



HAL
open science

Méthodologie d'optimisation de la masse pour le dimensionnement en dynamique des structures et vibro-acoustique

Titouan Fourmaux

► **To cite this version:**

Titouan Fourmaux. Méthodologie d'optimisation de la masse pour le dimensionnement en dynamique des structures et vibro-acoustique. Vibrations [physics.class-ph]. Université de Franche-Comté, 2016. Français. NNT : 2016BESA2013 . tel-01589670

HAL Id: tel-01589670

<https://theses.hal.science/tel-01589670>

Submitted on 18 Sep 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



SPIM

Thèse de Doctorat



UFC

école doctorale sciences pour l'ingénieur et microtechniques
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

Méthodologie d'optimisation de la masse
pour le dimensionnement en dynamique
des structures et vibro-acoustique

■ TITOUAN FOURMAUX

SPIM

Thèse de Doctorat



école doctorale **sciences pour l'ingénieur et microtechniques**
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

THÈSE présentée par

TITOUAN FOURMAUX

pour obtenir le

Grade de Docteur de
l'Université de Franche-Comté

Spécialité : **Mécanique**

Méthodologie d'optimisation de la masse pour le
dimensionnement en dynamique des structures et
vibro-acoustique

Soutenance prévue le 02 juin 2016 devant le Jury composé de :

MOHAMED ICHCHOU	Rapporteur	Professeur des Universités, ECL (Lyon)
LAURENT MAXIT	Rapporteur	Maître de Conférences HDR, INSA (Lyon)
FRANÇOIS GAUTIER	Examineur	Professeur des Universités, Université du Maine (Le Mans)
MORVAN OUISSE	Directeur de thèse	Professeur des Universités, ENSMM (Besançon)
SCOTT COGAN	Co-encadrant	Chargé de Recherche CNRS HDR, Institut FEMTO-ST (Besançon)
ÉMELINE SADOULET-REBOUL	Co-encadrante	Maître de Conférences, Université de Franche-Comté (Besançon)
KEREM EGE	Invité	Maître de Conférences, INSA (Lyon)

A mon père

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier Morvan Ouisse, Scott Cogan et Emeline Sadoulet-Reboul pour m'avoir accueilli et encadré au Département Mécanique Appliquée de l'Institut FEMTO-ST, mais également pour leur soutien et pour les conseils qu'ils m'ont donnés pour pouvoir terminer ce travail.

Je remercie également messieurs Laurent Maxit et Mohamed Ichchou d'avoir accepté de consacrer du temps à évaluer ce manuscrit mais également monsieur François Gautier d'avoir participé au jury de soutenance.

Je suis reconnaissant envers les différents membres du projet CLIC qui ont permis que ce travail puisse se faire et pour m'avoir également fourni le maillage industriel de la cabine de camion.

Je remercie également les doctorants du département qui ont permis de faire passer plus facilement ces années, en particulier Emile, Kévin, Julien, Léandro, Olivier pour les bons moments au labo et également (surtout même) en dehors, Fabien et Gaël malgré leurs blagues disons... déconcertantes, mais également tous les autres doctorants qui m'ont accueilli dans leur bureau et au département avant que j'en devienne l'aîné, ceux qui m'ont supporté (dans tous les sens du terme) et ceux que j'ai moi-même accueillis.

Je remercie aussi les doctorants des autres départements de l'Institut FEMTO-ST rencontrés pendant ces années et plus particulièrement Amélie et Elodie que j'ai croisées plus souvent et avec qui j'ai passé de bons moments.

J'inclus également dans ces remerciements l'ensemble du personnel du département pour les discussions en salle de vie ou ailleurs dans le labo et plus particulièrement Clément sans qui je serais sûrement encore en train d'essayer de faire tourner les calculs.

Enfin je remercie ma famille qui m'a soutenu tout au long des ces années et remotivé lorsque les moments étaient plus difficiles et plus spécialement mon Papa, qui n'a malheureusement pas pu voir l'aboutissement de ce travail.

Enfin pour terminer sur une note plus légère, je remercie les membres des groupes AC/DC, Rose Tattoo, Trust, Ska-p, Goulamas'k et tant d'autres pour m'avoir accompagné et détendu pendant ces années et pour les futures.

SOMMAIRE

Remerciements	i
Sommaire	ii
Table des figures	vii
Liste des tables	xi
Abréviations	xiii
Notations	xv
1 Introduction générale	1
1.1 Projet CLIC	2
1.2 Problématique et plan	3
2 Méthodes d'analyse de sensibilité	7
2.1 Introduction	7
2.2 Méthode des différences finies	9
2.3 Méthodes globales	9
2.3.1 Coefficient de corrélation	10
2.3.2 Analyse en composante principale	11
2.3.3 Méthodes de screening	12
2.3.3.1 Nuage de points entrée-sortie	13
2.3.3.2 Méthode de Morris	14
2.3.3.3 Méthode GFDF	19
2.3.4 Méthode FAST	20

2.4	Méthode basée sur l'énergie de déformation	27
2.4.1	Calcul de l'énergie de déformation	27
2.4.2	Calcul des indicateurs d'hypersensibilité	28
2.5	Conclusions	29
3	Méthode d'optimisation multi-objectifs en basses fréquences	33
3.1	Éléments bibliographiques	33
3.1.1	Définition du problème	33
3.1.2	Gestion des objectifs	35
3.1.2.1	Gestion a priori	35
3.1.2.2	Gestion a posteriori	36
3.1.2.3	Bilan	39
3.1.3	Résolution du problème	39
3.1.3.1	Problème mono-objectif	40
3.1.3.2	Problème multi-objectifs	43
3.2	Présentation du problème d'optimisation vibro-acoustique en basses fréquences .	44
3.3	Méthodologie d'optimisation de la masse sous contraintes	47
3.3.1	Principe	47
3.3.2	Indicateurs de prise de décision	49
3.3.3	Algorithme de classement	50
3.3.4	Stratégie d'action sur les variables et adaptativité	52
3.3.5	Choix des points de mesure	53
3.4	Conclusions	55
4	Application de la stratégie d'optimisation en basses fréquences	57
4.1	Application à une structure académique	57
4.1.1	Présentation du modèle	57
4.1.2	Paramètres de la méthode	58
4.1.3	Choix des points de contrôle	59
4.1.4	Résultats	62
4.1.5	Bilan	66

4.1.6	Comparaison avec un algorithme de programmation non-linéaire sous contraintes	66
4.1.6.1	Présentation de l'algorithme	66
4.1.6.2	Résultats	67
4.1.7	Bilan	71
4.2	Application à un modèle industriel	72
4.2.1	Introduction	72
4.2.2	Présentation du modèle	73
4.2.3	Préparation du modèle et de la procédure d'optimisation	75
4.2.4	Résultats	76
4.2.5	Bilan	80
4.3	Conclusions	81
5	Méthode d'optimisation multi-objectifs en moyennes et hautes fréquences	83
5.1	Éléments bibliographiques	83
5.1.1	Domaine des moyennes et hautes fréquences	83
5.1.2	Méthodes d'analyse en moyennes et hautes fréquences	85
5.1.2.1	Méthode d'analyse statistique de l'énergie	85
5.1.2.2	Méthodes inspirées de l'équation de la chaleur	88
5.1.2.3	Théorie variationnelle des rayons complexes	89
5.1.2.4	Méthode du transfert radiatif	91
5.1.3	Méthode SmEdA	92
5.1.3.1	Principe	92
5.1.3.2	Choix des sous-systèmes	96
5.2	Validation	96
5.2.1	Méthode	97
5.2.2	Deux plaques liées par un angle droit	99
5.2.3	Deux plaques liées par un angle plat	100
5.2.4	Deux plaques liées par un angle à 108 degrés	101
5.2.5	Système plaque-cavité	103
5.2.6	Bilan	105

5.3	Définition du problème d'optimisation vibroacoustique en moyennes et hautes fréquences	105
5.4	Méthodologie	107
5.4.1	Principe	107
5.4.2	Stratégie d'action sur les variables	107
5.4.3	Obtention de sous-systèmes ayant des épaisseurs égales	109
5.5	Application à une structure académique	110
5.5.1	Présentation du modèle	110
5.5.2	Choix des sous-systèmes	111
5.5.3	Validation	112
5.5.4	Application	114
5.5.4.1	Paramètres de la méthode	114
5.5.4.2	Résultats	115
5.5.4.3	Comparaison avec les résultats obtenus en basses fréquences	118
5.5.4.4	Bilan	119
5.5.5	Comparaison avec un algorithme de programmation non-linéaire sous contraintes	120
5.5.6	Bilan	123
5.6	Conclusions	127
6	Conclusions générales et perspectives	129
	Bibliographie	133
	Annexes	140
A	Définition des bandes d'octaves et tiers d'octaves	143
B	Optimisation moyennes fréquences en utilisant les densités d'énergie	145

TABLE DES FIGURES

1.1	Bilan énergétique des transports en zone urbaine	2
1.2	Logo du projet CLIC	2
2.1	Modèle éléments finis de la maquette GARTEUR	8
2.2	Résultats de la méthode de différences finies pour différentes valeurs de ΔX_i . . .	10
2.3	Coefficient de corrélation entre les modules d'Young et les masses volumiques des différentes zones et les réponses en fréquences propres et en MAC pour les cinq premiers modes de la maquette	11
2.4	Analyse en composante principale de la matrice de covariance entre les quatorze paramètres d'entrée et les dix réponses d'intérêt La ligne rouge représente les valeurs singulières obtenues	13
2.5	Tracés des nuages de points associés à la première fréquence propre de GARTEUR F_1 pour 10000 échantillons par rapport au quatorze paramètres d'entrée (modules d'Young et masses volumiques)	14
2.6	Exemples de trajectoires pour trois paramètres	16
2.7	plan (μ, σ)	17
2.8	Représentation de l'influence en moyenne et en écart-type des paramètres d'entrée sur la quatrième fréquence propre du GARTEUR estimée par la méthode de Morris	18
2.9	Classement des paramètres selon leur influence par la méthode de Morris	18
2.10	Résultats de la méthode de Morris avec 25 trajectoires	19
2.11	Représentation de l'influence en moyenne et en écart-type des paramètres d'entrée sur la quatrième fréquence propre estimée par la méthode GFDF	20
2.12	Classement des paramètres selon leur influence (méthode GFDF)	20
2.13	Tracé de la courbe d'exploration (équation (2.29)) et sa distribution associée . . .	24
2.14	Indicateurs de sensibilité de premier ordre (FAST)	25
2.15	Indicateurs de sensibilité totaux pour les écarts en fréquence et en MAC du cinquième mode de la maquette GARTEUR (FAST)	26

2.16	Cinquième mode de la maquette GARTEUR	27
2.17	Energie élémentaire de déformation moyennée sur les cinq premiers modes	28
2.18	Moyenne et écart-type de l'indicateur moyenné sur les cinq premiers modes	30
3.1	Exemple de front de Pareto	34
3.2	Fonctionnement de l'algorithme NBI	38
3.3	Fonctionnement de l'algorithme NC	39
3.4	Organigramme de la stratégie d'optimisation	48
3.5	Exemple de classement de l'algorithme NSGA	51
4.1	Modèle éléments finis	58
4.2	Découpage du modèle en zones de même épaisseur	58
4.3	Famille des aciers (document fourni par ArcelorMittal)	59
4.4	Choix des noeuds de contrôle	60
4.5	Comparaison du niveau de bruit moyen, entre le modèle complet et le modèle restreint aux points de contrôle	61
4.6	Évolution de la masse de la cabine simplifiée et des épaisseurs des 36 zones d'épaisseur identique choisies pour le découpage du modèle	62
4.7	Épaisseurs relatives finales	63
4.8	Évolution des amplitudes maximales	63
4.9	Évolution de l'énergie de déformation	64
4.10	Niveau de bruit dans la cavité	65
4.11	Comparaison du niveau de bruit moyen du modèle optimisé avec les points de contrôle et avec le modèle complet	66
4.12	Évolution de la masse et des épaisseurs	68
4.13	Épaisseurs relatives finales	68
4.14	Évolution des amplitudes maximales	69
4.15	Évolution de l'énergie de déformation	69
4.16	Niveau de bruit dans la cavité	70
4.17	Comparaison du niveau de bruit moyen du modèle optimisé avec les points de contrôle et avec le modèle complet	71
4.18	Cabine de camion Renault Trucks Midlum	73

4.19	Caisse en blanc de la cabine Midlum	73
4.20	Zones sur lesquelles les contraintes sont évaluées	75
4.21	Évolution de la masse relative de la cabine	77
4.22	Évolution des épaisseurs relatives des pièces de la cabine	77
4.23	Évolution des amplitudes maximales	78
4.24	Évolution des contraintes élémentaires équivalentes de Von Mises maximales . . .	78
4.25	Évolution des énergies de déformation	79
4.26	Évolution de la pression dans la cavité acoustique	79
5.1	FRF ponctuelle d'une plaque mince	84
5.2	Facteur de recouvrement modal	85
5.3	Facteur de recouvrement modal des deux plaques	99
5.4	Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave	100
5.5	Facteur de recouvrement modal des deux plaques	100
5.6	Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave	101
5.7	Facteur de recouvrement modal des deux plaques	102
5.8	Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave	102
5.9	Énergies par tiers d'octave de deux systèmes de plaques de mêmes dimensions liées par un angle droit et par un angle de 108 degrés	103
5.10	Facteur de recouvrement modal des deux sous-systèmes	104
5.11	Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave, pour le modèle complet (plaque+cavité), le modèle SmEdA et le modèle SEA	104
5.12	Organigramme de la stratégie d'optimisation	108
5.13	Facteurs de recouvrement modal des deux plaques par tiers d'octave selon les conditions limites	109
5.14	Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave	110
5.15	Modèles éléments finis du cas test	111
5.16	Facteurs de recouvrement modal des sous-systèmes par tiers d'octave	112
5.17	Comparaison des énergies obtenues par le modèle éléments finis complet (en trait mixte) et par la méthode SmEdA (en trait plein) par tiers d'octave	113
5.18	Facteurs de recouvrement modal des sous-systèmes par tiers d'octave sur la bande de fréquences choisie pour l'optimisation	115

5.19	Évolution de la masse et des épaisseurs	116
5.20	Comparaison des énergies initiales et finales par sous-système	117
5.21	Évolution des fonctions contraintes	117
5.22	Évolution de la masse et des épaisseurs	118
5.23	Niveau de bruit dans la cavité	119
5.24	Évolution de la masse et des épaisseurs	121
5.25	Comparaison des énergies initiales et finales par sous-système	122
5.26	Évolution des fonctions contraintes	123
B.1	Évolution de la masse et des épaisseurs	146
B.2	Comparaison des énergies initiales et finales par sous-système	147
B.3	Évolution des fonctions contraintes	148

LISTE DES TABLES

2.1	Définition des zones de la maquette GARTEUR	8
2.2	Tableau synthétique des différentes méthodes d'analyse de sensibilité, k représente le nombre de paramètres, N_S le nombre d'échantillons, R le nombre de trajectoires, N_r le nombre de ré-échantillonnages M le facteur d'interférence (habituellement 4 ou plus) et ω_{max} la fréquence maximale associée à un paramètre.	31
4.1	Comparaison modèle nominal complet / avec point de contrôle	60
4.2	Seuils de la procédure	61
4.3	Comparaison modèle optimisé / modèle initial	65
4.4	Comparaison modèle optimisé complet / avec points de contrôle	65
4.5	Comparaison modèle optimisé / modèle initial	70
4.6	Comparaison modèle optimisé complet / avec points de contrôle	71
4.7	Comparaison des résultats d'optimisation finicon / procédure développée	72
4.8	Répartition des matériaux	74
5.1	Nombre d'éléments, de nœuds et de degrés de liberté par sous-système	111
5.2	Énergies initiales par sous-système	115
5.3	Seuils de la procédure	115
5.4	Énergies finales par sous-système et masse totale	118
5.5	Énergies finales par sous-système et masse du modèle	124
5.6	Résultats des procédures d'optimisation	124
5.7	Comparaison des énergies finales sur le tiers d'octave centré sur $1250Hz$	125
5.8	Comparaison des énergies finales sur le tiers d'octave centré sur $1600Hz$	125
5.9	Comparaison des énergies finales sur le tiers d'octave centré sur $2000Hz$	126
A.1	Définition des bandes d'octaves et tiers d'octaves	144

B.1	Densités initiales par sous-système et énergies acoustiques par tiers d'octave . . .	146
B.2	Densités d'énergie et énergies acoustiques finales par sous-système et par tiers d'octave et masse du modèle	149

ABRÉVIATIONS

CLIC : City Lightweight and Innovative Cab
FEDER : Fond Européen de Développement Régional
FUI : Fonds Unique Interministériel
INSA : Institut National des Sciences Appliquées
FEMTO-ST : Franche-Comté Electronique, Mécanique, Thermique et Optique - Sciences et Technologies
NVH : Noise, Vibration and Harshness
SmEdA : Statistical modal Energy density Analysis
SEA : Statistical Energy Analysis
GARTEUR : Group for Aeronautical Research and Technology in Europe
MAC : Modal Assurance Criterion
FAST : Fourier Amplitude Sensitivity Test
GFDF : Global Finite Difference Function
NBI : Normal Boundary Intersection
NC : Normal Constraint
VEGA : Vector Evaluated Genetic Algorithm
NASTRAN : logiciel d'analyse numérique
PSHELL : carte du logiciel NASTRAN permettant de définir les propriétés matériau d'un élément coque
DMI : Decision Making Indicator
NSGA : Non-dominated Sorting Genetic Algorithm
HSLA : High-Strength Low-Alloy
PdC : Points de Contrôle
IFF : Insonorisant Feuille Fusible
FRF : Fonction de Réponse en Fréquence

PFEEA : Power Flow Finite Element Analysis

VTOR : Variational Theory of Complex Rays

MEF : Modèle Éléments Finis

SS i : $i^{\text{ème}}$ Sous-Système

NOTATIONS

CHAPITRE 2 : MÉTHODES D'ANALYSE DE SENSIBILITÉ

X_i : $i^{\text{ème}}$ paramètre du modèle GARTEUR

F_j : $j^{\text{ème}}$ réponse d'intérêt du modèle GARTEUR

ΔX_i : variation de la variable X_i

ϕ_i : indicateur de sensibilité de la méthode des différences finies

n : nombre de paramètres du modèle GARTEUR

E_i : Module d'Young du $i^{\text{ème}}$ matériau du modèle GARTEUR

RHO_i : Masse volumique du $i^{\text{ème}}$ matériau du modèle GARTEUR

N_s : nombre d'échantillons

$c(X_i, F(X))$: coefficient de corrélation entre la réponse d'intérêt F et le paramètre X_i

$X^{(s)}$: échantillon généré aléatoirement

\bar{X} : valeur moyenne de la variable X

M : Matrice rectangulaire

U : Matrice des vecteurs propres à gauche

Σ : Matrice des valeurs singulières

V : Matrice des vecteurs propres à droite

$cov(i, j)$: Matrice de covariance

Ω : hypercube unitaire

p : nombre de niveaux de discrétisation

$d_i(X)$: effet élémentaire du $i^{\text{ème}}$ paramètre pour la méthode de Morris

e_i : vecteur contenant la valeur 1 à sa $i^{\text{ème}}$ composante et des zéros sinon

X^* , $X^{(1)}$ $X^{(i)}$: point initial, premier point utilisé et $i^{\text{ème}}$ point utilisé d'une trajectoire de la méthode de Morris

R : nombre de trajectoires

- μ : estimation de la moyenne
 σ : estimation l'écart-type
 $Y^{(r)}$: $r^{\text{ème}}$ moment de la fonction Y
 G_i : fonctions de transformation
 ω_i : fréquence associée au paramètre X_i pour la méthode FAST
 D : variance du modèle pour la méthode FAST
 A_j, B_j et Λ_j : $j^{\text{ème}}$ coefficient de la décomposition en série de Fourier
 D_i : portion de la variance due au paramètre X_i
 φ_i : déphasage aléatoire associé au paramètre X_i
 N_r : nombre de ré-échantillonnages
 M : facteur d'interférence
 E_e : énergie de déformation du $e^{\text{ème}}$ sous-domaine
 U_ν : vecteur propre du $\nu^{\text{ème}}$ mode
 K_j^{ele} : matrice de raideur du $j^{\text{ème}}$ élément
 $[L_M]$: matrice triangulaire supérieure de la décomposition de Cholesky de la matrice M
 $[G]$: matrice aléatoire définie positive
 I^i : indicateur d'hypersensibilité

CHAPITRE 3 : MÉTHODE D'OPTIMISATION MULTI-OBJECTIFS EN BASSES FRÉQUENCES

- $f(x) = [f_1(x), \dots, f_n(x)]$: vecteur des n fonctions objectifs du problème d'optimisation
 $g_j(x)$: $j^{\text{ème}}$ fonction contrainte d'inégalité du problème d'optimisation
 $h_k(x)$: $k^{\text{ème}}$ fonction contrainte d'égalité du problème d'optimisation
 x^L et x^U : vecteur des valeurs limites inférieures et supérieures des variables du problème d'optimisation
 U : fonction d'utilité
 ω : vecteur des poids associé à chaque objectif
 x_i^* : point de l'espace qui minimise le $i^{\text{ème}}$ objectif
 $F(x_i^*)$: vecteur objectif évalué au point qui minimise le $i^{\text{ème}}$ objectif
 F^0 : point utopique

- Φ : matrice carrée de la taille du nombre d'objectifs pour la méthode NBI
 ∇f : gradient de la fonction f
 λ : pas de déplacement de la méthode du gradient
 $\{r_i\}$: position des atomes dans l'état solide
 $E(\{r_i\})$: énergie de la configuration de l'état solide
 k_B : constante de Boltzmann
 T : température
 ΔE : modification de l'énergie
 $C(T)$: chaleur spécifique
 $\ln Z$: énergie libre
 f : masse totale de la cabine
 S_i : surface des éléments de la $i^{\text{ème}}$ zone
 ρ_i : masse volumique du matériau de la $i^{\text{ème}}$ zone
 N_z : nombre de zone
 $x = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_{N_z}]$: vecteur des épaisseurs des N_z
 K^e : matrice de raideur restreinte à la $e^{\text{ème}}$ zone
 E^{seuil} : valeur seuil de l'énergie de la fonction contrainte
 σ^e : contrainte mécanique équivalente de Von Mises élémentaire
 σ^{max} : valeur seuil des contraintes mécaniques équivalentes de Von Mises élémentaires
 u^e : amplitude de déplacement nodal
 u^{max} : amplitude de déplacement nodal maximale autorisée
 p_{dB} : pression acoustique en dB
 p_{max} : niveau de bruit maximum autorisé
 $I_j(e)$: $j^{\text{ème}}$ indicateur de la zone e
 m_e : masse de la $e^{\text{ème}}$ zone
 m_{tot} : masse totale de la cabine
 $DMI_j(e)$: $j^{\text{ème}}$ indicateur de prise de décision de la zone e
 n_{inv} : paramètre permettant de contrôler le nombre de designs non-valides d'affilés
 κ_ν : observabilité du mode ν
 ry_ν : vecteur propre du $\nu^{\text{ème}}$ mode restreint aux degrés de liberté des nœuds candidats

ty_ν : vecteur propre du $\nu^{\text{ème}}$ mode restreint aux degrés de liberté en translation.

S^k : vecteur des nœuds retenus parmi les candidats

D_j : ensemble des nœuds candidats

$cond(X)$: indice de conditionnement de la matrice X

n_{param} : nombre de paramètres

CHAPITRE 5 : MÉTHODE D'OPTIMISATION MULTI-OBJECTIFS EN MOYENNES ET HAUTES FRÉQUENCES

Rm : facteur de recouvrement modal

f_c : fréquence centrale de la bande de fréquences considérée

MÉTHODE SEA

$\eta(f)$: facteur de perte par amortissement des modes en fonctions de la fréquence

n : densité modale

P_{ij} : puissance moyenne échangée entre deux sous-systèmes i et j

E_i : énergie total de l'oscillateur i

K_i : matrice regroupant les paramètres de l'oscillateur i permettant d'obtenir son énergie

$P_{i,inj}$: puissance injectée au sous-système i

$P_{i,diss}$: puissance dissipée dans le sous-système i

η_i : facteur de perte interne pour le sous-système i

η_{ij} : facteur de perte par couplage entre les sous-systèmes i et j

ω_c : pulsation centrale de la bande considérée

MÉTHODE PFFEA

I : vecteur d'intensité structurale

Π_{diss} : densité de puissance dissipée

Π_{inj} : densité de puissance injectée

W : densité d'énergie du système

D : coefficient de diffusion de la méthode PFFEA

c : vitesse de groupe

MÉTHODE VTCR

Ω_j : $j^{\text{ème}}$ sous-structure

$S_{ad,j}$: espace d'admissibilité des champs de déplacement et de contrainte de la $j^{\text{ème}}$ sous-structure pour la méthode VTCR

u_j : champ de déplacement de la $j^{\text{ème}}$ sous-structure

σ_j : champ de contrainte de la $j^{\text{ème}}$ sous-structure

ρ_j : masse volumique de la $j^{\text{ème}}$ sous-structure

K_j : opérateur de Hooke pour la $j^{\text{ème}}$ sous-structure

ξ_j : coefficient d'amortissement de la $j^{\text{ème}}$ sous-structure

ϵ_j : opérateur de déformation de la $j^{\text{ème}}$ sous-structure

$W_m(x)$, $W_n(x)$ et $W_q(x)$: déplacement des m , n et q secteurs angulaires définis pour les rayons internes, de bord et de coin respectivement

ω^- et ω^+ : valeurs inférieure et supérieure de la bande de fréquences considérée

A_k : $k^{\text{ème}}$ termes du développement de A en série de Taylor

\bar{k} : ordre maximum du développement en série de Taylor

MÉTHODE DU TRANSFERT RADIATIF

W : densité d'énergie du système

I : flux d'énergie

Ω : domaine considéré

ρ_s : source volumique de densité de puissance au point s

σ : source de surface de densité de puissance

R : coefficient de visibilité

G : densité d'énergie du champ direct

$\theta_{p'}$: angle d'émission en p'

ϕ_k : angle d'incidence en p_k du rayon venant de s et de p'

$d\Gamma_{p'}$: élément de frontière du domaine Ω

p_k : barycentre de l'élément $d\Gamma_{p'}$

γ et γ_0 : coefficient dépendant de la dimension du domaine Ω

MÉTHODE SMEDA

$W_i(M, t)$: vecteur déplacement du sous-système au point M à l'instant t

$\sigma_{ij}(M', t)$: tenseur des contraintes au point M' à l'instant t

$a_n(t)$ et $b_s(t)$: amplitude modales des sous-systèmes 1 (mode n) et 2 (mode s)
respectivement

$\tilde{W}_i^n(M)$: déplacement modal du sous-système au point M pour le mode n

$\tilde{\sigma}_{ij}^s(M')$: contraintes modales du sous-système au point M' pour le mode s

N_i : nombre de modes du sous-système i dans la bande de fréquences

ω_p : pulsations du sous-système découplé du mode p

M_p et F_p : Masse modale et effort modaux généralisés du mode p

W_{pq} : travail d'interaction modal entre le mode p du sous-système 1 et le mode q du sous-système 2

Π_{inj}^p : moyenne temporelle de la puissance injectée au mode p

Π_{diss}^p : moyenne temporelle de la puissance dissipée par l'amortissement intrinsèque au mode p

Π_{pq} : moyenne temporelle des flux de puissance échangée par le mode p du sous-système 1 avec le mode q du sous-système 2

\bar{S}_{F_p} : densité spectral de puissance de l'effort F pour le mode p

E_p : moyenne temporelle de l'énergie du mode p

η_p : facteur d'amortissement modal

L_{ipq} : effort d'interaction entre les modes p et q sur le sous-système i

η_{pq} : facteur de perte en couplage

P : puissance injectée

F : excitation ponctuelle

V : Vitesse du degré de liberté excité

$\{\tilde{q}(\omega)\}$: vecteur complexe des degrés de liberté

$\{\phi_j\}$: vecteur propre du mode j

$e_{def}^{j,i}$ et $e_{cin}^{j,i}$: énergies modales de déformation et cinétique du mode j restreintes au sous-système i

e_{def}^i et e_{cin}^i : énergies de déformation et cinétique du sous-système i

e_m^i : énergie mécanique du sous-système i

K_{ss_i} et M_{ss_i} : matrices de raideur et de masse restreinte au sous-système i

$\{\dot{\tilde{q}}(\omega)\}_{ss_{exc}}$: degré de liberté excité

$f(x)$: fonction objectif, ici la masse du camion

N_z : nombre de sous-système

x_i : épaisseur du $i^{\text{ème}}$ sous-système

S_i : surface du $i^{\text{ème}}$ sous-système

ρ_i : masse volumique du $i^{\text{ème}}$ sous-système

$g_{1,j}(e)$: fonction contrainte sur les énergies mécanique du $e^{\text{ème}}$ sous-système sur le $j^{\text{ème}}$ tiers d'octave

$E_e^{f_c,j}$: énergie mécanique du $e^{\text{ème}}$ sous-système sur le $j^{\text{ème}}$ tiers d'octave

$E^{seuil,f_c,j}$: énergie mécanique maximale autorisée de la fonction contrainte $g_{1,j}$

$f_{c,j}$: fréquence centrale du $j^{\text{ème}}$ tiers d'octave

$g_{2,j}$: fonction contrainte sur l'énergie acoustique sur le $j^{\text{ème}}$ tiers d'octave

$E_{ac}^{f_c,j}$: énergie acoustique sur le $j^{\text{ème}}$ tiers d'octave

$E_{ac}^{seuil,f_c,j}$: énergie acoustique maximale autorisée de la fonction contrainte $g_{2,j}$

f_{max} : fréquence maximale pour laquelle le maillage est suffisamment fin pour décrire le comportement de la structure

L_e : taille de maille pour laquelle le maillage est suffisamment fin pour décrire le comportement de la structure

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les simulations numériques lors de la phase de conception de nouveaux modèles de véhicule permettent d'obtenir un design prenant en compte les différentes contraintes de conception que les constructeurs doivent vérifier. En effet, il n'est pas toujours possible de créer des prototypes physiques permettant de valider un design pour des raisons évidentes de budget. Ces simulations doivent donc permettre de définir les améliorations nécessaires au respect des différentes normes en vigueur. Il s'agit par exemple des normes de sécurité pour les utilisateurs ainsi que pour les autres usagers de la route, telles que les normes de crash.

Depuis quelques années les enjeux environnementaux sont devenus une nouvelle contrainte incitant les constructeurs à développer des véhicules de plus en plus propres et ainsi limiter les différentes pollutions engendrées par l'utilisation de leurs véhicules.

Ainsi, le dimensionnement en vibro-acoustique constitue une phase importante de la conception de ces véhicules, afin de permettre le respect des différentes normes concernant les véhicules, les enjeux environnementaux, mais également permettre un certain confort à l'utilisateur du véhicule.

En plus du développement de moteurs plus propres pour l'environnement, l'une des pistes visant à améliorer la pollution des véhicules est de diminuer leurs masses. Cependant l'allègement de ces structures conduit à une dégradation des performances acoustiques et il devient alors stratégique de définir de manière optimale les zones pouvant être impactées tout en respectant un cahier des charges vibratoire et acoustique donné. Cet objectif est à l'origine des travaux de thèse détaillés dans ce manuscrit.

Les travaux présentés ici sont inscrits dans le cadre du projet CLIC (City Lightweight & Innovative Cab) financé par le Fond Européen de Développement Régional (FEDER) et le Fonds Unique Interministériel (FUI).

1.1/ PROJET CLIC

Les camions sont sources de nuisances dans les centres-ville. En effet les camions de transport de marchandises représentent entre 10% et 15% des déplacements en ville pour environ 30% du bilan énergétique des transports en ville (énergie consommée, polluants émis, voir figure 1.1). De plus, les chauffeurs livreurs, principaux utilisateurs des véhicules de livraison, sont confrontés à des problématiques en terme de santé au travail.

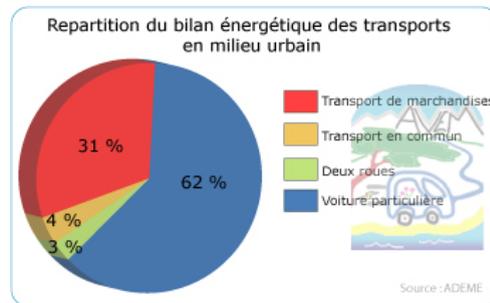


FIGURE 1.1: Bilan énergétique des transports en zone urbaine

Le projet CLIC (dont le logo est visible figure 1.2) a pour objectif de développer une nouvelle gamme urbaine / péri-urbaine de cabines de camions de livraison en s'appuyant sur ces problématiques. Plusieurs axes d'amélioration sont étudiés dans ce projet pour la conception d'une cabine innovante. Dans un premier temps, afin d'améliorer le confort d'utilisation de la cabine, son architecture est optimisée. Celle-ci doit permettre de faciliter l'utilisation de la cabine lors du roulage mais également lors des phases de chargements/déchargements. Elle doit également favoriser la maniabilité du véhicule qui est un critère important dans la gamme visée pour les livraisons en centre-ville mais aussi améliorer les aspects concernant la sécurité des autres usagers de la route. Concernant les critères environnementaux, le projet prévoit une réduction de la masse de la cabine de 20% à 25% grâce à l'utilisation d'acier à très haute limite élastique ainsi que la possibilité d'adapter des moteurs électriques sous la cabine, ce qui permettra de réduire les émissions de CO2 du camion.



FIGURE 1.2: Logo du projet CLIC

Ce projet est porté par Altran Technologies et a pour partenaires :

- Renault Trucks : construction de camions,
- ArcelorMittal : sidérurgie,

- Acoem : ingénierie vibro-acoustique,
- A2Mac1 : benchmarks dans le secteur automobile,
- le laboratoire Vibrations et Acoustique de l'INSA de Lyon,
- le Département Mécanique Appliquée de l'Institut FEMTO-ST.

Chacun des partenaires est leader d'un des axes majeurs du projet permettant le développement de la cabine innovante et des méthodologies nécessaires à son élaboration.

Les différents axes de travail sont les suivants :

1. Coordination et management du projet, mené par Altran Technologies ;
2. Benchmark et définition des spécifications, mené par A2Mac1 ;
3. Modélisation de la cabine "Architecture innovante", mené par Altran Technologies ;
4. Modélisation et validation fonctionnelle de la cabine CLIC, mené par ArcelorMittal ;
5. Validation et synthèse des prestations crash, masse et rigidité des cabine, mené par Renault Trucks ;
6. Validation et synthèse NVH basse fréquence des cabines, mené par Acoem ;
7. Validation et synthèse NVH moyenne fréquence des cabines, mené par le laboratoire Vibrations et Acoustique de l'INSA Lyon ;
8. Développement et application d'une méthode de sensibilité, mené par FEMTO-ST
9. Déploiement des avancées techniques CLIC vers une cabine innovante Renault Trucks, mené par Renault Trucks.

Le but de ce projet est de pouvoir produire une cabine de camion s'adaptant aux différentes normes des pays européens (qui sont parmi les plus strictes) afin de distribuer une cabine pour les camions destinés aux transports en zone urbaine et péri-urbaine permettant l'implantation du groupe Volvo-Renault Trucks dans le monde entier.

1.2/ PROBLÉMATIQUE ET PLAN

Les travaux présentés ici concernent la tâche dont le laboratoire FEMTO-ST est leader à savoir le développement d'une méthodologie permettant de déterminer les zones de la caisse en blanc de la cabine de camion qui peuvent être modifiées afin de diminuer la masse sans pour autant dégrader le comportement vibro-acoustique de la structure.

Il s'agit donc ici de concilier deux objectifs antagonistes, en effet la réduction des épaisseurs de tôles dans certaines zones entrainera une diminution du poids mais provoquera une augmentation des amplitudes de vibration et donc une augmentation du niveau de bruit dans la cabine ce qui dégrade le confort de l'utilisateur.

Il faut donc réussir à déterminer quelles épaisseurs de tôles ne risquent pas de dégrader le comportement vibro-acoustique de la cabine lorsqu'elle diminueront. C'est pourquoi les travaux

présentés proposent tout d'abord dans le chapitre 2 une revue non-exhaustive de méthodes d'analyse de sensibilité, leur application sur un cas test simple ainsi qu'une discussion de leurs avantages et inconvénients. Il existe différents types de méthodes d'analyse de sensibilité, certaines sont des approches locales, qui permettent d'observer les influences des paramètres seulement à proximité du point initial, d'autres méthodes sont plus globales et prennent en compte les densités de probabilité associées aux différents paramètres, elles peuvent être divisées en deux sous-familles : d'une part les méthodes dites de screening qui donnent des indications qualitatives quant aux types de relations qui existent entre un paramètre et les réponses d'intérêt et d'autres part les méthodes qui évaluent un critère particulier. Il existe également des méthodes très précises permettant une analyse de la variance et donc la connaissance de l'influence de chaque paramètre sur les réponses d'intérêt. Les grandes familles de ces méthodes sont présentées afin de déterminer quelle(s) est (sont) la ou les méthodes qui pourraient être utilisées dans la procédure d'optimisation de masse de cabine de camion.

Le chapitre 3 présente une méthode permettant l'optimisation de la masse d'une cabine munie de sa cavité dans le domaine des basses fréquences, lorsque la structure a toujours un comportement modal. Le design que l'on cherche à obtenir doit satisfaire différentes contraintes de conception pour limiter la dégradation de son comportement vibro-acoustique lors de la réduction de sa masse. Des éléments bibliographiques concernant les stratégies d'optimisation sont décrits, de la définition du problème aux différentes techniques permettant sa résolution. Le problème traité est ensuite présenté, puis les différentes étapes de la procédure sont développées, telles que le choix des indicateurs permettant de définir quels paramètres peuvent être modifiés, la méthode de classement de ces paramètres ou encore la stratégie d'action sur les paramètres.

Le chapitre 4 présente deux applications de la méthode développée au chapitre 3. La méthode est tout d'abord appliquée à une structure académique représentant schématiquement une cabine de camion et sa cavité acoustique associée. Le modèle ainsi que le découpage de celui-ci en plusieurs zones est décrit, puis les résultats de l'optimisation sont présentés. Ces résultats sont ensuite comparés à ceux issus d'un algorithme couramment utilisé d'optimisation non-linéaire sous contraintes afin de vérifier l'efficacité de la procédure développée tant dans les performances que dans les coûts de calcul nécessaires. Dans une seconde partie, la méthode est appliquée sur un modèle industriel de cabine de camion. Le modèle est présenté dans un premier temps, puis les paramètres utilisés pour l'application de la méthode sont indiqués avant la présentation des résultats obtenus.

Ensuite le chapitre 5 propose une extension de cette méthode pour le comportement en moyennes et hautes fréquences. Tout d'abord des éléments bibliographiques concernant différentes méthodes de calcul en moyennes et hautes fréquences sont exposés, la méthode SmEdA (Statistical modal Energy density Analysis) développée à partir de la SEA est présentée pour être utilisée dans la procédure d'optimisation en moyennes et hautes fréquences. Des cas-tests sont utilisés afin de montrer différentes situations dans lesquelles la méthode SmEdA est appli-

cable. Les différentes étapes de la procédure d'optimisation sont ensuite décrites. Puis le cas-test utilisé pour vérifier la procédure est présenté. Il s'agit d'une structure académique représentant un plancher de cabine et une cavité acoustique. Comme précédemment, les résultats obtenus sont comparés à ceux issus d'un algorithme d'optimisation non-linéaire sous contraintes.

Enfin, une conclusion générale termine ce mémoire et des perspectives sont présentées afin d'analyser les points pouvant être améliorés et étendus.

MÉTHODES D'ANALYSE DE SENSIBILITÉ

2.1/ INTRODUCTION

Dans ce chapitre, l'idée est de faire une revue non-exhaustive de méthodes d'analyse de sensibilité afin de pouvoir les comparer et de définir lesquelles pourraient être utilisées dans le cadre du projet CLIC. Les méthodes d'analyse de sensibilité permettent de classer les différents paramètres d'un modèle selon leurs influences sur des réponses d'intérêt et sont donc une étape importante du processus d'optimisation. En effet lorsque la construction de prototype représente un coût non négligeable, il est important de pouvoir prédire le plus précisément possible le comportement de structure grâce à des modèles numériques et de connaître les effets que peuvent avoir de faibles modifications de certains paramètres sur ce comportement, ces modifications pouvant être issues de tolérances sur les dimensions des pièces par exemple. Or si une faible modification d'un paramètre entraîne une forte modification du comportement voulu, il faut pouvoir s'assurer du respect de tolérances plus ou moins strictes.

Afin de pouvoir comparer les différentes méthodes d'analyse de sensibilité, un cas-test est utilisé. Il s'agit d'un modèle éléments finis de la maquette du projet GARTEUR (Group for Aeronautical Research and Technology in Europe) [1] (figure 2.1).

Comme il est indiqué sur la figure 2.1, le modèle éléments finis de la maquette est découpé en plusieurs groupes d'éléments qui représentent grossièrement les différentes pièces de la maquette. Le découpage en zones permet de pouvoir agir sur les différents paramètres matériaux par zone.

L'analyse de sensibilité menée ici vise à étudier l'impact sur les cinq premières fréquences propres et sur les valeurs des cinq premiers MAC [2](Modal Assurance Criterion) de la structure de variations dans les modules d'Young et masses volumiques des cinq différentes zones constituant la maquette. Le tableau 2.1 indique à quelles zones appartiennent ces différentes variables.

Les méthodes présentées dans ce chapitre sont classées en différents groupes : tout d'abord la méthodes des différences finies, qui est une approche locale et également l'une des plus utilisées, puis des méthodes globales dans lesquelles on différenciera les méthodes quantitatives et

Numéro de la zone	Pièce
1	Queue de l'avion et ailerons arrière (rouge)
2	Avant de l'aile (bleu)
3	Aile avant (gris)
4	Bouts de l'aile avant (violet)
5	Liaison entre la queue et l'aile arrière (vert)
6	Fixation de l'aile avant sur le fuselage (rouge foncé)
7	Fuselage (bleu foncé)

TABLE 2.1: Définition des zones de la maquette GARTEUR

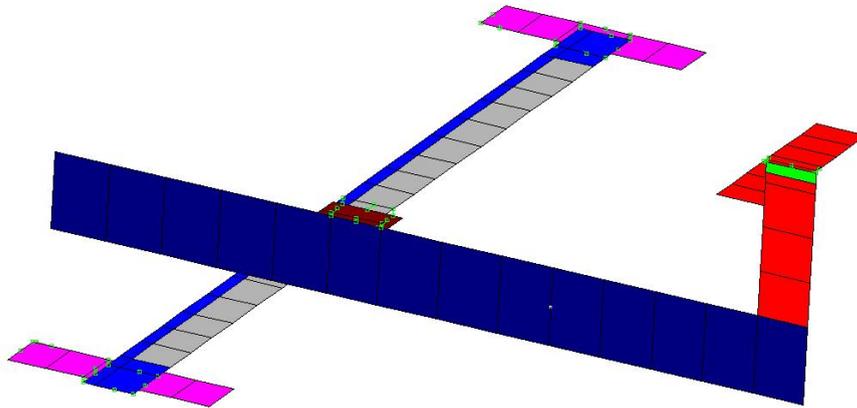


FIGURE 2.1: Modèle éléments finis de la maquette GARTEUR

les méthodes de criblage (screening) plutôt qualitatives, ensuite une méthode d'analyse de la variance, la méthode FAST, et enfin deux méthodes basées sur le calcul de l'énergie de déformation. Les méthodes de criblages sont entre autres présentées par Campolongo [3] et permettent de classer globalement les variables d'entrée par importance, ce qui permet facilement d'écartier aisément certaines variables. Les méthodes d'analyse de sensibilité locales et globales sont présentées entre autres dans le livre de Saltelli [4] et permettent d'obtenir un critère précisant la hiérarchie entre les variables d'entrée. Les avantages et inconvénients de ces méthodes sont discutés dans un paragraphe de conclusions. Dans la suite du chapitre, les paramètres sont notés X_i et les réponses d'intérêt sont appelées F_j (avec $j = 1$ à 5 pour les fréquences propres des cinq premiers modes et $j = 6$ à 10 pour les valeurs des cinq premiers MACs).

2.2/ MÉTHODE DES DIFFÉRENCES FINIES

La méthode des différences finies est l'une des méthodes les plus utilisées en première approximation car elle est très simple à mettre en œuvre. Elle consiste en effet à estimer le gradient de la réponse d'intérêt F_j en fonction de chaque paramètre. La connaissance de la dérivée de la fonction d'intérêt n'est pas nécessaire pour obtenir l'estimation de l'indicateur de sensibilité. L'indicateur proposé [5] est évalué pour une modification ΔX_i du paramètre X_i et s'écrit dans le cas d'un ΔX_i positif (forward differences) :

$$\phi_i = \frac{F_j(X_1, \dots, X_i + \Delta X_i, \dots, X_n) - F_j(X_1, \dots, X_i, \dots, X_n)}{F_j(X_1, \dots, X_i, \dots, X_n) \frac{\Delta X_i}{X_i}}. \quad (2.1)$$

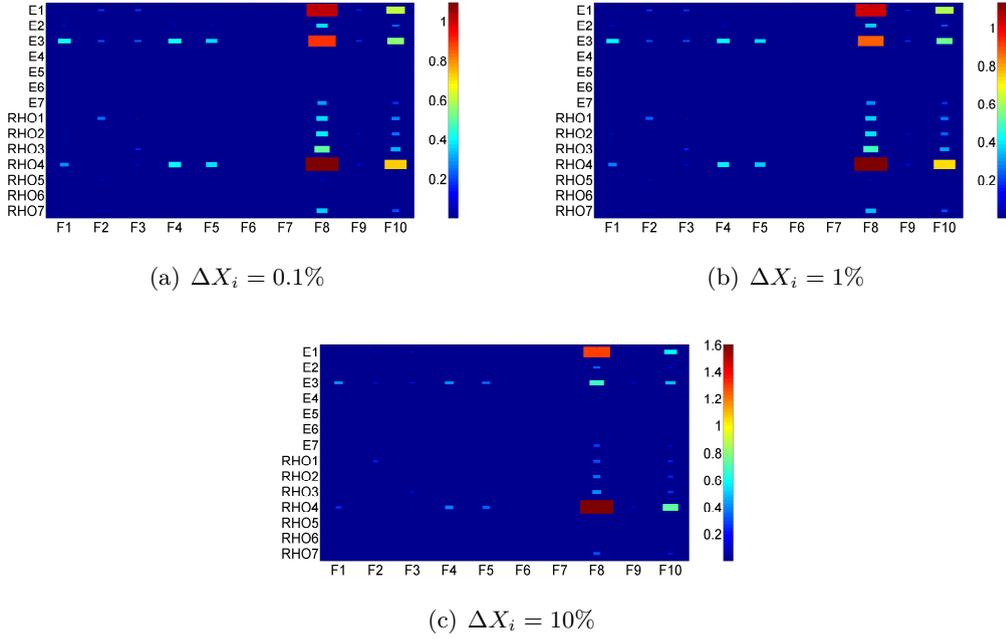
Les résultats de cette méthode dépendent de la valeur de la modification ΔX_i choisie. En effet si la réponse d'intérêt n'est pas une fonction linéaire des paramètres, les résultats peuvent fortement varier avec ΔX_i mais également en fonction de la position du point X dans l'espace de conception.

Il s'agit d'une méthode utile pour une première approximation car peu coûteuse en terme de calcul : s'il y a n paramètres d'entrée, il faut $n + 1$ itérations pour obtenir les résultats mais seuls les effets principaux d'un paramètre sur les réponses d'intérêt sont pris en compte, s'il existe des effets de couplage entre plusieurs paramètres, cette méthode ne permet pas de les décrire.

La figure 2.2 présente le résultat de l'analyse de sensibilité menée l'aide de la méthode des différences finies. Les variables E_i et RHO_i représentent respectivement les modules d'Young et masses volumiques de chaque zone de la structure découpée, les variables F1 à F5 les cinq premières fréquences propres de la structure et les variables F6 à F10 les MAC associés. On peut observer sur la figure 2.2 que les paramètres les plus influents sont les modules d'Young des première et troisième zones et la masse volumique de la quatrième zone tandis que les modules d'Young des quatrième, cinquième et sixième zones et la masse volumique des cinquième et sixième zone n'ont quasiment aucune influence sur les premiers modes de la maquette. Ces résultats sont obtenus pour différentes valeurs de ΔX_i (0.1% figure 2.2(a), 1% figure 2.2(b) et 10% figure 2.2(c)). Les conclusions restent les mêmes quelle que soit la valeur de ΔX_i pour le cas de la maquette GARTEUR mais peuvent être modifiées pour d'autres structures selon les paramètres pris en compte et les réponses d'intérêt choisies.

2.3/ MÉTHODES GLOBALES

Les méthodes d'analyse de sensibilité globales permettent de prendre en compte la densité de probabilité des paramètres d'entrée. Ces méthodes sont plus coûteuses en terme de calculs puisqu'elles sont basées sur différents algorithmes permettant un échantillonnage de l'espace de conception.

FIGURE 2.2: Résultats de la méthode de différences finies pour différentes valeurs de ΔX_i

2.3.1/ COEFFICIENT DE CORRÉLATION

Le coefficient de corrélation permet de déterminer s'il existe un effet linéaire entre les réponses d'intérêt F_j et les paramètres d'entrée X_i . Il est calculé après un tirage aléatoire de n échantillons tel que Monte-Carlo et est donné par :

$$c(X_i, F(X)) = \frac{\sum_{s=1}^n (X_i^{(s)} - \bar{X}_i)(F(X_i^{(s)}) - \bar{F})}{\left[\sum_{s=1}^n (X_i^{(s)} - \bar{X}_i)^2 \right]^{1/2} \left[\sum_{s=1}^n (F(X_i^{(s)}) - \bar{F})^2 \right]^{1/2}} \quad (2.2)$$

avec

$$\bar{X}_i = \sum_{s=1}^n \frac{X_i^{(s)}}{n} \quad \text{et} \quad \bar{F} = \sum_{s=1}^n \frac{F(X_i^{(s)})}{n}. \quad (2.3)$$

où $X^{(s)} = [X_1^{(s)}, \dots, X_n^{(s)}]$ est un échantillon généré aléatoirement et \bar{X}_i et \bar{F} représente la moyenne des valeurs prises par les X_i et les F sur les n échantillons.

Si le coefficient obtenu est proche de 1 ou de -1 , on peut conclure qu'il existe une relation linéaire entre le paramètre et la sortie d'intérêt. Dans le cas contraire, il est difficile de conclure

car un effet non-linéaire ou de couplage entre différents paramètres ne pourra pas être observé [5].

En terme de coût de calcul, le modèle est évalué autant de fois qu'il y a d'échantillons.

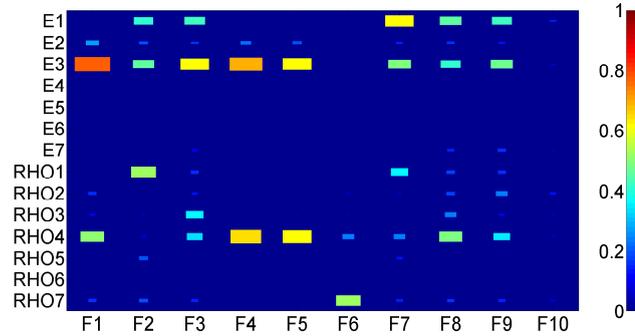


FIGURE 2.3: Coefficient de corrélation entre les modules d'Young et les masses volumiques des différentes zones et les réponses en fréquences propres et en MAC pour les cinq premiers modes de la maquette

La figure 2.3 présente le coefficient de corrélation entre les 14 paramètres matériaux retenus pour le modèle Garteur et les 10 réponses d'intérêt (fréquences propres et MAC) à partir d'un tirage de Monte-Carlo de 10000 échantillons. Ce tracé met en évidence l'existence d'une relation quasi-linéaire entre le module d'Young de la troisième zone et les fréquences propres des premier, quatrième et cinquième modes. On peut voir également que les modules d'Young des quatrième, cinquième, sixième et septième zones n'ont aucune relation linéaire avec les fréquences propres et les déformées propres des cinq premiers modes, mais peuvent avoir un autre type de relation (non-linéaire, exponentielle,...). On remarque aussi que la masse volumique de la deuxième zone est reliée de façon quasi-linéaire avec les fréquences propres des quatrième et cinquième modes.

2.3.2/ ANALYSE EN COMPOSANTE PRINCIPALE

Le principe de l'analyse en composante principale est de transformer l'espace des variables physiques en un espace mathématique composé de pseudo vecteurs propres. Ces pseudos vecteurs propres sont des combinaisons linéaires des paramètres physiques associés aux valeurs singulières. La décomposition en valeurs singulières est une généralisation de la décomposition en valeur propre mais pour des matrice rectangulaire.

Une valeur singulière d'une matrice M de taille $m \times n$ est la racine carrée de la valeur propre de la matrice M^*M telle qu'il existe un vecteur unitaire u de \mathbb{K}^m et un vecteur unitaire v de \mathbb{K}^n vérifiant :

$$Mv = \sigma u \quad \text{et} \quad M^*u = \sigma v. \quad (2.4)$$

Les vecteurs u et v sont appelés vecteur singulier à gauche et vecteur singulier à droite pour σ et on peut écrire la matrice M sous la forme :

$$M = U\Sigma V^*, \quad (2.5)$$

avec Σ la matrice diagonale contenant les valeurs singulières et les colonnes de U et V sont respectivement les vecteurs singuliers à gauche et à droite pour les valeurs singulières.

Dans le cas de l'exploitation statistique des résultats d'un échantillonnage, on calcule la décomposition en valeurs singulières de la matrice de covariance permettant d'évaluer l'influence de chaque paramètre sur chaque réponse d'intérêt :

$$cov(i, j) = \frac{\sum_{s=1}^n (X_i^{(s)} - \bar{X}_i)(F(X_j^{(s)}) - F(\bar{X}_j))}{n - 1}. \quad (2.6)$$

Les valeurs singulières sont ensuite classées par ordre décroissant et les vecteurs singuliers à gauche pour les valeurs singulières correspondent aux composantes principales. Plus la valeur singulière est élevée, plus les paramètres d'entrée représentés dans la composante principale associée sont influents. Le but ici est donc de se limiter aux composantes principales dont les valeurs singulières sont les plus élevées et donc de tronquer la base obtenue par la décomposition en valeurs singulières.

L'erreur effectuée par la troncature peut être évaluée en sommant les carrés des valeurs singulières associées aux composantes principales écartées [6].

En terme de coût, pour cette méthode aussi il y a autant d'évaluation du modèle que d'échantillons.

La figure 2.4 présente le résultat de l'analyse en composantes principales de la matrice de covariance entre les paramètres d'entrée et les réponses d'intérêt ainsi que le calcul des valeurs singulières pour la matrice ainsi construite. Les colonnes de la matrice ainsi obtenue sont les vecteurs singuliers à gauche de la décomposition. Sur la figure, on constate que les cinq premières valeurs singulières de la matrice (représentée par la courbe rouge) représentent environ 90% des variations des réponses d'intérêt, et donc que les paramètres physiques les plus représentés sur les composantes principales associées à ces valeurs singulières sont les plus influents. Ici, ces paramètres sont les modules d'Young des première et troisième zones et les masses volumiques des deuxième, troisième et septième zones et dans une moindre mesure celles des première et quatrième zones.

2.3.3/ MÉTHODES DE SCREENING

Les méthodes de screening sont des méthodes qui permettent de discriminer qualitativement des paramètres sans que l'influence précise de ces paramètres sur les réponses d'intérêt ne puisse

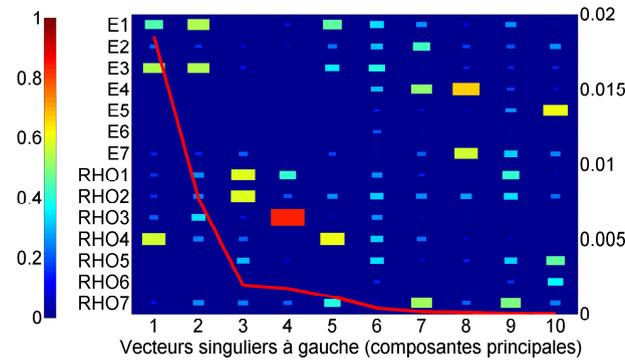


FIGURE 2.4: Analyse en composante principale de la matrice de covariance entre les quatorze paramètres d'entrée et les dix réponses d'intérêt. La ligne rouge représente les valeurs singulières obtenues.

être connue.

2.3.3.1/ NUAGE DE POINTS ENTRÉE-SORTIE

Un nuage de points d'entrée-sortie (décrit par J.C. Helton et al. [7]) est la représentation d'une réponse par rapport à chacun des paramètres d'entrée pendant que tous les paramètres varient. Ces tracés permettent d'observer qualitativement s'il existe une relation linéaire ou non entre une réponse et chacune des entrées.

Cette méthode ne nécessite aucun calcul supplémentaire après l'évaluation des échantillons et est donc aisée à appliquer. Une limite de cette méthode est que s'il existe une réponse ayant une très forte sensibilité par rapport à l'un des paramètres, les sensibilités moins marquées par rapport aux autres paramètres peuvent être masquées. De plus, si le système étudié contient beaucoup de paramètres d'entrée et de réponses observées, la méthode peut être fastidieuse à appliquer étant donné qu'il faut observer chaque sortie par rapport à chaque paramètre sur des figures différentes. Pour le cas test présenté au cours de ce chapitre, il y a dix réponses d'intérêt et quatorze paramètres d'entrée ce qui fait donc cent quarante nuages de points à observer au total.

La figure 2.5 présente les nuages de points associés à la réponse d'intérêt associée à la première fréquence propre de la maquette GARTEUR calculées pour 10000 échantillons. Chaque figure représente les valeurs prises par la réponse en fonction d'un paramètre. Ces tracés permettent de remarquer que le module d'Young de la troisième zone a clairement une relation linéaire avec la fréquence propre du premier mode $F1$ de même que la masse volumique de la quatrième zone. Pour les autres paramètres d'entrée il est beaucoup plus difficile de déterminer si l'effet est important ou pas même si de très légères tendances peuvent être observées.

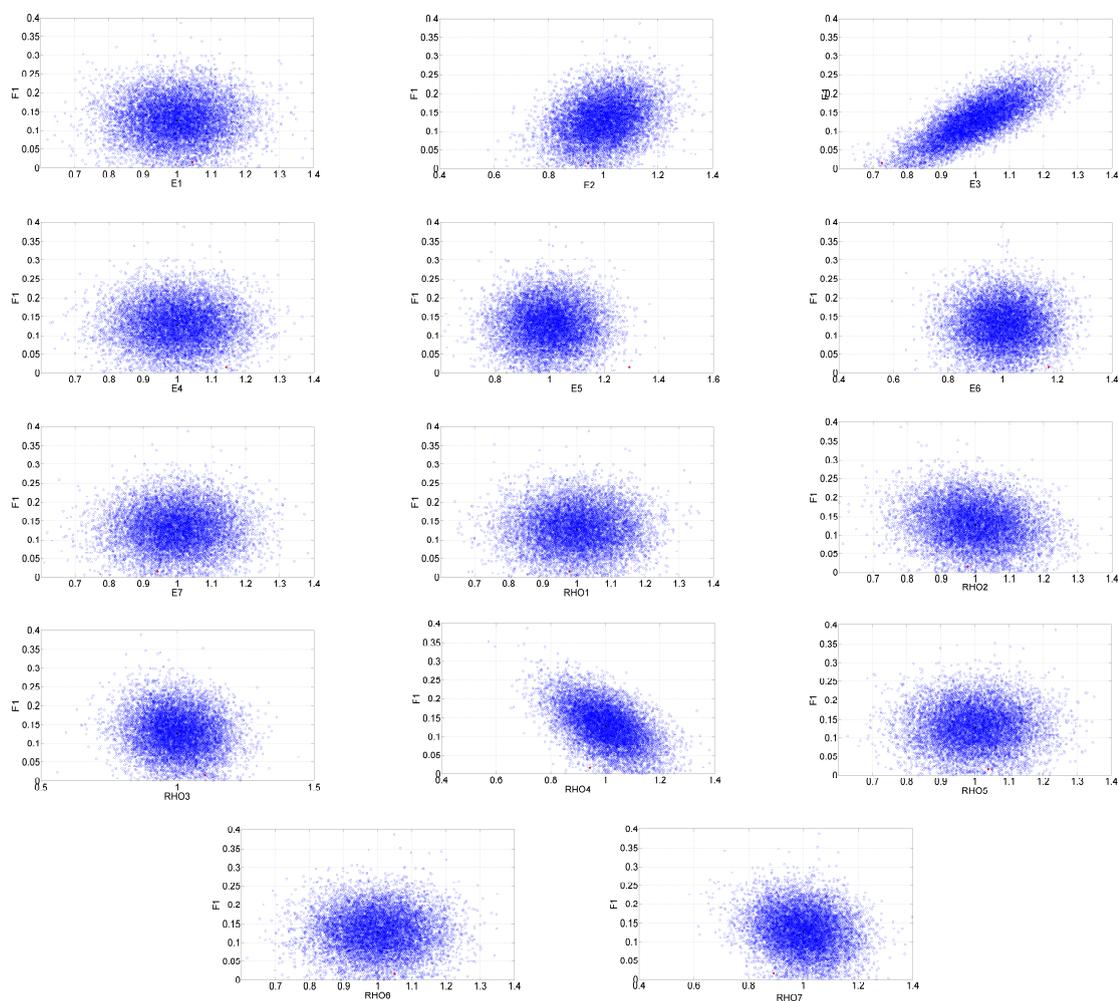


FIGURE 2.5: Tracés des nuages de points associés à la première fréquence propre de GARTEUR $F1$ pour 10000 échantillons par rapport au quatorze paramètres d'entrée (modules d'Young et masses volumiques)

2.3.3.2/ MÉTHODE DE MORRIS

La méthode de Morris [8] est une méthode permettant de savoir si un paramètre a un effet négligeable, linéaire, non-linéaire et/ou en interaction avec d'autre(s) paramètre(s).

Cette méthode calcule les effets élémentaires associés à chaque paramètre d'entrée pour un modèle contenant k paramètres indépendants $X_i, i = 1, \dots, k$, qui évoluent dans un hypercube unitaire Ω , de dimension k discrétisé en p niveaux différents. En pratique, les valeurs de Ω sont ajustées afin de correspondre aux valeurs réelles parcourues par les paramètres d'entrée grâce à la transformation intégrale de probabilité [9].

L'effet élémentaire du $i^{\text{ème}}$ paramètre sur la sortie F est défini par :

$$d_i(X) = \frac{F(X_1, X_2, \dots, X_{i-1}, X_i + \Delta, \dots, X_k) - F(X_1, X_2, \dots, X_k)}{\Delta}, \quad (2.7)$$

où Δ est une valeur de l'ensemble $\{\frac{1}{p-1}, \frac{2}{p-1}, \dots, 1 - \frac{1}{p-1}\}$, $X = (X_1, \dots, X_k)$ est une valeur de Ω telle que le point modifié $(X + e_i \Delta)$ est toujours dans Ω quel que soit $i = 1, \dots, k$, et e_i est un vecteur contenant la valeur 1 à sa $i^{\text{ème}}$ composante et des zéros sinon.

Le calcul de ces différents effets élémentaires est effectué avec plusieurs X de Ω pour obtenir une distribution finie des effets élémentaires pour chaque paramètre appelée F_i . Chaque F_i est composé de $p^{k-1}[p - \Delta(p-1)]$ éléments. Les indicateurs de sensibilité proposés par Morris sont des estimations de la moyenne et de l'écart-type de ces F_i .

Afin de calculer les effets élémentaires de chaque paramètre, on commence par créer une trajectoire. Les différentes étapes de la création de cette trajectoire sont [10] :

- Un vecteur initial X^* dont les composantes sont des valeurs de l'ensemble $\{0, \frac{1}{p-1}, \frac{2}{p-1}, \dots, 1\}$ est généré aléatoirement. Ce vecteur initial sert uniquement pour l'initialisation de la trajectoire.
- Le premier point de la trajectoire, $X^{(1)}$, est obtenu en augmentant une ou plusieurs des composantes de X^* par Δ de manière à ce que $X^{(1)}$ soit toujours dans Ω . Les composantes modifiées sont choisies arbitrairement.
- Le deuxième point, $X^{(2)}$ est également généré grâce au vecteur X^* avec la propriété, en plus de faire partie de Ω , d'être différent de $X^{(1)}$ sur sa $i^{\text{ème}}$ composante uniquement de plus ou moins Δ . i est choisi arbitrairement dans $\{1, \dots, k\}$.
- Le troisième point, toujours généré par X^* , a pour propriété d'être différent de $X^{(2)}$ seulement sur sa $j^{\text{ème}}$ composante avec $i \neq j$. j est choisi arbitrairement.
- Les points suivants sont générés de la même manière jusqu'à ce que toutes les composantes aient été modifiées.

Les trajectoires générées sont ainsi composées de $(k+1)$ vecteurs ayant la propriété que deux vecteurs consécutifs ne diffèrent que d'une seule composante et de plus que chaque composante i de X^* ait été modifiée exactement une fois, ce qui permet de calculer un effet élémentaire par paramètre et par trajectoire. Par exemple, on peut voir le tracé de trois trajectoires pour un espace de conception à trois paramètres et à quatre niveaux sur la figure 2.6. Le nombre de trajectoires est défini par l'utilisateur ainsi que le nombre de niveaux qui définit les valeurs pouvant être prises par chacun des paramètres.

Les effets élémentaires calculés sont donc pour deux vecteurs consécutifs $X^{(l)}$ et $X^{(l+1)}$:

$$d_i(X^{(l)}) = \frac{[F(X^{(l+1)}) - F(X^{(l)})]}{\Delta} \quad (2.8)$$

si la $i^{\text{ème}}$ composante de $X^{(l)}$ a été augmentée de Δ ou

$$d_i(X^{(l)}) = \frac{[F(X^{(l)}) - F(X^{(l+1)})]}{\Delta} \quad (2.9)$$

si la $i^{\text{ème}}$ composante a été diminuée de Δ .

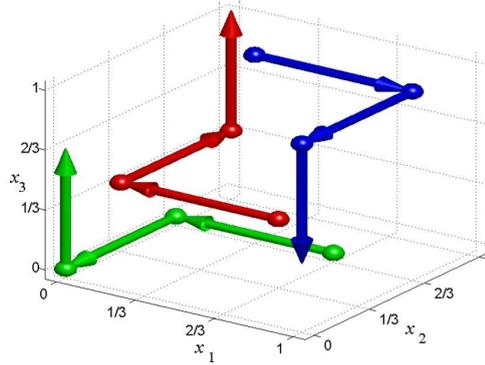


FIGURE 2.6: Exemples de trajectoires pour trois paramètres

Les indicateurs de sensibilité proposés par Morris pour le paramètre X_i sont les estimations de la moyenne (μ) et de l'écart-type (σ) des F_i . La moyenne évalue l'influence générale du paramètre sur la réponse d'intérêt tandis que l'écart-type permet de voir si l'effet est plutôt linéaire ou non ou s'il existe des effets de couplages entre les paramètres. En effet une forte valeur de l'écart-type indique que le point de calcul influe grandement l'effet élémentaire tandis qu'une faible valeur de σ implique que les valeurs prises par $d_i(X)$ sont quasiment indépendantes de la valeur des autres paramètres.

On estime la moyenne et l'écart-type des F_i en utilisant les différentes trajectoires r permettant de calculer les effets élémentaires. Ainsi si $d_i^{(r)}$ est l'effet élémentaire du paramètre i calculé lors de la $r^{\text{ème}}$ trajectoire, on aura pour un nombre R de trajectoires :

$$\mu_i = \sum_{r=1}^R \frac{d_i^{(r)}}{R} \quad (2.10)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{r=1}^R \frac{(d_i^{(r)} - \mu_i)^2}{R - 1}} \quad (2.11)$$

L'utilisation de μ peut poser problème au cas où l'effet élémentaire change de signe (cas de modèles non-monotones ou lorsqu'il y a des effets d'interaction), c'est pourquoi Campolongo et

al. [11] ont proposé d'utiliser l'estimateur μ^* qui représente la moyenne de la valeur absolue de d_i . L'utilisation de μ^* est préférable pour classer les paramètres selon leur sensibilité.

Morris estime qu'une bonne valeur pour Δ est $\Delta = \frac{p}{2(p-1)}$. Puisque p et Δ sont liés, il faut choisir le nombre de niveaux p , et le nombre de trajectoires r . Il s'agit ici d'un problème ouvert : en effet si r est trop petit, il se peut que les paramètres ne parcourent pas suffisamment l'espace de conception si p est élevé, mais des valeurs trop grandes pour p et r augmentent notablement le temps de calcul. Le nombre d'évaluations du modèle dépendra du nombre de trajectoires r et de paramètres d'entrée k mais pas du nombre de niveaux choisis, celui-ci permettant d'affiner les effets élémentaires pouvant être calculés. Ce nombre d'évaluation vaut : $C = r.(k + 1)$ puisque qu'il y a $k + 1$ vecteurs par trajectoire.

Lorsque les indicateurs sont évalués, on peut les représenter dans un plan (μ, σ) , (figure 2.7), ce qui permet la classification des paramètres : un effet négligeable (a) (μ et σ faibles), linéaire (b) (μ élevé et σ faible) ou non linéaire et/ou en interaction avec d'autre(s) paramètre(s) (c) (μ et σ élevés).

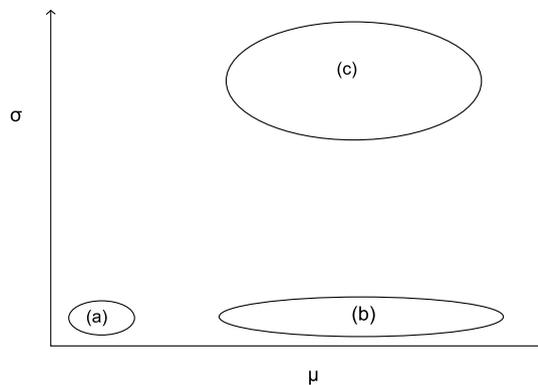


FIGURE 2.7: plan (μ, σ)

La figure 2.8 présente les résultats obtenus avec la méthode de Morris avec 50 trajectoires et 20 niveau pour l'écart sur la valeur de la quatrième fréquence propre. On peut observer que pour cette réponse d'intérêt les paramètres les plus influents sont le module d'Young de la troisième zone et la masse volumique de la quatrième zone.

La méthode de Morris permet également de faire un classement des paramètres en fonction de leur influence sur toutes les réponses sélectionnées. Le classement prend en compte seulement la moyenne des effets élémentaires μ^* . La figure 2.9 présente le classement des paramètres prenant en compte toutes les réponses du système sur laquelle les paramètres les plus influents sont à nouveau le module d'Young de la troisième zone et la masse volumique de la quatrième zone.

Dans le cas où on a un μ^* et un σ élevés, la méthode de Morris ne permet pas de faire la distinction entre un effet de couplage entre plusieurs paramètres ou un effet non-linéaire,

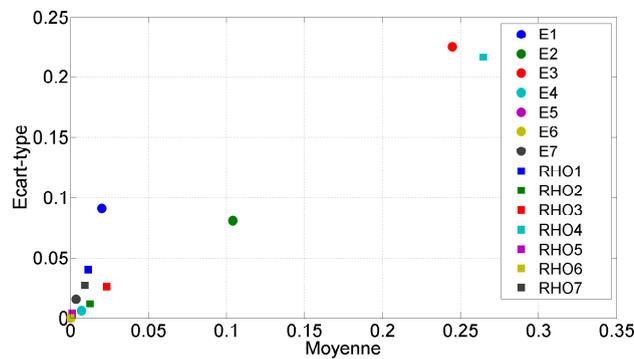


FIGURE 2.8: Représentation de l'influence en moyenne et en écart-type des paramètres d'entrée sur la quatrième fréquence propre du GARTEUR estimée par la méthode de Morris

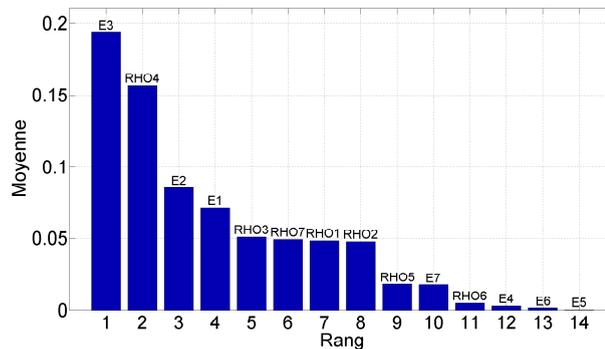


FIGURE 2.9: Classement des paramètres selon leur influence par la méthode de Morris

pour déterminer la nature de l'effet il faut mener une autre analyse plus précise. Cette méthode est très utile lorsqu'il y a un grand nombre de paramètres puisqu'elle permet d'identifier assez rapidement lesquels sont les plus influents et ainsi de fixer des valeurs pour les autres paramètres afin de mener une méthode plus coûteuse mais avec moins de paramètres pour estimer l'importance des paramètres les plus influents sur les fonctions d'intérêt.

Afin de vérifier l'influence du nombre de trajectoire sur les résultats obtenus, la figure 2.10 présente les mêmes résultats que les figures 2.8 et 2.9 mais avec 25 trajectoires à la place des 50 utilisées précédemment. Les conclusions générales quant aux paramètres les plus influents ne sont pas différentes mais on peut observer que les influences sont légèrement différentes. Ainsi lors de l'utilisation de la méthode de Morris, le nombre de trajectoires doit être choisi soigneusement.

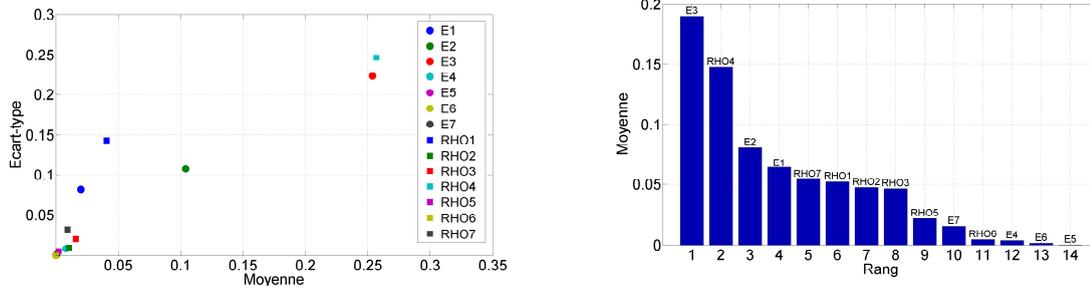


FIGURE 2.10: Résultats de la méthode de Morris avec 25 trajectoires

2.3.3.3/ MÉTHODE GFDF

La méthode GFDF est une extension de la méthode des différences finies. En effet, l'espace de conception est échantillonné soit de manière aléatoire soit avec une méthode de type hypercube latin puis en chaque point, la méthode calcule une approximation de la dérivée première de la réponse d'intérêt par rapport à chaque paramètre. On obtient donc autant de valeurs de dérivées par paramètre que de points générés. Les indicateurs de sensibilité choisis sont les mêmes que ceux de la méthode de Morris (moyenne et écart-type des approximations de la dérivée première pour chaque paramètre). Bien que la méthode des différences finies soit une méthode d'analyse de sensibilité locale, le fait de choisir plusieurs points où évaluer ces dérivées permet de prendre en compte les effets de couplage possible entre les différents paramètres.

Les indicateurs de sensibilité s'écrivent :

$$\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{F(X_1^k, \dots, X_i^k + \Delta X_i^k, \dots, X_n^k) - F(X^k)}{(X_1^k, \dots, X_i^k + \Delta X_i^k, \dots, X_n^k) - X^k} \quad (2.12)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n \left(\frac{F(X_1^k, \dots, X_i^k + \Delta X_i^k, \dots, X_n^k) - F(X^k)}{(X_1^k, \dots, X_i^k + \Delta X_i^k, \dots, X_n^k) - X^k} - \mu_i \right)^2} \quad (2.13)$$

avec X^k le point de l'espace de conception où sont estimées les dérivées partielles et n le nombre d'échantillons. Le nombre d'évaluations du modèle nécessaire pour obtenir ces indicateurs est le produit du nombre de paramètres par le nombre d'échantillons choisis.

L'interprétation des résultats issus de l'application de cette méthode se fait de la même façon que pour la méthode de Morris. Ainsi sur la figure 2.11 sont représentés les résultats associés à la sortie $F4$. On observe que ce sont les mêmes paramètres qui sont les plus influents mais qu'ils ont des valeurs de moyenne et d'écart-type différentes.

De même qu'avec la méthode de Morris, la méthode GFDF permet d'obtenir un classement des paramètres selon leur influence sur toutes les réponses du système présenté sur la figure 2.12.

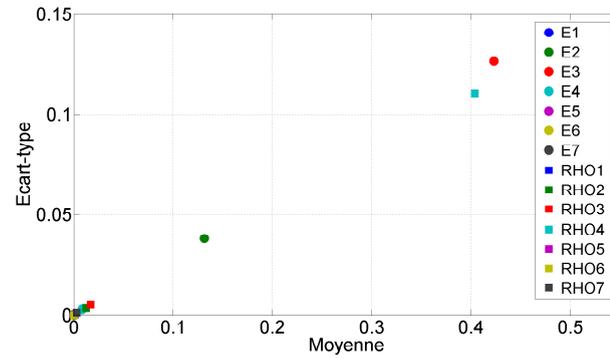


FIGURE 2.11: Représentation de l'influence en moyenne et en écart-type des paramètres d'entrée sur la quatrième fréquence propre estimée par la méthode GFDG

On peut ainsi remarquer sur cette figure une modification du classement par rapport à la méthode de Morris, en effet mis à part les deux paramètres les plus influents (module d'Young de la troisième zone et masse volumique de la quatrième zone), la hiérarchisation des paramètres diffère puisque ce n'est pas la même quantité qui est évaluée.

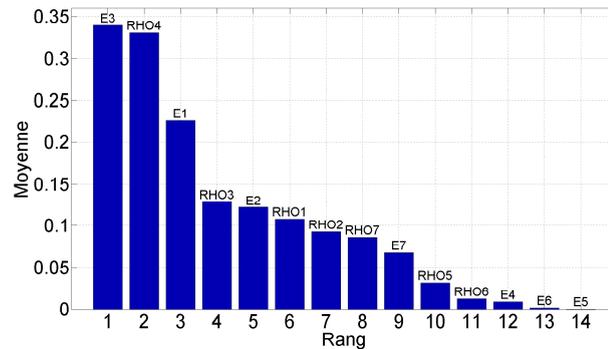


FIGURE 2.12: Classement des paramètres selon leur influence (méthode GFDF)

De la même manière qu'avec la méthode de différences finies, le choix de la variation ΔX_i peut modifier les résultats obtenus.

2.3.4/ MÉTHODE FAST

La méthode FAST est un exemple de méthode d'analyse de la variance. Celle-ci va donc permettre de déterminer exactement l'influence de chaque paramètre d'entrée sur la variance des réponses d'intérêt.

La méthode Extended FAST a été développée par Saltelli et al. en 1999 [12] afin d'améliorer

l'efficacité de la méthode FAST mise au point par Cukier et al. au début des années 1970 [13], [14] et [15] et déjà améliorée par Sobol en 1993 [16].

La méthode FAST (Fourier Amplitude Sensitivity Test) a été développée dans le but d'étudier des systèmes de réactions chimiques. Elle est basée sur le développement en série de Fourier des réponses du système (telles que les fréquences propres, les amplitudes des déplacements,...) et permet une décomposition de la variance.

Considérons le modèle $Y = f(X)$ défini sur un hypercube unitaire de dimension n , Ω , avec Y fonction donnant les réponses du système et $X = (X_1, \dots, X_n)$ le vecteur contenant les paramètres. X a une densité de probabilité $P(X) = P(X_1, \dots, X_n)$. Le $r^{\text{ème}}$ moment de Y est :

$$Y^{(r)} = \int_{\Omega} f^r(X) P(X) dX. \quad (2.14)$$

Comme la décomposition en séries de Fourier multidimensionnelles est coûteuse, Saltelli et al. en 1999 [12] suggèrent une décomposition mono dimensionnelle grâce à une courbe d'exploration de Ω . Cette courbe est définie par des équations paramétriques de la forme :

$$X_i = G_i(\sin \omega_i s), \quad i = 1, \dots, n \quad (2.15)$$

avec s variant de $-\infty$ à $+\infty$, G_i des fonctions de transformations dont les propriétés sont données plus loin et ω_i un ensemble de fréquences soigneusement choisies associées à chaque paramètre X_i .

Quand s varie, tous les paramètres évoluent simultanément le long de la courbe d'exploration décrivant Ω . Les X_i oscillent périodiquement à la fréquence ω_i correspondante quelles que soit les fonctions G_i choisies. La sortie Y varie également périodiquement quelle que soit la fonction f choisie. Si le paramètre X_i a une forte influence, l'oscillation de Y à la fréquence ω_i aura une grande amplitude. Pour que la courbe d'exploration parcourt entièrement Ω , l'ensemble des ω_i doit être indépendant, c'est à dire qu'aucune des fréquences ne doit être obtenue par combinaison linéaire des autres :

$$\sum_{i=1}^n r_i \omega_i \neq 0, \quad -\infty \leq r_i \leq +\infty \quad r_i \text{ entiers.} \quad (2.16)$$

Dans ce cas, l'espace de conception est entièrement parcouru et selon le théorème de Weyl [17], le $r^{\text{ème}}$ moment de Y (equation (2.14)) peut être évalué par :

$$\hat{Y}^{(r)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f^r(X_1(s), \dots, X_n(s)) ds \quad (2.17)$$

donc par une intégrale à une seule dimension. Si les paramètres sont distribués uniformément et de manière identique sur Ω , le théorème de Weyl implique :

$$Y^{(r)} \equiv \hat{Y}^{(r)}. \quad (2.18)$$

La variance D du modèle vaut :

$$D = Y^{(2)} - (Y^{(1)})^2 \equiv \hat{Y}^{(2)} - (\hat{Y}^{(1)})^2 \quad (2.19)$$

et peut donc être calculée en évaluant des intégrales mono-dimensionnelles.

A cause des précisions des ordinateurs, l'ensemble de fréquences ω_i ne peut pas être vraiment indépendant. Pour calculer les effets principaux, les ensembles de fréquences utilisés sont ceux recommandés par Schaibly et Shuler [14]. Ces ensembles ne sont pas indépendants, il existe donc un nombre positif T tel que $f(s+T) = f(s)$. La courbe d'exploration devient donc un chemin fermé ce qui implique que l'équation (2.18) n'est plus vérifiée. Cukier et al. [13] ont démontré que si l'ensemble de fréquences $\{\omega_i\}$ est composé d'entiers positifs, alors $T = 2\pi$. En considérant $f(s)$ sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$, les équations (2.17) et (2.19) deviennent :

$$\hat{Y}^{(r)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^r(s) ds \quad (2.20)$$

$$\hat{D} = \hat{Y}^{(2)} - (\hat{Y}^{(1)})^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f^2(s) ds - \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) ds \right]^2. \quad (2.21)$$

Comme f est périodique, on peut la développer en série de Fourier :

$$Y = f(s) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} A_j \cos(js) + B_j \sin(js), \quad (2.22)$$

avec

$$A_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \cos(js) ds \quad (2.23)$$

$$B_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(s) \sin(js) ds \quad (2.24)$$

pour j appartenant à l'ensemble des entiers relatifs, \mathbb{Z} . Le spectre de la série de Fourier est défini tel que $\Lambda_j = A_j^2 + B_j^2$. Comme f est une fonction à valeurs réelles, on a $A_{-j} = A_j$, $B_{-j} = -B_j$ et

$\Lambda_{-j} = \Lambda_j$. En évaluant le spectre pour la fréquence ω_i et ses harmoniques, $p\omega_i$, on peut estimer D_i , la portion de la variance due à l'effet du paramètre i :

$$\hat{D}_i = \sum_{j \in \mathbb{Z}^*} \Lambda_{p\omega_i} = 2 \sum_{p=1}^{+\infty} \Lambda_{p\omega_i}, \quad (2.25)$$

avec $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$.

En sommant tous les Λ_j on peut estimer la variance totale de f :

$$\hat{D} = \sum_{j \in \mathbb{Z}^*} \Lambda_j = 2 \sum_{j=1}^{\infty} \Lambda_j \quad (2.26)$$

Le rapport \hat{D}_i/\hat{D} noté \hat{S}_i^{FAST} est l'estimation de l'effet principal du paramètre X_i sur Y . Sa valeur ne dépend pas du choix des $\{\omega_i\}$.

Le nombre minimum d'échantillons utilisés dans la première version de la méthode FAST proposée par de Cukier et al. [13] est :

$$N_s = 2M\omega_{max} + 1, \quad (2.27)$$

où M est le facteur d'interférence (habituellement 4 ou plus) et ω_{max} est la plus grande valeur de l'ensemble des $\{\omega_i\}$.

Afin d'obtenir une courbe d'exploration G_i (équation (2.15)) acceptable pour obtenir des échantillons uniformément distribués pour chaque X_i dans Ω , Cukier et al. (1978) [18] proposent une équation différentielle :

$$\pi(1 - X_i^2)^{\frac{1}{2}} P_i(G_i) \frac{dG_i(X_i)}{dX_i} = 1, \quad (2.28)$$

où P_i est la densité de probabilité de X_i .

En considérant que la densité de probabilité des X_i est constante, Saltelli et al. en 1999 [12] proposent la courbe d'exploration :

$$X_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin(\sin \omega_i s) \quad (2.29)$$

On peut observer sur la figure 2.13 cette courbe d'exploration tracée avec sa distribution associée. La courbe d'exploration (figure 2.13(a)) est tracée pour 300 points et la figure 2.13(b) indique le nombre de points présent dans chaque intervalle de 0.1 de largeur sur laquelle on remarque que cette transformation se rapproche d'une distribution uniforme. La figure 2.13(c) indique elle un exemple d'utilisation de cette transformation dans le cas de deux paramètres associés à des fréquences ω_i différentes, sur laquelle on peut observer que l'espace est uniformément parcouru.

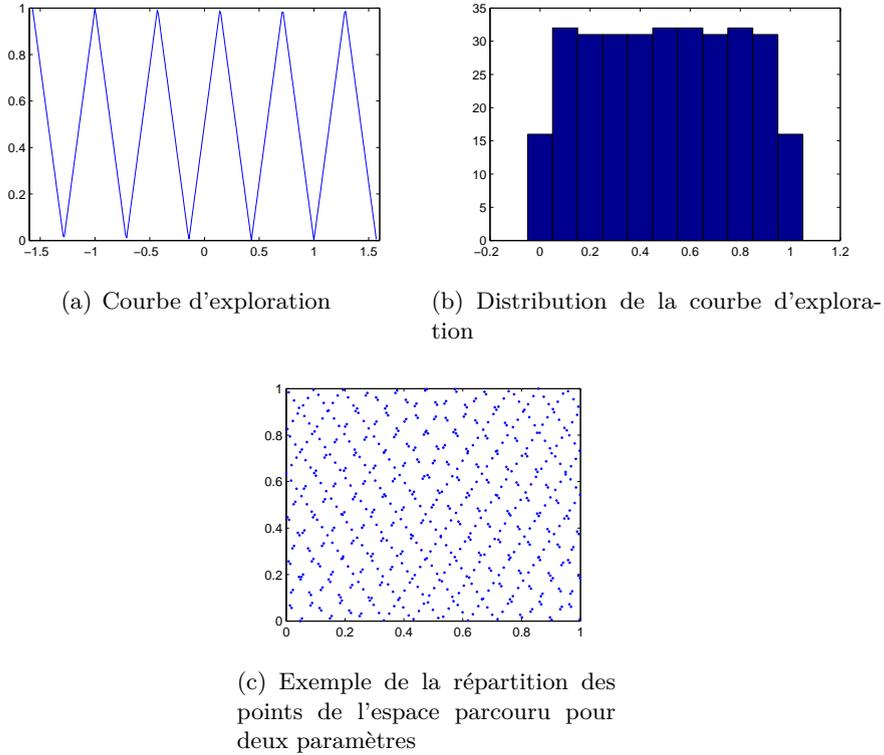


FIGURE 2.13: Tracé de la courbe d'exploration (équation (2.29)) et sa distribution associée

Cependant, cette courbe d'exploration a un inconvénient, en effet celle-ci passe toujours par les mêmes points lorsque s varie dans l'intervalle $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$. C'est pourquoi Saltelli et al. en 1999 [12] ont proposé une courbe d'exploration plus efficace :

$$X_i = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin(\sin(\omega_i s + \varphi_i)), \quad (2.30)$$

où φ_i est un déphasage aléatoire choisi dans l'intervalle $[0, 2\pi]$. L'avantage de cette nouvelle équation pour la courbe d'exploration est que le point de départ peut se trouver n'importe où sur Ω . Comme l'introduction de ces déphasages ne permet pas d'assurer que la courbe d'exploration soit symétrique, il faut maintenant l'échantillonner sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$. En choisissant différents ensembles $\{\varphi_i\}$, plusieurs courbes peuvent être générées sur Ω , ces différentes courbes sont appelées ré-échantillonnage par Saltelli et il appelle N_r le nombre de courbes utilisées. Le nombre d'évaluations du modèle nécessaires pour évaluer les effets principaux (donné par l'équation (2.27)) devient :

$$N_s = (2M\omega_{max} + 1)N_r. \quad (2.31)$$

Les analyses de Fourier sont menées sur chacune des N_r courbes d'exploration afin d'obtenir différentes estimations des D_i et de D puis les \hat{D}_i et \hat{D} sont obtenus en calculant les moyennes

arithmétiques sur les N_r estimations. On obtient donc N_r estimations de l'effet principal du paramètre i , \hat{S}_i^{FAST} qui sont moyennées pour une meilleure précision.

La figure 2.14 présente les résultats obtenus en appliquant la méthode FAST avec les paramètres utilisés sur la maquette GARTEUR. Ces résultats indiquent que les paramètres qui ont le plus d'influence sont les module d'Young des première et troisième zones et les masses volumiques des quatrième et septième zones.

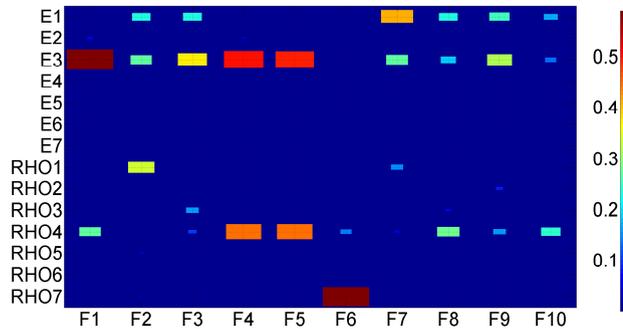


FIGURE 2.14: Indicateurs de sensibilité de premier ordre (FAST)

Pour pouvoir observer les effets d'interaction entre les paramètres, il faut identifier les fréquences dans la décomposition en série de Fourier de la variance qui n'appartiennent pas à l'ensemble $\{p\omega_1, p\omega_2, \dots, p\omega_n\}$ avec $p = 1, 2, \dots, \infty, \forall i = 1, 2, \dots, n$ puisque ces fréquences permettent de calculer les indices de sensibilité de premier ordre. Afin de simplifier le calcul de l'estimation de ces effets totaux sans toutefois donner une caractérisation complète du système c'est à dire ne pas calculer tous les effets d'interaction, Saltelli et al. [12], proposent d'appliquer la fréquence ω_i au $i^{\text{ème}}$ paramètre et une fréquence différente $\omega_{(i')}$ aux autres paramètres. Ceci permet en évaluant le spectre de la décomposition de Fourier à la fréquence $\omega_{(i')}$ et ses harmoniques $p\omega_{(i')}$, d'estimer la fraction de la variance correspondant à D_{-i} où l'index $-i$ signifie tous sauf i , c'est à dire la fraction de la variance qui contient tous les effets de tous les ordres où le paramètre i n'intervient pas. L'indice D_i et la variance totale sont calculés comme précédemment. On peut donc obtenir la fraction de la variance contenant l'effet total du paramètre i puisque $D_{Ti} = D - D_{-i}$. Cette approche a l'avantage de n'avoir besoin que de deux fréquences différentes pour effectuer les calculs.

Cette méthode permet de calculer S_{Ti} pour le paramètre i . Le calcul de l'ensemble des S_{Ti} ($i = 1, \dots, n$) nécessite n calculs similaires. Ceci fait perdre l'avantage de FAST de calculer les indices en utilisant une seule courbe d'exploration.

Le coût total en calcul, C , pour calculer les effets de premier ordre et les effets totaux devient donc :

$$C = nN_r(2M\omega_{max} + 1), \quad (2.32)$$

où $\omega_{max} = \max\{\omega_i, \omega_{(i')}\}$.

En pratique, on n'utilise pas qu'une seule fréquence $\omega_{(-i)}$ pour le calcul mais un ensemble de fréquences ayant la propriété d'être entières, très proches et bien plus petites que ω_i (on aura $\omega_i > M \max\{\omega_{(-i)}\}$). Ceci permet d'avoir une meilleure exploration de l'espace de conception. Afin de ne pas avoir à utiliser une fréquence trop élevée pour ω_i , on assigne plusieurs fois la même fréquence à deux paramètres différents de l'ensemble $X_{(-i)}$. Le choix des fréquences de $\{\omega_{(-i)}\}$ se fait tel que :

- la fréquence maximum de $\{\omega_{(-i)}\}$ est donnée par $\max\{\omega_{(-i)}\} = (1/M)(\omega_i/2)$,
- les autres fréquences sont choisies de manière à compléter l'ensemble $\{1, \dots, \max\{\omega_{(-i)}\}\}$ en ayant un écart entre les fréquences choisies maximum et un nombre de paramètres ayant la même fréquence minimum.

Sur la figure 2.15 sont indiqués en bleu les indicateurs de sensibilité de premier ordre et en rouge les effets complémentaires dus aux couplages entre les paramètres pour les réponses $F5$ et $F10$ donc sur l'écart en fréquence et sur le MAC du cinquième mode. Sur ces résultats, on peut observer que les effets complémentaires ne modifient pratiquement pas le classement donné par l'algorithme partiel pour l'écart fréquentiel. Par contre, pour l'écart sur le MAC, le classement est légèrement modifié, en effet même si les trois paramètres les plus influents sont classés dans le même ordre, on peut remarquer que pour les paramètres suivant, les effets de couplages deviennent plus importants que les effets principaux. De même on peut remarquer que la sensibilité de la fréquence et du MAC du cinquième mode sont dus à des paramètres différents excepté pour la masse volumique de la quatrième zone.

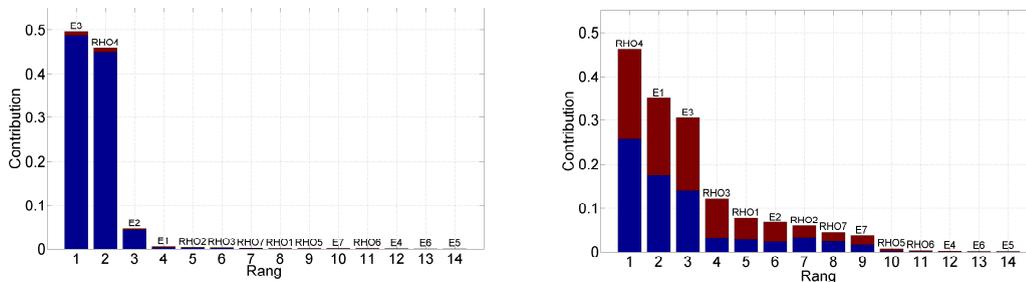


FIGURE 2.15: Indicateurs de sensibilité totaux pour les écarts en fréquence et en MAC du cinquième mode de la maquette GARTEUR (FAST)

Ces résultats peuvent être expliqués en observant le cinquième mode présenté sur la figure 2.16. On peut observer en effet que ce modes est un mode de torsion de l'aile avant ce qui implique que les paramètres associés aux propriétés inertielles de l'extrémité de cette aile, sont très influents sur la fréquence ainsi que sur la forme du mode. Par ailleurs, étant donné que l'aile est en torsion, son module d'Young est également influent. L'influence du module d'Young de la première zone est dû au fait que la déformée du mode comprend également une torsion de la queue de la maquette.

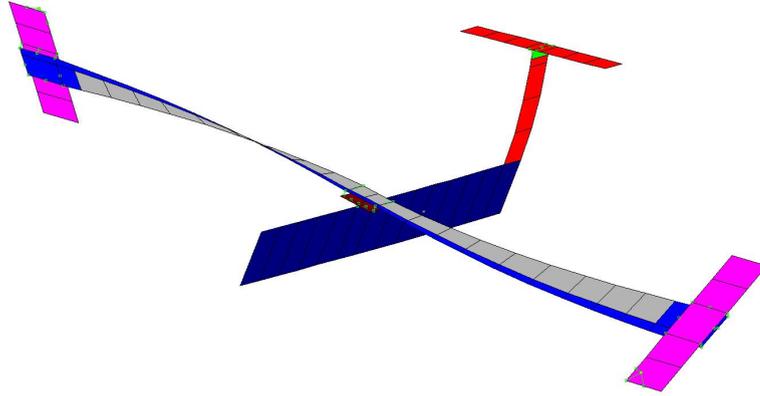


FIGURE 2.16: Cinquième mode de la maquette GARTEUR

2.4/ MÉTHODE BASÉE SUR L'ÉNERGIE DE DÉFORMATION

2.4.1/ CALCUL DE L'ÉNERGIE DE DÉFORMATION

Le calcul de l'énergie de déformation est un des seuls exemples d'analyse de sensibilité qui ne demande pas de définition préliminaire des paramètres. Cette analyse part du principe que les sous-domaines qui ont la plus grande énergie de déformation sont ceux dans lesquels une modification structurale engendrera des variations sur les réponses du système. L'énergie de déformation a également l'avantage de pouvoir être calculée directement après une analyse modale. Ce calcul ne permet pas de savoir quelles sont les grandeurs physiques qui sont les plus influentes. Par contre, ce calcul permet de localiser précisément quelles sont les zones les plus influentes. L'indicateur utilisé est :

$$E_e = \sum_{\nu=1}^m \left\{ \sum_{j \in D_e} U_\nu^T K_j^{ele} U_\nu \right\} \quad (2.33)$$

où U_ν est le vecteur propre du $\nu^{\text{ème}}$ mode, K_j^{ele} la matrice de raideur du $j^{\text{ème}}$ élément, D_e les éléments appartenant au $e^{\text{ème}}$ sous-domaine et m le nombre de modes retenus.

Les résultats présentés sur la figure 2.17 montrent la répartition de la valeur moyenne de l'énergie de déformation sur les cinq premiers modes et on peut observer que les éléments ayant une forte contribution à l'énergie de déformation sont peu nombreux. La valeur de l'énergie élémentaire est moyennée afin de prendre en compte une plage de fréquences d'intérêt. Pour faire le lien avec les méthodes présentées auparavant, ces zones correspondent aux modules d'Young et masses volumiques des première et troisième zones.

Le calcul de l'énergie de déformation est très rapide puisqu'il n'y a pas besoin de définir la densité de probabilité des différents paramètres, cependant les résultats doivent être utilisés

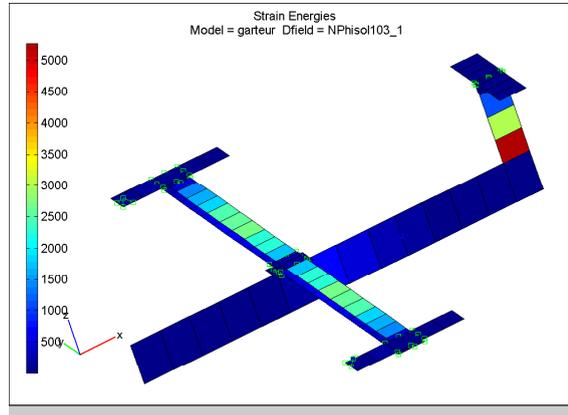


FIGURE 2.17: Energie élémentaire de déformation moyennée sur les cinq premiers modes

avec précaution car ceux-ci dépendent fortement du modèle nominal.

2.4.2/ CALCUL DES INDICATEURS D'HYPERSENSIBILITÉ

L'analyse de sensibilité non-paramétrique permet de s'affranchir de la définition des paramètres. L'approche développée par Soize [19] indique comment perturber un modèle. On factorise les matrices de masse et de raideur grâce à une factorisation de Cholesky ce qui donne pour la matrice de masse par exemple :

$$[M_0] = [L_M]^T [L_M], \quad (2.34)$$

où $[M_0]$ est la matrice de masse du système nominal, $[L_M]$ est une matrice triangulaire supérieure. On modifie les matrices grâce à une matrice aléatoire définie positive $[G]$. Cette matrice a pour valeur moyenne la matrice identité et sa dispersion est contrôlée par un paramètre de dispersion [19]. La matrice perturbée s'écrit alors :

$$[M_1] = [L_M]^T [G] [L_M]. \quad (2.35)$$

Afin de calculer les indicateurs d'hypersensibilité présentés par M. Ouisse [20, 21], il faut que n modes propres de la structure nominale aient été calculés, que les vecteurs propres soient normalisés par rapport à la masse ($U_0^{iT} M_0 U_0^i = 1$). Le résidu permettant de localiser les sous-domaines où le mode propre i de la structure nominale ne vérifie pas correctement les équations de la structure modifiée est :

$$R^i = K_1^{-1} (K_1 - \omega_0^{i2} M_1) U_0^i. \quad (2.36)$$

Ce résidu est homogène à un déplacement et est défini sur chaque nœud du maillage éléments

finis. Sa valeur est nulle si les structures sont identiques et positives ou négatives sinon. Pour considérer la minimisation de ce résidu, il suffit de l'analyser en terme d'énergie afin de pouvoir considérer sa minimisation tout en gardant une signification physique :

$$I^i = R^{iT} M_1 R^i. \quad (2.37)$$

Afin de localiser précisément les zones dans lesquelles les erreurs sont les plus grandes, on calcule la contribution de chaque élément I_e^i à l'énergie totale I^i :

$$I^i = \sum_e I_e^i, \quad (2.38)$$

$$I_e^i = R^{iT} M_1^e R^i \quad (2.39)$$

où M_1^e est la matrice de masse associé à l'élément e .

L'indicateur I_e^i est donc défini pour chaque élément et est positif si les deux structures sont différentes et nul sinon. Cet indicateur peut être moyenné sur une plage de fréquences d'intérêt.

En terme de coût, il y a autant de calculs que de matrices $[M_1]$ générées.

La figure 2.18 présente la valeur de la moyenne et de l'écart-type de l'indicateur pour les cinq premiers modes sur lesquels on constate que les valeurs les plus élevées de l'indicateur se situent au niveau du bout des ailes de la maquette GARTEUR, en effet les cinq premiers modes de la maquette sont principalement localisés au niveau des ailes, ce qui signifie qu'une légère modification des paramètres d'entrée au niveau des ailes provoquerait de fortes variations au niveau des déformées propres de la maquette. Les zones indiquées par l'indicateur correspondent aux modules d'Young et masses volumiques des première, troisième et quatrième zones ce qui correspond bien aux résultats obtenus par la méthode de dérivation au premier ordre (paragraphe 2.2).

2.5/ CONCLUSIONS

Les différentes méthodes d'analyse de sensibilité vues dans ce chapitre sont brièvement résumées dans le tableau 2.2 afin d'avoir un aperçu global de leurs spécificités ainsi que du nombre d'évaluations du modèle nécessaire pour obtenir les indicateurs de sensibilité.

Les méthodes locales (méthode des différences finies et méthodes basées sur le calcul de l'énergie de déformation) dépendent fortement du modèle et ne permettent pas de savoir s'il existe des couplages entre les différents paramètres mais elles sont très faciles à mettre en œuvre car peu coûteuses en terme de calcul et ne nécessitent pas de définir précisément les densités de

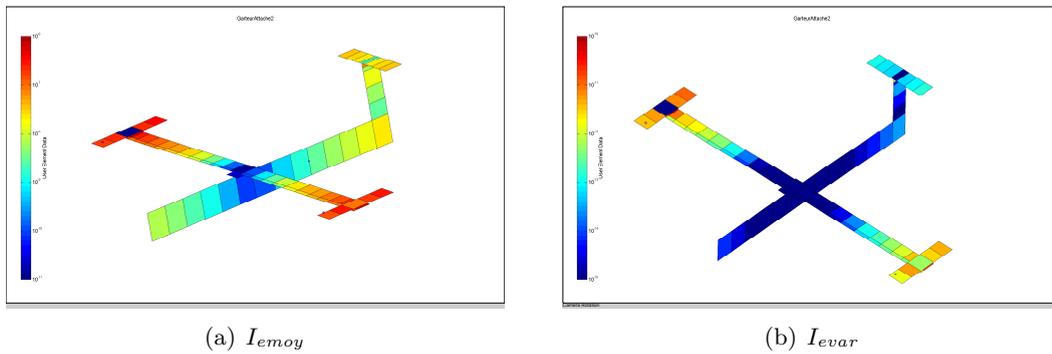


FIGURE 2.18: Moyenne et écart-type de l'indicateur moyenné sur les cinq premiers modes

probabilité des paramètres. Ces méthodes donnent une indication de l'influence d'un paramètre assez rapidement et sont suffisamment fiables dans le cas de modèles simples.

Les méthodes globales permettent de parcourir le domaine de conception étant donné qu'elles sont basées sur des algorithmes d'échantillonnage elles donnent donc des résultats plus intéressants sur l'influence globale des paramètres mais elles sont beaucoup plus coûteuses, en effet selon la taille de l'espace de conception, il faut pouvoir le diviser en suffisamment de niveaux pour être précis, c'est à dire pour pouvoir le parcourir globalement. Cependant s'il y a beaucoup de paramètres en entrée, il peut être utile d'appliquer une méthode telle que celle de Morris afin de pouvoir définir quels sont les paramètres dont il faudra s'occuper plus précisément selon la problématique en question. En effet dans certains cas les paramètres les plus influents ne sont pas les plus intéressants et si leurs valeurs peuvent être fixées et ont peu de chance d'évoluer, leurs influences ne posent pas de problèmes.

La méthode FAST permet quant à elle de définir précisément les effets de chaque paramètre sur les réponses d'intérêt. Comme les autres méthodes d'analyse de la variance, elle est très coûteuse mais elle permet de déterminer l'effet sur les réponses d'une modification quelconque d'un paramètre. Il peut être intéressant de l'utiliser lorsque le nombre de paramètres a été réduit en amont par d'autres méthodes.

Sur le cas-test présenté au cours de ce chapitre, il y a peu de différences sur les résultats obtenus car le modèle et les réponses d'intérêt utilisées sont assez simples mais dans le cas de modèles plus compliqués avec des couplages multi-physiques ou des non-linéarités par exemple, les méthodes donneront des résultats qui peuvent être très différents et donc plus difficile à analyser.

D'autres méthodes permettant d'estimer les indices de sensibilité des paramètres existent telles que la méthode One-At-A-Time [22] qui va évaluer l'influence globale de chaque paramètre indépendamment des autres et donc ne pas prendre en compte les effets de couplage avec un coût

	Coût	Remarques
Méthodes de dérivation au premier ordre	k	Dépend fortement du modèle nominal, ne prend pas en compte les effets de couplage.
Coefficient de corrélation	N_S	Permet d'observer quantitativement l'existence de relations linéaires.
Analyse en Composante Principale	N_S	Permet de limiter le nombre de paramètres en conservant le maximum de variabilité des réponses.
Nuage de points	N_S	Représente les valeurs d'une sortie par rapport à chaque entrée.
Méthode de Morris	$R.(k + 1)$	Permet de savoir si un paramètre a un effet négligeable, linéaire, ou non-linéaire et/ou en interaction avec d'autre(s) paramètre(s).
Méthode GFDF	$k.N_S$	Evalue en différents points de l'espace de conception les dérivées premières, permet de prendre en compte les couplages entre paramètres
Energie de déformation	1	Localisation fine de l'énergie.
Indicateur d'hypersensibilité	N_S	Localisation fine de l'énergie d'hypersensibilité.
Méthode FAST	$k.N_r(2M\omega_{max} + 1)$	Calcul de la valeur des effets principaux et totaux, très coûteux.

TABLE 2.2: Tableau synthétique des différentes méthodes d'analyse de sensibilité, k représente le nombre de paramètres, N_S le nombre d'échantillons, R le nombre de trajectoires, N_r le nombre de ré-échantillonnages M le facteur d'interférence (habituellement 4 ou plus) et ω_{max} la fréquence maximale associée à un paramètre.

en calcul dépendant de la discrétisation de l'espace de conception. Le plan d'expérience factoriel complet [23] qui consiste à évaluer toutes les combinaisons possibles de paramètres permet donc de déterminer l'influence de chaque paramètre mais pour un coût très important, en effet pour k paramètres pouvant prendre n valeurs, le nombre d'évaluations du modèle nécessaire est de n^k . Les indices de Sobol [24] permettent également de déterminer les influences d'un paramètre ou d'un groupe de paramètres grâce à un tirage de Monte Carlo.

Dans le cas du projet CLIC, le but étant de modifier les épaisseurs de tôle de certaines pièces pour diminuer la masse sans dégrader le comportement vibro-acoustique, les paramètres qui nous intéressent sont les moins influents. En effet dans notre cas, les paramètres en entrée sont les différentes épaisseurs de tôle des pièces composant la cabine et les réponses d'intérêt sont différentes réponses permettant de contrôler le comportement vibro-acoustique. Les actions intéressantes pour nous porteront sur les épaisseurs qui n'ont pas ou peu d'influence sur ces

réponses d'intérêt.

L'un des problèmes majeurs dans le cas du projet CLIC est que la stratégie d'optimisation développée doit s'appliquer sur des modèles industriels, il n'est donc pas possible pour des raisons de temps de calcul d'utiliser des méthodes d'analyse de sensibilité nécessitant plusieurs évaluations du modèle. En effet, les méthodes d'analyse de sensibilité nécessitant le moins d'évaluations du modèle ne sont pas suffisamment précises pour permettre de prendre en compte les différents effets de couplage pouvant exister entre les paramètres tandis que les plus précises sont beaucoup trop coûteuses pour être appliquées à un modèle industriel. Le choix des paramètres à modifier au cours de la stratégie itérative développée doit donc se faire à partir de l'évaluation précédente du modèle grâce à des indicateurs tels que celui présenté dans la partie 2.4.1 afin de limiter les temps de calcul. La stratégie développée se doit donc d'être adaptative afin de pouvoir corriger une variable modifiée à tort ou trop fortement.

MÉTHODE D'OPTIMISATION MULTI-OBJECTIFS EN BASSES FRÉQUENCES

Dans la première partie de ce chapitre, des éléments bibliographiques concernant les méthodes d'optimisation sont présentés, le problème d'optimisation qui se pose est ensuite défini dans un deuxième temps. Une méthode d'optimisation de la masse d'une structure couplée à une cavité acoustique en conservant un comportement vibro-acoustique acceptable en basses fréquences est décrite dans la troisième partie.

3.1/ ÉLÉMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

3.1.1/ DÉFINITION DU PROBLÈME

Un problème d'optimisation multi-objectifs est un problème où l'on cherche à optimiser différents objectifs, souvent antagonistes, et sous différentes contraintes, afin de trouver les paramètres optimaux permettant un compromis acceptable entre les différents objectifs. Il peut mathématiquement être représenté de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \min_x f(x) &= [f_1(x), \dots, f_n(x)] \quad n \geq 2 & (3.1) \\ g_j(x) &\leq 0, \quad j = 1, \dots, m \\ h_k(x) &= 0, \quad k = 1, \dots, p \\ x^L &\leq x \leq x^U \end{aligned}$$

où $x = [x_1, \dots, x_l]$ est le vecteur des l variables de conception, f est le vecteur des n fonctions objectifs, g_j et h_k sont les contraintes d'égalité et d'inégalité respectivement et x^L et x^U sont les vecteurs limites de l'espace de conception.

Il s'agit d'un type de problème qui peut-être très fastidieux à résoudre. En effet, la fonction à minimiser est souvent très coûteuse à évaluer selon le nombre et le type d'objectifs à minimiser. Le but principal est de définir une solution globale permettant d'améliorer ces différents objectifs, ce qui dans le cas très courant d'objectifs antagonistes est difficile à obtenir : d'une part parce que l'espace des solutions est non-convexe, c'est-à-dire qu'un minimum local obtenu n'est pas forcément le minimum global de la fonction objectif, d'autre part comme le nombre de variables est important, la notion de "fléau des dimensions" [25] apparaît. Cette notion indique que lorsque l'espace à observer est de très grande dimension, il faut un nombre plus important de données pour pouvoir obtenir une tendance, ce qui rend impossible la recherche exhaustive de solution.

Selon le problème, il n'existe pas nécessairement une solution unique qui minimise toutes les fonctions objectifs simultanément, il peut exister une infinité de solutions représentant différents compromis. Ces solutions forment un front de Pareto qui peut être défini tel que [26] : une solution x^* est optimale au sens de Pareto s'il n'existe pas d'autre solution x telle que $f_i(x) \leq f_i(x^*)$ pour tout i et $f_i(x) < f_i(x^*)$ pour un objectif au moins.

Chaque point du front de Pareto est donc une solution pour laquelle un compromis a été trouvé entre tous les objectifs de manière à ce que l'amélioration d'un des objectifs entraîne une dégradation d'au moins un autre des objectifs. La résolution du problème multi-objectifs consiste donc à obtenir l'ensemble des solutions situées sur le front de Pareto, puis ensuite à choisir la solution la plus satisfaisante pour l'utilisateur.

La figure 3.1 présente un exemple d'espace de solutions admissibles à un problème d'optimisation à deux objectifs. Le front des solutions est représenté par les points de couleur bleu. Ceux-ci sont divisés en deux parties : les points en bleu clair qui font partie du front mais qui indiquent des solutions dominées puisqu'il existe des solutions donnant des valeurs inférieures pour les deux objectifs, et les points en bleu foncé qui forment le front de Pareto puisqu'elles ne sont pas dominées par d'autres solutions.

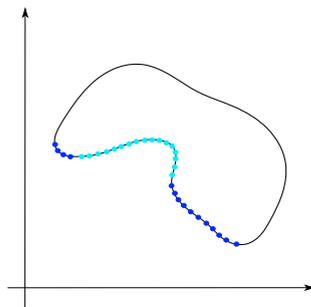


FIGURE 3.1: Exemple de front de Pareto

3.1.2/ GESTION DES OBJECTIFS

Il existe deux types principaux de stratégies pour gérer l'importance apportée à chaque objectif : soit l'importance est gérée a priori, soit a posteriori. Les premières sont plus simples à mettre en œuvre mais nécessitent une certaine expérience de l'utilisateur puisqu'il choisit lui-même l'importance qu'il porte aux différents objectifs avant d'optimiser à proprement parler son modèle tandis que les secondes sont plus fastidieuses à utiliser mais l'utilisateur a suffisamment d'informations pour faire son choix.

3.1.2.1/ GESTION A PRIORI

Lorsque l'importance des objectifs est gérée a priori, le schéma utilisé en général consiste à réduire le vecteur des fonctions objectifs en un scalaire à minimiser. Les objectifs sont donc pondérés par l'utilisateur en fonction de l'importance qu'il donne à chaque objectif. Une des possibilités permettant la réduction du vecteur objectif en scalaire suit l'équation générale suivante :

$$U = \sum_{i=1}^k \omega_i [F_i(x)]^p \quad (3.2)$$

où U est la fonction d'utilité qui est à minimiser, ω le vecteur des poids défini par l'utilisateur tel que $\sum_{i=1}^k \omega_i = 1$ et $\omega > 0$.

La technique la plus couramment utilisée, dans différents domaines, tels que [27, 28] en dynamique des structures, ou [29] en électronique est la somme pondérée. Il s'agit de l'utilisation du schéma de l'équation 3.2 pour $p = 1$:

$$U = \sum_{i=1}^N \omega_i F_i(x). \quad (3.3)$$

Il s'agit d'une méthode très facile à mettre en œuvre mais qui a plusieurs désavantages [26, 30]. En effet pour obtenir des compromis différents, on peut modifier les poids associés à chaque objectif cependant il n'y a aucune manière de savoir a priori quels sont les poids les plus pertinents selon le problème et le front de Pareto obtenu avec ces poids différents ne sera pas uniformément distribué. De plus si le front de Pareto n'est pas convexe, les solutions dans cette partie du front ne seront pas accessibles quels que soient les poids choisis. C'est pourquoi des améliorations ont été proposées [31, 32] afin de déterminer des ensembles de poids permettant de mieux parcourir le front de Pareto qu'il soit convexe ou non.

La méthode de Tchebycheff pondérée [33] est équivalente au schéma de l'équation 3.2 lorsque p tend vers l'infini :

$$U = \max_i \omega_i [F_i(x) - F_i^0] \quad (3.4)$$

où $F_i^0 = \min_x F_i(x)$. Le plus souvent, le problème de minimisation est résolu en ajoutant un paramètre λ tel que :

$$\begin{aligned} & \min_x \lambda & (3.5) \\ & \text{subjected to } U - \lambda \leq 0. \end{aligned}$$

Selon Miettinen [34], cette méthode donne une condition nécessaire à l'obtention de l'ensemble des points du front de Pareto en faisant varier les poids. De plus selon Koski et Silvennoine [35], la méthode donne une condition suffisante pour l'optimalité de la solution si celle-ci est unique.

Dans la méthode lexicographique [36], les objectifs sont minimisés un par un après avoir été rangés par ordre d'importance. La solution du premier problème minimisant le premier objectif devient une contrainte dans la suite. Si x_1^* est la solution du premier problème et f_1^* la valeur de la fonction obtenue, le second problème est la minimisation du second objectif avec toutes les contraintes initiales mais la contrainte $f_1(x) = f_1^* + \delta$ est ajoutée. La procédure est répétée jusqu'à ce que toutes les fonctions aient été traitées. La définition de l'objectif le plus intéressant est donc très importante puisque l'espace des solutions est restreint par les objectifs précédents.

Il existe d'autres schémas permettant de gérer a priori l'importance des objectifs tels que la méthode des produits pondérés [37], la méthode des fonctions objectives bornées où l'objectif le plus important est minimisé tandis que les autres sont utilisés comme contraintes bornées, on peut par exemple citer l'approche $\epsilon - constraint$ [38] ou encore la méthode de but programmé [39, 40, 41], dans laquelle des valeurs scalaires cibles sont imposées à chaque fonction objectif et la somme des écarts des objectifs par rapport à leur cible est minimisée.

Il est difficile de dire laquelle de ces méthodes est la meilleure. En effet selon le problème posé, certaines sont plus simples à mettre en œuvre. En effet si des objectifs peuvent être définis comme une limite supérieure d'un critère particulier, la méthode $\epsilon - constraint$ présente un certain avantage. Dans la plupart des méthodes citées, la difficulté est de pouvoir hiérarchiser convenablement les différents objectifs.

3.1.2.2/ GESTION A POSTERIORI

Plusieurs méthodes permettant de gérer l'importance des objectifs a posteriori ont également été développées telles que la méthode Normal Boundary Intersection (NBI) [42, 43]

qui consiste à obtenir un front de Pareto uniformément distribué en transformant le problème d'optimisation tel que :

$$\min_x \lambda \tag{3.6}$$

$$\Phi\omega + \lambda n = F(x) - F^0$$

où Φ est une matrice carrée de la taille du nombre d'objectifs et dont les colonnes sont les vecteurs $F(x_i^*) - F^0$ avec $F(x_i^*)$ le vecteur objectif évalué au point qui minimise le $i^{\text{ème}}$ objectif, F^0 le point utopique, c'est à dire le point de l'espace des solutions où tous les objectifs sont minimisés, ω est un vecteur de scalaires positifs dont la somme est égale à 1 et $n = -\Phi e$ avec e vecteur colonne composé de 1 appelé vecteur quasi-normal. Ce nouveau problème d'optimisation est appelé $NBI(\omega)$ et est résolu pour différents vecteurs ω pour obtenir une approximation du front de Pareto.

Les différentes valeurs du vecteur ω sont générées grâce à un algorithme qui permet d'explorer l'espace des solutions à partir d'un pas δ constant et de manière à ce que $p = \frac{1}{\delta}$ soit un entier :

- ω_1 peut prendre les valeurs $[0, \delta, 2\delta, \dots, 1]$;
- On définit $m_1 = \frac{\omega_1}{\delta}$, de manière à obtenir $\omega_2 = [0, \delta, 2\delta, \dots, k_2\delta]$ avec $k_2 = \frac{1-\omega_1}{\delta} = p - m_1$;
- De même on définit $m_2 = \frac{\omega_2}{\delta}$ de manière à avoir $\omega_3 = [0, \delta, 2\delta, \dots, k_3\delta]$ avec $k_3 = \frac{1-\omega_1-\omega_2}{\delta} = p - m_1 - m_2$;
- Par récurrence, les ω_j , $j = 2, \dots, n - 1$ prennent leurs valeurs dans $\omega_j = [0, \delta, 2\delta, \dots, k_j\delta]$ avec $k_j = p - \sum_{i=1}^{j-1} m_i$;
- Finalement $\omega_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} \omega_i$.

Les avantages de cette méthode sont qu'elle est assez facilement applicable pour un problème à plus de 2 objectifs, le problème d'échelle des objectifs n'est pas posé, le processus est facilement parallélisable et le front de Pareto est uniformément dessiné. Par contre, cette méthode peut donner des solutions qui ne sont pas forcément optimales au sens de Pareto.

La figure 3.2 présente un exemple d'application de l'algorithme NBI dans le cas de deux objectifs. La figure 3.2(a) définit l'espace des solutions acceptables et les points J_1^* et J_2^* sont les solutions qui minimisent au mieux le premier et le deuxième objectifs respectivement. La figure 3.2(b) indique les différents points issus des valeurs de ω ainsi que la direction vers le point utopique. Enfin, la figure 3.2(c) montre la projection des points sur l'espace des solutions acceptables. En rouge sont indiquées les solutions ne minimisant qu'un seul objectif, en bleu clair les solutions qui sont dominées au sens de Pareto et en bleu foncé les solutions sur le front de Pareto.

La méthode Normal Constraint (NC) [44, 45] est une alternative à la méthode NBI. Son principe est de tout d'abord déterminer le point utopique, afin de normaliser les objectifs. Le point utopique est le point de l'espace des solutions qui minimise tous les objectifs. Il s'agit d'un point qui ne peut être atteint dans le cas où deux objectifs au moins sont contradictoires puis-

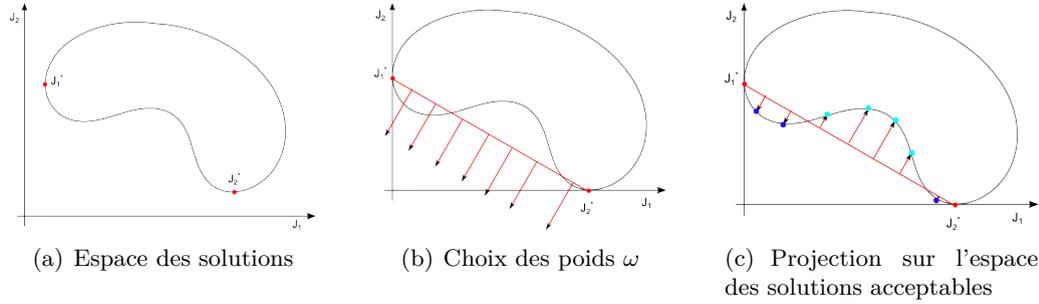


FIGURE 3.2: Fonctionnement de l'algorithme NBI

qu'aucun des deux objectifs ne pourra être atteint totalement. Chacun des points de la fonction objectif normalisée représente les sommets de l'hyperplan utopique. Ensuite cet hyperplan est échantillonné uniformément à partir de combinaison linéaire des sommets. Enfin chacun de ces points est projeté sur le front de Pareto en résolvant un problème mono-objectif non linéaire. Enfin, un filtre de Pareto est utilisé afin d'éliminer les solutions non-optimales.

Les l sous-problèmes ont la forme suivante :

$$\min_x \bar{f}_l(x) \quad (3.7)$$

$$g_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m$$

$$h_j(x) = 0, \quad j = 1, \dots, p$$

$$V_k^T(\bar{F} - Z_\omega) \leq 0 \quad \text{pour } 1 \leq k \leq l - 1 \quad (3.8)$$

où $V_k = (f_n^* - f_k^*)$ représente le vecteur de l'hyperplan utopique obtenu en faisant varier ω vecteur défini tel que $\sum_{i=1}^k \omega_i = 1$ et $\omega > 0$, Z_ω le point de l'hyperplan utopique correspondant au vecteur ω et

$$\bar{f}_i = \frac{f_i - f_i^u}{f_i^{max} - f_i^u} \quad (3.9)$$

avec

$$f_i^u = f_i(x_i^*) \quad f_i^{max} = \max f_i(x_1^*), \dots, f_i(x_n^*) \quad (3.10)$$

où les x_j^* sont les points de l'espace de conception qui minimise le $j^{\text{ème}}$ objectif.

La figure 3.3 présente un exemple d'application de l'algorithme NC dans le cas de deux objectifs. La figure 3.3(a) définit l'espace des solutions acceptables, les points J_1^* et J_2^* sont les solutions qui minimisent au mieux le premier et le deuxième objectifs respectivement et le point J^U le point utopique. La figure 3.3(b) permet de placer le problème dans l'espace réduit des solution ayant pour origine le point utopique. La figure 3.3(c) indique le tracé de l'hyperplan utopique, ici le segment entre les deux objectifs. Enfin, la figure 3.3(d) montre la projection

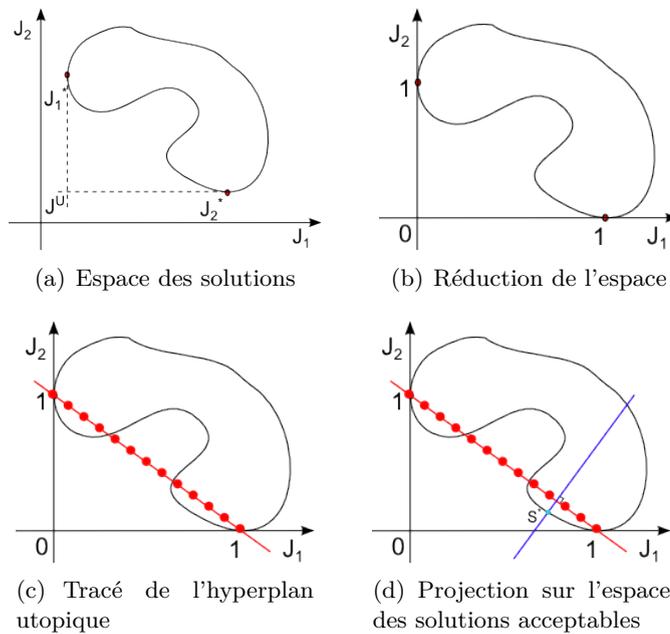


FIGURE 3.3: Fonctionnement de l'algorithme NC

orthogonale des points de l'hyperplan utopique sur l'espace des solutions acceptables. Il faut ensuite appliquer un filtre de Pareto pour retenir les solutions non-dominées.

3.1.2.3/ BILAN

Le problème de la gestion des objectifs est assez complexe. En effet, le choix d'une gestion a priori des objectifs semble plus simple mais nécessite de connaître suffisamment bien les problématiques en questions afin de choisir les bons poids pour chaque objectif dans le cas de la somme pondérée par exemple. Si les méthodes semblent plus simples et plus rapides à mettre en place, c'est qu'il faut maîtriser les différents objectifs à optimiser et la manière de les atteindre. Si le choix de gestion a posteriori des objectifs est fait, la solution qui sera choisie au final correspondra parfaitement aux objectifs définis mais les méthodes permettant ce choix sont difficiles à mettre en place et requièrent un temps de calcul très élevé.

3.1.3/ RÉOLUTION DU PROBLÈME

Il existe différents algorithmes de résolution des problèmes d'optimisation. Ils sont ici classés en deux catégories : ceux développés pour résoudre les problèmes mono-objectifs ou multi-objectifs dont les objectifs sont gérés de manière à transformer le problème en optimisation mono-objectif et les méthodes résolvant directement les problèmes multi-objectifs.

3.1.3.1/ PROBLÈME MONO-OBJECTIF

Les méthodes de gradient sont simples à mettre en œuvre et sont largement utilisées. A partir d'un point de départ x^0 , le gradient de la fonction objectif $\nabla f(x^0)$ est évalué soit analytiquement si la fonction est connue soit numériquement par différences finies. Le gradient donne la direction de la plus grande augmentation de la fonction objectif et l'itération suivante est calculée à partir d'un pas λ dans la direction opposée au gradient :

$$x^{k+1} = x^k - \lambda^k \frac{\nabla f(x^k)}{|\nabla f(x^k)|}. \quad (3.11)$$

λ^k est le pas de déplacement à chaque itération, si celui-ci est fixe, on parle de méthode de gradient à pas prédéterminé. Dans ce cas là, la convergence dépend fortement de la valeur de ce pas et pour obtenir plus de précision, le nombre d'itérations augmente rapidement. La méthode de la plus forte pente est une solution à cet inconvénient puisque le pas est calculé à chaque itération en minimisant la fonction $g(\lambda) = f(x^k - \lambda \nabla f(x^k))$.

La méthode de Nelder Mead [46] est une méthode de recherche directe basée sur le principe des simplexes. Les simplexes sont la généralisation des triangles en dimension n , il s'agit donc de d'objet mathématiques à $n + 1$ sommets en dimension n . Elle permet de résoudre des problèmes d'optimisation mono-objectif sans contrainte. Cette méthode ne nécessite pas de connaître des informations sur la dérivée de la fonction à minimiser. Elle est basée sur la modification d'un simplexe de base jusqu'à la convergence. Il y a quatre types de transformation possible : la réflexion, le rétrécissement, l'expansion et la contraction qui permettent de modifier la taille et la forme du simplexe.

Le simplexe de base est composé de $n + 1$ sommets dans \mathbb{R}^n , notés x_0, x_1, \dots, x_n , avec n le nombre de paramètres tels que $f(x_0) \leq f(x_1) \leq \dots \leq f(x_n)$. A chaque itération, les points sont ordonnés puis un point du simplexe est éliminé et un autre est ajouté en appliquant les transformations dans l'ordre cité précédemment. Pour chaque transformation, si le point obtenu est meilleur que le pire précédent, l'itération se termine. Toutes ces transformations ne génèrent qu'un seul point sauf celle de rétrécissement qui consiste à ne conserver que le meilleur point pour générer un nouveau simplexe.

Les premiers algorithmes génétiques ont été développés dès le début des années 1960 par Holland [47], basée sur le mouvement cybernétique [48], puis améliorés et appliqués dans plusieurs domaines dans les années 1980 [49, 50, 51, 36].

Il s'agit d'une technique d'optimisation basée sur le principe de la sélection naturelle. Le principe est de sélectionner les meilleurs éléments d'une population (c'est à dire ceux qui minimisent la fonction objectif) et de les faire évoluer pour qu'ils remplacent les membres de la

population qui sont moins bons.

Chaque membre de la population est appelé chromosome, puis des étapes de croisements et de mutations permettent de créer de nouveaux chromosomes normalement plus efficaces. Une étape de sélection comparant les chromosomes permet d'éliminer les membres les moins bons. Ces étapes sont répétées jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt, basé sur une tolérance ou un nombre d'itérations par exemple, soit atteint. Différents opérateurs peuvent permettre d'effectuer les étapes de croisement et de mutation, comme par exemple une simple combinaison linéaire des meilleurs éléments pour l'étape de croisement.

Il s'agit d'une méthode flexible applicable dans de nombreux cas puisque les problèmes à variables discrètes ou continues sont gérées. Il n'est pas nécessaire d'avoir des informations sur la dérivée de la fonction objectif, qui peut être continue ou non. Cependant, le coût de calcul peut rapidement devenir très élevé dans le cas de problèmes avec contraintes.

La méthode de recuit simulé, développée par Kirkpatrick [52, 53] est une méthode inspirée par les métallurgistes qui cherchent à obtenir un état de solide bien ordonné avec une énergie minimale. L'équivalent de l'énergie est dans le cas de problème d'optimisation la fonction objectif. Le principe de la méthode est issu de la physique statistique qui indique lors de d'expérience que seul le comportement le plus probable est observé lors de l'équilibre thermique. La description de l'état du solide est faite par la position des atomes $\{r_i\}$ et par la probabilité que cette configuration existe $e^{\frac{-E(\{r_i\})}{k_B T}}$ où $E(\{r_i\})$ est l'énergie de la configuration, k_B la constante de Boltzmann et T la température.

A chaque itération de l'algorithme, l'un des atomes est déplacé (une variable de conception est modifiée), ce qui provoque une modification ΔE de l'énergie. Si $\Delta E \leq 0$ alors la nouvelle configuration est acceptée et la procédure passe à l'itération suivante. Si $\Delta E > 0$, la probabilité que cette configuration soit acceptée est de $e^{\frac{-\Delta E}{k_B T}}$. Un nombre est tiré aléatoirement dans l'intervalle distribué uniformément $[0, 1]$. Si la probabilité obtenue est inférieure à ce nombre, la configuration est acceptée et devient le point de départ de l'itération suivante, sinon c'est la configuration précédente qui est conservée pour la prochaine itération. Dans le cas du problème d'optimisation, la température est un paramètre de contrôle de la même unité que la fonction objectif. Il faut d'abord commencer le processus avec une température élevée puis la diminuer jusqu'à ce que le système se stabilise. La recherche de l'état le plus stable pour différentes températures est assimilée à un schéma de recuit.

Des fonctions utilisées couramment dans la physique statistique permettent de savoir si le problème est proche de la convergence. En effet la chaleur spécifique $C(T)$ peut être utilisée dans cette optique : si sa valeur est élevée, cela indique que le système commence à se stabiliser

et qu'il faut diminuer la température plus lentement. La chaleur spécifique s'écrit :

$$C(T) = \frac{d \langle E(T) \rangle}{dT} = \frac{[\langle E(T)^2 \rangle - \langle E(T) \rangle^2]}{k_B T^2} \quad (3.12)$$

avec $\langle E(T) \rangle$ la moyenne de l'énergie donnée par :

$$\langle E(T) \rangle = \frac{-d \ln Z}{d(1/k_B T)} \quad (3.13)$$

où $\ln Z$ est l'énergie libre qui peut être obtenue en sommant toutes les configurations possibles :

$$Z = \sum e^{\frac{-E}{k_B T}}. \quad (3.14)$$

Il s'agit tout de même d'une méthode très coûteuse en termes de calculs, notamment à cause du choix des différentes températures utilisées.

La méthode de recherche Tabou développée par Glover [54, 55, 56] est une amélioration des méthodes de recherche de minimum existantes alors qu'elles étaient simplement des méthodes itératives qui convergeraient vers un optimum local. La recherche tabou permet elle de continuer les recherches malgré la présence d'un minimum local en utilisant une mémoire appelée liste tabou.

Lors d'une itération, l'ensemble des points du voisinage du point de départ, défini comme l'ensemble des points obtenus par la modification élémentaire d'un seul des paramètres, est observé et le point minimisant la fonction objectif est choisi comme futur point de départ même s'il est moins performant que le point de départ. Ce dernier point est mis en mémoire dans la liste tabou interdisant le mouvement de retour l'itération suivante, afin que la méthode n'entre pas dans un cycle entre plusieurs points. Cette liste contient donc les meilleures configurations obtenues lors des étapes précédentes. La procédure s'arrête au bout d'un nombre d'itérations ne permettant plus d'améliorer la fonction objectif.

La méthode a été améliorée par Chelouah et Siarry [57], en ajoutant une étape de diversification permettant de déterminer quelles zones de l'espace de recherche sont les plus prometteuses et une étape d'intensification permettant une recherche plus précise dans ces zones.

Beaucoup d'autres méthodes permettant la résolution de problème mono-objectif ont été développées parmi lesquelles on peut citer les algorithmes d'essaim particuliers [58, 59] et les algorithmes de colonies de fourmis [60, 61] basés tous deux sur l'organisation efficace de membres limités, puisque dans ces deux méthodes, chaque membre permet la recherche globale grâce à ses connaissances locales et les membres convergent tous vers la solution globale.

3.1.3.2/ PROBLÈME MULTI-OBJECTIFS

Comme défini précédemment, dans le cas de résolution de problème multi-objectifs, il est quasiment impossible d'obtenir le point utopique, c'est à dire le point de l'espace de conception qui minimise tous les objectifs et il faut alors rechercher un ensemble de solutions non-dominées qui forment le front de Pareto. C'est pourquoi les approches méta-heuristiques se sont également développées dans la résolution de problèmes multi-objectifs en utilisant pour la plupart des schémas de classement des variables au sens de Pareto. La plupart de ces méthodes sont des extensions des algorithmes cités dans la partie précédente [62, 63]. Une approche méta-heuristique est un algorithme d'optimisation permettant de prendre en compte un nombre important de variables et d'objectifs [64]. Ces approches sont indépendantes du problème traité et peuvent donc être appliquées dans tous les types de recherche d'optimum global. Ces méthodes parviennent toujours à trouver une solution au problème posé mais dans un temps de calcul qui peut être très important. La notion d'efficacité des méta-heuristiques est principalement liée à deux objectifs antagonistes, la vitesse, souvent rapportée au nombre d'itérations nécessaire, et la précision, c'est-à-dire la distance entre l'optimum obtenu et l'optimum réel qui n'est pas forcément connu. Afin de limiter ces temps de calcul, des critères d'arrêt sont mis en place, comme par exemple un nombre d'itération maximum ou une tolérance sur les valeurs des objectifs.

La méthode VEGA (Vector Evaluated Genetic Algorithm) proposée par Schaffer [65] est une extension des algorithmes génétiques classiques. La différence avec ceux-ci est effectuée lors de l'étape de sélection de la population à muter. Ce n'est plus un sous-groupe de la population qui est choisi mais autant de sous-groupes qu'il y a d'objectifs choisis avec la notion de domination au sens de Pareto afin de conserver des individus présentant des intérêts pour les différents objectifs. Les résultats sont bons si le front de Pareto est convexe, mais dans le cas contraire, les solutions obtenues peuvent minimiser principalement un objectif au détriment des autres. Dans tous les cas, l'utilisation de cet algorithme requiert un très fort coût en calcul.

Fonseca [66, 67] a développé différents outils permettant de modifier les algorithmes génétiques afin que ceux-ci puissent rechercher des solutions aux problèmes multi-objectifs sans utiliser les fonctions d'utilité permettant de réduire les objectifs à un scalaire. Il propose ainsi de classer les individus de chaque génération selon le nombre de solutions qui les dominent. Ce classement donne donc des groupes de solutions différentes d'une efficacité semblable. Ensuite un même nombre de descendants possibles est assigné aux individus d'un même groupe, le plus élevé pour les groupes de rang minimum. Pour éviter que tous les individus convergent vers la même solution, un paramètre permettant de pénaliser les groupes de solutions similaires est ajouté limitant le nombre de descendants possible. Les individus isolés sont donc privilégiés afin d'explorer au mieux le front de Pareto.

Reyes-Sierra [68, 59, 69], présente les caractéristiques des algorithmes d'essais particuliers développés pour résoudre directement les problèmes multi-objectifs. Il s'agit de définir et de

mettre à jour plusieurs leaders à la place d'un seul et de réussir à créer de nouvelles solutions aussi efficaces ou meilleures que les solutions initiales. Les leaders sont donc définis comme étant toutes les solutions non dominées et leur qualité est définie par la présence d'autres solutions aux alentours. Dans certains cas, c'est le rayon de l'hypersphère de centre le leader et de rayon la solution la plus proche. Ainsi comme précédemment les solutions isolées sont avantagées. De même, pour mettre à jour efficacement les positions des particules, il est plus avantageux d'utiliser un schéma totalement connecté, plus rapide pour transmettre l'information plutôt que des schémas de type meilleur local ou en arbre car leur utilisation implique que l'information est transmise seulement entre chaque voisin. Le problème étant que c'est la diversité qui n'est plus avantagée avec ce schéma. La diversité peut elle être améliorée avec l'utilisation d'un terme d'inertie W dans l'équation de mise à jour de la vitesse particulaire. Ce terme d'inertie permet de contrôler l'importance des vitesses particulières obtenues à l'itération précédente. Un coefficient élevé permet une exploration plus globale. Il a donc été proposé de diminuer la valeur de ce facteur au cours de la procédure. L'idée de rajouter un paramètre de turbulence dans le cas où un groupe nombreux de particules stagne autour d'une solution pour augmenter la diversité est utilisée dans certains cas.

Ces méthodes permettent à chaque fois de trouver les solutions optimales recherchées mais peuvent être difficiles à mettre en œuvre car elles requièrent beaucoup de temps de calculs et sont donc peu utilisées lorsque le problème comporte un très grand nombre de variables ou que le modèle à optimiser prend lui-même beaucoup de temps à être analysé.

3.2/ PRÉSENTATION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION VIBRO-ACOUSTIQUE EN BASSES FRÉQUENCES

Les problèmes d'optimisation de la masse d'une structure sous contraintes sont devenus des enjeux importants. En effet la diminution de la masse d'une structure tout en conservant le comportement voulu de celle-ci permet de réduire les coûts de fabrication (moins de matière) de ces structures et ainsi de les rendre plus compétitives sur le marché mais également de réduire leur impact sur l'environnement par une réduction de la consommation dans le transport notamment, objectif qui devient de plus en plus important depuis quelques années.

Le fait de réduire la masse des structures entraîne une augmentation des niveaux vibratoires des zones dont la masse a été modifiée ce qui provoque également une augmentation du niveau acoustique dans la cabine. C'est pourquoi, afin de limiter la dégradation des performances NVH (Noise, Vibration and Harshness) de ces structures, des critères portant sur ces problématiques de vibration et d'acoustique sont donc mis en place permettant d'obtenir une masse minimale de la structure en conservant un comportement vibro-acoustique acceptable.

Ainsi plusieurs études ont été menées dans ce sens dont celles de Marburg et Hardtke [70, 71, 72] dans lesquelles les auteurs agissent sur la topologie même de la structure afin de mi-

nimiser le bruit émis par les vibrations de la structure en modifiant sa raideur tout en contrôlant la masse totale. Le but ici n'est pas de diminuer la masse mais de limiter son augmentation. La recherche de design optimal basée sur la topologie est très efficace pour les études sur l'acoustique structurelle de modèles composés d'éléments coques représentant de grandes membranes tels que les toits de voiture. Mais la paramétrisation de ces modèles peut rapidement devenir laborieuse dans le cas de structures plus complexes, le nombre de variables de conception devenant trop important. De plus la modification de la position des nœuds du maillage éléments finis peut devenir difficile à gérer selon les méthodes de calculs utilisées, en effet si la méthode des coefficients d'influence est appliquée, leurs valeurs dépendent du maillage et doivent donc être recalculées à chaque itération. Ces études se concentrent sur des pièces en particulier d'une structure globale. Dans leur étude, Jang et al. [73] cherchent à minimiser la souplesse d'une structure et à maximiser la première fréquence de torsion de celle-ci tout en imposant que sa masse soit inférieure ou égale à celle du modèle initial en agissant d'une part sur la topologie de la structure mais également sur les épaisseurs de différentes zones.

On peut également citer les études [74, 75, 76, 77, 78, 79] dans lesquelles le but est à chaque fois de minimiser la masse d'une ou plusieurs pièces d'une structure globale en agissant sur les épaisseurs de différentes zones en contrôlant certains paramètres tels qu'une amplitude de déplacement maximum [77], ou un critère de défaillance [78].

La méthodologie développée dans ce chapitre cherche, elle, à minimiser la masse de la structure globale tout en contrôlant son comportement vibro-acoustique sur une bande de fréquence dans laquelle la structure et sa cavité ont un comportement modal.

La difficulté principale de cette stratégie d'optimisation réside dans le fait qu'il existe beaucoup de sous-parties différentes dans l'architecture de la cabine ce qui revient à traiter un grand nombre de variables simultanément. Une méthode de type méta-heuristique semble donc plus adaptée à ce problème. Le but sera de chercher les valeurs des variables permettant de trouver un compromis satisfaisant entre la masse de la cabine et ses performances vibro-acoustiques puisque le fait de diminuer la masse de certaines parties de la cabine entraîne une dégradation de ses performances.

Les cabines de camions sont composées de plusieurs pièces dont la plupart sont fabriquées à partir de tôles d'épaisseurs différentes. Ce sont sur les épaisseurs de ces pièces que la méthode d'optimisation se propose d'agir. En effet, les modèles éléments finis représentant les pièces de ces cabines sont composés d'éléments de type plaque. Les variables qui seront retenues pour la stratégie d'optimisation seront donc les épaisseurs de ces tôles.

Une autre difficulté de la stratégie d'optimisation développée est que la diminution des épaisseurs de certaines zones peut modifier le comportement de zones de la cabine qui ne sont pas modifiables telles que les zones représentant les différentes vitres de la cabine. Il est donc nécessaire de définir également des indicateurs pour ces zones afin que leur comportement ne

soit pas dégradé.

De même les modèles à optimiser sont composés d'un grand nombre de degrés de liberté et il faut donc définir un ensemble de nœuds de contrôle représentant chaque zone.

Dans notre cas, la fonction objectif à minimiser est donc :

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N_z} x_i S_i \rho_i \quad (3.15)$$

où f est la masse totale de la cabine, S_i et ρ_i la surface des éléments et la masse volumique du matériau inchangés au cours de la procédure composant la $i^{\text{ème}}$ zone et $x = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_{N_z}]$ représente le vecteur des N_z épaisseurs, c'est-à-dire ici les variables du problème.

Comme la bande de fréquence est choisie de manière à ce que le comportement de la structure reste modal, le contrôle du comportement vibro-acoustique est réalisé à partir de paramètres aisément accessibles après une analyse harmonique de la structure. Les paramètres choisis dans notre cas sont la contrainte mécanique élémentaire maximale, l'amplitude de déplacement nodal maximal et l'énergie de déformation maximale pour chaque zone définie. Ces paramètres servent de contraintes lors de l'optimisation de la masse :

$$g_1(e) = \sum_{\nu=1}^N y_{\nu}^T K^e y_{\nu} - E^{\text{seuil}} \leq 0, \quad (3.16)$$

où $g_1(e)$ représente la contrainte sur l'énergie de déformation de la zone e qui ne doit pas dépasser une valeur seuil E^{seuil} autorisée, y_{ν} désigne le vecteur propre du $\nu^{\text{ème}}$ mode, N le nombre de modes présents dans la bande de fréquence et K^e la matrice de raideur restreinte à la $e^{\text{ème}}$ zone,

$$g_2(e) = \max_x \sigma^e - \sigma^{\text{max}} \leq 0, \quad (3.17)$$

où $g_2(e)$ représente la contrainte en contrainte mécanique élémentaire sur la zone e définie de façon à ce qu'elle ne dépasse pas une valeur maximale fixe σ^{max} , σ^e représente le maximum des contraintes mécaniques équivalentes de Von Mises élémentaires de la zone e , $\sigma^e = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\sigma_{xy}^2}$,

$$g_3(e) = \max_x u^e - u^{\text{max}} \leq 0, \quad (3.18)$$

où u^e représente les amplitudes de déplacements nodaux de la zone e , et u^{max} l'amplitude de déplacement nodal maximale autorisée.

Ces trois fonctions contraintes sont définies pour chaque zone, que leurs épaisseurs soient modifiables ou non, puisque les zones dont l'épaisseur n'est pas modifiable peuvent être affectées

par la réduction des épaisseurs de zones adjacentes. Les valeurs des seuils sont différentes selon le matériau utilisé pour chaque zone. Enfin pour contrôler le niveau de bruit dans la cavité acoustique de la cabine, une dernière fonction contrainte est définie :

$$g_4 = \max_x p_{dB} - p_{max} \leq 0, \quad (3.19)$$

où p_{dB} correspond à la pression dans la cavité acoustique en dB et p_{max} le niveau de bruit maximum autorisé.

Dans notre cas, il n'y a pas de limite spécifique pour les valeurs des différentes épaisseurs puisque l'objectif de minimiser la masse tend à les diminuer tandis que le respect des différentes fonctions contraintes va permettre de limiter cette baisse. Cependant, la seule contrainte pour ces épaisseurs est qu'elles restent strictement positives dans le cas où une zone aurait très peu d'influence et pourrait disparaître.

3.3/ MÉTHODOLOGIE D'OPTIMISATION DE LA MASSE SOUS CONTRAINTES

3.3.1/ PRINCIPE

Le principe de la méthodologie est de déterminer à chaque itération quelles sont les épaisseurs les moins influentes sur le comportement vibro-acoustique de la cabine. Pour ce faire, des indicateurs de prise de décision basés sur les fonctions contraintes décrites dans la première partie sont définis. Ces indicateurs vont permettre de comparer les épaisseurs entre elles grâce à des valeurs adimensionnelles. Ensuite un algorithme de classement est mis en place, puis en se basant sur ce classement, une stratégie d'action sur les épaisseurs est appliquée permettant de diminuer ou d'augmenter les épaisseurs selon le besoin. De plus si une fonction contrainte n'est plus vérifiée, la méthode est adaptative et peut donc se corriger.

Un organigramme de la procédure est indiqué sur la figure 3.4 et peut être résumé de la manière suivante :

1. Préparation du modèle, création des zones par groupes d'éléments de mêmes épaisseurs grâce aux cartes PSHELL du logiciel NASTRAN. Définition des paramètres tels que le nombre maximum d'itérations.
2. Analyse modale pour permettre de définir les nœuds de contrôle de la procédure.
3. Analyse harmonique afin de définir les seuils (valeurs maximales acceptées) des fonctions contraintes.
4. Calcul des indicateurs et classement des variables de conception (épaisseurs) selon leurs valeurs.
5. Augmentation ou diminution des épaisseurs selon le classement.

6. Mise à jour du modèle avec les nouvelles valeurs des épaisseurs.
7. Analyse harmonique avec les nouvelles valeurs des épaisseurs.
8. Si le design ne peut plus être amélioré ou que l'un des critères d'arrêt est atteint, une analyse est effectuée avec les dernières valeurs des variables acceptables et la procédure s'arrête. Sinon retour au point 4.

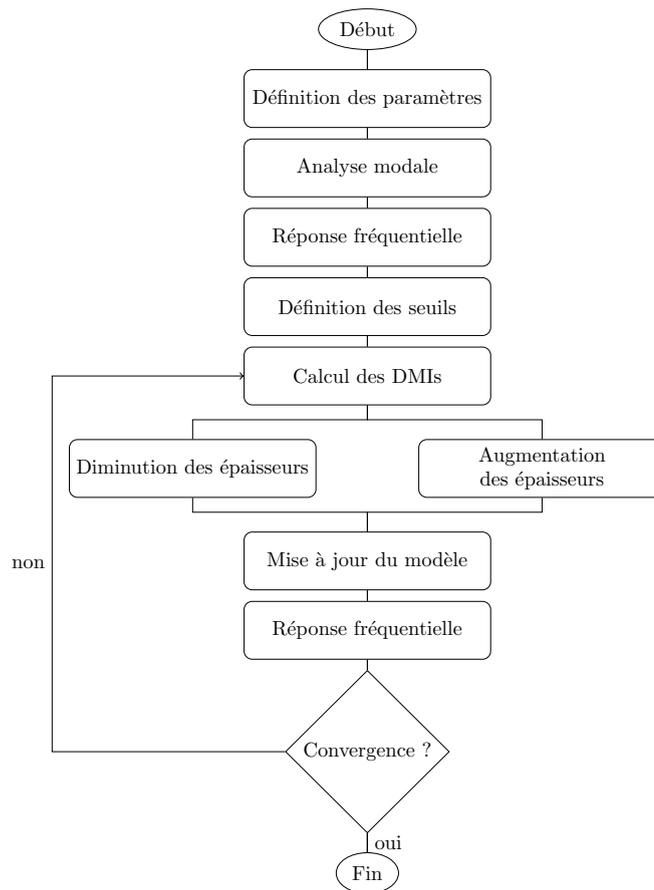


FIGURE 3.4: Organigramme de la stratégie d'optimisation

Les différentes étapes de la procédure sont décrites plus précisément dans les paragraphes suivants.

3.3.2/ INDICATEURS DE PRISE DE DÉCISION

Les indicateurs de prise de décision (DMI) sont des outils permettant de classer un groupe de variables de conception selon leur influence sur les objectifs définis. Il existe deux types de DMI :

- Les indicateurs a priori : ces indicateurs sont en général faciles à évaluer et assez efficaces. Leur but est de prédire en avance et sans modification l'influence de l'évolution de la variable de conception. Ces indicateurs sont pour la plupart évalués pour toutes les variables avec une seule analyse numérique et sont en général basés sur des données telles que les énergies, ou les efforts.
- Les indicateurs a posteriori : ces indicateurs sont évalués après la modification de la structure et sont donc beaucoup plus coûteux à évaluer ; en effet pour évaluer l'influence de chaque variable, il faut effectuer au moins autant d'analyses que de variables. Par contre les résultats obtenus sont beaucoup plus fiables, puisqu'on a immédiatement accès à l'effet de la modification de la variable.

Dans notre cas, le nombre de variables étant important et la stratégie proposée étant itérative, il est nécessaire d'adopter des indicateurs évaluant a priori l'influence de chaque variable pour ne pas avoir un nombre d'itérations trop élevé. C'est pourquoi les indicateurs présentés ici sont définis à partir des contraintes de conception définies précédemment.

Les DMIs d'une zone ne sont pas seulement dépendants de la zone à laquelle ils sont liés, ils sont également influencés par les autres zones de la structure. En effet des phénomènes de couplage entre les différentes variables du problème apparaissent et la modification d'une zone peut entraîner une augmentation des DMIs d'autres zones.

Le premier indicateur de prise de décision est inspiré de la thèse de Qamar I. Bhatti [80], il s'agit de l'énergie de déformation de chaque zone multipliée par la masse de la zone sur la masse totale de la cabine :

$$I_1(e) = \sum_{\nu=1}^N y_{\nu}^T K^e y_{\nu} \frac{m_e}{m_{tot}} \quad (3.20)$$

où $I_1(e)$ est l'indicateur de la zone e , m_e la masse de la e^e zone et m_{tot} la masse totale de la cabine, y_{ν} le vecteur propre du $\nu^{\text{ème}}$ mode, K^e la matrice de raideur restreinte à la $e^{\text{ème}}$ zone.

Les deux autres indicateurs sont directement issus des fonctions contraintes définies précédemment et sont donc la contrainte mécanique maximale élémentaire et le déplacement nodal maximal de la zone :

$$I_2(e) = \max_x \sigma^e, \quad (3.21)$$

$$I_3(e) = \max_x u^e, \quad (3.22)$$

où σ^e sont les contraintes mécaniques élémentaires maximales et u^e est le vecteur des déplacements nodaux de la $e^{\text{ème}}$ zone.

Afin de pouvoir comparer les valeurs de ces indicateurs de prise de décision, ceux-ci sont normés par leurs valeurs nominales maximales $I_i^{\text{nom}} = \max_e I_i(e)$:

$$DMI_i(e) = \frac{I_i(e)}{I_i^{\text{nom}}}. \quad (3.23)$$

Ainsi les variables de conception ayant le moins d'influence sont celles dont les 3 DMIs sont les plus faibles.

3.3.3/ ALGORITHME DE CLASSEMENT

Pour classer les variables de conception grâce aux DMI, l'algorithme de classement des individus de la méthode Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA) [81] est utilisé. Cet algorithme permet de classer au sens de Pareto des données, et ainsi créer différents fronts d'optima non-dominés. Il s'agit de classer de manière rapide une population selon différents critères, en comparant chaque individu par rapport aux autres. Ce classement est effectué grâce à la notion de domination au sens de Pareto. Un individu $\mathbf{x} = (DMI_i(x))$ est dominé au sens de Pareto par un $2^{\text{ème}}$ individu $\mathbf{y} = (DMI_i(y))$ si

$$\forall i, DMI_i(x) \leq DMI_i(y) \text{ et } \exists i, DMI_i(x) < DMI_i(y). \quad (3.24)$$

Les membres d'un même front ne sont pas comparables entre eux puisqu'aucun ne domine ou est dominé par un autre, c'est-à-dire que chacun a au moins un objectif pour lequel il est meilleur et un second pour lequel il est moins performant qu'un autre membre.

Dans notre cas, le but est de diminuer les variables dont les DMIs sont les plus faibles. Une variable en dominera donc une autre si ses DMIs sont globalement plus faibles et la notion de domination est donc inversée, une variable x_j domine la variable x_k si :

$$\forall i, DMI_i(x_j) \leq DMI_i(x_k) \text{ et } \exists i, DMI_i(x_j) < DMI_i(x_k). \quad (3.25)$$

L'algorithme permettant de classer les variables peut se résumer de la façon suivante :

- Pour chaque individu, deux paramètres sont évalués : n_i le nombre d'individus qui domine l'individu i et S_i l'ensemble des individus dominés par i . Ces deux paramètres sont obtenus grâce à l'équation 3.25.
- Les individus ayant un n_i nul sont classés dans un premier front.
- Pour chaque membre j du front obtenu, les n_j associés aux S_j sont diminués de 1.
- Les membres dont le n_j devient nul forment le second front.
- La procédure est répétée jusqu'à ce que tous les individus appartiennent à un front.

Cet algorithme de classement est donc totalement lié au choix des DMIs. Il faut alors que ceux-ci décrivent précisément le comportement vibro-acoustique de la structure afin de classer les variables de conception au mieux. L'efficacité de l'algorithme complet est ainsi conditionné par ce choix de DMIs.

Un exemple de classement est donné figure 3.5 à partir d'un nuage de points simulés arbitrairement représentant les valeurs de deux DMIs. Dans ce cas également l'objectif est de minimiser les deux DMIs.

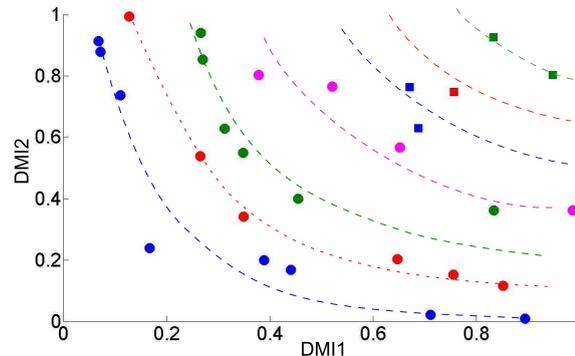


FIGURE 3.5: Exemple de classement de l'algorithme NSGA

Ainsi, on peut observer que les points appartenant au 1^{er} front (indiqués en ronds bleus), ne sont pas comparables entre eux, chacun est meilleur sur l'un des deux DMIs et moins bon sur l'autre. Les autres points sont eux dominés par au moins un point de ce premier front.

Dans ce cas, une action sur les variables représentées par ce front entrainera le moins de dégradation des performances associées aux indicateurs. Les fronts indiqués en pointillés sont seulement dessinés pour indiquer schématiquement la forme des fronts, ils n'ont pas de signification réelle.

La critique qui peut être faite sur cet algorithme de classement dans notre cas est que

certaines individus peuvent faire partie du premier front mais causer une forte dégradation d'un des objectifs. En effet, certains individus du premier front peuvent avoir une très faible valeur pour l'un des DMIs et une valeur élevée pour d'autres ce qui peut être préjudiciable pour le bon fonctionnement de la procédure d'optimisation. Comme on peut l'observer sur la figure 3.5, il y a des individus qui ont une valeur proche de 0 pour l'un des deux DMIs et proche de 1 pour le second. Ces individus risquent de causer une dégradation notable des performances visées bien qu'ils fassent partie du premier front. Il est donc nécessaire que la procédure soit adaptative.

3.3.4/ STRATÉGIE D'ACTION SUR LES VARIABLES ET ADAPTATIVITÉ

Maintenant que les différentes variables de conception sont classées et que nous savons lesquelles peuvent être diminuées ou augmentées, différentes stratégies d'action sont possibles.

Dans notre cas, la stratégie choisie est de diminuer les épaisseurs des trois premiers fronts définis par l'algorithme de classement de la méthode NSGA de trois valeurs différentes et décroissantes. Si nécessaire, les épaisseurs qui dégradent trop le comportement vibro-acoustique de la structure sont augmentées d'une valeur identique à celle choisie pour la diminution du troisième front. Les épaisseurs sélectionnées dans le premier front sont donc celles dont la diminution est la plus importante. A chaque itération, les épaisseurs modifiées sont marquées de manière à savoir lesquelles doivent être ré-augmentées si nécessaire.

A chaque itération, les fonctions contraintes sont calculées à partir des valeurs des épaisseurs obtenues lors de l'itération précédente. Si une des fonctions contraintes n'est plus vérifiée, aucune des épaisseurs n'est diminuée à partir de cette itération et jusqu'à ce que les corrections apportées permettent à nouveau de vérifier ces fonctions contraintes.

En effet, la réduction de certaines épaisseurs peut entraîner une forte dégradation du comportement vibro-acoustique de la structure soit localement sur la zone dont l'épaisseur a été réduite, soit sur d'autres zones. Il est donc nécessaire que dans ce cas une action soit prise afin de limiter ces dégradations, c'est pourquoi la méthode proposée est adaptative.

Dans le cas où la réduction d'une épaisseur entraînerait une dégradation conséquente du design, c'est-à-dire qu'une des fonctions contraintes n'est plus vérifiée, différentes stratégies sont possibles :

- Soit la procédure s'arrête et le dernier design vérifiant les fonctions contraintes est validé,
- Soit la procédure continue et les diminutions ayant causé la violation des fonctions contraintes sont modifiées.

Afin d'obtenir le meilleur design possible, la seconde option est préférable et les variables ayant causé la violation des fonctions contraintes sont ré-augmentées lors de l'itération suivante. Lorsque le design vérifie de nouveau les fonctions contraintes, les épaisseurs qui ont violé ces contraintes ont alors peu de chance de se trouver à nouveau dans les fronts de Pareto candidats à une diminution, les valeurs de leur DMIs ayant augmenté.

C'est pourquoi un autre paramètre est défini pour la procédure, n_{inv} qui permet de contrôler le nombre de designs non-valides d'affilés. Ce compteur est donc incrémenté à chaque design non validé et est remis à zéro lorsqu'un nouveau design vérifie les fonctions contraintes. Lorsque ce paramètre atteint la valeur maximum fixée par l'utilisateur, la procédure s'arrête et le dernier design vérifiant les fonctions contraintes est validé.

La valeur définie pour une ré-augmentation des épaisseurs ayant trop dégradé le comportement vibro-acoustique de la structure est inférieure ou égale à celle choisies pour leur diminution. En effet, si ces épaisseurs sont classées dans l'un des fronts par l'algorithme de classement de la méthode NSGA, c'est que leur influence sur le comportement vibro-acoustique le permettait mais que la diminution est trop importante et donc à nuancer. Si le paramètre n_{inv} est bien choisi, il n'y aura pas d'influence sur le résultat final.

Selon la fonction contrainte qui n'est plus vérifiée, les épaisseurs ré-augmentées ne sont pas les mêmes. En effet dans le cas où la fonction contrainte non-vérifiée est l'une des contraintes mécaniques élémentaires maximum ou l'un des déplacements nodaux maximum, seule l'épaisseur associée à la zone en question est ré-augmentée. Dans le cas où il s'agit d'une fonction contrainte portant sur l'énergie de déformation, de celle portant sur la pression maximale dans la cavité ou une des fonctions contraintes associées à une zone dont l'épaisseur ne peut pas être modifiée, toutes les variables diminuées lors de l'étape précédente sont ré-augmentées. Dès que l'augmentation d'une épaisseur est nécessaire, le paramètre n_{inv} est incrémenté.

3.3.5/ CHOIX DES POINTS DE MESURE

Comme il n'est pas possible pour des raisons de temps de calcul de définir les indicateurs définis dans les sections précédentes pour tous les nœuds de chaque zone, il est nécessaire de définir seulement quelques nœuds de contrôle par zone qui représenteront le comportement de celle-ci tout au long de la procédure d'optimisation.

Le critère choisi pour définir les nœuds de contrôle de chaque zone est un critère de visibilité des modes défini par Vinot et al. [82] pour la position de capteurs lors d'une campagne de mesures expérimentales. Il s'agit d'un algorithme qui permet à partir d'un modèle numérique de définir les nœuds d'observation les plus pertinents à partir d'un ensemble de nœuds candidats pour observer un ensemble de modes définis. Cet algorithme est basé sur des critères d'observabilité et de distinction des modes restreints au nombre de degrés de liberté observés.

L'observabilité κ_ν du mode est évalué en calculant le ratio entre la composante maximale du $\nu^{\text{ème}}$ vecteur propre de la base modale restreinte aux degrés de liberté de translation et celle de la base modale restreinte aux degrés de liberté des nœuds candidats :

$$\kappa_\nu = \frac{\|r y_\nu\|_\infty}{\|T y_\nu\|_\infty} \quad (3.26)$$

où $r y_\nu$ est le vecteur propre du $\nu^{\text{ème}}$ mode restreint aux degrés de liberté des nœuds candidats

et ty_ν le vecteur propre de ce même mode restreint aux degrés de liberté en translation.

Un mode est considéré comme observable si au moins l'un des capteurs (ou nœuds candidats) obtient un niveau de réponse suffisant par rapport au niveau de réponse maximum. L'observabilité est donc comprise entre 0 et 1, 0 signifiant que le mode ne peut pas être observé sur les nœuds candidats et 1 que le nœud candidat est celui qui observe le niveau maximal de réponse du mode.

Un groupe de mode est considéré comme distinguable si aucun vecteur propre ne peut être décrit comme étant une combinaison linéaire des autres. La distinction d'une base modale est quantifiée par son indice de conditionnement : plus l'indice de conditionnement est faible, plus la distinction est élevée.

Pour déterminer le groupe de nœuds qui permettra la plus grande distinction, une procédure itérative est effectuée. Le premier nœud est choisi en trouvant parmi les candidats celui qui maximise la somme des colonnes de la matrice de la base modale :

$$S^1 = \{D_j : \max_{D_j}(\min_{Y_i}(\|Y_i(D_j)\|_1))\} \quad (3.27)$$

où S^1 est la position du premier nœud D_j est l'ensemble des candidats, Y_i est la base modale et $Y_i(D_j)$ cette même base modale restreinte aux nœuds candidats.

Ensuite, les positions des autres nœuds sont définies telles que :

$$S^k = \{\{S^{k-1}, D_j\} : \min_{D_j}(\max_{Y_i}(\text{cond}(Y_i(S^{k-1}, D_j))))\} \quad (3.28)$$

où S^k est le vecteur des nœuds retenus parmi les candidats, $Y_i(S^{k-1}, D_j)$ la base modale restreinte aux $k - 1$ candidats retenus et $\text{cond}(X)$ représente l'indice de conditionnement de la matrice X défini comme le produit entre la norme de la matrice X et la norme de l'inverse de cette matrice :

$$\text{cond}(X) = \|X\| \|X^{-1}\|. \quad (3.29)$$

Les nœuds retenus par zone sont donc ceux qui permettent d'observer et de distinguer les modes de la structure globale, il sont donc les nœuds les plus à même de révéler les amplitudes maximum de déplacement par zone par exemple.

La critique qui peut être faite sur le choix de cet algorithme est qu'au cours de la procédure d'optimisation, les points les plus pertinents pour une zone donnée peuvent évoluer au cours des itérations. En effet la diminution des épaisseurs de certaines zones peut entraîner l'apparition de nouveaux modes dans la bande de fréquence considérée.

3.4/ CONCLUSIONS

Une procédure d'optimisation de la masse de cabine de camion, par modification d'épaisseur de tôles, permettant de conserver un comportement vibro-acoustique acceptable a été développée. Celle-ci est basée sur des indicateurs de prise de décision qui évaluent a priori l'influence de la modification des épaisseurs de chaque zone sur le comportement de la cabine. Ces zones sont ensuite classées grâce à l'algorithme de classement de la méthode NSGA permettant d'obtenir des fronts de Pareto qui permettent de définir quels groupes de zones peuvent avoir leurs épaisseurs modifiées en dégradant le moins possible le comportement vibro-acoustique de la cabine. Il s'agit d'une méthode adaptative afin que si l'une des fonctions contraintes n'est plus vérifiée, les variables soient modifiées sans provoquer l'arrêt de la procédure. Des points de contrôle sont définis pour chaque zone afin de ne pas avoir à évaluer les réponses harmoniques de tous les nœuds de la structure.

Certaines améliorations peuvent être envisagées permettant de meilleurs résultats. En effet la notion de non-dominance de l'algorithme de classement de la méthode NSGA peut impliquer qu'une zone pouvant dégrader le comportement vibro-acoustique soit sélectionnée dans un front dont les épaisseurs sont diminuées. De même, l'algorithme permettant de définir quels sont les points de contrôle de chaque zone est basé sur des critères d'observabilité et de distinction des modes. Dans notre cas, le fait que les modes puissent être distingués n'est pas important et peut donc provoquer un mauvais choix de nœuds.

L'utilisation d'un algorithme ne sélectionnant que les nœuds dont l'amplitude de déplacement est élevée est envisageable, de plus, on pourrait utiliser un processus adaptatif pour le choix de ces nœuds. Après un certain nombre d'itérations, il est possible que les points de contrôle choisis au départ ne soient plus les plus efficaces si la base modale est modifiée. On pourrait donc envisager soit un critère permettant de quantifier le changement de la base modale (qui est calculée à chaque itération pour obtenir les réponses harmoniques) qui à partir d'une limite choisie par l'utilisateur provoquerait une modification des points de contrôle, soit que ces points de contrôle soient automatiquement modifiés après un nombre d'itérations défini par l'utilisateur. Cette idée ne permettrait pas de modifier la vitesse de la procédure mais pourrait la rendre plus précise, puisque les points de contrôle seraient ré-évalués.

De même, on pourrait envisager l'utilisation de méthodes de réduction de modèle pour les zones dont les épaisseurs ne peuvent pas être modifiées. En effet ce sont généralement des zones qui ont une grande surface et cela permettrait un gain de temps de calcul non négligeable dans le cas de modèle avec un nombre conséquent de degrés de liberté.

Dans le cas de zone dont la surface est importante, on peut également envisager de vérifier que la diminution de l'épaisseur obtenue par la méthode ne peut pas être améliorée en installant un raidisseur sur le point ayant l'amplitude maximale. En effet en faisant l'analogie avec le

premier mode d'une plaque appuyée sur tous ses bords, le premier mode a une amplitude maximale sur le centre de la plaque. Or en ajoutant un raidisseur sur ce point, on observe une diminution conséquente de l'amplitude. Le gain en masse pourrait donc être plus important.

APPLICATION DE LA STRATÉGIE D'OPTIMISATION EN BASSES FRÉQUENCES

Ce chapitre permet de montrer l'applicabilité à un cas industriel de la méthode d'optimisation de la masse développée. Dans un premier temps, la méthode est appliquée sur un cas-test académique qui est un modèle éléments finis représentant schématiquement une cabine de camion. Les résultats obtenus en terme de diminution de masse sont présentés et ceux-ci sont comparés à ceux issus de l'algorithme d'optimisation sous contraintes `fmincon` disponible sous Matlab. Dans un second temps, la méthode est appliquée à un modèle industriel représentant la cabine Midlum développée par Renault Trucks.

4.1/ APPLICATION À UNE STRUCTURE ACADÉMIQUE

4.1.1/ PRÉSENTATION DU MODÈLE

Le modèle utilisé représente schématiquement une cabine de camion, il est composé de 502 éléments plaques pour 3894 degrés de liberté pour la partie structure et de 858 éléments solides pour 1162 degrés de liberté pour la cavité acoustique. La structure est excitée par 4 efforts harmoniques unitaires indiqués par des flèches rouges sur la figure 4.1. Ces efforts représentent les vibrations causées par le moteur transmises à la cabine par les pièces de fixation de ce dernier.

Afin de représenter les différentes pièces composant une caisse en blanc de cabine de camion, le modèle éléments finis a été décomposé en 37 zones dont les épaisseurs sont indépendantes. L'épaisseur du pare-brise en verre, associé à la zone jaune du modèle présenté figure 4.2, est fixée, les 36 autres zones du modèle sont en acier et leurs épaisseurs respectives peuvent être modifiées. Ces zones représentent les différentes pièces qui composent la cabine globale et dont les épaisseurs peuvent être modifiées pour obtenir le design le plus léger possible sans dégrader

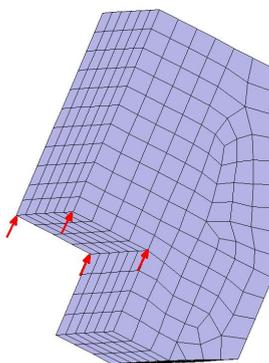


FIGURE 4.1: Modèle éléments finis

le comportement vibro-acoustique de la structure.

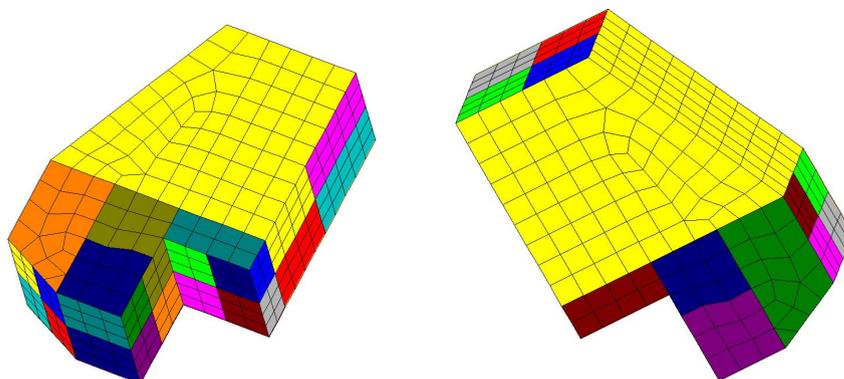


FIGURE 4.2: Découpage du modèle en zones de même épaisseur

4.1.2/ PARAMÈTRES DE LA MÉTHODE

Les paramètres choisis pour l'application de la méthode au modèle simplifié sont :

- un nombre d'itérations maximum de 500,
- un nombre de designs rejetés d'affilée maximum, n_{inv} , de 10,
- les diminutions des épaisseurs sont respectivement de 5%, 3% et 1% pour les trois premiers fronts donnés par l'algorithme de classement de la méthode NSGA,
- le cas échéant l'augmentation des épaisseurs est de 1%.

Pour la fonction contrainte basée sur la contrainte mécanique élémentaire maximale, le seuil choisi est de 650 MPa ce qui correspond au seuil de la famille des aciers à très haute limite élastique fournis par ArcelorMittal (figure 4.3). La limite élastique choisie pour la zone représentant le pare-brise est de 3600 MPa. Pour les fonctions contraintes basées sur le déplacement maxi-

mal et l'énergie de déformation, les valeurs seuils sont les valeurs maximales du design initial augmentées de 20% :

$$u^{max} = 1.2(\max_e u_{nom}^e) \quad (4.1)$$

$$E^{max} = 1.2(\max_e E_{nom}^e) \quad (4.2)$$

Le seuil de la fonction contrainte permettant de contrôler le niveau de bruit dans la cavité a été défini comme le maximum de la pression sur toute la cavité augmenté de 1dB :

$$p_{max} = \max_x p_{dB} + 1 \quad (4.3)$$



FIGURE 4.3: Famille des aciers (document fourni par ArcelorMittal)

Les calculs sont menés sur une bande de fréquence de 0 à 300Hz où le comportement de la structure reste modal au cours de la procédure, un amortissement modal de 2% a été imposé, choisi arbitrairement pour modéliser la dissipation.

4.1.3/ CHOIX DES POINTS DE CONTRÔLE

Pour choisir les nœuds de contrôle, il faut avant tout calculer la base modale de la structure afin de pouvoir appliquer la méthode décrite dans la section 3.3.5. C'est également ce calcul qui permet de définir les zones par groupes d'éléments d'épaisseur identique. Par la suite, une première réponse harmonique est calculée sur ces nœuds afin de définir les seuils des différentes fonctions contraintes puis les itérations sont effectuées à partir des réponses harmoniques des nœuds sélectionnés lors de cette étape.

Le choix de 3 nœuds de contrôle par zones au minimum a été fait pour la procédure. Il s'agit d'un nombre minimum puisque certains nœuds peuvent appartenir à plusieurs zones

différentes. Ainsi, toutes les zones seront décrites par au moins trois nœuds tandis que d'autres le seront par plus dans le cas où un nœuds défini pour une zone fait également partie du maillage d'une seconde. La figure 4.4 montre un exemple de choix de nœuds pour l'une des zones définies. Comme on peut l'observer sur cette figure, il n'y a qu'un seul des 3 nœuds qui sera exclusivement indicateur de la zone en question, le deuxième est à cheval sur 2 zones et le troisième sur 3 zones différentes.

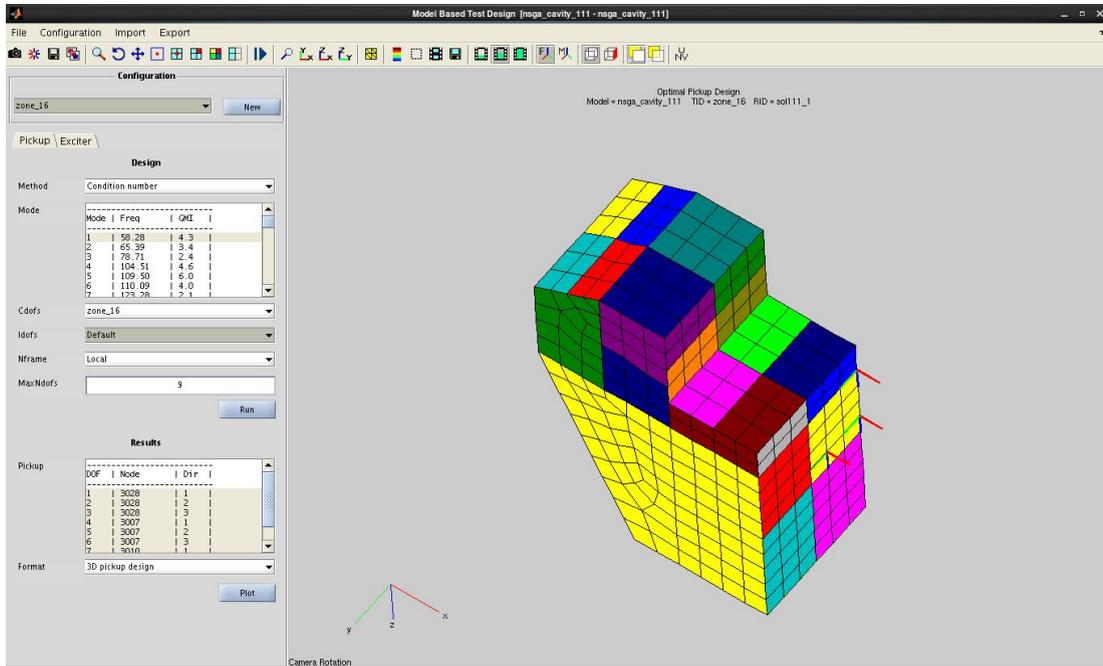


FIGURE 4.4: Choix des noeuds de contrôle

De plus, la zone représentant le pare-brise et la cavité sont plus importantes en termes de taille, le choix d'un nombre de nœuds de contrôle plus élevé a été fait. Ainsi 5 points de contrôle pour la cavité et 15 pour la zone en verre ont été définis. Le tableau 4.1 permet de vérifier que le comportement vibro-acoustique est correctement représenté par les points de contrôle choisis.

	Énergie de déformation		Amplitude de déplacement		Pression
	Verre	Acier	Verre	Acier	
Complet	$1,89 \cdot 10^{-9} J$	$2,12 \cdot 10^{-10} J$	$1,02 \cdot 10^{-6} m$	$6,81 \cdot 10^{-7} m$	$94,538 dB$
PdC	$1,89 \cdot 10^{-9} J$	$2,12 \cdot 10^{-10} J$	$1,02 \cdot 10^{-6} m$	$6,81 \cdot 10^{-7} m$	$94,529 dB$
écart	0%	0%	0%	0%	$0,009 dB$

TABLE 4.1: Comparaison modèle nominal complet / avec point de contrôle

On peut observer qu'il y a une très légère différence entre le modèle complet et celui avec les points de contrôle au niveau de la pression maximale dans la cavité. Cette différence correspond

à un écart sur la mesure de la pression de $2.10^{-5} Pa$. Les écarts sur les autres critères sont eux nuls, on peut donc considérer que les points de contrôle sont bien choisis pour le modèle initial. Au cours des différentes itérations de la procédure, il est cependant possible que les points de contrôle choisis ne soient plus aussi efficaces pour représenter le comportement de la zone. En effet dans le cas de fortes diminutions de l'épaisseur d'une zone, il est possible que l'amplitude maximale ne soit plus sur l'un des 3 nœuds définis.

La figure 4.5 présente la comparaison du niveau de bruit moyen dans la cavité par bande de tiers d'octave entre le modèle complet en bleu et le modèle restreint aux points de contrôle en rouge. On peut noter que le niveau de bruit moyen est légèrement sous-estimé jusqu'à $125 Hz$ puis faiblement surestimé ensuite. Cependant les écarts sont très faibles (inférieur à $0.01 dB$ sur le modèle initial) et on peut donc considérer que la pression dans la cabine est bien reproduite. La pression à l'intérieur de la cabine semble respecter l'hypothèse de champs diffus.

Un tableau récapitulant les fréquences centrales et les bornes des bandes de fréquences par octave et par tiers d'octave est disponible en annexe A.

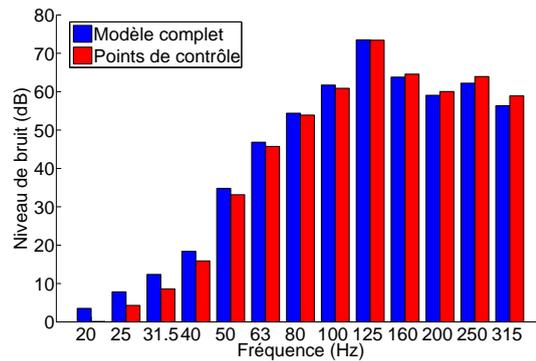


FIGURE 4.5: Comparaison du niveau de bruit moyen, entre le modèle complet et le modèle restreint aux points de contrôle

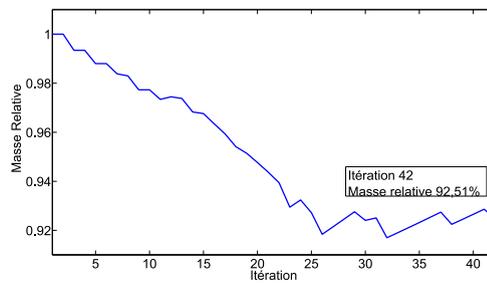
Le tableau 4.2 donne les valeurs des seuils des fonctions contraintes utilisés pour la procédure issues pour valeurs obtenues sur les points de contrôle. La masse initiale de la cabine est également indiquée à titre informatif.

	Énergie de déformation		Amplitude de déplacement		Pression	Masse
	Verre	Acier	Verre	Acier		
I^{nom}	$1,89.10^{-9} J$	$2,12.10^{-10} J$	$1,02.10^{-6} m$	$6,81.10^{-7} m$	$94,529 dB$	$240,24 kg$
Seuils	$2,28.10^{-9} J$	$2,54.10^{-10} J$	$1,22.10^{-6} m$	$8,17.10^{-7} m$	$95,529 dB$	

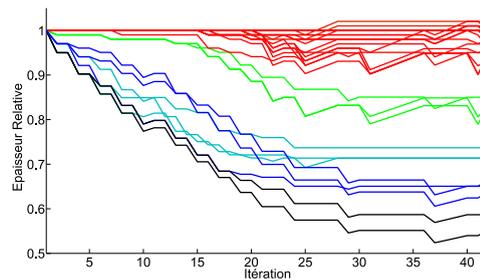
TABLE 4.2: Seuils de la procédure

4.1.4/ RÉSULTATS

L'évolution de la masse de la cabine est indiquée figure 4.6(a) et montre une diminution de 7.49% de la masse en 42 itérations, pour environ 100 minutes. La figure 4.6(b) indique l'évolution des épaisseurs au cours des itérations. Sur cette dernière figure, les couleurs indiquées permettent de classer les épaisseurs selon la diminution ou l'augmentation de leurs valeurs relatives par intervalle de 10%.



(a) Masse relative



(b) Évolution des épaisseurs relatives

FIGURE 4.6: Évolution de la masse de la cabine simplifiée et des épaisseurs des 36 zones d'épaisseur identique choisies pour le découpage du modèle

On peut noter figure 4.6(a) que si la méthode n'était pas adaptative, il n'y aurait eu que 11 itérations seulement et une diminution de poids inférieure à 3%. A partir de la 25^{ème} itération, on peut également observer que la masse n'évolue presque plus, mais va continuer à diminuer jusqu'à l'itération 31. Ensuite, c'est le paramètre n_{inv} qui est incrémenté jusqu'à sa valeur maximale autorisée. Sur la figure 4.6(b) on observe également que les épaisseurs lors de la dernière itération rejoignent les valeurs obtenues à la 31^{ème} itération. La plupart des épaisseurs ont été modifiées au cours de la procédure mais leurs évolutions influent fortement sur le comportement vibro-acoustique de la structure, c'est pourquoi un grand nombre de variables (26) n'évoluent pas de plus de 10%. Il y a également 2 épaisseurs dont les valeurs sont augmentées.

La figure 4.7 permet d'observer les épaisseurs finales relatives directement sur le maillage éléments finis. On peut observer que les zones dont les épaisseurs ont le plus diminué sont situées

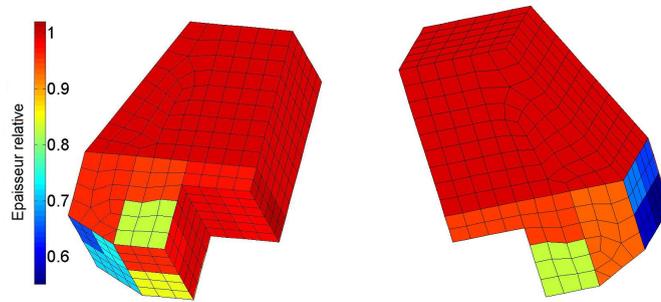
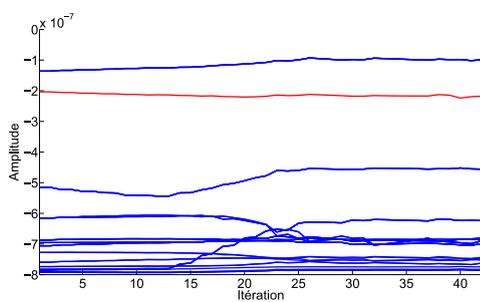


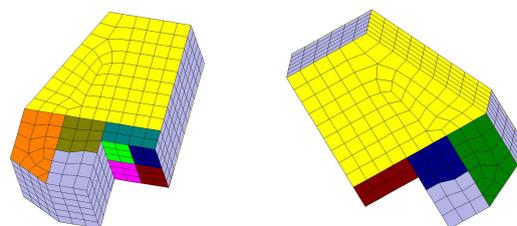
FIGURE 4.7: Épaisseurs relatives finales

à l'opposé des efforts harmoniques appliqués sur la structure. Les zones situées au niveau du pare-brise, à l'arrière et sur le dessus de la cabine, ont elles très peu évolué par rapport à leurs valeurs initiales. Ceci peut s'expliquer par le fait que sur la bande de fréquences considérée pour l'application de la stratégie d'optimisation, les ventres des modes de la structure sont principalement localisés sur ces zones.

Sur la figure 4.8(a) est indiquée l'évolution de la fonction contrainte concernant l'amplitude. Les courbes tracées sont la différence entre la valeur maximale calculée sur les nœuds de contrôle et le seuil autorisé par zone. La contrainte est donc vérifiée lorsque les points de ces courbes sont à valeurs négatives. La courbe correspondant à la zone représentant le pare brise, donc à épaisseur fixe au cours de la procédure, est indiquée en rouge. Sur la figure 4.8(a), on peut noter que les amplitudes de la plupart des zones ont tendance à augmenter lors de la procédure ce qui n'est pas le cas des zones correspondant au pare-brise ainsi que des zones colorées figure 4.8(b). Il s'agit dans la majorité des cas de zones dont les épaisseurs ont peu ou pas été modifiées au cours de la procédure.



(a) Amplitudes



(b) zones dont l'amplitude maximale diminue (les couleurs indiquées permettent seulement de localiser les zones)

FIGURE 4.8: Évolution des amplitudes maximales

La figure 4.9(a) indique l'évolution de la fonction contrainte sur l'énergie de déformation multipliée par le ratio entre la masse de la zone sur la masse totale. On peut remarquer que cette énergie est très sensible à une modification des épaisseurs pour certaines zones, dont celle représentant le pare-brise. Contrairement aux amplitudes, toutes les énergies ont augmenté au cours de la procédure, il s'agit en effet de la fonction contrainte qui fait aboutir la procédure. Les 2 zones ayant fait aboutir la procédure sont indiquées figure 4.9(b).

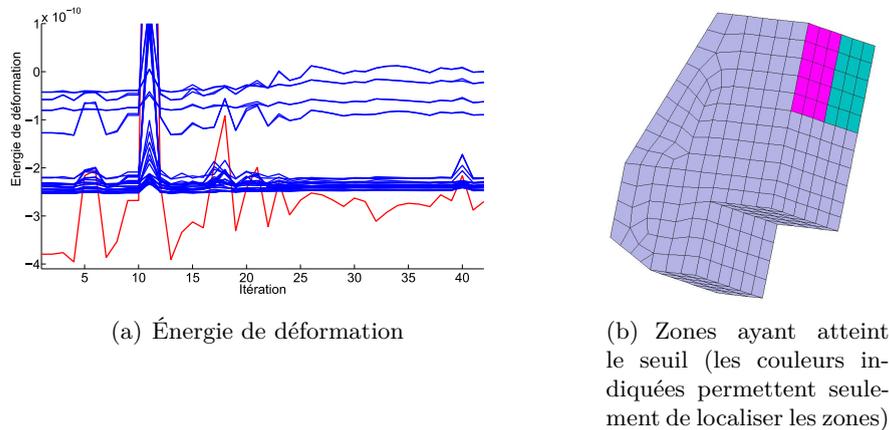


FIGURE 4.9: Évolution de l'énergie de déformation

L'évolution de la fonction concernant les contraintes mécaniques élémentaires maximales n'est pas tracée car celles-ci n'évoluent quasiment pas au cours de la procédure et restent donc très éloignées de la limite élastique indiquée au début de la procédure.

La figure 4.10(a) présente l'évolution de la fonction contrainte concernant la pression maximale dans la cavité acoustique. On peut observer que la pression maximale dans la cavité est peu sensible aux modifications des épaisseurs. En effet, le niveau de bruit maximum évolue de moins de $0.2dB$ au final. La figure 4.10(b), sur laquelle est représentée le niveau de bruit moyen du design initial et final en bleu et rouge respectivement, permet quand à elle d'observer que bien que le niveau de bruit maximal change peu, le niveau de bruit moyen dans la cavité augmente sur seulement quelques tiers d'octave, principalement au dessus de $200Hz$. Pour les autres tiers d'octave, le niveau moyen est très proche du niveau moyen initial voire même inférieur.

Le tableau 4.3 indique l'évolution des indicateurs entre le modèle initial et final et indique une augmentation de tous ceux-ci excepté de l'amplitude de déplacement de la zone en verre.

Le modèle académique utilisé nous permet de vérifier que les résultats obtenus avec un nombre de points de contrôle réduit peuvent être validés. Afin de comparer les résultats, le modèle complet a été évalué avec les épaisseurs issues de la procédure développée, les résultats ainsi que les écarts relatifs sont indiqués dans le tableau 4.4. Sur ce tableau, on peut observer que les points de contrôle choisis permettent de prédire correctement les énergies de déformation

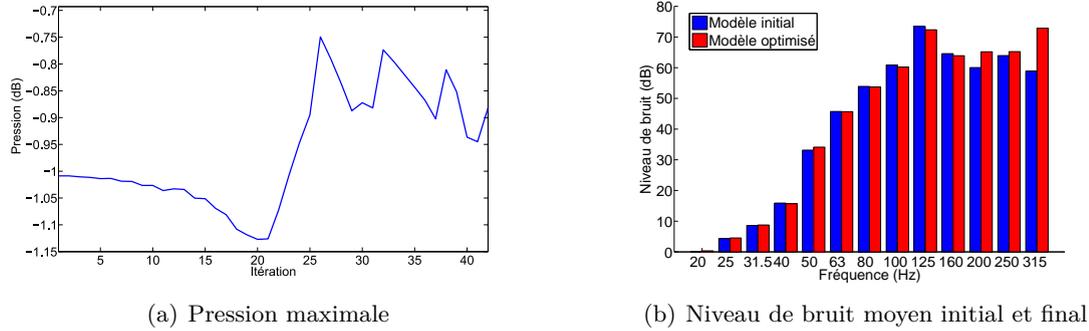


FIGURE 4.10: Niveau de bruit dans la cavité

	Énergie de déformation		Amplitude de déplacement		Pression	Masse
	Verre	Acier	Verre	Acier		
I^{nom}	$1,9 \cdot 10^{-9} J$	$2,12 \cdot 10^{-10} J$	$1,02 \cdot 10^{-6} m$	$6,81 \cdot 10^{-7} m$	94,529dB	240,24kg
I^{fin}	$2,01 \cdot 10^{-9} J$	$2,54 \cdot 10^{-10} J$	$1,00 \cdot 10^{-6} m$	$7,17 \cdot 10^{-7} m$	94,657dB	222,25kg
écart	+5,79%	+19,81%	-1,96%	+5,43%	+0,128dB	-7,49%

TABLE 4.3: Comparaison modèle optimisé / modèle initial

maximales sur la structure ainsi que le déplacement maximal de la zone représentant le pare-brise mais qu'il y existe une légère différence sur l'amplitude maximale de déplacement de la partie en acier bien que la différence soit très faible. De même on peut constater que l'écart sur la pression maximale a également légèrement augmenté par rapport à l'écart sur le design initial.

		Modèle nominal			Modèle final		
		complet	PdC	écart	complet	PdC	écart
Énergie (J)	Verre	$1,89 \cdot 10^{-9}$	$1,89 \cdot 10^{-9}$	0%	$2,01 \cdot 10^{-9}$	$2,01 \cdot 10^{-9}$	0
	Acier	$2,12 \cdot 10^{-10}$	$2,12 \cdot 10^{-10}$	0%	$2,54 \cdot 10^{-10}$	$2,54 \cdot 10^{-10}$	0
Amplitude (m)	Verre	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	0%	$1,00 \cdot 10^{-6}$	$1,00 \cdot 10^{-6}$	0
	Acier	$6,81 \cdot 10^{-7}$	$6,81 \cdot 10^{-7}$	0%	$7,18 \cdot 10^{-7}$	$7,17 \cdot 10^{-7}$	-0,1%
Pression (dB)		94,538	94,529	-0,009	94,670	94,657	-0,013

TABLE 4.4: Comparaison modèle optimisé complet / avec points de contrôle

La figure 4.11 indique le niveau de bruit moyen du design optimisé avec les points de contrôle en bleu et avec tous les nœuds en rouge. On peut constater que le niveau de bruit moyen dans la cabine est légèrement sous-estimé sur les tiers d'octave inférieurs à celui centré sur 100Hz puis légèrement surestimé ensuite.

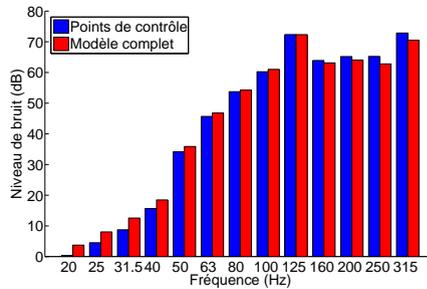


FIGURE 4.11: Comparaison du niveau de bruit moyen du modèle optimisé avec les points de contrôle et avec le modèle complet

4.1.5/ BILAN

Les résultats obtenus montrent bien une diminution de la masse de la structure tout en conservant un comportement vibro-acoustique acceptable, selon les critères définis au début de la procédure. Ceci semble donc indiquer que les DMIs choisis sont suffisamment pertinents pour répondre aux différentes contraintes de conception qui permettent de contrôler ce comportement.

Dans le cas proposé ici, une des fonctions contraintes n'est pas présentée dans les résultats car elle n'influe pas du tout le déroulement de la procédure. Ceci est dû au fait que ce calcul est effectué en utilisant une réponse harmonique avec des efforts de $1N$. Or la définition de la fonction contrainte sur les contraintes mécaniques élémentaires de Von Mises est limitée par la valeur de la limite élastique des matériaux. Dans le cas d'une application industrielle, cette fonction contrainte pourrait donc prendre plus d'importance, selon les efforts appliqués sur le modèle.

La fonction contrainte concernant l'énergie de déformation, qui fait aboutir la procédure et celle concernant l'amplitude de déplacement des zones ont ici été fixées par un seuil choisi arbitrairement de 20% supérieur à leurs valeurs maximales initiales. Dans le cas d'une application industrielle, les seuils doivent être définis plus précisément puisque ces valeurs limites sont directement dépendantes des efforts appliqués sur la structure.

4.1.6/ COMPARAISON AVEC UN ALGORITHME DE PROGRAMMATION NON-LINÉAIRE SOUS CONTRAINTES

4.1.6.1/ PRÉSENTATION DE L'ALGORITHME

Afin de vérifier l'efficacité de la méthode développée, les résultats obtenus ont été comparés à ceux issus d'un algorithme couramment utilisé disponible sous Matlab : `fmincon`.

L'algorithme `fmincon` [83] est une méthode itérative permettant de trouver le minimum global d'une fonction en présence de fonctions contraintes. Le principe de l'algorithme est de

modifier le problème initial afin de résoudre des sous-problèmes plus simple. La recherche du point optimal implique d'évaluer la sensibilité de chaque paramètre de conception par rapport aux fonctions objectifs et aux fonctions contraintes en estimant le hessien du lagrangien du problème, puis selon les résultats obtenus de modifier les valeurs des variables. Cet algorithme est également adaptatif : en effet lorsque les fonctions contraintes ne sont plus vérifiées, les valeurs des paramètres de conception modifiées à l'itération précédente sont corrigées pour obtenir un résultat satisfaisant les différentes contraintes.

De plus, cet algorithme est très coûteux en terme de temps de calcul. En effet, une itération de cet algorithme se décompose en plusieurs étapes. Premièrement, la sensibilité des paramètres est évaluée par différences finies, donc si le modèle contient n_{param} variables, il est évalué $n_{param} + 1$ fois. Ensuite, en fonction des valeurs des indices de sensibilité, les variables sont modifiées et le cas échéant dans un dernier temps, corrigées pour que les contraintes soient respectées. Il y a donc au minimum $n_{param} + 2$ évaluations du modèle pour une seule itération.

Comme la sensibilité des paramètres est évaluée par différences finies (présentée paragraphe 2.2) qui est une méthode locale ne prenant pas en compte les possibles effets de couplage entre les paramètres ni les effets non-linéaires. Ainsi si l'une au moins des fonctions contraintes est non-linéaire, l'évaluation de la sensibilité des paramètres peut être faussée et empêcher une convergence rapide de l'algorithme.

4.1.6.2/ RÉSULTATS

L'évolution de la masse de la cabine est indiquée figure 4.12(a) et montre une diminution de 3.39% de la masse en 5 itérations soit 229 évaluations du modèle, pour environ 77 heures. La figure 4.12(b) indique l'évolution des épaisseurs au cours des itérations. On peut observer qu'il n'y a pas de grosse modification des épaisseurs mais qu'elles ont toutes été modifiées à part l'épaisseur de la zone représentant le pare-brise qui est bloquée.

Si la figure 4.12(a) peut faire penser que la convergence était déjà atteinte lors de la 3^{ème} itération, ceci est dû aux tolérances appliquées sur les différentes fonctions. La figure 4.12(b) indique l'évolution des épaisseurs en fonction des itérations (en bleu les épaisseurs ayant diminué et en rouge celles augmentées).

Sur ces graphes on peut observer l'évaluation de la sensibilité des paramètres, en effet la masse semble rester constante pendant 36 évaluations du modèle (correspondant au nombre de variables non-bloquées) tandis que l'évolution des épaisseurs montre bien que chaque épaisseur est augmentée de 1%, puis une grande modification de chaque variable est effectuée provoquant le non-respect des contraintes de conception et les variables sont donc ajustées en plusieurs évaluations afin d'obtenir un design acceptable. Ensuite les sensibilités sont de nouveau évaluées et la procédure s'arrête lorsque le gain de masse obtenu est inférieur à la tolérance indiquée par l'utilisateur.

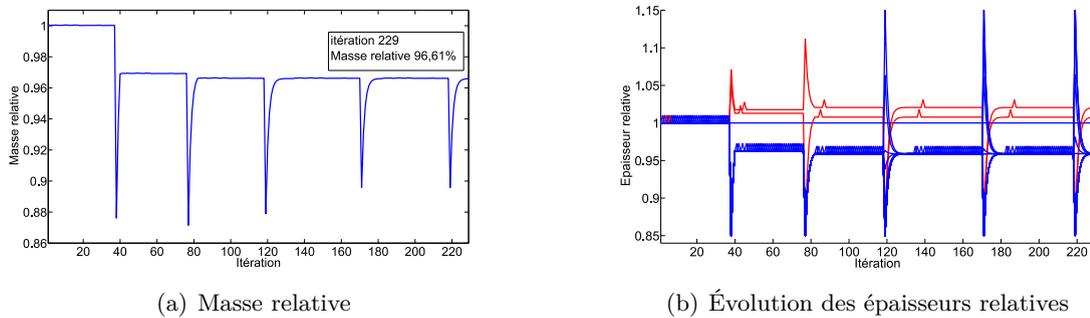


FIGURE 4.12: Évolution de la masse et des épaisseurs

La figure 4.13 permet d'observer les épaisseurs relatives finales directement sur le maillage éléments finis sur laquelle on peut vérifier que toutes les zones ont vu leurs épaisseurs diminuer d'une valeur similaire, de moins de 4%, sauf pour deux d'entre elles situées sur le dessus de la cabine dont les valeurs ont augmenté de 1% et 2%. Contrairement à la procédure développée, lors du déroulement de l'algorithme `fmincon`, toutes les variables non bloquées sont modifiées à chaque itération en fonction de la sensibilité évaluée. Dans notre cas, si la sensibilité sur l'une des fonctions contraintes est élevée, la valeur de l'épaisseur de la zone en question va être augmentée. De plus comme on peut le voir sur la figure 4.12(b), lorsqu'une correction est apportée sur les variables pour vérifier de nouveau les contraintes, elles sont toutes à nouveau modifiées.

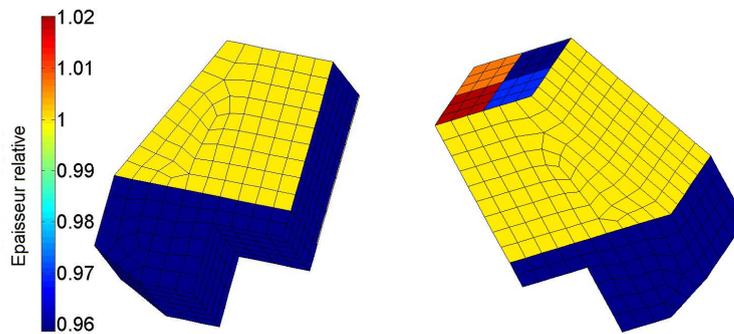


FIGURE 4.13: Épaisseurs relatives finales

Sur la figure 4.14(a) est indiquée l'évolution de la fonction contrainte concernant l'amplitude. Comme précédemment, la courbe en rouge représente la zone dont l'épaisseur est fixée au cours de la procédure. Dans ce cas-là aussi les amplitudes ont tendance à toutes augmenter sauf pour deux zones indiquées figure 4.14(b).

La figure 4.15(a) présente l'évolution de la fonction contrainte concernant l'énergie de déformation sur laquelle on peut voir que certaines épaisseurs modifient fortement la répartition

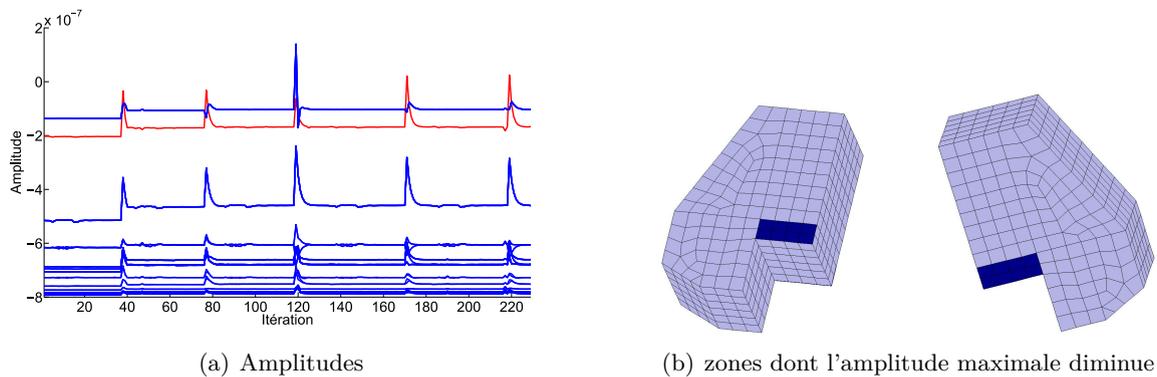


FIGURE 4.14: Évolution des amplitudes maximales

de l'énergie et ont tendance à la concentrer sur la zone représentant le pare-brise, le critère étant pondéré par le ratio entre la masse de la zone et la masse totale, une faible modification de l'énergie dans cette zone entraîne rapidement une forte augmentation du critère. La figure 4.15(b) indique les zones dont le critère est très proche du seuil imposé. En effet, toutes les zones colorées sur cette figure dépassent au moins une fois le seuil lors de l'évaluation de la sensibilité des zones (calculée par une augmentation de 1% de la valeur de l'épaisseur de chaque zone).

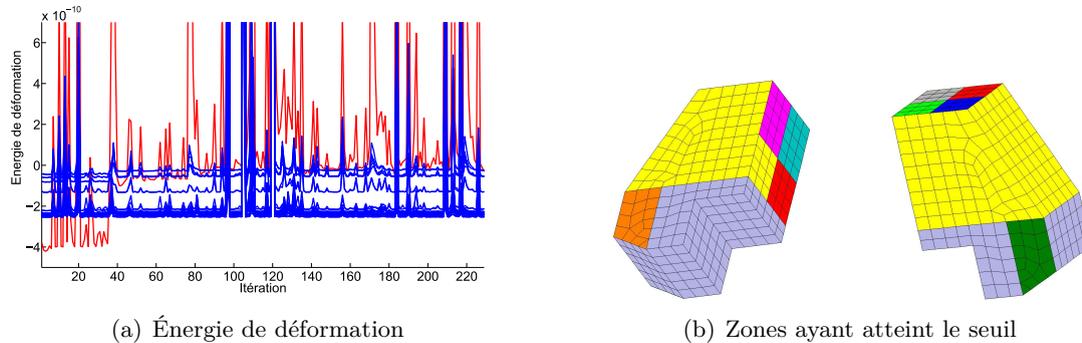
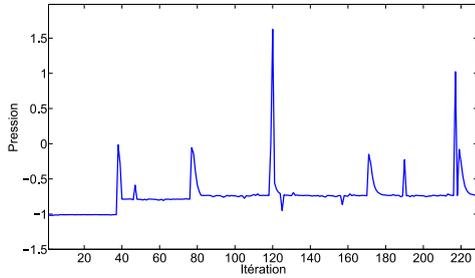


FIGURE 4.15: Évolution de l'énergie de déformation

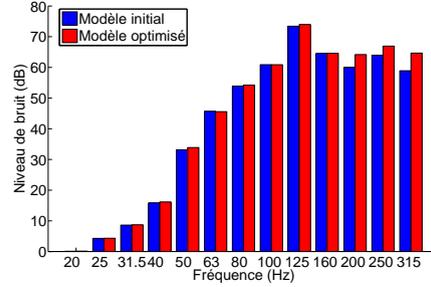
Ici encore la fonction contrainte indiquant les contraintes mécaniques élémentaires maximales par zone n'est pas tracée puisqu'elle a peu d'effet sur le choix des zones à modifier, les valeurs obtenues étant très éloignées du seuil indiqué.

La figure 4.16(a) indique l'évolution de la fonction contrainte associée au niveau de bruit maximum dans la cavité sur laquelle on peut observer que ce niveau augmente peu (moins de $0.3dB$) mais plus que sur la procédure développée. On peut remarquer sur cette figure que l'une des épaisseurs a une forte sensibilité sur cette pression maximale puisqu'on observe en

plus des pics présents lors de la modification de toutes les variables en même temps d'autres pics de plus faible intensité lors de l'évaluation de la sensibilité des variables sur les fonctions contraintes. La figure 4.16(b) présente l'évolution du niveau de bruit moyen par tiers d'octave entre le design initial (en bleu) et le design final (en rouge). De nouveau, les niveaux de bruits n'évoluent quasiment pas au long de la procédure et sont légèrement supérieurs sur les tiers d'octave au-dessus de $200Hz$.



(a) Pression maximale



(b) Comparaison entre le niveau de bruit moyen dans la cavité calculé par bande de tiers d'octave pour le modèle initial et le modèle optimisé

FIGURE 4.16: Niveau de bruit dans la cavité

Le tableau 4.5 indique l'évolution des indicateurs et de la masse entre le design optimisé par fmincon et le design initial. Sur ce tableau on peut voir que tous les indicateurs ont augmenté au cours de la procédure. Cette fois, c'est la fonction contrainte concernant l'énergie de déformation sur la zone représentant le pare-brise qui a fait aboutir la procédure. En effet son augmentation est de 18,42% qui est proche des 20% maximum autorisé.

	Énergie de déformation		Amplitude de déplacement		Pression	Masse
	Verre	Acier	Verre	Acier		
I^{nom}	$1,9 \cdot 10^{-9} J$	$2,12 \cdot 10^{-10} J$	$1,02 \cdot 10^{-6} m$	$6,81 \cdot 10^{-7} m$	94,529dB	240,24kg
I^{fin}	$2,25 \cdot 10^{-9} J$	$2,31 \cdot 10^{-10} J$	$1,05 \cdot 10^{-6} m$	$7,13 \cdot 10^{-7} m$	94,805dB	232,09kg
écart	+18,42%	+8,96%	+2,94%	+4,69%	+0,276dB	-3,39%

TABLE 4.5: Comparaison modèle optimisé / modèle initial

Le tableau 4.6 permet de comparer les valeurs des indicateurs entre le modèle optimisé obtenu par l'algorithme fmincon sur les points de contrôle défini section 4.1.3 et le modèle complet où tous les nœuds sont pris en compte. On peut remarquer que les valeurs obtenues sont exactement les mêmes en ce qui concerne les amplitudes de déplacement mais qu'il existe des écarts sur les énergies de déformation, qui sont légèrement surestimées, et sur le niveau de pression dans la cavité acoustique faiblement sous-estimé.

La figure 4.17 permet de comparer le niveau de bruit du design optimisé par l'algorithme fmincon entre le modèle complet en rouge et le modèle avec les points de contrôle en bleu. On

	Énergie de déformation		Amplitude de déplacement		Pression
	Verre	Acier	Verre	Acier	
complet	$2,23 \cdot 10^{-9} J$	$2,29 \cdot 10^{-10} J$	$1,05 \cdot 10^{-6} m$	$7,13 \cdot 10^{-7} m$	94,819B
PdC	$2,25 \cdot 10^{-9} J$	$2,31 \cdot 10^{-10} J$	$1,05 \cdot 10^{-6} m$	$7,13 \cdot 10^{-7} m$	94,805dB
écart	+0,89%	+0,87%	0%	0%	-0,014dB

TABLE 4.6: Comparaison modèle optimisé complet / avec points de contrôle

peut observer que les niveaux de bruit sont très proches et comme précédemment sous-estimés sur les tiers d'octave inférieurs à 125Hz puis légèrement surestimés ensuite.

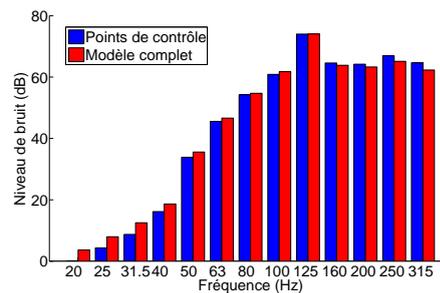


FIGURE 4.17: Comparaison du niveau de bruit moyen du modèle optimisé avec les points de contrôle et avec le modèle complet

4.1.7/ BILAN

Le tableau 4.7 permet de comparer les résultats obtenus entre la procédure développée et l'algorithme fmincon. Ces résultats montrent une meilleure efficacité de la procédure développée par rapport à l'algorithme fmincon tant sur la masse gagnée que sur le temps de calcul. En effet, le fait que l'algorithme fmincon utilise une méthode d'analyse de sensibilité induit un nombre d'évaluations du modèle trop élevé par rapport à l'évaluation des indicateurs de prise de décision. De même, le fait que lors de l'utilisation de l'algorithme fmincon toutes les variables soient modifiées ne permet pas de localiser des zones précises dont l'épaisseur à un faible impact sur les fonctions contraintes permettant de contrôler le comportement vibro-acoustique de la cabine schématisée. Les variables sont toutes modifiées car la sensibilité des variables est évaluée seulement sur la fonction objectif et non sur les fonctions contraintes. De plus, l'utilisation de la méthode des différences finies pour l'analyse de sensibilité implique que les effets non linéaires ne sont pas pris en compte or l'évaluation de l'énergie de déformation, de l'amplitude et de la pression acoustique ne sont pas des fonctions linéaires de l'épaisseur d'une zone.

On peut également remarquer sur le tableau 4.7 que les indicateurs permettant de contrôler le comportement vibro-acoustique de la cabine sont plus élevés après l'optimisation par l'algorithme fmincon qu'après celle avec la procédure développée. En effet on peut noter que l'énergie

		Valeurs initiales	fmincon	procédure développée	écart
Énergie (J)	Verre	$1,9 \cdot 10^{-9}$	$2,25 \cdot 10^{-9}$	$2,01 \cdot 10^{-9}$	$-2,4 \cdot 10^{-10}$
	Acier	$2,12 \cdot 10^{-10}$	$2,31 \cdot 10^{-10}$	$2,54 \cdot 10^{-10}$	$+2,3 \cdot 10^{-11}$
Amplitude (m)	Verre	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,05 \cdot 10^{-6}$	$1,00 \cdot 10^{-6}$	$-5 \cdot 10^{-8}$
	Acier	$6,81 \cdot 10^{-7}$	$7,13 \cdot 10^{-7}$	$7,17 \cdot 10^{-7}$	$+4 \cdot 10^{-9}$
Pression (dB)		94,529	94,805	94,657	-0,148
masse(kg)		240,24	232,09	222,25	-10,16
temps			77h	1,66h	-75h

TABLE 4.7: Comparaison des résultats d'optimisation fmincon / procédure développée

de déformation et l'amplitude maximale sur la zone représentant le pare brise ainsi que la pression maximale dans la cavité sont plus élevés. Ceci est dû au fait que toutes les épaisseurs ou presque sont diminuées avec l'algorithme fmincon tandis que la procédure développée entraîne une diminution plus élevée mais sur certaines zones seulement qui sont choisies de manière à influencer le moins possible sur la dégradation du comportement vibro-acoustique de la cabine. La stratégie d'action sur les variables utilisée pour la procédure développée consistant à ne diminuer que certaines épaisseurs est donc plus efficace qu'une modification de toutes les variables.

Cependant, dans le cas d'une application industrielle, les épaisseurs obtenues ne peuvent pas être directement appliquées. En effet, il faut d'abord vérifier qu'elles ne posent pas de problèmes dans les gammes de fréquences plus élevées mais également dans le cas du crash qui est également un critère dimensionnant ces épaisseurs. Or les normes applicables aux camions pour les crash-tests sont strictes et pour obtenir un bon résultat sur ces tests, il faut que la cabine résiste à différents chocs (de face, de côté, de dessus), en ayant des déformations à l'intérieur de l'habitacle qui ne mettent pas en danger l'utilisateur. C'est pourquoi les épaisseurs obtenues après l'utilisation de la procédure doivent être utilisées sur un modèle éléments finis permettant de simuler les essais de crash afin de vérifier que celles-ci sont acceptables.

4.2/ APPLICATION À UN MODÈLE INDUSTRIEL

4.2.1/ INTRODUCTION

Le modèle industriel choisi pour appliquer la méthode d'optimisation proposée dans le chapitre 3 est le modèle éléments finis représentant une cabine de camion de Renault Trucks. Il s'agit de la cabine Midlum présentée figure 4.18 produite entre 2000 et 2013 et utilisée sur les camions de la gamme Renault Trucks Midlum mais également sur des camions du groupe AB Volvo tels que les gammes de camions DAF LF, Volvo FL et FE. Cette cabine est fabriquée au sein de l'usine de Renault Trucks à Blainville-sur-Orne.



FIGURE 4.18: Cabine de camion Renault Trucks Midlum

4.2.2/ PRÉSENTATION DU MODÈLE

Les calculs présentés dans ce chapitre sont effectués sur la caisse en blanc de la cabine, visible sur la figure 4.19, à laquelle les portes et les différentes vitres sont ajoutées afin d'évaluer l'influence de la modification des épaisseurs des différentes pièces composant la cabine sur le comportement vibratoire de ces vitres ainsi que sur le comportement acoustique de la cavité nécessitant un volume fermé.

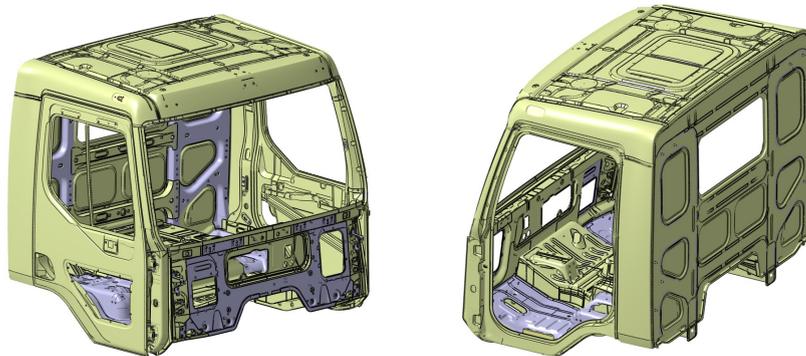


FIGURE 4.19: Caisse en blanc de la cabine Midlum

Le modèle est principalement maillé avec des éléments coques représentant les différentes pièces la composant mais également d'autres types d'éléments tels que des éléments poutres pour représenter les points de soudure entre les pièces ou des éléments volumiques pour la cavité acoustique et les IFF (Insonorisant Feuille Fusible, qui sont des pièces ajoutées sur la tôle de la caisse en blanc en matériaux visco-élastiques afin de permettre d'amortir les vibrations en basses fréquences). Des éléments sont également ajoutés pour modéliser la liaison entre les portes de la cabine et la caisse en blanc.

Le modèle comprend onze matériaux différents :

- six types d’acier différents selon les pièces concernées, l’acier composant une charnière de porte étant différent de celui utilisé pour les longerons ou pour les panneaux de porte ;
- deux types d’IFF ;
- un verre pour les différentes vitres ;
- une colle vitrage pour les joints entre les vitres et la caisse en blanc de la cabine ;
- le matériau des points de soudure.

Un douzième matériau est utilisé pour la cavité acoustique. La répartition des matériaux sur la structure est visible sur le tableau 4.8. Ce tableau indique le nombre d’éléments, le volume initial, la surface et la localisation des différents matériaux sur le modèle.

Matériau	Nombre d’éléments	Volume initial (m^3)	Surface (m^2)
Acier (plancher droit)	122176	0.0024	1.77
Acier (autres)	1567642	0.0234	23.29
Acier (plancher central - tunnel)	103565	0.0016	1.52
Acier (plancher gauche)	122382	0.0027	1.77
Soudure	11727	$5.25 \cdot 10^{-4}$	
Acier (tapis latéraux)	25540	$4.17 \cdot 10^{-4}$	0.36
Verre	210390	0.0169	3.34
Colle vitrage	3989	0.0011	0.0834
IFF	41065	0.0018	
IFF magnétique	10146	$4.56 \cdot 10^{-4}$	
Acier (charnière)	230695	$7.27 \cdot 10^{-4}$	
Air	64427	3.89	

TABLE 4.8: Répartition des matériaux

Le modèle est composé de 1252457 nœuds dont environ 100000 nœuds pour la cavité acoustique et de 2514446 éléments dont 2155684 qui maillent les pièces de la caisse en blanc de la cabine en éléments coques. Le modèle est composé de plus de sept millions de degrés de liberté. Il y a au total dans le modèle 129 pièces différentes maillées par éléments coques. Chaque pièce constitue une zones d’éléments de même épaisseur.

Parmi ces zones, huit ne sont pas modifiables, il s’agit des cinq vitres composant la cabine dont trois fixes qui sont entourées de zone de colle. La méthode d’optimisation agit ainsi sur les 121 pièces en acier qui composent la caisse en blanc de la cabine et ses portes. Ces différentes pièces ont des surfaces très différentes les unes par rapport aux autres. En effet la pièce ayant la plus grande surface est le panneau arrière de la cabine ($2.86m^2$) tandis que la plus petite est une équerre de seulement $35cm^2$.

Afin d’obtenir les réponses en fréquence, deux efforts harmoniques d’amplitude $100N$ en phase sont appliqués sur les deux longerons situés sous la cabine. L’un des longerons est visible

en orange sur la figure 4.20.

4.2.3/ PRÉPARATION DU MODÈLE ET DE LA PROCÉDURE D'OPTIMISATION

Les paramètres utilisés pour l'application de la méthode d'optimisation sont :

- un nombre d'itérations maximum de 500 ;
- un nombre de designs rejetés d'affilée maximum, n_{inv} , de 10 ;
- les diminutions des épaisseurs sont respectivement de 5%, 3% et 1% pour les trois premiers fronts donnés par l'algorithme de classement de la méthode NSGA ;
- le cas échéant l'augmentation des épaisseurs est de 1% ;
- les épaisseurs sont limitées à 70% de leurs valeurs initiales.

Les seuils pour les fonctions contraintes concernant l'énergie de déformation, E^{max} , et l'amplitude maximale, u^{max} , ont été définis en augmentant de 10% les valeurs du design initial pour chaque type de zone (acier, verre, colle). Les valeurs maximales autorisées pour les contraintes élémentaires équivalentes de Von Mises, σ^{max} , sont de $600MPa$ pour les zones en acier, $3600MPa$ pour les zones en verre et $40MPa$ pour les zones de colle. Le seuil de la fonction contrainte permettant de contrôler le niveau de bruit dans la cavité, p_{max} , a été défini comme le maximum de la pression sur toute la cavité augmenté de 1dB.

Comme le modèle est très imposant, le choix a été fait de ne sélectionner que quelques zones pour la fonction contrainte sur les contraintes élémentaires équivalentes de Von Mises. Ainsi neuf zones ont été choisies, deux d'entre elles font partie des vitres de la cabine, l'une est la zone de colle entre la vitre inférieure et la caisse en blanc de la porte droite, les six autres sont des zones en acier. Une des deux zones excitées en fait partie. Ces zones sont visibles sur la figure 4.20. Les autres fonctions contraintes, concernant l'énergie de déformation et l'amplitude de déplacement maximale, sont elles évaluées sur toutes les zones. De même la pression maximale dans la cavité est évaluée sur les points de contrôle acoustiques retenus.

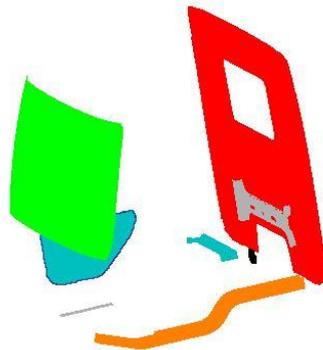


FIGURE 4.20: Zones sur lesquelles les contraintes sont évaluées

Afin d'évaluer les amplitudes maximales de déplacement par zone, trois nœuds par zones ont été sélectionnés pour les parties structurelles ainsi que cinq nœuds pour contrôler le niveau de bruit dans la cavité acoustique.

Pour des raisons techniques, les calculs sont difficiles à mener. En effet à chaque itération pour lancer une évaluation du modèle sur le cluster de calcul à disposition au Département Mécanique Appliquée, il y a une communication entre deux sessions de calcul différentes. La première permet d'écrire et de lire les résultats issus des calculs et d'effectuer les changements sur le modèle et la seconde permet d'effectuer les évaluations du modèle. Cette seconde session est ouverte pour chaque itération, ce qui prend un certain temps puisqu'il faut que les processeurs soient disponibles. Les temps de calcul pour une itération sont donc variables. L'évaluation du modèle en elle-même dure environ trois heures mais le temps d'écriture du fichier permettant ce calcul est d'environ une heure et la récupération des résultats sur les nœuds et les éléments est elle de deux heures. De plus le nombre de degrés de liberté du modèle ne permet pas d'effectuer ces calculs sur une large bandes de fréquences, les résultats étant trop lourds à être transférés entre les sessions.

La méthode est donc appliquée sur la bande de fréquences de $0Hz$ à $30Hz$. Les modes sont donc extraits jusqu'à $90Hz$ afin de prendre en compte les contributions des modes au-dessus de $30Hz$. Il s'agit simplement dans ce chapitre de montrer l'applicabilité de la méthode à un modèle industriel.

4.2.4/ RÉSULTATS

La procédure a été interrompue après 65 itérations pour des raisons techniques. En effet, le temps de calcul devenait trop important, la disponibilité du cluster de calcul de plus en plus rare. Cependant, les évolutions des différentes variables de la procédure après ces 65 itérations permettent d'observer les différentes particularités de la procédure développée et d'illustrer les grandes tendances des résultats attendus.

Ainsi l'évolution de la masse de la cabine est indiquée sur la figure 4.21 et montre une diminution de 2.51% de la masse au bout des 65 itérations pour une durée totale de calcul d'environ une semaine. La figure 4.22 indique l'évolution des épaisseurs au cours des itérations. Les couleurs indiquées regroupent les épaisseurs selon la diminution ou l'augmentation de leurs valeurs relatives par intervalles de 10%.

Sur la figure 4.22, on peut observer qu'il y a un nombre important de pièces qui atteignent la valeur minimale acceptée. Au total 29 pièces ont atteint cette limite inférieure tandis qu'une seule pièce a vu son épaisseur augmenter. Cependant, il s'agit de pièces de petites tailles puisqu'elles ne permettent qu'une faible diminution totale de la masse de la cavité. La zone du panneau arrière n'a quant à elle pas été modifiée alors qu'une diminution de son épaisseur entraînerait une réduction plus importante de la masse puisque cette zone recouvre quasiment un sixième de la structure complète. Comme les modes retenus sont des modes globaux, il s'agit d'une zone

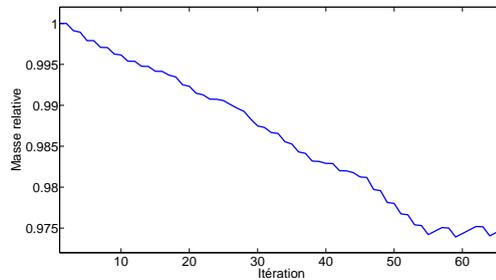


FIGURE 4.21: Évolution de la masse relative de la cabine

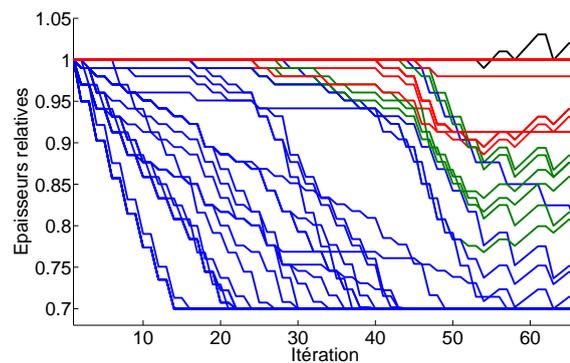


FIGURE 4.22: Évolution des épaisseurs relatives des pièces de la cabine

qui est très sollicitée sur la bande de fréquences définie. En effet les zones dont les épaisseurs ont beaucoup diminué au cours de la procédure sont pour la plupart des zones de renforts des charnières et des serrures des portes ou encore des différents rétroviseurs de la cabine. Ces pièces ne sont pas du tout excitées sur la bande de fréquences très étroite définie pour l'application de la procédure puisque ce sont seulement des modes globaux qui sont excités entre $0Hz$ et $30Hz$.

La figure 4.23 présente l'évolution de la fonction contrainte concernant l'amplitude maximale par zone. Les courbes tracées sont la différence entre la valeur maximale calculée sur les noeuds de contrôle et le seuil autorisé par zone. La contrainte est donc vérifiée lorsque les points de ces courbes sont à valeurs négatives. Sur la figure, les courbes en bleu représentent les zones en acier, celles en rouge les zones en verre et celles en vert les zones en colle pour les vitrages. On peut observer sur cette figure que les amplitudes de déplacement évoluent assez peu au cours de la procédure et restent assez éloignées de leurs seuils respectifs.

La figure 4.24 montre l'évolution de la fonction contrainte concernant les contraintes élémentaires équivalentes de Von Mises maximales par zone. Ces figures permettent de constater que les contraintes élémentaires n'évoluent que très peu par rapport à la limite élastique des matériaux qui composent la cabine bien que l'on puisse observer leurs évolutions. Sur ces figures, les courbes en bleu représentent les zones en acier, celles en rouge les zones en verre et celles

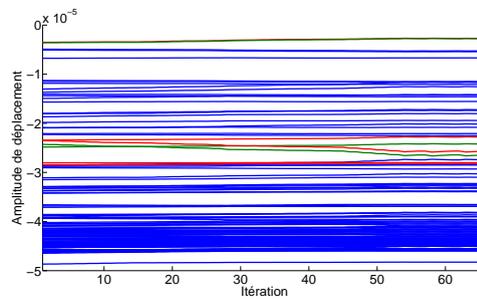


FIGURE 4.23: Évolution des amplitudes maximales

en vert les zones en colle pour les vitrages. Sur la seconde figure, la zone qui voit sa contrainte élémentaire équivalente de Von Mises maximale diminuer est celle du longeron où est appliqué l'un des efforts harmoniques. La zone dont la contrainte élémentaire équivalente de Von Mises maximale est la plus élevée est celle du panneau arrière.

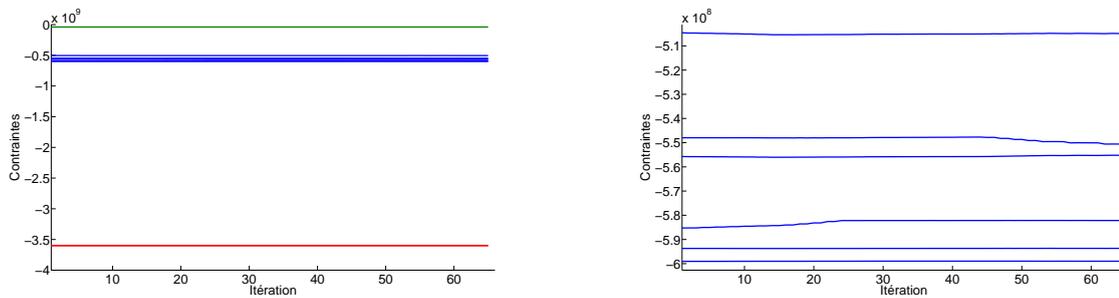


FIGURE 4.24: Évolution des contraintes élémentaires équivalentes de Von Mises maximales

La figure 4.25 présente l'évolution de la fonction contrainte concernant l'énergie de déformation par zone. Sur ces figures, les zones qui sont trop éloignées de la valeur seuil ne sont pas indiquées et on observe donc seulement les énergies de déformation des zones en verre (en rouge) et des zones représentant les colles des vitrages (en vert) ainsi que l'énergie de déformation du panneau arrière. On peut observer que les énergies de déformation des zones en colle sont très proches de leur valeur seuil et il s'agit de la zone représentant la colle du pare-brise de la cabine qui viole la contrainte à plusieurs reprises et entraîne donc des ré-augmentations de certaines épaisseurs des pièces et donc de la masse de la cabine à partir de la 54^{ème} itération.

On peut observer sur la figure 4.26 l'évolution de la fonction contrainte concernant la pression acoustique dans la cavité. La courbe tracée représente la pression maximale dans la cavité sur les cinq points de contrôle. Sur cette figure, on peut noter que la pression a plutôt tendance à diminuer au cours des itérations. Cependant, comme la bande de fréquences choisie pour lancer la procédure est étroite, seul le premier mode de la cavité participe effectivement aux réponses harmoniques puisqu'il est situé aux alentours de $86Hz$. Ceci implique que lors du

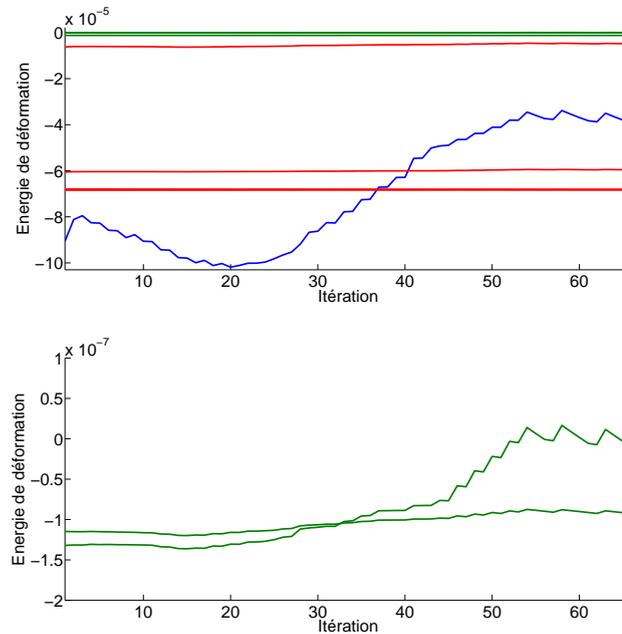


FIGURE 4.25: Évolution des énergies de déformation

choix des points de contrôle de la cavité, ceux-ci sont concentrés autour du ventre du premier mode acoustique, puisque l'algorithme de choix des nœuds de contrôle permet de sélectionner les degrés de liberté candidats qui permettent d'observer et de distinguer les modes. Or dans ce cas, comme il n'y a qu'un seul mode à observer, les nœuds retenus sont ceux qui ont la plus grande amplitude. Il suffit donc que la localisation de ce ventre acoustique soit légèrement modifiée au cours de la procédure pour que les points de contrôle acoustiques ne soient plus suffisamment pertinents. Ceci peut expliquer la forte diminution (de plus de $3dB$) de la pression maximale dans la cavité au cours de la procédure visible sur la figure 4.26 après la quarante-cinquième itération.

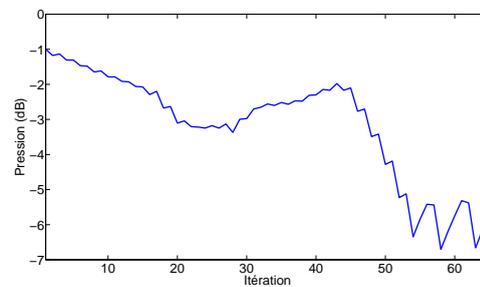


FIGURE 4.26: Évolution de la pression dans la cavité acoustique

4.2.5/ BILAN

Bien que la procédure développée n'ait pas pu se dérouler jusqu'à son terme pour des raisons techniques, on peut noter que la stratégie d'optimisation de la masse sous contraintes de dimensionnement vibro-acoustique s'applique de manière tout à fait satisfaisante sur un modèle industriel. En effet, on peut noter que les différents aspects de la méthode telle que son adaptativité fonctionnent aussi bien que sur le cas-test académique. Il est cependant regrettable que les calculs n'aient pas pu être menés sur une bande de fréquences plus large afin de ne pas seulement prendre en compte les premiers modes globaux de la cabine et le premier mode acoustique mais également des modes plus localisés qui auraient permis d'obtenir des résultats différents concernant les zones dont les épaisseurs ont diminué. En effet les résultats obtenus ici montrent de fortes diminutions des épaisseurs représentant des zones de renforts de charnières ou de rétroviseurs mais peu de baisse significative de zone ayant une surface plus importante. Ceci est dû au fait que seuls les premiers modes de la structure participent aux réponses harmoniques. Or ces modes sont globaux et sollicitent principalement les pièces de la cabine possédant les plus grandes surfaces. Ce qui implique que les zones ayant une plus petite surface sont beaucoup plus facilement sélectionnées par l'algorithme de classement pour une diminution d'épaisseur. De même, la bande de fréquences choisie étant trop étroite, seul le premier mode acoustique participe effectivement aux réponses harmoniques et le choix des points de contrôle acoustiques se trouve donc être peu pertinent.

Cette difficulté peut être réduite en utilisant un ordinateur de calcul plus puissant que celui disponible au sein du Département Mécanique Appliquée afin de pouvoir enrichir la base modale permettant d'évaluer les réponses harmoniques sur une bande de fréquences plus large.

Dans le cas de ce modèle, le maillage est très fin sur les parties structures ce qui entraîne un nombre très important de degrés de liberté. En effet les tailles de maille des parties structures permettent d'évaluer le modèle dans la gamme des moyennes fréquences puisque ce modèle est également utilisé par le LVA de l'INSA Lyon.

De même, afin de pouvoir améliorer les conditions de calculs, on pourrait envisager d'utiliser des techniques de réduction de modèle sur les parties non modifiables de la structure. Il faut cependant s'assurer de conserver la capacité à évaluer les fonctions contraintes sur ces parties réduites afin de conserver un bon fonctionnement de la procédure d'optimisation.

Les seuils utilisés pour les fonctions contraintes ainsi que les points d'excitation ont été choisis de manière aléatoire ce qui ne permet pas de conclure quant à l'objectif de 15% du projet CLIC de gain en masse sur la cabine globale, c'est-à-dire prenant également en compte les différentes garnitures de la cabine ainsi que les sièges des usagers par exemple.

4.3/ CONCLUSIONS

La méthode développée au chapitre 3 a été appliquée sur deux modèles différents afin de pouvoir tester son efficacité.

Dans un premier temps, sur le cas-test académique, les résultats obtenus ont été comparés avec ceux issus de l'algorithme *fmincon* et montrent une meilleure efficacité concernant la réduction de la masse (3.39% avec l'algorithme *fmincon* contre 7.49% avec la procédure développée) et un temps de calcul très inférieur (77h pour *fmincon* contre 100min pour la procédure développée). Ces résultats sont satisfaisants et indiquent que la stratégie développée est intéressante. Le fait de choisir de ne modifier que quelques variables soigneusement choisies semble bien plus efficace que la stratégie utilisée par l'algorithme *fmincon* consistant à modifier toutes les variables du problème dès qu'elles ont une influence sur la fonction objectif.

Cette première application permet de s'assurer que la méthode peut proposer une réduction de masse avec un nombre d'évaluations du modèle minimum afin de pouvoir l'appliquer sur un modèle industriel.

Dans un second temps, l'application de la méthode à un modèle industriel de cabine de camion n'a pas pu être menée à terme pour des raisons techniques principalement mais les tendances obtenues après 66 itérations, une diminution de 2.5% de la masse, indiquent que la stratégie d'optimisation fonctionne plutôt correctement sur un modèle industriel. L'utilisation de machines de calculs plus puissantes afin de pouvoir évaluer les réponses harmoniques sur une bande de fréquences plus large permettrait de s'en assurer. En effet dans le cas présenté ici, les réponses harmoniques sont évaluées seulement avec la participation des premiers modes de la structure. Or ces modes ne sollicitent pas ou peu la plupart des pièces ayant une surface assez faible ce qui implique une forte diminution des épaisseurs de celles-ci. Il faudrait donc tout d'abord pouvoir valider la méthode sur un modèle industriel sur une bande de fréquences plus large pour s'assurer de son bon fonctionnement avant d'envisager d'utiliser des méthodes de réduction de modèle sur les zones non modifiables de la structure.

Enfin les résultats obtenus par cette méthode doivent être validés sur les autres bandes de fréquences en moyennes et hautes fréquences mais également en calcul de crash afin de s'assurer de ne pas dégrader la sécurité et le confort des usagers de la cabine.

MÉTHODE D'OPTIMISATION MULTI-OBJECTIFS EN MOYENNES ET HAUTES FRÉQUENCES

Ce chapitre décrit le développement d'une méthode d'optimisation d'épaisseurs de plaques pour le dimensionnement en dynamique des structures et vibro-acoustique dans le domaine des moyennes et hautes fréquences. Dans un premier temps, des éléments bibliographiques décrivent les différentes notions nécessaires aux analyses numériques en moyennes et hautes fréquences en présentant plusieurs méthodes d'analyse permettant de prévoir le comportement des structures dans ces bandes de fréquences ; en particulier la méthode SmEdA (Statistical modal Energy density Analysis) est détaillée plus précisément puisqu'elle est utilisée dans ces travaux. Dans un deuxième temps, une partie présente la comparaison de résultats obtenus entre la méthode SEA, la méthode SmEdA et la méthode des éléments finis sur différents cas-tests. Puis comme lors du chapitre précédent, le problème d'optimisation est défini. La méthode développée est ensuite présentée et celle-ci est appliquée à une structure académique représentant schématiquement le plancher d'une cabine de camion et sa cavité acoustique associée. Enfin, les résultats obtenus sont comparés avec un algorithme d'optimisation non-linéaire couramment utilisé.

5.1/ ÉLÉMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

5.1.1/ DOMAINE DES MOYENNES ET HAUTES FRÉQUENCES

Les méthodes de calculs vues dans le chapitre 3 sont des méthodes numériques basées sur une approche modale utilisant les éléments finis. Lorsque les modes de la structure sont facilement identifiables, on peut obtenir les informations recherchées sur tous les nœuds du maillage de cette structure en un temps convenable. Quand on cherche à prédire le comportement dans des bandes de fréquences plus élevées, plusieurs problèmes se posent. En effet, afin de calculer correctement les informations voulues en un nœud du maillage, afin de garder un niveau d'erreur constant, la taille de maille doit diminuer lorsque la fréquence augmente ce qui augmente sensiblement

le nombre de degrés de liberté et donc la taille des matrices représentant le problème. De plus, les incertitudes sur les paramètres du problème ont un impact beaucoup plus important dans le domaine des moyennes et hautes fréquences [84].

Sur la figure 5.1, on peut voir la fonction de réponse en fréquence (FRF) ponctuelle en déplacement d'une plaque appuyée de dimension $1m \times 1.2m \times 0.002m$ entre $18Hz$ et $980Hz$ simulée numériquement avec un amortissement modal de 2% sur laquelle on observe un comportement basses fréquences ou modal jusqu'à $200Hz$ environ puis au delà on observe que les pics sont de plus en plus difficile a différencier et que l'amplitude de la FRF a tendance à devenir constante. A ces fréquences plus élevées, il n'est donc plus possible de prédire correctement le comportement de la plaque en se servant des outils habituels utilisés lorsque la structure a un comportement modal.

La figure 5.2 indique les valeurs du facteur de recouvrement modal par tiers d'octave. Le facteur de recouvrement modal Rm se calcule à partir du facteur de perte par amortissement des modes de la structure, $\eta(f)$, de la fréquence centrale de la bande considérée, f_c , et de la densité modale $n(f)$ représentant le nombre de modes compris dans une bande de fréquences donnée [85] :

$$Rm(f_c) = \eta(f) f_c n(f). \quad (5.1)$$

On peut observer sur ces deux figures que la modification du comportement de la FRF intervient lorsque le facteur de recouvrement modal est supérieur à 1.

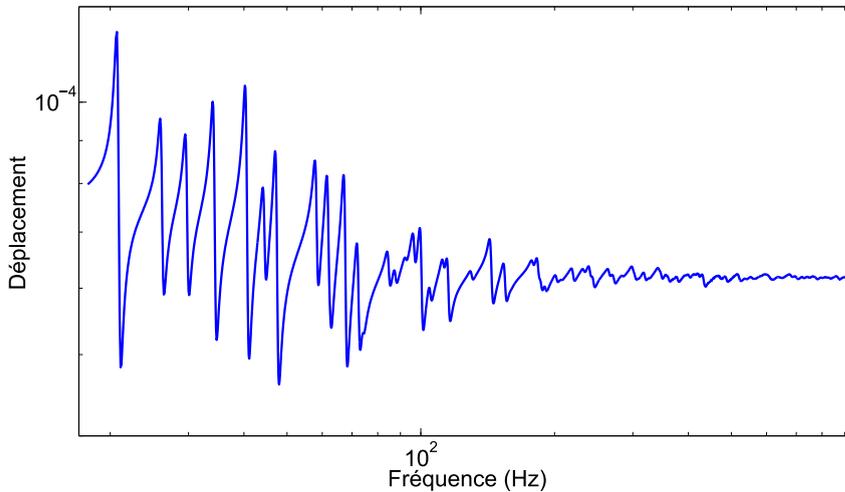


FIGURE 5.1: FRF ponctuelle d'une plaque mince

Les calculs sont de plus en plus longs même pour des structures simples lorsque l'on augmente la bande fréquentielle. De plus, la méthodes des éléments finis requiert de connaître exactement les paramètres du système et devient de plus en plus sensible aux incertitudes

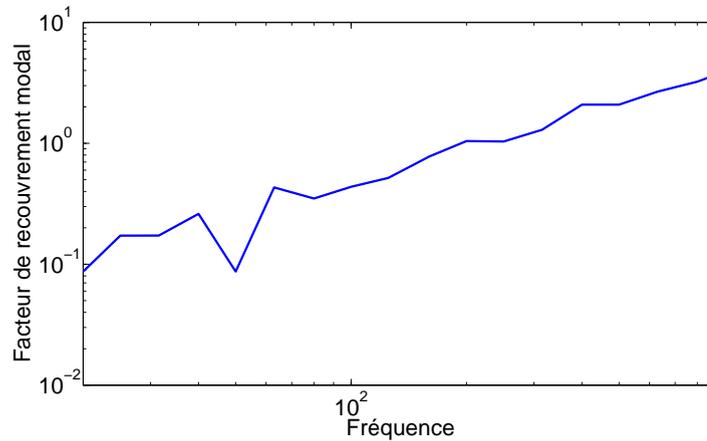


FIGURE 5.2: Facteur de recouvrement modal

lorsque la fréquence augmente. Il est donc nécessaire de s'appuyer sur des méthodes permettant de réduire les temps de calculs pour prédire les comportements de structures complexes en moyennes et hautes fréquences. Ces méthodes sont des méthodes statistiques permettant de calculer le comportement moyen de la structure afin d'obtenir des résultats qualitatifs sur le comportement de la structure en un temps correct au détriment de la description précise de ces résultats.

5.1.2/ MÉTHODES D'ANALYSE EN MOYENNES ET HAUTES FRÉQUENCES

Les différentes méthodes développées pour prédire les comportements en moyennes et hautes fréquences sont basées sur l'évaluation de quantités énergétiques ou moyennées. Ces quantités présentent différents avantages. En effet les quantités énergétiques sont des scalaires positifs facilement sommables, leur utilisation permet de relier linéairement les énergies aux puissances injectées. De plus les relations obtenues sont moins sensibles que celles liants les efforts aux déplacements. Les quantités moyennées permettent des simplifications des problèmes mathématiques et sont moins sensibles aux phénomènes de dispersion des résultats. Les moyennes les plus utilisées sont les moyennes spatiales, les moyennes fréquentielles et les moyennes sur un ensemble de structures.

5.1.2.1/ MÉTHODE D'ANALYSE STATISTIQUE DE L'ÉNERGIE

La méthode d'analyse statistique de l'énergie (SEA) est l'une des méthodes les plus utilisées pour l'analyse de systèmes en hautes fréquences. Elle a été développée par Lyon [86] initialement pour le domaine de l'aérospatial. Elle est basée sur le calcul de puissance moyenne P_{ij} échangée entre deux oscillateurs simples i et j couplés par un élément non-dissipatif et leurs énergies

totales respectives E_i et E_j :

$$P_{ij} = K_i E_i - K_j E_j \quad (5.2)$$

avec K_i et K_j des paramètres propres à chacun des sous-systèmes permettant de décrire les échanges d'énergie entre les deux oscillateurs.

Ce résultat est ensuite étendu à des structures plus complexes qui sont représentées par un assemblage de sous-systèmes couplés. Ces sous-systèmes ont un ensemble dénombrable de modes dont les propriétés énergétiques sont similaires ce qui constitue une hypothèse forte de la méthode SEA. Le découpage en sous-systèmes n'est pas associé à un découpage structural, ce qui ne permet pas de distinguer les différents modes de comportement vibratoire.

Un bilan de puissance peut être écrit pour un sous-système i sous la forme :

$$P_{i,inj} = \sum_j P_{ij} + P_{i,diss} \quad (5.3)$$

où $P_{i,inj}$ représente la puissance injectée au sous-système i , $P_{i,diss}$ la puissance dissipée dans ce sous-système et P_{ij} les puissances échangées avec les sous-systèmes adjacents. Les différentes puissances sont exprimées à partir des énergies totales de chaque sous-système E_i et les paramètres de la méthode SEA : les facteurs de perte interne et ceux de perte par couplage.

Le facteur de perte interne η_i permet de représenter la dissipation de l'énergie d'un sous-système, due par exemple à son amortissement structural. La puissance dissipée s'écrit :

$$P_{i,diss} = \omega_c \eta_i E_i \quad (5.4)$$

où ω_c représente la fréquence centrale de la bande considérée.

Les facteurs de perte par couplage décrivent les puissances échangées entre les différents sous-systèmes :

$$P_{ij} = \omega_c (\eta_{ij} E_i - \eta_{ji} E_j) = \omega_c \eta_{ij} \left(E_i - \frac{n_i}{n_j} E_j \right) \quad (5.5)$$

où η_{ij} et η_{ji} sont les facteurs de perte par couplage entre les deux sous-systèmes i et j liés par la relation $n_i \eta_{ij} = n_j \eta_{ji}$ avec n_i et n_j les densités modales des sous-systèmes i et j .

On peut donc obtenir les énergies totales des sous-systèmes en inversant le système :

$$\omega_c \begin{bmatrix} \eta_i + \eta_{ij} & -\eta_{ji} \\ -\eta_{ij} & \eta_j + \eta_{ji} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_i \\ E_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{i,inj} \\ P_{j,inj} \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Cette expression peut être étendue assez facilement à une étude comprenant plusieurs sous-systèmes.

Pour que le système présenté soit facilement inversible, c'est à dire que la matrice des facteurs de perte soit symétrique, plusieurs hypothèses doivent être vérifiées :

- les sous-systèmes et leurs couplages doivent pouvoir être décrits de manière linéaires ;
- l'amortissement d'un sous-système doit être faible et doit pouvoir être modélisé par une matrice d'amortissement diagonale dans la base modale du sous-système découplé ;
- le couplage entre les sous-systèmes doit être faibles et conservatif ;
- les excitations extérieures doivent être indépendantes et de type "Rain on the Roof" ;
- la bande de fréquences d'intérêt est relativement étroite et doit contenir un nombre important de modes résonnants ;
- les modes en dehors de la bande de fréquences considérée ne participent pas aux échanges d'énergie ;
- les fréquences propres des sous-systèmes peuvent avoir n'importe quelle valeur dans la bande de fréquences considérée ;
- les processus sont aléatoires et stationnaires pour que les quantités moyennées sur un temps suffisamment long soient constantes, de plus les processus sont également ergodiques de manière à ce que les moyennes d'ensemble puissent être remplacées par les moyennes temporelles.

Certaines de ces hypothèses sont difficiles à vérifier, en effet il n'existe pas une unique définition d'un couplage faible. Chandiramani [87] indique qu'un couplage est faible si les facteurs de perte par couplage sont très inférieurs aux facteurs de perte interne. Fahy [88] considère que le couplage est faible si les modes du sous-système découplé sont similaires à ceux du sous-système couplé. Wester et Mace [89] ont eux défini deux critères permettant d'évaluer la force du couplage basés sur les coefficients de transmission et de réflexion à la jonction entre les deux sous-systèmes et du facteur de recouvrement modal.

Dans sa thèse T. Lafont [90] fait une étude précise des différentes hypothèses utilisées dans la SEA en soulignant la nécessité de chacune d'entre elles. Il définit des critères concernant le champ diffus et montre ainsi que l'hypothèse d'efforts de type rain-on-the-roof implique l'hypothèse de champ diffus. Un critère permettant de vérifier l'hypothèse d'équipartition de l'énergie modale qui ne peut pas être atteinte si le système étudié est excité par une seule force aléatoire et renforce la nécessité d'efforts de type rain-on-the-roof. L'hypothèse de couplage faible est également discutée et il montre qu'elle est nécessaire dès qu'il y a plus de deux oscillateurs dans l'étude et que tous les modes résonnants soient dans la bande de fréquences considérée, dans le cas de couplage fort, des facteurs de couplage indirects apparaissent traduisant l'importance des modes globaux. Il présente également des cas-tests avec différentes configurations d'amortissement ou de bandes de fréquences [91] afin de présenter ses résultats sur différents exemples d'application. Ming et Pan [92] ont mis en évidence que la qualité des résultats de la méthode SEA est dépendante du facteur de recouvrement modale des sous-systèmes ainsi que du nombre de modes résonnant dans la bande de fréquences considérée. En effet Fahy et Mohammed [85] ont montré que lorsque le facteur de recouvrement modal est inférieur à 1, les énergies transmises sont surestimées. L'ouvrage de Le Bot [93] présente également une étude approfondie du développement de la méthode SEA particulièrement concernant les études en vibroacoustiques en introduisant les différentes notions et hypothèses de manière graduelle.

5.1.2.2/ MÉTHODES INSPIRÉES DE L'ÉQUATION DE LA CHALEUR

D'autres approches, inspirées de l'équation de la chaleur, ont été développées. Ces méthodes permettent de réduire le maillage spatial nécessaire pour la prédiction du comportement de la structure puisqu'elles ne nécessitent pas de raffiner le maillage en fonction de la fréquence car les quantités évaluées évoluent lentement avec les variables spatiales.

La méthode "Power Flow Finite Element Analysis" (PFFEA) ou "équation de la chaleur" développée par Nefske et Sung [94], Wohlever et Bernhard [95], Le Bot [96] s'appuie sur le bilan énergétique locale en régime permanent :

$$\operatorname{div} I + \Pi_{diss} = \Pi_{inj} \quad (5.7)$$

où I , Π_{diss} et Π_{inj} sont le vecteur d'intensité structurale, et les densités de puissances dissipée et injectée respectivement. La densité de puissance dissipée peut être exprimée en fonction de la densité d'énergie du système, W , du coefficient d'amortissement η et de la pulsation ω :

$$\Pi_{diss} = \eta\omega W. \quad (5.8)$$

L'hypothèse de la méthode de diffusion est que l'intensité est reliée au gradient de la densité d'énergie grâce à une relation analogue à la loi de Fourier :

$$I = -D\nabla W \quad (5.9)$$

avec $D = c^2/\eta\omega$ un coefficient de diffusion dépendant du milieu de propagation où c est la vitesse de groupe dans le milieu de propagation. En injectant ces deux relations dans le bilan énergétique local, on obtient une équation du second ordre analogue à l'équation de la chaleur et les codes éléments finis de transfert de chaleur peuvent être utilisés :

$$-\frac{c^2}{\eta\omega}\Delta W + \eta\omega W = \Pi_{inj} \quad (5.10)$$

Cette méthode permet de localiser l'énergie à l'intérieur des sous-systèmes considérés. De plus, le faible coût en calcul de cette formulation la rend attractive. Cependant si la méthode a été validée pour des structures mono-dimensionnelles, celle-ci se révèle fautive dans le cas général [97]. De plus, le coefficient de diffusion n'est pas facilement déterminable.

Plusieurs autres méthodes basées sur des notions énergétiques ont été développées parmi lesquelles on peut citer la "General Energetic Method" décrite par Lase et al. [98] qui est analogue à la PFFEA, l'approche développée par Sestieri et Caracerra [99, 100] qui permet de calculer une enveloppe spatiale approchée de l'énergie cinétique par la transformation de Hilbert ou encore la méthode des coefficients d'influence énergétique proposé par Guyader et al. [101] présentée comme une alternative à la SEA. Ces coefficients d'influence relient linéairement les énergies cinétiques globales des sous-systèmes aux densités spectrales de puissance des forces excitatrices. Ces coefficients sont évalués à partir d'une approche modale sur le système couplé. Cette méthode a principalement été appliquée sur des assemblages de plaques finies.

5.1.2.3/ THÉORIE VARIATIONNELLE DES RAYONS COMPLEXES

La méthode de la théorie variationnelle des rayons complexes (VTCR) [102, 103] s'appuie sur des fonctions de formes appelées les rayons complexes. La structure complète est divisée en sous-structures homogènes dans lesquelles sont calculées les fonctions de forme. Les conditions limites de chaque sous-structure sont traitées par une seule formulation variationnelle vérifiée par les fonctions de forme. Afin de limiter le nombre d'inconnues par sous-structures, une vision multi-échelle des rayons complexes est adoptée : les fonctions de formes sont séparées entre une partie rapide, connue explicitement et intégrée analytiquement, tandis que la partie lente est traitée par le calcul numérique. La discrétisation est effectuée en réduisant l'espace des fonctions de forme tout en conservant toutes les directions de propagation.

Pour chaque sous-structure Ω_j , la relation de comportement et l'équilibre intérieur sont vérifiées exactement. Un espace d'admissibilité $S_{ad,j}$ est formé :

$$S_{ad,j} = \left\{ (u_j, \sigma_j) \middle| \begin{array}{l} \text{div} \sigma_j = -\rho_j \omega^2 u_j \\ \sigma_j = K_j \epsilon_j(u_j) \end{array} \right\} \quad (5.11)$$

où u_j et σ_j représente le champ de déplacement et le champ de contrainte, ρ_j la masse volumique, $K_j = (1 + i\xi_j)K_{0j}$ l'opérateur de Hooke, ξ_j le coefficient d'amortissement structural et ϵ_j l'opérateur de déformation de la sous-structure j . Les équations restant à résoudre sont les conditions limites de chaque sous-structure vérifiées de manière faible par une formulation variationnelle. Ces relations traduisent l'équilibre des puissances virtuelles à travers les frontières de chaque sous-structure.

Plusieurs familles de champs peuvent alors être distinguées. Les ondes planes propagatives harmoniques, des rayons localisés au niveau d'un bord de la sous-structure correspondant aux ondes évanescentes dans la direction d'une des normales ainsi que des rayons localisés au niveau d'un coin de la sous-structure correspondant cette fois aux ondes évanescentes dans les deux directions.

Le problème est discrétisé en considérant le déplacement constante par morceaux, ainsi pour chaque famille d'onde, les trois domaines d'existence sont divisés en un nombre différent de secteurs angulaires égaux. Les inconnues du système sont les déplacements $W_m(x)$, $W_n(x)$ et $W_q(x)$ correspondant aux m , n et q secteurs angulaires définis pour les rayons internes, de bord et de coin respectivement.

Toutes les directions de propagation sont prises en compte et le problème est écrit sous forme matricielle pour prendre en compte les conditions limites :

$$\mathbb{K}W = F. \quad (5.12)$$

Le vecteur F et la matrice \mathbb{K} contiennent des exponentielles complexes multipliées par des polynômes en k , correspondant au nombre d'onde, issus des opérateurs de dérivation et de la dépendance des W en x représentant les conditions limites.

Les calculs effectués avec l'équation (5.12) sont valables pour une fréquence donnée seulement et les calculs doivent être relancés pour chaque fréquence d'intérêt. C'est pourquoi la méthode a été étendue pour obtenir des résultats sur une bande fréquentielle [104]. L'équation (5.12) devient alors :

$$[\langle \mathbb{K} \rangle + \Delta \mathbb{K}(\omega)][\langle W \rangle + \Delta W(\omega)] = [\langle F \rangle + \Delta F(\omega)], \quad (5.13)$$

avec

$$\Delta \mathbb{K} = \sum_{k=0}^{\bar{k}} \Delta \mathbb{K}_k(\omega_0)(\omega - \omega_0)^k, \quad (5.14)$$

$$\Delta F = \sum_{k=0}^{\bar{k}} \Delta F_k(\omega_0)(\omega - \omega_0)^k, \quad (5.15)$$

$$\langle \cdot \rangle = \frac{1}{2\Delta\omega} \int_{\omega^-}^{\omega^+} \cdot d\omega, \quad (5.16)$$

où ω^- et ω^+ représente les valeurs inférieure et supérieure de la bande de fréquences considérée, A_k le $k^{\text{ème}}$ terme du développement de A en série de Taylor et \bar{k} l'ordre maximum considéré. Comme certains termes de l'équation (5.13) sont d'amplitude très faible, le déplacement W est écrit sous la forme :

$$W(\omega) = \lambda \langle W \rangle + \mu \Delta W, \quad (5.17)$$

où λ et μ sont les valeurs qui minimisent la fonction erreur définie telle que :

$$E^2 = \frac{1}{2\Delta\omega} \int_{\omega^-}^{\omega^+} [F - \mathbb{K}W]^T [K_s]_D [F - \mathbb{K}W] d\omega, \quad (5.18)$$

avec $[K_s]_D$ les termes diagonaux de la partie symétrique de \mathbb{K} .

Les résultats obtenus avec l'extension pour une bande de fréquences ont été comparés à ceux issus de la théorie pour des poutres et des plaques et montrent de bons résultats avec un développement en série de Taylor de degré 4. De même, les résultats obtenus pour un assemblage de plaques homogènes permettent de prédire le comportement que les amplitudes de déplacement soient fortes ou relativement faibles [104].

5.1.2.4/ MÉTHODE DU TRANSFERT RADIATIF

La méthode du transfert radiatif développée par Le Bot [105, 106, 107] est une méthode de prédiction du comportement vibratoire et acoustique en moyennes et hautes fréquences. Elle se base sur des quantités énergétiques évaluées au niveau local. Les quantités utilisées sont la densité d'énergie W et le flux d'énergie I . Cette méthode permet d'étudier le champ stationnaire en décomposant le champ en ondes propagatives, les ondes évanescentes étant négligées. Ces ondes propagatives sont décrites par leur célérité, leur front d'onde et leur coefficient d'atténuation. La méthode est donc plus simple à mettre en place dans des milieux linéaires, homogènes et isotropes. Dans le cas du champ transitoire, le champ est décomposé en paquets d'ondes. La relation permettant de relier les quantités utilisées est :

$$I = cWu, \quad (5.19)$$

où c est la vitesse de groupe et u le vecteur unitaire de la direction de propagation.

Les trois principes permettant d'appliquer la méthode du transfert radiatif sont la représentation intégrale des champs, la décorrélation des sources et le principe de localité (précisant que les interactions entre un point et une onde ne dépendent que des propriétés locales du système et des fronts d'onde) et le principe de localité permettant de décomposer le problème complexe en un ensemble de problèmes plus simples.

Les champs W et I sont obtenus par superposition linéaire des composantes des champs directs provenant des sources volumiques de densité de puissance dans le domaine ρ et des composantes réverbérées issues des sources de surface de densité de puissance aux frontières du domaine σ . Les inconnues du système sont les σ . Celles-ci sont déterminées en s'intéressant au flux d'énergie émis et reçu et mène à une équation matricielle sous la forme :

$$(Id - T)\sigma = g, \quad (5.20)$$

avec

$$T_{kl} = \frac{\gamma}{\gamma_0} \int_{\Gamma_l} R \cos \theta_{p'} cG(p', p_k) \cos \theta_k d\Gamma_{p'} \quad (5.21)$$

$$g_k = \frac{\gamma}{\gamma_0} \int_{\Omega} R \rho_s cG(s, p_k) \cos \theta_k d\Omega_s, \quad (5.22)$$

avec R un coefficient de visibilité, G la densité d'énergie du champ direct, $\theta_{p'}$ l'angle d'émission en p' , θ_k l'angle d'incidence en p_k du rayon venant de s et de p' , $d\Gamma_{p'}$ un élément de la frontière du domaine Ω dont le point p_k est le barycentre et γ et γ_0 des coefficients variant selon la dimension de l'espace considéré.

Ces intégrales sont évaluées par un algorithme d'intégration de Gauss en introduisant des points pondérés de Gauss sur chaque élément. La construction de la matrice T est coûteuse puisqu'il faut évaluer les coefficients de visibilité pour chaque point de collocation. De plus

cette matrice est réelle, pleine et non symétrique, l'inversion de la matrice $Id - T$ est donc très coûteuse. Lorsque les sources σ_k sont connues, les champs W et I sont reconstruits à partir des équations :

$$W(r) = \sum_s \rho_s G(s, r) + \sum_k \sigma_k \int_{\Gamma_k} G(p, r) \cos \theta_p d\Gamma_p \quad (5.23)$$

$$I(r) = \sum_s \rho_s c G(s, r) + \sum_k \sigma_k \int_{\Gamma_k} c G(p, r) \cos \theta_p d\Gamma_p. \quad (5.24)$$

Ces intégrales sont également évaluées par un algorithme d'intégration de Gauss.

La méthode du transfert radiatif permet d'obtenir des résultats très cohérents par rapport aux résultats expérimentaux sur des assemblages de plaques et permet d'avoir des valeurs d'énergie différentes sur le sous-système considéré contrairement à la méthode SEA [105].

La méthode a ensuite été étendue afin d'affiner les résultats obtenus sur le calcul du champ acoustique en introduisant le phénomène de diffraction acoustique [108, 109] et montre de bons résultats par rapport à ceux obtenus par la méthode des éléments de frontières lorsque la fréquence augmente ou quand le rapport entre la longueur d'onde et la taille de l'objet diffractant diminue puisque les effets des interférences diminuent.

5.1.3/ MÉTHODE SMEDA

5.1.3.1/ PRINCIPE

La méthode SmEdA (Statistical modal Energy distribution Analysis) [110, 111, 112] est une extension de la méthode SEA permettant de lever certaines hypothèses telles que l'équirépartition des énergies modales. La double formulation modale [110] de sous-systèmes couplés est basée sur une formulation double déplacements-contraintes entre deux types de modes de sous-système : les modes découplés libres et les modes découplés bloqués.

On considère deux sous-systèmes mécaniques couplés rigidement sur une surface. Les deux sous-systèmes sont excités par un effort ergodique aléatoire de type bruit blanc sur une bande de fréquence définie et les matériaux de chaque sous-système sont considérés comme étant élastiques linéaires avec un amortissement visqueux.

Le premier sous-système est décrit par le vecteur déplacement $W_i(M, t)$ et le second par le tenseur des contraintes $\sigma_{ij}(M', t)$ où i et $j = 1, 2, 3$, t représente le temps et M, M' sont des points du sous-système 1 et 2 respectivement. Le premier sous-système est décrit par les modes découplés libres et le second par les modes découplés bloqués. On peut écrire le déplacement du

sous-système 1 et les contraintes du sous-système 2 en sommant les contributions modales :

$$W_i(M, t) = \sum_{n=1}^{N_1} a_n(t) \tilde{W}_i^n(M), \quad (5.25)$$

$$\sigma_{ij}(M', t) = \sum_{s=1}^{N_2} b_s(t) \tilde{\sigma}_{ij}^s(M'), \quad (5.26)$$

où $a_n(t)$ et $b_s(t)$ sont les amplitudes modales des sous-systèmes 1 et 2 respectivement, $\tilde{W}_i^n(M)$ est le déplacement modal du sous-système 1, $\tilde{\sigma}_{ij}^s(M')$ sont les contraintes modales du sous-système 2 et N_1 et N_2 sont les nombres de modes de chacun des sous-systèmes.

Avec le changement de variable $b_q(t) = \dot{c}_q(t)$, les équations modales données par la double formulation modale [110] sont :

$$\ddot{a}_p(t) + \Delta_p \dot{a}_p(t) + (\omega_p)^2 a_p(t) + \frac{1}{M_p} \sum_{m=1}^{N_2} \dot{c}_m(t) W_{pm} = \frac{F_p}{M_p}, \forall p \in [1, \dots, N_1] \quad (5.27)$$

$$\ddot{c}_q(t) + \Delta_q \dot{c}_q(t) + (\omega_q)^2 c_q(t) - \frac{1}{M_q (\omega_q)^2} \sum_{r=1}^{N_1} \dot{a}_r(t) W_{rq} = \frac{F_q}{M_q (\omega_q)^2}, \forall q \in [1, \dots, N_2] \quad (5.28)$$

où ω_p et ω_q sont les pulsations de chaque sous-système découplé, M_p et M_q sont les masses modales, F_p et F_q sont les efforts modaux généralisés, $\Delta_p = \omega_p \eta_p$ et $\Delta_q = \omega_q \eta_q$ avec η_p et η_q les facteurs d'amortissement modaux et W_{pq} le travail d'interaction modale entre le couple de modes (p, q) défini par :

$$W_{pq} = \int_{S_{\text{couplage}}} \tilde{W}_i^p \tilde{\sigma}_{ij}^q n_j^2 dS \quad (5.29)$$

où n_j^2 sont les composantes du vecteur normal au volume occupé par le sous-système 2 dirigé vers l'extérieur.

On peut donc décrire l'interaction entre les modes des deux sous-systèmes comme des oscillateurs avec un couplage gyroscopique. Un mode d'un sous-système est couplé avec tous les modes du second sous-système mais pas avec les autres modes du sous-système auquel il appartient ce qui correspond à la définition du couplage entre les modes de la SEA.

La conservation de l'énergie appliquée au mode p du sous-système 1 donne :

$$\Pi_{inj}^p = \Pi_{diss}^p + \sum_{q=1}^{N_2} \Pi_{pq} \quad \forall p \in [1 \dots N_1] \quad (5.30)$$

où Π_{inj}^p est la moyenne temporelle de la puissance injectée par l'effort généralisé F_p , Π_{diss}^p est la moyenne temporelle de la puissance dissipée par l'amortissement intrinsèque du mode p et

$\sum_{q=1}^{N_2} \Pi_{pq}$ est la moyenne temporelle des flux de puissance échangés par le mode p avec les modes du sous-système 2.

La moyenne temporelle de la puissance injectée par un effort extérieur de type bruit blanc à un oscillateur est :

$$\Pi_{inj}^p = \frac{\pi}{4M_p} \bar{S}_{F_p} \quad (5.31)$$

où \bar{S}_{F_p} et la densité spectrale de puissance de l'effort exprimée en $N^2/rad.s^{-1}$.

La puissance dissipée liée à l'amortissement interne dans un oscillateur est donnée par :

$$\Pi_{diss}^p = \omega_p \eta_p E_p \quad (5.32)$$

où E_p est la moyenne temporelle de l'énergie du mode p et η_p est le facteur d'amortissement modal.

En isolant le mode p du sous-système 1 et le mode q du sous-système 2 dans les équations (5.27) et (5.28) , on peut évaluer la puissance échangée par ces deux modes :

$$\ddot{a}_p(t) + \Delta_p \dot{a}_p(t) + (\omega_p)^2 a_p(t) + \sqrt{\frac{(\omega_p)^2 M_q}{M_p}} \gamma_{pq} \dot{c}_q(t) = L_{1pq}(t), \forall (p, q) \in ([1, N_1] \times [1, N_2]), \quad (5.33)$$

$$\ddot{c}_q(t) + \Delta_q \dot{c}_q(t) + (\omega_q)^2 c_q(t) - \sqrt{\frac{M_p}{(\omega_p)^2 M_q}} \gamma_{pq} \dot{a}_p(t) = L_{2qp}(t), \quad (5.34)$$

où

$$L_{1pq}(t) = \frac{F_p(t)}{M_p} - \sum_{r=1, r \neq q}^{N_2} \frac{W_{pr}}{M_p} \dot{c}_r(t) \quad L_{2qp}(t) = \frac{F_q(t)}{M_q} - \sum_{m=1, m \neq p}^{N_1} \frac{W_{mq}}{M_q} \dot{a}_m(t)$$

$$\gamma_{pq} = \frac{W_{pq}}{\sqrt{M_p (\omega_q)^2 M_q}}$$

Comme dans la SEA, les efforts d'interaction $L_{1pq}(t)$ et $L_{2qp}(t)$ sont supposés être des efforts de type bruit blanc non-corrélés et on peut donc écrire selon la relation définie par la SEA :

$$\Pi_{pq} = \omega_c \eta_{pq} (E_p - E_q) \quad (5.35)$$

avec ω_c la pulsation centrale de la bande de fréquence d'intérêt et η_{pq} le facteur de perte en couplage obtenu à partir des données modales des sous-systèmes découplés. Ce facteur s'écrit :

$$\eta_{pq} = \frac{(W_{pq})^2}{\omega_c M_p (\omega_q)^2 M_q} \left(\frac{(\Delta_p (\omega_q)^2 + \Delta_q (\omega_p)^2)}{((\omega_p)^2 - (\omega_q)^2)^2 + (\Delta_p + \Delta_q) (\Delta_p (\omega_q)^2 + \Delta_q (\omega_p)^2)} \right). \quad (5.36)$$

où $\Delta_p = \omega_p \eta_p$ et $\Delta_q = \omega_q \eta_q$ avec η_p et η_q les facteurs d'amortissement modaux.

On peut donc écrire la conservation de l'énergie du mode p du sous-système 1 :

$$\Pi_{inj}^p = \omega_p \eta_p E_p + \sum_{q=1}^{N_2} \omega_c \eta_{pq} (E_p - E_q), \quad \forall p \in [1, \dots, N_1]. \quad (5.37)$$

De même la conservation de l'énergie du mode q du sous-système 2 s'écrit :

$$\Pi_{inj}^q = \omega_q \eta_q E_q + \sum_{p=1}^{N_1} \omega_c \eta_{pq} (E_q - E_p), \quad \forall q \in [1, \dots, N_2]. \quad (5.38)$$

Ces deux équations conduisent à un système linéaire où les inconnues sont les énergies modales des sous-systèmes 1 et 2 :

$$\begin{aligned} \Pi_{inj}^p &= \left(\omega_p \eta_p + \sum_{q=1}^{N_2} \omega_c \eta_{pq} \right) E_p - \sum_{q=1}^{N_2} \omega_c \eta_{pq} E_q, \\ \Pi_{inj}^q &= - \sum_{p=1}^{N_1} \omega_c \eta_{pq} E_p + \left(\omega_q \eta_q + \sum_{p=1}^{N_1} \omega_c \eta_{pq} \right) E_q. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Ensuite les énergies totales de chaque sous-système sont calculées en sommant les énergies modales :

$$E_1 = \sum_{p=1}^{N_1} E_p \quad E_2 = \sum_{q=1}^{N_2} E_q \quad (5.40)$$

où E_1 et E_2 sont les moyennes temporelles des énergies totales des sous-systèmes 1 et 2 respectivement.

Un mode d'un sous-système sera couplé avec tous les modes des sous-systèmes associés dans la bande de fréquences considérée. Mais si les calculs se font sur plusieurs bandes fréquentielles consécutives, ce mode n'échangera que dans l'intervalle auquel il appartient.

On peut donc noter que la méthode SmEdA permet de calculer les énergies totales de chaque sous-système à partir des données modales de ces sous-systèmes découplés, donc à partir de modèles éléments finis suffisamment fins pour couvrir la bande de fréquences considérée. La méthode peut s'appliquer pour tous types de structure, notamment les plus complexes. Les énergies des sous-systèmes sont donc obtenues seulement à partir de la résolutions des problèmes modaux des sous-systèmes et de l'amortissement de chacun des modes sur la bande de fréquence considérée.

5.1.3.2/ CHOIX DES SOUS-SYSTÈMES

Le problème majeur de l'utilisation de la méthode SmEdA réside dans la définition des sous-systèmes et des conditions limites appliquées à ceux-ci. En effet, certaines hypothèses de la SEA sont toujours présentes : les sous-systèmes doivent être faiblement couplés, les amplitudes modales entre deux sous-systèmes doivent être décorrélées.

Dans le cas de structures simples, le choix est facilité. En effet dans le cas de plaques ou de poutres couplées rigidement en L, la plaque de plus grande épaisseur ou la poutre de plus grande section est définie comme le sous-système le plus rigide et est définie comme appuyée sur l'arête (ou le point) de couplage tandis que le second sous-système est considéré comme encastré sur cette arête. Dans le cas où les épaisseurs sont identiques, il est plus difficile de déterminer quel sous-système doit être encastré, et il peut être préférable de définir les deux plaques ou poutres comme faisant partie du même sous-système dans le cas où l'étude se fait principalement sur le comportement en moyennes fréquences.

Dans le cas de plaques ou de poutres liées rigidement par un angle plat, la plaque de plus grande épaisseur ou la poutre de plus grande section est définie comme le sous-système le plus rigide et est définie comme libre sur l'arête (ou le point) de couplage tandis que le second sous-système est considéré comme encastré sur cette arête. Il faut cependant que les deux plaques ou poutres aient une forte densité modale et des épaisseurs ou sections très différentes sinon il est plus aisé de les définir comme faisant partie du même sous-système.

Les sous-systèmes les plus rigides sont considérés comme appuyés sur l'arête de couplage si l'angle entre les deux sous-systèmes est supérieur à 10 degrés et libres sinon [113].

Dans le cas d'un couplage avec une cavité acoustique, le choix des conditions limites est facilité : la partie structure et la cavité acoustique sont considérées comme libres sur leur surface de contact. En effet le champ de pression définit directement l'effort appliqué sur la partie structurelle.

Dans le cas de structures complexes, quand la géométrie ou le changement de matériau ne permet pas d'identifier clairement les différents sous-systèmes, il faut pouvoir valider numériquement les choix fait a priori pour la définition des conditions limites des sous-systèmes ou si nécessaire de définir les deux parties en question comme faisant partie du même sous-système.

5.2/ VALIDATION

Afin de pouvoir développer la méthodologie d'optimisation de la masse en moyennes et hautes fréquences, le choix d'utiliser la méthode SmEdA a été fait. Ce choix a été déterminé par le fait que le laboratoire Vibrations et d'Acoustique de l'INSA Lyon, où cette méthode a été développée, fait partie du projet CLIC mais également parce que la méthode s'applique sur les modèles éléments finis classiques déjà utilisés dans les chapitres précédents, ce qui permet d'envisager une extension de la méthode présentée dans le chapitre 3. C'est pourquoi, dans cette

section, différents assemblages sont présentés afin de vérifier l'efficacité de la méthode SmEdA en moyennes et hautes fréquences. Les énergies obtenues avec la méthode SmEdA sont comparées avec celles obtenues avec le modèle éléments finis complet mais également avec la méthode SEA.

5.2.1/ MÉTHODE

Afin de vérifier la bande de fréquences pour laquelle la méthode SmEdA peut s'appliquer, des calculs menés avec SmEdA et avec le modèle éléments finis complet ont été menés sur différents types de structures : dans un premier temps, deux plaques liées par un angle droit, puis deux plaques liées par un angle plat, deux plaques liées par un angle à 108 degrés et enfin un système plaque-cavité.

La méthode SmEdA telle qu'elle est implémentée dans le logiciel AESOP (Analytical-Experimental Structural Optimization Plateform, développé au Département de Mécanique Appliquée) est légèrement différente de la méthode SmEdA classique. En effet, l'implémentation considère pour les sous-systèmes excités, une équirépartition de la puissance modale injectée, ce qui signifie que les résultats obtenus par rapport au modèle éléments finis complet excité par un effort ponctuel peuvent être différents. La méthode SmEdA implémentée nécessite pour calculer les énergies de chaque sous-système l'évaluation de cette puissance injectée dans le (ou les) sous-système(s) excité(s). Afin de comparer les énergies obtenues entre le calcul SmEdA et le calcul modèle éléments finis complet, il faut d'abord déterminer cette puissance. La comparaison s'effectue donc en déterminant les FRFs du modèle complet soumis à une excitation ponctuelle, F , de tous les degrés de liberté du maillage sur un tiers d'octave, puis en calculant la puissance injectée par cet effort ponctuel. Cette puissance s'écrit :

$$P = \frac{1}{2} Re(\tilde{F}\tilde{V}^*), \quad (5.41)$$

où $F = Re(\tilde{F})$, $V = Re(\tilde{V})$ la vitesse du degré de liberté excité et le symbole * correspond au complexe conjugué.

Les réponses en déplacement sont obtenues par superposition modale :

$$\{\tilde{q}(\omega)\} = \sum_{j=1}^N \frac{\{\phi_j\}^T \{F\}}{m_j(-\omega^2 + 2i\xi_j\omega\omega_j + \omega_j^2)} \{\phi_j\}, \quad (5.42)$$

où $\{\tilde{q}(\omega)\}$ est le vecteur complexe des degrés de liberté du système, N le nombre de mode du système entre $0Hz$ et trois fois la fréquence maximale de la bande considérée, $\{\phi_j\}$ le vecteur propre du mode j , $\{F\}$ le vecteur des effort d'excitation, m_j la masse modale, ξ_j le coefficient d'amortissement et ω_j la fréquence du mode j . Les modes sont calculés jusqu'à la fréquence égale à trois fois la fréquence maximale de la bande considérée afin de prendre en compte les

participations des modes à plus hautes fréquences. Ensuite les réponses en vitesse sont évaluées à partir des réponses en déplacement :

$$\{\dot{\tilde{q}}(\omega)\} = i\omega\{\tilde{q}(\omega)\}, \quad (5.43)$$

puis les énergies modales de déformation et cinétiques de chaque sous-système, e_{def}^i et e_{cin}^i sont calculées :

$$e_{def}^{j,i} = \frac{1}{2}\{\tilde{q}(\omega_j)\}^T K_{ss_i}\{\tilde{q}(\omega_j)\}, \quad (5.44)$$

$$e_{def}^i = \sum_{j=1}^n e_{def}^{j,i}, \quad (5.45)$$

$$e_{cin}^{j,i} = \frac{1}{2}\{\dot{\tilde{q}}(\omega_j)\}^T M_{ss_i}\{\dot{\tilde{q}}(\omega_j)\}, \quad (5.46)$$

$$e_{cin}^i = \sum_{j=1}^n e_{cin}^{j,i}, \quad (5.47)$$

$$e_m^i = e_{def}^i + e_{cin}^i \quad (5.48)$$

où $e_{def}^{j,i}$ et $e_{cin}^{j,i}$ sont les énergies de déformation et cinématique du mode j restreintes au sous-système i , K_{ss_i} et M_{ss_i} sont les matrices de raideur et de masse restreintes au sous-système i et e_m^i l'énergie mécanique du sous-système i .

Dans notre cas, l'effort ponctuel appliqué est un effort harmonique d'amplitude unitaire, la puissance s'écrit donc :

$$P(\omega) = \frac{1}{2}Re(\{\dot{\tilde{q}}(\omega)\}_{ss_{exc}}), \quad (5.49)$$

où $\{\dot{\tilde{q}}(\omega)\}_{ss_{exc}}$ est le degré de liberté du sous-système excité. La puissance est ensuite sommée sur la bande de fréquences considérée :

$$P_{inj} = \Delta\omega \sum_{i=1}^n P(\omega_i). \quad (5.50)$$

où $n - 1$ est le nombre d'incrément défini pour parcourir le tiers d'octave considéré et Δf le pas fréquentiel. Le calcul est mené pour chaque tiers d'octave.

Il peut exister de légères différences entre les résultats sur les énergie obtenues puisque dans le cas du modèle complet, on calcule la puissance injectée d'un effort ponctuel qui peut se trouver sur le nœud d'un ou plusieurs modes tandis que la puissance injectée dans SmEdA excite tous les modes du sous-système si celle-ci est non-nulle. Si l'effort ponctuel est situé sur le nœud d'un ou plusieurs modes, des écarts peuvent apparaître sur les énergies modales.

Un tableau récapitulant les fréquences centrales et les bornes des bandes de fréquences par octave et par tiers d'octave est disponible en annexe A.

5.2.2/ DEUX PLAQUES LIÉES PAR UN ANGLE DROIT

Dans le cas de deux plaques couplées rigidement en L dont l'une est plus épaisse que l'autre, la définition des sous-systèmes est assez simple. En effet dans le cas présenté ici, les deux plaques sont de mêmes dimensions, $0.6m \times 1.4m$, seules leurs épaisseurs sont différentes, la première plaque est de $0.004m$ d'épaisseur et la seconde de $0.002m$; la plaque la plus épaisse est donc considérée comme appuyée sur l'arête de couplage et la seconde comme encastree sur cette arête. Les plaques sont appuyées sur tous leurs autres bords. Les deux plaques ont un amortissement structural imposé de 2%. La figure 5.3 présente le facteur de recouvrement modal des deux plaques; on peut remarquer qu'à partir du tiers d'octave centré sur $800Hz$, les facteurs de recouvrement modal sont suffisamment élevés pour considérer que les plaques ont un comportement moyennes fréquences.

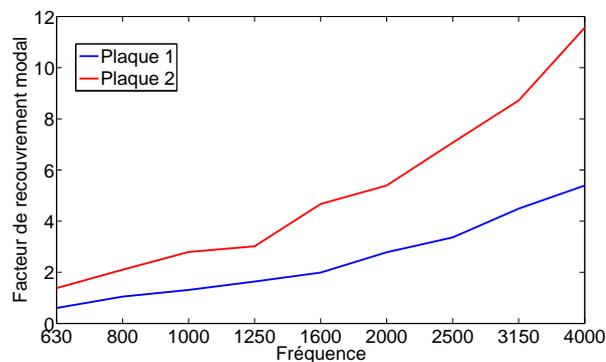


FIGURE 5.3: Facteur de recouvrement modal des deux plaques

La figure 5.4 présente les énergies des deux plaques, en trait plein celles de la première plaque (la plus épaisse) et en pointillés celles de la seconde plaque. La figure permet de comparer les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis (en bleu), la méthode SEA (en vert) et la méthode SmEdA (en rouge). Sur la figure 5.4(a), la plaque la plus épaisse est excitée et on peut voir que les énergies de la seconde plaque sont sous-estimées par les méthodes SmEdA et SEA mais que les valeurs obtenues représentent bien la tendance par rapport à la méthode des éléments finis et que celles-ci finissent par être en accord à partir du tiers d'octave centré sur $1600Hz$. La tendance est cependant bien représentée dès les premiers tiers d'octave considérés. Sur la figure 5.4(b), c'est la seconde plaque qui est excitée et les énergies obtenues sont en accord dès le tiers d'octave centré sur $800Hz$ entre la méthode des éléments finis et la méthode SmEdA. Plus la fréquence augmente, plus les énergies sont en accord sur les deux cas d'excitation. De plus, selon Maxit [113], plus le rapport entre les épaisseurs (la plus grande sur la plus petite) des deux plaques est élevée, plus les énergies calculées par SmEdA se rapprochent de celles issues du modèle complet. On peut remarquer dans les deux cas d'excitation que la méthode SmEdA permet d'obtenir une meilleure estimation des énergies que la méthode SEA sur la plaque qui n'est pas excitée et des résultats très proches pour la plaque excitée.

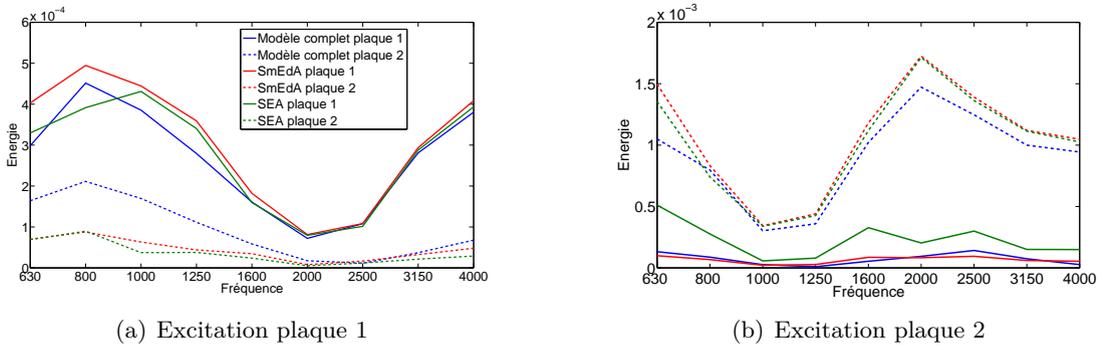


FIGURE 5.4: Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave

5.2.3/ DEUX PLAQUES LIÉES PAR UN ANGLE PLAT

Dans le cas de deux plaques dans le même plan couplées rigidement, la définition des sous-systèmes se fait en considérant la plaque la plus épaisse comme étant libre sur l'arête de couplage et la moins épaisse comme encastrée sur cette arête. Dans la cas présenté ici, les deux plaques sont de dimension $0.3m \times 1.4m$, la première de $0.004m$ d'épaisseur, la seconde de $0.001m$. L'arête parallèle à l'arête de jonction de la plaque la plus fine est appuyée, les autres arêtes sont libres. Les deux plaques ont un amortissement structural imposé de 2%. Sur la figure 5.5, présentant les facteurs de recouvrement modal des deux plaques, on peut observer que les deux plaques ont un comportement moyennes fréquences à partir du tiers d'octave centré sur $1600Hz$.

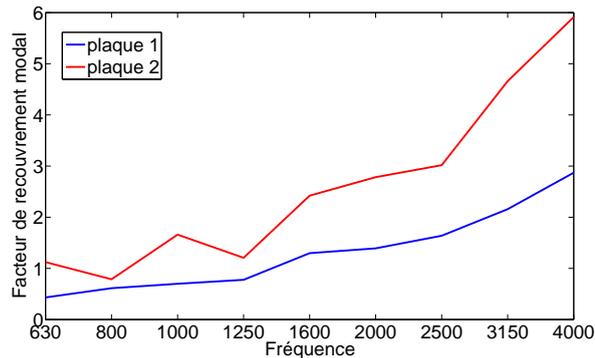


FIGURE 5.5: Facteur de recouvrement modal des deux plaques

La figure 5.6 présente les énergies des deux plaques, en trait plein celles de la première plaque (la plus épaisse) et en pointillés celles de la seconde plaque. La figure permet de comparer les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis (en bleu), la méthode SEA (en vert) et la méthode SmEdA (en rouge). Contrairement au cas précédent, il existe de grandes différences entre les énergies calculées à partir du modèle élément finis complet d'un côté et de celles issues

des méthodes SmEdA et SEA. En effet dans les deux cas d'excitation, les énergies ne sont pas comparables jusqu'au tiers d'octave centré sur $1600Hz$, ce qui correspond au fait que les facteurs de recouvrement modal des plaques sont inférieurs à 1. Ensuite dans le cas où la seconde plaque est excitée (figure 5.6(b)), la tendance est bien représentée à partir du tiers d'octave centré sur $1600Hz$ avec une meilleure estimation des énergies par la méthode SmEdA sur la plaque qui n'est pas excitée et des résultats très proches pour la plaque excitée. Dans le cas de l'excitation sur la plaque la plus épaisse (figure 5.6(a)), les méthodes SmEdA et SEA ne permettent pas de représenter correctement les énergies obtenues avec la méthode des éléments finis.

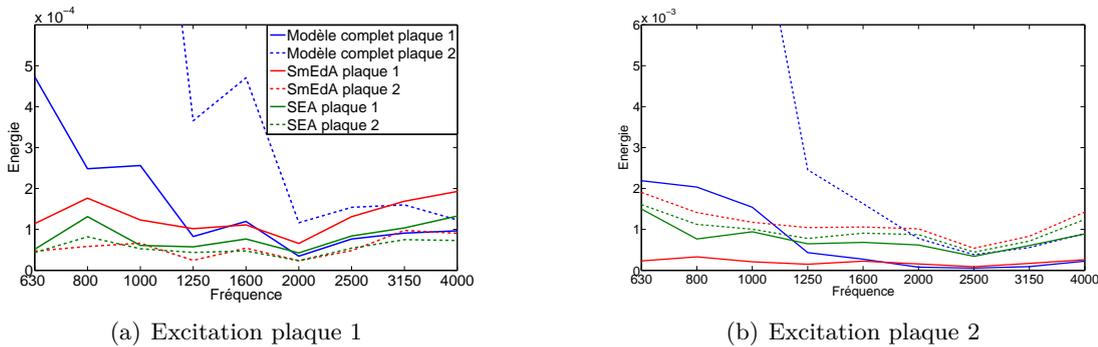


FIGURE 5.6: Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave

Ici encore, plus les épaisseurs sont différentes, plus les énergies calculées par SmEdA seront proches de celles obtenues à partir du modèle complet. Cependant, même avec un rapport de 4 entre les épaisseurs, on peut voir figure 5.6 que ce n'est pas suffisant pour obtenir de bons résultats en moyennes fréquences dans le cas où la plaque la plus épaisse est excitée.

Ainsi pour étudier le comportement en moyennes fréquences d'un système de deux plaques liées rigidement par un angle plat, il faut une grande différence entre les épaisseurs mais également des plaques ayant un facteur de recouvrement modal très élevé. Il faut donc soit que les plaques soient de dimensions suffisamment grandes pour avoir une densité modale élevée, soit que l'amortissement soit assez élevé, or l'une des hypothèses de la méthode SmEdA comme dans la SEA indique que les sous-systèmes doivent avoir un amortissement assez faible. Dans les autres cas, il est plus simple de considérer les deux plaques comme faisant partie du même sous-système.

5.2.4/ DEUX PLAQUES LIÉES PAR UN ANGLE À 108 DEGRÉS

Dans le cas de deux plaques liées par un angle à 108 degrés, les conditions limites sur l'arête de couplage sont les mêmes que pour deux plaques liées par un angle droit : la plaque la plus épaisse est considérée comme appuyée sur l'arête de couplage tandis que la plus fine est encastree. Les plaques présentées ici sont de dimensions différentes, la première de $0.6m \times 1.2m \times 0.002m$ et la seconde de $0.475m \times 1.2m \times 0.005m$. Toutes les autres arêtes sont appuyées. Les deux

plaques ont un amortissement structural imposé de 2%. Les facteurs de recouvrement modal de ces plaques sont indiqués figure 5.7 sur laquelle on peut voir que la seconde plaque à un faible facteur de recouvrement modal sur les premiers tiers d'octave (jusqu'à celui centré sur $1250Hz$).

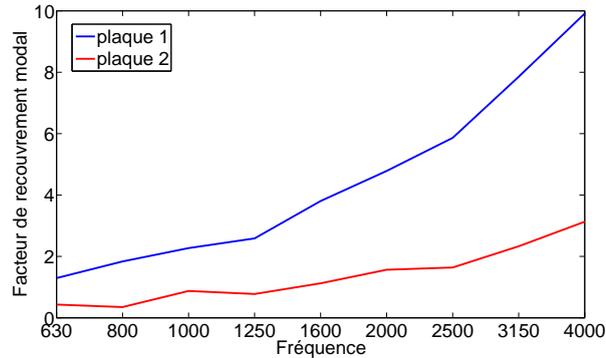


FIGURE 5.7: Facteur de recouvrement modal des deux plaques

La figure 5.8 présente les énergies des deux plaques en trait plein celles de la première plaque (la moins épaisse) et en pointillés celles de la seconde plaque. La figure permet de comparer les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis (en bleu), la méthode SEA (en vert) et la méthode SmEdA (en rouge). La tendance des valeurs des énergies est bien représentée dans les deux cas d'excitation, puisque les énergies obtenues avec les méthode SmEdA et SEA ont la même évolution que celles obtenues avec la méthode éléments finis mais sont décalées. Cette fois encore, on observe que la méthode SmEdA permet d'obtenir des énergies plus proches que celles obtenues par la méthode SEA pour la plaque qui n'est pas excitée et des résultats quasiment similaires avec la méthode SEA pour la plaque excitée.

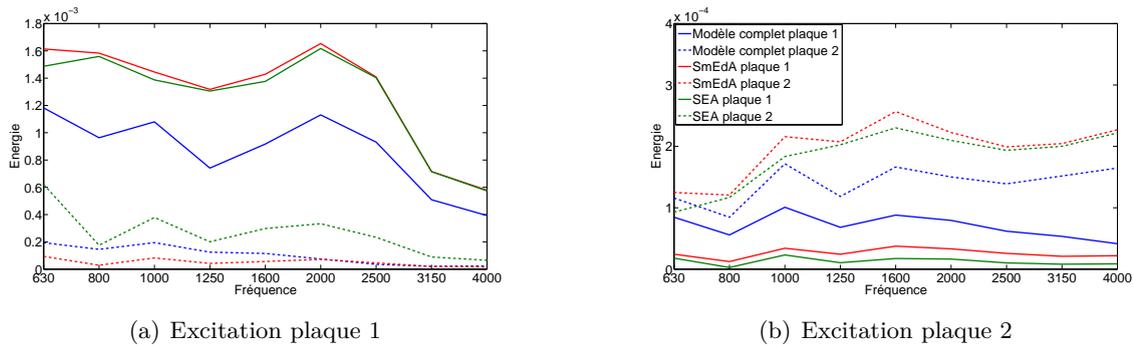
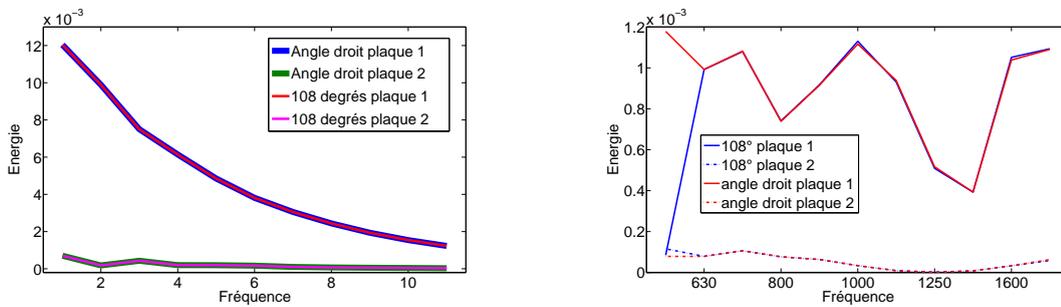


FIGURE 5.8: Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave

Dans le cas des énergies modales calculées avec la méthode SmEdA, les conditions limites utilisées sont identiques à celles utilisées dans le cas de plaques liées par un angle droit. Or comme les énergies modales sont calculées seulement à partir des déformées modales des sous-systèmes

isolés, les énergies calculées avec SmEdA pour des plaques de mêmes dimensions sont les mêmes dans le cas de plaques liées par un angle droit ou pour des plaques liées par un angle supérieur à 10 degrés comme on peut le voir figure 5.9(a) où les énergies SmEdA sont calculées pour deux plaques de dimensions $0.6m \times 1.2m \times 0.002m$ et $0.475m \times 1.2m \times 0.005m$ avec une puissance injectée constante de 1 Watt sur chaque tiers d'octave. Sur la figure 5.9(b) les énergies de ces mêmes plaques sont évaluées à partir des réponses en fréquence à une excitation harmonique unitaire sur le modèle éléments finis complet. Sur ces figures on peut voir que le fait de conserver les mêmes conditions limites est tout à fait valable lorsque les plaques ont un comportement moyennes fréquences. Les énergies obtenues dans les deux cas ne sont pas comparables puisque dans le cas d'une puissance injectée de 1 Watt par tiers d'octave, la puissance est partagée entre tous les modes résonnants dans chacun des tiers d'octave de la bande de fréquences considérée, or plus la fréquence augmente, plus les tiers d'octaves sont larges et donc plus le nombre de modes augmentent en se partageant la même quantité de puissances (ce qui explique la décroissance des énergies obtenues) tandis que dans le cas de l'effort harmonique unitaire constant, la puissance injectée dépend seulement de la vitesse du nœud d'application de celle-ci.



(a) Énergies SmEdA, puissance injectée constante (1 Watt par tiers d'octave)

(b) Énergies calculées à partir du MEF complet, effort constant (effort ponctuel harmonique de 1N)

FIGURE 5.9: Énergies par tiers d'octave de deux systèmes de plaques de mêmes dimensions liées par un angle droit et par un angle de 108 degrés

Ces résultats sont différents du cas avec les deux plaques liées par un angle droit car les plaques considérées sont de dimensions différentes.

5.2.5/ SYSTÈME PLAQUE-CAVITÉ

Dans le cas d'un système plaque-cavité, la surface de la plaque est libre, ses arêtes sont encastrées, la cavité est considérée ouverte sur la surface en contact avec la plaque puisque le champ de pression permet de définir les efforts permettant de calculer les facteurs de pertes en couplage. Ses autres surfaces ont des conditions de paroi rigide, les vitesses acoustiques normales aux surfaces sont nulles. La plaque est de dimension $0.4m \times 0.5m \times 0.5mm$ et la cavité acoustique est de dimension $0.4m \times 0.5m \times 0.2m$. La plaque a un amortissement structural imposé de 2%, tandis que la cavité a un amortissement structural imposé de 0.5%. Les facteurs de recouvrement

modal des sous-systèmes sont indiqués sur la figure 5.10.

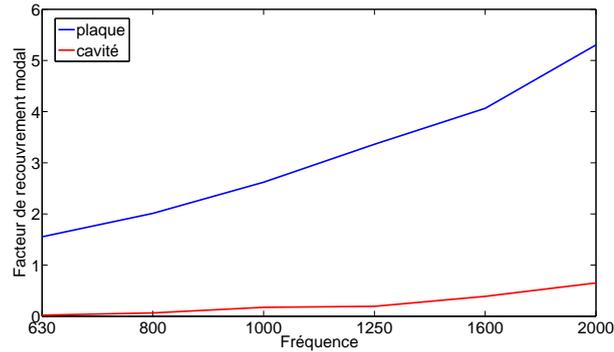


FIGURE 5.10: Facteur de recouvrement modal des deux sous-systèmes

Sur cette figure, on peut observer que le recouvrement de la cavité acoustique est inférieur à 1 sur la bande de fréquences considérée tandis que celui de la plaque est largement supérieur.

La figure 5.11 présente les énergies des deux sous-systèmes, en trait plein celles de la plaque et en pointillés celles de la cavité acoustique. La figure permet de comparer les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis (en bleu), la méthode SEA (en vert) et la méthode SmEdA (en rouge). Sur la figure, on peut observer que bien que le facteur de recouvrement modal de la cavité acoustique soit inférieur à 1, la tendance est très bien représentée que ce soit avec la méthode SEA ou la méthode SmEdA. On peut également observer que la méthode SmEdA représente mieux les énergies de la cavité acoustique dès les premiers tiers d'octave considérés ici alors que la méthode SEA surestime ces énergies.

Comme précédemment (à part dans le cas des plaques couplées par un angle plat), on observe que les méthodes SEA et SmEdA surestiment les énergies de la plaque excitée.

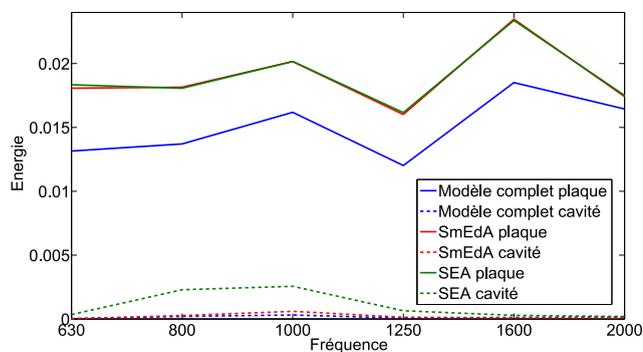


FIGURE 5.11: Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave, pour le modèle complet (plaque+cavité), le modèle SmEdA et le modèle SEA

5.3. DÉFINITION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION VIBROACOUSTIQUE EN MOYENNES ET HAUTES

5.2.6/ BILAN

Les cas tests présentés dans les paragraphes précédents permettent de faire quelques conclusions sur l'utilisation de la méthode SmEdA. En effet les énergies calculées par les méthodes SmEdA et SEA suivent les tendances des énergies calculées par les modèles éléments finis dès que les facteurs de recouvrement modal sont supérieurs à 1 principalement dans le cas des plaques couplées par un angle droit et par un angle de 108 degrés.

Dans le cas des plaques couplées par un angle plat les conclusions sont différentes, en effet les énergies calculées lorsque la plaque la plus fine est excitée représentent bien le comportement obtenu avec le modèle éléments finis, mais lorsque c'est la plaque la plus épaisse qui est excitée, les résultats ne sont pas concluants même lorsque le facteur de recouvrement modal le plus faible des deux plaques vaut quasiment 3 et avec un rapport des épaisseurs des plaques valant 4.

Dans le cas du système plaque-cavité, les conclusions sont également différentes puisque la tendance des énergies obtenues par les méthodes SmEdA et SEA sont très proches de celles obtenues par le modèle éléments finis complet même quand le facteur de recouvrement modal de la cavité est inférieur à 1.

Enfin, ces résultats montrent également que les énergies calculées par la méthode SmEdA représentent mieux les différents cas-test que celles obtenues par la méthode SEA principalement sur le sous-système qui n'est pas excité. Ensuite lorsque les calculs sont effectués sur les hautes fréquences, les résultats ont tendance à être quasiment identiques entre les deux méthodes. De plus, en calculant les puissances modales injectées à partir d'une excitation ponctuelle pour les modèles SmEdA, les deux modèles considéreraient alors la même excitation, ce qui rendrait la comparaison des résultats plus pertinente.

Ainsi la méthode SmEdA permet d'obtenir les tendances des énergies dès les moyennes fréquences, lorsque les facteurs de recouvrement modal sont supérieurs à 1 sur tous les sous-systèmes considérés. Dans le cas du système plaque-cavité, la cavité n'a pas nécessairement besoin d'avoir un facteur de recouvrement modal supérieur à 1 pour que les tendances sur les énergies obtenues soient similaires.

5.3/ DÉFINITION DU PROBLÈME D'OPTIMISATION VIBROACOUSTIQUE EN MOYENNES ET HAUTES FRÉQUENCES

Le problème dont il est question dans ce chapitre est similaire à celui du chapitre 3 sur l'optimisation en basses fréquences. Cependant, les données modales qui étaient utilisées dans ce chapitre ne sont plus accessibles sans mener des calculs éléments finis qui sont très coûteux en termes de temps en moyennes et hautes fréquences. Il faut donc s'intéresser aux quantités énergétiques disponibles pour chaque sous-système par tiers d'octave obtenues par la méthode SmEdA. L'objectif de la procédure développée dans ce chapitre est d'obtenir un design ayant la

masse la plus faible tout en garantissant que le comportement vibro-acoustique de la structure ne soit pas dégradé. Il faut donc pouvoir contrôler les énergies des différentes parties composant le modèle.

Il existe peu d'études dans la littérature traitant d'optimisation en moyennes et hautes fréquences dans les domaines de dynamique de structures ou en vibro-acoustique.

Nous nous proposons toujours d'agir sur les épaisseurs des différentes zones afin de modifier la masse de la structure considérée. La fonction objectif à minimiser est donc :

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N_z} x_i S_i \rho_i, \quad (5.51)$$

où f est la masse du modèle, S_i et ρ_i la surface et la masse volumique de la $i^{\text{ème}}$ zone, fixes au cours de la procédure et $x = [x_1, \dots, x_{N_z}]$ le vecteur des épaisseurs des N_z zones qui sont les variables du problème.

Les fonctions contraintes utilisées permettant de contrôler le comportement vibro-acoustique du modèle sont basées sur les énergies des sous-systèmes définis avec la méthode SmEdA. Le nombre de sous-système peut être différent du nombre de zones dans le cas où la validation du modèle SmEdA le nécessite. La fonction contrainte permettant de limiter les énergies de chaque sous-système par tiers d'octave est la suivante :

$$g_{1,j}(e) = E_e^{f_{c,j}} - E^{seuil,f_{c,j}} \leq 0, \quad (5.52)$$

où $g_{1,j}(e)$ est la fonction contrainte du sous-système e sur le tiers d'octave centré sur la fréquence $f_{c,j}$, $E_e^{f_{c,j}}$ l'énergie mécanique du sous-système e sur le tiers d'octave centré sur la fréquence $f_{c,j}$ et $E^{seuil,f_{c,j}}$ l'énergie mécanique maximale autorisée sur ce tiers d'octave. Il y a donc autant de fonctions contrainte g_1 que de tiers d'octave considérés.

De la même manière que précédemment, une autre fonction contrainte permettant de contrôler l'énergie acoustique de la cavité par tiers d'octave est considérée :

$$g_{2,j} = E_{ac}^{f_{c,j}} - E_{ac}^{seuil,f_{c,j}} \leq 0, \quad (5.53)$$

où $E_{ac}^{f_{c,j}}$ est l'énergie acoustique dans la cavité sur le tiers d'octave centré sur la fréquence $f_{c,j}$ et $E_{ac}^{seuil,f_{c,j}}$ l'énergie acoustique maximale autorisée sur ce tiers d'octave. Il y a donc également autant de fonctions contraintes g_2 que de tiers d'octave considérés.

5.4/ MÉTHODOLOGIE

5.4.1/ PRINCIPE

Le principe de la méthodologie développée pour l'optimisation de la masse en moyennes et hautes fréquences est similaire à celui utilisé en basses fréquences cependant, il n'y a que des quantités énergétiques qui sont prises en compte, ce qui simplifie la gestion des informations par zones. En effet, en basses fréquences il y avait trois indicateurs par zone, représentant le comportement modal de la structure, tandis qu'ici il n'y a qu'une seule information par zone et par tiers d'octave. Il n'est donc plus nécessaire d'utiliser un algorithme de classement afin de déterminer quelles épaisseurs peuvent être modifiées, les valeurs énergétiques par zone sont simplement comparées à leurs valeurs limites autorisées par tiers d'octave.

Un organigramme de la procédure développée est présenté figure 5.12 et peut être résumé de la manière suivante :

1. Préparation du modèle : création des sous-systèmes, définition des conditions limites entre les sous-systèmes.
2. Définition des paramètres tels que le nombre maximal d'itérations.
3. Choix des seuils à partir d'une analyse préliminaire.
4. Calcul des énergies des sous-systèmes par tiers d'octave.
5. Modification des épaisseurs selon les énergies calculées.
6. Mise à jour du modèle avec les nouvelles épaisseurs.
7. Si l'un des critères d'arrêt est atteint, analyse avec les dernières valeurs d'épaisseurs validées, sinon retour au point 4.

Il faut également vérifier avant d'utiliser la procédure la validité des choix des sous-systèmes, des conditions limites et également définir la bande de fréquences sur laquelle la stratégie est applicable par une étape de validation comparant les énergies des sous-systèmes obtenus avec un modèle éléments finis complets et celles obtenues avec les sous-systèmes SmEdA de la même manière que dans la partie 5.2.1.

5.4.2/ STRATÉGIE D'ACTION SUR LES VARIABLES

Dans la stratégie d'optimisation proposée ici, il n'y a pas d'indicateurs de prise de décision défini à proprement parler. En effet, les seules informations pouvant être obtenues sur les différents sous-systèmes sont les énergies par tiers d'octave. Si l'une de ces énergies ne permet plus de vérifier les fonctions contraintes, l'épaisseur associée à ce sous-système est augmentée d'une valeur définie au préalable. Dans le cas où toutes les fonctions contraintes sont vérifiées, deux seuils sont définis permettant de diminuer les épaisseurs des sous-systèmes concentrant le moins d'énergie. Ces deux seuils sont des pourcentages de l'énergie totale de la structure, il y a donc deux valeurs différentes de diminution des épaisseurs.

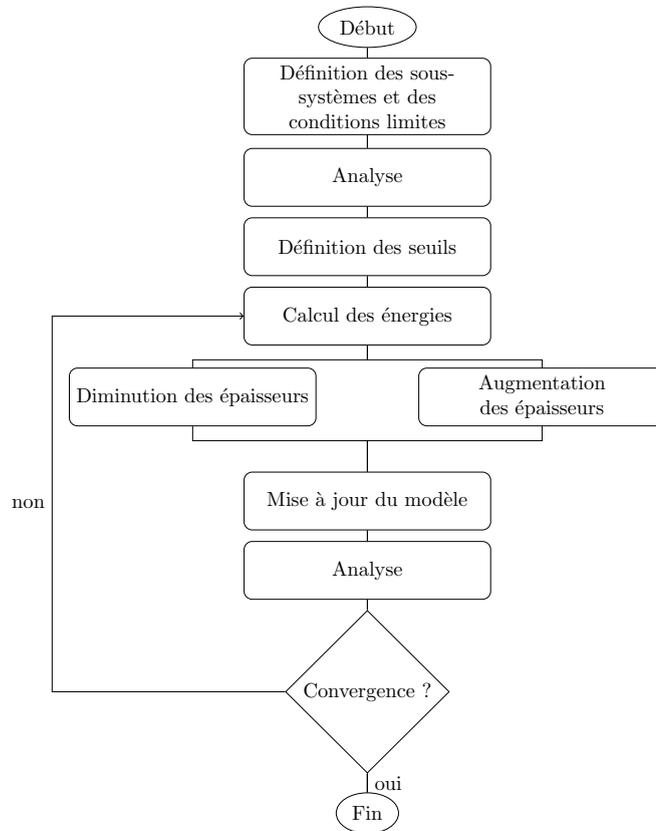


FIGURE 5.12: Organigramme de la stratégie d'optimisation

Si la fonction contraintes qui n'est plus vérifiée est celle concernant l'énergie acoustique dans la cavité alors comme précédemment (section 3.3.4), toutes les épaisseurs diminuées à l'étape précédente sont ré-augmentées. La stratégie développée dans le cas des moyennes et hautes fréquences est donc également adaptative et se corrige dans le cas où des fonctions contraintes ne sont plus vérifiées, un paramètre n_{inv} est défini de la même manière que dans la stratégie d'optimisation en basses fréquences afin de contrôler le nombre de designs non validés.

Dans le cas où un sous-système est composé de plusieurs plaques d'épaisseurs différentes, toutes les épaisseurs du système sont diminuées ou augmentées du même pourcentage.

Le paramètre n_{inv} peut avoir une importance particulière lors de la procédure, en effet, le fait de modifier les épaisseurs des zones modifie également les fréquences des modes. Or l'utilisation de la méthode SmEdA permet d'obtenir les facteurs de pertes en couplage entre les modes de deux sous-systèmes sur une bande de fréquence donnée, ici des tiers d'octave. Or si la fréquence d'un mode est modifiée, il est possible que ce mode change de tiers d'octave ce

qui peut modifier significativement les énergies du sous-système sur les deux tiers d'octave en question notamment dans le cas où la densité modale d'un sous-système est faible sur les premiers tiers d'octave en moyennes fréquences.

A chaque itération, la validité des choix des conditions limites entre les sous-systèmes est également vérifiée. En effet si l'un des sous-systèmes voit son épaisseur modifiée, il est possible que le rapport entre les épaisseurs s'inverse et qu'il faille échanger les conditions limites (en général bloquée et supportée). Ainsi, à chaque modification d'épaisseur un test est mené pour déterminer quel sous-système a l'épaisseur la plus grande.

5.4.3/ OBTENTION DE SOUS-SYSTÈMES AYANT DES ÉPAISSEURS ÉGALES

Il existe un cas critique lors duquel les épaisseurs des deux sous-systèmes deviendraient égales après une itération. Afin d'évaluer les différences pouvant être obtenues sur les énergies lorsque les conditions limites entre deux sous-systèmes sont incertaines, un calcul a été mené sur un ensemble de deux plaques de même épaisseur. Dans un premier cas, la première plaque est bloquée sur l'arête commune tandis que la seconde est supportée et dans un second cas, ces conditions limites sont échangées. La première plaque est de $0,6m \times 1m \times 0.003m$, la seconde de $0.475m \times 1m \times 0.003m$. Elles forment un angle de 108 degrés. La figure 5.13 présente les facteurs de recouvrement modal dans les deux cas de conditions limites puisque le fait de les changer entraîne une modification des bases modales des deux plaques. L'amortissement structural imposé est de 2%. Sur cette figure on peut s'apercevoir que les facteurs de recouvrement modal sont légèrement différents mais que les plaques ont un comportement moyennes fréquences aux même fréquences.

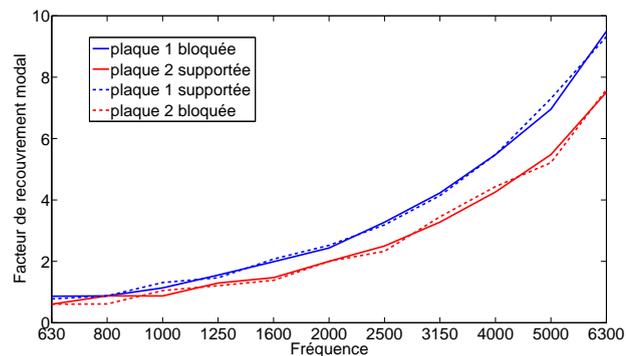


FIGURE 5.13: Facteurs de recouvrement modal des deux plaques par tiers d'octave selon les conditions limites

La figure 5.14 présente les énergies des deux plaques, en bleu le premier cas de conditions limites (plaque 1 bloquée, plaque 2 supportée), en rouge le second (plaque 1 supportée, plaque 2 bloquée), en trait plein la première plaque et en pointillés la seconde. Les calculs sont effectués dans les deux cas d'excitation. Sur cette figure, on peut observer que les énergies sont diffé-

rentes sur les deux premiers tiers d'octave, c'est-à-dire lorsque les plaques n'ont pas encore un comportement moyennes fréquences, mais que par la suite leurs énergies sont très proches voire égales dans les hautes fréquences.

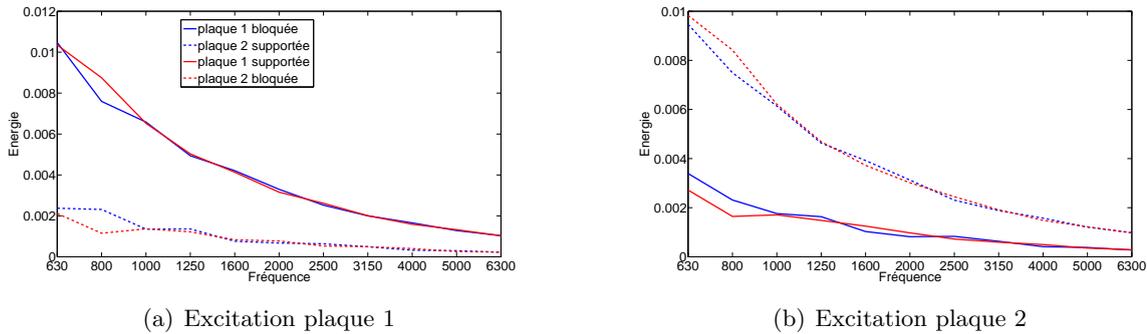


FIGURE 5.14: Énergies des sous-systèmes par tiers d'octave

Les énergies dans les deux cas de conditions limites étant très proches, il a été décidé que dans le cas où lors d'une itération, deux épaisseurs de sous-systèmes coïncidents devenaient égales, les conditions limites restent identiques aux conditions initiales et ne sont modifiées que lorsque le rapport entre les deux épaisseurs s'inverse.

5.5/ APPLICATION À UNE STRUCTURE ACADÉMIQUE

Le but de ce paragraphe est de déterminer si la procédure développée est plus efficace que l'algorithme `fmincon` pour l'optimisation en moyennes et hautes fréquences. Dans un premier temps, un modèle éléments finis schématisant un plancher des camion par assemblage de plaques est présenté, puis une étape de validation est effectuée afin de déterminer la bande fréquentielle sur laquelle la méthode `SmEdA` est applicable et ensuite les résultats issus de la procédure développée sont comparés avec ceux issus de l'algorithme `fmincon`.

5.5.1/ PRÉSENTATION DU MODÈLE

Le modèle utilisé pour vérifier l'efficacité de la procédure développée pour l'optimisation de la masse d'une structure en conservant un comportement vibro-acoustique acceptable est un assemblage de plaques représentant schématiquement le plancher d'une cabine de camion. A ce plancher est associé une cavité acoustique représentant grossièrement l'intérieur de la cabine. Le plancher est composé de cinq plaques différentes visibles sur la figure 5.15(a), la cavité acoustique utilisée est présentée figure 5.15(b). Les plaques ont des épaisseurs de 1.5mm pour les plaques aux extrémités, 2mm pour celle située au milieu et de 3mm pour les deux autres.

Le plancher est composé de 12328 éléments plaques `CQUAD4` tandis que la cavité est maillée

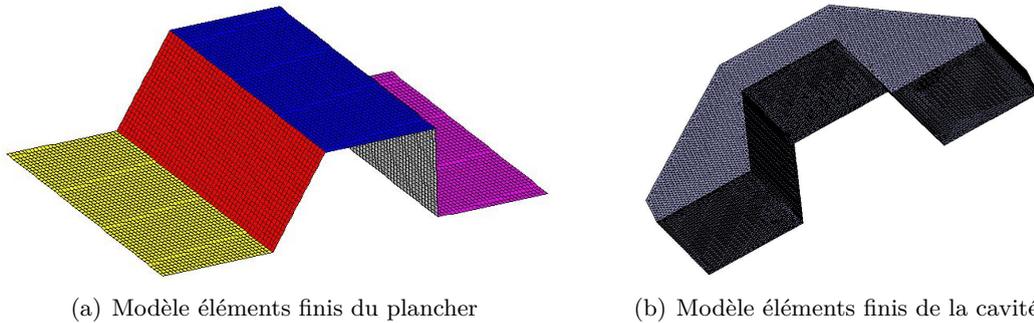


FIGURE 5.15: Modèles éléments finis du cas test

avec 978249 éléments tétraédriques CTETRA. Ce modèle est composé de 252832 de degrés de liberté.

5.5.2/ CHOIX DES SOUS-SYSTÈMES

Le choix des sous-systèmes est aisé dans le cas test-proposé. En effet, les plaques en contact ont des épaisseurs différentes, ainsi chacune des plaques est définie comme un sous-système pour la méthode SmEdA. La cavité acoustique est également un sous-système. Les conditions limites choisies pour les sous-systèmes sont les suivantes :

- Les plaques les plus épaisses présentent une condition d'appui sur les arêtes communes ;
- Les plaques les plus fines sont bloquées sur ces même arêtes ;
- Toutes les plaques sont libres à la frontière avec la cavité acoustique ;
- La cavité acoustique est libre sur ces mêmes frontières puisque le champ de pression de la cavité correspond aux efforts appliqués aux plaques ;
- Les autres arêtes des plaques sont appuyées ;
- Les autres surfaces de la cavité acoustique ont des conditions de paroi rigide.

Le tableau 5.1 récapitule le nombre d'éléments, de nœuds et de degrés de liberté par sous-système.

Sous-système	Éléments	Nœuds	DDL
1, 3 et 5	2680	2788	16728
2 et 4	2144	2244	13464
6	978249	177352	177352

TABLE 5.1: Nombre d'éléments, de nœuds et de degrés de liberté par sous-système

Un amortissement modal de 2% a été imposé sur toutes les plaques.

Afin de valider ce choix de sous-systèmes, les facteurs de recouvrement modal ont été évalués et sont présentés sur la figure 5.16 qui permet de remarquer que les sous-systèmes 2 et 4 ont un comportement moyennes fréquences à partir du tiers d'octave centré sur $1250Hz$, ce qui signifie que les énergies calculées par SmEdA ne sont pas comparables à celles évaluées avec le modèle éléments finis complet au moins jusqu'à ce tiers d'octave. Ceci est dû au fait que ces deux sous-systèmes sont composés de plaques de plus petites dimensions que les autres tout en étant également plus épaisses.

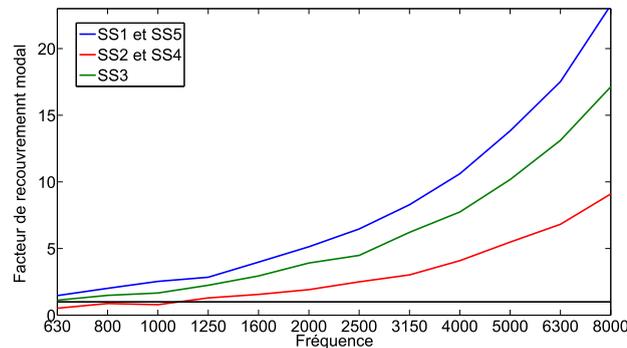


FIGURE 5.16: Facteurs de recouvrement modal des sous-systèmes par tiers d'octave

5.5.3/ VALIDATION

Il est nécessaire de comparer les énergies obtenues à partir du modèle éléments finis complet avec celles obtenues avec la méthode SmEdA afin de déterminer la plage de fréquences sur laquelle la stratégie d'optimisation est applicable.

La validation a été effectuée seulement sur l'assemblage de plaques sans la cavité afin de limiter les temps de calculs puisque les transferts d'énergie entre une partie structurelle et une partie acoustique sont bien représentés par la méthode SmEdA dès que le sous-système structure a un comportement moyennes fréquences (paragraphe 5.2.5).

La figure 5.17 présente les énergies calculées à partir du modèle éléments finis complet et celles obtenues par la méthode SmEdA et on peut remarquer que les énergies ont des tendances similaires mais que la convergence de ces énergies n'est obtenue que pour des fréquences très élevées (au delà du tiers d'octave centré sur $4000Hz$). Ce calcul permet de remarquer que contrairement aux cas de deux plaques exposé lors de la partie validation (5.2), lorsqu'il y a un plus grand nombre de plaques, la convergence est plus longue à obtenir malgré des valeurs des facteurs de recouvrement modal suffisamment élevées.

Ainsi, pour des raisons de temps de calculs mais également pour la validation de la méthode, la stratégie d'optimisation proposée est appliquée à partir du tiers d'octave centré sur $1250Hz$ jusqu'à celui centré sur $2000Hz$ soit sur trois tiers d'octaves couvrant les fréquences de $1120Hz$ à $2240Hz$. Sur ces tiers d'octave, les énergies ne sont pas égales mais la tendance est bien

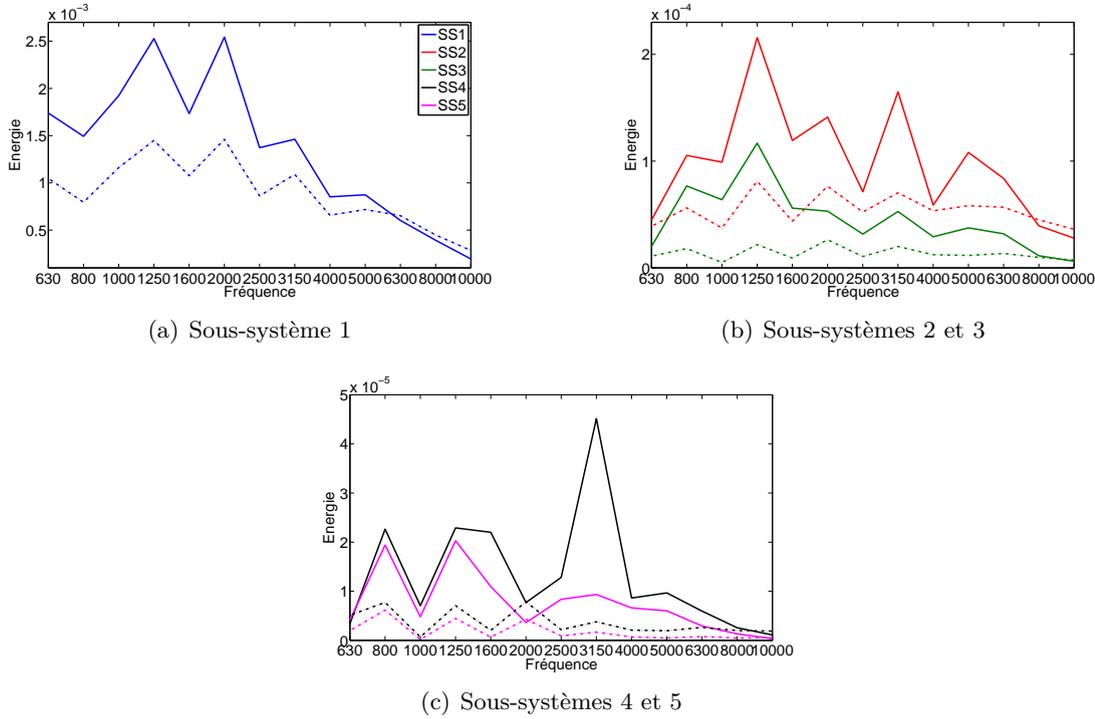


FIGURE 5.17: Comparaison des énergies obtenues par le modèle éléments finis complet (en trait mixte) et par la méthode SmEdA (en trait plein) par tiers d'octave

respectée par rapport aux énergies obtenues par la méthode des éléments finis. Il serait possible de l'étendre aux plus hautes fréquences mais le critère de maillage acoustique utilisé (six éléments par longueur d'onde) impliquerait un trop grand nombre de degrés de liberté pour la cavité acoustique. En effet afin de représenter correctement le comportement de la cavité, la taille de maille est obtenue par la formule suivante :

$$f_{max} \leq \frac{c}{6L_e} \quad (5.54)$$

où f_{max} est la fréquence maximale à laquelle le comportement sera bien décrit, c la vitesse du son dans le fluide et L_e la longueur de l'élément. Dans notre cas, une taille de maille de $0.015m$ est donc suffisante puisqu'elle permet de décrire le comportement de la cavité jusqu'à $3770Hz$.

5.5.4/ APPLICATION

5.5.4.1/ PARAMÈTRES DE LA MÉTHODE

Les paramètres choisis pour l'application de la stratégie d'optimisation développée sur le modèle simplifié du plancher de camion et de la cavité acoustique associée sont :

- un nombre d'itérations maximum de 500,
- un nombre de design rejetés d'affilée maximum de 10,
- les épaisseurs sont diminuées de 5% si l'énergie totale du sous-système est inférieur à 5% de l'énergie totale du modèle,
- les épaisseurs sont diminuées de 2% si l'énergie du sous-système est comprise entre 5% et 10% de l'énergie totale du modèle,
- le cas échéant, les épaisseurs sont augmentées de 1%,
- les épaisseurs sont au maximum divisées par deux au cours de la procédure.

Comme déterminé précédemment, la stratégie d'optimisation s'applique sur trois tiers d'octave, il y a donc six fonctions contraintes définies, une sur les énergies de la partie structure et une sur les énergies acoustiques par tiers d'octave. Pour ces six fonctions contraintes, les valeurs seuils définies sont les valeurs maximales du design initial augmentées de 10% :

$$E^{seuil,f_{c,j}} = 1.1(\max_e E_e^{f_{c,j}}) \quad (5.55)$$

$$E_{ac}^{seuil,f_{c,j}} = 1.1E_{ac}^{f_{c,j}} \quad (5.56)$$

où $E^{seuil,f_{c,j}}$ est le seuil de la partie structure pour le tiers d'octave centré sur la fréquence $f_{c,j}$, $E_e^{f_{c,j}}$ l'énergie du sous-système e pour le tiers d'octave centré sur la fréquence $f_{c,j}$, $E_{ac}^{seuil,f_{c,j}}$ est le seuil de la partie acoustique pour le tiers d'octave centré sur la fréquence $f_{c,j}$ et $E_{ac}^{f_{c,j}}$ l'énergie de la cavité pour le tiers d'octave centré sur la fréquence $f_{c,j}$.

Afin de modéliser la dissipation, des amortissements modaux ont été imposés, de 2% sur la partie structure et de 0.5% pour la partie acoustique du modèle.

La figure 5.18 présente les facteurs de recouvrement modal de tous les sous-systèmes sur la bande de fréquences choisie pour l'optimisation. Sur cette figure on peut observer que la cavité acoustique a un facteur de recouvrement modal supérieur à 1 sur cette bande de fréquences, ce qui permet de pouvoir appliquer la méthode SmEdA. Les échanges d'énergie entre les parties structurelles et la cavité acoustique devraient donc être bien représentés.

Le tableau 5.2 permet d'observer les valeurs initiales des énergies des sous-systèmes ainsi que le pourcentage de l'énergie totale du modèle par sous-système. On observe ainsi que les sous-systèmes excités (les sous-systèmes 1 et 5) concentrent la majorité de l'énergie initiale du modèle. Le pourcentage de l'énergie de la cavité acoustique n'est pas indiqué puisqu'il n'est pas utilisé dans la procédure d'optimisation.

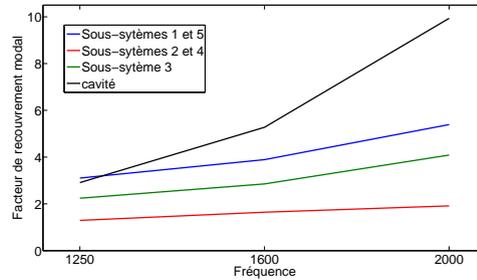


FIGURE 5.18: Facteurs de recouvrement modal des sous-systèmes par tiers d'octave sur la bande de fréquences choisie pour l'optimisation

f_c	1250Hz	1600Hz	2000Hz	
SS1 et 5	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	47,25%
SS2 et 4	$2,86 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-4}$	$1,74 \cdot 10^{-4}$	2,15%
SS3	$1,85 \cdot 10^{-4}$	$7,02 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$	1.2%
SS6	$8,19 \cdot 10^{-5}$	$4,11 \cdot 10^{-5}$	$2,79 \cdot 10^{-5}$	

TABLE 5.2: Énergies initiales par sous-système

Le tableau 5.3 indique les valeurs des seuils des fonctions contraintes utilisées pour la procédure. Ces valeurs sont obtenues à partir du design initial du modèle. La masse initiale du plancher est également indiquée.

	f_c	1250Hz	1600Hz	2000Hz
Énergie (J)	Structure	$6,5 \cdot 10^{-3}$	$5,3 \cdot 10^{-3}$	$4,1 \cdot 10^{-3}$
	Cavité	$9,01 \cdot 10^{-5}$	$4,51 \cdot 10^{-5}$	$3,07 \cdot 10^{-5}$
Masse		45,52kg		

TABLE 5.3: Seuils de la procédure

5.5.4.2/ RÉSULTATS

L'évolution de la masse du plancher est indiquée figure 5.19(a) et montre une diminution de 34.6% de la masse en 23 itérations pour une durée de calcul de 7h. La figure 5.19(b) indique l'évolution des épaisseurs au cours des itérations. Sur cette dernière figure, on peut observer que les deux sous-systèmes sur lesquels les efforts étaient appliqués n'ont pas été modifiés tandis que les épaisseurs des autres sous-systèmes ont été modifiées au maximum.

Les résultats obtenus montrent donc que les valeurs seuils imposées pour les énergies des sous-systèmes n'ont pas été atteintes. En effet l'évolution de la masse est monotone, ce qui signifie que la masse a toujours diminué au cours de la procédure. Celle-ci a convergé lorsque

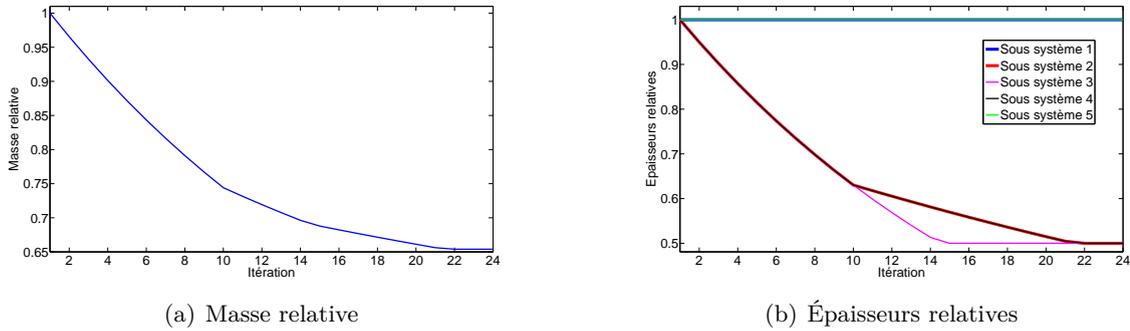


FIGURE 5.19: Évolution de la masse et des épaisseurs

sur deux designs d'affilée les épaisseurs n'ont pas été modifiées. Le résultat est assez logique car la procédure d'optimisation telle qu'elle est développée n'agit que sur les épaisseurs des sous-systèmes dont l'énergie ne représente qu'un faible pourcentage de l'énergie totale. Or comme l'énergie du modèle initial est principalement concentrée sur les deux sous-systèmes excités, qui représentent à eux deux 94% de l'énergie initiale du modèle, leurs épaisseurs ont très peu de chance d'être modifiées au cours de la procédure.

La figure 5.20 permet de comparer les énergies initiales et finales des différents sous-systèmes. Ces figures permettent d'observer que les énergies ont diminué sur les sous-systèmes excités, dont les épaisseurs sont restées fixes, mais que les énergies ont assez fortement augmenté sur les sous-systèmes dont les épaisseurs ont été réduites de moitié. L'énergie dans la cavité acoustique a peu évolué au cours de la procédure.

Les évolutions des fonctions contraintes indiquant les écarts entre les énergies des sous-systèmes et les énergies seuils définies sont indiquées figure 5.21 et permettent de voir que celles-ci n'ont jamais été atteintes au cours de la procédure. Les quantités tracées sont la différence entre l'énergie de chaque sous-système et l'énergie seuil, la contrainte est donc respectée lorsque le résultat est négatif. Les deux premières itérations, celle permettant de définir les seuils et celle à partir de laquelle les épaisseurs sont modifiées n'ont pas été tracées ici.

On peut observer sur ces évolutions des fonctions contraintes que les énergies des deux sous-systèmes excités ont tendance à diminuer tandis que celles des autres sous-systèmes augmentent mais restent très éloignées des valeurs seuils. Concernant les énergies dans la cavité acoustique, celles-ci sont les plus proches des valeurs seuils notamment pour le tiers d'octave centré sur $2000H_z$.

Le tableau 5.4 indique les valeurs finales des énergies par sous-système, leur évolution, le pourcentage d'énergie par sous-système ainsi que la masse finale du système. Sur ce tableau, on peut observer que les énergies sont toujours principalement concentrées sur les sous-systèmes excités (à hauteur de presque 80%) mais que le pourcentage d'énergie a triplé ou quadruplé pour les autres sous-systèmes. Dans la cavité acoustique, les résultats dépendent de la fréquence,

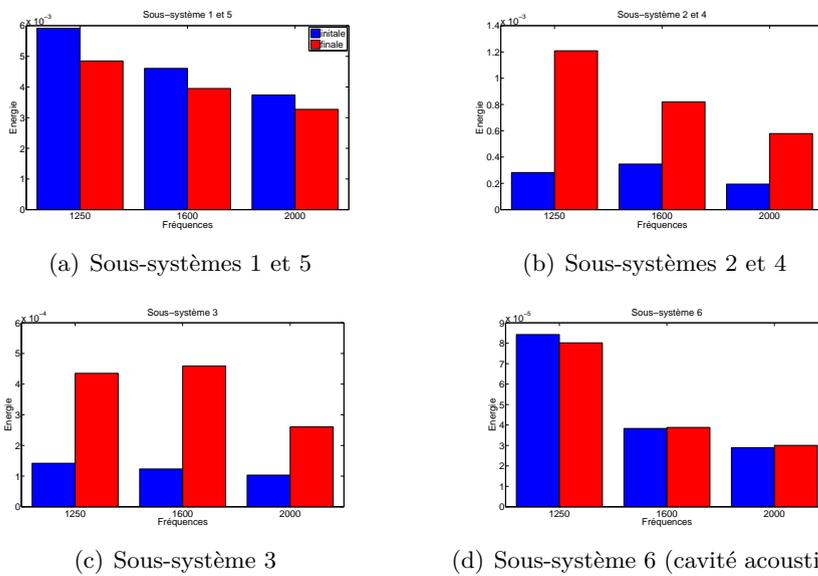


FIGURE 5.20: Comparaison des énergies initiales et finales par sous-système

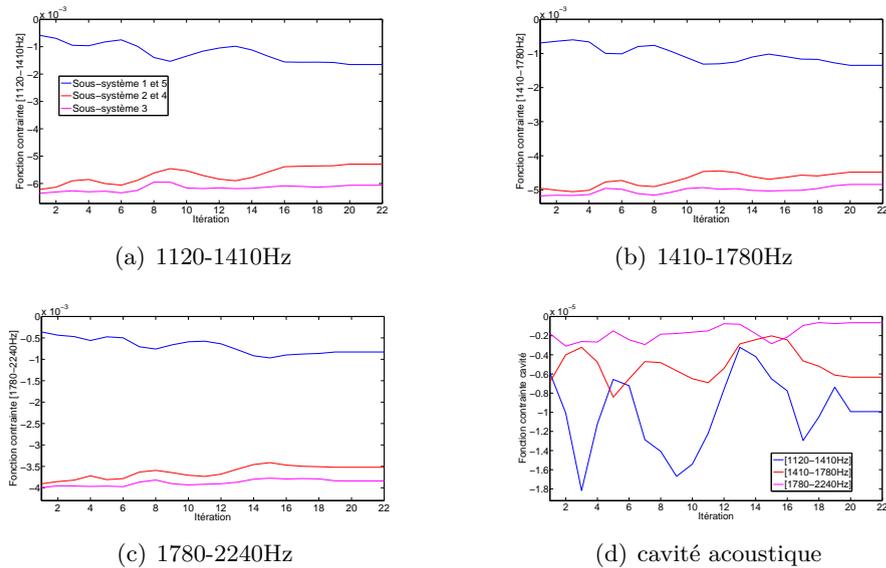


FIGURE 5.21: Évolution des fonctions contraintes

l'énergie est légèrement plus faible sur les deux premiers tiers d'octave considérés puis plus élevée sur le dernier.

	f_c	1250Hz	1600Hz	2000Hz	
SS1 et 5 (J)	initiale	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	47,25%
	finale	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$	39,56%
	écart	-17,8%	-17,31%	-12,81%	
SS2 et 4 (J)	initiale	$2,86 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-4}$	$1,74 \cdot 10^{-4}$	2,15%
	finale	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$8,19 \cdot 10^{-4}$	$5,79 \cdot 10^{-4}$	8,55%
	écart	+323%	+316,82%	+232,8%	
SS3 (J)	initiale	$1,85 \cdot 10^{-4}$	$7,02 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$	1,2%
	finale	$4,35 \cdot 10^{-4}$	$4,59 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	3,78%
	écart	+135,8%	+553,6%	+132,3%	
SS6 (J)	initiale	$8,19 \cdot 10^{-5}$	$4,11 \cdot 10^{-5}$	$2,79 \cdot 10^{-5}$	
	finale	$8,02 \cdot 10^{-5}$	$3,88 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-5}$	
	écart	-2,1%	-5,56%	+7,64%	
Masse (kg)	initiale	45,52			
	finale	29,77			
	écart	-34,6%			

TABLE 5.4: Énergies finales par sous-système et masse totale

5.5.4.3/ COMPARAISON AVEC LES RÉSULTATS OBTENUS EN BASSES FRÉQUENCES

Un calcul d'optimisation de la masse en basses fréquences utilisant la méthode développée dans le chapitre 3 a été mené afin de pouvoir comparer les résultats obtenus. Les paramètres utilisés pour l'application de la méthode sont identiques à ceux utilisés dans le chapitre 3. Les seuils des fonctions contraintes sont les valeurs de l'énergie de déformation et de l'amplitude augmentées de 10% et une contrainte élémentaire équivalente de Van Mises de $650MPa$. Les calculs sont effectués sur une bande de fréquences de 0 à $100Hz$. Les résultats obtenus sont indiqués sur la figure 5.22 et permettent d'observer l'évolution de la masse relative et des épaisseurs relatives en fonction des itérations.

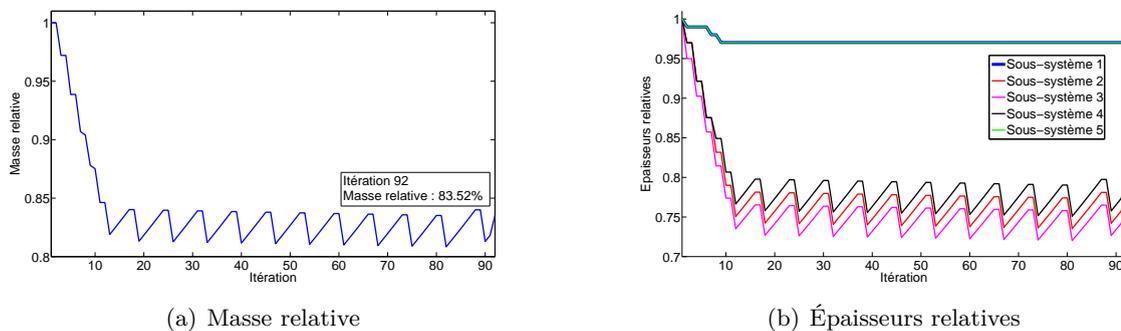


FIGURE 5.22: Évolution de la masse et des épaisseurs

Sur cette figure, on peut s'apercevoir que le gain en masse est de 16.48% soit bien plus faible que dans le cas de l'optimisation en moyennes et hautes fréquences. De même, on peut noter que les épaisseurs des sous-systèmes évoluent différemment. En effet bien que les épaisseurs des deuxième, troisième et quatrième sous-systèmes sont celles qui sont le plus diminuées (entre 20% et 25% de diminution), elles n'atteignent pas la valeur limite définie de 50% de leur valeur initiale. De plus dans le cas de l'optimisation en basse fréquence, les épaisseurs des deux sous-systèmes excités sont légèrement diminuées.

La figure 5.23(a) présente l'évolution de la fonction contrainte concernant le niveau de pression en dB maximal dans la cavité acoustique, il s'agit de la fonction contrainte ayant fait aboutir la procédure. On peut également s'apercevoir sur la figure 5.23(b) que le niveau de bruit moyen dans la cavité augmente sur la plupart des tiers d'octave, le niveau de bruit moyen maximal passe de $66dB$ sur le tiers d'octave centré sur $25Hz$ à $68.2dB$ sur le tiers d'octave centré sur $63Hz$.

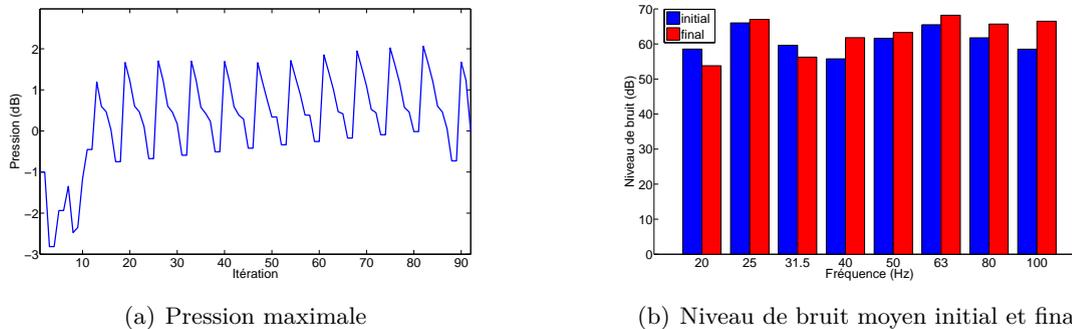


FIGURE 5.23: Niveau de bruit dans la cavité

Cette différence du modèle optimisé peut provenir du fait que dans le cas de l'optimisation en basses fréquences, on applique sur le modèle un effort constant de $1N$, tandis que dans le cas de l'optimisation en moyennes et hautes fréquences c'est une puissance injectée par tiers d'octave constante de $1W$. De plus, dans le cas de l'utilisation de la méthode SmEdA, on évalue l'énergie moyennée sur les sous-systèmes complets tandis que dans le cas de l'optimisation en basses fréquences, on récupère la pression maximale sur 5 nœuds de la cavité.

5.5.4.4/ BILAN

Une méthode d'optimisation de la masse d'une structure sous contraintes permettant de garantir un comportement vibro-acoustique acceptable en moyennes et hautes fréquences a été développée. Cette méthode agit sur les épaisseurs des plaques composant la structure.

Les énergies des sous-systèmes, définies lors d'une étape précédente, sont évaluées puis comparées à l'énergie totale de la structure. Les épaisseurs des sous-systèmes sont diminuées ou augmentées en fonction de ces rapports d'énergie. Afin de contrôler le comportement de

la structure, des contraintes de conception sont mises en place pour empêcher les énergies de chaque sous-système de dépasser un seuil par tiers d'octave, mais également pour que l'énergie dans la cavité acoustique ne dépasse pas elle non plus un second seuil.

Les résultats obtenus sur un modèle représentant schématiquement un plancher de cabine de camion et la cavité acoustique associée indiquent une diminution de la masse de la structure tout en conservant les énergies des sous-systèmes inférieures aux différents seuils imposés.

Dans le cas proposé dans ce paragraphe, les seuils imposés sont trop hauts pour que le côté adaptatif de la méthode puisse être présenté. En effet malgré une augmentation de plus de 500% de l'énergie de l'un des sous-systèmes sur l'un des tiers d'octave, celle-ci est encore bien en dessous du seuil imposé et ce sont donc les limites choisies des variables de conception qui ont fait aboutir la procédure d'optimisation.

L'énergie diminue sur les sous-systèmes excités au cours de la procédure, et il est possible qu'une diminution, même faible, des épaisseurs de ces sous-systèmes permettent toujours d'avoir des énergies inférieures aux seuils et donc une masse plus faible.

Lorsque les résultats obtenus sont comparés avec ceux issus d'une optimisation basses fréquences, on note des différences concernant les designs final obtenus. Ces différences peuvent s'expliquer par les quantités différentes qui sont évaluées selon la bande de fréquences considérée (effort constant en basses fréquences, puissance injectée constante par tiers d'octave en moyennes et hautes fréquences).

Un calcul similaire utilisant les densités d'énergie et autorisant la diminution de l'épaisseur d'un sous-système dont ces densités d'énergie diminue sur tous les tiers d'octave considérés a été effectué et est présenté en annexe B.

5.5.5/ COMPARAISON AVEC UN ALGORITHME DE PROGRAMMATION NON-LINÉAIRE SOUS CONTRAINTES

De la même manière que dans le chapitre 3, les résultats de la procédure développée sont comparés à ceux issus d'un algorithme d'optimisation non-linéaire sous contraintes. Les paramètres utilisés par l'algorithme sont les mêmes que ceux définis pour l'application de la procédure développée.

La figure 5.24(a) présente l'évolution de la masse relative du modèle, celle-ci montre une diminution de 31.3% de la masse en 7 itérations soit 75 évaluations des différents sous-systèmes pour une durée de calcul de 50h. La figure 5.24(b) indique l'évolution des épaisseurs relatives en fonction des évaluations des sous-systèmes.

On peut observer sur ces figures les 5 évaluations permettant d'évaluer les différences finies, correspondant aux 5 variables de conception. Ces évaluations permettent de déterminer quelles épaisseurs peuvent être diminuées ce qui explique les formes de plateau sur les figures. Ensuite une évaluation est effectuée lors de laquelle les épaisseurs sont modifiées fortement selon les valeurs des différences finies obtenues. Enfin des évaluations permettant que les épaisseurs soient

ajustées sont réalisées afin que les différentes fonctions contraintes soient respectées. Ainsi selon les itérations, le nombre d'évaluations peut être différent.

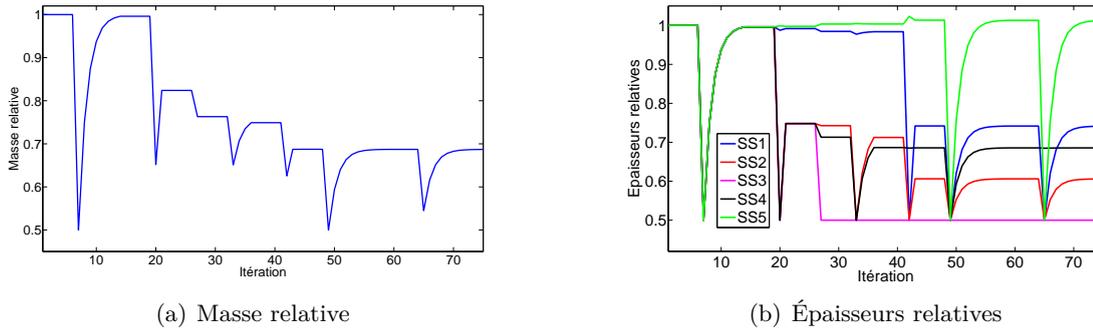


FIGURE 5.24: Évolution de la masse et des épaisseurs

On remarque sur la figure 5.24(b) qu'il n'y a plus de symétrie des valeurs des épaisseurs à partir de la troisième itération de l'algorithme. Ceci est dû au fait que le maillage de la cavité n'est pas exactement symétrique ce qui provoque un déséquilibre lorsque les facteurs de pertes en couplage sont évalués, les efforts calculés aux nœuds de la cavité sont légèrement différents. Ainsi, le léger déséquilibre existant sur le design initial du modèle, non indiqué dans le tableau 5.2 car trop faible (de l'ordre de 0.1% des valeurs indiquées), est amplifié par l'algorithme au cours des itérations puisque le calcul des différences finies donne également un indicateur légèrement différent. Ce déséquilibre provoque également l'augmentation de l'une des variables de conception, celle du cinquième sous-système tandis que les autres sont toutes diminuées au cours de la procédure. On peut également observer que l'une des épaisseurs, celle du troisième sous-système atteint sa valeur minimale autorisée dès la troisième itération.

La figure 5.25 permet de comparer les énergies initiales et finales des sous-systèmes. Dans ce cas on observe également une baisse des énergies des sous-systèmes excités et une forte augmentation sur les sous-systèmes dont les épaisseurs ont le plus diminué. L'énergie dans la cavité acoustique augmente sur le premier tiers d'octave considéré, diminue sur le troisième mais reste très proche des valeurs initiales.

Les évolutions des fonctions contraintes indiquant les écarts entre les énergies des sous-systèmes et les énergies seuils définies sont indiquées figure 5.26. Les quantités tracées sont la différence entre l'énergie seuil et l'énergie de chaque sous-système, la contrainte est donc respectée lorsque le résultat est négatif. Ces figures permettent d'observer que les seuils ne sont jamais atteints pour les parties structures du modèle, et qu'elles ont plutôt tendance à s'en éloigner pour les sous-systèmes excités. Par contre les seuils sont très souvent dépassés par la cavité acoustique au cours de la procédure. On peut observer qu'à chaque évaluation du modèle lors de laquelle les épaisseurs sont fortement modifiées, les seuils sont franchis, tandis que les itérations suivantes tendent à réduire les valeurs des fonctions contraintes acoustique jusqu'à ce que celles-ci soient à nouveau vérifiées.

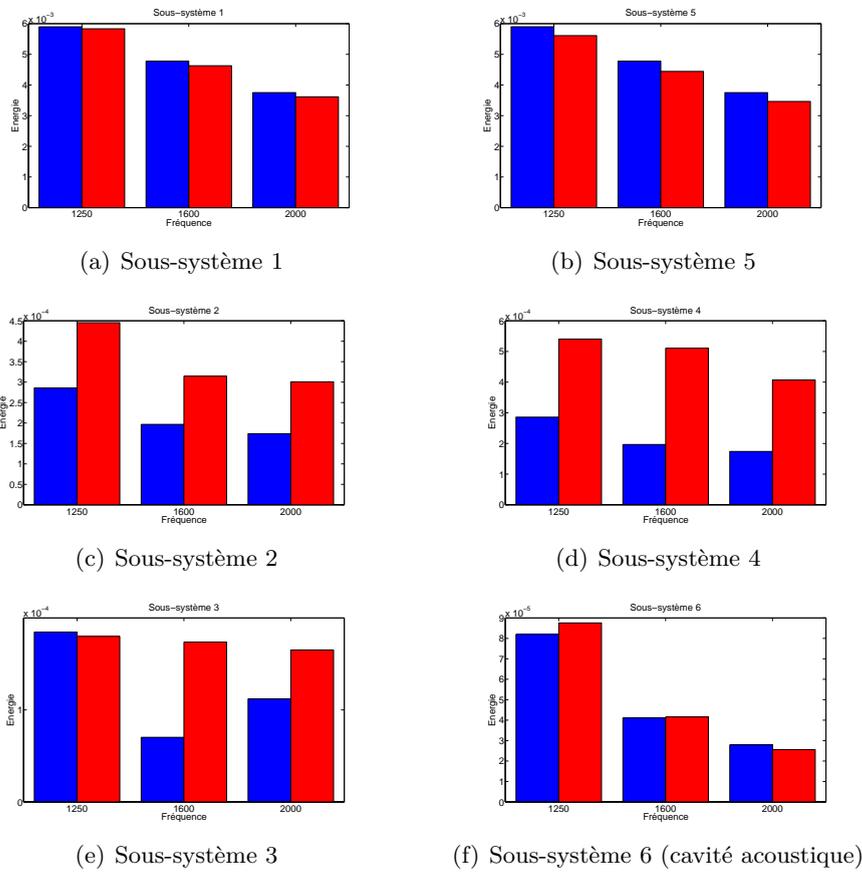


FIGURE 5.25: Comparaison des énergies initiales et finales par sous-système

Les fortes variations sur l'énergie peuvent aussi être dues au fait que lorsque les épaisseurs sont modifiées, la base modale évolue également et plusieurs modes peuvent changer de tiers d'octave lorsque leur fréquences sont proches des bornes de celui-ci. Or comme indiqué dans le paragraphe présentant la méthode SmEdA, les énergies sont calculées de manière indépendante sur chaque tiers d'octave. Les modes en-dehors de la bande de fréquences considérée ne rentrent pas en compte dans les calculs. De plus, la diminution des épaisseurs augmente également le nombre total de modes considérés par sous-système.

Le tableau 5.5 indique les valeurs finales des énergies par sous-système, leur évolution, le pourcentage d'énergie par sous-système ainsi que la masse finale du système. On observe sur ce tableau que malgré de fortes augmentations de l'énergie sur certains sous-systèmes, les seuils d'énergie sur la partie structure sont encore loin d'être atteints. Par contre, l'énergie acoustique du premier tiers d'octave est elle assez proche des seuils imposés et il s'agit de la fonction contrainte ayant fait aboutir la procédure.

Dans le cas présent, l'algorithme a convergé car l'écart sur la fonction objectif entre la

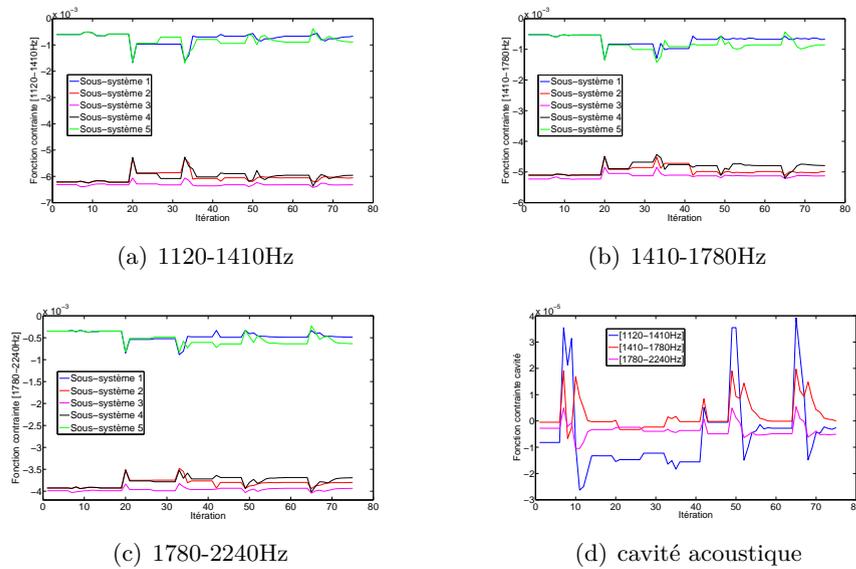


FIGURE 5.26: Évolution des fonctions contraintes

sixième et la septième itération était inférieure à la tolérance indiquée de $10g$ (soit à peu près 0.2% de la masse initiale), or sur cette dernière itération, il n'y a qu'une seule épaisseur qui est modifiée d'une valeur trop faible pour atteindre cette tolérance.

5.5.6/ BILAN

La comparaison des résultats entre l'optimisation avec l'algorithme de programmation non-linéaire sous contraintes et la procédure d'optimisation développée dans ce chapitre est résumée sur le tableau 5.6, les énergies obtenues au final sont elles comparées sur trois tableaux, un par tiers d'octave (les tableaux 5.7, 5.8 et 5.9).

Ce premier tableau indique des performances similaires quant au gain de masse du modèle mais avec un temps beaucoup moins long pour la procédure développée par rapport à l'algorithme `fmincon`. Cette différence de temps peut s'expliquer encore une fois par le fait que l'algorithme `fmincon` utilise une procédure d'analyse de sensibilité avant d'agir sur les variables de conception.

Cependant dans les deux cas, ce temps peut être réduit. En effet les calculs des différents sous-systèmes sont indépendants les uns des autres et les calculs de facteurs de perte en couplage et des énergies sont effectués une fois que toutes les bases modales des sous-systèmes ont été évaluées. En parallélisant ces calculs, un certain temps pourrait être gagné.

Dans les deux cas également, et pour la même raison, le calcul de la base modale de la

	f_c	1250Hz	1600Hz	2000Hz	
SS1 (J)	initiale	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	47,25%
	finale	$5,83 \cdot 10^{-3}$	$4,63 \cdot 10^{-3}$	$3,61 \cdot 10^{-3}$	45,96%
	écart	-1,18%	-3,54%	-5,0%	
SS2 (J)	initiale	$2,86 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-4}$	$1,74 \cdot 10^{-4}$	2,15%
	finale	$4,46 \cdot 10^{-4}$	$3,14 \cdot 10^{-4}$	$3,01 \cdot 10^{-4}$	3,47%
	écart	+55,94%	+59,39%	+72,99%	
SS3 (J)	initiale	$1,85 \cdot 10^{-4}$	$7,02 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$	1,2%
	finale	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$1,74 \cdot 10^{-4}$	$1,65 \cdot 10^{-4}$	1,69%
	écart	-2,70%	+147,86%	+47,32%	
SS4 (J)	initiale	$2,86 \cdot 10^{-4}$	$1,97 \cdot 10^{-4}$	$1,74 \cdot 10^{-4}$	2,15%
	finale	$5,41 \cdot 10^{-4}$	$5,10 \cdot 10^{-4}$	$4,07 \cdot 10^{-4}$	4,76%
	écart	+89,16%	+158,88%	+133,91%	
SS5 (J)	initiale	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	47,25%
	finale	$5,61 \cdot 10^{-3}$	$4,44 \cdot 10^{-3}$	$3,46 \cdot 10^{-3}$	44,12%
	écart	-4,91%	-7,5%	-8,94%	
SS6 (J)	initiale	$8,19 \cdot 10^{-5}$	$4,11 \cdot 10^{-5}$	$2,79 \cdot 10^{-5}$	
	finale	$8,76 \cdot 10^{-5}$	$4,15 \cdot 10^{-5}$	$2,56 \cdot 10^{-5}$	
	écart	+6,96%	+0,97%	-8,24%	
Masse (kg)	initiale	45,52			
	finale	31,27			
	écart	-31,3%			

TABLE 5.5: Énergies finales par sous-système et masse du modèle

cavité acoustique n'a été effectué qu'une seule fois puisque celle-ci n'est pas modifiée au cours des procédures.

	Valeurs initiales	Algorithme fmincon	Procédure développée	Écart	
				abolu	pourcentage
masse	45,52kg	31,27kg	29,77kg	-1,5kg	-3,3%
		-31,3%	-34,6%		
temps		50h	7h	-43h	-614,3%

TABLE 5.6: Résultats des procédures d'optimisation

Bien que les résultats en termes de gain de masse soient très proches, les design finaux obtenus sont différents tant sur les épaisseurs finales que sur les énergies finales. En effet sur le premier tiers d'octave considéré, centré sur 1250Hz, on peut voir sur le tableau 5.7 que les énergies obtenues avec l'algorithme fmincon sont assez proches de celle du design initial sauf pour les deuxième et quatrième sous-systèmes où celles-ci sont doublées alors que les énergies obtenues avec la procédure développée sont au minimum doublées sur les deuxième troisième et quatrième sous-systèmes et en baisse de presque 20% sur les sous-systèmes excités (premier

et cinquième). Les énergies acoustiques diffèrent également puisque dans le cas de la procédure développée, l'énergie a diminué sur ce tiers d'octave tandis qu'elle a augmenté de 7% dans le cas de l'algorithme fmincon.

Énergies (J)					
[1120 - 1410 Hz]					
	Valeurs initiales	Algorithme fmincon	Procédure développée	Écart	
				abolu	pourcentage
SS1	$5,9.10^{-3}$	$5,83.10^{-3}$	$4,8.10^{-3}$	$-1,03.10^{-3}$	-21,46%
SS2	$2,86.10^{-4}$	$4,46.10^{-4}$	$1,2.10^{-3}$	$+7,54.10^{-4}$	+62,83%
SS3	$1,85.10^{-4}$	$1,8.10^{-4}$	$4,35.10^{-4}$	$+2,55.10^{-4}$	+58,62%
SS4	$2,86.10^{-4}$	$5,41.10^{-4}$	$1,2.10^{-3}$	$+6,59.10^{-4}$	+54,92%
SS5	$5,9.10^{-3}$	$5,61.10^{-3}$	$4,8.10^{-3}$	$-8,1.10^{-4}$	-16,87%
SS6	$8,19.10^{-5}$	$8,76.10^{-5}$	$8,02.10^{-5}$	$-7,4.10^{-6}$	-9,23%

TABLE 5.7: Comparaison des énergies finales sur le tiers d'octave centré sur 1250Hz

Les énergies finales sur le deuxième tiers d'octave, centré sur 1600Hz, sont présentées sur le tableau 5.8 et tendent à confirmer les tendances vues sur le premier tiers d'octave. En effet les énergies des deuxième, troisième et quatrième sous-systèmes sont au moins quadruplées par rapport au design initial, tandis que celles du premier et cinquième sous-systèmes sont diminuées de 20% dans le cas de la procédure développée. Dans le cas de l'algorithme fmincon, les énergies des premier et cinquième sous-systèmes sont très peu modifiées, celles des troisième et quatrième sous-systèmes sont au moins doublées et celles du deuxième augmentée de 50%. L'énergie acoustique est cette fois encore plus élevée avec l'algorithme fmincon qui est très similaire à celle du design initial par rapport à celle issue de la procédure développée.

Énergies (J)					
[1410 - 1780 Hz]					
	Valeurs initiales	Algorithme fmincon	Procédure développée	Écart	
				abolu	pourcentage
SS1	$4,8.10^{-3}$	$4,63.10^{-3}$	$4,0.10^{-3}$	$-6,3.10^{-4}$	-15,75%
SS2	$1,97.10^{-4}$	$3,14.10^{-4}$	$8,19.10^{-4}$	$+5,05.10^{-4}$	+61,66%
SS3	$7,02.10^{-5}$	$1,74.10^{-4}$	$4,59.10^{-4}$	$+2,85.10^{-4}$	+62,09%
SS4	$1,97.10^{-4}$	$5,10.10^{-4}$	$8,19.10^{-4}$	$+3,09.10^{-4}$	+37,73%
SS5	$4,8.10^{-3}$	$4,44.10^{-3}$	$4,0.10^{-3}$	$-4,4.10^{-4}$	-11,0%
SS6	$4,11.10^{-5}$	$4,15.10^{-5}$	$3,88.10^{-5}$	$-2,7.10^{-6}$	-6,96%

TABLE 5.8: Comparaison des énergies finales sur le tiers d'octave centré sur 1600Hz

Les énergies finales sur le troisième tiers d'octave, centré sur 2000Hz, sont présentées sur le tableau 5.9 et les conclusions sont une nouvelles fois les mêmes concernant les différences entre les deux méthodes. Sur ce tiers d'octave les écarts sur les énergies ont cependant tendance à se

réduire sur les parties structures (sauf sur le cinquième sous-système qui augmente légèrement) mais cet écart augmente sur la cavité acoustique.

Énergies (J)					
[1780 - 2240 Hz]					
	Valeurs initiales	Algorithme fmincon	Procédure développée	Écart	
				absolu	pourcentage
SS1	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$3,61 \cdot 10^{-3}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$	$-6,1 \cdot 10^{-4}$	-20,33%
SS2	$1,74 \cdot 10^{-4}$	$3,01 \cdot 10^{-4}$	$5,79 \cdot 10^{-4}$	$+2,78 \cdot 10^{-4}$	+48,01%
SS3	$1,12 \cdot 10^{-4}$	$1,65 \cdot 10^{-4}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$+9,5 \cdot 10^{-5}$	+36,54%
SS4	$1,74 \cdot 10^{-4}$	$4,07 \cdot 10^{-4}$	$5,79 \cdot 10^{-4}$	$+1,72 \cdot 10^{-4}$	+29,71%
SS5	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$3,46 \cdot 10^{-3}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$	$-4,6 \cdot 10^{-4}$	-15,33%
SS6	$2,79 \cdot 10^{-5}$	$2,56 \cdot 10^{-5}$	$3,0 \cdot 10^{-5}$	$-4,4 \cdot 10^{-6}$	-14,67%

TABLE 5.9: Comparaison des énergies finales sur le tiers d'octave centré sur 2000Hz

L'une des remarques pouvant être faite concernant ces résultats est que si l'utilisation de l'algorithme fmincon et de la procédure développée donnent des résultats similaires en termes de réduction de masse, ceux-ci sont très différents. En effet d'un côté l'algorithme fmincon converge vers une solution après que l'une des fonctions contraintes ait été violée tandis que la procédure développée aboutit car les variables pouvant être modifiées atteignent leurs valeurs minimales autorisées. Comme lors du chapitre 3, ceci est dû au fait que l'utilisation de l'algorithme fmincon entraîne une modification de toutes les variables de conception jusqu'à obtenir un nouvel équilibre qui sert de nouveau point de départ pour l'itération suivante. C'est pourquoi lorsque la symétrie qui existait entre les variables de conception a été rompue, à cause du maillage de la cavité qui n'est pas exactement symétrique, cette dissymétrie s'est accentuée au cours des itérations suivantes. Dans le cas de la procédure développée, le choix des variables à modifier étant très différents, puisque basé sur le design actuel lui-même permet de rester symétrique.

Cependant, le fait que le pourcentage d'énergie ait diminué sur les sous-systèmes excités au cours de la procédure, tout en étant toujours trop élevé pour que leurs épaisseurs puissent être modifiées, pose la question des seuils utilisés concernant les pourcentages d'énergie totale du modèle. En effet bien que les pourcentages d'énergies des sous-système excités soient de l'ordre de 40%, une légère diminution de ces épaisseurs aurait pu permettre d'alléger un peu plus le modèle tout en respectant toujours les différentes contraintes de conception.

Dans le cas de l'application à un modèle industriel de la procédure développée, le grand nombre de pièces (dans le cas d'une cabine de camion par exemple) donnera également un nombre plus élevé de sous-systèmes, et le choix de la valeur des seuils pour la réduction des épaisseurs de ces sous-système deviendra un paramètre important à prendre en compte. En effet, si le nombre de sous-systèmes est très élevée, les pourcentages d'énergie par sous-système seront d'autant plus faibles et une attention particulière devra être portée à ces valeurs de seuils pour conserver un design qui reste physiquement acceptable.

Le principal problème de l'application de la procédure développée à un modèle industriel réside dans l'utilisation même de la méthode SmEdA, c'est-à-dire du choix des différents sous-systèmes ainsi que des conditions limites entre ces sous-systèmes. En effet, il faudra effectuer une étape de validation permettant de savoir sur quelles bandes de fréquences la procédure est applicable mais également s'assurer du bon choix des sous-systèmes.

5.6/ CONCLUSIONS

Une méthodologie d'optimisation de la masse pour le comportement en moyennes et hautes fréquences a été développée pour des modèles éléments finis maillés par des éléments coques. Cette stratégie agit sur la modification des épaisseurs des différentes parties du modèle tout en contrôlant le comportement vibro-acoustique de la structure afin de ne pas le détériorer. Les différentes parties sont modifiées selon le pourcentage d'énergie totale du modèle qu'elles concentrent. La méthode est adaptative afin de pouvoir corriger le design obtenu dans le cas où une fonction contrainte serait violée.

L'analyse du modèle en moyennes et hautes fréquences est basée sur la méthode SmEdA. Il faut donc avant d'appliquer la stratégie d'optimisation proposée, s'assurer que le modèle éléments finis complet et le modèle SmEdA aient des résultats similaires lors de l'évaluation des énergies. Il faut donc choisir attentivement les différents sous-systèmes dont les bases modales sont évaluées indépendamment les unes des autres ainsi que les conditions limites entre ces sous-systèmes, permettant d'obtenir les facteurs de perte en couplage. Enfin il faut définir la bande de fréquences à partir de laquelle la méthode peut être appliquée.

L'application de cette stratégie d'optimisation à un cas-test représentant schématiquement un plancher de cabine de camion et de la cavité acoustique associée a montré de bons résultats par rapport à ceux obtenus avec l'algorithme fmincon. En effet, les gains de masse sont très proches (34,6% pour la stratégie développée, 31,6% pour l'algorithme fmincon), mais les temps de calculs sont très différents (50h pour l'algorithme fmincon contre 7h pour la stratégie proposée).

Plusieurs améliorations sont envisageables pour obtenir de meilleurs résultats notamment dans le choix des épaisseurs pouvant être modifiées. En effet dans le cas-test présenté dans ce chapitre, l'énergie est principalement concentrée sur deux sous-systèmes et leurs épaisseurs ne sont donc jamais sélectionnées pour être modifiées. Cependant, leurs énergies décroissent au cours de la procédure et on pourrait imaginer comme critère de sélection des épaisseurs un système permettant la prise en compte de l'évolution des énergies entre les itérations en plus de la concentration d'énergie par sous-système.

La mise en œuvre de cette stratégie d'optimisation dans le cas d'un modèle industriel comme une cabine de camion est ardue. En effet, la création du modèle SmEdA à partir du modèle éléments finis ne peut pas être automatisée et le choix des différents sous-systèmes n'est pas simple notamment car il est nécessaire d'avoir une rupture d'impédance entre les sous-systèmes

pour que les énergies soient bien évaluées. De plus pour que les calculs soient corrects, il est nécessaire que tous les sous-systèmes aient un comportement moyennes ou hautes fréquences, or certaines pièces telles que les longerons sont très épaisses et avec une assez faible surface qui auront donc un comportement moyennes fréquences bien plus tard que le reste des pièces de la cabine. Par contre une fois le modèle SmEdA validé sur une plage de fréquences, la méthode peut s'appliquer très aisément.

Les résultats obtenus pourraient également être comparés à des mesures expérimentales sur des structures de types assemblage de plaques d'épaisseurs différentes.

Lorsque l'on compare les résultats obtenus avec la stratégie développée dans ce chapitre à celle proposée dans le chapitre 3, on note des différences non-négligeables sur les designs finaux. On pourrait donc également envisager une stratégie d'optimisation hybride avec la méthode développée lors du chapitre 3 afin d'obtenir une stratégie d'optimisation de la masse large bande. En effet, l'application de la méthode SmEdA implique l'utilisation de modèles éléments finis des sous-systèmes, il pourrait donc être intéressant de calculer les FRFs de certains points de ces sous-systèmes pour obtenir les informations modales en basses fréquences. On obtiendrait ainsi quatre indicateurs par zone, les trois issus de la stratégie en basses fréquences (énergie de déformation, contrainte maximale élémentaire de Van Mises et amplitude maximale) et celui issu de la stratégie moyennes et hautes fréquences (énergie mécanique par tiers d'octave). Ces indicateurs pourraient ensuite être classés par l'algorithme de classement de l'algorithme NSGA afin de définir quelles épaisseurs modifier. Puis les résultats obtenus confrontés aux différentes contraintes définies sur les basses fréquences d'une part et sur les moyennes et hautes fréquences d'autre part afin de valider le nouveau design.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES

Les travaux présentés ici ont pour but le développement de stratégies d'optimisation de masse tout en conservant un comportement vibro-acoustique satisfaisant différentes contraintes de conception. Ces stratégies sont applicables à des modèles éléments finis maillés par des éléments coques (Shell). Ces modèles sont divisés en zones d'éléments de mêmes épaisseurs représentant les différentes pièces composant la structure, or celles-ci peuvent être très nombreuses. Les variables sur lesquelles ces stratégies agissent sont ainsi les épaisseurs de ces zones. La principale difficulté rencontrée dans ce problème d'optimisation provient du fait que la réduction de la masse d'une structure en réduisant les épaisseurs de ses composants implique une augmentation du niveau vibratoire de la structure donc une dégradation de ses performances vibro-acoustiques. Il s'agit donc de concilier deux objectifs antagonistes en agissant sur un grand nombre de variables et de trouver un optimum satisfaisant entre ceux-ci.

Dans un premier temps afin de déterminer quelles zones de la structure peuvent être modifiées sans causer de dégradations significatives du comportement vibro-acoustique de la structure, une étude a été menée en confrontant différentes méthodes d'analyse de sensibilité afin de déterminer les avantages et inconvénients de celles-ci. Le principal inconvénient de ces méthodes d'analyse de sensibilité est qu'il s'agit pour la plupart de stratégies nécessitant plusieurs évaluations du modèle pour connaître la sensibilité des épaisseurs des zones sur les réponses permettant de contrôler le comportement vibro-acoustique de la structure. Or dans le cas de nos travaux, il est nécessaire de pouvoir obtenir des informations sur ces différentes zones sans avoir à effectuer de nouvelles évaluations du modèle. C'est pourquoi l'option retenue est d'utiliser l'évolution de différents indicateurs permettant de représenter le comportement vibro-acoustique de la structure. Ces indicateurs ont l'avantage de pouvoir être évalués directement après l'évaluation du design. Ils concernent l'énergie de déformation, la contraintes élémentaires maximale équivalent de Von Mises et l'amplitude de déplacement maximale de chaque zone. Il s'agit d'une stratégie fondamentalement différente des approches classiques puisque des indications sur la sensibilité de chaque zone sont disponibles après une itération de la stratégie d'optimisation pour l'itération suivante.

La première stratégie développée se concentre sur la bande de fréquences pour laquelle la structure à optimiser a un comportement modal afin de pouvoir déterminer à partir des résultats obtenus en chaque nœud et pour chaque mode les informations permettant d'évaluer les indicateurs de prise de décision. Ces informations par zones sont ensuite organisées grâce à un algorithme de classement permettant de définir sur quelles zones des diminutions plus ou moins importantes des épaisseurs permettent un gain de masse sans détériorer le comportement vibro-acoustique de la structure. La méthode développée est adaptative ce qui permet de modifier un design qui ne respecte plus les différentes contraintes et ainsi pouvoir chercher de nouvelles variables à modifier. Les différents indicateurs sont basés sur l'énergie de déformation, la contrainte élémentaire équivalente de Von Mises maximale et l'amplitude nodale maximale par zone, que celles-ci puissent être modifiées ou non. Les zones représentant les différentes vitres par exemple ne sont pas modifiables mais permettent de contrôler le comportement vibro-acoustique. Un certain nombre de nœuds sont définis pour chaque zone afin de ne pas devoir évaluer les FRFs de tous les degrés de libertés de la structure. Ces nœuds sont choisis grâce à un critère de visibilité des modes dans une bande de fréquences donnée.

L'application de cette méthode à un cas-test représentant schématiquement une cabine de camion et sa cavité acoustique associée montre des résultats satisfaisants en permettant une réduction de la masse plus importante et en moins de temps qu'avec un algorithme de programmation non-linéaire sous contraintes couramment utilisé.

Cette méthode pourrait cependant être améliorée en prenant en compte le fait que la modification de certaines zones de la structure entraîne une altération de la base modale de celle-ci et notamment des déformées et donc que les nœuds de contrôle choisis au départ ne sont peut-être plus suffisamment efficaces pour représenter le comportement de la structure. Il faudrait donc pouvoir considérer un choix de ces points de contrôle qui soit également adaptatif. De plus certaines zones ne sont pas modifiables sur ces structures mais permettent de contrôler le comportement de celles-ci et on pourrait envisager d'utiliser des méthodes de réduction de modèle permettant de réduire sensiblement les temps de calculs dans le cas d'application sur des modèles industriels (sur lesquels les différentes vitres composent au moins 15% de la surface extérieure de la cabine). De même dans le cas de zones représentant des panneaux ayant une surface importante, on pourrait envisager de modifier la topologie de la pièce elle-même afin de gagner plus de masse en installant des raidisseurs. De plus, la prise en compte des incertitudes sur les différents paramètres et variables de la structure pourrait permettre d'obtenir un résultat plus robuste.

On pourrait également envisager l'utilisation de méthodes de réanalyse dans le cas de modèles industriels ayant un très grand nombre de degrés de liberté puisque d'une itération à l'autre, les modifications apportées au modèle ne sont pas trop importantes.

La seconde méthode développée correspond à l'extension de la première pour les situations où le comportement n'est plus modal, en moyennes et hautes fréquences. Sur ces bandes de fréquences, le comportement de la structure est déterminé en appliquant la méthode SmEdA pour laquelle les informations pouvant être obtenues sont les énergies mécaniques ou acoustiques de chaque sous-système par tiers d'octave. La première difficulté liée à la mise en oeuvre de cette

méthode est de déterminer le découpage en sous-systèmes, ainsi que les conditions limites entre ceux-ci à partir du modèle complet de manière à évaluer correctement le comportement de celui-ci sur une bande de fréquences donnée. Une fois que le modèle est correctement découpé, les énergies obtenues par sous-système sont classées selon le pourcentage qu'elles représentent par rapport à l'énergie totale du modèle. Ensuite les sous-systèmes qui concentrent le moins d'énergie voient leurs épaisseurs diminuées. Le contrôle du comportement vibro-acoustique est effectué en appliquant des seuils d'énergie que les sous-systèmes ne peuvent pas dépasser. Cette stratégie est également adaptative afin de pouvoir corriger un design violant les contraintes définies.

L'application de cette seconde méthode à un cas-test représentant schématiquement le plancher d'une cabine de camion et la cavité acoustique associée montre de bons résultats par rapport à ceux obtenus avec un algorithme de programmation non-linéaire sous contraintes. En termes de gain en masse les résultats sont similaires mais sont obtenus beaucoup plus rapidement étant donné les temps d'analyse réduits.

Plusieurs pistes d'amélioration de cette seconde méthode sont envisageables, notamment concernant les sous-systèmes concentrant trop d'énergie pour que leurs épaisseurs puissent être diminuées mais dont l'énergie est en baisse au cours des itérations.

L'application de cette méthode à un modèle industriel est assez difficile à mettre en place puisqu'il n'y a pas de méthode permettant d'effectuer automatiquement le découpage en sous-systèmes d'un modèle complet. Or il s'agit d'une étape indispensable pour que la méthode développée puisse être appliquée. En effet si le découpage n'est pas correct, les énergies sont mal évaluées. De plus, tous les sous-systèmes doivent avoir un comportement moyennes ou hautes fréquences or dans le cas de modèle industriel, certaines pièces telles que les longerons sont très épaisses et ont une faible surface ce qui implique qu'elles auront un comportement moyennes fréquences pour des fréquences bien plus élevées que les autres pièces. Ces calculs pourraient cependant permettre d'obtenir des tendances quant au comportement vibro-acoustique de la structure considérée.

On pourrait également envisager le développement d'une méthode large bande prenant en compte les éléments de la première méthode pour le comportement en basses fréquences et ceux de la seconde pour le comportement en moyennes et hautes fréquences. Ici encore la difficulté principale est le découpage du modèle en sous-systèmes qui permettent une évaluation correcte des énergies.

La réalisation de prototypes à partir des résultats numériques obtenus permettra de vérifier effectivement les performances atteintes ainsi que la réduction de masse attendue. A minima, il faudrait pouvoir fabriquer les prototypes correspondant aux designs initial et final de la cabine de camion ou d'une autre structure plus simple. Au mieux, on pourrait envisager un prototype évolutif permettant de faire évoluer les épaisseurs localement. La principale difficulté sur ce point est liée aux coûts générés par un tel projet tant pour la fabrication des différents prototypes que pour les solutions permettant de modifier localement les épaisseurs des zones.

Enfin par rapport au projet CLIC, il faudrait envisager d'étendre ces méthodes d'optimisa-

tion dans le cas de calculs simulant des crash-tests. Ces calculs nécessitent d'avoir un nouveau maillage permettant d'effectuer des calculs de dynamique rapide pouvant prendre en compte des grands déplacements mais également des possibilités de rupture des pièces composant le modèle. En effet les normes européennes sont assez strictes et le fait de réduire les épaisseurs de certaines zones peut également provoquer une réduction des performances des structures dans le cas de crashes, et donc poser de nouveaux problèmes concernant la sécurité des utilisateurs, comme par exemple des risques d'effondrement de la cabine sur elle-même provoquant une réduction trop importante du volume intérieur de celle-ci. Or bien que le gain de masse de la structure en conservant un comportement vibro-acoustique acceptable soit intéressant pour l'environnement et le confort de l'utilisateur, la sécurité de celui-ci reste un objectif non négociable et un enjeu intéressant serait de mener simultanément le travail d'optimisation sur les performances vibroacoustiques et crash.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] E. Balmes and J. Wright. Garteur group on ground vibration testing. results from the test of a single structure by 12 laboratories in europe. *OFFICE NATIONAL D ETUDES ET DE RECHERCHES AEROSPATIALES ONERA-PUBLICATIONS-TP*, 1997.
- [2] D.L. Allemang, R.J. .and Brown. A correlation coefficient for modal vector analysis. In *Proceedings of the 1st international modal analysis conference*, volume 1, pages 110–116. SEM, Orlando, 1982.
- [3] F. Campolongo. Screening methods in sensitivity analysis the morris method and its applications. *JRC-Ispra (Joint research centre, European commission)*, 2005.
- [4] A. Saltelli, K. Chan, E.M. Scott, et al. *Sensitivity analysis*, volume 1. Wiley New York, 2000.
- [5] D.M. Hamby. A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models. *Environmental Monitoring and Assessment*, 32(2) :135–154, 1994.
- [6] Y.C. Liang, H.P. Lee, S.P. Lim, W.Z. Lin, K.H. Lee, and C.G. Wu. Proper orthogonal decomposition and its applications—part i : Theory. *Journal of Sound and Vibration*, 252(3) :527–544, 2002.
- [7] J.C. Helton, J.D. Johnson, C.J. Sallaberry, and C.B. Storlie. Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(10) :1175–1209, 2006.
- [8] M.D. Morris. Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Technometrics*, pages 161–174, 1991.
- [9] R.A Fisher. *Statistical Methods for Research Worker*. Oliver and Boyd, 1925.
- [10] A. Saltelli, S. Tarantola, F. Campolongo, and M. Ratto. *Sensitivity Analysis in Practice A Guide to Assessing Scientific Models*. Wiley, 2004.
- [11] F. Campolongo, J. Cariboni, and A. Saltelli. An effective screening design for sensitivity analysis of large models. *Environmental Modelling & Software*, 22(10) :1509–1518, 2007.
- [12] A. Saltelli, S. Tarantola, and K.P.S. Chan. A quantitative model-independent method for global sensitivity analysis of model output. *Technometrics*, pages 39–56, 1999.
- [13] R.I. Cukier, C.M. Fortuin, K.E. Shuler, A.G. Petschek, and J.H. Schaibly. Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. i theory. *The Journal of Chemical Physics*, 59 :3873, 1973.
- [14] J.H. Schaibly and K.E. Shuler. Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. ii applications. *The Journal of Chemical Physics*, 59 :3879, 1973.

- [15] R.I. Cukier, J.H. Schaibly, and K.E. Shuler. Study of the sensitivity of coupled reaction systems to uncertainties in rate coefficients. iii. analysis of the approximations. *The Journal of Chemical Physics*, 63 :1140, 1975.
- [16] Sobol I. M. Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models. *Mathematical Modelling and Computational Experiments*, 1 :407–414, 1993.
- [17] H. Weyl. Mean motion. *American Journal of Mathematics*, 60(4) :889–896, 1938.
- [18] R.I. Cukier, H.B. Levine, and K.E. Shuler. Nonlinear sensitivity analysis of multiparameter model systems. *Journal of computational physics*, 26(1) :1–42, 1978.
- [19] C. Soize. Random matrix theory and non-parametric model of random uncertainties in vibration analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 263(4) :893–916, 2003.
- [20] M. Ouisse. *Dispersion du comportement de structures vibrantes : analyse et détection*. PhD thesis, INSA Lyon, 2002.
- [21] M. Ouisse and J-L. Guyader. Localization of structural zones producing hypersensitive behavior : finite element approach. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192(44) :5001–5020, 2003.
- [22] C. Daniel. One-at-a-time plans. *Journal of the American statistical association*, 68(342) :353–360, 1973.
- [23] R.A. Fisher and S. Genetiker. *The design of experiments*, volume 12. Oliver and Boyd Edinburgh, 1960.
- [24] I.M. Sobol. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their monte carlo estimates. *Mathematics and computers in simulation*, 55(1) :271–280, 2001.
- [25] R. Bellman. Directions of mathematical research in nonlinear circuit theory. *Circuit Theory, IRE Transactions on*, 7(4) :542–553, 1960.
- [26] R.T. Marler and J.S. Arora. Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and multidisciplinary optimization*, 26(6) :369–395, 2004.
- [27] J. Koski. Multicriteria truss optimization. In *Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences*, pages 263–307. Springer, 1988.
- [28] A.A. Schy and D.P. Giesy. Multicriteria optimization methods for design of aircraft control systems. In *Multicriteria Optimization in Engineering and in the Sciences*, pages 225–262. Springer, 1988.
- [29] L. Zhang, Y. Xin, and Y-C. Liang. Weighted sum rate optimization for cognitive radio mimo broadcast channels. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 8(6) :2950–2959, 2009.
- [30] I. Das and J.E. Dennis. A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for pareto set generation in multicriteria optimization problems. *Structural optimization*, 14(1) :63–69, 1997.
- [31] I.Y. Kim and O.L. De Weck. Adaptive weighted-sum method for bi-objective optimization : Pareto front generation. *Structural and multidisciplinary optimization*, 29(2) :149–158, 2005.

- [32] R.T. Marler and J.S. Arora. The weighted sum method for multi-objective optimization : new insights. *Structural and multidisciplinary optimization*, 41(6) :853–862, 2010.
- [33] R.E. Steuer and E.U. Choo. An interactive weighted tchebycheff procedure for multiple objective programming. *Mathematical programming*, 26(3) :326–344, 1983.
- [34] K. Miettinen. *Nonlinear multiobjective optimization*, volume 12. Springer Science & Business Media, 1999.
- [35] J. Koski and R. Silvennoinen. Norm methods and partial weighting in multicriterion optimization of structures. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24(6) :1101–1121, 1987.
- [36] M.P. Fourman. Compaction of symbolic layout using genetic algorithms. In *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms*, pages 141–153. L. Erlbaum Associates Inc., 1985.
- [37] E.N. Gerasimov and V.N. Repko. Multicriterial optimization. *International Applied Mechanics*, 14(11) :1179–1184, 1978.
- [38] Y.Y. Haimes, L.S. Lasdon, and D.A. Wismer. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, (1) :296–297, 1971.
- [39] A. Charnes and W.W. Cooper. Goal programming and multiple objective optimizations : Part 1. *European Journal of Operational Research*, 1(1) :39–54, 1977.
- [40] A. Charnes and W.W. Cooper. Management models and industrial applications of linear programming. *Management Science*, 4(1) :38–91, 1957.
- [41] A. Charnes, R.W. Clower, and K.O. Kortanek. Effective control through coherent decentralization with preemptive goals. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, pages 294–320, 1967.
- [42] I. Das and J. Dennis. Normal-boundary intersection : An alternate method for generating pareto optimal points in multicriteria optimization problems. Technical report, DTIC Document, 1996.
- [43] P.K. Shukla. On the normal boundary intersection method for generation of efficient front. In *Computational Science–ICCS 2007*, pages 310–317. Springer, 2007.
- [44] A. Messac, A. Ismail-Yahaya, and C.A. Mattson. The normalized normal constraint method for generating the pareto frontier. *Structural and multidisciplinary optimization*, 25(2) :86–98, 2003.
- [45] A. Messac and C.A. Mattson. Normal constraint method with guarantee of even representation of complete pareto frontier. *AIAA journal*, 42(10) :2101–2111, 2004.
- [46] J.A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *The computer journal*, 7(4) :308–313, 1965.
- [47] J.H. Holland. Outline for a logical theory of adaptive systems. *Journal of the ACM (JACM)*, 9(3) :297–314, 1962.
- [48] W.R. Ashby et al. An introduction to cybernetics. *An introduction to cybernetics.*, 1956.

- [49] J.H. Holland, K.J. Holyoak, R.E. Nisbett, and P.R. Thagard. Induction : Processes of inference, learning, and discovery. computational models of cognition and perception, 1986.
- [50] D.E. Goldberg and J.H. Holland. Genetic algorithms and machine learning. *Machine learning*, 3(2) :95–99, 1988.
- [51] D.E. Golberg. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. *Addion wesley*, 1989, 1989.
- [52] S. Kirkpatrick et al. Optimization by simmulated annealing. *science*, 220(4598) :671–680, 1983.
- [53] S. Kirkpatrick. Optimization by simulated annealing : Quantitative studies. *Journal of statistical physics*, 34(5-6) :975–986, 1984.
- [54] F. Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. *Computers & operations research*, 13(5) :533–549, 1986.
- [55] F. Glover, J.P. Kelly, and M. Laguna. Genetic algorithms and tabu search : hybrids for optimization. *Computers & Operations Research*, 22(1) :111–134, 1995.
- [56] M. Gendreau. *An introduction to tabu search*. Springer, 2003.
- [57] R. Chelouah and P. Siarry. Tabu search applied to global optimization. *European Journal of Operational Research*, 123(2) :256–270, 2000.
- [58] J. Kennedy. Particle swarm optimization. In *Encyclopedia of Machine Learning*, pages 760–766. Springer, 2010.
- [59] A. Banks, J. Vincent, and C. Anyakoha. A review of particle swarm optimization. part i : background and development. *Natural Computing*, 6(4) :467–484, 2007.
- [60] M. Dorigo. *Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence : 5th International Workshop, ANTS 2006, Brussels, Belgium, September 4-7, 2006, Proceedings*, volume 4150. Springer Science & Business Media, 2006.
- [61] M. Dorigo and C. Blum. Ant colony optimization theory : A survey. *Theoretical computer science*, 344(2) :243–278, 2005.
- [62] K. Deb. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*, volume 16. John Wiley & Sons, 2001.
- [63] E. Zitzler, K. Deb, and L. Thiele. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms : Empirical results. *Evolutionary computation*, 8(2) :173–195, 2000.
- [64] J. Horn, N. Nafpliotis, and D.E. Goldberg. A niched pareto genetic algorithm for multiobjective optimization. In *Evolutionary Computation, 1994. IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the First IEEE Conference on*, pages 82–87. Ieee, 1994.
- [65] J.D. Schaffer. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. In *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms, Pittsburgh, PA, USA, July 1985*, pages 93–100, 1985.
- [66] C.M. Fonseca, P.J. Fleming, et al. Genetic algorithms for multiobjective optimization : Formulationdiscussion and generalization. In *ICGA*, volume 93, pages 416–423, 1993.

- [67] C.M. Fonseca and P.J. Fleming. Multiobjective genetic algorithms made easy : selection sharing and mating restriction. 1995.
- [68] M. Reyes-Sierra and C.A.C. Coello. Multi-objective particle swarm optimizers : A survey of the state-of-the-art. *International journal of computational intelligence research*, 2(3) :287–308, 2006.
- [69] A. Banks, J. Vincent, and C. Anyakoha. A review of particle swarm optimization. part ii : hybridisation, combinatorial, multicriteria and constrained optimization, and indicative applications. *Natural Computing*, 7(1) :109–124, 2008.
- [70] S. Marburg and H.J. Hardtke. Shape optimization of a vehicle hat-shelf : improving acoustic properties for different load cases by maximizing first eigenfrequency. *Computers & Structures*, 79(20) :1943–1957, 2001.
- [71] S. Marburg. A general concept for design modification of shell meshes in structural-acoustic optimization part i : formulation of the concept. *Finite Elements in Analysis and Design*, 38(8) :725–735, 2002.
- [72] S. Marburg and H.J. Hardtke. A general concept for design modification of shell meshes in structural-acoustic optimization part ii : Application to a floor panel in sedan interior noise problems. *Finite Elements in Analysis and Design*, 38(8) :737–754, 2002.
- [73] G.W. Jang, M.S. Yoon, and J.H. Park. Lightweight flatbed trailer design by using topology and thickness optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 41(2) :295–307, 2010.
- [74] J. Bös. Numerical optimization of the thickness distribution of three-dimensional structures with respect to their structural acoustic properties. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 32(1) :12–30, 2006.
- [75] J.K. Shin, K.H. Lee, S.I. Song, and G.J. Park. Automotive door design with the ulsab concept. using structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 23(4) :320–327, 2002.
- [76] V.V. Toropov, R. Jones, T. Willment, and M. Funnell. Weight and manufacturability optimization of composite aircraft components based on a genetic algorithm. *6th world congresses of structural and multidisciplinary optimization, Rio de Janeiro, Brazil*, 30, 2005.
- [77] M.E. Botkin. Structural optimization of automotive body components based on parametric solid modeling. *Engineering with Computers*, 18(2) :109–115, 2002.
- [78] P.D. Ciampa, B. Nagel, and M. van Tooren. Global local structural optimization of transportation aircraft wings. In *51st AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, pages 12–15, 2010.
- [79] M. Ozakca and N. Tavsi. Analysis and shape optimization of variable thickness box girder bridges in curved platform. *Electronic Journal of Structural Engineering*, 3 :1–22, 2003.
- [80] Q.I. Bhatti. *Conception robuste de structures assemblées par points de soudure*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2011.

- [81] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratab, and T. Meyarivan. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization : Nsga-ii. *KanGAL report*, 200001, 2002.
- [82] P. Vinot, S. Cogan, and V. Cipolla. A robust model-based test planning procedure. *Journal of Sound and Vibration*, 288(3) :571–585, 2005.
- [83] R.H. Byrd, J-C. Gilbert, and J. Nocedal. A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 89(1) :149–185, 2000.
- [84] R.J. Bernhard. The limits of predictability due to manufacturing and environmentally induced uncertainty. In *International congress on noise control engineering*, pages 2867–2872, 1996.
- [85] F.J. Fahy and A.D. Mohammed. A study of uncertainty in applications of sea to coupled beam and plate systems, part i : computational experiments. *Journal of Sound and Vibration*, 158(1) :45–67, 1992.
- [86] R.H. Lyon. *Theory and application of statistical energy analysis*. Elsevier, 2014.
- [87] K.L. Chandiramani. Some simple models describing the transition from weak to strong coupling in statistical energy analysis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 63(4) :1081–1083, 1978.
- [88] F.J. Fahy. Statistical energy analysis : a critical overview. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A : Physical and Engineering Sciences*, 346(1681) :431–447, 1994.
- [89] E.C.N. Wester and B.R. Mace. Statistical energy analysis of two edge-coupled rectangular plates : ensemble averages. *Journal of Sound and Vibration*, 193(4) :793–822, 1996.
- [90] T. Lafont. *Statistical vibroacoustics : study of SEA assumptions*. Theses, Ecole Centrale de Lyon, February 2015.
- [91] T. Lafont, N. Totaro, and A. Le Bot. Review of statistical energy analysis hypotheses in vibroacoustics. In *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 470, page 20130515. The Royal Society, 2014.
- [92] R.S. Ming and J. Pan. The limitation in the sea prediction of power transmission and energy distribution. In *Fifth International Congress on Sound and Vibration*, 1997.
- [93] A. Le Bot. *Foundation of Statistical Energy Analysis in Vibroacoustics*. OUP Oxford, 2015.
- [94] D.J. Nefske and S.H. Sung. Power flow finite element analysis of dynamic systems : basic theory and application to beams. *Journal of Vibration and Acoustics*, 111(1) :94–100, 1989.
- [95] J.C. Wohlever and R.J. Bernhard. Mechanical energy flow models of rods and beams. *Journal of sound and vibration*, 153(1) :1–19, 1992.
- [96] A. Le Bot. Geometric diffusion of energy and comparison with the vibrational conductivity approach. *Journal of Sound and Vibration*, 212 :637–647, 1998.
- [97] R.S. Langley. On the vibrational conductivity approach to high frequency dynamics for two-dimensional structural components. *Journal of sound and vibration*, 182(4) :637–657, 1995.

- [98] Y. Lase, M.N. Ichchou, and L. Jezequel. Energy flow analysis of bars and beams : theoretical formulations. *Journal of Sound and Vibration*, 192(1) :281–305, 1996.
- [99] A. Sestieri and A. Carcaterra. An envelope energy model for high frequency dynamic structures. *Journal of Sound and Vibration*, 188(2) :283–295, 1995.
- [100] A. Carcaterra and A. Sestieri. Energy density equations and power flow in structures. *Journal of Sound and Vibration*, 188(2) :269–282, 1995.
- [101] J-L. Guyader, C. Boisson, and C. Lesueur. Energy transmission in finite coupled plates, part i : theory. *Journal of Sound and Vibration*, 81(1) :81–92, 1982.
- [102] P. Ladevèze, L. Arnaud, P. Rouch, and C. Blanzé. The variational theory of complex rays for the calculation of medium-frequency vibrations. *Engineering Computations*, 18(1/2) :193–214, 2001.
- [103] P. Rouch and P. Ladevèze. The variational theory of complex rays : a predictive tool for medium-frequency vibrations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 192(28) :3301–3315, 2003.
- [104] P. Ladevèze and H. Riou. Calculation of medium-frequency vibrations over a wide frequency range. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 194(27) :3167–3191, 2005.
- [105] A. Le Bot. Energy transfer for high frequencies in built-up structures. *Journal of Sound and Vibration*, 250(2) :247–275, 2002.
- [106] A. Le Bot. A vibroacoustic model for high frequency analysis. *Journal of sound and vibration*, 211(4) :537–554, 1998.
- [107] A. Le Bot. Geometric diffusion of vibrational energy and comparison with the vibrational conductivity approach (sv971442). *Journal of Sound and Vibration*, 212(4) :637–648, 1998.
- [108] E. Reboul. *Vibroacoustique des mécanismes à hautes fréquences : Application aux transmissions par engrenages*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2005.
- [109] E. Reboul, A. Le Bot, and J. Perret-Liaudet. Radiative transfer equation for multiple diffraction. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 118(3) :1326–1334, 2005.
- [110] L. Maxit and J-L. Guyader. Estimation of sea coupling loss factors using a dual formulation and fem modal information, part i : theory. *Journal of sound and vibration*, 239(5) :907–930, 2001.
- [111] L. Maxit and J-L. Guyader. Estimation of sea coupling loss factors using a dual formulation and fem modal information, part ii : numerical applications. *Journal of sound and vibration*, 239(5) :931–948, 2001.
- [112] L. Maxit and J-L. Guyader. Extension of sea model to subsystems with non-uniform modal energy distribution. *Journal of sound and vibration*, 265(2) :337–358, 2003.
- [113] L. Maxit. *Extension et reformulation du modèle SEA par la prise en compte de la répartition des énergies modales*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2000.

ANNEXES

A

DÉFINITION DES BANDES D'OCTAVES ET TIERS D'OCTAVES

Le tableau A.1 donne les valeurs des fréquences centrales ainsi que des bornes des bandes de fréquences utilisées dans ce manuscrit. Ces valeurs sont issues de la norme ISO 266.

Fréquence centrale	Tiers d'octave	Largeur de bande	Octaves	Largeur de bande
12.5 Hz	11.2 - 14.1 Hz	2.9 Hz		
16 Hz	14.1 - 17.8 Hz	3.7 Hz	11.2 - 22.4 Hz	11.2 Hz
20 Hz	17.8 - 22.4 Hz	4.6 Hz		
25 Hz	22.4 - 28.2 Hz	5.8 Hz		
31.5 Hz	28.2 - 35.5 Hz	7.3 Hz	22.4 - 44.7 Hz	22.4 Hz
40 Hz	35.5 - 44.7 Hz	9.2 Hz		
50 Hz	44.7 - 56.2 Hz	11.5 Hz		
63 Hz	56.2 - 70.8 Hz	14.6 Hz	44.7 - 89.1 Hz	44.7 Hz
80 Hz	70.8 - 89.1 Hz	18.3 Hz		
100 Hz	89.1 - 112 Hz	22.9 Hz		
125 Hz	112 - 141 Hz	29 Hz	89.1 - 178 Hz	89.1 Hz
160 Hz	141 - 178 Hz	37 Hz		
200 Hz	178 - 224 Hz	46 Hz		
250 Hz	224 - 282 Hz	58 Hz	178 - 355 Hz	178 Hz
315 Hz	282 - 355 Hz	73 Hz		
400 Hz	355 - 447 Hz	92 Hz		
500 Hz	447 - 562 Hz	115 Hz	355 - 708 Hz	355 Hz
630 Hz	562 - 708 Hz	146 Hz		
800 Hz	708 - 891 Hz	183.6 Hz		
1000 Hz	891 - 1120 Hz	229 Hz	708 - 1410 Hz	708 Hz
1250 Hz	1120 - 1410 Hz	290 Hz		
1600 Hz	1410 - 1780 Hz	370 Hz		
2000 Hz	1780 - 2240 Hz	460 Hz	1410 - 2820 Hz	1410 Hz
2500 Hz	2240 - 2820 Hz	580 Hz		
3150 Hz	2820 - 3550 Hz	730 Hz		
4000 Hz	3550 - 4470 Hz	920 Hz	2820 - 5620 Hz	2820 Hz
5000 Hz	4470 - 5620 Hz	1150 Hz		

TABLE A.1: Définition des bandes d'octaves et tiers d'octaves

B

OPTIMISATION MOYENNES FRÉQUENCES EN UTILISANT LES DENSITÉS D'ÉNERGIE

Cette annexe est une application similaire à celle du chapitre 5. Ainsi il s'agit du même modèle à optimiser sur la même bande de fréquences mais en utilisant cette fois les densités d'énergie plutôt que les énergies elles-mêmes en tant qu'indicateurs pour identifier les zones où une réduction d'épaisseur est possible. De plus la stratégie d'action sur les variables est légèrement modifiée. En effet si la densité d'énergie d'un sous-système diminue sur tous les tiers d'octave considérés au cours d'une itération, alors son épaisseur est diminuée de 1%. Cette analyse est motivée par la volonté de vérifier si la taille des zones retenues pour le calcul des énergies a une influence sur les résultats obtenus.

Les paramètres choisis pour l'application sont identiques à ceux utilisés dans le chapitre 5 :

- un nombre d'itérations maximum de 500,
- un nombre de design rejetés d'affilé maximum de 10,
- l'épaisseur d'un sous-système est diminuée de 5% si sa densité d'énergie totale moyennée sur tous les tiers d'octave est inférieure à 5% de la densité d'énergie totale du modèle,
- l'épaisseur d'un sous-système est diminuée de 2% si sa densité d'énergie totale moyennée sur tous les tiers d'octave est inférieure à 10% de la densité d'énergie totale du modèle,
- si la densité d'énergie d'un sous-système décroît sur tous les tiers d'octave considéré l'épaisseur de ce sous-système est diminuée de 1%,
- le cas échéant, les épaisseurs sont augmentées de 1%,
- les épaisseurs sont au maximum divisées par deux au cours de la procédure.

Les fonctions contraintes des sous-systèmes structurels sont également modifiées afin de prendre en compte les densités d'énergie. Les valeurs seuils définies sont toujours issues des valeurs maximales du design initial augmentées de 10%. Concernant la cavité acoustique, les fonctions contraintes par tiers d'octave sont toujours définies pour les énergies et non pas pour les densités d'énergie.

Le tableau B.1 donne les valeurs initiales des densités d'énergie par sous-système ainsi que le pourcentage que ces densités représentent par sous-système.

f_c	1250Hz	1600Hz	2000Hz	
SS1 et 5 (J/m^2)	$9,83.10^{-3}$	$7,68.10^{-3}$	$6,23.10^{-3}$	46,04%
SS2 et 4 (J/m^2)	$5,95.10^{-4}$	$7,31.10^{-4}$	$4,09.10^{-4}$	3,36%
SS3 (J/m^2)	$2,36.10^{-4}$	$2,06.10^{-4}$	$1,72.10^{-4}$	0,12%
SS6 (J)	$8,19.10^{-5}$	$4,11.10^{-5}$	$2,79.10^{-5}$	

TABLE B.1: Densités initiales par sous-système et énergies acoustiques par tiers d'octave

L'évolution de la masse du plancher est indiquée figure B.1 et montre une diminution de 35.06% de la masse en 30 itérations pour une durée de calcul de 9h. La figure 5.19(b) indique l'évolution des épaisseurs au cours des itérations. Contrairement au cas traité dans le chapitre 5, on peut noter que les épaisseurs des sous-systèmes excités ont été modifiées mais de deux valeurs très faibles (2% et 1%). C'est simplement la modification de ces deux épaisseurs qui permet un très léger gain de masse de 0.5% par rapport au cas du chapitre 5. Cependant ce faible gain est obtenu avec 7 itérations soit 2h de calcul supplémentaires. En effet, l'utilisation des densités d'énergie augmente les pourcentages associés aux deuxième et quatrième sous-systèmes ce qui provoque une diminution plus lente de leurs épaisseurs.

On peut également noter sur ce cas que le fait que le maillage ne soit pas exactement symétrique se remarque puisque les premier et cinquième sous-systèmes ainsi que les deuxième et quatrième sous-systèmes n'évoluent plus de la même manière.

De la même manière que pour le cas présenté au chapitre 5, la procédure aboutit puisqu'il n'y a aucune épaisseur qui est modifiée lors d'une itération. Ceci est dû au fait que les épaisseurs des deuxième, troisième et quatrième sous-systèmes ont atteint leurs valeurs minimales possibles, tandis que les densités d'énergie des premier et cinquième sous-systèmes ne diminuent pas sur tous les tiers d'octave considérés.

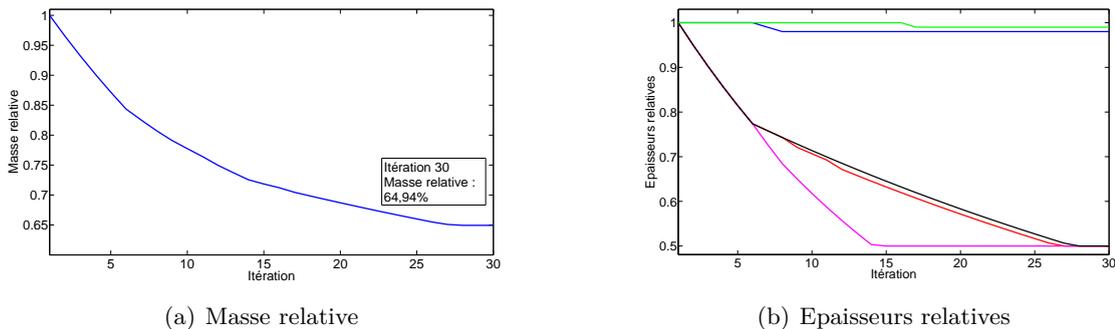


FIGURE B.1: Évolution de la masse et des épaisseurs

La figure B.2 permet de comparer les densités d'énergie initiales et finales des différents sous-systèmes. Sur ces figures on peut noter que de la même manière que dans le cas présenté chapitre 5, les densités d'énergie diminuent sur les sous-systèmes excités mais augmentent

fortement sur les autres.

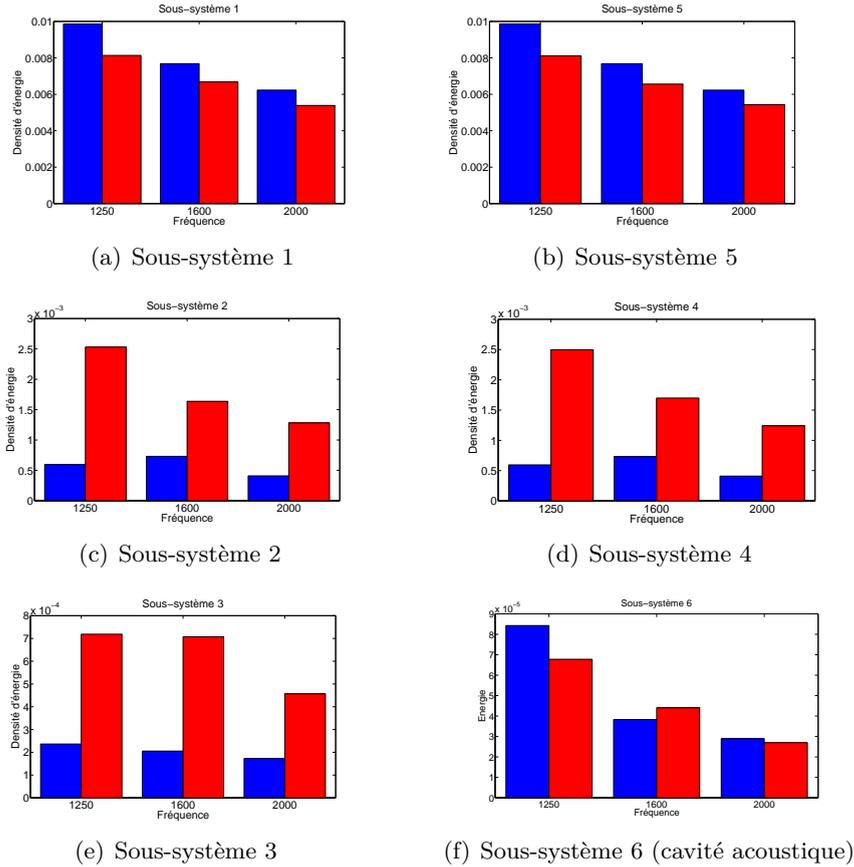


FIGURE B.2: Comparaison des énergies initiales et finales par sous-système

La figure B.3 présente l'évolution des fonctions contraintes au cours des itérations. Les quantités tracées sont la différence entre la densité d'énergie de chaque sous-système et la densité d'énergie seuil pour les sous-systèmes structurels et la différence entre l'énergie acoustique et l'énergie acoustique seuil pour la cavité, la contrainte est donc respectée lorsque le résultat est négatif. On peut observer sur ces figures qu'aucune des fonctions contraintes n'est violée au cours de la procédure. On observe que les densités d'énergie des sous-systèmes excités ont tendance à diminuer au cours de la procédure tandis que celles des autres sous-systèmes ont tendance à augmenter. Quant à l'énergie acoustique, celle-ci diminue sur les premiers et troisième tiers d'octave considérés mais augmente sur le deuxième.

On peut également observer sur ces figures que la procédure aboutit parce que les densités d'énergie des premier et cinquième sous-systèmes ne diminuent pas sur tous les tiers d'octave considérés. En effet bien qu'elles diminuent sur les deux premiers tiers d'octave (centrés sur $1250Hz$ et $1600Hz$), on remarque que celles-ci augmentent légèrement sur le tiers d'octave

centré sur $2000Hz$.

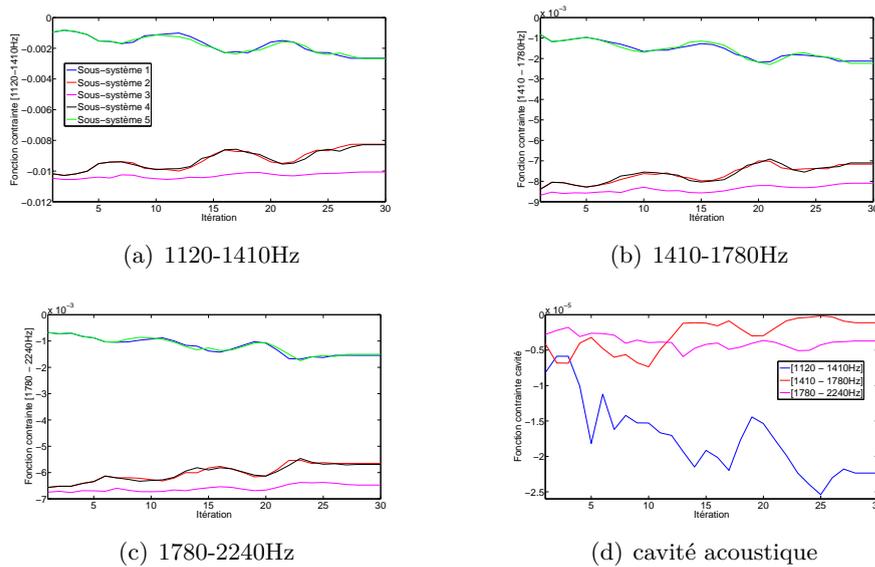


FIGURE B.3: Évolution des fonctions contraintes

Le tableau B.2 présente les valeurs finales des densités d'énergie par sous-système, leur évolution par rapport au design initial, le pourcentage de la densité d'énergie par sous-système ainsi que la masse finale du modèle. Sur ce tableau, on peut noter que contrairement au cas étudié dans le chapitre 5 avec les énergies permettant de choisir quelles épaisseurs sont modifiées, cette fois-ci les pourcentages de densité augmentent sensiblement dans le cas des deuxième et quatrième sous-systèmes puisque ceux-ci dépassent les 10% tandis que les pourcentages de densité d'énergie des premier et cinquième sous-systèmes descendent en-dessous des 40%.

	f_c	1250Hz	1600Hz	2000Hz	
SS1 (J/m^2)	initiale	$9,83.10^{-3}$	$7,68.10^{-3}$	$6,23.10^{-3}$	46,04%
	finale	$8,13.10^{-3}$	$6,67.10^{-3}$	$5,39.10^{-3}$	38,03%
	écart	-17,29%	-13,15%	-13,48%	
SS2 (J/m^2)	initiale	$5,95.10^{-4}$	$7,31.10^{-4}$	$4,09.10^{-4}$	3,36%
	finale	$2,53.10^{-3}$	$1,64.10^{-3}$	$1,28.10^{-3}$	10,26%
	écart	+325,21%	+124,35%	+212,96%	
SS3 (J/m^2)	initiale	$2,36.10^{-4}$	$2,06.10^{-4}$	$1,72.10^{-4}$	0,12%
	finale	$7,19.10^{-4}$	$7,07.10^{-4}$	$4,57.10^{-4}$	3,55%
	écart	+204,66%	+243,20%	+165,70%	
SS4 (J/m^2)	initiale	$5,95.10^{-4}$	$7,31.10^{-4}$	$4,09.10^{-4}$	3,36%
	finale	$2,50.10^{-3}$	$1,72.10^{-3}$	$1,24.10^{-3}$	10,29%
	écart	+320,17%	+135,29%	+203,18%	
SS5 (J/m^2)	initiale	$9,83.10^{-3}$	$7,68.10^{-3}$	$6,23.10^{-3}$	46,04%
	finale	$8,11.10^{-3}$	$6,56.10^{-3}$	$5,43.10^{-3}$	37,87%
	écart	-17,5%	-14,58%	-12,84%	
SS6 (J)	initiale	$8,19.10^{-5}$	$4,11.10^{-5}$	$2,79.10^{-5}$	
	finale	$6,78.10^{-5}$	$4,4.10^{-5}$	$2,7.10^{-5}$	
	écart	-17,21%	+7,05%	-3,22%	
Masse (kg)	initiale	45,52			
	finale	29,56			
	écart	-35,06%			

TABLE B.2: Densités d'énergie et énergies acoustiques finales par sous-système et par tiers d'octave et masse du modèle

Résumé :

Ce travail porte sur l'optimisation sous contraintes de masse de structures de type cabine de camion. Il s'agit ici d'un problème dans lequel deux objectifs antagonistes doivent être conciliés. En effet, la réduction de la masse de la structure entraîne une dégradation de ses performances vibro-acoustiques. Il faut donc pouvoir déterminer quelles zones de la structure influent le moins sur ce comportement afin de diminuer la masse localement. C'est dans cet esprit que, dans un premier temps, différentes méthodes d'analyse de sensibilité sont présentées afin de déterminer leurs avantages et inconvénients dans le cas de leur utilisation pour identifier les variables à retenir dans le cas d'une procédure d'optimisation donnée. Ensuite une procédure d'optimisation adaptative en basses fréquences est présentée et appliquée à un cas-test représentant schématiquement une cabine de camion et les résultats obtenus sont comparés à ceux issus d'un algorithme d'optimisation sous contraintes non-linéaires couramment utilisé. Une seconde méthode est également développée dans le cas des moyennes et hautes fréquences où les informations disponibles sur la structure sont seulement des quantités énergétiques. Ici encore les résultats obtenus sont comparés à ceux issus d'un algorithme d'optimisation sous contraintes non-linéaires.

Mots-clés : Optimisation, Moyenne fréquence, vibroacoustique, Éléments finis

Abstract:

Mass optimization methodology for structural dynamics and vibroacoustics robust design Abstract: This work deals with mass optimization procedures under design constraints of truck cabs. It consists in a problem where two conflicting objectives must be conciliated as the mass reduction would deteriorate the vibro-acoustic behaviour. One has to determine the zones in which the mass could be locally reduced. First, this work presents several sensitivity analysis procedures and discusses their advantages and drawbacks. Then an adaptive optimization procedure is developed in the low frequency range. This procedure is applied on a test-case and the obtained results are compared with results issued from a commonly-used optimization algorithm. The procedure is then extended to medium and high frequency range where the only available quantities are energetic ones. The obtained results are also compared with those from a commonly-used optimization algorithm.

Keywords: Optimization, Middle Frequency Range, Vibroacoustic, Finite Element Models

The logo for SPIM (École doctorale SPIM) features a stylized white 'S' on a yellow horizontal bar, followed by the letters 'PIM' in a large, white, sans-serif font.