



HAL
open science

Estimation du rapport signal à bruit d'un signal GPS par filtrage non linéaire

Abderrahim Bourkane

► **To cite this version:**

Abderrahim Bourkane. Estimation du rapport signal à bruit d'un signal GPS par filtrage non linéaire. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université du Littoral Côte d'Opale; Université Abdelmalek Essaadi (Tanger, Maroc). Faculté des Sciences et Techniques, 2015. Français. NNT: 2015DUNK0384. tel-01589215

HAL Id: tel-01589215

<https://theses.hal.science/tel-01589215>

Submitted on 18 Sep 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université du Littoral Côte d'Opale
École Doctorale Sciences pour l'Ingénieur
Numéro d'ordre :

Université Abdelmalek Essaâdi
Faculté des Sciences et Techniques
Tanger - Maroc

THÈSE EN COTUTELLE

présentée et soutenue publiquement le 17 décembre 2015

pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université du Littoral Côte d'Opale
et Docteur de l'Université Abdelmalek Essaâdi

(Discipline : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal)

par

Abderrahim BOURKANE

Estimation du rapport signal à bruit d'un signal GPS par filtrage non linéaire

Composition du jury

- Président :* **Mohammed BENJELLOUN**
Professeur à l'Université du Littoral Côte d'Opale, Calais, France
- Rapporteurs :* **Tayeb SADIKI**
Professeur à Université International de Rabat, Maroc
Nel SAMAMA
Professeur à l'Institut Mines-Telecom SudParis, France
Abdelali ASTITO
Professeur habilité à la Faculté des Sciences et Techniques, Tanger, Maroc
- Directeurs de Thèse :* **Serge REBOUL**
Maître de Conférences HDR à l'Université du Littoral Côte d'Opale, Calais, France
Benaïssa AMAMI
Professeur à la Faculté des Sciences et Techniques, Tanger, Maroc

Table des matières

Glossaire	1
Abréviations	3
Introduction générale	5
Chapitre 1 - Principe d'un récepteur GNSS et application à la réflectométrie	9
1.1 Introduction	9
1.2 Fonctionnalité du récepteur GNSS	10
1.2.1 Introduction	10
1.2.2 Les signaux GNSS	12
1.2.3 La transmission des signaux GNSS	14
1.2.4 Les traitements des signaux GNSS	15
1.3 Réflectométrie GNSS par mesure de rapport signal à bruit	24
1.3.1 La Réflectométrie (GNSS-R)	24
1.3.2 Considérations géométriques	25
1.3.3 Considérations physiques	27
1.3.4 Applications de la réflectométrie	32
1.4 Conclusion	36
Chapitre 2 - Mesure du rapport signal à bruit en sortie de l'étage radio-fréquence d'un récepteur GNSS	37
2.1 Introduction	37
2.2 Architecture Radio-Fréquence d'un récepteur GNSS	38
2.2.1 Introduction	38
2.2.2 Les architectures Radio-Fréquence	39
2.2.3 Architecture "Radio Fréquence" d'un récepteur GNSS	44
2.2.4 Architecture "Radio Fréquence" d'un récepteur GNSS-R	45

2.3	Mesure de rapport signal à bruit	46
2.3.1	Définition des rapports signal à bruit pour un récepteur GNSS	48
2.3.2	Définition de C/N_0 dans le cas continu	50
2.3.3	Estimateurs de C/N_0	55
2.3.4	Comparaison des estimateurs C/N_0	59
2.4	Conclusion	61
Chapitre 3 - Modélisation de la fonction de corrélation du signal GPS		63
3.1	Introduction	63
3.2	Modélisation du problème	63
3.2.1	Architecture du récepteur numérique	63
3.2.2	Modélisation déterministe du problème	64
3.2.3	Modélisation statistique du problème	66
3.2.4	Influence des paramètres du signal GPS sur le SNR	67
3.3	Modélisation de la fonction de corrélation en fonction du signal reçu	71
3.3.1	Modèle à un satellite	71
3.3.2	Modèle général	75
3.4	Expérimentation	79
3.4.1	Introduction	79
3.4.2	Validation du modèle proposé	81
3.4.3	Influence des paramètres du signal	84
3.5	Conclusion	88
Chapitre 4 - Estimation de l'amplitude du signal GPS		89
4.1	Introduction	89
4.2	Position du problème	90
4.2.1	Présentation du problème non linéaire	90
4.2.2	Méthodes d'inversion	91
4.2.3	Initialisation du filtre	93
4.3	Estimation par filtrage de Kalman sans parfum	94
4.3.1	Filtrage de Kalman sans parfum	94
4.3.2	Estimation de l'amplitude par filtrage de Kalman sans parfum	97
4.4	Estimation particulière	102
4.4.1	Filtrage particulière	102
4.4.2	Estimation de l'amplitude du signal par inversion particulière	106

4.5 Conclusion	108
Conclusion générale	111
Liste des tableaux	113
Table des figures	115
Bibliographie	117

Glossaire

Chapitre 1

A	: puissance d'émission du signal
V	: ensemble des satellites visibles
A_ν	: puissance du signal reçu pour le satellite ν
$n(t)$: message de navigation associé au satellite traité à l'instant t
$CA_\nu(t)$: Code CDMA du satellite ν
s^{L1}	: signal émis sur la bande L1
f^{L1}	: fréquence d'émission du signal en bande L1
f^{IF}	: fréquence intermédiaire
f^{OL}	: fréquence de l'oscillateur local récepteur
f_ν	: fréquence du signal reçu en provenance du satellite ν
f_ν^D	: fréquence Doppler du satellite ν
f_ν^{IF}	: fréquence intermédiaire du signal $f_\nu^{IF} = f^{IF} + f_\nu^D$
τ_ν	: décalage de code du satellite ν
ϕ_ν	: délai de phase pour le satellite ν
$\eta_\nu(t)$: bruit sur le signal reçu pour le satellite ν
$s^r(t)$: signal reçu
$s^{IF}(t)$: signal à la fréquence intermédiaire
s_i^{IF}	: signal à la fréquence intermédiaire échantillonné
s_i^{OL}	: signal répliqua généré localement échantillonné
C/N_0	: rapport signal sur bruit en $dBHz$
fe_k	: erreur sur la fréquence pour l'échantillon k
I, Q	: composantes respectivement en phase et en quadrature

Chapitre 2

$In(t)$: signal d'interférence
$i_\nu(t), q_\nu(t)$: signal en phase et en quadrature
I_ν, Q_ν	: composantes respectivement en phase et en quadrature pour le satellite ν
T_b	: période d'un code CDMA

Chapitre 3

$s_\nu^{IF}(t)$: signal du satellite ν à la fréquence intermédiaire
$c_\nu^I(t)$: composante en phase générée par le récepteur

$c_v^Q(t)$: composante en quadrature générée par le récepteur
$c_{v,i}^I$: répliqua local numérisé (sur 1 bit) de la composante en phase
$c_{v,i}^Q$: répliqua local numérisé (sur 1 bit) de la composante en quadrature
$i_{v,i}$: composante en phase numérisée (sur 1 bit) du signal démodulé et démultiplexé
$q_{v,i}$: composante en quadrature numérisée (sur 1 bit) du signal démodulé et démultiplexé
$I_{v,k}$: composante en phase de la corrélation
$Q_{v,k}$: composante en quadrature de la corrélation
s_i^{IF}	: signal numérisé (sur 1 bit) à la fréquence intermédiaire
\tilde{s}_i^{Mo}	: signal modèle échantillonné
$s_{v,i}^{IF}$: signal numérisé (sur 1 bit) du satellite v à la fréquence intermédiaire
$s_{v,i}^{Mo}$: signal modèle numérisé (sur 1 bit) du satellite v à la fréquence intermédiaire
$\tilde{s}_{v,i}^{Mo}$: signal modèle échantillonné du satellite v
$s_{V,i}^{Mo}$: signal modèle de l'ensemble des satellites $\dot{V} = \{V - v\}$ numérisé (sur 1 bit)

Abréviations

ADC	: Analog-to-Digital Conversion
ASIC	: Application-Specific Integrated Circuit
BPSK	: Binary Phase-Shift Keying
BOC	: Binary Offset Carrier
CDMA	: Code Division Multiple Access
C/N	: carrier-to-noise ratio
C/N0	: Carrier-to-receiver noise density ratio
C/I	: Carrier-to-Interference ratio
CPM	: Continuous Phase Modulation
DFT	: Discrete Fourier Transform
DSP	: Digital Signal Processor
Eb/N0	: Energy per bit to noise power spectral density ratio
ESA	: Agence Spatiale Européenne
FAA	: Federal Aviation Administration
FDMA	: Frequency Division Multiple Access
FFT	: Fast Fourier Transform
GLONASS	: GLObalnaya Navigatinnaya Spoutinkovaya Sistema
GNSS	: Global Navigation Satellite System
GPS	: Global Positioning System
HPA	: High-Power Amplifier
I&D	: Integrate-and-Dump
IF	: Intermediate Frequency
IM3	: Third-Order Inter-Modulation
IP3	: Third-Order Intercept Point
IRNSS	: Indian Regional Navigation Satellites System
ISRO	: Indian Space Research Organisation
JAXA	: Japan Aerospace Exploration Agency
JCAB	: Japan Civil Aviation Bureau
LNA	: Low Noise Amplifier
LOS	: Ligne Of Sight
MSK	: Minimum shift keying
NAVSTAR	: NAVigation System by Timing and Ranging
NCO	: Numerically Controlled Oscillator
NSGU	: Navigation Signal Generation Unit
OFDM	: Orthogonal Frequency-Division Multiplexing

OL	: Oscillateur Local
PRN	: Pseudo Random Noise
PSK	: Phase-shift keying
QAM	: Quadrature Amplitude Modulation
SBAS	: Satellite-Based Augmentation System
SDR	: Software Defined Radio
SNR	: Signal-to-noise ratio
SR	: Software Radio
UIT	: Union Internationale des Télécommunications
URSS	: Union des républiques socialistes soviétiques

Introduction générale

Les systèmes GNSS ont été conçus principalement pour le positionnement d'un utilisateur au sol muni d'un récepteur radio fréquence. Le récepteur doit pouvoir traiter les signaux émis par les satellites de la constellation afin d'estimer le triplet : position, vitesse et temps (PVT). Les traitements du signal réalisés par le récepteur doivent estimer, à la fois, la phase, la fréquence Doppler et le décalage des codes pseudo aléatoires des satellites visibles.

Dans ce contexte, les estimateurs du rapport porteuse sur densité de bruit (C/N_0) ont été développés pour pouvoir mesurer la puissance du signal reçu par le récepteur. En effet, pour un récepteur classique, cette valeur sera d'autant plus faible que le signal sera perturbé par son environnement. Ces perturbations sont par exemple les multi-trajets, très présents en milieu urbain, ou la perte de puissance du signal en milieu couvert, tel qu'en intérieur ou sous une couverture végétale.

Le rapport signal à bruit est aussi utilisé pour la réflectométrie des signaux GNSS. Dans cette nouvelle application, on utilise les variations temporelles du rapport signal à bruit d'un signal GPS réfléchi pour mesurer la hauteur de la surface de réflexion. Les techniques de réflectométrie utilisent aussi la valeur du rapport signal à bruit pour mesurer le taux d'humidité de la surface de réflexion.

Un signal GPS est modulé par une porteuse et est étalé par un code pseudo aléatoire. Sa puissance, qui est portée en dessous du niveau du bruit, ne peut pas être directement mesurée. Les estimateurs classiques de la littérature utilisent les paramètres statistiques du maximum de la corrélation, obtenus après le désétalement du signal pour mesurer la puissance du signal reçu. Ces estimateurs nécessitent une longue période d'intégration pour être précis. De plus, ils ne tiennent pas compte de l'effet de la fréquence Doppler et du nombre de satellites visibles sur la statistique du maximum de la corrélation. Ces effets perturbateurs faussent l'estimation de la valeur de C/N_0 et limitent les applications de la réflectométrie.

Ce travail de thèse propose un estimateur du rapport signal à bruit propre à chaque satellite, à partir d'un signal GPS L1. Pour présenter cet estimateur, nous avons adopté une approche en deux étapes. On suppose dans la première étape que le signal GPS est numérisé sur 1 bit, et on établit une fonction reliant l'amplitude du signal reçu au maximum de corrélation sachant les paramètres du signal GPS qui sont : la fréquence Doppler et le déphasage du signal reçu. En effet, le rapport signal à bruit est une mesure relative, et pour pouvoir estimer l'amplitude du signal, on suppose que le bruit est blanc, gaussien, centré et de variance unitaire. La fonc-

tion proposée (désignée : modèle direct) étant fortement non linéaire, nous proposons dans une deuxième étape, un estimateur dynamique de l'amplitude du signal, qui utilise le filtrage d'état non linéaire et les observations du maximum de la corrélation.

La thèse est organisée en quatre chapitres, précédés d'une introduction générale et suivis d'une conclusion générale.

Le premier chapitre concerne la description du système GPS et de son utilisation pour la réflectométrie. Ce chapitre est décomposé en deux parties. Dans la première partie, on décrit les traitements du signal GPS réalisés par le récepteur. En effet, c'est à ce stade que sont obtenues les observables du signal GPS et notamment le rapport signal à bruit du signal reçu. Dans cette partie on décrit les signaux GNSS et les différents traitements d'acquisition et de poursuite du signal reçu par le récepteur. La deuxième partie du chapitre est consacrée à la réflectométrie des signaux GNSS. Le principe de la réflectométrie GNSS est présenté dans un premier temps, puis nous montrons comment le rapport signal à bruit du signal GPS est utilisé dans les applications de la réflectométrie. Les applications concernées dans ce chapitre sont : la mesure du taux d'humidité et l'altimétrie.

Le second chapitre, qui concerne l'estimation du rapport signal à bruit du signal GPS, est décomposé en deux parties. Dans une première partie nous présentons les différentes architectures de l'étage radio fréquence d'un récepteur GPS à partir desquelles est mesuré le rapport signal à bruit. Dans la seconde partie, nous présentons les estimateurs du rapport signal à bruit de la littérature et nous comparons leurs performances.

Le troisième et le quatrième chapitre sont dédiées à la proposition d'un nouvel estimateur du rapport signal à bruit du signal GPS reçu. Dans le troisième chapitre, nous proposons une fonction non linéaire qui relie les observations fournies par l'étage radio fréquence à la valeur du rapport signal à bruit. On présente dans ce chapitre le modèle statistique que nous proposons, son évaluation sur données synthétiques et sa validation sur données réelles.

Dans le quatrième chapitre, nous proposons un estimateur du rapport signal à bruit. L'estimateur proposé utilise le filtrage d'état non linéaire, afin d'inverser la fonction, qui relie les observables fournies par l'étage radio fréquence à la valeur du rapport signal à bruit. Dans ce chapitre, le filtrage de Kalman sans parfum et le filtrage particulaire sont proposés et évalués pour l'implémentation de cet estimateur.

Une conclusion vient clore le document de thèse.

Les apports originaux de ce travail sont les suivants :

- Nous proposons une fonction qui relie la valeur de l'amplitude du signal reçu, soit du rapport signal à bruit, avec les observations du maximum de corrélation fournies par l'étage radio fréquence. Cette fonction s'appuie sur une modélisation statistique des traitements de démultiplexage et de démodulations réalisés, par un récepteur qui quantifie le signal sur 1 bit. Cette fonction originale est évaluée sur données synthétiques et validée sur

données réelles.

- Nous montrons à l'aide de la fonction proposée, l'influence de la fréquence et du bruit d'inter-corrélation du signal GPS reçu sur la valeur du rapport signal à bruit. Ces effets sur la mesure du rapport signal à bruit n'avaient jamais été montrés auparavant.
- Nous proposons un nouvel estimateur du rapport signal à bruit permettant des mesures plus précises et à plus haute fréquence.

Chapitre 1

Principe d'un récepteur GNSS et application à la réflectométrie

1.1 Introduction

Depuis le premier récepteur GPS mono-constellation au récepteur GNSS actuel multi-constellations, l'architecture "hard" et "soft" des récepteurs n'a cessé de connaître des révolutions techniques. En effet, conçue au départ pour l'estimation de la Position, de la Vitesse et le Temps (PVT), les nouveaux récepteurs doivent être flexibles pour répondre : d'une part au problème de compatibilité et d'interopérabilité des GNSS, et d'autre part, aux exigences des futurs applications GNSS telles que : les transports aériens et navals, la géodésie, la géophysique, la météorologie, la radionavigation, la réflectométrie, etc.

Le système de positionnement global (GPS) par satellites était initialement prévu pour les applications militaires. Pourtant il a trouvé rapidement sa place dans le domaine civil grâce au développement d'un grand nombre d'applications s'appuyant sur le positionnement et la datation. La demande grandissante du domaine civil, en termes d'intégrité et de précision, trouve aujourd'hui une réponse dans les services commerciaux des systèmes GNSS modernes.

Le présent chapitre à caractère bibliographique, présente les différentes fonctionnalités et l'architecture d'un récepteur de radio navigation GNSS. L'objectif global du travail concerne l'élaboration d'un estimateur qui relie l'amplitude du signal GPS au rapport signal à bruit (RSB), mesurés par le récepteur. Étant donné que ce rapport est déduit des observations de corrélation "prompt" de la boucle de poursuite du code, il est nécessaire d'évoquer les bases de l'architecture et les principales fonctionnalités d'un récepteur GNSS.

L'estimateur du rapport signal à bruit présenté dans cette thèse est utilisé pour l'altimétrie à partir de la réflectométrie des signaux GNSS. La réflectométrie GNSS est une technique d'observation qui utilise le signal direct en provenance des satellites et les signaux réfléchis par la terre. La comparaison des signaux direct et réfléchi d'un même satellite permet de déduire certaines propriétés de la surface de réflexion. Parmi ces propriétés on peut citer : la caractérisation de l'environnement multi-trajets [BIL07], l'altimétrie spatiale [MAR93], la mesure du taux de

salinité de la surface des océans [SIL01], la mesure du taux d'humidité des sols [AZM10] etc. Dans cette thèse ce sont les modifications du RSB qui sont considérées dans les applications de réflectométrie. En effet cette grandeur, qui peut être extraite du signal GNSS, est bien adaptée aux applications de la réflectométrie GNSS, lorsque les antennes de réception sont proches du sol. Nous décrivons donc cette application dans la deuxième partie du chapitre.

Après une introduction sur le principe des systèmes GNSS, on présente dans une première partie les différents traitements d'un récepteur et la structure des signaux GNSS. En deuxième partie nous décrivons les principes de la réflectométrie, les paramètres observés et les techniques de mesure qui utilisent le RSB.

1.2 Fonctionnalité du récepteur GNSS

Avant de présenter les principales fonctionnalités et architectures des récepteurs GNSS, nous décrivons succinctement les systèmes de navigation par satellites (GNSS).

1.2.1 Introduction

Les systèmes GNSS sont constitués de trois principaux segments :

- Segment de contrôle : constitué de plusieurs stations de base terrestre dont les principales fonctions consistent à contrôler et renseigner les satellites : gestion d'horloge, gestion des éphémérides, gestion de l'état de santé du satellite, etc [KAP06] ;
- Segment spatial : symbolise l'ensemble des satellites des différentes constellations ;
- Segment utilisateur : représente les récepteurs des utilisateurs qui traitent les différents signaux GNSS.

Principe des GNSS

La liaison satellite-récepteur peut se résumer au schéma synoptique présenté sur la Figure 1.1. Chaque satellite possède un émetteur en bande L, une unité de génération du signal de navigation (NSGU), un amplificateur haute puissance (HPA), un filtre de sortie et une antenne d'émission. Le signal émis se propage le long d'un ou de plusieurs chemins de propagation pour atteindre l'antenne de réception. La somme de tous ces signaux, plus le bruit du canal et les interférences sont reçus, amplifiés (LNA), filtrés puis numérisés. Le convertisseur analogique-numérique (ADC) produit les échantillons du signal numérisé. Ils sont traités par l'unité de traitement du signal du récepteur de navigation [PAN10].

Les systèmes GNSS utilisent la propagation des ondes électromagnétiques entre l'émetteur et le récepteur. En effet, le temps de propagation entre l'émetteur et le récepteur est utilisé pour calculer la distance satellite-récepteur. L'effet Doppler se traduit par un changement de fréquence du signal, et il est lié à la vitesse relative entre l'émetteur et le récepteur. Les informations extraites du signal de navigation, comme la position des satellites, sont par la suite utilisées pour le calcul de la position et de la vitesse récepteur.

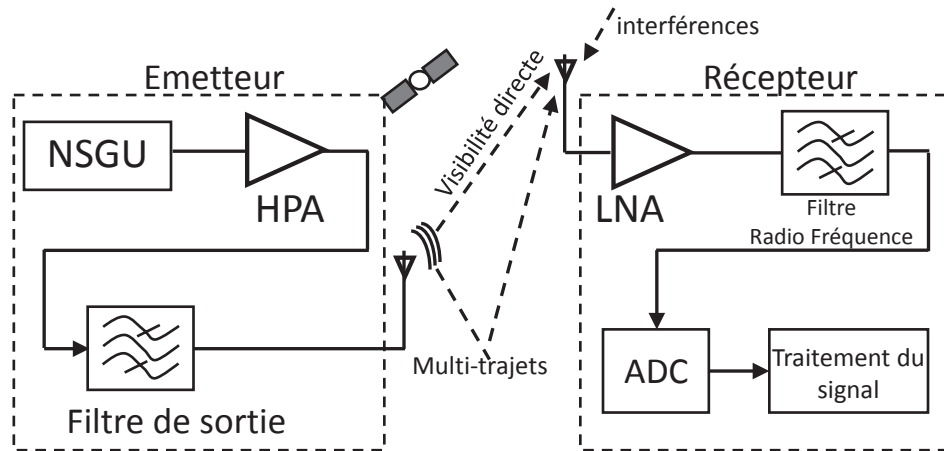


FIGURE 1.1 – Génération, propagation et traitement des signaux de navigation [PAN10]

Les principaux systèmes GNSS

Parmi les systèmes globaux de navigation satellitaire les plus connus, on peut énumérer :

- Le système américain NAVSTAR/GPS, opérationnel depuis les années soixante-dix, est considéré comme le système le plus populaire au monde [KAP06] ;
- Le système russe GLONASS opérationnel en 1996, a essayé de rattraper son retard, accumulé après la chute de l'ex URSS, par l'envoi d'une série de nouvelles générations de satellites, comme le GLONASS-M [NOV14] ;
- Le système de l'Union Européenne, Galileo, garantira son autonomie en matière de positionnement et de datation par satellites. Ce projet est développé par l'Agence Spatiale Européenne (ESA), et il est prévu d'être achevé en 2019-2020 [CNE11].
- Le système chinois BeiDou-2, également nommé COMPASS, sera compatible avec les systèmes globaux existants [LEB11] ;

À ces systèmes globaux, on peut ajouter une augmentation régionale :

- Le système chinois BeiDou-2. Le 25 juillet 2015, les 18^e et 19^e satellites ont été placés sur orbite avec succès par l'agence Chinoise XSLC (Xichang Satellite Launch Center), pour desservir la Chine et les pays voisins ;
- Le système IRNSS (Indian Regional Navigation Satellites System), également nommé GAGAN (Geo Augmented Navigation system), est un système régional autonome de navigation par satellites développé par l'Indian Space Research Organisation (ISRO) qui servira l'Etat Indien [RAG13]. Le 28 mars 2015, le 4^e, sur 7 satellites, a été placé sur orbite géostationnaire ;
- Le système QZSS (Quasi-Zenith Satellite System) est un système régional complémentaire au GPS, pour lutter contre le problème de masquage des signaux GPS dans les zones montagneuses et urbaines japonaises. Ce système est géré par l'agence spatiale japonaise JAXA [JAE10].
- Le système SDCM (System for Differential Corrections and Monitoring), développé par la fédération russe, est un composant de GLONASS. Le segment spatial de SDCM sera composé de 4 satellites géostationnaires.

Les systèmes dits d'augmentation spatiale (SBAS) s'appuient sur des satellites géostationnaires. Ce sont des systèmes dont l'objectif est d'améliorer la précision et la fiabilité des mesures. Le principe de ces systèmes consiste à introduire en temps réel des corrections sur les erreurs de propagation ionosphérique, sur les erreurs de synchronisation avec le temps GPS, et sur les imprécisions des orbites des satellites GPS [GRE07].

Parmi ces systèmes, on peut citer :

- WAAS : Wide Area Augmentation System, élaboré par l'administration d'aviation fédérale (FAA) des Etats-Unis ;
- EGNOS : European Geostationary Navigation Overlay Service, développé par l'ESA et l'Organisation européenne pour la sécurité de la navigation aérienne (EUROCONTROL) ;
- MSAS : Multi-functional Satellite Augmentation System, conçu par le bureau japonais de l'aviation civile (JCAB) ;
- GAGAN & IRNSS : GPS Aided Geo Augmented Navigation, implémenté par le gouvernement indien.
- GLONASS & SDCM : par rapport aux autres systèmes SBAS, SDCM est conçu pour effectuer la surveillance de l'intégrité des deux systèmes satellitaires GPS et GLONASS.

Bandes de fréquences des systèmes GNSS

D'une part, les bandes L1 (1.57 GHz), L2 (1.22 GHz) et L5 (1.17 GHz), représentées sur la Figure 1.2 du système GPS sont réutilisées par les différentes constellations, soulevant ainsi des problèmes de compatibilité, d'interopérabilité et d'interchangeabilité. Cela constitue un défi technique pour les constructeurs de récepteurs GPS.

D'autre part, de nouvelles bandes de fréquences E6 (1.27 GHz) et E5b (1.2 GHz) ont été allouées au système GNSS Galileo.

1.2.2 Les signaux GNSS

En dépit des différentes fréquences porteuses, allouées et projetées aux signaux GNSS, il existe une structure générale d'un signal GNSS. L'idée de la dite structure devient décisive pour la connaissance et l'acquisition du fonctionnement des futurs récepteurs GNSS.

Structure générale d'un signal GNSS :

Un signal GNSS comporte trois composantes principales [BOR07] :

- Le message de navigation $n(t)$: signal en bande de base, contenant les informations nécessaires au récepteur pour le calcul de sa position telles que : les éphémérides des satellites, les almanachs, des paramètres utilisés dans le modèle de correction ionosphérique, etc [DUN13] ;
- Un code d'accès CDMA : la technique CDMA permet aux satellites de la même constellation de partager la même bande de fréquence sans interférer. Le CDMA par un code PRN (Pseudo Random ode [WAL11]) est la technique d'accès utilisée [ZIG04].

Le système GLONAS utilise aussi la technique d'accès par répartition de fréquence FDMA, mais tend à substituer celle ci par un accès CDMA dans ses nouveaux satellites[REV12].

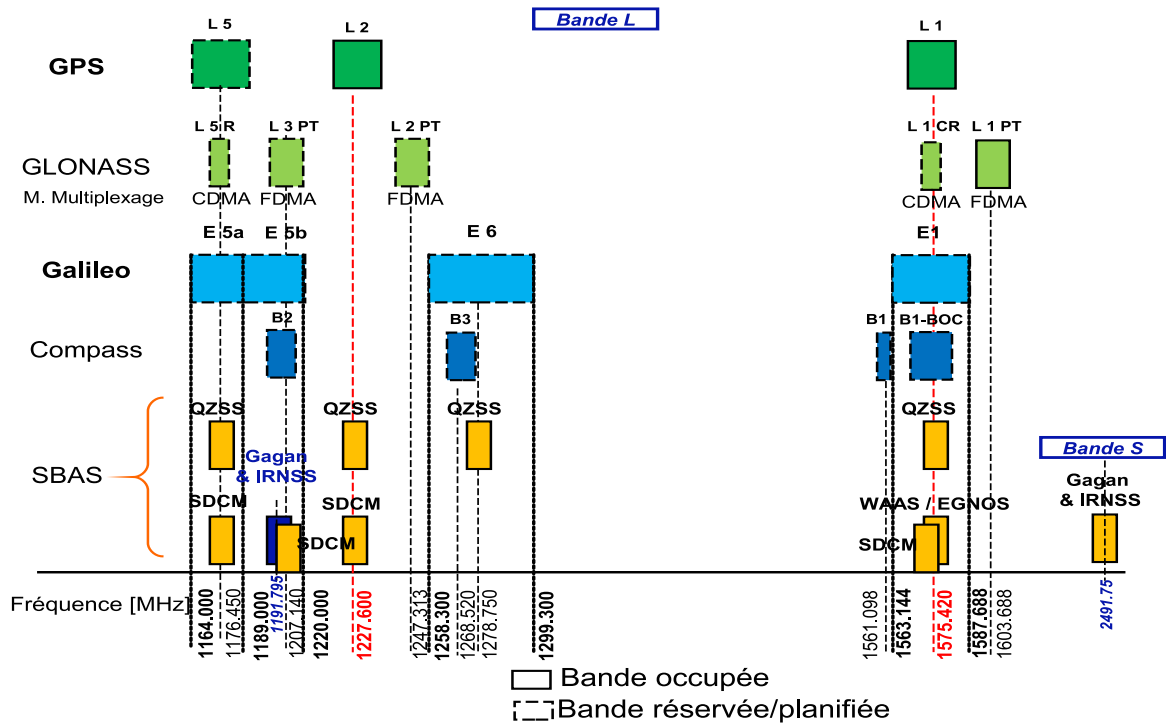


FIGURE 1.2 – Bandes de fréquences des signaux GNSS

- La modulation : Plusieurs bandes de fréquences sont partagées par les systèmes de navigation. La transposition des signaux numériques en bande de base dans ces bandes fréquentielles est réalisée par des modulations BPSK ou BOC [BET02] et leurs variantes.

Le signal GPS-C/A sur L1 : exemple de signaux GNSS

Le signal GPS sur L1 utilise un code CDMA, noté C/A (code Gold), qui est utilisé par tous les récepteurs GNSS et constitue la pierre angulaire de toutes les applications professionnelles et scientifiques. C'est pour cette raison que notre étude se reposera sur ce signal GNSS afin d'expliquer les différents traitements et modèles que nous proposons.

La génération du signal est présentée sur la Figure 1.3. Une porte logique, de type "ou exclusif", combine le code pseudo-aléatoire C/A et le message de navigation. Le signal résultant est ensuite multiplié, après l'introduction d'une quadrature de phase, par la porteuse L1 : il s'agit alors de la modulation numérique BPSK.

Afin de distinguer le code C/A du code P sur la bande L1, deux opérations sont effectuées : d'une part l'atténuation de -3dB de la puissance du code P, et d'autre part l'introduction d'une quadrature de phase sur la porteuse du code C/A.

L'expression du signal L1 à la sortie du sommateur est alors :

$$s^{L1}(t) = A n(t) CA(t) \sin(2\pi f^{L1}t) + \frac{A}{\sqrt{2}} n(t) P(t) \cos(2\pi f^{L1}t) \quad (1.1)$$

avec :

- A : la puissance d'émission,
- $n(t)$: le message de navigation associé au satellite est cadencé à 50 bits/s,
- $CA(t)$: le code pseudo-aléatoire civil C/A est cadencé à 1.023 MHz,
- f^{L1} : la fréquence de la porteuse est de 1575.42 MHz,
- $P(t)$: le code pseudo-aléatoire militaire P est cadencé à 10.23 Mhz.

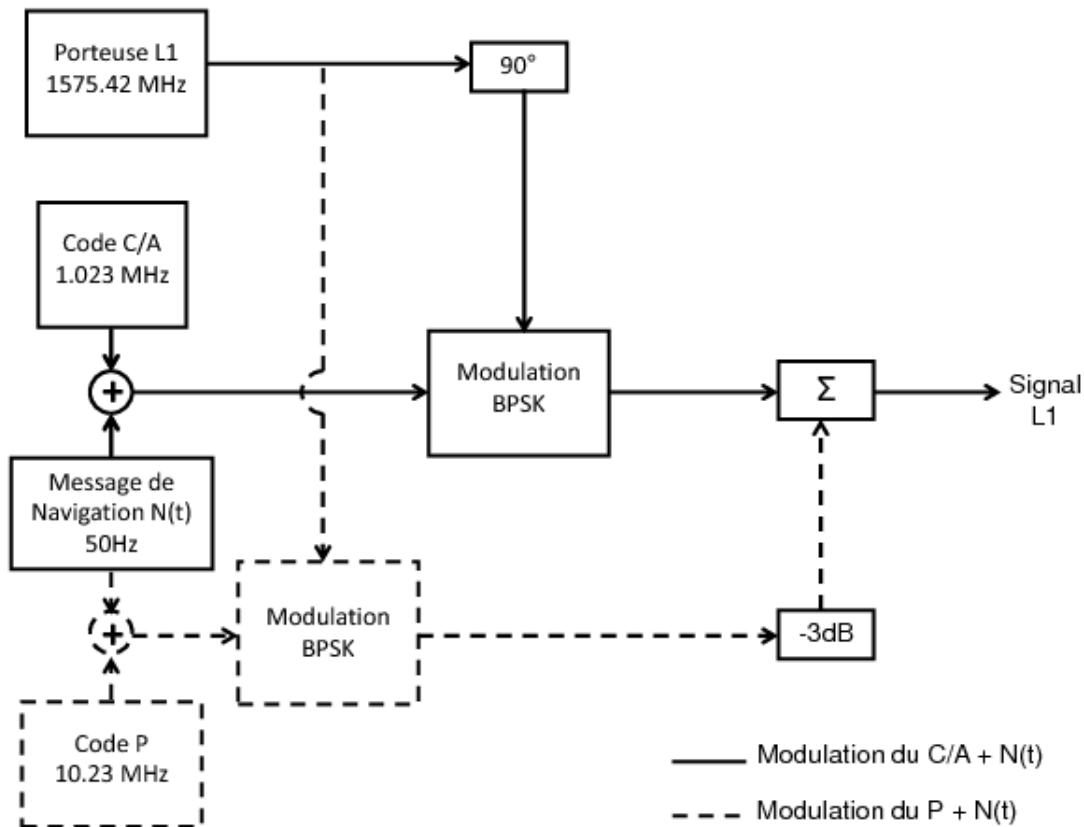


FIGURE 1.3 – Génération du signal GPS dans la bande de fréquence L1

1.2.3 La transmission des signaux GNSS

Lors de leur transmission, les signaux GNSS subissent un certain nombre de dégradations parmi lesquelles on peut citer :

- L'atténuation due à la propagation en espace libre : cette atténuation est liée à la distance satellite-récepteur et à la traversée des couches ionosphérique et troposphérique.
- L'effet Doppler dû au mouvement relatif satellite-récepteur.
- L'évanouissement par effet de masquage et/ou multi-trajet.
- L'effet du bruit de canal.

Pour l'estimation de sa position et de son biais d'horloge, le récepteur doit connaître le délai

de propagation τ_v du signal GNSS de l'antenne du satellite visible v jusqu'à sa propre antenne. La distance ou " range " est le produit de τ_v par la vitesse de la lumière. Cela suppose un trajet, satellite-récepteur, rectiligne (LOS). Néanmoins, lors de la traversée de la couche ionosphère, le signal GNSS subit une multi-réfraction rendant le trajet plutôt incurvé que droit. Ce qui induit une erreur d'estimation du délai τ_v : on parle alors d'un retard ionosphérique. La correction de cette erreur est possible par l'utilisation de deux fréquences, ou par l'utilisation d'un modèle ionosphérique dont les paramètres sont donnés dans le message de navigation $n(t)$ [HOQ12]. Il faut aussi tenir compte du retard troposphérique. La correction de ce retard est définie à partir d'un modèle dont les principaux paramètres sont des données météo (température locale, pression et humidité relative) [HOF08].

Le Doppler, lié au mouvement relatif du satellite-récepteur GNSS, introduit un décalage fréquentiel f_v^D . Cet écart est différent pour le code CDMA et la porteuse. Un récepteur GPS en position fixe introduit un Doppler f_v^D du code C/A sur L_1 de $\pm 3,2$ Hz, tandis qu'un récepteur ayant un déplacement rapide introduit un Doppler de ± 10 kHz [BOR07].

La réception des signaux GNSS en milieu urbain est sujet aux masquages et/ou les multi-trajets. Le masquage concerne le moment où le récepteur mobile est incapable de recevoir le signal en provenance d'un satellite, car celui-ci rencontre un obstacle (bâtiment, tunnel,...). Dans ce cas le nombre de satellites visibles peut être trop faible pour calculer une position. Plusieurs techniques ont été développées pour faire face à ce problème : l'augmentation du nombre de satellites par l'exploitation combinée des différentes constellations [WIN13], et l'assistance par d'autres capteurs qui fournissent un positionnement relatif (odomètre, système de navigation inertielle,...) [GRE07].

Généralement, la déformation du signal par les multi-trajets est obtenue lorsque l'antenne de réception reçoit simultanément le signal du trajet direct (LOS : Line Of Sight) avec une ou plusieurs répliques réfléchies par les surfaces qui entourent le récepteur (bâtiment, surface métallique,...). Ces signaux de trajet secondaire ont un retard et déforment de façon significative l'amplitude et la phase du signal du trajet direct, car ils sont intégrés par l'antenne. La lutte contre les multi-trajets constitue, aujourd'hui, un sujet fertile de recherche. On peut citer les thèmes de recherche suivants : la conception d'antenne anti-multi-trajets [GRO13], l'optimisation de la bande passante du front-end [BET00], le choix de la modulation résistant au multi-trajets (variante BOC) [FAN08], la conception d'algorithmes avancés pour la poursuite des signaux à faibles rapport signal à bruit [ZIE06], [SOK13].

L'utilisation constructive des multi-trajets a donné naissance à une technique d'observation appelée : réflectométrie GNSS (GNSS-R). Elle a pour objectif de caractériser les diverses surfaces de réflexion des signaux GNSS (plage, mer,... etc.).

1.2.4 Les traitements des signaux GNSS

Les récepteurs GNSS sont de nature numérique. Leur architecture s'appuie sur un microprocesseur qui est couplé avec un ensemble d'ASIC pour la réalisation des traitements radio en temps réel. De nos jours avec la progression de la puissance de calcul des microprocesseurs, la tendance est au développement de récepteurs GNSS dont la partie radio est traitée par logiciel

(Software Defined Radio-SDR).

Architecture d'un récepteur GPS

On représente Figure 1.4 l'architecture classique d'un récepteur. Dans cette architecture on distingue une partie analogique, qui conditionne le signal avant son échantillonnage, et une partie numérique qui réalise l'ensemble des traitements radio (signal processing : démodulation, démultiplexage) et le calcul du PVT (Navigation processing : Position Velocity Time).

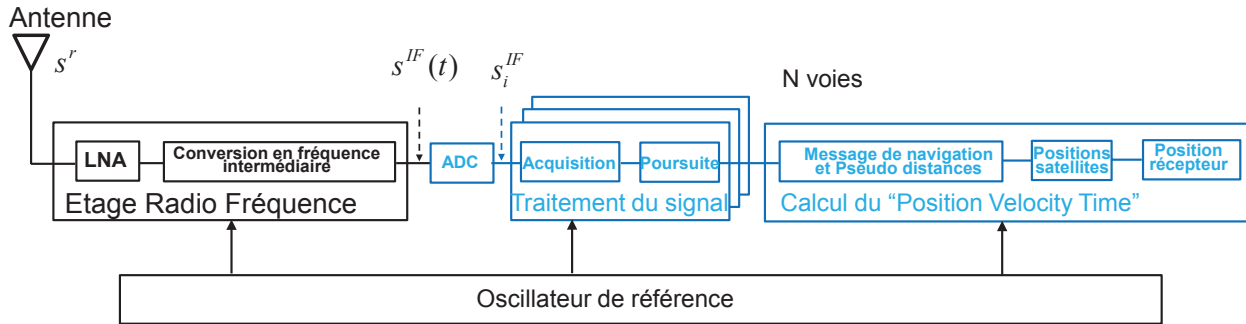


FIGURE 1.4 – Synoptique d'un récepteur GNSS [DAR12]

Les différents sous-systèmes, de la Figure 1.4, qui composent l'architecture d'un récepteur sont les suivants :

- L'antenne
- La chaîne radio- fréquence : Front-end (RF chain)
- Le convertisseur analogique-numérique (ADC)
- L'unité de traitement du signal (Signal processing)
- Les fonctions de traitement de navigation (Navigation processing)
- La génération des oscillateurs locaux (Reference oscillator & frequency synthesizer).

Dans ce contexte l'expression du signal $s^r(t)$ reçu par l'antenne est donnée par :

$$s^r(t) = \sum_{v \in V} A_v(t) n(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi f_v t + \phi_v) + \eta_v(t) \quad (1.2)$$

On suppose ici que l'on ne reçoit que les trajets directs, avec :

- v est l'indice du satellite, il prend sa valeur dans l'ensemble V des satellites visibles ;
- A_v est l'amplitude du signal ;
- τ_v est le délai du code CA_v ;
- f_v est la fréquence porteuse du satellite s . Elle inclut le Doppler f_v^D ($f_v = f^{L1} + f_v^D$) ;
- ϕ_v est le déphasage de la porteuse ;

$\eta_v(t)$ est le bruit introduit par : la propagation libre, l'antenne et le bruit de calcul du récepteur. On suppose le bruit additif, Gaussien, centré et de variance unitaire.

Etant donné la faible puissance du signal $s'(t)$, la puissance du bruit est de -158,5 dBW [BOR07], le bon conditionnement du signal impose que l'antenne ait des performances spécifiques en termes de : température de bruit [BAL05], diagramme de rayonnement [SAK12] et bande passante [Li12]. Souvent l'antenne est active et elle intègre un pré-ampli faible bruit (le LNA de la Figure 1.4). Dans les récepteurs modernes la difficulté est de définir un pré-ampli faible bruit qui soit multi-bandes [AND06].

Les signaux RF, amplifiés et filtrés, sont alors transposés en fréquences intermédiaires (IF) grâce aux multiplieurs basse fréquence (Down converter). Ces derniers utilisent un signal de fréquences f^{IF} fourni par les oscillateurs locaux (OLs). Les OLs utilisent un synthétiseur de fréquence pour générer à partir d'une unique référence d'horloge leurs différentes fréquences. Suite à la descente en fréquence (Down converter) le signal analogique prend la forme :

$$s^{IF}(t) = \sum_{s \in S} A_v(t) n(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} t + \phi_v^{IF}) + \eta_v(t) \quad (1.3)$$

La conversion analogique numérique est réalisée sur le signal descendu à la fréquence intermédiaire. Le signal $s^{IF}(t)$ échantillonné et numérisé à la fréquence $f_e = 1/T_e$ est $s^{IF}(i * T_e)$ et est noté s_i^{IF} . Dans un récepteur GNSS ce signal est traité en parallèle par plusieurs composants dédiés (canaux du récepteurs GPS) qui sont associés à chaque satellite du système GNSS. Les dits canaux assurent de nombreuses fonctions de traitement du signal en bande de base. Telle que [DAR12] :

- Les boucles de poursuite en code et en phase ;
- les filtres des boucles ;
- l'acquisition des satellites ;
- la mesure du rapport signal à bruit SNR [KAP06].

Le signal à la sortie du convertisseur analogique-numérique est donné par :

$$s_i^{IF} = \sum_{v \in V} A_{v,i} n_i CA_{v,i} \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v^{IF}) + \eta_{v,i} \quad (1.4)$$

Où :

- T_e est la période d'échantillonnage,
- $f_v^{IF} = (f^{IF} + f_v^D + f^{offset})$ est la fréquence intermédiaire du signal,
- f^{offset} est l'offset de l'oscillateur local, évalué entre 0 et quelques kHz [DIG09],
- i les instants d'échantillonnage.

On présente dans la suite, les traitements radio réalisés dans le bloc "signal processing" de l'architecture du récepteur, décrite Figure 1.4.

L'acquisition des signaux GNSS : signal GPS-C/A

Pour que le récepteur puisse extraire les délais de code et de phase du signal reçu par l'antenne, il doit générer une réplique locale du signal s_i^{IF} . Les délais de code et de phase sont utilisés pour calculer la distance satellite-récepteur, et la vitesse du récepteur (effet Doppler visible sur la phase). La réplique est générée par le récepteur en faisant varier le couple code C/A-porteuse L1. L'acquisition consiste alors à chercher le maximum de la corrélation, entre le signal reçu s_i^{IF} et un signal synthétique local $s_{v,i}^{OL}$.

La corrélation est définie par :

$$r_m = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s_n^{IF} s_{v,n+m}^{OL} \quad (1.5)$$

Où :

N : est le nombre total d'échantillons du signal,
 m : est le décalage,

Avec le répliqua du satellite v :

$$s_{v,i}^{OL} = CA_{v,i} \sin \left(2\pi f^{OL} i * T_e \right) \quad (1.6)$$

r_m est maximum lorsque le signal local $s_{v,i}^{OL}$ a le même code et la même fréquence porteuse que le satellite recherché dans le signal s_i^{IF} . Ce signal contient l'ensemble des satellites visibles. Si le satellite n'est pas visible la corrélation est nulle. La valeur de m donne le décalage en nombre d'échantillons entre le code du satellite contenu dans le signal reçu et les codes générés localement par le récepteur. On a donc une recherche tridimensionnelle à effectuer pour extraire l'ensemble des informations contenues dans le signal reçu. Soit :

- Les satellites visibles.
- Leur fréquence porteuse.
- Le retard de leur code.

On représente sur la Figure 1.5 un exemple d'acquisition obtenue pour un satellite visible. Dans cette représentation la fonction de corrélation est calculée pour différentes fréquences du signal et différents décalages de code. Les trois méthodes standards d'acquisition sont les suivantes :

- L'acquisition temporelle dite aussi algorithme de recherche série.
- L'acquisition fréquentielle .
- L'acquisition parallèle.

Acquisition série : On représente Figure 1.6 le principe de l'acquisition série. Dans cette approche, les échantillons numérisés du signal reçu sont d'abord multipliés par les échantillons du code C/A, généré localement. Le signal résultant est multiplié par deux porteuses de même fréquence et en quadrature. Les deux signaux ainsi générés sur les voies I (en phase) et Q (en

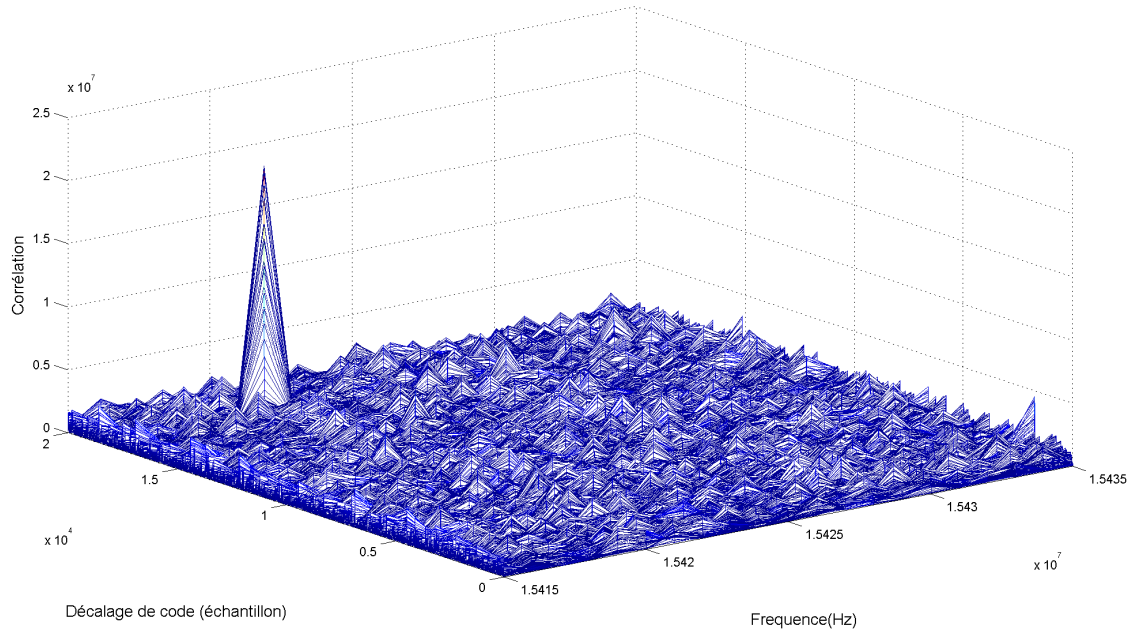


FIGURE 1.5 – Exemple de fonction de corrélation d'un signal GPS.

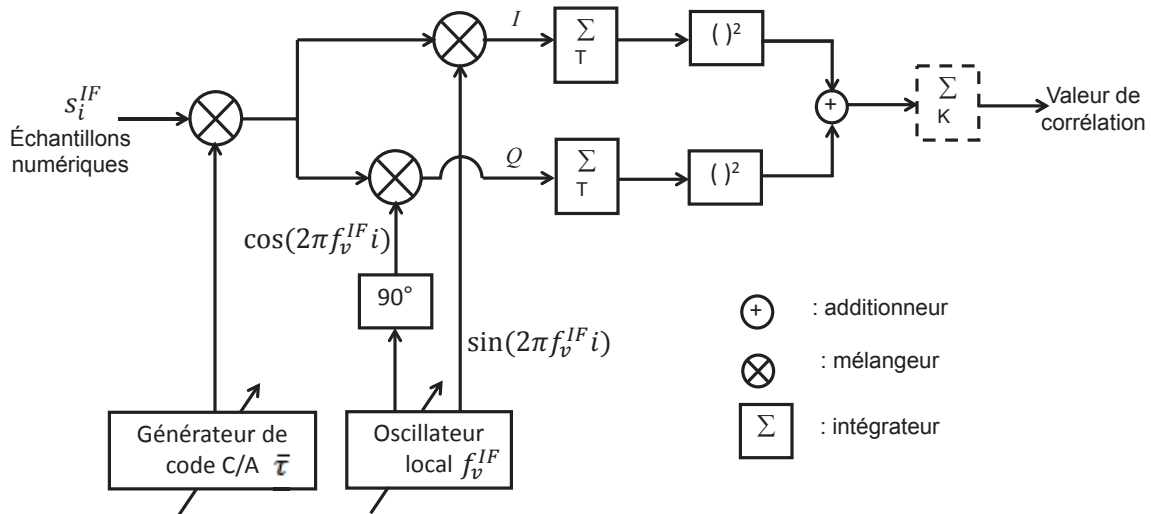


FIGURE 1.6 – Principe de l'acquisition série.

quadrature) sont intégrés sur une période du code C/A, de période $T=1\text{ms}$.

Pour améliorer le rapport signal à bruit de la fonction de corrélation, on peut intégrer de façon cohérente le signal sur N périodes T . On peut aussi intégrer le signal de façon non cohérente en additionnant K calculs consécutifs de la fonction d'auto corrélation. La démodulation par une porteuse en phase et en quadrature du signal permet de retrouver, respectivement dans

les composantes I et Q, le cosinus et le sinus du délai de phase entre le signal reçu et le signal généré localement. La mise au carré et la somme de ces deux composantes produisent une valeur de corrélation indépendante de ce délai de phase.

Pour un pas de recherche en fréquence de 500 Hz et un pas temporel de $1/2$ bit de code, il est nécessaire de calculer $81\ 840$ valeurs de corrélation. Lors d'un démarrage à froid du récepteur, c'est à dire sans information préalable, ce calcul est réalisé pour chaque satellite (32 de la constellation GPS). Pour un démarrage à chaud (ou tiède), soit à partir de la connaissance de l'heure et de la position approximative du récepteur, les satellites visibles sont connus et leur Doppler aussi [DIG09]. Cependant cette technique d'acquisition est très gourmande en durée de calculs, et c'est la version fréquentielle (acquisition parallèle) plus rapide qui lui est préférée. La durée du calcul est d'ailleurs plus importante avec les signaux modernes GPS L5, E5 et E5b, qui occupent une bande de fréquence plus étendue [LEC14].

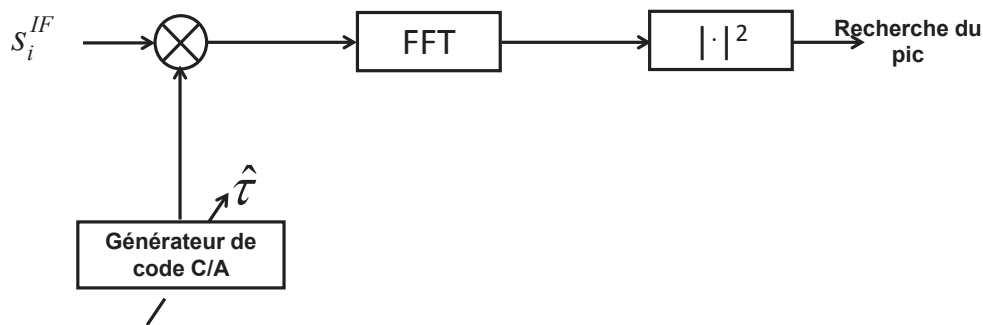


FIGURE 1.7 – Principe de l'acquisition fréquentielle.

Acquisition fréquentielle : Cette méthode repose sur la FFT [DUH90]. On présente Figure 1.7 le principe de son fonctionnement. On calcule le spectre du signal pour chaque décalage du code local. On observe alors le spectre de la porteuse, calculé dans une fenêtre d'observation donnée, soit un signal cardinal. Le spectre est dans ce cas pondéré par la valeur de la corrélation obtenue pour le décalage du code testé. Lorsque le code local est aligné avec le code reçu, la valeur de la corrélation est maximale. Lorsque les deux codes ne sont plus alignés, la valeur de corrélation est proche de zéro [HUR87].

Cette méthode qui utilise la FFT avec un coup calcul plus faible que l'approche série. Néanmoins, le pic recherché possède une forme de sinus cardinal et son maximum est peu discriminant.

Acquisition parallèle : Pour pallier les inconvénients de l'approche fréquentielle, il a été proposé de calculer la corrélation dans le domaine fréquentiel. On présente Figure 1.8 le principe de fonctionnement de cette méthode. Dans une première étape le signal reçu est multiplié par

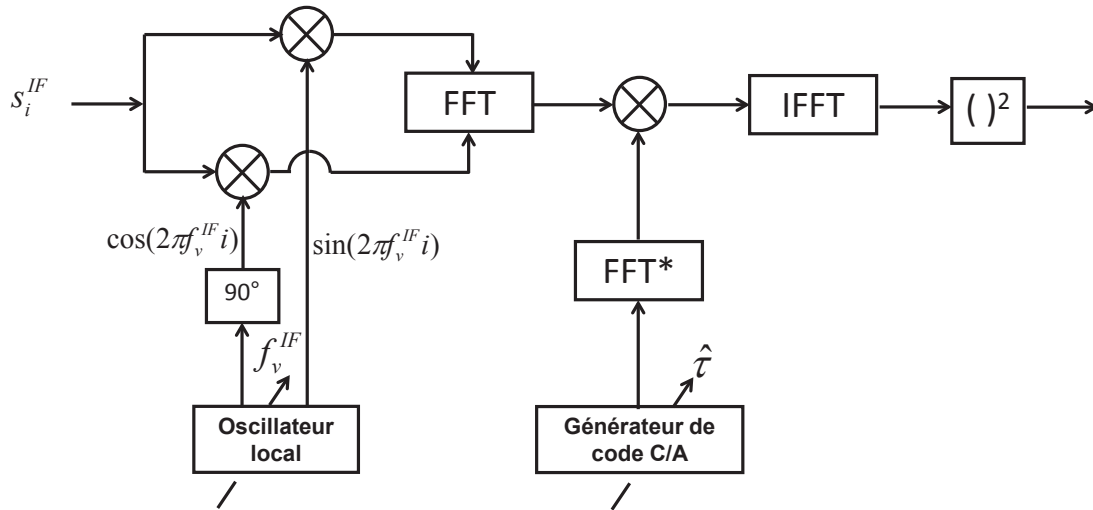


FIGURE 1.8 – Principe de l’acquisition parallèle.

une réplique de la porteuse en phase et en quadrature, afin d’obtenir une représentation complexe du signal reçu, qui intègre le délai de phase. Dans une deuxième étape, la transformée de Fourier du signal reçu est multipliée par le conjugué de la transformée de Fourier du code C/A du satellite recherché. Enfin la valeur de la fonction d’auto-corrélation est alors la transformée de Fourier inverse de ce produit.

La poursuite des signaux GNSS : signal GPS-C/A

Une fois que l’acquisition a fourni des estimations de la fréquence Doppler, \hat{f}_v^D et du décalage de code $\hat{\tau}_v$, l’étape de la poursuite prend la relève pour suivre leurs évolutions.

Pour cela les services de trois boucles d’asservissement doivent coopérer :

- La boucle à verrouillage de fréquence FLL (Frequency Lock Loop) poursuit la fréquence porteuse $f_v^{IF} = (f^{IF} + f_v^D)$.
- La boucle à verrouillage de phase PLL (Phase Lock Loop) poursuit la phase ϕ_v^{IF} .
- la boucle à verrouillage de délai de code DLL (Delay Lock Loop) poursuit les décalages du code τ_v .

Dans le système de poursuite, de la Figure 1.9, ces trois boucles sont imbriquées. En effet, la sortie de la boucle de poursuite de la porteuse sera utilisée lors de la démodulation (carrier wippe-off) de la boucle de poursuite du code. Les boucles de poursuite PLL et FLL utilisent le code synchronisé (code “prompt”), fourni par la boucle de code pour le dés-étalement du signal (wippe-off)[SUN13].

Les boucles de poursuite de la porteuse : la PLL et la FLL

La boucle PLL a pour objectif de maintenir le délai de phase entre la porteuse locale et le signal reçu s_i^{IF} , le plus proche possible de zéro. En général, comme indiqué sur la Figure 1.10 il s’agit d’une boucle de Costas [GAR05].

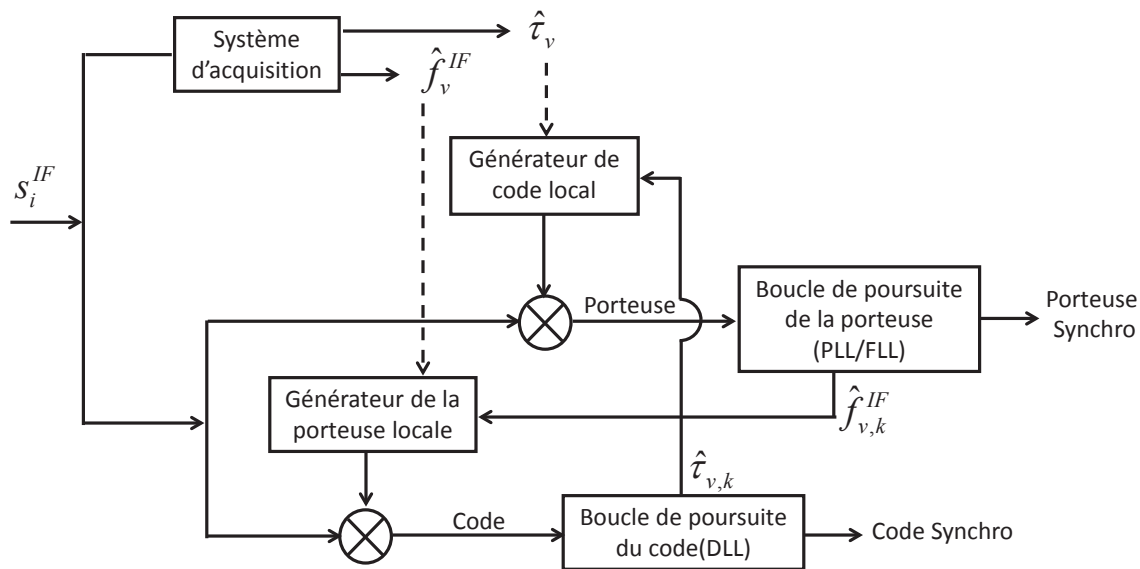


FIGURE 1.9 – Synoptique du système de poursuite

On décrit sur la Figure 1.10, l'architecture de la boucle PLL. Le signal s_i^{IF} est dés-étalé (ou démultiplexé) par sa multiplication avec le code local "Prompt" (code synchronisé), fourni par la DLL. Le signal résultant est doublement transposé en bande de base (I, Q) par deux porteuses en quadrature fournies par un oscillateur commandé numériquement (NCO). Les signaux (I, Q) sont intégrés par les filtres "integrate-and-dump, I&D" sur une période de code. Les valeurs de I_p et Q_p obtenues, sont utilisées pour le calcul d'un discriminant. Parmi les discriminants les plus connus de la boucle de Costas, on peut citer : le produit $Q_p \times I_p$, le quotient Q_p/I_p et arc-tangente(Q_p/I_p) [KAP06]. La valeur filtrée du discriminant commande l'oscillateur numérique NCO.

La FLL qui poursuit la fréquence porteuse du signal reçu est aussi réalisée avec une boucle de Costas. Elle diffère de la boucle de phase par le type de discriminant qu'elle utilise.

La boucle de poursuite du délai de code : la DLL

Le principe de la DLL s'appuie sur le calcul de trois valeurs de la fonction d'auto-corrélation, avec trois répliques du code générées localement. Ces dernières sont décalées de $\pm 1/2$ période d'un bit de code, ce qui justifie les désignations de : Early (E), Prompt (P) et Late (L). La Figure 1.11 représente l'évolution de la corrélation, déduite des composantes I et Q, lorsque le code du signal reçu est en retard, synchronisé, ou bien en avance.

On représente sur la Figure 1.12, l'architecture de la boucle de poursuite du code. Dans cette architecture, le signal est démodulé à partir de la porteuse estimée avec les boucles PLL et FLL. Le signal est dé-multiplexé avec trois codes décalés, et pour chaque porteuse en quadrature. Les six signaux sont intégrés pour produire six valeurs de corrélation qui sont utilisées pour le calcul du discriminant de code. Après intégration par les filtres "I&D", six signaux sont alors obtenus : I_E , I_P , I_L , Q_E , Q_P et Q_L . Parmi les discriminants de la DLL les plus connus, on peut

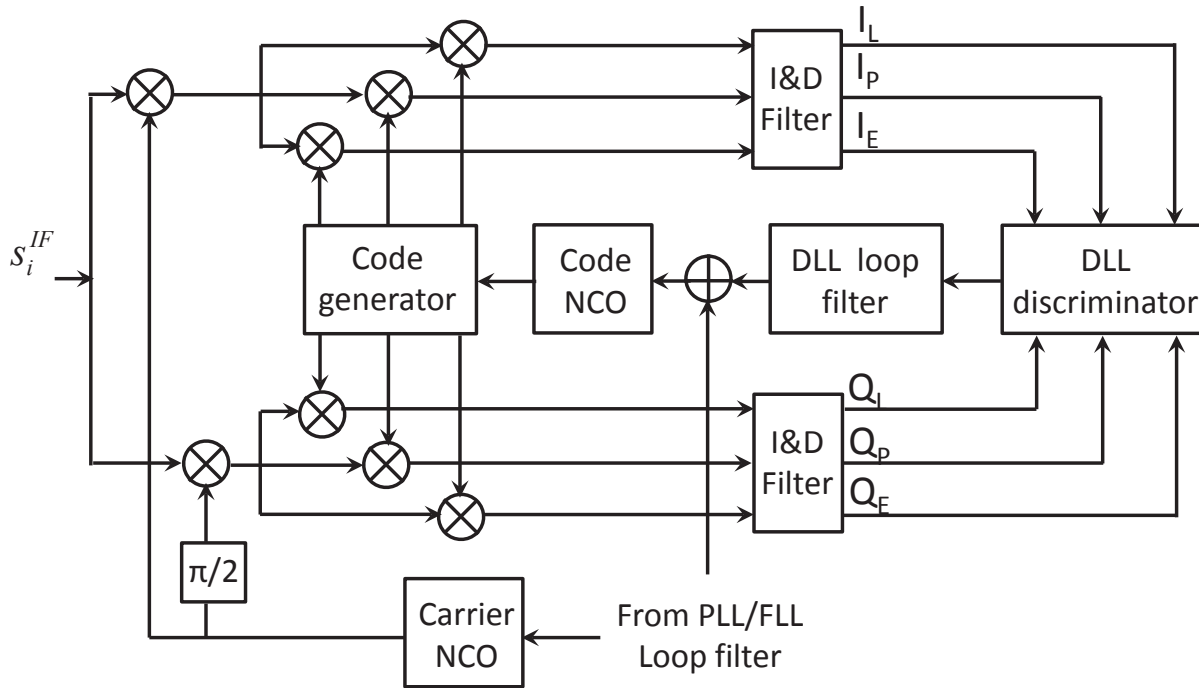


FIGURE 1.12 – Architecture générale d'une DLL

1.3 Réflectométrie GNSS par mesure de rapport signal à bruit

Conçus au départ pour le géo-positionnement et la navigation, les futurs récepteurs GNSS doivent supporter les applications émergentes telles que : la réflectométrie (GNSS-R) et la réfractométrie, également appelée Radio Occultation (GNSS-RO). Ces applications reposent sur les changements des propriétés géophysiques des signaux GNSS après interactions avec les espaces ou les surfaces à caractériser. En effet, si le positionnement se fonde sur le signal LOS, la réflectométrie repose pour sa part sur la réflexion et la diffusion des signaux GNSS par les surfaces à analyser. De même, la réfractométrie se fonde sur la réfraction des signaux GNSS par les espaces à étudier.

1.3.1 La Réflectométrie (GNSS-R)

Le concept de réflectométrie GNSS a été conseillé pour l'altimétrie océanique [MAR93]. Il s'agit d'une technique radar passive multi-statique, désignée par Martín-Neira sous la forme d'un système dit "PARIS" (Paris Reflectometry Interferometric System). Contrairement au traditionnel radar actif mono-statique, où le radar génère, émet et reçoit le retour de son propre signal, cette méthode est dite passive, car elle exploite les signaux environnementaux, déjà existants, en provenance des différents systèmes GNSS. Elle est également multi-statique puisque

l'antenne réceptrice est totalement indépendante de multiples antennes émettrices.

Cela constitue un grand avantage en termes de coût, souplesse et facilité de réalisation de systèmes radar [MAR02]. Ces avantages ont suscité de nombreuses recherches en GNSS-R, augmentant ainsi le nombre et le champ d'applications de cette discipline au cours des deux dernières décennies. Cependant, avant d'aborder ce sujet, il est préférable de discuter les concepts de base, en particulier les considérations géométriques et physiques de la réflectométrie.

1.3.2 Considérations géométriques

On représente sur la Figure 1.13 un exemple de système GNSS-R pour une antenne positionnée sur un mât. Dans ce cas le signal est émis par un satellite d'une constellation GNSS, et est perçu à la réception par plusieurs antennes : une antenne pour le signal direct et une ou deux antennes pour le signal réfléchi.

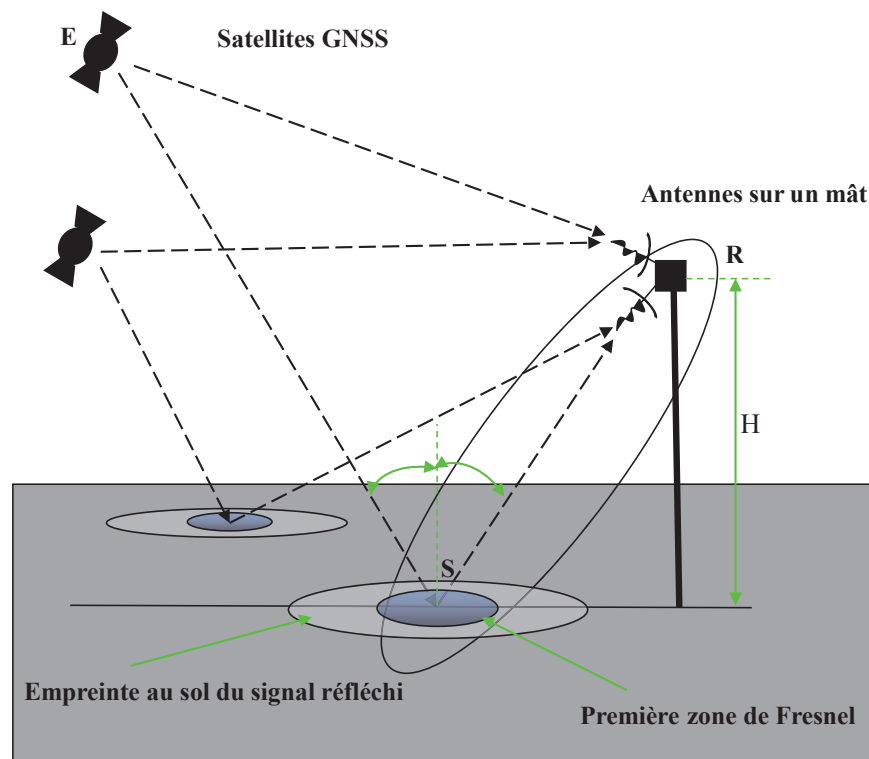


FIGURE 1.13 – Système bistatique de réflectométrie GNSS.

Réflexions spéculaire & diffuse

La réflexion du signal GNSS par une surface uniforme et homogène engendre deux types de réflexion :

- Une réflexion *spéculaire* ou *cohérente* donnant naissance à une seule onde réfléchi à partir de l'onde incidente. Elle est considérée prépondérante sur les surfaces lisses dont la taille des irrégularités est inférieure à la longueur d'onde de l'onde incidente. Ce type de réflexion est régi par la loi de Snell-Descartes ($\theta_r = -\theta_i$) : égalité en valeur absolue des angles de réflexion et d'incidence. Le point d'impact S est le point de réflexion spéculaire, qui correspond à une distance minimale de parcours pour le signal réfléchi. Aussi, la première zone de Fresnel est conçue en tant qu'intersection de l'ellipsoïde de Fresnel et la surface de réflexion. Il s'agit d'une ellipse centrée en S , contenant la grande majorité de la puissance réfléchi. La taille de la dite zone peut se calculer à condition que la variation de la phase différentielle à travers cette surface soit inférieure à $\frac{\lambda}{2}$ [BEC87]. Le demi-grand axe "a" et demi-petit axe "b" de l'ellipse de Fresnel dépendent de l'angle d'incidence θ_i et de la hauteur minimale H du récepteur ou de l'émetteur par rapport à la surface de réflexion [GAR97].

$$a = \frac{\sqrt{2 \delta H \cos \theta_i}}{\cos^2 \theta_i} \quad b = \frac{\sqrt{2 \delta H \cos \theta_i}}{\cos \theta_i} \quad (1.7)$$

Où δ est le changement de phase sur la surface mesurée en termes de longueurs d'onde.

- Contrairement à la réflexion spéculaire, la réflexion *diffuse* ou *incohérente* s'observe principalement sur les surfaces rugueuses. Elle réfléchit l'onde incidente en directions multiples. Ce phénomène se concrétise par une zone aux alentours de la zone de Fresnel, dite zone de scintillement. En général, la puissance diffusée par la dite zone est faible, et il est nécessaire d'utiliser une antenne à polarisation LHCP directive pour l'exploiter.

Courbe d'iso-distance

Soit τ_{SP} le retard entre l'émetteur E et le récepteur R au niveau du point spéculaire S . La courbe correspondant aux positions des points de réflexion est dite *iso-distance* lorsque la distance traversée par le signal réfléchi sur celle-ci est constante.

En termes de délai de code, ces lignes correspondent aux délais $\tau_{SP} + T_{chip}$, avec n un entier non nul et T_{chip} la période chip du code PRN. Les lignes d'iso-distance forment un ensemble d'anneaux elliptiques concentriques en S , voir Figure 1.14.

Courbe d'iso-Doppler

Comme la distance émetteur-récepteur est variable au cours du temps, à cause du mouvement relatif satellite-récepteur, les signaux sont soumis à l'effet Doppler, d'où la présence de courbes *d'iso-Doppler*.

Ces lignes correspondent aux positions des points de réflexion pour lesquels la fréquence du signal réfléchi est constante. Si l'émetteur, comparativement au récepteur, est très loin de la surface de réflexion, alors c'est la vitesse du récepteur (\vec{V}_r) qui oriente les lignes iso-vitesse, et par extension celles d'iso-Doppler. Dans le cas idéal, il s'agit d'hyperboles dont le centre N est

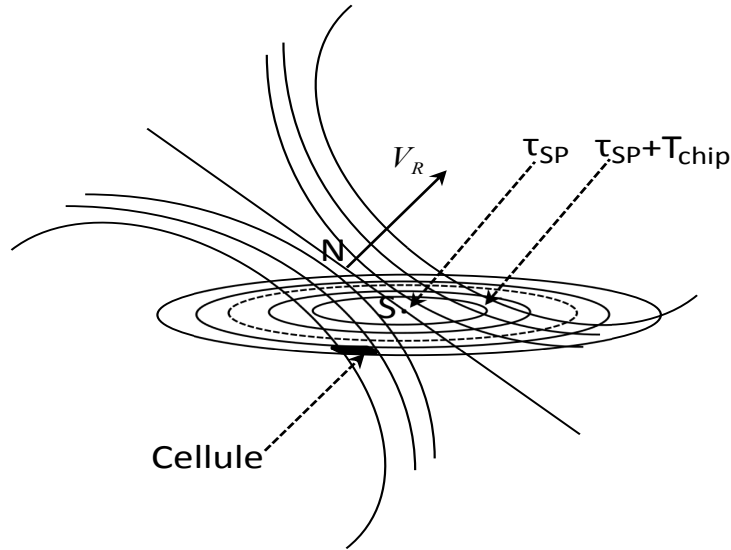


FIGURE 1.14 – Lignes d'iso-distance et d'iso-Doppler

confondu avec le point spéculaire S [STI13], voir Figure 1.14.

1.3.3 Considérations physiques

La carte "Delay-Doppler Map"

La carte "Delay-Doppler Map" (DDM), décrit la distribution de puissance des signaux diffusés par la zone de scintillement en espace DD (délai, Doppler). Les modèles de DDM sont généralement basés sur les travaux de Zavorotny [ZAV00]. L'expression de la puissance diffusée, en fonction du délai et la fréquence Doppler, pour un signal GPS se résume par [GLE07] :

$$P_v(\hat{\tau}, \hat{f}) = \frac{T_I^2 P_T \lambda^2}{(4\pi)^3} \iint_A \frac{G_T \sigma^0 G_R}{R_R^2 R_T^2} \Lambda^2(\hat{\tau} - \tau) \text{sinc}^2(\hat{f} - f) dA \quad (1.8)$$

Où :

- $P_v(\hat{\tau}, \hat{f})$: la puissance du signal réfléchi reçu par le récepteur ;
- P_T : la puissance du signal émis ;
- λ : la longueur d'onde du signal ;
- A : la surface de réflexion effective ;
- G_T, G_R : les gains respectifs des antennes d'émission et de réception ;
- σ^0 : le coefficient de diffusion (surface équivalente radar) ;
- R_T, R_R : la distance parcourue par le signal respectivement de l'émetteur au point de réflexion, et du point de réflexion au récepteur ;
- T_I : la durée d'intégration cohérente considérée pour le calcul de la corrélation ;
- Λ : la fonction de corrélation du code PRN ;
- τ : le délai de code du signal reçu ;
- $\hat{\tau}$: l'estimation du délai de code du signal local ;

f : la fréquence du signal reçu ;
 \hat{f} : l'estimation de la fréquence du signal local.

Le rapport signal sur bruit sur la DDM, $SNR(\hat{\tau}, \hat{f})$, est décrit par $\frac{P_v(\hat{\tau}, \hat{f})}{KTB_i}$, avec KTB_i le bruit thermique après intégration [GAR03]. A partir des mesures de la carte DDM, on peut estimer les coefficients de diffusion σ^0 des différentes cellules (voir Figure 1.14) de la surface à observer [VAL11].

Cette méthode est plutôt utilisée pour un récepteur monté sur un satellite en orbite terrestre basse (LEO-low Earth orbit) [SHU11], ou aéroporté [ROD10]. Pour les mesures au sol, la réflexion sera en général considérée comme quasi-spéculaire [LAR13].

Le coefficient de diffusion

Le coefficient de diffusion dépend de plusieurs paramètres exploitables pour la télédétection des surfaces terrestres et d'atmosphères [SHU11]. L'équation-déterminant σ^0 peut être simplifiée par la formule suivante [ZAV00] :

$$\sigma^0 = \frac{\pi |\mathfrak{R}|^2 \vec{q}^4}{q_v^4} P\left(-\frac{\vec{q}_h}{q_v}\right) \quad (1.9)$$

Avec :

\mathfrak{R} : le coefficient de réflexion de Fresnel. Il est fonction du type de polarisation, de la constante diélectrique, et de l'angle d'élévation ;

\vec{q} : le vecteur de diffusion $\vec{q} = \vec{q}_v + \vec{q}_h$, avec \vec{q}_v , \vec{q}_h ses composantes verticale et horizontale, représentant la pente de la surface nécessaire pour réfléchir le signal vers le récepteur ;

$P()$: la densité de probabilité d'inclinaison (q_v, q_h) de la surface.

En effet, l'analyse de la distribution du coefficient de diffusion s'avère très utile pour des applications qui reposent sur le changement de *granularité* et d'*inclinaison de la surface* au cours du temps, telle que la détermination de l'état de la mer. D'autres applications se font alors en se basant sur les paramètres agissant sur le coefficient de réflexion de Fresnel \mathfrak{R} , c'est à dire sur la permittivité relative de la surface de réflexion.

Coefficients de réflexions de Fresnel

Les coefficients de Fresnel permettent de déterminer la puissance réfléchie et transmise à travers une interface plane de permittivité relative ϵ_r . L'onde incidente est considérée comme une onde électromagnétique plane, d'angle d'incidence θ_i . Les dits coefficients sont définis en termes de composantes horizontale et verticale selon les formules :

$$\mathfrak{R}_h = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}} \quad (1.10)$$

$$\mathfrak{R}_v = \frac{\epsilon_r \cos \theta_i - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}}{\epsilon_r \cos \theta_i + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}} \quad (1.11)$$

Les signaux GNSS émis sont circulairement polarisés à droite (RHCP : Right-Hand Circular Polarization). Lors de la réflexion des dits signaux, une grande part de ces ondes deviennent circulairement polarisée à gauche (LHCP : Left-Hand Circular Polarization). Les proportions de répartition de ces ondes en polarisation circulaires RHCP et LHCP peuvent être déduites des coefficients de réflexion de Fresnel par les les facteurs de réflexion droite \mathfrak{R}_r et gauche \mathfrak{R}_l suivants :

$$\mathfrak{R}_r = \frac{1}{2}(\mathfrak{R}_v + \mathfrak{R}_h) \quad (1.12)$$

$$\mathfrak{R}_l = \frac{1}{2}(\mathfrak{R}_v - \mathfrak{R}_h) \quad (1.13)$$

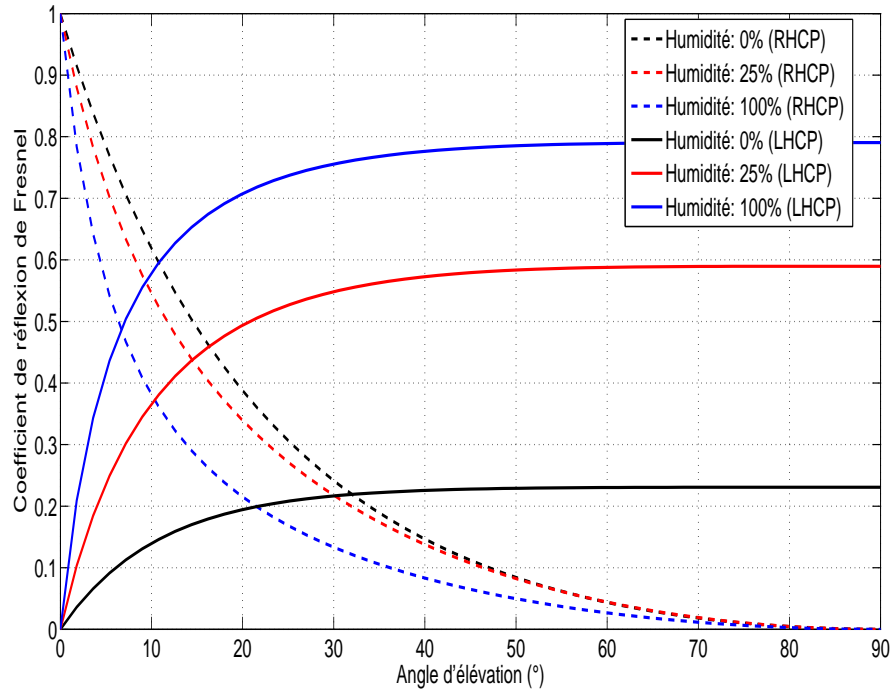


FIGURE 1.15 – Coefficients de réflexion de Fresnel du sable en fonction de l’humidité et de l’angle d’élévation

Ces coefficients dépendent de la constante diélectrique de la surface à qualifier ainsi que de l’angle d’élévation θ_i . A titre d’exemple illustratif, les coefficients de Fresnel du sable humidifié par de l’eau de la mer dépendent à la fois de θ_i et du taux d’humidité, quantifié par ϵ_r , voir Figure 1.15. La permittivité diélectrique apparente, $\mathfrak{R}(\bar{\epsilon}_r)$, du sable humidifié résulte de la combinaison des permittivités de l’eau, du sable et de l’air dont les valeurs sont respectivement équivalentes à 80, 5 et 1 [LAN74]. Ainsi, suivant la teneur en eau, la permittivité $\mathfrak{R}(\bar{\epsilon}_r)$ varie entre 2.56 et 73.0.

Comme noté précédemment, pour les signaux GNSS, dès que l’angle d’élévation est important, avec $\theta_i > 30^\circ$, le signal réfléchi est dominé par la polarisation LHCP. Pour les satellites

situés au zénith, la puissance du signal réfléchi atteint non seulement son maximum mais il devient aussi purement polarisé circulairement à gauche. L'amplitude de cet extremum du signal réfléchi est proportionnellement liée à l'humidité du sable.

Pour les faibles angles d'élévation ($\theta_i < 10^\circ$), le signal réfléchi est dominé par la polarisation RHCP. Cependant, les signaux GNSS en provenance des satellites en basse élévation [KAP06] présentent un faible SNR en polarisation RHCP. En conclusion, pour pouvoir exploiter les signaux réfléchis, il faut utiliser une antenne directive à polarisation LHCP, et des signaux à angle d'élévation suffisamment élevé.

La réflectivité

La réflectivité mesure l'efficacité avec laquelle la surface réfléchissante capte et renvoie l'énergie radioélectrique. La dite réflectivité, notée Γ , diminue lorsque la rugosité de la surface augmente. Γ est lié au coefficient de réflexion de Fresnel, $\mathfrak{R}(\theta)$ [AZM10], par :

$$\Gamma = |\mathfrak{R}(\theta)|^2 \chi(z) \quad (1.14)$$

$\chi(z)$ se définit comme une fonction probabiliste modélisant la rugosité de la surface réfléchissante en fonction la hauteur moyenne z . De même, sous l'approximation de Kirchoff et l'approche classique, la variation de la hauteur est distribuée selon la loi gaussienne, et la réflectivité se simplifie en [MAS04] :

$$\Gamma = |\mathfrak{R}|^2 \exp(-h \cos^2 \theta) \quad (1.15)$$

Avec :

$$h = 4k^2 \sigma_h^2 = 4 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \sigma_h^2 \quad (1.16)$$

- h : communément appelé le paramètre de rugosité ;
- k : le nombre d'onde ;
- σ_h : l'écart-type de la hauteur de surface réfléchissante.

La Figure 1.16 représente la réflectivité et la perte en puissance (dB) entre le signal direct et le signal réfléchi (LHCP) en fonction des angles d'élévation du satellite. Les courbes résultantes sont obtenues pour des surfaces sableuses et quasiment planes ($\sigma_h = 8\text{m}$) et dont la teneur en eau varie [FRA09]. Plus le sol est humide, plus la réflectivité est importante, si bien que la perte de puissance entre le signal incident (RHCP) et réfléchi (LHCP) est faible.

Rapport signal à bruit en présence de multi-trajets : SNR-multitrajet

On représente Figure 1.17 le fonctionnement de la boucle de poursuite de la porteuse et l'ampleur de la corrélation du code "prompt" via un diagramme de constellation. Pour ce dernier, l'axe des abscisses et celui des ordonnées sont respectivement les composantes en phase I et quadrature de phase Q .

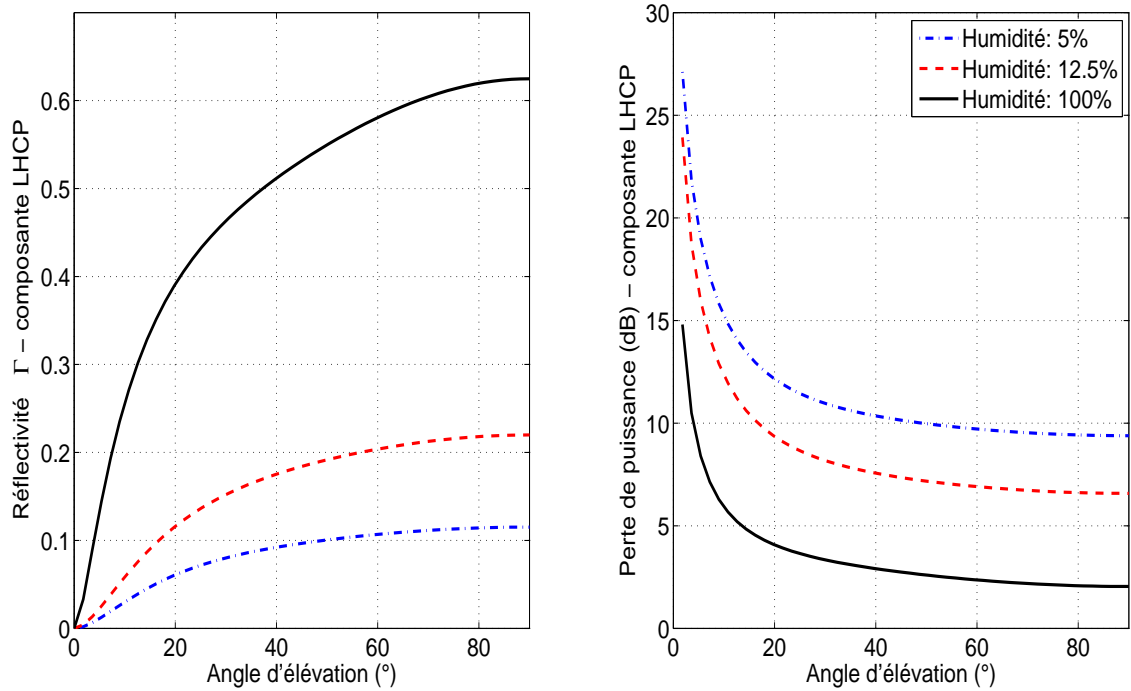


FIGURE 1.16 – Réflectivité du sable et sa conséquence en perte puissance (dB)

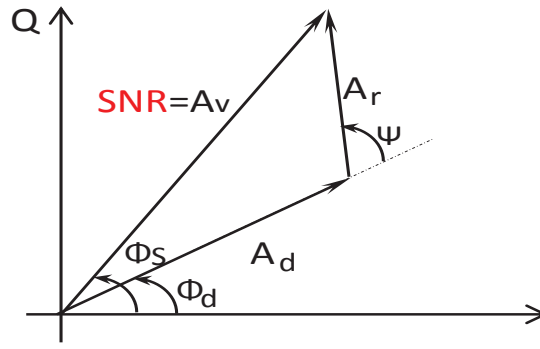


FIGURE 1.17 – Diagramme des phases représentant le fonctionnement de la boucle de poursuite de la porteuse

Larson [LAR08] indique que si la réflexion se fait sur une surface lisse (dont l'écart-type de la hauteur est inférieure à la longueur d'onde du signal), alors l'amplitude du signal composite (A_v), somme des signaux direct et réfléchi, sera sensible à la différence de phase ψ entre le signal direct et le signal réfléchi :

$$(A_v)^2 = (A_d)^2 + (A_r)^2 + 2A_d A_r \cos \psi \quad (1.17)$$

Où :

A_v , A_d et A_r sont respectivement les amplitudes des signaux composite, direct et réfléchi ;

ψ est la différence de phase entre les signaux direct et réfléchi.

De plus, au cours du mouvement du satellite GNSS, et ainsi lors du changement de la géométrie de réflexion et du déphasage ψ , cette situation engendre des oscillations du SNR. De ce fait, la fréquence de ces oscillations SNR dépend automatiquement des variations de géométrie satellite-réflecteur-antenne. Pour une surface réfléchissante plane et sous la négligence de l'effet de courbure terrestre, la différence de trajet δ peut être estimée, voir la Figure 1.18, par les formules :

$$\begin{aligned} \delta &= RS - d = RS(1 - \cos 2\theta_e) \\ &= \frac{h}{\sin\theta_e}(1 - \cos 2\theta_e) \\ &= 2h \sin\theta_e \end{aligned} \tag{1.18}$$

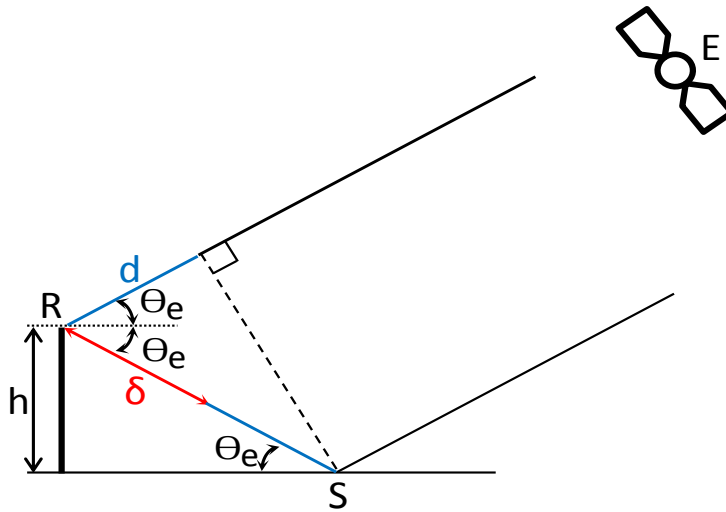


FIGURE 1.18 – Géométrie simplifiée pour le calcul de la différence de marche entre les signaux direct et réfléchi

Le déphasage ψ peut être déduit de δ par :

$$\psi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{4\pi \sin\theta_e}{\lambda} \text{ mod } [2\pi] \tag{1.19}$$

Après avoir présenté les principales considérations géométriques et physiques sur lesquelles se fonde la réflectométrie, on se focalisera par la suite sur les principales applications de cette dernière.

1.3.4 Applications de la réflectométrie

Les applications de la réflectométrie GNSS sont nombreuses, et les techniques multiples. On listera ici les applications et techniques principales faisant appel à l'étude du SNR.

L'altimétrie

Il est possible d'étudier la hauteur des sols et océans par réflectométrie GNSS. L'altimétrie GNSS est utile pour : la topographie des surfaces océaniques [CAR13], le transport et la sécurité maritime [MCC99], la circulation océanique [XU09], l'évolution climatique [JIN10], la surveillance écologique de la planète, etc.

Comme le système GPS se réfère au système géodésique WGS 84, les altitudes sont mesurées par rapport à l'ellipsoïde de référence. Ainsi, au lieu du modèle mathématique de la Terre, l'altimétrie océanique préfère se référer à la géoïde. Ce qui peut introduire de faibles erreurs altimétriques [MAR93].

Lorsque le récepteur est positionné dans l'espace, la réflexion ne peut pas être considérée spéculaire : la première zone de Fresnel est très étendue, et la hauteur des points de réflexion très variable. L'étude altimétrique peut se résumer à l'estimation de la différence du temps d'arrivée (TOA) entre les signaux direct et réfléchi. On distingue deux approches principales : la corrélation de chaque signal avec une réplique locale du code du signal (cGNSS-R : GNSS-R conventionnel) [GLE07] et la corrélation des signaux direct et réfléchi ensemble (iGNSS-R : GNSS-R par interférométrie) [MAR93].

Lorsque le récepteur est plus proche du sol, les techniques les plus précises consistent à étudier la différence de phase entre les signaux direct et réfléchi, pour obtenir la différence de TOA. Ce type d'application altimétrique nécessite de considérer des surfaces de réflexion lisses, telles que : les étendues d'eau "calme" [HAJ03] ou la glace lisse [FAB12], pour assurer les conditions nécessaires de réflexion quasi-spéculaire.

L'étude classique de la phase des signaux par poursuite des signaux direct et réfléchi est possible, mais affectée comme les techniques de positionnement par la phase des problèmes d'ambiguïté de phase [FAB12]. On s'intéressera ici plus particulièrement à l'étude de la différence de phase par le SNR. Cette approche consiste à poursuivre la fréquence d'oscillation de l'amplitude du signal composite A_v (voir le sous-chapitre 1.3.3). En effet comme ce dernier est directement lié au déphasage ψ , voir l'équation 1.19, on obtient :

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{4\pi h}{\lambda} \cos \theta_e \frac{d\theta_e}{dt} \quad (1.20)$$

Et par changement de variable $x = \sin \theta_e$, l'équation précédente peut être représentée [LAR08] :

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{4\pi h}{\lambda} \cos \theta_e \quad (1.21)$$

Généralement, la fréquence-modifiée d'évolution de ψ est constante pour un réflecteur horizontal. Dans ce cas, cette méthode évite le problème de résolution d'ambiguïté de phase, à condition que soit effectuée l'analyse d'une longue série de mesures d'évolution de SNR, en fonction de l'angle d'élévation θ_e . Les performances en précision des techniques d'altimétrie par la phase sont d'ordre centimétrique.

Humidité des sols

L'humidité du sol est un paramètre clé pour de nombreuses applications nécessitant la caractérisation du sol, comme : l'hydrologie [JAC96], les études météorologiques [GRU10], les études climatiques [SEN10], l'agriculture [BAR03] et l'étude des écosystèmes, etc.

Méthode de différence du SNR : Comme discuté auparavant, pour une surface diélectrique parfaitement plate, la puissance spéculaire réfléchie est cohérente et dépend du coefficient de réflexion de Fresnel, de la région active réfléchissante, à travers la réflectivité, voir l'équation 1.15. Cette dernière, Γ , peut être déduite à partir de la différence de SNR du signal direct et du signal réfléchi par le sol [MAS02]. En effet, les bilans des liaisons du trajet direct [E-R] et ceux du trajet réfléchi [E-S et S-R], voir Figure 1.13, permet d'écrire [MAS04] :

$$(SNR)_d = \left(\frac{P_T \cdot G_T}{4\pi R_E^2} \right) \left(\frac{\lambda \cdot G_{Rd}}{4\pi} \right) \left(\frac{1}{k \cdot T_d \cdot B_d} \right) \quad (1.22)$$

$$(SNR)_r = \left(\frac{P_T \cdot G_T}{4\pi (R_R + R_T)^2} \right) \left(\frac{\lambda \cdot G_{Rr}}{4\pi} \right) (\Gamma) \left(\frac{1}{k \cdot T_r \cdot B_r} \right) \quad (1.23)$$

Où R_E désigne la distance parcourue par le signal direct, et les indices d et r indiquent les paramètres (voir équation 1.8) des antennes observant le signal direct et réfléchi, respectivement.

Ainsi, sous la condition d'égalité du bruit thermique direct et réfléchi on obtient :

$$\begin{aligned} (\text{Diff})_{\text{dB}} &= (SNR)_d - (SNR)_r = 10 \cdot \log \frac{G_{Rd} R_E^2}{\Gamma G_{Rr} (R_R + R_T)^2} \\ &\approx 10 \cdot \log \left(\frac{G_{Rd}}{G_{Rr}} \right) - 10 \cdot \log(\Gamma) \end{aligned} \quad (1.24)$$

Cette dernière approximation correspond à un récepteur proche du sol, pour lequel on suppose que les trajets direct et réfléchi sont presque identiques ($R_R \ll R_T \approx R_E$). On obtient une équation liant la perte de puissance à la réflectivité, qui dépend alors de l'angle d'élévation et de l'humidité du sol, voir Figure 1.16.

En pratique, le coefficient de réflexion de Fresnel \mathfrak{R}_l constitue une estimation de la différence de puissance entre les signaux GPS directs et réfléchis $(\text{Diff})_{\text{dB}}$. La permittivité associée à $(\text{Diff})_{\text{dB}}$ se représente par l'expression suivante [ZIH10] :

$$\varepsilon = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \sin^2 \theta_e \cos^2 \theta_e \left(\frac{1 - \mathfrak{R}_l(\theta_e)}{1 + \mathfrak{R}_l(\theta_e)} \right)^2}}{2 \cos \theta_e \left(\frac{1 - \mathfrak{R}_l(\theta_e)}{1 + \mathfrak{R}_l(\theta_e)} \right)^2} \quad (1.25)$$

L'humidité du sol peut donc être déduite des relations empiriques ou semi-empiriques proposées dans [FRA09].

Méthode de la composante (Ar) du SNR multi-trajets : L'équation 1.17 stipule que le SNR du multi-trajets est formé par la contribution du signal direct (A_d) et celle du signal réfléchi (A_r). Comme l'ampleur du vecteur A_r est proportionnelle à la réflectivité de la surface réfléchissante, on peut estimer l'humidité du sol si l'on arrive à extraire l'apport (A_r) du SNR.

Lors du mouvement du satellite, l'ampleur du signal-composite (A_v) oscille en fonction de la variation de la phase ψ . Une approche possible est donc d'extraire les ondulations d'amplitude A_r du signal A_v par une régression polynomiale à faible ordre [LAR08].

Salinité et température de la mer

La salinité de la surface de la mer (Sea Surface Salinity : SSS) est d'une grande importance pour plusieurs domaines tels que : la prévision météo [WIL10], la modélisation d'échanges énergétiques océan-atmosphère [BIR89], le monitoring environnemental [VIN07], etc.

Comme l'humidité des sols, la salinité et la température de la mer sont liés à la permittivité de la surface de réflexion considérée. Les techniques d'observation seront donc similaires, basées sur l'étude du SNR du ou des signaux considérés (composite ou direct et réfléchi séparément).

La vitesse du vent à 10 mètres (U10) et/ou la hauteur significative des vagues (SWH) [CAM04] sont également des paramètres à prendre en compte dans cet application, car elles modifient le SNR des signaux réfléchis. Ainsi, pour étudier la SSS, le système employé devra disposer d'informations sur la température de l'eau et sur l'état de mer [SAB07]. L'exploitation de la moyenne quadratique des pentes (mean square slope MSS) [LI13], déduite des systèmes GNSS-R comme descripteur potentiel de l'état de la mer, pourra donc améliorer fortement l'estimation de la SSS.

Enjeux à défier

En plus de ces applications principales, on peut encore citer l'étude des couches de neige [FAB11], les mesures d'épaisseur de glace et la surveillance de la fonte de la calotte glaciaire [WIE03], la surveillance des tsunamis [HEL07], la surveillance des cyclones (projet CYGNSS) et la surveillance de la biomasse végétale [EGI13].

A travers la polyvalence de ces applications, on peut affirmer que la réflectivité GNSS-R constituera un outil intéressant pour la télédétection, le monitoring et la collecte des données de l'environnement, que ce soit l'atmosphère, la terre et/ou la mer pour les futures décennies.

En effet la grande disponibilité future des signaux GNSS, la grande résolution spatio-temporelle, que ce soit en local ou en global, et l'insensibilité de la technique aux conditions climatiques, sont tous des facteurs favorables à la réflectométrie.

Cependant certains enjeux sont encore à défier par la dite technique à savoir : la planéité des surfaces, le dégagement et l'homogénéité des terrains, la séparation des paramètres affectant la

permittivité des sols et autres, constituent encore d'actifs sujets de recherche.

1.4 Conclusion

La principale fonction d'un récepteur GNSS est le positionnement, c'est à dire l'estimation du triplet position, vitesse et temps (PVT). Les traitements du signal du récepteur ont été conçus pour l'estimation de la phase, de la fréquence Doppler et du décalage de code. C'est ce que l'on montre dans ce chapitre en décrivant les différents traitements du récepteur, et en présentant l'architecture RF d'un récepteur.

Cependant, avec l'apparition de nouvelles applications, comme l'observation par réflectométrie GNSS, on constate que la mesure de puissance du signal GNSS peut aussi être utilisée. En effet, la valeur de cette puissance, propre à chaque satellite visible, est devenue un indicateur de la nature de la surface de réflexion.

Cependant, nous avons montré dans ce chapitre que ce paramètre n'est pas directement observé par les boucles de poursuite. En effet, les délais de code (boucle DLL) et de phase (boucle PLL) sont observés et utilisés pour calculer une estimation de la distance satellite-récepteur. La fréquence du signal reçu (Boucle FLL) est aussi observée, et son estimation nous donne une valeur de la vitesse relative satellite-récepteur. Dans ce contexte des estimateurs du rapport signal à bruit ont été développés à partir des observations fournies par les boucles de poursuite. Nous décrirons et évaluerons dans le chapitre suivant ces estimateurs.

Chapitre 2

Mesure du rapport signal à bruit en sortie de l'étage radio-fréquence d'un récepteur GNSS

2.1 Introduction

Certaines applications utilisent comme information la puissance des signaux GNSS. Cette information est principalement utilisée pour mesurer l'intégrité du récepteur, car la qualité des mesures fournies se dégrade avec le rapport signal à bruit (RSB) du signal reçu. Cette dégradation peut être provoquée par la présence de multi-trajets, ou la propagation du signal dans ou sur une paroi se trouvant entre l'émetteur et le récepteur.

Le RSB d'un signal GNSS est calculé à partir des observables des composantes en phase et en quadrature du signal GNSS démodulé et démultiplexé. C'est donc ce premier étage du récepteur GNSS qui conditionnera les modèles et les estimateurs de ce paramètre. On décrit dans une première partie les différentes architectures radio-fréquence (RF), des récepteurs de radio-navigation.

L'exactitude des mesures de RSB utilisées dans différentes applications est intimement liée aux performances des estimateurs de rapport signal à bruit. Un récepteur GNSS ne fournit pas d'observables de cette grandeur. Il a donc été développé dans la littérature des estimateurs du rapport signal à bruit à partir des propriétés statistiques des observables fournis par les récepteurs. Dans ce contexte ces estimateurs se distinguent par leur précision, leur domaine de validité et leur robustesse aux paramètres du signal. On décrira dans une deuxième partie, les estimateurs du RSB utilisés pour les signaux GNSS.

Le chapitre est donc organisé en deux parties. Nous présenterons dans une première partie les différentes architectures radio-fréquence qui sont utilisées dans les récepteurs GNSS modernes. Nous décrirons dans une deuxième partie les principaux estimateurs de rapport signal à bruit, dont on comparera la précision et le domaine de validité.

2.2 Architecture Radio-Fréquence d'un récepteur GNSS

2.2.1 Introduction

Le concept de la Radio Logicielle (RL ou SR) a été introduit par Mitola [MIT95] qui a proposé une architecture radio logicielle dite "idéale". Dans cette architecture, illustrée sur la Figure 2.1, la conversion analogique numérique est directement effectuée après l'antenne, le filtre Radio Fréquence (RF), et l'amplification faible bruit du signal (LNA). Un processeur de traitement spécialisé (DSP) réalise alors les traitements numériques du signal. On représentera, en bleu encadré par des tirets mixtes, Figure 2.1, la partie numérique de l'architecture. Cependant, cette architecture exige une antenne à large bande et un convertisseur analogique numérique (ADC) ayant une fréquence d'échantillonnage importante. Dans le domaine des GNSS, ce type d'architecture n'est pas utilisé car la fréquence d'échantillonnage nécessaire est trop grande.

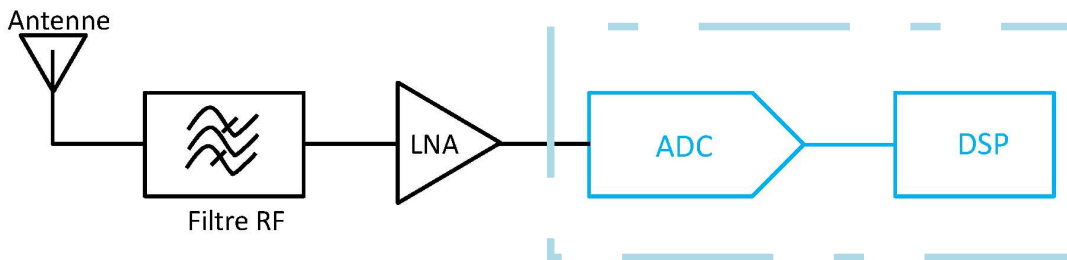


FIGURE 2.1 – Architecture Radio Logicielle (SR).

La Radio Logicielle Restreinte (Software Defined Radio -SDR-) [PAL01] a été proposée comme alternative à la Radio Logicielle "idéale". Il s'agit d'une topologie dérivée, dont la structure est présentée sur la Figure 2.2. Dans cette architecture, on définit :

- Le bloc "Analog Front-End" (AFE) est composé de fonctions RF, de nature analogique. On y retrouve les composants nécessaires pour descendre le signal en fréquence. Soit des filtres RF, un amplificateur et des mélangeurs. Cette descente est réalisée avec un ou plusieurs mélangeurs et des filtres de mise en forme du signal. L'objectif de ce bloc est de descendre la fréquence du signal à bande passante limitée, en vue de faciliter son échantillonnage.
- Le bloc "Digital Back End" (DBE), en bleu encadré par des tirets, Figure 2.2, regroupe les composants qui réalisent les traitements numériques du signal. En fonction du degré de flexibilité souhaité, de la vitesse de calcul, et des contraintes logicielles, ce bloc peut être réalisé à base d'ASIC [SMI97], de FPGA [UWE07], de processeurs ou de processeurs spécialisés DSP [WAN99].
- le convertisseur ADC fait le lien entre la partie Analogique et la partie numérique du "Front End".

Il existe plusieurs architectures de "Front End" que nous allons décrire.

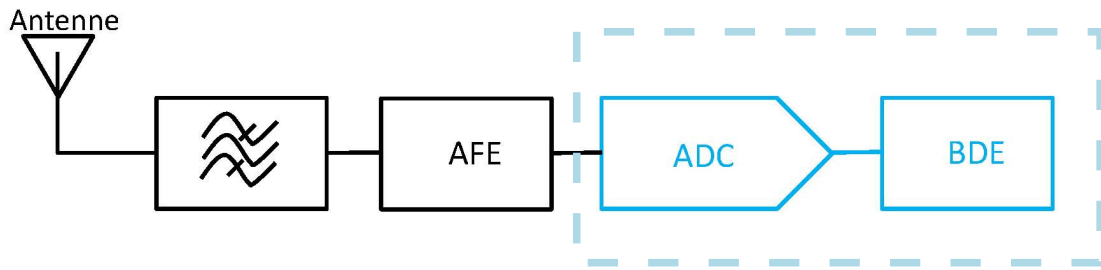


FIGURE 2.2 – Architecture pragmatique (SDR).

2.2.2 Les architectures Radio-Fréquence

Architecture superhétérodyne

Populaire depuis presque un siècle (1918), les récepteurs hétérodynes sont encore largement utilisés dans les applications RF. Dans cette architecture, le signal d'entrée RF est converti en fréquence intermédiaire (IF), où il est amplifié et filtré avant d'être numérisé. Dans certaines configurations, le signal est converti deux fois en fréquences intermédiaires afin de faciliter le traitement du spectre image. On représente Figure 2.3 l'architecture superhétérodyne.

La structure superhétérodyne génère des composantes d'inter-modulation lors des multiples conversions fréquentielles. Ces composantes peuvent alors se retrouver dans la bande fréquentielle d'intérêt et générer des interférences. L'utilisation de filtres de mise en forme du signal permet de minimiser cet effet. Par conséquent, ces multiples étapes de filtrage et d'amplification font augmenter la complexité, le coût et la taille du récepteur.

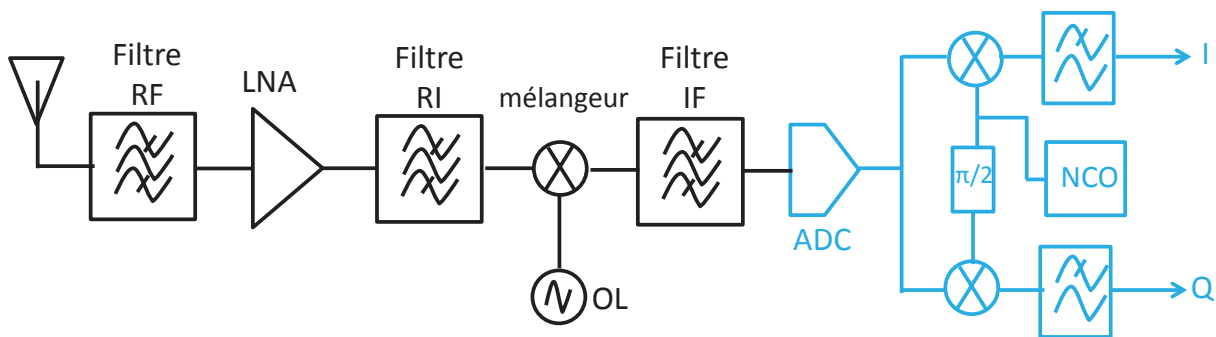


FIGURE 2.3 – Architecture superhétérodyne.

Les filtres de mise en forme

On représente sur la Figure 2.4 le système de descente en fréquence. Soit le signal GNSS en entrée du mélangeur $s(t)$ et l'oscillateur local $p^{OL}(t)$:

$$s^r(t) = \sum_{v \in V} A_v(t) n(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi f_v t + \phi_v) + \eta_v(t) \quad (2.1)$$

$$p^{OL}(t) = \cos(2\pi f^{OL} t) \quad (2.2)$$

Le signal $s(t)$ est préalablement filtré par le filtre Image "RI" avant d'être multiplié par le signal de l'oscillateur local. Le signal en sortie du mélangeur est lui-même filtré par un filtre "IF" de mise en forme.

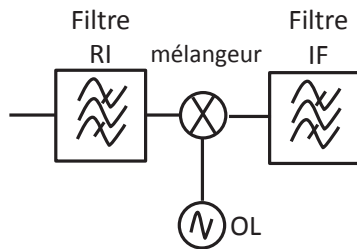


FIGURE 2.4 – Filtres de mise en forme.

Si l'on considère le signal reçu multiplié par la porteuse locale, alors on obtient l'expression $s^{IF}(t)$ suivante :

$$\begin{aligned} s^{IF}(t) &= \sum_{v \in V} \frac{A_v}{2}(t) n(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi(f_v + f^{OL})t + \phi_v) \\ &+ \sum_{v \in V} \frac{A_v}{2}(t) n(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi(f_v - f^{OL})t + \phi_v) \\ &+ In(t) \sin(2\pi((2 * f^{OL} - f_v) - f^{OL})t + \phi) + \eta_v(t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dans cette expression le premier terme à la fréquence $f_v + f^{OL}$ est filtré par le filtre "FI" du système superhétérodyne. Le deuxième terme est le signal descendu à la fréquence $f_v - f^{OL}$, et le dernier terme est le signal associé au spectre d'interférence, situé à la fréquence $2 * f^{OL} - f_v$. $In(t)$ est le signal d'interférence se trouvant à la fréquence $2 * f^{OL} - f_v$. Le spectre d'interférence appelé spectre image est préalablement filtré par le filtre image "RI". On représente sur la Figure 2.5, le principe de l'apparition d'un spectre d'interférence dans l'étape de descente en fréquence.

Architecture " Zero IF "

Afin d'éviter le problème de filtre image, l'architecture " Zero IF " ne descend pas le signal à des fréquences intermédiaires. Le signal est directement transposé en bande de base grâce à un seul mélangeur qui possède un oscillateur local dont la fréquence est centrée sur le spectre

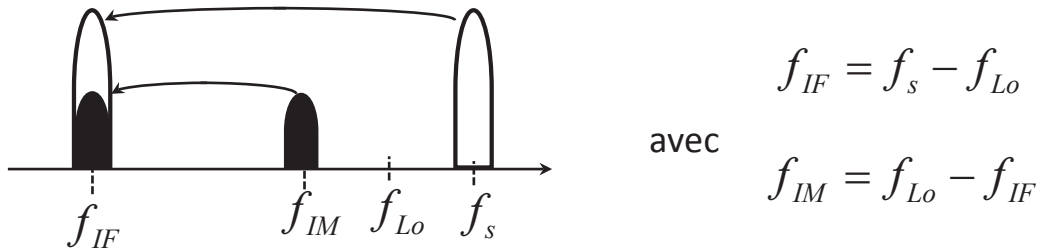


FIGURE 2.5 – Repliement de la fréquence image, dû au mélangeur.

du signal reçu. Dans ce cas la fréquence intermédiaire est nulle, et le spectre image est le spectre du signal lui-même, comme on peut le constater avec la Figure 2.5 : $2 * f^{OL} - f_v = f_v$.

Cette structure présentée sur la Figure 2.6 est aussi appelée " homodyne " ou " à conversion directe ", DCR (Direct Conversion Receiver).

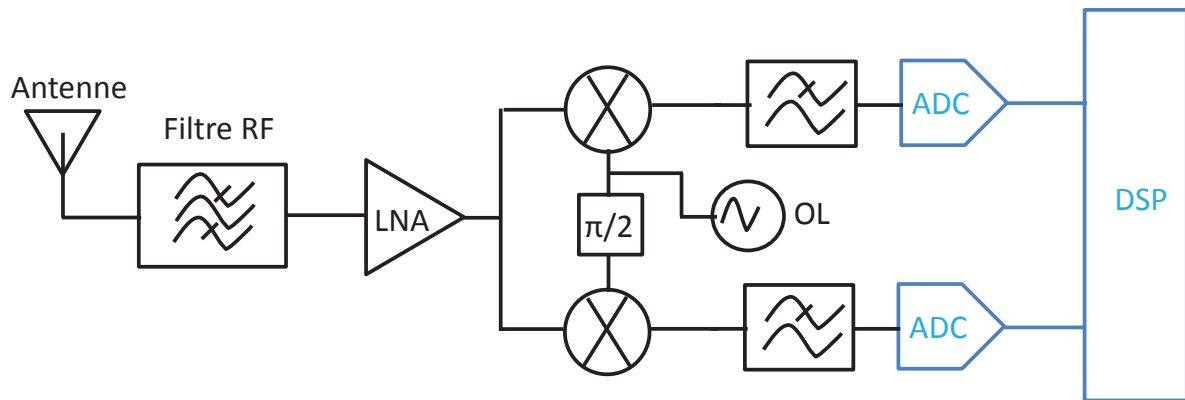


FIGURE 2.6 – Architecture homodyne

Cette architecture, plus simple, nécessite un nombre de composants relativement réduit, favorisant alors l'intégration monolithique pour les applications multi-standards modernes. Cependant cette architecture est très sensible au bruit en basse fréquence, le bruit en $1/f$ (Flicker noise). En effet le signal RF reçu étant de faible puissance, il est difficile de l'extraire du bruit basse fréquence. Pour avoir un récepteur ayant une bonne sensibilité, il faut donc que le LNA à la fréquence RF ait un fort gain. En pratique les amplificateurs à fort gain, faible bruit et large bande sont difficiles à réaliser [RAZ97].

Architecture " Low IF "

Il s'agit d'une architecture hybride entre l'architecture hétérodyne et l'architecture homodyne. L'objectif de cette architecture est de s'affranchir du bruit basse fréquence en $1/f$. Dans ce type d'architecture, la transposition des fréquences RF se fait en fréquence IF, faible, de

l'ordre de la largeur de bande du signal utile. Cependant pour palier le problème du spectre image à réparer, des architectures spécifiques ont été proposées dans la littérature.

On représente sur la Figure 2.7 un exemple d'architecture.

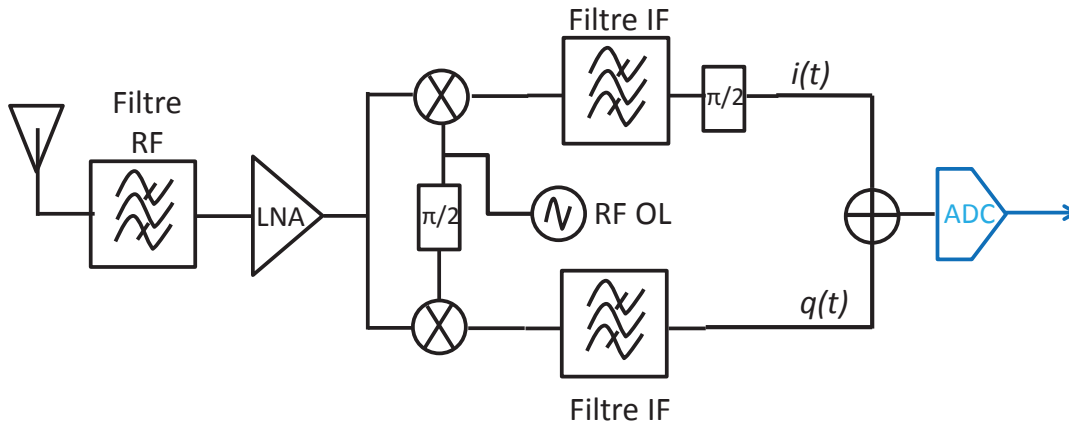


FIGURE 2.7 – Architecture de Hartley " Low IF "

Soit $s^r(t)$ le signal GNSS et $s^{IF}(t)$ le signal en sortie de l'oscillateur local, définis respectivement par les équations (2.1) et (2.2). Les signaux $i(t)$ et $q(t)$ de la Figure 2.7 ont alors pour expression :

$$i_v(t) = \sum_{v \in V} \frac{A_v(t)}{2} n(t) CA_v(t + \tau_v) \cos(2\pi(f_v - f^{OL})t + \phi_v) - In(t) \cos(2\pi(f_v - f^{OL})t + \phi) + \eta_v(t) \quad (2.4)$$

$$q_v(t) = \sum_{v \in V} \frac{A_v(t)}{2} n(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi(f_v - f^{OL})t + \phi_v) + In(t) \sin(2\pi(f_v - f^{OL})t + \phi) + \eta_v(t) \quad (2.5)$$

En effet, on a le signal $s^{IF}(t)$ (2.3) et sa composante en quadrature en sortie des deux mélangeurs. Le filtre "IF" permet de filtrer les composantes de fréquence $(f_v + f^{OL})$ du signal et de garder à sa sortie les composantes de fréquence $(f_v - f^{OL})$. Le déphaseur de $\pi/2$ remet en phase les deux composantes $i_v(t), q_v(t)$ et leur somme permet d'éliminer le spectre image.

Architecture " Direct RF Sampling "

Afin de réduire la complexité des architectures " classiques " qui utilisent un mélangeur dans le domaine analogique, le signal RF est directement échantillonné. On représente sur la Figure 2.8 l'architecture " Direct RF Sampling " qui s'appuie sur ce principe.

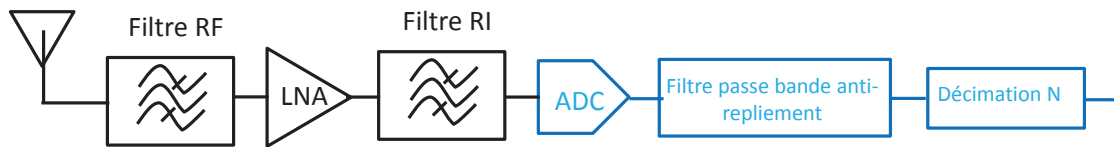


FIGURE 2.8 – Architecture " Direct RF Sampling "

Dans cette architecture la technique du sous échantillonnage est utilisée pour descendre en fréquence le spectre du signal. En effet le spectre replié du signal sous-échantillonné se retrouve dans ce cas en bande de base (Inversion de spectre). On représente sur la Figure 2.9 le principe de cette technique d'inversion du spectre.

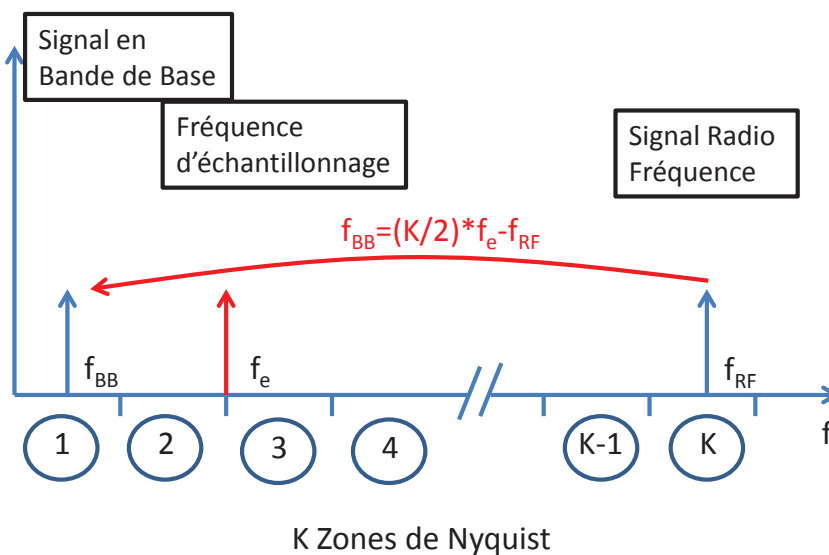


FIGURE 2.9 – Descente en fréquence par sous échantillonnage.

Le signal ainsi obtenu en bande de base est filtré pour sélectionner le canal dans le signal, et il est décimé pour diminuer le nombre d'échantillons à traiter [SHE96]. La démodulation du signal, dont l'objectif est d'obtenir les deux voies en quadrature I et Q , est alors réalisée par le traitement numérique du signal.

La décimation est une opération numérique qui a pour but de diminuer la fréquence d'échantillonnage. La décimation d'ordre N divise la fréquence d'échantillonnage par N . Dans ce contexte l'opération de décimation d'ordre N sélectionne $N-1$ points parmi N . Cependant la diminution de la fréquence d'échantillonnage augmente les effets de repliement du spectre. C'est pour cette raison que toute opération de décimation du signal doit être précédée d'un filtrage (filtre anti-repliement) dont l'objectif est de minimiser l'effet du repliement.

2.2.3 Architecture "Radio Fréquence" d'un récepteur GNSS

Architecture superhétérodyne d'un récepteur GNSS

On présente sur la Figure 2.10 l'architecture "Radio Fréquence" classique d'un récepteur GNSS. Il s'agit ici de l'architecture du système de numérisation des signaux GNSS du constructeur de récepteur "AccordSoftware".

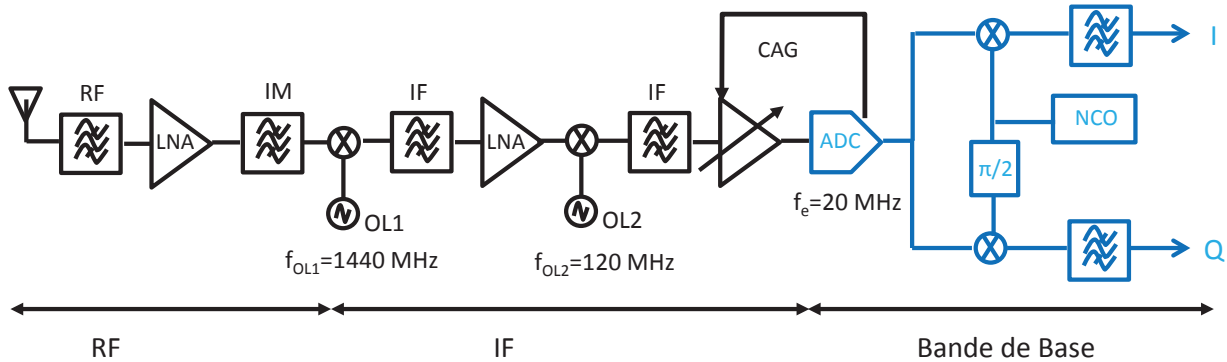


FIGURE 2.10 – Architecture superhétérodyne d'un récepteur GPS

Dans cette architecture le signal est descendu deux fois en fréquences intermédiaires. Une première fois à la fréquence $f^1 = f^{L1} - f^{OL1} = 135.42$ MHz puis une seconde fois à la fréquence $f^2 = f_1 - f^{OL2} = 15.42$ MHz. Le signal est alors sous échantillonné à la fréquence de 20 MHz et se retrouve en bande de base autour de la fréquence centrale de 4.58 MHz.

Dans l'architecture de la Figure 2.10, on remarquera la présence d'un système de correction automatique de gain. L'objectif de ce système d'amplification contrôlée est de maintenir la dynamique du bruit en entrée du convertisseur analogique numérique, dans la plage de tension d'entrée de celui-ci. En effet le signal GNSS étalé peut être considéré comme un bruit large bande dont la puissance est utilisée pour piloter la correction automatique de gain.

Dans un récepteur GNSS la quantification du signal est réalisée sur un faible nombre d'éléments binaires. En effet l'information que contient le signal est principalement contenue dans les changements de signe du signal. Soit 3 informations : le rythme du signal renseigne sur la fréquence porteuse, les modifications de signe renseignent sur les sauts de π dans le signal, et les transitions du signal binaire sont mélangées à la porteuse. Dans ce contexte la quantification utilisée dans les récepteurs est souvent sur 1 ou 2 bits, et sur un nombre supérieur dans les applications spécifiques nécessitant une analyse fine du signal pour lutter contre le brouillage.

Analyse des calculs du bilan de liaison

L'objectif d'une telle analyse est de déterminer les spécifications individuelles des blocs fonctionnels du récepteur. En effet le rôle principal du récepteur est de détecter, et de délivrer

le signal RF reçu par l'antenne au convertisseur ADC, tout en maintenant une qualité de signal " acceptable ". La *sensibilité* et la *dynamique* du récepteur sont les deux principaux paramètres qui définissent la marge de puissance d'entrée perçue par l'antenne. Alors que le *taux d'erreur binaire* et le *taux d'erreur de symboles* sont les mesures qui définissent la qualité acceptable du signal reçu [LAS04] .

Pour l'analyse du bilan de liaison du récepteur GNSS, il est d'usage d'utiliser le rapport C/N_0 (porteur to noise Ratio) en $dB Hz$ à l'entrée du récepteur. La prévision quantitative de la liaison descendante du GPS C/A sur L1 est donnée par l'équation :

$$\left(\frac{C}{N_0} \right)_{dB Hz} = 10 \log P_v \cdot G_v - 20 \log \frac{2\pi R}{\lambda} + 10 \log \frac{G_r}{T_v} - 10 \log k \quad (2.6)$$

- P_v : puissance émise par l'antenne satellite [dB W]
- G_v : gain d'antenne satellite [dB i]¹
- R : distance antenne-satellite – antenne-récepteur [Ω]
- λ : longueur d'onde (19.04 cm)
- G_r : gain d'antenne du récepteur [dB i]
- k : constante de Boltzmann $1,38 \times 10^{-23}$ [J / K]
- T_v : Température du bruit (voir annexe A) du récepteur : $T_v = T_a + T_0(NF - 1)$ [K]
- T_0 : Température de la terre [K]
- NF : Noise Figure du récepteur [dB]
- T_a : Température du bruit d'antenne, fonction : du diagramme de rayonnement d'antenne, température du ciel T_{sky} , température de la terre T_0 et l'efficacité d'antenne η .
 $T_a = \eta(T_{sky} + R_{bf}) + (1 - \eta)T_0$ [K]
- T_{sky} : la température du ciel [K], dépend de l'hygrométrie (pluie, grêle, neige,...), densité de feuillage de la canopée,...[MAR04]
- R_{bf} : rapport Back-to-Front d'antenne [K]

Généralement, le récepteur GPS C/A sur L1 présente un C/N_0 de l'ordre 35 à 50 dB Hz. Et cela en fonction de l'angle d'élévation d'antenne satellite et du diagramme de rayonnement de l'antenne de réception [BAD09].

2.2.4 Architecture "Radio Fréquence" d'un récepteur GNSS-R

Un récepteur GNSS-R est un récepteur multi-voies. Une première voie est utilisée pour traiter le signal direct qui constitue le signal de référence des applications GNSS-R. Le signal direct en provenance du satellite est fourni dans ce cas par une antenne à polarisation circulaire droite. Deux autres voies sont utilisées pour traiter le signal réfléchi par la surface à analyser. Les signaux réfléchis sont fournis par deux antennes à polarisation circulaire droite et gauche. Le signal en provenance de l'antenne à polarisation circulaire gauche est classiquement utilisé

1. dB i, pour décibel isotrope. Antenne isotrope : antenne idéale, fictive qui rayonne uniformément dans toutes les directions, dont le gain est égal à 1, soit 0 dB i. Les mesures sont effectuées avec un dipôle antenne de référence, dont le gain théorique est de 2,14 dB. Le gain sera alors exprimé en décibels, noté dB d, en référence à un dipôle.

pour les applications d'altimétrie, tandis que le signal en provenance de l'antenne à polarisation circulaire droite est utilisée en complément de la mesure du taux d'humidité des sols.

On représente sur la Figure 2.11 l'architecture radio-fréquence d'un récepteur GNSS-R. Cette architecture homodyne est utilisée dans les systèmes d'acquisition des signaux GNSS du laboratoire. Elle a été créée par l'entreprise SILICOM LABS située à Toulouse.

Dans l'architecture radio-fréquence de la Figure 2.11 on remarquera la présence d'un oscillateur local de référence ayant une fréquence de 100 MHz. Cet oscillateur permet de cadencer le convertisseur analogique numérique et de générer la porteuse locale à utiliser pour une unique descente en fréquence. C'est une descente directe car la fréquence de l'oscillateur local est choisi proche de la fréquence du signal reçu. Le signal GNSS échantillonné ne contient alors plus que le résidu de porteuse lié à l'effet Doppler. Dans cette architecture la présence d'un unique oscillateur local de référence permet de construire un récepteur synchronisé sur les trois voies.

Dans cette architecture homodyne, on remarquera la présence d'un contrôle automatique de gain nécessaire pour les signaux GNSS. Ce contrôle, qui est piloté par le composant FPGA (Field Programmable Gate Array), est calculé à partir de plusieurs observations fournies par les voies I et Q .

Cette architecture est re-configurable. En effet la bande L peut être sélectionnée grâce à la fréquence de l'oscillateur local qui est programmable. De plus, la fréquence d'échantillonnage peut être modifiée. Dans ce cas la transformation est réalisée par filtrage anti-repliement puis décimation du signal numérique. Le nombre de bits de quantification est programmable de 8 à 1 bit. Enfin la correction automatique de gain peut être globale et pilotée par la première voie ou locale à chaque voie.

En pratique les signaux sont échantillonnés à la résolution maximale, soit 8 bits et à une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz. Le système possède donc une bande passante de 50 MHz. Un composant de type FPGA réalise la liaison entre l'étage RF et le bus, puis la mémoire de stockage de l'ordinateur qui héberge la carte. C'est dans ce composant que la configuration du signal est modifiée. En général, la résolution est choisie en fonction de l'application GNSS étudiée, mais aussi en fonction de la durée d'acquisition nécessaire. Cette durée, qui est contrainte par la taille du disque de sauvegarde des données, est fonction de la fréquence d'échantillonnage et du nombre de bits de quantification.

2.3 Mesure de rapport signal à bruit

En télécommunications pour qualifier une liaison entre un émetteur et un récepteur, plusieurs indicateurs ont été proposés. Parmi les indicateurs de qualité les plus connus, on peut citer les rapports :

- Énergie binaire sur la densité spectrale de puissance de bruit E_b/N_0 [dB]
- Signal à bruit S/N ou SNR [dB]
- Porteuse sur interférences C/I [dB]

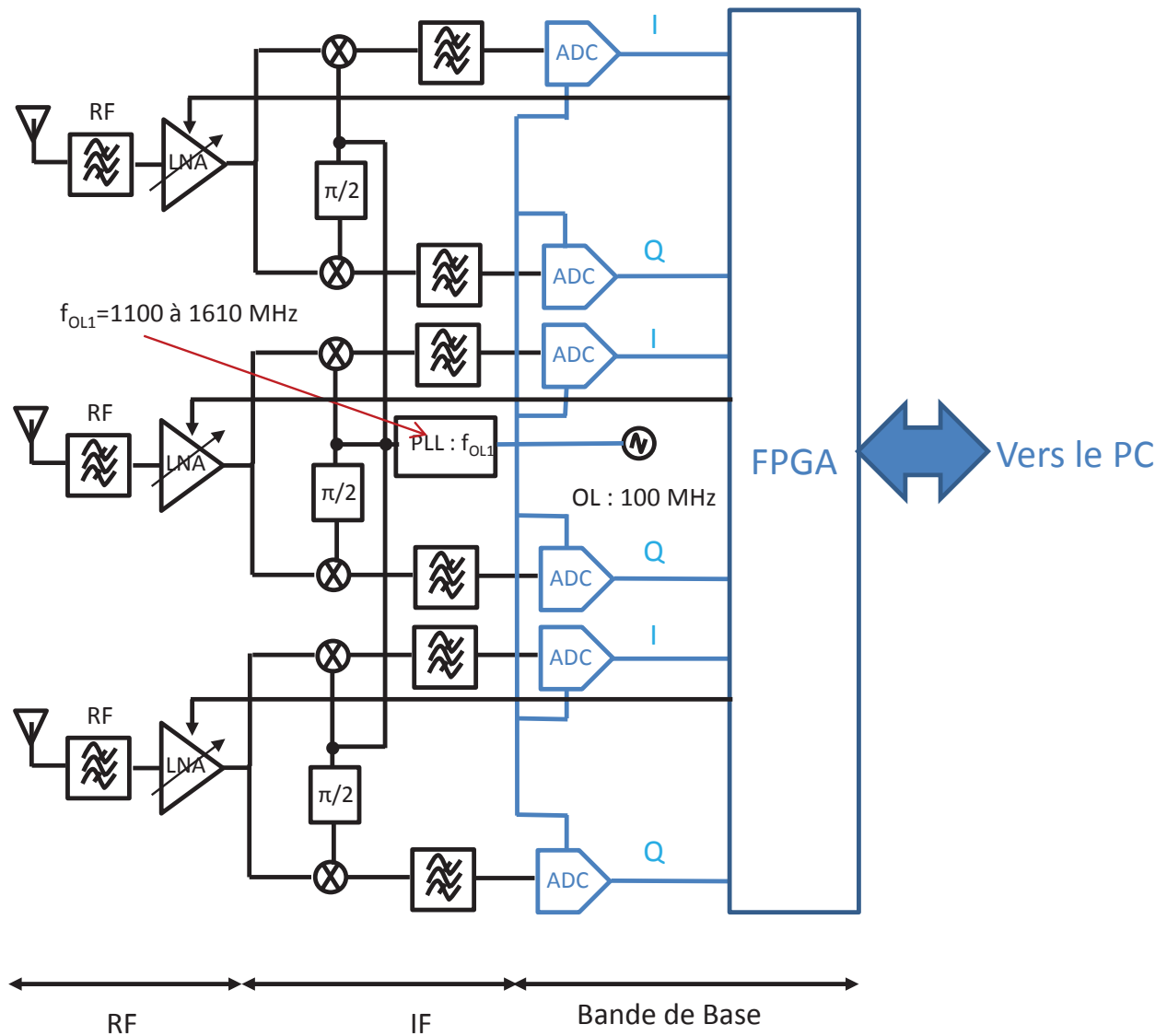


FIGURE 2.11 – Architecture homodyne d'un récepteur GNSSR.

– Porteuse sur la densité spectrale de bruit C/N_0 [dB Hz].

Chaque indicateur est adapté à une caractéristique de la liaison de télécommunications : le type de transmission utilisé, analogique ou numérique, et la nature de la modulation exploitée.

Concernant le rapport E_b/N_0 , il vise à qualifier le taux d'erreur binaire d'une transmission numérique. Il permet la comparaison des performances de la modulation et du code correcteur d'erreur utilisé pour une transmission donnée [SKL01].

Le SNR caractérise en général un signal analogique en bande de base, après démodulation [HAY09]. Le rapport C/I , utilisé pour les modulations multi-porteuses telle que la modulation OFDM, permet de caractériser l'effet des interférences sur la qualité du signal reçu [WAN07].

On trouve aussi dans la littérature le SMR (Signal to Multi path Ratio) comme indicateur pour caractériser l'effet des interférences liées aux multi-trajets sur le positionnement.

Le rapport C/N est utilisé dans le cas de modulations numériques constituées de deux porteuses en quadrature de phase (composantes I et Q) [PRO08]. Dans les systèmes de navigation par satellites, le rapport C/N₀ est utilisé. Il se réfère alors au rapport de la puissance de la porteuse sur la puissance du bruit par unité de bande passante. Le C/N₀ permet l'inter-comparaison entre différents récepteurs. En effet, ce rapport fournit une indication de la qualité du signal perçu par l'étage RF du récepteur, indépendamment des algorithmes d'acquisition et de poursuite de ce dernier [ANG10].

Généralement, les récepteurs GNSS affichent la puissance du signal reçu sous forme de barres verticales, soit en termes de rapport signal-sur-bruit (SNR), ou bien en termes de rapport porteuse sur la densité du bruit (C/N₀). En pratique on considère que plus la puissance du signal reçu est forte, plus le positionnement sera précis [BAD09].

Nous allons décrire dans ce chapitre les différents estimateurs de C/N₀ de la littérature et les comparer entre eux.

2.3.1 Définition des rapports signal à bruit pour un récepteur GNSS

Définition du SNR et du C/N₀

Le rapport SNR : En général, le rapport signal-sur-bruit (SNR ou S/N) est une mesure relative, permettant la comparaison entre le niveau du signal utile et celui du bruit.

Le SNR désigne le rapport de la puissance du signal en bande de base, sur le bruit mesuré avant modulation ou après démodulation. Dans le cas des signaux GNSS le SNR est mesuré après démodulation [ANG10].

Le SNR est généralement exprimé en décibels :

$$SNR(dB) = S - N \quad (2.7)$$

Où :

S : la puissance du signal exprimée en [dB m] ou [dB W] ;

N : la puissance de bruit, dans la bande passante de travail, en [dB m] ou [dB W].

Le rapport C/N₀ : Le rapport puissance de la porteuse, sur densité de la puissance du bruit, C/N₀, s'exprime en déciBels Hertz [dB Hz] et se réfère au rapport de la puissance de la porteuse sur la puissance du bruit ramené à sa bande passante. Soit la puissance du bruit, divisée par la bande passante de sa densité spectrale de puissance.

En relation avec le SNR, le C/N₀ peut être formulé comme suit :

$$SNR = \frac{C}{\frac{N_0}{BW}}; \quad \text{avec } N_0 = [W.s] = [W/s^{-1}] = [W/Hz].$$

Soit en décibels :

$$C/N_0(\text{dB Hz}) = C - N_0 = C - (N - BW) = \text{SNR} + BW \quad (2.8)$$

Où :

- C : la puissance de la porteuse en [dB m] ou [dB W] ;
- N : la puissance de bruit en [dB m] ou [dB W] ;
- N_0 : la densité de puissance de bruit en [dB m/Hz] ou [dB W/Hz] ;
- BW : la largeur de la bande de travail [dB Hz], qui est généralement la largeur de bande équivalente de bruit du dernier étage du frontal RF du récepteur [ANG10].

En effet, la qualité du signal reçu dans un récepteur GNSS est étroitement liée aux valeurs indiquées de C/N_0 . Pour un récepteur du GPS C/A sur L1, les valeurs typiques tolérables de C/N_0 varient entre 37 dB Hz et 45 dB Hz. Pour une bande passante de l'étage RF de 4 M Hz, la bande passante BW est de 66 dB. Le SNR varie alors de -29 dB à -21 dB [ANG10].

En revanche, le récepteur ne peut traiter des signaux dont le C/N_0 est inférieur à 30 dB Hz. Les récepteurs utilisés pour la réflectométrie peuvent tolérer de faibles valeurs de C/N_0 jusqu'à 15 dB Hz. Ces valeurs sont obtenues pour le signal réfléchi qui est traité par le récepteur grâce aux informations fournies par le signal direct.

Le SNR et le C/N_0 à travers la chaîne de traitement du signal d'un récepteur

Les deux rapports C/N_0 et SNR sont utilisés à des fins différentes. Le SNR est utilisé pour la conception, l'évaluation et la vérification des performances d'un récepteur GNSS. Le C/N_0 est utilisé pour évaluer la puissance du signal reçu.

En effet, le C/N_0 , contrairement au SNR, fournit une indication sur la puissance du signal reçu indépendamment des algorithmes d'acquisition, de poursuite du signal et de la bande passante de l'étage RF du récepteur. Pour un signal satellitaire et un étage RF d'un récepteur donné, la valeur C/N_0 varie suivant la configuration matérielle. Par exemple, l'utilisation d'un long câble d'antenne aura une incidence sur le rapport C/N_0 . Le C/N_0 reste constant à travers les différentes étapes de traitement du signal du récepteur, comme la pré-détection (pré-filtrage + amplification), l'acquisition et la poursuite. C'est pour cette raison que deux récepteurs différents, qui sont connectés à la même antenne et qui poursuivent le même satellite, délivrent la même valeur de C/N_0 .

Le rapport SNR est plutôt utile lorsque l'on considère les blocs de traitement du signal en bande de base d'un récepteur GNSS. Cependant pour en déduire le SNR, la bande passante d'intérêt doit être spécifiée. Typiquement, la *largeur de bande équivalente du bruit* B_{eq} utilisée [HOW04] se définit par :

$$B_{eq} = \int_0^{\infty} \frac{||H(f)||^2}{||H(f)_{Max}||^2} df \quad (2.9)$$

$H(f)$: la fonction de transfert du bloc fonctionnel,
 $H(f)_{Max}$: la valeur maximale de $H(f)$,

A titre d'exemple, la fonction de transfert du filtre d'intégration, " integrate-and-dump " I&D " de la boucle DLL, peut être modélisée par une fenêtre rectangulaire dont la fonction de transfert est :

$$H(f) = sinc(\pi f T) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \quad (2.10)$$

Où T est la durée d'intégration.

Alors, la largeur de bande équivalente du bruit :

$$B_{eq} = \frac{1}{2T}, \text{ et } BW [dB] = 10\log(2B_{eq}) = -10\log(T).$$

À titre d'exemple, la Figure 2.12 présente les différentes étapes du traitement du signal en bande de base effectuées par un récepteur GPS. Les temps d'intégration et le SNR sont indiqués sur les blocs fonctionnels [ANG10].

La bande passante de l'étage RF impose la valeur du SNR perçue à l'entrée des différents blocs de traitement en bande de base du récepteur. Soit sur l'exemple de la Figure 2.12 l'étage RF de 4 [MHz] de bande impose un SNR de -26 [dB], pour un C/N_0 en entrée de 40 [dB Hz].

Pour une intégration de T [ms] dans un bloc de traitement, la bande équivalente est $B_{eq} = \frac{1}{2T}$. Le gain apporté par l'intégration est alors de $10\log(2/B_{eq})$. Le gain est de 36 [dB] pour une intégration de 1 [ms] dans un bloc de traitement. Soit pour une valeur négative du SNR de -26 [dB] en entrée, le SNR du signal dans l'étape d'acquisition est de 10 [dB]. On trouve de la même façon un SNR de 10 [dB], 17 [dB], 23 [dB] pour respectivement les blocs de traitement DLL, PLL et FLL.

La bande passante de l'extrémité frontale RF détermine le SNR à l'entrée des différentes étapes de traitement en bande de base du récepteur. On remarque qu'avant l'intégration, le niveau du signal est en dessous du bruit. Après intégration, le SNR augmente et la puissance du signal dépasse la puissance du bruit. Le gain en terme de SNR est appelé *gain de traitement*. L'amélioration du SNR due à une intégration plus longue s'explique par la réduction de la largeur de bande équivalente de bruit.

2.3.2 Définition de C/N_0 dans le cas continu

Le schéma synoptique général d'acquisition temporelle d'un signal GNSS, peut se résumer à la Figure 2.13. Soit v le satellite et V l'ensemble des satellites visibles. Le signal S_r représente l'ensemble des signaux envoyés par les satellites, et vu par le récepteur. Ces derniers sont constitués essentiellement d'ondes porteuses modulées BPSK, sur laquelle sont transportés :

- Le message binaire de navigation $n(t)$, contenant un ensemble de paramètres nécessaires au récepteur pour calculer sa position, comme par exemple les positions des satellites, éphémérides, almanachs, etc.

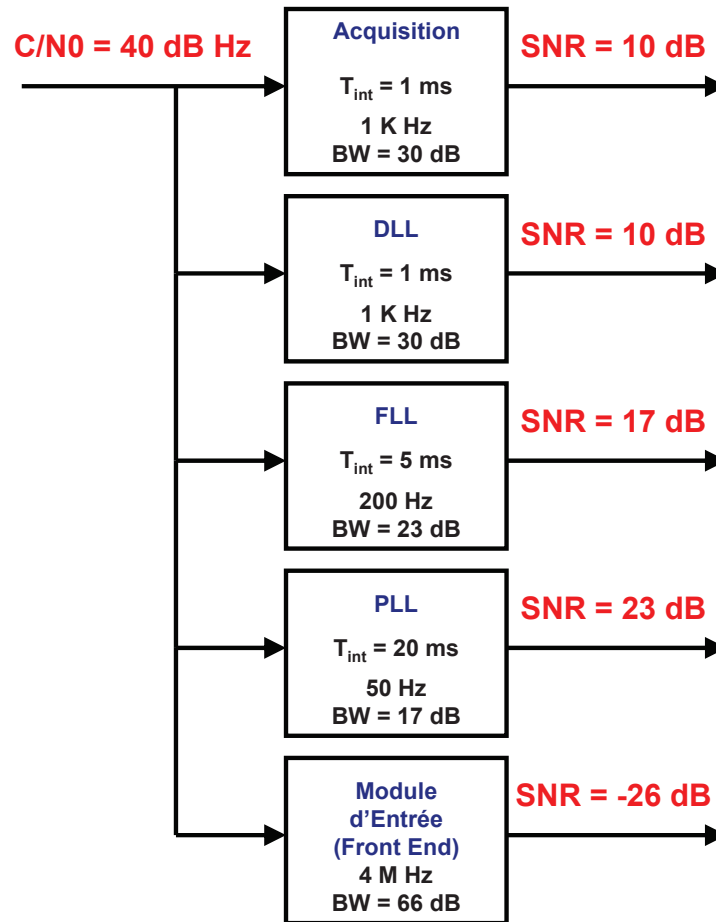


FIGURE 2.12 – Calcul du SNR dans les blocs de traitement en bande de base d'un récepteur GNSS en fonction de leurs périodes d'intégration [ANG10]

- Et, le code pseudo-aléatoire $CA_v(t)$ propre à chaque satellite, permettant l'identification et le multiplexage des différents signaux satellitaires.

Lors de sa transmission, le signal satellitaire, subit un décalage de la fréquence porteuse intitulée effet Doppler. Ce dernier est dû principalement au mouvement relatif satellite-récepteur. Le délai de propagation du signal de l'antenne, du satellite jusqu'à l'antenne du récepteur, introduit un décalage temporel τ_v . Ainsi l'expression du signal reçu par le récepteur GNSS sera définie par :

$$s^r(t) = \sum_{v \in V} A_v(t) n(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi f_v t + \phi_v) + \eta_v(t) \quad (2.11)$$

$$= \sum_{v \in V} s_v(t) + \eta(t) \quad (2.12)$$

Où les paramètres du signal sont définis au chapitre 1. À la sortie du mélangeur, le signal RF s^r est transposé en fréquence intermédiaire (IF), grâce au convertisseur basse fréquence (Down

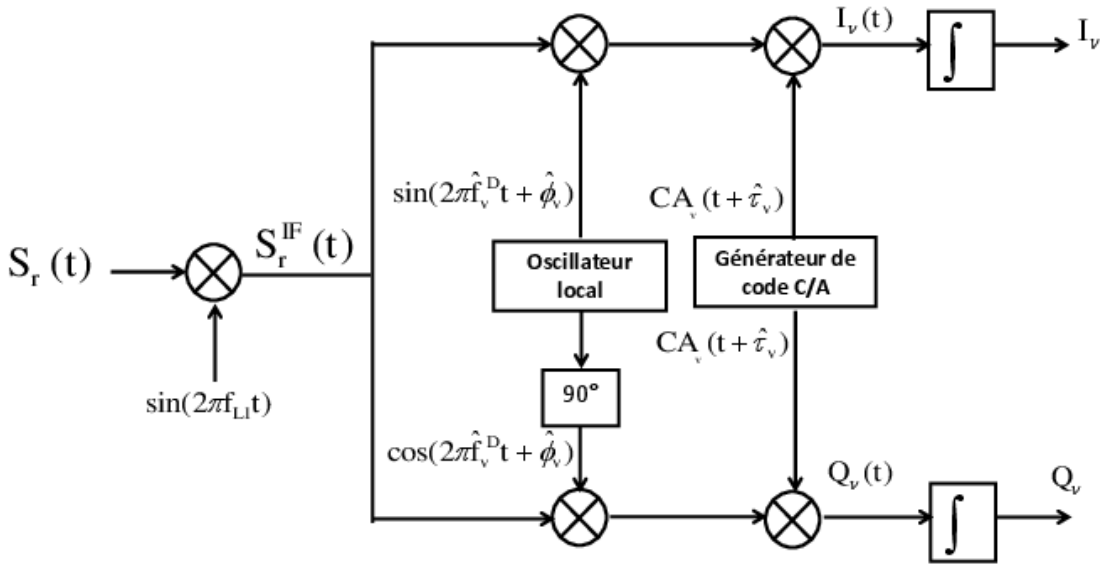


FIGURE 2.13 – Traitement analogique d'acquisition temporelle d'un signal GNSS

convertir). Ce dernier génère le signal s^{IF} à partir de s^r et l'oscillateur local de fréquence f^{L1} tel que :

$$s^{IF}(t) = \sum_{v \in V} A_v(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi f_v^D t + \phi_v) + \eta(t) \quad (2.13)$$

$$= \sum_{v \in V} s_v^{IF}(t) + \eta(t) \quad (2.14)$$

f_v^D est la fréquence Doppler du satellite v , sachant que l'on néglige le biais de l'oscillateur local, f^{offset} , tel que $f_v = f^{L1} + f_v^D + f^{offset} \approx f^{L1} + f_v^D$

Lors de l'acquisition du signal propre au satellite v , le récepteur GPS estime la fréquence Doppler, \hat{f}_v^D , le retard de code, $\hat{\tau}_v$, et le décalage de la phase porteuse $\hat{\phi}_v$. Afin de suivre l'évolution des dits paramètres, le récepteur démodule $s^{IF}(t)$ par le produit de ce dernier avec deux porteuses en quadrature de phase. Les deux signaux démodulés sont alors démultiplexés par le produit du code local $CA_v(t + \hat{\tau}_v)$ pour obtenir les composantes :

$$\begin{aligned}
 i_v(t) &= n(t).A_v.CA_v(t + \tau_v).CA_v(t + \hat{\tau}_v). \sin(2\pi f_v^D t + \phi_v). \sin(2\pi \hat{f}_v^D t + \hat{\phi}_v) \\
 &+ \eta_v^I(t) \\
 &= \frac{1}{2}.n(t)A_v.CA_v(t + \tau_v).CA_v(t + \hat{\tau}_v). [\cos(2\pi(f_v^D - \hat{f}_v^D) t + (\phi_v - \hat{\phi}_v)) \\
 &+ \cos(2\pi(f_v^D + \hat{f}_v^D) t + (\phi_v + \hat{\phi}_v))] + \eta_v^I(t) \tag{2.15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_v(t) &= n(t).A_v.CA_v(t + \tau_v).CA_v(t + \hat{\tau}_v). \sin(2\pi f_v^D t + \phi_v). \cos(2\pi \hat{f}_v^D t + \hat{\phi}_v) \\
 &+ \eta_v^Q(t) \\
 &= \frac{1}{2}.n(t)A_v.CA_v(t + \tau_v).CA_v(t + \hat{\tau}_v). [\sin(2\pi(f_v^D - \hat{f}_v^D) t + (\phi_v - \hat{\phi}_v)) \\
 &+ \sin(2\pi(f_v^D + \hat{f}_v^D) t + (\phi_v + \hat{\phi}_v))] + \eta_v^Q(t) \tag{2.16}
 \end{aligned}$$

Pour une durée d'intégration T_{int} , égale à la période du code PRN, T_b , le message de navigation, $n(t)$, est constant : soit $n(t) = 1$. On obtient :

$$\begin{aligned}
 I_v &= \frac{A_v}{2} \int_{T_{int}} CA_v(t + \tau_v).CA_v(t + \hat{\tau}_v). \\
 &\quad \{\cos(2\pi\Delta f_v^D t + \Delta\phi_v) + \cos(2\pi(f_v^D + \hat{f}_v^D) t + (\phi_v + \hat{\phi}_v))\} dt + \eta_v^I(t) \\
 &= \frac{A_v}{2} \cdot \cos(\Delta\phi_v).R(\Delta\tau_v).\text{sinc}(\pi\Delta f_v^D T_{int}) + \eta_v^I(t) \tag{2.17}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_v &= \frac{A_v}{2} \int_{T_{int}} CA_v(t + \tau_v).CA_v(t + \hat{\tau}_v). \\
 &\quad \{\sin(2\pi\Delta f_v^D t + \Delta\phi_v) + \sin(2\pi(f_v^D + \hat{f}_v^D) t + (\phi_v + \hat{\phi}_v))\} dt + \eta_v^Q(t) \\
 &= \frac{A_v}{2} \cdot \sin(\Delta\phi_v).R(\Delta\tau_v).\text{sinc}(\pi\Delta f_v^D T_{int}) + \eta_v^Q(t) \tag{2.18}
 \end{aligned}$$

Où :

- $R(\cdot)$ est la fonction d'auto-corrélation du code PRN.
- $(\Delta\tau_v = \tau_v - \hat{\tau}_v)$ est le décalage entre le code reçu du satellite v et celui généré localement.
- $\Delta\phi_v$ est la différence de phase entre la phase de la porteuse reçue et celle de la porteuse locale.
- Δf_v^D est le décalage fréquentiel entre le Doppler de la porteuse reçue et celui de la porteuse locale.
- T_{int} est la durée d'intégration cohérente, $T_{int} = T_b = 1\text{ms}$ pour le code C/A
- η_v^I et η_v^Q sont des bruits additifs blancs gaussiens centrés ; ils représentent respectivement les bruits des composantes de corrélation en phase et en quadrature de phase.

L'intégration sur T_{int} agit comme un filtre passe-bas qui filtre les composantes de fréquences doubles des expressions 2.17 et 2.18. L'amplitude A_v n'est observée de façon adéquate avec les

mesures (I_v, Q_v) que sous condition d'un parfait alignement entre le signal reçu et la réplique locale ($\Delta\phi_v = \Delta f_v^D = \Delta\tau_v = 0$). Dans ce cas la composante en phase I_v est maximale et la composante Q_v est minimale.

Afin de trouver l'expression du SNR en fonction des composantes de corrélations (I, Q) , on définit N_0 , la densité spectrale de puissance du bruit η .

Soit la transformée de Fourier du signal analogique reçu, S^r , sur l'intervalle temporel

$$(k-1)T_{int} \leq t < kT_{int}, \text{ avec } k \in \mathbb{N} :$$

$$S^r(f) = TF(s^r) = \int_{(k-1)T_{int}}^{kT_{int}} s^r(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.19)$$

On suppose que la densité spectrale du signal $|S^r(f)|^2/T_{int}$ est constante, pour chaque intervalle k observé, tant que la durée d'intégration T_{int} est relativement longue. On peut alors exprimer le produit $C_s G_s(f)$ à partir de la densité spectrale de puissance du signal GNSS sans bruit :

$$C_s G_s(f) = \frac{|S^r(f)|^2}{T_{int}} \quad (2.20)$$

Où $G_s(f)$ est la densité spectrale normalisée sur une bande passante infinie, i.e $\int_{-\infty}^{+\infty} G_s(f) df = 1$ et C_s est communément appelée la puissance de la porteuse du signal.

On a alors l'expression du signal reçu, $s_v(t)$ propre au satellite v , qui est donnée par :

$$s_v(t) = \sqrt{T_{int} \cdot C_s} CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi f_v^D t + \phi_v) + \eta_v \quad (2.21)$$

Après multiplication par le code et la porteuse locale, supposés alignés avec le signal reçu, on a l'expression suivante pour la composante $i_v(t)$:

$$i_v(t) = \sqrt{T_{int} \cdot C_s} \cdot [1 + \cos(2\pi(2f_v^D) t + 2\phi_v)] + \eta_v^I$$

Après intégration de la composante $i_v(t)$ on obtient :

$$\begin{aligned} I_v &= \sqrt{T_{int} \cdot C_s} \int_0^{T_{int}} [1 + \cos(2\pi(2f_v^D) t + 2\phi_v)] dt + \int_0^{T_{int}} \eta_v^I dt \\ &= T_{int} \cdot \sqrt{T_{int} \cdot C_s} + T_{int} \cdot \eta_v^I \end{aligned}$$

On peut donc exprimer la valeur de C/N_0 à partir de la composante I_v comme suit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{T_{int}} \frac{(E(I_v))^2}{V(I_v)} &= \frac{1}{T_{int}} \cdot \frac{(T_{int} \cdot \sqrt{T_{int} \cdot C_s})^2}{T_{int}^2 \cdot V(\eta_v^I)} \\ &= \frac{C_s}{N_0} \end{aligned}$$

Où $E(\cdot)$ et $V(\cdot)$ sont respectivement les opérateurs espérance et variance.

On montre dans ce développement qu'il n'existe pas de lien direct entre la valeur de C/N_0 et la puissance du bruit, du signal GNSS. C'est la statistique de I_v qui permet d'observer la valeur de C/N_0 . Dans ce contexte, des estimateurs statistiques ont été développés dans la littérature pour estimer cette grandeur $\left(\frac{C}{N_0}\right)$. Nous décrivons dans la suite les estimateurs proposés et nous les comparons.

2.3.3 Estimateurs de C/N_0

L'estimateur de C/N_0 le plus utilisé est l'estimateur direct, donné par le rapport de la puissance bande étroite sur la puissance large bande (Narrow band Wide band Power Ratio NWPR) [MUT10], [SHA07]. D'autres estimateurs développés au domaine des communications numériques ont été adaptés au domaine du GPS. Parmi ces estimateurs, on peut citer [FAL10] :

- La méthode signal-réel – bruit-complexe (Real Signal-Complex Noise - RSCN),
- La méthode de Beaulieu (Beaulieu's method - BL),
- La méthode variance signal à bruit (Signal-to-Noise Variance - SNV),
- La méthode des moments (Moment Method - MM).

On modélise la sortie du corrélateur "prompt" de la boucle (DLL) comme une séquence échantillonnée de symboles BPSK, noyée dans un bruit blanc gaussien additif [MUT10] :

$$r_k = \sqrt{P^d} D_k + \sqrt{P^n} \eta_k \quad (2.22)$$

où :

$D_k = a_k \cdot e^{j\phi_{e_k}}$, avec $a_k = \pm 1$, qui sont les échantillons du message de navigation ;
 $\phi_{e_k} = \phi_v - \hat{\phi}_{v,k}$ est l'erreur de phase résiduelle introduite par la boucle DLL,
 P^d et P^n sont respectivement les puissances associées aux données et au bruit,
 $\eta_k = \eta_k^{Re} + j\eta_k^{Im}$ sont les échantillons complexes du bruit normalisé.

Ainsi le rapport C/N_0 est lié à la corrélation r_k par le rapport $\lambda_c = P^d/P^n$ tel que :

$$\frac{C}{N_0} = \lambda_c \cdot B_{equ} \quad (2.23)$$

où, B_{equ} , représente la bande passante équivalente du bruit du système et l'on obtient $B_{equ} = 1/(2 * T_{int})$, avec T_{int} la durée d'intégration.

On définit un estimateur de la puissance totale du signal par :

$$\hat{P}^{tot} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |r_k|^2 \quad (2.24)$$

La puissance \hat{P}^{tot} est à la base de l'expression de la plupart des estimateurs de C/N_0 . Cependant cet estimateur est biaisé.

En effet :

$$\hat{P}^{tot} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (r_k^{Re})^2 + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (r_k^{Im})^2 \quad (2.25)$$

On définit un estimateur de la puissance du bruit :

$$\hat{P}^n = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (r_k^{Im})^2 \quad (2.26)$$

Cet estimateur n'est pas biaisé lorsque ϕe_k , l'erreur de phase résiduelle est nulle.

On définit un estimateur biaisé de la puissance du signal :

$$\hat{P}^{db} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (r_k^{Re})^2 = \hat{P}^d + \hat{P}^n \quad (2.27)$$

Ici, la puissance du signal est biaisée car la variable aléatoire (r_k^{Re}) n'est pas centrée. Nous décrivons dans la suite ces estimateurs.

Estimateur RSCN

L'idée principale de cet estimateur est de supposer que la distribution du bruit est identique sur la voie en phase I_v et sur la voie en quadrature de phase Q_v . L'estimateur RSCN utilise la composante imaginaire de la corrélation (la voie Q_v , les données r_k^{Im}) pour estimer la puissance du bruit. L'expression de cet estimateur est donnée par :

$$\hat{\lambda}_c = \frac{\hat{P}^{tot}/2 - \hat{P}^n}{\hat{P}^n} \quad (2.28)$$

Dans cette expression $\hat{P}^{tot}/2 - \hat{P}^n$ est un estimateur non biaisé de la puissance du signal.

En effet, si l'on considère un bruit η_k centré gaussien blanc, de variance unitaire, alors :

$$E(I) = \sqrt{2 RSB T_{int}} = \sqrt{P^d} \quad (2.29)$$

où $\sqrt{2 RSB T_{int}}$ est la racine de la puissance du signal RSB dans la bande B_{eq} . Finalement, la puissance estimée en $dB Hz$ est donnée par :

$$\widehat{C/N_0} = 10 \log_{10}(\hat{\lambda}_c) - 10 \log_{10}(T_{int}) \quad (2.30)$$

L'estimateur RSCN est simple, mais très sensible au bruit. En effet, dès que l'erreur résiduelle de la boucle de poursuite de phase ϕe_k est différente de zéro, la puissance du signal se retrouve distribuée sur les deux voies I_v et Q_v , ce qui induit une diminution du C/N_0 estimé [FAL10].

Estimation SNV

Il s'agit d'une méthode pour les modulations BPSK, dérivée de l'estimation ML (Maximum-Likelihood) pour les modulation QPSK [PAU00]. Introduite en 1966 par Gilchriest [GIL66],

elle est également connue comme la méthode de synthèse des variances (Variance Summing Method VSM) [PSI03] [SHA07]. La puissance du signal est obtenue par l'estimateur suivant :

$$\hat{P}^d = \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N r_k^{Re} \right)^2 \quad (2.31)$$

On a alors l'estimateur :

$$\hat{\lambda}_c = \frac{\hat{P}^d}{\hat{P}^n} = \frac{\hat{P}^d}{\hat{P}^{tot} - \hat{P}^d} \quad (2.32)$$

C'est également une méthode sensible au bruit qui dépend fortement de l'erreur résiduelle sur la phase estimée par la PLL. Cet estimateur est faiblement biaisé. En effet, un biais apparaît pour les très faibles puissances ; il est lié à l'estimateur quadratique de P^d .

Estimation MM

L'estimateur MM est exprimé en fonction des moments du deuxième et quatrième ordre [PIN08]. Cette méthode a été mentionnée par Benoît et Soong en 1967 [BEN67]. Puis, elle sera détaillée par Matzner [MAT93] et [VAL07].

On définit les estimateurs ordinaires des moments d'ordre -p- du signal par :

$$\hat{M}_p = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K |r_c[k]|^p \quad (2.33)$$

En utilisant la propriété $E\{|\eta_k|^{2m}\} = m!(P^n)^m$, on montre que les moments d'ordre pair M_{2m} , avec $0 \leq m \leq n$, peuvent être exprimés en fonction de P^d , et P^n selon la formule :

$$M_{2m} = \sum_{m=0}^n \frac{(n!)^2}{(n-m)!(m!)^2} (P^d)^m (P^n)^{n-m} \quad (2.34)$$

D'où les expressions de $M_2 = P^d + P^n$, et $M_4 = (P^d)^2 + 4P^d P^n + 2(P^n)^2$.

On définit alors l'estimateur de la puissance du signal par :

$$\hat{P}^d = \sqrt{2\hat{M}_2^2 - \hat{M}_4} \quad (2.35)$$

On a alors l'estimateur :

$$\hat{\lambda}_c = \frac{\hat{P}^d}{\hat{P}^n} = \frac{\hat{P}^d}{\hat{M}_2 - \hat{P}^d} \quad (2.36)$$

Là encore, l'estimateur de la puissance du bruit est quadratique et l'on observe un biais pour l'estimation des faibles puissances.

Estimation NWPR

La méthode d'estimation de la puissance bande large et bande étroite NWPR, a été décrite par [DIE96] et [SAY03]. Ses performances ont été évaluées dans différents articles tel que [GRO05] [SHA07]. La méthode consiste en l'évaluation de la puissance sur deux largeurs différentes de bande de bruit :

- Une bande large WBP_k (wideband power) de largeur $1/T_{int}$
- Une bande étroite NBP_k (narrowband power) de largeur $1/(M.T_{int})$:

$$WBP_k = \sum_{m=1}^M |r_{kM+m}|^2 \quad k = 0, 1, \dots \left(\frac{N}{M} - 1 \right) \quad (2.37)$$

$$NBP_k = \left(\sum_{m=1}^M r_{kM+m}^{Re} \right)^2 + \left(\sum_{m=1}^M r_{kM+m}^{Im} \right)^2 \quad (2.38)$$

Où :

M est le nombre d'échantillons contenus dans un bit de données,
N est le nombre total d'échantillons.

Soit la mesure définie par :

$$NP_k = \frac{NBP_k}{WBP_k} \quad (2.39)$$

L'espérance, μ_{NP} , de NP_k donne une estimation de la puissance du bruit.
L'estimateur de μ_{NP} est défini par :

$$\hat{\mu}_{NP} = \frac{M}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N/M-1} NP_k \quad (2.40)$$

Et on a alors l'estimateur :

$$\hat{\lambda}_C = \frac{\hat{\mu}_{NP} - 1}{M - \hat{\mu}_{NP}} \quad (2.41)$$

Cet estimateur est proche de l'estimateur SNV.

En effet on a :

$$\hat{\mu}_{NP} = \frac{M^2 \hat{P}^d}{M \hat{P}^{tot}} ; \text{ car } \left(\sum_{m=1}^M r_{kM+m}^{Im} \right)^2 \text{ tends vers } 0 \quad (2.42)$$

Ce qui donne :

$$\hat{\lambda}_C = \frac{\hat{P}^d - \hat{P}^{tot} / M}{\hat{P}^{tot} - \hat{P}^d} \text{ qui est proche de } \frac{\hat{P}^d}{\hat{P}^{tot} - \hat{P}^d} \quad (2.43)$$

Cependant cet estimateur est moins biaisé que l'estimateur SNV pour les faibles valeurs de RSB.

Estimation BL

L'article [BEA00] présente quatre algorithmes d'estimation du SNR pour les modulations numériques QPSK. L'adaptation de l'algorithme pour la modulation BPSK, ainsi que l'analyse de ses performances, ont été discutées par [FAL11]. Dans l'approche proposée, seules les observations de I sont utilisées pour estimer le rapport signal à bruit. Dans ce contexte, l'estimateur de la puissance du signal est donné par :

$$\hat{P}_k^d = \frac{1}{2} \left(\left(r_k^{Re} \right)^2 + \left(r_{k-1}^{Re} \right)^2 \right) \quad (2.44)$$

L'estimateur de la puissance du bruit est donné par :

$$\hat{P}_k^n = \left(r_k^{Re} - r_{k-1}^{Re} \right)^2 \quad (2.45)$$

Finalement, on a l'estimateur :

$$\hat{\lambda}_C = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\hat{P}_k^n}{\hat{P}_k^d} \right]^{-1} \quad (2.46)$$

2.3.4 Comparaison des estimateurs C/N_0

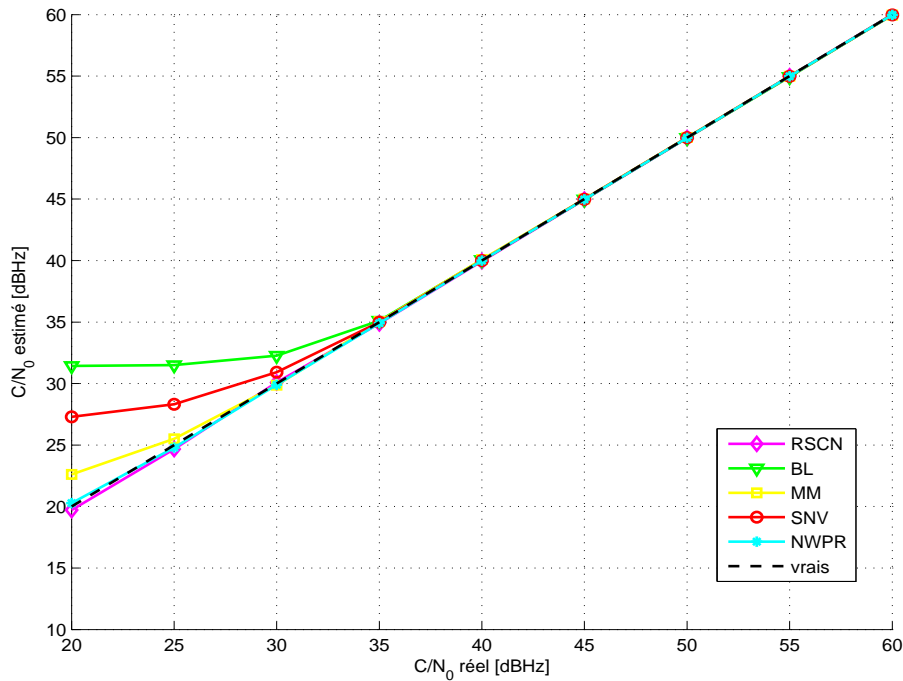
Pour évaluer les différents estimateurs, on considère un bruit η_k de variance 1 et une puissance du signal $P^d = 2RSB T_{int}$. Dans cette expérimentation, on estime la valeur de RSB en dB Hz avec les différents estimateurs. ϕ_{e_k} l'erreur de phase résiduelle est un bruit blanc gaussien centré d'écart type σ_{ϕ_e} . La durée d'intégration est $T_{int} = 1ms$, et la durée d'observation est de 1s.

On présente Figure 2.14 la puissance estimée lorsque le bruit de phase est nul. Cette expérimentation permet d'évaluer les estimateurs en fonction du niveau de bruit.

En effet on peut alors observer les biais d'estimation pour les faibles puissances de signaux. Comme on pouvait s'en douter, l'estimateur RSCN non biaisé fournit la meilleure estimation dans ce cas. On remarque que l'estimateur NWPR fournit aussi une bonne estimation aux faibles puissances. Les autres estimateurs qui utilisent une fonction quadratique pour estimer la puissance du signal sont moins précis pour les faibles puissances, car le bruit sur les observations qui est au carré apporte un biais.

On présente Figure 2.15, la puissance estimée lorsque le bruit de phase possède un écart type de 2.5° . Cette expérimentation permet d'évaluer l'erreur d'estimation liée à la phase résiduelle.

En effet lorsque l'erreur de phase est non nulle, la puissance du signal n'est plus présente uniquement sur la voie I, mais elle se trouve répartie sur les deux voies I_v et Q_v . On constate alors Figure 2.15 que les estimateurs RSCN, NWPR, SN, fournissent une estimation erronée


 FIGURE 2.14 – Valeurs de C/N_0 obtenues avec les différents estimateurs ($\sigma_{\phi_e} = 0^\circ$)

pour les fortes puissances. Ce résultat était attendu car ces méthodes estiment la puissance du signal ou du bruit à partir des voies I_v ou Q_v . Elles supposent dans ce cas que ces puissances ne sont observées que sur une des deux voies, ce qui n'est pas le cas lorsque l'erreur de phase est non nulle. L'estimateur MM quant à lui utilise les moments ordinaires d'ordre deux et quatre pour estimer la puissance du signal, moments qui sont calculés avec les puissances estimées sur les voies I_v et Q_v . Dans ce cas la puissance peut être répartie sur les deux voies, et la méthode est très peu sensible au bruit de phase. Pour l'estimateur BL, la puissance du signal et celle du bruit sont estimées sur la voie I_v . Là encore, aucune hypothèse n'est faite sur la répartition des puissances sur les deux voies. On remarque cependant que même si l'estimateur est plus précis que les estimateurs RSCN, NWPR, SN, il est moins précis que l'estimateur MM. Cela est dû à l'erreur d'estimation sur la puissance du signal sur la voie I_v , lorsque l'erreur de phase est non nulle. On observe donc Figure 2.15, pour les estimateurs MM et BL, une estimation précise du rapport signal à bruit pour les fortes puissances de signal.

Finalement le troisième critère utilisé pour différencier ces estimateurs est leur complexité. En effet, les récepteurs GNSS sont temps réel et doivent pouvoir fournir une mesure de C/N_0 à la cadence des mesures de positions. Le coût calcul de chaque estimateur est donné dans [FAL10]. Il ressort de cette étude que la méthode MM est la plus coûteuse, puis vient la méthode BL, puis les méthodes NWPR, RSCN et SNV.

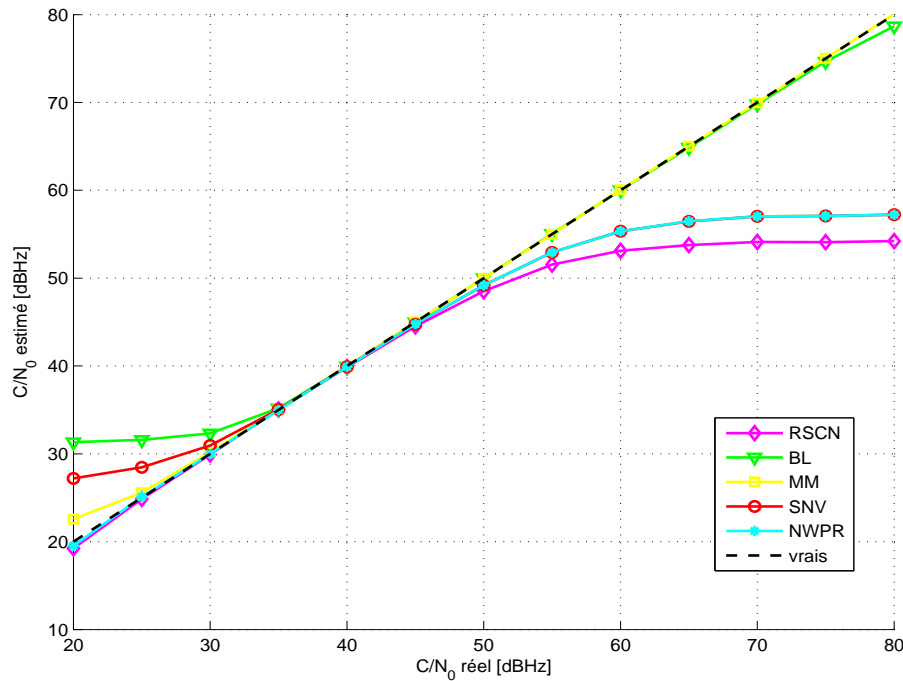


FIGURE 2.15 – Valeurs de C/N_0 obtenues avec les différents estimateurs ($\sigma_{\phi_e} = 2.5^\circ$)

2.4 Conclusion

En géo-localisation GNSS, les rapports C/N_0 et SNR constituent les principales métriques de la qualité du signal reçu. En effet, le premier rapport C/N_0 reflète l'ampleur de la puissance relative au bruit à l'entrée de l'étage radio-fréquence. Cette mesure est indépendante de la technologie du récepteur. Le second rapport SNR, permet d'évaluer le *gain de traitement* des différents blocs fonctionnels du récepteur. La relation entre les estimations de SNR et le C/N_0 , peut s'exprimer sous la forme de la largeur de bande de bruit équivalente. Bref, les dits rapports sont à la fois distincts et complémentaires.

Un récepteur GPS ne fournit pas d'observations directes des rapports C/N_0 et SNR. En effet, il ne fournit pas d'observables de la puissance du bruit et du signal. Ces deux grandeurs sont dérivées des paramètres statistiques des signaux sur les voies I_v et Q_v du code "prompt". Nous allons montrer dans le chapitre 3 que la voie I_v du code "prompt" est, sous certaines hypothèses, une observable du rapport signal à bruit du signal GNSS à l'entrée de l'étage RF. Ce lien sera établi à partir de la modélisation des modifications du signal reçu par les différents traitements de l'étage RF.

Dans ce contexte l'étude réalisée dans cette thèse au " chapitre 3 ", consiste à développer un " modèle direct ", liant l'amplitude de la corrélation I_v à l'amplitude du signal GNSS d'un satellite donné. Le " chapitre 4 " a pour objet l'inversion du " modèle direct " avec des filtres non linéaires qui estiment l'amplitude propre A_v de chaque satellite visible v , à partir des observations I_v du code "prompt".

Chapitre 3

Modélisation de la fonction de corrélation du signal GPS

3.1 Introduction

Nous avons montré au chapitre 2 que le rapport signal à bruit du signal reçu C/N_0 n'est pas directement observé à partir du signal GNSS. Ce rapport est obtenu à partir de la statistique du maximum de la corrélation observée à l'aide des valeurs I_v et Q_v de la voie "prompt" de la boucle DLL. La puissance du bruit est donnée par le moment d'ordre 2 de la voie en quadrature Q_v et la puissance du signal est obtenue à partir du moment d'ordre 1 de la voie I_v .

Dans ce chapitre nous proposons de définir une observable de C/N_0 obtenue à partir du signal GPS quantifié sur 1 bit. Dans ce contexte, nous allons définir un modèle direct qui relie les paramètres du signal GNSS et le rapport signal à bruit aux observations bruitées I_v et Q_v .

C'est dans le chapitre 4 que sera proposé un estimateur de C/N_0 obtenu par inversion de ce modèle direct.

Le chapitre 3 est organisé en trois parties. Dans la première partie, le modèle statistique d'un récepteur GNSS 1 bit est proposé. Dans la seconde partie, on définit la relation entre I_v et les paramètres du signal GNSS. Enfin la dernière partie est consacrée à des simulations qui valident le modèle proposé.

3.2 Modélisation du problème

3.2.1 Architecture du récepteur numérique

On représente sur la Figure 3.1 l'architecture d'un récepteur qui numérise le signal sur 1 bit. Dans cette représentation on ne considère que le code "prompt".

Le signal perçu par l'antenne est descendu en fréquence intermédiaire f^{IF} , avant d'être

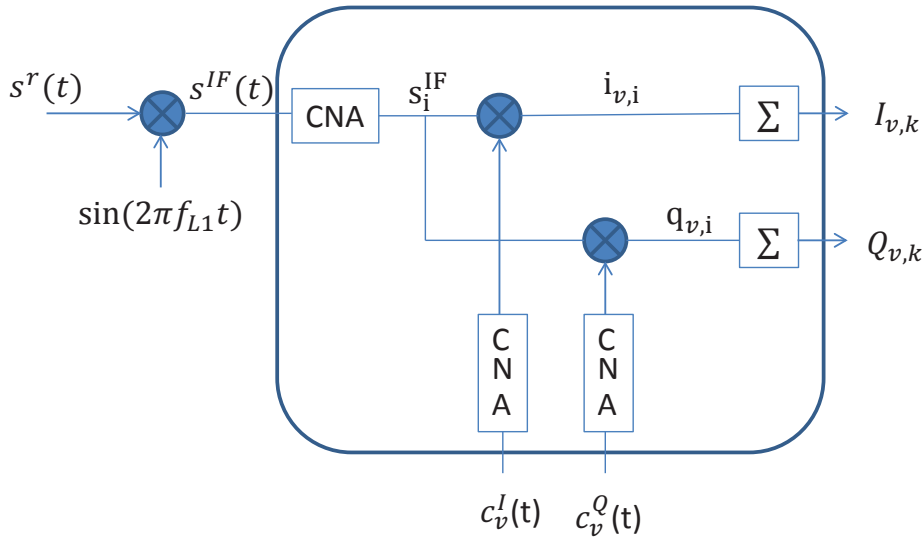


FIGURE 3.1 – Schéma synoptique du récepteur 1 bit

numérisé. On a alors l'expression suivante du signal :

$$s^{IF}(t) = \sum_{v \in V} A_v(t) CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} t + \phi_v) + \eta_v(t) \quad (3.1)$$

$$= \sum_{v \in V} s_v^{IF}(t) \quad (3.2)$$

où $\eta_v(t)$ est un bruit blanc gaussien de variance 1 et $f_v^{IF} = f_v^D + f^{IF}$. Dans ce cas le rapport signal à bruit est donné par la valeur de l'amplitude du signal $A_v(t)$ pour le satellite v . Le récepteur construit deux répliques du signal reçu pour générer les valeurs en phase et quadrature $i_{v,i}$ et $q_{v,i}$ du signal démodulé et démultiplexé. Dans le cas du code "prompt", les expressions des signaux générés sont données par :

$$c_v^I(t) = CA_v(t + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} t + \phi_v) \quad (3.3)$$

$$c_v^Q(t) = CA_v(t + \tau_v) \cos(2\pi f_v^{IF} t + \phi_v) \quad (3.4)$$

Ces signaux sont numérisés sur 1 bit, avant d'être utilisés pour démoduler et démultiplexer le signal. On suppose ici que le code local est parfaitement aligné en délai de code, en fréquence et en phase.

3.2.2 Modélisation déterministe du problème

On représente sur la Figure 3.2, le principe de la numérisation des signaux, qui consiste d'abord à les échantillonner, puis à attribuer la valeur 1 aux valeurs du signal supérieures à zéro, et -1 aux autres valeurs. Dans ce contexte les signaux échantillonnés s_i^{IF} , $c_{i,v}^I$, $c_{i,v}^Q$ prennent les valeurs $\{-1, 1\}$, et il en est de même pour les signaux démultiplexés et démodulés, $i_{v,i}$, et $q_{v,i}$. On représente sur la Figure 3.3, un exemple de signal modulé et multiplexé, échantillonné sur

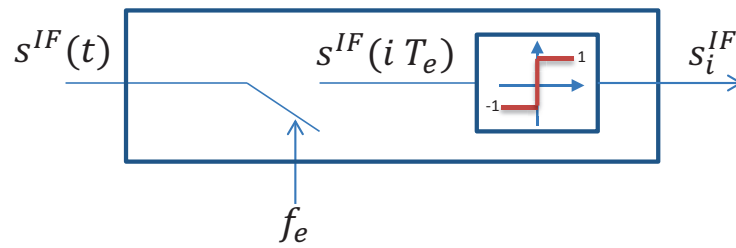


FIGURE 3.2 – Numérisation sur 1 bit (fonction CNA de la Figure 3.1)

un bit. On remarque sur cette représentation une enveloppe sinusoïdale qui représente la porteuse sinusoïdale multipliée par le code CDMA. Après quantification le signal prend les valeurs $\{-1, 1\}$.

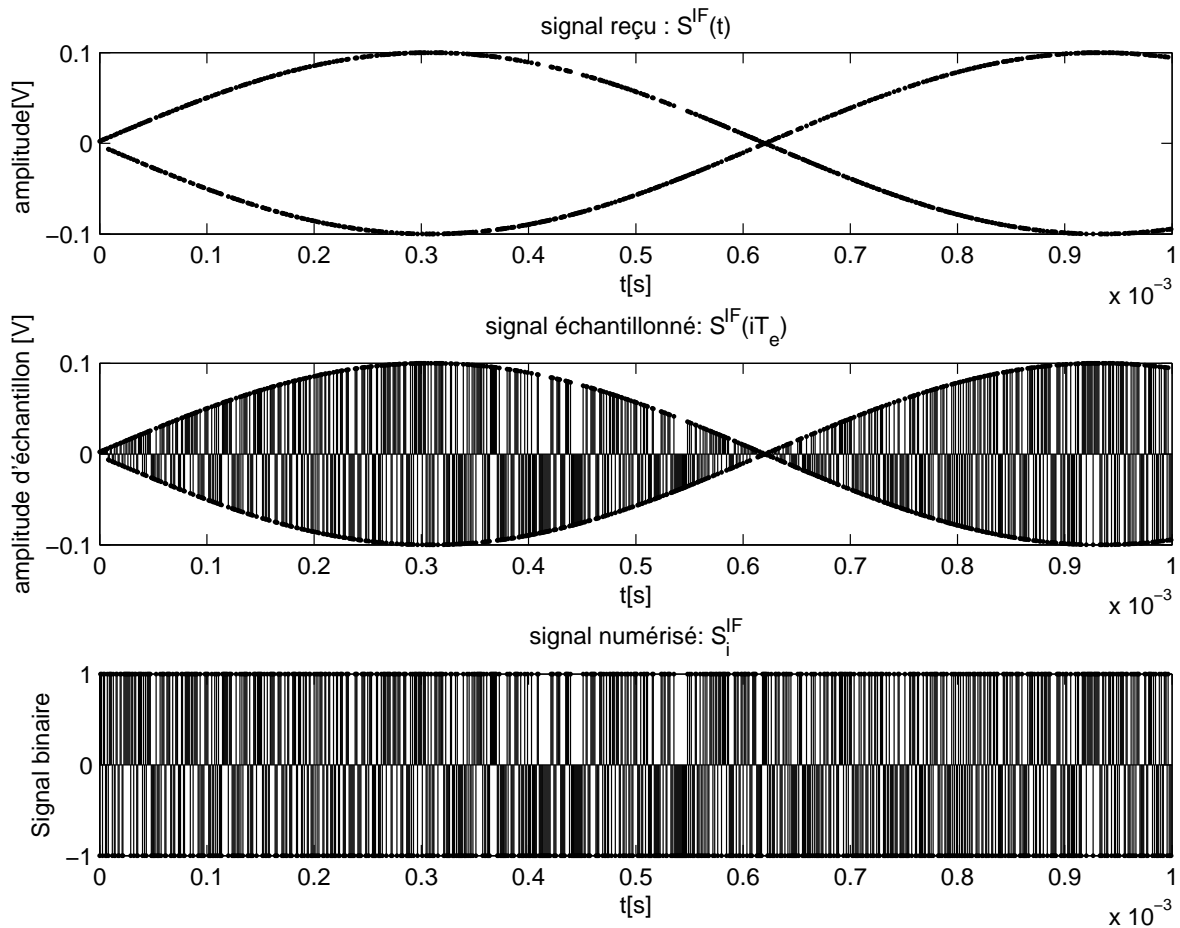


FIGURE 3.3 – Représentation des signaux numérisés sur 1 bit de la Figure 3.2

L'expression des signaux est alors définie par :

$$s_i^{IF} = \left[\sum_{v \in V} A_{v,i} CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v) \right]_{>0} \quad (3.5)$$

$$c_{v,i}^I = [CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i) + \phi_v]_{>0} \quad (3.6)$$

$$c_{v,i}^Q = [CA_v(i + \tau_v) \cos(2\pi f_v^{IF} i) + \phi_v]_{>0} \quad (3.7)$$

où $[\dots]_{>0}$ représente le test > 0 , qui a pour résultat 1 si le test est vrai, et -1 dans le cas contraire.

On a alors pour le satellite v :

$$i_{v,i} = c_{v,i}^I s_i^{IF} \quad (3.8)$$

$$q_{v,i} = c_{v,i}^Q s_i^{IF} \quad (3.9)$$

Dans l'architecture de la Figure 3.1, les valeurs $I_{v,k}$ et $Q_{v,k}$ sont calculées aux instants k à la fréquence $1/T_b$. Après intégration sur T_b leurs valeurs sont données par :

$$I_{v,k} = f_e T_b \quad (3.10)$$

$$Q_{v,k} = 0 \quad (3.11)$$

On suppose ici que les codes $CA_v(\dots)$ sont perpendiculaires entre eux ($\sum CA_v(i + \tau_v) \cdot CA_{v_1}(i + \tau_{v_1}) = 0$), et que les composantes hautes fréquences sont filtrées par la sommation sur T_b (filtre de bande équivalente $B_{eQ} = 1/(2T_b)$).

3.2.3 Modélisation statistique du problème

Pour que la modélisation soit réaliste, on intègre dans notre modèle du signal reçu la composante bruit. On a alors :

$$s_i^{IF} = \left[\sum_{v \in V} A_{v,i} CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v) + \eta_{v,i} \right]_{>0} \quad (3.12)$$

où $\eta_{v,i}$ est supposé être un bruit blanc gaussien centré de variance 1. Dans ce contexte les signaux $i_{v,i}$, $q_{v,i}$ sont des variables aléatoires qui prennent la valeur 1 avec les probabilités $P(i_{v,i} = 1)$, $P(q_{v,i} = 1)$ et -1 avec les probabilités $P(i_{v,i} = -1) = 1 - P(i_{v,i} = 1)$, $P(q_{v,i} = -1) = 1 - P(q_{v,i} = 1)$. La connaissance de cette statistique nous permet de définir les moments d'ordre 1 de la variable aléatoires $I_{v,k}$ et le moment d'ordre 2 de $Q_{v,k}$. Ces moments nous donnent la puissance du signal et la puissance du bruit.

On a :

$$E(i_{v,i}) = \sum_{x \in \{-1,1\}} x P(i_{v,i} = x) = 2 * P(i_{v,i} = 1) - 1 \quad (3.13)$$

Le théorème central limite nous permet alors de définir :

$$\bar{I}_{v,k} = E(I_{v,k}) = E(i_{v,i}) * T_b * f_e \quad (3.14)$$

Le moment d'ordre 2 de la composante en quadrature est donné par :

$$E(q_{v,i}^2) = \sum_{x \in \{-1,1\}} x^2 P(q_{v,i} = x) = \sum_{x \in \{-1,1\}} (x - E(i_{v,i}))^2 P(i_{v,i} = x) \quad (3.15)$$

Le théorème central limite nous permet alors de définir :

$$E(Q_{v,k}^2) = E(q_{v,i}^2) * T_b * f_e \quad (3.16)$$

Nous allons montrer dans le paragraphe suivant l'influence des paramètres du signal GNSS sur la statistique de la variable aléatoire $i_{v,i}$. Nous définirons ensuite la relation directe qu'il existe entre la probabilité $P(i_{v,i} = 1)$ et les paramètres du signal GNSS reçu.

3.2.4 Influence des paramètres du signal GPS sur le SNR

Introduction

On représente sur la Figure 3.4, les différents signaux d'un récepteur numérique 1 bit, utilisés pour générer les valeurs $I_{v,k}$ de la voie en phase. Sur cette Figure, on représente l'évolution de $i_{v,i}$ en fonction du temps. Les échantillons en vert représentent les échantillons identiques entre $s_{v,i}^{IF}$ et $c_{v,i}^I$ tandis que les échantillons en rouge représentent les échantillons différents. On reporte sur la Figure 3.4 la valeur de $I_{v,k}$ obtenue en sommant les valeurs de $i_{v,i}$ sur une période T_b de code CDMA. La fréquence d'échantillonnage étant de 20 MHz, la valeur maximale de $I_{v,k}$ est de 20 000. Elle est atteinte lorsqu'il n'y pas d'échantillons en rouge, donc pas de bruit. En effet le nombre d'échantillons en rouge diminue d'autant la valeur de $I_{v,k}$.

On remarque que la présence d'échantillons différents entre $s_{v,i}^{IF}$ et $c_{v,i}^I$ est due au bruit. En effet, le bruit peut changer le signe des faibles valeurs $s_v^{IF}(t)$, et donc la valeur de $s_{v,i}^{IF}$. Ces faibles valeurs sont obtenues pour une faible amplitude A_v du signal reçu, et au début et en fin de la période de la porteuse du signal. On peut donc conclure que l'amplitude et la fréquence du signal influencent la valeur de $I_{v,k}$. Nous allons évaluer cette influence dans la suite de notre étude.

Influence de l'amplitude

On représente sur la Figure 3.5, l'évolution de $i_{v,i}$ pour deux valeurs d'amplitude différente. On considère ici un bruit de variance 1, comme il est défini dans le modèle. On remarque que plus l'amplitude du signal est faible, plus le nombre d'échantillons différents entre $s_{v,i}^{IF}$ et $c_{v,i}^I$ est grand (plus le nombre d'échantillons en rouge est important). On constate une diminution de $I_{v,k}$ avec l'amplitude du signal. Dans l'exemple de la Figure 3.5 les valeurs de $I_{v,k}$ sont respectivement 19 144 et 18 330 pour $A_v = 10$ et $A_v = 5$.

On reporte dans le tableau 3.1 la valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ calculée sur 1 000 réalisations de bruit en fonction de l'amplitude du signal. En effet en pratique les valeurs $I_{v,k}$ observées sont bruitées, c'est donc la valeur moyenne $\bar{I}_{v,k}$ qui sera utilisée pour estimer l'amplitude du signal reçu. On reporte aussi dans ce tableau le rapport signal à bruit C/N_0 en dB Hz calculé avec

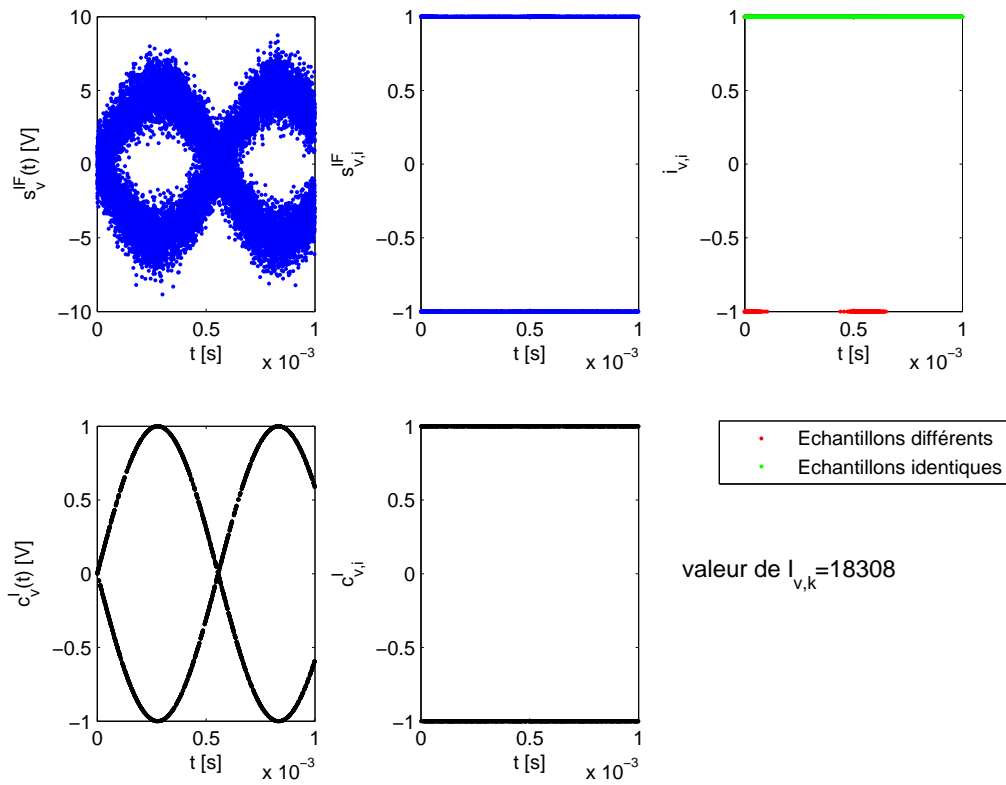


FIGURE 3.4 – Les différents signaux dans un récepteur numérique 1 bit ($f_v^D = 900\text{Hz}$, $f^{IF} = 0$, $A_v = 5V$)

l'estimateur classique, défini par l'expression 2.22 et dont la valeur en $dB\ Hz$ est donnée par l'expression :

$$C/N0 = 10\log \frac{(\bar{I}_{v,k})^2}{(\sigma_{I_{v,k}})^2} - 10\log(T_b) \tag{3.17}$$

où T est la durée d'intégration de $i_{v,i}$ et \log le logarithme en base 10.

$A_v [V]$	0.02	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
$\bar{I}_{v,k}$	212	529	1069	2142	3017	4224	5221
$C/N0 [dBHz]$	30	38	44	50	53	56	58

TABLE 3.1 – Valeur de $\bar{I}_{v,k}$ en fonction de l'amplitude A_v du signal

On constate à l'aide des mesures fournies dans le tableau 3.1, que la valeur de $I_{v,k}$ est fonction de l'amplitude A_v , comme le rapport signal à bruit $C/N0$.

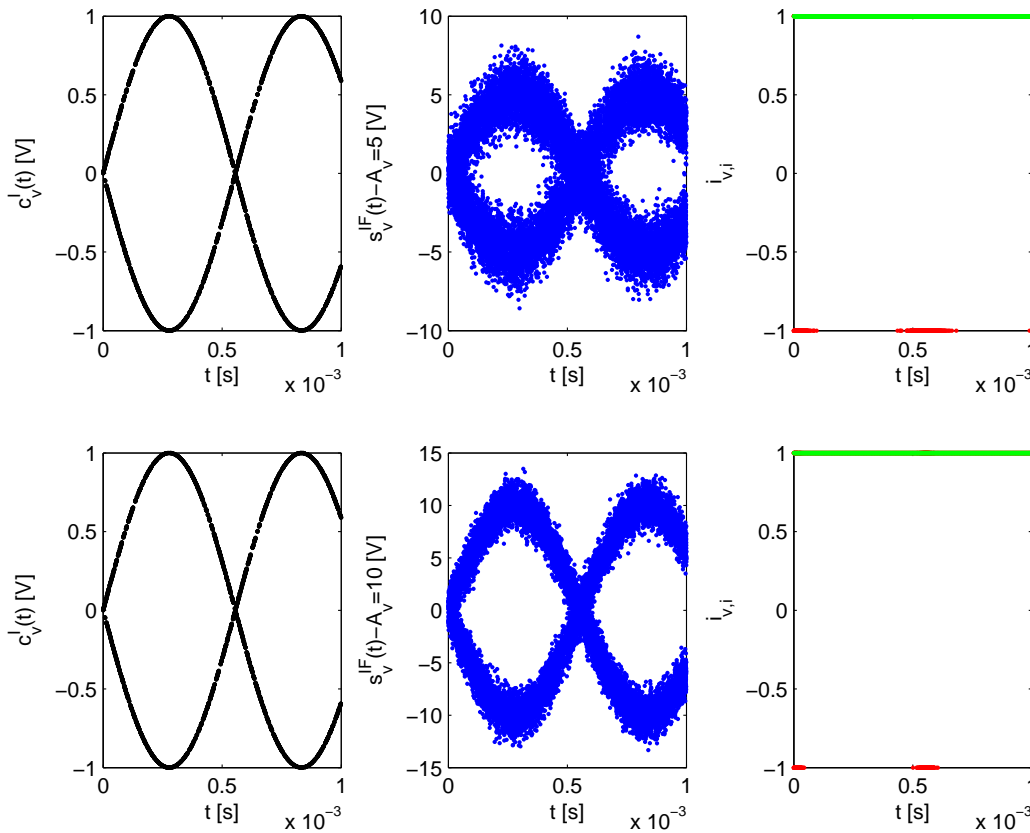


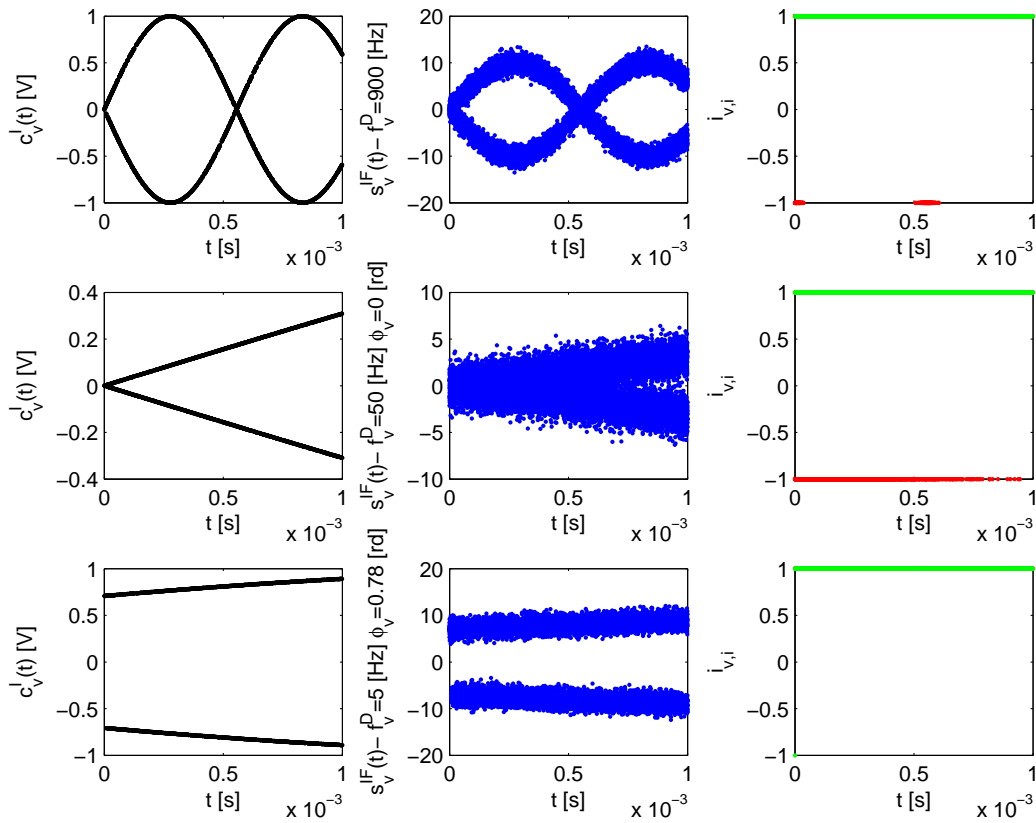
FIGURE 3.5 – Influence de l'amplitude sur la valeur de $I_{v,k}$ ($f_v^D = 900\text{Hz}$, $f^{IF} = 0$)

Influence de la fréquence

On représente sur la Figure 3.6, l'évolution de $i_{v,i}$ pour deux valeurs différentes de fréquence Doppler. On considère ici le cas $f_{IF} = 0$. Sur la Figure 3.6 les deux dernières lignes sont obtenues avec la même fréquence Doppler, mais avec un déphasage différent de la porteuse. Dans l'exemple de la Figure 3.6, les valeurs de $I_{v,k}$ sont respectivement 19 078, 14 746 et 20 000 pour $f_v^D = 900\text{ Hz}$, $f_v^D = 50\text{ Hz}$, $\phi_v = 0\text{ rd}$ et $f_v^D = 50\text{ Hz}$, $\phi_v = 0.78\text{ rd}$. On considère ici un bruit de variance 1 comme il est défini dans le modèle. On remarque que plus la fréquence du signal est faible, plus le nombre des échantillons différents entre $s_{v,i}^{IF}$ et $c_{v,i}^I$ est sensible à la valeur du déphasage de la porteuse. On conclue que $I_{v,k}$ varie avec la fréquence, la phase du signal et le bruit.

On reporte dans le tableau 3.2, la valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ et l'écart type de $\bar{I}_{v,k}$ calculés sur 1 000 réalisations de bruit et une seconde d'observation. Pour chaque instant, k $\bar{I}_{v,k}$ est estimé à partir de 1000 réalisations et pour une seconde de signal on calcule sa valeur moyenne $E(\bar{I}_{v,k})$. Ces valeurs sont données en fonction de la fréquence Doppler du signal. On reporte aussi dans ce tableau, le rapport signal à bruit C/N_0 en dB Hz , calculé sur une seconde à partir de la valeur moyenne et de la variance des observations $I_{v,k}$.

On constate à partir des mesures fournies dans le tableau 3.2, que le rapport signal à bruit est


 FIGURE 3.6 – Influence de la fréquence sur la valeur de $I_{v,k}$ ($A_v = 10V$)

f_v^D [Hz]	9	49	120	288	746	2229	5286	9220
$E(\bar{I}_{v,k})$	3029	3022	3017	3018	3017	3017	3017	3017
$\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$	1445	1420	1295	757	300	100	41	24
C/N0 [dBHz]	33	33	34	39	46	52	53	53

 TABLE 3.2 – Valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ en fonction de la fréquence Doppler f_v^D du signal ($A_v = 0.3V, f^{IF} = 0$)

fonction de la fréquence Doppler f_v^D . On constate aussi que la valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ calculée sur une seconde ne varie pas avec le Doppler. Cette dernière mesure peut donc être utilisée pour estimer l'amplitude du signal reçu.

En pratique, on observe une valeur $I_{v,k}$ chaque milliseconde. Cette valeur est bruitée par le bruit et les variations de $\bar{I}_{v,k}$ avec le déphasage du signal. L'écart type des variations de $\bar{I}_{v,k}$ est donné dans le tableau 3.2 par $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$. On constate à partir des valeurs de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$ que, pour les faibles Doppler, les variations de $I_{v,k}$ sont principalement dues aux changements de phase à chaque milliseconde. En effet le C/N0 augmente lorsque la valeur de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$ diminue. Pour les forts Doppler, les variations de $I_{v,k}$ sont principalement dues au bruit. En effet pour les forts

Doppler la valeur de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$ devient faible mais le $C/N0$ ne croit plus. En pratique, pour minimiser l'influence de la fréquence sur les variations de $I_{v,k}$, on travaille avec une fréquence intermédiaire f^{IF} importante de l'ordre de plusieurs MHz.

Finalement, on peut conclure que la mesure de l'amplitude du signal reçu à partir de $C/N0$ dépend de la fréquence. Nous proposons donc d'utiliser la valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ car celle-ci ne dépend pas de la fréquence. Malheureusement, la valeur $\bar{I}_{v,k}$ ne peut pas être estimée en pratique car elle est observée par une mesure bruitée $I_{v,k}$, dont la valeur moyenne change à chaque instant k .

Nous proposons dans le paragraphe suivant un modèle statistique qui permet de relier la fréquence et l'amplitude du signal à la valeur moyenne de $I_{v,k}$. L'inversion de ce modèle nous fournira une estimée de l'amplitude du signal reçu, indépendante de la fréquence. Dans ce contexte, nous utiliserons au chapitre 3, ce modèle statistique pour définir l'équation de mesure qui relie l'amplitude à estimer aux variations de $\bar{I}_{v,k}$ observées avec $I_{v,k}$. C'est le filtre construit à partir de ces équations qui sera l'estimateur de l'amplitude du signal.

3.3 Modélisation de la fonction de corrélation en fonction du signal reçu

3.3.1 Modèle à un satellite

Comme nous l'avons montré au paragraphe précédent, on peut calculer la valeur moyenne de $I_{v,k}$ à partir de la probabilité $P(i_{v,i} = 1)$. On considère ici un satellite v et on suppose que $s_i^{IF} = s_{v,i}^{IF}$. Dans ce cas il faut définir la probabilité d'avoir $s_{v,i}^{IF} = c_{v,i}^I$. Les deux signaux prenant leurs valeurs dans l'ensemble $\{-1, 1\}$, la probabilité $P(i_{v,i} = 1)$ est définie par :

$$P(i_{v,k} = 1) = P(c_{v,i}^I = 1) P(s_{v,i}^{IF} = 1/c_{v,i}^I = 1) + P(c_{v,i}^I = -1) P(s_{v,i}^{IF} = -1/c_{v,i}^I = -1) \quad (3.18)$$

Dans l'expression 3.18, le bruit est contenu dans le signal numérisé $s_{v,i}^{IF}$ dont l'expression est donnée par :

$$s_{v,i}^{IF} = \lfloor A_{v,i} CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v) + \eta_{v,i} \rfloor_{>0} \quad (3.19)$$

On définit un modèle échantillonné du signal reçu $\tilde{s}_{v,i}^{Mo}$ par l'expression suivante :

$$\tilde{s}_{v,i}^{Mo} = A_{v,i} CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v) \quad (3.20)$$

et sa version numérisée par l'expression :

$$s_{v,i}^{Mo} = \lfloor A_{v,i} CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v) \rfloor_{>0} \quad (3.21)$$

En supposant que $\eta_{i,v}$ est un bruit additif, on peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
 P(i_{v,k} = 1) &= P\left(c_{v,i}^I = 1, \tilde{s}_{v,i}^{Mo} > 0, \eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}\right) + P\left(c_{v,i}^I = -1, \tilde{s}_{v,i}^{Mo} > 0, \eta_{v,i} < -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}\right) \\
 &+ P\left(c_{v,i}^I = -1, \tilde{s}_{v,i}^{Mo} < 0, \eta_{v,i} < -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}\right) + P\left(c_{v,i}^I = 1, \tilde{s}_{v,i}^{Mo} < 0, \eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}\right) \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

où la probabilité :

$$P\left(c_{v,i}^I = 1, \tilde{s}_{v,i}^{Mo} < 0, \eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}\right) = P\left(c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1, \eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}\right) \quad (3.23)$$

est la probabilité pour que $c_{v,i}^I = s_{v,i}^{IF} = 1$. Il s'agit de la probabilité pour que la valeur négative de $\tilde{s}_{v,i}^{Mo}$ devienne positive lorsque le bruit lui est additionné (dans ce cas après seuillage $s_{v,i}^{Mo} = 1$).

En utilisant la relation de Bayes suivante :

$$P(A, B, C) = P(C/A, B).P(B/A).P(A)$$

l'expression de cette probabilité est définie par :

$$\begin{aligned}
 P\left(c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1, \eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}\right) &= \quad (3.24) \\
 P\left(c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1 / c_{v,i}^I = 1\right) P\left(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo} / c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1\right)
 \end{aligned}$$

Finalement on a :

$$\begin{aligned}
 P(i_{v,k} = 1) &= \quad (3.25) \\
 &P\left(c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = 1 / c_{v,i}^I = 1\right) P\left(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo} / c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = 1\right) + \\
 &P\left(c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = 1 / c_{v,i}^I = -1\right) P\left(\eta_{v,i} < -\tilde{s}_{v,i}^{Mo} / c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = 1\right) + \\
 &P\left(c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1 / c_{v,i}^I = -1\right) P\left(\eta_{v,i} < -\tilde{s}_{v,i}^{Mo} / c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = -1\right) + \\
 &P\left(c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1 / c_{v,i}^I = 1\right) P\left(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo} / c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1\right)
 \end{aligned}$$

Dans cette expression la probabilité $P\left(c_{v,i}^I = 1\right)$ dépend uniquement des paramètres du signal, et ne dépend pas de la distribution statistique du bruit.

Sa valeur est définie par dénombrement :

$$\begin{aligned}
 P\left(c_{v,i}^I = 1\right) &= \frac{\text{Card}\left\{c_{v,i}^I = 1 / i \in \{1, \dots, f_e T_b\}\right\}}{f_e T_b} \quad (3.26) \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left(c_{v,i}^I + 1\right)}{2f_e T_b}
 \end{aligned}$$

Il en est de même pour la probabilité $P(c_{v,i}^I = -1)$:

$$\begin{aligned} P(c_{v,i}^I = -1) &= \frac{\text{Card}\{c_{v,i}^I = -1/i \in \{1, \dots, f_e T_b\}\}}{f_e T_b} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} |c_{v,i}^I - 1|}{2f_e T_b} \end{aligned} \quad (3.27)$$

L'approche par dénombrement est aussi utilisée pour définir la probabilité $P(\tilde{s}_{v,i}^{Mo} > 0/c_{v,i}^I = 1)$ de l'expression 3.25 comme suit :

$$\begin{aligned} P(\tilde{s}_{v,i}^{Mo} > 0/c_{v,i}^I = 1) &= P(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = 1) \\ &= \frac{\text{Card}\{c_{v,i}^I = 1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo} = 1/i \in \{1, \dots, f_e T_b\}\}}{f_e T_b} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1)(s_{v,i}^{Mo} + 1)}{4f_e T_b} \end{aligned} \quad (3.28)$$

On peut alors définir par la même approche les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned} P(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = 1) &= \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1) |s_{v,i}^{Mo} - 1|}{4f_e T_b} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} P(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = -1) &= \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} |c_{v,i}^I - 1| (s_{v,i}^{Mo} + 1)}{4f_e T_b} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} P(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = -1) &= \\ &= \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} |c_{v,i}^I - 1| |s_{v,i}^{Mo} - 1|}{4f_e T_b} \end{aligned} \quad (3.31)$$

où $c_{v,i}^I$ et $s_{v,i}^{Mo}$ sont des signaux déterministes.

Dans l'expression 3.25, la probabilité $P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = 1, \tilde{s}_{v,i}^{Mo} > 0)$ dépend de la composante aléatoire $\eta_{v,i}$. Cette composante est entièrement définie par la statistique du bruit.

On a dans ce cas :

$$\begin{aligned} P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = 1, \tilde{s}_{v,i}^{Mo} > 0) &= P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = 1) \\ &= \frac{1}{\text{Card}\{c_{v,i}^I = 1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo} = 1/i \in \{1, \dots, f_e T_b\}\}} \sum_{i/c_{v,i}^I=1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo}=1} P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}) \end{aligned} \quad (3.32)$$

Cette expression peut être développée en utilisant la statistique du bruit, et on a alors :

$$P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = 1) = \frac{4}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1) (s_{v,i}^{Mo} + 1)} \sum_{i/c_{v,i}^I=1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo}=1} \int_{-\tilde{s}_{v,i}^{Mo}}^{+\infty} \exp\left(\frac{-x^2}{\sqrt{2}}\right) dx \quad (3.33)$$

Le calcul de cette probabilité est obtenu en utilisant la loi tabulée $erfc(\dots)$:

$$P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = 1) = \frac{4}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1) (s_{v,i}^{Mo} + 1)} \sum_{i/c_{v,i}^I=1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo}=1} \frac{1}{2} erfc\left(\frac{-\tilde{s}_{v,i}^{Mo}}{\sqrt{2}}\right) \quad (3.34)$$

Finalement on peut définir les probabilités suivantes :

$$P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1) = \frac{4}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1) |s_{v,i}^{Mo} - 1|} \sum_{i/c_{v,i}^I=1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo}=-1} \frac{1}{2} erfc\left(\frac{-\tilde{s}_{v,i}^{Mo}}{\sqrt{2}}\right) \quad (3.35)$$

$$P(\eta_{v,i} < -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = 1) = \left(1 - \frac{4}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} |c_{v,i}^I - 1| (s_{v,i}^{Mo} + 1)} \sum_{i/c_{v,i}^I=-1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo}=1} \frac{1}{2} erfc\left(\frac{-\tilde{s}_{v,i}^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)\right) \quad (3.36)$$

$$P(\eta_{v,i} < -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = -1) = \left(1 - \frac{4}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} |c_{v,i}^I - 1| |s_{v,i}^{Mo} - 1|} \sum_{i/c_{v,i}^I=-1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo}=-1} \frac{1}{2} erfc\left(\frac{-\tilde{s}_{v,i}^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)\right) \quad (3.37)$$

En conclusion, la valeur de la probabilité $P(i_{v,k} = 1)$ est obtenue à partir du calcul de 10 probabilités. Les 6 probabilités 3.26-3.31 sont obtenues par dénombrement des signaux déterministes $s_{v,i}^{Mo}$ et $c_{v,i}^I$.

Les 4 probabilités 3.34-3.37 sont obtenues après intégration de la loi statistique du bruit. Leurs valeurs sont calculées à partir de la fonction tabulée $erfc(\dots)$.

3.3.2 Modèle général

On considère ici un ensemble V de satellites. Dans ce cas il faut définir la probabilité d'avoir $s_i^{IF} = c_{v,i}^I$, pour estimer la valeur moyenne de $I_{v,k}$ du satellite v . Les deux signaux prenant leurs valeurs dans l'ensemble $\{-1, 1\}$ la probabilité $P(i_{v,i} = 1)$ est définie par :

$$P(i_{v,k} = 1) = P(c_{v,i}^I = 1)P(s_i^{IF} = 1/c_{v,i}^I = 1) + P(c_{v,i}^I = -1)P(s_i^{IF} = -1/c_{v,i}^I = -1) \quad (3.38)$$

Dans l'expression 3.38, le bruit est contenu dans le signal numérisé s_i^{IF} , dont l'expression est donnée par :

$$s_i^{IF} = \left[\sum_{v \in V} A_{v,i} CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v) + \eta_{v,i} \right]_{>0} \quad (3.39)$$

On définit un modèle échantillonné du signal reçu \tilde{s}_i^{Mo} par l'expression suivante :

$$\tilde{s}_i^{Mo} = \sum_{v \in V} A_{v,i} CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v) \quad (3.40)$$

On définit le signal reçu numérisé par deux modèles différents.

Soit le modèle du signal reçu pour le satellite v défini par :

$$s_{v,i}^{Mo} = [A_{v,i} CA_v(i + \tau_v) \sin(2\pi f_v^{IF} i + \phi_v)]_{>0} \quad (3.41)$$

Le modèle pour l'ensemble des autres satellites $\dot{V} = V - \{v\}$ est défini par :

$$s_{\dot{V},i}^{Mo} = \left[\sum_{s \in \dot{V}} A_{s,i} CA_s(i + \tau_s) \sin(2\pi f_s^{IF} i + \phi_s) \right]_{>0} \quad (3.42)$$

On suppose que $\eta_{i,v}$ est un bruit additif et on peut alors écrire :

$$\begin{aligned} P(i_{v,k} = 1) = & \quad (3.43) \\ & P(c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1, \eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})) + P(c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1, \eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})) + \\ & P(c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, \eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})) + P(c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, \eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})) \\ & + P(c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1, \eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})) + P(c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1, \eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})) \\ & + P(c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, \eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})) + P(c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, \eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})) \end{aligned}$$

où la probabilité :

$$P(c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, \eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})) \quad (3.44)$$

est la probabilité pour que $c_{v,i}^I = s_i^{IF} = 1$. Il s'agit de la probabilité pour que la valeur négative de \tilde{s}_i^{Mo} devienne positive lorsque le bruit lui est additionné.

En utilisant la relation de Bayes suivante :

$$P(A, B, C, D) = P(D/A, B, C).P(C/A, B).P(B/A)P(A)$$

l'expression de cette probabilité est définie par :

$$\begin{aligned}
 P\left(c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, \eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})\right) = & \quad (3.45) \\
 P\left(c_{v,i}^I = 1\right) P\left(c_{v,i}^I = 1/s_{v,i}^{Mo} = -1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right) \\
 P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right)
 \end{aligned}$$

Finalement on a :

$$\begin{aligned}
 P(i_{v,k} = 1) = & \quad (3.46) \\
 P\left(c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) \\
 P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) + \\
 P\left(c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) \\
 P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right) + \\
 P\left(c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = -1\right) \\
 P\left(\eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = -1\right) + \\
 P\left(c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = -1\right) \\
 P\left(\eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = -1\right) + \\
 P\left(c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = -1\right) \\
 P\left(\eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = -1\right) + \\
 P\left(c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = -1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = -1\right) \\
 P\left(\eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = -1\right) + \\
 P\left(c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right) \\
 P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) + \\
 P\left(c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = 1\right) P\left(s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right) \\
 P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{\dot{V},i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right)
 \end{aligned}$$

Dans cette expression la probabilité $P\left(c_{v,i}^I = 1\right)$ dépend uniquement des paramètres du signal, et ne dépend pas de la distribution statistique du bruit. Sa valeur est définie par dénombrement, et elle est donnée par l'expression 3.26. Il en est de même pour $P\left(c_{v,i}^I = -1\right)$ qui est donnée par l'expression 3.27.

L'approche par dénombrement est aussi utilisée pour définir la probabilité $P\left(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = 1\right)$ de l'expression 3.46. Cette probabilité est donnée par l'équation 3.28. Il en est de même pour les probabilités $P\left(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = -1\right)$, $P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = 1\right)$, $P\left(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = -1\right)$ qui sont respectivement données par les équations 3.29-3.31.

Dans le cas général, les nouvelles probabilités liées au modèle, telles que $P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right)$ dépendent des paramètres du signal et ne dépendent pas du bruit.

Leur expression est donnée par :

$$P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left(c_{v,i}^I + 1\right) \left(s_{v,i}^{Mo} + 1\right) \left(s_{\check{V},i}^{Mo} + 1\right)}{8f_e T_b} \quad (3.47)$$

$$P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = -1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left(c_{v,i}^I + 1\right) \left(s_{v,i}^{Mo} + 1\right) \left|s_{\check{V},i}^{Mo} + 1\right|}{8f_e T_b} \quad (3.48)$$

$$P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left(c_{v,i}^I + 1\right) \left|s_{v,i}^{Mo} + 1\right| + \left(s_{\check{V},i}^{Mo} + 1\right)}{8f_e T_b} \quad (3.49)$$

$$P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = 1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = -1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left(c_{v,i}^I + 1\right) \left|s_{v,i}^{Mo} + 1\right| \left|s_{\check{V},i}^{Mo} + 1\right|}{8f_e T_b} \quad (3.50)$$

$$P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left|c_{v,i}^I + 1\right| \left(s_{v,i}^{Mo} + 1\right) \left(s_{\check{V},i}^{Mo} + 1\right)}{8f_e T_b} \quad (3.51)$$

$$P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = -1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left|c_{v,i}^I + 1\right| \left(s_{v,i}^{Mo} + 1\right) \left|s_{\check{V},i}^{Mo} + 1\right|}{8f_e T_b} \quad (3.52)$$

$$P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left|c_{v,i}^I + 1\right| \left|s_{v,i}^{Mo} + 1\right| \left(s_{\check{V},i}^{Mo} + 1\right)}{8f_e T_b} \quad (3.53)$$

$$P\left(s_{\check{V},i}^{Mo} = -1/s_{v,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = -1\right) = \frac{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left|c_{v,i}^I + 1\right| \left|s_{v,i}^{Mo} + 1\right| \left|s_{\check{V},i}^{Mo} + 1\right|}{8f_e T_b} \quad (3.54)$$

Finalement, ce sont les probabilités qui intègrent la composante aléatoire $\eta_{v,i}$, telle que $P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{\check{V},i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right)$ qui dépendront du rapport signal à bruit. Cette composante est entièrement définie par la statistique du bruit.

On a dans ce cas :

$$\begin{aligned}
 & P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{V,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) \quad (3.55) \\
 &= \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1) (s_{v,i}^{Mo} + 1) (s_{V,i}^{Mo} + 1)} \sum_{i/c_{v,i}^I=1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo}=1 \text{ et } s_{V,i}^{Mo}=1} P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_i^{Mo})
 \end{aligned}$$

Cette expression peut être développée en utilisant la statistique du bruit, et on a alors :

$$\begin{aligned}
 & P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{V,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) \quad (3.56) \\
 &= \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1) (s_{v,i}^{Mo} + 1) (s_{V,i}^{Mo} + 1)} \sum_{i/c_{v,i}^I=1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo}=1 \text{ et } s_{V,i}^{Mo}=1} \int_{-\tilde{s}_i^{Mo}}^{+\infty} \exp\left(\frac{-x^2}{\sqrt{2}}\right) dx
 \end{aligned}$$

Le calcul de cette probabilité est obtenu en utilisant la loi tabulée $erfc(\dots)$:

$$\begin{aligned}
 & P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{V,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) \quad (3.57) \\
 &= \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1) (s_{v,i}^{Mo} + 1) (s_{V,i}^{Mo} + 1)} \sum_{\{i/c_{v,i}^I=1, s_{v,i}^{Mo}=1, s_{V,i}^{Mo}=1\}} \frac{1}{2} erfc\left(\frac{-\tilde{s}_i^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)
 \end{aligned}$$

Finalement, on peut définir les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned}
 & P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{V,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right) \quad (3.58) \\
 &= \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} (c_{v,i}^I + 1) (s_{v,i}^{Mo} + 1) |s_{V,i}^{Mo} + 1|} \sum_{\{i/c_{v,i}^I=1, s_{v,i}^{Mo}=1, s_{V,i}^{Mo}=-1\}} \frac{1}{2} erfc\left(\frac{-\tilde{s}_i^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P\left(\eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{V,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = -1\right) \quad (3.59) \\
 &= \left(1 - \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} |c_{v,i}^I + 1| |s_{v,i}^{Mo} + 1| (s_{V,i}^{Mo} + 1)} \sum_{\{i/c_{v,i}^I=-1, s_{v,i}^{Mo}=-1, s_{V,i}^{Mo}=1\}} \frac{1}{2} erfc\left(\frac{-\tilde{s}_i^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P\left(\eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{V,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = -1\right) \quad (3.60) \\
 &= \left(1 - \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} |c_{v,i}^I + 1| |s_{v,i}^{Mo} + 1| |s_{V,i}^{Mo} + 1|} \sum_{\{i/c_{v,i}^I=-1, s_{v,i}^{Mo}=-1, s_{V,i}^{Mo}=-1\}} \frac{1}{2} erfc\left(\frac{-\tilde{s}_i^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P\left(\eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{V,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = -1\right) \quad (3.61) \\
& = \left(1 - \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left|c_{v,i}^I + 1\right| \left(s_{v,i}^{Mo} + 1\right) \left(s_{V,i}^{Mo} + 1\right)} \sum_{\{i/c_{v,i}^I=-1, s_{v,i}^{Mo}=1, s_{V,i}^{Mo}=1\}} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{-\tilde{s}_i^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P\left(\eta_v < -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = 1, s_{V,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = -1\right) \quad (3.62) \\
& = \left(1 - \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left|c_{v,i}^I + 1\right| \left(s_{v,i}^{Mo} + 1\right) \left|s_{V,i}^{Mo} + 1\right|} \sum_{\{i/c_{v,i}^I=-1, s_{v,i}^{Mo}=1, s_{V,i}^{Mo}=-1\}} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{-\tilde{s}_i^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{V,i}^{Mo} = 1, c_{v,i}^I = 1\right) \quad (3.63) \\
& = \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left(c_{v,i}^I + 1\right) \left|s_{v,i}^{Mo} + 1\right| \left(s_{V,i}^{Mo} + 1\right)} \sum_{\{i/c_{v,i}^I=1, s_{v,i}^{Mo}=-1, s_{V,i}^{Mo}=1\}} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{-\tilde{s}_i^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P\left(\eta_v \geq -(\tilde{s}_i^{Mo})/s_{v,i}^{Mo} = -1, s_{V,i}^{Mo} = -1, c_{v,i}^I = 1\right) \quad (3.64) \\
& = \frac{8}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} \left(c_{v,i}^I + 1\right) \left|s_{v,i}^{Mo} + 1\right| \left|s_{V,i}^{Mo} + 1\right|} \sum_{\{i/c_{v,i}^I=1, s_{v,i}^{Mo}=-1, s_{V,i}^{Mo}=-1\}} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{-\tilde{s}_i^{Mo}}{\sqrt{2}}\right)
\end{aligned}$$

En conclusion, la valeur de la probabilité $P(i_{v,k} = 1)$ est obtenue à partir du calcul de 22 probabilités dans le cas général multi-satellites. Les 14 probabilités 3.47-3.54 et 3.28-3.31 sont obtenues par dénombrement des signaux déterministes $s_{v,i}^{Mo}$, $c_{v,i}^I$ et $s_{V,i}^{Mo}$.

Les 8 probabilités 3.55-3.64 sont obtenues après intégration de la loi statistique du bruit. Leurs valeurs sont calculées à partir de la fonction tabulée $\operatorname{erfc}(\dots)$.

3.4 Expérimentation

3.4.1 Introduction

L'objectif de l'expérimentation consiste, dans un premier temps, à valider le modèle proposé sur données synthétiques et sur données réelles. Puis dans un second temps, l'objectif consiste à utiliser le modèle validé pour évaluer l'influence des paramètres du signal reçu sur la valeur du maximum de la corrélation $\bar{I}_{v,k}$.

On présente sur la Figure 3.7, la configuration satellite utilisée pour l'expérimentation avec données synthétiques. Chaque satellite est numéroté par son numéro de code PRN. On représente sur la Figure 3.7 la constellation de satellites visibles et la vitesse relative satellite-récepteur de chacun des satellites.

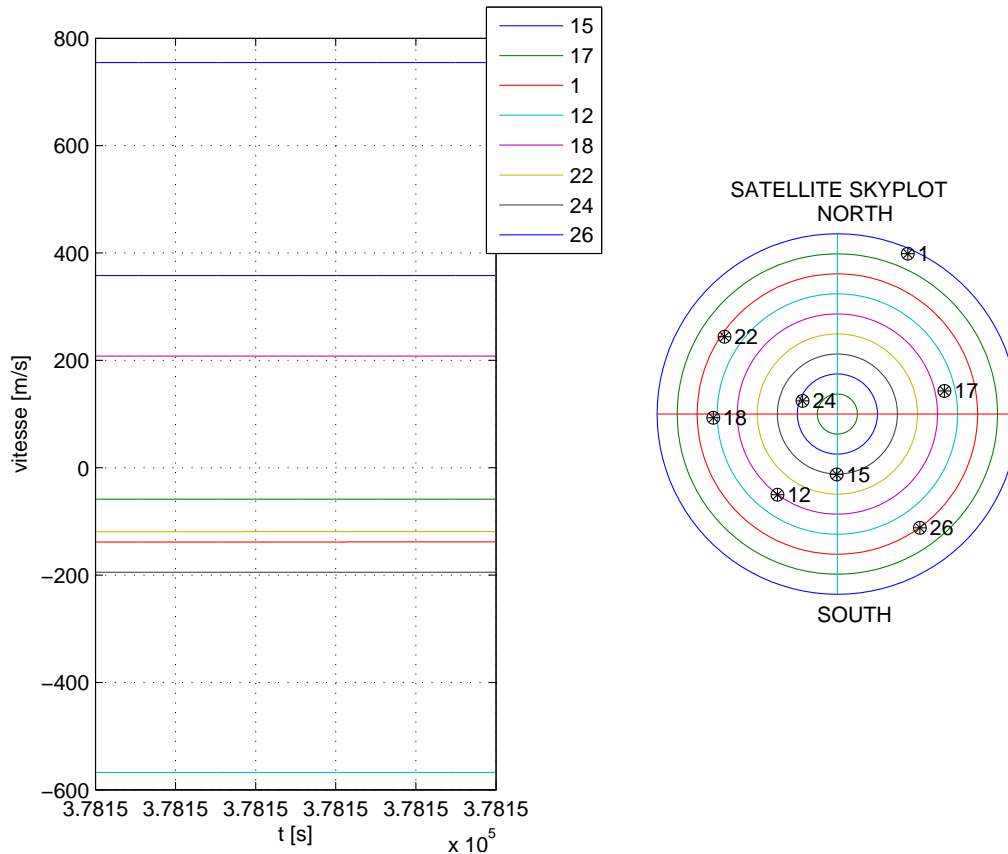


FIGURE 3.7 – Constellation et vitesse des satellites visibles

On reporte dans le tableau 3.3, l'amplitude des signaux en provenance des satellites (on suppose ici que le bruit additif sur le signal a une variance 1) et le C/N_0 de chaque signal calculé sur 1 seconde avec l'estimateur classique 2.22. On reporte aussi dans ce tableau la fréquence Doppler des signaux. Dans cette expérimentation les satellites 17, 1 et 22 ont un faible Doppler. On considère ici que $f^{IF} = 0$.

Dans le tableau 3.3, on remarquera que pour le satellite 17 la valeur de C/N_0 estimée est faible. En effet elle devrait être entre les valeurs des satellites 15 et 12. Cette erreur d'estimation s'explique par la faible fréquence Doppler du signal.

Satellites	15	17	1	12	18	22	24	26
A_v [V]	0.304	0.28	0.1	0.232	0.12	0.155	0.348	0.094
C/N0 [dB Hz]	48	39	37	46	40	41	50	37
f_v^D [Hz]	-1880	308	727	2983	-1092	626	1023	-3966

TABLE 3.3 – Amplitude, $C/N0$, fréquence Doppler des satellites visibles définis par leur numéro de code PRN

3.4.2 Validation du modèle proposé

Données de simulation

Dans cette expérimentation, on souhaite évaluer la fonction non linéaire proposée qui lie les paramètres du signal reçu à la valeur de $\bar{I}_{v,k}$. On considère pour cela la constellation de satellites décrite en introduction, un récepteur statique et une durée d'expérimentation de 1 seconde. Une valeur de $\bar{I}_{v,k}$ est calculée avec les paramètres du signal et la fonction non linéaire proposée toutes les millisecondes.

Pour estimer $\bar{I}_{v,k}$ à partir de données simulées, on génère le signal reçu toutes les millisecondes. Le générateur, qui utilise la constellation de satellites décrite en introduction, intègre les décalages de code, les variations de fréquences Doppler, les variations de délai de phase et le bruit. Le signal est démultiplexé et démodulé pour produire une observation $I_{v,k}$. Pour une même milliseconde le signal est généré plusieurs fois avec des réalisations de bruit différentes. On peut alors estimer $\hat{I}_{v,k}$, qui est la moyenne des $I_{v,k}$ observés à un instant donné.

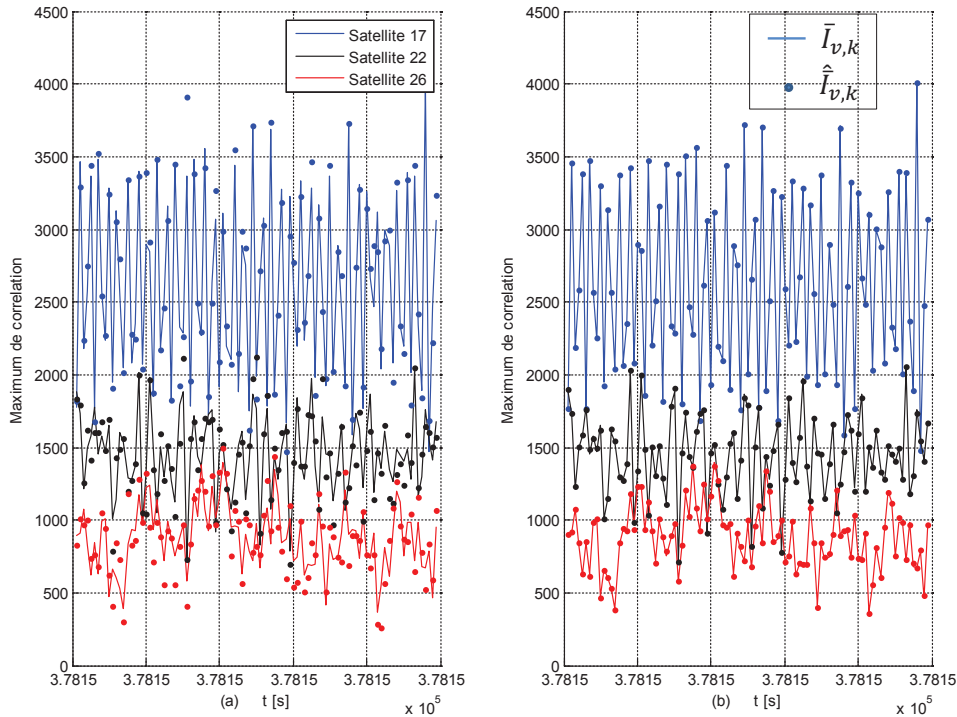
On représente sur la Figure 3.8.(a), les valeurs de $\bar{I}_{v,k}$ et de $I_{v,k}$. On représente sur la Figure 3.8.(b), les valeurs de $I_{v,k}$ et les valeurs de $\hat{I}_{v,k}$ obtenues pour 1 000 réalisations de bruit.

On observe sur la Figure 3.8.(a), qu'à cause du bruit, les valeurs observées $I_{v,k}$ (représentées par des points en bleu) sont différentes de $\bar{I}_{v,k}$. Lorsque plusieurs observations obtenues à un instant donné sont intégrées sur la Figure 3.8.(b), la valeur de $\hat{I}_{v,k}$ tend vers $\bar{I}_{v,k}$. Cela montre que la fonction non linéaire proposée fournit la bonne valeur de $\bar{I}_{v,k}$ vers laquelle tend la moyenne estimée.

Pour appuyer ce résultat, on reporte dans le tableau 3.4, l'erreur d'estimation obtenue pour l'ensemble des satellites visibles et pour différentes durées d'intégration des observations. On constate, que l'erreur d'estimation est d'autant plus faible (écart type faible) et non biaisée (valeur moyenne de l'erreur proche de zéro), que l'on augmente la durée d'intégration.

Données réelles

Dans cette expérimentation on souhaite valider le modèle proposé sur données réelles. On utilise pour cela un signal réel numérisé avec l'étage radio fréquence décrit au paragraphe 2.2.4.


 FIGURE 3.8 – Estimation de $\bar{I}_{v,k}$

Satellites	15	17	1	12	18	22	24	26
$\sigma_{I_{v,k}}$	132.7	132.7	135.8	128.3	130	129.7	130.9	135
$\sigma_{\bar{I}_{v,k} - \hat{I}_{v,k}}$ 100 réalisations	13.2	13.5	13.7	12.7	13.1	14	13.1	13.8
$E(\bar{I}_{v,k} - \hat{I}_{v,k})$ 100 réalisations	-0.08	0.09	0.3	-0.45	0.02	-0.04	0.76	-0.86
$\sigma_{\bar{I}_{v,k} - \hat{I}_{v,k}}$ 1000 réalisations	4.1	4.1	4.1	4.1	4.4	4.3	4.2	4.3
$E(\bar{I}_{v,k} - \hat{I}_{v,k})$ 1000 réalisations	-0.04	-0.05	0.06	-0.03	0.03	0.08	-0.12	-0.04

 TABLE 3.4 – Erreur d'estimation entre $\bar{I}_{v,k}$ et $\hat{I}_{v,k}$

Le signal est échantillonné avec une fréquence de 25 MHz et quantifié sur un bit. Dans cette expérimentation le signal est descendu en fréquence avec une fréquence de l'oscillateur local de $f^{OL} = f^{L1} = 1.57542$ GHz. Dans ce cas la fréquence intermédiaire est la fréquence Doppler du signal $f_v^{IF} = f_v^D$. Le signal est numérisé pendant une seconde à l'heure GPS 467991 s. On représente sur la Figure 3.9 la constellation de satellites visibles et la vitesse relative satellite-récepteur de chacun des satellites pour l'expérimentation sur données réelles.

Le signal numérisé et stocké en mémoire est ensuite traité pour extraire les observations $I_{v,k}$ du maximum de la corrélation toutes les millisecondes. Dans ce contexte on réalise dans une

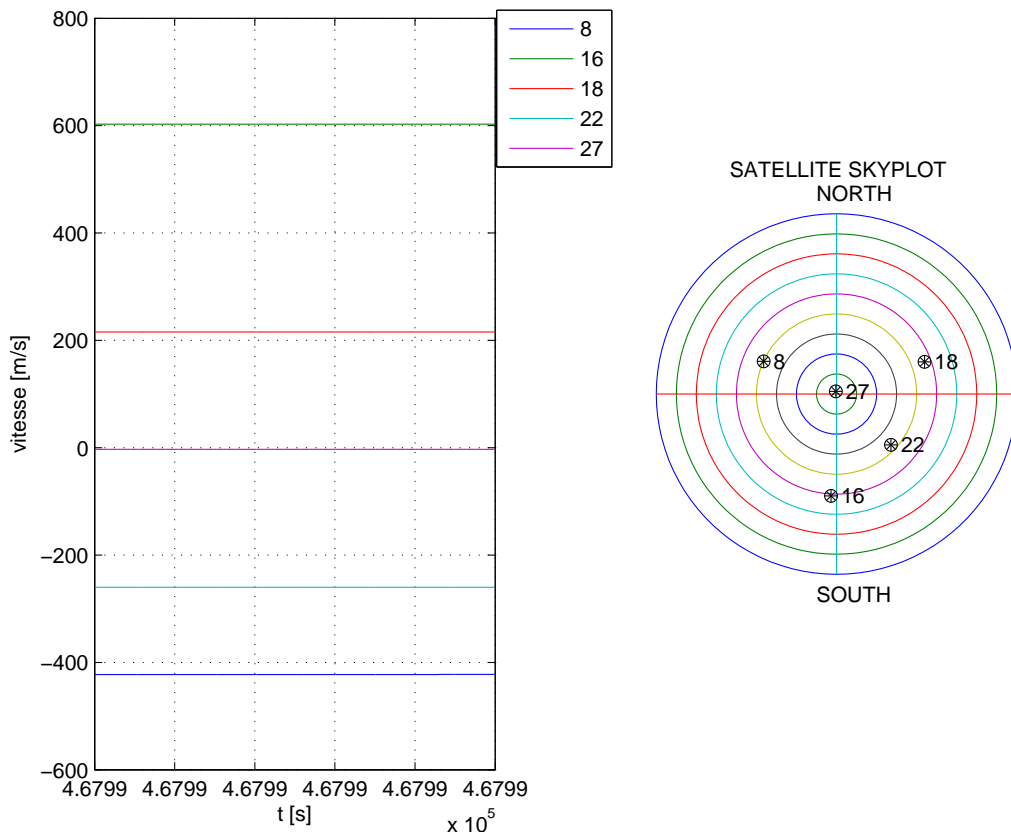


FIGURE 3.9 – Constellation et vitesse des satellites visibles

première étape l'acquisition du signal qui permet de définir la fréquence Doppler et le décalage initial du code CDMA de chaque satellite. Puis on poursuit dans une seconde étape les variations de décalage de code, de phase et de fréquence de chaque satellite. On reporte dans le tableau 3.5 la fréquence Doppler des signaux obtenus après l'étape d'acquisition.

Satellites	8	16	18	22	27
f_v^D [Hz]	2220.1	-3167.2	-1133.2	1366.6	15.4

TABLE 3.5 – Fréquence Doppler des satellites visibles définis par leur numéro de code PRN

Dans cette expérimentation il y a donc quatre satellites avec un fort Doppler et un satellite de faible Doppler. Dans le cas des signaux réels l'amplitude du signal reçu n'est pas connue. On reporte dans le tableau 3.6 les valeurs d'amplitudes estimées qui minimisent la distance entre la valeur $\bar{I}_{v,k}$ obtenue avec le modèle proposé et les observations $I_{v,k}$ obtenues sur le signal réel.

On remarquera dans le tableau 3.6 que le satellite de plus faible Doppler se trouve en fait au zénith du récepteur et que la forte valeur de l'amplitude du signal reçu est due au fait que c'est le satellite le plus proche du récepteur. On reporte dans le tableau 3.7 l'écart type des variations

Satellites	8	16	18	22	27
$hatA_v$	0.346	0.335	0.33	0.36	0.39
$E(I_{v,k})$	3078.8	2994.8	2959.8	3216.5	4131.4
$E(\bar{I}_{v,k})$	3098.7	2997.4	2951.3	3226.0	3519.6

TABLE 3.6 – Amplitude du signal reçu pour chaque satellite visible

de $I_{v,k}$ et $\bar{I}_{v,k}$ pour chaque satellite visible.

Satellites	8	16	18	22	27
$\sigma_{I_{v,k}}$	317.0	303.4	315.3	327.4	1102.8
$\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$	233.9	231.2	253.6	241.3	1689.3

TABLE 3.7 – Ecart type des variations du maximum de corrélation pour chaque satellite visible

Pour valider le modèle proposé on utilise les résultats du tableau 3.7 qui montrent les cohérences entre le modèle et les données réelles. Les valeurs d'écart type de $\sigma_{I_{v,k}}$ et $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$ ne sont pas identiques car dans le cas du signal réel ce sont des observations bruitées tandis que le modèle fournit la valeur moyenne du maximum de corrélation. Cependant on peut observer sur le signal réel les caractéristiques du modèle :

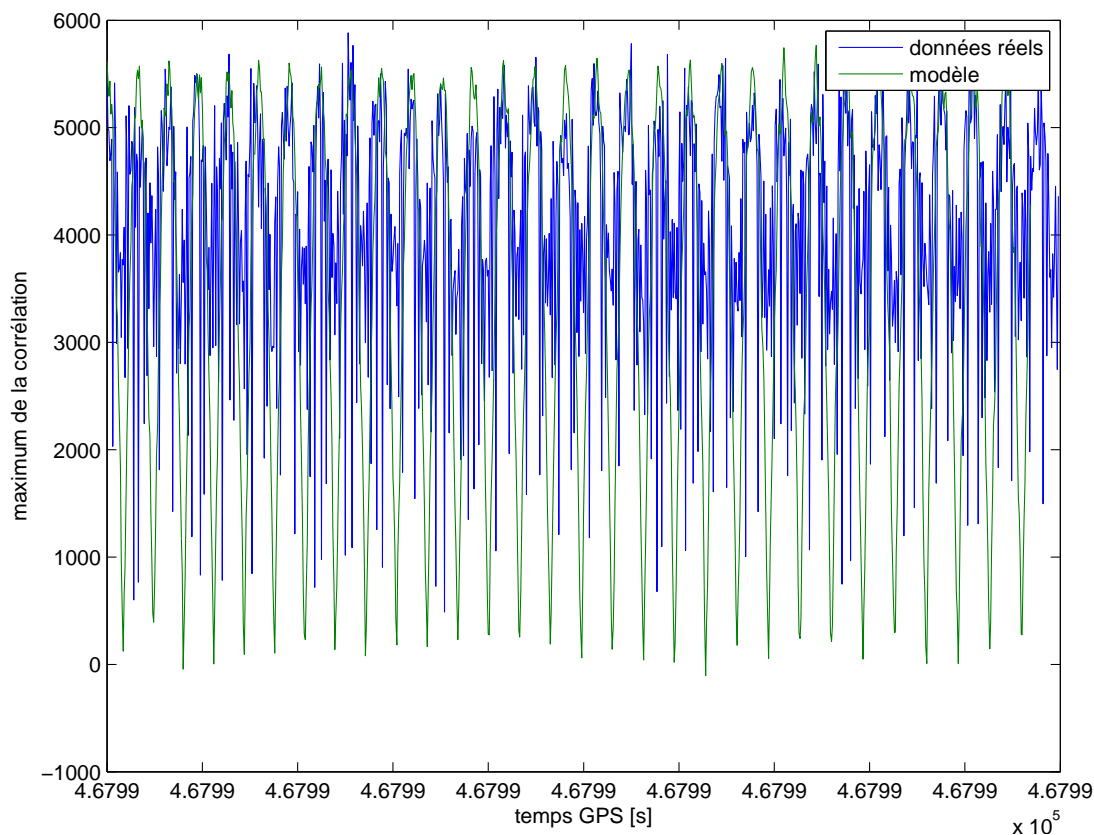
- L'écart type des variations du maximum de la corrélation est plus faible dans le cas du modèle que dans le cas du signal réel pour les fortes valeurs de Doppler. En effet dans le cas du signal réel, les variations liées au bruit sont plus significatives et contribuent à augmenter la valeur de l'écart type.
- Quand le Doppler est fort (satellites 8, 16, 18, 22) les variations d'écart type sont faibles, c'est ce qui est observé sur le signal réel et le modèle.
- L'écart type de l'évolution du maximum de corrélation augmente quand la fréquence Doppler diminue. Ce phénomène est particulièrement visible dans les observations bruitées quand le Doppler est inférieur à 500 Hz. C'est le cas ici du satellite 27.

Finalement on reporte sur la Figure 3.10 l'évolution de $I_{v,k}$ et $\bar{I}_{v,k}$ pour le satellite 27 de faible Doppler. On remarque une forte similarité entre le modèle et les observations bruitées du signal réel. L'ensemble de ces similarités entre le modèle et les données réelles nous conduisent à valider le modèle proposé.

3.4.3 Influence des paramètres du signal

Influence de la fréquence

L'objectif de cette expérimentation est de montrer l'influence de la fréquence Doppler sur la valeur moyenne de $I_{v,k}$ de l'ensemble des satellites. On suppose ici que $f^{IF} = 0$. On reporte dans le tableau 3.8 les valeurs des paramètres du signal pour chaque satellite et les paramètres

FIGURE 3.10 – Evolution de $I_{v,k}$ et $\bar{I}_{v,k}$ pour le satellite 27

statistiques de $\bar{I}_{v,k}$. Dans cette expérimentation, l'amplitude du signal reçu est la même pour tous les satellites.

Satellites	15	17	1	12	18	22	24	26
A_v	0.304	0.304	0.304	0.304	0.304	0.304	0.304	0.304
f_v^D	-1880.5	308.1	727.1	2983.5	-1092.4	626.0	1023.6	-3966.5
$E(\bar{I}_{v,k})$	2658.7	2658.4	2659.2	2653.8	2660.5	2660.7	2662.0	2658.4
$\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$	210.5	635.4	322.7	180.5	200.9	285.5	189.1	184.8

TABLE 3.8 – Influence de la fréquence sur la valeur de $\bar{I}_{v,k}$

A partir des résultats du tableau 3.8, on peut noter que les variations de $\bar{I}_{v,k}$ sont d'autant plus fortes que la fréquence intermédiaire du signal est faible. On peut aussi noter que, malgré cette configuration très défavorable qui suppose que $f^{IF} = 0$, la valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ reste identique pour chaque satellite. On en conclut donc, que les variations de $I_{v,k}$ ne dépendent que de la fréquence f_v^{IF} et de l'amplitude A_v du satellite v . Pour conforter ce résultat, on reporte dans le tableau 3.9 l'écart type de $\bar{I}_{v,k}$ et la valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ calculés pour l'ensemble des

satellites (notés respectivement $\sigma_{E(\bar{I}_{v,k})}$ et $E(\bar{I}_{v,k})$). Dans cette expérimentation, on fait uniquement varier la fréquence Doppler du satellite 17.

$f_{17}^D \setminus$ Sats	15	17	1	12	18	22	24	26	$E(\bar{I}_{v,k})/\sigma_{E(\bar{I}_{v,k})}$
9	212.0	1290.3	315.0	181.2	202.7	279.6	213.6	179.8	2660.6/ 5.2
49	210.4	1272.3	321.3	179.2	199.9	304.1	188.0	179.2	2659.0/ 2.4
120	231.9	1169.8	314.8	181.3	207.8	275.8	181.4	184.8	2662.4/ 8.6
288	224.7	709.4	315.7	180.0	207.9	282.1	211.7	196.3	2659.0/ 2.2
746	211.3	332.9	311.4	183.1	224.1	273.8	193.7	178.9	2659.2/ 1.4
2229	213.3	203.8	319.5	178.1	201.1	282.3	181.6	179.0	2659.2/ 2.1
5286	206.0	213.6	318.2	184.4	203.2	281.2	189.2	198.9	2658.9/ 2.1
9220	220.3	224.1	320.7	180.7	216.1	279.1	197.2	184.0	2659.0/ 2.2

TABLE 3.9 – Influence de la fréquence Doppler du satellite 17 sur les valeurs de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$

Les résultats reportés dans le tableau 3.9, montrent que les variations $\sigma_{\bar{I}_{17,k}}$ du maximum de corrélation $\bar{I}_{17,k}$ du satellite 17 dépendent de la fréquence Doppler. On remarque aussi dans ce tableau, que les variations des autres satellites ne changent pas de façon significative. Enfin on constate aussi dans ce tableau, que la valeur $\bar{I}_{v,k}$ ne change pas de façon significative pour l'ensemble des satellites et ce, quelle que soit la fréquence Doppler du satellite 17.

On peut donc conclure, que pour les faibles valeurs de f_v^{IF} , les variations de $I_{v,k}$ sont dues au bruit et aux variations de $\bar{I}_{v,k}$. Dans ce cas, les estimateurs qui estiment la puissance du bruit à partir des observations $I_{v,k}$ fournissent une estimation fautive car ils sont biaisés par les variations de $\bar{I}_{v,k}$.

Le modèle proposé dans cette thèse permet de s'affranchir de ce problème car il intègre dans sa définition la fréquence intermédiaire du signal.

Influence de l'inter-corrélation entre signaux

Dans cette expérimentation, on veut évaluer l'influence de l'inter-corrélation entre les signaux GPS sur les paramètres statistiques de $\bar{I}_{v,k}$. On considère les paramètres des différents signaux GPS décrits dans le tableau 3.10. On suppose que les signaux reçus en provenance des satellites, ont la même amplitude de 0.304 V et une fréquence Doppler différente. Pour minimiser l'influence de la fréquence Doppler sur les variations de $\bar{I}_{v,k}$, on considère une fréquence intermédiaire $f^{FI} = 5 \text{ MHz}$. On remarquera dans le tableau 3.10, que la fréquence Doppler du satellite 17 qui est de 9 Hz est très faible.

Dans cette expérimentation, on souhaite analyser l'évolution des paramètres statistiques de $\bar{I}_{v,k}$, lorsque le nombre de satellites observés diminue. On reporte dans le tableau 3.11, l'écart type des variations de $\bar{I}_{v,k}$ pour les satellites visibles.

Satellites	15	17	1	12	18	22	24	26
A_v	0.304	0.304	0.304	0.304	0.304	0.304	0.304	0.304
f_v^D	-1880.5	9	727.1	2983.5	-1092.4	626.0	1023.6	-3966.5

TABLE 3.10 – Paramètres de l'expérimentation

Sats visibles \ Sats	15	17	1	12	18	22	24	26
8	137.9	295.4	110.7	123.5	124.8	120.9	153.6	123.0
7	134.2	295.3	106.5	115.3	115.3	115.9	150.7	
6	113.3	287.2	98.6	107.6	107.9	100.3		
5	103.7	292.2	97.9	102.4	97.1			
4	94.0	292.6	77.6	96.9				
3	75.5	293.9	64.5					
2	52.2	299.5						
1	12.5							

TABLE 3.11 – Influence de l'inter-corrélation sur les valeurs de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$

Dans le tableau 3.11, les valeurs de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$ peuvent être considérées faibles pour l'ensemble des satellites, sauf pour le satellite 17. Lorsque la valeur de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$ est faible, les variations de $I_{v,k}$ sont principalement dues au bruit. Dans ce cas, les estimateurs classiques de C/N_0 sont faiblement biaisés. Ce qui n'est pas vrai pour le satellite 17, où les variations de $I_{v,k}$ sont dues aux variations de $\bar{I}_{v,k}$ et aux variations du bruit. Dans ce cas les estimateurs classiques sous-estiment la valeur de C/N_0 . Donc, malgré une fréquence intermédiaire importante, l'influence de la fréquence f_v^{IF} sur les variations de $I_{v,k}$ existe. On reporte dans le tableau 3.12, la valeur de $E(\bar{I}_{v,k})$ pour chaque satellite visible. Le nombre de satellites visibles change sur chaque ligne du tableau. On reporte aussi la valeur moyenne et l'écart type de $\bar{I}_{v,k}$ calculés sur l'ensemble des satellites.

$E(\bar{I}_{v,k})$ ($\sigma_{E(\bar{I}_{v,k})}$) \ Sats	15	17	1	12	18	22	24	26
2659.1 (1.5)	2660.6	2659.7	2659.5	2656.3	2659.9	2659.1	2660.2	2657.2
2706.4 (1.9)	2708.0	2707.2	2706.6	2702.3	2707.0	2706.2	2707.4	
2756.3 (2.4)	2758.5	2758.4	2756.3	2752.0	2756.6	2756.1		
2809.3 (2.5)	2811.1	2811.3	2809.4	2805.2	2809.5			
2864.9 (3.0)	2866.5	2867.3	2865.4	2860.6				
2925.2 (0.4)	2925.6	2925.0	2924.9					
2988.7 (0.5)	2989.1	2988.3						
3057.0 (0.0)	3057.0							

TABLE 3.12 – Influence de l'inter corrélation sur les valeurs de $E(\bar{I}_{v,k})$

A partir des résultats du tableau 3.12, on peut noter que la valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ est

constante pour un ensemble donné de satellites visibles. On peut aussi noter, que sa valeur augmente lorsque le nombre de satellites visibles diminue. On peut conclure que les estimateurs classiques de C/N_0 fournissent dans ce cas une valeur erronée de l'amplitude du signal reçu. En effet la puissance du bruit ne change pas, mais la puissance du maximum de la corrélation augmente, on a donc une augmentation du C/N_0 malgré une amplitude du signal reçu qui reste constante.

Le modèle proposé dans cette thèse permet de s'affranchir de ce problème car il intègre dans sa définition la configuration satellite.

3.5 Conclusion

La mesure de C/N_0 est utilisée pour estimer l'amplitude du signal reçu. On suppose alors dans ce cas, que la puissance du bruit est fixée et est définie par une variance de valeur 1. Cette valeur d'amplitude peut alors être utilisée pour diverses applications, comme la définition du mode de fonctionnement d'un récepteur GPS, ou en réflectométrie GNSS pour l'altimétrie et la mesure du taux d'humidité d'une surface de réflexion.

On a montré au chapitre 2, que les estimateurs de C/N_0 utilisent les deux premiers paramètres de la statistique du maximum de corrélation. Dans ce chapitre, on montre que pour un étage radio fréquence qui numérise le signal GPS sur 1 bit, le maximum de corrélation est une observation directe de l'amplitude du signal reçu lorsque l'on suppose le bruit de variance 1.

On définit dans ce chapitre, une fonction non linéaire qui relie l'amplitude du signal reçu au maximum de la corrélation, en fonction des paramètres du signal GPS. Ces paramètres sont la fréquence Doppler du signal et le déphasage du signal reçu. Le modèle proposé est validé dans l'expérimentation, sur données synthétiques et sur données réelles.

On montre dans l'expérimentation à partir du modèle proposé, que la statistique du maximum de corrélation dépend de la fréquence Doppler, et de la configuration satellite. En effet, on montre que pour les faibles fréquences Doppler, les variations du maximum de corrélation sont dues au bruit et à la fréquence. Et que dans ce cas, l'écart type du maximum de la corrélation ne mesure pas uniquement la puissance du bruit, ce qui fausse l'estimation de la valeur du C/N_0 avec les estimateurs classiques. De plus, on montre que la valeur moyenne du maximum de la corrélation, donc la valeur de C/N_0 , change avec le nombre de satellites en vue. Là encore, ce phénomène fausse l'estimation de la valeur de C/N_0 qui devrait rester constante.

Pour pouvoir estimer la valeur de l'amplitude du signal reçu à partir des observations du maximum de la corrélation, il faut pouvoir inverser la fonction non linéaire, proposée dans ce chapitre, qui relie ces deux paramètres. Nous proposons dans le chapitre 4, deux estimateurs dynamiques de l'amplitude, qui utilisent les techniques du filtrage non linéaire.

Chapitre 4

Estimation de l'amplitude du signal GPS

4.1 Introduction

L'estimation de l'amplitude $A_{v,k}$ (l'amplitude A_v supposée constante sur la durée du code T_b) du signal GPS en provenance du satellite v est importante pour les applications de réflectométrie qui utilisent la puissance du signal réfléchi. Cependant cette grandeur n'est pas directement observable à partir des mesures fournies par l'étage radio fréquence du récepteur GPS. En effet la puissance du signal reçu C/N_0 est estimée à partir des moments statistiques des composantes de corrélations $(I_{v,k}, Q_{v,k})$.

Le modèle direct établi au chapitre 3, permet de relier l'amplitude $A_{v,k}$ à la composante en phase de la corrélation $I_{v,k}$. Dans cette relation il est tenu compte des différents paramètres des satellites visibles de la constellation tels que : l'amplitude des signaux GPS, leur fréquence Doppler, etc. Dans ce contexte nous proposons d'estimer l'amplitude $A_{v,k}$ par *inversion* du modèle direct. Toutefois l'opération d'inversion du dit modèle n'est pas triviale.

En effet, la relation entre les composantes moyennes de la corrélation $\mathbb{E}(I_{v,k})$ et le signal GNSS reçu est constituée d'une somme de fonctions d'erreurs complémentaires $erfc(\dots)$, pondérée par des fractions calculées sur la base du dénombrement des composantes du signal. Ceci rend le modèle fortement non-linéaire et la complexité du modèle croit avec le nombre de satellites visibles.

De plus, les amplitudes ainsi que les paramètres des signaux envoyés par les satellites évoluent avec le temps, ainsi le problème d'inversion du système non linéaire est un problème dynamique. Une des méthodes utilisée pour résoudre ce type de problème est le filtrage stochastique non-linéaire. Dans cette approche, au modèle direct non linéaire représentant l'équation de la mesure, sera associée une équation d'état qui modélisera l'évolution dynamique du système. C'est ainsi que pour chaque satellite visible, un filtre Alpha-Bêta [BRO98] sera considéré.

Le filtrage stochastique non linéaire peut être considéré comme un *problème inverse* [CHE03], dont la résolution dépend de l'existence et de l'unicité de la solution. Il est aussi important qu'il y ait une dépendance continue entre la solution et les mesures.

Une discussion sur l'inversion du modèle non linéaire sera réalisée dans la première partie du chapitre. Il y sera question des techniques de résolution sous-optimales telles que : l'approximation analytique par filtrage de Kalman étendu, l'approche numérique, l'approximation par mélange gaussien et l'approximation par échantillonnage.

Dans ce travail, un intérêt particulier sera porté sur les techniques d'approximations de la densité de probabilité *a posteriori* de l'état sachant les mesures par échantillonnage. Ces approches sont classées selon la méthode utilisée pour la sélection des échantillons de la distribution de probabilité. Cette sélection peut être déterministe ou aléatoire.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, le filtrage de Kalman sans parfum, qui utilise la sélection déterministe des échantillons, sera présenté et testé pour l'estimation de l'amplitude du signal GPS. Finalement, c'est dans la troisième partie que sera présenté le filtrage particulière qui utilise une approximation par échantillonnage aléatoire. Après une brève présentation de la méthode, le filtre sera également testé pour l'estimation dynamique de l'évolution de l'amplitude d'un signal GPS.

4.2 Position du problème

4.2.1 Présentation du problème non linéaire

Le modèle direct proposé au chapitre 3 permet de relier le rapport C/N_0 à l'espérance du maximum de la composante en phase de la corrélation $I_{v,k}$. En effet pour une période d'intégration cohérente T_b et une fréquence d'échantillonnage f_e , on modélise le signal reçu en fréquence intermédiaire $\sum_{v \in V} s_v^{IF}$, et on peut calculer la probabilité $P(I_{v,k} = I)$. La probabilité est déduite du signal modélisé après sa numérisation sur 1 bit, sa démodulation et son démultiplexage. Le modèle utilisé prend en compte le bruit sur le signal reçu $\eta_{v,i}$, supposé blanc gaussien.

Ce modèle direct définit l'équation de mesure liant les observations du maximum de corrélation $I_{v,k}$ à l'instant k de chaque satellite visible v , et le vecteur d'état $\{A_{v,k}\}_{v \in V}$ décrivant les amplitudes des signaux de chaque satellite. La non linéarité du modèle est due à l'inter-corrélation, entre les signaux des satellites perçus par le récepteur GNSS. Dans ce cas, il n'existe pas de proportionnalité entre l'amplitude $A_{v,k}$ et le maximum de corrélation $I_{v,k}$. L'équation non-linéaire est notée :

$$I_{v,k} = f\left(\{A_{v,k}\}_{v \in V}\right) + \omega_k \quad (4.1)$$

où $f(\dots)$ est la fonction non linéaire, définie à partir des paramètres des signaux GNSS des satellites visibles. ω_k est un bruit additif gaussien centré, de variance R , qui modélise le bruit de mesure.

Ce modèle est associé au modèle d'observation, qui est un modèle d'état dynamique simplifié. Il s'agit d'équations aux différences finies reliant les états consécutifs. En effet, pour chaque

satellite visible un filtre Alpha-Bêta [BRO98] sera utilisé :

$$A_{v,k} = A_{v,k-1} + T_b \dot{A}_{v,k-1} + v_{1,k} \quad (4.2)$$

$$\dot{A}_{v,k} = \dot{A}_{v,k-1} + v_{2,k} \quad (4.3)$$

Les bruits d'états gaussien $v_{1,k}$ et $v_{2,k}$ représentent respectivement, l'inexactitude du modèle d'évolution pour l'amplitude, et la vitesse d'évolution de cette amplitude. L'intérêt du filtre Alpha-Bêta est sa simplicité. Il constitue une bonne approximation pour l'estimation des valeurs d'amplitude ayant une faible dynamique, ce qui est le cas de la puissance des signaux GNSS. Dans l'expérimentation, nous évaluons la méthode d'inversion proposée dans le cas statique et pour une évolution à faible dynamique.

On note $\mathbf{A}_{v,k} = [A_{v,k}, \dot{A}_{v,k}]$ le vecteur d'état à estimer, ainsi l'équation d'évolution est exprimée sous la forme :

$$\mathbf{A}_{v,k} = H\mathbf{A}_{v,k-1} + V_k \quad (4.4)$$

H est la matrice de transition, $H = \begin{bmatrix} 1 & T_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, et le vecteur $V_k = [v_{1,k}, v_{2,k}]^T$ concerne le bruit d'état centré, de variance Q .

On illustre sur le diagramme de la Figure 4.1, le principe du filtre dans le cas de notre modèle dynamique non-linéaire. L'estimation de l'état caché $\mathbf{A}_{v,k}$, étant donné la mesure $I_{v,k}$, est un problème de filtrage stochastique. L'objectif du filtre consiste à estimer l'état courant "optimal" à l'instant k , compte tenu des observations $z_{v,0:k}$. On suppose ici que la séquence des états cachés $\mathbf{A}_{v,k}, k \in \mathbb{N}$ est un processus de Markov sur un espace d'état discret \mathbf{A} . On considère pour cela la densité initiale $p(A_{v,0})$, la probabilité de transition $p(\mathbf{A}_{v,k}|\mathbf{A}_{v,k-1})$ et la loi de vraisemblance des mesures $p(z_{v,k}|\mathbf{A}_{v,k})$. La réalisation du filtre stochastique dans le cas non linéaire est considéré comme un *problème inverse* [CHE03].

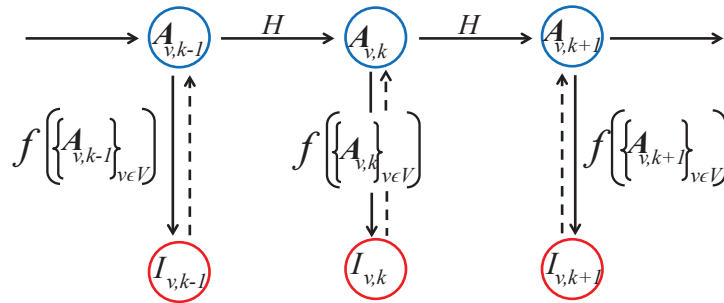


FIGURE 4.1 – Diagramme du modèle dynamique non-linéaire

4.2.2 Méthodes d'inversion

Compte tenu des mesures collectées $I_{v,0:k}$ et des fonctions H et $f(\dots)$ connues, trouver l'état $\hat{\mathbf{A}}_{v,k}$ est équivalent à rechercher le modèle inverse $f^{-1}(z_{v,k})$, comme l'indique sur la Figure 4.1

la flèche en pointillé.

Le modèle direct prédit l'évolution de la composante de corrélation $I_{v,k}$, sachant les conditions initiales et la matrice d'évolution H . Le problème inverse consiste à estimer l'amplitude $\hat{A}_{v,0:k}$ à partir des observations $I_{v,k}$ et de l'évolution des paramètres du signal. En général, la résolution mathématique des problèmes inverses est délicate, cela est dû au fait que ces derniers sont souvent des problèmes "mal posés" au sens de Hadamard [HAD02]. En effet, un problème est mal posé lorsque l'une des conditions suivantes n'est pas vérifiée : l'existence de la solution, l'unicité de la solution, ainsi que sa dépendance de façon continue aux mesures.

L'existence stipule que pour chaque mesure $I_{\{v,k\}}$ de la corrélation, il existe une solution $\hat{A}_{v,k}$ dans l'espace d'état des amplitudes [DEM01].

La non-unicité des solutions en problèmes inverses est due, en premier, à la nature bruitée et approximative des mesures et du modèle. Pour avoir une solution unique, on peut utiliser une information complémentaire telle qu'une information *a priori*.

La dépendance continue de $\hat{A}_{v,k}$ par rapport à I_k^v , signifie que lorsqu'une erreur sur la mesure δI_k^v tend vers zéro, l'erreur $\delta \hat{A}_{v,k}$ résultant sur $\hat{A}_{v,k}$ tend également vers zéro. La condition de continuité est liée à la stabilité de la solution ; néanmoins la continuité est une condition nécessaire et insuffisante pour la stabilité [DEM01].

Il n'existe pas de résolution au "sens strict" d'un problème inverse. C'est pour cette raison que des méthodes "approximatives" ont été proposées. Ces approches sous-optimales peuvent être classées comme suit : approximation analytique, approximation numérique, approximation par mélange gaussien et approximation par un ensemble d'échantillons [RIS04].

L'approximation analytique est une adaptation du filtre de Kalman au problème non linéaire. Cela consiste à *linéariser* localement le modèle d'état et/ou de mesure autour de l'état estimé courant. Cette catégorie comporte le filtre de Kalman étendu du premier ordre (Extended Kalman Filter-EKF) [BAR01] et ces variantes telles que : l'EKF d'ordre-supérieur [ATH68] et l'itératif EKF [BAR01]. Dans ces approches, il est supposé que le système non-linéaire peut être représenté par des fonctions d'évolutions ($H(\dots)$, $f(\dots)$) continûment dérivables. À l'inverse du filtre de Kalman linéaire classique, ces variantes du filtre ne garantissent pas une convergence globale pour de fortes non linéarités.

L'approximation numérique consiste à estimer la densité *a posteriori* $P(A_k|Z_k)$ par discrétisation de l'espace d'état sur une grille déterministe. Dans ce cas les méthodes de résolution utilisées sont par exemple : la méthode de la plus grande descente de gradient, et la méthode pseudo-inverse de Moore-Penrose [TAR87]. Toutefois, la précision de ces méthodes est affectée par la taille de la maille de la grille. De plus, lorsque la dimension de l'espace d'état augmente, l'algorithme devient très coûteux en temps de calcul. Enfin, un maillage homogène de la grille peut défavoriser les régions à forte densité de probabilité [RIS04].

L'approximation paramétrique consiste par exemple à approcher la densité *a posteriori* par une somme pondérée de gaussiennes. Cette approche est naturellement adaptée au cas où la densité *a posteriori* est multimodale. Elle est le plus souvent utilisée dans le domaine de détection et suivi de cibles, par filtrage multi-modèles [ALS02].

Enfin, l'approximation par échantillonnage, évalue la densité *a posteriori* grâce un ensemble d'échantillons. Par exemple, le filtre de Kalman sans parfum (UKF) exploite un nombre limité d'échantillons sélectionnés de façon déterministe, tandis que le filtre particulaire utilise des échantillons aléatoires (principe aussi connu sous le nom de méthode de Monte-Carlo). Ces filtres qui acceptent les fortes non linéarités seront utilisés pour la résolution de notre problème inverse.

4.2.3 Initialisation du filtre

L'utilisation du filtrage d'état, pour résoudre notre problématique d'estimation non linéaire, s'appuie sur un modèle d'état dynamique et une équation de mesure. Le modèle d'état décrit la dynamique du système selon laquelle les données seront intégrées, et l'équation de mesure décrit le lien entre les observations de corrélations bruitées et le vecteur d'état.

Pour l'implantation de ce type de filtre, il est important de pouvoir initialiser la valeur de l'état le plus précisément possible. En effet les observations étant fortement bruitées, il sera donné une forte confiance au modèle pour obtenir une estimation précise. Dans ce cas, la convergence du filtre sera très lente, voire impossible si l'état est initialisé à une valeur trop éloignée de sa valeur réelle.

L'inversion de la fonction non linéaire 3.14 qui lie $\bar{I}_{v,k}$ aux paramètres du signal GNSS étant impossible, on se propose de simplifier et d'utiliser des approximations pour approcher la valeur de A_v . Dans le cas du modèle à 1 satellite, si on suppose que le code local et le signal reçu sont parfaitement alignés, on a :

$$\begin{aligned} P(c_{v,i}^I = 1) P(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = 1) &= P(c_{v,i}^I = -1) P(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = -1) = \frac{1}{2} \\ P(c_{v,i}^I = -1) P(s_{v,i}^{Mo} = 1/c_{v,i}^I = -1) &= P(c_{v,i}^I = 1) P(s_{v,i}^{Mo} = -1/c_{v,i}^I = 1) = 0 \end{aligned}$$

De plus le signal étant symétrique on a :

$$P(\eta_{v,i} \geq -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = 1, s_{v,i}^{Mo} = 1) = P(\eta_{v,i} < -\tilde{s}_{v,i}^{Mo}/c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = -1)$$

Et :

$$\begin{aligned}
 P(i_{v,k} = 1) &= P(\eta_{v,i} < -\tilde{s}_{v,i}^{Mo} / c_{v,i}^I = -1, s_{v,i}^{Mo} = -1) \\
 &= \left(1 - \frac{4}{\sum_{i=1}^{f_e T_b} |c_{v,i}^I - 1| |s_{v,i}^{Mo} - 1|} \sum_{i/c_{v,i}^I = -1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo} = -1} \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{-\tilde{s}_{v,i}^{Mo}}{\sqrt{2}} \right)\right) \\
 &= \left(1 - \frac{2}{f_e T_b} \sum_{i/c_{v,i}^I = -1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo} = -1} \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{-\tilde{s}_{v,i}^{Mo}}{\sqrt{2}} \right)\right)
 \end{aligned}$$

où $f_e T_b / 2$ représente le nombre de valeurs négatives de $c_{v,i}^I$ et $s_{v,i}^{Mo}$. On peut alors exprimer $E(i_{v,i})$:

$$\begin{aligned}
 E(i_{v,i}) &= 2 * P(i_{v,i} = 1) - 1 \\
 &= \left(1 - \frac{2}{f_e T_b} \sum_{i/c_{v,i}^I = -1 \text{ et } s_{v,i}^{Mo} = -1} \operatorname{erfc} \left(\frac{-\tilde{s}_{v,i}^{Mo}}{\sqrt{2}} \right)\right)
 \end{aligned}$$

Si on néglige l'influence de la porteuse, soit $-\tilde{s}_{v,i}^{Mo} = A_v$, on peut alors exprimer $\bar{I}_{v,k}$:

$$\begin{aligned}
 E(i_{v,i}) &= \left(1 - \operatorname{erfc} \left(\frac{A_v}{\sqrt{2}} \right)\right) = \operatorname{erf} \left(\frac{A_v}{\sqrt{2}} \right) \\
 \bar{I}_{v,k} &= f_e T_b \operatorname{erf} \left(\frac{A_v}{\sqrt{2}} \right)
 \end{aligned}$$

Finalement, la valeur approchée de A_v est obtenue avec l'expression suivante :

$$A_v = \sqrt{2} \operatorname{erfinv} \left(\frac{\bar{I}_{v,k}}{f_e T_b} \right)$$

En pratique on utilisera les observations $I_{v,k}$ pour estimer $\hat{I}_{v,k}$ et donc l'état initial $\hat{A}_{v,0}$.

4.3 Estimation par filtrage de Kalman sans parfum

Cette section présente l'implémentation du filtre de Kalman sans parfum. Elle est suivie d'une simulation qui évalue les performances du filtre pour l'estimation de l'amplitude du signal GNSS. Cette simulation est réalisée dans le cas statique et dans le cas dynamique. Les réglages du filtre implémenté sont finalement discutés.

4.3.1 Filtrage de Kalman sans parfum

Le filtre de Kalman sans parfum, proposé initialement par Julier et Uhlmann [JUL97], permet d'estimer séquentiellement la moyenne et la covariance *a posteriori* de l'état X grâce à

un nombre limité d'échantillons appelés "sigma-points". Ce jeu de points est choisi de façon déterministe selon une transformation sans parfum, Unscented Transformation (UT).

Transformation UT [WAN01] :

Cette opération permet de calculer les deux premiers moments statistiques d'une variable aléatoire Y ayant subi une transformation non linéaire de type $Y = g(X)$. On considère la propagation d'une variable aléatoire X , de moyenne \bar{X} , et de covariance P_X , via une fonction non linéaire $g : \mathbb{R}^{n_X} \mapsto \mathbb{R}^{n_Y}$, pour produire la variable aléatoire Y :

$$Y = g(X)$$

n_X est la taille du vecteur d'état X . La transformation UT permet de calculer la moyenne de Y , notée \bar{Y} , et la covariance P_Y , grâce à un échantillonnage déterministe de l'espace d'état. Pour ce calcul, on utilise n jeux de "sigma-points" $\{\chi_i\}_{i=0}^{2n_X+1}$ tel que :

$$\begin{cases} \chi_0 = \bar{X} \\ \chi_i = \bar{X} + \left(\sqrt{(n_X + \lambda) P_X} \right)_i & i = 1, \dots, n_X \\ \chi_i = \bar{X} - \left(\sqrt{(n_X + \lambda) P_X} \right)_i & i = n_X + 1, \dots, 2n_X \end{cases}$$

où λ est un facteur d'échelle. Le paramètre λ est défini par $\lambda = \alpha^2(n_X + \kappa)$ avec la constante α , tel que $10^{-4} \leq \alpha \leq 1$. λ permet de régler la dispersion des "sigma-points" autour de \bar{X} .

κ est un second paramètre d'échelle, qui est fixé à zéro lorsque la variable aléatoire n'est pas biaisée.

Chaque "sigma-point" est propagé à travers la fonction non linéaire g :

$$Y_i = g(\chi_i) \quad (i = 0, 1, \dots, 2n_X)$$

Ainsi, on peut obtenir les deux premiers moments statistiques de la variable aléatoire Y par la somme pondérée des Y_i :

$$\begin{cases} \bar{Y} = \sum_{i=0}^{2n_X} W_i^m Y_i \\ P_Y = \sum_{i=0}^{2n_X} W_i^c (Y_i - \bar{Y})(Y_i - \bar{Y})^T \end{cases}$$

Où les poids W_i^m et W_i^c sont donnés par :

$$\begin{cases} W_0^m = \frac{\lambda}{n_X + \lambda} \\ W_0^c = \frac{\lambda}{n_X + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ W_i^m = W_i^c = \frac{1}{(2n_X + \lambda)} & i = 1, \dots, 2n_X \end{cases}$$

La constante β permet d'introduire une connaissance *a priori* sur la distribution de X . On montre que l'approximation des moments est correcte au second ordre et au 3^e ordre, si la distribution de X est gaussienne [JUL00].

Algorithme UKF [WAN01] :

On définit ici, l'algorithme de filtrage récursif UKF. Le bruit sur l'évolution de l'amplitude (bruit d'état) et le bruit de mesure sont supposés additifs gaussiens (équations 4.4 et 4.1), ce qui réduit la complexité de l'algorithme UKF. Ce dernier calcul, à chaque instant k , produit une estimation de l'état $\mathbf{A}_{v,k} = [A_{v,k} \dot{A}_{v,k}]^T$, et la covariance *a posteriori* P_k . $A_{v,k}$ est l'amplitude du signal GPS reçu, et $\dot{A}_{v,k}$ sa vitesse d'évolution. L'implémentation du filtre est réalisée comme suit :

1. Initialisation du filtre :
 Initialisation du vecteur d'état $\hat{\mathbf{A}}_{v,0}$ et de la matrice de covariance P_0 pour tous les satellites visibles $v \in V$:
 On se référera ici à la méthode décrite au paragraphe 4.2.3.
2. Itérations pour tout $k \in \mathbb{N}$
 - (a) Étape de prédiction :
 - L'état et la matrice de covariance sont prédits avec les équations du filtre Alpha-Bêta (équation 4.4). On a donc pour tous les satellites visibles :

$$\begin{aligned}\hat{A}_{v,k/k-1} &= \hat{A}_{v,k-1} + T_b \dot{\hat{A}}_{v,k-1} \\ \dot{\hat{A}}_{v,k/k-1} &= \dot{\hat{A}}_{v,k-1} \\ P_{k|k-1} &= P_{k-1} + Q\end{aligned}$$

Q est la matrice de covariance du bruit d'état.

- (b) La fonction de mesure étant non linéaire, on calcule préalablement les "sigma-points" $\chi_{v,k|k-1}$ qui lui seront appliqués. On définit pour cela l'état augmenté :

$$\mathbf{A}_{v,k}^a = [\hat{A}_{v,k/k-1} \ \dot{\hat{A}}_{v,k/k-1} \ E(v_{1,k})]^T$$

et le sigma-point :

$$\chi_{v,k/k-1}^i = [\hat{A}_{v,k/k-1}^i \ \dot{\hat{A}}_{v,k/k-1}^i \ 0]^T.$$

On suppose ici que $E(v_{1,k}) = 0$.

Les "sigma-points" sont définis pour tous les satellites visibles par :

$$\begin{cases} \chi_{v,k/k-1}^0 = \mathbf{A}_{v,k}^a \\ \chi_{v,k/k-1}^i = \mathbf{A}_{v,k}^a + \left(\sqrt{(n_x + \lambda)P} \right)_i & i = 1, \dots, 3 \\ \chi_{v,k/k-1}^i = \mathbf{A}_{v,k}^a - \left(\sqrt{(n_x + \lambda)P} \right)_i & i = 4, \dots, 6 \end{cases}$$

où $n_x = 3$, est la taille du vecteur d'état augmenté.

(c) Étape de correction :

- Les "sigma-points" définis en (b) sont propagés à travers le modèle direct d'observation pour tous les satellites visibles :

$$Z_{v,k|k-1} = f(\chi_{v,k|k-1})$$

$$\text{avec : } Z_{v,k|k-1}^i = [f(\{\hat{A}_{v,k/k-1}^i\}_{v \in V}) \hat{A}_{v,k/k-1}^i \ 0]^T.$$

- On peut alors calculer la mesure prédite et sa covariance pour tous les satellites visibles :

$$\hat{z}_{v,k} = \sum_{i=0}^{2n_X} W_i^m Z_{v,k|k-1}^i$$

$$P_{\hat{z}_k \hat{z}_k} = \sum_{i=0}^{2n_X} W_i^c (Z_{v,k|k-1}^i - \hat{z}_{v,k})(Z_{v,k|k-1}^i - \hat{z}_{v,k})^T + R$$

R est la matrice de covariance du bruit.

- On peut aussi calculer la covariance entre l'état et la mesure prédite pour tous les satellites visibles :

$$P_{\hat{A}_k \hat{z}_k} = \sum_{i=0}^{2n_X} W_i^c (\chi_{v,k|k-1}^i - \hat{A}_{v,k|k-1})(Z_{v,k|k-1}^i - \hat{z}_{v,k})^T$$

- On définit alors le gain de Kalman à partir des matrices covariances par :

$$K_k = P_{\hat{A}_k \hat{z}_k} P_{\hat{z}_k \hat{z}_k}^{-1}$$

- On calcule finalement, pour tous les satellites visibles, l'état estimé à partir de l'observation $I_{v,k}$ par les corrections suivantes :

$$\hat{A}_{v,k|k} = \hat{A}_{v,k|k-1} + K_k (I_{v,k} - \hat{z}_{v,k})$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k P_{\hat{z}_k \hat{z}_k} K_k^T$$

3. Retour en 2.

4.3.2 Estimation de l'amplitude par filtrage de Kalman sans parfum

Le filtre UKF est évalué pour l'estimation de l'amplitude du signal GPS-L1 dans le cas statique, et dans le cas dynamique.

Cas statique :

Dans cette simulation, on considère deux satellites ($v = 1, 2$) mobiles et une antenne fixe. Le signal GPS est observé pendant deux secondes avec un pas de T_b . On a donc une observation du maximum de la corrélation toutes les millisecondes. Le temps de simulation étant faible, on suppose que l'amplitude du signal reçu est constante. Les fréquences Doppler des

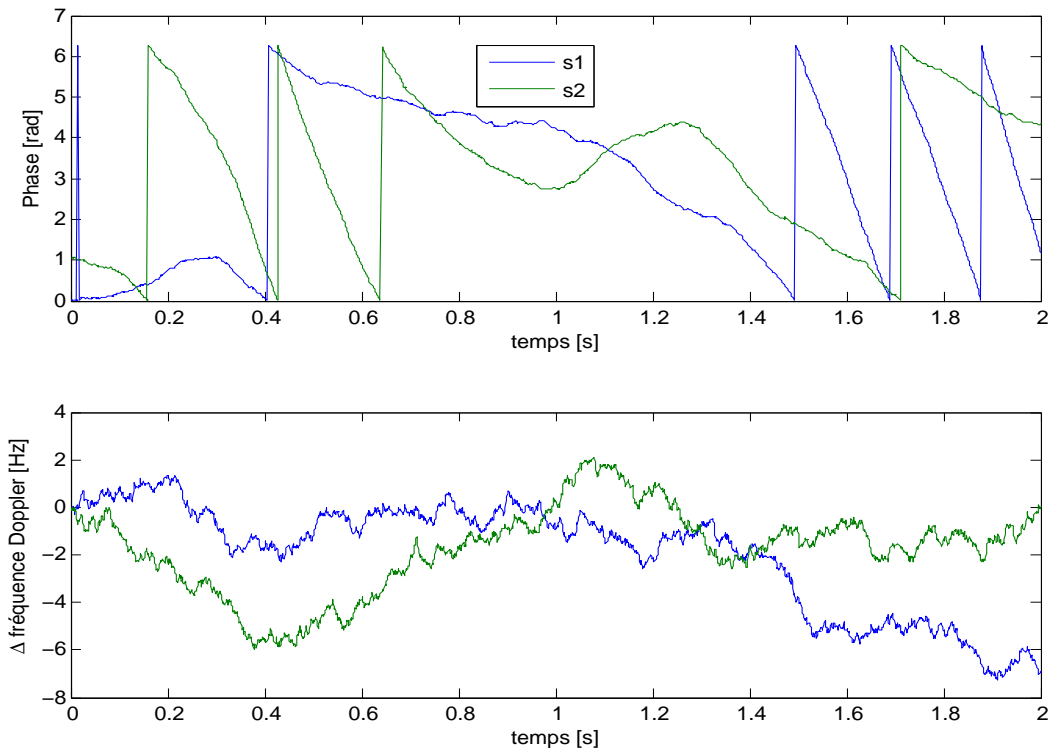


FIGURE 4.2 – Évolution de la phase et la fréquence des satellites 1 et 2 au cours de la simulation

deux satellites (f_1^D , f_2^D) tiennent compte de l'accélération relative satellite-récepteur d'une part, et de la gigue de phase de l'oscillateur local du récepteur d'autre part. L'évolution de la phase et de la fréquence du signal reçu au cours de l'expérimentation est représentées sur la Figure 4.2.

Pour cette expérimentation, les valeurs initiales des fréquences Doppler sont $f_1^D = 1\,000\text{Hz}$ pour le satellite 1 et $f_2^D = 3\,000\text{Hz}$ pour le satellite 2. Les amplitudes des signaux GPS reçus $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ sont fixés respectivement à 0.1 et 0.03 (soit respectivement 40 dBHz et 35 dBHz). On représente sur la Figure 4.3 les observations du maximum de la corrélation et les amplitudes estimées.

On représente sur la Figure 4.3(a), les observations bruitées du maximum de la corrélation $I_{v_1,k}, I_{v_2,k}$ pendant deux secondes pour les satellites 1 et 2. On représente aussi sur la Figure 4.3(a) la valeur moyenne du maximum de la corrélation $\bar{I}_{v_1,k}, \bar{I}_{v_2,k}$, obtenue avec le modèle direct proposé au chapitre 3. On représente sur la Figure 4.3(b) la valeur théorique de l'amplitude du signal reçu et sa valeur estimée par filtrage de Kalman sans parfum. Ce résultat est obtenu par inversion du modèle direct avec le filtre de Kalman sans parfum.

Les amplitudes estimées $\hat{A}_{1,k}$ et $\hat{A}_{2,k}$ oscillent autour des valeurs théoriques. En effet les moyennes temporelles respectives de $\hat{A}_{1,k}$ et $\hat{A}_{2,k}$ sont de 0.10070 et de 0.03164. Tandis que l'erreur d'estimation, qui est la variance des différences entre la valeur théorique et les valeurs estimées, respectivement pour les satellites 1 et 2, est de : $1\,e^{-5}$ et de $5\,e^{-5}$.

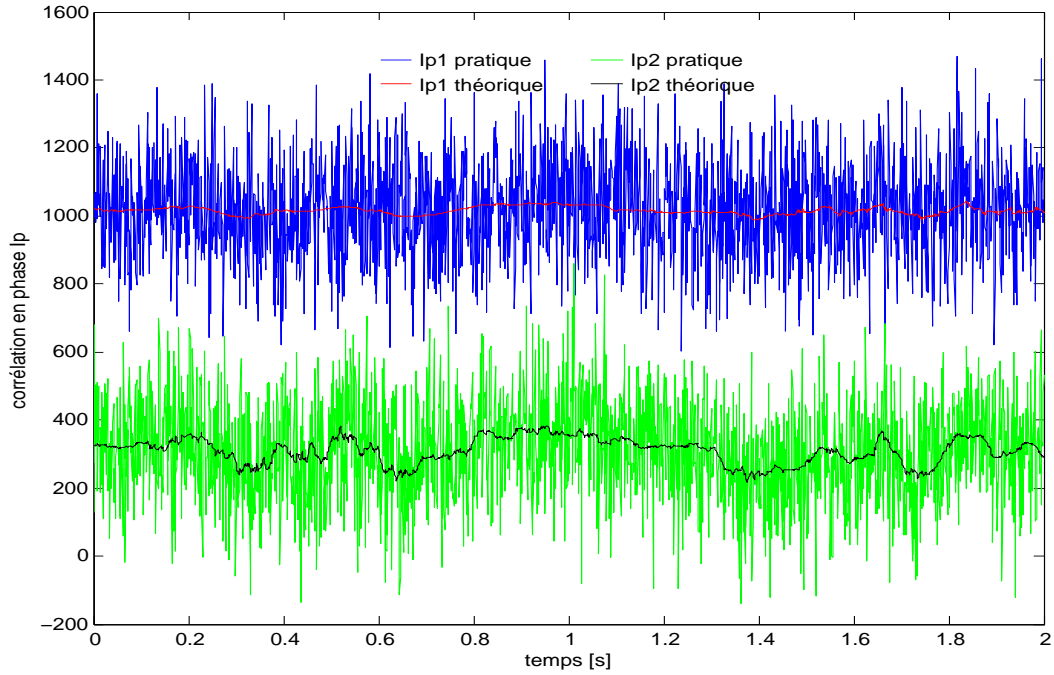
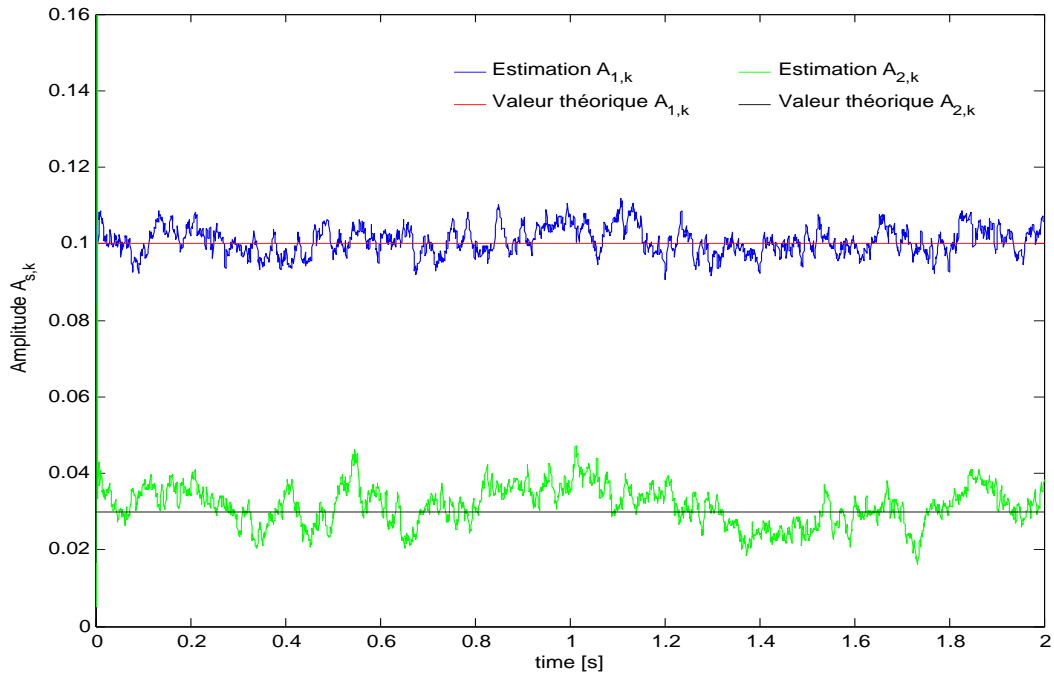
(a) Observations du maximum de corrélation $I_{v_1,k}, I_{v_2,k}$ et leurs valeurs moyennes $\bar{I}_{v_1,k}, \bar{I}_{v_2,k}$ (b) Estimation des amplitudes $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ au cours du temps

FIGURE 4.3 – Estimation dynamique de l'amplitude du signal GPS par filtrage UKF dans le cas d'une antenne fixe

On remarquera sur la Figure 4.3(b), que l'estimation de l'amplitude $\hat{A}_{2,k}$ est plus fortement bruitée que celle de l'amplitude $\hat{A}_{1,k}$. Cet effet est dû à la plus faible valeur de $A_{2,k}$, en comparaison de $A_{1,k}$. Dans ce cas, le bruit d'intercorrélacion sur $A_{2,k}$ est plus fort. Il est dû au signal GPS du satellite 1.

On peut conclure pour cette première expérimentation, que l'approche proposée fournit de bons résultats dans le cas statique. En effet l'estimation de l'amplitude du signal est bien constante et sa variation est faible. Nous allons évaluer maintenant le comportement de l'estimateur proposé dans le cas d'une variation rapide de l'amplitude du signal reçu.

Cas dynamique :

Dans cette simulation, on considère deux satellites mobiles ($v = 1, 2$) et une antenne mobile. Le signal GPS est observé pendant deux secondes avec un pas de T_b . On a donc une observation du maximum de la corrélation toutes les millisecondes. Les fréquences Doppler des deux satellites (f_1^D, f_2^D) tiennent compte de l'accélération relative satellite-récepteur d'une part, et de la gigue de phase de l'oscillateur local du récepteur d'autre part. On suppose ici que l'antenne est dirigée vers le sol et que l'on souhaite mesurer l'amplitude du signal reçu après réflexion sur le sol. Pour le satellite 1, la réflexion est réalisée sur une partie du sol qui possède un taux d'humidité constant, son amplitude est donc constante. Pour le satellite 2, le taux d'humidité change spatialement et la puissance du signal reçu par l'antenne mobile change avec le temps.

Dans cette expérimentation, les valeurs initiales des fréquences Doppler sont $f_1^D = 1\,000\text{Hz}$ pour le satellite 1 et $f_2^D = 3\,000\text{Hz}$ pour le satellite 2. L'amplitude du signal GPS reçu $A_{1,k}$ est fixée à 0.1 pour le satellite 1. L'amplitude $A_{2,k}$ du signal GPS pour le satellite 2 croît linéairement pendant une seconde entre 0.03 et 0.18, puis décroît linéairement pendant une seconde entre 0.18 et 0.03. On représente sur la Figure 4.4 les observations du maximum de la corrélation et les amplitudes estimées.

On représente sur la Figure 4.4(a), les observations bruitées du maximum de la corrélation $I_{v_1,k}, I_{v_2,k}$ pendant deux secondes pour les satellites 1 et 2. On représente aussi sur la Figure 4.4(a), la valeur moyenne du maximum de la corrélation $\bar{I}_{v_1,k}, \bar{I}_{v_2,k}$ obtenue avec le modèle direct proposé au chapitre 3. On représente sur la Figure 4.4(b), la valeur théorique de l'amplitude du signal reçu et sa valeur estimée par filtrage de Kalman sans parfum. Ce résultat est obtenu par inversion du modèle direct avec le filtre de Kalman sans parfum.

Les résultats de simulation montrent que le filtre UKF permet de suivre l'évolution de l'amplitude du signal GPS des satellites 1 et 2 dans le cas dynamique. Pour évaluer la précision de l'estimateur proposé, on calcule la moyenne et la variance des écarts entre les valeurs estimées et théoriques $(\hat{A}_{i,k} - A_{i,k})_{i \in \{1,2\}}$. On a alors pour les satellites 1 et 2 les résultats suivants :

- $E(|\hat{A}_{1,k} - A_{1,k}|) = 0.00460$ et $\text{Var}(\hat{A}_{1,k} - A_{1,k}) = 5 \text{ e}^{-5}$ pour le satellite 1 ,
- $E(|\hat{A}_{2,k} - A_{2,k}|) = 0.00470$ et $\text{Var}(\hat{A}_{2,k} - A_{2,k}) = 2 \text{ e}^{-5}$ pour le satellite 2 .

Toutefois, on peut remarquer que l'erreur d'estimation est plus grande pour le cas dyna-

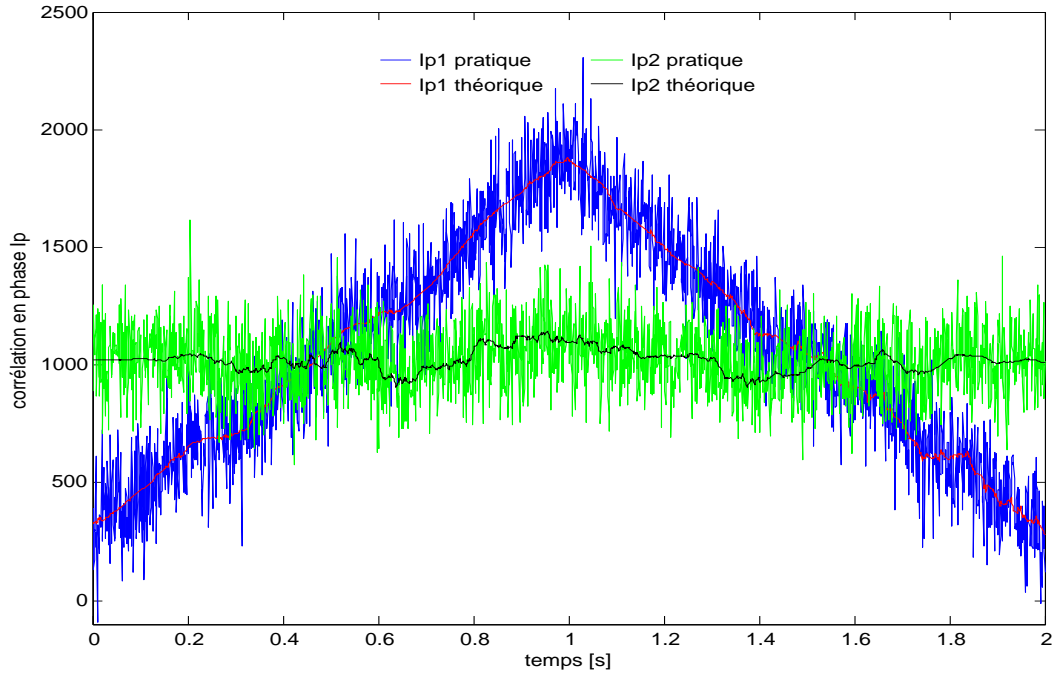
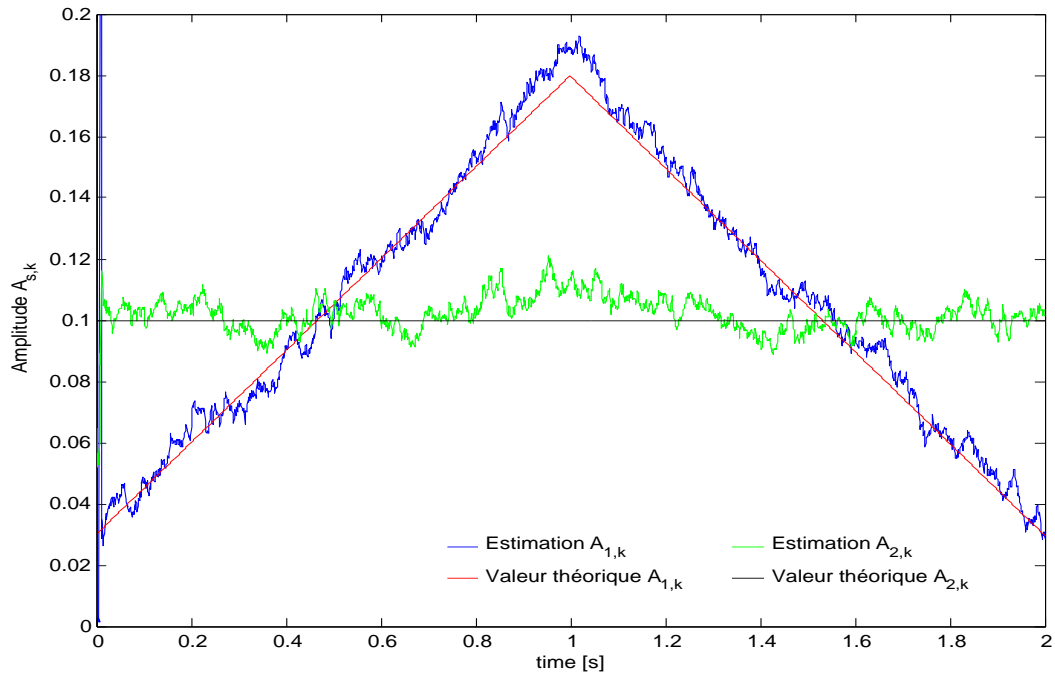
(a) Observations du maximum de corrélation $I_{v1,k}, I_{v2,k}$ et leurs valeurs moyennes $\bar{I}_{v1,k}, \bar{I}_{v2,k}$ (b) Estimation des amplitudes $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ au cours du temps

FIGURE 4.4 – Estimation dynamique de l’amplitude du signal GPS par filtrage UKF dans le cas d’une antenne mobile

mique comparé au cas statique. On peut aussi remarquer que cette erreur augmente notablement Figure 4.4(b) lorsque la vitesse d'évolution de l'amplitude change brusquement de signe au bout d'une seconde. On peut donc conclure que l'estimation sera d'autant plus précise que l'accélération des variations d'amplitudes sera faible.

Réglage du filtre UKF :

Les réglages du filtre UKF sont les suivants :

- Le choix des valeurs des matrices de covariances Q et R .

Ces valeurs dépendent respectivement de la confiance que l'on donne au modèle d'état et à la mesure. Dans notre approche, une plus grande confiance sera donnée au modèle d'état, car les observations sont fortement bruitées, et pour les applications considérées les variations de l'amplitude du signal GPS seront lentes.

- La détermination de l'état initial $\mathbf{A}_{v,0} = [A_{v,0}, \dot{A}_{v,0}]$.

La valeur initiale de l'amplitude est définie avec l'approximation présentée au paragraphe 4.2.3. La valeur initiale de la variation d'amplitude $\dot{A}_{v,0}$ dépend des conditions d'expérimentation qui supposent que l'antenne de réception soit statique ou dynamique. Dans le cas statique, cette valeur initiale sera faible. Dans le cas dynamique, cette valeur sera d'autant plus forte que l'antenne de réception du signal réfléchi par la surface du sol sera haute, et son porteur rapide.

L'ajustement des paramètres du filtre UKF a pour but de définir le rapprochement entre les "sigma-points". Le réglage optimal des paramètres α , β , et κ n'est connu que pour le cas gaussien. Pour retrouver les valeurs optimales des dits paramètres dans notre cas, il faut alors adopter une démarche expérimentale itérative.

Comme on ne peut pas agir conjointement sur les trois paramètres, on ajuste dans une première étape la répartition des "sigma-points" dans l'espace d'état en fixant β à la valeur 2, comme dans le cas gaussien. On ajuste dans une deuxième étape le facteur d'échelle λ . On fixe pour cela une valeur nulle à κ et on recherche la valeur de α qui minimise l'erreur d'estimation. Une fois la valeur de λ trouvée, on modifie la valeur de β au voisinage de la valeur 2, et on cherche la nouvelle valeur de λ qui minimise l'erreur d'estimation.

Un inconvénient important du filtrage sans parfum concerne le réglage de ses paramètres, qui change avec le contexte expérimental statique et dynamique. Pour surmonter ce problème nous proposons d'utiliser un filtre particulière. Le principe de ce filtre et son application à notre problématique sont présentés dans la suite du chapitre.

4.4 Estimation particulière

4.4.1 Filtrage particulière

Principe du filtre :

Le filtre particulière a connu différentes variantes telles que : le filtre à amorçage (bootstrap) [GOR93], l'algorithme de condensation [MAC99], l'algorithme "interacting particle approximations" [CRI99], l'algorithme "survival of the fittest"[KAN95] et le filtre de Monte-Carlo [KIT96]. Ce filtre approxime la densité *a posteriori*, $P(X_k|Z_k)$, par un ensemble d'échantillons "pondérés" tirés de façon aléatoire. Ces échantillons, surnommés particules, évoluent de manière indépendante pour explorer l'espace des états.

En effet, ces particules évoluent suivant l'équation d'état et sont sélectionnées pour rester concentrées dans les régions de l'espace d'état. Le processus de sélection est assuré par la fonction de vraisemblance : à chaque instant, une particule a d'autant plus de chance d'être sélectionnée que sa vraisemblance est forte.

La génération de particules se fait selon une approche d'échantillonnage stochastique : dont la plus connue est la méthode de Monte-Carlo. Ainsi, cette méthode permet d'évaluer "par simulation" l'espérance de la fonction $\phi(\dots)$ d'une variable d'état X , sachant la distribution conditionnelle $p(X_k|Z_{0:k})$:

$$\bar{\phi} = \mathbb{E}(\phi(X_k)) = \int \phi(X_k) p(X_k|Z_{0:k}) dX_k \quad (4.5)$$

Lorsque la fonction $\phi(\dots)$ est non linéaire, la résolution analytique de cette intégrale est impossible et on utilise l'approximation par la méthode de Monte-Carlo :

$$\hat{\phi} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \phi(X_k^{(i)}) \quad (4.6)$$

où les $X_k^{(i)}$, sont N particules indépendantes et identiquement distribuées selon la densité : $p(X_k|Z_{0:k})$. En général cette densité n'est pas connue.

En pratique, les particules sont générées en simulant une distribution quelconque, q , mais facile à échantillonner. La distribution q est dite loi d'importance ou loi instrumentale, et on parle alors d'échantillonnage de Monte-Carlo pondéré :

$$X_k^{(i)} \sim q(X_k) \quad i = 1, \dots, N \quad (4.7)$$

À chaque particule, est attribué un poids normalisé $\omega_k^{(i)} = \frac{\tilde{\omega}_k^{(i)}}{\sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^{(i)}}$, où $\tilde{\omega}_k^{(i)} = \frac{p(X_k|Z_{0:k})}{q(X_k)}$ est le poids non normalisé. On peut alors approcher la distribution $p(X_k|Z_{0:k})$ par un peigne de Dirac pondéré :

$$p(X_k|Z_{0:k}) \approx \sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)} \delta_{X_k^{(i)}} \quad (4.8)$$

Ainsi l'approximation de l'espérance de la fonction non linéaire $\phi(\dots)$ de l'état X , devient :

$$\bar{\phi} = \mathbb{E}(\phi(X_k)) \approx \int \phi(X_k) \sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)} \delta_{X_k^{(i)}} dX_k = \sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)} \phi(X_k^{(i)}) \quad (4.9)$$

Le filtrage particulière est un algorithme séquentiel. À chaque itération, les particules sont propagées suivant l'équation d'état. Elles explorent ainsi l'espace d'état qui est de taille infinie. Leur nombre étant fini, elles se dispersent dans cet espace, et on observe alors la *dégénérescence* des particules. Cette dégénérescence conduit finalement à représenter la densité *a posteriori* par une seule particule de fort poids, et donc à ne plus avoir d'information sur la covariance de l'état.

Pour contrôler ce phénomène de dégénérescence, un indicateur a été proposé [KON94] : il s'agit de la taille effective des échantillons, N_{eff} . Ce dernier est directement lié à la variance des poids normalisés à l'instant k , $\{\omega_k^{(i)}\}_{i=1:N}$ par la relation :

$$N_{eff} = \frac{N}{1 + Var\{\omega_k^{(i)}\}} \quad (4.10)$$

D'une part, plus la variance des poids est grande, plus le risque de dégénérescence est fort. Dans ce cas N_{eff} est faible. D'autre part, on montre que si la loi d'importance $q(X_k)$ est différente de la loi d'intérêt $p(X_k|Z_{0:k})$, alors la variance des poids ne peut que s'accroître [KON94].

Pour empêcher la dégénérescence des particules, on introduit une opération dite de "ré-échantillonnage". Cette opération consiste à remplacer les particules qui ont un poids faible par les particules ayant un poids fort.

En pratique, après le calcul des poids normalisés $\{\omega_k^{(i)}\}_{i=1}^N$, on peut estimer la taille effective des échantillons N_{eff} par la formule :

$$\widehat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (\omega_k^{(i)})^2} \quad (4.11)$$

Si \widehat{N}_{eff} est inférieur à un seuil de dégénérescence donné, alors le ré-échantillonnage des particules est effectué.

Il existe plusieurs méthodes de ré-échantillonnage dont les plus connues sont : le ré-échantillonnage multinomial, le ré-échantillonnage résiduel, le ré-échantillonnage stratifié, et le ré-échantillonnage systématique [DOU05].

Algorithme proposé :

Dans notre application du filtre, on suppose que les amplitudes, $A_{v,k}$, $/v \in V$, des différents satellites visibles sont dé-corrélées. Ainsi, $Card\{V\}$ filtres particulières sont exécutés en parallèle. L'état $\mathbf{A}_{v,k} = [A_{v,k} \dot{A}_{v,k}]^T$ sera estimé à partir de la distribution *a posteriori* $P(\mathbf{A}_{v,k}/I_{v,k:0:M})$. Soit à partir des M observations $I_{v,k}$ et des N particules $\mathbf{A}_{v,k}^i = [A_{v,k}^i \dot{A}_{v,k}^i]^T$ qui représentent cette distribution par échantillonnage de Monte-Carlo.

Pour chaque filtre, l'algorithme implanté est le suivant :

1. Initialisation du filtre :

N particules sont générées : $A_{v,k}^i$ $i = 1, \dots, N$ pour l'amplitude et N particules sont géné-

rées $\dot{A}_{v,k}^i$ $i = 1, \dots, N$ pour la vitesse de variation de l'amplitude.

Les distributions utilisées pour générer ces N particules sont des lois normales. La moyenne de la loi normale est nulle, pour la vitesse de variation d'amplitude. Pour l'amplitude, la valeur initiale de la moyenne est définie avec l'approximation décrite dans le paragraphe 4.2.3. Les variances de ces distributions sont les variances des bruits d'état $V_k = [v_{1,k}, v_{2,k}]^T$. Chaque valeur de ces variances est un paramètre de réglage du filtre.

2. Itérations pour tout $k \in \mathbb{N}^*$:

(a) Étape de prédiction :

- Les particules sont propagées à l'instant k par la formule :

$$A_{v,k}^i = A_{v,k}^i + T_b \dot{A}_{v,k-1}^i \quad (4.12)$$

$$\dot{A}_{v,k}^i = \dot{A}_{v,k-1}^i + v_k^i \quad (4.13)$$

Où v_k^i est un bruit gaussien centré, de matrice de covariance Q . Cette matrice de covariance définit la capacité du filtre à aller explorer l'espace d'état. Plus la covariance sera importante, plus la dispersion des particules sera grande, et plus le filtre sera réactif à un changement de la valeur de l'état.

- On prédit la mesure par transformation des particules avec la fonction non linéaire. Cette fonction, définie au chapitre 3, relie l'amplitude du signal à la valeur du maximum de la corrélation :

$$Z_{v,k}^i = f\left(\left\{A_{v,k}^i\right\}_{v \in V}\right) \quad (4.14)$$

où $A_{v,k}^i$ est la particule associée au satellite visible v .

(b) Étape de mise à jour :

- les poids des particules sont calculés par l'équation suivante :

$$\tilde{\omega}_{1,k}^i = \tilde{\omega}_{1,k-1}^i N\left(I_{v,k}, Z_{v,k}^i, R\right) \quad (4.15)$$

où R est la matrice de covariance du bruit de mesure. Il s'agit du paramètre du filtre qui règle la confiance donnée à la mesure.

- les poids sont normalisés :

$$\omega_k^{(i)} = \frac{\tilde{\omega}_k^{(i)}}{\sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^{(i)}} \quad (4.16)$$

(c) Étape d'estimation d'état :

-L'amplitude et la vitesse de variation, associées au satellite visible v , sont estimées

par :

$$\hat{A}_{v,k} = \sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)} A_{v,k}^i \quad (4.17)$$

$$\hat{\dot{A}}_{v,k} = \sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)} \dot{A}_{v,k}^i \quad (4.18)$$

(d) Étape ré-échantillonnage :

- On calcule la taille effective des échantillons N_{eff} avec l'équation 4.11 pour l'amplitude et la vitesse.
- Si N_{eff} est inférieur à un seuil donné, les particules sont ré-échantillonnées selon un tirage multinomial. Finalement, on affecte aux particules un poids égal à $\frac{1}{N}$.

3. Retour en 2.

4.4.2 Estimation de l'amplitude du signal par inversion particulaire

Le filtre particulaire est évalué pour l'estimation de l'amplitude du signal GPS-L1 dans le cas statique et dans le cas dynamique.

Cas statique :

Les conditions expérimentales sont les mêmes que celles utilisées pour l'évaluation du filtre UKF dans le cas statique. Les signaux GPS reçus des satellites 1 et 2 ont conservé leurs caractéristiques : amplitude, fréquence Doppler et phase (voir Figure 4.2).

Pour cette expérimentation, les observations bruitées du maximum de la corrélation $I_{v_1,k}, I_{v_2,k}$ pour les satellites 1 et 2 sont celles représentées sur la Figure 4.3(a). Il en est de même pour la valeur moyenne du maximum de la corrélation $\bar{I}_{v_1,k}, \bar{I}_{v_2,k}$, obtenue avec le modèle direct proposé au chapitre 3.

On représente sur la Figure 4.5, les valeurs théoriques et estimées de $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$. Les estimations d'amplitudes $\hat{A}_{1,k}$ et $\hat{A}_{2,k}$, obtenues toutes les millisecondes, fluctuent autour des valeurs théoriques ($A_{1,k}=0.1$, $A_{2,k}=0.03$). La moyenne de leurs valeurs, estimée sur deux secondes, est respectivement pour les satellites 1 et 2 : 0.09960 et 0.02989. On définit l'erreur d'estimation comme la variance des différences entre la valeur théorique et la valeur estimée. Ces erreurs d'estimation sont, respectivement pour les satellites 1 et 2, les valeurs : $4 e^{-5}$ et $2 e^{-5}$.

En conclusion, les erreurs d'estimation obtenues dans le cas statique avec le filtre particulaire sont proches de celles obtenues avec le filtre UKF.

Cas dynamique :

Les conditions expérimentales sont les mêmes que celles utilisées pour l'évaluation du filtre UKF dans le cas dynamique. Les signaux GPS reçus des satellites 1 et 2 ont conservé leurs caractéristiques : amplitude, fréquence Doppler et phase (voir Figure 4.2). L'antenne qui est mobile est supposée orientée vers le sol, et percevoir les signaux GPS réfléchis par celui-ci. La

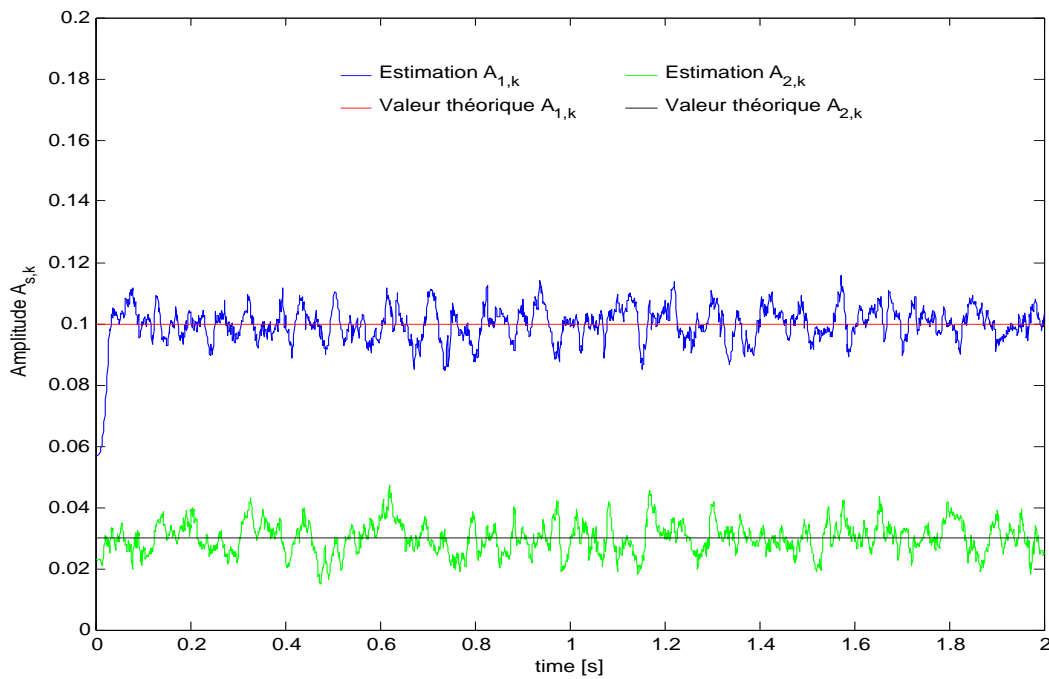


FIGURE 4.5 – Estimation des amplitudes $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ par filtrage particulaire dans le cas d'une antenne fixe

puissance du signal reçu change alors avec le taux d'humidité de la surface de réflexion. En effet, plus celle-ci sera humide, plus la puissance du signal réfléchi sera grande.

En conséquence, les maximums de corrélation observés $I_{1,k}$ et $I_{2,k}$ des satellites 1 et 2 ont une évolution temporelle identique à celles illustrées par la Figure 4.4(a). Il en est de même des valeurs $\bar{I}_{1,k}$ et $\bar{I}_{2,k}$ obtenues avec le modèle direct proposé au chapitre 3.

Comme dans le cas du filtre UKF, on calcule, pour le filtre particulaire, l'erreur d'estimation entre l'amplitude estimée et l'amplitude théorique. Cette erreur d'estimation, pour les satellites 1 et 2, est définie par :

- $E(|\hat{A}_{1,k} - A_{1,k}|) = 0.00403$ et $Var(\hat{A}_{1,k} - A_{1,k}) = 1 \text{ e}^{-5}$ pour le satellite 1 ;
- $E(|\hat{A}_{2,k} - A_{2,k}|) = 0.00483$ et $Var(\hat{A}_{2,k} - A_{2,k}) = 2.5 \text{ e}^{-5}$ pour le satellite 2.

On peut conclure que, l'erreur d'estimation du filtrage particulaire obtenue dans le cas dynamique, est proche de l'erreur obtenue avec le filtre UKF.

Réglage du filtre particulaire :

Les paramètres de réglage du filtre particulaire sont :

- **La matrice de covariance du bruit d'état** : La dispersion des particules générées avec l'équation d'état dépend de la matrice de covariance du bruit d'état. Cette dispersion doit permettre de couvrir l'espace d'état qui est susceptible de contenir l'état prédit.
- **Le nombre de particules** : le nombre N dépend de la dispersion des particules dans

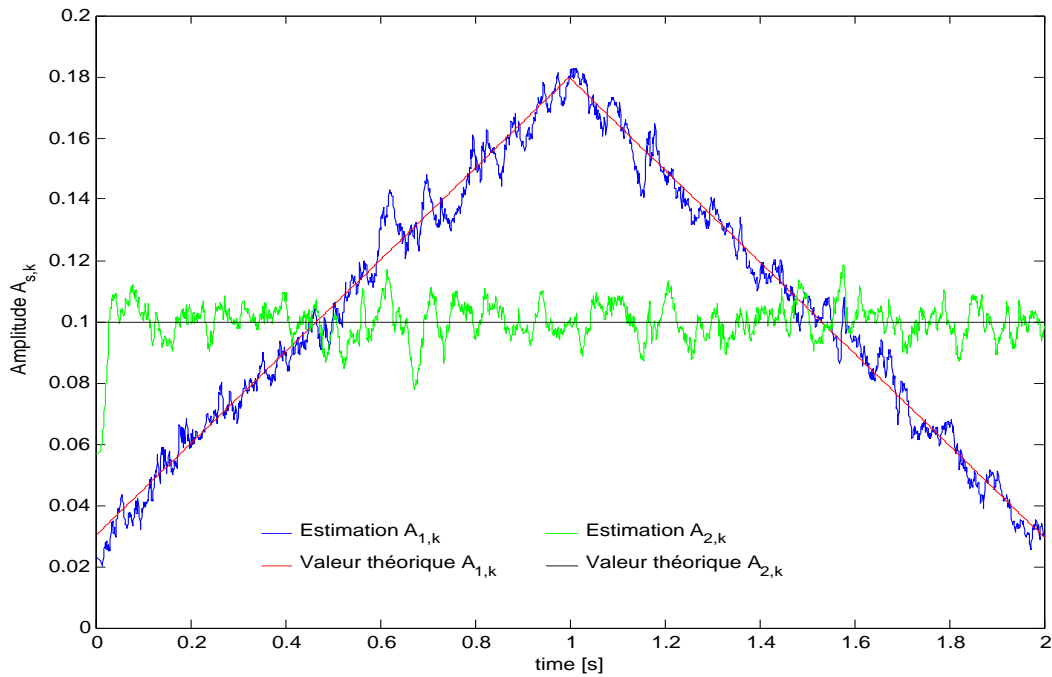


FIGURE 4.6 – Estimation des amplitudes $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ par filtrage particulaire dans le cas d'une antenne mobile

l'espace d'état. Plus cette dispersion est importante plus le nombre de particules doit être important pour couvrir convenablement l'ensemble de l'espace scruté. L'état sera estimé d'autant plus précisément que le nombre de particules est grand. Cependant, plus le nombre de particules sera grand, plus le coût de calculs du filtre sera important. Dans cette expérimentation, le nombre de particules utilisées est 500.

- **La matrice de covariance du bruit de mesure** : La matrice de covariance du bruit définit la confiance qui doit être donnée à la mesure. Ce paramètre agit comme un paramètre de lissage. Le lissage sera d'autant plus fort que la confiance sur la mesure sera faible.

L'avantage du filtre particulaire, en comparaison du filtre UKF, concerne le faible nombre de paramètres qu'il faut régler pour son fonctionnement. Cependant cette technique, facile à mettre en œuvre, nécessite en pratique d'importants moyens de calculs qui limitent son utilisation en temps réel.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous proposons un estimateur du rapport signal à bruit du signal GPS. On suppose ici que l'amplitude du signal reçu est définie pour une puissance de bruit normalisée de variance 1. Dans ce contexte, la valeur de l'amplitude du signal reçu est proportionnelle au rapport signal à bruit.

Il est proposé au chapitre 3, une relation qui relie les paramètres du signal GPS à la fonction de corrélation. Cette relation ne permet pas de déduire, des observations bruitées, l'amplitude du signal reçu car elle est fortement non linéaire. Il est donc proposé dans ce chapitre un estimateur de l'amplitude du signal qui intègre les observations bruitées de la corrélation et qui inverse la fonction non linéaire.

L'estimateur proposé s'appuie sur le filtrage d'état. L'état représente ici, l'amplitude du signal GPS et sa vitesse de variation. Dans ce contexte, l'équation d'état décrit la dynamique du système selon laquelle les données seront intégrées. L'équation de mesure, quant à elle, utilise la fonction non linéaire proposée au chapitre 3 pour relier l'état aux observations de corrélation bruitées. Pour résoudre ce problème de filtrage non linéaire, un filtre de Kalman sans parfum et un filtre particulaire sont utilisés.

Dans notre expérimentation, on considère un premier cas statique pour lequel l'antenne est fixe et l'amplitude du signal GPS constante. Dans le deuxième cas dynamique, l'antenne mobile, qui est dirigée vers le sol, réceptionne les signaux réfléchis par celui-ci. On suppose ici que le taux d'humidité de la surface de réflexion est variable, et on a dans ce cas une amplitude du signal reçu qui varie avec le temps. Dans l'expérimentation, on montre que les filtres non linéaires proposés permettent de retrouver l'amplitude du signal reçu.

Dans notre expérimentation, on compare la précision d'estimation du filtre de Kalman sans parfum avec celle du filtre particulaire, pour notre problème non linéaire. Les résultats obtenus nous permettent de conclure que, les deux filtres fournissent une précision d'estimation très proche, et que l'estimation fournie est précise.

Finalement c'est la complexité de l'implémentation des deux filtres qui les différencie pour cette application. En effet on constate que le réglage des nombreux paramètres du filtre de Kalman sans parfum est difficile à réaliser en pratique, car ces paramètres dépendent fortement des conditions expérimentales. Le filtre particulaire, qui est lui plus simple à régler, possède un coût de calcul important ce qui limite son implémentation en temps réel. Le choix de leur utilisation sera donc guidé par le contexte applicatif qui pourrait utiliser une estimation en temps différé ou nécessiter une estimation en temps réel.

Conclusion générale

Le sujet de cette thèse est l'estimation du rapport signal à bruit du signal GPS. Cette grandeur qui est observée en sortie de l'étage radio fréquence d'un récepteur est utilisée pour piloter le fonctionnement du récepteur. Elle est aussi utilisée pour la réflectométrie des signaux GNSS qui est une nouvelle application du GPS. Les mesures de taux d'humidité et d'altimétrie obtenues dans cette application seront d'autant plus précises que l'estimation du rapport signal à bruit sera précise.

Les estimateurs classiques utilisent la statistique du maximum de la corrélation obtenue après le désétalement du signal. Ces estimateurs nécessitent une longue période d'intégration pour être précis. De plus, ils ne tiennent pas compte de l'intercorrélation entre signaux et des paramètres du signal GPS.

Dans ce document nous montrons que pour une quantification du signal sur 1 bit, le maximum de la corrélation est une observation bruitée du rapport signal à bruit. Nous proposons une relation entre le rapport signal à bruit et la corrélation obtenue à partir de la modélisation statistique des traitements réalisés par l'étage radio fréquence. Finalement nous proposons un estimateur du rapport signal à bruit qui s'appuie sur l'inversion de la fonction proposée par filtrage non linéaire.

Dans ce travail de thèse nous avons obtenu plusieurs résultats originaux. Nous avons proposé une fonction qui n'existe pas dans la littérature pour faire le lien entre la valeur de la corrélation et les paramètres du signal GPS. Cette fonction est validée sur données réelles et sur données synthétiques. Nous avons montré grâce à cette fonction l'influence de la fréquence, de l'amplitude et de la configuration satellitaire du signal GPS reçu sur la valeur de la corrélation.

En pratique les traitements de l'étage radio fréquence du récepteur permettent de connaître la fréquence du signal et la configuration satellitaire. Ces paramètres étant connus, l'inversion de la fonction non linéaire proposée nous permet de remonter aux valeurs de l'amplitude du signal (donc du rapport signal à bruit) à partir des observations bruitées de la corrélation. Pour notre implémentation de l'inversion de la fonction non linéaire, le filtre de Kalman sans parfum et le filtre particulaire sont comparés. On montre que ces deux estimateurs permettent d'évaluer le rapport signal à bruit à la milliseconde et avec précision en tenant compte des paramètres du signal GPS. On montre aussi que le réglage des paramètres du filtre de Kalman sans parfum est plus délicat que ceux du filtre particulaire mais que le coût calcul de ce dernier est plus important.

Une des perspectives de ce travail de thèse porte sur l'utilisation de la méthode proposée pour la réflectométrie. On souhaite utiliser l'estimateur proposé pour mesurer le taux d'humidité des surfaces de réflexions. L'objectif sera alors de montrer que l'on peut obtenir des mesures reproductibles indépendantes des paramètres du signal GPS et de la configuration satellitaire.

Une autre perspective de ce travail porte sur le développement de la fonction qui relie le rapport signal à bruit à la corrélation. Dans ce contexte plusieurs pistes sont envisagées. La première piste est de généraliser le modèle statistique pour un récepteur qui quantifie le signal GPS sur un plus grand nombre de bits. On souhaite gagner de la précision dans ce cas sur la valeur de corrélation observée et donc sur l'estimation du rapport signal à bruit. La seconde piste est d'adapter le modèle proposé aux modulations modernes de type BOC ou ALTBOC. En effet ces signaux à plus large bande seront de plus en plus utilisés pour la réflectométrie car ils offrent une meilleure résolution pour l'observation des paramètres de la surface de réflexion.

Liste des tableaux

3.1	Valeur de $\bar{I}_{v,k}$ en fonction de l'amplitude A_v du signal	68
3.2	Valeur moyenne de $\bar{I}_{v,k}$ en fonction de la fréquence Doppler f_v^D du signal ($A_v = 0.3V, f^{IF} = 0$)	70
3.3	Amplitude, $C/N0$, fréquence Doppler des satellites visibles définis par leur numéro de code PRN	81
3.4	Erreur d'estimation entre $\bar{I}_{v,k}$ et $\hat{I}_{v,k}$	82
3.5	Fréquence Doppler des satellites visibles définis par leur numéro de code PRN .	83
3.6	Amplitude du signal reçu pour chaque satellite visible	84
3.7	Ecart type des variations du maximum de corrélation pour chaque satellite visible	84
3.8	Influence de la fréquence sur la valeur de $\bar{I}_{v,k}$	85
3.9	Influence de la fréquence Doppler du satellite 17 sur les valeurs de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$	86
3.10	Paramètres de l'expérimentation	87
3.11	Influence de l'inter-corrélation sur les valeurs de $\sigma_{\bar{I}_{v,k}}$	87
3.12	Influence de l'inter corrélation sur les valeurs de $E(\bar{I}_{v,k})$	87

Table des figures

1.1	Génération, propagation et traitement des signaux de navigation [PAN10]	11
1.2	Bandes de fréquences des signaux GNSS	13
1.3	Génération du signal GPS dans la bande de fréquence L1	14
1.4	Synoptique d'un récepteur GNSS [DAR12]	16
1.5	Exemple de fonction de corrélation d'un signal GPS.	19
1.6	Principe de l'acquisition série.	19
1.7	Principe de l'acquisition fréquentielle.	20
1.8	Principe de l'acquisition parallèle.	21
1.9	Synoptique du système de poursuite	22
1.10	Synoptique d'une PLL	23
1.11	Evolution de la corrélation en fonction des codes Early, Prompt et Late	23
1.12	Architecture générale d'une DLL	24
1.13	Système bistatique de réflectométrie GNSS.	25
1.14	Lignes d'iso-distance et d'iso-Doppler	27
1.15	Coefficients de réflexion de Fresnel du sable en fonction de l'humidité et de l'angle d'élévation	29
1.16	Réflexivité du sable et sa conséquence en perte puissance (dB)	31
1.17	Diagramme des phases représentant le fonctionnement de la boucle de poursuite de la porteuse	31
1.18	Géométrie simplifiée pour le calcul de la différence de marche entre les signaux direct et réfléchi	32
2.1	Architecture Radio Logicielle (SR).	38
2.2	Architecture pragmatique (SDR).	39
2.3	Architecture superhétérodyne.	39
2.4	Filtres de mise en forme.	40
2.5	Repliement de la fréquence image, dû au mélangeur.	41
2.6	Architecture homodyne	41
2.7	Architecture de Hartley " Low IF "	42
2.8	Architecture " Direct RF Sampling "	43
2.9	Descente en fréquence par sous échantillonnage.	43
2.10	Architecture superhétérodyne d'un récepteur GPS	44
2.11	Architecture homodyne d'un récepteur GNSSR.	47
2.12	Calcul du SNR dans les blocs de traitement en bande de base d'un récepteur GNSS en fonction de leurs périodes d'intégration [ANG10]	51

2.13	Traitement analogique d'acquisition temporelle d'un signal GNSS	52
2.14	Valeurs de C/N_0 obtenues avec les différents estimateurs ($\sigma_{\phi_e} = 0^\circ$)	60
2.15	Valeurs de C/N_0 obtenues avec les différents estimateurs ($\sigma_{\phi_e} = 2.5^\circ$)	61
3.1	Schéma synoptique du récepteur 1 bit	64
3.2	Numérisation sur 1 bit (fonction CNA de la Figure 3.1)	65
3.3	Représentation des signaux numérisés sur 1 bit de la Figure 3.2	65
3.4	Les différents signaux dans un récepteur numérique 1 bit ($f_v^D = 900Hz, f^{IF} = 0,$ $A_v = 5V$)	68
3.5	Influence de l'amplitude sur la valeur de $I_{v,k}$ ($f_v^D = 900Hz, f^{IF} = 0$)	69
3.6	Influence de la fréquence sur la valeur de $I_{v,k}$ ($A_v = 10V$)	70
3.7	Constellation et vitesse des satellites visibles	80
3.8	Estimation de $\bar{I}_{v,k}$	82
3.9	Constellation et vitesse des satellites visibles	83
3.10	Evolution de $I_{v,k}$ et $\bar{I}_{v,k}$ pour le satellite 27	85
4.1	Diagramme du modèle dynamique non-linéaire	91
4.2	Évolution de la phase et la fréquence des satellites 1 et 2 au cours de la simulation	98
4.3	Estimation dynamique de l'amplitude du signal GPS par filtrage UKF dans le cas d'une antenne fixe	99
4.4	Estimation dynamique de l'amplitude du signal GPS par filtrage UKF dans le cas d'une antenne mobile	101
4.5	Estimation des amplitudes $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ par filtrage particulaire dans le cas d'une antenne fixe	107
4.6	Estimation des amplitudes $A_{1,k}$ et $A_{2,k}$ par filtrage particulaire dans le cas d'une antenne mobile	108

Bibliographie

- [JAE10] J. . J. A. E. Agency, « Launch Result of the First Quasi-Zenith Satellite Michibiki by H-IIA Launch Vehicle n° 18 ». 2010, http://www.jaxa.jp/press/2010/09/20100911_h2af18_e.html.
- [ALS02] D. L. Alspach et H. Sorenson. « Nonlinear Bayesian estimation using Gaussian sum approximations ». *Automatic Control, IEEE Transactions*, vol. 17, p. 439–448, 1972.
- [AND06] S. Andersson. *Multiband LNA Design and RF-Sampling Front-Ends for Flexible Wireless Receivers*. Linköping University Electronic Press, 2006.
- [ANG10] J. Angelo. « What is the difference between SNR and C/N0 ? ». *Inside GNSS*, p. 20–25, 2010.
- [ATH68] M. Athans, R. P. Wishner et A. Bertolini. « Suboptimal state estimation for continuous-time nonlinear systems from discrete noisy measurements ». *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 13, n° 5, p. 504–514, 1968.
- [AZM10] M. Azmani, S. Reboul, J. Choquel et M. Benjelloun. « Soil Moisture Estimation using Land-reflected GPS L2C Bi-static Radar Measurements ». Dans *Proceedings of the 23rd International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation 2010, ION GNSS 2010*, p. 1031–1038, 2010.
- [BAD09] B. Badke. « What is C/N0 and how is it calculated in a GNSS receiver ? ». *Inside GNSS*, p. 20–23, 2009.
- [BAL05] C. A. Balanis. *Antenna Theory*. John Wiley & Sons, 2005.
- [BAR01] Y. Bar-Shalom, X. R. Li et T. Kirubarajan. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation : Theory, algorithms and software*. John Wiley and Sons, Inc, 2001.
- [BAR03] E. M. Barnes, K. A. Sudduth, J. W. Hummel, S. M. Lesch, D. L. Corwin, C. Yang, C. Daughtry et W. C. Bausch. « Remote and ground-based sensor techniques to map soil properties ». *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, vol. 69, n° 6, p. 619–630, 2003.
- [BEA00] N. Beaulieu, A. S. Toms et D. Pauluzzi. « Comparison of four snr estimators for QPSK modulations ». *IEEE Communications Letters*, vol. IV, n°2, p. 43–45, 2000.
- [BEC87] P. Beckmann et A. Spizzichino. *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces*. Artech House, 1987.
- [BEN67] T. R. Benedict et T. T. Soong. « The joint estimation of signal and noise from the sum envelope ». *IEEE Transactions on Information Theroy*, vol. 13, n°3, p. 447–454, 1967.

- [BET00] J. W. Betz. « Effect of Narrowband Interference on GPS Code Tracking Accuracy ». Dans *Proceedings of the ION National Technical Meeting*, p. 716–723, 2000.
- [BET02] J. W. Betz. « Binary offset carrier modulations for radionavigation ». *Navigation, Journal of The Institute of Navigation*, vol. 48 n°4, p. 227–246, 2002.
- [BIL07] A. Bilich, P. Axelrad et K. Larson. « Scientific utility of the signal-to-noise ratio (SNR) reported by geodetic GPS receivers ». Dans *Proceedings of the 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation ION GNSS*, 2007.
- [BIR89] G. E. Birchfield. « A coupled ocean-atmosphere climate model : temperature versus salinity effects on the thermohaline circulation ». *Climate Dynamics*, vol. 4, p. 57–71, 1989.
- [BOR07] K. Borre, D. Akos, N. Bertelsen, P. Rinder et S. Jensen. *A Software-defined GPS and Galileo Receiver. Single-frequency Approach*. Birkhäuser, Boston, 2007.
- [BRO98] E. Brookner. *Tracking And Kalman Filtering Made Easy*. Wiley-Interscience, 1998.
- [CAM04] A. Camps, J. Font, M. Vall-Ilossera, C. Gabarró, I. Corbella, N. Duffo, F. Torres, S. Blanch, A. Aguasca, R. Villarino, L. Enrique, J. Miranda, J. Arenas, A. Juliá, J. Etcheto, V. Caselles, A. Weill, J. Boutin, S. Contardo, R. Niclós, R. Rivas, S. C. Reising, P. Wursteisen, M. Bergerand et M. Martín-Neira. « The WISE 2000 and 2001 field experiments in support of the SMOS mission : Sea surface L-band brightness temperature observations and their application to multiangular salinity retrieval ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 42, n° 4, p. 804–823, 2004.
- [GAR03] E. Cardellach, G. Ruffini, D. Pino, A. Rius, A. Komjathy et J. L. Garrison. « Mediterranean Balloon Experiment : Ocean Wind Speed Sensing from the Stratosphere, Using GPS Reflections ». *Remote Sensing of Environment*, vol. 88, n° 3, p. 351–362, 2003.
- [CAR13] H. Carreno-Luengo, H. Park, A. Camps, F. Fabra et A. Rius. « GNSS-R Derived Centimetric Sea Topography : An Airborne Experiment Demonstration ». *IEEE Journal of Selected Topics In Applied Earth Observations And Remote Sensing*, vol. 6, n° 3, p. 1468–1478, 2013.
- [CHE03] Z. Chen, « Bayesian Filtering : From Kalman Filters to Particle Filters, and Beyond ». 2003, <http://soma.crl.mcmaster.ca/zhechen/homepage.htm>.
- [CNE11] CNES, « Galileo : Le système européen de navigation par satellites ». 2011, <http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/860-galileo.php>.
- [CRI99] D. Crisan, P. Del Moral et T. J. Lyons. « Non-linear filtering using branching and interacting particle systems ». *Markov Processes Related Fields*, vol. 5, n° 3, p. 293–319, 1999.
- [DAR12] D. Dardari, E. Falletti et M. Luise. *Satellite and Terrestrial Radio Positioning Techniques : A Signal Processing Perspective*. Academic Press-Elsevier, 2012.
- [DEM01] G. Demoment, J. Idier, J. Giovannelli et A. Mohammad-Djafari. « Problèmes inverses en traitement du signal et de l’image ». *Techniques de l’Ingénieur*, p. 1–25, 2001.

- [DIE96] A. J. van Dierendonck. *Global Positioning System : Theory and Application Volume 1*. Washington, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- [DIG09] F. van Diggelen. *A-GPS : AssistedGPS, GNSS, and SBAS*. GNSS Technology and Applications Series, ArtechHouse, 2009.
- [DOU05] R. Douc et O. Cappe. « Comparison of resampling schemes for particle filtering ». Dans *Proceedings of The 4th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis*, p. 64–69, 2005.
- [DUH90] P. Duhamel et M. Vetterli. « Fast Fourier transforms : a tutorial review and a state of the art ». *Signal Processing*, vol. 19 issue 4, p. 259–299, 1990.
- [DUN13] M. J. Dunn. « IS-GPS-200G : NAVSTAR GPS Space segment/navigation user interfaces ». Rapport Technique, Global Positioning Systems Directorate, 2013.
- [EGI13] A. E. Egido. *GNSS Reectometry for Land Remote Sensing Applications*. Thèse de Doctorat, Universitat Politècnica De Catalunya, Barcelonatech, 2013.
- [FAB11] F. Fabra, E. Cardellach, O. Nogues-Correig, S. Oliveras, S. Ribo, A. Rius, G. Macelloni, S. Pettinato et S. D’Addio. « An empirical approach towards characterization of dry snowlayers using GNSS-R ». *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, p. 4379–4382, 2011.
- [FAB12] F. Fabra, E. Cardellach, A. Rius, S. Ribo, S. Oliveras, O. Nogues-Correig, M. B. Rivas, M. Semmling et S. D’Addio. « Phase altimetry with dual polarization GNSS-R over sea ice ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 50, n° 6, p. 2112–2121, 2012.
- [FAL10] E. Falletti, M. Pini et L. Lo Presti. « Are carrier-to-noise algorithms equivalent in all situations ? ». *Inside GNSS*, p. 20–27, 2010.
- [FAL11] E. Falletti, M. Pini et L. Lo Presti. « Low complexity carrier-to-noise ratio estimators for gnss digital receivers ». *IEEE Transactions On Aerospace And Electronic Systems*, vol. 47, n°1, p. 420–437, 2011.
- [FAN08] M. Fantino, G. Marucco, P. Mulassano et M. Pini. « Performance analysis of MBOC, AltBOC and BOC modulations in terms of multipath effects on the carrier tracking loop within GNSS receivers ». Dans *Position, Location and Navigation Symposium, 2008 IEEE/ION*, p. 369–376, 2008.
- [FRA09] J. Frangi, D. Richard, X. Chavanne, I. Bexi, F. Sagnard et V. Guilbert. « New in situ techniques for the estimation of the dielectric properties and moisture content of soils ». *Comptes Rendus Geoscience*, vol. 341, n° 10, p. 831–845, 2009.
- [GAR05] F. Gardner. *Phase lock Techniques*. 3rd Edition, Wiley & Sons, 2005.
- [GAR97] J. Garrison et S. Katzberg. « Detection of ocean reflected gps signals : theory and experiment ». Dans *Proceedings of the IEEE Southeastcon ’97*, p. 290–294, 1997.
- [GIL66] C. E. Gilchrist. « Signal-to-noise monitoring ». *JPL Space Programs Summary 37-27*, vol. IV, p. 169–184, 1966.
- [GLE07] S. Gleason. *Remote Sensing of Ocean Ice and Land Surfaces Using Bistatically Scattered GNSS Signals From Low Earth Orbit*. Thèse de Doctorat, University of Surrey, 2007.

- [GOR93] N. J. Gordon, D. J. Salmond et A. F. M. Smith. « Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation ». Dans *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, vol. 140, n°2, p. 107–113, 1993.
- [GRE07] M. S. Grewal, L. R. Weill et A. P. Andrews. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. Wiley-Interscience, 2007.
- [GRO05] P. Groves. « GPS signal-to-noise measurements in weak signal and high-interference environments ». *Navigation : Journal of The Institute of Navigation*, p. 83–94, 2005.
- [GRO13] P. D. Groves, Z. Jiang, M. Rudi et P. Strode. « A Portfolio Approach to NLOS and Multipath Mitigation in Dense Urban Areas ». Dans *26th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, ION GNSS 2013*, vol. 4, p. 3231–3247, 2013.
- [GRU10] C. Gruhier, P. de Rosnay, S. Hasenauer, T. Holmes, R. de Jeu, Y. Kerr, E. Mougin, E. Njoku, F. Timouk, W. Wagner et M. Zribi. « Soil moisture active and passive microwave products : intercomparison and evaluation over a Sahelian site ». *Hydrology and Earth System Sciences*, vol. 14, p. 141–156, 2010.
- [HAD02] J. Hadamard. « Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique ». *Princeton University Bulletin*, vol. 13, p. 49–52, 1902.
- [HAJ03] G. Hajj et C. Zuffada. « Theoretical description of a bistatic system for ocean altimetry using the GPS signal ». *Radio Science*, vol. 38, n° 5, p. 1089, 2003.
- [HAY09] S. Haykin et M. Moher. *Communication Systems*. John Wiley & Sons, 2009.
- [HEL07] A. Helm, R. Stosius, G. Beyerle, O. Montenbruck et M. Rothacher. « Status of GNSS reflectometry related receiver developments and feasibility studies within the German Indonesian Tsunami Early Warning System ». Dans *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2007. IGARSS 2007*, p. 5084–5087, 2007.
- [HOF08] B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger et E. Wasle. *GNSS-Global Navigation Satellite Systems GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Springer, 2008.
- [HOQ12] M. M. Hoque et N. Jakowski. *Ionospheric Propagation Effects on GNSS Signals and New Correction Approaches, chap 16 : in Geodetic Sciences - Observations, Modeling and Applications*. Shuanggen Jin. InTech, 2012.
- [HOW04] R. M. Howard. *Principles of Random Signal Analysis and Low Noise Design : The Power Spectral Density and Its Applications*. John Wiley & Sons, 2004.
- [HUR87] W. J. Hurd, J. I. Statman et V. A. Vilnrotter. « High dynamic GPS receiver using maximum-likelihood estimation and frequency tracking ». *IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems*, vol. 4, p. 425–437, 1987.
- [JAC96] T. Jackson, J. Schmugge et E. Engman. « Remote sensing applications to hydrology : Soil moisture ». *Hydrological Sciences Journal*, vol. 41, p. 517–530, 1996.
- [JIN10] S. Jin et A. Komjathy. « GNSS Reflectometry and Remote Sensing : New Objectives and Results ». *Advances in Space Research*, vol. 46, n° 2, p. 111–117, 2010.
- [JUL97] S. Julier et J. Uhlmann. « A new extension of the kalman filter to nonlinear systems ». Dans *Proceedings of AeroSense : The 11th International Symposium on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, 1997.

- [JUL00] S. Julier, J. Uhlmann et H. Durrant-Whyte. « A new method for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators ». *Automatic Control, IEEE Transactions*, vol. 45, p. 477–482, 2000.
- [KAN95] K. Kanazawa, D. Koller et S. J. Russell. « Stochastic simulation algorithms for dynamic probabilistic networks ». Dans *Proceedings of The 11th Annual Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*, p. 346–351, 1995.
- [KAP06] E. Kaplan. *Understanding GPS, principales and applications, second edition*. Artech House Publishers, 2006.
- [KIT96] G. Kitagawa. « Monte carlo filter and smoother for non-gaussian nonlinear state space models ». *Journal of Computational and Graphical Statistics*, vol. 5, n° 1, p. 1–25, 1996.
- [KON94] A. Kong, J. S. Liu et W. Wong. « Sequential imputations and bayesian missing data problems ». *Journal of the American Statistical Association*, vol. 89, p. 278–288, 1994.
- [LAN74] T. N. Lan et A. Jallet. « Mesure par capacité électrique de la teneur en eau des sables sur bande transporteuse ». *Bulletin De Liaison Des Laboratoires Des Ponts Et Chaussées*, vol. 71, p. 109–115, 1974.
- [LAR13] K. M. Larson, J. S. Löfgren et R. Haas. « Coastal Sea Level Measurements Using a Single Geodetic GPS Receiver ». *Advances in Space Research*, vol. 51, n° 8, p. 1301–1310, 2013.
- [LAR08] K. M. Larson, E. E. Small, E. Gutmann, A. Bilich, P. Axelrad et J. Braun. « Using GPS multipath to measure soil moisture fluctuations : initial results ». *GPS solutions*, vol. 12, n° 3, p. 173–177, 2008.
- [LAS04] J. Laskar, B. Matinpour et S. Chakraborty. *Modern Receiver Front-Ends : Systems, Circuits, and Integration*. John Wiley & Sons, 2004.
- [VIN07] D. Le Vine, G. Lagerloef, R. Colomb, S. Yueh et F. Pellerano. « Aquarius : An Instrument to Monitor Sea Surface Salinity from Space ». *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions*, vol. 45, n° 7, p. 2040 – 2050, 2007.
- [LEB11] S. Leblal, « Beidou, le système GPS chinois désormais opérationnel ». 2011, <http://www.lemondeinformatique.fr/actualites/lire-beidou-le-systeme-gps-chinois-desormais-operationnel-47190.html>.
- [LEC14] J. Leclère, C. Botteron et P. A. Farine. « Acquisition of modern GNSS signals using a modified parallel code-phase search architecture ». *Signal Processing*, vol. 95, p. 177–191, 2014.
- [Li12] X. Li, L. Yang et Q. Chen. « Novel design of stacked dual layer strip lines fed wide-band patch antenna for GNSS application ». *Progress In Electromagnetics Research C*, vol. 35, p. 193–203, 2012.
- [MAC99] J. MacCormick et A. Blake. « A probabilistic exclusion principle for tracking multiple objects ». Dans *Proceedings of the Seventh IEEE International Conference on Computer Vision*, vol. 1, p. 572–578, 1999.

- [MAR04] G. Maral. *VSAT Networks*. Second Edition, John Wiley & Sons, 2004.
- [MCC99] R. M. Mark, L. Young-Kyun et L. Hong Kam. « Ship Routing through Altimetry-Direved Ocean Currents ». *Transportation Science*, vol. 33, n° 1, p. 49–67, 1999.
- [MAR93] M. Martín-Neira. « Passive reflectometry and interferometry system (PARIS) : Application to ocean altimetry ». *ESA Journal*, vol. 17, n° 4, p. 331–355, 1993.
- [MAR02] M. Martín-Neira, P. Colmenarejo, G. Ruffini et C. Serra. « Altimetry precision of 1cm over a pond using the wide-lane carrier phase of GPS reflected signal ». *Canadian Journal of Remote Sensing*, vol. 50, n° 6, p. 394–403, 2002.
- [MAS02] D. Masters, P. Axelrad et S. Katzberg. « Initial results of land-reflected gps bidsttic radar measurements in smex02 ». *Remote Sensing of Environment*, vol. 92, n° 4, p. 507–520, 2002.
- [MAS04] D. S. Masters. *Surface remote sensing applications of GNSS bistatic radar : Soil moisture and aircraft altimetry*. Thèse de Doctorat, University of Colorado, 2004.
- [MAT93] R. Matzner. « An SNR estimation algorithm for complex baseband signals using higher order statistics ». *Facta Universitatis Nis*, vol. 6, n°1, p. 41–52, 1993.
- [UWE07] U. MeyerBaese. *Digital Signal Processing with Field Programmable Gate Arrays*. Third Edition, Springer-Verlag, 2007.
- [MIT95] J. Mitola. « The software radio architecture ». *IEEE Communications Magazine*, vol. May, p. 26–38, 1995.
- [MUT10] K. Muthuraman et D. Borio. « C/N0 estimation for modernized GNSS signals : Theoretical bounds and a novel iterative estimator ». *Journal of The Institute of Navigation*, vol. 57, n° 4, p. 309–323, 2010.
- [NOV14] R. Novosti, « GLONASS :lancement réussi d’un nouveau satellite ». 2014, <http://fr.ria.ru/science/20130426/198174442.html>.
- [PAL01] J. Palicot et C. Roland. « La radio logicielle : enjeux, contraintes et perspectives ». *Revue de l’Électricité et de l’Électronique*, vol. 7, p. 60–70, 2001.
- [PAN10] T. Pany. *Navigation Signal Processing for GNSS Software Receivers*. Artech House, 2010.
- [PAU00] D. Pauluzzi et N. Beaulieu. « A comparison of SNR estimation techniques for the AWGN channel ». *IEEE Transactions On Communications*, vol. 48, n°10, p. 1681–1691, 2000.
- [PIN08] M. Pini, E. Falletti et M. Fantino. « Performance evaluation of C/N0 estimators using a real time GNSS software receiver ». Dans *Proceedings of the IEEE 10th International Symposium on Spread Spectrum Technical and Applications*, 2008.
- [PRO08] J. G. Proakis et M. Salehi. *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2008.
- [PSI03] M. Psiaki, D. Akos et J. Thor. « A comparison of direct RF sampling and down-convert & sampling GNSS receiver architectures ». *ION GPS/GNSS*, p. 1941–1952, 2003.
- [RAG13] K. Raghu, « India to build a constellation of 7 navigation satellites by 2012 ». 2013, <http://www.livemint.com/Industry/Goaf3BXSo1qfrjnx6DTgTO/>

- India-to-build-a-constellation-of-7-navigation-satellites-by.html.
- [RAZ97] B. Razavi. « Design considerations for direct-conversion receivers ». *IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Analog and Digital Signal Processing*, vol. 44, n° 6, p. 428–435, 1997.
- [REV12] S. Revnivikh. « GLONASS status and modernization ». Dans *25th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation 2012, ION GNSS 2012*, vol. 1, p. 538–552, 2012.
- [RIS04] B. Ristic, S. Arulampalam et N. Gordon. *Beyond the Kalman Filter Particle Filters For Tracking Applications*. Artech House, 2004.
- [ROD10] N. Rodriguez-Alvarez, R. Acevo, A. Aguasca, E. Valencia, A. Camps, M. Vallllossera, X. Bosch-Lluis et I. Ramos-Perez. « Altimetry study performed using an airborne GNSS-Reflectometer ». Dans *IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS)*, p. 3833–3836, 2010.
- [SAB07] R. Sabia, M. Caparrini, A. Camps et G. Ruffini. « Potential synergetic use of GNSS-R signals to improve the sea-state correction in the sea surface salinity estimation : Application to the SMOS mission ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, n° 7, p. 2088–2097, 2007.
- [SAK12] N. Sakib, M. Alam et T. Ahmed. « An Approach to Design an Improved PQHA That Resonates Both GPS L and L1 Band ». Dans *6th International Conference on Sciences of Electronics, Technologies of Information and Telecommunications (Setit 2012)*, p. 822–826, 2012.
- [SAY03] M. M. Sayre. *Development of a block processing carrier to noise ratio estimator for the Global Positioning System*. Thèse de Doctorat, Ohio State University, 2003.
- [SEN10] S. I. Seneviratne, T. Corti, E. Davin, M. Hirschi, E. B. Jaeger, I. Lehner, B. Orłowsky et A. J. Teuling. « Investigating soil moisture-climate interactions in a changing climate : A review ». *Earth-Science Reviews*, vol. 99, n° 3-4, p. 125–161, 2010.
- [SHA07] M. Sharawi, D. M. Akos et D. N. Aloi. « GPS C/N0 estimation in the presence of interference and limited quantization level ». *IEEE Transactions On Aerospace And Electronic Systems*, vol. 43, n°1, p. 227–238, 2007.
- [SHE96] D. Shen, C.-M. Hwang, B. Lusignan et B. Wooley. « A 900-MHz RF Front-End with Integrated Discrete-Time Filtering ». *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 31, n° 12, p. 1945–1954, 1996.
- [LI13] L. Shuiqing, Z. Dongliang, Z. Liangming et L. Bin. « Dependence of mean square slope on wave state and its application in altimeter wind speed retrieval ». *International Journal of Remote Sensing*, vol. 34, n° 1, p. 264–275, 2013.
- [SHU11] C. Shum, H. Lee, P. Abusali, A. Braun, G. de Carufel, G. Fotopoulos, A. Komjathy et C. Kuo. « Prospects of Global Navigation Satellite System (GNSS) Reflectometry for Geodynamic Studies ». *Advances in Space Research*, vol. 47, n° 10, p. 1814–1822, 2011.

- [SIL01] P. Silvestrin, M. Berger, Y. Kerr et J. Font. « ESA's second earth explorer opportunity mission : The soil moisture and ocean salinity mission-SMOS ». *IEEE Geosci. Remote Sens. Newslett*, vol. 118, p. 11–14, 2001.
- [SKL01] B. Sklar. *Digital Communications : Fundamentals and Applications*. New Jersey, Hall PTR, 2001.
- [SMI97] M. J. S. Smith. *Application-Specific Integrated Circuits*. Addison-Wesley, 1997.
- [SOK13] N. Sokhandan. « A Novel Multipath Estimation and Tracking Algorithm for Urban GNSS Navigation Applications ». Dans *26th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, ION GNSS 2013*, vol. 3, p. 2723–2738, 2013.
- [STI13] G. Stienne. *Traitements des signaux circulaires appliqués à l'altimétrie par la phase des signaux GNSS*. Thèse de Doctorat, Université du Littoral Côte d'Opale, 2013.
- [SUN13] K. Sun. *Signal Acquisition and Tracking Loop Design for GNSS Receivers, chap 1 : in Geodetic Sciences - Observations, Modeling and Applications*. Shuanggen Jin. InTech, 2013.
- [TAR87] A. Tarantola. *Inverse Problem Theory : Methods for Model Parameter Estimation*. Amsterdam, The Netherlands : Elsevier, 1987.
- [VAL07] R. Valcarce. « Sixth-order statistics-based non-data-aided SNR estimation ». *IEEE Communications Letters*, vol. 11, n°4, p. 1–3, 2007.
- [VAL11] E. Valencia, A. Camps, H. Park, N. Rodriguez-Alvarez, X. Bosch-Lluis et I. Ramos-Perez. « Oil slicks detection using GNSS-R ». Dans *IGARSS IEEE*, p. 4383–4386, 2011.
- [WAL11] S. Wallner et J. A. Ávila Rodríguez. « Codes : the PRN family grows again ». *Inside GNSS*, p. 83 – 92, 2011.
- [WAN01] E. A. Wan et R. van der Merwe. *Kalman filtering and Neural Networks*. Edited by S. Haykin, JohnWiley & Sons, NewYork, 2001.
- [WAN07] T. Wang, J. Proakis et J. Zeidler. « Interference analysis of filtered multitone modulation over time-varying frequency-selective fading channels ». *IEEE Transactions on Communications*, vol. 55, n°4, p. 717–727, 2007.
- [WAN99] L. Wanhammar. *DSP integrated circuits*. Linköping University Academic Press, 1999.
- [WIE03] M. Wiehl, B. Legrésy et R. Dietrich. « Potential of reflected GNSS signals for ice sheet remote sensing ». *Progress in Electromagnetics Research*, vol. 40, p. 177–205, 2003.
- [WIL10] P. D. Williams, E. Guilyardi, G. Madec, S. Gualdi et E. Scoccimarro. « The role of mean ocean salinity in climate ». *Dynamics of Atmospheres and Oceans*, vol. 49, p. 108–123, 2010.
- [WIN13] R. Winit. *Four-constellation GNSS Reliability and the Estimation of Inter-system Time-offsets for Improved Performance in Challenging Signal Environments*. Thèse de Doctorat, CALGARY, ALBERTA, 2013.

-
- [XU09] Y. Xu, J. Li et S. Dong. *Ocean circulation from altimetry : Progress and challenges, In Ocean Circulation and El Niño : New Research*. Nova Science Publishers, 2009.
- [ZAV00] V. U. Zavorotny et A. G. Voronovich. « Scattering of GPS Signals from the Ocean with Wind Remote Sensing Application ». *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 38, n° 2, p. 951–964, 2000.
- [ZIE06] N. I. Ziedan. *GNSS Receivers for Weak Signals*. Artech House, Inc, 2006.
- [ZIG04] K. S. Zigangirov. *Theory Of Code Division Multiple Access Communication*. John Wiley & Sons, 2004.
- [ZIH10] Z. Ziheng, S. Reboul, M. Azmani, J. Choquel et M. Benjelloun. « Fusion of the GPS L2 time multiplexing pilot and data channels signals : Application to soil moisture estimation ». Dans *Proceedings of the IEEE Oceanic Engineering Society Workshop (PASSIVE 2010)*, 2010.