



**HAL**  
open science

# Etude numérique d'un écoulement forcé dans un canal horizontal dont la partie inférieure est constituée de boues assimilées à un matériau poreux.

Nidhal Ben Hassine

## ► To cite this version:

Nidhal Ben Hassine. Etude numérique d'un écoulement forcé dans un canal horizontal dont la partie inférieure est constituée de boues assimilées à un matériau poreux.. Thermique [physics.class-ph]. Université de Perpignan; Université de Carthage (Tunisie), 2017. Français. NNT : 2017PERP0021 . tel-01590531

**HAL Id: tel-01590531**

**<https://theses.hal.science/tel-01590531>**

Submitted on 19 Sep 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

Pour obtenir le grade de  
**Docteur**

Délivré par  
**UNIVERSITE DE PERPIGNAN VIA DOMITIA**

Préparée au sein de l'ED 305  
Laboratoire : LAMPS

Spécialité : Physique

Présentée par  
Nidhal BEN HASSINE

**ETUDE NUMERIQUE D'UN ECOULEMENT FORCE  
DANS UN CANAL HORIZONTAL DONT LA PARTIE  
INFERIEURE EST CONSTITUEE DE BOUES ASSIMILEES  
A UN MATERIAU POREUX**

Soutenue le 6 Juillet 2017 devant le jury composé de

M. Mounir BOUZAIANE, Professeur, Tunis  
M. Mohamed AFIF EL CAFSI, Professeur, Tunis  
M. Xavier CHESNEAU, MC-HDR, UPVD  
M. Amen Allah GUIZANI, Professeur, CRTEN  
M. Ali Hatem LAATAR, Professeur, Carthage  
M. Georges LE PALEC, Professeur, U. Aix-Marseille  
M. Belkacem ZEGHMATI, Professeur, UPVD  
M. Philippe BOURNOT, U. Aix-Marseille

Examineur  
Examineur  
Encadreur  
Rapporteur  
Co-Encadreur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur





*à ma Patrie...,*

*à ma Mère..., à mon Père...,*

*à ma Chérie..., à mes Enfants...,  
à mes Proches...,*



*The greater the obstacle, the more glory in overcoming it.*

*[Molière] Stances (1663).*



# Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire de Mathématiques et Physique (LAMPS) de l'UPVD de Perpignan (France) et le Laboratoire d'Energétique et des Transferts Thermiques et Massiques (LETTM) de la Faculté des Sciences de Tunis (Tunisie).

Le sujet de cette thèse m'a été proposé par Xavier CHESNEAU (Mcf-HDR à l'UPVD de Perpignan) et Ali Hatem LAATAR (Professeur à la FSB de Bizerte). Je tiens à leur exprimer ma profonde reconnaissance pour les conseils qu'ils m'ont prodigués, leur enthousiasme ainsi que la qualité de leur suivi tout au long de ces années, ce qui m'a permis de mener à bien ce travail. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Mes remerciements vont à mes rapporteurs de thèse, Aman Allah GUIZANI et Georges LEPALEC pour avoir consacré du temps à l'examen de ce travail. Je suis sensible à l'honneur qu'ils m'ont fait en participant à mon jury de thèse. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma gratitude !

Je ne peux oublier Gisèle CANAL, gestionnaire du projet d'échange Alyssa à l'université de Perpignan Via Domitia, Joelle SULIAN et Sylvia MUNOZ, secrétaires du laboratoire LAMPS, pour leurs aides administratives.

Je tiens aussi à remercier le projet EnerMENA-Tunisie qui nous a fourni les données météorologiques de la région de Tataouine, Tunisie.

Enfin, je tiens à remercier tous les membres du laboratoire LAMPS à Perpignan et ceux du laboratoire LETTM à Bizerte (chercheurs et personnels administratifs et techniques) qui m'ont aidé et soutenu pendant ma thèse.



# RESUME

Le séchage des boues d'épuration est un problème environnemental actuel, qui n'est pas suffisamment décrit dans la littérature. Par conséquent, ce travail représente une étude numérique des transferts de chaleur et de masse lors du séchage solaire des boues d'épuration. Cette boue est assimilée à un milieu poreux et exposée à un écoulement laminaire de convection forcée à l'intérieur d'un canal horizontal. Les transferts dans le canal et le milieu poreux sont décrits respectivement par les équations classiques de la convection forcée et par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Une méthode implicite aux différences finies est utilisée pour discrétiser le système d'équations différentielles régissant les transferts. Les systèmes algébriques obtenus sont résolus en utilisant les algorithmes de Gauss, Thomas et Gauss-Seidel. Afin de déterminer la vitesse de séchage, nous associons à ces équations un modèle de cinétique de séchage. Ce modèle est basé sur le concept de la courbe caractéristique. Nous avons particulièrement étudié les effets des conditions climatiques (Température, vitesse et humidité relative de l'air ambiant ainsi que l'intensité du rayonnement solaire) et des conditions relatives à la boue sur les évolutions spatio-temporelles des nombres caractéristiques des transferts ainsi que sur la cinétique de séchage. Le travail est complété par des simulations en utilisant des données météorologiques réelles de la région de Tataouine au sud de la Tunisie. Ces données ont subi un traitement statistique à l'aide de la méthode de Liu et Jordan afin de déterminer la journée type de chaque mois. L'étude de rentabilité du séchoir a montré que la période estivale est la période optimale pour le séchage.

# ABSTRACT

The drying of sewage sludge is a current environmental problem, not sufficiently described in the literature. Hence, the aim of this work is a numerical study of heat and mass transfers during solar drying of residual sludge. This sludge is assimilated to a porous medium and exposed to a forced convection laminar flow within a horizontal channel. The transfers in the channel and the porous medium are respectively described by the classic equations of forced convection and the Darcy-Brinkman-Forchheimer model. The implicit finite difference method is used to discretize the governing differential equation system. The algebraic systems obtained are solved using the Gauss, Thomas and Gauss-Seidel algorithms. To determine the drying rate, we associate a drying kinetics model. This model is based on the concept of the characteristic curve. We particularly studied the effects of climatic conditions (temperature, velocity and relative humidity of the ambient air as well as the solar radiation intensity) and the conditions relating to the sludge on the spatio-temporal evolutions of the transfers characteristic numbers as well as on drying kinetics. This work is completed by simulations using meteorological data from the Tataouine region in southern Tunisia. These data were statistically processed using the Liu and Jordan method to determine the typical day of each month. The rentability study of the dryer show that the summer period is the optimum period for drying.

# Table des matières

<b>Introduction</b> .....	<b>1</b>
<b>I –Etat de l’art</b> .....	<b>5</b>
<b>A- Approche Générale</b> .....	<b>6</b>
1 -Introduction.....	6
2 -Historique et développement de procédure du séchage solaire .....	6
2.1 -Séchage direct et indirect .....	6
2.2 -Historique du séchage solaire des boues .....	8
2.3 -Avantages et limites du séchage solaire .....	8
3-Différentes filières de traitement des boues de stations d’épuration .....	9
3.1 -L'épaississement .....	10
3.2 –La stabilisation .....	11
3.3 –La déshydratation .....	11
3.4 –Le séchage .....	13
3.5 –La valorisation .....	14
<b>B-Bibliographies</b> .....	<b>16</b>
1 -Introduction.....	16
2 -Revue bibliographique.....	16
<b>II -Modélisation Mathématique</b> .....	<b>32</b>
1 -Introduction.....	33
2 -Description et modélisation mathématique du problème étudié .....	33
2.1 -Hypothèses simplificatrices .....	34
2.2 -Equations régissant le champ hydrodynamique, thermique et massique et les conditions aux limites .....	35
2.2.1 -Equations de transfert dans le milieu fluide .....	35
2.2.2 -Equations de transfert dans le milieu poreux .....	37
2.2.3 -Adimensionnalisation .....	39
2.2.4 -Formulation fonction de courant-vorticité .....	42
3 -Nombres sans dimensions caractérisant le phénomène .....	43
<b>III –Modèle de la cinétique du séchage</b> .....	<b>45</b>
1 -Définitions et notions de base sur le séchage .....	46
2 -Périodes du séchage et caractéristiques .....	49
3 -Concept de la courbe caractéristique du séchage .....	51

4 -Modélisation de la cinétique du séchage .....	53
4.1 -Calcul de la vitesse de la phase constante .....	53
4.2 -Calcul de la vitesse du séchage à l'instant t .....	54
4.3 -Calcul des nouvelles grandeurs .....	54
<b>IV -Traitement Numérique .....</b>	<b>56</b>
1 -Introduction.....	57
2 -Discrétisation .....	57
3 -Cas du canal horizontal .....	59
4 -Cas du milieu poreux .....	61
5 -Conditions aux limites .....	62
6 -Résolution numérique .....	64
7 -Etude de sensibilité au maillage .....	65
8 -Validations du code de calcul .....	68
8.1 -Pour le milieu fluide .....	68
8.2 -Pour le milieu poreux .....	69
8.3 -Pour la cinétique du séchage .....	70
<b>V-Analyse des Résultats .....</b>	<b>72</b>
1 -Introduction.....	73
2 -Etude paramétrique .....	74
A -Effet des paramètres climatiques .....	74
2.1 -Influence du nombre de Reynolds .....	74
2.1.1 -Évolutions des températures, vitesses et fractions massiques sur la hauteur de la section centrale du canal et de la boue .....	74
2.1.2 -Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue .....	76
2.1.3 -Cinétique du séchage .....	79
2.2 -Influence de l'humidité relative de l'air ambiant .....	83
2.2.1 -Évolutions des températures, vitesses et fractions massiques sur la hauteur de la section centrale du canal et de la boue .....	83
2.2.2 -Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue .....	85
2.2.3- Cinétique du séchage .....	87
2.3 -Influence de la température de l'air ambiant .....	89
2.3.1 -Évolutions des températures, vitesses et fractions massiques sur la hauteur de la section centrale du canal et de la boue .....	90
2.3.2 -Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue .....	92
2.3.3 -Cinétique du séchage .....	94
2.4 -Influence de l'intensité du rayonnement solaire .....	96

2.4.1 -Évolutions des températures, vitesses et fractions massiques sur la hauteur de la section centrale du canal et de la boue .....	96
2.4.2 -Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue .....	98
2.4.3 -Cinétique du séchage .....	100
2.5 -Récapitulatif de l'effet des conditions opératoires climatiques .....	103
<b>B -Effet des paramètres relatifs à la boue .....</b>	<b>106</b>
2.6 -Influence de la teneur en eau de la boue .....	106
2.6.1 -Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue .....	107
2.6.2 -Cinétique du séchage .....	109
2.7 -Influence de l'épaisseur de la boue .....	110
2.7.1 -Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue .....	111
2.7.2 -Cinétique du séchage .....	113
<b>3 -Etude du séchage solaire des boues des stations d'épuration dans la région de Tataouine .....</b>	<b>114</b>
3.1 -Etude des transferts .....	114
3.2 -Etude de la cinétique .....	115
3.3 -Etude du rendement .....	117
<b>Conclusion .....</b>	<b>119</b>
<b>Annexe A .....</b>	<b>125</b>
<b>Annexe B .....</b>	<b>128</b>
<b>Annexe C .....</b>	<b>139</b>
<b>Liste des références bibliographiques .....</b>	<b>142</b>

# NOMENCLATURES ET ACRONYMES

T	température ( $K$ )
u	vitesse longitudinale ( $m/s$ )
v	vitesse transversale ( $m/s$ )
C	fraction massique
P	pression ( $Pa$ )
S	surface ( $m^2$ )
x et y	coordonnées, respectivement, longitudinale et transversale ( $m$ )
$\Delta x$ et $\Delta y$	pas d'espace suivant, respectivement, l'axe x et y ( $m$ )
t	temps ( $s$ )
h	heure ( $h$ )
$\Delta t$	pas de temps ( $s$ )
L	longueur du canal ( $m$ )
h	hauteur du canal ( $m$ )
e	épaisseur de la boue ( $m$ )
$m_T$	masse totale de la boue dans une section ( $kg$ )
$m_v$ et $m_s$	masse de vapeur et masse d'air sec ( $kg$ )
$M_s$	masse sèche ( $kg$ )
$D_v$	coefficient de diffusion de la vapeur ( $m^2/s$ )
$L_v$	chaleur latente de vaporisation ( $J/kg$ )
$C_p$	capacité thermique massique ( $J.kg^{-1}.K^{-1}$ )
q	densité du rayonnement solaire ( $W/m^2$ )
k	perméabilité du milieu poreux ( $m^2$ )
$C_f$	coefficient de Forchheimer
Re	nombre de Reynold ( $Re = \frac{H U_0}{\nu}$ )
Pr	nombre de Prandtl ( $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ )
Sc	nombre de Schmidt ( $Sc = \frac{\nu}{D_v}$ )
Da	nombre de Darcy ( $Da = \frac{k}{H^2}$ )
$X_s$	teneur en eau en base sèche ( $kg\ eau/kg\ Ms$ )

Hr	humidité relative (%)
$D_h$	diamètre hydraulique (m)
$P_{vs}$	pression de saturation (Pa)
$\left(\frac{-dX}{dt}\right)_t$	vitesse du séchage (kg eau/kg Ms. □)
$\left(\frac{-dX}{dt}\right)_1$	vitesse du séchage de la phase constante (kg eau/kg Ms. □)
$f(X_r)$	vitesse du séchage réduite
X	teneur en eau (kg eau/kg Ms)
$X_H$	teneur en eau en base humide (kg eau/kg Ms)
$X_r$	teneur en eau réduite
$X_{eq}$	teneur en eau d'équilibre (kg eau/kg Ms)
k et n	paramètres du model d'Oswin
$A_1, A_2$ et $A_3$	paramètres du model de la cinétique de séchage
A, B, C et G	coefficients de matrice
$Q_s$	chaleur sensible (J)
$Q_L$	chaleur latente (J)

### Lettres grecques

$\alpha$	diffusivité thermique ( $m^2.s^{-1}$ )
$\lambda$	conductivité thermique ( $W.m^{-1}.K^{-1}$ )
$\mu$	viscosité dynamique ( $kg.m^{-1}.s^{-1}$ )
$\nu$	viscosité cinématique ( $m^2.s^{-1}$ )
$\phi$	porosité du milieu poreux
$\rho$	densité ( $kg.m^{-3}$ )
$\Omega$	vorticité ( $s^{-1}$ )
$\psi$	fonction de courant ( $m^2.s^{-1}$ )
$\varphi$	grandeur physique
$\tau_c$	coefficient de transmission de la couverture de la serre
$\alpha_p$	coefficient d'absorption de la boue
$\eta$	rendement
$\delta$	déphasage (h)
$\Lambda$	durée de l'ensoleillement (h)

**Indice**

f	fluide
p	poreux
0	Ambiant
moy	moyen
paroi	paroi
max	maximum
min	minimum

**Exposant**

\* variable adimensionnelle

# LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Séchoir direct.....	7
Figure 1.2 : Séchoir indirect.....	7
Figure 1.3 : Serre solaire SOLIAMIX proposée par Véolia.....	8
Figure 1.4 : Principe d'épaississement par flottation.....	11
Figure 1.5 : Principe de fonctionnement de la décanteuse centrifugeuse.....	12
Figure 1.6 : Principe de fonctionnement d'un filtre bande.....	12
Figure 1.7 : Serre solaire avec système de ventilation .....	13
Figure 1.8 : Principe de fonctionnement du réacteur Thermylis.....	15
Figure 1.9 : Classification de Sherwood (1936).....	17
Figure 1.10 : Schéma descriptif du séchoir-serre .....	21
Figure 1.11 : Comparaison des valeurs expérimentales et simulées obtenues à l'aide du modèle mathématique défini par les auteurs.....	22
Figure 1.12 : Comparaison des coefficients de transferts thermiques sans et avec le phénomène de rétrécissement.....	23
Figure 1.13 : Comparaison des coefficients de transferts de masse sans et avec le phénomène de rétrécissement.....	23
Figure 1.14 : Effet de la température et de l'humidité relative de l'air asséchant.....	25
Figure 1.15 : Transferts thermiques ayant lieu au niveau du système étudié par R. Slim.....	25
Figure 1.16 : Variation de la teneur en eau et de la température moyenne de la boue durant le séchage.....	27
Figure 1.17 : Variation de la teneur en eau et de la température moyenne de la boue durant le séchage.....	29
Figure 2.1 : Représentation schématique du modèle.....	34
Figure 3.1 : Isothermes de désorption/adsorption.....	47
Figure 3.2 : Isothermes de sorption .....	48

Figure 3.3 : Courbes d'évolution type au cours du temps de la vitesse du séchage.....	49
Figure 4.1 : Schéma de discrétisation.....	58
Figure 4.2 : Variation de la vitesse du séchage en fonction de la teneur en eau base sèche pour différents maillages.....	66
Figure 4.3 : Evolution du nombre de Sherwood moyen durant d'une journée du séchage en fonction du pas de temps.....	66
Figure 4.4 : Evolution de la teneur en eau base sèche durant une journée du séchage en fonction du pas de temps.....	67
Figure 4.5 : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Graetz.....	69
Figure 4.6 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Darcy.....	70
Figure 4.7 : Evolution de la teneur en eau en base sèche en fonction du temps de séchage....	71
Figure 5.1: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b), de la vitesse longitudinale (c) et de la vitesse transversale (d) au centre du canal.....	75
Figure 5.2: Evolution de la température le long d'une coupe transversale au centre de la boue.....	76
Figure 5.3: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la surface de la boue.....	78
Figure 5.4: Evolution du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood le long de l'interface boue-air.....	79
Figure 5.5: Evolution du gradient de la température (a) et du gradient de la fraction massique le long de l'interface boue-air.....	79
Figure 5.6 : Evolution de la vitesse du séchage moyenne le long de la boue pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.....	80
Figure 5.7: Evolution de la vitesse du séchage moyenne (a) et de la teneur en eau moyenne (b) durant une journée de séchage.....	81
Figure 5.8: Vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche.....	82

Figure 5.9: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b), de la vitesse longitudinale (c) de la vitesse verticale (d) le long d'une coupe transversale au centre du canal .....	84
Figure 5.10 : Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la surface de la boue.....	85
Figure 5.11 : Evolution du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood (c) le long de l'interface boue-air .....	86
Figure 5.12 : Evolution horaire de la teneur en eau en base sèche (a) et de la vitesse du séchage (b) durant la première journée de séchage.....	87
Figure 5.13 : Evolution horaire de la teneur en eau en base sèche (a) et de la vitesse du séchage (b) durant la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.....	88
Figure 5.14 : Evolution de la vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche.....	89
Figure 5.15: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b), de la vitesse longitudinale (c) et de la vitesse verticale (d) le long d'une coupe transversale au centre du canal.....	90
Figure 5.16: Evolution de la température le long d'une coupe transversale au centre de la boue.....	91
Figure 5.17 : Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la surface de la boue.....	92
Figure 5.18 : Evolution des nombres de Nusselt sensible (a), latents (b) et du nombre de Sherwood (c) le long de l'interface boue-air.....	93
Figure 5.19 : Distribution des gradients de la température (a) et de la fraction massique (b) le long de l'interface boue-air.....	94
Figure 5.20 : Evolution de la vitesse du séchage le long de la boue à 13 heures de la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.....	95
Figure 5.21 : Evolution horaire de la vitesse du séchage (a) et de la teneur en eau (b) durant la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.....	95

Figure 5.22 : Vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche.....	96
Figure 5.23: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b), de la vitesse longitudinale (c) et de la vitesse verticale (d) le long d'une coupe transversale au centre du canal.....	97
Figure 5.24 : Evolution de la température le long d'une coupe transversale au centre de la boue.....	98
Figure 5.25: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la surface de la boue.....	99
Figure 5.26: Evolution de la distribution du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood le long de l'interface boue-air.....	100
Figure 5.27: Evolution de la vitesse du séchage le long de la boue à 13 heures de la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.....	101
Figure 5. 28: Evolution horaire de la vitesse du séchage moyenne durant la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.....	101
Figure 5.29: Vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche.....	102
Figure 5.30 : Evolution horaire de la température moyenne (a), de la fraction massique moyenne (b) et de la vitesse d'évaporation moyenne (c) en fonction de la teneur en eau.....	107
Figure 5.31 : Evolution horaire du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood (c) en fonction de la teneur en eau.....	108
Figure 5.32 : Evolution horaire de la vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau de la boue.....	109
Figure 5.33 : Evolution de la vitesse du séchage moyenne durant le processus de séchage.....	110
Figure 5.34 : Evolution horaire de la température moyenne (a), de la fraction massique moyenne (b) et de la vitesse d'évaporation moyenne (c) en fonction de l'épaisseur de la boue.....	111

Figure 5.35 : Evolution horaire du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood (c) en fonction de l'épaisseur de la boue.....	112
Figure 5.36 : Evolution horaire de la vitesse moyenne du séchage (a) et de la teneur en eau moyenne (b) en fonction de l'épaisseur de la boue.....	113
Figure 5.37 : Evolution du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood (c) à 13 heures de la journée type de chaque mois.....	115
Figure 5.38 : Evolution horaire du débit évaporé durant la journée type de chaque mois.....	116
Figure 5.39 : Vitesse moyenne du séchage durant la journée type de chaque mois.....	116
Figure B1 : Evolutions horaire de la température ambiante et du rayonnement solaire global pour chaque journée type du mois.....	138
Figure C1 : Evolutions journalières de la température ambiante et du rayonnement solaire global dans le cas où $A = 700 \text{ W/m}^2$ , $T_{0 \text{ max}} = 35^\circ\text{C}$ et $T_{0 \text{ min}} = 15^\circ\text{C}$ .....	141

# LISTE DES TABLEAUX

Tableau I.1 : Siccité obtenue par différents types de déshydratation.....	13
Tableau III.1 : Principaux modèles des isothermes de sorption.....	48
Tableau III.2 : Paramètres du modèle d'Oswin déterminés par Amadou.....	52
Tableau III.3 : Paramètres de la courbe de la vitesse du séchage réduite déterminés par Amadou.....	52
Tableau V.1: Temps du séchage pour différentes valeurs du rayonnement solaire maximal.....	102
Tableur V.2 : Conditions opératoires climatiques de l'essai de base.....	104
Tableau V.3 : Variation et indice de sensibilité.....	105
Tableau V.4 : Variation du temps du séchage en fonction de l'épaisseur de la boue.....	113
Tableau V.5 : Rendement du séchoir solaire pour les 12 journées types .....	117

# **Introduction**

Depuis la révolution industrielle au dix-neuvième siècle, l'homme a épuisé la nature par l'utilisation massive de ces ressources comme le charbon, le bois et le pétrole. La combustion de ces combustibles produit, en plus de l'énergie voulue, des polluants dont, à cette époque, leurs effets environnementaux n'ont pas posé de problème. Avec l'accroissement de l'activité industrielle et la multiplication du nombre d'habitants sur terre après la deuxième guerre mondiale, les ressources naturelles s'assèchent de plus en plus et les problèmes environnementaux se sont fait sentir avec le changement climatique et les catastrophes naturelles. Par la suite, le principal défi qui s'impose durant ce siècle est la protection de l'environnement et l'utilisation des énergies non polluantes et renouvelables.

Parmi les problèmes que soulèvent l'accroissement de la population et de l'industrie, nous citons le traitement des eaux usées et des déchets émis quotidiennement par l'industrie. Après différentes étapes des traitements des eaux usées, le produit obtenu est sous forme de boue appelée boue des stations d'épuration, sa libération dans la nature présente une menace pour l'environnement. Pour cela, le séchage s'avère un procédé intéressant et indispensable. Il consiste à diminuer la teneur en eau du produit par l'évaporation de la quantité d'eau qu'il contient. Pour des raisons de coût énergétique de l'évaporation de l'eau, le séchage n'a tendance à être utilisé que lorsque le procédé de séparation mécanique de l'eau devient impuissant.

Afin de procéder au séchage à moindre coût, les industriels demandent aux chercheurs de leur proposer une solution efficace et rentable. Pour cela, notre recherche est orientée vers la voie solaire. Le séchage solaire des boues industrielles présente plusieurs avantages. Premièrement, l'énergie utilisée est gratuite, ce qui permet d'économiser le coût énergétique et de devenir une voie intéressante pour l'utilisation industrielle. Deuxièmement, le procédé du séchage avec l'utilisation d'un séchoir de type serre est propre et donc ne nuit pas à l'environnement et finalement, le séchage sous serre se fait à des températures importantes, suite à l'effet de serre, ce qui permet de stériliser la boue et donc de la revaloriser.

Cette thèse s'inscrit dans cette optique de l'utilisation d'énergie propre et de la protection de l'environnement. Elle est consacrée à la modélisation et la simulation d'un séchoir solaire de type serre agricole pour les boues des stations d'épuration.

Le premier chapitre de ce mémoire est composé de deux parties. La première est consacrée à un rappel des différentes filières et techniques du traitement des boues, le développement de

procédés du séchage solaire et les avantages et les inconvénients du séchage solaire des boues de stations d'épuration. La deuxième partie présente une synthèse bibliographique des principaux travaux réalisés sur l'étude du séchage des boues des stations d'épuration par différentes méthodes. Le séchage solaire, le séchage convectif à haute température et le séchage combiné (conduction et convection) sont les principales méthodes étudiées par les chercheurs. Le principal but de la majorité des études est la détermination d'un modèle numérique de la cinétique du séchage en se basant sur des résultats expérimentaux. Aussi, les chercheurs ont étudié l'effet des différents paramètres opératoires (température, vitesse, humidité ambiante et rayonnement solaire) sur la cinétique de séchage. Ils ont conclu que, seul, le rayonnement solaire et la température ambiante influent considérablement sur la cinétique du séchage lors du séchage solaire.

Le chapitre deux est réservé à la présentation de la formulation mathématique et les équations régissant les transferts dans les deux milieux. En effet, le domaine physique (serre solaire où la partie inférieure est une couche de boue) a été décomposé numériquement en deux sous domaines. Le premier est la serre solaire, elle est représentée par un canal horizontal de longueur  $L$  et de hauteur  $h$ . Les équations régissant les transferts dans ce domaine sont les équations classiques de Navier-Stokes. Le deuxième domaine de calcul est la boue, elle est assimilée à un matériau poreux. La conservation de la quantité de mouvement dans ce domaine est assurée à l'aide du modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Afin de s'affranchir de la difficulté posée par les conditions aux limites à imposer à la pression, cette équation est écrite en utilisant la formulation vorticité-fonction de courant. Le couplage entre les deux milieux est fait en assurant la continuité des différentes grandeurs. En revanche, l'évolution journalière de la température ambiante et du rayonnement solaire est approchée par deux fonctions sinusoïdales.

Dans le chapitre trois, nous définissons le modèle de la cinétique du séchage adapté pour le séchage des boues des stations d'épuration. Ce modèle a été déterminé par H. Amadou, il est basé sur le concept de la courbe caractéristique.

Dans le chapitre quatre, nous expliquons la méthodologie numérique adaptée afin de résoudre numériquement les équations régissant le phénomène dans les deux milieux. En effet, Les équations sont discrétisées d'une manière implicite en utilisant la méthode des différences finies. La résolution numérique est effectuée par les algorithmes de Gauss et

Thomas dans l'écoulement d'air et par les algorithmes de Thomas et de Gauss-Seidel dans le milieu poreux. La résolution s'effectue colonne par colonne dans le sens de l'écoulement et le maillage retenu est un maillage régulier dans chacun de ces milieux. Les écoulements dans les deux milieux ainsi que la cinétique du séchage sont validés avec des références de la littérature.

Dans le dernier chapitre de ce mémoire, nous présentons les résultats obtenus et leurs discussions. Ce chapitre est décomposé en deux parties. Dans la première partie, nous avons étudié l'effet des différentes conditions opératoires (température, humidité ambiante, nombre de Reynolds et rayonnement solaire) ainsi que l'épaisseur et le type de boue sur les transferts de chaleur et de masse d'une part et sur l'évolution de la cinétique de séchage d'autre part. Dans la deuxième partie, nous avons étudié le séchage des boues des stations d'épuration en utilisant les données météorologiques des douze mois de l'an pour la région de Tataouine au sud de la Tunisie. Le traitement statistique de ces données est fait à l'aide du modèle de Liu et Jordan. Il consiste à estimer la variation mensuelle des données météorologiques par une journée représentative où tous les jours du mois sont identiques à cette journée.

# **Etat de l'art**

## **Chapitre I :**

# **Etat de l'art**

---

## **A- Approche Générale**

### **1. Introduction**

La première partie de ce chapitre est réservée à la présentation d'une revue historique sur le développement des procédés du séchage solaire. Ensuite, nous présentons les avantages et les inconvénients du séchage solaire des boues des stations d'épuration. À la fin, nous présentons les différentes filières de traitement des boues.

### **2. Historique et développement de la procédure du séchage solaire**

#### **2.1. Séchage direct et indirect**

Le séchage solaire a été utilisé depuis des siècles. Il a été utilisé comme étant un outil de conservation des aliments (fruits, légumes et viande). Le principe est très simple, il consiste à exposer le produit au soleil afin de le déshydrater et d'extraire l'eau qu'il contient. Cette méthode est efficace, ce qui explique son utilisation jusqu'à présent. La première méthode est le séchage direct (Figure 1.1). Cette méthode est efficace, donc elle a été très utilisée jusqu'à maintenant. Cependant, les inconvénients de cette méthode sont la dégradation des aliments et les mauvaises conditions hygiéniques. En effet, l'exposition directe aux rayons du soleil dégrade les aliments, car le rayonnement ultra-violet (UV) détériore les vitamines, les protéines et la couleur des aliments. Donc, les aliments obtenus n'ont plus la même saveur ni la même qualité nutritive.

Afin d'améliorer le produit obtenu et le contrôle du procédé de séchage, une autre technique a été développée au vingtième siècle. C'est le séchage indirect (Figure 1.2), son principe est aussi simple, il consiste à faire circuler l'air chaud entre les aliments dans un châssis. L'air chaud entre par la partie basse, réchauffe les aliments disposés sur des grilles et s'évacue par la cheminée. Le châssis est surmonté d'une vitre ou plaque de plexiglas inclinée à 45° et exposée plein sud, afin d'assurer une exposition maximale au soleil, avec un absorbeur (plaque de couleur noire) permettant de faire monter l'air vers le châssis.

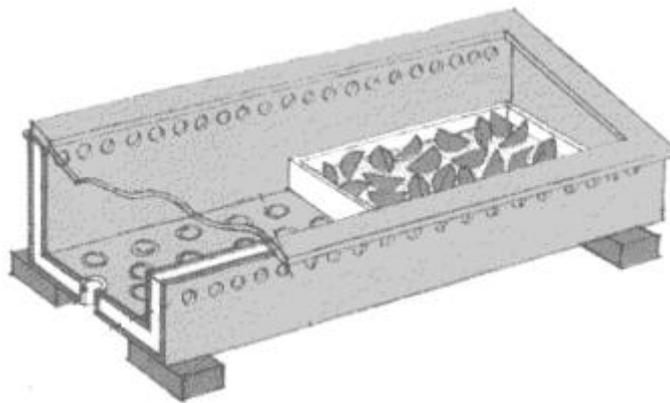


Figure 1.1 : séchoir direct

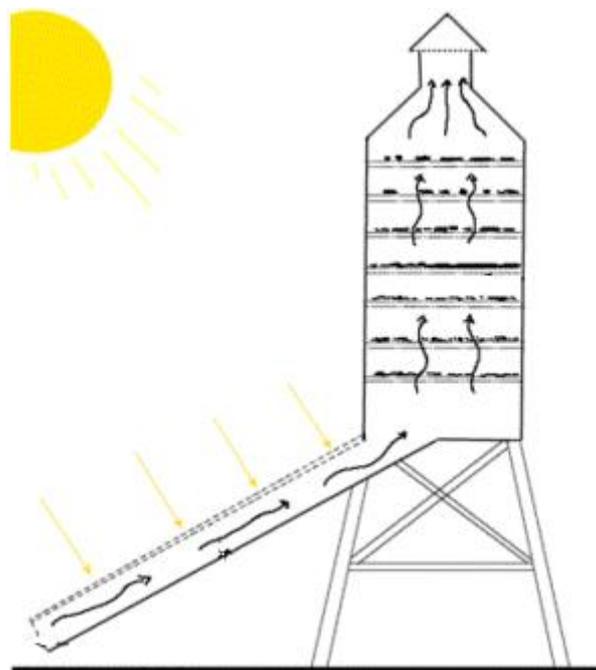


Figure 1.2 : séchoir indirect

Dans les deux cas, le temps du séchage dépend principalement de l'ensoleillement et aussi de l'humidité de l'air et de l'épaisseur du produit à sécher. En effet, durant la période estivale, on a un ensoleillement plus important qu'en hiver. Par la suite, la durée du séchage durant la période estivale est plus courte que celle de l'hiver.

## 2.2. Historique du séchage solaire des boues

Le développement des procédés du séchage solaire des boues de stations d'épuration a commencé en Europe, notamment en Allemagne, durant les années 1990 avec le procédé IST [40]. Durant cette dernière décennie, les principaux procédés utilisés en France sont Soliamix qui est proposé par Véolia (Figure 1.3) et IST proposé par DegrEment.

En effet, les serres utilisées pour ces procédés dérivent des serres horticoles. Elles sont généralement en plexiglas et se différencient généralement par le procédé de renouvellement de l'air asséchant. On peut citer les serres ouvertes, les serres fermées, les serres avec effet cheminées, les serres avec brasseur d'air, etc... Elles se différencient, également, par la manière d'alimenter la serre en boue et par le système de retournement de la boue (cochon électrique et systèmes rotatifs).

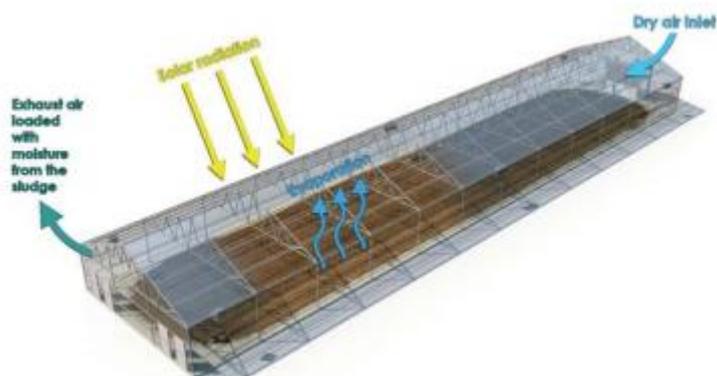


Figure 1.3 : serre solaire SOLIAMIX proposé par Véolia

## 2.3. Avantages et limites du séchage solaire

Les serres utilisées pour le séchage des boues utilisent une énergie renouvelable, soleil, et elles permettent de diminuer le volume de la boue sans dégagement de dioxyde de carbone. Donc, le séchage solaire s'inscrit dans une démarche de développement durable et de la

protection de l'environnement, préoccupation d'actualité à l'échelle mondiale, ce qui lui permet d'avoir, à la fois, des intérêts scientifiques, économiques et politiques.

En effet, le séchage solaire des boues des stations d'épuration nous permet :

- de diminuer le coût de production de la boue par l'utilisation d'une énergie non coûteuse (solaire) ;
- de réduire le volume de la boue, ce qui influe directement sur le coût de stockage et du transport ;
- l'hygiénisation et la stabilisation de la boue : la diminution de la teneur en eau, durant le séchage et les températures importantes stoppent toutes activités biologiques et bactériennes ;
- d'obtenir des boues sèches granulées faciles à manipuler et à utiliser pour la valorisation agricole ;
- d'obtenir un bilan environnemental positif puisqu'il n'y a pas de gaz toxiques libérés en plus d'une faible consommation d'énergie utilisée, de 20 à 80 kW/h électrique pour l'évaporation d'une tonne d'eau.

Cependant, quelques limites existent du séchage solaire des boues des stations d'épuration, ces contraintes sont plutôt logistiques :

- le site du séchage qui doit tenir compte de son environnement (vents dominants et habitations) contenue la production d'odeurs ;
- le rendement de la serre dépend des conditions climatiques. En été, le séchage fonctionne très bien, tandis qu'en hiver la serre joue seulement le rôle de stockage ;
- la superficie importante de la serre ce qui nécessite une disponibilité foncière.

### **3. Différentes filières de traitement des boues de stations d'épuration**

Le principal objectif du traitement des boues dans une station d'épuration est d'en réduire le volume pour limiter les quantités à stocker et de les stabiliser pour en améliorer les caractéristiques physiques et arrêter la biodégradation dont elles sont le lieu. En effet, leur forte teneur en eau initiale qui est de l'ordre de 99 % et les fortes populations bactériennes qui s'y retrouvent, en font un bouillon de culture favorable à la dégradation de la matière

organique fraîche et très fermentescible qu'elles contiennent, avec la production des mauvaises odeurs.

Nous définissons la siccité comme étant le taux de matière sèche ou l'inverse du taux d'humidité. La concentration en matières sèche (MS) est exprimée en gramme de matière par litre de boue ou en % de siccité.

Dans ce paragraphe, nous représentons les différentes étapes de traitement des boues des stations d'épuration.

### **3.1. L'épaississement**

L'épaississement est la première étape, souvent incontournable, de la réduction du volume des boues extraites de la filière du traitement d'eau. On distingue deux principaux types de procédés utilisés qui sont l'épaississement statique (épaississement par décantation) et l'épaississement dynamique (épaississement par égouttage, par flottation, par centrifugation et par drainage).

Le premier procédé (décantation) consiste à laisser décanter les boues par gravitation à travers un silo. La décantation est aidée par une herse en mouvement rotatif lent. Ce mouvement fait passer les particules solides les unes sur les autres ce qui favorise l'évacuation des gaz occlus et de l'eau interstitielle.

Dans le deuxième type d'épaississement, nous distinguons plusieurs procédés tels que l'épaississement par égouttage, l'épaississement par flottation, l'épaississement par centrifugation et l'épaississement par drainage.

– L'épaississement par égouttage : est utilisé généralement pour les petites stations d'épuration. Il s'agit d'égoutter les boues en les mettant sur un support filtrant, table d'égouttage, cela provoque un épaississement rapide de la boue.

– L'épaississement par flottation : ce procédé est adapté généralement pour les boues biologiques. Son principe est la séparation solide-liquide en réduisant la masse volumique apparente de la phase solide par adsorption ou absorption. Cela est provoqué en utilisant des bulles d'air très fines (Figure 1.4).

– L'épaississement par centrifugation : ce procédé est rapide et compact, mais il consomme trop d'énergie. Il consiste en une séparation, sous l'effet de la force centrifuge, de la phase liquide et la phase solide en ajoutant aux boues un polymère en faible dose.

– L'épaississement par drainage : développé pour des stations de petites et moyennes tailles. Dans les procédés de drainage, les boues sont floculées préalablement à l'aide de l'injection de polymères de synthèse suivant le principe de raclage.

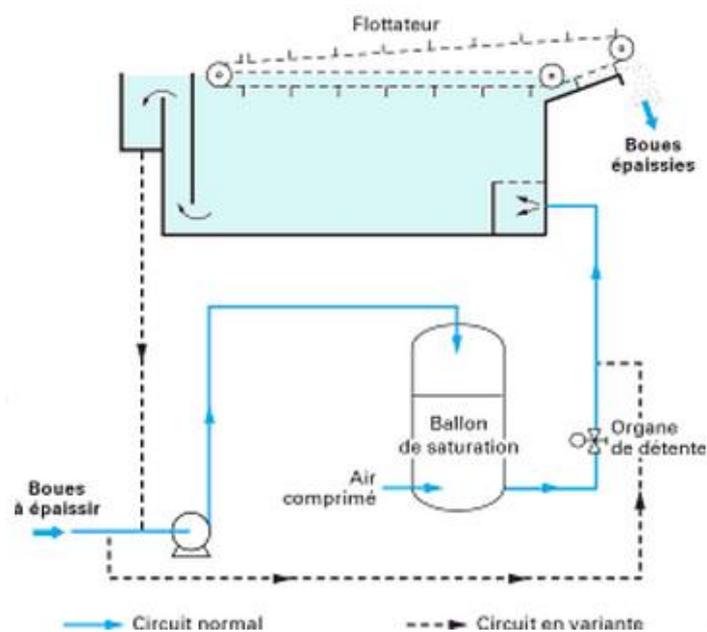


Figure 1.4 : Principe d'épaississement par flottation

### 3.2. La Stabilisation

Après l'épaississement, les boues des stations d'épuration sont instables avec une activité bactérienne à son maximum (importante fermentation) qui est à l'origine de la mauvaise qualité des eaux. Donc, la stabilisation a comme but d'empêcher ou réduire les problèmes de fermentation et de bloquer l'activité bactérienne. Il existe deux types de stabilisation des boues des stations d'épuration. Elle peut être biologique par voie aérobie (compostage) ou anaérobie (méthanisation) ou chimique (traitement à la chaux ou autres) par l'ajout de réactif chimique qui stoppe la réaction de fermentation.

### 3.3. La Déshydratation

Après la phase d'épaississement qui a permis d'éliminer une importante quantité d'eau, le traitement de la boue est complété par la phase de déshydratation. Elle consiste en une

élimination plus ou moins poussée d'eau de la boue afin de la ramener à un état solide ou pâteux dont la siccité minimale en matière sèche est de l'ordre de 20%. On distingue deux grandes familles de techniques de déshydratation qui sont la déshydratation par centrifugation (par décantation) et la déshydratation mécanique (par filtration).

– La déshydratation par centrifugation : ce type de déshydratation se fait par la sédimentation des particules solides de la boue à l'aide d'une centrifugeuse qui accélère la procédure. Avant d'être injecté, les boues sont mélangées avec des polymères de synthèse qui améliorent l'efficacité de la déshydratation. La siccité du produit obtenu peut atteindre jusqu'à 20%. (Figure 1.5)

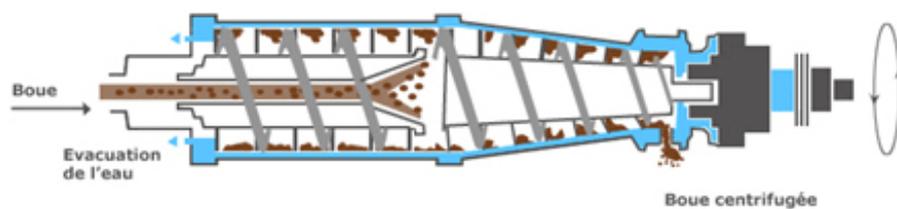


Figure 1.5 : Principe Fonctionnement de la décanteuse centrifugeuse

– la déshydratation mécanique : appelée aussi par filtration. La filtration peut être faite par le procédé du filtre à bande (figure 1.6), par filtre à plateaux ou filtre à vide.

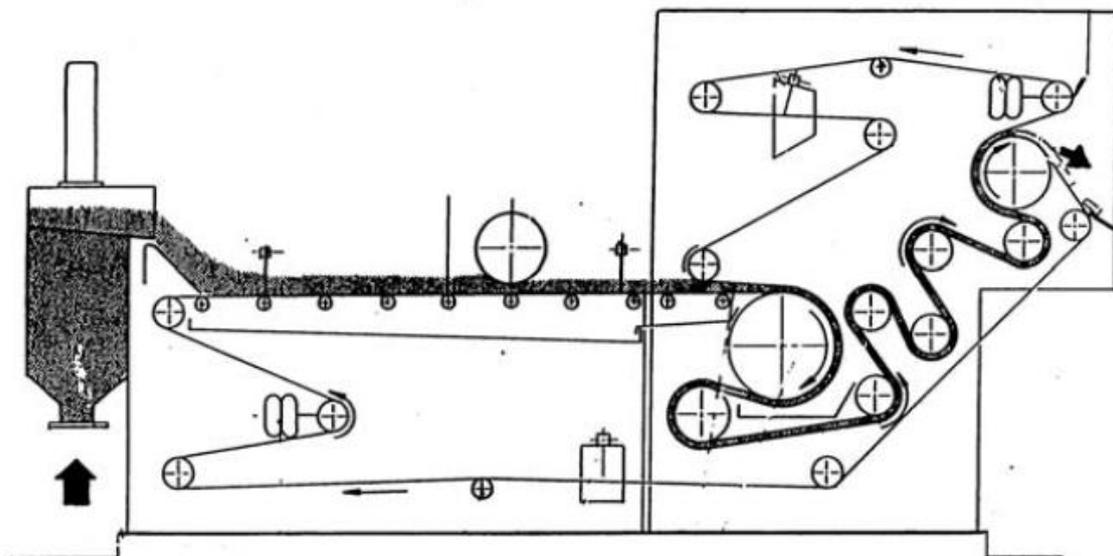


Figure 1.6 : Principe de fonctionnement d'un filtre bande

La déshydratation par centrifugation est le procédé le plus économique et le plus utilisé. Sa consommation en énergie est faible par rapport à l'énergie consommée par les autres techniques.

Tableau I.1 : Siccité obtenue par différents types de déshydratation

Technique de déshydratation	Siccité obtenue
centrifugation	16-20%
filtre à bande	14-17%
filtre à plateaux	30-35%

### 3.4 Le séchage

Après la déshydratation, la boue passe à l'étape du séchage. Cette étape consiste à extraire de l'eau de la boue par évaporation. Il existe deux grandes familles de technique du séchage qui sont : lit du séchage et le séchage thermique.

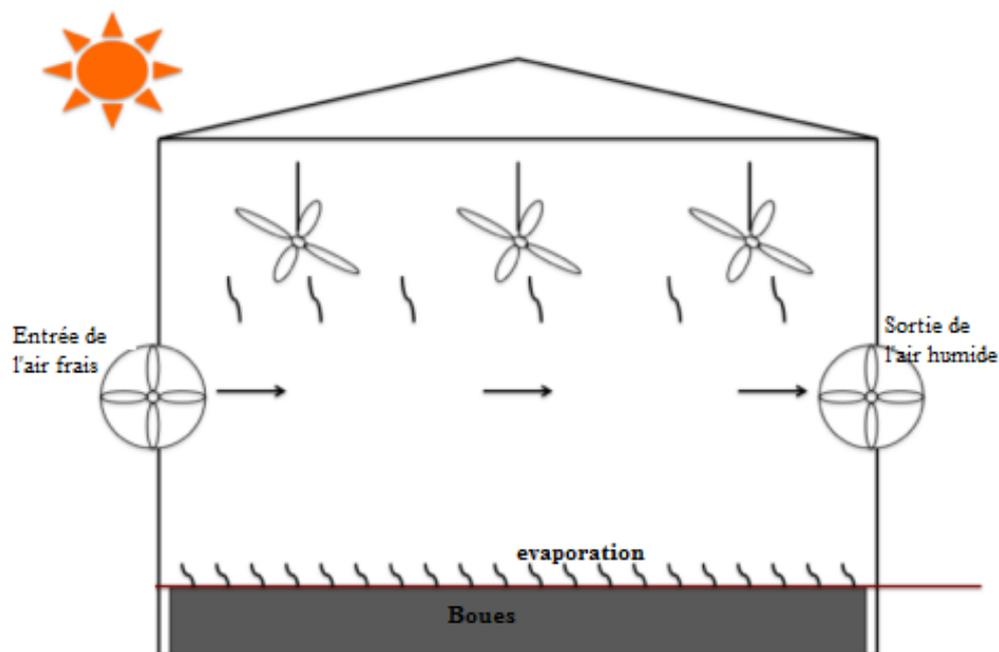


Figure 1.7 : Serre solaire avec système de ventilation

– Le séchage par lit du séchage est une technique très simple, elle consiste à épandre la boue, qui se trouve sous une forme liquide, sur un lit de gravier et de sable. Cette technique peut être pratiquée à l'air libre ou sous serre ventilée (Figure 1.7). Les inconvénients de cette technique sont : une dépendance au climat, un temps du séchage long

et une surface d'implantation importante. Mais elle présente un avantage majeur, c'est l'utilisation d'une source de chaleur non coûteuse, renouvelable et propre qui est le rayonnement solaire. Généralement, cette technique du séchage est pratiquée sous serre avec un système de ventilation afin d'accélérer l'évaporation de l'eau. La siccité obtenue par cette technique peut atteindre 80%, ce qui peut être accepté par les diverses filières de valorisation (valorisations agricole et énergétique). En plus, les boues obtenues présentent une bonne hygiène, car elles sont hygiénisées par la chaleur.

– Séchage thermique : on distingue deux types du séchage : le séchage direct et indirect. Pour le premier type (séchage direct), il se fait par conduction, c'est-à-dire que les boues sont en contact direct avec la source de chaleur afin de permettre sa combustion. En effet, ce type du séchage représente un grand danger car, il existe un risque d'inflammation ou d'explosion suite au contact boues-sources de chaleur. Alors, en prenant ces risques, la siccité maximale des boues produites par cette technique n'excède pas 70%. Pour la deuxième technique (séchage indirect), la siccité des boues obtenues est de l'ordre de 95%. Ce type du séchage est total, il se fait sans aucun danger. Les boues sont chauffées à l'aide d'un fluide caloporteur circulant dans des tuyaux parfaitement isolés. Le produit obtenu après le séchage est sous forme de granules ou de poudres.

En comparant les différentes techniques de séchage, le séchage solaire présente ainsi l'intérêt direct de nécessiter de faibles consommations d'énergie : environ 250 kW par tonne d'eau évaporée, contre environ 850 kW par tonne évaporée pour le séchage direct et 950 kW pour le séchage indirect.

### **3.5. La valorisation**

Cette étape représente la destination finale de la boue. On distingue deux grands types de valorisation des boues des stations d'épuration, la valorisation agricole et la valorisation énergétique (oxydation par voie humide et incinération)

– Valorisation agricole : l'essentiel des éléments d'intérêt fertilisant étant concentrés dans la matière sèche, tout traitement de réduction d'eau (épaississement, déshydratation, séchage) va augmenter la richesse en éléments fertilisants (l'azote organique, phosphore et le potassium, etc...). En plus de son rôle principal d'évaporation de la quantité d'eau existant dans les boues, le séchage solaire peut être considéré comme un moyen

d'hygiénisation. Cette phase est obligatoire afin de satisfaire aux critères de sécurité sanitaire. Donc, à la fin de leurs traitements, les boues épandues permettent d'augmenter le rendement des cultures. Elles contiennent des nutriments pour les cultures et servent à améliorer les propriétés physiques et chimiques du sol. Mais l'utilisation des boues de stations d'épuration dans l'agriculture se trouve encore dans un climat de méfiance pour les consommateurs, malgré une réglementation assez stricte qui a été mise en place.

– Valorisation énergétique : les boues obtenues peuvent être aussi valorisées énergétiquement. Parmi les techniques utilisées, on peut trouver l'incinération. Cette technique permet de détruire toute la matière organique des boues à haute température. Il existe plusieurs technologies de décomposition thermique des boues d'épuration parmi lesquelles l'incinération par Thermylis (Figure 1.8). Ayant le même principe que pour l'incinération, l'oxydation par voie humide se défait par l'utilisation d'un milieu aqueux à haute température et haute pression en présence d'un agent oxydant (généralement de l'oxygène) et parfois d'un catalyseur.

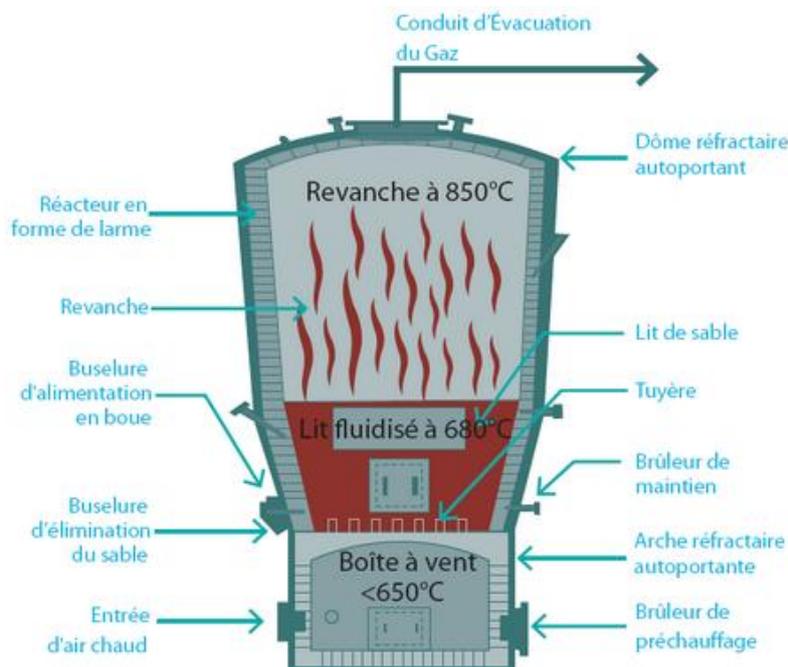


Figure 1.8 : Principe de fonctionnement du réacteur Thermylis

Le coût de traitement des boues représente une part considérable des coûts d'exploitation d'une station d'épuration. Donc il est indispensable de diminuer l'utilisation énergétique voire même à valoriser l'énergie produite. En effet, pour des boues produites à importante

siccité (supérieure à 90%), elles peuvent être utilisées comme des combustibles de substitution. Son pouvoir compétitif est important avec un coût d'environ 30 €/tonne. Aussi, l'indépendance énergétique d'une station d'épuration peut être améliorée par la production de biogaz. Cette production se fait durant la phase de stabilisation anaérobie des boues. Le biogaz obtenu est généralement du méthanol utilisé par la suite pour la production d'électricité ou de la chaleur utilisée par la suite dans la valorisation.

## **B- Bibliographie**

### **1. Introduction**

Lors de l'opération du séchage, certains matériaux se comportent comme étant des matériaux rigides et d'autres subissent un rétrécissement. Les matériaux rigides sont ceux qui ont une faible teneur en eau (argile à faible teneur en eau, brique,...) où l'eau évacuée durant le séchage est remplacée par de l'air et le produit final est un matériau poreux. Tandis que, les matériaux qui subissent un retrait sont généralement ceux qui ont une importante teneur en eau. En effet, les éléments constituant l'édifice solide se contractent et se resserrent sous l'effet des forces internes.

Dans cette analyse bibliographique, nous nous intéressons plus aux transferts de chaleur et de masse durant l'opération du séchage des matériaux qui subissent le retrait et plus particulièrement aux boues des stations d'épuration. En fait, ces types de transferts interviennent dans de nombreuses applications technologiques, scientifiques et industrielles telles que les systèmes à changement de phase, le dessalement de l'eau de mer et le séchage des produits agro-alimentaires et des boues.

Aussi, nous présenterons quelques travaux concernant le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer (équation de la quantité de mouvement pour un milieu poreux).

### **2. Revue bibliographique**

Les études scientifiques qui s'intéressent au phénomène du séchage ont commencé au début du 19<sup>ème</sup> siècle avec les travaux de Sherwood. Dans ces premières études T. K. Sherwood [1,2] s'est intéressé à la compréhension du mécanisme du séchage et de l'évaporation de l'eau d'un solide où il a défini quatre cas selon le rapport entre la résistance à la diffusion interne du liquide et la résistance totale à l'évacuation de la vapeur. Dans les deux

cas, le front d'évaporation se trouve sur la surface du solide et dans les deux autres le front d'évaporation se déplace à l'intérieur. Ensuite, il a montré que la vitesse du séchage n'est plus constante durant le procédé. Il a démontré alors que le procédé du séchage se compose de deux phases, la première où la vitesse du séchage est constante et une deuxième phase où la vitesse du séchage subit une décélération. Il a aussi noté que même la phase décroissante est décomposée en deux parties. Par la suite, il a étudié le séchage des pâtes, du papier [3], des argiles [5]. Dans d'autres travaux, l'auteur a étudié analytiquement le séchage de différents types de matériaux à l'aide de l'équation de la diffusion pour les deux phases du séchage (à vitesse constante et à vitesse décroissante) [4,6,7]. Afin de valider ces modèles, il a comparé les résultats expérimentaux avec ceux obtenus par l'équation de la diffusion où il a obtenu un écart acceptable. Vers 1936, T. K. Sherwood [8] a proposé une classification du mode du séchage selon la forme de la courbe du flux en fonction de la teneur en eau en base sèche et l'orientation des concavités. Ces classifications portent sur l'importance plus ou moins grande des résistances aux transferts (Figure 1.9).

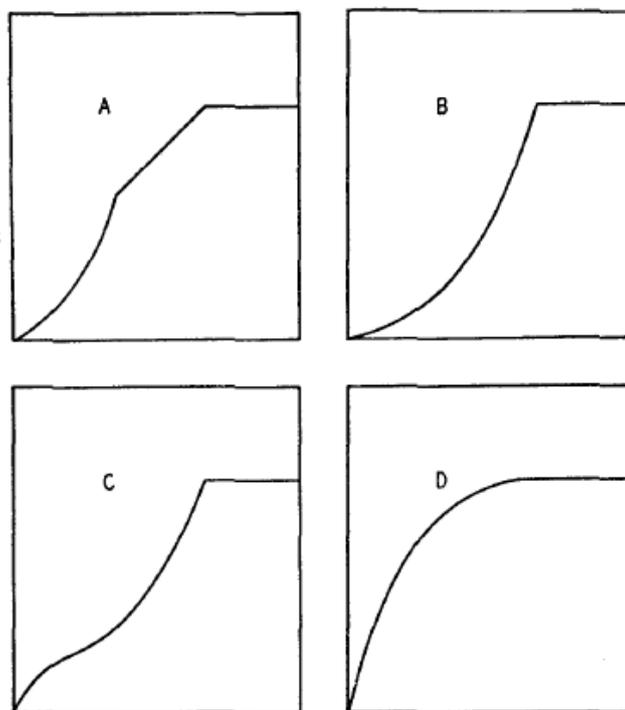


Figure 1.9 : Classification de Sherwood (1936)

S. Ben Nasrallah et P. Perre (1988) [9] ont présenté un modèle de simulation pour la procédure du séchage d'un matériau poreux avec transfert de chaleur et de masse. Les équations régissant le problème ont été écrites en fonction des grandeurs effectives relatives

aux milieux poreux et fluide. Ces équations ont ensuite été discrétisées à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies et résolues à l'aide de la méthode itérative de Newton. Le but de ce travail était d'étudier le séchage de deux matériaux poreux fortement différents (brique et bois), dans le cas d'un transfert monodimensionnel de chaleur et de masse. Les résultats obtenus mettent en évidence l'évolution de la température, de la pression et de la teneur en eau ainsi que la cinétique du séchage pour les deux types de matériaux poreux. Ils ont montré que les résistances à la migration du liquide ainsi qu'à la diffusion de la vapeur sont plus importantes dans le cas du bois que pour la brique.

S. Ben Nasrallah et G. Arnaud (1989) [10] ont étudié numériquement les transferts bidimensionnels de chaleur et de masse lors du séchage par la convection naturelle d'une plaque poreuse placée verticalement et chauffée par un flux de densité constante. Les auteurs ont présenté un modèle basé sur les équations des transports de chaleur et de masse dans un milieu poreux, à l'échelle macroscopique, ces équations ont été discrétisées par une méthode aux différences finies semi-implicite. Les simulations numériques réalisées ont permis de représenter l'évolution spatio-temporelle de la température, de la vitesse du séchage et de l'humidité. Ils ont montré qu'à partir d'un certain moment, la teneur en eau à l'interface devient très faible et que le front d'évaporation se déplace à l'intérieur du milieu poreux.

Les travaux de Brinker et Scherer (1990) [11] sont parmi les premiers travaux qui ont décrit le mécanisme de retrait dans les gels. Ils ont conclu que les forces motrices responsables du phénomène de retrait sont en général produites par des réactions chimiques, des forces osmotiques, des forces répulsives et des forces capillaires. Dans le cas des boues, les forces capillaires sont responsables du retrait. En effet, ces forces motrices capillaires produisent des contraintes de compression qui attirent les particules solides dans le liquide. Ce qui indique qu'un mouvement de particule solide dans le fluide a lieu. De plus, ils ont mis en évidence que lorsque les pores sont plus importants que le diamètre de la molécule du liquide, le transport dans le milieu poreux obéit à la loi de Darcy

Afin d'étudier le comportement des coefficients de transfert convectif de chaleur et de masse à la surface d'un milieu poreux durant la procédure de séchage, W. Masmoudi et al. (1991) [12] ont mené une étude numérique. Ils ont supposé que le milieu poreux est non saturé et qu'il est constitué de trois phases : phase solide, phase liquide et phase gazeuse. Plusieurs simulations ont été effectuées afin d'obtenir les distributions spatio-temporelles des

iso-concentrations et des isothermes dans la matrice poreuse. Par la suite, ils ont comparé les résultats obtenus dans le cas 1D avec ceux obtenus dans le cas 2D. Cette comparaison montre que les résultats obtenus par le modèle monodimensionnel ne sont pas corrects dans le cas où les effets de bord d'attaque sont considérables. Ils ont également comparé les variations des coefficients de transfert thermique et massique à l'interface fluide-milieu poreux aux variations obtenues dans le cas d'une plaque plane soumise à des distributions uniformes de chaleur et de concentration. Cette dernière comparaison a bien montré que les profils ne sont pas les mêmes dans les deux cas.

N. Boukadida et al. (1995) [13] ont étudié numériquement les transferts simultanés de chaleur et de masse à l'intérieur d'une plaque plane poreuse non saturée exposée à un flux d'air. Les équations du transport régissant le problème ont été discrétisées à l'aide de la méthode des différences finies. Ils ont mis en évidence l'évolution spatio-temporelle de la température, de la pression et de la teneur en eau de la phase poreuse. En effet, ils ont montré qu'à la fin du séchage la teneur en eau du milieu poreux diminue, le front d'évaporation se déplace vers l'intérieur du produit et la pression et la température dans le milieu poreux augmentent.

Z. Zhe et al. (1999) [14] ont développé un modèle numérique afin d'analyser le phénomène de transfert de chaleur et de masse durant le processus du séchage des briques par un écoulement laminaire permanent. Les résultats qu'ils ont obtenus sont comparés avec d'autres résultats numériques et expérimentaux de la littérature. Cette comparaison montre une excellente concordance. Elle a pu montrer aussi, qu'avec ce modèle les résultats obtenus sont plus proches de l'expérience qu'avec les autres modèles.

N. Boukadida et al. (2001) [15] ont mené une étude numérique sur le phénomène du transfert couplé de chaleur et de masse par convection forcée dans un canal horizontal. Ils ont étudié l'effet des différents paramètres de contrôle sur les vitesses, la température et l'humidité de l'air à l'intérieur du canal. Ils ont montré qu'en allant de l'entrée à la sortie du canal la température, la vitesse longitudinale et la concentration en vapeur d'eau de l'air augmentent. Aussi, ils ont montré que, dans le cas avec rayonnement, la température et la concentration en vapeur d'eau à l'interface augmentent. À la fin, ils ont présenté l'effet des différents paramètres de contrôle du domaine sur le nombre de Nusselt et de Sherwood en considérant ou non le rayonnement. Ils ont montré que l'augmentation de la température de

l'air à l'entrée du canal, dans le cas avec rayonnement solaire, engendre une augmentation du nombre de Nusselt alors que l'inverse se produit dans le cas sans rayonnement. Le même phénomène est observé pour le nombre de Sherwood. L'effet de l'augmentation de la concentration en vapeur d'eau de l'air à l'entrée du canal a un effet négatif sur les transferts thermiques. Tandis qu'il améliore les transferts massiques. Aussi, ils ont montré qu'en augmentant la vitesse de l'air à l'entrée du canal le transfert thermique et le transfert massique s'améliorent.

Dans ces travaux de thèse, R. Hery (2004) [16] a présenté deux études théoriques sur le séchage des boues des stations d'épuration des eaux usées au sein d'un séchoir solaire 'serre'. La première étude concerne un séchage par un écoulement naturel, tandis que, pour la deuxième, le séchage s'effectue par un écoulement forcé. Pour chacune de ces deux études, l'auteur a élaboré un code de calcul, sous Matlab, qui simule le séchage. Par la suite, il a analysé la sensibilité paramétrique de chaque modèle. Ces analyses lui ont permis d'identifier les paramètres les plus influents sur la cinétique de séchage. Principalement, ces paramètres sont : la température, le débit et l'humidité relative de l'air asséchant ainsi que l'épaisseur du produit à sécher.

A. Léonard et al. (2005) [17] ont étudié l'influence de la vitesse, de la température et de l'humidité relative de l'air asséchant sur les transferts de chaleur et de masse durant le séchage convectif des deux types de boues des stations d'épuration. Ces boues sont prises de deux stations d'épuration différentes, la première (boue A) a une capacité de 9000 équivalent habitants, alors que la deuxième (boue B) est de 27000 EH. La cinétique du séchage a montré que la teneur en eau de la boue B diminue plus rapidement que celle de la boue A. Ils ont montré que la température est le principal paramètre qui influe sur le séchage pour les deux types de boue. Ils ont aussi déterminé une corrélation pour les nombres de Nusselt et de Sherwood. Par la suite, ils ont pu déterminer une fonction linéaire de la capacité d'évaporation de l'eau, valide pour les deux types de boue, en fonction du taux d'évaporation maximal. Cette relation confirme que les limitations extragranulaires prévalent pendant le processus du séchage.

En considérant la même configuration géométrique du séchoir solaire étudié dans sa thèse. R. Hery et al. (2005) [18] ont focalisé leurs travaux sur la modélisation d'un procédé de séchage solaire qui se déroule sous serre solaire (Figure 1.10) en convection forcée afin de

prédire le comportement thermique du système énergétique. Les équations relatives au système sont basées sur un bilan thermique et les analogies électriques. Les résultats qu'ils ont obtenus montrent qu'il est préférable d'agrandir la serre suivant sa longueur plutôt que sa largeur. Ils ont également montré que les ouvertures qui assurent la ventilation au sein de la serre admettent des valeurs optimales qui dépendent de la vitesse de l'air soufflé. Ils ont conclu que la durée de l'opération du séchage tend à se prolonger lorsque les ouvertures de ventilation sont orientées perpendiculairement à la direction du vent. Enfin, ils ont mis en évidence l'influence de l'épaisseur des boues sur la cinétique de séchage.

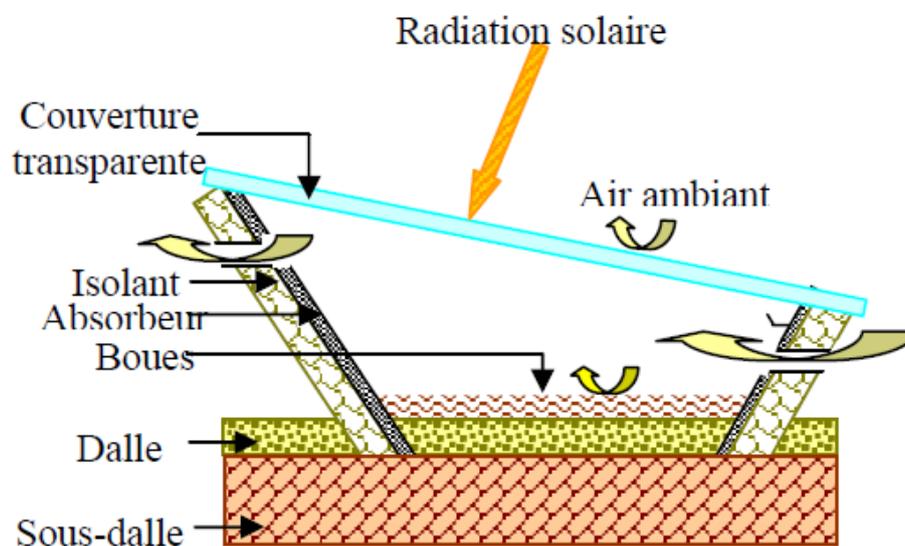


Figure 1.10 : schéma descriptif du séchoir-serre

N. Sotchi et al. (2005) [19] ont étudié numériquement le séchage convectif unidimensionnel d'une plaque plane de terre cuite non saturée à pression atmosphérique. Les équations régissant le phénomène ont été discrétisées par une méthode numérique basée sur les éléments finis. Les auteurs se sont intéressés particulièrement à la cinétique du séchage. Ils ont étudié l'influence de la teneur en eau de la terre cuite et l'influence de la vitesse de l'air asséchant sur la cinétique du séchage. En effet, les résultats montrent que les transferts thermiques dans la plaque poreuse sont d'autant plus importants que la teneur en eau est élevée. Aussi, ils ont prouvé que l'augmentation de la vitesse d'air asséchant entraîne une accélération de la procédure de séchage.

H. Amadou et al. (2006) [20] et H. Amadou (2007) [21] ont proposé un modèle mathématique de la cinétique du séchage basé sur des données expérimentales afin de simuler

le phénomène des transferts de chaleur et de masse durant le processus du séchage convectif des boues des stations d'épuration. Ce modèle, basé sur le concept de la courbe caractéristique de séchage, est relativement simple mais suffisamment complet pour analyser la répartition de la température et de l'humidité durant le séchage. Ils ont résolu les équations différentielles non linéaires par la méthode de Runge-Kutta du quatrième ordre. Les résultats sont présentés sous forme de comparaison entre les résultats numériques obtenus par le modèle et les résultats expérimentaux acquis par l'expérience (Figure 1.11). Ces comparaisons concernent l'évolution spatio-temporelle de la teneur en eau et la température de la boue, en fonction du temps de séchage. Ces comparaisons ont montré un bon accord, ce qui valide le modèle numérique utilisé. De plus, afin de caractériser le rétrécissement que subit la boue lors de son séchage, les auteurs ont défini une relation reliant la teneur en eau base sèche à la capacité thermique et massique de la boue humide.

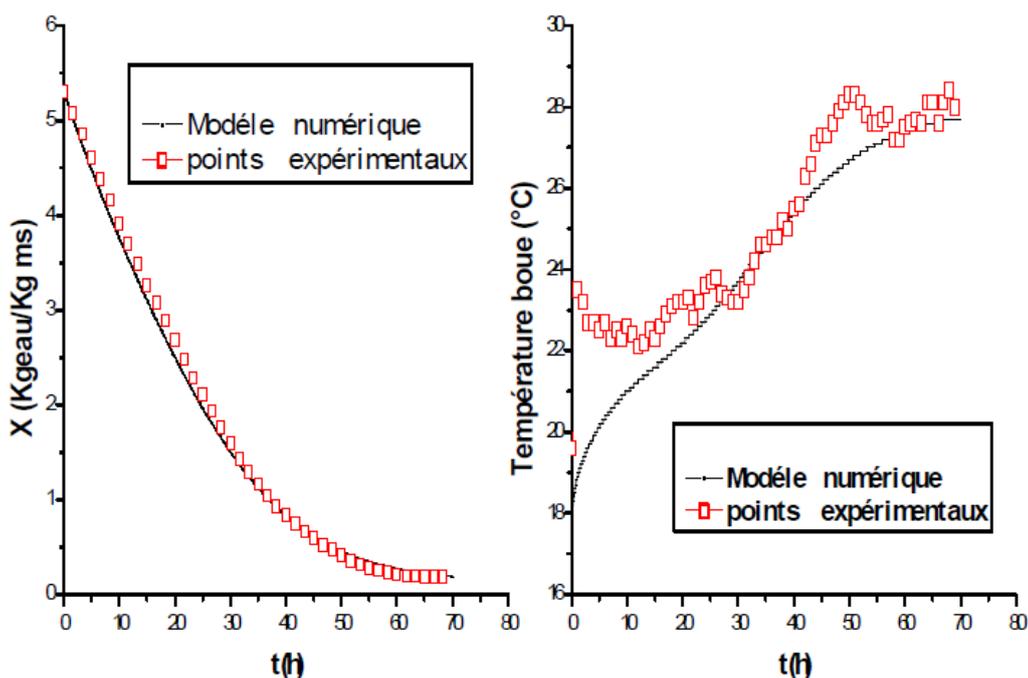


Figure 1.11 : Comparaison des valeurs expérimentales et simulées obtenues à l'aide du modèle mathématique défini par les auteurs.

Afin de déterminer les coefficients de transferts thermiques et massiques durant le séchage par convection naturelle en considérant le rétrécissement du produit, N. Rahman et al. (2006) [22,23] ont procédé à deux études expérimentales. La première étude [22] a consisté à déterminer, à l'aide d'une expérience de laboratoire, les coefficients du transfert thermique avec et sans rétrécissement. Les auteurs montrent que le coefficient du transfert thermique est

plus important en considérant le rétrécissement (figure 1.12). De la même manière, la deuxième étude [23] a consisté à déterminer le coefficient du transfert de masse. La comparaison des coefficients du transfert de masse a montré que la valeur obtenue avec rétrécissement est moins importante que celle obtenue sans rétrécissement (figure 1.13).

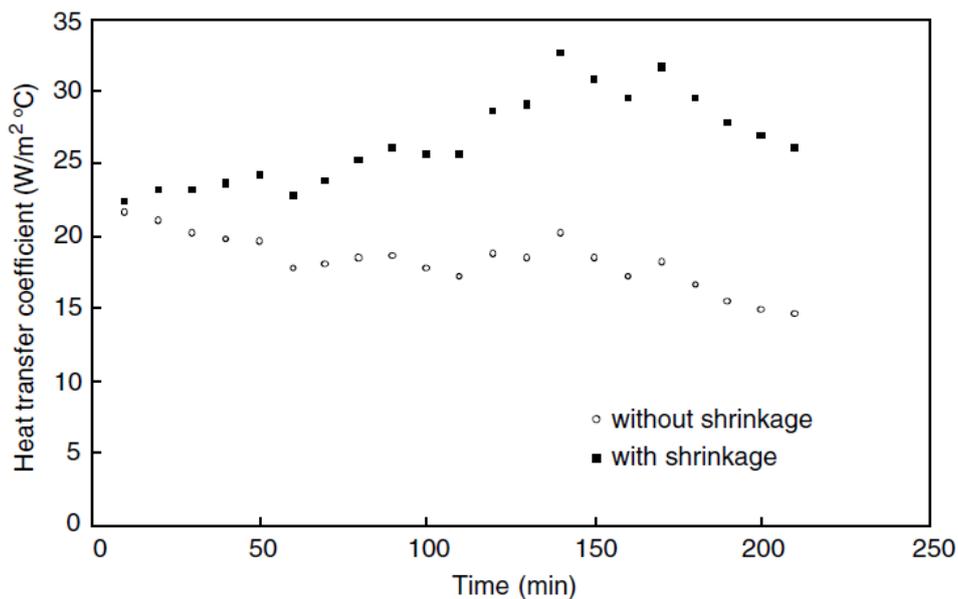


Figure 1.12 : Comparaison des coefficients de transferts thermiques sans et avec le phénomène de rétrécissement

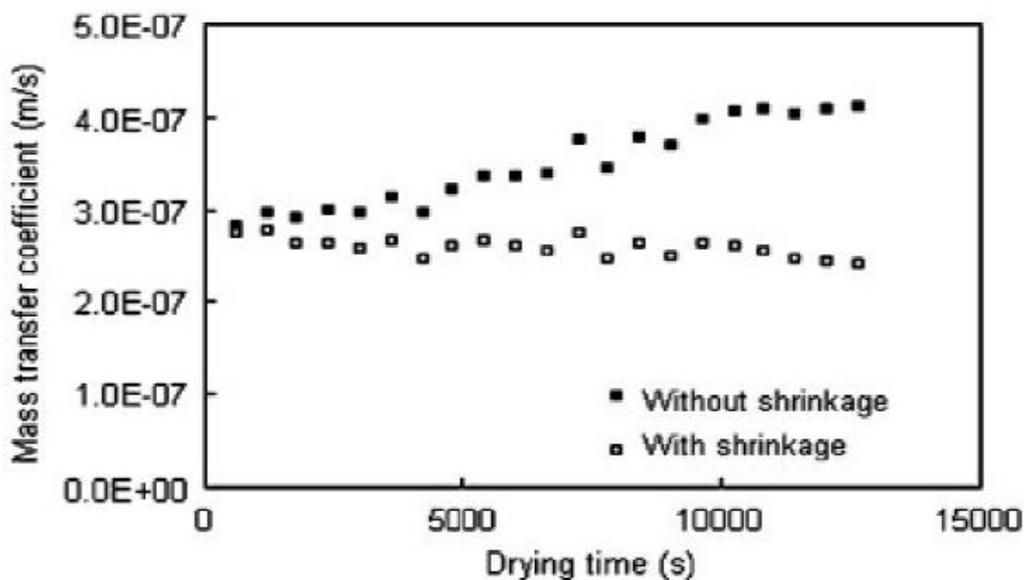


Figure 1.13 : Comparaison des coefficients de transferts de masse sans et avec le phénomène de rétrécissement

D. Helel et al. (2007) [24] ont analysé numériquement, à l'aide de la méthode des différences finies, les transferts bidimensionnels de chaleur et de masse au cour du séchage solaire d'un milieu poreux non saturé et exposé à un écoulement laminaire forcé d'air humide dans un canal horizontal. Le modèle est de type couche limite. Les résultats obtenus mettent en évidence l'effet de la hauteur du canal (rapport de forme) sur la cinétique du séchage et sur l'évolution spatio-temporelle de la température, de la teneur en eau et de la pression du mélange. Ils ont montré qu'une augmentation de la hauteur du canal conduit à une durée du séchage plus importante.

N. Boukadida (2007) [25] a étudié numériquement, les mécanismes des transferts de chaleur et de masse par convection forcée laminaire ou turbulente avec évaporation dans un canal horizontal où la paroi inférieure est assimilée à un matériau poreux non saturé. Dans le cas laminaire, l'auteur a montré que les transferts thermiques et massiques sont plus importants au voisinage du bord d'attaque (entrée du canal) que vers la sortie. Il a montré qu'en augmentant la vitesse du fluide le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood décroissent sous l'effet de la chute du gradient de température et du gradient de concentration à l'interface fluide-milieu poreux. Dans le cas turbulent, il a étudié l'effet du nombre de Reynold sur les profils dynamiques, thermiques et massiques. En effet, il a montré que l'augmentation du nombre de Reynolds provoque l'augmentation de la température et la diminution de la concentration. De plus, il a présenté l'effet de la température et de la concentration de l'air injecté sur la masse d'eau évaporée. Il a pu montrer qu'en augmentant la température de l'air asséchant, la masse d'eau évaporée augmente. Le phénomène inverse est remarqué pour la concentration en vapeur d'eau de l'air asséchant jusqu'à une valeur critique de la température où le phénomène inverse est remarqué. C'est-à-dire l'évaporation maximale est observée pour un air asséchant plus humide (Figure 1.14).

R. Slim (2007) [26] a effectué une modélisation du séchage des boues des stations d'épuration urbaine afin d'améliorer les conditions aérauliques dans une serre du séchage (figure 1.15). Il a réalisé un dispositif expérimental afin de caractériser le séchage conductif des boues. Par la suite, il a proposé une méthode analytique afin d'évaluer la diffusivité de la vapeur d'eau dans la boue. Il a, également, développé un modèle numérique qui lui a permis de simuler heure par heure le déroulement de la procédure du séchage convectif. Les résultats qu'il a obtenus montrent que le soufflage de l'air à travers des fentes le long de la largeur de la serre du séchage améliore les conditions aérauliques. À la fin de ce travail, l'auteur a établi

un modèle numérique du séchage combiné (convectif et conductif) en tenant compte des données climatiques. Ce modèle a mis en évidence l'amélioration apportée par la réduction de l'épaisseur de la couche poreuse au cours du séchage. Ainsi, il a pu définir des cas optimaux du fonctionnement de la pompe à chaleur.

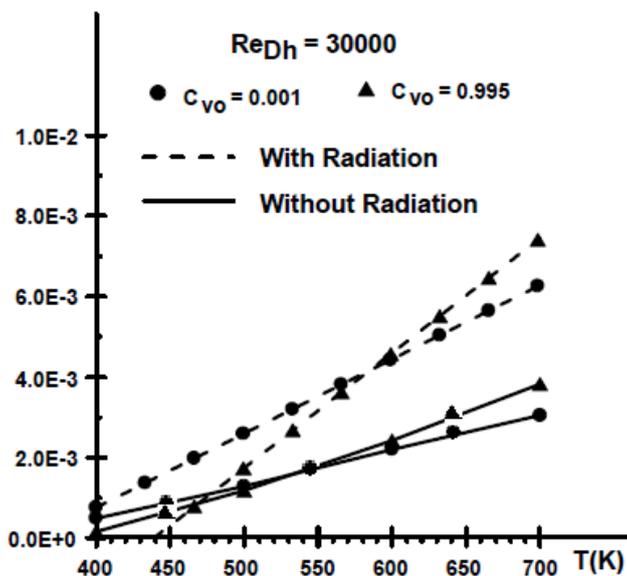


Figure 1.14 : Effet de la température et de l'humidité relative de l'air asséchant.

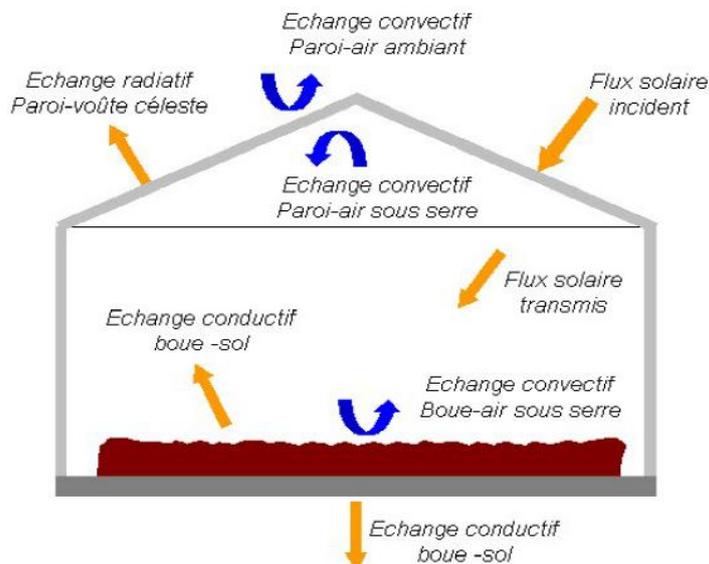


Figure 1.15 : Transferts thermiques ayant lieu au niveau du système étudié par R. Slim

Dans le but d'optimiser l'évaporation et le transfert de chaleur durant le processus d'évaporation d'une couche poreuse saturée placée dans un canal incliné, Y. Chou et al. (2007) [27] ont mené une étude numérique. Les équations régissant le phénomène ont été résolues numériquement au moyen d'une méthode implicite aux différences finies. Ils ont

représenté l'effet du nombre de Reynolds et l'effet de l'épaisseur de la couche poreuse sur la distribution inter-faciale de la température, de la concentration, des flux de chaleur sensible et latent et du taux d'évaporation. Par la suite, ils ont montré que les nombres de Nusselt et de Sherwood moyens varient, de la même façon, en fonction du nombre de Reynolds, de la porosité et de la couche poreuse. Dans le cas d'une incidence nulle (canal vertical), les variations de ces grandeurs, qui quantifient respectivement le taux du transfert thermique et le taux du transfert massique, montrent qu'elles augmentent simultanément avec l'augmentation du nombre de Reynolds, et diminuent avec l'augmentation de la porosité et de l'épaisseur. Enfin, ils ont étudié l'effet de l'incidence et de l'humidité de l'air injecté sur les taux des transferts thermiques et massiques. Ils ont montré que l'on a un meilleur rendement pour un canal horizontal avec une faible humidité d'air à l'entrée.

K. Fethi (2009) [28] a réalisé une étude numérique de l'écoulement d'un fluide incompressible confiné entre deux plaques parallèles horizontales soumises à deux températures différentes. Entre ces deux plaques se trouve un milieu poreux, ce dernier est supposé saturé, homogène et isotrope. Le but de cette investigation est de déterminer la variation de la vitesse, de la température et du taux de génération de l'entropie en fonction de la pression, du nombre de Darcy et du nombre de Brinkman. Les équations régissant le problème sont écrites dans le cas d'un écoulement bidimensionnel. Les résultats sont présentés sous la forme des champs de vitesse et de température dans le milieu poreux. Cette étude nous montre que les distributions de température dans le milieu poreux sont affectées de la même manière par une variation de la pression, du nombre de Darcy ou du nombre de Brinkman.

K. Piotr et al. (2011) [29] ont utilisé le code de calcul commercial Fluent (CFD) pour modéliser le phénomène du transfert de chaleur et de masse au cours du processus du séchage convectif des boues des stations d'épuration. Le domaine du calcul sur lequel ils ont travaillé est une partie d'une installation de séchage. Les conditions aux limites à l'interface matière sèche-milieu fluide sont écrites en assurant la continuité des flux de chaleur et de masse. Les auteurs ont représenté les distributions de la vitesse, de la température et de l'humidité dans le domaine du calcul. Ainsi, ils ont montré que si la distance entre la source de ventilation et la matière sèche augmente, la vitesse du séchage diminue, tandis que, la température de la boue augmente et vis-versa.

R. Font et al. (2011) [30] ont étudié le séchage thermique des deux types de boues des stations d'épuration. Ils ont effectué une série d'essais du séchage pour différentes valeurs de température et de vitesse d'air asséchant dont la gamme de température de 30°C à 65°C. Ils ont pu observer la formation d'une croûte à la surface de la boue pour n'importe quelle valeur de vitesse ou de température d'air asséchant. Aussi, ils ont acquis les valeurs de la température de la boue ainsi que sa teneur en eau. Par la suite, ils ont élaboré un modèle numérique de la cinétique du séchage qui permet de corrélérer les données expérimentales en fonction du temps du séchage en tenant compte de la formation de la croûte. Ils ont comparé les données expérimentales relatives à la variation de la teneur en eau de la boue ainsi que sa température avec celles obtenues numériquement. Cette comparaison a permis de valider le modèle numérique élaboré malgré les différences observées pour certains cas où l'écart a été expliqué par un effet d'évaporation qui a lieu à la surface du fil de thermocouple placé à l'intérieur des boues (figure 1.16).

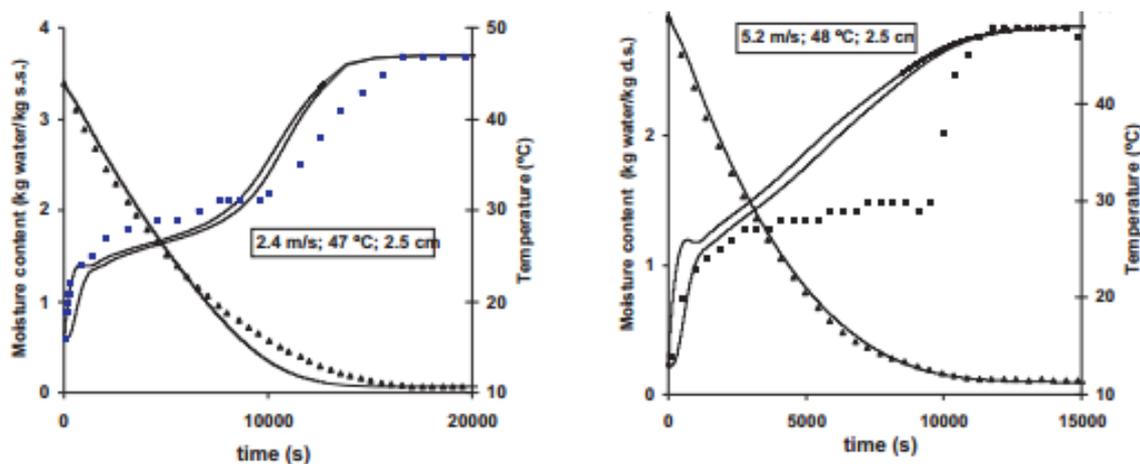


Figure 1.16 : Variation de la teneur en eau et de la température moyenne de la boue durant le séchage

Ils ont déterminé aussi une fonction caractérisant le phénomène de rétrécissement des boues d'épuration lors du séchage convectif.

$$\frac{V - V_0}{V_0} = 0.4282 \left( \frac{X}{X_0} \right)^2 - 1.1186 \left( \frac{X}{X_0} \right) + 0.7147$$

Où V et X sont, respectivement le volume de la boue et la teneur en eau de la boue en base sèche à l'instant t,  $V_0$  et  $X_0$  sont, respectivement, les valeurs initiales du volume de la boue et la teneur en eau de la boue en base sèche.

M. Swati et al. (2012) [31] ont développé un modèle mathématique pour l'analyse d'un écoulement laminaire forcé avec transfert de chaleur. Le fluide est supposé incompressible et traversant une plaque constituée d'un milieu poreux. Les auteurs ont pris en considération le transfert de chaleur par rayonnement dans l'équation de conservation de la chaleur. Les équations régissant le phénomène sont basées sur le modèle de Darcy-Forchheimer et sont écrites sous la forme vorticité-fonction du courant. Ces équations non linéaires ont été résolues numériquement à l'aide de la méthode de Runge-Kutta du quatrième ordre. Les résultats obtenus montrent l'effet du rapport de la forme, de la porosité et du nombre de Prandtl sur les profils de vitesse et de température.

S. Das et al. (2013) [32] ont mené une étude analytique sur l'écoulement naturel et forcé dans un canal horizontal infiniment long et immergé dans un milieu poreux. Pour chaque type d'écoulement ils ont obtenu une solution exacte des équations régissant le phénomène. Les analyses des résultats ont montré qu'en augmentant la porosité, la vitesse de filtration augmente. Ils ont également montré qu'à partir d'une valeur critique de la porosité (valeur faible) une inversion de l'écoulement est observée à proximité de la paroi supérieure. Cette inversion s'atténue lorsque le nombre de Grashof augmente et à partir d'une valeur critique du nombre de Grashof l'inversement de l'écoulement n'est plus observé. Enfin, ils ont montré que la température du fluide augmente avec l'augmentation de la porosité ou du nombre de Grashof.

H. El Abrach et al. (2013) [33] ont mené une étude numérique sur le phénomène du séchage d'une plaque rectangulaire poreuse déformable et saturée en se basant sur le modèle de Darcy-Brinkman étendu. Ils ont maintenu toutes les parois de la plaque poreuse à un flux de chaleur de densité constante. Tandis que, seules les faces (supérieure et inférieure) de la plaque poreuse sont maintenues à flux de masse constant. Le modèle qu'ils ont utilisé pour le transfert d'énergie est basé sur l'équilibre thermodynamique local entre la phase fluide et la phase solide. Les équations de conservation (masse, quantité de mouvement, énergie et espèce) ont été résolues numériquement à l'aide de la méthode de Lattice-Boltzman. Les principaux résultats représentent la distribution spatio-temporelle de la pression du fluide, de la vitesse de déformation et de la température. En effet, ils ont montré que la température augmente en fonction du temps, tandis que, la pression du fluide diminue.

D. Helel et al. (2013) [34] ont étudié numériquement le phénomène de transfert de chaleur et de masse lors du séchage d'un milieu poreux non saturé et indéformable ayant les caractéristiques de la brique. Cette brique est placée à l'intérieur d'un canal horizontal et exposée à un écoulement turbulent d'air humide en convection forcée. Le but de cette étude est de décrire le comportement des différents paramètres à l'intérieur et à l'extérieur de la brique. Ils ont montré que la variabilité spatio-temporelle des coefficients d'échange thermique et massique affecte fortement les profils spatio-temporels de la température et de la teneur en eau à l'intérieur du milieu poreux. Cette étude a permis de déterminer les conditions optimales, dynamiques et thermiques, permettant d'économiser de l'énergie utilisée pour le séchage de la brique et de garantir une meilleure qualité du produit sec.

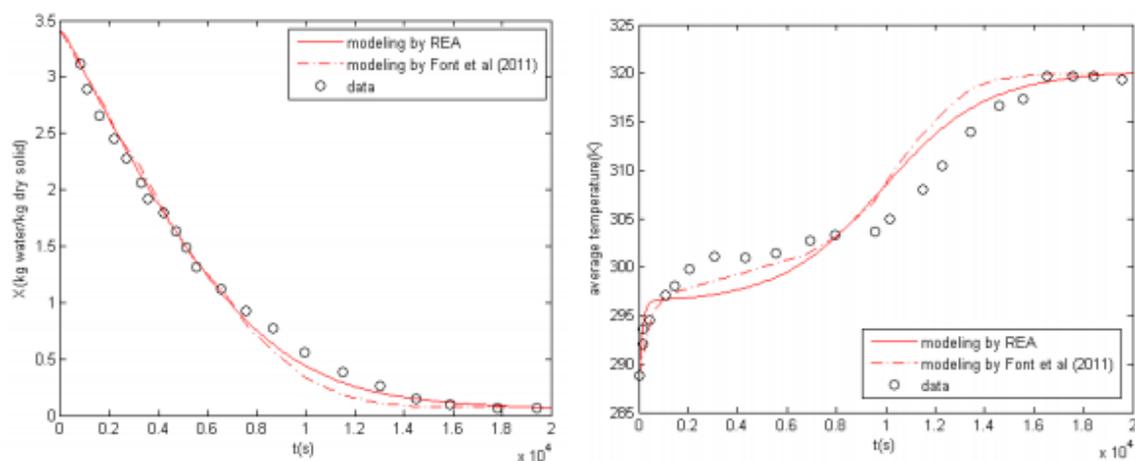


Figure 1.17 : Variation de la teneur en eau et de la température moyenne de la boue durant le séchage

A. Puntranto et al. (2014) [35] ont utilisé une récente approche d'ingénierie, connue sous le nom REA (reaction engineering approach), afin de modéliser le séchage convectif des boues des stations d'épuration. Cette approche a été mise en œuvre par X.D. Chen [36] en 2008, son avantage c'est qu'elle est simple et physiquement significative pour quelle soit un outil d'ingénierie. En effet, ce modèle a été utilisé au début pour le séchage cyclique d'une couche mince de produit alimentaire. Par la suite, il a été adapté pour le séchage d'autres produits à couche mince tels que les bois et les boues et sa précision et sa robustesse n'est plus à démontrer. En utilisant ce modèle pour le séchage des boues, les auteurs ont pu étudier la cinétique du séchage en se basant sur des données expérimentales afin de déterminer la vitesse de séchage. Ils ont déterminé la variation de la teneur en eau base sèche et la température moyenne de la boue en fonction du temps du séchage (Figure 1.17). Leurs

résultats obtenus par l'approche REA ont été comparé avec ceux obtenus par l'expérience et ceux obtenus à l'aide du modèle de diffusion de R. Font et al. [30]. Cette comparaison a montré l'efficacité de ce modèle.

L. Bennamoun et al. (2014) [37] ont procédé à une étude expérimentale des transferts thermiques et massiques durant le séchage de boues des stations d'épuration à l'aide d'un séchoir à convection forcée. Ils ont fait varier ; la température d'air entre 80 et 200°C, la vitesse de l'écoulement de l'air entre 1 et 2 m/s et l'humidité de l'air de 0.5 à 5%. Afin de suivre à la fois, la cinétique du séchage et la température du produit, ils ont équipé le séchoir d'une caméra et d'un pyromètre à infrarouge. Les résultats qu'ils ont obtenus montrent qu'il existe trois types du séchage et que l'épaisseur de la boue diminue de 30% à 45% selon les conditions prises. Ainsi, ils ont pu montrer que l'augmentation de la température du produit accélère le processus de séchage. Enfin, les auteurs ont comparé les résultats expérimentaux avec leur propre étude numérique. Cette comparaison a montré un bon accord entre les deux résultats dans le cas où le coefficient de transfert thermique varie en fonction de la phase du séchage en particulier lorsque le rétrécissement se produit avec l'introduction d'une correction liée à la variation de l'humidité.

Y. W. Huang et al. [38,39] (2015) (2016) ont étudié le séchage à haute température des boues des stations d'épuration en couche mince dans le cas d'un écoulement forcé. La température de l'air asséchant se trouve dans la gamme 100-160 °C alors que sa vitesse varie entre 0.6 et 2 m/s. Dans le premier travail, les auteurs ont utilisé deux modèles afin de prédire le comportement du séchage dans ces conditions. Ces modèles sont le modèle de propagation en arrière (Back-Propagation, B-P) et le modèle généralisé du réseau de neurone (Generalized Regression Neural Network, GRNN). Ils ont montré que la précision du modèle B-P pour prédire le comportement de la teneur en eau de la couche mince de boues au cours du séchage était beaucoup plus élevée que celle du modèle GRNN. Concernant la prédiction de la température moyenne de la couche mince de la boue, ils ont montré que selon la vitesse et la température de l'air l'un ou l'autre des modèles est valable. A propos du deuxième travail, ils ont mis en évidence, à l'aide d'une série d'expériences, la présence de quatre phases du séchage qui sont : la phase du chauffage, la phase du séchage à vitesse constante et deux phases du séchage à vitesse décroissante. Ils ont montré, ainsi, que durant la première phase à vitesse du séchage décroissante, la température moyenne de la couche mince de la boue augmente rapidement, tandis qu'elle varie légèrement durant la deuxième phase décroissante.

De plus, ils ont enregistré une amélioration des transferts de chaleur et de masse de, respectivement, 39% et 91% en augmentant la température de l'air asséchant de 100 à 160°C et en gardant la vitesse de l'air à 0.6 m/s.

# **Modélisation Mathématique**

## Chapitre II :

# Modélisation Mathématique

---

### 1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons la formulation mathématique générale du problème étudié. Les équations de transport de la quantité de mouvement, de la chaleur et de la masse dans le canal (milieu fluide) sont les équations classiques de la convection forcée. Pour décrire le transfert de la quantité de mouvement dans la boue (milieu poreux), nous avons retenu le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Afin de s'affranchir des difficultés rencontrées pour imposer des conditions aux limites pour la pression, nous avons opté pour la formulation ligne de courant-vorticité.

À l'interface milieu fluide-milieu poreux, les couplages entre les équations régissant les transferts dans le milieu poreux et dans le milieu fluide sont assurés par la continuité des densités de flux de chaleur et de masse.

### 2. Description et modélisation mathématique du problème étudié

L'étude de la cinétique du séchage et l'optimisation de son processus consiste à mettre en évidence les échanges thermiques et massiques. Pour cela, nous considérons une serre solaire de taille réelle de longueur  $L$  et de hauteur  $h$  dont le rapport de forme  $L/h$  est égale à trois. Cette serre est assimilée à un canal parallélépipédique dont la partie supérieure est une couverture transparente au rayonnement solaire et la partie inférieure est un matériau poreux d'épaisseur  $e$ , ayant les caractéristiques des boues d'épuration. Le profil de vitesse à l'entrée

du canal est de type parabolique et l'air est à une température  $T_0$ , une humidité relative  $H_r$  et une pression constante  $P_0$ .

Les transferts dans le canal sont régis par les équations classiques de la convection forcée couplées à l'équation de Darcy Brinkman Forchheimer dans le matériau poreux.

Un repère cartésien est associé à ce modèle physique.  $O$  qui représente l'origine de ce repère est placée à l'extrémité inférieure de la couche poreuse (boue). L'abscisse  $x$  est comptée positivement dans la direction normale à la paroi latérale et l'ordonnée  $y$  est comptée positivement dans la direction perpendiculaire à la paroi inférieure. (Figure 2.1)

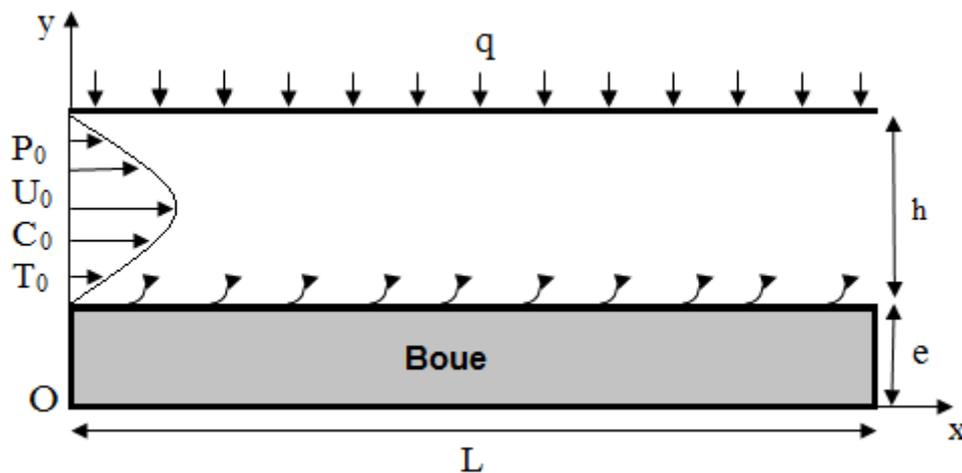


Figure 2.1 : Représentation schématique du modèle

## 2.1. Hypothèses simplificatrices

Afin d'étudier les phénomènes complexes mis en jeu dans le présent travail, nous allons adopter les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Les transferts sont laminaires et bidimensionnels ;
- Le fluide est Newtonien, incompressible ;
- La dissipation visqueuse est négligeable : La diffusion d'énergie d'origine purement mécanique est négligée du fait que la vitesse et la viscosité de l'air sont faibles.

- Les effets Soret et Dufour sont négligeables : Le flux de masse engendré par le gradient de température (effet Soret) ainsi que le flux de chaleur engendré par le gradient de masse (effet Dufour) sont négligeables.
- L'approximation de Boussinesq est retenue : Elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables dans l'équation de quantité de mouvement ( $\rho = \rho_0$ ), sauf au niveau du terme de gravité. La variation de  $\rho$  en fonction de la température est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$$

- L'air humide est considéré comme un gaz parfait : à la pression atmosphérique, l'air humide peut être considéré comme un mélange de deux gaz parfaits qui sont la vapeur d'eau et l'air sec.
- L'interface boue vapeur est en équilibre thermodynamique.
- Le milieu poreux est isotrope.

## 2.2. Equations régissant le champ hydrodynamique, thermique et massique et les conditions aux limites

### 2.2.1. Equations des transferts dans le milieu fluide

#### Équation de continuité

En se plaçant dans le cadre d'un fluide incompressible, l'équation de continuité obtenue en appliquant le principe de conservation de la masse, s'écrit en coordonnées cartésiennes et pour un écoulement bidimensionnel, sous la forme :

$$\frac{\partial u_f}{\partial x} + \frac{\partial v_f}{\partial y} = 0 \quad (2.1)$$

#### Équation de la quantité de mouvement (Navier Stokes)

En appliquant le bilan de la quantité de mouvement pour un domaine fixe et en se plaçant dans le cadre des hypothèses simplificatrices. L'équation vectorielle de la conservation de la quantité de mouvement à travers un milieu fluide s'écrit :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \cdot \vec{V} \right] = - \overrightarrow{\text{grad}} P + \rho \vec{g} + 2\mu \Delta \vec{V} \quad (2.2)$$

La projection de cette équation sur l'axe des abscisses donne

$$\rho_f \left( \frac{\partial u_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + v_f \frac{\partial u_f}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P_f}{\partial x} + \mu_f \left( \frac{\partial^2 u_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_f}{\partial y^2} \right) \quad (2.3)$$

La projection de cette équation sur l'axe des ordonnées donne

$$\rho_f \left( \frac{\partial v_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial v_f}{\partial x} + v_f \frac{\partial v_f}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P_f}{\partial y} + \mu_f \left( \frac{\partial^2 v_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_f}{\partial y^2} \right) \quad (2.4)$$

### Équation de l'énergie

Le principe de la conservation de l'énergie mène à l'équation d'énergie suivante :

$$(\rho C_p)_f \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial T_f}{\partial x} + v_f \frac{\partial T_f}{\partial y} \right) = \lambda_f \left( \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \right) \quad (2.5)$$

### Équation de diffusion de la vapeur

Le principe de la conservation des espèces mène à l'équation :

$$\frac{\partial C_f}{\partial t} + u_f \frac{\partial C_f}{\partial x} + v_f \frac{\partial C_f}{\partial y} = D_v \left( \frac{\partial^2 C_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_f}{\partial y^2} \right) \quad (2.6)$$

$D_v$  représente le coefficient de diffusion de la vapeur dans l'air

### Conditions initiales et aux limites

Aux équations (3.3), (3.4), (3.5) et (3.6), nous associons les conditions initiales et aux limites suivantes :

- Conditions initiales : à l'instant  $t = 0$  s notre domaine de calcul est initialisé par :  
 $u_f(0) = 0$  ;      $v_f(0) = 0$  ;      $C_f(0) = C_0$  ;      $T_f(0) = T_0$
- Conditions aux limites :

Entrée ( $x=0$  ,  $e \leq y \leq h$ )

$$u_f(y) = U_0 \left[ 1 - 4 \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right]; \quad v_f = 0; \quad C_f = C_0; \quad T_f = T_0$$

Sortie ( $x=L$ ,  $e \leq y \leq h$ )

$$\frac{\partial u_f}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial v_f}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial C_f}{\partial x} = 0$$

Paroi supérieure ( $0 \leq x \leq L$ ,  $y=e+h$ )

$$u_f = 0; \quad v_f = 0; \quad \frac{\partial C_f}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial T_f}{\partial y} = 0$$

Interface fluide-poreux ( $0 \leq x \leq L$ ,  $y=e$ )

$$\begin{aligned} \mu_f \frac{\partial u_f}{\partial y} &= \mu_p \frac{\partial u_p}{\partial y}; & v_f &= -\frac{D_v}{1 - C_{y=e}} \left( \frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=e}; & C_f &= \frac{M_v \cdot P_{vs}}{M_v \cdot P_{vs} + M_a(P - P_{vs})} \\ \alpha_p \tau_{c,q} &= \lambda_p \left( \frac{\partial T_p}{\partial y} \right)_{y=e} - \lambda_f \left( \frac{\partial T_f}{\partial y} \right)_{y=e} - \frac{L_v \rho_f D_v}{1 - C_{y=e}} \left( \frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=e} \end{aligned} \quad (2.7)$$

### 2. 2. 2. Equations des transferts dans le milieu poreux

#### Équation de continuité

$$\frac{\partial u_p}{\partial x} + \frac{\partial v_p}{\partial y} = 0 \quad (2.8)$$

#### Équation de la quantité de mouvement

Dans le milieu poreux, nous utilisons le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. L'équation vectorielle de la conservation de la quantité de mouvement à travers un milieu poreux s'écrit :

$$\underbrace{\rho_p \left( \frac{1}{\phi} \frac{\partial \vec{u}_p}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} ((\vec{u}_p \cdot \nabla) \cdot \vec{u}_p) \right)}_{(a)} = \underbrace{-\vec{\nabla}(P)}_{(b)} - \underbrace{\frac{\mu_p}{K} \vec{u}_p}_{(c)} - \underbrace{\frac{C_f \rho_p}{\sqrt{K}} |\vec{u}_p| \cdot \vec{u}_p}_{(d)} + \underbrace{\frac{\mu_p}{\phi} \nabla^2 (\vec{u}_p)}_{(e)} \quad (2.9)$$

(a) Forces inertielles macroscopiques

(b) Gradient de pression

- (c) Terme de Darcy
- (d) Terme de Forchheimer
- (e) Terme visqueux de Brinkman

La projection de cette équation vectorielle sur l'axe x donne :

$$\rho_p \left( \frac{1}{\phi} \frac{\partial u_p}{\partial t} + \frac{u_p}{\phi^2} \frac{\partial u_p}{\partial x} + \frac{v_p}{\phi^2} \frac{\partial u_p}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_p}{\partial x} - \frac{\mu_p}{K} u_p - \frac{C_f \rho_p}{\sqrt{K}} \sqrt{u_p^2 + v_p^2} u_p + \frac{\mu_p}{\phi} \left( \frac{\partial^2 u_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_p}{\partial y^2} \right) \quad (2.10)$$

La projection de cette équation vectorielle sur l'axe y donne :

$$\rho_p \left( \frac{1}{\phi} \frac{\partial v_p}{\partial t} + \frac{u_p}{\phi^2} \frac{\partial v_p}{\partial x} + \frac{v_p}{\phi^2} \frac{\partial v_p}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_p}{\partial y} - \frac{\mu_p}{K} v_p - \frac{C_f \rho_p}{\sqrt{K}} \sqrt{u_p^2 + v_p^2} v_p + \frac{\mu_p}{\phi} \left( \frac{\partial^2 v_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_p}{\partial y^2} \right) \quad (2.11)$$

### Équation de l'énergie

Nous supposons que le milieu poreux est isotrope et que la dissipation visqueuse et le travail des forces de pression sont négligeables avec un équilibre thermique local. Aussi, nous considérons que la conductivité thermique du milieu poreux est la moyenne arithmétique des conductivités de la phase solide et de la phase fluide. Dans ces conditions, le bilan de la conservation de la chaleur donne :

$$(\rho C_p)_p \left( \frac{\partial T_p}{\partial t} + u_p \frac{\partial T_p}{\partial x} + v_p \frac{\partial T_p}{\partial y} \right) = \lambda_p \left( \frac{\partial^2 T_p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_p}{\partial y^2} \right) \quad (2.12)$$

Avec  $\lambda_p$  : la conductivité du milieu poreux.

### Conditions initiales et aux limites pour le milieu poreux

Les conditions initiales et aux limites associées à la boue sont les suivantes :

- Conditions initiales : à l'instant  $t = 0$  s notre domaine de calcul est initialisé par :

$$u_p(0) = 0 ; \quad v_p(0) = 0 ; \quad T_p(0) = T_0$$

- Conditions aux limites :

Paroi gauche de la boue ( $x=0$  ,  $0 \leq y \leq e$ )

$$u_p = 0 ; \quad v_p = 0 ; \quad \frac{\partial T_p}{\partial x} = 0$$

Paroi droite de la boue ( $x=L$  ,  $0 \leq y \leq e$ )

$$u_p = 0 ; \quad v_p = 0 ; \quad \frac{\partial T_p}{\partial x} = 0$$

Interface fluide-poreux ( $0 \leq x \leq L$  ,  $y=e$ )

$$\mu_f \frac{\partial u_f}{\partial y} = \mu_p \frac{\partial u_p}{\partial y} ; \quad v_p = v_f$$

$$\alpha_p \tau_c q = \lambda_p \left( \frac{\partial T_p}{\partial y} \right)_{y=e} - \lambda_f \left( \frac{\partial T_f}{\partial y} \right)_{y=e} - \frac{L_v \rho_f D_v}{1 - C_{y=e}} \left( \frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=e}$$

$\alpha_p$  et  $\tau_c$  sont, respectivement, le coefficient d'absorption de la boue et le coefficient de transmission de la couverture de la serre.

Paroi inférieure ( $0 \leq x \leq L$  ,  $y=0$ )

$$u_p = 0 ; \quad v_p = 0 ; \quad \frac{\partial T_p}{\partial y} = 0 \tag{2.13}$$

### 2.2.3. Adimensionnalisation

Afin de généraliser les résultats, nous avons utilisé dans le code de calcul les grandeurs adimensionnelles suivantes :

$$x^* = \frac{x}{h} ; \quad y^* = \frac{y}{h} ; \quad u^* = \frac{u}{U_0} ; \quad v^* = \frac{v}{U_0} ; \quad T^* = \frac{T}{T_0} ; \quad C^* = \frac{C}{C_0} ; \quad t^* = \frac{tU_0}{h} ; \quad P^* = \frac{P}{\rho_f U_0^2} \tag{2.14}$$

En introduisant ces grandeurs sans dimensions (2.14) dans les équations de la convection forcée pour le milieu fluide(2.3), (2.4), (2.5) et (2.6) nous obtenons :

$$\frac{\partial u_f^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v_f^*}{\partial x^*} = 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial u_f^*}{\partial t^*} + u_f^* \frac{\partial u_f^*}{\partial x^*} + v_f^* \frac{\partial u_f^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P_f^*}{\partial x^*} + \frac{1}{\text{Re}_f} \left( \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial u_f^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \frac{\partial u_f^*}{\partial y^*} \right) \right) \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial v_f^*}{\partial t^*} + u_f^* \frac{\partial v_f^*}{\partial x^*} + v_f^* \frac{\partial v_f^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P_f^*}{\partial y^*} + \frac{1}{\text{Re}_f} \left( \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial v_f^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \frac{\partial v_f^*}{\partial y^*} \right) \right) \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + u_f^* \frac{\partial T_f^*}{\partial x^*} + v_f^* \frac{\partial T_f^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re}_f \text{Pr}_f} \left( \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial T_f^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \frac{\partial T_f^*}{\partial y^*} \right) \right) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial C_f^*}{\partial t^*} + u_f^* \frac{\partial C_f^*}{\partial x^*} + v_f^* \frac{\partial C_f^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re}_f \text{Sc}_f} \left( \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial C_f^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \frac{\partial C_f^*}{\partial y^*} \right) \right) \quad (2.19)$$

avec :  $\text{Re}_f = \frac{hU_0}{\nu_f}$  ;  $\text{Pr}_f = \frac{\nu_f}{\alpha_f}$  ;  $\text{Sc}_f = \frac{\nu_f}{D_v}$  ;  $\alpha_f = \frac{\lambda_f}{\rho_f C_p}$

De même l'adimensionnalisation des équations dans le milieu poreux (2.10), (2.11) et (2.12) donne :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi} \frac{\partial u_p^*}{\partial t^*} + \frac{u_p^*}{\phi^2} \frac{\partial u_p^*}{\partial x^*} + \frac{v_p^*}{\phi^2} \frac{\partial u_p^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P_p^*}{\partial x^*} - \frac{1}{\text{Re}_p \text{Da}} u_p^* - \frac{C_f}{\sqrt{\text{Da}}} \sqrt{u_p^{*2} + v_p^{*2}} u_p^* \\ + \frac{1}{\phi \text{Re}_p} \left( \frac{\partial^2 u_p^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u_p^*}{\partial y^{*2}} \right) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi} \frac{\partial v_p^*}{\partial t^*} + \frac{u_p^*}{\phi^2} \frac{\partial v_p^*}{\partial x^*} + \frac{v_p^*}{\phi^2} \frac{\partial v_p^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P_p^*}{\partial y^*} - \frac{1}{\text{Re}_p \text{Da}} v_p^* - \frac{C_f}{\sqrt{\text{Da}}} \sqrt{u_p^{*2} + v_p^{*2}} v_p^* \\ + \frac{1}{\phi \text{Re}_p} \left( \frac{\partial^2 v_p^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v_p^*}{\partial y^{*2}} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial T_p^*}{\partial t^*} + u_p^* \frac{\partial T_p^*}{\partial x^*} + v_p^* \frac{\partial T_p^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re}_p \text{Pr}_p} \left( \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial T_p^*}{\partial x^*} \right) + \frac{\partial}{\partial y^*} \left( \frac{\partial T_p^*}{\partial y^*} \right) \right) \quad (2.22)$$

$$\text{avec :} \quad \text{Re}_p = \frac{hU_0}{\nu_p} \quad ; \quad \text{Pr}_p = \frac{\nu_p}{\alpha_p} \quad ; \quad \text{Da} = \frac{K}{h^2} \quad ; \quad \alpha_f = \frac{\lambda_p}{\rho_p C_p}$$

Conditions initiales et aux limites sans dimension

Afin d'écrire les conditions aux limites des deux milieux sous leurs formes adimensionnelles, nous introduisons les grandeurs (2.14) dans (2.7) et (2.13) et nous obtenons les expressions suivantes :

Entrée du canal ( $x^*=0$ ,  $e/h \leq y^* \leq 1$ )

$$u_f^* = 6 \cdot [y^* - y^{*2}] ; \quad v_f^* = 0 ; \quad C_f^* = 1 ; \quad T_f^* = 1$$

Sortie du canal ( $x^*=L/h$ ,  $e/h \leq y^* \leq 1$ )

$$\frac{\partial u_f^*}{\partial x^*} = 0 ; \quad \frac{\partial v_f^*}{\partial x^*} = 0 ; \quad \frac{\partial T_f^*}{\partial x^*} = 0 ; \quad \frac{\partial C_f^*}{\partial x^*} = 0$$

couverture de la serre ( $0 \leq x^* \leq L/h$ ,  $y^* = (e+h)/h$ )

$$u_f^* = 0 ; \quad v_f^* = 0 ; \quad \frac{\partial C_f^*}{\partial y^*} = 0 ; \quad \frac{\partial T_f^*}{\partial y^*} = 0$$

Interface fluide-poreux ( $0 \leq x^* \leq L/h$ ,  $y^* = e/h$ )

$$\mu_f \frac{\partial u_f^*}{\partial y^*} = \mu_p \frac{\partial u_p^*}{\partial y^*} ; \quad v_f^* = -\frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Sc}_f} \frac{1}{\left(\frac{1}{C_0} - (C^*)_{y^*=\frac{e}{h}}\right)} \left(\frac{\partial C^*}{\partial y^*}\right)_{y^*=\frac{e}{h}} ; \quad C_f^* = \frac{C_f}{C_0}$$

$$h \cdot \alpha_p \cdot \tau_c \cdot q / T_0 = \lambda_p \left(\frac{\partial T_p^*}{\partial y^*}\right) - \lambda_f \left(\frac{\partial T_f^*}{\partial y^*}\right) - L_v \frac{\rho_f D_v}{T_0 \left(\frac{1}{C_0} - (C^*)_{y^*=\frac{e}{h}}\right)} \left(\frac{\partial C^*}{\partial y^*}\right)_{y^*=\frac{e}{h}}$$

Extrémité gauche de la boue ( $x^*=0$ ,  $0 \leq y^* \leq e/h$ )

$$u_p^* = 0 ; \quad v_p^* = 0 ; \quad \frac{\partial T_p^*}{\partial x^*} = 0$$

Extrémité droite de la boue ( $x^*=L/h$ ,  $0 \leq y^* \leq e/h$ )

$$u_p^* = 0 ; \quad v_p^* = 0 ; \quad \frac{\partial T_p^*}{\partial x^*} = 0$$

Paroi inférieure de la boue ( $0 \leq x^* \leq L/h$ ,  $y^*=0$ )

$$u_p^* = 0; \quad v_p^* = 0; \quad \frac{\partial T_p^*}{\partial y^*} = 0$$

#### 2.2.4. Formulation fonction de courant-vorticité

Afin de s'affranchir de la difficulté posée par les conditions aux limites à imposer à la pression pour résoudre les équations de la quantité de mouvement dans le milieu poreux, celles-ci sont transformées en utilisant la formulation vorticité-fonction de courant [41].

Les équations du transfert formulées avec la formulation vorticité-fonction de courant sous forme adimensionnelle sont reportées ci dessous :

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} = -\Omega^* \quad (2.23)$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial \Omega^*}{\partial t^*} + \frac{u_p^*}{\phi^2} \frac{\partial \Omega^*}{\partial x^*} + \frac{v_p^*}{\phi^2} \frac{\partial \Omega^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{\text{Re}_p \text{Da}} \Omega^* - \frac{C_f}{\sqrt{\text{Da}}} \sqrt{u_p^{*2} + v_p^{*2}} \Omega^* + \frac{1}{\phi \text{Re}_p} \left( \frac{\partial^2 \Omega^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \Omega^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (2.24)$$

Avec :

$$u_p^* = \frac{\partial \Psi^*}{\partial y^*}; \quad v_p^* = -\frac{\partial \Psi^*}{\partial x^*} \quad (2.25)$$

Où  $\psi^*$  et  $\Omega^*$  représentent respectivement la fonction du courant adimensionnelle et la vorticité adimensionnelle dans le milieu poreux. En outre, les conditions aux limites pour  $\psi^*$  et  $\Omega^*$  adoptées sont les suivantes :

( $x^*=0$ ,  $0 \leq y^* \leq e/h$ )

$$\frac{\partial \Psi^*}{\partial x^*} = 0; \quad -\Omega^* = \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial x^{*2}}$$

( $x^*=L/h$ ,  $0 \leq y^* \leq e/h$ )

$$\frac{\partial \Psi^*}{\partial x^*} = 0; \quad -\Omega^* = \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial x^{*2}}$$

Interface fluide-poreux ( $0 \leq x^* \leq L/h, y^* = e/h$ )

$$\left( \frac{\partial \Psi^*}{\partial x^*} \right)_{y^* = \frac{e}{h}} = -v_p^*; \quad -\Omega^* = \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial x^{*2}}$$

Paroi inferieure ( $0 \leq x^* \leq L/h, y=0$ )

$$\frac{\partial \Psi^*}{\partial y^*} = 0; \quad -\Omega^* = \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial y^{*2}}$$

### 3. Nombres sans dimension caractérisant le phénomène

Fréquemment, les principales caractéristiques d'un écoulement peuvent être déterminées à l'aide de nombre sans dimension. Dans cette section, nous présentons les nombres sans dimensions que nous avons utilisés dans ce document. La majorité de ces nombres apparaît naturellement lors de l'adimensionnalisation. Ces nombres sont les suivants :

- **Nombre de Reynolds** : Ce nombre définit le rapport entre les forces d'inertie (termes convectifs) et les forces de viscosité. De plus, le passage du régime laminaire au régime turbulent est souvent caractérisé par ce nombre.

$$Re = \frac{\rho D_h U_0}{\mu} \quad (2.26)$$

avec  $D_h$  le diamètre hydraulique et  $U_0$  une vitesse caractéristique.

- **Nombre de Prandtl** : Il quantifie le rapport entre les transferts de la quantité de mouvement par les forces visqueuses et le transfert de chaleur par conductivité thermique.

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (2.27)$$

- **Nombre de Schmidt** : Il représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité massique.

$$Sc = \frac{\nu}{D_v} \quad (2.28)$$

- **Nombre de Nusselt sensible** : Il compare le flux de chaleur transmis par convection thermique à celui transmis par conduction. Il est donné par la relation suivante :

$$Nu_s = \frac{D_h Q_s}{\lambda(T_{\text{paroi}} - T_m)} \quad (2.29)$$

avec  $D_h$  : le diamètre hydraulique,  $Q_s$  : la chaleur sensible et  $T_m$  : la température moyenne.

$$Q_s = -\lambda_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial y} \right]_{\text{paroi}}$$

$$Nu_s = \frac{-2}{(T_{\text{paroi}}^* - T_{\text{moy}}^*)} \left. \frac{\partial T_f^*}{\partial y^*} \right]_{\text{paroi}} \quad (2.30)$$

• **Nombre de Nusselt latent** : Il fournit une comparaison entre le flux transmis par convection massique et celui transmis par conduction. Il est donné par la relation suivante :

$$Nu_L = \frac{Q_L D_h}{\lambda(T_{\text{paroi}} - T_{\text{moy}})} \quad (2.31)$$

avec  $Q_L = \dot{m}L_v$  où  $L_v$  représente la chaleur latente

$$\dot{m} = \rho v_{\text{paroi}}$$

$$Nu_L = \frac{2\rho U_0 h L_v}{\lambda T_0} \frac{1}{(T_{\text{paroi}}^* - T_{\text{moy}}^*)} V_{\text{paroi}}^* \quad (2.32)$$

L'association de ces deux nombres ( $Nu_s$  et  $Nu_L$ ) donne le nombre de Nusselt total, noté  $Nu_T$  tel que :

$$Nu_T = Nu_s + Nu_L$$

• **Nombre de Sherwood** : C'est le rapport entre le flux transmis par convection massique et celui transmis par diffusion des espèces. Il est défini par la relation suivante :

$$Sh = \frac{\dot{m} D_h (1 - C_{\text{paroi}})}{\rho D_v (C_{\text{paroi}} - C_{\text{moy}})} \quad (2.33)$$

$$Sh = \frac{2U_0 h}{D_v} \frac{\left(\frac{1}{C_0} - C_{\text{paroi}}^*\right)}{(C_{\text{paroi}}^* - C_{\text{moy}}^*)} V_{\text{paroi}}^* \quad (2.34)$$

Avec  $T_m$  et  $C_m$  respectivement, la température et la fraction massique moyenne

$$T_{\text{moy}} = \frac{\int_0^L U T \, dy}{\int_0^L U \, dy} ; C_{\text{moy}} = \frac{\int_0^L U C \, dy}{\int_0^L U \, dy} \quad (2.35)$$

# **Modèle de la Cinétique du Séchage**

## Chapitre III :

# Modèle de la Cinétique de Séchage

---

### 1. Définitions et notions de base sur le séchage

**Teneur en eau :** La grandeur qui caractérise l'état d'hydratation d'un produit est sa teneur en eau ( $X$ ). Cette grandeur caractéristique du produit peut être écrite en base humide ou en base sèche et elle mesure la quantité d'eau dans le produit. La teneur en eau base sèche est exprimée en kilogramme d'eau par kilogramme de matière sèche et elle représente l'humidité absolue du produit. Alors que, La teneur en eau base humide est exprimée en kilogramme d'eau par kilogramme de matière humide (eau plus matière sèche) et elle représente l'humidité relative du produit.

$$X_{\text{sèche}} = \frac{\text{masse totale} - \text{masse de matière sèche}}{\text{masse de matière sèche}} = \frac{\text{masse d'eau}}{\text{masse de matière sèche}}$$

$$X_{\text{humide}} = \frac{\text{masse totale} - \text{masse de matière sèche}}{\text{masse totale}} = \frac{\text{masse d'eau}}{\text{masse totale}}$$

**Activité de l'eau :** L'activité de l'eau dans le produit  $a_w$  est fonction de la pression de vapeur d'eau à la surface du produit et de la pression de vapeur saturante. En effet, on peut exprimer l'activité de l'eau  $a_w$  dans le produit comme étant le rapport entre la pression partielle de vapeur d'eau à la surface du produit et la pression de vapeur de l'air saturé.

$$a_w = \frac{P_{vp}}{P_{vs}}$$

Dans le même ordre d'idées, nous savons que  $\frac{P_v}{P_{vs}}$  représente l'humidité relative de l'air en équilibre au-dessus du produit. Par la suite, l'activité de l'eau dans le produit est donc identique à l'humidité relative par la relation :

$$a_w = \frac{P_v}{P_{vs}} = Hr$$

**Isothermes de sorption** : La courbe des isothermes de sorption est considérée comme étant la courbe d'équilibre produit-gaz. Elle représente la variation de la teneur en eau en fonction de l'activité de l'eau (ou de l'humidité relative) à une température donnée. Elle est appelée :

- Isothermes d'adsorption si elle a été déterminée en partant d'un produit sec.
- Isothermes de désorption si elle a été déterminée en partant d'un produit saturé en eau.

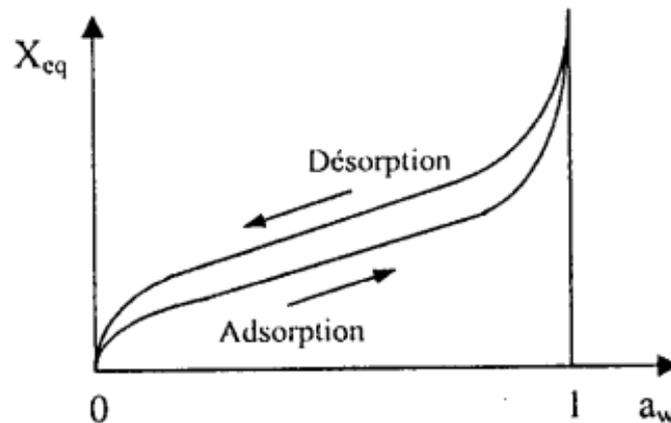


Figure 3.1 : Isothermes de désorption/adsorption

Sur la figure 3.1, nous remarquons que les deux courbes sont différentes. Cela s'explique, dans la majorité des cas, par le changement structurelle du produit durant la désorption (séchage).

Les isothermes de sorption présentent trois zones selon le mode de fixation de l'eau sur le produit (figure 3.2).

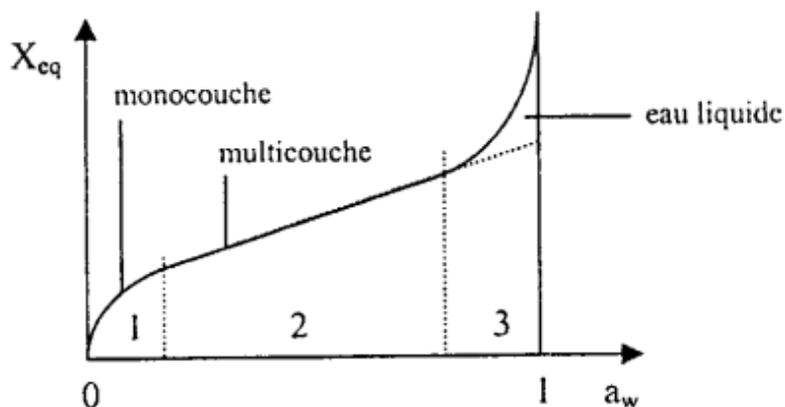


Figure 3.2 : Isothermes de sorption

De nombreuses équations ont été déterminées pour modéliser les isothermes de sorption. Ces équations, basées sur des modèles théoriques ou empiriques, ne sont pas valables sur toute la gamme de l'humidité relative. Seuls les modèles de GAB et Oswin [42] sont valables sur une large gamme de  $0,1 < Hr < 0,9$ . Le tableau III.1 reprend les modèles des isothermes de sorption les plus couramment utilisés ainsi que leurs domaines de validité.

Tableau III.1 : Principaux modèles d'isothermes de sorption

Modèle	Equation	Domaine de validité
BET	$X_{eq} = \frac{X_m C_{BET} Hr}{(1 - Hr)(1 + (C_{BET} - 1)Hr)}$	$Hr < 0,5$
GAB	$X_{eq} = \frac{X_m C_G k Hr}{(1 - k Hr)(1 + (C_G - 1)k Hr)}$	$0,1 < Hr < 0,9$
Chung-Pfost	$X_{eq} = \frac{1}{n} [\ln(k) - \ln(-\ln(Hr))]$	$0,2 < Hr < 0,9$
Halsey	$X_{eq} = \left( -\frac{k}{\ln(Hr)} \right)^{1/n}$	$0,1 < Hr < 0,8$
Henderson	$X_{eq} = \left( -\frac{\ln(1 - Hr)}{k} \right)^{1/n}$	$0,5 < Hr < 0,95$
Kuhn	$X_{eq} = \frac{k}{\ln(Hr)} + n$	$0,5 < Hr$
Smith	$X_{eq} = k - n \ln(1 - Hr)$	$0,5 < Hr < 0,95$

Oswin	$X_{eq} = k \left( \frac{Hr}{1 - Hr} \right)^n$	$0,1 < Hr < 0,9$
-------	---	------------------

## 2. Périodes du séchage et caractéristiques

La vaporisation de l'eau s'effectue en surface du produit. Le transfert de l'eau de l'intérieur vers la surface du produit conditionne fortement la cinétique de séchage.

Les courbes désignant la cinétique du séchage représentent généralement, soit la variation de la teneur en eau en base sèche en fonction du temps, soit celle donnant la variation de la vitesse du séchage en fonction du temps. O. Krischer et K. Kroll [43], (1963) ont mis en évidence l'évolution de la vitesse du séchage en fonction du temps (figure 3.3). L'examen de l'allure de cette courbe (courbe de Krischer) permet de distinguer trois phases de séchage.

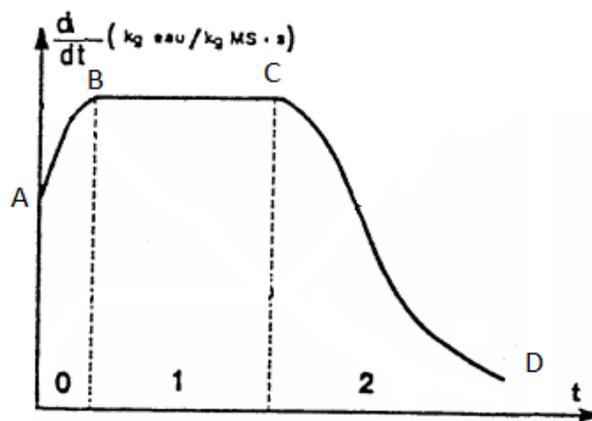


Figure 3.3 : Courbes d'évolution type au cours du temps de la vitesse du séchage.

Phase 0 : Période de mise en température.

Phase 1 : Période à vitesse constante.

Phase 2 : Période de ralentissement.

### **Phase 0 (courbe A-B) : Période de préchauffage**

C'est une phase durant laquelle la température du produit à sécher augmente jusqu'à atteindre la température humide correspondant à l'environnement séchant. Cette phase est relativement courte vis-à-vis du temps du séchage total.

### **Phase 1 (courbe B-C) : Période à vitesse du séchage constante**

Cette phase n'existe que si une pellicule d'eau libre existe en surface du produit. L'activité de l'eau à la surface du produit ( $a_w$ ) est alors égale à 1 et on ne parle plus du séchage mais plutôt d'une évaporation isenthalpique de l'eau à flux constant. La température de surface du produit est égale à la température humide de l'air asséchant. C'est la température à laquelle le flux de chaleur est égal au flux thermique nécessaire à l'évaporation de l'eau. Alors, la vitesse du séchage dépend uniquement des conditions externes, c'est-à-dire l'humidité de l'air, sa température sèche, sa vitesse de circulation et le flux solaire.

Dans cette phase, la migration de l'eau de l'intérieur du produit vers la surface se fait avec une vitesse plus importante que celle de l'évaporation. On parle alors de l'eau libre.

### ***Phase 2(courbe C-D) : Période de ralentissement***

Cette période est caractérisée par une diminution de la vitesse du séchage en fonction de temps. Le ralentissement de cette vitesse est dû aux contraintes qui engendrent un affaiblissement de la migration de l'eau de l'intérieur du produit vers sa surface. Ces contraintes sont généralement :

- Disparition de l'eau libre en surface du produit : en admettant que la migration de l'eau libre et de l'eau liée contenues dans le produit s'effectue consécutivement sous forme liquide et vapeur, il faut envisager l'existence d'un front de vaporisation qui se retire progressivement à l'intérieur du produit.
- La diffusivité de l'eau dans le produit : elle varie en fonction de la teneur en eau du produit. Plus ce dernier est sec, plus la diffusivité de l'eau dans le produit est faible.
- La résistance mécanique des parois cellulaires intactes : les parois cellulaires intactes empêchent la vapeur d'eau de passer en grande quantité de l'intérieur à l'extérieur du produit.
- Le croûtage : durant le séchage de certains composés notamment les sucres, les sels et les boues, on remarque que pendant la période à vitesse constante (phase 1) une croûte apparaît à la surface. Ce phénomène appelé croûtage est à l'origine de fortes concentrations en surface de ces composés solubles qui bouchent les pores du produit. L'accumulation et l'assèchement de ces solutés imperméabilisent la surface du produit.

Alors on peut conclure que les principaux phénomènes dont dépend, essentiellement, la vitesse du séchage durant cette phase sont des propriétés relatives au produit et à la diffusion

de l'eau dans le produit. L'influence des conditions d'écoulement de l'air asséchant semble être secondaire.

### 3. Concept de la courbe caractéristique du séchage

Le concept de la courbe caractéristique du séchage a été mis au point par Van Meel [44], en 1957 puis par Krischer et Kast [45] en 1978. Ce modèle consiste à définir une courbe unique des différents résultats expérimentaux, pour un produit donné. Tous les résultats acquis sont regroupés dans cette courbe pour n'importe quelle condition de vitesse d'air, de température et de taux d'humidité d'air asséchant.

La courbe caractéristique permet la détermination de la variation d'une vitesse réduite du séchage en fonction d'une teneur en eau réduite  $X_r$ . Donc, l'équation de la courbe peut être écrite comme suit :

$$\left(-\frac{dX}{dt}\right)_t / \left(-\frac{dX}{dt}\right)_1 = f(X_r) \quad (3.1)$$

où

$\left(-\frac{dX}{dt}\right)_1$  : vitesse du séchage durant la phase à vitesse constante (kg eau/kg Ms. s).

$\left(-\frac{dX}{dt}\right)_t$  : vitesse du séchage calculé à l'instant t (kg eau/kg Ms. s).

$$X_r \text{ est la teneur en eau réduite définie de la manière suivante : } \begin{cases} X_r = \frac{X - X_{eq}}{X_{cr} - X_{eq}} \\ X_{cr} = X_0 \end{cases} \quad (3.2)$$

$X_{cr}$  teneur en eau critique marquant la transition entre la phase du séchage à vitesse constante et celle à vitesse décroissante.

$X_0$  est la teneur en eau initiale.

$X_{eq}$  représente la teneur en eau d'équilibre calculée à partir de l'une des équations donnant les isothermes de désorption. Dans ce travail nous utilisons le modèle d'Oswin [42] vu sa simplicité et sa large gamme de validité.

$$X_{eq} = k \left( \frac{Hr}{1 - Hr} \right)^n \quad (3.3)$$

$k$  et  $n$  sont déterminés à partir de l'expérience.

$f(Xr)$  représente la courbe de la vitesse du séchage réduite déterminée à partir de l'expérience.

Dans ce travail nous adaptions les expressions et les valeurs déterminées par Amadou [20,21]. En effet, elle a déterminé les valeurs de  $k$  et  $n$  et leurs erreurs quadratiques moyennes pour deux valeurs de température 30° et 50° (tableau III.2). Aussi, elle a pu obtenir une expression polynomiale d'ordre trois de l'expression  $f(Xr)$  après avoir fait de nombreuses expériences du séchage des boues des stations d'épuration pour différentes conditions (teneur en eau de la boue, vitesse, température et humidité de l'air asséchant).

Cette expression s'écrit sous la forme :  $f(Xr) = A_1Xr + A_2Xr^2 + A_3Xr^3$  (3.4)

ou  $A_1, A_2$  et  $A_3$  sont des constantes déterminées à partir de l'expérience.

Les paramètres de l'expression de la courbe de la vitesse du séchage réduite ainsi que leurs limites de confiance à 95% déterminés par H. Amadou sont présentés dans le tableau III.3.

*Tableau III.2 : Paramètres du modèle d'Oswin déterminés par Amadou*

<i>Température</i>	<i>k</i>	<i>n</i>	<i>Validité</i>	<i>Erreur</i>
30°C	0.112	0.416	0.1<Hr<0.8	3.5E-5
50°C	0.0938	0.484	0.1<Hr<0.8	2.9E-4

*Tableau III.3 : Paramètres de la courbe de la vitesse du séchage réduite déterminés par Amadou*

<i>Paramètre</i>	<i>Valeur</i>	<i>LC à 95%</i>
$A_1$	2.37	0.670
$A_2$	-3.30	1.300
$A_3$	1.92	0.660

#### 4. Modélisation de la cinétique du séchage

Nous supposons que l'évacuation de la vapeur d'eau se fait seulement à la surface de la boue. Par la suite, les équations écrites ci-dessous sont relatives à la surface de la boue.

##### 4.1. Calcul de la vitesse de la phase constante

Durant la phase du séchage à vitesse constante, la surface de la boue est supposée à la saturation en vapeur d'eau, par la suite la pression est égale à la pression de la vapeur saturante en chaque nœud :

$$\log(P_{vs}) = 17.443 - \frac{2795}{T_{\text{paroi}}} - 3.868 \times \log(T_{\text{paroi}}) \quad (3.5)$$

Par la suite, la fraction massique et la vitesse d'évaporation calculées à la saturation et à chaque nœud le long de la boue sont égales à :

$$(C_{\text{paroi}})_1 = \frac{0.622 \times P_{vs}}{1.013 - 0.378 \times P_{vs}} \quad (3.6)$$

$$(V_{\text{paroi}})_1 = \frac{-D_v}{1 - C_p} \left. \frac{\partial C}{\partial y} \right|_{y=e} \quad (3.7)$$

Nous définissons la vitesse du séchage en chaque nœud le long de la boue par la relation suivante :

$$\left( -\frac{dX}{dt} \right)_1 = (\rho_s \times S \times V_{\text{paroi}}) / Ms \quad (3.8)$$

Avec S est la surface d'une tranche de la boue,  $\rho_s$  est la masse volumique calculée à la fraction massique à la saturation et à la température en chaque point de la surface de la boue et Ms est la masse de la matière sèche dans une tranche de la boue, elle est calculée de la façon suivante :

$$m_T = \rho_{\text{boue}} \times \Delta x \times e \quad (3.9)$$

$$Ms = m_T \times X_H \quad (3.10)$$

$m_T$  est la masse totale de la section,  $\rho_{boue}$  est la masse volumique de la boue,  $e$  est l'épaisseur de la couche de boue et  $X_H$  est la teneur en eau initiale en base humide de la boue.

#### 4.2 Calcul de la vitesse du séchage à l'instant $t$

Après avoir calculé la vitesse du séchage de la phase constante en chaque nœud, il suffit de calculer la vitesse réduite  $f(X_r)$  pour avoir la vitesse du séchage à l'instant  $t$ . Pour cela nous procédons aux étapes suivantes :

Tout d'abord, nous calculons en chaque nœud la teneur en eau d'équilibre et la teneur en eau réduite à l'aide des équations 4.2 et 4.3. Dans le modèle d'Oswin (équation 4.3)  $H_r$  est l'humidité relative moyenne calculée le long d'une section transversale du canal.

A l'aide de l'équation polynomiale 4.4, nous calculons la vitesse du séchage réduite en chaque nœud. En multipliant les valeurs obtenues par ceux qui correspondent à la vitesse du séchage de la phase constante nous obtiendrons la vitesse du séchage à l'instant  $t$  (équation 4.1).

#### 4.3 Calcul des nouvelles grandeurs

Après avoir calculé la vitesse du séchage de la boue à l'instant  $t$ , nous cherchons à déterminer les nouvelles grandeurs (teneur en eau, vitesse d'évaporation, fraction massique et humidité relative) en chaque point de la surface de la boue et au même instant. Pour cela, nous définissons les relations suivantes :

La nouvelle valeur de la teneur en eau de la boue à l'instant  $t$  est défini comme suit :

$$X^t = X^{t-\Delta t} - \left( -\frac{dX}{dt} \right)_t \times \Delta t \quad (3.11)$$

Où  $X^{t-\Delta t}$  est la teneur en eau de la boue à l'instant précédente et  $\Delta t$  est le pas de temps.

La vitesse d'évaporation à la surface de la boue est une fonction de la vitesse de séchage, elle est définie par la relation suivante :

$$V_{paroi}^t = \left( \frac{Ms}{\rho \times S} \right) \left( -\frac{dX}{dt} \right)_t \quad (3.12)$$

Où  $\rho$  est la masse volumique du mélange air-vapeur d'eau en chaque point de la surface de la boue.

A partir de la relation de  $V_{\text{paroi}}^t$  (équation 3.7) nous obtenons :

$$C_{\text{paroi}}^t = \frac{D_v \times C_2 + V_{\text{paroi}}^t \times \Delta y}{D_v + V_{\text{paroi}}^t \times \Delta y} \quad (3.13)$$

Ensuite, nous allons calculer la nouvelle valeur de l'humidité relative de l'air intérieur le long de la section transversale du canal à l'aide de la relation suivante :

$$\text{Hr} = \frac{m_v}{m_v + m_s} \quad (3.14)$$

Où  $m_v$  et  $m_s$  sont respectivement la masse de vapeur d'eau et la masse d'air sec dans chaque section.

La variation de la capacité thermique massique de la boue est une fonction de sa teneur en eau. Une fois que la nouvelle valeur de la teneur en eau est calculée on doit recalculer la nouvelle valeur de la capacité thermique massique. Son expression en fonction de la teneur en eau s'écrit comme suit :

$$C_p = \frac{1}{1 + X} C_{pMs} + \frac{X}{1 + X} C_{pEau}$$

Avec :  $C_{pMs}$  la capacité thermique massique de la masse sèche de la boue.

$C_{pEau}$  la capacité thermique massique de l'eau (4180 J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>).

# Traitement Numérique

## Chapitre IV :

# Traitement Numérique

---

### 1. Introduction

Le présent chapitre est dédié à la discrétisation des équations de transferts dans les deux milieux d'étude. Cette discrétisation est faite à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies. Les systèmes algébriques sont résolus en utilisant les algorithmes de Gauss et de Thomas dans l'écoulement d'air et par les algorithmes de Gauss-Seidel et de Thomas dans le milieu poreux.

La résolution s'effectue ligne par ligne dans le sens de l'écoulement et le maillage retenu est un maillage régulier dans chacun des milieux.

### 2. Discrétisation

Dans ce qui suit, nous présenterons la discrétisation spatio-temporelle des équations des transferts dans les deux milieux. La méthode de discrétisation consiste à transformer les équations régissant le phénomène en équations algébriques à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies.

Nous définissons  $\Delta x$  et  $\Delta y$  comme étant les pas d'espace suivant les deux directions respectives horizontale et verticale.  $\Delta t$  est le pas de temps. (Figure IV.1)

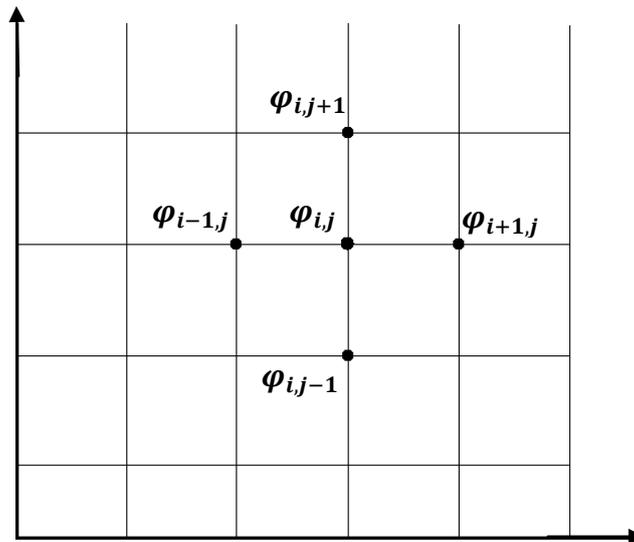


Figure 4.1 : Schéma de discrétisation

Les dérivées du premier et second ordre d'une variable  $\varphi$  sont approchées par des différences centrées ou décentrées.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\varphi_{i+1,j}^t - \varphi_{i+1,j}^{t-1}}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\varphi_{i+1,j}^t - \varphi_{i,j}^t}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\varphi_{i+1,j+1}^t - \varphi_{i+1,j-1}^t}{2\Delta y}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\varphi_{i+2,j}^t - 2\varphi_{i+1,j}^t + \varphi_{i,j}^t}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = \frac{\varphi_{i+1,j+1}^t - 2\varphi_{i+1,j}^t + \varphi_{i+1,j-1}^t}{(\Delta y)^2}$$

$t, i$  et  $j$  sont relatifs aux pas de temps et d'espace.

La discrétisation des équations (de 3.15 jusqu'à 3.19, 3.22 et 3.25) conduit à des systèmes d'équations algébriques qui s'écrivent sous la forme générale suivante :

$$A \varphi_{i+1,j-1}^n + B \varphi_{i+1,j}^n + D \varphi_{i+1,j+1}^n = G$$

### 3. Cas du canal horizontal

Soit NI et NJ les nombres de nœuds dans les directions respectives X et Y. Nous représentons par i le i<sup>ème</sup> nœud compté dans le sens des X positifs et par j le j<sup>ème</sup> nœud compté dans le sens des Y positifs. Le domaine de calcul  $\Omega$  représente tout le domaine allant de i=2 jusqu'à i=NI-1 et de j=2 jusqu'à j=NJ-1. Afin de ne pas alourdir la notation, les grandeurs sans dimensions ne seront pas notées par la suite avec l'exposant \*.

#### i. Equation de Navier Stocks

Le système d'équation algébrique obtenue suite à la discrétisation de l'équation de Navier-Stocks s'écrit sous la forme :

$$A_{U_f} U_{i+1,j-1}^n + B_{U_f} U_{i+1,j}^n + D_{U_f} U_{i+1,j+1}^n = G_{U_f}$$

$$A_{U_f} = -\frac{V_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{2\Delta y_f} - \frac{1}{\Delta y_f^2 \text{Re}_{f_{i+1,j}}}$$

$$B_{U_f} = \frac{1}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta y_f^2 \text{Re}_{f_{i+1,j}}} + \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{\Delta x}$$

$$D_{U_f} = \frac{V_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{2\Delta y_f} - \frac{1}{\Delta y_f^2 \text{Re}_{f_{i+1,j}}}$$

$$G_{U_f} = \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1} U_{f_{i,j}}^n}{\Delta x}$$

Le gradient de pression n'est pas discrétisé car dans la méthode du Pivot du Gauss ce terme se calcul directement en l'introduisant dans la matrice.

La discrétisation de l'équation de continuité donne :

$$V_{f_{i+1,j}}^n = V_{f_{i+1,j+1}}^n + \frac{\Delta y}{2\Delta x} (U_{f_{i+1,j+1}}^n - U_{f_{i,j+1}}^n + U_{f_{i+1,j+1}}^n - U_{f_{i,j}}^n)$$

ii. Equation de la chaleur

Dans le domaine de calcul, la discrétisation de l'équation de conservation de la chaleur donne un système d'équation algébrique qui s'écrit de la manière suivante :

$$A_{T_f} T_{f_{i+1,j-1}}^n + B_{T_f} T_{f_{i+1,j}}^n + D_{T_f} T_{f_{i+1,j+1}}^n = G_{T_f}$$

$$A_{T_f} = -\frac{V_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{2\Delta y_f} - \frac{1}{\text{Re}_{f_{i+1,j}} \text{Pr}_{f_{i+1,j}} \Delta y_f^2}$$

$$B_{T_f} = \frac{1}{\Delta t} + \frac{2}{\text{Re}_{f_{i+1,j}} \text{Pr}_{f_{i+1,j}} \Delta y_f^2} + \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{\Delta x}$$

$$D_{T_f} = \frac{V_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{2\Delta y_f} - \frac{1}{\text{Re}_{f_{i+1,j}} \text{Pr}_{f_{i+1,j}} \Delta y_f^2}$$

$$G_{T_f} = \frac{T_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1} T_{f_{i,j}}^n}{\Delta x}$$

iii. Equation de diffusion

La forme générale de l'équation de conservation des espèces discrétisée s'écrit comme suit :

$$A_C C_{i+1,j-1}^n + B_C C_{i+1,j}^n + D_C C_{i+1,j+1}^n = G_C$$

$$A_C = -\frac{V_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{2\Delta y_f} - \frac{1}{\text{Re}_{f_{i+1,j}} \text{Sc}_{f_{i+1,j}} \Delta y_f^2}$$

$$B_C = \frac{1}{\Delta t} + \frac{2}{\text{Re}_{f_{i+1,j}} \text{Sc}_{f_{i+1,j}} \Delta y_f^2} + \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{\Delta x}$$

$$D_C = \frac{V_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{2\Delta y_f} - \frac{1}{\text{Re}_{f_{i+1,j}} \text{Sc}_{f_{i+1,j}} \Delta y_f^2}$$

$$G_C = \frac{C_{i+1,j}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1} C_{i,j}^n}{\Delta x}$$

#### 4. Cas du milieu poreux

Dans ce domaine de calcul, nous avons conservé le même nombre de mailles dans la direction des X. Dans la direction des Y, les nœuds sont identifiés par les coordonnées i et k, dont k représente le k<sup>ème</sup> nœud compté dans le sens des Y positifs. La distance entre deux nœuds k et k+1 est constante notée  $\Delta y_p$ . i varie de 2 à NI-1 et k varie de 2 à NK-1.

##### i. Equation de la vorticité

La discrétisation de l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer donne une matrice tridiagonale qui peut être écrite sous la forme :

$$A_{\Omega} \Omega_{i+1,k-1}^n + B_{\Omega} \Omega_{i+1,k}^n + D_{\Omega} \Omega_{i+1,k+1}^n = G_{\Omega}$$

$$A_{\Omega} = -\frac{V_{p_{i+1,k}}^{n-1}}{2 \varphi^2 \Delta y_p} - \frac{1}{\varphi \Delta m^2 \text{Re}_{p_{i+1,k}}}$$

$$B_{\Omega} = \frac{1}{\varphi \Delta t} + \frac{U_{p_{i+1,k}}^{n-1}}{\varphi^2 \Delta x} + \frac{1}{\text{Da} \text{Re}_p} + \frac{C_f}{\sqrt{\text{Da}}} \sqrt{(U_{p_{i+1,k}}^n)^2 + (V_{p_{i+1,k}}^n)^2} + \frac{2}{\varphi \text{Re}_{p_{i+1,j}}} \left( \frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y_p^2} \right)$$

$$D_{\Omega} = \frac{V_{p_{i+1,k}}^{n-1}}{2 \varphi^2 \Delta y_p} - \frac{1}{\varphi \Delta y_p^2 \text{Re}_{p_{i+1,k}}}$$

$$G_{\Omega} = \frac{\Omega_{i+1,j}^{n-1}}{\varphi \Delta t} + \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1} \Omega_{i,j}^n}{\varphi^2 \Delta x} + \frac{1}{\varphi \text{Re}_{p_{i+1,j}}} \left( \frac{\Omega_{i+2,j}^n + \Omega_{i,j}^n}{\Delta x^2} \right)$$

##### ii. Equation de la chaleur

$$A_{T_p} T_{p_{i+1,k-1}}^n + B_{T_f} T_{p_{i+1,k}}^n + D_{T_p} T_{f_{i+1,k+1}}^n = G_{T_p}$$

$$A_{T_f} = -\frac{V_{p_{i+1,k}}^{n-1}}{2 \Delta y_p} - \frac{1}{\text{Re}_p \text{Pr}_p \Delta y_p^2}$$

$$B_{T_f} = \frac{1}{\Delta t} + \frac{2}{\text{Re}_p \text{Pr}_p \Delta y_p^2} + \frac{U_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{\Delta x}$$

$$D_{T_f} = \frac{V_{f_{i+1,j}}^{n-1}}{2\Delta y_p} - \frac{1}{\text{Re}_p \text{Pr}_p \Delta y_p^2}$$

$$G_{T_f} = \frac{T_{p_{i+1,j}}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{U_{p_{i+1,j}}^{n-1} T_{f_{i,j}}^n}{\Delta x}$$

iii. Equation de la fonction de courant

Après la discrétisation de l'équation 3.22 nous obtenons :

$$\Omega_{i+1,k}^n + \frac{\Psi_{i+2,k}^n - 2\Psi_{i+1,k}^n + \Psi_{i,k}^n}{\Delta x^2} + \frac{\Psi_{i+1,k+1}^n - 2\Psi_{i+1,k}^n + \Psi_{i+1,k-1}^n}{\Delta y_p^2} = 0$$

$$\Psi_{i+1,k}^n = (1 - \omega) \Psi_{i+1,k}^n \left[ \Omega_{i+1,k}^n + \frac{1}{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y_p^2}} \left\{ \Omega_{i+1,k}^n + \frac{\Psi_{i+2,k}^n + \Psi_{i,k}^n}{\Delta x^2} + \frac{\Psi_{i+1,k+1}^n + \Psi_{i+1,k-1}^n}{\Delta y_p^2} \right\} \right]^{1-\omega}$$

## 5. Conditions aux limites

La discrétisation des conditions aux limites définies dans le chapitre précédent conduit aux relations suivantes :

i. Dans le canal

- A l'entrée :

$$U = 6(y - y^2), \quad V = 0, \quad T = 1, \quad C = 1$$

- A la sortie :

$$U_{f_{NI,j}}^n = (1/3) (4U_{f_{NI-1,j}}^n - U_{f_{NI-2,j}}^n), \quad V_{f_{NI,j}}^n = (1/3) (4V_{f_{NI-1,j}}^n - V_{f_{NI-2,j}}^n)$$

$$T_{f_{NI,j}}^n = (1/3) (4T_{f_{NI-1,j}}^n - T_{f_{NI-2,j}}^n), \quad C_{f_{NI,j}}^n = (1/3) (4C_{f_{NI-1,j}}^n - C_{f_{NI-2,j}}^n)$$

- A la paroi supérieure :

$$U_{i+1,NK}^n = 0, \quad V_{i+1,NK}^n = 0, \quad T_{i+1,NJ}^n = (1/3)(4T_{i+1,NJ-1}^n - T_{i+1,NJ-2}^n)$$

$$C_{i+1,NJ}^n = (1/3)(4C_{i+1,NJ-1}^n - C_{i+1,NJ-2}^n)$$

- A l'interface

$$U_{f_{i+1},1}^n = \left[ 3 \left( \frac{\mu_{f_{i+1},1}^n}{2\Delta y_f} + \frac{\mu_p}{2\Delta y_p} \right) \right]^{-1} \left[ \frac{\mu_p}{2\Delta y_p} (4U_{p_{i+1,NK-1}}^n - U_{p_{i+1,NK-2}}^n) + \frac{\mu_{f_{i+1},1}^n}{2\Delta y_f} (4U_{f_{i+1},2}^n - U_{f_{i+1},3}^n) \right]$$

$$T_{f_{i+1},1}^n = \left[ 3 \left( \frac{\lambda_{f_{i+1},1}^n}{2\Delta y_f} + \frac{\lambda_p}{2\Delta y_p} \right) \right]^{-1} \times \left[ \frac{\lambda_p}{2\Delta y_p} (4T_{p_{i+1,NK-1}}^n - T_{p_{i+1,NK-2}}^n) + \frac{\lambda_{f_{i+1},1}^n}{2\Delta y_f} (4T_{f_{i+1},2}^n - T_{f_{i+1},3}^n) + \frac{\rho_{f_{i+1},1}^n D_{V_{i+1},1}^n L_{V_{i+1},1}^n}{2\Delta y_f T_e \left( \frac{1}{C_0} - C_{i+1,1}^n \right)} (-3C_{i+1,1}^n + 4C_{i+1,2}^n - C_{i+1,3}^n) + \frac{qh}{T_e} \right]$$

$$V_{f_{i+1},1}^n = \frac{Ms}{U_0 \rho_{f_{i+1},1}^n \Delta x h} \left( \frac{dX}{dt} \right)_{i+1}^n$$

$$C_{i+1,1}^n = [1 + E]^{-1} \times \left( \frac{1}{C_0} E + C_{i+1,2}^n \right)$$

$$E = \frac{\Delta y_f h U_0 V_{f_{i+1},1}^n}{D_{V_{i+1},1}^n}$$

ii. Dans le milieu poreux

- Paroi gauche

$$V_{P_{1,k}}^n = 0, \quad U_{P_{1,k}}^n = 0, \quad \Omega_{1,k}^n = \frac{-2}{\Delta x^2} (\Psi_{2,k}^n - \Psi_{1,k}^n)$$

$$\Psi_{1,k}^n = (1/3)(4\Psi_{2,k}^n - \Psi_{3,k}^n), \quad T_{P_{1,k}}^n = (1/3)(4T_{P_{2,k}}^n - T_{P_{3,k}}^n)$$

- Paroi droite

$$V_{P_{NI,k}}^n = 0, \quad U_{P_{NI,k}}^n = 0, \quad \Omega_{NI,k}^n = \frac{-2}{\Delta x^2} (\Psi_{NI-1,k}^n - \Psi_{NI,k}^n)$$

$$\Psi_{NI,k}^n = (1/3)(4\Psi_{NI-1,k}^n - \Psi_{NI-2,k}^n), \quad T_{P_{NI,k}}^n = (1/3)(4T_{P_{NI-1,k}}^n - T_{P_{NI-2,k}}^n)$$

- Paroi inférieure

$$V_{P_{i+1,1}}^n = 0, \quad U_{P_{i+1,1}}^n = 0, \quad \Omega_{i+1,1}^n = \frac{-2}{\Delta y_p^2} (\Psi_{i+1,2}^n - \Psi_{i+1,1}^n)$$

$$\Psi_{i+1,1}^n = 0, \quad T_{P_{i+1,k}}^n = (1/3)(4T_{P_{i+1,2}}^n - T_{P_{i+1,3}}^n)$$

- A l'interface

$$V_{P_{i+1,NK}}^n = V_{f_{i+1,1}}^n, \quad U_{P_{i+1,NK}}^n = U_{f_{i+1,1}}^n, \quad T_{P_{i+1,NK}}^n = T_{f_{i+1,1}}^n$$

$$\Omega_{i+1,NK}^n = \frac{-2}{\Delta y_p^2} (\Psi_{i+1,NK}^n - 2\Psi_{i+1,NK-1}^n + \Psi_{i+1,NK-2}^n)$$

$$\Psi_{i+1,NK}^n = (1/3)(4\Psi_{i+1,NK-1}^n - \Psi_{i+1,NK-2}^n + 2\Delta y_p V_{P_{i+1,NK}}^n)$$

## 6. Résolution numérique

Les systèmes des équations algébriques résultant de la discrétisation des équations de transferts dans les deux milieux sont exprimés sous forme de matrices qui peuvent être écrites sous la forme  $A x = b$ .

Ces systèmes sont résolus en utilisant les méthodes numériques itératives de Gauss, de Thomas et de Gauss-Seidel. En effet, nous avons utilisé l'algorithme de Gauss afin de

résoudre le système algébrique résultant de l'équation de Navier-Stokes. Les systèmes algébriques obtenus après la discrétisation de l'équation de l'énergie, l'équation des espèces et l'équation de la vorticité sont résolus à l'aide de l'algorithme de Thomas. L'équation de la fonction de courant est résolue à l'aide de l'algorithme de Gauss-Seidel.

## 7. Etude de sensibilité au maillage

Pour être valide, nos résultats ne doivent que très faiblement varier en affinant le maillage. Nous avons donc effectué des tests successifs avec un maillage de plus en plus raffiné, afin de voir si des différences se font sentir sur les résultats que nous obtenons.

En effet, les calculs ont été faits dans le cas d'un canal horizontal de longueur  $L=5.4$  m et de hauteur  $h=1.8$  m, d'une couche poreuse d'épaisseur  $e=0.2$  m, d'un nombre de Reynolds  $Re=500$  et des conditions météorologiques du mois de juillet de la région de Tataouine, Tunisie.

L'étude de la sensibilité du maillage du système a été réalisée en comparant l'évolution de la vitesse du séchage en fonction de la teneur en eau en base sèche d'une tranche de la boue située à une distance de 0.2 m de l'entrée et pour différents maillages (Figure IV.5). En effet, nous avons considéré des maillages dont les distances entre deux nœuds successifs suivant les deux axes X et Y varient dans les gammes suivantes :

$$0.03m < \Delta x < 0.045m, \quad 0.008m < \Delta y_f < 0.012, \quad 0.005m < \Delta y_p < 0.008$$

Nous observons qu'en diminuant les pas d'espace suivant l'axe des Y dans le milieu fluide la variation maximale de la vitesse du séchage en fonction de la teneur en eau base sèche est observée dans la première journée de séchage. Cette variation diminue jusqu'à atteindre une valeur sensiblement constante. L'écart maximum obtenu entre l'essai 1 et l'essai 2 est de 3%, cet écart diminue pour atteindre 1.4% pour un nombre de nœud suivant Y qui est égal à 200 (essai 4). En raffinant de plus suivant l'axe des Y (essai 5), nous obtenons un écart par rapport à l'essai 4 qui est de l'ordre de 1.3%. Dans le milieu poreux, l'effet de la variation de la taille de la maille suivant l'axe Y est observé en comparant l'écart maximal enregistré entre l'essai 3 et l'essai 4. En passant d'une distance, entre deux nœuds successifs sur l'axe y, de 8 mm (essai 3) à une distance de 5 mm (essai 4) l'écart maximal enregistré n'excède pas 2.5%.

En plus, et afin de déterminer l'effet du maillage suivant l'axe des X, nous avons relevé l'écart maximal entre les deux essais 4 et 6. Nous avons obtenu une valeur de l'ordre de 0.4%.

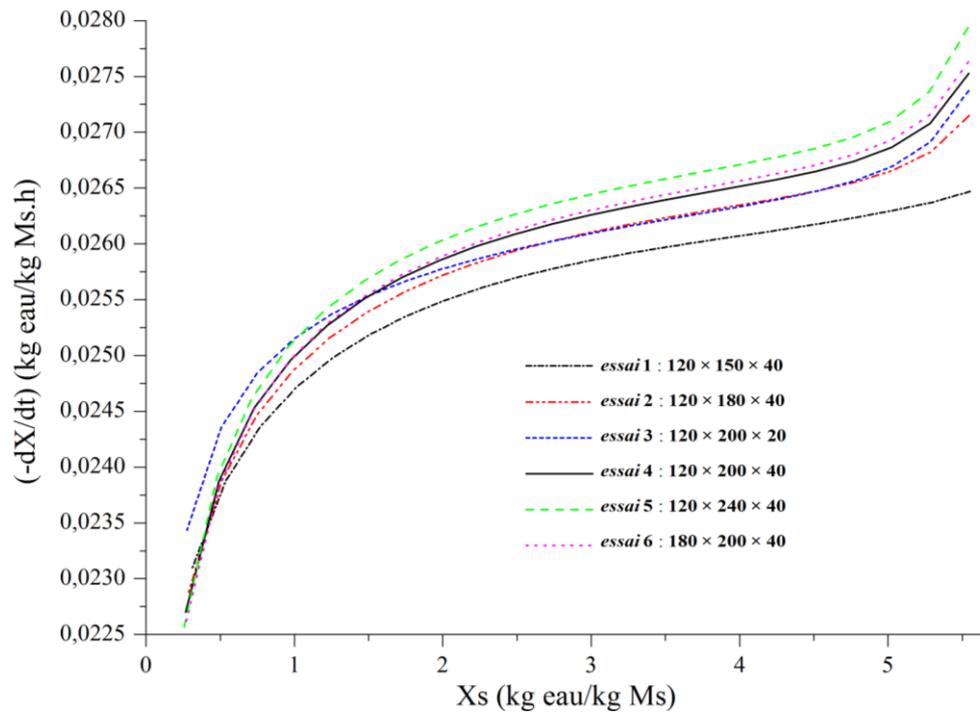


Figure 4.2 : Variation de la vitesse du séchage en fonction de la teneur en eau base sèche pour différents maillages.

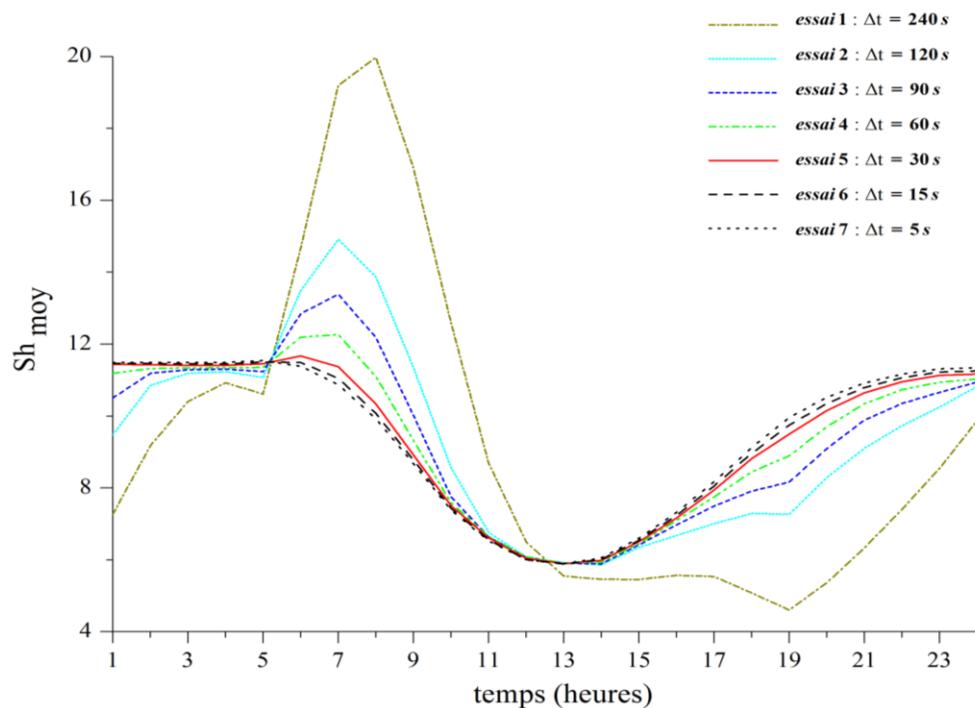


Figure 4.3 : Evolution du nombre de Sherwood moyen le long d'une journée du séchage en fonction du pas de temps.

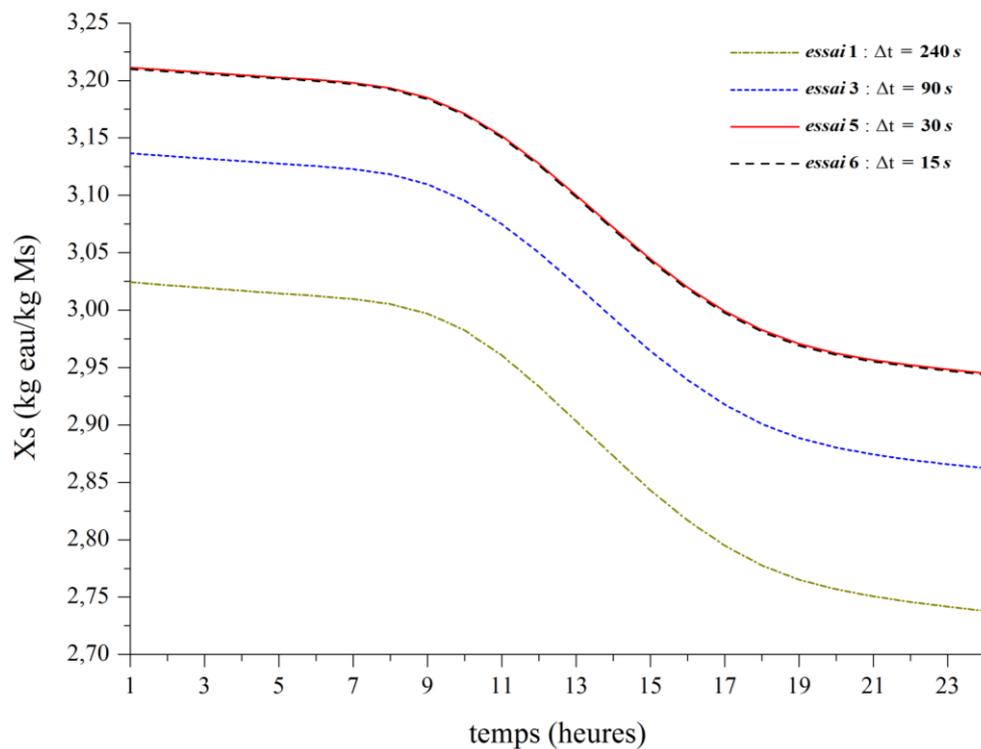


Figure 4.4 : Evolution de la teneur en eau base sèche durant une journée du séchage en fonction du pas de temps.

En vue d'étudier la stabilité du système par rapport au pas de temps, nous avons effectué des essais pour différents pas de temps. Les résultats de cette étude sont obtenus en comparant les évolutions du nombre de Sherwood moyen et de la teneur en eau base sèche durant une journée de séchage. La figure 4.3 montre qu'en diminuant le pas de temps l'évolution journalière du nombre de Sherwood moyen s'établit jusqu'à atteindre une évolution sensiblement constante à partir d'un pas de temps dimensionnel égale à  $\Delta t = 30$ s. À partir de cette valeur, le nombre de Sherwood diffère de moins de 1%. Pour confirmer notre choix, nous avons étudié l'effet du pas de temps sur la cinétique de séchage. Sur la figure 4.4, nous avons présenté l'évolution de la teneur en eau base sèche durant une journée de séchage. Nous observons que la variation de la teneur en eau base sèche est quasiment nulle à partir de la même valeur du pas de temps.

Ainsi, nous avons retenu comme valeurs des pas d'espaces et de temps qui correspondent à un bon compromis entre les critères de convergence des méthodes numériques utilisées et une occupation acceptable de la mémoire de calcul.

Pour un pas de temps dimensionnel égal à 30 secondes nous adoptons les valeurs suivantes des pas d'espace :

- Dans le canal :  $\Delta x = 4.5 \times 10^{-2}$  m  $\Delta y_f = 9 \times 10^{-3}$  m
- Dans le milieu poreux :  $\Delta x = 4.5 \times 10^{-2}$  m  $\Delta y_p = 5 \times 10^{-3}$  m

Ces pas d'espace engendrent un maillage de  $120 \times 200$  dans le canal et de  $120 \times 40$  dans le milieu poreux.

## 8. Validations du code de calcul

Dans ce paragraphe, nous allons valider notre code de calcul, pour les deux milieux ainsi que pour la cinétique de séchage.

### 8.1 Pour le milieu fluide

Afin de valider notre code de calcul dans le milieu fluide, nous avons confronté nos résultats avec ceux obtenus par Sieder et Tate [46] qui ont développé une corrélation pour le nombre de Nusselt dans le cas d'un écoulement laminaire dans une conduite horizontale de section cylindrique où les parois sont maintenues à température constante. Cette expression du nombre de Nusselt moyen peut être utilisée pour des conduites de sections quelconques à condition d'utiliser le diamètre hydraulique comme longueur caractéristique. Dans notre cas (section rectangulaire), le diamètre hydraulique est égal à  $D_h = \frac{4S}{p}$  avec  $S$  la section et  $p$  le périmètre mouillé du canal. Pour simplifier, nous prenons la largeur du canal égale à l'unité, donc  $D_h = 2h$ .

L'expression du nombre de Nusselt moyen donné par Sieder et Tate [46] pour un écoulement laminaire confiné dans un canal court ( $L/D_h$  petit,  $< 60$ ) placé horizontalement et dont les parois sont maintenues à température constante, est :

$$\overline{Nu} = 1.87 \cdot Gz^{1/3} \left( \frac{\mu_a}{\mu_p} \right)^{0.14} \quad \text{Valable pour } Gz > 100$$

Avec  $Gz$  : nombre de Graetz, tel que  $Gz = Pr \cdot Re_h \cdot \frac{D_h}{L}$ . En effet, ce nombre quantifie le rapport entre la capacité thermique d'un fluide et la chaleur transmise par conduction.

$\mu_a$  représente la viscosité dynamique évaluée à la température moyenne du milieu. Tandis que,  $\mu_p$  est la viscosité dynamique calculée à la température de la paroi. Bien que, le terme  $\left(\frac{\mu_a}{\mu_p}\right)^{0.14}$  est un terme correctif de l'expression du nombre de Nusselt, il sera négligeable pour une différence de température  $T_a - T_p \leq 50^\circ \text{C}$ .

Sur la figure 4.5, nous avons tracé la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Graetz, donnée par le présent code, et celle obtenue par la corrélation de Sieder et Tate [46].

Sur cette figure nous pouvons noter un accord quantitatif satisfaisant. En effet, l'écart relatif n'excède pas 4% pour  $Gz \approx 300$ . Tandis qu'il est inférieur à 1% pour  $Gz \approx 1000$ .

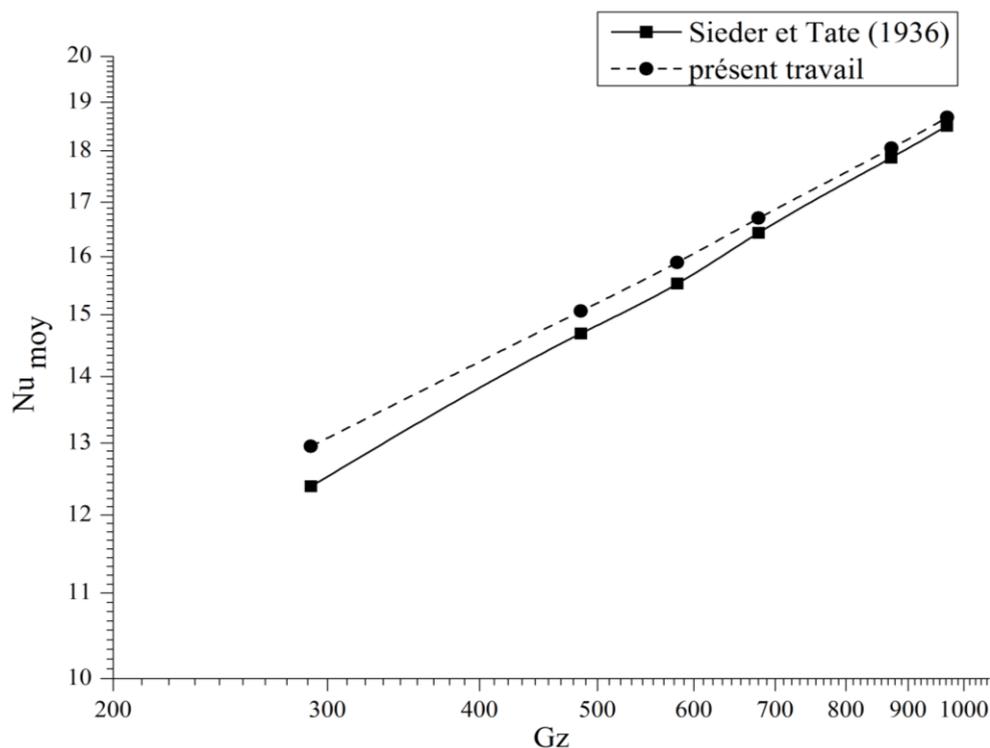


Figure 4.5 : Evolution du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Graetz.

## 8.2 Pour le milieu poreux

Afin de valider notre code de calcul dans le milieu poreux, nous avons comparé nos résultats avec les résultats de Mohamad [47] qui a analysé numériquement les transferts de chaleur par convection forcée dans un canal horizontal totalement constitué d'un milieu

poreux dont les parois latérales sont maintenues à une température constante. Afin de simplifier le problème, il a considéré que le coefficient d'inertie dans l'équation de la quantité de mouvement était nul.

Sur la figure 4.6, nous avons illustré la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Darcy. La figure montre un très bon accord qualitatif. Cependant, nous pouvons remarquer qu'à partir d'un nombre de Darcy  $Da=10^{-4}$  un écart est remarqué. En effet, Mohamad [47] n'a pas reporté la valeur de la porosité du milieu utilisée. Cela ne nous permet pas d'apprécier à juste titre la différence enregistrée entre les deux courbes dans cet intervalle.

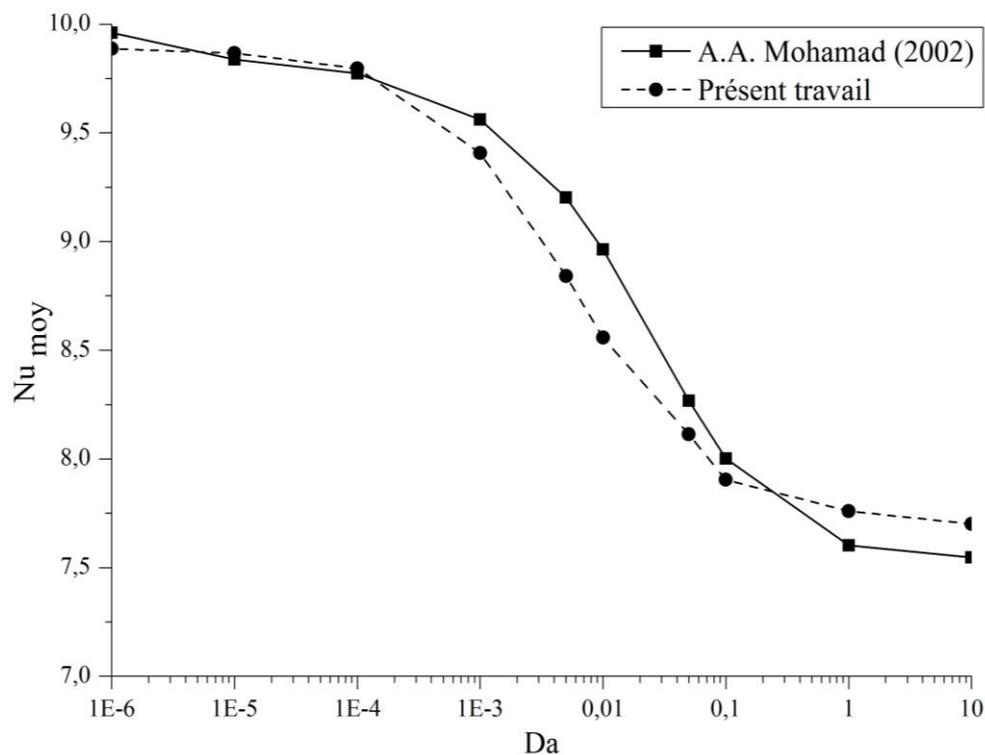


Figure 4.6 : Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Darcy.

Après avoir validé la méthode numérique utilisée pour les calculs dans les deux milieux, nous allons maintenant montrer la validation du modèle de la cinétique du séchage des boues des stations d'épuration que nous avons utilisé.

### 8.3 Pour la cinétique du séchage

Sur la figure 4.7, nous avons présenté la variation de la teneur en eau en base sèche en fonction du temps du séchage dans le cas des conditions suivantes :  $T_0=50.53^\circ\text{C}$ ,  $Hr_0=63.59\%$ ,  $U_0=1.79$  m/s et  $q=728$  W/m<sup>2</sup>. La confrontation de nos résultats avec ceux

d'Amadou [21] montre un accord acceptable qui nous permet de valider le modèle de cinétique de séchage. En effet, Amadou a étudié la cinétique du séchage des boues des stations d'épuration à l'aide des bilans, en supposant que la vitesse du séchage est identique en tout point de la boue, tandis que, dans notre cas nous étudions les transferts bidimensionnels de chaleur et de masse et nous considérons que la vitesse du séchage est fonction de la vitesse d'évaporation de la vapeur d'eau à la surface de la boue. Cela peut expliquer l'écart enregistré entre notre résultat et celle de la littérature.

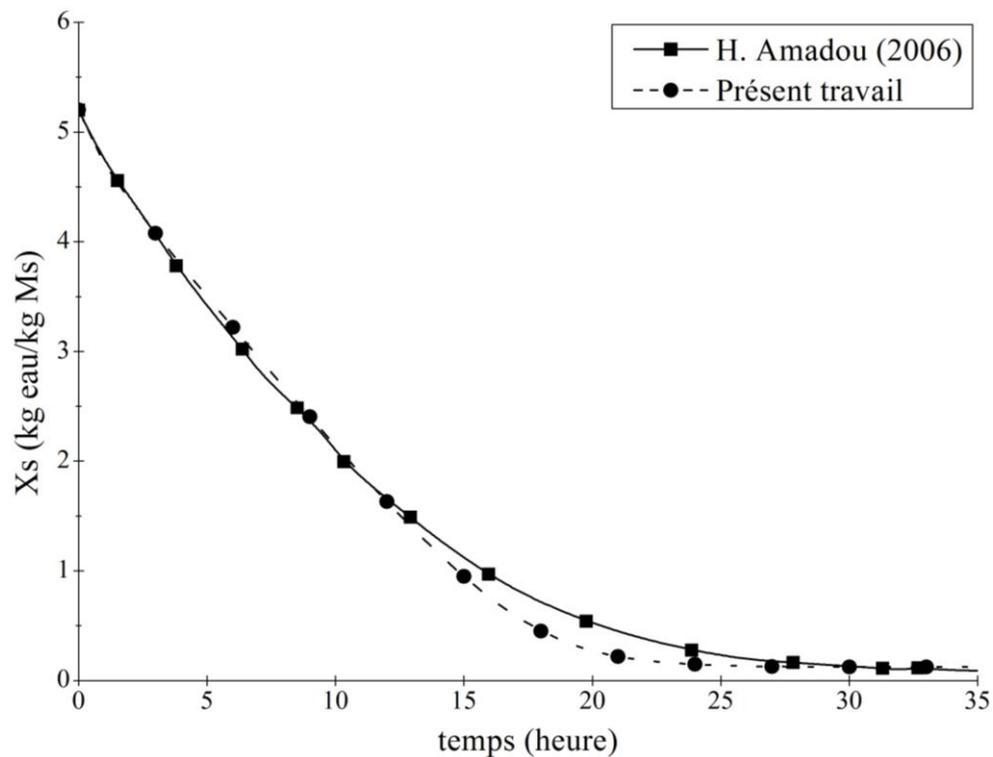


Figure 4.7 : évolution de la teneur en eau en base sèche en fonction du temps de séchage.

# **Analyse des Résultats**

## Chapitre V :

# Analyse des Résultats

---

## 1. Introduction

Comme nous l'avons expliqué dans les chapitres précédents, nous avons fait le choix d'étudier le séchage solaire des boues des stations d'épuration. Pour cela, nous avons élaboré un code de calcul sur Fortran 90, qui est destiné à la détermination de la dynamique, la thermique, et la cinétique du séchage des boues des stations d'épuration dans une serre solaire ouverte à convection forcée laminaire.

Les propriétés physiques de la boue (masse volumique, viscosité cinématique, capacité thermique et conductivité thermique) sont calculées à partir de la nature de la boue à sécher. Les fonctions permettant le calcul de ces paramètres ont été déterminées par Eric Guibelin [52]. En ce qui concerne les évolutions horaires du rayonnement solaire global et de la température ambiante durant une journée de séchage, nous les approchons par deux fonctions sinusoïdales C.1 et C.2 [Annexe C]. Par la suite, les évolutions sont obtenues à partir du traitement statistique des conditions climatique de la région de Tataouine en Tunisie.

Le premier but de ce chapitre est d'interpréter les résultats d'une étude paramétrique afin d'optimiser un dispositif du séchage des boues des stations d'épuration. En effet, nous avons étudié l'influence des variables opératoires (humidité relative, vitesse et température de l'air ambiant, intensité du rayonnement solaire, épaisseur et teneur en eau de la boue) sur les champs dynamiques, massique et thermiques du domaine ainsi que sur la cinétique du séchage durant le procédé.

Le deuxième objectif de ce chapitre est de présenter et d'analyser les résultats obtenus après simulation numérique en utilisant des données météorologiques relatives à la région de Tataouine au sud de la Tunisie.

## **2. Etude paramétrique**

### **A. Effet des paramètres climatiques**

#### **2.1. Influence du nombre de Reynolds**

Les résultats présentés dans ce paragraphe sont ceux relatifs à la journée correspondant à la moitié de la durée du séchage. Ils ont été calculés pour une humidité relative de l'air ambiant constante,  $H_r=50\%$ , tandis que, le rayonnement solaire et la température de l'air ambiant sont variables. La gamme du nombre de Reynolds analysée se trouve dans le régime d'écoulement laminaire. Quatre valeurs ont été étudiées, à savoir,  $Re=500$ ,  $Re=1000$ ,  $Re=1500$  et  $Re=2000$ .

2.1.1 Évolutions des températures, vitesses et fractions massiques sur la hauteur de la section centrale du canal et de la boue

La figure 5.1 montre l'effet du nombre de Reynolds sur les profils de la température, de la fraction massique, de la vitesse longitudinale et la vitesse transversale au milieu du canal. Comme l'on pouvait s'y attendre, la température la plus importante se trouve à la surface de la boue et diminue dans le canal jusqu'à atteindre la température ambiante de l'air asséchant (figure 5.1.a). On peut noter également que la température dans le canal est plus importante à 13 heure puisque à cette heure l'air entrant dans le canal est à sa température la plus importante. Une diminution du nombre de Reynolds a pour conséquence, une augmentation de la température de l'air asséchant puisque celui-ci reste plus longtemps au contact de la boue. Les profils de la fraction massique (figure 5.1.b) suivent ceux de la température. En effet, la fraction massique à la surface de la boue est calculée à partir de la fraction massique à la saturation et donc elle augmente avec la température. En s'éloignant de la surface de la boue la fraction massique diminue linéairement pour retrouver sa valeur à l'entrée du canal. Dans ces conditions, l'effet du nombre de Reynolds sur les profils de fractions massique est le même que celui sur la température : une diminution du nombre de Reynolds engendre une augmentation de la température de la surface de la boue et donc une augmentation de la fraction massique. Cette évolution similaire de la température et de la fraction massique est

également due au fait que pour la vapeur d'eau, les nombres de Prandtl et Schmidt sont proches.

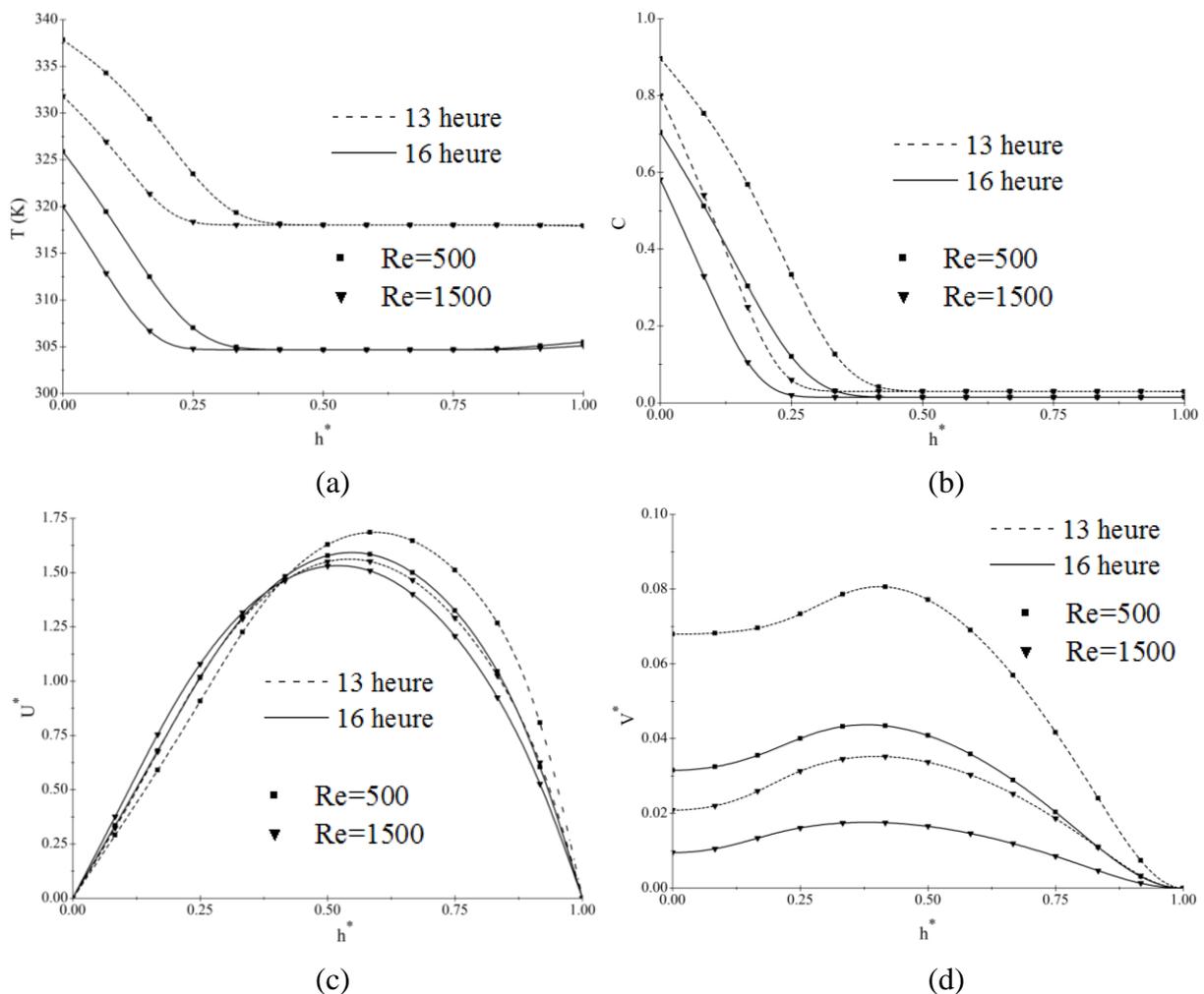


Figure 5.1: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b), de la vitesse longitudinale (c) et de la vitesse transversale (d) au centre du canal.

Une augmentation du nombre de Reynolds engendre une diminution de la vitesse maximum dans le canal. En effet, l'augmentation de la vitesse de l'air ambiant améliore les transferts convectifs entre l'air et la surface de la boue, ce qui engendre, comme on a vu, une diminution de la température et de la fraction massique à la surface et par la suite du débit évaporé. Ce débit s'additionne à celui d'entrer et déforme la forme parabolique de la vitesse longitudinale. De plus, le maximum de cette vitesse est d'autant plus important que l'évaporation est importante, c'est pourquoi nous trouvons une vitesse longitudinale plus importante pour un Reynolds égale à Re=500 et à 13 heures quand l'évaporation est elle aussi au maximum (figure 5.1.c). On peut remarquer également sur la figure 5.1.d que l'évaporation

n'ayant lieu que d'un seul côté de l'écoulement, le profil de la vitesse longitudinale présente une dissymétrie et le maximum n'est pas au milieu.

Sur la figure 5.2, nous avons représenté l'évolution de la température de la boue sur la tranche centrale de la serre. Une diminution du nombre de Reynolds engendre une augmentation de la température à la surface de la boue, il s'ensuit donc une augmentation de la température à l'intérieur de la boue. On peut remarquer également sur cette figure que la température à l'intérieur de la boue suit la température de la surface et ceci quelque soit l'heure de la journée.

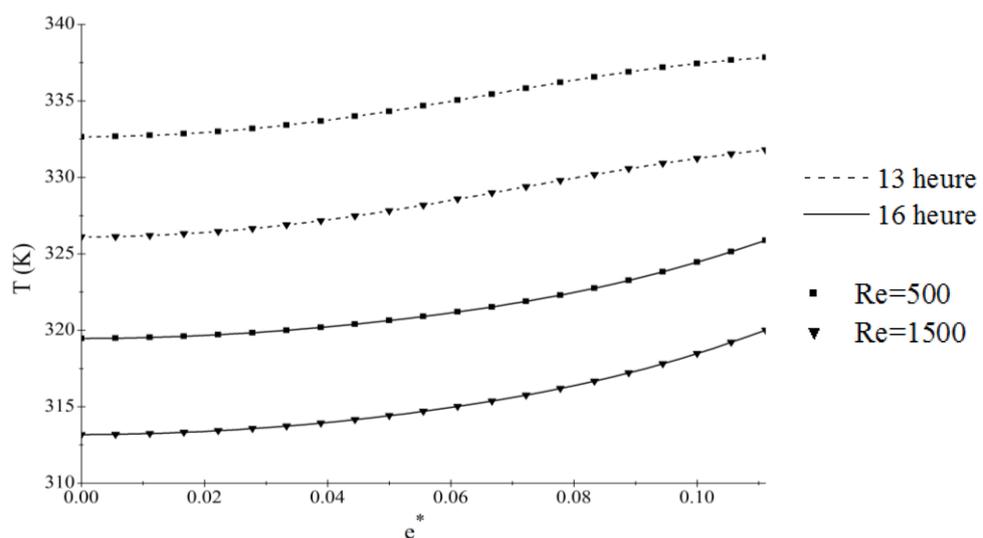


Figure 5.2: Evolution de la température le long d'une coupe transversale au centre de la boue.

### 2.1.2 Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue

Les résultats présentés dans ce paragraphe sont relatifs à la journée correspondant à la moitié de la période du séchage et à 13 heures.

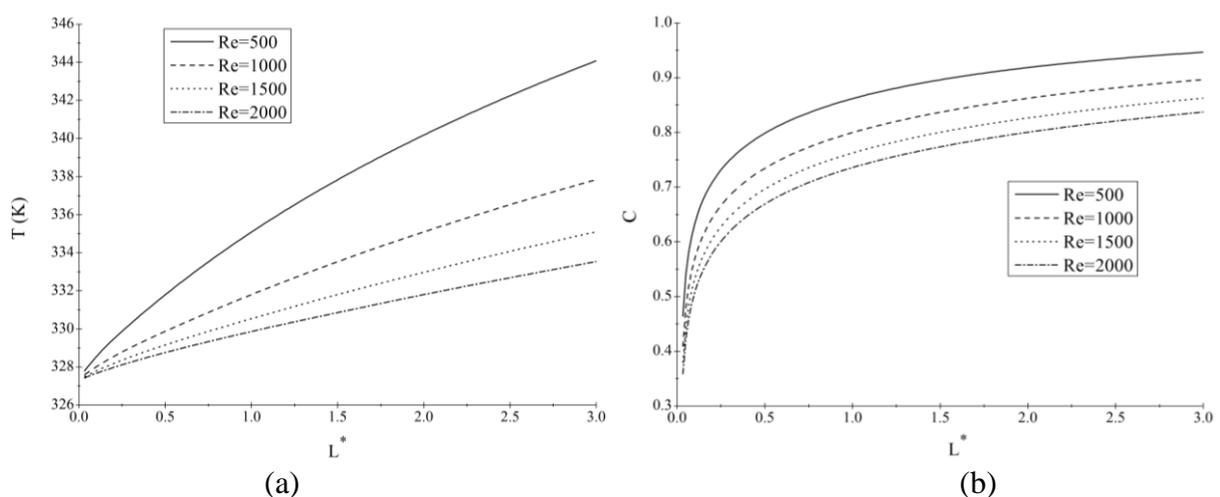
Nous présentons l'effet de la variation du nombre de Reynolds sur les transferts de chaleur et de masse le long de la surface de la boue. Pour cela, nous avons représenté les évolutions des différentes grandeurs physiques ainsi que les différents nombres caractérisant les différents modes de transfert le long de la surface de la boue.

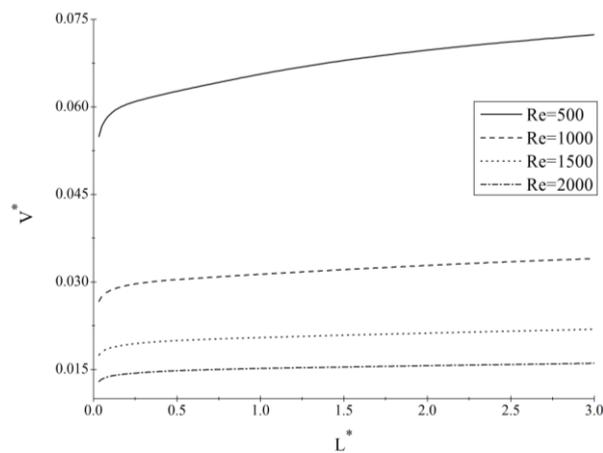
Les évolutions de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation à la surface de la boue sont présentées sur les figures 5.3. On peut voir sur ces figures que la température de surface de la boue augmente continûment de l'entrée à la sortie de la serre

(figure 5.3.a). Cette augmentation de température est due aux diminutions des transferts convectifs entre la surface de la boue et l'air intérieur, en allant de l'entrée vers la sortie de la serre, du fait que la température de l'air au voisinage de la surface de la boue augmente au fur et à mesure et donc son pouvoir de refroidissement diminue.

De plus, une diminution du nombre de Reynolds engendre une augmentation de la température de la surface de la boue du fait des transferts convectifs moins importants entre la surface de la boue et l'air en son voisinage. Du fait que la fraction massique à la surface de la boue est calculée à partir de celle à la saturation. L'évolution de la fraction massique suit celle de la température (figure 5.3.b). La fraction massique augmente donc de l'entrée à la sortie de la serre ainsi qu'avec une diminution du nombre de Reynolds. Cette augmentation de la fraction massique, à la surface de la boue engendre également une augmentation de la vitesse d'évaporation avec le nombre de Reynolds ainsi que le long de la surface (figure 5.3.c).

Sur la figure 5.4.a, nous avons représenté l'effet du nombre de Reynolds sur la variation du nombre de Nusselt sensible le long de la surface de la boue. Le nombre de Nusselt sensible est le plus important à l'entrée du canal puis diminue continûment jusqu'à la sortie. Ceci est dû au fait que les transferts sont les plus importants à l'entrée du canal puisque les gradients de température entre la surface de la boue et l'air en son voisinage y sont les plus importants (Figure 5.5.a). Le long du canal, l'air se chauffe et donc, en se rapprochant de la sortie les gradients de température sont moins importants qu'à l'entrée.

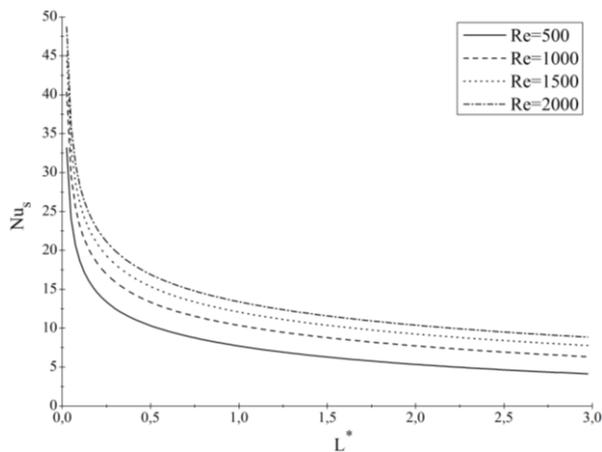




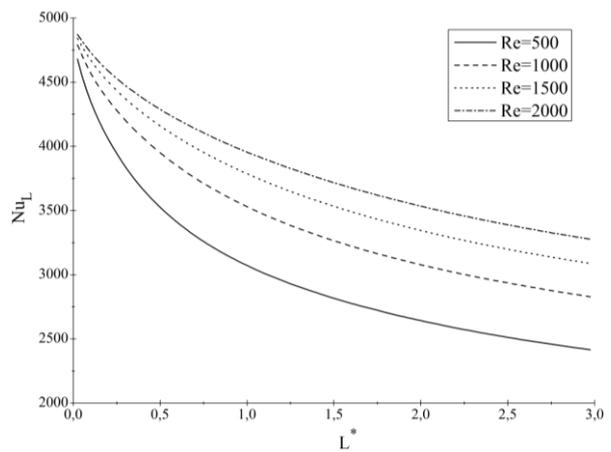
(c)

Figure 5.3: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la surface de la boue.

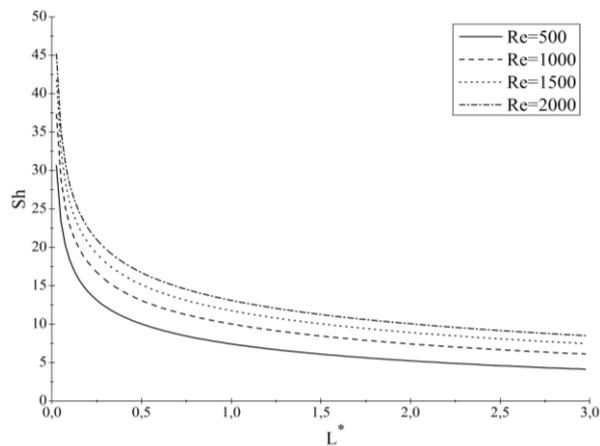
Concernant le nombre de Nusselt latent, son évolution est identique à celle du nombre de Nusselt sensible (figure 5.4.b). Les transferts par mode latent sont également les plus importants à l'entrée du canal puisque les gradients de la fraction massique sont au maximum dans cette région. Le long du canal la teneur en humidité de l'air asséchant augmente et donc le gradient de la fraction massique entre la surface de la boue et l'air en son voisinage diminue (Figure 5.5.b). Par la suite, les transferts par mode latent diminuent. Nous remarquons également que le transfert par mode latent est prédominant au vu des valeurs des nombres de Nusselt latent et sensible.



(a)



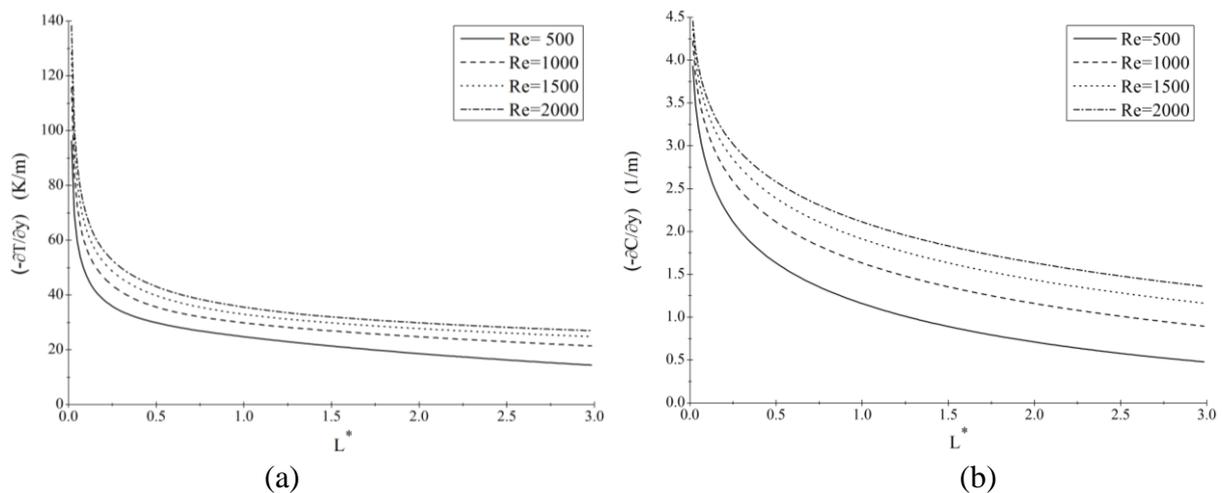
(b)



(c)

Figure 5.4: Evolution du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood le long de l'interface boue-air.

Avec la diminution du nombre de Reynolds, nous avons une diminution des gradients de température et de fraction massique entre la surface de la boue et l'air en son voisinage, ce qui entraîne une diminution des nombres de Nusselt sensible et latent. Cette analyse se retrouve également pour la figure 5.4.c où nous avons représenté le nombre de Sherwood qui caractérise les transferts de masse. On peut noter également la similitude entre les évolutions des nombres de Nusselt sensible et de Sherwood. Cette similitude vient du fait que pour la vapeur d'eau les nombres de Prandtl et de Schmidt sont proches.



(a)

(b)

Figure 5.5: Evolution du gradient de la température (a) et du gradient de la fraction massique le long de l'interface boue-air.

### 2.1.3 Cinétique du séchage

Après avoir étudié les différents modes de transfert entre la boue et l'air intérieur, nous allons, dans ce paragraphe, voir l'effet du nombre de Reynolds sur la cinétique de séchage.

Pour cela, nous présentons l'effet du nombre de Reynolds sur l'évolution locale de la vitesse du séchage ainsi que sur l'évolution journalière. Par la suite, nous illustrons la variation de la vitesse moyenne du séchage en fonction de la teneur en eau moyenne de la boue.

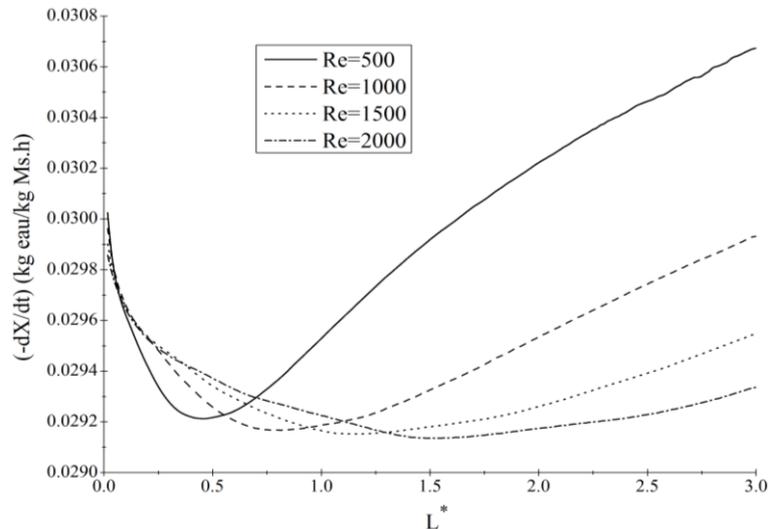


Figure 5.6 : Evolution de la vitesse du séchage moyenne le long de la boue pour différentes valeurs du nombre de Reynolds.

Afin de voir l'effet du nombre de Reynolds sur la cinétique du séchage, nous avons représenté sur la figure 5.6 l'évolution de la vitesse du séchage le long de la boue pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. On peut voir sur cette figure que, pour des valeurs du nombre de Reynolds élevées, la vitesse du séchage est la plus importante à l'entrée du canal. Par contre, pour des valeurs du nombre de Reynolds faibles, la vitesse du séchage diminue dans la zone proche de l'entrée et ensuite augmente pour atteindre son maximum à la sortie du canal. Cela vient du fait que pour des faibles valeurs du nombre de Reynolds la température ainsi que la fraction massique à la surface de la boue sont importantes à la sortie et il s'ensuit une évaporation plus importante.

Pour mieux appréhender l'effet du nombre de Reynolds sur la cinétique de séchage, nous présentons maintenant l'effet de ce nombre sur la variation de la teneur en eau ainsi que sur la vitesse du séchage de la boue, moyennées sur la longueur de la serre, durant une journée de séchage. Par la suite, nous présenterons son effet sur le temps total de séchage.

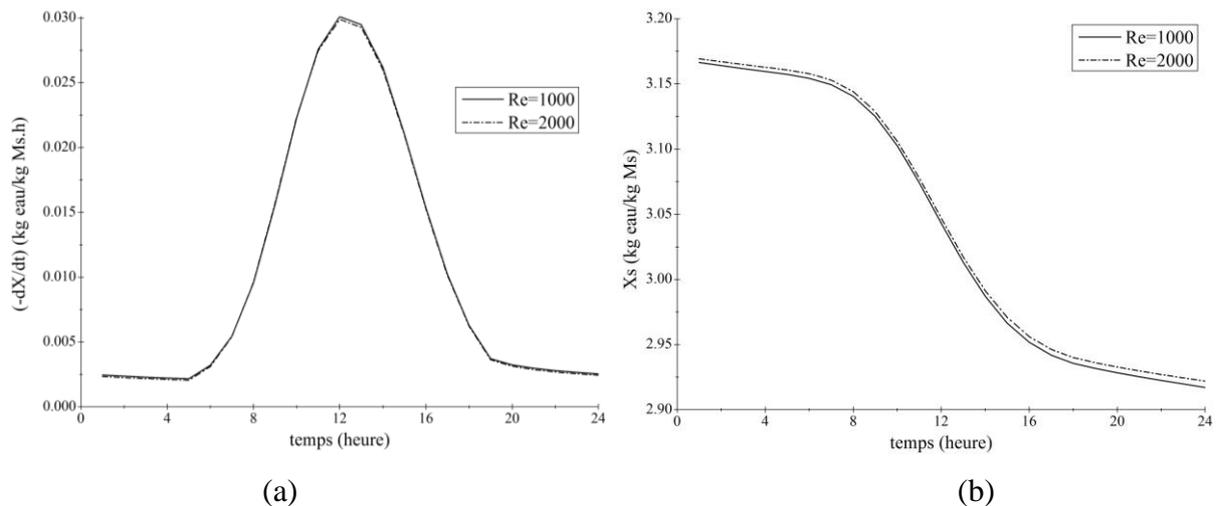


Figure 5.7: Evolution de la vitesse du séchage moyenne (a) et de la teneur en eau moyenne (b) durant une journée de séchage.

Sur la figure 5.7.a, nous avons représenté l'évolution de la vitesse du séchage moyenne durant la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage. Nous constatons que l'évolution horaire de la vitesse du séchage est quasiment identique pour les deux nombres de Reynolds. Cela veut dire que le nombre de Reynolds n'a pas d'influence considérable sur la cinétique de séchage dans la gamme étudiée. De plus, nous constatons que l'apparition du rayonnement solaire en début de journée se retrouve sur l'évolution de la vitesse du séchage qui augmente avec le rayonnement solaire pour atteindre son maximum lorsque le rayonnement solaire est maximal. En effet, l'intensification du rayonnement solaire réchauffe la boue pour permettre une augmentation de l'évaporation de l'eau et donc de la vitesse de séchage. Sur cette figure on peut aussi remarquer que même durant la nuit, absence de rayonnement solaire, le séchage se poursuit ; ceci vient du fait de l'inertie thermique, car enfin de journée, la température de la boue est assez importante par rapport à celle de l'air ambiant ce qui permet d'évaporer durant la nuit.

Sur la figure 5.7.b, nous avons présenté l'influence du nombre de Reynolds sur la variation de la teneur en eau moyenne de la boue durant la même journée de séchage. Nous constatons que la teneur en eau moyenne de la boue est légèrement plus faible pour le nombre de Reynolds le plus faible. Cela vient du fait qu'avec un nombre de Reynolds plus faible, comme nous l'avons déjà signalé, les transferts convectifs sont moins importants. Il s'ensuit une augmentation de la température et de la fraction massique à la surface et donc une évaporation plus importante. L'allure de la variation de la teneur en eau est une conséquence de l'évolution horaire de la vitesse de séchage. En effet, l'augmentation de la vitesse du séchage

se traduit par une diminution plus importante de la teneur en eau de la boue. La zone de décroissance rapide de la teneur en eau représente la période d'ensoleillement, tandis que les zones de faible variation représentent la période nocturne.

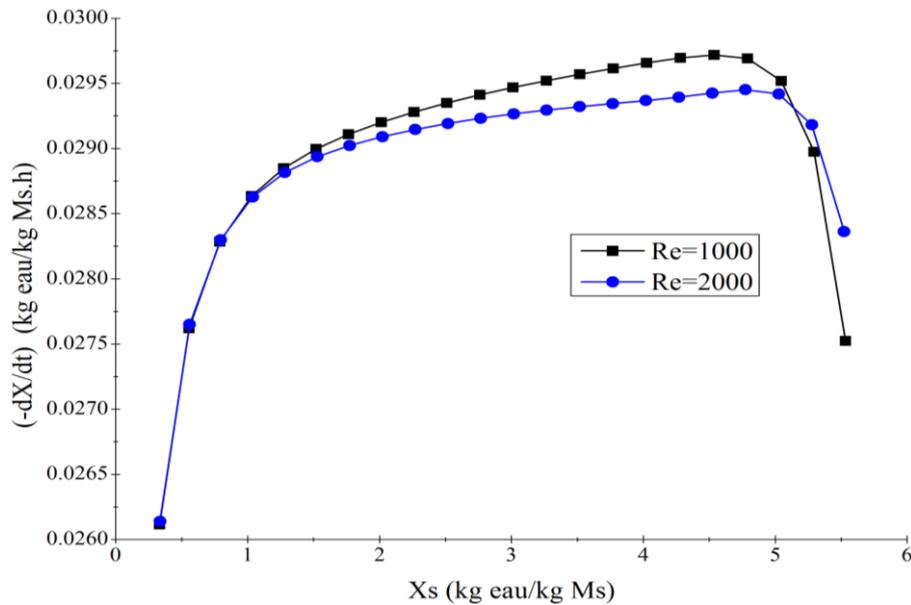


Figure 5.8: Vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche.

Afin de confirmer le faible effet du nombre de Reynolds dans la gamme étudiée, nous avons représenté sur la figure 5.8 l'évolution de la vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche pour un nombre de Reynolds égale à  $Re=1000$  et  $Re=2000$ . Sur cette figure, on peut voir que le séchage se déroule en trois phases : la première phase correspond à une phase de montée en température de la surface de la boue ainsi qu'une augmentation de la fraction massique de la vapeur d'eau à la surface de la boue puisque celle-ci est considérée comme saturée. Il s'ensuit une augmentation de la vitesse de séchage. Après cela, nous avons une deuxième phase où la vitesse du séchage décroît linéairement et enfin une troisième phase où la vitesse du séchage décroît plus rapidement.

La forme présentée de ces courbes est caractéristique d'un séchage majoritairement contrôlé par les transferts extra-granulaires [21,48]. Cela correspond à la courbe de type D dans la classification de Sherwood [8] (1936). Deux zones de décroissance de la vitesse du séchage en fonction de la teneur en eau en base sèche sont clairement présentes, la première est une fonction linéaire entre les deux grandeurs. Tandis que, la deuxième présente une décroissance plus rapide de la vitesse du séchage en présence d'une concavité dirigée vers le

bas. Durant la deuxième zone de ralentissement, Le flux de masse décroît plus rapidement que précédemment. Il ne reste plus dans le matériau que de l'eau liée qui est évacuée très lentement.

L'influence de la valeur du nombre de Reynolds ne se retrouve que dans les deux premières phases du séchage, là où la vitesse du séchage est la plus importante. Comme nous l'avons déjà signalé une diminution du nombre de Reynolds engendre une augmentation de la vitesse de séchage.

## **2.2. Influence de l'humidité relative de l'air ambiant**

Afin de déterminer l'effet de l'humidité relative de l'air ambiant sur la dynamique, la thermique et la cinétique du séchage durant le processus de séchage, nous avons mené une série de trois simulations pour des humidités relatives égales à  $H_r=10\%$ ,  $H_r=30\%$  et  $H_r=80\%$ . Les évolutions horaires de la température de l'air ambiant et du rayonnement solaire sont approchées par deux fonctions sinusoïdales et le nombre de Reynolds est égal à  $Re=1000$ .

2.2.1 Évolutions des températures, vitesses et fractions massiques le long de la section centrale du canal et de la boue.

Sur la figure 5.9, nous avons représenté l'effet de l'humidité relative de l'air ambiant sur l'évolution de la température, de la fraction massique et des vitesses, longitudinale et transversale, le long d'une coupe transversale du centre de canal pour deux instants différents de la première journée de séchage. Sur la figure 5.9.a, nous remarquons qu'une augmentation de l'humidité relative de l'air ambiant engendre une augmentation de la température de la surface et cela quelque soit l'heure de la journée. En fait, en augmentant l'humidité de l'air ambiant, nous diminuons son pouvoir évaporatoire ainsi que les transferts par mode latent. Il s'ensuit une augmentation de la température de la surface de la boue. Suite à la diminution des transferts par mode latent avec l'augmentation de l'humidité relative de l'air ambiant, nous observons sur les profils de la fraction massique (figure 5.9.b) que la valeur la plus importante est obtenue près de la surface de la boue et cela pour l'humidité relative la plus faible.

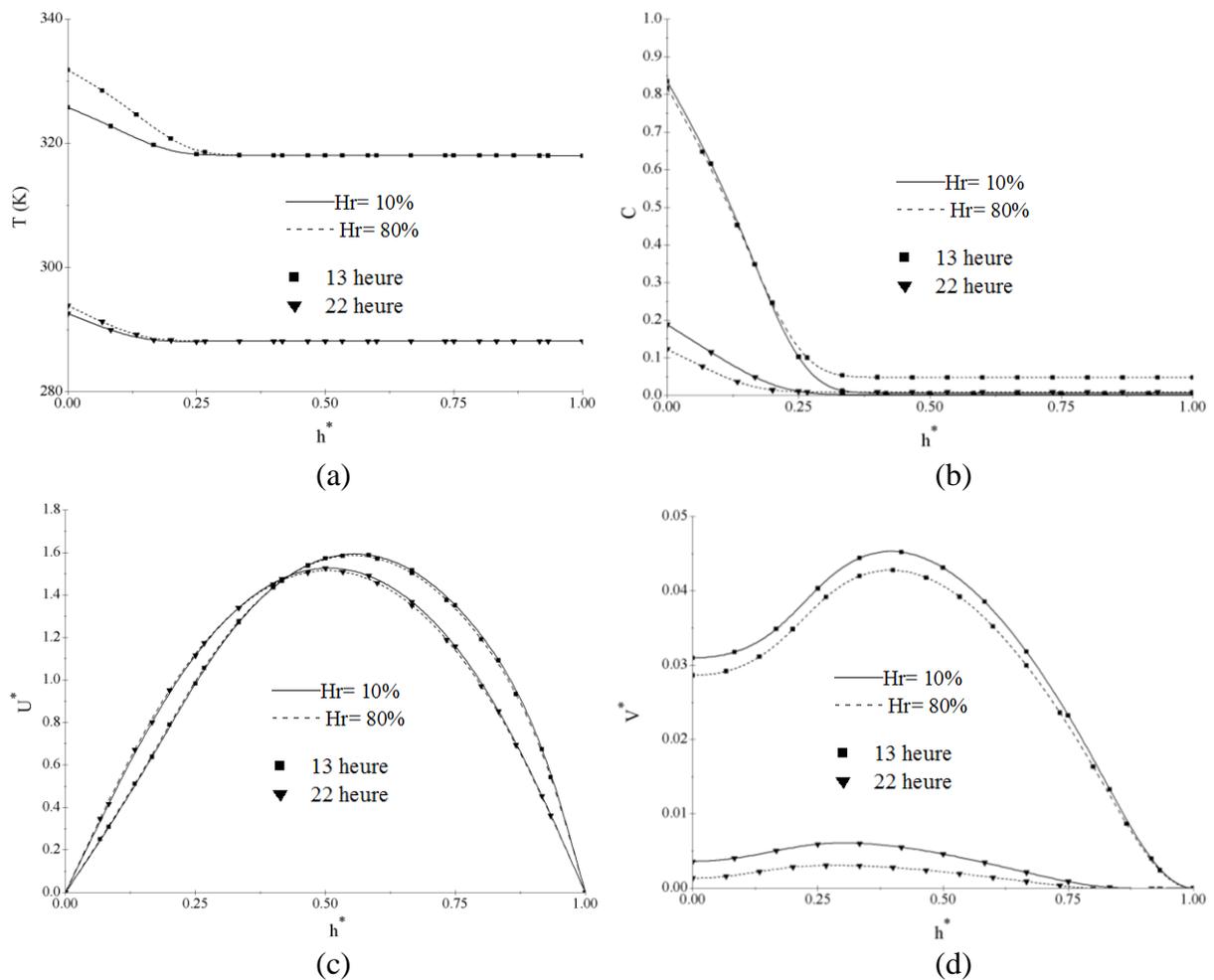


Figure 5.9: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b), de la vitesse longitudinale (c) de la vitesse verticale (d) le long d'une coupe transversale au centre du canal.

Comme on s'y attendait, une diminution de l'humidité relative de l'air ambiant engendre une augmentation de l'évaporation et donc du débit dans le canal mais cette augmentation de débit n'est pas assez significative pour se voir sur le profil de la vitesse longitudinale (figure 5.9.c). Par contre, l'effet de l'évaporation sur le profil de la vitesse verticale est clairement visible puisque avec l'évaporation le profil n'est plus symétrique (figure 5.9.d). En effet, avec l'augmentation de l'humidité relative, le pouvoir d'absorption de la vapeur d'eau de l'air diminue ce qui explique qu'on a une vitesse d'évaporation à la surface de la boue plus importante pour Hr=10%.

On peut noter également à partir de cette figure que l'évaporation est nettement plus importante à 13 heures quand le rayonnement solaire est important (figure 5.9.d).

2.2.2 Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue

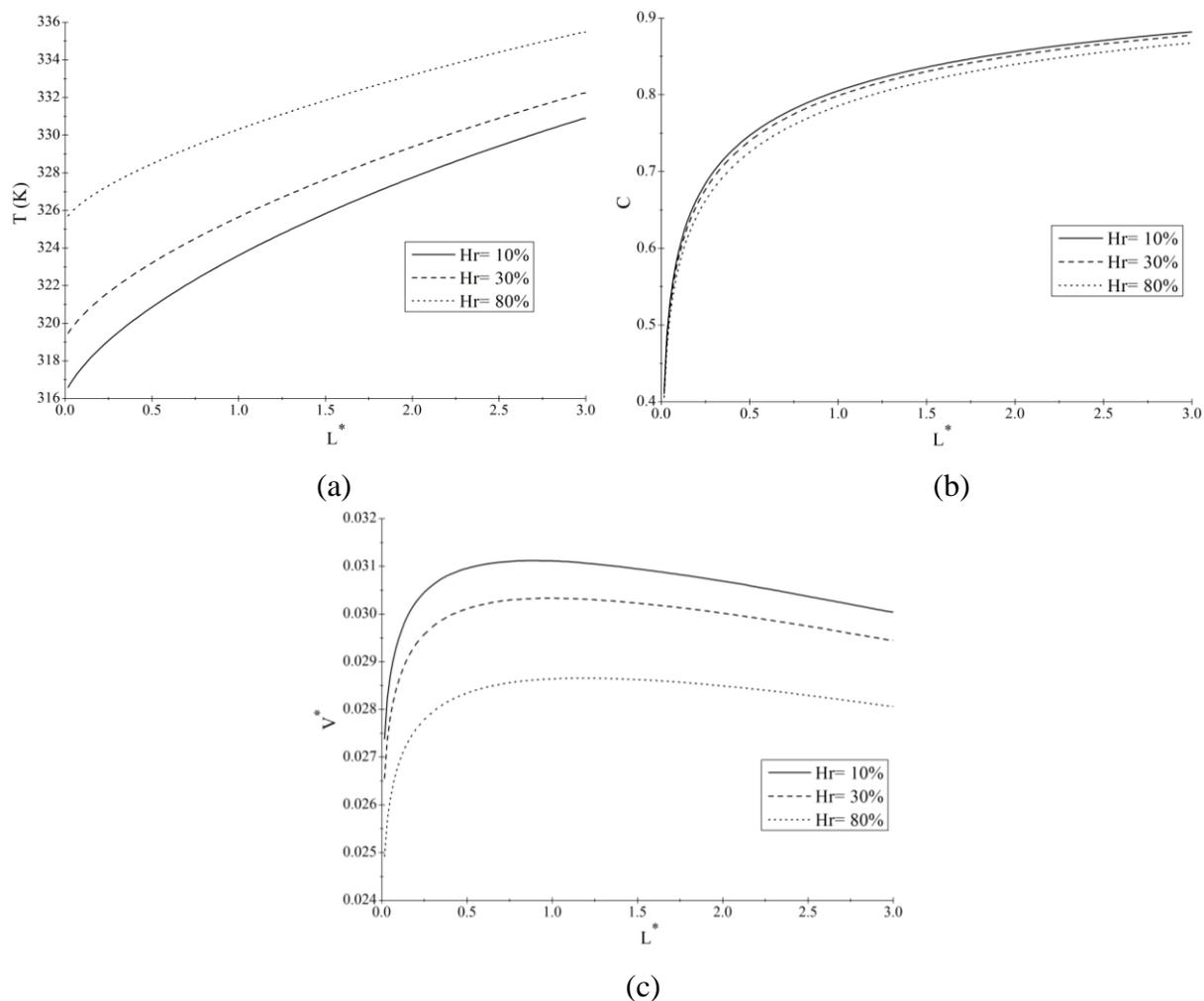


Figure 5.10 : Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la surface de la boue.

Sur la figure 5.10, nous présentons l'évolution de la température, de la vitesse d'évaporation ainsi que de la fraction massique le long de la surface de la boue pour trois valeurs de l'humidité relative de l'air ambiant. Comme nous l'avons déjà signalé, on peut voir sur la figure 5.10.a que la température de la surface de la boue augmente avec l'augmentation de l'humidité relative de l'air ambiant. Cette température de la surface augmente également le long du canal puisque le long du canal les transferts convectifs entre la surface de la boue et l'air à son voisinage diminuent. L'évolution de la fraction massique le long de la surface de la boue suit la température. Tandis qu'elle est inversement proportionnelle à la variation de l'humidité relative. En fait, l'air le plus sec entraîne une amélioration des transferts par mode latent, ce qui engendre une augmentation de la fraction massique à la surface (figure 5.10.b). Du fait du modèle choisi pour le calcul de la vitesse d'évaporation cette dernière diminue avec

une augmentation de l'humidité puisque la fraction massique à la surface diminue (figure 5.10.c).

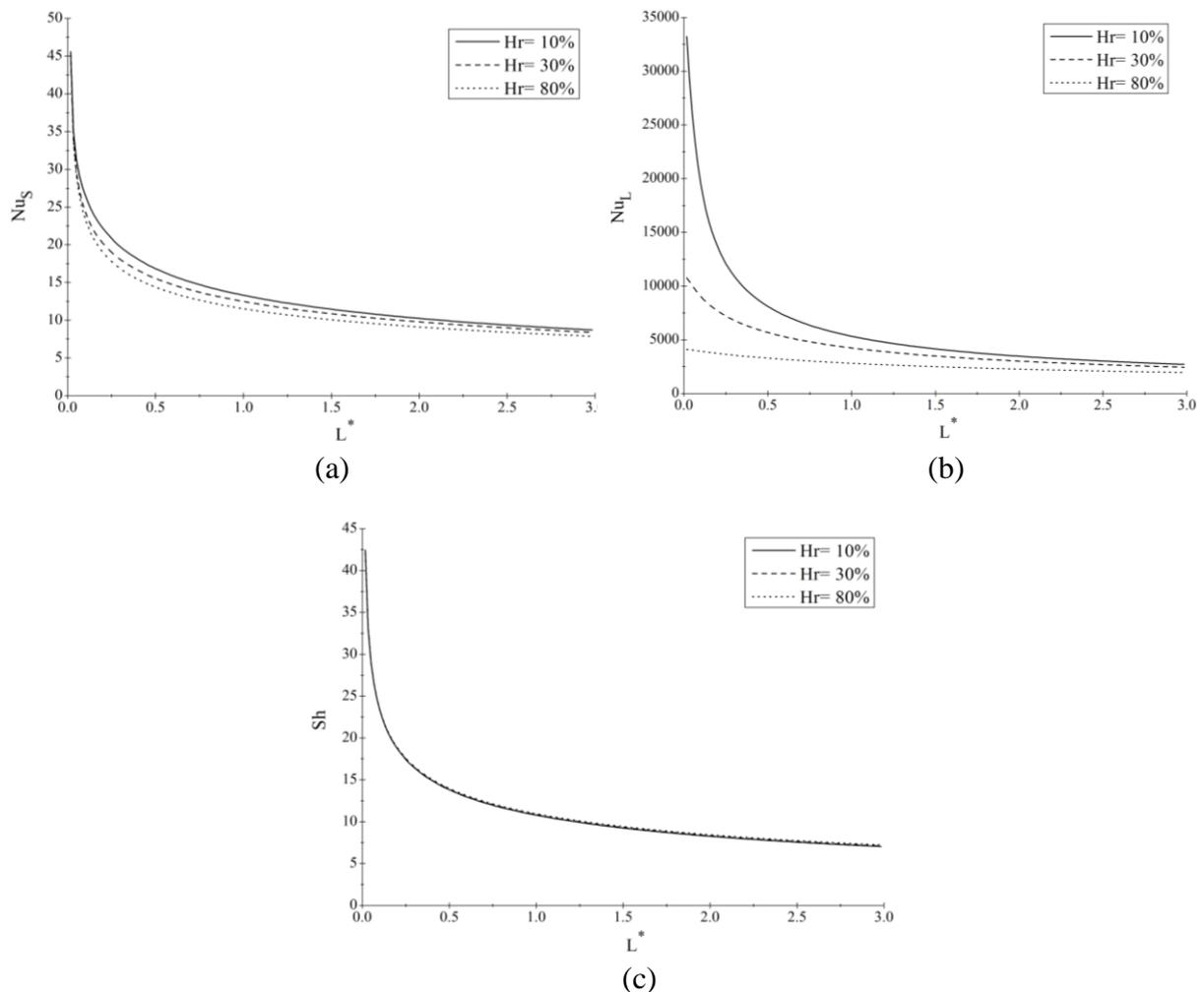


Figure 5.11 : Evolution du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood (c) le long de l'interface boue-air.

Sur la figure 5.11, nous avons représenté l'évolution du nombre de Nusselt sensible, du nombre de Nusselt latent et du nombre de Sherwood le long de l'interface air-boue pour les trois valeurs d'humidité relative de l'air ambiant suivantes :  $H_r = 10\%$ ,  $H_r = 30\%$  et  $H_r = 80\%$ .

Comme nous l'avons signalé lors de l'étude de l'influence du nombre de Reynolds, les transferts sont les plus importants à l'entrée du canal et diminuent continûment jusqu'à la sortie de celui-ci. On observe donc une valeur maximale pour les nombres de Nusselt latent et sensible ainsi que pour le nombre de Sherwood à l'entrée du canal où les gradients de la température et de la fraction massique entre la surface de la boue et l'air au voisinage sont les plus importants (figure 5.11). Avec une augmentation de l'humidité de l'air ambiant nous

avons une diminution de son pouvoir évaporatoire et donc une diminution significative du nombre de Nusselt latent (figure 5.11.b). Le nombre de Nusselt sensible quant à lui augmente légèrement avec une diminution de l'humidité relative de l'air ambiant. Cela vient du fait qu'avec une diminution de l'humidité, le gradient de température au voisinage de la surface augmente.

### 2.2.3 Cinétique du séchage

Dans ce paragraphe, nous présenterons des résultats obtenus durant la première journée du séchage afin de montrer l'influence de l'humidité de l'air ambiant sur la cinétique de séchage.

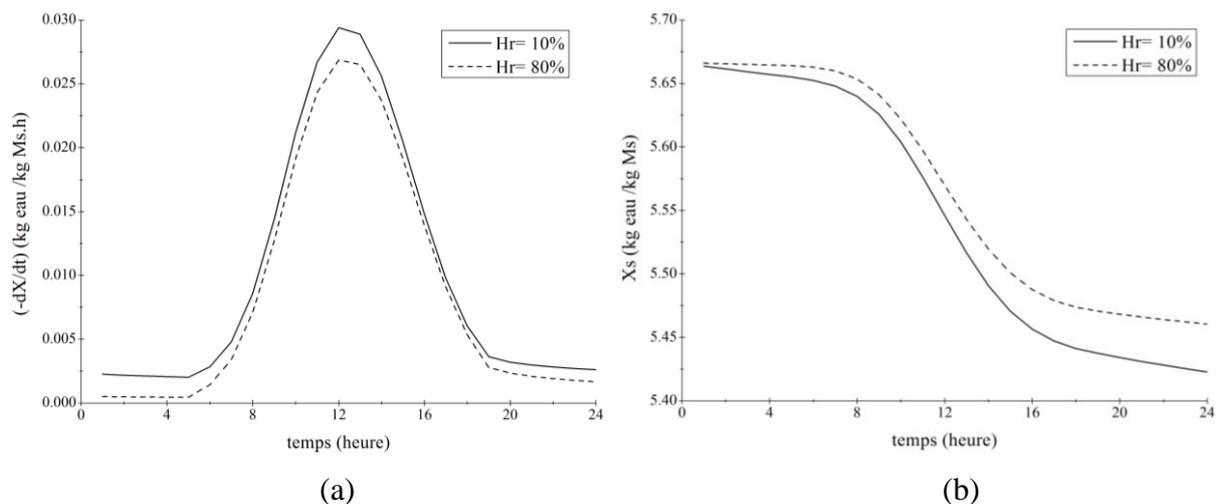


Figure 5.12 : Evolution horaire de la teneur en eau en base sèche (a) et de la vitesse du séchage (b) durant la première journée du séchage

Sur la figure 5.12, nous avons représenté l'évolution horaire de la teneur en eau en base sèche ainsi que la vitesse du séchage de la boue durant la première journée de séchage. La figure 5.12.a montre que pour les mêmes conditions (teneur en eau de la boue et conditions climatiques), la vitesse du séchage est légèrement supérieure dans le cas où l'air ambiant est plus sec. L'évolution de la vitesse du séchage (figure 5.12.a) durant une journée suit l'évolution du rayonnement solaire. Celui-ci est au maximum à 12 heures et au minimum la nuit. Une diminution de l'humidité relative de l'air ambiant engendre une augmentation de son pouvoir évaporatoire et donc une augmentation de la vitesse du séchage et ceci quelque soit l'heure de la journée.

Il va de soi que, comme la vitesse du séchage est plus importante pour une humidité ambiante plus faible, la teneur en eau de la boue soit également plus faible avec une

diminution de l'humidité de l'air ambiant et ce durant toute la première journée du séchage (figure 5.12.b)

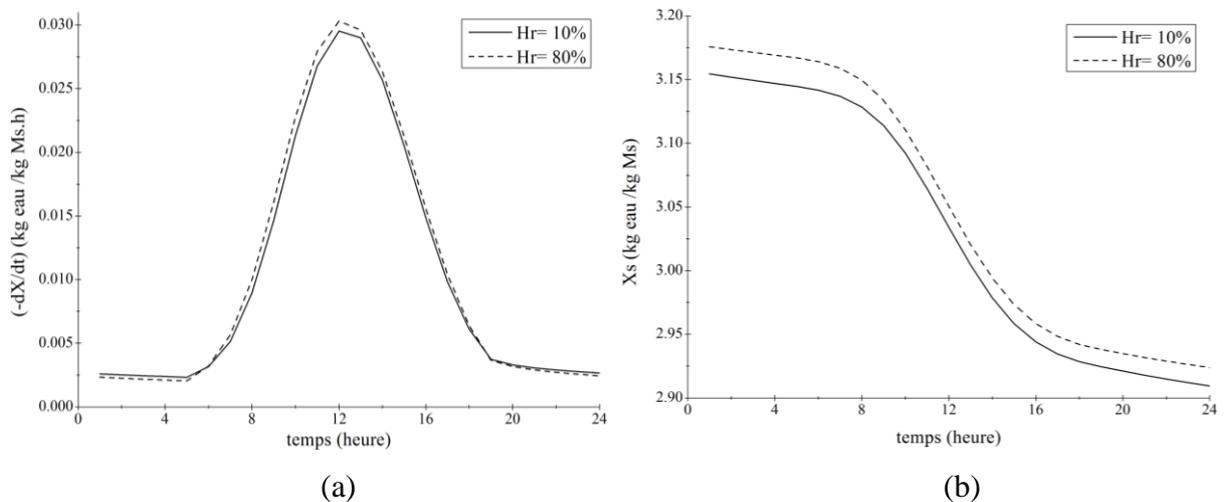


Figure 5.13 : Evolution horaire de la teneur en eau en base sèche (a) et de la vitesse du séchage (b) durant la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.

Si l'on regarde maintenant l'évolution de la vitesse du séchage ainsi que celle de la teneur en eau de la boue pour la journée correspondant à la moitié de la durée du séchage on obtient une vitesse du séchage plus importante pour une humidité relative de l'air ambiant élevée (figure 5.13.a). Ceci vient du fait qu'en début du séchage pour une humidité de l'air ambiant élevée nous avons une vaporisation lente qui nous donne une teneur en eau plus importante (Figure 5.13.b). Cette teneur en eau plus importante, au bout de quelques jours, augmente la vitesse du séchage qui devient supérieure à celle obtenue pour l'air ambiant le plus sec.

Afin de confirmer cette analyse, nous avons présenté sur la figure 5.14 l'évolution de la vitesse moyenne du séchage en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche. Nous remarquons que durant la première phase du séchage (phase de mise en température), nous avons bien la vitesse du séchage obtenue pour une faible humidité de l'air ambiant qui est plus importante que celle obtenue pour une forte humidité, à l'approche de la première phase décroissante du séchage le phénomène s'inverse et la vitesse du séchage la plus importante est obtenue pour une humidité importante. Vers la fin du séchage (deuxième phase décroissante), la vitesse du séchage est sensiblement la même pour les deux valeurs de l'humidité relative de l'air ambiant.

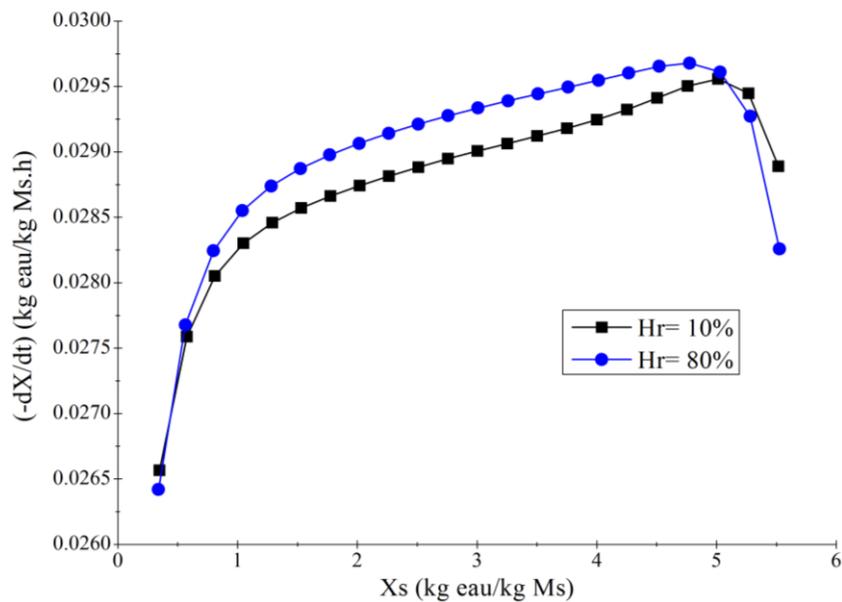


Figure 5.14 : Evolution de la vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche.

### 2.3. Influence de la température de l'air ambiant

Dans ce paragraphe, nous présenterons l'effet de la température de l'air ambiant durant le processus du séchage des boues des stations d'épuration. Pour cela, nous avons mené une série de trois essais en changeant à chaque fois l'évolution journalière de la température ambiante. En effet, nous avons maintenu la température minimale de l'air ambiant à 15°C, alors que la température maximale varie selon le cas étudié (cas 1 :  $T_{\max}=25^{\circ}\text{C}$ , cas 2 :  $T_{\max}=35^{\circ}\text{C}$  et cas 3 :  $T_{\max}=45^{\circ}\text{C}$ ). Nous considérons que la durée d'ensoleillement est égale à 14 heures et que le déphasage entre le maximum du rayonnement solaire et celui de la température ambiante est égal à une heure.

Le  $\Delta T$  sur la légende des figures correspond à la différence de température entre le maximum et le minimum journalier. Le nombre de Reynolds, l'humidité relative ainsi que l'intensité maximale du rayonnement solaire journalier sont, respectivement, égaux à  $Re=1000$ ,  $Hr=50\%$  et  $q_{\max}=700\text{ W/m}^2$ .

2.3.1 Évolutions des températures, vitesses et fractions massiques sur la hauteur de la section central et de la boue

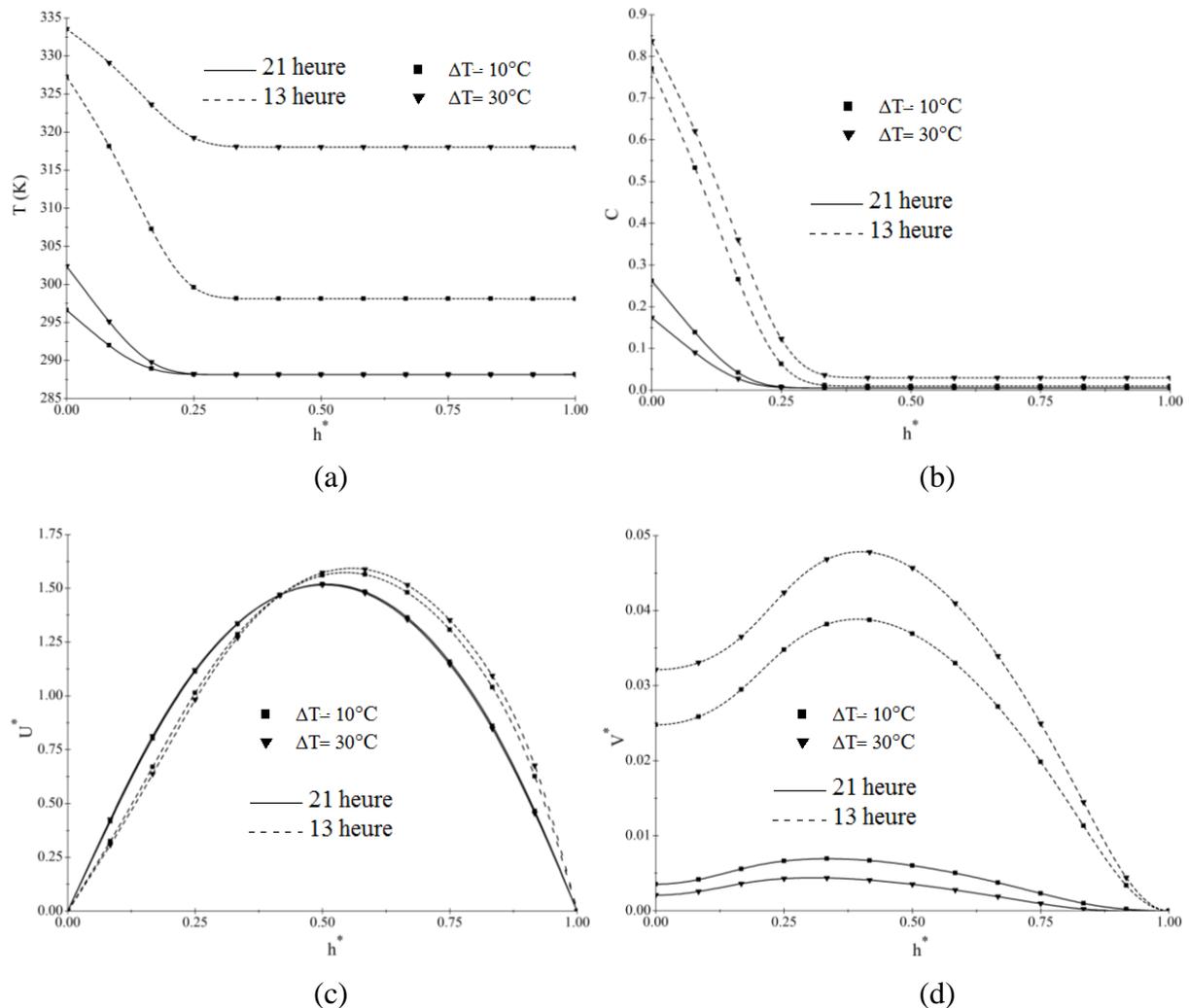


Figure 5.15: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b), de la vitesse longitudinale (c) et de la vitesse verticale (d) le long d'une coupe transversale au centre du canal.

Sur la figure 5.15, nous avons représenté l'évolution de la température, de la fraction massique, de la vitesse longitudinale et de la vitesse transversale le long d'une coupe transversale au centre du canal et pour deux valeurs de  $\Delta T$  ( $\Delta T= 10^{\circ}\text{C}$  et  $\Delta T=30^{\circ}\text{C}$ ) à deux instants  $t_1=13$  heures et  $t_2= 21$  heures de la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage. On peut voir sur la figure 5.15.a qu'une augmentation de la température d'entrée de l'air ambiant engendre un échauffement de la surface de la boue. Cette température de surface suit également l'évolution de la température de l'air asséchant au cours de la journée. L'effet de la température ambiante sur la température de la surface se retrouve sur la fraction

massique de la vapeur à la surface (figure 5.15.b) puisque celle-ci est calculée à partir de la fraction massique à la saturation (Eq 3.6). Avec une augmentation de la température ambiante, on a donc une augmentation de l'évaporation ce qui se retrouve sur les profils de la vitesse transversale (figure 5.15.d) et la vitesse longitudinale (figure 5.15.c). Si l'on regarde de plus près, les figures 5.15.b, et d on peut voir que la vitesse d'évaporation pour 13 heures est plus importante pour un  $\Delta T$  plus grand alors qu'à 21 heures c'est le contraire. Cela vient du fait que durant la journée, la fraction massique à la surface est plus importante pour un  $\Delta T$  plus grand. Il s'ensuit un gradient de fraction plus important et donc une vitesse d'évaporation plus importante. Durant le soir, la fraction massique à la surface devient plus importante pour le  $\Delta T$  le plus faible et il s'ensuit une inversion du gradient de fraction massique à la surface et donc de la vitesse d'évaporation.

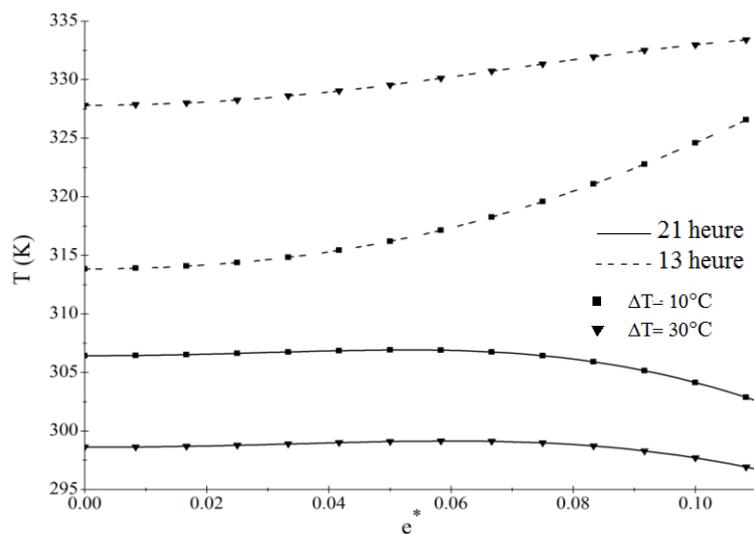


Figure 5.16: Evolution de la température le long d'une coupe transversale au centre de la boue.

Sur la figure 5.16, nous avons représenté l'évolution de la température le long d'une coupe transversale au milieu de la boue pour deux valeurs de température ambiante et à deux instants différents de la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage. On remarque que l'effet de la température de l'air ambiant se fait ressentir sur toute l'épaisseur de la boue. A 13 heures, heure à laquelle le rayonnement solaire est très important, la température de la surface est très élevée alors qu'à 21 heures avec l'inertie thermique c'est l'intérieur de la boue qui a une température plus élevée. Nous remarquons aussi que durant le soir, la température à l'intérieur de la boue est plus importante dans le cas où  $\Delta T$  est le plus faible, ce qui explique la valeur la plus importante de la fraction massique et de la vitesse

d'évaporation à cette heure. Donc nous pouvons conclure que l'amélioration de l'évaporation dans ce cas est due à l'inertie thermique.

### 2.3.2 Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue

Du fait du flux solaire et de la température de l'air ambiant la température de la surface augmente continument le long du canal. Cette augmentation de la température de la surface se retrouve sur l'évolution de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation à la surface qui suivent celle de la température (figure 5.17.a, b et c)

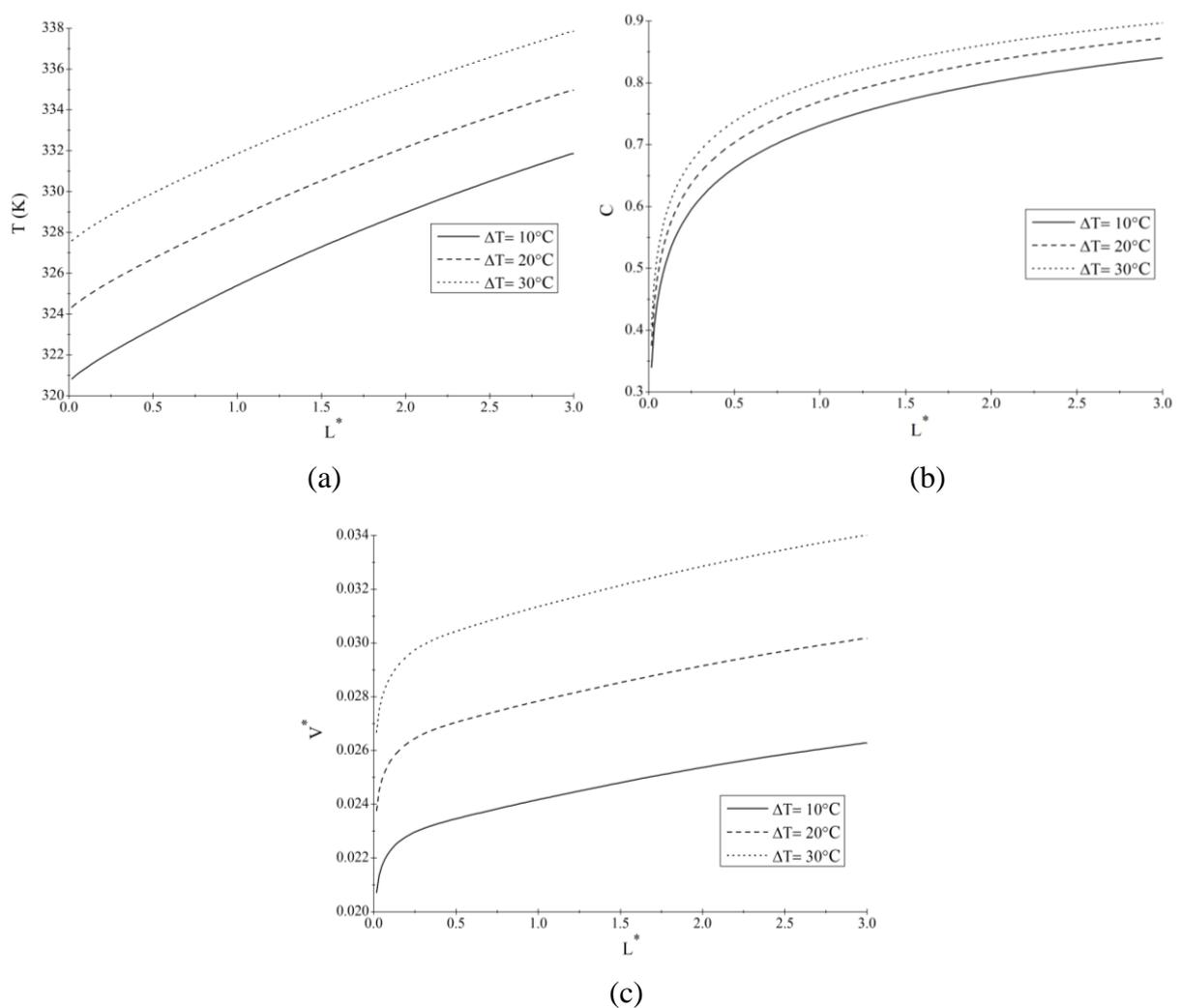


Figure 5.17 : Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la surface de la boue.

Après avoir présenté le comportement des différentes grandeurs dynamiques, thermiques et massiques vis-à-vis de la température de l'air ambiant dans les deux milieux ainsi que le long de la surface de la boue, nous allons, maintenant, présenter sur la figure 5.18 la distribution

des nombres de Nusselt locaux ainsi que le nombre de Sherwood local le long de l'interface boue-milieu fluide à 13 heures de la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage. Sur cette figure, nous constatons que les transferts de chaleur et de masse sont les plus importants dans la zone d'entrée du canal et qu'ils diminuent ensuite d'une façon monotone jusqu'à la sortie. On remarque de nouveau, sur cette figure que le mode latent est prédominant lors du séchage de la boue. On note également que la température de l'air ambiant n'a pas la même influence sur les deux modes des transferts. En effet, une augmentation de la température ambiante engendre une diminution du nombre de Nusselt sensible (figure 5.18.a) pendant que le nombre de Nusselt latent augmente (figure 5.18.b). Ce comportement s'explique par le fait qu'une augmentation de la température de l'air ambiant engendre une diminution du gradient de température et une augmentation du gradient de fraction massique entre la surface de la boue et l'air en son voisinage (figure 5.19).

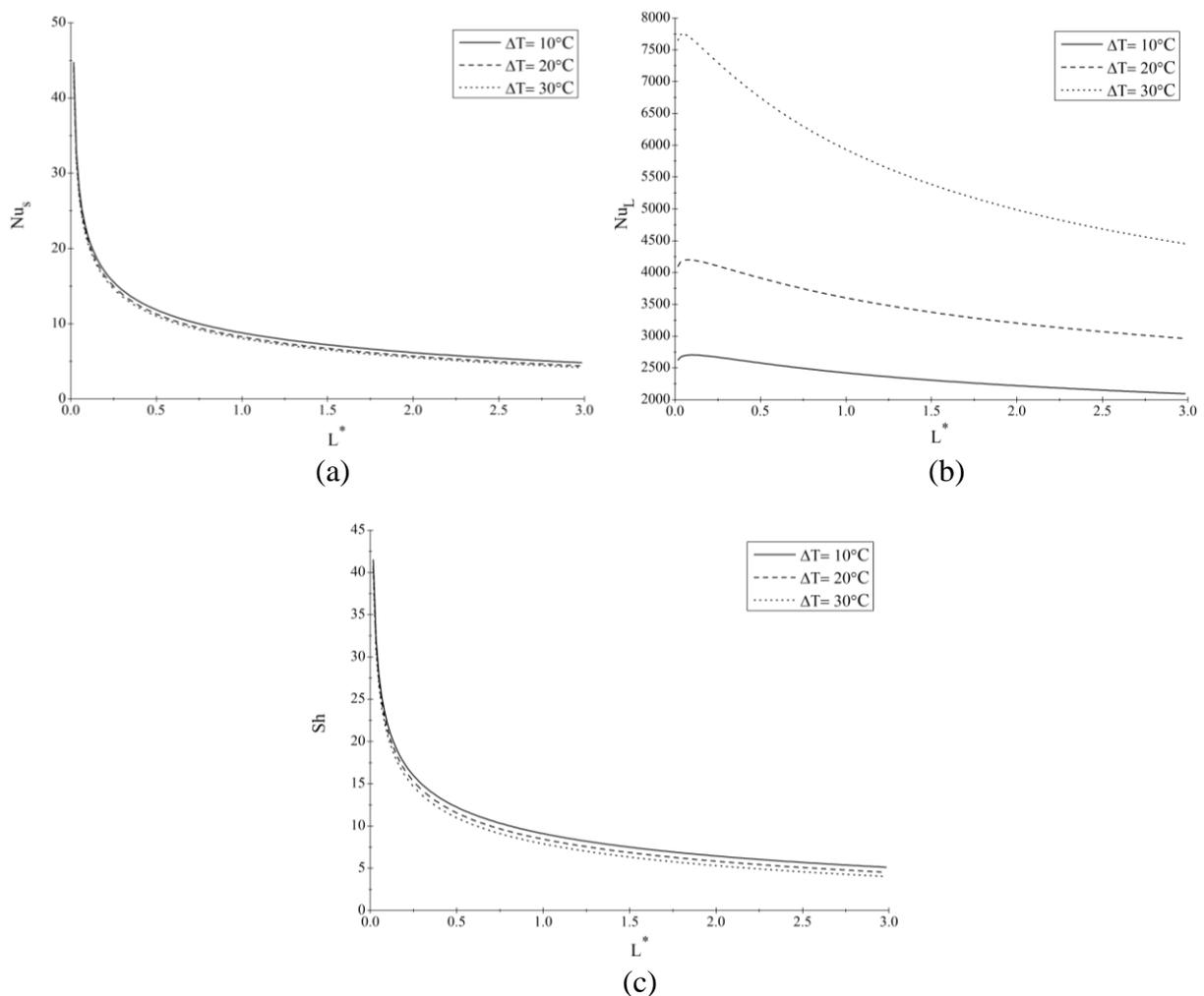


Figure 5.18 : Evolution des nombres de Nusselt sensible (a), latent (b) et du nombre de Sherwood (c) le long de l'interface boue-air.

En ce qui concerne les transferts de masse, qui sont caractérisés par le nombre de Sherwood, l'évolution de ce dernier est presque identique à celle du nombre de Nusselt sensible en raison des valeurs proches entre les nombres de Prandtl et de Schmidt dans le cas de l'évaporation de l'eau.

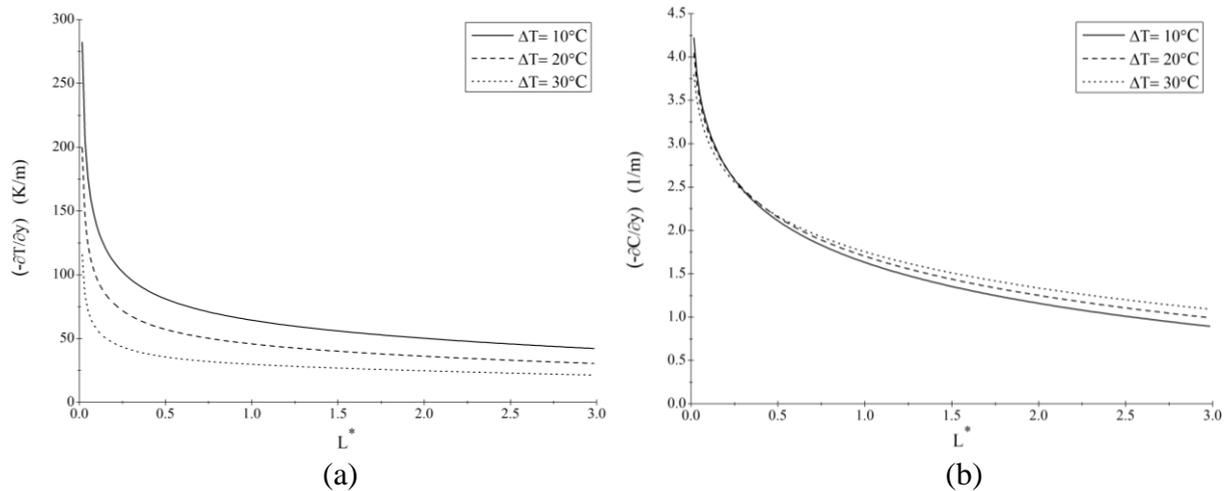


Figure 5.19 : Distribution des gradients de la température (a) et de la fraction massique (b) le long de l'interface boue-air.

### 2.3.3 Cinétique du séchage

Afin de déterminer l'effet de la température de l'air ambiant sur la cinétique de séchage, nous avons représenté sur la figure 5.20 l'évolution de la vitesse du séchage le long de la boue pour deux valeurs de la température ambiante à 13 heures de la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage. Comme nous l'avons vu sur les profils de la température de la figure 5.17.a, une augmentation de la température maximale de l'air ambiant engendre une augmentation de la température de la surface de la boue et ceci tout le long du canal. Il s'ensuit une augmentation de la fraction massique à la surface et une augmentation de la vitesse d'évaporation qui sont plus importantes à la sortie du canal. Il est donc normal de retrouver une augmentation de la vitesse du séchage principalement dans la zone de sortie du canal.

La figure 5.21 illustre l'évolution horaire de la vitesse du séchage et de la teneur en eau en base sèche durant la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage. La figure 5.21.a nous montre que la période où l'évaporation est la plus importante se trouve autour de 12 heures et que cette évaporation est d'autant plus importante que la température ambiante est élevée. Cependant, avec une température ambiante importante durant la journée la teneur en eau de la boue enfin de journée est plus faible (figure 5.21.b) ce qui engendre une évaporation

nocturne plus faible. Ce résultat a été obtenu par plusieurs études dans le cas du séchage de la lignite [49], des fruits [50] et de la boue [22,39].

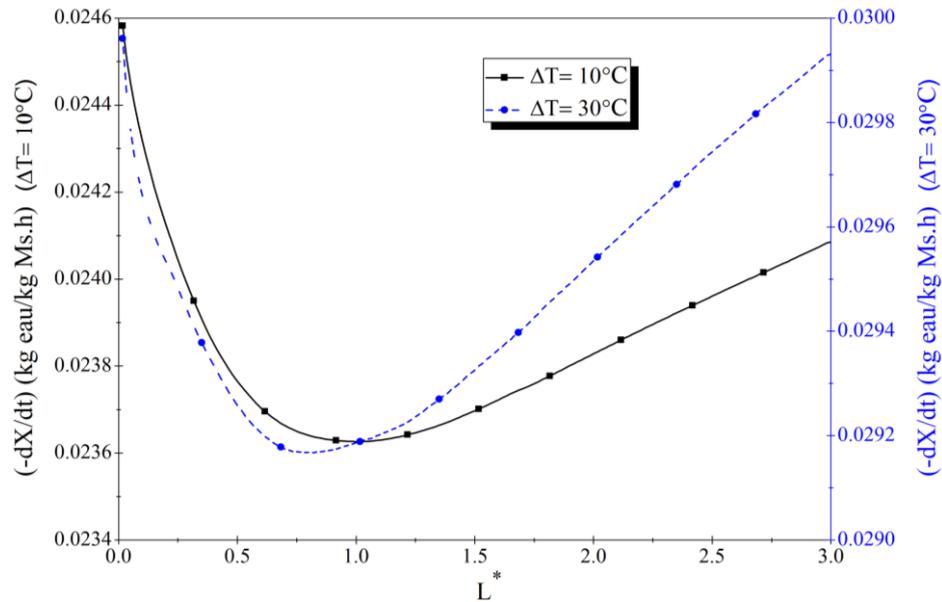


Figure 5.20 : Evolution de la vitesse du séchage le long de la boue à 13 heures de la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.

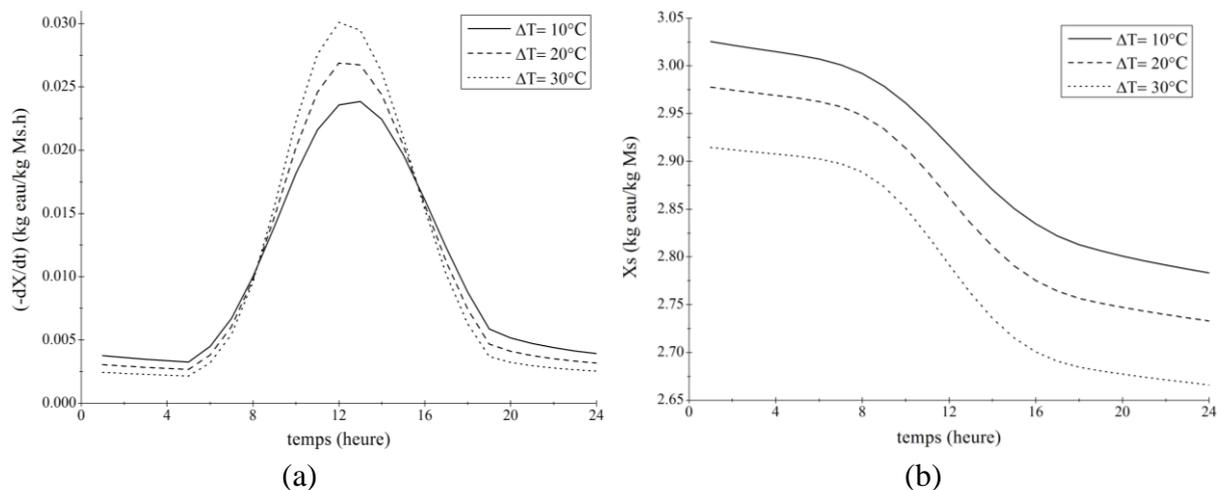


Figure 5.21 : Evolution horaire de la vitesse du séchage (a) et de la teneur en eau (b) durant la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.

Si on regarde maintenant l'évolution de la vitesse du séchage en fonction de la teneur en eau de la boue (figure 5.22), on remarque que l'augmentation de la température ambiante a une influence sur les trois phases du séchage. Ainsi, durant tout le temps du séchage la vitesse du séchage obtenue, avec une température ambiante plus élevée, est plus importante. Durant la première phase du séchage à vitesse décroissante, cette décroissance est moins prononcée

avec une température ambiante plus élevée. Il s'ensuit une durée du séchage légèrement plus courte. Ce même résultat a été trouvé par Léonard [17].

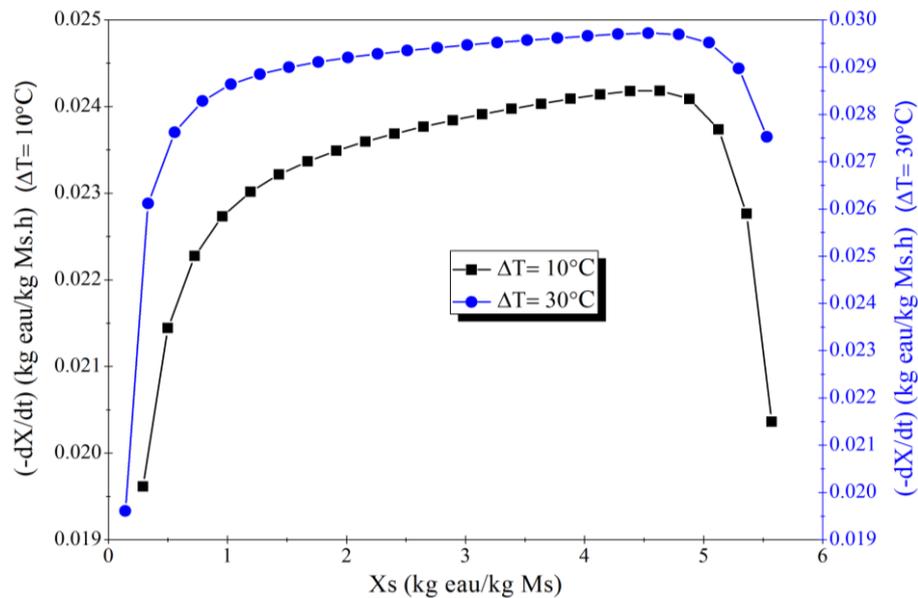


Figure 5.22 : Vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche.

## 2.4. Influence de l'intensité du rayonnement solaire

Les résultats ci-dessous présentent l'effet de l'intensification du rayonnement solaire maximal sur le procédé du séchage des boues. Ils sont obtenus pour une humidité de l'air ambiant fixe,  $H_r=50\%$  et un nombre de Reynolds  $Re=1000$ . Quatre valeurs du rayonnement solaire maximal sont étudiées :  $q_{\max}=500 \text{ W/m}^2$ ,  $q_{\max}=700 \text{ W/m}^2$ ,  $q_{\max}=850 \text{ W/m}^2$  et  $q_{\max}=1000 \text{ W/m}^2$ .

2.4.1 Évolutions des températures, vitesses et fractions massiques sur la hauteur de la section centrale du canal et de la boue.

La figure 5.23.a représente l'évolution de la température en fonction de la coordonnée verticale pour deux valeurs du rayonnement solaire maximal à 13 heures et à 16 heures de la journée correspondant à la moitié de la durée du séchage. Nous constatons que la température diminue en s'éloignant de la surface de la boue, qui présente la valeur maximale, pour tendre vers une valeur asymptotique qui correspond à la température de l'air ambiant. De plus, nous constatons que la température près de la surface de la boue est influencée par l'intensité du rayonnement solaire. En effet, à la même heure du jour, l'intensification du rayonnement solaire maximal engendre une augmentation de la température de la surface de la boue ainsi

qu'en son voisinage. Nous notons aussi que l'évolution verticale de la fraction massique est identique à celle de la température, ainsi que sa sensibilité au rayonnement solaire (figure 5.23.b).

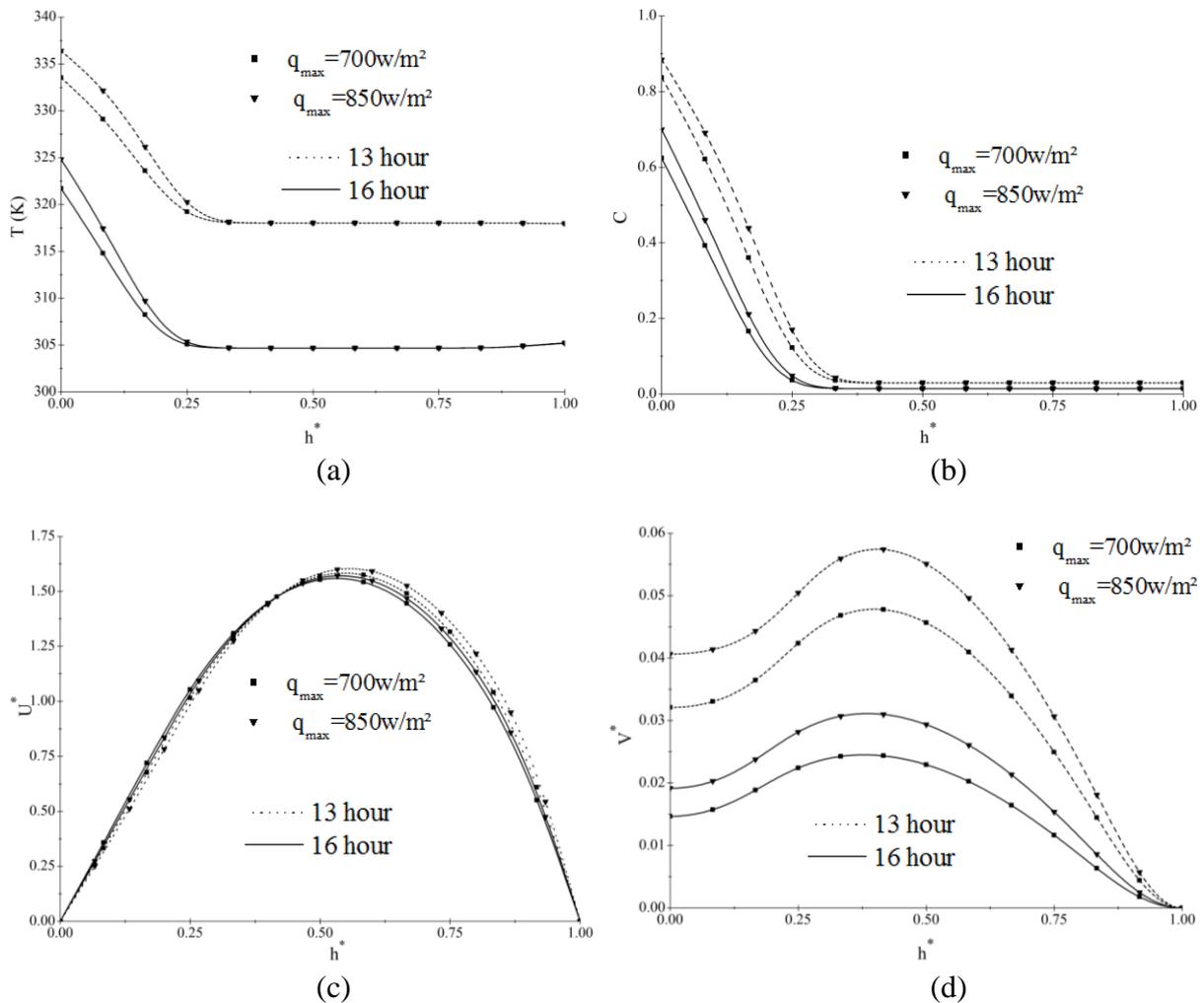


Figure 5.23: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b), de la vitesse longitudinale (c) et de la vitesse verticale (d) le long d'une coupe transversale au centre du canal.

L'intensité du rayonnement solaire a un effet incontestable sur les profils de la vitesse transversale et la vitesse longitudinale. L'augmentation du rayonnement solaire engendre une augmentation de la vitesse d'évaporation à la surface de la boue (figure 5.23.d). Cette augmentation de la vitesse d'évaporation engendre une augmentation du débit à l'intérieur du canal qui se retrouve sur le profil de la vitesse longitudinale (figure 5.23.c). Le maximum de cette vitesse est plus élevé et le profil n'est plus symétrique puisque l'évaporation ne s'effectue que du côté de la surface de la boue.

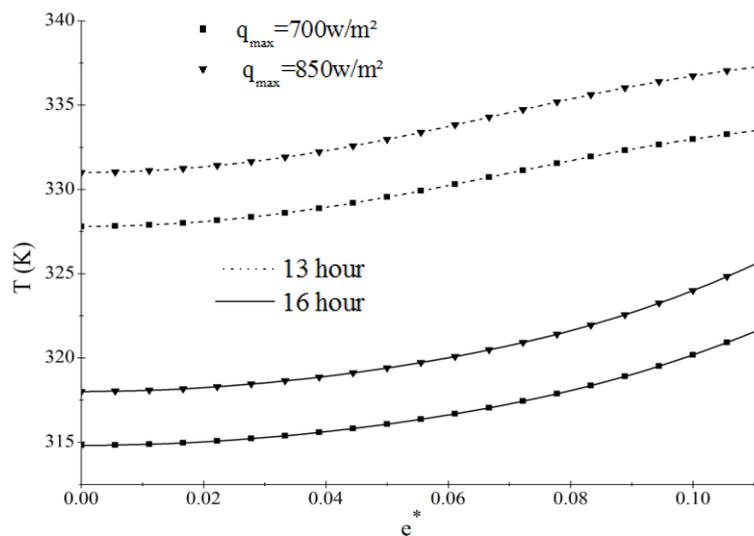


Figure 5.24 : Evolution de la température le long d'une coupe transversale au centre de la boue.

La figure 5.24 représente l'évolution de la température pour la coupe transversale. Nous constatons que l'augmentation du rayonnement solaire a le même effet que l'augmentation de la température ambiante, durant la journée, sur l'évolution de la température à l'intérieur de la boue. L'augmentation du rayonnement solaire engendre une augmentation de la température de la surface de la boue qui se propage à l'intérieur (figure 5.24).

#### 2.4.2 Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue

Nous avons tracé sur la figure 5.25 l'évolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation adimensionnelle le long de la surface de la boue pour différentes valeurs du rayonnement solaire maximal. A la surface de la boue, la température augmente continûment de l'entrée à la sortie du canal et l'augmentation du rayonnement solaire engendre évidemment une augmentation de cette température de surface (figure 5.25.a). Pour les mêmes raisons déjà citées lors de l'étude d'autres paramètres, l'évolution de la fraction massique suit celle de la température et il s'ensuit une augmentation de la vitesse d'évaporation le long de la surface de la boue.

Le nombre de Nusselt sensible représenté sur la figure 5.26.a a une évolution semblable à celle obtenue lors de l'étude de l'influence de la température ambiante. Ce nombre de Nusselt sensible a sa valeur maximale à l'entrée du canal où les gradients de température sont les plus importants et ensuite il diminue continûment jusqu'à la sortie. L'augmentation du rayonnement solaire engendre une augmentation des transferts de chaleur par mode latent et

donc également une augmentation du nombre de Nusselt latent et ce tout le long de l'interface de la boue. Le séchage de la boue est dominé par les transferts latents. Le nombre de Nusselt latent est beaucoup plus important que celui sensible. Il est le plus important à l'entrée du canal et il diminue ensuite quand on se rapproche de la sortie. L'évolution du nombre de Sherwood avec le rayonnement solaire suit celle du nombre de Nusselt sensible puisque pour l'air humide les nombres de Prandtl et de Schmidt sont sensiblement égaux.

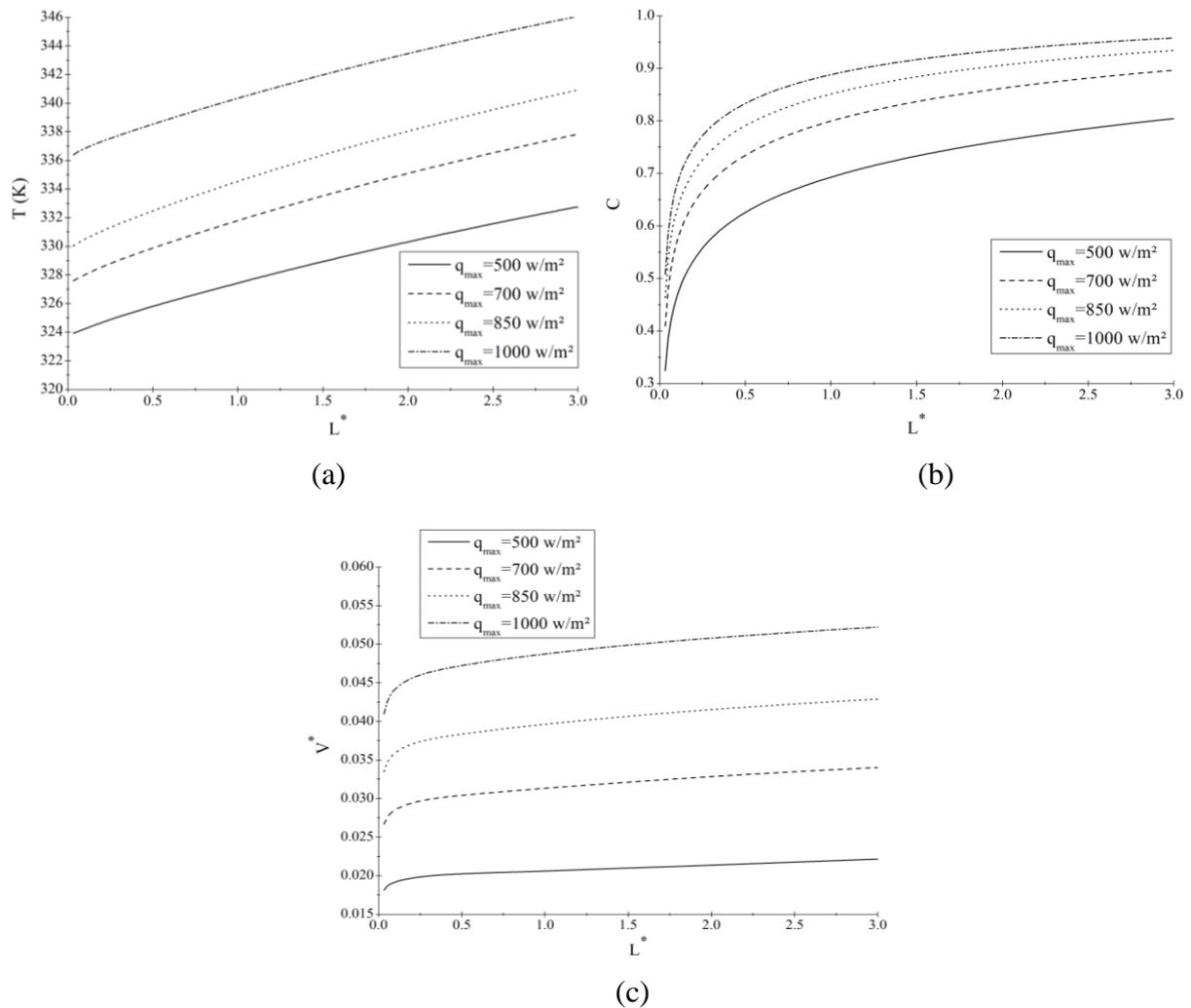


Figure 5.25: Evolution de la température (a), de la fraction massique (b) et de la vitesse d'évaporation (c) le long de la surface de la boue.

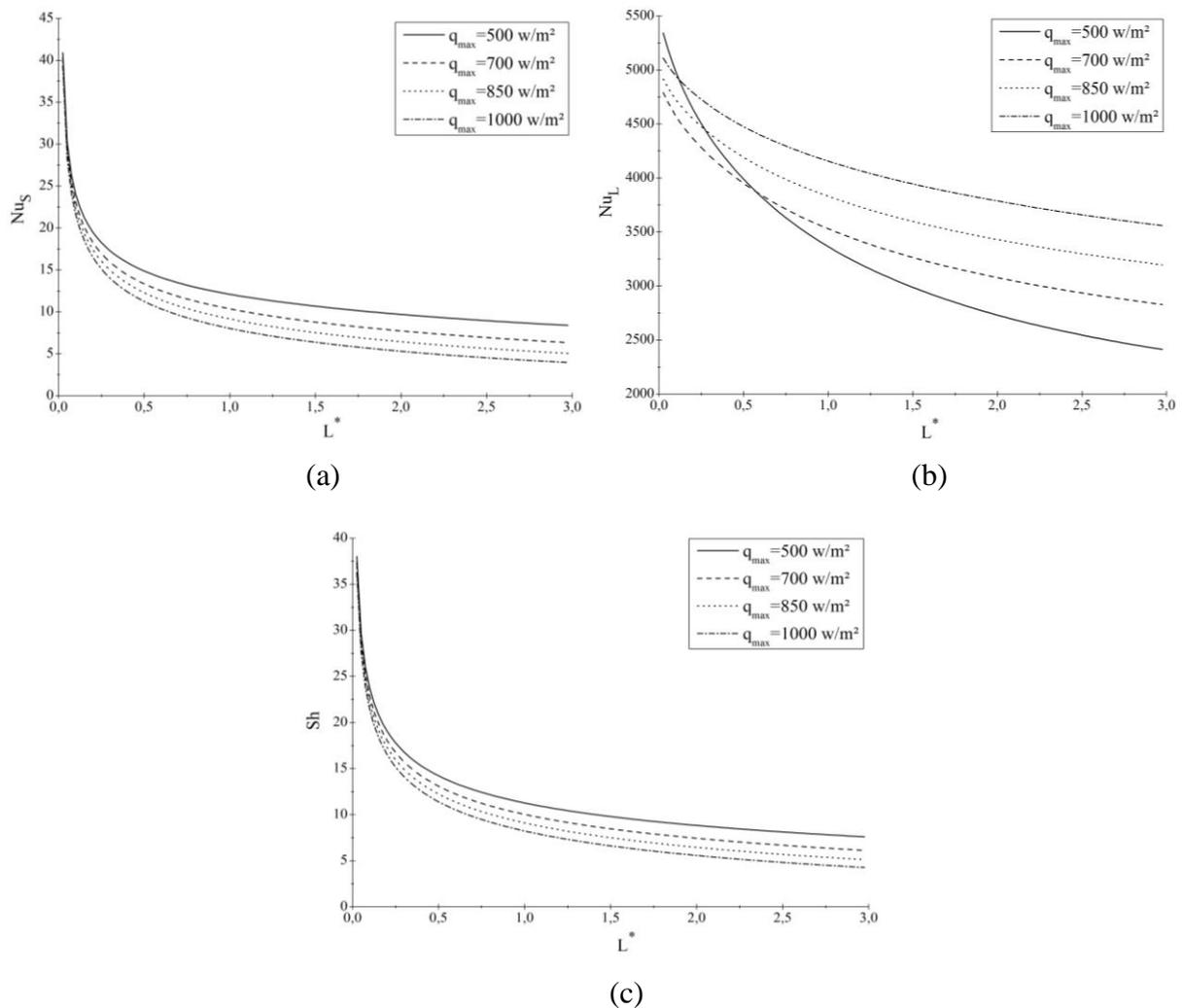


Figure 5.26: Evolution de la distribution du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood le long de l'interface boue-air.

### 2.4.3 Cinétique du séchage

Nous nous intéressons maintenant à l'effet de l'intensité du rayonnement solaire sur la cinétique de séchage. Pour ce faire, nous avons représenté sur la figure 5.27 l'évolution de la vitesse du séchage le long de la boue pour différentes valeurs d'intensité maximale du rayonnement solaire global et ce pour la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage. Comme l'on pouvait s'y attendre une augmentation du rayonnement solaire engendre une augmentation de la vitesse du séchage et ce tout le long de la boue. Avec un flux solaire modéré cette vitesse est plus importante à l'entrée du canal. Elle va diminuer dans le premier tiers du canal pour repartir à la hausse vers la sortie. Dans ce cas, le séchage est principalement dû aux transferts convectifs entre la boue et l'air ambiant. En augmentant le rayonnement solaire, le maximum de la vitesse du séchage va se trouver à la sortie du canal.

Dans ce second cas, c'est la diffusion qui domine le séchage. C'est le même comportement que celui observé sur la vitesse d'évaporation à la surface de la boue.

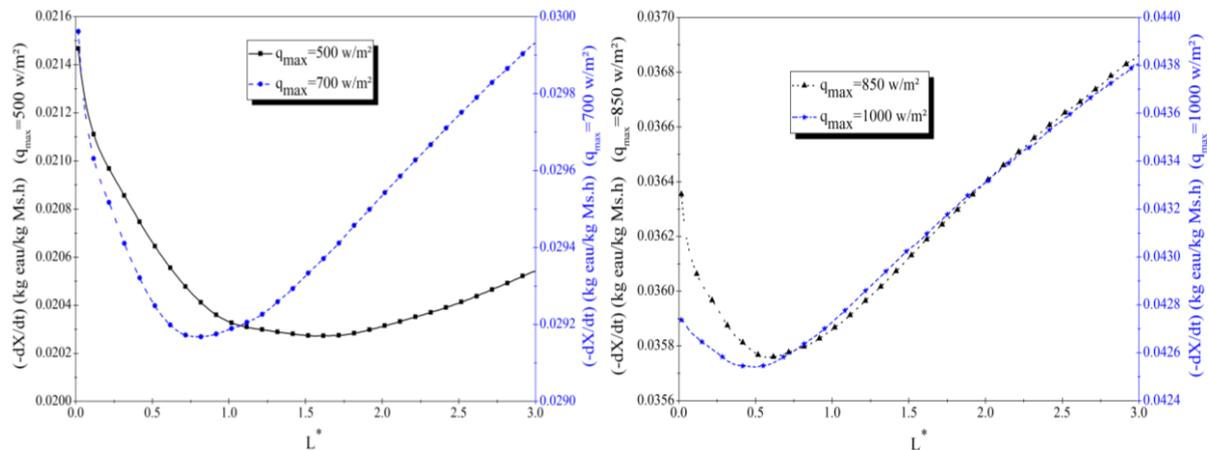


Figure 5.27: Evolution de la vitesse du séchage le long de la boue à 13 heures de la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.

L'évolution horaire, durant une journée, de la vitesse du séchage moyenne est représentée sur la figure 5.28. Nous remarquons que la vitesse du séchage suit l'évolution horaire du rayonnement solaire. Elle est maximale à 12 heures et diminue avec la diminution du rayonnement solaire. On peut voir aussi sur cette figure que même durant la nuit il y a de l'évaporation et que cette évaporation nocturne est d'autant plus élevée que le flux solaire dans la journée est important. Ceci est dû à l'inertie thermique de la boue qui la nuit reste à une température plus élevée que la température ambiante.

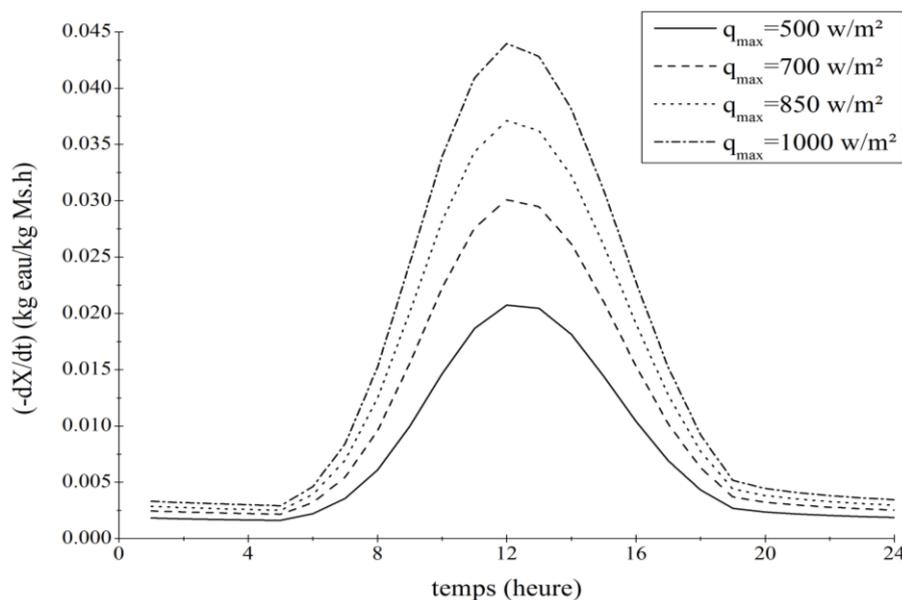


Figure 5.28: Evolution horaire de la vitesse du séchage moyenne durant la journée correspondant à la moitié de la durée de séchage.

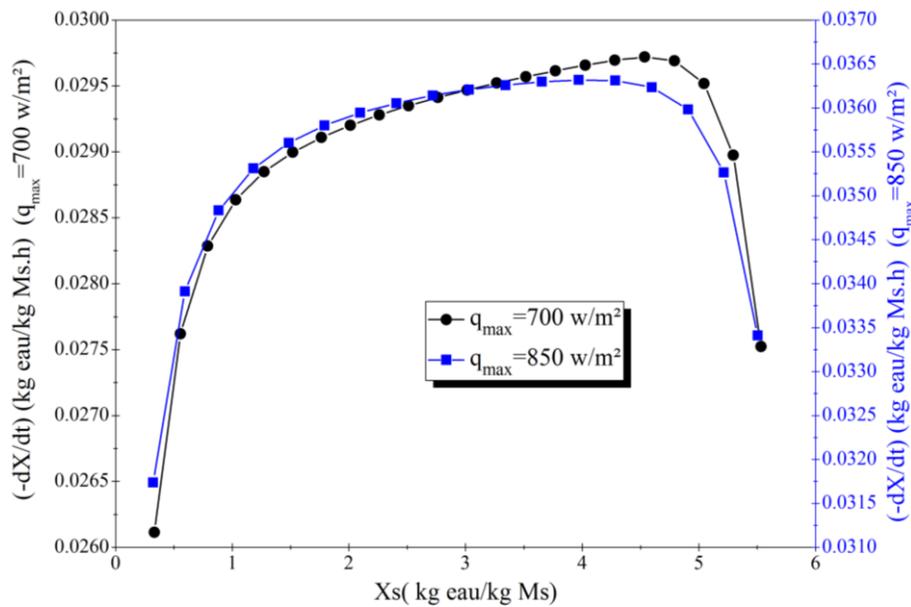


Figure 5.29: Vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche.

L'évolution de la vitesse moyenne du séchage en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche est représentée sur la figure 5.29 pour deux valeurs du rayonnement solaire maximal. Cette évolution est similaire à celle que nous avons déjà présentée pour l'étude des autres paramètres. On note que l'intensité du rayonnement solaire a une influence sur les deux premières phases du séchage où la vitesse du séchage est plus importante.

Sur le tableau V.1, nous présentons le temps du séchage de la boue en heures pour les quatre cas de rayonnement solaire maximal étudié. Comme l'on pouvait s'y attendre, l'intensité maximale du rayonnement solaire journalier a un effet indéniable sur le temps du séchage. En effet, le temps total du séchage est à peu près multiplié par deux entre le cas  $q_{max}=1000$  W/m<sup>2</sup> et le cas  $q_{max}=500$  W/m<sup>2</sup>.

Tableau V.1: Temps du séchage pour différentes valeurs du rayonnement solaire maximal.

Cas	$q_{max}=500$ W/m <sup>2</sup> .	$q_{max}=700$ W/m <sup>2</sup> .	$q_{max}=850$ W/m <sup>2</sup> .	$q_{max}=1000$ W/m <sup>2</sup> .
Temps du séchage (heures)	756	541	442	370

## 2.5. Récapitulatif de l'effet des conditions opératoires climatiques

Afin de quantifier l'effet des conditions opératoires climatiques (rayonnement solaire, température ambiante, humidité de l'air ambiant et nombre de Reynolds) sur l'évolution de la vitesse de séchage, nous avons fait appel à une méthode nommée 'One-Factor-At-A-Time-method'. Elle est bien décrite par Saltelli et al. [51]. Elle consiste à faire varier le paramètre étudié de  $\pm 10\%$  autour d'une valeur donnée. La modification de la variable par  $+10\%$  et  $-10\%$  produit deux valeurs du débit d'eau évaporée. La comparaison de ces valeurs avec le débit évaporé obtenu pour l'essai de base permet de déterminer le pourcentage de variation. Le résultat retenu sera celui qui donne la plus grande variation entre le paramètre donné et ceux de  $\pm 10\%$ .

La quantification se fait par la comparaison de deux variables, qui sont la variation en pourcentage et l'Indice de Sensibilité (IS). Ces deux paramètres sont définis comme suit :

$$\text{Variation (\%)} = \left| \frac{R_{\mp} - R_b}{R_b} \right| \times 100$$

$$\text{IS} = \frac{\frac{R_{\mp} - R_b}{R_{\text{moy}}}}{\frac{E_{\mp} - E_b}{E_{\text{moy}}}}$$

Avec :

$E_b$  le paramètre d'entrée de l'essai de base

$R_b$  le résultat relatif à l'essai de base

$E_{\mp}$  le paramètre d'entrée de teste  $+10\%$  ou  $-10\%$

$R_{\mp}$  le résultat correspondant à  $E_{\mp}$

$E_{\text{moy}}$  et  $S_{\text{moy}}$  sont respectivement, les moyennes entre  $E_b$  et  $E_{\mp}$  et  $R_b$  et  $R_{\mp}$

L'indice de sensibilité peut être positif ou négatif. Il est négatif lorsque la variation du paramètre de contrôle et l'évolution de la vitesse du séchage s'oppose. Une valeur positive veut dire que la vitesse du séchage varie dans le même sens que le paramètre opératoire. Une

valeur égale à l'unité veut dire que la variation du paramètre opératoire et celle de la vitesse du séchage sont proportionnelles.

L'essai de base est défini par les conditions opératoires suivantes (tableau V.2) :

*Tableur V.2 : Conditions opératoires climatique de l'essai de base.*

Paramètres	Valeur
Rayonnement solaire maximal (W/m <sup>2</sup> )	700
Température ambiante maximale (°C)	45
Humidité ambiante (%)	50
Nombre de Reynolds	1000

Le tableau V.3 présente l'effet des conditions climatiques opératoires en calculant le pourcentage de variation et l'indice de sensibilité. Nous constatons que le rayonnement solaire à l'effet le plus important sur le débit évaporé et donc sur la vitesse de séchage. Sa variation est de l'ordre de 9.86% et son indice de sensibilité est égale à 0.986 pour une variation du Rayonnement solaire de 10%. Le deuxième paramètre qui influe sur la vitesse du séchage est la température ambiante. Son pourcentage de variation est de l'ordre de 3.65 et son indice de sensibilité est égal à 0.376. Le paramètre qui agit le moins sur la vitesse du séchage est le nombre de Reynolds. Autrement dit, la vitesse de l'air ambiant. Dans la gamme du nombre de Reynolds étudié, le pourcentage de variation est égal à 1.02 % et l'indice de sensibilité est de l'ordre de 0.097. Concernant l'effet de l'humidité relative, nous remarquons que l'ordre de grandeur du pourcentage de variation est le même que pour le nombre de Reynolds. Pour l'indice de variation, nous constatons qu'il est de signe négatif ce qui signifie qu'une augmentation de l'humidité relative engendre une diminution de la vitesse de séchage. Sa valeur est égale à -0.103.

Le calcul du pourcentage de variation et de l'indice de sensibilité est fait par des résultats obtenus pour la première journée de séchage. Toutefois, les résultats d'une analyse de sensibilité doivent être manipulés avec beaucoup de précision et de précaution. En effet, la sensibilité ne dépend pas des conditions opératoires seulement mais plutôt de la période choisie et des processus internes affectés par ces conditions opératoires.

Tableau V.3 : Variation et indice de sensibilité

Rayonnement solaire maximal (W/m <sup>2</sup> )	Température ambiante (°C)	Humidité ambiante (%)	Nombre de Reynolds	Débit évaporé (kg eau/h)	Variation (%)	Indice de Sensibilité
<b>630</b>	45	50	1000	1.121	9.86	0.986
<b>700</b>	45	50	1000	1.241		
<b>770</b>	45	50	1000	1.364		
700	<b>40.5</b>	50	1000	1.196	3.65	0.376
700	<b>45</b>	50	1000	1.241		
700	<b>49.5</b>	50	1000	1.287		
700	45	<b>45</b>	1000	1.255	1.09	-0.103
700	45	<b>50</b>	1000	1.241		
700	45	<b>55</b>	1000	1.228		
700	45	50	<b>900</b>	1.229	1.02	0.097

700	45	50	<b>1000</b>	1.241		
700	45	50	<b>1100</b>	1.253		

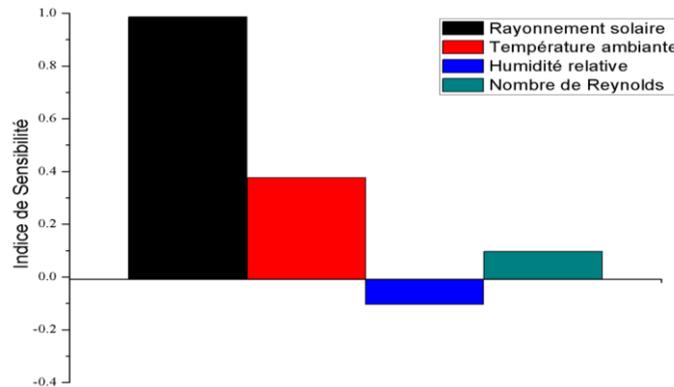


Diagramme 1 : indice de sensibilité en fonction des paramètres climatiques.

## B. Effet des paramètres relatifs à la boue

### 2.6. Influence de la teneur en eau de la boue

En fonction du degré de traitement que subissent les boues avant le processus de séchage, elles peuvent être liquides, pâteuses ou solides. Généralement, pour les stations d'épuration de taille moyenne, elles sont de formes liquides ou pâteuses avec une siccité qui varie entre 3 et 25%. Donc, dans ce paragraphe nous allons étudier l'effet de la teneur en eau d'une boue résiduaire urbaine sur les différents modes de transfert ainsi que sur la cinétique de séchage. Selon la nature de la boue, deux valeurs de la teneur en eau en base humide ont été étudiées qui sont 85 et 95%.

Afin de caractériser chaque type de boues, nous allons utiliser comme approximation la pondération suivante [52] :

$$\rho = 1 / \left[ (1 - S) / 1000 + S * F_v / \rho_{fv} + S * (1 - F_v) / \rho_{fm} \right]$$

Avec  $F_v$  la fraction volatile (appelée aussi fraction organique, pour une boue résiduaire urbaine nous considérons une valeur de 0.72),  $S$  est la siccité de la boue,  $\rho_{fv}$  et  $\rho_{fm}$  sont respectivement la masse volumique de la fraction organique et la masse volumique de la

fraction de matière minérale.  $\rho_{fv}$  varie entre 900 et 1200 kg/m<sup>3</sup> et  $\rho_{fm}$  varie entre 2300 et 2700 kg/m<sup>3</sup>.

### 2.6.1 Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue

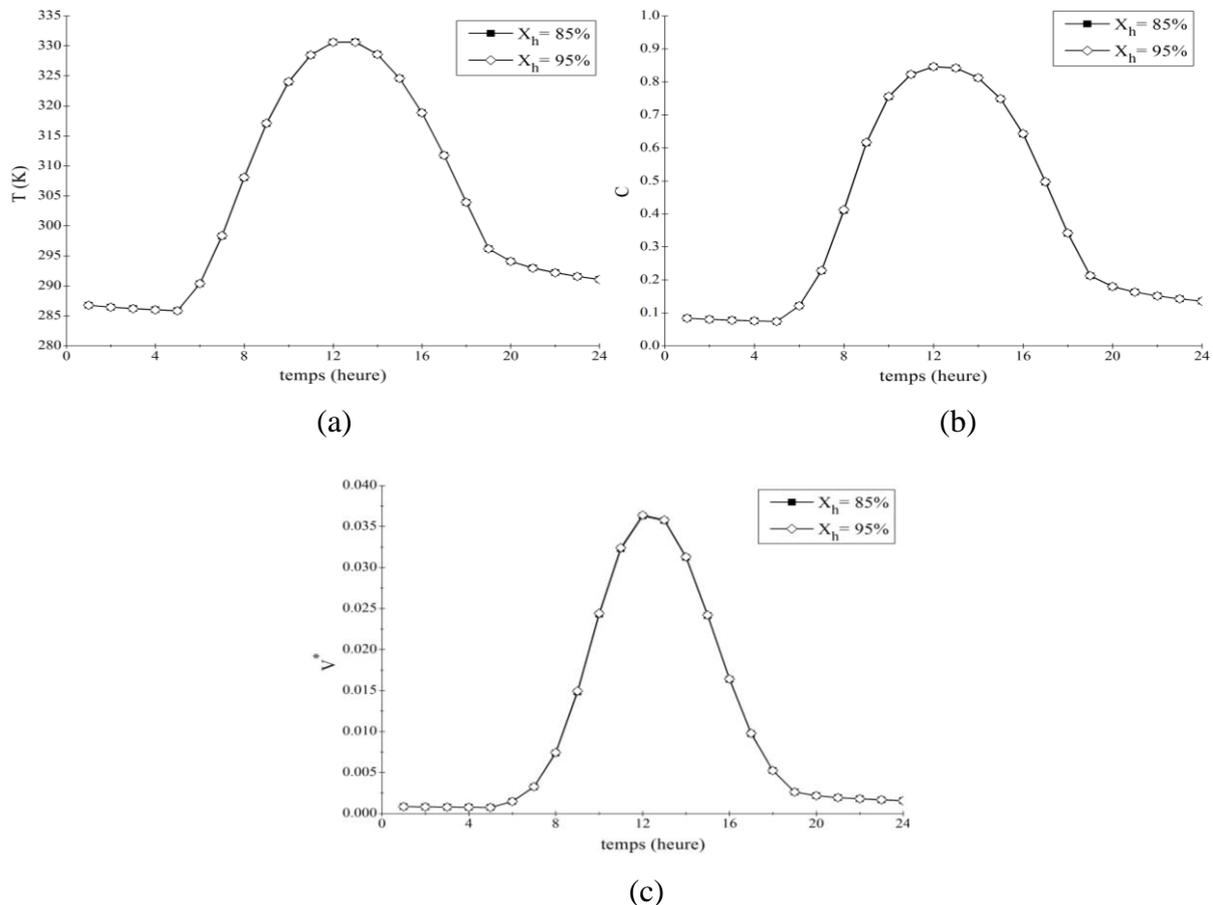


Figure 5.30 : Evolution horaire de la température moyenne (a), de la fraction massique moyenne (b) et de la vitesse d'évaporation moyenne (c) en fonction de la teneur en eau.

Sur la figure 5.30, nous avons représenté l'évolution de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation moyennées le long de la surface de la boue durant la première journée du séchage et en fonction de deux valeurs de la teneur en eau. Comme nous l'avons dit auparavant, l'apparition du rayonnement solaire se traduit par une élévation de la température de la boue qui croît proportionnellement à l'intensité du rayonnement solaire. Cette augmentation de température fait augmenter la fraction massique de la vapeur d'eau à la surface de la boue (figure 5.30.b) et il s'ensuit une augmentation de la vitesse d'évaporation (figure 5.30.c). Elles sont à leurs maximums à 12 heures et diminuent ensuite sous l'effet de la diminution de l'intensité du rayonnement. Concernant l'effet de la teneur en eau d'une boue de nature résiduaire urbaine sur l'évolution horaire de la température, de la fraction massique

et de la vitesse d'évaporation, nous constatons qu'il est insignifiant. En effet, en passant d'une boue ayant une teneur en eau en base humide égale à 85% à une autre ayant une teneur en eau égale à 95%. Nous ne remarquons aucune variation dans les évolutions de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation.

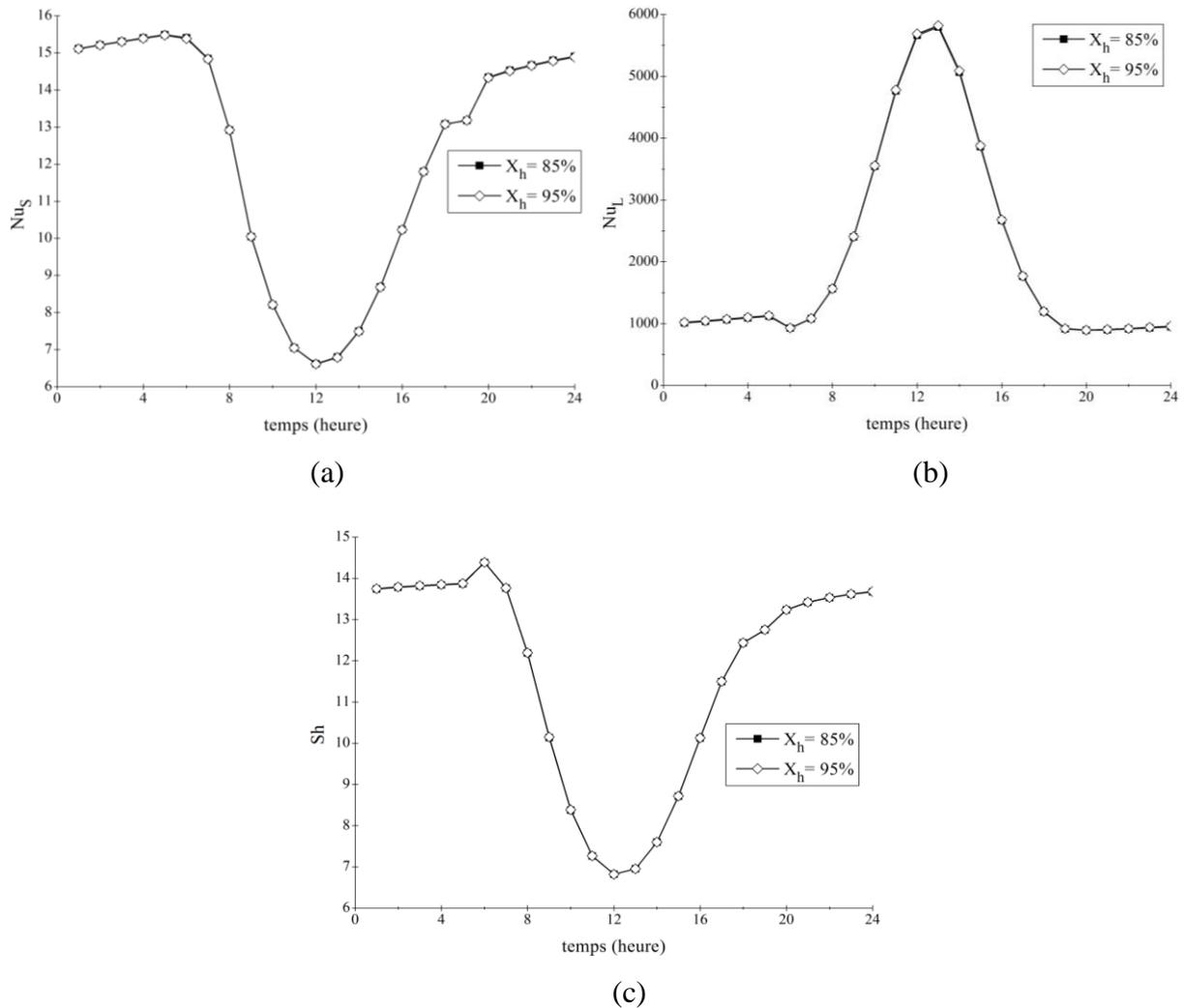


Figure 5.31 : Evolution horaire du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood (c) en fonction de la teneur en eau.

Afin de mieux comprendre les différents transferts qui ont lieu à l'interface boue-air asséchant, nous avons représenté sur la figure 5.31 l'évolution horaire du nombre de Nusselt sensible, du nombre de Nusselt latent et du nombre de Sherwood au cours du temps et pour deux valeurs de la teneur en eau. Comme nous l'avons remarqué sur la figure précédente, l'effet de la teneur en eau sur les différents transferts, est négligeable. En effet, l'évolution horaire des nombres de Nusselt et du nombre de Sherwood sont superposées pour les deux valeurs de la teneur en eau. Nous pouvons voir sur ces courbes que les nombres de Nusselt

sensible et de Sherwood sont au minimum à 12 heures. Cela vient du fait qu'à cette heure, la température et la fraction massique à la surface de la boue sont au maximum. Il s'ensuit que les différences de température et de fraction massique entre la surface et l'écoulement sont maximales également. Le nombre de Nusselt latent par contre lui est maximal à 12 heures. Cette évolution vient du fait qu'à cette heure la vitesse d'évaporation est optimale.

En comparant les valeurs des deux nombres de Nusselt, nous pouvons dire que la grande partie de la chaleur, qui arrive au niveau de la surface de la boue, servira à l'évaporation vue les valeurs très importantes du nombre de Nusselt latent. Durant la période nocturne, les nombres de Nusselt et de Sherwood prennent des valeurs sensiblement constantes.

### 2.6.2 Cinétique du séchage

La variation de la teneur en eau de la boue engendre évidemment une variation de la masse sèche. En effet, pour la teneur en eau en base humide égale à 85%, la masse sèche de la boue est égale à 181.44 kg alors qu'elle est égale à 60.48 kg pour une boue ayant la teneur en eau égale à 95%. Quant à la teneur en eau en base sèche, elle est égale à  $X_s = 5.66$  kg eau/kg Ms pour le premier cas et  $X_s = 19$  kg eau/kg Ms pour le deuxième cas.

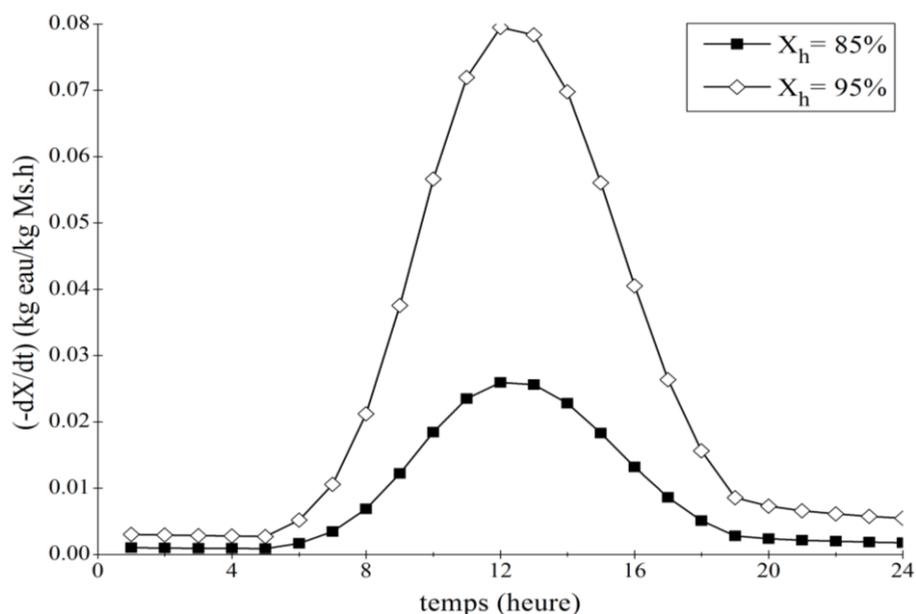


Figure 5.32 : Evolution horaire de la vitesse du séchage moyenne en fonction de la teneur en eau de la boue.

Sur la figure 5.32, nous avons représenté l'évolution horaire de la vitesse du séchage moyenne pour les deux cas de la teneur en eau durant la première journée de séchage. Pareil à la vitesse d'évaporation, la vitesse du séchage suit dans son évolution celle du rayonnement

solaire. Quant à l'effet de la teneur en eau de la boue sur la vitesse de séchage, nous remarquons qu'une augmentation de la teneur en eau engendre une accélération de la vitesse de séchage, cela est dû à la masse sèche de la boue qui diminue avec l'augmentation de la teneur en eau.

Sur la figure 5.33, nous avons présenté l'évolution de la vitesse du séchage moyenne durant le processus du séchage pour les deux valeurs de la teneur en eau. Il est clair que durant le processus du séchage, la vitesse moyenne du séchage est toujours plus importante dans le cas où la teneur en eau est la plus grande. On observe aussi que pour  $X_h = 85\%$  le temps du séchage est plus court que celui pour  $X_h = 95\%$ , il est égale à 24 jours alors que le deuxième est égale à 26 jours. Cela est dû à la quantité d'eau à extraire qui est plus importante dans le deuxième cas alors que les conditions ambiantes sont les mêmes.

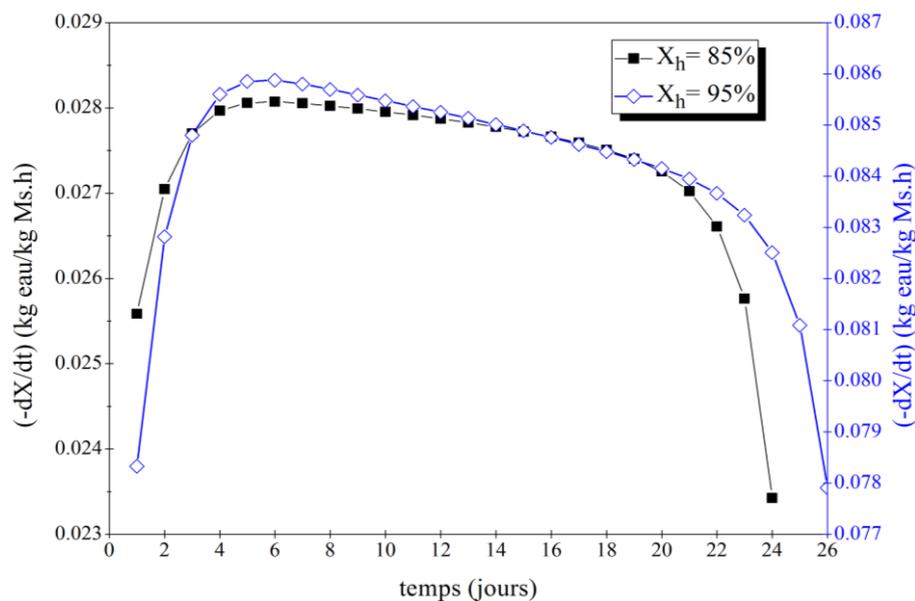


Figure 5.33 : Evolution de la vitesse du séchage moyenne durant le processus de séchage.

## 2.7. Influence de l'épaisseur de la boue

Afin d'étudier l'effet de l'épaisseur de la couche de la boue sur les différents types de transferts ainsi que sur la cinétique de séchage, nous avons mené des simulations pour deux cas :  $e = 10$  cm et  $e = 20$  cm. Le nombre de Reynolds, le rayonnement solaire maximal et l'humidité relative ambiante sont, respectivement, égaux à  $Re = 1000$ ,  $q_{max} = 850$  W/m<sup>2</sup> et  $Hr = 50\%$ . Concernant la température ambiante, la valeur minimale et la valeur maximale sont respectivement,  $T_{0\ min} = 15$  °C et  $T_{0\ max} = 35$  °C.

2.7.1 Transferts thermiques et massiques le long de la surface de la boue

Sur la figure 5.34.a, nous avons représenté l'évolution de la température de la surface de la boue en fonction de son épaisseur. Nous constatons qu'une augmentation de l'épaisseur de la couche de la boue engendre une légère diminution de la température de la surface de la boue. Cette diminution est plus remarquable lorsque le rayonnement solaire est à son maximum. En effet suite à la diminution de l'épaisseur de la boue, l'augmentation de la température de l'intérieur de la boue prend moins de temps et par la suite, l'échange entre la surface de la boue et son intérieur est moins important, ce qui se traduit par une augmentation de la température de la surface.

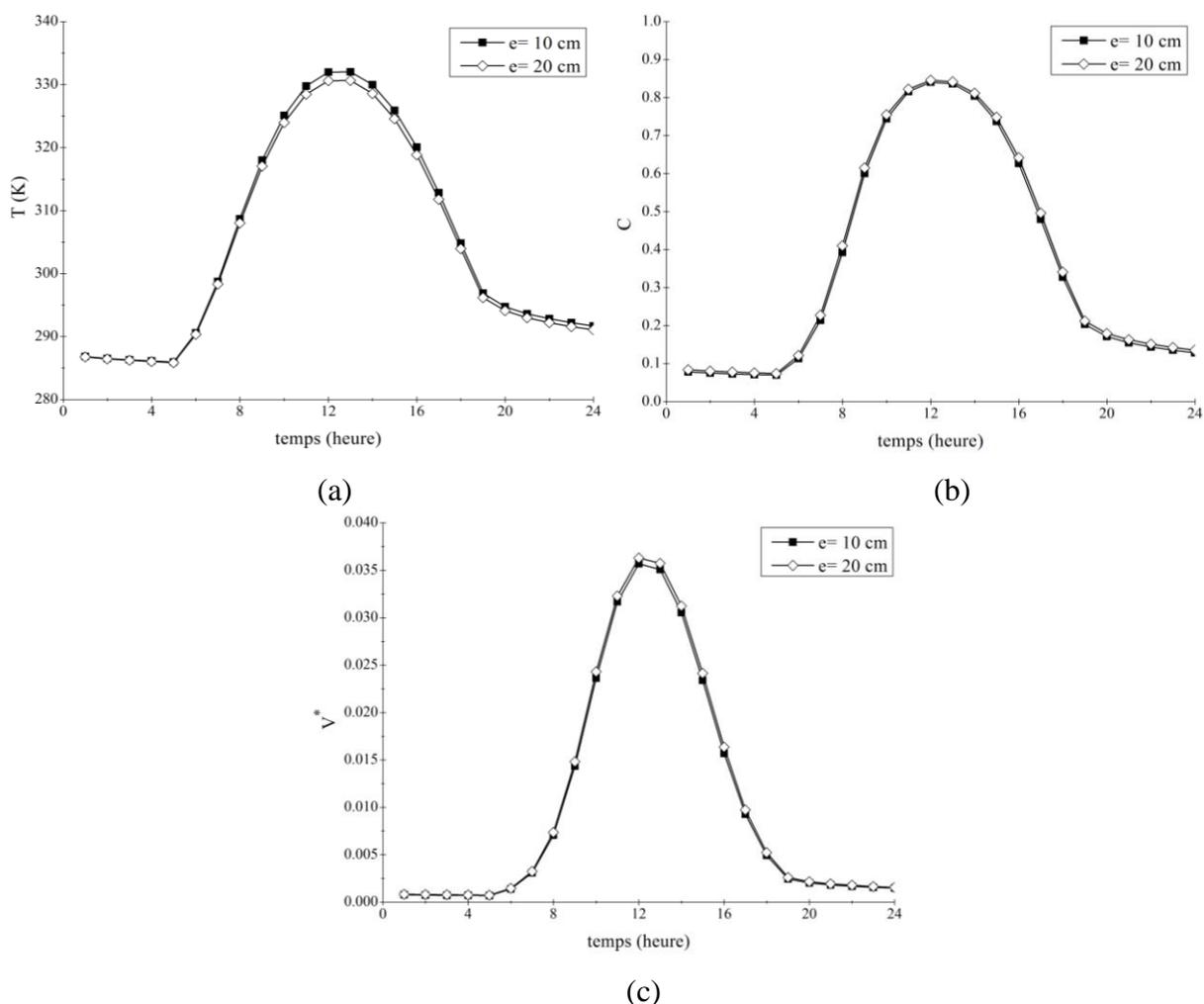


Figure 5.34 : Evolution horaire de la température moyenne (a), de la fraction massique moyenne (b) et de la vitesse d'évaporation moyenne (c) en fonction de l'épaisseur de la boue.

Quoique la température de la surface de la boue soit plus signifiante dans le cas où l'épaisseur est plus importante, la fraction massique ne l'est pas. Elle est légèrement importante pour le cas où l'épaisseur est la plus grande (figure 5.34 b), de la même façon, la

vitesse suit l'évolution de la fraction massique. En effet, l'augmentation de la fraction massique avec l'épaisseur de la boue engendre une légère augmentation de la vitesse d'évaporation à la surface de la boue (figure 5.34.c).

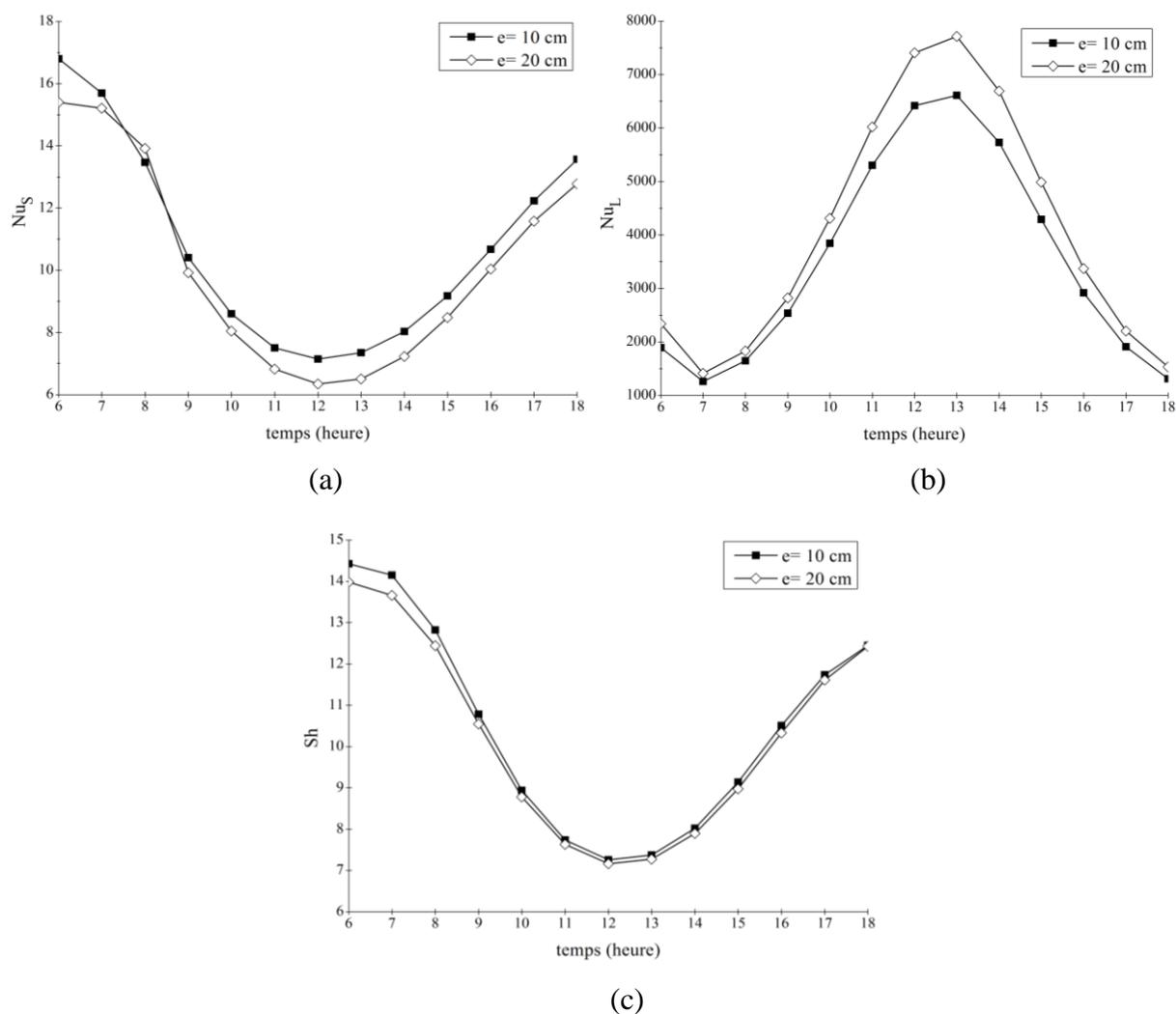


Figure 5.35 : Evolution horaire du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood (c) en fonction de l'épaisseur de la boue.

Après la présentation de la température, de la fraction massique et de la vitesse d'évaporation à la surface de la boue, nous présentons, maintenant sur la figure 5.35, l'évolution du nombre de Nusselt sensible, du nombre de Nusselt Latent et du nombre de Sherwood le long de l'interface boue-air ambiant. Nous nous limitons à la présentation du comportement durant la période d'ensoleillement. Nous constatons que la diminution de l'épaisseur de la couche de la boue engendre une augmentation du nombre de Nusselt sensible et du nombre de Sherwood alors que le nombre de Nusselt latent subit une diminution.

En effet, l'augmentation de la température de la surface de la boue avec la diminution de son épaisseur engendre une diminution de la valeur du nombre de Nusselt sensible. En revanche, l'augmentation de l'épaisseur de la boue engendre une augmentation de la fraction massique à la surface et donc de son gradient ce qui augmente la valeur du nombre de Nusselt latent. Comme nous l'avons dit auparavant, le nombre de Sherwood suit le nombre de Nusselt sensible dans son évolution.

### 2.7.2 Cinétique du séchage

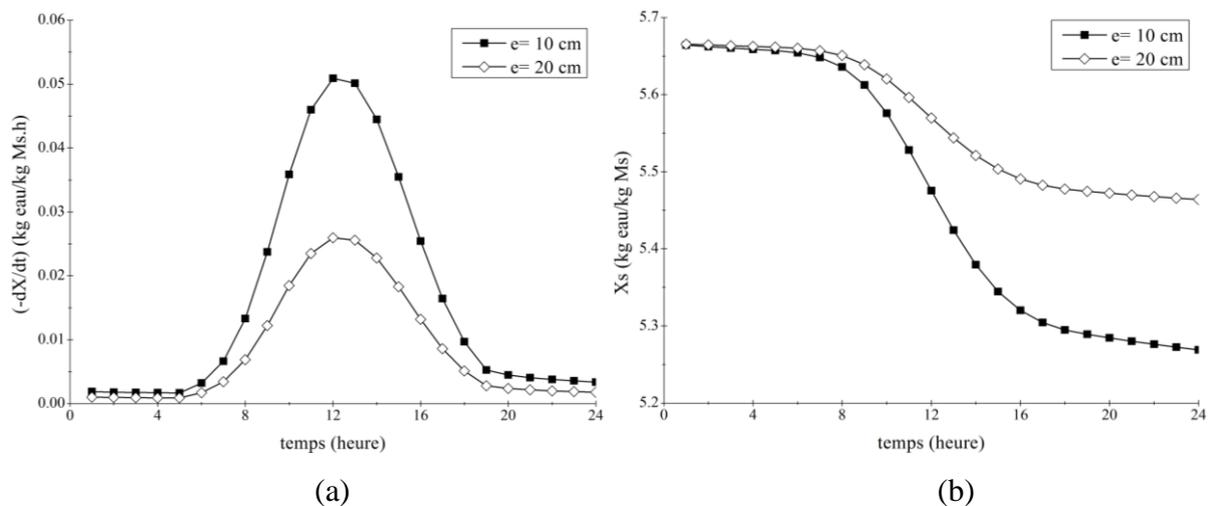


Figure 5.36 : Evolution horaire de la vitesse moyenne du séchage (a) et de la teneur en eau moyenne (b) en fonction de l'épaisseur de la boue.

La figure 5.36 donne l'évolution de la vitesse moyenne du séchage et l'évolution de la teneur en eau moyenne durant une journée du séchage pour les cas étudiés. Selon ces évolutions, nous constatons que la vitesse moyenne du séchage est plus importante dans le cas où l'épaisseur de la couche de la boue est la plus faible par la suite la teneur en eau moyenne pour ce cas se trouve moins importante. Cela vient, notamment, de la définition de la vitesse du séchage qui dépend de la masse de la matière sèche, qui est plus importante dans le cas où la couche poreuse y est.

Tableau V.4 : Variation du temps du séchage en fonction de l'épaisseur de la boue

cas	$e = 10$ cm	$e = 20$ cm
Temps du séchage (heures)	299	566

Nous avons reporté, dans le tableau V.4, le temps du séchage pour les deux épaisseurs de boue étudiées. Comme l'on pouvait s'y attendre, plus l'épaisseur de la boue est importante et plus la durée du séchage va être longue.

### **3. Etude du séchage solaire des boues des stations d'épuration dans la région de Tataouine**

Dans cette partie, nous étudions le séchage sous serre solaire des boues des stations d'épuration avec des conditions climatiques réelles. En effet, les conditions météorologiques sont relatives à la région de Tataouine dans le sud de la Tunisie. La station météorologique est installée dans un lieu dont les coordonnées sont les suivantes : latitude de  $32^{\circ}58'26,76''$ N, longitude de  $10^{\circ}29'6,47''$ E et altitude de 210 m (amsl). Les données sont enregistrées tous les jours et à chaque heure. Les données météorologiques qui nous intéressent sont le rayonnement global et la température de l'air ambiant.

Ces données météorologiques ont subi un traitement statistique afin de déterminer la journée type de chaque mois. En effet, nous avons utilisé le modèle de Liu et Jordan [53]. Ce modèle consiste à estimer la variation mensuelle des données météorologiques par une journée représentative où tous les jours du mois sont identiques à cette journée [54,55].

Le traitement des données enregistrées à l'aide de la station météorologique nous donne les évolutions horaires du rayonnement solaire ainsi que de la température ambiante pour la journée type de chaque mois. Ces résultats sont illustrés en annexe B.

#### **3.1. Etude des transferts**

Afin de quantifier les différents modes de transferts en fonction de la journée type de chaque mois, nous avons représenté sur la figure 5.37 l'évolution du nombre de Nusselt sensible, du nombre de Nusselt latent et du nombre de Sherwood le long de l'interface boue-air à 13 heures de chaque journée type. Nous nous sommes limités à la présentation d'un seul mois pour chaque saison. En effet, le mois de janvier représente la période hivernale, le mois d'avril représente la saison printanière, le mois de juillet indique la période estivale et octobre représente la saison automnale. On remarque sur ces figures que plus le rayonnement solaire et la température ambiante sont importants et plus le nombre de Nusselt latent est important. Cela s'explique par le fait que plus les conditions climatiques sont optimales et que

l'évaporation est importante. Ces résultats confirment ce que nous avons trouvé lors de l'étude paramétrique dans les paragraphes précédents.

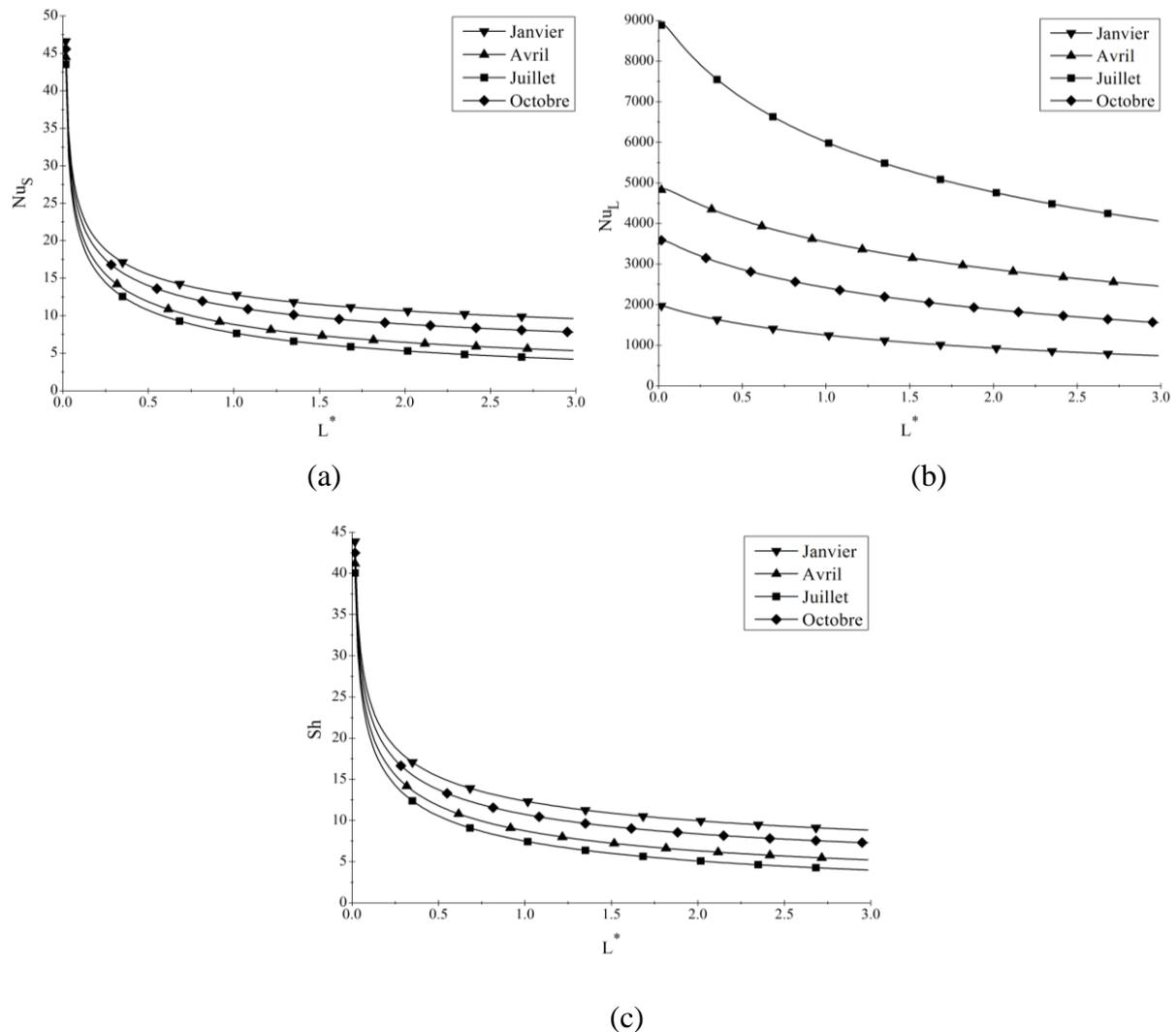


Figure 5.37 : Evolution du nombre de Nusselt sensible (a), du nombre de Nusselt latent (b) et du nombre de Sherwood (c) à 13 heures de la journée type de chaque mois.

### 3.2. Etude de la cinétique

Nous présentons sur la figure 5.38 l'évolution horaire du débit d'eau évaporée durant la journée type de chaque mois. Elle montre en premier lieu, ce qui était prévisible, que le débit d'eau évaporée est au maximum pendant le mois de juillet, qui correspond à la période d'été, et au minimum en de janvier qui est représentatif de la saison d'hiver. La quantité évaporée durant la journée type du mois de janvier est égale à 1.49 litre/jour/m<sup>2</sup>. Elle augmente en avril pour être égale à 4.69 litre/jour/m<sup>2</sup>. Par la suite, elle atteint son maximum en juillet, 6.63

litre/jour/m<sup>2</sup>, pour diminuer de nouveau pendant le mois d'octobre et atteindre 2.80 litre/jour/m<sup>2</sup>.

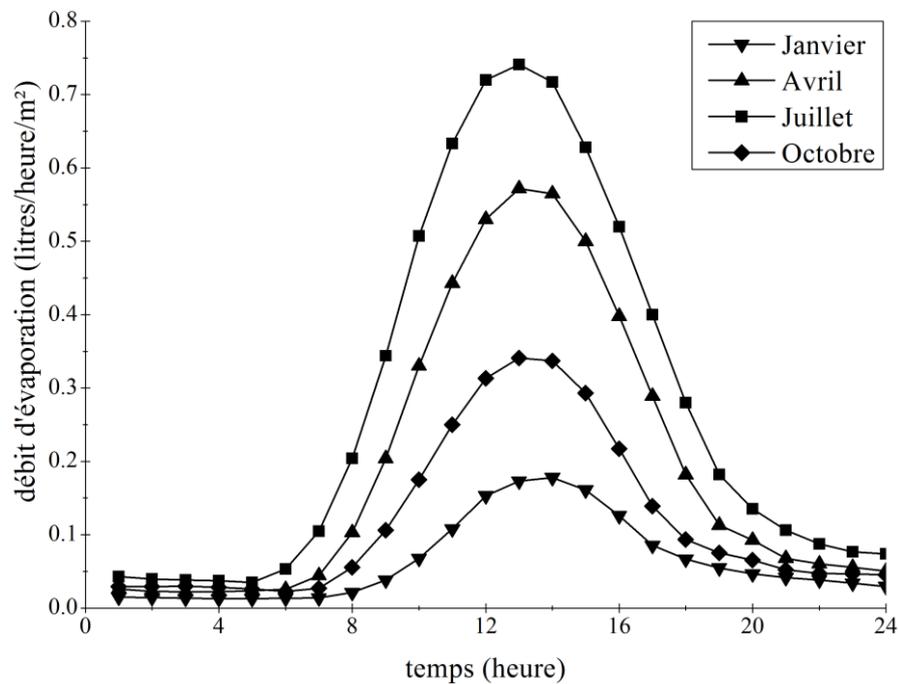


Figure 5.38 : Evolution horaire du débit évaporé durant la journée type de chaque mois.

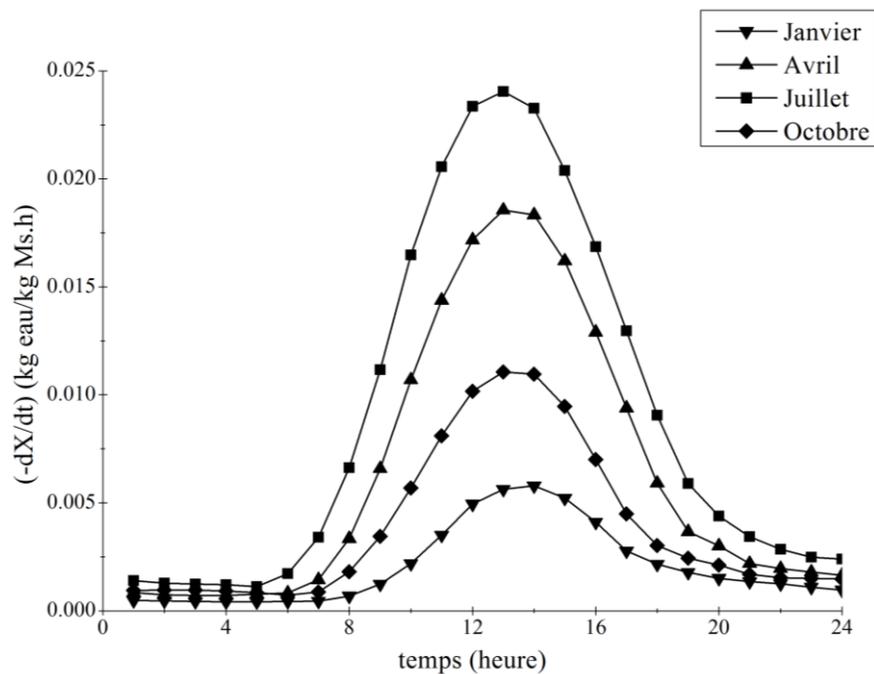


Figure 5.39 : Vitesse moyenne du séchage durant la journée type de chaque mois.

Comme illustré par la figure 5.39, la période du séchage influence directement la cinétique. En effet, comme le débit d'évaporation, on constate un net abaissement de la vitesse du

séchage durant la période hivernale. Cette vitesse augmente et atteint une évolution maximale durant l'été. Son évolution est identique à celle du rayonnement solaire. Elle s'accélère avec son apparition et diminue vers une valeur sensiblement constante durant la période nocturne.

### 3.3. Etude du rendement

Pour être objectif dans notre étude nous, devons déterminer le rendement du séchoir pour les 12 jours caractéristiques de l'année. En effet, cette étude nous permet de montrer les périodes de rentabilité optimales du séchage. Pour caractériser les performances thermiques de notre système de séchage, nous définissons la relation suivante :

$$\eta = \frac{Q_{\text{évap}}}{Q_{\text{utile}}}$$

$Q_{\text{évap}}$  est l'énergie utilisée pour l'évaporation et  $Q_{\text{utile}}$  est l'énergie solaire utile arrivant à la surface de la boue. Elles sont définies, respectivement, par les relations suivantes :

$$Q_{\text{évap}} = 3600 \times Ms \times L_v \left( \frac{dX}{dt} \right)_t$$

$$Q_{\text{utile}} = Q_{\text{évap}} + Q_{\text{boue}} + Q_{\text{air}}$$

Où  $Q_{\text{air}}$  et  $Q_{\text{boue}}$  sont, respectivement, l'énergie échangée par convection avec l'air et par conduction avec la boue.

Tableau V.5 : Rendement du séchoir solaire pour les 12 journées types.

Mois	énergie solaire disponible (kW.h/m <sup>2</sup> .Jour)	énergie solaire utile (kW.h/m <sup>2</sup> .Jour)	énergie d'évaporation (kW.h/m <sup>2</sup> .Jour)	rendement du séchoir (%)
1	3.263	2.629	1.225	46.60
2	3.818	3.186	1.707	53.58
3	5.170	4.180	2.494	59.66
4	6.328	4.816	3.286	68.24

<b>5</b>	<b>7.061</b>	<b>5.665</b>	<b>4.116</b>	<b>72.64</b>
<b>6</b>	<b>7.687</b>	<b>6.087</b>	<b>4.794</b>	<b>78.76</b>
<b>7</b>	<b>7.795</b>	<b>6.442</b>	<b>5.097</b>	<b>79.12</b>
<b>8</b>	<b>6.946</b>	<b>5.883</b>	<b>4.565</b>	<b>77.60</b>
<b>9</b>	<b>5.926</b>	<b>4.805</b>	<b>3.638</b>	<b>75.71</b>
<b>10</b>	<b>4.004</b>	<b>2.925</b>	<b>1.691</b>	<b>57.83</b>
<b>11</b>	<b>3.365</b>	<b>2.436</b>	<b>1.271</b>	<b>52.20</b>
<b>12</b>	<b>3.360</b>	<b>2.395</b>	<b>1.233</b>	<b>51.48</b>

Sur le tableau V.5, nous avons représenté l'énergie disponible, l'énergie utile et l'énergie utilisée pour l'évaporation ainsi que le rendement énergétique du séchoir en fonction de la journée type de chaque mois. Nous constatons que l'énergie solaire disponible est à son maximum durant la période estivale, plus précisément au mois de juillet où elle est proche de 8 kW.h/m<sup>2</sup>.jour, alors que le minimum est obtenu durant la période hivernale où sa valeur moyenne n'excède pas 3.5 kW.h/m<sup>2</sup>.jour. Cela est dû aux conditions climatiques et à la durée d'ensoleillement dans la région de Tataouine qui sont optimales en été. Nous remarquons aussi que l'évolution de l'énergie solaire utile et l'évolution de l'énergie utilisée pour l'évaporation, quelque soit le mois, suivent celle de l'énergie solaire disponible. Elles présentent une allure parabolique avec un maximum enregistré aux alentours du mois de juillet. Quant au rendement solaire de la serre, la valeur maximale est aussi, obtenue pendant les jours d'été. En effet, durant cette période, comme nous l'avons montré sur la figure 6.38, le débit d'eau évaporée augmente sous l'effet des conditions météorologiques et il s'ensuit une augmentation du rendement du séchage.

# **Conclusion Générale et Perspectives**

Le séchage des boues constitue une étape essentielle après tout une procédure de traitement des eaux usées, tant en amont de la valorisation thermique que de la valorisation agricole qui resteront les deux principales filières d'utilisation du produit séché. Le principal acquis de ce travail est la mise au point d'un modèle mathématique du séchage bidimensionnel des boues d'épuration facilitant l'étude du fonctionnement des serres solaires.

Le travail présenté dans le cadre de cette thèse est relatif à l'étude numérique du séchage solaire des boues d'épuration. Le système physique étudié est constitué d'une serre agricole de forme rectangulaire dont la couverture est transparente au rayonnement solaire et la boue, répartie tout le long, est assimilée à un matériau poreux. L'écoulement externe est laminaire forcé de forme parabolique et pénètre le canal avec une vitesse, une pression et une humidité relative constantes. Tandis que sa température ainsi que le rayonnement solaire varient durant une journée et suivent une gaussienne. Les conditions climatiques agissent sur la boue en changeant sa température et par la suite sa fraction massique, qui n'est plus à la saturation, ce qui permet d'augmenter ou de diminuer l'évaporation. Tout au long du séchage, la boue perd de l'eau sous forme de vapeur et sa teneur en eau diminue jusqu'à une valeur critique à la quelle l'évaporation n'aura plus lieu.

Après avoir passé en revue les principaux travaux relatifs au phénomène de transferts thermiques et massiques durant le séchage des boues, nous avons introduit la modélisation numérique du système étudié. En effet, nous avons décomposé le domaine physique en deux sous domaines. Un canal horizontal de forme rectangulaire qui représente la serre agricole où les équations régissant les transferts sont les équations ordinaires de Navier-stokes, l'équation de conservation d'énergie et l'équation des espèces. Le deuxième sous domaine qui représente la couche poreuse a été assimilé à un milieu poreux qui a les caractéristiques des boues d'épuration. Les équations des transferts dans ce milieu sont les équations de Darcy-Brinkman-Forchheimer et l'équation de l'énergie. Deux formulations différentes ont été utilisées pour l'écriture de ces équation ; la formulation vitesse-pression pour le canal et la formulation vorticité-fonction de courant pour le milieu poreux. Cette dernière a été utilisée afin de s'affranchir de la difficulté posée par les conditions aux limites à imposer à la pression pour résoudre les équations de la quantité de mouvement dans le milieu poreux. En ce qui concerne l'adimensionnalisation, nous avons fait appel à des grandeurs de références qui sont la température, la vitesse et la fraction massique à l'entrée du canal et sa hauteur. Vers la fin

de cette partie, nous avons présenté les nombres sans dimensions qui quantifient les principales caractéristiques d'un écoulement.

Au début du troisième chapitre, nous avons présenté quelques notions de base sur la cinétique de séchage. Par la suite, nous avons présenté le modèle de la cinétique du séchage des boues d'épuration qu'on a utilisé. En effet, ce modèle est basé sur le concept de la courbe caractéristique, il a été déterminé par H. Amadou suite à une étude expérimentale. Dans la dernière partie de ce chapitre nous décrivons les différentes méthodes de calculs pour chaque paramètre du modèle.

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté les différentes étapes suivies afin de réaliser en place le code de calcul. En premier lieu, nous avons discrétisé les équations régissant les transferts à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies. Cette discrétisation nous a fourni des systèmes d'équations algébriques qui seront résolus numériquement par la suite. Cette résolution fait appel aux différents algorithmes. Dans ce travail et selon les équations à résoudre, nous utilisons trois types d'algorithmes qui sont l'algorithme de Gauss, de Thomas et de Gauss-Seidel. En effet pour résoudre le système algébrique relatif à l'équation de la conservation de la quantité de mouvement dans le canal, nous utilisons l'algorithme de Gauss. Alors que pour résoudre les systèmes relatifs aux équations de la conservation de l'énergie et des espèces dans le canal nous utilisons l'algorithme de Thomas. La même technique a été utilisée pour résoudre les systèmes d'équations algébriques obtenus à partir de l'équation de conservation d'énergie et l'équation de la vorticité dans le milieu poreux. Le système algébrique qui traduit la conservation de la fonction de courant est résolu à l'aide de l'algorithme de Gauss-Seidel.

Par la suite, nous avons étudié la sensibilité au maillage de notre code. En effet, nous avons fait varier la taille de la maille dans le canal ainsi que dans le milieu poreux. Les résultats montrent que le système est stable pour un maillage égal à  $120 \times 200$  pour le canal et  $120 \times 40$  pour le milieu poreux. Concernant la sensibilité au pas de temps, les résultats ont montré qu'au dessous d'un pas égal à 30 secondes, les résultats ne sont plus affectés.

Dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons procédé à la validation du code de calcul. Cela a consisté à valider chaque domaine à part et par la suite à comparer un résultat global après couplage entre les deux milieux. Concernant l'écoulement dans le canal, nous avons comparé nos résultats avec ceux de Sieder et Tate pour l'évolution du nombre de

Nusselt moyen en fonction du nombre de Graetz. Pour l'écoulement dans le milieu poreux, nous avons confronté nos résultats à ceux de A.A. Mohamad. Tandis que pour la cinétique du séchage, nos résultats ont été comparés avec ceux de H. Amadou. Dans les trois cas, l'écart maximal enregistré entre nos résultats et ceux de la littérature n'excède pas les 4% ce qui nous permet de s'assurer de la validité de notre code.

Le cinquième chapitre a été consacré à l'exploitation des résultats obtenus. Dans la première partie, nous avons illustré et discuté les résultats relatifs à l'étude paramétrique. Nous avons étudié l'effet des différentes conditions climatiques (température, humidité et vitesse de l'air ambiant ainsi que le rayonnement solaire) ainsi que l'effet des paramètres relatifs à la boue (épaisseur et teneur en eau de la boue). Cette étude a dévoilé la sensibilité du séchage pour chaque grandeur climatique. En effet, nous avons montré que l'intensité du rayonnement solaire ainsi que la température de l'air ambiant sont les principaux paramètres qui influencent la cinétique de séchage, alors que l'effet de la vitesse et de l'humidité de l'air ambiant est minimal dans les conditions étudiées. De plus, en analysant les courbes représentant l'évolution de la vitesse moyenne du séchage en fonction de la teneur en eau moyenne en base sèche, on a remarqué l'absence de la phase du séchage à vitesse constante et qu'il s'agit notamment d'un séchage majoritairement contrôlé par les transferts extragranulaires. Ces résultats ont été confrontés à des références de la littérature.

D'autres résultats ont montré que les transferts par mode latent sont prédominants par rapport aux transferts sensibles. En effet, l'optimisation des conditions climatiques engendre une augmentation du nombre de Nusselt latent tandis que le nombre de Nusselt sensible diminue. Nous avons également remarqué que le nombre de Nusselt sensible et le nombre de Sherwood présentent des valeurs proches puisque pour l'air humide les nombres de Prandtl et de Schmidt sont sensiblement égaux

Les résultats relatifs à l'effet des paramètres de la boue ont montré que le séchage est plus rapide si la boue est moins épaisse et plus sèche.

Afin de faire des simulations à l'échelle annuelle, nous avons finalement couplé au modèle des données climatiques réelles. Ces données météorologiques sont ceux relatives à la région de Tataouine au sud de la Tunisie. Elles ont été collectées sur dix ans et traitées statistiquement à l'aide de la méthode de Liu et Jordan afin de déterminer la journée type de chaque mois de l'année. L'étude a montré que la quantité évaporée, la cinétique de séchage

ainsi que le rendement du séchage sont au maximum durant la période estivale alors qu'ils subissent un net abaissement durant la période hivernale. Cela confirme bien que le séchage subit une amélioration lorsque les conditions climatiques sont optimales.

**Des Différentes perspectives** peuvent être envisagées dans le prolongement de ces recherches :

- Etudier un modèle de serre plus réel en prenant compte la gestion des ouvrants et des ventilations.
- Modéliser le séchage en tenant compte des déformations mécaniques que subit la boue comme le retrait et la formation des croûtes.
- Traiter le cas d'écoulement réel en prenant moins d'hypothèses simplificatrices.



# Annexe A

## Propriétés de l'air humide

Les propriétés de l'air, de la vapeur d'eau, et du mélange (air humide) sont calculées à l'aide des expressions suivantes [56] :

### A-1. Propriétés de la vapeur d'eau (indice 1)

- Viscosité dynamique (  $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$  )

$$\mu_1 = [8.02 + 0.0407 \times (T - 273.15)] \times 10^{-6} \quad T \text{ en K}$$

- Conductivité thermique (  $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$  )

$$\lambda_1 = [1.87 + 0.65 \times 10^{-3}(T - 273.15)^{9/7} + 5.7 \times 10^{-13}(T - 273.15)^{5.1}] \times 10^2$$

- Chaleur spécifique (  $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$  )

$$C_{p1} = 1.863 \times 10^3 + 1.65 \times 10^{-3}(T - 273.15)^{2.5} + 1.2 \times 10^{-18}(T - 273.15)^{8.5}$$

### A-2. Propriétés de l'air sec (indice 2)

- Viscosité dynamique (  $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$  )

$$\mu_2 = \frac{1.488 \times 10^{-6} \times T^{1.5}}{118 + T}$$

- Conductivité thermique (  $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$  )

$$\lambda_2 = \frac{1.195 \times 10^{-3} \times T^{1.6}}{118 + T}$$

- Chaleur spécifique (  $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$  )

$$C_{p2} = (1 + 2.5 \times 10^{-10} \times T^3) \times 10^3$$

### A-3. Propriétés de l'air humide

- Masse volumique ( kg m<sup>-3</sup> )

Supposant que le mélange gaz-vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait, la masse volumique du mélange peut alors être évaluée par la relation suivante :

$$\rho = \frac{12.0279p}{T \left( \frac{C}{M_1} + \frac{1-C}{M_2} \right)}$$

Où  $M_1$  et  $M_2$  sont respectivement la masse molaire de la vapeur d'eau et la masse molaire de l'air sec.  $C$  est la fraction massique.

- Viscosité dynamique ( kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup> )

$$\mu = \frac{\mu_1}{1 + \left( \frac{x_2}{x_1} \right) \phi_{12}} + \frac{\mu_2}{1 + \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \phi_{21}}$$

$x_1$  et  $x_2$  sont respectivement la fraction molaire de la vapeur d'eau et la fraction molaire de l'air sec.

$\Phi_{12}$  et  $\Phi_{21}$  sont calculées à partir de l'expression suivante :

$$\phi_{ij} = \frac{\left[ 1 + \left( \frac{\mu_i}{\mu_j} \right)^{0.5} \left( \frac{M_i}{M_j} \right)^{0.25} \right]^2}{\left[ 8 \left( 1 + \frac{M_i}{M_j} \right) \right]^{0.5}}$$

- Conductivité thermique ( W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> )

$$\lambda = \frac{\lambda_1}{1 + \left( \frac{x_2}{x_1} \right) \phi_{12}} + \frac{\lambda_2}{1 + \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \phi_{21}}$$

- Chaleur spécifique ( J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> )

$$C_p = C_{p1} X + C_{p2}(1 - C)$$

- Diffusivité massique ( m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup> )

## Annexe A

$$D_v = 8.07 \times 10^{-10} T^{1.833}$$

- Chaleur latente d'évaporation ( J kg<sup>-1</sup> )

$$L_v = 4185[597 - 56 \times 10^{-2}(T - 273.15)]$$

- Pression de vapeur saturante ( Pa )

$$\log^{10} P_{vs} = 17.443 - \frac{2795}{T} - 3.868 \log T$$

- Humidité relative ( % )

$$Hr = 100 \times \frac{P_v}{P_{vs}} = 100 \times \frac{m_1}{m_2}$$

Où  $m_1$  et  $m_2$  sont respectivement la masse de vapeur d'eau et la masse de l'air humide.



# Annexe B

## Modèle de Liu et Jordan

Le modèle de Liu et Jordan (1960) [53] est un modèle qui suppose que le ciel est isotrope et que l'intensité du rayonnement diffus du ciel est supposée être uniforme sur toute la voûte céleste.

Cette méthode suppose que chaque mois de l'année est représenté par une journée type caractéristique du mois. Tous les jours de ce mois sont identiques à cette journée. En effet, le modèle est une étude statistique des données météorologiques réelles afin d'estimer la composante horaire du rayonnement global diffus du ciel sur un plan incliné. Pour le présent modèle, il suffit de connaître la valeur, en moyenne mensuelle, du rayonnement global journalier recueilli par un plan horizontal.

### A. Variables caractéristiques

Les variations journalières du rayonnement sont calculées en introduisant les grandeurs caractéristiques suivantes :

$H$  : densité du rayonnement global incident sur un plan horizontal ( $J.m^{-2}.jour$ )

$H_d$  : densité du rayonnement diffus journalier, en moyenne mensuelle ( $J.m^{-2}.jour$ )

$H_0$  : densité du rayonnement journalier extraterrestre sur un plan horizontal ( $J.m^{-2}.jour$ )

$K_T = H/H_0$  : indice de clarté journalier

$K_T^d = H_d/H_0$  : fraction diffuse du rayonnement

avec :  $H_0 = \frac{3600 \times 24}{\pi} I_0 C \cos \delta (\sin w_s - w_s \sin w_s)$

$I_0$  : constante solaire égale à  $1353 \text{ w.m}^{-2}$  à l'extérieur de l'atmosphère

$C$  : correction de la distance terre soleil qui est donnée par l'expression suivante :

$C = [1 + 0.034 \cos(30Ms - 1) + jr]$

## Annexe B

Ms : numéro du mois dans l'année à partir de janvier

Jr : numéro du jour dans le mois

$\delta$  : déclinaison du soleil (°)

$w_s$  : angle horaire du coucher du soleil (°)

$$w_s = \pi/180[\arccos(-\text{tg}(\delta)\text{tg}(\varphi))]$$

$\varphi$  : latitude du lieu (°)

La journée type de chaque mois est déterminée à l'aide du tableau proposé par Klein Tableau B1. Il a déterminé une relation qui relie la densité du rayonnement diffus journalier et la densité du rayonnement global incident sur un plan horizontal. Cette relation dépend de la valeur de l'angle horaire du coucher du soleil et de l'indice de clarté journalier.

*Tableau B.1 : journée type*

Mois	N°du mois	Jour dans le mois	Jour dans l'année
Janvier	1	17	17
Février	2	16	47
Mars	3	16	75
Avril	4	15	705
Mai	5	15	135
Juin	6	11	162
Juillet	7	17	198
Aout	8	16	228
Septembre	9	15	258
Octobre	10	15	288
Novembre	11	14	318
Décembre	12	10	344

Pour  $w_s < 81.4^\circ$  on a :

$$H_d/H = \begin{cases} 1 - 0.2727 K_T + 2.4495 K_T^2 - 11.9514 K_T^3 + 9.3879 K_T^4 & \text{si } K_T < 0.715 \\ 0.143 & \text{si } K_T > 0.715 \end{cases}$$

## Annexe B

Pour  $w_s > 81.4^\circ$  on a :

$$H_d/H = \begin{cases} 1 - 0.2832 K_T + 2.5557 K_T^2 - 0.4888 K_T^3 & \text{si } K_T < 0.722 \\ 0.175 & \text{si } K_T > 0.722 \end{cases}$$

Ces relations permettent le calcul du rayonnement diffus journalier, en moyenne mensuelle, à partir du rayonnement global journalier, en moyenne mensuelle. Les valeurs du rayonnement global journalier, en moyenne mensuelle, sont données par les fichiers météorologique.

Après avoir calculé la valeur de  $H_d$ , le rayonnement horaire diffus peut être calculé à l'aide de la relation suivante :

$$\tau_d = \frac{I_d}{H_d} = \frac{\pi}{24} \cdot \frac{A \cos(w_{rd}) - B \cos(w_s)}{\sin(w_s) - \frac{\pi w_{rd}}{180} \cos(w_s)}, \quad \text{avec } A = 0.9929 \text{ et } B = 0.9821$$

$w_{rd}$  : angle horaire du soleil

### B. Calcul du rayonnement global horaire pour la journée type du mois

Afin d'estimer la valeur du rayonnement global horaire, nous utilisons la relation suivante :

$$\tau_t = \frac{I_t}{H_t} = \frac{\pi}{24} \cdot (a + b \cos(w_{rd})) \frac{\cos(w_{rd}) - \cos(w_s)}{\sin(w_s) - \frac{\pi w_s}{180} \cos(w_s)}$$

$$a = 0.2747 + 0.7232 \sin(w_s - 60)$$

$$b = 0.08278 + 0.7252 \sin(w_s - 60)$$

La densité du flux solaire direct incident sur un plan incliné d'un angle  $\beta$  par rapport à l'horizontale et d'azimut  $\gamma$  est donnée par la relation suivante :

$$\varphi_\beta^\gamma = (I_t - I_d) \cos i,$$

$i$  est l'angle d'incidence des rayons solaires sur le plan considéré

Afin de repérer un point sur la terre, il est impératif de connaître les coordonnées géographiques, les coordonnées horaires et les coordonnées horizontales qui sont :

*Angle horaire, Déclinaison, Latitude, Longitude, Inclinaison, Azimut, Hauteur du soleil et Angle zénithal*

Les données qu'on a utilisées dans les calculs sont celles de la station météorologique de Tataouine dont les coordonnées sont :

Latitude 32° 58' 26,76'' Nord

Longitude : 10° 29' 6,47'' Est

Ces données ont été collectées dans le cadre du projet **enerMENA**

*Tableau B.2 : Valeur de la déclinaison et du rayonnement global moyen (RGM), dans la région de Tataouine TUNISIE*

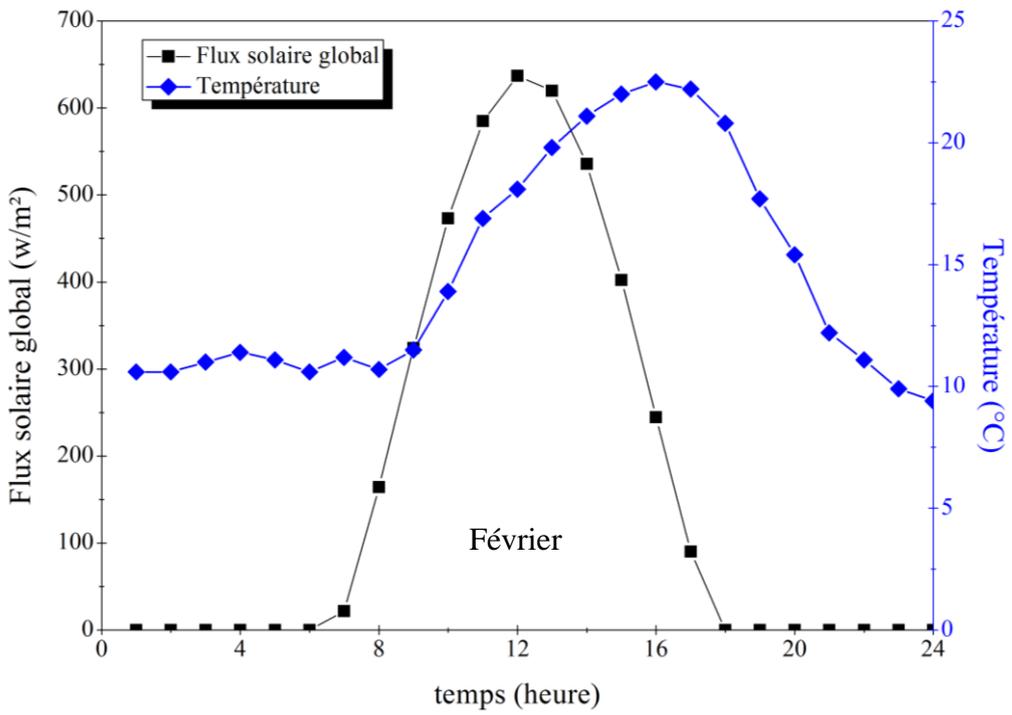
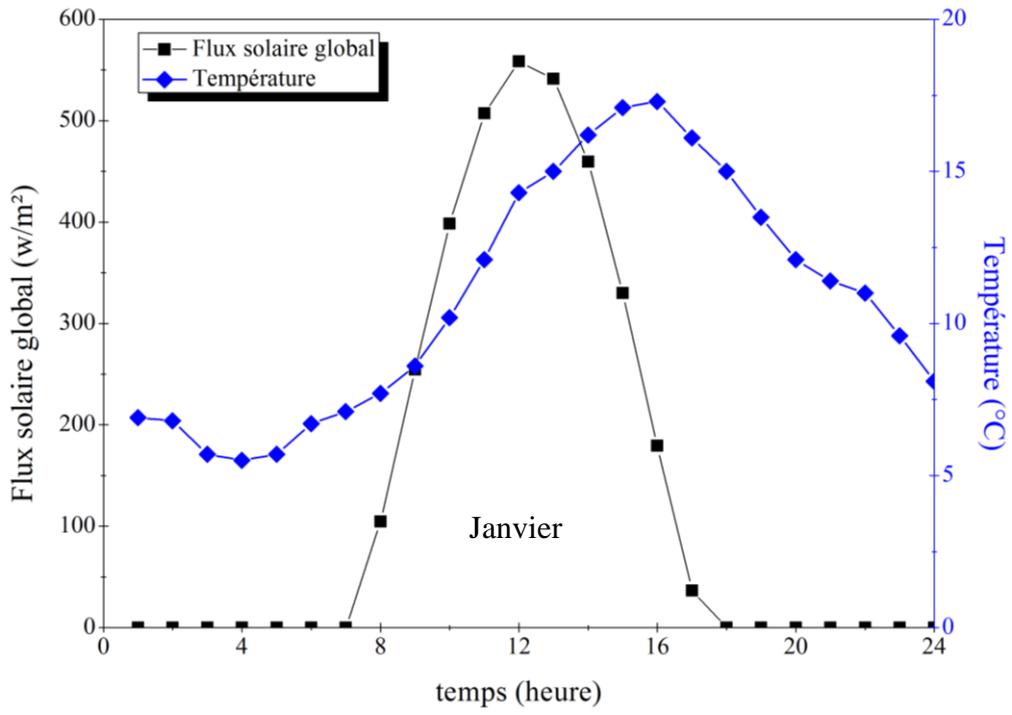
Mois	$\delta$ Déclinaison ( ° )	RGM (W.m <sup>2</sup> )
Janvier	-20,91696	3393,12
Février	-12,95461	4131,84
Mars	-2,41774	5299,92
Avril	9,41489	6666,72
Mai	18,79192	7158,24
Juin	23,08591	7810,32
Juillet	21,18369	7911,12
Aout	13,45496	7362
Septembre	2,21689	6105,6
Octobre	-9,5994	4370,16
Novembre	-18,91195	3516,96
Décembre	-23,04963	3483,3

### C. Résultats

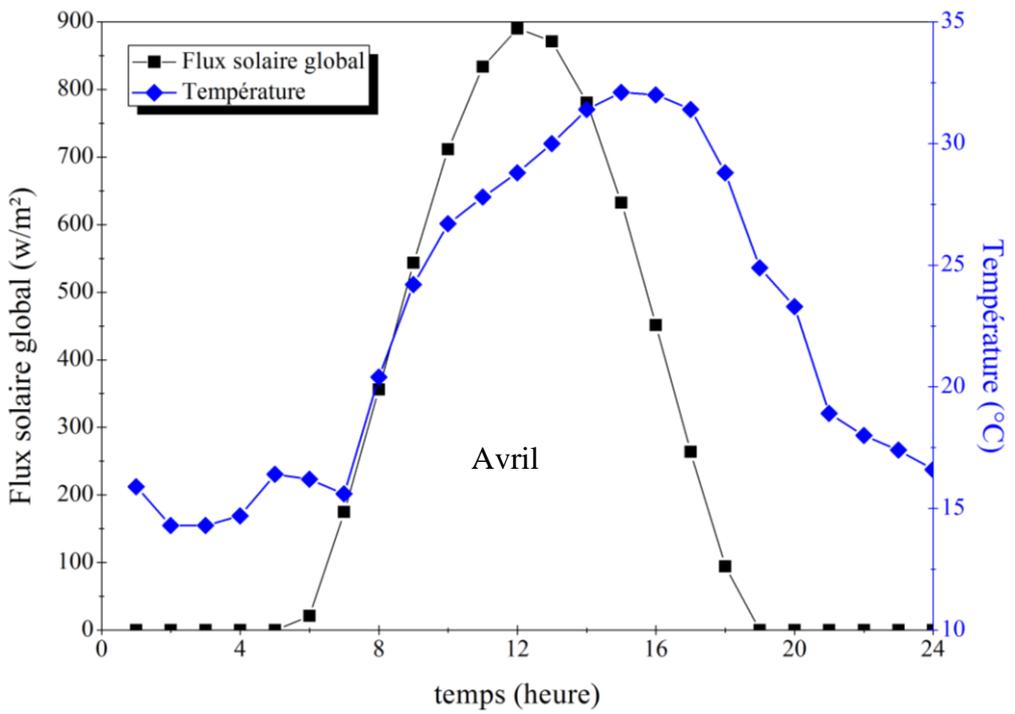
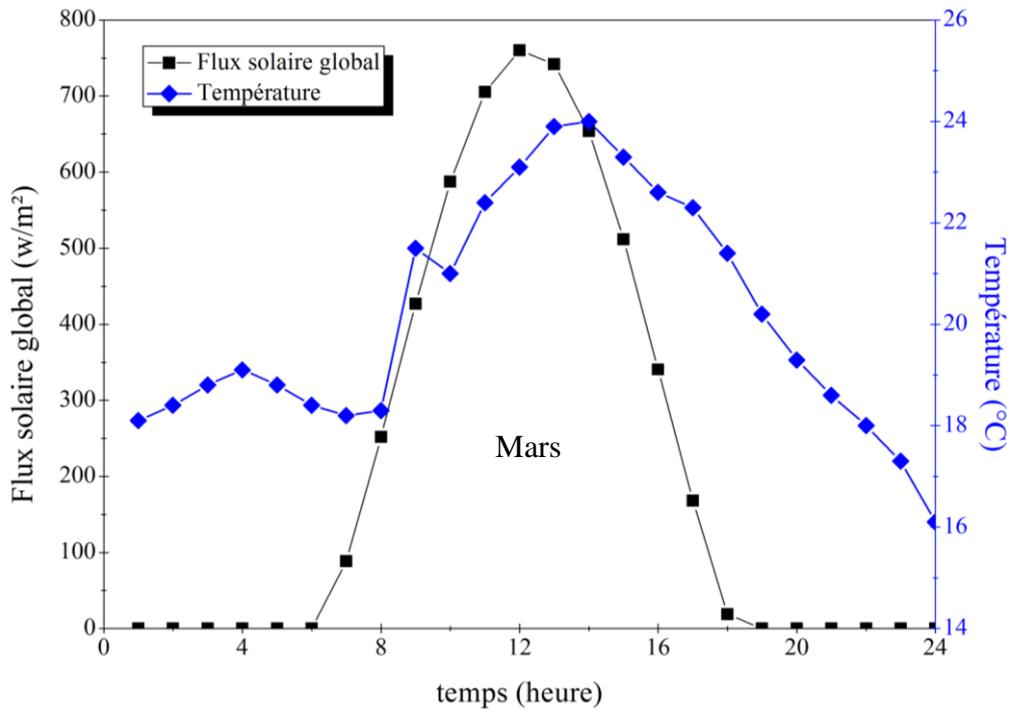
Les équations du modèle de Liu et Jordan ont été traduites numériquement à l'aide d'un programme Fortran afin de faciliter les calculs.

Les évolutions de la température de l'air ambiant et du flux solaire global durant la journée type de chaque mois sont présentées ci-dessous.

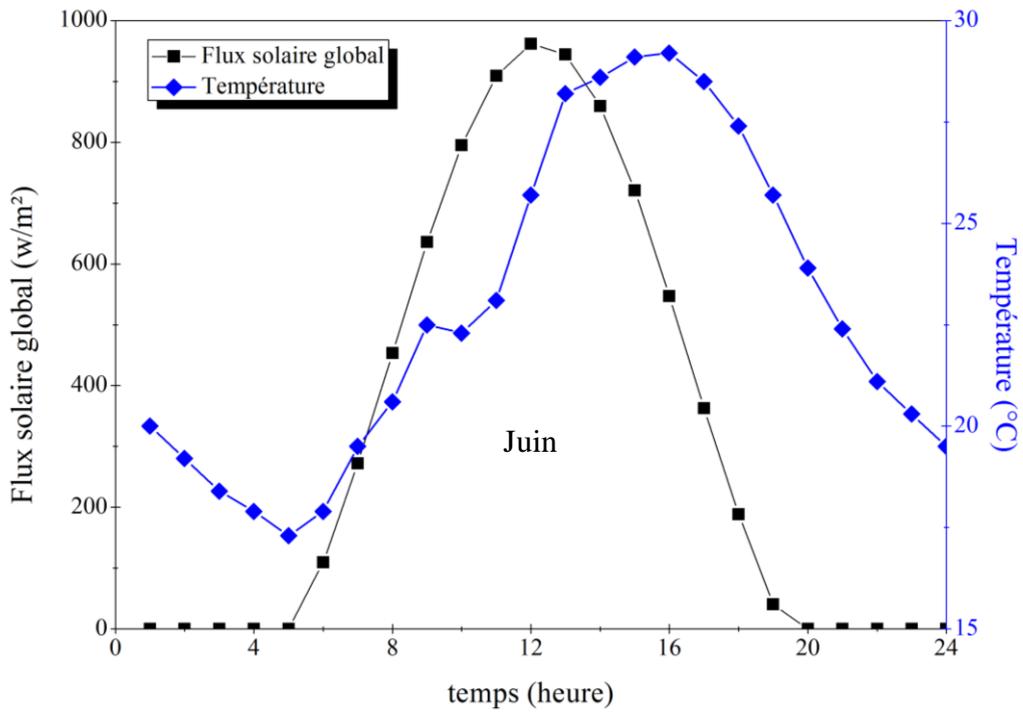
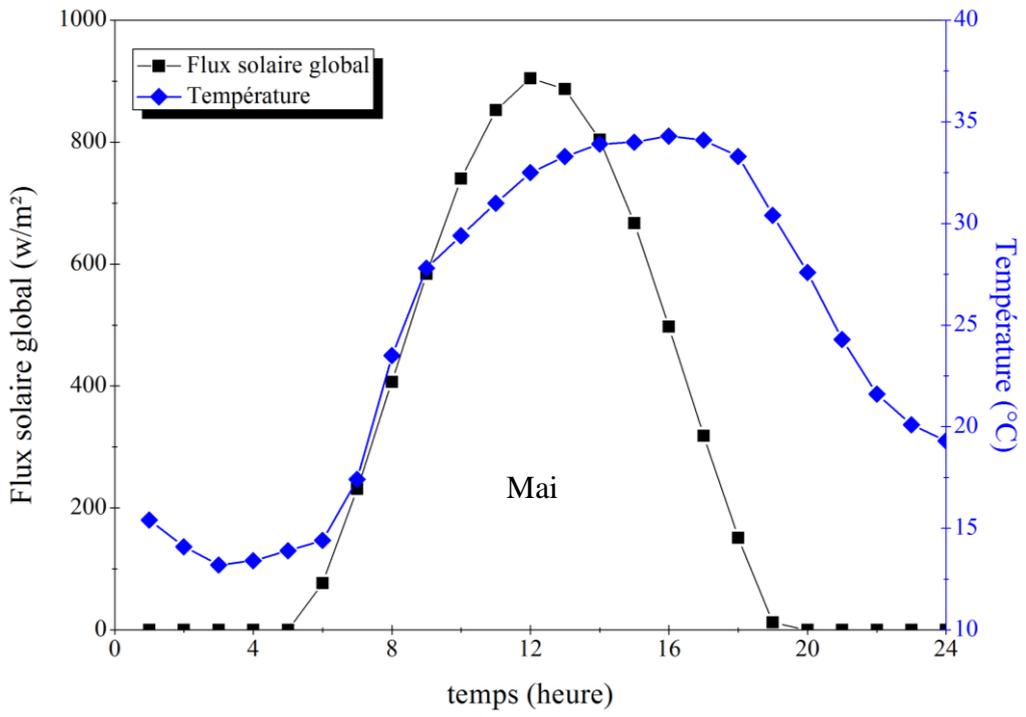
Annexe B



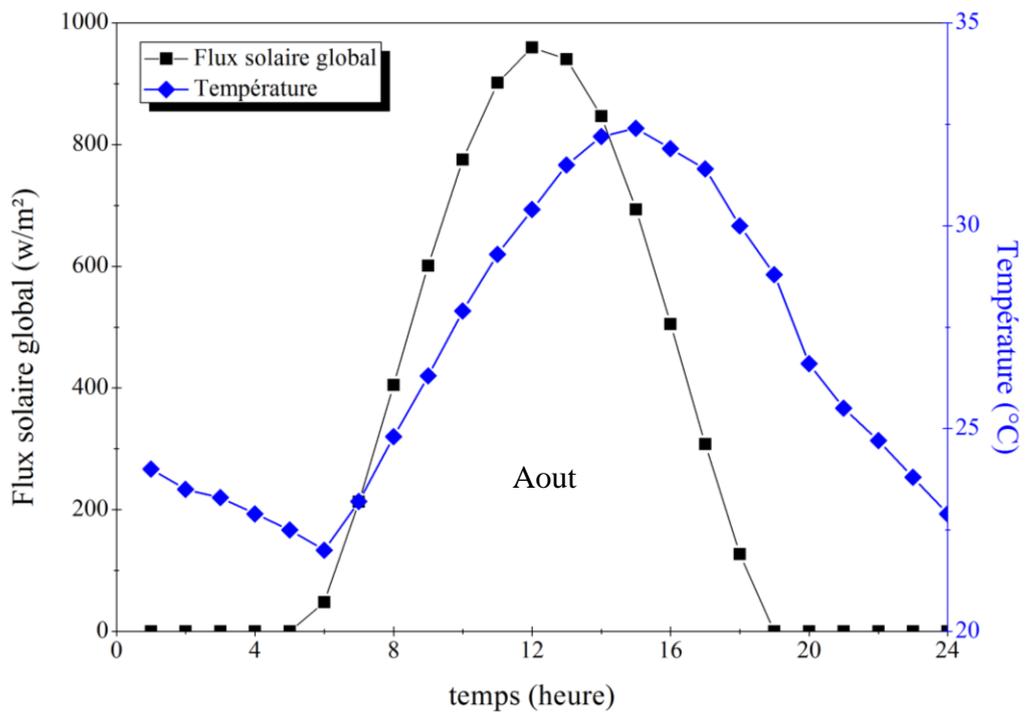
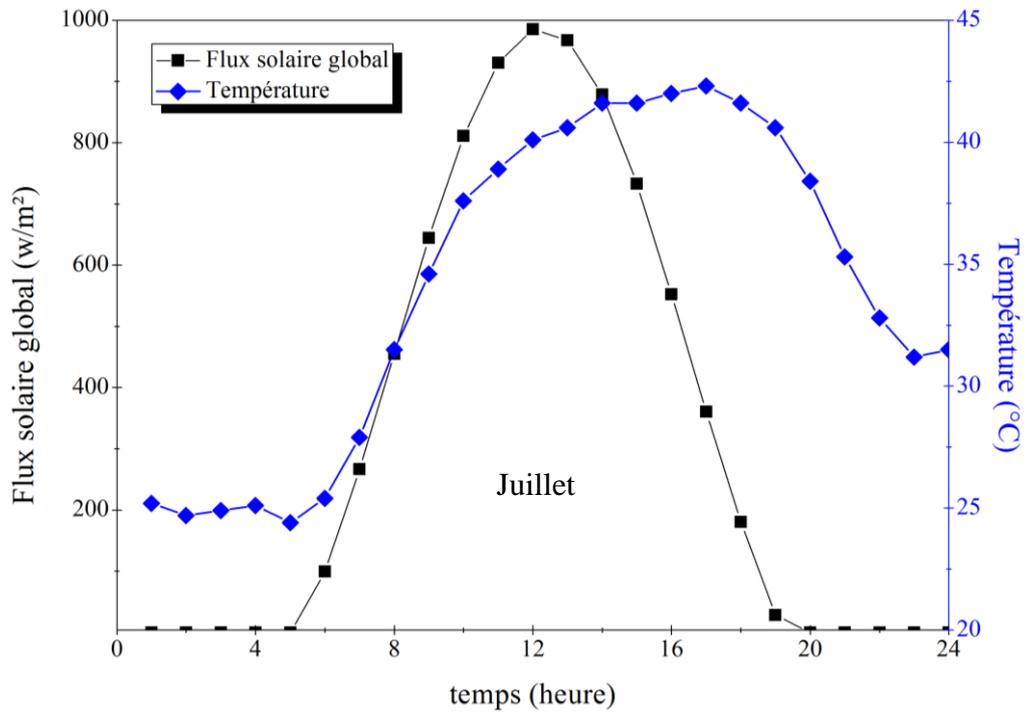
Annexe B



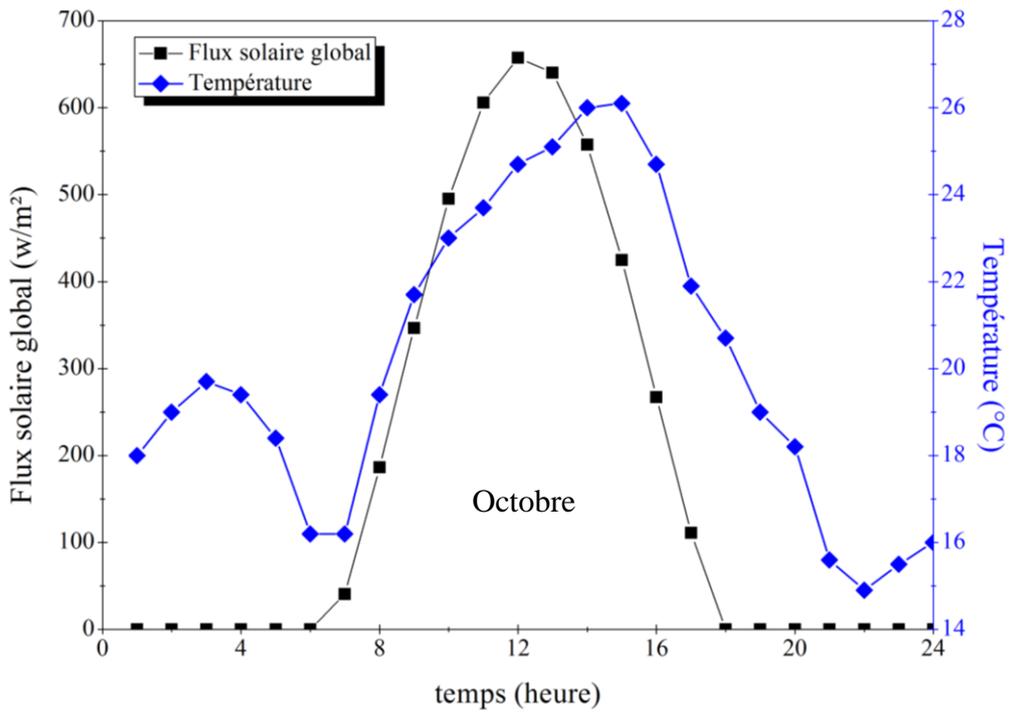
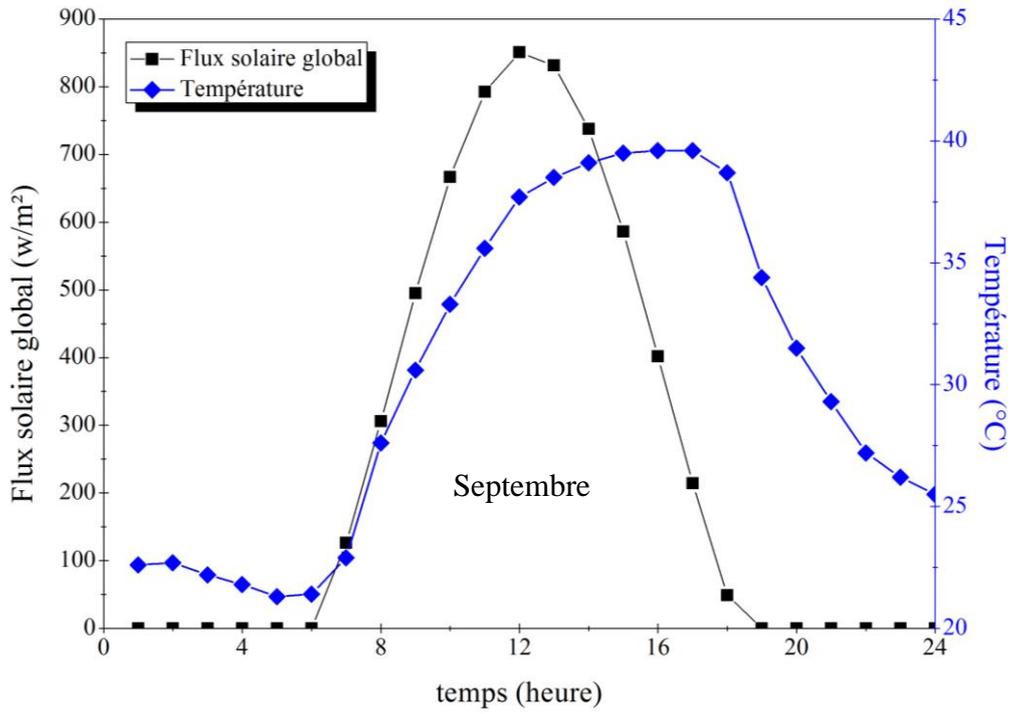
Annexe B



Annexe B



Annexe B



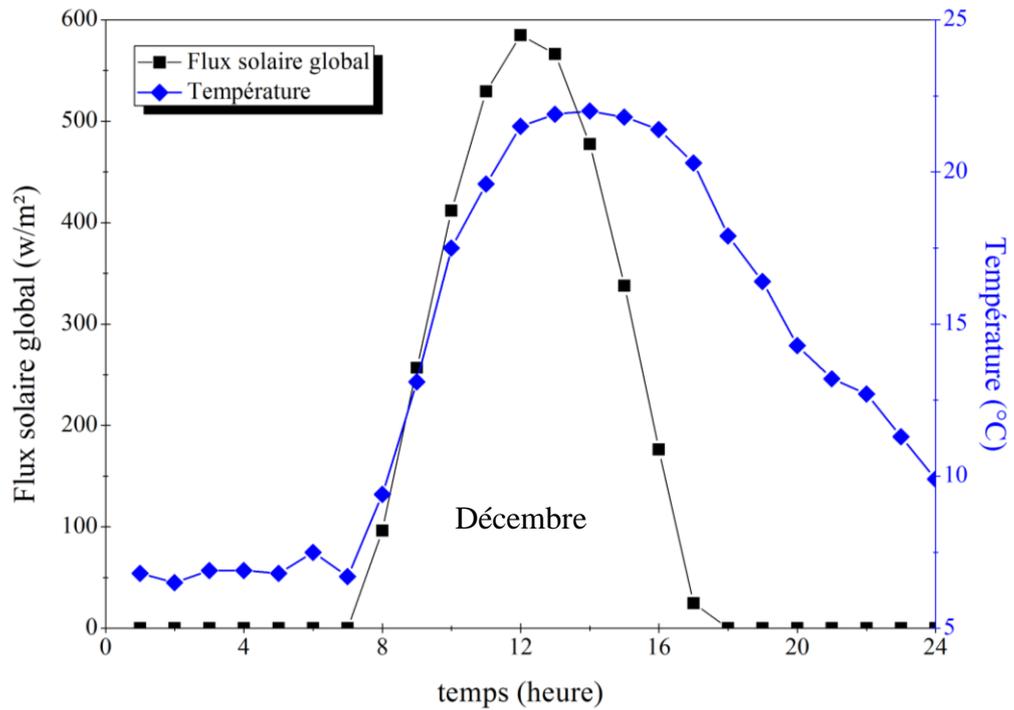
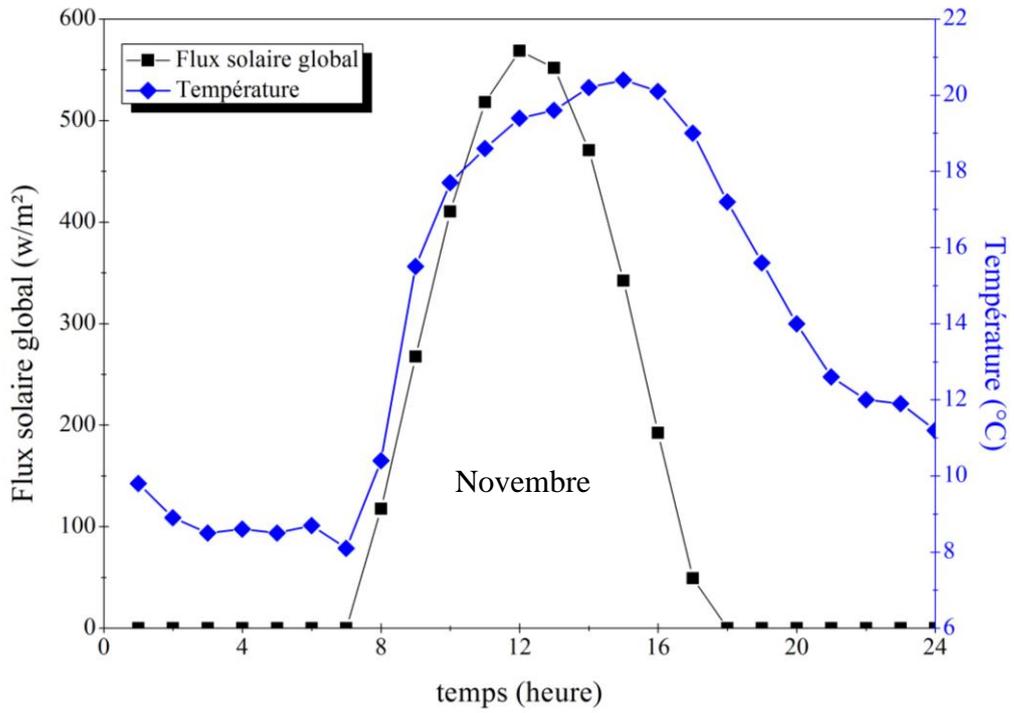


Figure B1 : Evolutions horaire de la température ambiante et du rayonnement solaire global pour chaque journée type du mois



## Annexe C

# Évolutions journalières de la température ambiante et du rayonnement solaire global

Les évolutions journalières du rayonnement solaire global et de la température de l'air ambiant sont approchées par deux fonctions sinusoïdales, à savoir :

$$q(h) = q_{\max} \sin \left[ \frac{\pi}{\Lambda} (h - h_s) \right] \quad \text{C.1}$$

$$T_0(h) = \frac{T_{0\max} + T_{0\min}}{2} - \frac{T_{0\max} - T_{0\min}}{2} \sin \left( \frac{2\pi h}{\Lambda} - \delta \right) \quad \text{C.2}$$

Où  $q_{\max}$  est l'intensité maximale du rayonnement solaire global,  $h_s$  l'heure du lever du soleil et  $h$  est le temps, en heures.

$T_{0\max}$  et  $T_{0\min}$  sont, respectivement, les températures maximale et minimale enregistrées durant la journée.

$\Lambda$  est la durée de l'ensoleillement et  $\delta$  est le déphasage entre le maximum de la température ambiante et celui du rayonnement solaire global.

Dans nos calculs, nous considérons une durée d'ensoleillement de 14 heures avec un déphasage entre le rayonnement solaire global et la température de l'air ambiant d'une heure. Ci-dessous, nous présentons un cas des évolutions journalières du rayonnement solaire global et de la température ambiante pour le cas où :  $q_{\max} = 700 \text{ W/m}^2$ ,  $T_{0\max} = 35^\circ\text{C}$  et  $T_{0\min} = 15^\circ\text{C}$ .

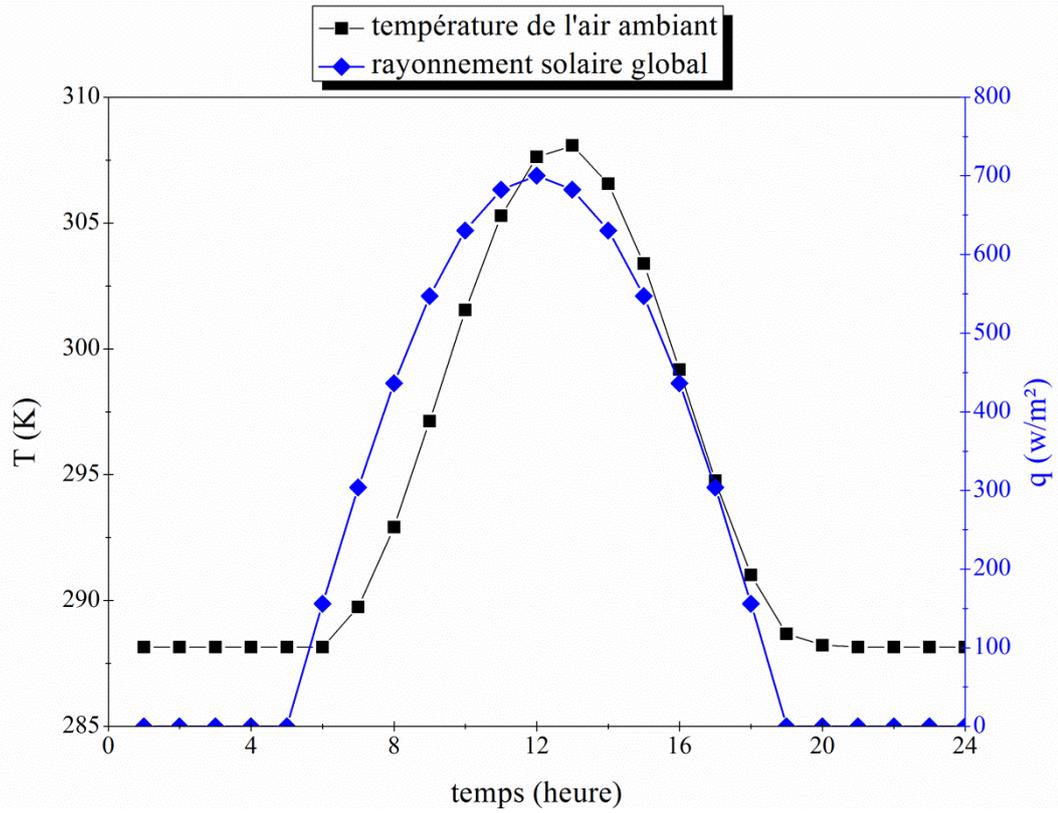


Figure C1 : évolutions journalières de la température ambiante et du rayonnement solaire global dans le cas où  $A = 700 \text{ W/m}^2$ ,  $T_{0 \text{ max}} = 35^\circ\text{C}$  et  $T_{0 \text{ min}} = 15^\circ\text{C}$ .



## Liste des références bibliographiques

- [1] T. K. Sherwood (1929) “*The Drying of Solids I*”, Ind. Eng. Chem., 21 (1), pp 12–16.
- [2] T. K. Sherwood (1929) “*The Drying of Solids II*”, Ind. Eng. Chem., 21 (10), pp 976–980.
- [3] T. K. Sherwood (1930) “*The Drying of Solids III*”, Ind. Eng. Chem. 22 (2), pp 132–136.
- [4] T. K. Sherwood (1932) “*The Drying of Solids IV*”, Ind. Eng. Chem. 25 (3), pp 307–310.
- [5] T. K. Sherwood et E. W. Comings (1933) “The Drying of Solids V”, Ind. Eng. Chem, 25 (3), pp 311–316.
- [6] E. R. Gilliland et T. K. Sherwood (1933), “The Drying of Solids VI”, Ind. Eng. Chem. 1933, 25 (10), pp 1134–1136.
- [7] E. W. Comings et T. K. Sherwood (1934), “*The Drying of Solids VII*”, Ind. Eng. Chem, 26 (10), pp 1096–1098.
- [8] T. K. Sherwood (1936), “*The air drying of solids*”, Trans. Am. Inst. Chem. Engrs., 32, 150-168.
- [9] S. Ben Nasrallah et P. Perre (1988), “*Detailed study of a model of heat and masse transfer during convective drying of porous media*”, Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 31, pp. 957–967.
- [10] S. Ben Nasrallah et G. Arnaud (1989), “*Etude des transferts bidimensionnels de chaleur et de masse lors du séchage par convection naturelle d'une plaque poreuse verticale chauffée par un flux constant*” Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 32, pp. 1529-1539.
- [11] C. Jeffrey Brinker, George W. Scherer (1990), “*Sol-Gel science. The physics and chemistry of sol-gel processing. Chapter 7: Theory of deformation and flow in gels*”, Academic Press, Inc. Boston San Diego New York.
- [12] W. Masmoudi et M. Prat (1991), “*Heat and mass transfer between a porous medium and a parallel external flow. Application to drying of capillary porous materials*” Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 34, pp. 1975-1989.

## Références Bibliographiques

- [13] N. Boukadida et S. Ben Nasrallah (1995), “*Tow dimensional heat and mass transfer during convective drying of porous media*” *Drying Technology*, vol 13, pp, 661-694.
- [14] Z. Zhe, Y. Shiming et L. Dengying (1999), “*Mechanism and mathematical model of heat and mass transfer during convective drying of porous materials*”, *Heat Transfer-Asian Research*, 25 (5).
- [15] N. Boukadida et S. Ben Nasrallah (2001), “*Mass and heat transfer during water evaporation in laminar flow inside a rectangular channel-Validity of heat and mass transfer analogy*”, *Int. J. Therm. Sci*, vol 40, pp, 76-81.
- [16] R. Hery (2004), “*Etude théorique du séchage thermique et de la digestion anaérobie des boues des stations d’épuration : Mise au point des dispositifs pilotes de laboratoire pour la caractérisation expérimentale liée au séchage et à la méthanisation des boues*”, thèse de doctorat de l’Université d’Antananarivo.
- [17] A. Léonard, S. Blacher , P. Marchot , J.-P. Pirard et M. Crine, (2005), “*Convective Drying of Wastewater Sludges: Influence of Air Temperature, Superficial Velocity and Humidity on the Kinetics*”, *Drying Technology*, 23: 1667–1679.
- [18] R. Hery, M. Dominique, A. Laetitia, G. Jean-Claude (2005), “*Modélisation du séchage solaire : Application au séchage en couche mince des boues solides des stations d’épuration*”, 12<sup>ème</sup> Journées Internationales de Thermique.
- [19] N. Sotehi et A. Chaker (2005), “*Etude des transferts de chaleur et de masse lors du séchage convectif d’une plaque de terre cuite*”, 12<sup>ème</sup> Journées Internationales de Thermique.
- [20] H. Amadou, C Beck, R Mose, C Vasile, AG Sadowski, JB Poulet (2006), “*Analysis of the Convective Drying of Residual Sludge from the Experiment to the Simulation*”, *Water Pollution VIII: Modelling, Monitoring and Management*, pp, 455-464.
- [21] H. Amadou (2007), “*Modélisation du Séchage Solaire sous Serre des Boues de Station d’Epuraton Urbaine*”, thèse de doctorat de l’ULP Strasbourg 1.
- [22] N. Rahman, S. Kumar (2006), “*Evolution of convective heat transfer coefficient during drying of shrinking bodies*”, *Energy conversion and management*, vol 42, pp, 2591-2601.
- [23] N. Rahman, S. Kumar (2007), “*thermal analysis of natural convective air drying of shrinking bodies*”, *Int. J. Energy Res*, vol 31, pp, 204-217.
- [24] D. Helel, N. Boukadida (2007), “*Transferts de chaleur et de masse dans un milieu poreux non saturé soumis à une convection forcée laminaire*”, 13<sup>ème</sup> Journées Internationales de Thermique.

## Références Bibliographiques

- [25] N. Boukadida (2007), “transferts couplés de chaleur et de masse dans un canal horizontal. Application au séchage convectif” Unité de recherche Energie et Environnement Institut Supérieur des Sciences Appliquées et de Technologie de Sousse Université de Sousse
- [26] R. Slim (2007), “Etude et conception d’un procédé du séchage combiné de boues de stations d’épuration par énergie solaire et pompe à chaleur”, thèse de doctorat de l’école des mine de Paris.
- [27] Y. Chou, R. Yang (2007), “*The Evaporation of a Saturated Porous Layer Inside an Inclined Airflow Channel*”, Int. J. of Heat and Fluid Flow, vol 28, pp, 407-417.
- [28] K. Fethi (2009), “*Analysis of laminar flow and forced convection heat transfer in a porous medium*”, Transp, Porous Med, vol 80, pp, 345-371.
- [29] K. Piotr et B. Krzysztof (2011), “*two-dimensional CFD modeling of the heat mass transfer process during sewage sludge drying in a solar dryer*”, vol 32, pp, 3-16.
- [30] R. Font, M.F. Gomez-Rico, A. Fullana, (2011), “*Skin effect in the heat and mass transfer model for sewage sludge drying*”, Separation and Purification Technology, vol 77, pp, 146–161.
- [31] M. Swati, R. D. Prativa, B. Krishnendu et G. C. layek (2012), “*Forced convective flow and heat transfer over a porous plate in a Darcy-Forchheimer porous medium in presence of radiation*”, Meccanica, vol 47, pp, 153-161.
- [32] S. Das, M. Jana et R. Nath Jana (2013), “*Free and forced convective flow in horizontal channel embedded in a porous medium*”, Int. J. of Computer Application, vol 65, pp, 36-41.
- [33] H. El Abrach, H. Dhahri et A. Mhimid (2013), “*numerical simulation of drying of a saturated deformable porous media by the Lattice Boltzmann method*”, Transp Porous Med, vol 99, pp, 427-452.
- [34] D. Helel, B. Graba, N. Iefi, N. Boukadida (2013), “*Transferts thermique et massique dans un milieu poreux soumis à un écoulement turbulent*”, 16<sup>ème</sup> Journées Internationales de Thermique.
- [35] Aditya Putranto and Xiao Dong Chen, (2014), “*A simple and effective model for modeling of convective drying of sewage sludge: the reaction engineering approach (REA)*”, Procedia Chemistry 9, 77–87.
- [36] X.D. Chen, (2008), “*The basics of a reaction engineering approach to modeling air drying of small droplets or thin layer materials*”, Drying Technology, vol 26, pp, 627-639.

## Références Bibliographiques

- [37] L. Bennamoun, L. Fraikin, A. Léonard, (2014), “*Modeling and simulation of heat and mass transfer during convective drying of wastewater sludge with introduction of shrinkage phenomena*”, *Drying Technology*, vol 32, pp, 13-22.
- [38] Y. W. Huang et M. Q. Chen (2015), “*Artificial neural network modeling of thin layer drying behavior of municipal sewage sludge*”, *Measurement*, vol 73, pp, 640–648.
- [39] Y. W. Huang, M. Q. Chen et Li Jia (2016), “*Assessment on thermal behavior of municipal sewage sludge thin-layer during hot air forced convective drying*”, *Applied Thermal Engineering*, vol 96, pp, 209–216.
- [40] Degremont, *Water treatment handbook*, Degremont, Rueil-malmaison, France. Cedex, France, sixth edition. Volume I et II, (1991).
- [41] E. F. Nogotov, B. M. Berkovsky et W.J. minkowycz, (1978), “*Application of numerical heat transfer*”, Mc Graw-Hill book company, chapter 4, 99-130.
- [42] C. R. Oswin, (1946), “*The kinetics of package Life. international chemical industry*”, 65, 419-421.
- [43] O. Krischer et K. Kroll, (1963), “*Wissenschaftliche grundlagen der trocknungstechnik*”, Springer Verlag, Berlin.
- [44] Van Meel, (1957), “*Adiabatic convection batch drying with recirculation of air*”, *Chemical Engineering Science*, Vol 9, pp 36-44.
- [45] O. Krischer et W. Kast, (1978), “*Die wissenschaftliche grundlagen der trocknungstechnik*”, Dritte Auflage, Springer Verlag, Berlin.
- [46] Sieder, E. N., and Tate, G. E, (1936), “*Heat transfer and pressure drop of liquids in tubes*”. *Industrial and engineering chemistry*, vol. 28, no. 12, pp. 1429–1435.
- [47] A.A. Mohamad, (2003)., “*Heat transfer enhancements in heat exchangers fitted with porous media part I: constant wall temperature*”, *International Journal of Thermal Sciences* 42, 385–395
- [48] A. Léonard, (2005), “*Etude du séchage convectif de boues de station d'épuration : suivi de la texture par microtomographie à rayons X*”, thèse de doctorat de l'université de liège.
- [49] Fu, B.A.; Chen, M.Q.; Huang, Y.W, (2015), “*Heat transfer characteristics on lignite thin-layer during hot air forced convective drying*”, *Fuel*, vol 154,pp, 132–139.
- [50] Ahmet Kaya , Orhan Aydın, Ibrahim Dincer,(2008), “*Experimental and numerical investigation of heat and mass transfer during drying of Hayward kiwi fruits*” , *Journal of Food Engineering*, vol 88, pp, 323–330.

## Références Bibliographiques

- [51] A. Saltelli, S. Tarantola and F. Campolongo, (2000), "*Sensitivity Analysis as an Ingredient of Modeling*", *Statistical Science*, Vol. 15, No. 4 , pp. 377-395.
- [52] Éric Guibelin, (2014), "*caractéristiques et traitements des boues d'épuration*", *techniques de l'ingénieur*, G 1 450v2 1-12.
- [53] B.Y.H. Liu, RC. Jordan, (1960), "*The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total radiation*" *Solar Energy*, vol. 4, pp. 1-19.
- [54] M. Collares-Periera, E. Rabl, (1979), "*The average distribution of solar radiation - Correlations between diffuse and hemispherical and between daily and hourly insolation values*". *Solar Energy* (22), pp. 155-164.
- [55] M. Sara, S. Manuel, C.M. Fernández-Peruchena, Í. Pagola, (2009), "*Comparison of methodologies to estimate direct normal irradiation from daily values of global horizontal irradiation*". 15th SolarPACES Conference, Berlin, Germany. pp.16136.
- [56] M. Feddaoui, A. Mir, E. Belahmidi, (2003), "*Concurrent turbulent mixed convection heat and mass transfer in falling film of water inside a vertical heated tube*". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, pp. 3497–3509.





**Titre :** Etude numérique d'un écoulement forcé dans un canal horizontal dont la partie inférieure est constituée de boues assimilées à un matériau poreux.

**Mots clés :** Transferts de chaleur et de masse, convection forcée, séchage solaire, boue d'épuration.

**Résumé :** Le séchage des boues d'épuration est un problème environnemental actuel, qui n'est pas suffisamment décrit dans la littérature. Par conséquent, ce travail représente une étude numérique des transferts de chaleur et de masse lors du séchage solaire des boues d'épuration. Cette boue est assimilée à un milieu poreux et exposée à un écoulement laminaire de convection forcée à l'intérieur d'un canal horizontal. Les transferts dans le canal et le milieu poreux sont décrits respectivement par les équations classiques de la convection forcée et par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Une méthode implicite aux différences finies est utilisée pour discrétiser le système d'équations différentielles régissant les transferts. Les systèmes algébriques obtenus sont résolus en utilisant les algorithmes de Gauss, Thomas et Gauss-Seidel. Afin de déterminer la vitesse de séchage, nous associons à ces équations un modèle de cinétique de séchage. Ce modèle est basé sur le concept de la courbe caractéristique. Nous avons particulièrement étudié les effets des conditions climatiques et des conditions relatives à la boue sur les évolutions spatio-temporelles des nombres caractéristiques des transferts ainsi que sur la cinétique de séchage. Le travail est complété par des simulations en utilisant des données météorologiques réelles de la région de Tataouine au sud de la Tunisie. Ces données ont subi un traitement statistique à l'aide de la méthode de Liu et Jordan afin de déterminer la journée type de chaque mois. L'étude de rentabilité du séchoir a montré que la période estivale est la période optimale pour le séchage.

**Title:** Numerical study of a forced flow in a horizontal channel where the lower part is made up of sludges assimilated to a porous material.

Keywords: Heat and mass transfers, forced convection, solar drying, sewage sludge.

**ABSTRACT:** The drying of sewage sludge is a current environmental problem, not sufficiently described in the literature. Hence, the aim of this work is a numerical study of heat and mass transfers during solar drying of residual sludge. This sludge is assimilated to a porous medium and exposed to a forced convection laminar flow within a horizontal channel. The transfers in the channel and the porous medium are respectively described by the classic equations of forced convection and the Darcy-Brinkman-Forchheimer model. The implicit finite difference method is used to discretize the governing differential equation system. The algebraic systems obtained are solved using the Gauss, Thomas and Gauss-Seidel algorithms. To determine the drying rate, we associate a drying kinetics model. This model is based on the concept of the characteristic curve. We particularly studied the effects of climatic conditions (temperature, velocity and relative humidity of the ambient air as well as the solar radiation intensity) and the conditions relating to the sludge on the spatio-temporal evolutions of the transfers characteristic numbers as well as on drying kinetics. This work is completed by simulations using meteorological data from the Tataouine region in southern Tunisia. These data were statistically processed using the Liu and Jordan method to determine the typical day of each month. The rentability study of the dryer show that the summer period is the optimum period for drying.