HAL
open science

Recherche indirecte de matière noire à travers les rayons cosmiques d'antimatière

Mathieu Boudaud

To cite this version:

Mathieu Boudaud. Recherche indirecte de matière noire à travers les rayons cosmiques d'antimatière. Astrophysique galactique [astro-ph.GA]. Université Grenoble Alpes, 2016. Français. NNT : 2016GREAY050 . tel-01578522

HAL Id: tel-01578522

https://theses.hal.science/tel-01578522v1

Submitted on 29 Aug 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Communauté UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

THÈSE

Pour obtenir le grade de

Docteur de la Communauté Université Grenoble Alpes

Spécialité : **Physique théorique**

Arrêté ministériel : 7 Août 2006

Présentée par

Mathieu Boudaud

Thèse dirigée par **Pierre Salati**

Préparée au sein du **Laboratoire d'Annecy-le-Vieux de Physique Théorique** et de l'**École doctorale de physique de Grenoble**

Recherche indirecte de matière noire à travers les rayons cosmiques d'antimatière

Thèse soutenue publiquement le **30 Septembre 2016**,
devant le jury composé de :

Laurent Derôme
UJF/LPSC, Président
Nicolao Fornengo
Università Torino/INFN, Rapporteur
Joseph Silk
UPMC/IAP, Rapporteur
Julien Lavalle
LUPM, Examinateur
Pasquale D. Serpico
LAPTh, Examinateur
Pierre Salati
USMB/LAPTh, Directeur de thèse

Remerciements

Je souhaiterais avant tout remercier toutes les personnes que je vais oublier dans ces remerciements et je vous prie d'accepter mes excuses.

J'aimerais tout d'abord remercier Pierre Salati d'avoir accepté que j'effectue ma thèse auprès de lui. J'ai eu la chance d'avoir pu être encadré par toi et ainsi de bénéficier de ta méthode scientifique et de ton expertise du plus haut niveau. Je te remercie également de ta bienveillance à mon égard durant ces trois années. Je garderai à jamais de très bons souvenirs de nos voyages et de toutes nos discussions. J'ai beaucoup appris à tes côtés, autant scientifiquement qu'humainement.

Je voudrais également remercier Fawzi Boudjema et Luc Frappat pour m'avoir accepté au LAPTh lors de mon stage de Master 2 ainsi que pour ma thèse. Vous avez toujours été à mon écoute et soucieux de mon bien-être au sein du labo. Je remercie Geneviève Bélanger, d'avoir été ma marraine adorée pendant ces trois années. Je remercie toute l'équipe du LAPTh pour la bonne humeur qui règne en permanence dans le laboratoire. Je pense particulièrement à vous Dominique, Véronique et Virginie pour votre énergie positive et votre bienveillance. Je remercie tous les membres du groupe Astrophysique et Cosmologie et spécialement Pierre, Pasquale, Antje et Richard pour avoir pris le temps de répondre à toutes mes questions. Je tient à remercier tous les collaborateurs avec qui j'ai pu travailler, Sandy Aupetit, Solène Le Corre, Geneviève Bélanger, Pasquale D. Serpico, Corinne Goy, Vincent Poireau, Sylvie Rosier-Lees, Li Tao, Gaëlle Giesen et Marco Cirelli. Je pense particulièrement à vous Sami Caroff, Yoann Génolini, Antje Putze, Vivian Poulin et Manuela Vecchi, avec qui j'ai pris très grand plaisir à travailler. Merci à mes grands frères et soeurs, Timur Delahaye, Antje Putze, Christian Farnier, David Maurin, Céline Combet, et Julien Lavalle pour vos conseils précieux. J'ai eu la chance d'aller travailler et d'enseigner à l'Université de São Carlos au Brésil grâce à la collaboration CNRS-FAPESP mise en place par Manuela Vecchi et Vincent Poireau. Merci à tous les deux. Durant ma thèse, je n'ai jamais eu recours à Mathematica ou à un autre logiciel de calcul formel car j'avais mieux : un mathématicien à quelques bureaux du miens. Merci à toi Eric Ragoucy pour ton aide précieuse ! Je remercie particulièrement Mathieu Gauthier-Lafaye et Pierre Aubert pour leur maîtrise du numérique et pour leur patience lorsqu'il s'agissait de régler des problèmes sur ma machine. Je tiens à remercier toute l'équipe pédagogique de MPh de l'IUT d'Annecy pour m'avoir accueilli et permis d'enseigner la thermodynamique dans les meilleures conditions. Mes pensées vont en particulier à Marc Lomello, tu m'as appris beaucoup concernant la pédagogie et je garderai en mémoire toutes nos discussions. Je remercie également mes collègues de Grenoble Vincent Bonnivard et Alexandre Ghelfi avec qui nous avons organisé avec Sami Caroff deux workshops autour de la matière noire.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont relu et mis à jour toutes les coquilles présentes dans le manuscrit de thèse, Pierre Salati, Geneviève Bélanger, Eric Ragoucy, Papa, Sami Caroff, Yoann Génolini et Vivian Poulin. Je souhaite remercier Nicolao Fornengo et Joseph Silk pour avoir accepté de rapporter mon manuscrit de thèse ainsi que Laurent Dérôme, Julien Lavalle

et Pasquale D. Serpico d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse. Je souhaite remercier Robert Gémard, Laurent Sézac, Hector Giacomini, Amaury Mouchet, Loïc Villain pour m'avoir transmis leur passion pour la physique et particulièrement Jean-Claude Sorret pour m'avoir encouragé durant l'été 2010 à reprendre mes études universitaires. Merci également à toi Patrice Alibe pour m'avoir enseigné d'être curieux de tout.

Finalement je tiens à remercier tous mes amis, acolytes de randonnée, escalade, ski et course de paret. J'ai passé de merveilleux moments avec vous. Je pense particulièrement à mes fantastiques colocataires Theresa, Abigail et Matthieu, à mes supers voisins Cécile, Yoann, Vivian et Méril ainsi qu'à toutes les personnes avec qui j'ai passé de très bons moments en dehors du labo, Geneviève, Jean-Philippe, Laurent, Philippe, Céline, Félicien, Sandrine, et spécialement Eric pour tous ces bons moments d'égarement en montagne. Merci à vous tous, doctorants du LAPTh et du LAPP, Vincent, Léo, Nicolas, Luis, Fabien, Vincent, Philippe, Anne, Thibaud, Pierre, Jill, Sami, Marine, Guilhem, Cyril, Philippe, et postdocs, Antje, Romain, Andreas, Georgios, Shanka, Caley, Tom, Daniele et Bryan pour toutes les activités et les diners que nous avons faits ensemble. Merci à vous Matthieu, Vincent et Louis pour votre amitié durant l'été 2015. Merci à vous tous qui êtes venu parfois de très loin me rendre visite pendant ma thèse, Manu, Marion, Etienne, Simon, Anne-Laure, Thomas, Sophie, Pierre, Camille, Bruno, Anne-Laure, Vincent, Mélanie, Angélina et Jeff, ainsi que pour ma soutenance, Julie, JB. Merci particulièrement à toi Raphaël pour n'avoir jamais cessé d'être mon ami depuis toutes ces années et pour toutes les discussions scientifiques que nous continuons à entretenir. Merci à Herminie, Jacques et Françoise Guille ainsi qu'à Annie Leroux pour tout votre soutient. Merci à toi Lísia pour l'énergie que tu m'as envoyée depuis l'autre côté de la planète à travers nos discussions parfois plus que tardives.

Je vous remercie Maman et Papa, pour m'avoir accordé votre confiance et m'avoir soutenu pendant mes années d'études. Merci à toute la family d'être venu assister à ma soutenance. Mes pensées s'adressent également à Philippe et Isabelle pour leurs encouragements. Merci à toutes les personnes qui ont participé à l'organisation de la journée de ma soutenance, Maman, Papa, Angélina, Jeff, Sophie, Bruno, Vincent, Dominique, Véronique, Philippe et Pierre. Enfin, merci à toi Clara pour ton aptitude naturelle à rendre heureux les personnes qui t'entourent. Ta rencontre m'a apporté un élan de sérénité et de force au moment où j'en avais besoin. Merci pour tout ce que tu es.

Introduction

La matière noire astronomique est une composante essentielle de l'univers. Depuis sa mise en évidence en 1933 par Fritz Zwicky dans l'amas de Coma, sa présence au sein des galaxies et des amas de galaxies a été largement confirmée. Les observations du satellite Planck permettent de fixer le modèle standard cosmologique selon lequel 85% de la matière de l'univers est constituée de matière noire. La nature de cette dernière demeure cependant aujourd'hui inconnue. De nombreux candidats ont été proposés. L'explication la plus plausible fait état de particules massives et interagissant faiblement avec la matière ordinaire. Ces particules de matière noire, dénommées WIMPs pour Weakly Interactive Massive Particles, sont prédites par les extensions du modèle standard des particules, à l'instar des théories supersymétriques ou des théories à dimensions supplémentaires de type Kaluza-Klein.

Les particules de matière noire sont traquées activement dans les accélérateurs de particules et dans les détecteurs souterrains. Une stratégie alternative consiste à rechercher les signatures de leur présence dans la Voie Lactée à travers les rayons cosmiques, messagers de l'univers. En effet, on s'attend à ce que les WIMPs présents dans la galaxie s'annihilent en paires particules-antiparticules. Les mécanismes produisant de l'antimatière étant très rares, les antiparticules cosmiques constituent des messagers privilégiés de la présence de matière noire. Ce mémoire de thèse se concentre sur la recherche indirecte de matière noire à travers les flux de positrons et d'antiprotons cosmiques. L'objet de ce travail est de confronter les modèles théoriques de particules de matière noire aux données expérimentales, afin de mettre éventuellement en évidence les hypothétiques WIMPs et d'en déterminer les propriétés.

La première partie dresse le bilan des recherches actuelles de matière noire avant de se consacrer aux modes de production et de propagation des rayons cosmiques. La thèse se concentre ensuite sur l'interprétation de la fraction positronique mesurée par la collaboration AMS-02. La possibilité d'expliquer les données par la présence de matière noire dans la galaxie est étudiée. Une explication alternative impliquant des pulsars proches produisant des positrons est examinée. Une méthode permettant de traiter la propagation des positrons cosmiques de basse énergie est ensuite développée, et les premières contraintes sur les propriétés de la matière noire sont alors dérivées à partir des mesures du flux de positrons à basse énergie. Ce travail se poursuit avec l'étude de la propagation des antiprotons cosmiques. L'influence des effets de propagation à basse énergie sur la détermination des propriétés de la matière noire est explorée. De nouvelles contraintes sont dérivées à partir des données expérimentales de la collaboration PAMELA. Les incertitudes théoriques sur la détermination du fond astrophysique sont évaluées. L'interprétation des mesures préliminaires du rapport $\bar{p}/p$ par la collaboration AMS-02 et les conséquences pour la matière noire sont finalement discutées.

Table des matières

1 La matière noire astronomique **10**
1.1 Les galaxies . . . 10
1.1.1 Les galaxies spirales . . . 11
1.1.2 Les galaxies elliptiques . . . 13
1.1.3 Distribution de matière noire dans les galaxies . . . 14
1.2 Les amas de galaxies . . . 16
1.2.1 Zwicky et l'amas de Coma . . . 16
1.2.2 Le gaz intergalactique . . . 17
1.2.3 L'effet de lentille gravitationnelle . . . 18
1.3 La cosmologie . . . 19
1.3.1 Le modèle standard cosmologique . . . 20
1.3.1.1 L'équation d'Einstein . . . 20
1.3.1.2 Le principe cosmologique . . . 21
1.3.1.3 La métrique de Robertson-Walker . . . 21
1.3.1.4 Équations d'évolution de Friedman-Lemaître . . . 22
1.3.1.5 Les paramètres cosmologiques . . . 23
1.3.2 Les supernovae de type Ia (SNeIa) . . . 23
1.3.3 La thermodynamique du Big-Bang . . . 24
1.3.3.1 Le découplage thermique . . . 27
1.3.4 La nucléosynthèse primordiale (BBN) . . . 28
1.3.5 Le fond diffus cosmologique (CMB) . . . 28
1.3.6 La formation des grandes structures . . . 31
1.3.7 Le miracle des WIMPs . . . 32
1.4 Les candidats à la matière noire . . . 35
1.4.1 Matière noire baryonique . . . 35
1.4.2 Particules de matière noire . . . 35
1.4.2.1 Neutrinos stériles . . . 36
1.4.2.2 WIMPs supersymétriques . . . 36
1.4.2.3 WIMPs des modèles à dimensions supplémentaires . . . 37
1.4.2.4 Axions . . . 38
1.4.3 Modèles de gravité modifiée . . . 38
1.5 Détection des WIMPs dans la galaxie . . . 39
1.5.1 Détection directe . . . 39
1.5.2 Détection indirecte . . . 40
1.5.2.1 Rayons gamma . . . 41
1.5.2.2 Neutrinos . . . 42
1.5.2.3 Rayons cosmiques d'antimatières . . . 42

2 Le rayonnement cosmique **48**
2.1 Introduction . . . 48
2.2 Accélération des rayons cosmiques . . . 50
2.2.1 Mécanisme de Fermi du second ordre . . . 51
2.2.2 Mécanisme de Fermi du premier ordre . . . 52
2.2.3 Spectre des rayons cosmiques en loi de puissance . . . 52
2.2.4 Les vestiges de supernova comme accélérateurs des rayons cosmiques . . . 53
2.3 Le milieu interstellaire . . . 55
2.4 Interaction des rayons cosmiques avec le milieu interstellaire . . . 57
2.4.1 Les protons et les noyaux . . . 57
2.4.1.1 Les pertes d'énergie . . . 57
2.4.1.2 Destruction . . . 58
2.4.2 Les électrons . . . 58
2.4.2.1 Les pertes d'énergie . . . 58
2.4.2.2 Annihilation des positrons . . . 61
2.5 Le modèle de diffusion . . . 61
2.5.1 Géométrie de la Galaxie . . . 62
2.5.2 Equation de transport phénoménologique . . . 62
2.5.3 Les paramètres de propagation . . . 64
2.6 La modulation solaire . . . 65

3 Les positrons cosmiques au-delà de 10 GeV **69**
3.1 Approche classique haute énergie . . . 69
3.1.1 Simplification de l'équation de transport à haute énergie . . . 69
3.1.2 Formalisme de Green . . . 71
3.1.2.1 Résolution en régime stationnaire . . . 71
3.1.2.2 Résolution en régime dynamique . . . 72
3.1.2.3 La notion de sphère positronique . . . 73
3.1.2.4 Conditions aux bords du halo magnétique . . . 75
3.1.3 Formalisme de Bessel . . . 77
3.2 Positrons secondaires . . . 79
3.2.1 Production des positrons secondaires . . . 79
3.2.1.1 Sections efficaces de production des positrons . . . 80
3.2.1.2 Flux de protons et de noyaux d'hélium . . . 84
3.2.1.3 Taux de production des positrons secondaires . . . 86
3.2.2 Fonction de halo des positrons secondaires . . . 86
3.2.3 Flux des positrons secondaires . . . 87
3.3 Positrons primaires issus de l'annihilation de particules de matière noire . . . 88
3.3.1 Terme source des positrons primaires issus de WIMPs . . . 89
3.3.2 Fonction de halo et flux des positrons primaires issus de WIMPs . . . 90
3.4 Positrons primaires produits par les pulsars . . . 92
3.4.1 Determination de la position d'un pulsar . . . 92
3.4.2 Determination de l'âge d'un pulsar . . . 93
3.4.3 Production de positrons par les pulsars . . . 94
3.4.4 Flux de positrons produit par un pulsar . . . 96

4 A new look at the cosmic ray positron fraction **101**
4.1 Introduction . . . 103
4.2 Cosmic ray transport and the positron fraction . . . 107
4.3 Dark matter analysis . . . 112
4.3.1 Single annihilation channel analysis . . . 112
4.3.2 Combination of channels . . . 115
4.4 The single pulsar hypothesis reinvestigated . . . 118
4.4.1 Selection of possible pulsars : the five survivors of the ATNF catalogue . 119
4.4.2 Results for the five pulsars . . . 120
4.4.3 What happens when we get more statistics ? . . . 121
4.5 The effect of cosmic ray propagation uncertainties . . . 123
4.5.1 Which transport parameters give a good fit ? . . . 123
4.5.2 Correlations between parameters . . . 124
4.5.3 Comparison of systematic and statistical uncertainties . . . 126
4.5.4 How can the positron fraction constrain the diffusive halo size ? . . . 127
4.6 Discussion and conclusions . . . 128

5 Positrons cosmiques : développements récents **137**
5.1 Pertes d'énergie Compton inverse et synchrotron : corrections relativistes . . . 137
5.2 Positrons secondaires . . . 139
5.2.1 Flux de protons et d'hélium mesurés par AMS-02 et CREAM . . . 139
5.3 Extension du calcul du flux de positrons à basse énergie . . . 140
5.3.1 Pincement des pertes d'énergie du halo magnétique dans le modèle 1D . 141
5.3.1.1 Solution avec les pertes d'énergie distribuées dans le halo magnétique . . . 142
5.3.1.2 Solution avec les pertes d'énergie confinées dans le disque galactique . . . 143
5.3.1.3 Détermination de b^{eff} pour une source monochromatique de positrons . . . 145
5.3.1.4 Facteur de pincement moyen $\bar{\xi}$ . . . 146
5.3.2 Pincement des pertes d'énergie du halo magnétique dans le modèle 2D . 147
5.3.2.1 Solution avec les pertes d'énergie distribuées dans le halo magnétique . . . 148
5.3.2.2 Solution avec les pertes d'énergie confinées dans le disque galactique . . . 148
5.3.2.3 Détermination de b_i^{eff} pour une source monochromatique de positrons . . . 150
5.3.2.4 Facteur de pincement moyen $\bar{\xi}_i$ . . . 151
5.3.3 Résolution de l'équation de transport avec tous les effets de propagation . 152
5.3.4 Test de la méthode de pincements des pertes d'énergie des positrons . . . 155
5.3.4.1 Positrons secondaires . . . 156
5.3.4.2 Positrons primaires issus de l'annihilation de matière noire . . 162
5.3.5 Calcul du flux de positrons de 100 MeV à 1 TeV. . . . 163
5.3.5.1 Positrons secondaires . . . 163
5.3.5.2 Positrons primaires issus de l'annihilation de matière noire . . 167
5.4 Interprétation de la mesure du flux de positrons par AMS-02 : résultats préliminaires 170

5.4.1 Flux de positrons secondaires et AMS-02 : écrémage des paramètres de propagation. . . . 170
5.4.2 Flux des positrons primaires issus de particules de matière noire et AMS-02 : les WIMPs seuls ne suffisent plus . . . 172

6 Les antiprotons cosmiques 175
6.1 Equation de propagation . . . 175
6.2 Résolution de l'équation de transport . . . 176
6.3 Les antiprotons secondaires . . . 177
6.4 Les antiprotons primaires issus de l'annihilation des WIMPs . . . 179
6.4.1 Diffusion spatiale et convection . . . 180
6.4.2 Pertes d'énergie adiabatique, par ionisation et interaction de Coulomb . . . 181
6.4.3 Réaccélération diffusive . . . 183
6.4.4 Pertes d'énergie versus réaccélération diffusive . . . 184
6.4.5 Perte d'énergie de la composante tertiaire . . . 184
6.4.6 Combinaison de tous les effets . . . 186

7 A fussy revisitation of antiprotons as a tool for Dark Matter searches 188
7.1 Introduction . . . 190
7.2 Antiproton propagation in the Galaxy . . . 191
7.2.1 Basics of cosmic ray transport in the Galaxy . . . 191
7.2.2 The Energy Losses including tertiaries, and Diffusive Reacceleration ('ELDR') . . . 192
7.2.3 Solar modulation ('SMod') effects in a force-field approximation . . . 195
7.3 The antiproton astrophysical and DM components . . . 195
7.3.1 The antiproton astrophysical flux . . . 195
7.3.2 The dark matter signal . . . 199
7.3.2.1 Particle physics input . . . 200
7.3.2.2 Astrophysical parameters . . . 201
7.3.2.3 DM antiproton spectra including 'ELDR' . . . 201
7.4 Constraints on Dark Matter . . . 202
7.4.1 Current constraints using PAMELA 2012 data . . . 202
7.4.2 Future Sensitivity of AMS-02 . . . 204
7.5 Conclusions . . . 206

8 AMS-02 antiprotons, at last ! Secondary astrophysical component and immediate implications for Dark Matter 212
8.1 Introduction . . . 214
8.2 Re-evaluation of the astrophysical antiproton background . . . 215
8.3 Updated constraints on Dark Matter . . . 220
8.4 Final remarks . . . 222

A Résolution de l'équation de transport des positrons de haute énergie avec le formalisme de Green 232

B Résolution de l'équation de transport stationnaire des positrons de haute énergie avec le formalisme de Bessel 240

Chapitre 1

La matière noire astronomique

1.1 Les galaxies

A peine quelques semaines avant sa disparition au printemps 1922, les travaux pionniers de l'astronome néerlandais Jacobus Kapteyn concernant la dynamique stellaire au sein de la Voie Lactée sont présentés dans l'article *First attempt at a theory of the arrangement and motion of the sidereal system* [34] du prestigieux journal américain *The Astrophysical Journal*. Elu titulaire de la chaire d'astronomie et de mécanique théorique de l'université de Groningen en 1878, J. Kapteyn entreprend un travail observationnel colossal afin de déterminer la distribution spatiale des étoiles de la Galaxie. Plus précisément, J. Kapteyn et ses collaborateurs s'efforcent de caractériser la distribution volumique des étoiles $N(r)$ ainsi que la distribution volumique de leur magnitude absolue $\phi(M, r)$ en fonction de la distance r au soleil. Il commence par caractériser la distance des objets stellaires les plus proches en utilisant la parallaxe trigonométrique. Pour les objets plus lointains dont la parallaxe trigonométrique n'est pas accessible, les astronomes ont à l'époque l'habitude d'utiliser la luminosité apparente l afin de déterminer la distance de luminosité $d_L = \sqrt{L/4\pi l}$, où L est la luminosité absolue. Cependant, cette méthode nécessite la connaissance de L dont on doit faire l'hypothèse d'universalité pour chacune des étoiles. Ayant connaissance de la grande diversité au sein des populations d'étoiles, J. Kapteyn réalise qu'il doit s'affranchir de la magnitude afin de déterminer la distance des objets lointains. Il développe donc une méthode basée sur la vitesse angulaire μ du mouvement propre des étoiles afin de déterminer leur distance au soleil. En supposant que la vitesse moyenne $\langle v \rangle$ des étoiles est indépendante de leur position, il déduit la position de l'astre $d \simeq \langle v \rangle / \mu$. Après avoir trouvé que les étoiles étaient distribuées à la façon d'une sphéroïde très aplatie autour du centre galactique, ses observations du mouvement propre des étoiles lui permettent de découvrir en 1904 qu'elles sont animées d'un mouvement de corotation autour du centre galactique et non d'un mouvement aléatoire comme on le pensait à l'époque. Dans *First attempt at a theory of the arrangement and motion of the sidereal system*, J. Kapteyn expose une description de ses méthodes d'analyse afin de déterminer la distribution de masse dans la Galaxie, qu'il comparera avec la distribution d'étoiles pour enfin déterminer la masse dynamique moyenne d'une étoile.

> ***Remark. Dark matter***. *It is important to note that what has here been determined is the total mass within a definite volume, divided by the number of luminous stars. I will call this mass the average effective mass of the stars. It has been possible to include the luminous stars completely owing to the assumption that at present we know the luminosity-curve over so large a part of its course that further extrapolation seems*

allowable.
Now suppose that in a volume of space containing l luminous stars there be dark matter with an aggregate mass equal to Kl average luminous stars ; then, evidently the effective mass equals (l+K) × average mass of a luminous star.
We therefore have the means of estimating the mass of dark matter in the universe. As matters stand at present it appears at once that this mass cannot be excessive. If it were otherwise, the average mass as derived from binary stars would have been very much lower than what has been found for the effective mass.

Dès 1922, J. Kapteyn évoque le terme *dark matter* montrant ainsi que les astronomes de l'époque ont conscience qu'une partie de la masse de l'univers puisse être invisible à leurs instruments, même si l'auteur suggère dans la dernière phrase que cette quantité de matière invisible serait en quantité sous-dominante.

1.1.1 Les galaxies spirales

Dans les années 1920, Edwin Hubble identifie les galaxies comme étant des objets extragalactiques et non des nébuleuses de la Voie Lactée comme on le pensait auparavant. E. Hubble effectua un travail zoologique consistant à catégoriser les galaxies suivant leur critère morphologique (la séquence de Hubble). Parmi les classes de galaxies on trouve les galaxies dites spirales, semblables à la Voie Lactée. Ces galaxies comptent des centaines de milliards d'étoiles distribuées, au centre dans un bulbe sphéroïdique et en périphérie dans un plan, le long de bras spiraux. Le rayon caractéristique d'une galaxie est de l'ordre de la dizaine de kpc [1]. La stabilité de ces galaxies est assurée par l'équilibre entre le potentiel gravitationnel et l'énergie cinétique de rotation des objets galactiques. Les observations de ce type de galaxies nous enseignent que la densité surfacique de masse lumineuse en fonction la distance au centre galactique r (distance galactocentrique) est donnée par $\Sigma_L(r) = \Sigma_0 \exp(-r/r_0)$ où r_0 est de l'ordre de quelques kpc. Prenons une étoile test située à la distance r du centre galactique et faisons l'hypothèse que son orbite est circulaire. Sa vitesse orthoradiale v_c, dénommée vitesse circulaire, est alors constante et donnée par

$$v_c^2(r) = 4\pi G \Sigma_0 r_0 y^2 [I_0(y)K_0(y) - I_1(y)K_1(y)], \tag{1.1}$$

où $y \equiv r/(2r_0)$ et où I_n et K_n sont les fonctions de Bessel modifiées de première et deuxième espèce [9]. On montre cependant que pour $r \gg r_0$, la vitesse circulaire est proche de celle calculée pour une distribution sphérique de matière dont la masse $M_s(r)$ contenue dans une sphère de rayon r est égale à la masse $M_d(r)$ de matière contenue à l'intérieur de l'orbite de l'étoile. Cette dernière est donnée par

$$M_d(r) = 2\pi \Sigma_0 r_0^2 \left[1 - \exp(-r/r_0)\left(1 + \frac{r}{r_0}\right)\right]. \tag{1.2}$$

En égalant la force gravitationnelle appliquée sur cette étoile et son accélération centripète, on obtient

$$v_c^2(r \gg r_0) \simeq \frac{GM_d(r)}{r} = \frac{GM_s(r)}{r} = \frac{2\pi G \Sigma_0 r_0^2}{r}, \tag{1.3}$$

et par conséquent la vitesse circulaire v_c présente une décroissance képlérienne typique en $1/\sqrt{r}$.

L'avènement de la radioastronomie pendant les années 1970 permet de mettre en évidence la présence de grandes quantités de gaz d'hydrogène atomique (HI). En effet, les radiotéléscopes

1. 1 kiloparsec (kpc) est égal à 3260 années lumière soit environ 3×10^{21} cm.

peuvent mesurer la raie spectrale de longueur $\lambda = 21$cm caractéristique de la structure hyperfine de l'atome d'hydrogène. Les observations montrent également que la distribution d'hydrogène neutre s'étend bien plus loin du centre des galaxies que la distribution stellaire. Cela incite donc les radioastronomes à utiliser le HI comme traceur de la dynamique des galaxies. L'analyse spectroscopique du HI nous renseigne sur sa vitesse le long de la ligne de visée via l'effet Doppler.

V. Rubin, K. Ford et N. Thonnard observent de nombreuses galaxies spirales afin d'en établir les *courbes de rotation*, c'est-à-dire la représentation de la vitesse orthoradiale en fonction de la distance au centre galactique. Ils trouvent que la vitesse augmente effectivement jusqu'à r_0. Cependant aucune des galaxies ne présente de décroissance képlérienne de la vitesse orthoradiale bien au delà de r_0 [59, 49], les courbes de rotation devenant *plates* (Fig.1.1). Cela signifie que loin du centre galactique, la masse $M(r)$ augmente linéairement avec r. Les équipes d'Albert Bosma et Kenneth Freeman dériveront quelques années plus tard les mêmes conclusions.

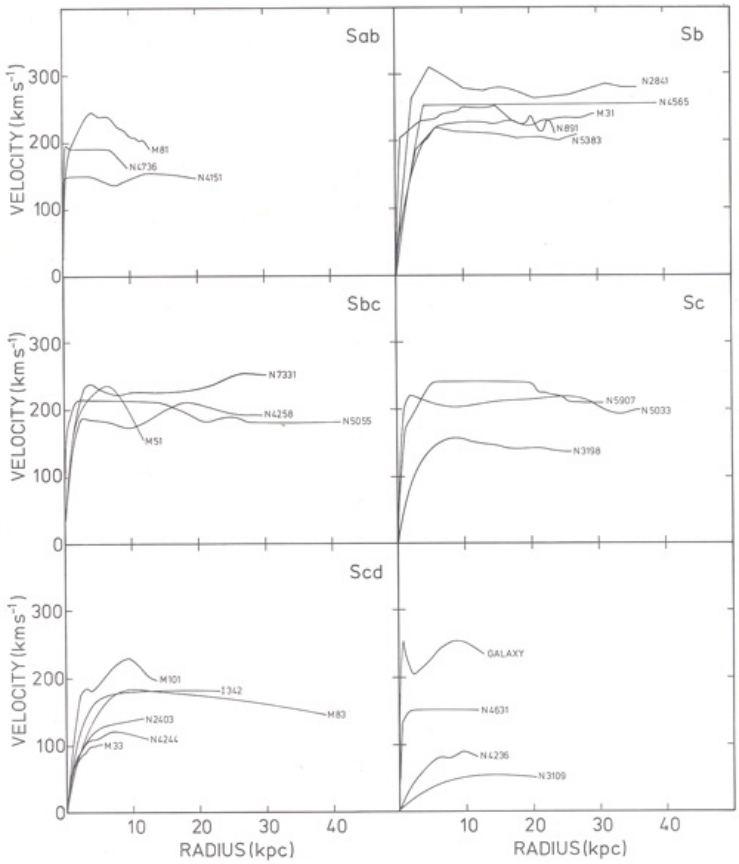

FIGURE 1.1 – ***Courbes de rotation*** *de 25 galaxies observées par A. Bosma. Les galaxies sont regroupées selon leur type dans la séquence de Hubble. [54]*

Au même moment, les cosmologistes américains (J. Ostriker, P. Peebles et A. Yahil) et estoniens (J. Einasto, A. Kausik et A. Saar) utilisent les premiers super-calculateurs afin d'effectuer des simulations à N corps des galaxies spirales. Ils arrivent à la surprenante conclusion que les systèmes animés d'une vitesse de rotation comparable à celle des galaxies observées sont instables. Leur stabilité peut cependant être restaurée en englobant le disque galactique d'un halo sphérique de matière invisible, dont l'extension radiale est bien supérieure à celle du disque. Aussi, si l'on ajoute une composante de matière noire distribuée de façon sphérique autour du centre galactique,

avec une densité volumique de masse $\rho_{\mathrm{DM}}(r)$ décroissant en r^{-2} pour $r > r_0$, alors $M(r) \propto r$ loin du centre galactique et il est ainsi possible d'expliquer les courbes de rotation observées [6].

Les astrophysiciens ont coutume d'utiliser le rapport masse sur luminosité M/L, exprimé généralement en unités solaires $M_\odot/L_\odot$, afin de quantifier la proportion de masse invisible dans les objets de l'univers. Ce rapport est de l'ordre de l'unité lorsque la majeure partie de la masse est répartie dans les objets lumineux. Il vaut environ 3 pour une population stellaire typique de l'environnement solaire. Les observations indiquent qu'au sein des galaxies spirales, ce rapport augmente avec la distance galactocentrique r avec $M/L \sim 10$ pour $r \sim 10$ kpc, et $M/L \sim 30$ lorsque $r \sim 100$ kpc. Les galaxies spirales sont donc des objets dominés par la matière noire.

1.1.2 Les galaxies elliptiques

Les galaxies elliptiques peuvent elles aussi nous renseigner sur la quantité de masse cachée qu'elles renferment. Contrairement aux spirales, elles contiennent une faible proportion de gaz et peu de nouvelles étoiles peuvent s'y former. C'est pourquoi les galaxies elliptiques sont majoritairement composées de vieilles étoiles, dites de population II. Par ailleurs, le mouvement de ces étoiles n'est pas circulaire comme pour les spirales, mais aléatoire, les galaxies elliptiques trouvant leur équilibre grâce à la compensation des forces gravitationnelles avec les forces de pression dynamique. Les astronomes ne peuvent donc pas utiliser la mesure de la vitesse radiale des étoiles afin de déterminer le potentiel gravitationnel au sein de ces systèmes. Cependant, ils peuvent remonter à leur masse gravitationnelle en mesurant la dispersion des vitesses $\sigma^2 \equiv \langle v^2 \rangle$. C. Jacobi énonce au début du XVIIIe siècle le théorème du viriel s'appliquant à un système de particules en équilibre stationnaire soumises à une force dont le potentiel est une fonction homogène de degré -1. Ce théorème relie l'énergie cinétique totale T et l'énergie potentielle totale U du système via

$$2T + U = 0. \tag{1.4}$$

Le potentiel gravitationnel étant une fonction homogène de degré -1, on peut appliquer ce théorème aux systèmes stellaires autogravitants tels les galaxies elliptiques, mais aussi les amas globulaires et les galaxies naines sphéroïdes. L'énergie cinétique T d'un système autogravitant s'écrit

$$T = \sum_i^N \frac{1}{2} m_i v_i^2, \tag{1.5}$$

où m_i et v_i correspondent à la masse et à la vitesse individuelle de chacune des étoiles qu'il contient. En moyennant sur la distribution de masse et sur la distribution des vitesses, on montre que $T = M\sigma^2/2$, où M est la masse totale du système et σ la dispersion des vitesses. L'énergie potentielle gravitationnelle s'écrit quant à elle

$$U = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}}^N \frac{G m_i m_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}. \tag{1.6}$$

En moyennant sur la distribution de masse et en définissant la taille caractéristique du système par $R \equiv \langle |\vec{r}_i - \vec{r}_j| \rangle$, il vient

$$U = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}}^N \frac{G \langle m \rangle^2}{R} \simeq -\frac{1}{2} \frac{G M^2}{R} \tag{1.7}$$

Finalement, le théorème du viriel permet de relier la masse M à la dispersion des vitesses σ via

$$M = \frac{2R\sigma^2}{G}. \tag{1.8}$$

Il suffit donc aux astronomes de mesurer la dispersion des vitesses σ des étoiles des galaxies elliptiques afin d'en estimer la masse gravitationnelle. Les analyses spectroscopiques permettent d'estimer que le rapport M/L est de l'ordre de 10 pour ce type d'objets. Par ailleurs, les plus petites galaxies elliptiques appelées naines sphéroïdes, présentent un rapport masse sur luminosité pouvant atteindre quelques centaines. Ces satellites des grandes galaxies sont caractérisés par une quantité de gaz interstellaire extrêmement ténue. On pense que la grande quantité de matière noire observée dans les naines sphéroïdes provient du fait qu'elles se situent à des distances suffisamment grandes des systèmes autour desquels elles gravitent, pour que la matière noire qu'elles abritent ne soit pas arrachée par les forces de marée. Ces caractéristiques en font d'excellentes candidates pour l'investigation de la matière noire. Gardons cependant à l'esprit que ces objets contiennent très peu d'étoiles, il est donc difficile d'évaluer très précisément leur dispersion de vitesse. Par conséquent leur rapport M/L est soumis à de grandes incertitudes [10].

1.1.3 Distribution de matière noire dans les galaxies

Le profil de densité de matière noire dans les galaxies est débattu depuis des décennies et il reste encore de grandes incertitudes [32]. Nous avons vu précédemment que les simulations numériques à N corps privilégient des halos sphériques étendus. Cependant, une distribution axisymétrique serait également capable de rendre compte des courbes de rotation des galaxies spirales. Ce type de distribution est appelé *profil du disque maximal*. Les observations du mouvement des étoiles à travers le disque galactique permettent de trancher entre ces deux hypothèses. En effet, si la matière noire était concentrée dans un disque maximal, le potentiel gravitationnel serait piqué autour de $z = 0$ et la période d'oscillation des étoiles traversant le disque galactique serait plus courte que dans le cas d'un halo sphérique. Les observations indiquent que l'hypothèse du disque maximal est très peu probable. Il reste néanmoins à définir le profil du halo de matière noire en fonction de la distance galactocentrique. Nous pouvons classer ces profils en fonction des observations et des arguments théoriques avancés pour les dériver :

- **Modèle isotherme**
  Un des théorèmes de Jeans nous enseigne que toute fonction des intégrales premières du mouvement est solution de l'équation de Vlasov stationnaire. Inspiré par la thermodynamique, on peut supposer par exemple que la fonction de distribution $f(\vec{x}, \vec{v})$ dans l'espace des phases suit une loi de Maxwell-Boltzmann avec

  $$f(\vec{x}, \vec{v}) = C \exp\left(-\frac{E}{\sigma^2}\right), \tag{1.9}$$

  où C est une constante et σ^2 joue le rôle de la température. L'énergie par unité de masse E est égale à $v^2/2 + \phi$, où v est la vitesse et ϕ le potentiel gravitationnel. La solution invariante d'échelle de l'équation de Poisson correspondante conduit au profil de densité

  $$\rho(r) = \frac{\sigma^2}{2\pi G}\frac{1}{r^2}. \tag{1.10}$$

On retrouve une distribution proportionnelle à r^{-2} permettant d'expliquer les courbes de rotation des galaxies spirales loin du centre galactique. Ce type de profil est nommé *isotherme*. Il est coutume de modifier légèrement cette distribution pour s'affranchir de la divergence centrale en imposant un coeur de densité constante ρ_s à l'intérieur du rayon critique r_s,

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^2}. \tag{1.11}$$

- **Courbes de rotation des galaxies spirales**
  Les profils de type *Burkert* ont été introduits de façon empirique afin de rendre compte des courbes de rotation des galaxies spirales. Ils prennent la forme

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{\left(1 + \frac{r}{r_s}\right)\left(1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^2\right)}. \tag{1.12}$$

- **Simulations numériques à N corps**
  Les simulations numériques permettent d'estimer la distribution de matière noire permettant d'assurer la stabilité des galaxies spirales. Le profil radial du halo, résultat de ces simulations, peut être ajusté *a posteriori* par des fonctions du rayon r bien que la forme fonctionnelle ainsi que les paramètres les caractérisant dépendent des galaxies sur lesquelles les simulations se sont basées. On distingue deux classes de profil. La première regroupe ceux pouvant s'exprimer par la fonction algébrique

$$\rho(r) = \rho_s \left(\frac{r_s}{r}\right)^\gamma \left[1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha\right]^{(\gamma-\beta)/\alpha}, \tag{1.13}$$

où

$$\rho_s = \rho_\odot \left(\frac{r_\odot}{r_s}\right)^\gamma \left[1 + \left(\frac{r_\odot}{r_s}\right)^\alpha\right]^{(\beta-\gamma)/\alpha}, \tag{1.14}$$

avec $\alpha = 1$ et $\beta = 3$. C'est le cas des profils du type *Navarro, Frenk et White* (NFW) [39] pour lesquels $\gamma = 1$ ainsi que ceux du type *Moore* [22] pour lesquels $\gamma = 1.16$, présentant une pente plus importante proche du centre galactique. La seconde classe regroupe les profils s'exprimant comme

$$\rho(r) = \rho_s \exp\left\{-\frac{2}{\alpha}\left[\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha - 1\right]\right\}, \tag{1.15}$$

où

$$\rho_s = \rho_\odot \exp\left\{\frac{2}{\alpha}\left[\left(\frac{r_\odot}{r_s}\right)^\alpha - 1\right]\right\}. \tag{1.16}$$

Ce type de profil permet d'éviter la divergence centrale en introduisant la fonction exponentielle. On nomme ce type de profil *Einasto* [40].

Ces profils dépendent de deux paramètres, r_s et ρ_s, qui sont fonction à leur tour de trois paramètres : la distance du Soleil par rapport au centre galactique $r_\odot$, la densité locale de matière noire $\rho_\odot$ ainsi que la masse totale de matière noire comprise dans une boule de rayon $r = 60$ kpc. En suivant les auteurs de [17] pour lesquels $r_\odot = 8.33$ kpc, $\rho_\odot = 0.3\,\mathrm{GeV/\,cm^3}$ et $M_{60} = 4.7\times10^{11} M_\odot$, on obtient les paramètres listés dans le tableau 1.1 pour chacun des profils de halo.

Plus on se rapproche du centre galactique et plus l'évaluation de la densité de matière noire est difficile. La région centrale est en effet dominée en densité par la matière baryonique, elle-même dominée par les étoiles dont la lumière émise est fortement absorbée par la poussière interstellaire. Il est donc difficile de les utiliser comme traceurs de densité avec les technologies des instruments actuels. Cependant, le satellite GAIA lancé le 19 décembre 2013 par l'Agence Spatiale Européenne a pour mission de cartographier en 3D plus d'un milliard d'objets de notre galaxie et d'en déterminer le mouvement propre avec une précision jusqu'à maintenant inégalée. Ces mesures pourraient s'avérer déterminante quant à la forme du profil de matière noire dans la région centrale de la Voie Lactée.

	Paramètres des profils de halo		
DM halo	α	r_s [kpc]	ρ_s [GeV/ cm^3]
NFW	-	24.42	0.184
Einasto	0.17	28.44	0.033
EinastoB	0.11	35.24	0.021
Isotherme	-	4.38	1.387
Burkert	-	12.67	0.712
Moore	-	30.28	0.105

TABLE 1.1 – ***Paramètres des profils de halo*** *de matière noire déterminés par les auteurs de [17].*

1.2 Les amas de galaxies

Les amas de galaxies sont des grandes structures de l'univers composées de plusieurs dizaines à plusieurs milliers de galaxies. Leur taille typique est de l'ordre du Mpc. Notons que les amas sont des structures relativement denses. Le rapport espacement/taille des galaxies au sein des amas est de l'ordre de 10, à comparer avec le rapport espacement/taille des étoiles dans une galaxie de l'ordre de 10^8. La Voie Lactée fait partie du Groupe Local qui compte environ 25 membres dont les principales galaxies sont la Voie Lactée, Andromeda (M31) et la galaxie du Triangle (M33). Le Groupe Local fait partie du superamas de la Vierge qui à son tour s'insère dans la grande structure Laniakea récemment indentifiée [56]. Les amas sont probablement des structures à l'équilibre alors que les superamas ne le sont pas encore.

1.2.1 Zwicky et l'amas de Coma

L'amas de Coma se situe dans la constellation de la chevelure de Bérénice, à environ 60 Mpc de la Voie Lactée. Il est composé d'environ 650 galaxies. En 1933 l'astrophysicien américano-suisse Fritz Zwicky estime sa masse lumineuse

$$L = N_{gal} \times \langle N_* \rangle \times \langle M_* \rangle \tag{1.17}$$

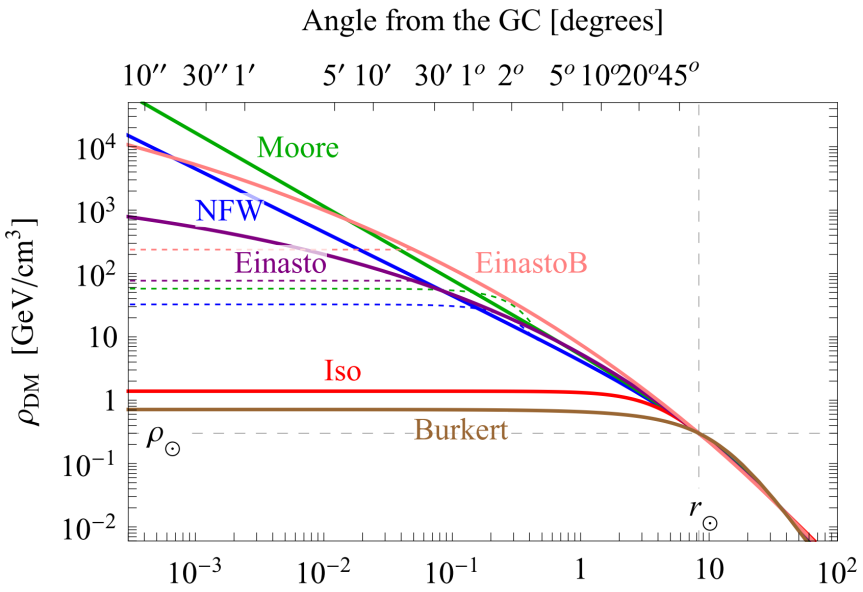

FIGURE 1.2 – ***Profils radiaux de densités de matière noire***. *Traits pleins : profils de densité de matière noire en fonction de la distance au centre galactique avec les paramètres du tableau 1.1. Traits discontinus : profils modifiés par les auteurs de [17] afin d'éliminer la divergence du centre galactique.*

où $N_{gal} = 650$, $\langle N_* \rangle$ est le nombre moyen d'étoiles dans les galaxies observées et $\langle M_* \rangle$ est la masse moyenne des étoiles de la Voie Lactée. Il estime également sa masse dynamique en mesurant la dispersion de vitesse σ des galaxies hôtes et en appliquant le théorème du Viriel. Il déduit un rapport masse sur luminosité de 500 et conclut que l'amas de Coma est principalement composé de matière noire [63]. F. Zwicky surestime en réalité cette valeur car il a dû corriger les spectres émis par les galaxies en utilisant une valeur trop élevée de la constante de Hubble. Mais cela n'enlève rien à la réalité de ses conclusions. La découverte de F. Zwicky reste anecdotique jusqu'à la prise de conscience dans les années 1970 du problème soulevé par les courbes de rotation des galaxies spirales.

1.2.2 Le gaz intergalactique

Les premiers télescopes à rayons X voient le jour au début des années 1980. Il vont permettre de révéler de grandes quantités de gaz ionisé HII au sein des amas de galaxies émettant par Bremsstrahlung. A partir du spectre d'émission non-thermique, et en supposant une distribution sphérique, il est possible d'extraire les profils de la densité et de la température du gaz. L'essentiel de la masse visible des amas (75%) est donc sous forme de gaz ionisé.

Considérons, en première approximation, le gaz intergalactique comme un gaz parfait isotherme en équilibre hydrostatique. L'équation de Poisson reliant le potentiel gravitationnel $\phi(r)$ et la distribution volumique de masse totale $\rho_{\rm tot}(r)$ est donnée par

$$\nabla^2\phi(r) = 4\pi\, G\, \rho_{\rm tot}(r), \tag{1.18}$$

qui se réécrit dans le cas d'une distribution sphérique

$$\frac{d\phi(r)}{dr} = \frac{4\pi G}{r^2}\int_0^r dx\, x^2 \rho_{\rm tot}(x) = \frac{GM(r)}{r^2}, \tag{1.19}$$

où $M(r)$ est la masse totale englobée par la sphère de rayon r. Par ailleurs, l'équation des gaz parfaits reliant la pression P du gaz à sa température T et sa densité ρ s'écrit

$$P = \frac{\rho k T}{\mu}, \tag{1.20}$$

où k est la constante de Boltzmann et μ le poids moléculaire moyen. Finalement, le gaz est en équilibre hydrostatique donc

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{d\phi}{dr}. \tag{1.21}$$

La masse $M(r)$ s'écrit alors

$$M(r) = -\frac{kT}{\mu G} r \left[\frac{d\ln(\rho)}{d\ln(r)} + \frac{d\ln(T)}{d\ln(r)} \right]. \tag{1.22}$$

La température mesurée dans les amas nous conduit à conclure que seulement 15% de leur masse provient de la matière visible.

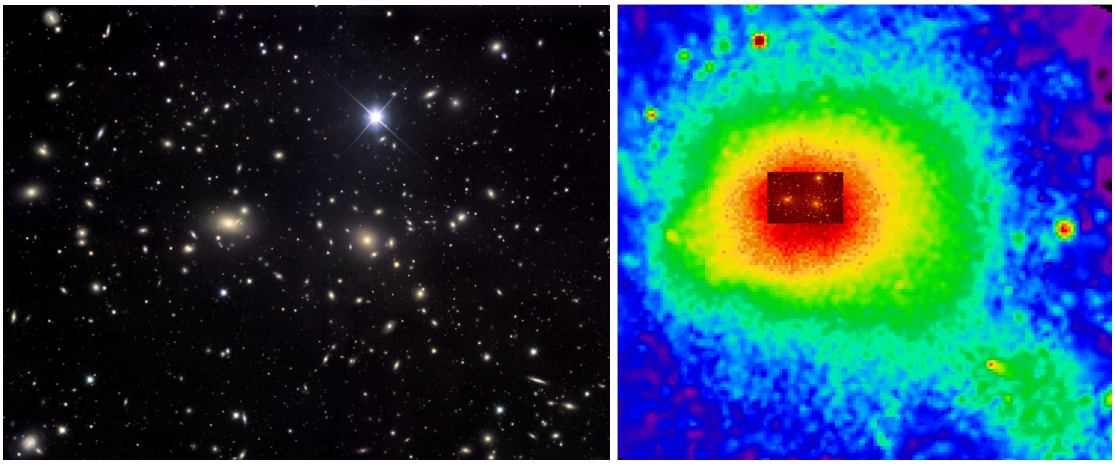

FIGURE 1.3 – ***Amas de Coma*** *vu dans le visible par Hubble (gauche) et en rayonnement X par ROSAT (droite). L'insert montre que la distribution de gaz s'étend bien au-delà des galaxies périphériques. [53]*

1.2.3 L'effet de lentille gravitationnelle

Il est également possible d'estimer la masse des amas grâce à l'effet de lentille gravitationnelle. En effet, la relativité générale prédit que l'image sur Terre d'un objet astronomique est déformée lorsque les rayons lumineux passent dans un champ gravitationnel intense. De plus, l'équation d'Einstein nous permet de remonter à la masse et à sa distribution spatiale en analysant ces déformations. L'interêt de cette méthode réside dans le fait qu'elle nous donne accès au potentiel gravitationnel quelle que soit la nature des objets qui le crée. L'observation des déformations d'objets en arrière plan implique que la masse des amas est dix fois supérieure à la masse visible, une conclusion semblable et indépendante de celle extraite du gaz en équilibre hydrostatique. Par ailleurs, l'analyse des effets de lentille gravitationnelle nous indique que la matière noire est distribuée de façon beaucoup plus diffuse que le gaz, lui-même moins concentré que les galaxies.

On recense aujourd'hui plusieurs dizaines de collisions d'amas de galaxies à l'instar de Abel370, MacsJ04161-2403 ou encore 1E0657-56 connu sous le nom du Bullet Cluster. On observe généralement ces collisions dans le domaine du visible avec le télescope Hubble et dans le domaine X avec le télescope ROSAT. Il est donc possible de comparer la distribution du gaz ionisé qui compose l'essentiel de la masse visible avec la distribution de la masse totale de l'amas. Au total, plus de 70 collisions de galaxies ont été analysées de cette manière et la conclusion générale est que les deux distributions ne coïncident pas. Le Bullet cluster vu par le télescope Hubble est représenté sur la Fig. 1.4. La distribution de gaz ionisé est représentée en rose alors que la distribution de masse gravitationnelle est en bleu. L'image suggère que les deux amas se sont traversés il y a 150 millions d'années. Les deux distributions de gaz se déplaçant en direction opposées semblent avoir été beaucoup plus freinées par leur interaction mutuelle que les galaxies et la matière noire. L'analyse du Bullet cluster permet de dériver une limite maximale sur la section efficace d'auto-interaction σ de la matière noire [47] :

$$\frac{\sigma}{m_\chi} < 0.7 \text{ cm}^2/\text{g}. \tag{1.23}$$

FIGURE 1.4 – ***Bullet Cluster*** *vu par Hubble. Rose : distribution de gaz ionisé observée en X par Chandra. Bleu : distribution de masse déduite de l'effet de lentille gravitationnelle.*

1.3 La cosmologie

La matière noire est également observée sur les échelles cosmologiques et la carte d'identité de l'univers que le satellite Planck vient de dresser indique que cette composante n'est pas de nature baryonique.

1.3.1 Le modèle standard cosmologique

Le modèle standard cosmologique propose une description de l'univers dans son intégralité. Sa formulation s'inscrit dans le cadre de la relativité générale et repose sur le principe cosmologique. Tout au long de cette section nous écrirons les équations en unités naturelles ($c = \hbar = k = 1$).

1.3.1.1 L'équation d'Einstein

La relativité générale est une théorie de la gravitation proposée par Albert Einstein en 1915. Elle s'appuie sur le principe d'équivalence et décrit la force gravitationnelle comme une conséquence de la courbure de l'espace-temps. La courbure de l'espace-temps est décrite par le tenseur de Riemann $R^{\delta}{}_{\alpha\beta\gamma}$ qui s'obtient par dérivation du tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ nécessaire à définir l'intervalle ds entre deux événements dans l'espace-temps tel que

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^{\mu} dx^{\nu}. \tag{1.24}$$

L'équation d'Einstein permet de relier le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ au contenu en énergie de l'espace temps décrit par le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ par

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi G\, T_{\mu\nu}, \tag{1.25}$$

où le tenseur de Ricci $R_{\mu\nu} = R^{\alpha}{}_{\mu\alpha\nu}$, le scalaire de Ricci $R = R^{\mu}{}_{\mu}$ et G est la constante de Newton. Einstein modifiera son équation en introduisant un terme proportionnel au tenseur métrique afin de rendre compte d'un univers en équilibre statique, cependant instable, de la façon suivante :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda\, g_{\mu\nu} = -8\pi G\, T_{\mu\nu}. \tag{1.26}$$

où Λ est une constante. Il la retirera quelques années plus tard lorsque E. Hubble met en évidence l'expansion de l'univers. Cette *constante cosmologique* Λ peut être interprétée de deux manières différentes. Tout d'abord, elle peut être considérée comme une nouvelle constante de la nature, au même titre que G, décrivant la géométrie de l'espace-temps. Il est donc possible de l'associer à la longueur

$$L_{\Lambda} = \Lambda^{-1/2} = \sqrt{3} h^{-1}\mathrm{Gpc} = 5.3 \times 10^{27}\mathrm{cm}, \tag{1.27}$$

où $h \equiv H_0/100$ et H_0 est la constante de Hubble. Cette valeur est à comparer avec la longueur de Planck

$$L_P = \left[\frac{\hbar G}{c^3}\right]^{1/2} = 1.6 \times 10^{-33}\mathrm{cm}. \tag{1.28}$$

Ainsi, L_{Λ} et L_P constituent deux échelles fondamentales de la théorie de la gravitation. Par ailleurs, la constante cosmologique peut être incorporée dans le tenseur énergie-impulsion dont la contribution s'écrit

$$T_{\mu\nu} = \frac{\Lambda}{8\pi G}\, g_{\mu\nu}. \tag{1.29}$$

Suivant cette approche, elle peut être interprétée comme une nouvelle composante de l'univers appelée *énergie noire*. Le tenseur énergie-impulsion d'un gaz parfait de densité d'énergie ρ et de pression P est donné par

$$T_{\mu\nu} = (P + \rho)\, U^{\mu} U^{\nu} - P\, g_{\mu\nu}, \tag{1.30}$$

où U^μ est la quadri-vitesse du gaz. Il est donc possible d'interpréter l'énergie noire comme un fluide remplissant l'univers dont la densité reste constante alors que l'univers s'étend et dont la pression, négative, s'écrit :

$$P_\Lambda = -\rho_\Lambda = -\frac{\Lambda}{8\pi G}. \tag{1.31}$$

1.3.1.2 Le principe cosmologique

Le principe cosmologique énoncé par A. Einstein puis par G. Lemaître et A. Friedmann postule que l'univers est homogène et isotrope. Bien qu'on ne puisse pas prouver directement sa validité, la plupart des modèles cosmologiques souscrivent à ce principe. Les observations des amas et des super-amas de galaxies permettent d'établir une cartographie tridimensionnelle de l'univers observable. Il apparaît que ces grandes structures s'organisent en filaments à la manière d'un réseau de neurones et qu'elles sont effectivement distribuées de façon homogène [45]. Par ailleurs, la découverte du CMB (Cosmic Microwave Background) en 1964 par A. Penzias et L. Wilson caractérisé par une anisotropie de l'ordre de 10^{-5} va bien dans le sens d'un univers isotrope concernant les grandes échelles angulaires.

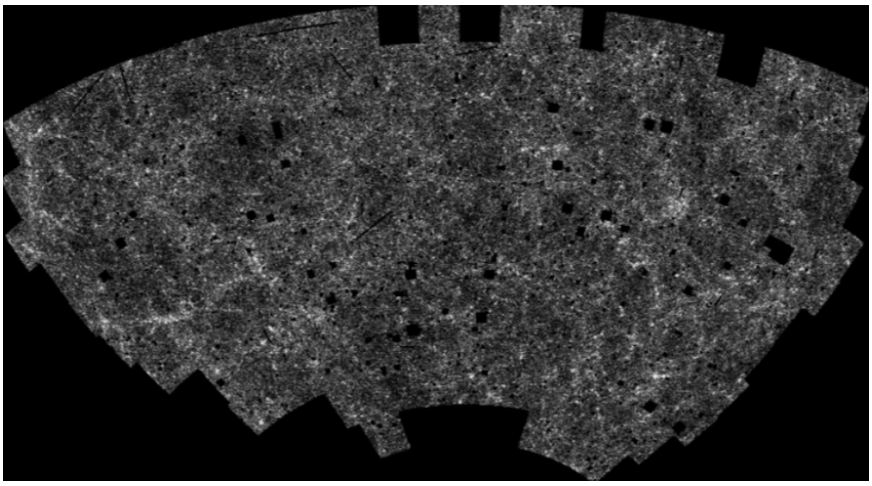

FIGURE 1.5 – ***Distribution angulaire des galaxies*** *à partir d'observations dans l'hémisphère sud de plus de 2 millions de galaxies. Les régions vides sont dues à la présence d'étoiles trop lumineuses sur la ligne de visée [45].*

1.3.1.3 La métrique de Robertson-Walker

La métrique caractérisant un espace à symétrie sphérique est donnée par

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 sin^2\theta\, d\varphi^2\right], \tag{1.32}$$

où $a(t)$ est le *facteur d'échelle* décrivant la dilatation de l'univers en fonction du temps. Le tenseur de Ricci associé à cette métrique se développe en

$$\begin{cases} R_{00} = 3\dfrac{\ddot{a}}{a} \\ R_{ij} = g_{ij}\left[\dfrac{\ddot{a}}{a} + 2H^2 + \dfrac{2k}{a^2}\right]. \end{cases} \tag{1.33}$$

où $\dot{a}$ et $\ddot{a}$ sont les dérivées temporelles du premier et du second ordre respectivement et où l'on définit le taux d'expansion comme

$$H(t) = \frac{d \ln a}{dt} = \frac{\dot{a}}{a}. \tag{1.34}$$

Le facteur k n'intervient que dans les composantes espace-espace du tenseur de courbure, il définit donc la courbure de l'espace. Si k = -1, 0 ou 1, l'espace-temps est caractérisé respectivement par des sections spatiales hyperboliques, plates ou sphériques.

On définit la *constante de Hubble* H_0 comme étant le taux d'expansion actuel, mesuré à l'instant présent t_0. Celle-ci est mesurée par la collaboration Planck à partir du CMB donnant la valeur $H_0 = 67.27 \pm 0.66$ km s^{-1} Mpc^{-1} [44] et par le Hubble Space Telescope Key Project, utilisant la relation période-luminosité des étoiles céphéides, lui attribuant la valeur $H_0 = 72.0 \pm 3.0$ km s^{-1} Mpc^{-1} [48]. E. Hubble remarque que cette constante est positive et donc que les galaxies s'éloignent les unes des autres. Cela signifie que pour un observateur situé sur Terre, le spectre mesuré d'une galaxie sera d'autant plus décalé vers le rouge que l'objet est éloigné. C'est ce qu'on appelle le *redshift cosmologique*. On définit le paramètre de redshift z mesuré par un observateur à l'instant t_0 par

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t)} = \frac{\lambda_0}{\lambda}, \tag{1.35}$$

où t est l'instant d'émission et λ la longueur d'onde émise à la source.

1.3.1.4 Équations d'évolution de Friedman-Lemaître

Les équations d'évolution d'un univers homogène et isotrope sont obtenues en insérant la métrique de Robertson-Walker dans l'équation d'Einstein. La métrique de Robertson-Walker impose au tenseur énergie-impulsion d'être isotrope, $T_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(\rho, P, P, P)$. La conservation du tenseur-énergie impulsion se traduit par

$$\frac{d}{dt}(\rho a^3) = -P\frac{da^3}{dt}. \tag{1.36}$$

Cette relation exprime le premier principe de la thermodynamique appliqué à un gaz en expansion adiabatique. L'application de l'équation d'Einstein donne alors les équations de Friedmann-Lemaître :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \tag{1.37}$$

et

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P) + \frac{\Lambda}{3}. \tag{1.38}$$

Afin de résoudre ces équations, il convient de définir les propriétés du fluide cosmique à travers une équation d'état reliant la densité d'énergie et la pression, et qui prend la forme

$$P = \omega\rho. \tag{1.39}$$

Si ω est constant, la conservation du tenseur énergie-impulsion conduit à

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)}. \tag{1.40}$$

Un fluide de matière est caractérisé par une pression négligeable devant la densité d'énergie et donc par un paramètre ω nul. Pour la radiation, $\omega = 1/3$ et pour l'énergie noire $\omega = -1$.

1.3.1.5 Les paramètres cosmologiques

On définit $\rho_c \equiv \rho_c(t_0)$ comme étant la densité critique pour laquelle l'espace physique est plat ($k = 0$). Elle s'exprime en fonction de la constante de Hubble H_0 via

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}. \tag{1.41}$$

Cette valeur nous permet d'introduire les densités réduites actuelles, appelées *paramètres cosmologiques*, pour chaque composante i du fluide cosmique comme

$$\Omega_i = \frac{\rho_i}{\rho_c}. \tag{1.42}$$

Il est commode d'introduire le paramètre de décélération

$$q_0 = -\left(\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right)_{|t=t_0} \tag{1.43}$$

qui mesure le ralentissement ($q_0 > 0$) ou l'accélération ($q_0 < 0$) de l'expansion. Nous pouvons finalement réécrire les équations de Friedman-Lemaître comme

$$\begin{aligned} \Omega_m + 2\Omega_r - 2\Omega_\Lambda &= 2q_0 \\ \Omega_k \equiv -\frac{k}{H_0^2\, a_0^2} &= 1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_\Lambda, \end{aligned} \tag{1.44}$$

où Ω_m, Ω_r et Ω_Λ correspondent respectivement aux composantes de matière, de radiation et d'énergie noire. En introduisant $x \equiv a(t)/a_0 = 1/(1+z)$, la première équation de Friedman-Lemaître devient

$$\frac{\dot{x}^2}{H_0^2} = \frac{\Omega_m}{x} + \frac{\Omega_r}{x^2} + x^2\Omega_\Lambda + \Omega_k. \tag{1.45}$$

Finalement, en définissant $\tau = H_0\, t$, $E \equiv \Omega_k$ et

$$V(x) \equiv -\frac{\Omega_r}{x^2} - \frac{\Omega_m}{x} - x^2\Omega_\Lambda, \tag{1.46}$$

l'équation (1.45) devient

$$\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + V(x) = E. \tag{1.47}$$

On remarque que l'équation (1.47) est identique à celle qui décrit le mouvement le long d'un axe d'un point materiel d'énergie E soumis au potentiel $V(x)$. L'évolution du facteur d'échelle $a(t)$ sera donc déterminée par les valeurs des paramètres cosmologiques.

1.3.2 Les supernovae de type Ia (SNeIa)

Les paramètres cosmologiques interviennent dans la relation qui lie la distance de luminosité d_L au redshift z :

$$d_L = \frac{1+z}{H_0\sqrt{|\Omega_k|}}\, S\left(\sqrt{|\Omega_k|}\int_0^z dz' \frac{1}{\sqrt{F(z')}}\right), \tag{1.48}$$

où $F(z) = (1+z)^2\,(1+z\,\Omega_m) - z\,(z+2)\,\Omega_\Lambda$ et la fonction S est définie par

$$S(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{si } k > 0 \\ x & \text{si } k = 0 \\ \sinh(x) & \text{si } k < 0. \end{cases} \tag{1.49}$$

La distance de luminosité intervient à son tour dans l'expression qui relie la magnitude apparente m d'un astre avec sa magnitude absolue M

$$m - M = 5\left[\log_{10}\frac{d_L}{1\text{pc}} - 1\right]. \tag{1.50}$$

Les paramètres cosmologiques peuvent donc être déterminés à partir de la mesure de la magnitude apparente m d'un objet dont on connaît la magnitude absolue M. De tels objets sont appelés *chandelles standards*. Les qualités requises pour une chandelle standard sont d'une part sa forte luminosité permettant d'en observer des échantillons suffisamment éloignés, et d'autre part une luminosité indépendante de l'espace et du temps. Nous avons observé que la luminosité des SNeIa est proportionnelle à leur temps d'explosion. Il est par conséquent possible de remonter à leur magnitude absolue.

Les mesures effectuées sur un échantillon de 42 SNeIa par le Supernova Cosmology Project [42], mettent en évidence l'accélération de l'expansion de l'univers en mesurant

$$0.8\Omega_m - 0.6\Omega_\Lambda \simeq -0.2 \pm 0.1. \tag{1.51}$$

En supposant que $\Omega_k = 0$ (cf 1.3.5), les observations récentes des collaborations SDSS-II et SNLS basées sur l'analyse spectroscopique de 740 SNeIa [8] conduisent à

$$\Omega_m = 0.295 \pm 0.034. \tag{1.52}$$

1.3.3 La thermodynamique du Big-Bang

Le modèle du big-bang proposé par G. Lemaître et G. Gamow propose que plus l'on remonte dans le passé, plus l'univers est dense et chaud et plus rayonnement et matière sont répartis de façon homogène. Dans l'univers primordial de la première seconde après le big-bang, le fluide cosmique est sous forme d'un plasma complètement ionisé de particules élémentaires. Une espèce A est régie par la distribution statistique

$$f_A(\vec{x}, \vec{p}) = g_A\left[\exp\left(\frac{E-\mu_A}{T}\right) - \epsilon\right]^{-1}, \tag{1.53}$$

où μ_A est le potentiel chimique de l'espèce considérée, et g_A son nombre d'états de spin ou d'hélicité. Le facteur statistique ϵ vaut $+1$ pour un boson et -1 pour un fermion. L'énergie E et l'impulsion $\vec{p}$ sont reliées par $E^2 = p^2 + m^2$. Lorsque les réactions entre les particules se produisent rapidement, à un taux bien plus élevé que le taux d'expansion de l'univers, l'équilibre thermique ainsi que l'équilibre chimique sont assurés. L'équilibre thermique est garanti par des collisions du type

$$e + \gamma \to e + \gamma, \tag{1.54}$$

alors que l'équilibre chimique est réalisé à travers des réactions comme

$$3\gamma \rightleftharpoons e^+ + e^- \rightleftharpoons 2\gamma. \tag{1.55}$$

Les dernières réactions conduisent à $\mu_\gamma = 0$ et donc à $\mu_{e^+} = -\mu_{e^-}$. Le spectre de Planck caractéristique du CMB confirme que les photons de l'univers primordial sont régis par la distribution de Bose-Einstein à potentiel chimique nul. Par ailleurs, étant donné que l'asymétrie entre matière et antimatière est faible, dans la mesure où aujourd'hui le rapport entre baryons et photons vaut $n_B/n_\gamma \sim 6 \times 10^{-10}$, les potentiels chimiques μ_{e^+} et μ_{e^-} sont pratiquement égaux. Par conséquent

$$\mu_{e^+} = \mu_{e^-} = 0. \tag{1.56}$$

Ces considérations nous incitent à décrire le plasma primordial comme un ensemble de particules à la température T et de potentiel chimique nul. En définissant $x = p/T$ et $y = E/T$, la densité numérique et la densité d'énergie de l'espèce A sont données par

$$\begin{aligned} n_A &= \frac{g_A}{2\pi^2} T^3 \int_0^\infty dx\, x^2\, (\mathrm{e}^y - \epsilon)^{-1}, \\ \rho_A &= \frac{g_A}{2\pi^2} T^4 \int_0^\infty dx\, x^2\, y\, (\mathrm{e}^y - \epsilon)^{-1}. \end{aligned} \tag{1.57}$$

Il est commode de dériver ces quantités dans les cas des limites ultra-relativiste ($T \gg m$) et non-relativiste ($T \ll m$).

- **Limite ultra-relativiste** ($T \gg m$)

$$\begin{aligned} n_A &= \frac{g_A}{\pi^2} T^3\, \zeta(3) \begin{cases} 1 & (Boson) \\ 3/4 & (Fermion) \end{cases}, \\ \rho_A &= \frac{\pi^2}{15} \frac{g_A}{2} T^4 \begin{cases} 1 & (Boson) \\ 7/8 & (Fermion) \end{cases}, \end{aligned} \tag{1.58}$$

  où ζ est la fonction de Riemann.

- **Limite non-relativiste** ($T \ll m$)

$$\begin{aligned} n_A &= g_A\, T^3\, \exp\left(-\frac{m}{T}\right) \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2}, \\ \rho_A &= m \times n_A. \end{aligned} \tag{1.59}$$

Nous remarquons que la densité d'énergie des espèces non-relativistes pour lesquelles la température T est très petite devant la masse m décroît exponentiellement avec la température. Ceci implique que la densité d'énergie totale du plasma primordial à la température T sera dominée par la contribution des espèces relativistes. Celle-ci s'exprime comme

$$\rho(T) = g_{eff}(T)\, \rho_\gamma(T), \tag{1.60}$$

où $\rho_\gamma(T)$ est la densité d'énergie du gaz de photons et $g_{eff}(T)$ est le nombre effectif de degrés de liberté. Ce dernier peut être estimé comme une somme sur tous les états de spin des bosons et des fermions qui, à la température T, se comportent de façon ultra-relativiste

$$g_{eff}(T) \simeq \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_B} g_B + \frac{7}{16} \sum_{i=1}^{N_F} g_F. \tag{1.61}$$

De la même façon, il est possible d'exprimer la densité d'entropie

$$\sigma(T) = h_{eff}(T)\,\sigma_\gamma(T), \tag{1.62}$$

où $\sigma_\gamma(T)$ est la densité d'entropie du gaz de photons et

$$h_{eff}(T) \simeq g_{eff}(T). \tag{1.63}$$

L'entropie S du plasma primordial contenu dans un covolume de taille $a(t)$ peut alors s'exprimer en fonction de la température T comme

$$S = \sigma(T)\,a^3(t) = \frac{4\pi^2}{45}\,h_{eff}(T)\,T^3\,a^3(t). \tag{1.64}$$

Le plasma primordial est en expansion adiabatique et son entropie S se conserve. En négligeant la variation de h_{eff} en fonction de la température on peut donc en déduire que le produit de la température par le facteur d'échelle est constant

$$T \times a(t) = constante. \tag{1.65}$$

Lors des tous premiers instants, l'univers primordial est rempli d'un gaz essentiellement relativiste et l'expression (1.37) est dominée par le terme relié à la densité d'énergie

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(T). \tag{1.66}$$

En exprimant le facteur d'échelle a en fonction de la température T et en utilisant l'expression (1.60), l'on obtient

$$-\frac{\dot{T}}{T} = \frac{\dot{a}}{a} = \left[\frac{8\pi G}{3}g_{eff}(T)\,\rho_\gamma(T)\right]^{1/2}. \tag{1.67}$$

En utilisant le résultat (1.58), il vient

$$-\frac{\dot{T}}{T^3} = \left[\frac{8\pi^3 G}{45}\,g_{eff}(T)\right]^{1/2}, \tag{1.68}$$

Si l'on néglige les variations de g_{eff} en fonction de la température, on peut réécrire cette expression en fonction de la masse de Planck $M_P = \sqrt{\hbar c^5/G}$,

$$\frac{M_P}{T^2} \simeq \left[\frac{32\pi^3}{45}g_{eff}(T)\right]^{1/2} t. \tag{1.69}$$

Par conséquent, cela nous permet de relier l'âge de l'univers à sa température via

$$t \simeq \frac{1.7\ \text{seconde}}{\sqrt{g_{eff}(T)}}\left[\frac{1\ \text{MeV}}{T}\right]^2. \tag{1.70}$$

1.3.3.1 Le découplage thermique

Lors de son évolution, l'univers se refroidit et sa température T diminue. Celle-ci est reliée au taux d'expansion H par

$$H = \sqrt{\frac{8\pi^3}{45} g_{eff}(T)} \frac{T^2}{M_P}. \tag{1.71}$$

Considérons une espèce X de particules à la température T_X. Le gaz de particules X se thermalise avec l'ensemble du plasma environnant grâce aux multiples collisions qu'il entretient avec ce dernier. L'ensemble de ces interactions est caractérisé par le taux de collisions Γ_X. Tant que celui-ci est supérieur au taux d'expansion de l'univers H, les particules de l'espèce X ont le temps de se thermaliser avec le plasma environnant et la température T_X relaxe rapidement vers la température T. Cependant, si le taux de collisions Γ_X décroît plus vite avec la température que H, les collisions ne seront pas assez nombreuses à terme pour redistribuer l'énergie entre les particules de l'espèce X et le reste du plasma. Dans ce cas, la température T_X n'aura plus le temps de relaxer vers la température T. On parle alors de découplage thermique. Cette transition survient lorsque les taux Γ_X et H sont égaux, ce qui permet de déterminer la température de découplage T_X^d via la relation

$$\Gamma_X(T_X^d) = H(T_X^d). \tag{1.72}$$

En dessous de cette température, les particules de l'espèce X ne sont plus en équilibre thermodynamique avec le reste du plasma. Il n'est alors en réalité plus possible de définir une température T_X au sens de la thermodynamique. Les réactions n'ayant plus lieu, le nombre de ces particules reste constant mais leur densité diminue en $1/a^3$ en raison de l'expansion de l'univers. Par ailleurs, leur caractère ondulatoire conduit à la diminution de leur impulsion p qui varie comme $p \propto a^{-1}$. La densité des particules dans l'espace des phases est donc constante et leur distribution statistique f conservera sa forme au moment du découplage

$$f(x, p\,|T_X) = f(x, p_d\,|T_X^d), \tag{1.73}$$

où $p_d = (a/a_d)p$ et a_d est la valeur du facteur d'échelle au moment du découplage.

Ainsi, plus le taux d'interactions Γ_X d'une espèce avec le reste du plasma primordial est faible et plus le découplage thermique a lieu tôt dans l'histoire de l'univers. Le cas des neutrinos constitue un bon exemple du découplage thermique. La section efficace typique qui caractérise l'interaction des neutrinos avec les particules environnantes est approximativement donnée par

$$< \sigma v > \sim G_F^2\, T^2, \tag{1.74}$$

où la constante de Fermi caractéristique des interactions faibles vaut

$$G_F = 1.166 \times 10^{-5}\,\mathrm{GeV}^{-2}. \tag{1.75}$$

La température T_ν^d de découplage des neutrinos est alors donnée par

$$T_\nu^d \sim (G_F^2 M_P)^{-1/3} \sim 1\,\mathrm{MeV}. \tag{1.76}$$

Nous devons cependant garder à l'esprit que le processus de découplage thermique s'effectue de façon progressive en fonction de la température. Le raisonnement précédent basé sur l'égalisation des taux d'interaction et d'expansion nous permet uniquement d'avoir un ordre de grandeur des températures auxquelles le découplage intervient.

1.3.4 La nucléosynthèse primordiale (BBN)

Au cours des premières secondes de l'histoire de l'univers, le plasma primordial est composé de particules élémentaires. Lorsque la température T descend en dessous d'environ 200 MeV ($\sim 2\times10^{12}$ K), les quarks et les gluons se condensent pour former les premiers protons et neutrons. Le plasma est alors composé de protons, neutrons, électrons, positrons, photons et neutrinos. Les protons et les neutrons sont en équilibre chimique à travers les réactions

$$\begin{aligned} n + e^+ &\rightleftharpoons p + \bar{\nu}, \\ n + \nu &\rightleftharpoons p + e^-, \\ n &\rightleftharpoons p + e^- + \bar{\nu}. \end{aligned} \tag{1.77}$$

Puis, lorsque la température T chute en dessous d'environ 1 MeV ($\sim 10^{10}$ K), les réactions précédentes cessent d'être en équilibre, et la différence de masse entre les neutrons et les protons induit une diminution de la quantité de neutrons au profit des protons. Par ailleurs, l'énergie moyenne des photons devient inférieure à l'énergie de liaison des noyaux légers et les premiers éléments H, D = ^{2}H, ^{3}H, ^{3}He, ^{4}He et ^{7}Li peuvent alors se former : c'est la *nucléosynthèse primordiale* (Big Bang Nucleosynthesis, BBN en anglais).

L'abondance relative des différents éléments peut être calculée en fonction du rapport entre le nombre de baryons et le nombre de photons $\eta = \Omega_b/\Omega_\gamma$. Les abondances relatives (en terme de masse) des noyaux D, ^{3}H, ^{4}He et ^{7}Li sont représentées par les courbes bleues de la Fig. 1.6 en fonction du paramètre η. L'épaisseur des courbes représente l'incertitude sur les mesures des sections efficaces nucléaires utilisées pour le calcul [18]. L'abondance relative de ces différents éléments peut être mesurée expérimentalement dans les systèmes astrophysiques lointains (donc primordiaux) qui n'ont pas encore été affectés par la nucléosynthèse stellaire. On peut également mesurer les abondances relatives au sein de vieilles étoiles des amas globulaires gravitant autour de la Voie Lactée. Ces mesures sont représentées par les bandes horizontales vertes sur la Fig. 1.6. Il est alors possible de déterminer la valeur du paramètre $\eta \sim 6 \times 10^{-10}$. La densité de photons dans l'univers, appartenant pour la plupart au CMB, est extrêmement bien mesurée. Ceci implique que les abondances relatives des noyaux légers nous permettent de déterminer de manière indépendante la valeur de l'abondance baryonique Ω_b. La valeur de η mesurée par WMAP est représentée par la bande noire verticale sur la Fig. 1.6, montrant ainsi que le modèle de la nucléosynthèse primordiale est cohérent avec un univers composé d'environ 4% de matière baryonique. Par ailleurs, le modèle de la nucléosynthèse primordiale permet de dériver des contraintes fortes sur les déviations par rapport au modèle standard cosmologique [36] et sur la physique au-delà du modèle standard des particules [51]. Le modèle prédit néanmoins un excès de noyaux de ^{7}Li par rapport à l'abondance mesurée, c'est le *problème du Lithium*. De nombreux mécanismes ont été avancés afin de concilier le modèle de la nucléosynthèse primordiale avec l'abondance observée du ^{7}Li en faisant intervenir la contribution de nouvelles particules légères [46, 28].

1.3.5 Le fond diffus cosmologique (CMB)

Lorsque la température du plasma primordial T est supérieure à l'énergie d'ionisation de l'hydrogène $T_i = 13.6$ eV ($\sim 10^5$ K), les photons, noyaux et électrons se répartissent l'énergie disponible en interagissant via la force électromagnétique. En dessous de cette température, les premiers atomes d'hydrogène commencent à se former et les photons cessent progressivement d'interagir avec les électrons et les protons. Ce processus de neutralisation du plasma primordial

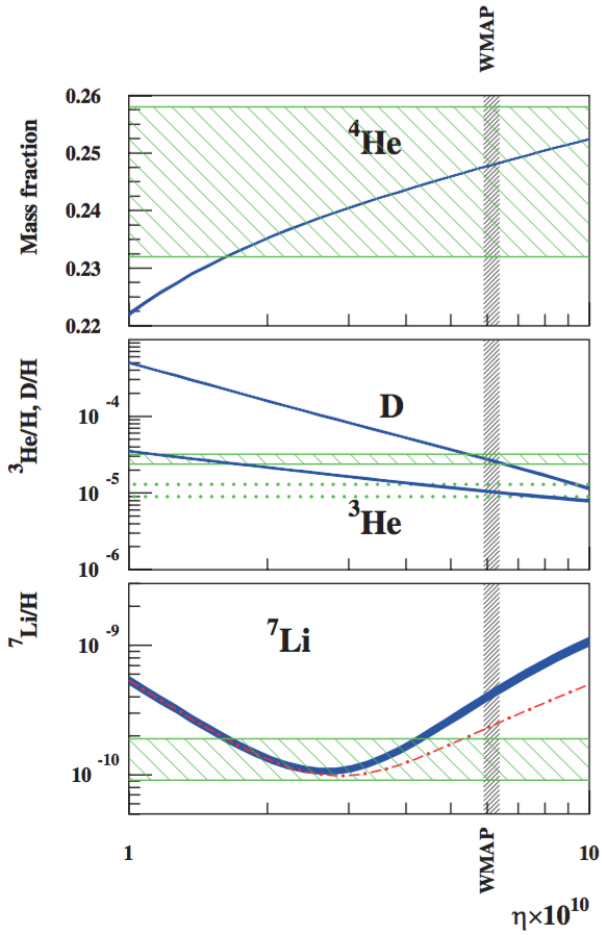

FIGURE 1.6 – ***Abondances relatives des noyaux légers*** *calculées en fonction du paramètre η. Les prédictions sont confrontées aux mesures dans les systèmes peu évolués (bandes vertes) et par WMAP (bande noire). [18].*

est dénommé *recombinaison*. Par ailleurs, à cette température, électrons et protons sont beaucoup moins abondants que les photons. Il faudra donc attendre que la température du plasma descende bien en dessous de l'énergie d'ionisation pour que le nombre de photons dont l'énergie est supérieure à l'énergie d'ionisation devienne suffisamment petit afin que tous les atomes d'hydrogène puissent se former. En effet, lorsque la température T atteint environ 0.65 eV ($\sim$ 5000 K), plus de 99% de l'hydrogène est encore ionisé. Il faut attendre que T parvienne à environ 0.4 eV ($\sim$ 3000 K) pour que ce rapport descende en dessous de 1%. Il est coutume de définir la température du plasma primordial au moment du découplage des photons comme

$$T_\gamma^d = 3000 \text{ K}. \tag{1.78}$$

Les premiers atomes étant formés, les photons peuvent alors se propager librement à travers l'univers et être détectés depuis la Terre. Ce rayonnement est appelé fond diffus cosmologique ou cosmic microwave background (CMB) en anglais. Depuis sa découverte en 1965, ce rayonnement est mesuré de plus en plus précisément notamment par les expériences BOOMERanG (Balloon Observations Of Millimetric Extragalactic Radiation and Geophysics), COBE (COsmic Background Explorer), WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) et Planck. Ces expériences ont révélé que le CMB est très homogène et qu'il est caractérisé par un spectre de Planck

dont la température vaut $T_{CMB} = 2.7260 \pm 0.0013$ K [25]. Ce spectre caractéristique de corps noir confirme bien que les photons étaient à l'équilibre thermodynamique au moment de la recombinaison et sa forme constitue par conséquent une formidable validation du modèle du Big-Bang. L'expansion cosmique entraîne une diminution de l'énergie individuelle des photons. Les températures du CMB aujourd'hui (T_{CMB}) et à la recombinaison (T_γ^d) sont reliées par

$$T_{CMB} = \frac{a_\gamma}{a_0} T_\gamma^d = \frac{1}{1 + z_\gamma} T_\gamma^d, \tag{1.79}$$

où a_γ et z_γ désignent respectivement le facteur d'échelle et le redshift au moment où les photons se découplent de la matière. La relation précédente permet de dériver la valeur $z_\gamma = 1090.06 \pm 0.30$ [44].

Le CMB présente en réalité des anisotropies de température de l'ordre de $\Delta T/T \sim 10^{-5}$. Celles-ci reflètent d'infimes fluctuations de densité du plasma primordial avant la recombinaison. Le fluide composite va alors s'effondrer dans les régions de fort potentiel gravitationnel avant d'en être expulsé par la pression des photons. Ce processus donne naissance à des oscillations acoustiques qui vont se propager dans le plasma à la vitesse du son. Ces oscillations vont brusquement cesser avec la recombinaison et laisser une empreinte caractéristique du plasma primordial au moment du découplage à travers des fluctuations de température sur la carte du CMB (cf Fig. 1.7).

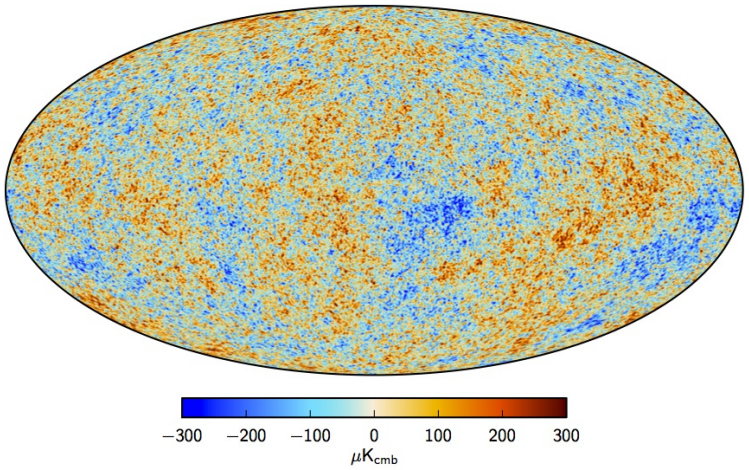

FIGURE 1.7 – ***Carte des fluctuations du CMB*** *mesurées par le satellite Planck dans la projection Mollweide de la sphère céleste [43].*

Une fluctuation δ par rapport à la température moyenne T, dans la direction $\vec{n}$, se décompose sur la base des harmoniques sphériques comme

$$\delta(\vec{n}) \equiv T(\vec{n}) - T = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} a_{l,m}\, Y_{l,m}(\vec{n}), \tag{1.80}$$

où les coefficients $a_{l,m}$ sont donnés par

$$a_{l,m} = \int_{4\pi} d\Omega\, \delta(\vec{n})\, Y_{l,m}(\vec{n}). \tag{1.81}$$

Plutôt qu'à la répartition exacte des fluctuations, on s'intéresse à leur valeur moyenne sur tout le ciel, lorsque la séparation angulaire θ entre deux régions du ciel reste fixée. La fonction de corrélations à deux points des fluctuations de température dans les directions $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ telles que $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = \cos\theta$ est définie par

$$\langle \delta(\vec{n}_1)\, \delta(\vec{n}_2) \rangle \equiv \sum_{l,m} \sum_{l',m'} a_{l,m}\, a_{l',m'}\; Y_{l,m}(\vec{n}_1)\; Y^*_{l',m'}(\vec{n}_2). \tag{1.82}$$

Le *spectre de puissance angulaire* de température, noté C_l, s'obtient en moyennant la quantité $|a_{l,m}|^2$ sur les m pour un multipôle l fixé,

$$C_l = \langle\, |a_{l,m}|^2 \,\rangle = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{m=+l} |a_{l,m}|^2. \tag{1.83}$$

Dans les représentations du spectre de puissance, il est commode de substituer au coefficient C_l la quantité renormalisée $D_l = [l(l+1)/2\pi]\, C_l$. Le spectre de puissance angulaire de température du CMB (TT) mesuré par l'expérience Planck est représenté sur la figure 1.8. Celui-ci nous permet de déterminer les paramètres cosmologiques. En particulier, la séparation angulaire des pics acoustiques nous renseigne sur la géométrie de l'univers alors que leur amplitude nous indique la fraction de matière baryonique contenue dans l'univers. En combinant les analyses des spectres de puissance de température et de polarisation, les mesures de Planck [44] conduisent, dans le cadre du modèle ΛCDM (matière noire froide interagissant faiblement et énergie noire), aux valeurs

$$\begin{aligned} \Omega_\Lambda &= 0.6844 \pm 0.0091 \\ \Omega_m &= 0.3156 \pm 0.0091, \\ \Omega_b\, h^2 &= 0.02225 \pm 0.00016, \\ \Omega_{\rm DM}\, h^2 &= 0.1198 \pm 0.0015, \end{aligned} \tag{1.84}$$

où Ω_b et $\Omega_{\rm DM}$ représentent respectivement les densités réduites de matière baryonique et non-baryonique, et où $h = H_0/100$ avec $H_0 = 67.27 \pm 0.66$ km s^{-1} Mpc^{-1}. En définitive, le spectre de puissance du CMB implique que l'univers est composé d'environ 68% d'énergie noire et 32% de matière. Une fraction d'environ 85% de cette dernière composante est la matière noire.

1.3.6 La formation des grandes structures

Les grandes structures qui composent l'univers sont issues de l'effondrement gravitationnel des inhomogénéités du plasma primordial, mises en évidence par les fluctuations de température du CMB. Avant la recombinaison, la pression des photons empêche les baryons de se rassembler pour former les premières structures. Cependant, si l'on suppose que toute la matière de l'univers est de nature baryonique, on trouve alors qu'il ne s'est pas écoulé assez de temps entre la recombinaison et aujourd'hui pour que les fluctuations observées dans le CMB aient pu s'effondrer pour former les galaxies. Indépendamment de l'analyse précédente, il est donc nécessaire d'introduire une composante non-baryonique ayant pu se rassembler dans les puits de potentiel gravitationnel bien avant la recombinaison.

Si cette composante est relativiste lorsque la température T de l'univers est d'environ 1 keV, on parle de matière noire "chaude". Dans ce cas, les super-amas de galaxies se forment en premier, puis les amas et enfin les galaxies. Ce scénario est qualifié de "top-down". A contrario, si

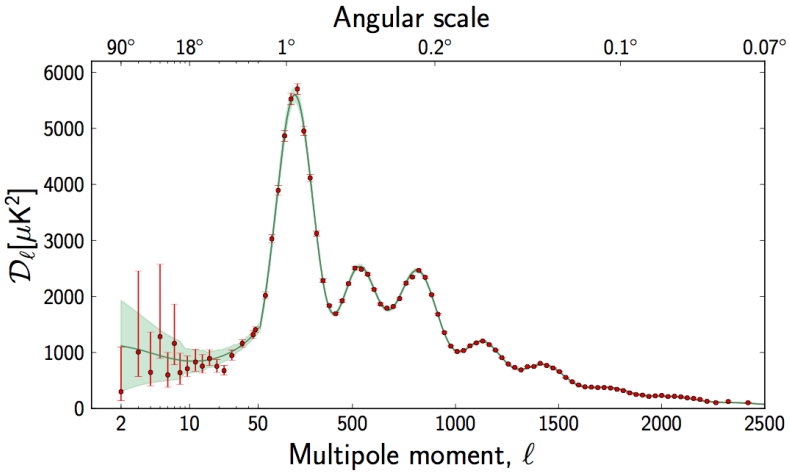

FIGURE 1.8 – ***Spectre de puissance angulaire de température (TT)*** *mesuré par le satellite Planck. La courbe verte correspond au modèle* ΛCDM *calculée avec les paramètres cités dans le texte. [3].*

la composante non-baryonique additionnelle est non-relativiste à $T \sim 1$ keV, on parle de matière noire "froide". Les galaxies se forment en premier, puis les amas et enfin les super-amas. Il s'agit du scénario "bottom-up". Les simulations numériques à N-corps favorisent le scénario de matière noire froide qui permet le mieux de rendre compte des observations de la distribution des structures dans l'univers.

Il est néanmoins nécessaire de mentionner que le paradigm ΛCDM ne permet pas d'expliquer certaines observations :

- *The cusp/core problem* : les simulations numériques prédisent une distribution piquée de matière noire proche du centre galactique avec $\rho(r) \propto 1/r$. Or les observations tendent à montrer une distribution constante favorisant les profils à coeur (core profiles en anglais) (voir Sec. 1.1.3).

- *The missing satellites problem* : les simulations numériques prédisent plus de galaxies satellites naines autour de la Voie Lactée que l'on en observe [38].

- *The "Too Big Too Fail" problem* : les mesures de dispersion des vitesses des étoiles au sein des galaxies satellites naines de la Voie Lactée, ne révèlent pas la densité de matière noire très élevée prédite par les simulations [58].

1.3.7 Le miracle des WIMPs

Les particules de matière noire χ doivent posséder les propriétés d'être massives et d'interagir faiblement avec les espèces du modèle standard des particules. Si leur masse est supérieure à ~ 1 GeV, elles deviennent non-relativistes dans un régime où elles sont fortement couplées thermiquement avec leur environnement. Leur densité n chute alors exponentiellement en vertu de l'expression 1.59. On pourrait penser naïvement qu'elles disparaissent complètement à travers la réaction d'annihilation en paire de fermions f et $\bar{f}$,

$$\chi + \chi \rightleftharpoons f + \bar{f}, \tag{1.85}$$

où les particules des matière noire sont supposées ici être des fermions de Majorana [2]. Cependant, les particules χ ont de plus en plus en plus de mal à trouver un partenaire pour disparaître. Au moment précis du découplage chimique (*freeze-out* en anglais), la probabilité qu'une particule s'annihile pendant une durée typique d'expansion de l'univers devient inférieure à 100% et la réaction 1.85 gèle sous la double action de la chute de température et de la dilution des réactifs. Les particules χ constituent alors une population fossile, vestige des premiers instants du Big-Bang.

L'évolution de la densité n des particules de matière noire dans le plasma primordial est gouvernée par l'équation de Boltzmann

$$\frac{dn}{dt} = -3Hn - \langle\sigma v\rangle\left(n^2 - n_{eq}^2\right), \tag{1.86}$$

où n_{eq} représente la densité à l'équilibre chimique ($\mu = 0$). Le premier terme dans le membre de droite est le facteur de dilution résultant de la dilatation de l'espace et le second prend en compte les annihilations des particules de matière noire. Le dernier terme décrit leur création à partir de l'annihilation des paires $\bar{f}f$. En définissant $x = m_\chi/T$, l'équation 1.86 peut se réécrire en fonction de la codensité $Y = n/\sigma(T)$, où $\sigma(T)$ désigne la densité d'entropie, sous la forme

$$\frac{dY}{dx} = -C\,\langle\sigma v\rangle\,\frac{1}{x^2}\left(Y^2 - Y_{eq}^2\right). \tag{1.87}$$

avec $C = m_\chi M_P(2\,\pi g_*/45)^{1/2}$ où g_* est le paramètre de degrés de liberté défini par

$$g_*^{1/2} = \frac{h_{eff}}{g_{eff}^{1/2}}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{T}{h_{eff}}\frac{dh_{eff}}{dT}\right). \tag{1.88}$$

L'équation 1.86 peut être résolue numériquement avec la condition initiale $Y = Y_0$ lorsque $x \simeq 1$. En général, la section efficace d'annihilation dépend de la vitesse v. Il est commode de développer σv comme

$$\sigma v = a_0 + a_2 v^2 + O(v^4), \tag{1.89}$$

où a_0 et a_2 sont indépendants de v et représentent les mécanismes d'annihilation via les ondes s et p, respectivement. Dans le cas simple d'une annihilations en ondes s, la codensité actuelle Y_0 s'exprime comme

$$Y_0 = \left(\frac{2\pi\,g_*}{45}\right)^{-1/2}\frac{x_F}{m_\chi M_P\,\langle\sigma v\rangle}, \tag{1.90}$$

où $x_F = m_\chi/T_F$ avec T_F la température du découplage chimique. La densité relique correspondante est alors donnée par la relation

$$\Omega_{\rm DM}h^2 = 1.04\times 10^9\,x_F\,g_*^{-1/2}\left(\frac{M_P}{\rm GeV}\right)\left(\frac{\langle\sigma v\rangle}{\rm GeV^{-2}}\right)^{-1}. \tag{1.91}$$

La valeur de x_F peut être estimée en égalant le taux d'annihilation $\Gamma = \langle\sigma v\rangle\,n$ avec le taux d'expansion de l'univers comme

$$\Gamma(x_F) = H(x_F). \tag{1.92}$$

2. Un fermion de Majorana est sa propre antiparticule. Notons que les particules de matière noire peuvent être des fermions de Dirac ou des bosons, le raisonnement développé ici reste le même.

En utilisant les relations 1.71 et 1.59 et en considérant que l'univers est dominé par la radiation au moment du découplage chimique, il vient

$$x_F = \ln\left\{\frac{2\sqrt{5}}{(2\pi)^3}\left(\frac{\langle\sigma v\rangle M_P\, m_\chi}{\sqrt{g_*}}\right)\frac{1}{\sqrt{x_F}}\right\}. \tag{1.93}$$

La valeur de x_F peut être estimée en résolvant cette équation de manière itérative. Pour une particule de matière noire aux interactions faibles, le découplage se situe vers $x_F \sim 20$. La densité relique $\Omega_{\rm DM}$ est alors donnée approximativement par

$$\Omega_{\rm DM} h^2 \simeq \frac{3\times 10^{-27}\ {\rm cm}^3{\rm s}^{-1}}{\langle\sigma v\rangle}. \tag{1.94}$$

Il apparaît donc que la valeur canonique de la section efficace d'annihilation $\langle\sigma v\rangle = 3\times10^{-26}{\rm cm}^3{\rm s}^{-1}$ permet de retrouver la valeur $\Omega_{\rm DM}h^2 = 0.1198 \pm 0.0015$ mesurée par Planck. Cette valeur de $\langle\sigma v\rangle$ est typique des interactions faibles. Une particule de matière noire massive et interagissant faiblement (*WIMP* pour *Weekly Interactive Massive Particle* en anglais) possède donc les propriétés nécessaires pour avoir aujourd'hui l'abondance cosmologique mesurée. Ce résultat constitue ce qu'on appelle *le miracle des WIMPs*. Il est en effet remarquable de pouvoir déterminer les propriétés d'interaction de ces particules en ayant seulement fait l'hypothèse qu'elles étaient en équilibre thermodynamique dans le plasma primordial. Nous devons cependant garder à l'esprit que ceci n'est peut-être qu'une coïncidence. Néanmoins, les mesures de la densité relique permettent d'établir des contraintes sur leurs interactions et par conséquent sur les modèles des particules de matière noire.

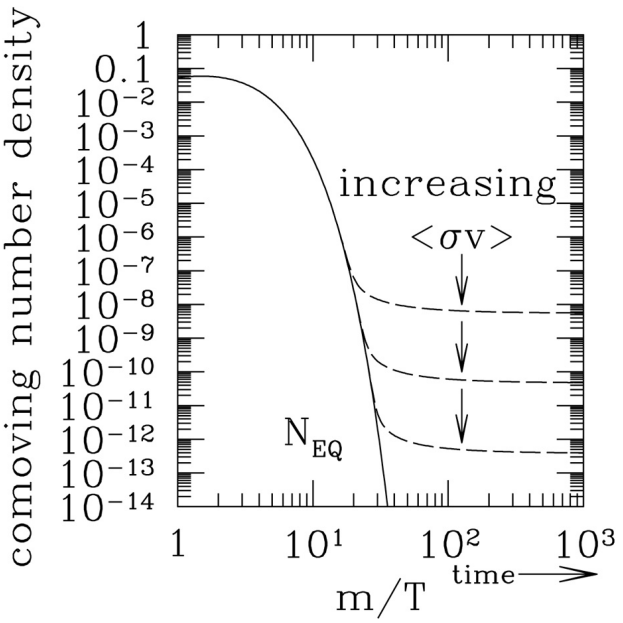

FIGURE 1.9 – ***Evolution de la codensité de matière noire*** *en fonction du paramètre $x = m_\chi/T$. Après le découplage chimique, la codensité reste constante et dépend uniquement de la valeur de $\langle\sigma v\rangle$. L'augmentation de $\langle\sigma v\rangle$ entraîne une diminution de la densité relique de matière noire.*

1.4 Les candidats à la matière noire

Nous présentons dans cette section les principaux candidats au titre de matière noire. Avant de discuter des modèles de particules candidates, intéressons-nous aux objets astrophysiques pouvant constituer la masse manquante des galaxies.

1.4.1 Matière noire baryonique

De nombreuses observations tendent à montrer que le milieu interstellaire des galaxies est principalement composé d'hydrogène atomique HI et de gaz moléculaire H_2. Si la quantité de gaz HI est relativement bien évaluée à partir des observations de la raie à 21 cm, celle de H_2 reste difficile à évaluer. En effet, les régions H_2 ne sont détectables directement que si la température du gaz est suffisamment élevée pour émettre dans les fréquences observables. Les observations de la galaxie spirale NGC 891 ont montré que la quantité de gaz moléculaire pouvait être quatre fois supérieure à celle de HI [57]. Aussi, il est possible que ce gaz puisse expliquer la masse manquante des galaxies.

Cependant, les rayons cosmiques interagissent avec le gaz intergalactique en produisant des pions π^0 qui se désintègrent en photons de longueur d'onde du domaine gamma. Il est donc possible d'établir des contraintes indirectes sur la quantité de H_2 à partir des observations du rayonnement gamma. Il s'avère que pour la plupart des galaxies et, en particulier dans la Voie Lactée, la quantité de gaz moléculaire n'est pas suffisante pour rendre compte de la masse manquante [50].

La matière noire du halo de la Galaxie pourrait être expliquée par la présence d'objets compacts peu lumineux appelés MACHOs pour *Massive Halo Compact Objects*. Ce terme générique peut désigner à la fois des étoiles à neutrons, des naines brunes et des planètes. Il inclut également les trous noirs, dont ceux qui pourraient s'être formés à partir de l'effondrement gravitationnel des fluctuations de densité du plasma primordial et que l'on appelle *trous noirs primordiaux* [29].

Les MACHOs peuvent être mis en évidence dans la Galaxie à travers l'effet de micro-lentille gravitationnelle. Lorsqu'un MACHO s'interpose sur la trajectoire des rayons lumineux provenant d'une étoile, la luminosité de cette dernière est amplifiée pendant un certain laps de temps. En supposant que les MACHOs constituent la majeure partie de la masse du halo de matière noire de la Galaxie, il est alors possible d'établir des contraintes sur leur masse grâce à ce phénomène. L'analyse [55] de la collaboration EROS-2 permet d'exclure l'hypothèse des MACHOs dont la masse est comprise entre $0.6 \times 10^{-7} M_\odot$ et $15\ M_\odot$. Il est donc très peu probable que ces objets puissent constituer la matière noire de la Galaxie.

1.4.2 Particules de matière noire

Le modèle standard des particules (MS) est une théorie des champs basée sur le groupe de jauge $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$. Le groupe de chromodynamique quantique (QCD) $SU(3)$ décrit l'interaction forte et le groupe $SU(2) \otimes U(1)$ caractérise l'interaction électrofaible (EW) qui unifie les interactions faibles et électromagnétiques. La matière est constituée de fermions, les quarks (u, d, c, s, t, b) et les leptons (e, μ, τ, ν_e, ν_μ, ν_τ). L'interaction forte entre les quarks est assurée par l'intermédiaire de huit bosons de masse nulle, les gluons g. La brisure spontanée de la symétrie électrofaible génère à travers le mécanisme de Higgs, trois bosons massifs W^+, W^- et Z^0 médiateurs de l'interaction faible, un boson de masse nulle médiateur de l'interaction électromagnétique (le photon γ), ainsi qu'une particule scalaire, le boson de Higgs H.

Le MS prédit avec une très grande précision de nombreuses observables physiques mesurées dans les collisionneurs de particules. Il pose cependant plusieurs problèmes. Dans le MS, les neutrinos sont gauches et de masse nulle. Or, la mise en évidence expérimentale de l'oscillation des neutrinos indique que ces particules sont massives [26]. Par ailleurs, le MS présente un important problème de naturalité, aussi appelé problème de hiérarchie, en raison de l'instabilité du secteur électrofaible. Le boson de Higgs pourrait alors acquérir une masse bien supérieure à 125 GeV, via les corrections radiatives dues à ses interactions avec les autres particules. Finalement, la plupart des valeurs des paramètres du MS ont été mesurées et n'ont pas d'explication théorique. Ceci tend à montrer que ce modèle n'est qu'une théorie effective à basse énergie s'insérant dans une théorie plus fondamentale.

De nombreuses extensions du MS ont été proposées afin de résoudre ses problèmes. Plusieurs de ces modèles prédisent l'existence d'une particule stable, neutre et intéragissant faiblement, pouvant alors constituer un excellent candidat à la matière noire. Nous discutons brièvement certains de ces candidats.

1.4.2.1 Neutrinos stériles

Il se peut que des neutrinos droits existent mais que leur interaction avec les autres particules soit simplement trop faible pour que l'on puisse les observer. Ces neutrinos sont qualifiés de *stériles*, en résonance aux trois familles de neutrinos *actifs*. Plusieurs théories d'extension du modèle standard introduisent des neutrinos stériles afin de conférer aux actifs leur masse.

La masse typique m_I des neutrinos stériles est de l'ordre du keV. Une limite inférieure peut être dérivée à partir des contraintes cosmologiques de la formation des structures de l'univers ainsi qu'une limite supérieure grâce aux observations dans les domaines des longueurs d'onde X et Lyman-α. Il en résulte que

$$2 \text{ keV} \leq m_I \leq 5 \text{ keV}. \tag{1.95}$$

L'intérêt pour les neutrinos stériles au titre de candidat à la matière noire s'est intensifié récemment grâce à l'observation de la ligne à 3.5 keV (rayons X) au sein de la galaxie Andromeda et de l'amas Perseus par le télescope XMM-Newton [13, 12].

1.4.2.2 WIMPs supersymétriques

La théorie supersymétrique (SUSY) est une extension du MS développée à partir des années 1970 afin de tenter d'unifier les interactions sub-nucléaires avec la gravitation. SUSY apporte une solution au problème de la hiérarchie en introduisant une symétrie de l'espace-temps reliant les fermions aux bosons. Le modèle supersymétrique standard MSSM (*Minimal Supersymmetric Standard Model*) qui correspondon à la réalisation la plus simple de SUSY, prédit que chaque particule du MS est associée à son double supersymétrique dont elle diffère par une demi-unité de spin. N'observant aucune particule supersymétrique jusqu'à ce jour, force est d'admettre que la supersymétrie est brisée à une échelle typique Λ fixant la masse des partenaires supersymétriques. Or, au-dessus de cette échelle Λ, l'annulation réciproque des boucles fermioniques et scalaires dans les diagrammes responsables de la renormalisation de la masse m_H du Higgs, conduit à $m_H \sim \Lambda$. En prenant une échelle de brisure Λ de la supersymétrie de l'ordre de 100 GeV à 1 TeV, on permet au Higgs de rester léger. L'avantage de cette théorie est qu'elle résoud certains problèmes du MS tout en conservant ses résultats principaux.

Dans le modèle MSSM, on voit apparaître deux doublets de Higgs, et quatre nouveaux fermions neutres interagissant faiblement : les neutralinos. Ces derniers sont en fait des superposi-

tions des partenaires supersymétriques des bosons de Higgs (higgsino), du photon (photino) et du boson de jauge Z^0 (zino). Afin de protéger la théorie de certains problèmes comme la désintégration trop rapide du proton, SUSY introduit de manière *ad hoc* une symétrie discrète appelée R-parité

$$R = (-1)^{3(B-L)+2S}, \tag{1.96}$$

où B et L sont les nombres baryonique et leptonique et S le spin. Ainsi, à chaque particule du MS est associé un nombre $R = +1$ et à chaque particule supersymétrique un nombre $R = -1$. Dans le cadre du MSSM on suppose que ce nombre est conservé. Par conséquent les particules supersymétriques peuvent uniquement être créées ou s'annihiler en paires lorsqu'elles interagissent avec les particules du MS. Par ailleurs, elles ne peuvent se désintégrer qu'en nombre impair de particules supersymétriques, ce qui assure la stabilité de la particule la plus légère (LSP pour *Lightest Supersymmetric Particle*). Il s'avère que le plus léger des neutralinos, noté $\tilde{\chi}_1^0$, satisfait ces critères. Avec ses propriétés et sa masse comprise entre quelques GeV à quelques TeV, le neutralino supersymétrique est un candidat sérieux à la matière noire, permettant de rendre compte des observations astrophysiques et cosmologiques discutées précédemment. Pour plus de détails sur SUSY et la matière noire nous renvoyons le lecteur à [61, 33].

1.4.2.3 WIMPs des modèles à dimensions supplémentaires

L'idée d'introduire des dimensions supplémentaires remonte aux travaux de T. Kaluza au cours des années 1920 dans sa volonté d'unifier l'électromagnétisme et la gravitation. Kaluza postule l'existence d'une quatrième dimension spatiale recourbée sur elle-même, dont la taille est si petite qu'on ne peut pas l'observer à notre échelle. Cette idée a été reprise pour un nombre arbitraire δ de dimensions supplémentaires où l'espace ordinaire à 3 + 1 dimensions est contenu dans une espace à $D = 3 + 1 + \delta$ dimensions, appelé *bulk*. La construction d'un modèle réside dans la définition de la taille typique R des sous-espaces supplémentaires et de leur topologie. Le problème de la hiérarchie se manifeste pour la grande différence entre l'échelle électrofaible – environ 100 GeV – et la masse de Planck M_P qui vaut environ 10^{19} GeV. En supposant que la compactification des sous-espaces supplémentaires se fait sur des cercles de rayons R, on montre que la masse de Planck M_P de notre sous-espace, ou *brane*, est reliée à la masse de Planck D-dimensionnelle M_D par la relation

$$M_P = (2\pi R)^{\frac{\delta}{2}} M_D^{\frac{2+\delta}{2}}. \tag{1.97}$$

En choisissant correctement δ et R de manière à avoir $M_D \sim 1$ TeV, la théorie permet alors de résoudre le problème de la hiérarchie. Des informations supplémentaires peuvent être trouvée dans [4].

Ces théories prédisent que les champs se propagent dans toutes les dimensions. Ils peuvent alors trouver de nouveaux états propres de propagation qui, vus depuis notre sous-espace ordinaire à 3+1 dimensions, apparaissent comme des nouvelles particules plus massives. Dans le cas simple où $\delta = 1$, on montre que l'impulsion des particules se propageant dans le sous-espace supplémentaire est quantifiée. Par conséquent, tout champs X du MS présente une série de modes d'excitation $X^{(n)}$ qui, de notre point de vu, apparaissent comme des nouvelles particules dont la masse $m_{X^{(n)}}$ est donnée à l'ordre des arbres par

$$m_{X^{(n)}} = \sqrt{\left(\frac{n}{R}\right)^2 + m_{X^{(0)}}^2}, \tag{1.98}$$

où $m_{X^{(0)}}$ est la masse d'ordre zéro, i.e. la masse ordinaire dans le MS. Toutes les excitations d'ordre $n \geq 1$ ont les mêmes nombres quantiques que celle d'ordre zéro.

Les modèles UED pour *Universal Extra Dimensions* constituent une classe des théories à dimensions supplémentaires. A l'instar de la R-parité supersymétrique, ces modèles introduisent une symétrie dénommée K-parité qui est le reliquat de la conservation de l'impulsion le long de la dimension supplémentaire. La théorie prédit naturellement l'existence d'une particule stable, dénommée LKP pour *Lightest Kaluza-Klein Particle*, qui pourrait constituer la matière noire.

1.4.2.4 Axions

Les axions ont été imaginés dans les années 1970 afin d'expliquer pourquoi les interactions fortes conservent les symétries P (parité) et CP (charge-parité). Une discussion détaillée sur les axions peut-être trouvée dans [41]. Le lagrangien de la chromodynamique quantique (QCD) contient un terme autorisant la violation de C et CP qui s'exprime sous la forme

$$\mathcal{L}_{CP} = -\frac{\alpha_S}{8\pi}\,\bar{\theta}\,\mathrm{Tr}\,(G_{\mu\nu}\,\tilde{G}^{\mu\nu}). \tag{1.99}$$

où α_S est la constante de couplage forte et l'angle $\bar{\theta}$ peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et 2π. Or les mesures du moment dipolaire électrique du neutron montrent que la valeur de $\bar{\theta}$ est plus petite que 10^{-10}, ce qui implique que les interactions fortes ne violent pas ou sinon très peu C et CP. La raison pour laquelle cette valeur est si petite est inconnue, c'est ce qui constitue le problème de la violation de CP forte.

Peccei et Quinn ont apporté une réponse en introduisant une symétrie chirale globale $U(1)_{PQ}$. Cette symétrie se brise de manière spontanée en donnant naissance à un boson de Nambu-Goldstone a, dénommé axion. Le paramètre $\bar{\theta}$ est alors remplacé par a/f_a dans le lagrangien $\mathcal{L}_{CP}$ où f_a est la valeur attendue dans le vide (vev) du champ de Peccei-Quinn. Dans l'univers primordial, f_a s'annule et la symétrie $U(1)_{PQ}$ est respectée. L'univers se refroidit et, lorsque sa température T est de l'ordre de f_a, les axions a entrent en jeu grâce au mécanisme de Higgs. A ce stade leur masse est nulle et il faut attendre que $T \sim \Lambda_{\mathrm{QCD}}$ où $\Lambda_{\mathrm{QCD}} \sim 200$ MeV pour qu'ils acquièrent la masse

$$m_a \simeq 0.6\ \mathrm{eV} \times \frac{10^7\ \mathrm{GeV}}{f_a}. \tag{1.100}$$

Ils se comportent alors comme de la matière noire froide et leur contribution à la densité critique est donnée par

$$\Omega_a h^2 = 0.5\left(\frac{f_a}{10^{12}\ \mathrm{GeV}}\right). \tag{1.101}$$

La masse des axions peut être contrainte en imposant que Ω_a n'excède pas Ω_{DM}. Il en résulte alors que la masse $m_a \gtrsim 10\ \mu$eV. Par ailleurs, des axions trop lourds pourraient altérer les mécanismes d'explosion de supernovae et refroidir les neutrinos qui en émanent, d'où la limite $m_a \lesssim 10$ meV.

1.4.3 Modèles de gravité modifiée

M. Milgrom propose au début des années 1980 de modifier la seconde loi de la dynamique de Newton de manière *ad hoc* afin de rendre compte des courbes de rotation des galaxies spirales,

sans avoir à introduire de matière noire. Selon son modèle, une particule de masse m soumise à la force F prend l'accélération a telle que

$$F = m\,\mu\left(\frac{|a|}{a_0}\right)\,a, \tag{1.102}$$

où la fonction μ se comporte comme $\mu(x \ll 1) = x$ et $\mu(x \gg 1) = 1$ et où a_0 est une nouvelle constante de la nature. Milgrom nomme ce modèle MOND pour *MOdified Newtonian Gravity*. La modification apportée par MOND peut être interprétée de différentes manières. On peut la voir comme une modification de la dynamique, c'est-à-dire de la relation entre la force et l'accélération, ou bien comme une modification de l'inertie. Le modèle MOND permet également de retrouver que la vitesse de rotation des galaxies spirales est proportionnelle à la racine quatrième de leur luminosité (relation de Tully-Fisher).

Ce modèle échoue cependant à expliquer les observations des systèmes de plus grande taille comme les amas de galaxies. Par ailleurs, le modèle original proposé par Milgrom ne s'insère pas dans une théorie relativiste de la gravitation. Des extensions relativistes ont depuis été proposées à l'instar de la théorie vecteur-tenseur-scalaire (TeVeS) de Bekenstein [7]. Néanmoins, celles-ci ne parviennent pas à rendre compte du troisième pic acoustique observé dans le CMB, à moins d'introduire, encore une fois, une composante de matière noire de nature exotique. Une revue détaillée de MOND et TeVeS peut être trouvée dans [37].

1.5 Détection des WIMPs dans la galaxie

L'existence des WIMPs peut être mise en évidence dans les collisionneurs de particules à l'instar du LHC. En effet les expériences ATLAS et CMS cherchent à mettre à jour la présence de nouvelles particules n'appartenant pas au MS. Les résultats préliminaires de ces collaborations [1, 19] font état d'une anomalie dans le canal à deux photons, susceptible d'être éventuellement interprétée comme la désintégration d'une nouvelle particule de 750 GeV, premier pas possible vers un secteur au-delà du MS. Ce résultat demande encore à être confirmé d'un point de vue statistique, mais a d'ores et déjà suscité beaucoup d'excitations dans le cadre du problème de la matière noire.

Les méthodes de détection des WIMPs dans la Galaxie peuvent se décliner en deux catégories, la détection directe et la détection indirecte. Nous discutons succinctement ces deux approches ainsi que les résultats qu'elles nous apportent.

1.5.1 Détection directe

Supposons que le halo de matière est constitué de particules dont la vitesse est distribuée de façon isotrope dans le référentiel galactocentrique. Le Soleil se déplaçant autour du centre galactique à la vitesse circulaire v_c de l'ordre de 220 km s^{-1}, la Terre subit en permanence un vent de particules de matière noire. Si ces particules sont des WIMPs, on s'attend à un taux d'évenements très faible. La détection directe de matière noire cherche à mettre en évidence le recul d'un noyau engendré par cette interaction, à l'intérieur d'un détecteur. Une revue complète peut être trouvée dans [52].

Le taux d'événements Γ attendu pour un détecteur de masse M en fonction de l'énergie de

recul E_r du noyau s'exprime

$$\frac{d\Gamma}{dE_r} = \frac{M\,\rho_\chi(\odot)}{m_{\rm N}\,m_\chi} \int\limits_{v_{min} \leq v \leq v_{esc}} d^3v\; v\, f(\vec{v})\, \frac{d\sigma}{dE_r}, \tag{1.103}$$

où $m_{\rm N}$ est la masse du noyau cible, et où m_χ et ρ_χ représentent la masse et la densité des WIMPs, respectivement. La fonction f est la distribution de la vitesse $\vec{v}$ des WIMPs dans le référentiel de la Terre, avec $v = |\vec{v}|$, où v_{esc} est la vitesse d'échappement des particules du halo galactique et $v_{min}(E_r)$ est la vitesse minimale conduisant à l'énergie de recul E_r. Finalement, $d\sigma/dE_r$ est la section efficace différentielle de l'interaction WIMP-nucléon. Cette dernière s'exprime généralement comme la somme des sections efficace différentielles associées à des interactions dépendantes du spin (SD) et indépendantes du spin (SI), mais ceci ne constitue qu'une approximation et une discussion approfondie peut être trouvée par exemple dans [24, 15]. Le taux d'événements Γ dépend fortement des hypothèses sur la distribution des WIMPs dans la Galaxie, ainsi que de la distribution de leur vitesse. Le modèle standard de halo (SHM) suppose une distribution de Maxwell de la vitesse des WIMPs dans le référentiel de la Voie Lactée, où la dispersion des vitesses σ est reliée à la vitesse circulaire par $\sigma = v_c/\sqrt{2}$. La vitesse moyenne des WIMPs est alors $\sqrt{3}\sigma \sim 270$ km s^{-1}. En supposant que la masse du WIMP est de l'ordre de 100 GeV et que sa densité locale est d'environ 0.3 GeV cm^{-3}, on s'attend à très peu de collisions dans le détecteur. L'énergie de recul du noyau est de l'ordre de 10 à 100 keV, et peut être mesurée à partir de détecteurs à scintillation, à ionisation ou par la mesure de l'augmentation de température de cristaux cryogéniques. Remarquons qu'une des signatures des collisions de WIMPs provient de la modulation annuelle des événements collectés en raison de la variation de la vitesse du vent de WIMPs, due à la rotation de la Terre autour du Soleil [23]. Les détecteurs sont cependant soumis à un important bruit de fond (en comparaison du taux d'événements attendus) en raison de la radioactivité naturelle et du rayonnement cosmique. C'est pourquoi ils sont isolés par des blindages très peux radioactifs et qu'il se trouvent dans des laboratoires souterrains comme le complexe du Gran Sasso ou celui de Modane.

Les collaborations CoGeNT, DAMA, CRESST et CDMS ont observé des anomalies par rapport au bruit de fond, qui peuvent être interprétées comme les signatures de WIMPs dont la masse est d'environ 10 GeV. Cependant, ces signaux n'ont pas été observés par d'autres expériences plus sensibles à l'instar de LUX. La Fig. 1.10 dresse le bilan de la détection directe de WIMPs dans le cas des interactions indépendantes de spin, à travers les régions de détection de signal ou bien d'exclusion dans le diagramme section efficace-masse du WIMP.

1.5.2 Détection indirecte

La détection indirecte de matière noire repose sur l'idée que les WIMPs présents dans les galaxies peuvent s'annihiler en particules du MS. Ces dernières vont produire des électrons (e), des noyaux (N), des neutrinos (ν) et des photons (γ) par l'intermédiaire de désintégrations et de cascades hadroniques. Ce mécanisme peut être représenté par

$$\chi\chi \longrightarrow q\bar{q},\; l^+l^-,\; W^+W^-,\; ZZ,\; \gamma\gamma,\; HH \longrightarrow e^\pm,\; p\bar{p},\; N\bar{N},\; \gamma,\; \nu, \tag{1.104}$$

où q et l représentent les quarks et les leptons respectivement. Il convient alors de mettre en évidence un signal provenant des produits de cette réaction. En particulier, il s'agit de mesurer un excès du flux de ces particules par rapport à celui produit par les mécanismes astrophysiques conventionnels.

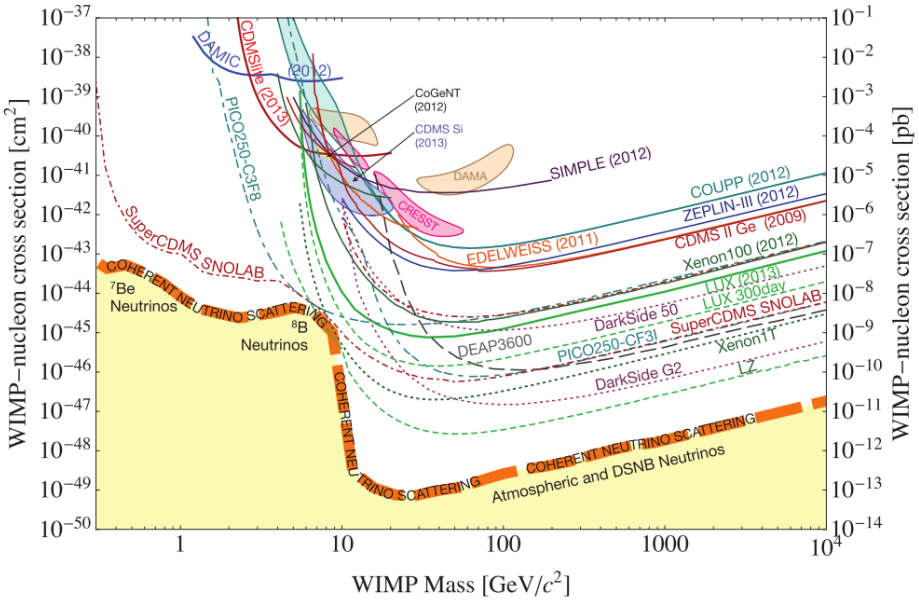

FIGURE 1.10 – ***Etat de la détection directe de matière noire*** *dans le cas des interactions indépendantes de spin (SI). Les excès par rapport au bruit de fond sont représentés par les régions colorées. Les traits continus correspondent à la limite supérieure des régions exclues à 90% et les pointillés, à la sensibilité des futures expériences. La région jaune en bas de la figure représente le bruit de fond irréductible provenant des neutrinos astrophysiques. (tiré de [20])*

1.5.2.1 Rayons gamma

L'astronomie gamma s'est considérablement développée au cours de la dernière décennie grâce aux observations des télescopes à effet Cerenkov à l'instar de VERITAS (Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System), MAGIC (Major Atmospheric Gamma-ray Imaging Cherenkov) ou H.E.S.S (High Energy Stereoscopic System), mais aussi du satellite Fermi-LAT. Ces instruments permettent de traquer les photons gamma issus de l'annihilation de WIMPs au coeur des galaxies. Tout d'abord l'annihilation de deux WIMPs en paires $\gamma\gamma$ (ou γZ) conduit à l'observation d'une raie spectrale à l'énergie $E = m_\chi$ (ou $E = (4m_\chi^2 - m_Z^2)/4m_\chi$). Celle-ci se distingue alors clairement du fond astrophysique. Ensuite, l'annihilation de WIMPs en quarks ou en bosons de jauge entraîne l'émission de photons gamma via la production de pions neutres. Le spectre de photons gamma présentera alors une coupure nette à l'énergie E correspondant à la masse du WIMP. L'émission de photons gamma à travers ces deux mécanismes est qualifiée d'*émission prompt*. Finalement, les protons, noyaux et électrons issus de l'annihilation de WIMPs peuvent interagir avec le milieu interstellaire et entraîner une surproduction de photons gamma par rapport au fond astrophysique.

Le flux différentiel de photons gamma prompts issus de l'annihilation de WIMPs s'exprime comme

$$\frac{dN}{dE\, d\Omega\, dt\, dS} = \frac{\eta}{4\pi} \frac{\langle \sigma v \rangle}{m_\chi^2} \frac{dN}{dE} J(\vec{n}), \tag{1.105}$$

où dN/dE est la distribution en énergie des photons émis lors une annihilation et le facteur η est égal à 1/2 si le WIMP est du type fermion de Majorana ou 1/4 s'il est du type fermion de Dirac. La fonction J, appelée J-factor, prend en compte la distribution spatiale ρ_χ des WIMPs et se met

sous la forme

$$J(\vec{n}) = \int_{l.o.s} ds\, \rho_\chi^2(s), \tag{1.106}$$

où l'intégration s'opère sur la ligne de visée dans la direction $\vec{n}$. Une des difficultés de cette méthode réside dans la détermination de la fonction J soumise à de fortes incertitudes en raison de la méconnaissance de la distribution des WIMPs dans les galaxies.

Les photons gamma produits par l'annihilation de WIMPs sont recherchés dans différents systèmes astrophysiques, à commencer par notre Galaxie. Le flux de photons gamma augmentant avec la densité de matière noire, le centre galactique fait l'objet de nombreuses observations. Un excès par rapport au fond astrophysique a été observé par le satellite Fermi-LAT dans la direction du centre galactique [30, 31, 11, 21, 2, 35, 14]. Celui-ci peut être interprété par la présence de WIMPs dont la masse est de 30 – 40 GeV s'annihilant en paires $\bar{b}b$ avec la section efficace $\langle\sigma v\rangle = 1.4 - 2\times10^{-26}$ cm^3 s^{-1} [27]. Par ailleurs, un raie spectrale à l'énergie d'environ 130 GeV a été découverte en provenance du centre galactique [62]. Gardons cependant à l'esprit que ces anomalies du flux de photons peuvent également être expliquées par des mécanismes astrophysiques standards ou des biais observationnels. Finalement, les galaxies naines sphéroïdes constituent des systèmes privilégiés pour l'observation de photons issus de l'annihilation de WIMPs. En effet, on s'attend à ce que ces objets possèdent un rapport masse-luminosité plus important que dans notre galaxie. D'autre part, le fond astrophysique de rayons gamma issus de ces objets (par interaction des rayons cosmique avec le milieu interstellaire) est très faible. Aucune signature de la présence de matière noire dans ces systèmes n'a été rapportée à ce jour et des contraintes fortes sur la section efficace d'annihilation $\langle\sigma v\rangle$ ont été dérivées à partir d'analyses statistiques combinées de plusieurs de ces objets (voir Fig. 1.11). Remarquons que ces contraintes dépendent fortement des hypothèses astrophysiques et notamment de l'estimation du J-factor.

1.5.2.2 Neutrinos

Des neutrinos sont également produits lors de la réaction d'annihilation de WIMPs. Ils présentent l'avantage de se propager sur de longues distances du fait de leur faible interaction avec l'environnement. Une méthode très prometteuse consiste à mettre en évidence la présence de WIMPs au coeur du Soleil. En effet, si la section efficace d'interaction des WIMPs avec la matière baryonique est suffisamment élevée, les WIMPs peuvent perdre de l'énergie, être gravitationnellement liés et s'accumuler au centre du Soleil. De là, ils peuvent s'annihiler et produire des neutrinos observables depuis la Terre.

Les neutrinos cosmiques sont traqués par des expériences comme ANTARES ou plus récemment IceCube. Aucun signal se distinguant du fond astrophysique n'a été détecté et des limites sur la section efficace d'annihilation $\langle\sigma v\rangle$ ont pu être établies (voir Fig. 1.11).

1.5.2.3 Rayons cosmiques d'antimatières

Finalement, l'annihilation de WIMPs produit des particules d'antimatière. Celles-ci sont particulièrement intéressantes car le nombre de mécanismes astrophysiques connus capables de les créer est relativement restreint. Le bruit de fond associé au flux de rayons cosmiques d'antimatière est par conséquent relativement faible comparé aux canaux discutés précédemment. C'est pourquoi la recherche de matière noire à travers les antiparticules constitue une stratégie prometteuse. Il faut néanmoins remarquer que les rayons cosmiques chargés sont sujets à des interactions dues au champ magnétique des galaxies. En s'intéressant à des WIMPs dont la masse est de l'ordre

du TeV, nous ne serons sensibles qu'aux antiparticules produites et confinées dans notre galaxie. En outre, le caractère stochastique de leur propagation rend impossible de remonter à la position de leur source. La recherche de matière noire à travers les antiparticules se décline selon trois directions : les positrons, les antiprotons et les anti-noyaux. Les deux premiers feront l'objet de la suite de ce mémoire de thèse. Un revue sur la détection indirecte de matière noire grâce aux antideutons peut être trouvée dans [60, 5].

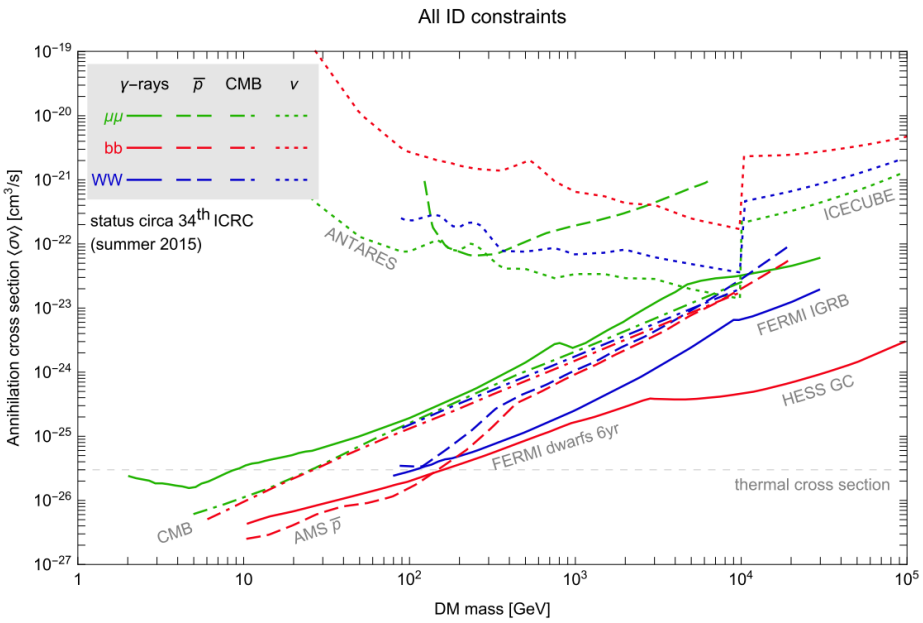

FIGURE 1.11 – ***Limites supérieures des régions exclues de la section efficace*** $\langle\sigma v\rangle$ *par les rayons gamma (traits continus), les antiprotons (tirets) et les neutrinos (pointillés) . (Tiré de [16])*

Bibliographie

[1] Atlas collaboration, 'ATLAS Conf Notes', 15 dec 2015.

[2] Kevork N. Abazajian, Nicolas Canac, Shunsaku Horiuchi, and Manoj Kaplinghat. Astrophysical and Dark Matter Interpretations of Extended Gamma-Ray Emission from the Galactic Center. *Phys. Rev.*, D90(2) :023526, 2014.

[3] P. A. R. Ade et al. Planck 2013 results. XV. CMB power spectra and likelihood. *Astron. Astrophys.*, 571(0) :A15, 2014.

[4] Thomas Appelquist, Hsin-Chia Cheng, and Bogdan A. Dobrescu. Bounds on universal extra dimensions. *Phys. Rev. D*, 64 :035002, Jun 2001.

[5] T. Aramaki et al. Review of the theoretical and experimental status of dark matter identification with cosmic-ray antideuterons. *Phys. Rept.*, 618 :1–37, 2016.

[6] John N. Bahcall. Distribution of dark matter in the galaxy NGC 3198. *APJ*, 295, 1985.

[7] Jacob D. Bekenstein. Relativistic gravitation theory for the modified Newtonian dynamics paradigm. *Phys. Rev. D*, 70(8) :083509, oct 2004.

[8] M Betoule et al. Improved cosmological constraints from a joint analysis of the SDSS-II and SNLS supernova samples. *Astron. Astrophys.*, submitted :30, 2014.

[9] S. Binney, J. Tremaine. *Galactic dynamics*. Princeton Series in Astrophysics, 1987.

[10] V. Bonnivard, C. Combet, M. Daniel, S. Funk, A. Geringer-Sameth, J. A. Hinton, D. Maurin, J. I. Read, S. Sarkar, M. G. Walker, and M. I. Wilkinson. Dark matter annihilation and decay in dwarf spheroidal galaxies : the classical and ultrafaint dSphs. *MNRAS*, 453 :849–867, October 2015.

[11] A. Boyarsky, D. Malyshev, and O. Ruchayskiy. A comment on the emission from the Galactic Center as seen by the Fermi telescope. *Physics Letters B*, 705 :165–169, November 2011.

[12] A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, D. Iakubovskyi, and J. Franse. Unidentified Line in X-Ray Spectra of the Andromeda Galaxy and Perseus Galaxy Cluster. *Phys. Rev. Lett.*, 113(25) :251301, dec 2014.

[13] Esra Bulbul, Maxim Markevitch, Adam Foster, Randall K. Smith, Michael Loewenstein, and Scott W. Randall. DETECTION OF AN UNIDENTIFIED EMISSION LINE IN THE STACKED X-RAY SPECTRUM OF GALAXY CLUSTERS. *Astrophys. J.*, 789(1) :13, jul 2014.

[14] F. Calore, I. Cholis, C. McCabe, and C. Weniger. A tale of tails : Dark matter interpretations of the Fermi GeV excess in light of background model systematics. *Physical Review D*, 91(6) :063003, March 2015.

[15] Riccardo Catena and Paolo Gondolo. Global limits and interference patterns in dark matter direct detection. *arXiv.org*, 1504 :6554, 2015.

[16] Marco Cirelli. Status of Indirect (and Direct) Dark Matter searches. page 24, nov 2015.

[17] Marco Cirelli, Gennaro Corcella, Andi Hektor, Gert Hütsi, Mario Kadastik, Paolo Panci, Martti Raidal, Filippo Sala, and Alessandro Strumia. PPPC 4 DM ID : a poor particle physicist cookbook for dark matter indirect detection. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2011(03) :051–051, mar 2011.

[18] A. Coc, E. Vangioni-Flam, P. Descouvemont, A. Adahchour, and C. Angulo. Updated Big Bang Nucleosynthesis Compared with Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations and the Abundance of Light Elements. *Astrophys. J.*, 600(2) :544–552, jan 2004.

[19] CMS Collaboration. Search for new physics in high mass diphoton events in proton-proton collisions at 13TeV. 2015.

[20] J. Cooley. Overview of non-liquid noble direct detection dark matter experiments. *Phys. Dark Universe*, 4 :92–97, sep 2014.

[21] Tansu Daylan, Douglas P. Finkbeiner, Dan Hooper, Tim Linden, Stephen K.N. Portillo, Nicholas L. Rodd, and Tracy R. Slatyer. The characterization of the gamma-ray signal from the central Milky Way : A case for annihilating dark matter. *Phys. Dark Universe*, 12 :1–23, jun 2016.

[22] Jürg Diemand, Ben Moore, and Joachim Stadel. Convergence and scatter of cluster density profiles. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 353(2) :624–632, sep 2004.

[23] A. K. Drukier, K. Freese, and D. N. Spergel. Detecting cold dark-matter candidates. *Physical Review D*, 33 :3495–3508, June 1986.

[24] a. Liam Fitzpatrick, Wick Haxton, Emanuel Katz, Nicholas Lubbers, and Yiming Xu. Model Independent Direct Detection Analyses. pages 1–25, 2012.

[25] D. J. Fixsen. The Temperature of the Cosmic Microwave Background. *APJ*, 707 :916–920, 2009.

[26] Y. Fukuda et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :1562–1567, Aug 1998.

[27] Lisa Goodenough and Dan Hooper. Possible Evidence For Dark Matter Annihilation In The Inner Milky Way From The Fermi Gamma Ray Space Telescope. *Fermilab-Pub-09-494-a*, pages 1–5, oct 2009.

[28] Andreas Goudelis, Maxim Pospelov, and Josef Pradler. A light particle solution to the cosmic lithium problem. (1) :5, 2015.

[29] S. W. Hawking. Particle creation by black holes. *Communications in Mathematical Physics*, 43(3) :199–220, 1975.

[30] D. Hooper and L. Goodenough. Dark matter annihilation in the Galactic Center as seen by the Fermi Gamma Ray Space Telescope. *Physics Letters B*, 697 :412–428, March 2011.

[31] D. Hooper and T. Linden. Origin of the gamma rays from the Galactic Center. *Physical Review D*, 84(12) :123005, December 2011.

[32] Fabio Iocco, Miguel Pato, Gianfranco Bertone, and Philippe Jetzer. Dark Matter distribution in the Milky Way : microlensing and dynamical constraints. page 12, 2011.

[33] Gerard Jungman and Marc Kamionkowski. γ rays from neutralino annihilation. *Phys. Rev. D*, 51 :3121–3124, Mar 1995.

[34] J.C. Kapteyn. First attempt at a theory of the arrangement and motion of the sideral system. *Astrophys. J.*, XXXIII(2) :81–87, 2012.

[35] Thomas Lacroix, Celine Boehm, and Joseph Silk. Fitting the Fermi-LAT GeV excess : On the importance of including the propagation of electrons from dark matter. *Phys. Rev.*, D90(4) :043508, 2014.

[36] R. A. Malaney and G. J. Mathews. Probing the early universe : a review of primordial nucleosynthesis beyond the standard big bang. *Physics Reports*, 229 :145–219, July 1993.

[37] Mordehai Milgrom. MOND theory 1. *Can. J. Phys.*, 93(2) :107–118, feb 2015.

[38] Ben Moore, Sebastiano Ghigna, Fabio Governato, George Lake, Thomas Quinn, Joachim Stadel, and Paolo Tozzi. Dark Matter Substructure within Galactic Halos. *Astrophys. J.*, 524(1) :L19–L22, oct 1999.

[39] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, and Simon D. M. White. The Structure of Cold Dark Matter Halos. *Astrophys. J.*, 462 :563, may 1996.

[40] Julio F. Navarro, Aaron Ludlow, Volker Springel, Jie Wang, Mark Vogelsberger, Simon D. M. White, Adrian Jenkins, Carlos S. Frenk, and Amina Helmi. The diversity and similarity of simulated cold dark matter haloes. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 402(1) :21–34, feb 2010.

[41] Roberto D. Peccei. The Strong CP Problem and Axions. In *Axions*, volume 741, pages 3–17. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008.

[42] S. A. Perlmutter. Measurements of Ω and Λ from Supernovae. In L. Labhardt, B. Binggeli, and R. Buser, editors, *Supernovae and cosmology*, page 75, 1998.

[43] Planck Collaboration, P. a. R. Ade, et al. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. *Physics (College. Park. Md).*, 6 :107, 2013.

[44] Planck Collaboration and P. A. R. *et al* Ade. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *arXiv*, page 1502.01589, feb 2015.

[45] Marc Postman. Distribution of Galaxies, Clusters, and Superclusters. *Encycl. Astron. Astrophys.*, 2006.

[46] Vivian Poulin and Pasquale Dario Serpico. Loophole to the universal photon spectrum in electromagnetic cascades and application to the cosmological lithium problem. *Phys. Rev. Lett.*, 114(9) :1–5, 2015.

[47] Scott W. Randall, Maxim Markevitch, Douglas Clowe, Anthony H. Gonzalez, and Marusa Bradač. Constraints on the Self Interaction Cross Section of Dark Matter from Numerical Simulations of the Merging Galaxy Cluster 1E 0657 56. *Astrophys. J.*, 679(2) :1173–1180, 2008.

[48] M J Reid, J A Braatz, J J Condon, K Y Lo, C Y Kuo, C M V Impellizzeri, and C. Henkel. The Megamaser Cosmology Project : IV. A Direct Measurement of the Hubble Constant from UGC 3789. pages 1–27, jul 2012.

[49] Vera C Rubin, W Kent, Ford Jr, Norbert Thonnard, Morton S Roberts, National Radio, Astronomy Observatory, Green Bank, West Virginia, John A Graham, and Rubin E T Al. 3 while recent work by Sandage and Tammann (1975) indicates that (j. 81(9), 1976.

[50] P. Salati, P. Chardonnet, X. Luo, J. Silk, and R. Taillet. The gas deficiency of the galactic halo. *Astronomy and Astrophysics*, 313 :1–7, September 1996.

[51] Subir Sarkar. Big Bang nucleosynthesis and physics beyond the Standard Model. *Reports Prog. Phys.*, 59(12) :1493–1609, feb 1996.

[52] Marc Schumann. Dark Matter 2014. *EPJ Web Conf.*, 96(1) :01027, jun 2015.

[53] R. Taillet. http://lapth.cnrs.fr/pg-nomin/taillet/dossier_matiere_noire/matiere_noire.php.

[54] A. the. *The distribution and kinematics of neutral hydrogen in spiral galaxies of various morphological types*. PhD thesis, PhD Thesis, Groningen Univ., (1978), 1978.

[55] P. Tisserand et al. Limits on the Macho content of the Galactic Halo from the EROS-2 Survey of the Magellanic Clouds. *Astron. Astrophys.*, 469(2) :387–404, jul 2007.

[56] R Brent Tully, Hélène Courtois, Yehuda Hoffman, and Daniel Pomarède. The Laniakea supercluster of galaxies. *Nature*, 513(7516) :71–3, 2014.

[57] Edwin a. Valentijn and Paul P. van der Werf. First Extragalactic Direct Detection of Large-Scale Molecular Hydrogen in the Disk of NGC 891. *Astrophys. J.*, 522(1) :L29–L33, 1999.

[58] F. C. van den Bosch, Andreas Burkert, and Rob A. Swaters. The angular momentum content of dwarf galaxies : new challenges for the theory of galaxy formation. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 326(3) :1205–1215, sep 2001.

[59] Vera, Ford, and Thornnard Rubin. Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies. IV. Systematic dynamical properties. *Astrophys. J.*, 225, 1978.

[60] P. von Doetinchem, T. Aramaki, S. Boggs, S. Bufalino, L. Dal, F. Donato, N. Fornengo, H. Fuke, M. Grefe, C. Hailey, B. Hamilton, A. Ibarra, J. Mitchell, I. Mognet, R. A. Ong, R. Pereira, K. Perez, A. Putze, A. Raklev, P. Salati, M. Sasaki, G. Tarle, A. Urbano, A. Vittino, S. Wild, W. Xue, and K. Yoshimura. Status of cosmic-ray antideuteron searches. *34th Int. Cosm. Ray Conf.*, page 9, jul 2015.

[61] S. Weinberg. *The Quantum Theory of Fields - Volume III"*. Cambridge University Press (2000), ISBN 0-521-66000-9, 2000.

[62] Christoph Weniger. A tentative gamma-ray line from Dark Matter annihilation at the Fermi Large Area Telescope. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2012(08) :007–007, aug 2012.

[63] F. Zwicky. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helv. Phys. Acta*, 6(1), dec 1933.

Chapitre 2

Le rayonnement cosmique

2.1 Introduction

Les physiciens du XIXe siècle observent qu'un électroscope isolé se décharge progressivement sans pouvoir avancer d'explication satisfaisante à ce phénomène. Une réponse fut apportée par H. Becquerel à la fin du XIXe siècle lorsqu'il découvre la radioactivité. Il pense alors qu'à travers la radioactivité naturelle, la croûte terrestre est la source des rayonnements ionisants responsables de la décharge des électroscopes. Afin de valider cette hypothèse, D. Pacini, T. Wulf et V. Hess mènent des expériences visant à mesurer la densité de rayonnement ionisant loin de la croûte terrestre. Hess réalise des expériences en ballon à partir de 1911 jusqu'à des altitudes de 5000 m. Il constate que, bien que la densité de rayonnement ionisant diminue dans un premier temps avec l'altitude, celle-ci augmente à partir d'environ 1500 m pour atteindre 80 fois sa valeur mesurée au sol lorsque le ballon atteint son altitude maximale. L'origine cosmique de ce rayonnement vient alors d'être révélée. Sa nature demeure cependant inconnue. En 1933, A. Compton met en évidence que le flux des rayons cosmiques dépend de l'altitude géomagnétique, démontrant ainsi que ces rayons interagissent avec le champ magnétique terrestre. Les rayons cosmiques sont par conséquent des particules chargées. Finalement, P. Auger découvre en 1938 que ces particules sont en réalité secondaires et constituent les gerbes résultant de l'interaction d'un rayon cosmique primaire avec l'atmosphère. Auger montre que l'énergie du rayon cosmique primaire peut atteindre 10^{15} eV (PeV).

Le spectre en énergie et la composition des rayons cosmiques sont aujourd'hui mesurés par des détecteurs beaucoup plus performants à l'instar des satellites PAMELA (Payload for AntiMatter Exploration and Light nuclei Astrophysics), Fermi-LAT (Large Area Telescope) et AMS-02 (Alpha Magnetic Spectrometer). Ces détecteurs embarqués n'offrent cependant qu'une petite surface de collecte des particules, de l'ordre du m^2. Or le flux des rayons cosmiques décroît avec leur énergie et au-delà du PeV, moins d'un évènement par an et par m^2 est attendu. Les rayons cosmiques d'ultra-haute énergie sont alors observés indirectement à travers les gerbes atmosphériques qu'ils produisent, par des télescopes terrestres couvrant de larges surfaces. Nous pouvons citer par exemple les détecteurs Pierre Auger situé en Argentine et HAWK (High-Altitude Water Cherenkov Observatory) au Mexique.

Une particularité remarquable du spectre des rayons cosmiques est qu'il peut être décrit approximativement par une loi de puissance sur près de dix ordres de grandeur en énergie. En regardant plus précisément sa structure, on se rend néanmoins compte qu'il présente quelques écarts par rapport à une unique loi de puissance (voir Fig. 2.1). Le flux des rayons cosmiques dont l'énergie cinétique est inférieure à environ 10 GeV est altéré à cause de leur interaction avec les

vents solaires. Entre approximativement 10 GeV et 3 PeV, il est décrit par une loi de puissance d'indice spectral $\gamma \simeq 2.7$. A environ 3 PeV, le spectre présente une brisure de pente (le premier genou) et l'indice spectral prend la valeur 3.1. Le spectre devient encore plus mou à environ 300 PeV (second genou) lorsque l'indice spectral devient approximativement égal à 3.3. Le spectre se durcit lorsque l'énergie des rayons cosmiques est supérieure à environ 10^{18} eV (EeV) avec $\gamma \simeq 2.6$. Ce durcissement du spectre est dénommé la cheville.

Les protons dont l'énergie est supérieure à environ 50 EeV interagissent avec les photons du CMB en créant des résonances Δ. Ces dernières se désintègrent en produisant des pions et des protons de plus basse énergie. Ce mécanisme prédit une coupure exponentielle du flux qui rendrait l'univers opaque aux rayons cosmiques au-delà d'une énergie seuil (celle-ci varie en fonction de la charge du rayon cosmique). C'est l'effet GZK du nom de ses découvreurs Greisen, Zatsepin et Kuzmin [19, 35]. Cet effet a été repris afin de fournir une explication au comportement du spectre au-delà de la cheville. En effet, le durcissement pourrait être expliqué par l'accumulation de protons ralentis par ce mécanisme. Dans la suite de ce mémoire de thèse, nous nous intéresserons aux rayons cosmiques dont l'énergie est inférieure à 1 TeV. C'est dans cette région que les mesures récentes et précises ont été effectuées, permettant ainsi d'affiner nos connaissances sur les rayons cosmiques et leurs éventuelles anomalies.

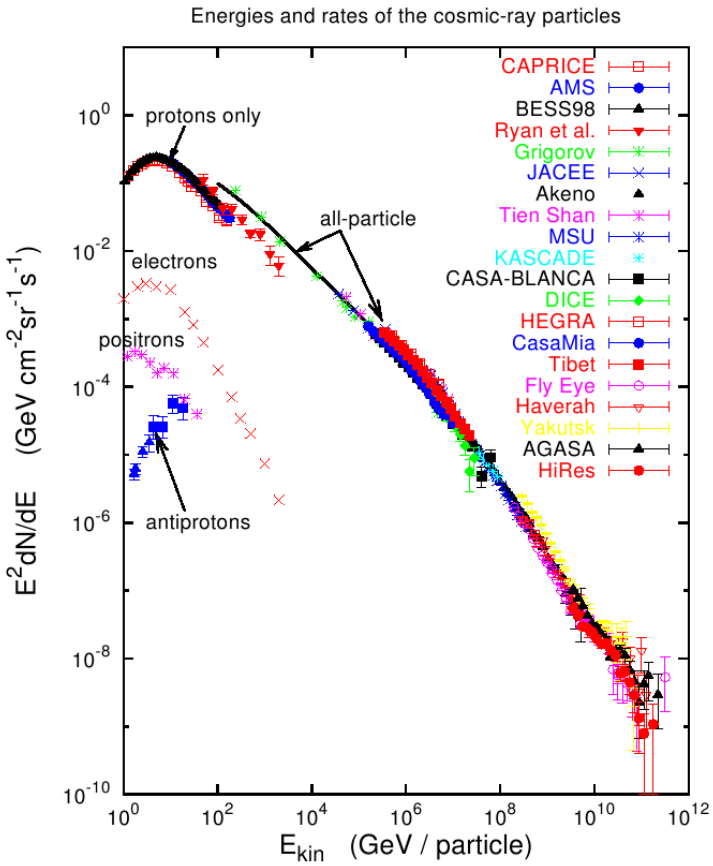

FIGURE 2.1 – ***Compilation de mesures du flux des rayons cosmiques*** *en fonction de l'énergie cinétique. (Tiré de [1].)*

Le flux des rayons cosmiques est composé approximativement de 99% de noyaux et de 1%

de leptons (électrons et positrons). Parmi les noyaux on compte environ 90% de protons, 9% de noyaux d'hélium et 1% de noyaux plus lourds. Le flux des leptons est composé quant à lui d'environ 90% d'électrons et 10% de positrons. La Fig. 2.2 compare l'abondance relative des rayons cosmiques (noir) à celle des éléments du système solaire (bleu). Une différence significative entre les deux courbes apparaît pour les groupes Li-Be-B (Z = 3–5) et Sc-Ti-V-Cr-Mn (Z = 21–25) montrant que ces noyaux sont plusieurs dizaines de fois plus abondants dans le rayonnement cosmique que dans le système solaire. Ces espèces sont en réalité produites à partir de la spallation de noyaux plus lourds, qui, en se propageant dans la Galaxie, se fragmentent en interagissant avec le milieu interstellaire [28]. Ils sont par conséquent qualifiés de rayons cosmiques secondaires en référence aux primaires qui proviennent directement des sites d'accélération.

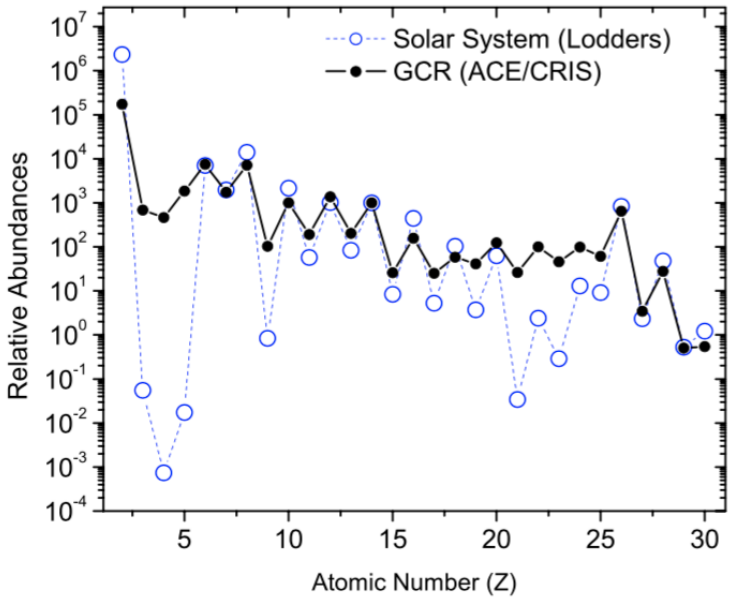

FIGURE 2.2 – ***Abondance relative*** *des rayons cosmiques et des éléments dans le système solaire en fonction du numéro atomique Z. (Tiré de [20].)*

2.2 Accélération des rayons cosmiques

Le spectre des rayons cosmiques caractérisé par une loi de puissance montre que son origine est non-thermique. Un champ électrique $\vec{E}$ serait capable d'accélérer efficacement les particules chargées. Cependant le milieu interstellaire de la Voie-Lactée constitué en grande partie de gaz ionisé est conducteur et empêche l'établissement de champs électrostatiques, d'où $\langle\vec{E}\rangle = 0$. Néanmoins, les lois de transformation de la relativité nous enseignent qu'un changement de référentiel peut faire apparaître un champ électrique à partir d'un champ magnétostatique. C'est cette idée que développa E. Fermi à la fin des années 1940 qui sera à l'origine de deux mécanismes capables d'accélérer les rayons cosmiques. Nous les résumons maintenant et nous renvoyons le lecteur à [12] pour plus d'informations.

2.2.1 Mécanisme de Fermi du second ordre

L'idée orginale de Fermi repose sur le fait que les particules chargées présentes dans le milieu interstellaire peuvent interagir avec des nuages magnétiques en échangeant de l'énergie avec eux [13]. Ces nuages magnétiques sont en réalité une idéalisation des nuages moléculaires denses que l'on trouve dans la Galaxie. Ces objets ont la particularité de renfermer un champ magnétique plus intense que celui du milieu interstellaire. Ceci s'explique par le fait que le flux magnétique à travers la surface des nuages se conserve lors de leur effondrement gravitationnel. L'idée de Fermi repose sur le fait que ces nuages sont en mouvement désordonné dans le milieu interstellaire. Une particule peut alors pénétrer dans un tel nuage et y être rétro-diffusée tout en augmentant son énergie, les nuages agissant alors comme des miroirs magnétiques. Il est possible de calculer le gain d'énergie d'une particule par ce mécanisme.

Considérons un nuage se déplaçant à la vitesse $\vec{V}$ par rapport au référentiel galactique $\mathcal{R}$. Une particule de vitesse $\vec{v}_1$ et d'énergie E_1 pénètre dans le nuage avec un angle θ_1 par rapport à la vitesse $\vec{V}$ du nuage. Une première transformation de Lorentz permet de relier l'énergie E_1' de la particule dans le référentiel du nuage $\mathcal{R}'$ à son énergie E_1 dans $\mathcal{R}$, de telle sorte que

$$E_1' = \gamma E_1(1 - \beta \cos\theta_1), \tag{2.1}$$

où $\beta = V/c$ avec $V \equiv |\vec{V}|$, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ et où nous avons considéré que la particule est ultra-relativiste. Une fois à l'intérieur du nuage, la particule est déviée par les perturbations magnétiques sans que son énergie ne soit modifiée, le travail de la force magnétique étant nul. Après de multiples déflexions, elle ressort du nuage avec un angle θ_2' par rapport à la direction de la vitesse $\vec{V}$ et avec l'énergie E_2 dans $\mathcal{R}$. Une deuxième transformation de Lorentz permet alors d'exprimer l'énergie E_2 en fonction de l'énergie E_1' comme

$$E_2 = \gamma E_1'(1 + \beta \cos\theta_2'). \tag{2.2}$$

En combinant les équations 2.1 et 2.2 on peut exprimer le gain d'énergie de la particule dans le référentiel $\mathcal{R}$ par l'expression

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\beta(\cos\theta_2' - \cos\theta_1) + \beta^2(1 - \cos\theta_1\cos\theta_2')}{1-\beta^2}. \tag{2.3}$$

Nous voyons, par exemple, que si la particule pénètre dans le nuage de front ($|\theta_1| > \pi/2$) puis qu'elle en ressort comme si elle avait été réfléchie ($|\theta_2| < \pi/2$), alors $\Delta E > 0$ et elle gagne de l'énergie. Intéressons-nous à présent à la moyenne de l'expression 2.3 en fonction des angles θ_1 et θ_2. En considérant que la particule subit un nombre important de déflexions à l'intérieur du nuage, sa direction de sortie est totalement aléatoire et $\langle\cos\theta_2'\rangle = 0$. L'angle θ_1 n'est quant à lui pas uniformément distribué. En effet, la fréquence des collisions entre les particules et le nuage dépend de leur vitesse relative. Cette fréquence est plus importante si la particule et le nuage se déplacent dans des directions opposées. En supposant que la probabilité de collision entre la particule et le nuage est proportionnelle à $(v_1 - V\cos\theta_1)$, on montre que

$$\langle\cos\theta_1\rangle = -\frac{V}{3v_1}, \tag{2.4}$$

où $v_1 \simeq c$. Par conséquent, le gain d'énergie moyen $\xi \equiv \langle\Delta E/E\rangle$ est donné par

$$\xi \simeq \frac{4}{3}\beta^2. \tag{2.5}$$

Ce mécanisme est qualifié de stochastique car les particules vont en moyenne gagner de l'énergie au gré de leurs rencontres avec des nuages magnétiques. La dépendance quadratique en β du gain en énergie est la raison pour laquelle on parle de mécanisme de Fermi du second ordre. Même si ce mécanisme est à l'oeuvre dans le milieu interstellaire, cette dépendance quadratique ne lui permet pas de contribuer significativement à l'accélération des rayons cosmiques [12].

2.2.2 Mécanisme de Fermi du premier ordre

Une extension au mécanisme originel de Fermi appliquée aux ondes de choc fut proposée dans les années 1970 [5]. Le choc est une discontinuité des variables thermodynamiques comme la densité, la température ou la pression. Il constitue la frontière entre le milieu amont et le milieu aval et il se propage à la vitesse $\vec{V}_c$ dans le référentiel galactique $\mathcal{R}$. Dans le référentiel du choc $\mathcal{R}_c$, le fluide circule du milieu amont vers le milieu aval. Le plasma du milieu amont se déplace à la vitesse $v_1 = -V_c$ et celui du milieu aval à la vitesse v_2. Le choc est caractérisé par le rapport de compression $r = v_1/v_2$.

Une particule du milieu amont peut pénétrer dans le milieu aval à travers le choc, y subir de multiples déflexions sur les inhomogénéités magnétiques et revenir dans le milieu amont. Soit θ_1 l'angle entre la direction de V_c et la direction de l'impulsion de la particule lorsqu'elle pénètre dans le milieu aval et θ_2 l'angle entre la direction de V_c et la direction de l'impulsion de la particule lorsqu'elle revient dans le milieu amont. En utilisant le résultat 2.3, le gain d'énergie ξ se met sous la forme

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{1}{1-(\Delta v/c)^2}\left\{(\Delta v/c)\,(\cos\theta_2' - \cos\theta_1) + (\Delta v/c)^2(1-\cos\theta_1\cos\theta_2')\right\}, \tag{2.6}$$

où $\Delta v = v_1 - v_2$. En supposant que la probabilité que la particule pénètre dans le milieu aval avec un angle θ_1 soit égale à $2|\cos\theta_1|$ et que celle qu'elle revienne dans le milieu amont avec un angle θ_2' soit égale à $2|\cos\theta_2'|$, il vient

$$\langle\cos\theta_1\rangle = -\langle\cos\theta_2'\rangle = -\frac{2}{3}. \tag{2.7}$$

Par conséquent le gain d'énergie moyen se met sous la forme

$$\xi \simeq \frac{4}{3}\frac{\Delta v}{c}, \tag{2.8}$$

et s'exprime en fonction du facteur de compression r comme

$$\xi \simeq \frac{4}{3}\beta\left(\frac{r-1}{r}\right). \tag{2.9}$$

où $\beta = V_c/c$. Il est proportionnel à β est c'est la raison pour laquelle on qualifie ce mécanisme comme étant du premier ordre.

2.2.3 Spectre des rayons cosmiques en loi de puissance

Le grand mérite du mécanisme de Fermi du premier ordre est qu'il prédit un spectre d'énergie des rayons cosmiques en loi de puissance. En effet, considérons que ces derniers gagnent de l'énergie dans les sites d'accélération de manière cyclique, où un cycle est défini par un aller-retour à travers le choc. Une particule d'énergie initiale E_0 est accélérée jusqu'à l'énergie $E =$

$E_0(1+\xi)$ après un cycle. Après n cycles, la particule a acquis l'énergie $E = E_0(1+\xi)^n$. Soit N_0 le nombre de particules présentes dans le site d'accélération à l'instant initial et P_e la probabilité qu'elles s'en échappent lors d'un cycle. Le nombre de particules encore présentes dans le site d'accélération après n cycles est $N = N_0(1-P_e)^n$. Finalement, le nombre de ces particules ayant une énergie comprise entre E et $E + dE$ est donné par

$$\frac{dN}{dE} = CE^{-\alpha}, \tag{2.10}$$

où $\alpha = s + 1$ avec $s = -\ln(1-P_e)/\ln(1+\xi)$ et où C est une constante indépendante de l'énergie. En supposant que la probabilité d'échappement des particules du site d'accélération est donnée par $P_e = \beta$ (plus la vitesse du choc est importante et plus il est difficile pour les particules de revenir dans le milieu amont), il vient que $s = -\ln(1-\beta)/\ln(1+\xi)$. Dans la limite des chocs forts (la vitesse du choc est très supérieure à la vitesse du son dans le milieu amont) et en considérant que le plasma interstellaire est un gaz parfait monoatomique, on montre que $r \simeq 4$. Dans ce cas, $\xi \simeq \beta$. Il vient alors que $s \simeq 1$ et par conséquent $\alpha \simeq 2$.

Ce résultat important par son universalité montre que par le mécanisme de Fermi du premier ordre, les rayons cosmiques sont injectés dans le milieu interstellaire à partir des sites d'accélération selon une distribution en loi de puissance d'indice approximativement égal à 2. Remarquons cependant que cette distribution est légèrement différente de celle des rayons cosmiques détectés sur Terre en dessous du genou, caractérisée par une loi de puissance d'indice spectral environ égal à 2.7. Nous montrerons dans la suite que cette différence est due à leur propagation dans la Galaxie. Mais tout d'abord, intéressons-nous aux objets astrophysiques capables de générer de telles ondes de choc.

2.2.4 Les vestiges de supernova comme accélérateurs des rayons cosmiques

L'explosion d'une supernova propulse de la matière dans le milieu galactique. Pendant les premières phases de propagation des éjectas, ces derniers évoluent dans le milieu interstellaire à des vitesses supérieures à celle du son, donnant ainsi naissance à une onde de choc. L'énergie cinétique des éjectas constitue la majorité de l'énergie libérée par l'explosion. L'évolution du vestige de supernova est déterminée par les interactions qu'entretiennent les éjectas avec le milieu interstellaire. Cette évolution est caractérisée principalement par trois phases (plus de détails sont disponibles dans [23, 15]). Durant la première phase, les éjectas sont propulsés et se propagent dans le milieu interstellaire sans que la masse balayée par le choc n'entrave leur progression. Ils se propagent alors à vitesse constante et le rayon R du vestige de supernova est proportionnelle à son âge, $R \propto t$. Ce premier épisode de l'histoire du vestige est appelé la phase d'*expansion libre*. Lorsque que la masse $M_{\rm ISM}$ balayée par le choc devient du même ordre de grandeur que la masse M_{ej} des éjectas, le vestige de supernova entre dans la phase dite de *Sedov-Taylor*. Cette transition a lieu approximativement au temps

$$t_{\rm ST} \simeq 209 \times \left(\frac{E_{\rm SNR}}{10^{51}\ {\rm erg}}\right)^{-1/2} \left(\frac{n_{\rm ISM}}{{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/3} \left(\frac{M_{ej}}{M_\odot}\right)^{5/6} \text{ ans}, \tag{2.11}$$

où $E_{\rm SNR}$ est l'énergie libérée par l'explosion et $n_{\rm ISM}$ la densité du milieu interstellaire. Durant la phase de Seydov-Taylor, le rayon du vestige évolue alors comme $R \propto t^{2/5}$. Au cours de ces deux premières phases, le temps typique lié aux pertes radiatives du milieu choqué est grand devant celui caractérisant la dynamique du vestige. Lorsque ces temps deviennent comparables,

les mécanismes radiatifs influencent significativement l'expansion du vestige et son rayon évolue comme $R \propto t^{2/7}$. C'est la phase dite *radiative*. L'évolution du vestige est alors contrôlée par la pression du gaz chaud qu'il renferme. La transition entre la phase de Sedov-Taylor et la phase radiative a lieu approximativement au temps

$$t_{\rm rad} \simeq 29 \times 10^3 \times \left(\frac{E_{\rm SNR}}{10^{51}\ {\rm erg}}\right)^{-4/17} \left(\frac{n_{\rm ISM}}{{\rm cm}^{-3}}\right)^{-9/17} \text{ ans.} \tag{2.12}$$

Au bout d'un certain temps, la pression à l'intérieur du vestige devient comparable à celle du milieu interstellaire, c'est la fin de la phase radiative. L'expansion de la coquille est due uniquement à son inertie et son rayon évolue comme $R \propto t^{1/4}$.

Les plus jeunes vestiges de supernova n'ayant pas encore atteint la phase radiative présentent les caractéristiques nécessaires pour constituer des accélérateurs de rayons cosmiques. En effet, la progression des éjectas dans le milieu interstellaire donne naissance à une onde de choc supersonique et les instabilités magnétiques dans les milieux amont et aval permettent aux mécanismes de Fermi du premier ordre de s'établir.

Si les vestiges de supernova constituent des sites d'accélération de rayons cosmiques, ces derniers doivent interagir avec le milieu interstellaire aux alentours du choc et une signature de leur présence doit pouvoir être détectée. Des preuves expérimentales convaincantes de ces interactions au sein de la grande majorité de ces objets ont été trouvées à travers l'émission de photons dans plusieurs domaines de longueur d'onde. Tout d'abord le gaz chaud contenu dans les vestiges de supernova est mis en évidence grâce au rayonnement infrarouge qu'il émet. Les électrons chauffés par le choc interagissent avec les ions du plasma en émettant un rayonnement de Bremsstrahlung détectable dans le domaine des rayons X. Par ailleurs, le rayonnement synchrotron produit par les électrons proches du choc indique la présence d'un champ magnétique intense dans ces régions. Ensuite, les ions accélérés peuvent entrer en collision avec les nucléons du milieu interstellaire et produire des pions neutres ou chargés. Les pions neutres se désintègrent en deux photons alors que les pions chargés se désintègrent en électrons ou positrons. Ces derniers peuvent interagir via le mécanisme Compton inverse (IC) et donner également naissance à une émission de photons. Les observations spectrales indiquent que ces mécanismes sont à l'oeuvre à la frontière des vestiges de supernova [3]. Finalement, la détection des raies de la série de Balmer émis par les atomes d'hydrogène présents dans les régions du choc constitue une signature de l'accélération de particules [29]. Si ces objets constituent des candidats de premier choix comme accélérateurs des rayons cosmiques, il demeure néanmoins une limite maximale à l'énergie qu'ils leur confèrent. En effet, plus l'énergie des particules augmente au cours du processus d'accélération, plus leur libre parcours moyen entre chaque diffusion augmente et plus il leur est difficile de rester confinées à proximité du choc. Il est possible d'estimer cette énergie maximale à

$$E_{max} = 23\ Z \left(\frac{B}{1\mu{\rm G}}\right)^{1/2} \left(\frac{E_{\rm SNR}}{10^{51}\ {\rm erg}}\right)^{1/2} \left(\frac{n_{\rm ISM}}{{\rm cm}^{-3}}\right)^{-1/3} \left(\frac{M_{ej}}{M_\odot}\right)^{-1/6} \text{ TeV,} \tag{2.13}$$

où B est la valeur du champ magnétique moyen près du choc. Cette énergie ansi que l'efficacité d'accélération varie en fonction des modèles de vestige de supernova. Néanmoins, ces objets constituent des candidats sérieux à l'origine des rayons cosmiques dont l'énergie est inférieure au TeV.

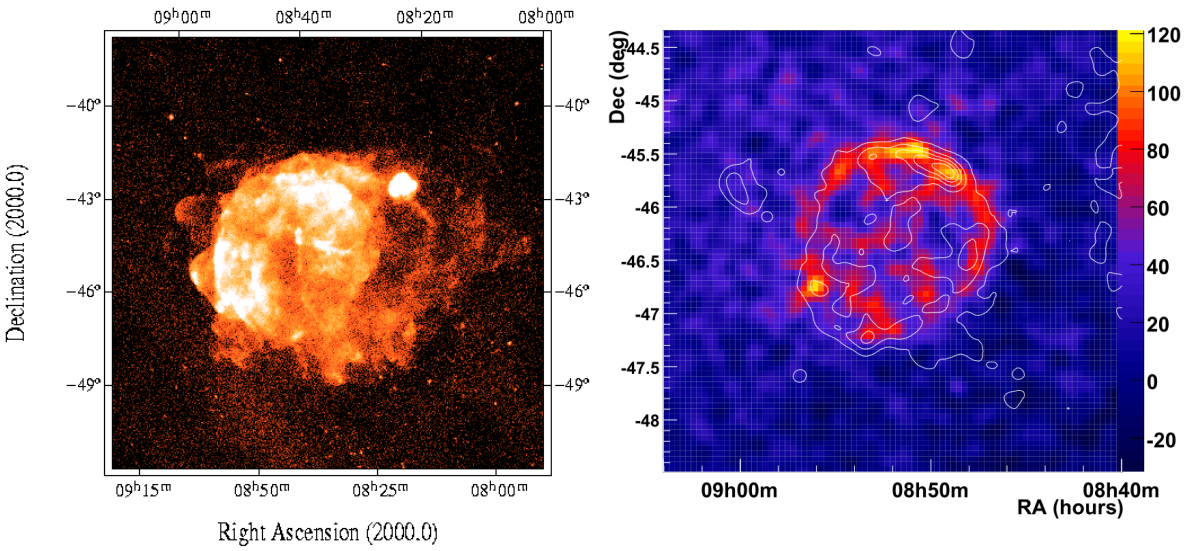

FIGURE 2.3 – ***Le vestige de supernova Vela Junior (RX J0852.0-4622)*** *vu dans le domaine des rayons X par le satellite Rosat [2] et des rayons gamma par H.E.S.S [3].*

2.3 Le milieu interstellaire

La grande majorité de la matière de la Voie Lactée est contenue dans un disque mince dont le rayon est approximativement de 20 kpc et d'épaisseur environ égale à 200 pc. Cette matière est constituée d'étoiles, de gaz et de poussière. Le gaz interstellaire est composé principalement d'hydrogène ($\sim 90\%$) et d'hélium ($\sim 10\%$) avec une densité moyenne de 1 atome/cm^3. Ce gaz peut se trouver sous plusieurs formes : neutre, ionisé ou moléculaire.

Les distributions des différents éléments du milieu interstellaire présentent des structures très complexes, que l'on peut décrire sur plusieurs échelles spatiales. La densité moyenne d'étoiles et de la poussière diminue avec le rayon galactocentrique, avec une concentration plus forte dans les bras spiraux. La distribution de gaz présente des inhomogénéités significatives en dessous de quelques centaines de pc, où le gaz s'organise en nuages et en bulles de sous-densité.

Le milieu interstellaire est en grande partie magnétisé. Le champ magnétique possède une composante régulière $\vec{B}_0$, dont la structure suit celle des bras spiraux, ainsi qu'une composante inhomogène $\delta\vec{B}$ sur de petites échelles. L'activité stellaire éjecte le plasma de part et d'autre du disque galactique et donne naissance à un vent galactique de vitesse V_C qui entraîne avec lui les lignes de champ magnétique. La présence de champs magnétiques qui s'étendent au-delà du disque galactique a été mis en évidence dans d'autres galaxies à l'instar de NGC253 (Fig. 2.4). En effet les électrons qui se propagent en dehors du plan des galaxies, émettent par rayonnement synchrotron des ondes radio détectables depuis la Terre. Les rayons cosmiques sont alors confinés par les champs magnétiques dans une région que l'on nomme *halo magnétique*. La taille de ce dernier est de l'ordre de quelques kpc et varie en fonction des galaxies [6].

La densité d'énergie magnétique du milieu interstellaire ϵ_B est comparable à la densité d'énergie cinétique ϵ_{CR} du rayonnement cosmique ($\epsilon_B \sim \epsilon_{CR} \sim 1$ eV cm^{-3}). L'équipartition approximative de l'énergie entre ces deux composantes témoigne des interactions qu'entretiennent les rayons cosmiques avec les champs magnétiques galactiques. Une compréhension complète de la

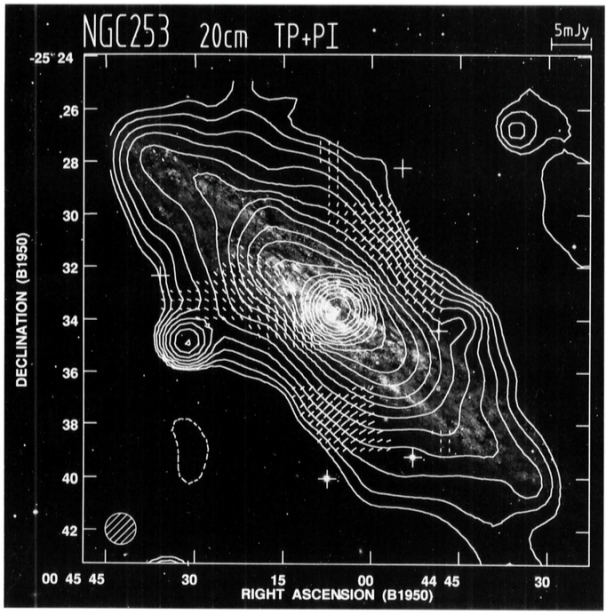

FIGURE 2.4 – ***La galaxie NGC253*** *et la distribution spatiale du rayonnement synchroton à 1.5* GHz *mettant en évidence la présence de champs magnétiques de part et d'autre du plan galactique [7].*

dynamique du plasma magnétisé nécessite un traitement qui s'inscrit dans le cadre de la magnéto-hydrodynamique (MHD). Cela dépasse néanmoins le cadre de ce mémoire de thèse et nous nous bornerons à énoncer quelques idées générales.

La trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique est décrite par un mouvement de giration autour des lignes de champ dont le rayon de giration (ou rayon de Larmor) s'exprime comme

$$r_L = \frac{p_\perp}{qB}, \tag{2.14}$$

où $p_\perp$ est la composante de l'impulsion de la particule perpendiculaire aux lignes de champ et q sa charge. Dans le cas d'un champ magnétique régulier, l'ouverture de la spirale de Larmor appelé pitch-angle et noté habituellement α, demeure constant. Si le pitch-angle est nul, la particule se propage simplement le long des lignes de champ sans mouvement de rotation. Cependant le plasma interstellaire est perturbé par des ondes MHD qui donnent naissance à une composante irrégulière du champ magnétique. Lorsque le rayon de Larmor des rayons cosmiques est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde de ces perturbations, ces dernières sont capables de modifier significativement leur trajectoire. Cela se traduit par une variation du pitch-angle α (et de son cosinus noté fréquemment μ dans la littérature). Ces inhomogénéités magnétiques se comportent alors comme des miroirs pour les rayons cosmiques. Elles peuvent être perçues comme des centres diffuseurs et c'est la raison pour laquelle la propagation des rayons cosmiques peut être décrite macroscopiquement par un mécanisme de diffusion dans le halo magnétique. La forme de la turbulence magnétique est donc fondamentale pour les mécanismes de transport des rayons cosmiques. Cette turbulence est caractérisée par son spectre de puissance, c'est-à-dire l'amplitude des perturbations en fonction de leur longueur d'onde.

Dans les plasmas supposés incompressibles, il existe des solutions aux équations de MHD sous forme d'ondes transverses et polarisées circulairement, les ondes d'Alfvèn. Ces ondes se pro-

pagent à la vitesse V_a qui s'exprime en fonction de la composante régulière du champ magnétique et de la densité massique ρ du plasma comme

$$V_a = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0 \rho}} \simeq 23 \left(\frac{B_0}{1\mu\mathrm{G}}\right)\left(\frac{\rho}{\mathrm{GeVcm}^{-3}}\right)^{-1/2} \mathrm{km\ s}^{-1}, \tag{2.15}$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide. Par conséquent lorsque les rayons cosmiques diffusent sur ces irrégularités du champ magnétique, ils peuvent échanger de l'énergie avec les centres de diffusions grâce au mécanisme de Fermi du deuxième ordre.

2.4 Interaction des rayons cosmiques avec le milieu interstellaire

Lors de leur propagation dans le halo magnétique, les rayons cosmiques peuvent interagir avec le milieu interstellaire en perdant de l'énergie ou être détruits (pertes catastrophiques). Nous détaillerons un à un ces mécanismes en séparant ceux qui concernent les noyaux de ceux impliquant les électrons [1]. Cette section est largement inspirée de [9], [23] et [34] où toutes les formules peuvent être retrouvées.

2.4.1 Les protons et les noyaux

2.4.1.1 Les pertes d'énergie

Ionisation

Un noyau cosmique relativiste de masse M et de charge électrique Ze peut interagir via la force électrostatique avec un électron d'un atome du gaz interstellaire. Si cette interaction transfère suffisamment d'impulsion à l'électron, celui-ci n'est plus lié à l'atome qui se ionise. Dans le cas des noyaux dont le facteur $\beta = v/c$ est supérieur à la vitesse caractéristique des électrons dans l'hydrogène $\beta_0 = 1.4\, e^2/\hbar c = 0.01$ (ce qui est toujours le cas dans notre étude), le taux de perte d'énergie par ionisation se met sous la forme

$$b_{ioni}(E) \equiv \frac{dE}{dt} \simeq -\frac{2\pi\, r_e^2\, c\, m_e\, c^2\, Z^2}{\beta} \sum_{\mathrm{H,He}} n_s\, B_s, \tag{2.16}$$

où m_e et $r_e = \alpha_f \hbar/c\, m_e$ sont respectivement la masse et le rayon classique de l'électron avec α_f la constante de structure fine. Le facteur B_s pour l'espèce s du gaz interstellaire est donné par

$$B_s = \left[\ln\left(\frac{2\, m_e\, c^2 \beta^2 \gamma^2\, Q_{max}}{\tilde{I}_s^2}\right) - 2\beta^2\right], \tag{2.17}$$

où $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ et $\tilde{I}_s$ est la moyenne géométrique de tous les potentiels d'ionisation et d'excitation de l'atome ($\tilde{I}_{\mathrm{H}} = 19$ eV et $\tilde{I}_{\mathrm{He}} = 44$ eV). Finalement l'énergie maximale que le noyau peut transférer à l'électron est donnée par

$$Q_{max} = \frac{2\, m_e\, c^2 \beta^2\, \gamma^2}{1 + [2\, \gamma_e\, m_e/M]}. \tag{2.18}$$

1. Nous utiliserons de manière générique le terme électron pour les électrons et les positrons dans cette section, excepté dans les cas où ce sera indiqué explicitement.

Interaction de Coulomb

Les rayons cosmiques interagissent également avec les protons et les électrons d'un plasma ionisé à travers la force électostatique. Ces interactions sont dominées par la diffusion sur les électrons thermalisés. Les pertes d'énergie associées se mettent sous la forme

$$b_{coul}(E) \simeq -4\pi\, r_e^2\, c\, m_e\, c^2\, Z^2\, n_e \ln\Lambda \frac{\beta^2}{x_m^3 + \beta^3}, \tag{2.19}$$

avec $x_m = (3\sqrt{\pi}/4)^{1/3}\sqrt{2\,k\,T_e/m_e\,c^2}$, où n_e et T_e sont la densité et la température des électrons libres dans le plasma, k la constante de Boltzmann et où le logarithme coulombien Λ s'exprime comme

$$\ln\Lambda \simeq \frac{1}{2}\ln\left(\frac{m_e^2\, c^4}{\pi\, r_e\, \hbar\, c^2\, n_e} \cdot \frac{M\,\gamma^2\,\beta^4}{M + 2\gamma\, m_e}\right). \tag{2.20}$$

2.4.1.2 Destruction

Les rayons cosmiques peuvent subir des pertes qualifiées de catastrophiques, en disparaissant lors de réactions nucléaires avec le gaz interstellaire. Par exemple, les noyaux peuvent se fragmenter à travers des réactions de spallation, induisant un changement de la composition du milieu interstellaire. Dans la plupart des cas, une réaction de spallation conserve l'énergie cinétique par nucléon. La probabilité par unité de temps Γ qu'un noyau cosmique N interagisse avec un noyau du gaz interstellaire cible C pour donner le produit P est donnée par

$$\Gamma_{N+C\to P} = n_C\; v_N\; \sigma_{N+C\to P}, \tag{2.21}$$

où n_C est la densité numérique du noyau C dans le gaz interstellaire, v_N est la norme de la vitesse du noyau N et $\sigma_{N+C\to P}$ la section efficace associée à cette réaction.

Certains noyaux peuvent également se désintégrer à travers les processus α et β ou par capture électronique. L'étude de la propagation de ces radio-isotopes permet de contraindre le temps de résidence des rayons cosmiques dans le halo magnétique de la Galaxie. Nous renvoyons le lecteur à la thèse de D. Maurin pour plus de détails [27].

Les mécanismes de destruction des antiprotons seront traités particulièrement dans la Sec. 6.1.

2.4.2 Les électrons

2.4.2.1 Les pertes d'énergie

Ionisation

Le taux de perte d'énergie des électrons par ionisation des atomes d'hydrogène et d'hélium est donnée par la formule 2.16 avec $Z = 1$ où dans ce cas, B_s s'exprime comme

$$B_s = Z\left[\ln\left(\frac{(\gamma-1)\beta^2\, E^2}{2\, I_s^2}\right) + \frac{1}{8}\right], \tag{2.22}$$

où I_s est le potentiel d'ionisation de l'atome ($\tilde{I}_{\rm H} = 13.6$ eV et $\tilde{I}_{\rm He} = 24.6$ eV).

Interaction de Coulomb

Là encore, les interactions électrostatiques entre les électrons cosmiques et le plasma ionisé sont dominées par la diffusion sur les électrons libres du plasma. Dans le cas d'un plasma totalement ionisé et dans la limite des plasmas froids, le taux de perte d'énergie s'écrit sous la forme

$$b_{coul}(E) \simeq -\frac{2\pi\, r_e^2\, c\, m_e\, c^2 n_e}{\beta}\left[\ln\left(\frac{E\, m_e\, c^2}{4\pi\, r_e\, \hbar\, c^2\, n_e}\right) - \frac{3}{4}\right]. \tag{2.23}$$

Bremmstrahlung

L'interaction électrostatique entre les électrons et le gaz interstellaire peut conduire à l'émission de photons. Ce phénomène s'appelle rayonnement de freinage ou Bremmsstrahlung en allemand. Les pertes d'énergie associées peuvent être calculées dans le cas des plasmas ionisés et dans celui des milieux neutres. Dans un plasma ionisé, les électrons cosmiques interagissent avec les noyaux et les électrons libres avec le taux de perte d'énergie

$$b^{\mathrm{I}}_{coul}(E) \simeq -4\,\alpha_f\, r_e^2\, c\, Z(Z+1)\, n_e\left[\ln 2\gamma - \frac{1}{3}\right], \tag{2.24}$$

où Z est le numéro atomique de l'élément qui compose le plasma. Dans un milieu interstellaire neutre, le taux de perte d'énergie s'écrit

$$b^{\mathrm{N}}_{coul}(E) = -c\, E \sum_{\mathrm{H,He}} n_s\, B_s, \tag{2.25}$$

avec $B_s = n_s\, M_s/T_s$, où T_s est la longueur de radiation associée à l'élément s ($T_{\mathrm{H}} = 62.8$ g cm^{-2} et $T_{\mathrm{He}} = 93.1$ g cm^{-2}).

Diffusion Compton inverse

L'interaction Compton inverse est la diffusion d'un électron relativiste sur un photon. Les électrons cosmiques peuvent alors transférer de l'énergie aux photons du milieu interstellaire. A la différence du gaz d'hydrogène et d'hélium, les photons ne sont pas restreints au seul disque galactique, ils se propagent dans tout le halo magnétique et au-delà. Afin de prendre en compte ces interactions dans un traitement relativiste, nous utiliserons les résultats de l'analyse [9] où nous renvoyons le lecteur pour plus de détails.

Le champ de radiation interstellaire (interstellar radiation field, ISRF en anglais) est composé du CMB ainsi que des photons émis par les objets du disque galactique à l'instar des étoiles et de la poussière interstellaire. Les auteurs de [9] montrent que la distribution en énergie de chaque composante de l'ISRF peut être approchée par une distribution de corps noir. Dans ce cas, deux régimes de perte d'énergie sont à considérer, caractérisés par un paramètre sans dimension α défini par

$$\alpha \equiv \frac{\gamma\,(k\,T_0)}{m_e\, c^2}, \tag{2.26}$$

où γ est le facteur de Lorentz de l'électron et T_0 est la température du corps noir. Lorsque $\alpha \ll 1$, le taux de perte d'énergie dans le régime Thomson se met sous la forme

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{4}{3}\,\sigma_T\, c\, U_{\mathrm{rad}}\, \gamma^2, \tag{2.27}$$

où $\sigma_T = 8\pi\, r_e^2/3$ est la section efficace de Thomson et où $U_{\rm rad}$ est la densité d'énergie des photons. Dans le régime Klein-Nishina ultrarelativiste où $\alpha \gg 1$, le taux de perte d'énergie s'exprime comme

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\sigma_T}{16}\frac{(m_e\, c\, k\, T_0)^2}{\hbar^3}\left[\ln\frac{4\gamma\, k\, T_0}{m_e\, c^2} - 1.9805\right]. \tag{2.28}$$

Finalement, les auteurs de [9] nous donnent un paramétrage pour n'importe quel champ de photons obéissant à une distribution de corps noir :

$$b_{IC}(E) = \frac{dE}{dt} = \begin{cases} \text{Thomson} & \text{pour} \quad \alpha < 3.8\times10^{-4}, \\ -\dfrac{E^2\,(k\,T_0)^4}{\alpha}\exp\left[\displaystyle\sum_i c_i\,(\ln\alpha_i)^i\right] & \text{pour} \quad 3.8\times10^{-4} < \alpha < 1.8\times10^{3}, \\ \text{Klein - Nishina} & \text{pour} \quad 1.8\times10^{3} < \alpha. \end{cases} \tag{2.29}$$

Les coefficients c_i associés au régime intermédiaire sont donnés par

$$c_i = \left\{74.77, -0.1953, -9.97\times10^{-2}, 4.352\times10^{-3}, 3.546\times10^{-4}, -3.01\times10^{-5}\right\}. \tag{2.30}$$

Un ingrédient essentiel au calcul des pertes d'énergie Compton inverse est la distribution en énergie de l'ISRF. Nous utiliserons le modèle M1 proposé par [9].

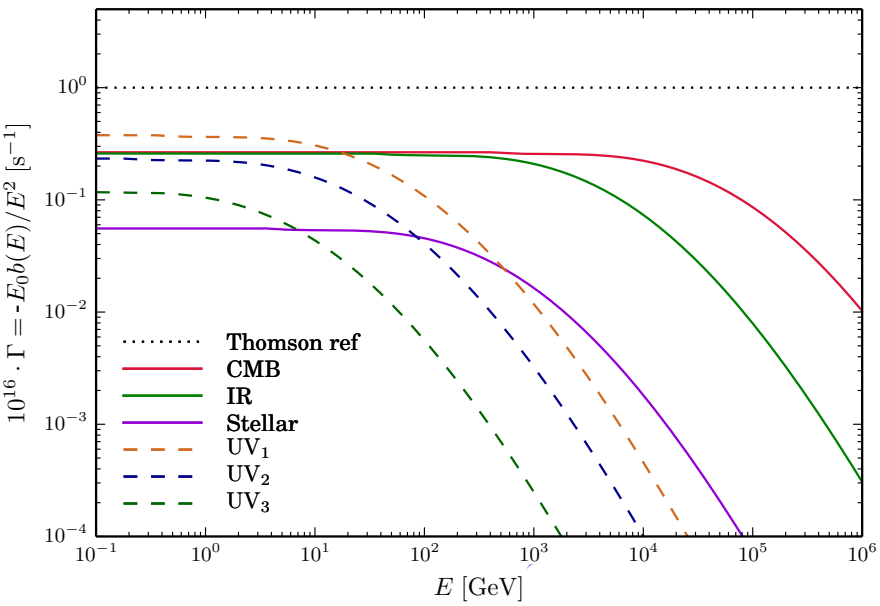

FIGURE 2.5 – ***Taux de perte d'énergie Compton inverse*** *pour chaque composante de l'ISRF du modèle M1 proposé par [9]. La courbe en pointillés correspond à un temps typique de perte d'énergie* $\tau_l = 10^{16}$ s *pour des électrons d'énergie* 1 GeV.

Synchrotron

Finalement les électrons perdent de l'énergie par rayonnement synchrotron lorsqu'ils se propagent dans le halo magnétique. Le taux de perte d'énergie associé se met sous la forme

$$b_{sync}(E) = -\frac{4}{3}\,\sigma_T\,c\,\gamma^2\,\frac{B^2_{\rm sync}}{8\pi}, \tag{2.31}$$

où $B^2_{\rm sync} \equiv \langle B^2 \rangle$ est la valeur moyenne du carré du champ magnétique dans le halo magnétique. En suivant les auteurs de [9] et [14] nous adopterons la valeur $B_{sync} = 1\ \mu$G.

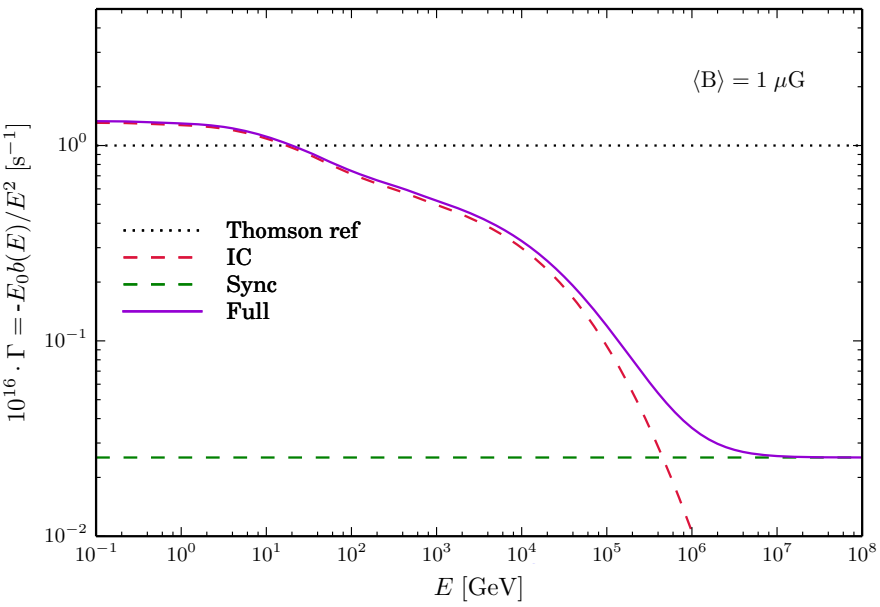

FIGURE 2.6 – ***Taux de perte d'énergie Compton inverse et synchrotron*** *obtenu pour une valeur de* $B_{\rm sync}$ *égale à 1 μG et le modèle d'ISRF M1 [9].*

2.4.2.2 Annihilation des positrons

Les positrons peuvent interagir avec les électrons du gaz interstellaire en s'annihilant. La section efficace totale associée se met sous la forme [23]

$$\sigma_a \simeq \frac{\pi\,r_e^2}{\gamma}\,[\ln 2\gamma - 1]\,. \tag{2.32}$$

2.5 Le modèle de diffusion

Le rayonnement cosmique est caractérisé par sa remarquable isotropie avec des fluctuations angulaires relatives du flux au TeV inférieures à 10^{-3} [4]. Les mécanismes liés à sa propagation

dans la Galaxie effacent toute information de son origine. Par ailleurs, la densité surfacique de matière (ou grammage) que doivent traverser les noyaux cosmiques afin de permettre la production des noyaux Li-Be-B et subFe/Fe indique qu'ils ne se propagent pas de manière rectiligne. Enfin, nous avons donné dans la Sec. 2.3 des preuves expérimentales du confinement des électrons dans le halo magnétique. Ces considérations ont poussé les astrophysiciens à l'instar de Parker [31] à proposer des modèles de diffusion afin de rendre compte du transport des rayons cosmiques dans la Galaxie. Nous utiliserons un modèle de diffusion à deux zones identique à celui de [26].

2.5.1 Géométrie de la Galaxie

Le halo magnétique de la Galaxie est modélisé par un cylindre de rayon R égal à 20 kpc et de demi-hauteur L comprise entre 1 et 15 kpc. Toute la matière est distribuée de manière homogène au sein du disque galactique de rayon R et de demi-hauteur $h \sim 100$ pc avec une densité de 1 atome/cm^3. La distance du Soleil au centre galactique est notée $R_\odot$ et vaut 8.5 kpc. Lorsque la distribution des sources de rayons cosmiques primaires ne dépend que de la cordonnée radiale, la densité des particules ne dépend que des coordonnées r et z en raison de la géométrie cylindrique du domaine de diffusion. C'est la raison pour laquelle nous appellerons cette configuration le modèle 2D. Par ailleurs, la portée finie de la diffusion couplée à une distribution homogène des sources impliquent que, dans certains cas, nous pouvons étendre le bord radial à l'infini sans perturber outre mesure le modèle. La densité des rayons cosmiques ne dépendra alors que de la coordonnée verticale et nous nommerons cette configuration le modèle 1D.

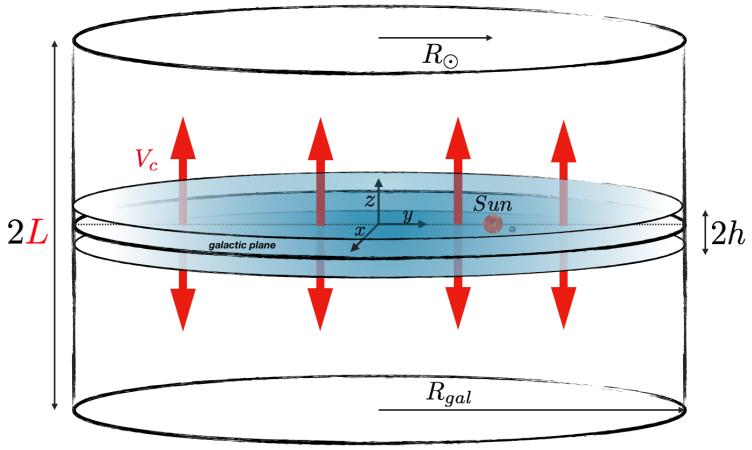

FIGURE 2.7 – ***Géométrie de la Galaxie*** *dans le modèle de diffusion 2D à deux zones.*

2.5.2 Equation de transport phénoménologique

Nous présentons ici l'équation de transport des rayons cosmiques dans le cadre d'un modèle de diffusion homogène et isotrope. On note ψ la densité volumique et en énergie des rayons cosmiques définie par

$$\psi(E, t, \vec{x}) = \frac{d^4N}{dE\, d^3x}, \tag{2.33}$$

où N est le nombre de particules. L'équation de transport se construit à partir de l'équation de continuité

$$\partial_t \psi + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \partial_E J^E = Q - S, \tag{2.34}$$

où Q et S sont les termes de source et de destruction des rayons cosmiques, respectivement. Le courant volumique $\vec{J}$ s'exprime comme

$$\vec{J} = \vec{V}_c \, \psi - K \, \vec{\nabla} \psi, \tag{2.35}$$

où $\vec{V}_c$ représente la convection due au vent galactique et K le coefficient de diffusion spatiale.

L'intensité et la structure du vent galactique sont loin d'être bien déterminées [8]. Nous considérerons tout au long de cette étude un vent dont la direction est perpendiculaire au plan galactique de la forme $\vec{V}_c = \mathrm{sign}(z) V_C \, \vec{e}_z$.

Le coefficient de diffusion spatiale supposé homogène et isotrope est donné par

$$K(E) = K_0 \beta \left(\frac{\mathcal{R}}{1 \text{ GV}} \right)^{\delta} \tag{2.36}$$

où $\beta = v/c$ avec v la vitesse du cosmique et $\mathcal{R} = p/q$ sa rigidité. Dans le cas d'une turbulence magnétique de type Kolmogorov, on montre que $\delta = 1/3$ [21].

Le courant en énergie J^E est quant à lui donné par

$$J^E = b \, \psi - D \, \partial_E \psi, \tag{2.37}$$

où $b = \langle dE/dt \rangle$ est le taux moyen de perte d'énergie et D le coefficient de diffusion en énergie.

Aux mécanismes de pertes d'énergie discutés dans la Sec. 2.4 nous devons ajouter une contribution liée à l'expansion adiabatique des rayons cosmiques due au vent convectif. Celle-ci est donnée par l'expression

$$b_{adia}(E) = -\frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{V}_c}{3} E_k \left(\frac{2mc^2 + E_k}{mc^2 + E_k} \right), \tag{2.38}$$

où E_k est l'énergie cinétique du rayon cosmique [26].

Les centres diffuseurs se déplaçant à la vitesse des ondes d'Alfvèn V_a, les rayons cosmiques subissent une diffusion en énergie par le mécanisme de Fermi du second ordre. Le coefficient de diffusion en énergie (ou réaccélération diffusive) D est relié au coefficient de diffusion spatiale et à la vitesse d'Alfvèn par

$$D(E) = \frac{2}{9} V_a^2 \frac{E^2 \beta^4}{K}. \tag{2.39}$$

En principe, la réaccélération diffusive des rayons cosmiques peut avoir lieu dans tout le halo magnétique. Néanmoins, l'analyse [32] montre que ce processus se produit majoritairement dans le disque galactique. Remarquons que dans le modèle de diffusion proposé par Strong et Moskalenko [34], un terme de gain d'énergie apparaît dans l'équation de transport. Nous continuerons cependant à utiliser le modèle de [26] car il permet également de rendre compte des résultats expérimentaux.

Le rapport entre la demi-hauteur du disque galactique h et celle du halo magnétique L typiquement inférieur à 10^{-1} nous incite à négliger l'épaisseur du disque galactique et à le considérer comme étant infiniment mince. Dans ce cas tous les processus qui ont lieu uniquement dans le disque galactique seront accompagnés d'un facteur $2h\,\delta(z)$. L'équation 2.34 peut finalement se réécrire sous la forme

$$\partial_t \psi + \vec{\nabla} \cdot \left[\vec{V}_C \, \psi - K(E) \, \vec{\nabla} \psi \right] + \partial_E \left[b(E,z) \, \psi - 2h \, \delta(z) \, D(E) \, \partial_E \psi \right] = Q(E,t,\vec{x}) - S(E,t,\vec{x}). \tag{2.40}$$

2.5.3 Les paramètres de propagation

Le modèle de diffusion décrit plus haut dépend principalement de cinq paramètres de propagation : δ, K_0, L, V_C et V_a. Ces paramètres peuvent en principe être reliés à des quantités microscopiques caractérisant le plasma galactique mais la méconnaissance du milieu interstellaire ne nous permet pas d'en tirer des informations suffisamment précises. Ils peuvent cependant être estimés à partir des mesures des rayons cosmiques détectés sur Terre. Gardons néanmoins à l'esprit que la valeur de ces paramètres n'a de sens que dans le cadre de notre modèle effectif de propagation et qu'ils ne reflète au mieux que des valeurs moyennes des paramètres associés aux mécanismes microscopiques complexes à l'oeuvre dans la Galaxie.

Les paramètres de propagation des rayons cosmiques peuvent être estimés et/ou contraints à partir d'analyses impliquant des espèces différentes. En effet, chaque espèce aura sa propre histoire lors de sa propagation dans la Galaxie. En particulier, le rapport entre le flux d'une espèce secondaire et celui de son parent primaire ne dépend que très faiblement de la forme du spectre des primaires à l'injection. C'est la raison pour laquelle le rapport entre les flux des noyaux de bore et de carbone (B/C) est largement utilisé pour estimer les paramètres de propagation [26, 33, 34]. Les analyses [11, 26] ont permis de définir un espace des phases couvert par environ 1600 jeux de paramètres à l'aide du code USINE [25] dans lequel le modèle de la Fig. 2.7 et de l'équation 2.40 est implémenté. Parmi ces jeux on trouve les modèles de référence Min Med et Max présentés dans le Tab. 2.1. Le modèle Med offre le meilleur ajustement aux mesures du B/C utilisées par [26] tandis que le modèle Min et Max correspondent au flux minimal et maximal d'antiprotons primaires issus de l'annihilation de particules de matière noire dans la Galaxie [10]. Gardons à l'esprit que ces analyses ne sont pas sensibles aux paramètres K_0 et L individuellement mais plutôt au rapport K_0/L. Cette dégénérescence peut être levée en utilisant, entre autres, les noyaux radioactifs [30] ou encore les positrons de basse énergie [22]. Finalement, ces paramètres peuvent être associés à de grandes incertitudes provenant par exemple des sections efficaces de spallation des noyaux ou de la quantité de noyaux cosmiques secondaires produits au sein des sites d'accélération [17].

L'avantage de ce modèle de propagation à géométrie simple réside dans le fait que l'équation de transport 2.40 peut être résolue de manière semi-analytique comme nous le présenterons dans les prochains chapitres. Il est alors très rapide d'évaluer les incertitudes liées au modèle ou de sonder l'espace des paramètres de propagation. Il permet par conséquent une compréhension approfondie des mécanismes physiques de la propagation des particules chargées dans la Galaxie. L'équation 2.40 peut également être résolue à l'aide de codes numériques à l'instar de GALPROP [34] ou de son avatar DRAGON [24] qui permettent de prendre en compte des propriétés géométriques de la Galaxie plus sophistiquées. Cela se fait néanmoins au détriment d'un temps de calcul considérable.

Case	δ	K_0 [kpc^2/Myr]	L [kpc]	V_C [km/s]	V_a [km/s]
MIN	0.85	0.0016	1	13.5	22.4
MED	0.70	0.0112	4	12	52.9
MAX	0.46	0.0765	15	5	117.6

Table 2.1 – ***Les jeux de paramètres de propagation*** Min, Med ***et*** Max *dérivés de l'analyse du rapport B/C [10].*

2.6 La modulation solaire

Les rayons cosmiques doivent pénétrer dans l'environnement du Soleil avant de pouvoir être détectés sur Terre. L'héliosphère est la région en forme de bulle étirée autour du Soleil, engendrée par le vent solaire, le flux de plasma magnétisé propulsé dans le milieu interplanétaire par notre étoile. Les particules éjectées ont une vitesse typique de 350 km/s au voisinage du Soleil puis ralentissent en raison de leurs interactions avec le milieu interstellaire. Les forces de pression du vent solaire s'équilibrent avec celles du gaz interstellaire au niveau de l'héliopause. La forme étirée de l'héliosphère est due au mouvement du Soleil par rapport au milieu interstellaire. Par ailleurs, le Soleil subit une inversion de polarité de son champ magnétique environ tous les onze ans. Ce phénomène est corrélé au nombre de tâches solaires à sa surface qui témoignent d'une forte activité magnétique. L'inversion des pôles magnétiques couplée à la rotation du Soleil (avec une période de 27 jours) induit une direction variable du champ magnétique des éjectas, donnant naissance à ce qu'on appelle la spirale de Parker. Il existe alors une surface où la direction du champ magnétique varie brusquement, appelée nappe de courant héliosphérique (heliospheric current sheet en anglais).

Les rayons cosmiques interagissent avec le plasma du vent solaire en perdant de l'énergie. Cela se traduit par une diminution du flux détecté sur Terre en dessous d'une énergie approximativement égale à 20 GeV. Ce phénomène est mis en évidence par les moniteurs à neutrons qui montrent une périodicité de onze ans de l'intensité du rayonnement cosmique. Le flux des rayons cosmiques est donc corrélé à l'activité solaire et ce mécanisme s'appelle la *modulation solaire* en raison de son caractère périodique.

La propagation des rayons cosmiques dans l'héliosphère peut s'avérer complexe et peut être traitée à l'aide de modèles de diffusion dédiés. L'équation de transport est complexe et la résoudre requiert l'utilisation de codes numériques comme HelioProp [16]. Une alternative consiste à utiliser le modèle du *force-field* proposé par [18] qui permet avec succès de rendre compte des données expérimentales du flux des rayons cosmiques dont l'énergie est supérieure à environ 100 MeV par nucléon. Ce modèle permet de relier le flux différentiel interstellaire (IS) au flux à l'entrée de l'atmosphère terrestre (TOA pour top of the atmosphere) comme

$$\Phi^{\mathrm{TOA}}(E_k) = \Phi^{\mathrm{IS}}\left(E_k + Z\,e\,\phi_F/A\right)\frac{E_k(E_k+2m)}{(E_k+m+Z\,e\,\phi_F/A)^2 - m^2}, \tag{2.41}$$

où E_k est l'énergie cinétique par nucléon du rayon cosmique de numéro atomique Z et de nombre de masse A et où m est la masse du proton. Ce modèle ne dépend que d'un paramètre, le potentiel de Fisk ϕ_F qui s'exprime en GV. Ce dernier peut être déterminé à partir de mesures expérimentales du flux des rayons cosmiques à l'entrée de l'atmosphère terrestre ou à l'aide des données des moniteurs à neutrons.

Bibliographie

[1] http://www.iexp.uni-hamburg.de/groups/astroparticle/score/en/physics/.

[2] http://www.pha.jhu.edu/ wpb/hstvela/hstvela.html.

[3] F. Aharonian et al. H.E.S.S. Observations of the Supernova Remnant RX J0852.0-4622 : Shell-Type Morphology and Spectrum of a Widely Extended Very High Energy Gamma-Ray Source. *The Astrophysical Journal*, 661 :236–249, May 2007.

[4] M. Amenomori et al. Anisotropy and Corotation of Galactic Cosmic Rays. *Science*, 314 :439–443, October 2006.

[5] W. I. Axford, E. Leer, and G. Skadron. The acceleration of cosmic rays by shock waves. *International Cosmic Ray Conference*, 11 :132–137, 1977.

[6] R. Beck, A. Brandenburg, D. Moss, A. Shukurov, and D. Sokoloff. Galactic Magnetism : Recent Developments and Perspectives. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 34 :155–206, 1996.

[7] R. Beck, C. L. Carilli, M. A. Holdaway, and U. Klein. Multifrequency observations of the radio continuum emission from NGC 253. 1 : Magnetic fields and rotation measures in the bar and halo. *Astronomy and Astrophysics*, 292 :409–424, December 1994.

[8] D. P. Cox. The Three-Phase Interstellar Medium Revisited. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 43 :337–385, September 2005.

[9] T. Delahaye, J. Lavalle, R. Lineros, F. Donato, and N. Fornengo. Galactic electrons and positrons at the Earth : new estimate of the primary and secondary fluxes. *Astron. Astrophys.*, 524 :A51, dec 2010.

[10] F. Donato, N. Fornengo, D. Maurin, P. Salati, and R. Taillet. Antiprotons in cosmic rays from neutralino annihilation. *Phys. Rev. D*, 69(6) :063501, mar 2004.

[11] F. Donato, D. Maurin, P. Salati, A. Barrau, G. Boudoul, and R. Taillet. Antiprotons from Spallations of Cosmic Rays on Interstellar Matter. *Astrophys. J.*, 563(1) :172–184, dec 2001.

[12] Parizot E. Accélération des particules : les mécanismes de Fermi, Ecole de Goutelas. 2003.

[13] E. Fermi. On the Origin of the Cosmic Radiation. *Physical Review*, 75 :1169–1174, April 1949.

[14] K. M. Ferrière. The interstellar environment of our galaxy. *Reviews of Modern Physics*, 73 :1031–1066, October 2001.

[15] Armand Fiasson. *Search for cosmic ray origins by the study of supernova remnants associated with molecular clouds with HESS and test of HESS II sampling system.* Theses, Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, March 2008.

[16] Daniele Gaggero, Luca Maccione, Dario Grasso, Giuseppe Di Bernardo, and Carmelo Evoli. PAMELA and AMS-02 e+ and e- spectra are reproduced by three-dimensional cosmic-ray modeling. *Phys. Rev. D - Part. Fields, Gravit. Cosmol.*, 89(8) :1–4, 2014.

[17] Y Genolini, A Putze, P Salati, and P D Serpico. Theoretical uncertainties in extracting cosmic-ray diffusion parameters : the boron-to-carbon ratio. *Astron. Astrophys.*, 580 :A9, aug 2015.

[18] L. J. Gleeson and W. I. Axford. Cosmic Rays in the Interplanetary Medium. *Astrophysical Journal*, 149 :L115, September 1967.

[19] K. Greisen. End to the Cosmic-Ray Spectrum ? *Physical Review Letters*, 16 :748–750, April 1966.

[20] M.H. Israel, W.R. Binns, A.C. Cummings, R.A. Leske, R.A. Mewaldt, E.C. Stone, T.T. von Rosenvinge, and M.E. Wiedenbeck. Isotopic Composition of Cosmic Rays : Results from the Cosmic Ray Isotope Spectrometer on the ACE Spacecraft. *Nucl. Phys. A*, 758(1-4 SPEC. ISS.) :201–208, jul 2005.

[21] A. Kolmogorov. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers. *Akademiia Nauk SSSR Doklady*, 30 :301–305, 1941.

[22] Julien Lavalle, David Maurin, and Antje Putze. Direct constraints on diffusion models from cosmic-ray positron data : Excluding the minimal model for dark matter searches. *Phys. Rev. D*, 90(8) :081301, oct 2014.

[23] Malcolm S. Longair. *High Energy Astrophysics*. Cambridge University Press, 2011.

[24] L. Maccione, C. Evoli, D. Gaggero, and D. Grasso. DRAGON : Galactic Cosmic Ray Diffusion Code. Astrophysics Source Code Library, June 2011.

[25] D. Maurin. USINE : a new public cosmic-ray propagation code (Basic Phenomenology, Sample Results, and a Bit of USINE). In P.G. Rancoita S. Giani, C. Leroy, editor, *ICATPP Conference on Cosmic Rays for Particle and Astroparticle Physics*, Como, Italy, October 2010. World Scientific. Astroparticle, Particle, Space Physics, Radiation Interaction, Detectors and Medical Physics Applications - Vol. 6 ISBN : 978-981-4329-02-6.

[26] D Maurin, F Donato, R Taillet, and P Salati. Cosmic Rays below Z=30 in a diffusion model : new constraints on propagation parameters. *Astrophys. J.*, 555(2) :19, jan 2001.

[27] David Maurin. Propagation de rayons cosmiques dans un modèle de diffusion : une nouvelle estimation des paramètres de diffusion et du flux d'antiprotons secondaires. 2001.

[28] M. Meneguzzi, J. Audouze, and H. Reeves. The production of the elements Li, Be, B by galactic cosmic rays in space and its relation with stellar observations. *Astronomy and Astrophysics*, 15 :337–359, 1971.

[29] G. Morlino, P. Blasi, R. Bandiera, and E. Amato. Cosmic ray acceleration and Balmer emission from RCW 86 (G315.4 - 2.3). *Astron. Astrophys.*, 562(2009) :A141, feb 2014.

[30] Igor V. Moskalenko, S. G. Mashnik, and Andrew W. Strong. New calculation of radioactive secondaries in cosmic rays. *Proc. 27th ICRC*, 836 :1836–1839, jun 2001.

[31] E. N. Parker. Galactic effects of the cosmic-ray gas. *Space Science Reviews*, 9(5) :651–712, 1969.

[32] V. S. Ptuskin, H. J. Voelk, V. N. Zirakashvili, and D. Breitschwerdt. Transport of relativistic nucleons in a galactic wind driven by cosmic rays. *Astronomy and Astrophysics*, 321 :434–443, May 1997.

[33] A. Putze, L. Derome, and D. Maurin. A Markov Chain Monte Carlo technique to sample transport and source parameters of Galactic cosmic rays. *Astron. Astrophys.*, 516(mcmcII) :A66, jun 2010.

[34] Andrew W. Strong and Igor V. Moskalenko. Propagation of Cosmic-Ray Nucleons in the Galaxy. *Astrophys. J.*, 509(1) :212–228, dec 1998.

[35] G. T. Zatsepin and V. A. Kuz'min. Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays. *ZhETF Pisma Redaktsiiu*, 4 :114, August 1966.

Chapitre 3

Les positrons cosmiques au-delà de 10 GeV

Tout au long de ce chapitre, nous nous intéresserons aux positrons cosmiques dont l'énergie est supérieure à 10 GeV. Nous commencerons par simplifier l'équation de transport des positrons en ne conservant que les processus dominants aux énergies que nous considérerons. Puis, nous nous intéresserons à la composante astrophysique des positrons secondaires produits par l'interaction des rayons cosmiques avec le gaz interstellaire. Ensuite, nous nous concentrerons sur les positrons issus de l'annihilation des WIMPs dans la galaxie. Finalement, la composante astrophysique des positrons produits par des pulsars sera étudiée. Nous conclurons ce chapitre en présentant nos résultats sur l'interprétation de la fraction positronique mesurée par la collaboration AMS-02.

3.1 Approche classique haute énergie

3.1.1 Simplification de l'équation de transport à haute énergie

L'équation régissant la propagation des positrons s'exprime comme

$$\partial_t \psi + \vec{\nabla} \cdot \left[\vec{V}_C \, \psi - K(E) \, \vec{\nabla} \psi \right] + \partial_E \left[b(E,z) \, \psi - 2h \, \delta(z) \, D(E) \, \partial_E \psi \right] = Q(E,t,\vec{x}) - 2h \, \delta(z) \, \Gamma \psi. \quad (3.1)$$

Le terme de destruction $2h\,\delta(z)\,\Gamma\psi$ tient compte des réactions d'annihilation des positrons avec les électrons du gaz interstellaire. La Fig. 3.1 représente les temps typiques exprimés en Myr des différents processus d'interaction que subissent les positrons pendant leur propagation. Les temps typiques de diffusion spatiale τ_{diff}, de réaccélération diffusive τ_{reac} et de convection τ_{conv} ont été calculés dans le cas du modèle de propagation Med. Le temps typique de perte d'énergie Compton inverse τ_{IC} correspond au modèle d'ISRF M1 et le temps typique de rayonnement synchrotron τ_{sync} correspond à une valeur du champs magnétique galactique moyen B de 1 μG. La courbe bleue continue représente la contribution de toutes les pertes d'énergie et le temps typique correspondant τ_l s'exprime

$$\frac{1}{\tau_l} = \frac{1}{\tau_l^{adia}} + \frac{1}{\tau_l^{ioni}} + \frac{1}{\tau_l^{coul}} + \frac{1}{\tau_l^{brem}} + \frac{1}{\tau_l^{IC}} + \frac{1}{\tau_l^{sync}}. \quad (3.2)$$

La comparaison des temps typiques des processus de propagation ne nous donne qu'une idée des énergies pour lesquelles certains processus sont dominants par rapport aux autres. Notons par ailleurs qu'une comparaison rigoureuse des temps typiques des processus d'interaction nécessite que tous les phénomènes considérés prennent place dans les mêmes sites du halo magnétique. Ce n'est cependant pas le cas en ce qui concerne les processus d'interaction des positrons dans la

galaxie. En effet, la diffusion spatiale, les pertes d'énergie Compton inverse et synchrotron ainsi que la convection prennent place dans tout le halo magnétique alors que les autres processus uniquement dans le disque galactique. Cependant, l'analyse des temps typiques des phénomènes que subissent les rayons cosmiques nous fournit un ordre de grandeur de leur intensité en fonction de l'énergie des positrons. Par conséquent, nous constatons sur la Fig. 3.1 que les positrons dont l'énergie est supérieure à environ 10 GeV subiront principalement les effets de la diffusion spatiale ainsi que les pertes d'énergie Compton inverse, puis synchrotron à très haute énergie, dont les temps typiques sont de l'ordre du million d'années. Nous pouvons donc en première approximation ne considérer que ces effets lors de la propagation des positrons dont l'énergie est supérieure à 10 GeV et réécrire l'équation de transport (7.1)

$$\partial_t \psi - K(E)\Delta\psi + \partial_E \left[b(E)\,\psi\right] = Q(E, t, \vec{x}). \tag{3.3}$$

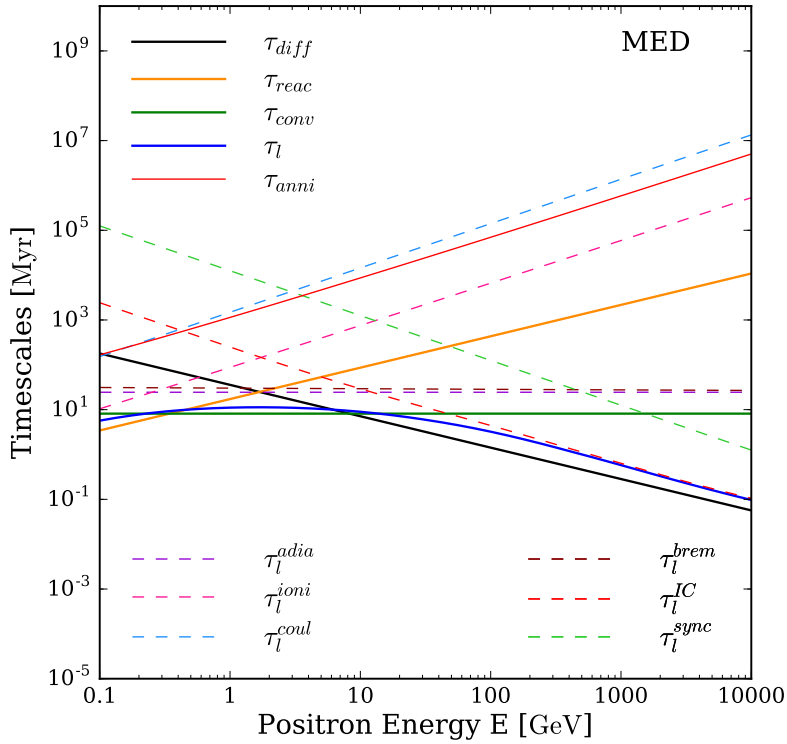

FIGURE 3.1 – ***Temps typiques des processus d'interaction des positrons***. *Les processus dépendant des paramètres de propagation ont été calculés avec le modèle* MED. *Les pertes d'énergie IC ont été évaluées dans le cas du modèle d'ISRF M1 et les pertes synchrotron avec une valeur du champ magnétique galactique moyen de 1 μG.*

Nous avons vu dans la section 2.5.2 que le coefficient de diffusion spatiale s'exprime comme

$$K(E) = K_0 \beta \left(\frac{\mathcal{R}}{1\text{GV}}\right)^{\delta}. \tag{3.4}$$

A ces énergies, les positrons sont ultra-relativistes, ainsi $\beta \simeq 1$ et $\mathcal{R}/1$ GeV $\simeq E/1$ GeV, de sorte

que nous pouvons écrire la loi précédente sous la forme

$$K(E) = K_0 \left(\frac{E}{E_0}\right)^{\delta}, \tag{3.5}$$

où $E_0 = 1$ GeV. Le modèle de propagation ne dépend plus que des trois paramètres, K_0, δ et L.

3.1.2 Formalisme de Green

3.1.2.1 Résolution en régime stationnaire

Dans un premier temps nous allons nous intéresser au problème stationnaire de la propagation des positrons. Dans ce régime, les positrons sont injectés de façon continue dans le milieu interstellaire. L'équation à laquelle obéit la densité de positrons ψ s'exprime

$$-K(E)\,\Delta\psi(E,\vec{x}) + \partial_E\left[b(E)\,\psi(E,\vec{x})\right] = Q(E,\vec{x}). \tag{3.6}$$

La méthode de Green consiste à déterminer la fonction $G_s(E,\vec{x} \leftarrow E_S,\vec{x}_S)$ solution de l'équation

$$-K(E)\,\Delta G_s + \partial_E\left[b(E)\,G_s\right] = \delta(E-E_S)\,\delta^3(\vec{x}-\vec{x}_S). \tag{3.7}$$

La fonction $G_s(E,\vec{x} \leftarrow E_S,\vec{x}_S)$ est appelée fonction de Green (ou propagateur) de l'équation (3.6) et apparaît comme la densité de probabilité que des particules injectées au point source $\vec{x}_S$ avec l'énergie E_S parviennent au point $\vec{x}$ avec l'énergie E. L'indice s de la fonction G_s indique qu'il s'agit du propagateur de l'équation de transport stationnaire. La solution de l'équation (3.6) est alors donnée par le produit de convolution

$$\psi(E,\vec{x}) = \int_E^{+\infty} dE_S \int_{MH} d^3x_S\; G_s(E,\vec{x} \leftarrow E_S,\vec{x}_S)\,Q(E_S,\vec{x}_S), \tag{3.8}$$

où l'intégration spatiale s'opère sur le halo magnétique (MH) de la galaxie. Afin de déterminer le propagateur G_s solution de (3.6) nous utilisons la méthode de Baltz et Edsjö [3] en introduisant le propagateur réduit $\tilde{G}_s$ définit par

$$\tilde{G}_s(E,\vec{x} \leftarrow E_S,\vec{x}_S) = -b(E)\,G_s(E,\vec{x} \leftarrow E_S,\vec{x}_S). \tag{3.9}$$

Nous montrons en annexe A que ce problème se résume à résoudre l'équation de la chaleur et que, dans un halo magnétique infini, la fonction $\tilde{G}_s$ est une distribution gaussienne d'écart type λ_D de la forme

$$\tilde{G}_s(E,\vec{x} \leftarrow E_S,\vec{x}_S) = \frac{1}{(\pi\lambda_D^2)^{3/2}}\exp\left(-\frac{r^2}{\lambda_D^2}\right), \tag{3.10}$$

où $r = |\vec{x}_S - \vec{x}|$ est la distance entre la position de la source $\vec{x}_S$ et la position de l'observateur $\vec{x}$. La longueur $\lambda_D(E,E_S)$ est définie par

$$\lambda_D^2(E,E_S) = 4\int_{E_S}^{E} dE'\,\frac{K(E')}{b(E')}. \tag{3.11}$$

Le propagateur G_s qui intervient dans l'expression (3.8) de la densité de positrons s'exprime alors

$$G_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S) = -\frac{\tilde{G}_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S)}{b(E)} = \frac{-1}{b(E)(\pi\lambda_D^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda_D^2}\right). \tag{3.12}$$

La densité de positrons ψ solution de l'équation (3.6) évaluée à la position de la Terre se met alors sous la forme

$$\psi(E, \odot) = \frac{-1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \int_{MH} d^3x_S \, \tilde{G}_s(E, \odot \leftarrow E_S, \vec{x}_S) \, Q(E_S, \vec{x_S}). \tag{3.13}$$

Lorsque le terme source se factorise en $Q(E_S, \vec{x_S}) = f(\vec{x}_S) \, Q(E_S, \odot)$, on introduit la quantité (sans dimension lorsque la fonction f est définie sans unité)

$$\tilde{I}(\lambda_D, \vec{x}) = \int_{MH} d^3x_S \, \tilde{G}_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S) \, f(\vec{x}_S). \tag{3.14}$$

Cette quantité est appelée *fonction de halo* et dépend uniquement de la longueur λ_D lorsque la position de l'observateur est déterminée. L'équation (3.13) se met alors sous la forme

$$\psi(E, \odot) = \frac{-1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \; \tilde{I}(\lambda_D, \odot) \; Q(E_S, \odot). \tag{3.15}$$

Dans la suite, la quantité $\tilde{I}(\lambda_D)$ fera référence à $\tilde{I}(\lambda_D, \odot)$ si la position à laquelle l'intégrale (5.140) est évaluée n'est pas indiquée explicitement.

3.1.2.2 Résolution en régime dynamique

Intéressons-nous maintenant à la résolution de l'équation (3.3) où le terme source Q, et par conséquent la densité de positrons ψ, dépendent du temps. De la même manière que précédemment, nous utilisons la méthode des fonctions de Green où le propagateur $G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S)$ de l'équation (3.3) satisfait désormais l'équation

$$\partial_t G - K(E) \, \Delta G + \partial_E[b(E) \, G] = \delta(E - E_S) \, \delta(t - t_S) \, \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{3.16}$$

Nous remarquons que les variables E et t ne sont pas indépendantes mais reliées par la fonction de perte d'énergie $b(E)$ telles que

$$dE = b(E) \, dt. \tag{3.17}$$

Cette relation va nous permettre de résoudre l'équation (3.16) et la détermination du propagateur G est détaillée en annexe A par deux méthodes différentes. Ainsi, le propagateur de l'équation de transport dynamique (3.3) est donnée par l'expression

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = -\theta(c\Delta t - |\vec{x} - \vec{x}_S|) \, \delta(E_S - E_*) \, b(E_*) \, G_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S), \tag{3.18}$$

où $\Delta t = t - t_S$ est l'âge de la source et où l'énergie E_* est reliée à l'énergie E et Δt par l'expression

$$\Delta t = \int_{E_*}^{E} \frac{dE'}{b(E')}. \tag{3.19}$$

L'énergie E_* apparaît donc comme la valeur que doit avoir l'énergie du positron au temps t_S pour que nous puissions l'observer au temps t avec l'énergie E. Dans le régime Thomson, E_* est donnée par l'expression

$$E_* = \frac{E}{1 - \dfrac{E}{E_{max}^{Th}}}, \tag{3.20}$$

où $E_{max}^{Th} = E_0\,\tau_l/\Delta t$ est l'énergie maximale que peut avoir un positron ayant diffusé pendant un temps $\Delta t = t - t_S$. En d'autres termes, si nous injectons un positron au temps t_S avec une énergie infinie, alors nous l'observerons au temps t avec l'énergie E_{max}^{Th}. Cela signifie que si l'on ne considère qu'une seule source ponctuelle dans le temps, alors le flux de positrons correspondant mesuré sur Terre présentera une coupure (cut-off en anglais) à haute énergie. La fonction θ de Heaviside dans l'équation (3.18) assure que les positrons ne se propagent pas plus vite que la lumière. Le propagateur ainsi déterminé, la solution de l'équation de propagation dépendante du temps est donné par le produit de convolution

$$\psi(t, E, \vec{x}) = \int_{-\infty}^{t} dt_S \int_{E}^{+\infty} dE_S \int_{MH} d^3x_S\, G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S)\, Q(t_S, E_S, \vec{x}_S). \tag{3.21}$$

3.1.2.3 La notion de sphère positronique

Arrêtons-nous un instant sur la longueur λ_D. Sa présence dans l'exponentielle du propagateur G_s traduit le fait que si une source S se situe à une distance plus grande que λ_D, alors le propagateur de la source à l'observateur tend à s'annuler. Celà signifie que la grande majorité des positrons d'énergie E reçus au point $\vec{x}$ ont été créés à l'intérieur d'une sphère de rayon critique $r_c \sim \lambda_D$ centrée sur la Terre. C'est pourquoi nous introduisons ici la notion de *sphère positronique* ou *horizon positronique*. Notons que la longueur λ_D dépend des énergies à la source E_S et reçue E des positrons considérés. En effet elle augmente d'autant plus que le rapport E_S/E est important. Nous représentons sur la Fig. 3.2 la valeur de la longueur de diffusion λ_D en fonction de l'énergie E des positrons reçus sur Terre, qui correspond à des positrons injectés dans le milieu interstellaire à l'énergie E_S de 10 GeV (rouge), 100 GeV (vert) et 1 TeV (bleu). Ces longueurs sont calculées en considérant uniquement le régime Thomson pour les pertes d'énergie avec un temps typique $\tau_l = 10^{16}$ s, dans le cas des jeux de paramètres de propagation Min (gauche), Med (droite) et Max (bas). Il apparaît par conséquent que les positrons mesurés sur Terre à une énergie de 10 GeV n'ont pu être produits à des energies inférieures à 1 TeV qu'à l'intérieur d'une sphère de rayon $r_c \sim 7$ kpc, quel que soit le jeu de paramètres de propagation. Il est donc possible, en première approximation, d'apparenter le propagateur stationnaire $\tilde{G}_s$ à la fonction escalier $\tilde{H}$ définie par

$$\tilde{H} = \frac{\theta(r_c^2 - r^2)}{V_c}, \tag{3.22}$$

où θ est la fonction de Heaviside. En imposant les conditions

$$(i) \int_{\mathcal{D}} d^3x\, \tilde{H} = \int_{\mathcal{D}} d^3x\, \tilde{G}_s = 1, \tag{3.23}$$

$$(ii) \int_{\mathcal{D}} d^3x\, \tilde{H}^2 = \int_{\mathcal{D}} d^3x\, \tilde{G}_s^2 = \frac{1}{V_c}, \tag{3.24}$$

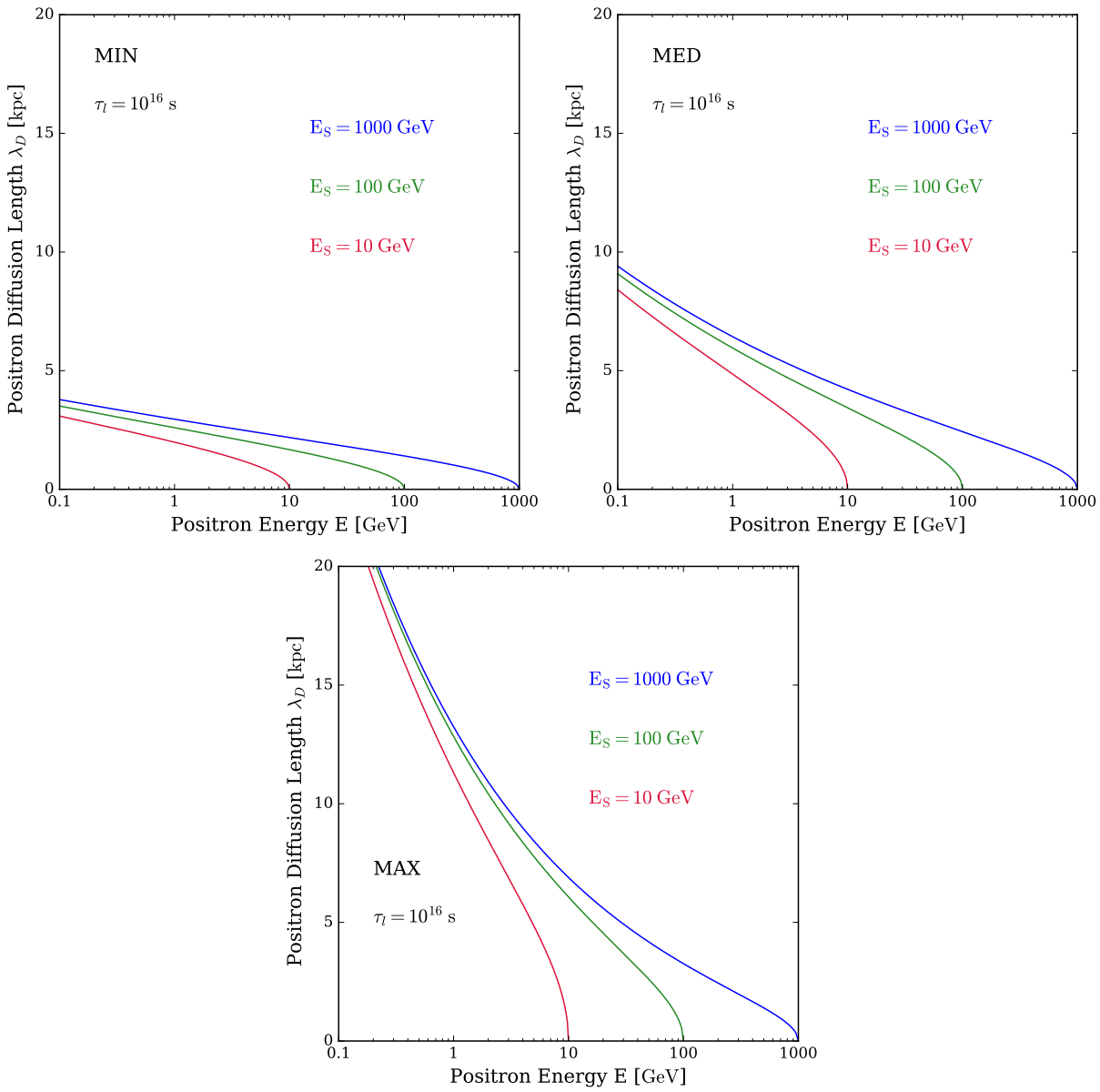

FIGURE 3.2 – ***Longueur de diffusion*** *λ_D pour des positrons produits à des energies E_S de* 10 GeV *(rouge),* 100 GeV *(vert) et* 1 TeV *(bleu). La longueur de diffusion λ_D a été calculée dans le régime Thomson de pertes d'énergie avec le temps typique $\tau_l = 10^{16}$ s. Les figures de gauche, droite et bas correspondent aux jeux de paramètres de propagation* MIN, MED *et* MAX *respectivement.*

où le domaine d'intégration $\mathcal{D}$ correspond à tout l'espace, il vient

$$V_c = \frac{4\pi}{3} r_c^3, \tag{3.25}$$

$$r_c = \left(3\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)^{1/3} \lambda_D \simeq 1.5\,\lambda_D. \tag{3.26}$$

Considérons le cas où les positrons sont produits de façon continue dans la Galaxie. Lorsque l'énergie E des positrons est supérieure à $\sim$ 100 GeV, la longueur de diffusion $\lambda_D \leq 5$ kpc et les

positrons reçus sur Terre ont été majoritairement produits à l'intérieur d'une région de quelques kpc autour de la Terre. La propagation n'est donc pas sensible aux bords du halo magnétique et on peut considérer en première approximation que le terme source stationnaire $Q(E, \vec{x})$ est donné par sa valeur solaire $Q(E, \odot)$. Il est alors possible d'estimer la densité de positrons au niveau du Soleil en remplaçant le propagateur $\tilde{G}_s$ par la fonction $\tilde{H}$. La densité ψ est alors donnée par l'expression

$$\psi(E, \odot) = \frac{-1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \, Q(E_S, \odot) \left\{ \tilde{I}(\lambda_D) \simeq \int_{MH} d^3 x_S \tilde{H} \right\}. \tag{3.27}$$

Première remarque : lorsque les sources de positrons sont confinées dans le disque galactique (cas des positrons secondaires, voir Sec. 3.2), $\tilde{I}$ est le volume du disque intercepté par la sphère positronique centrée sur la Terre. Il vient

$$\tilde{I} = \frac{3}{2} \frac{h}{r_c} \simeq \frac{h}{\lambda_D}. \tag{3.28}$$

La densité de positrons est donnée par l'expression

$$\psi(E, \odot) \simeq \frac{-1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \, \frac{h}{\lambda_D} \, \{Q(E_S, \odot) \equiv q(E_S)\}. \tag{3.29}$$

Considérons dans ce cas que la fonction de perte d'énergie se mette sous la forme $b(E) \propto E^{\alpha}$. On peut alors écrire

$$\lambda_D^{-1} \propto E^{-(1+\delta-\alpha)/2} \left\{ \left[1 - \left(\frac{E}{E_S} \right)^{\alpha-1-\delta} \right]^{-1/2} \simeq 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{E}{E_S} \right)^{\alpha-1-\delta} \right\}. \tag{3.30}$$

Si le spectre de positrons à la source se met sous la forme d'une loi de puissance telle que $q(E) \propto E^{-\gamma}$, il vient alors

$$\psi(E, \odot) \propto E^{-\tilde{\gamma}} \tag{3.31}$$

où

$$\tilde{\gamma} = \gamma + \frac{1}{2}(\alpha + \delta - 1) \tag{3.32}$$

Deuxième remarque : lorsque les sources de positrons se situent dans tout le halo magnétique (cas des positrons primaires issus de l'annihilation des WIMPs, voir Sec. 3.3), alors $\tilde{I} \simeq 1$ et il est possible de relier le spectre mesuré sur Terre au spectre des positrons à la source $q(E)$ par l'expression

$$\frac{d}{dE} \left[b(E) \, \psi(E, \odot) \right] \simeq q(E). \tag{3.33}$$

3.1.2.4 Conditions aux bords du halo magnétique

Le halo magnétique est représenté par un cylindre de rayon $R = 20$ kpc et de demi-hauteur L variant de 1 à 15 kpc. Notre modèle doit alors offrir la possibilité aux particules de pouvoir s'échapper du halo magnétique comme s'il y avait évaporation sur ses bords. Cela doit être pris en compte dans le propagateur $\tilde{G}_s$ et se traduire mathématiquement par les conditions

$$\tilde{G}_s(r = R, z) = 0, \qquad \tilde{G}_s(r, |z| = L) = 0. \tag{3.34}$$

L'énergie des positrons diminue rapidement au cours de leur propagation. La Fig. 3.2 permet de montrer que des positrons mesurés sur Terre à des énergies supérieures à ~ 10 GeV, ont été injectés à l'intérieur d'une région sphérique dont le rayon $r_c \sim 5$ à 15 kpc selon les paramètres de propagation. Le bord radial de la galaxie étant situé à environ 12.5 kpc de la Terre, nous pouvons en première approximation, considérer que les positrons dont l'énergie $E \geq 10$ GeV ne sont pas sensibles aux bords radiaux de la galaxie et que le halo diffusif peut être considéré comme un cylindre de rayon infini et d'épaisseur $2L$. Le propagateur $\tilde{G}_s$ peut alors s'écrire

$$\tilde{G}_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S) = \frac{1}{\pi\lambda_D^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda_D^2}\right) \tilde{V}(E, z \leftarrow E_S, z_S) \tag{3.35}$$

où maintenant $r^2 = (x - x_S)^2 + (y - y_S)^2$ et $\tilde{V}$ est le propagateur vertical. Ce dernier est solution de l'équation

$$\partial_{\lambda^2} \tilde{V} - \frac{1}{4} \partial_{zz} \tilde{V} = \delta(\lambda^2 - \lambda_S^2)\, \delta(z - z_S). \tag{3.36}$$

où

$$\lambda^2(E) = 4 \int_{+\infty}^{E} dE' \, \frac{K(E')}{b(E')}, \tag{3.37}$$

avec la condition $\tilde{V}(r, z = L) = \tilde{V}(r, z = -L) = 0$. La fonction $\tilde{V}$ peut être déterminée en utilisant la méthode des images électriques [3] ou la méthode du puits de potentiel [9].

La méthode des images électriques

Dans cette approche, chaque source du halo diffusif placée à la coordonnée z_S est associée à une série infinie d'images à travers les bords verticaux du halo qui agissent comme des miroirs. La $n^{ième}$ image se situe sur l'axe vertical à la position

$$z_n = 2n\,L + (-1)^n\, z_S, \tag{3.38}$$

et contribue positivement ou négativement selon que n est pair ou impair. Le propagateur vertical s'écrit alors

$$\tilde{V}(E, z \leftarrow E_S, z_S) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-1)^n\, V_{1\mathrm{D}}(E, z \leftarrow E_S, z_n). \tag{3.39}$$

où $V_{1\mathrm{D}}$ est le propagateur vertical libre, solution de l'équation 3.36 sans conditions aux bords. Il s'écrit

$$V_{1D}(E, z \leftarrow E_S, z_n) = \frac{1}{\sqrt{\pi\lambda_D^2}} \exp\left[-\frac{(z - z_n)^2}{\lambda_D^2}\right]. \tag{3.40}$$

La méthode du puits de potentiel

L'équation 3.36 est équivalente à l'équation de Schrödinger si nous considérons la variable λ^2 comme étant purement imaginaire, $\lambda^2 = i\tau$, $\tau \in \mathbb{R}$. Ainsi, le problème de diffusion verticale avec bords des positrons se ramène à la résolution de l'équation de Schrödinger 1D pour une particule dans un puits de potentiel infiniment profond qui s'étend de $z = -L$ à $z = +L$. Les fonctions propres associées à cet Hamiltonien sont soient paires

$$\varphi_n(z) = \sin[k_n(L - |z|)], \tag{3.41}$$

soient impaires

$$\varphi'_n(z) = \sin[k'_n(L-z)], \tag{3.42}$$

où les coefficients k_n et k'_n sont définis par

$$k_n = (n - \frac{1}{2})\frac{\pi}{L}, \qquad k'_n = n\frac{\pi}{L}. \tag{3.43}$$

Le propagateur vertical s'écrit alors

$$\tilde{V}(E, z \leftarrow E_S, z_S) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{L}\left[\exp\left(-\frac{k_n^2}{4}\lambda_D^2\right)\varphi_n(z)\,\varphi_n(z_S) + \exp\left(-\frac{k_n'^2}{4}\lambda_D^2\right)\varphi'_n(z)\,\varphi'_n(z_S)\right]. \tag{3.44}$$

Optimisation

Armé de ces deux méthodes pour prendre en compte les conditions aux bords verticaux, nous devons évaluer la précision qu'elles nous offrent selon le régime de propagation que nous considérons. Afin de caractériser ce régime, il est commode d'introduire le paramètre η défini par

$$\eta = \frac{L^2}{\lambda_D^2}. \tag{3.45}$$

Ainsi, lorsque le rayon de la sphère positronique λ_D est plus petit que la hauteur du halo L, $\eta > 1$ et les conditions aux bords n'ont que peu d'influence sur la propagation. Inversement, si $\lambda_D > L$, $\eta < 1$ et les conditions aux bords doivent impérativement être prise en compte. Notons que

$$\lim_{\eta \to +\infty} \tilde{V}(E, z \leftarrow E_S, z_S) = V_{1D}(E, z \leftarrow E_S, z_S) = \delta(z - z_S) \tag{3.46}$$

On montre numériquement que la méthode des images est suffisamment précise pour un nombre assez réduit d'images dans le régime où $\eta > 1$ mais nécessite un grand nombre d'images pour que la série (3.39) converge lorsque $\eta < 1$. Inversement, la méthode du puits de potentiel nécessite un grand nombre de fonctions propres pour que la série 3.44 converge dans le régime où $\eta > 1$ mais ne demande que peu de fonctions propres pour être précise pour $\eta < 1$. La figure 3.3 représente le propagateur vertical $\tilde{V}$ calculé avec les différentes méthodes présentées ci-dessus, en fonction du paramètre η. Le propagateur $\tilde{V}$ est évalué pour $z = z_S = 0$ et le calcul est effectué avec 4 images pour la méthode des images et avec 4 fonctions propres pour la méthode du puits de potentiel. Il apparaît que l'approche des images coïncide bien avec le propagateur 1D pour $\eta \gg 1$ mais s'éloigne du résultat pour $\eta < 0.1$. Le propagateur quantique est une bonne approximation pour $\eta \ll 1$ mais pas pour $\eta \gg 1$. Cependant, nous observons une zone de recouvrement des deux propagateurs. Cela nous permettra de choisir l'une ou l'autre des méthodes (images ou puits de potentiel) selon le régime que nous considérerons.

3.1.3 Formalisme de Bessel

La méthode des fonctions de Green décrite précédemment ne permet pas de prendre en compte les bords radiaux de la galaxie. Afin de permettre aux positrons de s'échapper du halo magnétique à travers sa frontière radiale $r = R$, nous utilisons le formalisme de Bessel décrit dans [4]. Dans le cas d'une distribution axisymétrique de sources par rapport à l'axe Oz, la densité de positrons ψ ne dépend que des coordonnées radiale r et verticale z. L'équation stationnaire de transport des positrons de haute énergie(3.6) s'écrit alors

$$-K(E)\,\partial_{zz}\,\psi(E,r,z) - K(E)\,\frac{1}{r}\,\partial_r\left[r\,\partial_r\,\psi(E,r,z)\right] + \partial_E\left[b(E)\,\psi(E,r,z)\right] = Q(E,r,z), \tag{3.47}$$

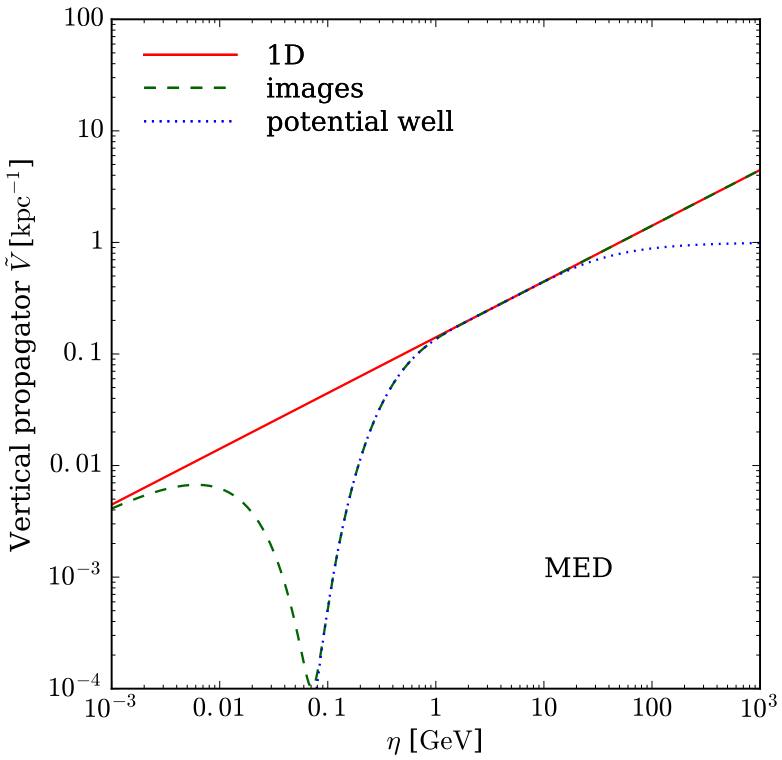

FIGURE 3.3 – ***Le propagateur vertical*** $\tilde{V}(E, 0 \leftarrow E_S, 0)$ *en l'absence de conditions aux bords (rouge), avec le méthode des images (vert) et la méthode du puits de potentiel (bleu). La calcul est effectué dans le cas du jeu de propagation* MED*, pour 4 images et pour 4 fonction propres.*

et nous pouvons développer la densité ψ sur la base des fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0, $J_0(\alpha_i r/R)$, où les coefficients α_i sont les zéros de la fonction J_0. La densité de positrons s'annule par conséquent pour $r = R$. La résolution de l'équation (3.47) dans le cadre du formalisme de Bessel est décrite dans l'annexe B et la densité de positrons ψ évaluée au niveau du Soleil est donnée par l'expression

$$\psi(E, \odot) = \sum_{i=1}^{+\infty} \sum_{n=1}^{+\infty} J_0\left(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}\right) P_{i,n}(E), \tag{3.48}$$

où

$$P_{i,n}(E) = \frac{-1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \; Q_{i,n}(E_S) \; \exp(-C_{i,n} \, \lambda_D^2). \tag{3.49}$$

Le coefficient $Q_{i,n}$ est donné par

$$Q_{i,n}(E) = \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} dz \; \varphi_n(z) \; \frac{2}{R^2 J_1^2(\alpha_i)} \int_0^R dr \, r \, J_0\left(\alpha_i \frac{r}{R}\right) Q(E, r, z), \tag{3.50}$$

avec

$$\varphi_n(z) = \begin{cases} \sin(n k_0 \, z) & \text{si } n = 2m \\ \cos(n k_0 \, z) & \text{si } n = 2m + 1, \end{cases} \tag{3.51}$$

où $k_0 = \pi/2L$. Le coefficient $C_{i,n}$ est quant à lui donné par l'expression

$$C_{i,n} = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 + (nk_0)^2\right]. \tag{3.52}$$

Nous voyons à partir de l'argument de l'exponentiel de l'expression 3.49 que plus le produit $C_{i,n}\,\lambda_D^2$ est élevé et plus la convergence des séries sur les indices i et n sera rapide. Par conséquent, lorsque la longueur de diffusion λ_D est relativement grande (de l'ordre de plusieurs kpc), quelques dizaines d'ordre de Bessel et d'harmoniques verticales suffisent à obtenir un précision supérieure à 1%. A contrario, lorsque λ_D est relativement petite (inférieure à 1 kpc), il est nécessaire de pousser les séries sur i et n à plusieurs centaines d'ordres. Néanmoins, dans ce cas les positrons reçus sur Terre proviennent d'une région très localisée autour de la Terre et la dépendance radiale n'est alors pas notable. Le formalisme des fonctions de Green est par conséquent approprié. Afin d'optimiser le temps de calcul tout en conservant un niveau de précision supérieur à 1%, nous adapterons le calcul de la densité de positrons ψ en choisissant soit le formalisme des fonctions de Green, soit le formalisme de Bessel, en fonction de la longueur de diffusion λ_D.

3.2 Positrons secondaires

Les positrons secondaires sont principalement créés par l'interaction des protons et noyaux d'hélium cosmiques avec le milieu interstellaire à travers la production de pions π^+ et de kaons K^+. Le terme source associé à ces réactions $Q^{\rm II}$ exprime le nombre de positrons produits par unité d'énergie, de temps et de volume. La dépendance temporelle provient des flux de protons et de noyaux d'hélium qui peuvent, en principe, être variables dans le temps. Cependant, le taux d'explosion de supernovae Γ_{SN} est d'environ un à trois par siècle, c'est-à-dire $\Gamma_{SN} \sim 10^4$ Myr^{-1}. Cette valeur est à comparer avec le taux de diffusion spatiale des protons $\Gamma_{diff} \sim 10^{-1}$ Myr^{-1}. Nous pouvons donc considérer que l'injection des noyaux primaires dans le milieu interstellaire se fait de façon continue et que le flux de protons et de noyaux d'hélium ne dépend pas du temps. L'injection des positrons est par conséquent indépendante du temps et le terme source des positrons secondaires est donné par l'expression

$$Q^{\rm II}(E,\vec{x}) = 4\pi \sum_{i=p,\alpha} \sum_{j=\rm H,He} n_j(\vec{x}) \int dE_i\, \frac{d\sigma_{ij}}{dE}(E_i \to E)\, \Phi_i(E_i,\vec{x}), \tag{3.53}$$

où $\Phi_i(E_i,\vec{x})$ est le flux de l'espèce i à la position $\vec{x}$ et n_j la densité numérique de l'espèce j du milieu interstellaire. La fonction n_j est définie par

$$n_j(r,z) = n_j\, \theta(R-r)\, \theta(h-|z|), \tag{3.54}$$

où θ est la fonction de Heaviside. Sa présence signifie que le gaz interstellaire d'hydrogène et d'hélium se situe exclusivement dans le disque galactique avec $n_{\rm H} = 0.9$ cm^{-3} et $n_{\rm He} = 0.1$ cm^{-3}. La détermination de la section efficace différentielle de production des positrons secondaires $d\sigma/dE$ est discutée dans la section suivante.

3.2.1 Production des positrons secondaires

Les π^+ se désintègrent en muons et en positrons. Le temps de vie du pion est inversement proportionnel à la masse au carré du lepton produit lors de sa désintégration. La masse du muon

étant environ deux cents fois plus élevée que la masse de l'électron, la probabilité pour un pion de se désintégrer en muon plutôt qu'en électron est donc beaucoup plus importante. Les rapports d'embranchement sont d'environ 99,99 % pour le canal muonique contre 0.01 % pour le canal électronique. Les K^+ se désintègrent en muons avec une probabilité d'environ 63.44 % et en pions π^+ avec une probabilité d'environ 20.92 %. Lorsque l'énergie E_p du proton incident est plus petite qu'environ 3 GeV, les pions sont produits exclusivement via une résonnance Δ. Les principaux canaux de production des positrons lors de réactions proton-proton sont présentés ci-dessous :

$$p + p \longrightarrow \begin{cases} p + \Delta^+ \\ \quad \Delta^+ \longrightarrow n + \pi^+ \\ \qquad \pi^+ \longrightarrow \nu_\mu + \mu^+ \\ \qquad\quad \mu^+ \longrightarrow \bar{\nu}_\mu + \nu_e + e^+ \\ \\ X + \pi^+ \\ \quad \pi^+ \longrightarrow \nu_\mu + \mu^+ \\ \qquad \mu^+ \longrightarrow \bar{\nu}_\mu + \nu_e + e^+ \\ \\ X + K^+ \\ \quad K^+ \longrightarrow \begin{cases} \nu_\mu + \mu^+ \\ \quad \mu^+ \longrightarrow \bar{\nu}_\mu + \nu_e + e^+ \\ \\ \pi^0 + \pi^+ \\ \quad \pi^+ \longrightarrow \nu_\mu + \mu^+ \\ \qquad \mu^+ \longrightarrow \bar{\nu}_\mu + \nu_e + e^+. \end{cases} \end{cases} \tag{3.55}$$

3.2.1.1 Sections efficaces de production des positrons

La nature hadronique des interactions proton-proton ne permet pas de calculer les sections efficaces de production des pions π^+ et des kaons K^+ analytiquement mais nécessite d'utiliser un ajustement de données expérimentales. Les processus de désintégration des pions et kaons chargés sont de nature électro-faible et les probabilités de transition peuvent par contre se calculer analytiquement.

Désintégration du pion π^+ en muon μ^+

Dans le référentiel du pion $\mathcal{R}'$ (référentiel du centre de masse), le muon est monochromatique et polarisé. Sa vitesse (en unité de c) est β'_μ et son facteur de Lorentz γ'_μ. Dans le référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire, β_π et γ_π sont respectivement, la vitesse du pion et son facteur de Lorentz. L'énergie du muon E_μ est reliée à β'_μ et γ'_μ par l'expression

$$E_\mu = \gamma_\pi \gamma'_\mu \left(m_\mu + m_\mu \vec{\beta}_\pi \cdot \vec{\beta}_\mu \right). \tag{3.56}$$

La désintégration du pion en muon est isotrope dans $\mathcal{R}'$. La densité de probabilité de désintégration d'un pion d'énergie E_π en muon d'énergie E_μ dans le repère du laboratoire $\mathcal{R}$ est alors donnée par

l'expression

$$f_{\pi\to\mu}(E_\pi, E_\mu) = \frac{\theta(E_\mu - m_\mu\gamma_\mu^-) - \theta(E_\mu - m_\mu\gamma_\mu^+)}{2m_\mu\,\gamma_\pi\gamma'_\mu\beta_\pi\beta'_\mu}, \tag{3.57}$$

où θ est la fonction de Heaviside et $\gamma_\mu^\pm = \gamma_\pi\,\gamma'_\mu\,(1 \pm \beta_\pi\beta'_\mu)$.

Désintégration du muon μ^+ en positron e^+

La désintégration du muon en positron est anisotrope. La distribution angulaire de l'électron dépend de l'alignement entre le spin du muon et la direction de sa vitesse avant sa désintégration. La densité de probabilité de désintégration d'un muon en positron d'énergie $E_e^\star$ dont la direction de propagation fait un angle $\theta^\star$ avec le spin du muon, est alors donnée dans le référentiel propre du muon par l'expression

$$f^\star_{\mu\to e}(E_e^\star, \cos\theta^\star) = \frac{8E_e^{\star 2}}{m_\mu^3}\left[3 - 4\frac{E_e^\star}{m_\mu} - \cos\theta^\star\left(1 - 4\frac{E_e^\star}{m_\mu}\right)\right]. \tag{3.58}$$

L'énergie $E_e^\star$ est reliée à l'énergie de l'électron E_e dans le repère du laboratoire par la relation

$$E_e^\star = E_e\gamma_\mu\left(1 - \beta_\mu\cos\theta\right), \tag{3.59}$$

où l'angle θ entre les directions de propagation de l'électron et du muon de vitesse β_μ dans le repère du laboratoire est donné en fonction de l'angle $\theta^\star$ par

$$\cos\theta^\star = \frac{\cos\theta - \beta_\mu}{1 - \beta_\mu\cos\theta}. \tag{3.60}$$

La densité de probabilité de désintégration d'un muon d'énergie E_μ en positron d'énergie E_e dans le repère du laboratoire s'exprime alors comme

$$f_{\mu\to e}(E_e, \cos\theta) = \frac{E_e}{E_e^\star} f^\star_{\mu\to e}(E_e^\star, \cos\theta^\star). \tag{3.61}$$

Du pion π^+ au positron e^+

Finalement, la densité de probabilité de désintégration d'un pion d'énergie E_π en positron d'énergie E_e dans le repère du laboratoire s'exprime par la convolution

$$f_{\pi\to e}(E_\pi, E_e) = \frac{dN_e}{dE} = \int_{\gamma_\mu^-}^{\gamma_\mu^+} d\gamma_\mu\, m_\mu\, f_{\pi\to\mu}(E_\pi, E_\mu) \int_{\eta_{min}}^{1} d\cos\theta\; f_{\mu\to e}(E_e, \cos\theta), \tag{3.62}$$

avec $\eta_{min} = \max(-1, \eta_1)$ où $\eta_1 = (1 - m_\mu/2E_e\gamma_\mu)/\beta_\mu$ est la valeur minimale que prend $\cos\theta$. Cette valeur est atteinte lorsque les deux neutrinos se propagent dans la même direction et que le positron emporte alors la moitié de l'énergie disponible $E_e^\star = m_\mu/2$. Les valeurs de $\gamma_\mu^\pm$ et η_{min} dépendent alors de l'énergie E_e du positron produit. Le résultat après intégration de la fonction $f_{\pi\to e}(E_\pi, E_e)$ est présenté dans Moskalenko & Strong [14] en fonction de $\gamma_\mu^\pm$ et E_e.

Du kaon K^+ au positron e^+

Les kaons K^+ se désintègrent en muons μ^+ avec une probabilité d'environ 63.44 %. Le processus de désintégration du K^+ en μ^+ puis en e^+ est qualitativement le même que celui de la désintégration du pion étudiée précédemment. La densité de probabilité de désintégration d'un kaon d'énergie E_K en positron d'énergie E_e est donnée par l'expression 3.62 où la masse du pion m_π intervenant dans le calcul doit être remplacée par la masse du kaon m_K.

Les K^+ se désintègrent également en pions π^0 et π^+ avec une probabilité d'environ 20.92 %. Dans le référentiel $\mathcal{R}''$ du kaon, l'énergie E''_{π^+} du pion s'exprime comme

$$E''_{\pi^+} = \frac{m^2_{K^+} + m^2_{\pi^+} - m^2_{\pi^0}}{2m_{K^+}}. \tag{3.63}$$

Dans le référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire, la densité de probabilité de désintégration du K^+ d'énergie E_K en π^+ d'énergie E_π est donnée par la relation

$$f_{K\to\pi}(E_K, E_\pi) = \frac{\theta(E_\pi - m_\pi\gamma^-_\pi) - \theta(E_\pi - m_\pi\gamma^+_\pi)}{2m_\pi\,\gamma_K\,\gamma''_\pi\,\beta_K\,\beta''_\pi}, \tag{3.64}$$

où $\gamma^\pm_\pi = \gamma_K\,\gamma''_\pi\,(1 \pm \beta_K\,\beta''_\pi)$. La densité de probabilité de désintégration d'un kaon d'énergie E_K en positron d'énergie E_e est donnée par l'expression

$$f_{K\to e}(E_K, E_e) = \frac{1}{2m_\pi\,\gamma_K\,\gamma''_\pi\,\beta_K\,\beta''_\pi} \int_{m_\pi\gamma^-_\pi}^{m_\pi\gamma^+_\pi} dE_\pi\; f_{\pi\to e}(E_\pi, E_e). \tag{3.65}$$

Production de pions et de kaons à partir de collisions proton-proton

Dans le repère galactique $\mathcal{R}$, la section efficace différentielle $d\sigma_{\pi/K}/dE_{\pi/K}$ de production de pions ou de kaons d'énergie $E_{\pi/K}$ à partir de la collision d'un proton d'énergie E_p sur un proton au repos, s'obtient à partir de l'invariant de Lorentz (LI) $E\,d^3\sigma/d^3p$ par la relation

$$\frac{d\sigma}{dE_{\pi/K}}(E_p \to E_{\pi/K}) = 2\pi\,p_{\pi/K} \int_{\cos\alpha}^{1} d\cos\theta \left\{ E_{\pi/K} \frac{d^3\sigma}{d^3p_{\pi/K}} \right\}_{\mathrm{LI}}. \tag{3.66}$$

L'angle θ entre l'impulsion du méson $\vec{p}_{\pi/K}$ et l'impulsion du proton $\vec{p}_p$ dans le repère $\mathcal{R}$ est relié au facteur de Lorentz du pion $\gamma^\star_\pi$ dans le repère du centre de masse par

$$\gamma^\star_{\pi/K} = \gamma_c\gamma_{\pi/K}(1 - \beta_c\beta_{\pi/K}\cos\theta), \tag{3.67}$$

où γ_c et β_c représentent le facteur de Lorentz et la vitesse du centre de masse dans le repère galactique. On définit l'angle α comme la valeur de θ pour laquelle $\gamma^\star_\pi$ atteint sa valeur maximale de $\gamma^0_{\pi/K} = E^0_{\pi/K}/m_{\pi/K}$. Il est alors donné par la relation

$$\cos\alpha = \frac{1}{\beta_c\beta_{\pi/K}}\left[1 - \left(\frac{\gamma^0_{\pi/K}}{\gamma_c\,\gamma_{\pi/K}}\right)\right]. \tag{3.68}$$

Des paramétrages de l'invariant de Lorentz $E\,d^3\sigma/d^3p$ ont été établis à partir de données expérimentales des ISR (Intersecting Storage Rings) du CERN par Badwhar, Stephens et Golden [2] et Tan & Ng [19]. La section efficace différentielle de production d'un positron d'énergie E_e à partir de la collision d'un proton cosmique d'énergie E_p avec un proton du milieu interstellaire est finalement donnée par la relation

$$\frac{d\sigma}{dE_e}(E_p \to \pi^+/K^+ \to E_e) = \int \frac{d\sigma}{dE_{\pi/K}}\,dE_{\pi/K}\;f_{\pi/K\to e}(E_{\pi/K}, E_e). \tag{3.69}$$

Production de pions à travers la résonance Δ

Lorsque l'énergie du proton cosmique est inférieure à environ 3 GeV, le pion est exclusivement produit via une résonance Δ. En supposant que l'impulsion de l'isobare Δ ait la même direction que l'impulsion du proton incident, son facteur de Lorentz s'écrit

$$\gamma_\Delta^\pm = \gamma_c \gamma_\Delta^c (1 \pm \beta_c \beta_\Delta^c), \tag{3.70}$$

où le signe + (−) signifie que le Δ se propage dans le même sens (le sens opposé) que le proton incident dans le référentiel galactique $\mathcal{R}$. Dans le référentiel $\mathcal{R}^\star$ du Δ, le facteur de Lorentz du pion produit par cette désintégration s'écrit

$$\gamma_\pi^\star = \frac{m_\Delta^2 + m_\pi^2 - m_n^2}{2 m_\Delta m_\pi}. \tag{3.71}$$

Dans le repère galactique $\mathcal{R}$, les pions produits par des isobares Δ se propageant dans le même sens (Forward) que le proton incident, possèdent un facteur de Lorentz compris entre $\gamma_{\pi,F}^+$ et $\gamma_{\pi,F}^-$ défini par

$$\gamma_{\pi,F}^\pm = \gamma_\Delta^+ \gamma_\pi^\star (1 \pm \beta_\Delta^+ \beta_\pi^\star). \tag{3.72}$$

Les pions produits par des isobares Δ se propageant dans le sens opposé (Backward) que le proton incident, possèdent un facteur de Lorentz compris entre $\gamma_{\pi,B}^+$ et $\gamma_{\pi,B}^-$ s'exprimant

$$\gamma_{\pi,B}^\pm = \gamma_\Delta^- \gamma_\pi^\star (1 \pm \beta_\Delta^- \beta_\pi^\star). \tag{3.73}$$

La densité de probabilité de production d'un pion π^+ d'énergie E_π provenant d'un proton cosmique d'énergie E_p est alors donnée par la relation

$$f_{p\to\Delta\to\pi}(E_p, E_\pi) = \frac{1}{4 m_\pi \beta_\pi^\star \gamma_\pi^\star} \left[\frac{\theta(\gamma_\pi - \gamma_{\pi,B}^-) - \theta(\gamma_\pi - \gamma_{\pi,B}^+)}{\beta_\Delta^- \gamma_\Delta^-} + \frac{\theta(\gamma_\pi - \gamma_{\pi,F}^-) - \theta(\gamma_\pi - \gamma_{\pi,F}^+)}{\beta_\Delta^+ \gamma_\Delta^+} \right]. \tag{3.74}$$

Finalement, la section efficace différentielle de production d'un positron d'énergie E_e s'obtient par la convolution

$$\frac{d\sigma}{dE_e}(E_p \to \Delta \to E_e) = \sigma(E_p \to \Delta) \times \int dE_\pi \; f_{p\to\Delta\to\pi}(E_p, E_\pi) \; f_{\pi\to e}(E_\pi, E_e), \tag{3.75}$$

où $\sigma(E_p \to \Delta)$ est la section efficace totale de production du Δ. Nous utiliserons le paramétrage déterminé par [18].

Nous représentons sur la Fig. 3.4 la section efficace différentielle de production de positrons dans la réaction proton-proton, en fonction de l'énergie E_e du positron produit, pour différentes valeurs de l'énergie E_p du proton incident. Les courbes bleues et vertes ont été réalisées à partir des résultats de Strong & Moskalenko combinés avec les paramétrages de l'invariant de Lorentz de Badwhar, Stephens et Golden, et Tan & Ng [19], respectivement. Une alternative consiste à utiliser directement un paramétrage de la section efficace différentielle de production de positrons à partir de simulations Monte-Carlo calibrées sur des données expérimentales de collisions proton-proton. Ceci permet de considérer toutes les resonances possibles intervenant dans ces collisions. Cependant, nous devons garder à l'esprit que ces expressions paramétriques sont basées sur des simulations numériques et peuvent être entachées d'incertitudes souvent difficiles à estimer. Un tel paramétrage de la section efficace différentielle de production des positrons à été déterminé dans Kamae *et al.* [8]. La section efficace différentielle correspondante est représentée par la courbe rouge sur la Fig.3.4.

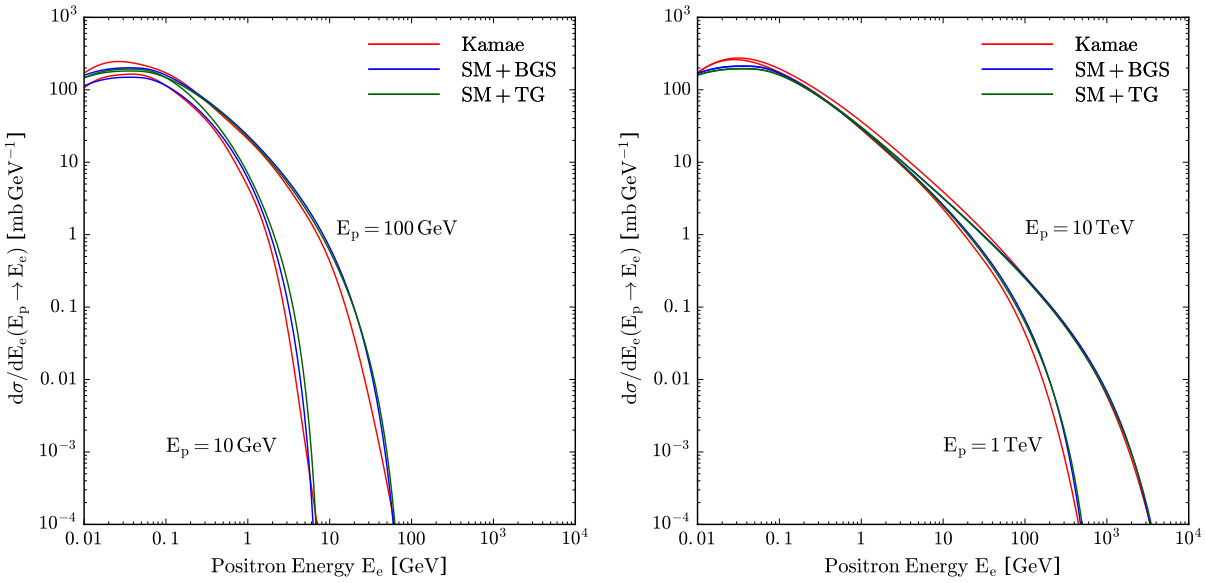

FIGURE 3.4 – ***Section efficace différentielle de production de positrons*** *lors des collisions proton-proton où l'énergie du proton cosmique incident est fixée à* 10 GeV *et* 100 GeV *(gauche),* 1 TeV *et* 10 TeV *(droite).*

Collisions proton-hélium

Les sections efficaces de production de positrons décrites précédemment ne concernent que les réactions proton-proton. Afin de considérer les collisions d'un noyau projectile P sur un noyau cible T au repos dans le repère galactique, Norbury & Townsend [15] proposent une expression permettant de relier la section efficace totale de production de positrons σ_{PT} à la section efficace totale correspondant aux collisions proton-proton. Leur expression est paramétrée sur les donnée de production de pions π^+ dans l'expérience NA49 et se met sous la forme

$$\sigma_{PT\to\pi^+X} = (A_P\,A_T)^{N_+}\,\sigma_{pp\to\pi^+X}, \tag{3.76}$$

où A_P et A_T sont les nombres de masse des noyaux projectiles et cibles et $N_+ = 2.2/3$. Il n'est cependant pas évident que cette expression puisse s'appliquer également à la production de kaons. Néanmoins, les positrons sont plus abondamment produits par (i) les collisions proton-proton et (ii) la désintégration de pions plutôt que de kaons. L'erreur commise en considérant l'expression 3.76 valide pour la production de K^+ ne concerne par conséquent qu'une faible fraction des positrons secondaires.

3.2.1.2 Flux de protons et de noyaux d'hélium

Le calcul du terme de production des positrons secondaires 6.14 nécessite de déterminer le flux de protons et de noyaux d'hélium en tout lieu de la Galaxie. Ceci est possible en utilisant la technique de rétro-propagation des noyaux primaires développée dans [4], appliquée aux flux de noyaux primaires mesurés sur Terre. Néanmoins, les auteurs ont démontré que le flux des positrons dont l'énergie est supérieure à 10 GeV n'était affecté que d'une erreur inférieure à 1% si l'on considère que le flux des noyaux primaires est le même partout dans le disque galactique.

Le terme de production des positrons secondaires peut donc se réécrire

$$Q^{\mathrm{II}}(E,\vec{x}) \simeq Q^{\mathrm{II}}(E,\odot) = 4\pi \sum_{i=p,\alpha} \sum_{j=H,He} n_j \int dE_i \, \frac{d\sigma_{ij}}{dE}(E_i \to E)\, \Phi_i(E_i,\odot), \tag{3.77}$$

où les $\Phi_i(E_i,\odot)$ représentent les flux de protons et de noyaux d'hélium mesurés sur Terre. Nous utiliserons dans la suite de ce chapitre les fonctions paramétriques proposées par Shikaze *et al.* [17] déterminées à partir des données de l'expérience BESS [6] qui s'expriment sous la forme

$$\Phi^{\odot}(T) = A\,\beta^{p_1}\mathcal{R}^{p_2}, \tag{3.78}$$

où $\mathcal{R}$ est la rigidité du noyau considéré. Les valeurs des paramètres A, p_1 et p_2 sont présentées dans le Tab. 3.1. Nous comparons dans la Fig. 3.5 les paramétrages du flux de protons (gauche) et du flux d'hélium (droite) avec les observations.

	A	p_1	p_2
Proton	1.94	0.7	-2.76
Hélium	0.71	0.5	-2.78

TABLE 3.1 – ***Paramétrage de Skikaze et al.*** *[17] pour les flux de protons et de noyaux d'hélium à partir des données de BESS [6].*

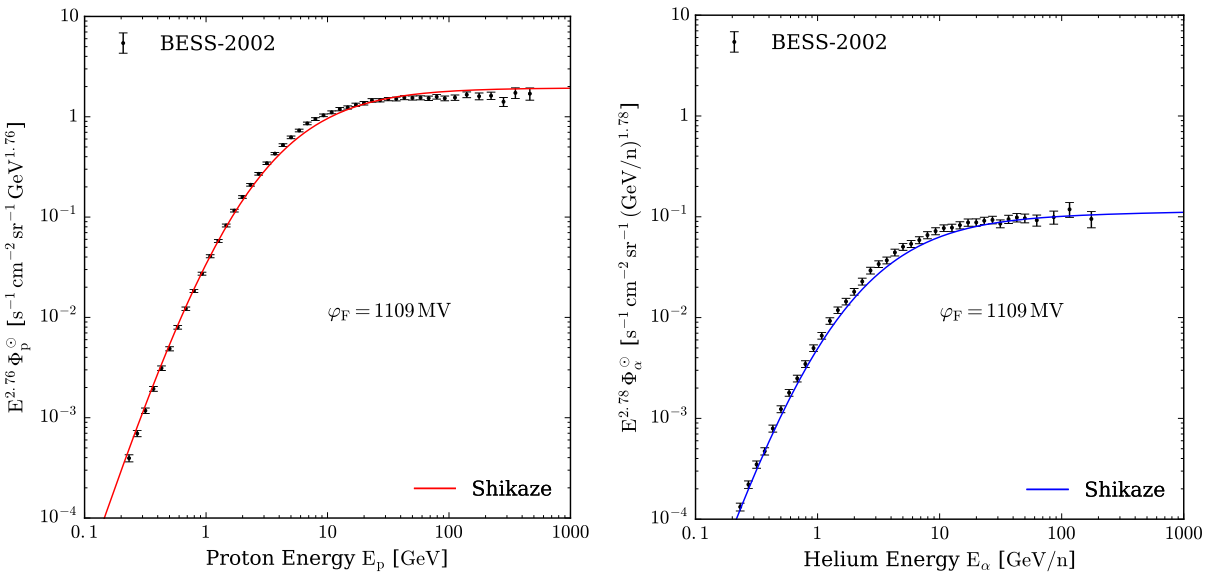

FIGURE 3.5 – ***Paramétrages du flux de protons et d'hélium par Shikaze*** *et al.* ***[17]*** *à partir des données de BESS [6].*

3.2.1.3 Taux de production des positrons secondaires

Nous pouvons dès à présent calculer le taux de production des positrons secondaires $Q^{\mathrm{II}}(E,\odot)$ au niveau du Soleil en utilisant les paramétrages des flux de protons et d'hélium de Shikaze *et al.* Ce taux est représenté sur la Fig. 3.6. Les courbes rouge, bleue et verte ont été obtenues à partir des sections efficaces de Kamae *et al.*, Badhwar *et al.* et Tan & Ng , respectivement. Il apparaît que les taux de production obtenus avec Badhwar *et al.* et Tan & Ng sont similaires et leur différence demeure inférieure à ~ 30%. Cependant, ces derniers diffèrent du taux de production obtenu avec le paramétrage global de Kamae *et al.* d'un facteur pouvant atteindre 2 pour une énergie E_e de 10 GeV. Dans la suite de ce mémoire de thèse, nous choisirons par défaut la section efficace de production des positrons secondaires proposée par Kamae *et al.*

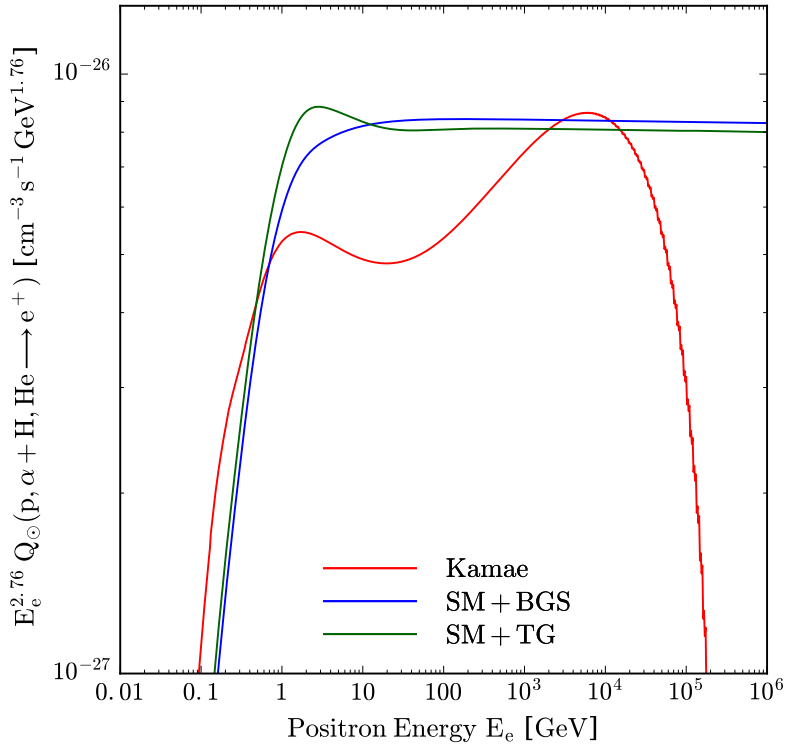

FIGURE 3.6 – ***Taux de production des positrons secondaires*** *obtenus avec les flux de protons et de noyaux d'hélium de Shikaze et al., pour différents paramétrages des sections efficaces de production des positrons.*

3.2.2 Fonction de halo des positrons secondaires

Nous choisissons dorénavant, et jusqu'à la fin de ce chapitre, de ne considérer que les positrons dont l'énergie est supérieure à 10 GeV. Nous pouvons alors modéliser la galaxie comme étant infiniment étendue radialement (modèle 1D). Par ailleurs nous ne considérons que le régime Thomson pour les pertes d'énergie des positrons, avec un temps de perte caractéristique $\tau_l = 10^{16}$ s. La fonction $\tilde{I}(\lambda_D)$ définie dans l'équation (5.140) évaluée à la position de la Terre pour les positrons secondaires s'écrit sous la forme

$$\tilde{I}(\lambda_D) = \int_{Disk} d^3x_S\, \tilde{G}_s(E,\odot \leftarrow E_S, \vec{x}_S) = \int_{Disk} dz_S\, \tilde{V}(E,\odot \leftarrow E_S, z_S), \tag{3.79}$$

où le domaine d'intégration correspond au disque galactique. Nous représentons sur la Fig. 3.7 la fonction de halo $\tilde{I}$ obtenue avec les jeux de propagation MIN (bleu) MED (rouge) et MAX (vert). Trois régimes apparaissent clairement en fonction de la longueur de diffusion λ_D. Tout d'abord, lorsque $\lambda_D < h$, la fonction de halo $\tilde{I} \simeq 1$ comme nous l'avions déterminé dans la section 3.1.2.3. Ensuite nous avons vu que pour $h < \lambda_D < L$ alors $\tilde{I} \propto h/\lambda_D$. Enfin, lorsque $\lambda_D > L$ les positrons sont sensibles aux bords verticaux du halo magnétique d'où ils peuvent s'échapper. La dépendance en fonction de la hauteur L du halo magnétique apparaît dans les exponentielles de l'expression 3.44 où le propagateur vertical $\tilde{V} \propto \exp(-\lambda_D^2/L^2)$. Nous rappelons que la hauteur du halo magnétique est égale à 1 kpc pour MIN, 4 kpc pour MED et 15 kpc pour MAX.

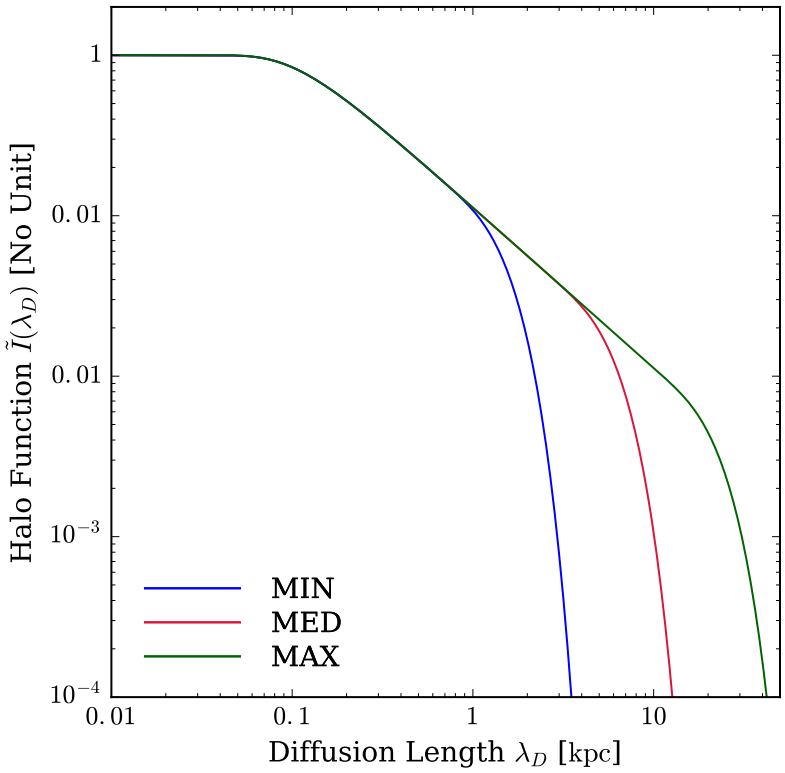

FIGURE 3.7 – ***Fonction de halo $\tilde{I}$ des positrons secondaires*** *pour les jeux de paramètres de propagation* MIN *(bleu),* MED *(rouge) et* MAX *(vert) en considérant le modèle de propagation 1D.*

3.2.3 Flux des positrons secondaires

Nous avons à présent tous les ingrédients pour calculer le flux interstellaire des positrons secondaires dont l'énergie est supérieure à 10 GeV. Celui se met sous la forme

$$\Phi^{\mathrm{II}}(E, \odot) = \frac{c}{4\pi}\, \psi^{\mathrm{II}}(E, \odot). \tag{3.80}$$

Ce flux est représenté sur la Fig. 3.8, où la bande jaune représente ses valeurs minimales et maximales, obtenues en passant en revue les 1623 jeux de paramètres de propagation provenant de Maurin *et al.* [13]. Nous représentons également les flux obtenus avec les jeux de paramètres de propagation MIN (bleu), MED (rouge) et MAX (vert). Il apparaît par conséquent que l'incertitude

associée à la propagation des rayons cosmiques affecte le spectre des positrons secondaires d'un facteur qui atteint presque un ordre de grandeur à 10 GeV. Par ailleurs, nous savons que le flux des positrons secondaires est proportionnel à h/λ_D. Par conséquent, si le coefficient K_0 augmente, alors λ_D augmente et le flux diminue. C'est pourquoi nous retrouvons que $\Phi^{\mathrm{II}}_{\mathrm{MIN}} > \Phi^{\mathrm{II}}_{\mathrm{MED}} > \Phi^{\mathrm{II}}_{\mathrm{MAX}}$. Finalement, il est nécessaire de garder à l'esprit que le modèle décrit précédemment ne s'applique pas pour les positrons dont l'énergie est plus petite qu'environ 10 GeV.

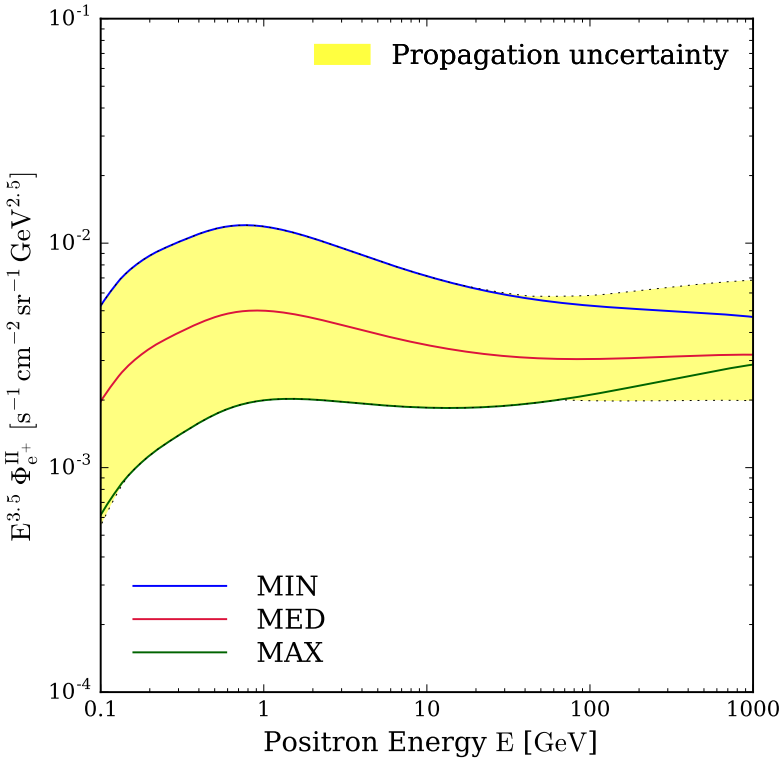

FIGURE 3.8 – ***Flux interstellaire des positrons secondaires*** *pour les jeux de paramètres de propagation* MIN *(bleu),* MED *(rouge) et* MAX *(vert) en considérant le modèle de propagation 1D.*

3.3 Positrons primaires issus de l'annihilation de particules de matière noire

Les particules de matière noire seraient omniprésentes dans la Galaxie. Dans ce cas, on s'attend à ce que les WIMPs s'annihilent en paires particule-antiparticule dans tout le halo magnétique. La conservation de la charge électrique implique que des positrons seraient produits par ces annihilations. L'annhilation de WIMPs constituerait par conséquent une source primaire de positrons cosmiques. La forme du spectre des positrons produits par l'annihilation des particules de matière noire est très différent du fond astrophysique en loi de puissance des positrons secondaires. Par ailleurs, le spectre primaire doit présenter une coupure à l'énergie correspondant à la masse m_χ du WIMP. C'est pourquoi le spectre des positrons mesurés sur Terre peut fournir une signature de la présence de matière noire dans la Galaxie.

3.3.1 Terme source des positrons primaires issus de WIMPs

Le terme de production des positrons issus de l'annihilation de WIMPs se met sous la forme

$$Q^{\mathrm{DM}}(E,\vec{x}) = \eta \langle \sigma v \rangle \frac{\rho_\chi^2(\vec{x})}{m_\chi^2} \left\{ g(E) \equiv \sum_i^N b_i \left. \frac{dN}{dE} \right|_i \right\} \tag{3.81}$$

Le facteur η dépend du modèle de particule des WIMPs. Si les WIMPs sont des particules de type Majorana (le WIMP constitue sa propre antiparticule), alors $\eta = 1/2$. Si le WIMP est du type fermion de Dirac, alors $\eta = 1/4$. Le terme $\langle \sigma v \rangle$ apparaît comme le produit de la section efficace d'annihilation et la vitesse relative entre deux WIMPs, moyenné sur la distribution des vitesses. Sa valeur dépend du modèle de la particule de matière noire et peut être contraint par la cosmologie à travers la valeur de la densité relique des WIMPs (voir Sec. 1.3). La fonction $\rho_\chi(\vec{x})$ constitue le profil de densité des particules de matière noire. Il est discuté précédemment dans la Sec. 1.1.3. Nous adopterons dans la suite de cette section le profil de Navarro, Frenk et White (NFW). La fonction $g(E)$ représente la distribution en énergie des positrons lors d'une réaction d'annihilation de WIMPs. Il s'obtient en sommant les contributions de chaque canal d'annihilation où $dN/dE|_i$ représente la distribution en énergie des positrons pour le canal i et b_i la valeur du rapport d'embranchement associé. Les distributions en énergie $dN/dE|_i$ sont obtenues en utilisant le code MicrOMEGAs basé lui-même sur le code PYTHIA. Nous représentons Fig. 3.9 les distributions en énergie de différents canaux d'annihilation pour une particule de matière noire de masse $m_\chi = 100$ GeV (gauche) et $m_\chi = 1$ TeV (droite). Il apparaît que les distributions des quarks sont relativement semblables loin de la masse du WIMP. Les résultats obtenus pour un quark seront donc transposables, dans une certaine mesure, aux autres quarks. Le même raisonnement s'applique pour les bosons de jauge.

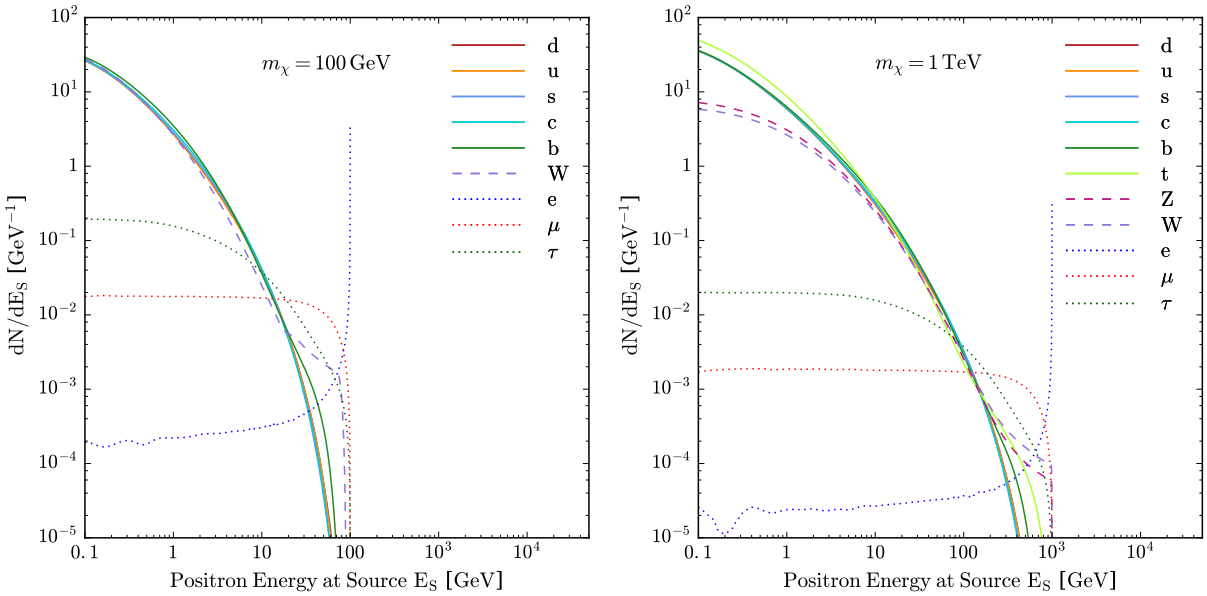

FIGURE 3.9 – ***Distribution en énergie*** *lors de l'annihilation de deux WIMPs en paire particule-antiparticule du modèle standard des particules. La masse du WIMP est de* 100 GeV *à gauche et* 1 TeV *à droite.*

3.3.2 Fonction de halo et flux des positrons primaires issus de WIMPs

La densité de positrons primaires produits par l'annihilation de WIMPs, et évaluée à la position du Soleil s'écrit

$$\psi^{\mathrm{DM}}(E,\odot) = \frac{-1}{b(E)} \int_{E}^{+\infty} dE_S \int_{MH} d^3x_S \, \tilde{G}_s(E,\odot \leftarrow E_S, \vec{x}_S) \, Q^{DM}(E_S, \vec{x}_S). \tag{3.82}$$

Cette dernière expression peut se mettre sous la forme

$$\psi^{\mathrm{DM}}(E,\odot) = \frac{-\kappa}{b(E)} \int_{E}^{+\infty} dE_S \; g(E_S) \; \tilde{I}(E, E_S), \tag{3.83}$$

où le coefficient κ est défini par

$$\kappa = \eta \, \langle \sigma v \rangle \left(\frac{\rho_\chi(\odot)}{m_\chi} \right)^2, \tag{3.84}$$

et où la fonction de halo des positrons primaires provenant des WIMPs s'écrit

$$\tilde{I}(\lambda_D) = \int_{MH} d^3x_S \; \tilde{G}_s(E,\odot \leftarrow E_S, \vec{x}_S) \; \left(\frac{\rho_\chi(\vec{x}_S)}{\rho_\chi(\odot)} \right)^2. \tag{3.85}$$

La densité des WIMPs dépend de la coordonnée radiale r. Lorsque l'énergie E des positrons détectés sur Terre est de l'ordre de quelques dizaines de GeV, la longueur de diffusion λ_D n'excède pas quelques kpc. Ces positrons peuvent avoir été produits à plusieurs kpc de la Terre et la dépendance radiale du terme de production peut commencer à se faire sentir. Nous ne pouvons par conséquent pas appliquer la même approximation que pour les positrons secondaires et calculer la densité ψ^{DM} dans un modèle 1D. Nous devons alors calculer rigoureusement la densité ψ^{DM} dans le modèle 2D de propagation des rayons cosmiques en utilisant le formalisme de Bessel décrit dans la section 3.1.3. En pratique, lorsque λ_D est plus petit qu'une certaine longueur critique l_C, nous utilisons le formalisme de Green. Pour des valeurs de $\lambda_D > l_C$, nous utiliserons le formalisme de Bessel [4]. La valeur de la longueur l_C dépend des paramètres de propagation, et en particulier de la demi-hauteur L du halo magnétique. Lorsque $L < 3$ kpc, nous utiliserons $l_C = 0.3$ kpc et lorsque $L > 3$ kpc, nous prendrons $l_C = 3$ kpc. Le profil NFW présente une divergence en $1/r$ au centre galactique. Afin de traiter cette divergence, nous substituerons au profil NFW une fonction lisse à l'intérieur d'une région de 0.1 kpc autour du centre galactique [4].

La fonction de halo $\tilde{I}$ est représentée sur la Fig. 3.11 et est calculée à partir de WIMPs distribués selon le profil radial NFW pour les jeux de paramètres de propagation Min (bleu), Med (rouge) et Max (vert). Nous retrouvons bien que la fonction de halo $\tilde{I}$ tend vers 1 pour les petites valeurs de λ_D. Lorsque λ_D augmente, la sphère positronique va sonder des régions de plus en plus proches du centre galactique (situé à 8.5 kpc du Soleil) et donc de plus en plus denses en WIMPs, à condition que les positrons ne s'échappent pas à travers les bords verticaux du halo magnétique. C'est pourquoi nous constatons un pic vers 7 kpc dans le cas Max. Dans les cas Min (et Med dans une moindre mesure) la demi-hauteur L du halo magnétique est tellement petite que les positrons provenant du centre galactique s'échappent à travers les bords verticaux avant de pouvoir atteindre le Terre. Le flux des positrons n'est par conséquent pas sensible à la densité de WIMPs au centre

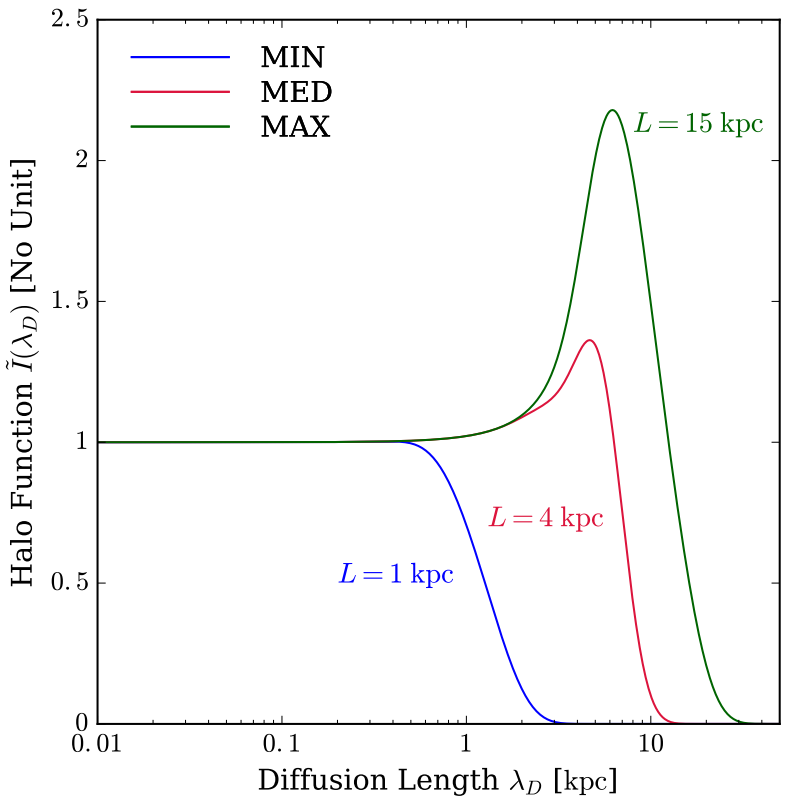

FIGURE 3.10 – ***Fonction de halo des positrons primaires*** *issus de WIMPs distribués selon le profil NFW pour les jeux de paramètres de propagation* MIN *(bleu),* MED *(rouge) et* MAX *(vert).*

galactique et décroît rapidement dès lors que λ_D est supérieur à L. Finalement, le flux de positrons primaires issus de WIMPs est donné par l'expression

$$\Phi^{\mathrm{DM}}(E, \odot) = \frac{c}{4\pi}\, \psi^{\mathrm{DM}}(E, \odot). \tag{3.86}$$

3.4 Positrons primaires produits par les pulsars

Lorsqu'une étoile dont la masse est supérieure à 8 $M_\odot$ est en fin de vie, elle explose sous la forme d'une supernova. Le coeur de fer se contracte, se neutronise et finit par donner naissance à une boule compacte principalement composée de neutrons, appelée *étoile à neutrons*. Ces résidus stellaires stables ont une masse typique d'environ 1.4 $M_\odot$ pour un rayon d'environ 11 km. S'inspirant de la compréhension du fait que les naines blanches devaient leur stabilité à la pression de dégénérescence des électrons, F. Zwicky et W. Baade [1] proposèrent qu'une répulsion similaire entre neutrons pouvait stabiliser ces résidus de supernovae. Ainsi, selon le principe de Pauli, la pression de dégénérescence des neutrons serait encore plus intense que celle des électrons. Le coeur d'une étoile à neutrons serait constitué de quelques protons supraconducteurs et de neutrons superfluides et sa couche externe de noyaux ionisés et d'électrons.

Des observations ont montré que la plupart des étoiles de la séquence principale possède un moment cinétique et leur période de rotation est de l'ordre du mois. Or, lors du processus d'effondrement d'une étoile donnant naissance à une étoile à neutrons, le moment cinétique est conservé et la vitesse de rotation augmente. Etant donné la compacité du résidu, la période de rotation d'une étoile à neutrons est de l'ordre de la seconde voire même dans certain cas de la milliseconde. En s'éffondrant, le champ magnétique de l'étoile s'intensifie et ainsi l'étoile à neutrons constitue un dipôle magnétique dont l'intensité du champ magnétique peut dépasser 10^{15} fois celui de la Terre. Bien souvent, l'axe de rotation de l'étoile à neutrons ne coïncide pas avec son axe magnétique, ce dernier ayant alors une direction variable. Par induction, la dynamique du champ magnétique donne naissance à un important champ électrique capable d'arracher des électrons de la surface de l'étoile dans ses régions polaires. Ces électrons vont alors être accélérés dans la magnétosphère et émettre par rayonnement synchrotron, un signal radio détectable depuis la Terre.

3.4.1 Determination de la position d'un pulsar

La position d'un pulsar peut être déterminée au moyen de deux méthodes différentes et indépendantes. Pour les pulsars les plus proches, on utilise la méthode de la parallaxe trigonométrique basée sur la mesure du déplacement apparent de l'astre sur la voute céleste dû à la rotation de la Terre autour du Soleil. La distance d qui nous sépare d'un pulsar est alors donnée par la relation

$$d = \frac{D}{\tan\theta}, \tag{3.87}$$

où D est la distance Terre-Soleil et θ l'angle moitié de déplacement angulaire de l'astre. La deuxième méthode repose sur la *mesure de dispersion*. La vitesse de groupe de l'onde électromagnétique émise par un pulsar est affectée par la présence d'électrons libres sur la ligne de visée. La relation de dispersion reliant la pulsation ω et le nombre d'onde k d'une onde électromagnétique est donnée par la relation

$$\omega^2 = k^2c^2 + \omega_p^2 \tag{3.88}$$

où ω_p est la pulsation minimale à laquelle les ondes électromagnétiques peuvent se propager dans le plasma interstellaire. Cette dernière s'écrit

$$\omega_p^2 = \frac{n_e\, e^2}{\epsilon_0\, m_e}, \tag{3.89}$$

où n_e est la densité moyenne d'électrons libres sur la ligne de visée, e et m_e la charge et la masse de l'électron, et ϵ_0 la permittivité diélectrique du vide. La vitesse de groupe $v_g = d\omega/dk$ s'exprime alors

$$v_g = c\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2}. \tag{3.90}$$

Lorsque $\omega \gg \omega_p$,

$$v_g \simeq c\left(1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\right), \tag{3.91}$$

et le temps de parcours de l'onde se propageant sur une distance d est donné par

$$t(\omega) \simeq \frac{d}{c\left(1 - \frac{\omega_p^2}{2\omega^2}\right)}. \tag{3.92}$$

L'intervalle de temps Δt entre la réception d'une onde de pulsation ω_1 et une onde de pulsation ω_2 est alors donné par la relation

$$\Delta t = \langle DM \rangle \frac{e^2}{2\epsilon_0\, c\, m_e}\left[\frac{1}{\omega_2^2} - \frac{1}{\omega_1^2}\right], \tag{3.93}$$

où est définie la mesure de dispersion comme $\langle DM \rangle = d\, n_e$. En connaissant la densité moyenne d'électrons n_e, il suffit de mesurer Δt afin d'évaluer la distance d. Cependant, la détermination de n_e n'est pas triviale. On utilise en général l'effet Faraday responsable de la variation de la polarisation des ondes se propageant à travers le plasma interstellaire, mais la mesure de n_e dépend fortement de la valeur du champ magnétique au sein du plasma interstellaire. C'est pourquoi les valeurs de la distance des pulsars reposant sur la mesure de dispersion sont affectées par de grandes incertitudes pouvant être de l'ordre du kpc.

3.4.2 Determination de l'âge d'un pulsar

Le signal périodique d'un pulsar est mesuré sur Terre avec la période P. L'énergie cinétique de rotation du pulsar est à l'origine du rayonnement radio de l'astre. Par conséquent, celle-ci va peu à peu diminuer avec la vitesse de rotation (spin-down) et la période de rotation du pulsar augmentera lentement avec le temps. On peut alors mesurer la dérivée temporelle de la période $\dot{P} = \Delta P/\Delta t$. Les observations montrent que le produit $P\dot{P}$ tend à être constant. En intégrant la relation

$$\int_{-t_0}^{0} dt\, P\dot{P} = \int_{P_0}^{P} dP'\, P' \tag{3.94}$$

entre le premier instant d'emission du pulsar t_0 et aujourd'hui, P_0 étant la période initiale du pulsar, il vient

$$\dot{P}P\, t_0 = \frac{1}{2}(P^2 - P_0^2). \tag{3.95}$$

En remarquant que $P_0 \ll P$, on obtient la relation

$$t_0 = \frac{P}{2\dot{P}}. \tag{3.96}$$

Il convient en dernier lieu de prendre en compte le temps que la lumière a mis pour nous parvenir et l'âge $t^\star$ du pulsar s'obtient grâce à

$$t^\star = t_0 + \frac{d}{c}. \tag{3.97}$$

L'âge et la position des pulsars connus jusqu'à présent sont consignés dans le catalogue ATNF (Australia Telescop National Facility). Les coordonnées galactiques $\vec{x}_\star$ d'un pulsar sont déduites de sa distance d par rapport à la Terre et de sa position dans le ciel.

3.4.3 Production de positrons par les pulsars

Les électrons arrachés de la surface de l'étoile à neutrons, sont accélérés dans la magnétosphère d'où ils rayonnent des photons. Ceux-ci vont à leur tour créer des paires e^+/e^- et cette cascade électromagnétique peut ainsi créer jusqu'à 10^4 paires par électron arraché de la surface. Ces électrons et positrons sont alors accélérés au sein de la magnétosphère puis éjectés en dehors de celle-ci, constituant ainsi un vent de particules appelé *nébuleuse de vent de pulsar* (PWN pour Pulsar Wind Nebula en anglais) ou *plérion*. Durant la première phase de développement du pulsar, celui-ci se situe approximativement au centre d'un résidu de Supernova (SNR pour Supernova Remnant en anglais). L'explosion de supernova produit deux ondes de choc se propageant dans le milieu interstellaire. Le premier choc est sortant et le milieu interstellaire est comprimé et réchauffé par son passage. Le second choc se déplace vers l'intérieur de la coquille de supernova. Lorsque ce choc inverse atteint le PWN, les électrons et positrons sont alors libérés dans le milieu interstellaire.

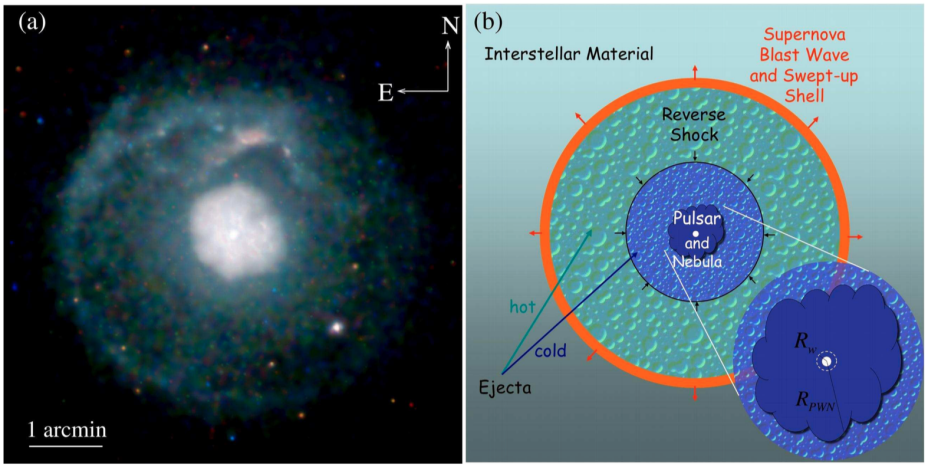

FIGURE 3.11 – ***Gauche :*** *image de la SNR G21.5–0.9 dans le domaine des rayons X par le télescope Chandra. La coquille de supernova renferme le PWN et le pulsar J1833–1034 en son centre [12].* ***Droite :*** *schéma d'une SNR comprenant un pulsar (blanc) et son PWN en expansion (violet foncé). Les flèches rouges représentent l'onde de choc sortante de la SNR et les flèches noires l'onde de choc inverse. Le plasma entre la frontière du PWN et du choc inverse est représenté en violet clair. (Tiré de [5].)*

L'injection des positrons dans le milieu interstellaire est un phénomène dynamique complexe qui a lieu pendant la première partie de la vie du pulsar appelée *période d'activité* que l'on note t_p où

$$t_p \sim 10^{-3} - 10^{-1}\ \text{Myr}. \tag{3.98}$$

Le temps caractéristique de diffusion d'un positron d'énergie E créé par un pulsar situé à une distance d de la Terre est donné par la relation

$$t_d = \left(\frac{d}{1\ \mathrm{kpc}}\right)^2 \left(\frac{K_0}{10^{-2}\ \mathrm{kpc}^2\ \mathrm{Myr}^{-1}}\right)^{-1} \left(\frac{E}{1\ \mathrm{GeV}}\right)^{-\delta} \mathrm{Myr}. \tag{3.99}$$

Nous considérerons donc que la période d'activité du pulsar est négligeable vis à vis du temps de diffusion des positrons et que l'injection des positrons dans le milieu interstellaire est un phénomène ponctuel dans le temps. Le terme de source associé aux pulsars est paramétré par

$$Q^{\mathrm{PSR}}(E, t, \vec{x}) = q(E)\, \delta(t + t_*)\, \delta(\vec{x} - \vec{x}_*) \tag{3.100}$$

où la distribution en énergie $q(E)$ est donnée [7, 11, 10] par l'expression

$$q_p(E) = Q_0 \left(\frac{E}{E_0}\right)^{-\gamma} \exp(-E/E_C), \tag{3.101}$$

où $E_0 = 1$ GeV. L'indice spectral γ est évalué à partir d'ajustement sur les spectres d'émission des photons gamma des PWNs et sa valeur est de l'ordre de $\gamma \simeq 2$ [7]. L'énergie de coupure peut être également évaluée à partir des observations des PWNs. L'étude statistique des pulsars proches menée par Malyshev *et al.* [11] permet de déterminer que $E_c \simeq 1$ TeV. Le facteur de normalisation Q_0 est déterminé par la relation

$$\int_{E_{min}}^{+\infty} dE\, E\, q(E) = f W_0, \tag{3.102}$$

avec W_0 l'énergie de rotation libérée par le pulsar et f la fraction de l'énergie transférée aux positrons. Nous arrivons maintenant face à une difficulté majeure : la détermination des valeurs de f et W_0. En effet, les pulsars sont des objets astronomiques encore mal connus. Il est cependant possible de déterminer l'ordre de grandeur de l'énergie W_0 libérée par le pulsar [16]. L'énergie cinétique de rotation du pulsar est donnée par l'expression

$$E(t) = \frac{1}{2} I\, \Omega^2(t), \tag{3.103}$$

où $I = 2/5MR^2$ est le moment d'inertie du pulsar de masse M et de rayon R et $\Omega = 2\pi/P$ sa vitesse angulaire. En faisant l'hypothèse que la variation de la vitesse angulaire est donnée par la relation

$$\dot{\Omega} \equiv \frac{d\Omega}{dt} = -\alpha\, \Omega^n, \tag{3.104}$$

où α est une constante, il vient

$$\Omega(t) = \frac{\Omega_0}{\left(1 + \frac{t}{\tau_0}\right)^{\frac{1}{n-1}}}, \tag{3.105}$$

où le temps typique τ_0 vaut $[\alpha(n-1)\Omega_0^{n-1}]^{-1}$. L'énergie W_0 libérée par le pulsar entre l'instant $t = 0$ et l'instant t est alors donnée par

$$W_0 = \frac{1}{2} I\, \Omega_0^2 \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{t}{\tau_0}\right)^{\frac{2}{n-1}}}\right]. \tag{3.106}$$

En assimilant le pulsar à un dipôle magnétique parfait, nous obtenons $n = 3$ et $\alpha = 5B^2R^4/(8Mc^3)$ où B est l'intensité du champ magnétique du pulsar. On remarque que n est donné par la relation

$$n = \frac{\Omega\,\ddot{\Omega}}{\dot{\Omega}^2}, \tag{3.107}$$

et peut être mesuré expérimentalement. La valeur de n diffère légèrement de 3 en général pour les pulsars observés. La valeur de Ω_0 dépend de chaque pulsar individuellement et la détermination de sa valeur n'est pas simple. Il apparaît donc difficile d'évaluer précisément la valeur de l'énergie libérée W_0. On peut cependant en déterminer l'ordre de grandeur. En prenant $t \gg \tau_0$, l'énergie W_0 s'écrit

$$W_0 \simeq \frac{1}{2}\,I\,\Omega_0^2 \simeq 2.2\times 10^{49}\left(\frac{M}{1.4\,M_\odot}\right)\left(\frac{R}{10\,\mathrm{km}}\right)^2\left(\frac{\Omega_0}{2\pi\,\mathrm{Hz}}\right)^2 \text{ erg}. \tag{3.108}$$

En prenant une période initiale $P_0 = 1$ ms, on obtient la limite maximale d'énergie libérée $W_0^{max} \simeq 10^{54}$ erg ($\simeq 10^{57}$ GeV).

3.4.4 Flux de positrons produit par un pulsar

L'injection de positrons par un pulsar est modélisée par une source ponctuelle dans l'espace et dans le temps. Considérons un pulsar dont l'âge est $t_\star$ et situé à une distance d de la Terre à la position $\vec{x}_\star$. La densité de positrons $\psi^{\mathrm{PSR}}(E,\odot)$ reçus au niveau du Soleil s'obtient grâce à la relation 3.109 :

$$\begin{aligned}\psi^{\mathrm{PSR}}(E,\odot) &= \int_{-\infty}^{0} dt_S \int_{E}^{+\infty} dE_S \int_{MH} d^3x_S\; G(t,E,\vec{x}\leftarrow t_S,E_S,\vec{x}_S)\,Q^{\mathrm{PSR}}(E_S,t_S,\vec{x}_S),\\ &= -\theta(ct_\star - d)\,b(E_\star)\,G_s(E,\vec{x}\leftarrow E_\star,\vec{x}_\star)\,q(E_\star).\end{aligned} \tag{3.109}$$

Le flux de positrons évalué à la position de la Terre est alors donné par l'expression

$$\Phi^{\mathrm{PSR}}(E,\odot) = \frac{c}{4\pi}\,\psi^{\mathrm{PSR}}(E,\odot). \tag{3.110}$$

Il est proportionnel au propagateur G et donc $\Phi^{\mathrm{PSR}} \propto \exp(-d^2/\lambda^2)$. Il existe donc une énergie minimale E_{min} en dessous de laquelle les positrons n'ont pas eu assez de temps pour se propager jusqu'à la Terre. La longueur de diffusion $\lambda_D(E,E_\star)$ pour un positron émis à l'énergie $E_\star$ et reçu à l'énergie E est égale à

$$\lambda^2(E,E_\star) = 4\int_{E_\star}^{E} dE'\,\frac{K(E')}{b(E')}. \tag{3.111}$$

On rappelle que dans le régime Thomson des pertes d'énergie, les énergies E et $E_\star$ sont reliées par l'expression 3.20

$$E_* = \frac{E}{1-\dfrac{E}{E_{max}^{Th}}}, \tag{3.112}$$

La longueur de diffusion λ_D est alors donnée par

$$\lambda_D^2 = \frac{4K_0\,\tau_l}{(1-\delta)\,\epsilon^{1-\delta}}\left[1-(1-\frac{\epsilon}{\epsilon_{max}^{Th}})^{1-\delta}\right], \tag{3.113}$$

où $\epsilon = E/E_0$. Lorsque $E \ll E_{max}^{Th}$, il vient

$$\lambda_D^2 = 4K_0\, t_\star\, \epsilon^\delta. \tag{3.114}$$

L'énergie E_{min} s'obtient en égalisant $\lambda_D(E_{min}) = d$. Elle est donnée par l'expression

$$E_{min} = E_0 \left(\frac{d^2}{4K_0\, t_\star} \right)^{1/\delta}. \tag{3.115}$$

D'autre part, l'énergie maximale d'un positron injecté par un pulsar dans le milieu interstellaire est $E_c \simeq 1$ TeV. La relation 3.20 nous apprend donc que l'énergie maximale des positrons reçus sur Terre est donnée par l'expression

$$E_{max} = \frac{E_c}{1 + E_c/E_{max}^{Th}}. \tag{3.116}$$

Le flux terrestre de positrons provenant d'un pulsar est donc significatif uniquement entre les énergie $E_{min}(d, t_\star)$ et $E_{max}(t_\star)$. Nous représentons sur la Fig. 3.12 le flux de sept pulsars dont les âges et distances sont indiqués dans le tableau Tab. 3.2. Nous avons choisi pour l'indice spectral d'injection $\gamma = 2$, l'énergie de cut-off $E_c = 1$ TeV et la fraction de l'énergie injectée à travers les positrons $fW_0 = 10^{49}$ erg.

On peut également raisonner différemment en s'intéressant aux positrons reçus sur Terre à l'énergie E. Il apparaît donc qu'un pulsar peut significativment contribuer au flux de positrons $\Phi(E)$ uniquement si sont âge $t_\star$ est compris dans l'intervalle

$$t_\star^{min} \lesssim t_\star \lesssim t_\star^{max}, \tag{3.117}$$

où

$$t_\star^{min}(\epsilon, d) = \frac{d^2}{4K_0\epsilon^\delta}, \tag{3.118}$$

et

$$t_\star^{max}(\epsilon) = \tau_l \left(\frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{\epsilon_c} \right). \tag{3.119}$$

Cette condition peut être facilement visualisée si nous représentons chaque pulsar dans un diagramme distance-âge. En effet, la contribution d'un pulsar dans le flux de positrons sera significative à une énergie donnée E si le point représentant le pulsar est à l'intérieur d'une zone délimitée par un triangle. La taille et la position de cette zone dépendent de l'énergie E considérée. Ces régions sont représentées sur la figure de droite de Fig. 3.12, avec les pulsars du catalogue ATNF.

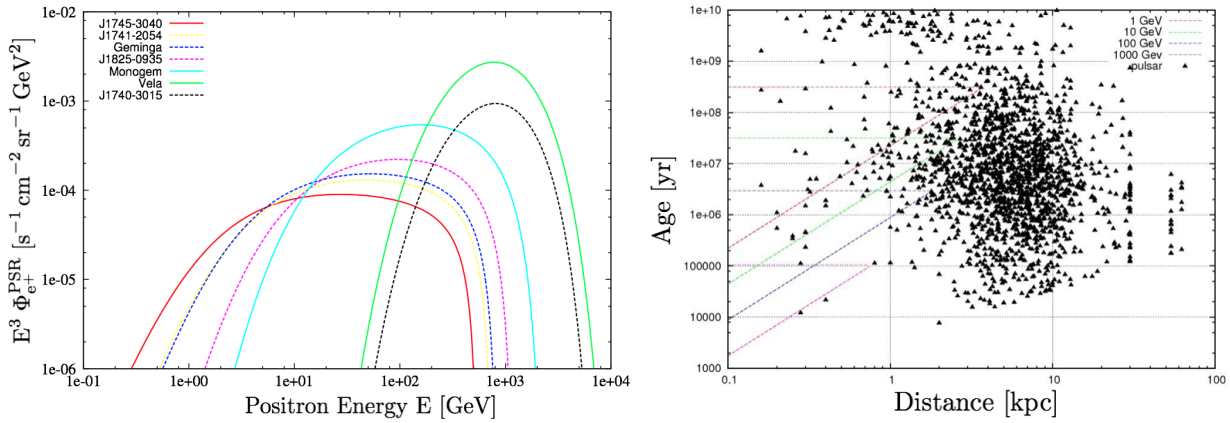

FIGURE 3.12 – ***Gauche :*** *Le flux de positrons injectés par les pulsars du tableau Tab. 3.2.* ***Droite :*** *Les zones de contribution significative pour le flux de positrons (triangles) sont représentées pour les énergies* 1 GeV *(rouge),* 10 GeV *(vert),* 100 GeV *(bleu) et* 1 TeV *(violet). Les pulsars du catalogue ATNF correspondent aux triangles noirs.*

	Age [kyr]	Distance [kpc]
J1745-3040	546	0.20
J1741-2054	386	0.30
J0633+1746 *Geminga*	342	0.25
J1825-0935	232	0.30
J0659+1414 *Monogem*	111	0.28
J1740-3015	20.6	0.40
J0835-4510 *Vela*	11.3	0.28

TABLE 3.2 – ***Age et distance de sept pulsars du catalogue ATNF****. Le choix de ces sept pulsars permet d'illustrer la forme des spectres individuels en fonction de l'âge et de la distance de chacun des objets.*

Bibliographie

[1] W. Baade and F. Zwicky. On Super-novae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 20 :254–259, May 1934.

[2] G. D. Badhwar, R. L. Golden, and S. A. Stephens. Analytic representation of the proton-proton and proton-nucleus cross-sections and its application to the sea-level spectrum and charge ratio of muons. *Physical review D*, 15 :820–831, February 1977.

[3] Edward a. Baltz and Joakim Edsjo. Positron Propagation and Fluxes from Neutralino Annihilation in the Halo. *Phys. Rev. D - Part. Fields, Gravit. Cosmol.*, 59 :16, aug 1998.

[4] T Delahaye, R Lineros, F Donato, N Fornengo, and P Salati. Positrons from dark matter annihilation in the galactic halo : Theoretical uncertainties. *Phys. Rev. D*, 77(6) :063527, mar 2008.

[5] Bryan M. Gaensler and Patrick O. Slane. The Evolution and Structure of Pulsar Wind Nebulae. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 44(1) :17–47, sep 2006.

[6] S. Haino et al. Measurements of primary and atmospheric cosmic-ray spectra with the BESS-TeV spectrometer. *Phys. Lett. Sect. B Nucl. Elem. Part. High-Energy Phys.*, 594(1-2) :35–46, 2004.

[7] Dan Hooper, Pasquale Blasi, and Pasquale Dario Serpico. Pulsars as the sources of high energy cosmic ray positrons. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2009(01) :025, 2009.

[8] T Kamae, N Karlsson, T Mizuno, T Abe, and T Koi. Parameterization of γ, e+/-, and Neutrino Spectra Produced by p-p Interaction in Astronomical Environments. *Astrophys. J.*, 647 :692, 2006.

[9] Julien Lavalle, Jonathan Pochon, Pierre Salati, and Richard Taillet. Clumpiness of Dark Matter and Positron Annihilation Signal : Computing the odds of the Galactic Lottery. *Astron. Astrophys.*, 462(3) :827–840, mar 2006.

[10] Tim Linden and Stefano Profumo. Probing the Pulsar Origin of the Anomalous Positron Fraction With Ams-02 and Atmospheric Cherenkov Telescopes. *Astrophys. J.*, 772(1) :18, 2013.

[11] Dmitry Malyshev, Ilias Cholis, and Joseph Gelfand. Pulsars versus dark matter interpretation of ATIC/PAMELA. *Phys. Rev. D - Part. Fields, Gravit. Cosmol.*, 80(6), 2009.

[12] H. Matheson and S. Safi-Harb. The plerionic supernova remnant G21.5-0.9 : In and out. *Advances in Space Research*, 35 :1099–1105, 2005.

[13] D Maurin, F Donato, R Taillet, and P Salati. Cosmic Rays below Z=30 in a diffusion model : new constraints on propagation parameters. *Astrophys. J.*, 555(2) :19, jan 2001.

[14] I. V. Moskalenko and A. W. Strong. Production and Propagation of Cosmic Ray Positrons and Electrons. *Astrophys. J.*, 493(2) :694–707, feb 1998.

[15] John W. Norbury and Lawrence W. Townsend. Parameterized total cross sections for pion production in nuclear collisions. *Nucl. Instruments Methods Phys. Res. Sect. B Beam Interact. with Mater. Atoms*, 254(2) :187–192, 2007.

[16] Pasquale D. Serpico. Astrophysical models for the origin of the positron "excess". *Astropart. Phys.*, 39-40(1) :2–11, dec 2012.

[17] Y. Shikaze et al. Measurements of 0.2-20 GeV/n cosmic-ray proton and helium spectra from 1997 through 2002 with the BESS spectrometer. *Astropart. Phys.*, 28(1) :154–167, 2007.

[18] F. W. Stecker. The Cosmic γ-Ray Spectrum from Secondary Particle Production in Cosmic-Ray Interactions. *Astrophysics and Space Science*, 6 :377–389, March 1970.

[19] L. C. Tan and L. K. Ng. Parametrisation of hadron inclusive cross sections in p-p collisions extended to very low energies. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 9 :1289–1308, October 1983.

Chapitre 4

A new look at the cosmic ray positron fraction

Les mesures de la fraction positronique ont montré que ce rapport se comportait comme une fonction croissante de l'énergie au dessus d'environ 10 GeV. Ce comportement contredit le mécanisme astrophysique standard, dans lequel les positrons sont des particules secondaires, produites par les interactions des rayons cosmiques primaires au cours de leur propagation dans le milieu interstellaire. L'anomalie observée a déclenché beaucoup d'enthousiasme, car elle pourrait être interprété comme une signature indirecte de la présence de particule de matière noire dans la Voie Lactée. Cependant, cette anomalie pourrait également être produite par des sources astrophysiques proches à l'instar des pulsars.

Ces deux hypothèses sont sondées dans cette analyse, dans le cadre des dernières mesures effectuées par la collaboration AMS-02. La propagation des positrons primaires et secondaires est décrite en utilisant un modèle semi-analytique à deux zones. Le code MicrOMEGAs est utilisé pour modéliser le flux des positrons générés par les particules de matière noire. La description de la fraction de positrons à partir de sources astrophysiques est basée sur les observations de pulsars répertoriés dans le catalogue Australia Telescope National Facility (ATNF). Nous constatons que la masse des candidats de matière noire favorisée est toujours supérieure à 500 GeV. La seule espèce qui remplit les nombreuses contraintes dérivées des rayons gamma, des antiprotons ainsi que du rayonnement de fond micro-onde, est une particule s'annihilant en quatre leptons via un scalaire ou un boson vecteur médiateur léger, en un mélange de tau (75%) et d'électrons (25%), avec une masse comprise entre 0.5 et 1 TeV. L'anomalie des positrons peut également être expliquée par une seule source astrophysique et une liste de cinq pulsars du catalogue ATNF est donnée. Ces résultats sont obtenus avec les paramètres de transport des rayons cosmiques qui correspondent le mieux au rapport B/C. L'incertitude sur les paramètres de propagation se révèle être très importante.

Les résultats de cette analyse sont présentés dans l'article [32] publié dans la revue scientifique *Astronomy and Astrophysics*.

A new look at the cosmic ray positron fraction

M. Boudaud [a 1], **S. Aupetit** [a], **S. Caroff** [b 2], **A. Putze** [a,b 3], **G. Belanger** [a], **Y. Genolini** [a 4], **C. Goy** [b], **V. Poireau** [b], **V. Poulin** [a], **S. Rosier** [b], **P. Salati** [a], **L. Tao** [b], **M. Vecchi** [b,c],

[a] *LAPTh, Université de Savoie & CNRS, 9 Chemin de Bellevue, B.P.110 Annecy-le-Vieux, F-74941, France*

[b] *LAPP, Université de Savoie & CNRS, 9 Chemin de Bellevue, B.P.110 Annecy-le-Vieux, F-74941, France*

[c] *Instituto de Fisica de Saõ Carlos, Av. Trabalhador saõ-carlense, 400 CEP : 13566-590 - Saõ Carlos (SP), Brazil*

Abstract

The positron fraction in cosmic rays has recently been measured with improved accuracy up to 500 GeV, and it was found to be a steadily increasing function of energy above $\sim$ 10 GeV. This behaviour contrasts with standard astrophysical mechanisms, in which positrons are secondary particles, produced in the interactions of primary cosmic rays during their propagation in the interstellar medium. The observed anomaly in the positron fraction triggered a lot of excitement, as it could be interpreted as an indirect signature of the presence of dark matter species in the Galaxy, the so-called weakly interacting massive particles or WIMPs. Alternatively, it could be produced by nearby sources, such as pulsars.

These hypotheses are probed in light of the latest AMS-02 positron fraction measurements. As regards dark matter candidates, regions in the annihilation cross section to mass plane, which best fit the most recent data, are delineated and compared to previous measurements. The explanation of the anomaly in terms of a single nearby pulsar is also explored.

The cosmic ray positron transport in the Galaxy is described using a semi-analytic two-zone model. Propagation is described with Green functions as well as with Bessel expansions. For consistency, the secondary and primary components of the positron flux are calculated together with the same propagation model. The above mentioned explanations of the positron anomaly are tested using χ^2 fits. The numerical package MicrOMEGAs is used to model the positron flux generated by dark matter species. The description of the positron fraction from conventional astrophysical sources is based on the pulsar observations included in the Australia Telescope National Facility (ATNF) catalogue.

1. mathieu.boudaud@lapth.cnrs.fr
2. sami.caroff@lapp.in2p3.fr
3. antje.putze@lapth.cnrs.fr
4. yoann.genolini@lapth.cnrs.fr

The masses of the favoured dark matter candidates are always larger than 500 GeV, even though the results are very sensitive to the lepton flux. The Fermi measurements point systematically to much heavier candidates than the recently released AMS-02 observations. Since the latter are more precise, they are much more constraining. A scan through the various individual annihilation channels disfavours leptons as the final state. On the contrary, the agreement is excellent for quark, gauge boson, or Higgs boson pairs, with best-fit masses in the 10 to 40 TeV range. The combination of annihilation channels that best matches the positron fraction is then determined at fixed WIMP mass. A mixture of electron and tau lepton pairs is only acceptable around 500 GeV. Adding *b*-quark pairs significantly improves the fit up to a mass of 40 TeV. Alternatively, a combination of the four-lepton channels provides a good fit between 0.5 and 1 TeV, with no muons in the final state. Concerning the pulsar hypothesis, the region of the distance-to-age plane that best fits the positron fraction for a single source is determined.

The only dark matter species that fulfils the stringent gamma ray and cosmic microwave background bounds is a particle annihilating into four leptons through a light scalar or vector mediator, with a mixture of tau (75%) and electron (25%) channels, and a mass between 0.5 and 1 TeV. The positron anomaly can also be explained by a single pulsar, and a list of five pulsars from the ATNF catalogue is given. We investigate how this list could evolve when more statistics are accumulated. Those results are obtained with the cosmic ray transport parameters that best fit the B/C ratio. Uncertainties in the propagation parameters turn out to be very significant. In the WIMP annihilation cross section to mass plane for instance, they overshadow the error contours derived from the positron data.

4.1 Introduction

The cosmic ray positron flux at the Earth exhibits above 10 GeV an excess with respect to the astrophysical background produced by the interactions of high-energy protons and helium nuclei with the interstellar medium (ISM). Observations by the High-Energy Antimatter Telescope (HEAT) collaboration [24, 54, 25] already hinted at a slight deviation of the flux with respect to a pure secondary component. The anomaly was clearly established by [13] with measurements of the positron fraction by the Payload for Antimatter Matter Exploration and Light-nuclei Astrophysics (PAMELA) satellite, up to 100 GeV. Drawing any definite conclusion about the nature of the positron excess requires nevertheless precise measurements. The release by [18] of data with unprecedented accuracy can be seen as a major step forward, which opens the route for precision physics. Recently, the Alpha Magnetic Spectrometer (AMS-02) collaboration has published [6] an update on the positron fraction based on high statistics with measurements extending up to 500 GeV.

The observed excess of positrons was readily interpreted as a hint of the presence of dark matter particles in the Milky Way halo. A number of dark matter candidates have been proposed so far. The most favoured option is a weakly interacting massive particle (WIMP), whose existence is predicted by several theoretical extensions of the standard model of particle physics. The typical cross section for WIMP annihilation in the early Universe has to be close to 3×10^{-26} cm^3 s^{-1} to match the cosmological value of $\Omega_{\rm DM} \approx 0.27$. Although marginal, WIMP annihilations are still

going on today, especially in the haloes of galaxies where dark matter (DM) has collapsed, and where they produce various cosmic ray species. The hypothesis that the positron anomaly could be produced by the annihilation of DM particles is supported by the fact that the energy of the observed excess lies in the GeV to TeV range, where the WIMP mass is expected.

The initial enthusiasm for interpreting the positron anomaly as an indirect signature for DM particles has nevertheless been dampened by several observations. First, since positrons rapidly lose energy above 10 GeV as they propagate in the Galactic magnetic fields, the positron excess is produced near the Earth, where the DM density $\rho_\chi(\odot)$ is known to be of order 0.3 GeV cm^{-3} as shown by [33]. Bearing in mind the benchmark values for the WIMP annihilation cross section and density, one finds that the signal is too small to account for the observed excess. For a WIMP mass m_χ of 1 TeV, the positron production rate needs to be enhanced by a factor of a thousand to match the measurements. The second difficulty lies in the absence, up to 100 GeV, of a similar excess in the antiprotons, since the PAMELA measurements of the antiproton-to-proton ratio [11] and of the absolute flux [14, 12] are consistent with the expected astrophysical background of secondary species. DM particles cannot couple with quarks under the penalty of overproducing antiprotons as shown by [43] and confirmed by [53]. Therefore, besides an abnormally large annihilation rate today, WIMPs should preferentially annihilate into charged leptons, a feature which is unusual in supersymmetry. An additional obstacle against the WIMP interpretation of the positron anomaly arises from the lack of DM signatures in the electromagnetic radiation measurements. Regardless of their origin, electrons and positrons undergo inverse Compton scattering on the cosmic microwave background (CMB) and on stellar light. The emission of gamma rays, observable by atmospheric Cherenkov detectors such as the High Energy Stereoscopic System (H.E.S.S.), the Major Atmospheric Gamma-ray Imaging Cherenkov (MAGIC) telescope, and the Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System (VERITAS), as well as satellite-borne devices like Fermi-LAT, is expected as a result of these processes. Photons can also be directly produced by WIMP annihilation or radiated by final state charged leptons. Finally, electrons and positrons also spiral in Galactic magnetic fields. The resulting synchrotron emission should not outshine what is already collected by radio telescopes.

Several analyses have been carried out on these messengers. They partially and sometimes completely exclude the regions of the WIMP annihilation cross section to mass plane that are compatible with the positron anomaly, even though their conclusions may be found to be dependent on the astrophysical assumptions on which they are based. For example, the limits derived by [2] from the H.E.S.S. measurements of the Galactic centre [5] vanish if the DM profile is taken to be isothermal. This is in agreement with the conclusions drawn by [44]. Constraints from [10] based on observations of dwarf spheroidal satellites of the Milky Way [59, 8] depend on the DM profiles assumed for these objects. These limits have been improved by VERITAS [21] and MAGIC [20] with dedicated searches for DM in Segue 1, and by the H.E.S.S. collaboration [4]. The J factors of the satellites are somewhat uncertain but the bounds are very stringent. Following [44], [9] restrained WIMP properties with Fermi-LAT observations of the gamma ray diffuse emission from regions located at moderate Galactic latitude. This procedure alleviates the sensitivity of the constraints to the DM profile. The limits are quite robust if only the inverse Compton and final state radiation photons from DM annihilation are considered. They become more stringent once the Galactic gamma ray diffuse emission is taken into account, but then are sensitive to how it is modelled. The analysis by [3] of the extra-Galactic gamma ray background (EGB) could jeopardise the DM interpretation of the positron excess, but depends on how the Galactic diffuse emission has been subtracted and is extremely sensitive to the DM structure scenario used to de-

rive the WIMP contribution to the EGB. Unresolved blazars and millisecond pulsars also need to be withdrawn from the gamma ray measurements to yield the EGB. This is also the case for star-forming galaxies and secondary electromagnetic showers induced by ultra-high energy cosmic rays, both components being highly model dependent as mentioned by [37]. The IceCube collaboration has set limits on the DM annihilation cross section by searching for high energy neutrinos in nearby galaxies and galaxy clusters [1]. The properties of WIMP are constrained between 300 GeV and 100 TeV for a variety of annihilation channels including neutrino pairs. The DM explanation of the positron excess is partially challenged by the IceCube limits derived for the Virgo cluster, in the case of the $\tau^+\tau^-$ and $\mu^+\mu^-$ channels, even though a very large boost of nearly a thousand from DM subhaloes needs to be assumed for this conclusion to hold. In addition, independent studies foresee severe limits on the properties of decaying WIMPs using the IceCube experiment (see for example [68]). Finally, the CMB provides stringent constraints on WIMP annihilation and mass [58, 79, 42].

Many solutions have been proposed to circumvent part of these difficulties. As regards the first problem, one possibility is to artificially increase the annihilation cross section well above its thermal value. To commence, it is conceivable that the universe was not radiation dominated at WIMP freeze-out, contrary to what is commonly assumed, but underwent a period of very fast expansion. This would have been the case, for instance, if a fast rolling scalar field had taken over radiation at that time, during a stage of so-called kinetic quintessence [77]. The larger the Hubble rate at WIMP decoupling, the larger the annihilation cross section at fixed relic abundance. Another option is to disentangle the annihilation cross section from the relic abundance. Dark matter species could have been produced by the decay of a heavier partner after freeze-out, as suggested by [61], but the most popular solution relies on the Sommerfeld effect. In this scenario, independently proposed by [73] and [22], DM species couple to a light scalar or vector boson, which makes them attract each other when they annihilate, hence an enhanced cross section especially at low relative velocities. A quarkophilic DM candidate heavier than about 10 TeV also permits us to overcome the antiproton problem as mentioned by [43], although future measurements could jeopardise that possibility as discussed by [41]. Another solution to intensify the production of positrons is based on the existence of DM clumps in the vicinity of the Earth. In this case, the annihilation is enhanced. However, the astrophysical boost on the positron flux cannot exceed a factor of ~ 20 [65], unless a DM clump is located near the Earth, although this is very unlikely [35]. Finally, although the above-mentioned gamma ray constraints are fairly stringent, there is still room for a WIMP explanation of the positron excess. Most of the limits so far derived concentrate on species lighter than 10 TeV and rely on specific assumptions. The case of secluded DM [73, 22] is also rarely addressed.

A completely different approach relies on the existence of pulsars in the Earth vicinity. These conventional astrophysical sources are known to exist and a few of them have been detected nearby. Highly-magnetised neutron stars can emit electromagnetic radiation as they spin, even if the magnetic field dipole is aligned on the rotation axis [78], and very strong electric fields are generated. At the surface, they extract and accelerate charged particles, which subsequently interact with the magnetic field or the thermal emission of the pulsar to trigger an electromagnetic cascade [76]. This yields an electron-positron plasma which, for a pulsar wind nebula, drifts away from the star to form a shock on the surrounding medium. Acceleration takes place there until the reverse shock from the supernova explosion releases in the ISM the positrons and electrons confined so far. Shortly after [13] confirmed the positron anomaly, [62] showed that the observations could easily be explained in this framework. Their conclusion was confirmed by [74]. Re-

cently, [66] concluded that either Geminga or Monogem, two well-known nearby pulsars, could produce enough positrons to account for the AMS-02 precision measurements [18].

It is timely to reanalyse the cosmic ray positron excess in the light of the latest AMS-02 release [6] and to thoroughly explore whether or not DM particles or a local conventional astrophysical source can account for this anomaly. We are motivated to conduct this analysis for three reasons. First, the AMS-02 data are of unprecedented accuracy and extend up to 500 GeV, a region so far unexplored. As their quality improves, measurements become more and more constraining and can rule out scenarios that previously matched the observations, as already noticed by [40]. Then, while most of the analyses rely on a theoretical prediction of the electron flux at the Earth, we have used available measurements of the total electron and positron flux $\Phi_{e^+} + \Phi_{e^-}$ (hereafter lepton flux) when deriving the positron fraction. Our procedure alleviates the uncertainty arising from primary electrons, a component that is generated by supernova shocks and cannot be derived from first principles. The lepton flux introduced at the denominator of the positron fraction $\Phi_{e^+}/(\Phi_{e^+} + \Phi_{e^-})$ has been actually measured and it is not just provided by theory. This could lead to differences in the preferred WIMP cross section and mass regions with respect to previous studies. Finally, uncertainties in modelling the cosmic ray transport are also expected to affect the results. Radio data, for instance, preclude thin Galactic magnetic haloes as shown by [34]. This is confirmed by [50] who analyse the positron flux below a few GeV and set a limit of 2 kpc on the half-height L. This limit has been improved recently by [63], who conclude that the PAMELA positron flux [16] disfavours values of L smaller than 3 kpc, and excludes the so-called MIN propagation model defined in [52, 69]. We have therefore investigated the sensitivity of the WIMP and pulsar parameter space on cosmic ray propagation.

The paper is organised as follows. In Sec. 4.2, we recall the salient features of the cosmic ray transport model, which we use to derive the primary (signal) and secondary (background) components of the positron flux. Our analysis is based on a semi-analytic approach that makes clear the various processes at stake and whose rapidity allows us to efficiently explore the parameter space. More comprehensive codes such as GALPROP [80, 71] and DRAGON [56] offer a more realistic description of diffusion and energy losses, but are heavier to manipulate and appear less suited for performing chi-square fits and fast scans over extended regions of parameters. Different measurements of the lepton flux are also presented. The fitting procedure is detailed, with a description of the errors, which come into play in the calculation of the χ^2. Section 4.3 is devoted to the DM interpretation of the positron excess. We scan a variety of annihilation channels and delineate for each of them the preferred regions in the WIMP cross section to mass plane. Our results strongly depend on the lepton flux data that are used to compute the expected positron fraction. The transition from the Fermi-LAT data [7] to the latest measurements by AMS-02 presented at the ICHEP 2014 conference [82] implies a significantly lower WIMP mass. We then look for the best combination of branching ratios at fixed WIMP mass and explore several possibilities. In Sec. 4.4, we challenge the statement by [66] that Geminga or Monogem could alone account for the positron anomaly. We explore whether or not a single source is still a viable explanation given the precision reached by the latest AMS-02 observations. The study of the uncertainty arising from cosmic ray transport is discussed in Sec. 4.5. A best-fit model is found for each annihilation channel and is presented with the associated WIMP parameters. We then discuss in Sec. 4.6 our results in the light of the above-mentioned astrophysical constraints and look for DM scenarios that still evade them and finally we conclude.

4.2 Cosmic ray transport and the positron fraction

Charged cosmic rays propagate through the magnetic fields of the Milky Way and are deflected by its irregularities : the Alfvén waves. Although the magnetic turbulence is strong, cosmic ray transport can still be modelled as a diffusion process [39] and Fick's law applies. The diffusion coefficient can be taken of the form

$$K(E) = K_0\, \beta\, (\mathcal{R}/1\ \mathrm{GV})^{\delta}\ , \tag{4.1}$$

where β denotes the positron velocity v/c, expressed in units of the speed of light c, and K_0 is a normalisation constant. The diffusion coefficient K increases as a power law with the rigidity $\mathcal{R} = p/q$ of the particle. Positrons also lose energy as they diffuse. They spiral in the Galactic magnetic fields, emitting synchrotron radiation, and they undergo Compton scattering on the CMB and stellar light. Energy losses occur at a rate $b(E)$ which, in the energy range considered in this analysis, can be approximated by

$$b(E) = \frac{E_0}{\tau_E}\, \epsilon^2\, , \tag{4.2}$$

where $E_0 = 1$ GeV and $\epsilon = E/E_0$. For simplicity, the typical energy loss timescale has been set equal to the benchmark value of 10^{16} s. More sophisticated modellings of the energy loss rate $b(E)$ are available in public codes such as GALPROP [71] and DRAGON [56]. As thoroughly discussed by [47], the loss rate $b(E)$ does not vary quadratically with energy. It also depends on the exact value assumed for the local magnetic field and depends on the position inside the magnetic halo. However, between 1 and 6 μG, relation (4.2) yields the correct answer within a factor of 2 and is a very good approximation for 3 μG. We will investigate in a forthcoming publication how the constraints on DM species and pulsars are affected by the modelling of the loss rate $b(E)$. Taking diffusion and energy losses into account, the time dependent transport equation can be written as

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} - \boldsymbol{\nabla} \cdot \{K(E)\, \boldsymbol{\nabla}\psi\} - \frac{\partial}{\partial E}\{b(E)\, \psi\} = q(\vec{x}, t, E)\, , \tag{4.3}$$

where q denotes the production rate of positrons and $\psi = d^4N/d^3\vec{x}\, dE \equiv dn/dE$ is the cosmic ray positron density per unit of volume and energy. Diffusion has been assumed to be homogeneous everywhere inside the Galactic magnetic halo (MH) so that the coefficient K depends only on the energy E and not on the position $\vec{x}$.

The stationary version of the transport equation (4.3) can be reformulated as a heat diffusion problem by translating the energy E into the pseudo-time $\tilde{t}$ through the identity

$$K_0\, \tilde{t}(E) = \int_E^{+\infty} \frac{K(E')}{b(E')}\, dE'\, . \tag{4.4}$$

This leads to

$$\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{t}} - K_0\, \Delta\tilde{\psi} = \tilde{q}(\vec{x}, \tilde{t}) \tag{4.5}$$

$$\text{where} \quad \tilde{\psi} = \frac{b(E)}{b(E_0)}\, \psi$$

$$\text{and} \quad \tilde{\mathrm{q}} = \frac{b(E)}{b(E_0)}\, \frac{K(E_0)}{K(E)}\, q\, .$$

The solution of the heat diffusion equation (4.5) is obtained by modelling the MH as a thick disc that matches the circular structure of the Milk Way. The Galactic disc of stars and gas,

where primary cosmic rays are accelerated, lies in the middle. Primary species, such as protons, helium nuclei, and electrons, are presumably accelerated by the shock waves driven by supernova explosions. These take place mostly in the Galactic disc, which extends radially 20 kpc from its centre, and has a half-thickness h of 100 pc. Confinement layers, where cosmic rays are trapped by diffusion, lie above and beneath this thin disc of gas. The intergalactic medium starts at the vertical boundaries $z = \pm L$, as well as beyond a radius of $r = R \equiv 20$ kpc. Within the MH, the steady production of positrons with energy E_S at position $\vec{x}_S$ with rate q leads at position $\vec{x}$ to the density ψ of positrons with energy E

$$\psi(\vec{x}, E) = \frac{1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \int_{\mathrm{MH}} d^3\vec{x}_S \, \tilde{G}(\vec{x} \leftarrow \vec{x}_S; \lambda_D) \, q(\vec{x}_S, E_S) \,, \tag{4.6}$$

where $\tilde{G}$ denotes the Green function associated with the heat equation (4.5). This propagator depends on the energies E and E_S through the typical diffusion length λ_D such that

$$\lambda_D^2 = 4 \, K_0 \, \{\tilde{t}(E) - \tilde{t}(E_S)\} \,. \tag{4.7}$$

The derivation of the Green function $\tilde{G}$ is detailed in [48, 47, 36, 29] where the MH is pictured as an infinite slab without radial boundaries. In the regime where the diffusion length λ_D is small with respect to the MH half-thickness L, the method of the so-called electrical images consists of implementing [23] an infinite series over the multiple reflections of the source as given by the vertical boundaries at $+L$ and $-L$. In the opposite regime, a large number of images needs to be considered and the convergence of the series is a problem. Fortunately, the diffusion equation along the vertical axis boils down to the Schrödinger equation, written in imaginary time, that accounts for the behaviour of a particle inside an infinitely deep 1D potential well that extends from $z = -L$ to $z = +L$. The solution may be expanded as a series over the eigenstates of the corresponding Hamiltonian [64]. None of those methods deal with the radial boundaries at $r = R$. The MH is not an infinite slab but is modelled as a flat cylinder. The Bessel approach presented by [49] solves that problem by expanding the positron density ψ and production rate q along the radial direction as a series of Bessel functions of zeroth-order $J_0(\alpha_i r/R)$. Since α_i is the ith zero of J_0, the density vanishes at $r = R$. The method also makes use of a Fourier expansion along the vertical axis.

The astrophysical background consists of the secondary positrons produced by the collisions of high-energy protons and helium nuclei on the atoms of the ISM. The corresponding flux at the Earth may be expressed as the convolution over the initial positron energy

$$\Phi_{e^+}^{\mathrm{sec}}(\odot, E) = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \, \mathcal{I}_{\mathrm{disc}}(\lambda_D) \, q_{e^+}^{\mathrm{sec}}(\odot, E_S) \,. \tag{4.8}$$

The disc integral $\mathcal{I}_{\mathrm{disc}}$, which comes into play in that expression, is defined as

$$\mathcal{I}_{\mathrm{disc}}(\lambda_D) \equiv \int_{\mathrm{MH}} d^3\vec{x}_S \, \tilde{G}(\odot \leftarrow \vec{x}_S; \lambda_D) \,, \tag{4.9}$$

and depends on the energies E and E_S through λ_D, and also on the half-height L. The production rate of secondary positrons $q_{e^+}^{\mathrm{sec}}$ can be safely calculated at the Earth and has been derived as in [48]. In particular, Green functions have been used instead of the Bessel method, which would have required too many Fourier modes along the vertical axis.

The DM signal consists in the primary positrons produced by the WIMP annihilations taking place in the MH. Assuming that the DM species are identical particles, like Majorana fermions, leads to the source term

$$q_{e^+}^{\rm DM}(\vec{x}_S, E_S) = \frac{1}{2}\langle\sigma v\rangle \left\{\frac{\rho_\chi(\vec{x}_S)}{m_\chi}\right\}^2 \left\{g(E_S) \equiv \sum_i B_i \left.\frac{dN_{e^+}}{dE_S}\right|_i\right\}, \tag{4.10}$$

where m_χ and ρ_χ denote the WIMP mass and density, respectively, while $\langle\sigma v\rangle$ is the annihilation cross section averaged over the momenta of the incoming DM species. The sum runs over the various possible annihilation channels i with branching ratio B_i so that $g(E_S)$ is the resulting positron spectrum at the source. Once propagation is taken into account, the positron flux at the Earth is given by

$$\Phi_{e^+}^{\rm DM}(\odot, E) = \frac{c}{4\pi}\frac{\Gamma(\odot)}{b(E)}\int_E^{m_\chi} dE_S\, \mathcal{I}_{\rm halo}(\lambda_D)\, g(E_S)\,, \tag{4.11}$$

where $\Gamma(\odot)$ stands for the DM annihilation rate per unit volume in the solar neighbourhood,

$$\Gamma(\odot) = \frac{1}{2}\langle\sigma v\rangle \left\{\frac{\rho_\chi(\odot)}{m_\chi}\right\}^2. \tag{4.12}$$

The halo integral, which comes into play in the convolution (4.11), is defined as

$$\mathcal{I}_{\rm halo}(\lambda_D) \equiv \int_{\rm MH} d^3\vec{x}_S\, \tilde{G}(\odot \leftarrow \vec{x}_S; \lambda_D) \left\{\frac{\rho_\chi(\vec{x}_S)}{\rho_\chi(\odot)}\right\}^2. \tag{4.13}$$

The Green method is used to compute $\tilde{G}$ for small values of the diffusion length λ_D whereas the Bessel expansion is preferred in the opposite situation, when the positron sphere starts to probe the radial boundaries of the MH. The transition between these two regimes occurs at 3 kpc. This value is lowered at 0.3 kpc for a half-height L of the MH smaller than 3 kpc. In that case, the convergence of the Bessel series is achieved by taking 200 orders along the radial direction and 50 vertical harmonics. The halo integral, which is a function of λ_D, also depends on L and on the DM distribution within the Galaxy. Throughout this analysis, we have assumed for the latter the parameterisation described in [72], hereafter NFW profile, with

$$\rho_\chi(r) = \rho_\chi(\odot)\left(\frac{r_\odot}{r}\right)\left\{\frac{r_s + r_\odot}{r_s + r}\right\}^2, \tag{4.14}$$

where r denotes the radius in spherical coordinates and $r_s = 20$ kpc is the typical NFW scale radius. The galactocentric distance of the solar system has been set equal to $r_\odot = 8.5$ kpc while a fiducial value of 0.3 GeV cm^{-3} has been taken for the local DM density $\rho_\chi(\odot)$ [33]. The NFW distribution exhibits a $1/r$ cusp, which we have replaced by the smoother profile of [49] within 0.1 kpc of the Galactic centre.

In the case of pulsars, which can be modelled as point-like sources in space and time, the time-dependent transport equation (4.3) can be solved with the Green function method. The positron propagator in that case describes the probability that a particle released at position $\vec{x}_S$ and time t_S with energy E_S is observed at position $\vec{x}$ and time t with energy E. It can be easily related to the steady state propagator through

$$G_{e^+}(\vec{x}, t, E \leftarrow \vec{x}_S, t_S, E_S) = \frac{b(E_\star)}{b(E)}\tilde{G}(\vec{x} \leftarrow \vec{x}_S; \lambda_D)\,\delta(E_S - E_\star)\,, \tag{4.15}$$

where $E_\star$ denotes the energy at which a positron needs to be injected to be detected with energy E after a laps of time $t - t_S$. This initial energy is related to the age $t_\star$ of the source by

$$t_\star \equiv t - t_S = \int_E^{E_\star} \frac{dE'}{b(E')} \,. \tag{4.16}$$

We assume that pulsars release instantaneously positrons. A source located at position $\vec{x}_\star$ with age $t_\star$ contributes then at the Earth a flux

$$\Phi_{e^+}^{\rm psr}(\odot, E) = \frac{c}{4\pi} \frac{b(E_\star)}{b(E)} \tilde{G}\left\{\vec{x} \leftarrow \vec{x}_\star; \lambda_D(E, E_\star)\right\} g(E_\star) \,, \tag{4.17}$$

should a value of the injection energy $E_\star$ exist that satisfies the age relation (4.16). In that respect, the positron spectrum exhibits a high-energy cut-off at the Earth arising from energy losses. Even if the injection energy $E_\star$ is infinite, the positron energy E after a time $t_\star$ cannot exceed a maximal bound. The positron spectrum at the source is parameterised by

$$g(E) = Q_0 \left(\frac{E_0}{E}\right)^\gamma \exp(-E/E_C) \,. \tag{4.18}$$

The normalisation constant Q_0 is determined by requiring that the total energy provided by the pulsar to the positrons above an energy $E_{\rm min}$ is a fraction f of the initial spinning energy W_0. This leads to

$$\int_{E_{\rm min}}^{+\infty} E_S \, g(E_S) \, dE_S = f W_0 \,. \tag{4.19}$$

When pulsars form, they initially rotate with a period as small as a few milliseconds. The initial kinetic energy of a 3 ms pulsar is of the order of 10^{51} ergs, or equivalently 10^{54} GeV, which sets the natural unit in which we will express in Sec. 4.4 the energy fW_0 carried out by positrons. The energy E_C in relation (4.18) is a cut-off in the injection spectrum. It has been set equal to 1 TeV throughout our analysis. The exact value does not matter much, since the high-energy cut-off of the positron spectrum at the Earth comes from the age $t_\star$ of the pulsar and not from a cut-off at the source [67].

We then compute the total positron flux at the Earth $\Phi_{e^+} = \Phi_{e^+}^{\rm sec} + \Phi_{e^+}^{\rm prim}$, where the primary component is produced either by DM particles or by pulsars. The calculation is performed consistently with the same cosmic ray propagation model for both components. In most of this work, we have used the MED configuration, which best fits the boron to carbon ratio B/C [52]. In Sec. 4.5, we study how changing the transport parameters affects the DM and pulsar results, and gauge the effects of cosmic ray propagation uncertainties. Since the positron excess appears at high energy, we have concentrated our analyses above 10 GeV, where we can safely ignore diffusive reacceleration and convection [48]. The former mechanism originates from the motion, with Alfvén velocity V_A, of the magnetic diffusion centres in the Galactic frame and induces a diffusion in energy and a reacceleration of cosmic rays. This process can sweep particles out of the MH along the vertical direction with a convection velocity V_c. Above 10 GeV, solar modulation is a subdominant effect. We have taken that process into account by modelling it with the force-field approximation [55], with a potential $\phi_{\rm F}$ of 600 MV.

The positron fraction is defined as PF $= \Phi_{e^+}/\Phi_L$, i.e. the ratio between the positron flux and the lepton flux $\Phi_L = \Phi_{e^+} + \Phi_{e^-}$. Usually, the electron flux is derived theoretically to get Φ_L. However, contrary to positrons, the astrophysical background of electrons has a strong contribution, which is accelerated with nuclear species in supernova shock waves. This primary component

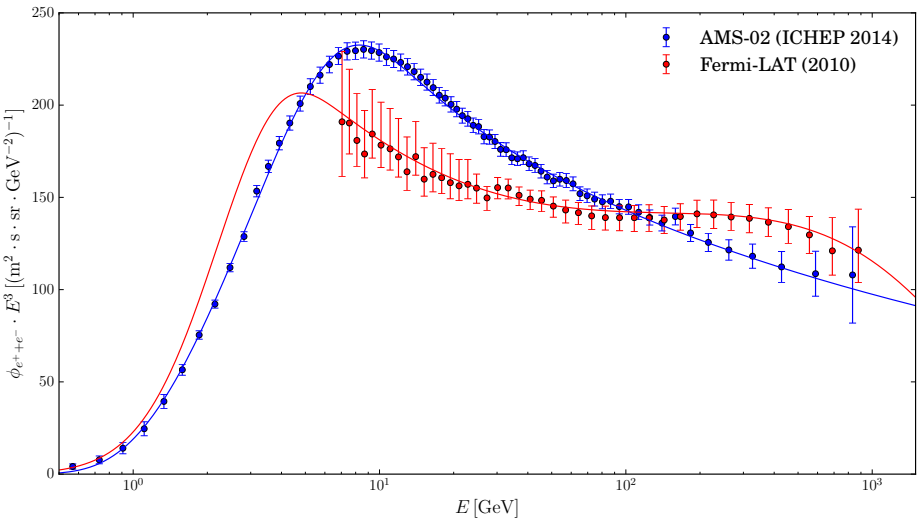

FIGURE 4.1 – The lepton flux $\Phi_L = \Phi_{e^+} + \Phi_{e^-}$ is plotted as a function of the energy E. We included a rescaling factor of E^3 to make clear the power-law behaviour of the flux at high energy. The red points correspond to the Fermi-LAT data [7] whereas the blue ones stand for the more recent measurements by AMS-02 presented at the ICHEP 2014 conference [82]. The lines are fits to the data.

is very model dependent and relies, in particular, on the actual three-dimensional distribution of sources in the Galactic spiral arms [56, 57]. We have therefore used measurements of the lepton flux Φ_L to derive the positron fraction more accurately. The most recent measurements of the total lepton flux come from the space-borne experiments Fermi-LAT [7], PAMELA [15, 16], and AMS-02 [82]. Whereas the data published by the PAMELA and AMS-02 collaborations are consistent within their respective uncertainties, both are in tension with the Fermi-LAT result (see Fig.1). Our analysis strongly depends on the lepton flux. We henceforth anticipate significant variations in our results, as will be illustrated in Section 4.3. Using the experimental lepton flux implies an additional error $\sigma_{\rm PF}^{\rm th} = {\rm PF} \times (\sigma_{\Phi_{\rm L}}/\Phi_{\rm L})$ on the positron fraction, arising from the error bars $\sigma_{\Phi_{\rm L}}$ of the lepton flux data. This uncertainty is partially anti-correlated with the published errors $\sigma_{\rm PF}^{\rm mes}$ on the positron fraction measurements. To be conservative, we have added $\sigma_{\rm PF}^{\rm mes}$ and $\sigma_{\rm PF}^{\rm th}$ in quadrature to get the so-called corrected errors $\sigma_{\rm PF}$, which we have included in our χ^2 analyses. The measured $\sigma_{\rm PF}^{\rm mes}$ and corrected $\sigma_{\rm PF}$ errors are very close to each other when the AMS-02 ICHEP 2014 lepton flux is used. This is not the case for Fermi-LAT where $\sigma_{\Phi_{\rm L}}/\Phi_{\rm L}$ can be substantial, as featured in Fig. 4.1.

The use of the positron fraction data from AMS-02 [6] instead of the positron flux [17] results in a more precise estimation of the extra component parameters. This comes from the combination of less systematic uncertainties on the fraction and the lepton flux as well as higher statistics on the lepton flux. The published AMS-02 positron flux has been reconstructed using more severe cuts insuring the purity of the data sample, but leading to larger error bars. Since this published flux is compatible with the estimated flux obtained by multiplying the published positron fraction with the lepton flux, we expect similar results in both cases. Finally, our DM and pulsar studies

are based on the minimisation of the χ^2

$$\chi^2 = \sum_i \left\{ \frac{\mathrm{PF}^{\mathrm{mes}}(i) - \mathrm{PF}^{\mathrm{th}}(i)}{\sigma_{\mathrm{PF}}(i)} \right\}^2 , \tag{4.20}$$

where the sum runs on the data points i whose energies exceed 10 GeV. We have checked that increasing this threshold from 10 to 15 or 20 GeV does not affect our results. The reduced-χ^2 (χ^2_{dof}) is obtained by dividing the result of equation (4.20) by the number of degrees of freedom, i.e. the number of data points minus the number of parameters over which the fit is performed. In a forthcoming work, we will use the positron flux to investigate the robustness of our DM and pulsar results.

4.3 Dark matter analysis

As a first interpretation of the AMS-02 results, we investigate the possibility that the excess of positrons at high energies originates from DM annihilation. Contrary to recent studies which consider specific DM models (see for example [30]), we make no assumptions about the underlying DM model and explore different annihilation channels. The positron flux resulting from DM annihilation is computed with micrOMEGAs_3.6 [26, 27] for the MED set of propagation parameters and the positron fraction is obtained using the lepton spectrum measured by AMS-02 [82].

Table 4.1 – Best fits for specific DM annihilation channels assuming the MED propagation parameters. The recently published positron fraction [6] and the AMS-02 lepton spectrum [82] are used to derive the χ^2, as in formula (4.20). The p-value, indicated in the last column, is defined in formula (4.22).

Channel	m_χ [TeV]	$\langle\sigma v\rangle$ [cm^3 s^{-1}]	χ^2	χ^2_{dof}	p
e	0.350 ± 0.004	$(2.31 \pm 0.02) \cdot 10^{-24}$	1489	37.2	0
μ	0.350 ± 0.003	$(3.40 \pm 0.03) \cdot 10^{-24}$	346	8.44	0
τ	0.894 ± 0.040	$(2.25 \pm 0.15) \cdot 10^{-23}$	93.0	2.27	$4.2 \cdot 10^{-6}$
u	31.5 ± 2.9	$(1.43 \pm 0.20) \cdot 10^{-21}$	25.2	0.61	0.97
b	27.0 ± 2.2	$(1.00 \pm 0.12) \cdot 10^{-21}$	26.5	0.65	0.95
t	42.5 ± 3.3	$(1.81 \pm 0.21) \cdot 10^{-21}$	29.4	0.72	0.89
Z	14.2 ± 0.9	$(6.02 \pm 0.58) \cdot 10^{-22}$	43.8	1.07	0.31
W	12.2 ± 0.08	$(5.10 \pm 0.48) \cdot 10^{-22}$	41.1	1.00	0.42
H	23.2 ± 1.5	$(8.17 \pm 0.77) \cdot 10^{-22}$	39.1	0.95	0.51
$\phi \to e$	0.350 ± 0.0008	$(1.56 \pm 0.01) \cdot 10^{-24}$	534	13.0	0
$\phi \to \mu$	0.590 ± 0.022	$(5.87 \pm 0.36) \cdot 10^{-24}$	175	4.27	0
$\phi \to \tau$	1.76 ± 0.08	$(4.51 \pm 0.32) \cdot 10^{-23}$	83.5	2.04	$7.7 \cdot 10^{-5}$

4.3.1 Single annihilation channel analysis

Assuming a specific DM annihilation channel, we scan over two free parameters, the annihilation cross section $\langle\sigma v\rangle$ and the mass m_χ of the DM species. A fit to the AMS-02 measurements

Table 4.2 – Same as in Table 4.1 with the first measurements of the positron fraction released by AMS-02 [18] and the Fermi lepton flux [7]. The DM mass is systematically larger than for the previous analysis based on more recent data. The large error bars of the Fermi lepton flux translate into small values for the χ^2.

Channel	m_χ [TeV]	$\langle\sigma v\rangle$ [cm^3 s^{-1}]	χ^2	$\chi^2_{\rm dof}$	p
e	0.260 ± 0.046	$(9.35 \pm 0.18) \cdot 10^{-25}$	119	2.97	0
μ	0.621 ± 0.049	$(6.71 \pm 0.91) \cdot 10^{-24}$	11.8	0.29	0.99
τ	2.49 ± 0.32	$(9.07 \pm 1.95) \cdot 10^{-23}$	7.68	0.19	0.99
u	227 ± 57	$(2.56 \pm 1.07) \cdot 10^{-20}$	12.4	0.31	0.99
b	186 ± 52	$(1.68 \pm 0.80) \cdot 10^{-20}$	12.7	0.32	0.99
t	237 ± 55	$(2.16 \pm 0.84) \cdot 10^{-20}$	11.4	0.28	0.99
Z	55.2 ± 9.3	$(4.08 \pm 1.16) \cdot 10^{-21}$	8.87	0.22	0.99
W	49.3 ± 8.0	$(3.66 \pm 1.00) \cdot 10^{-21}$	9.00	0.22	0.99
H	98.0 ± 17.5	$(6.32 \pm 1.89) \cdot 10^{-21}$	9.62	0.24	0.99
$\phi \to e$	0.447 ± 0.322	$(1.78 \pm 0.24) \cdot 10^{-24}$	15.2	0.38	0.99
$\phi \to \mu$	1.31 ± 0.15	$(1.65 \pm 0.29) \cdot 10^{-23}$	8.00	0.20	0.99
$\phi \to \tau$	5.07 ± 0.71	$(1.92 \pm 0.45) \cdot 10^{-22}$	7.85	0.19	0.99

of the positron fraction is performed using MINUIT to determine the minimum value of the χ^2 defined in relation (4.20). We find that the data can be fitted very well, i.e. with $\chi^2_{\rm dof} \leq 1$, for annihilation channels into quark and boson final states as featured in Table 4.1. In each case, the preferred DM mass is above 10 TeV and the annihilation cross section is at least a factor 10^4 larger than the canonical cross section. Leptophilic DM candidates, in particular for the channels e^+e^- and $\mu^+\mu^-$, feature a sharp drop in the positron spectrum at the DM mass. The favourite DM mass is therefore much lower than for hadronic channels. Fitting both the low and high energy part of the spectrum with only two free parameters is in both cases difficult, leading to a poor overall χ^2. The situation is better for the $\tau^+\tau^-$ channel, however the best fit corresponds only to $\chi^2_{\rm dof} \approx 2.3$ for a DM mass near 900 GeV. The case where DM annihilates into four leptons, for example through the annihilation into a pair of new scalar (or vector) particles that decay into lepton pairs, provides an interesting alternative. Each four-lepton channel leads to a better fit than the corresponding two-lepton channel. Nevertheless the best fit for the 4τ channel is near $\chi^2_{\rm dof} = 2.04$ with a preferred mass of $m_\chi = 1.76$ TeV. The spectrum for the positron fraction corresponding to the best fit for the $b\bar{b}$ and 4τ channels is compared with the AMS-02 data in Fig. 4.2.

The measurement of the lepton flux performed by AMS-02 has a significant impact on the DM interpretation of the positron fraction. In particular these results systematically point towards lighter DM candidates and with lower annihilation cross sections than those obtained using the flux of Fermi as is clear from a comparison between Tables 4.1 and 4.2. The shift in the 2σ allowed region in the $\langle\sigma v\rangle$ - m_χ plane using the AMS-02 [82] or the Fermi [7] lepton flux is clearly displayed in Fig. 4.3 for both the $b\bar{b}$ and 4τ channels.

However because of the much smaller error bars of the AMS-02 lepton flux with respect to those of Fermi, the overall χ^2 values displayed in Table 4.1 are not as good as those of Table 4.2. As the precision of measurements improves, the goodness of fit lessens. To better illustrate this point, we calculate the p-value from the χ^2_n test statistic with n degrees of freedom obtained from

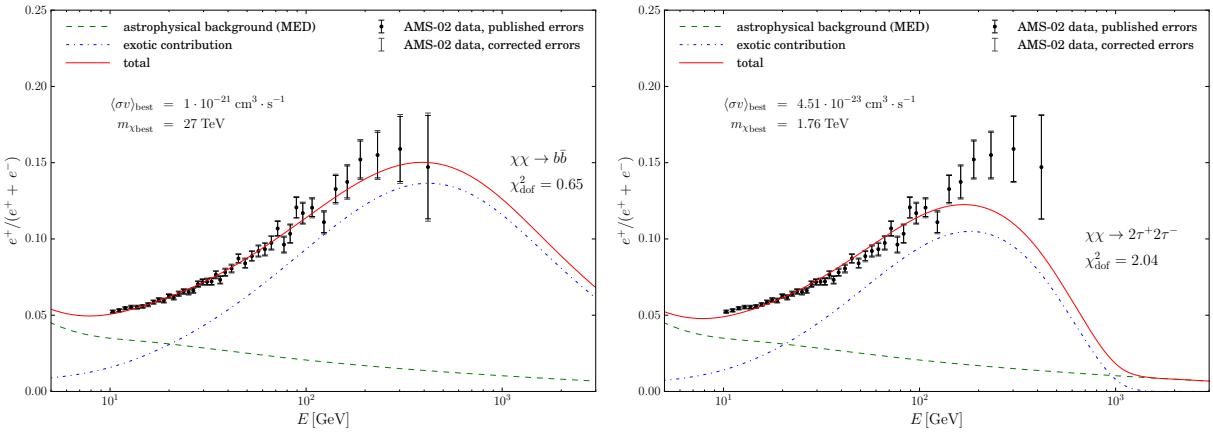

FIGURE 4.2 – Positron fraction as a function of the positron energy corresponding to the best-fit value of $\langle\sigma v\rangle$ and DM mass m_χ for $b\bar{b}$ (left) and 4τ annihilation channels (right), compared with AMS data [6]. The propagation parameters correspond to the MED model. The AMS-02 lepton spectrum [82] is used to derive the χ^2.

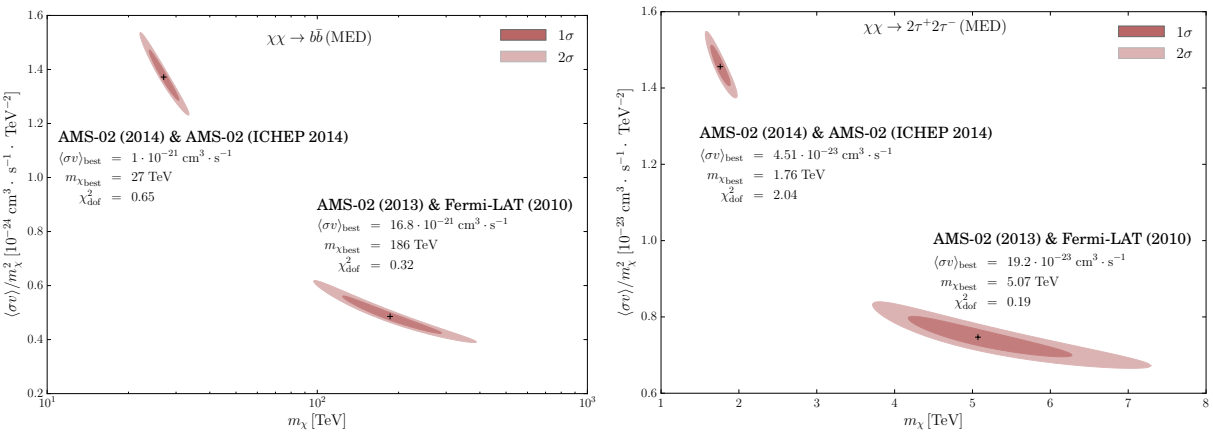

FIGURE 4.3 – Comparison of the best fits in the $\langle\sigma v\rangle/m_\chi^2$ and m_χ plane using the lepton spectrum measured by AMS-02 [82] and Fermi [7]. We assume DM annihilating into $b\bar{b}$ pairs (left) and 4τ (right) while the propagation parameters correspond to the MED model. The 1σ and 2σ regions are defined by a difference $\chi^2 - \chi^2_{\rm min}$ of 2.30 and 6.18, which are typical of a two-dimensional fit.

each fit

$$p = 1 - \frac{\gamma(n/2, \chi_n^2/2)}{\Gamma(n/2)}\,, \tag{4.21}$$

where γ and Γ are the lower incomplete and complete gamma functions, respectively. We furthermore define two critical p-values for which we accept the resulting fit based on a 1 ($p > 0.3173$) and 2 ($p > 0.0455$) standard deviation (σ) significance level for a normal distribution

$$p = 1 - \Phi(\mathcal{N}\sigma) = 1 - {\rm erf}(\mathcal{N}\sigma/\sqrt{2}), \tag{4.22}$$

where $\mathcal{N}\sigma$ is the number of standard deviations and Φ is the cumulative distribution function of the Gaussian distribution. We readily conclude from Table 4.2 that analyses based on the Fermi

lepton flux cannot discriminate among the various annihilation channels as the corresponding p-values are larger than 0.99, except in the case of the e^+e^- pair production, which always provides a bad fit. Taking the recent measurements of the lepton flux by AMS-02 into account [82] strongly favors quark and boson channels. The p-values quoted in Table 4.1 are larger than 0.31 for these channels whereas they are vanishingly small for the leptonic channels. For consistency in the data sets, we restrict our study in the following to the AMS-02 lepton flux for the positron fraction calculation.

4.3.2 Combination of channels

The description of DM annihilation into a single channel may be too simplistic. Indeed, in most models annihilation proceeds through a combination of channels. Here we consider this possibility. To avoid introducing many free parameters and since the spectra are rather similar for different types of quarks, we only use the $b\bar{b}$ flux to describe quark final states. To a certain extent, spectra are also similar for gauge and Higgs bosons since both decay dominantly into hadrons. Since the spectra show a dependence on the lepton flavour, we allow non-universal lepton contributions. For each case study, we use the fitting procedure described above, adding the branching fractions into specific channels as free parameters and scanning over the DM mass m_χ.

As a first example, we consider the leptophilic case corresponding to the favoured DM candidate that originally explained the PAMELA positron excess without impacting the antiproton spectrum, as pointed out by [43] and also by [53]. We find a good fit, i.e. with $\chi^2_{\rm dof} < 1$, only for a DM mass near 500 GeV with a strong dominance of the $\tau^+\tau^-$ channel and only 10% of direct annihilation into e^+e^-. This induces a sharper drop of the spectra near the last data point of AMS-02. Our results are qualitatively in agreement with what [38] have recently found. The branching ratios are similar in both analyses, with a large admixture of tau leptons, although our DM mass is much more constrained.

It is much easier to find excellent fits with $\chi^2_{\rm dof} < 1$ when allowing for some hadronic channel and this for any DM mass in the range between 0.5 and 40 TeV. The preferred cross sections range from 10^{-23} cm^3 s^{-1} for $m_\chi = 500$ GeV to 10^{-21} cm^3 s^{-1} for $m_\chi = 40$ TeV. The preferred branching fractions for the range of masses considered are displayed in Fig. 4.4. Not surprisingly the leptonic contribution strongly dominates below the TeV scale while the $b\bar{b}$ component increases with the DM mass. The corresponding annihilation cross sections $\langle\sigma v\rangle$ are represented in Fig. 4.5. Figure 4.6 shows the positron fraction corresponding to the best fit for the cross section and the branching fractions for the two sample masses of 600 GeV (left) and 20 TeV (right). The contributions of the various channels to the DM signal are also indicated.

Imposing the condition that the branching fractions into leptons are universal, while allowing for quark channels, deteriorates the fits somewhat. Nevertheless, excellent agreement is found for masses above 5 TeV and branching fractions around 20% in each lepton flavour as displayed in the left panel of Fig. 4.7. These branching fractions are typical of the minimal universal extra dimension model (mUED) although the preferred mass is larger than expected in that model from the relic density constraint [28]. The corresponding annihilation cross sections $\langle\sigma v\rangle$ are represented in the right panel of Fig. 4.7. In the left panel of Fig. 4.9 the positron fraction has been plotted for $m_\chi = 600$ GeV (dashed-dotted lines) and 20 TeV (solid lines), corresponding to $\langle\sigma v\rangle = 1.05 \cdot 10^{-23}$ cm^3 s^{-1} and $1.12 \cdot 10^{-21}$ cm^3 s^{-1}, and compared to AMS-02 data [6]. The 600 GeV DM species does not provide a good fit. The corresponding reduced χ^2 is of the order of 2. On the contrary, the 20 TeV WIMP reproduces the observations with a $\chi^2_{\rm dof}$ value of 0.6 but

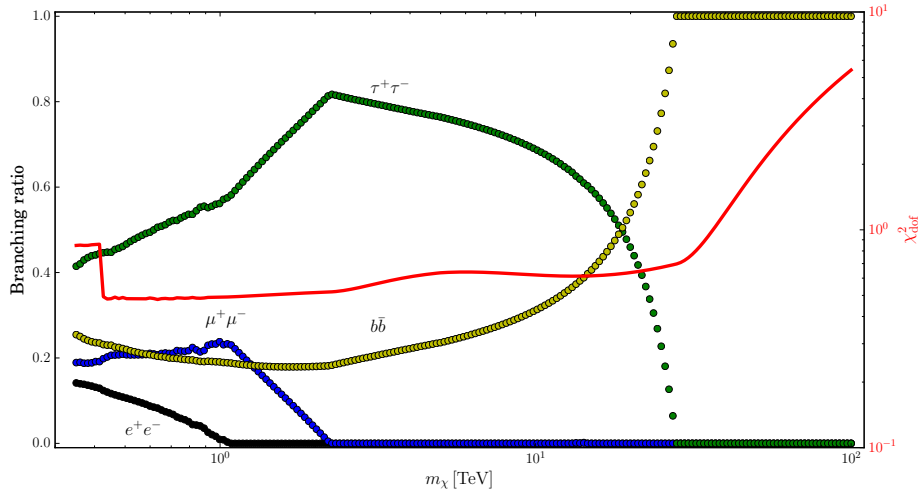

FIGURE 4.4 – Best fit for the branching fractions for each DM mass m_χ assuming only annihilations into lepton and $b\bar{b}$ pairs. The red line indicates on the right vertical axis the best $\chi^2_{\rm dof}$ value. As the DM mass exceeds the energy of the last data point, the fit improves discontinuously and the $\chi^2_{\rm dof}$ drops sharply, hence the kink in the red curve above 400 GeV. Between 20 and 30 TeV, the three lepton channels yield similar spectra in the range of positron energies that come into play in the fit. The branching ratio into $\tau^+\tau^-$ should be understood as a sum over the three lepton families.

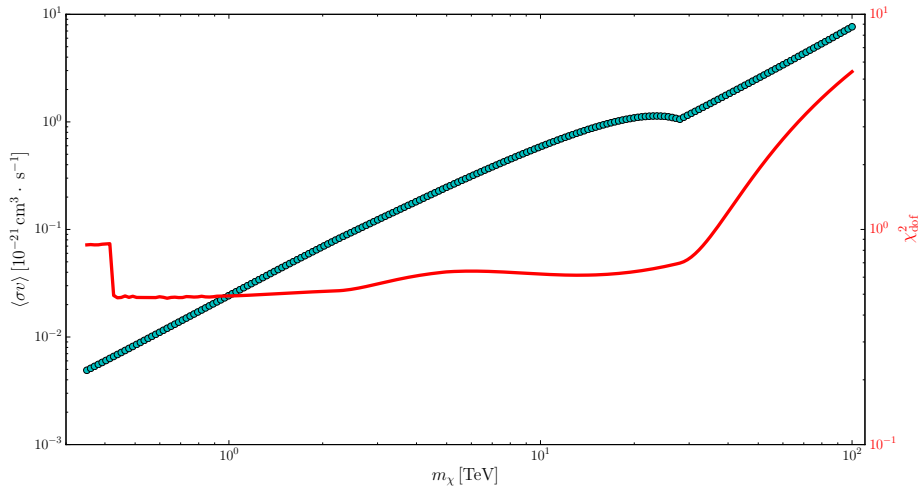

FIGURE 4.5 – Best fit for the annihilation cross sections $\langle\sigma v\rangle$ for each DM mass m_χ assuming only annihilations into lepton and $b\bar{b}$ pairs. The red line indicates on the right vertical axis the best $\chi^2_{\rm dof}$ value.

induces a sharp increase of the positron fraction above 1 TeV.

Finally allowing for any combination of the four-lepton channels allows for a very good fit to the data but only for a DM mass between 0.5 and 1 TeV. Annihilation into 4τ is by far dominant – at least 70% as featured in left panel of Fig. 4.8. Note that the $4e$ channel is subdominant and that the 4μ channel is strongly disfavoured. The positron fraction for DM masses of 600 GeV (20 TeV) and cross sections $\langle\sigma v\rangle = 7.37\cdot10^{-24}$ cm^3 s^{-1} ($2.72\cdot10^{-21}$ cm^3 s^{-1}) with branching fraction into

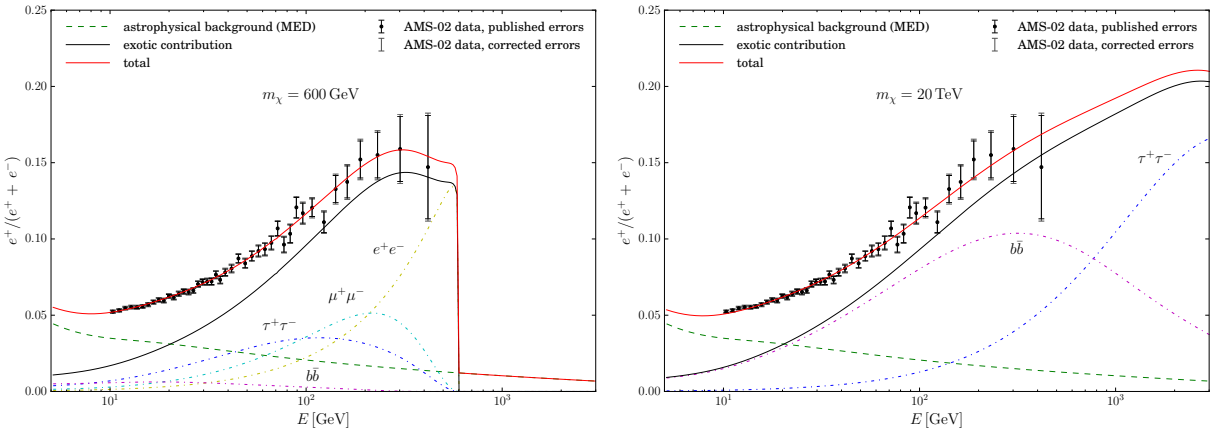

FIGURE 4.6 – Positron fraction as a function of the positron energy, for a DM mass m_χ = 600 GeV (left panel) and m_χ = 20 TeV (right panel), compared to AMS-02 data [6]. These values correspond to the cross section $\langle\sigma v\rangle$ and branching ratios into lepton and $b\bar{b}$ pairs, which best fit the positron fraction, as from Fig. 4.4 and 4.5. Both values give excellent fits with $\chi^2_{\rm dof}$ of 0.5 (left) and 0.6 (right). The branching ratio into $\tau^+\tau^-$ amounts to 50% whereas the quark contribution increases from 20% (left) to 50% (right). The e^+e^- and $\mu^+\mu^-$ channels disappear above 1 and 2 TeV, respectively. The cross section is equal to $\langle\sigma v\rangle = 1.11 \cdot 10^{-23}$ cm^3 s^{-1} (left) and $1.09 \cdot 10^{-21}$ cm^3 s^{-1} (right). The contribution of each channel to the positron fraction is also indicated.

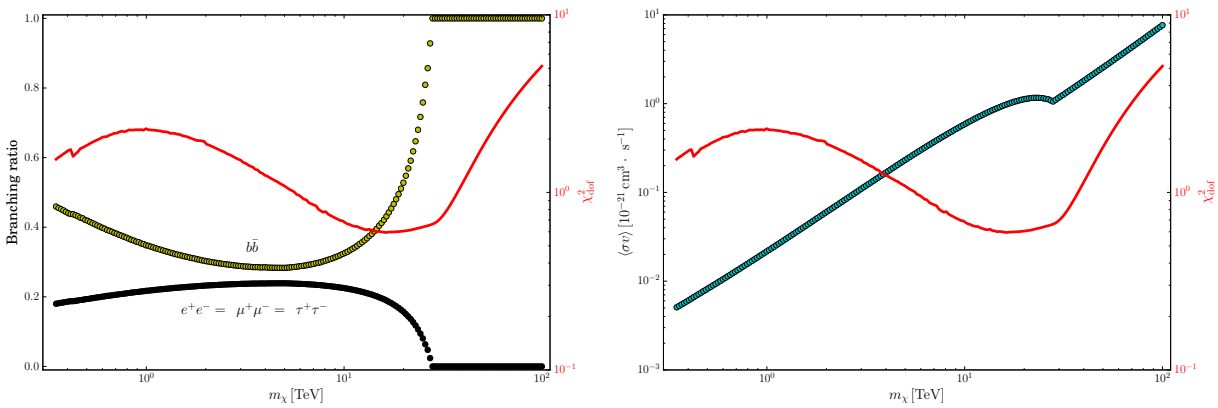

FIGURE 4.7 – The left (right) panel shows the best fit for the branching ratios (annihilation cross section $\langle\sigma v\rangle$) as a function of the DM mass m_χ, assuming annihilation into leptons and $b\bar{b}$. The red line indicates on the right vertical axis the best $\chi^2_{\rm dof}$ value. The plot is similar to Fig. 4.4 (Fig. 4.5), with the additional assumption of universal branching fractions into lepton pairs.

4τ of 75% (100%) is shown in the right panel of Fig. 4.9. For these parameters, the reduced χ^2 is respectively equal to 0.8 and 3.

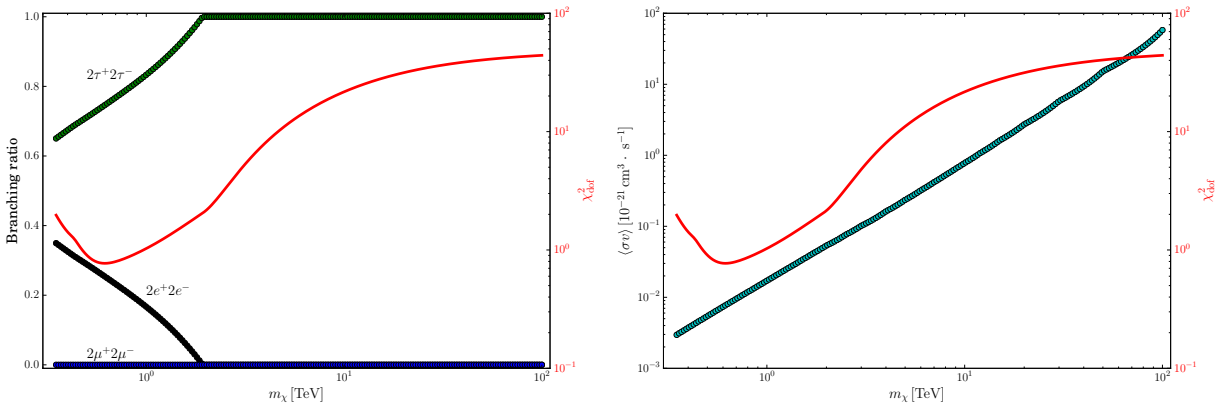

FIGURE 4.8 – The left (right) panel shows the best fit for the branching ratios (annihilation cross section $\langle\sigma v\rangle$) as a function of the DM mass m_χ, assuming annihilation into four leptons. The red line indicates the best $\chi^2_{\rm dof}$ value on the right vertical axis.

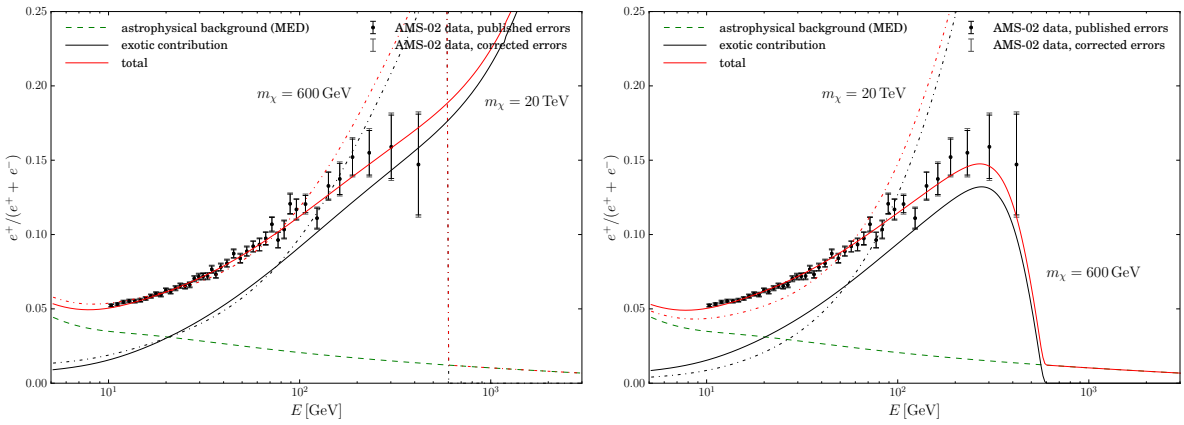

FIGURE 4.9 – The left panel corresponds to the leptons and $b\bar{b}$ channels with the additional assumption of universal branching fractions into lepton pairs. The positron fraction has been plotted for $m_\chi = 600$ GeV (dashed-dotted lines) and 20 TeV (solid lines), corresponding to $\langle\sigma v\rangle = 1.05 \cdot 10^{-23}$ cm^3 s^{-1} and $1.12 \cdot 10^{-21}$ cm^3 s^{-1}, and compared to AMS-02 data [6]. The 600 GeV DM species does not provide a good fit. The corresponding reduced χ^2 is of the order of 2. On the contrary, the 20 TeV WIMP reproduces the observations with a $\chi^2_{\rm dof}$ value of 0.6 but induces a sharp increase of the positron fraction above 1 TeV. The right panel corresponds to the four-lepton channel. The positron fraction has been plotted for $m_\chi = 600$ GeV (solid lines) and 20 TeV (dashed-dotted lines). The 600 GeV case provides a good fit with a $\chi^2_{\rm dof}$ value of 0.8 and a cross section of $7.37 \cdot 10^{-24}$ cm^3 s^{-1}. The 20 TeV WIMP mass scenario, on the contrary, barely fits the data below 50 GeV, with a reduced χ^2 larger than 3 and $\langle\sigma v\rangle = 2.72 \cdot 10^{-21}$ cm^3 s^{-1}.

4.4 The single pulsar hypothesis reinvestigated

Following [66] and [40], the aim of this section is to investigate if the rise of the positron fraction measured by AMS-02 can be explained by a single pulsar contribution. Assuming a pulsar origin for the rise of the positron fraction leads to a cumulative contribution from all detected and

yet undiscovered pulsars. Nevertheless, demonstrating that the positron fraction can be explained by a unique pulsar contribution, provides us with a valid alternative to the DM explanation of this anomaly. If the single pulsar hypothesis is viable, the whole of pulsars is capable of reproducing the experimental data. Indeed, as there is only an upper limit on the injection normalisation fW_0, adjusting fW_0 for each individual pulsar will result in even better fits when more pulsars are added. An extensive analysis has been recently performed by [51] along the same direction, with a global fit over all available electron and positron observables. However, these may be correlated with each other, and we have taken the standpoint of concentrating only on the positron fraction. We also assess the goodness of our fits using the p-value, which is an absolute statistical estimator.

4.4.1 Selection of possible pulsars : the five survivors of the ATNF catalogue

The contribution of a single pulsar is calculated using the injection spectrum given in Sec. 4.2 Eq. 4.18. The free parameters are the spectral index γ and the energy released by the pulsar through positrons fW_0, which are related to the spectral shape and normalisation, respectively. In our analysis, we assume a fictional source placed at a distance d from the Earth and of age $t_\star$. We then estimate the parameters γ and fW_0, which give the best fit to the positron fraction. We allow the spectral index γ to vary from 1 to 3 and we fix the upper limit of fW_0 to 10^{54} GeV (see Sec. 4.2). Since only close and relatively young single pulsars reproduce the experimental data well, we repeat this procedure for 2500 couples of $(d, t_\star)$ with $d < 1$ kpc and $t_\star < 1$ Myr. We perform our analysis with the benchmark set of propagation parameters MED.

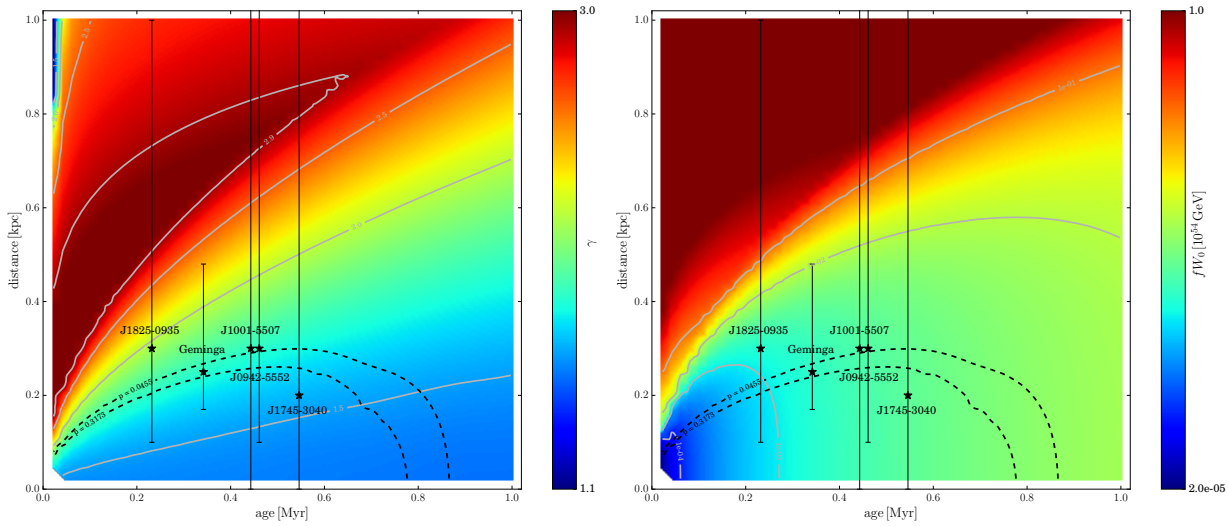

FIGURE 4.10 – Best-fit values of the spectral index γ (left panel) and the total energy carried by positrons fW_0 (right panel) for each point of the plane (age, distance) with the benchmark propagation model MED. The grey lines display the iso-contours for given values of γ (left) and $fW0$ (right). The black dashed lines represent the iso-contours of the critical p-values. The five selected pulsars with their associated uncertainty on their distance are indicated by the black stars.

The results are shown in Fig. 4.10 where the colour scale indicates the value of γ (left panel) and fW_0 (right panel). The grey lines highlight the iso-contours for given values of γ and fW_0. We observe a positive (negative) correlation between the distance (age) of the pulsar and

its injection spectral index γ. This can be explained by the fact that the free parameters of the pulsar (γ, fW_0) are predominantly determined by the well-measured low-energy shape of the positron fraction. Indeed, the positron flux between 10 and $\sim$ 100 GeV can be approximated by $\Phi_{e+}(E) \propto \exp(-d^2/\lambda_D^2)$, with the positron sphere radius $\lambda_D^2 \simeq 4K_0 t_\star \, (E/E_0)^\delta$. We can hence define a lower energy limit $E_{\min} = E_0 \, (d^2/4K_0 t_\star)^{1/\delta}$ below which the positron flux becomes negligible since the positrons have not had enough time to reach the Earth. Given a pulsar age, lengthening the distance implies, on the one hand, an increase of $E_{\min}$, i.e. the spectrum becomes harder and the best-fit value of γ larger. On the other hand, the positron flux decreases exponentially and the value of fW_0 increases consequentially. In the same way, for a fixed pulsar distance, an older source yields at the Earth positrons at lower energies and needs a smaller γ and fW_0 to reproduce the experimental data. In the special case of a very close pulsar ($d \lesssim 0.3$ kpc), the shape of the injected positron flux mildly depends on the pulsar distance and varies like $\Phi_{e+}(E) \propto \lambda_D^{-3} \propto {t_\star}^{-3/2}$. In this situation, fW_0 and the age are positively correlated.

In the same figures, the two iso-contours of the critical p-values (black dashed lines) as defined in Sec. 4.3.1 are represented. Those define the good-fit region with $\gamma \lesssim 2$ and fW_0 within the range of $[10^{49}, 10^{52}]$ GeV. These value ranges are consistent with previous studies [62, 67, 47, 66, 51]. We select the pulsars from the ATNF catalogue that fall into this good-fit region. The pulsar distance suffers from large uncertainties, which are taken into account for the pulsar selection. The uncertainty on the pulsar age is negligible due to a precise measurement of its spin and spin-down. Only five pulsars from the ATNF catalogue fulfil the goodness-of-fit criteria. The chosen pulsars and their distance uncertainties are indicated in Fig. 4.10 by black stars with error bars.

4.4.2 Results for the five pulsars

For each of these five selected pulsars we estimate the values of γ and fW_0 that best reproduce the experimental data. The results are listed in Table 4.3 with the corresponding χ^2 and p-values. The nominal age and distance (bold line) are taken from the ATNF catalogue. We also perform this procedure for their minimal (first line) and maximal distances (third line) according to the experimental uncertainty, which is not taken into account in the minimisation procedure. A further study will include this uncertainty, but it is beyond the scope of this paper. Finally, we study the contribution to the positron fraction of the well-known pulsars Monogem and Vela, and present these results in the Table.

As can be seen in Fig. 4.10, for their nominal distances, the pulsar J1745−3040 (J1825−0935) reproduces best (worst) the AMS-02 positron fraction. This is well reflected in their respective p-values. In contrast, Monogem and Vela cannot adjust the data. Because of their very young age, they are not able to contribute to the low-energy positron fraction between 10 and 50 GeV where the error bars are the smallest. For all studied pulsars, the p-values increase with decreasing distance. This can be explained by the above mentioned low-energy cut-off $E_{\min}$, which is significantly lowered and allows hence the pulsar to cover a larger part of the positron fraction. An example is given in Fig. 4.11 where the contribution of Geminga is studied for its nominal (left) and minimal (right) ATNF distance. In the case of most pulsars the fit does not converge for the maximal distance and reaches the defined limits of the free parameters. The associated χ^2 and p-values are hence not meaningful. The resulting positron fractions of the pulsars J1745−3040 (solid line), Geminga (dashed-dotted line), and Monogem (dotted line) are shown in Fig. 4.12 for their nominal distances. Because of the large error bars at high energies the contribution of

J1745−3040 reproduces well the experimental data, reflected by the good p-value, even though it does not reach the highest energy data points. As mentioned in Sec. 4.2, increasing E_C neither changes our conclusions nor modifies our list of selected pulsars.

Table 4.3 – Results for the pulsar parameters fW_0 and γ for the best fits in the single pulsar approach. Only pulsars with a p-value > 0.0455, taking their distance uncertainty into account, are listed, besides the well-known pulsars Monogem and Vela. The bold lines correspond to the nominal distance value.

Name	Age [kyr]	Distance [kpc]	fW_0 [10^{54} GeV]	γ	χ^2	$\chi^2_{\rm dof}$	p
		0	$(2.95 \pm 0.07) \cdot 10^{-3}$	1.45 ± 0.02	23.4	0.57	0.99
J1745−3040	546	**0.20**	$\mathbf{(3.03 \pm 0.06) \cdot 10^{-3}}$	$\mathbf{1.54 \pm 0.02}$	**33.6**	**0.82**	**0.79**
		1.3	1	2.54	9902	241	0
		0.17	$(1.48 \pm 0.03) \cdot 10^{-3}$	1.56 ± 0.02	26.8	0.65	0.96
J0633+1746	342	**0.25**	$\mathbf{(1.63 \pm 0.02) \cdot 10^{-3}}$	$\mathbf{1.68 \pm 0.02}$	**49.6**	**1.21**	**0.17**
Geminga		0.48	$(1.01 \pm 0.06) \cdot 10^{-2}$	2.29 ± 0.02	332	8.10	0
		0.10	$(2.28 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}$	1.48 ± 0.02	21.7	0.53	0.99
J0942−5552	461	**0.30**	$\mathbf{(2.61 \pm 0.04) \cdot 10^{-3}}$	$\mathbf{1.69 \pm 0.02}$	**61.0**	**1.49**	**0.02**
		1.1	1	2.65	7747	189	0
		0	$(2.13 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}$	1.46 ± 0.02	19.8	0.48	0.99
J1001−5507	443	**0.30**	$\mathbf{(2.49 \pm 0.03) \cdot 10^{-3}}$	$\mathbf{1.70 \pm 0.02}$	**62.4**	**1.52**	**0.02**
		1.4	1	2.46	13202	322	0
		0.1	$(0.80 \pm 0.02) \cdot 10^{-3}$	1.52 ± 0.02	21.0	0.51	0.99
J1825−0935	232	**0.30**	$\mathbf{(1.45 \pm 0.03) \cdot 10^{-3}}$	$\mathbf{1.94 \pm 0.02}$	**126**	**3.07**	**0**
		1.0	1	2.64	12776	312	0
		0.25	$(1.06 \pm 0.05) \cdot 10^{-3}$	2.18 ± 0.02	216	5.27	0
J0659+1414	111	**0.28**	$\mathbf{(2.53 \pm 0.16) \cdot 10^{-3}}$	$\mathbf{2.37 \pm 0.02}$	**316**	**7.71**	**0**
Monogem		0.31	$(7.96 \pm 0.61) \cdot 10^{-3}$	2.58 ± 0.02	444	10.8	0
		0.26	$(2.53 \pm 0.08) \cdot 10^{-1}$	3	14316	349	0
J0835+4510	11.3	**0.28**	$\mathbf{(3.90 \pm 0.14) \cdot 10^{-1}}$	**3**	**14982**	**365**	**0**
Vela		0.3	$(6.00 \pm 0.26) \cdot 10^{-1}$	3	15446	377	0

4.4.3 What happens when we get more statistics ?

We can now investigate how the list of selected pulsars would change if AMS-02 publishes a positron fraction in ten years with more statistics. To estimate the new error bars, we assume that the number of events follows a Gaussian distribution in each bin. This is a reasonable assumption since the last bin already contains 72 positrons. Therefore, the statistical uncertainty $\sigma_{\rm stat}$ decreases with time t as $\sigma_{\rm stat} \propto 1/\sqrt{t}$. The systematic uncertainty $\sigma_{\rm syst}$ is here assumed to be constant with time. The uncertainty on the lepton flux is expected to follow the same variation with time as that on the positron fraction. Accordingly, the total uncertainty in each energy bin is multiplied by the reduction factor $RF(t)$ defined as :

$$RF(t) = \sqrt{\frac{\sigma^2_{\rm stat,\,AMS}\,\dfrac{t_0}{t} + \sigma^2_{\rm syst,\,AMS}}{\sigma^2_{\rm stat,\,AMS} + \sigma^2_{\rm syst,\,AMS}}}, \tag{4.23}$$

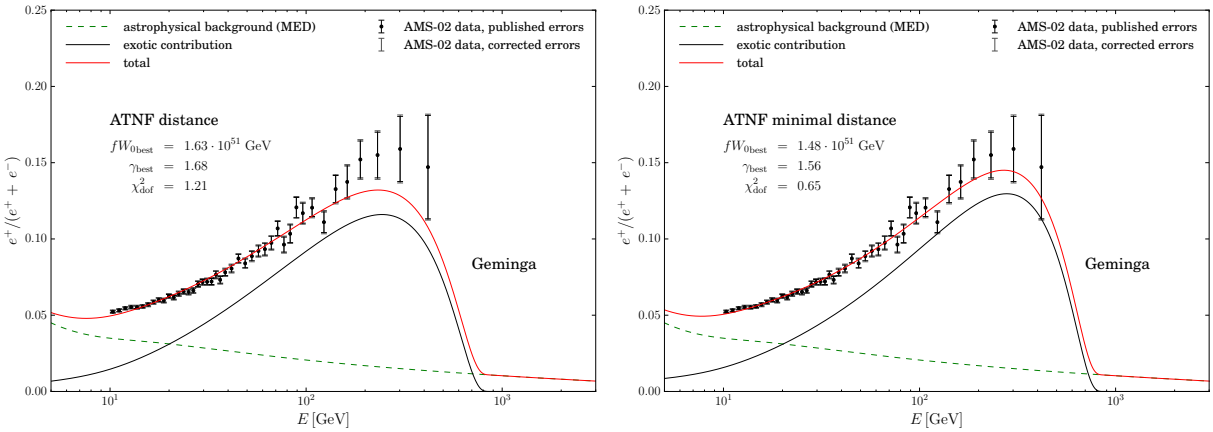

FIGURE 4.11 – Positron fraction for the best fits for the pulsar Geminga considering the nominal (left panel) and minimal (right panel) distances. The spectral index γ at the source decreases with the pulsar distance. The positron flux becomes harder and better fits the highest-energy data points.

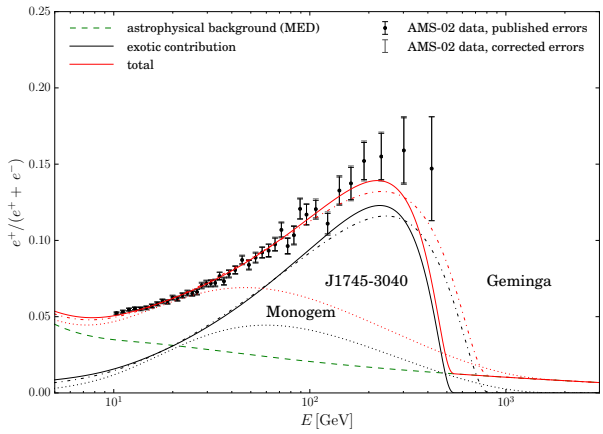

FIGURE 4.12 – Positron fraction for the best fits for the pulsars J1745-3040 (solid line), Geminga (dashed-dotted line), and Monogem (dotted line) with the propagation model MED.

where $\sigma_{\text{stat, AMS}}$ and $\sigma_{\text{syst, AMS}}$ are the statistical and systematic uncertainties, while $t_0 = 2.47$ yr stands for the data taking time of the published AMS-02 data, to be compared to the time t of the assumed data collection (10 years).

In Fig. 4.13 the same analysis as in Sec. 4.4.1 and Fig. 4.10 is performed. Since the mean value of the positron fraction does not change, the colour variations of Fig. 4.10 and 4.13 are the same. However, the good-fit regions defined by the iso-contours of the p-values drastically shrink. Thus, if the tendency of the positron fraction remains similar, the single pulsar hypothesis would be excluded by our criterion. The currently allowed five pulsars benefit from the large statistical uncertainties of the last bins.

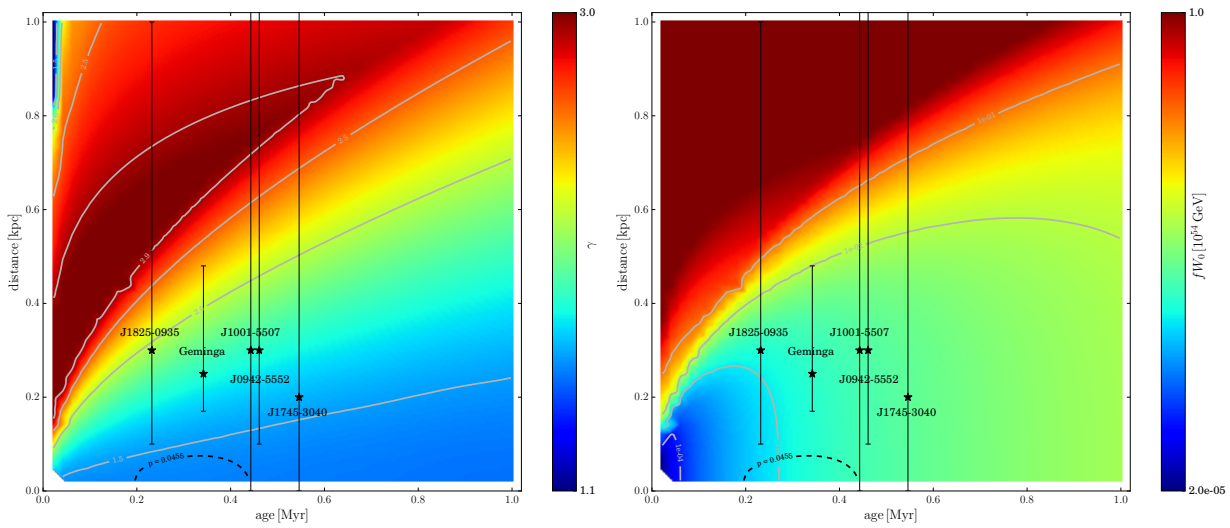

FIGURE 4.13 – Same as Fig. 4.10 but with ten years of measurements of the positron fraction by AMS-02.

4.5 The effect of cosmic ray propagation uncertainties

In Secs. 4.3 and 4.4 we studied the constraints on an additional contribution of DM or a single pulsar to the positron fraction measured by the AMS-02 experiment above 10 GeV. These constraints have been obtained by modelling the expected positron flux with the cosmic ray diffusion benchmark model MED defined in [52]. However, the transport mechanisms of Galactic cosmic rays are still poorly understood. The uncertainties on cosmic ray transport parameters are not negligible and have a major impact on searches for new physics. To take these uncertainties into account and to study their effect on modelling the positron fraction with an additional contribution, we use a set of 1623 combinations of the transport parameters $\{\delta, K_0, L, V_c, V_A\}$. These parameter sets result from a secondary-to-primary ratio analysis [69] where 26 data points of the boron-to-carbon (B/C) ratio were fitted over the energy range from 0.1 to 35 GeV/n leading to a χ^2 less than 40. The advantage of choosing this study over more recent studies [75, 46, 81] are the wider and more conservative ranges of the transport parameters. In addition, the benchmark models MIN, MED, and MAX of [52], widely used in the DM literature, are based on the parameters found in [69].

In the following, we extrapolate these models to higher energies without taking any contribution from secondaries accelerated in nearby sources into account [31, 70]. We furthermore marginalise over V_c and V_A since the reaccelerating and convection processes are negligible at higher energies and are not taken into account in our positron flux calculation. Finally, we only show the $\chi\chi \to b\bar{b}$ channel and the pulsar J1745-3040 as an example to highlight the correlations between the transport parameters and the parameters necessary to model the additional exotic contribution to the positron fraction at higher energies.

4.5.1 Which transport parameters give a good fit ?

For each set of transport parameters, we fit the positron fraction to find the best combination of $\{\langle\sigma v\rangle, m_\chi\}$ or $\{fW_0, \gamma\}$ for the DM and pulsar contributions, respectively. We calculate the p-

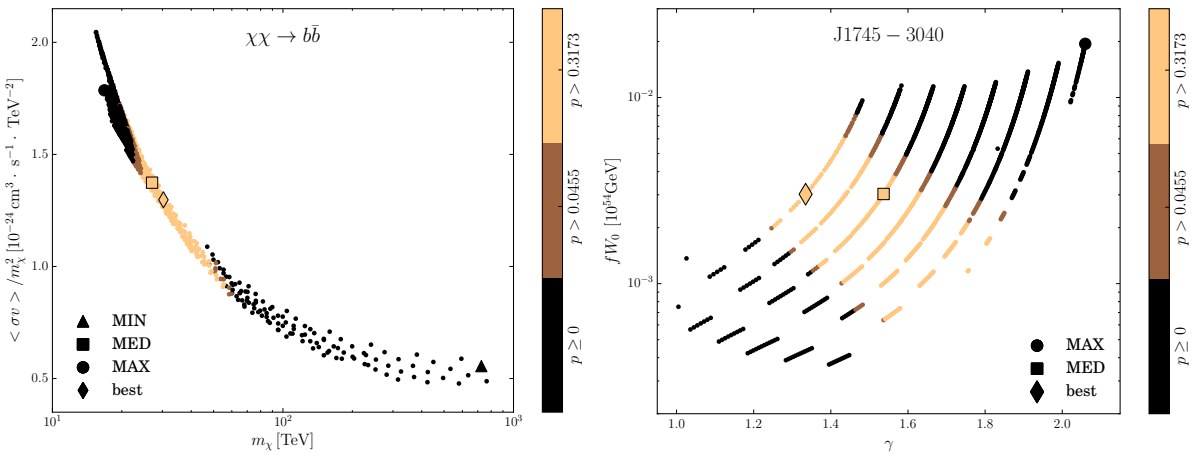

FIGURE 4.14 – p-value distributions of the 1623 transport parameter sets for the DM $\{m_\chi, \langle\sigma v\rangle/m_\chi^2\}$ (left plot) and the pulsar $\{\gamma, fW0\}$ (right plot) parameters. The colour coding represents the increasing p-value from darker to lighter colours. The benchmark models MIN, MED, and MAX are represented with a triangle, square, and circle symbol, respectively. In addition, the best transport parameter set is highlighted with a diamond symbol.

value given in formula 4.22 to determine for which transport parameter set the modelled sum of secondary and exotic contributions reproduce well the positron fraction measured by AMS-02. In Fig. 4.14, the p-value distributions of the 1623 transport parameter sets for the DM $\{m_\chi, \langle\sigma v\rangle/m_\chi^2\}$ (left plot) and the pulsar $\{\gamma, fW0\}$ (right plot) parameters are shown. The colour coding represents the increasing p-value from darker to lighter colours, which is binned into the three defined p-value ranges :

1. $p > 0.3173$: the modelled positron fraction reproduces the experimental data very well (yellow dots),
2. $0.0455 < p \leq 0.3173$: the modelled positron fraction reproduces the experimental data well enough (brown dots),
3. $p \leq 0.0455$: the modelled positron fraction reproduces the experimental data (black dots) badly. It is excluded for the final results.

The benchmark models MIN, MED, and MAX are represented with a triangle, square, and circle symbol, respectively. In addition, the best transport parameter set is highlighted with a diamond symbol. For the pulsar J1745-3040 some transport models resulting in a very low and unphysical γ values were excluded from the analysis, including the benchmark model MIN. The criterion of goodness-of-fit defined above reduces the number of transport parameter sets considered from 1623 to a few hundred. In general, the benchmark models MIN (triangle) and MAX (filled circle) are disfavoured by the experimental data. We observe on these figures that the transport parameters are strongly correlated with the DM and pulsar parameters. We discuss these correlations in the following section.

4.5.2 Correlations between parameters

Figures 4.15 and 4.16 show the best fit for each transport parameter set (coloured dot) in the $\langle\sigma v\rangle/m_\chi^2 - m_\chi$ (left plots) and $\gamma - fW_0$ (right plots) planes, representing the correlations between

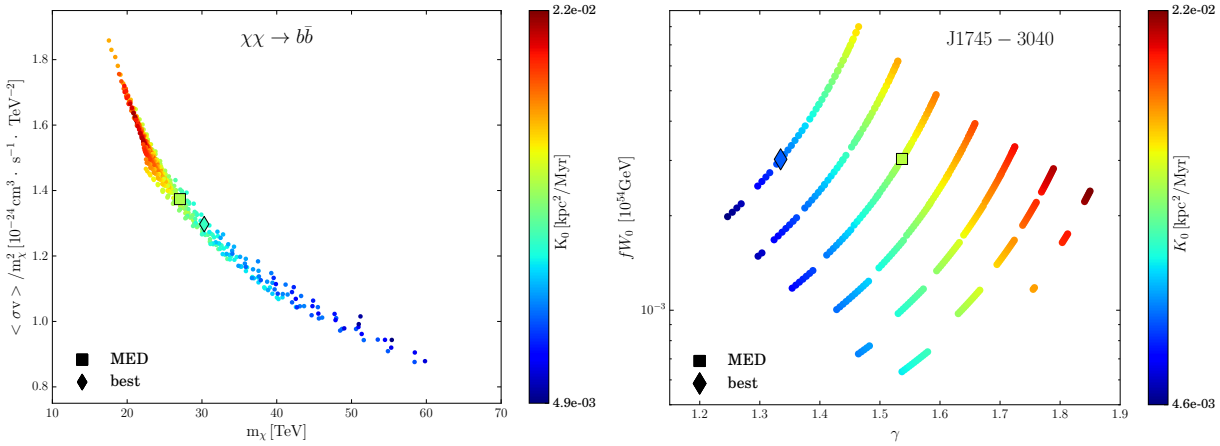

FIGURE 4.15 – Surviving transport parameter sets' K_0 distributions for the DM $\{m_\chi, \langle\sigma v\rangle/m_\chi^2\}$ (left plot) and the pulsar $\{\gamma, fW_0\}$ (right plot) parameters. The colour coding represents the increasing K_0 value from blue to red. The benchmark model MED is represented with a square. In addition, the best transport parameter set is highlighted with a diamond symbol.

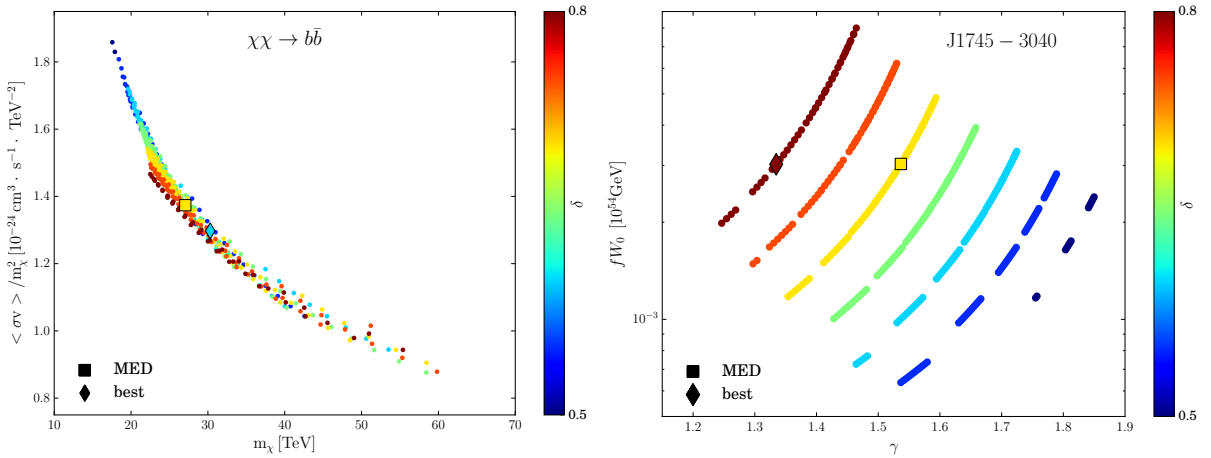

FIGURE 4.16 – Surviving transport parameter sets' δ distributions for the DM $\{m_\chi, \langle\sigma v\rangle/m_\chi^2\}$ (left plot) and the pulsar $\{\gamma, fW_0\}$ (right plot) parameters. The colour coding represents the increasing δ value from blue to red. The benchmark model MED is represented with a square. In addition, the best transport parameter set is highlighted with a diamond symbol.

the transport parameters and DM or pulsar parameters. Plotting $\langle\sigma v\rangle/m_\chi^2$ instead of $\langle\sigma v\rangle$ allows us to clearly see the correlations. The colour indicates the value of a given transport parameter (K_0 in Fig. 4.15, δ in Fig. 4.16) from lower (blue) to higher (red) values. One can clearly see a strong correlation between the transport and DM or pulsar parameters showing a huge impact on the best-fit values for the considered free parameters.

The main correlations are due to the normalisation and the shape of the fluxes. Indeed, $\langle\sigma v\rangle/m_\chi^2$ and fW_0 are related to the number of positrons injected in the MH, whereas the amount of produced secondary particles is inversely proportional to the diffusion length λ_D (see Eq. 4.7) and is hence negatively correlated with K_0. If enough secondary particles are created, we need fewer particles through DM or pulsar injection and vice-versa. For the DM candidate, $\langle\sigma v\rangle/m_\chi^2$ increases with K_0 as shown in the left panel of Fig. 4.15. In the case of the J1745−3040 pulsar, that

trend is reinforced by the fact that given the small distance of the source, the positron flux scales as $\lambda_D^{-3} \propto K_0^{-3/2}$. We observe hence a strong positive correlation between fW_0 and K_0 in the right panel of Fig. 4.15. The spectral index of the diffusion coefficient δ modifies the high energy shape of the secondary positron flux. A lower (higher) value of $\delta < 0.5$ ($\delta > 0.5$) has a harder (softer) spectrum and therefore allows for a DM induced contribution at smaller (higher) DM masses m_χ. This trend is clearly visible in the left panel of Fig. 4.16. The correlation between $\langle\sigma v\rangle/m_\chi^2$ and m_χ is due to the form of the DM spectrum and varies from channel to channel. For pulsars, the primary positron flux behaves as $fW_0/E^{(\gamma+3\delta/2)}$. This scaling accounts for the positive (negative) correlation between fW_0 (γ) and the spectral index δ observed in the right panel of Fig. 4.16.

In each of the above figures, the best transport parameter set (highest p-value) is shown (diamond symbol) for the $\chi\chi \to b\bar{b}$ channel and the pulsar J1745−3040. In the same way, we also extract the best set of parameters for the other studied DM annihilation channels and pulsars. The results are summarised in Tab. 4.4 and 4.5. In each case, independent of the primary positron source, we can find a set of parameters that better describes the experimental data than the benchmark model MED. Moreover, in the framework of our analysis, the experimental data favour small halo sizes ($L \lesssim 3.5$ kpc). Eventually, taking the uncertainties into account of the propagation parameters does not change the discrepancy between the AMS-02 data and the modelled positron fraction, neither for the electron DM annihilation channel nor for the Monogem and Vela pulsars.

Table 4.4 – Best fits for specific DM annihilation channels assuming the best propagation parameter set. The recently published positron fraction [6] and the AMS-02 lepton spectrum [82] are used to derive the χ^2, as in formula (4.20). The p-value, indicated in the last column, is defined in formula (4.22).

Channel	m_χ [TeV]	$<\sigma v>$ [cm^3 s^{-1}]	K_0 [kpc^2 Myr^{-1}]	L [kpc]	δ	χ^2	$\chi^2_{\rm dof}$	p
e	0.350 ± 0.001	$(1.88 \pm 0.03) \cdot 10^{-24}$	0.00405	1.5	0.70	682	16.6	0
μ	0.422 ± 0.018	$(3.99 \pm 0.30) \cdot 10^{-24}$	0.00540	2.0	0.70	99.2	2.42	$9.8 \cdot 10^{-7}$
τ	1.26 ± 0.07	$(3.47 \pm 0.31) \cdot 10^{-23}$	0.00670	2.0	0.65	24.1	0.59	0.98
u	33.7 ± 3.3	$(1.61 \pm 0.24) \cdot 10^{-21}$	0.00930	2.0	0.60	18.1	0.44	0.99
b	30.3 ± 2.7	$(1.19 \pm 0.16) \cdot 10^{-21}$	0.00910	2.0	0.60	17.7	0.43	0.99
t	50.8 ± 4.1	$(2.39 \pm 0.30) \cdot 10^{-21}$	0.00775	2.5	0.70	17.7	0.43	0.99
Z	20.0 ± 1.3	$(9.65 \pm 1.01) \cdot 10^{-22}$	0.00675	3.0	0.75	17.7	0.43	0.99
W	17.5 ± 0.1	$(8.40 \pm 0.90) \cdot 10^{-22}$	0.00675	3.0	0.75	17.6	0.43	0.99
H	31.7 ± 2.2	$(1.26 \pm 0.14) \cdot 10^{-21}$	0.00690	3.0	0.75	17.6	0.43	0.99
$\phi \to e$	0.350 ± 0.005	$(1.31 \pm 0.02) \cdot 10^{-24}$	0.00440	2.0	0.65	143	3.48	0
$\phi \to \mu$	0.763 ± 0.034	$(7.77 \pm 0.56) \cdot 10^{-24}$	0.00660	2.0	0.65	44.7	1.09	0.32
$\phi \to \tau$	2.43 ± 0.13	$(6.80 \pm 0.61) \cdot 10^{-23}$	0.00680	2.0	0.65	22.9	0.56	0.99

4.5.3 Comparison of systematic and statistical uncertainties

The goodness-of-fit criterion ($p > 0.0455$) allows us to select the parameter sets that describe the experimental data reasonably well. The spread of these parameter sets shown in Fig. 4.17 (black dots) in the $\langle\sigma v\rangle - m_\chi$ and $\gamma - fW_0$ planes therefore represents the systematic uncertainty of the determination of $\langle\sigma v\rangle$ and m_χ as well as γ and fW_0. Compared to the statistical uncertainties

TABLE 4.5 – Best fits for the five pulsars selected in Sec. 4.4.1 as well as Monogem and Vela in the single pulsar approach, assuming the best propagation parameter set. The pulsar ages and distances are the nominal values taken from the ATNF catalogue. The recently published positron fraction [6] and the AMS-02 lepton spectrum [82] are used to derive the χ^2, as in formula (4.20). The p-value, indicated in the last column, is defined in formula (4.22).

Name	Age [kyr]	Distance [kpc]	fW0 [10^{54} GeV]	γ	K_0 [kpc^2 Myr^{-1}]	L [kpc]	δ	χ^2	$\chi^2_{\rm dof}$	p
J1745−3040	546	0.20	$(3.02 \pm 0.08) \cdot 10^{-3}$	1.33 ± 0.01	0.00647	3.5	0.80	21.6	0.53	0.99
J0633+1746 *Geminga*	342	0.25	$(6.29 \pm 0.08) \cdot 10^{-4}$	1.74 ± 0.02	0.00850	2.0	0.60	18.0	0.44	0.99
J0942−5552	461	0.30	$(3.02 \pm 0.08) \cdot 10^{-3}$	1.34 ± 0.01	0.00647	3.5	0.80	21.6	0.53	0.99
J1001−5507	443	0.30	$(3.02 \pm 0.08) \cdot 10^{-3}$	1.34 ± 0.01	0.00647	3.5	0.80	21.6	0.53	0.99
J1825−0935	232	0.30	$(1.08 \pm 0.07) \cdot 10^{-3}$	2.18 ± 0.02	0.00802	1.5	0.55	23.0	0.56	0.99
J0659+1414 *Monogem*	111	0.28	$(6.20 \pm 0.01) \cdot 10^{-2}$	3.00	0.00590	1.0	0.55	63.7	1.6	0.01
J0835+4510 *Vela*	11.3	0.28	1.00	2.49 ± 0.04	0.00335	1.0	0.65	3453	84	0

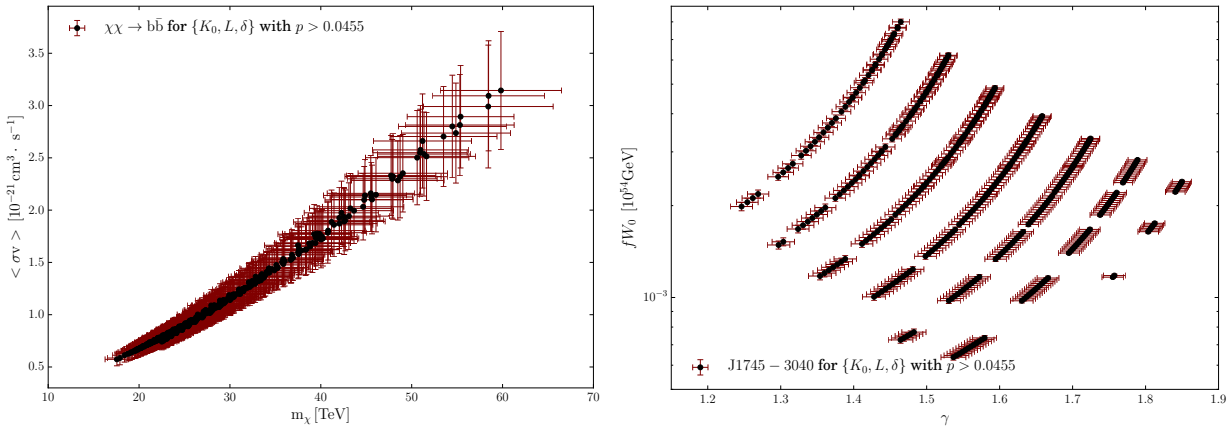

FIGURE 4.17 – Best-fit values of the surviving transport parameter sets for the DM $\{m_\chi, \langle\sigma v\rangle\}$ (left plot) and the pulsar $\{\gamma, fW0\}$ (right plot) parameters. The error bars represent the errors on the fit parameter resulting from the statistical uncertainty on the experimental data.

of these parameters because of the errors of the experimental data (red crosses), the systematic uncertainties dominate completely their determination. A perfect knowledge of the distance and age of the pulsar is assumed : in reality, this is not the case and would lead to larger uncertainties. The inclusion of the uncertainties on the pulsar distance is beyond the scope of this paper and will be considered in a follow-up study. To better estimate the transport parameters and reduce their impact on the study of an additional contribution to the positron fraction, more precise measurements of secondary-to-primary ratios over a large energy range are needed.

4.5.4 How can the positron fraction constrain the diffusive halo size ?

The B/C ratio is sensitive to the matter density in the Galactic disc, which is related to L/K_0. This degeneracy can be broken by an observable, which is sensitive to only one of the two parameters. In general, one uses radioactive secondary-to-stable secondary ratios, such as ^{10}Be/^{9}Be.

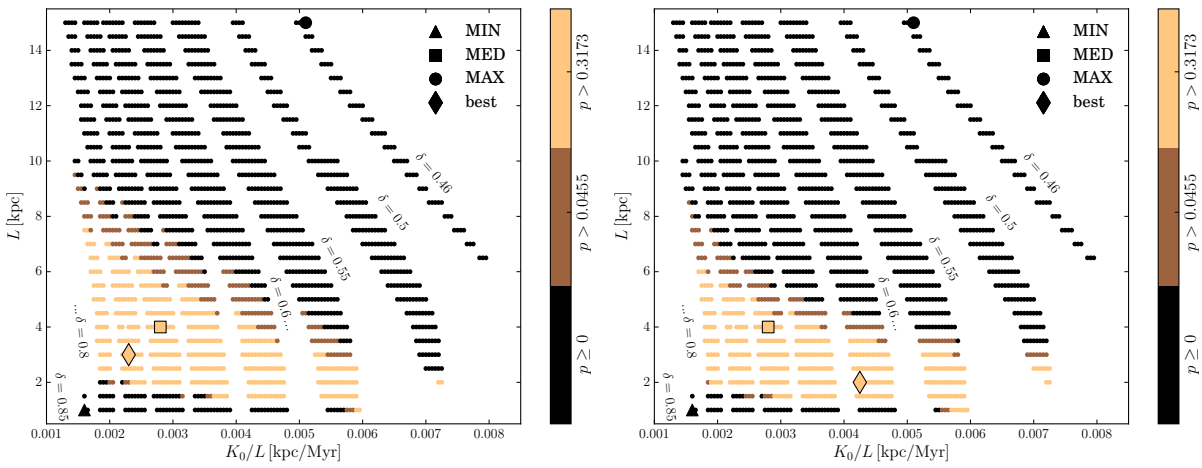

FIGURE 4.18 – For each transport parameter set, represented in the $K_0/L - L$ plane, the best p-value distributions of all the 12 channels (five pulsars) are shown in the left (right) plot. The colour coding represents the increasing p-value from darker to lighter colours. The benchmark models MIN, MED, and MAX are represented with a triangle, square, and circle symbol, respectively. In addition, the best transport parameter set is highlighted with a diamond symbol.

The radioactive secondaries decay before they can reach the edge of the Galaxy and escape. Their modelling is hence independent of the Galactic diffusive halo size L. Because of a lack of precise measurements over a sufficient large energy range up to now, the halo size is still not estimated well. Recently, [63] demonstrated that low-energetic secondary positrons can directly constrain diffusion models with small haloes and large spectral indices due to very high energy losses and hence small diffusion lengths. Besides the availability of very precise positron data over a large energy range, this method is less sensitive to the modelling of the local interstellar medium compared to the standard approach. In this study, only a secondary positron spectrum was used. We propose to extend the analysis by considering here an additional contribution to the positron fraction from DM annihilation or pulsars as well as taking their different spectral shapes into account.

Figure 4.18 shows the 1623 transport parameter sets in the (K_0/L, L) plane. As before, we divide the sets into three different bins of p-values obtained by a fit with a contribution from either a given DM channel or a single pulsar. For each transport parameter set, we choose the best p-value from all the 12 (five) channels for the DM (single pulsar) contribution considered in this analysis. In both cases, very small ($L \lesssim 2$ kpc) and very big halo sizes ($L \gtrsim 7$ kpc) as well as small diffusion slopes ($\delta \lesssim 0.5$) are disfavoured by the experimental data due to the different spectral features at high energies of the additional contribution. In our analysis, the benchmark models MIN and MAX are largely disfavoured by the experimental data. However these constraints are model dependent since they are sensitive to the shape of the additional contribution.

4.6 Discussion and conclusions

This analysis aimed at testing the DM and pulsar explanations of the cosmic ray positron anomaly with the most recent available AMS-02 data. A first very important observation that we made is the sensitivity of the results to the lepton flux Φ_L used in the derivation of the positron fraction. This is particularly obvious from the comparison between Tables 4.1 and 4.2 where

the DM hypothesis is investigated. The improved accuracy of AMS-02 on the lepton flux now excludes channels previously allowed when small χ^2 values were still easily obtained.

As regards the DM analysis, we first performed a χ^2 minimization analysis for each single channel and found that leptons are strongly disfavoured by the recent AMS-02 data. Lepton pairs never provide a good fit, although the situation slightly improves for secluded DM candidates whose annihilations into four leptons proceed through light vector or scalar mediators. On the contrary, the measurements are well explained in the case of quarks and gauge or Higgs bosons, with a preferred DM mass between 10 and 40 TeV, and a large annihilation cross section of the order of 10^{-21} cm^3 s^{-1}. These large DM annihilation rates, however, also yield gamma rays, antiprotons, and neutrinos for which no evidence has been found so far. In particular, the upper limits on the DM annihilation cross section for a given mass and annihilation channel obtained from the observations of dwarf spheroidal galaxies challenge the DM interpretation of the positron anomaly. For example, the best fit values given in Table 4.1 for the $\tau^+\tau^-$, $b\bar{b}$, and W^+W^- channels assuming the MED propagation parameters are all excluded by one order of magnitude by Fermi-LAT combined analysis of dwarf galaxies [10], VERITAS [21], and MAGIC [20] observations of Segue 1, as well as by the recent results of the H.E.S.S. collaboration [4] on Sagittarius and other dwarf galaxies. As mentioned in the introduction, measurements of the CMB temperature and polarisation allows us to put constraints on the annihilation cross section of DM. For example, for $m_\chi = 1$ TeV, cross sections larger than roughly 5×10^{-24} cm^3 s^{-1} are excluded [60] for a value of the energy injected typical of DM annihilation into $\tau^+\tau^-$ [79], thus constraining our best-fit single-channel scenarios. The Higgs and the four-tau channels, for which dwarf galaxies do not provide any information, are excluded by [45] from their CMB analysis. The IceCube neutrino observatory has also derived upper limits on the DM annihilation cross section in different channels. Those are especially stringent at high masses, however they are only in tension with the positron anomaly best fit with MED propagation parameters when DM annihilates into W^+W^- [1]. In summary, we have not found a single channel case that accounts for the positron data and still survives the severe tests presented above.

Combining the leptonic channels together lessens the tension with the data only for a DM mass of 500 GeV. The limits set by MAGIC from Segue 1 and Fermi-LAT from dwarf galaxies are, however, a factor 7 to 10 below the required annihilation cross section into $\tau^+\tau^-$ pairs and exclude a pure leptonic mixture. Adding b quarks significantly improves the fit and allows us to accomodate DM masses from 500 GeV up to 40 TeV. However, the observations of Segue 1 by MAGIC set stringent constraints on that possibility. DM species up to 20 TeV are excluded because of their large branching ratios into $\tau^+\tau^-$ pairs, whereas heavier particles exceed the upper limit set on the annihilation cross section into b quarks. Inspired by universal extra dimension models, we also impose equal branching ratios for the three lepton families while allowing a b quark admixture. Excellent agreement with the data is found for a DM mass between 5 and 40 TeV. Once again, dwarf satellites severely constrain that possibility, which is excluded by at least one order of magnitude by the recent analyses by MAGIC and [4]. The case where DM annihilates into four leptons is much less constrained by dwarf galaxies. Only H.E.S.S. and VERITAS analysed that possibility for the electron and muon channels, but no limit has been derived so far on DM annihilating into 4τ. This case is nevertheless constrained by the CMB analysis of [45]. A combination between the four-tau (75%) and four-electron (25%) channels turns out to provide a good fit to the AMS-02 data for a DM mass between 0.5 and 1 TeV, and evades the above mentioned bounds. This is the only viable case where a DM species accounts for the positron anomaly while satisfying all known constraints from gamma ray or cosmological measurements.

The corresponding positron signal is featured in the right panel of Fig. 4.8 for a 600 GeV DM particle.

In the same way, we have shown that the rise of the positron fraction can be alternatively explained by an additional contribution from a single pulsar. Indeed, five pulsars from the ATNF catalogue have been identified to satisfy the experimental measurements within their distance uncertainties. For all the selected pulsars we obtain an excellent fit result even though the adjustment of the last few high-energy data points is unsatisfactory. However, this can be improved by decreasing the pulsar distance within its uncertainty. AMS-02 is expected to take data for more than ten years reducing considerably its statistical uncertainties especially for the highest energies. If the trend of the positron fraction remains the same, our analysis shows that ten years of data could completely exclude the single pulsar hypothesis. Naturally, assuming a pulsar origin for the positron fraction rise leads to a cumulative contribution from all detected and yet undiscovered pulsars. Nevertheless, demonstrating that the positron fraction can be explained by a unique pulsar contribution provides us with a valid alternative to the DM explanation of this anomaly. As a matter of fact, if the single pulsar hypothesis is viable, the entirety of detected pulsars is hence capable of reproducing the experimental data. However, since the normalisation of the pulsar source term and the annihilation cross-section of dark matter are treated as free parameters, both pulsars and dark matter could contribute to the positron anomaly.

The above conclusions were drawn assuming a given set of cosmic ray transport parameters derived from the boron-to-carbon analysis of [69] and dubbed MED in [52]. However, the transport mechanisms of charged cosmic rays are still poorly understood, necessitating the inclusion of their uncertainties in the studies of the rise of the positron fraction. In this work, we use 1623 different transport parameter sets, all in good agreement with nuclear measurements. We observe that the error arising from the propagation uncertainties is much larger than the statistical uncertainty on the fitted parameters. In conclusion, the ignorance of the exact transport parameter values is the main limitation of such analyses. Henceforth, the study of cosmic ray propagation should be the main focus of future experiments.

We have used the recent positron fraction measurement performed by the AMS-02 collaboration [6]. However, AMS-02 recently published a new measurement of the electron and positron fluxes [17] up to an energy of 700 and 500 GeV, respectively [1]. We intend to repeat this analysis using the positron flux to check that our conclusions hold as they should. Modelling the positron energy losses differently, changing the primary proton and helium fluxes, as well as taking the actual gas distribution into account in the Galactic disc may also have an impact that needs to be assessed.

Acknowledgements We would like to thank P. Serpico for his kind help in the first stages of this work and for enlightening discussions. We are also greatly indebted to G. Giesen and M. Cirelli who have helped us with the four-lepton spectra from WIMP annihilation. Funding and research infrastructure acknowledgements :

* French Institut universitaire de France (IUF) [work of MB and PS],
* French national research agency ANR under contract 12-BS05-0006 DMAstroLHC,
* *Investissements d'avenir*, Labex ENIGMASS.

1. During the refereeing process of this paper, the AMS-02 collaboration published the all lepton flux [19]. Since the final flux is consistent with the preliminary flux used here [82], the results and conclusions of our analysis hold.

Bibliographie

[1] M. G. Aartsen, R. Abbasi, Y. Abdou, M. Ackermann, J. Adams, J. A. Aguilar, M. Ahlers, D. Altmann, J. Auffenberg, X. Bai, and et al. IceCube search for dark matter annihilation in nearby galaxies and galaxy clusters. *Physical Review D*, 88(12) :122001, December 2013.

[2] K. N. Abazajian and J. P. Harding. Constraints on WIMP and Sommerfeld-enhanced dark matter annihilation from HESS observations of the galactic center. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 1 :41, January 2012.

[3] A. A. Abdo et al. Constraints on cosmological dark matter annihilation from the Fermi-LAT isotropic diffuse gamma-ray measurement. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 4 :14, April 2010.

[4] A. Abramowski, F. Aharonian, F. Ait Benkhali, A. G. Akhperjanian, E. Angüner, M. Backes, S. Balenderan, A. Balzer, and et al. Search for dark matter annihilation signatures in H.E.S.S. observations of Dwarf Spheroidal Galaxies. *ArXiv e-prints*, October 2014.

[5] A. Abramowski et al. Search for a Dark Matter Annihilation Signal from the Galactic Center Halo with H.E.S.S. *Physical Review Letters*, 106(16) :161301, April 2011.

[6] L. Accardo et al. High Statistics Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5-500 GeV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Phys.Rev.Lett.*, 113 :121101, 2014.

[7] M. Ackermann et al. Fermi LAT observations of cosmic-ray electrons from 7 GeV to 1 TeV. *Physical Review D*, 82(9) :092004, November 2010.

[8] M. Ackermann et al. Constraining Dark Matter Models from a Combined Analysis of Milky Way Satellites with the Fermi Large Area Telescope. *Physical Review Letters*, 107(24) :241302, December 2011.

[9] M. Ackermann et al. Constraints on the Galactic Halo Dark Matter from Fermi-LAT Diffuse Measurements. *Astrophysical Journal*, 761 :91, December 2012.

[10] M. Ackermann et al. Dark Matter Constraints from Observations of 25 Milky Way Satellite Galaxies with the Fermi Large Area Telescope. *ArXiv e-prints*, October 2013.

[11] O. Adriani, G.C. Barbarino, G.A. Bazilevskaya, R. Bellotti, M. Boezio, et al. A new measurement of the antiproton-to-proton flux ratio up to 100 GeV in the cosmic radiation. *Phys.Rev.Lett.*, 102 :051101, 2009.

[12] O. Adriani, G.A. Bazilevskaya, G.C. Barbarino, R. Bellotti, M. Boezio, et al. Measurement of the flux of primary cosmic ray antiprotons with energies of 60-MeV to 350-GeV in the PAMELA experiment. *JETP Lett.*, 96 :621–627, 2013.

[13] O. Adriani et al. An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100GeV. *Nature*, 458 :607–609, April 2009.

[14] O. Adriani et al. PAMELA results on the cosmic-ray antiproton flux from 60 MeV to 180 GeV in kinetic energy. *Phys.Rev.Lett.*, 105 :121101, 2010.

[15] O. Adriani et al. Cosmic-Ray Electron Flux Measured by the PAMELA Experiment between 1 and 625 GeV. *Physical Review Letters*, 106(20) :201101, May 2011.

[16] O. Adriani et al. Cosmic-Ray Positron Energy Spectrum Measured by PAMELA. *Physical Review Letters*, 111(8) :081102, August 2013.

[17] M. Aguilar, D. Aisa, A. Alvino, G. Ambrosi, K. Andeen, L. Arruda, N. Attig, P. Azzarello, A. Bachlechner, F. Barao, and et al. Electron and Positron Fluxes in Primary Cosmic Rays Measured with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Physical Review Letters*, 113(12) :121102, September 2014.

[18] M. Aguilar et al. First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station : Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5−350 GeV. *Phys.Rev.Lett.*, 110 :141102, 2013.

[19] M. Aguilar et al. Precision Measurement of the $(e^+ + e^-)$ Flux in Primary Cosmic Rays from 0.5 GeV to 1 TeV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Phys.Rev.Lett.*, 113(22) :221102, 2014.

[20] J. Aleksić et al. Optimized dark matter searches in deep observations of Segue 1 with MAGIC. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2 :8, February 2014.

[21] E. Aliu et al. VERITAS deep observations of the dwarf spheroidal galaxy Segue 1. *Physical Review D*, 85(6) :062001, March 2012.

[22] N. Arkani-Hamed, D. P. Finkbeiner, T. R. Slatyer, and N. Weiner. A theory of dark matter. *Physical Review D*, 79(1) :015014, January 2009.

[23] E. A. Baltz and J. Edsjö. Positron propagation and fluxes from neutralino annihilation in the halo. *Physical Review D*, 59(2) :023511, January 1999.

[24] S. W. Barwick et al. Measurements of the Cosmic-Ray Positron Fraction from 1 to 50 GeV. *Astrophysical Journall*, 482 :L191–L194, June 1997.

[25] J. J. Beatty et al. New Measurement of the Cosmic-Ray Positron Fraction from 5 to 15GeV. *Physical Review Letters*, 93(24) :241102, December 2004.

[26] G. Bélanger, F. Boudjema, P. Brun, A. Pukhov, S. Rosier-Lees, P. Salati, and A. Semenov. Indirect search for dark matter with micrOMEGAs_2.4. *Computer Physics Communications*, 182 :842–856, March 2011.

[27] G. Bélanger, F. Boudjema, A. Pukhov, and A. Semenov. micrOMEGAs_3 : A program for calculating dark matter observables. *Computer Physics Communications*, 185 :960–985, March 2014.

[28] G. Bélanger, M. Kakizaki, and A. Pukhov. Dark matter in UED : the role of the second KK level. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2 :9, February 2011.

[29] V. S. Berezinskii, S. V. Bulanov, V. A. Dogiel, and V. S. Ptuskin. *Astrophysics of cosmic rays*. 1990.

[30] P. S. Bhupal Dev, D. K. Ghosh, N. Okada, and I. Saha. Neutrino Mass and Dark Matter in light of recent AMS-02 results. *ArXiv e-prints*, July 2013.

[31] P. Blasi. Origin of the Positron Excess in Cosmic Rays. *Physical Review Letters*, 103(5) :051104, July 2009.

[32] M. Boudaud, S. Aupetit, S. Caroff, A. Putze, G. Belanger, Y. Genolini, C. Goy, V. Poireau, V. Poulin, S. Rosier, P. Salati, L. Tao, and M. Vecchi. A new look at the cosmic ray positron fraction. *Astron. Astrophys.*, page 20, jan 2015.

[33] J. Bovy and S. Tremaine. On the Local Dark Matter Density. *Astrophysical Journal*, 756 :89, September 2012.

[34] T. Bringmann, F. Donato, and R. A. Lineros. Radio data and synchrotron emission in consistent cosmic ray models. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 1 :49, January 2012.

[35] P. Brun, T. Delahaye, J. Diemand, S. Profumo, and P. Salati. Cosmic ray lepton puzzle in the light of cosmological N-body simulations. *Physical Review D*, 80(3) :035023, August 2009.

[36] S. V. Bulanov and V. A. Dogel. The Influence of the Energy Dependence of the Diffusion Coefficient on the Spectrum of the Electron Component of Cosmic Rays and the Radio Background Radiation of the Galaxy. *Astrophysics and Space Science*, 29 :305–318, August 1974.

[37] F. Calore, V. de Romeri, and F. Donato. Conservative upper limits on WIMP annihilation cross section from Fermi-LAT γ rays. *Physical Review D*, 85(2) :023004, January 2012.

[38] Q.-H. Cao, C.-R. Chen, and T. Gong. Leptophilic Dark Matter and AMS-02 Cosmic-ray Positron Flux. *ArXiv e-prints*, September 2014.

[39] F. Casse, M. Lemoine, and G. Pelletier. Transport of cosmic rays in chaotic magnetic fields. *Physical Review D*, 65(2) :023002, January 2002.

[40] I. Cholis and D. Hooper. Dark matter and pulsar origins of the rising cosmic ray positron fraction in light of new data from the AMS. *Physical Review D*, 88(2) :023013, July 2013.

[41] M. Cirelli and G. Giesen. Antiprotons from Dark Matter : current constraints and future sensitivities. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 4 :15, April 2013.

[42] M. Cirelli, F. Iocco, and P. Panci. Constraints on Dark Matter annihilations from reionization and heating of the intergalactic gas. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 10 :9, October 2009.

[43] M. Cirelli, M. Kadastik, M. Raidal, and A. Strumia. Model-independent implications of the $e^{\pm}$, $\bar{p}$ cosmic ray spectra on properties of Dark Matter. *Nuclear Physics B*, 813 :1–21, May 2009.

[44] M. Cirelli, P. Panci, and P. D. Serpico. Diffuse gamma ray constraints on annihilating or decaying Dark Matter after Fermi. *Nuclear Physics B*, 840 :284–303, November 2010.

[45] J. M. Cline and P. Scott. Dark matter CMB constraints and likelihoods for poor particle physicists. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 3 :44, March 2013.

[46] B. Coste, L. Derome, D. Maurin, and A. Putze. Constraining Galactic cosmic-ray parameters with $Z \leq 2$ nuclei. *Astronomy and Astrophysics*, 539 :A88, March 2012.

[47] T. Delahaye, J. Lavalle, R. Lineros, F. Donato, and N. Fornengo. Galactic electrons and positrons at the Earth : new estimate of the primary and secondary fluxes. *Astronomy and Astrophysics*, 524 :A51, December 2010.

[48] T. Delahaye, R. Lineros, F. Donato, N. Fornengo, J. Lavalle, P. Salati, and R. Taillet. Galactic secondary positron flux at the Earth. *Astronomy and Astrophysics*, 501 :821–833, July 2009.

[49] T. Delahaye, R. Lineros, F. Donato, N. Fornengo, and P. Salati. Positrons from dark matter annihilation in the galactic halo : Theoretical uncertainties. *Physical Review D*, 77(6) :063527, March 2008.

[50] G. Di Bernardo, C. Evoli, D. Gaggero, D. Grasso, and L. Maccione. Cosmic ray electrons, positrons and the synchrotron emission of the Galaxy : consistent analysis and implications. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 3 :36, March 2013.

[51] M. Di Mauro, F. Donato, N. Fornengo, R. Lineros, and A. Vittino. Interpretation of AMS-02 electrons and positrons data. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 4 :6, April 2014.

[52] F. Donato, N. Fornengo, D. Maurin, P. Salati, and R. Taillet. Antiprotons in cosmic rays from neutralino annihilation. *Physical Review D*, 69(6) :063501, March 2004.

[53] F. Donato, D. Maurin, P. Brun, T. Delahaye, and P. Salati. Constraints on WIMP Dark Matter from the High Energy PAMELA $\bar{p}/p$ Data. *Physical Review Letters*, 102(7) :071301, February 2009.

[54] M. A. DuVernois et al. Cosmic-Ray Electrons and Positrons from 1 to 100 GeV : Measurements with HEAT and Their Interpretation. *Astrophysical Journal*, 559 :296–303, September 2001.

[55] L. A. Fisk. Solar modulation of galactic cosmic rays, 2. *Journal of Geophysics Research*, 76 :221, 1971.

[56] D. Gaggero, L. Maccione, G. Di Bernardo, C. Evoli, and D. Grasso. Three-Dimensional Model of Cosmic-Ray Lepton Propagation Reproduces Data from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Physical Review Letters*, 111(2) :021102, July 2013.

[57] D. Gaggero, L. Maccione, D. Grasso, G. Di Bernardo, and C. Evoli. PAMELA and AMS-02 e^+ and e^- spectra are reproduced by three-dimensional cosmic-ray modeling. *Physical Review D*, 89(8) :083007, April 2014.

[58] S. Galli, F. Iocco, G. Bertone, and A. Melchiorri. CMB constraints on dark matter models with large annihilation cross section. *Physical Review D*, 80(2) :023505, July 2009.

[59] A. Geringer-Sameth and S. M. Koushiappas. Exclusion of Canonical Weakly Interacting Massive Particles by Joint Analysis of Milky Way Dwarf Galaxies with Data from the Fermi Gamma-Ray Space Telescope. *Physical Review Letters*, 107(24) :241303, December 2011.

[60] G. Giesen, J. Lesgourgues, B. Audren, and Y. Ali-Haïmoud. CMB photons shedding light on dark matter. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 12 :8, December 2012.

[61] P. Grajek, G. Kane, D. J. Phalen, A. Pierce, and S. Watson. Neutralino Dark Matter from Indirect Detection Revisited. *ArXiv e-prints*, July 2008.

[62] D. Hooper, P. Blasi, and P. Dario Serpico. Pulsars as the sources of high energy cosmic ray positrons. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 1 :25, January 2009.

[63] J. Lavalle, D. Maurin, and A. Putze. Direct constraints on diffusion models from cosmic-ray positron data : Excluding the minimal model for dark matter searches. *Physical Review D*, 90(8) :081301, October 2014.

[64] J. Lavalle, J. Pochon, P. Salati, and R. Taillet. Clumpiness of dark matter and the positron annihilation signal. *Astronomy and Astrophysics*, 462 :827–840, February 2007.

[65] J. Lavalle, Q. Yuan, D. Maurin, and X.-J. Bi. Full calculation of clumpiness boost factors for antimatter cosmic rays in the light of ΛCDM N-body simulation results. Abandoning hope in clumpiness enhancement ? *Astronomy and Astrophysics*, 479 :427–452, February 2008.

[66] T. Linden and S. Profumo. Probing the Pulsar Origin of the Anomalous Positron Fraction with AMS-02 and Atmospheric Cherenkov Telescopes. *Astrophysical Journal*, 772 :18, July 2013.

[67] D. Malyshev, I. Cholis, and J. Gelfand. Pulsars versus dark matter interpretation of ATIC/PAMELA. *Physical Review D*, 80(6) :063005, September 2009.

[68] S. K. Mandal, M. R. Buckley, K. Freese, D. Spolyar, and H. Murayama. Cascade events at IceCube + DeepCore as a definitive constraint on the dark matter interpretation of the PAMELA and Fermi anomalies. *Physical Review D*, 81(4) :043508, February 2010.

[69] D. Maurin, F. Donato, R. Taillet, and P. Salati. Cosmic Rays below $Z = 30$ in a Diffusion Model : New Constraints on Propagation Parameters. *Astrophysical Journal*, 555 :585–596, July 2001.

[70] P. Mertsch and S. Sarkar. AMS-02 data confront acceleration of cosmic ray secondaries in nearby sources. *Physical Review D*, 90(6) :061301, September 2014.

[71] I. V. Moskalenko and A. W. Strong. Production and Propagation of Cosmic-Ray Positrons and Electrons. *Astrophysical Journal*, 493 :694–707, January 1998.

[72] J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White. A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *Astrophysical Journal*, 490 :493–508, December 1997.

[73] M. Pospelov and A. Ritz. Astrophysical signatures of secluded dark matter. *Physics Letters B*, 671 :391–397, January 2009.

[74] S. Profumo. Dissecting cosmic-ray electron-positron data with Occam's razor : the role of known pulsars. *Central European Journal of Physics*, 10 :1–31, February 2012.

[75] A. Putze, L. Derome, and D. Maurin. A Markov Chain Monte Carlo technique to sample transport and source parameters of Galactic cosmic rays. II. Results for the diffusion model combining B/C and radioactive nuclei. *Astronomy and Astrophysics*, 516 :A66, June 2010.

[76] M. J. Rees and J. E. Gunn. The origin of the magnetic field and relativistic particles in the Crab Nebula. *Monthly Notices of the RAS*, 167 :1–12, April 1974.

[77] P. Salati. Quintessence and the relic density of neutralinos. *Physics Letters B*, 571 :121–131, October 2003.

[78] S. L. Shapiro and S. A. Teukolsky. *Black holes, white dwarfs, and neutron stars : The physics of compact objects*. 1983.

[79] T. R. Slatyer, N. Padmanabhan, and D. P. Finkbeiner. CMB constraints on WIMP annihilation : Energy absorption during the recombination epoch. *Physical Review D*, 80(4) :043526, August 2009.

[80] A. W. Strong and I. V. Moskalenko. Propagation of Cosmic-Ray Nucleons in the Galaxy. *Astrophysical Journal*, 509 :212–228, December 1998.

[81] R. Trotta, G. Jóhannesson, I. V. Moskalenko, T. A. Porter, R. Ruiz de Austri, and A. W. Strong. Constraints on Cosmic-ray Propagation Models from A Global Bayesian Analysis. *Astrophysical Journal*, 729 :106, March 2011.

[82] Z. Weng, V. Vagelli, and AMS-02 Collaboration. AMS-02 Measurement of Cosmic Ray Positrons and Electrons. *International Conference on High Energy Physics*, 2014.

Chapitre 5

Positrons cosmiques : développements récents

La première partie de ce chapitre se concentre sur l'impact du régime relativiste des pertes d'énergie sur le flux de positrons. Nous réévaluons ensuite le flux de positrons secondaires à partir des mesures des flux de protons et d'hélium par la collaboration AMS-02. Finalement, nous exposons une nouvelle méthode permettant de calculer le flux de positrons en dessous de 10 GeV.

5.1 Pertes d'énergie Compton inverse et synchrotron : corrections relativistes

Jusqu'à présent, les pertes d'énergie Compton inverse (IC) et synchrotron ont été traitées dans le régime Thomson où la fonction $b(E)$ est paramétrée par

$$b(E) = -\frac{E^2}{E_0 \tau_l}, \tag{5.1}$$

avec $E_0 = 1$ GeV et le temps typique de pertes d'énergie prend la valeur $\tau_l = 10^{16}$ s. Cependant, nous avons vu dans la section Sec. 2.4 qu'il est possible d'affiner le calcul de $b(E)$ en considérant séparément les pertes IC et synchrotron et en prenant en compte le régime relativiste des interactions positron-photon à la manière de Delahaye *et al.* [1]. Nous rappelons que la longueur de diffusion $\lambda_D(E, E_S)$ se met sous la forme

$$\lambda_D^2(E, E_S) = 4 \int_{E_S}^{E} dE' \, \frac{K(E')}{b(E')}. \tag{5.2}$$

Nous représentons sur la Fig. 5.3 la valeur de la longueur de diffusion λ_D en fonction de l'énergie E des positrons reçus sur Terre, correspondant à des positrons injectés dans le milieu interstellaire à l'énergie E_S de 10 GeV (rouge), 100 GeV (vert) et 1 TeV (bleu). Ces longueurs sont calculées en prenant en compte le régime relativiste des pertes d'énergie (traits continus) et uniquement le régime Thomson (pointillés) dans le cas des jeux de paramètres de propagation Min (gauche), Med (droite) et Max (bas). Dans le cas du traitement relativiste, nous avons utilisé le modèle d'ISRF M1 et un champ magnétique galactique moyen $\langle B \rangle$ de 1 μG.

A titre d'exemple nous comparons dans la Fig. 5.2 le flux de positrons secondaires obtenu en prenant en compte le régime relativiste des pertes d'énergie (rouge) et uniquement le régime

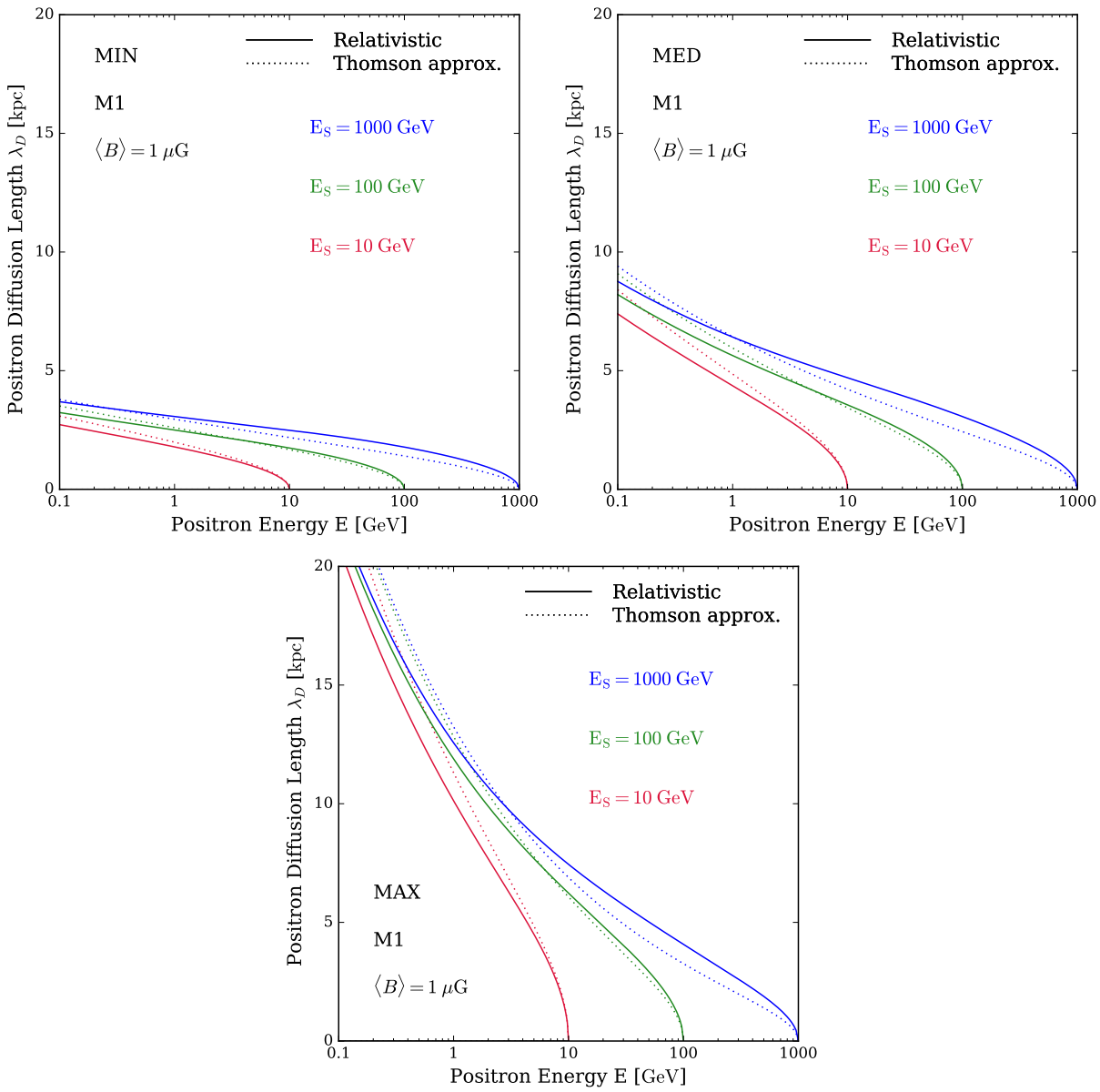

FIGURE 5.1 – ***Longueur de diffusion*** *λ_D pour des positrons produits à des energies E_S de* 10 GeV *(rouge),* 100 GeV *(vert) et* 1 TeV *(bleu). Les courbes en traits continus représentent la valeur de λ_D calculée en prenant en compte le régime relativiste des pertes d'énergie avec le modèle d'ISRF M1 et la valeur du champ magnétique moyen $\langle B \rangle = 1\,\mu$G. Les courbes en pointillée on été calculées en ne considérant que le régime Thomson des pertes d'énergie avec un temps de perte caractéristique $\tau_l = 10^{16}$s. Les figures de gauche, droite et bas correspondent aux jeux de paramètres de propagation* MIN MED *et* MAX *respectivement.*

Thomson avec $\tau_l = 10^{16}$s (violet) dans le cas des jeux de paramètres MIN, MED et MAX. La différence entre les deux modèles est de l'ordre de 5% à quelques GeV et 50% à 1 TeV. Les interactions positron-photon sont plus faibles dans le régime Klein-Nishina que dans le régime Thomson. Par conséquent, l'intensité des pertes d'énergie est plus faible en prenant en compte le régime relativiste. La différence d'intensité est d'autant plus importante que l'énergie des positrons est élevée. C'est pourquoi la prise en compte du régime relativiste des pertes d'énergie conduit à un spectre des positrons plus dur à haute énergie. Comme l'ont fait remarquer les auteurs de [1], nous de-

vons garder à l'esprit que le flux de positrons est très sensible à la valeur du champ magnétique moyen $\langle B \rangle$ utilisée. Le flux de positrons mesuré par la collaboration AMS-02 [2] est également représenté sur la Fig. 5.2.

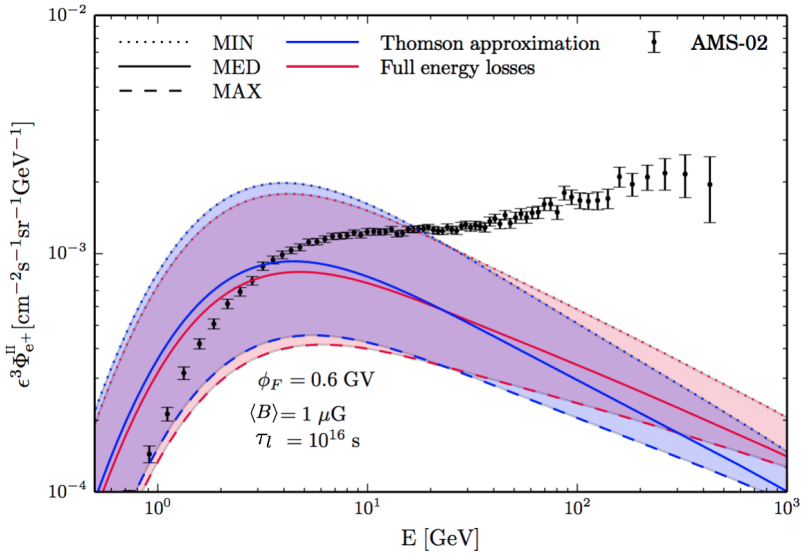

FIGURE 5.2 – ***Flux de positrons secondaires*** *calculé en utilisant uniquement le regime Thomson des pertes d'énergie (violet) et en prenant en compte les corrections relativistes (rouge), dans le cas des jeux de paramètres de propagation* MIN, MED *et* MAX.

5.2 Positrons secondaires

5.2.1 Flux de protons et d'hélium mesurés par AMS-02 et CREAM

La collaboration AMS-02 a publié les mesures du flux des protons en mai 2015 [3] ainsi que celui des noyaux d'hélium en novembre 2015 [4]. Les spectres ont été mesurés sur les intervalles de rigidité [1 GV, 1.8 TV] pour les protons et [1.9 GV, 3 TV] pour les noyaux d'hélium. Les mesures d'AMS-02 montrent que ces flux présentent une brisure de pente à la rigidité $\mathcal{R} \simeq 300$ GV. Nous pouvons alors utiliser ces flux dans le calcul du terme de production des positrons secondaires et par conséquent réévaluer le flux associé. Les mesures extrêmement précises de l'expérience AMS-02 permettent de réduire considérablement l'incertitude systématique provenant des paramétrages des flux de noyaux primaires. Par ailleurs, nous avons pour objectif de comparer le calcul théorique du flux de positrons avec les données expérimentales très précises d'AMS-02. Il apparaît donc cohérent d'utiliser uniquement les données d'une seule et même expérience pour calculer à la fois le fond astrophysique et le confronter aux données. Gardons cependant à l'esprit que les paramètres de propagation sont quant à eux dérivés à partir d'expériences plus anciennes.

Nous devons donc paramétrer les flux de protons et d'hélium mesurés par AMS-02. Afin de déterminer précisément l'indice spectral au delà de la brisure de pente et obtenir des fonctions paramétriques valides lorsque $\mathcal{R} \gtrsim 1$ TeV, nous choisissons de coupler les données d'AMS-02 aux données de l'expérience CREAM dont les mesures s'étalent sur l'intervalle de rigidité [2.5, 250] TV pour les protons et [1.3, 120] TV pour les noyaux d'hélium [5]. Nous choisissons de paramétrer les flux interstellaires de protons $\Phi_p^{\rm IS}$ et de noyaux d'hélium $\Phi_\alpha^{\rm IS}$ en fonction de la rigidité $\mathcal{R}$

par les fonctions

$$\Phi_p^{\rm IS}(\mathcal{R}) = C\beta\left(1 - {\rm e}^{\alpha\mathcal{R}}\right)\mathcal{R}^{\gamma}\left[1 + \left(\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_b}\right)^{\frac{\Delta\gamma}{s}}\right]^{s}, \tag{5.3}$$

$$\Phi_\alpha^{\rm IS}(\mathcal{R}) = C\beta\mathcal{R}^{\gamma}\left[1 + \left(\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{R}_b}\right)^{\frac{\Delta\gamma}{s}}\right]^{s}. \tag{5.4}$$

En traitant la modulation solaire grâce à l'approximation du force field [6], on relie la rigidité des rayons cosmiques mesurés sur Terre $\mathcal{R}^{\rm TOA}$ à la rigidité interstellaire $\mathcal{R}^{\rm IS}$ par l'expression

$$\mathcal{R}^{\rm IS} = \frac{1}{q}\left\{\left[\sqrt{(q\,\mathcal{R}^{\rm TOA})^2 + m^2} + q\,\phi_F\right]^2 - m^2\right\}^{1/2}, \tag{5.5}$$

où q et m sont la masse et la charge de la particule, respectivement, et ϕ_F est le potentiel de Fisk. Le flux mesuré sur Terre est alors donné par l'expression

$$\Phi^{\rm TOA}(\mathcal{R}^{\rm TOA}) = \left[\frac{\mathcal{R}^{\rm TOA}}{\mathcal{R}^{\rm IS}(\mathcal{R}^{\rm TOA})}\right]^2 \Phi^{\rm IS}[\mathcal{R}^{\rm IS}(\mathcal{R}^{\rm TOA})], \tag{5.6}$$

où la seule variable est la rigidité $\mathcal{R}^{\rm TOA}$. Nous avons par conséquent directement accès au flux interstellaire démodulé dès lors que la valeur du potentiel de Fisk ϕ_F est fixée. Nous utiliserons la valeur $\phi_F = 724$ MV déterminée par A.Ghelfi *et al.* [7] qui correspond à la période de prise de données des protons et des noyaux hélium par AMS-02. Les valeurs des paramètres des fonctions 5.3 et 5.4 sont présentées dans le tableau 5.1.

	C [m^{-2} s^{-1} sr^{-1} GV^{-1}]	α [GV^{-1}]	γ	$\mathcal{R}_b$ [GV]	$\Delta\gamma$	s
Proton	2.71×10^4	-0.512	-2.88	424	0.242	0.156
Hélium	3.56×10^3	–	-2.77	543	0.213	0.0465

TABLE 5.1 – ***Coefficients relatifs aux paramétrages des flux de protons et de noyaux d'hélium*** *à partir des données d'*AMS-02 *[3, 4] et de* CREAM *[5].*

5.3 Extension du calcul du flux de positrons à basse énergie

Afin de poursuivre notre analyse, nous aimerions étendre le modèle de propagation des positrons à des énergies inférieures à 10 GeV. Nous devons donc considérer l'équation de transport des positrons en prenant en compte tous ses termes. Nous rappelons qu'elle se met sous la forme

$$\partial_z[V_C(z)\,\psi] - K(E)\Delta\psi + \partial_E\left[b(E,z)\,\psi - 2h\,\delta(z)\,D(E)\,\partial_E\psi\right] = Q(E,t,\vec{x}) - 2h\,\delta(z)\,\Gamma\psi. \tag{5.7}$$

Les auteurs de Donato *et al.* [9] ont montré que l'équation (6.1) se résout de manière semi-analytique lorsque les rayons cosmiques perdent de l'énergie exclusivement dans le disque galactique. C'est le cas des noyaux cosmiques mais pas des positrons. En effet, ces derniers perdent de l'énergie dans tout le halo magnétique à travers les interactions Compton inverse et le rayonnement synchrotron. Le taux de perte d'énergie des positrons s'écrit sous la forme

$$b(E,z) = 2h\,\delta(z)\,b_{disc}(E) + b_{halo}(E), \tag{5.8}$$

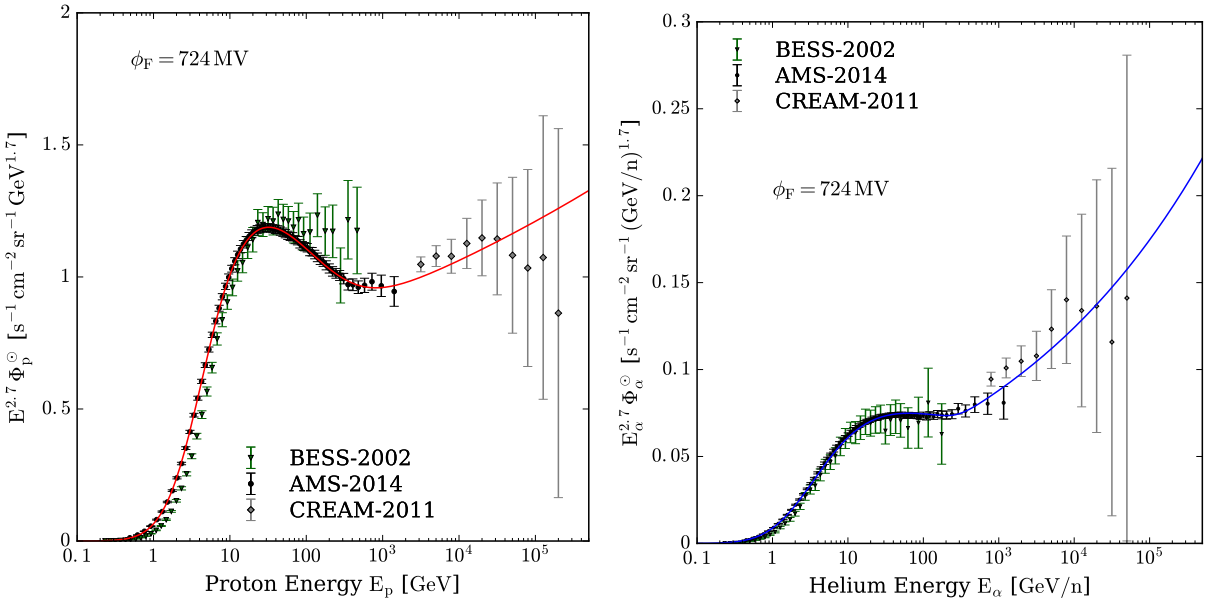

FIGURE 5.3 – ***Flux de protons (gauche) et d'hélium (droite)*** *mesurés par les collaborations* BESS *[8] (triangles verts),* AMS-02 *[3, 4] (ronds noirs) et* CREAM *[5] (diamants gris). Les courbes rouge et bleue représentent les paramétrages 5.3 et 5.4 respectivement.*

où

$$b_{disc} = b_{coul} + b_{brem} + b_{ioni} + b_{adia}. \tag{5.9}$$

et

$$b_{halo} = b_{IC} + b_{sync}. \tag{5.10}$$

L'équation 6.1 peut alors se réécrire

$$\partial_z[V_C(z)\,\psi] - K(E)\,\Delta\psi + \partial_E[b_{halo}(E)\,\psi] + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b_{disc}(E)\,\psi - D(E)\,\partial_E\psi\right] = Q(E,\vec{x}) - 2h\,\delta(z)\,\Gamma\psi. \tag{5.11}$$

La présence du terme b_{halo} ne permet donc pas d'utiliser directement la méthode de résolution développée par Donato *et al.*

Il est cependant possible de contourner cette difficulté. En effet, l'idée est de considérer que les pertes d'énergie du halo b_{halo} agissent de manière effective uniquement dans le disque galactique. En effet, lorsque les pertes d'énergie du halo sont "pincées" dans le disque, tous les processus faisant varier l'énergie des positrons seront traités exclusivement dans le disque (comme pour les noyaux) et nous pourrons alors utiliser la méthode de résolution de Donato *et al.* Nous serons par conséquent capables de calculer de manière semi-analytique (donc très rapidement) le flux des positrons en dessous de 10 GeV, en incluant tous les effets de propagation. La difficulté de cette méthode réside dans la manière de pincer les pertes d'énergie du halo et c'est ce point précis que nous développons dans la suite de cette section.

5.3.1 Pincement des pertes d'énergie du halo magnétique dans le modèle 1D

Nous avons pour objectif de déterminer une méthode visant à reproduire l'effet des pertes d'énergie du halo par un terme effectif de pertes d'énergie prenant place uniquement dans le

disque galactique. En d'autres termes, nous désirons substituer le terme b_{halo} par la fonction $2h\,\delta(z)\,b_{halo}^{eff}$ dans l'équation de transport 5.11. La détermination de la fonction b_{halo}^{eff} dépend en toute rigueur de tous les effets subis par les positrons lors de leur propagation. Deux régimes sont à considérer en fonction de l'énergie des positrons. Tout d'abord, lorsque l'énergie des positrons est supérieure à $\sim$ 10 GeV, les processus dominants sont les pertes d'énergie du halo et la diffusion spatiale. Nous pouvons donc, au premier ordre, ne considérer uniquement que ces deux effets afin de déterminer la fonction b_{halo}^{eff}. L'équation de transport s'écrit alors

$$-\,K(E)\,\Delta\psi + \partial_E[b(E)\,\psi] = Q(E,\vec{x}). \tag{5.12}$$

Ensuite, pour des énergies inférieures à $\sim$ 10 GeV, nous devons rigoureusement considérer tous les effets de propagation. Mais à ces énergies, les pertes d'énergie du halo deviennent sous-dominantes. Par conséquent, l'erreur que l'on risque de commettre sur le pincement de b_{halo} en ne considérant pas les effets de basse énergie, ne concernera en définitive que des processus négligeables et n'influencera pas la propagation des positrons.

Afin de décrire notre méthode avec le plus de clarté possible, nous choisissons dans un premier temps d'exposer le calcul de b_{halo}^{eff} dans le cas simple du modèle 1D. L'équation 5.12 s'écrit alors

$$-\,K(E)\,\partial_{zz}\,\psi + \partial_E[b(E)\,\psi] = Q(E,z). \tag{5.13}$$

Nous considérons dans la suite que les distributions de sources sont symétriques par rapport au plan galactique. La fonction $Q(E,z)$ est donc paire par rapport à la coordonnée z.

5.3.1.1 Solution avec les pertes d'énergie distribuées dans le halo magnétique

Appelons ψ^h la solution de l'équation 5.13. La condition au bord du halo magnétique $\psi^h(z = \pm L) = 0$ nous incite à développer la densité de positrons ψ^h sur la base des fonctions $2L$-périodiques φ_n définies dans l'expression 3.51. La densité de positrons $\psi^h(z)$ s'exprime sous forme de série

$$\psi^h(E,z) = \sum_{n=1}^{+\infty} P_n^h(E)\,\varphi_n(z), \tag{5.14}$$

et l'équation 5.13 se réécrit

$$(nk_0)^2 K(E)\,P_n^h(E) + \frac{d}{dE}[b(E)\,P_n^h(E)] = Q_n(E), \tag{5.15}$$

où Q_n est la transformée de Fourier du terme source $Q(E,z)$ définie par

$$Q_n(E) = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} dz\,\varphi_n(z)\;Q(E,z). \tag{5.16}$$

La solution de l'équation différentielle 5.15 se met sous la forme

$$P_n^h(E) = \frac{(-1)}{b(E)}\int_{E}^{+\infty} dE_S\;Q_n(E_S)\exp\left[-C_n\,\lambda_D^2\right], \tag{5.17}$$

où le coefficient $C_n = (nk_0)^2/4$. Nous rappelons que la longueur de diffusion $\lambda_D^2(E, E_S) = \lambda^2(E) - \lambda^2(E_S)$ où $\lambda^2(E)$ s'exprime comme

$$\lambda^2(E) = 4 \int_{+\infty}^{E} dE' \, \frac{K(E')}{b(E')}. \tag{5.18}$$

La densité de positrons ψ^h évaluée à la position de la Terre vaut alors

$$\psi^h(E, 0) = \sum_{n=1}^{+\infty} P_n^h(E) \, \varphi_n(0) = \sum_{n=2m+1}^{+\infty} P_n^h(E). \tag{5.19}$$

où la sommation de la série s'effectue sur les n impaires. En effet, pour une distribution de sources $Q(E, z)$ paire en z, seules les fonctions $P_n^h(E)$ avec les n impaires sont non-nulles. La densité ψ^h peut se réécrire sous la forme

$$\psi^h(E, 0) = \frac{(-1)}{b(E)} \int_{E}^{+\infty} dE_S \, B(E, E_S), \tag{5.20}$$

où la série $B(E, E_S)$ est définie par l'expression

$$B(E, E_S) = \sum_{n=2m+1}^{+\infty} Q_n(E_S) \, \exp\left[-C_n \, \lambda_D^2\right]. \tag{5.21}$$

5.3.1.2 Solution avec les pertes d'énergie confinées dans le disque galactique

Considérons à présent des pertes d'énergie prenant place uniquement dans le disque galactique. Appelons ψ^d la solution de l'équation de transport associée. Dans l'approximation du disque infiniment mince, l'équation 5.13 se réécrit

$$- K(E) \, \partial_{zz} \, \psi^d + 2h \, \delta(z) \, \partial_E \left[b(E) \, \psi^d\right] = Q(E, z). \tag{5.22}$$

Afin de résoudre cette équation nous allons utiliser à nouveau la méthode des fonctions de Green. Nous recherchons la fonction de Green $G(E, z \leftarrow E_S, z_S)$ solution de l'équation

$$- K(E) \, \partial_{zz} \, G + 2h \, \delta(z) \, \partial_E \left[b(E) \, G\right] = \delta(E - E_S) \left[\delta(z - z_S) + \delta(z + z_S)\right]. \tag{5.23}$$

Une fois G déterminée, la solution ψ^d de l'équation 5.22 sera donnée par le produit de convolution

$$\psi^d(E, z) = \int_{E}^{+\infty} dE_S \int_{0}^{L} dz_S \; G(E, z \leftarrow E_S, z_S) \, Q(E_S, z_S). \tag{5.24}$$

Afin de déterminer G, nous séparons le domaine de résolution en deux : $0 < z < z_S$ et $z_S < z \leq L$. Lorsque $0 < z < z_S$ ou $z_S < z \leq L$, l'équation 5.23 s'écrit

$$- K(E) \, \partial_{zz} \, G = 0 \tag{5.25}$$

Il vient alors

$$G(z < z_S) = \alpha \, z + \beta \quad \text{et} \quad G(z_S < z) = \gamma \, z + \delta, \tag{5.26}$$

où les coefficients α, β, γ et δ dépendent de l'énergie E.

La densité des positrons doit s'annuler sur les bords du halo magnétique i.e. $G(z = L) = 0$. Ceci implique que $\delta = -\gamma L$ et donc que $G(z_S < z) = \gamma(z - L)$. Ensuite, nous intégrons l'équation 5.23 autour de $z = z_S$,

$$- K(E) \int_{z_S-\epsilon}^{z_S+\epsilon} dz\, \partial_{zz} G = \delta(E - E_S). \tag{5.27}$$

Ceci nous permet d'obtenir la relation

$$\gamma = \alpha - \frac{\delta(E - E_S)}{K(E)}. \tag{5.28}$$

En imposant à la densité de positrons d'être continue par rapport à la cordonnée z en $z = z_S$, il vient la relation

$$\alpha = \frac{(L - z_S)}{L} \frac{\delta(E - E_S)}{K(E)} - \frac{\beta}{L}. \tag{5.29}$$

Finalement, nous intégrons l'équation 5.23 autour de $z = 0$,

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} dz\, \{-K(E)\partial_{zz}G + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\,(b\,G)\} = 0. \tag{5.30}$$

Il vient alors

$$K(E)\,\alpha = h\,\partial_E(b\beta). \tag{5.31}$$

En remplaçant α dans l'équation précédente par son expression en fonction de β déterminée dans l'équation 5.29, nous obtenons l'équation différentielle

$$\frac{d}{dE}(b\beta) + \frac{K(E)}{hL}\beta = \frac{(L - z_S)}{hL}\,\delta(E - E_S). \tag{5.32}$$

La solution de cette équation s'écrit

$$\beta(E) = \frac{-1}{b(E)} \exp\left(-\frac{\lambda_D^2}{4hL}\right) \frac{(L - z_S)}{hL}, \tag{5.33}$$

où la longueur de diffusion λ_D a déjà été introduite ci-dessus et est donnée par

$$\lambda_D^2(E, E_S) = 4 \int_{E_S}^{E} dE'\, \frac{K(E')}{b(E')}. \tag{5.34}$$

Nous avons alors déterminé la fonction de Green de l'équation 5.23 qui s'exprime pour $z = 0$ comme

$$G(E, 0 \leftarrow E_S, z_S) = \frac{-1}{b(E)} \exp\left(-\frac{\lambda_D^2}{4hL}\right) \frac{(L - z_S)}{hL}. \tag{5.35}$$

La densité de positrons ψ^d solution de l'équation 5.22 évaluée au niveau du Soleil en $z = 0$ est alors donnée par le produit de convolution

$$\begin{aligned}
\psi^d(E,0) &= \int_E^{+\infty} dE_S \int_0^L dz_S \; G(E,0 \leftarrow E_S, z_S)\, Q(E_S, z_S), \\
\psi^d(E,0) &= \frac{(-1)}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \; J(E_S) \; \exp\left(-\frac{\lambda_D^2}{4hL}\right),
\end{aligned} \tag{5.36}$$

où la fonction $J(E_S)$ est définie par

$$J(E_S) = \int_0^L dz_S \; \frac{(L - z_S)}{hL} \; Q(E_S, z_S). \tag{5.37}$$

5.3.1.3 Détermination de b^{eff} pour une source monochromatique de positrons

Considérons une source monochromatique injectant des positrons à l'énergie E_S telle que $Q(E,z) = \delta(E - E_S)\, Q(z)$. Les densités de positrons calculées précédemment s'écrivent alors

$$\begin{aligned}
\psi^h(E,0) &= \frac{(-1)}{b(E)} B(E, E_S), \\
\psi^d(E,0) &= \frac{(-1)}{b(E)} J(E_S) \exp\left(-\frac{\lambda_D^2}{4hL}\right).
\end{aligned} \tag{5.38}$$

Les positrons subissent des pertes d'énergie Compton inverse et synchrotron dans tout le halo magnétique. Un positron produit à l'énergie E_S va se propager dans le halo magnétique, y perdre de l'énergie, puis finalement atteindre la Terre avec l'énergie E. Nous aimerions reproduire cet effet en considérant que ce positron perd de l'énergie uniquement lorsqu'il traverse le disque galactique. Nous devons alors modifier la variation d'énergie moyenne du positron en augmentant l'intensité des pertes d'énergie afin d'arriver au même résultat. Nous voulons que $\psi^d(E,0) = \psi^h(E,0)$. Ceci est possible en remplaçant la fonction $b(E)$ par $b^{eff}(E, E_S)$ dans l'expression 5.22. L'ingrédient nécessaire à la détermination de b^{eff} est la fonction $\xi(E, E_S)$ qui encode l'augmentation des pertes d'énergie qui se concentrent dans le disque. Celle-ci est définie par l'expression

$$b_{eff}(E, E_S) = \xi(E, E_S)\, b(E). \tag{5.39}$$

Par la suite, nous appellerons cette fonction ξ *facteur de pincement* (ou *pinch factor*) des pertes d'énergie. Dès lors, le facteur de pincement ξ se détermine en égalant ψ^d et ψ^h en $z = 0$, quelle que soit l'énergie $E \leq E_S$. Nous obtenons alors

$$\frac{1}{\xi(E, E_S)\, b(E)} J(E_S) \exp\left[-\frac{\lambda_{D,eff}^2}{4hL}\right] = \frac{1}{b(E)} B(E, E_S), \tag{5.40}$$

où dans le terme de gauche, la longueur $\lambda_{D,eff}$ est dérivée à partir des pertes pincées b^{eff} :

$$\lambda_{D,eff}^2(E) = 4 \int_{E_S}^{E} dE' \; \frac{K(E')}{b^{eff}(E')}. \tag{5.41}$$

En prenant le logarithme de l'équation 5.40 et en le dérivant par rapport à l'énergie E, nous arrivons à

$$\xi'(E, E_S) + \frac{B'(E, E_S)}{B(E, E_S)}\,\xi(E, E_S) = -\frac{1}{hL}\frac{K(E)}{b(E)}, \tag{5.42}$$

où le symbole $'$ représente la dérivée par rapport à l'énergie E. Nous sommes donc en présence d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre de la fonction ξ. La solution de cette équation est donnée par l'expression

$$\xi(E, E_S) = \frac{J(E_S)}{B(E, E_S)} + \frac{1}{hL\,B(E, E_S)}\int_E^{E_S} dE'\,\frac{K(E')}{b(E')}\,B(E', E_S). \tag{5.43}$$

En résumé, la densité de positron ψ solution de l'équation

$$-\,K(E)\,\partial_{zz}\psi + \partial_E[b(E)\,\psi] = \delta(E - E_S)\,Q(z). \tag{5.44}$$

est également solution de l'équation

$$-\,K(E)\,\partial_{zz}\psi + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b^{eff}(E, E_S)\,\psi\right] = \delta(E - E_S)\,Q(z). \tag{5.45}$$

5.3.1.4 Facteur de pincement moyen $\bar{\xi}$

Le terme de production des positrons n'est en général pas monochromatique, les positrons sont injectés dans le milieu interstellaire avec un spectre continu. Nous devons par conséquent calculer le facteur de pincement $\xi(E, E_S)$ pour chaque couple d'énergie E et E_S. Cependant, cela nécessite un temps de calcul relativement long. Une alternative consiste à considérer le facteur de pincement moyen $\bar{\xi}(E)$ des positrons reçus sur Terre, où la moyenne porte sur l'énergie E_S d'injection des positrons. Soit $g(E, E_S)$ la densité des positrons reçus sur Terre et ayant été injectés à une énergie comprise entre E_S et $E_S + dE_S$. La densité totale des positrons reçus sur Terre est alors donnée par l'expression

$$\psi^h(E) = \int_E^{+\infty} dE_S\;g(E, E_S). \tag{5.46}$$

La probabilité qu'un positron détecté sur Terre à l'énergie E ait été injecté à l'énergie E_S est alors donnée par $\mathcal{P}(E, E_S) = p(E, E_S)\,dE_S$ où la densité de probabilité $p(E, E_S)$ s'exprime comme

$$p(E, E_S) = \frac{g(E, E_S)}{\psi^h(E)}. \tag{5.47}$$

En identifiant l'équation 5.46 avec l'équation 5.20 il vient

$$g(E, E_S) = \frac{(-1)}{b(E)}\,B(E, E_S), \tag{5.48}$$

et la densité de probabilité $p(E, E_S)$ s'écrit alors

$$p(E, E_S) = \frac{B(E, E_S)}{\int_E^{+\infty} dE_S\;B(E, E_S)}. \tag{5.49}$$

Le facteur de pincement moyen $\bar{\xi}(E)$ est alors donné par l'expression

$$\bar{\xi}(E) = \int_E^{+\infty} dE_S \; p(E, E_S)\, \xi(E, E_S), \tag{5.50}$$

et s'exprime finalement sous la forme

$$\bar{\xi}(E) = \frac{\int_E^{+\infty} dE_S \left[J(E_S) + \frac{1}{hL} \int_E^{E_S} dE' \, \frac{K(E')}{b(E')} \, B(E', E_S) \right]}{\int_E^{+\infty} dE_S \; B(E, E_S)}. \tag{5.51}$$

5.3.2 Pincement des pertes d'énergie du halo magnétique dans le modèle 2D

Nous venons de trouver comment déterminer le facteur de pincement ξ dans le modèle 1D de propagation des positrons. Ce modèle simplifié nous a permis de présenter l'idée de base de la compression des pertes d'énergie du halo dans le disque. Il ne permet cependant pas de prendre en compte à la fois des distribution des sources dépendant de la distance galactocentrique r ainsi que l'échappement des positrons au niveau des bords radiaux du halo magnétique. Afin d'en tenir compte, nous devons utiliser le modèle 2D de propagation des rayons cosmiques et déterminer le facteur de pincement dans le cadre du formalisme de Bessel. Nous rappelons brièvement les résultats décrits dans la Sec. 3.1.3. La densité de positrons ψ et le taux de production des positrons Q peuvent se développer sur la base générée par la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0, J_0, comme

$$\begin{aligned} \psi(E, r, z) &= \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\alpha_i \frac{r}{R})\, P_i(E, z), \\ Q(E, r, z) &= \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\alpha_i \frac{r}{R})\, Q_i(E, z), \end{aligned} \tag{5.52}$$

où les coefficients α_i dénotent les zéros de la fonction J_0 et où R est le rayon de la galaxie. Les coefficients P_i et Q_i s'expriment comme

$$\begin{aligned} P_i(E, z) &= \frac{2}{J_1^2(\alpha_i)} \int_0^1 dx \, x \, J_0(\alpha_i x)\, \psi(E, r, z), \\ Q_i(E, z) &= \frac{2}{J_1^2(\alpha_i)} \int_0^1 dx \, x \, J_0(\alpha_i x)\, Q(E, r, z). \end{aligned} \tag{5.53}$$

où $x \equiv r/R$. L'équation de transport à haute énergie 5.12 peut alors se réécrire

$$K(E) \left(\frac{\alpha_i}{R} \right)^2 P_i(E, z) - K(E)\, \partial^2_{zz} P_i(E, z) + \partial_E \left[b(E) P_i(E, z) \right] = Q_i(E, z). \tag{5.54}$$

5.3.2.1 Solution avec les pertes d'énergie distribuées dans le halo magnétique

Nous cherchons la fonction $P_i^h(E,z)$ solution de l'équation

$$K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 P_i^h(E,z) - K(E)\,\partial_{zz}^2 P_i^h(E,z) + \partial_E\left[b(E)P_i^h(E,z)\right] = Q_i(E,z). \tag{5.55}$$

Nous avons vu dans la Sec. 3.1.3 que la fonction ψ^h évaluée à la position de la Terre prend la forme

$$P_i^h(E,0) = \frac{-1}{b(E)}\int_E^{+\infty} dE_S \sum_{n=2m+1}^{+\infty} Q_{i,n}(E_S)\exp\left[-C_{i,n}\lambda_D^2\right]. \tag{5.56}$$

Le coefficient $Q_{i,n}$ est donné par l'expression

$$Q_{i,n}(E) = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} dz\,\varphi_n(z)\,\frac{2}{R^2 J_1^2(\alpha_i)}\int_0^R dr\,r\,J_0\left(\alpha_i\frac{r}{R}\right)Q(E,r,z), \tag{5.57}$$

où les fonctions $\varphi_n(z)$ sont définies dans l'expression 3.51. Le coefficient $C_{i,n}$ est quant à lui donné par

$$C_{i,n} = \frac{1}{4}\left[\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 + (nk_0)^2\right]. \tag{5.58}$$

En définissant

$$B_i(E,E_S) = \sum_{n=2m+1}^{+\infty} Q_{i,n}(E_S)\exp\left[-C_{i,n}\lambda_D^2\right], \tag{5.59}$$

il vient

$$P_i^h(E,0) = \frac{-1}{b(E)}\int_E^{+\infty} dE_S\;B_i(E,E_S). \tag{5.60}$$

La densité de positrons ψ^h évaluée sur Terre s'exprime alors comme

$$\psi^h(E,\odot) = \sum_{i=1}^{+\infty} J_0\left(\alpha_i\frac{r_\odot}{R}\right)P_i^h(E,0). \tag{5.61}$$

5.3.2.2 Solution avec les pertes d'énergie confinées dans le disque galactique

En suivant le même raisonnement que pour le modèle 1D, nous considérons à présent que les pertes d'énergie sont confinées dans le disque galactique. Appelons ψ^d la solution de l'équation de transport associée. Dans l'approximation du disque infiniment mince, l'équation 5.54 se réécrit

$$K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 P_i^d(E,z) - K(E)\,\partial_{zz}^2 P_i^d(E,z) + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b(E)P_i^d(E,z)\right] = Q_i(E,z). \tag{5.62}$$

Nous utilisons à nouveau la méthode des fonctions de Green en recherchant la fonction $G_i(E,z\leftarrow E_S,z_S)$ solution de l'équation

$$K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 G_i - K(E)\,\partial_{zz}^2 G_i + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b(E)G_i\right] = \delta(E-E_S)\left[\delta(z-z_S)+\delta(z+z_S)\right]. \tag{5.63}$$

Afin de déterminer G, nous séparons le domaine de résolution en deux parties : $0 < z < z_S$ et $z_S < z \leq L$. Lorsque $0 < z < z_S$ ou $z_S < z \leq L$, l'équation 5.63 se réécrit

$$\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 G_i - \partial^2_{zz} G_i = 0. \tag{5.64}$$

Par conséquent

$$\begin{aligned} G_i(z < z_S) &= A \sinh\left(\frac{S_i z}{2}\right) + B \cosh\left(\frac{S_i z}{2}\right), \\ G_i(z_S < z) &= C \sinh\left(\frac{S_i z}{2}\right) + D \cosh\left(\frac{S_i z}{2}\right), \end{aligned} \tag{5.65}$$

où $S_i \equiv 2\alpha_i/R$ et les coefficients A, B, C et D dépendent de l'énergie E. La densité de positrons doit s'annuler sur les bords du halo magnétique i.e. $G_i(z = L) = 0$. Ceci implique que

$$C = -D \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right). \tag{5.66}$$

Ensuite, nous imposons à la densité de positrons d'être continue par rapport à la coordonnée z et en particulier pour $z = z_S$. Il vient alors la relation

$$D = \frac{A \sinh\beta_i + B \cosh\beta_i}{\cosh\beta_i - \sinh\beta_i \coth\gamma_i}, \tag{5.67}$$

où $\gamma_i \equiv S_i L/2$ et $\beta_i \equiv S_i z_S/2$. Puis, nous intégrons la relation 5.63 autour de $z = z_S$,

$$\int_{z_S-\epsilon}^{z_S+\epsilon} dz\, K(E) \left[\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 G_i - \partial_{zz} G_i\right] = \delta(E - E_S). \tag{5.68}$$

Nous obtenons alors la relation

$$A = \frac{2\delta(E - E_S)}{KS_i} (\cosh\beta_i - \sinh\beta_i \coth\gamma_i) - B \coth\gamma_i. \tag{5.69}$$

Finalement, en intégrant la relation 5.63 autour de $z = 0$,

$$\int_{-\epsilon}^{+\epsilon} dz \left\{K(E)\left[\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 G_i - \partial_{zz} G_i\right] + 2h\delta(z)\, \partial_E[b(E)G_i]\right\} = 0. \tag{5.70}$$

Cette dernière relation nous permet d'obtenir l'expression

$$\frac{d}{dE}(bB) + \frac{KS_i}{2h} \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right) B = \frac{\delta(E - E_S)}{h} \mathcal{F}_i(z_S), \tag{5.71}$$

où l'on définit la fonction

$$\mathcal{F}_i(z) = \frac{\sinh\left[\frac{S_i}{2}(L - z)\right]}{\sinh\left(\frac{S_i L}{2}\right)}. \tag{5.72}$$

L'équation 5.71 constitue une équation différentielle ordinaire du premier ordre par rapport à la fonction $B(E)$. Sa solution s'exprime comme

$$B(E) = \frac{-1}{b(E)} \exp\left[-k_i^2 \lambda_D^2\right] \frac{\mathcal{F}_i(z_S)}{h}, \tag{5.73}$$

où

$$k_i^2 = \frac{S_i}{8h} \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right). \tag{5.74}$$

La fonction de Green de l'équation 5.62 évaluée en $z = 0$ se met alors sous la forme

$$G_i(E, 0 \leftarrow E_S, z_S) = \frac{-1}{b(E)} \exp\left[-k_i^2 \lambda_D^2\right] \frac{\mathcal{F}_i(z_S)}{h}. \tag{5.75}$$

La fonction P_i^d évaluée à la position du Soleil en $z = 0$ est finalement donnée par le produit de convolution

$$\begin{aligned} P_i^d(E, 0) &= \int_E^{+\infty} dE_S \int_0^L dz_S \, G_i(E, 0 \leftarrow E_S, z_S) \, Q_i(E_S, z_S), \\ P_i^d(E, 0) &= \frac{-1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \exp\left[-k_i^2 \lambda_D^2\right] \int_0^L dz_S \frac{\mathcal{F}_i(z_S)}{h} \, Q_i(E_S, z_S). \end{aligned} \tag{5.76}$$

En définissant

$$J_i(E_S) = \frac{1}{h} \int_0^L dz_S \, \mathcal{F}_i(z_S) \, Q_i(E_S, z_S) \tag{5.77}$$

la fonction $P_i^d(E, 0)$ peut alors se réécrire sous la forme

$$P_i^d(E, 0) = \frac{-1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \, J_i(E_S) \exp\left[-k_i^2 \lambda_D^2\right]. \tag{5.78}$$

La densité de positrons évaluée sur Terre est finalement donnée par l'expression

$$\psi^d(E, \odot) = \sum_{i=1}^{+\infty} J_0\left(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}\right) P_i^d(E, 0). \tag{5.79}$$

5.3.2.3 Détermination de b_i^{eff} pour une source monochromatique de positrons

Nous considérons une injection monochromatique de positrons dans le milieu interstellaire. Le taux de production de positrons s'écrit alors $Q(E, r, z) = \delta(E - E_S) \, Q(r, z)$. Les densités de positrons déterminées précédemment s'écrivent alors

$$\begin{aligned} \psi^h(E, \odot) &= \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}) \, P_i^h(E, 0), \\ \psi^d(E, \odot) &= \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}) \, P_i^d(E, 0), \end{aligned} \tag{5.80}$$

où P_i^h et P_i^d sont données par

$$\begin{aligned} P_i^h(E, 0) &= \frac{-1}{b(E)} B_i(E, E_S), \\ P_i^d(E, 0) &= \frac{-1}{b(E)} J_i(E_S) \exp\left[-k_i^2 \, \lambda_D^2\right]. \end{aligned} \tag{5.81}$$

Pour $E > E_S$, le flux est nul, les positrons ne pouvant que perdre de l'énergie. Nous désirons pincer les pertes d'énergie du halo dans le disque galactique en augmentant leur intensité afin d'obtenir le même résultat. Nous voulons $\psi^d(E,r) = \psi^h(E,r)$ en $z = 0$, quel que soit r. Cette condition se traduit par $P_i^d(E,0) = P_i^h(E,0)$ pour chaque ordre i de Bessel. La fonction P_i^d est solution de l'équation de transport où les pertes d'énergie sont pincées dans le disque galactique et ont un taux donné par $b_i^{eff}(E,E_S) = \xi_i(E,E_S)\, b(E)$. La condition $P_i^d(E,0) = P_i^h(E,0)$ est équivalente à

$$\frac{1}{\xi_i(E,E_S)}\, J_i\, \exp\left[-k_i^2\, \lambda_{D,i,eff}^2\right] = B_i(E,E_S), \tag{5.82}$$

où dans le terme de gauche, la longueur $\lambda_{D,i,eff}$ est dérivée à partir des pertes pincées b_i^{eff} :

$$\lambda_{D,i,eff}^2(E) = 4 \int_{E_S}^{E} dE' \frac{K(E')}{b_i^{eff}(E')}. \tag{5.83}$$

En procédant comme dans le cas 1D, il vient

$$\xi_i'(E,E_S) + \frac{B'(E,E_S)}{B_i(E,E_S)}\, \xi_i(E,E_S) = -4\, \frac{K(E)}{b(E)}\, k_i^2, \tag{5.84}$$

où le symbole ' représente la dérivée par rapport à l'énergie E. Nous sommes donc en présence d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre de la fonction ξ_i. La solution de cette équation est donnée par

$$\xi_i(E,E_S) = \frac{1}{B_i(E,E_S)} \left[J_i(E_S) + 4\, k_i^2 \int_{E}^{E_S} dE'\, \frac{K(E')}{b(E')}\, B_i(E',E_S) \right]. \tag{5.85}$$

En résumé, la densité de positron ψ évaluée pour $z = 0$ et solution de l'équation

$$-\, K(E)\, \Delta\psi + \partial_E[b(E)\, \psi] = \delta(E - E_S)\, Q(r,z), \tag{5.86}$$

est également solution en $z = 0$ de l'équation pincée

$$-\, K(E)\, \Delta\psi + 2h\, \delta(z)\, \partial_E \left[b^{eff}(E,E_S,r)\, \psi \right] = \delta(E - E_S)\, Q(r,z), \tag{5.87}$$

avec

$$b^{eff}(E,E_S,r) = \frac{b(E)}{\psi(E,r,0)} \sum_{i=1}^{+\infty} J_0(\alpha_i \frac{r}{R})\, \xi_i(E,E_S)\, P_i(E,0). \tag{5.88}$$

5.3.2.4 Facteur de pincement moyen $\bar{\xi}_i$

Il nous reste à présent à moyenner le facteur de pincement $\xi_i(E,E_S)$ sur l'énergie E_S d'injection des positrons. Soit $\mathcal{P}_i(E,E_S) = p_i(E,E_S)\, dE_S$ la probabilité qu'un positron détecté sur Terre à l'énergie E ait été injecté dans le milieu interstellaire à une énergie comprise entre E_S et $E_S + dE_S$, et contribue à la transformée de Bessel d'ordre i de la densité de positron $P_i^h(E)$. La densité de probabilité $p_i(E,E_S)$ est alors donnée par l'expression

$$p_i(E,E_S) = \frac{B_i(E,E_S)}{\int_{E}^{+\infty} dE_S\, B_i(E,E_S)}. \tag{5.89}$$

Par conséquent, le facteur de pincement moyen $\bar{\xi}_i(E)$ prend la forme

$$\bar{\xi}_i(E) = \frac{\int_E^{+\infty} dE_S \left[J_i(E_S) + 4k_i^2 \int_E^{E_S} dE' \, \frac{K(E')}{b(E')} \, B_i(E', E_S) \right]}{\int_E^{+\infty} dE_S \, B_i(E, E_S)}. \tag{5.90}$$

Nous pouvons alors remplacer $b(E)$ dans l'équation de transport des positrons par la fonction de perte d'énergie effective $b^{eff}(E, r) = \bar{\xi}(E, r)\, b(E)$ où

$$\bar{\xi}(E, r) = \frac{1}{\psi(E, r, 0)} \sum_{i=1}^{+\infty} J_0(\alpha_i \frac{r}{R}) \, \bar{\xi}_i(E) \, P_i(E, 0). \tag{5.91}$$

L'expression 5.90, de part son universalité, permet de comprimer les pertes d'énergie Compton inverse et synchrotron dans le disque galactique pour n'importe quelle distribution de sources de positrons. La méthode de pincement des pertes d'énergie du halo peut alors s'appliquer aux positrons indépendamment de leur origine, qu'ils soient secondaires et produits dans le disque galactique ou provenant de l'annihilation de WIMPs dans tout le halo magnétique. Nous verrons dans la suite comment particulariser le facteur de pincement ξ_i dans ces cas précis.

5.3.3 Résolution de l'équation de transport avec tous les effets de propagation

Nous venons de developper une méthode permettant de remplacer dans l'équation de transport 6.1 le terme $b_{halo}(E)$ par un terme effectif $2h\,\delta(z)\, b^{eff}_{halo}(E)$, permettant ainsi de prendre en compte les pertes d'énergie Compton inverse et synchrotron comme si ces processus avaient lieu uniquement dans le disque galactique. Nous pouvons par conséquent écrire l'équation de transport 6.1 sous la forme

$$\partial_z[V_C(z)\,\psi] - K(E)\Delta\psi + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b(E, r)\,\psi - D(E)\,\partial_E\psi\right] = Q(E, r, z) - 2h\,\delta(z)\,\Gamma\psi, \tag{5.92}$$

où $b(E, r) = b_{disc}(E) + b^{eff}_{halo}(E, r)$ et

$$b^{eff}_{halo}(E, r) = \frac{b(E)}{\psi(E, r, 0)} \sum_{i=1}^{+\infty} J_0(\alpha_i \frac{r}{R}) \, \bar{\xi}_i(E) \, P_i(E, 0). \tag{5.93}$$

La transformée de Bessel de 6.1 se met sous la forme

$$\partial_z[V_C(z)\,P_i] - K(E)\partial_{zz}P_i + K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 P_i + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b_i(E)\,P_i - D(E)\,\partial_E P_i\right] = Q_i(E, z) - 2h\,\delta(z)\,\Gamma P_i, \tag{5.94}$$

où $b_i(E) = b_{disc}(E) + b^{eff}_i(E)$ avec

$$b^{eff}_i(E) = \bar{\xi}_i(E)\, b_{halo}(E). \tag{5.95}$$

L'équation de transport 5.94 se résout de manière semi-analytique en suivant la procédure développée par les auteurs de Donato *et al.* [9]. Nous en rappelons brièvement les principes. Notons que cette méthode de résolution s'applique à tous les noyaux cosmiques, peu importe leur nature et leur origine.

Après avoir développé la densité ψ de rayons cosmiques sur la base des fonctions de Bessel J_0, l'équation de transport générique s'écrit sous la forme

$$\partial_z[V_C(z)\,P_i]-K(E)\,\partial_{zz}P_i+K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 P_i+2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b(E)\,P_i-D(E)\,\partial_E P_i\right]=Q_i(E,z)-2h\,\delta(z)\,\Gamma P_i. \tag{5.96}$$

On décompose la fonction P_i en une combinaison linéaire

$$P_i(E,z)=P_i^1(E,z)+P_i^2(E,z). \tag{5.97}$$

La fonction P_i^1 est solution de l'équation 5.96 sans les processus n'ayant lieu que dans le disque galactique,

$$\partial_z[V_C(z)\,P_i^1]-K(E)\partial_{zz}P_i^1+K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 P_i^1=Q_i(E,z). \tag{5.98}$$

La fonction P_i^2 est quant à elle solution de l'équation

$$\partial_z[V_C(z)\,P_i^2]-K(E)\partial_{zz}P_i^2+K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 P_i^2=X(E,P_i), \tag{5.99}$$

où l'opérateur $X(E,P_i)$ comprend tous les processus prenant place uniquement dans le disque galactique, s'exprimant comme

$$X(E,P_i)=-2h\,\delta(z)\,\Gamma P_i-2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b_i(E)\,P_i-D(E)\,\partial_E P_i\right]. \tag{5.100}$$

Nous commençons par déterminer la solution P_i^1. Nous résolvons l'équation 5.98 en utilisant à nouveau la méthode des fonctions de Green. Nous cherchons la fonction $G(E,z\leftarrow E_S,z_S)$ solution de l'équation

$$\partial_z[V_C(z)\,G_i]-K(E)\partial_{zz}G_i+K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 G_i=\delta(E-E_S)\left[\delta(z-z_S)+\delta(z+z_S)\right]. \tag{5.101}$$

Nous séparons le domaine de résolution en deux parties : $0\leq z<z_S$ et $z_S<z\leq L$. Lorsque $0\leq z<z_S$, la fonction G_i est donnée par l'expression

$$G_i(z<z_S)=\exp\left(\frac{V_C\,z}{2K}\right)\left[\tilde{A}\sinh\left(\frac{S_i\,z}{2}\right)+\tilde{B}\cosh\left(\frac{S_i\,z}{2}\right)\right], \tag{5.102}$$

où on définit

$$S_i^2=\left(\frac{2\alpha_i}{R}\right)^2+\left(\frac{V_C}{K}\right)^2. \tag{5.103}$$

La discontinuité de la dérivée de G_i par rapport à la coordonnée z nous incite à intégrer l'équation 5.101 autour de $z=0$,

$$\int_{-\epsilon}^{+\epsilon} dz\left\{\partial_z[V_C(z)\,G_i]-K(E)\,\partial_{zz}G_i+K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 G_i\right\}=0. \tag{5.104}$$

Cette dernière relation permet de mettre la fonction $G_i(z<z_S)$ sous la forme

$$G_i(z<z_S)=\frac{A}{KS_i}\exp\left(\frac{V_C\,z}{2K}\right)\mathcal{G}_i(z), \tag{5.105}$$

où on définit

$$\mathcal{G}_i(z) = V_C \sinh\left(\frac{S_i z}{2}\right) + KS_i \cosh\left(\frac{S_i z}{2}\right). \tag{5.106}$$

Lorsque $z < z_S \leq L$, la fonction G_i est donnée par l'expression

$$G_i(z_S < z) = \exp\left(\frac{V_C z}{2K}\right)\left[\tilde{C}\sinh\left(\frac{S_i z}{2}\right) + \tilde{D}\cosh\left(\frac{S_i z}{2}\right)\right]. \tag{5.107}$$

La densité de positrons s'annulant sur les bords du halo magnétique en $z = L$, il vient

$$G_i(z_S < z) = B\exp\left(\frac{V_C z}{2K}\right)\sinh\left[\frac{S_i}{2}(z - L)\right]. \tag{5.108}$$

La fonction G_i doit être continue donc $G_i(z_S^-) = G_i(z_S^+)$, il vient alors

$$A = B\,KS_i\,\mathcal{G}_i^{-1}(z_S)\sinh\left[\frac{S_i}{2}(z_S - L)\right]. \tag{5.109}$$

Finalement, en intégrant l'équation 5.101 autour de $z = z_S$ de telle sorte que

$$\int_{z_S-\epsilon}^{z_S+\epsilon} dz\left\{\partial_z[V_C(z)\,G_i] - K(E)\partial_{zz}G_i + K(E)\left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 G_i\right\} = \delta(E - E_S), \tag{5.110}$$

nous obtenons la relation

$$B = -\frac{2}{KS_i}\exp\left(-\frac{V_C z_S}{2K}\right)\frac{\mathcal{G}_i(z_S)}{\mathcal{G}_i(L)}\,\delta(E - E_S), \tag{5.111}$$

et par conséquent

$$A = 2\exp\left(-\frac{V_C z_S}{2K}\right)\sinh\left[\frac{S_i}{2}(L - z_S)\right]\mathcal{G}_i(L)^{-1}\,\delta(E - E_S). \tag{5.112}$$

La fonction P_i^1 solution de l'équation 5.98 est finalement donnée par le produit de convolution

$$P_i^1(E, z) = \int_E^{+\infty} dE_S\left\{\int_0^z dz_S\; G_i(z_S < z) + \int_z^L dz_S G_i(z_S > z)\right\}, \tag{5.113}$$

$$\begin{aligned} P_i^1(E, z) = &\int_0^z dz_S\,\frac{2}{KS_i}\exp\left[\frac{V_C}{2K}(z - z_S)\right]\frac{\mathcal{G}_i(z_S)}{\mathcal{G}_i(L)}\sinh\left[\frac{S_i}{2}(L - z)\right]Q_i(E, z_S) \\ &+ \int_z^L dz_S\,\frac{2}{KS_i}\exp\left[\frac{V_C}{2K}(z - z_S)\right]\frac{\mathcal{G}_i(z)}{\mathcal{G}_i(L)}\sinh\left[\frac{S_i}{2}(L - z_S)\right]Q_i(E, z_S). \end{aligned} \tag{5.114}$$

En évaluant la fonction P_i^1 en $z = 0$, il vient

$$\left[V_C + KS_i\coth\left(\frac{S_i L}{2}\right)\right]P_i^1(E, 0) = 2\mathcal{I}(E), \tag{5.115}$$

où on définit

$$\mathcal{I}(E) = \int_0^L dz_S \exp\left(-\frac{V_C\, z_S}{2K}\right) \mathcal{F}_i(z_S)\, Q_i(E, z_S), \tag{5.116}$$

avec

$$\mathcal{F}_i(z) = \frac{\sinh\left[\frac{S_i}{2}(L - z)\right]}{\sinh\left(\frac{S_i L}{2}\right)}. \tag{5.117}$$

Intéressons-nous à présent à la fonction P_i^2 solution de l'équation 5.99. Pour $z > 0$, la solution de 5.99 est donnée par la relation

$$P_i^2(E, z) = A \exp\left[\frac{V_C\, z}{2K}\right] \mathcal{F}_i(z), \tag{5.118}$$

où $A = P_i^2(E, z \to 0)$. En intégrant l'équation 5.99 autour de $z = 0$, nous obtenons la relation

$$\left[V_C + KS_i \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right)\right] P_i^2(E, 0) = -2h\, \partial_E \left[b_i\, P_i(E, 0) - D(E)\, \partial_E P_i(E, 0)\right] - 2h\, \Gamma P_i(E, 0). \tag{5.119}$$

En additionnant les équations 5.115 et 5.119, nous obtenons

$$\left[V_C + KS_i \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right)\right] P_i(E, 0) = 2\mathcal{I} - 2h\, \partial_E \left[b_i\, P_i(E, 0) - D(E)\, \partial_E P_i(E, 0)\right] - 2h\, \Gamma P_i(E, 0). \tag{5.120}$$

Nous aboutissons finalement à une équation différentielle par rapport à l'énergie des rayons cosmiques. En définissant

$$A_i(E) = V_C + KS_i \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right) + 2h\, \Gamma, \tag{5.121}$$

nous pouvons réécrire l'équation 5.120 sous la forme

$$A_i(E) P_i(E, 0) + 2h \frac{d}{dE}\left[b_i(E)\, P_i(E, 0) - D(E) \frac{d}{dE} P_i(E, 0)\right] = 2\mathcal{I}(E). \tag{5.122}$$

L'équation différentielle 5.122 constitue l'équation maîtresse permettant de déterminer la fonction $P_i(E, 0)$. Sa solution peut être déterminée numériquement grâce à l'algorithme de Crank-Nicholson. Nous en exposons brièvement les principes en annexe C.

5.3.4 Test de la méthode de pincements des pertes d'énergie des positrons

A présent, nous voulons tester la méthode de pincement des pertes d'énergie Compton inverse et synchrotron. Pour cela, nous nous concentrons sur l'équation de transport en considérant uniquement les processus de diffusion et de perte d'énergie du halo :

$$-K(E)\, \Delta\psi + \partial_E[b_{halo}(E)\, \psi] = Q(E, r, z). \tag{5.123}$$

Dans un premier temps, nous calculons le flux de positrons Φ_h à partir de la densité ψ_h solution de l'équation précédente. La densité ψ_h se calcule analytiquement dans le cadre du formalisme de Bessel décrit précédemment. Dans un second temps, nous calculons le flux de positrons Φ_d calculé à partir de la densité ψ_d solution de l'équation

$$-K(E)\, \Delta\psi_d + 2h\, \delta(z)\, \partial_E[b_{halo}^{eff}(E, r)\, \psi_d] = Q(E, r, z), \tag{5.124}$$

où les pertes d'énergie du halo ont été comprimées dans le disque galactique. La fonction b_{halo}^{eff} se calcule à partir du facteur de pincement $\bar{\xi}$ discuté plus haut. La densité ψ_d est déterminée de façon semi-analytique en utilisant l'algorithme de Crank-Nicholson. Finalement nous comparons les flux Φ_h et Φ_d dans le cas des positrons secondaires ainsi que des positrons issus de l'annihilation des WIMPs.

5.3.4.1 Positrons secondaires

Le terme source des positrons secondaires produits par l'interaction des protons et noyaux d'hélium cosmiques avec le milieu interstellaire se met sous la forme

$$Q^{\mathrm{II}}(E,\vec{x}) = 4\pi \sum_{i=p,\alpha} \sum_{j=\mathrm{H,He}} n_j(\vec{x}) \int dE_i \, \frac{d\sigma_{ij}}{dE}(E_i \to E) \, \Phi_i(E_i,\vec{x}), \tag{5.125}$$

Il est donc nécessaire de déterminer les flux de protons et de noyaux d'hélium en tout lieu du disque galactique et à toutes les énergies. Nous ne traiterons ici que des protons mais notre discussion se généralise immédiatement à l'hélium.

Rétro-propagation des protons cosmiques

La densité de protons ψ_p obéit à l'équation de transport

$$\partial_z[V_C(z)\,\psi_p] - K(E)\,\Delta\psi_p + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b_p(E)\,\psi_p - D(E)\,\partial_E\,\psi_p\right] = Q_p(E,r,z) - 2h\,\delta(z)\,\Gamma_p\,\psi_p. \tag{5.126}$$

Les protons interagissent avec le gaz du disque galactique. En entrant en collision avec l'hydrogène du milieu interstellaire, ils ne sont pas détruits mais migrent simplement vers une région de plus basse énergie. Ce processus ne fait pas varier leur nombre total mais les redistribue. Il se traduit vis-à-vis des particules incidentes de haute énergie par le terme de destruction

$$\Gamma_p = \sigma_{pH\to pH}\, v_p(E)\, n_H, \tag{5.127}$$

où $v_p(E)$ est la vitesse du proton cosmique à l'énergie E. Cette redistribution devrait en toute rigueur être accompagnée d'un terme source supplémentaire décrivant le repeuplement de la région de basse énergie du spectre par les particules diffusées. Dans la mesure où les protons sont initialement très abondants dans cette région et beaucoup plus nombreux que ceux qui y parviendraient après avoir subi une collision, ce terme peut être omis ici.

La production proprement dite des protons cosmiques par accélération de l'hydrogène du disque galactique par onde de choc est modélisée grâce à

$$Q_p(E,r,z) = 2h\,\delta(z) Q_p(E,r). \tag{5.128}$$

Nous supposerons que la dépendance en énergie se factorise de sorte que le spectre en énergie des particules accélérées est identique en tout lieu du disque avec

$$Q_p(E,r) = \kappa\, Q_p^{\mathrm{tot}}\, f(r), \tag{5.129}$$

où κ est un facteur de normalisation et $Q_p^{\mathrm{tot}}(E)$ désigne le taux de production moyen – intégré sur tout le disque galactique – de protons d'énergie E. Le profil radial $f(r)$ associé peut suivre par exemple la distribution galactique observée des pulsars. Nous choisirons tout au long de ce

mémoire de thèse la distribution déterminée par Bernard *et al.* [10] basée sur l'analyse de Yusifov & Küçük [11]. Le facteur κ vérifie la relation

$$\kappa^{-1} = 4\pi R^2 h \int_0^1 du\, u\, f(r = uR). \tag{5.130}$$

Les positrons secondaires sont produits exclusivement dans le disque galactique. Puisque nous traitons le disque comme étant infiniment mince, l'interaction des protons avec le milieu interstellaire se produit uniquement pour $z = 0$. Nous nous intéressons par conséquent exclusivement à la densité de protons cosmiques en $z = 0$. Par ailleurs, l'énergie des protons incidents doit être supérieure à quelques GeV afin de produire des positrons. Nous pouvons alors négliger les processus de perte d'énergie et de réaccélération diffusive des protons ayant un effet notable que pour des énergies inférieures au GeV. En développant la densité de protons $\psi_p(E, r, z = 0)$ sur la base des fonctions de Bessel J_0 de telle sorte que

$$\psi_p(E, r, 0) = \sum_{i=1}^{+\infty} P_i(E, 0)\, J_0\left(\alpha_i \frac{r}{R}\right), \tag{5.131}$$

la fonction $P_i(E, z)$ obéit à l'équation

$$\partial_z[V_C(z)\, P_i] - K(E)\, \partial_{zz} P_i + K(E) \left(\frac{\alpha_i}{R}\right)^2 P_i = Q_{p,i}(E, z) - 2h\, \delta(z)\, \Gamma_p P_i. \tag{5.132}$$

La fonction $P_i(E, 0)$ peut alors être déterminée à partir de la méthode discutée dans la Sec. 5.3.3. Une fois choisie la distribution radiale $f(r)$ des sources de protons cosmiques primaires, le taux de production $Q_p^{\rm tot}$ demeure la seule inconnue du problème. Nous le fixons en calculant le spectre des protons au niveau du Soleil $\Phi_p^{\rm th}(E, \odot)$ que nous égalons au flux mesuré sur Terre $\Phi_p^{\rm exp}$. La distribution de protons est alors complètement déterminée dans toute la Voie Lactée à partir du spectre mesuré au niveau du Soleil que nous avons rétro-propagé jusqu'à ses sources.

Développement en série du taux de production des positrons secondaires

Il convient de calculer les transformées de Bessel et de Fourier du taux du production des positrons secondaires

$$Q_{i,n}^{\rm II}(E) = \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} dz\, \varphi_n(z)\, \frac{2}{R^2 J_1^2(\alpha_i)} \int_0^R dr\, r\, J_0\left(\alpha_i \frac{r}{R}\right) Q^{\rm II}(E, r, z), \tag{5.133}$$

où

$$Q^{\rm II}(E, r, z) = n_H(z) \int dE_p\, \frac{d\sigma_{pp}}{dE}(E_p \to E)\, v_p(E) \left\{ \psi_p(E_p, r, z) = \sum_{i=1}^{+\infty} P_i(E_p, z)\, J_0\left(\alpha_i \frac{r}{R}\right) \right\}. \tag{5.134}$$

Il apparaît par conséquent que

$$Q_{i,n}^{\rm II}(E) = n_H \int dE_p\, \frac{d\sigma_{pp}}{dE}(E_p \to E)\, v_p(E)\, \frac{1}{L} \int_{-h}^{h} dz\, \varphi_n(z)\, P_i(E_p, z). \tag{5.135}$$

Le flux de protons est calculé à partir de l'approximation du disque mince où l'on suppose que la densité de protons à l'intérieur du disque galactique est homogène verticalement pour $z \in [-h, h]$. Il vient alors

$$Q^{\mathrm{II}}_{i,n}(E) = n_H \, \frac{2h}{L} \, \mathrm{sinc}(nk_0\, h) \int dE_p \, \frac{d\sigma_{pp}}{dE}(E_p \to E) \, v_p(E_p) \, P_i(E_p, 0) \, . \tag{5.136}$$

Notons que les auteurs de [12] ont déterminé que le flux des positrons calculé entre 100 MeV et 1 TeV en prenant en compte la rétro-propagation des protons, ne diffère que d'un facteur inférieur à 2% par rapport au flux calculé avec une densité de protons cosmiques homogène dans le disque galactique. Par ailleurs, l'objectif de cette section est de tester notre méthode de pincement des pertes d'énergie du halo. La méthode est indépendante de la dépendance radiale du terme de production des positrons. Nous pouvons donc, à l'intérieur de cette section, négliger la dépendance radiale de la densité de protons cosmiques considérer cette dernière homogène dans le disque galactique. Nous obtenons dans ce cas

$$Q^{\mathrm{II}}_{i,n}(E) = \frac{2}{\alpha_i \, J_1(\alpha_i)} \frac{2h}{L} \, \mathrm{sinc}(nk_0\, h) \, Q^{\mathrm{II}}(E, \odot), \tag{5.137}$$

où

$$Q^{\mathrm{II}}(E, \odot) = 4\pi \, n_H \int dE_p \, \frac{d\sigma_{pp}}{dE}(E_p \to E) \, \Phi_p(E_p, \odot). \tag{5.138}$$

Fonction de halo des positrons secondaires : Green versus Bessel

La densité des positrons secondaires ψ^{II} évaluée au niveau du Soleil, s'écrit en fonction de la fonction de halo $\tilde{I}(\lambda_D)$

$$\psi^{\mathrm{II}}(E, \odot) = \frac{-1}{b(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \; \tilde{I}(\lambda_D) \, Q^{\mathrm{II}}(E_S, \odot). \tag{5.139}$$

La fonction de halo $\tilde{I}(\lambda_D)$ peut se calculer dans le cadre du modèle 1D de propagation des rayons cosmiques avec le formalisme des fonction de Green et se met sous la forme

$$\tilde{I}^{\mathrm{1D}}(\lambda_D) = \int_{disk} dz_S \; \tilde{V}(z \leftarrow z_S, \lambda_D), \tag{5.140}$$

ou dans le cadre du modèle 2D avec le formalisme de Bessel et se met sous la forme

$$\tilde{I}^{\mathrm{2D}}(\lambda_D) = \sum_{i=1}^{+\infty} J_0\left(\alpha_i \frac{r}{R}\right) \sum_{n=2m+1}^{+\infty} \frac{Q^{\mathrm{II}}_{i,n}(E_S)}{Q^{\mathrm{II}}(E_S, \odot)} \; \exp\left[-C_{i,n} \, \lambda_D^2\right]. \tag{5.141}$$

Les fonctions $\tilde{I}^{\mathrm{1D}}$ et $\tilde{I}^{\mathrm{2D}}$ sont représentées sur la figure 5.4 en pointillés et traits continus, respectivement. La différence entre les deux approches n'apparaît que lorsque la longueur de diffusion λ_D atteint les bords radiaux de la Galaxie situés à 11.5 kpc du système solaire. Notons que cette différence n'est significative que lorsque la demi-hauteur du halo magnétique L est supérieure à 11.5 kpc. En effet, pour des valeurs de L plus petites, l'échappement des positrons à travers les bords verticaux les empêche de venir des régions éloignées, proches des bords radiaux. Nous voulons étendre notre modèle de propagation des positrons cosmiques en dessous de 10 GeV, jusqu'à des énergies de l'ordre de la centaine de MeV. La Fig. 3.2 nous enseigne que la longueur de diffusion λ_D peut être très grande pour ces énergies. Il nous faut donc dorénavant abandonner le modèle 1D pour le modèle 2D afin de calculer correctement le flux de positrons à basse énergie.

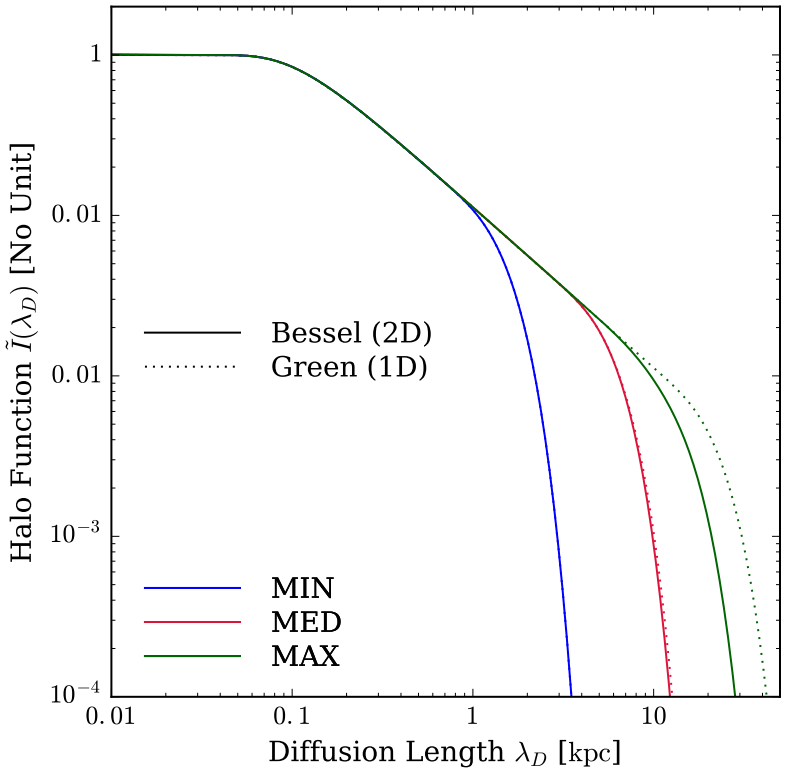

FIGURE 5.4 – ***Fonction de halo des positrons secondaires*** *pour les jeux de paramètres de propagation* MIN *(bleu),* MED *(rouge) et* MAX *(vert) en considérant le modèle de propagation 1D (pointillés) et 2D (traits pleins).*

La densité $\psi_h^{\rm II}$ versus la densité $\psi_d^{\rm II}$

La densité de positrons secondaires $\psi_h^{\rm II}(E,\odot)$ solution de l'équation

$$-K(E)\,\Delta\psi_h^{\rm II} + \partial_E[b_{halo}(E)\,\psi_h^{\rm II}] = Q^{\rm II}(E,r,z), \tag{5.142}$$

se met sous la forme

$$\psi_h^{\rm II}(E,\odot) = \sum_{i=1}^{+\infty} J_0\left(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}\right)\, P_i^h(E,0). \tag{5.143}$$

où

$$P_i^h(E,0) = \frac{-1}{b_{halo}(E)} \int_E^{+\infty} dE_S \sum_{n=2m+1}^{+\infty} Q_{i,n}^{\rm II}(E_S)\exp\left[-C_{i,n}\,\lambda_D^2\right]. \tag{5.144}$$

Nous rappelons que $C_{i,n}$ est donné par l'équation 5.58. Le flux interstellaire de positrons secondaires $\Phi_h^{\rm II}$ associé, calculé avec le jeu de paramètres de propagation MED, est représenté par la courbe en trait continu rouge sur le panneau gauche de la Fig. 5.6.

La densité de positrons secondaires $\psi_d^{\rm II}(E,\odot)$ est lui solution de l'équation

$$-K(E)\,\Delta\psi_h^{\rm II} + 2h\,\delta(z)\,\partial_E[b_{halo}^{eff}(E,r)\,\psi_h^{\rm II}] = Q^{\rm II}(E,r,z), \tag{5.145}$$

où $b_{halo}^{eff}(E,r) = \bar{\xi}(E,r)\,b(E)$. Nous avons vu dans le Sec. 5.3.2.4 que le facteur de pincement moyen $\bar{\xi}$ se met sous la forme 5.91. Dans le cas des positrons secondaires et en négligeant la

rétro-propagation des protons, il vient

$$B_i(E, E_S) = \sum_{n=2m+1}^{+\infty} Q^{\mathrm{II}}_{i,n}(E_S)\ \exp\left[-C_{i,n}\lambda_D^2\right], \tag{5.146}$$

où

$$Q^{\mathrm{II}}_{i,n}(E_S) = \frac{2}{\alpha_i\, J_1(\alpha_i)}\frac{2h}{L}\,\mathrm{sinc}(nk_0\, h)\ Q^{\mathrm{II}}(E_S, \odot), \tag{5.147}$$

ainsi que

$$J_i(E_S) = \frac{2}{\alpha_i\, J_1(\alpha_i)}\, Q^{\mathrm{II}}(E_S, \odot). \tag{5.148}$$

Par conséquent,

$$\bar{\xi}_i(E) = \frac{\int_E^{+\infty} dE_S\ Q^{\mathrm{II}}(E_S, \odot)\left\{1 - \frac{2k_i^2 h}{L}\sum_{n=2m+1}^{+\infty}\frac{\mathrm{sinc}(nk_0\, h)}{C_{i,n}}\left[1 - \exp\left(-C_{i,n}\,\lambda_D^2\right)\right]\right\}}{\int_E^{+\infty} dE_S\ Q^{\mathrm{II}}(E_S, \odot)\frac{2h}{L}\sum_{n=2m+1}^{+\infty}\mathrm{sinc}(nk_0\, h)\exp\left(-C_{i,n}\,\lambda_D^2\right)}, \tag{5.149}$$

Arrêtons-nous un instant sur le comportement de la fonction $\bar{\xi}_i(E)$ dans la limite des hautes énergies. Lorsque E tend vers E_S, alors la longueur de diffusion λ_D tend vers 0. Afin de comprendre le comportement de la fonction $\bar{\xi}_i(E)$ nous nous plaçons dans la limite 1D où R tend vers l'infini. Dans ce cas

$$\lim_{R\to+\infty} k_i^2 = \frac{1}{4\,hL}, \tag{5.150}$$

et en remarquant que

$$\frac{2h}{L}\sum_{n=2m+1}^{+\infty}\mathrm{sinc}(nk_0\, h) = 1, \tag{5.151}$$

les fonctions $\bar{\xi}_i(E \to +\infty)$ sont toutes égales à 1. Cela signifie que dans la limite haute énergie, le facteur de pincement $\bar{\xi}(E)$ est égal à 1 et que $b^{eff}(E, r) = b(E)$. Ce résultat peut se retrouver en utilisant la définition du facteur de pincement $\xi(E, E_S)$ dérivé dans le cas du modèle 1D pour une source monochromatique injectant des positrons à l'énergie E_S (voir équation 5.43). Dans le cas des positrons secondaires, le facteur de pincement 1D se met sous la forme

$$\xi(E, E_S) = \frac{1}{\tilde{I}_{disc}(E, E_S)}\left[1 + \frac{1}{hL}\int_E^{E_S} dE'\,\frac{\tilde{I}_{disc}(E', E_S)K(E')}{b(E')}\right]. \tag{5.152}$$

En première approximation, $\xi(E, E_S) \simeq \tilde{I}^{-1}_{disc}$ ce qui correspond au rapport entre le volume de la sphère positronique et le volume du disque galactique qu'elle intercepte. Par conséquent, plus les positrons diffusent, plus la longueur de diffusion λ_D est grande et plus le facteur de pincement ξ est grand. Ainsi, le facteur de pincement dépend fortement du jeu de paramètres de propagation utilisé. Par ailleurs, à l'énergie E_S fixée, le volume de la sphère positronique diminue quand l'énergie E augmente. A très haute énergie lorsque E tend vers E_S, la sphère positronique est si petite qu'elle est complètement comprise dans le disque galactique. La fonction de halo $\tilde{I}_{disc}$ tend vers 1 et par conséquent le facteur de pincement également. Nous retrouvons bien le même résultat que précédemment. Le facteur de pincement moyen $\bar{\xi}$ des positrons secondaires est représenté sur

la Fig. 5.5 dans le cas des jeux de paramètres de propagation MIN (bleu), MED (rouge) et MAX (vert).

Nous pouvons dès lors calculer la densité de positrons secondaires $\psi_d^{\rm II}(E,\odot)$ solution de l'équation

$$-K(E)\,\Delta\psi_d^{\rm II} + 2h\,\delta(z)\,\partial_E[b_{halo}^{eff}(E,r)\,\psi_d^{\rm II}] = Q^{\rm II}(E,r,z). \tag{5.153}$$

Elle se met sous la forme

$$\psi_d^{\rm II}(E,\odot) = \sum_{i=1}^{+\infty} J_0\left(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}\right) P_i^d(E,0), \tag{5.154}$$

où la fonction $P_i^d(E,0)$ est calculée en utilisant l'algorithme de Crank-Nicholson. Le flux interstellaire des positrons secondaires $\Phi_d^{\rm II}(E)$ associé, calculé avec le jeu de paramètres de propagation MED, est représenté par la courbe en pointillés bleue sur le panneau gauche de la Fig. 5.6.

La méthode de pincement des pertes d'énergie affecte le flux des positrons secondaires $\Phi_d^{\rm II}(E)$ d'une erreur à travers (i) le fait de moyenner le facteur de pincement ξ sur l'énergie à la source E_S (ii) l'utilisation de la méthode numérique de résolution Crank-Nicholson. L'erreur relative $|\Phi_h^{\rm II} - \Phi_d^{\rm II}|/\Phi_h^{\rm II}$ est représentée sur le panneau droite de la Fig. 5.6 pour les jeux de paramètres de propagation MIN (bleu), MED (rouge) et MAX (vert). Nous pouvons alors conclure que l'erreur que l'on commet en utilisant la méthode de pincement des pertes d'énergie du halo pour les positrons secondaires est au pire égale à 0.08% et de l'ordre de 10^{-4} dans la majorité des cas.

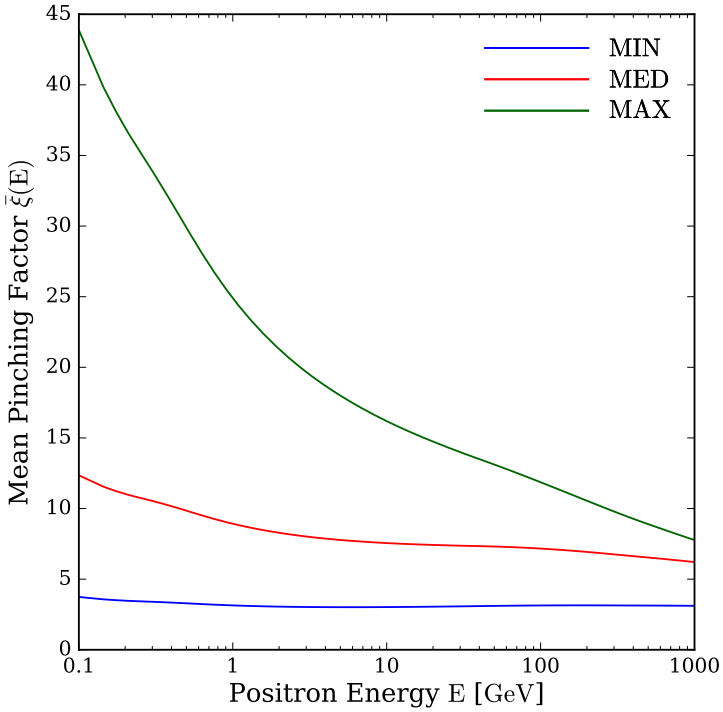

FIGURE 5.5 – ***Facteur de pincement moyen des positrons secondaires*** *calculé pour les jeux de paramètres de propagation* MIN *(bleu),* MED *(rouge) et* MAX *(vert)*

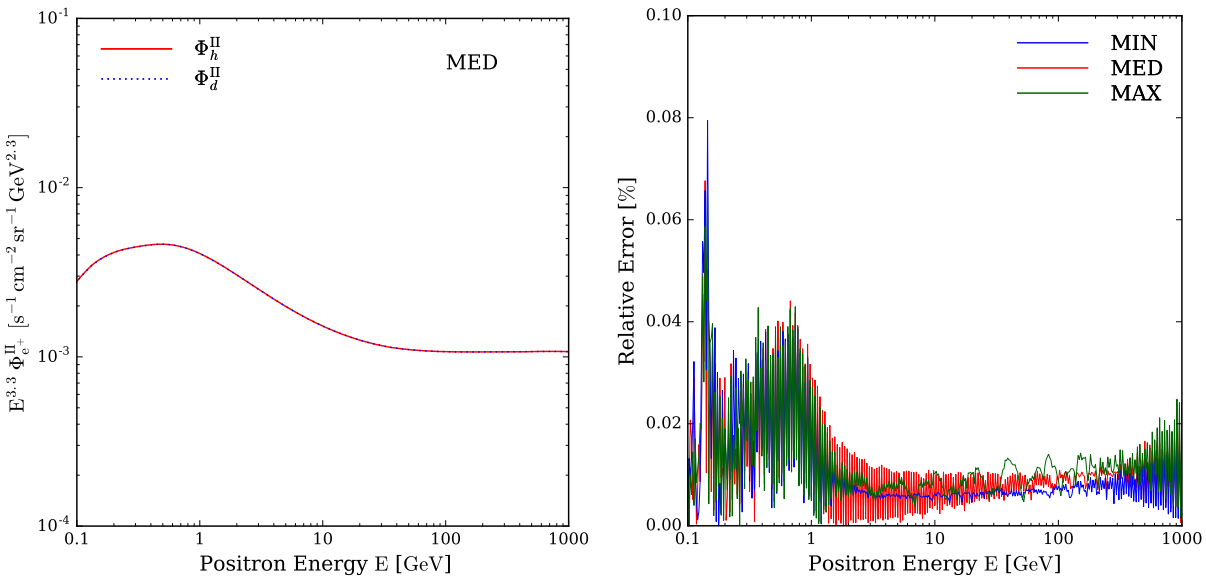

FIGURE 5.6 – ***Gauche :*** *flux interstellaire des positrons secondaires calculé avec les pertes d'énergie du halo (trait continu rouge) et quand les pertes du halo sont pincées dans le disque (pointillés bleus).* ***Droite :*** *erreur relative de la méthode de pincement des pertes d'énergie du halo appliquée aux positrons secondaires.*

5.3.4.2 Positrons primaires issus de l'annihilation de matière noire

Nous avons vu dans la Sec. 3.3.1 que le taux de production des positrons issus de l'annihilation de WIMPs se met sous la forme

$$Q^{\rm DM}(E,r,z) = \eta\,\langle\sigma v\rangle\,\frac{\rho_\chi^2}{m_\chi^2}\,(r,z)\left\{g(E) \equiv \sum_i^N b_i\,\frac{dN}{dE}\Big|_i\right\}. \tag{5.155}$$

La densité de positrons primaires $\psi_h^{\rm DM}$ solution de l'équation

$$-\,K(E)\,\Delta\psi_h^{\rm DM} + \partial_E[b_{halo}(E)\,\psi_h^{\rm DM}] = Q^{\rm DM}(E,r,z), \tag{5.156}$$

se met sous la forme

$$\psi^{\rm DM}(E,\odot) = \frac{-\kappa}{b_{halo}(E)}\int_E^{+\infty} dE_S\;g(E_S)\,\tilde{I}(E,E_S), \tag{5.157}$$

où le coefficient κ est défini par

$$\kappa = \eta\,\langle\sigma v\rangle\left(\frac{\rho_\chi(\odot)}{m_\chi}\right)^2. \tag{5.158}$$

La fonction de halo des positrons primaires $\tilde{I}(E,E_S)$ est quant à elle calculée dans le cadre du formalisme de Green ou de Bessel selon la procédure discutée dans las Sec. 3.3.2. Le flux interstellaire associé $\Phi_h^{\rm DM}$, est représenté par la courbe en trait continu rouge sur le panneau gauche de la Fig. 5.7 pour une particule de matière noire de 350 GeV s'annihilant en paire $\mu^+\mu^-$, et sur le panneau gauche de la Fig. 5.8 pour une particule de matière noire de 10 TeV s'annihilant en paire $\bar{b}b$. Ces flux ont été calculés dans le cas MED.

En utilisant la méthode du pincement des pertes d'énergie du halo, la densité de positrons primaires $\psi_d^{\rm DM}(E)$ solution de l'équation

$$- K(E)\,\Delta\psi_d^{\rm DM} + 2h\,\delta(z)\,\partial_E[b_{eff}(E,r)\psi_d^{\rm DM}] = Q^{\rm DM}(E,r,z), \tag{5.159}$$

s'écrit sous la forme

$$\psi_d^{\rm DM}(E) = \sum_{i=1}^{\infty} J_0\left(\alpha_i \frac{r_\odot}{R}\right) P_i^d(E,0), \tag{5.160}$$

et les coefficients de Bessel $P_i^d(E,0)$ sont calculés grâce à l'algorithme de Crank-Nicholson. Le flux interstellaire associé $\Phi_d^{\rm DM}$, est représenté par la courbe en pointillés bleus sur les panneaux de gauche des Fig. 5.7 et Fig. 5.8. L'erreur relative $|\Phi_h^{\rm DM} - \Phi_d^{\rm DM}|/\Phi_h^{\rm DM}$ que l'on commet en utilisant la méthode de pincement des pertes d'énergie appliquée aux positrons primaires est représentée sur les panneaux de droite des Fig. 5.7 et Fig. 5.8. Nous pouvons observer que cette erreur est inférieure à 0.2% en dessous de l'énergie correspondant à la masse m_χ du WIMP. Lorsque l'énergie E des positrons tend vers la masse m_χ, le flux de positrons décroît fortement pour s'annuler. Par conséquent, l'erreur relative augmente fortement. Nous commettons alors un erreur appréciable uniquement pour des énergies où le flux de positrons est négligeable.

En conclusion, la méthode de pincement des pertes d'énergie décrite précédemment nous permet de retrouver avec une précision supérieure à 0.2% le flux des positrons secondaires ainsi que le flux de positrons primaires issus de l'annihilation de WIMPs, lorsque les pertes d'énergie Compton inverse et Synchrotron sont traitées de façon effective uniquement dans le disque galactique. La robustesse de cette méthode nous permet dès à présent de prendre en compte tous les effets de propagation des positrons, en incluant ceux de basse énergie, afin de calculer le flux de positrons cosmiques à partir de 100 MeV jusqu'à plusieurs TeV.

5.3.5 Calcul du flux de positrons de 100 MeV à 1 TeV.

Grâce à la méthode de pincement, tous les processus de perte d'énergie peuvent être considérés comme prenant place dans le disque galactique. Nous sommes désormais capable de résoudre l'équation de transport des positrons en prenant en compte tous les effets de basse énergie qu'ils subissent en se propageant dans la galaxie. Nous pouvons alors fournir pour la première fois une solution semi-analytique du flux de positrons à partir d'une énergie de 100 MeV.

5.3.5.1 Positrons secondaires

La densité des positrons secondaires $\psi^{\rm II}$ vérifie l'équation de transport

$$\partial_z\,[V_C(z)\,\psi^{\rm II}] - K(E)\,\Delta\psi^{\rm II} + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b(E,r)\,\psi^{\rm II} - D(E)\,\partial_E\,\psi^{\rm II}\right] = Q^{\rm II}(E,r,z), \tag{5.161}$$

où le taux de perte d'énergie $b = b_{halo}^{eff} + b_{disc}$. La densité $\psi^{\rm II}$ évaluée au niveau du Soleil est donnée par l'expression

$$\psi^{\rm II}(E,\odot) = \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\alpha_i \frac{r}{R})\; P_i^{\rm II}(E,0), \tag{5.162}$$

où $P_i^{\rm II}(E,0)$ s'obtient en utilisant l'algorithme de Crank-Nicholson.

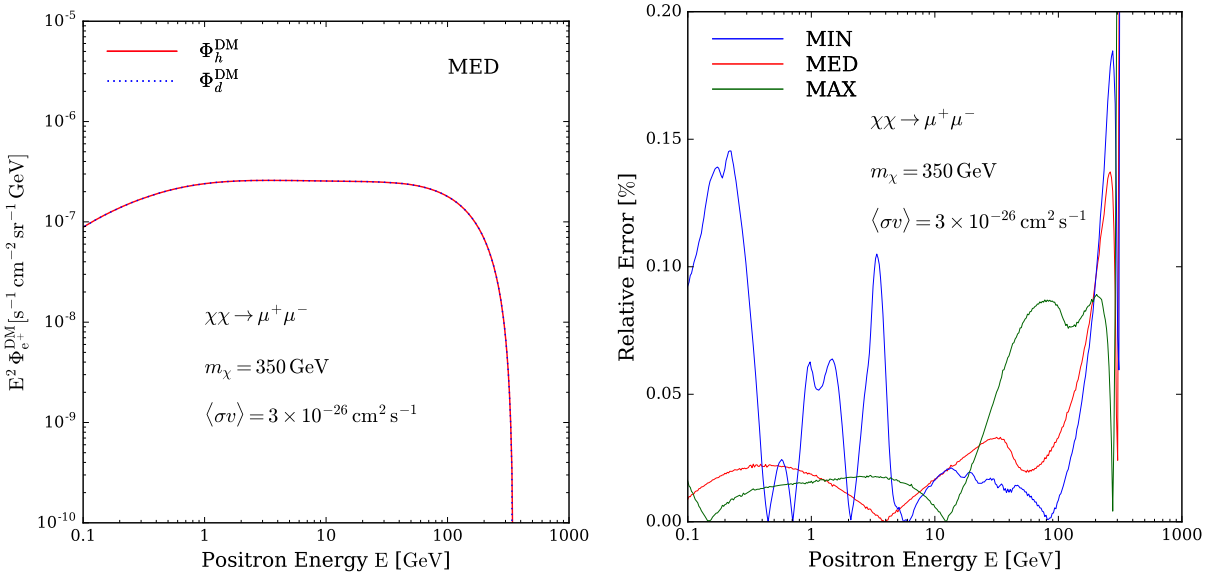

FIGURE 5.7 – ***Gauche :*** *flux interstellaire des positrons produits par un WIMP de* 350 GeV *s'annihilant en paire* $\mu^+\mu^-$ *avec les pertes d'énergie du halo (trait continu rouge) et lorsque les pertes d'énergie sont pincées dans le disque galactique (pointillés bleus).* ***Droite :*** *erreur relative de la méthode de pincement pour les positrons primaires produits par un WIMP de* 350 GeV *s'annihilant en paire* $\mu^+\mu^-$.

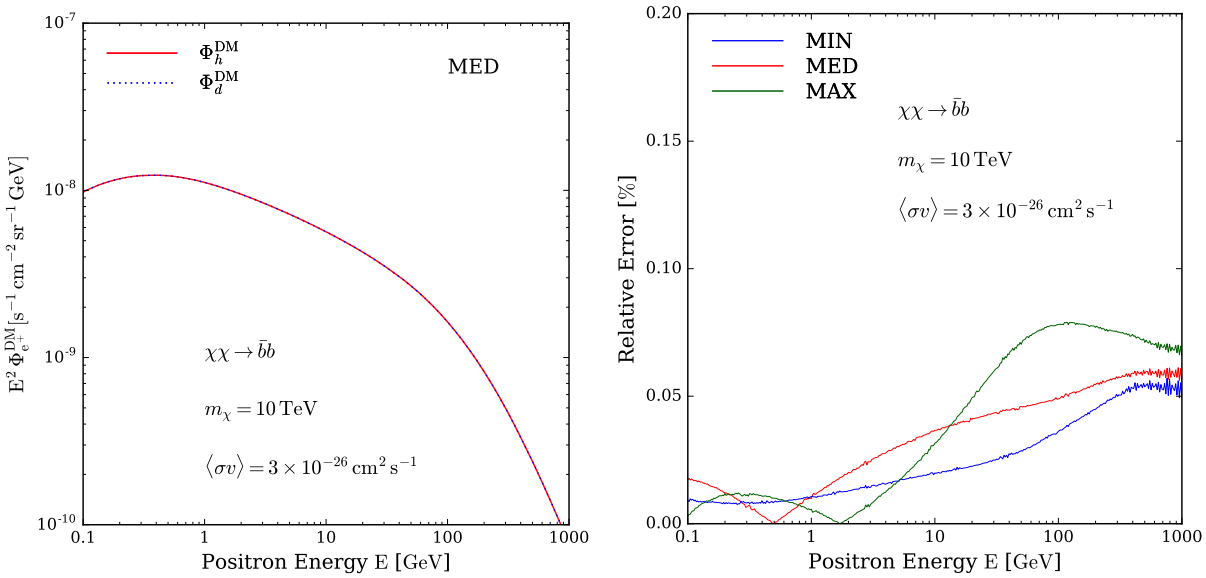

FIGURE 5.8 – *Idem que la Fig. 5.7 avec un WIMP de* 1 TeV *s'annihilant en paire* $\bar{b}b$.

Afin de comprendre en profondeur la forme du flux des positrons secondaires, nous représentons sur le panneau gauche de la Fig. 5.9, le résultat obtenu en ajoutant un à un les différents mécanismes auxquels les positrons obéissent durant leur propagation. Nous représentons également sur le panneau droite de la Fig. 5.9, le temps caractéristique de chacun de ces processus, normalisé par le temps caractéristique de diffusion dans le disque galactique $\tau_{diff} = hL/K(E)$. Les flux et les temps caractéristiques ont été calculés à partir du jeux de paramètres de propagation

MED.

La courbe en tirets bleus notée "Diff" s'obtient en ne considérant que la diffusion spatiale. En ajoutant les pertes de haute énergie (HEL pour High Energy Losses), i.e. Compton inverse et synchrotron, nous obtenons la courbe en tirets rouges. Nous remarquons que nous avons le même résultat à haute énergie ($E \geq 10$ GeV) que sur la Fig. 3.8 de la Sec. 3.2.3. Il apparaît que la partie haute énergie du spectre est dépeuplée au profit de la partie basse énergie. En réalité, les positrons ne perdent sensiblement de l'énergie que lorsque le temps caractéristique $\tau_{l,eff}^{IC+sync} = -E/b_{halo}^{eff}$ est plus petit que le temps caractéristique de diffusion τ_{diff}. L'intersection entre la courbe en tirets bleus turquoise et la courbe en pointillés noirs sur le panneau droite de la Fig. 5.9 nous donne l'échelle d'énergie ($\sim$ 100 MeV) à laquelle les courbes en tirets bleus et rouges s'interceptent sur le panneau gauche de la Fig. 5.9.

La courbe jaune discontinue est obtenue en considérant uniquement la diffusion spatiale et la réaccélération diffusive (DR). Il apparaît que les positrons ne sont sensibles à la réaccélération diffusive que pour des énergies inférieures à $\sim$ 100 GeV. D'autre part, nous pouvons voir que les positrons de basse énergie sont accélérés pour former une bosse dans le spectre aux environs de 10 GeV. La réaccélération diffusive (comme nous la traitons) est un processus de diffusion en énergie. Elle transfère les positrons des régions les plus peuplées aux régions les moins peuplées du spectre. Puisque le spectre des positrons secondaires décrit approximativement une loi de puissance, les positrons diffusent des basses énergies du spectre vers les hautes énergies. C'est la raison pour laquelle ils sont accélérés. Le temps caractéristique de réaccélération diffusive $\tau_{reac} = E^2/D(E)$, normalisé, est représenté par la courbe jaune continue sur le panneau droite de la Fig. 5.9.

La courbe en tirets violets sur le panneau gauche de la Fig. 5.9 est obtenue en ajoutant les pertes de haute énergie et la réaccélération diffusive (HEL + DR $\rightarrow$ HELDR) à la diffusion spatiale. Il apparaît que l'effet des pertes de haute énergie réduit la largeur de la bosse caractéristique de la réaccélération diffusive. La réaccélération diffusive est le processus dominant à basse énergie alors que les pertes d'énergie sont dominantes à haute énergie. L'énergie de transition entre ces deux régimes est donnée par l'intersection des temps caractéristiques de ces deux processus. Nous pouvons voir sur le panneau droite de la Fig. 5.9 que le temps caractéristique de la réaccélération diffusive (jaune) et le temps caractéristique des pertes de haute énergie (bleu turquoise) s'interceptent autour de 2 GeV. Cela nous donne la position du maximum de la bosse du spectre.

La courbe en tirets verts du panneau gauche de la Fig. 5.9 s'obtient en ajoutant la convection, due au vent galactique de vitesse V_C, à la diffusion spatiale et aux pertes de haute énergie HEL. La convection a pour effet de chasser les positrons hors du disque galactique. Le terme de convection agit comme un terme puits dans l'équation de diffusion en énergie sur les $P_i(E, 0)$ (5.122). Par conséquent, la densité de positron diminue pour les énergies auxquelles la convection agit sensiblement. La courbe verte continue du panneau droite de la Fig. 5.9 nous montre que le temps caractéristique de convection $\tau_{conv} = h/V_C$ est plus petit que le temps caractéristique de diffusion spatiale tant que l'énergie des positrons est inférieure à environ 10 GeV. De ce fait, le spectre ne sera sensible à la convection que pour des énergies inférieures à environ 10 GeV. Nous pouvons voir dans le panneau gauche de la Fig. 5.9 que la prise en compte de la convection diminue le flux de positrons d'un facteur 3 à 1 GeV, de 8% à 10 GeV et de moins de 1% à 100 GeV.

La courbe rose discontinue du panneau gauche de la Fig. 5.9 montre l'effet de l'ajout de la convection à la diffusion spatiale, aux pertes de haute énergie et à la réaccélération diffusive. Ceci a pour effet de diminuer l'amplitude de la bosse d'un facteur supérieur à un ordre de grandeur. Finalement, nous ajoutons les processus de pertes d'énergie du disque et nous obtenons la courbe en trait plein noir sur le panneau gauche de la Fig. 5.9. La courbe en trait plein bleu du panneau droite

de la Fig. 5.9 représente le temps caractéristique τ_l associé à tous les effets de perte d'énergie des positrons. Celui-ci est donné par l'expression

$$\frac{1}{\tau_l} = \frac{1}{\tau_l^{adia}} + \frac{1}{\tau_l^{ioni}} + \frac{1}{\tau_l^{coul}} + \frac{1}{\tau_l^{brem}} + \frac{1}{\tau_{l,eff}^{IC+sync}}. \tag{5.163}$$

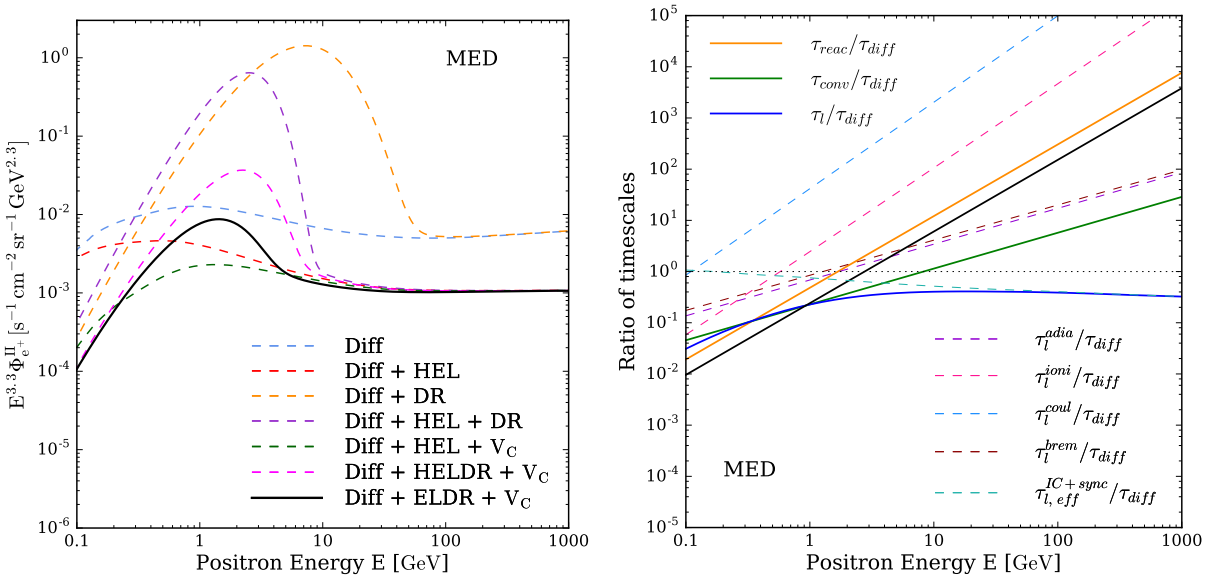

FIGURE 5.9 – ***Gauche :*** *Effets de propagation sur le flux interstellaire des positrons secondaires dans le cas* MED. ***Droite :*** *Temps caractéristiques des processus de propagation dans le cas* MED.

Le flux interstellaire de positrons secondaires, calculé en prenant en compte tous les effets de propagation, est représenté par les courbes continues notées "All effects" sur le panneau gauche de la Fig. 5.10 pour MIN (bleu), MED (rouge) et MAX (vert). Nous représentons également par les courbes en pointillés notées "HE limit", le flux de positrons secondaires calculé en prenant en compte uniquement la diffusion spatiale et les pertes de haute énergie (IC et synchrotron). Dans ce cas, la propagation des positrons est traitée dans un modèle 1D avec le formalisme de Green, de la même manière que nous l'avons fait dans le Chap. 3. Nous n'obtenons néanmoins pas les mêmes résultats que précédemment étant donné que nous traitons désormais les pertes d'énergie en prenant en compte le régime relativiste. Grâce à notre méthode de pincement des pertes d'énergie du halo, nous sommes capables de calculer le flux de positrons en incluant tous les effets de propagation. Dès lors, il nous est possible de calculer l'erreur que l'on commet en utilisant l'approximation de haute énergie (que nous avons utilisé dans le Chap. 3 et qui est souvent utilisée dans la littérature) pour calculer le flux de positrons au-delà de 10 GeV. Cette erreur définie par $(\phi_{HE}^{\rm II} - \phi^{\rm II})/\phi^{\rm II}$ est représentée sur le panneau droite de la Fig. 5.10 pour MIN (bleu), MED (rouge) et MAX (vert). Des valeurs numériques pour différentes énergies des positrons secondaires sont données dans le tableau Tab. 5.2. L'erreur diminue avec l'énergie comme nous nous y attendions. Il apparaît également que pour $E > 10$ GeV, le flux calculé avec tous les effets de propagation est toujours inférieur à la limite haute énergie. En effet, la convection ainsi que les pertes d'énergie du disque sont les processus dominants après les pertes d'énergie du halo. Ces processus ont pour effet de réduire le flux de positrons à haute énergie (voir Fig. 5.9). Par ailleurs,

l'erreur dépend fortement des paramètres de propagation, celle-ci étant maximale pour MIN. Ceci se comprend en remarquant que la vitesse du vent convectif diminue avec la séquence MIN, MED, MAX. Par conséquent, plus l'intensité de la convection sera élevée et plus l'erreur commise en utilisant l'approximation de haute énergie sera importante.

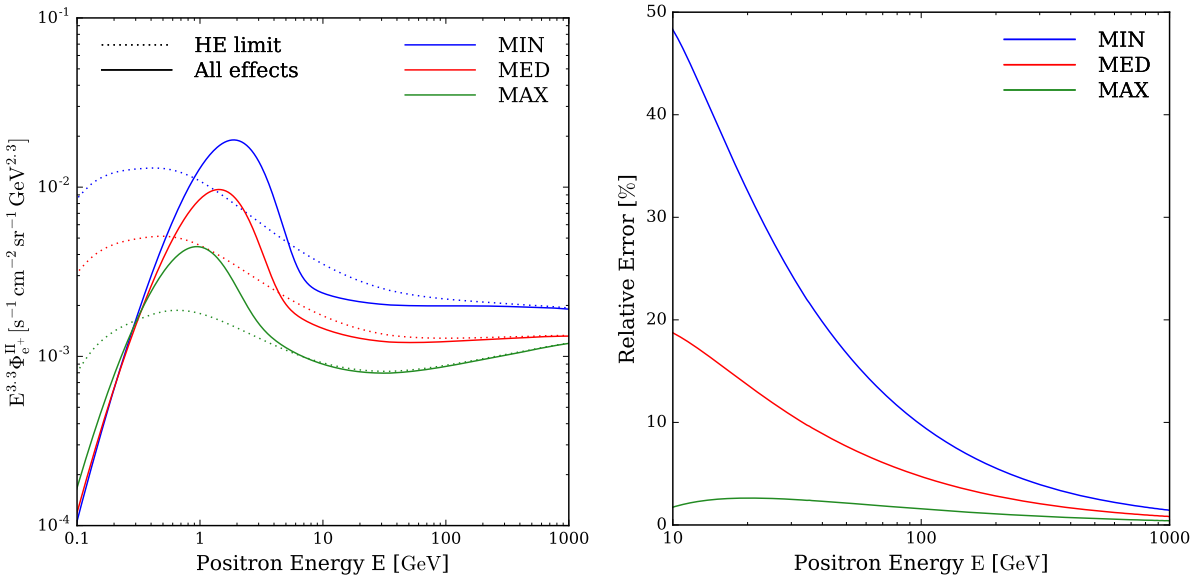

FIGURE 5.10 – ***Gauche :*** *flux interstellaire de positrons secondaires calculé en prenant en compte tous les effets de propagation (traits continus) et dans le cadre de l'approximation de haute énergie (pointillés).* ***Droite :*** *erreur relative commise en utilisant l'approximation de haute énergie pour le calcul du flux des positrons secondaires.*

	Relative error $(\phi^{\rm II}_{\rm HE} - \phi^{\rm II})/\phi^{\rm II}$ [%]				
Positron Energy	10 GeV	50 GeV	100 GeV	500 GeV	1 TeV
MIN	48	17	9.7	2.5	1.4
MED	19	7.7	4.7	1.4	0.80
MAX	1.7	2.0	1.5	0.62	0.40

TABLE 5.2 – ***Erreur relative*** *commise en utilisant l'approximation de haute énergie pour le calcul du flux des positrons secondaires.*

5.3.5.2 Positrons primaires issus de l'annihilation de matière noire

La densité des positrons primaires issus de l'annihilation de WIMPs $\psi^{\rm DM}$ vérifie l'équation de transport

$$\partial_z\,[V_C(z)\,\psi^{\rm DM}] - K(E)\,\Delta\psi^{\rm DM} + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b(E,r)\,\psi^{\rm DM} - D(E)\,\partial_E\,\psi^{\rm DM}\right] = Q^{\rm DM}(E,r,z), \quad (5.164)$$

où le taux de perte d'énergie $b = b^{eff}_{halo} + b_{disc}$. La densité $\psi^{\rm DM}$ évaluée au niveau du Soleil est donnée par l'expression

$$\psi^{\rm DM}(E,\odot) = \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\alpha_i \frac{r}{R})\; P^{\rm DM}_i(E,0), \quad (5.165)$$

où $P_i^{\rm DM}(E,0)$ s'obtient en utilisant l'algorithme de Crank-Nicholson.

Sur la Fig. 5.11, nous représentons les différents effets de la propagation sur les positrons produits par l'annihilation des WIMPs de masse 10 TeV en paires $\bar{b}b$ avec une section efficace d'annihilation $\langle\sigma v\rangle = 3\times10^{-26}$ cm^3 s^{-1}. Nous avons utilisé le jeu de paramètres de propagation Med. En ne considérant que la diffusion spatiale, les pertes de haute énergie et la réaccélération diffusive (HELDR), le flux de positrons primaires présente lui aussi une bosse autour de 2 GeV, même si celle-ci est de moindre amplitude que pour les positrons secondaires. Cela étant, la prise en compte de l'effet de la convection dans le calcul fait disparaître cette bosse. En effet, le processus convectif affecte le flux des positrons primaires d'un facteur 4 à 1 GeV, de 15% à 10 GeV et de 3% à 100 GeV. L'effet de la convection est par conséquent plus important pour les positrons primaires que pour les secondaires. Contrairement à ces derniers qui sont produits dans le disque galactique, la majorité des positrons primaires provient du halo magnétique de la galaxie. Il doivent alors se propager contre le vent convectif avant d'atteindre la Terre. C'est pourquoi le flux des positrons primaires est plus sensible aux effets de la convection.

Le flux interstellaire des positrons primaires, calculé avec tous les effets de la propagation, est représenté par les courbes continues du panneau gauche de la Fig. 5.12 dans le cas d'une particule de matière noire de masse $m_\chi = 10$ TeV s'annihilant en paire $\bar{b}b$ avec la section efficace $\langle\sigma v\rangle = 3\times10^{-26}$ cm^3 s^{-1}. Le flux de positrons primaires obtenu avec l'approximation de haute énergie est représenté par les pointillés sur la même figure. L'erreur relative $(\phi_{HE}^{\rm DM} - \phi^{\rm DM})/\phi^{\rm DM}$ est tracée sur le panneau droite de la Fig. 5.12. Des valeurs numériques de cette erreur sont données dans le tableau Tab. 5.3, où les différences obtenues entre les jeux de paramètres de propagation se comprennent à travers les différentes valeurs de la vitesse convective V_C. Les positrons primaires étant plus sensibles à la convection que les secondaires, l'erreur commise en utilisant l'approximation de haute énergie est plus importante pour les primaires que pour les secondaires.

En conclusion de cette section, nous avons calculé la composante astrophysique des positrons en prenant en compte pour la première fois de façon semi-analytique, la réaccélération diffusive, les pertes d'énergie au sein du disque galactique ainsi que la convection, pour des énergies variant de 100 MeV à 1 TeV. Nous avons montré que ces effets changent drastiquement le flux de positrons calculé au niveau du Soleil. En outre, ils peuvent avoir une influence considérable au-dessus de 10 GeV, contrairement à ce qui est souvent avancé dans la littérature. En effet, selon les paramètres de propagation adoptés, ces effets sont compris entre 2% et 48% à 10 GeV et entre 1.5% et 10% à 100 GeV. Nous avons également calculé le flux de positrons primaires produit par une particule de matière noire de masse $m_\chi = 10$ TeV s'annihilant en paire $\bar{b}b$. Nous avons montré que l'effet de la convection est plus important pour les positrons primaires produits dans le halo magnétique galactique que pour les secondaires, produits uniquement dans le disque. L'erreur commise en utilisant l'approximation de haute énergie pour le calcul de primaires se situe entre 4% et 74% à 10 GeV et entre 0.7% et 10% à 100 GeV. Il apparaît donc indispensable de considérer tous ces effets de propagation, que ce soit pour les primaires ou les secondaires, afin de comparer les estimations théoriques avec les données actuelles. En effet, les mesures du flux positronique publiées par la collaboration AMS-02 peuvent atteindre la précision de quelques pourcents.

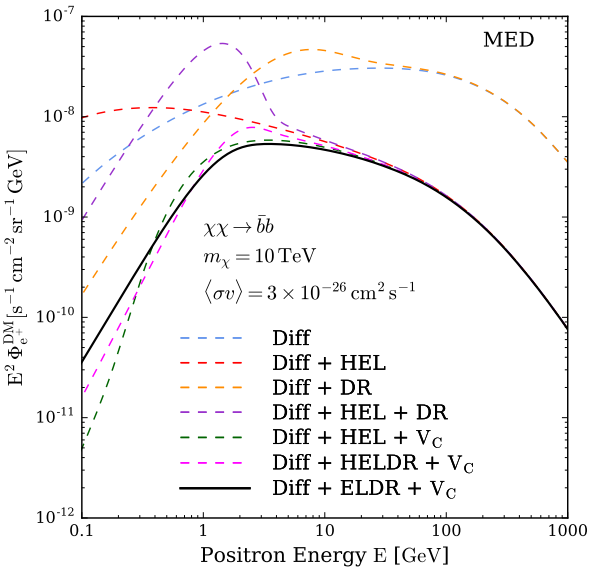

FIGURE 5.11 – ***Flux interstellaire de positrons primaires*** *calculé en prenant en compte tous les effets de propagation dans le cas d'une particule de matière noire de masse* $m_\chi = 10$ TeV *avec* $\langle\sigma v\rangle = 3\times10^{-26}$ $\mathrm{cm^3\,s^{-1}}$. *Le calcul a été effectué dans le cas* MED.

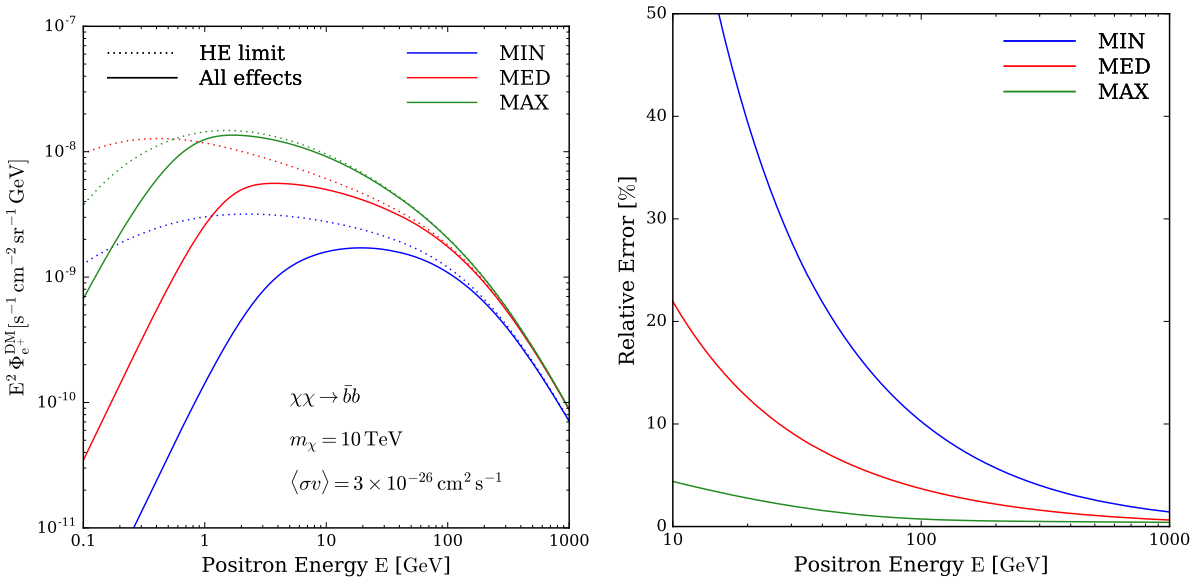

FIGURE 5.12 – ***Gauche :*** *Flux interstellaire de positrons primaires calculés avec tous les effets de propagation (traits pleins) et dans le cadre de l'approximation de haute énergie (pointillés) pour un WIMP de masse* $m_\chi = 10$ TeV *s'annihilant en paire* $\bar{b}b$ *avec* $\langle\sigma v\rangle = 3\times10^{-26}$ $\mathrm{cm^3\,s^{-1}}$. ***Droite :*** *erreur relative commise en utilisant l'approximation de haute énergie.*

	Relative error $(\phi^{\rm DM}_{HE} - \phi^{\rm DM})/\phi^{\rm DM}$ [%]				
Positron Energy	10 GeV	50 GeV	100 GeV	500 GeV	1 TeV
MIN	74	18	10	2.6	1.4
MED	22	6.2	3.8	1.1	0.63
MAX	4.4	1.3	0.73	0.46	0.41

TABLE 5.3 – ***Erreur relative*** *commise en utilisant l'approximation de haute énergie pour le calcul du flux de positrons primaires.*

5.4 Interprétation de la mesure du flux de positrons par AMS-02 : résultats préliminaires

Dans cette dernière section, nous présentons nos résultats préliminaires concernant l'interprétation du flux de positrons mesuré par la collaboration AMS-02 [2]. Nous exposons tout d'abord nos premières conclusions concernant les paramètres de propagation du rayonnement cosmique, à partir du flux des positrons secondaires. Ensuite, nous examinons la possibilité d'expliquer le flux mesuré par AMS-02 de 500 MeV à 500 GeV, à partir d'une composante primaire provenant de l'annihilation de particules de matière noire. Notons que ces résultats préliminaires ont été obtenus sans la prise en compte de l'annihilation des positrons ni la rétro-propagation des protons et des noyaux d'hélium. Une analyse complète prenant en compte rigoureusement ces effets dans le calcul est en cours.

5.4.1 Flux de positrons secondaires et AMS-02 : écrémage des paramètres de propagation.

Inspiré par l'analyse de Lavalle *et al.* [13] nous désirons contraindre les paramètres de propagation du rayonnement cosmique à partir des positrons secondaires de basse énergie. En effet, en interdisant au flux des positrons secondaires de dépasser la valeur mesurée par la collaboration PAMELA, l'analyse de Lavalle *et al.* a permis d'exclure les jeux de paramètres ayant une petite hauteur L du halo magnétique, et en particulier le jeu MIN.

Afin de contraindre les paramètres de propagation de manière conservative, nous choisissons les paramètres libres restant du modèle donnant le flux de positrons secondaires le plus faible. Tout d'abord, nous choisissons le paramétrage de la section efficace de production des positrons secondaires de Kamae *et al.* qui donne le taux de production le plus faible (voir Fig. 3.6). L'effet de la modulation solaire est très important en dessous de quelques dizaines de GeV. C'est pourquoi le choix du potentiel de Fisk ϕ_F est déterminant pour cette analyse. Nous utilisons la valeur $\phi_F = 830$ MV qui correspond à la valeur $\phi^0_F + 3\sigma$ où $\phi^0_F = 724$ MV est la valeur déterminée par l'analyse de Ghelfi *et al.* [7] sur la période de prise de données d'AMS-02.

Le Z-score $Z_j(E_i)$ est défini par l'expression

$$Z_j(E_i) = \frac{\Phi^{\rm II}_j(E_i) - \Phi^{exp}(E_i)}{\sigma^{exp}(E_i)}, \tag{5.166}$$

où $\Phi^{\rm II}$ est le flux de positron théorique calculé avec le jeu de paramètre de propagation j. Celui-ci est calculé à l'énergie E_i correspondant à la moyenne logarithmique de l'énergie du positron E

définie par $E_i = \sqrt{E_i^{sup} E_i^{inf}}$, où E_i^{sup} et E_i^{inf} sont les valeurs supérieure et inférieure de l'intervalle (bin) en énergie i de l'expérience AMS-02. Enfin, Φ^{exp} et σ représentent le flux expérimental mesuré par AMS-02 et son erreur associée, respectivement. Nous commençons par calculer le flux de positrons secondaires pour les 1623 jeux de paramètres de propagation déterminés par Maurin *et al.* [14] (dont Min, Med et Max) pour chacun des bins en énergie de l'expérience AMS-02. Nous calculons ensuite les Z-scores $Z_j(E)$ correspondants. Le jeu de paramètres j sera exclu si au moins une des valeurs $Z_j(E_i)$ est supérieure 3 (ce qui correspond à une exclusion à 3σ). La Fig. 5.13 permet d'illustrer la procédure d'exclusion que nous avons employée. La bande jaune représente l'incertitude du flux de positrons secondaires provenant de la méconnaissance des paramètres de propagation. Les mesures expérimentales d'AMS-02 sont représentées par les points noirs. La région rouge représente les valeurs du flux de positrons théorique dont le Z-score est supérieur à 3. Les jeux de paramètres de propagation conduisant à un flux de positrons appartenant à cette région seront alors exclus.

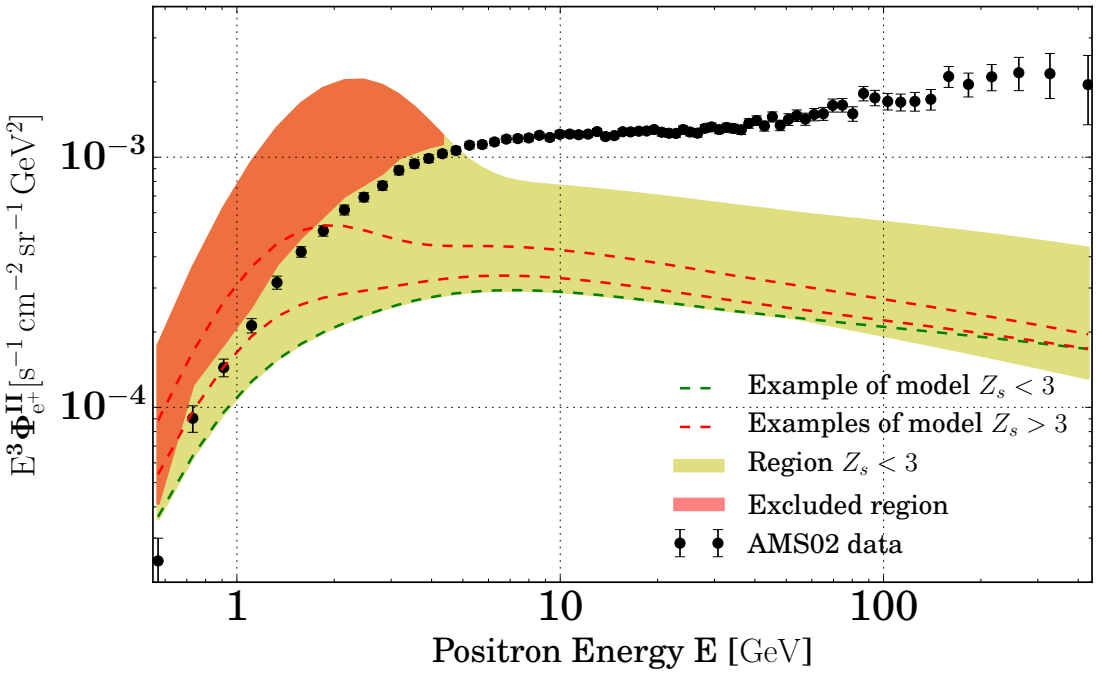

Figure 5.13 – ***Flux interstellaire de positrons secondaires*** *calculé en prenant en compte tous les effets de propagation. L'incertitude sur les paramètres de propagation est représentée par la bande jaune. Les paramètres de propagation induisant un flux appartenant à la région rouge sont exclus à 3σ.*

Nous trouvons que seulement 46 des 1623 jeux de paramètres de propagation survivent à notre critère de sélection. Ceux-ci présentent tous l'indice spectral δ du coefficient de diffusion le plus petit autorisé par l'analyse de Maurin *et al.* [14] : $\delta = 0.46$. Par ailleurs, le flux de positrons mesuré par AMS-02 favorise les grandes valeurs de L, K_0 et V_a avec $9 \leq L \leq 15$ kpc, $0.06 \leq K_0 \leq 0.08$ kpc^2 Myr^{-1} et $104 \leq V_a \leq 118$ km s^{-1}, ainsi que les petites valeurs de V_C avec $5 \leq V_C \leq 6$ km s^{-1}. Ces valeurs sont typiques d'un modèle Max. Par ailleurs, nos conclusions sont qualitativement les mêmes que Lavalle *et al.* [13] obtenues à partir des données de PAMELA, bien que les nôtres soient beaucoup plus restrictives. Nous remarquons cependant que nous avons

atteint les limites de l'espace des paramètres de propagation déterminé par Maurin *et al.* [14] étant donné que seule la valeur la plus faible, $\delta = 0.46$, est compatible avec les données d'AMS-02. Cela montre la nécessité d'obtenir de nouvelles données expérimentales du rapport B/C par la collaboration AMS-02 afin de redéfinir un nouvel espace des paramètres de propagation. Finalement, il est intéressant de remarquer que le flux expérimental de positrons mesuré par AMS-02 avantage les mêmes jeux de paramètres de propagation (type MAX) que les antiprotons dont nous discuterons dans les deux chapitres suivant de ce mémoire de thèse.

5.4.2 Flux des positrons primaires issus de particules de matière noire et AMS-02 : les WIMPs seuls ne suffisent plus

A présent nous désirons explorer à nouveau la possibilité d'expliquer le flux des positrons mesurés par AMS-02 par une composante primaire produite par l'annihilation de WIMPs au sein de la Voie Lactée. Pour cela, nous utiliserons la même méthode que celle décrite dans le Chap. 3 et en particulier dans la Sec. 3.2 de [15]. Nous supposons un WIMP capable de s'annihiler en paires $\bar{b}b$, W^+W^-, $\tau^+\tau^-$, $\mu^+\mu^-$ et e^+e^-. Pour une masse m_χ fixée, nous essayons de reproduire les données expérimentales en laissant libre la section efficace totale $\langle\sigma v\rangle$ ainsi que les cinq rapports d'embranchement correspondant aux canaux d'annihilation cités précédemment. Nous avons en réalité cinq paramètres libres indépendants, que l'on nommera *sections efficaces individuelles* $\langle\sigma v\rangle_i$ définis par $\langle\sigma v\rangle_i = \langle\sigma v\rangle \times b_i$ où b_i est le rapport d'embranchement du canal d'annihilation i. Nous rappelons que le choix de ces canaux reflètent l'étendu des spectres accessibles par l'annihilation de WIMPs en paires particule-antiparticule du modèle standard des particules. Nous reproduisons cette procédure pour 20 valeurs de la masse m_χ variant de 100 GeV à 1 TeV. Les résultats de cette analyse dépendent fortement de la valeur du potentiel de Fisk ϕ_F choisi. C'est pourquoi nous répétons cette analyse pour sept valeurs de ϕ_F : 647 MV, 671 MV, 701 MV, 724 MV, 755 MV, 783 MV et 830 MV correspondant à $\phi_F^0 - 3\sigma$, $\phi_F^0 - 2\sigma$, $\phi_F^0 - \sigma$, ϕ_F^0 , $\phi_F^0 + \sigma$, $\phi_F^0 + 2\sigma$ et $\phi_F^0 + 3\sigma$, respectivement. Finalement, nous répétons cette procédure pour les 46 jeux de paramètres de propagations produisant un flux de positrons secondaires compatible avec les données d'AMS-02.

Les résultats de cette analyse sont illustrés sur la Fig. 5.14 où la courbe en tirets noirs représente la valeur du chi carré par degré de liberté $\chi^2_{d.o.f}$ en fonction de la masse du WIMP, pour chacun de nos meilleurs ajustements des données d'AMS-02. Par souci de clarté, nous ne représentons que les courbes correspondant à des valeurs du potentiel de Fisk égales à 647 MV (bleu), 724 MV (vert) et 830 MV (rouge). Les bandes colorées sont obtenue en examinant tout l'espace des paramètres de propagation pour chacune des valeurs de ϕ_F.

Notre meilleur ajustement est associé à la valeur minimale $\chi^2_{d.o.f} = 1.46$, obtenue pour une masse $m_\chi = 263.7$ GeV. Cette valeur correspond à une p-value de 0.86%. Par conséquent, nous ne trouvons aucune combinaison entre (i) la masse du WIMP, (ii) les rapports d'embranchement des canaux d'annihilation, (iii) les paramètres de propagation des rayons cosmiques ainsi que (iv) le potentiel de Fisk, permettant un ajustement statistiquement satisfaisant sur les données d'AMS-02. De ce fait, notre analyse montre pour la première fois que la combinaison entre le flux des positrons secondaires et le flux des positrons issus de l'annihilation de particules de matière noire ne permet pas d'expliquer les données d'AMS-02. Il est donc nécessaire d'invoquer une composante additionnelle de positrons, comme par exemple des sources locales à l'instar des pulsars, afin de rendre compte des dernières données expérimentales. Nous rappelons que cette

analyse préliminaire nécessite d'être raffinée en prenant en compte l'annihilation des positrons de basse énergie avec le milieu interstellaire ainsi que la rétro-propagation des noyaux primaires. Cependant, ces effets n'affectent que très faiblement le spectre des positrons et nous ne nous attendons pas à ce que nos conclusions changent de manière significative.

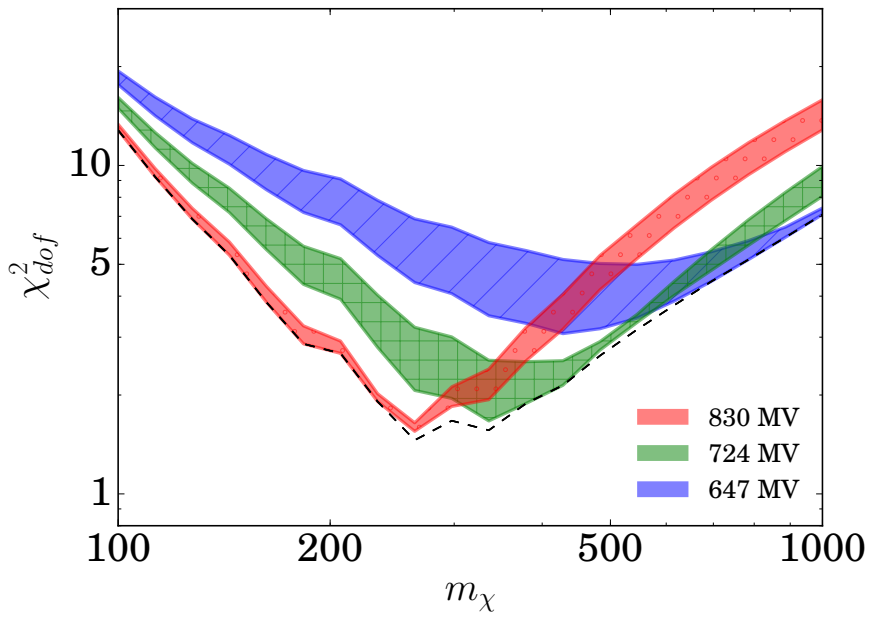

FIGURE 5.14 – ***Chi carré par degré de liberté*** $\chi^2_{d.o.f}$ ***en fonction de la masse*** m_χ *correspondant aux meilleurs ajustements sur le flux de positrons mesuré par* AMS-02 *(tirets noirs). La largeur des bandes représente l'incertitude sur la détermination des paramètres de propagation.*

Bibliographie

[1] T. Delahaye, J. Lavalle, R. Lineros, F. Donato, and N. Fornengo. Galactic electrons and positrons at the Earth : new estimate of the primary and secondary fluxes. *Astron. Astrophys.*, 524 :A51, dec 2010.

[2] AMS-Collaboration. Electron and Positron Fluxes in Primary Cosmic Rays Measured with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Phys. Rev. Lett.*, 113(12) :121102, 2014.

[3] M. Aguilar et al. Precision Measurement of the Proton Flux in Primary Cosmic Rays from Rigidity 1 GV to 1.8 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Phys. Rev. Lett.*, 114(17) :1–9, 2015.

[4] M. Aguilar et al. Precision Measurement of the Helium Flux in Primary Cosmic Rays of Rigidities 1 . 9 GV to 3 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Phys. Rev. Lett.*, 211101(November) :1–9, 2015.

[5] Y. S. Yoon et al. Cosmic-Ray Proton and Helium Spectra From the First Cream Flight. *Astrophys. J.*, 728(2) :122, 2011.

[6] L. J. Gleeson and W. I. Axford. Cosmic Rays in the Interplanetary Medium. *Astrophysical Journal*, 149 :L115, September 1967.

[7] A. Ghelfi, F. Barao, L. Derome, and D. Maurin. Non-parametric determination of H and He interstellar fluxes from cosmic-ray data. *Astron. Astrophys.*, 591 :A94, jul 2016.

[8] S. Haino et al. Measurements of primary and atmospheric cosmic-ray spectra with the BESS-TeV spectrometer. *Phys. Lett. Sect. B Nucl. Elem. Part. High-Energy Phys.*, 594(1-2) :35–46, 2004.

[9] F. Donato, D. Maurin, P. Salati, A. Barrau, G. Boudoul, and R. Taillet. Antiprotons from Spallations of Cosmic Rays on Interstellar Matter. *Astrophys. J.*, 563(1) :172–184, dec 2001.

[10] Wei Liu, Pierre Salati, and Xuelei Chen. TeV cosmic-ray proton and helium spectra in the myriad model II. *arXiv Prepr. arXiv1405.2835*, X(Xx) :13, 2014.

[11] I Yusifov and I. Kucuk. Revisiting the radial distribution of pulsars in the Galaxy. *Astron. Astrophys.*, 422(2) :545–553, 2004.

[12] T. Delahaye, R. Lineros, F. Donato, N. Fornengo, J. Lavalle, P. Salati, and R. Taillet. Galactic secondary positron flux at the Earth. *Astron. Astrophys.*, 501(3) :821–833, jul 2009.

[13] Julien Lavalle, David Maurin, and Antje Putze. Direct constraints on diffusion models from cosmic-ray positron data : Excluding the minimal model for dark matter searches. *Phys. Rev. D*, 90(8) :081301, oct 2014.

[14] D Maurin, F Donato, R Taillet, and P Salati. Cosmic Rays below Z=30 in a diffusion model : new constraints on propagation parameters. *Astrophys. J.*, 555(2) :19, jan 2001.

[15] M. Boudaud, S. Aupetit, S. Caroff, A. Putze, G. Belanger, Y. Genolini, C. Goy, V. Poireau, V. Poulin, S. Rosier, P. Salati, L. Tao, and M. Vecchi. A new look at the cosmic ray positron fraction. *Astron. Astrophys.*, page 20, jan 2015.

Chapitre 6

Les antiprotons cosmiques

Les antiprotons cosmiques constituent un canal privilégié pour la recherche indirecte de matière noire. En effet, le fond astrophysique du flux d'antiprotons est relativement bien déterminé étant donné que le seul processus connu capable de produire des antiprotons est l'interaction des noyaux primaires (principalement les protons) avec le milieu interstellaire. Nous considérerons donc que le fond astrophysique d'antiprotons est composé exclusivement d'antiprotons secondaires. Par ailleurs, nous montrons dans la suite de ce chapitre que le spectre d'antiprotons produits par l'annihilation de particules de matière noire dans la Voie Lactée est très différent du spectre secondaire. Les antiprotons constituent dès lors un canal d'observation privilégié pour la recherche de matière noire. Notons que la nature des pertes d'énergie subies par les antiprotons, très différente des positrons, fait de ces rayons cosmiques des messagers permettant de sonder des régions du halo magnétique très éloignées du Soleil. Dans ce chapitre, nous commencerons par appliquer l'équation de propagation au cas des antiprotons. Ensuite nous détaillerons le terme de production des antiprotons secondaires, puis, celui des antiprotons primaires. Finalement, nous discuterons l'effet des pertes d'énergie et de la réaccélération diffusive sur le spectre des antiprotons primaires.

6.1 Equation de propagation

La densité d'antiprotons ψ obéit à l'équation de transport

$$\partial_z[V_C(z)\,\psi] - K(E)\,\Delta\psi + 2h\,\delta(z)\,\partial_E\left[b(E)\,\psi - D(E)\,\partial_E\psi\right] = Q(E,r,z) - 2h\,\delta(z)\,\Gamma\psi, \tag{6.1}$$

où $Q(E,r,z)$ est le terme source générique des antiprotons. Nous allons particulariser le taux de perte d'énergie b et le taux d'annihilation Γ propres aux antiprotons. Tout d'abord, les antiprotons perdent de l'énergie en interagissant avec le gaz d'hydrogène et d'hélium du milieu interstellaire par interaction coulombienne et par ionisation. Il subissent également les pertes adiabatiques induites par la convection galactique. Tous ces mécanismes prennent place dans le disque galactique [1], d'où la présence du terme $2h\,\delta(z)$. Le taux de perte d'énergie $b(E)$ s'écrit alors sous la forme

$$b(E) = b_{coul}(E) + b_{ioni}(E) + b_{adia}(E). \tag{6.2}$$

1. Pour les pertes adiabatiques, c'est la manière dont les modélisons qui implique que les antiprotons ne perdent de l'énergie de manière effective que dans le disque galactique.

Les antiprotons peuvent s'annihiler sur l'hydrogène et l'hélium interstellaire avec une probabilité par unité de temps donnée par l'expression

$$\Gamma = (n_{\rm H} + 4^{2/3} n_{\rm He})\, \sigma^{ann}_{\bar{p}p}\, v_{\bar{p}}, \tag{6.3}$$

où $n_{\rm H} = 0.9\ {\rm cm}^{-3}$ et $n_{\rm He} = 0.1\ {\rm cm}^{-3}$ représentent les densités numériques d'hydrogène et d'hélium du milieu interstellaire et $v_{\bar{p}}$ la vitesse des antiprotons. La section efficace d'annihilation $\sigma^{ann}_{\bar{p}p}$ est tirée de [9, 10] et nous l'avons multipliée par un facteur $4^{2/3} \simeq 2.5$ afin de prendre en compte les interactions avec l'hélium de manière effective.

Les antiprotons subissent des collisions élastiques sur l'hydrogène et l'hélium interstellaire. Ils sont alors diffusés essentiellement vers l'avant sans perdre d'énergie. Ce mécanisme n'a donc aucun effet sur la densité d'antiprotons.

Finalement, les antiprotons peuvent entrer en collision inélastique avec l'hydrogène interstellaire sans qu'ils soient détruits, en interagissant avec un proton et en lui cédant une grande quantité d'énergie qui le transforme en résonance Δ

$$\bar{p} + p\,({\rm ISM}) \longrightarrow \bar{p} + (\Delta \to p + \pi). \tag{6.4}$$

La résonance Δ se désexcite en nucléon et pion. Une telle interaction induit la migration d'antiprotons énergétiques vers la queue de basse énergie de leur spectre. Afin de prendre en compte ce processus de perte d'énergie, nous reprendrons l'approche de [2] qui le considère à l'aide d'un terme source supplémentaire, *tertiaire*, donné par l'expression

$$Q^{\rm III}(E,r) = \int_E^{+\infty} dE'\, \frac{d\sigma_{\bar{p}H\to\bar{p}X}}{dE}\,\{E' \to E\}\, n_H\, v'_{\bar{p}}\, \psi(E',r) \;\; - \;\; \sigma_{\bar{p}H\to\bar{p}X}\,\{E\}\, n_H\, v_{\bar{p}}\, \psi(E,r). \tag{6.5}$$

Le premier terme du membre de droite correspond à la production d'antiprotons d'énergie E à partir de tous ceux qui ont une énergie $E' > E$ avec une probabilité de transition

$$\frac{d\sigma_{\bar{p}H\to\bar{p}X}}{dE} = \frac{\sigma_{\bar{p}H\to\bar{p}X}}{dT'}, \tag{6.6}$$

où T' est l'énergie cinétique des antiprotons d'énergie totale E' [10]. Le second terme correspond quant à lui à la disparition des antiprotons d'énergie E.

6.2 Résolution de l'équation de transport

L'équation de transport des antiprotons se résout dans le cadre du formalisme de Bessel détaillé dans la section Sec.5.3.3. La densité d'antiprotons $\psi(E,\odot)$ à la position de la Terre, en $r = r_\odot$ et $z = 0$, est donnée par l'expression

$$\psi(E,\odot) = \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\alpha_i \frac{r}{R})\; P_i(E,0), \tag{6.7}$$

où $P_i(E,0)$ vérifie l'équation intégro-différentielle

$$A_i(E)P_i(E,0) + 2h\,\frac{d}{dE}\left[b(E)\,P_i(E,0) - D(E)\frac{d}{dE}P_i(E,0)\right] = 2\mathcal{I}(E) + 2hQ_i^{\rm III}. \tag{6.8}$$

Nous rappelons que

$$A_i(E) = V_C + KS_i \coth\left(\frac{S_i L}{2}\right) + 2h\Gamma, \tag{6.9}$$

ainsi que

$$\mathcal{I}(E) = \int_0^L dz_S \exp\left(-\frac{V_C z_S}{2K}\right) \mathcal{F}_i(z_S)\, Q_i(E, z_S), \tag{6.10}$$

où $\mathcal{F}_i(z)$ est donné par l'expression 5.117. Les transformées de Bessel Q_i^{III} et Q_i s'expriment comme

$$Q_i^{\mathrm{III}}(E) = \int_E^{+\infty} dE' \, \frac{d\sigma_{\bar{p}H\to\bar{p}X}}{dE}\{E' \to E\}\, n_H\, v'_{\bar{p}}\, P_i(E', 0) - \sigma_{\bar{p}H\to\bar{p}X}\{E\}\, n_H\, v_{\bar{p}}\, P_i(E, 0) \tag{6.11}$$

et

$$Q_i(E, z) = \frac{2}{J_1^2(\alpha_i)} \int_0^1 du\, u\, J_0(\alpha_i u)\, Q(E,\, r = uR,\, z). \tag{6.12}$$

En pratique, l'équation 6.8 se résout numériquement à l'aide de l'algorithme de Crank-Nicholson en suivant la procédure :

1. On détermine la fonction à l'ordre zéro $P_i^0(E, 0)$ solution de l'équation 6.8 sans le terme tertiaire.
2. On réinjecte la solution obtenue P_i^0 pour calculer le terme de production tertiaire à l'ordre zéro $Q_i^{\mathrm{III},0}(E)$.
3. Ce dernier nous permet de déterminer la nouvelle solution P_i^1) à l'ordre un.
4. On répète les procédures 2 et 3 autant de fois qu'il est nécessaire en fonction de la précision désirée. Deux à trois itérations s'avèrent suffisantes pour obtenir une précision supérieure au pour mille.

6.3 Les antiprotons secondaires

Les antiprotons secondaires sont principalement créés par l'interaction des protons et noyaux d'hélium cosmiques avec le milieu interstellaire. Le taux de production des antiprotons secondaires est donné par l'expression

$$Q^{\mathrm{II}}(E, \vec{x}) = 2h\, \delta(z)\, Q^{\mathrm{II}}(E) \tag{6.13}$$

où

$$Q^{\mathrm{II}}(E) = (1 + N_{\mathrm{IS}}) \times 4\pi \sum_{i=p,\alpha} \sum_{j=H,He} n_j \int dE_i \, \frac{d\sigma_{ij\to\bar{p}X}}{dE}(E_i \to E)\, \Phi_i(E_i, \vec{x}). \tag{6.14}$$

Le coefficient N_{IS} tient compte de la production d'antineutrons se désintégrant en antiprotons. Celui-ci varie entre 1 et 1.5 et il sera discuté plus précisément dans la Sec. 7.3.1.

Les flux de protons et de noyaux d'hélium primaires Φ_p et Φ_α sont calculés en tout lieu du disque galactique à l'aide de la procédure de rétro-propagation précédemment discutée dans la Sec. 5.3.4.1. Les normalisations des taux de production de protons et de noyaux d'hélium dans

Energy	1 GeV	50 GeV	400 GeV
$p \rightarrow$H(ISM)	61.4	59.6	64.8
$p \rightarrow$He(ISM)	24.0	21.8	17.4
$\alpha \rightarrow$H(ISM)	12.4	15.8	15.1
$\alpha \rightarrow$He(ISM)	2.2	2.8	2.7

TABLE 6.1 – Fractions d'antiprotons secondaires produits à partir des réactions proton-proton, proton-hélium, hélium-proton et hélium-hélium, exprimées en pourcentage [%].

toute la Galaxie sont déterminées à partir des paramétrages effectués par T.Delahaye, sur les données de la collaboration PAMELA [1].

Les antiprotons sont produits majoritairement par les réactions proton-proton

$$p + p\,(\mathrm{ISM}) \longrightarrow \bar{p} + X. \tag{6.15}$$

La section efficace différentielle $d\sigma_{pp\rightarrow\bar{p}X}/dE$ s'obtient à partir du paramétrage de l'invariant de Lorentz $Ed^3\sigma/d^3k$ où $\vec{k}$ est l'impulsion de l'antiproton produit. La relation entre $d\sigma_{pp\rightarrow\bar{p}X}/dE$ et $Ed^3\sigma/d^3k$ est détaillée dans la Sec. 7.3.1. Notons que la conservation de la charge et du nombre baryonique dans la réaction 6.16 implique que l'énergie cinétique E_p des protons incidents doit être supérieure à un seuil E_p^0. Dans le cas le plus favorable de la réaction

$$p + p\,(\mathrm{ISM}) \longrightarrow \bar{p} + 3p, \tag{6.16}$$

les impulsions des trois protons sont alignées et des considérations cinématiques conduisent à

$$E_p^0 = 7m_p, \tag{6.17}$$

où m_p est la masse du proton.

La Fig. 6.1 représente la fraction des protons d'énergie cinétique E_p qui contribuent au flux des antiprotons à l'énergie cinétique $E_{\bar{p}}$. Cette figure est tirée de [7]. Le seuil en énergie des protons E_p^0 pour la production d'antiprotons dont l'énergie est inférieure à environs 10 GeV y apparaît très clairement. L'énergie de ce seuil augmente avec l'énergie des antiprotons. En effet, la majorité des antiprotons étant produits au repos dans le référentiel du centre de masse de la réaction 6.16, ils sont en mouvement par rapport à la Voie Lactée d'où un déficit d'antiprotons à basse énergie. Finalement, nous pouvons retenir de cette figure que la plupart des antiprotons secondaires dont l'énergie cinétique $E_{\bar{p}} \geq 10$ GeV à la source, ont été produits par des protons dont l'énergie cinétique $E_p \simeq 10\,E_{\bar{p}}$.

Les antiprotons sont produits également dans les réactions proton-hélium. La section efficace $d\sigma_{p\mathrm{He}\rightarrow\bar{p}X}/dE$ doit être calculée à partir de l'invariant de Lorentz associé à ces réactions. Nous utiliserons le paramétrage de [5]. Finalement, les antiprotons sont créés à partir des interactions He + He. Inspirés par les auteurs de [6], nous multiplions la section efficace $d\sigma_{p\mathrm{He}\rightarrow\bar{p}X}/dE$ par le nombre effectif η de nucléons du noyau projectile He. Nous renvoyons le lecteur à [6] et [3] pour plus de détails. Nous présentons dans le Tab. 6.3 la fraction d'antiprotons secondaires produits à partir des différentes réactions discutées précédemment en fonction de leur énergie. Il apparaît que les collisions proton-proton représentent à elles seules environ 60 % de la production des antiprotons secondaires.

Le choix du paramétrage de l'invariant de Lorentz $Ed^3\sigma/d^3k$ est déterminant pour le calcul du flux des antiprotons secondaires. Nous représentons en pointillés sur la Fig.6.2, le rapport $\bar{p}/p$

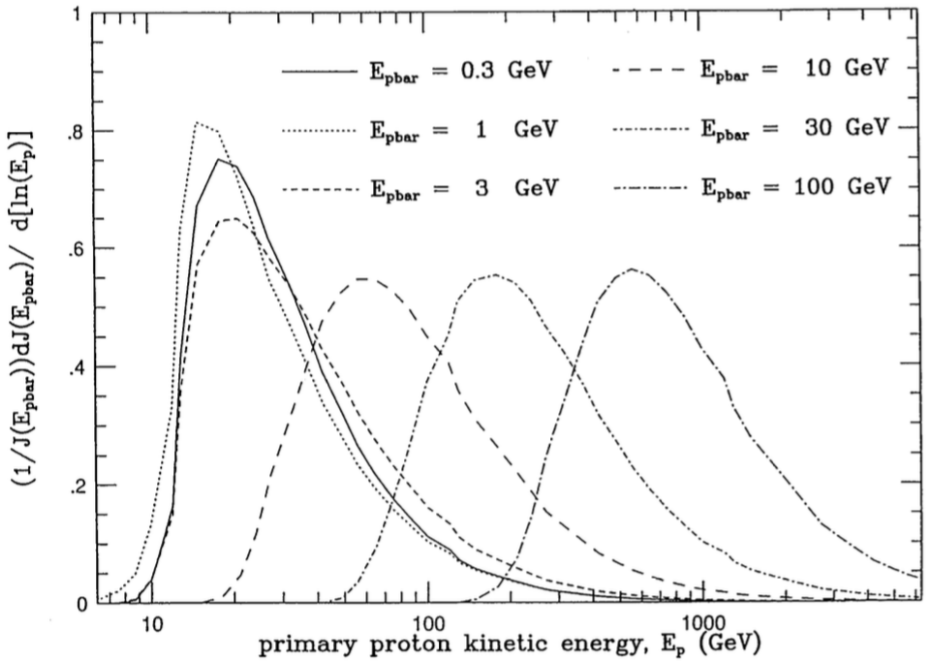

FIGURE 6.1 – ***Fraction des protons d'énergie cinétique*** *E_p qui contribuent au flux des antiprotons à l'énergie cinétique $E_{\bar{p}}$ (tiré de [7]).*

interstellaire calculé avec les paramétrages de l'invariant de Lorentz obtenu par Duperray *et al.* [5] en violet, Tan & Ng [9, 10] en rose ainsi que Mauro, Donato, Goudelis & Serpico (MDGS) [4] en vert, dans le cas du modèle MED. Les bandes colorées représentent l'incertitude provenant de la méconnaissance des paramètres de propagation déterminés par Maurin *et al.* [8]. Le calcul a été effectué avec $N_{\rm IS} = 1$, ce qui signifie que nous considérons que la même quantité d'antiprotons et d'antineutrons est produite dans les réactions proton-proton. Le paramétrage de Duperray minimise systématiquement le taux de production des antiprotons et, à contrario, le paramétrage de Tan & Ng le maximise. Les différences observées se traduisent par une incertitude systématique sur le flux d'antiprotons secondaires pouvant atteindre 40%. Nous faisons apparaître également en trait continu sur la Fig. 6.2, les flux modulés à partir de la valeur du potentiel de Fisk $\phi_F = 500$ MV, qui correspond approximativement à la période de prise de donnée de PAMELA [1]. La modulation solaire a pour effet d'étirer le spectre vers la partie basse énergie. Les effets des pertes d'énergie et de la réaccélération diffusive sur le spectre des antiprotons secondaires sont discutés plus loin dans la Sec. 7.3.1.

6.4 Les antiprotons primaires issus de l'annihilation des WIMPs

Le taux de production des antiprotons issus de l'annihilation de WIMPs se met sous la forme

$$Q^{\rm DM}(E,r,z) = \eta\,\langle\sigma v\rangle\,\frac{\rho_\chi^2(r,z)}{m_\chi^2}\left\{g(E) \equiv \sum_i^N b_i\,\frac{dN}{dE}\bigg|_i\right\}. \tag{6.18}$$

Il est similaire au taux de production des positrons (expresion 3.81 de la Sec. 3.3.1) à l'exception de la fonction $g(E)$ qui ici représente la distribution en énergie des antiprotons par annihilation de

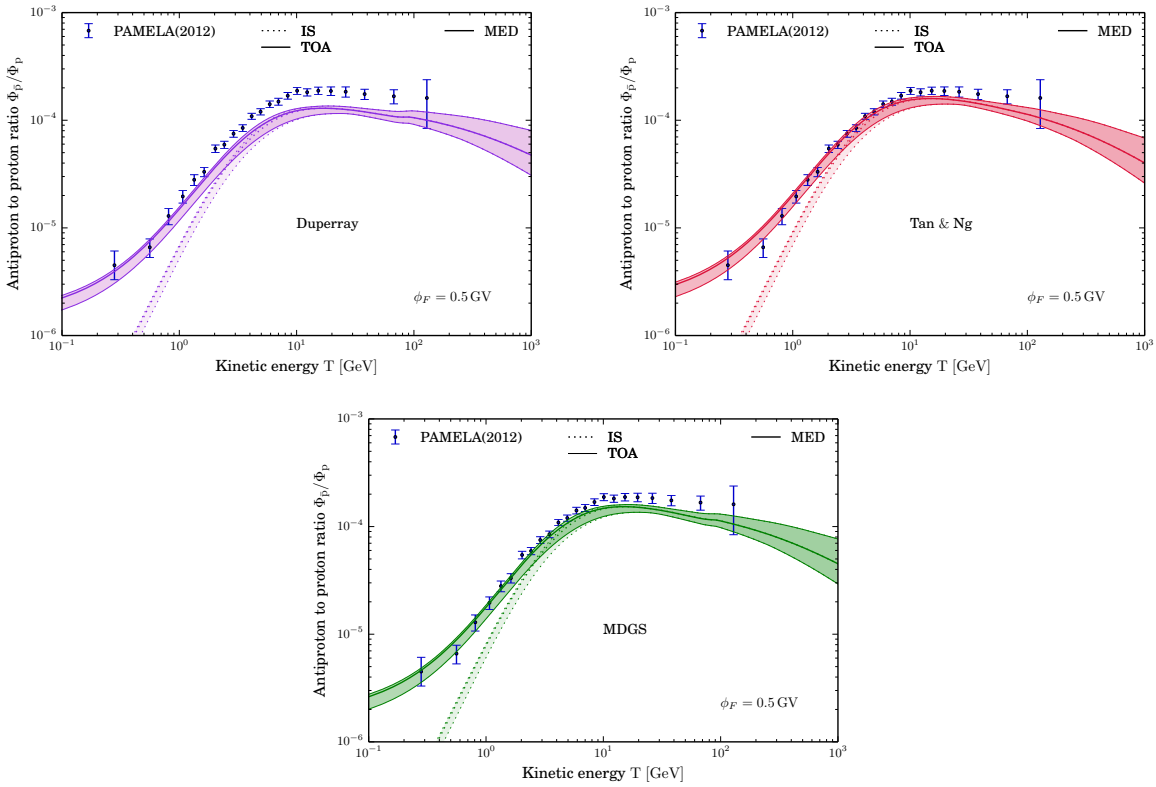

FIGURE 6.2 – ***Rapport*** $\bar{p}/p$ ***des antiprotons secondaires*** *calculé à partir des paramétrages des sections efficaces de production de Duperray et al. [5] (violet), Tan & Ng [9, 10] (rose) et MDGS [4] (vert). Les flux de protons et de noyaux d'hélium primaires ont été paramétrés à partir des mesures de PAMELA [1]. Les bandes colorées représentent l'incertitude provenant de la méconnaissance des paramètres de propagation.*

WIMPs. La ditribution $g(E)$ est tirée du code PYTHIA. Tout au long de ce chapitre et du suivant, nous adopterons par défaut le profil de densité de matière noire $\rho_\chi(r, z)$ du type Einasto.

Le spectre des antiprotons secondaires est relativement faible autour de l'énergie $E = 1$ GeV. Cette faible amplitude du background offre le potentiel d'une détection d'un signal d'antiprotons primaires sur cette partie du spectre. Il est donc nécessaire de comprendre les effets des différents processus de propagation sur les antiprotons à ces énergies.

6.4.1 Diffusion spatiale et convection

Nous représentons sur la Fig. 6.3 le flux des antiprotons primaires Φ^{DM} calculé à partir de l'annihilation de WIMPs de masse 200 GeV en paires $\bar{b}b$ avec $\langle\sigma v\rangle = 3 \times 10^{-26}$ cm^3 s^{-1}, en fonction de l'énergie cinétique $T_{\bar{p}}$ des antiprotons. Le flux propagé a été calculé sans prendre en compte les pertes d'énergie des antiprotons ni la réaccélération diffusive. Les trois courbes ont été calculées à partir des jeux de paramètres de propagation MIN (bleu), MED (rouge) et MAX (vert). En première approximation, nous pouvons évaluer la forme du spectre des antiprotons primaires en calculant le temps typique de confinement des antiprotons dans le halo magnétique correspondant à un terme de production constant dans tout le halo. Celui-ci est donné en fonction de l'énergie E

des antiprotons par l'expression

$$\tau_{\rm halo}(E) = \frac{K(E)}{V_C^2}\left\{1 - \left[1 + \frac{V_C\,L}{K(E)}\right]\exp\left(-\frac{V_C\,L}{K(E)}\right)\right\}. \tag{6.19}$$

Par analogie avec le modèle du leaky-box, la densité d'antiprotons primaires $\psi^{\rm DM}(E,\odot)$ évaluée au niveau du Soleil est donnée par l'expression

$$\psi(E,\odot) = \tau_{\rm halo}(E)\,Q^{\rm DM}(E,\odot) \tag{6.20}$$

où

$$Q^{\rm DM}(E,\odot) = \eta\,\langle\sigma v\rangle\,\frac{\rho_\chi^2(\odot)}{m_\chi^2}\,g(E). \tag{6.21}$$

Etant donné que le spectre à la source $g(E)$ est relativement plat jusqu'à l'énergie $E = m_\chi$, la forme du spectre sera donnée par celle de la fonction $\tau_{\rm halo}(E)$.

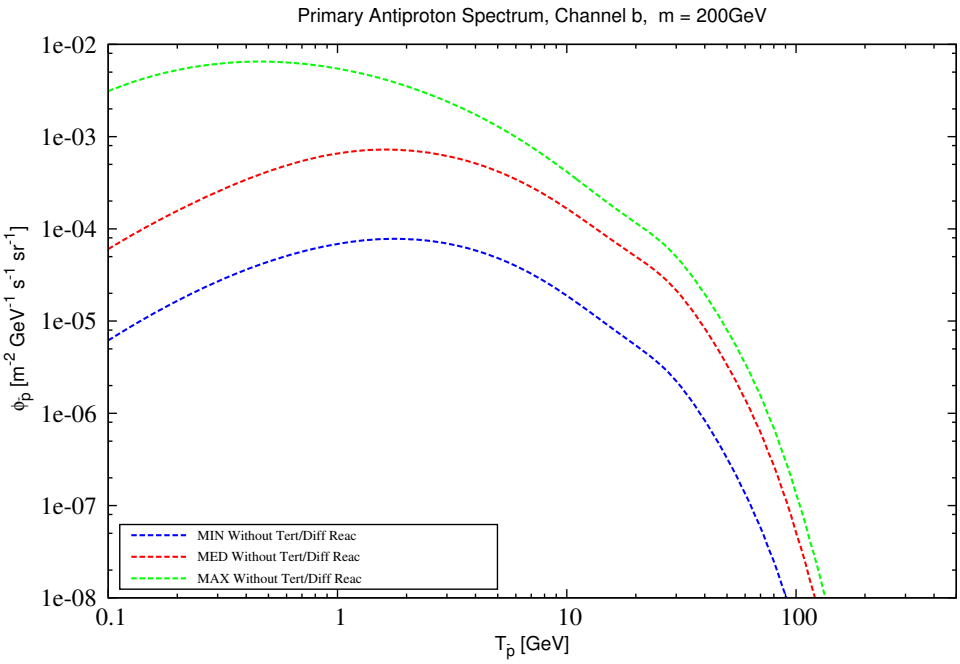

FIGURE 6.3 – ***Flux des antiprotons primaires*** *produits par l'annihilation de WIMPs de masse* $m_\chi = 200$ GeV *en paires* $\bar b b$ *avec* $\langle\sigma v\rangle = 3\times10^{-26}$ cm^3 s^{-1}, *en fonction de l'énergie cinétique* $T_{\bar p}$ *des antiprotons. Le flux propagé a été calculé sans prendre en compte les pertes d'énergie des antiprotons, ni la réaccélération diffusive. Les trois courbes ont été calculées à partir des jeux de paramètres de propagation* MIN *(bleu),* MED *(rouge) et* MAX *(vert).*

6.4.2 Pertes d'énergie adiabatique, par ionisation et interaction de Coulomb

Le phénomène de perte d'énergie des antiprotons prend place uniquement dans le disque galactique. La prise en compte de ce phénomène a pour effet sur le spectre de dépeupler les

niveaux de haute énergie ($T \gtrsim 1$ GeV) au profit des niveaux de basse énergie ($T \lesssim 1$ GeV). Afin de comprendre ce résultat il suffit d'évaluer l'efficacité de cet effet en comparant le temps de perte d'énergie $\tau_{\rm loss} = |E/b(E)|$ au temps de confinement dans le disque galactique $\tau_{\rm disk}$. Ce dernier est donné par l'expression

$$\tau_{\rm disk} = \frac{h}{V_C}\left\{1 - \exp\left(-\frac{V_C\, L}{K(E)}\right)\right\}. \tag{6.22}$$

L'évolution de ces temps typiques en fonction de l'énergie cinétique des antiprotons est représentée sur la Fig. 6.4. Nous remarquons que si l'énergie cinétique $T \lesssim 1$ GeV alors $\tau_{\rm loss} < \tau_{\rm disk}$.

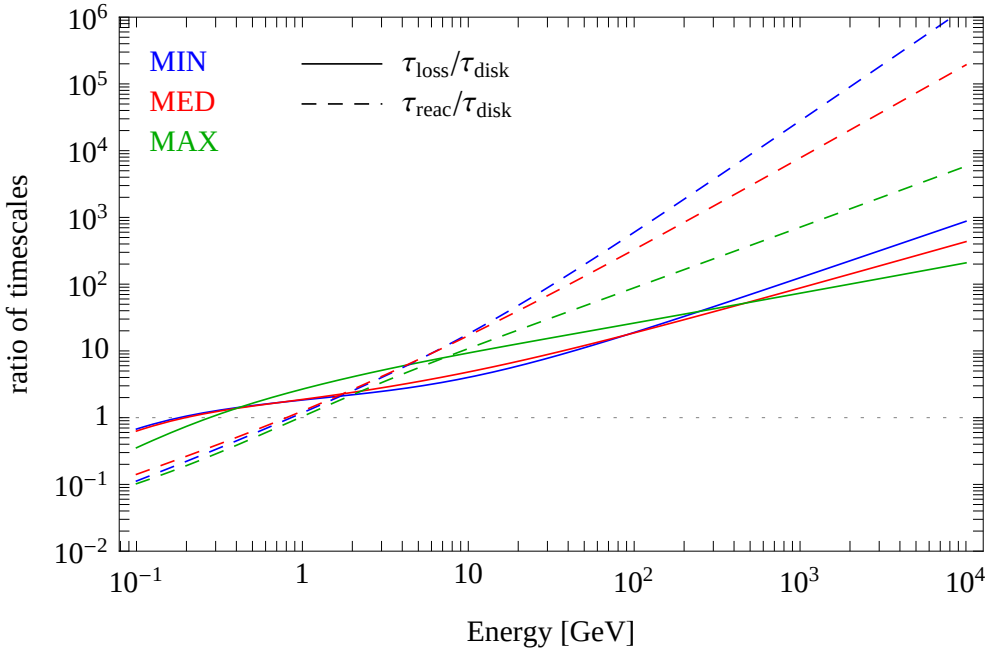

FIGURE 6.4 – ***Rapports des temps typiques*** $\tau_{\rm loss}/\tau_{\rm disk}$ *(trait continu) et* $\tau_{\rm reac}/\tau_{\rm disk}$ *(tirets) en fonction de l'énergie cinétique des antiprotons. Les courbes bleues, rouges et vertes correspondent aux jeux de paramètres de propagation* MIN, MED *et* MAX, *respectivement.*

Cela signifie que l'effet des pertes d'énergie est très important en dessous de 1 GeV et négligeable devant la diffusion spatiale dans le cas contraire. Par ailleurs, nous pouvons comparer l'efficacité des pertes d'énergie en fonction des jeux de paramètres de propagation. A énergie T fixée, plus le rapport $\tau_{\rm loss}/\tau_{\rm disk}$ est petit, plus l'effet des pertes d'énergie est important. Il apparaît que $(\tau_{\rm disk})_{\rm MIN} \simeq (\tau_{\rm disk})_{\rm MED} \simeq (\tau_{\rm disk})_{\rm MAX}$ et que, d'autre part, $(\tau_{\rm loss})_{\rm MIN} < (\tau_{\rm loss})_{\rm MED} < (\tau_{\rm loss})_{\rm MAX}$, impliquant alors que

$$\left(\frac{\tau_{\rm loss}}{\tau_{\rm disk}}\right)_{\rm MIN} < \left(\frac{\tau_{\rm loss}}{\tau_{\rm disk}}\right)_{\rm MED} < \left(\frac{\tau_{\rm loss}}{\tau_{\rm disk}}\right)_{\rm MAX}. \tag{6.23}$$

L'effet des pertes d'énergie est donc le plus important dans le cas MIN. Nous représentons sur la Fig. 6.5 le flux d'antiprotons calculé en prenant en compte uniquement la diffusion spatiale et la convection (tirets) et avec en plus les pertes d'énergie (trait continu). Notons que les pertes d'énergie de nature tertiaire ne sont pas considérées ici.

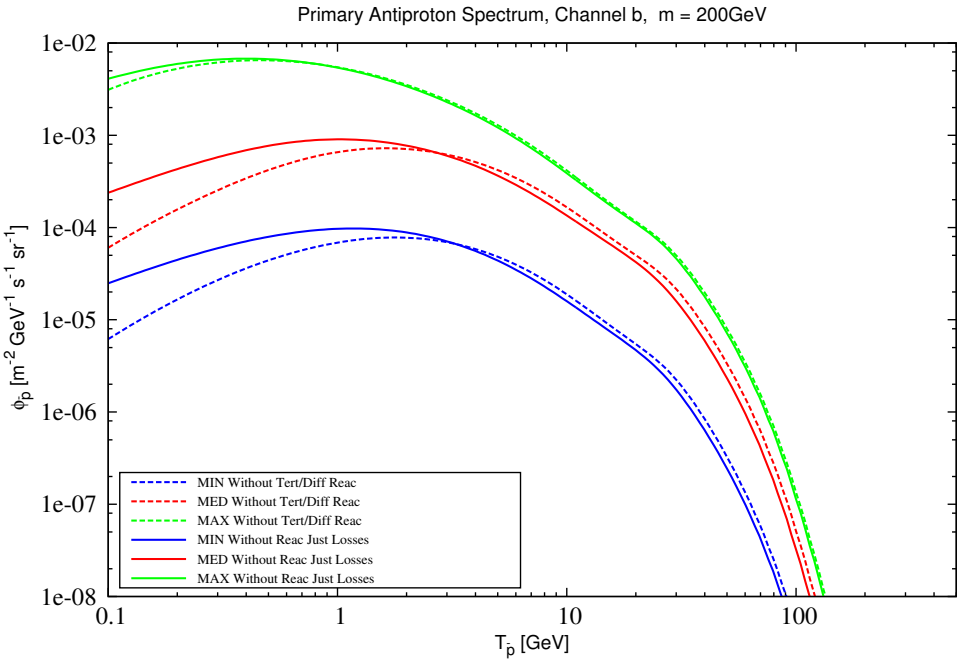

FIGURE 6.5 – ***Flux des antiprotons primaires*** *produits par l'annihilation de WIMPs de masse* $m_\chi = 200$ GeV *en paires* $\bar{b}b$ *avec* $\langle\sigma v\rangle = 3\times10^{-26}$ cm^3 s^{-1}, *en fonction de l'énergie cinétique* $T_{\bar{p}}$ *des antiprotons. Les courbes en tirets ont été calculées en ne prenant en compte que la diffusion spatiale et la convection (idem que Fig. 6.3). Les courbes en trait continu ont été calculées avec en plus, les pertes d'énergie adiabatique, par ionisation et Coulomb.*

6.4.3 Réaccélération diffusive

Comme les pertes d'énergie, le phénomène de réaccélération diffusive des antiprotons prend place uniquement dans le disque galactique. Sa prise en compte a pour effet de dépeupler les niveaux d'énergie les plus occupés au profit des niveaux les moins occupés. Cela se traduit par l'aplatissement du spectre. Nous rappelons que le temps typique de réaccélération diffusive est défini par l'expression

$$\tau_{\rm reac}(E) = \frac{T^2}{D(E)} \propto \frac{K(E)}{V_a^2}. \tag{6.24}$$

Comparons le temps typique de réaccélération diffusive $\tau_{\rm reac}$ avec le temps de confinement dans le disque $\tau_{\rm disk}$. Si l'énergie cinétique $T \lesssim 1$ GeV alors $\tau_{\rm reac} < \tau_{\rm disk}$. L'effet de la réaccélération diffusive est très important à basse énergie et négligeable à haute énergie. Comparons l'efficacité de cet effet en fonction des jeux de paramètres de propagation MIN, MED et MAX, il vient

$$(\tau_{\rm reac})_{\rm MIN} > (\tau_{\rm reac})_{\rm MED} > (\tau_{\rm reac})_{\rm MAX}\,, \tag{6.25}$$

ce qui implique que

$$\left(\frac{\tau_{\rm reac}}{\tau_{\rm disk}}\right)_{\rm MAX} < \left(\frac{\tau_{\rm reac}}{\tau_{\rm disk}}\right)_{\rm MED} < \left(\frac{\tau_{\rm reac}}{\tau_{\rm disk}}\right)_{\rm MIN}. \tag{6.26}$$

L'effet de la réaccélération diffusive est donc le plus important dans le cas MAX. Nous représentons sur la Fig. 6.6 le flux d'antiprotons calculé en prenant en compte uniquement la diffusion spatiale et la convection (tirets) et en rajoutant ensuite la réaccélération diffusive (trait continu).

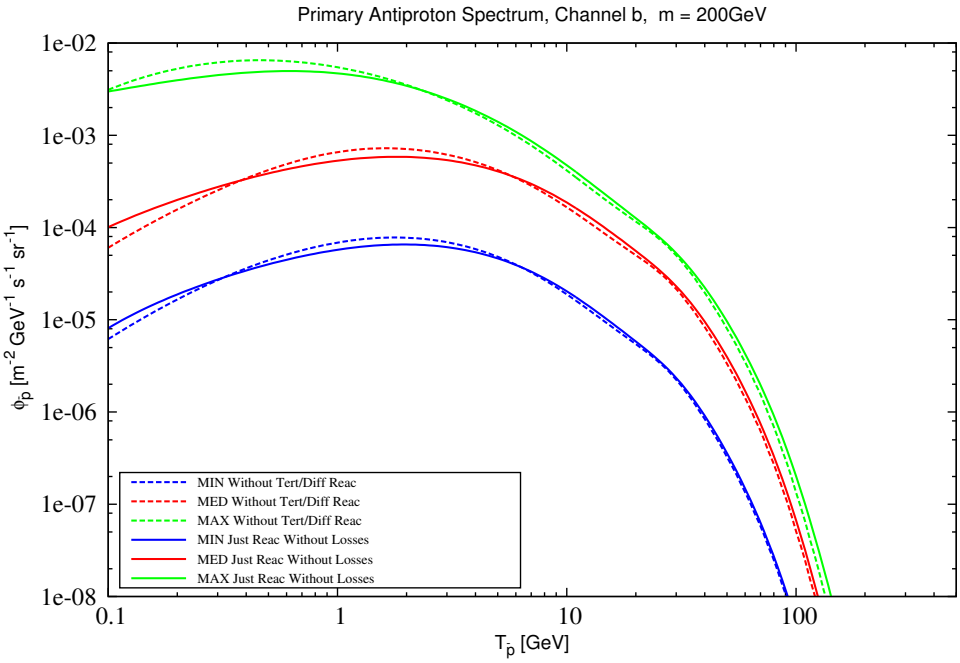

FIGURE 6.6 – ***Idem que la Fig. 6.5*** *où cette fois, les courbes en trait continu ont été calculées en rajoutant la réaccélération diffusive.*

6.4.4 Pertes d'énergie versus réaccélération diffusive

Nous représentons sur la Fig. 6.7 le flux d'antiprotons calculé en prenant en compte uniquement la diffusion spatiale et la convection (tirets) puis en prenant en compte à la fois les pertes d'énergie et la réaccélération diffusive (trait continu). Afin de comprendre lequel de ces processus est dominant en fonction de l'énergie des antiprotons, il convient de comparer $\tau_{\rm loss}$ et $\tau_{\rm reac}$. Nous reportons à nouveau le lecteur à la Fig. 6.4. Nous remarquons qu'à basse énergie ($T \lesssim 1$ GeV), $\tau_{\rm reac} \ll \tau_{\rm loss}$. La réaccélération diffusive est par conséquent le phénomène dominant. A haute énergie ($T \gtrsim 1$ GeV), $\tau_{\rm loss} \ll \tau_{\rm reac}$, et l'effet des pertes d'énergie est le processus dominant. Nous remarquons cependant que dans dans le cas MAX, l'effet des pertes d'énergie est très faible contrairement à la réaccélération diffusive qui prend le dessus.

6.4.5 Perte d'énergie de la composante tertiaire

Finalement, il nous reste à étudier l'effet des pertes d'énergie à travers la composante tertiaire. La prise en compte de ce processus a pour effet de dépeupler les niveaux de haute énergie au profit des niveaux de basse énergie. Cela a pour conséquence l'aplatissement du spectre à basse énergie. Notons que le processus de perte d'énergie d'origine tertiaire est extrêmement faible à haute énergie. Nous représentons sur la Fig. 6.8 le flux d'antiprotons en prenant en compte uniquement la diffusion spatiale et la convection (tirets) et en incluant ensuite les pertes d'énergie d'origine tertiaire (trait continu).

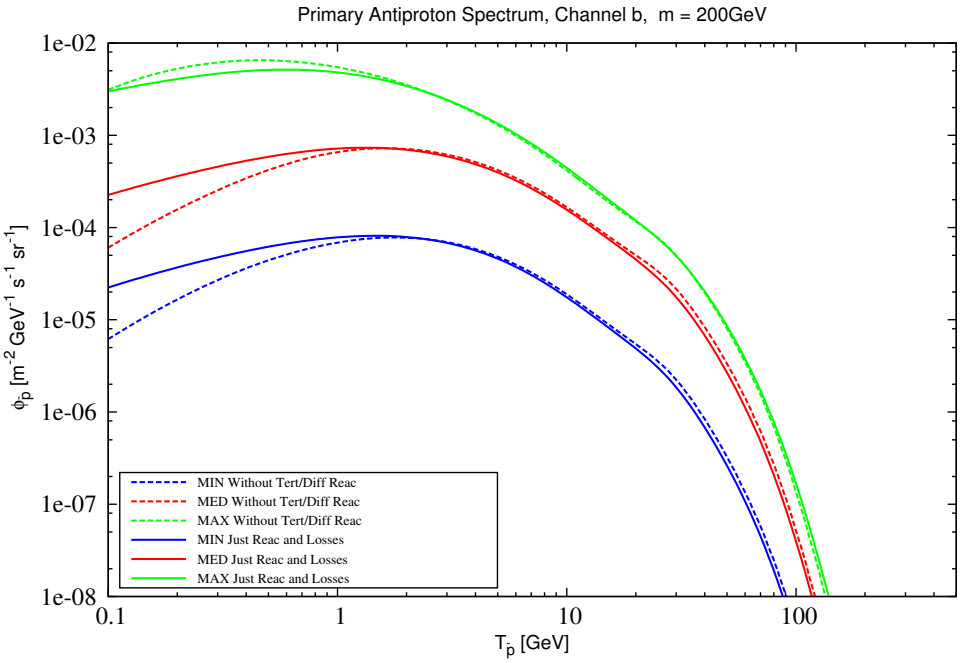

FIGURE 6.7 – ***Idem que la Fig. 6.5*** *où cette fois, les courbes en trait continu ont été calculées en rajoutant les pertes d'énergie adiabatique, par ionisation et Coulomb ainsi que la réaccélération diffusive.*

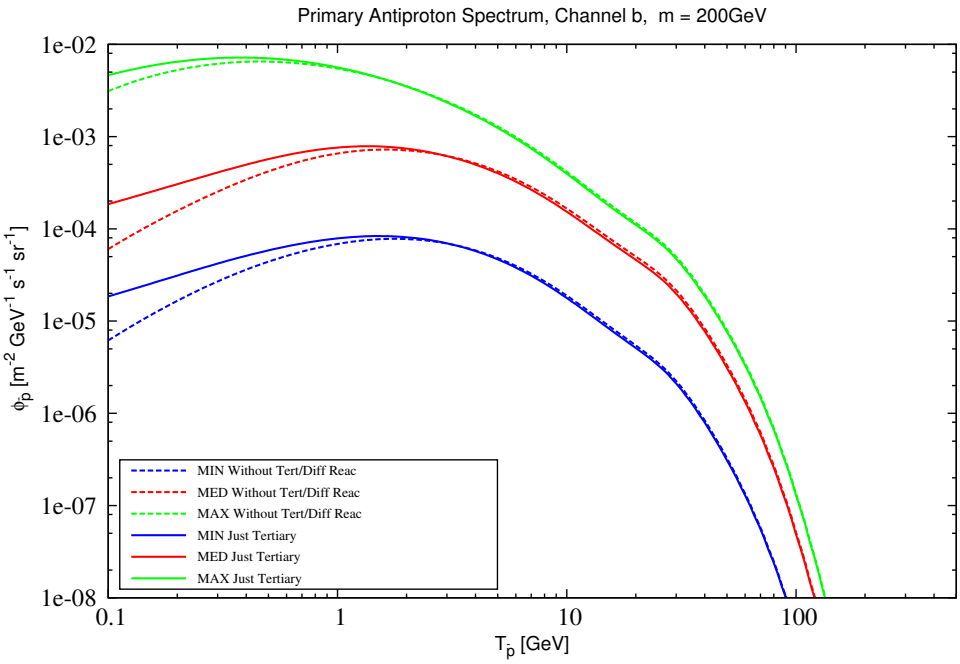

FIGURE 6.8 – ***Idem que la Fig. 6.5*** *où cette fois, les courbes en trait continu ont été calculées en rajoutant les effets des pertes d'énergie d'origine tertiaire.*

6.4.6 Combinaison de tous les effets

En définitive, les processus modifiant l'énergie des antiprotons ayant été revus un à un, nous les prenons désormais tous en compte et aboutissons aux spectres représentés par les courbes en trait continu de la Fig. 6.9. Il apparaît que ces effets peuvent drastiquement modifier le spectre des antiprotons primaires quasiment d'un facteur 3 à 100 MeV et d'environ 15% à 1 GeV. Il est donc nécessaire de les prendre correctement en compte afin de dériver des contraintes solides sur la section efficace d'annihilation $\langle \sigma v \rangle$ des particules de matière noire. Dans ce but, nous avons calculé les spectres des antiprotons primaires correspondant à 23 canaux d'annihilation, ainsi que de désintégration, des WIMPs dans les cas Min, Med et Max. Nous l'avons fait pour les six profils de densité de matière noire tabulés dans la Sec.1.1.3. Ces résultats sont disponibles dans la dernière version du Poor Particle Physicist Cookbook for Dark Matter Indirect Detection (Pppc4dmid release 4.0) que Marco Cirelli et ses collaborateurs ont installé sur la page web http://www.marcocirelli.net/PPPC4DMID.html.

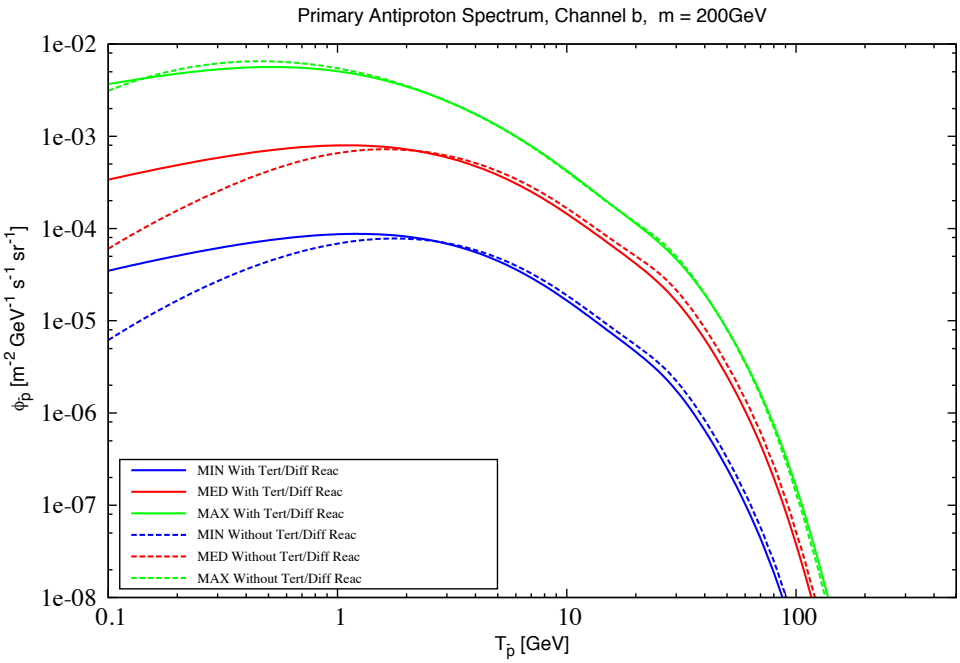

Figure 6.9 – ***Idem que la Fig. 6.5*** *où cette fois, les courbes en trait continu ont été calculées en rajoutant tous les mécanismes détaillés dans cette section.*

Bibliographie

[1] O. Adriani et al. PAMELA Measurements of Cosmic-Ray Proton and Helium Spectra. *Science*, 332 :69, April 2011.

[2] Lars Bergstrom, Joakim Edsjo, and Piero Ullio. Cosmic antiprotons as a probe for supersymmetric dark matter ? *Astrophys. J.*, 526 :215–235, 1999.

[3] Torsten Bringmann and Pierre Salati. Galactic antiproton spectrum at high energies : Background expectation versus exotic contributions. *Phys. Rev. D*, 75(8) :083006, apr 2007.

[4] Mattia di Mauro, Fiorenza Donato, Andreas Goudelis, and Pasquale Dario Serpico. New evaluation of the antiproton production cross section for cosmic ray studies. *Phys. Rev. D*, 90(8) :085017, oct 2014.

[5] R. P. Duperray, C.-Y. Huang, K. V. Protasov, and M. Buénerd. Parametrization of the antiproton inclusive production cross section on nuclei. *Phys. Rev. D*, 68(9) :094017, nov 2003.

[6] J. Engel, T. K. Gaisser, P. Lipari, and T. Stanev. Nucleus-nucleus collisions and interpretation of cosmic-ray cascades. *Physical Review D (Particles and Fields)*, 46 :5013–5025, December 1992.

[7] T. K. Gaisser and R. K. Schaefer. Cosmic-ray secondary antiprotons - A closer look. *Astrophysical Journal*, 394 :174–183, July 1992.

[8] D Maurin, F Donato, R Taillet, and P Salati. Cosmic Rays below Z=30 in a diffusion model : new constraints on propagation parameters. *Astrophys. J.*, 555(2) :19, jan 2001.

[9] L. C. Tan and L. K. Ng. Parameterization of the invariant cross section in p-p collisions using a new scaling variable. *Physical Review D (Particles and Fields)*, 26 :1179–1182, September 1982.

[10] L. C. Tan and L. K. Ng. Calculation of the equilibrium antiproton spectrum. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 9 :227–242, February 1983.

Chapitre 7

A fussy revisitation of antiprotons as a tool for Dark Matter searches

Les antiprotons sont considérés comme une sonde fiable vis à vis de la détection indirecte de matière noire dans la Voie Lactée. En effet, les données de la collaboration PAMELA ont permis d'établir des contraintes fortes sur ses propriétés. Toutefois, afin d'exploiter correctement leur pouvoir contraignant (ou de découverte), et surtout, en prévision de l'extrême précision des données à venir de la collaboration AMS-02, une grande attention doit être portée aux effets provenant de leur propagation dans la Voie Lactée. Ces effets, souvent perçus comme étant sous-dominants, peuvent en fait se révéler très importants.

Nous revisitons le calcul du fond astrophysique d'antiprotons secondaires et du signal primaire issu de l'annihilation de WIMPs, en prenant en compte les effets de la réaccélération diffusive et des pertes d'énergie incluant la composante tertiaire. Nous montrons qu'ils peuvent modifier les limites actuelles de manière appréciable, même pour de grandes masses de particule de matière noire. Les données risquent d'être mal interprétées si ces mécanismes ne sont pas incorporés dans le calcul. Les résultats numériques pour le fond astrophysique sont synthétisés sous forme de fonctions paramétriques ; les résultats pour la matière noire sont incorporés dans la nouvelle version du PPPC4DMID.

Les résultats de cette analyse sont présentés à travers l'article [9] publié dans la revue scientifique *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*.

A fussy revisitation of antiprotons as a tool for Dark Matter searches

Mathieu Boudaud [a 1], **Marco Cirelli** [b 2], **Gaëlle Giesen** [b 3], **Pierre Salati** [a 4]

[a] *LAPTh, Université Savoie Mont Blanc, CNRS, BP 110, 74941 Annecy-le-Vieux, France*

[b] *Institut de Physique Théorique, CNRS, URA 2306 & CEA/Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

Abstract

Antiprotons are regarded as a powerful probe for Dark Matter (DM) indirect detection and indeed current data from PAMELA have been shown to lead to stringent constraints. However, in order to exploit their constraining/discovery power properly and especially in anticipation of the exquisite accuracy of upcoming data from AMS-02, great attention must be put into effects (linked to their propagation in the Galaxy) which may be perceived as subleading but actually prove to be quite relevant. Using a semi-analytic code for rapidity, we revisit the computation of the astrophysical background and of the DM antiproton fluxes. Like in the fully numerical standard calculations, we include the effects of : diffusive reacceleration, energy losses including tertiary component and solar modulation (in a force field approximation). We show that their inclusion can somewhat modify the current bounds, even at large DM masses, and that a wrong interpretation of the data may arise if they are not taken into account. At the present level of accuracy of the data from Pamela, the inclusion of the above effects amounts to changing the constraints, with respect to the case in which they are neglected, of up to about 40% at a DM mass of 1 TeV and 30% at 10 TeV. When the Ams-02 level of precision is reached, including them would strengthen (lessen) the bounds on the annihilation cross section by up to a factor of 15 below (above) a DM mass of 300 GeV. The numerical results for the astrophysical background are provided in terms of fit functions ; the results for Dark Matter are incorporated in the new release of the Pppc4dmid.

1. mathieu.boudaud@lapth.cnrs.fr
2. marco.cirelli@cea.fr
3. gaelle.giesen@cea.fr
4. pierre.salati@lapth.cnrs.fr

7.1 Introduction

The evidence for Dark Matter (DM) comes nowadays from a number of different astrophysical and cosmological probes, sensitive to its gravitational effects. However, we are still eagerly awaiting an explicit manifestation of it. A possibility would be detecting anomalous fluxes of cosmic rays (charged antimatter, photons, neutrinos...), which is the aim of the so-called Indirect Detection strategy. Such anomalous fluxes could indeed originate from DM pair annihilations or decays in the Milky Way halo, subsequently propagated to us within the Galactic environment.

In particular, antiprotons are a sensitive probe for DM. Indeed, since the initial proposal [51], many studies have stressed the importance of this channel, including several recent ones [19, 26, 33, 15, 6, 30, 48, 14, 56, 18, 12, 17, 37]. This is both for intrinsic and contingent reasons. An intrinsic reason is that the production of antiprotons is rather universal in DM models : as long as DM particles annihilate or decay into quarks or gauge bosons (but also into leptons, thanks to ElectroWeak corrections, i.e. the emission of EW gauge bosons from the final state particles), $\bar{p}$ copiously emerge from the hadronization process. Other reasons are that the determination of the astrophysical background is relatively under control (at least if compared to other channels) and that the Galactic propagation of antiprotons can be better modeled than the one of other charged particles. We will actually come back to these last two points in great detail, as they constitute one of the main focus of our paper. A contingent reason, on the other hand, is that in other channels (most notably positrons and gamma rays) sizable excesses have shown up, which cannot be easily attributed neither to DM nor to known astrophysical processes. Until their origin is clarified, they greatly limit the robustness of DM analyses based on these channels. Finally, another motivation stems from the great precision of the $\bar{p}$ data already available from the PAMELA satellite and the even better precision expected soon from AMS-02.

In this context, it is clearly timely to refine previous predictions of antiproton production from astrophysics and from DM, in order to obtain fluxes as accurate as possible to be compared with the precise data. This is what we aim to do in this work. In particular, we upgrade previous computations by incorporating energy losses and diffusive reacceleration, which will be discussed in detail below. We anticipate that these effects have a sizable impact, especially on the low energy portion of the spectrum. Hence, they cannot be neglected if one aims at precision predictions. One should nevertheless keep in mind that other sources of uncertainties could also possibly play a role, yet to be determined, such as the nuclear antiproton production cross sections or the way cosmic ray propagation is modeled.

The rest of this paper is organized as follows. In sec. 7.2 we discuss the main concepts related to the propagation of antiprotons in the Galactic environment, in particular the phenomena of energy losses, diffusive reacceleration and, to some extent, solar modulation. In sec. 7.3 we discuss the antiproton inputs, both from Dark Matter and from astrophysics. In sec. 7.4 we derive updated constraints on Dark Matter (using existing PAMELA data) and updated expected sensitivities (using projected AMS-02 mock data). Finally, in sec. 7.5 we conclude.

We provide numerical results in the form of fit functions for the astrophysical fluxes (see sec. 7.3.1) and in the form of a new release of the Poor Particle Physicist Cookbook for Dark Matter Indirect Detection (Pppc4dmid) for what concerns the DM fluxes.

7.2 Antiproton propagation in the Galaxy

In this section we address the main points concerning how we treat the propagation of antiprotons, from the production points in the Galactic halo or disk to detection near Earth. The production itself will be addressed in the next section. We first review the basic formalism for cosmic ray (CR) propagation in the Galaxy (sec. 7.2.1). We then focus more specifically on the process of energy losses, tertiary production and diffusive reacceleration (sec. 7.2.2) as well as solar modulation (sec. 7.2.3).

7.2.1 Basics of cosmic ray transport in the Galaxy

Antiprotons, like any other charged species, are deflected by the Galactic magnetic field and their transport may be seen as a diffusion process where the irregularities of this turbulent field play the role of scattering centers. In full generality, the master equation for the energy and space distribution function $f = dn/dK$ of any species of charged cosmic rays can be written as

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \mathcal{K}(K)\cdot\nabla^2 f + \frac{\partial}{\partial z}\left\{\mathrm{sign}(z)\, f\, V_{\mathrm{conv}}\right\} + \frac{\partial}{\partial E}\left\{b(K,\vec{x})f - \mathcal{K}_{\mathrm{EE}}(K)\frac{\partial f}{\partial E}\right\} = Q, \tag{7.1}$$

The first term of the left hand side is put to zero since one is interested in steady state conditions. The second term accounts for space diffusion and, for antiprotons, can be simply modeled as $\mathcal{K}(K) = \mathcal{K}_0\beta\,(p/\mathrm{GeV})^\delta$ in terms of the kinetic energy K, the beta factor and the momentum p of the particle. The parameters $\mathcal{K}_0$ and δ set the normalization and momentum dependence. The third term corresponds to the convective processes, with characteristic velocity V_{conv}, which originate in the disk and tend to push vertically outwards (hence the z gradient) the antiproton fluxes. The resulting Galactic wind reaches its nominal value of $\pm V_{\mathrm{conv}}$ right outside the disk, assumed here to be infinitely thin. The fourth term (inside the energy derivative) accounts for energy losses, which are in general energy and space dependent. The thin disk approximation leads to write $b(K,\vec{x})$ as $2h\delta(z)\,b(K)$, where $h = 100$ pc is the half-height of the disk. Notice that energy losses are typically not very important for antiprotons and are generally neglected. We will nevertheless fully include them in our detailed analyses. The last term of the l.h.s. represents diffusive reacceleration and is discussed in detail below.

On the right hand side, the equation features the source term Q, which can contain different contributions. The spallation of high-energy cosmic rays on the interstellar gas produces antiprotons (so called 'secondary') which are the source of the astrophysical background. The annihilations or decays of DM produce (so called 'primary') antiprotons. These two components are discussed in sec. 7.3. Q contains also a sink term, due to the annihilations of the antiprotons on the interstellar gas. Such a term reads $-2h\delta(z)\,\Gamma_{\mathrm{ann}}$ where the δ function effectively localizes the interactions only in the disk where the ISM sits. The annihilation rate Γ_{ann} is equal to $(n_{\mathrm{H}} + 4^{2/3}n_{\mathrm{He}})\sigma^{\mathrm{ann}}_{\bar{p}p}v_{\bar{p}}$, where $n_{\mathrm{H}} = 0.9$ cm^{-3} and $n_{\mathrm{He}} = 0.1$ cm^{-3} stand for the ISM hydrogen and helium densities, while $v_{\bar{p}}$ denotes the velocity of the incoming antiproton. The annihilation cross section $\sigma^{\mathrm{ann}}_{\bar{p}p}$ is borrowed from [53, 54], and we have multiplied it by a factor of $4^{2/3} \sim 2.5$ to account for the different geometrical cross section on helium in an effective way. Notice that antiprotons also collide elastically on interstellar H and He. Since they are preferentially scattered forward, this process has no effect and does not contribute to the sink term in Q. Last but not least, Q contains a source term (or rather 'recycling' term) corresponding to tertiary antiprotons, which will be discussed in the next subsection together with energy losses and diffusive reacceleration.

Model	Antiproton propagation parameters				
	δ	$\mathcal{K}_0$ [kpc^2/Myr]	$V_{\rm conv}$ [km/s]	L [kpc]	v_a [km/s]
MIN	0.85	0.0016	13.5	1	22.4
MED	0.70	0.0112	12	4	52.9
MAX	0.46	0.0765	5	15	117.6

TABLE 7.1 – ***Cosmic ray transport parameters*** *for antiprotons in the Galactic halo (from [25]). Here δ and $\mathcal{K}_0$ are the power index and the normalization of the diffusion coefficient, $V_{\rm conv}$ is the velocity of the convective wind, L is the half-thickness of the diffusive cylinder and v_a is the velocity of the reaccelerating scattering centers.*

In order to solve the transport equation (7.1), we model the magnetic halo of the Milky Way by a flat cylinder with half-height L and radius $R = 20$ kpc, inside which cosmic rays diffuse. The Galactic disk lies in the middle at $z = 0$ and is assumed to be infinitely thin as discussed above. The CR densities $f \equiv dn/dK$ are assumed to be axi-symmetric. They are expanded along the radial direction as a series of Bessel functions of zeroth-order

$$f(r, z, E) = \sum_{i=1}^{+\infty} F_i(z, E)\, J_0\left(\alpha_i\, r/R\right). \tag{7.2}$$

Since α_i is the $i^{\rm th}$ zero of J_0, the density vanishes at $r = R$. The Bessel transforms $F_i(z, E)$ also vanish at the vertical boundaries $z = \pm L$ of the diffusive halo. The transport equation is solved for each Bessel order i and the antiproton flux at the Earth is derived as explained in [27, 11].

7.2.2 The Energy Losses including tertiaries, and Diffusive Reacceleration ('ELDR')

Three processes of energy loss are encoded in the negative coefficient b. First, like any other nuclear species, antiprotons undergo ionization losses in the interstellar neutral matter, whose composition has been given above. Then, Coulomb energy losses take place on the fraction of the interstellar medium (ISM) that is completely ionized. That mechanism is dominated by scatterings on thermal electrons, for which we have used a density of 0.033 cm^{-3} and a temperature of 3×10^5 K. These two effects are discussed in [41] and [52], where complete expressions may be found for the energy loss rate b. Finally, convective processes also induce a loss of energy through the conservation of the CR density in phase-space. This leads to

$$b_{\rm adia}(K, \vec{x}) = -\frac{1}{3}\,\{\nabla_x \cdot \vec{u}(\vec{x})\}\,\frac{p^2}{E} \xrightarrow{\rm ave} b_{\rm adia}(K) = -\frac{V_{\rm conv}}{3h}\,\frac{p^2}{E} \tag{7.3}$$

where p and E denote respectively the momentum and energy of the antiproton and the last expression is obtained once the divergence of the convective wind $\vec{u}$ is averaged across the thin disk.

As anticipated, the term 'tertiary antiprotons' identifies the particles emerging from inelastic and non-annihilating interactions of primary or secondary antiprotons on the ISM. An antiproton can collide on a proton at rest and transfer enough energy to excite it as a Δ resonance. The $\bar{p}$ typically loses a fraction of its energy and is effectively reinjected in the flux with a degraded momentum. This mechanism redistributes antiprotons towards lower energies, hence flattening

their spectrum as first remarked by [7]. The rate for the production of tertiary antiprotons is given by

$$Q^{\rm ter}_{\bar p}(\vec x, E_{\bar p}) = \int_{E_{\bar p}}^{+\infty} \frac{d\sigma_{\bar p p\to \bar p X}}{dE_{\bar p}}(E'_{\bar p}\to E_{\bar p})\, n_{\rm H}(\vec x)\, v'_{\bar p}\, f(\vec x, E'_{\bar p})\, dE'_{\bar p} \;-\; \sigma_{\bar p p\to \bar p X}(E_{\bar p})\, n_{\rm H}(\vec x)\, v_{\bar p}\, f(\vec x, E_{\bar p}). \tag{7.4}$$

In this expression, the differential cross section for inelastic and non-annihilating interactions has been approximated by

$$\frac{d\sigma_{\bar p p\to \bar p X}}{dE_{\bar p}}(E'_{\bar p}\to E_{\bar p}) = \frac{\sigma_{\bar p p\to \bar p X}(E'_{\bar p})}{K'_{\bar p}}. \tag{7.5}$$

Following [7], we assume that an antiproton undergoing such a reaction has final kinetic energy $K_{\bar p}$ uniformly distributed between 0 and its initial value $K'_{\bar p}$. The total inelastic and non-annihilating cross section $\sigma_{\bar p p\to \bar p X}$ has been borrowed from [54] where, above a kinetic energy of 13.3 GeV, it is approximated by the inelastic proton-proton cross section. At high energy, the second term in relation (7.4) is dominant. The antiproton energy distribution is depleted for the benefit of the low-energy tail of the spectrum where the first term contributes most. Notice also that the tertiary production rate is proportional to the hydrogen density, which should be rescaled by a mere factor of $(n_{\rm H} + 4^{2/3} n_{\rm He})$ to take also into account the helium component of the ISM. Finally, a global factor of $2h\delta(z)$ should be added in the thin disk approximation.

As mentioned in sec. 7.2.1, the last term in the l.h.s. of the transport equation (7.1) accounts for diffusive reacceleration. This mechanism is produced by the drift with velocity v_a of the diffusion centers, i.e. the knots of the turbulent Galactic magnetic field. This yields a second order Fermi acceleration which boils down into a diffusion in energy space whose coefficient may be expressed as

$$\mathcal{K}_{\rm EE}(K) = \frac{2}{9}\, v_a^2\, \frac{E^2\beta^4}{\mathcal{K}(K)}. \tag{7.6}$$

The antiproton energy and velocity are respectively denoted by E and β, whereas the space diffusion coefficient $\mathcal{K}$ appears at the denominator (essentially expressing the fact that the more efficiently cosmic rays diffuse in space, the fewer collisions there are and the weaker the energy diffusion). Other forms are possible and may be found for instance in [52, 49]. They are inspired by the diffusion coefficient $\mathcal{K}_{\rm pp}$ derived in momentum space by [50]. We will nevertheless keep relation (7.6) for our study because it is this particular form that has been used in [42] to constrain the CR propagation parameters from the B/C tracer, and to define in [25] the canonical models MIN, MED and MAX.

As inelastic and non-annihilating interactions result into a discontinous variation of the antiproton energy, they will be associated in this analysis to the continuous energy losses described by the $b(K)$ coefficient. The latter comes into play in the transport equation together with diffusive reacceleration. These three processes will hence be switched on or off together, and are hereafter denoted generically by the acronym 'ELDR'. In order to get a flavor of the relative importance of the various mechanisms which come into play in cosmic ray transport, we should compare their timescales. To this end, we define the three timescales $\tau_{\rm disk}$, $\tau_{\rm loss}$ and $\tau_{\rm reac}$. Space diffusion and Galactic convection can be combined together in a one dimensional slab model to yield the typical confinement timescale inside the disk

$$\tau_{\rm disk} = \frac{h}{V_{\rm conv}} \left\{ 1 - \exp(-\frac{V_{\rm conv} L}{\mathcal{K}}) \right\}. \tag{7.7}$$

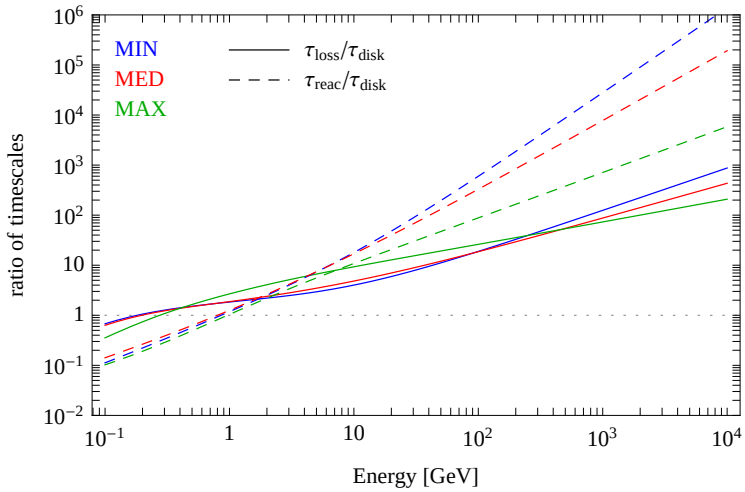

FIGURE 7.1 – *The* ***timescale ratios*** $\tau_{\rm loss}/\tau_{\rm disk}$ *(solid) and* $\tau_{\rm reac}/\tau_{\rm disk}$ *(short dashed) are plotted as a function of the antiproton kinetic energy K. The blue, red and green curves respectively stand for the three canonical models MIN, MED and MAX of cosmic ray propagation as defined in [25].*

At low energy, convection dominates and $\tau_{\rm disk} \simeq h/V_{\rm conv}$ is constant. Above a few GeV, diffusion takes over since $\mathcal{K}$ is an increasing function of kinetic energy K, and the usual escape time $\tau_{\rm disk} \simeq hL/\mathcal{K}$ of the Leaky Box model is recovered. The typical timescale for energy losses is instead defined by $\tau_{\rm loss} = -K/b(K)$. Above a few GeV, ionization and Coulomb losses are negligible with respect to adiabatic losses, and $\tau_{\rm loss}$ becomes equal to the constant $3h/V_{\rm conv}$. Finally, the diffusive reacceleration timescale $\tau_{\rm reac}$ is defined by the ratio $K^2/\mathcal{K}_{\rm EE}(K)$. As soon as $\beta \simeq 1$, this timescale increases with energy like $9\mathcal{K}(K)/2v_a^2$.

The ratios $\tau_{\rm loss}/\tau_{\rm disk}$ (solid) and $\tau_{\rm reac}/\tau_{\rm disk}$ (short dashed) are displayed in fig. 7.1 as a function of antiproton kinetic energy K, for the three cosmic ray propagation canonical models MIN, MED and MAX defined in [25]. Above 1 GeV, all ratios exceed unity, and $\tau_{\rm disk}$ is the smallest timescale. Convection and space diffusion are the dominant processes, with the latter taking over the former above a few GeV. That is why simple approaches like the Leaky Box or infinite slab models reproduce well the B/C observations. For kinetic energies smaller than 1 GeV, the short dashed curves are below the dotted horizontal line (with critical value 1) and diffusive reacceleration becomes the dominant mechanism. Although never dominant, energy losses slightly deplete the high energy part of the antiproton spectrum and replenish its low energy tail, flattening it. Possible bumps showing up in the injected spectra are partially erased once energy losses come into play. As expected, we also find that inelastic but non-annihilating interactions, which are responsible for the tertiary production of antiprotons, have qualitatively the same effect, albeit with a somewhat lesser extent. Diffusive reacceleration tends to smooth globally the antiproton spectrum. Although inducing qualitatively the same effect at low energy as the two other mechanisms, that process tends on the contrary to slightly replenish the high-energy part of the antiproton spectrum. As featured by the $\tau_{\rm reac}/\tau_{\rm disk}$ curves of fig. 7.1, diffusive reacceleration is more and more effective along the MIN–MED–MAX sequence of cosmic ray transport models. Once all these mechanisms are combined, their global effect depends on the relative importance of diffusive reacceleration with respect to energy losses. As indicated in fig. 7.1, the $\tau_{\rm reac}/\tau_{\rm loss}$ ratio significantly decreases from the MIN to the MAX configurations. In the MIN and MED cases, the antiproton spectrum is slightly depleted at high energies when the 'ELDR' effects are included, whereas the opposite

effect is observed for the MAX model where diffusive reacceleration counterbalances energy losses.

7.2.3 Solar modulation ('SMod') effects in a force-field approximation

In the final portion of their journey, antiprotons penetrate into the sphere of influence of the Sun and are subject to the phenomenon of solar modulation (denoted with the abbreviation 'SMod' hereafter). In general terms, the solar CR wind and the solar magnetic field have the effect of decreasing the kinetic energy and momentum of the particles, especially low energy ($\lesssim$ 10 GeV) ones. This can be effectively described in the so-called 'force field approximation' [36] : the energy spectra in the local interstellar environment $d\Phi_{\rm LIS}/dK$ (i.e. at the end of the galactic propagation but before entering into the solar sphere) are modulated to obtain the flux at Earth $d\Phi_{\oplus}/dK$ in the following way

$$\frac{d\Phi_{\oplus}}{dK}(K) = \frac{d\Phi_{\rm LIS}}{dK}(K + |e|\phi_F Z/A) \cdot \frac{K(K+2m)}{(K+m+|e|\phi_F Z/A)^2 - m^2}. \tag{7.8}$$

Here Z, A, e and m are the atomic number, the mass number, the electron charge and the mass of the CR species. In our case, $Z = A = 1$ for protons and antiprotons. The force-field or Fisk potential ϕ_F parameterizes the effect of the solar modulation on CRs and will take a value which depends on several complex parameters of the solar activity and therefore ultimately on the epoch of observation [1]. For the analysis of the PAMELA data, we choose a conservative interval 0.1 GV $< \phi_F <$ 1.1 GV. This is based on the fact that, using more refined tools such as `HelioProp` [40] to model the propagation in the heliosphere, ref. [17] has concluded that for the PAMELA data taking period, the solar modulation conditions correspond to such a range. However, for the AMS-02 data, we will want to be even more conservative and choose 0 GV $< \phi_F <$ 2 GV.

7.3 The antiproton astrophysical and DM components

In this section we briefly review the computation of the two main antiproton input components : the background, from astrophysics, and the primary signal, from DM annihilations or decays.

7.3.1 The antiproton astrophysical flux

The astrophysical antiproton background is produced by the collisions of high-energy CR protons and helium nuclei on the ISM, which is assumed here to be mostly composed of hydrogen

1. Note that, with the notation ϕ_F, we will always refer in this work to the Fisk potential *for antiprotons*. The corresponding quantity for protons, ϕ_F^p can in principle be different (in which case one has 'charge dependent' solar modulation). Ref. [17], based on the same `HelioProp` runs mentioned below, finds that the two quantities typically do not differ by more than 50%. Moreover, dedicated runs find that the value for antiprotons tends to be larger than the one for protons, at least for conditions of solar activity featuring a negative polarity of the solar magnetic field, a 'tilt angle' of the heliospheric current sheet of about 20-40 degrees (both assumptions being appropriate for the PAMELA data taking period) and a 'parallel mean free path' (mfp) of protons at Earth not smaller than $\sim$ 0.05 AU [31]. Only if the mfp assumes very small values one can have a Fisk potential for protons larger than the one for antiprotons. These details do not impact our subsequent analysis since we choose very conservative intervals for ϕ_F anyway.

and helium. In the case of the interactions between CR protons and hydrogen atoms, the source term takes the following form

$$Q_{\bar{p}}^{\rm sec}(\vec{x}, E_{\bar{p}}) = \int_{E_p^0}^{+\infty} \frac{d\sigma_{p{\rm H}\to\bar{p}X}}{dE_{\bar{p}}}(E_p \to E_{\bar{p}})\, n_{\rm H}(\vec{x})\, v_p\, f_p(\vec{x}, E_p)\, dE_p. \tag{7.9}$$

We use the injection proton and helium CR fluxes at the Earth as measured by the PAMELA experiment [2] [2]. Following previous studies [27, 11], the Bessel transforms of these fluxes are calculated for each CR propagation model in order to derive the proton and helium densities f_p and f_α all over the Galactic magnetic halo. The radial profile of the sources of primary CR nuclei comes into play and can be determined from pulsar and surpernova remnant surveys. We have used here the parameterization of [57], slightly modified by [8].

In the case of a proton impinging on a hydrogen atom at rest, the production rate peaks around a few GeV. The energy of the projectile must actually exceed a threshold of $E_p^0 = 7m_p$. In the Galactic frame, where the target is at rest, the differential production cross section of the previous relation is given by the integral

$$\frac{d\sigma_{p{\rm H}\to\bar{p}X}}{dE_{\bar{p}}} = 2\pi k_{\bar{p}} \int_0^{\theta_{\rm max}} \left(E_{\bar{p}} \frac{d^3\sigma}{d^3k_{\bar{p}}} \right)_{\rm LI} d(-\cos\theta), \tag{7.10}$$

where θ is the angle between the momenta of the incoming proton and the produced antiproton. In the center of mass frame, which drifts with a velocity $\beta_{\rm CM} = \{(E_p - m_p)/(E_p + m_p)\}^{1/2}$ with respect to the Galactic frame, the antiproton energy cannot exceed a value of

$$E^*_{\bar{p},{\rm max}} = \frac{s - 9\,m_p^2 + m_p^2}{2\sqrt{s}}, \tag{7.11}$$

where $\sqrt{s} = \{2m_p(E_p + m_p)\}^{1/2}$ is the total energy of the reaction. In eq. (7.10), the energies E_p and $E_{\bar{p}}$ have been fixed and the angular integral runs from $\theta = 0$ up to a maximal value of $\theta_{\rm max}$ for which

$$\cos\theta_{\rm max} = \frac{1}{\beta_{\rm CM} k_{\bar{p}}} \left(E_{\bar{p}} - \frac{E^*_{\bar{p},{\rm max}}}{\gamma_{\rm CM}} \right). \tag{7.12}$$

The Lorentz invariant differential cross section $E_{\bar{p}}\,(d^3\sigma/d^3k_{\bar{p}})$ depends on the antiproton rapidity $y = \tanh^{-1}(k_{\bar{p}\parallel}/E_{\bar{p}})$ and transverse mass $m_T^2 = m_p^2 + k_{\bar{p}\perp}^2$. We have used a new parameterization recently proposed by [22] instead of the Tan and Ng fitting relations [53, 54]. As mentioned by [11], the transverse mass m_T should be preferred to the angular variable $\cos\theta$ in the integral (7.10) whenever the maximal angle $\theta_{\rm max}$ is small, under penalty of numerical errors. Antiprotons can also be produced in reactions involving helium nuclei either in the cosmic radiation or in the ISM. We have used the same procedure as discussed in [11] to which we refer the reader for details.

Notice finally that antineutrons are also produced, and should be taken into account as they subsequently decay into antiprotons. It has been so far conventionally assumed that the antineutron and antiproton production rates are equal insofar as isospin symmetry should hold. A global factor of 2 was generally assumed in order to account for antineutrons. But measurements by the NA49 experiment [29] of the differential antiproton multiplicity in pp and np collisions point towards a different conclusion, as noticed by [39]. In the case of antineutrons, the production cross section should be multiplied by an unknown factor $N_{\rm IS}$ such that

$$\frac{d\sigma_{p{\rm H}\to\bar{n}X}}{dE_{\bar{n}}} = N_{\rm IS}\, \frac{d\sigma_{p{\rm H}\to\bar{p}X}}{dE_{\bar{p}}}. \tag{7.13}$$

2. Technically, we employ a numerical fit of those data performed by T. Delahaye [20].

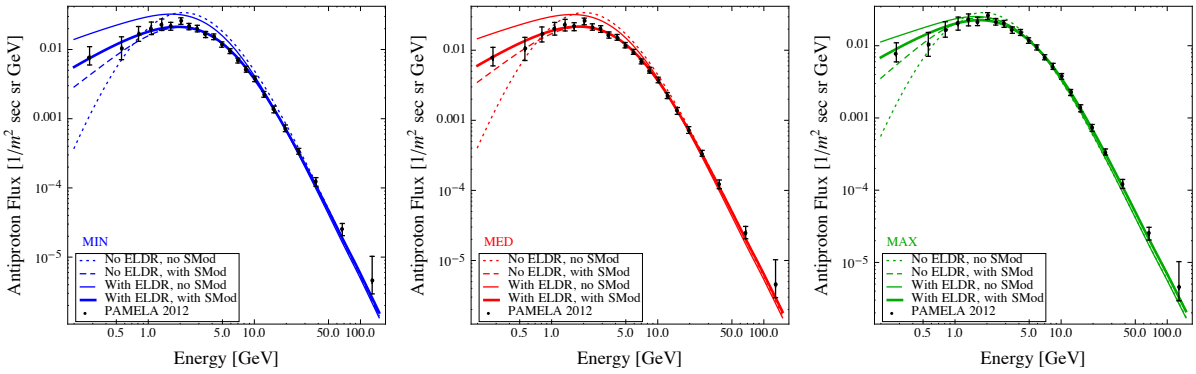

FIGURE 7.2 – *The **astrophysical background (secondary) antiproton spectra** with/without SMod and with/without ELDR, for the MIN, MED, MAX propagation models (left to right). SuperimposeD are the data points from* PAMELA.

For conservativeness, we have assumed $N_{\rm IS}$ to lie in the range from 1 to 1.5, so that our calculations can be rescaled by a factor $A \equiv (1 + N_{\rm IS})/2$ which has been varied freely from 1 to 1.25 in order to improve the quality ot the fits.

In fig. 7.2, we plot the fluxes that we obtain for the MIN, MED and MAX models in order to compare now quantitatively these astrophysical $\bar{p}$ fluxes with Pamela 2012 data [3]. To better assess the impact of our additional effects, three cases are considered : first, we consider only the data points with kinetic energies $K > 10$ GeV and we neglect solar modulation ; second, we add solar modulation (allowing the Fisk potential to vary in the range 0.1 GV $< \phi_F <$ 1.1 GV and the normalization A within 1 and 1.25) ; third, we use the whole energy spectrum (still taking solar modulation into account). For each one of these cases, we compare the χ^2 with and without ELDR. In table 7.2, we present the best fit Fisk potential ϕ_F and the corresponding χ^2 value. In general, the agreement between the astrophysical fluxes and the data, that we achieve by including ELDR and SMod, is very good, with a value of the reduced χ^2 which is below 1 for all configurations as soon as SMod is included. This is significant and essentially implies that little room is left for exotic contributions such as those from DM. A few fine features are however worth noticing.
(i) Taking into account solar modulation improves the fits considerably even above 10 GeV, especially for the MIN and MED configurations. This is because the datapoints between 10 and 50 GeV have such an exquisite precision that even the limited modification of solar modulation above 10 GeV has an impact.
(ii) Adding ELDR has a limited impact above 10 GeV (improving or worsening the χ^2 only by fractions of a point in most cases). However, when the whole spectrum is considered, then ELDR allows a significantly better agreement.

To conclude this analysis, we provide some useful approximating functions to the astrophysical fluxes presented above. They read :

$$\log\left(\frac{\Phi_{\rm bkg}}{1/{\rm m}^2\ {\rm sec\ sr\ GeV}}\right) = \sum_{i=0}^{8} a_i \log^i\left(\frac{K}{\rm GeV}\right), \tag{7.14}$$

with the coefficients a_i as presented in Table 7.3 for MIN, MED and MAX propagation models. These functions reproduce our results within 5% in the range of energies 0.2 GeV $\leq K \leq$ 800

	MIN			MED			MAX		
	χ^2/dof	A [-]	ϕ_F [GV]	χ^2/dof	A [-]	ϕ_F [GV]	χ^2/dof	A [-]	ϕ_F [GV]
K > 10 GeV no SMod									
No ELDR	35.07/7	1.00	-	12.85/7	1.0	-	2.21/7	1.21	-
With ELDR	36.43/7	1.00	-	15.44/7	1.0	-	2.19/7	1.20	-
K > 10 GeV with SMod									
No ELDR	3.07/6	1.14	1.10	1.77/6	1.22	1.05	1.44/6	1.25	0.17
With ELDR	3.29/6	1.25	0.79	2.24/6	1.25	0.69	1.70/6	1.25	0.26
Whole spectrum with SMod									
No ELDR	15.63/21	1.00	0.66	8.23/21	1.12	0.74	10.16/21	1.25	0.46
With ELDR	9.65/21	1.22	0.74	6.95/21	1.24	0.70	6.38/21	1.25	0.38

TABLE 7.2 – ***χ^2 of the astrophysical $\bar{p}$ flux*** *with respect to* PAMELA *2012 data, with and without ELDR, in three cases. We also report the best fit values for the addition parameters A and ϕ_F, where applicable.*

GeV. They remain accurate within 20% all the way up to 10 TeV. For the convenience of the reader, we also provide an approximating function (labelled 'average' in Table 7.3, not to be confused with MED) which corresponds to a flux that sits in the middle of the highest and lowest astrophysical fluxes, at all energies. We stress that of course it is preferable to use the functions adapted to the MIN, MED or MAX scenarios, as applicable, rather than this 'average' function. Nevertheless, the latter can allow for a quick scenario-independent estimate. In that case, the uncertainty due to the propagation can be taken into account as follows : for energies in the range 0.1 GeV $\leq K \leq$ 450 GeV, the uncertainty is of 30% above and below ; up to 1.7 TeV the uncertainty is 50% and it reaches $\sim$ 70% at 10 TeV.

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
MIN	-1.5116	0.37991	- 0.69686	- 0.92051	0.17873	0.34161	- 0.19910	0.04154	- 0.00309
MED	-1.5079	0.34279	- 0.71347	- 0.89053	0.18914	0.32518	- 0.19223	0.04022	- 0.00299
MAX	-1.6192	0.34986	- 0.69943	- 0.86758	0.19016	0.30858	- 0.18192	0.03777	- 0.00279
'average'	-1.5594	0.35685	- 0.69211	- 0.89153	0.17990	0.32460	- 0.18875	0.03911	- 0.00289

TABLE 7.3 – ***Coefficients for the approximating functions*** *of the astrophysical flux, assuming $A = 1$ and $\phi_F = 0$ for MIN, MED and MAX propagation scenarios and for the 'average' case.*

Recently, refs. [39] and [37] have revisited the computation of the secondary antiproton flux. (The latter has also obtained new antiproton constraints on Dark Matter annihilation, on which we will comment later.) Our results essentially agree with the findings of the former so we mostly comment here on the latter. Such work bases its computation on a large set of propagation parameter determined in [55], via a full bayesian scan of cosmic ray data, and its crucial result is that the secondary $\bar{p}$ flux is found to systematically undershoot the $\bar{p}$ data by PAMELA (the resulting 'antiproton excess' can then be fit with a DM contribution as discussed in ref. [37]). Similar results had been anticipated in previous works [44, 21, 38]. However, other set of studies [28, 21, 24, 39] do not reach the same conclusion and, in particular, this is at odd with what we find : as discussed, we obtain a secondary flux which is well in agreement with PAMELA data for any one of the propagation models we consider and essentially across the whole range of energies (see e.g. fig. 7.2). There might be many origins for this difference and it is difficult to pin down any single one, as discussed in previous works and as the authors of [37] also very nicely point out. Firstly, we notice that ref. [37] considers two values of the Fisk potential for antiprotons which are smaller or equal to the value for protons, while we do not restrict to this situation. Actually, as already mentioned above, computations based on [40] show a preference for $\phi_F^{\bar{p}} > \phi_F^{p}$ during

the PAMELA data taking period [31]. While in first approximation a large $\phi_F^{\bar{p}}$ would tend to reduce the $\bar{p}$ spectrum further, it is possible that the interplay with other effects mentioned below produces the opposite effect. Secondly, the models considered in [37], with one exception, do not include convection. Adding convection would generically have the effect of reducing an antiproton excess, as also recognized in [37] [3]. Thirdly, the primary proton spectrum considered in [37] (a broken power law with a break at 10 GV) differs from the one we use based on PAMELA data. Finally, we introduce an additional degree of freedom (linked to the antineutron production, as discussed above) which affects the overall normalization of the $\bar{p}$ flux and which is not taken into account in [37]. It is conceivable that a combination of these individually small effects works in the direction of explaining away the difference.

In any case, the comparison with the detailed work in [37] shows how crucial is the impact of the 'fine points' in the calculation of the secondaries. We will have to keep this in mind and proceed with maximal caution.

7.3.2 The dark matter signal

We here briefly review the antiproton fluxes from Dark Matter, referring the reader to [16] for more details.

Primary antiprotons originate from DM annihilations or decays in each point of the galactic halo. Hence they constitute, for the purposes of the transport equation (7.1), a source term Q which reads

$$Q_{\bar{p}}^{\rm prim} = \frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{M_{\rm DM}}\right)^2 f_{\rm inj}^{\rm ann}, \qquad f_{\rm inj}^{\rm ann} = \sum_f \langle\sigma v\rangle_f \frac{dN_{\bar{p}}^f}{dK} \qquad \text{(annihilation)}, \tag{7.15}$$

$$Q_{\bar{p}}^{\rm prim} = \left(\frac{\rho}{M_{\rm DM}}\right) f_{\rm inj}^{\rm dec}, \qquad f_{\rm inj}^{\rm dec} = \sum_f \Gamma_f \frac{dN_{\bar{p}}^f}{dK} \qquad \text{(decay)}. \tag{7.16}$$

The above formulæ show the well known factorization of the source term in a portion that depends essentially on astrophysics (the DM density distribution ρ, for which we discuss typical choices below) and in a portion ($f_{\rm inj}^{\rm ann/dec}$) that depends on the particle physics model. Here $dN_{\bar{p}}/dK$ are the antiproton spectra per single annihilation or decay event and f runs over all the channels with $\bar{p}$ in the final state, with the respective thermal averaged cross sections σv or decay rate Γ.

3. Moreover, position-dependent convection and diffusion can have a very interesting impact [32].

DM halo	DM halo parameters α	r_s [kpc]	ρ_s [GeV/cm^3]
NFW [45]	–	24.42	0.184
Einasto [43, 46]	0.17	28.44	0.033
EinastoB	0.11	35.24	0.021
Isothermal [5, 4]	–	4.38	1.387
Burkert [13]	–	12.67	0.712
Moore [23]	–	30.28	0.105

TABLE 7.4 – *The **Dark Matter profile parameters** to be plugged in the functional forms of eq. (7.18). These specific values are derived as discussed in [16].*

7.3.2.1 Particle physics input

Following [16], we consider a complete array of annihilation or decay channels, in a model independent way. They consist in the following 2×23 cases :

$$\left.\begin{array}{rr} \text{annihilation} & \text{DM DM} \\ \text{decay} & \text{DM} \end{array}\right\} \rightarrow \left\{\begin{array}{l} e^+_L e^-_L,\ e^+_R e^-_R,\ \mu^+_L \mu^-_L,\ \mu^+_R \mu^-_R,\ \tau^+_L \tau^-_L,\ \tau^+_R \tau^-_R, \\ q\bar{q},\ c\bar{c},\ b\bar{b},\ t\bar{t},\ \gamma\gamma,\ gg, \\ W^+_L W^-_L,\ W^+_T W^-_T,\ Z_L Z_L,\ Z_T Z_T, \\ hh, \\ \nu_e \bar{\nu}_e,\ \nu_\mu \bar{\nu}_\mu,\ \nu_\tau \bar{\nu}_\tau, \\ VV \rightarrow 4e,\ VV \rightarrow 4\mu,\ VV \rightarrow 4\tau. \end{array}\right. \tag{7.17}$$

Here the subscript $_{L,R}$ denote the *L*eft-handed and *R*ight-handed polarizations for the leptons and $_{L,T}$ the *L*ongitudinal or *T*ransverse ones for the gauge boson : since ElectroWeak corrections (mentioned in the Introduction) act differently on the different polarizations, it is important to keep them separate. $q = u, d, s$ denotes a light quark and h is the Standard Model (SM) Higgs boson, with its mass fixed at 125 GeV. The last three channels denote models in which the annihilation or decay first happens into some new (light) boson V which then decays into a pair of leptons.

As for the DM mass, we consider the range $m_{\rm DM} = 5\,\text{GeV} \rightarrow 100\,\text{TeV}$ (annihilation) or $m_{\rm DM} = 10\,\text{GeV} \rightarrow 200\,\text{TeV}$ (decay). For additional details, we refer to [16].

7.3.2.2 Astrophysical parameters

Following again [16], we consider the following various DM halo profiles [4] :

$$\begin{aligned}
\text{NFW}: \quad \rho_{\text{NFW}}(\mathbf{r}) &= \rho_s \frac{r_s}{\mathbf{r}} \left(1 + \frac{\mathbf{r}}{r_s}\right)^{-2} \\
\text{Einasto}: \quad \rho_{\text{Ein}}(\mathbf{r}) &= \rho_s \exp\left\{-\frac{2}{\alpha}\left[\left(\frac{\mathbf{r}}{r_s}\right)^{\alpha} - 1\right]\right\} \\
\text{Isothermal}: \quad \rho_{\text{Iso}}(\mathbf{r}) &= \frac{\rho_s}{1 + (\mathbf{r}/r_s)^2} \\
\text{Burkert}: \quad \rho_{\text{Bur}}(\mathbf{r}) &= \frac{\rho_s}{(1 + \mathbf{r}/r_s)(1 + (\mathbf{r}/r_s)^2)} \\
\text{Moore}: \quad \rho_{\text{Moo}}(\mathbf{r}) &= \rho_s \left(\frac{r_s}{\mathbf{r}}\right)^{1.16} \left(1 + \frac{\mathbf{r}}{r_s}\right)^{-1.84} .
\end{aligned} \tag{7.18}$$

Here $\mathbf{r}$ is the galactocentric distance and spherical symmetry is always assumed. The values for the parameters ρ_s, r_s and α are presented in table 7.4. The profiles span a very wide range of possibilities, from the very peaked profiles such as 'Moore' to the cored profiles such as 'Burkert' or 'Isothermal'. The 'EinastoB' profile, introduced in [16], features a smaller α value which translates into a larger density towards the Galactic Center (with respect to 'Einasto'), describing the possible contraction due to the inclusion of baryons in the simulations.

With the values in table 7.4, all profiles are normalized to give a local DM density of 0.3 GeV/cm^3. The distance of the Sun to the Galactic Center is taken to be 8.33 kpc on the basis of [35, 10, 34] and consistently with [16].

7.3.2.3 DM antiproton spectra including 'ELDR'

Fig. 7.3 presents the DM antiproton spectra (for some representative choices of masses) computed and propagated as discussed in the previous sections. We show the spectra from the previous release of PPPC4DMID (Release 3.0) compared with the spectra from our current calculation, with and without ELDR. The previous PPPC4DMID and the new calculation without ELDR agree very well (with small residual differences due to the different computational techniques), which is expected and reassuring. Including ELDR, the main effect is the one of having the spectrum 'squat' : the peak decreases, the low energy tail is softened and the high energy portion can be somewhat raised. It is interesting to note that this leads also to a non-zero $\bar{p}$ flux *above the nominal endpoint* of the spectrum at $K = m_{\text{DM}}$, thanks to the (re)acceleration experienced by some of those antiprotons which had been produced with energies already close to such endpoint.

The antiproton spectra including ELDR are our most refined output possible for this observable and constitute our final result. We compute them for all the channels and range of masses spelled out in sec. 7.3.2.1 and we put them at public disposal in the new release of PPPC4DMID (Release 4.0). Solar modulation, being inherently epoch-dependent (see sec. 7.2.3), is not included in the numerical product, but can be easily implemented with the use of eq. (7.8).

4. See also [47] for a more recent discussion.

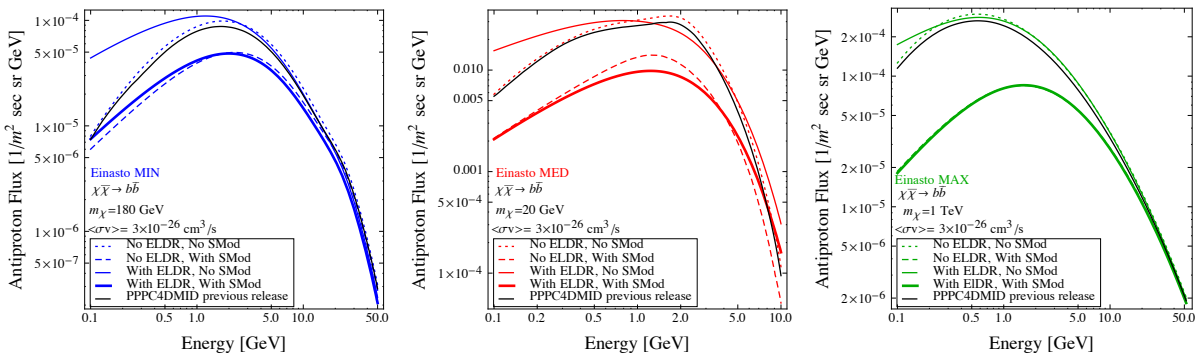

FIGURE 7.3 – *Comparison of the* ***antiproton flux from Dark Matter*** *annihilating into $b\bar{b}$ for an Einasto profile with/without SMod, with/without ELDR and with the previous* PPPC4DMID *flux, for the three propagation models MIN, MED, MAX and for three chosen masses.*

7.4 Constraints on Dark Matter

With the astrophysical background discussed in section 7.3.1 and the fluxes from dark matter annihilation obtained in section 7.3.2, we can now compute the constraints on Dark Matter in the usual 'mass vs. annihilation cross section' plane. We do not aim here at an exhaustive scan of annihilation channels and DM profiles, but rather to show the impact on some specific examples. For definiteness, we focus on annihilations into $\bar{b}b$ and an Einasto profile.

At a practical level, for each propagation model, we add the contributions of the astrophysical flux and the DM, so that the total flux is

$$\Phi_{\rm tot}(m_{\rm DM}, \langle\sigma v\rangle, \phi_F) = \Phi_{\rm bkg}(\phi_F) + \Phi_{\rm DM}(m_{\rm DM}, \langle\sigma v\rangle, \phi_F), \tag{7.19}$$

where ϕ_F is the Fisk potential over which we marginalize. Then, for each mass $m_{\rm DM}$, we solve the following equation in $\langle\sigma v\rangle$

$$\chi^2_{\rm DM}(m_{\rm DM}, \langle\sigma v\rangle, \phi_F) - \chi^2_0 = 4, \tag{7.20}$$

where χ^2_0 is the chi square of the best fit background, found in table 7.2.

7.4.1 Current constraints using PAMELA 2012 data

The results obtained with data from PAMELA 2012 [3] are presented in figure 7.4. For each propagation model, we distinguish four different cases : taking into account only the data points with energies $K > 10$ GeV or for the whole spectrum and with or without ELDR. In fig. 7.5 we keep only the 'whole spectrum' case and compare the three propagation scenarios.

For the MIN and MED propagation models, we observe that the constraints with ELDR are stronger at small masses and weaker at large masses than the ones obtained without these effects. In fact, as we have seen in section 7.2.2, including ELDR means depopulating states with high energies and adding them to lower energies. Thus, with ELDR the astrophysical background as well as the DM signal are lower at high energies leaving more freedom for a large mass DM contribution and relaxing the constraints. At low masses, the situation is the opposite : the astrophysical background and the DM signal are higher with ELDR and thus the constraints are stronger. For

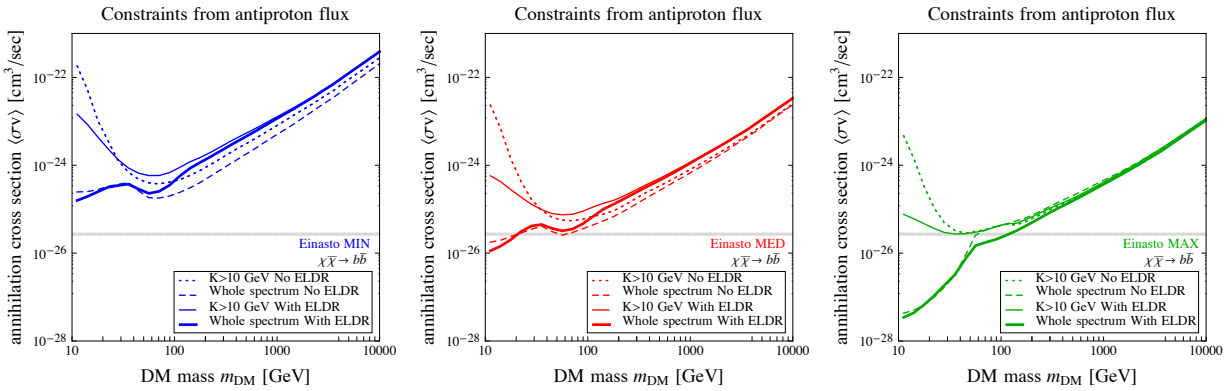

FIGURE 7.4 – ***Antiproton constraints*** *on Dark Matter annihilating into $b\bar{b}$ for an Einasto profile with or without ELDR, for $K > 10$ GeV or the whole spectrum and for the three propagation models MIN, MED, MAX. Solar modulation is marginalized over as explained in the main text.*

MAX, the effect is almost absent or actually inverted. This can be qualitatively understood in the light of the discussion of the relative importance of reacceleration and energy losses presented in Sec. 7.2.2. In short, while for MIN and MED the effect of energy losses is dominant at high energies, for MAX it is counterbalanced by diffusive reacceleration, the astrophysical and DM spectra slightly increase and hence the constraints are faintly stronger.

The other prominent feature in the bounds is the 'hump' below m_{DM} ~40 GeV, especially visible for the MIN and MED cases. It originates from another rather complex interplay, this time among the effect of SMod, the size of the experimental error bars and the shape of the spectra. Indeed, for DM masses of the order of 20–40 GeV, the DM $\bar{p}$ spectrum peaks at the same energy ($\approx$ 2 GeV) and has the same shape as the astrophysical background. By playing with an appropriate choice of the Fisk potential, more room can be freed for the DM, hence the constraints relax. Above $\sim$ 40 GeV, instead, the DM component mostly contributes to data points above $\sim$ 5 GeV : here the error bars are smaller and the SMod effect cannot effectively act as a compensation to DM, hence the constraints are more stringent.

Before moving on, we comment on another subtle result, which is not directly visible in the plots of fig. 7.4 but which can be inferred by closely scrutinizing the χ^2 of the fits : the inclusion of ELDR is important in the computation of $\bar{p}$ fluxes from low mass DM because, without it, a DM signal can even slightly improve the χ^2 and therefore be artificially favored. We show two specific, cherry-picked examples in table 7.5. Focussing for definiteness on the first case (the 20 GeV DM), we see that : when ELDR is correctly included, the fit with respect to the one of a pure astrophysical background is very slightly worsened ($\Delta\chi^2 = 0.04$ in this example) ; if instead ELDR effects are neglected, the fit can be ameliorated (by 3.78 points in this example), inducing an unfounded preference in favor of DM. Qualitatively, the origin of this effect can be understood by looking at the best fit background in figure 7.2 : without ELDR, the astrophysical component typically passes just below the first few data points ; adding a DM contribution can push the curve up and improve the χ^2. This does not happen when ELDR is added, as the astrophysical background fits the data better at these low energies. We will come back to this issue in more detail when discussing AMS-02 projections in the next section.

Antiproton constraints based on PAMELA data like the ones that we obtain here have also been deduced recently in [18], [12], [17] and [37]. Our constraints are consistent with [18] (except

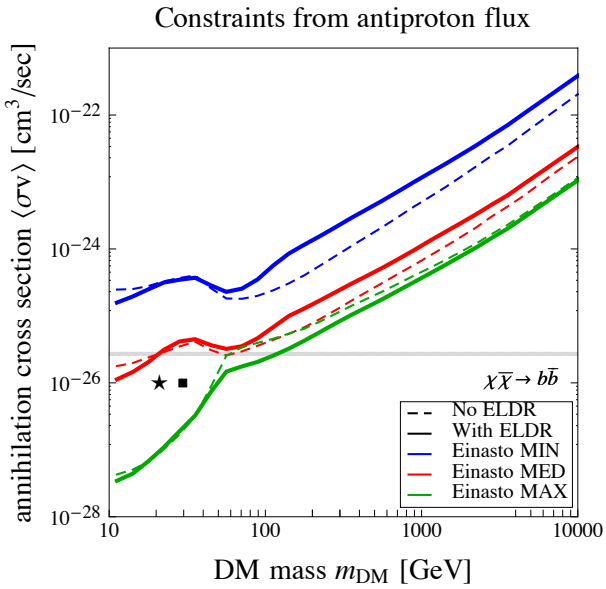

FIGURE 7.5 – ***Summary of the antiproton constraints*** *on Dark Matter annihilating into $b\bar{b}$ for an Einasto profile with or without ELDR for the three propagation models MIN, MED, MAX. The symbols represent the DM cases listed in Table 7.5.*

Symbol	$m_{\rm DM}$ [GeV]	$\langle\sigma v\rangle$ [cm^{3}s^{-1}]	No ELDR			With ELDR		
			A[-]	ϕ_F [GV]	$\Delta\chi^2$	A[-]	ϕ_F [GV]	$\Delta\chi^2$
★	20	10^{-26}	1.20	0.98	-3.78	1.25	0.86	0.04
■	30	10^{-26}	1.15	0.90	-1.66	1.25	0.82	0.17

TABLE 7.5 – *Examples of the $\Delta\chi^2$ of the fit to* PAMELA *data with respect to a pure background case obtained by adding a DM contribution (with the specified parameters), with or without ELDR in the MED propagation model.*

that that work had not included ELDR) and essentially with [17] too, while the constraints in [12] are more stringent than ours and those in [37] are much looser. While a detailed case-by-case comparison is difficult, the choice of the astrophysical background (on which we commented extensively in sec. 7.3.1 in connection with [37]) plays probably the major role in explaining the differences.

As a rather general conclusion, the different aspects of our analysis and the comparisons with other results show how critical the fine details of background and signal fluxes (ELDR, SMod, interplay with the propagation setups) are to establish the constraints. These should be therefore handled with great care.

7.4.2 Future Sensitivity of AMS-02

In this section we assess what will be the future sensitivity to DM annihilation of the antiproton measurements by the AMS-02 experiment.

We produce simulated AMS-02 data by putting the points on the MED curve of the astrophysical background, computed including ELDR and a Fisk potential $\phi_F = 0.6$. The binning in

energy and the error bars are computed in the same way as in [18]. The mock data points obtained in this way are presented in figure 7.6. We then apply the same fitting procedure that we used in the previous section, including in particular the marginalization over the value of the Fisk potential.

First, we check the quality of the fits with background only. The results are shown in table 7.6. We correctly find that $\chi^2 = 0$ for the MED case with ELDR and the correct Fisk potential is recovered. The fit remains very good also for MIN and MAX, at the condition of adjusting the Fisk potential to a respectively larger/smaller value than the true one. If ELDR are neglected, the χ^2 worsens dramatically. This is not surprising given the small error bars of the mock data : the best fit curves undershoot the data for the first 15 points and overshoots them at high energies.

	MIN		MED		MAX	
	χ^2/d.o.f.	ϕ_F [GV]	χ^2/d.o.f.	ϕ_F [GV]	χ^2/d.o.f.	ϕ_F [GV]
Whole spectrum with SMod						
No ELDR	645/65	0.81	385/65	0.74	385/65	0.45
With ELDR	19.6/65	0.62	0/65	0.60	30.8/65	0.35

TABLE 7.6 – *Fits of mock* AMS-02 *data with astrophysical antiprotons only, with or without ELDR.*

Next, we add a DM component and compute the sensitivity of AMS-02 to DM annihilation, in the usual plane $(m_{\rm DM}, \sigma v)$, on the basis of the mock data. The results are shown in figure 7.6. The behavior of the sensitivity curve is very similar to the actual limits obtained with PAMELA data in the previous section. The limits at large DM masses are more constraining when ELDR are not taken into account ; at low masses, it is the opposite. The curves show the 'hump' at ~ 40 GeV already discussed in the previous section.

Another relevant feature on which we want to comment is the significant worsening of the mock constraints for $m_{\rm DM} \lesssim 100$ GeV when ELDR are not taken into account. This arises, in this exercise we are performing, from the same mechanism we discussed in the previous section, now enhanced by the foreseen accuracy of the AMS-02 data. Indeed, without ELDR a pure background can not acceptably fit the data (as shown in table 7.6). The χ^2 can be significantly improved by introducing a DM component, hence the constraints relax. This may even lead to believe that a DM signal is hidden at low masses while instead it is just a poor modelization of the background which is at play. If fact, table 7.7 shows that a DM with a mass $m_{\rm DM} = 20$ GeV (and the other parameters as listed) ameliorates the χ^2 by a large amount. It sits indeed in the region allowed by the 'No ELDR' curve in fig. 7.6. By correctly including ELDR, however, the $\Delta\chi^2$ becomes positive again and the point sits in the excluded region. While the precise values of the χ^2 have relatively little meaning here, being based on mock data, the point that they illustrate is valid. The general lesson, not surprisingly, is that the robustness of any DM identification in future data, especially at low energies, will have to be based on a careful understanding of the appropriate background, including in particular fine effects such as ELDR.

Lastly, we note that with AMS-02 it will be possible to exclude a thermal cross section for $m_{\rm DM} < 150$ GeV. This holds using the mock data generated assuming a normalization $A = 1.24$. If the real data have a smaller normalization, the constraints will be stronger and it may be possible to probe the thermal cross-section even for $m_{\rm DM} \lesssim 300$ GeV. Gamma ray searches, e.g. from dwarf galaxies, are currently probing similar ranges [1], which shows how competitive the antiproton constraints can be.

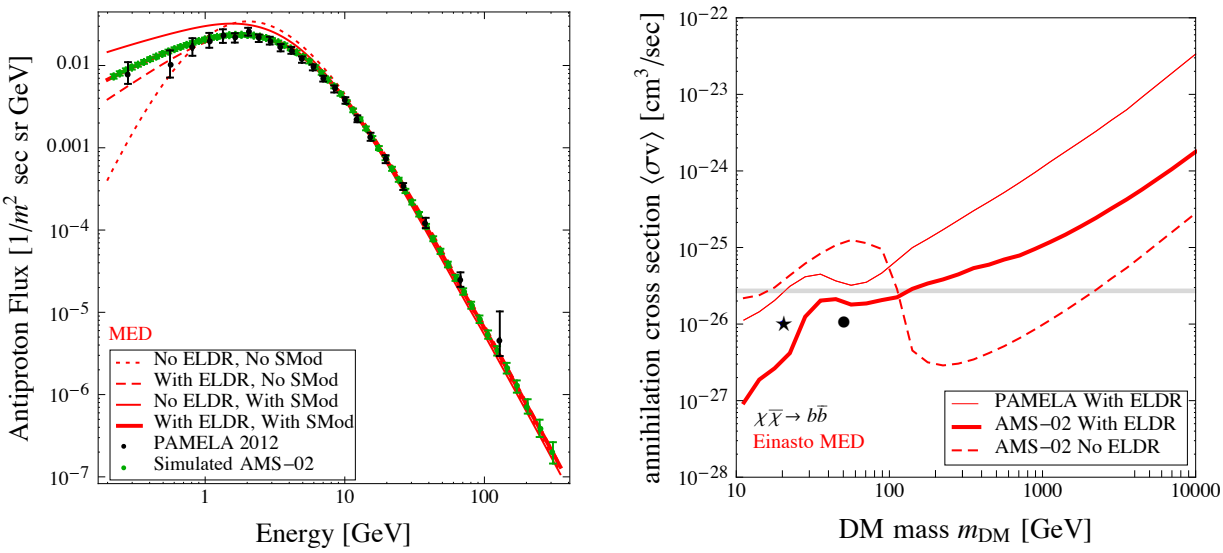

FIGURE 7.6 – ***Predictions of*** AMS-02 ***sensitivity***. *Left : mock data points for the $\bar{p}$ flux measured by* AMS-02 *after 1 year of data-taking and for a Fisk potential $\phi_F = 0.6$ GV. Right : Sensitivity of* AMS-02 *to Dark Matter annihilating into $b\bar{b}$ for an Einasto profile with or without ELDR, for the MED propagation model. The symbols represent the DM cases listed in Table 7.7.*

Symbol	m_{DM} [GeV]	$\langle\sigma v\rangle$ [cm^{3}s^{-1}]	No ELDR			With ELDR		
			A [-]	ϕ_F [GV]	$\Delta\chi^2$	A [-]	ϕ_F [GV]	$\Delta\chi^2$
★	20	10^{-26}	1.19	0.86	-342	1.25	0.78	21.6
●	50	10^{-26}	1.19	0.74	-100	1.23	0.66	1.17

TABLE 7.7 – *(Analogously to table 7.5), examples of the $\Delta\chi^2$ of the fit to mock* AMS-02 *data with respect to a pure background case obtained by adding a DM contribution (with the specified parameters), with or without ELDR in the MED propagation model.*

7.5 Conclusions

Cosmic ray antiprotons have been regarded since long as a powerful probe for the identification of a signature of Dark Matter annihilations (or decay) in the Galaxy. Rightly so, because the physics that controls their production and propagation in the Galaxy as well as the astrophysical background are under relatively better control than for other species, and because experimental data in the antiproton channel are impressively accurate. Still, precisely for the sake of comparing with ever more accurate data, the accuracy of the theoretical predictions must be improved.

In this work we have reassessed the computation of the astrophysical and DM antiproton fluxes by including effects such as $\bar{p}$ Energy Losses (including tertiary component) and Diffusive Reacceleration ('ELDR'), as well as Solar Modulation ('SMod'). These effects are often perceived as subdominant, but they can actually have an important impact, especially at low energies (hence in particular for small DM masses, $\lesssim$ 50 GeV). In sec. 7.3.1 we have obtained the updated astrophysical background fluxes, which we provide in terms of approximating functions (eq. (7.14). In sec. 7.3.2.3 we have computed the DM $\bar{p}$ fluxes, which we provide in the new release of PPPC4DMID (Release 4.0). We have then employed these ingredients to derive improved

constraints based on current PAMELA data (in sec. 7.4.1) and improved sensitivities for AMS-02 (in sec. 7.4.2). The constraints show that the subtle effects, ELDR in particular, modify the bounds by up to a factor of a few (typically loosening them) even at large masses. The sensitivity analysis shows that AMS-02 will be able to improve on current constraints by up to more than one order of magnitude and probe the thermal annihilation cross section for DM masses as large as 150 or 300 GeV (depending on the actual results). Perhaps more importantly, our analysis also shows that appropriately including the subdominant effects is crucial for a correct interpretation of the data : without them, one can e.g. easily obtain a 'false positive' in favor of a DM signature. We have presented a concrete example where this indeed happens.

We are aware that we have only dealt here with a subset of the possible refinements for the calculation of the DM antiproton signal and its background. Cosmic ray transport may also be a source of sizable uncertainty, which has been so far constrained from probes such as the B/C ratio. As the production of antiprotons from high-energy protons and helium nuclei takes place in the same astrophysical sites as the fragmentation of carbon into boron, using the B/C ratio has proved to be an efficient tool to constrain the antiproton predictions. We anticipate that the antiproton background will not be much affected by the assumptions about the geometry of the magnetic halo. This is less clear for the antiproton DM signal. Alternatively, assuming that spallation reactions take place inside the acceleration sites and yield an astrophysical component of primary antiprotons could possibly modify the DM predictions.

In conclusion, our work shows the non-trivial complications connected to the use of antiprotons from astrophysics and from DM, especially at low DM masses, but also their very important probing power, if correctly mastered, for the upcoming future of DM indirect searches.

Acknowledgements We thank Marco Taoso for useful discussions and Timur Delahaye for providing us with the fit in [20]. MC and GG acknowledge the hospitality of the Institut d'Astrophysique de Paris, where part of this work was done. Funding and research infrastructure acknowledgements :

* European Research Council (Erc) under the EU Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013)/Erc Starting Grant (agreement n. 278234 — 'NewDark' project) [work of MC and GG],
* French Institut universitaire de France (IUF) [work of MB and PS],
* French national research agency Anr under contract Anr 2010 Blanc 041301 [work of MC].

Bibliographie

[1] See e.g. the talk by anderson at the fermi symposium 2014, nagoya, japan.

[2] O Adriani et al. PAMELA Measurements of Cosmic-Ray Proton and Helium Spectra. *Science (80-.).*, 332(6025) :69–72, apr 2011.

[3] O. Adriani et al. Measurement of the flux of primary cosmic ray antiprotons with energies of 60-MeV to 350-GeV in the PAMELA experiment. *JETP Lett.*, 96 :621–627, 2013. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.96,693(2012)].

[4] J. N. Bahcall and R. M. Soneira. The universe at faint magnitudes. I - Models for the galaxy and the predicted star counts. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 44 :73–110, September 1980.

[5] K. G. Begeman, A. H. Broeils, and R. H. Sanders. Extended rotation curves of spiral galaxies - Dark haloes and modified dynamics. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 249 :523–537, April 1991.

[6] Geneviève Bélanger, Céline Bœhm, Marco Cirelli, Jonathan Da Silva, and Alexander Pukhov. PAMELA and FERMI limits on the neutralino-chargino mass degeneracy. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2012(11) :028–028, nov 2012.

[7] Lars Bergstrom, Joakim Edsjo, and Piero Ullio. Cosmic Antiprotons as a Probe for Supersymmetric Dark Matter ? *Astrophys. J.*, 526(1) :215–235, nov 1999.

[8] G. Bernard, T. Delahaye, P. Salati, and R. Taillet. Variance of the Galactic nuclei cosmic ray flux. *Astron. Astrophys.*, 544 :A92, aug 2012.

[9] Mathieu Boudaud, Marco Cirelli, Gaëlle Giesen, and Pierre Salati. A fussy revisitation of antiprotons as a tool for Dark Matter searches. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(05) :013–013, 2015.

[10] Jo Bovy, David W. Hogg, and Hans-Walter Rix. GALACTIC MASERS AND THE MILKY WAY CIRCULAR VELOCITY. *Astrophys. J.*, 704(2) :1704–1709, oct 2009.

[11] Torsten Bringmann and Pierre Salati. Galactic antiproton spectrum at high energies : Background expectation versus exotic contributions. *Phys. Rev. D*, 75(8) :083006, apr 2007.

[12] Torsten Bringmann, Martin Vollmann, and Christoph Weniger. Updated cosmic-ray and radio constraints on light dark matter : Implications for the GeV gamma-ray excess at the Galactic Center. *Phys. Rev. D*, 90(12) :123001, dec 2014.

[13] A. Burkert. The Structure of Dark Matter Halos in Dwarf Galaxies. *Astrophys. J.*, 447(1) :10, jul 1995.

[14] J.A.R. Cembranos, V. Gammaldi, and A.L. Maroto. Antiproton signatures from astrophysical and dark matter sources at the galactic center. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(03) :041–041, mar 2015.

[15] Xiaoyong Chu, Thomas Hambye, Tiziana Scarna, and Michel H G Tytgat. What if dark matter gamma-ray lines come with gluon lines ? *Phys. Rev. D*, 86(8) :083521, oct 2012.

[16] Marco Cirelli, Gennaro Corcella, Andi Hektor, Gert Hütsi, Mario Kadastik, Paolo Panci, Martti Raidal, Filippo Sala, and Alessandro Strumia. PPPC 4 DM ID : a poor particle physicist cookbook for dark matter indirect detection. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2011(03) :051–051, mar 2011.

[17] Marco Cirelli, Daniele Gaggero, Gaëlle Giesen, Marco Taoso, and Alfredo Urbano. Antiproton constraints on the GeV gamma-ray excess : a comprehensive analysis. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(12) :045–045, dec 2014.

[18] Marco Cirelli and Gaëlle Giesen. Antiprotons from Dark Matter : current constraints and future sensitivities. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2013(04) :015–015, apr 2013.

[19] Marco Cirelli, Mario Kadastik, Martti Raidal, and Alessandro Strumia. Model-independent implications of the e+, e-, anti-proton cosmic ray spectra on properties of Dark Matter. *Nucl. Phys. B*, 813(1-2) :1–21, sep 2008.

[20] T. Delahaye. Private communication.

[21] Giuseppe Di Bernardo, Carmelo Evoli, Daniele Gaggero, Dario Grasso, and Luca Maccione. Unified interpretation of cosmic ray nuclei and antiproton recent measurements. *Astropart. Phys.*, 34(5) :274–283, dec 2010.

[22] Mattia di Mauro, Fiorenza Donato, Andreas Goudelis, and Pasquale Dario Serpico. New evaluation of the antiproton production cross section for cosmic ray studies. *Phys. Rev. D*, 90(8) :085017, oct 2014.

[23] Jürg Diemand, Ben Moore, and Joachim Stadel. Convergence and scatter of cluster density profiles. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 353(2) :624–632, sep 2004.

[24] F. Donato, N. Fornengo, and D. Maurin. Antideuteron fluxes from dark matter annihilation in diffusion models. *Phys. Rev. D*, 78(4) :043506, aug 2008.

[25] F. Donato, N. Fornengo, D. Maurin, P. Salati, and R. Taillet. Antiprotons in cosmic rays from neutralino annihilation. *Phys. Rev. D*, 69(6) :063501, mar 2004.

[26] F. Donato, D. Maurin, P. Brun, T. Delahaye, and P. Salati. Constraints on WIMP Dark Matter from the High Energy PAMELA Antiprotons Data. *Phys. Rev. Lett.*, 102(7) :071301, feb 2009.

[27] F. Donato, D. Maurin, P. Salati, A. Barrau, G. Boudoul, and R. Taillet. Antiprotons from Spallations of Cosmic Rays on Interstellar Matter. *Astrophys. J.*, 563(1) :172–184, dec 2001.

[28] Carmelo Evoli, Ilias Cholis, Dario Grasso, Luca Maccione, and Piero Ullio. Antiprotons from dark matter annihilation in the Galaxy : Astrophysical uncertainties. *Phys. Rev. D*, 85(12) :123511, jun 2012.

[29] H. G. Fischer and NA49 Collaboration. Baryon Yields, Isospin Effects and Strangeness Production in Elementary Hadronic Interactions. *Acta Physica Hungarica Heavy Ion Physics*, 17 :369–386, April 2003.

[30] N Fornengo, L Maccione, and A Vittino. Constraints on particle dark matter from cosmic-ray antiprotons. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(04) :003–003, apr 2014.

[31] D. Gaggero. Private communication.

[32] Daniele Gaggero, Alfredo Urbano, Mauro Valli, and Piero Ullio. Gamma-ray sky points to radial gradients in cosmic-ray transport. *Phys. Rev. D*, 91(8) :083012, apr 2015.

[33] Mathias Garny, Alejandro Ibarra, and Stefan Vogl. Antiproton constraints on dark matter annihilations from internal electroweak bremsstrahlung. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2011(07) :028–028, jul 2011.

[34] A. M. Ghez, S. Salim, N. N. Weinberg, J. R. Lu, T. Do, J. K. Dunn, K. Matthews, M. R. Morris, S. Yelda, E. E. Becklin, T. Kremenek, M. Milosavljevic, and J. Naiman. Measuring Distance and Properties of the Milky Way's Central Supermassive Black Hole with Stellar Orbits. *Astrophys. J.*, 689(2) :1044–1062, dec 2008.

[35] S Gillessen, F Eisenhauer, S Trippe, T Alexander, R Genzel, F Martins, and T Ott. MONITORING STELLAR ORBITS AROUND THE MASSIVE BLACK HOLE IN THE GALACTIC CENTER. *Astrophys. J.*, 692(2) :1075–1109, feb 2009.

[36] L. J. Gleeson and W. I. Axford. Cosmic Rays in the Interplanetary Medium. *Astrophysical Journal*, 149 :L115, September 1967.

[37] Dan Hooper, Tim Linden, and Philipp Mertsch. What does the PAMELA antiproton spectrum tell us about dark matter ? *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(03) :021–021, mar 2015.

[38] Hong-Bo Jin, Yue-Liang Wu, and Yu-Feng Zhou. Cosmic ray propagation and dark matter in light of the latest AMS-02 data. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(09) :049–049, sep 2015.

[39] Rolf Kappl and Martin Wolfgang Winkler. The cosmic ray antiproton background for AMS-02. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(09) :051–051, sep 2014.

[40] Luca Maccione. Low Energy Cosmic Ray Positron Fraction Explained by Charge-Sign Dependent Solar Modulation. *Phys. Rev. Lett.*, 110(8) :081101, feb 2013.

[41] K. Mannheim and R. Schlickeiser. Interactions of cosmic ray nuclei. *Astronomy and Astrophysics*, 286, June 1994.

[42] D Maurin, F Donato, R Taillet, and P Salati. Cosmic Rays below Z=30 in a diffusion model : new constraints on propagation parameters. *Astrophys. J.*, 555(2) :19, jan 2001.

[43] David Merritt, Alister W. Graham, Ben Moore, Jürg Diemand, and Balša Terzić. Empirical Models for Dark Matter Halos. I. Nonparametric Construction of Density Profiles and Comparison with Parametric Models. *Astron. J.*, 132(6) :2685–2700, jan 2006.

[44] Igor V. Moskalenko, Andrew W. Strong, Jonathan F. Ormes, and Marius S. Potgieter. Secondary Antiprotons and Propagation of Cosmic Rays in the Galaxy and Heliosphere. *Astrophys. J.*, 565(1) :280–296, jan 2002.

[45] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, and Simon D. M. White. The Structure of Cold Dark Matter Halos. *Astrophys. J.*, 462 :563, may 1996.

[46] Julio F. Navarro, Aaron Ludlow, Volker Springel, Jie Wang, Mark Vogelsberger, Simon D. M. White, Adrian Jenkins, Carlos S. Frenk, and Amina Helmi. The diversity and similarity of simulated cold dark matter haloes. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 402(1) :21–34, feb 2010.

[47] Fabrizio Nesti and Paolo Salucci. The Dark Matter halo of the Milky Way, AD 2013. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2013(07) :016–016, jul 2013.

[48] Valeria Pettorino, Giorgio Busoni, Andrea De Simone, Enrico Morgante, Antonio Riotto, and Wei Xue. Can AMS-02 discriminate the origin of an anti-proton signal ? *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(10) :078–078, oct 2014.

[49] A. Putze, L. Derome, and D. Maurin. A Markov Chain Monte Carlo technique to sample transport and source parameters of Galactic cosmic rays. *Astron. Astrophys.*, 516(mcmcII) :A66, jun 2010.

[50] E. S. Seo and V. S. Ptuskin. Stochastic reacceleration of cosmic rays in the interstellar medium. *Astrophysical Journal*, 431 :705–714, August 1994.

[51] J. Silk and M. Srednicki. Cosmic-ray antiprotons as a probe of a photino-dominated universe. *Physical Review Letters*, 53 :624–627, August 1984.

[52] Andrew W. Strong and Igor V. Moskalenko. Propagation of Cosmic-Ray Nucleons in the Galaxy. *Astrophys. J.*, 509(1) :212–228, dec 1998.

[53] L. C. Tan and L. K. Ng. Parameterization of the invariant cross section in p-p collisions using a new scaling variable. *Physical Review D (Particles and Fields)*, 26 :1179–1182, September 1982.

[54] L. C. Tan and L. K. Ng. Parametrisation of hadron inclusive cross sections in p-p collisions extended to very low energies. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 9 :1289–1308, October 1983.

[55] R. Trotta, G. Jóhannesson, I. V. Moskalenko, T. A. Porter, R. Ruiz de Austri, and A. W. Strong. CONSTRAINTS ON COSMIC-RAY PROPAGATION MODELS FROM A GLOBAL BAYESIAN ANALYSIS. *Astrophys. J.*, 729(2) :106, mar 2011.

[56] Alfredo Urbano and Wei Xue. Constraining the Higgs portal with antiprotons. *J. High Energy Phys.*, 2015(3) :133, mar 2015.

[57] I. Yusifov and I. Küçük. Revisiting the radial distribution of pulsars in the Galaxy. *Astron. Astrophys.*, 422(2) :545–553, aug 2004.

Chapitre 8

AMS-02 antiprotons, at last ! Secondary astrophysical component and immediate implications for Dark Matter

En utilisant les flux de protons et d'hélium récemment mesurés par la collaboration AMS-02 nous réévaluons le fond astrophysique des antiprotons secondaires. Nous calculons le rapport antiproton sur proton et ses incertitudes, avant de le comparer avec les observations préliminaires de AMS-02.

Contrairement à ce que laissait sous-entendre la présentation de ces données préliminaires aux AMS-days du CERN du 15 au 17 avril 2015, nous ne trouvons aucune preuve tangible en faveur d'un excès significatif d'antiprotons par rapport au fond astrophysique. Par ailleurs, nous mettons en avant une préférence pour une dépendance énergétique relativement faible du coefficient de diffusion spatiale. Finalement, nous fournissons une première évaluation des contraintes sur des particules de matière noire s'annihilant ou se désintégrant dans la Voie Lactée, à partir des mesures extrêmement précises de la collaboration AMS-02.

Les résultats de cette analyse sont présentés dans l'article [39] publié dans la revue scientifique *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*.

AMS-02 antiprotons, at last ! Secondary astrophysical component and immediate implications for Dark Matter

Gaëlle Giesen[a] [1], **Mathieu Boudaud**[b], **Yoann Génolini**[b], **Vivian Poulin**[b,c], **Marco Cirelli**[a], **Pierre Salati**[b], **Pasquale D. Serpico**[b]

[a] *Institut de Physique Théorique, Université Paris Saclay, CNRS, CEA, F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

[b] *LAPTh, Université Savoie Mont Blanc, CNRS, F-74941 Annecy-le-Vieux, France*

[c] *Institute for Theoretical Particle Physics and Cosmology (TTK), RWTH Aachen University, D-52056 Aachen, Germany.*

Abstract

Using the updated proton and helium fluxes just released by the AMS-02 experiment we reevaluate the secondary astrophysical antiproton to proton ratio and its uncertainties, and compare it with the ratio preliminarly reported by AMS-02. We find no unambiguous evidence for a significant excess with respect to expectations. Yet, some preference for a flatter energy dependence of the diffusion coefficient (with respect to the MED benchmark often used in the literature) starts to emerge. Also, we provide a first assessment of the room left for exotic components such as Galactic Dark Matter annihilation or decay, deriving new stringent constraints.

1. gaelle.giesen@cea.fr, mathieu.boudaud@lapth.cnrs.fr, yoann.genolini@lapth.cnrs.fr, vivian.poulin@lapth.cnrs.fr, marco.cirelli@cea.fr, pierre.salati@lapth.cnrs.fr, serpico@lapth.cnrs.fr

8.1 Introduction

Since decades, the antiproton ($\bar{p}$) component in cosmic rays (CR's) has been recognized as an important messenger for energetic phenomena of astrophysical, cosmological and particle physics nature (see for instance [50, 51, 52]). In modern times, antiprotons have often been argued to be an important diagnostic tool for CR sources and propagation properties, and constitute one of the prime channels for indirect searches of Dark Matter (DM) [49, 18], which so far has only been detected gravitationally. In DM annihilation (or decay) modes, antiprotons can result either from the hadronization of the primary quarks or gauge bosons or through electroweak radiation for leptonic channels.

The Alpha Magnetic Spectrometer (AMS-02) onboard the International Space Station (ISS), is the most advanced detector for such indirect DM searches via charged CR flux measurements. The positron fraction has been published earlier [11, 2], confirming the rise at energies above 10 GeV detected previously by PAMELA [6, 5] and Fermi [4]. The sum of electrons and positrons [10] as well as their separate fluxes [12] have also been published, thus drawing a coherent and extremely precise picture of the lepton components of CR's. Despite the fact that DM interpretations of the positron and, more generally, leptonic 'excesses' have been attempted (for a review see [25]), even before the advent of AMS-02 it had been recognized that explanations involving astrophysical sources were both viable and favoured (for a review see [48]), a conclusion reinforced by updated analyses (see [45, 20], and references therein, for recent assessments).

In this paper, we will instead focus on CR antiprotons. Until now, the so-called *secondary* antiprotons (originating from collisions of CR primaries with the interstellar material) have been shown to account for the bulk of the measured flux [31], thus allowing to derive constraints on the DM parameter space and to compute expected sensitivities, respectively based on updated PAMELA data [7] and projected AMS-02 data (see e.g. [28, 21, 34, 14, 36, 27, 24, 41]). The AMS-02 Collaboration has now presented its preliminary measurements of the $\bar{p}/p$ ratio [1], with an improved statistical precision and energy range extending to 450 GeV. It is therefore crucial and timely to re-examine the situation and update existing results. In addition, AMS-02 has published the measurement of the proton (p) spectrum [13] and presented the measurement of the helium (α) one [1], in qualitative agreement with the previous determinations by PAMELA [8], but now with unprecedented precision and detail. This is important for our purposes since the p and α spectra are crucial input ingredients in the computation of the secondary antiproton flux, which is the minimal astrophysical antiproton background for indirect DM searches, as we will remind later. Hence, with the release of these exquisitely precise datasets, AMS-02 provides a coherent, high-statistics—albeit preliminary—picture in the hadronic component of CR's too, allowing for a scrutiny of possible exotic contributions.

However, the reach of any search for exotic physics is limited by the astrophysical uncertainties affecting the production and the propagation processes of cosmic antiprotons in the Galaxy and in the solar system. Indeed, while the basic processes involved in the production and propagation of CR antiprotons are rather well understood, the detailed parameters entering in such processes are far from being well determined. The $\bar{p}$ production, propagation and Solar modulation uncertainties can have a large impact on both the astrophysical and (in particular) the DM signal. Some sensible ranges for these parameters can and must be determined by studying ordinary CR fluxes like the ratio of Boron to Carbon (B/C ratio), which surely have a non-exotic origin. Indeed, in this way the traditional Min-Med-Max schemes [30] are determined, and plausible ranges for the force field parameter of solar modulation (the so-called Fisk potential) are

identified. However, these ranges are based on *past* CR data and are *not* necessarily guaranteed to work in describing the *current* status. We anticipate that this is what we will find in some cases discussed below. For instance, a string of recent papers, based on synchrotron radio emission [17, 22, 46, 37] but also on positrons [45, 43] and somewhat also on gamma rays [3], finds that the thin halo predicted by MIN is seriously disfavored. More generally, looking for DM on top of inadequate schemes can lead to non-robust or even wrong conclusions. Hence, one of the most crucial issues in the field is to update the uncertainty ranges of ordinary astrophysics in view of the more recent and precise experimental results, in order to build the DM search on a more solid basis. This will be possible after a careful analysis of accurate secondary over primary data like the B/C ratio, soon to be published by AMS-02 (and possibly other experiments), and provided that theoretical uncertainties will be under better control [38]. For the time being, the search for DM signatures has to be pursued with the utmost care.

Within this broad context, the purpose of this paper is twofold : 1) based on *existing* propagation models, derive the state-of-the-art astrophysical antiproton background, carefully appraising the related uncertainties ; 2) on the basis of such background and fully taking into account such uncertainties, assess what can be said on the room left for a DM signal, and what can not.

The rest of this paper is organized as follows. In Sec. 8.2, we remind how the computation of the astrophysical antiproton background proceeds, we detail its uncertainties and we compare the result with the measured $\bar{p}/p$. In Sec. 8.3 we introduce the DM contribution to $\bar{p}/p$ and we derive constraints on the DM annihilation cross section or decay rate, for several annihilation/decay channels and under different DM and astrophysical configurations. Finally in Sec. 8.4, we conclude with a few final comments.

8.2 Re-evaluation of the astrophysical antiproton background

The secondary astrophysical antiproton background [1] is produced in collisions of the CR high energy protons and helium nuclei on the interstellar medium, mainly constituted of hydrogen and helium, the contributions of heavier nuclei in both projectiles and targets being a few percent correction. The locally measured flux is the result of the diffuse production in the Galactic environment and the subsequent propagation of the antiprotons to the location of the Earth. Hence, the main ingredients of the computation for the '(secondary) astrophysical $\bar{p}$ source term' are : i) the injection p and α primary fluxes from Galactic sources, ii) the collision cross sections, iii) the propagation details. While we refer to [21, 23] and reference therein for a detailed discussion of all the aspects of the computation, here we just highlight the points of novelty.

For the p and α spectra needed in i), as mentioned above we use the data that have just been released by AMS-02 [13, 1]. The spectra are measured up to a rigidity of 1.8 and 3 TV for p and α nuclei, respectively, and, as already reported by the PAMELA Collaboration [8], they cannot be described by a single power law : a hardening at energies higher than ~300 GV is observed for both. At the practical level, we perform our own fits of the AMS-02 data points. The value of the Fisk potential which gives the best χ^2 for our fits is $\phi_F = 0.62$ GV, the upper bound of the interval sets in [13]. The values of the best-fit parameters are reported in appendix. The uncertainties on the slope of the p and α spectra at high energies, $\Delta\gamma_{p,\alpha}$, induce an uncertainty

1. In some models one can also have a *primary* astrophysical source of background antiprotons, i.e. a significant antiproton population participating to the acceleration process, see e.g. [19].

band on the predicted astrophysical $\bar{p}/p$ ratio. In fig. 8.1, top left panel[2], we show the result of our computation of the ratio with such uncertainty band. For the distribution of the sources of primary CR p and α, which can be determined from pulsar and supernova remnant surveys, we use the parameterization of [56], slightly modified as in [16].

For the production processes we need the cross sections $\sigma_{p\mathrm{H}\to\bar{p}\mathrm{X}}$, $\sigma_{p\mathrm{He}\to\bar{p}\mathrm{X}}$, $\sigma_{\alpha\mathrm{H}\to\bar{p}\mathrm{X}}$, $\sigma_{\alpha\mathrm{He}\to\bar{p}\mathrm{X}}$, where the first index refers to the impingent primary CR while the second one to the target interstellar material. For $\sigma_{p\mathrm{H}}$ we use the new parameterization recently proposed by [29], instead of the traditional fitting relations given in [54, 55]. For the cross sections of the other reactions we use the prescription of [23], to which we refer the interested reader. We just remind that for the cross section values that we adopt the pH reaction dominates, providing 60% to 65% of the total $\bar{p}$ flux depending on the energy, while pHe and αH reactions yield 32 to 37%, and the reaction αHe contributes less than 3%. Another element which has only recently been appreciated is related to the contribution of antineutron production : on the basis of isospin symmetry, one would consider the production cross section for antineutrons (e.g. $\sigma_{p\mathrm{H}\to\bar{n}\mathrm{X}}$ and the others) as equal to those for antiprotons ; the antineutrons then rapidly decay and provide an exact factor of 2 in the $\bar{p}$ flux. However, as pointed out in [29, 42] and as already implemented in [21], it may be that this naïve scaling does not apply and that the antineutron cross section is larger by up to 50% with respect to the $\bar{p}$ one. Assessing uncertainties for reactions involving He is even more challenging, since *no data are present*, and predictions are based on semi-empirical nuclear models calibrated on data involving either protons or heavier nuclei (see [33]). For sure, uncertainties involving these reactions are at least as large in percentage as the one of the pH reaction, an assumption we will do in the following. More conservative assumptions would only make the error larger, and strengthen our main conclusion on the level of agreement of the data with a purely secondary antiproton flux. All these cumulated effects contribute to an uncertainty band for the astrophysical $\bar{p}/p$ ratio which is represented in fig. 8 of [29] and which we will adopt : it varies from about 20% to at most 50% (at large energies and in the most conservative conditions). In fig. 8.1, top right panel, we show our prediction for the $\bar{p}/p$ ratio with this uncertainty envelope.

Once produced, antiprotons have to propagate in the local Galactic environment before they are collected at Earth. We deal with this process in the usual way, by solving semi-analytically the full transport equation for a charged species in a 2D cylindrical 'thick halo' model of the Galaxy. We do not reproduce the full treatment here (we refer again to [21] for a self-contained description and to [44, 53, 15, 32, 30, 23] for all the relevant details) but point out that we do include all the relevant processes. In particular, we take into account $\bar{p}$ annihilation, energy losses, 'tertiary production', and diffusive reacceleration. Besides these effects, the propagation parameters governing diffusion and convection are as usual codified in the Min, Med and Max sets [30], which are by definition those that minimize or maximize a hypothetical *primary*, DM $\bar{p}$ flux at Earth. Note that these have not (yet) been revised on the light of recent secondary data like the preliminary B/C ratio of AMS-02, as discussed in the introduction, so the viability of these predictions for the $\bar{p}/p$ ratio (which extends for instance to higher energies) is not trivially expected to hold. In fig. 8.1, lower left panel, we show the impact of the propagation uncertainty. The curves which are labelled Min, Med and Max represent the modification which occurs by choosing these standard sets. The shaded yellow area envelops the results obtained by sampling more widely the propaga-

2. Each of the panels of the figure has to assume a choice for the uncertainties presented in the other panels. E.g. the first panel assumes definite values for the collision cross sections, a model for $\bar{p}$ propagation and a value for the Fisk potential. They are always chosen to be the central values, e.g Med, the fiducial cross section and 0.62 GV for this example.

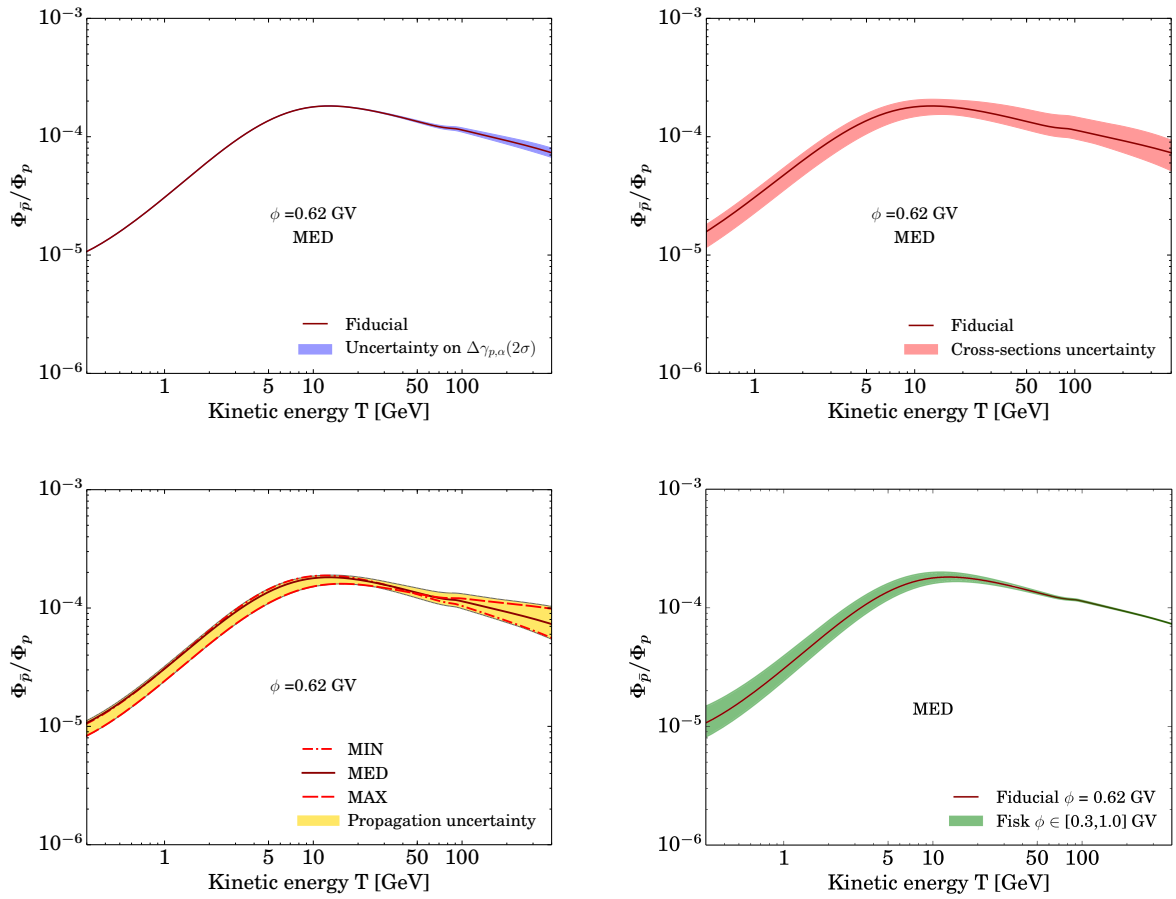

FIGURE 8.1 – *Illustration of the individual* **partial uncertainties for secondary antiprotons.** *The colored bands represent the uncertainties on the input p and α fluxes (upper left panel), $\bar{p}$ production cross sections in the interstellar medium (upper right panel), Galactic propagation (lower left panel) and Solar modulation (lower right panel).*

tion parameter space that has been shown in [32] to be compatible with the B/C ratio and finding the values that minimize and maximize the *secondary*, rather than primary, $\bar{p}/p$ flux. Notice that the shaded yellow area does not coincide with the MIN-MED-MAX envelope (see in particular between 50 and 100 GeV) : this is not surprising, as it just reflects the fact that the choices of the parameters which minimize and maximize the $\bar{p}/p$ secondaries are slightly different from those of the primaries. However, the discrepancy is not very large. We also notice for completeness that an additional source of uncertainty affects the energy loss processes. Among these, the most relevant ones are the energy distribution in the outcome of inelastic but non-annihilating interactions or elastic scatterings to the extent they *do not fully* peak in the forward direction, as commonly assumed [32]. Although no detailed assessment of these uncertainties exists in the literature, they should affect only the sub-GeV energy range, where however experimental errors are significantly larger, and which lies outside the main domain of interest of this article.

Finally, $\bar{p}$'s have to penetrate into the heliosphere, where they are subject to the phenomenon of Solar modulation (abbreviated with 'SMod' when needed in the following figures). We describe this process in the usual force field approximation [40], parameterized by the Fisk potential ϕ_F,

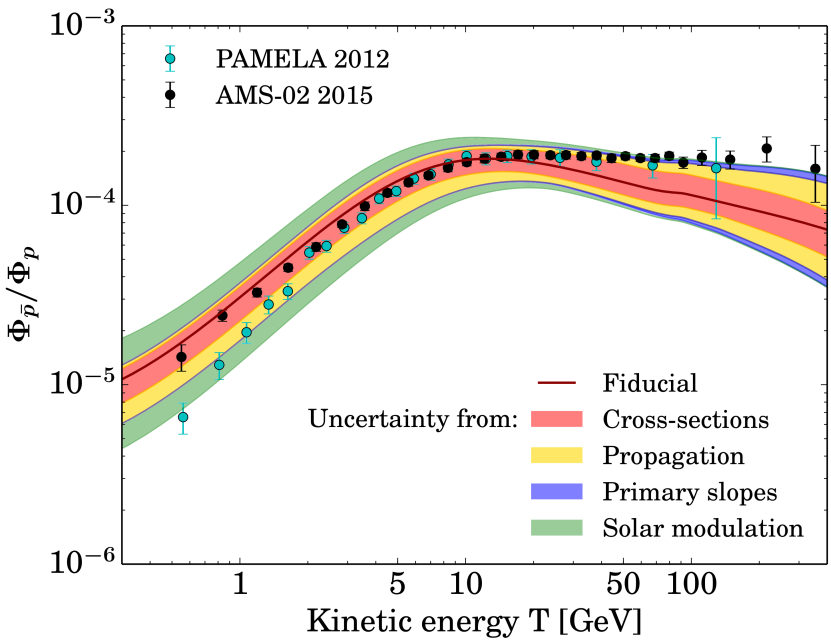

FIGURE 8.2 – *The* **combined total uncertainty on the predicted secondary** $\bar{p}/p$ **ratio**, *superimposed to the older* PAMELA *data [9] and the new* AMS-02 *data. The curve labelled 'fiducial' assumes the reference values for the different contributions to the uncertainties : best fit proton and helium fluxes, central values for the cross sections,* MED *propagation and central value for the Fisk potential. We stress however that the whole uncertainty band can be spanned within the errors.*

expressed in GV. As already mentioned in the introduction, the value taken by ϕ_F is uncertain, as it depends on several complex parameters of the Solar activity and therefore ultimately on the epoch of observation. In order to be conservative, we let ϕ_F vary in a wide interval roughly centered around the value of the fixed Fisk potential for protons ϕ_F^p (analogously to what done in [27], approach 'B'). Namely, $\phi_F = [0.3, 1.0]$ GV $\simeq \phi_F^p \pm 50\% \, \phi_F^p$. In fig. 8.1, bottom right panel, we show the computation of the ratio with the uncertainties related to the values of the Fisk potential in the considered interval. Notice finally that the force field approximation, even if 'improved' by our allowing for different Fisk potentials for protons and antiprotons, remains indeed an "effective" description of a complicated phenomenon. Possible departures from it could introduce further uncertainties on the predicted $\bar{p}/p$, which we are not including. However it has been shown in the past [36] that the approximation grasps quite well the main features of the process, so that we are confident that our procedure is conservative enough.

Fig. 8.2 constitutes our summary and best determination of the astrophysical $\bar{p}/p$ ratio and its combined uncertainties, compared to the new (preliminary) AMS-02 data. The crucial observation is that the astrophysical flux, with its cumulated uncertainties, can reasonably well explain the new datapoints. Thus, our first —and arguably most important— conclusion is that, contrarily to the leptonic case, *there is no clear antiproton excess that can be identified in the first place, and thus, at this stage, no real need for primary sources*. This also means that, at least qualitatively, one expects a limited room left for exotic components, such as DM. Indeed in the following section we will proceed to compute the constraints on it.

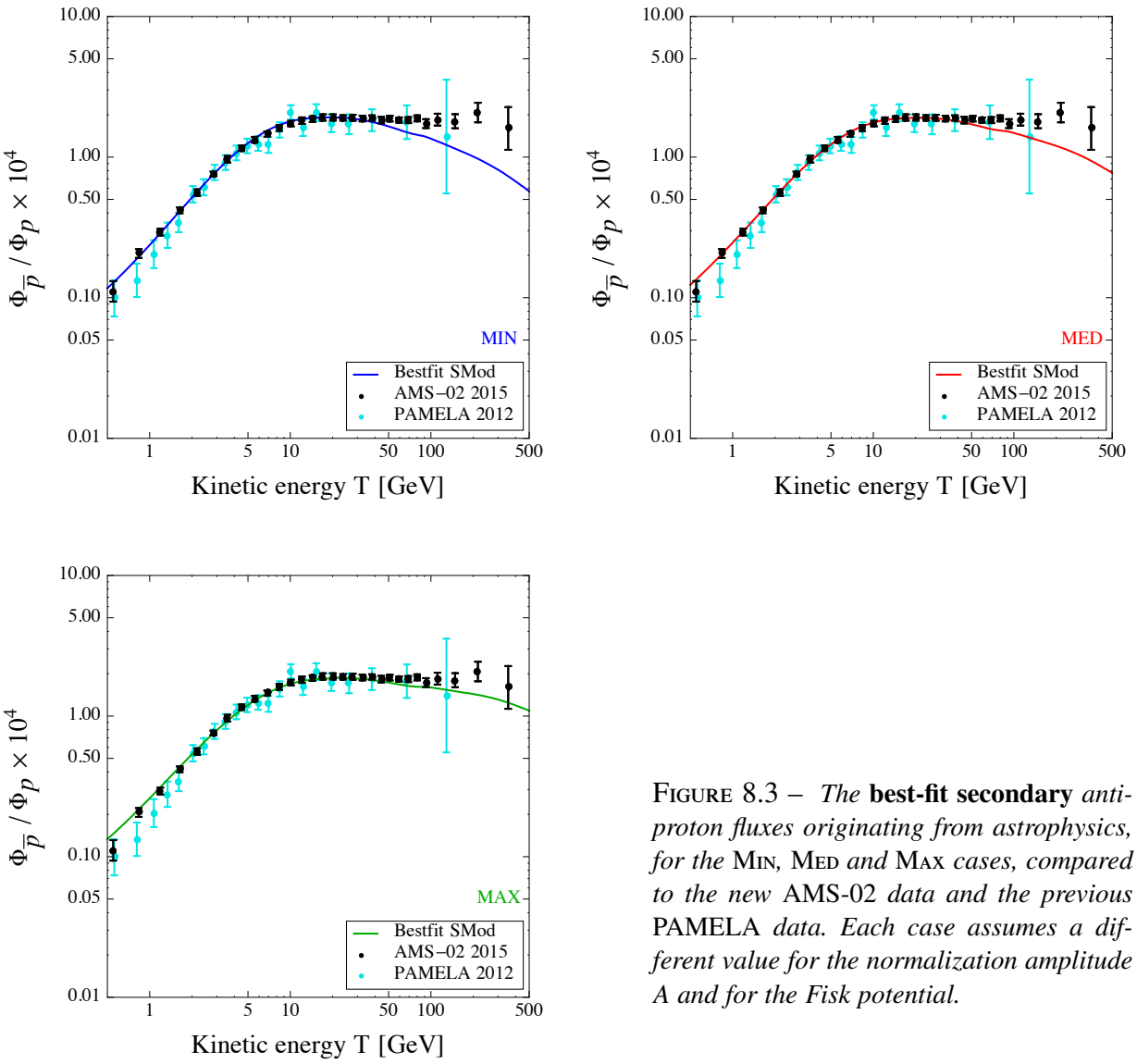

FIGURE 8.3 – *The* **best-fit secondary** *antiproton fluxes originating from astrophysics, for the* MIN, MED *and* MAX *cases, compared to the new* AMS-02 *data and the previous* PAMELA *data. Each case assumes a different value for the normalization amplitude A and for the Fisk potential.*

However, before we can do so, we have to identify specific sets of astrophysical parameters to describe the background, as discussed in the introduction. We fix in turn MIN, MED and MAX and we vary the Solar modulation potential in the given interval. We model the uncertainties of the production cross sections term by allowing a renormalization of the background with an energy dependence and an amplitude A as dictated by the analysis presented above (namely, an uncertainty modulated as the pink band of fig. 8.1). With this strategy, we look for the best fitting values of the amplitude A and of the potential ϕ_F and we trace the corresponding $\bar{p}/p$ spectra. In concrete terms, for each propagation model, we minimize the chi-square $\chi_0^2(A, \phi_F)$ with respect to the AMS-02 data and hence determine the best fit amplitude A_0 and Fisk potential ϕ_F^0. We show in fig. 8.3 the different cases.

Even within the limitations of the data like those we are dealing with (namely their preliminary nature, their errors only partially accounted for and the partial collection time with respect to the full lifetime of the experiment), we can see that the MIN propagation scheme predicts an astrophysical background that can *not* reproduce the new $\bar{p}/p$ data points above 30 GeV. The MED

scheme provides a barely decent fit (still good up to ~ 30 GeV but rapidly degrading after) while choosing MAX the data can be well explained across the whole range of energies. We have explicitly computed the corresponding χ^2 to support the above statements, with the MIN, MED, MAX cases yielding 106, 58 and 41, respectively (for 28 degrees of freedom). Given the preliminary nature of the data, of course they have only an indicative significance. This is our second conclusion : *the preliminary* $\bar{p}/p$ AMS-02 *data seem to prefer a model, such as* MAX*, characterized by a relatively mild energy dependence of the diffusion coefficient at high energies*. Although it is too early to draw strong conclusions, this is an interesting observation and it goes in the same direction as the preference displayed by the preliminary B/C AMS-02 data [3] [3].

It would of course be tempting to interpret the room left in the MIN and MED cases at large energies as an exotic contribution from DM. However we insist that this would be a wrong deduction in two respects : as long as a model within the uncertainties can fit the data, failure of other models just means a better selection of the background rather than evidence for an extra component ; in any case, a new assessment of the viable propagation parameter space would be needed before any conclusion is drawn.

8.3 Updated constraints on Dark Matter

Primary antiprotons could originate from DM annihilations, or decays, in each point of the Galactic halo. They then propagate to the Earth subject to the same mechanisms discussed in the previous section, which are in particular described by the canonical sets of parameters MIN-MED-MAX. Concretely, we obtain the $\bar{p}$ fluxes at Earth (post-propagation) from the numerical products provided in [26], version 4. Notice that these include the subtle effects of energy losses, tertiaries and diffusive reacceleration which, as discussed at length in [21], are important to reach a detailed prediction.

We consider four primary annihilation (or decay) channels : DM DM $\to b\bar{b}, W^+W^-, \mu^+\mu^-$ and $\gamma\gamma$. These, for all practical purposes, cover very well the range of possible spectra. Indeed, annihilation (or decay) into $t\bar{t}$ or hh (with h the Higgs boson) would give spectra practically indistinguishable from those from DM DM $\to b\bar{b}$, and ZZ from those of W^+W^-. The $\mu^+\mu^-$ channel represents leptonic channels, in which a small yield of antiprotons is obtained thanks to electroweak corrections (namely, the radiation from the final state leptons of a weak boson which decays hadronically). Similarly, the $\gamma\gamma$ channel produces some subdominant $\bar{p}$ flux via electromagnetic corrections [4].

We also consider two representative DM Galactic profiles : Einasto and Burkert, with the precise functional forms and definitions of the parameters as in [26]. The former possesses a peaked distribution towards the Galactic center and hence typically results in a more abundant yield of antiprotons with respect to the latter, which features a core in the inner few kpc.

We remind that, in section 8.2, we have obtained the re-evaluated astrophysical background fluxes and their uncertainties. In particular, we have computed the fluxes for the MIN, MED and MAX cases, displayed in fig. 8.3. Armed with those and with the fluxes from DM as just presented, we can now compute the constraints in the usual planes 'mass $m_{\rm DM}$ vs. thermally averaged

3. It is also backed by the results recently reported in [35]—appeared after the first version of this paper in pre-print form—based on fits to PAMELA B/C, p and He data.

4. For simplicity, we consider only the production of $\bar{p}$ from the final state. In principle, in this channel, additional hadronic production is possible from the states mediating the process of DM annihilation into photons.

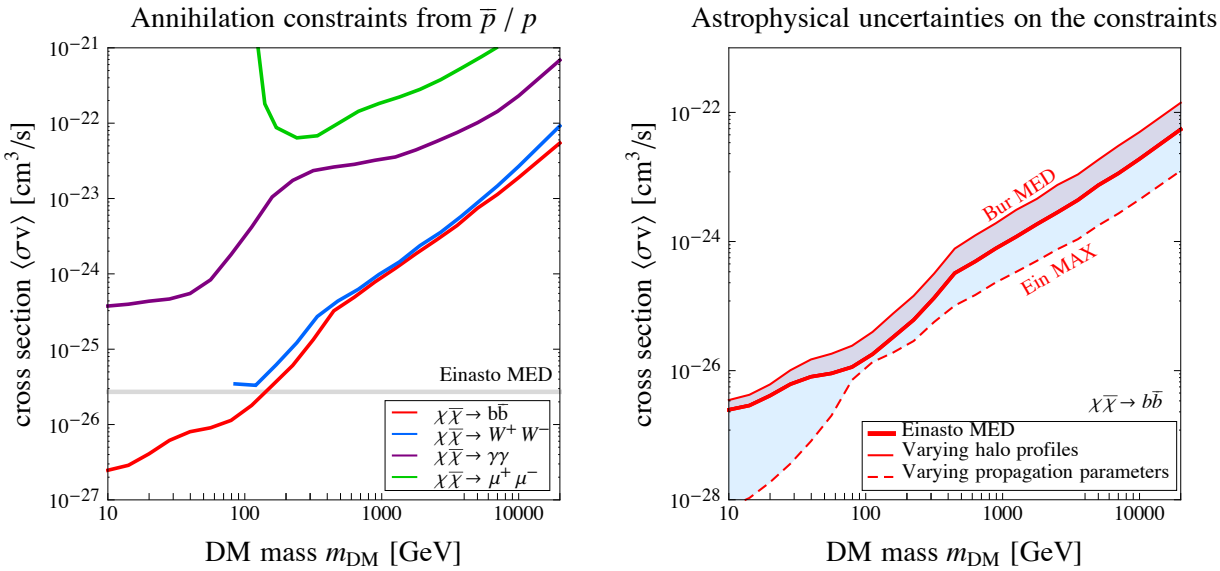

FIGURE 8.4 – **Annihilating DM : current constraints.** Left Panel : *current constraints from the antiproton to proton ratio measurements by* AMS-02*, for different annihilation channels. The areas above the curves are excluded.* Right Panel : *illustration of the impact of DM-related astrophysical uncertainties : the constraint for the $b\bar{b}$ channel spans the shaded band when varying the propagation parameters (dashed lines) or the halo profiles (solid lines). Notice that in the* MIN *case the analysis is not sensible, hence not shown here (see text for details).*

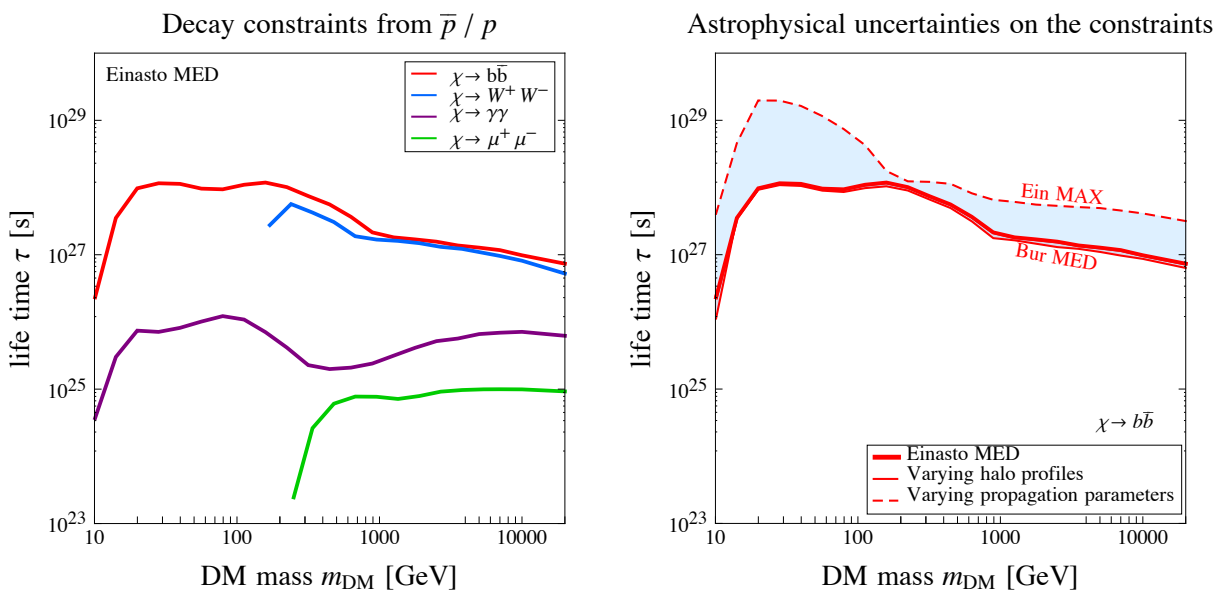

FIGURE 8.5 – **Decaying DM : current constraints.** Left Panel : *current constraints from the antiproton to proton ratio measurements by* AMS-02*, for different decay channels. The areas below the curves are excluded.* Right Panel : *illustration of the impact of DM-related astrophysical uncertainties : the constraint for the $b\bar{b}$ channel spans the shaded band when varying the propagation parameters (dashed lines) or the halo profiles (solid lines). Notice that in the* MIN *case the analysis is not sensible, hence not shown here (see text for details).*

annihilation cross section $\langle\sigma v\rangle$' or 'mass $m_{\rm DM}$ vs. decay rate Γ'. We refer to [21] for a detailed discussion of the practical procedure, of which we just repeat here the main lines. Having fixed a propagation model, for a given DM mass $m_{\rm DM}$ and annihilation cross-section $\langle\sigma v\rangle$ (or decay rate Γ) we add the DM signal to the secondary background. The total flux is then

$$\Phi_{\rm tot}(m_{\rm DM}, \langle\sigma v\rangle, A, \phi_F) = \Phi_{\rm bkg}(A, \phi_F) + \Phi_{\rm DM}(m_{\rm DM}, \langle\sigma v\rangle, \phi_F) \tag{8.1}$$

and we again find the best fit amplitude and Fisk potential. Finally, we solve the following equation in $\langle\sigma v\rangle$

$$\chi^2_{\rm DM}(m_{\rm DM}, \langle\sigma v\rangle, A, \phi_F) - \chi^2_0 = 4, \tag{8.2}$$

(where χ_0 is the minimum chi-squared of the background-only case as computed in the previous section) in order to obtain the exclusion contour. We reproduce this for each mass point.

On the basis of the discussion in the previous section, it makes sense to derive constraints only within the propagation schemes that provide a decent explanation of the background. Max is the favored scheme. Med provides overall a worse but still reasonable fit to the data, so that we will employ it. In addition, (see fig. 8.3, middle panel) at small energies ($T \lesssim 30$ GeV) its fit is good, thus meaningful constraints on relatively light DM ($m_{\rm DM} \lesssim 300$ GeV) can be derived. We discard instead the Min case.

The results that we obtain with this strategy are presented in fig. 8.4 for the DM annihilation case and in fig. 8.5 for the DM decay case. In the left panels we fix a benchmark DM profile (Einasto) and the Med propagation model, and show the constraints for the different particle physics channels introduced above. We see for example that the thermal annihilation cross section $\langle\sigma v\rangle = 3 \cdot 10^{-26}\,{\rm cm}^3/{\rm s}$ is now touched by the exclusion line for $m_{\rm DM} \sim 150$ GeV for the $\bar{b}b$ channel. In the right panels we explore the impact of changing the propagation parameters or the DM distribution. As already highlighted several times in the literature, the effect is sizable and can reach a factor of up to an order of magnitude. For instance, the previously quoted limit for the mass of a thermal relic can vary between 90 and 250 GeV for the range of models explored here. Of course, as Max maximizes by definition the DM $\bar{p}$ yield, its constraints are much stronger than those of the Med case. Turning the argument around, if the preference for Max-like propagation schemes hinted at by preliminary AMS-02 data is confirmed, AMS-02 itself has the unprecedented possibility to exclude $m_{\rm DM} \lesssim 250$ GeV for thermal annihilation cross section in the $\bar{b}b$ channel.

8.4 Final remarks

In the light of the new p flux published by AMS-02 and the preliminary AMS-02 results presented on the α flux as well as the $\bar{p}/p$ ratio, and using the new results of the $\bar{p}$ production cross sections, we have re-evaluated the secondary astrophysical predictions for the $\bar{p}/p$ ratio. We have accounted for the different sources of uncertainties : namely on the injection fluxes, on the production cross sections, on the propagation process and those connected to Solar modulation. Our first and main result is that *there is no unambiguous antiproton excess that can be identified in the first place, and thus, at this stage, no real need for primary sources of antiprotons*. Within errors, secondary astrophysical production alone can account for the data. This conclusion is highly non-trivial, since we relied on updates of *existing* propagation schemes, which were not necessarily expected to work in the high precision and extended energy regime made accessible

by AMS-02. Adopting a more conservative treatment of the uncertainties of antiproton production cross-sections involving He as either target or projectile nuclei would clearly reinforce this conclusion.

Next, we enter in the merit of which propagation schemes do account for the data, taking into account the other uncertainties. We find that the data seem to prefer a model, such as MAX, characterized by a relatively mild energy dependence of the diffusion coefficient at high energies. If confirmed, this would go in the same direction as other indications already obtained in different channels, as discussed above.

Finally, an important application concerns updated constraints on DM : within the framework of the propagation schemes that it is sensible to use, we derive bounds that are more stringent by about one order of magnitude with respect to the previous ones [28, 21] (based on PAMELA data).

Of course, this analysis is very preliminary and there is still room for improvements. First and foremost, the release of the final $\bar{p}/p$ measurement with systematic and statistical errors fully accounted for. Yet, even a preliminary analysis allows to show that antiprotons confirm themselves as a very powerful probe for CR physics and for DM in particular. Actually, considering the puzzling excesses (with respect to the originally predicted astrophysical background) of undetermined origin in the electron and positron fluxes, considering the complicated background of most gamma-ray searches and considering the challenges of neutrino detection, $\bar{p}$'s might arguably still be the most promising avenue in DM indirect searches, since improving the knowledge of the background is relatively easier than for other channels and so perhaps seeing the emergence of a clear signal is possible. In this respect, the AMS-02 experiment can play a crucial role. So far it has essentially confirmed the results of previous experiments (most notably PAMELA), but it has done so with an impressively improved accuracy : the qualitative picture in DM indirect searches has been left largely unchanged by it, but AMS-02 has allowed improved pinning down of the parameters and tightening of the constraints. In this context, while follow-up releases of antiproton data (e.g. pure fluxes, extended energy range or enlarged statistics) will obviously be welcome, it is urgent to address first one of the main current limitations in the field of charged CRs, namely the determination of the propagation parameters. In this respect, analyzing the upcoming reliable and accurate light nuclei measurements from AMS-02 will provide the community with a very powerful leverage for any search of exotics in CR's. At that point it will be possible to assess whether or not excesses are present in antiproton data, for instance if the current small deficit increases in significance (although identifying their origin will remain very challenging [47]).

Appendix : Parametrization of primary proton and helium fluxes

To fit the AMS-02 p and α fluxes we used the following rigidity dependent function (in particles $\mathrm{m}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}\,\mathrm{sr}^{-1}\,\mathrm{GV}^{-1}$) :

$$\Phi = C \cdot (1 - \beta e^{\lambda R}) \cdot \Big(\frac{R}{R+\phi_F}\Big)^2 \cdot (R+\phi_F)^{\gamma} \cdot \Big[1 + \Big(\frac{R+\phi_F}{R_B}\Big)^{\frac{\Delta\gamma}{s}}\Big]^s. \tag{8.3}$$

We proceed in two steps. First γ, $\Delta\gamma$, R_B, s are fixed using the high energy part ($R > 45$ GV) of the spectrum. Then C, α and β are determined over the all energy range. The value of the Fisk potential which gives the best χ^2 for our fits is $\phi_F = 0.62$ GV, the upper bound of the interval sets in [13]. The values of the best-fit parameters are reported in table 8.1.

	p	α
C	23566± 30	4075± 2
λ	-0.519 ± 0.007	-0.163 ± 0.004
β	1.21 ± 0.02	0.41 ± 0.02
γ	-2.849 ± 0.002	-2.795 ± 0.009
R_B	355 ± 33	284 ± 38
$\Delta\gamma$	0.146 ± 0.02	0.162 ± 0.009
s	0.0325± 0.0131	0.078± 0.035
χ^2_{ndof}	29.02/(73-7)	2.62/(54-7)

TABLE 8.1 – **Best-fit values for p and α fluxes.**

Acknowledgments

We thank Sylvie Rosier-Lees and Antje Putze. Funding and research infrastructure acknowledgements :

* European Research Council (ERC) under the EU Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013)/ERC Starting Grant (agreement n. 278234 — 'NEWDARK' project) [work of M.C. and G.G.],
* French national research agency ANR under contract ANR 2010 BLANC 041301.
* French national research agency ANR, Project DMAstro-LHC, ANR-12-BS05-0006.
* French *Investissements d'avenir*, Labex ENIGMASS.
* M.C. and G.G. acknowledge the hospitality of the Institut d'Astrophysique de Paris (IAP) where a part of this work was done.
* P.S. thanks the Institut Universitaire de France for financial support.

Bibliographie

[1] Ams-02 collaboration, talks at the 'AMS Days at CERN', 15-17 april 2015.

[2] L. Accardo, M. Aguilar, D. Aisa, A. Alvino, G. Ambrosi, K. Andeen, L. Arruda, N. Attig, P. Azzarello, A. Bachlechner, and et al. High Statistics Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5-500 GeV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Physical Review Letters*, 113(12) :121101, September 2014.

[3] M. Ackermann et al. Fermi-LAT Observations of the Diffuse γ-Ray Emission : Implications for Cosmic Rays and the Interstellar Medium. *Astrophysical Journal*, 750 :3, May 2012.

[4] M. Ackermann et al. Measurement of Separate Cosmic-Ray Electron and Positron Spectra with the Fermi Large Area Telescope. *Phys. Rev. Lett.*, 108(1) :011103, jan 2012.

[5] O. Adriani, G.C. Barbarino, G.A. Bazilevskaya, R. Bellotti, M. Boezio, E.A. Bogomolov, L. Bonechi, M. Bongi, V. Bonvicini, and S. Borisov. A statistical procedure for the identification of positrons in the PAMELA experiment. *Astropart. Phys.*, 34(1) :1–11, aug 2010.

[6] O. Adriani et al. An anomalous positron abundance in cosmic rays with energies 1.5-100GeV. *Nature*, 458 :607–609, April 2009.

[7] O. Adriani et al. PAMELA results on the cosmic-ray antiproton flux from 60 MeV to 180 GeV in kinetic energy. *Phys. Rev. Lett.*, 105(12) :1–11, 2010.

[8] O Adriani et al. PAMELA Measurements of Cosmic-Ray Proton and Helium Spectra. *Science (80-.).*, 332(6025) :69–72, apr 2011.

[9] O. Adriani et al. Measurement of the flux of primary cosmic ray antiprotons with energies of 60-MeV to 350-GeV in the PAMELA experiment. *JETP Lett.*, 96 :621–627, 2013. [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.96,693(2012)].

[10] M. Aguilar, D. Aisa, B. Alpat, A. Alvino, G. Ambrosi, K. Andeen, L. Arruda, N. Attig, P. Azzarello, A. Bachlechner, and et al. Precision Measurement of the (e^++e^-) Flux in Primary Cosmic Rays from 0.5 GeV to 1 TeV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Physical Review Letters*, 113(22) :221102, November 2014.

[11] M. Aguilar, G. Alberti, B. Alpat, A. Alvino, G. Ambrosi, K. Andeen, H. Anderhub, L. Arruda, P. Azzarello, A. Bachlechner, and et al. First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station : Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5-350 GeV. *Physical Review Letters*, 110(14) :141102, April 2013.

[12] M. Aguilar et al. Electron and Positron Fluxes in Primary Cosmic Rays Measured with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Phys. Rev. Lett.*, 113(12) :121102, sep 2014.

[13] M. Aguilar et al. Precision Measurement of the Proton Flux in Primary Cosmic Rays from Rigidity 1 GV to 1.8 TV with the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station. *Phys. Rev. Lett.*, 114(17) :1–9, 2015.

[14] Geneviève Bélanger, Céline Bœhm, Marco Cirelli, Jonathan Da Silva, and Alexander Pukhov. PAMELA and FERMI limits on the neutralino-chargino mass degeneracy. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2012(11) :028–028, nov 2012.

[15] Lars Bergstrom, Joakim Edsjo, and Piero Ullio. Cosmic Antiprotons as a Probe for Supersymmetric Dark Matter ? *Astrophys. J.*, 526(1) :215–235, nov 1999.

[16] G. Bernard, T. Delahaye, P. Salati, and R. Taillet. Variance of the Galactic nuclei cosmic ray flux. *Astron. Astrophys.*, 544 :A92, aug 2012.

[17] Giuseppe Di Bernardo, Carmelo Evoli, Daniele Gaggero, Dario Grasso, and Luca Maccione. Cosmic ray electrons, positrons and the synchrotron emission of the Galaxy : consistent analysis and implications. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2013(03) :036–036, mar 2013.

[18] G Bertone. *Antimatter, in Particle Dark Matter. Observations, Models and Searches*. Cambridge University Press, 2013.

[19] Pasquale Blasi and Pasquale D. Serpico. High-Energy Antiprotons from Old Supernova Remnants. *Phys. Rev. Lett.*, 103(8) :081103, aug 2009.

[20] M. Boudaud, S. Aupetit, S. Caroff, A. Putze, G. Belanger, Y. Genolini, C. Goy, V. Poireau, V. Poulin, S. Rosier, P. Salati, L. Tao, and M. Vecchi. A new look at the cosmic ray positron fraction. *Astron. Astrophys.*, page 20, jan 2015.

[21] Mathieu Boudaud, Marco Cirelli, Gaëlle Giesen, and Pierre Salati. A fussy revisitation of antiprotons as a tool for Dark Matter searches. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(05) :013–013, 2015.

[22] Torsten Bringmann, Fiorenza Donato, and Roberto A Lineros. Radio data and synchrotron emission in consistent cosmic ray models. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2012(01) :049–049, jan 2012.

[23] Torsten Bringmann and Pierre Salati. Galactic antiproton spectrum at high energies : Background expectation versus exotic contributions. *Phys. Rev. D*, 75(8) :083006, apr 2007.

[24] Torsten Bringmann, Martin Vollmann, and Christoph Weniger. Updated cosmic-ray and radio constraints on light dark matter : Implications for the GeV gamma-ray excess at the Galactic Center. *Phys. Rev. D*, 90(12) :123001, dec 2014.

[25] MARCO CIRELLI. Indirect searches for dark matter. *Pramana*, 79(5) :1021–1043, nov 2012.

[26] Marco Cirelli, Gennaro Corcella, Andi Hektor, Gert Hütsi, Mario Kadastik, Paolo Panci, Martti Raidal, Filippo Sala, and Alessandro Strumia. PPPC 4 DM ID : a poor particle physicist cookbook for dark matter indirect detection. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2011(03) :051–051, mar 2011.

[27] Marco Cirelli, Daniele Gaggero, Gaëlle Giesen, Marco Taoso, and Alfredo Urbano. Antiproton constraints on the GeV gamma-ray excess : a comprehensive analysis. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(12) :045–045, dec 2014.

[28] Marco Cirelli and Gaëlle Giesen. Antiprotons from Dark Matter : current constraints and future sensitivities. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2013(04) :015–015, apr 2013.

[29] Mattia di Mauro, Fiorenza Donato, Andreas Goudelis, and Pasquale Dario Serpico. New evaluation of the antiproton production cross section for cosmic ray studies. *Phys. Rev. D*, 90(8) :085017, oct 2014.

[30] F. Donato, N. Fornengo, D. Maurin, P. Salati, and R. Taillet. Antiprotons in cosmic rays from neutralino annihilation. *Phys. Rev. D*, 69(6) :063501, mar 2004.

[31] F. Donato, D. Maurin, P. Brun, T. Delahaye, and P. Salati. Constraints on WIMP Dark Matter from the High Energy PAMELA Antiprotons Data. *Phys. Rev. Lett.*, 102(7) :071301, feb 2009.

[32] F. Donato, D. Maurin, P. Salati, A. Barrau, G. Boudoul, and R. Taillet. Antiprotons from Spallations of Cosmic Rays on Interstellar Matter. *Astrophys. J.*, 563(1) :172–184, dec 2001.

[33] R. P. Duperray, C.-Y. Huang, K. V. Protasov, and M. Buénerd. Parametrization of the antiproton inclusive production cross section on nuclei. *Phys. Rev. D*, 68(9) :094017, nov 2003.

[34] Carmelo Evoli, Ilias Cholis, Dario Grasso, Luca Maccione, and Piero Ullio. Antiprotons from dark matter annihilation in the Galaxy : Astrophysical uncertainties. *Phys. Rev. D*, 85(12) :123511, jun 2012.

[35] Carmelo Evoli, Daniele Gaggero, and Dario Grasso. Secondary antiprotons as a Galactic Dark Matter probe. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(12) :039–039, dec 2015.

[36] N Fornengo, L Maccione, and A Vittino. Constraints on particle dark matter from cosmic-ray antiprotons. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(04) :003–003, apr 2014.

[37] Nicolao Fornengo, Roberto A Lineros, Marco Regis, and Marco Taoso. The isotropic radio background revisited. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(04) :008–008, apr 2014.

[38] Y Genolini, A Putze, P Salati, and P D Serpico. Theoretical uncertainties in extracting cosmic-ray diffusion parameters : the boron-to-carbon ratio. *Astron. Astrophys.*, 580 :A9, aug 2015.

[39] Gaëlle Giesen, Mathieu Boudaud, Yoann Genolini, Vivian Poulin, Marco Cirelli, Pierre Salati, and Pasquale D. Serpico. AMS-02 antiprotons, at last ! Secondary astrophysical component and immediate implications for Dark Matter. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(09) :12, apr 2015.

[40] L. J. Gleeson and W. I. Axford. Cosmic Rays in the Interplanetary Medium. *Astrophysical Journal*, 149 :L115, September 1967.

[41] Dan Hooper, Tim Linden, and Philipp Mertsch. What does the PAMELA antiproton spectrum tell us about dark matter ? *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015(03) :021–021, mar 2015.

[42] Rolf Kappl and Martin Wolfgang Winkler. The cosmic ray antiproton background for AMS-02. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(09) :051–051, sep 2014.

[43] Julien Lavalle, David Maurin, and Antje Putze. Direct constraints on diffusion models from cosmic-ray positron data : Excluding the minimal model for dark matter searches. *Phys. Rev. D*, 90(8) :081301, oct 2014.

[44] K. Mannheim and R. Schlickeiser. Interactions of cosmic ray nuclei. *Astronomy and Astrophysics*, 286, June 1994.

[45] M. Di Mauro, F. Donato, N. Fornengo, R. Lineros, and A. Vittino. Interpretation of AMS-02 electrons and positrons data. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(04) :006–006, apr 2014.

[46] Elena Orlando and Andrew Strong. Galactic synchrotron emission with cosmic ray propagation models. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 436(3) :2127–2142, dec 2013.

[47] Valeria Pettorino, Giorgio Busoni, Andrea De Simone, Enrico Morgante, Antonio Riotto, and Wei Xue. Can AMS-02 discriminate the origin of an anti-proton signal ? *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2014(10) :078–078, oct 2014.

[48] Pasquale D. Serpico. Astrophysical models for the origin of the positron "excess". *Astropart. Phys.*, 39-40(1) :2–11, dec 2012.

[49] J. Silk and M. Srednicki. Cosmic-ray antiprotons as a probe of a photino-dominated universe. *Physical Review Letters*, 53 :624–627, August 1984.

[50] G. Steigman. Observational tests of antimatter cosmologies. *Annual review of astronomy and astrophysics*, 14 :339–372, 1976.

[51] G. Steigman. Secondary antiprotons - A valuable cosmic-ray probe. *Astrophysical Journal*, 217 :L131–L133, November 1977.

[52] S. A. Stephens and R. L. Golden. The role of antiprotons in cosmic-ray physics. *Space Science Reviews*, 46 :31–91, 1987.

[53] Andrew W. Strong and Igor V. Moskalenko. Propagation of Cosmic-Ray Nucleons in the Galaxy. *Astrophys. J.*, 509(1) :212–228, dec 1998.

[54] L. C. Tan and L. K. Ng. Parameterization of the invariant cross section in p-p collisions using a new scaling variable. *Physical Review D (Particles and Fields)*, 26 :1179–1182, September 1982.

[55] L. C. Tan and L. K. Ng. Parametrisation of hadron inclusive cross sections in p-p collisions extended to very low energies. *Journal of Physics G Nuclear Physics*, 9 :1289–1308, October 1983.

[56] I Yusifov and I. Kucuk. Revisiting the radial distribution of pulsars in the Galaxy. *Astron. Astrophys.*, 422(2) :545–553, 2004.

Conclusion et perspectives

Ce travail s'est consacré à l'étude de la propagation des positrons et des antiprotons cosmiques dans la Galaxie dans le cadre de la recherche indirecte de la matière noire.

Les récentes mesures expérimentales de la fraction positronique par la collaboration AMS-02 ont confirmé l'anomalie observée. Après avoir ré-évaluer le fond astrophysique des positrons secondaires, nous nous sommes concentrés sur l'interprétation des mesures au-delà de 10 GeV.

Tout d'abord, nous avons étudié la possibilité d'expliquer les données en terme d'annihilation de WIMPs où chaque canal d'annihilation a été examiné individuellement. Nous montrons que les canaux leptoniques ne permettent pas de reproduire les mesures. Par ailleurs, les données peuvent être expliquées dans le cas des quarks, des bosons de jauge et du Higgs, pour des WIMPs dont la masse est comprise entre 10 et 40 TeV et pour une section efficace d'annihilation de l'ordre de 10^{-21} cm^3 s^{-1}. Les valeurs de cette dernière sont cependant exclues par les contraintes déterminées à partir du flux d'antiprotons et celui des photons gamma, ainsi que par celles déduites du CMB. Le seul scénario permettant à la fois de reproduire les données et de passer les contraintes est celui d'un WIMP s'annihilant en quatre taus ($\sim$ 75%) et quatre électrons ($\sim$ 25%) par l'intermédiaire d'un médiateur scalaire ou vecteur léger.

Ensuite, nous montrons que les données peuvent également être expliquées par la présence d'un unique pulsar dans le voisinage du Soleil. En effet, cinq pulsars consignés dans le catalogue ATNF (Australia Telescop National Facility) permettent individuellement de rendre compte des mesures. Si l'anomalie observée trouve son origine dans la présence de tels objets astrophysiques, alors tous les pulsars de la Galaxie, doivent contribuer au flux des positrons détectés sur Terre. Cependant, la valeur de la normalisation du flux des positrons injectés dans le milieu interstellaire par les pulsars est difficilement contraint par les observations et ne présente qu'une limite supérieure. Par conséquent, si un unique pulsar est apte à reproduire les mesures d'AMS-02, une combinaison de plusieurs pulsars sera *a fortiori* capable de rendre compte des données et procurera une alternative viable au scénario de matière noire. Remarquons que si chacun de ces scénarios permet individuellement de rendre compte des mesures, ces dernières peuvent être expliquées avec la contribution additionnelle de sources astrophysiques proches et de matière noire.

Ces conclusions ont été établies à partir des paramètres de propagation qui s'ajustent le mieux sur le rapport B/C (modèle MED). Ces paramètres sont cependant encore mal déterminés et sont sujets à de grandes incertitudes qui se propagent à nos résultats. Nous avons montré que ces incertitudes systématiques dépassent largement par leur amplitude l'erreur inhérente aux mesures d'AMS-02. Il apparaît donc primordial d'obtenir des nouvelles données de la part des collaborations expérimentales afin de réduire l'espace des paramètres de propagation et d'affiner nos conclusions.

La collaboration AMS-02 a publié les mesures du flux de positrons à partir d'une énergie de

500 MeV et jusqu'à 500 GeV avec un degré de précision sans précédent. Le modèle de propagation semi-analytique que nous avons utilisé pour les positrons au-delà de 10 GeV ne s'applique plus en dessous de cette énergie où plusieurs mécanismes deviennent significatifs pour le flux. En particulier, la convection ainsi que les pertes d'énergie et la réaccélération diffusive des positrons dans le disque ne peuvent plus être négligés.

C'est la raison pour laquelle nous avons proposé une méthode permettant de calculer le flux théorique des positrons en prenant en compte tous ces processus. Ceci a été rendu possible en développant une technique qui permet de prendre en compte, de manière effective dans le disque galactique, les pertes d'énergie Compton inverse et synchrotron que les positrons subissent dans le halo magnétique. Nous avons baptisé ce procédé la "méthode de pincement" des pertes d'énergie ou "pinching method". Ce faisant, nous sommes aptes à calculer le flux théorique des positrons sur toute la gamme d'énergie accessible à AMS-02, tirant par conséquent pleinement profit de ses mesures.

Nous avons montré en premier lieu que cette méthode permet à travers le fond astrophysique des positrons secondaires de réduire considérablement l'espace des paramètres de propagation. Ensuite, nous nous sommes intéressés à nouveau à l'hypothèse de la matière noire pour expliquer les mesures d'AMS-02 mais cette fois, sur toute la gamme en énergie du flux publié par la collaboration. Nous avons étudié la possibilité d'expliquer les données à partir de l'annihilation de WIMPs en cinq canaux ($\bar{b}b$, W^+W^-, $\tau^+\tau^-$, $\mu^+\mu^-$ et e^+e^-) tout en laissant libres les rapports d'embranchement ainsi que la masse et la section efficace d'annihilation $\langle\sigma v\rangle$. Après avoir sondé de surcroît l'espace des paramètres de propagation ainsi que celui lié à la modulation solaire, nous sommes arrivés à la conclusion sans précédent que le scénario matière noire échoue à expliquer les mesures d'AMS-02 sur tout le spectre en énergie. Il apparaît donc nécessaire d'invoquer une composante astrophysique ou de modifier les mécanismes standards d'annihilation des WIMPs. Ces résultats sont encore à l'état préliminaire et doivent être affermis et affinés en incluant les effets de la rétro-propagation des protons et des noyaux d'hélium ainsi que l'annihilation des positrons dans le disque galactique. Ces mécanismes sont néanmoins sous-dominants et leur prise en compte ne devrait pas changer nos conclusions de manière significative.

Les antiprotons constituent un canal privilégié afin de sonder la matière noire dans la Galaxie. En effet le fond astrophysique des antiprotons est mieux contrôlé que celui des autres canaux utilisés pour la détection indirecte de matière noire, à l'instar des photons et des positrons. L'ajustement du fond astrophysique des antiprotons secondaires avec les données expérimentales permet de dériver des contraintes fortes sur la section efficace $\langle\sigma v\rangle$ d'annihilation des WIMPs. Cependant, ces contraintes s'appuient souvent sur l'approximation de haute énergie qui consiste à négliger les pertes d'énergie (incluant la composante tertiaire) des antiprotons ainsi que la réaccélération diffusive (ELDR). Nous avons calculé les flux d'antiprotons secondaires et primaires en incluant ces effets puis nous avons dérivé des contraintes à partir des données de PAMELA. Nous avons montré que la prise en compte des effets ELDR modifie les contraintes d'un facteur de quelques unités même pour des WIMPs dont la masse est supérieure à 100 GeV. Les nouveaux flux d'antiprotons primaires ont été incorporés dans le PPPC4DMID de Marco Cirelli et de ses collaborateurs.

Les données préliminaires du rapport $\bar{p}/p$ présentées en avril 2015 par la collaboration AMS-02 ont offert la possibilité de mettre à jour les contraintes sur la matière noire. En utilisant les mesures récentes du flux des protons et des noyaux d'hélium mesurés par AMS-02, nous avons ré-évalué le fond astrophysique des antiprotons secondaires ainsi que ses incertitudes systématiques. Nous ne trouvons aucune preuve tangible en faveur d'un excès significatif d'antiprotons

par rapport au fond astrophysique. Par ailleurs, nous mettons en avant une préférence pour une dépendance énergétique relativement faible du coefficient de diffusion spatiale (du type MAX). Enfin, les données extrêmement précises d'AMS-02 nous ont permis de dériver des contraintes sur les particules de matière noire.

A l'ère d'AMS-02, le facteur limitant majeur de la recherche indirecte de matière noire par les rayons cosmiques d'antimatière réside dans la méconnaissance des paramètres de propagation. Il devient par conséquent urgent que les collaborations expérimentales mesurent les flux des noyaux légers à l'instar du rapport B/C. C'est pourquoi une de mes priorités est d'être prêt à analyser ces résultats afin d'apporter à la communauté un nouvel espace des paramètres de propagation. Le code numérique USINE développé par David Maurin et ses collaborateurs est fondé sur le même modèle de propagation que nous avons utilisé dans ce travail. Ce code est d'ores et déjà dédié à ce type d'analyse. Il ne concerne jusqu'à maintenant que les noyaux et nous travaillons actuellement, David et moi, à l'incorporation de la propagation des électrons et des positrons. Ce projet me donne l'occasion de comprendre en profondeur cet outil afin de pouvoir l'utiliser pour une analyse future du rapport B/C. Les mesures du rapport $\bar{p}/p$ très prochainement publiées par la collaboration AMS-02 apporteront elles aussi des informations essentielles pour la détermination des paramètres de propagation. La méthode de pincement que nous avons développée peut également jouer un rôle pertinent dans la détermination des paramètres de propagation. En effet, en suivant la voie ouverte par Julien Lavalle, Antje Putze et David Maurin, nous avons montré que les positrons permettent de contraindre fortement les paramètres de propagation en levant les dégénérescences inhérentes au transport des noyaux dans la Galaxie. Dans ce contexte, il s'avérera très utile de reconduire les analyses présentées dans ce travail afin de déterminer le rôle de la matière noire dans le champ des rayons cosmiques.

L'expérience CTA (Cherenkov Telescope Array) qui sera prochainement opérationnelle va vraisemblablement révolutionner l'astronomie gamma et en particulier la recherche indirecte de matière noire dans la Galaxie. Cette dernière est intimement liée à la propagation des rayons cosmiques étant donné que le fond astrophysique des photons gamma galactique provient (i) de l'interaction des rayons cosmiques avec le milieu interstellaire via la production de pions neutres (ii) de la diffusion Compton inverse des électrons (et des positrons dans une moindre mesure) cosmiques sur les photons de l'ISRF. La recherche indirecte de matière noire à travers la direction des photons gamma et celle des positrons souffrent alors de la même incertitude : la connaissance de l'ISRF dans la Galaxie. Bien qu'une évaluation de l'ISRF galactique est disponible dans GALPROP, très peu d'analyses alternatives ont été proposées jusque là et encore moins sur les incertitudes qui y sont associées. C'est la raison pour laquelle nous travaillons actuellement Timur Delahaye, Roberto Lineros et moi sur une ré-évaluation indépendante de l'ISRF en tout lieu de la Galaxie, ainsi qu'à ses incertitudes.

Même si la matière noire ne nous a pas encore révélé sa nature profonde, les efforts conjoints des physiciens explorant les stratégies de recherche directe et indirecte ainsi que de production au LHC, permettent chaque jour de progresser dans la compréhension de cette composante essentielle de notre environnement. L'étau se resserre peu à peu, patience...

Annexe A

Résolution de l'équation de transport des positrons de haute énergie avec le formalisme de Green

Méthode des fonctions de Green

On cherche la fonction de Green $G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S)$ solution de l'équation

$$\partial_t G - K(E)\,\Delta G + \partial_E\,[b(E)\,G] = \delta(E - E_S)\,\delta(t - t_S)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.1}$$

Une fois G déterminée, la solution de l'équation (A.1) est donnée par la convolution

$$\psi(t, E, \vec{x}) = \int_{-\infty}^{t} dt_S \int_{E}^{+\infty} dE_S \int_{MH} d^3x_S\; G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S)\,Q(t_S, E_S, \vec{x}_S), \tag{A.2}$$

où l'intégration spatiale se fait sur le halo magnétique galactique.

Solution stationnaire

On considère tout d'abord le cas stationnaire de l'équation de propagation (A.1)

$$-\,K(E)\,\Delta G_s + \partial_E[b(E)\,G_s] = \delta(E - E_S)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S), \tag{A.3}$$

où G_s désigne la fonction de Green stationnaire. On multiplie l'équation (A.3) par $b/4K$ et on définit $\tilde{G}_s = -bG_s$,

$$\frac{\partial \tilde{G}_s}{\dfrac{4K(E)}{b(E)}\partial E} - \frac{1}{4}\Delta\tilde{G}_s = -\frac{b(E)}{4K(E)}\delta(E - E_S)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.4}$$

On effectue le changement de variable

$$d(\lambda^2) = \frac{4K(E)}{b(E)}dE, \tag{A.5}$$

$$\lambda^2(E) = 4 \int_{+\infty}^{E} dE' \, \frac{K(E')}{b(E')}. \tag{A.6}$$

De plus, nous avons la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dE \, \delta(E - E_S) = \int_{-\infty}^{+\infty} d(\lambda^2) \, \delta(\lambda^2 - \lambda_S^2) = 1, \tag{A.7}$$

de sorte que

$$dE \, \delta(E - E_S) = -d(\lambda^2) \, \delta(\lambda^2 - \lambda_S^2). \tag{A.8}$$

Il suit

$$\delta(E - E_S) = -\frac{4K(E)}{b(E)} \, \delta(\lambda^2 - \lambda_S^2). \tag{A.9}$$

Alors l'équation (A.3) exprimée en fonction des variables spatiales et λ^2 s'écrit

$$\frac{\partial \tilde{G}_s}{\partial \lambda^2} - \frac{1}{4} \Delta \tilde{G}_s = \delta(\lambda^2 - \lambda_S^2) \, \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.10}$$

L'équation de la chaleur en présence d'une source injectée à l'instant t_S au point $\vec{x}_S$ s'écrit

$$\frac{\partial T(t, \vec{x})}{\partial t} - \alpha \Delta T(t, \vec{x}) = \delta(t - t_S) \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S), \tag{A.11}$$

où α est le coefficient de diffusion. Nous avons donc affaire à la même équation avec $\alpha = 1/4$ et $t = \lambda^2$. En l'absence de conditions aux bords, dans un espace infini 3D donc, la solution de l'équation (A.10) s'écrit

$$\tilde{G}_s(\lambda^2, \vec{x} \leftarrow \lambda_S^2, \vec{x}_S) = \frac{\theta(\lambda^2 - \lambda_S^2)}{(\pi \lambda_D^2)^{3/2}} \mathrm{e}^{-r^2/\lambda_D^2}, \tag{A.12}$$

où $r^2 = |\vec{x}_S - \vec{x}|^2$ et $\lambda_D^2 = \lambda^2 - \lambda_S^2$. Ainsi, la fonction de Green (ou propagateur) de l'équation (A.3) s'exprime comme

$$G_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S) = \frac{-\theta(E_S - E)}{b(E)(\pi \lambda_D^2)^{3/2}} \mathrm{e}^{-r^2/\lambda_D^2}, \tag{A.13}$$

et la solution de l'équation de transport stationnaire s'exprime par le produit de convolution

$$\psi(E, \vec{x}) = \int_{E}^{+\infty} dE_S \int_{MH} d^3 x_S \, G_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S) \, Q(E_S, \vec{x}_S). \tag{A.14}$$

Solution dynamique

L'équation de propagation dépendante du temps s'écrit

$$\partial_t \psi + \partial_E [b(E) \, \psi] - K(E) \, \Delta \psi = Q(t, E, \vec{x}). \tag{A.15}$$

Nous devons donc déterminer la fonction de Green $G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S)$ solution de l'équation

$$\partial_t G + \partial_E [b(E) \, G] - K(E) \, \Delta G = \delta(E - E_S) \, \delta(t - t_S) \, \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S), \tag{A.16}$$

qui peut se mettre sous la forme

$$\frac{1}{b(E)}\partial_t[b(E)\,G] + \partial_E[b(E)\,G] - \frac{K(E)}{b(E)}\Delta[b(E)\,G] = \delta(E - E_S)\,\delta(t - t_S)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.17}$$

On définit $\tilde{G} = b(E)\,G$, il vient alors

$$\frac{1}{b(E)}\partial_t\tilde{G} + \partial_E\tilde{G} - \frac{K(E)}{b(E)}\Delta\tilde{G} = \delta(E - E_S)\,\delta(t - t_S)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.18}$$

On effectue le changement de variables $(t, E) \to (u, v)$ tel que

$$\begin{cases} du = dt - \dfrac{dE}{b(E)} \\ \\ dv = -b(E)\,dt - dE. \end{cases} \tag{A.19}$$

Le choix de ce changement de variable particulier deviendra clair par la suite. On a donc

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= 1, & \frac{\partial u}{\partial E} &= -\frac{1}{b(E)}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -b(E), & \frac{\partial v}{\partial E} &= -1. \end{aligned} \tag{A.20}$$

On calcule le Jacobien correspondant à cette transformation et on s'assure qu'il n'est pas nul :

$$J = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial u}{\partial t} & \dfrac{\partial u}{\partial E} \\ \\ \dfrac{\partial v}{\partial t} & \dfrac{\partial v}{\partial E} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & \dfrac{-1}{b} \\ \\ -b & -1 \end{vmatrix} = -2. \tag{A.21}$$

On peut donc exprimer les dérivées temporelle et en énergie en fonction des variables u et v,

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial}{\partial v}, \tag{A.22}$$

$$\frac{\partial}{\partial E} = \frac{\partial u}{\partial E}\frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial v}{\partial E}\frac{\partial}{\partial v}. \tag{A.23}$$

Nous allons donc chercher $\tilde{G}$ sous la forme $\tilde{G} = f(v)g(u)$. Cependant, les variables E et t ne sont pas indépendantes. En effet, la perte d'énergie est reliée au temps par la relation

$$dE = b(E)\,dt. \tag{A.24}$$

Il vient alors

$$du = dt - \frac{dE}{b(E)} = 0. \tag{A.25}$$

Alors u est constant au cours de la propagation. C'est en effet la raison pour laquelle nous avons choisi ce changement de variable particulier. Nous pouvons donc écrire la fonction g comme $g(u) = \delta(u - u_s)$ avec u_s la valeur de u à $t = t_s$ et $E = E_S$. Nous cherchons alors $\tilde{G}$ sous la forme

$\tilde{G} = f(v)\,\delta(u - u_s)$. Par ailleurs, nous pouvons exprimer E et t en fonction de v uniquement, une fois u fixée à u_S. Il vient

$$dv = -bdt - dE = -2dE. \tag{A.26}$$

Les dérivées partielles par rapport à t et E se réduisent à

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial t}\frac{\partial}{\partial v} = -b(E)\frac{\partial}{\partial v} \tag{A.27}$$

et

$$\frac{\partial}{\partial E} = \frac{\partial v}{\partial E}\frac{\partial}{\partial v} = -\frac{\partial}{\partial v}. \tag{A.28}$$

Maintenant, il nous reste à exprimer $\delta(t - t_S)\,\delta(E - E_S)$ en fonction des variables u et v. A partir de la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dE \int_{-\infty}^{+\infty} dt\,\delta(E - E_S)\,\delta(t - t_S) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \int_{-\infty}^{+\infty} dv\,\delta(u - u_S)\,\delta(v - v_S) = 1, \tag{A.29}$$

il vient

$$dE\,dt\,\delta(E - E_S)\,\delta(t - t_S) = du\,dv\,\delta(u - u_S)\,\delta(v - v_S). \tag{A.30}$$

Par ailleurs

$$du\,dv = |J|\,dE\,dt = 2dE\,dt, \tag{A.31}$$

alors

$$\delta(E - E_S)\,\delta(t - t_S) = 2\delta(u - u_S)\,\delta(v - v_S). \tag{A.32}$$

Nous avons désormais tous les ingrédients pour réécrire l'équation (A.18) avec les nouvelles variables u et v. En partant de

$$\frac{\partial}{\partial t} = -b(E)\frac{\partial}{\partial v}, \qquad \frac{\partial}{\partial E} = -\frac{\partial}{\partial v}, \tag{A.33}$$

$$\tilde{G} = f(v)\,\delta(u - u_S), \tag{A.34}$$

et

$$\delta(E - E_S)\,\delta(t - t_S) = 2\delta(u - u_S)\,\delta(v - v_S), \tag{A.35}$$

nous arrivons à

$$-2\frac{\partial \tilde{G}}{\partial v} - \frac{K}{b}\Delta\tilde{G} = 2\delta(u - u_S)\,\delta(v - v_S)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.36}$$

En factorisant par $\delta(u - u_S)$, nous obtenons l'équation que f(v) satisfait :

$$-2\partial_v f(v) - \frac{K(E)}{b(E)}\Delta f(v) = 2\delta(v - v_S)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.37}$$

On multiplie l'équation par $b/4K$ de sorte que

$$-\frac{\partial f(v)}{\frac{2K(E)}{b(E)}\partial v} - \frac{1}{4}\Delta f(v) = \frac{b(E)}{2K(E)}\,\delta(v - v_S)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.38}$$

Dans la mesure où $u = u_S$ est fixé et que, par conséquent $dv = -2dE$, nous voyons réapparaître λ^2 :

$$d\lambda^2 = -\frac{2K(E)}{b(E)}dv = 4\frac{K(E)}{b(E)}dE, \tag{A.39}$$

où λ^2 est donné par A.6. Il vient ainsi

$$\delta(v - v_S) = -\frac{2K(E)}{b(E)}\delta(\lambda^2 - \lambda_S^2). \tag{A.40}$$

Finalement l'équation (A.37) se réécrit

$$\frac{\partial f(v)}{\partial \lambda^2} - \frac{1}{4}\Delta f(v) = -\delta(\lambda^2 - \lambda_S^2)\,\delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.41}$$

Nous avons donc affaire à l'équation de la chaleur où $t = \lambda^2$ et dont le coefficient de diffusion est égal à 1/4. La solution de cette équation est donnée par

$$f(v) = \frac{-\theta(\lambda_D^2)}{(\pi\lambda^2)^{3/2}}\mathrm{e}^{-r^2/\lambda_D^2}, \tag{A.42}$$

où $r^2 = |\vec{x}_S - \vec{x}|^2$ et $\lambda_D^2 = \lambda^2 - \lambda_S^2$. La fonction de Green G de l'équation (A.16) est finalement donnée par

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = -\frac{\theta(E_S - E)\,\delta(u - u_S)}{b(E)(\pi\lambda^2)^{3/2}}\mathrm{e}^{-r^2/\lambda_D^2}. \tag{A.43}$$

Or nous avions

$$du = dt - \frac{dE}{b(E)}, \tag{A.44}$$

il vient alors

$$\Delta u = u - u_S = (t - t_S) - \int_{E_S}^{E} \frac{dE'}{b(E')}. \tag{A.45}$$

On définit

$$\Delta t = t - t_S \tag{A.46}$$

et

$$\Delta\tau = \int_{E_S}^{E} \frac{dE'}{b(E')}. \tag{A.47}$$

Il vient alors

$$\Delta u = \Delta t - \Delta\tau = 0. \tag{A.48}$$

Nous définissons l'énergie E_* comme étant la valeur de E_S de telle sorte que $\Delta u = \Delta t - \Delta\tau(E, E_*) = 0$, c'est-à-dire $\Delta\tau(E, E_*) = \Delta t$. En utilisant la relation

$$\int_{-\infty}^{+\infty} du_S\ \delta(u_S - u) = \int_{-\infty}^{+\infty} dE_S\ \delta(E_S - E_*), \tag{A.49}$$

il vient

$$du_S\ \delta(u_S - u) = dE_S\ \delta(E_S - E_*), \tag{A.50}$$

et

$$dE_S = -b(E_S)\, du_S, \tag{A.51}$$

ainsi

$$\delta(u - u_S) = \delta(u_S - u) = -b(E_S)\, \delta(E_S - E_*). \tag{A.52}$$

Nous pouvons donc réécrire le propagateur (A.43) comme

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = -b(E_S)\, \delta(E_S - E_*)\, G_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S) \tag{A.53}$$

L'énergie E_* apparaît donc comme la valeur que doit avoir le positron au temps t_S pour que l'on puisse l'observer au temps t avec l'énergie E. Dans le cas du régime Thomson,

$$b(E) = -\frac{E^2}{E_0 \tau_l} \tag{A.54}$$

où $E_0 = 1$ GeV et τ_l est le temps de perte d'énergie caractéristique. A partir de

$$dt = \frac{dE}{b(E)}, \tag{A.55}$$

il vient

$$\Delta t = t - t_S = \int_{E_*}^{E} \frac{dE'}{b(E')} = -E_0\, \tau_l \int_{E_*}^{E} \frac{dE'}{E'^2} = E_0\, \tau_l\, (\frac{1}{E} - \frac{1}{E_*}) \tag{A.56}$$

et finalement

$$E_* = \frac{E}{1 - \dfrac{E}{E_{max}^{Th}}}, \tag{A.57}$$

avec

$$E_{max}^{Th} = \frac{E_0 \tau_l}{\Delta t}. \tag{A.58}$$

Afin d'éviter de considérer des positrons supraluminiques, nous introduisons la fonction θ de Heaviside de telle sorte que le propagateur de l'équation A.16 s'écrive

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = -\,\theta(c\Delta t - |\vec{x} - \vec{x}_S|)\, b(E_S)\, \delta(E_S - E_*)\, G_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S). \tag{A.59}$$

Pour conclure, la solution de l'équation de transport (A.15) s'exprime par le produit de convolution

$$\psi(t, E, \vec{x}) = \int_{-\infty}^{t} dt_S \int_{E}^{+\infty} dE_S \int_{MH} d^3x_S\; G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S)\, Q(t_S, E_S, \vec{x}_S). \tag{A.60}$$

Méthode de T.Delahaye *et al.* (2010)

Rappelons l'équation que doit satisfaire le propagateur :

$$\partial_t G + \partial_E[b(E)\, G] - K(E)\Delta G = \delta(E - E_S)\, \delta(t - t_S)\, \delta^3(\vec{x} - \vec{x}_S). \tag{A.61}$$

Afin de résoudre cette équation, nous allons travailler dans l'espace réciproque de Fourier. Nous définissons ici les conventions utilisées.

$$\mathcal{F}[G(t,\vec{x},E)] = \hat{G}(\omega,\vec{k},E) = \int d^3x \int dt\, \mathrm{e}^{-i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}\, G(t,\vec{x},E), \tag{A.62}$$

$$\mathcal{F}^{-1}[\hat{G}(\omega,\vec{k},E)] = G(t,\vec{x},E) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3k \int d\omega\, \mathrm{e}^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}\, \hat{G}(\omega,\vec{k},E), \tag{A.63}$$

$$\partial_t G = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3k \int d\omega\, \mathrm{e}^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}(-i\omega)\, \hat{G}(\omega,\vec{k},E), \tag{A.64}$$

$$\Delta G = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3k \int d\omega\, \mathrm{e}^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}(-\vec{k}^2)\, \hat{G}(\omega,\vec{k},E), \tag{A.65}$$

$$\delta(t-t_S) = \frac{1}{2\pi}\int d\omega\, \mathrm{e}^{-i\omega(t-t_S)}, \tag{A.66}$$

$$\delta^3(\vec{x}-\vec{x}_S) = \frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3k\, \mathrm{e}^{i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}_S)}, \tag{A.67}$$

$$\delta(t-t_S)\,\delta^3(\vec{x}-\vec{x}_S) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3k \int d\omega\, \mathrm{e}^{i(\vec{k}\vec{x}-\omega t)}\mathrm{e}^{-i(\vec{k}\vec{x}_S-\omega t_S)}, \tag{A.68}$$

Nous pouvons donc réécrire l'équation de propagation sous la forme

$$[-i\omega + K(E)\,\vec{k}^2]\hat{G} + \partial_E[b(E)\,\hat{G}] = \mathrm{e}^{-i(\vec{k}\vec{x}_S-\omega t_S)}\delta(E-E_S). \tag{A.69}$$

Nous nous proposons de résoudre cette équation pour ω et k fixés. On définit $b\,\hat{G} = f(E)$ de telle sorte que

$$\frac{(-i\omega + K(E)\vec{k}^2)}{b(E)} f(E) + f'(E) = \mathrm{e}^{-i(\vec{k}\vec{x}_S-\omega t_S)}\delta(E-E_S). \tag{A.70}$$

Nous avons donc affaire à une équation différentielle du premier ordre avec second membre. Nous cherchons la solution sous la forme $f(E) = g(E)\,h(E)$ où $h(E)$ vérifie l'équation homogène

$$\frac{(-i\omega + K(E)\vec{k}^2)}{b(E)} h(E) + h'(E) = 0. \tag{A.71}$$

Il vient alors

$$\frac{dh}{h} = \frac{i\omega - \vec{k}^2 K(E)}{b(E)} dE, \tag{A.72}$$

$$\ln h = -i\omega \int_E^{E_S} \frac{dE'}{b(E')} + \vec{k}^2 \int_E^{E_S} dE' \frac{K(E')}{b(E')}. \tag{A.73}$$

En définissant

$$\Delta\tau = \int_{E_S}^{E} \frac{dE'}{b(E')} \tag{A.74}$$

et

$$\lambda_D^2 = 4\int_{E_S}^{E} dE' \frac{K(E')}{b(E')}, \tag{A.75}$$

il vient

$$\ln h = i\omega\Delta\tau - \frac{\vec{k}^2\lambda_D^2}{4}, \tag{A.76}$$

$$h(E) = \mathrm{e}^{(i\omega\Delta\tau - \frac{\vec{k}^2\lambda_D^2}{4})}. \tag{A.77}$$

Retournons vers l'équation avec second membre.

$$f(E) = g(E)\,h(E), \tag{A.78}$$

$$f'(E) = g'(E)\,h(E) + g(E)\,h'(E), \tag{A.79}$$

$$g'(E)\,h(E) + g(E)\left[h'(E) + \frac{(-i\omega + K(E)\,\vec{k}^2)}{b(E)}\,h(E)\right] = \mathrm{e}^{-i(\vec{k}\vec{x}_S - \omega t_S)}\delta(E - E_S), \tag{A.80}$$

$$g'(E) = \frac{1}{h}\,\mathrm{e}^{-i(\vec{k}\vec{x}_S - \omega t_S)}\,\delta(E - E_S), \tag{A.81}$$

$$g(E) = \int_{+\infty}^{E} dE'\mathrm{e}^{-(i\omega\Delta\tau - \frac{\vec{k}^2\lambda_D^2}{4})}\,\mathrm{e}^{-i(k.\vec{x}_S - \omega t_S)}\,\delta(E - E_S), \tag{A.82}$$

$$g(E) = -\theta(E_S - E)\,\mathrm{e}^{-i\omega\Delta\tau_S + \frac{\vec{k}^2\lambda_{D,S}^2}{4}}\,\mathrm{e}^{-i(k.\vec{x}_S - \omega t_S)}. \tag{A.83}$$

Puisque $\Delta\tau_S = 0$ et $\Delta\lambda_{D,S}^2 = 0$,

$$g(E) = -\theta(E_S - E)\,\mathrm{e}^{-i(k.\vec{x}_S - \omega t_S)}. \tag{A.84}$$

Finalement,

$$f(E) = g(E)\,h(E), \tag{A.85}$$

et par conséquent

$$f(E) = -\theta(E_S - E)\,\mathrm{e}^{(i\omega\Delta\tau - \frac{\vec{k}^2\lambda_D^2}{4})}\mathrm{e}^{-i(k.\vec{x}_S - \omega t_S)} \tag{A.86}$$

et

$$\hat{G} = \frac{-\theta(E_S - E)}{b(E)}\mathrm{e}^{(i\omega\Delta\tau - \frac{\vec{k}^2\lambda_D^2}{4})}\mathrm{e}^{-i(k.\vec{x}_S - \omega t_S)}. \tag{A.87}$$

Désormais il faut revenir dans les coordonnées d'espace-temps afin d'exprimer le propagateur G.

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3k \int d\omega\,\mathrm{e}^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}\hat{G}(\omega, E, \vec{k}, \leftarrow \omega_S, E_S, \vec{k}_S), \tag{A.88}$$

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = \frac{1}{(2\pi)^4}\int d^3k \int d\omega\,\mathrm{e}^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}\frac{-\theta(E_S - E)}{b(E)}\,\mathrm{e}^{(i\omega\Delta\tau - \frac{\vec{k}^2\lambda_D^2}{4})}\,\mathrm{e}^{-i(k.\vec{x}_S - \omega t_S)}, \tag{A.89}$$

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = \frac{-\theta(E_S - E)}{b(E)}\frac{1}{(2\pi)}\int d\omega\,\mathrm{e}^{-i\omega(t - (\Delta\tau + t_S))}\,\frac{1}{(2\pi)^3}\int d^3k\,\mathrm{e}^{i\vec{k}(\vec{x} - \vec{x}_S)}\,\mathrm{e}^{-\frac{k^2\lambda_D^2}{4}}, \tag{A.90}$$

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = -\theta(E_S - E)\frac{\delta(\Delta t - \Delta\tau)}{b(E)(\pi\lambda_D^2)^{3/2}}\mathrm{e}^{-\frac{r^2}{\lambda_D^2}}, \tag{A.91}$$

où $r^2 = |\vec{x}_S - \vec{x}|^2$. En utilisant la relation

$$\delta(\Delta t - \Delta\tau) = \delta(u - u_S) = -b(E_S)\,\delta(E_S - E_*), \tag{A.92}$$

il vient

$$G(t, E, \vec{x} \leftarrow t_S, E_S, \vec{x}_S) = -b(E_S)\,\delta(E_S - E_*)\,G_s(E, \vec{x} \leftarrow E_S, \vec{x}_S). \tag{A.93}$$

Nous retrouvons bien la même solution que précédemment donnée par l'expression (A.53).

Annexe B

Résolution de l'équation de transport stationnaire des positrons de haute énergie avec le formalisme de Bessel

L'équation de propagation des positrons en régime stationnaire s'exprime comme

$$- K(E)\Delta\psi + \partial_E[b(E)\,\psi] = Q(E, \vec{x}). \tag{B.1}$$

Nous nous proposons de résoudre cette équation avec la condition que la densité de positrons ψ s'annule sur les bords du halo magnétique galactique, c'est-à-dire

$$\psi(E, r = R, z) = 0 \tag{B.2}$$

et

$$\psi(E, r, |z| = L) = 0. \tag{B.3}$$

où R est le rayon du halo magnétique galactique et L sa demi-hauteur. Notre modèle de galaxie possédant une symétrie cylindrique autour de l'axe Oz, il est possible de développer ψ et Q sur la base $\mathcal{B}_r = \{J_0(\xi_i)\}$ avec J_0 la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 et $\xi_i \equiv u\,\alpha_i$, où α_i est le $i^{\text{ème}}$ zero de la fonction J_0. La fonction J_0 est solution de l'équation de Bessel d'ordre 0,

$$J_0''(\xi_i) + \frac{1}{\xi_i} J_0'(\xi_i) + J_0(\xi_i) = 0. \tag{B.4}$$

Les fonctions ψ et Q peuvent alors se mettre sous la forme

$$\begin{aligned} \psi(E, r, z) &= \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\xi_i)\, P_i(E, z), \\ Q(E, r, z) &= \sum_{i=1}^{\infty} J_0(\xi_i)\, Q_i(E, z), \end{aligned} \tag{B.5}$$

avec

$$\begin{aligned} P_i(E, z) &= \frac{2}{J_1^2(\alpha_i)} \int_0^1 du\, u\, J_0(\xi_i)\; \psi(E, r, z), \\ Q_i(E, z) &= \frac{2}{J_1^2(\alpha_i)} \int_0^1 du\, u\, J_0(\xi_i)\; Q(E, r, z). \end{aligned} \tag{B.6}$$

La fonction de Bessel J_0 s'annule pour $u = 1$ et par conséquent la condition (B.2) est respectée. L'équation B.1 se met alors sous la forme

$$\sum_{i=1}^{+\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial E} \left[b(E)\, P_i(E,z) \right] J_0(\xi_i) - K(E)\, \Delta \left[P_i(E,z)\, J_0(\xi_i) \right] - Q_i(E,z)\, J_0(\xi_i) = 0 \right\}. \tag{B.7}$$

Il s'agit donc de résoudre pour chaque ordre de Bessel i l'équation

$$\partial_E [b(E)\, P_i(E,z)]\, J_0(\xi_i) - K(E)\, \Delta \left[P_i(E,z)\, J_0(\xi_i) \right] - Q_i(E,z)\, J_0(\xi_i) = 0. \tag{B.8}$$

En utilisant la relation B.4, l'équation (B.8) s'exprime

$$\partial_E [b(E)\, P_i(E,z)] + K(E) \left(\frac{\alpha_i}{R} \right)^2 P_i(E,z) - K(E) \partial_{zz} P_i(E,z) = Q_i(E,z). \tag{B.9}$$

La condition B.3 suggère de développer la densité de positrons sur une base de fonctions périodiques de période $2L$ s'annulant pour $z = L$. La base $\mathcal{B}_z = \{\varphi_n(z)\}$ où les fonctions φ_n sont définies par

$$\varphi_n(z) = \begin{cases} \sin(nk_0\, z) & \text{si } n = 2m \\ \cos(nk_0\, z) & \text{si } n = 2m+1, \end{cases} \tag{B.10}$$

avec $k_0 = \pi/2L$, vérifie ces deux conditions. On peut alors exprimer les fonctions P_i et Q_i sous la forme

$$\begin{aligned} P_i(E,z) &= \sum_{n=1}^{+\infty} \varphi_n(z)\, P_{i,n}(E), \\ Q_i(E,z) &= \sum_{n=1}^{+\infty} \varphi_n(z)\, Q_{i,n}(E), \end{aligned} \tag{B.11}$$

où

$$\begin{aligned} P_{i,n}(E) &= \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} dz\, \varphi_n(z)\, P_i(E,z), \\ Q_{i,n}(E) &= \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} dz\, \varphi_n(z)\, Q_i(E,z). \end{aligned} \tag{B.12}$$

L'équation (B.9) peut alors s'exprimer comme

$$K(E) \left[\left(\frac{\alpha_i}{R} \right)^2 + (nk_0)^2 \right] P_{i,n}(E) + \frac{d}{dE} \left[b(E) P_{i,n}(E) \right] = Q_{i,n}(E). \tag{B.13}$$

On définit

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{i,n}(E) &= b(E) P_{i,n}(E), \\ \tilde{Q}_{i,n}(E) &= \frac{b(E)}{4K(E)}\, Q_{i,n}(E), \end{aligned} \tag{B.14}$$

ainsi que le coefficient

$$C_{i,n} = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\alpha_i}{R} \right)^2 + (nk_0)^2 \right]. \tag{B.15}$$

L'équation (B.13) peut alors se réécrire

$$\frac{b(E)}{4K(E)}\frac{d}{dE}\tilde{P}_{i,n} + C_{i,n}\tilde{P}_{i,n} = \tilde{Q}_{i,n}. \tag{B.16}$$

On effectue le changement de variable

$$d(\lambda^2) = \frac{4K(E)}{b(E)}dE, \tag{B.17}$$

$$\lambda^2(E) = 4\int_{+\infty}^{E} dE' \, \frac{K(E')}{b(E')}, \tag{B.18}$$

permettant ainsi de parvenir à

$$\frac{d}{d\lambda^2}\tilde{P}_{i,n} + C_{i,n}\tilde{P}_{i,n} = \tilde{Q}_{i,n}. \tag{B.19}$$

La solution de cette équation différentielle ordinaire est donnée par l'expression

$$\tilde{P}_{i,n}(\lambda^2) = \tilde{P}_{i,n}(0) + \int_{0}^{\lambda^2} d\lambda_S^2 \, \tilde{Q}_{i,n}(E_S)\exp(-C_{i,n}\,\lambda_D^2), \tag{B.20}$$

où $\lambda_D^2(E, E_S) = \lambda^2(E) - \lambda^2(E_S)$. La densité de positrons s'annule à très haute énergie lorsque $E \to +\infty$, et donc $\lambda \to 0$. Cette condition se traduit par le fait que $\tilde{P}_{i,n}$ s'annule pour $\lambda^2 = 0$. La fonction $P_{i,n}$ est alors donnée

$$P_{i,n}(E) = \frac{-1}{b(E)}\int_{E}^{+\infty} dE_S \, Q_{i,n}(E_S)\exp(-C_{i,n}\,\lambda_D^2), \tag{B.21}$$

et la solution de l'équation de transport B.1 s'exprime finalement comme

$$\psi(E, r, z) = \sum_{i=1}^{+\infty}\sum_{n=1}^{+\infty} J_0\left(\alpha_i\frac{r}{R}\right)\varphi_n(z)P_{i,n}(E). \tag{B.22}$$

Annexe C

L'algorithme de Crank-Nicholson

Nous voulons résoudre l'équation différentielle

$$A_i(E)P_i(E,0) + 2h\,\frac{d}{dE}\left[b(E)\,P_i(E,0) - D(E)\frac{d}{dE}P_i(E,0)\right] = 2\mathcal{I}(E). \tag{C.1}$$

pour chaque ordre de Bessel i. Nous définissons la variable $x \equiv \log E$ ainsi que la fonction $u(x) = P_i(E)$. L'équation C.1 peut alors se réécrire

$$\alpha u + \frac{d}{dx}\left[\beta u - \gamma\frac{du}{dx}\right] = \alpha u^0, \tag{C.2}$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha(x) &= \frac{A_i(E)E}{2h}, \\ \beta(x) &= b(E), \\ \gamma(x) &= \frac{D(E)}{E}, \\ u^0(x) &= \frac{2\mathcal{I}(E)}{A_i(E)}. \end{aligned} \tag{C.3}$$

La méthode de Crank-Nicholson (CN) consiste à considérer une dépendance temporelle de la fonction u et à la laisser évoluer sous l'effet de sources constantes via l'équation

$$\partial_t u(t,x) + \alpha u(t,x) + \partial_x\left[\beta u(t,x) - \gamma\partial_x u(t,x)\right] = \alpha u^0(x). \tag{C.4}$$

La fonction u convergera alors, après un certain temps, vers la solution stationnaire. Nous définissons $g(t,x) \equiv -\alpha u - \partial_x\left[\beta u - \gamma\partial_x u\right]$ de manière à ce que l'équation (C.4) puisse s'exprimer comme

$$\partial_t u(t,x) = \alpha u^0(x) + g(t,x). \tag{C.5}$$

Nous discrétisons le temps (par la méthode semi-implicite) et l'énergie en introduisant les indices ^{n} pour le temps et $_j$ pour l'énergie,

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} = \alpha_j u_j^0 + \frac{1}{2}(g_j^{n+1} + g_j^n), \tag{C.6}$$

où

$$g_j^n = -\alpha_j u_j^n - \frac{1}{\Delta x}(J_{j+1/2}^n - J_{j-1/2}^n), \tag{C.7}$$

et

$$
\begin{aligned}
J^n_{j+1/2} &= \frac{1}{2}(\beta_{j+1}u^n_{j+1} + \beta_j u^n_j) - \frac{\gamma_{j+1/2}}{\Delta x}(u^n_{j+1} - u^n_j),\\
J^n_{j-1/2} &= \frac{1}{2}(\beta_j u^n_j + \beta_{j-1}u^n_{j-1}) - \frac{\gamma_{j-1/2}}{\Delta x}(u^n_j - u^n_{j-1}).
\end{aligned}
\tag{C.8}
$$

Ceci nous permet d'écrire

$$
g^n_j = -\alpha_j u^n_j - \frac{1}{2\Delta x}\left(\beta_{j+1}u^n_{j+1} - \beta_{j-1}u^n_{j-1}\right) + \frac{\gamma_{j+1/2}}{\Delta x^2}u^n_{j+1} - \frac{\gamma_{j+1/2} + \gamma_{j-1/2}}{\Delta x^2}u^n_j + \frac{\gamma_{j-1/2}}{\Delta x^2}u^n_{j-1}. \tag{C.9}
$$

L'équation (C.6) peut se réécrire sous la forme matricielle

$$
AU^{n+1} = R^n \tag{C.10}
$$

où $A = (\mathbb{I} + M)$, $R^n = (\mathbb{I} - M)U^n + B$ avec

$$
U^n = \begin{pmatrix} u^n_0 \\ \vdots \\ u^n_j \\ \vdots \\ u^n_J \end{pmatrix}, \qquad B = \Delta t \begin{pmatrix} \alpha_0 u^0_0 \\ \vdots \\ \alpha_j u^0_j \\ \vdots \\ \alpha_J u^0_J \end{pmatrix}, \tag{C.11}
$$

et la matrice tridiagonale

$$
M = \begin{pmatrix}
b_0 & c_0 & 0 & & & & \\
a_1 & b_1 & c_1 & 0 & & & \\
0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & & \\
 & 0 & a_j & b_j & c_j & \ddots & \\
 & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\
 & & & 0 & a_{J-1} & b_{J-1} & c_{J-1} \\
 & & & & 0 & a_J & b_J
\end{pmatrix}. \tag{C.12}
$$

Les coefficients de la matrice M sont donnés par les relations

$$
\begin{aligned}
a_j &= -\frac{\Delta t}{4\Delta x}\beta_{j-1} - \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}\gamma_{j-1/2},\\
b_j &= \frac{\Delta t}{2}\alpha_j + \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}(\gamma_{j+1/2} + \gamma_{j-1/2}),\\
c_j &= \frac{\Delta t}{4x}\beta_{j+1} - \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}(\gamma_{j+1/2}).
\end{aligned}
\tag{C.13}
$$

En pratique, nous calculons la fonction u sur une grille en énergie où E varie de 1 MeV à 1 PeV, pour chaque itération n. Les coefficients b_0, c_0, a_J et b_J sont déterminés par les conditions imposées aux bords de la grille en énergie. Nous imposons au nombre de positrons d'être conservé lors de la résolution numérique. Ceci se traduit par les conditions

$$
J_{-1/2} = 0 \Rightarrow \begin{cases}
a_0 = 0 \\
b_0 = \dfrac{\Delta t}{2}\alpha_0 + \dfrac{\Delta t}{4\Delta x}\beta_0 + \dfrac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}\gamma_{1/2} \\
c_0 = \dfrac{\Delta t}{4\Delta x}\beta_1 - \dfrac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}\gamma_{1/2}
\end{cases} \tag{C.14}
$$

et

$$J_{J+1/2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_J = -\dfrac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}\,\gamma_{J-1/2} - \dfrac{\Delta t}{4\Delta x}\,\beta_{J-1} \\ b_J = \dfrac{\Delta t}{2}\,\alpha_J - \dfrac{\Delta t}{4\Delta x}\,\beta_J + \dfrac{\Delta t}{2(\Delta x)^2}\,\gamma_{J-1/2} \\ c_J = 0. \end{cases} \tag{C.15}$$