vol. 220, pp. 109-138, 2006.
- [21] K. Taira et T. Colonius, The immersed boundary method : A projection approach, *J. Comput. Phys.*, vol. 225, pp. 2118-2137, 2007.
- [22] D.V. Patil et K.N. Lakshminisha, Finite volume TVD formulation of lattice Boltzmann simulation on unstructured mesh, *Journal of Computational Physics*, vol. 228, pp. 5262-5279, 2009.
- [23] J. Kim, P. Moin et R. Moser, Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, Vol. 177, pp. 133-166, 1987.
- [24] R.B. Dean, Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two-dimensional rectangular duct flow. *Trans. ASME I : J. Fluids Engng*, vol. 100, pp. 215, 1978.
- [25] C.W. Oseen, Über die Stokes'sche Formel und über eine verwandte Aufgabe in der Hydrodynamik. *Ark. Mat. Astron. Fys.*, vol. 6, pp. 1-20, 1910.
- [26] H. Lamb, On the uniform motion of a sphere through a viscous fluid. *Phil. Mag.*, vol. 6, pp. 112-121, 1911.
- [27] C.N. Davies, Viscous flow transverse to a circular cylinder. *Proc. Phys. Soc.*, Section B, vol. 63, pp. 288-296, 1950.

-
- [28] T. Kida et T. Take. Integral approach of asymptotic expansions for low Reynolds number flow past an arbitrary cylinder. *J.S.M.E. Int. J.*, vol. 35, pp. 138-143, 1992.
- [29] J. Veysey et N. Goldenfeld, Simple Viscous Flows : from Boundary Layers to the Renormalization Group. *Rev. Mod. Phys.*, vol. 79, pp. 883, 2007.
- [30] I. Proudman et J.R.A. Pearson. Expansions at small Reynolds numbers for the flow past a sphere and a circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, vol. 2, pp. 237-262, 1957.
- [31] C. François, Les Méthodes de perturbation en mécanique. ENSTA, 1981.
- [32] M. Van Dyke, Perturbation Methods in Fluid Mechanics. Parabolic Press, Stanford, 1975.
- [33] S. Kaplun, Low Reynolds number flow past a circular cylinder. *J. Math. Mech.*, vol. 6, pp. 595-603, 1957.
- [34] P. Lubin, Simulation des grandes échelles du déferlement plongeant des vagues. PhD thesis, Université Bordeaux 1, 2004.
- [35] G. Comte-Bellot, Contribution à l'étude de la turbulence de conduite. PhD thesis, Université de Grenoble, 1963.
- [36] E. Montreuil, Simulations numériques pour l'aérothermique avec des modèles sous-maille. PhD thesis, Office National d'Etude et de Recherches Aérospatiales, 2000.
- [37] V. Deschamps, Simulation numérique de la turbulence inhomogène incompressible dans un écoulement de canal plan. Technical report, Office National d'Etude et de Recherches Aérospatiales, 1988.
- [38] I. Calmet, Analyse par simulation des grandes échelles des mouvements turbulents et du transfert de masse sous une interface plane. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1995.
- [39] A. Travin, M. Shur, M. Strelets et P.R. Spalart, Detached-Eddy Simulations past a circular cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, vol. 63, pp. 293-313, 1999.

-
- [40] W. Wu, Two dimensional RANS simulation of flow induced motion of circular cylinder with passive turbulence control. PhD thesis, Naval Architecture and Marine Engineering in The University of Michigan, 2011.
- [41] M. M. Rahman, M. M. Karim et M. A. Alim, Numerical investigation of unsteady flow past a circular cylinder using 2D finite volume method. *Journal of Naval Architecture and Marine Engineering*, vol. 4, pp. 27-42, 2007.
- [42] R.Mittal et G.Iaccarino, Immersed Boundary Methods, *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 37, pp. 239-261, 2005.
- [43] C.S.Peskin, The immersed boundary method. *Acta Numer.*, vol. 11, pp. 1-39, 2002.
- [44] C.S. Peskin, Flow patterns around heart valves : A numerical method, *J. Comput. Phys.*, vol. 10, pp. 252-271, 1972.
- [45] N.T.Wang et A.Fogelson, Computational Methods for Continuum Model of Platelet Aggregation. *J.Comput.Phys.*, vol. 151, pp. 649-675, 1999.
- [46] S.O. Unverdi et G. Tryggvason, A front-tracking method for viscous, incompressible multi-fluid flow. *J. Comput. Phys.*, vol. 100, pp. 25-37, 1992.
- [47] M. C.Lai et C. S.Peskin, An immersed boundary method with formal second-order accuracy and reduced numerical viscosity. *J. Comput. Phys.*, vol. 160, pp. 705-719, 2000.
- [48] A.L.F. Lima E Silva, A. Silveira-Neto, et J.J.R. Damasceno, Numerical simulation of two-dimensional flows over a circular cylinder using the immersed boundary method. *J. Comput. Phys.*, vol. 189, pp. 351-370, 2003.
- [49] J. M. Stockie et B. R. Wetton, Analysis of stiffness in the immersed boundary method and implications for time-stepping schemes. *J. Comput. Phys.*, vol. 154, pp. 41-64, 1998.
- [50] D. Goldstein, R. Handler et L. Sirovich, Modeling a no-slip flow boundary with an external force field. *J. Comput. Phys.*, vol. 105, pp. 354-366, 1993.

-
- [51] C. S. Peskin, The fluid dynamics of heart valves : Experimental, theoretical, and computational methods, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 14, pp. 235-259, 1981.
- [52] E. M. Saiki et S. Biringen, Numerical simulation of a cylinder in uniform flow : Application of a virtual boundary method, *J. Comput. Phys.*, vol. 123, pp. 450 , 1996.
- [53] J. Mohd-Yusof, Combined Immersed-Boundary/B-Spline Methods for Simulations of Flow in Complex Geometries, *Annual Research Briefs (Center for Turbulence Research, NASA Ames and Stanford University)*, pp. 317-327, 1997.
- [54] E. A. Fadlun, R. Verzicco, P. Orlandi, et J. Mohd-Yusof, Combined immersed-boundary finite-difference methods for three-dimensional complex flow simulations, *J. Comput. Phys.*, vol. 161, pp. 35, 2000.
- [55] H. S. Udaykumar, R. Mittal et Wei Shyy, Computation of Solid-Liquid Phase Fronts in the Sharp Interface Limit on Fixed Grids. *J. Comput. Phys.*, vol. 153, pp. 535-574, 1999.
- [56] S. V. Marella et H. S. Udaykumar, Computational analysis of the deformability of leukocytes modeled with viscous and elastic structural components. *Physics of Fluids.*, vol. 16, pp. 244-264, 2004.
- [57] N. Al-Rawahi et G. Tryggvason, Numerical Simulation of Dendritic Solidification with Convection : Two-Dimensional Geometry. *J. Comput. Phys.*, vol. 180, pp. 471-496, 2002.
- [58] V.K. Saul'ev, On the solution of some boundary value problems on high performance computers by fictitious domain method. *Siberian Math. Journal.*, vol. 4. pp. 912-925 , 1963.
- [59] T. Ye, R. Mittal, H. S. Udaykumar et W. Shyy, An accurate Cartesian grid method for viscous incompressible flows with complex immersed boundaries. *J. Comput. Phys.*, vol. 156, pp. 209-240, 1999.

-
- [60] L.J. Fauci et A. McDonald, Sperm motility in the presence of boundaries. *Bull. Math. Biol.*, vol. 57, pp. 679-699, 1994.
- [61] B.E. Griffith et C.S. Peskin, On the order of accuracy of the immersed boundary method : Higher order convergence rates for sufficiently smooth problems. *J. Comput. Phys.*, vol. 208, pp. 75-105, 2005.
- [62] Y.H. Tseng et J.H. Ferziger, A ghost-cell immersed boundary method for flow in complex geometry. *J. Comput. Phys.*, vol. 192, pp. 593-623, 2003.
- [63] G. Iaccarino et R. Verzicco, Immersed boundary technique for turbulent flow simulations, *Appl. Mech. Rev.*, vol. 56, pp. 331-347, 2003.
- [64] S. Majumdar, G. Iaccarino et P. Durbin, RANS solvers with adaptive structured boundary non-conforming grids. *Annual Research Briefs, NASA Ames Research Center/Stanford University Center for Turbulence Research, Stanford, CA*, pp. 353-366, 2001.
- [65] R. Franke, Scattered data interpolation : tests of some methods, *Math. Comput.*, vol. 38, pp. 181-200, 1982.
- [66] J.Kim, D. Kim et H. Choi, An immersed-boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries. *J. Comput. Phys.*, vol. 171, pp. 132-150, 2001.
- [67] D.Kim et H. Choi, Immersed boundary method for flow around an arbitrarily moving body. *J. Comput. Phys.*, vol. 212, pp. 662-680, 2006.
- [68] J. Yang et E. Balaras, An embedded-boundary formulation for large-eddy simulation of turbulent flows interacting with moving boundaries. *J. Comput. Phys.*, vol. 215, pp. 12-24, 2006.
- [69] E. Balaras, Modeling complex boundaries using an external force field on fixed Cartesian grids in large-eddy simulations. *Comput Fluids.*, vol. 33, pp. 375-404, 2004.
- [70] A. Gilmanov et F. Sotiropoulos , A hybrid Cartesian/immersed boundary method for simulating flows with 3D, geometrically complex, moving bodies. *J. Comput. Phys.*, vol. 207, pp. 457-492, 2005.

- [71] N. Zhang et Z.C. Zheng , An improved direct-forcing immersed-boundary method for finite difference applications. *J. Comput. Phys.*, vol. 221, pp. 250-268, 2007.
- [72] C.C. Liao, Y.W. Chang, C.A. Lin et J.M. McDonough, Simulating flows with moving rigid boundary using immersed-boundary method. *Computers and Fluids.*, vol. 39, pp. pp. 152-167, 2010.
- [73] Z.L. Li et M.C. Lai, The immersed interface method for the Navier-Stokes equations with singular forces. *J. Comput. Phys.*, vol. 171, pp. 822-842, 2001.
- [74] R.J. Leveque et Z. Li, The immersed interface method for elliptic equations with discontinuous coefficients and singular sources. *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 31, pp. 1019-1044, 1994.
- [75] H. Johansen et Ph. Colella, A Cartesian grid embedded boundary method for Poisson's Equation on irregular domains. *J. Comput. Phys.*, vol. 147 , pp. 60-85, 1998.
- [76] P. Schwartz, M. Barad, Ph. Colella et T. Ligoeki, A Cartesian grid embedded boundary method for the heat equation and Poisson's equation in three dimensions. *J. Comput. Phys.*, vol. 211, pp. 531-550, 2006.
- [77] R.P. Fedkiw, T. Aslam, B. Merriman et S. Osher, A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multimaterial flows (the ghost fluid method). *J. Comput. Phys.*, vol. 152, pp. 457-492, 1999.
- [78] X.D. Liu, R.P. Fedkiw, et M.J. Kang, A boundary condition capturing method for Poisson's equation on irregular domains. *J. Comput. Phys.*, vol. 160, pp. 151-178, 2000.
- [79] J. Chessa, et T. Belytschko, An extended finite element method for two-phase fluids. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme.*, vol. 70, pp. 10-17, 2003.
- [80] Y. Cheny et O. Botella : The LS-STAG Method : A new Immersed Boundary / Level-Set Method for the Computation of Incompressible Viscous

- Flows in Complex Moving Geometries with Good Conservation Properties. *J. Comp. Physics.*, vol. 229, pp. 1043-1076, 2010.
- [81] G. Yang, D. Causon, D. Ingram, R. Saunders et P. Batten. A Cartesian cut cell method for compressible flows. Part A. Static body problems, *Aeronaut. J.*, vol. 101 (1001), pp. 47-56, 1997.
- [82] H. S. Udaykumar, R. Mittal, P. Rampunggoon et A. Khanna, A sharp interface cartesian grid method for simulating flows with complex moving boundaries. *J. Comput. Phys.*, vol. 174, pp. 345-380, 2001.
- [83] P.H. Chiu, R.K. Lin et Tony W.H. Sheu, A differentially direct forcing immersed boundary method for predicting incompressible Navier-Stokes equations in time-varying complex geometries. *J. Comput. Phys.*, vol. 229, pp. 4476-4500, 2010.
- [84] M. Meyer, A. Devesa, S. Hickel, X.Y. Hu et N.A. Adams, A conservative immersed interface for Large-Eddy Simulation of incompressible flows. *J. Comput. Phys.*, vol. 229, pp. 6300-6317, 2010.
- [85] E. Arquis, Convection mixte dans une couche poreuse verticale non confinée. Application à l'isolation perméodynamique. PhD thesis, Université Bordeaux 1, 1984.
- [86] J. Caltagirone et E. Arquis, Recirculating flow in porous media. *Comptes Rendus de l'académie des sciences, Série II*, vol. 302, pp. 843-846, 1986.
- [87] Ph. Angot, Analysis of singular perturbations on the Brinkman problem for fictitious domain models of viscous flows, M2 AS, *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, vol. 22, pp. 1395 - 1412, 1999.
- [88] Ph. Angot, C.H. Bruneau et P. Fabrie, A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows. *Numer. Math.*, vol. 81, pp. 497-520, 1999.
- [89] P. Angot, Contribution à l'étude des transferts thermiques dans des systèmes complexes aux composants électroniques. PhD thesis, Université Bordeaux 1, 1989.

- [90] G. R. Johnson, S. R. Beissel, et R. A. Stryk, An improved generalized particle algorithm that includes boundaries and interfaces. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 53, pp. 875-904, 2002.
- [91] T. E. Tezduyar, Finite element methods for flow problems with moving boundaries and interfaces. *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 8, pp. 83-130, 2001.
- [92] R. Glowinski, T. W. Pan, T. I. Hesla, D. D. Joseph et J. Periaux, A fictitious domain approach to the direct numerical simulation of incompressible viscous flow past moving rigid bodies : Application to particulate flow. *J. Comput. Phys.*, vol. 169, pp. 363-426, 2001.
- [93] S. Osher et R. P. Fedkiw, Level set methods : An overview and some recent results. *J. Comput. Phys.*, vol. 169, pp. 463-502, 2001.
- [94] J.M. Floryan et H. Rasmussen, Numerical method for viscous flows with moving boundaries. *Appl. Mech, Rev.*, vol. 42, pp. 323-341, 1989.
- [95] J.J. Monaghan, Simulating free surface flows with SPH. *J. Comput. Phys.*, vol. 110, pp. 399-406, 1994.
- [96] R. Verzicco, M. Fatica, G. Iaccarino et P. Orlandi, Flow in an impeller-stirred tank using an immersed-boundary method. *Annual Research Briefs 2000*
- [97] Y. Cheng, F. S. Lien , E. Yee et R. Sinclair ,A comparison of large eddy simulations with a standard $k-\varepsilon$ Reynolds-averaged Navier-Stokes model for the prediction of a fully developed turbulent flow over a matrix of cubes. *J. Wind Eng. Indust. Aero.*, vol. 91, pp. 1301-1328, 2003.
- [98] W. Cabot et P. Moin, Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow. *Flow Turb. Combust.*, vol. 63, pp. 269-291, 2000.
- [99] M. Wang et P. Moin, Dynamic wall modeling for LES of complex turbulent flows. *Phys. Fluids*, vol. 14, pp. 2043-2051, 2002.

-
- [100] G. Iaccarino et R. Verzicco, Immersed boundary technique for turbulent flow simulations. *Appl. Mech. Rev.*, vol. 56, pp. 331-347, 2003.
- [101] V.E. Badalassi, H.D. Cenicerros et S. Banerjee, Computation of multi-phase systems with phase field models. *J. Comput. Phys.*, vol. 190, pp. 371-397, 2003.
- [102] D. Jacqmin, Calculation of Two-Phase Navier-Stokes Flows Using Phase-Field Modeling. *J. Comput. Phys.*, vol. 155, pp. 96-127, 1999.
- [103] S. Osher et J.A. Sethian, Fronts Propagating with Curvature Dependent Speed : Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations. *J. Comput. Phys.*, vol. 79, pp. 12-49, 1988.
- [104] M. Sussman, A second order coupled level-set and volume of fluid method for computing growth and collapse of vapor bubbles. *J. Comput. Phys.*, vol. 187, pp. 110-136, 2003.
- [105] X. Yang et A.J. James , An adaptive coupled level-set/volume-of-fluid interface capturing method for unstructured triangular grids. *J. Comput. Phys.* vol., 217, pp. 364-394, 2006.
- [106] E. Balaras, C. Benocci et U. Piomelli, Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulation. *AIAA J.*, vol. 34, pp. 1111-1119, 1996.
- [107] M. Wang et P. Moin, Computation of trailing-edge flow and noise using largeeddy simulation. *AIAA J.*, vol. 38, pp. 2201-2209, 2000.
- [108] F. Tessicini, G. Iaccarino, M. Fatica, M. Wang et R. Verzicco, Wall modelling for large-eddy simulation using an immersed boundary method. CTR Center for Turbulence Research, Annual research briefs, 2002.
- [109] M. Wang et P. Moin, Dynamic wall modelling for LES of complex turbulent flows. *Phys. Fluids*, vol. 14, pp. 2043-2051, 2002.
- [110] W. Cabot et P. Moin, Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow. *Flow Turb. Combust.*, vol. 63, pp. 269-291, 2000.

-
- [111] F. Roman, V. Armenio et J. Fröhlich, A simple wall-layer model for large eddy simulation with immersed boundary method, *Phys. Fluids*, vol. 21, pp. 101701, 2009.
- [112] R.Glowinski, T-W. Pan, T.I. Hesla et D.D. Joseph, A distributed Lagrange multiplier/fictitious domain method for particulate flows. In. *J. of Multiphase flow*, vol. 25, pp. 755-794, 1999.
- [113] R.Glowinski, T-W. Pan et J. Périaux, A fictitious domain method for dirichlet problem and applications. *Comput. Meth. in App. Mech. and Eng.*, vol. 111, pp. 283-303, 1994.
- [114] R.Glowinski, T-W. Pan et J. Périaux, Distributed Lagrange multiplier methods for incompressible viscous flow around moving bodies. *Comput. Meth. in App. Mech. and Eng.*, vol. 151, pp. 181-194, 1998.
- [115] R. Celorrio, V. Dominguez et F-J. Sayas, An interior-exterior schwarz algorithm and its convergence. *C. R. Acad. Sci. Paris*, vol. 334, pp. 923-929, 2002.
- [116] D. Russel et Z.J Wang, A cartesian grid method for modelling multiple moving objects in 2d incompressible viscous flow. *J. Comput. Phys.*, vol. 191, pp. 177-205, 2003.
- [117] B. Maury, A fat boundary method for the poisson problem in a domain with holes. *J. of sci. comput.*, vol. 16, pp. 319-339, 2001.
- [118] M. Braza, P. Chassaing et H.H. Minh, Numerical study and physical analysis of the pressure and velocity fields in the near wake of a circular cylinder, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 165, pp. 79-130, 1986.
- [119] C. Liu, X. Sheng et C.H. Sung, Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows, *Journal of Computational Physics*, vol. 139, pp. 35-57, 1998.
- [120] J. Kim, D. Kim et H. Choi, An immersed boundary finite volume method for simulations of flow in complex geometries, *Journal of Computational Physics*, vol. 171, pp. 132-150, 2001.

-
- [121] B. Fornberg, Steady viscous flow past a sphere at high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.*, vol. 190, pp. 471-489, 1988.
- [122] M. M. ZDRAVKOVICH, Flow around circular cylinders. Oxford University Press, 1997.
- [123] R. GHIAS, R. MITTAL et H. DONG, A sharp interface immersed boundary method for compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, vol. 225, pp. 528-553, 2007.
- [124] C. Norberg, Pressure forces on a circular cylinder in cross flow. In : Eckelmann, et al. (Eds.), *Proceedings of IUTAM Conference on Bluff Body Wakes Instabilities*. Springer-Verlag, pp. 275-278, Berlin 1993.
- [125] S. Dong et G. E. Karniadakis, DNS of flow past a stationary and oscillating cylinder at $Re = 10,000$. *Journal of Fluids and Structures*, vol. 20, pp. 519-531, 2005.
- [126] B. Cantwell et D. Coles, An experimental study of entrainment and transport in the turbulent near wake of a circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, vol. 136, pp. 321-374, 1983.
- [127] K. A. Warschauer et J. A. Leene, Experiments on mean and fluctuating pressures of circular cylinders at cross flow at very high Reynolds numbers. In *Proceeding of the international conference on wind effects on buildings and structures*, pp. 305-315, Tokyo, Japan, 1971.
- [128] S. P. Singh et S. Mittal, Flow past a cylinder : shear layer instability and drag crisis. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 47, pp. 75-98, 2005.
- [129] C. Norberg, Fluctuating lift on a circular cylinder : review and new measurements. *Journal of Fluids and Structures*, vol. 17, pp. 57-96, 2003
- [130] R. Gopalkrishnan, Vortex-induced forces on oscillating bluff cylinders. Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, MIT, Cambridge, MA, USA, 1993.

-
- [131] M.C. Ong, T. Utnes, L.E. Holmedal, D. Myrhaug et B. Pettersen, Numerical simulation of flow around a smooth circular cylinder at very high Reynolds numbers. *Marine Structures*, vol. 22, pp. 142-153, 2009.
- [132] A. Roshko, Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 10, pp. 345-356, 1961.
- [133] M. Breuer, A challenging test case for large eddy simulation : high Reynolds number circular cylinder flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 21, pp. 648-654, 2000.
- [134] J. L. van Ingen, L. M. M. Boermans et J. J. H. Blom, Low-speed airfoil section research at Delft University of Technology. International Council of the Aeronautical Sciences, Congress, 12th, Munich, West Germany, Proceedings, pp. 401-416, 1980.
- [135] A. Sarthou, Méthodes de domaines fictifs pour les équations elliptiques et de Navier-Stokes. Application au couplage fluide-structure. PhD thesis, Bordeaux I, 2009.
- [136] C. Hirt et B. Nichols, Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, vol. 39, pp. 201-225, 1981.
- [137] W. J. Rider et D. B. Kothe, Reconstructing volume tracking. *J. Comput. Phys.*, vol. 141, pp. 112-152, 1998.
- [138] D.L. Youngs, K.W. Morton et M.J. Baines, Time-dependent multimaterial flow with large fluid distortion. *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Academic Press, New-York, 1982.
- [139] S. Vincent et J.-P. Caltagirone, Efficient solving method for unsteady incompressible interfacial flow problems. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 30, pp. 795-811, 1999.
- [140] H. Lamb, On the uniform motion of a sphere through a viscous fluid. *Phil. Mag.*, vol. 6, pp. 112-121, 1911.

-
- [141] S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow, Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1980.
- [142] F. H. Harlow et J. E. Welsh, Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow with free surface. *Phys. Fluids*, vol. 8, pp. 2182-2189, 1965.
- [143] S. Roux, Influence de la modélisation du mélange air/carburant et de l'étendue du domaine de calcul dans la simulation aux grandes échelles des instabilités de combustion. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- [144] P. Sagaut, S. Deck et M. Terracol, Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence. Imperial College Press, 2006.
- [145] S. R. Allmaras, F. T. Johnson et P. R. Spalart, Modifications and Clarifications for the Implementation of the Spalart-Allmaras Turbulence Model. ICCFD7-1902, 7th International Conference on Computational Fluid Dynamics, Big Island, Hawaii, pp. 9-13 July 2012.
- [146] T. A. Oliver, A High-Order, Adaptive, Discontinuous Galerkin Finite Element Method for the Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2008.
- [147] X. Yang, G. W. He et X. Zhang, Towards Large-eddy Simulation of Turbulent Flows with Complex Geometric Boundaries Using Immersed Boundary Method. 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the new horizons forum and Aerospace exposition, 4-7 January 2010, Orlando, Florida AIAA 2010.
- [148] U. Piomelli, Wall-layer models for large-eddy simulations. *Progress in Aerospace Sciences*, Vol.44, pp. 437-446, 2008.
- [149] J.W. Deardorff, A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, Vol. 41, pp. 453-480, 1970.

- [150] M. Fortin et R. Glowinski, Méthodes de lagrangien augmenté : applications à la résolution numérique des problèmes aux limites. Paris : Dunod, 1982.
- [151] H. Werner et H. Wengle, Large Eddy Simulation of turbulent flow over and around a cube in a plate channel. In 8th Symposium on Turbulent Shear Flows, pp. 155-168, Munich, Germany, 1991.
- [152] G. Kalitzin, G. Medic, G. Iaccarino et P. Durbin, Near-wall behaviour of RANS turbulence models and implications for wall functions. Journal of Computational Physics, vol. 204, pp. 265-291, 2005.
- [153] J. Choi, R. C. Oberoi, J. R. Edwards et J. A. Rosati, An immersed boundary method for complex incompressible flows. Journal of Computational Physics, vol. 224, pp. 757-784, 2007.
- [154] F. Roman, V. Armenio et J. Froelich, A simple wall layer model for large eddysimulation with immersed boundary method. Physics of Fluids, vol. 21, 2009.
- [155] J. Yang, S. Bhushan, J. S. Suh, Z. Wang, B. Koo, N. Sakamoto, T. Xing et F. Stern, Large-Eddy Simulation of Ship Flows with Wall-Layer Models on Cartesian Grids, 27th Symposium on Naval Hydrodynamics, Seoul, Korea, pp. 5-10, 2008.
- [156] S. Bhushan, T. Xing, P. Carrica et F. Stern, Model-and full-scale URANS simulations of Athena resistance, powering and seakeeping, and 5415 maneuvering. J. Ship Res., 2008.
- [157] Z. Wei et Y. GE, Evaluation of delayed detached-eddy simulation for channel flow at reynolds number 2800. The Seventh Asia-Pacific Conference on Wind Engineering, November 8-12, 2009.
- [158] R. Perrin, Analyse physique et modélisation d'écoulements incompressibles instationnaires turbulents autour d'un cylindre circulaire à grand nombre de Reynolds. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2005.

- [159] C. Norberg, Effects of Reynolds number and a low-intensity freestream turbulence on the flow around a circular cylinder. Chalmers university of technology, 1987.
- [160] <http://thetis.enscbp.fr>
- [161] J-P. Caltagirone et J. Breil, A vector projection method for solving the Navier-Stokes equations. C.R. Acad. Sciences IIB, vol. 327, pp. 1179-1184, 1999.
- [162] B.E. Launder et D.B. Spalding, The numerical computation of turbulent flows. Computer Meth. Applied Mech. Eng., vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- [163] V. Yakhot et L.M. Smith, The renormalization group, the ϵ -expansion and derivation of turbulence models. J. Sci. Comput., vol. 7, pp. 35-61, 1992.
- [164] P. Durbin, Near-wall turbulence closure modelind without "damping function". Theoret. Comput. Fluid Dyn., vol. 3, pp. 1-13, 1991.
- [165] W. Rodi, Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 69-71 : 55-75 , 1997.
- [166] Y. Cheng, F.S. Lien, E. Yee et R. Sinclair, A comparison of large Eddy simulations with a standard $k - \epsilon$ Reynolds-averaged Navier-Stokes model for the prediction of a fully developed turbulent flow over a matrix of cubes. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, vol. 91, pp. 1301-1328, 2003.
- [167] P. Batten, U.C. Goldberg, S. Palaniswamy et S.R. Chakravarthy, Hybrid RANS/LES : spatial-resolution and energy-transfer issues, TSFP2, Stockholm, 2001.
- [168] E. Spanier, Algebraic Topology. Springer Verlag ; 1981.
- [169] P. Amestoy, Multifrontal parallel distributed symmetric and unsymmetric solvers. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 184, pp. 501-520, 2000.

- [170] D. Simms, S. Schreck, M. Hand, L. Fingersh, J. Cotrell, K. Pierce et M. Robinson, Plans for Testing the NREL Unsteady Aerodynamics Experiment 10m Diameter HAWT in the NASA Ames Wind Tunnel. NREL/TP-500-27599, October 1999
- [171] M. O. Hansen, Aerodynamics of Wind Turbines. 2nd ed. London : Earthscan, 2008.
- [172] H. Schlichting et E. Truckenbrodt, Aerodynamik des Flugzeuges. Springer-Verlag, Berlin, 1959.
- [173] P. Parnaudeau, J. Carlier, D. Heitz et E. Lamballais, Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at reynolds number 3900. Physics of Fluids, Vol. 20, pp. 085101-14, 2008.
- [174] L. Ong et J. Wallace, The velocity field of the turbulent very near wake of a circular cylinder. Experiments in Fluids, Vol. 20, pp. 441-453, 1996.
- [175] L. M. Lourenco et C. Shih , Characteristics of the plane turbulent near wake of a circular cylinder, a particle image velocimetry study. Published in Beaudan and Moin, 1993.
- [176] Y. Kahil, Simulation des grandes échelles d'écoulements turbulents autour de cylindres circulaires à un nombre de Reynolds sous critique. PhD thesis, Université de Paris 6, 2011.
- [177] S. Shin et D. Juric, Modelling three-dimensional multiphase flow using a level contour reconstruction method for front tracking without connectivity. Journal of Computational Physics, Vol. 180, pp. 427-470, 2002.
- [178] S. Benjanirat et L.N. Sankar, Recent improvements to a combined Navier-Stokes full potential methodology for modeling horizontal axis wind turbines. AIAA paper 2004-0830, 2004.
- [179] G. Xu et L.N. Sankar, Computational study of HAWT. Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 122, pp. 35-39, 2000.

-
- [180] L.N. Sankar, J. B. Malone et Y. Tassa, An Implicit Conservative Algorithm for Steady and Unsteady Transonic Potential Flows. Proceedings of the AIAA 5th Computational Fluid Dynamics Conference, 1981.
- [181] J. Caltagirone et S. Vincent, Sur une méthode de pénalisation tensorielle pour la résolution des équations de Navier-Stokes. C. R. Acad. Sci. Paris, Vol. 329, Série Iib, pp. 607-613, 2001.
- [182] P. Sagaut, Large Eddy Simulation for incompressible flows - An introduction. Springer Verlag, 1998.
- [183] Y. Benarafa, Application du couplage RANS/LES aux écoulements turbulents à haut nombre de Reynolds de l'industrie nucléaire. PhD thesis, Université Paris 6, 2005.
- [184] X. Ma, G. S. Karamanos et G. E. Karniadakis, Dynamics and low-dimensionality of a turbulent near wake. J. Fluid Mech., Vol. 410, pp. 29-65, 2000.
- [185] A. Etcheverlepo, Développement de méthodes de domaines fictifs au second ordre. PhD thesis, Université Bordeaux 1, 2013.
- [186] L. Ong et J. Wallace, The velocity field of the turbulent very near wake of a circular cylinder. Experiments in Fluids, Vol. 20, pp. 441-453, 1996.